

JOHN LENO CASTRO DOS SANTOS

**DINÂMICA DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS FINANCEIROS E  
CONTÁGIO COMPORTAMENTAL**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2016

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

S237d Santos, John Leno Castro dos, 1988-  
2016 Dinâmica de precificação de ativos financeiros e contágio  
comportamental / John Leno Castro dos Santos. – Viçosa, MG,  
2016.

xiv, 186f : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: Wilson da Cruz Vieira.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.141-158.

1. Mercado financeiro. 2. Redes de negócios. 3. Mercado de  
ações. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de  
Economia Rural. Programa de Pós-graduação em Economia  
Aplicada. II. Título.

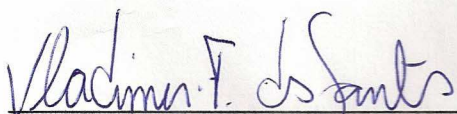
CDD 22 ed. 332.6

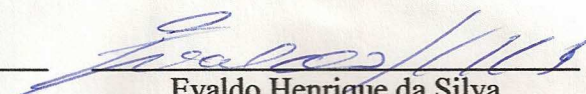
JOHN LENO CASTRO DOS SANTOS

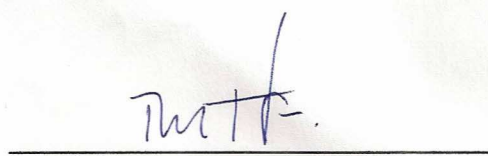
**DINÂMICA DE PRECIFICAÇÃO DE ATIVOS FINANCEIROS E  
CONTÁGIO COMPORTAMENTAL**

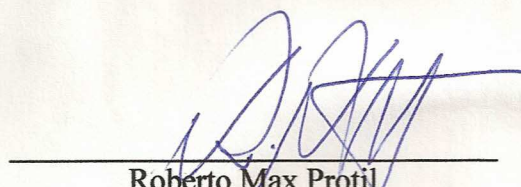
Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

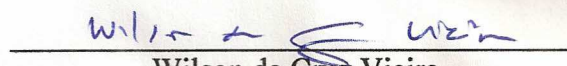
APROVADA: 15 de abril de 2016.

  
\_\_\_\_\_  
Vladimir Faria dos Santos

  
\_\_\_\_\_  
Evaldo Henrique da Silva

  
\_\_\_\_\_  
Thiago de Melo Teixeira Costa

  
\_\_\_\_\_  
Roberto Max Protil  
(Coorientador)

  
\_\_\_\_\_  
Wilson da Cruz Vieira  
(Orientador)

*Aos meus pais, irmãos e amigos, dedico.*

## **AGRADECIMENTOS**

Sou grato a Deus, autor e consumidor da minha fé, através do qual pude avançar mais um degrau. N'Ele pude vencer. A ti, Senhor, toda honra e toda glória, eternamente!

Também gostaria de demonstrar meus sinceros agradecimentos às instituições e pessoas que possibilitaram a realização desse trabalho.

À Universidade Federal de Viçosa – UFV, ao Departamento de Economia Rural e ao Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada, pela oportunidade e suporte para a consecução desse trabalho.

Ao professor Wilson da Cruz Vieira, orientador desse trabalho, pela contribuição essencial à realização desta pesquisa e pela paciência e compreensão demonstrada.

Ao meu coorientador Roberto Max Protil pelas contribuições.

Aos professores do Departamento de Economia Rural e do departamento de Economia da UFV, especialmente àqueles que fizeram parte da minha formação acadêmica, por compartilharem seus conhecimentos.

À minha família porque não apenas me deram todo apoio e incentivo, mas também porque decidiram sonhar junto comigo.

Aos irmãos da Segunda Igreja Batista em Viçosa, da Igreja Presbiteriana Luz no Vale e da Primeira Igreja Batista de Governador Valadares, que têm sido uma verdadeira família para mim, me acolhendo e sempre se preocupando comigo, em especial à Enedina e aos demais Sacramentos.

Aos colegas de curso, por compartilharem de inúmeras situações inusitadas, por dividirem seus conhecimentos e pelo convívio amigável do qual se formaram muitas amizades que não se perderão no tempo. Em especial aos amigos do doutorado: Lindomar (Sinop), Marcio, Priscila, Thiago (Sofia), Marcelo

(Marcelão). Também desejo demonstrar minha gratidão aos colegas do grupo de pesquisa André, Rafael e Felipe.

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS.....	viii
LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE QUADROS.....	xi
RESUMO .....	xii
ABSTRACT.....	xiv
1 – INTRODUÇÃO .....	1
<b>1.1. Objetivos.....</b>	<b>6</b>
<b>1.1.1. Objetivo Geral.....</b>	<b>7</b>
<b>1.1.2. Objetivos Específicos .....</b>	<b>7</b>
<b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>8</b>
<b>2.1. Ecologia de expectativas e racionalidade limitada .....</b>	<b>9</b>
<b>2.1.1. Inconsistência das expectativas racionais .....</b>	<b>15</b>
<b>2.2. Modelos baseados em agentes .....</b>	<b>20</b>
<b>2.2.1. Mercados financeiros artificiais .....</b>	<b>22</b>
<b>2.3. Teoria das redes complexa.....</b>	<b>32</b>
<b>2.3.1. Topologias redes.....</b>	<b>34</b>
<b>2.3.2. Contágio comportamental e percolação.....</b>	<b>40</b>
<b>2.3.3. Interação local.....</b>	<b>44</b>
<b>2.3.4. Redes de interação em mercados financeiros .....</b>	<b>46</b>
<b>3. METODOLOGIA.....</b>	<b>50</b>
<b>3.1. Quadro conceitual.....</b>	<b>50</b>
<b>3.1.1. Simulação.....</b>	<b>50</b>
<b>3.1.2. Sistemas multiagentes.....</b>	<b>52</b>
<b>3.1.3. Dinâmica de sistemas .....</b>	<b>54</b>
<b>3.1.4. Redes de interação .....</b>	<b>56</b>
<b>3.2. Protocolo UML .....</b>	<b>57</b>
<b>3.3. Descrição do Modelo.....</b>	<b>58</b>

3.3.1.	Execução da simulação .....	67
3.3.2.	Conceitos de desenho .....	69
3.4.	Detalhes .....	70
3.4.1.	Variáveis .....	70
3.4.2.	Software .....	71
3.4.3.	Fonte de dados .....	72
3.5.	Verificação e validação .....	72
3.5.1.	Validação .....	75
3.5.1.1.	Validação de face .....	76
3.5.1.2.	Calibragem dos parâmetros .....	76
3.5.1.3.	Análise de sensibilidade.....	79
3.5.1.4.	Validação interna.....	80
3.5.1.5.	Validação quantitativa.....	80
4.	RESULTADOS DA SIMULAÇÃO .....	85
4.1.	Fatos estilizados nos mercados financeiros .....	85
4.2.	Calibragem do modelo.....	91
4.3.	Análise de sensibilidade .....	99
4.4.	Validação interna.....	103
4.5.	Identificando fatos estilizados.....	104
4.6.	Desenho de cenários.....	112
4.6.1.	Demais séries modeladas .....	113
4.6.2.	Variação de parâmetros.....	117
4.6.3.	Regimes de expectativas .....	121
4.6.4.	Efeitos de choques .....	124
4.7.	Contágio comportamental .....	129
4.7.1.	Precificação sob diferentes topologias de redes .....	130
4.7.2.	Simulação de contágio .....	133
5.	CONCLUSÕES.....	136
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	141
	APÊNDICE A - PROCESSO DE FORMAÇÃO DE DESCRITORES .....	159
A1.	Hipóteses fundamentalistas.....	160
A2.	Hipóteses técnicas .....	160
A2.1	<i>Bollinger Bands</i> .....	161
A2.2	<i>Golden Cross</i> .....	162
A2.3	<i>High &amp; Low Bands</i> .....	163

A2.4	<i>Relative Strength Index</i> .....	163
APÊNDICE B - PROCESSO DE DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIAS .....		165
B.1	Redes de interação .....	166
APÊNDICE C - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MODELO DE DINÂMICA DE SISTEMAS .....		169
APÊNDICE D - PROCEDIMENTOS DE VERIFICAÇÃO .....		170
APÊNDICE E – ALGORITMO DA MODELAGEM .....		172

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Restrições incluídas na calibragem .....	78
Tabela 2 – Restrições incluídas na calibragem .....	78
Tabela 3 – Teste de normalidade da série de retorno do IBOVESPA.....	86
Tabela 4 – Teste de Jarque-Bera para diferentes intervalos de tempo.....	86
Tabela 5 – Teste de normalidade dos resíduos do modelo GARCH .....	87
Tabela 6 – Parâmetros do modelo, pré-calibragem.....	92
Tabela 7 – Parâmetro ajustados na calibragem.....	96
Tabela 8 – Estatística descritiva do preço calibrado e do IBOVESPA .....	99
Tabela 9 – Estatísticas descritivas para os retornos modelados.....	107
Tabela 10 – Teste de Jarque-Bera para diferentes intervalos de tempo .....	108
Tabela 11 – Resultados do teste de autocorrelação serial.....	109
Tabela 12 – Resultados do teste para efeito ARCH: Engle (1982).....	110
Tabela 13 – Comparação de desempenho entre os modelos GARCH de volatilidade .....	111
Tabela 14 – Estatísticas descritivas para os retornos extraída a volatilidade .....	111
Tabela 15 – Critérios para variação de parâmetros.....	117
Tabela 16 – Estatística descritiva dos preços sob diferentes regimes .....	123
Tabela 17 – Cenários simulados no mercado artificial de ações .....	125
Tabela 18 – Parâmetros empregados na confecção das redes .....	130

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Frequência de consumidores no Bar nas primeiras 100 semanas .....	18
Figura 2 – Esboço de seis topologias de redes.....	36
Figura 3 – Processo de religação aleatória para interpolação entre uma rede regular e uma aleatória. ....	39
Figura 4 – Exemplo de percolação por meio de incêndio florestal.....	42
Figura 5 – Diagrama de classes do modelo .....	60
Figura 6 – Diagrama de estados do negociante.....	63
Figura 7 – Diagrama sistêmico de determinação de preço de mercado .....	66
Figura 8 – Diagrama de sequência. ....	67
Figura 9 – Diagrama de atividades.....	68
Figura 10 – Diagrama simplificado do processo de modelagem.....	74
Figura 11 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial da série de retorno. ..	87
Figura 12 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial do retorno absoluto ..	88
Figura 13 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial do retorno ao quadrado .....	88
Figura 14 – Retorno diário do IBOVESPA e de um movimento Browniano geométrico, durante 1600 dias.....	90
Figura 15– Séries de retornos absolutos e ao quadrado do IBOVESPA. ....	91
Figura 16 – Comportamento do preço do ativo modelado e do IBOVESPA, sem calibragem. ....	94
Figura 17 – Comportamento da série de retorno modelado e do IBOVESPA, sem calibragem. ....	95
Figura 18 – Comportamento do preço do ativo modelado e do IBOVESPA, pós calibragem. ....	96
Figura 19 – Comportamento da série de retorno modelado e do IBOVESPA, pós calibragem. ....	98
Figura 20 – Sensibilidade do preço modelado mediante variações: a) na memória; b) estratégias; c) tempo de ajuste; d) sensibilidade de balanço; e) preço inicial; e f) população total.....	101
Figura 21 – Diagrama de tornado para preço médio, final e desvio padrão modelado. ....	102
Figura 22 – Trajetória do preço modelado sob distintas sementes aleatórias .....	104

Figura 23 – Comportamento dos retornos do ativo modelado.....	105
Figura 24 – Comportamento da série modelada de retorno absoluto e quadrático ....	106
Figura 25 – Distribuição de frequência da série modelada de retorno .....	107
Figura 26 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial da série modelada de retorno .....	108
Figura 27 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial das séries de retorno absoluto e ao quadrado.....	109
Figura 28 – Volatilidade estimada dos preços semanais modelado pelo modelo GARCH. ....	112
Figura 29 – comportamento do número de negociantes no estado de oferta, demanda (direita) e espera (esquerda). ....	113
Figura 30 – Correlação cruzada entre a volatilidade e o volume de negócios.....	114
Figura 31 – Comportamento do volume de transações modeladas.....	115
Figura 32 – Distribuição de frequência e autocorrelação do volume .....	115
Figura 33 – Distribuição do percentual de acerto médio dos negociantes e evolução do acerto máximo, médio e mínimo dos negociantes.....	116
Figura 34 – Comportamento do preço modelado mediante alterações no tamanho da população, estratégias, memória e preço inicial. ....	118
Figura 35 – Comportamento do preço médio e desvio padrão modelados mediante alterações no tamanho da população, estratégias, memória e preço inicial. ....	119
Figura 36 – Comportamento do preço modelado mediante presença indicadores fundamentalistas.....	121
Figura 37 – Comportamento do retorno modelado sob os regimes completo, fundamentalista, grafista, ZIPO.....	122
Figura 38 – Comportamento do preço modelado mediante choques exógenos no preço de mercado, e choques temporários e permanentes nos preços fundamentalistas. ..	126
Figura 39 – Comportamento do preço modelado mediante choques exógenos no preço de mercado, e choques temporários e permanentes nos preços fundamentalistas. ..	127
Figura 40 – Comportamento do preço modelado mediante choques exógenos no preço de mercado, e choques temporários e permanentes nos preços fundamentalistas ...	128
Figura 41 – Comportamento do preço modelado mediante topologias de redes sem conexões, completa, regular, aleatória, mundo pequeno e livre de escala. ....	132
Figura 42 – Comportamento do preço modelado via redes mundo pequeno, com expectativas infectadas em 1%, 5% e 10% dos agentes. ....	134
Figura 43 – Comportamento do preço modelado via redes livre de escala, com expectativas infectadas em 1%, 5% e 10% dos agentes. ....	135

## **LISTA DE QUADROS**

Quadro 1 – Ilustração do registro no Livro de Ordens (Order Book) .....	64
Quadro 2 – Lista de fatos estilizados das séries de retorno dos ativos.....	83

## RESUMO

SANTOS, John Leno Castro dos, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, abril de 2016. **Dinâmica de precificação de ativos financeiros e contágio comportamental**. Orientador: Wilson da Cruz Vieira. Coorientador: Roberto Max Protil.

O presente estudo buscou contribuir à literatura por meio da proposição de um modelo de mercado financeiro artificial ajustado para série de dados diários do IBOVESPA, sob a presença de um formador de mercado e negociantes interativos com racionalidade limitada. Dentre as principais contribuições metodológicas destacam-se: (i) presença do formador de mercado como agente de liquidez que determina preços; (ii) mecanismo de precificação por dinâmica de sistemas; (iii) comunicação via ordens; (iv) instituição do livro ordens; (v) inserção do agente ambiente, que fornecendo os indicadores de mercado; e (vi) a calibragem e validação do modelo à série diária do IBOVESPA. Como resultado empírico, o foi possível reproduzir propriedades estatísticas identificadas na série de retornos do IBOVESPA, que são: caudas pesadas, intermitência, gaussianidade agregativa, autocorrelação dos retornos absolutos e ao quadrado e caudas pesadas condicionais. Também foi constatado que uma parcela de negociantes deixa de operar no mercado durante os períodos de menor variabilidade dos preços e intensificam sua atuação nos períodos de instabilidade. A avaliação dos regimes de expectativas disitintos permitiu identificar que as hipóteses fundamentalistas contribuem para estabilização do sistema. Já as hipóteses técnicas possibilitam maiores flutuações de preços em relação a esse valor. Já o regime de hipóteses subjetivas introduz instabilidade. Por fim, os testes de contágio comportamental, via difusão de expectativas

negativas acerca do preço futuro do ativo (rumores), revelaram que os preços ingressam em uma espiral negativa em decorrência do contágio. Contudo, posteriormente observa-se uma recuperação na trajetória dos preços. Essa recuperação, entretanto, é anulada a partir de um limiar de contaminação, onde os preços tendem a se estabilizar em patamares inferiores ao nível verificado previamente.

## ABSTRACT

SANTOS, John Leno Castro dos, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, April, 2016. **Asset pricing dynamics and behavioral contagion**. Adviser: Wilson da Cruz Vieira. Co-adviser: Roberto Max Protil.

The aim of this study was to propose an artificial stock market calibrated to daily IBOVESPA time series, under the assumption of a market populated by interactive traders with bounded rationality. The methodological contributions were: (i) the market maker as an agent of liquidity, who sets prices; (ii) market clearing made by system dynamics; (iii) communication between agents through orders; (iv) orders' registration on book orders; (v) setting the trading environment as an agent, which provides market indicators; and (vi) the calibration and validation of the model to the daily IBOVESPA series. Therefore, it was possible to reproduce statistical properties of Ibovespa returns, such as: fat tails, intermittency, aggregative gaussianity, absolute returns and squared returns autocorrelations and conditional fat tails. It was also noted that some traders stop trading during periods of lower volatility and intensify it during higher volatility. The expectations schemes identified that fundamentalist assumptions contribute to system stability. However, the technical assumptions triggered price fluctuations and the subjective assumptions introduce instability. Finally, the diffusion of negative rumors started an expiration of price falling. Although, later we see a recovery of its previous path, but this recovery is interrupted when the threshold of contamination is reached, and prices tend to stabilize at levels below the previous level.

## 1 – INTRODUÇÃO

Acadêmicos e negociantes tendem a ver o mercado financeiro sob óticas bem distintas. A teoria financeira padrão, de mercado eficiente, assume que o mercado é composto por investidores homogêneos que partilham das mesmas expectativas acerca do preço futuro do ativo, e que consideram instantaneamente todas as informações de mercado na formação do preço (LUCAS, 1978; DIBA e GROSSMAN, 1988). De tal abordagem segue que não há oportunidade de ganhos especulativos consistentes. Negociantes que empregam estratégias baseadas em padrões detectados no passado, para prever o preço futuro, não podem obter lucros, exceto por sorte, isto é, quando oscilações no preço são conduzidas por mudanças racionais<sup>1</sup> na valoração do ativo, e nunca por mudanças bruscas dos sentimentos dos investidores (ARTHUR et al., 1997). O mercado, portanto, é concebido como sendo racional, mecanicista e eficiente<sup>2</sup>.

Na perspectiva do investidor, por outro lado, o mercado frequentemente oferece oportunidades especulativas. Muitos acreditam haver espaço para

---

<sup>1</sup> Segundo Sargent (1993), o comportamento racional é caracterizado por dois aspectos distintos, porém relacionados. Primeiro, a regra de decisão racional é dotada de fundamentos microeconômicos, pois são derivadas a partir de problemas de otimização, tais como a maximização da função de utilidade ou lucro esperado. O segundo aspecto é que os agentes desenvolvem expectativas racionais acerca de eventos futuros. Estas crenças – ou expectativas – são perfeitamente consistentes com os acontecimentos e os agentes racionais não cometem erros sistemáticos de previsão.

<sup>2</sup> O modelo de expectativas racionais fornece, de forma elegante e parcimoniosa, uma alternativa ao uso de regras de previsão “*ad hoc*” e psicologia de mercado na modelagem econômica (HOMMES, 2006). Essa abordagem apresenta implicações sobre a eficiência de mercado. Conforme apontado por Fama (1965), caso os mercados não fossem eficientes, haveria oportunidades de lucros não exploradas, que seriam prontamente aproveitadas por meio da arbitragem de negociantes racionais. Assim, o negociante racional compraria (venderia) o ativo quando ele estivesse subvalorizado (supervalorizado), conduzindo o preço do ativo ao seu valor fundamental. Deste modo, o mercado estaria sempre convergindo para uma condição de equilíbrio eficiente.

emprego rentável de estratégias fundadas em informações passadas, que a “psicologia de mercado”<sup>3</sup> existe, e que o efeito manada (*herd effect*) – flutuações não relacionadas às notícias do mercado – pode produzir bolhas e colapsos. Segundo esse ponto de vista, o mercado é considerado psicológico, orgânico e imperfeitamente eficiente. Assim, pontua-se que, enquanto do ponto de vista teórico os investidores são irracionais e supersticiosos, na perspectiva do investidor o padrão acadêmico é irrealista e não sustentado por suas próprias percepções (ARTHUR et al., 1997b).

Segundo Arthur et al. (1997a), essa perspectiva da abordagem padrão em economia começou a mudar nos anos recentes. A crise de 1987<sup>4</sup> comprometeu a crença dos economistas de que mudanças abruptas de preço seriam decorrentes de ajustes de investidores racionais frente a notícias do mercado: diversas pesquisas falharam em estabelecer uma correlação entre o colapso e as informações veiculadas (CUTLER et al., 1989). Nesse sentido, inúmeros estudos empíricos evidenciaram que o volume negociado e o preço do ativo apresentam elevada volatilidade (SHILLER, 1981, 1989; LEROY e PORTER, 1981) e autocorrelação significativa, contrariando a teoria padrão (BOLLERSLEV et al., 1990; GOODHART e O’HARA, 1995). Ademais, estratégias baseadas em padrões passados produziram lucros de longo prazo estatisticamente significativos (BROCK, LAKONISHOK e LEBARON, 1992). Em razão disso, a moderna literatura de finanças tem procurado teorias alternativas que expliquem a realidade do mercado financeiro (ARTHUR et al., 1997b).

Nesse contexto, os estudos pautados nas teorias dos sistemas complexos<sup>5</sup> ganharam crescente notoriedade na literatura de finanças

---

<sup>3</sup> Entende-se por psicologia de mercado o sentimento ou sensação geral de que o mercado está passando em um determinado momento. Fatores como a ganância, medo, crenças e circunstâncias contribuem para formação do sentimento geral de investimento. Embora a teoria financeira convencional descreva situações em que todos os intervenientes no mercado se comportam racionalmente, se atendo aos fundamentos, o aspecto emocional do mercado pode levar a resultados inesperados que não podem ser previstos a partir dos fundamentos de mercado.

<sup>4</sup> A crise financeira de outubro de 1987, também conhecida como “Black monday”, foi marcada pela queda desenfreada das bolsas de valores ao redor do mundo. O Índice Down Jones, principal bolsa de Nova York, despencou cerca de 22,6% em um único dia. Isso disseminou um sentimento de desconfiança sobre o sistema financeiro mundial e expectativa de que após a crise financeira viria a depressão, o que, de fato, não aconteceu. Isso evidenciou as possíveis dissonâncias entre os mercados financeiros e reais (CARLSON, 2006).

<sup>5</sup> Os sistemas complexos, como os encontrados em ambientes econômicos e sociais, possuem estrutura de componentes interligados cujas propriedades são diferentes das apresentadas individualmente, dado que recebem a influência de ciclos de retroalimentação. Disso decorre o

(ANDERSON et al., 1988; BROCK et al., 1991; MEDIO, 1992; LORENZ (1993); DAY, 1994; ARTHUR et al., 1997a; JOHNSON et al., 2003 ROSSER, 2004; ARTHUR, 2006). Segundo essa abordagem, sistemas econômicos e sociais, tais como os mercados financeiros, encontram-se inseridos numa categoria de sistemas complexos adaptativos, posto que, além de apresentarem propriedades de auto-organização emergentes a nível macroscópico, possuem a capacidade de aprendizado e acúmulo de experiências (ARTHUR, DURLAUF e LANE, 1997). Isso conduz o sistema em um processo evolucionário complexo, que apresenta características de não-ergodicidade e resiliência (PERON e RODRIGUES, 2012).

Este novo paradigma propõe a substituição do postulado do agente racional representativo pela modelagem comportamental baseada em agentes heterogêneos, dotados de racionalidade limitada e que consideram regras de bolso (*rules of thumb*) em suas decisões no ambiente de mercado (HOMMES, 2006). Alguns dos principais elementos do modelo de agentes heterogêneos apresentam similaridade com a visão de Keynes (1936) quanto à importância das expectativas, a visão de Simon (1957) de que o homem econômico possui racionalidade limitada, e a postura de Kahneman e Tversky (1974) de que o comportamento individual, sob incerteza, pode ser mais bem descrito por simples heurísticas<sup>6</sup> e vieses.

O tratamento de sistemas complexos incorre frequentemente na exigência de elevados graus de liberdade, não linearidade das interações e ciclos de *feedback* que alimentam o sistema, impossibilitando a abordagem tradicional do problema via equações diferenciais e tratamento analítico

---

fato de que as mudanças em alguns elementos do sistema produzem variações em outras partes, com consequências ignoradas ou não devidamente calculadas pelos agentes relevantes. Alguns sistemas possuem complexidade de detalhamento, com intrincadas redes interligando seus componentes, o que torna impossível compreendê-lo sem desenvolver um modelo específico, a partir de dado conhecimento especializado. É o caso do esquema que reproduz o circuito elétrico de um avião (BUENO, 2009). Apesar do alto grau de conhecimento específico exigido na matéria, o sistema elétrico de um avião não possui complexidade dinâmica, pois uma vez desenvolvido seu sistema as relações entre os componentes permanecem as mesmas, isto é, sua complexidade é estática.

<sup>6</sup> Heurística é uma técnica desenhada para obter respostas rápidas e aproximadas para os problemas cujas soluções clássicas demandam exaustivo esforço ou não apontam qualquer solução exata. Trata-se de uma técnica fundamentada em experiências passadas, aprendizado e descoberta que indica uma solução que não pode ser considerada ideal (NEWELL e SIMON, 1976).

(JOHNSON et al., 2003). Nas últimas décadas, entretanto, o advento de novos recursos computacionais viabilizou a utilização de métodos heurísticos na modelagem de mercados financeiros, podendo, assim, lançar mão de hipóteses mais coerentes com o mundo real.

Uma das abordagens de simulação computacional mais difundida é a Modelagem Baseada em Agentes<sup>7</sup> (MBA). A MBA propõe que as propriedades emergentes no nível macro apenas podem ser propriamente compreendidas como resultados de processos ao nível microscópico, envolvendo interações de entidades básicas, os agentes (AXELROD, 1997; TEFATSION, 2002). Os agentes são processos autônomos, implementados em ambiente computacional, capazes de captar e responder a informações oriundas do ambiente, interagir entre si, por meio de um mecanismo de comunicação, e incorporar novos elementos às regras decisórias, à medida que o sistema evolui (BETUGLIA et al. 2005; JOHNSON et al. 2003).

As aplicações de MBA foram naturalmente atraídas ao campo das finanças em razão da relativa abundância e precisão de dados, além da complexidade intrínseca aos mercados financeiros, que suscita uma infinidade de inquietações de pesquisa. De modo geral, o desenvolvimento de mercados financeiros artificiais<sup>8</sup> tem a finalidade de testar hipóteses de mercado, tais como as hipóteses de expectativas racionais, de Friedman<sup>9</sup> e de eficiência dos mercados (ARTHUR, 1997a; 1997b; LEBARON, 2000); avaliar estratégias de negociação específicas e introduzir processos de negociação mais realistas (ARTHUR, 1997b; LEBARON et al., 1999; FARMER e JOSH, 2002); e reproduzir propriedade estatísticas típicas de séries de dados financeiros, os fatos estilizados<sup>10</sup> (CUTLER et al. 1987; BROCK e LEBARON, 1996; YOUSSEFMIR

---

<sup>7</sup> Segundo Axelrold (1997) a modelagem baseada em agentes é conhecida na literatura sob diversas nomenclaturas, tais como sistemas sociais artificiais, modelagem *bottom-up* e sistemas multi-agentes.

<sup>8</sup> Os mercados financeiros artificiais são concebidos como agrupamento de modelos desenvolvidos a fim de mimetizar aspectos mais relevantes dos mercados de negociação de ativos com risco, podendo ser representado por meio de equações diferenciais, modelos menos complexos e analiticamente tratáveis, ou via simulação computacional, que frequentemente envolve relações causais mais complexas (LEBARON, 2006).

<sup>9</sup> De acordo com a hipótese de Friedman (1953), agentes não racionais não resistiriam a uma competição evolucionária e, por conseguinte, seriam certamente expulsos do mercado pelos agentes racionais.

<sup>10</sup> Fatos estilizados são um conjunto de características estatísticas comuns às diversas séries financeiras de períodos e magnitudes distintas (CONT, 2001).

e HUBERMAN, 1997; KIRMAN e TEYSSIÈRE, 2002; HOMMES; 2002; IORI, 2002, GIARDINA e BOUCHAUD, 2003; GAUNERSDORFER e HOMMES, 2006; BROCK e HOMMES, 1998; 1999).

A abordagem de mercados financeiros artificiais aplica-se a uma série de ativos financeiros com risco, mais especificamente, o risco de mercado<sup>11</sup>. Tais modelos de mercados artificiais buscam captar a fundamentação no nível de interação micro, em nível de indivíduo, para os movimentos emergentes nos preços e séries de retorno. Considera-se que, em meio a um ambiente de incerteza ontológica<sup>12</sup>, os agentes racionalmente limitados devem tomar decisões de investimento com o intuito de ampliar sua riqueza. Em geral, esse tipo de modelagem aplica-se a mercados de ativos com risco nos quais se verificam movimentos especulativos, ciclos, bolhas e *crashes* (BRUNNERMEIER, 2001). Dentre as aplicações encontradas na literatura destacam-se: o *mercado de divisas* nos estudos de Frankel e Froot (1988, 1990), Kirman (1991) e DeGrauwe et al. (1993), e o *mercado de capitais* em Beja e Goldman (1980), Day e Huang (1990), Chiarella (1992), Levy et al. (1994), Palmer et al. (1994), Rieck (1994), Brock e Hommes (1997), LeBaron (2000) LeBaron, B. (2001), Farmer (2002) e Farmer e Joshi (2002).

Nesse contexto, o presente estudo buscou propor um modelo de mercado financeiro artificial baseado em agentes, com expectativas heterogêneas e comportamento míope<sup>13</sup>, ajustado à série diária do índice IBOVESPA, de julho de 2009 a dezembro de 2015. Espera-se, com isso, verificar se o modelo exhibe propriedades estatísticas similares à série alvo, para então, testar implicações do mecanismo de aprendizado, estratégias de investimento, horizonte de memória e contágio comportamental sobre a trajetória do índice modelado. À princípio considera-se que a inserção do mecanismo de aprendizado, a diversidade de estratégias e a memória longa, possam contribuir obtenção de

---

<sup>11</sup> O risco de mercado está associado às oscilações de preços dos ativos – e de taxas de juros – e as eventuais perdas que podem acarretar. Assim, quanto mais volátil o preço de determinado ativo, maior o risco de mercado a este associado (ARTZNER, DELBAEN, *et al.*, 1999)

<sup>12</sup> A incerteza ontológica fundamenta-se no caráter não ergódico da realidade, em que a interdependência das entidades que compõem o sistema e a complexidade das inter-relações causais, produzem trajetórias imprevisíveis. Disso decorre a ideia de que o futuro é imprevisível, isto é, ontologicamente incerto (DEQUECH, 2004; LANE e MAXFIELD, 2005)

<sup>13</sup> O comportamento míope corresponde à percepção retrospectiva dos fatos de forma limitada, ou seja, o agente míope apenas se recorda de fatos que aconteceram em um curto horizonte de tempo (BROWN e LEWIS, 1981).

séries de preço estáveis, próximas de seu valor fundamental. Por outro lado, espera-se que a incidência de rumores por meio do mecanismo de contágio comportamental possa imprimir na série um comportamento errático, distanciando substancialmente do seu valor fundamental.

Destarte, optou-se por modelar o mercado de ações, em razão de sua estreita relação com a dinâmica do sistema financeiro nacional e expressividade em termos de volume de recursos que movimenta. Mais precisamente, foi utilizado no procedimento de validação o índice IBOVESPA como ativo de referência, visto representar o conjunto de ações mais negociadas no mercado brasileiro e por ser considerado uma referência da dinâmica do mercado como um todo (SEITA, 2014). Cumpre destacar a relevância desse mercado para atividade econômica, dados apontam que em 2012 o mercado de ações foi responsável por financiar cerca de 1% de todo o investimento privado do país, o equivalente a R\$ 8 bilhões (OLIVEIRA, 2013). Em 2015, o volume negociado no mercado de ações e derivativos de ações (opções e termo) apresentou patamar de R\$ 6,8 bilhões, enquanto o valor de mercado das empresas listadas na BM&FBOVESPA somaram um total de R\$ 19,765 bilhões (BM&F/BOVEPSA, 2016).

A contribuição do presente trabalho consiste na formação de uma ecologia de expectativas – hipóteses sobre o preço futuro do ativo – pautadas em múltiplas sinalizações de mercado, isto é, indicadores que são empregados no processo de formação de expectativas. Essas sinalizações podem incorporar tantos elementos de estratégia fundamentalista, quanto técnica. Argumenta-se que, sob o ambiente de incerteza, multiplicidade de sinalizações de mercado (indicadores) e heterogeneidade de expectativas, cada investidor dispõe de um conjunto limitado de informações, as quais emprega na construção de hipóteses de mercado (teorias). Os negociantes selecionam, então, as hipóteses com melhor desempenho recente a fim de balizar suas decisões de investimento em um ativo com risco. Esse processo evolucionário de adaptação do sistema de crenças produz uma dinâmica complexa nos preços dos ativos com risco, similar aos mercados reais.

## **1.1. Objetivos**

### **1.1.1. Objetivo Geral**

O objetivo geral deste estudo é desenvolver e analisar um modelo de mercado financeiro artificial, composto por agentes heterogêneos racionalmente limitados, que seja aderente à série do IBOVESPA e capaz de reproduzir assinaturas estatísticas estilizadas de séries financeiras, bem como movimentos especulativos e disseminação sistêmica de expectativas.

### **1.1.2. Objetivos Específicos**

Especificamente, pretende-se:

- (i) Desenvolver um modelo artificial de precificação de ativos com agentes heterogêneos de comportamento míope;
- (ii) Calibrar e ajustar o modelo proposto para série do índice IBOVESPA;
- (iii) Avaliar a trajetória dos preços e dos retornos do ativo mediante diferentes cenários;
- (iv) Analisar o efeito da comunicação via redes sobre a trajetória de preço;
- (v) Testar o contágio comportamental via redes de interação

Além desta introdução, o presente trabalho encontra-se organizado em mais quatro capítulos. O segundo capítulo apresenta uma revisão de literatura sobre a formação de expectativas, modelos baseados em agentes e teoria dos grafos, bem como aplicações para mercados financeiros. O terceiro expõe a fundamentação metodológica, modelo proposto, fontes de dados e procedimentos de validação. O quinto apresenta e discute os resultados da simulação, testes de validação e desenho de cenários, considerando o efeito de variações nos parâmetros, choques e contágio comportamental. Por fim, são expostas as principais conclusões do trabalho e sugestões de pesquisas futuras.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A economia pode ser vista sob uma perspectiva física a partir de um conjunto de atividades, tecnologias e necessidades resultantes da interação de agentes tomadores de decisão via sistema de mercado. A economia também pode ser vista sob uma perspectiva psicológica, isto é, um sistema permeado por uma coleção de crenças, expectativas e interpretações, onde decisões e estratégias são conduzidas a partir de crenças e expectativas previamente estabelecidas. Essas duas abordagens são estreitamente relacionadas: as atividades são motivadas por crenças e expectativas que, por sua vez, são mediadas e desenhadas na economia física em que estão inseridas (ARTHUR, 1995).

Segundo Arthur (1995), a abordagem comportamental e cognitiva da economia é útil porque os agentes fundamentam suas decisões em crenças correntes ou hipóteses<sup>14</sup> acerca de preços futuros, taxas de juros futuras ou movimentos futuros de concorrentes. Essas crenças e hipóteses que os agentes desenvolvem no mundo real são individuais e subjetivas, cujo conhecimento é frequentemente de natureza privada. E elas são constantemente testadas no mundo em que as ações por elas motivadas se deparam com as ações dos demais, isto é, em um mundo que, em última instância, é formado pelas crenças subjetivas de todos os agentes.

---

<sup>14</sup> Os termos crenças e hipóteses serão tratados ao longo do texto como expectativas e predições, termos amplamente difundidos na literatura econômica (ARTHUR, 1995).

Assim, a economia pode ser pensada como uma vasta coleção de crenças e hipóteses que são constantemente formuladas, adotadas, modificadas e descartadas. Por essa perspectiva, fica evidente a importância de entender o processo pelo qual crenças formam o comportamento econômico e como resultados econômicos determinam crenças, de modo que se possa obter novos *insights*. Arthur (1995) ponderou que, além de simples problemas econômicos, essa visão ecológica da economia insere a discussão no contexto de um mundo de complexidade.

A abordagem empregada para tratar crenças preditivas na análise econômica, via de regra, parte da suposição de que os agentes são idênticos, racionais e que dispõem de conclusões lógicas e expectativas compartilhadas. No momento em que essas expectativas induzem a ações que resultam num cenário que valida suas previsões, é gerado uma condição estacionária denominada de equilíbrio de expectativas racionais (ARTHUR, 1994; ARTHUR, 1995; ARTHUR, DURLAUF e LANE, 1997; MILGROM e STOKEY, 1982; SARGENT, 1993).

Portanto, o presente capítulo pretende explorar, por meio de uma revisão de literatura, os fundamentos teóricos e aplicações que subsidiam a modelagem de mercados financeiros artificiais baseados em agentes, bem como o processo de interação local. Mais especificamente, são discutidos o processo de formação de expectativas dos agentes e evidências empíricas, abordando a consistência do processo de formação de expectativas heterogêneas e difusão de informação. Além disso, também são apresentados os fundamentos da teoria dos sistemas complexos e o arcabouço teórico dos sistemas multiagentes. Também são revisadas aplicações da modelagem artificial de mercados financeiros, suas características e principais conclusões. A seção seguinte expõe os fundamentos da teoria de redes, suas topologias<sup>15</sup> e o processo de contágio comportamental via interação local. Logo após, apresenta-se uma breve revisão de estudos de redes aplicados aos mercados financeiros. E, por fim, são destacadas algumas considerações finais do capítulo.

## **2.1. Ecologia de expectativas e racionalidade limitada**

---

<sup>15</sup> Topologias, na linguagem de redes, representa a estrutura ou disposição espacial das ligações entre os agentes (BARGIGLI e TEDESCHI, 2014).

As crises financeiras recentes têm contribuído para realçar as limitações da teoria clássica da escolha racional. A teoria clássica pressupõe que os agentes são racionais e os mercados eficientes, logo o sistema econômico deveria caminhar para uma condição de equilíbrio estacionário com trajetórias previsíveis, sendo admitidas apenas pequenas perturbações temporárias entorno do equilíbrio. Contudo, não é o que se tem verificado: flutuações econômicas apresentam impactos e durações consideráveis e os modelos econômicos, matematicamente sofisticados, não conseguem antecipar a ocorrência de tais fenômenos (TESFATSION, 2006; SCHIRILÓ, 2012).

A teoria econômica clássica é erigida sobre o pressuposto do “*homo economicus*”. Considera-se que os agentes econômicos são perfeitamente racionais, possuem conhecimento completo e dispõem da capacidade computacional para processar todas as informações. Assim, suas escolhas são racionalmente conduzidas com o intuito de maximizar uma função objetivo – a utilidade ou lucro esperado. A consistência da escolha racional implica que um agente pode ser representado por um sistema de preferências (SCHIRILÓ, 2012).

Para Sargent (1993), além dos fundamentos microeconômicos, o comportamento racional dos agentes também é caracterizado quanto a sua capacidade preditiva. Nessa perspectiva os agentes desenvolvem expectativas racionais acerca de eventos futuros, de modo que crenças – ou expectativas – são perfeitamente consistentes com os acontecimentos e os agentes racionais não cometem erros sistemáticos de previsão. Essa abordagem apresenta implicações sobre a eficiência de mercado. Conforme apontado por Fama (1965), caso os mercados não fossem eficientes, haveria oportunidades de lucros não exploradas, que seriam prontamente aproveitadas por meio da arbitragem de negociantes racionais.

Ao assumir que os agentes são racionais e que formam expectativas consistentes com os acontecimentos, é possível deduzir a dinâmica da economia por meio da abordagem do agente racional representativo. Para Alchian (1950) e Friedman (1953), é razoável considerar o comportamento de consumidores, famílias e empresas como sendo racional. Considera-se que não haveria espaço para outro tipo de comportamento, isto é, agentes não racionais não resistiriam

a uma competição evolucionária e, por conseguinte, seriam certamente expulsos do mercado pelos agentes racionais. Deste modo, as expectativas dos agentes convergem para o comportamento do agente representativo.

O pressuposto de agente racional representativo implica que o mercado é composto por investidores homogêneos que partilham das mesmas expectativas acerca do preço futuro do ativo, e que consideram instantaneamente todos os fundamentos<sup>16</sup> de mercado na formação do preço (LUCAS, 1978; DIBA e GROSSMAN, 1988). Logo, as mudanças de comportamento do mercado não podem ser antecipadas uma análise do retrospecto do preço do ativo, impossibilitando a obtenção de lucros (ganhos) especulativos consistentes (HOMMES, 2006).

Desde os trabalhos seminais Muth (1961), Lucas (1972) e Sargent (1973), as hipóteses de agente representativo, expectativas racionais e eficiência de mercado se tornaram o paradigma dominante nos campos de economia e finanças (HOMMES, 2006). Ao final da década de 1980, porém, diversos autores começaram a questionar as implicações desses pressupostos, bem como sua aderência à realidade.

A primeira crítica foi suscitada por meio dos teoremas de ausência de comércio (*no trade theorem*) (MILGROM e STOKEY, 1982). Conforme apresentado por Fudenberg e Tirole (1991), em um mundo onde todos os agentes são racionais e conscientes acerca da racionalidade dos demais, não há espaço para negociações. Um negociante (*trader*) com uma informação privilegiada não pode se beneficiar desta informação, porque outro negociante racional irá antecipar que ele deve possuir alguma informação privilegiada sobre o ativo e, portanto, não venderá o ativo para ele. Os resultados propostos pelos teoremas de ausência de negociação (*no trade*), contudo, destoam do elevado volume de comércio diário observado em mercados reais, tais como o mercado de capitais e mercado de câmbio. Esse elevado volume de comércio reforça a

---

<sup>16</sup> Fundamentos de mercado podem ser compreendidos como o conjunto de informações qualitativas e quantitativas que, de fato, influenciam a posterior valorização financeira da empresa em questão. Os analistas e investidores avaliam tais fundamentos a fim de desenvolver uma projeção do valor fundamental das ações da empresa. As informações empregadas no cômputo do valor fundamental da empresa, via de regra, dizem respeito às receitas, lucros, ativos, passivos, projeção de crescimento da empresa e do mercado consumidor, entre outros (FLOOD e GARBER, 1980).

ideia de heterogeneidade de expectativas e de opiniões entre os agentes que negociam no mercado (HOMMES, 2006, p. 1113).

Os estudos conduzidos por Shiller (1981,1989) e LeRoy e Porter (1981) apontaram que os preços no mercado de capitais exibem excessiva volatilidade, isto é, os preços de ativos financeiro são muito mais voláteis que os fundamentos econômicos subjacentes. Fatos como a crise do mercado de capitais em outubro de 1987 evidenciam a presença de excessiva volatilidade, além de apontar a dificuldade do modelo de agente racional representativo em explicar tal fenômeno. Outra observação importante é a forte apreciação seguida por uma brusca depreciação do dólar em meados de 1980, que, segundo Frankel e Froot (1986), não parecem estar relacionados a nenhum fundamento econômico.

Diversos experimentos em laboratórios evidenciam que indivíduos frequentemente não se comportam de modo racional em sentido amplo. Smith (1988) mostrou, por meio de experimentos laboratoriais, que há ocorrência de bolhas na precificação de ativos, a despeito dos agentes possuírem informações suficientes para computar o valor fundamental do ativo. Isto é, caso os agentes se portassem de modo estritamente racional, todas as regras de decisão seriam pautadas em torno de um único preço projetado, o valor fundamental do ativo, não havendo espaço para movimentos especulativos – bolhas.

Estudos de Frankel e Froot (1987a, 1987b, 1990a, 1990b), Shiller (1987), Allen e Taylor (1990), Ito (1990) e Taylor e Allen (1992) aplicaram questionários entre especialistas em finanças a fim de obter informações detalhadas acerca do processo de formação de expectativas entre investidores. O primeiro aspecto levantado é que os especialistas empregam diferentes estratégias de comércio e previsão. Outro resultado comum aos estudos é que, no curto prazo, os investidores tendem a usar regras de decisão baseadas em extrapolações gráficas, enquanto no longo prazo tendem a empregar regras fundamentalistas<sup>17</sup> de reversão de médias. Na prática, é como se houvesse dois modelos de expectativas operando, um para cada horizonte de previsão (curto e longo prazo), sendo empregada uma mescla dos dois para o período intermediário. Tais evidências apontam para instabilidade da dinâmica de preços de ativos no curto prazo e, por conseguinte, inadequação com as proposições do modelo de

---

<sup>17</sup> Ver referência à hipóteses fundamentalistas no Apêndice A.

agente racional representativo, devido a não convergência para um equilíbrio estacionário.

Ao analisar os largos movimentos da taxa de câmbio do Dólar americano na década de 1980, Frankel e Froot (1990a, 1990b) buscaram verificar se as expectativas dos investidores teriam amplificado tais movimentos. Assim, os autores puderam constatar o seguinte:

*At times, the path of the dollar has departed from what would be expected on the basis of macroeconomic fundamentals. The most dramatic episode is the period from June 1984 to February 1985. The dollar appreciated another 20 percent over this interval, even though the real interest differential had already begun to fall. The other observable factors that are suggested in standard macroeconomic models (money growth rates, real growth rates, the trade deficit) at this time were also moving in the wrong direction to explain the dollar rise. (FRANKEL, 1990b, p. 181)*

Esse movimento ascendente de 20% na taxa de câmbio ao longo de 9 meses e sua reversão no mês seguinte não pode ser produto de decisões de agentes racionais, pautados em fundamentos econômicos. De fato, Frankel e Froot (1990b) argumentaram que a apreciação pode ter sido fruto de uma bolha especulativa, que não se determinou por fundamentos econômicos, mas resultante de expectativas de mercado autorrealizáveis.

Em consonância aos resultados de Frankel e Froot (1990a, 1990b), Taylor e Allen (1992) concluíram, a partir de questionários aplicados aos principais negociantes de divisas em Londres, que ao menos 90% dos entrevistados atribuem algum peso a algum critério de análise não fundamentalista ao formular suas expectativas em um ou mais horizontes de tempo. Cabe destacar que existe um viés na importância atribuída à análise técnica quando se trata de previsões de curto prazo, em detrimento da ênfase fundamentalista. Esse viés é progressivamente invertido à medida que o horizonte de tempo considerado se amplia. Ademais, os autores constataram que uma elevada parcela dos entrevistados considerava as análises técnica e fundamentalista como recursos

complementares, e uma substancial proporção sugere que o direcionamento proposto pela abordagem técnica pode ser autorrealizável (TAYLOR; ALLEN, 1992)

Em vista desses fatos, a partir da década de 1990 um número crescente de economistas passou a questionar a validade dos pressupostos da racionalidade substantiva<sup>18</sup> com respeito ao perfeito acesso à informação do ambiente e à irrestrita capacidade processual dos agentes. Conforme enfatizado por Arthur (1995) e Hommes (2001), em um mundo heterogêneo um agente racional deve conhecer as crenças de todos os demais (incluindo os agentes não racionais), o que configura uma implicação altamente irrealista. Essas críticas contribuíram para o rápido crescimento do interesse em racionalidade limitada (SARGENT, 1993).

O conceito de racionalidade limitada em economia remonta aos trabalhos seminais de Herbert Simon (1955, 1956, 1957, 1972, 1979, 1986, 1991), que propôs este princípio como uma alternativa ao padrão de escolha racional da economia clássica. Indivíduos com racionalidade limitada são restringidos pela informação que possuem, pela capacidade cognitiva de suas mentes e pelo tempo finito que dispõem para tomar decisões (SIMON, 1955, 1957). A racionalidade limitada, portanto, exprime a noção de impossibilidade prática – não de impossibilidade lógica – do exercício completo (global) da racionalidade (SIMON, 1955).

Segundo Simon (1972), as decisões da maior parte das pessoas são pautadas em uma mescla de motivações racionais e irracionais/emocionais. Existe uma série de situações nas quais a racionalidade limitada pode se manifestar, tais como incerteza e risco, informação incompleta e complexidade (SIMON, 1972). Um indivíduo que pretende portar-se racionalmente necessita considerar não apenas o ambiente objetivo, mas também o subjetivo (limitações cognitivas). Logo, é preciso conhecer o processo perceptivo e de cognição desse indivíduo racional.

---

<sup>18</sup> Na concepção de Weber (1978), a racionalidade substantiva define-se em termos dos resultados finais que determinado processo produz. Assim, considera-se como substantivamente racional, processos que atingem em última instância os objetivos propostos, quer sigam orientação econômica quer não.

Simon (1986) propôs que a teoria psicológica pode enriquecer a análise do processo de escolha em economia. Para tanto, o autor adotou o conceito de racionalidade processual, um conceito desenvolvido na psicologia que caracteriza a racionalidade a partir do processo que emprega<sup>19</sup>. Para o autor, a racionalidade processual consiste na busca por eficiência computacional. Logo, a teoria da racionalidade processual é a teoria de processos computacionais eficientes para encontrar boas soluções, contrastando com o conceito de racionalidade substantiva<sup>20</sup> que é concebida em função das escolhas que produz – resultados ótimos (SIMON, 1976, 1986).

Em conformidade com o argumento de Simon, experimentos conduzidos por Tversky e Kahneman (1973; 1974) apontaram que, ao enfrentar problemas simples de decisão em um ambiente de incerteza, os indivíduos não agem racionalmente, isto é, não maximizam a utilidade esperada. Em vez disso, eles apresentam comportamento baseado em heurísticas simples que podem carregar significativo viés. Hommes (2006) afirmou que um agente com racionalidade limitada desenvolve suas expectativas a partir de dados observáveis e incrementa sua regra de previsão à medida que mais observações se tornam disponíveis. Esse aprendizado adaptativo pode convergir para um “equilíbrio de expectativas racionais”, desde que haja consistência entre expectativas e realizações (EVANS; HONKAPOHJA, 2001).

### **2.1.1. Inconsistência das expectativas racionais**

Para Arthur (1994) e Conlisk (1996), contudo, não há garantia de consistência do equilíbrio de expectativas racionais. Conforme o autor, as expectativas racionais são úteis para demonstrar o resultado de um equilíbrio lógico e analisar suas implicações, porém em um mundo real esse equilíbrio é passível de ruptura. Se algum agente não dispõe de poder computacional suficiente para deduzir o resultado postulado, se algum agente obteve diferentes conclusões lógicas a partir dos mesmos dados (o que pode ser devido problemas

---

<sup>19</sup> O termo racionalidade é aqui empregado como sinônimo de raciocínio.

<sup>20</sup> Racionalidade substantiva (ou racionalidade substantiva forte) exprime a ideia de que os agentes processam todas as informações disponíveis e efetuam suas decisões por meio de procedimentos otimizadores (SIMON, 1976)

de reconhecimento de padrões), ou ainda se houver mais de um equilíbrio de expectativas racionais sem que haja meios de coordenar a opção por um deles, alguns agentes podem desviar suas expectativas em relação aos demais. E se alguns desviam suas expectativas, o cenário projetado pode mudar, induzindo os demais agentes a fazer projeções logicamente diferentes e a se desviar também. Portanto, exceto em condições especiais, a hipótese de expectativas racionais não é robusta (ARTHUR, 1995).

Para exemplificar a inconsistência (não sustentabilidade) das expectativas racionais, Arthur (1994, 1995) sugere o problema do bar El Farol. Suponha um grupo de 100 pessoas, em que cada indivíduo precisa decidir de forma independente se irá ou não frequentar seu bar preferido, o bar El Farol em Santa Fé<sup>21</sup>, Estados Unidos da América (EUA). A decisão é feita a partir da seguinte regra: se a pessoa prevê que mais de 60 pessoas irão ao bar, ela optará por ficar em casa e evitar a multidão, mas se prevê a ida de menos de 60 pessoas ela irá ao bar. Tal situação parece inócua, afirmou Arthur (1995), porém anula a possibilidade de haver expectativas compartilhadas de longo prazo. Caso todos acreditem que poucos indivíduos irão ao bar, todos optarão por ir, o que invalida suas expectativas. Se, por outro lado, todos acreditem que muitos irão ao bar, ninguém irá, nulificando mais uma vez as expectativas. A predição de quantos indivíduos comparecerão no bar depende da predição dos outros indivíduos e da predição que outros farão acerca da predição dos demais. Em vista disso o autor conclui que, *a priori*, não há como obter predições de forma dedutiva.

O problema supracitado ilustra a dificuldade de fundamentação da economia, onde o processo de formação lógica de expectativas concebido a partir das expectativas de outros pode se tornar autorreferencial e mal definido. Mas o que fariam seres humanos sob tais circunstâncias? Arthur (1995) indicou que quando tal situação é repetida, as pessoas tendem a seguir um procedimento lógico amplamente conhecido. À medida que as condições se repetem, as pessoas procuram identificar padrões e aplicá-los na construção de

---

<sup>21</sup> O bar El Farol fica localizado na cidade de Santa Fé, Novo México, EUA. Todas as quintas a noite têm apresentações de músicas irlandesas e, eventualmente, fica lotado. A modelagem tenta analisar esse fenômeno de superlotação do bar e a consistência das expectativas compartilhadas (WILENSKY e RAND, 2015).

modelos temporários de expectativa ou hipóteses de trabalho. Ao passo que os retornos dessas hipóteses são captados, os indivíduos enfraquecem ou sedimentam suas crenças acerca das hipóteses suscitadas, descartando as que apresentam desempenho insatisfatório e substituindo por novas. Segundo Sargent (1993), os indivíduos agem como estatísticos, testando, descartando e empregando modelos simples de expectativa, a fim de preencher as lacunas no processo cognitivo. Tal comportamento é perfeitamente lógico e segue método científico indutivo, não o dedutivo.

Pautado no princípio do raciocínio indutivo, Arthur (1995) desenvolveu um modelo de formulação do sistema de crenças dos frequentadores do bar. Suponha que os 100 agentes formulam individualmente diversas hipóteses – modelos de previsão – acerca do número de visitantes do bar para a próxima semana a partir da frequência observada nas últimas  $d$  semanas, por exemplo  $d = 14$ . Considere ainda que a frequência nas últimas 14 semanas tenha sido:

{..., 44, 78, 56, 15, 23, 67, 84, 34, 45, 76, 40, 56, 22, 35, ... }

Agora, imagine que as hipóteses ou modelos de previsão sejam representadas como segue: (i) mesmo da semana anterior; (ii) reflexo da semana anterior em torno de 50; (iii) valor fixo de 67; (iv) média arredondada das últimas quatro semanas; (v) tendência das últimas oito semanas limitadas em 0 e 100; (vi) o mesmo de duas semanas atrás (detector de ciclos de dois períodos); (vii) o mesmo de cinco semanas atrás (detector de ciclos de cinco períodos); etc.

Adicionalmente, considere que os indivíduos mantêm um conjunto individualizado de  $H$  modelos de predição (hipóteses). Cada pessoa seleciona o modelo de previsão atualmente mais preciso – que será classificado como modelo de previsão ativo – e, a partir de sua predição, decidirá ir ou não ao bar. Uma vez efetuada a decisão, uma nova frequência de visitantes é computada, logo, os agentes podem atualizar a precisão de cada modelo de previsão.

Cabe destacar que no problema do bar, o conjunto de hipóteses correntemente mais confiáveis, sob as quais os agentes tomam suas decisões (o conjunto de hipóteses ativas), determina a frequência de consumidores no bar. Por outro lado, o histórico de frequência no bar determina o conjunto de

hipóteses ativas. O interesse dessa proposição consiste em saber como a ecologia formada de hipóteses ativas evolui ao longo do tempo.

Devido à complexidade incorrida pelo conjunto de hipóteses, o tratamento analítico se mostra inviável. Em virtude disso, Arthur (1994) executou seu modelo por meio de experimentos computacionais (simulação). Visto que as condições iniciais do modelo e o conjunto de hipóteses disponíveis a cada agente são pré-determinados, a dinâmica do modelo é determinista.

Os resultados do experimento são apresentados na Figura 1. Pode-se perceber que a frequência converge para 60. Verifica-se que os modelos de previsão se auto-organizam entorno de uma “ecologia” ou padrão de equilíbrio, no qual 40% dos modelos ativos, em média, fazem previsões de frequência acima de 60, enquanto 60% preveem abaixo de 60. Arthur (1994) argumentou que a ecologia emergente é quase orgânica. O conjunto de modelos de predição se parte em uma razão média 40/60 e, mesmo com modelos de predição que alteram continuamente a previsão feita, essa razão não se altera.

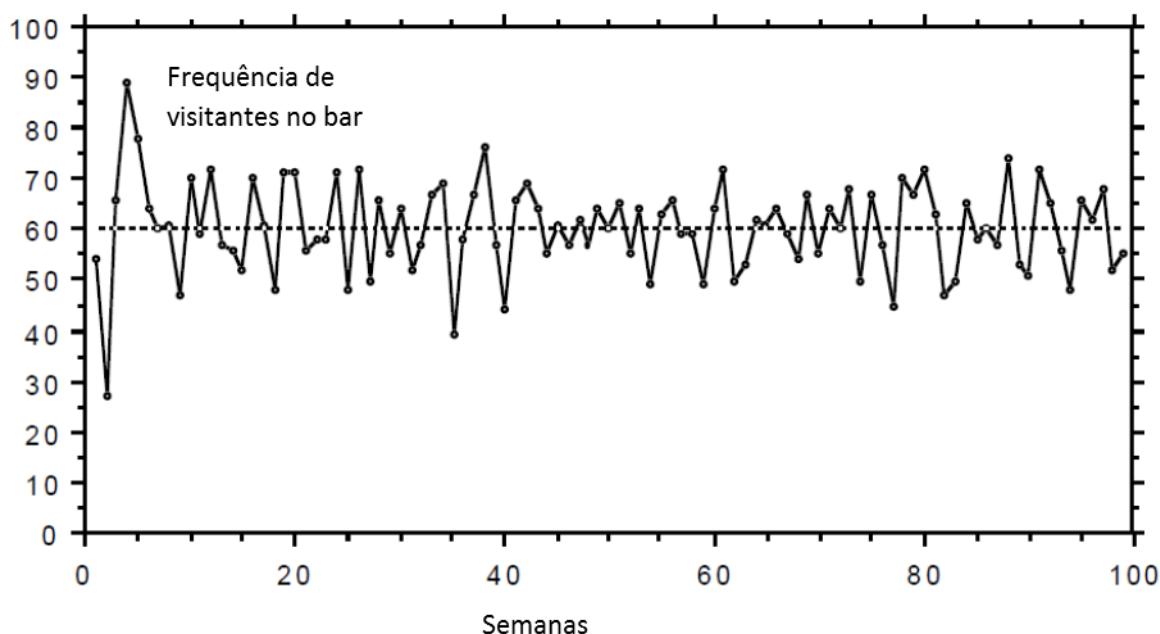


Figura 1 – Frequência de consumidores no Bar nas primeiras 100 semanas  
Fonte: Arthur (1994).

O resultado do experimento é robusto às mudanças nos elementos que compõem o conjunto de hipóteses. Basta que o conjunto de hipóteses tenha um espectro abrangente para que o espaço de modelos de predição se organize

numa configuração 40/60, não sendo necessário que a configuração inicial seja esta. O mesmo não se verifica mediante a condição em que o espectro de modelos de previsão é muito restrito.

Outra característica relevante do sistema é que este apresenta um processo de aprendizagem e adaptação. A cada rodada, os agentes atualizam a precisão dos modelos de predição e selecionam o melhor modelo. Isso insere a noção de adaptação evolucionista, em que sobrevive a espécie mais adaptada ao meio. Isso não implica, entretanto, em sistema macroevolucionário, uma vez que os modelos de predição permanecem fixos durante o processo de simulação.

Pautado nesse princípio da ecologia de estratégias proposto por Arthur (1994), foi desenvolvido o *Santa Fe Artificial Stock Market* – mercado artificial de capitais do Instituto Santa Fe (SFI) – em suas mais variadas versões (ARTHUR et al., 1997; PALMER et al. 1994, LEBARON et al., 1999; LEBARON, 2000, 2002). Além de captar alguns fatos estilizados, esses modelos indicam que o mercado se auto-organiza em um regime complexo e a psicologia de mercado emerge.

Cabe aqui apresentar uma breve distinção entre sistemas caóticos e sistemas complexos. Os sistemas caóticos, via de regra, são formados por diversas entidades interativas e cuja trajetória é criticamente sensível às condições iniciais. Além disso, sistemas complexos não apresentam comportamento adaptativo, antes exibem uma aparente aleatoriedade regida por uma ordem latente, detectada através de funções matemáticas universais (dimensões fractais e equações) (STROGARTZ, 1994).

Os sistemas complexos também são formados por múltiplas entidades interativas, entretanto essas interações encontram-se no chamado estado metaestável, ou seja, encontram-se fora fase de equilíbrio estacionário. Isso ocorre porque o ambiente em que atuam apresenta mudanças persistentes que não se conforma em um padrão linear, ou porque alguns elementos são dotados de aprendizado, gerando novos padrões sob os quais as entidades interagem. Esses componentes de aprendizagem, adaptação e auto-organização conjugam o fenômeno denominado de comportamento emergente. O padrão emergente não pode ser predito em detalhes, mas seu comportamento marco sim (ADAM e SAVIGNY, 2012, PAINA e PETERS, K2012).

## 2.2. Modelos baseados em agentes

Os mercados financeiros artificiais do SFI, bem como os mercados reais, estão inseridos numa categoria específica de sistemas complexos, os sistemas complexos adaptativos. Segundo Flake (1998), um sistema é considerado complexo quando é composto por unidades interativas e exibem propriedades emergentes, ou seja, propriedades que surgem a partir da interação das unidades e que não são pertencentes às unidades individuais. Com respeito aos sistemas complexos adaptativos, por outro lado, Tesfatsion (2006) afirmou ser mais difícil de chegar a uma definição de consenso, embora as visões possam ser agrupadas em três características principais. Um sistema é complexo adaptativo quando inclui: (i) unidades reativas, ou seja, unidades dotadas da capacidade de apresentar atributos sistematicamente diferentes em reação a mudanças no ambiente; (ii) unidades dirigidas por metas, isto é, as unidades reativas conduzem ao menos parte de suas reações em ordem de alcançar suas metas; (iii) unidades planejadoras, isto é, as unidades que são dirigidas por metas buscam exercer algum nível de controle sobre o ambiente a fim de facilitar a obtenção de metas estabelecidas.

Os modelos econômicos baseados em agentes empregam a abordagem de experimentação computacional para estudar sistemas econômicos considerados sistemas adaptativos complexos no sentido da definição (i), e frequentemente, no sentido mais amplo das definições (ii) e (iii). Assim como em experimentos laboratoriais, a modelagem baseada em agentes (MBA) consiste na construção computacional de um universo econômico composto por múltiplos agentes interativos (unidades), possibilitando a observação do desenvolvimento deste universo ao longo do tempo (TESFATSION, 2006).

A MBA propõe uma abordagem *botton-up*, onde as propriedades emergentes no nível macroscópico são explicadas a partir de interações de entidades básicas, os agentes (TESFATSION, 2002). Tal perspectiva contrasta com a abordagem *top-down* dos modelos neoclássicos tradicionais, onde a consistência do equilíbrio é obtida por meio de decisão otimizadora de um agente representativo com hiper-racionalidade (WIMDRUM et al., 2007). Para a MBA,

os sistemas são formados por agentes heterogêneos que vivem em um sistema complexo em evolução (AXELROD, 1997).

A MBA também se distingue quanto ao tratamento do problema. A teoria neoclássica é construída sobre o pilar de pressupostos simplificadores, a fim de permitir o tratamento analítico dos resultados. Já a MBA, por meio da simulação computacional, permite conferir maior precisão descritiva ao modelo, com o intuito de obter maior realismo empírico. Existe um *trade-off* entre precisão descritiva e tratamento analítico. Quanto maior a riqueza de detalhamento na modelagem (elevado número de parâmetros e atributos), maior as chances de o problema não possuir solução analítica. Por outro lado, quanto mais simplificado o modelo, mais tratável analiticamente ele é (WIMDRUM et al., 2007). Ademais, a simulação computacional apresenta maior clareza: todas as relações precisam ser especificadas de modo exato e é preciso atribuir valores a todos os parâmetros. Outra vantagem diz respeito à linguagem de programação que é mais detalhada e menos ambígua (GILBERT; TROITZSCH, 2005).

Segundo Gatti et al. (2010), os modelos interação social baseados em agentes conseguem reproduzir propriedade reais, tais como equilíbrios múltiplos e não-ergodicidade. A não-ergodicidade resulta da característica *path-dependent* do equilíbrio estatístico, uma condição em que pequenas vantagens iniciais ou alguns choques aleatórios pequenos podem alterar o curso da história (DAVID, 1985; ARTHUR, 1994; PIERSON, 2000). Tal condição reforça a importância da história nos processos econômicos: o passado não pode ser negligenciado nem tampouco reproduzido com exatidão, visto que não se podem reproduzir fielmente as condições iniciais; e o futuro reside no imaginário do agente, posto que ainda não existe.

A não-ergodicidade exprime a condição em que os sistemas econômicos são passíveis de mudanças estruturais. Inserir a possibilidade de mudanças qualitativas e, até certo modo, imprevisíveis, impossibilita que o conjunto expectativas formadas pelos agentes acerca do futuro seja totalmente crível. Os mesmos processos podem conduzir o sistema à equilíbrios múltiplos. Nesse sentido, os processos *path dependent* acarretam a não-ergodicidade do sistema econômico, configurando um cenário de incerteza ontológica (MOREIRA; HERSCOVICI, 2006).

Entretanto, tais processos são ignorados em modelos de agente racional. Para Davidson (2012), a abordagem tradicional da economia falha em sua análise ao supor que o sistema econômico apenas é afetado por processos estocásticos ergódicos. Em outras palavras, o axioma da ergodicidade pressupõe que a estrutura do sistema econômico não se altera, sendo as flutuações econômicas originadas apenas de perturbações estocásticas e exógenas, cuja distribuição de probabilidade tem média zero e variância constante no tempo. Com isso, é possível inferir comportamento futuro de variáveis econômicas por meio da análise estatística das observações passadas.

### **2.2.1. Mercados financeiros artificiais**

A abordagem de mercados financeiros artificiais aplica-se a uma série de ativos financeiros com risco, mais especificamente, o risco de mercado. Tais modelos de mercados artificiais buscam captar a fundamentação no nível de interação micro, em nível de indivíduo, para as oscilações emergentes nos preços e séries de retorno, tais como: movimentos especulativos, ciclos, bolhas e crises.

Um dos primeiros modelos baseados em agentes heterogêneos para os mercados de câmbio e de capitais foi desenvolvido por Zeeman (1974), com uma aplicação da teoria das catástrofes. Embora seu modelo careça de microfundamentos<sup>22</sup> (LEBARON, 2006), ele oferece uma descrição qualitativa e observável de fatos estilizados, tais como a alternância entre tendências temporárias de alta e de queda de preços de ativos (*bull* e *bear market*), resultantes do comportamento especulativo desestabilizador dos técnicos e estabilizador dos fundamentalistas. Outras extensões desse modelo podem ser vistas em Guastello (1995), que utilizou o modelo de Zeeman para estudar a crise de mercado em 1987, e em Rheinlaender e Steinkamp (2004), que desenvolveram uma versão estocástica do modelo por meio da teoria dos sistemas dinâmicos aleatórios (*random dynamical systems theory*).

Motivados pelas evidências extraídas a partir questionários com especialistas em finanças, Frankel e Froot (1986, 1990a, 1990b) desenvolveram

---

<sup>22</sup> Ausência de fatores que norteiem as decisões de compra e venda, bem como uma função objetivo, como utilidade ou lucro.

um modelo de agentes heterogêneos para taxa de câmbio, onde os agentes empregam estratégias de previsão a partir de ponderações que variam ao longo do tempo. O modelo é composto por três classes de agentes: fundamentalistas, técnicos e gerenciadores de portfólio (HOMMES, 2006). Os fundamentalistas pressupõem a convergência do câmbio para seu valor fundamental a partir de um modelo de ajustamento, enquanto os técnicos utilizam em suas previsões modelos autoregressivos de séries temporais. Os gerenciadores de portfólio, por sua vez, empregam uma média ponderada das duas previsões, sendo que essa ponderação é ajustada a partir do desempenho relativo recente das predições. O modelo evidenciou que o câmbio pode apresentar bolhas temporárias, convergindo posteriormente ao valor fundamental. Outra evidencia encontrada faz oposição à hipótese de Friedman, de que qualquer negociante desestabilizador seria expulso do mercado pelo negociante esperto e estabilizador. Ironicamente, Frankel e Froot (1990a) constataram que, à medida que o câmbio se aprecia, são os fundamentalistas que são inicialmente expulsos do mercado, mesmo estando corretos acerca de seu retorno.

Isso ocorre porque, a partir de uma perspectiva de racionalidade limitada, o gerenciador de portfólio busca captar a dinâmica real do câmbio após uma mudança de regime e, para tanto, emprega uma combinação convexa de modelos disponíveis que obtiveram algum êxito no passado (FRANKEL e FROOT, 1990a). Tais investidores, portanto, não são irracionais por não usarem um modelo completo para prever o preço futuro do ativo. Ao contrário, eles fazem o melhor que podem em um mundo confuso (HOMMES, 2006, p. 1123).

Pautado nessa perspectiva de racionalidade limitada, onde agentes utilizam-se de estratégias baseadas em heurísticas e vieses para atuar no mercado financeiro, DeLong et al. (1990a, 1990b) desenvolveram uma modelagem composta por duas classes de agentes: arbitrador racional (*rational arbitrageurs*) e o negociante de ruído (*noise trader*). O arbitrador racional, também denominado especulador racional, é completamente ciente dos retornos dos papéis. Já o *noise trader*<sup>23</sup>, corresponde ao negociante cujas alterações na demanda por ativos não são motivadas por notícias acerca de fundamentos

---

<sup>23</sup> *Noise trader* ou negociante de liquidez, conceito desenvolvido por Kyle (1985) e Black (1986).

econômicos, mas sim por considerações não fundamentalistas, tais como mudanças de expectativas e sentimentos de mercado.

DeLong et al. (1990a, 1990b) constataram que os *noise traders*, em geral, apresentam retornos mais elevados, tendem a intensificar os movimentos de alta e baixa nos preços, e também tendem a sobreviver no longo prazo, chegando a expulsar os especuladores racionais, desde que as decisões sejam baseadas no retorno realizado e não na utilidade esperada. Em contraste à hipótese de Friedman, o modelo também apontou que, na presença de negociantes com *feedback* positivo, cujas expectativas reforçam a tendência do passado, os especuladores racionais podem adotar comportamento desestabilizador. Isso explicaria, portanto, o *overreaction* – movimentos extremos – do mercado mediante notícias a respeito de fundamentos econômicos, que seriam motivadas pelo comportamento de especuladores racionais.

Hong e Stein (1999) também desenvolveram um modelo de interação de agentes com racionalidade limitada. Os autores consideraram duas classes de negociantes o observador de notícias (*newswatcher*), que baseia suas previsões em informações privadas, e o negociante de impulso (*momentum trader*), cujas expectativas são fundadas na mais recente variação de preço. O modelo pôde reproduzir importantes fatos estilizados, não satisfatoriamente explicados pela hipótese de mercados eficientes, a saber, excesso de volatilidade, correlação positiva dos retornos no curto prazo e negativa no longo prazo.

Além dos negociantes fundamentalistas e técnicos, Beja e Goldman (1980) introduziram uma representação estilizada da instituição mercado em sua modelagem, por meio de um formador de mercado (*market maker*). O formador de mercado tem a função de ajustar o preço de mercado de acordo com o excesso agregado de demanda, tendo em vista uma velocidade de ajuste limitada. Segundo Beja e Goldman (1980), o mercado de ativos não opera como um mercado Walrasiano perfeito. Assim, um processo de formação de preços que conceba uma velocidade finita de ajuste e permita que transações sejam efetivas a preços fora do equilíbrio, é visto como uma descrição mais apropriada ao mercado de ativos (BEJA e GOLDMAN, 1980). Destarte, os negociantes procuram explorar as imperfeições de mercado e para isso agem de acordo com suas percepções da tendência do preço corrente. Com essa abordagem os autores concluíram que, quanto maior o impacto da demanda especulativa e

quanto mais rápido os especuladores adaptam suas expectativas, mais desestabilizador se torna o sistema.

A partir do modelo de Beja e Goldman (1980), Chiarella (1992) propôs uma especificação não linear para a função de excesso de demanda técnico. A ideia proposta é de que cada negociante técnico busca alocar um montante fixo de sua riqueza entre ativos com risco e títulos sem risco, a fim de maximizar sua utilidade esperada de consumo intertemporal. Portanto, essa demanda por ativos com risco é proporcional ao diferencial de retorno esperado e limitada acima e abaixo pelas restrições de riqueza. O autor verificou que havia um limite cíclico estável para o qual os preços e a estimação de tendência dos técnicos flutuavam ao longo do tempo.

Day e Huang (1990) também propuseram um modelo de precificação por meio do formador de mercado (*market maker*). No modelo existem três classes de agentes: o negociante do tipo  $\alpha$ , negociante do tipo  $\beta$  e formador de mercado. O negociante  $\alpha$  assenta suas decisões a partir de uma combinação de fundamentos econômicos de longo prazo e em uma estimativa da probabilidade de que essa oportunidade de investimento desapareça no futuro. Para o negociante do tipo  $\beta$ , as estimativas são menos sofisticadas. Suas decisões são definidas a partir de uma regra de extrapolação do preço a partir de desvios passados em relação ao valor fundamental. Já o formador de mercado é responsável por determinar o preço de mercado através do excesso agregado de demanda e intermediar as negociações do mercado fora do equilíbrio provendo liquidez (DAY e HUANG, 1990).

Logo, o formador de mercado define o preço do ativo, fornece o ativo negociado a partir de seu estoque quando há excesso de demanda e acumula o ativo em seu estoque quando há excesso de oferta. Day e Huang (1990) defendem que a regra de ajuste do preço é determinada pelas instituições de mercado e que o formador de mercado constitui uma versão estilizada de um banco central de um país ao prover moeda estrangeira ou nacional à taxa de câmbio por ele definida. O modelo é em tempo discreto e exibe flutuação caótica do preço do ativo em torno do seu preço fundamental de *benchmark*<sup>24</sup>, com similaridades qualitativas com respeito às flutuações do mercado de capitais

---

<sup>24</sup> Valor ou medida de referência empregada na comparação ou julgamento de outras variáveis do mesmo tipo (CAMBRIDGE).

real, tendências ascendentes (*bull market*) seguidas de quedas abruptas (*bear market*) (GONZALEZ, POWELL, *et al.*, 2005).

Farmer (2002) e Farmer e Joshi (2002) desenvolveram um mecanismo de determinação do preço similar ao formador de mercado. A função de impacto de mercado, como foi chamado, supõe que os negociantes direcionais efetuam compras ou vendas de um único ativo com risco por meio de ordens de mercado, as quais são integralmente executadas. Eventualmente essas ordens de compra e venda dos negociantes direcionais não se anulam, de modo que o formador de mercado necessita anular o excesso de demanda (oferta) retirando (adicionando) do seu estoque de ativo, além de elevar (reduzir) o preço do ativo quando há excesso líquido de demanda (oferta). A função de impacto de mercado é o algoritmo empregado para determinar o preço.

Farmer (2002) e Farmer e Joshi (2002) consideraram tipos distintos de negociantes direcionais, utilizando estratégias de valoração do investimento (valor fundamental do ativo) ou estratégias técnicas, seguidores de tendência baseadas em preços passados. Foi verificado que as estratégias seguidoras de tendência apresentaram autocorrelação serial positiva dos retornos, enquanto a valoração fundamental induziu a autocorrelação negativa. Além disso, foi possível captar fatos estilizados observados em séries financeiras, tais como: amplificação de ruído, excesso de volatilidade, excesso de curtose e clusters de volatilidade.

Outra contribuição relevante é feita por Lux (1995, 1998) e Lux e Marchesi (1999, 2000). Os autores propuseram um modelo composto por duas categorias de agentes: os fundamentalistas, que assumem a convergência do preço ao valor fundamental do ativo, obtido a partir dos dividendos esperados; e os *noise traders* ou técnicos, agentes seguem a tendência dos preços e podem apresentar viés otimista (*bullish* – tendência de alta) ou pessimista (*bearish* – tendência de queda). Os negociantes podem alternar entre as estratégias fundamentalistas e técnicas à medida que vislumbram mais possibilidades de ganhos em dada estratégia. Ademais, os agentes técnicos variam seu estado de humor – entre otimista e pessimista – a partir da percepção da opinião da maioria a respeito da tendência de preço predominante. Esse processo representa um efeito de contágio comportamental compatível com o argumento de Keynes

(1936) de que os negociantes tentam prever o que a opinião média supõe que a opinião média seja.

A determinação do preço de mercado é obtida a partir do formador de mercado (*market maker*), por meio de uma função de excesso agregado de demanda de técnicos e fundamentalistas (Lux e Marchesi, 1999). As simulações evidenciaram que as séries de preço seguem um processo de raiz unitária e que os retornos são imprevisíveis, apresentando pequena autocorrelação serial. Quanto a autocorrelação dos retornos quadráticos e absolutos, por outro lado, foram encontrados valores significativos e com lento decaimento, indicando longo intervalo de agrupamento de volatilidade (*volatility clustering*). Os períodos de elevada volatilidade, devido à amplificação de ruído, são marcados pelo acréscimo da participação de *noise trader* no mercado, resultante da interação no nível microscópico. Os retornos também exibiram caudas pesadas, com distribuição compatível com lei de potência (Lux and Marchesi, 1999, 2000).

Para Chan (1995), a atuação do formador de mercado deve atender a múltiplos objetivos, a saber, manutenção de um mercado justo e ordenado, maximização de lucro e minimização de risco. Garman (1976) acrescentou que os formadores de mercado devem levar em consideração o nível de estoque (ativo) ao determinar os preços, com intuito de evitar falência. Nesse sentido, Cohen et al. (1983) testaram a eficiência de mercado mediante a presença de duas categorias de formadores de mercado: um estabilizador de preços e outro que, além de buscar estabilizar preço, insere em sua função objetivo a maximização do lucro próprio. Foi verificado que o agente estabilizador conseguiu atingir seu objetivo, entretanto, sua atuação não respeitou um limite de estoque definido e o *bid-ask spread* (diferença entre preço de compra e de venda) apresentou valores reduzidos, de modo que sua atuação não foi rentável. A estratégia que incorpora a maximização de lucro, por outro lado, respeitou os limites de estoque, apresentou *bid-ask spread* inferiores à estratégia estabilizadora e ainda obteve rendimentos positivos, caracterizado um melhor cenário tanto para investidores quanto para o formador de mercado.

Das (2001), por sua vez, introduziu técnicas de aprendizagem nas estratégias de maximização de lucro do formador de mercado. Constatou-se, assim, que o formador de mercado consegue adequar suas estratégias em ambientes ruidosos, além apresentar propriedades estilizadas, tais como

clusters de volatilidade, distribuição de retornos leptocúrtica e autocorrelação serial dos retornos absolutos.

Brock e Hommes (1998) introduziram o Sistema de Crenças Adaptativo (*Adaptative Believe System* – ABS), que pode ser visto como uma versão estilizada e analiticamente tratável de modelos de mercados artificiais mais rebuscados desenvolvidos pelo *Santa Fé Institute* (HOMMES, 2006). Esse modelo compreende uma aplicação para o mercado financeiro do processo de seleção evolucionária de expectativas (BROCK; HOMMES, 1997). O modelo apresenta uma estrutura de precificação de ativos com agentes heterogêneos que alternam suas crenças de acordo com o desempenho relativo destas frente a um conjunto de crenças disponíveis. Cada agente possui racionalidade limitada e seleciona sua estratégia de acordo com o seu desempenho relativo.

Como resultado, o modelo evidenciou que os agentes portadores de expectativas racionais não conseguem expulsar os agentes com racionalidade limitada, fazendo contraponto à hipótese de Friedman (1953)<sup>25</sup>. Ademais, a série de preços apresenta flutuações caóticas (ruído), com alternância irregular de fases: próxima da hipótese de mercado eficiente, tendência crescente, e pequenas e repentinas quedas de mercado (*crashes*).

Diversas extensões do modelo de Brock e Hommes (1998) têm sido discutidas na literatura recente. Brock et al. (2005) ampliaram o modelo para diversos tipos de investidores, além de incluir o mecanismo precificação formador de mercado. Já Brock et al. (2009) analisaram a influência de instrumentos de cobertura de risco sobre a dinâmica de mercado, enquanto Anufriev e Panchenko (2006, 2009) testaram os resultados do modelo sob diferentes arquiteturas de mercado. Boswijk et al. (2007) estimaram os parâmetros do modelo de Brock e Hommes empregando dados anuais de séries de preços do mercado de capitais dos Estados Unidos da America (EUA). Já Anufriev e Hommes (2012a, 2012b) introduziram uma heurística de mudança similar ao modelo de Brock e Hommes (1998) e estimaram, por meio de dados, experimento de aprendizado de previsão.

---

<sup>25</sup> De acordo com a hipótese de Friedman (1953), agentes não racionais não resistiriam a uma competição evolucionária e, por conseguinte, seriam certamente expulsos do mercado pelos agentes racionais.

Em contraste com os modelos adaptativos, em que os negociantes são dotados de funções de aprendizado, Gode e Sunder (1993) desenvolveram uma aplicação com negociantes desprovidos de inteligência (ZI) – ou *zero-intelligence traders*. Os negociantes ZI submetem aleatoriamente ordens de compra e venda, respeitando apenas a restrição orçamentária, e são capazes de obter um preço de equilíbrio teórico. Isso evidencia que, mesmo não havendo uma estrutura de aprendizado, existem regularidades empíricas, como a eficiência de mercado, que resultam simplesmente da estrutura de negociação.

Partindo desse princípio, Farmer et al. (2005) desenvolveram aplicações de ZI a fim de modelar processos aleatórios de submissão ordens e estima seus parâmetros a partir de dados da Bolsa de Valores de Londres (*London Stock Exchange*). Através do modelo relativamente simples, foi possível explicar cerca de 96% da variância do *spread* no conjunto de dados, além de 76% da variância na difusão do preço. Brandouy e Mathieu (2007), por sua vez, compararam o desempenho de uma análise técnica com o ZI, concluindo que as estratégias técnicas não são capazes de sobrepujar o desempenho médio de estratégias ZI.

LeBaron (2006) aponta que, a semelhança de Farmer et al. (2005), modelos não muito sofisticados que acrescentam o livro de ordem ao mecanismo de negociação, são capazes de reproduzir características dos dados reais, tais como trajetória de preços, *spread* entre compras e vendas, volume de negociação e volatilidade (FARMER et al., 2005; CHIARELLA e IORI, 2002). É o que ocorre em Chiarella e Iroi (2002). Os autores propõem um livro de compra e de venda, uma espécie de sistema eletrônico de livro de ordem, onde os negociantes podem registrar ordens e, em seguida, são cruzadas as ordens de compra e venda a fim de liquidá-las. Com isso, os autores conseguiram perceber que as ordens limitadas produzem uma zona temporária de flutuação no preço, que resulta na distribuição de retornos com caudas pesadas.

A proposição do modelo El Farol, apresentada por Arthur (1995), inspirou o desenvolvimento de uma série de modelos de simulação binária (0 e 1) que tentam mimetizar a dinâmica do mercado de ativos, o chamado jogo da minoria (*minority games*). Challet e Zhang (1997) foram os primeiros a esboçar a ideia de jogo da minoria, que se utiliza do princípio da oferta e da demanda. Cada jogador é dotado de um conjunto de estratégias e de memória limitada acerca do resultado passado do jogo. A cada rodada os jogadores avaliam o

desempenho relativo recente de suas estratégias, ou seja, a precisão das previsões de cada estratégia, e, a partir da estratégia escolhida, tomam suas decisões de compra (1) e venda (0) de ativos. Após a decisão, computa-se o total de demanda e oferta a fim de atribuir uma pontuação (score) ao grupo minoritário, demandantes ou ofertantes. A partir desse modelo inicial, diversas versões do jogo da minoria foram desenvolvidas, incorporando diversos aspectos: Challet et al. (2000) e Challet et al. (2001) propuseram um jogo com negociantes especuladores e produtores (negociantes cuja motivação de compra é exógena ao mercado<sup>26</sup>); Challet et al. (2005) e Ferreira et al. (2005) desenvolveram aplicações do chamado jogo da minoria grande canônico, onde o jogador pode decidir não operar no mercado. De modo geral, os modelos conseguem reproduzir fatos estilizados, tais como flutuações e crashes no mercado, gaussianidade agregativa<sup>27</sup>, volatilidade clusterizada e lei de potência na distribuição dos retornos.

Também inspirando no modelo *El Farol* e no princípio da ecologia de estratégias proposto por Arthur (1994), foi desenvolvido o *Santa Fe Artificial Stock Market* (SF-ASM) – mercado capitais artificial do Instituto Santa Fe – em suas mais variadas versões (PALMER et al. 1994, ARTHUR et al., 1997, LEBARON et al., 1999; LEBARON, 2000, 2002). Por meio da inclusão de algoritmo genético (*genetic algorithm*) e sistema classificador (*classifier system*), os pesquisadores do Instituto Santa Fe (SFI) puderam desenvolver um mercado artificial com expectativas endógenas, onde os resultados apresentam uma dinâmica evolucionária. Dentre os resultados destaca-se que os mercados artificiais do SFI produzem características similares aos dados financeiros reais, isto é, as séries de retorno exibem curtose excessiva, ausência de autocorrelação linear, volatilidade persistente (LEBARON, 2002). Ademais, os modelos apontam que o mercado se auto-organiza em um regime complexo e a psicologia de mercado emerge.

Chen e Yeh (2001) e Chen et al. (2001) desenvolveram modelo computacional similar ao SF-ASM. Por meio da programação genética foi

---

<sup>26</sup> Agentes que demandam o ativo para outros fins, por exemplo, empresas que demandam Dólar para honrar compromissos no exterior.

<sup>27</sup> Gaussianidade agregativa é uma propriedade presente nas séries financeiras de retorno, onde à medida que o intervalo de tempo da variação se eleva a distribuição tende a convergir para uma distribuição gaussiana (ou normal) (CONT e BOUCHAUD, 2000).

possível introduzir um mecanismo de aprendizagem, no qual é possível aprimorar as funções de previsão. Chen e Yeh (2001) supuseram que existe um conjunto comum de estratégias acessíveis a todos os negociantes, que cumpriria o papel de uma espécie de “escola de negócios” (*business school*). Esse recurso comum é aprimorado a partir da acurácia das previsões e os negociantes podem atualizar suas estratégias em função da performance recente. As simulações evidenciaram características compatíveis com as séries de retorno financeiras, como caudas pesadas. Também não foi rejeitado o teste de raiz unitária da série de preço, embora o retorno seja estacionário.

Tendo em vista que os negociantes não permanecem com o mesmo conjunto de estratégias ao longo de toda a vida, é pertinente empregar abordagem computacional a fim de simular como a percepção e o aprendizado dos agentes evoluem ao longo do tempo. Para tanto, o uso de algoritmo genético tem sido recorrente (HOLLAND, 1975; PALMER et al. 1994, ARTHUR et al., 1997, LEBARON et al., 1999; LEBARON, 2000, 2002). O algoritmo genético emprega conceitos da biologia evolutiva, tais como seleção, reprodução, cruzamento e mutação, para produzir novas estratégias de previsão mais eficientes (DUFFY, 2006). E para isso, é comum expressar as estratégias por meio de uma sequência de *bits* (*bitstring*) de informações do mercado, que são testadas para executar decisão do agente. A partir de uma medida de desempenho, isto é, do grau de precisão das previsões, são descartadas as estratégias menos eficientes e substituídas por novas estratégias (LEBARON, 2002). As novas estratégias, por sua vez, são formadas a partir da combinação das estratégias mais precisas, uma espécie de mutação genética.

Nessa perspectiva, Ikeda e Shozo (2004) implementaram programação genética na modelagem baseada em agentes, comparando aprendizagem social com aprendizagem individual. O modelo é composto por agentes racionais, que empregam em suas decisões modelos de previsão (equações) ou critérios fundamentais, e agentes irracionais, cujo comportamento é aleatório. As simulações apresentaram sinais de caos e multi-fractalidade na série de preço.

Toriumi et al. (2010), de outro modo, desenvolveram uma simulação de mercados artificiais implementando o algoritmo genético de modo inverso. Os autores ajustaram a função objetivo no algoritmo genético de tal modo que o modelo se ajustasse para produzir séries simuladas próximas aos dados reais.

Logo, a configuração de estratégias resultante seria a que melhor representa o mercado real. A partir desse resultado é possível, por exemplo, inferir quais são os potenciais riscos ocultos no referido mercado (SEITA, 2014).

No Brasil, também há aplicações de mercados financeiros artificiais. Crepaldi (2007) desenvolveu um jogo da minoria com negociantes heterogêneos e quebra de sincronia nos tempos de transação, verificando fatos estilizados como *clusters* de volatilidade, caudas pesadas na distribuição dos retornos e lento decaimento na autocorrelação dos retornos absolutos, além da transição de fase entre regime monofractal para multifractal. Já Garcia (2008) propôs um mercado financeiro artificial dinâmico onde os agentes com expectativas heterogêneas negociam ativos com risco e ativos livres de risco e, que por meio de um mecanismo de aprendizagem dinâmica, podem alterar suas estratégias. Além de reproduzir fatos estilizados o autor ainda constatou que o mecanismo de aprendizagem amplia a riqueza dos negociantes. Pereira (2013) utilizou um mercado artificial composto por negociantes técnicos e irracionais que atuam no mercado de opções, com o intuito de testar os lucros das categorias de agentes mediante a condição de eficiência de mercado e não eficiência de mercado. Foi constatado que no cenário de mercado eficiente nenhum negociante obtém ganhos, entretanto, quando esse pressuposto é retirado o negociante técnico se destaca.

Saito (2013) desenvolveu uma simulação computacional de mercado de leilão duplo, com negociantes ZI e transações contínuas. O estudo apontou que o volume de negociação e a volatilidade dos preços estão diretamente associadas ao orçamento dos agentes. Além disso, o modelo artificial também captou fatos estilizados. Seita (2014), por fim, implementou o algoritmo genético para ajustar a série de preços do ativo modelado, no mercado financeiro artificial, à série *intraday* do índice IBOVESPA. Isso possibilitou apresentar uma microestrutura de negociantes representativa do mercado real, além de implementar procedimentos de *forecasting* e *backtests*.

### **2.3. Teoria das redes complexa**

As redes permeiam diversos aspectos da vida humana. A tomada de decisão, atividades de negócios, procura por emprego, transmissão de doenças,

todos esses aspectos são profundamente afetados por redes econômicas e sociais. Em razão disso, a modelagem de redes tem ganhado crescente espaço na literatura econômica (JACKSON, 2004; GOYAL, 2002; VRIEND, 2006; WILHITE, 2006; CARLSON e DOYLE, 1999; ACEMOGLU et al., 2011; CENTOLA et al., 2007; CENTOLA, 2010; ZEPPINI et al., 2013; YILDIZ et al., 2011; BARABÁSI, 2014; CARVALHO, 2010; GABAIX, 2011). Muitos desses trabalhos procuram avaliar como as estruturas de redes podem afetar o processo de difusão comportamental ou tecnológica.

A difusão ocorre por meio de uma rede em que os agentes estão inseridos e desenvolvem interação. Seguindo essa perspectiva, torna-se evidente o caráter interdependente das relações sociais, bem como seu impacto sobre o comportamento dos agentes (TUTZAUER et al., 2001). Considera-se que o comportamento dos indivíduos é delineado pelo grupo de contatos interpessoais que estes mantêm, e por uma minoria contatos mais influentes, chamados de catalizadores de informação, isto é, pessoas que cumprem a função de canais de informação, ligando os meios de comunicação com a sociedade.

A presença de líderes de opinião sugere, portanto, que estes podem ser decisivos no processo de difusão ao longo da rede. Em geral, esses agentes assumem as seguintes posições: (i) conectores, que, embora não sejam necessariamente os mais populares – com maior número de conexões –, transitam entre diferentes círculos de relações, quer sejam sociais, culturais, econômicas ou profissionais; (ii) especialistas, que correspondem aos indivíduos que dispõem de conhecimento tácito acerca do assunto e de mecanismos para partilhar este conhecimento; (iii) persuasivos, que são os indivíduos com carisma e elevado poder de persuasão (GLADWELL, 2006). Os dois últimos são classificados como líderes de opinião capazes de influenciar comportamentos em uma rede, porém o primeiro é tido como elemento-chave fundamental no processo de difusão comportamental por todos o sistema (ROGERS, 2003).

A ausência de indivíduos conectores com elevado grau de intermediação – *betweenness*<sup>28</sup> – pode comprometer a capacidade de percolação<sup>29</sup> do sistema,

---

<sup>28</sup> *Betweenness* é uma medida de centralidade de intermediação que indica a importância relativa do indivíduo na interligação de dois ou mais *clusters* isolados no sistema (BURT, 1995).

<sup>29</sup> Percolação remete ao processo de penetração de um líquido derramado sobre uma superfície porosa, onde o líquido tende a ocupar os espaços de cada poro até atingir o fundo. Broadbent and Hammersley (1957) introduziram o conceito de percolação com o propósito de testar se

em vista de que pode provocar o surgimento de lacunas estruturais<sup>30</sup> (*structural holes*). Isso revela a posição privilegiada de certos indivíduos que se encontram como elo de ligação entre dois *clusters*, visto que podem contribuir para celeridade de difusão de informações, como também podem criar gargalos e estrangulamentos na rede (STEVENSON; GREENBERG, 2000).

Cumprir destacar também que, com a inclusão de novos adeptos, o processo de difusão comportamental tende a crescer de forma não linear, tendo em vista que até certo nível o número de adeptos permanece relativamente baixo. Contudo, a partir de determinado limiar ocorre uma ampliação abrupta na adesão, este momento é descrito como ponto de inflexão (*tipping point*). O ponto de inflexão, portanto, expressa o momento em que a trajetória de difusão adquire massa crítica, suscitando um processo endógeno de propagação por toda a rede (ROGERS, 2003).

### 2.3.1. Topologias redes

A topologia da rede desempenha papel determinante na disseminação de informações. A introdução de redes em modelos baseada em agentes (MBA) fundamenta-se na ideia de que o ambiente atua como uma limitação às interações, de modo que o agente deve aprender a se portar diante dessas limitações. Assim, a questão central a ser discutida é como as estruturas de redes, nas quais os agentes tomam decisões, afetam os resultados econômicos. Ao proporcionar o ambiente de interação, via redes, é possível analisar como as variáveis de estado se relacionam com o ambiente.

A Figura 2 apresenta o desenho de seis topologias de redes, a saber: sem conexões, completa, regular, aleatória, mundo-pequeno e sem escala. Essas topologias constituem os cenários de teste para esta nova etapa de simulação. A razão de incluir como topologia a configuração *sem conexões* constitui uma representação do modelo base. Pretende-se, com isso, estabelecer um

---

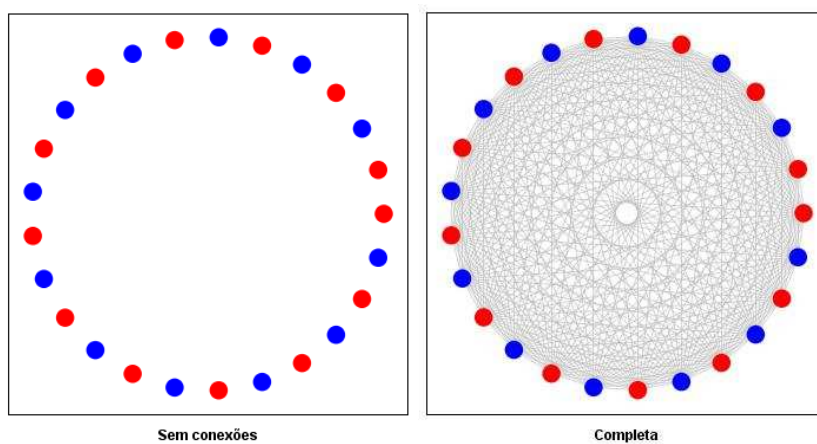
existe um limiar (número de espaços vazios, por exemplo) a partir do qual um sistema atinge a percolação, isto é, o líquido atinge o fundo do material.

<sup>30</sup> Lacuna estrutural (*structural holes*) representa a condição na qual dois subgrupos do sistema encontram-se isolados um do outro (BURT, 1995).

comparativo entre os resultados iniciais, modelo sem conexões, e os resultados das simulações sob diferentes estruturas de interação.

A rede completa corresponde à estrutura em que cada vértice (agente) está conectado com os demais, ou seja,  $i \sim j \in G \forall i, j, i \neq j$ , onde  $G$  representa a rede e  $i$  e  $j$  são os agentes conectados, isto é, vizinhos. Embora não existam muitos exemplos de uma rede totalmente conectada<sup>31</sup>, sua abordagem é mais simples e pode ser considerada inicialmente válida. Em geral, o sistema Walrasiano requer uma rede completa em que todos podem partilhar informações com todos os demais de forma instantânea e sem custos (WILHITE, 2006). Com isso, não há espaço para conjuntos de informação heterogênea entre agentes. Além disso, todos os agentes têm acesso às mesmas regras de decisão e estabelecem suas escolhas a partir da mesma função objetivo. Em suma, toda forma de representação de heterogeneidade é perdida, resultando em um modelo de agente representativo.

Para a economia baseada em agentes, entretanto, a interação local é imprescindível, assim como a referência ao custo de pesquisa ou quaisquer heurísticas de comparação adequada (BILANCINI; BONCINELLI, 2009), e a preservação de informações não compartilhadas com o grupo. Portanto, o modelo de simulação concebido neste estudo deve contemplar uma flexibilização de axiomas que o distanciam do modelo de equilíbrio Walrasiano, possibilitando, por exemplo, a inserção de assimetrias de informações – ou de hipóteses de trabalho – entre agentes. (WILHITE, 2006).



<sup>31</sup> O sistema telefônico em países desenvolvidos pode ser uma boa aproximação (WILHITE, 2006).

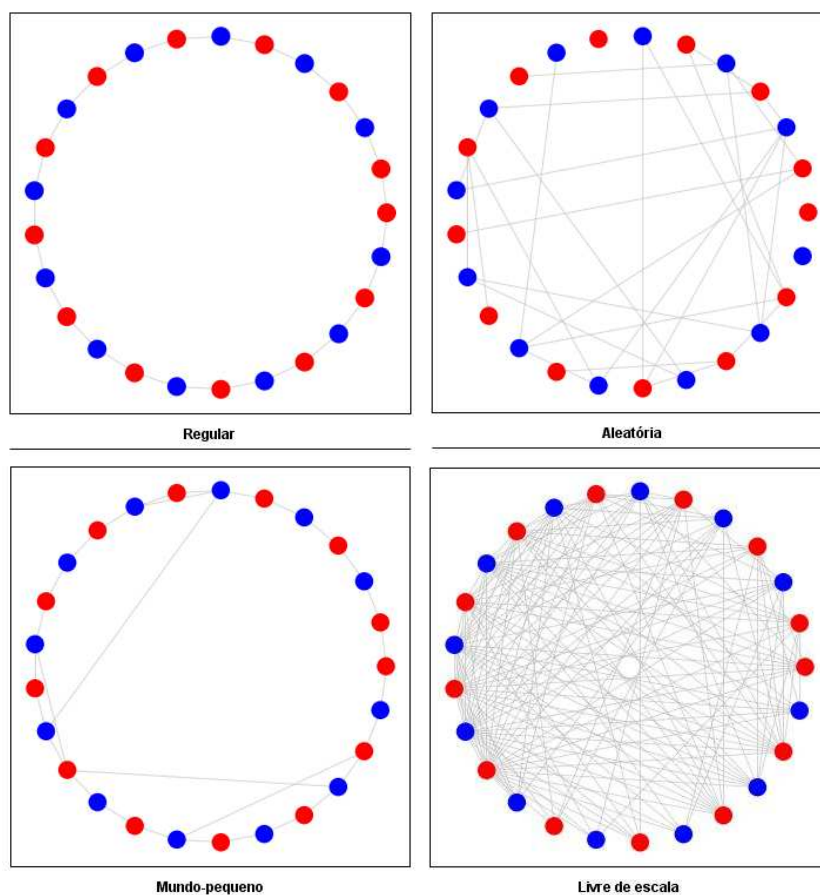


Figura 2 – Esboço de seis topologias de redes  
 Fonte: Elaboração própria.

A rede regular representa uma condição na qual todos se encontram dispostos em forma de círculo, onde cada agente  $i$  se conecta a  $k$  outros agentes distribuídos uniformemente em sua circunvizinhança. Formalmente, tem-se:

$$i \sim j \in G \text{ se } \begin{cases} j = \{(i - r) + n\} \bmod n \text{ ou} \\ j = \{i + r\} \bmod n. \end{cases} \quad (1)$$

onde  $r \in \{1, 2, \dots, \frac{k}{2}\}$ ,  $n$  é o número de agentes e  $k$  é um número par. Diferentemente de outras topologias, na rede regular não existe um agente que esteja ligado a todos os demais, cada agente interage apenas com uma fração da população. Outra característica interessante é que sua arquitetura garante que o grafo é conectado mesmo havendo poucas arestas<sup>32</sup>, isso porque impõe uma estrutura mínima de conexões para cada agente – não há agentes “mais centrais” nem “menos centrais”.

<sup>32</sup> As arestas são as ligações ou conexões entre agentes.

As redes regulares apresentam um arranjo topológico simples que facilita a visualização bidimensional das ligações, fato que justifica seu emprego na modelagem de sistemas físicos, biológicos e sociais. Sua utilização também foi amplamente difundida através de estudos de Autômatos Celulares (CA), empregando conceitos de vizinhança de Moore e Von Neuman, com oito e quatro vizinhos, respectivamente (CHOPARD, 2009).

A rede aleatória, por sua vez, constitui a estrutura na qual existem  $N$  vértices e  $K$  arestas factíveis para cada vértice, a serem conectadas com uma probabilidade  $p$  predefinida e independente (BOLLOBÁS, 1985; COHEN, 1988, KAROŃSKI e RUCIŃSKI, 1997). Essa topologia pode ser obtida de duas maneiras: (i) por meio da seleção e conexão aleatória de pares de vértice até que sejam obtidas, aproximadamente,  $K$  arestas médias; ou (ii) conectando todos os possíveis pares com uma probabilidade  $p$  até alcançar  $K$  ligações médias. Os dois procedimentos se equivalem qualitativamente e dispõem de distribuição de grau em forma de Poisson, coeficiente de aglomeração similar a probabilidade  $p$ , centralidade de grau médio da rede dado por  $\langle K \rangle = p(N - 1)$  e caminho mais curto médio descrito por  $\langle l \rangle \sim \ln N / \ln \langle K \rangle$ <sup>33</sup>, onde  $N$  representa o número de agentes (ERDÖS e RÉNYI, 1960).

Abordado inicialmente por Solomonoff e Rapoport (1951) e Erdős e Rényi (1959, 1960), os estudos das redes aleatórias contribuíram para percepção de que a emergência de propriedades assintóticas associadas à topologia não ocorre de forma suave, mas sim abrupta. Em outras palavras, verificou-se que ao passo em que se amplia a probabilidade de conexão  $p$ , e, por conseguinte, o número médio de arestas, a rede conserva propriedades estáveis, entretanto, tais propriedades são repentinamente alteradas quando a probabilidade se aproxima de valores críticos.

Observou-se ainda, que esse processo de aumento de conexões também contribui para que os pequenos *clusters* sejam incorporados a um agrupamento gigante. A ideia de que a partir de uma probabilidade crítica é formado um componente gigante, constitui uma das mais proeminentes descobertas acerca dos grafos aleatórios. Como pondera Albert e Barabási (2002), o momento

---

<sup>33</sup> A rigor, o comprimento médio da rede aleatória é definido como  $L(p) \cong \ln(N) / \ln(\langle K \rangle)$ , enquanto o coeficiente de cluster é descrito como  $C(p) = p = \langle K \rangle / N$  (ALBERT; BARABÁSI, 2002).

imediatamente anterior à obtenção do valor crítico, a rede é composta por dois *clusters* isolados, impedindo a transferência de conteúdos entre os grupos; porém, a partir do valor crítico, toda a rede encontra-se interligada por meio de um componente gigante, o que possibilita a comunicação por toda a rede.

Cumprido destacar a similaridade desse fenômeno com a transição de percolação, conceito originário da física e da matemática (STAUFFER e AHARONY, 1992; BUNDE e HAVLIN, 1994, 1996; GRIMMETT, 1999; BEN AVRAHAM e HAVLIN, 2000). Segundo Albert e Barabási (2002), *cluster* gigante e transição de percolação são representações distintas de um mesmo fenômeno. Ambos exprimem a ideia de que existe um limiar (*threshold*) a partir do qual todo o sistema pode ser alcançado, considerando qualquer vértice (ou agente) como ponto inicial, ou, em outras palavras, a partir desse limiar, a informação veiculada em qualquer ponto pode ser difundida por todo sistema. Entrementes, as aplicações da teoria da percolação não se restringem ao estudo de redes aleatórias, visto que seus desdobramentos são amplamente empregados na compreensão de topologias de redes reais.

A despeito das contribuições das redes aleatórias, observa-se que esta deixa a desejar na representação de redes reais, sobretudo com respeito a distribuição de grau (NEWMAN; WATTS e STROGATZ, 2002). No mundo real, verifica-se que as redes são norteadas por princípios de organização robustos, e não meramente aleatórios ou simplesmente regulares. Pautado nessas observações Watts e Strogatz (1998) propuseram a topologia de redes mundo-pequeno – ou *small-world*.

Watts (1999) apontou que as redes reais, via de regra, apresentam as seguintes características: (i) é formada por um número elevado de participantes (vértices); (ii) cada vértice está conectado a uma pequena fração da rede, isto é, a rede é esparsa; (iii) mesmo os vértices mais conectados permanecem conectados apenas a uma pequena parcela de toda rede, ou seja, a rede é descentralizada; (iv) é composta por aglomerados (*clustered*) de vértices; (v) o comprimento de caminho (diâmetro da rede) é pequeno. A fim de capturar tais propriedades Watts e Strogatz (1998) propuseram o modelo de rede

denominado Mundo-pequeno (*small-world*). Trata-se de uma topologia intermediária entre a rede regular<sup>34</sup> (*regular lattice*) e a rede aleatória<sup>35</sup>.

A Figura 3 ilustra o processo de transição de uma rede regular para uma rede aleatória, e a condição intermediária da rede mundo-pequeno. Assim, suponha uma rede regular em que cada vértice está conectado a um número fixo de vértices vizinhos,  $K = 4$ . Para obter uma rede Mundo-pequeno, basta religar cada aresta da rede regular, com probabilidade  $\pi$ , a um vértice aleatoriamente escolhido (evitando auto e duplas conexões), onde  $0 < \pi < 1$ . No limite em que  $\pi = 1$  a rede se torna aleatória, com  $N$  vértices e com probabilidade de conexão entre dois vértices quaisquer igual a  $K/(N - 1)$ .

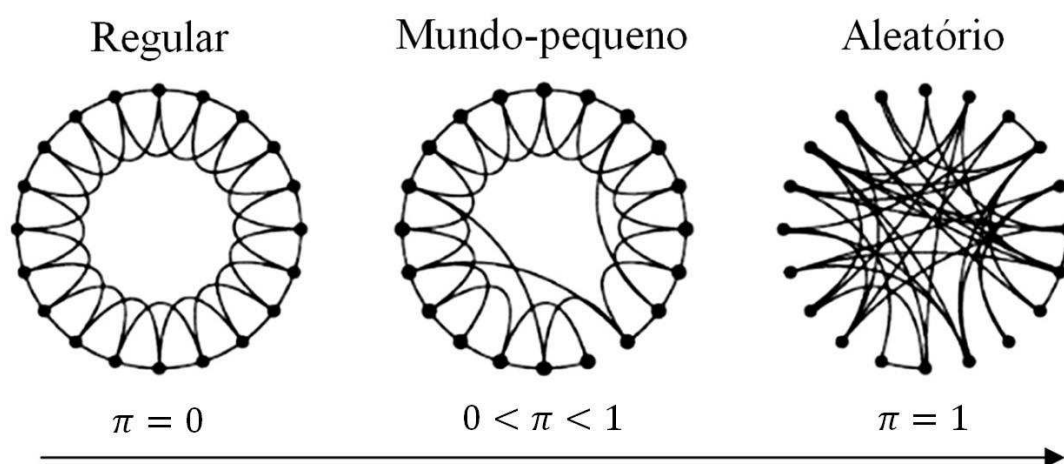


Figura 3 – Processo de religação aleatória para interpolação entre uma rede regular e uma aleatória.

Fonte: Watts e Strogatz, 1998, p. 441.

As redes de Mundo-pequeno tendem a preservar baixos caminhos entre seus vértices e demonstrar elevado nível de aglomeração. Watts e Strongatz (1998) indicaram que o modelo de rede Mundo-pequeno é mais coerente para analisar fenômenos da vida real, por ser similar às topologias encontradas em condições reais, tais como redes tecnológicas, biológicas e sociais. Davis et al. (2003) identificaram propriedades de redes do tipo Mundo-pequeno em grupos formados pela elite corporativa dos EUA, enquanto Baum et al. (2003)

<sup>34</sup> As redes regulares descrevem o cenário topológico padrão presente nos modelos matemáticos, por facilitar a visualização bidimensional de dados e simulação de topologias geográficas (SAVOY, 2012).

<sup>35</sup> As redes aleatórias foram estudadas inicialmente por Solomonoff e Rapoport (1951) e Erdős e Rényi (1959). Embora essa estrutura de rede não faça correspondência aos levantamentos empíricos de redes reais, o estudo de redes aleatórias auxiliou na compreensão de suas propriedades (ERDÖS E RÉNYI, 1959).

constataram tais características entre parceiros de bancos de investimento no Canadá. As redes do tipo Mundo-pequeno frequentemente surgem em meio a uma mistura de aleatoriedade e interação estratégica (BAUM et al., 2003; MONRONE; TAYLOR, 2004).

Apesar das vantagens e ampla aplicação na literatura de redes, a topologia Mundo-pequeno também apresenta limitações. Segundo Panchenko et al. (2013), o modelo não consegue reproduzir a distribuição de *degre* tipicamente observada em redes reais como a *Internet*. Em ordem de aderir à redes que apresentam distribuição de grau em lei de potência (**power law**) Barabási e Albert (1999) e Barabási e Bonabeau (2003) propuseram um modelo baseado nos conceitos de crescimento contínuo e ligação preferencial: a rede livre escala.

Para Barabási e Albert (1999), certas redes exibem ordens específicas na dinâmica de estruturação. Na prática, as redes livres de escala funcionam do seguinte modo: suponha, inicialmente, um pequeno grafo (rede) completo de tamanho, em seguida adicione reiteradamente um vértice com  $n$  arestas, e cada aresta será ligada aos demais vértices seguindo a ligação preferencial. A ligação preferencial corresponde à tendência de o novo vértice se conectar a um vértice da rede com elevado grau de conexões, ou, em outras palavras, cada vértice é conectado com uma probabilidade proporcional ao número de conexões que possui ( $k_i$ ), como segue:

$$\eta(k_i) = \frac{k_i}{\sum_j^N k_j} \quad (2)$$

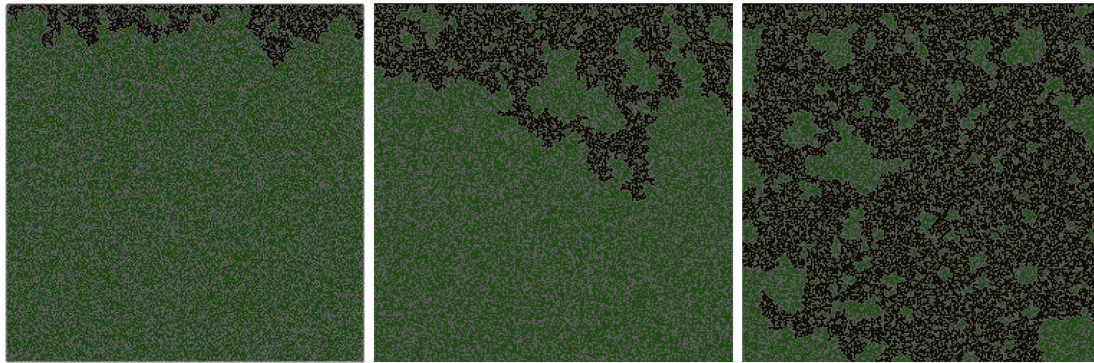
onde  $k_i$  corresponde ao número de conexões do vértice  $i$  preexistente, e  $\sum_j^N k_j$  é o somatório das arestas de cada vértice. Assim, considerando  $P(k)$  como a probabilidade de um vértice possuir  $k$  arestas, a referida rede segue processo de distribuição de graus em forma de Lei de Potência,  $P(k_i) \sim k^{-\gamma}$  (BARABÁSI e ALBERT, 1999; BARABÁSI, ALBERT e JEONG, 1999). Newman (2003) ponderou que as redes livres de escala são verificadas com maior frequência em sistemas *Web*, redes de metabolismos e em redes de citações de artigos.

### 2.3.2. Contágio comportamental e percolação

O processo de difusão sistêmica de redes é objeto de estudo da teoria da percolação, que explora o surgimento de caminhos de percolação contidos na estrutura da rede. Para tanto, são consideradas que as ligações entre os vértices são efetivadas com uma probabilidade  $p$ , e as não efetivadas com probabilidade  $1 - p$ , de modo que pequenos valores de  $p$  induzem a formação de clusters finitos. Já para probabilidades superiores ao valor crítico  $p_c$  – o chamado “limiar de percolação” – emerge um cluster infinito, também conhecido como componente gigante, que permite a percolação em todo sistema (BARABÁSI, 2014).

Para ilustrar o fenômeno de percolação, Barabási (2014) propôs o exemplo da propagação de incêndio em floresta, apresentado na Figura 4. Suponha uma floresta em que as árvores estão distribuídas de forma aleatória, formando, eventualmente, áreas mais densas e outras mais esparsas. Ao atear fogo a uma árvore escolhida aleatoriamente, existe uma tendência de que o fogo se propague enquanto encontrar material para combustão, neste caso, a madeira das árvores. Caso a árvore incendiada esteja próxima (conectada) de outras árvores que ainda não foram inflamadas, o fogo também consome essas árvores, até que na vizinhança (no raio de ligações) das árvores incendiadas não se encontre mais combustíveis, e, com isso, o fogo se extingue.

A ideia do limiar de percolação é expressa do seguinte modo: para valores de  $p < 60\%$ , a distribuição das árvores é caracterizado por ilhas de conexões, em que a queimada de árvores pertencentes a uma dessas ilhas não se propaga para as outras ilhas, exemplificado na Figura 4 a) e b). Já a partir do valor crítico de  $p_c = 60\%$ , são formados corredores de ligação entre as ilhas, possibilitando a propagação do incêndio por toda a floresta, conforme ilustra a Figura 4 c). Assim, percebe-se que a densidade da floresta, representado pela probabilidade de ligação  $p$ , pode interferir na fração da floresta suscetível ao incêndio e seu tempo de duração.



a)  $p = 0,55$

b)  $p = 0,59$

c)  $p = 0,61$

Figura 4 – Exemplo de percolação por meio de incêndio florestal.

Fonte: Adaptado a partir de Barabási (2014).

Segundo Albert e Barabási (2002), a concepção de um nível crítico de probabilidade a partir do qual emerge um componente gigante, propício ao processo de percolação, é uma das principais contribuições dos estudos sobre redes aleatórias. Contudo, as aplicações da teoria da percolação não se restringem ao universo dos grafos aleatórios, podendo ser igualmente aplicado ao estudo de redes reais e de topologias.

De modo análogo ao incêndio na floresta, o processo de percolação de informações via redes sociais também está sujeito à densidade e geografia das conexões. Logo, o desenho dessas relações determina a capacidade de agentes desencadear grandes “cascatas de informação” por meio de pequenas ações, e o papel desempenhado pelas estruturas de aglomeração na propagação destas informações.

Para explicar esse fenômeno de “cascatas de informação” a literatura frequentemente emprega a analogia do processo de difusão de “epidemias” (HAMMERSLEY, 1957). Assim como no processo de propagação de uma epidemia, a difusão de informação encontra-se diretamente relacionadas às propriedades estruturais de uma rede, isto é, seu tamanho e o grau de interligação entre as partes. O impacto da “transmissão” por meio da influência coletiva pode ser tratado como contágio social, em que a cada agente é “contaminado” com a informação disseminada por outro agente, tal como seria numa transmissão de doença (WATTS, 2004).

De acordo com Barash (2011), o contágio social é um subconjunto de contágio, que se dedica a entender como os fenômenos são incitados via a redes sociais, tais como: modismo, informações, rumores, entre outros. Considera-se

que, assim como a propagação de incêndios, essas disseminações atingem inicialmente uma pequena proporção de indivíduos e posteriormente se propaga para toda a rede, de tal maneira que a crença de poucos indivíduos passa a permear a consciência coletiva do grupo (KLEINBERG, 2007).

A combinação da Modelagem Baseada em Agentes com as redes sociais – ou teoria dos grafos – fornece o conjunto de conceitos necessários para descrever as coleções de interação entre agentes, bem como as ferramentas para analisar as propriedades emergentes dessas coleções. Existem diversas propriedades relacionadas à distribuição de grau (*degree*)<sup>36</sup> que figuram entre os aspectos analisados com maior frequência nas ciências sociais, tais como resiliência, agrupamento (*clustering*), estrutura da comunidade e assortatividade (WATTS; DODDS, 2007).

Análise de resiliência consiste em avaliar como a estrutura da rede muda a partir da remoção de um vértice - agente. Sempre que um vértice é removido, a distância média entre vértices cresce e, seguindo esse processo, alguns vértices serão desconectados. A remoção de vértices pode ser estabelecida por diversos critérios, como, por exemplo, escolha aleatória ou a partir de alguma propriedade intrínseca (como o grau). O critério de remoção pode influenciar no nível de resiliência da rede. Redes com distribuição de grau enviesada para a direita<sup>37</sup>, por exemplo, apresentam considerável resiliência mediante remoção aleatória de vértices, mas são extremamente vulneráveis a remoção de vértices com grau elevado, ou seja, indivíduos mais conectados (ALBERT; BARABASI, 2000).

A formação de agrupamentos está associada a estruturas locais heterogêneas de vizinhança. É comum em diversas redes identificar que se  $i$  está ligado a  $j$  e  $j$  está ligado a  $h$ , logo é altamente provável que  $i$  e  $h$  também estejam ligados. Uma poderosa extensão do conceito de agrupamento é a comunidade. Verifica-se que os vértices se encontram mais densamente conectadas aos indivíduos de mesmo grupo do que nas ligações entre grupos. Esta condição de grupos formados por vértices altamente interconectados

---

<sup>36</sup> Degree ou grau corresponde ao número de conexões estabelecidas por determinado agente. Logo, distribuição de degrees é a função de frequência de degree de todos os agentes que pertencem à rede.

<sup>37</sup> Corresponde às distribuições em que ocorre com maior frequência a presença de agentes com elevado *degree*.

constitui aspecto primordial das redes sociais observadas empiricamente. Essas comunidades, que são esparsamente interconectadas, refletem as preferências e escolhas dos agentes.

Segundo a teoria das redes sociais, a formação de conexões baseada em similaridade é denominada assortatividade, isto é, os indivíduos tendem a associar-se àqueles com quem se partilha alguma característica, podendo ser o próprio grau. Assim, assortatividade positiva pode ser identificada a partir da correlação positiva grau - grau, em outras palavras, indivíduos populares (com elevado grau) tendem a estar conectados a outros indivíduos também populares (com elevado grau). De modo análogo, sistemas em que indivíduos com elevado grau se encontram conectados a outros com baixo *degree* são classificados como dissortativos.

Em vista dos aspectos supracitados, conclui-se que o papel da teoria das redes é de investigar como se dá o funcionamento de sistemas erigidos sob estruturas específicas. E, seguindo essa lógica, o presente estudo pretende avaliar como as topologias de redes influenciam no processo de contágio de expectativas com respeito ao preço futuro do ativo negociado, bem como a fração de percolação de expectativas disseminadas ao longo da rede. Especificamente, pretende-se considerar até que ponto as barreiras introduzidas pela interação local influenciam os movimentos de flutuação de preços, bolhas e demais fatos estilizados do sistema financeiro.

### **2.3.3. Interação local**

A interação local permite ao agente observar de forma limitada informações de domínio de outros agentes, os quais estão diretamente conectados a ele. A modelagem da interação entre agentes pode variar em diversos aspectos: quanto à sua abrangência, interação local ou global, quanto à natureza do processo, estocástico ou determinístico, e quanto à determinação, exógena ou endógena. Obviamente não existe uma abordagem ideal para tratar a interação entre agentes. A opção por uma estratégia de modelagem específica depende, portanto, das circunstâncias em torno de problema abordado e dos objetivos da pesquisa (VRIEND, 2006).

A interação local entre agentes é caracterizada pela condição na qual o comportamento dos agentes, bem como suas escolhas, preferências e informações, é afetado diretamente pelo comportamento de outros agentes, não havendo mediação por meio de agente central ou mecanismo de mercado. A intuição por trás desse processo consiste no princípio de que os indivíduos interagem localmente em sua vizinhança, o que é determinado por uma medida de distância econômica, social ou geográfica. A interação global, por outro lado, pressupõe que todos os indivíduos influenciam o comportamento de cada agente, visto considerar que os custos de transação e informação são baixos e que distâncias socioeconômicas e geográficas são negligenciáveis.

O mecanismo de interação pode ser definido seguindo uma especificação exógena, em que as ligações são feitas por critérios previamente estabelecidos, ou endógena, onde o agente pode escolher os parceiros com os quais irão interagir, visando maximizar uma função de utilidade. Além disso, pode-se definir o conjunto de parceiros por meio de uma regra determinística – critério não probabilístico – ou estocástica – onde, por exemplo, formação de parcerias é determinada por uma distribuição de probabilidade. Por fim, todas as estruturas de interação podem apresentar caráter estático, em que as conexões são estabelecidas uma vez por todas, ou dinâmico, onde as conexões podem variar ao longo do tempo.

Ao nível sistêmico, o aspecto fundamental da economia baseada em agentes diz respeito à estrutura. Cada padrão não trivial de conexões entre agentes pode ser concebido como uma estrutura, que atua como uma limitação à trajetória seguida pelo sistema como um todo (BARGIGLI; TEDESCHI, 2014). De fato, um dado conjunto de regras de decisão submetido a diferentes estruturas de rede produz, em geral, valores distintos para as variáveis de estado. Ademais, a estrutura também pode emergir como resultado das regras de decisão dos negociantes, caso este comporte um algoritmo de comparação e seleção de parceiros.

A evolução da rede exibe caráter de interdependência. Os agentes podem alterar suas expectativas ou comportamento em função das expectativas ou comportamento daqueles a quem estão conectados, produzindo um comportamento ou imitação em manada (*herd behavior*) (BARGIGLI; TEDESCHI, 2014). Disso resulta que a probabilidade de o agente  $i$  estar em

determinado estado  $S$  é condicionada aos estados em que se encontram seus vizinhos. Logo, é importante especificar como o comportamento do agente reage ao comportamento dos vizinhos, a fim de analisar quais propriedades emergem do sistema em resposta à influência mútua.

#### **2.3.4. Redes de interação em mercados financeiros**

As redes de interação locais exercem significativa influência sobre as decisões de negócios dos agentes. Logo, o padrão de movimentos de preços de ativos pode ser afetado pelo processo de interação desenvolvido entre os agentes que atuam no mercado financeiro. Um dos mecanismos por meio do qual os agentes interagem é através da comunicação interpessoal, em função de sua relevância na difusão de informações em grupos de negócios (SHILLER, 1995). Shiller e Pound (1989) constataram, por meio de uma pesquisa com investidores institucionais nos EUA, que gerenciadores de carteira que investem em ações com elevada taxa de crescimento da razão preço/ganho discutem seus negócios com colegas. Dentre os gerenciadores de fundos na Alemanha, Arnswald (2001) também constatou que a troca de informações com especialistas em finanças e da indústria é o segundo aspecto mais influente nas decisões de investimento, sendo complementado por discussões entre parceiros e notícias veiculadas. Hong, Kubik, and Stein (2005) encontraram suporte para importância da comunicação informal nas decisões de gerenciadores de fundos considerando interações em nível local. Já Cohen et al. (2008) apresentaram evidências de que as conexões partilhadas por gerenciadores de fundos e membros de grupos corporativos, via redes educacionais, produzem performance significativamente superior àqueles investidores não conectados.

Cumprir destacar que no âmbito das decisões de investimento familiar, a comunicação interpessoal também exerce influência considerável. Duflo e Saez (2002) constaram que empregados tentam aderir aos programas de aposentadoria que seus colegas participam. Do mesmo modo, Hong, Kubik, and Stein (2004), ao analisar dados de estudo sobre saúde e aposentadoria da Universidade de Michigan, concluíram que interações com vizinhança e atividades religiosas podem elevar a probabilidade de investir no mercado de capitais, visto que o investidor considera o mercado mais atrativo quando seus

parceiros participam.

Nesse contexto, Eom et. al. (2009) investigaram propriedades topológicas de mercados de ações, comparando a estrutura da rede original com a matriz de correlação desenvolvida a partir do método de matriz aleatória. Os autores empregaram dados de negociações individuais do Japão, Canadá, Estados Unidos, Itália e Reino Unido. E concluíram que ao passo em que a matriz de correlação reproduz a propriedade de autovalor, a rede de ações modelada aumenta o grau de consistência com a rede original. Ademais, cada unidade de ações que possui distinto número de ligações às outras ações na rede original, apresenta respostas distintas. O autovalor também se revelou um fator determinante no processo de formação de redes.

Cetorelli e Peristiani (2009) empregaram o método de redes sociais para avaliar a importância relativa dos centros financeiros ao redor do mundo. Por meio de dados de praticamente todo o universo de atividade global de ações, os autores puderam construir dois *rankings* para as bolsas internacionais: (i) considerando a capacidade de atrair globalmente ofertas públicas iniciais (IPOs); (ii) e a capacidade de fornecer uma plataforma eficiente de negociação para uma lista de empresas elencadas. O principal destino das ofertas públicas são os Estados Unidos, entretanto, os autores também captaram uma diminuição dessa capacidade de atrair IPOs, fato relacionado à melhoria das condições de competitividade das bolsas no mercado global. Assim, verifica-se crescente importância de competitividade em particular nas bolsas de Londres, Deutsche Börse da Alemanha e de Hong Kong.

Mais especificamente relacionado ao tema desta pesquisa, Han e Yang (2011) analisaram os efeitos de redes de informação sobre as propriedades de um mercado financeiro, seguindo um modelo de equilíbrio de expectativas racionais. Nos modelos, os agentes poderiam optar entre adquirir informações de mercado com um custo fixo, ou captar informações a partir da comunicação interpessoal. Os autores constataram que, considerando um montante fixo de informação para o agente, as comunicações via redes aumentam a eficiência de mercado, reduzem o custo do capital, elevam a liquidez e volume negociado. No equilíbrio, contudo, a comunicação social reduz a aquisição de informação e, em razão disso, induz um impacto negativo sobre a eficiência de mercado, liquidez e preços do ativo. Isso ocorre por que os negociantes têm incentivos a

desenvolver o comportamento *free-rider*, preferindo obter informações através da comunicação a ter de comprá-la. Outra fonte de ineficiência introduzida pela comunicação diz respeito à introdução de ruídos no mercado, tendo em vista que nem todas as informações transmitidas por meio das redes são verdadeiras (ACEMOGLU, OZDAGLAR e PARANDEHGHEIBI, 2010).

Recentemente, inúmeros estudos têm se dedicado a avaliar o papel que os efeitos de pares, amizade, vizinhança, religião, rede de educação compartilhada e a propaganda boca-a-boca (*word-of-mouth communication*) exercem nas decisões de investimento, tais como composição de portfólio e participação no mercado de capitais. Evidências encontradas por Hong, Kubik e Stein (2004, 2005), Ivkovic e Weisbenner (2007), Cohen, Frazzini e Malloy (2008, 2010) indicam que há transferência de informação por meio de redes influencia tanto nas decisões de gestores de fundos de investimento quanto no planejamento financeiro familiar.

Gray e Kern (2011) identificaram que as redes sociais estão diretamente ligadas à compreensão dos investidores acerca do processo de descoberta de preços. Já Colla e Mele (2010) e Ozsoylev e Walden (2010), motivados por evidências empíricas, avaliaram como as estruturas de redes sociais podem afetar a eficiência de mercado, empregando, para isso, informações exogenamente determinadas. Ozsoylev e Walden (2010) buscaram estudar estruturas gerais de redes sob a presença de equilíbrios de expectativas racionais, Colla e Mele (2010) examinaram os efeitos de uma rede cíclica sobre precificação de ativos, e, para tanto, empregaram correlações de negócios entre investidores inseridos na mesma rede e de redes distintas<sup>38</sup>.

Ozsoylev et al. (2011) utilizaram dados de contas de todos os negociantes da bolsa de valores de Istambul para identificar negociantes que são que apresentam comportamento de negócios similares como uma forma de ligação na rede empírica de investimento. Tal procedimento também foi empregado por Barber et al. (2009), ao examinar as similaridades de portfólio entre negociantes como uma inferência indireta de estrutura de rede social.

---

<sup>38</sup> Para maiores detalhes acerca de aplicações de redes sociais, ver Allen e Babus (2009). Os autores fizeram um levantamento bibliográfico acerca de aplicações de redes sociais no estudo de risco sistêmico, governança corporativa e distribuição primária de títulos.

A fim de ilustrar como a topologia da rede pode influenciar a eficiência econômica, Wilhite (2001, 2006) desenvolveu um modelo de comércio bilateral por redes. Em seu experimento Wilhite (2006) constatou que a rede completa converge para o equilíbrio mais rapidamente que qualquer outra estrutura. O efeito mundo-pequeno apresenta implicações importantes sobre as dinâmicas de processos desencadeados nas redes. A coordenação de qualquer processo é facilitada ao se permitir a comunicação em todo o conjunto de agentes por meio de pequenas distâncias médias, ainda que a interação seja primordialmente local.

Não obstante os resultados da simulação tenham indicado que sob uma rede completa o equilíbrio converge mais rapidamente que qualquer outra configuração, sob a configuração de mundo-pequeno o sistema foi capaz de atingir o equilíbrio com significativa economia de esforço de busca. Wilhite (2006) conclui que a rede mundo-pequeno emerge como a configuração mais realista para mercado de trocas, uma vez que os agentes atribuem considerável importância à economia em esforços de busca ao mesmo tempo em que procuram manter a eficiência da interação global. Já a rede sem escala apresenta resultados similares à mundo-pequeno. Destaca-se, porém que esta consegue atingir a condição de equilíbrio em algumas rodadas a menos que a rede mundo-pequeno e com menor esforço de busca. Tanto a rede mundo-pequeno como a sem escala resultam em uma distribuição equitativa.

## 3. METODOLOGIA

### 3.1. Quadro conceitual

#### 3.1.1. Simulação

Em meio à complexidade dos processos, a modelagem de sistemas via simulação computacional tem ganhado crescente destaque em estudos econômicos e sociais (GILBERT e TROITZSCH, 2005). Segundo Simon (1996), a simulação parte do princípio de que padrões emergentes complexos podem surgir de interações relativamente simples. Nessa perspectiva, a simulação consiste em construir uma representação de dado fenômeno real com o intuito de facilitar sua compreensão (INGALLS, 2008). O modelo, portanto, é uma simplificação do seu alvo, o fenômeno real, mas que contém similaridade suficiente, permitindo derivar conclusões acerca do alvo a partir do modelo analisado (GILBERT e TROITZSCH, 2005).

Como método, a simulação computacional possibilita a reprodução de processos sociais, teste e análise de projeções, bem como a condução de “experimentos”, sem incorrer nos custos de sua implementação no mundo real (GILBERT, 2008, MOLLONA, 2008). Taber e Timpone (1996) e Gilbert e Troitzsch (2005) apontaram motivos pelos quais a simulação computacional é preferível à matemática na formalização de teorias sociais, a saber, a linguagem de programação – que é mais detalhada e menos ambígua, a possibilidade de existência de processos paralelos, a facilidade na representação de agentes heterogêneos, entre outros. Ademais, a simulação permite obter *insights* acerca dos elementos, a nível micro, que subsidiam a ocorrência de fenômenos emergentes a nível macro.

A lógica de operacionalização de um modelo de simulação não se distancia da lógica subjacente aos modelos estatísticos. Em ambos os procedimentos é desenvolvido um modelo o qual se assume que representa um processo real. A distinção entre os dois métodos consiste no aspecto de que o modelo de simulação será executado a fim de produzir resultados (*outputs*), enquanto o estatístico emprega análise estatística de dados observados a fim de estimar os valores esperados dos parâmetros (GILBERT e TROITZSCH, 2005).

Ao recorrer a esse tipo de modelagem, busca-se captar a entidade dinâmica do fenômeno analisado, sua trajetória ao longo do tempo, bem como suas implicações sobre o ambiente, elucidando tanto as relações estruturais como comportamentais no processo social. Assim, é possível incorporar ao modelo mental<sup>39</sup> a dinâmica dos processos compreendidos com a modelagem, no sentido de aprimorar capacidade interventiva para solucionar problemas sociais e garantir a resiliência do sistema.

O início dos estudos com simulação nas ciências sociais remonta ao trabalho seminal de Thomas Schelling (1969), utilizando autômatos celulares para modelar segregação entre agentes. Na década de 1990, com o desenvolvimento dos estudos de dinâmica não-linear e das pesquisas relativas à inteligência artificial, os sistemas multi-agentes ganharam expressiva notoriedade (GILBERT e TROITZSCH, 2005). A inteligência artificial (*artificial intelligence* - AI) concebe que os agentes são processo autônomos similares aos seres vivos, munidos de capacidade decisória e reativa. Por meio da computação evolutiva, um subcampo da AI, esses processos também são capazes de aprimorar e desenvolver estruturas decisórias de forma independente. Ao incorporar as ferramentas da AI, a Modelagem Baseada em Agentes (MBA) possibilita desenvolver sociedades artificiais formadas por grupos de agentes independentes que atuam em paralelo e que se comunicam (ZIMBRES, 2006).

---

<sup>39</sup> Modelo mental é o recurso através do qual os indivíduos processam novas informações advindas do meio ambiente que os cercam. Esses modelos mentais são erigidos a partir de estruturas genética e culturalmente dadas, sendo aperfeiçoados à medida que são confrontados com a experiência. O aprendizado resultante da experiência permite ao indivíduo reparar os erros de um modelo mental deficiente, porém essa mudança não se dá por meio da substituição de um modelo mental por outro, mas através da constante reelaboração do modelo inicial, empregando principalmente analogias. Assim, o nível de sofisticação de um modelo mental pode ser medido pelo grau de generalidade de suas metáforas (STERMAN, 2000).

### 3.1.2. Sistemas multiagentes

Os sistemas multi-agentes são formados por meio de entidades autônomas tomadoras de decisões denominadas agentes, que podem representar entidades econômicas, sociais, biológicas ou físicas (BONABEAU, 2002). Cada agente é dotado de um conjunto de capacidades comportamentais e de coleta de dados, estes aplicam o método comportamental aos dados disponíveis a fim de alcançar seus objetivos (EPSTEIN e AXTELL, 1996; WOOLDRIDGE, 2002). Alguns desses métodos e dados são disponibilizados publicamente, acessíveis a todos os agentes, enquanto outros são de domínio privativo, não acessível a nenhum outro agente. Também é possível que as informações sejam compartilhadas por um subgrupo de agentes, sendo protegido do acesso por parte dos demais. Adicionalmente, os agentes podem se comunicar com os demais por meio de métodos públicos ou privados (TESFATSION, 2006).

É por meio da interação dos agentes, muitas vezes heterogêneos, que emerge o comportamento global do sistema ao longo do tempo. À medida que esse padrão global evolui os agentes podem adaptar seu conjunto de regras a fim de melhorar seus resultados, segundo uma função objetivo. Essa adaptação é viabilizada através do uso de funções de *feedback* e algoritmos de aprendizagem (SCHIERITZ e MILLING, 2003). Schieritz e Milling (2003) apresentaram algumas propriedades típicas dos agentes, que são: autonomia decisória, ação sem interferência externa; habilidade social, capacidade de interação com outros agentes; proatividade, os agentes têm iniciativa e engajamento na busca por objetivos; reatividade, respondem aos estímulos recebidos; aprendizado, buscam melhorar sua performance a partir de experiências passadas; continuidade, os processos ocorrem de forma contínua no tempo; e mobilidade, habilidade de se mover no ambiente de simulação.

Bonabeau (2002) destacou três principais benefícios da MBA em relação a outras técnicas, são elas: a captura fenômenos emergentes, possibilidade de descrição natural do sistema e flexibilidade. A emergência ocorre de modo frequentemente não intencional e é fruto de ações individuais que, embora sejam consideradas racionais em sentido restrito, não conseguem antecipar o resultado coletivo dessas ações (JERVIS, 1997). Segundo Gilbert e Troitzsch (2005), o fenômeno é caracterizado como emergente quando são requeridas novas categorias

para descrever o comportamento agregado que não são requeridas para os componentes que o subsidiam. Emergência é uma propriedade de sistemas que apresentam complexidade dinâmica<sup>40</sup>, onde complexas estruturas resultantes de regras individuais simples apresentam trajetórias imprevisíveis (GATTI et. al., 2010).

Visto que a MBA suporta as características subjacentes ao sistema, ela se apresenta como uma técnica apropriada para modelar e simular o comportamento dos agentes e suas interações e, por conseguinte, a captura da emergência. Ademais, a descrição mais natural e flexível é observada na representação comportamental das entidades, onde é possível observar múltiplas dimensões como: nível de agregação, número e categorias de agentes, e sofisticação comportamental. Zimbres (2006) ressaltou ainda que a MBA não se limita a estudar o equilíbrio estático, mas busca avaliar como este se porta ao longo do tempo. Isso permite analisar a evolução da dispersão dos agentes por categorias de análise.

É preciso salientar, contudo, que os potenciais benefícios oriundos dessa modelagem não ocorrem sem um custo associado. A MBA é estruturalmente mais complexa que os modelos analíticos convencionais, o que torna mais difícil sua análise, compreensão e comunicação. Nesse contexto, o emprego de recursos computacionais viabiliza a implementação e execução da simulação de estruturas sociais complexas. Assim, os processos de análise e compreensão do modelo se tornam menos onerosos, pois o pesquisador pode selecionar as variáveis que deseja analisar, além de identificar quais processos sociais que estão relacionados às trajetórias dessas variáveis (GRIMM et al., 2006).

Na MBA modelador define o estado inicial do sistema, especificando os dados iniciais, o método comportamental a ser adotado por cada agente, bem como o grau de acesso aos dados (ZIMBRES, 2006). Os dados do agente podem inclui atributos de tipo (se este será um país, mercado, firma ou

---

<sup>40</sup> Alguns sistemas possuem complexidade de detalhamento, com intrincadas redes interligando seus componentes, o que torna impossível compreendê-los sem desenvolver um modelo específico, a partir de dado conhecimento especializado. É o caso do esquema que reproduz o circuito elétrico de um avião (BUENO, 2009). Apesar do alto grau de conhecimento específico exigido na matéria, o sistema elétrico de um avião não possui complexidade dinâmica, pois uma vez desenvolvido seu sistema as relações entre os componentes permanecem as mesmas, isto é, sua complexidade é estática.

consumidor), atributos estruturais (geografia ou relevo, desenho, funções de custo ou de utilidade) e informações acerca dos atributos de outros agentes (como por exemplo, endereços, relação de afinidade). O método baseado em agentes permite inserir comportamentos socialmente institucionalizados na modelagem, tais como leis antitrustes e protocolos de mercado, como também comportamentos privados. Cabe destacar que o modelo precisa ser dinamicamente completo, isto é, uma vez definido suas condições iniciais, o modelo precisa ser capaz de se desenvolver ao longo do tempo apenas a partir das interações entre agentes, sem intervenções adicionais do modelador.

Em linhas gerais, as pesquisas correntes em MBA se dividem em quatro padrões de objetivos. O primeiro é a *compreensão empírica*, que busca explicar o surgimento e persistência de regularidades globais, mesmo na ausência de planejamento centralizado ou controle. O segundo é a *compreensão normativa*, onde a simulação é utilizada para testar e avaliar desenhos de política econômica, instituições e processos. Em terceiro lugar, busca-se produzir *insights* qualitativos e *progresso teórico*, por meio do exame sistemático de alternativas de dinâmicas comportamentais e sob condições iniciais específicas. O quarto objetivo diz respeito ao *avanço metodológico*, que propõe a formulação concisa de proposições teóricas bem fundamentadas, avaliação da validade lógica dessas proposições, empregando um delineamento experimental cuidadosamente elaborado (AXELROD e TEFATSION, 2004, TEFATSION, 2006). A proposta contida neste estudo encontra-se inserida no contexto do primeiro padrão de objetivo, isto é, visa entender a fundamentação microscópica das regularidades estilizadas em séries financeiras.

### **3.1.3. Dinâmica de sistemas**

A metodologia dinâmica de sistemas (*systems dynamics*) foi desenvolvida inicialmente por Forrester (1961) com o intuito de compreender o comportamento do sistema ao longo do tempo. Embora inicialmente voltada para o entendimento de processos industriais e urbanos, a dinâmicas de sistemas tem sido aplicada em diversos campos do conhecimento, que compreendem tanto decisões estratégicas em processos organizacionais quanto o desenho de políticas públicas, em razão de permitir rastrear os efeitos de políticas sobre o estado do

sistema, normalmente não detectados nos modelos mentais (FORRESTER, 1961; FORRESTER, 1969; FORRESTER, 1997 ). Essa abordagem possibilita a construção de modelos coevolutivos<sup>41</sup> para dinâmicas institucionais, além de permitir identificar as mais relevantes cadeias causais presentes no modelo.

Os modelos de dinâmica de sistemas apresentam uma estrutura causal que determina a trajetória agregativa do sistema (SCHIERITZ e MILLING, 2003). A técnica é formalizada matematicamente por meio de equações diferenciais e é útil para explorar o comportamento social não linear e estruturas de sistêmicas reais. Para Vilella (2002), o emprego de dinâmica de sistemas em ciências sociais se presta a identificar estruturas de relações que governam o sistema, bem como seu comportamento ao longo do tempo.

O estado corrente de um sistema, isto é, a condição em que este se encontra em dado momento no tempo, é determinado pela interação de um conjunto de variáveis de nível (estoque) e fluxo, sendo assistidas por variáveis auxiliares. Com o intuito de explicar a relação estoque-fluxo, os especialistas da dinâmica de sistemas empregam a analogia da dinâmica de uma banheira, com fluxo de ingresso dado pela vazão de uma torneira e de saída dado pela vazão do ralo<sup>42</sup>.

No presente estudo, a MBA e a dinâmica de sistemas são combinadas com o intuito de obter uma modelagem híbrida. Enquanto na MBA são definidos os processos de formação de expectativas, decisão e interação dos agentes com o ambiente de negócios e entre si, na dinâmica de sistemas é definido o comportamento dos preços do ativo negociado.

Deve-se destacar que existe uma retroalimentação integrada entre as abordagens, dado que as decisões de investimento dos negociantes compõem os níveis de oferta e demanda pelo ativo, que são utilizados pelo formador de mercado para estabelecer o preço de mercado, via dinâmica de sistemas. O preço de mercado, por sua vez, é empregado pelos negociantes na avaliação das estratégias e posterior tomada de decisão, de modo que o ciclo se repete.

---

<sup>41</sup> Co-evolução é o termo empregado para descrever a situação em que duas ou mais entidades afetam mutuamente a evolução uma da outra. Na natureza, esse processo co-evolutivo se observa com frequência na interação entre predadores e presas ou parasitas e hospedeiros. Já nas ciências sociais, observa-se a dinâmica co-evolutiva em ação a partir das disputas de poder entre as classes de indivíduos, na competição entre empresas, nos processos de barganha e acordos bilaterais, (MURRELL e SCHMIDT, 2011; BISIN e VERDIER, 2012).

<sup>42</sup> Para uma explicação detalhada dessa dinâmica, ver Sterman (2000).

Este modelo híbrido foi construído a partir de uma estrutura de relações pré-estabelecidas, via proposições lógicas, funções e parâmetros. Apesar de as relações e critérios comportamentais serem definidos previamente (em etapa anterior a simulação), o modelo de precificação apresenta comportamento dinâmico independente, sendo capaz de produzir trajetórias não-ergódicas. Ademais, o modelo não é alimentado com quaisquer dados de entrada, de modo que seu comportamento emerge unicamente da interação microscópica dos agentes e da estrutura comportamental a eles atribuída.

### 3.1.4. Redes de interação

As redes (ou grafos) são entidades matemáticas compostas por vértices ( $V$ )<sup>43</sup> que se conectam entre si por meio de arestas ( $A$ )<sup>44</sup>, estas podem ser representadas por:  $G = f(V, A)$ , onde  $V$  é um subconjunto de  $\mathbb{N}$  e  $A \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ . Com o intuito de simplificar as interações, considera-se que as ligações são indiretas e um par de agentes conectados  $\{i, j\}$  é expresso como  $i \sim j$ . De modo que a sentença  $(i \sim j \in G)$  representa que os agentes  $i$  e  $j$  estão conectados na rede  $G$ . Ademais, as arestas não possuem valores intrínsecos (comprimento ou qualidade) que as diferencie umas das outras (WILHITE, 2006).

A distribuição de grau (*degree*) retrata a distribuição de probabilidade de um agente (vértice) possuir determinado número de conexões (arestas), sendo grau ( $D$ ) o número de arestas que um vértice estabelece com os demais. O coeficiente de aglomeração ( $C_i$ ) para um dado vértice é obtido a partir da razão entre o número de arestas que liga os vizinhos do vértice ( $E_i$ ) e o número máximo possível de arestas, como segue:

$$C_i = \frac{2E_i}{K_i(K_i-1)}, \quad (3)$$

onde  $D_i$  é o grau do vértice  $i$ . Quando  $C_i = 0$  indica que o vértice  $i$  é o único elo entre os vizinhos que não se conhecem. Por outro lado,  $C_i = 1$  indica que todos

---

<sup>43</sup> Com o intuito de padronizar as referências às unidades de análise, é adotada a nomenclatura de agentes para representar também dos vértices ou nós da rede.

<sup>44</sup> Arestas são as conexões que ligam os agentes entre si.

os vizinhos do vértice  $i$  fazem parte do mesmo clique<sup>45</sup>. De modo análogo, o coeficiente de aglomeração médio,  $C = \frac{\sum_i C_i}{N}$ , representa o nível de interconexão da rede como um todo. Assim,  $C = 1$  indica que toda a rede é composta por um único clique.

O comprimento do caminho, por sua vez, representa a distância que um vértice se encontra de outro. Assumindo dado par de vértices,  $i$  e  $j$ , é possível estimar uma medida,  $l_{ij}$ , que represente o número mínimo de arestas que separam os dois vértices. A medida mais empregada para caracterizar o diâmetro de uma rede é o caminho mais curto médio ou comprimento médio:

$$L = \frac{1}{N(N-1)/2} \sum_{i=1}^{N-1} \sum_{j=i+1}^N l_{ij}, \quad (4)$$

Essa medida atende à noção intuitiva de que qualquer indivíduo está distante de qualquer outro indivíduo por uma curta cadeia de conhecidos, conforme indica o princípio dos “seis graus de separação”<sup>46</sup>.

Segundo Latora e Marchiori (2001), o coeficiente de aglomeração e o comprimento médio estão relacionados à eficiência local e global, respectivamente. Eficiência local porque indica a tolerância à faltas, isto é, quão eficiente é a comunicação entre os vizinhos imediatos do vértice  $i$  quando este é removido; enquanto eficiência global diz respeito à capacidade de transmissão de sinais (informação) para toda a rede.

### 3.2. Protocolo UML

As representações de modelos baseados em agentes frequentemente incorrem em processos descritivos extensos, que facilmente se tornam cansativos. Adicionalmente, representações fragmentadas e não sistemática também podem comprometer a compreensão e eventual reprodução do modelo proposto por parte do leitor (GRIMM, BERGER, *et al.*, 2006). Em razão disso, a literatura tem apontado um protocolo padrão de processos computacionais, com

---

<sup>45</sup> Uma *rede* pode ser formada por subconjuntos internos. Um subconjunto em que todos os vértices são perfeitamente conectados – todos se conhecem – é chamado de clique, enquanto subgrupos maiores e não perfeitamente conectados são chamados de comunidades.

<sup>46</sup> Estudo desenvolvido por Miligran (1967) apontou que são necessários no máximo seis laços de amizade para que duas pessoas quaisquer estejam conectadas no mundo. Recentemente, com o advento da *web*, experimentos empregando grande volume dados de redes sociais indicam que esses laços podem ser ainda menores (BACKSTROM *et al.*, 2011).

o intuito de estruturar um framework analítico contendo as classes de indivíduos, relações, hierarquias e sequências de processos (SILVA, CHOREN e LUCENA; BAUER e ODELL, 2005; BERSINI, 2012; JENNINGS, 2000). Esse protocolo, denominado de *Unified Model Language* (UML), é composto de 13 representações gráficas empregadas na documentação do modelo.

Bersini (2012) argumentou que, na descrição de modelos baseados em agentes, as representações mais empregadas são: o diagrama de classes, que descreve as classes de agentes, seus atributos e interação entre classes; o diagrama de sequências, que representa o processo em uma perspectiva temporal, ou seja, a ordem de execução de processos; o diagrama de atividades, que exibe as funções e atividades executadas por cada classe, integrando o sistema como todo; e, por fim, o diagrama de estado, que representa as possíveis condições em que o referido agente se encontra.

### **3.3. Descrição do Modelo**

O modelo de mercado financeiro artificial aqui desenvolvido tem como objetivo simular computacionalmente o ambiente de negociação de ativos com risco, formado por agentes com expectativas heterogêneas. Pretende-se, portanto, desenvolver um modelo que consiga captar propriedades estatísticas próximas às de um mercado financeiro real. E uma vez obtido um modelo representativo, será possível testar diversas hipóteses levantadas acerca deste mercado. Assim, apresenta-se a seguir os elementos que compõem o modelo computacional, hipóteses subjacentes e principais variáveis.

O modelo proposto considera a existência de dois ativos: ativos com risco (ações) e títulos livres de risco (moeda<sup>47</sup>); e encontra-se fundamentado no Sistema Adaptativo de Crenças (SAC), introduzido por Brock e Hommes (1998) e na ecologia de expectativas proposta por Arthur et al. (1995, 1997). Trata-se de uma aplicação para o mercado financeiro do processo de seleção evolucionária de expectativas (BROCK; HOMMES, 1997). Em sua concepção, o

---

<sup>47</sup> A princípio a moeda não tem grandes atribuições na modelagem, a não ser a função de fornecer liquidez ao mercado, ou seja, o ativo livre de risco tem a finalidade de ser amplamente aceito e de fácil conversão sem incorrer em perda de valor.

modelo é composto por quatro classes de agentes, como sintetiza o diagrama de classes na Figura 5.

**Diagrama de Classes**

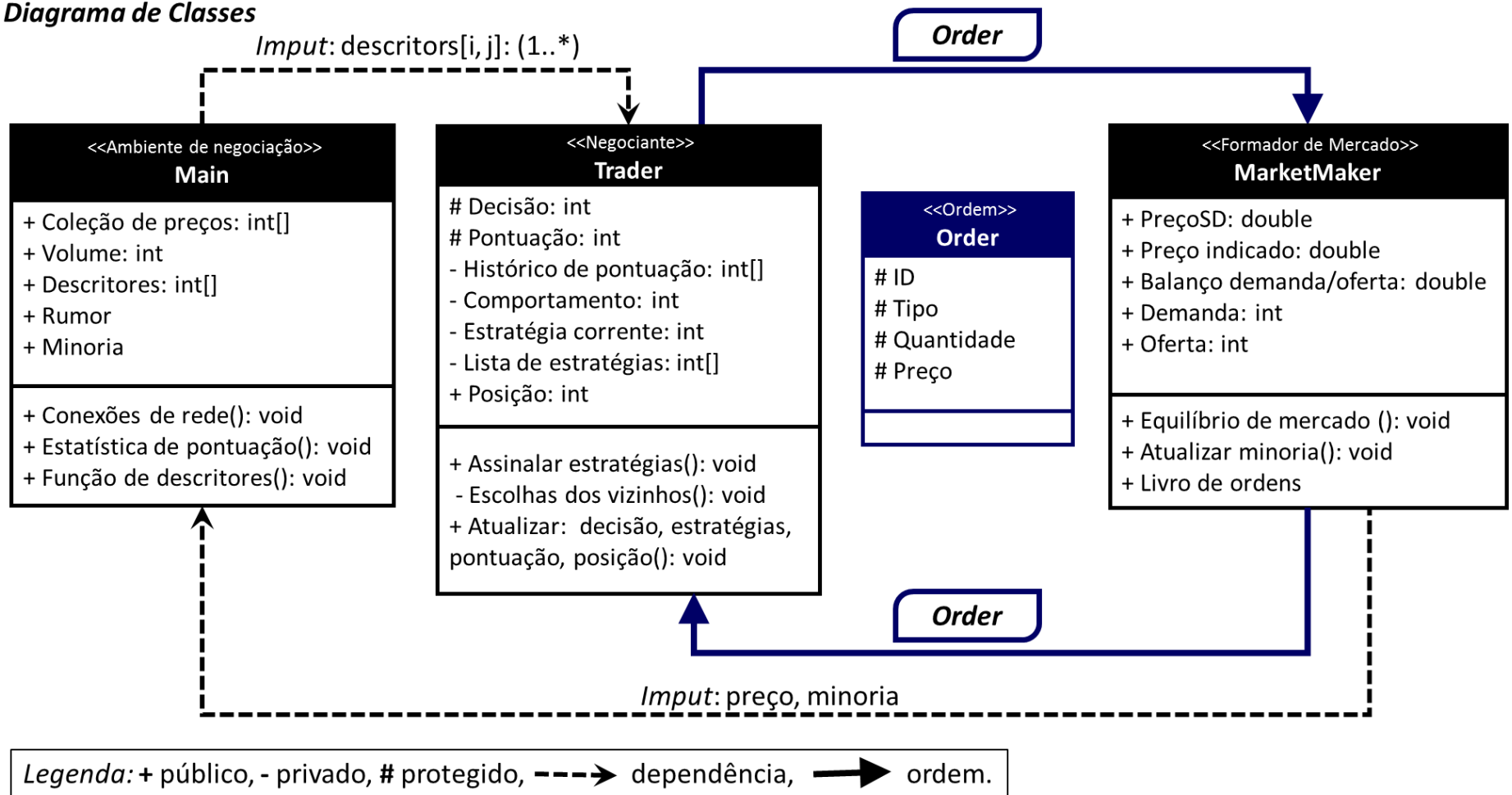


Figura 5 – Diagrama de classes do modelo  
 Fonte: Elaboração própria.

Cada classe possui um conjunto específico de atribuições, representados pelos elementos contidos no quadrante superior, bem como funções, descritas no quadrante inferior. Os atributos de cada classe podem ser de natureza pública, informações disponíveis a todos, privada, informação exclusiva do agente, e protegida, quando classes específicas podem ter acesso à informação. Ademais, os produtos (*outputs*) gerados no interior das classes são empregadas como insumos (dados de alimentação ou *inputs*) nos processos de outras classes, como indica as setas seccionadas. A comunicação entre classes ocorre por meio de envio de ordens, isto é, mensagens de compra e venda, conforme ilustrado pelas setas contínuas.

A primeira classe de agentes é o **ambiente de interação** (*Main*), que corresponde ao núcleo de negociação onde ocorrem os processos de compra e venda de ativos, isto é, representa a bolsa de valores e é responsável pela liquidação das operações. A partir do ambiente de interação os agentes podem captar informações de domínio público, tais como histórico de preços, volume negociado, indicadores de mercado e rumores. Os indicadores de mercado, ou descritores, são projeções da trajetória futura do preço concebidas a partir de análises fundamentalistas, técnicas e de padrões comportamentais subjetivos. Entende-se, com isso, que o ambiente é composto por uma multiplicidade de indicadores que tentam decifrar o estado atual do mercado (ARTHUR et al. 1996), e que estes encontram-se parcialmente acessíveis aos negociantes que atuam no mercado. O processo de formação dos descritores é apresentado no Apêndice A.

No ambiente de interação, também são definidos os meios de interação local dos negociantes, a rede através da qual são estabelecidas as comunicações. Assim, considera-se seis topologias de redes, a saber, sem conexões, completa, regular, aleatória, mundo pequeno e livre de escala. Adicionalmente, o ambiente também fornece uma estatística de desempenho dos negociantes que atuam no mercado.

A segunda classe de agentes corresponde aos **negociantes** (*Traders*). No modelo existem  $N$  negociantes que buscam ampliar seu rendimento por meio da alocação de sua riqueza entre ativos com risco (ações) e títulos livres de risco (moeda). Por cada fração do ativo é pago dividendo  $y_t$  resultante de um processo

estocástico não conhecido pelo negociante. O título livre de risco possui uma oferta perfeitamente elástica e paga juros segundo uma taxa fixa  $r$ <sup>48</sup>.

Os negociantes que atuam no mercado financeiro possuem expectativas heterogêneas e buscam incorporar novas informações do mercado com o intuito de atualizar seu sistema de crenças. Cada negociante possui uma coleção de estratégias de tamanho  $H$ , construídas a partir de uma combinação convexa de dos descritores fornecidos pelo ambiente. Em razão da multiplicidade de descritores e possibilidade de combinações delas decorrentes, é possível aflorar uma ecologia de estratégias não repetidas às quais o negociante pode utilizar em seu processo decisório. Deve-se salientar, contudo, que em razão das restrições cognitivas e processuais, os negociantes têm acesso apenas a um subconjunto dessa ecologia.

Após delimitar o conjunto de estratégias disponíveis, o negociante precisa ainda selecionar a estratégia a ser utilizada no processo decisório. Para tanto, emprega-se um mecanismo de aprendizado baseado no desempenho retrospectivo de cada estratégia e nas decisões de adotadas pelos vizinhos – negociantes aos quais se está conectado. O processo de tomada de decisão dos negociantes, que envolve a construção de estratégias, avaliação de desempenho e escolha de estratégias, são apresentadas no Apêndice B. A partir da estratégia escolhida, os negociantes podem mudar de estado e executar ordens de compra ou venda.

Os possíveis estados de decisão do negociante são representados em um fluxograma na Figura 6. O processo funciona do seguinte modo: os negociantes são inicialmente introduzidos no estado de *espera*, aguardando o processamento de informações. Ao selecionar uma estratégia ( $h$ ), sinaliza-se uma ação ( $A_h$ ), que pode ser de compra (1), venda (-1) ou espera (0). Sempre que for sinalizada a compra o negociante migra do seu estado original para o estado de *compra*. Isso ativa o envio de uma ordem de compra ao Formador de Mercado, que, após executar a ordem, envia outra ordem ao negociante atualizando sua posição financeira e liberando para que volte ao estado de *espera*. Raciocínio similar é empregado para a sinalização de venda. Cumpre

---

<sup>48</sup> Para fins de simplificação, o título livre de risco será considerado como sendo a moeda retida pelo agente, com pagamento de juros  $r = 0$ .

destacar, entretanto, que mediante a necessidade de execução das ordens por parte do Formador de Mercado, é possível que o negociante altere sua sinalização antes que esta seja efetivada. Assim, é possível que haja migração do estado de *compra* para o de *venda*, e vice-versa.

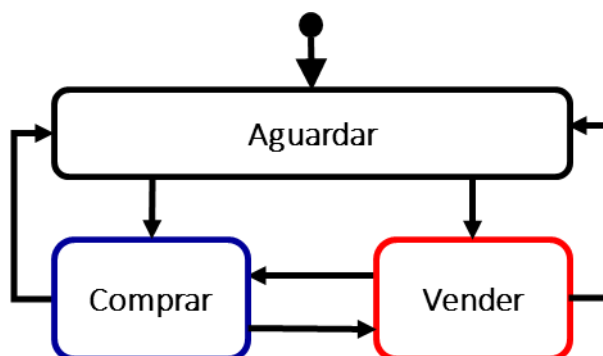


Figura 6 – Diagrama de estados do negociante  
Fonte: Elaboração própria.

As **Ordens** (*Orders*) são uma classe peculiar de agentes, visto que não representam indivíduos ou instituições, mas sim mensagens. Em outras palavras, é por meio das ordens que as classes de agentes se comunicam, processo também representado na Figura 5. Sempre que um negociante deseja executar uma transação de comprar ou venda do ativo, ele envia uma ordem para o Formador de Mercado, que, após executar a transação, destrói a ordem enviada e encaminha ao negociante uma nova ordem, detalhando a transação executada. Ao receber essa nova ordem, o negociante atualiza sua carteira de ativos, migra para o estado de espera, destruindo a ordem recebida.

As ordens são alimentadas com informações sob a forma de parâmetros, conforme descritos no terceiro quadro da Figura 5. Em cada ordem enviada existe a identificação (ID) de um negociante correspondente, isto é, o negociante que envia a mensagem ou para o qual ela é endereçada. Outro parâmetro diz respeito ao tipo, se de compra ou de venda, o que viabiliza sua execução por parte do Formador de Mercado. Ademais, é possível registrar as quantidades transacionadas e preço pelo qual o ativo é negociado. No caso da ordem enviada pelo negociante, por exemplo, são informadas apenas as quatro primeiras especificações. O preço não é especificado visto que este será determinado pelo Formador de Mercado ao executar a transação.

A última classe de agentes presentes no modelo corresponde ao **Formador de Mercado (FM)** ou *market maker*. Trata-se de um agente de liquidez que intermedia as negociações realizadas no mercado e assegura a liquidez mínima ao ativo alvo. No mercado real, esse papel é desempenhado pelas corretoras de valores mobiliários e bancos de investimentos. Conforme apresentado no último quadro da Figura 5, o FM possui um conjunto de atribuições peculiares, que são discutidas a seguir.

Todas as ordens de compra e venda do ativo são enviadas diretamente ao FM, este, por sua vez, as registra no livro de ordens (*order book*) no momento em que as recebe, de modo que as ordens mais antigas são primeiramente executadas. O Quadro 2 apresenta uma ilustração do registro no *order book*: a cada período as ordens são classificadas quanto ao tipo, de compra ou de venda, e computa-se a ordem de chegada, identificação do negociante e quantidade desejada.

Quadro 1 – Ilustração do registro no Livro de Ordens (*Order Book*)

t= 0							
Compra				Venda			
Ordem	ID	preço	quantidade	ordem	ID	preço	quantidade
1	10	#	1	1	54	#	-1
2	22	#	1	2	69	#	-1
3	5	#	1	3	36	#	-1
t=1							
Compra				Venda			
Ordem	ID	preço	quantidade	ordem	ID	preço	quantidade
1	32	#	1	1	32	#	-1
2	09	#	1	2	19	#	-1
3	12	#	1	3	03	#	-1

Fonte: Elaboração própria.

Eventualmente, essas ordens direcionais de compra e venda dos negociantes não se anulam, sendo necessário, portanto, que o FM intervenha provendo liquidez ao mercado, comprando papéis excessivamente ofertados e vendendo os excessivamente demandados. A partir da diferença entre a oferta e demanda de ativos, o FM pode estabelecer o preço de mercado, através do qual são efetivadas as transações. Para modelar esse processo, emprega-se a metodologia dinâmica de sistemas (*system dynamics*), visto que o estado corrente do sistema, a condição em que este se encontra em dado momento no tempo, pode ser representado por um conjunto de variáveis de nível (estoques) e fluxo, sendo assistidas por variáveis auxiliares (STERMAN, 2000).

Em sua concepção, o sistema de determinação de preço é relativamente simples, sendo formado por apenas uma variável de estoque, uma de fluxo e sete variáveis auxiliares, conforme pode ser visto no diagrama da Figura 7. Primeiramente, utiliza-se a diferença entre demanda e oferta para obter a variável de *balanço demanda/oferta* ( $B_t$ ). A demanda afeta positivamente a variável de *balanço* ( $B_t$ ), ao passo que a oferta afeta negativamente, como indicam os sinais nas pontas das setas. O *balanço* ( $B_t$ ), juntamente com o parâmetro de *sensibilidade do preço* em relação ao balanço ( $\gamma$ ), vão produzir o *efeito de balanço* ( $E_t^i$ ). A determinação do efeito ocorre do seguinte modo: quanto mais sensível for o preço em relação às flutuações do hiato entre demanda e oferta (excesso agregado de demanda) e quanto maior esse hiato, maior deve ser o efeito de balanço. Este, por sua vez, influencia diretamente o *preço indicado* ( $P_t^i$ ).

O *preço indicado* ( $P_t^i$ ) pode ser classificado, por assim dizer, como o preço de referência do mercado, indicando uma trajetória rumo ao equilíbrio. Em outras palavras, a variação do preço de mercado ao longo do tempo ( $\frac{dP_t}{dt} = \dot{P}_t$ ) é afetada diretamente pelo *preço indicado* ( $P_t^i$ ), entretanto, a velocidade de convergência do *preço de mercado* ( $P_t$ ) ao preço de equilíbrio ( $P_t^i$ ) depende do parâmetro *tempo de ajustamento de preço* ( $\eta$ ). Surge, então, o efeito de dois *loops* de *feedback*, que podem ser visualizados na Figura 7. Um *loop* de reforço (R) aponta que quanto maior o preço indicado maior tende a ser o nível de preço de mercado, e, por conseguinte, o preço indicado também se eleva, em vista de seu valor também depender do nível de preço praticado. O segundo *loop* é de

balanço (B) e trata do efeito de amortecimento na variação do preço decorrente da redução da discrepância entre o preço indicado e praticado<sup>49</sup> (STERMAN, 2000). As equações diferenciais que alimentam o sistema são apresentadas no Apêndice C.

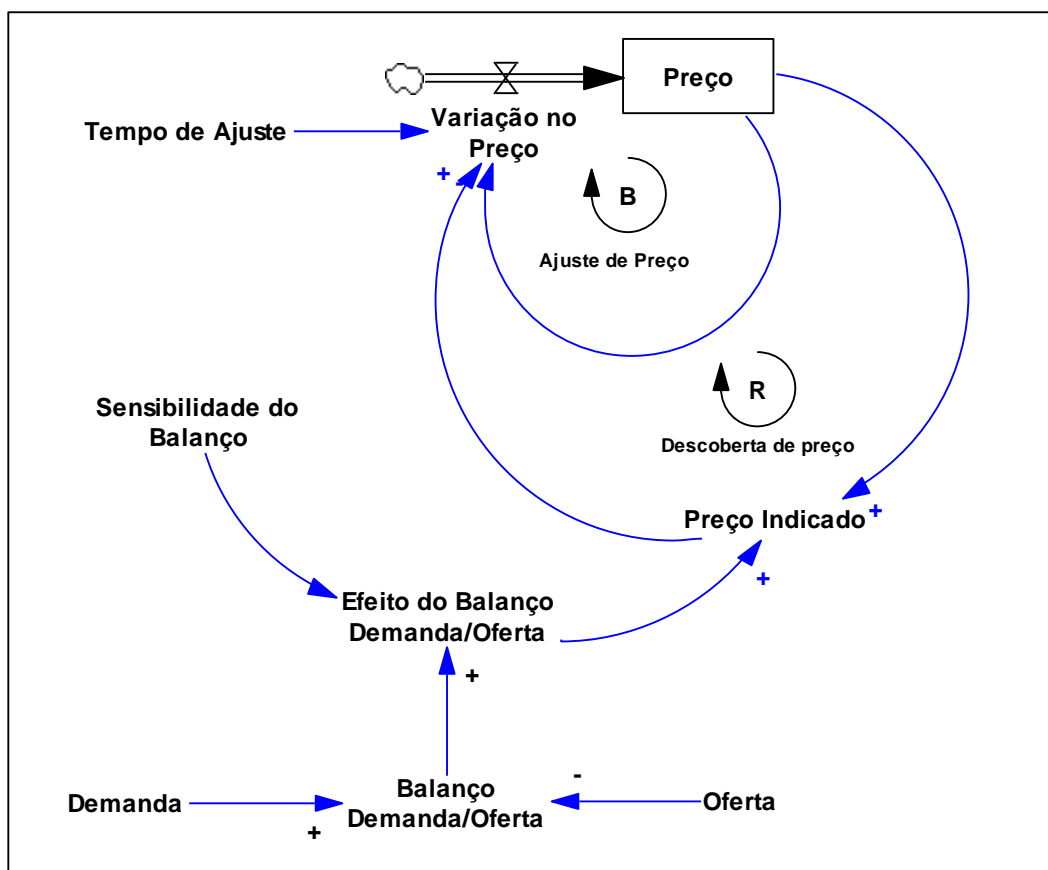


Figura 7 – Diagrama sistêmico de determinação de preço de mercado  
 Fonte: Adaptado a partir de Sterman (2000).

Uma vez estabelecido o preço de mercado em cada período, o FM executa as ordens e encaminha uma ordem para cada negociante registrado no *order book*, informando as condições sob as quais a negociação foi efetivada. Em seguida, apaga-se do *order book* as ordens já executadas.

O caráter de interação global do modelo consiste no aspecto de que cada agente registrará sua decisão de compra ou venda junto ao FM, que, por sua

<sup>49</sup> Ao considerar possíveis extensões desse modelo de determinação de preço, poderia ser acrescida a função do governo por meio de medida de regulação de preços ou ainda fixação de tributos, elementos que podem acarretar mudanças perceptíveis na trajetória de preços.

vez, procederá à execução das ordens, estabelecimento do preço de mercado. O preço do ativo, portanto, é a informação global de conhecimento público resultante da interação de todos os agentes no mercado.

### 3.3.1. Execução da simulação

A sequência de transição das funções executadas durante a simulação são apresentadas no diagrama de transição da Figura 8. Tais processos ocorrem de forma sequencial após a inicialização do modelo e alimentação dos dados de entrada. A partir dos dados disponíveis, os descritores são gerados no domínio do ambiente e, posteriormente, empregados pelos negociantes na função *Declarar estratégias ()*. Em seguida, são processadas no domínio do negociante a escolha da estratégia e decisão de mudança de estado. Após esse processo, o negociante executa a função *Enviar ordem ()* direcionada ao formador de mercado, responsável pela contabilização e execução das ordens.

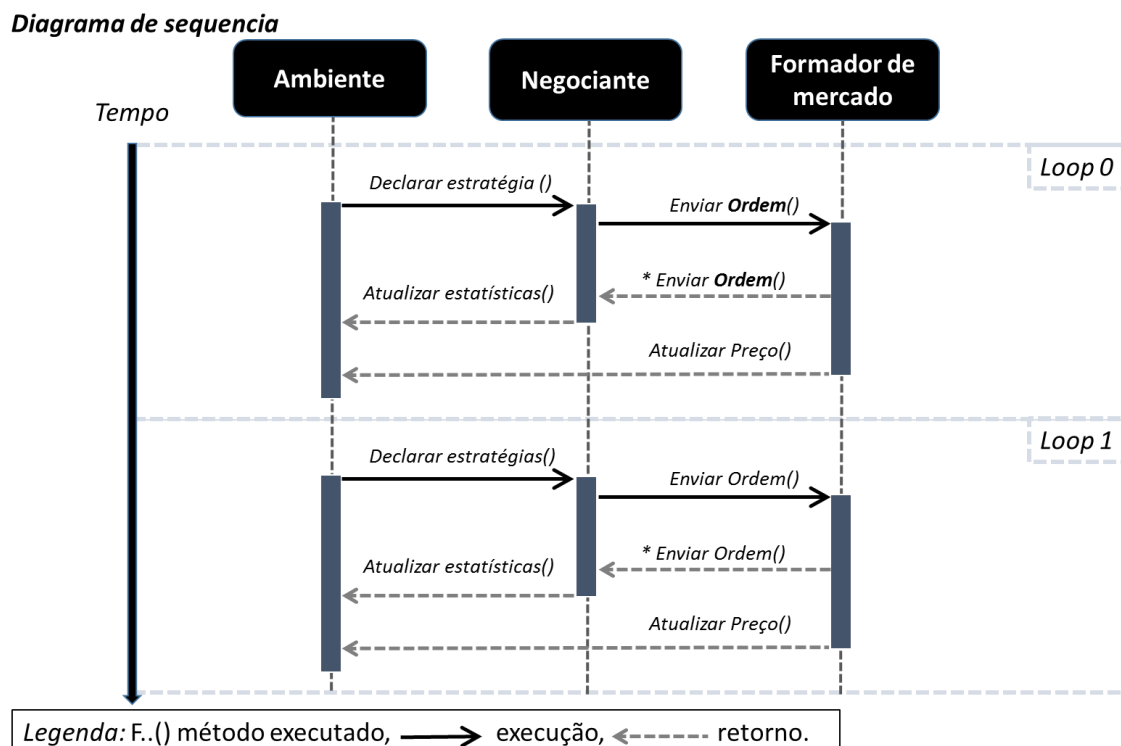


Figura 8 – Diagrama de sequência.  
Fonte: Elaboração própria.

Adicionalmente, o formador de mercado executa a função *Enviar ordem ()*, com o intuito de comunicar ao negociante sua nova posição financeira e, posteriormente, o ambiente registra o novo preço por meio da função *Atualizar preços ()*, além de atualizar a estatística de desempenho dos agentes. Assim, fecha-se o ciclo referente à primeira rodada de simulação, e esse processo se repete indefinidamente até a simulação seja interrompida.

As simulações do modelo também podem ser compreendidas sob a perspectiva das atividades que executa e da interação entre classes neste processo. A Figura 9 fornece um esquema de atividades executadas no modelo proposto. Ao inicializar o ambiente, formam-se os descritores de mercado, que são empregados pelos negociantes na formação de estratégias de negociação e posterior tomada de decisão. As decisões dos negociantes alimentam o livro de ordens, contendo solicitações de compra e venda. Após a equalização das ordens e determinação do preço de mercado por parte do formador de mercado, o negociante pode atualizar seu portfólio e, avaliar o desempenho de suas estratégias. Esse desempenho influencia sua escolha futura de estratégia. Em paralelo, o ambiente atualiza os dados do mercado e forma uma nova sequência de descritores.

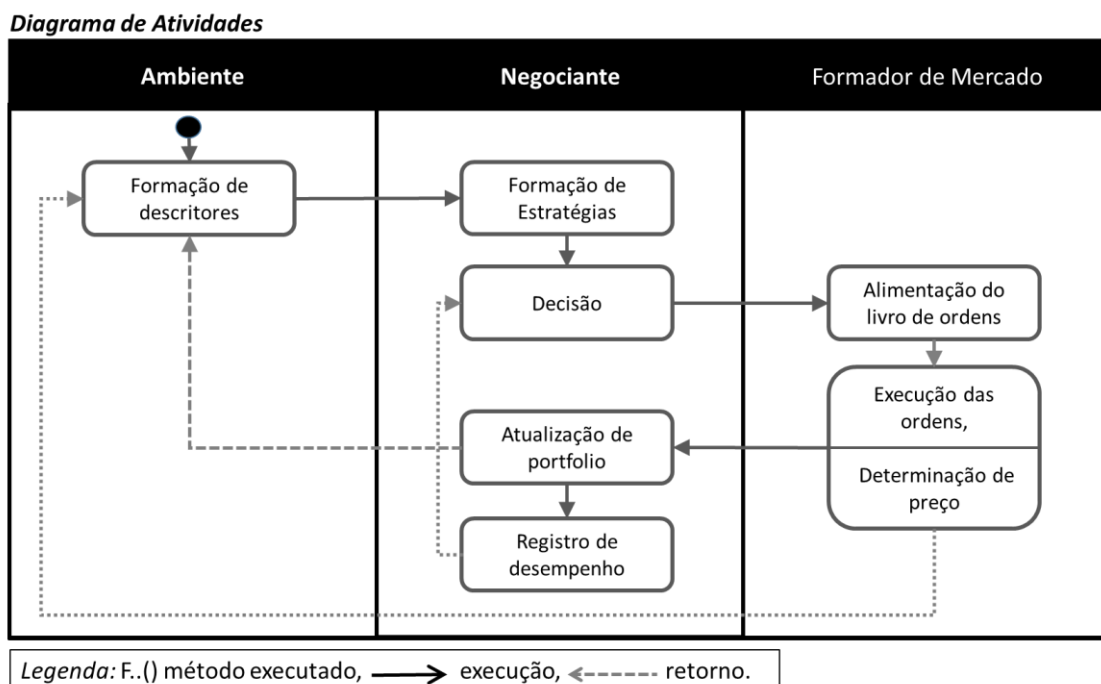


Figura 9 – Diagrama de atividades  
Fonte: Elaboração própria.

### 3.3.2. Conceitos de desenho

Seguindo as proposições de Grimm et al. (2006), apresenta-se a seguir um *check-list* de conceitos do modelo:

- Adaptação: O *negociante* é capaz de perceber as mudanças na tendência de mercado e busca captar novas informações em ordem de alterar a estratégia empregada. Para tanto, ele emprega uma função de desempenho recente de cada hipótese de mercado, selecionando as mais eficazes;
- Predição: As predições acerca do preço futuro do ativo são feitas a partir de estratégias disponibilizadas, isto é, cada *negociante* é dotado de um subconjunto de estratégias dentre uma ecologia de estratégias existentes, e escolhe do subconjunto uma que para utilizar no processo de predição, as estratégias ativas;
- Conhecimento: O *negociante* é míope, por isso apenas consegue reter informações do passado recente  $t - m$ , onde  $m$  representa a extensão de sua memória. Assim, o *negociante* pontua a predição correta de cada estratégia em cada um dos  $m$  períodos passados. Essas informações são computadas no cálculo da medida de desempenho recente;
- Interação: Os *negociantes* interagem entre si por meio da rede estabelecida<sup>50</sup>, onde buscam captar informações. Além disso, também interagem com o FM ao realizar operações de compra e venda de ativos;
- Estocasticidade: O elemento estocástico que compõe o modelo diz respeito ao dividendo do ativo com risco ( $y_t$ ), a seleção de indicadores de mercado na composição das estratégias de negociação. Ademais, o processo de formação dos subconjuntos de estratégias individuais também é aleatório.

---

<sup>50</sup> No modelo base as redes são desconsideradas na análise, tema que será abordado na seção referente ao contágio comportamental.

Esses elementos seguem processos estocásticos independentes e identicamente distribuídos<sup>51</sup> (IID).

- Observação: Os resultados captados para análise correspondem aos preços e retornos do ativo negociado, bem como o volume de negociação e sucesso de previsões dos negociantes.

### 3.4. Detalhes

#### 3.4.1. Variáveis

O modelo de mercado de ações artificial, aqui apresentado, foi composto por 500 agentes ( $N = 500$ ) do tipo *negociante* e 1 agente do tipo Formador de Mercado, onde todos os agentes irão interagir por cerca de 1600 rodadas. Em razão das limitações de recursos e do custo computacional<sup>52</sup> que a introdução de novos agentes imputa aos experimentos, adotou-se o princípio da parcimônia, fixando a *população* de negociantes em 500 agentes (AXELROD, 1997). Considera-se, assim, ser possível atingir a variabilidade de agentes heterogêneos necessária à modelagem e garantir a validade dos resultados, sem impactar expressivamente sua eficiência computacional.

O número de *descritores* corresponde à quantidade de indicadores de mercado disponíveis no ambiente de negociação, a partir dos quais os negociantes compõem suas expectativas de preço e, subsequente, estratégias de investimento. Este número foi definido como 31 indicadores, envolvendo estratégias fundamentalistas, técnicos e sinalizações de sentimentos alheios aos fundamentos, isto é, as expectativas otimista, pessimista e aleatória. O espaço de medida, intervalo de tempo adotado no cálculo de hipóteses técnicas, assume quatro valores, que são: (10, 20, 40 e 60). Esses valores variados são utilizados na construção dos *bits* técnicos dos descritores.

---

<sup>51</sup> Em razão de não haver encontrado fundamentação para adotar outra função de distribuição de probabilidade, optou-se por seguir a tradição da literatura de que elementos estocásticos são IID (MICCICHE, BONANNO, *et al.*, 2002 ; BROCK, LAKONISHOK e LEBARON, 1992).

<sup>52</sup> Entende-se por custo computacional o tempo incorrido na execução de um experimento de simulação. Por exemplo, alguns experimentos levaram aproximadamente 6 horas para serem completamente executados.

A partir da combinação desses indicadores, é possível desenvolver cerca de 1900 hipóteses de mercado não repetidas, corroborando, assim, para uma ecologia de hipóteses (ARTHUR, 1994; ARTHUR, DURLAUF e LANE, 1997). Tais indicadores encontram-se disponíveis no ambiente de negociação, os quais os negociantes podem selecionar, em número limitado, para compor o conjunto de hipóteses de mercado. Em cada hipótese, portanto, são utilizados dois *bits* de descritores.

Todos os negociantes possuem a mesma dotação de riqueza inicial, logo, nenhum investidor será capaz de influenciar individualmente a dinâmica de preço do ativo.

Cumprido destacar ainda que o ambiente de simulação é dinâmico, podendo ser alterado o número de investidores, estratégias de investimento, espaço de medida e memória dos agentes. O tempo de simulação é modelado por unidades contínuas. Cada unidade de tempo artificial equivale a um dia de operação do mercado de ações.

Tendo em vista os objetivos do estudo, as variáveis-chave da modelagem, isto é, as principais variáveis a serem monitoradas e analisadas são divididas em duas categorias: com respeito ao mercado e aos agentes. No primeiro quesito pretende-se analisar a trajetória dos preços das ações, seu retorno e o volume negociado, testando se o modelo consegue reproduzir “assinaturas” estatísticas típicas de séries financeiras. Ainda nessa categoria, pretende-se testar como estas variáveis respondem às variações dos parâmetros e condições iniciais. A segunda categoria de variáveis corresponde às características do agente, tais como evolução da precisão das previsões, estados do agente e aprendizado. Ainda nesse sentido, pretende-se também testar o comportamento dos negociantes sob subconjuntos limitados de estratégias.

### **3.4.2. Software**

Na implementação da simulação foi utilizado o software Anylogic, em sua versão 7.2. O Anylogic é uma ferramenta de simulação multi-paradigma que possibilita a integração de distintos métodos de simulação, a saber, sistemas multi-agentes, eventos discretos e dinâmica de sistemas. Por meio da linguagem de programação JavaScript, orientada a objetos, e do *Framework* Eclipse, o

Anylogic permite a elaboração de modelos modulares e/ou hierárquicos flexíveis e completos, possibilitando a captura da complexidade e heterogeneidade em sistemas sociais, econômicos, físicos e biológico (Li e Li, 2010). Adicionalmente, o software dispõe de um extenso conjunto de distribuições de funções estatísticas e uma estrutura experimental poderosa, que auxiliam na simulação das incertezas provenientes dos distintos sistemas.

### **3.4.3. Fonte de dados**

Os dados utilizados no procedimento de calibragem correspondem às cotações diárias do índice IBOVESPA, bem como sua série de retorno, referentes ao período de 13 de julho de 2009 a 03 de dezembro de 2015, totalizando 1600 observações<sup>53</sup>. O Índice da Bolsa de Valores de São Paulo (IBOVESPA) é o principal indicador de desempenho do mercado de ações brasileiro, que representa uma carteira teórica replicável e pode servir de *benchmark* para investimentos de médio e longo prazo. Esse índice é composto pelos principais papéis negociados na BM&FBOVESPA e que atendem aos critérios estabelecidos em sua metodologia. Seu valor corresponde a uma carteira teórica de ações formada em 02 de janeiro de 1968 (valor-base de 100 pontos), considerando uma aplicação hipotética. A partir de então, supõe-se que não há investimento adicional. Todo ajuste em seu valor é exclusivamente proveniente de reinversão de dividendos, do valor apurado com a venda de direitos de subscrição e a manutenção das ações recebidas em bonificação. Logo, o índice reflete tanto as variações de preços das ações como os efeitos das distribuições de proventos, de modo que avaliar o retorno total das ações que o compõem (GALLAGHER, 2012).

### **3.5. Verificação e validação**

---

<sup>53</sup> Como a calibragem do modelo limitava-se à 1600 observações, optou-se por captar estas observações do período mais recente possível. Ademais, os dados referentes a esse período não são afetados pela crise financeira de 2008, visto que a trajetória de preços de ativos em período de crise exige uma modelagem dirigida exclusivamente para este período.

Um dos principais atrativos da simulação computacional encontra-se em permitir estudar e compreender fenômenos do mundo real sem incorrer custos e dificuldade decorrentes de experimentos reais. Para tanto, a simulação deve ser bem-sucedida, tornando-se capaz de produzir resultados confiáveis que possam ser empregados em projeções futuras e tomadas de decisão. A inclusão de todas as variáveis que atuam sobre o sistema real não somente é impossível (impossibilidade de processar todas as interações), como também não necessária (alguns elementos não exercem influência significativa sobre o sistema). Em virtude disso, os modelos de simulação são erigidos sob um conjunto de pressupostos ou, como afirmou Box (1987, p. 424), “*Essentially, all the models are wrong, but some are useful*”. Em outras palavras, todo modelo de simulação é uma representação abstrata de um sistema desenvolvida com o intuito de possibilitar maior compreensão sobre o comportamento do sistema, além de permitir previsões e experimentos computacionalmente controlados (XIANG et al., 2005).

Contudo, as abstrações e suposições incluídas na modelagem podem acarretar imprecisões no modelo de simulação. Torna-se preponderante, portanto, determinar a precisão com que o modelo de simulação representa o sistema real. Embora não haja uma abordagem universal para validação de modelos, a literatura sugere esquemas de validação para MBA pautados em procedimentos de verificação e técnicas de validação. Segundo Sargent (2004), o processo padrão para validação de simulações é composto por: validação do modelo conceitual, verificação do modelo computacional e validação operacional.

A Figura 10 apresenta a versão simplificada do processo de desenvolvimento de um modelo. A *entidade problema* representa o sistema – real ou proposto – que se pretende modelar; o *modelo conceitual* refere-se à esquematização lógica/matemática/verbal da *entidade problema* desenvolvida para atender os propósitos do estudo; o *modelo computacional* corresponde à transcrição do *modelo conceitual* para linguagem computacional e sua implementação. Durante a fase de *análise e modelagem* é concebido o modelo conceitual, enquanto o *modelo computacional* é desenvolvido na fase de *programação e implementação computacional*. Assim, é possível obter inferências a partir de experimentos computacionais – na fase *experimento*.

De acordo com Sargent (1984), o desenvolvimento de um modelo de simulação válido é um processo iterativo. Após a construção do modelo conceitual emprega-se o procedimento de validação do modelo conceitual. Tal procedimento busca averiguar se a fundamentação teórica e o conjunto de pressupostos do modelo conceitual são corretos, se corresponde a uma representação razoável<sup>54</sup> da entidade problema e se atende aos objetivos do modelo (LAW e KELTON, 1991, SARGENT 2009). Os resultados encontrados durante o procedimento de validação devem ser empregados para melhorar o modelo conceitual, que, posteriormente, será submetido à nova validação. Esse processo se repete até que o modelo conceitual seja considerado satisfatório.

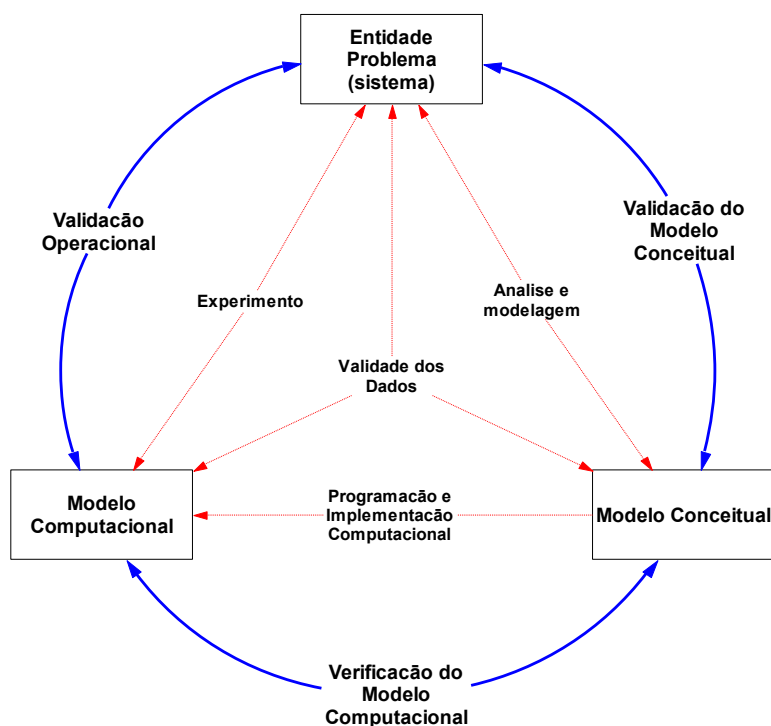


Figura 10 – Diagrama simplificado do processo de modelagem.

Fonte: Adaptado a partir de Sargent (2009).

O mesmo princípio se aplica ao modelo computacional. Ao implementar computacionalmente o modelo conceitual, emprega-se o procedimento de verificação, que consiste em avaliar se o desenho do algoritmo foi implementado de forma correta. Tal processo compreende a depuração (*debugging*) do

<sup>54</sup> Usualmente, durante o processo de validação do modelo conceitual, submete-se o modelo à avaliação de especialista da área, por meio de um processo iterativo e construção e desconstrução do modelo.

algoritmo, incluindo a busca por implementações incorretas do modelo conceitual, inconsistências lógicas e verificação de cálculos (XIANG, 2005). O Apêndice C lista alguns procedimentos usualmente empregados no processo de verificação.

Os erros (*bugs*) detectados durante o procedimento de verificação são corrigidos e o modelo computacional é novamente submetido à nova verificação, até que seja tido por satisfatório. Segundo Gilbert (2008), pode-se considerar como se os erros seguissem uma função exponencial negativa, onde o número de erros decresce rapidamente à medida que se faz verificações, mas nunca chega a zero.

Por fim, a validação operacional é conduzida sobre o modelo computacional. O propósito desse procedimento é avaliar se o comportamento resultante da simulação é consistente com o resultado do sistema proposto ou real. As falhas detectadas no procedimento de validação processual podem implicar alterações tanto no modelo computacional quanto no conceitual (SARGENT 2009). Sempre que houver alguma alteração no modelo é necessário executar os procedimentos de verificação e validação. Em vista disso, Sargent (2009) salientou que podem ser feitos diversos desenhos de modelos antes que se obtenha o modelo validado.

Cumpram ainda destacar a relevância do processo que avalia a validade dos dados. Conforme ressaltado por Sargent (2009), as falhas na validação do modelo estão frequentemente relacionadas aos problemas nos dados. Apesar disso, a validade dos dados não é considerada na maioria dos procedimentos de validação. Isso porque esse processo costuma ser oneroso e demanda tempo considerável na obtenção de dados precisos e suficientes. Os dados são necessários para construir o modelo computacional, validação do modelo e realização de experimentos no modelo validado. Embora não haja um procedimento que assegure a qualidade dos dados, Sargent (2009) propõe alguns passos que auxiliam nesse processo: (i) coletar e manter os dados, (ii) testar os dados coletados por meio de técnicas que avaliam a consistência interna, (3) vasculhar os dados procurando por *outliers* e determinar se o *outlier* está correto.

### **3.5.1. Validação**

Com respeito à validação, Balci (1998) e Gilbert (2008) propuseram uma série de técnicas que têm sido amplamente empregadas no desenvolvimento de modelos de manufatura, engenharia e processos de negócios. Apresenta-se a seguir os procedimentos de validação utilizados no presente trabalho.

#### **3.5.1.1. Validação de face**

A validação de face (*face validation*) consiste em submeter o comportamento do modelo (variáveis-chave), e sua precisão, à avaliação subjetiva de especialistas na matéria (NAYLOR; FINGER, 1967). Para tanto, pode-se fazer uso de duas formas de percepção do modelo. A primeira é animação (*animation*), uma representação ilustrativa do comportamento do sistema ao longo do tempo, através da qual é possível rastrear as propriedades individuais enquanto ocorre a simulação. A segunda forma é por meio da representação gráfica (*graphical representation*) de resultados do modelo, tais como médias, distribuições, séries de tempo, etc. Tais instrumentos podem auxiliar em julgamentos subjetivos. Desenvolvedores podem também empregar a validação de face no processo de depuração do código (XIANG et al., 2005).

Esse procedimento, entretanto, revela-se demasiadamente subjetivo, visto que o peso da validação repousa sobre o julgamento de especialistas (KENNEDY et al., 2005; PULLUM; CUI, 2012). Segundo Reeves (2009), os critérios subjetivos buscam avaliar a coerência estrutural do modelo no sentido lógico, funcional e biológico. Tais procedimentos são empregados como uma abordagem inicial, a fim de obter uma validação rápida e suja (*quick-and-dirty validation*), mas que necessitam de formalização (KENNEDY et al., 2005). Via de regra, as técnicas subjetivas exigem esforço comparativamente inferior aos métodos mais sofisticados, e, em razão disso, são amplamente adotados em simulações exploratórias.

#### **3.5.1.2. Calibragem dos parâmetros**

Em havendo disponibilidade de dados sob a forma de séries de tempo, é possível executar as técnicas de calibragem (LEBARON, 2006). O procedimento

de calibragem consiste em ajustar os parâmetros do modelo proposto a fim de que as variáveis endógenas produzam trajetórias aderentes às séries reais do sistema alvo<sup>55</sup>. Para tanto, emprega-se uma técnica de otimização numérica, que busca de forma iterativa o conjunto de parâmetros que melhor atendem ao objetivo proposto, respeitando restrições previamente estabelecidas. No caso da calibragem, esse objetivo é minimizar as distâncias entre os valores simulados ( $\hat{Y}_t^i$ ) e os valores observados ( $Y_t^i$ ) das variáveis de controle incluídas no modelo. Em outras palavras, busca-se minimizar a seguinte função objetivo:

$$Fo = \sum_{i=0}^J w_i \sum_{t=0}^T (\hat{Y}_t^i - Y_t^i)^2 \quad (5)$$

onde  $j$ ,  $w_i$  e  $T$  correspondem, respectivamente, ao número de variáveis a serem calibradas, à ponderação atribuída a cada variável<sup>56</sup> e o tempo total da simulação. A inclusão das ponderações ( $w_i$ ) impede que seja dado maior peso às variáveis com maior dimensão absoluta.

No presente estudo, o procedimento de calibragem foi feito considerando o ajuste entre a série de preço e de retorno do ativo modelado e a série do IBOVESPA, respeitando as restrições de valores mínimos, máximos e intervalo de variância. Sua execução foi implementada por meio do software Anylogic, empregando a ferramenta iterativa de otimização OptQuest. Embora a calibragem possa ser feita manualmente, por meio de um procedimento de tentativa e erro, a ferramenta de otimização interativa permite testar automaticamente um conjunto extenso de combinações de parâmetros. E, na medida em que novos valores são testados, são armazenados os valores que otimizam a função objetivo. Assim, ao findar o processo iterativo, é gerado um relatório contendo um conjunto de valores de parâmetros que melhor ajusta a série modelada.

O procedimento de calibragem permite a inclusão de mais de uma variável na função objetivo, bem como a adoção de pesos distintos, a fim de evitar a concessão de excessiva importância às variáveis de magnitude superior. Deste modo, objetivando captar o real comportamento presente na série do

---

<sup>55</sup> Deve-se salientar que a calibragem, *per se*, não valida o modelo de simulação, visto que sua função é de apenas aproximar as séries simuladas das séries realmente observadas. E como seu ajuste leva em conta apenas observações passadas, não há como afirmar *a priori* que um modelo calibrado é válido.

<sup>56</sup> Os valores atribuídos a cada ponderação são definidos de acordo com interesse do pesquisador.

IBOVESPA, foram incluídos dois aspectos da série na função objetivo, que são: o nível de preço (IBOVESPA) e os retornos do preço. Ao calibrar o modelo considerando duas variáveis, uma em nível e outra em taxa de variação, a magnitude das séries pode enviesar a calibragem. Isso porque o procedimento tende a atribuir maior importância aos desvios da série em nível, em detrimento dos desvios em relação a série de taxa de variação. E, em razão disso, o comportamento do modelo ajustado consegue reproduzir melhor a trajetória da série em nível, enquanto se distancia do comportamento da série de retornos. Para atenuar esse efeito na modelagem, e, assim, reproduzir aspectos de ambas as séries, foi adotado um peso maior para a série de retornos, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 – Restrições incluídas na calibragem

<b>Variáveis</b>	<b>Pesos</b>
Preço	1
Retorno	100

Fonte: Elaboração própria.

Nota: \* O espaço de medida considerado no cálculo foi de 60 dias.

Ademais, foram acrescentadas ao procedimento de calibragem mais três restrições, conforme exposto na Tabela 2. Portanto, apenas foram consideradas calibrações válidas quando a série modelada de preço apresentava valores dentro dos limites estabelecidos para o nível, média e desvio padrão de todo o período. Esses limites foram estabelecidos em conformidade com as propriedades apresentadas na série alvo, o IBOVESPA.

Tabela 2 – Restrições incluídas na calibragem

<b>Variáveis</b>	<b>Limites</b>	
	<b>Inferior</b>	<b>Superior</b>
Preço	30	80
Média	45	65
Desvio padrão	-	14

Fonte: Elaboração própria.

### 3.5.1.3. Análise de sensibilidade

O desenvolvimento de modelos baseados em agentes (MBA) exige detalhamento em nível de desagregação considerável. Esse processo envolve a descrição minuciosa de diversos atributos e comportamentos de agentes, bem suas regras de interação e o ambiente (CASTLE; CROOKS, 2006). Em decorrência disso, os resultados do experimento podem ser extremamente sensíveis às condições iniciais e às distribuições iniciais dos atributos, o que pode comprometer a solidez dos resultados obtidos.

Idealmente, a determinação das condições iniciais e a natureza dos atributos (determinista ou probabilística) devem ser pautadas em evidências empíricas ou teóricas. Contudo, em muitas situações não há disponibilidade de dados ou simplesmente pretende-se analisar um sistema hipotético. Para tanto, é necessário fazer suposições simplificadoras, como atribuir a mesma riqueza inicial a todos os agentes, ou mais realistas, como definir os *thresholds* segundo uma distribuição conhecida de probabilidade (HELBING; BALIETTI, 2012).

Nessa perspectiva, a análise de sensibilidade é fundamental para testar o efeito global sobre o modelo e seus resultados decorrentes de alterações nos valores de parâmetros internos e insumos. Deve haver uma correspondência entre as sensibilidades do modelo e do sistema real (XIANG et al., 2005). O procedimento consiste em empregar a teoria para derivar um conjunto de proposições da relação esperada entre as variáveis e, então, testar se ocorre a distribuição esperada a partir de uma variedade de configurações de parâmetros. Cada configuração corresponde a uma suposição acerca do seu valor.

Segundo Gilbert (2008), é possível checar cada configuração por meio da mensuração do seu valor a partir de dados empíricos ou através da análise de sensibilidade. Embora o primeiro procedimento seja preferível, alguns parâmetros não podem ser checados empiricamente, razão pela qual se faz necessária a análise de sensibilidade. O teste de cada configuração deve conter um número de simulações, variando o valor do referido parâmetro dentro de um intervalo restrito.

O número de simulações deve ser baseado na quantidade de variações pretendida para se obter média e variância, de forma que os resultados sejam estatisticamente significativos. Já o intervalo de variação deve ser delimitado a

partir do conhecimento empírico prévio, de outro modo o teste pode se tornar impraticável (GILBERT, 2008). Os parâmetros para os quais o modelo é sensível, cujas mudanças causam significativas alterações no comportamento do modelo, necessitam de maior precisão na especificação do valor antes de empregá-lo na modelagem (KENEDY et al., 2005).

#### **3.5.1.4. Validação interna**

Conforme destacado por Gilbert (2008), a maior parte dos modelos de simulações contêm elementos de aleatoriedade. É comum que alguns atributos iniciais sejam determinados por meio de um processo aleatório, buscando refletir as condições estocásticas às quais determinadas variáveis estão sujeitas. Para o autor, esse processo também ocorre no mundo real, visto que existe algum nível de aleatoriedade nos acontecimentos. Deve-se salientar, porém, que os resultados se alteram em cada simulação. Logo, é necessário adotar procedimentos para extrair regularidades dos resultados.

Portanto, a fim de conferir maior robustez ao modelo, deve-se proceder a teste de validação interna. O procedimento consiste em comparar diversas replicações de simulação estocásticas a partir de diferentes sementes geradoras de números aleatórios (*random seeds*), a fim de avaliar se o padrão dos resultados persiste (Axtell, 2000). No processo gerador de sementes aleatórias, a cada rodada de simulação é fixada uma semente aleatória, que alimenta todos os componentes estocásticos do modelo. Caso os geradores de números aleatórios causem inconsistência nos dados resultantes (padrões de variação não fundamentados e excessiva variabilidade), o modelo é questionado em sua programação ou no modelo conceitual. Testa-se, com isso, a consistência dos resultados da simulação. A partir da validação do modelo é possível extrair conclusões gerais dos resultados do modelo.

#### **3.5.1.5. Validação quantitativa**

Ao incorporar técnicas de análise quantitativas aos procedimentos de validação empregados, ocorre um incremento substancial na fiabilidade conferida ao modelo (KENEDY et al., 2005). Através de procedimentos

estatísticos é possível comparar os resultados do modelo com o sistema real correspondente, desde que o modelo seja simulado com os mesmos insumos do sistema real (XIANG et al., 2005). Sanchez (2001) e Kleijnen (1999) apresentaram algumas aplicações estatísticas no processo de validação. Nesse processo, primeiramente, deve-se determinar as medidas de resultado do modelo que podem atender aos propósitos da investigação (KENEDY et al., 2005). Em seguida, aplica-se um conjunto de técnicas estatísticas aos dados obtidos com a simulação<sup>57</sup>.

Dados de séries temporais, médias, variâncias e agregações podem auxiliar os procedimentos de validação, como a validação de face. Ademais, podem ser empregados testes de hipótese e intervalos de confiança sobre parâmetros, distribuições e séries de tempo modeladas para cada cenário experimental. Por meio desses testes estatísticos o modelador cerca-se de maiores evidências acerca da precisão do modelo.

Segundo Gilbert (2008), os modelos de faixa intermediária (*middle range models*), como o desenvolvido no presente estudo, têm o propósito de descrever características de dado fenômeno particular, mas com aplicação suficientemente geral, permitindo extrair conclusões gerais acerca da dinâmica analisada (caráter indutivo). A natureza genérica desses modelos impossibilita sua comparação exata de comportamento com qualquer observação particular. Buscam-se, em vez disso, semelhanças qualitativas satisfatórias. Em outras palavras, a dinâmica do modelo deve ser semelhante a dinâmica observada, de modo que os resultados da simulação apresentem a mesma “assinatura estatística” observada em dados reais, ou seja, as distribuições dos resultados devem apresentar formato similar (MOSS, 2002).

Ressalta-se, portanto, a relevância dos fatos estilizados, observados em séries financeiras de ativos com risco, para a validação da modelagem ora proposta. Fatos estilizados são propriedades estatísticas comuns às séries financeiras, tais como: caudas pesadas (*fat tails*), gaussianidade agregativa, caudas pesadas condicionais, ausência de autocorrelação linear, lei de potência, intermitência e agrupamento de volatilidade (*volatility clustering*) (CONT, 2001; PLEROU et al., 1999; TANG; HUANG, 2000; MANTEGNA; STANLEY, 2000). Ao

---

<sup>57</sup> No presente trabalho, apenas os dados do modelo de simulação calibrado foram submetidos à validação quantitativa.

reproduzir tais propriedades estilizadas no modelo computacional, é possível considerar o modelo desenvolvido como uma representação válida do mercado financeiro de ativos com risco.

A análise das propriedades estatísticas das séries temporais financeiras constitui importante ferramenta para os agentes que atuam no mercado de ativos. Isso porque auxilia tanto no cálculo de risco, como na formação de preço de derivativos e outros instrumentos financeiros (CREPALDI, 2007). Na tentativa de identificar essas propriedades empíricas, Fama (1965, 1970) analisou séries de retornos de preços reais, onde constatou ausência de autocorrelação serial. A partir dessa evidência, o autor pôde desenvolver a *Hipótese de Eficiência de Mercado*, isto é, a ideia de que não é possível extrair informações relevantes das séries financeiras a fim de obter ganhos superiores aos demais. Segundo essa premissa, os distintos ativos não podem ser afetados pelo mesmo conjunto de informações e, por conseguinte, devem exibir propriedades diversas. Entretanto, a literatura tem identificado fatos estilizados em séries de ativos financeiros distintos (CONT., 2001; MANTEGNA; STANLEY, 2000; BOUCHAUD; POTTERS, 2003). Com isso, sustenta-se a crítica à abordagem financeira que supõe que os movimentos do mercado financeiros se originam unicamente de fatos econômicos e políticos relacionados aos ativos.

No processo de identificação de fatos estilizados, são utilizadas as séries de retornos dos ativos negociados. O retorno de um ativo corresponde à variação relativa de preços do ativo e pode ser calculado pela seguinte equação:

$$r(t) = \log p_t - \log p_{t-\Delta t} \quad (6)$$

A razão de se adotar as séries de retornos na análise das propriedades estatísticas, em lugar da série de preço em nível, diz respeito ao efeito escala<sup>58</sup>. Em contraponto às séries de preços, os retornos não são afetados pelos efeitos de escala, permitindo comparabilidade entre séries distintas. Portanto, nas análises que se seguem, o principal *input* utilizado são as séries de retorno dos

---

<sup>58</sup> Os preços das ações das empresas possuem magnitudes valores monetários distintos. É possível que ações de empresas distintas apresentem variações absolutas de preços muito diferentes, mas com variações relativas de preços similares. Logo, a comparação de séries de preços de ações distintas é enviesada pelo efeito de escala.

ativos selecionados. Ademais, a fim de evidenciar tais propriedades estatísticas, foram utilizados dados de cotação diária do IBOVESPA, compreendendo o período de 13 de julho de 2009 a 02 de dezembro de 2015.

Os fatos estilizados relacionados às propriedades dos retornos e de sua volatilidade são listados no Quadro 2. Inúmeros estudos empíricos apontam que as séries de retorno de ativos financeiros seguem uma distribuição leptocúrtica (CONT., 2001; MANTEGNA; STANLEY, 2000; TANG; HUANG, 2000), isto é, possui um centro de distribuição mais estreito e caudas maiores comparativamente à distribuição gaussiana, daí o porquê dessa propriedade ser chamada de caudas pesadas ou caudas “gordas” (*fat tails*). O conceito de **caudas pesadas** sugere, portanto, uma distribuição com grande probabilidade de ocorrência de valores distantes da média. Cumpre destacar que quanto maior a frequência dos dados, menor o intervalo entre as observações, maior será o grau de leptocurtose da distribuição (CONT, 2001). Um procedimento para detectar o grau em que a série se distancia da distribuição gaussiana é o teste de curtose.

Quadro 2 – Lista de fatos estilizados das séries de retorno dos ativos

<b>Classe</b>	<b>Fatos estilizados</b>
Propriedade do retorno	Caudas pesadas
	Gaussianidade agregativa
	Caudas pesadas condicionais
	Ausência de autocorrelação linear
Propriedades da volatilidade do retorno	Intermitência
	Clusters volatilidade

Fonte: Elaboração própria.

Portanto, como procedimento de validação quantitativa, adotou-se o conjunto de procedimentos listados a seguir. Primeiramente, foi desenvolvida a análise gráfica e de estatística descritiva da série de retorno modelado, a fim de avaliar a presença de intermitência e volatilidade. Em seguinte, aplicou-se o teste de normalidade de Jarque-Bera para detectar a presença de caudas pesadas e

gaussianidade agregativa; também foi estimando o modelo GARCH<sup>59</sup> como procedimento para filtrar a volatilidade da série de retorno e verificar a presença de caudas pesadas condicionais. Por fim, foram estimadas as funções de autocorrelação e autocorrelação parcial para as séries de retorno simples, absoluta e ao quadrado, com o intuito de verificar dependência temporal do retorno e sua volatilidade.

---

<sup>59</sup> Os modelos de séries temporais da família ARCH/GARCH consistem em técnicas estatísticas que possibilitam a captação a dependência temporal nas variâncias e covariâncias, ou seja, identificar a heterocedasticidade na variância condicional. Para maiores detalhes acerca desse grupo de modelos ver Engle (1982), Bollerslev (1986), Taylor (1986) e Bueno (2008).

## **4. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO**

O objetivo do presente capítulo é apresentar e discutir os resultados das simulações, testando algumas propriedades do mercado de ações artificial ora desenvolvido. Para isso, são apresentados primeiramente os fatos estilizados obtidos a partir da série do IBOVESPA. Logo após, apresenta-se os resultados da calibragem do modelo proposto, validação e a apreensão de fatos estilizados nas séries modeladas. Em seguida, são apresentados experimentos sob diferentes arquiteturas de cenários. Por fim, são discutidos os efeitos de disseminação de expectativas através de redes de interação.

A seguir são apresentadas definições de conceitos relacionados aos fatos estilizados de séries financeiras, bem como os procedimentos para apresentar as propriedades estatísticas das séries modeladas, relacionadas às séries de retorno de ativos financeiros. Ao apresentar tais propriedades universais de séries financeiras reais, é possível testar as propriedades das séries produzidas no mercado financeiro artificial como mecanismo de validação do modelo.

### **4.1. Fatos estilizados nos mercados financeiros**

Embora as oscilações de preços de ativos financeiros sejam dotadas de uma aparente imprevisibilidade, existem propriedades estatísticas universais que permitem extrair implicações úteis acerca do comportamento dessas séries financeiras. Tais propriedades estatísticas, também conhecidas na literatura como fatos estilizados, são observadas em séries financeiras a despeito da especificidade do ativo e da periodicidade empregada (MANTEGNA e STANLEY, 2000; BOUCHAUD e POTTERS, 2003; GOPIKRISHMAN et al., 1999),

sendo verificada, portanto, nos mercados de ações, câmbio, *commodities*, índices e taxas.

Nessa perspectiva, verificou-se a presença de caudas pesadas na série de retorno do IBOVESPA, tal qual encontrado nas análises feitas por Mandelbrot (1963). Por meio do teste de normalidade de Jarque-Bera para série de retorno, constatou-se que esta não segue uma distribuição gaussiana e que exibe **curtose excessiva**, conforme exposto na Tabela 3. É possível inferir, portanto, que o retorno apresenta distribuições sob a forma de cauda pesada.

Tabela 3 – Teste de normalidade da série de retorno do IBOVESPA

<b>Estatísticas</b>	<b>Valores</b>
Assimetria	-1,051
Curtose	9,823
Jarque-Bera	1.034

Fonte: Elaboração própria.

Com respeito à gaussianidade agregativa, a Tabela 4 apresenta os testes de normalidade de Jarque-Bera a partir de diferentes intervalos de tempo. Os resultados apontam que à medida em que os valores aumentam, a estatística do teste tende a aceitar a hipótese de normalidade.

Tabela 4 – Teste de Jarque-Bera para diferentes intervalos de tempo

<b>Estatísticas</b>	<b>Intervalos <math>\Delta t</math></b>		
	<b>3</b>	<b>5</b>	<b>10</b>
Assimetria	-0,13	-0,08	0,28
Curtose	3,56	3,74	3,62
Jarque-Bera	8,51	7,56	4,68

Fonte: Elaboração própria.

Um fenômeno persistente nas séries temporais financeiras diz respeito à denominada **cauda pesada condicional**. Mesmo após filtrar as séries de retorno por meio de modelos do tipo GARCH, no intuito de eliminar a volatilidade (BROOKS, 2002), as séries ainda apresentam caudas pesadas, embora em menor dimensão. Tal propriedade também foi constada na série de retorno do IBOVESPA, após ser filtrada sua volatilidade por meio de um modelo

GARCH(1,1)<sup>60</sup>. Identificou-se que, ainda assim, a série exibe caudas pesadas condicionais, conforme visto na Tabela 5.

Tabela 5 – Teste de normalidade dos resíduos do modelo GARCH

<b>Estatísticas</b>	<b>Valores</b>
Assimetria	-1,051
Curtose	9,823
Jarque-Bera	1.034

Fonte: Elaboração própria.

Também é importante atentar para o comportamento da correlação serial dos retornos. Assim como o estabelecimento da forma funcional da distribuição da série auxilia na quantificação do risco, a análise das correlações subsidia a inferência do futuro a partir de dados passados. A autocorrelação é um teste que indica o quanto uma série temporal depende de seus valores passados

Os resultados dos testes apontam que não há autocorrelação simples das séries de retorno do IBOVESPA, conforme apresentado na Figura 11. Na mesma linha, pesquisas de Pagan (1996), Cont (2001), Gopikrishnan et al. (1999), Mantegna e Stanley (2000), Bouchaud e Potters (2003) e Tang e Huang (2000). Tais evidências têm sido empregadas para respaldar a Hipótese de eficiência dos mercados (FAMA, 1991).

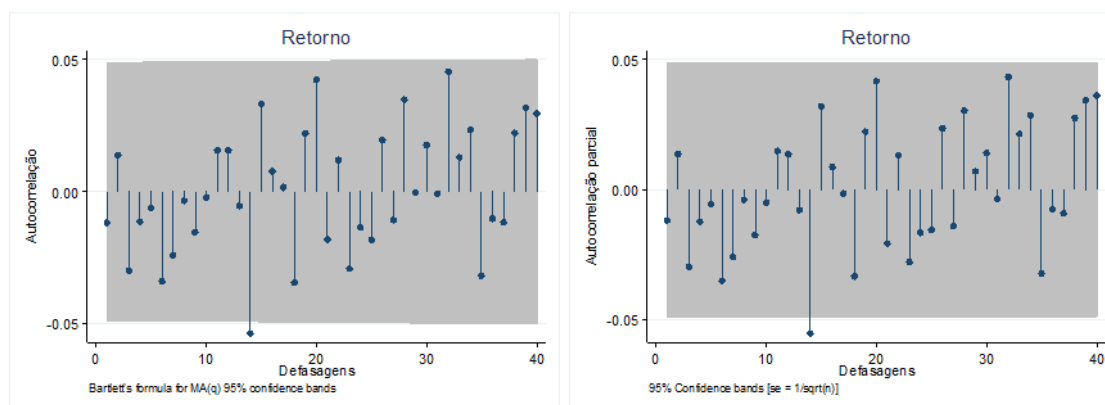


Figura 11 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial da série de retorno.

Fonte: Elaboração própria.

<sup>60</sup> A escolha das defasagens dos componentes autoregressivos ARCH e GARCH foi efetuada a partir dos critérios de Akaike (AIC) e Schwarz (SBC) e do Logaritmo da Função de Verossimilhança.

A ausência de autocorrelação linear dos retornos dá margem para a defesa de que a séries seguem um processo de passeio aleatório, onde os retornos são considerados variáveis aleatórias independentes (CONT, 2001). Contudo, a ausência de correlação serial simples não implica independência dos incrementos. Para que os retornos sejam independentes é necessário que não haja autocorrelação de nenhuma função não linear dos retornos. Na prática, entretanto, observa-se autocorrelação positiva e persistente das funções de retorno absoluto e quadrático, conforme visto nas Figuras 12 e 13.

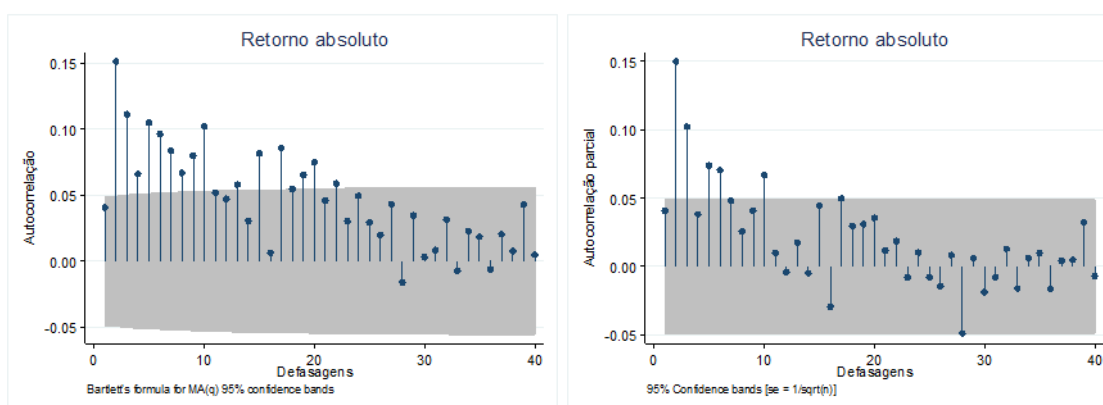


Figura 12 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial do retorno absoluto

Fonte: Elaboração própria.

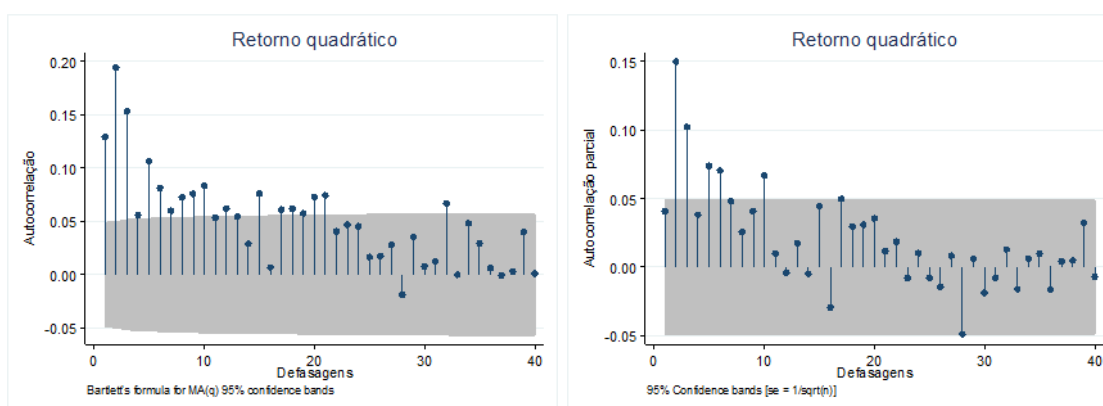


Figura 13 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial do retorno ao quadrado

Fonte: Elaboração própria.

Isso indica que, embora os retornos das séries sejam não correlacionados, a magnitude da flutuação do próximo período é correlacionada com a flutuação presente, ainda que o sinal seja imprevisível. Em outras

palavras, os preços dos ativos são definidos como processo estocásticos em que seus retornos são não correlacionados, mas dependentes. Tais indícios apontam para o fenômeno conhecido como **agrupamento de volatilidade**: grandes oscilações de preços são mais provavelmente seguidas por grandes oscilações, e vice-versa (CONT, 2001; BOUCHAUD; POTTERS, 2003; GOPIKRISHNAN et al., 1999).

Volatilidade representa a flutuação média do preço de um ativo financeiro em dado intervalo de tempo e tem grande importância na análise de risco (BOUCHAUD; POTTERS, 2003; MANTEGNA, STANLEY, 2000; CIZEAU et al., 1997; MICCICHÉ et al., 2002). Não obstante haja grande interesse prático em torno da volatilidade, não é possível observá-la diretamente (BOUCHAUD; POTTERS, 2003). A volatilidade é frequentemente estimada pelo cálculo do desvio padrão do retorno em dada janela temporal. É possível também, estimar a volatilidade calculando a média do valor do retorno absoluto, através de máxima verossimilhança ou por métodos bayesianos (MANTEGNA, STANLEY, 2000).

Os fatos estilizados associados às propriedades da volatilidade do retorno são **intermitência e agrupamento de volatilidade** (*volatility clustering*). Ao observar o comportamento de uma série de retornos é possível constatar que períodos de elevada oscilação de valores são abruptamente substituídos por períodos de baixa oscilação (BOUCHAUD; POTTERS, 2003). Esses movimentos irregulares de ruptura do padrão de variação são conhecidos como intermitência. A Figura 14 apresenta um comparativo entre a série de retorno diário do IBOVESPA (com intermitência) e uma série de retorno diário de um movimento Browniano geométrico, livre de intermitência. É possível ver claramente a natureza intermitente da flutuação da volatilidade, enquanto o movimento Browniano apresenta ausência desse.

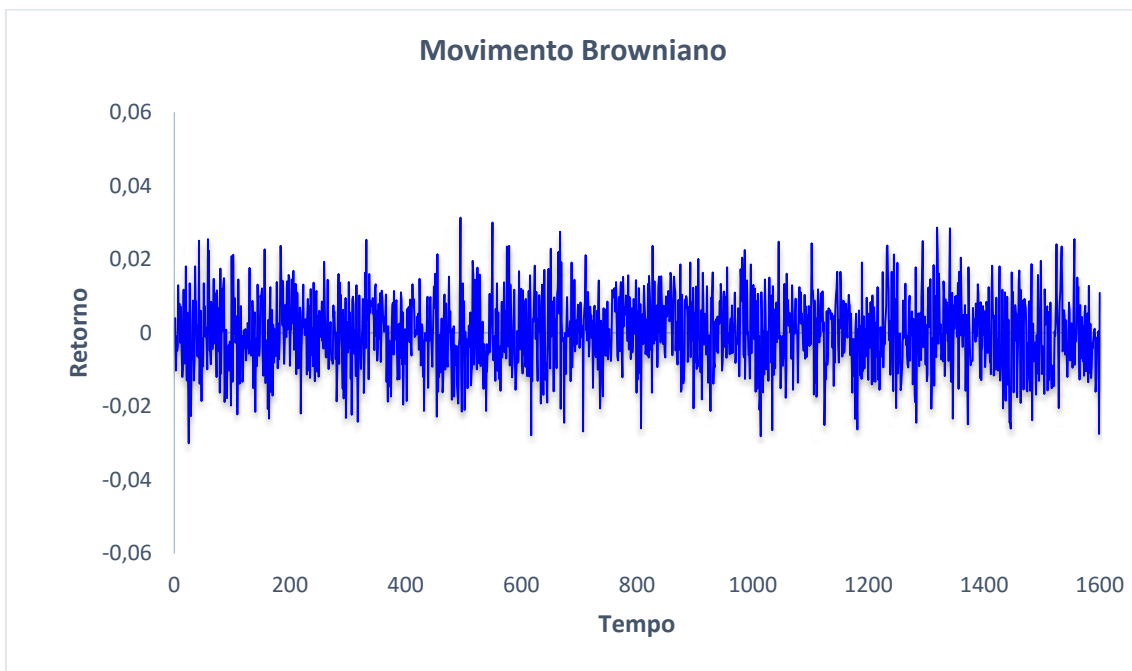
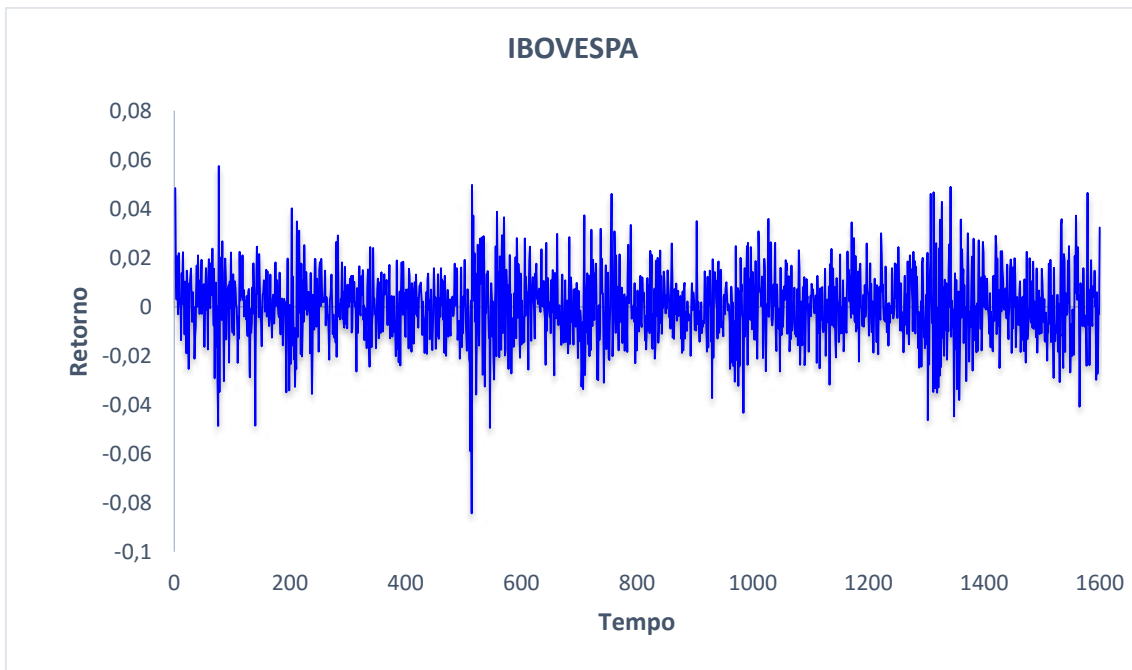


Figura 14 – Retorno diário do IBOVESPA e de um movimento Browniano geométrico, durante 1600 dias.  
 Fonte: Elaboração própria.

A partir da representação gráfica das séries de retorno absoluto e ao quadrado do IBOVESPA, é possível identificar os períodos de agrupamento de volatilidade, conforme se exhibe na Figura 15. Verifica-se, portanto, que momentos de grande variância se encontram aglomerados em períodos próximos, indicando presença de *clusters* de volatilidade. Ainda com respeito aos *clusters* de volatilidade, é possível também notar que este exhibe comportamento

de memória longa do tipo lei de potência, isto é, um processo de dependência longa dos valores passados, como indicado na autocorrelação do retorno ao quadrado e absoluto.

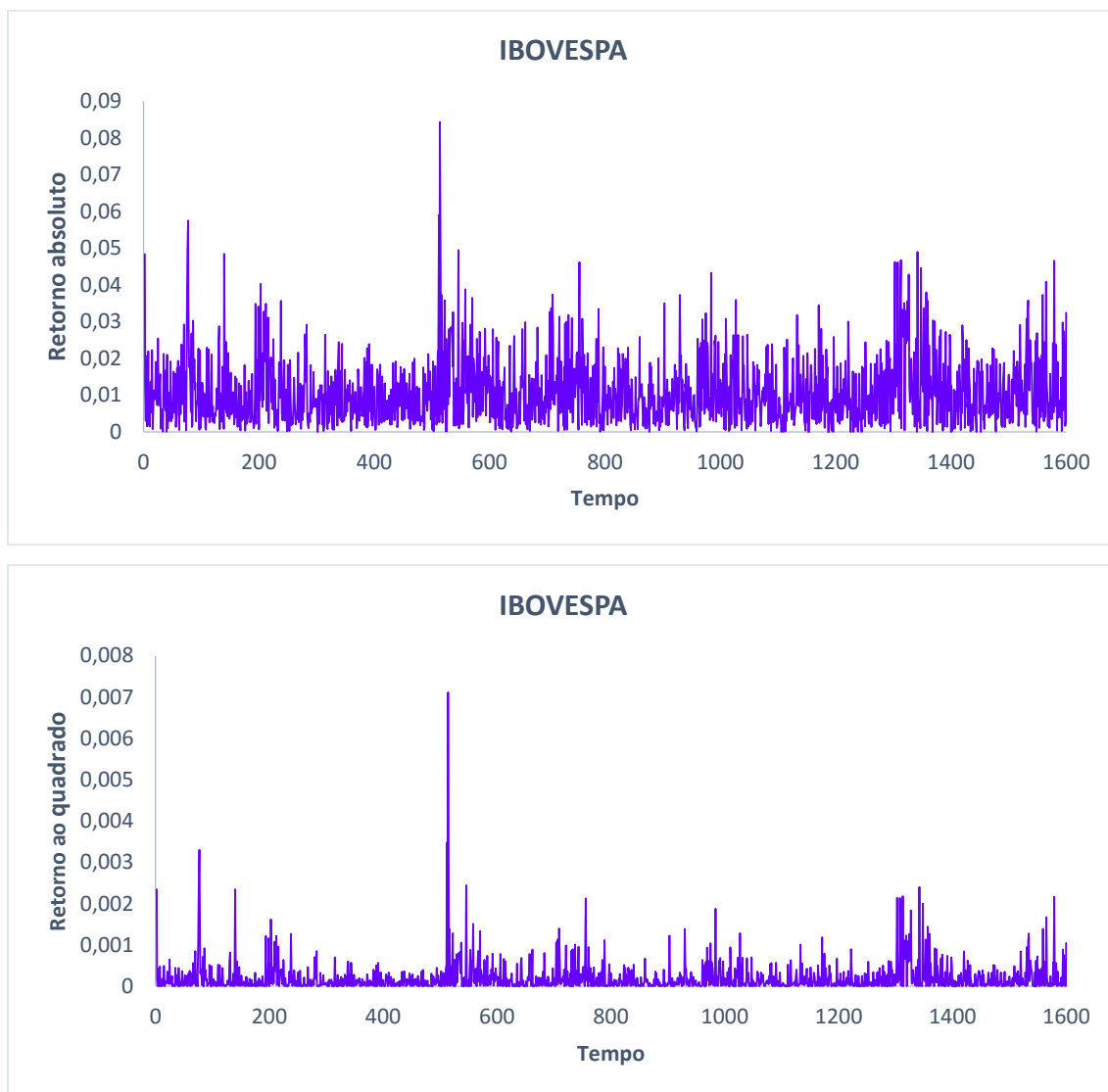


Figura 15– Séries de retornos absolutos e ao quadrado do IBOVESPA.  
Fonte: Elaboração própria.

## 4.2. Calibragem do modelo

O mercado de ações artificial desenvolvido no presente estudo tem o intuito de modelar a trajetória das séries de preços e retornos de uma carteira teórica de ações, a saber, o IBOVESPA, a partir da microevolução<sup>61</sup> das

---

<sup>61</sup> Considera-se microevolução, conceito emprestado da biologia, em virtude do aspecto que, no modelo abordado, não existe mudanças estruturais na fundamentação das expectativas –

expectativas de agentes heterogêneos que atuam no mercado. Na Tabela 6 é possível observar o conjunto de parâmetros correspondentes à modelagem, bem como os respectivos valores estabelecidos de modo *ad hoc*, ou seja, os valores atribuídos aos parâmetros antes da calibragem<sup>62</sup>.

Tabela 6 – Parâmetros do modelo, pré-calibragem

Parâmetros	Valores
População	500*
Descritores	31*
Memória	12
Estratégias	12
Preço inicial	58
Tempo de ajuste	2
Sensibilidade de balanço	0,25

Fonte: Elaboração própria.

Nota: \* Os valores não serão calibrados.

Os parâmetros envolvidos na formação comportamental dos negociantes são o tamanho da *memória* e número de *estratégias*, que assumem os valores 12 e 12, respectivamente. Considera-se, nesse sentido, que os negociantes avaliam o retrospecto do desempenho das estratégias de forma limitada, afim de precisar o subconjunto de estratégias mais eficazes. Neste caso, o comportamento retrospectivo limita-se a 12 dias de negociação. Segundo Lebaron (2001), investidores que atuam no mercado de ações consideram informações defasadas em horizontes temporais distintos, sendo esta uma das razões pelas quais é possível emergir uma ecologia de expectativas no mercado. Essa multiplicidade de expectativas tende a dificultar a sobreposição de uma expectativa de longo prazo estável no mercado. Seguindo esse raciocínio, os estudos de Arthur (1994); Arthur, Durlauf e Lane (1997); Challet e Zhang (1997); e Challet, Marsili e Zhang (2013) consideraram que os negociantes de ativos empregam um padrão de memória equivalente a duas

---

ausência de mutação – mas sim um aprendizado evolucionário ao longo do qual o agente pode adotar prospecções mais eficientes.

<sup>62</sup> Os valores atribuídos inicialmente são apenas um ponto de partida para executar o processo iterativo de calibragem, não havendo interpretação econômica direta. Ademais, a calibração é feita a partir de uma única semente aleatória.

semanas de negociação, aproximadamente, pressuposto também adotado neste estudo.

O conjunto de estratégias disponíveis ao negociante, por sua vez, remontam às hipóteses disponíveis ao negociante acerca da tendência de mercado. Foi admitido que cada negociante dispõe de 12 hipóteses de trabalho. Assim como o parâmetro anterior, o número de estratégias também foi estabelecido em conformidade com os valores adotados nos trabalhos de Arthur (1994); Arthur, Durlauf e Lane (1997); Challet e Zhang (1997); e Challet, Marsili e Zhang (2013). Essa restrição de estratégias encontra-se em consonância com as limitações cognitivas e processuais que os negociantes enfrentam (SIMON, 1979; SARGENT, 1993).

Com respeito ao mecanismo de ajuste de preços são definidos mais três parâmetros, a saber, *preço inicial*, *tempo de ajuste* e *sensibilidade de balanço*. O preço inicial indica o ponto de partida do nível de preços, a partir do qual serão computados seus desvios futuros. O preço inicial foi estabelecido em 58, tendo em vista a média de valores obtidos junto aos dados do IBOVESPA. O tempo de ajuste foi fixado em 2 dias, ou seja, considera-se que o mercado leva cerca de dois dias para convergir para o preço indicado, que equilibra o mercado. Essa hipótese fundamenta-se no princípio de que o mercado de ações não é regido por um leiloeiro Walrasiano e, eventualmente, distancia-se da condição de equilíbrio (BEJA e GOLDMAN., 1980; TEFATSION, 2006). Cumpre salientar, contudo, que este descolamento de preços em relação ao nível de equilíbrio não pode ser persistente, de modo que o preço é rapidamente conduzido ao seu equilíbrio (STIGLITZ, 1982)

Finalmente, a sensibilidade de balanço simboliza uma espécie de função de elasticidade ou o impacto que o hiato demanda/oferta exerce sobre as oscilações de preço. Foi atribuída uma sensibilidade de 0,25, considerando que as oscilações no hiato demanda/oferta não são integralmente repassadas aos preços que equilibram o mercado.

A partir da definição das condições iniciais e valores para os parâmetros, foi possível proceder execução da simulação, compreendendo uma extensão de 1600 dias de negociação. A Figura 16 apresenta o comportamento das séries de preço modelada e do IBOVESPA, enquanto a Figura 17 expõe, separadamente, os retornos das respectivas séries. É possível notar que a série de preços

modelada é caracterizada pela alternância entre movimentos ascendentes e descendentes (*bull and bear markets*) similares às séries financeiras, entretanto, também apresenta uma variabilidade superior à série do IBOVESPA. Ao observar as séries de retorno, modelado e do IBOVESPA, é possível perceber também que existe uma distinção de regimes. Embora ambas tenham alternância entre variabilidades menores e maiores, a série modelada atinge níveis de pico com frequência muito superior.

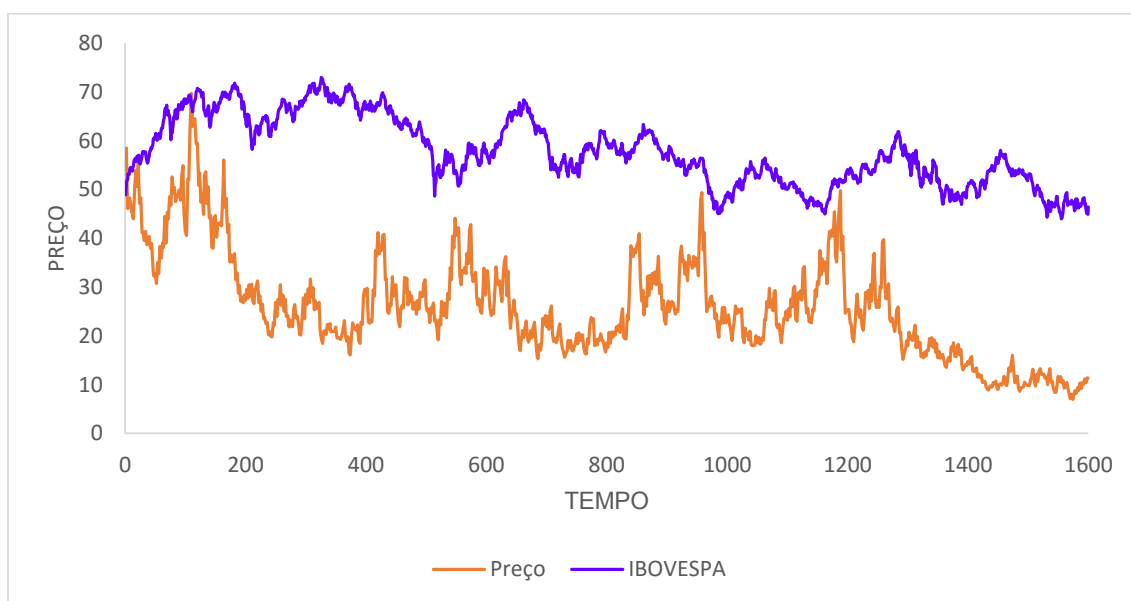


Figura 16 – Comportamento do preço do ativo modelado e do IBOVESPA, sem calibragem.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Com vistas à melhoria da aderência das séries simuladas às séries reais, foi adotado procedimento de calibragem, que consiste no método numérico de minimização das divergências entre a série real e modelada, via simulação reiterada com valores variados para os parâmetros. Assim, os valores ajustados pela calibragem são apresentados na Tabela 7. É possível perceber, portanto, que os negociantes avaliam o desempenho de suas predições por até 84 dias, sendo que a partir desse período os desempenhos são descartados. Considera-se também que os negociantes mantêm 4 estratégias como instrumentos de decisão, escolhendo uma dentre as mais eficazes na tomada de decisão em cada rodada. O preço inicial foi estabelecido em 66, enquanto o tempo de ajuste e a sensibilidade de balanço assumiram valores 1,9 e 0,08, respectivamente.

Logo, o mercado leva cerca de 1,9 dias para convergir para o nível de equilíbrio, e o hiato demanda/oferta impacta 8% no preço.

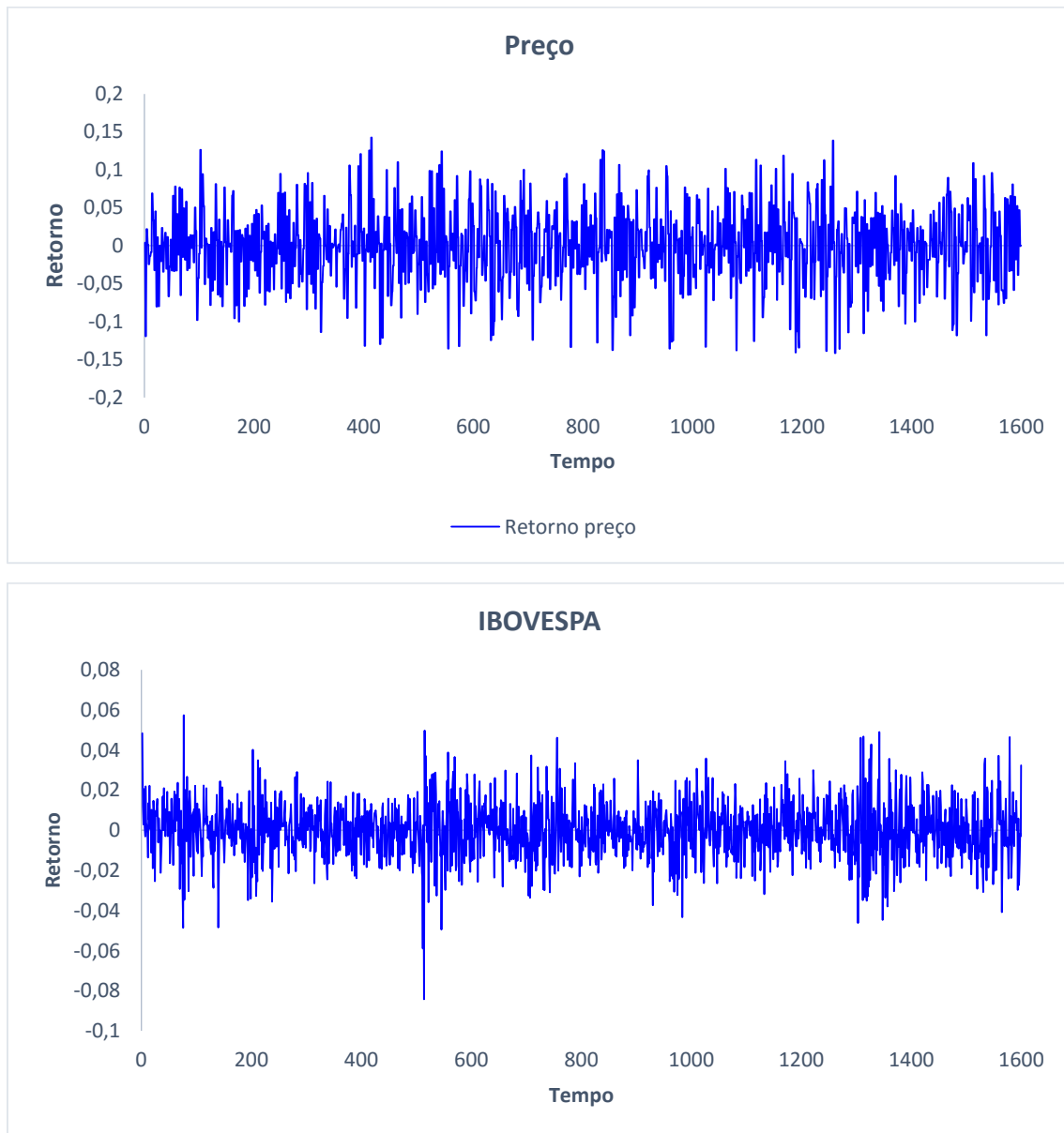


Figura 17 – Comportamento da série de retorno modelado e do IBOVESPA, sem calibragem.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: período equivalente a 1600 dias de negociação.

Tabela 7 – Parâmetro ajustados na calibragem

Parâmetros	Valores calibrados
Memória	84
Estratégias	4
Preço inicial	66
Tempo de ajuste	1,9
Sensibilidade de balanço	0,08

Fonte: Elaboração própria.

Os resultados da simulação podem ser vistos nas Figuras 18 e 19, onde a primeira apresenta a séries de preço modelado e do IBOVESPA, enquanto a segunda exibe as séries de retornos das respectivas variáveis. Ao observar as séries em nível, é possível detectar sensível melhoria no ajustamento do modelo. A série modelada consegue acompanhar, de modo geral, as oscilações e tendências verificadas na série original.

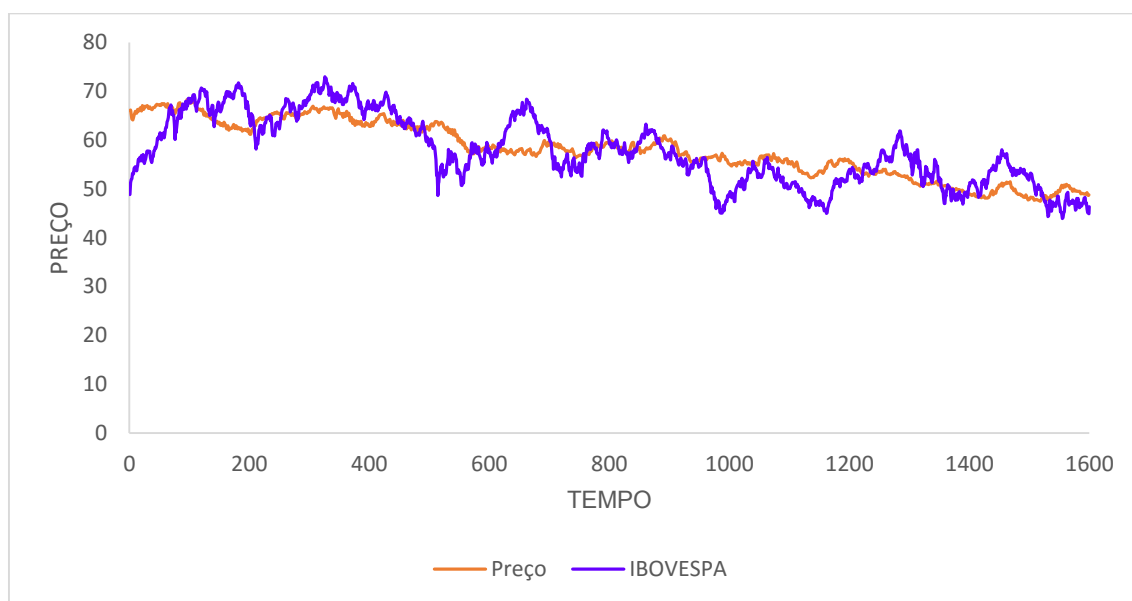


Figura 18 – Comportamento do preço do ativo modelado e do IBOVESPA, pós calibragem.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Com respeito ao retorno, é possível detectar um padrão mais aproximado à série original, tendo em vista a alternância entre momentos de picos e vales. Adicionalmente, observou-se também que a série de retorno modelada apresenta momentos de variação extrema menos frequentes, comparativamente à simulação inicial. Deve-se salientar, entretanto, que a séries de retornos não

possuem variâncias idênticas e que seus respectivos valores extremos não ocorrem nos mesmos momentos. Isso porque o principal alvo da calibragem foi a série de preço em nível e não o seu retorno. Assim, é natural que haja divergências entre os valores da série de retorno real e modelado. Ademais, a realização dos valores observados na série real corresponde a uma dentre uma infinidade de realizações possíveis, tendo em vista o processo de execução se encontra inserido em um sistema dinamicamente complexo que implica trajetórias não ergódicas.

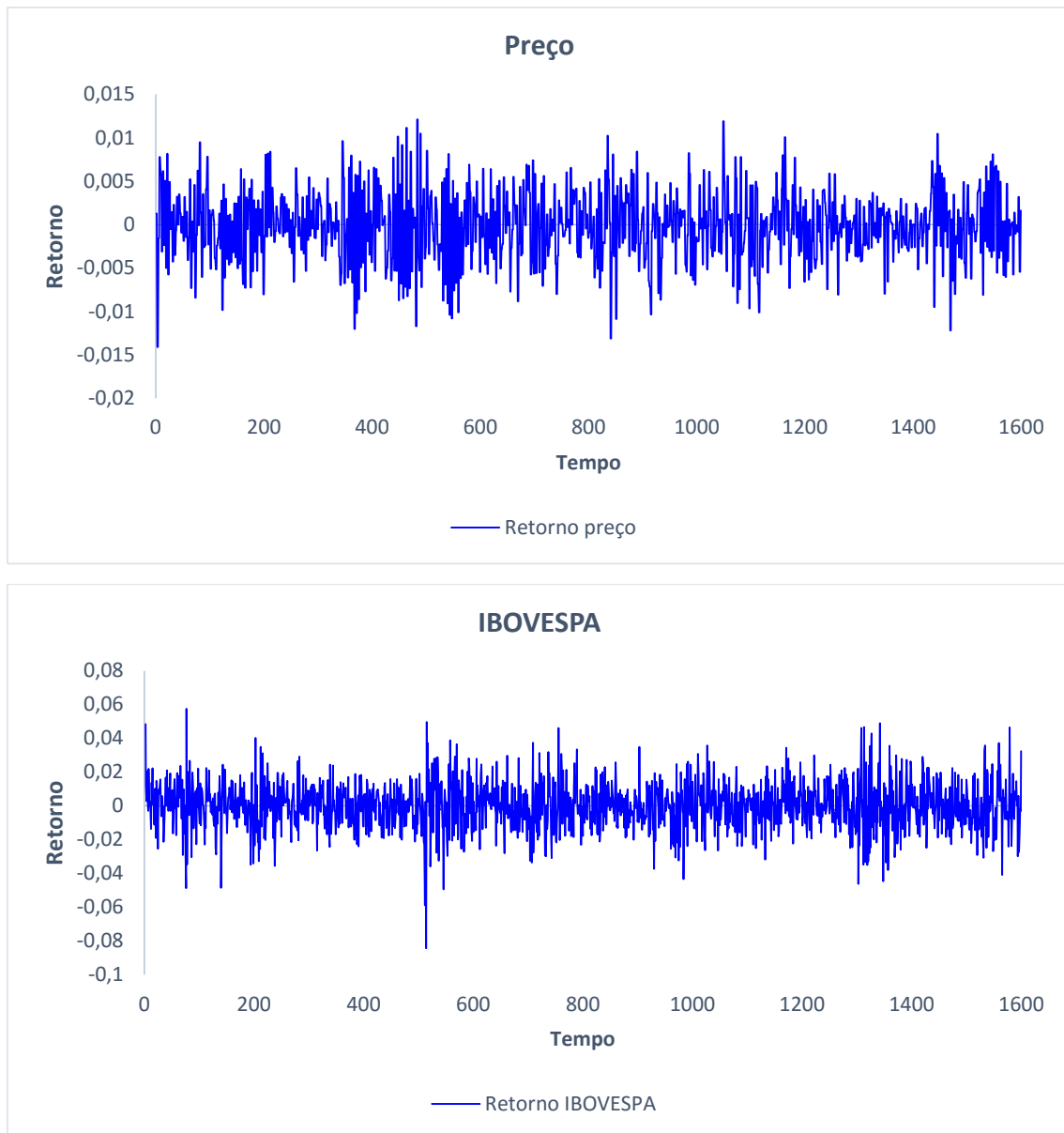


Figura 19 – Comportamento da série de retorno modelado e do IBOVESPA, pós calibragem.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Em complemento às evidências gráficas, a Tabela 8 apresenta um resumo de estatística descritiva das séries de preço, o que torna possível a comparação entre os valores simulados e reais. Os valores de média, mediana, máximo, mínimo e desvio padrão da série modelada encontra-se aparentemente próximos aos observados na série real, contudo, sem uma distribuição de probabilidade não é possível extrair quaisquer conclusões estatísticas. O coeficiente de correlação de Pearson entre as séries foi de 0,771, considerado um nível satisfatório.

Tabela 8 – Estatística descritiva do preço calibrado e do IBOVESPA

Estatística	Preço	
	Modelado	Real
Média	58,04	57,77
Mediana	57,80	56,68
Máximo	68,31	73,00
Mínimo	47,51	43,96
Desvio Padrão	5,69	7,04
Assimetria	0,063	0,201
Curtose	-1,92	2,01
Correlação		77,1%

Fonte: Elaboração própria.

Por fim, foi avaliado o comportamento do modelo mediante cenários extremos. O teste de condições extremas, como é conhecido, evidenciou que o modelo se comporta de modo esperado sob a hipótese de memórias e estratégias unitárias<sup>63</sup>, bem como quando o preço inicial, tempo de ajuste e sensibilidade de preço tendem a zero. Tais aspectos sugerem que a calibragem foi procedida com sucesso. É preciso lembrar, contudo, que o procedimento de validação de face, aqui apresentado, constitui abordagem preliminar. Nesse sentido, é preciso cercar os resultados do modelo de evidências de validação mais robustas, aspectos abordados a seguir.

#### 4.3. Análise de sensibilidade

Nesta seção apresenta-se a análise de sensibilidade aplicada à seis parâmetros, são eles: *memória*, *estratégias*, *tempo de ajuste* e *sensibilidade de balanço*, *preço inicial* e *população*. Os parâmetros foram selecionados tendo em vista a estreita relação entre seus respectivos valores e a trajetória do preço modelado, e em decorrência do fato de não serem diretamente observáveis. É digno de nota que o teste tem o propósito de detectar se o comportamento do modelo não é intoleravelmente alterado mediante pequenas variações nos

<sup>63</sup> O caráter retrospectivo contido no modelo exige que a memória e estratégias assumam valor de pelo menos um.

parâmetros. Portanto, foram feitas simulações reiteradas considerando variações individuais nos parâmetros, e respeitando o intervalo de 10% a mais e a menos a partir do valor original<sup>64</sup>.

Os resultados dos testes são apresentados na Figura 20, para variações na memória, estratégias, tempo de ajuste e sensibilidade de balanço, preço inicial e população, respectivamente. É possível perceber que nenhuma série apresenta trajetórias explosivas e que todas respeitam o limite máximo e mínimo de 100 e 40 pontos, respectivamente. Dentre os parâmetros analisados, a estratégia foi o que apresentou maior dispersão, revelando o efeito que a disponibilidade de escolhas alternativas pode exercer sobre os preços. Outro aspecto relevante é que as variações do parâmetro no entorno de seu valor calibrado, implica mudanças significativas sobre o conjunto de possibilidades de ações disponíveis ao negociante, aumentando a frequência de alterações de estado do agente e, por conseguinte, as flutuações de preços. É digno de nota, porém, que o comportamento dos preços se encontram dentro dos níveis esperados<sup>65</sup>, dado o leque de decisões disponíveis ao negociante, considerando todo o mais constante.

---

<sup>64</sup> A ferramenta de análise de sensibilidade do Anylogic produz simulações reiteradas a partir de variações preestabelecidas nos parâmetros, considerando distribuição de probabilidade uniforme. Assim, considerou-se intervalos de variação unitária para memória e estratégias, em vista de se tratar de números inteiros. Para os valores de tempo de ajuste e sensibilidade, por outro lado, foram considerados intervalos de 0,1 e 0,01, respectivamente.

<sup>65</sup> Entende-se por dentro do esperado o fato de a série modelada não extrapolar para além dos valores observados na série real.

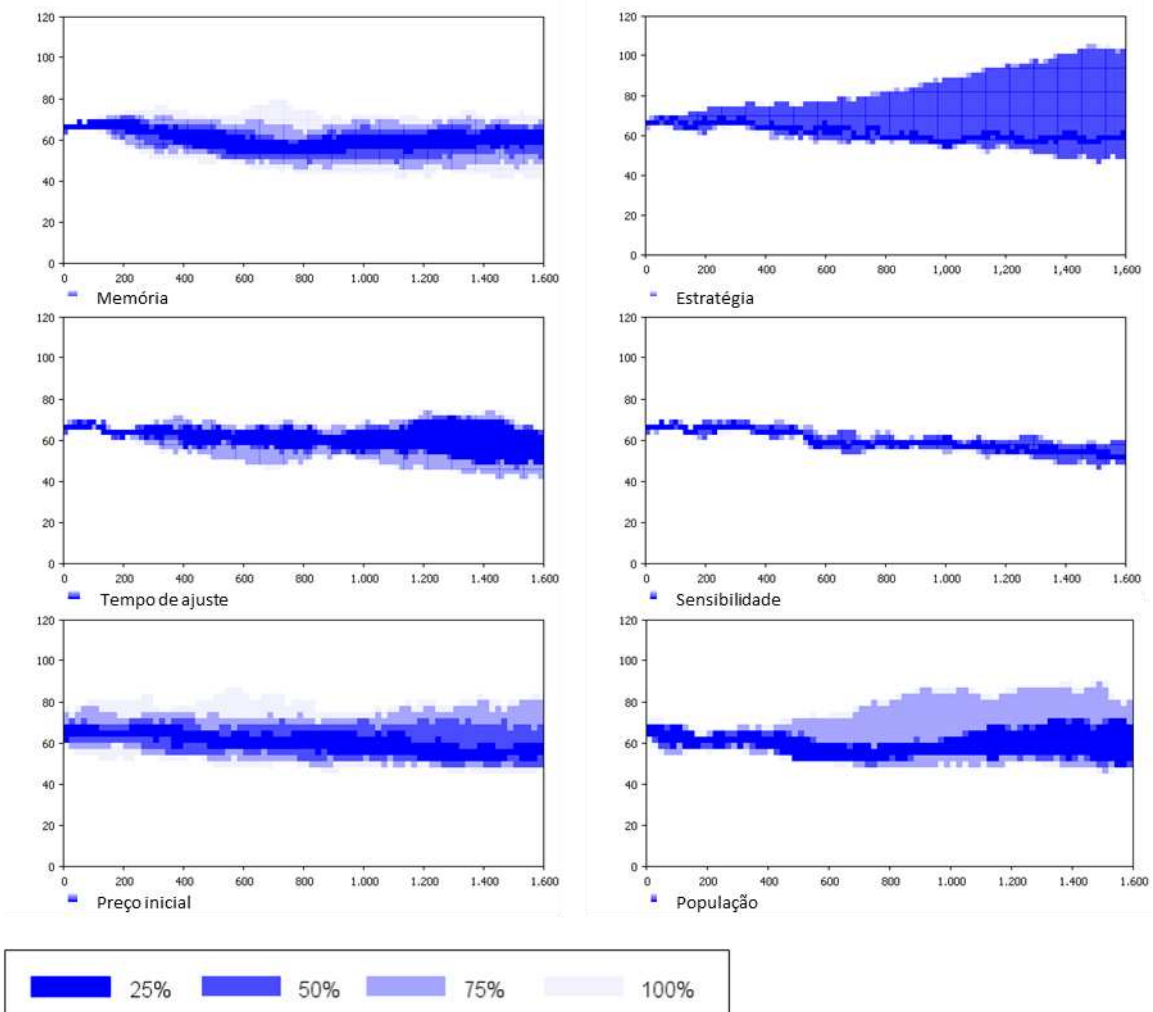


Figura 20 – Sensibilidade do preço modelado mediante variações: a) na memória; b) estratégias; c) tempo de ajuste; d) sensibilidade de balanço; e) preço inicial; e f) população total.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: As quatro tonalidades de cores, do escuro até o mais claro, representam as faixas de dispersão dos valores assumidos pela série de preço, isto é, enquanto o mais escuro representa a abrangência de 25% das observações, a faixa mais clara corresponde a cobertura de 100% das observações.

Ao considerar variações na população, observou-se sensível melhoria na dispersão: todos os valores se acomodaram dentro da janela 40-80. Isso evidencia que a quantidade de negociantes operando no mercado pode afetar a dispersão dos preços, entretanto, não chega a alterar de forma sistemática sua trajetória. Em contraste, as variações no parâmetro de sensibilidade são as mais comportadas. Embora haja pequenos aumentos de amplitude de variação dos preços em determinados momentos, a série preserva a mesma trajetória seguida pelo modelo calibrado. Com respeito aos demais parâmetros, isto é, memória, tempo de ajuste e preço inicial, as variações exercem efeitos moderados.

Os gráficos apresentados na Figura 21 também exibem o efeito que variações de 10% (acima e abaixo) nos parâmetros exercem sobre o preço médio, preço final e desvio padrão. De modo geral, as variações elevaram tanto o preço médio como o final, enquanto o desvio padrão apresentou efeitos diversos. As variações que mais afetaram o preço médio foram as da estratégia e da população, sendo que ambas apresentaram aumentos no preço médio tanto em decorrência de variações negativas quanto positivas. As variáveis memória, tempo de ajuste e preço inicial tiveram efeitos menores, contudo, superiores ao impacto do parâmetro sensibilidade.

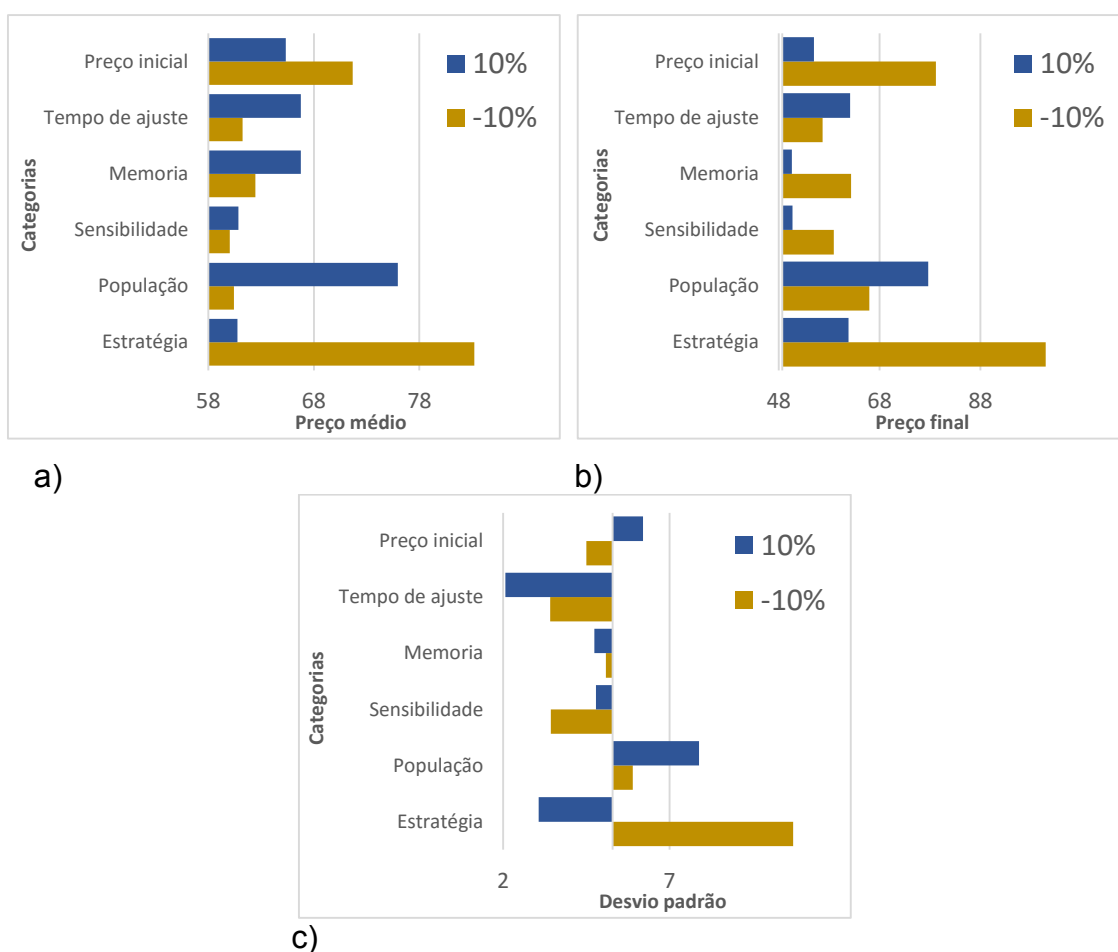


Figura 21 – Diagrama de tornado para preço médio, final e desvio padrão modelado.

Fonte: Elaboração própria.

Com respeito ao preço final, os parâmetros que mais impactaram, por ordem de importância, foram estratégias, preço inicial e população, introduzindo preços finais mais elevados em resposta às variações. Já a memória e a sensibilidade impuseram os efeitos menos expressivos. Por fim, o desvio padrão

foi mais afetado por variações no número de estratégias, tempo de ajuste e população. Tempo de ajuste, memória e sensibilidade indicaram uma redução no desvio em função das variações. Já para as estratégias, quanto maior o valor assumido menor a dispersão dos preços ao longo do período. Isso pode indicar que as estratégias possuem efeito estabilizador de preços. Efeito contrário é verificado em função das oscilações no preço inicial. Embora seu valor esteja entre os menores, há uma relação direta com o desvio padrão, isto é, o aumento do preço inicial tende a elevar o desvio.

Em síntese, os parâmetros para os quais a simulação se apresenta mais sensível são o número de estratégias e população. Cabe destacar, entretanto, que as trajetórias de preços simulados não apresentaram movimentos explosivos e que seus valores médios, finais e desvios padrão permaneceram dentro de níveis aceitáveis, próximos à série original. Portanto, considera-se que o modelo apresenta consistência sob a ótica da sensibilidade em relação às variações nos parâmetros.

#### **4.4. Validação interna**

O propósito da presente seção é testar a independência do modelo sob diferentes processos geradores de números aleatórios, tendo em vista a presença de elementos estocásticos na modelagem. Assim, foram executados múltiplos experimentos, totalizando 50<sup>66</sup>, preservando os valores dos parâmetros contidos no modelo calibrado e alterando as sementes geradoras de números pseudoaleatórios. Conforme ilustrado na Figura 22, é possível constatar que as séries não apresentaram trajetórias explosivas e que em cerca de 90% das realizações as séries de preço orbitaram no entorno da série original, respeitando as bandas 40-80. Destarte, considera-se que a simulação apresenta coerência interna quanto aos efeitos estocásticos contidos na modelagem. Passa-se, então, a discutir as propriedades estatísticas da série de retorno modelado, afim de detectar fatos estilizados próprios de séries financeiras de retorno.

---

<sup>66</sup> Ao todo foram feitas 200 replicações com diferentes processos geradores de números aleatórios, contudo, sua exposição se revelou inapropriada em vista da poluição visual causada pelo excessivo número de séries.

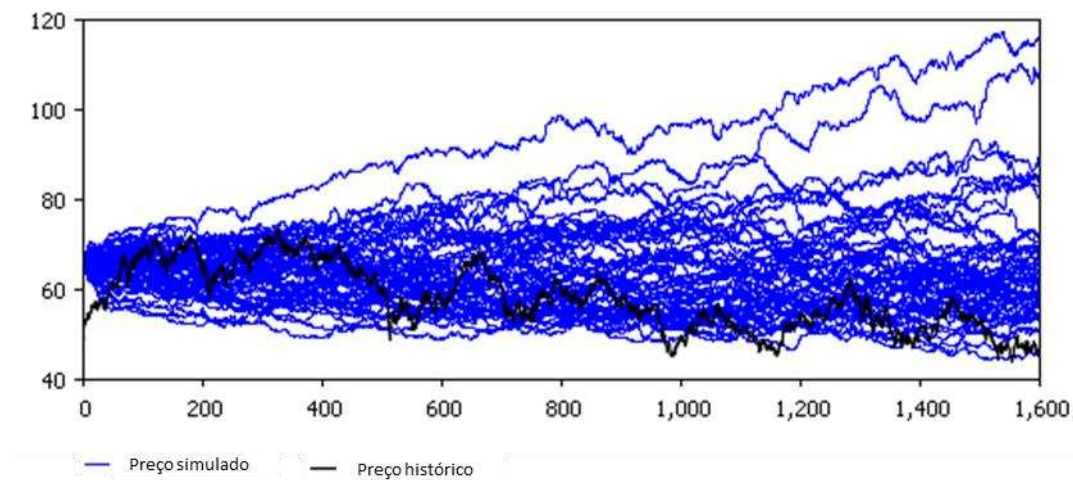


Figura 22 – Trajetória do preço modelado sob distintas sementes aleatórias

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

#### 4.5. Identificando fatos estilizados

Além obter o ajustamento da série simulada ao IBOVESPA, o modelo de mercado de financeiro artificial também se presta ao propósito de reproduzir propriedades teóricas gerais, típicas de ativos financeiros com risco. Assim, nesta seção pretende-se avaliar quais propriedades estatísticas, comuns às séries financeiras, são captadas pelo modelo. São testadas as seguintes propriedades: caudas pesadas, gaussianidade agregativa, caudas pesadas condicionais, ausência de autocorrelação simples, autocorrelação de retornos absolutos e ao quadrado, intermitência e *clusters* de volatilidade.

Ao observar a série de retornos modelados, presente na Figura 23, é possível perceber que há uma alternância entre períodos de maior incerteza, onde se observa maior oscilação dos retornos, e períodos de calma, com menores oscilações. Tal indício aponta para presença de **intermitência** na série de preços modelada. É possível também inferir que a volatilidade dos preços é intensificada em alguns períodos, se agrupando sob a forma de *clusters*.

Os **clusters de volatilidade**, não são percebidos ao observar a Figura 24, onde são apresentadas as séries de retorno absoluto e ao quadrado. Verifica-

se, portanto, a presença de pico de volatilidade, entretanto, estes *clusters* de volatilidade não são bem delineados, uma vez que as maiores variações de preços estão dispersas ao longo da série. Entretanto, a Figura 24 também evidencia que esses períodos de instabilidade não persistem em todo tempo, reforçando o indício de intermitência entre períodos de incerteza e calma. Logo, é possível que os retornos não sejam independentes e identicamente distribuídos (IID) e que, por conseguinte, haja presença de heterocedasticidade condicional na série.

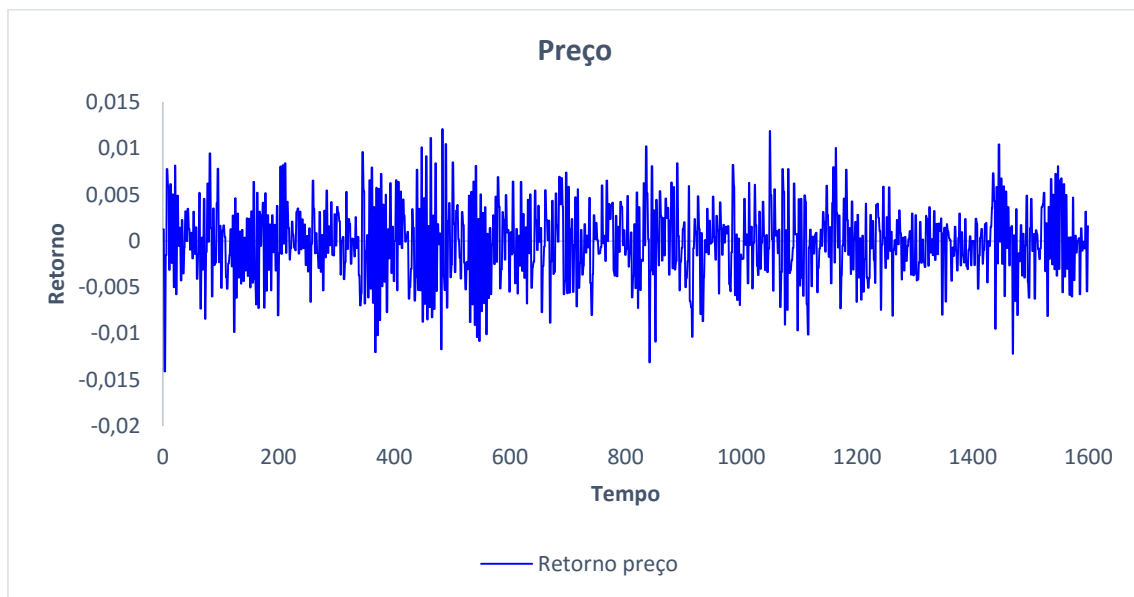


Figura 23 – Comportamento dos retornos do ativo modelado.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: período equivalente a 1600 dias de negociação.

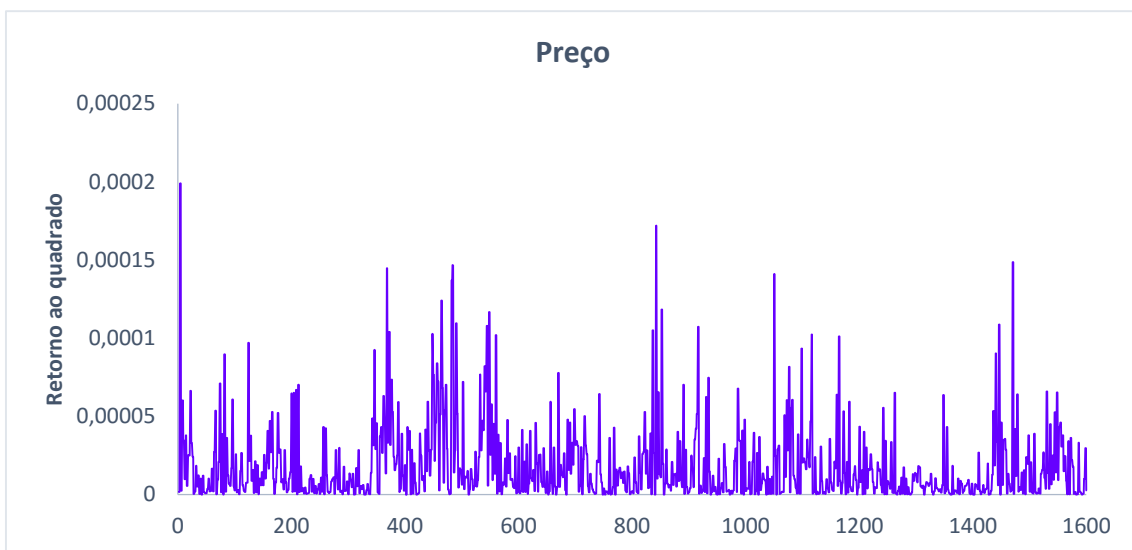
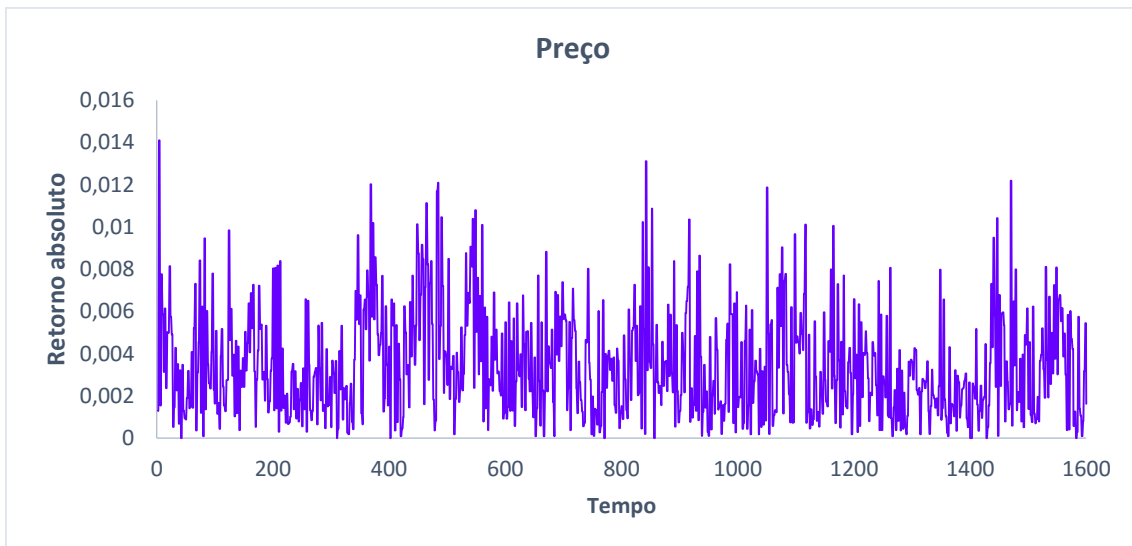


Figura 24 – Comportamento da série modelada de retorno absoluto e quadrático

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

A Tabela 9 exibe as estatísticas descritivas da distribuição incondicional dos retornos. Por meio de estatísticas como média, desvio padrão, assimetria e curtose, é possível extrair evidências sobre o risco e retorno esperado, tendo em vista uma distribuição incondicional. Foi possível perceber, portanto, que a média da série modelada é positiva, embora com valor muito próximo de zero, enquanto o desvio padrão apresenta valor elevado. Isso implica um coeficiente de variação de 22,94%, indicando considerável volatilidade/risco associada à série de retornos.

Tabela 9 – Estatísticas descritivas para os retornos modelados

<b>Estatísticas</b>	<b>Retorno modelado</b>
Média	0,0001
Desvio padrão	0,0043
Coefficiente de variação	22,9471
Assimetria	-0,0834
Curtose	2,8679
Jarque-Bera	3,0199

Fonte: Elaboração própria.

Os coeficientes de assimetria e curtose, por sua vez, apontam que a série possui assimetria negativa e **caudas pesadas**, ou seja, maior probabilidade de ocorrência de valores extremos comparativamente à uma distribuição gaussiana. As distribuições leptocúrticas, com caudas pesadas, são características de séries que possuem heterocedasticidade condicional, e consequente dependência temporal da variância. A estatística do teste de Jarque-Bera rejeita a hipótese de distribuição normal da série de retornos modelados, enquanto o histograma exposto na Figura 25 exibe uma distribuição mais achatada da série.

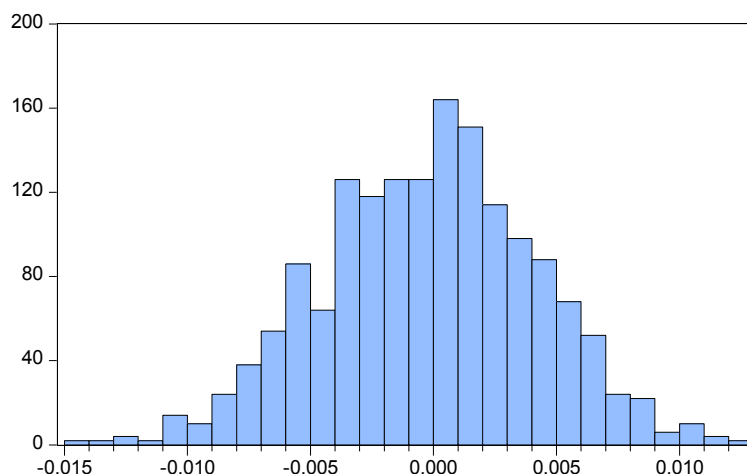


Figura 25 – Distribuição de frequência da série modelada de retorno

Fonte: Elaboração própria.

O teste de Jarque-Bera também foi aplicado às séries de retorno com diferentes intervalos de frequência, estes são exibidos na Tabela 10. Os resultados indicam que as probabilidades de não rejeição da hipótese nula aumentam à medida em que os intervalos aumentam. Isso sugere que a série apresenta propriedade de **gaussianidade agregativa**, ou sejam, tendem à uma distribuição gaussiana.

Tabela 10 – Teste de Jarque-Bera para diferentes intervalos de tempo

Estatísticas	Intervalos $\Delta t$		
	3	5	10
Assimetria	-0,1321	-0,0810	0,2816
Curtose	3,5601	3,7354	3,6207
Jarque-Bera	8,5193	7,5606	4,6830
Probabilidade	0,0141	0,0228	0,0962

Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar as funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP) da série de retorno, apresentadas na Figura 26, verifica-se dependência serial do retorno. O teste do tipo Multiplicador de Lagrange (LM), proposto por Breusch e Godfrey (1981), também reforça essa evidência de autocorrelação serial, conforme mostra a Tabela 11. Embora contrarie indícios empíricos, tal resultado é compatível com as evidências encontradas por Hong e Stein (1999) Farmer (2002) e Farmer e Joshi (2002), e pode estar associado ao mecanismo de ajustamento de preço incorporado ao formador de mercado. Ademais, parte das expectativas empregadas pelos negociantes incorporam componentes defasados. Farmer (2000) ponderou que esse padrão, isto é, o decaimento da autocorrelação oscilando entre valores positivos e negativos, é típico de estratégias de tendência com elevado número de defasagens.

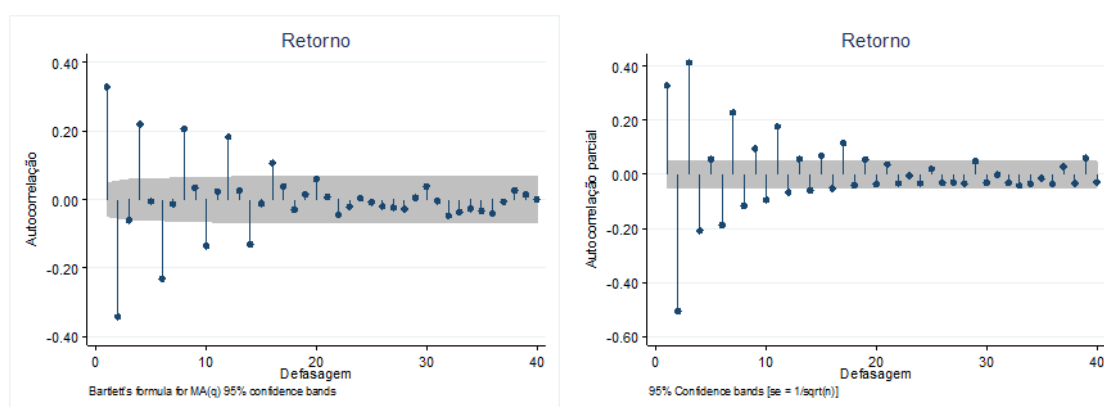


Figura 26 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial da série modelada de retorno

Fonte: Elaboração própria.

Tabela 11 – Resultados do teste de autocorrelação serial

Teste de autocorrelação serial	Estatística	Probabilidade
<b>H0: Ausência de autocorrelação</b>		
Estatística de teste F	405.2795	0,0000
Estatística de teste (Observações*R <sup>2</sup> )	538.3369	0,0000

Fonte: Elaboração própria.

A literatura também aponta para existência de **autocorrelação** nas séries de **retorno absoluto e retorno ao quadrado**, conforme visto em Mantegna e Stanley (1995), Liu et al. (1997), Cont, Potters e Bouchaud (1997) e Plerou et al. (1999). A Figura 27 indica a função de autocorrelação e autocorrelação parcial para as respectivas séries. Em ambos os casos foi identificada a presença de autocorrelação serial, o que indica haver dependência não linear nos retornos. Ademais, verifica-se um processo de dependência longa de valores defasados, obedecendo a uma lei de potência, o que reforça a ideia de clusters de volatilidade (PLEROU et al., 1999).

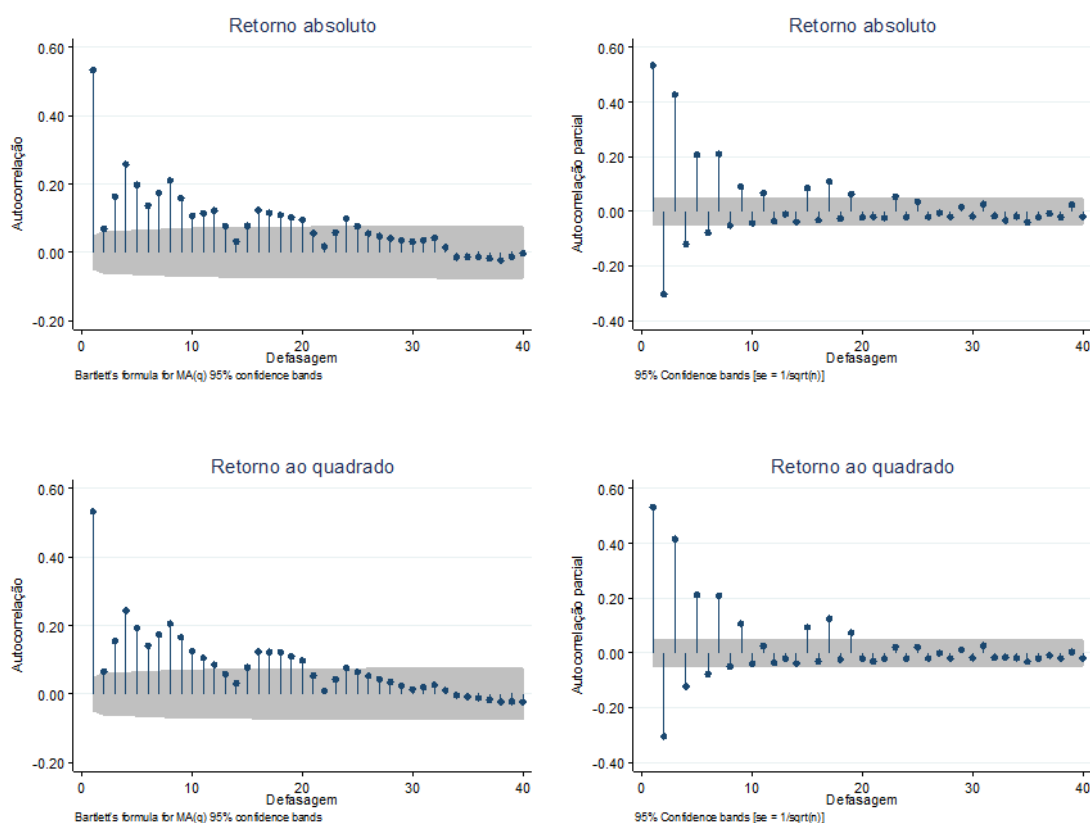


Figura 27 – Função de autocorrelação e autocorrelação parcial das séries de retorno absoluto e ao quadrado

Fonte: Elaboração própria.

Em razão dos indícios de heterocedasticidade, efetuou-se o teste de Engle (1982) para presença de efeito ARCH na série<sup>67</sup>, conforme apresentado na Tabela 12. Destarte, o teste confirmou que a variância condicional da série não é constante. Portanto, faz-se necessário o uso de técnicas estatísticas que possibilitem a modelagem temporal de variâncias e covariâncias.

Tabela 12 – Resultados do teste para efeito ARCH: Engle (1982)

Teste de heterocedasticidade	Estatística	Probabilidade
<b>H0: Homocedasticidade</b>		
Estatística de teste F	28.14255	0,0000
Estatística de teste (Observações*R <sup>2</sup> )	105.4579	0,0000

Fonte: Elaboração própria.

Assim, foram estimadas algumas especificações para do modelo GARCH, que são apresentadas na Tabela 13. Escolha entre os modelos foi determinada a partir do critério de informação de Akaike (AIC) e de Schwarz (SBC) e do Logaritmo da Função de Verossimilhança. Verificou-se que tanto as constantes quanto os coeficientes referentes aos efeitos ARCH e GARCH foram significativos. De posse do modelo selecionado, GARCH (1,1), foi possível filtrar a volatilidade da série de retornos original para, então proceder o teste JARQUE-BERA, conforme visto na Tabela 14. Constatou-se, desse modo, que, mesmo após a extração da volatilidade, a série exibe excessiva leptocurtose, isto é, apresenta **caudas pesadas condicionais**.

<sup>67</sup> Os componentes autoregressivos da série foram extraídos por meio de um modelo ARMA( 2, 1), definido a partir das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial e pelos critérios de AIC e SBC.

Tabela 13 – Comparação de desempenho entre os modelos GARCH de volatilidade

Retornos modelado	GARCH (1,1)	GARCH (2,1)	GARCH (1,2)	GARCH (2,2)
<b>Equação da média</b>				
	†			
Constante	-0.0002 5.26E-04	-0.000104 7.57E-05	-0.000179 9.27E-04	-0.000329 * 7.95E-05
AR(1)	0.093861 0.122195	0.125852 * 0.030199	0.060957 0.408881	0.064989 0.04812
AR(2)	-0.36432 * 0.01781	-0.486879 * 0.024294	-0.341209 * 0.017546	-0.476608 * 0.023061
MA(1)	0.999696 * 0.001169	0.803077 * 0.021396	0.99998 * 0.000368	0.91418 * 0.012331
<b>Equação da variância</b>				
Constante	6.83E-07 ** 2.71E-07	1.27E-06 * 2.24E-07	2.49E-07 5.04E-07	1.22E-06 * 2.31E-07
ARCH (1)	0.024117 * 0.006999	-0.037293 * 0.00195	0.025947 0.057282	-0.035925 * 0.002237
ARCH (2)		0.151718 * 0.016217		0.176453 * 0.018777
GARCH (1)	0.892129 * 0.037128	0.727816 * 0.037008	0.943348 2.052446	0.50096 * 0.143606
GARCH (2)	- -	- -	0.00038 1.939282	0.210032 0.128677
AIC	-8.868373	-8.901083	-8.875842	-8.979274
SBC	-8.844785	-8.874125	-8.848884	-8.948947
Log. Verossimilhança	7079.527	7106.613	7086.484	7169.971

Fonte: Elaboração própria.

Nota: \*Significativo ao nível 1%. \*\* Significativo ao nível de 5%. \*\*\*Significativo ao nível de 10% pelo teste z.

†Modelo selecionado.

Desvios padrão entre parênteses.

Tabela 14 – Estatísticas descritivas para os retornos extraída a volatilidade

Estatísticas	Retorno modelado
Média	-0,0051
Desvio padrão	1,0017
Assimetria	-0,0027
Curtose	5,6413
Jarque-Bera	463,64*

Fonte: Elaboração própria.

Nota: \*Significativo ao nível 1%.

Por fim, a Figura 28 expõe as estimativas de volatilidade dos retornos a partir do modelo GARCH considerado. Nela é possível perceber os picos de

volatilidade presentes na série, porém não se pode afirmar que estes picos estão cercados por valores também elevados de volatilidade, o que corrobora com as evidências anteriormente discutidas referentes à ausência de *clusters* de volatilidade na série.

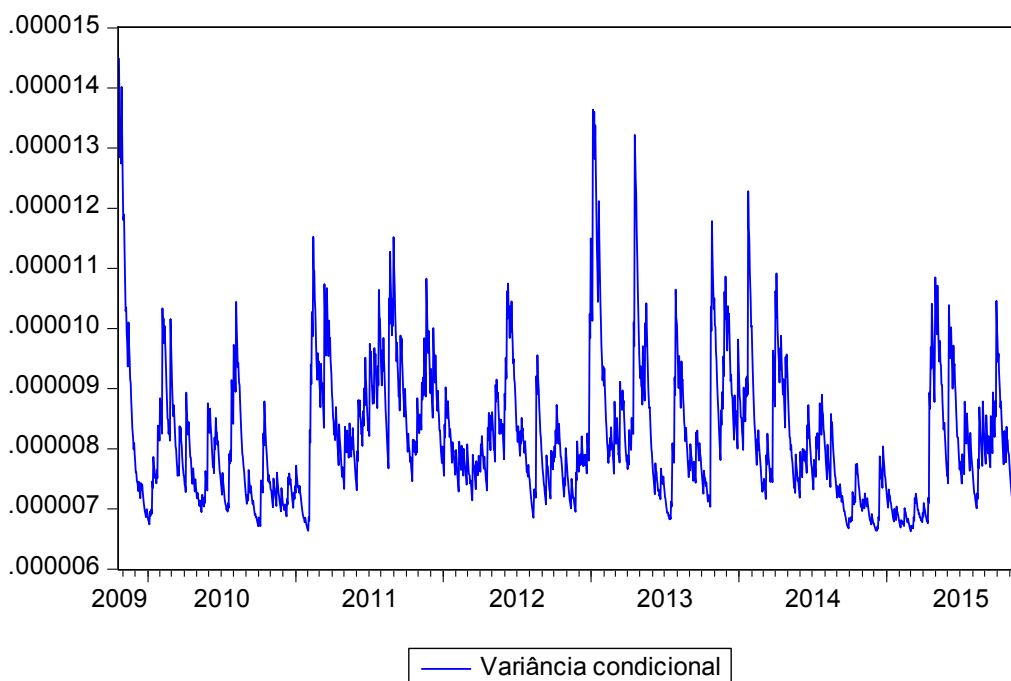


Figura 28 – Volatilidade estimada dos preços semanais modelado pelo modelo GARCH.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Assim, esta seção buscou apontar os fatos estilizados reproduzidos pelo modelo, sendo possível captar a presença de caudas pesadas, intermitência, gaussianidade agregativa, autocorrelação dos retornos absoluto e ao quadrado e caudas pesadas condicionais. A ausência de autocorrelação serial do retorno e os clusters de volatilidade, propriedades estatísticas típicas de séries financeiras, não foram captadas pelo modelo. Destarte, passa-se a discutir na próxima seção as trajetórias das demais variáveis modeladas, bem como alguns testes de cenários.

#### 4.6. Desenho de cenários

O propósito da presente seção é explorar as características inerentes ao mercado artificial de ações, afim de avaliar as relações entre as variáveis endógenas e o processo de formação de expectativas. Para tanto, são

apresentadas, primeiramente, as séries modeladas endogenamente, a saber, as séries referentes à oferta e demanda de ativos, volume de negociação, negociantes em espera e o grau de acurácia das previsões dos negociantes. Em seguida, são conduzidos experimentos a partir de variações nos parâmetros selecionados e mudanças de regimes de expectativas. Por fim, são testados efeitos de choques temporários nos preços de mercado e nos preços fundamentalistas.

#### 4.6.1. Demais séries modeladas

A Figura 29 apresenta o comportamento das variáveis oferta e demanda do ativo, bem como o número de agentes que se encontram no estado de espera, isto é, aqueles que não estão negociando o ativo no momento. Nela, é possível perceber que tanto a oferta como a demanda gravitam em torno do valor de um de equilíbrio estacionário, no qual os agentes se distribuem igualmente entre os dois estados. Embora esse equilíbrio seja factível, a ecologia de indicadores de mercado – fornecidas pelo ambiente de negociação – e a multiplicidade de estratégias heterogêneas desenvolvidas pelos negociantes, inviabilizam a total convergência da oferta e demanda para esse nível de equilíbrio.

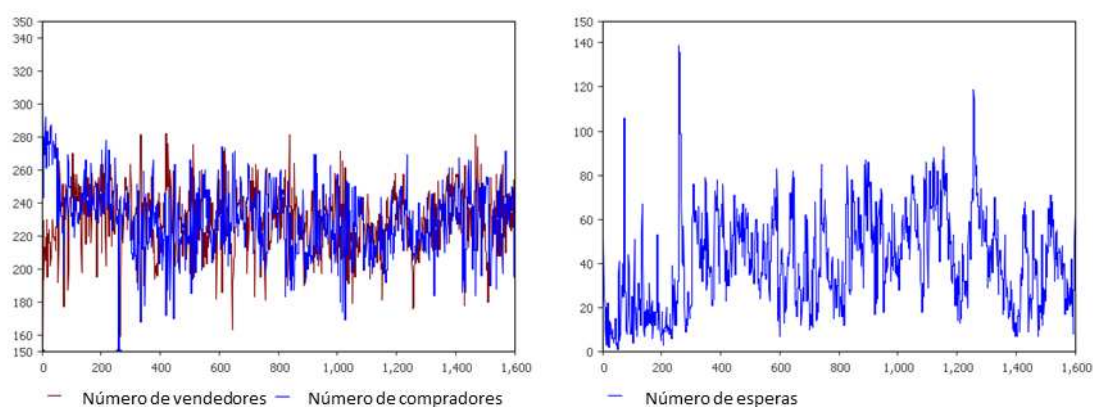


Figura 29 – comportamento do número de negociantes no estado de oferta, demanda (direita) e espera (esquerda).

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Cumprir também que após a efetivação da transação, ou mediante a percepção de tendência de mercado indefinida, o negociante pode optar pelo estado de espera. É interessante notar que os períodos onde o estado de espera concentra o maior número de negociantes estão associados à baixa volatilidade das séries de retorno. A partir do momento em que a volatilidade se intensifica, porém, esses negociantes tendem a elevar o volume negociado, prospectando maiores chances de ganhos. Tal assertiva é corroborada pela função de correlação cruzada entre a volatilidade – quadrado dos retornos – e o volume de negócios, exposta na Figura 30. A figura aponta uma rápida correspondência entre as duas variáveis, indicando uma leve tendência de a volatilidade induzir movimentos no volume.

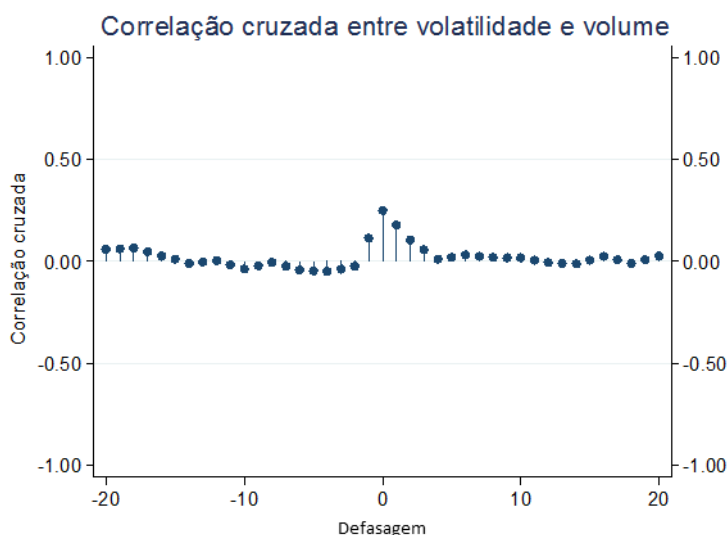


Figura 30 – Correlação cruzada entre a volatilidade e o volume de negócios.  
Fonte: Elaboração própria.

Esse padrão também foi detectado por LeBaron et al. (1999) e indica que os negociantes projetam maiores possibilidades de ganhos nos períodos de volatilidade mais intensa. Isso pode estar associado aos componentes técnicos embutidos na formação de expectativas, que tendem a intensificar as indicações de negociação em períodos de volatilidade nos preços, enquanto permanecem neutros nos períodos mais estáveis.

A Figura 31 expõe o comportamento do volume negociado. É perceptível que o padrão de oscilação do volume acompanha a volatilidade dos retornos. Em outras palavras, maiores flutuações nos preços são seguidas de maior

volume negociado, que, por sua vez, induz a intensificação na flutuação do preço, produzindo, assim, períodos de maior volatilidade.

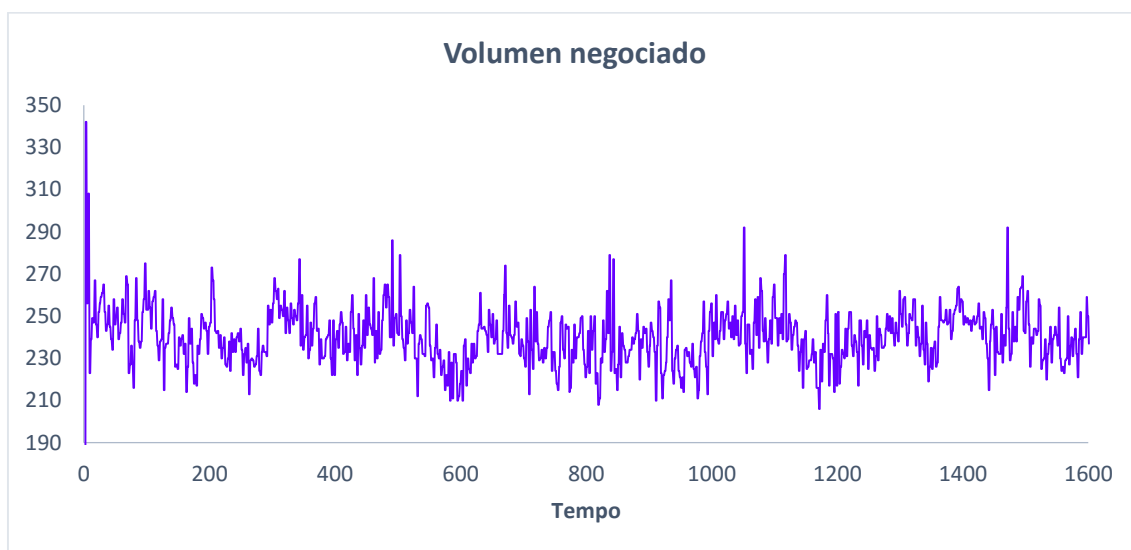


Figura 31 – Comportamento do volume de transações modeladas

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Através da Figura 32, é possível verificar que o histograma e a função de autocorrelação do volume. O histograma do volume apresenta o pico próximo de 240, com assimetria positiva. O volume também exibiu autocorrelação positiva significativa, com longo decaimento nas defasagens. Isso indica que os períodos de elevado volume de negociação são sucedidos por períodos igualmente elevados. O longo decaimento das defasagens também sugere que a função segue uma lei de potência (Farmer, 2000).

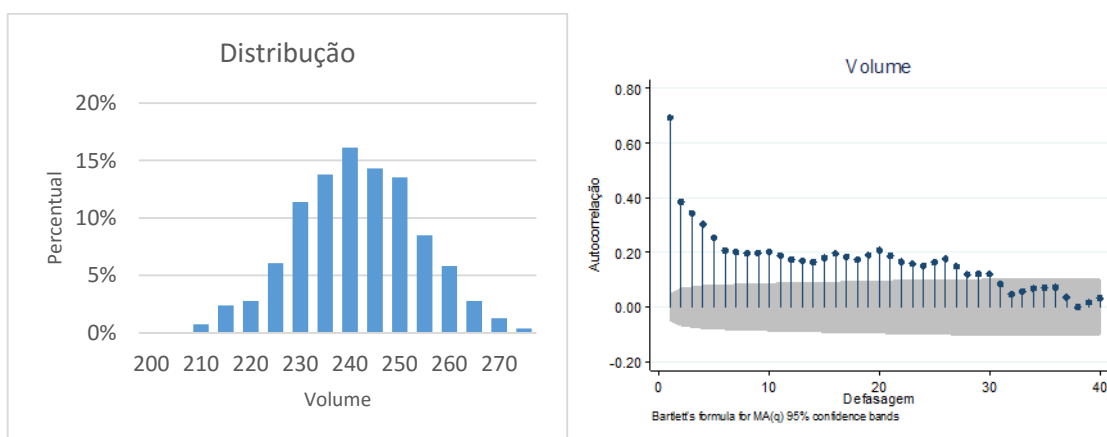


Figura 32 – Distribuição de frequência e autocorrelação do volume

Fonte: Elaboração própria.

Outra variável desenvolvida na modelagem diz respeito ao nível de precisão das decisões efetuadas pelos negociantes que atuam no mercado. Essa variável, construída a partir de um esquema de pontuação, é acrescida de uma unidade sempre que a decisão do agente é compatível como a tendência de mercado, em dado período. Se, por exemplo, em 10 rodadas de negociação o negociante conseguiu acertar a previsão em 6 períodos, então seu percentual de acerto médio é de 0,6 ou 60%.

A Figura 33 exibe o histograma de sucesso das previsões, bem como sua evolução ao longo da simulação. No que diz respeito à frequência do sucesso das previsões, a maior parcela dos negociantes, cerca de 45% do total, apresenta um percentual de acerto dentro da média, ou seja, 42%. O bojo de principal de negociantes, cerca de 94%, registra um percentual de acerto entre 32% e 52%, enquanto a parcela restante exibe valores fora desse intervalo.

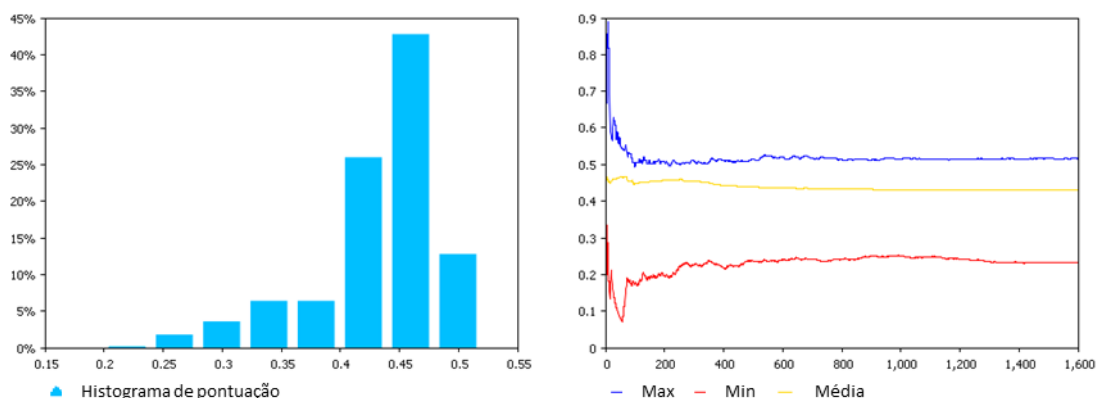


Figura 33 – Distribuição do percentual de acerto médio dos negociantes e evolução do acerto máximo, médio e mínimo dos negociantes

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Adicionalmente, é possível constatar que, embora os níveis de acerto máximo, médio e mínimo se iniciem relativamente distantes, há uma convergência para valores estacionários de 50%, 40% e 20%, respectivamente. Logo, nenhum negociante consegue prever com sucesso mais de 55% das oscilações de mercado, enquanto, por outro lado, todos os negociantes acertam, pelo menos 20% das mudanças. Esse padrão é robusto diante de variações nos parâmetros do modelo, isto é, mesmo sob arquiteutas de dotações iniciais

distintas os valores estacionários permanecem preservados, exceto quando o sistema é submetido a choques externos.

É possível associar a trajetória de acertos à capacidade de aprendizagem dos negociantes. Embora a complexidade na determinação de preços imponha limites à obtenção de ganhos, tendo em vista a multiplicidade de expectativas, os negociantes que apresentavam o menor percentual de acerto puderam ampliar paulatinamente seu desempenho, ao selecionar, do conjunto disponível, as estratégias que apresentaram um retrospecto de previsões mais preciso.

#### 4.6.2. Variação de parâmetros

Os experimentos conduzidos na presente seção levam em conta variações nos valores de quatro parâmetros, que são: população, memória e estratégias e preço inicial. Tais parâmetros foram selecionados com o intuito de produzir inferências acerca da relação entre a trajetória de preços do modelo e os valores associados aos parâmetros. Os critérios utilizados nos experimentos de variação de parâmetros são relatados na Tabela 15. A escolhas de tais valores fundamenta-se na percepção de que alterações inferiores às variações estabelecidas não resultam em mudanças perceptíveis na trajetória da série de preços modelada.

Tabela 15 – Critérios para variação de parâmetros

Parâmetros	Variação	Limites	
		Inferior	Superior
População	100	300	1000
Memória	2	76	90
Estratégias	1	1	8
Preço inicial	2	58	72

Fonte: Elaboração própria.

A Figura 34 mostra as simulações de preços a partir de variações individuais na população, memória, estratégias e preço inicial. Em todos os casos o preço modelado respeitou o limite de 40 a 120 pontos, além disso, as variações de estratégias causaram as maiores dispersões na série de preços.

Tendo em vista a ampla dispersão das séries, porém, não é possível extrair outras conclusões gerais a partir da série em nível. Passa-se, então, a discutir os resultados apresentados na Figura 35, onde é possível estabelecer relações entre os valores de preço médio e desvio padrão e as variações nos parâmetros.

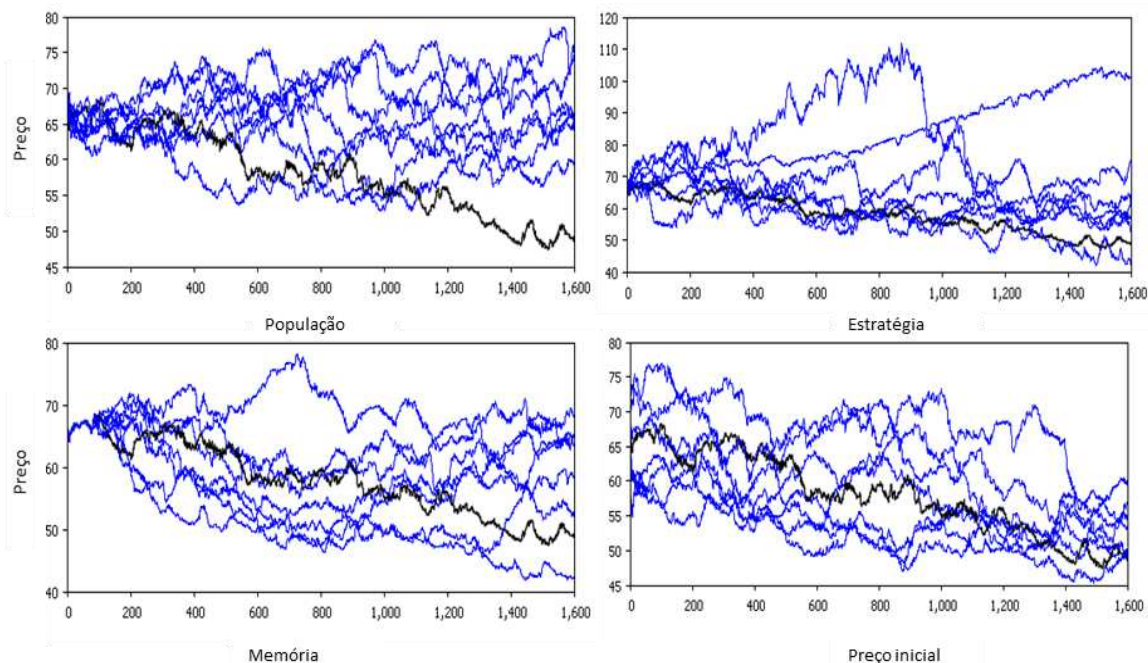


Figura 34 – Comportamento do preço modelado mediante alterações no tamanho da população, estratégias, memória e preço inicial.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

É possível verificar, de modo geral, que a introdução de novos indivíduos afeta positivamente o preço médio praticado no mercado, enquanto sua dispersão tende a ser reduzida. Pode-se inferir que a partir de dado número de negociantes em operação, o padrão de preço médio e desvio tende a ser preservado. Contudo, esse padrão não é sistemático, uma vez que o acréscimo de negociante em certo nível também produzir efeito contrário.

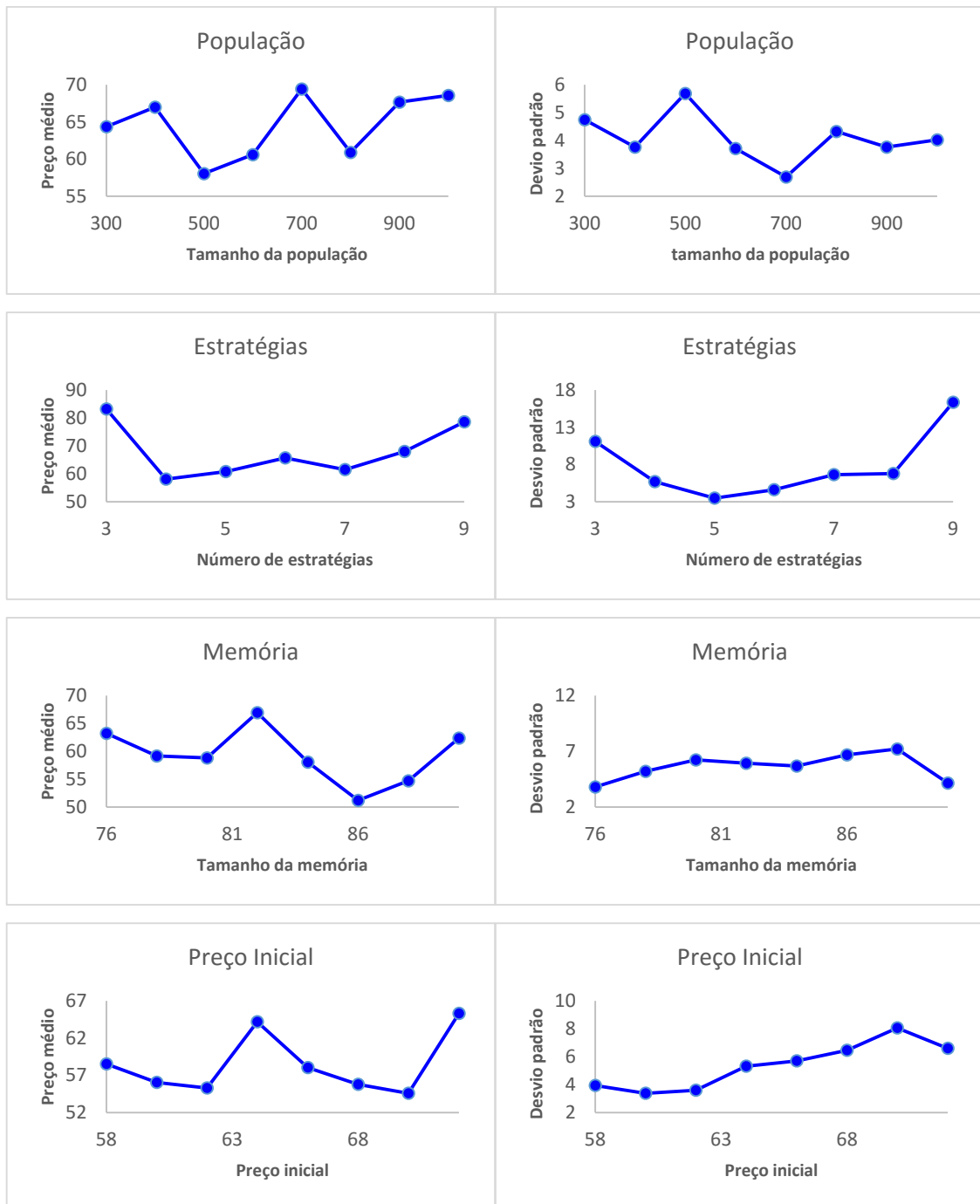


Figura 35 – Comportamento do preço médio e desvio padrão modelados mediante alterações no tamanho da população, estratégias, memória e preço inicial.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil.

Com respeito às estratégias, é percebido um padrão aparentemente não linear em que sua elevação produz um efeito de amortecimento no preço médio e desvio, mas que a partir de certo limiar resulta em efeito reverso. Considera-se que um conjunto muito limitado de hipóteses de trabalho (inferior a 4

estratégias, por exemplo) pode comprometer a capacidade de o negociante adotar estratégias rentáveis. Já o aumento do número de estratégias a partir desse limiar, por outro lado, implica maiores possibilidades de escolhas para o negociante, dado mesmo nível de memória. Com isso, os negociantes alternam entre estratégias concorrentes com mais frequência, fato evidenciado pela relação crescente entre o parâmetro e o desvio padrão. Essa elevação das estratégias também produz níveis de preços maiores, resultando em valores médios também superiores.

Ao considerar a memória dos agentes foi possível identificar que sua ampliação aumenta levemente o desvio padrão dos preços, indicando que os agentes com memória longa apresentam posições estáveis frente ao mercado. Tal resultado indica que, apesar de o aumento no conjunto de informações disponíveis a cada negociante, a conjugação agregativa das expectativas não é afetada, permitindo o nível de dispersão dos preços permaneçam estáveis.

A partir da Figura 35 não é possível inferir os resultados dos agentes com memória curta, uma vez que a mínima memória considerada foi de 76 períodos, entretanto, o padrão indicado pelo modelo não calibrado sugere que os negociantes mais imediatistas não dispõem de informações suficientes para avaliar a precisão das estratégias, e, por isso, alteram suas decisões com mais frequência, intensificando as oscilações de preço. Na média de preços, porém, não houve alterações sistemáticas, indicando que, embora afete a dispersão dos preços, não é possível estabelecer uma relação com sua tendência.

O preço inicial parece exibir um efeito cíclico sobre os preços médios, entretanto, esse padrão não pode ser confirmado em razão da baixa variabilidade das observações. Fato curioso é que o valor do parâmetro afeta diretamente o desvio padrão da série de preços, indicando que os movimentos de oscilação na série podem ser ampliados pelo preço inicial. A medida em que o preço inicial se distancia do valor fundamental dos preços (média da série real) mais intenso se tornam os processos de reforço e reversão do preço de mercado – com respeito ao preço fundamental – em curso nas hipóteses de trabalho dos negociantes. Isso contribui para formação de movimentos especulativos, produzindo períodos marcados pela tendência de alta e de baixa no mercado (*bull e bear markets*).

### 4.6.3. Regimes de expectativas

Resta ainda apresentar o comportamento dos preços simulados mediante regimes de expectativas específicos, que inclui, separadamente, o conjunto completo de descritores (indicadores de mercado) e os subconjuntos de indicadores fundamentalistas, técnicos e as hipóteses subjetivas (percepções pessimistas, otimistas e aleatórias). Pretende-se avaliar, portanto, como se porta o mercado artificial sob os diferentes regimes, considerando a trajetória dos preços, retornos e estatística descritiva, apresentados nas Figuras 36 e 37 e Tabela 16, respectivamente. Assim, é possível inferir que as expectativas fundamentalistas produzem uma trajetória estável de preços, compatível com o nível de equilíbrio estacionário. Sob o regime fundamentalista não há dispersão de preços, com desvio padrão nulo e comportamento simétrico, que é devido a rápida convergência dos preços ao nível de equilíbrio.

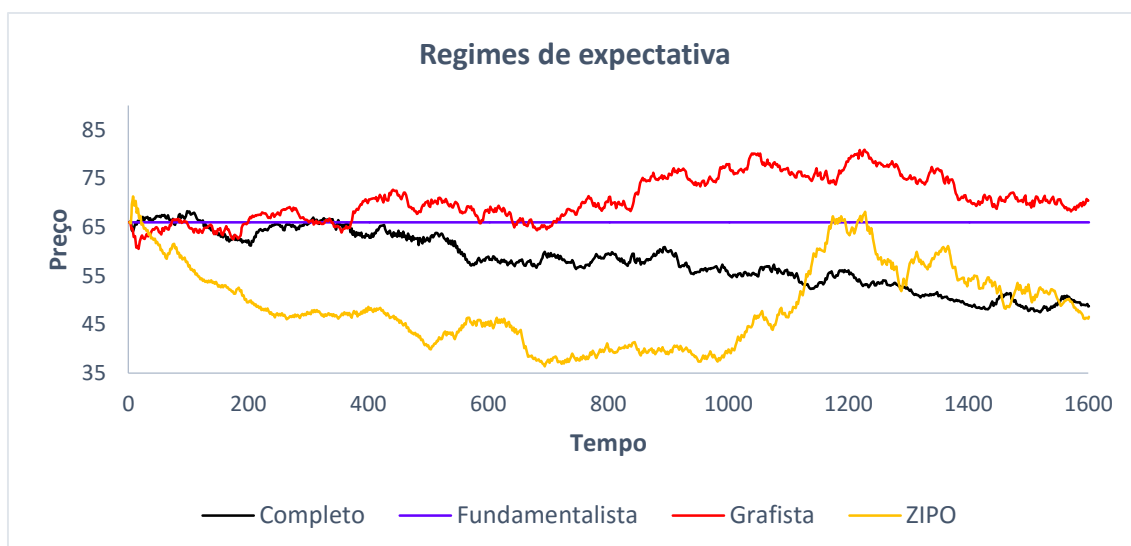


Figura 36 – Comportamento do preço modelado mediante presença indicadores fundamentalistas

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Comparativamente, o comportamento dos preços introduzidos pelo regime técnico apresentou maior dispersão, com média e desvio padrão superior ao regime fundamentalista. Entretanto, em relação ao regime completo, os preços simulados apresentaram padrão de dispersão similar, embora com níveis de preços maiores, fato reforçado pela média. Cabe destacar também que o

regime técnico foi o que apresentou maiores valores para média, mediana, máximo e mínimo dentre todos.

No que se refere à distribuição, a série apresenta curtose excessiva e assimetria positiva, indicando se tratar de uma distribuição platicúrtica, com incidência frequente de valores extremos. A série também é a que mais se aproxima do comportamento de preços sob regime completo de expectativas, levando a crer que seja o subconjunto de expectativas que mais influenciou a dinâmica de preços do modelo base.

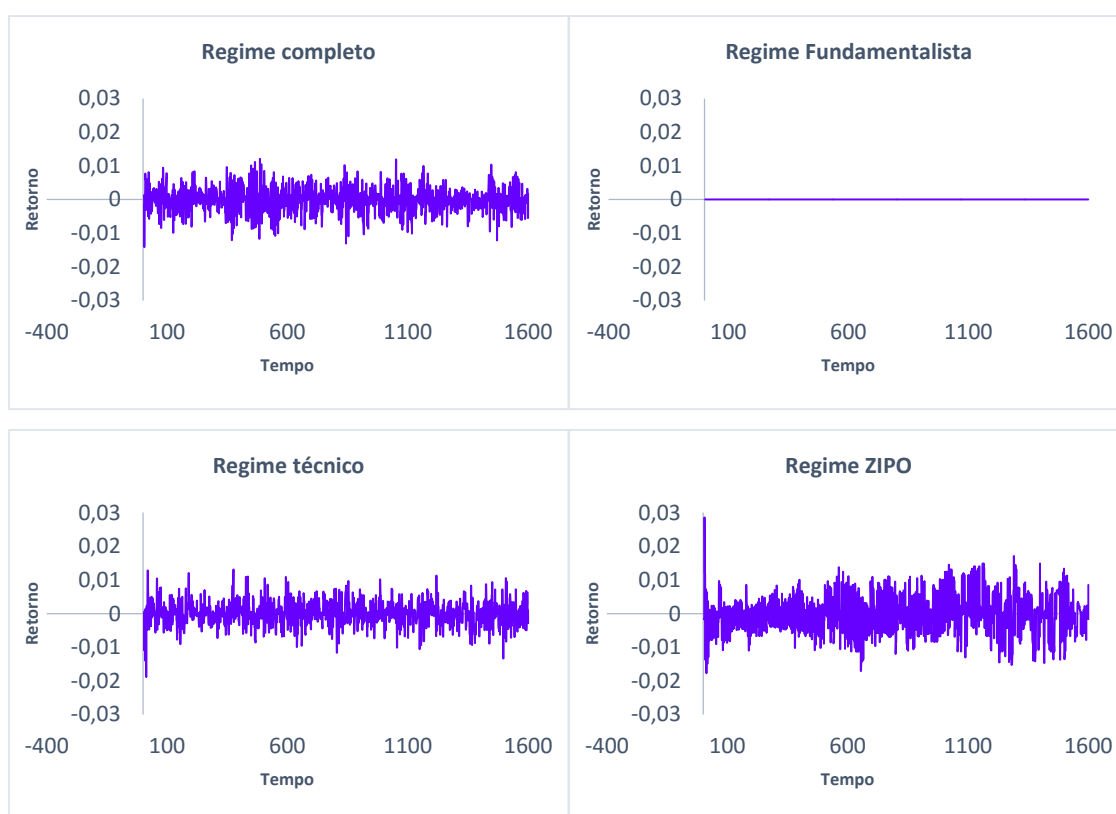


Figura 37 – Comportamento do retorno modelado sob os regimes completo, fundamentalista, grafista, ZIPO.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Com respeito ao regime *Zero-Intelligence*, Pessimista e Otimista (ZIPO), de percepções subjetivas, verifica-se assimetria positiva, média e mediana abaixo dos valores indicados pelos demais regimes. Além disso, o comportamento dos preços segue um processo aparentemente de errático, similar a um passeio aleatório. Os preços produzidos por esse regime se distribuem de forma não simétrica e sob um padrão platicúrtico. Em relação aos

valores máximos e mínimos, o regime é o que apresenta maior distanciamento, fato reforçado pelo desvio padrão mais elevado que os demais.

Cumprido destacar o desempenho dos retornos sob os diferentes regimes de expectativas. Conforme discutido anteriormente, o regime fundamentalista não apresenta variação de preços, razão pela qual sua série de retorno também é fixo em zero. Com respeito ao regime técnico, por outro lado, o padrão de intermitência da série é muito similar ao regime completo, destacando, assim, a contribuição das hipóteses técnicas para a emergência da ecologia de hipóteses de mercado, e conseqüente trajetória dos preços.

Tabela 16 – Estatística descritiva dos preços sob diferentes regimes

Estatística	Regime			
	Completo	Fundamentalista	Técnico	ZIPO
Média	58.04	66.00	70.74	48.84
Mediana	57.80	66.00	70.07	47.31
Máximo	68.31	66.00	80.94	71.33
Mínimo	47.51	66.00	60.52	36.40
Desvio Padrão	5.69	0.00	4.57	8.08
Assimetria	-0.06345	-	0.247346	0.531079
Curtose	-1.08184	-	-0.9331	-0.51798

Fonte: Elaboração própria.

Outro aspecto relevante corresponde ao comportamento dos retornos mediante regime ZIPO. É percebido que além de exibir períodos de intensa oscilação dos preços, a série de retorno exibe padrão de ressonância, caracterizado pela máxima amplitude nos valores observados nos retornos. Tal fato pode inserir instabilidade nos preços do ativo, ensejando movimentos duradouros de ampliação dos preços (bolhas) seguidos de colapsos (crashes).

Portanto, é possível concluir que as séries de preços geradas a partir de subconjuntos de indicadores exibem trajetórias substancialmente distintas, tanto entre si como em relação ao regime completo. Entretanto, as séries também apresentam similaridades, sobretudo, com respeito ao nível médio de preços, assimetria e curtose excessiva na distribuição, exceto para o regime fundamentalista.

#### **4.6.4. Efeitos de choques**

A presente seção se propõe a analisar os efeitos de choques no modelo. Em outras palavras, pretende-se avaliar como os negociantes reagem às perturbações exógenas no mercado. Com esse intuito, foram realizados experimentos de acordo com os cenários listados na Tabela 17. Considera-se individualmente o efeito de choques simétricos de até 20% sob as seguintes condições: (i) choque permanente nos preços de mercados; (ii) choque temporário nos preços fundamentalistas, com duração de 400 períodos; e (iii) choque permanente nos preços fundamentalistas. Os choques ocorrem exatamente na metade da simulação, ( $t = 800$ ). Nesse caso, o interesse do experimento consiste em captar os desdobramentos causados por uma perturbação temporária nos mercados, proveniente, por exemplo, de notícias ou eventos atípicos, e de eventos sistemáticos ou mudanças estruturais.

Tabela 17 – Cenários simulados no mercado artificial de ações

<b>Choque nos preços em t = 800</b>		
<b>Cenário</b>	<b>Descrição do cenário</b>	<b>Variação</b>
Cenário 1: Neutro		0
		-5%
Cenário 2: Negativo		-10%
		-20%
		5%
Cenário 3: Positivo		10%
		20%
<b>Choque temporário nos preços fundamentais em t = 800, por 400 períodos</b>		
<b>Cenário</b>	<b>Descrição do cenário</b>	<b>Variação</b>
Cenário 4: neutro		0
		-5%
Cenário 5: negativo		-10%
		-20%
		5%
Cenário 6: positivo		10%
		20%
<b>Choque permanente nos preços fundamentais em t = 800</b>		
<b>Cenário</b>	<b>Descrição do cenário</b>	<b>Variação</b>
Cenário 4: neutro		0
		-5%
Cenário 7: negativo		-10%
		-20%
		5%
Cenário 8: positivo		10%
		20%

Fonte: Elaboração própria.

A Figura 38 exibe as trajetórias do preço modelado a partir dos choques nos preços de mercado e nas expectativas de preços fundamentais, enquanto as Figuras 39 exibe, respectivamente, o comportamento médio e desvio padrão dos preços e dos retornos sob as mesmas condições. É natural que choques nos preços tenham relação direta com o nível dos preços assumidos a partir de sua ocorrência. Entretanto, a tendência das séries sofreu sensível alteração, sobretudo a partir de choques positivos. Ademais, ao analisar a série de retorno, é perceptível que o choque afetou a dinâmica de variação dos preços, induzindo uma maior volatilidade nos períodos subsequentes ao choque.

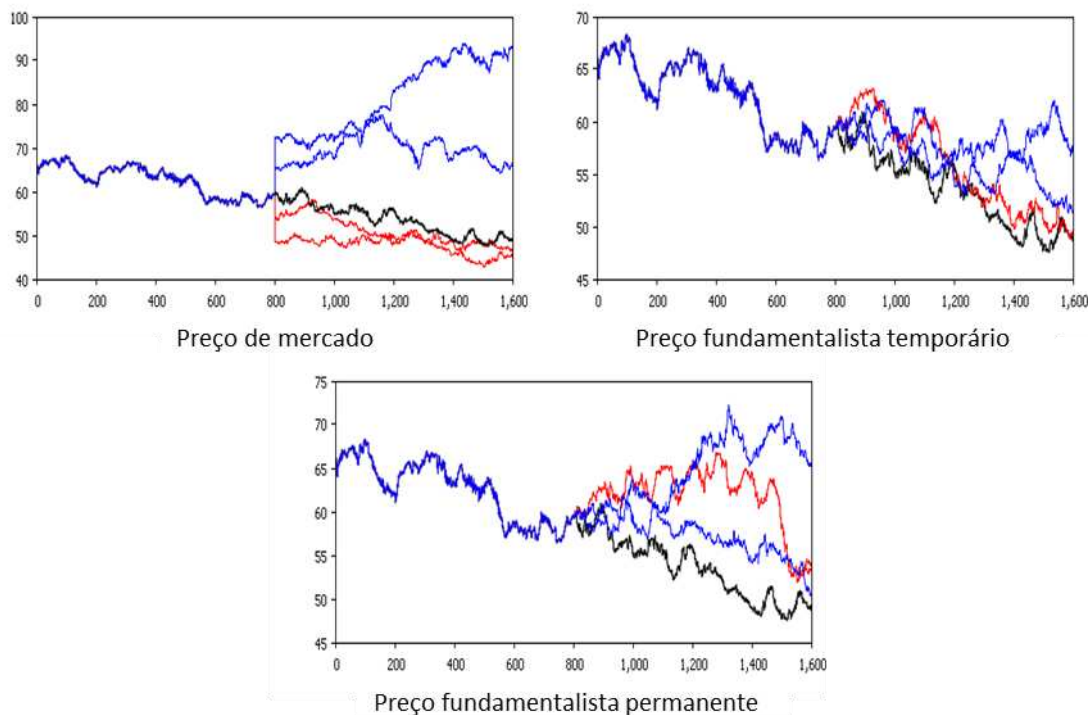


Figura 38 – Comportamento do preço modelado mediante choques exógenos no preço de mercado, e choques temporários e permanentes nos preços fundamentalistas.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Também é possível verificar, a partir da Figura 40, que os efeitos do choque sobre os retornos são praticamente simétricos em relação ao seu valor médio, porém não em relação ao desvio padrão. De modo geral, os choques positivos amplificaram o desvio padrão do retorno nos períodos subsequentes. Isso reforça o argumento de que os choques em nível provocaram reações por parte dos negociantes que atuam no mercado.

Em se tratando de reações aos choques nas expectativas de preços fundamentais, por outro lado, os efeitos são mais complexos, posto que não se observa o choque diretamente no nível de preços, mas sim a partir das expectativas dos negociantes. Negociantes que empregam indicadores fundamentalistas no processo de formação de hipóteses de mercado e estratégias de decisão, passam a reformular as expectativas em função das novas informações. Em geral, esses choques produzem efeitos mais esparsos sobre o nível de preço, uma vez que nem todas as estratégias são influenciadas por esse fator.

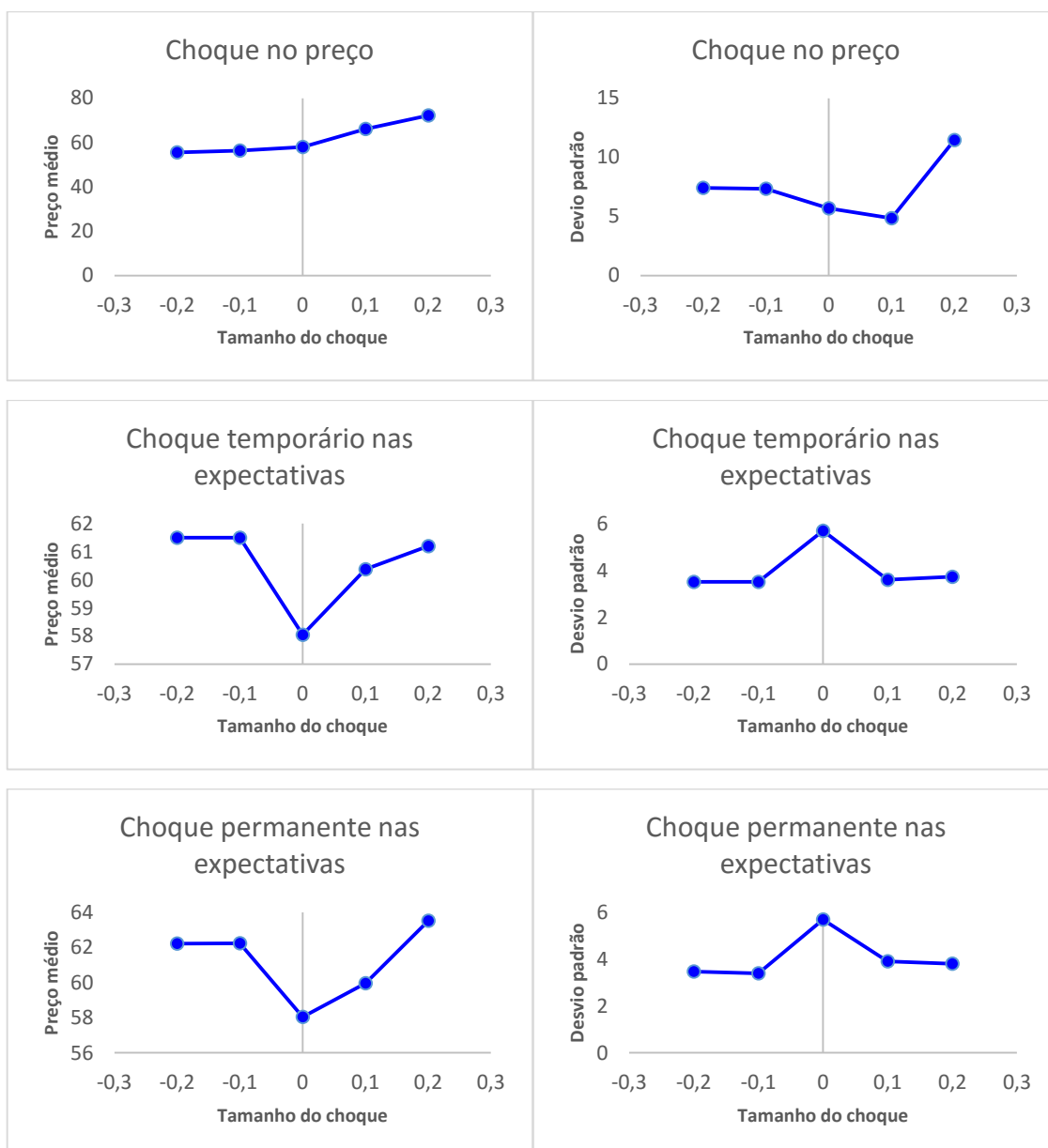


Figura 39 – Comportamento do preço modelado mediante choques exógenos no preço de mercado, e choques temporários e permanentes nos preços fundamentalistas.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: considera-se apenas o período subsequente ao choque.

Nota: Preços em unidades de mil.

É digno de nota que, sobre o nível de preços os choques apresentaram amplificação do preço médio e redução do desvio, independente da direção do choque. Tais efeitos são verificados tanto em decorrência de choques temporários quanto permanentes. E indicam que os choques nas expectativas não exercem efeito desestabilizador de mercado. Uma vez concluído o choque,

os negociantes adaptam suas estratégias ao novo indicador e prosseguem adotando as estratégias mais eficientes.

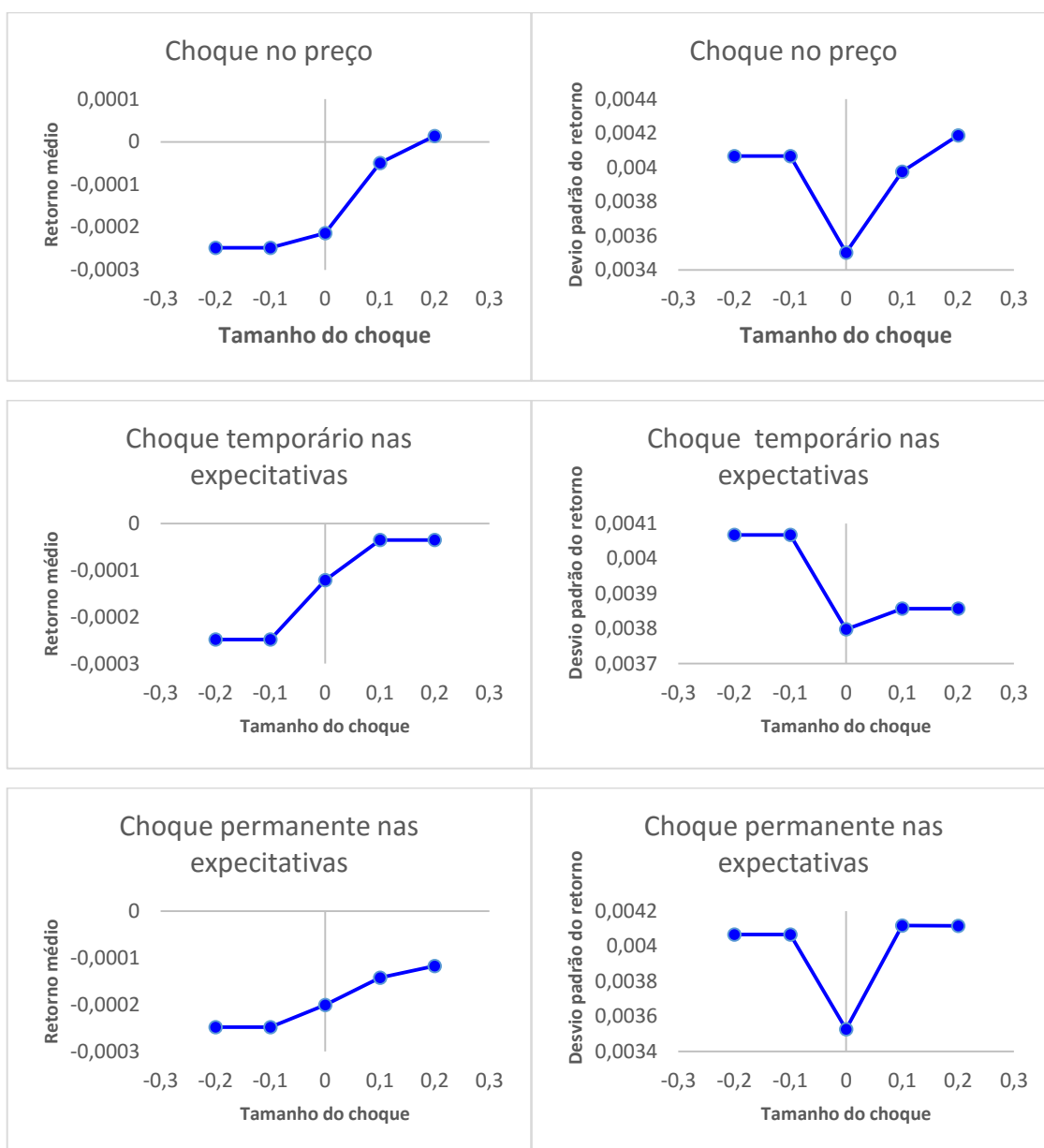


Figura 40 – Comportamento do preço modelado mediante choques exógenos no preço de mercado, e choques temporários e permanentes nos preços fundamentalistas

Fonte: Elaboração própria.

Nota: considera-se apenas o período subsequente ao choque.

É possível inferir, portanto, que os choques temporários nos preços causam perturbações na dinâmica de mercado, mas estas perturbações não desencadeiam mudanças no sentido da trajetória de longo prazo, apenas um deslocamento em nível. Tais mudanças, entretanto, são suficientes para estilizar um agrupamento de volatilidade nos períodos vizinhos ao momento do

choque, indicando que, assim como no mercado real, os negociantes intensificam suas negociações, quer sejam de compra ou venda, em resposta às interferências externas no modelo.

Ao considerar os efeitos sobre a série de retorno é possível observar também que os valores médios apresentam relação direta com os choques, onde perturbações positivas tendem a ampliar o retorno médio, enquanto perturbações negativas causam efeito contrário. Esse efeito sobre o retorno médio é reproduzido em todas as especificações de choques discutidas.

É preciso salientar ainda que o desvio padrão se elevou em ambos os cenários de mudanças nas expectativas, indicando que quaisquer alterações não esperadas nas expectativas dos agentes tendem a aumentar a discrepância no desvio do retorno. Ademais, choques positivos tendem a trazer os valores médios do retorno para o eixo zero, isto, associado ao aumento no desvio padrão, indica que maior incidência de valores extremos.

Portanto, é possível concluir que os choques projetados nos preços e nas expectativas fundamentalistas tendem a produzir perturbações temporárias nos preços do ativo negociado. Todavia, os choques atenuam a tendência de queda da série preços, resultando em valores médios maiores combinados com menor desvio padrão. Com respeito ao retorno, verifica-se que os choques no preço introduzem instabilidade na formação das expectativas dos agentes, levando a formação de *clusters* de volatilidade. As excitações nos preços fundamentais, todavia, são absorvidas mais rapidamente, de modo que as perturbações se dissipam.

#### **4.7. Contágio comportamental**

O propósito da presente seção é avaliar como a interação local entre os negociantes que operam no mercado, afeta a trajetória de preços do ativo em questão. Pretende-se ainda testar o contágio comportamental de expectativas, considerando os efeitos sistêmicos de rumores difundidos através de determinados agentes. Para tanto, é assumido que, por meio da comunicação interpessoal, os negociantes partilham informações relevantes acerca da dinâmica de mercado, e atribuem um peso considerável às percepções de mercado do grupo de agentes aos quais estão conectados. Tal princípio

encontra-se fundamentado nas evidências apontadas por Shiller e Pound (1989), Shiller (1995), Arnsward (2001), Duflo e Saez (2002), Hong, Kubik, and Stein (2004; 2005) e Cohen et al. (2008), destacando a relevância da opinião dos colegas nas decisões de investimento e planejamento financeiro, tanto para especialistas em finanças como para cidadãos comuns.

Procedeu-se, portanto, alterações no modelo base, apresentado nas seções anteriores, através da introdução de *redes* de interação local e um mecanismo de pontuação de estratégias compatíveis com as previsões dos colegas conectados ao negociante. Na estrutura das redes foram testadas cinco topologias adicionais, a saber, a rede completa, regular, aleatória, mundo pequeno e livre de escala.

#### 4.7.1. Precificação sob diferentes topologias de redes

Nesta seção são apresentadas as trajetórias de preços e retornos sob as distintas estruturas de redes. Os parâmetros considerados na formação dessas redes são apresentados na Tabela 18. As conexões médias indicam o número de conexões estabelecidas por cada negociante, sendo empregada tanto nas topologias regular, aleatória quanto na topologia mundo pequeno. Já o parâmetro de conexões possíveis remete ao número máximo de ligações que podem ser estabelecidas pelos negociantes, sendo este o caso aplicado na rede completa. Por fim, o número de *hubs* corresponde ao número de negociantes centrais na rede livre de escala, aqueles aos quais estão ligados o maior número de negociantes.

Tabela 18 – Parâmetros empregados na confecção das redes

<b>Parâmetros</b>	<b>Valores</b>
Conexões médias	2
Conexões possíveis	499
Probabilidade da vizinhança	95%
Número de <i>hubs</i> *	10

Fonte: Elaboração própria.

Nota: \* conexões centrais na rede livre de escala.

A Figura 41 expõe as trajetórias do preço e do retorno do ativo sob as distintas estruturas de redes. É possível constatar que as redes sem conexões e completa apresentam dinâmicas idênticas para preços e retornos. Isso se deve ao fato de que os negociantes estão distribuídos de forma simétrica quanto as suas expectativas de preços e ao comportamento de tendência. Logo, ao receber a influência decisória de todos os indivíduos, a soma dos vetores de expectativas se anulam, de modo que a interação não exerce influência sobre as decisões de investimento dos negociantes.

Com respeito à interação em rede regular, por outro lado, os negociantes tendem a ser influenciados por estratégias similares às suas (efeito vizinhança), de modo que os movimentos apreciação e queda tendem a ser reforçados. As variações nos retornos, porém, ocorrem com um percentual menor. Um processo similar também é verificado na simulação com redes aleatórias, porém com períodos de oscilação distintos.

A topologia mundo pequeno imprime uma dinâmica diferenciada no preço, tendo em vista que este apresenta oscilações periódicas com maior frequência e variações do retorno também menores. Já a rede livre de escala é marcada por um movimento ascendente seguido de uma brusca queda do preço, a partir do qual este permanece num padrão oscilatório menor. Isso pode evidenciar que a rede livre de escala tende a ser mais favorável aos movimentos especulativos e difusão de rumores. Estima-se, portanto, que em um mundo interconectado - via web, por exemplo – as limitações geográficas perdem influência, de modo que alguns agentes se tornam referências de comportamento para um expressivo número de outros agentes.

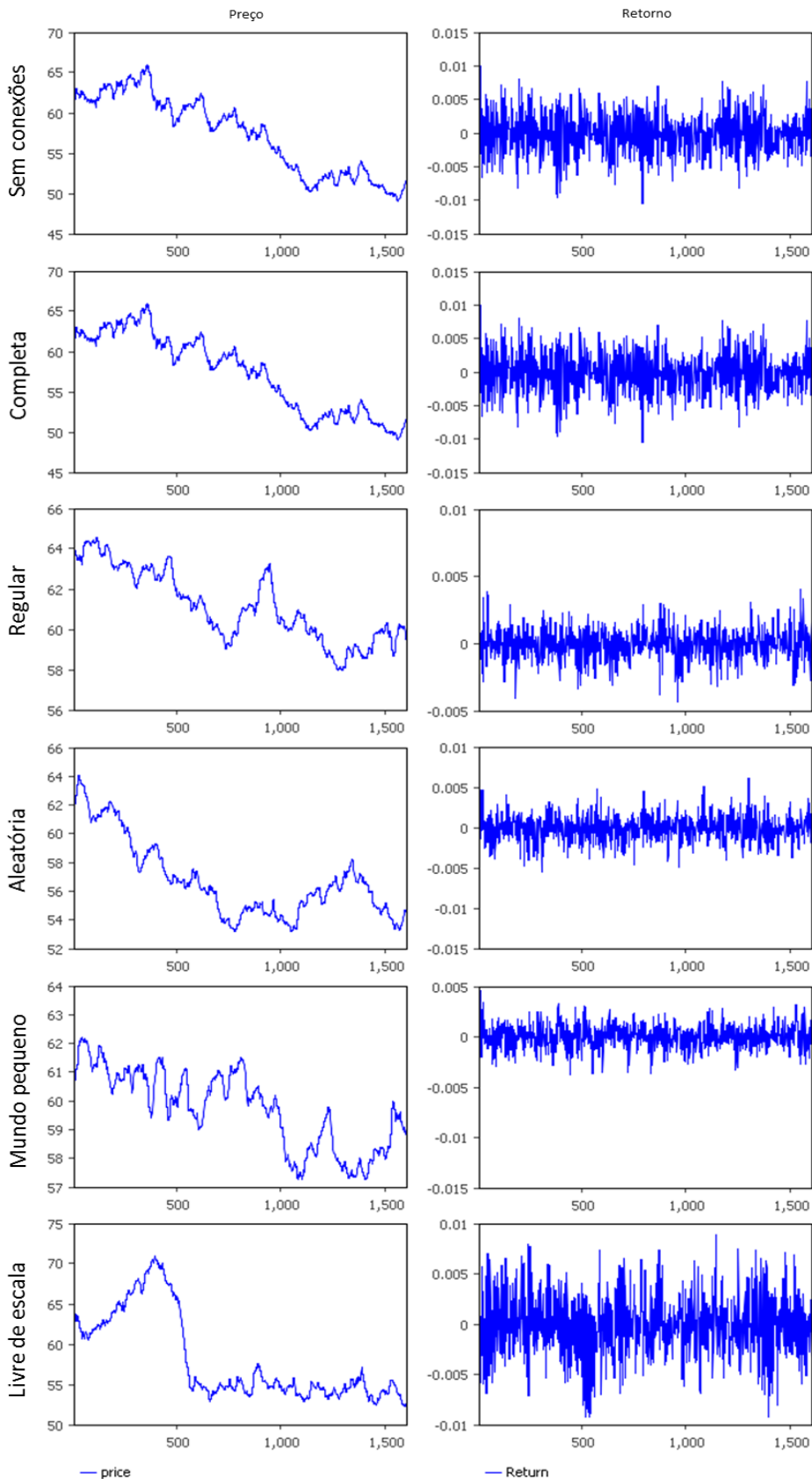


Figura 41 – Comportamento do preço modelado mediante topologias de redes sem conexões, completa, regular, aleatória, mundo pequeno e livre de escala.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

#### 4.7.2. Simulação de contágio

Nesta seção, pretende-se explorar choques de expectativas a partir de um grupo de agentes aleatoriamente selecionados. Para tanto, considera-se que, a partir do período de simulação 600, uma fração  $\phi$  do universo de negociantes são “infectados” com expectativas negativas acerca do preço futuro do ativo negociado. Essa expectativa se manterá por 200 rodadas, a partir da qual tornarão ao normal. A fração de agentes “infectados” com a expectativa negativa é de 1%, 5% e 10%, considerando duas topologias de redes: mundo pequeno e livre de escala. Os resultados da simulação são apresentados nas Figuras 42 e 43 para as redes mundo pequeno e livre de escala, respectivamente.

Considera-se que a contaminação de expectativas tende a desencadear uma tendência de queda sucessiva nos preços do ativo. Isso ocorre em virtude da percepção de cada negociante acerca das decisões dos seus parceiros, de modo que estes incorporam essas influências nas suas tomadas de decisão. Assim, após infectar as expectativas de uma fração de agentes, os preços seguem em uma espiral negativa até que essas sejam removidas. Cumpre destacar, entretanto, que após o período de expectativas o próprio mercado e as redes de interação se encarregam de trazer o preço para patamares similares aos observados antes do contágio, impondo uma trajetória de recuperação. Essa trajetória, porém, está sujeita ao número de agentes infectados. A partir do limiar de infecção de 10% dos negociantes, a estrutura de precificação muda, passando-se a observar um padrão oscilatório abaixo do nível anterior ao contágio e não esboçando tendência persistente de recuperação.

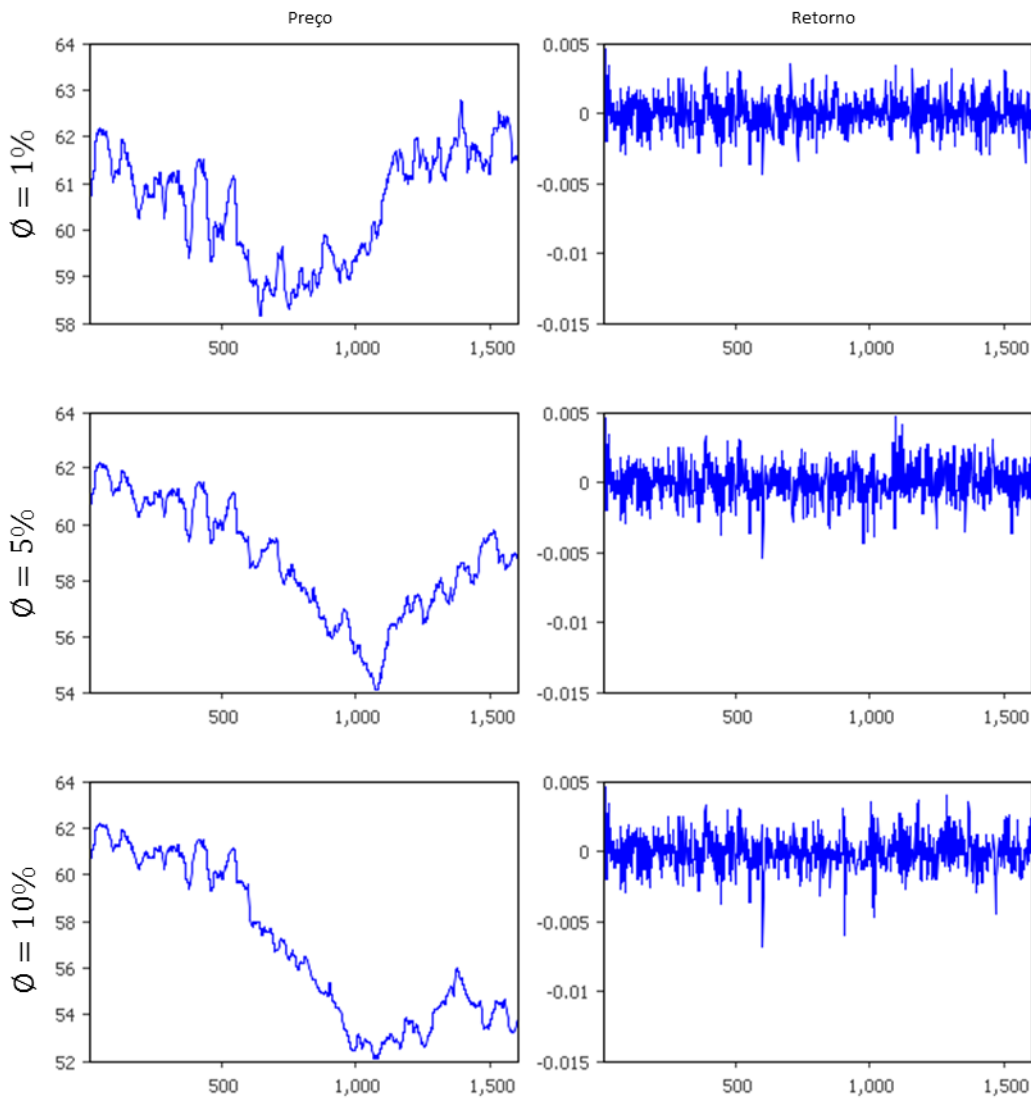


Figura 42 – Comportamento do preço modelado via redes mundo pequeno, com expectativas infectadas em 1%, 5% e 10% dos agentes.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

Ao considerar o efeito de choques sob a premissa de redes livres de escala é possível observar a mesma dinâmica com respeito às quedas no nível de preços. Ademais, há uma perspectiva de mudança de padrão da trajetória a partir do limiar de 10% de infectados. Contudo, com respeito aos retornos verifica-se que sob redes livres de escala a variabilidade é maior e que à medida em que se amplia o percentual de agentes infectados, é captada a intermitência e os clusters de volatilidade se tornam mais delineados.

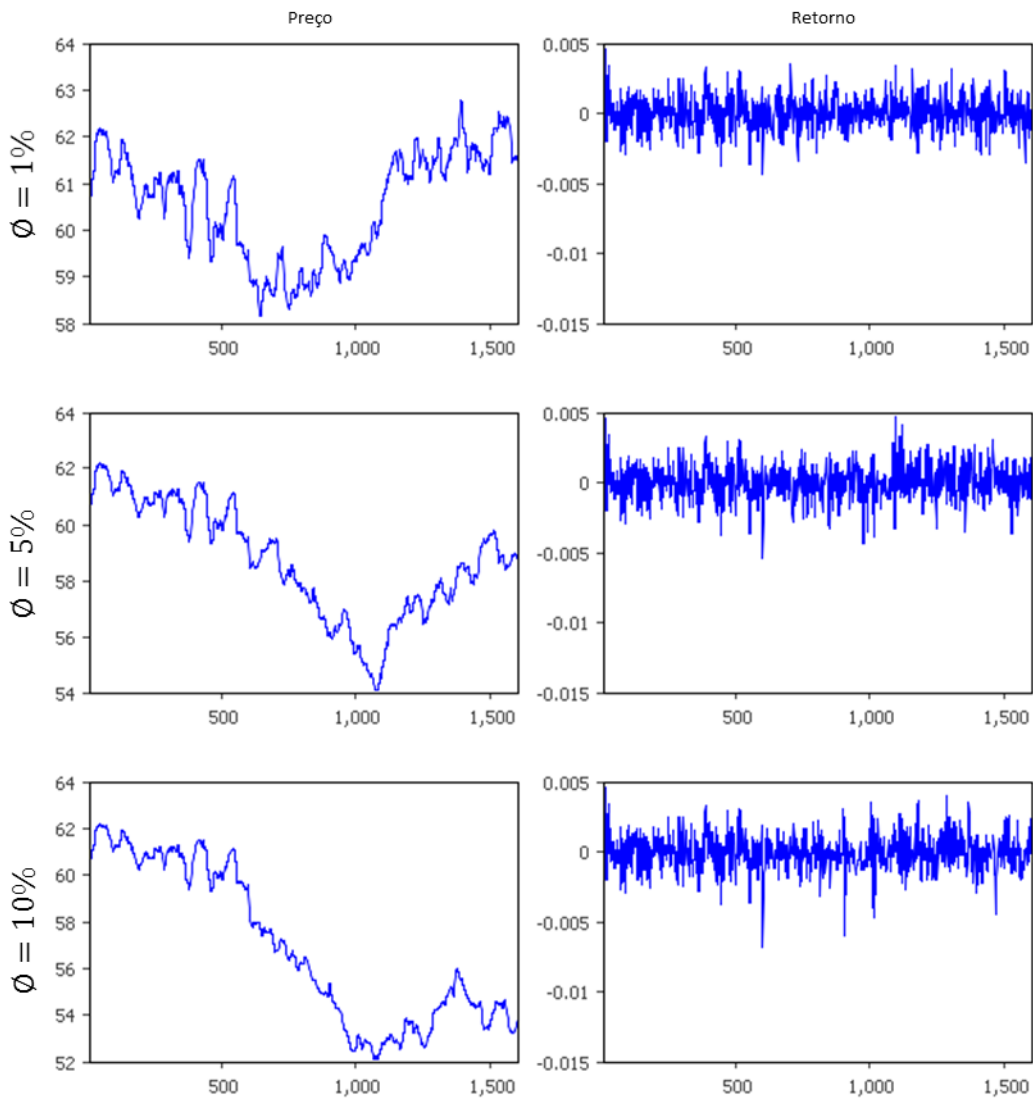


Figura 43 – Comportamento do preço modelado via redes livre de escala, com expectativas infectadas em 1%, 5% e 10% dos agentes.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Nota: Preços em unidades de mil. Período equivalente a 1600 dias de negociação.

## 5. CONCLUSÕES

Os mercados de ativos financeiros são permeados de movimentos cíclicos e elevada volatilidade. A psicologia do mercado e a busca por obter ganhos de arbitragem introduzem uma dinâmica aparentemente caóticas às séries de preços dos ativos. Diversos especialistas em finanças têm se dedicado ao estudo dos mecanismos que regem o comportamento desses mercados. Pretendeu-se, com isso, identificar os elementos associados a incidência de abrutadas oscilações de preços, compreender elementos subsidiários do processo cognitivo e consequente tomada de decisão dos agentes, bem como explorar as propriedades das séries financeiras a fim de elucidar sua gênese e implicações para o mercado.

Inserido nesse contexto, os Modelos Baseados em Agentes (MBA) se apresentam como paradigma teórico-metodológico concorrente com o paradigma do Agente Racional Representativo (ARR). Esse último revelou-se ineficaz em explicar o descompasso entre os movimentos dos ativos financeiros e os mercados reais, além de estar fundado em pressupostos irrealistas. Os MBA, todavia, são cercados dos pressupostos de que os agentes tomam decisões em um ambiente de incerteza ontológica a partir de heurísticas comportamentais enviesadas, porém aproximadas. Ademais, as séries de preços geradas pelos MBA apresentam propriedades estatísticas similares às séries reais, incluindo aspectos não explicados pelos modelos de agente racional – volatilidade clusterizada, por exemplo. Portanto, a MBA constitui um ramo de pesquisa promissor que pretende produzir maior aderência entre a teoria e experiência prática, fomentando o diálogo entre acadêmicos e operadores de mercado.

Logo, o propósito do presente estudo foi desenvolver um modelo computacional de mercado de ações, com o intuito de captar a trajetória das séries de preços e retornos de uma carteira teórica de ações, a saber, o IBOVESPA; sob uma perspectiva microevolutiva de expectativas de agentes heterogêneos que atuam no mercado. Para tanto, foi desenvolvido uma modelagem híbrida, constituída pela junção da modelagem baseados em agentes (MBA) e dinâmica de sistemas, como um sistema integrado de retroalimentação.

Dentre as principais contribuições metodológicas deste estudo, é possível destacar os seguintes aspectos listados em termos metodológicos: (i) presença do formador de mercado como agente responsável pela liquidez, determinação de preços e execução das ordens de mercado; (ii) representação do mecanismo de preços de mercado via dinâmica de sistemas; (iii) inserção do agente do tipo ordem, um procedimento de comunicação entre o formador de mercado e os negociantes, através do qual é alimentado o livro de ordens; (iv) instituição do livro ordens, com o registro de todas de todas as ordens não executadas pelo Formador de mercado; (v) inserção do agente ambiente, que fornece os indicadores de mercado empregados na fundamentação das estratégias e que possibilita comunicação entre os agentes do tipo negociantes; e (vi) a calibragem e validação do modelo para a série diária do IBOVESPA, adequando o modelo às condições do mercado brasileiro de ações.

Outra contribuição relevante deste estudo corresponde à ecologia de expectativas – hipóteses sobre o preço futuro do ativo – pautadas em múltiplas sinalizações de mercado, a partir dos quais são erigidas as estratégias de decisão. Considera-se que os indicadores são constituídos a partir de bases fundamentalistas, técnicos e sentimentos subjetivos. E que, sob o ambiente de incerteza ontológica e multiplicidade de informações, cada negociante racionalmente limitado emprega, no processo decisório, heurísticas carregadas de vieses. Isso induz a um processo evolucionário de adequação do sistema de crenças e faz emergir padrões de convergência robustos, isto é, que persistem mesmo diante de alterações nas condições iniciais.

Como resultados empíricos, o modelo proposto foi capaz de reproduzir propriedades estatísticas identificadas na série de retornos do IBOVESPA, que são a presença de caudas pesadas, intermitência, gaussianidade agregativa,

autocorrelação dos retornos absolutos e ao quadrado e caudas pesadas condicionais. A ausência de autocorrelação do retorno simples, entretanto, não foi captada, sendo este efeito decorrente do caráter retrospectivo das hipóteses técnicas. Também não foi possível concluir a presença de *clusters* de volatilidade. Destarte, a adequação do modelo proposto à realidade do mercado financeiro brasileiro foi considerada satisfatória.

Ao discutir os resultados da simulação validada, constatou-se que uma parcela de negociantes deixa de operar no mercado durante os períodos de menor variabilidade dos preços e intensificam sua atuação nos períodos de instabilidade. Foi possível detectar, assim, que há uma rápida resposta do volume de negociações em decorrência do aumento da volatilidade. Outra evidência relevante apontada pelo modelo é o padrão de convergência da precisão das expectativas. Isto é, embora a distância entre as expectativas mais eficazes e as menos eficazes seja inicialmente elevada, seus valores convergem para um padrão 50/20 à medida que a simulação evolui. Esse resultado é robusto mesmo diante de variações nos parâmetros e de condições iniciais e indica que o mecanismo de mercado e o processo adaptativo de crenças possibilita aprendizado limitado.

A avaliação do modelo sob distintos regimes de expectativas revelou trajetórias substancialmente divergentes, corroborando com evidências apontadas na literatura. Foi possível identificar que as hipóteses fundamentalistas exibem padrão convergente para o preço de equilíbrio fundamental, contribuindo para estabilização do sistema. Já as hipóteses técnicas possibilitam maiores flutuações de preços em relação a esse valor, embora não imponham trajetórias explosivas. Por fim, o regime de hipóteses subjetivas contribui para a instabilidade da série, introduzindo efeitos de desvios em relação ao valor fundamental maiores e mais duradouros e movimentos de repentinos colapsos (*crashes*). Conclui-se, portanto, que a instabilidades de preços persistentes em mercados de ações é decorrente de hipóteses de mercado subjetivas e do reforço de desvios provocados por hipóteses extrapolativas.

Também foi verificado que os desdobramentos de choques projetados nos preços e nas expectativas fundamentalista tendem a produzir perturbações nos preços do ativo negociado. De modo geral, os choques de preços atenuam

a tendência de queda da série preços, resultando em valores médios maiores combinados com menor desvio padrão. Com respeito ao retorno, verifica-se que os choques no preço introduzem instabilidade na formação das expectativas dos agentes, levando a formação de clusters de volatilidade. As excitações nos preços fundamentais, todavia, são absolvidas mais rapidamente, de modo que as perturbações se dissipam.

Com repespeito à interação local e o contágio comportamental via redes, foi percebido que as redes de interação formadas por vizinhos próximos ao agente, que apresentam características similares a ele, contribuem para o surgimento de movimentos especulativos mais persistentes, indicando que a influência local e assimetria de informações retroalimentam os desvios em relação ao preço de equilíbrio estacionário. A topologia de redes livre de escala, por sua vez, contribui para a intensificação de movimentos desestabilizadores de preços, com maior alternância entre os movimentos de ascensão e queda, comparativamente.

Por fim, os testes de contágio comportamental, via difusão de expectativas negativas acerca do preço futuro do ativo (rumores), revelaram que os preços ingressam em uma espiral negativa em decorrência do contágio. Contudo, após o término do período de contaminação, observa-se uma recuperação na trajetória dos preços, voltando a patamares similares ao período que precedeu o contágio, fato observado tanto nas topologias de rede mundo pequeno quanto livre de escala. Essa recuperação, entretanto, é anulada a partir de um limiar de contaminação, onde os preços tendem a se estabilizar em patamares inferiores ao nível verificado previamente.

Apesar do êxito na aplicação da modelagem de agentes para a mercado brasileiro de ações, com respeito à série do IBOVESPA, é necessário destacar que a implementação aqui desenvolvida apresenta limitações. A começar pela escolha da série de dados utilizadas: o índice IBOVESPA representa uma carteira teoria de ações compostas por vários papéis distintos. E, em razão disso, é possível que a soma de vetores que influenciam os preços das ações se anulem, mascarando um componente decisivo para um ativo específico. Assim, sugere-se que novos trabalhos explorem as aplicações aqui desenvolvidas com ações diretamente negociadas na bolsa de valores, ou ainda, que a modelagem

seja estendida para reproduzir um mercado composto por dois ou mais ativos com risco, evidenciando, assim, os efeitos cruzados das negociações.

Além disso, futuros trabalhos podem incorporar aspectos mais realistas ao formador de mercado e mecanismo de envio de ordens, tais como: a restrição às execuções do formador de mercado, respeitando o estoque de ativos disponíveis; a inclusão de uma função objetivo para o formador de mercado, isto é, além de prover liquidez o agente também busca obter lucros; e a possibilidade de envio de ordens limitadas, ou seja, restrições acerca do preço mínimo e máximo que o negociante estaria disposto a receber e pagar, respectivamente. Outra possibilidade a ser explorada diz respeito a heterogeneidade dos agentes: explorando a possibilidade de possuírem distintos comprimentos de memórias, diferentes graus de aversão ao risco, entre outros aspectos. Com respeito à interação, também seria válido modelar um mecanismo de formação endógena de redes, baseadas em um sistema de avaliação de desempenho, que permita considerar o aspecto dinâmico das interações.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACEMOGLU, D.; OZDAGLAR, A.; TAHBAZ-SALEHI, A. Cascades in networks and aggregate volatility.. **Working Paper**, National Bureau of Economic Research, v. 16516, 2010.

ACEMOGLU, D.; OZDAGLAR, A.; YILDIZ, E. Diffusion of innovations in social networks. **Proceedings of 50th Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC)**, 2011.

ADAM, T.; SAVIGNY, D. Systems thinking for strengthening health systems in LMICs: need for a paradigm shift. **Health Policy Plan**, n. 27(Suppl 4), p. 1–3, 2012.

AHN, T. K.; CHAVALARIAS, D.; LAZAR, A. **Endogenous Network Formation and the Evolution of Preferences**. Argonne National Laboratory: Proceedings of the Workshop on Agent Simulation: Applications, Models, and Tools. Argonne: [s.n.]. 2003.

ALBERT, R. . B. A. Statistical mechanics of complex networks. **Reviews of Modern Physics**, v. 74, p. 47–97, 2002.

ALBERT, R.; JEONG, H.; BARABÁSI, A.-L. Internet: Diameter of the world-wide web. **Nature** , v. 401, n. 6749, p. 130-131, 1999.

ALBERT, R.; JEONG, H.; BARABÁSI, A.-L. Error and attack tolerance of complex networks. **Nature**, v. 406, n. 6794, p. 378-382, 2000.

ALCHIAN, A. A. Uncertainty, evolution, and economic theory. **Journal of Political Economy**, v. 58, p. 211–221, 1950.

ALLEN, H.; TAYLOR, M. P. Charts, noise and fundamentals in the London foreign exchange market. **Economic Journal**, v. 100.400, p. 49-59, 1990.

ANDERSON, J. R. **Learning and memory: an integrated approach**. 2. ed. Carnegie: JOHN WILEY & SONS, 2000.

ANUFRIEV, M.; HOMMES, C. Evolutionary selection of individual expectations and aggregate outcomes in asset pricing experiments. **American Economic Journal: Microeconomics**, 2012b. 35–64.

ANUFRIEV, M.; PANCHENKO, V. Heterogeneous Beliefs under Different Market Architectures: The Economy as a Complex Dynamic System. In: BRUUN, C. **Advances in Artificial Economics: The Economy as a Complex Dynamic System**. Heidelberg: Springer Berlin, 2006. Cap. 1, p. 3-15.

ANUFRIEV, M.; PANCHENKO, V. Asset prices, traders' behavior and market design. **Journal of Economic Dynamics and Control**, 2009. 1073–1090.

ARNSWALD, T. Investment behavior of German equity fund managers: an exploratory analysis of survey data. **Deutsche Bundesbank. Working Paper 08/01**, 2001.

ARTHUR, W. B. Inductive reasoning and bounded rationality. **American Economic Review**, v. 84, p. 406–411, 1994.

ARTHUR, W. B. Complexity in economic and financial markets: Behind the physical institutions and technologies of the marketplace lie the beliefs and expectations of real human beings. **Complexity**, 1995. 20-25.

ARTHUR, W. B. Out-of-equilibrium economics and agent-based modeling. In: TEFATSION, L. . J. K. L. **Handbook of Computational Economics: Agent-Based Computational Economics**. North-Holland: Elsevier, v. 2, 2006. Cap. 32.

ARTHUR, W. B. et al. Asset pricing under endogenous expectations in an artificial stock market. In: ARTHUR, W. . L. D. . D. S. **System, The Economy as an Evolving Complex**. Reading: Addison-Wesley, v. II, 1997. p. 15-44.

ARTHUR, W. B.; DURLAUF, S. N.; LANE, D. A. (Eds.). **The economy as an evolving complex system**. Reading: Addison-Wesley, v. II, 1997.

ARTZNER, P. et al. Coherent measures of risk. **Mathematical finance**, v. 9, n. 3, p. 203-228, 1999.

AXELROD, R. **Complexity of Cooperation: Agent-based Models of Competition and Collaboration**. Princeton: Princeton University Press, v. I, 1997.

AXELROD, R.; TEFATSION, L. **On-line guide for newcomers to agent-based modeling in the social sciences**. Disponível em: <<http://www.econ.iastate.edu/tesfatsi/abmread.htm>>. Acesso em: 12 março 2012.

AXTELL, R. . A. R.; EPSTEIN, J.; COHEN, M. D. Aligning simulation models: a case study and results. **Computational and Mathematical Organization Theory**, v. 1, p. 123–141, 1996.

AXTELL, R. **Effect of interaction topology and activation regime in several multi-agent systems**. Heidelberg: [s.n.], 2000.

BACKSTROM, L. et al. Four degree of sepaton. **Cornell University Library**, 2012. Disponível em: <<http://arxiv.org/abs/1111.4570>>. Acesso em: 21 novembro 2014.

BALCI, O. Verification, validation, and testing. In: BANKS, J. **Handbook of simulation**. Atlanta: John Wiley & Sons, 1998. Cap. 10, p. 335-393.

BANKS, J. **Handbook of Simulation**. Atlanta: John Wiley & Sons, 1998.

BARABÁSI, A. L.; ALBERT, R. Emergence of scaling in random networks. **science**, 1999. 509-512.

BARABÁSI, A. L.; BONABEAU, E. Scale-free networks. **Scientific American**, 2003. 50-59.

BARABÁSI, A.-L.; FRANGOS, J. **Linked: the new science of networks science of networks**. New York: Basic Books, 2014.

BARASH, V. – **Faculty of the Graduate School of Cornell University, New York, United State, 2011**. New York: Dissertation (Doctor of Philosophy) – Faculty of the Graduate School of Cornell University, 2011.

BARASH, V. The dynamics of social contagion. **Dissertation** , (Doctor of Philosophy) - Faculty of the Graduate School. Cornell University, 2011.

BARBER, B. M. et al. Just how much do individual investors lose by trading? **Review of Financial studies**, v. 22, n. 2, p. 609-632, 2009.

BARGIGLI, L.; TEDESCHI, G. Interaction in agent-based economics: A survey on the network approach. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, 399, 2014. 1-15.

BAUER, B.; ODELL, J. UML 2.0 and agents: how to build agent-based systems with the new UML standard. **Engineering applications of artificial intelligence**, v. 18, n. 2, p. 141-157, 2005.

BAUM, J. A.; SHIPILOV, A. V.; ROWLEY, T. J. Where do small worlds come from? **Industrial and Corporate change**, 12.4, 2003. 697-725.

BEJA, A.; GOLDMAN., M. B. On the dynamic behavior of prices in disequilibrium. **The Journal of Finance**, v. 35.2, p. 235-248, 1980.

BERSINI, H. Uml for abm. **Journal of Artificial Societies and Social Simulation** , v. 15, n. 1, 2012.

BILANCINI, E.; BONCINELLI, L. The co-evolution of cooperation and defection under local interaction and endogenous network formation. **Journal of Economic Behavior & Organization**, 70, 2009. 186-195.

BISIN, A.; VERDIER, T. On the joint evolution of culture and institutions. **New York University WP**, 2012.

- BM&F/BOVESPA. **RELATÓRIO DA ADMINISTRAÇÃO 2015**.  
BM&FBOVESPA S.A. – Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros. [S.I.]. 2016.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307–327, 1986.
- BOLLERSLEV, T.; CHOU, R. Y.; JAYARAMAN, N. ARCH modeling in finance: a review of the theory and empirical evidence. **Journal of Econometrics**, 52, 1990. 5-60.
- BOLLOBÁS, B. **Random Graphs**. London: Academic, 1985.
- BONABEAU, E. **Agent-Based Modelling: Methods and Techniques for Simulating Human Systems**. Proceedings of the National Academy of Sciences. [S.I.]: [s.n.]. 2002. p. 7280-7287.
- BOSWIJK, H. P.; HOMMES, C. H.; MANZAN, S. Behavioral heterogeneity in stock prices. **Journal of Economic Dynamics and Control**, 31, 2007. 1938–1970.
- BOUCHAUD, J. P.; POTTERS, M. **Theory of financial risk and derivative pricing: from statistical physics to risk management**. Cambridge: Cambridge university press, 2003.
- BOX, G. E. P.; DRAPER, N. R. **Empirical model-building and response surfaces**. New York: Wiley, 1987. 791-799 p.
- BREUSCH, T. S.; GODFREY, L. G. A review of recent work on testing for autocorrelation in dynamic simultaneous models.. In: CURRIE, D.; NOBAY, R.; PEEL, D. **Macroeconomic Analysis, Essays in Macroeconomics and Economics**. 1. ed. London: Croom Helm, Cap. 19.
- BROADBENT, S. R.; HAMMERSLEY, J. M. Percolation processes. **Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society**, v. 53, n. 3. Cambridge University Press, p. 629-641, 1957.
- BROCK, W. A. . H. C. H. Models of complexity in economics and finance. In: HEY, C., et al. **System Dynamics in Economic and Financial Models**. New York: John Wiley and Sons, 1997. p. 3-41.
- BROCK, W. A. . H. C. H. Heterogeneous beliefs and routes to chaos in a simple asset pricing model. **Journal of Economic Dynamics and Control**, 22, 1998. 1235–1274.
- BROCK, W. A.; LAKONISHOK, J.; LEBARON, B. Simple technical trading rules and the stochastic properties of stock returns. **Journal of Finance**, 47, 1992. 1731–1764.

BROCK, W.; HOMMES, C.; WAGENER, F. More hedging instruments may destabilize markets. **Journal of Economic Dynamics and Control**, 33, 2009. 1912-1928.

BROOKS, C. **Introductory econometrics for finance**. New York: Cambridge university press, 2002.

BROWN, D. J.; LEWIS, L. M. Myopic economic agents. **Econometrica: Journal of the Econometric Society**, p. 359-368, 1981.

BRUNNERMEIER, M. K. **Asset pricing under asymmetric information: Bubbles, crashes, technical analysis, and herding**. New York: Oxford University Press on Demand, 2001.

BUENO, N. P. Institutions and natural resource sustainability in poor social-ecological systems: closing some dynamical loops. **Journal of Interdisciplinary Economics**, v. 21, p. p. 233-254, 2009.

BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. 1. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

BUNDE, A.; HAVLIN, S. **A brief introduction to fractal geometry**. Heidelberg: Springer Berlin , 1994.

BUNDE, A.; HAVLIN, S. **Fractals and disordered systems**. Berlin: Springer , 1996. 59-114 p.

CAMBRIDGE. Dictionary. **Cambridge dictionaries online**. Disponível em: <<http://dictionary.cambridge.org/us>>. Acesso em: 05 dez. 2015.

CARLSON, J. M.; DOYLE, J. Highly optimized tolerance: A mechanism for power laws in designed systems. **Physical Review E**, v. 60.2, 1999.

CARLSON, M. A Brief History of the 1987 Stock Market Crash with a Discussion of the Federal Reserve Response. **FED Working Papers**, 2006.

CARVALHO, V. M. Aggregate fluctuations and the network structure of intersectoral trade. **Working Paper**, Centre de Recerca en Economia Internacional (CREI), 2010.

CASTLE, C. J. E.; CROOKS, A. T. Principles and Concepts of Agent-Based Modelling for Developing Geospatial Simulations. **Working papers series.**, v. 110, n. CASA, 2006.

CENTOLA, D. The spread of behavior in an online social network experiment. **Science** , v. 329.5996, p. 1194-1197, 2010.

CENTOLA, D.; EGUÍLUZ, V. M.; MACY, M. W. Cascade dynamics of complex propagation. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications** , v. 374.1 , p. 449-456, 2007.

CETORELLI, N.; PERISTIANI, S. Prestigious stock exchanges: a network analysis of international financial centers. **Staff Report**, Federal Reserve Bank of New York, v. 384, 2009.

CHALLET, D.; MARSILI, M.; ZHANG, Y.-C. Minority games: interacting agents in financial markets. **OUP Catalogue'**, 2013.

CHALLET, D.; ZHANG, Y.-C. Emergence of cooperation and organization in an evolutionary game. **arXiv preprint adap-org/9708006**, 1997.

CHEN, S. H.; LUX, T.; MARCHESI, M. Testing for non-linear structure in a artificial financial market. **Journal of Economic Behavior and Organization.**, 46, 2001. 327-34.

CHEN, S. H.; YEH, C. H. Evolving traders and the business school with genetic programming: A new architecture of the agent-based artificial stock market. **Journal of Economic Dynamics and Control**, 25, 2001. 363–394.

CHEN, S. H.; YEH, C.-H. **Genetic programming in the agent-based modeling of stock markets**. Proceedings of the Fifth International Conference on Computing in Economics and Finance. Boston: Boston College. 1999.

CHIARELLA, C. The dynamics of speculative behaviour. **Annals of Operations Research**, v. 37, p. 101–123.

CHIARELLA, C.; IORI, G. A simulation analysis of the microstructure of double auction markets. **Quantitative Finance**, v. 2.5, p. 346-353, 2002.

CHOPARD, B. Cellular automata modeling of physical systems. **Encyclopedia of Complexity and Systems Science**, p. 865-892, 2009.

CIZEAU, P. et al. Volatility distribution in the S&P500 stock index. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 245, n. 3, p. 441-445, 1997.

COHEN, J. E. Subadditivity, generalized products of random matrices and operations research. **SIAM review**, v. 2, n. 3, p. 69-86, 1988.

COHEN, K. J. et al. A simulation model of stock exchange trading. **Simulation**, v. 41.5, p. 181-191, 1983.

COHEN, L.; FRAZZINI, A.; MALLOY, C. The small world of investing: board connections and mutual fund returns. **Journal of Political Economy**, 116, 2008. 951–979.

- COHEN, R. et al. Resilience of the Internet to random breakdowns. **Physical review letters**, v. 85, n. 21, 2000.
- COLLA, P.; MELE, A. Information linkages and correlated trading. **Review of Financial Studies**, v. 23, n. 1, p. 203-246, 2010.
- CONLISK, J. Why bounded rationality? **Journal of economic literature**, n. 34.2, p. 669-700, 1996.
- CONT, R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. **Quantitative Finance**, 2001. 223-236.
- CONT, R.; BOUCHAUD, J. P. Herd behavior and aggregate fluctuations in financial markets. **Macroeconomic dynamics**, v. 4, n. 2, p. 170-196, 2000.
- CREPALDI, A. F. **Abordagem de Modelos Baseados em Agentes no Estudo de Séries Temporais Financeiras**. São Paulo: Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física Teórica. Universidade Estadual Paulista, 2007.
- CUTLER, D. M. . P. J. M. . S. L. H. What moves stock prices? **Journal of Portfolio Management**, 15, 1989. 4–12.
- DAS, S. **Intelligent market-making in artificial financial markets**. Cambridge: Dissertation (Master of Science in Computer Science and Engineering) - artificial intelligence laboratory. Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- DAVID, P. Clio and the economics of QWERTY. **The American Economic Review**, v. 75.2, p. 332–337.
- DAVIS, G.; YOO, M.; BAKER, W. The small world of the American corporate elite, 1982–2001. **Strategic Organization**, 1, 2003. 301–326.
- DAY, R. H.; HUANG, W. Bulls, bears and market sheep. **Journal of Economic Behavior & Organization**, v. 14, p. 299–329, 1990.
- DEQUECH, D. Uncertainty: individuals, institutions and technology. **cambridge Journal of Economics**, v. 28, n. 3, p. 365-378, 2004.
- DIBA, B. T.; GROSSMAN, H. I. The theory of rational bubbles in stock prices. **The Economic Journal**, 98, 1988. 746-754.
- DUFFY, J. Agent-based models and human subject experiments. In: TEFATSION, L.; JUDD, K. L. **Handbook of computational economics**. Norht-Holland: Elsevier, v. 2, 2006. p. 949-1011.
- DUFLO, E.; SAEZ, E. Participation and investment decisions in a retirement plan: the influence of colleagues' choices. **Journal of Public Economics**, 85, 2002. 121–148.

- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987–1007, 1982.
- EOM, C. et al. **Topological properties of stock networks based on random matrix theory in financial time series**. arXiv preprint arXiv:0709.2209. 2007.
- EPSTEIN, J. M.; AXTELL, R. **Growing artificial societies: social science from the bottom up**. Washington: Press, Brookings Institution, 1996.
- ERDÖS, P.; RÉNYI, A. On random graphs. **Publicationes Mathematicae**, Debrecen, 6, 1959. 290–297.
- EVANS, G. W.; HONKAPOHJA, S. **Learning and Expectations in Macroeconomics**. Princeton: Princeton University Press, 2001.
- FAMA, E. F. The behavior of stock market prices. **Journal of Business**, 38, 1965. 34–105.
- FAMA, E. F. Efficient capital markets: II. **The journal of finance** , v. 46.5 , n. 1575-1617, 1991.
- FARMER, J. D. . J. S. The price dynamics of common trading strategies. **Journal of Economic Behavior and Organization**, v. 49, p. 149–171, 2002.
- FARMER, J. D. Market force, ecology and evolution. **Industrial and Corporate Change** , v. 11.5, p. 895-953, 2002.
- FLOOD, R. P.; GARBER, P. M. Market fundamentals versus price-level bubbles: the first tests. **The Journal of Political Economy**, p. 745-770, 1980.
- FORRESTER, J. W. **Industrial Dynamics**. Waltham: Communications, Pegasus, 1961.
- FORRESTER, J. W. **Urban dynamics**. Cambridge: MIT press, v. 114, 1969.
- FORRESTER, J. W. Industrial dynamics. **Journal of the Operational Research Society** , v. 48, n. 10, p. 1037-1041, 1997.
- FRANKEL, J. A. . F. K. A. Using survey data to test standard propositions regarding exchange rate expectations. **American Economic Review**, v. 77, p. 133–153, 1987a.
- FRANKEL, J. A. . F. K. A. Short-term and long-term expectations of the yen/dollar exchange rate: evidence from survey data. **Journal of the Japanese and International Economies, NBER working paper**, p. 249–274, 1987b.
- FRANKEL, J. A. . F. K. A. The rationality of the foreign exchange rate. Chartists, fundamentalists and trading in the foreign exchange market. **American**

- Economic Review. AEA Papers and Proceedings**, v. 80.2, n. 181–185, 1990b.
- FRANKEL, J. A.; FROOT, K. A. Understanding the US dollar in the eighties: the expectations of chartists and fundamentalists. **Economic Record, NBER working paper**, v. 62.1, p. 24–38, 1986.
- FRANKEL, J. A.; FROOT, K. A. Explaining the demand for dollars: International rates of return and the expectations of chartists and fundamentalists. In: CHAMBERS, R.; PAARLBERG, P. **Agriculture, Macroeconomics, and the Exchange Rate**. Boulder: Westview Press, 1988.
- FRANKEL, J. A.; FROOT, K. A. Chartists, fundamentalists and the demand for dollars. In: COURAKIS, A. S.; TAYLOR, M. P. **Private behaviour and government policy in interdependent economies**. New York: Oxford University Press, 1991. p. 73–126.
- FRIEDMAN, M. The case of flexible exchange rates. In: FRIEDMAN, M. **Essays in positive economics**. Chicago: University of Chicago Press, 1953.
- FUDENBERG, D. . T. J. **Game Theory**. Cambridge: MIT Press, 1991.
- GABAIX, X. The granular origins of aggregate fluctuations. **Econometrica** , v. 79.3 , p. 733-772, 2011.
- GARCIA, L. A. M. **Analisando flutuações de um mercado financeiro artificial baseado na expectativa de riqueza dos agentes**. Porto Alegre: Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) - Instituto de Informática. Programa de Pós-Graduação em Computação. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2008.
- GATTI, D. et al. **Emergent macroeconomics: an agent-based approach to business fluctuations**. Milan: Springer, 2010.
- GILBERT, N. Agent-Based Models. In: LIAO, T. F. **Series: Quantitative Applications in the Social Sciences**. New Delhi: SAGE Publication, v. 153, 2008.
- GILBERT, N.; TROITZSCH, K. G. **Simulation for the Social Scientist**. 2<sup>a</sup>. ed. London: McGraw-Hill Education (UK), 2008.
- GLADWELL, M. **The tipping point: How little things can make a big difference**. New York: Little Brown and Company, 2006.
- GODE, D. K.; SUNDER, S. Allocative efficiency of markets with zero-intelligence traders: Market as a partial substitute for individual rationality. **Journal of political economy**, p. 119-137, 1993.
- GONZALEZ, L. et al. Two centuries of bull and bear market cycles. **International Review of Economics & Finance**, v. 14, n. 4, p. 469-486, 2005.

- GOODHART, C. A.; O'HARA, M. High frequency data in financial markets: Issues and applications. **Journal of Empirical Finance**, 4.2, 1997. 73-114.
- GOPIKRISHNAN, P. E. A. Scaling of the distribution of fluctuations of financial market indices. **Physical Review E**, v. 60, p. 5305, 1999.
- GOYAL, S. **Learning in Networks**. Heidelberg: Springer Berlin , 2002.
- GRAY, W. R.; KERN, A. E. Talking your book: Social networks and price discovery. **SSRN**, 2011. Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=1767452>>. Acesso em: 22 Outubro 2014.
- GRIMM, V. et al. A standard protocol for describing individual-based and agent-based models. **Ecological modelling**, 198.1, 2006. 115-126.
- GRIMMETT, G. **What is Percolation?** Berlin: Springer, 1999.
- HAN, B.; YANG, L. Social networks, information acquisition, and asset prices. **Management Science**, v. 59, n. 6, p. 1444-1457, 2013.
- HELBING, D.; BALIETTI, S. How to Do Agent-Based Simulations in the Future: From Modeling Social Mechanisms to Emergent Phenomena and Interactive Systems Design. **ETH Zurich, CLU, Clausiusstr**, v. 50, 2011.
- HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems: An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence**. Ann Arbor: U Michigan Press, 1975., 1975.
- HOMMES, C. H. Financial markets as nonlinear adaptive evolutionary systems. **Quantitative Finance**, v. 1, p. 149–167, 2001.
- HOMMES, C. H. Heterogeneous agent models in economics and finance. In: TESFATSION, L. . J. K. L. **Handbook of Computational Economics**. North-Holland: Elsevier, v. 2, 2006. Cap. 23.
- HONG, H.; KUBIK, J. D.; STEIN, J. C. Social interaction and stock-market participation. **The journal of finance**, v. 59, n. 1, p. 137-163, 2004.
- HONG, H.; KUBIK, J. D.; STEIN, J. C. Thy neighbor's portfolio: word-of-mouth effects in the holdings and trades of money managers. **Journal of Finance**, 60, 2005. 2801–2824.
- IKEDA, Y.; TOKINAGA, S. Chaoticity and fractality analysis of an artificial stock market generated by the multi-agent systems based on the co-evolutionary genetic programming. **IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences**, v. 87.9, p. 2387-2394, 2004.

- INGALLS, R. G. Introduction to simulation. **Proceedings of the 31st conference on Winter simulation: Simulation - a bridge to the future**, Miami, 2008.
- ITO, K. Foreign exchange rate expectations. **American Economic Review** , v. 80, p. 434–449., 1990.
- IVKOVIĆ, Z.; WEISBENNER, S. Information diffusion effects in individual investors' common stock purchases: Covet thy neighbors' investment choices. **Review of Financial Studies**, v. 20, n. 4, p. 1327-1357., 2007.
- JACKSON, M. O. A survey of network formation models: stability and efficiency. In: DEMANGE, G. . W. M. **Group Formation in Economics: Networks, Clubs, and Coalitions**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2004.
- JENNINGS, N. R. **Cooperation in Industrial Multi-agent Systems**. London: World Scientific Publishing, v. 43, 1994.
- JENNINGS, N. R. On agent-based software engineering. **Artificial intelligence**, v. 117, n. 2, p. 277-296, 2000.
- JERVIS, R. **System Effects: Complexity in political and social life**. Princeton: Princeton University Press, 1997.
- KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. On the psychology of prediction. **Psychological Review**, 80, 1973. 237–251.
- KAHNEMAN, D.; TVERSKY, A. Prospect theory - analysis of decision under risk. **Econometrica**, v. 47.2, p. 263–291, 1979.
- KAROŃSKI, M.; RUCIŃSKI, A. The origins of the theory of random graphs. In: AL., R. L. G. E. **The Mathematics of Paul Erdős I**. Heidelberg: Springer Berlin, 1997. p. 311-336.
- KELTON, W. D.; LAW, A. M. **Simulation modeling and analysis**. 3. ed. Boston: McGraw Hill, 2000.
- KENNEDY, R. C. et al. Verification and validation of scientific and economic models. **Proc. Agent**, 2005. Disponivel em: <[http://www3.nd.edu/~nom/Papers/agent2005\\_revised.pdf](http://www3.nd.edu/~nom/Papers/agent2005_revised.pdf)>. Acesso em: 23 out. 2014.
- KEYNES, J. M. **The General Theory of Employment, Interest and Money**. New York: Harcourt, Brace and World, 1936.
- KIRMAN, A. P. Epidemics of opinion and speculative bubbles in financial markets. In: TAYLOR, M. **Money and Financial Markets**. London: Macmillan, 1991.

- KLEIJEN, J. P. C. Validation of models: statistical techniques and data availability.. **Simulation Conference Proceedings** , Winter, IEEE, v. 1, p. 647-654, 1999.
- KLEINBERG, J. Cascading behavior in networks: Algorithmic and economic issues. **Algorithmic game theory**, v. 24, p. 613-632, 2007.
- LANE, D. A.; MAXFIELD, R. R. Ontological uncertainty and innovation. **Journal of evolutionary economics**, v. 15, n. 1, p. 3-50, 2005.
- LATORA, V.; MARCHIORI, M. . Efficient behavior of small-world networks. **Physical review letters**, v. 87, n. 19, 2001.
- LAZAR, A.; CHAVALARIAS, D.; AHN, T. K. Endogenous Network Formation and the Evolution of Preferences. **Proceedings of Agent 2002**, 2002.
- LEBARON, B. Empirical regularities from interacting long-and short-memory investors in an agent-based stock market. **Evolutionary Computation**, IEEE Transactions, v. 5, n. 5, p. 442-455, 2001.
- LEBARON, B. Building the Santa Fe artificial stock market. **Physica A**, 2002.
- LEBARON, B. Agent-based computational finance. In: TEFATSION, L. . J. **Handbook of Computational Economics**. North-Holland: Elsevier, v. 2, 2006. Cap. 24.
- LEBARON, B.; ARTHUR, B.; PALMER, R. Times series properties of an artificial stock market. **Journal of Economic Dynamic and Control**, 23, 1999. 1487-1516.
- LEROY, S. F. . P. R. D. The present-value relation: tests based on implied variance bounds. **Econometrica**, 49, 1981. 555–574.
- LEVY, M.; LEVY, H.; SOLOMON, S. A microscopic model of the stock market: cycles, booms, and crashes. **Economics Letters**, v. 45.1, p. 103-111, 1994.
- LI, B.; LI, W. F. Modeling and simulation of container terminal logistics systems using Harvard architecture and agent-based computing. **Proceedings of the Winter Simulation Conference** , Winter Simulation Conference, p. 3396-3410, 2010.
- LUCAS, R. E. Econometric testing of the natural rate hypothesis. In: IN: ECKSTEIN, O. **The Econometrics of Price Determination Conference**. [S.I.]: Board of Governors of the Federal Reserve System and Social, 1971.
- LUCAS, R. E. Asset price in na exchange economy. **Econometrica**, 46, 1978. 1429-1445.

MALKIEL, B. G.; FAMA, E. F. Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. **The Journal of Finance** , v. 25.2, n. 383-417, 1970.

MANDELBROT, B. The variation of certain speculative prices. **Journal of Business**, 1963.

MANTEGNA, R. N.; STANLEY, H. E. **An introduction to econophysics: correlation and complexity in finance**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

MICCICHE, S. et al. Volatility in financial markets: stochastic models and empirical results. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 314, n. 1, p. 756-761, 2002.

MILGROM, P.; STOKEY, N. Information, trade and common knowledge. **Journal of Economic Theory** , v. 26, n. 1, p. 17-27, 1982.

MOLLONA, E. Computer simulation in social sciences. **Journal of Management and Governance** , v. 12, n. 2, p. 205-211, 2008.

MOREIRA, R. R.; HERSCOVICI, A. Path-dependence, expectativas e regulação econômica: elementos de análise a partir de uma perspectiva pós-keynesiana. **Revista de Economia Contemporânea**, v. 10.3, p. 547-574, 2006.

MORONE, P.; TAYLOR, R. Knowledge diffusion dynamics and network properties of face-to-face interactions. **Journal of evolutionary economics** , v. 14, n. 3, p. 327-351, 2004.

MOSS, S. Policy analysis from first principles. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, v. 99, p. 7267-74, 2002.

MURRELL, P.; SCHMIDT, M. The coevolution of culture and institutions in seventeenth century England. **Available at SSRN 1880957**, 2011.

NAYLOR, T. H.; FINGER, J. M. Verification of computer simulation models. **Management Science**, v. 14, n. 2, 1967.

NEWELL, A.; SIMON, H. Computer Science as Empirical Inquiry: Symbols and Search. Comm. of the ACM. **Communications of the ACM**, 19, 1976. 113–126.

NEWMAN, M. E. J. Mixing patterns in networks. **Physical Review E**, v. 67, n. 2, 2003.

NEWMAN, M. E. J.; WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Random graph models of social networks. **Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America**, v. 99, n. 1, p. 2566-2572, 2002.

- OZSOYLEV, H. N. et al. Investor networks in the stock market. **Review of Financial Studies**, v. 27, n. 5, p. 1323-1366, 2014.
- OZSOYLEV, H. N.; WALDEN, J. Asset pricing in large information networks. **Journal of Economic Theory**, v. 146, n. 6, p. 2252-2280, 2011.
- PAGAN, A. The econometrics of financial markets. **Journal of empirical finance**, v. 3, n. 1, p. 15-102, 1996.
- PAINA, L.; PETERS, D. H. Understanding pathways for scaling up health services through the lens of complex adaptive systems. **Health Policy Plan**, n. 27(Suppl 5), p. 365–373, 2012.
- PANCHENKO, V.; GERASYMCHUK, S.; PAVLOV, O. Asset price dynamics with heterogeneous beliefs and local network interactions. **Journal of Economic Dynamics & Control**, 37, 2013. 2623–2642.
- PEREIRA, E. J. D. A. L. **Testando a eficiência de mercado com séries de preços persistentes: um modelo baseado em agentes**. Salvador: Dissertação (Mestrado em Economia) - Faculdade de Ciências Econômicas. Universidade Federal da Bahia, 2010.
- PERON, T. K. D. M. . D. F. C. L.; RODRIGUES, F. A. The structure and resilience of financial market networks. **Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science**, v. 22, n. 1, 2012.
- POSTALI, F. A.; PICCHETTI, P. Geometric Brownian motion and structural breaks in oil prices: a quantitative analysis. **Energy Economics**, v. 28, n. 4, p. 506-522, 2006.
- PULLUM, L. L.; CUI, X. . Techniques and issues in agent-based modeling validation. Oak Ridge National Laboratory. **Technical report**, Oak Ridge National Laboratory, 2012.
- REEVES, A. Versioning, stability, verification, and validation of NAADSM. **NAADSM technical papers**, 2009. Disponível em: <<http://www.naadsm.org/documentation/techpapers>>. Acesso em: 31 mar. 2014.
- ROBERTSON, E. Kickstarting Memes and Movements: A Distribution-Based Threshold Model, 2014.
- ROGERS, E. M. **Diffusion of innovations**. 5. ed. New York: Free Press, 2003.
- ROSSER, J. B. **Complexity in Economics: The International Library of Critical Writings in Economics 174**. Aldergate: Edward Elgar, v. III, 2004.
- SAITO, M. Y. G. **Uma abordagem multiagente para simulação da dinâmica de preços de um mercado de leilão duplo**. São Paulo: Dissertação

(Mestrado em Economia) - Escola de Economia de São Paulo. Fundação Getúlio Vargas., 2013.

SANCHEZ, S. M. ABC's of output analysis. **Proceedings of Winter Simulation Conference Proceedings**, IEEE, 1999.

SARGENT, R. G. Simulation model validation.. In: OREN, B. P. Z.; ELZAS, M. S. **Simulation and Model-Based Methodologies: An Integrative view**. Heidelberg: Springer-Verlag, 1984. Cap. 19.

SARGENT, R. G. Verification and validation of simulation models. **Proceedings of the 37th conference on Winter simulation**, winter simulation conference, p. 130-143, 2005.

SARGENT, R. G. Verification and validation of simulation models. **Journal of simulation**, v. 7, n. 1, p. 12-24, 2013.

SARGENT, T. J. **Bounded Rationality in Macroeconomics**. Oxford: Clarendon Press, 1993.

SAVOY, D. P. A dinâmica de opinião dos debates públicos em redes sociais complexas. **Dissertação**, Programa de Pós-graduação de modelagem de sistemas complexos, Escola das Artes, ciências e Humanidades da Universidade de São Paulo, 2012.

SCHEINKMAN, J. Social interactions. In: DURLAUF, S.; BLUME, E. **The new palgrave dictionary of economics**. Basingstoke: Palgrave MacMillan, 2008.

SCHELLING, T. C. Models of segregation. **The American Economic Review**, v. 59, n. 2, p. 488-493, 1969.

SCHIERITZ, N.; MILLING, P. M. Modeling the forest or modeling the trees: a comparison of system dynamics and agent-based simulation. **Proceedings of the 21st International Conference of the System Dynamics Society**, 2003.

SEITA, M. R. **Simulação multi agente em mercados financeiros artificiais utilizando algoritmos genéticos**. São Paulo: Dissertação (Mestrado em Economia) - Escola de Economia de São Paulo. Fundação Getúlio Vargas, 2014.

SHILLER, R. J. Do stock prices move too much to be justified by subsequent changes in dividends? **American Economic Review**, 71, 1981. 421–436.

SHILLER, R. J. **Market Volatility**. Cambridge: MIT Press, 1989.

SHILLER, R. J. Conversation, information, and herd behavior. **American Economic Review**, 85, 1995. 181–185.

SHILLER, R. J.; POUND, J. Survey evidence on diffusion of interest and information among investors. **Journal of Economic Behavior & Organization**, 12, 1989. 47–66.

SILVA, V. T. D.; CHOREN, R.; LUCENA, C. J. D. A UML based approach for modeling and implementing multi-agent systems. **Proceedings of the Third International Joint Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems**, IEEE, v. 2.

SIMON, H. A. A behavioral model of rational choice. **The quarterly journal of economics**, p. 99-118, 1955.

SIMON, H. A. **Models of Man**. New York: Wiley, 1957.

SIMON, H. A. From substantive to procedural rationality. In: KASTELEIN, T. J., et al. **25 Years of Economic Theory**. Leiden: Springer US, 1976. p. pp. 65-86.

SIMON, H. A. Rational decision making in business organizations. **The American economic review**, p. 493-513, 1979.

SIMON, H. A. Rationality in psychology and economics. **Journal of Business**, p. 209-224, 1986.

SIMON, H. A. **The sciences of the artificial**. Cambridge: MIT Press, 1996.

SOLOMONOFF, R.; RAPOPORT, A. Connectivity of random nets. **Bulletin of Mathematical Biology**, 13, 1951. 107-117.

STAUFFER, D.; AHARONY, A. **Introduction to percolation theory**. 2. ed. London: Taylor and Francis, 1994.

STERMAN, J. **Business dynamics: systems thinking and modeling for a complex world**. Boston: Irwin McGraw-Hill, 2000.

STEVENSON, W. B.; GREENBERG, D. Agency and social networks: Strategies of action in a social structure of position, opposition, and opportunity. **Administrative Science Quarterly**, v. 45.4, p. 651-678, 45.4 (2000): 651-678.

STIGLITZ, J. E. The inefficiency of the stock market equilibrium. **The Review of Economic Studies**, v. 49, n. 2, p. 241-261, 1982.

STROGATZ, S. H. **Nonlinear Dynamics and Chaos**. New York: Persius Books Publishing, LLC, 1994.

TABER, C. S.; TIMPONE, R. J. **Computational modeling: quantitative applications in the social sciences**. London: Thousand Oaks, 1996.

- TANG, L. H.; HUANG, Z. F. Modelling high-frequency economic time series. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 288(1), n. 1, p. 444-450, 2000.
- TESFATSION, L. Agent-based computational economics: a constructive approach to economic theory. In: TEFATSION, L. . J. K. L. **Handbook of Computational Economics**. North-Holland: Elsevier, 2006.
- TORIUMI, F.; IZUMI, K.; MATSUI, H. Market Participant Estimation by Using Artificial Market. In: BAI, Q.; FUKUTA, N. **Systems, Advances in Practical Multi-Agent**. Heidelberg: Springer Berlin, v. 325, 2010. p. 201-215.
- TUTZAUER, F. . K. K.; ELBIRT., B. Network diffusion of two competing ideas. In: VISHWANATH, A. A. E. B. G. **The Diffusion of Innovations – a Communication Science Perspective**. New York: Peter Lang, 2011. p. 145-170.
- TVERSKY, A.; KAHNEMAN, D. Judgment under uncertainty: heuristics and biases. **Science**, v. 185, p. 1124–1131, 1974.
- VILLELA, P. R. Introdução à dinâmica de sistemas. **II SEMANA ACADÊMICA DA GESTÃO DO AGRONEGÓCIO**, Viçosa: DER/UFV, 2007.
- VRIEND, N. ACE models of endogenous interactions. In: TEFATSION, L. . J. K. L. **Handbook of Computational Economics**. North-Holland: Elsevier, v. II, 2006. Cap. 21.
- WANG, X.; LIU, W.; YU, X. Research on Brownian movement based on generalized Mandelbrot–Julia sets from a class complex mapping system. **Modern Physics Letters B**, v. 21, n. 20, p. 1321-1341, 2007.
- WATTS, D. **Six Degrees: the Science of a Connected age**. New York, London: W.W. Norton, 2002.
- WATTS, D. J. **Small Worlds**. Princeton: Princeton University Press, 1999.
- WATTS, D. J. The “new” science of networks. **Annual review of sociology**, p. 243-270, 2004.
- WATTS, D. J.; DODDS, P. S. Influentials, networks, and public opinion formation. **Journal of consumer research**, v. 34, n. 4, p. 441-458, 2007.
- WATTS, D. J.; STROGATZ, S. H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. **Nature**, 393, 1998. 440–442.
- WEBER, M. **Economy and Society**. Berkeley: California University Press , 1978.

- WILENSKY, U.; RAND, W. **An introduction to agent-based modeling: modeling natural, social, and engineered complex systems with NetLogo.** Cambridge: MIT Press, 2015.
- WILHITE, A. Bilateral trade and 'small-world' networks. **Computational Economics** , v. 18.1 , p. 49-64, 2001.
- WILHITE, A. Economic activity on fixed networks. In: TEFATSION, L. . J. K. L. **Handbook of Computational Economics.** North-Holland: Elsevier, 2006., v. II, 2006. Cap. 20.
- WOOLDRIDGE, M. **An introduction to multiagent systems.** London: John Wiley & Sons, 2009.
- XIANG, X. et al. Verification and validation of agent-based scientific simulation models. **Agent-Directed Simulation Conference**, Agent-Directed Simulation, p. 47-55, 2005.
- YILDIZ, E. et al. Diffusions of innovations on deterministic topologies. **Proceedings of Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2011 IEEE International Conference on**, IEEE, p. 5800-5803, 2011.
- ZEPPINI, P.; FRENKEN, K.; IZQUIERDO, L. R. Innovation diffusion in networks: the microeconomics of percolation. **working paper series**, Eindhoven Center for Innovation Studies (ECIS), v. 13-02, 2013.
- ZIMBRES, R. A. A dinâmica da formação e da evolução de redes de negócio em Odontologia. **Dissertação**, São Paulo: Dissertação (Mestrado em Administração de Empresas). Programa de Pós-Graduação em Administração de Empresas. Universidade Presbiteriana Mackenzie, 2005. 140.
- ZIMBRES, R. A. Modelagem baseada em agentes: uma terceira maneira de fazer ciência? **Anais do 30º Encontro da ANPAD**, Salvador, 2006.

## APÊNDICE A - PROCESSO DE FORMAÇÃO DE DESCRITORES

Os descritores disponibilizados no ambiente são formados por uma sequência de *bits*, podendo assumir os seguintes valores:

$$bit = \begin{cases} Se \Delta P > 0, & 1 \\ Se \Delta P < 0, & -1 \\ Se \Delta P = 0, & 0 \end{cases} \quad (7)$$

Em outras palavras, cada *bit* dos descritores indica a expectativa de variação futura do preço. O conjunto indicadores de mercado é composto por  $J$  descritores, sendo que cada um corresponde a uma hipótese de mercado.

Suponha, por exemplo, um conjunto de descritores de tamanho  $J = 13$ , conforme representado na Figura 1A. Os *bits* 1 a 4 correspondem a hipóteses fundamentalistas acerca do desvio do preço em relação ao seu valor fundamental. Cada *bit* se difere dos demais no que diz respeito ao preço fundamental do ativo. Já os *bits* 5 a 8 representam hipóteses de análise técnicas, podendo indicar tendência de alta, de baixa ou de permanência. Cada hipótese técnica emprega uma técnica distinta de identificação de tendência, que são detalhadas mais adiante.

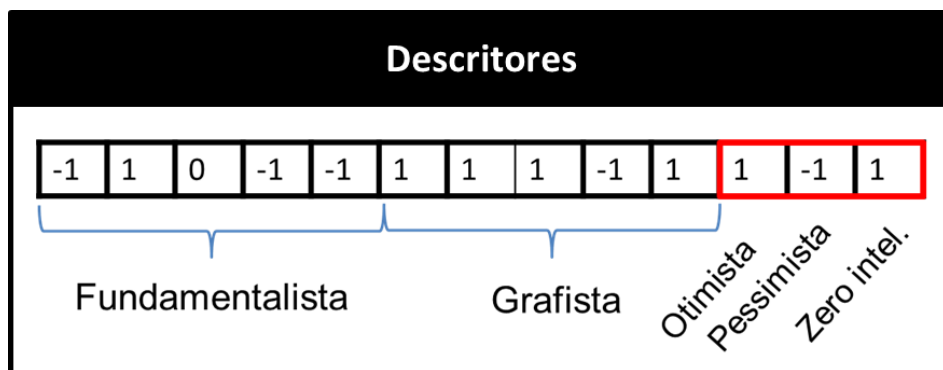


Figura 1A – Representação do conjunto de descritores  
Fonte: Elaboração própria.

Por fim, os três últimos *bits* representam comportamento não motivados por critérios objetivos, tais como fundamentos de mercado ou extrapolação de tendência. Trata-se de percepções subjetivas que podem indicar um dado posicionamento independente de fatores externos (HOMMES, 2006; GODE e SUNDER, 1993). Essas percepções de investimento foram consagradas na

literatura como sendo o *viés otimista*, *viés pessimista* e *inteligência zero* (ZI) (HOMMES, 2006, DUFFY, 2006; FARMER et al., 2005). O primeiro se refere à constante expectativa de elevação no preço do ativo, o segundo constante à expectativa de redução de preço, e o terceiro oscila aleatoriamente entre as duas opiniões.

#### A1. Hipóteses fundamentalistas

As hipóteses fundamentalistas baseiam suas expectativas acerca do preço futuro de um ativo, bem como suas estratégias de negociação, a partir de fundamentos de mercado e fatores econômicos reais, tais como crescimento macroeconômico, taxa de desemprego, juros, balanço patrimonial, ganhos, dividendos, etc. (HOMMES, 2006). Assim, eles tendem a investir na compra de um ativo quando este se encontra subvalorizado – cujo preço apresenta-se aquém do seu valor fundamental de *benchmark* (valor de referência) – e vender ativos quando se encontram supervalorizados – cujo preço está acima do valor fundamental de mercado. As sinalizações fundamentalista, portanto, são:

$$\begin{cases} \text{Se } x_t < 0, bit = 1 \\ \text{Se } x_t > 0, bit = -1 \\ \text{Se } x_t = 0, bit = 0 \end{cases}, \quad (8)$$

em que  $x_t = p_t - p_t^*$  representa o desvio do preço frente ao seu valor fundamental.

Existe uma multiplicidade de critério de avaliação fundamentalista, sendo que a ponderação acerca do seu valor depende de uma ponderação subjetiva (HOMMES, 2006; SAITO, 2014). Em razão disso, os valores de preços fundamentais serão atribuídos aleatoriamente na modelagem, seguindo uma distribuição uniforme e dispostos como proporção do preço médio do ativo.

#### A2. Hipóteses técnicas

As análises técnicas não consideram fundamentos de mercado em suas expectativas a respeito do preço futuro do ativo, nem em suas estratégias de negociação. Em lugar disso, usam as tendências, padrões e outros indicadores

para avaliar o estado psicológico atual do mercado, a fim de prever se o mercado está caminhando em uma direção ascendente ou descendente. Tal perspectiva defende que é possível antecipar movimentos nos preços dos ativos analisando propriedades estatísticas das séries temporais financeiras (LUX, 1995, 1998; LUX e MARCHESI, 1999, 2000).

Afim de identificar a tendência do preço futuro do ativo são empregadas quatro técnicas, a saber, *Bollinger Bands*, *Golden Cross*, *High & Low Bands* e *Relative Strength Index*. Cada estratégia identifica mudança de comportamento na trajetória do preço que pode ser classificada em dois momentos: o momento #1 indica o instante em que se detecta uma tendência ascendente do preço, enquanto o momento #2 representa o instante em que se capta uma tendência descendente. Ademais, essas estratégias podem se dividir em uma multiplicidade de descritores variando o espaço de medida ( $\varepsilon$ ) considerado, isto é, o intervalo de tempo respeitado para calcular os indicadores. Esses valores são obtidos junto ao banco de dados com informações dos preços defasados do ativo, aqui denominado de *dataset*.

#### A2.1 *Bollinger Bands*

A estratégia de negociação *Bollinger Bands* estabelece bandas ou limites a partir dos quais o preço corrente do ativo pode ser classificado em uma tendência de alta (quando supera a banda superior) ou de queda (quando fica abaixo do limite inferior). Esses limites são obtidos a partir da média móvel do preço acrescida de seu desvio padrão, para se obter o limite superior, e subtraída do desvio, para o limite inferior. O cômputo da média móvel e do desvio padrão é obtido a partir das observações passadas delimitadas por um intervalo de tempo, isto é, o espaço de medida. Na Figura 2A é possível observar o comportamento das bandas, bem como os momentos em que o preço rompe esses intervalos.

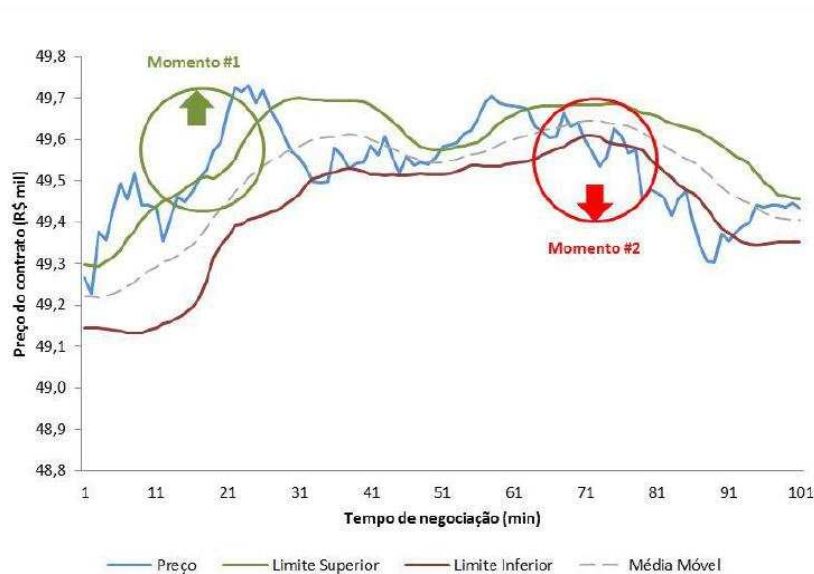


Figura 2A – Ilustração gráfica da estratégia de negociação *Bolliger Bands*  
 Fonte: Adaptado a partir de Seita (2014).

## A2.2 Golden Cross

A estratégia de negociação *Golden Cross* se utiliza das médias móveis de curto e de longo prazo para identificar tendências. Verifica-se uma tendência de alta sempre que a média de curto prazo cruza a média de longo prazo de baixo para cima, enquanto o movimento contrário configura uma tendência de queda. A Figura 3A apresenta uma ilustração deste processo.



Figura 3A – Ilustração gráfica da estratégia de negociação *Golden Cross*  
 Fonte: Adaptado a partir de Seita (2014).

### A2.3 High & Low Bands

A estratégia de negociação *High & Low Bands*, por sua vez, emprega os valores máximo e mínimo histórico a fim de identificar as tendências de elevação e queda no preço do ativo. Esses valores históricos são definidos a partir de um espaço de medida de tamanho  $\varepsilon$ , que computa os valores defasados da série de preço. Caso o preço corrente supere seu máximo histórico, registra-se uma tendência de alta. Se, por outro lado, o preço estiver abaixo de seu mínimo histórico, então é registrada uma tendência de baixa. A ilustração desse processo pode ser observada na Figura 4A, onde o momento #1 é caracterizado por uma elevação do preço acima do máximo histórico.



Figura 4A – Ilustração gráfica da estratégia de negociação High & Low Bands  
Fonte: Adaptado a partir de Seita (2014).

### A2.4 Relative Strength Index

A estratégia *Relative Strength Index* (RSI) detecta mudanças de tendência a partir dos valores assumidos por um índice. Logo, quando o índice assume valores superiores à 0,75, verifica-se uma tendência de alta, enquanto a tendência de queda é verificada quando o índice se encontra abaixo de 0,25. O RSI pode ser obtido por meio da seguinte equação:

$$RSI = \frac{\sum_{i=1}^{\varepsilon} |g_i|}{\sum_{i=1}^{\varepsilon} |g_i| + |h_i|}, \quad (9)$$

onde  $\varepsilon$  é o espaço de medida;  $g_i$  o valor absoluto das variações positivas do preço (*gains*);  $g_i$  o valor absoluto das variações negativas do preço (*losses*). A Figura A 5 apresenta uma representação do RSI.

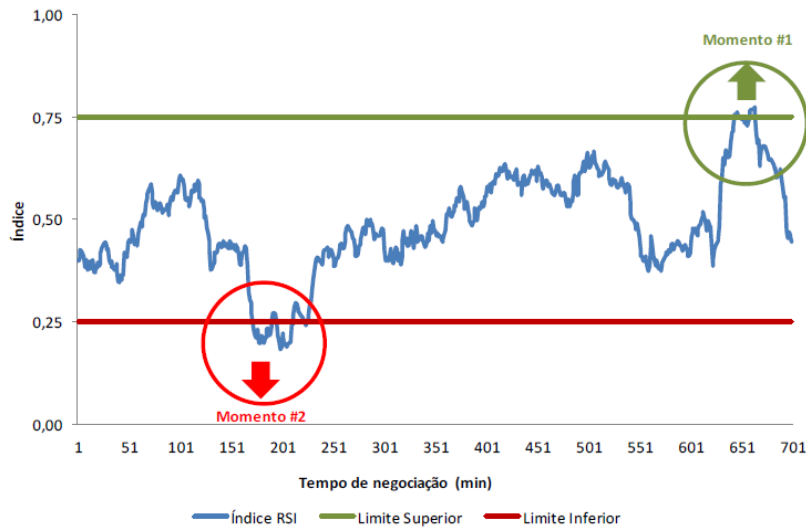


Figura 5A – Ilustração gráfica da estratégia de negociação RSI  
Fonte: Adaptado a partir de Seita (2014).

## APÊNDICE B - PROCESSO DE DEFINIÇÃO DE ESTRATÉGIAS

As estratégias dos negociantes são definidas a partir de uma seleção aleatória de dois *bits* de descritores fornecidos pelo ambiente de negociação (ver Apêndice A), que funcionam como indicadores de mercado a partir dos quais é definida uma hipótese sobre o comportamento futuro do preço. A Figura 1B ilustra esse processo considerando um conjunto de 13 descritores.

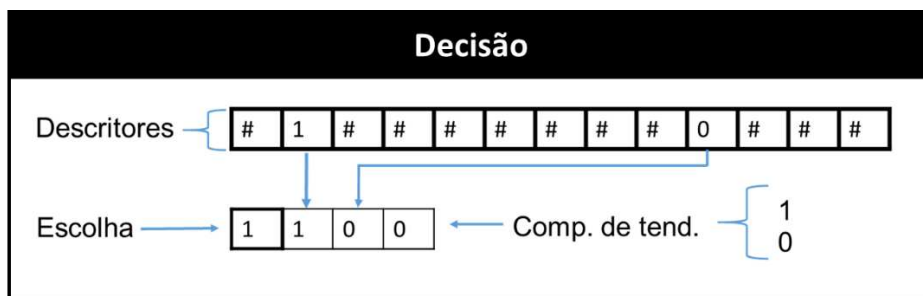


Figura 1B – Ilustração do processo de formulação de estratégias do negociante  
Fonte: Elaboração própria.

É digno de nota que a seleção dos descritores pode incorrer na escolha tanto de indicadores técnicos como fundamentalistas. Tal postulado segue o direcionamento empírico encontrado por Frankel e Froot (1987a, 1987b, 1990a, 1990b), Taylor e Allen (1992), onde os autores constataram que os investidores costumam utilizar conjuntamente modelos de previsão técnicos e fundamentalistas. Ademais, cada negociante define seu comportamento referente à estratégia, ou seja, pode ser classificado como seguidor ou contrário à tendência apontada pelos descritores. Logo, a ação correspondente à cada estratégia será definida segundo a seguinte equação:

$$A_h = (\sum_{i=1}^2 d_i)(-1)^C \quad (10)$$

em que  $A_h$  representa a ação correspondente à estratégia  $h$ ,  $d_i \in J$  é um *bit* aleatoriamente retirado da coleção de descritores, e  $C$  é o comportamento de tendência determinado de forma aleatória, assumindo valor (0) para seguidor de tendência e (1) para comportamento contrário.

Considerando um conjunto de descritores com 13 *bits*, por exemplo, é possível se obter uma gama superior à 240 hipóteses de mercado não repetidas. A partir de 23 *bits*, os descritores podem resultar numa multiplicidade de

hipóteses superior à 1000. Assim, é possível emergir uma ecologia de estratégias, em conformidade com a proposição de Arthur et al. (1995) e Arthur et al. (1996).

Os negociantes atualizam seus sistemas de crenças a partir do comportamento retrospectivo dos preços e desempenho relativo recente de cada hipótese. Embora o modelo não seja dotado de algoritmo genético, as expectativas são alimentadas por meio de uma seleção evolucionária das estratégias mais bem-sucedidas, considerando dado espaço de tempo  $m$ . Para tanto, emprega-se um sistema de pontuação (*scores*) que atribui um valor positivo unitário a cada estratégia cuja hipótese é compatível com a tendência de mercado. Tendo em vista que o negociante apresenta comportamento míope, isto é, tem uma memória limitada ( $m$ ) em relação aos eventos passados, cada negociante utiliza-se do somatório da pontuação recente para selecionar as estratégias mais precisas e, assim, alimentar o subconjunto de estratégias ativas. A função de desempenho de cada estratégia é apresentada a seguir:

$$F_t^h = \sum_{j=1}^m s_{t-j}^h \quad (11)$$

onde  $F_t^h$  representa a medida de desempenho da estratégia  $h$  no período  $t$ ,  $m$  corresponde ao comprimento da memória do negociante e  $s_t$  é a pontuação obtida pela estratégia, isto é, assume valor unitário sempre a estratégia acerta a previsão do mercado.

Uma vez obtido o conjunto de estratégias mais eficazes, as que apresentaram melhor desempenho preditivo recente, é criado o subconjunto de estratégias ativas. Assim, o negociante escolhe aleatoriamente uma das referidas estratégias para aplicar na tomada de decisão.

## B.1 Redes de interação

A estratégia de modelagem desenvolvida também conta com interação local, tendo em vista a possibilidade de um agente partilhar expectativas de tendência de mercado com seus parceiros locais. Segundo Bargigli e Tedeschi (2014), a interação local confere maior realismo à modelagem que a existência

única de interação global, em virtude de sua compatibilidade com o princípio da racionalidade limitada e assimetria informacional.

Logo, a proposta da inserção de redes encontra-se fundamenta a ideia que investidores individuais não são especialistas em finanças e, portanto, procuram aconselhamento financeiro antes de tomar decisões de investimento. Tais conselheiros financeiros empregam suas estratégias de predição por meio das técnicas de previsão disponíveis, de onde extraem suas prescrições de portfólio ideal, isto é, a combinação ótima de ativos livres de risco e ativos com risco. Todo período, os investidores recebem relatórios acerca do desempenho financeiro de seus portfólios e interagem com sua rede de contatos.

Para isso, o efeito de contágio ocorre a partir da observação das decisões de investimento dos negociantes diretamente conectados, via estrutura fixa de redes (LAZAR; CHAVALARIAS, 2003). Em outras palavras, considera-se que os negociantes que atuam no mercado não conseguem captar todos os aspectos incorridos no processo decisório de seus colegas, antes, porém, observam apenas as decisões tomadas e fazem um comparativo com as sinalizações indicadas por suas próprias estratégias. Assim, preserva-se a individualidade de cada agente, ao passo que também partilham palpites a respeito do comportamento futuro do mercado.

Esse efeito das interações se processa sobre a estrutura de pontuação das estratégias, onde a decisão passada de cada estratégia é comparada com a decisões passadas dos agentes conectados, e sempre que a decisões forem compatíveis, é atribuído uma pontuação ponderada à estratégia, do contrário a pontuação permanecerá inalterada. Logo:

$$\begin{cases} \text{Se } a_{i,t-1} = a_{k,t-1}, s_i^k = \frac{1}{K} \\ \text{Se } a_{i,t-1} \neq a_{k,t-1}, s_i^k = 0 \end{cases} \quad (12)$$

onde  $a_{i,t-1}$  corresponde a decisão apontada pela estratégia  $i$  no período  $t - 1$ ,  $a_{k,t-1}$  é a decisão apontada pelo vizinho  $k$  no período  $t - 1$ ,  $s_i^k$  é a pontuação para cada estratégia  $i$  decorrente do comparativo de decisões com o vizinho  $k$  e  $K$  representa o número de vizinhos conectados. A pontuação total decorrente da interação local é dada por:

$$S_i^N = \sum_{k=1}^K S_i^k \quad (13)$$

Já a pontuação total relativa a cada estratégia se torna:

$$S_i^T = S_i^h + S_i^N \quad (14)$$

em que  $S_i^I$  mede a precisão da predição mais recente<sup>68</sup>, enquanto  $S_i^N$  mede a adequação da predição com as expectativas dos demais negociantes conectados. Esse processo é representado na Figura 2B. Considerando uma rede formada por cinco vértices (negociantes), e, tomando o negociante (A) como referência, é possível verificar que a pontuação da adequação aos contatos é  $S_i^N = 2/3$  para a estratégia adotada<sup>69</sup>.

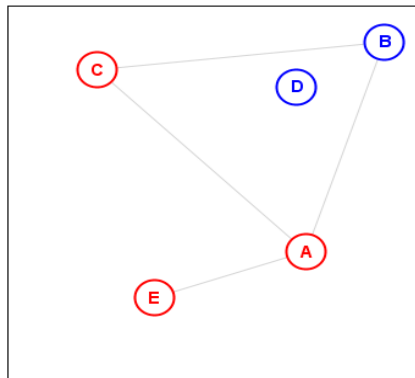


Figura 2B – Ilustração do processo de interação local.

Fonte: Elaboração própria.

Nota: círculos vermelhos ilustram expectativa de queda no preço, enquanto azul de alta.

<sup>68</sup> No modelo base  $S_i^N = 0$ . Logo,  $S_i^T = S_i^I$ .

<sup>69</sup> Considera-se, no exemplo, apenas uma estratégia e duas possíveis decisões: o estado vermelho e o azul. Como dois dos três agentes vizinhos de A tomaram a mesma decisão que ele (estado vermelho) sua pontuação de  $S_i^N = 2/3$ .

## APÊNDICE C - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DO MODELO DE DINÂMICA DE SISTEMAS

As equações diferenciais que alimentam o mecanismo de determinação de preço em dinâmica de sistemas são expressas abaixo:

$$B_t = \frac{(Z_t^D - Z_t^S)}{\max(Z_t^D, Z_t^S)} \quad (15)$$

$$E_t = B_t \gamma \quad (16)$$

$$P_t^i = P_t(1 + E_t) \quad (17)$$

$$\frac{dP_t}{dt} = \dot{P}_t = \frac{(P_t^i - P_t)}{\eta} \quad (18)$$

$$P_t = \int (\dot{P}_t) dt + \quad (19)$$

Onde  $B_t$  é o balanço entre oferta ( $Z_t^D$ ) e demanda ( $Z_t^S$ ),  $E_t$  é o efeito de balanço,  $\gamma$  é a sensibilidade do balanço,  $P_t^i$  é o preço indicado,  $\dot{P}_t$  é a variação do preço no tempo,  $\eta$  é a sensibilidade da mudança do hiato entre preço indicado e preço praticado, e  $c$  corresponde ao valor inicial do preço. Esse mecanismo encontra-se fundamentado no modelo de equilíbrio de mercado proposto por Sterman (2000), onde o balanço oferta e demanda induzem oscilações nos preços até que seja alcançado o novo equilíbrio.

## APÊNDICE D - PROCEDIMENTOS DE VERIFICAÇÃO

Gilbert (2008) propôs uma série de procedimentos que reduzem a incidência de erros (*bugs*) e auxiliam no processo de depuração (*debugging*). Dos quais alguns são apresentados a seguir:

- **Programação elegante.** Ao escrever o algoritmo é necessário ser constantemente cuidadoso. Deve-se evitar correr para rodar o programa e pegar atalhos. Ao se certificar acerca da qualidade da programação economiza-se um tempo considerável com depuração. Também é útil atribuir nomes às variáveis que tenham significado no contexto da modelagem.
- **Inclusão de resultados de saída e diagnóstico.** Os resultados ou dados de saída mostram como o modelo se comporta durante a simulação. Por isso, deve-se fazer uso desses instrumentos de diagnóstico ainda durante a fase de verificação, apresentando valores intermediários. É necessário, entretanto, selecionar corretamente quais resultados podem contribuir para um bom diagnóstico e, por conseguinte, devem ser exibidos. Deve-se evitar ficar cercado de um entulho de dados de saída, para que o excesso de informação não dificulte o processo de depuração.
- **Execução passo a passo.** É recomendado rodar o código uma linha ou uma função a cada tempo, observando o comportamento dos parâmetros, variáveis e atributos a fim de verificar se estão de acordo com o esperado. Embora tal procedimento seja enfadonho, sua execução assegura que o código corre conforme planejado, pelo menos nas simulações observadas.
- **Inclusão de advertências.** Caso seja conhecido que determinada variável precisa apresentar dado valor e não outro, é necessário incluir a checagem do valor apresentado durante a simulação e exibição de uma advertência quando a variável estiver fora do intervalo desejado.
- **Opção de depuração.** É possível que se pretenda verificar erros em todo o modelo, levando a incluir inúmeras advertências e diagnósticos. Isso pode tornar a simulação demasiadamente lenta. Para tanto, recomenda-se incluir uma variável global a qual permita determinar o grau de depuração do modelo – de nenhum ao máximo. Em seguida, cada sentença de

depuração deve ser precedida com a função teste sobre a referida variável, a fim de definir de o procedimento será ou não executado.

- **Criação e atualização de comentários.** Em todas as linguagens de programação é possível adicionar comentários – textos que não são executados como códigos. Tais comentários são breves orientações acerca como o bloco de código correspondente funciona a nível conceitual, ou seja, qual sua contribuição para a dinâmica do modelo como um todo. À medida que os modelos são alterados, esses comentários podem ficar obsoletos. É necessário, portanto, reservar um tempo para atualizar os comentários.
- **Teste de unidade (*unit test*).** Esse procedimento consiste em escrever pequenos pedaços de códigos, relativamente independentes, denominados unidades e testá-los frente a uma lista de resultados esperados. Para tanto, cria-se um “arreiço” de teste que irá suprir uma sequência de insumos às unidades e captará os seus respectivos resultados. Em seguida, testam-se separadamente cada pressuposto acerca do comportamento da referida unidade. Todo o processo é feito automaticamente e, uma vez executado, pode-se passar para a próxima unidade.
- **Teste com valores de parâmetros para cenários conhecidos.** É possível rodar o modelo nos cenários para os quais os valores dos parâmetros e resultados são conhecidos com certo grau de confiança. Tal procedimento costuma ser o primeiro a ser empregado por desenvolvedores, entretanto, não pode assegurar que o código esteja livre de erros (*bugs*).
- **Teste de canto (*corner test*).** Deve-se executar a simulação com os valores extremos dentro dos limites aceitáveis na modelagem e examinar se os resultados são aceitáveis. Por exemplo, testar como se porta o modelo quando simulado sem agentes e quando possui o máximo de agentes que o modelo pode comportar.

Com o intuito de obter mínima incidência de *bugs* na modelagem, foram empregados os procedimentos de verificação supracitados durante a elaboração e execução do modelo. Constatou-se, assim, que o modelo não está sujeito a *bugs* perceptíveis e, por isso, apresenta condições aceitáveis para análise de seus resultados.

## APÊNDICE E – ALGORITMO DA MODELAGEM

### Simulation Main:

```

package
tese_modelo_network_step_3_2016_02_21_02;
public class Main extends Agent
{
    // Excel Files
    public ExcelFile excelFile = new ExcelFile(
Main.this,
"/tese_modelo_network_step_3_2016_02_21_0
2/", "output.xlsx", false );
    // Parameters
    public
int totalPopulation;
500
    }
    public void set_totalPopulation( int
totalPopulation ) {
        if (totalPopulation == this.totalPopulation) {
            return;
        }
    }
    public
int strategiesPerAgent;
    * Returns default value for parameter
<code>strategiesPerAgent</code>.
4
    }
    public void set_strategiesPerAgent( int
strategiesPerAgent ) {
        if (strategiesPerAgent ==
this.strategiesPerAgent) {
            return;
        }
        int _oldValue_xjal = this.strategiesPerAgent;
    }
    }
    public
int memorySize;
78
    }
    public void set_memorySize( int memorySize )
{
        if (memorySize == this.memorySize) {
            return;
        }
    }
    public
int descriptorSize;
32
    }
    public void set_descriptorSize( int
descriptorSize ) {
        if (descriptorSize == this.descriptorSize) {
            return;
        }
    }
    public
int priceCollectionSize;
60
    }
    public void set_priceCollectionSize( int
priceCollectionSize ) {
        if (priceCollectionSize ==
this.priceCollectionSize) {
            return;
        }
    }
    public
int strategiesCombination;
2
    }
    public void set_strategiesCombination( int
strategiesCombination ) {
        if (strategiesCombination ==
this.strategiesCombination) {
            return;
        }
    }
    public
double priceAdjustmentTime;
2
    }
    public void set_priceAdjustmentTime( double
priceAdjustmentTime ) {
        if (priceAdjustmentTime ==
this.priceAdjustmentTime) {
            return;
        }
    }
    public
double initialPrice;
63
    }
    public void set_initialPrice( double initialPrice
) {
        if (initialPrice == this.initialPrice) {
            return;
        }
    }
    public
double sensitivityOfBalance;
0.06
    }
    public
double shock;
0
    }
    public void set_shock( double shock ) {
        if (shock == this.shock) {

```

```

        return;
    }
}
public
double switchShock;
1
}
public void set_switchShock( double
switchShock ) {
    if (switchShock == this.switchShock) {
        return;
    }
}
public
int descriptors;
30
}
public void set_descriptors( int descriptors ) {
    if (descriptors == this.descriptors) {
        return;
    }
}
public
double tolerance;
0.02
}
public void set_tolerance( double tolerance ) {
    if (tolerance == this.tolerance) {
        return;
    }
}
public
NetworkType NetworkType;
NetworkType.NETWORK_USER_DEFINED
}
public void set_NetworkType( NetworkType
NetworkType ) {
    if (NetworkType == this.NetworkType) {
        return;
    }
}
public
double connectionsPerAgent;
10
}
public void set_connectionsPerAgent( double
connectionsPerAgent ) {
    if (connectionsPerAgent ==
this.connectionsPerAgent) {
        return;
    }
}
public
double connectionRange;
50
}
public void set_connectionRange( double
connectionRange ) {
    if (connectionRange ==
this.connectionRange) {

```

```

        return;
    }
}
public
double neighborLinkProbability;
0.95
}
public void set_neighborLinkProbability(
double neighborLinkProbability ) {
    if (neighborLinkProbability ==
this.neighborLinkProbability) {
        return;
    }
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
protected void
onChange_neighborLinkProbability_xjal(
double oldValue ) {
}
public
int scaleFreeM;
2
}
public void set_scaleFreeM( int scaleFreeM ) {
    if (scaleFreeM == this.scaleFreeM) {
        return;
    }
}
@Override
public void setParametersToDefaultValues() {
    totalPopulation =
_totalPopulation_DefaultValue_xjal();
    strategiesPerAgent =
_strategiesPerAgent_DefaultValue_xjal();
    memorySize =
_memorySize_DefaultValue_xjal();
    descriptorSize =
_descriptorSize_DefaultValue_xjal();
    priceCollectionSize =
_priceCollectionSize_DefaultValue_xjal();
    strategiesCombination =
_strategiesCombination_DefaultValue_xjal();
    priceAdjustmentTime =
_priceAdjustmentTime_DefaultValue_xjal();
    initialPrice =
_initialPrice_DefaultValue_xjal();
    sensitivityOfBalance =
_sensitivityOfBalance_DefaultValue_xjal();
    shock = _shock_DefaultValue_xjal();
    descriptors =
_descriptors_DefaultValue_xjal();
    tolerance = _tolerance_DefaultValue_xjal();
    NetworkType =
_NetworkType_DefaultValue_xjal();
    connectionsPerAgent =
_connectionsPerAgent_DefaultValue_xjal();
    connectionRange =
_connectionRange_DefaultValue_xjal();

```

```

    neighborLinkProbability =
_neighborLinkProbability_DefaultValue_xjal();
    scaleFreeM =
_scaleFreeM_DefaultValue_xjal();
    public void onOwnerChanged_xjal() {
        setupReferences_xjal();
    }
    public void instantiateBaseStructure_xjal() {
        instantiateBaseStructureThis_xjal();
    }
    private void
instantiateBaseStructureThis_xjal() {
    marketmaker =
instantiate_marketmaker_xjal();
    setupReferences_xjal();
    excelFile.readFile();
    // Registering in Engine continuous part
    getEngine().registerAgentWithEquations( this
);
}
    private void setupReferences_xjal() {
    }
    * Simple constructor. Please add created agent
to some population by calling goToPopulation()
function
    public Main() {
    }
    * Simple constructor. Please add created agent
to some population by calling goToPopulation()
function
    public Main( int totalPopulation, int
strategiesPerAgent, int memorySize, int
descriptorSize, int priceCollectionSize, int
strategiesCombination, double
priceAdjustmentTime, double initialPrice,
double sensitivityOfBalance, double shock,
double switchShock, int descriptors, double
tolerance, NetworkType NetworkType, double
connectionsPerAgent, double connectionRange,
double neighborLinkProbability, int scaleFreeM
) {
    markParametersAreSet();
    this.totalPopulation = totalPopulation;
    this.strategiesPerAgent = strategiesPerAgent;
    this.memorySize = memorySize;
    this.descriptorSize = descriptorSize;
    this.priceCollectionSize =
priceCollectionSize;
    this.strategiesCombination =
strategiesCombination;
    this.priceAdjustmentTime =
priceAdjustmentTime;
    this.initialPrice = initialPrice;
    this.sensitivityOfBalance =
sensitivityOfBalance;
    this.shock = shock;
    this.switchShock = switchShock;
    this.descriptors = descriptors;
    this.tolerance = tolerance;
    this.NetworkType = NetworkType;

```

```

    this.neighborLinkProbability =
neighborLinkProbability;
    this.scaleFreeM = scaleFreeM;
}
    * Creating embedded object instances
    @AnyLogicInternalCodegenAPI
    private void instantiatePopulations_xjal() {
    {
        int _cnt =
totalPopulation
        for ( int i = traders.size(); i < _cnt; i++ ) {
            instantiate_traders_xjal( i );
        }
    }
    @Override
    @AnyLogicInternalCodegenAPI
    public void doCreate() {
        super.doCreate();
        // Creating embedded object instances
        instantiatePopulations_xjal();
        // Assigning initial values for plain variables
        setupPlainVariables_Main_xjal();
        // Dynamic initialization of persistent
elements
        _createPersistentElementsAPO_xjal();
        presentation = new
ShapeTopLevelPresentationGroup( Main.this,
true, 0, 0, 0, 0, roundRectangle8, cRectangle,
roundRectangle4, roundRectangle3, aRectangle,
bRectangle, traders_presentation,
roundRectangle, line, line1, roundRectangle1,
text, text1, text2, text3, text4, text5, text6,
roundRectangle2, text7, text8, text9, text10,
text11, text12, text13, text15, text16, text17,
text18, roundRectangle6, text20, text22, text23,
text24, text25, text26, text27, text28, text14,
text29, text30, roundRectangle5,
marketmaker_presentation, text19, text21,
text31, text32, rectangle, line2, text33, radio,
spreadRumor, spreadRumor1, spreadRumor2,
slider, spreadRumor3, spreadRumor4,
spreadRumor5, spreadRumor6, spreadRumor7,
spreadRumor8, plot1, plot2, plot3, chart, plot4,
plot5, plot6, chart1, plot8, chart2 );
        icon = new ShapeGroup( Main.this, true, 0, 0,
0 );
        // Creating contents for replicated shapes
traders_presentation.createShapes();
        // Creating embedded object instances
        instantiatePopulations_xjal();
        // Environments setup
        {
            double _x_xjal =
500
            double _y_xjal =
500
            double _z_xjal =
0
            disableSteps();
            int _v1_xjal =

```

```

2
    setNetworkRingLattice( _v1_xjal );
    setLayoutType( LAYOUT_RANDOM );
    // Creating non-replicated embedded objects
    setupParameters_marketmaker_xjal(
marketmaker );
    create_marketmaker_xjal( marketmaker );
    // Creating replicated embedded objects
    traders.setEnvironment( this );
    for ( int i = 0; i < traders.size(); i++ ) {
        setupParameters_traders_xjal(
traders.get(i), i );
        create_traders_xjal( traders.get(i), i );
        setupInitialConditions_xjal( Main.class );
        radio.setValueToDefault();
        slider.setValueToDefault();
        @AnyLogicInternalCodegenAPI
        public void setupExt_xjal(AgentExtension
_ext) {
            // Agent properties setup
            if ( _ext instanceof
ExtAgentWithSpatialMetrics && _ext
instanceof ExtWithSpaceType ) {
                double _value;
                _value =
10
                @Override
                @AnyLogicInternalCodegenAPI
                public void doStart() {
                    super.doStart();
                    updateSystem.start();
                    eventRumor.start();

                    _returnDistribution_autoUpdateEvent_xjal.start(
);
                    _dsReturn_autoUpdateEvent_xjal.start();
                    _statistics_autoUpdateEvent_xjal.start();
                    _dsPrice_autoUpdateEvent_xjal.start();
                    _dsVolume_autoUpdateEvent_xjal.start();

                    _volumeDistribution_autoUpdateEvent_xjal.star
t());
                    for (Agent embeddedObject : traders){
                        embeddedObject.start();
                    }
                    marketmaker.start();
                }
                @AnyLogicInternalCodegenAPI
                public void onStartup() {
                    // Definindo a posição inicial
                    InitialPosition();
                    for( int j = 0; j<priceCollectionSize; j++)
                    /** Setting network */
                    case NETWORK_USER_DEFINED:
                    case NETWORK_RANDOM:
                    case NETWORK_ALL_IN_RANGE:
                    case NETWORK_RING_LATTICE:
                    case NETWORK_SMALL_WORLD:
                    case NETWORK_SCALE_FREE:
                }

```

```

        applyNetwork();
        marketmaker.disconnectFromAll();
    }
    * Assigning initial values for plain
variables<br>
    * <em>This method isn't designed to be called
by user and may be removed in future
releases.</em>
    @AnyLogicInternalCodegenAPI
    public void setupPlainVariables_xjal() {
        setupPlainVariables_Main_xjal();
    }
    * Assigning initial values for plain
variables<br>
    * <em>This method isn't designed to be called
by user and may be removed in future
releases.</em>
    @AnyLogicInternalCodegenAPI
    private void setupPlainVariables_Main_xjal()
    {
        avgScore =
0
        stDevScore =
0
        scoreslist =
new double[totalPopulation]
        maxSuccess =
0
        minSuccess =
0
        avgSuccess =
0
        chooseColor =
0
        colorByChoice =
0
        colorByScore =
1
        price =
marketmaker.InitialPrice
        descriptor =
new int[descriptorSize]
        priceMean =
0
        priceDev =
0
        errorPrice =
0
        ibovespaMean =
0
        ibovespaDev =
0
        errorMean =
0
        errorDev =
0
        priceReturn =
0
        errorReturn =
0

```

```

RumorType =
-1
}
// User API -----
-----
@AnyLogicInternalCodegenAPI
static LinkToAgentAnimationSettings
_connections_commonAnimationSettings_xjal
= new LinkToAgentAnimationSettingsImpl(
false, black, 1.0, LINE_STYLE_SOLID,
ARROW_NONE, 0.0 );
public LinkToAgentCollection<Agent, Agent>
connections = new
LinkToAgentStandardImpl<Agent, Agent>(this,
_connections_commonAnimationSettings_xjal);
@Override
public LinkToAgentCollection<? extends
Agent, ? extends Agent>
getLinkToAgentStandard_xjal() {
return connections;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void drawLinksToAgents(boolean
_underAgents_xjal, LinkToAgentAnimator
_animator_xjal) {
if ( _underAgents_xjal ) {
_animator_xjal.drawLink( this, connections,
true, true );
}
}
public List<Object> getEmbeddedObjects() {
List<Object> list =
super.getEmbeddedObjects();
if (list == null) {
list = new LinkedList<Object>();
}
list.add( traders );
list.add( marketmaker );
return list;
}
public AgentList<? extends Main>
getPopulation() {
return (AgentList<? extends Main>)
super.getPopulation();
}
public List<? extends Main> agentsInRange(
double distance ) {
return (List<? extends Main>)
super.agentsInRange( distance );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public boolean
isLoggingToDB(EventOriginator _e) {
return super.isLoggingToDB( _e );
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void onDestroy() {
updateSystem.onDestroy();
eventRumor.onDestroy();

```

```

_returnDistribution_autoUpdateEvent_xjal.onD
estroy();

_dsReturn_autoUpdateEvent_xjal.onDestroy();

_statistics_autoUpdateEvent_xjal.onDestroy();
_dsPrice_autoUpdateEvent_xjal.onDestroy();

_dsVolume_autoUpdateEvent_xjal.onDestroy();

_volumeDistribution_autoUpdateEvent_xjal.on
Destroy();
for (Agent _item : traders) {
_item.onDestroy();
}
marketmaker.onDestroy();
// Unregistering in Engine continuous part
getEngine().unregisterAgentWithEquations(
this );
// On destroy code
//excelFile.writeDataSet( dataset, "output", 2, 1
);
excelFile.writeDataSet( dsPrice, "output", 2, 2 );
excelFile.writeDataSet( dsVolume, "output", 2,
1 );
/** Gerar valores para o diagrama de tornado *
traceln(statistics.mean());
traceln(price);
traceln(statistics.deviation());
excelFile.writeFile();
// Analysis Data Elements
scoreDistribution.destroyUpdater_xjal();
returnDistribution.destroyUpdater_xjal();
dsReturn.destroyUpdater_xjal();
statistics.destroyUpdater_xjal();
dsPrice.destroyUpdater_xjal();
dsVolume.destroyUpdater_xjal();
volumeDistribution.destroyUpdater_xjal();
}
}

```

### Trader:

```

package
tese_modelo_network_step_3_2016_02_21_02;
public class Trader extends Agent
{
// Parameters
// Plain Variables
public
double
public
double
wealth;
public
double[]
aPosition;
public
double[]

```

```

bPosition;
public
double
score;
public
int
choice;
public
int
currentStrategy;
public
int[][]
strategies;
public
double[]
strategiesScores;
public
int[]
actions;
public
int[]
followCondition;
public
int[][]
historyScores;
public
double[]
cPosition;
// Collection Variables
public
ArrayList <
Trader > friends = new ArrayList<Trader>();
@AnyLogicInternalCodegenAPI
private static Map<String,
IElementDescriptor> elementDescriptors_xjal =
null;
}
// Events
public EventTimeout agentUptade = new
EventTimeout(this);
public EventTimeout colorUpdate = new
EventTimeout(this);
public EventTimeout connectionsUpDate =
new EventTimeout(this);
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public String getNameOf( EventTimeout _e ) {
if( _e == agentUptade ) return
"agentUptade";
if( _e == colorUpdate ) return "colorUpdate";
if( _e == connectionsUpDate ) return
"connectionsUpDate";
return super.getNameOf( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public EventTimeout.Mode getModeOf(
EventTimeout _e ) {
if( _e == agentUptade ) return
EVENT_TIMEOUT_MODE_CYCLIC;
if( _e == colorUpdate ) return
EVENT_TIMEOUT_MODE_CYCLIC;
if( _e == connectionsUpDate ) return
EVENT_TIMEOUT_MODE_ONCE;
return super.getModeOf( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public double getFirstOccurrenceTime(
EventTimeout _e ) {
double _t;
if( _e == agentUptade ) {
_t =
0
;
_t = toModelTime( _t, DAY );
return _t;
}
if( _e == colorUpdate ) {
_t =
0
;
_t = toModelTime( _t, DAY );
return _t;
}
if( _e == connectionsUpDate ) {
_t =
0
;
_t = toModelTime( _t, DAY );
return _t;
}
return super.getFirstOccurrenceTime( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public double evaluateTimeoutOf(
EventTimeout _e ) {
double _t;
if( _e == agentUptade ) {
_t =
1
;
_t = toModelTime( _t, DAY );
return _t;
}
if( _e == colorUpdate ) {
_t =
0.1
;
_t = toModelTime( _t, DAY );
return _t;
}
return super.evaluateTimeoutOf( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void executeActionOf( EventTimeout
_e ) {
if( _e == agentUptade ) {

```

```

    EventTimeout self = _e;
//combination =
binaryToDecimal(get_Main().fullHistory);
updateScoresAndStrategy();
updateActionAndChoice();
//getNeighborChoice();
;
    return;
}
if ( _e == colorUpdate ) {
    EventTimeout self = _e;
setColor();
;
    return;
}
if ( _e == connectionsUpDate ) {
    EventTimeout self = _e;
for( Trader t: main.traders)
;
    return;
}
super.executeActionOf( _e );
}
// Statecharts
public Statechart statechart = new Statechart(
this, (short)2 );
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public String getNameOf( Statechart _s ) {
    if(_s == this.statechart) return "statechart";
    return super.getNameOf( _s );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void executeActionOf( Statechart _s ) {
    if( _s == this.statechart ) {
oval.setFillColor(blue);
;
        enterState( hold_wait, true );
        return;
    }
    super.executeActionOf( _s );
}
}
}
@Override
public String getNameOfState( short _state ) {
    switch( _state ) {
        case hold_wait: return "hold_wait";
        case Sell: return "Sell";
        case Buy: return "Buy";
        default: return super.getNameOfState( _state
);
    }
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void enterState( short _state, boolean
destination ) {
    switch( _state ) {
        case hold_wait:
            // (Simple state (not composite))
            statechart.setActiveState_xjal( hold_wait );
            {
                oval.setFillColor(brown);
                //
                Order order = new Order( getIndex(), "Hold", 0,
0);
                send(order, main.marketmaker);
                ;}
                transition2.start();
                transition3.start();
                return;
            case Sell:
                // (Simple state (not composite))
                statechart.setActiveState_xjal( Sell );
                {
                Order order = new Order( getIndex(), "Sell", -1,
0);
                send(order, main.marketmaker);
                /*
                if (get_Main().chooseColor == 0)
                } else
                */
                ;}
                transition1.start();
                transition5.start();
                return;
            case Buy:
                // (Simple state (not composite))
                statechart.setActiveState_xjal( Buy );
                {
                Order order = new Order( getIndex(), "Buy", 1,
0);
                send(order, main.marketmaker);
                /*
                if (get_Main().chooseColor == 0)
                } else
                */
                ;}
                transition.start();
                transition4.start();
                return;
            default:
                super.enterState( _state, _destination );
                return;
            }
        }
    }
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void exitState( short _state, Transition
_t, boolean _source, Statechart _statechart ) {
    switch( _state ) {
        case hold_wait:
            // (Simple state (not composite))
            if ( !_source || _t != transition2)
                transition2.cancel();
            if ( !_source || _t != transition3)
                transition3.cancel();
            return;
    }
}

```

```

        case Sell:
            // (Simple state (not composite))
            if ( !_source || !_t != transition1)
            transition1.cancel();
            if ( !_source || !_t != transition5)
            transition5.cancel();
            return;
        case Buy:
            // (Simple state (not composite))
            if ( !_source || !_t != transition)
            transition.cancel();
            if ( !_source || !_t != transition4)
            transition4.cancel();
            return;
        default:
            super.exitState( _state, _t, _source,
            _statechart);
            return;
        }
    }
}
double
getNeighborChoice( int i ) {
double sum = 0;
double score = 0;
//look across the whole population
for( Trader t : friends )
//for( int j = 0; j< getConnectionsNumber();
j++)
if (getConnectionsNumber() > 0) {
return score;
}
// View areas
public ViewArea _origin_VA = new
ViewArea( this, "[Origin]", 0, 0,
ViewArea.TOP_LEFT,
ViewArea.SPECIFIED_ZOOM, 1, 100, 100 );
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public int getViewAreas( Map<String,
ViewArea> _output ) {
if ( _output != null ) {
_output.put( "_origin_VA", this._origin_VA
);
}
return 1 + super.getViewAreas( _output );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void doStart() {
super.doStart();
agentUptade.start();
colorUpdate.start();
connectionsUpDate.start();
statechart.start();
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void onStartup() {
super.onStartup();
//Determinar a estratégia corrente inicial

```

```

currentStrategy =
uniform_discr(get_Main().strategiesPerAgent-
1);
// Determinar a ação de cada estratégia
(seguidora ou contrária à tendência)
for ( int i=0; i<get_Main().strategiesPerAgent;
i++) {
// Determinar as estratégias de cada agente, isto
é, quais descriptors o agente usará para tomar a
decisão
assignStrategies();
// Determinar a escolha inicial de forma aleatória
choice = actions[currentStrategy];
// Declarar valores iniciais da pontuação para
cada estratégia
for ( int j=0; j<get_Main().strategiesPerAgent;
j++) {
setPosition();
//traceln(followCondition);
}
/**
 * Assigning initial values for plain
variables<br>
 * <em>This method isn't designed to be called
by user and may be removed in future
releases.</em>
 */
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void setupPlainVariables_xjal() {
setupPlainVariables_Trader_xjal();
}
/**
 * Assigning initial values for plain
variables<br>
 * <em>This method isn't designed to be called
by user and may be removed in future
releases.</em>
 */
@AnyLogicInternalCodegenAPI
private void setupPlainVariables_Trader_xjal()
{
aPosition =
new double[2]
;
bPosition =
new double[2]
;
score =
0
;
choice =
0
;
currentStrategy =
0
;
strategies =
new int[get_Main().strategiesPerAgent][
get_Main().strategiesCombination]
;

```

```

    strategiesScores =
new double[get_Main().strategiesPerAgent]
;
    actions =
new int[get_Main().strategiesPerAgent]
;
    followCondition =
new int[get_Main().strategiesPerAgent]
;
    historyScores =
new
int[get_Main().strategiesPerAgent][get_Main().
memorySize]
;
    cPosition =
new double[2]
;
}
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void onReceive( Object _msg_xjal,
Agent _sender_xjal ) {
    super.onReceive( _msg_xjal, _sender_xjal );
    Order msg = (Order) _msg_xjal;
    MarketMaker sender = (MarketMaker)
_sender_xjal;
    Order order = msg;
    // Financial position update
    NumberOfShares += order.amount;
    wealth += order.amount * order.price;
    statechart.fireEvent( _msg_xjal );
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void drawLinksToAgents(boolean
_underAgents_xjal, LinkToAgentAnimator
_animator_xjal) {

super.drawLinksToAgents(_underAgents_xjal,
_animator_xjal);
    if ( _underAgents_xjal ) {
        _animator_xjal.drawLink( this, connections,
true, true );
    }
}
public AgentList<? extends Trader>
getPopulation() {
    return (AgentList<? extends Trader>)
super.getPopulation();
}
public List<? extends Trader> agentsInRange(
double distance ) {
    return (List<? extends Trader>)
super.agentsInRange( distance );
}
// Reaction on changes -----
public void onChange() {
    super.onChange();
    statechart.onChange();
}

```

```

@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void onDestroy() {
    agentUptade.onDestroy();
    colorUpdate.onDestroy();
    connectionsUpDate.onDestroy();
    statechart.onDestroy();
    super.onDestroy();
}
}

```

### Order:

```

package
tese_modelo_network_step_3_2016_02_21_02;
public class Order extends Agent
{
    // Parameters
    public
int trader;
    /**
     * Returns default value for parameter
<code>trader</code>.
     * <i>This method should not be called by
user</i>
     */
    @AnyLogicInternalCodegenAPI
    public int _trader_DefaultValue_xjal() {
        final Order self = this;
        return 0;
    }
    public void set_trader( int trader ) {
        if (trader == this.trader) {
            return;
        }
        int _oldValue_xjal = this.trader;
        this.trader = trader;
        onChange_trader_xjal( _oldValue_xjal );
        onChange();
    }
    protected void onChange_trader() {
        onChange_trader_xjal( trader );
    }
    @AnyLogicInternalCodegenAPI
    protected void onChange_trader_xjal( int
oldValue ) {
    }
    public
String type;
    @AnyLogicInternalCodegenAPI
    public String _type_DefaultValue_xjal() {
        final Order self = this;
        return null;
    }
    public void set_type( String type ) {
        if (type == this.type) {
            return;
        }
        String _oldValue_xjal = this.type;
        this.type = type;
        onChange_type_xjal( _oldValue_xjal );
    }
}

```

```

    onChange();
}
protected void onChange_type() {
    onChange_type_xjal( type );
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
protected void onChange_type_xjal( String
oldValue ) {
}
public
double amount;
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public double _amount_DefaultValue_xjal() {
    final Order self = this;
    return 0.0;
}
public void set_amount( double amount ) {
    if (amount == this.amount) {
        return;
    }
    double _oldValue_xjal = this.amount;
    this.amount = amount;
    onChange_amount_xjal( _oldValue_xjal );
    onChange();
}
protected void onChange_amount() {
    onChange_amount_xjal( amount );
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
protected void onChange_amount_xjal( double
oldValue ) {
}
public
double price;
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public double _price_DefaultValue_xjal() {
    final Order self = this;
    return 0.0;
}
public void set_price( double price ) {
    if (price == this.price) {
        return;
    }
    double _oldValue_xjal = this.price;
    this.price = price;
    onChange_price_xjal( _oldValue_xjal );
    onChange();
}
protected void onChange_price() {
    onChange_price_xjal( price );
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
protected void onChange_price_xjal( double
oldValue ) {
}
@Override
public void setParametersToDefaultValues() {
    super.setParametersToDefaultValues();
    trader = _trader_DefaultValue_xjal();
    type = _type_DefaultValue_xjal();

    amount = _amount_DefaultValue_xjal();
    price = _price_DefaultValue_xjal();
}
@Override
public boolean setParameter(String
_name_xjal, Object _value_xjal, boolean
_callOnChange_xjal) {
    switch ( _name_xjal ) {
        case "trader":
            if ( _callOnChange_xjal ) {
                set_trader( ((Number)
_value_xjal).intValue() );
            } else {
                trader = ((Number)
_value_xjal).intValue();
            }
            return true;
        case "type":
            if ( _callOnChange_xjal ) {
                set_type( (String) _value_xjal );
            } else {
                type = (String) _value_xjal;
            }
            return true;
        case "amount":
            if ( _callOnChange_xjal ) {
                set_amount( ((Number)
_value_xjal).doubleValue() );
            } else {
                amount = ((Number)
_value_xjal).doubleValue();
            }
            return true;
        case "price":
            if ( _callOnChange_xjal ) {
                set_price( ((Number)
_value_xjal).doubleValue() );
            } else {
                price = ((Number)
_value_xjal).doubleValue();
            }
            return true;
        default:
            return super.setParameter( _name_xjal,
_value_xjal, _callOnChange_xjal );
    }
}
@Override
public <T> T getParameter(String _name_xjal)
{
    Object _result_xjal;
    switch ( _name_xjal ) {
        case "trader": _result_xjal = trader; break;
        case "type": _result_xjal = type; break;
        case "amount": _result_xjal = amount; break;
        case "price": _result_xjal = price; break;
        default: _result_xjal = super.getParameter(
_name_xjal ); break;
    }
    return (T) _result_xjal;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
private static String[] _parameterNames_xjal;

```

```

@Override
public String[] getParameterNames() {
    String[] result = _parameterNames_xjal;
    if (result == null) {
        List<String> list = new ArrayList<>(
Arrays.asList( super.getParameterNames() ) );
        list.add( "trader" );
        list.add( "type" );
        list.add( "amount" );
        list.add( "price" );
        result = list.toArray( new String[ list.size() ]
);
        _parameterNames_xjal = result;
    }
    return result;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
private boolean
onClickModelAt_Parameters_xjal( Panel
_panel, double _x, double _y, int _clickCount,
boolean _publicOnly, boolean _isSuperClass ) {
    if( !_publicOnly &&
modelElementContains(_x, _y, 70, 60) ) {
        _panel.addInspect( 70, 60, this, "trader" );
        return true;
    }
    if( !_publicOnly &&
modelElementContains(_x, _y, 70, 90) ) {
        _panel.addInspect( 70, 90, this, "type" );
        return true;
    }
    if( !_publicOnly &&
modelElementContains(_x, _y, 70, 120) ) {
        _panel.addInspect( 70, 120, this, "amount" );
        return true;
    }
    if( !_publicOnly &&
modelElementContains(_x, _y, 70, 150) ) {
        _panel.addInspect( 70, 150, this, "price" );
        return true;
    }
    return false;
}

```

### Market Maker:

```

package
tese_modelo_network_step_3_2016_02_21_02;
public class MarketMaker extends Agent
{
    // Parameters
    // Plain Variables
    public
int
demand;
    public
int
supply;
    public
double

```

```

excessDemand;
    public
double
balance;
    // Collection Variables
    public
LinkedList <
Order > buyOrders = new LinkedList<Order>();
    public
LinkedList <
Order > sellOrders = new LinkedList<Order>();
    // Dynamic (Flow/Auxiliary/Stock) Variables
    /**
     * Price adjusts to the indicated level over the
Price Adjustment Time.
     */
    public double ChangeInPrice;
    public double flow;
    public double
SensitivityOfPriceToDemand_SupplyBalance;
    public double IndicatedPrice;
    /**
     * Price adjusts to the indicated level over this
interval.
     */
    public double PriceAdjustmentTime;
    /**
     * The initial price of the commodity. Used to
initialize unit costs and <br>
price expectations so the system begins in
equilibrium.
     */
    public double InitialPrice;
    /**
     * The effect of the demand/supply balance on
price is a power function of <br>
the demand/supply balance. The higher the
sensitivity of price to the <br>
demand/supply balance, the greater the
change in price induced by any <br>
imbalance.
     */
    public double DemandSupplyBalance;
    /**
     * Market makers raise the indicated price
above the current level when <br>
demand exceeds supply, and lower it when
supply exceeds demand.
     */
    public double
EffectDemandSupplyBalanceOnPrice;
    /**
     * The price of the product. Initially equal to
$100/unit.
     */
    public double PriceSD;
    /**
     * Writes model variables into given arrays
     */
    @AnyLogicInternalCodegenAPI

```

```

public void getPhaseVector_xjal(double[]
_d_xjal, int _d_idx_xjal, double[] _a_xjal, int
_a_idx_xjal) {
    _d_xjal[_d_idx_xjal + 0] = PriceSD;
    _d_idx_xjal += 1;
    super.getPhaseVector_xjal(_d_xjal,
_d_idx_xjal, _a_xjal, _a_idx_xjal);
/**
 * Writes given arrays to model variables
 */
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void putPhaseVector_xjal(double[]
_d_xjal, int _d_idx_xjal, double[] _a_xjal, int
_a_idx_xjal) {
    PriceSD = _d_xjal[_d_idx_xjal + 0];
    _d_idx_xjal += 1;
    super.putPhaseVector_xjal(_d_xjal,
_d_idx_xjal, _a_xjal, _a_idx_xjal);
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void assignInitialConditions_xjal() {
    _assign_SensitivityOfPriceToDemand_SupplyB
alance_Formula_xjal();
    _assign_InitialPrice_Formula_xjal();

    _assign_DemandSupplyBalance_Formula_xjal(
);

    _assign_EffectDemandSupplyBalanceOnPrice_
Formula_xjal();
    _assign_PriceSD_Formula_xjal();
    _assign_IndicatedPrice_Formula_xjal();

    _assign_PriceAdjustmentTime_Formula_xjal();
    _assign_ChangeInPrice_Formula_xjal();
    _assign_flow_Formula_xjal();
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
setupInitialConditions_xjal(Class<?>
callerClass) {
    if (callerClass != MarketMaker.class) {
        return;
    }
    if
(getInitialAlgebraicFlatEquationsCount_xjal() >
0) {
        SDIntegrationManager
integrationManagerForInitialConditions = new
SDIntegrationManager( 0,
getInitialAlgebraicFlatEquationsCount_xjal(),
getInitialFormulaFlatEquationsCount_xjal() );

integrationManagerForInitialConditions.doStep(
this, 0, 0.1, true );
    } else {
        assignInitialConditions_xjal();
    }
}
}

```

```

@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
_assign_SensitivityOfPriceToDemand_SupplyB
alance_Formula_xjal() {
    SensitivityOfPriceToDemand_SupplyBalance
=
get_Main().sensitivityOfBalance
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
_assign_InitialPrice_Formula_xjal() {
    InitialPrice =
get_Main().initialPrice
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
_assign_DemandSupplyBalance_Formula_xjal(
) {
    DemandSupplyBalance =
(demand - supply) / max((demand +
supply),0.01)
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
_assign_EffectDemandSupplyBalanceOnPrice_
Formula_xjal() {
    EffectDemandSupplyBalanceOnPrice =
SensitivityOfPriceToDemand_SupplyBalance *
DemandSupplyBalance
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void _assign_PriceSD_Formula_xjal() {
    PriceSD =
InitialPrice
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
_assign_IndicatedPrice_Formula_xjal() {
    IndicatedPrice =
PriceSD * (1 +
EffectDemandSupplyBalanceOnPrice)
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
_assign_PriceAdjustmentTime_Formula_xjal()
{
    PriceAdjustmentTime =
get_Main().priceAdjustmentTime
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void
_assign_ChangeInPrice_Formula_xjal() {
    ChangeInPrice =

```

```

(IndicatedPrice - PriceSD) /
PriceAdjustmentTime
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void _assign_flow_Formula_xjal() {
    flow =
PriceSD * get_Main().shock *
get_Main().switchShock* pulse(800,1)
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void formulasExecute_xjal() {
    super.formulasExecute_xjal();
}

_assign_DemandSupplyBalance_Formula_xjal(
);

_assign_EffectDemandSupplyBalanceOnPrice_
Formula_xjal();
    _assign_IndicatedPrice_Formula_xjal();
    _assign_ChangeInPrice_Formula_xjal();
    _assign_flow_Formula_xjal();
    _assign_InitialPrice_Formula_xjal();
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void getRightPart_xjal( double[]
_d_xjal, int _d_idx_xjal, double[] _a_xjal, int
_a_idx_xjal ) {
    _get_PriceSD_Derivative_xjal( _d_xjal,
_d_idx_xjal + 0 );
    _d_idx_xjal += 1;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void _get_PriceSD_Derivative_xjal(
double[] _d_xjal, int _d_idx_xjal ) {
    _d_xjal[ _d_idx_xjal ] =
;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
protected SDIntegrationManager
integrationManager_xjal = null;
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public SDIntegrationManager
getIntegrationManager_xjal() {
    if (integrationManager_xjal == null) {
        integrationManager_xjal = new
SDIntegrationManager(
getDifferentialFlatEquationsCount_xjal(),
getRuntimeAlgebraicFlatEquationsCount_xjal()
, getRuntimeFormulaFlatEquationsCount_xjal()
);
    }
    return integrationManager_xjal;
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public int
getDifferentialFlatEquationsCount_xjal() {
    return
super.getDifferentialFlatEquationsCount_xjal()
+ 1;
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public int
getRuntimeFormulaFlatEquationsCount_xjal() {
    return
super.getRuntimeFormulaFlatEquationsCount_x
jal() + 6;
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public int
getInitialFormulaFlatEquationsCount_xjal() {
    return
super.getInitialFormulaFlatEquationsCount_xjal
() + 9;
}
@AnyLogicInternalCodegenAPI
private static Map<String,
IElementDescriptor> elementDescriptors_xjal =
null;
@AnyLogicInternalCodegenAPI
@Override
public Map<String, IElementDescriptor>
getElementDescriptors() {
    if (elementDescriptors_xjal == null) {
        elementDescriptors_xjal =
createElementDescriptors(super.getElementDes
criptors(), MarketMaker.class);
    }
    return elementDescriptors_xjal;
}
@AnyLogicCustomProposalPriority(type =
AnyLogicCustomProposalPriority.Type.STATI
C_ELEMENT)
public static final Scale scale = new Scale(
10.0 );
@Override
public Scale getScale() {
    return scale;
}
// Events
public EventTimeout updateMM = new
EventTimeout(this);
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public EventTimeout _autoCreatedDS_xjal =
new EventTimeout(this);
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public String getNameOf( EventTimeout _e ) {
    if ( _e == updateMM ) return "updateMM";
    if ( _e == _autoCreatedDS_xjal ) return
"Auto-created DataSets auto update event";
    return super.getNameOf( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI

```

```

public EventTimeout.Mode getModeOf(
EventTimeout _e ) {
    if ( _e == updateMM ) return
EVENT_TIMEOUT_MODE_CYCLIC;
    if ( _e == _autoCreatedDS_xjal ) return
EVENT_TIMEOUT_MODE_CYCLIC;
    return super.getModeOf( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public double getFirstOccurrenceTime(
EventTimeout _e ) {
    double _t;
    if ( _e == updateMM ) {
        _t =
0
;
        _t = toModelTime( _t, DAY );
        return _t;
    }
    if ( _e == _autoCreatedDS_xjal ) {
        _t =
0
;
        _t = toModelTime( _t, DAY );
        return _t;
    }
    return super.getFirstOccurrenceTime( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public double evaluateTimeoutOf(
EventTimeout _e ) {
    double _t;
    if( _e == updateMM) {
        _t =
1
;
        _t = toModelTime( _t, DAY );
        return _t;
    }
    if( _e == _autoCreatedDS_xjal) {
        _t =
1
        _t = toModelTime( _t, DAY );
        return _t;
    }
    return super.evaluateTimeoutOf( _e );
}
@Override
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public void executeActionOf( EventTimeout
_e ) {
    if ( _e == updateMM ) {
        EventTimeout self = _e;
// Definindo os valores de oferta (Sell) e
demanda (buy)
demand = buyOrders.size();
//get_Main().traders.numBuyers();

```

```

supply = sellOrders.size();
//get_Main().traders.numSellers();
// Definindo o preço de equilíbrio
get_Main().price = PriceSD;
// Definindo a minoria
minorityUpdate();
/**
Agora eu preciso comparar oferta e demanda e
computar o quanto o MM recompõe no
mercado, afim de calcular o saldo de sua
posição líquida
*/
excessDemand = demand - supply;
balance -= excessDemand;
// Enviando mensagem (order) para cada trader
informando os valores das quantidades e preços
for ( int i=0; i<buyOrders.size(); i++)
for( int j=0; j<sellOrders.size(); j++)
;
    return;
}
if ( _e == _autoCreatedDS_xjal ) {
    _ds_SensitivityOfPriceToDemand_SupplyBalance.update();
    _ds_IndicatedPrice.update();
    _ds_PriceAdjustmentTime.update();
    _ds_InitialPrice.update();
    _ds_DemandSupplyBalance.update();

    _ds_EffectDemandSupplyBalanceOnPrice.update();
    _ds_ChangeInPrice.update();
    _ds_flow.update();
    _ds_PriceSD.update();
    return;
}
super.executeActionOf( _e );
}
}
/**/
}
* Auto-created data set(s) for
SensitivityOfPriceToDemand_SupplyBalance
*/
}
} );
/**
* Auto-created data set(s) for IndicatedPrice
*/
@AnyLogicInternalCodegenAPI
public DataSet _ds_IndicatedPrice = new
DataSet( 100, new DataUpdater_xjal() {
    double _lastUpdateTime = Double.NaN;
    @Override
    public void update( DataSet _d ) {
        if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
        _d.add( time(),
MarketMaker.this.IndicatedPrice );
        _lastUpdateTime = time();

```

```

    }
  });
  * Auto-created data set(s) for
PriceAdjustmentTime
  */
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public DataSet _ds_PriceAdjustmentTime =
new DataSet( 100, new DataUpdater_xjal() {
  double _lastUpdateTime = Double.NaN;
  @Override
  public void update( DataSet _d ) {
    if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
    _d.add( time(),
MarketMaker.this.PriceAdjustmentTime );
    _lastUpdateTime = time();
  }
  * Auto-created data set(s) for InitialPrice
  */
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public DataSet _ds_InitialPrice = new DataSet(
100, new DataUpdater_xjal() {
  double _lastUpdateTime = Double.NaN;
  @Override
  public void update( DataSet _d ) {
    if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
    _d.add( time(),
MarketMaker.this.InitialPrice );
    _lastUpdateTime = time();
  }
  });
  * Auto-created data set(s) for
DemandSupplyBalance
  */
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public DataSet _ds_DemandSupplyBalance =
new DataSet( 100, new DataUpdater_xjal() {
  double _lastUpdateTime = Double.NaN;
  @Override
  public void update( DataSet _d ) {
    if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
    _d.add( time(),
MarketMaker.this.DemandSupplyBalance );
    _lastUpdateTime = time();
  }
  });
  * Auto-created data set(s) for
EffectDemandSupplyBalanceOnPrice
  */
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public DataSet
_ds_EffectDemandSupplyBalanceOnPrice =
new DataSet( 100, new DataUpdater_xjal() {
  double _lastUpdateTime = Double.NaN;
  @Override
  public void update( DataSet _d ) {
    if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
    _d.add( time(),
MarketMaker.this.EffectDemandSupplyBalance
OnPrice );
    _lastUpdateTime = time();
  }
  });
  * Auto-created data set(s) for ChangeInPrice
  */
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public DataSet _ds_ChangeInPrice = new
DataSet( 100, new DataUpdater_xjal() {
  double _lastUpdateTime = Double.NaN;
  @Override
  public void update( DataSet _d ) {
    if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
    _d.add( time(),
MarketMaker.this.ChangeInPrice );
    _lastUpdateTime = time();
  }
  });
  * Auto-created data set(s) for flow
  */
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public DataSet _ds_flow = new DataSet( 100,
new DataUpdater_xjal() {
  double _lastUpdateTime = Double.NaN;
  @Override
  public void update( DataSet _d ) {
    if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
    _d.add( time(), MarketMaker.this.flow );
    _lastUpdateTime = time();
  }
  });
  * Auto-created data set(s) for PriceSD
  */
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public DataSet _ds_PriceSD = new DataSet(
100, new DataUpdater_xjal() {
  double _lastUpdateTime = Double.NaN;
  @Override
  public void update( DataSet _d ) {
    if ( time() == _lastUpdateTime ) { return; }
    _d.add( time(), MarketMaker.this.PriceSD );
    _lastUpdateTime = time();
  }
  });
  ((ExtAgentWithSpatialMetrics)
_ext).setSpeed( _value, MPS );
  @Override
  @AnyLogicInternalCodegenAPI
  public void onReceive( Object _msg_xjal,
Agent _sender_xjal ) {
    super.onReceive( _msg_xjal, _sender_xjal );
    Order msg = (Order) _msg_xjal;
    Trader sender = (Trader) _sender_xjal;
    /**Criando uma lista não repetida de ordens de
compra e venda de ações
    Order order = msg;
    int id = order.trader;
    for( int i=0; i<buyOrders.size(); i++)
    for( int i=0; i<sellOrders.size(); i++)
    if(order.type == "Buy"){
    if(order.type == "Sell"){
    }
  }
  }

```