

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

ADRIANO COSTA DA SILVA

**ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE MATEMÁTICA COM CELULAR: uso do
GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial**

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2022**

ADRIANO COSTA DA SILVA

**ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE MATEMÁTICA COM CELULAR: uso do
GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rejane Waiandt
Schuwartz de Carvalho Faria

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2022**

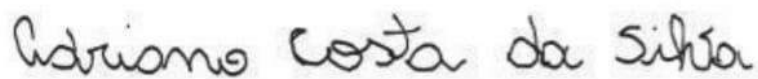
ADRIANO COSTA DA SILVA

**ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE MATEMÁTICA COM CELULAR: uso do
GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial**

Monografia apresentada ao Curso de
Licenciatura em Matemática da Universidade
Federal de Viçosa para obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

APROVADO: 01 de Abril de 2022

ASSENTIMENTO:



Adriano Costa da Silva
Autor



Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria
Orientadora

ADRIANO COSTA DA SILVA

**ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE MATEMÁTICA COM CELULAR: uso do
GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial**

Monografia apresentada ao Curso de
Licenciatura em Matemática da Universidade
Federal de Viçosa para obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

APROVADO: 01 de Abril de 2022

BANCA AVALIADORA:



Caroline Mendes dos Passos
(UFV)



Marli Duffles Donato Moreira
(UFV)



Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria
(Orientadora)

**A Deus, à minha filha Ágatha Vitória, aos meus familiares e
aos meus amigos, companheiros de todas as horas...**

AGRADECIMENTOS

A Deus por minha vida, família e amigos.

À minha filha Ágatha Vitória, pela compreensão do distanciamento e pelo amor incondicional.

À minha mãe Adriana Costa Silva pelo amor, incentivo e apoio ilimitado.

Ao meu pai Jorge Luiz Gomes da Silva “In memoriam”.

À Universidade Federal de Viçosa, pela oportunidade de fazer o curso.

Aos meus amigos de graduação que levarei por toda vida, especialmente minha irmã de curso, Gilmara Natália.

À professora Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria, pela orientação, apoio e confiança.

Às professoras Marli Moreira e Carolina Passos, pelo aceite em compor a banca deste trabalho.

À todos meus professores do Departamento de Matemática da UFV, pelas incríveis experiências.

Educar verdadeiramente não é ensinar fatos novos ou enumerar fórmulas prontas, mas sim preparar a mente para pensar.

Albert Einstein

RESUMO

SILVA, Adriano, Universidade Federal de Viçosa, abril de 2022. **ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE MATEMÁTICA COM CELULAR: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial.** Orientadora: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria.

Ao analisarmos a qualidade do ensino de Matemática no sistema de Educação Básica brasileiro urge a necessidade de metodologias e abordagens que potencializem seu efeito. Neste sentido, este trabalho busca elaborar atividades investigativas de Geometria Espacial com o aplicativo GeoGebra para smartphone. A proposta consiste na construção de uma atividade investigativa voltada para o Ensino Médio. Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo, em que serão descritas as atividades elaboradas, analisando as características das atividades investigativas de sólidos de revolução, no âmbito da temática de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone. As conclusões indicam que os elementos necessários para elaborar atividades investigativas de Geometria Espacial são: formular atividades intencionais, com foco no desenvolvimento do raciocínio matemático; elaborar questões pautadas na manipulação e exploração de propriedades por meio das tecnologias digitais; privilegiar aplicações práticas do conteúdo.

Palavras-Chaves: Ensino Médio; Smartphone; Sólidos de Revolução; Tecnologias Digitais.

ABSTRACT

SILVA, Adriano, Universidade Federal de Viçosa, abril de 2022. **RESEARCH ACTIVITIES IN MATHEMATICS WITH SMARTPHONE: use of GeoGebra for teaching Spatial Geometry.** Advisor: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria.

When analyzing the quality of Mathematics teaching in the Brazilian basic education system, there is an urgent need for methodologies and approaches that enhance its effect. In this sense, this work seeks to develop investigative activities of Spatial Geometry with the GeoGebra application for smartphone. The proposal consists in the construction of an investigative activity focused on High School. This is a qualitative research, in which the activities developed will be described, analyzing the characteristics of the investigative activities of solids of revolution, within the scope of the theme of Spatial Geometry with GeoGebra for smartphone. The conclusions indicate that the necessary elements to elaborate investigative activities of spatial geometry are: formulating intentional activities, focusing on the development of mathematical reasoning; to elaborate questions based on the manipulation and exploitation of properties through digital technologies; privilege practical applications of the content.

Keywords: High School; Smartphone; Revolution Solids; Digital Technologies.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
SMARTPHONE NO ENSINO DE MATEMÁTICA	16
INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA	20
GEOMETRIA ESPACIAL E SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO	22
METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS	23
ANÁLISE DOS MATERIAIS ELABORADOS	25
REFERÊNCIAS	35
ANEXOS	38

INTRODUÇÃO

A motivação dessa pesquisa surgiu e foi aguçada em minha graduação, no curso de Licenciatura em Matemática, da afinidade que eu tinha com a disciplina na Educação Básica. Logo nas primeiras disciplinas fui percebendo o meu gosto por temas da área de Educação Matemática, como o uso de tecnologias nos processos de ensino e de aprendizagem. A busca por metodologias utilizando as tecnologias digitais no ensino, aliada a insatisfação perante aos resultados educacionais brasileiros optei por cursar a disciplina de Monografia A (MAT-491) com o intuito de pesquisar sobre potencialidades e práxis com tecnologias digitais no ensino de Matemática. Juntamente com a Profa. Dra. Rejane Faria, orientadora deste trabalho, foi decidido que iríamos investigar as potencialidades e o uso do smartphone na sala de aula de matemática com uma abordagem investigativa, visto que muitas pessoas passaram a possuir o aparelho digital nos últimos anos (IBGE, 2019). Além disso, a abordagem possui diversas características que potencializam os processos de ensino e de aprendizagem, características que serão discutidas adiante neste trabalho.

O interesse pelo conteúdo a ser trabalhado, os Sólidos de Revolução, se originou pelo fato de que o ensino de geometria desenvolve a percepção, conforme verificado por Crowley (1994) e ainda contribui para superar algumas deficiências do ensino de geometria. Além disso, o conteúdo está presente em vários cursos de graduação, como Matemática e Engenharias, seja por sua aplicação no cotidiano, ou por ser um conteúdo importante para o entendimento de outras disciplinas, como o Cálculo.

Durante as últimas quatro décadas o mundo imergiu em uma constante e rápida transformação tecnológica (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; BORBA; PENTEADO, 2001; FARIA, 2016; MALTEMPI; MENDES, 2016; ROMANELLO, 2016; VALENTE, 1993). Isso possibilitou aos setores da nossa sociedade um campo propício para transformação e inovação. Reuniões religiosas são realizadas online quando os fiéis não podem estar juntos fisicamente; instituições financeiras se adaptam para trabalhar com moedas virtuais e pagamento eletrônico online instantâneo; na medicina já são realizadas cirurgias por meio de câmeras e robôs, vacinas para novas doenças são desenvolvidas em um curto período de tempo se comparado às desenvolvidas até então e procedimentos complexos são simplificados com uso de novas tecnologias. Esses são apenas alguns exemplos dentre tantas outras aplicações nas mais diversas áreas da sociedade.

Na educação as transformações também ocorrem, mas ainda de forma tímida, caminhando a passos lentos. Desde a década de 1990, pesquisadores argumentam que:

Será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas da sociedade. Isso será impossível de se atingir sem a ampla utilização de tecnologia na educação. Informática e comunicações dominarão a tecnologia do futuro (D'AMBROSIO, 1996, p. 80).

Com a rápida evolução tecnológica, surge a necessidade de conhecimentos cada vez mais elaborados para a vida social e produtiva, devido à grande diversificação das atividades humanas. Em relação a isso, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) destacam que as tecnologias precisam encontrar espaço próprio no aprendizado escolar, constituindo um instrumento da cidadania para vida pessoal e do trabalho. O documento ainda aponta uma rápida transformação educacional nas décadas que o antecede, em função de uma nova compreensão teórica sobre o papel da escola, estimulada pela incorporação das novas tecnologias.

Nós criamos uma civilização global em que os elementos mais cruciais – o transporte, as comunicações e todas as outras indústrias, a agricultura, a medicina, a educação, o entretenimento, a proteção ao meio ambiente e até a importante instituição democrática do voto – dependem profundamente da ciência e da tecnologia. Também criamos uma ordem em que quase ninguém compreende a ciência e a tecnologia. É uma receita para o desastre. Podemos escapar ilesos por algum tempo, porém mais cedo ou mais tarde essa mistura inflamável de ignorância e poder vai explodir na nossa cara. (SAGAN, 1995, p.44).

Uma das principais características comum entre os países bem avaliados pelo Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) é o uso da tecnologia no sistema de ensino, porém, vale ressaltar que ela é uma ferramenta necessária nos processos de ensino e de aprendizagem, mas não configura a característica de ser suficiente, pois é preciso também investimento na relação aluno-aluno e professor-aluno, na autonomia do professor, dentre outros, e isso pode ser facilitado com o uso de tecnologias no ensino.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) (BRASIL, 2018) a defesa e o esclarecimento sobre a importância do uso de tecnologias no ensino são também muito discutidos. No documento é evidenciado o quanto a sociedade vem se transformando de maneira rápida, devido ao avanço tecnológico e o quanto isso influencia o contexto escolar. O texto diz que uma das competências para o século é que os jovens possam:

Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas

práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva. (BRASIL, 2018, p. 9)

Segundo o documento, essas competências se tornam necessárias, devido a imersão tecnológica que a sociedade está envolvida e que grande parte do conhecimento desenvolvido pela humanidade está armazenado digitalmente. O documento ainda reforça que o uso das tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações. O documento ainda aponta que o uso das tecnologias pode exercer influências negativas ou positivas, em relação a isso, alertando que é necessário assegurar aos estudantes a análise e o uso consciente e crítico das tecnologias, observando seus objetivos circunstanciais e suas finalidades a médio e longo prazos, explorando suas potencialidades e evidenciando seus limites na configuração do mundo contemporâneo.

Nesse cenário, esta pesquisa de cunho qualitativo nasce do anseio de investigar o uso do smartphone para o ensino de matemática e, mais especificamente, para o ensino de Geometria Espacial com o aplicativo GeoGebra para smartphone. O uso do celular inteligente, se utilizado de forma relevante e com intencionalidade, pode potencializar o ensino no âmbito da matemática escolar. Assim, este trabalho está sendo norteado pela seguinte questão de pesquisa:

Quais características das atividades investigativas de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone?

Buscando possíveis respostas para o questionamento exposto, foram traçados o seguinte objetivo geral:

Elaborar atividades investigativas de Geometria Espacial com o aplicativo GeoGebra para smartphone.

Este objetivo se desenvolve nos seguintes objetivos específicos:

- Criar uma atividade investigativa mediada pelo smartphone para o ensino de geometria espacial, explorando o tema sólidos de revolução, voltada para alunos do Ensino Médio;
- Propor o uso do smartphone na sala de aula de matemática com uma abordagem investigativa;

- Criar um GeoGebra Book para a divulgação dos materiais elaborados.

Este trabalho é composto por sete seções, além das conclusões, referências e anexos. Nesta primeira seção, foi apresentada a origem deste estudo, a questão norteadora e seu objetivo. Na seção seguinte, a temática das Tecnologias Digitais no Ensino da Matemática, é abordado. Afunilando a discussão, é discorrido sobre o smartphone no ensino de Matemática. A seguir, são apresentadas as seções de Investigação Matemática; e de Geometria Espacial e Sólidos de Revolução. Dando continuidade, são expostos a metodologia e os procedimentos adotados. Por fim, a análise dos materiais elaborados é realizada.

TECNOLOGIAS DIGITAIS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Há décadas o uso das tecnologias no Ensino de Matemática vem sendo defendido. De forma visionária, Borba e Penteado (2001) já alertavam sobre a reorganização do pensamento causada pela inovação tecnológica, ao argumentar que o uso da informática na construção do conhecimento constitui:

[...] uma nova extensão de memória, com diferenças qualitativas em relação às outras tecnologias da inteligência e permite que a linearidade de raciocínios seja desafiada por modos de pensar, baseados na simulação, na experimentação e em uma “nova linguagem” que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantâneas. (BORBA, PENTEADO; 2001, p. 46).

As discussões sobre o uso das tecnologias digitais (TD) na educação, em especial na sala de aula de matemática, iniciaram nos anos 1980 e sua utilização nesse contexto tem sido recomendada em documentos oficiais das últimas décadas.

Nos (PCN) (BRASIL,1998) é recomendado que se utilize as tecnologias em todo sistema de ensino, nele é evidenciado a importância que essas ferramentas possuem nos processos de ensino e de aprendizagem, assim como a compreensão de que seu impacto na sociedade está associado ao desenvolvimento científico na vida pessoal, nos processos de produção, no desenvolvimento do conhecimento e na vida social dos indivíduos. O documento também relata que o impacto tecnológico exigirá competências que vão além da simples manipulação dos instrumentos, devido à rápida velocidade de surgimento e renovação de saberes e de formas de fazer em todas as atividades humanas. Com isso o texto traz uma nova exigência para o mundo do trabalho, que é a de aprender continuamente em um processo não mais solitário, o que favorece o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os

quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento, o que corrobora para diferentes formas de pensar matemática.

De acordo com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), a utilização das tecnologias digitais no ensino de matemática foi marcada por quatro fases. Recentemente, com o destaque do uso de vídeos na Educação, Borba, Souto e Canedo-Junior (2022) destacaram o surgimento da quinta fase.

Na primeira fase, em meados da década de 1980, destaca-se o uso de calculadoras simples e a utilização do software Logo e suas possibilidades no que diz respeito à construção de objetos geométricos, como a construção de segmentos de reta e ângulos por uma série de comandos. O software trabalhava como uma linguagem de programação que, inicialmente, foi utilizada com o intuito de preparar professores para usar as novas tecnologias.

A segunda fase, iniciada nos anos de 1990, é marcada pela presença dos computadores pessoais, e o desenvolvimento de softwares de geometria dinâmica e de representação gráfica de funções, esta fase é marcada pelo investimento de empresas, governos e pesquisadores em softwares educacionais.

Já a terceira fase teve início no final da década de 1990 e foi marcada pelo rápido avanço do sistema de internet. Foi nessa fase que o termo tecnologia de informação e comunicação (TIC) foi mais difundido, devido ao poder de comunicação que os aparelhos eletrônicos adquiriram. Na área de Educação Matemática as pesquisas avançaram e começou a se repensar o ensino de matemática para o novo cenário. Nessa fase ocorrem investigações com o software Winplot como possibilidade de construção coletiva do conhecimento matemático em um ambiente virtual.

A quarta fase é marcada pela internet rápida, teve início no ano de 2004 e suas principais características são a facilidade de comunicação e as funcionalidades que os aparelhos eletrônicos possuem. Nessa fase torna-se comum o uso da expressão tecnologias digitais caracterizando a diversidade de aplicações e possibilidades que as mesmas trouxeram para o contexto atual, no campo da investigação matemática essa fase torna-se um ambiente fértil, frente a mudanças provocadas pelo uso das tecnologias digitais (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

A quinta e atual fase é caracterizada pelo uso de vídeos nas aulas de matemática, e a mudança de visão quanto às tecnologias digitais na Educação Matemática pois a covid-19, doença que deu origem a uma pandemia global a partir do ano de 2020, transformou

consideravelmente as relações de uso das tecnologias digitais. Nesse cenário, o uso de vídeos passou a ser considerado uma forma de avaliar, de expressar Matemática, e de produzir conhecimento coletivo. Por meio deles, é possível substituir provas e testes por outras formas que permitam não somente avaliar, mas também envolver os alunos de modo flexível e qualitativo, utilizando atividades em que os vídeos digitais contribuem para uma sala de aula de Matemática em transformação” (BORBA, SOUTO, CANEDO-JUNIOR, 2022).

Todas essas fases se entrelaçam de tal modo que as tecnologias que foram amplamente utilizadas na primeira fase ainda ocupam o cenário na última (FARIA; ROMANELLO; DOMINGUES 2018). Analisando a inserção das tecnologias digitais no ensino de matemática da perspectiva das fases das tecnologias digitais apresentadas em Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), é possível compreender que a educação também tem sido modificada pelas tecnologias.

No Brasil, a inclusão das tecnologias no ensino é garantida pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9394/96 desde as alterações nela realizadas em 2006 e em 2017 (leis nº 11.274 de 2006 e nº 13.415 de 2017). Buscando integrar as tecnologias digitais às escolas, diversos estados e municípios construíram nas instituições de ensino laboratórios de informática. Contudo, por falta de planejamento, atualização dos equipamentos, capacitação dos professores e disponibilização de corpo técnico capacitado, muitos deles se tornaram subutilizados pelas escolas do país (ZAMPIERI; JAVARONI, 2018).

Nos dias atuais, imersos no cenário da quarta fase, temos um campo fértil para pesquisas com tecnologias digitais no ensino de matemática (GERSTBERGER, 2015; LADEIRA, 2015; NASCIMENTO, 2014; RIBAS, 2012). Esse campo é ainda mais promissor quando se trata dos smartphones, devido a suas inúmeras funcionalidades educacionais somadas com o seu poder de alcance.

Não é apenas a utilização dos celulares nas salas de aula, mas a utilização da internet por meio dos celulares inteligentes. Dessa forma, possibilita-se o trabalho com o celular tanto no que diz respeito aos aplicativos disponíveis, que estão cada vez mais sendo desenvolvidos, quanto ao acesso à internet. A ideia de um celular por aluno é pensada pela facilidade de acesso do aluno a um dispositivo móvel, e a um acesso instantâneo (BORBA; LACERDA, 2015, p. 500).

Segundo a pesquisa nacional por amostra de domicílios contínua de 2019, realizada pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a principal forma de acesso à internet pelos brasileiros se dá unicamente pelo smartphone. Porém, a pesquisa ressalta que a

implementação das tecnologias digitais na Educação Básica em todo território nacional não é ainda uma tarefa simples, revelando que 12,6 milhões de domicílios ainda não tinham internet e muitos dos que tinham, possuíam poucos aparelhos para ser acessado por muitas pessoas da mesma casa. Segundo a pesquisa, outro fator que compromete a utilização ideal das tecnologias digitais, é a instabilidade de sinal de internet em muitas regiões brasileiras.

Outro problema que torna precário o trabalho com as tecnologias digitais no ensino, são deficiências na formação inicial e continuada do professor, que tem pouco embasamento teórico e pouca ou nenhuma prática no que tange os processos de ensino e de aprendizagem com tecnologias (RIBAS, 2012).

Destaco ainda que a falta de investimentos educacionais na infraestrutura do sistema de ensino público brasileiro e na carreira do professor, aliado à não flexibilidade do currículo, induz os professores a adotarem práticas tradicionais, que não favorecem um ganho qualitativo na formação dos alunos (FARIA; ROMANELLO; DOMINGUES, 2018). O engessamento do currículo em um país diversificado e extenso como o Brasil pode fragilizar a autonomia dos estados, escolas e professor, uma característica que tem sido fundamental para nos países bem avaliados no PISA. Com isso, professores ficam cada vez mais restritos a trabalhar na sua zona de conforto, o que os impede de utilizar e desenvolver metodologias que contribuam para o aprimoramento de habilidades e competências, para o convívio na sociedade atual de forma justa e consciente.

Mesmo em um cenário com tantos entraves, a utilização das tecnologias digitais nas salas de aula de matemática são uma necessidade devido às cobranças da sociedade nos dias atuais. Logo, é preciso que professores e alunos enxerguem o smartphone como um material de ensino e, para isso, nasce a necessidade de pesquisas e discussões que contemplem essa temática, pois a produção de conhecimento matemático é condicionada pela tecnologia utilizada, o que nos leva a considerar que as tecnologias não são neutras ao pensamento matemático (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

SMARTPHONE NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Com o avanço tecnológico, mencionado na seção anterior, o smartphone se tornou comum na vida de muitas pessoas, inclusive no ambiente escolar (IBGE, 2019). À medida que a tecnologia vai avançando, torna-se cada vez mais necessário que o conhecimento escolar acompanhe esse desenvolvimento.

Segundo a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios de 2019, houve um aumento no acesso à internet no Brasil e 82,7% dos domicílios brasileiros possuem fornecimento do serviço. Esse aumento foi perceptível também na zona rural, apesar de ainda ser mais expressivo nos centros urbanos. A parcela das residências em que havia aparelho celular alcançou 94% da população. Entre os brasileiros com 10 anos de idade ou mais, a mesma pesquisa aponta que a utilização da internet subiu de 74,7%, em 2018, para 78,3%, em 2019, e esse aumento veio junto com o aumento de acesso à internet por meio de celular e de televisão, e com a diminuição do percentual de pessoas que acessam a Internet por meio de computador ou tablet. Além disso, 81% tinham telefone móvel celular para uso pessoal. A pesquisa ainda revela que o número de residências que possuíam o microcomputador diminuiu. E a principal finalidade do acesso à internet está relacionado a enviar ou receber mensagens de texto, voz ou imagem, conversar por chamada de voz ou vídeo e assistir vídeos.

Com o crescente acesso ao smartphone e a imersão deles no ambiente escolar, cabem ainda pesquisas sobre a temática e o desenvolvimento de metodologias que apontem as potencialidades da sua utilização no cenário educacional, pois é inegável o seu uso como um recurso educacional (BORBA; LACERDA, 2015.). Com isso, se torna importante a divulgação e o fomento de pesquisa explorando as potencialidades desses recursos, tanto na formação inicial quanto na continuada dos professores. O projeto “Um Celular por aluno”, discutido em Borba e Lacerda (2015), se torna cada vez mais viável com o aumento do acesso ao smartphone pelos brasileiros.

Nesse contexto, podemos almejar metodologias de trabalho ousadas e interativas, o que nos permite discutir suas potencialidades no ensino de Matemática. A BNCC (BRASIL, 2018) destaca os impactos causados pela imersão social das tecnologias nos dias atuais e evidencia um maior protagonismo dos estudantes, envolvendo-se diretamente em novas formas de interação multimidiática e multimodal e de atuação social em rede, que se realizam de modo cada vez mais ágil, o que sugere pensar na inserção destas tecnologias, em especial o smartphone devido ao seu aumento expressivo de acesso, no sistema de ensino. O documento ainda sugere a utilização do smartphone como um instrumento mediador nas práticas de ensino para aquisições de habilidades e competências tais como a de obtenção de informações e representações espaciais.

Segundo Nakashima (2006), a inovação tecnológica na educação é capaz de tornar os processos de ensino e de aprendizagem mais completo, formando alunos mais participativos e

críticos e com conhecimento mais amplo. Com isso, urge a necessidade de, cada vez mais, ser difundido o uso das tecnologias nos ambientes de aprendizagem. Com a facilidade do acesso ao smartphone somado ao rápido desenvolvimento de softwares e aplicativos voltados para o ensino, o seu uso na sala de aula permite a inovação tecnológica imediata no sistema educacional, em especial no ensino de matemática. Para que esses recursos se façam presentes no ambiente escolar de forma eficaz deve haver uma colaboração mútua entre, escola, alunos, professores, pais e demais membros da comunidade escolar, de tal forma que todos ampliem o olhar sobre essa tecnologia digital e seus recursos.

A utilização do smartphone aumenta o interesse dos estudantes pelo conhecimento e é de fácil aceitação por eles, visto que já faz parte do cotidiano. Contudo, a utilização da tecnologia requer um conhecimento básico prévio, pois o aluno que não souber lidar com as ferramentas básicas do smartphone apresentará dificuldades de aprendizagem mediado por essa tecnologia e, conseqüentemente, poderá se sentir excluído das oportunidades de inserção social e de desenvolvimento no que tange a aprendizagem escolar. Então, antes mesmo de inserir uma abordagem com o smartphone na sala de aula, é preciso criar atividades para que o aluno saiba ler e interpretar a linguagem e as imagens geradas no aplicativo a ser utilizado. Além disso, o professor deve perceber que a utilização deste recurso requer cuidados epistemológicos, pois ele irá trazer configurações diferentes para o sistema de ensino. Modificações como essas vão demandar e induzir novos conceitos de avaliação, pois a utilização das tecnologias altera até mesmo a organização cognitiva das pessoas envolvidas no processo de aprendizagem (CLARK, 2001).

Destaco ainda que, para introduzir os smartphones na sala de aula, é importante que os professores estejam capacitados para trabalhar com esse recurso. Segundo Lévy (1999), grande parte das informações adquiridas por uma pessoa estará ultrapassada no final de sua carreira, o que torna importante o comportamento de formação constante durante toda sua trajetória profissional. É nesse sentido que, ao implementar tecnologias no ensino, o professor é um dos responsáveis pelo seu sucesso, seja pela aceitação do aluno que é motivado pelo novo, ou pelo comprometimento com o ensino que essa ferramenta deve proporcionar na execução da metodologia escolhida. Quando o professor não se sente apto para trabalhar com os recursos das tecnologias digitais, o peso da responsabilidade quanto ao ensino utilizando smartphones acaba inibindo o trabalho do professor, e interrompe o encantamento do aluno em poucos minutos de aula sem que o docente atinja o objetivo inicial. Assim, é de extrema

importância o investimento na formação inicial e continuada dos professores voltado para o uso do smartphone no ensino de matemática, pois se a formação do professor for precária, dificilmente será possível implementar atividades com essa tecnologia.

Ressalto ainda alguns cuidados importantes que o professor deve tomar, no que tange o trabalho com as tecnologias na sala de aula de matemática segundo Borba e Penteado (2001), que embora não sejam novas, ainda são atuais. O primeiro deles é que o professor não deve ter a crença de minimizar a potencialidade que o recurso oferece para trabalhar em sua zona de conforto. Ele precisa acreditar que a utilização do aparelho tecnológico permite uma aprendizagem eficiente e, quando bem planejada, motiva os alunos para construção do conhecimento. O segundo é que o professor não pode supervalorizar o papel da tecnologia empregada em suas aulas. Precisa estar claro que em nenhum momento ela substituirá o papel fundamental do professor.

Além disso, a utilização demasiada deste recurso não é garantia de formação de pessoas mais inteligentes ou de sucesso no sistema de ensino, o professor precisa se encontrar ao utilizar o recurso de tal forma que as tecnologias digitais potencializem os processos de ensino e de aprendizagem. Perante a isso, dois conceitos comportamentais, indesejáveis para o perfil do professor, surgem: O primeiro deles é o tecnófobo, ou seja, aquele que considera uma ameaça aos seus valores o uso de qualquer tecnologia que eles não tenham usado desde pequenos (DEMO, 2009). O segundo é o tecnófilo, que é aquele que acredita que as novidades tecnológicas têm a resposta para todos os problemas relacionados ao ensino e à aprendizagem escolar (DEMO, 2009). Sendo assim, os professores devem estar abertos a conhecer e testar novas tecnologias no ensino, assim como devem considerar o conhecimento prático teórico acumulado como a importância da relação entre os alunos e a relação entre aluno e professor.

É possível observar, por diversos fatores, que os smartphones merecem atenção voltada aos recursos que eles têm a oferecer para serem utilizados em sala de aula, sendo necessário investigar as influências do uso do aplicativo após a utilização em aula, desenvolver aplicativos matemáticos para serem utilizados pelos professores como um recurso didático-pedagógico e incentivar os alunos a pesquisarem aplicativos matemáticos para serem explorados (ROMANELLO, 2016).

É necessário ter a compreensão de que as tecnologias digitais na educação têm o papel de subsidiar o professor na sua prática docente de tal modo que o processo de construção do

conhecimento seja facilitado, contribuindo para uma formação participativa e crítica dos alunos. Então, com conhecimento sobre o uso do smartphone no Ensino de Matemática, formação adequada nas metodologias utilizando essa tecnologia, planejamento adequado e investimentos em equipamentos e em equipe técnica especializada é possível que ele se faça cada vez mais presente nos ambientes escolares de forma efetiva.

INVESTIGAÇÃO MATEMÁTICA

Quando refletimos sobre investigação matemática logo nos surge a ideia de que se trata do trabalho de grandes nomes da matemática, como Tales, Leibniz e Pitágoras. Devido ao fato desse campo do conhecimento ter ficado por muitos anos restrito a um grupo seleto de pessoas que dedicaram suas vidas a investigação a esta área do conhecimento, e a crença de que se trata de algo complexo e pouco acessível. No meio acadêmico e profissional esse comportamento investigativo se manifestou por diversos trabalhos e pesquisas que, por vezes, não foram bem sucedidos nas primeiras tentativas, mas seus resultados puderam servir de base para que outros matemáticos tivessem soluções bem sucedidas ou descoberta de novos conhecimentos.

Por exemplo, Euclides e muitos outros matemáticos tentaram demonstrar o postulado que recebe seu nome, “O Quinto postulado de Euclides”, mas não obtiveram sucesso. A primeira tentativa de demonstração de que há registro é de Ptolomeu de Alexandria (c. 90 - 168). Outra tentativa registrada é a do padre jesuíta G. Saccheri (1667 - 1733), talvez o primeiro a ensaiar uma abordagem inteiramente nova para esse problema. No seu último livro “*Euclides ab omni naevo vindicatus*” Saccheri tentou utilizar a técnica de redução ao absurdo, admitindo a negação do quinto postulado de Euclides com o objetivo de obter alguma contradição. Embora não tenha obtido sucesso, sua investigação levou à descoberta da geometria não euclidiana. De igual modo, a geometria de Lobachevski e a hiperbólica tiveram seu início nas investigações feitas na tentativa de provar o quinto postulado de Euclides, e também tiveram grande importância para as ciências no século XX (BARBOSA, 2011).

Esses exemplos servem para destacar a importância da prática investigativa na matemática, tanto para a aprendizagem individual, quanto para o legado que é deixado para a Matemática como campo científico. Mas a prática investigativa não se restringe aos grandes profissionais da área. Segundo Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p.23) as investigações matemáticas como atividades de ensino e de aprendizagem propiciam o espírito da atividade

matemática genuína. Com essa prática, segundo os autores, o aluno irá se comportar da mesma forma que um matemático profissional, desenvolvendo sua autonomia e suas habilidades exploratória e criativa.

Para os autores, a realização de investigações matemáticas nos processos de ensino e de aprendizagem envolvem quatro momentos principais. O primeiro tange ao reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo refere-se ao processo de formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último, diz respeito à argumentação, demonstração e avaliação do trabalho realizado. Nesse sentido os autores argumentam que a metodologia vai além dessas atividades:

[...] o aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e com o professor. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009, p. 23).

Na investigação matemática, o aluno não dispõe de um método que permite a resolução imediata de uma questão ou atividade. É preciso que ele encontre caminhos e teste possibilidades para obtenção de uma solução. Deste modo,

Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado a cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo. (BRAUMANN, 2002, p. 5).

Segundo essa concepção, a metodologia de investigação matemática no ensino se mostra promissora para um ensino de qualidade, o que não descaracteriza a importância de conhecer e se inteirar de procedimentos, técnicas, propriedades e métodos de resoluções já existente, mas enfatiza a importância de aprender a chegar nesses resultados e inferir sobre eles, aliando o conhecimento construído ao raciocínio para obter generalizações e novos conhecimentos. É nesse sentido que Braumann (2002) argumenta que ensinar matemática sem as facetas da investigação é como aprender a andar de bicicleta olhando outra pessoa andar. De igual modo, por se tratar de uma tarefa muito complexa, na investigação matemática torna-se extremamente necessário que o aluno participe da construção de seu conhecimento de forma crítica e consciente para que a aprendizagem ocorra.

Ainda no que diz respeito às investigações matemáticas, Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), discutem sobre a forma de avaliação. Os autores relatam que é necessário apostar em instrumentos variados de avaliação de natureza oral e escrita, podendo ser utilizados relatórios, registros de observação e apresentação oral, trabalhando individualmente ou em grupo, o que possibilita e orienta a prática docente e informa aos discentes sobre o seu desempenho. Assim, utilizando atividades abertas e planejadas que necessitam do envolvimento dos alunos para sua resolução, com as investigações matemáticas é possível obter conclusões diferentes dependendo do raciocínio matemático empregado, de tal forma que o professor deverá planejar a aula, mas isso não é garantia de que tudo ocorrerá conforme planejado.

Da perspectiva das investigações matemáticas, os processos de ensino e de aprendizagem possuem uma concepção educativa no qual o educando participa e se compromete com seu aprendizado de forma crítica e consciente, ou seja, uma formação dos alunos por uma metodologia ativa (BORGES; ALENCAR, 2014). E é esse o nosso intuito, contribuir para um ensino de matemática que coloque o aluno em uma posição ativa, ideia que vai ao encontro da educação libertadora, pois valoriza o diálogo, desmistifica a realidade e estimula a transformação social através de uma prática conscientizadora e crítica (FREIRE, 1996).

GEOMETRIA ESPACIAL E SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO

Geometria Espacial é a área da matemática que estuda figuras geométricas tridimensionais, ou seja, que possuem comprimento, largura e altura. A principal característica dos sólidos espaciais é possuir volume, por isso é possível afirmar que a Geometria Espacial tem foco no estudo de formas que ocupam lugar no espaço (DOLCE; POMPEO, 2005).

Dentre os sólidos geométricos compreendidos nessa área da matemática, neste estudo o foco está nos Sólidos de Revolução, que são figuras sólidas obtidas pela rotação de um plano de curva em torno de alguma linha reta, denominado eixo, que se situa no mesmo plano. Assim, ao ser rotacionado, um retângulo pode se tornar um cilindro, um triângulo pode se tornar um cone e um semicírculo pode se tornar uma esfera.

Os Sólidos de Revolução estão presentes em nosso dia a dia na arquitetura das casas e edifícios que compõem as cidades e em diversos objetos, como uma lata de refrigerante, uma

pilha, uma bola, um cone de trânsito, dentre outros. Nessa pesquisa, os Sólidos de Revolução que enfatizamos nas atividades foram esfera, cone, cilindro, pirâmide e seus troncos.

METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS

Este trabalho possui o objetivo de elaborar atividades investigativas de Geometria Espacial com o aplicativo GeoGebra para smartphone, e para isso, será desenvolvida uma pesquisa de cunho essencialmente qualitativo. A pesquisa qualitativa possui um caráter exploratório, dessa forma durante a realização das atividades propostas serão exploradas as potencialidades do uso do GeoGebra no smartphone com uma abordagem investigativa. Este método de pesquisa traz subjetividade aos dados colocados, por partir da interpretação dos pesquisadores:

[...] a pesquisa qualitativa é uma atividade situada que localiza o observador no mundo. Consiste em um conjunto de práticas materiais e interpretativas que dão visibilidade ao mundo. Essas práticas transformam o mundo em uma série de representações, incluindo as notas de campo, as entrevistas, as conversas, as fotografias, as gravações e os lembretes. Nesse nível, a pesquisa qualitativa envolve uma abordagem naturalista, interpretativa, para o mundo, o que significa que seus pesquisadores estudam as coisas em seus cenários naturais, tentando entender, ou interpretar, os fenômenos em termos dos significados que as pessoas a eles conferem (DENZIN; LINCOLN, 2006, p. 17).

Como alerta Araújo e Borba (2013), toda pesquisa parte de uma inquietação inicial e um planejamento flexível que não sufoca a realidade, e que deve ser aberto às adaptações inesperadas que possam ocorrer. Sendo assim, para possibilitar o ensino de Geometria Espacial por uma abordagem investigativa será proposta uma atividade com o uso do smartphone no Ensino Médio, motivados pela pergunta que norteia essa pesquisa: *Quais características das atividades investigativas de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone?*

Bicudo (1993) salienta que o ato de pesquisar é o ato de estar ao redor da pergunta, sendo ela a parte fundamental de uma pesquisa além do cuidado, rigor e sistematicidade. E partindo dela, o ato de sua compreensão em “abordagens qualitativas não se preocupam em fixar leis para se produzir generalizações. Os dados da pesquisa qualitativa objetivam uma compreensão profunda de certos fenômenos sociais apoiados no pressuposto da maior relevância do aspecto subjetivo da ação social” (GOLDENBERG, 1997, p. 49). Desta forma, para se buscar explicações sobre a pergunta norteadora serão descritas as atividades

elaboradas, analisando as características das atividades investigativas de sólidos de revolução, no âmbito da temática de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphone, voltadas para alunos do Ensino Médio.

No Brasil, o ensino público concentra 82,4% dos alunos do Ensino Médio (INEP/MEC, 2021). A escolha da elaboração das atividades voltadas para o segmento de ensino mencionado é motivada pelos problemas encontrados no processo de evasão escolar (INEP/MEC), com intuito de fornecer atividades que sejam do interesse dos discentes (BRASIL, 2020). O conteúdo a ser abordado consiste no eixo de geometria, por se tratar de um tema que tem um forte envolvimento com diversas atividades humanas, seja pelo seu uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, ou no cotidiano (LORENZATO, 1995). A fim de possibilitar a exploração de habilidades e competências expressas na BNCC, tais como o desenvolvimento do pensamento espacial, representações espaciais e o estabelecimento de relações com o mundo físico, a temática das atividades são os sólidos de revolução, que possuem diversas aplicações no cotidiano, além de desenvolver o raciocínio lógico e espacial nos estudantes (BRASIL, 2018).

Para a elaboração da atividade investigativa será utilizado o aplicativo GeoGebra (Figura 1), a escolha da tecnologia se deu devido ao instrumento apresentar requisitos considerados, por Freire e Prado (1999), fundamentais para a utilização com fins pedagógicos, a saber: interface amigável, fácil interação, funções lúdicas, feedback imediato. Além disso, possui versão em Português e não necessita que o smartphone esteja conectado a uma rede de internet.



Figura 1: Logo do GeoGebra para smartphones
Fonte: <http://geogebra.org>

Para divulgação das atividades, foi criado um GeoGebraBook¹, um espaço virtual para reunir os diversos recursos e elementos multimídiais, conforme descreveremos na seção seguinte.

¹ O GeoGebraBook é uma coleção de materiais e folhas de trabalho baseados no GeoGebra. Ele permite a organização de *applets* do GeoGebra e materiais em livros *online* dinâmicos e interativos para aprendizagem e ensino (Fonte: <https://www.geogebra.org/m/kC3EpQtS>). O GeoGebraBook “SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO EM UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA” está disponível em <https://www.geogebra.org/m/bvrvb4ht>.

ANÁLISE DOS MATERIAIS ELABORADOS

Buscando possíveis respostas para a pergunta que norteia essa pesquisa, vamos analisar as atividades investigativas de Geometria Espacial com o aplicativo GeoGebra para smartphone elaboradas. No processo de elaboração das atividades, iniciamos determinando um recorte do conteúdo, já que se trata de um tema muito abrangente. Nossa escolha foi pelos sólidos de revolução, com atividades investigativas voltadas para alunos do Ensino Médio.

Para familiarização dos alunos com a ferramenta que seria utilizada nas atividades foi elaborado um material que servirá de apoio para os discentes na realização da prática investigativa (Anexo 1). Nele consta uma apresentação da atividade a ser desenvolvida, informações de como e onde instalar a ferramenta, e suas principais funcionalidades. Além disso, inicialmente o material convida os alunos a realizarem construções elementares que auxiliarão na solução das situações propostas, por meio de conceitos sobre sólidos de revolução, como a representação de um ponto e figuras planas no espaço tridimensional, a construção de segmentos e retas, e a revolução de objetos planos em torno de uma reta, assim como a imagem que esses formam ao habilitar a função rastro no aplicativo.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009) afirmam que a apresentação de uma situação problema pode ser mais vantajosa quando é feita por um material que será disponibilizado ao aluno em detrimento da apresentação oral, pois assim o discente poderá consultar o que é pedido sempre que for necessário e conquistará uma independência maior do professor. Além disso, os materiais de apoio são importantes para orientar as ações dos alunos e dar fluidez ao andamento da aula. Eles são fundamentais quando uma nova tecnologia é apresentada e colaboram para que:

No universo da educação, a utilização de recursos didáticos e da tecnologia inovadora, somados a prática pedagógica adequada, busca despertar o interesse para o aprendizado, pois oferecem um conjunto de recursos importantes e ferramentas de comunicação e informações, tornando-se, assim, um componente essencial de pesquisa e um potente instrumento de ensino-aprendizagem (JUSTINO, 2011, p. 7).

Nessa perspectiva, o material de apoio foi confeccionado para servir como um instrumento importante para o comportamento investigativo do aluno durante o desenvolvimento das atividades. Ao concluir as atividades de reconhecimento do app GeoGebra, são propostas atividades investigativas de Geometria Espacial com enfoque nos

Sólidos de Revolução (também disponíveis no anexo 1). O material é composto de duas atividades investigativas. Ambas convidam os alunos a realizarem construções de edificações, cuja solução utiliza, ainda que de maneira intuitiva, conceitos de sólidos de revolução, como: representação e distância de dois pontos no espaço, construção figuras planas como o retângulo, triângulo retângulo e trapézio no espaço tridimensional, medidas do lado de um segmento, transformação em escala, relação trigonométrica do triângulo retângulo, cálculo de áreas e do volume. Além dos diferentes formatos de apresentação de um sólido de revolução.


Com o objetivo de tornar as atividades mais atrativas aos alunos, elas foram elaboradas de modo que as temáticas fossem contextualizadas, de modo que os alunos são convidados a incorporar na história e dialogar com os personagens. Nesse sentido, é sugerido que seja disponibilizado para cada discente um material contendo as principais informações que poderão ajudar na resolução da atividade, que será realizada no GeoGebra, pois este app otimiza e viabiliza a abordagem matemática na prática investigativa, favorecendo, por exemplo, a criação de conjecturas e seus testes para casos particulares, além das possibilidades de exploração de múltiplas representações por meio de seus diversos recursos (FARIA, MALTEMPI, 2020).

A atividade consiste em utilizar conceitos de geometria plana para confeccionar sólidos de revolução, assim os alunos podem criar no aplicativo figuras planas utilizando comandos fornecidos para rotação de uma figura plana em torno de um eixo para obterem, com a opção do aplicativo de habilitar rastro, o sólido que se deseja. O fornecimento de tal comando não atrapalha a abordagem investigativa, pois a modelagem matemática não é o enfoque da pesquisa e a atividade é rica de elementos investigativos, sendo assim a oferta de tal instrumento não atrapalha o processo investigativo (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009).

A primeira situação propõe a construção de um silo de armazenamento de grãos. Para a realização dessa atividade, os alunos devem elaborar no app GeoGebra uma construção que representa o silo com as características fornecidas, utilizando um cilindro regular reto com cobertura no formato de um cone regular reto (figura 2).

Atividade

Você deverá construir uma representação do silo abaixo no App GeoGebra, e tudo deve ser matematicamente fundamentado para que haja precisão!



Informações do Silo

A base tem um raio de 3 m e uma altura de 15 m, sendo: 12 m da parte cilíndrica e 3 m do topo.

Agora é com vocês!

Figura 2: Atividade investigativa: Construção de silo de armazenamento
Fonte: Elaborada pelos Autores (2022).

Para resolução dessa questão a construção pode ser feita por partes. Primeiro pode ser construído um retângulo e acima dele, um triângulo retângulo no mesmo plano (Figura 3). Com isso, utilizando o comando de rotação de uma figura plana em torno do eixo de rotação e habilitando o rastro da figura plana podemos identificar o sólido formado.

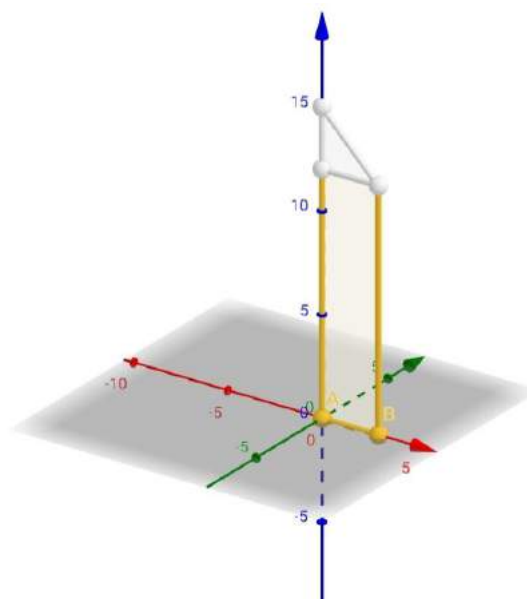


Figura 3: Confeção da solução da primeira situação em duas etapas no app GeoGebra
Fonte: Elaborada pelos Autores (2022).

A segunda situação (Figura 4) propõe a construção de uma réplica do Museu de Arte Contemporânea de Niterói- RJ, que tem a cobertura no formato de um tronco de cone regular reto invertido, sustentado por um cilindro circular reto. É solicitado que as dimensões reais das construções sejam mantidas e fornecidas para os alunos de tal forma que, com caráter investigativo, os alunos possam identificar a importância da escala para realizar representações. Ressaltamos que alteramos uma única informação, se comparado aos dados da construção original do museu. Trata-se do ângulo de inclinação da cobertura em relação ao solo. Segundo a ficha técnica, a inclinação da cobertura com o solo é de 40° . Na atividade essa inclinação foi adotada com 45° , pois a tangente desse número é um número inteiro, e isso facilitaria a representação de pontos no aplicativo. Durante a realização dessa atividade, os alunos devem ser convidados a elaborar a construção que representa o edifício Museu da Arte Contemporânea de Niterói, utilizando conceitos sólidos de revolução, no app GeoGebra.

Cliente 2: Queremos construir uma versão do Museu de Arte Contemporânea de Niterói-RJ aqui, na nossa cidade, Solicitamos que sua empresa desenvolva um projeto dessa construção.

Agora você deverá construir uma representação do Museu de Arte Contemporânea de Niterói-RJ no App GeoGebra, e tudo também deve ser matematicamente fundamentado para que haja precisão!

Informações:

- Estrutura radial de 16 m de altura, com cobertura de 50 m de diâmetro, sustentada por solo central cilíndrico de 9 m de diâmetro.
- Altura do cilindro é de 4 m em relação ao chão.
- Inclinação de 45° da parte superior do edifício com o plano horizontal do chão. A cobertura do cilindro é uma cúpula de 50 m de diâmetro.
- A cobertura do cilindro é uma cúpula de 50 m de diâmetro.
- A fachada em vidro do edifício é formada por placas de vidro de 4,8 m de comprimento e 1,85 m de largura, e também possui inclinação de 40° do plano horizontal do chão.

Agora é com vocês!

Figura 4: Atividade investigativa: Museu da Arte Contemporânea
Fonte: Elaborada pelos Autores (2022).

Elaborar o enunciado é parte importante do processo de investigação na sala de aula de matemática, pois, para que o aluno adote uma postura investigativa, ele deve ser motivado a querer trabalhar naquele caso, além do mais, quanto mais interessante for para o aluno a situação problema, mais ele se manterá focado para sua resolução. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2009), o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da

aprendizagem. Para tanto, é recomendado que sejam elaboradas atividades sem que o aluno participe ativamente, e que promovam investigação, comunicação matemática, argumentação, criação e teste de conjecturas.

Por fim, nas atividades investigativas são propostos questionamentos sobre conteúdos de sólidos geométricos, para exploração das propriedades dos sólidos de revolução.

Em ambas situações, a forma e a ordem com que essas construções podem ser criadas varia.

Dentre as possíveis soluções da primeira e segunda situação, por exemplo, encontramos a construção de um plano e nele uma figura plana e um eixo de rotação, como na imagem à esquerda na figura 4. Outra forma de realização seria a construção do sólidos por comando algébricos através de representações de pontos no espaço que irão compor seus vértices, como na imagem à direita da figura 5.

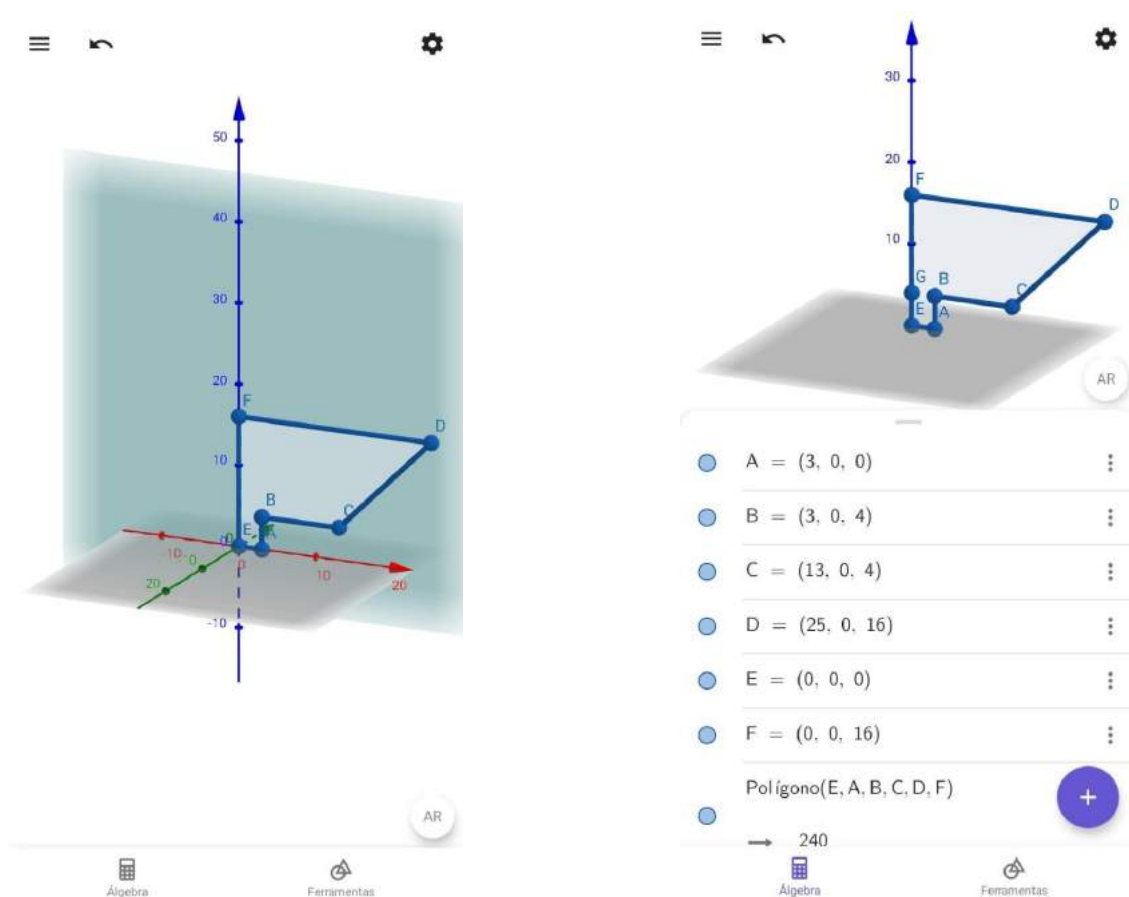


Figura 5: Confeção da solução da segunda situação no app GeoGebra
Fonte: Elaborada pelos Autores (2022).

Para resolução da questão do museu, a construção também pode ser feita por partes. Primeiro pode ser feito um retângulo e acima dele um trapézio com um dos seus lados

perpendiculares à base, e esse lado, assim como o lado maior do retângulo pertencente a reta que definiremos como sendo o eixo de rotação (Figura 6). Assim, utilizando o mesmo comando para identificar a construção da primeira questão, podemos confeccionar uma representação do museu.

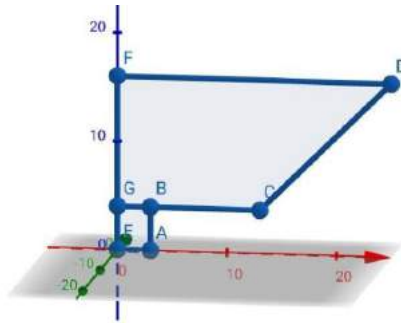


Figura 6: Confeção da solução da segunda situação em duas etapas no app GeoGebra
Fonte: Elaborada pelos Autores (2022).

Mas, para chegar a solução, é necessário que o professor intervenha e estimule seus alunos para que façam inferências justificadas, utilizando conhecimentos matemáticos prévios para obter novas conclusões. Nesse processo,

[...] o professor deve resistir ao impulso de dar indicações para a resolução de tarefas e problemas, tentando apoiar o raciocínio e o trabalho do aluno. Se o professor apresenta demasiadas indicações aos alunos e não os desafia, a resolução da tarefa é simplificada e não apoia o desenvolvimento do raciocínio (MATA-PEREIRA; PONTE, 2018, 785).

Com isso, o professor deve organizar a sala de aula de modo que seja possível haver discussões entre eles, possibilitando a troca de informações, a realização de conjecturas, refutação de caminhos que não conduzem a solução, além da justificação das resoluções. Deste modo, para realização da atividade sugerimos que os alunos trabalhem em duplas.

Embora seja uma atividade simples, o processo de resolução requer cuidados que vão além de um tratamento quantitativo, para representar as construções, é necessário justificar a solução. Essa ação pode levá-los a reconhecer a importância de adotar uma escala, e tratar a situação de maneira qualitativa, utilizando conhecimentos de geometria plana e espacial.

Freire (1981, p. 80) afirma que “[...] quanto mais se problematizam os educandos, como seres no mundo e com o mundo, tanto mais se sentirão desafiados. Tão mais desafiados, quanto mais obrigados a responder ao desafio [...]”. Com isso, enfatizamos ainda mais o processo de engajamento dos alunos com a situação problema inicialmente apresentada. E para o fortalecimento da postura investigativa dos discentes “[...] é necessário deixá-lo

trabalhar de forma totalmente autônoma e, como tal, o professor deve ter somente um papel de regulador da atividade[...]” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009).

Para auxiliar o desenvolvimento das atividades foi confeccionado uma apresentação em slides (anexo 2), subdividindo a realização das tarefas em momentos que reforçam a práxis investigativa. Ao utilizá-lo o professor poderá conduzir os alunos, de maneira dialogada, a uma experimentação com destaque à aspectos importantes para a construção de sólidos de revolução. A relevância deste material consiste em colaborar para que o aluno compreenda que a postura que se espera que ele tenha na atividade é investigativa. Além disso, a apresentação é necessária para que as situações sejam ilustradas e para que os detalhes da situação problema sejam destacados.

Durante a apresentação dos slides, os alunos devem ser convidados a pensar, refletir e discutir as diferentes formas de soluções. Por fim, os discentes poderão discutir e analisar as formas de resolução, compartilhando as ideias que tiveram e os caminhos escolhidos.

As apresentações de slides funcionam como o material de apoio mais comum para apresentações ao público. A apresentação em slides:

[...] é um dos recursos multimídia mais acessível aos professores e, além disso, os slides podem ser trabalhados em laboratório de informática, utilizando um data-show ou ainda, utilizando apenas uma televisão ligada a um computador. Dessa forma o uso de slide não requer uma estrutura de alto custo e moderna. O que é muitas vezes impossível para a escola.[...] Assim, o uso de apresentações de slides permite reunir elementos variados em uma só base, o que facilita o trabalho do professor e confere maior fluidez na ocasião do uso do material. (LARA, 2007, p.57)

Sendo assim, quando bem preparada, uma apresentação em slide se torna uma ferramenta importante para promover a aprendizagem de conceitos e conteúdos de forma clara e sucinta.

Compõe ainda essa monografia o plano de aula (anexo 3), elaborado com intuito de sugerir ao professor uma sequência da atividade baseada nos aspectos e momentos definidos para uma práxis investigativa na sala de aula de matemática (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009).

O plano consiste em três aulas. A primeira está destinada à familiarização do recurso que estará presente durante todo o desenvolvimento das aulas, o smartphone. Também destina-se a compreensão de construções elementares relacionadas ao conceito de Sólidos de Revolução. A segunda aula é dedicada à realização das duas situações propostas, discutindo o

que é proposto, as construções e soluções possíveis e coerentes. A terceira aula tem a finalidade de ampliar o entendimento sobre o tema Sólidos de Revolução, com atividades investigativas sobre área e volume dos sólidos construídos nos encontros anteriores, envolvendo definição e formalização teórica dos conteúdos.

Todos os materiais produzidos no âmbito dessa pesquisa: atividade de reconhecimento do GeoGebra para smartphone e atividade investigativa de sólidos de revolução; apresentação em slides sobre a temática de reconhecimento do GeoGebra; plano de aula; além do texto completo desta monografia, foram disponibilizado no GeoGebra Book “SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO EM UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA” onde estão disponíveis para utilização (figura 6).



Figura 7: Interface do GeoGebra Book “SÓLIDOS DE REVOLUÇÃO EM UMA ABORDAGEM INVESTIGATIVA”

Fonte: Elaborada pelos Autores (2022).

Com a experiência de produção dos materiais didáticos aqui expostos, compreendi a relevância de desenvolver uma postura investigativa nos alunos da Educação Básica com intuito de que usufruam de todas suas potencialidades no processo de aprendizagem. Além disso, por meio das leituras da área de investigações matemáticas identifiquei que para que haja desenvolvimento cognitivo, é necessário formular questionamentos intencionais, com temáticas que interessem aos alunos, além de possuir enunciados claros, de tal forma que o aluno consiga destacar o que precisa ser feito (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009; FARIA; MALTEMPI, 2020). Estes autores também discutem que os questionamentos em uma prática investigativa devem ser bem planejados, mas de forma flexível, pois o tratamento que os alunos darão a questão problema podem levá-los a caminhos e resultados diferentes. Nesse sentido, uma boa questão investigativa não é aquela que conduz o aluno a um beco sem saída, mais o que abre horizontes e permite que ocorram novos conhecimentos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa investigou as características das atividades investigativas de Geometria Espacial com GeoGebra para smartphones. Para tanto, foi desenvolvida uma sequência de atividades com abordagem investigativa inerente ao conteúdo de Sólidos de Revolução com o apoio do GeoGebra. Durante o desenvolvimento das atividades foram realizadas diversas discussões com membros do Grupo de Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GPEMUV) com o intuito de propor versões mais refinadas das atividades.

A investigação apresentou caráter qualitativo, e os dados produzidos foram analisados à luz das perspectivas teóricas apresentadas sobre Sólidos de Revolução (DOLCE; POMPEO, 2005), abordagem investigativa (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2009), Tecnologias Digitais, smartphone e GeoGebra (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014; FARIA; MALTEMPI, 2020; BORBA; SOUTO; CANEDO-JR, 2022).

A abordagem investigativa com o GeoGebra sobre o Sólidos de Revolução contribuiu para o que se almeja, propondo atividades que possibilitam a experimentação, a criação de estratégias, a produção e teste de conjecturas, a exploração de construções e a argumentação qualitativa adequada ao nível de ensino. O que contribuiu para o oferecimento de tarefas pautadas em uma metodologia ativa para Educação Básica em consonância com a realidade estrutural do sistema educacional do país.

O estudo da área de superfícies e do volume de sólidos de corpos arredondados pode ser realizado a partir da rotação de uma figura plana em torno de um eixo contido no mesmo plano da figura. Revisando a literatura, é possível destacar que esse conteúdo muitas vezes se limita à memorização de fórmulas no Ensino Médio. A proposta da atividade que compõem essa pesquisa contempla tal conteúdo, mas se mostra promissora por trabalhar esses conteúdos no Ensino Médio de forma investigativa, o que facilita a abrangência e o grau de complexidade que esses conteúdos tomaram na graduação. Além disso, a atividade foi elaborada pensando no desenvolvimento cognitivo dos discentes, na medida em que são convidados a fazer um esforço mental para construir soluções para as situações propostas através de representações espaciais no GeoGebra, utilizando conceitos como distâncias entre dois pontos, representação de figuras planas e modelagem de movimento no espaço tridimensional.

A elaboração das atividades foi acompanhada do plano de aula, pensado, discutido e formulado para proporcionar ao professor que se dispor a realizar as atividades aqui propostas, o planejamento da aplicação. Além disso, as atividades são compostas por uma parte introdutória de exploração do aplicativo GeoGebra no smartphone que permite ao aluno interagir com o app e se apoiar para realização das atividades, colaborando para a descentralização do professor no processo de ensino e aprendizagem, colocando o aluno em um trabalho de construção de conhecimento ativo, facilitando a compreensão do professor como um mediador entre o conhecimento e o aluno.

A partir das experiências desta pesquisa, destaco a importância de estudos na área de Educação Matemática quanto às práticas respaldadas por metodologias ativas na sala de aula de matemática mediados pelas tecnologias digitais. A análise do material produzido indica que os elementos necessários para elaborar atividades investigativas de Geometria Espacial são: formular atividades intencionais, com foco no desenvolvimento do raciocínio matemático; elaborar questões pautadas na manipulação e exploração de propriedades por meio das tecnologias digitais; privilegiar aplicações práticas do conteúdo.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo Pesquisas Coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 31-51.
- BARBOSA, L. N. S. C. **Uma reconstrução histórico-filosófica do surgimento das geometrias não euclidianas**. 2011. 68 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática), Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2011.
- BICUDO, M. A. V. **Pesquisa em Educação Matemática**. Revista Pro-posições., v. 4, n. 1, p. 18-23, 1993.
- BORBA, M. C.; LACERDA, H. D. G. Políticas Públicas e Tecnologias Digitais: Um Celular por Aluno. In: **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.3, p.490-507, 2015.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO-JUNIOR, N. R. **Vídeos na Educação Matemática**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.
- BORGES, T. S.; ALENCAR, G. Metodologias ativas na promoção da formação crítica do estudante: o uso das metodologias ativas como recurso didático na formação crítica do estudante do ensino superior. **Cairu em Revista**. Ano.3, n.4, p.119-143, 2014.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo Escolar**. 2020.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIEGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. F. **As atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5 – 24.
- CLARK, A. *Mindwarw: an introduction to the philosophy of cognitive science*. NY: Oxford University Press, 2001.
- D'AMBROSIO, U. **Educação Matemática: Da teoria à prática**. Campinas: Papirus, 1996.
- DEMO, P. **Educação hoje, “Novas” tecnologias, pressões e oportunidades**. São Paulo: Atlas, 2009.
- DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (orgs). **Planejamento da pesquisa qualitativa: teorias e abordagens**. 2. ed. Porto Alegre: ARTMED, 2006.
- DOLCE, O.; POMPEO, J. N. **Fundamentos de Matemática Elementar: F geometria espacial**. ed. São Paulo: Atual, 2005.

- FARIA, R. W. S. C. **RACIOCÍNIO PROPORCIONAL: Integrando Aritmética, Geometria e Álgebra com o GeoGebra.** 2016. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2016.
- FARIA, R. W. S. C.; MALTEMPI, M. V. Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, v. 58, n. 57, 3 set. 2020.
- FARIA, R. W. S. C.; ROMANELLO, L. A.; DOMINGUES, N. S. Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 14, n. 30, p. 105-122, out. 2018. ISSN 2317-5125.
- FREIRE, F. M. P.; PRADO, M. E. B. B. Projeto Pedagógico: Pano de fundo para escolha de um software educacional. In: VALENTE, J. A. (Org.). **O computador na sociedade do conhecimento.** Campinas: NIED, 1999. p.111- 129.
- FREIRE, P. **Educação como prática de liberdade.** 22a ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra; 1996.
- GERSTBERGER, A. **Educação Matemática, Etnomatemática e Anos Finais: A utilização de aparelhos celulares como ferramenta nos processos de ensino de Matemática do Ensino Fundamental.** In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIX., Juiz de Fora. Anais... Juiz de Fora: EBRAPEM, 2015.
- GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais.** 8. ed. Rio de Janeiro: Record, 1997.
- IBGE. (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Pesquisa nacional por amostra de domicílios contínua. **Acesso à internet e à televisão e posse de telefone móvel celular para uso pessoal 2019.** / IBGE, Coordenação de Trabalho e Rendimento. Rio de Janeiro: IBGE, 2019.
- JUSTINO, M. N. **Pesquisa e recursos didáticos na formação e prática docente.** Curitiba: Ibpx, 2011
- LADEIRA, V. P. **O Ensino de Funções em um Ambiente Tecnológico: uma investigação qualitativa baseada na teoria fundamentada sobre a utilização de dispositivos móveis em sala de aula como instrumentos.** 2015. Dissertação (Mestrado em Ensino Matemática) Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2015.
- LARA, A. E. **O Uso de Apresentações em Slides e de um Ambiente Virtual de Aprendizagem na Perspectiva de Promoção da Aprendizagem Significativa de Conteúdos de Colisões em Nível de Ensino Médio** 2007. 201 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências, Universidade Estadual de Brasília, Brasília, 2007.
- LÉVY, P. **Cibercultura.** tradução de Carlos Irineu da Costa. São Paulo: Ed. 34, 1999.
- LORENZATO, S. **Por que não ensinar geometria?** Educação Matemática em Revista. SBEM. n. 4, Campinas, 1995.
- MALTEMPI, M. V.; MENDES, R. O. Tecnologias Digitais na Sala de Aula: Por que não? In: IV CONGRESSO INTERNACIONAL DE TIC NA EDUCAÇÃO, 2016, Lisboa/Portugal. **Anais...** Lisboa/Portugal: [s.n.], 2016.
- MATA-PEREIRA, J., PONTE, J. P. Promover o raciocínio matemático dos alunos: Uma investigação baseada em design. **Bolema**, 32(62), 781-801. 2018.

NASCIMENTO, H. J. **Construção do conceito de função matemática: um estudo colaborativo sobre a concepção e uso do aplicativo móvel Funcionalidade**. 2014. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências na Educação Básica) – Universidade Grande Rio, Duque de Caxias, 2014.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na Sala de Aula**. 2ª.Ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

RIBAS, A. S. **Telefone celular como recurso didático: possibilidades para mediar práticas de ensino de Física**. 2012. 176 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Tecnologia) Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2012.

ROMANELLO, L. A. **Potencialidades do uso do celular na sala de aula: atividades investigativas para o ensino de função**. 2016. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2016.

SAGAN, Carl. **O mundo assombrado pelos demônios**. São Paulo: Companhia de Bolso, 1995.

VALENTE, J. A. Mudanças na Sociedade, Mudanças na Educação: O Fazer e o Compreender. p.14-37. In: **O Computador na sociedade do conhecimento**. Campinas: Gráfica UNICAMP, 1993.

ZAMPIERI, M. T.; JAVARONI, S. L. A Constituição de Ambientes Colaborativos de Aprendizagem em Ações de Formação Continuada: abordagem experimental com GeoGebra. *Boletim de Educação Matemática*. **BOLEMA**, v. 32, p. 375-397, 2018.

ANEXOS

Anexo 1: Atividade de reconhecimento do GeoGebra para smartphone e atividade investigativa de sólidos de revolução



**ATIVIDADES INVESTIGATIVAS COM CELULAR NA
SALA DE AULA DE MATEMÁTICA:
uso do GeoGebra para o ensino de
Geometria Espacial**

Projeto desenvolvido por: Adriano Costa
Profa. Dra Rejane W. Schuwartz de C. Faria

Março de 2022
Viçosa - MG

Apresentação

Este material foi confeccionado para auxiliar os estudantes no projeto “ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE MATEMÁTICA COM CELULAR: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial” no âmbito da disciplina de Monografia B - MAT 492 do Departamento de Matemática da Universidade Federal de Viçosa.

Neste material você irá encontrar uma apresentação do (App) Suíte GeoGebra Calculadora para smartphone e suas principais ferramentas e funcionalidades, assim como as principais informações sobre comandos que podem ser utilizados no App para construir um sólido de revolução.

Aproveite seu material!

Adriano e Rejane

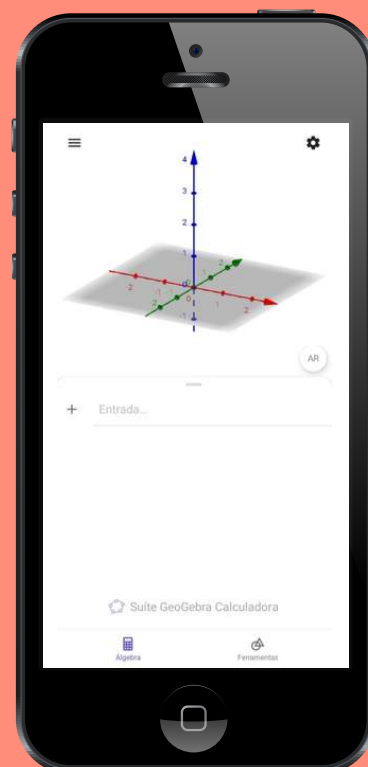
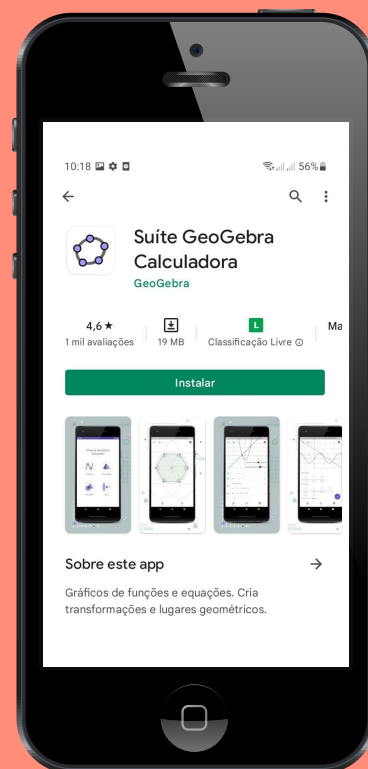
Reconhecimento do GeoGebra

O Suíte GeoGebra Calculadora é um aplicativo gratuito, disponível para ser utilizado em todos smartphones. Ele possibilita a realização de construções fundamentadas em conhecimentos matemáticos, explorando a imaginação, criatividade e investigação de quem o utiliza. O app é de fácil manuseio, e pode ser utilizado em diversas séries da Educação Básica facilitando o desenvolvimento e a compreensão de conteúdos matemáticos.

Após instalado, quando o aplicativo é aberto, sua primeira janela tem uma interface dividida entre janela para entradas de comandos algébricos e uma de visualização 3D, permitindo a realização de construções algébricas e a visualização de objetos espaciais.

Quando tocamos no ícone representado por três barrinhas situadas no canto superior esquerdo da tela o aplicativo abre uma lista de comandos para configurar o App. No canto superior direito, aparece novamente o ícone de configurações para ajuste de algumas funcionalidades do app, tais como a especificação de métodos de arredondamento e exibição dos eixos, planos e malha na janela de visualização. Na parte inferior da tela inicial são apresentadas duas janelas, uma referente a entrada de comandos algébricos para construção 3D, e outra de ferramentas que possibilitam a confecção de objetos a partir de outros já construídos.

O app está disponível nas principais lojas de aplicativo.






Já baixou o App? Agora é o momento. Está com dúvida? Peça ajuda!

Ao abrir o aplicativo você verá uma tela como a do lado

Construção de sólidos de revolução

O objetivo deste material é servir como apoio para construções de sólidos de revolução dinâmicos. Sendo assim apresentamos as principais funcionalidades para construção de um sólido desse tipo.

Discutimos em aula que para construir um sólido de revolução é preciso construir um objeto plano e girar ele em torno de uma reta por um ângulo de 360° . Para isso, na tela inicial você deve construir um objeto em um plano, que veremos como fazer na próxima seção, e selecionar a janela de álgebra.  Depois, no campo de entrada da janela de álgebra com a opção **ABC** do teclado selecionada digite a pa
“Girar”, em seguida abra um parêntese (com a opção **123** do teclado selecionada.


Novamente com a opção **ABC** complemente o comando digitando dentro do parentes o nome do objeto que deseja rotacionar, a letra n, e o eixo ou reta pelo qual o objeto irá rotacionar, tudo separado por vírgula e entre parentes. Por fim digite enter  para visualizar na janela 3D a construção realizada. Ao animar  o controle deslizante no canto direito da janela de álgebra será possível ver a rotação do objeto em torno de um eixo.

➔ Para rotacionar um ponto sobre o eixo Z.

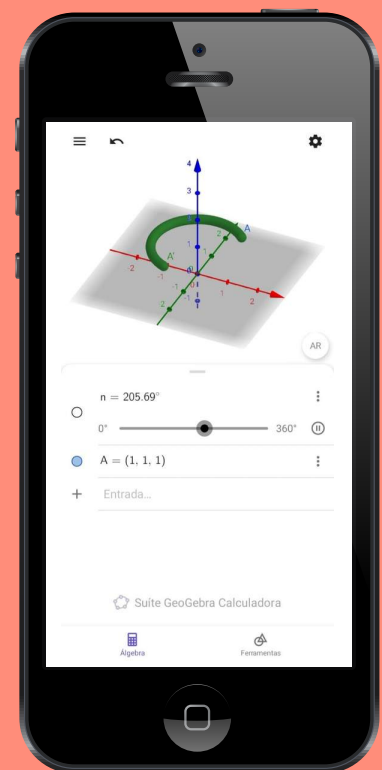
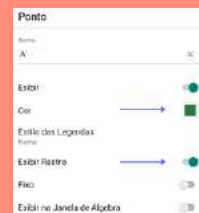
- Construa um ponto, por exemplo: Na janela de álgebra digite $A=(1,1,1)$.
- Em seguida acrescente o comando para girar esse ponto em torno do eixo Z, por exemplo:
"Girar(A, n, EixoZ)"



Por fim, digite enter, anime o controle deslizante e exiba o rastro para visualizar na janela 3D a construção criada.


Para exibir o rastro e alterar a cor de um objeto você precisa: encontra-lo na janela de álgebra e selecionar os tres pontinhos que estão a sua direita. 

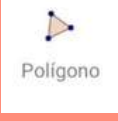
Em seguida selecionar as configurações **Configurações**. E, por fim, você deverá selecionar a cor que deseja e a opção exibir rastro.

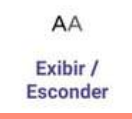



Tente rotacionar outros pontos! Conseguiu?

Explorando o App

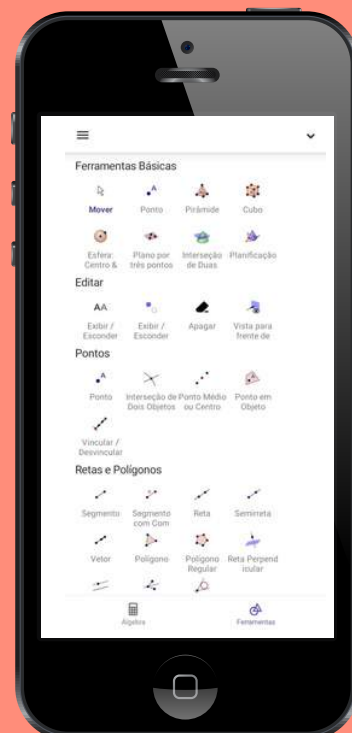
Em seguida apresentaremos algumas ferramentas  que você poderá utilizar para complementar as construções dos sólidos de revolução.

	<p>Move qualquer objeto construído na janela de visualização.</p>
	<p>Constrói pontos na janela de visualização.</p>
	<p>Constrói um segmento a partir de dois pontos.</p>
	<p>Constrói polígonos e a sua região poligonal a partir da seleção de pontos na janela de visualização.</p>
	<p>Gera uma superfície de revolução a partir da seleção de uma curva e um eixo de rotação na janela de visualização.</p>

	<p>Esconde os rótulos dos objetos construídos.</p>
	<p>Esconde os objetos construídos na janela de visualização.</p>

As descrições das ferramentas apresentadas foram baseadas nas descrições do app Suíte GeoGebra Calculadora.

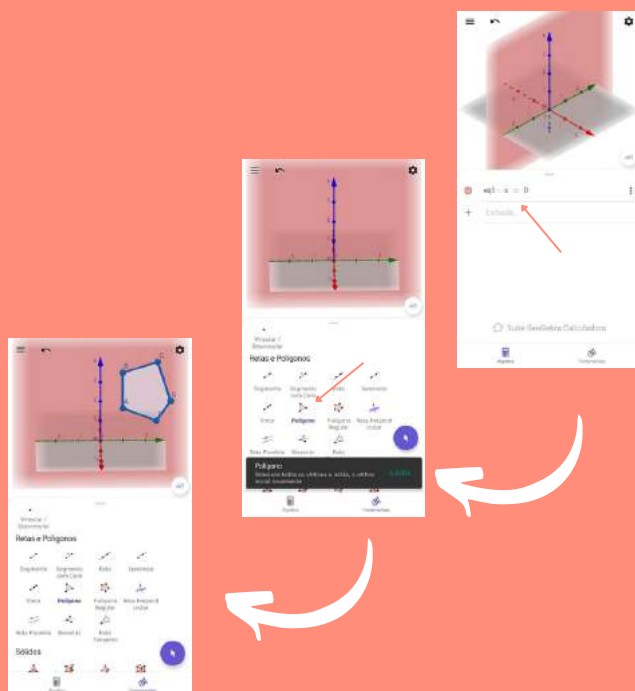
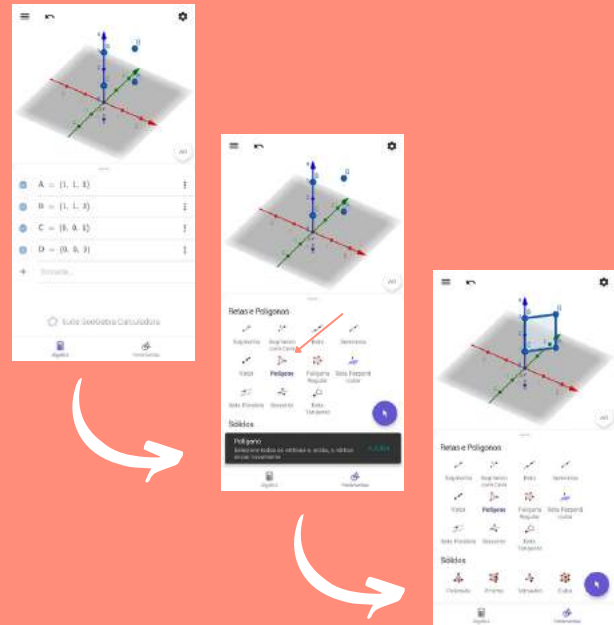
As imagens foram obtidas por meio de captura de tela do app no smartphone e editadas pelos autores



O desenvolvimento do projeto consistirá na construção de sólidos formado pela revolução de superfícies planas. Para finalizar este material mostraremos, de duas maneiras, como você poderá confeccionar uma figura plana no app.

O **primeiro modo** consiste em criar, na janela de álgebra, um lista de pontos que irão formar seu polígono, em seguida você deverá selecionar na opção ferramenta a função polígono e posteriormente ir selecionando sequencialmente os pontos que formam seu polígono até retornar na seleção do primeiro ponto.

- 1- Construir um lista de pontos
- 2- Selecionar na janela de ferramentas a opção polígono
- 3- Selecionar na janela de visualização os pontos sequencialmente para formar o polígono.



Na **segunda maneira** será preciso construir um plano na janela de álgebra, e em seguida abrir a janela de ferramenta para seleção da função polígono, assim, na janela de visualização 3D no plano criado você irá clicando para obter o formato do polígono que deseja.

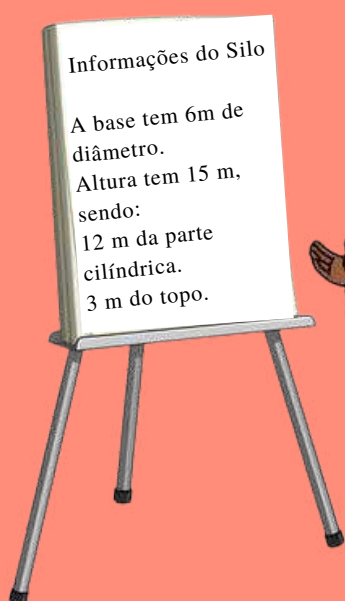
- 1- Crie um plano
- 2- Selecione na janela de ferramentas a opção polígono
- 3- Selecione na janela de visualização em cima do plano para formar o polígono.

Com isso, finalizamos a apresentação do App e esperamos que ela te auxilie no entendimento de suas funções, além de proporcionar um apoio em posteriores consultas conforme o desenvolvimento deste projeto.

Atividade

Imagine que você e seu colega compõem uma equipe de engenheiros e arquitetos pertencentes a uma grande multinacional com sede no Brasil. Esta empresa realiza construções de grande porte e sua equipe foi encarregada de apresentar um projeto que atenda às necessidades do cliente.

Cliente 1: Nossa empresa passa por um grande problema com as estocagem dos grãos, pois a demanda é muito maior do que podemos armazenar. Para solucionar esse problema, precisamos que vocês construam um novo silo como o modelo ao lado.



Você deverá construir uma representação do silo no app GeoGebra, e tudo deve ser matematicamente fundamentado para que haja precisão!

Agora é com vocês!

Cliente 2: Queremos construir uma versão do Museu de Arte Contemporânea de Niterói-RJ aqui, na nossa cidade. Solicitamos que sua empresa desenvolva um projeto dessa construção.

Agora você deverá construir uma representação do Museu de Arte Contemporânea de Niterói-RJ no App GeoGebra, e tudo também deve ser matematicamente fundamentado para que haja precisão!



Informações:

- Estrutura radial de 16 m de altura, com cobertura de 50 m de diâmetro, sustentada por solo central cilíndrico de 9 m de diâmetro.
- Altura do cilindro é de 4 m em relação ao chão.
- Inclinação de 45° da parte superior do edifício com o plano horizontal do chão. A cobertura do cilindro é uma cúpula de 50 m de diâmetro.
- A cobertura do cilindro é uma cúpula de 50 m de diâmetro.
- A fachada em vidro do edifício é formada por placas de vidro de 4,8 m de comprimento e 1,85 m de largura, e também possui inclinação de 40° do plano horizontal do chão.



Agora é com vocês!



Em relação as construções que você criou no GeoGebra responda as seguintes perguntas:

- Em relação ao silo, como você calcularia a área da superfície construída?
- Em dezembro de 2021, o custo do metro quadrado na construção civil industrial brasileira foi de R\$ 1.514,52. Então, nestas condições, qual seria o custo médio para construir o silo?
- Qual a capacidade de armazenamento do silo?
- Em relação ao Museu de Arte Contemporânea, calcule a área total da superfície.
- Levando em consideração o custo do metro quadrado na construção civil industrial brasileira de dezembro de 2021, qual seria o custo médio para construir a superfície do Museu de Arte Contemporânea?
- Qual a capacidade de armazenamento do silo?



Anexo 2: Apresentação em slides sobre a temática

ATIVIDADES INVESTIGATIVAS COM CELULAR NA SALA DE AULA DE MATEMÁTICA: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial

MAT 492 - Monografia B

Professor em formação: Adriano Costa
Orientadora: Profa. Dra. Rejane Faria



Já ouviu falar?



O que você imagina quando falamos de corpos redondos?

Chamamos de corpos **redondos** os sólidos geométricos que possuem superfícies curvas



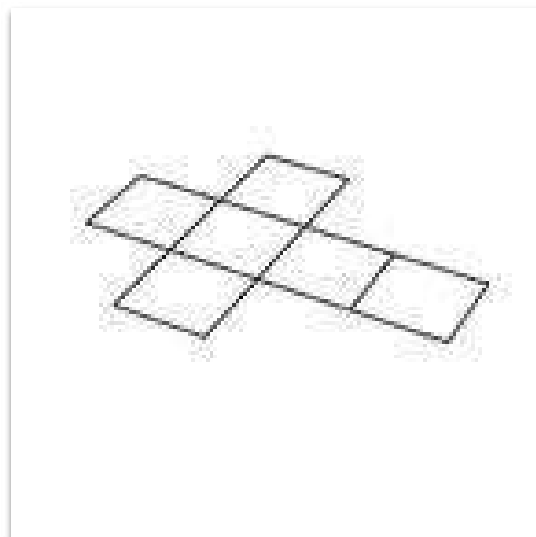
Onde estão presentes?



Você conseguiria imaginar como acontece a planificação de um corpo redondo

Para ajudar a pensar:

Se abrimos a superfície de um cubo oco, é possível visualizar seis quadrados.



Você consegue imaginar como os sólidos de corpos redondos ficam planificados?

Como é a planificação ou como confeccionar este sólido?

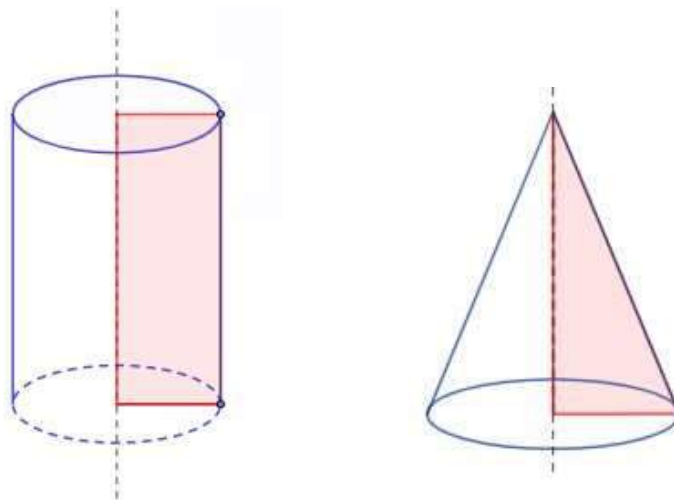


Você consegue imaginar como os sólidos de corpos redondos ficam planificados?

Como é a planificação ou como confeccionar este sólido?



Observe uma maneira de confeccionar sólidos de corpos redondos. Quais são os aspectos semelhantes?



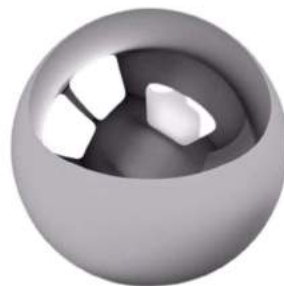
O que são sólidos de revolução?

Definição:

Sólidos de revolução são sólidos gerados pela rotação de uma região plana em torno de uma reta, denominada eixo de revolução, no plano deste eixo.

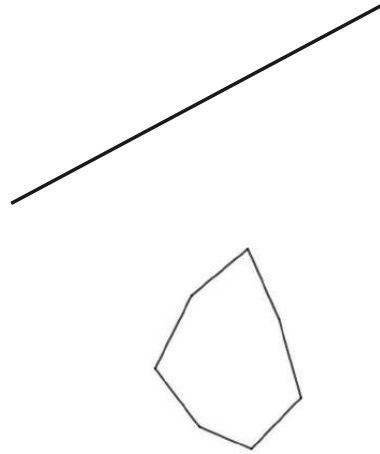


Exemplos de sólidos de revolução

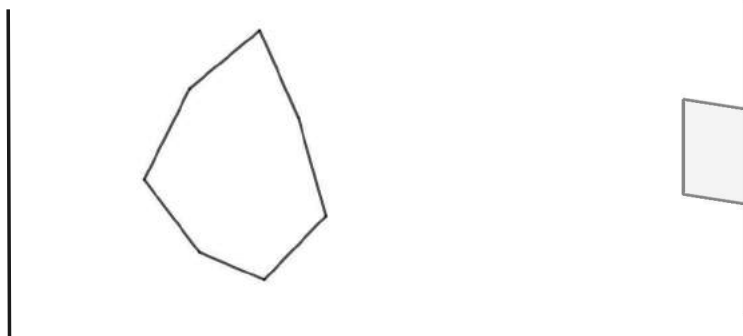


Quais elementos precisamos para confeccionar um sólido de revolução

- Uma reta
- Uma figura Plana



Com esses recursos, qual movimento eu preciso fazer para confeccionar um sólido de revolução?



Para construir esse objetos quais figuras planas você deve rotacionar e por qual reta?



Vamos confeccionar um sólido de revolução juntos?

Imagine que você e seu colega compõem uma equipe de engenheiros e arquitetos pertencentes a uma grande multinacional com sede no Brasil. Esta empresa realiza construções de grande porte e sua equipe foi encarregada de apresentar um projeto que atenda as necessidades do cliente.

Empresa de cereais AG

Necessidade do Cliente:

Nossa empresa passa por um grande problema com a estocagem dos grãos, pois a demanda é muito maior do que podemos armazenar. Para solucionar esse problema, precisamos que vocês construam um novo silo.



Empresa de cereais AG



Observem nossos silos, pois é importante manter o padrão



Empresa de cereais AG



Informações do Silo

A base têm 6m de diâmetro.
Altura de 15 m, sendo:
12 m da parte cilíndrica.
3 m do topo



Empresa de cereais AG

Solicito que o projeto seja realizado no App GeoGebra, e que tudo seja matematicamente fundamentado para que haja precisão!

Agora é com vocês!

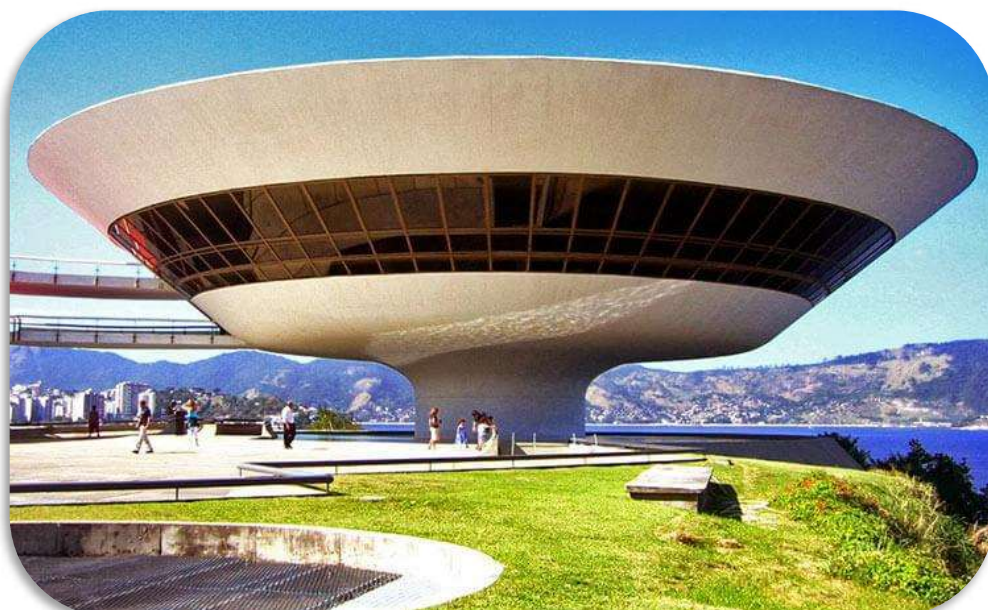


Prefeitura de Nárnia



Queremos construir uma versão do Museu de Arte Contemporânea de Niterói-RJ aqui, na nossa cidade. Solicitamos que sua empresa desenvolva um projeto dessa construção.

Museu de Arte Contemporânea



Museu de Arte Contemporânea - Niterói/Rj
Google imagens.

Museu de Arte Contemporânea

Informações:

- Projetado por Oscar Niemeyer
- Estrutura radial de 16 m de altura, com cobertura de 50 m de diâmetro, sustentada por solo central cilíndrico de 9 m de diâmetro.
- Altura do cilindro é de 4 m em relação ao chão.
- Inclinação de 45° da parte superior do edifício com o plano horizontal do chão.

Museu de Arte Contemporânea

Informações:

- A cobertura do cilindro é uma cúpula de 50 m de diâmetro.
- A fachada em vidro do edifício é formada por placas de vidro de 4,8 m de comprimento e 1,85 m de largura, e também possui inclinação de 40° do plano horizontal do chão.

Prefeitura de Nárnia

Solicito que o projeto seja realizado no App GeoGebra, e que tudo seja matematicamente fundamentado para que haja precisão!

Agora é com vocês!



Observe as duas construções no GeoGebra

- Em relação ao silo, como você calcularia a área da superfície construída?
- Em dezembro de 2021, o custo do metro quadrado na construção civil industrial brasileira foi de R\$ 1.514,52. Então, nestas condições, qual seria o custo médio para construir o silo?
- Qual a capacidade de armazenamento do silo?

Observe as duas construções no GeoGebra

- Em relação ao Museu de Arte Contemporânea, calcule a área total da superfície.
- Levando em consideração o custo do metro quadrado na construção civil industrial brasileira de dezembro de 2021, qual seria o custo médio para construir a superfície do Museu de Arte Contemporânea?
- Qual a capacidade de armazenamento do silo?

Obrigado!

Anexo 3: Plano de aula



Roteiro para Plano de Aula

I. Dados de Identificação:

Escola: A definir.

Professor em formação: Adriano Costa da Silva

Disciplina: Matemática

Série: A definir.

Data: A definir.

II. Tema:

Construção de sólidos de revolução.

III. Tendência em Educação Matemática Utilizada:

Tecnologias Digitais e Investigações Matemáticas

IV. Objetivo:

- Interpretar e construir representações espaciais dos Sólidos de Revolução.
- Associar formas geométricas à construções arquitetônicas e objetos do cotidiano.
- Confeccionar sólidos de revolução no App GeoGebra para celular.

V. Conteúdo:

- Construções no espaço tridimensional.
- Sólidos de revolução.
- Volume e área da superfície de sólidos de revolução.

VI. Desenvolvimento do tema:

A atividade está estruturada para ser realizada em 3 aulas de 50 minutos. Cada aula está subdividida em diferentes etapas.

PRIMEIRA AULA	
Etapa	Descrição
1 ^a	Será realizada uma conversa com a finalidade de verificar o nível de entendimento dos alunos sobre sólidos geométricos e geometria plana. Em seguida, será proposta uma exposição dialogada sobre corpos redondos: onde encontra-se na natureza, na arquitetura e no cotidiano; principais diferenças entre

	os poliedros e sua planificação; sólidos de revolução.
2 ^a	Será discutido com os alunos a representação de objetos da arquitetura e do cotidiano apontando similaridades com representações dinâmicas de corpos redondos, destacando suas principais propriedades.
3 ^a	Será apresentado aos discentes o material de apoio em pdf, contendo as principais orientações de confecção de sólidos de revolução no GeoGebra. Em seguida, teremos um momento destinado para ambientação do App pelos estudantes.
SEGUNDA AULA	
Etapa	Descrição
1 ^a	Nesse encontro faremos a representação do silo a partir dos conceitos de sólido de revolução no app.
2 ^a	Discutiremos as construções realizadas no encontro anterior, apontando possíveis aprimoramentos das construções feitas pelos alunos em relação ao silo e identificando os sólidos construídos.
3 ^a	Faremos uma segunda atividade investigativa, com a representação do Museu de Arte Contemporânea no GeoGebra a partir dos conceitos de sólido de revolução, destacando o método de resolução escolhido pelos alunos.
4 ^a	Discutiremos a solução do problema proposto, apontando possíveis aprimoramentos das construções feitas pelos alunos em relação ao museu e identificando os sólidos construídos.
TERCEIRA AULA	
Etapa	Descrição
1 ^a	Com a finalidade de ampliar o entendimento sobre o tema Sólidos de Revolução, faremos atividades investigativas sobre área e volume dos sólidos construídos nos encontros anteriores.
2 ^a	Definição e formalização teórica do conteúdo sólidos de revolução.

VII. Recursos didáticos:

Quadro, giz, projetor, celular com o app Suíte Geogebra Calculadora, atividades de reconhecimento do app GeoGebra, atividades investigativas sobre Sólidos de Revolução e apresentação de slides.

VIII. Avaliação:

A avaliação, com caráter formativo, deverá ser realizada inicialmente por uma conversa com a finalidade de verificar o nível de entendimento dos alunos sobre sólidos geométricos e geometria plana.

Além disso, durante todo o desenvolvimento da atividade será observado a forma como os discentes irão investigar no GeoGebra as situações propostas, bem como as formas de argumentação e métodos de resolução.

Bibliografia:

DOLCE, O.; POMPEO, J. N, Fundamentos de **Matemática Elementar** - Geometria Espacial. Volume **10** - 6ª Ed., São Paulo: Editora Atual, 2005.

FARIA, R. W. S. C.; ROMANELLO, L. A.; DOMINGUES, N. S. Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, Belém, v. 14, n. 30, p. 105-122, out. 2018. ISSN 2317-5125.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.