

**DIELLE CRUZ DA COSTA**

**POTENCIALIDADES DO USO DO CELULAR NA MATEMÁTICA ESCOLAR:  
ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE FUNÇÃO EXPONENCIAL**

Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação, para obtenção do título *Magister Scientiae*.

Orientadora: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria

**VIÇOSA - MINAS GERAIS  
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

C837p  
2023  
Costa, Dielle Cruz da, 1993-  
Potencialidades do uso do celular na matemática escolar:  
atividades investigativas de função exponencial / Dielle Cruz da  
Costa. – Viçosa, MG, 2023.  
1 dissertação eletrônica (129 f.): il. (algumas color.).

Inclui apêndices.

Orientador: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,  
Departamento de Educação, 2023.

Inclui bibliografia.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2023.211>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Funções exponenciais. 2. Matemática - Estudo e ensino.  
3. Matemática (Ensino médio). 4. GeoGebra (Software).  
5. Smartphones. 6. Inovações educacionais. I. Faria, Rejane  
Waiandt Schuwartz de Carvalho, 1988-. II. Universidade Federal  
de Viçosa. Departamento de Educação. Programa de  
Pós-Graduação em Educação. III. Título.

CDD 22. ed. 519.538


**DIELLE CRUZ DA COSTA**

**POTENCIALIDADES DO USO DO CELULAR NA MATEMÁTICA ESCOLAR:  
ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE FUNÇÃO EXPONENCIAL**

Dissertação de mestrado apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.


APROVADA: 27 de março de 2023.

Assentimento:

Documento assinado digitalmente  
 DIELE CRUZ DA COSTA  
Data: 18/05/2023 15:33:29-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Dielle Cruz da Costa  
Autora

Documento assinado digitalmente  
 REJANE WAIANDT SCHUWARTZ DE CARVAL  
Data: 18/05/2023 16:35:23-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria  
Orientadora

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pelas oportunidades que tem me concedido, por sempre estar comigo em todos os momentos decisivos de minha vida, por me guiar nas minhas escolhas, me dotar de saúde, persistência, paciência e disposição para poder alcançar os meus objetivos.

Aos meus pais, Jocivaldo Casseb e Dilma Cruz, por serem incansáveis em suas lutas, sempre preocupados em garantir o melhor para nós, nos auxiliando na escolha do melhor caminho, dando forças para que possamos continuar a buscar nossos propósitos e, com toda humildade e simplicidade, nos ensinarem a valorizar as pequenas coisas que a vida oferece e nunca desistir de nossos objetivos.

Aos meus irmãos, Jocielle Costa e Geovane Costa, por todos os incentivos e confiança, por sempre me motivarem a seguir em frente.

Ao meu esposo Danilo Paixão, amigo e companheiro de luta, por toda a paciência, carinho e dedicação, por estar ao meu lado, me dando forças e me incentivando.

À minha querida orientadora Rejane Faria, por acreditar em mim, depositar sua confiança, me incentivar e me proporcionar novos conhecimentos. Seus ensinamentos, me mostraram valores, respeito e confiança. Você é para mim um grande exemplo de pessoa e uma excelente profissional.

Aos membros do GATE e do GEPEMUV, grupos que me acolheram e que me abriram as portas para novas aprendizagens.

Aos funcionários do DPE, por sempre estarem à disposição me auxiliando em questões pertinentes ao mestrado.

À Universidade Federal de Viçosa, por ter me acolhido e me proporcionado dar esse passo tão importante na minha carreira profissional.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

## RESUMO

COSTA, Dielle Cruz da, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2023. **Potencialidades do uso do celular na matemática escolar: atividades investigativas de Função Exponencial.** Orientadora: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria.

Esta pesquisa objetivou investigar as potencialidades do uso do celular no estudo da Função Exponencial no Ensino Médio. A pesquisa se concentra em buscar respostas para a seguinte pergunta: “Quais as potencialidades do uso do celular nos processos de ensino e aprendizagem da Função Exponencial?”. Com essa problemática podemos explorar a ideia de trazer de uma forma didática a presença do celular no processo educativo, investigando como esse recurso, que tem se tornado cada vez mais acessível aos alunos, pode contribuir para a exploração do conhecimento matemático. Enfatizamos que a partir de 2020, em particular, as tecnologias na educação ganharam destaque abruptamente. Todos foram surpreendidos pela pandemia da COVID-19. Assim, a pesquisa se justifica por trazer o celular, que tem se tornado um dispositivo disponível a uma parte significativa dos alunos, para o estudo de um tipo específico de funções. A escolha do conteúdo está relacionada com a amplitude e relevância para o entendimento de doenças virais contrapondo a pouca exploração no Ensino Médio. Então, para que fosse possível integrar o conteúdo, objeto deste estudo, ao celular inteligente, foram apresentadas atividades investigativas que permitem que o ensino seja realizado visando estimular e explorar os métodos de resolução, a plotar gráficos e a criar argumentos críticos a respeito do que foi estudado. Para realização das atividades, o aplicativo GeoGebra foi escolhido por possuir propriedades que permitem a realização de cálculos com funções e a exibição de gráficos. Este trabalho possui uma abordagem qualitativa e os dados foram produzidos no decorrer da oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra” realizada com alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal. Ao longo dos encontros, utilizamos diferentes instrumentos de produção dos dados: filmagens dos encontros, folhas de atividades resolvidas pelos estudantes, registros no caderno de campo e questionário aplicado aos alunos. Os dados obtidos foram organizados de maneira a identificar questões emergentes e agrupados por temáticas, as quais foram discutidas por meio de artigos que compõem a presente dissertação. Deste modo, este trabalho está estruturado, inicialmente, com um capítulo de apresentação e um capítulo de metodologia e procedimentos de produção dos dados da pesquisa. Em seguida,

apresentamos os artigos: “Uso do celular no Ensino de Matemática: relato de uma experiência com Atividades Investigativas de Função Exponencial”; “Elaboração de atividades investigativas de função exponencial com o GeoGebra no celular”; e “Investigação de Função Exponencial e Covid-19 com GeoGebra no smartphone”. Por fim, apresentamos as considerações finais que apontam que as potencialidades da utilização do celular no estudo da Função Exponencial consistem em: proporcionar que discussões matemáticas surjam; instigar a curiosidade dos alunos diante da diversidade de comportamentos das funções exponenciais e seus respectivos gráficos; possibilitar que conjecturas sejam testadas por meio da exploração e investigação de resultados generalistas; mobilizar conhecimentos matemáticos prévios para construir novas conclusões; proporcionar a visualização das vertentes matemáticas de forma concomitante; e viabilizar a interação entre os atores envolvidos: alunos, professores, conteúdos abordados e tecnologias digitais.

**Palavras-chave:** Celular Inteligente. GeoGebra. Educação Matemática. Ensino Médio. Tecnologias Digitais.

## ABSTRACT

COSTA, Dielle Cruz da, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March 2023. **Potential of smartphone use in school mathematics: investigative activities of Exponential Function.**  
Advisor: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria.

This research aims to investigate the potential of smartphone use in the study of the Exponential Function in High School. The research focuses on seeking answers to the following question: “What are the potentialities of smartphone use in the teaching and learning processes of the Exponential Function?”. With this issue, we can explore the idea of bringing the presence of the smartphone into the educational process in a didactic way, investigating how this resource, which has become increasingly accessible to students, can contribute to the exploration of mathematical knowledge. We emphasize that from 2020, in particular, technologies in education have abruptly gained prominence. Everyone was surprised by the COVID-19 pandemic. Thus, the research is justified by bringing the smartphone, which has become a device available to most students, for the study of a specific type of functions. The choice of content is related to the breadth and relevance for the understanding of viral diseases, opposing the little exploration in High School. So, in order to make it possible to integrate the content, object of this study, to the smart smartphone, investigative activities were presented that allow teaching to be carried out in order to stimulate and explore resolution methods, to plot graphs and to create critical arguments about what has been studied. To carry out the activities, the GeoGebra application was chosen because it has properties that allow the performance of calculations with functions and the display of graphs. This work has a qualitative approach and the data were produced during the workshop "Relations of the Exponential Function and Covid-19: investigative activities with GeoGebra" carried out with first-year high school students integrated in the computer technician course at the Federal Institute of Education, Science and Technology of Pará Campus Castanhal. During the meetings, we used different data production instruments: filming of the meetings, activity sheets resolved by the students, records in the field notebook and a questionnaire applied to the students. The data obtained were organized in order to identify emerging issues and grouped by themes, which were discussed through articles that make up this dissertation. This way, this work is structured, initially, with a chapter of presentation and a chapter of methodology and procedures of production of the research data. Then, we present the papers: “Smartphone use in Mathematics Teaching: report of an experience with Investigative Activities of Exponential Function”; "Elaboration of exponential

function investigative activities with GeoGebra on mobile; and “Investigation of Exponential Function and Covid-19 with GeoGebra on the smartphone”. Finally, we present the final considerations that indicate that the potential of using smartphones in the study of the Exponential Function consists of: providing mathematical discussions to arise; students' curiosity is instigated in view of the diversity of behaviors of exponential functions and their respective graphs; enable conjectures to be tested through the exploration and investigation of generalist results; mobilize previous mathematical knowledge to build new conclusions; provide the visualization of mathematical aspects concomitantly; and enable the interaction between the actors involved: students, teachers, content addressed and digital technologies.

**Keywords:** Smartphone. GeoGebra. Mathematics Education. High School. Digital Technologies.



## SUMÁRIO

|   |           |
|---|-----------|
| <b>APRESENTAÇÃO .....</b>   | <b>10</b> |
| 1. Estrutura da dissertação .....   | 12        |
| 2. Justificativa, Objetivos e Problema da Pesquisa .....  | 13        |
| <b>METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DE PRODUÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA .....</b>  | <b>16</b> |
| 1. Local e os sujeitos participantes da pesquisa.....   | 17        |
| 2. O aplicativo Graphing Calculator GeoGebra .....  | 19        |
| 3. Atividades.....  | 20        |
| 3.1. Material de apoio ao GeoGebra.....   | 21        |
| 3.2. Atividade investigativa de Função Exponencial .....  | 21        |
| 4. Encontros .....  | 22        |
| 4.1. Primeiro encontro .....  | 22        |
| 4.2. Segundo Encontro .....   | 24        |
| 4.3. Terceiro Encontro.....   | 24        |
| 5. Procedimentos de produção e análise dos dados .....  | 25        |
| <b>ARTIGO I: USO DO CELULAR NO ENSINO DE MATEMÁTICA: relato de uma experiência com Atividade Investigativa de Função Exponencial.....</b> | <b>29</b> |
| Resumo .....  | 29        |
| 1. Introdução .....   | 29        |
| 2. Tecnologias Digitais: desafios e possibilidades para inserção no âmbito escolar.....   | 30        |
| 3. Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática.....   | 32        |
| 4. Procedimentos Metodológicos.....   | 36        |
| 5. Análise dos Dados .....  | 39        |
| 5.1. Potencialidades do GeoGebra no celular para investigação matemática .....  | 40        |
| 5.2. O uso do celular na compreensão da Função Exponencial .....  | 44        |
| Considerações Finais .....  | 49        |
| Referências.....  | 50        |
| <b>ARTIGO II: ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE FUNÇÃO EXPONENCIAL COM O GEOGEBRA NO CELULAR.....</b>                            | <b>53</b> |
| Resumo .....  | 53        |
| 1. Introdução .....   | 53        |
| 2. Elementos necessários a uma atividade matemática investigativa de função exponencial .....   | 54        |
| 3. Breve histórico sobre o conceito de função.....  | 56        |
| 3.1. Função Exponencial .....   | 58        |
| 4. Percorso Metodológico.....   | 60        |

|   |            |
|---|------------|
| 5. Análise de Dados: Elaboração de Atividades Investigativas de Função Exponencial ..                 | 61         |
| Conclusões .....  | 70         |
| Referências.....  | 71         |
| <b>ARTIGO III: INVESTIGAÇÃO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL E COVID-19 COM<br/>GEOGEBRA NO SMARTPHONE .....</b> | <b>74</b>  |
| Resumo .....  | 74         |
| 1. O ensino e a aprendizagem da matemática escolar .....  | 74         |
| 2. Investigação Matemática: estratégias para o ensino e aprendizagem.....                             | 77         |
| 3. Procedimentos metodológicos.....   | 80         |
| 4. Análise dos dados .....  | 83         |
| 4.1. Explorando o GeoGebra e conhecendo a Função Exponencial .....                                    | 84         |
| 4.2. Investigando as Propriedades da Função Exponencial.....  | 89         |
| 4.3. Relacionando Função Exponencial e Covid-19 .....   | 97         |
| Considerações finais .....  | 102        |
| Referências.....  | 103        |
| <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>  | <b>106</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>  | <b>110</b> |
| <b>APÊNDICES.....</b>   | <b>112</b> |
| <b>APÊNDICE I - ATIVIDADE DE RECONHECIMENTO DO APLICATIVO<br/>GEOGEBRA.....</b>                       | <b>113</b> |
| <b>APÊNDICE II - ATIVIDADE INVESTIGATIVA DE FUNÇÃO EXPONENCIAL.....</b>                               | <b>121</b> |
| <b>APÊNDICE III – QUESTIONÁRIO.....</b>   | <b>128</b> |

## CAPÍTULO I

### APRESENTAÇÃO

Os primeiros motivos que me levaram a me interessar pelo uso de tecnologias digitais na sala de aula vieram da minha primeira experiência na docência. <sup>1</sup>Em uma escola no interior do estado do Pará, onde eu morava, lecionei suprindo a ausência de um professor que estava de licença. Trabalhei com turmas do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental regular e também da modalidade de Educação de Jovens e Adultos. Isso ocorreu em 2012, um ano após terminar o Ensino Médio. Em alguns municípios no norte do Brasil, há alguns anos atrás, quando não havia professores qualificados, alunos que se destacavam no Ensino Médio eram convidados para lecionar.

Recordo-me que naquele ano, a internet chegava ao interior como uma novidade, trazendo as redes sociais na bagagem. O Facebook se tornou popular na cidade, apresentando-se como um desafio no contexto escolar. Na sala de aula vimos o reflexo disso, mesmo com a internet restrita e com poucos alunos possuindo celulares inteligentes, a atenção as aulas foram comprometidas pelo foco dado à novidade, o que implicou na distração durante as aulas.

Como tentativa de solucionar o problema, os alunos foram proibidos de utilizar o dispositivo no período de aula. Mas não deu certo, os alunos ainda continuavam se distraindo com a novidade. Nesse cenário, eu pensava em uma maneira de agregar o celular inteligente às aulas de matemática, para que os alunos pudessem usá-lo como material de aprendizagem, e não como um motivo de distração, porém, não sabia como tornar isso possível.

Anos depois, me graduei na Universidade Federal do Pará – UFPA, campus Salinópolis, no curso de licenciatura em matemática. Ao longo da minha graduação cursei disciplinas de Educação Matemática que abriram as portas para novos conhecimentos e estratégias. Estudei metodologias ativas para os processos de ensino e de aprendizagem da matemática que perpassavam o uso de tecnologias digitais. Em especial, na disciplina de Educação Matemática II, quando realizamos uma atividade de exploração de funções com o aplicativo *Matemática*<sup>2</sup>, pelo celular, possibilidades se abriram para solucionar um problema que havia se formado há alguns anos. Nessa atividade conseguimos visualizar a construção dos gráficos das funções e estudar suas propriedades de uma forma que nos pareceu mais atraente do que quando eram

---

<sup>1</sup> Em alguns momentos, utilizaremos a primeira pessoa do singular para relatar fatos de experiências pessoais.

<sup>2</sup> Disponível em <https://play.google.com/store/apps/details?id=de.daboapps.mathematics>. Acesso em 03 de novembro de 2022.

construídos com lápis e papel.

Com essa experiência entendi que já havia uma função didática para o celular. Percebi uma alternativa para que o dispositivo não fosse visto mais como um problema, mas como um recurso capaz de contribuir para a aprendizagem dos alunos. Daí em diante, passei a ter conhecimento sobre aplicativos matemáticos desenvolvidos com o intuito de favorecer o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Recebi a novidade com expectativas positivas, já que os celulares estão cada vez mais presentes no cotidiano dos adolescentes e da população em geral. Ademais, considero pertinente a ideia do celular como recurso educativo, uma vez que muitas escolas não possuem uma sala de informática equipadas com computadores em números suficientes. Em contrapartida, o celular tem sido visto como um dispositivo prático, de fácil manuseio, e cada vez mais acessível a uma parcela significativa dos nossos alunos (ROMANELLO, 2016).

Embora não tenha sido possível realizar um trabalho abordando o uso do celular em atividades matemáticas durante a graduação, essa experiência veio com a elaboração de um projeto de mestrado propondo essa temática para seleção no Programa de Pós-Graduação em Educação da UFV (PPGE-UFV), que culminou no desenvolvimento da pesquisa relatada nesta dissertação. Com meu ingresso no programa, a relevância de se pensar as tecnologias digitais na sala de aula ficou mais evidente ao passar a integrar o Grupo de Atenção às Tecnologias na Educação (GATE). As pesquisas desenvolvidas nesse grupo e os estudos teóricos realizados de forma colaborativa contribuíram para meu entendimento sobre o tema e para a compreensão de novas reflexões. O GATE estuda e desenvolve atividades voltadas para o ensino e aprendizagem pautadas no uso das tecnologias.

Ressalto ainda que a presente pesquisa faz parte do projeto “Interdisciplinaridade, Tecnologias Digitais e Educação Matemática: quais possibilidades?”, cujo objetivo central é “investigar as possibilidades de exploração de atividades matemáticas interdisciplinares mediadas pelo celular em aulas de matemática na Educação Básica da Rede Pública de Ensino”. Como parte deste mesmo projeto “guarda-chuva”, além da minha pesquisa, está vinculada outra pesquisa de mestrado, que se encontra em andamento, de Tatiana Machado Resende Guedes, intitulada “Contribuições Interdisciplinares da exploração estética dos Padrões Fractais”. Também vinculados ao referido projeto “guarda-chuva”, estão as pesquisas de Silva (2022), um trabalho de conclusão do curso de Licenciatura em Matemática, intitulado “Atividades investigativas de matemática com o celular: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial”; e duas pesquisas de iniciação científica: “Produção de Material Didático

de Matemática com Tecnologias Digitais” (VIEIRA, 2022) e “Padrões Fractais, Tecnologias Digitais e interdisciplinaridade” em desenvolvimento pela aluna do curso de Licenciatura em Matemática Renata Dourado Roque.

Desse modo, em meio às funções que os celulares vêm proporcionando e a presença constante desses dispositivos em nossas salas de aula, acrescidos das possibilidades que se abriram para trabalhar conteúdos matemáticos, propomos uma atividade investigativa de Função Exponencial para que fosse possível refletir acerca da disposição de tecnologias digitais agregadas aos processos de ensino e de aprendizagem matemática.

## **1. Estrutura da dissertação**

A presente dissertação é composta por este capítulo de apresentação em que inicio introduzindo o trabalho e tecendo as considerações que me impulsionaram a estudar as tecnologias digitais no ensino de matemática. Nessa seção, especificamente, apresento a estrutura do trabalho com o intuito de situar o leitor quanto ao conteúdo. Nas seções seguintes deste capítulo são apresentados a justificativa, os objetivos e a pergunta norteadora dessa pesquisa.

No capítulo 2, é apresentada a metodologia de pesquisa adotada, o local onde a pesquisa foi realizada e os sujeitos participantes, o aplicativo Graphing Calculator GeoGebra, as atividades, os encontros e os procedimentos de produção e análise dos dados.

Em seguida, apresento os artigos que compõem a dissertação, cada um com sua respectiva introdução, metodologia, análise dos dados, resultados, considerações e referências. São eles: Artigo I: “Uso do celular no Ensino de Matemática: relato de uma experiência com Atividade Investigativa de Função Exponencial”; Artigo II: “Elaboração de atividades Investigativas de Função Exponencial com o GeoGebra no Celular”; e Artigo III: “Investigação de Função Exponencial e Covid-19 com GeoGebra no smartphone”. Observamos que esses artigos podem ser lidos separadamente a partir da escolha do leitor, pois explicamos os objetivos de cada artigo e as discussões em torno do que foi analisado. No entanto, recomendamos que a leitura seja realizada na íntegra, começando por este primeiro capítulo, pois contém elementos importantes que dão sentido e ajudam a compreender as discussões apresentadas em cada parte que integra esta obra. Por fim, apresentamos as considerações finais e resultados da pesquisa, bem como as referências utilizadas nos dois capítulos iniciais e nas considerações finais.

## 2. Justificativa, Objetivos e Problema da Pesquisa

Vivemos em um mundo onde os avanços e as evoluções são constantes. Diante disso, as pessoas buscam se adaptar às mudanças, encontrando meios pelos quais consigam se atualizar. Os avanços tecnológicos são resultados de processos científicos inovadores e tecnológicos que ganham espaço na sociedade e permeiam o nosso cotidiano. Acompanhando essa tendência, empresas dos mais diversos setores investem em aplicativos direcionados para o dia a dia das pessoas.

Os impactos tecnológicos geram mudanças no comportamento de todos e trazem impactos sociais e culturais. Essas transformações acontecem rapidamente e podem ser vistas como boas ou ruins, porém, o que se pretende discutir é como esses recursos tecnológicos podem surtir efeito no contexto educacional, mais especificamente, no ensino de matemática.

Atualmente, os meios mais comuns de comunicação via internet ocorrem por e-mail e por redes sociais como whatsapp, facebook, instagram e twitter. Pessoas de todas as idades, sejam crianças, adolescentes, jovens, adultos ou idosos, estão cada vez mais conectados às variedades que os dispositivos tecnológicos têm a oferecer. No meio educacional não é diferente, a preocupação atual não é mais em porque usar os recursos tecnológicos, mas sim em como utilizá-los no processo educativo (DULLIUS; QUARTIERI, 2016).

Em 2020, em particular, as tecnologias na educação ganharam destaque abruptamente. Todos foram surpreendidos pela pandemia da COVID-19<sup>3</sup> que causou mudanças drásticas nas estruturas da nossa sociedade. A inexistência de uma vacina e de tratamento eficaz para a doença exigiu que o distanciamento social fosse adotado com o intuito de diminuir a propagação do vírus. Restrições ao contato físico foram impostas nas escolas, o que impossibilitou a realização de atividades presenciais ao longo de todo o ano letivo de 2020 no Brasil se estendendo para o ano seguinte (BRASIL, 2020). Essas mudanças levaram muitas escolas a adaptarem suas práticas educativas para a modalidade remota mediada por recursos digitais (ENGELBRECHT, *et al.* 2020).

A pandemia trouxe ainda destaque para a matemática. Termos pouco usados antes como ‘achamento da curva’, ‘crescimento exponencial’ e ‘taxa de contágio’ passaram a fazer parte dos noticiários diariamente com o intuito de explicar à população a evolução da doença

---

<sup>3</sup> COVID-19 (do inglês Coronavirus Disease 2019) é uma doença infecciosa causada pelo coronavírus da síndrome respiratória aguda grave 2 (SARS-CoV-2).

e a agilidade com que a infecção se espalha (ENGELBRECHT, *et al.* 2020).

Diante disso, desenvolvemos esse estudo com o intuito de investigar as potencialidades do uso do celular na matemática escolar por meio de atividades investigativas de Função Exponencial no Ensino Médio. Assim, a pesquisa se justifica por trazer o celular, que tem se tornado um dispositivo disponível a uma parte significativa dos alunos, para o estudo da Função Exponencial no contexto da COVID-19. Assim, o motivo da escolha do conteúdo está relacionado ao fato de o mesmo ser amplo e relevante para o entendimento de doenças virais como a COVID-19 (ENGELBRECHT, *et al.*, 2020).

Apesar da relevância da Função Exponencial, é notável a dificuldade que muitos alunos possuem até mesmo em identificá-la graficamente. E as “[...] dificuldades dos alunos com o estudo de Função Exponencial estendem-se em relacionar a representação do registro gráfico à do registro algébrico desse tipo de função.” (MENDONÇA; PIRES, 2017).

Mendonça e Pires (2017) afirmam que se, por um lado, os alunos do Ensino Médio possuem dificuldades para entender a Função Exponencial, por outro possuem familiaridade e boa relação com as Tecnologias Digitais. Entendemos que podemos usar isso para favorecer a aprendizagem dos alunos. Assim, para que se tornasse possível integrar o conteúdo deste estudo ao celular inteligente, elaboramos uma atividade investigativa que foi proposta aos alunos do Ensino Médio, a fim de que os mesmos pudessem explorar os métodos de resolução, a plotar gráficos e a criar argumentos críticos a respeito do que estava sendo estudado.

Assim, esta pesquisa propôs a realização de um trabalho de campo com alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública paraense, cuja produção de dados se fez por meio de filmagens, atividades resolvidas, caderno de campo e questionários a respeito do uso de tecnologia digital no ensino de Função Exponencial no Ensino Médio. Diante disso tivemos os seguintes objetivos:

**Objetivo Geral:** Investigar as potencialidades do uso do celular no estudo da Função Exponencial no Ensino Médio.

**Objetivos Específicos:**

- Relatar uma experiência com atividade investigativa de Função Exponencial, mediada pelo aplicativo GeoGebra no celular.
- Discutir os elementos necessários para a elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial.

- Analisar de que modo estudantes do Ensino Médio constroem conhecimento no que tange à Função Exponencial e compreendem a relação dessa função com a Covid-19 em uma abordagem investigativa com tecnologias digitais.

Os objetivos específicos da pesquisa também são os objetivos dos três artigos, sendo apenas um abordado de forma direta em cada um deles. Com o intuito de alcançar esses objetivos, a pesquisa foi guiada pela seguinte questão norteadora: **“Quais as potencialidades do uso do celular nos processos de ensino e aprendizagem da Função Exponencial?”**.

Com essa problemática foi possível explorar o ensino de matemática agregando o celular no processo educativo e investigando como esse recurso pode contribuir para a produção do conhecimento matemático. Exponho, a seguir, o capítulo de Metodologia, para que se possa perceber a forma como o trabalho foi construído.



## CAPÍTULO II

### METODOLOGIA E PROCEDIMENTOS DE PRODUÇÃO DOS DADOS DA PESQUISA

A pesquisa relatada nessa dissertação é de cunho qualitativo, pois tem como foco entender e interpretar dados e discursos envolvendo um grupo de participantes (D'AMBROSIO; BORBA, 2006). Além disso, de acordo com Fonseca (2021), a abordagem qualitativa é a que melhor se adequa ao estudo, pois nos permite analisar os sentidos, percepções e concepções dos participantes da pesquisa com relação aos conceitos e ideias discutidos.

A pesquisa qualitativa apresenta em seus discursos a essência e a complexidade do objeto em estudo. Segundo Bogdan e Biklen (1994), esse tipo de investigação compreende os fenômenos em toda sua complexidade e privilegia, essencialmente, a compreensão dos fenômenos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação. Os métodos qualitativos enfatizam as particularidades de um fenômeno em termos de seu significado para o grupo pesquisado (GOLDENBERG, 2004). Além disso:

Nesta abordagem, a pesquisa pode ser concebida como uma trajetória circular em torno do que se deseja compreender, não se preocupando única e exclusivamente com seus princípios, leis e generalizações, mas sim focando nos elementos que se constituem significativos para o pesquisador. (JAVARONI; SANTOS; BORBA, 2011, p. 198).

Na pesquisa qualitativa é comum definirmos uma pergunta norteadora. Segundo Bicudo (2012), essa interrogação se comporta como um pano de fundo em que as perguntas do pesquisador encontram seu solo, fazendo sentido. “Ela persiste, ainda que a pergunta específica de um determinado projeto seja abordada, dando-se conta do indagado” (BICUDO, 2012, p. 20). Para Garnica (1997), o pesquisador busca apreender aspectos do fenômeno por meio do que dele dizem outros sujeitos com os quais convive, interrogando-os de modo a focar seu fenômeno. Quando os outros descrevem aspectos do fenômeno, eles os descrevem como os percebem, no desejo de comunicar tais percepções.

Assim, essa pesquisa é de caráter qualitativo, pois busca analisar as potencialidades de se estudar os fenômenos que envolvem os seres humanos e suas intrincadas relações sociais, estabelecidas em diversos ambientes (GODOY, 1995).

Segundo esta perspectiva, um fenômeno pode ser melhor compreendido no contexto em que ocorre e do qual é parte, devendo ser analisado numa perspectiva integrada. Para tanto, o pesquisador vai a campo buscando “captar” o fenômeno em estudo a partir da perspectiva das pessoas nele

envolvidas, considerando todos os pontos de vista relevantes. (GODOY, 1995, p. 21).

Corroborando esta ideia, Goldenberg (2004, p. 53), afirma que:

Os dados qualitativos consistem em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos. Estes dados não são padronizáveis como os dados quantitativos, obrigando o pesquisador a ter flexibilidade e criatividade no momento de coletá-los e analisá-los. Não existindo regras precisas e passos a serem seguidos, o bom resultado da pesquisa depende da sensibilidade, intuição e experiência do pesquisador.

É o processo da pesquisa que qualifica as técnicas e os procedimentos necessários para as respostas que se quer alcançar. Cada pesquisador deve estabelecer os procedimentos de produção dos dados que sejam mais adequados para o seu objeto particular (GOLDENBERG, 2004).

Considerando esses aspectos, foi desenvolvida uma oficina com cinco alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal. A partir daí, foi possível promover discussões em torno do estudo de Função Exponencial por meio de atividades investigativas com o celular, com o intuito de estabelecer conexões para o entendimento da manifestação do novo coronavírus. Assim, nas seções seguintes busco abordar os aspectos que delinearam esse trabalho de pesquisa.

## **1. Local e os sujeitos participantes da pesquisa**

O local onde foi desenvolvida a pesquisa, trata-se de uma instituição pública localizada na cidade de Castanhal no Estado do Pará, que abrange do Ensino Médio Técnico a uma variedade de cursos de graduação. A escolha da instituição se deu por ser uma escola do meu estado, próximo à cidade de Maracanã, município onde resido. Além disso, trata-se de um instituto de educação tecnológica que oferece aos alunos um ensino de qualidade reconhecido na região norte do Brasil.

Para que ficasse garantido o total apoio da instituição, esclarecemos que foi feito um primeiro contato via e-mail com a direção da escola, que enviou como resposta um documento indicando apoio à proposta. Dessa forma, ficou certa a turma com a qual seria realizada a produção de dados da pesquisa. A instituição, na presença da Técnica em Assuntos Educacionais da Instituição, e do professor da turma, me receberam e se colocaram à disposição em relação ao acontecimento de produção de dados. No primeiro encontro com a

Técnica em Assuntos Educacionais da Instituição, ela deixou clara a importância da pesquisa para a instituição. Alguns encontros não foram possíveis de serem realizados dentro da sala da turma, porém, o professor se encarregou de reservar um local para que fosse possível a realização das atividades.

Antes do meu primeiro contato com os alunos, o professor de matemática da turma conversou com eles sobre a realização da pesquisa. O assunto foi reforçado por mim durante a entrega dos termos de assentimento, esclarecendo a importância da pesquisa, tanto para eles, quanto para a instituição. Também foi esclarecido que seria uma participação voluntária, porém, que a participação deles (alunos) seria muito importante. Os alunos interessados em participar foram esclarecidos quanto aos termos de consentimento livre e esclarecido (TCLE para um aluno com 18 anos) e termos de assentimento livre e esclarecido (TALE para os demais alunos, com idade inferior a 18 anos), e levaram para casa para assinarem, reiterando que os com idade inferior a 18 anos deveriam assinar e também solicitar a assinatura de um responsável legal. Foram ainda avisados que os termos deveriam ser entregues no primeiro dia da oficina.

Apesar de a instituição apresentar vários pontos positivos, nesse primeiro contato com os alunos para a entrega dos termos de assentimento, eles informaram que em alguns pontos da instituição o sinal de internet é bem limitado, inclusive dentro da sala onde eles estudam. Diante disso, para que não houvesse atraso em relação à produção de dados, disponibilizei internet móvel para gravar os encontros no Google Meet e ainda para fazer download do aplicativo no celular de alguns alunos.

Da turma convidada para participar da oficina, cinco alunos se interessaram em participar da pesquisa. Com esses alunos, as atividades foram desenvolvidas com o intuito de investigar as potencialidades do uso do celular nos processos de ensino e aprendizagem da Função Exponencial, promovendo junto aos mesmos outras formas de aprender matemática, as quais favorecem o dinamismo e a investigação.

Logo de início os alunos não conheciam o GeoGebra usado nas atividades, porém, no decorrer dos encontros eles foram se familiarizando com o aplicativo. Alguns ainda perguntaram o motivo da escolha desse aplicativo, e um aluno chegou a me mostrar outro aplicativo que ele usou para estudar função quadrática evidenciando que alguns alunos possuem conhecimentos de aplicativos matemáticos disponíveis para ajudá-los a compreender os conteúdos, porém em relação ao GeoGebra seria a primeira vez que iriam utilizar.

## 2. O aplicativo Graphing Calculator GeoGebra

Existem diversos aplicativos para celulares inteligentes que se destacam por oferecer visualização geométrica dinâmica daquilo que o aluno está estudando de forma aritmética e algébrica para uma visão que se configura em imagens e animações gráficas. Entretanto, para a realização dessa pesquisa utilizamos a versão 6.0 do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra para smartphones (Figura 1).

**Figura 1:** Símbolo do Aplicativo Graphing Calculator GeoGebra



O GeoGebra é um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma. Surgiu como o produto de uma pesquisa de doutorado de Markus Hohenwarter professor e pesquisador da Johannes Kepler Universität (JKU) de Linz, na Áustria. O software foi criado em 2001, e desde então, vem alcançando uma variedade de adeptos, com dados que mostram que o programa está disponível em cento e noventa países com traduções para cinquenta e cinco idiomas.

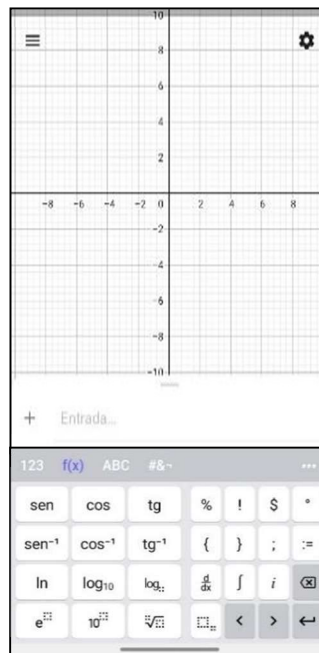
As potencialidades do software vêm se tornando cada vez mais eficazes e popularizando ainda mais o programa, que pode ser instalado em computadores e celulares de seis sistemas operacionais, sendo eles: Android, Chromebook, iOS, Linux, Mac e Windows. Com interface interativa, trata-se de um *software* que pode ser usado em todos os níveis educacionais para desenvolvimento de conhecimento matemático. Ele possui propriedades que permitem a inserção de diferentes funções, realização de cálculos, bem como a exibição e exploração de gráficos. “[...] com diversos recursos e funções, apresentando a possibilidade de realizar explorações e investigações nos conteúdos de Matemática” (FONSECA, 2021, p. 33).

Outro recurso consiste na exibição de uma tabela, com células que permitem digitar

valores numéricos, coordenadas de pontos, funções, entre outros. “Com ele é possível visualizar e alterar, na mesma tela de trabalho, as representações aritmética, algébrica e geométrica. Deste modo, as explorações e análises não são limitadas a uma única forma de representação” (FARIA, 2016, p. 40). O aplicativo conta ainda com versões 2D e 3D, ampliando ainda mais suas possibilidades.

Assim, algumas características do GeoGebra justificam a escolha pelo uso deste *aplicativo*, como o fato de ele ser gratuito, de fácil instalação e por poder ser executado em vários sistemas operacionais, tanto em computadores quanto em celulares inteligentes, além de contar com muitas funções e possibilidades que atendem diversos anos escolares, podendo ser de fácil manuseio pelos alunos, se mediados de modo adequado pelo professor, já que possui interface interativa e que propicia boa exploração dos mecanismos e conteúdo (Figura 2).

**Figura 2:** Interface do aplicativo GeoGebra



Fonte: Autora

Com todas essas possibilidades do GeoGebra, buscamos desenvolver um trabalho que proporcionasse aos alunos interação com a matemática de forma dinâmica, com intuito de explorar a matemática por outros meios, além de dar destaque às tecnologias digitais na sala de aula.

### 3. Atividades

Para pensarmos acerca do uso de tecnologias digitais no ensino e aprendizagem de

conteúdos matemáticos, elaboramos uma oficina envolvendo uma atividade investigativa a ser realizada com os alunos do Ensino Médio. Tal atividade foi proposta por meio do aplicativo GeoGebra, com o intuito de que os alunos pudessem explorar as potencialidades do aplicativo inserindo funções e plotando gráficos, a fim de identificar os métodos de resolução, e criar conjecturas a respeito do que foi estudado.

### **3.1 Material de apoio ao GeoGebra**

A princípio, antes de começarmos a planejar a atividade investigativa, pensamos na proposta de elaborarmos uma apostila de apresentação ao aplicativo GeoGebra (Apêndice 1), refletindo sobre a possibilidade de os alunos não conhecerem o aplicativo. Assim, desenvolvemos um material de apresentação ao GeoGebra, com intuito de familiarizar os alunos com o aplicativo GeoGebra, apresentando sua interface e ferramentas do aplicativo.

De início trouxemos uma breve introdução sobre o software, seguido da apresentação da interface do aplicativo (janela de visualização, área gráfica, caixa de entrada, álgebra, ferramentas e tabelas), também nos atentamos a exibir um guia dos recursos que iríamos usar durante a aplicação da atividade, assim descrevemos na apostila o passo a passo de como inserir funções e ainda de como inserir pontos no aplicativo. Dessa forma não nos preocuparíamos com esses detalhes durante o desenvolvimento das atividades. Por fim, também achamos pertinente deixar uma seção de descrição das ferramentas que compõem o aplicativo, com intuito de que os alunos possam utilizá-los em tarefas futuras (Apêndice 1).

### **3.2 Atividade investigativa de Função Exponencial**

Com o material de apresentação ao GeoGebra pronto, começamos a planejar a atividade investigativa (Apêndice 2). Para elaboração da atividade, contamos com a colaboração do aluno de iniciação científica Maycon Junio Ivo Vieira (bolsista PIBIC-CNPQ) do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Viçosa, também sob orientação da professora Rejane Faria. Como resultado da referida pesquisa de Iniciação Científica, foi criado o GeoGebraBook<sup>4</sup> “Atividades Investigativas e Função Exponencial”,

---

<sup>4</sup> O GeoGebraBook se encontra disponível em <https://www.geogebra.org/m/kmwfgarr>.

espaço em que foram disponibilizadas as atividades elaboradas. Além do mais, a atividade passou por um processo de avaliação e revisão com membros do GEPEMUV (Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa) ao qual estamos vinculados. Todo o processo de elaboração e aprimoramentos tanto do material de apoio do GeoGebra, quanto da atividade investigativa, estiveram sob a coordenação da professora responsável por orientar essa pesquisa, a professora Rejane Faria.

A ideia inicial era de pensarmos em situações problemas que envolvessem o então atual, na ocasião, contexto da manifestação do coronavírus, com o propósito de que os alunos percebessem uma relação entre situações presentes no nosso cotidiano e a matemática. No total foi desenvolvida uma atividade investigativa de função exponencial contendo cinco questões, que, de acordo com Faria (2016, p. 36) “[...] foram pensadas para que, por meio do GeoGebra, as propriedades aritméticas, geométricas e algébricas fossem exploradas de forma concomitante”.

Assim, as questões foram planejadas de modo que os alunos a cada encontro explorassem e conhecessem um pouco mais sobre a Função Exponencial, tendo como mediador o GeoGebra no celular. Ademais, a oficina foi dividida em três encontros, o primeiro com atividade de exploração do aplicativo GeoGebra e os demais com a atividade investigativa de Função Exponencial contextualizada com questões que abordassem a temática da Covid-19. Os encontros ocorreram no horário regular de aula dos alunos durante às terças-feiras do mês de maio de 2022.

## **4. Encontros**

A seguir faremos uma descrição dos encontros que compuseram essa oficina, destacando de forma breve o que foi abordado em cada encontro.

### **4.1. Primeiro encontro**

Como citado anteriormente, nesse primeiro encontro a proposta seria apresentar aos alunos o GeoGebra, e as respectivas ferramentas que iríamos utilizar nas atividades. Conforme sondado inicialmente, os alunos ainda não tinham tido contato com o aplicativo. Antes que o

material fosse distribuído, ainda foi reforçado o objetivo da pesquisa, o motivo da participação deles para essa produção de dados, explicando que as observações deles seriam muito importantes para a conclusão da pesquisa e por isso eles deveriam registrar tais observações no material apostilado, reiterando ainda que os encontros seriam registrados por meio de gravações e imagens.

Assim que os alunos estavam acomodados em seus lugares e em duplas, já que nem todos estavam com o aplicativo instalado, disponibilizei minha rede de internet, para que eles pudessem fazer o download. E em seguida foi distribuída uma apostila para cada aluno. Pedi para que eles fizessem uma apreciação inicial do material. Feito isso, comecei a ler o material e, seguindo a apostila, pedi que abrissem o aplicativo (alguns já estavam com ele aberto), e que fossem observando junto ao material, a interface do aplicativo e suas funções. Após essa primeira familiarização com o aplicativo, começamos a praticar o que seria trabalhado na oficina. Logo, seguindo os passos do que estava na apostila, os alunos começaram a inserir um exemplo de Função Exponencial, fazendo as primeiras observações em relação à dinâmica do aplicativo.

O passo seguinte foi mostrar aos alunos como inserir pontos manualmente no GeoGebra, algo que precisaríamos saber para desenvolver as atividades seguintes, e assim como estava na apostila os alunos fizeram. Como era o primeiro contato deles com o aplicativo, eles se atrapalharam na hora de inserir algumas coisas. Quando isso acontecia, eu os ajudava. Havia na turma um aluno com síndrome do espectro autista, que demandou mais atenção, mas sempre busquei interagir com todos os estudantes.

Após concluída essa primeira parte sobre o reconhecimento do GeoGebra, o passo seguinte foi iniciar a atividade investigativa (Apêndice 2). Assim, distribuí novamente a cada um deles as folhas da atividade, explicando que daquele momento em diante deveriam ter total atenção no entendimento das questões, pois iriam construir os conhecimentos necessários sobre a função exponencial, para assim relacioná-la com a manifestação do novo Coronavírus.

As duas primeiras questões se referiam a funções exponenciais crescentes e decrescentes, e como os alunos já haviam praticado como inserir função, assim fizeram na atividade. Nessas questões os alunos deveriam analisar o gráfico da função considerando seu comportamento, para que deste modo pudessem compreender qual função estava crescendo e qual estava decrescendo. Após terem finalizado essas questões e feito os registros na apostila, o material foi recolhido para análise, com previsão para ser entregue novamente no próximo encontro.



## 4.2. Segundo Encontro

Nesse segundo encontro, os alunos receberam novamente a apostila com a atividade, assim como o material de apoio ao GeoGebra. Para esse encontro, os alunos estudariam as leis de formação das funções exponenciais analisando seus comportamentos e também estudariam domínio e conjunto imagem da Função Exponencial.

Os alunos começaram inserindo as funções disponíveis na questão 3 (Apêndice 2) e assim deveriam analisar cada uma, observando seu comportamento e analisando a lei de formação de cada função para poder assim chegar a uma conclusão sobre quais funções estavam crescendo e quais funções estavam decrescendo, podendo descrever semelhanças e diferenças entre essas funções.

Assim que os alunos concluíram a questão 3, o próximo passo foi estudar a questão 4 (Apêndice 2), que se referia ao estudo de domínio e conjunto imagem da Função Exponencial. Os alunos tiveram um pouco mais de dificuldade para chegar a uma resposta mais próxima da correta, sendo necessário buscar algumas formas de instigá-los a chegar a uma conclusão.

Em resumo, podemos apontar que foi durante a realização dessa parte da atividade, que os alunos conseguiram compreender com mais clareza a Função Exponencial, entendendo quando que uma função cresce e quando decresce, podendo ainda compreender de que modo é apresentada a lei de formação desse tipo de função, tendo ainda a possibilidade de compreender o domínio e o conjunto imagem da Função Exponencial.

## 4.3. Terceiro Encontro

Assim como feito nos encontros anteriores, os alunos receberam a atividade e o material do GeoGebra, que deu suporte em alguns momentos em que eles não estavam lembrando dos recursos que precisariam para dar continuidade às atividades.

Esse terceiro encontro foi destinado para que os alunos colocassem em prática todos os conhecimentos construídos nos encontros anteriores. Nosso objetivo era que os alunos relacionassem a Função Exponencial ao contexto da Covid-19, além de descrever uma lei de formação em que o gráfico da função encontrada por eles viria a se aproximar mais dos pontos dispostos na questão 5 (Apêndice 2). A cada item desenvolvido da questão 5, eles exploravam e relembavam um pouco mais o que já haviam estudado nos encontros anteriores.

Assim que foram concluídas as questões e as folhas da atividade recolhidas, foi distribuído aos alunos um questionário (Apêndice 3) com perguntas abertas referente aos nossos encontros e a atividade realizada (Apêndices 1 e 2). O questionário teve como objetivo compreender a percepção dos alunos em relação às atividades desenvolvidas durante a oficina. Expliquei o objetivo, ressaltando que eles poderiam se sentir à vontade para expor suas opiniões. Em seguida, para que não houvesse interferências minhas durante a realização do questionário, me coloquei do outro lado da sala, aproveitando para organizar o material que eles já haviam entregue e fazer logo uma apreciação inicial do encontro realizado.

## **5. Procedimentos de produção e análise dos dados**

Como mencionado anteriormente, esta pesquisa foi desenvolvida dentro da abordagem qualitativa. De acordo com Faria (2012, p. 64), “[...] ao se empregar a abordagem qualitativa, se almeja compreender os modos como os alunos, numa situação específica, pensam, agem e buscam a generalização de conteúdos matemáticos. Assim buscamos “entender as relações que acontecem com os “objetos” de nosso estudo” (FARIA, 2012, p. 65).

Especificamente nessa pesquisa, entendemos que as descobertas que fluíram em cada encontro foram decorrentes das investigações desenvolvidas pelos nossos atores. Assim, consideramos que nossos principais atores são os nossos alunos participantes, a professora-pesquisadora, o celular inteligente e o aplicativo GeoGebra. De acordo com Faria (2012, p. 65):

[...] pesquisas de cunho qualitativo permitem que o pesquisador se envolva plenamente com o local de investigação e o objeto de estudo, se entrelaçando de tal forma que ele, assim como os outros atores da pesquisa, interaja, participe, intervenha e influencie sua investigação.

Desse modo, entendemos a pesquisa qualitativa como “[...] uma forma de se fazer pesquisa, onde o foco, o olhar da pesquisa encontra-se nas relações que têm significado para o pesquisador.” (JAVARONI; SANTOS; BORBA, 2011, p. 198). E como reitera Goldenberg (2004, p. 63), “[...] métodos qualitativos poderão observar, diretamente, como cada indivíduo, grupo ou instituição experimental, concretamente, a realidade pesquisada”. Particularmente, nesse subtópico, nos dedicamos à apresentação dos recursos utilizados para a produção e análise dos dados referentes a essa pesquisa.

A produção e análise dos dados se deu por meio dos encontros registrados em mídia digital com gravação via Google Meet, assim como, das folhas da atividade resolvida pelos

alunos, um caderno de campo que deu suporte para observações, notas e explicações, com o intuito de armazenar as ideias centrais levantadas, bem como pontos que se destacaram.

Além disso, ao final dos encontros um questionário (Anexo 3) foi aplicado aos alunos com o intuito de analisar como eles avaliaram a utilização do celular na sala de aula. As respostas também passaram por um processo de categorização e análise. Tais registros puderam auxiliar na análise dos dados e na identificação de trechos relevantes nas filmagens (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Esclarecemos que as gravações ocorreram somente para fins de otimizar a análise dos dados produzidos. As imagens dos alunos não foram divulgadas na dissertação e nem em quaisquer outros trabalhos científicos, isso com o intuito de preservar suas identidades.

Assim, os instrumentos que foram utilizados para a realização da pesquisa foram filmagens dos encontros, as folhas da atividade resolvida pelos alunos, os registros no caderno de campo e um questionário aplicado aos alunos no final dos encontros.

Tendo em vista os instrumentos utilizados para a produção dos dados, consideramos o que Goldenberg (2004, p. 63) denomina de triangulação que se refere à “[...] combinação de metodologias diversas no estudo do mesmo fenômeno”. Segundo a autora o objetivo da triangulação é o de “[...] abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo” (GOLDENBERG, 2004, p. 63). Nesse sentido, os meios utilizados na pesquisa proporcionaram uma compreensão mais abrangente do estudo realizado.

Nesse viés, consideramos as gravações via google meet, como um instrumento essencial para a análise dos dados. Todos os encontros foram gravados com o intuito de que, durante a análise dos dados, pudéssemos ter acesso aos encontros novamente, revisar detalhes que passaram despercebidos durante a realização da oficina e ainda rever pontos importantes para a análise dos dados, a fim de sanar possíveis dúvidas. Javaroni, Santos e Borba (2011) argumentam que quando a produção de dados, e a forma como estes são analisados, ocorrem mediados por certa mídia, esta vem a influenciar nos resultados da pesquisa.

Assim, a gravação dos encontros em mídia digital possibilitou que fosse feita uma análise mais rica dos dados produzidos, já que por esse meio foi possível ter acesso aos registros dos encontros no processo de investigação desenvolvidos pelos alunos. Torna-se possível dizer que, desse modo, a tecnologia de vídeo possibilitou que, por um único meio, fossem capturadas as imagens dos alunos, suas falas e ações.

Complementando esses registros, tivemos as folhas da atividade resolvidas pelos

alunos, que tiveram um papel relevante para análise dos dados, pois, por meio delas, tivemos acesso às respostas dos alunos na atividade investigativa, servindo para que pudéssemos compreender as suas conclusões frente ao estudo da Função Exponencial com o celular. Ao todo, foi elaborada uma atividade contendo cinco questões investigativas de Função Exponencial entregues para cada aluno, com o intuito de buscar analisar de que forma o uso do celular pode contribuir para aprendizagem da Função Exponencial por meio do aplicativo GeoGebra, e assim como em Faria (2012, p. 74), que contribuições esse tipo de investigação “[...] pode trazer ao processo de generalização de conteúdos matemáticos”. Ao final de cada encontro as folhas da atividade eram recolhidas para que assim não corresse o risco de serem perdidas e com isso preservar as respostas dos alunos.

No decorrer dos encontros, um caderno de campo foi utilizado para descrever detalhes ocorridos durante a realização da atividade. E essas anotações serviram para que junto das gravações e folhas da atividade, fosse possível ter uma visão mais abrangente do desenvolvimento da atividade.

E, finalmente, com o intuito de se ter uma visão geral sobre a visão dos alunos em relação à experiência vivida durante a oficina, no último encontro, após a conclusão da atividade, um questionário com perguntas abertas sobre a oficina foi entregue para cada aluno. As questões propostas tinham como intenção verificar a perspectiva dos alunos em relação à atividade investigativa com o uso do celular, o aplicativo GeoGebra, assim como os desafios enfrentados pelos alunos durante a realização dos encontros. Ademais, o questionário continha questões abertas referentes ao material de apoio do GeoGebra, a possibilidade de utilizarem aplicativos futuramente nas tarefas escolares e uma questão que buscava a avaliação geral deles em relação aos encontros ocorridos durante a oficina.

As informações que obtivemos por meio desses instrumentos foram organizadas durante o processo de análise dos dados desta pesquisa, refletindo à luz da pergunta norteadora “*Quais as potencialidades do uso do celular nos processos de ensino e aprendizagem da Função Exponencial?*”. Assim, a leitura e análise dos dados revelou três temáticas principais que resultaram na produção de três artigos que compõem essa dissertação.

O primeiro artigo intitulado: *O uso do Celular na Sala de Aula de Matemática: relato de uma experiência com atividade investigativa de função exponencial*, o objetivo consistiu em relatar uma experiência com atividade investigativa de Função Exponencial, mediada pelo aplicativo GeoGebra no celular. Dialogamos em meio às opiniões dos alunos sobre a experiência de se estudar um conteúdo matemático com a utilização de tecnologias digitais

com atividade investigativa, suas expectativas e dificuldades.

No segundo artigo, intitulado *Elaboração de atividades investigativas de função exponencial com o GeoGebra no celular*, objetivamos discutir os elementos necessários para elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial. Discutimos as características de atividades dessa natureza que abrangem conceitos como transdisciplinaridade na educação básica, intradisciplinaridade matemática, uso de tecnologias digitais, potencialidades do GeoGebra para compreensão da Função Exponencial, elaboração de questões intencionais em atividades investigativas de matemática.

Por fim, no terceiro artigo, que tem como título *Investigação de Função Exponencial e covid-19 com GeoGebra no smartphone*, cujo objetivo foi analisar de que modo estudantes do Ensino Médio constroem conhecimento no que tange à Função Exponencial e compreendem a relação dessa função com a Covid-19 em uma abordagem investigativa com tecnologias digitais. Os resultados e discussões partiram da análise nas folhas da atividade resolvidas assim como dos demais instrumentos de produção de dados, que permitiram alcançar resultados importantes em relação à atividade investigativa e tecnologias digitais no estudo da Função Exponencial.

Esclarecemos que antes do início da produção de dados dessa pesquisa, a mesma foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE 53645821.0.0000.5153), e o termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE para um aluno com 18 anos) e termos de assentimento livre e esclarecido (TALE para os demais alunos, com idade inferior a 18 anos) foram entregues, lidos e assinados por todos os participantes e por seus responsáveis para a autorização da divulgação científica dos dados produzidos junto aos estudantes.

## ARTIGO I

### USO DO CELULAR NO ENSINO DE MATEMÁTICA: relato de uma experiência com Atividade Investigativa de Função Exponencial

#### Resumo

O presente artigo tem por objetivo relatar uma experiência com atividade investigativa de Função Exponencial, mediada pelo aplicativo GeoGebra no celular. A proposta metodológica é de cunho qualitativo e os dados foram produzidos a partir da oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra” vivenciadas com alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal, que compôs o cenário de pesquisa de mestrado ao qual este artigo é parte integradora. Após essa etapa, os dados foram analisados a partir dos registros feitos pelos alunos no questionário aplicado no final da oficina. Relatamos, neste artigo, as experiências vivenciadas e a opinião dos alunos, triangulando os dados com autores referência nas áreas de estudo das tecnologias digitais e das investigações na Educação Matemática. Com base em nossa experiência, a utilização do celular no estudo da atividade investigativa de Função Exponencial promoveu a construção do conhecimento do conteúdo apresentado, destacando a possibilidade do uso do dispositivo como material didático, oportunizando interação no processo de aprendizagem matemática, além de trazer praticidade, no sentido de dar ao aluno autonomia no processo da investigação matemática. Nossas conclusões apontam que, se trabalhadas de forma adequada em um processo exploratório e interativo, atividades investigativas de matemática com tecnologias digitais podem contribuir para engajar os alunos no envolvimento com o tema e entre si, com a exploração das propriedades matemáticas e com a produção de conhecimento matemático de uma forma dinâmica, criativa e atrativa.

**Palavras-chave:** Tecnologias Digitais; Investigação Matemática; Educação Matemática; Ensino Médio.

#### 1 Introdução

Este artigo objetiva relatar uma experiência com uma atividade investigativa de Função Exponencial, mediada pelo aplicativo GeoGebra no celular. Assim, são apresentadas considerações a respeito da abordagem de atividades investigativas de matemática e do uso do celular como um recurso que possui potencialidades didáticas e pedagógicas nas salas de aula de matemática.

Com este intuito discutimos as possibilidades e os desafios para integração das tecnologias digitais no âmbito escolar, ressaltando como elas vêm moldando a forma de interagir das pessoas em diversos ambientes e os desafios para adaptá-las ao ambiente escolar como proposta pedagógica. Ademais, abordamos as fases das tecnologias digitais destacando as características e os avanços referentes a cada fase, que proporcionaram a criação e o aperfeiçoamento de inovações tecnológicas, dentre as quais destacamos o celular inteligente e o aplicativo GeoGebra, utilizados nesse estudo. Analisando os aspectos de cada fase, abrimos

a discussão para a quinta e atual fase das tecnologias digitais na Educação Matemática.

Desenvolvida na perspectiva da abordagem qualitativa de pesquisa, a produção dos dados do estudo que gerou este artigo se deu por meio da oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra” vivenciadas com cinco alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal. Após essa etapa, os dados foram analisados a partir dos registros feitos pelos alunos no questionário aplicado no final da oficina. Relatamos, neste artigo, as experiências vivenciadas e a visão dos alunos participantes, triangulando os dados com autores referência nas áreas de estudo das tecnologias digitais e das investigações na Educação Matemática.

## **2 Tecnologias Digitais: desafios e possibilidades para inserção no âmbito escolar**

As pessoas estão cada vez mais conectadas. As tecnologias digitais trouxeram praticidade e comodidade para diversos setores da sociedade, inclusive nos ambientes escolares, demandando, então, mudanças na maneira de ensinar e aprender os conteúdos. Atualmente vivemos rodeados por um emaranhado de redes invisíveis que permitem usufruir de várias vantagens em um mundo com muitas tecnologias digitais. A história da humanidade revela que, desde os primórdios, os seres humanos já buscavam meios que facilitassem seu convívio social e adaptação ao meio. De uns anos para cá, é comum se deparar com as pessoas carregando no bolso, na mochila ou nas mãos celulares que possibilitam um alto nível de informação, comunicação, entretenimento e, por que não um meio favorável às novas práticas de ensino e de aprendizagem?

Tendo crescido completamente imersas nas tecnologias da informação e da comunicação, as novas gerações não conseguem imaginar como seria aprender fora do mundo digital, onde as oportunidades de participação, criação e compartilhamento são inúmeras e cada vez mais sofisticadas. (PISCHETOLA, 2016, p. 50).

O constante aumento ao acesso e utilização das tecnologias digitais, provocaram mudanças no modo como os indivíduos interagem em nossa sociedade, incluindo mudanças nos modos como as economias produzem os bens e serviços, e incentivando a cultura virtual e as novas redes de comunicação horizontais (UNESCO, 2017).

De acordo com Pischetola (2016, p. 43), o uso das tecnologias digitais “[...] modifica não apenas o modo como executamos tarefas cotidianas, mas também as relações que

estabelecemos com outros seres humanos e com o mundo globalizado”. Há uma perceptibilidade no modo como os meios digitais têm oferecido aos indivíduos outras formas de interação e participação em grupos que compartilham dos mesmos interesses, possibilitando maneiras diversificadas de interagir constantemente.

A tecnologia digital oferece novas oportunidades de aprendizagem, visto que a interação com os dispositivos digitais é uma ação livre capaz de estimular a curiosidade. Essa interação oferece ao usuário a possibilidade de escolher as vias de acesso à informação que lhe interessem, selecionar a informação que prefira acessar os mesmos conteúdos quantas vezes quiser, buscando novas e mais significativa aprendizagens, e ainda produzir e socializar novas informações. (PISCHETOLA, 2016, p. 52).

Habowski, Conte e Trevisan (2019, p. 10) explicam que “[...] se as tecnologias digitais abrem e fundam um mundo, elas não podem reduzir-se a um simples instrumento novo, mas precisam penetrar no mundo pedagógico e entrar em diálogo com outras perspectivas, o que nos obriga a modificá-la e aprofundá-la”. Assim, nos detemos à importância que as tecnologias digitais vêm alcançando no meio social, cultural e principalmente educacional, e com relação a este último, nos interessamos ainda mais em torná-las aliadas em nossas atividades escolares. Nessa perspectiva,

Abordar investigações sobre as tecnologias digitais na educação é examinar a experiência humana de apropriação dessa linguagem no cotidiano em que todos estamos imersos, em termos de percepções, estilos de vida, (des)educação, (des)prazer, (in)sensibilidades e usos das múltiplas linguagens tecnológicas (HABOWSKI; CONTE; TREVISAN, 2019, p. 10).

Para Pischetola (2016, p. 50), as mudanças geradas pelas tecnologias “[...] têm desafiado a educação no sentido de oferecer aos jovens uma formação compatível com as necessidades deste momento histórico”. A autora reitera ainda que a escola vem perdendo o primeiro lugar como promotora de aprendizagem. Assim, tende a se afastar do universo em que os alunos estão imersos, no qual eles deixam transparecer um domínio de aprendizagem permeado de uma linguagem espontânea, até então desconhecida para o professor. Nesse sentido, acreditamos que a escola precisa oferecer mais oportunidades para que alunos e professores possam interagir em um mundo onde a linguagem usada possa ser entendida por ambas (estudantes e professores) as partes. No documento apresentado pela UNESCO (2017), é proposto:

[...] definir padrões para o uso das TIC na profissão docente que estejam incluídos ou, ao menos, alinhados com as normas pedagógicas do país; incorporar o uso das TIC (padrões) nos sistemas de avaliação de docentes, de modo a incluir o uso das TIC no desenvolvimento da carreira docente; incorporar os padrões do uso das TIC para professores ao currículo de formação de novos professores, de modo a garantir que as futuras gerações de profissionais desenvolvam as competências necessárias para explorar essas tecnologias em sua prática profissional; e gerar sistemas de apoio ao



desenvolvimento profissional que incluam tanto os cursos necessários para desenvolver as competências definidas, quanto redes de apoio para garantir um suporte contínuo durante o processo de adoção dessas tecnologias (UNESCO, 2017, p. 15).

Em direção semelhante, Almeida (2008) aponta para necessidade de preparar os educadores atuantes nas escolas, e também aqueles que atuam em órgãos educativos do sistema, para que se possa fazer uso das diversas tecnologias, “[...] englobando desde as tecnologias convencionais como rádio, TV, vídeo, livro e tecnologias digitais para as quais convergem outras tecnologias e mídias e para as novas tecnologias emergentes” (ALMEIDA, 2008, p. 118).

Diante da necessidade que tem se alargado em relação à adaptação às tecnologias digitais dentro das instituições de ensino, tem se destacado a criação de políticas e cursos de formação continuada com propósitos de atender às necessidades formativas frente à demanda de integração das tecnologias digitais na sala de aula da Educação Básica.

[...] nas últimas décadas os países criaram e implantaram políticas sobre o uso das TIC na educação que em geral têm contemplado três tipos de objetivos: garantir o acesso de alunos e professores a essas tecnologias; transformar as práticas de ensino e aprendizagem em sala de aula; e, em alguns casos, melhorar a gestão do sistema educacional por meio de sistemas de informação (UNESCO, 2017, p. 9).

Nesse sentido, é preciso rever as condições do trabalho docente e estabelecer programas de formação que proporcionem para esses profissionais, maneiras de adaptar as suas aulas às distintas tecnologias digitais, pois é visível a sobrecarga de trabalho com a qual o docente tem que lidar para, assim, alcançar as perspectivas dos currículos escolares.

De acordo com Habowski, Conte e Trevisan (2019) há uma percepção muito grande em relação ao modo como as tecnologias digitais geram nos sujeitos um envolvimento, mesmo que inconscientes, em meio as potencialidades técnicas, que vislumbram e ao mesmo tempo distraem. Desse modo, ao perceber o avanço das tecnologias digitais e as transformações que estas vêm causando no cotidiano das pessoas consideramos pertinentes acompanhar o desenvolvimento das tecnologias digitais, denominadas por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) por fases das tecnologias digitais em Educação Matemática, conforme apresentamos na seção a seguir.

### **3 Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática**

Ao longo da história das tecnologias digitais na Educação Matemática, passamos por

processos significativos de desenvolvimento, os quais Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) e Borba, Souto, Canedo-Junior (2022) agrupam em cinco fases. De acordo com os autores, a rapidez com que as inovações tecnológicas tomam forma, marca uma característica decorrente de nossa sociedade. Nesse sentido, "As dimensões da inovação tecnológica permitem a exploração e o surgimento de cenários alternativos para a educação e, em especial, para o ensino e aprendizagem de matemática" (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 17).

A primeira fase iniciada, em meados dos anos 1980, foi marcada pelos estudos com computadores, com as calculadoras de padrões simples e científicas, e com o software LOGO, este último considerado destaque dessa fase que veio a ocorrer no início do ano de 1985. Também nessa fase temos como tecnologias informáticas e tecnologias computacionais, já eram expressões comuns às pessoas ao se referirem aos computadores e seus sistemas (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

Além disso, segundo os autores, nessa fase também estão incluídos a ideia dos laboratórios de informática nas escolas, e criação de projetos com o intuito de preparar os professores para atuarem com as tecnologias. Segundo Salmasio (2020, p. 27), "Essa fase marca o início de um legado que busca discutir a importância, as possibilidades e desafios de utilizar as tecnologias digitais em sala de aula já com os primeiros computadores, calculadoras simples e científicas".

A segunda fase se iniciou na metade dos anos 1990, e veio marcada pela acessibilidade aos computadores pessoais. Nesta fase, segundo Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), há um número significativo de perspectivas sobre a forma como estudantes, professores e pesquisadores estavam enxergando a função dos computadores em relação às suas vidas pessoais e profissionais. Assim, várias empresas se dispuseram a produzir diversos softwares na área da educação, dando suporte aos professores nos cursos de formação continuada para com a utilização dos computadores em suas aulas. Além disso, nessa fase, também se destaca uma variedade de softwares com a função de mediar estudos sobre funções, a exemplo do winplot e o graphmatica, que oportunizaram para que novos tipos de problemas ou atividades matemáticas tivessem a possibilidade de serem explorados e elaborados em outros níveis de ensino, assim como, os softwares de geometria dinâmica como Cabri Géomètre e o Geometricks, que se destacam por favorecer o dinamismo abrindo a possibilidade de manipular de várias formas objetos geométricos virtualmente, permitindo que novos caminhos de investigação pudessem ser traçados.

Distinção entre *desenho e construção* não faziam sentido quando

construíamos objetos geométricos com lápis, papel e outras tecnologias, como régua e compasso, mas essa distinção começou a ser significativa com o uso de software de GD [Geometria Dinâmica]. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 23).

Com a exploração desses softwares um fator que se destacou foi a função arrastar, “[...] pois, ao fazer uma construção geométrica e tentar movê-la, era possível perceber a compreensão, a partir da sua construção, sobre o conceito geométrico que estava sendo estudado, bem como para as funções” (SALMASIO, 2020, p. 27).

A terceira fase se dá por volta do ano de 1999, caracterizada pelo avanço da internet, dando início a uma nova forma de informação e comunicação, possibilitando a interação das pessoas de modo virtual e em tempo real. Com isso, a internet passa a ocupar espaço também na educação, mediando a informação e comunicação entre os professores e os alunos, assim como, viabilizando a realização de cursos a distância com proposta para formação continuada de professores através de e-mails, fóruns entre outros. É nessa fase que surgem e se fixam os termos tecnologias da informação e tecnologia da informação e comunicação, além do termo tecnologias informáticas, já utilizado desde a primeira fase (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014). Nessa fase, os softwares desenvolvidos na fase anterior ganham melhorias, podemos dizer que essa fase marca o início da que virá a seguir.

A quarta fase, que teve início por volta de 2004, se destaca pelo acesso a uma internet rápida, aperfeiçoando o meio digital. É nessa fase que se começa a usar o termo tecnologias digitais (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), por ser um termo que melhor faz referência às inovações como “[...] produção de vídeos, comunicadores online com telepresença (como o Skype), ambientes virtuais de aprendizagem, aplicativos, objetos virtuais de aprendizagem, celulares inteligentes e outras tecnologias portáteis” (FARIA; ROMANELLO; DOMINGUES, 2018, p. 1). É nessa fase também que inicia-se a discussão acerca do conceito de Performance Matemática Digital, que pode ser entendido como:

[...] uma interlocução entre performance, artes e o uso de tecnologias digitais em educação matemática. [...] esses estudos têm explorado questões voltadas à inovação tecnológica-artístico-educacional no ensino e aprendizagem de matemática. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 99).

Os autores ressaltam que o surgimento de uma nova fase não exclui ou substitui a anterior. O que há é uma interação das fases, pois muitos dos aspectos referentes às fases anteriores ainda se apresentam na última fase.

[...] uma nova fase surge quando inovações tecnológicas possibilitam a constituição de cenários qualitativamente diferenciados de investigação matemática; quando o uso pedagógico de um novo recurso tecnológico traz

originalidade ao *pensar-com-tecnologias*. (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 36).

Nesse sentido, se olharmos a trajetória constituída pelos avanços tecnológicos, observamos que além do surgimento das novidades tecnológicas também se obtiveram aprimoramentos em relação aos já introduzidos desde a primeira fase, ao pensar que as funções do LOGO, ou outros softwares da segunda fase, viriam a ser exploradas com mais riqueza e rapidez dentro das demais fases

A quarta fase, como apresentada por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), é recheada de novas tecnologias, se comparada à fase anterior, e caracterizada por vários aspectos como GeoGebra, multimodalidade, tecnologias móveis e portáteis, dentre outras. Elas nos abrem as portas para a realidade atual que caminham para a quinta fase (BORBA; SOUTO; CANEDO-JUNIOR, 2022). Se pensarmos no que já surgiu relacionado às tecnologias no decorrer dos últimos anos, principalmente após o início da pandemia da Covid-19, reconheceremos que temos uma internet mais veloz e com cobertura mais abrangente. A quinta fase também tem sido caracterizada pela ampliação da comunicação por meio da rede social WhatsApp, que é um dos aplicativos de comunicação mais acessíveis e com múltiplas funcionalidades disponível atualmente. Nessa fase estão sendo criados ainda vários outros aplicativos e softwares que surgem a todo instante com a finalidade de suprir as necessidades humanas.

Na quinta fase, os celulares, apontado por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) como uma proposta de recurso tecnológico com fins pedagógicos, têm se mostrado ainda mais promissor, isso por vermos celulares com alta capacidade e funcionalidades que com um “toque” possibilitam que vários problemas do dia a dia “[...] como acessar sua conta no banco, pagar contas, fazer orçamento, baixar músicas...” (SALMASIO, 2020, p. 28) possam ser resolvidos. Além disso, na educação, as tecnologias digitais têm permitido “[...] acessar plataformas de estudo, comunicar-se com o outro, fazer uma compra e principalmente ter acesso a uma vasta gama de trabalhos, apostilas, tutoriais, e vídeos que nos possibilitam estudar de onde e como preferirmos.” (SALMASIO, 2020, p. 28).

Os ambientes virtuais de aprendizagem e os serviços de videoconferência, embora tenham surgido desde a terceira fase, estão cada vez mais acessíveis e sofisticados, tecnologias digitais que se destacaram durante a pandemia de covid-19, e que também favoreceram o ensino remoto (como Google Meet, Zoom, Microsoft Teams, dentre outros). O WhatsApp também entrou para lista de aplicativos com disponibilidade para realizar videochamadas com um determinado número de participantes que tem sido ampliado ao longo das atualizações. Além

disso, com as tecnologias digitais, “[...] as formas de comunicação, o comportamento das pessoas, a busca por informações, o estilo de vida e principalmente a Educação se alteram” (SALMASIO, 2020, p. 28), fatores como esses nos mostram indícios de que podemos estar presenciando algo mais revolucionário, nos levando a perceber que o surgimento de outras fases é iminente. É nesse sentido que Chiari (2018, p. 352) afirma que, a “[...] velocidade com que as novidades tecnológicas surgem é assustadora, causando uma sensação de que sempre tem algo novo, a todo momento.”.

Deste modo, concordamos que diante de tantos avanços, em tantas áreas, “[...] é importante que a sala de aula seja percebida como um ambiente enriquecedor, onde os jovens encontrem tarefas e atividades focadas no desenvolvimento de suas capacidades.” (PISCHETOLA, 2016, p. 62). Nesse sentido, concordamos com a autora que defende que as tecnologias digitais sejam vistas como elementos essenciais capazes de motivar a aprendizagem, afinal:

[...] com a utilização de recursos tecnológicos em sala de aula, ocorre uma ampliação das possibilidades de ensinar e aprender e é possível despertar o interesse dos alunos nas aulas de matemática, pois eles podem deduzir propriedades e descobrir conceitos matemáticos, por meio da exploração de atividades em softwares gratuitos (BAIRRAL; SILVA, 2018, p. 165).

Corroboramos essa ideia e entendemos que, no contexto educacional, as tecnologias digitais têm a capacidade de proporcionar uma forma de ensino da matemática diferente, pois o modo como se usa os recursos tecnológicos nas aulas de Matemática pode promover alterações positivas na estrutura da sala de aula e também na maneira de ensinar e de aprender os conteúdos (FERREIRA; CAMPONEZ; SCORTEGAGNA, 2015).

#### **4 Procedimentos Metodológicos**

O artigo aqui presente é parte integrante de uma pesquisa de mestrado <sup>5</sup>desenvolvida na abordagem qualitativa, pois consideramos como elementos chave a participação dos sujeitos, suas relações e opiniões com o contexto dos problemas abordados. A pesquisa qualitativa como afirma Bicudo (2013, p. 116) “[...] engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e

---

<sup>5</sup> Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE 53645821.0.0000.5153). O termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE para um aluno com 18 anos) e termos de assentimento livre e esclarecido (TALE para os demais alunos, com idade inferior a 18 anos) foram entregues, lidos e assinados por todos os participantes e por seus responsáveis para a autorização da divulgação científica dos dados produzidos junto aos estudantes.

opiniões”. Ademais, nossa “[...] preocupação não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão” (GOLDENBERG, 1997, p. 14).

Especificamente na pesquisa realizada, consideramos outros aspectos relevantes: privilegiar o uso do celular na construção do conhecimento matemático, assim como possibilitar meios de se chegar a uma conclusão através da investigação matemática refletindo acerca de problemas pertinentes no meio social em que convivemos.

Para abrangermos esses aspectos, propomos a oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra”, para alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal. Da turma convidada para participar da oficina, cinco alunos se interessaram em participar da pesquisa.

Buscando alcançar o objetivo de investigar o uso do celular no estudo da Função Exponencial por meio do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra para celular, propomos uma atividade investigativa que estimulasse os alunos a levantar questionamentos e discussões a respeito do que estava sendo estudado, e a explorar a matemática utilizando diferentes métodos de resolução, incluindo a interpretação de gráficos. Para elaboração das atividades, contamos com a colaboração do aluno de iniciação científica Maycon Junio Ivo Vieira (bolsista PIBIC-CNPQ) do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Viçosa, também sob orientação da professora Rejane Faria. Como resultado da referida pesquisa de Iniciação Científica, foi criado o GeoGebraBook<sup>6</sup> “Atividades Investigativas e Função Exponencial”, espaço em que foram disponibilizadas as atividades elaboradas.

Os alunos foram organizados em duplas, com a finalidade de promover o diálogo e a construção mútua do conhecimento. Contudo, a atividade impressa foi distribuída de forma individual, com o intuito de podermos analisar os registros de cada participante.

A oficina foi realizada ao longo de três encontros consecutivos, sendo um em cada semana, ocorridos durante o horário da aula de matemática. A cada encontro buscou-se explorar um pouco mais as propriedades da Função Exponencial com o auxílio do GeoGebra, até chegar ao momento de relacionar a Função Exponencial ao cenário da covid-19.

Os procedimentos e instrumentos utilizados na produção dos dados foram as gravações dos encontros em mídia digital com filmagens via *Google meet*, pela câmera do notebook. Ao

---

<sup>6</sup> O GeoGebraBook se encontra disponível em <https://www.geogebra.org/m/kmwfgarr>.

longo dos encontros, as folhas da atividade com as questões resolvidas pelos alunos foram recolhidas. Ademais, registrei minhas observações em um caderno de campo para que observações, notas, explicações e detalhes fossem registrados, com o intuito de armazenar as ideias centrais levantadas, bem como pontos que se destacaram. Tais registros puderam auxiliar na análise dos dados e na identificação de trechos relevantes nas filmagens (BOGDAN; BIKLEN, 1994), que deram suporte durante a análise de dados.

Ao final dos encontros um questionário foi aplicado com o intuito de analisar como os alunos avaliaram a utilização do celular na aprendizagem matemática, assim como o aplicativo GeoGebra para o estudo da Função Exponencial, expondo os desafios e possibilidades notados que resultou em dados importantes para a análise e na construção do presente artigo.

Esclarecemos que as gravações ocorreram somente para fins de otimizar a análise dos dados produzidos. As imagens dos alunos não foram divulgadas na dissertação com o intuito de preservar suas identidades. A escolha pela gravação dos encontros se fez a fim de que fosse possível ter acesso às discussões ocorridas nos encontros quando fosse necessário revisá-los para sanar possíveis dúvidas durante a análise dos dados. De acordo com Javaroni, Santos e Borba (2011, p. 199),

Desde gravadores e filmadoras portáteis até softwares específicos para coleta e análise de dados, bem como os recursos da Internet, têm moldado não somente os procedimentos metodológicos da pesquisa, mas, principalmente, o olhar do pesquisador diante dos dados e de seu problema de pesquisa.

Porém, esses procedimentos de coleta, por meio de filmagens, nem sempre possibilitam captar a abrangência de situações que ocorrem no cenário de pesquisa (JAVARONI; SANTOS; BORBA, 2011, p. 200). Assim as folhas da atividade com as questões resolvidas foram utilizadas com o propósito de analisar os registros das conclusões dos alunos construídas a cada atividade desenvolvida. Desse modo, foi possível fazer o acompanhamento em relação aos conhecimentos que vinham a surgir no decorrer de cada atividade investigativa.

Especificamente nesse artigo, relatamos a experiência da oficina realizada com a atividade investigativa de Função Exponencial, mediada pelo celular e o aplicativo GeoGebra, enfatizando as respostas dos alunos ao questionário realizado, considerando suas expectativas em relação a utilização do celular, como também a atividade desenvolvida. Para isso, analisamos a visão dos alunos, triangulando os dados com autores referência nas áreas de estudo das tecnologias digitais na Educação Matemática, bem como das investigações matemáticas.

Ao trazer os registros dos alunos feito no questionário, optamos por não divulgar seus

nomes, nem usar nomes fictícios, a fim de não fazermos comparações entre suas colocações e argumentações, mas sim analisar as discussões de forma coletiva, com o intuito de destacar a construção do conhecimento. Desse modo, as respostas são destacadas em itálico e entre aspas, e os mesmos são identificados como alunos.

## 5 Análise dos Dados

Quando optamos por realizar uma oficina abordando as relações da Função Exponencial com a covid-19, escolhemos realizar uma atividade investigativa com o celular, por entendermos que se trata de um dispositivo presente nas salas de aula devido a sua popularidade e disponibilidade para a maior parte dos alunos. Pesquisas recentes (RAGONI; CHIARI, 2021; SALMASIO, 2020; CHIARI, 2018; FARIA; ROMANELLO; DOMINGUES, 2018; ROMANELLO, 2016; BORBA; LACERDA, 2015) têm mostrado que o celular inteligente vem despertando interesse no processo educativo, pois dispõe de várias potencialidades que podem proporcionar uma aprendizagem dinâmica e interativa em relação aos conteúdos matemáticos.

No intuito de relatar nossa experiência de ensino de matemática com a atividade investigativa de Função Exponencial desenvolvida com o celular e mediada pelo aplicativo GeoGebra, analisamos a opinião dos alunos em relação à oficina por meio de um questionário (quadro 1). Nas perguntas, levamos em consideração as respostas registradas, pois, nesse instrumento de pesquisa, os alunos tiveram espaço para expressar sua opinião.

### Quadro 1: Questionário

1. Relate como foi sua experiência em estudar o conteúdo matemático por meio de atividades investigativas com o celular?
2. Quanto ao uso do celular no desenvolvimento das atividades, você considera que ajudou no entendimento sobre Função Exponencial? Explique.
3. Durante a realização dos encontros, qual ou quais foram as atividades que mais chamaram sua atenção para a compreensão da Função Exponencial? Justifique sua resposta.
4. Com relação ao aplicativo, o que você achou de usar o GeoGebra no estudo de Função Exponencial? Descreva quais foram as dificuldades e facilidades que você encontrou.
5. Após a realização das atividades propostas, você pretende aderir nas suas tarefas escolares algum aplicativo matemático? Justifique sua resposta.
6. Qual sua opinião em relação a atividade de reconhecimento do GeoGebra apresentado no primeiro encontro? Tem alguma sugestão?
7. Você teria algo a acrescentar em relação aos encontros, como sugestões, críticas ou observações? Sinta-se à vontade para responder.

Fonte: Autoras.

Buscando fazer um paralelo entre o estudo realizado e as fases das tecnologias digitais em Educação Matemática abordadas em Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014) e Borba, Souto,



Canedo-Junior (2022), analisamos a experiência de abordar o conteúdo matemático por meio da atividade investigativa com o celular; a possibilidade do uso do celular no desenvolvimento das atividades e o entendimento sobre Função Exponencial; as atividades que mais chamaram a atenção para a compreensão da Função Exponencial; o que acharam de usar o GeoGebra no estudo de Função Exponencial; se passariam a utilizar algum aplicativo matemático nas tarefas escolares; a opinião sobre a atividade de reconhecimento do GeoGebra; e se teria sugestões, críticas ou observações a serem realizadas. Nossas vivências, observações e os dados obtidos nos levaram a agrupar as respostas em duas categorias: “Potencialidades do GeoGebra no celular para investigação matemática” e “O uso do celular na compreensão da Função Exponencial”, as quais são descritas a seguir.

### **5.1 Potencialidades do GeoGebra no celular para investigação matemática**

Para realização da atividade, nos preparamos para que, caso algum aluno não possuísse celular, o da pesquisadora fosse emprestado para eles. Além disso, como a atividade estava sendo realizada em duplas, seria suficiente que apenas um dos alunos tivesse com o dispositivo em mãos. Mas não foi necessário. Os alunos levaram seu próprio dispositivo, o que possibilitou que, a qualquer momento, eles acessassem as funções novamente e explorassem quantas vezes fossem necessárias, a fim de fazer novas descobertas. Foi nessa perspectiva que Borba e Lacerda (2015) já apontavam para a tendência do uso de um celular por aluno, favorecendo o acesso no contexto escolar e possibilitando o uso das tecnologias digitais na sala de aula de matemática, sem que houvesse necessidade de deslocamento para uma sala de informática.

Nesse sentido, podemos inferir que a possibilidade de o aluno dispor de seu próprio dispositivo também permite que ele se sinta mais à vontade para organizar suas ideias, tendo mais liberdade para explorar o dispositivo na sala de aula, em casa, ou onde preferir. Para Borba e Lacerda (2015, p. 500), “A ideia de um celular por aluno é pensada pela facilidade de acesso do aluno a um dispositivo móvel, e a um acesso instantâneo”.

Uma facilidade do GeoGebra que merece destaque consiste no fato do aplicativo funcionar em modo off-line, precisando apenas de internet para ser baixado. Após a instalação, todas as funções do aplicativo podem ser exploradas sem conectividade com a internet. Isso contribuiu para que, lugares em que haja falta de internet, não se tornem impedimento para realização de atividades com o aplicativo. Na nossa experiência esse fator foi fundamental. Deste modo, conseguimos realizar as atividades propostas apesar da conexão com a internet ser

precária para os alunos na escola.

Para Salmasio e Chiari (2019, p. 3, grifo das autoras), “[...] a possibilidade de *tocar a matemática*, de arrastar um ponto de uma construção geométrica de uma função, relacionar algébrico com geométrico, possibilitam ao aprendiz uma experiência enriquecedora”. Ou seja, proporciona ao aluno uma experiência nova, uma vez que permite acompanhar o comportamento de um gráfico seguindo seus movimentos. Essa possibilidade do arrastar é defendida por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), como decorrência da segunda fase das tecnologias digitais, mas que continua presente nos softwares atuais. Para os autores:

Em uma construção, a figura sempre preserva suas propriedades fundamentais quando um dos elementos “móveis” que a compõe é arrastado. Se arrastarmos uma figura e ela não mantiver suas propriedades fundamentais, a figura é apenas um desenho [e não uma construção]. As atividades que propõem a construção de objetos com uso de softwares de GD [Geometria Dinâmica] buscam construir cenários que possibilitem a investigação matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 24).

Argumentos como esses nos impulsionaram a optar por utilizar o aplicativo calculadora gráfica GeoGebra em nossa oficina, não só com o intuito de mostrar aos alunos algo novo, mas assim como fez Fonseca (2021, p. 119), com a proposta de “[...] integrar tecnologias digitais às aulas de Matemática”, fazendo com que os alunos passassem a ter a oportunidade de vislumbrar a matemática por outros âmbitos, não só através dos instrumentos comuns ao ensino tradicional, como lousa, giz, papel e caneta. Se as calculadoras gráficas como as descritas por Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014), durante as primeiras fases das tecnologias digitais, já moldavam um novo cenário para o ensino de matemática na época sem a necessidade de se deslocar para um laboratório de informática, contemplamos nas tecnologias atuais ferramentas ainda mais promissoras.

Como tecnologia digital marcante da quarta fase, a escolha pelo GeoGebra se fez devido às suas características de integrar diversas propriedades de múltiplas funções sendo representadas de forma simultânea, assim como criar novos cenários para a investigação matemática (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014), “[...] nos quais o aluno é capaz de experimentar situações em um processo dinâmico” (BINOTTO, 2015, p. 24). Além de proporcionar uma visualização de qualidade dos gráficos e das funções, possibilitando uma melhor compreensão das vertentes matemáticas, pois “[...] com ele é possível visualizar e alterar, na mesma tela de trabalho, as representações aritmética, algébrica e geométrica” (FARIA, 2016, p. 40).

Para refletirmos sobre a visão dos alunos quanto a utilização do GeoGebra, propomos o

seguinte questionamento: *“Com relação ao aplicativo, o que você achou de usar o GeoGebra no estudo de Função Exponencial? Descreva quais foram as dificuldades e facilidades que você encontrou?”*. Algo esperado para nossa oficina, era compreender de que forma os alunos iriam nos dar um retorno em relação à experiência de estudar um conteúdo matemático mediado pelo celular e o GeoGebra. Para Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 48), “[...] é fundamental explorarmos não somente os recursos inovadores de uma tecnologia educacional, mas a forma de uso de suas potencialidades com base em perspectiva educacional”. Nesse contexto, consideramos também indispensável entender como o aluno está vendo o processo.

A maioria dos alunos nos retornou de forma positiva, sendo suas respostas satisfatórias ao questionamento proposto. Um dos alunos relatou ter sido *“Uma experiência muito boa e interessante, minhas dificuldades foram somente em identificar alguns pontos e sua finalidade mais isso foi no começo da pesquisa, depois consegui compreender tudo”* uma outra aluna reitera que *“[...] como foi a primeira vez usando achei algumas dificuldades no primeiro encontro, porém logo percebi que é um app fácil de se utilizar”*. Como relatado, os entraves encontrados quanto à utilização do GeoGebra se deram no primeiro encontro que entendemos ser consequência do fato de que os alunos ainda não tinham tido oportunidade de trabalhar com o aplicativo antes da pesquisa, o que, apesar disso, não deixou de ser uma experiência positiva.

Quanto a esses entraves, Figueiredo (2017, p. 11) afirma que “[...] a adaptação ao uso de qualquer recurso é fruto de um processo evolutivo e natural”. Desse modo, consideramos comum haver no início algumas dificuldades com relação à sua manipulação, mas que foram sendo amenizados à medida em que os alunos interagiam ainda mais com o aplicativo, de modo que *“[...] o pensar-com-GeoGebra propulsione os principais aspectos que caracterizam uma investigação matemática a partir do designer experimental da atividade”* (BORBA; SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014, p. 62).

Por outro lado, dificuldades também foram manifestadas pelos alunos. Uma delas escreveu que *“Foi um pouco difícil usar o GeoGebra, porque tinha que fazer várias funções e ao mesmo tempo. Uma dificuldade foi olhar e entender o gráfico”*.

Como relata a aluna, uma das dificuldades foi olhar o gráfico e entendê-lo. Quanto a essas dificuldades, Duval (2011) sinaliza que muitas das vezes a prática de interpretação gráfica por meio da visualização é deixada de lado no ensino, favorecendo um distanciamento dos alunos quanto a uma utilização correta das representações gráficas. O autor argumenta ainda que:

A leitura das representações gráficas requer dos alunos a discriminação das diferentes variáveis visuais pertinentes constituintes deste tipo de representação. Requer também que os alunos tenham consciência das correspondências entre as variações visuais dos gráficos e as alterações significativas na escrita algébrica da relação. (DUVAL, 2011, p. 96),

Desse modo, devemos levar em consideração, o fato de que os alunos estavam estudando pela primeira vez o conteúdo de Função Exponencial, e diferente do que eles estão acostumados a ver em uma aula tradicional. Nesse caso, os alunos ocupavam a posição de investigadores, de modo que a compreensão do conteúdo viria por meio da observação, da exploração e da relação entre o registro algébrico (lei da função), com o geométrico (gráfico) e com o aritmético (valores numéricos descritivos atribuídos), que entendemos ser complexo para os alunos não habituados a estudar esses conceitos matemáticos de forma simultânea.

Mendonça e Pires (2018, p. 4), enfatizam que o GeoGebra possibilita “[...] dar dinamismo e animações interativas aos conteúdos [...], facilidade da exploração algébrica e gráfica simultaneamente”. Dullius e Quartieri (2016, p. 10) enfatizam que “[...] aquele problema que antes se apresentava apenas de forma algébrica, hoje pode ser exaustivamente explorado por aplicativos dotados de vários recursos gráficos”. Os autores também dão credibilidade à visualização como tendo um papel significativo no processo de investigação matemática. Assim, concordamos com Borba, Scucuglia e Gadanidis (2014, p. 51) que argumentam que:

A visualização envolve um esquema mental que representa a informação visual ou espacial. É um processo de formação de imagens que torna possível a entrada em cena das representações dos objetos matematicamente. Ela oferece meios para que conexões entre representação possam acontecer.

Em consonância com os autores, Salmasio (2020, p. 118) ressalta que “[...] é satisfatório quando o aluno se mobiliza, discute e consegue visualizar aquilo que antes deveria ser imaginado, ou seja, quando ele busca pela aprendizagem”. Nesse sentido, podemos pensar a visualização como aspecto fundamental para a construção do conhecimento matemático.

Desse modo, à medida em que as atividades eram aplicadas os alunos iam tendo a possibilidade de conhecer a Função Exponencial e de construir os conhecimentos referentes a esse tipo de função.

Pensando nas possibilidades de como os alunos iriam receber a proposta de aplicativos matemáticos serem aliados nas aulas de matemática, indagamos: “*Após a realização das atividades propostas, você pretende aderir nas suas tarefas escolares algum aplicativo matemático? Justifique sua resposta*”. A maioria dos alunos se posicionou de forma positiva,

de modo que entendemos que a experiência estimulou o interesse dos alunos. Nessa direção, um deles escreveu que “[...] irá ajudar muito na realização das tarefas.” Outro destacou o interesse “[...] pela facilidade e rapidez que ele traz para a compreensão do assunto” um outro aluno mostra que entende a necessidade dos aplicativos matemáticos ao destacar que “[...] facilita o aprendizado e ajuda os alunos com dificuldades de resolver uma questão”. Desse modo, enfatizamos que o GeoGebra viabilizou outros meios para se chegar ao entendimento da proposta da atividade investigativa realizada.

## 5.2 O uso do celular na compreensão da Função Exponencial

No decorrer das fases das tecnologias digitais, notamos o desenvolvimento de uma variedade de inovações tecnológicas que se modificam e surgem no decorrer de cada fase. Segundo Borba, Souto, Canedo-Junior (2022), estamos vivenciando atualmente a quinta fase, nela podemos notar a ampla utilização de tecnologias digitais móveis como, tablets, aplicativos diversos e celulares inteligentes. É nessa fase que situamos essa pesquisa, pois, segundo Borba, Souto, Canedo-Junior (2022), uma variedade de recursos didáticos e atividades matemáticas foram e vêm sendo desenvolvidas ao longo das fases, que buscam explorar a ideia e os conceitos matemáticos com tecnologias. De acordo com Faria, Romanello e Domingues (2018, p. 115).

[...] os celulares são como microcomputadores que permitem criar, editar e enviar arquivos dos mais diversos formatos, além de permitirem o acesso de aplicativos diversos, alguns deles, fornecendo as mesmas funcionalidades das calculadoras gráficas em um formato mais atrativo. (FARIA; ROMANELLO; DOMINGUES, 2018, p. 115)

E isso vem se mostrando um diferencial em relação aos computadores, pois os celulares nos possibilitam construir uma infinidade de aprendizagens e ainda possuem uma grande quantidade de recursos disponíveis de forma gratuita e que estão sempre à mão (SALMASIO, 2020). Esses dispositivos agregam uma variedade de funcionalidades que se destacam desde os itens mais comuns do dia a dia (despertador, lembretes, calendários) até itens que têm ganhado ainda mais aprimoramentos, como no caso as calculadoras gráficas, que tiveram maiores destaques na segunda fase das tecnologias digitais na Educação Matemática e que nos dias atuais têm sido reinventadas no formato de aplicativos para celulares inteligentes.

Foi nesse sentido que um dos alunos registrou que “[...] o celular ajudou bastante para compreendermos melhor o assunto”. Desde o início da oficina foi possível perceber que a

atuação do celular foi importante para compreensão da Função Exponencial. Inicialmente, durante as atividades, os alunos fizeram observações sobre o comportamento gráfico, registrando informações identificadas com aspectos visuais do que foi plotado no aplicativo. Ao digitar a lei de formação de uma Função Exponencial, observavam características do tipo “*uma linha que passa no  $x$  e  $y$  infinitamente*”, “*esse número está localizado no  $1$  y [se referindo ao ponto sobre o número  $1$  no eixo  $y$ , o ponto  $(0,1)$ ]*” e “[...] *o gráfico sobe e não vejo o fim e em cada ponto tem os valores que aparecem na tabela*”. Esses trechos revelam que a investigação matemática com GeoGebra estava contribuindo para a compreensão da Função Exponencial, mais precisamente na identificação dos pontos, e na percepção de que se trata de um gráfico crescente e infinito.

Nesse cenário, presenciamos que as funções dos celulares vão além das funções de calculadoras gráficas. Nestes dispositivos é possível executar múltiplas funcionalidades que favorecem uma visualização de qualidade das vertentes matemáticas, assim como a capacidade de ampliação da tela de visualização, recurso utilizado em algumas das questões, que permitiu aos alunos visualizarem os detalhes presentes nos gráficos. As características visuais viabilizaram que as primeiras impressões fossem aceitas ou refutadas, ocasionando resultados relevantes no entendimento de características particulares da Função Exponencial. Nesse sentido, “[...] a visualização é uma ação importante que deve ser levada em consideração quando se pretende desenvolver o Ensino de Matemática” (DULLIUS; QUARTIERI, 2016, p. 10), revelando as potencialidades que o celular pode proporcionar.

Desse modo, os alunos tiveram a possibilidade de acompanhar o comportamento dos gráficos referentes a cada Função Exponencial estudada na oficina, dispondo de um recurso que proporcionou visualizar as propriedades dessas funções ao mesmo tempo, de forma rápida e prática, promovendo uma maior interação com as particularidades matemáticas presentes. Nesse sentido, um dos alunos afirmou que “[...] *o celular foi uma ferramenta importante para o entendimento do assunto*”, outro ressaltou que o celular “[...] *ajudou muito no entendimento da forma como ele (o gráfico da Função Exponencial) se comporta*”.

Outro momento importante na oficina ocorreu quando uma aluna identificou valores em que, supostamente, o gráfico estava encostando no eixo  $x$ . Porém, ao solicitar que utilizasse a ferramenta de aproximação para conferir se sua afirmação estava correta, ela afirmou “[...] *não está encostando se puxar o zoom*”. A resposta dada pela aluna revela uma das potencialidades do GeoGebra. A ferramenta de aproximação do aplicativo, também chamada de zoom, tornou possível perceber que o gráfico não intercepta o eixo  $x$  em nenhum ponto,

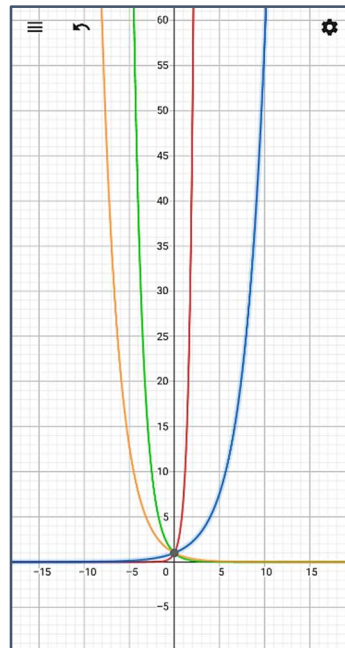
estimulando, assim, que as conjecturas realizadas pela aluna fossem colocadas à prova, e permitissem que ela conseguisse refutar a ideia. Deste modo, ressaltamos que propor que os alunos explorem o zoom do GeoGebra, contribuiu para que o comportamento do gráfico seja observado com maior precisão, investigando várias formas de visualização e comprovando que, ao observarmos o gráfico com maior aproximação dos pontos marcados, ele não toca o eixo x (FARIA, 2012).

Para justificar suas observações sobre os dois gráficos estudados até então, uma das alunas respondeu: *“Eles estão nas mesmas posições. Só que tem uma parte que está positiva, no outro está negativa. Estão o inverso um do outro”*. Observando o mesmo gráfico, outro aluno disse que: *“[...] eles estão fazendo o mesmo percurso mais com resultados diferentes, pois muda a posição dos números*. Embora tenham afirmado que os gráficos eram diferentes devido às posições opostas, eles ainda não conseguiam determinar qual dos gráficos estava crescendo e qual estava decrescendo, gerando dúvidas e curiosidades. Assim, consideramos que utilizar o celular e os recursos do GeoGebra para realização das investigações matemáticas contribuíram para compreensão do conteúdo, mas que, sua presença em si não é suficiente para esclarecer as dúvidas. Assim, o que é projetado no aplicativo deve ser avaliado, interpretado e compreendido para que haja construção do conhecimento (FONSECA, 2021).

As respostas dos alunos trazem evidências de que o celular foi uma ferramenta relevante no desenvolvimento da atividade, a capacidade do dispositivo em disponibilizar instrumentos para se chegar à compreensão do conteúdo, possibilitou várias formas de explorar as propriedades da Função Exponencial. Além de oportunizar que os alunos tivessem acesso instantâneo ao aplicativo utilizado na oficina. A vantagem do aluno ter seu próprio aparelho celular é o que nos coloca mais próximo da ideia do *pensar-com-tecnologia* na sala de aula de matemática (BORBA, SCUCUGLIA; GADANIDIS, 2014).

Durante a oficina, todas as atividades foram desenvolvidas com o auxílio do GeoGebra no celular. Desse modo, os alunos tiveram a oportunidade de visualizar a construção de vários gráficos em uma mesma interface e dispondo da tabela de valores do aplicativo puderam ainda analisar os valores dados para cada coordenada  $(x,y)$ . A questão 3, por exemplo, solicitava que os gráficos das funções  $f(x) = 7^x$ ,  $g(x) = (1.5)^x$ ,  $h(x) = (0.4)^x$  e  $j(x) = (0.6)^x$  fossem realizadas em um mesmo arquivo do aplicativo (figura 1).

**Figura 1:** Gráficos das funções da questão 3



Fonte: Autoras.

Consideramos que isso se tornou um facilitador, pois durante algumas das questões em que os alunos demonstraram dificuldades em interpretar o comportamento do gráfico da Função Exponencial apenas pela visualização, o GeoGebra também estava permitindo outros meios de se chegar à interpretação desse comportamento, por meio da tabela de valores e da janela de álgebra, por exemplo. Nesse sentido Faria (2016, p. 75), argumenta que:

As diferentes janelas e recursos do GeoGebra, permitem mostrar os objetos matemáticos nas representações algébrica, aritmética e geométrica, de modo que todas estão dinamicamente conectadas e respondem de forma simultânea e instantânea às alterações realizadas em qualquer delas.

E foi observando as particularidades de cada função que, depois de novos testes, manipulações e explorações, os alunos perceberam que o que faz com que as funções se comportem de maneira diferente em relação ao aumento está relacionado à base da função. Então, se a base for maior que 1 temos uma função crescente e se a base estiver entre 0 e 1 temos uma função decrescente.

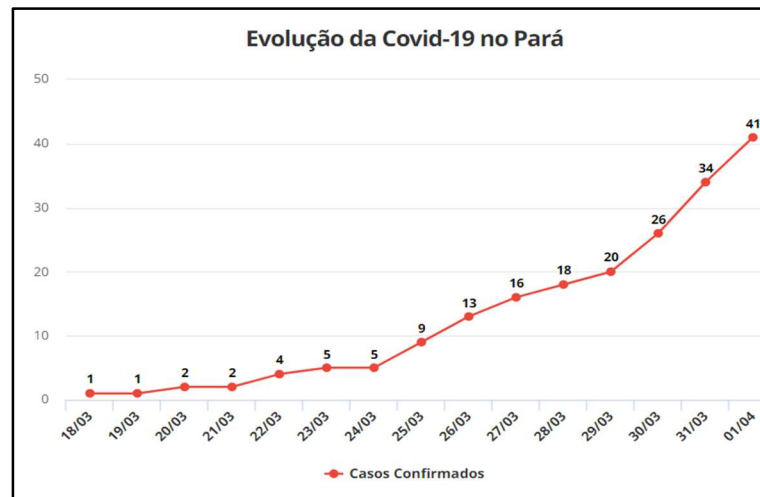
As investigações seguiram e, ao serem questionados sobre “*Como você definiria uma Função Exponencial?*” no final dessa parte da atividade, um dos alunos registrou a resposta: “*A Função Exponencial tem sempre que ter a base diferente de um e que seu expoente são números reais. E no gráfico ela sempre aparece fazendo curvas*”, trecho que indica certa compreensão da função, mesmo que incompleta e descrita na linguagem do aluno. Dizemos incompleta pois, para que uma função seja classificada como exponencial, é necessário que a



base seja um número positivo, característica não apontada pelos alunos nesse momento.

A última parte da atividade realizada concentrou-se na ideia de os alunos associarem o estudo da Função Exponencial ao contexto da Covid-19, utilizando todo o conhecimento sobre Função Exponencial. Para isso, analisamos as primeiras notificações de Covid-19 no estado do Pará ocorridas ao longo de duas semanas, conforme a figura 2.

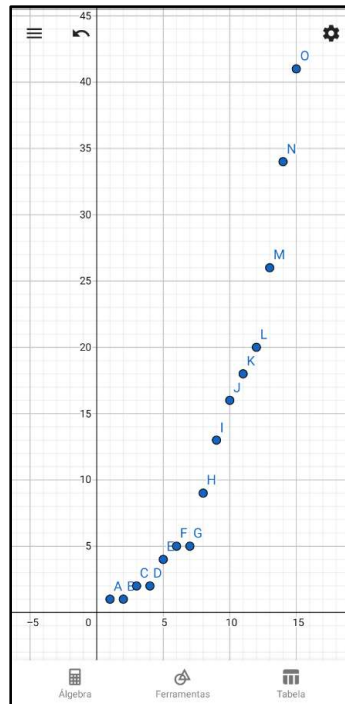
**Figura 2:** Gráfico de evolução da Covid-19 no Pará



Fonte: <https://g1.globo.com/pa/para/noticia/2020/04/01/veja-a-evolucao-do-coronavirus-no-para-e-a-relacao-de-casos-por-municipio.ghtml>. Último acesso: 17/09/2021.

Essa questão foi direcionada para que o aluno fosse capaz de representar os pontos no GeoGebra em escala real, que mostra de uma maneira mais precisa a rapidez do crescimento de casos da doença na época (figura 3).

**Figura 3:** Disposição dos pontos no GeoGebra



Fonte: Autoras.

E foi fazendo este gráfico que um dos alunos afirmou que: *“Eles (os pontos) estão na ordem crescente e conforme os dias passam os pontos vão ficando mais distantes por conta do aumento de casos”*. Outra aluna descreveu: *“graças ao resultado da Função Exponencial podemos ver o crescimento do vírus claramente”*. Também notando o crescimento de casos, outro aluno registrou que o gráfico tem o *“comportamento crescente, pois a cada dia aumentava os números de infectados e os pontos no app estão para cima”*. Com as respostas dos alunos, observamos que eles não apenas entenderam a proposta e obtiveram resultados favoráveis na maioria das atividades, como também refletiram sobre a disseminação do coronavírus e entenderam que, à medida que aumentava o número de casos, assim como o gráfico se comportou de modo crescente, a doença alastrou rapidamente.

### Considerações Finais

A proposta desse artigo foi relatar uma experiência com uma atividade investigativa de Função Exponencial, mediada pelo aplicativo GeoGebra no celular. Sabemos que as tecnologias digitais estão cada vez mais presentes em nosso cotidiano e, pensando na possibilidade de engajá-las em nossas salas de aula de matemática como recurso didático, buscamos desenvolver atividades que estimulassem os alunos a pensar com essas possibilidades. Por meio da interação

em um cenário investigativo e instigante, os alunos foram incentivados a buscar respostas para as questões propostas com apoio de artefatos tecnológicos para construir os conhecimentos necessários para a compreensão da Função Exponencial.

Como descrito pelos alunos, as maiores dificuldades se apresentaram logo nos primeiros encontros, fato que entendemos devido aos alunos não estarem habituados com a abordagem de ensino utilizada. A novidade de uma aprendizagem de forma dinâmica e interativa com a visualização de gráficos no estilo computadorizado, levou os alunos a se depararem com uma forma de ensino diferenciada do ensino tradicional e a refletir sobre a ideia de utilizar o celular para fins educativos. A participação do GeoGebra como mediador nesse processo, se tornou ponto fundamental, pois entendemos que graças às potencialidades do aplicativo, os alunos puderam interagir com as funções e acompanhar cada mudança feita durante o processo de construção do conhecimento, de modo a observar de forma simultânea as particularidades referentes à álgebra, à aritmética e à geometria em uma perspectiva intradisciplinar.

Na nossa experiência, a utilização do celular no estudo da atividade investigativa de Função Exponencial promoveu a construção do conhecimento do conteúdo apresentado, destacando a possibilidade do uso do dispositivo como material didático, oportunizando interação com a aprendizagem matemática, além de trazer praticidade. Nossas conclusões evidenciam que, se trabalhadas de forma adequada, atividades investigativas de matemática com tecnologias digitais contribuem para engajar os alunos no envolvimento com o tema e com os colegas, com a exploração das propriedades matemáticas e com a produção de conhecimento matemático de uma forma dinâmica, criativa e atrativa.

Diante disso, consideramos que nossa oficina se desenvolveu dentro desses aspectos, uma vez que as investigações foram desenvolvidas mediante a exploração do GeoGebra no celular, com isso, todas as observações e conclusões dos alunos viriam como produto dessa interação. Assim como a experiência realizada por Borba, Scucuglia e Gadanidis, (2014, p. 23), na oficina que realizamos “[...] a natureza dos problemas e da atividade está em simbiose com o designer das tecnologias que utilizamos, com as potencialidades das mídias que usamos para fazer sentido a conceitos ou produzir conhecimentos matemáticos”.

## **Referências**

ALMEIDA, M. E. B. Tecnologias na Educação: dos caminhos trilhados aos atuais desafios. **Bolema**, Rio Claro (SP), ano 21, n. 29, p. 99 -129, 2008.

- BAIRRAL, M. A.; SILVA, E. R. C. Trabalhando quadriláteros em smartphones: alunos de uma escola pública descobrindo e produzindo propriedades. *Debates em Educação*, v. 10, n. 22, Set./Dez, 2018.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 111-124.
- BINOTTO, A. K. Ensino e aprendizagem da Função Exponencial por meio de atividades investigativas e do uso de objeto de aprendizagem. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) - Centro Universitário Franciscano de Santa Maria, Rio Grande do Sul, 2015.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C.; LACERDA, H. D. G. Políticas públicas e tecnologias digitais: um celular por aluno. In: **Educação Matemática e Pesquisa**, São Paulo, v.17, n.3, p.490-507, 2015.
- BORBA, M. C.; SCUCUGLIA, R. R. S.; GADANIDIS, G. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 1.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2014.
- BORBA, M. C.; SOUTO, D. L. P.; CANEDO-JUNIOR, N. R. C. **VÍDEOS NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**: Paulo Freire e a quinta fase das tecnologias digitais. editora, Autêntica, 2022.
- CHIARI, A. S. S. Tecnologias Digitais e Educação Matemática: relações possíveis, possibilidades futuras. *Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)*, v. 11, n. 26, 2018.
- DULLIUS, M, M.; QUARTIERI, M, T. **Aproximando a Matemática e a Física por meio de Recursos Tecnológicos: Ensino Médio**. Lajeado, Rio Grande do Sul: Univates, 2016.
- DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução de Méricles Thadeu Moretti. *Revista REVEMAT*, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.
- FARIA, R. W. S. C. Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2012.
- FARIA, R. W. S. C. Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra. 2016. 280 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2016.
- FARIA R, W, S, C.; ROMANELLO L, A.; DOMINGUES N, S. Fases das tecnologias digitais na exploração matemática em sala de aula: das calculadoras gráficas aos celulares inteligentes. In: **Amazônia - Revista de Educação em Ciências e Matemática**. v.14. Jan-Jul 2018. p. 105-122.
- FERREIRA E, F, P.; CAMPONEZ, L, G, B.; SCORTEGAGNA, L. Integração das tecnologias com o ensino da matemática: transformações e perspectivas no processo de ensino e aprendizagem. In: **Encontro Mineiro de Educação Matemática: Práticas Educativas e de Pesquisa em Educação Matemática**. São João del Rei: UFSJ. 2015.
- FIGUEIREDO, T. D. As tecnologias digitais no fazer dos professores de matemática: uma cultura docente em ação. In: Encontro Internacional de Formação de Professores e Fórum

permanente internacional de inovação educacional, 2017. Disponível em: <<https://eventos.set.edu.br/enfope/article/view/4870/1633>>. Acesso em: 30 de novembro de 2021.

FONSECA, K. H. L. Tecnologias Digitais na Educação: possibilidades para a formação de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. **Dissertação** (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2021.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**. Editora Record, 1997.

HABOWSKI, A. C.; CONTE, E.; TREVISAN, A. L. Por uma Cultura Reconstitutiva dos Sentidos das Tecnologias na Educação. Debates e Polêmicas. Educ. Soc., Campinas, v.40, e0218349, 2019.

JAVARONI, S. L.; SANTOS, S. C.; BORBA, M. C. Tecnologias Digitais na Produção e análise de dados qualitativos. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 13, p. 197- 218, 2011.

MENDONÇA, M. S.; PIRES, R. F. Um Estudo sobre a Aprendizagem de Função Exponencial no Ambiente Computacional. Revista Brasileira de Informática na Educação - RBIE, 26(2), p. 01-28, 2018. DOI: 10.5753/RBIE.2018.26.02.1

PISCHETOLA, M. Inclusão Digital e Educação: a nova cultura da sala de aula. São Paulo: Vozes; Rio de Janeiro: Editora PUC-Rio, 2016.

RAGONI, V. F.; CHIARI, A. S. S. Smartphone e a produção do conceito de integral: visualização, mobilidade e GeoGebra. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 10, p. 259-276, 2021.

ROMANELLO, L, A.; Potencialidades do uso do celular na sala de aula: atividades investigativas para o ensino de função. **Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)** - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016.

SALMASIO, J. L. Desbloqueando Telas para produzir matemática(s): possibilidades e limites envolvendo Álgebra Linear e smartphone. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) -Universidade Federal de Mato Grosso do sul, Campo Grande, 2020.

SALMASIO, J. L. CHIARI, A. S. S. Do riscar ao tocar: o que há de diferente no uso do smartphone para aprender matemática? In: Anais do XIII SESEMAT – Seminário Sul – Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática, 2019.

UNESCO. TIC, Educación y Desarrollo Social en América Latina y el Caribe. Policy Papers. Montevideo, 2017.

## ARTIGO II

### ELABORAÇÃO DE ATIVIDADES INVESTIGATIVAS DE FUNÇÃO EXPONENCIAL COM O GEOGEBRA NO CELULAR

#### Resumo

Este artigo objetiva discutir os elementos necessários para a elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial. A proposta metodológica é de cunho qualitativo e os dados foram produzidos a partir da oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra” realizadas com alunos do primeiro ano do Ensino Médio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará, campus Castanhal, que compôs o cenário de pesquisa de mestrado ao qual este artigo é parte integradora. Neste artigo, as atividades elaboradas foram analisadas triangulando o enunciado de cada item que compõe as questões com autores referência nas áreas de estudo, dentre as quais destacamos as investigações matemáticas. Da análise realizada, concluímos que os elementos necessários para elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial são: intencionalidade na elaboração dos enunciados das questões, com vistas a proporcionar uma visão abrangente da função estudada; elaborar questões que envolvam conceitos e representações simbólicas variadas, relativas à Função Exponencial; adotar uma perspectiva transdisciplinar que vá além das disciplinas escolares, que explore uma situação real, oriunda das vivências dos alunos; integrar as ramificações da matemática em uma perspectiva intradisciplinar; propor o uso didático das tecnologias digitais, com a finalidade de abordar as diferentes propriedades da Função Exponencial por meio dos diversos recursos e janelas dinamicamente conectados oferecidos pelo aplicativo GeoGebra.

**Palavras-chave:** Matemática Escolar. Ensino Médio. Tecnologias Digitais. Educação Matemática.

#### 1. Introdução

Este artigo objetiva discutir os elementos necessários para a elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial. Tecemos um breve contexto histórico dos conceitos das funções, dando destaque ao conceito de Função Exponencial. Enfatizamos que a proposta metodológica é de cunho qualitativo e consideramos a relevância de abordar os conceitos transdisciplinaridade e intradisciplinaridade matemática.

Destacamos que

[...] a transdisciplinaridade pode ser entendida como a relação de uma ou mais disciplinas com o contexto social, cultural, histórico e político de uma comunidade, relação essa que procura estimular uma nova compreensão da realidade articulando elementos que passam entre, além e através (ideia de trans) das disciplinas, em uma busca de compreensão da complexidade que envolve o ser humano, o conhecimento e a consciência. (FARIA, 2016, p. 64).

Além disso, utilizamos uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática sob um olhar intradisciplinar, que [...] corresponde às estritas relações das ramificações de uma mesma disciplina. Nesse sentido, a Matemática pode ser entendida como disciplina matriz, e a aritmética, geometria e álgebra como disciplinas derivadas (FARIA, 2016, p. 64).

Discutimos a essência desses conceitos na atividade investigativa de função exponencial com tecnologias digitais no contexto educacional, destacando trechos relevantes das questões propostas na atividade e analisando cada uma apontando traços característicos desses elementos.

## **2. Elementos necessários a uma atividade matemática investigativa de função exponencial**

A investigação matemática proporciona aos alunos meios para que eles produzam conhecimento matemático, no sentido de que eles mesmos elaborem seus pensamentos e assim consigam construir uma resposta argumentada sobre o que se pede no problema, não recorrendo à modelos de respostas prontas (MENEGETTI; REDLING, 2012). Nesse sentido, "[...] ao se propor uma atividade investigativa, exploratória, o aluno pode se sentir protagonista, ou seja, o sujeito de sua própria aprendizagem, tornando-se assim o professor, como comunidade, um agente transformador da atividade e da aprendizagem" (RAGONI; CHIARI, 2021, p. 275).

Com isso, podemos esperar que o aluno amadureça seus pensamentos, a fim de que ele não utilize respostas pré-estabelecidas, mas sim estabeleça a autonomia para procurar soluções e buscar formas de alcançar suas metas de estudos na matemática escolar e cotidiana. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 23):

O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino aprendizagem, ajuda a trazer para a sala de aula o espírito de atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agir como um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e na realização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e na discussão e argumentação com seus colegas e professor.

Skovsmose (2000) aborda a relevância de constituir um cenário para a investigação. Para o autor, o cenário é um espaço atraente para o aluno, que possibilita a elaboração de problemas e busca explicações para solucioná-los. Assim, a partir do momento em que os alunos passam a assumir o controle em explorar e explicar, um novo ambiente de aprendizagem se forma, e nesse novo cenário investigativo, os alunos assumem o controle do processo. Dessa forma, o ambiente muda, se comparado a sala de aula nos moldes do ensino tradicional, de modo que os alunos passam a ser os protagonistas no processo de

aprendizagem. Assim, aos alunos é dada a oportunidade de explorar e conhecer. A partir do momento em que eles aceitam a ideia do cenário investigativo, eles estão dispostos a trabalhar com a ideia de descobertas e interpretações (SKOVSMOSE, 2000). Assim, “[...] uma investigação tem um caráter necessariamente problemático, mas permite a elaboração de diversos tipos de questões, estimulando a exploração em várias direções” (MENEGHETTI; REDLING, 2012, p. 203).

Para Serrazina, *et al.* (2002, p. 42):

[...] o que é importante é apresentar aos alunos um conjunto de propostas de trabalho interessantes, que envolvam conceitos matemáticos fundamentais e onde os alunos tenham oportunidade para experimentar, discutir, formular, conjecturar, generalizar, provar, comunicar as suas ideias e tomar decisões.

Diante disso, o professor tem uma tarefa importante na hora de conduzir esse processo, Além de demonstrar habilidade na elaboração e apresentação aos alunos de um determinado problema, o professor precisa ter em mente como coordenar a situação para que esta não tome rumos muito diferentes do que se prevê. De acordo com Teixeira (2015), o professor atua como mediador, preparando e conduzindo as atividades, assim como também separando as estratégias que melhor proporcionam o aprendizado do aluno. Para Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 26), “[...] o professor tem de garantir que todos os alunos entendam o sentido da tarefa proposta e aquilo que deles se espera no decurso da atividade”. Nesse sentido, o professor precisa estar ciente da relevância de elaborar questões com o propósito de estimular a participação do aluno, de modo que ele seja conduzido a despertar o pensamento matemático a fim de explorar as diversas estratégias que proporcionem encontrar uma solução apropriada para o problema.

Ao iniciar uma investigação, o aluno deve estar ciente sobre o que é esperado como resposta, mesmo que ele não consiga alcançá-la. Nesse sentido, ao “[...] propor uma tarefa de investigação, espera-se que os alunos possam, de uma maneira mais ou menos consistente, utilizar os vários processos que caracterizam a atividade investigativa em Matemática” (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 29). Ressalto ainda, que uma das características que uma atividade investigativa deve possuir é permitir que a resolução seja realizada por meio de vários processos. Por isso, Silva (2022) destaca que na investigação matemática, o aluno não possui em mãos métodos que deem a ele a possibilidade para se obter uma resolução imediata referente a algum problema a ser investigado, mas precisa encontrar caminhos e testar possibilidades para se obter soluções.

Para Braumann (2002), o aprendizado da matemática não se restringe ao simples modo



de compreender a matemática já existente, mas consiste na capacidade de realizar investigação de origem matemática. “Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a Matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo”. (BRAUMANN, 2002, p. 5). Acerca dessa concepção, Silva (2022) argumenta que, a investigação matemática como metodologia de ensino tem se mostrado promissora para que se alcance um ensino de qualidade. Isso não significa que devemos descartar a relevância de aprender e conhecer os procedimentos, tais como os métodos e técnicas que já são utilizados nas resoluções, mas destaca a relevância no que se refere ao aprendizado de resultados que possam ser alocados a eles, na expectativa de alinhar o conhecimento já existente ao raciocínio com intuito de alcançar generalizações e conhecimentos novos.

Ao propor atividades investigativas para o desenvolvimento e exploração do raciocínio proporcional, Faria e Maltempi (2020) indicam elementos necessários para que os objetivos sejam alcançados, a saber: formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo, elaborar questões pautadas na estrutura multiplicativa; privilegiar situações relativas ao cotidiano; com caráter transdisciplinar; propor uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática utilizando tecnologias digitais em uma perspectiva intradisciplinar. No caso analisado neste artigo, propomos indicar os elementos necessários à elaboração de atividades investigativas de função exponencial, com base nos elementos apontados por Faria e Maltempi (2020).

### **3. Breve histórico sobre o conceito de função**

Assim como outras ciências, a matemática permeia nosso cotidiano desde que percebemos a necessidade de buscar meios que garantam nossa sobrevivência e existência. Com sua linguagem, técnicas e propriedades, a matemática evolui, ampliando cada vez mais suas ramificações. Nesse contexto, o estudo de funções tem proporcionado ao ser humano, solucionar problemas com as mais variadas características, afinal “[...] as experiências e necessidades dos homens construíram e reconstruíram afirmações que foram se somando, alterando e caracterizaram ao longo dos séculos o que se tem hoje compreendido como conceito de função” (SILVA, 2015, p. 14).

De acordo com Silva (2015), no período compreendido da Antiguidade à Idade Média, estudos envolvendo relações entre as grandezas físicas e fenômenos naturais impulsionaram discussões matemáticas direcionando para o que temos hoje como conceito de função.

Segundo o autor, a origem do conceito se deu nos estudos de filósofos como Nicolau Oresme e Galileu Galilei. Ponte (1990), acrescenta que características bem simples acerca desse conceito têm seus achados em épocas anteriores. No entanto, no que cabe à construção do conceito claramente individualizado e como objeto de estudo recursivo da matemática, os registros apontam para o final do século XVII, estando relacionado com o desenvolvimento do cálculo.

Mais precisamente, as primeiras contribuições para o delineamento do conceito de função emergiram dos trabalhos de Newton (1642-1722) e Leibniz (1646-1716), embora com linguagem diferente da que usamos atualmente (PINHEIRO, 2021; PONTE, 1990). Newton (1642-1722), usou termos como “relata quantias” para nomear a variável independente e “genita” como o resultado obtido através de outros valores por meio das quatro operações fundamentais. Posteriormente, em 1673, foi Leibniz (1646-1716), quem primeiro citou o termo “função” para designar, em termos gerais, a dependência de uma curva de quantidades geométricas, como as subtangentes e subnormais. Introduziu também a terminologia de “constante”, “variável” e “parâmetro” (PONTE, 1990, p. 3). Tornando-se um termo indispensável na representação de quantidades dependentes no que se refere a alguma variável por meio de uma expressão analítica, que veio a ser importante no desenvolvimento de estudos de curvas por meios algébricos. Para Ponte (1990), as funções constituem o conceito mais importante da matemática.

Outros matemáticos também utilizaram o termo função em seus estudos, como Jean Bernoulli (1667-1748) que fez uso do termo para designar a definição de função de uma certa variável como uma quantidade que é composta de qualquer forma dessa variável e constantes. Mais tarde, Leonhard Euler (1707-1783), antigo aluno de Bernoulli, substituindo o termo “quantidade” por “expressão analítica” (PONTE, 1990).

Além de Bernoulli e Euler, outros matemáticos como Fourier (1768-1830) e Dirichlet (1805-1859) também tiveram suas contribuições na formalização desse conceito. Este último propôs a separação da definição de função de sua representação analítica, formalizando então em 1837, o conceito de função em termos de correspondências arbitrárias entre conjuntos numéricos. Assim, “[...] uma função seria simplesmente uma correspondência entre duas variáveis, tal que a todo o valor da variável independente se associa um e um só valor da variável dependente” (PONTE, 1990, p. 4). Por fim, em meados do século XX, com o desenvolvimento da teoria dos conjuntos iniciada nos estudos de Cantor (1845-1918), a noção de função viria a se estender de modo que pudesse incluir todo tipo de correspondência

arbitrárias relacionadas a quaisquer conjuntos sendo estes numéricos ou não.

No contexto de formalização do conceito de função, a matemática e a física estiveram atreladas já que um de seus precursores, o matemático Isaac Newton, também atuou como um grande físico, o que incentivou outros matemáticos como Bernoulli, Lagrange, Euler e Fourier a se interessarem por problemas dessa natureza também. Assim, “[...] as funções são instrumentos por excelência para estudar problemas de variação. Uma dada grandeza pode variar no tempo, variar no espaço, variar segundo outras grandezas e mesmo variar simultaneamente em diversas dimensões” (PONTE, 1990, p. 5).

Para Ponte (1990), a noção de função está ligada à noção de lei natural, considerando três elementos importantes na constituição do conceito de função:

- (a) a notação algébrica, portadora de importantes factores como a simplicidade e o rigor, permitindo a manipulação de expressões analíticas condensando uma grande quantidade de informação;
- (b) a representação geométrica, proporcionando uma base intuitiva fundamental (de que é exemplo a associação das noções de tangente a uma curva e de derivada dum função);
- (c) a ligação com os problemas concretos do mundo físico, associada à ideia de regularidade, que forneceu a motivação e o impulso fundamental do estudo (PONTE, 1990, p. 5).

Estes elementos se tornaram ramificações com caminhos de evolução próprios, cujos estudos distanciaram-se entre si. Mesmo ocorrendo no âmbito científico, os distanciamentos levaram a evolução do conceito de função a passar por momentos de crise, mas que, no entanto, teve seu pano de fundo a procura da coerência e de sua generalidade, não deixando de se encontrar fortemente atrelada com a matemática no que cabe estudos de questões significativas e interessantes ainda nos dias atuais (PONTE, 1990).

### **3.1 Função Exponencial**

Uma grande expansão do conhecimento científico e tecnológico de diversas áreas do conhecimento, ocorridos já na idade moderna, teve sua contribuição no surgimento e estabelecimento de conceitos e teorias matemáticas. Dentre esses conceitos se destaca o conceito de função, em particular o de Função Exponencial. Para se chegar à definição que conhecemos hoje de Função Exponencial, vários processos envolvendo testes, formulações e ainda reformulações foram desenvolvidos por vários matemáticos importantes, como Newton, Leibniz, Dirichlet, Bernoulli, Lagrange, Euler e Fourier, alguns já citados nesse trabalho

(SILVA, 2015).

Pinheiro (2021, p. 15), ressalta que “[...] a história das Funções Exponenciais inicia pelos Babilônios, em função de terem uma primeira forma de registro em tabletas de argila”. As características desses registros apontam que os babilônios dispuseram de um sistema de base sexagesimal utilizada ainda hoje por nós nas unidades de tempo e medida dos ângulos, por exemplo. “Em muitas dessas tabelas pode-se ver a aparição de potências sucessivas de um dado número” (SILVA, 2015, p. 20). Segundo o autor, nas tabelas exponenciais babilônicas era possível que existissem lacunas entre valores encontrados, sendo resolvidas por meio do método de interpolação linear. Mol (2013, p. 17) frisa que:

Algumas tabuletas apresentam sequências de potências de um número dado, parecendo ter a função de uma tabela de logaritmos. Visavam responder a perguntas do tipo “a que potência um número deve ser elevado para se obter um outro número dado?”. Questões deste tipo poderiam advir de problemas práticos, tais como cálculos envolvendo taxas de juros. A interpolação linear, técnica que os babilônios usavam com frequência, podia ser usada para estimar o logaritmo de um número que estivesse em posição intermediária na tabela.

Diante disso, Pinheiro (2021) argumenta que o que se sabe sobre o conceito de Função Exponencial é que este está atrelado ao conceito de logaritmo, se tratando de sua representação inversa. Logo, visto por uma lógica cronológica, é entendido que a ideia de logaritmo antecede ao conceito de Função Exponencial. Assim, “[...] o conceito de Função Exponencial, que é dependente também do conceito de potência, está intimamente ligado, portanto, ao conceito de logaritmo.” (SILVA, 2015, p. 21).

Desse modo, é importante destacar que as potências e os logaritmos têm um papel importante no conceito de Função Exponencial. Os estudos sobre logaritmos tiveram relevância entre os séculos XVI e XVII por meio dos trabalhos de John Napier. Segundo Pinheiro (2021, p. 18-19), “[...] a ideia básica era substituir operações mais complicadas, como multiplicação e divisão, por operações mais simples, como adição e subtração.”.

De acordo com Silva (2015), o logaritmo foi moldado pelas ideias de vários matemáticos que queriam tomar parte em facilitar cálculos, porém foi Euler o primeiro a descobrir a relação inversa entre o logaritmo natural e a Função Exponencial  $e^x$ . Segundo o autor, com relação ao que conhecemos hoje de função, podemos afirmar que toda função se trata de uma relação de dependência, em que um determinado valor “y” depende de outro valor “x” conhecidos por incógnita para acontecer. Logo, o conceito de Função Exponencial também apresenta essas características, no caso dessa função, suas características particulares

indicam que toda Função Exponencial possui uma base real, e a incógnita “x” que se encontra como expoente dessa base, daí a denominação exponencial. De acordo com Iezzi, *et al.* (2016), chama-se **Função Exponencial** qualquer função  $f$  de  $\mathbb{R}$  em  $\mathbb{R}^*$  dada por uma lei da forma  $f(x) = a^x$ , em que  $a$  é um número real dado, com  $a > 0$  e  $a \neq 1$ .

Nesta pesquisa, o tema Função Exponencial foi abordado por meio de uma atividade com caráter investigativo. Para isso elaboramos questões que contemplassem as características de atividades dessa natureza, e realizamos uma análise, que será exposta na seção 5. Antes, contudo, expomos a metodologia deste artigo na seção seguinte.

#### 4. Percorso Metodológico

Este artigo traz um recorte de uma pesquisa de mestrado <sup>7</sup>desenvolvida na abordagem qualitativa. Como afirma Bicudo (2013, p. 116) a pesquisa qualitativa “[...] engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões”. Nesse sentido, a pesquisa qualitativa apresenta em seus discursos a essência e a complexidade do objeto em estudo.

Na elaboração da atividade da pesquisa realizada, consideramos, entre outros aspectos relevantes, a importância de formular questões intencionais, visando favorecer o papel ativo e autônomo do aluno, para que o conhecimento de Função Exponencial fosse construído estabelecendo conexões com a covid-19 no que tange à evolução do coronavírus e a taxa de contágio no estado do Pará.

Nesse contexto, também consideramos a importância de realizar atividades investigativas envolvendo a utilização de tecnologias digitais, pois elas podem favorecer “[...] uma abordagem dinâmica para a investigação matemática” (SANTOS, 2006, p. 24). Além disso, as investigações matemáticas favorecem a compreensão de cada vertente matemática, “[...] o que contribui para o entendimento do todo e para a compreensão de conceitos e relações que ocorrem concomitantemente” (FARIA; MALTEMPI 2020, p. 12). Buscamos, ainda, explorar o raciocínio qualitativo, pois ele é responsável por abranger mais do que os valores em si, envolvendo também uma relação do que está presente na situação. Nesse sentido, “[...] ao raciocinar, conectamos argumentos, fazemos deduções e estabelecemos relações que nos

---

<sup>7</sup> Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE 53645821.0.0000.5153). O termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE para um aluno com 18 anos) e termos de assentimento livre e esclarecido (TALE para os demais alunos, com idade inferior a 18 anos) foram entregues, lidos e assinados por todos os participantes e por seus responsáveis para a autorização da divulgação científica dos dados produzidos junto aos estudantes.

conduzem a reflexões, análises e sínteses” (FARIA; MALTEMPI 2020, p. 12).

Também optamos por privilegiar situações relativas ao cotidiano, pois de acordo com Faria (2016) a transdisciplinaridade proporciona o desenvolvimento de uma visão de mundo que melhor se enquadra na perspectiva investigativa.

A elaboração da atividade investigativa contou com a colaboração do aluno de iniciação científica Maycon Junio Ivo Vieira (bolsista PIBIC-CNPQ) do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Viçosa, também sob orientação da professora Rejane Faria. Como resultado da referida pesquisa de Iniciação Científica, foi criado o GeoGebraBook<sup>8</sup> “Atividades Investigativas e Função Exponencial”, espaço em que foram disponibilizadas as atividades elaboradas. Para trabalhar essa atividade, realizamos a oficina “Relações da Função Exponencial e covid-19: atividades investigativas com GeoGebra”, com cinco alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal. Especificamente neste artigo, discutimos os elementos necessários para elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial. Para isso, analisamos as atividades elaboradas, buscando, assim, atingir o objetivo aqui proposto.

## **5. Análise de Dados: Elaboração de Atividades Investigativas de Função Exponencial**

Segundo Faria e Maltempi (2020), para elaborar atividades investigativas para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, é necessário: formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo; elaborar questões pautadas na estrutura multiplicativa; privilegiar situações relativas ao cotidiano com caráter transdisciplinar; propor uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática utilizando tecnologias digitais em uma perspectiva intradisciplinar. Assim como estes autores que descrevem as características de atividades investigativas para o desenvolvimento do raciocínio proporcional, apontamos os elementos necessários para elaboração de uma atividade de caráter investigativo para compreensão da função exponencial. Deste modo, destacamos trechos das questões (quadro 1) da atividade realizada durante a oficina, para auxiliar no entendimento das características elencadas sobre o desenvolvimento da função exponencial.

---

<sup>8</sup> O GeoGebraBook se encontra disponível em <https://www.geogebra.org/m/kmwfgarr>.

**Quadro 1: Análise das atividades quanto às características investigativas**

| Característica   | Trecho das atividades  | Comentários  |
|--|--|--|
| Formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo.  | Você conseguiu perceber o comportamento do contágio da Covid-19, quando foi colocando os pontos no app? Justifique.  | O enunciado proposto foi elaborado de forma intencional, tendo “[...] claro o que se quer alcançar com a atividade para pensar no exemplo a ser explorado, nos recursos necessários para o desenvolvimento da atividade, nos conteúdos matemáticos que se quer ensinar, dentre outros fatores [...]. Para isso, o enunciado deve instigar a capacidade de pensar, analisar e explorar relações”. (FARIA; MALTEMPI, 2020, p. 15). Assim, essa questão permite que os alunos realizem discussões e questionamentos sobre a relevância dos conhecimentos matemáticos para explicar problemas existentes no cotidiano, particularidades do raciocínio qualitativo.   |
| Elaborar questões pautadas na estrutura multiplicativa.  | Descreva uma lei de formação de uma Função Exponencial cujo gráfico melhor se aproxime dos pontos marcados. Essa função é crescente ou decrescente? O valor de $a$ é maior que 1, ou está entre 0 e 1? Justifique. | Nessa questão, após terem explorado as características da Função Exponencial, os alunos foram incentivados a descrever uma função que melhor se aproximasse do problema a ser solucionado, especificando o comportamento do gráfico. Como se trata de valores discretos, a estrutura multiplicativa foi mobilizada. Desse modo, Faria e Maltempi (2020, p. 15) defendem a importância de pensar na estrutura multiplicativa mobilizando termos relativos, pois isso possibilita a distinção da estrutura aditiva e permite trabalhar de modo que os alunos sejam capazes de “julgar em quais ocasiões cada estrutura é adequada”.  |
| Privilegiar situações relativas ao cotidiano; com caráter transdisciplinar.  | De acordo com o que estudamos, você considera o estudo da Função Exponencial importante para entendermos o comportamento do vírus da covid-19?   | A ideia de relacionar situações habituais com a matemática, viabiliza a transdisciplinaridade. Nesse sentido, Faria e Maltempi (2020, p. 11) explicam que transitar por meios não particulares às disciplinas escolares contribui “[...] para a formação epistemológica e para o desenvolvimento da capacidade de raciocinar [...] em situações relativas ao cotidiano”. Com esse intuito, a referida questão buscou contribuir para a compreensão do conhecimento de forma plural, não restrita à matemática escolar.   |
| Propor uma visão abrangente e integrada das vertentes da matemática utilizando tecnologias digitais em uma perspectiva intradisciplinar. | Como você definiria uma Função Exponencial?<br>Como você definiria o domínio e o conjunto imagem de uma Função Exponencial?  | O trecho apresentado aqui, se refere a uma das questões que explora características da matemática. As conclusões a respeito do questionamento feito devem ser elaboradas com o auxílio das tecnologias digitais utilizadas na realização das atividades. De acordo com Faria e Maltempi (2020, p. 12) atividades elaboradas na perspectiva intradisciplinar, “[...] possibilitam uma visão abrangente dos conceitos explorados, dando a atenção necessária às particularidades das vertentes aritmética, geométrica e algébrica”. E, nesse caso, os questionamentos citados são realizados após terem sido construídos de forma investigativa. Assim, essas vertentes da matemática se fizeram presentes em cada função estudada. Mais especificamente, por meio da tabela de valores numéricos do aplicativo em que são exploradas as propriedades aritméticas das funções; a álgebra se fez presente na lei de formação de cada Função Exponencial dispondo de bases numéricas e expoentes que variavam. Em relação às propriedades geométricas, características e propriedades são exploradas a cada gráfico construído das funções apresentadas. |

Fonte: Autoras.

Assim como Faria e Maltempi (2020) enfatizam a relevância do envolvimento dos alunos com atividades investigativas para promover o desenvolvimento do raciocínio

proporcional, consideramos esse envolvimento igualmente relevante nesse estudo sobre Função Exponencial. Concordamos com os autores que adotar a intradisciplinaridade, por meio das tecnologias digitais, foi uma alternativa para se ter uma visão mais ampla dos conceitos explorados no que se refere às particularidades aritmética, geométrica e algébrica, assim como a necessidade de privilegiar situações abrangentes ao cotidiano, envolvendo, inclusive, caráter transdisciplinar.

De acordo com Ponte (2003, p. 10), “[...] uma investigação formulada em termos de questões da realidade dos alunos pode servir como ponto de partida, não só para o desenvolvimento de competências de investigação, mas também para a aprendizagem de novos conceitos matemáticos”. Assim, é fundamental conduzir o aluno a entender que ele não está lidando com situações distantes do seu cotidiano, que o sentido da investigação matemática não se resume em encontrar soluções para problemas básicos da matemática, mas se estende ao propósito de estudar problemas pertinentes ao meio social. É necessário estabelecer uma relação de afinidade com o problema em questão, possibilitando que o primeiro passo para começar uma investigação surja de um exemplo rotineiro. Para Meneghetti e Redling (2012, p. 198):

Aprender matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são fundamentalmente formadoras, à medida que familiarizam o aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias, tomar decisões, generalizar, entre outras ações necessárias à sua formação.

Trazer os problemas matemáticos para a realidade do aluno, pode ser visto como uma maneira de tornar mais fácil a compreensão do problema e também de dar significado à matemática. Corroborando esta ideia, Moguel, Sánchez e Moguel (2016) argumentam que um problema contextualizado possui características que permitem ao aluno arquitetar seus conhecimentos diante de situações que abrangem aspectos sociais, culturais, científicos, entre outros, que despertem seu interesse, promovendo o desenvolvimento do pensamento matemático com o intuito de construir uma aprendizagem significativa, que proporcione sentido e significado à aprendizagem matemática. Foi nessa perspectiva que elaboramos as atividades realizadas no âmbito da pesquisa de mestrado desenvolvida.

De modo mais específico, analisamos a seguir cada questão proposta na oficina relações da função exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra, identificando traços característicos de atividades com caráter investigativo, conforme



abordamos no quadro 1. Na atividade elaborada, a primeira questão (quadro 2) consiste em estudar o comportamento de uma função cuja a base é definida da forma  $a > 0$  e  $a \neq 1$  e  $x$  um número real.

**Quadro 2:** Roteiro da questão “Estudando  $f(x) = 2^x$ ”

1. Estudando

- a) Abra o aplicativo do GeoGebra no smartphone.
- b) Em seguida, na caixa de entrada, digite. O que é projetado?
- c) Dando continuidade, clique nos três pontinhos que aparecem na frente da função criada. Depois clique em “tabela de valores”. Em seguida, altere o valor inicial de  $x$  para -6, o valor final de  $x$  para 6 e o passo para 1. Observe o gráfico gerado e responda:
- d) Como você descreveria o comportamento do gráfico?
- e) Agora clique em cada ponto em destaque no gráfico e observe as coordenadas (se achar necessário, aproxime do ponto com zoom para melhor observar).
- f) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “ $y$ ”?
- g) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “ $x$ ”?

Fonte: Autoras.

Para que fosse feita a investigação da função exponencial, foi proposta a realização das questões com o aplicativo GeoGebra no celular. O aplicativo permitiu que, ao inserir a função, imediatamente o gráfico fosse projetado e, ainda, por meio de comandos ser possível criar uma tabela de valores para  $x$  e  $f(x)$ . Buscamos incentivar que, por meio da observação e das funcionalidades do aplicativo os alunos pudessem compreender o comportamento do gráfico (item d) e, mais adiante, interpretar o que significava o gráfico da função interceptar os eixos  $x$  e  $y$ , conforme solicitado nos itens f e g, identificando aspectos aritméticos, algébricos e geométricos de forma simultânea.

Essa forma de investigar vai ao encontro do que Faria e Maltempi (2020, p. 15) argumentam ao afirmarem que “[...] é indispensável ter claro o que se quer alcançar com a atividade para pensar no exemplo a ser explorado, nos recursos necessários para desenvolvimento da atividade, nos conteúdos matemáticos que se quer ensinar”. Desse modo, compreendemos que para alcançar o objetivo da questão em discussão e ainda se ter uma visão abrangente das vertentes matemáticas mediadas pelas tecnologias digitais, no problema proposto “[...] o enunciado deve instigar a capacidade de pensar, analisar e explorar relações”. (FARIA; MALTEMPI, 2020, p. 15). Ademais, ao buscar conexões das vertentes matemáticas, era necessário que conhecimentos intradisciplinares fossem mobilizados. De acordo com Lorenzato (2006), a intradisciplinaridade contribui para a compreensão da matemática escolar, por facilitar a identificação de propriedades e a construção dos conceitos. De modo análogo ao que foi proposto na primeira, na segunda questão os alunos deveriam analisar uma Função Exponencial onde a base  $a$  possui valor menor do que zero (quadro 3).

**Quadro 3:** Roteiro da questão “Estudando  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ”

2) Estudando

a) Sem apagar o gráfico anterior, novamente em “Entrada” digite  $(1/2)^x$ . O que é projetado?

b) Dando continuidade, clique nos três pontinhos que aparecem na frente da função criada. Depois clique em “tabela de valores”.

Observe o gráfico gerado e responda:

c) Como você descreveria o comportamento do gráfico?

d) Agora clique em cada ponto em destaque no gráfico e observe as coordenadas (se achar necessário, aproxime do ponto com zoom para melhor observar).

e) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “y”?

f) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “x”?

g) Você consegue observar alguma relação, semelhanças e diferenças entre os dois gráficos? Justifique.

Fonte: Autoras.

Nessa segunda questão, com o intuito de investigar uma função decrescente, também devem ser exploradas as potencialidades das tecnologias digitais para investigar o comportamento da função, além de identificar as semelhanças e diferenças entre as características dessa questão, se comparada a anterior. De acordo com Faria e Maltempi (2018, p. 366), uma observação feita da perspectiva intradisciplinar com o GeoGebra “[...] oportuniza a exploração de múltiplas representações que exaltam particularidades das vertentes da Matemática”. É nesse sentido que buscamos trazer para a atividade, a relevância da observação, no sentido que os alunos pudessem explorar as vantagens do aplicativo comparando as duas funções apresentadas e apontando as características de cada uma. Desse modo, acreditamos que será possível compreender os fatores que determinam as convergências e divergências no comportamento das duas funções.

Na questão seguinte, embora já tenham sido explorado o comportamento da Função Exponencial, foi evidenciado que a lei de formação algébrica de cada função determina o comportamento geométrico dos seus gráficos, o que permite uma interpretação aritmética dos valores assumidos em uma perspectiva intradisciplinar (quadro 4).

**Quadro 4:** Roteiro da questão “Investigando Funções Exponenciais”

3) Investigando Funções Exponenciais

No app do GeoGebra, represente os gráficos das funções a seguir em um mesmo arquivo.

$$f(x) = 7^x$$

$$f(x) = (1.5)^x$$

$$f(x) = (0.4)^x$$

$$f(x) = (0.6)^x$$

Observando a lei de formação e o gráfico de cada função que criamos no app, responda:

a) Como você analisa o comportamento de cada gráfico?

b) Quais funções são crescentes? O que elas têm em comum?

c) Quais funções são decrescentes? O que elas têm em comum?

Fonte: Autoras.

Faria e Maltempi (2020) argumentam que o enunciado é parte importante do processo. Na questão analisada, propomos que fosse realizada uma investigação mais precisa das funções propostas, buscando fazer com que os alunos, percebessem a estrutura de cada função e, conseqüentemente, o gráfico correspondente a cada uma, no intuito de que percebessem as relações entre elas, e que refutassem ideias que não pudessem ser matematicamente sustentadas. Essa conclusão é otimizada pelo aplicativo usado nesse estudo, que proporciona uma visão abrangente das vertentes matemáticas de modo integrado.

Na questão 4 (quadro 5) é proposto um estudo do domínio e da imagem da Função Exponencial, por meio da investigação das características referentes a  $x$  e a  $f(x)$ .

**Quadro 5:** Roteiro da questão “Estudando domínio e imagem da Função Exponencial”

|  |   |
|--|---|
| <p>4. Estudando domínio e imagem da Função Exponencial</p> <p>a) No app do GeoGebra represente o gráfico de <math>f(x) = 3^x</math>. Qual é o domínio dessa Função Exponencial? Qual é a imagem dessa Função Exponencial?</p> <p>b) No app do GeoGebra represente o gráfico de <math>f(x) = (0.8)^x</math>. Qual é o domínio dessa Função Exponencial? Qual é a imagem dessa Função Exponencial?</p> <p>c) Sem apagar essas funções no app, represente o gráfico de <math>f(x) =</math> e observe o que foi projetado. Se trata de uma Função Exponencial? Qual a explicação para isso?</p> <p>d) Como você definiria uma Função Exponencial?</p> <p>e) Como você definiria o domínio e o conjunto imagem de uma Função Exponencial?</p> | <p><i>O domínio (D) de uma função são todos os valores que podem ser atribuídos a <math>x</math> na função.</i></p> <p><i>Já a imagem de uma função (Im(f)), é o conjunto de todos os valores obtidos de <math>f(x)</math>.</i></p> |
|--|---|

Fonte: Autoras.

A partir da identificação do domínio e da imagem de três funções exponenciais nos itens  $a$ ,  $b$  e  $c$ , é feito então a formalização do conteúdo nos itens  $d$  e  $e$  ao solicitar a definição de Função Exponencial, bem como de seu domínio e o conjunto imagem. Assim como em Faria e Maltempi (2018), podemos notar que “[...] desde o início da atividade, o uso do GeoGebra favorece a abordagem matemática intradisciplinar”. O aplicativo possibilita uma visão abrangente e integrada das vertentes matemáticas, ou seja, na tabela de valores disponibilizada no aplicativo é possível perceber a aritmética representada pelos valores numéricos associados às variáveis  $x$  e  $y$ . Em decorrência também é possível visualizar geometricamente o gráfico das funções na mesma janela de visualização do aplicativo, acompanhadas da lei de formação que é a expressão algébrica das funções, possibilitando “[...] uma visão abrangente dos conceitos explorados, dando a atenção necessária às particularidades das vertentes aritmética, geométrica e algébrica.” (FARIA; MALTEMPI, 2020, p. 12).

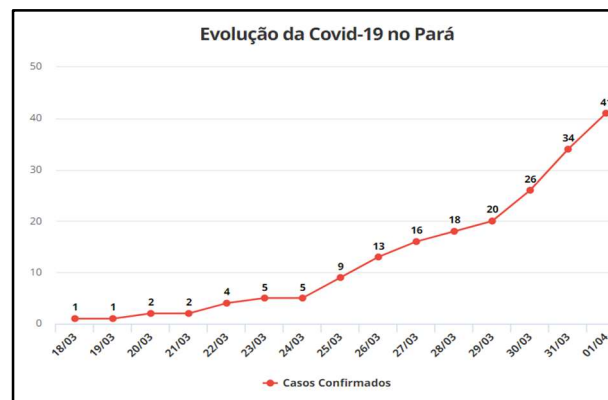
Por fim, na questão 5 (quadro 6), o objetivo consiste em relacionar a Função Exponencial à evolução de contágio da Covid-19.

### Quadro 6: Roteiro da questão compreendendo a evolução do coronavírus no Pará

#### 5. Compreendendo a evolução do coronavírus no Pará

Em 2020, a população mundial foi surpreendida pela pandemia de Covid-19, que infectou milhares de pessoas em todas as partes do mundo. Para entender a evolução da doença, a Função Exponencial tem sido relevante. Segundo o site de notícias G1-Pará, por meio de informações da Secretaria de Saúde do Pará (SESPA), informou que “A primeira confirmação de coronavírus no Pará ocorreu no dia 18 de março. O paciente é um homem de 37 anos, que contraiu o vírus durante uma viagem ao Rio de Janeiro. Após sentir sintomas da doença ele procurou o hospital e, em seguida, seguiu com o tratamento em isolamento domiciliar.”. Na mesma notícia, foi destacado que “Apenas uma semana após a primeira confirmação, o estado já registrava 9 casos da doença. A partir de então, as notificações aceleraram, passando para 41 registros sete dias depois[1]”. Como podemos ver no gráfico abaixo:

Figura 1: Gráfico de evolução da Covid-19 no Pará



Fonte: <https://g1.globo.com/pa/para/noticia/2020/04/01/veja-a-evolucao-do-coronavirus-no-para-e-a-relacao-de-casos-por-municipio.ghtml>. Último acesso: 17/09/2021

Podemos perceber que o gráfico apresenta uma escala própria para valores da abscissa (eixo x) e ordenada (eixo y). Repare que o eixo x, que representa as datas dos primeiros 15 dias de manifestação da doença, está de 1 em 1 unidade. Já o eixo y, que representa o número de casos de covid-19, é apresentado de 10 em 10 unidades. Para que possamos observar melhor o comportamento da curva, vamos fazer este gráfico no app GeoGebra, em unidades do tipo 1 em 1 tanto no eixo x, quanto no eixo y.

Atenção: Para organizar melhor o gráfico, representaremos as datas por ordem de manifestação da doença, sendo o dia 18/03 representado pelo número 1, já que foi o dia do primeiro caso confirmado, e o dia 01/04 representado pelo número 15, já que foi o 15º dia apontado na reportagem.

a) Represente os quinze pontos no app, sendo a coordenada (x,y) de cada ponto representada pelo dia da manifestação no valor de x, e número de casos no valor de y.

Exemplos: Primeiro ponto (1,1) e décimo quinto ponto (15, 41).

b) Você conseguiu perceber o comportamento do contágio da Covid-19, quando foi colocando os pontos no app? Justifique.

c) Os pontos, na ordem que foram marcados, representam crescimento ou decrescimento?

d) Qual tipo de função (afim, quadrática, exponencial, ...) melhor representa os pontos marcados? Justifique.

e) Insira algumas funções do tipo  $f(x) = a^x$  no app: com  $0 < a < 1$ ; com  $a > 1$ .

Qual gráfico ficou mais próximo dos pontos?

f) Você conseguiu identificar algum padrão dentre as funções que mais se aproximaram dos pontos? Justifique

g) Descreva uma lei de formação de uma Função Exponencial cujo gráfico melhor se aproxime dos pontos marcados. Essa função é crescente ou decrescente? O valor de a é maior que 1, ou está entre 0 e 1? Justifique.

h) De acordo com o que estudamos, você considera o estudo da Função Exponencial importante para entendermos o comportamento do vírus da covid-19?

Fonte: Autoras.

Com essa questão investigativa é possível perceber um conjunto das características descritas por Faria e Maltempo (2020), já que essa questão apresenta uma situação real que explora o raciocínio dos alunos, com uma análise qualitativa das informações expostas. Para

que os alunos percebessem mais explicitamente o objetivo da questão, exploramos os primeiros casos de covid-19, no Estado do Pará. Utilizamos a representação gráfica do comportamento da doença publicada em uma reportagem do canal jornalístico g1. Analisando informações apresentadas na reportagem, a questão objetiva que os alunos sejam capazes de ter uma compreensão crítica sobre a evolução do coronavírus no Pará no período inicial da doença.

Para isso, abordamos a primeira notícia de caso de Covid-19 no Estado do Pará, e logo os primeiros casos confirmados no Estado, no período de quinze dias. Foi explicado que o gráfico apresenta escalas diferentes para os eixos  $x$  e  $y$ . No eixo  $x$  são representados os primeiros 15 dias de manifestação da doença, de 1 em 1 unidade. Já o eixo  $y$ , que representa o número de casos de covid-19, é apresentado de 10 em 10 unidades.

Assim, no item *a*, é pedido que os alunos refaçam o gráfico (figura 1) no GeoGebra de modo a observar com mais precisão a disposição dos pontos. Para isso, foi proposto que essa reorganização fosse feita em escala de 1 em 1 unidade, respeitando as informações do gráfico original. Feito isso, no item *b*, foi questionado se é possível perceber o comportamento do contágio, quando foram colocados os pontos no app. Nesse sentido, destacamos que ao formular atividades intencionais, com foco no raciocínio qualitativo, abre-se a possibilidade para que o problema seja melhor explorado, pois ao analisar a maneira como os pontos ficam agrupados, é possível perceber que quando o número de casos aumenta os pontos tendem a subir para valores positivo das coordenadas  $(x,y)$ .

Prosseguindo com as observações, no item *c* é questionado se os pontos na ordem que foram marcados representam crescimento ou decréscimo. Assim como em Faria e Maltempo (2018), esse questionamento requer atenção às observações já feitas. Logo, é esperado que os alunos percebam que o gráfico é crescente, pois os pontos descrevem um comportamento de uma Função Exponencial que cresce para a direita de acordo com o aumento do número de casos. Para dar sentido ao que está sendo explorado, no item *d* é solicitado que se identifique qual a função que melhor representa os pontos marcados na ordem em que foram indicados. Nessa parte, é esperado que os alunos fiquem atentos para a forma como os pontos se comportam, pois, até o momento, o GeoGebra mostra apenas os pontos na ordem que foram inseridos, não apresentando uma lei de formação de uma função específica. Por isso, é esperada uma resposta intuitiva. Com essas informações já é possível identificar que as variáveis  $x$  e  $y$ , possuem uma relação algébrica, sendo possível determinar uma lei de formação que se aproxima da descrição da forma como o gráfico se comporta.

No item *e*, é pedido que se busque uma função do tipo  $f(x) = a^x$ , que melhor se aproxime dos pontos marcados. Para isso, testes devem ser realizados no GeoGebra. A proposta é que sejam inseridas funções que obedecem às restrições colocadas no item *e*, estando atento ao comportamento dos pontos, percebendo que se trata de uma função crescente. Nessa questão, o uso das tecnologias digitais é indispensável, afinal, com uma única construção é possível fazer diversos testes, de modo que várias leis de formação de funções exponenciais sejam testadas, exploradas, aprovadas ou refutadas, explorando as propriedades de visualização do aplicativo, notando as relações aritméticas, algébricas e geométricas das funções exponenciais.

No item *f* é questionado se é possível identificar algum padrão entre as funções que mais se aproximaram dos pontos. O intuito é de que seja observado que as funções inseridas seguem um padrão para o valor da base. Como a base de uma Função Exponencial requer valores positivos com  $0 < a < 1$  ou  $a > 1$ , é necessário ficar atento a isso, e observar que os gráficos que correspondem à uma função crescente, possuem base  $a$  maior que 1. Mais uma vez, ressaltamos o protagonismo das tecnologias digitais e frisamos que com as potencialidades do GeoGebra, é possível investigar inúmeros valores para a base e concluir que no caso da lei de formação da função procurada, corresponde a valores em que  $a$  é maior que 1, mais especificamente  $1 < a < 2$ .

Já a proposta do item *g*, consiste em descrever uma lei de formação para a função encontrada, explorando o comportamento do gráfico e a base  $a$  da Função Exponencial investigada. Para isso, é necessário identificar se é uma função crescente ou decrescente. Essa questão levou a se pensar na estrutura multiplicativa do problema, afinal, para que fosse possível reconhecer qual forma algébrica corresponde ao problema solicitado, respeitando suas características e particularidades, valores discretos foram atribuídos, e a estrutura multiplicativa foi mobilizada.

Por fim, o item *h* propõe que se faça uma reflexão quanto ao que foi estudado na atividade. Nesse viés, inferimos a relevância de relacionar a matemática com problemas que permeiam situações presentes no cotidiano, buscando que o aluno transite por territórios não restritos à matemática, o que configura uma perspectiva transdisciplinar.

Diante disso, buscamos envolver os alunos em situações investigativas presentes no cotidiano, com o intuito de estimular o raciocínio qualitativo. Destacamos que em atividades de natureza investigativa o professor tem um papel fundamental. É preciso se envolver,

conhecer os alunos, incentivar, questionar e dialogar. Como afirma Ponte (2005, p. 112):

É necessário interpretar o outro, conhecer o seu modo de pensar e sentir, mas é igualmente necessário estudar formas de trabalho conjunto que levem a novos horizontes. Em Educação, o investigador não é apenas um espectador do que se passa no terreno da prática educativa, mas também um actor, ao lado de outros actores, na transformação desse terreno e dos próprios participantes. Para isso, torna-se necessária uma relação de outro tipo, baseada no diálogo e na colaboração.

Desse modo, ao propor uma atividade consideramos ser necessário refletir acerca do contexto da realidade apresentada. Nessa perspectiva, o uso de tecnologias digitais, se tornou uma alternativa, pois o aplicativo GeoGebra proporcionou uma visão abrangente dos conceitos estudados, “[...] evidenciando características específicas de cada vertente matemática, o que contribui para o entendimento do todo e para a compreensão de conceitos e relações que ocorrem concomitantemente.” (FARIA; MALTEMPI, 2020, p. 12).

## **Conclusões**

Nesse artigo abordamos sobre os elementos necessários à elaboração de atividades investigativas de matemática, discutindo as características das questões elaboradas no âmbito da dissertação de mestrado ao qual este artigo é parte integradora. Tais atividades estão disponibilizadas na íntegra na dissertação, e também no GeoGebra Book “Atividades Investigativas e Função Exponencial” apresentadas na Oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra”, que compôs a produção de dados da pesquisa.

A análise realizada nos permitiu inferir que a abordagem investigativa em atividades matemáticas de Função Exponencial oportuniza a exploração de elementos, propriedades e características do conteúdo matemático explorado que torna a aprendizagem significativa, estimulando uma variedade de conexões e construção de novos conhecimentos.

Ressaltamos a relevância de trabalhar com atividades dessa natureza, dando destaque às situações que vão além dos muros da escola, em uma perspectiva transdisciplinar. Além disso, entendemos que adotar a perspectiva transdisciplinar, também abre possibilidades para compreender a matemática de modo intradisciplinar, estabelecendo conexões entre suas ramificações e, ao mesmo tempo, relacionando a disciplina escolar com situações que permeiam o cotidiano.

Também recomendamos que sejam propostas atividades intencionais com foco no

raciocínio qualitativo do aluno. É necessário ter claro o que se pretende alcançar com a questão. Para isso, o enunciado de cada item é relevante, pois deve possibilitar um direcionamento da proposta apresentada que estimule a habilidade de pensar, explorar e analisar relações pertinentes aos conteúdos matemáticos envolvidos na questão.

Também consideramos importante elaborar questões que envolvam conceitos e representações simbólicas variadas, relativas à Função Exponencial. Para isso, optamos por mobilizar a estrutura multiplicativa no caso discreto investigado. Essa abordagem contribuiu para que o raciocínio qualitativo pudesse ser melhor explorado, abrindo possibilidades para que o aluno pudesse analisar o problema e julgar a ocasião correta para se usar os termos relativos.

Por fim, buscamos integrar nesse estudo a utilização de tecnologias digitais, tendo o GeoGebra como mediador. A análise realizada nos permitiu afirmar que o aplicativo oportunizou a exploração de várias representações que destacam as particularidades das vertentes matemáticas de forma simultânea, percebendo a relação existente entre as vertentes aritmética, algébrica e geométricas ressaltando a relevância da intradisciplinaridade matemática. Além disso, a exploração com tecnologias digitais possibilita que o aluno explore, construa e visualize formatos e possibilidades de aprendizagem diversificados.

Da análise realizada, concluímos que os elementos necessários para elaboração de atividades investigativas de Função Exponencial são: intencionalidade na elaboração dos enunciados das questões, com vistas à proporcionar uma visão abrangente da função estudada; elaborar questões que envolvam conceitos e representações simbólicas variadas, relativas à Função Exponencial; adotar uma perspectiva transdisciplinar que vá além das disciplinas escolares, que explore uma situação real, oriunda das vivências dos alunos; integrar as ramificações da matemática em uma perspectiva intradisciplinar; propor o uso didático das tecnologias digitais, com a finalidade de abordar as diferentes propriedades da Função Exponencial por meio dos diversos recursos e janelas dinamicamente conectados oferecidos pelo aplicativo GeoGebra.

## Referências

BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 111-124.



- BRAUMANN, C. Divagações sobre investigação matemática e o seu papel na aprendizagem da matemática. In: PONTE, J. P.; COSTA, C.; ROSENDO, A. I.; MAIA, E.; FIEGUEIREDO, N.; DIONÍSIO, A. F. **As atividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002. p. 5 – 24.
- FARIA, R. W. S. C. Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra. 2016. 280 f. **Tese (Doutorado em Educação Matemática)** – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Rio Claro, 2016.
- FARIA, R. W. S. C.; MALTEMPI, M, V. Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 58, n. 57, p. 1-18, e-20024, jul./set. 2020.
- FARIA, R. W. S. C.; MALTEMPI, M. V. Intradisciplinaridade Matemática com GeoGebra na Matemática Escolar. **Bolema**, Rio Claro, v. 32, n. 62, p. 348-367, dez. 2018.
- IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN, D.; PÉRIGO, R.; ALMEIDA, N. **Matemática: ciência e aplicações - Ensino Médio**, São Paulo, Saraiva, v. 1 / – 9. ed, 2016.
- LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores).
- MENEGHETTI, R. C. G.; REDLING, J. P. Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. In: **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42A, p. 193-229, abr. 2012.
- MOGUEL, Z. S. P. SÁNCHEZ, I. T. MOGUEL, L, S. Una caracterización de problemas contextualizados que impacten en el desarrollo de pensamiento matemático. **Pesquisa e Inovação em Matemática Educacional**, 1, p. 317-324, 2016. Disponível em: <http://funes.uniandes.edu.co/15373/1/Perez2016UnaCaracterizacion.pdf>. Acesso em: 17 de set. 2021.
- MOL, R. S. Introdução à história da matemática. Belo Horizonte : CAED-UFMG, 2013.
- PINHEIRO, A. M. Abordagem das funções exponenciais e logarítmica no Ensino Médio e superior. **Dissertação (Mestrado em Matemática)** - Universidade do Ceará, Fortaleza, 2021.
- PONTE, J. P. O interaccionismo simbólico e a pesquisa sobre nossa própria prática. **Revista Pesquisa Qualitativa**, v. 1, p. 107–134, 2005.
- PONTE, J. P. Investigar, ensinar e aprender. In: PROFMAT, 2003, Lisboa, Portugal, ACTAS...Lisboa: APM, 2003, p.25-39.1 CD-ROM.
- PONTE, J. P. O conceito de função no currículo de matemática. **Revista educação e matemática**, n. 15, p. 3-9, 1990.
- PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.
- RAGONI, V. F.; CHIARI, A. S. S. Smartphone e a produção do conceito de integral: visualização, mobilidade e GeoGebra. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, p. 259-276, 2021.
- SANTOS, S. C. A produção matemática em um ambiente virtual de aprendizagem: o caso da Geometria Euclidiana Espacial. **Dissertação (Mestrado)** - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas. Rio Claro/SP, 2006, 145f
- SERRAZINA, L; VALE, I; FONSECA, H; PIMENTEL, T. O papel das investigações

matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. et al. (Orgs.). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 41-58.

SILVA, A. C. Atividades investigativas de matemática com o celular: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial. **Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática)** - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2022.

SILVA, R. J. A. Contexto e aplicações das funções exponenciais no Ensino Médio: uma abordagem interdisciplinar. **Dissertação (Mestrado em Matemática)** - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas. Campos dos Goytacazes, 2015.

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. **Bolema**, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, 2000.

TEIXEIRA, M. C. **Metodologia do ensino superior**. Paraná: Unicentro, 2015.

## ARTIGO III

### INVESTIGAÇÃO DE FUNÇÃO EXPONENCIAL E COVID-19 COM GEOGEBRA NO SMARTPHONE

#### Resumo

Este artigo objetiva analisar de que modo estudantes do Ensino Médio constroem conhecimento no que tange à Função Exponencial e compreendem a relação dessa função com a Covid-19 em uma abordagem investigativa com tecnologias digitais. A proposta metodológica é de cunho qualitativo e os dados foram produzidos a partir de gravações dos encontros em mídia digital com filmagens via Google Meet, folhas de atividades, caderno de campo e questionário. Após essa etapa, os dados foram analisados a partir da descrição das percepções e transcrição de trechos dos diálogos durante a oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra” vivenciadas com alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal, que compôs o cenário de pesquisa de mestrado ao qual este artigo é parte integradora. Analisamos, neste artigo, as falas dos alunos, triangulando os dados com autores referência nas áreas de estudo das tecnologias digitais na Educação Matemática, bem como das investigações matemáticas. Nossa análise sobre os dados produzidos aponta que à medida em que os alunos compreendiam a atividade e a proposta investigativa, descobertas matemáticas aconteciam e novos conhecimentos eram construídos. As observações feitas pelos alunos instigavam a curiosidade e geravam discussões que requeriam que seus olhares estivessem aguçados. Desse modo, as conclusões que emergiram da exploração dessa forma de estudo evidenciam que é possível engajar os alunos no estudo de conteúdos matemáticos com a metodologia das investigações matemáticas com smartphone na sala de aula.

**Palavras-chave:** Matemática Escolar. Investigação Matemática. Tecnologias Digitais. Educação Matemática.

#### 1. O ensino e a aprendizagem da matemática escolar

Há alguns anos o ensino da matemática vem apresentando propostas de transformações metodológicas. Muitos alunos se sentem desconfortáveis em relação à matemática, consideram a disciplina escolar difícil e desinteressante, de modo que, as barreiras que aparecem ainda nos anos iniciais do ensino fundamental, se estendem durante todo o percurso escolar na Educação Básica. Segundo Carmo e Simionato (2012, p. 317), as dificuldades que muitos alunos historicamente enfrentam na matemática, geram ansiedade.

A ansiedade em relação à matemática é um fenômeno que compreende reações emocionais negativas diante de situações que requisitam o uso de conhecimentos matemáticos. É particularmente identificada no contexto escolar e está diretamente relacionada a experiências inadequadas de ensino dessa disciplina. (CARMO; SIMIONATO, 2012, p. 317).

Os autores descrevem ainda os estados de ansiedade que envolvem reações fisiológicas “[...] relatadas como desagradáveis, postura tensa; expressão facial cansada; movimentos sem direção; dores de cabeça; distúrbios estomacais; mãos pegajosas; etc.,” (CARMO; SIMIONATO, 2012, p. 318). Com relação à ansiedade referente à matemática, esses sintomas presenciados na ansiedade crônica se manifestam no momento em que o indivíduo se encontra diante de situações que incluem manipulação matemática e aplicação de conhecimentos referentes a essa área do conhecimento (CARMO; SIMIONATO, 2012). Diante disso, é possível deduzir que o aluno se sinta desconfortável ou até mesmo impossibilitado de realizar atividades comuns de matemática, desde os exercícios na sala de aula até as aplicações em sua vida cotidiana.

Röder e Zimer (2008) explicam que as crenças e as atitudes dos alunos apresentam papéis relevantes em relação à maneira de ensinar e aprender matemática, ao afirmarem que, se por um lado o aspecto afetivo pode favorecer a aprendizagem, por outro pode ser o fator causador de dificuldades na compreensão do conhecimento matemático (RÖDER; ZIMER, 2008). Segundo esses autores, as crenças são originadas de situações vivenciadas pelos alunos, sejam elas reais ou imaginárias, podendo ser provocadas pela qualidade das atividades, assim como por meio das metodologias utilizadas nas aulas de matemática com o intuito de promover o desenvolvimento dos conteúdos (RÖDER; ZIMER, 2008).

Ponte (1994) também apresenta um motivo para dificuldades em relação à matemática escolar.

Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma auto-imagem de incapacidade em relação à disciplina. Dum modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da Matemática. (PONTE, 1994, p. 2).

Por muitas décadas o ensino de matemática tem sido realizado por um modelo de ensino mecânico, característico por seguir, no contexto escolar, a sequência definição, exemplo e exercício (FARIA; MALTEMPI, 2020). O método de ensino tradicional, caracterizado por privilegiar a memorização de fórmulas e a resolução de exercícios repetitivos, ainda é adotado por grande parte dos professores, uma vez que,

[...] historicamente, a memorização tem sido valorizada na educação brasileira e tem roubado do raciocínio o papel de protagonista. Especificamente na matemática escolar, a memorização de regras e técnicas tem acarretado consequências à aprendizagem matemática de nossos alunos.

(FARIA; MALTEMPI, 2020. p. 2).

Desse modo, dar à memorização o papel principal no processo de ensino da matemática, e não ao raciocínio, tem prejudicado a aprendizagem de matemática dos alunos. E por mais que o aluno, aparentemente, demonstre que ao decorar entendeu algum conceito matemático e apresente respostas corretas nos exercícios, é comum que o professor seja surpreendido, uma vez que, ao mudar o tema de estudo, ou até mesmo alguma característica de determinado exercício, erros venham a surgir (D'AMBROSIO, 1989).

É nesse sentido que Teixeira (2015) afirma que o ensino tradicional possui técnicas ultrapassadas que, em relação à aprendizagem, têm provocado muitos descontentamentos. Sem que haja problematização e discussão dos conteúdos abordados, o resultado tem sido a formação de alunos “passivos e alienados” (TEIXEIRA, 2015, p. 35). Para muitos professores e pesquisadores, essa forma de ensinar matemática requer modificações. Em grande parte, cabe ao professor elaborar estratégias que possam romper com as técnicas tradicionais.

O ensino tradicional, do modo como compreendemos nesse estudo, valoriza a memorização e possui características que remetem à educação bancária, o que significa que o professor é visto como o detentor do conhecimento e possui a perspectiva de que a mente do aluno é como uma conta bancária vazia, na qual ele deve depositar o conhecimento. Nesse formato, o aluno tende a memorizar fórmulas e conceitos, sem usar sua criatividade, seu potencial para questionar e discutir, sua capacidade de interagir e de explorar os conteúdos (FREIRE, 2009).

Nesse contexto, ao longo dos anos, o ensino tradicional vem sofrendo questionamentos com relação à eficácia quanto ao ensino e a aprendizagem da matemática. É crescente a preocupação sobre a real aprendizagem quanto aos conteúdos que estão sendo ministrados nas escolas. Muitos alunos avançam de um ano letivo para o outro e poucos são os que lembram os conteúdos estudados no ano anterior, e ainda muitos que lembram demonstram dificuldades em estabelecer relações com novos conteúdos matemáticos.

Contudo, o ensino tradicional não é a única metodologia existente. Existem metodologias capazes de proporcionar um estudo mais atraente da matemática, perspectivas que contribuem para que o aluno se sinta motivado em relação à disciplina, possibilitando que o aluno atue como protagonista no processo de aprendizagem a fim de que haja efetiva compreensão dos conteúdos matemáticos escolares e, além disso, que haja uma quebra em relação às crenças originadas por situações no ambiente escolar envolvendo matemática conduzida de uma forma ruim, minimizando desconfortos em relação à disciplina.

Nesse sentido, o objetivo deste artigo consiste em analisar de que modo estudantes do Ensino Médio constroem conhecimento no que tange à Função Exponencial e compreendem a relação dessa função com a Covid-19 em uma abordagem investigativa com tecnologias digitais.

Nesse contexto, argumentamos sobre a relevância do ensino de matemática na perspectiva da metodologia de investigações matemáticas, de modo que o aluno desenvolva um papel ativo na construção do conhecimento, mobilizando, para isso, sua curiosidade e criatividade. Com o intuito de atualizar o leitor, apresentamos a metodologia de pesquisa adotada. Apresentamos ainda a análise das atividades realizadas na oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra” em que ocorreu a produção dos dados. Por fim, tecemos as considerações finais.

## **2. Investigação Matemática: estratégias para o ensino e aprendizagem**

Em meio aos questionamentos sobre a eficiência do ensino tradicional, professores e pesquisadores buscam alternativas, realizam aulas e pesquisas envolvendo outros métodos de ensino para as aulas de matemática. Recorrem a metodologias que rompem com a sequência, definição, exemplos e exercícios.

D'Ambrosio e Borba (2010) apontam que, no âmbito das pesquisas em Educação Matemática, existem diversas tendências com foco em desenvolver estudos que apresentam possibilidades para que professores e alunos possam conhecer e utilizar metodologias diversificadas de ensino e aprendizagem da matemática. É necessário incorporar nas aulas métodos de ensino que exijam do aluno muito mais do que memorização de fórmulas e estudo mecânico do conteúdo, sendo necessário que os alunos desempenhem um papel de investigador, mobilizando para isso suas habilidades, seu lado criativo, científico e questionador. Desse modo, o aluno será capaz de estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos, outros conteúdos escolares e conhecimentos oriundos do seu cotidiano.

Destacamos, nesse contexto, as investigações matemáticas como um meio desafiador para as práticas de ensino. De acordo com Ponte (2003, p. 2) “[...] “investigar não é mais do que procurar conhecer, procurar compreender, procurar encontrar soluções para os problemas que nos deparamos”. A investigação se concretiza por envolver o aluno em um processo em que ele possa explorar e construir o conhecimento e, assim, estabelecer conjecturas, criar

conceitos e interagir com aquilo que está sendo estudado.

Isso nos leva a pensar na curiosidade, que é de extrema relevância na história da humanidade, pois contribuiu para o surgimento de descobertas, no despertar da vontade de querer encontrar coisas novas e a criar métodos que garantam a sua sobrevivência e interação com o meio e com nossa capacidade de transcender (D'AMBROSIO, 2005). Segundo o autor,

Ao longo da história se reconhecem esforços de indivíduos e de todas as sociedades para encontrar explicações, formas de lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural. Isto deu origem aos modos de comunicação e às línguas, às religiões e às artes, assim como às ciências e às matemáticas, enfim, a tudo o que chamamos conhecimento. (D'AMBROSIO, 2005, p. 107).

Nessa concepção é fundamental instigar no aluno a curiosidade e o desejo de querer questionar, entender, interpretar e conhecer o que está sendo estudado. “O exercício da curiosidade convoca a imaginação, a intuição, as emoções, a capacidade de conjecturar, de comparar, na busca da perfilização do objeto ou do achado de sua razão de ser” (FREIRE, 2011, p. 59). A curiosidade é uma necessidade inata ao ser humano,

Todavia, é quando ultrapassa os limites peculiares do domínio vital que a curiosidade se torna fundante da produção do conhecimento. Foi a capacidade de olhar curiosa e indagadoramente o mundo que tornou os homens e as mulheres capazes de agir sobre a realidade para transformá-la transformando igualmente a qualidade da própria curiosidade (FREITAS, 2010, p. 107).

Não nos referimos à ideia da curiosidade ingênua, característica do senso comum, que não apresenta em sua essência efeitos de problematização ou questionamentos mais inquietantes. Apontamos a curiosidade que, ao buscar o sentido crítico, aproxima-se cada vez mais de forma rigorosa do objeto que se busca conhecer, se tornando então curiosidade epistemológica (FREIRE, 2011). Acrescenta Freitas (2010, p. 108) que, [...] “a promoção da curiosidade ingênua à curiosidade epistemológica requer o desenvolvimento da rigorosidade metódica e representa um desafio à formação com educadores/as”. Assim, nos preocupamos em despertar a curiosidade que vai além do senso comum, a curiosidade epistemológica, com o intuito de que o aluno consiga ver de uma forma científica o problema. Segundo Freitas (2010, p. 108), “[...] a curiosidade epistemológica não é qualquer curiosidade, mas é a que está ligada ao difícil, mas prazeroso, ato de estudar. É própria da consciência crítica e se desenvolve no processo de conscientização”. Desse modo, “Quanto mais a curiosidade espontânea se intensifica, mas, sobretudo, se “rigoriza”, tanto mais epistemológica ela vai se tornando.” (FREIRE, 2011, p. 58).

E é nesse processo de amadurecimento da curiosidade que a investigação matemática

é entendida nessa pesquisa. Segundo Meneghetti e Redling (2012), na investigação matemática é possível saber por onde iniciar, mas não conseguimos saber o ponto de chegada. Cabe muito mais do que ter respostas prontas para se chegar a um objetivo. O processo também é muito valorizado, assim, buscar maneiras de alcançar objetivos é extremamente relevante. Serrazina, *et al.* (2002, p. 43) acrescentam ainda que:

[...] nas investigações, a formulação de problemas, a colocação de questões e o estabelecimento de objetivos por parte dos alunos são um dos seus atributos essenciais. Assim, para que este processo seja despoletado a investigação deve ter um carácter aberto e um ponto de partida pouco definido.

É possível observar as diferenças das atividades investigativas para as atividades matemáticas tradicionais que focam na fixação de conteúdos cujos modelos de resolução são premeditados e os procedimentos mecanicamente pré-definidos. Nas investigações, o fato das atividades possuírem carácter aberto permite ao aluno traçar suas próprias estratégias. Em uma investigação, o primeiro passo decorre da identificação do problema que se pretende resolver, devido a isso é que se estabelece uma relação muito próxima entre o problema e a investigação matemática (MENEGHETTI; REDLING, 2012).

Segundo Serrazina, *et al.* (2002), as investigações matemáticas, proporcionam atividades que envolvem processos complexos de pensamento, que permitem ao aluno entender a matemática, que envolve seus conceitos, definições e aplicações. Elas possibilitam que o aluno desenvolva a curiosidade epistemológica com o intuito de identificar características que os façam olhar para a matemática com uma visão ampla. Essa busca é importante, pois permite que o aluno se aproxime da matemática de modo que ele consiga relacionar os problemas matemáticos com situações do cotidiano, compondo um ambiente mais propício para despertar seu pensamento crítico, que proporcione seu crescimento profissional e pessoal.

Nesse sentido, a investigação matemática exige esforço do aluno. À medida que ele vai construindo seus pensamentos, indagações, deduções, reflexões e capacidade de argumentação levando a entender que está no caminho certo e, muitas vezes, aceitar ser contrariado e admitir seus erros caso não consiga alcançar o objetivo proposto. Na investigação muitos são os meios de prosseguir, mas é pouco provável ter garantias de que seja possível alcançar os resultados esperados.

Explorando o conceito de investigação matemática, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003) descrevem quatro momentos principais de realização da investigação matemática:



O primeiro abrange o reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões. O segundo momento refere-se a formulação de conjecturas. O terceiro inclui a realização de testes e o eventual refinamento das conjecturas. E, finalmente, o último diz respeito à argumentação, à demonstração e avaliação do trabalho realizado. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA; 2003, p. 20).

Para que essas etapas ocorram com fluidez, os autores argumentam que, durante a realização de uma atividade investigativa, o professor precisa introduzir a tarefa, de forma breve, a fim de que o aluno não perca o apreço pela tarefa. Deste modo, o professor desempenha um papel fundamental, explicitando o sentido da tarefa e o que se espera dos alunos no percurso da atividade. Em seguida, ao iniciar o desenvolvimento da atividade, é preciso que os alunos tenham compreendido o que deve ser realizado. Simultaneamente, o professor deve ficar na retaguarda, observando o desempenho dos alunos e intervindo quando necessário, sem expor a solução do problema. Por fim, deve ser realizada a discussão da tarefa, dando aos alunos a oportunidade de compartilhar os conhecimentos construídos, de modo que eles possam “[...] pôr em confronto as suas estratégias, conjecturas e justificações, cabendo ao professor desempenhar o papel de moderador.” (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2003, p. 41).

Esse processo permite ao aluno construir não só o conhecimento necessário para chegar ao desenrolar de um único problema, mas poderá abrir as portas para outros que virão futuramente. Nessa linha de pensamento, Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 17), acrescentam que “[...] quando trabalhamos com um problema, nosso objetivo é, naturalmente, resolvê-lo. No entanto, para além de resolver o problema proposto, podemos fazer outras descobertas que, em alguns casos, se revelam tão ou mais importantes que a solução do problema original”.

### **3. Procedimentos metodológicos**

Este artigo traz um recorte de uma pesquisa de mestrado <sup>9</sup>desenvolvida na abordagem qualitativa, pois consideramos como elementos chave a participação dos sujeitos, suas relações e opiniões com o contexto dos problemas abordados. Como afirma Bicudo (2013, p. 116), a

---

<sup>9</sup> Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE 53645821.0.0000.5153). O termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE para um aluno com 18 anos) e termos de assentimento livre e esclarecido (TALE para os demais alunos, com idade inferior a 18 anos) foram entregues, lidos e assinados por todos os participantes e por seus responsáveis para a autorização da divulgação científica dos dados produzidos junto aos estudantes.

pesquisa qualitativa “[...] engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões”. Ademais, nossa “[...] preocupação não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão” (GOLDENBERG, 1997, p. 14). Nesse sentido, a pesquisa qualitativa apresenta em seus discursos a essência e a complexidade do objeto em estudo. Segundo Bogdan e Biklen (1994), esse tipo de investigação compreende os fenômenos em toda sua complexidade e privilegia, essencialmente, a compreensão dos fenômenos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação.

Na pesquisa realizada, consideramos, entre outros aspectos relevantes, privilegiar o uso do celular na construção do conhecimento matemático, assim como possibilitar meios de se chegar a uma conclusão através da investigação matemática refletindo acerca de problemas pertinentes no meio social em que convivemos. Para abranger esses aspectos, realizamos a oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com GeoGebra”, com cinco alunos do primeiro ano do Ensino Médio integrado ao curso de técnico em informática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Pará campus Castanhal.

Buscando alcançar o objetivo de investigar o uso do celular no estudo da Função Exponencial por meio do aplicativo Calculadora Gráfica GeoGebra para celular, propomos uma atividade investigativa que estimulasse os alunos a levantar questionamentos e discussões a respeito do que estava sendo estudado, e a explorar a matemática utilizando diferentes métodos de resolução, incluindo a interpretação de gráficos. Para elaboração das atividades, contamos com a colaboração do aluno de iniciação científica Maycon Junio Ivo Vieira (bolsista PIBIC-CNPQ) do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Viçosa, também sob orientação da professora Rejane Faria. Como resultado da referida pesquisa de Iniciação Científica, foi criado o GeoGebraBook<sup>10</sup> “Atividades Investigativas e Função Exponencial”, espaço em que foram disponibilizadas as atividades elaboradas.

A oficina foi realizada ao longo de três encontros, sendo um em cada semana, ocorridos no horário da aula de matemática. A cada encontro buscamos explorar um pouco mais as propriedades da Função Exponencial com o auxílio do GeoGebra, até chegar ao momento de relacionar a Função Exponencial ao cenário da Covid-19.

Os procedimentos e instrumentos utilizados na produção dos dados foram as gravações dos encontros em mídia digital com filmagens via *Google meet*, pela câmera do notebook. Ao

---

<sup>10</sup> O GeoGebraBook se encontra disponível em <https://www.geogebra.org/m/kmwfgarr>.

final de cada encontro a atividade com as questões resolvidas pelos alunos eram recolhidas. Ademais, as observações foram registradas em um caderno de campo que deram suporte durante a análise de dados, e apliquei um questionário no final da oficina que resultou em dados importantes observados na análise.

Esclarecemos que as gravações ocorreram somente para fins de otimizar a análise dos dados produzidos. As imagens dos alunos não foram divulgadas na dissertação com o intuito de preservar suas identidades. A escolha pela gravação dos encontros se fez a fim de que fosse possível ter acesso às discussões ocorridas nos encontros quando fosse necessário revisá-los para sanar possíveis dúvidas durante a análise dos dados. De acordo com Javaroni, Santos e Borba (2011, p. 199),

Desde gravadores e filmadoras portáteis até softwares específicos para coleta e análise de dados, bem como os recursos da Internet, têm moldado não somente os procedimentos metodológicos da pesquisa, mas, principalmente, o olhar do pesquisador diante dos dados e de seu problema de pesquisa.

Isso ocorre, pois, durante a produção de dados é preciso estar atento a vários detalhes, técnicos e didáticos, o que pode contribuir para que falas, expressões e gestos dos alunos passem despercebidos. Contudo, as filmagens também trazem limitações, e nem sempre possibilitam captar a abrangência de situações que ocorrem no cenário de pesquisa (JAVARONI; SANTOS; BORBA, 2011, p. 200). Por isso, as folhas das atividades resolvidas pelos alunos também foram utilizadas com o propósito de analisar os registros das conclusões dos alunos construídas a cada atividade desenvolvida. Desse modo, foi possível fazer o acompanhamento da construção dos conhecimentos que vinham surgindo no decorrer da realização de cada atividade investigativa.

Além disso, foi utilizado um caderno de campo para que observações, notas, explicações e detalhes fossem registrados, com o intuito de armazenar as ideias centrais levantadas, bem como pontos que se destacaram. Tais registros puderam auxiliar na análise dos dados e na identificação de trechos relevantes nas filmagens (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Ao final dos encontros, um questionário foi aplicado com o intuito de analisar como os alunos avaliaram a utilização do celular na sala de aula, assim como o aplicativo GeoGebra para o estudo da Função Exponencial, expondo os desafios e possibilidades notados. Esse instrumento permitiu construir uma visão geral dos encontros sob o ponto de vista dos alunos, considerando suas expectativas em relação à utilização do celular, assim como as atividades que foram desenvolvidas. As respostas passaram por um processo de categorização e análise.

Especificamente neste artigo, discutimos de que modo estudantes do Ensino Médio

constroem conhecimento no que tange à Função Exponencial e compreendem a relação dessa função com a Covid-19 em uma abordagem investigativa com tecnologias digitais (TD). Para isso, analisamos, neste artigo, as falas dos alunos, triangulando os dados com autores referência nas áreas de estudo das tecnologias digitais na Educação Matemática, bem como das investigações matemáticas buscando, assim, atingir o objetivo aqui proposto.

Apresentamos na seção seguinte, portanto, os registros nas folhas das atividades dos alunos permeados das suas falas. Destacamos esses registros em *itálico* e entre aspas ao longo do texto, com a finalidade de dar fluidez ao texto. Esclarecemos que esses trechos são oriundos das gravações em áudio e vídeo do curso e do questionário e, quando necessários, interferências das autoras foram realizadas e acrescentadas entre colchetes [ ] para dar sentido ao texto. Por fim, esclarecemos que não divulgamos os nomes dos alunos participantes da pesquisa, pois nosso foco consiste em analisar coletivamente as discussões, destacando as investigações matemáticas realizadas.

#### **4. Análise dos dados**

Considerando aspectos relevantes ao estudo da Função Exponencial relacionados ao contexto da Covid-19, as atividades propostas aos alunos proporcionaram uma reflexão sobre a relação do desenvolvimento de contágio do vírus por uma função matemática.

Não foi nosso objetivo dar uma aula iniciada com uma explicação sobre o contágio do vírus, seguida de uma fórmula matemática que representasse o contágio e finalizada com exercícios que envolvessem a temática e a fórmula exposta, como em uma aula característica do ensino tradicional. Nosso intuito consistiu em mediar um processo investigativo em que os alunos pudessem construir conhecimento sobre o tema por meio da investigação matemática com o uso das tecnologias digitais. Nesse sentido, as atividades foram elaboradas para que os alunos compreendessem o conceito de Função Exponencial, a partir de uma investigação matemática guiada por atividades elaboradas de forma intencional, abordando um tema atual de cunho transdisciplinar.

Para a realização das atividades os alunos foram organizados em duplas, por livre escolha, porém, cada aluno recebeu o material impresso, composto pelas atividades, para que suas observações fossem registradas individualmente no decorrer da oficina. No entanto, mesmo estando em duplas, os alunos interagiram coletivamente, compartilhando dúvidas e

argumentações, proporcionando momentos de discussão e interação.

#### 4.1 Explorando o GeoGebra e conhecendo a Função Exponencial

No primeiro momento da oficina o objetivo era proporcionar aos alunos o conhecimento do aplicativo GeoGebra, explorando as ferramentas necessárias à construção e movimentação do gráfico da função que iríamos estudar. Nesse sentido, consideramos o primeiro momento para realização de uma investigação matemática descrita por Ponte, Brocardo e Oliveira (2003, p. 20), que consiste no “[...] reconhecimento da situação, a sua exploração preliminar e a formulação de questões”. Assim, para proporcionar um melhor desempenho durante a oficina, elaboramos um material de apoio para uso do aplicativo. Antes de iniciarmos a atividade investigativa, perguntamos aos alunos se eles conheciam o GeoGebra. Como todos responderam que não, realizamos então a atividade de reconhecimento citada. Desse modo, no primeiro encontro, os alunos tiveram a possibilidade de conhecer o aplicativo e explorar suas funcionalidades. Após o reconhecimento do aplicativo, iniciamos a atividade 1, cuja proposta consistia em estudar a função  $f(x) = 2^x$  (Quadro 1).

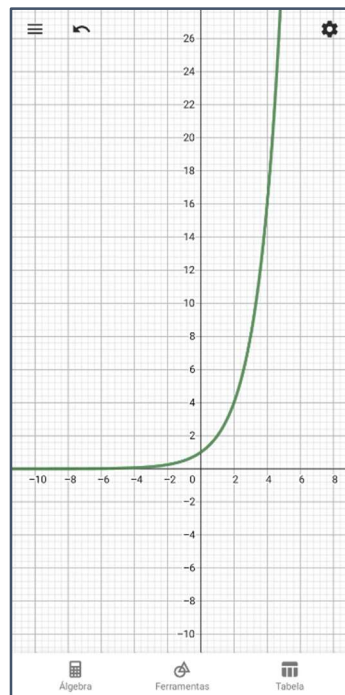
##### Quadro 1: Roteiro da questão “Estudando $f(x) = 2^x$ ”

|  |
|--|
| <p>1. Estudando</p> <p>a) Abra o aplicativo do GeoGebra no smartphone.</p> <p>b) Em seguida, na caixa de entrada, digite. O que é projetado?</p> <p>c) Dando continuidade, clique nos três pontinhos que aparecem na frente da função criada. Depois clique em “tabela de valores”. Em seguida, altere o valor inicial de x para -6, o valor final de x para 6 e o passo para 1. Observe o gráfico gerado e responda:</p> <p>d) Como você descreveria o comportamento do gráfico?</p> <p>e) Agora clique em cada ponto em destaque no gráfico e observe as coordenadas (se achar necessário, aproxime do ponto com zoom para melhor observar).</p> <p>f) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “y”?</p> <p>g) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “x”?</p> |
|--|

Fonte: Autoras.

Conforme observado no Quadro 1, foi solicitado que os alunos construíssem com o GeoGebra uma função do tipo  $f(x) = 2^x$  seguindo as orientações, e observando a imagem na tela do celular (questão 1, itens a e b) (Figura 1). O intuito era de que eles comesçassem a perceber o comportamento dessa Função Exponencial, chegando à conclusão de que se trata de uma função crescente, com o auxílio da tabela de valores do GeoGebra.

**Figura 1:** Gráfico da questão 1



Fonte: Autoras.

Ao perguntar aos alunos o que estava sendo projetado (questão 1, item b), eles apresentaram dificuldades para responder. Um dos alunos afirmou: “*uma função*”, porém, não soube responder qual o tipo de função. Mesmo estando cientes quanto ao conteúdo que estava sendo trabalhado na oficina, os alunos não falaram que se tratava de uma Função Exponencial. Nesse momento, ficou evidente que era o primeiro contato que os alunos estavam tendo com o tema.

Uma das alunas respondeu que se tratava de “*uma linha no gráfico*”. Outro aluno reiterou que se tratava de: “*uma linha que passa no x e y infinitamente*”. Outra ainda descreveu: “*uma linha, um gráfico, e esse número está localizado no 1 y [se referindo ao ponto sobre o número 1 no eixo y, o ponto (0,1)]*”. A forma como os alunos explicaram o que estava sendo projetado expressou a dificuldade de discernir a diferença da área gráfica do GeoGebra para o gráfico que estava plotado nela. Os alunos não conseguiam descrever que a “*linha*” se tratava do gráfico. Duval (2011, p. 96) explica que essa dificuldade em interpretar gráficos pode estar ligada à “[...] falta de conhecimento das regras de correspondência” entre os registros das representações geométricas e algébricas. Nesse caso, entendemos que os alunos não dominam conhecimentos básicos sobre gráficos de funções, o que contribuiu para que eles ficassem confusos.

Prosseguindo com a atividade que solicita alteração de valores na tabela, e questionando sobre como poderiam descrever o comportamento do gráfico (questão 1, itens c e d), os alunos se mostraram confusos quanto à diferença das perguntas do item b e d. Por isso, foi explicado que agora eles deveriam observar melhor o gráfico e descrever a forma que a figura apresenta. Uma das alunas respondeu “[...] *o gráfico sobe e não vejo o fim e em cada ponto tem os valores que aparecem na tabela*”. Nesse caso, a aluna referiu que não é possível acompanhar onde a curva se encerra, indicando a percepção de que se trata de um gráfico infinito. Em relação aos pontos citados pela aluna, ela está se referindo ao item (c) da questão, ou seja, ao realizá-lo, pontos aparecem no gráfico dando a ideia de que está compreendido no intervalo de -6 a 6, cujos valores correspondentes podem ser visualizados na tabela de valores (figura 2). Os demais alunos não conseguiram formular uma resposta quanto ao comportamento do gráfico.

**Figura 2:** Tabela de valores da questão 1

| x : | f(x) :   |
|-----|----------|
| -6  | 0.015625 |
| -5  | 0.03125  |
| -4  | 0.0625   |
| -3  | 0.125    |
| -2  | 0.25     |
| -1  | 0.5      |
| 0   | 1        |
| 1   | 2        |
| 2   | 4        |
| 3   | 8        |
| 4   | 16       |
| 5   | 32       |
| 6   | 64       |

Fonte: Autoras.

Outra particularidade estudada da Função Exponencial, remetia ao fato de observar em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo x e o eixo y (itens e, f e g). Dois alunos responderam que o gráfico intercepta o eixo y na coordenada “(0,1)” e que “*não intercepta o eixo x*”. Outra aluna definiu valores em que supostamente o gráfico estava encostando no eixo x, porém, ao solicitar que utilizasse a ferramenta de aproximação para conferir se sua afirmação estava correta, ela afirmou “[...] *não está encostando se puxar o zoom*”.

De acordo com essa resposta, podemos identificar uma das potencialidades do GeoGebra para a observação dessa questão, ao explorar a ferramenta de aproximação do aplicativo, que chamamos de zoom. A aluna conseguiu perceber que o gráfico não intercepta o eixo  $x$  em nenhum ponto. É nesse sentido que entendemos que as tecnologias digitais possuem o potencial de “[...] estimular que conjecturas sejam testadas para que ideias possam ser comprovadas ou refutadas” (FARIA, 2012, p. 132). Nesse sentido, propor que os alunos explorassem o zoom do GeoGebra, possibilitou analisar com precisão o comportamento do gráfico em relação ao eixo  $x$ , o que não era possível sem aproximar o campo de visualização no gráfico. Com essa ferramenta do GeoGebra, é possível investigar várias formas de visualização do gráfico da função, comprovando que, se olharmos mais de perto o gráfico, em nenhum momento ele toca o eixo  $x$ .

Na questão 2 (quadro 2), é estudada a função  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ . Os alunos deveriam, sem apagar o gráfico anterior, construir o gráfico dessa função.

**Quadro 2:** Roteiro da questão estudando  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

2) Estudando

a) Sem apagar o gráfico anterior, novamente em “Entrada” digite  $(1/2)^x$ . O que é projetado?

b) Dando continuidade, clique nos três pontinhos que aparecem na frente da função criada. Depois clique em “tabela de valores”.

Observe o gráfico gerado e responda:

c) Como você descreveria o comportamento do gráfico?

d) Agora clique em cada ponto em destaque no gráfico e observe as coordenadas (se achar necessário, aproxime do ponto com zoom para melhor observar).

e) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “ $y$ ”?

f) Em qual coordenada o gráfico intercepta o eixo “ $x$ ”?

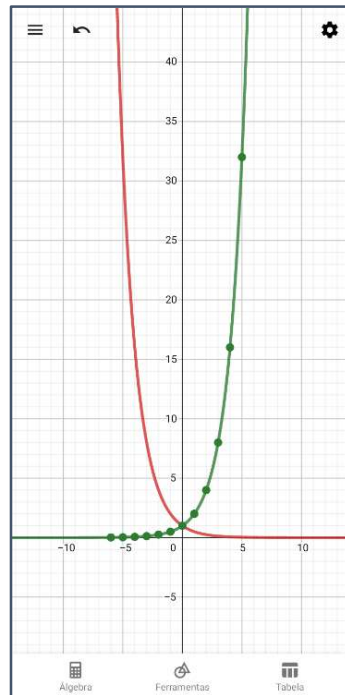
g) Você consegue observar alguma relação, semelhanças e diferenças entre os dois gráficos? Justifique.

Fonte: Autoras.

O objetivo da segunda questão consiste em identificar uma Função Exponencial do tipo decrescente. Seguindo os mesmos procedimentos da questão anterior, os alunos deveriam analisar o gráfico que em verde representa  $f(x) = 2^x$  e em vermelho representa  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$  para responder aos questionamentos (figura 3).



**Figura 3:** Gráfico da função  $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Fonte: Autoras.

Quando questionados sobre o que foi projetado (questão 2, item a), os alunos responderam que se tratava de outra linha só que em sentido contrário ao da questão 1. Quanto ao comportamento do gráfico (questão 2, itens c e d), uma das alunas descreveu “*é igual ao outro, somente está mudando a sua posição*”. Os demais alunos registraram respostas parecidas, e até esse momento, não conseguiram definir o comportamento do gráfico como decrescente.

Nos itens seguintes (questão 2, itens e e f), os alunos responderam que o gráfico intercepta o eixo y na coordenada (0,1), porém, registraram que o gráfico não encosta no eixo x, mas se aproxima de alguns valores. Pelo o que foi descrito pelos alunos, entendemos que ao observarem o gráfico e analisá-lo em relação ao item f, o zoom do aplicativo reafirmou o fato do gráfico não interceptar o eixo x, porém, para se alcançar uma visualização com mais precisão é necessário que o zoom seja aplicado várias vezes. Caso contrário, somos visualmente induzidos a crer que o gráfico toca o eixo x. Assim, entendemos que as diferentes formas de utilização dos recursos digitais “[...] propiciam distintos movimentos de produção de conceitos”. (RAGONI; CHIARI, 2021, p. 274).

Finalizando a questão, (questão 2, item g) os alunos deveriam justificar suas observações com relação aos dois gráficos estudados até o momento, e uma das alunas

respondeu que: *“Eles estão nas mesmas posições. Só que tem uma parte que está positiva, no outro está negativa. Estão o inverso um do outro”*. Outro aluno acrescentou que: *“[...] eles estão fazendo o mesmo percurso mais com resultados diferentes, pois muda a posição dos números.*

Nesse primeiro encontro, os alunos tiveram os primeiros contatos com a Função Exponencial. Apesar de identificarem que os gráficos estavam diferentes devido às posições contrárias, eles ainda demonstraram estarem perdidos quanto ao sentido do gráfico, e não conseguiram identificar quais dos gráficos estava crescendo e qual estava decrescendo, o que provocou questionamentos e curiosidades. Os alunos concluíram esse primeiro encontro com inquietações no sentido de querer entender o porquê dos gráficos estarem em posições opostas e o que haviam feito para que isso acontecesse. Tais inquietações aguçaram a curiosidade dos alunos e motivaram para que participassem do próximo encontro, com a ideia de que obteriam as respostas para essas dúvidas. A curiosidade que segundo Santos (2013, p. 57) desencadeia a vontade “[...] de querer saber o porquê das coisas”, tornou-se detalhe importante nesse estudo.

Quanto ao uso do GeoGebra, ainda no primeiro encontro entendemos que o aplicativo por si só, não responderia a todas as perguntas, uma vez que os alunos estavam tendo os primeiros contatos tanto com o conteúdo quanto com o aplicativo. E ainda que eles conhecessem e tivessem domínio, mesmo assim o aplicativo “[...] sozinho não faz nada, uma vez que a resposta dele depende do comando dado.” (FONSECA, 2021, p. 129). Concordamos com a autora que é preciso avaliar a resposta dada pelo aplicativo e não simplesmente aceitar, afinal, depende da interação humana para contribuir para a construção do conhecimento.

Quanto a isso, Menezes (2018) reitera que o aprendizado tenderá a surgir mediante uma ação que se torne interessante para o sujeito, que busque motivar o aluno a pensar sobre seu contato com determinado objeto, de modo que quanto maior for a participação do aluno no processo de aprendizagem, maior também serão as chances de construção do conhecimento. Assim, consideramos que o encontro foi produtivo ao ponto de possibilitar a aproximação dos alunos com a dinâmica da oficina, propondo o envolvimento de forma ativa.

## **4.2 Investigando as Propriedades da Função Exponencial**

No segundo encontro da oficina os alunos demonstraram estar mais à vontade com o

aplicativo GeoGebra. De início já foram abordadas dúvidas e curiosidades que ficaram do primeiro encontro. Uma aluna perguntou: “*por que a segunda função apareceu contrária à primeira?*”. A perspectiva era que nesse segundo encontro os alunos conseguissem obter a resposta para esse questionamento, o que foi colocado em aberto para que eles pudessem descobrir no decorrer das atividades.

Iniciamos então a questão 3, cujo objetivo era que os alunos estudassem as relações da base e do expoente da função com seu comportamento, possibilitando a compreensão quanto ao crescimento e decrescimento delas, observando a lei de formação e o comportamento dos gráficos definidos pela lei de formação das funções estudadas (quadro 3).

### Quadro 3: Roteiro da questão Investigando Funções Exponenciais

#### 3) Investigando Funções Exponenciais

No app do GeoGebra, represente os gráficos das funções a seguir em um mesmo arquivo.

$$f(x) = 7^x$$

$$f(x) = (1.5)^x$$

$$f(x) = (0.4)^x$$

$$f(x) = (0.6)^x$$

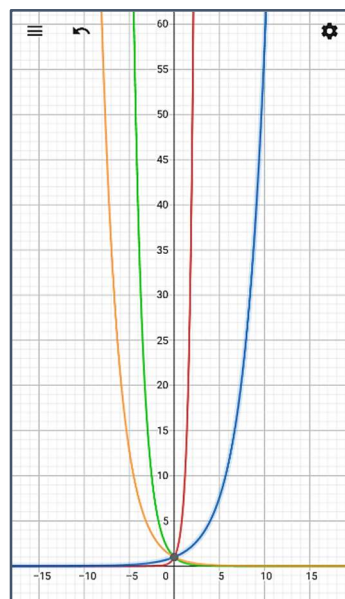
Observando a lei de formação e o gráfico de cada função que criamos no app, responda:

- Como você analisa o comportamento de cada gráfico?
- Quais funções são crescentes? O que elas têm em comum?
- Quais funções são decrescentes? O que elas têm em comum?

Fonte: Autoras.

Com as duplas já organizadas, foi pedido para que o aplicativo fosse aberto, e em seguida para que os alunos inserissem as funções propostas (figura 4).

**Figura 4:** Gráficos das funções da questão 3



Fonte: Autoras.

Prosseguindo com a atividade, uma das alunas argumentou que as funções se cruzam no mesmo ponto. Seguindo essa ideia, relembramos que no primeiro encontro também foi observado que a Função Exponencial interceptou o eixo  $y$  na coordenada  $(0,1)$ . No item a, os alunos teriam que analisar o comportamento dos gráficos obtidos das funções dadas, se referindo ao fato de se comportarem como uma curva e, em seguida, compreender quais dessas funções estão crescendo e quais estão decrescendo. Como eles não estavam conseguindo perceber o comportamento dos gráficos apenas olhando a área gráfica, foi pedido para que analisassem a tabela de valores das funções, com o intuito de que percebessem a disposição dos valores atribuídos para  $x$  e para  $f(x)$ , de cada função. Mesmo observando os valores, os alunos ainda não conseguiam relacionar os valores listados na tabela com o comportamento do gráfico.

Assim, para que conseguissem descrever o comportamento dos gráficos, os alunos foram instigados, através de perguntas como: “*vocês conseguem dizer que desenho o gráfico está fazendo?*” Uma aluna fez comparação com a função quadrática, gesticulando, como se estivesse desenhando no ar, uma parábola. A comparação com a função quadrática se deu devido esta função também ser graficamente representada por uma curva só que possuindo uma concavidade que aparenta ser “fechada” se comparadas às curvas apresentadas na questão que estavam realizando no GeoGebra, o que foi explicado aos alunos. A aluna também percebeu que o gráfico vem do menos infinito e segue para o mais infinito, e insistiram na ideia da parábola.

Para que pudessem avançar, foi feito o seguinte questionamento: “*se vocês forem em uma bicicleta, em uma moto ou em um carro [...]chegando em um certo ponto e vocês fazem assim (gesticulando, indicando a curva), o que vocês estão fazendo?*” a resposta foi “*curvas*”. Assim, os alunos complementaram a resposta “*Ela se comporta em curvas, que se encontram no mesmo ponto na linha (y)*” se referindo ao ponto  $(0,1)$ .

Os alunos mostraram dificuldades para concluir que uma Função Exponencial se comporta como uma curva, mesmo diante do gráfico, o que parece ser uma demora em aprender. Contudo, essa demora é característica do ensino investigativo, em que o tempo necessário à aprendizagem do aluno precisa ser respeitado. “Isso porque, o ato de investigar requer, como condição necessária, o envolvimento do aluno com a atividade”. (ROMANELLO, 2016, p. 48).

Diferente de uma aula tradicional, onde o professor imediatamente expõe o conteúdo e afirma que se trata de uma curva, nas atividades que realizamos, os alunos tiveram outras

possibilidades de chegarem à conclusão, por meio de uma análise que proporcionou a observação das particularidades das funções. Nesse sentido, “[...] o aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. Esse é, precisamente, um dos aspectos fontes das investigações”. (PONTE; BROCARD; OLIVEIRA, 2003, p. 23).

Passando aos itens b e c, foi solicitado que as funções fossem caracterizadas como crescentes ou decrescentes. Analisando geometricamente no smartphone, eles não conseguiram identificar essas características. Então, foi pedido novamente que analisassem a tabela de valores das funções, a fim de perceberem como as funções se comportam mediante os valores de “x” e “y”.

No aplicativo, as funções aparecem definidas, como  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  e assim por diante, dependendo de quantas funções forem inseridas, o que possibilitou a identificação de cada função. Foi feito o seguinte questionamento: “*Quais valores a  $f(x)$  e a  $g(x)$  estão assumindo? [funções  $7^x$  e  $(1,5)^x$  respectivamente]*”. Com esse questionamento, os alunos foram instigados a observar aritmeticamente os valores de  $x$  e de  $y$  no caso em que a função estava crescendo, analisando cada função. Alguns timidamente disseram que  $f$  e  $g$  estavam crescendo, então, para terem certeza, foi pedido que observassem novamente os aspectos geométricos para concluir a resposta. Uma das alunas argumentou que percebeu que as funções cuja base começa com zero estão diminuindo. Indagados, novamente, sobre quais funções estavam crescendo e o que elas tinham em comum (item b), obtivemos a resposta: “*elas estão acima de 1*” e a aluna ainda acrescentou: “*as outras duas que estão abaixo de 0, elas ficaram decrescentes*”.

Foi uma observação coletiva, em que os alunos trocavam suas percepções a partir de intervenções da pesquisadora. Os registros nas folhas da atividade para o item b e c, foram, respectivamente, do tipo “*as funções  $f(x)=7^x$  e  $g(x)=(1,5)^x$ , estão [com a base] acima do número 1*” e “*As funções decrescentes são  $h(x)=0,4$  e  $p(x)=0,6$ . Elas são decrescentes, pois estão [com a base] abaixo de zero*”. Apesar de os alunos descreverem que as funções decrescentes estão “abaixo de zero” em vez de são “menores que 1” ou “entre 0 e 1”, não desconsideramos o fato de que eles compreenderam o objetivo da atividade. Entendemos que eles possam não estar familiarizados com esses termos, além de acreditar que o período de pandemia de Covid-19 deixou nossos alunos afastados da sala de aula presencial por dois anos, o que certamente ocasionou a abertura de lacunas na aprendizagem (FARIA et al., 2021)

Destarte, podemos afirmar que a questão 3, permitiu que os alunos obtivessem a resposta para a pergunta realizada no início do segundo encontro: “*por que a segunda função apareceu contrária a primeira?*”. Os alunos perceberam que o que fazia com que as funções se comportassem de forma diferente quanto ao crescimento estava relacionado a base da função, de modo que quando a base tivesse um valor maior que 1, teríamos uma função crescente, e que quando a base tivesse um valor entre 0 e 1, teríamos uma função decrescente.

Ainda nesse encontro, realizamos a questão 4 (quadro 4), estudando domínio e imagem da Função Exponencial em dois casos: um de função crescente e outro de função decrescente. Desse encontro em diante os alunos passaram a analisar todas as questões de forma coletiva. As respostas e dúvidas eram compartilhadas entre todos e as conclusões também seguiram de maneira semelhante.

**Quadro 4:** Roteiro da questão Estudando domínio e imagem da Função Exponencial

|  |   |
|--|---|
| <p>4. Estudando domínio e imagem da Função Exponencial</p> <p>a) No app do GeoGebra represente o gráfico de <math>f(x) = 3^x</math>. Qual é o domínio dessa Função Exponencial? Qual é a imagem dessa Função Exponencial?</p> <p>b) No app do GeoGebra represente o gráfico de <math>f(x) = (0.8)^x</math>. Qual é o domínio dessa Função Exponencial? Qual é a imagem dessa Função Exponencial?</p> <p>c) Sem apagar essas funções no app, represente o gráfico de <math>f(x)</math> e observe o que foi projetado. Se trata de uma Função Exponencial? Qual a explicação para isso?</p> <p>d) Como você definiria uma Função Exponencial?</p> <p>e) Como você definiria o domínio e o conjunto imagem de uma Função Exponencial?</p> | <p><i>O domínio (D) de uma função são todos os valores que podem ser atribuídos a x na função.</i></p> <p><i>Já a imagem de uma função (Im(f)), é o conjunto de todos os valores obtidos de f(x).</i></p> |
|--|---|

Fonte: Autoras.

O item a se trata de uma função crescente, e os alunos conseguiram observar isso de imediato. Em seguida, eles analisaram o domínio e a imagem da função. Para lembrá-los do que era domínio e imagem, a atividade traz um lembrete com as definições dessas propriedades das funções. Na primeira pergunta, “*Qual é o domínio dessa Função Exponencial?*”, mesmo com o lembrete com a definição de domínio de uma função, os alunos não conseguiram compreender do que se tratava. Por isso, foram orientados a verificar a tabela de valores. Novamente, eles teriam que observar os valores atribuídos a x e seu correspondente em y para definir o domínio da função. Embora  $f(x) = 3^x$  se tratasse de um caso particular, os alunos foram orientados a olhar esse exemplo como o caso geral  $a^x$ , com a finalidade de instigá-los a concluir o que ocorre com o domínio de uma Função Exponencial.

Analisando a tabela de valores, foi notado que na tabela apareciam somente valores inteiros. No entanto, foi pedido que os alunos olhassem de uma forma mais abrangente. Foi realizada a seguinte indagação: “*A que conjunto vocês poderiam atribuir esses números?*”

Uma das alunas respondeu: “*Os reais, que cabe todo mundo*”. A resposta da aluna indica que o conjunto dos números reais engloba outros números além dos números inteiros. Isso se dá, pois, quando estudamos os números no ensino fundamental, esses “[...] números são ensinados subdivididos em conjuntos numéricos, em uma representação linear”. (CARVALHO, 2019, p. 115). Ou seja, números naturais, números inteiros, números racionais, números irracionais e, enfim, os números reais que surgem da reunião de todos esses conjuntos (DANTE, 2018). E após serem feitas algumas considerações sobre a resposta dada pela aluna, foi ressaltado que olhando apenas para os números que aparecem na tabela de valores, poderíamos concluir que se trata de números inteiros, porém, após os alunos observarem melhor o gráfico, perceberam que ele não passa apenas por números inteiros, os demais também registraram que o domínio da função são os números reais.

Para definir o conjunto imagem da função, os alunos deveriam seguir o mesmo procedimento, com o auxílio da tabela de valores do GeoGebra observarem os valores, mas dessa vez para  $f(x)$ , chegando à conclusão de que o conjunto imagem também se trata de números reais, mas não todos. Os alunos foram questionados: “*o que é a imagem?*” E uma das alunas ressaltou que: “*são os valores para  $f(x)$* ”. Embora a resposta estivesse correta, os alunos foram instigados a observarem os valores com mais atenção, com o intuito de perceberem que só haviam reais positivos. Quanto a isso, Romanello (2016) resalta que as atividades investigativas precisam ser exploradas a fundo, evidenciando suas características, caso contrário, a aula perde o sentido de investigativa. Assim, os alunos discutiram a respeito e chegaram a uma conclusão. Um de nossos alunos registrou que: “*A imagem dessa função assume os números positivos maiores que 0*”. Os demais também apresentaram respostas semelhantes.

Passando ao item b, os alunos deveriam definir o domínio e a imagem agora para uma função decrescente. Por ser uma questão parecida com a do item a, eles analisaram a função no aplicativo de forma semelhante ao item anterior, sendo instigados a verificarem se a função assume valores positivos ou negativos, e se o zero aparece em algum momento. Em relação ao domínio dessa função, eles responderam que: “*continua sendo os números reais*”. De maneira semelhante para a imagem também registraram respostas como: “*A imagem dessa função continuaria a assumir os valores positivos e acima de zero*”. Desse modo, pelos registros nas folhas de atividades e das discussões geradas no momento da investigação, conseguimos perceber que por meio do GeoGebra os alunos conseguiram compreender a ideia de domínio e imagem da Função Exponencial.

Passando ao item c, a ideia proposta era que os alunos percebessem porque a base da Função Exponencial não assume valores iguais a 1. Desse modo, foi proposto que os alunos construíssem o gráfico da função  $f(x) = 1^x$ , sem apagar os gráficos anteriores, e analisassem de que forma o gráfico se comporta. Para isso os alunos verificaram a tabela de valores e observaram que a imagem da função não muda, permanecendo valores constantes iguais a 1. Logo, ao serem questionados se era uma Função Exponencial, os alunos responderam que: “*não*”, com justificativas como “[...] *ela é uma linha reta, então é uma função constante*” outro aluno acrescentou: “[...] *ela não faz curva e sua base é 1*” outros acrescentaram que se trata de uma função constante. Logo, ficou evidente que os alunos já conseguiam identificar uma Função Exponencial, uma vez que, ao optarmos pelo GeoGebra, esperamos que ele viesse a possibilitar que os alunos explorassem “[...] as relações entre as variáveis visuais pertinentes da representação gráfica e as unidades simbólicas significativas da representação algébrica, que são as informações matematicamente pertinentes de cada tipo de registro”. (MENDOÇA; PIRES, 2018, p. 7).

No item d, ao serem questionados “*Como você definiria uma Função Exponencial?*” os alunos deveriam descrever o que haviam entendido até o momento sobre Função Exponencial. Alguns deles responderam que: “*A Função Exponencial tem sempre que ter a base diferente de um e que seu expoente são números reais. E no gráfico ela sempre aparece fazendo curvas*”.

Quanto ao item e, os alunos, deveriam definir o domínio e o conjunto imagem da Função Exponencial representando-os com simbologia matemática. Como eles não estavam compreendendo como representar, foram perguntados se lembravam de estudos anteriores sobre funções, da definição, das propriedades, do gráfico e de aplicações. Nesse sentido, tornou-se pertinente abordar aspectos intradisciplinares. Segundo Faria (2016, p. 64) “[...] a intradisciplinaridade corresponde às estritas relações das ramificações de uma mesma disciplina”. No que tange à matemática escolar, a intradisciplinaridade diz respeito às relações da aritmética, geometria e álgebra, concomitantemente. Dessa forma, os alunos foram levados a entender os conteúdos matemáticos não como dissociados.

Nessa perspectiva, quando um dos alunos ressaltou que o domínio são os valores de  $x$  que são números reais, enfatizando aspectos aritméticos, comecei a perguntá-los como representamos o conjunto dos números reais, e um dos alunos respondeu que por “ $R$ ”, assim as respostas foram tomando forma, até os alunos conseguirem registrar  $D=R$ , uma resposta generalista que remete à álgebra. Quanto à imagem, foi ressaltado que são os valores de  $f(x)$ ,



porém, com algumas restrições. Ao serem questionados sobre quais eram essas restrições, um dos alunos respondeu, com base em suas observações geométricas, que: “*Tem que ser maior que zero*”.

Buscando formalizar a ideia, os alunos foram questionados se sabiam como representar isso. Eles responderam que não, em seguida foram lembrados que a imagem é representada por  $Im(f)$ , já que na atividade consta essa informação. O próximo passo seria representar com as restrições da Função Exponencial, ou seja, os valores positivos e maiores que zero. Assim, foram realizadas perguntas do tipo, qual o sinal que a gente usa para representar positivo? E eles falaram do sinal de “+”. Além disso, uma aluna lembrou do asterisco como símbolo do zero como exceção, mas não lembravam como fazer a representação algébrica. À medida em que as discussões foram fluindo, as informações foram ficando mais claras até que os alunos conseguiram definir a imagem da Função Exponencial como “ $Im(f)_+^*$ ” e assim finalizamos o segundo encontro.

Nesse encontro, os alunos estavam mais à vontade e mais familiarizados com o aplicativo. Isso proporcionou uma maior interação do grupo e todos estavam mais comunicativos e dedicados, interagindo a todo momento. Também destacamos, nesse sentido, que o GeoGebra foi relevante para que conseguissem compreender a atividade, e chegassem às conclusões. Isso ocorreu, pois, o aplicativo proporcionou a inserção de vários gráficos ao mesmo tempo de forma rápida, possibilitando que os alunos pudessem visualizá-los concomitantemente com observações sobre os valores de  $x$  e  $y$  na tabela de valores, proporcionando compreensão sobre o comportamento das funções exponenciais, assim como o domínio e a imagem dessas funções.

De acordo com Mendonça e Pires (2018), utilizar o GeoGebra no espaço escolar proporciona novas experiências, uma vez que, com esse aplicativo, as realizações das tarefas escolares podem acontecer de forma mais rápida se comparadas ao uso de lápis e papel, o que faria com que o tempo dedicado à investigação fosse priorizado. Ainda para os autores, o dinamismo do aplicativo “[...] pode ocasionar a visualização de propriedades que, no ambiente lápis e papel, podem ser mais difíceis de ser observadas [...]” (MENDONÇA; PIRES, 2018, p. 7). Além disso, o aplicativo proporciona uma maior precisão dos gráficos, permitindo uma visualização mais explícita.

Nesse encontro, também, levamos em consideração o segundo momento de realização da investigação matemática, como argumentado por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), que

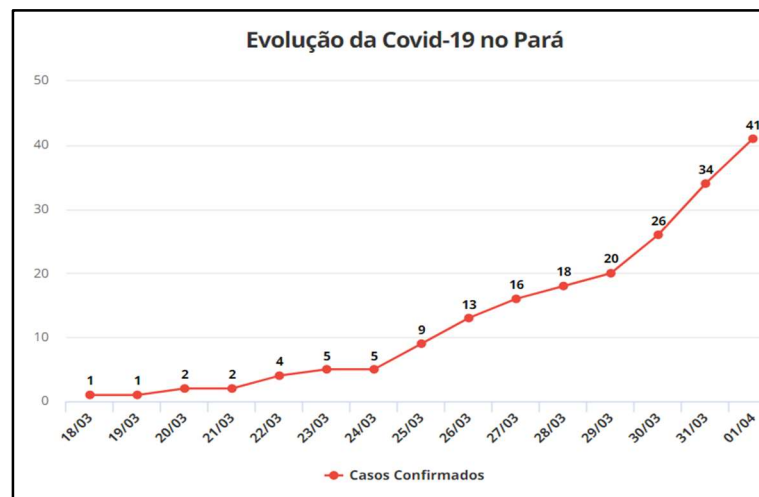
se refere à formulação de conjecturas, propondo que os alunos pudessem observar e considerar suas observações como prováveis, com base em conhecimentos anteriores sobre funções.

### 4.3 Relacionando Função Exponencial e Covid-19

No terceiro, e último, encontro da nossa oficina “Relações da Função Exponencial e Covid-19: atividades investigativas com o GeoGebra”, a atividade proposta se concentrou na ideia dos alunos associarem o estudo da Função Exponencial ao contexto da Covid-19. Para tanto, a estratégia teve como fundamento a atividade investigativa e o GeoGebra, valendo-se de todos os conhecimentos construídos no decorrer da oficina. Desse modo, foi colocado em prática o terceiro momento da investigação matemática descrito por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013), induzindo os alunos a realizarem testes e reformulações do que se havia estudado, fazendo o refinamento das conjecturas.

Para isso, abordamos a primeira notícia de caso de Covid-19 no Estado do Pará, e logo os primeiros casos confirmados no Estado, no período de quinze dias, como mostrado pelo seguinte gráfico (figura 5).

**Figura 5:** Gráfico de evolução da Covid-19 no Pará



Fonte: <https://g1.globo.com/pa/para/noticia/2020/04/01/veja-a-evolucao-do-coronavirus-no-para-e-a-relacao-de-casos-por-municipio.ghtml>. Último acesso: 17/09/2021

Após os alunos apreciarem o gráfico e as informações do site de notícias G1 Pará, disponíveis na atividade 3, começamos a trabalhar em cima dessas informações. Primeiramente, foi proposto que eles refizessem o gráfico (figura 5) no GeoGebra em unidades do tipo 1 em 1,

no intuito de poder observar melhor o comportamento da curva (Quadro 5).

**Quadro 5:** Roteiro da questão compreendendo a evolução do coronavírus no Pará

5. Compreendendo a evolução do coronavírus no Pará

a) Represente os quinze pontos no app, sendo a coordenada (x,y) de cada ponto representada pelo dia da manifestação no valor de x, e número de casos no valor de y.

Exemplos: Primeiro ponto (1,1) e décimo quinto ponto (15, 41).

b) Você conseguiu perceber o comportamento do contágio da Covid-19, quando foi colocando os pontos no app? Justifique.

c) Os pontos, na ordem que foram marcados, representam crescimento ou decrescimento?

d) Qual tipo de função (afim, quadrática, exponencial, ...) melhor representa os pontos marcados? Justifique.

e) Insira algumas funções do tipo  $f(x) = a^x$  no app:

Com  $0 < a < 1$ .

Com  $a > 1$ .

Qual gráfico ficou mais próximo dos pontos?

f) Você conseguiu identificar algum padrão dentre as funções que mais se aproximaram dos pontos? Justifique

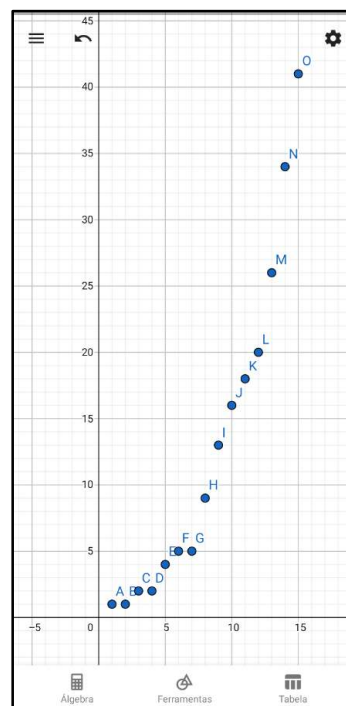
g) Descreva uma lei de formação de uma Função Exponencial cujo gráfico melhor se aproxime dos pontos marcados. Essa função é crescente ou decrescente? O valor de a é maior que 1, ou está entre 0 e 1? Justifique.

h) De acordo com o que estudamos, você considera o estudo da Função Exponencial importante para entendermos o comportamento do vírus da covid-19? Justifique!!!

Fonte: Autoras.

Para representar os pontos no GeoGebra, como pede o item (a), os alunos não recordavam direito como inserir os pontos, então recorreram a apostila do GeoGebra para concluir essa parte. Feito isso, e compreendido o primeiro passo da atividade (item a), a disposição dos pontos no GeoGebra ficou da seguinte maneira como mostrado na figura 6.

**Figura 6:** Disposição dos pontos no GeoGebra



Fonte: Autoras.

Em seguida, após verificarem o comportamento dos pontos, agora em escalas de 1 em 1 unidades, os alunos prosseguiram ao item (b). O objetivo desse item, era verificar se os alunos conseguiriam perceber o comportamento da Covid-19, por meio dos pontos no GeoGebra. Um dos alunos respondeu que: *“Eles estão na ordem crescente e conforme os dias passam os pontos vão ficando mais distantes por conta do aumento de casos”*. Outra aluna descreveu: *“comportamento crescente, pois a cada dia aumentava os números de infectados e os pontos no app estão para cima”*. As respostas dadas pelos alunos ao inferir que os pontos representam crescimento, mostra que eles compreenderam o comportamento de uma função crescente, mesmo não dispo de uma lei de formação. Santos (2011, p. 46) explica que “[...] quem está executando este processo, está visualizando mentalmente esses gráficos”. Nesse caso, para a autora, existe a possibilidade de visualizar a função, que pode vir a auxiliar no processo de compreensão do objeto em estudo.

Segundo Santos (2011, p. 46), “[...] a essência do pensamento matemático está presente nos processos de representar, visualizar, generalizar, assim como outros, como classificar, conjecturar, induzir, analisar, sintetizar, abstrair e formalizar”. Assim, consequentemente o item (c), foi respondido mediante a observação do item (a). Logo ao serem questionados se os pontos na ordem que estão representam crescimento ou decrescimento, todos responderam *“crescimento”*.

Em relação ao item (d), os alunos foram questionados sobre qual o tipo de função que melhor representa os pontos na ordem que estão? Essa questão gerou algumas discussões. Dentre essas, um dos alunos falou: *“Acho que é exponencial”*, e uma outra aluna argumentou: *“ao mesmo tempo acho que é exponencial e acho que não é pelo fato de não ter expoente”*. Sendo explicado que no momento o que se estava vendo eram apenas os pontos, a aluna continuou: *“mais é exponencial pelo fato dela fazer uma curva”*. Até o momento a dúvida dos alunos em relação a ser exponencial ou não, se remetia ao fato deles não estarem visualizando uma lei de formação que garantisse fazer essa afirmação.

No entanto, a maneira como os pontos se comportam, já davam a entender que se tratava de uma curva exponencial. Segundo Duval (2011), a abordagem ponto a ponto favorece quando se deseja traçar o gráfico de uma função ou quando se quer “ler” as coordenadas de algum ponto. Porém, essa abordagem pode não ser tão significativa quando se quer encontrar a equação correspondente ao gráfico, uma vez que tira a percepção das variáveis visuais de representação, unidade significativa da expressão algébrica. Segundo o autor, isso acontece devido à pouca atenção dada a essas interpretações durante o ensino de funções. Por isso,

procuramos ficar atentas às observações dos alunos para que não ocorresse esse tipo de equívoco.

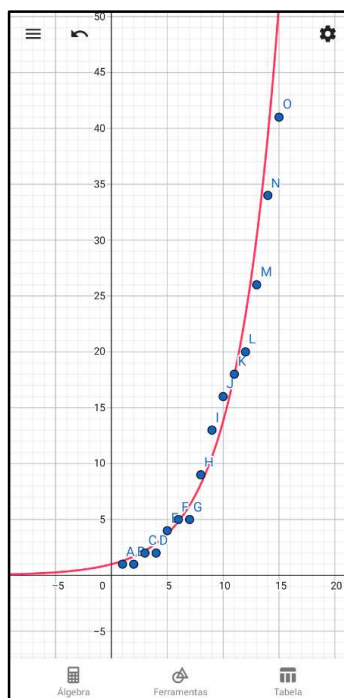
Assim, os alunos foram questionados sobre qual função representaria a curva. As respostas na folha de atividade, apesar de serem escritas de forma diferente, apresentaram o mesmo sentido, tais como: “*exponencial, porque ela faz curva*”. “*Exponencial, porque pelo o que estamos estudando*”. “*A Função Exponencial faz curva*”. “*Exponencial é a única função que representa uma curva*”.

Mesmo percebendo um pouco de insegurança quanto ao fato de ser exponencial ou não, os alunos responderam na folha de atividade que era exponencial, pelo fato de estarem visualizando uma curva similar às curvas que eles já haviam estudado nos últimos encontros.

No próximo passo, item (e), a proposta era que os alunos inserissem uma função do tipo  $f(x) = a^x$  que se aproximasse melhor dos pontos que estavam no GeoGebra. Para isso, eles deveriam construir funções com as bases entre  $0 < a < 1$  e ou  $a > 1$ . Assim que os alunos compreenderam como fazer, as funções foram surgindo. Após muitas tentativas, um dos alunos conseguiu compreender que para a base menor que 1, o gráfico ficou bem distante dos pontos, e ainda assumia posição contrária e se fosse bem maior que 1, tipo “2” também ficava distante, assim os alunos foram questionados: “*Quando que uma função é crescente?*” Uma das alunas respondeu que: “*Quando ela assume valores acima de zero, [...] e diferente de 1*”. Logo eles deduziram que bases iguais a zero não se encaixariam nesse caso.

Com isso, os alunos foram tentando outros valores maiores que 1, até que um dos alunos, após várias tentativas, falou: “*Achei, 1.3*”. O restante continuou tentando, sendo explicado que o gráfico, não necessariamente ligaria os pontos mais se aproximaria melhor, logo os demais também tentaram 1.3, e perceberam que a função ficava mais próxima dos pontos, como mostra a figura 7.

**Figura 7:** Gráfico da função que melhor se aproximou dos pontos



Fonte: Autoras.

Esse aluno que encontrou primeiro a função, usou a seguinte estratégia, tentou bases como (1.9), (1.8), (1.7) e assim sucessivamente, até chegar em (1.3), com a qual o gráfico melhor se aproximou dos pontos. “*O que ficou mais próximo foi a  $1.3^x$* ” foi a resposta apresentada pelo aluno para essa questão. “*Isso foi possível porque o GeoGebra proporcionou a manipulação do registro algébrico e a sua coordenação com o registro gráfico, dado que a interface desse software apresenta, simultaneamente, os dois registros*” (MENDONÇA; PIRES, 2018, p. 23-24). Também foi possível devido à agilidade que se pode experimentar com a utilização do aplicativo, podendo ser realizado a inserção de várias funções de bases diferentes e a construção de seus respectivos gráficos em questão de segundos.

Do item (f), quanto ao padrão dentre as funções que mais se aproximaram dos pontos, os alunos responderam de forma correta que a base é maior que 1. Quanto ao item (g), as respostas também foram satisfatórias: “ *$f(x) = (1.3)^x$  função crescente e o valor é maior que 1, porque essa função é a que se aproxima dos pontos*”. Para concluirmos essa parte da oficina, propomos uma pergunta que buscasse que o aluno refletisse acerca do que foi estudado em relação a Função Exponencial para explicar a evolução da Covid-19. A ideia era obter um apanhado geral em relação ao estudo proposto. Assim, do item (h), obteve-se respostas como: “*sim, porque graças ao resultado da Função Exponencial podemos ver o crescimento do vírus claramente*”.

Observando as respostas dos alunos, percebe-se que além deles terem compreendido a proposta da oficina, e terem obtidos resultados favoráveis na maioria das atividades, eles também refletiram acerca da propagação do coronavírus, entendendo que a medida que o número de casos aumentava, o gráfico também se mostrava crescente, sendo perceptível uma propagação de forma muito rápida. Ao serem questionados quanto a experiência em estudar o conteúdo por meio de atividade investigativa, um de nossos participantes descreve que: *“Foi bom, facilitou o meu entendimento da Função Exponencial”*. Nesse sentido, evidenciamos a relevância da proposta da investigação, pois segundo Romanello (2016), nesse tipo de atividade, o fato de o aluno não receber o conteúdo pronto, propõe para que ele busque construir entre os conceitos novas relações, levantando hipóteses e sugerindo novas questões. Nesse encontro também foi possível abranger o último momento de realização da investigação matemática, proposta por Ponte, Brocardo e Oliveira (2013, p. 20), que se refere ao fechamento do trabalho, levando em consideração as argumentações, demonstrações e a avaliação do que foi realizado.

### **Considerações finais**

Neste artigo analisamos de que modo estudantes do Ensino Médio constroem conhecimento no que tange à Função Exponencial e compreendem a relação dessa função com a Covid-19 em uma abordagem investigativa com tecnologias digitais. Destacamos que as discussões geradas durante o desenvolvimento da atividade investigativa foram relevantes para a produção dos dados da pesquisa, pois permitiram que analisássemos mais do que a resposta escrita dos alunos, revelando detalhes imperceptíveis nos registros escritos.

As investigações matemáticas realizadas pelos alunos impulsionaram a compreensão dos conteúdos matemáticos que permeiam a temática da Covid-19. Com a pesquisa, foi possível concluir, por meio dos diálogos, pelas respostas dos alunos nas folhas das atividades, nos registros do questionário aplicado, nas investigações com o celular, dentre outros dados analisados, que a pesquisa realizada possibilitou a compreensão do conceito da Função Exponencial, bem como sua relação com o desenvolvimento da Covid-19.

No decorrer da oficina foi perceptível o empenho dos alunos em relação às atividades. A construção do conhecimento ocorrida a cada encontro revelou um envolvimento satisfatório dos alunos na busca de soluções, explorando as capacidades de argumentação e justificativa. Além disso, a curiosidade quanto à relação da Covid-19 com a Função Exponencial

demonstrada ainda no primeiro encontro, estimulou a dedicação dos alunos na realização das atividades, contribuindo para a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Destacamos ainda que o GeoGebra desempenhou um papel fundamental durante as investigações, possibilitando uma exploração abrangente dos aspectos aritméticos, algébricos e geométricos, vertentes matemáticas que, se trabalhadas concomitantemente, contribuem para uma compreensão ampla e profunda da Matemática. Embora os alunos tenham relatado que se tratava do primeiro contato deles com o aplicativo, todos demonstraram desenvoltura com o smartphone e não apresentaram dificuldades em trabalhar com o GeoGebra.

É pertinente destacar ainda que, antes que os alunos compreendessem a proposta da atividade, ficou evidente que se tratava do primeiro contato deles com o conteúdo, bem como com a estrutura investigativa para realização das atividades. Também ficou claro que todos possuíam conhecimentos prévios envolvendo conceitos de função quadrática, função afim, construção de gráficos, dentre outros, o que favoreceu a compreensão das propriedades da Função Exponencial.

À medida em que os alunos compreendiam a atividade e a proposta investigativa, descobertas matemáticas aconteciam e novos conhecimentos eram construídos. As observações instigavam a curiosidade e geravam discussões que requeriam que seus olhares estivessem aguçados. Desse modo, as conclusões que emergiram da exploração dessa forma de estudo evidenciam que é possível engajar os alunos no estudo de conteúdos matemáticos com a metodologia das investigações matemáticas com smartphone na sala de aula.

## Referências

- BICUDO, M. A. V. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. 5. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2013. p. 111-124.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- CARMO, J. S.; SIMIONATO, A. M. Reversão de ansiedade à Matemática: alguns dados da literatura. **Psicologia em Estudo**, Maringá, v. 17, n. 2, p. 317-327, abr./jun. 2012.
- CARVALHO, P. L. Uma perspectiva das pesquisas sobre o ensino dos números complexos. **Rev. Prod. Disc. Educ. Matem.**, São Paulo, v.8, n.2, pp.114-123, 2019.
- D'AMBROSIO, B. S. Como ensinar matemática hoje? **Temas e Debates. SBEM**. Ano II. N2. Brasília. 1989. P. 15-19.
- D'AMBROSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa**, São



Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005.

D'AMBROSIO, U., BORBA, M. C. Dynamics of change of mathematics education in Brazil and a scenario of current research. **ZDM Mathematics Education** 42, 271–279 2010.

DANTE, L, R. **Teláres matemática**, 9º ano: anos finais do ensino fundamental. 3. ed. São Paulo: Ática, 2018.

DUVAL, R. Gráficos e equações: a articulação de dois registros. Tradução de Mércles Thadeu Moretti. **Revista REVEMAT**, Florianópolis, v. 6, n. 2, p. 96-112, 2011.

FARIA, R, W, S, C.; MALTEMPI, M, V. Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v. 58, n. 57, p. 1-18, e-20024, jul./set. 2020.

FARIA, R, W, S. Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos. **Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)** - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2012.

FARIA, R, W, S. Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra. **Tese (Doutorado em Educação Matemática)** - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016.

FARIA, R. W. S. C. ; PASSOS, C. M.; ROSSINOL, A. M.; BATISTA, L. G. Estágio curricular supervisionado de Matemática no contexto da pandemia da Covid-19. **Pesquisa e Ensino**, [S. l.], v. 2, n. 2, p. 202125, 2021.

FONSECA, K. H. L. Tecnologias Digitais na Educação: possibilidades para a formação de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. **Dissertação (Mestrado em Educação)** - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2021.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 2009.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa** / Paulo Freire, São Paulo, Paz e Terra, 2011.

FREITAS, A. L. S. Curiosidade epistemológica. **Dicionário Paulo Freire** / Danilo R. Streck. Euclides Redin, Jaime José Zitkoski (orgs.) . – 2. ed., rev. amp. 1. reimp. – Belo Horizonte : Autêntica Editora, 2010.

GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**. Editora Record, 1997.

JAVARONI, S. L. ; SANTOS, S. C. ; BORBA, M. C. . Tecnologias Digitais na Produção e análise de dados qualitativos. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 13, p. 197- 218, 2011.

MENDONÇA, M. S.; PIRES, R. F. Um Estudo sobre a Aprendizagem de Função Exponencial no Ambiente Computacional. **Revista Brasileira de Informática na Educação - RBIE**, 26(2), p. 01-28, 2018. DOI: 10.5753/RBIE.2018.26.02.1

MENEGHETTI, R. C. G.; REDLING, J. P. Tarefas Alternativas para o Ensino e a Aprendizagem de Funções: análise de uma intervenção no Ensino Médio. In: **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42A, p. 193-229, abr. 2012.

MENEZES, B. S. Utilização do Geogebra com smartphone: Geometria Dinâmica por meio de um cenário para investigação. **REMAT**, Bento Gonçalves, RS, Brasil, v. 4, n. 1, p. 68-77, 2018.

PONTE, J. P. M. Investigar, ensinar e aprender. In: **PROFMAT**, 2003, Lisboa, Portugal, **ACTAS...** Lisboa: APM, 2003, p.25-39.1 CD-ROM.

PONTE, J. P. Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso. NOESIS, n. 32, p. 24-26, 1994.

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigação Matemática na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

RAGONI, V. F.; CHIARI, A. S. S. Smartphone e a produção do conceito de integral: visualização, mobilidade e GeoGebra. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 10, p. 259-276, 2021.

RÖDER, L.; ZIMER, T, T, B. Relação cognição e afetividade na aprendizagem de matemática. In: **Dia a Dia Educação**. v. 1. p. 1-30. 2008.

ROMANELLO, L, A.; Potencialidades do uso do celular na sala de aula: atividades investigativas para o ensino de função. **Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)** - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016.

SANTOS, A. T. C. O ensino da função logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do software GeoGebra. 2011. **Dissertação (Mestrado em Educação)** - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011. [GS Search].

SANTOS, S. C. Um retrato de uma Licenciatura em Matemática a distância sob a ótica de seus alunos iniciantes. 2013. 208 f. **Tese (Doutorado em Educação Matemática)** – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Rio Claro, 2013.

SERRAZINA, L; VALE, I; FONSECA, H; PIMENTEL, T. O papel das investigações matemáticas e profissionais na formação inicial de professores. In: PONTE, J. P. et al. (Orgs.). **Actividades de investigação na aprendizagem da matemática e na formação de professores**. Lisboa: SEM-SPCE, 2002, p. 41-58.

TEIXEIRA, M. C. **Metodologia do ensino superior**. Paraná: Unicentro, 2015.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa investigamos as potencialidades do celular na matemática escolar por meio de atividades investigativas de Função Exponencial com o GeoGebra. Por possuir caráter qualitativo, a produção dos dados ocorreu durante todo o processo de desenvolvimento da oficina, através de registros em vídeo que permitiram capturar as falas e imagens dos alunos, além das folhas de atividades resolvidas, caderno de campo e questionário. Após a leitura e revisão dos dados produzidos a partir desses instrumentos, a análise deu origem a três artigos. Com o intuito de tecermos algumas reflexões que emergiram a partir dos resultados encontrados, buscamos responder aos objetivos dessa pesquisa, com a certeza de que as discussões não se encerram nesta dissertação. Com efeito, esperamos que esse trabalho possa contribuir com as perspectivas de adotar tecnologias digitais móveis, em particular o celular, na sala de aula de matemática.

Retomamos, primeiramente, os objetivos específicos dessa dissertação que também nortearam os artigos. Organizamos dessa forma, na intenção de culminar no objetivo geral dessa pesquisa e responder ao problema que norteou essa investigação. Para alcançar tais objetivos, foi elaborada a atividade investigativa de Função Exponencial para ser explorada por meio da investigação matemática com o celular e o GeoGebra, com o propósito de que os alunos não se deparassem com uma abordagem pronta do conteúdo matemático a ser estudado, mas que construíssem os conhecimentos referentes ao conteúdo e apresentassem suas próprias conjecturas. Desse modo, essa proposta consistiu na investigação de funções exponenciais com a exploração aritmética, geométrica e algébrica com o GeoGebra no celular, buscando construir os conceitos e observar as particularidades inerentes a esta função com intuito de compreender a proliferação da doença causada pelo Coronavírus, tema atual e relevante à época da realização da pesquisa.

Embora desde o início da oficina em que ocorreu a produção dos dados tenha ficado evidente que os alunos desconheciam a exploração de atividades matemáticas com tecnologias digitais, percebemos que, à medida que a oficina ia acontecendo, eles se familiarizavam tanto com o caráter investigativo das atividades, quanto com o manuseio das ferramentas do aplicativo. O envolvimento dos alunos com atividades matemáticas abordando uma temática oriunda do cotidiano em uma perspectiva transdisciplinar os motivou para que pudessem participar dos demais encontros, indicando que há a possibilidade de envolver os alunos no

estudo da matemática por meio da investigação com tecnologias digitais.

O primeiro objetivo específico consistiu em relatar uma experiência com atividade investigativa de função exponencial, mediada pelo aplicativo GeoGebra no celular. Os resultados indicam que o caráter investigativo das atividades despertou nos alunos o olhar observador, que guiados pela curiosidade epistemológica, impulsionou o interesse em entender as propriedades da função em estudo e sua relação com o contexto abordado. Percebemos ainda que, aliar as funcionalidades do aplicativo no celular com a abordagem das investigações matemáticas tornou o estudo mais eficaz, a ponto de os alunos compreenderem que as respostas estavam emergindo da interação entre o que estava sendo proposto e o que investigavam no GeoGebra. Nesse sentido, nossa experiência evidencia que, se trabalhadas de forma intencional e planejada, é possível engajar os alunos na realização de atividades com o celular e promover a interação entre eles mesmos (Artigo I).

Ressaltamos que este dispositivo presente no contexto educacional desde a quarta fase das tecnologias digitais na Educação Matemática, ganhou ainda mais espaço e visibilidade na quinta fase, de modo a promover nos alunos o envolvimento, a exploração e a produção de conhecimento matemático de uma forma dinâmica e atrativa, que valorizou as construções, experimentações e explorações. Tais fatores contribuíram para que as observações e conclusões dos alunos surgissem mediante a interação com as tecnologias digitais utilizadas.

De acordo com nossa experiência, entendemos que apesar de ser um aplicativo presente desde o início da quarta fase das tecnologias digitais e utilizado em vários trabalhos matemáticos, os alunos participantes desta pesquisa desconheciam o aplicativo. Deste modo, situamos o leitor de que tecemos conclusões com base em uma primeira experiência dos alunos. Assim, o fato de os alunos não possuírem nenhum conhecimento referente ao GeoGebra, conforme relataram nos encontros, revela que embora as tecnologias digitais façam parte do nosso dia-a-dia em diversos contextos, há carência de incluí-las nas salas de aulas de matemática.

Assim, compreendemos que ao propor uma abordagem diferente do ensino tradicional, os desafios também vieram à tona, principalmente devido aos alunos desconhecerem o aplicativo e a proposta metodológica investigativa. De acordo com o que foi apontado pelos alunos, as dificuldades de manipulação do GeoGebra foram mais evidentes nos primeiros momentos de interação com o aplicativo, mais especificamente no primeiro encontro, sendo amenizados assim que eles começaram a praticar investigando outras funções.

Outras dificuldades relatadas ocorreram no processo de compreensão do comportamento dos gráficos e na associação do que estava geometricamente sendo visualizado com expressão aritmética e algébrica das funções exponenciais. Isso nos leva a entender que as tecnologias digitais não agem sozinhas solucionando os problemas, é preciso que professores e alunos sejam mobilizados a interagir com a tecnologia, observando, questionando, esclarecendo dúvidas e construindo compreensões. Entretanto, com a experiência que tivemos, utilizar o aplicativo GeoGebra para celular na realização das investigações matemáticas contribuiu para que os estudantes do Ensino Médio compreendessem a definição, o domínio a imagem, a lei de formação da Função Exponencial, e sua relação com a propagação da doença que resultou na pandemia do coronavírus.

No segundo objetivo específico o foco foi discutir os elementos necessários para a elaboração de atividades investigativas de função exponencial. Assim, a atividade investigativa foi elaborada de forma intencional, com a proposta de fazer o aluno pensar, raciocinar, criticar e explorar a matemática não somente por meio de técnicas de cálculo, como é comum no ensino tradicional, mas envolvendo um processo de experimentação e investigação oriunda de questões presentes no cotidiano (Artigo II).

Nesses processos dinâmicos de exploração e construção do conhecimento, as potencialidades do GeoGebra se sobressaíram em meio a curiosidade dos alunos. A facilidade de manuseio identificada nos demais encontros viabilizou que conjecturas fossem testadas a cada questão realizada. Ficou evidente que a cada passo dado, a cada dúvida que surgia no processo investigativo, se abria uma possibilidade de olhar mais a fundo, mobilizando as ferramentas do aplicativo, no intuito de se obter uma resposta destacando as potencialidades das tecnologias digitais. Assim, foi possível concluir que a proposta de investigação matemática com o uso de tecnologias digitais trazida por essa pesquisa, despertou a curiosidade e o envolvimento do aluno com o tema proposto, aproximando a matemática da realidade dos alunos de modo a promover a transdisciplinaridade.

Ressaltamos que, nesse contexto, a abordagem do GeoGebra nas atividades teve grande relevância para que houvesse compreensão da Função Exponencial, por possibilitar uma visão abrangente de aspectos aritméticos, geométricos e algébricos, o que consideramos fundamental para o desenvolvimento de uma visão intradisciplinar do conteúdo investigado (FARIA, 2016).

Desse modo, nossa análise evidenciou que em atividades investigativas de função exponencial é indispensável que se tenha claro no enunciado da questão o que se pretende alcançar, além de que as questões busquem mobilizar os conceitos e representações inerentes a

função em estudo. Adotar transdisciplinaridade proporcionou o envolvimento dos alunos com a matemática e situações oriundas de sua realidade. Além disso, a intradisciplinaridade viabilizou a aproximação dos alunos com as particularidades das vertentes matemáticas, assim como o uso das tecnologias digitais no entendimento da função exponencial ao possibilitar que as propriedades dessa função fossem exploradas por meio dos diversos recursos do GeoGebra.

O terceiro objetivo consistiu em analisar de que modo estudantes do Ensino Médio constroem conhecimento no que tange à Função Exponencial e compreendem a relação dessa função com a Covid-19 em uma abordagem investigativa com tecnologias digitais. Ficou evidente, por meio da análise das folhas da atividade resolvidas, do diálogo entre os alunos, e das respostas ao questionário, que ao realizar a atividade investigativa os alunos compreendiam o objetivo de cada questão e interagiam com as tecnologias digitais de modo a buscar uma resposta que satisfizesse a curiosidade e manifestasse a produção de conhecimento em relação a função exponencial no momento da investigação matemática (Artigo III).

Especificamente em uma das questões, a não compreensão do comportamento do gráfico no início da atividade aguçou a curiosidade dos alunos fazendo surgir questionamentos que despertaram o interesse por respostas e contribuiu para que os alunos ficassem mais atentos na hora de observar cada mudança no aplicativo no decorrer dos encontros seguintes. Desse modo, a abordagem investigativa cumpriu o intuito de engajar os alunos em um processo de interação com as diversas formas de produção de conhecimento possibilitando que conjecturas fossem testadas, aceitas e refutadas ao mesmo tempo em que as vantagens das tecnologias digitais móveis eram testadas pelos alunos evidenciando as potencialidades do celular no estudo realizado, proporcionando assim alcançar o objetivo da pesquisa que consistiu em investigar as potencialidades do uso do celular no estudo da Função Exponencial no Ensino Médio.

Com relação à pergunta que norteou a pesquisa - quais as potencialidades do uso do celular nos processos de ensino e aprendizagem da Função Exponencial? - os resultados apontam que as potencialidades da utilização do celular no estudo da Função Exponencial consistem em: proporcionar que discussões matemáticas surjam; a curiosidade dos alunos seja instigada diante da diversidade de comportamentos das funções exponenciais e seus respectivos gráficos; possibilitar que conjecturas sejam testadas por meio da exploração e investigação de resultados generalistas; mobilizar conhecimentos matemáticos prévios para construir novas conclusões; proporcionar a visualização das vertentes matemáticas de forma concomitante; e viabilizar a interação entre os atores envolvidos: alunos, professores, conteúdos abordados e tecnologias digitais.

## REFERÊNCIAS

- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **RBECT**, v. 5, n. 2, 2012.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto, Portugal: Porto Editora, 1994.
- BRASIL. **Portaria no 544, de 16 de junho de 2020**: Dispõe sobre a substituição das aulas presenciais por aulas em meios digitais, enquanto durar a situação de pandemia do novo coronavírus - Covid-19, e revoga as Portarias MEC nº 343, de 17 de março de 2020, nº 345, de 19 de março de 2020, e nº 473, de 12 de maio de 2020. In: **Diário Oficial da União de 17/06/2020**. Ed. 114. Seção: 1. Brasil, 2020. p. 62.
- D'AMBRÓSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (orgs.). Pesquisa qualitativa em educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica. 2006.
- DULLIUS, M, M.; QUARTIERI, M, T. **Aproximando a Matemática e a Física por meio de Recursos Tecnológicos: Ensino Médio**. Lajeado, Rio Grande do Sul: Univates, 2016.
- ENGELBRECHT, J.; Borba, M. C.; Llinares, S.; Kaiser, G. Will 2020 be remembered as the year in which education was changed?. **ZDM Mathematics Education**. n. 52, p. 821– 824. New York: Springer. 2020.
- FARIA, R. W. S. C. Padrões fractais: contribuições ao processo de generalização de conteúdos matemáticos. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2012.
- FARIA, R. W. S. C. Raciocínio proporcional: integrando aritmética, geometria e álgebra com o GeoGebra. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016.
- FONSECA, K. H. L. Tecnologias Digitais na Educação: possibilidades para a formação de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. Dissertação (Mestrado em Magister Scientiae.) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2021.
- GARNICA, A, V, M. Algumas notas sobre Pesquisa Qualitativa e Fenomenologia. In: **Interface - Comunicação, Saúde, Educação**, v.1, n.1, 1997.
- GODOY, A, S. Pesquisa qualitativa tipos fundamentais. In: Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35, n.3 Mai./Jun. 1995, p, 20-29.
- GOLDENBERG, Mirian. **A arte de pesquisar**. Editora Record, 2004.
- JAVARONI, S. L.; SANTOS, S. C.; BORBA, M. C. Tecnologias Digitais na Produção e análise de dados qualitativos. **Educação Matemática Pesquisa** (Online), v. 13, p. 197- 218, 2011.
- MENDONÇA, M. S.; PIRES, R. F. Um Estudo sobre a Aprendizagem de Função Exponencial no Ambiente Computacional. Revista Brasileira de Informática na Educação - RBIE, 26(2), p. 01-28, 2018.
- ROMANELLO, L, A.; Potencialidades do uso do celular na sala de aula: atividades investigativas para o ensino de função. **Dissertação (Mestrado em Educação Matemática)** - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2016.
- SILVA, A. C. Atividades investigativas de matemática com o celular: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial. **Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em**

**Matemática)** - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2022.

VIEIRA, M. J. I.; FARIA, R. W. S. C. Produção de material didático de matemática com tecnologias digitais. In: **SIMPÓSIO DE INTEGRAÇÃO ACADÊMICA. XIII.**, 2022, Viçosa: SIA 2022. Disponível em <https://www3.dti.ufv.br/sia/vicosa/2022/trabalhos/>>. Acesso em: 06 março de 2022.



**APÊNDICES**

**APÊNDICE I**  
**ATIVIDADE DE RECONHECIMENTO DO APLICATIVO GEOGEBRA**



RELAÇÕES DA FUNÇÃO  
EXPONENCIAL E COVID-19: atividades  
investigativas com  
GeoGebra

**Atividades desenvolvidas por:**

Dielle Cruz da Costa (Mestranda)

Maycon Junio Ivo Vieira (Iniciação Científica)

Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho  
Faria (Orientadora)

 APRESENTAÇÃO

Prezados alunos,

Esta apostila foi elaborada como material de apoio para a oficina “**RELAÇÕES DA FUNÇÃO EXPONENCIAL E COVID-19: atividades investigativas com GeoGebra**” na qual vocês foram convidados a participar.

Realizamos uma apresentação do aplicativo calculadora gráfica GeoGebra para *smartphones*, falando sobre o *app*, suas funções, *download*, e propondo atividades de exploração das principais ferramentas que utilizaremos. Ela servirá de subsídio, inclusive, para posteriores consultas conforme explorarem o *app*.

Sugerimos que leiam a apostila e registrem eventuais dúvidas, observações e suas impressões iniciais para conversarmos no nosso primeiro encontro.

Um abraço,

*Dielle, Maycon e Rejane.*



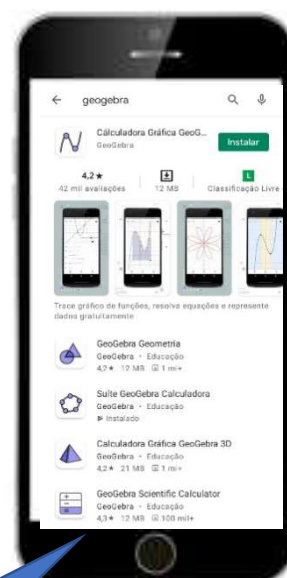
## 1 Sobre o GeoGebra

O GeoGebra é um *software* dinâmico de Matemática que possibilita que os conteúdos sejam trabalhados de uma maneira que possibilita a criatividade e a investigação. Nele vocês poderão explorar e interagir, de maneira autônoma, construindo conhecimentos matemáticos.

Nessa oficina, utilizaremos a versão **Calculadora Gráfica GeoGebra** para smartphones. Se trata de um *app* gratuito, que pode ser usado em todos os níveis educacionais para desenvolvimento de conhecimento matemático.

Algumas características do GeoGebra justificam a escolha pelo uso deste *app*, como o fato de ele ser gratuito, de fácil instalação e por poder ser executado em vários sistemas operacionais, tanto em computadores quanto em *smartphones*, além de contar com muitas funções e possibilidades que atendem diversos anos escolares, sendo de fácil manuseio pelos alunos, mediados pelo professor, já que possui interface interativa e que propicia boa exploração dos mecanismos e conteúdos. O *software* conta ainda com versões 2D e 3D, ampliando ainda mais suas possibilidades.

O app está disponível nas principais lojas de aplicativos e pode ser instalado e utilizado gratuitamente em qualquer smartphone



Se você ainda não fez o *download* do GeoGebra, este é o momento de realizar tal tarefa. Qualquer dúvida, poste no grupo do WhatsApp para que, junto aos demais participantes, possamos esclarecê-las.



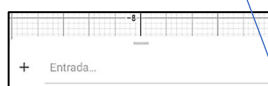
## 2 Ferramentas e Funções do *app* Calculadora Gráfica GeoGebra

Nesta parte, nosso intuito é apresentar algumas das funções que podem ser exploradas na Calculadora Gráfica GeoGebra. Experimente usar algumas dessas funções no *app*. Na interface inicial aparecem algumas opções de comandos. Nela, podemos observar a janela de visualização e a área gráfica onde os gráficos são exibidos, também a caixa de “entrada” onde se digita a função desejada.

Caso sua tela não apareça assim, clique no ícone álgebra, localizado no canto inferior esquerdo.

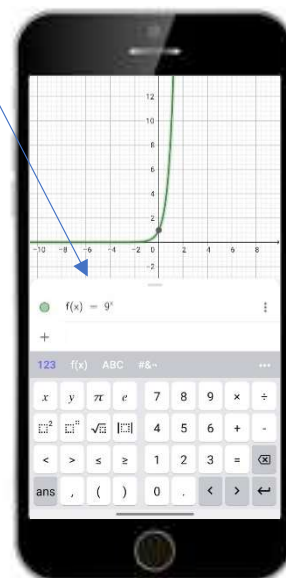
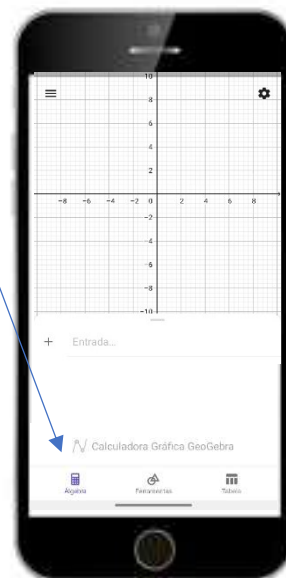
Na parte inferior da interface do aplicativo podemos visualizar os ícones: Álgebra, Ferramentas e Tabela. Vamos ver algumas funções do app, que nos auxiliarão no desenvolvimento da atividade

Para visualizar esses recursos do aplicativo, na tela inicial, clique no



ícone “álgebra” e, na sequência, em “entrada”.

Para inserir uma função, por exemplo, você pode clicar em “f(x)” e aparecerá na tela algumas categorias de funções.




➡ Para criar outras funções, por exemplo a função  $9^x$ , faça os seguintes passos:

1º passo: Clique em “123” e então clique no número “9”.

2º passo: Clique no ícone .

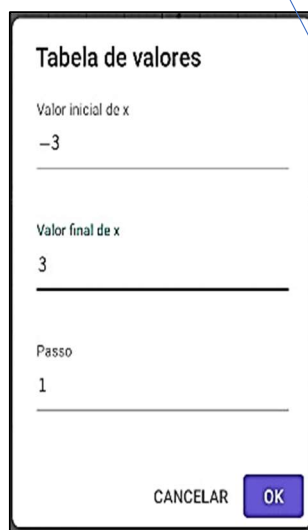
3º passo: Clique em “x” e na tecla . E o gráfico será exibido.

Note que a função que foi digitada aparece na caixa de entrada.

Esse processo poderá ser usado para plotar o gráfico de várias funções. Também é possível visualizar alguns recursos, como valores para “x” e “f(x)”, clicando nos três pontinhos que estão na frente da função .

Em tabela de valores, podemos manter ou alterar os valores para x inicial e x final.

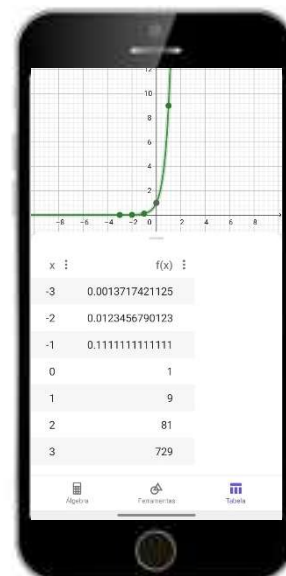
Mantenha o passo 1, altere o valor inicial de x para -3 e o valor final de x para 3 e clique em ok.



Aparecerá uma tabela de pontos com valores inteiros de  $x$  (já que mantemos o passo com valor 1), no intervalo de -3 a 3, e os valores correspondentes de  $y$ .

Também é possível visualizar as coordenadas  $(x,y)$ , clicando nos pontos que aparecem em destaque na área gráfica.

**Caso deseje, ainda é possível mudar a cor do objeto, a espessura, o estilo, dentre outras opções. Clicando no gráfico da função aparecerá uma caixa, para visualizar melhor essas possibilidades. Clique no ícone dos três pontinhos e formate o gráfico como preferir.**



➔ Para criar um ponto, por exemplo o ponto  $(1,2)$ , faça os seguintes passos:

Passo 1: Na caixa de “Entrada”, abra parêntesis, clicando no ícone . Ao abrir o parêntesis, o app deve entender o comando já criando o espaço para digitar entre parêntesis.

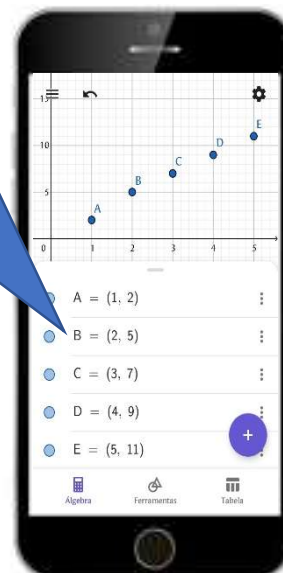
Passo 2: Em seguida, digite 1,2 e clique .

Obs: Caso tenha aparecido somente o parêntesis aberto, na caixa de “entrada”, feche os

➔ parêntesis, clicando no ícone .

Seguindo os passos anteriores, crie os pontos  $(2,5)$ ,  $(3,7)$ ,  $(4,9)$  e  $(5,11)$ .

Observe que na área gráfica aparecem os pontos que você criou, e logo abaixo é possível ver as coordenadas de cada ponto.



### 3 Explorando outras ferramentas do app Geogebra

Caso precise explorar mais o app do GeoGebra, para usar em atividades posteriores, deixamos também um guia exibindo outras funções do app. Para isso, clique em ferramentas.



Cada um dos ícones exerce uma função que dá credibilidade ao aplicativo.

**Mover:** Permite mover objetos e arrastá-los.

**Ponto:** Utilizado para criar pontos em qualquer posição da área gráfica, assim como em retas, funções ou curvas.

**Controle deslizante:** Pequeno segmento com um ponto que se movimenta sobre ele, sendo possível modificar, de forma dinâmica, o valor de um parâmetro.

**Interseção de dois objetos:** Marca um ponto de interseção entre dois objetos. Para criar essa interseção, é preciso clicar no local onde deseja-se que ela seja feita, ou clicar em cada um dos objetos que se pretende que tenham uma interseção.

**Otimização:** Marca os pontos de máximo e de mínimo de uma função.

**Raízes:** Marca as raízes de uma função.

**Reta regressão:** Cria a reta que melhor se ajusta a um conjunto de pontos.

**Selecionar objeto:** Seleciona objetos múltiplos ao ser acionado, podendo ser criado um retângulo de seleção.

**Mover janela de visualização:** Possibilita arrastar a janela de visualização, assim como também arrastar os objetos que se encontrem nela.

**Apagar:** Permite apagar um objeto.

**Exibir/esconder rótulos:** Permite exibir/esconder rótulos de um objeto ao selecioná-lo.

**Exibir/esconder objeto:** Permite exibir/esconder um objeto. Ao selecionar um objeto ele ficará destacado. Para escondê-lo, será necessário clicar em outra ferramenta qualquer. Para exibi-lo novamente, clique na ferramenta Exibir/esconder objeto.

**Copiar estilo visual:** Permite copiar o estilo visual de um objeto para outro.

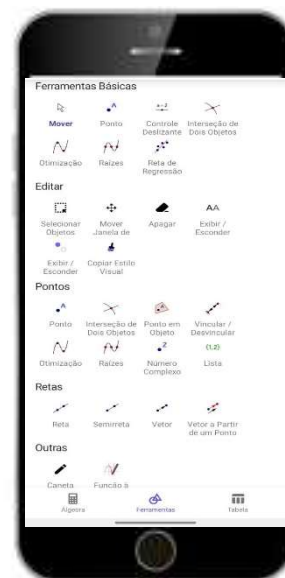
**Ponto em objeto:** Cria um ponto dentro de um objeto ou na sua fronteira.

**Vincular/desvincular:** Permite vincular/desvincular um ponto a um objeto, selecionando o ponto(s) ou o(s) objeto(s) que se deseja vincular/desvincular.

**Número complexo:** Permite inserir um ponto que representa um número complexo.

**Lista:** Cria uma lista de pontos das células selecionadas.

**Reta:** Cria uma reta a partir de dois pontos, em qualquer posição.



As descrições das funções de cada ícone foram elaboradas pelos autores, baseando-se no app calculadora Gráfica do GeoGebra e nas explicações encontradas em Araújo e Nóbrega (2010).

As imagens foram obtidas por meio de captura de tela do app no smartphone e editadas pelos autores.



**Semirreta:** Cria uma semirreta a partir de dois pontos. O primeiro ponto selecionado é o ponto de origem.

**Vetor:** Cria um vetor a partir de dois pontos. O primeiro ponto selecionado é o ponto de origem, o segundo a extremidade.

**Vetor a partir de um ponto:** Cria um vetor paralelo a outro vetor. Primeiro deve ser selecionada a origem e depois um vetor.

**Caneta:** Possibilita escrever ou desenhar livremente na área gráfica.

**Função a mão livre:** Permite desenhar um gráfico livremente na área gráfica.

Apresentadas essas funcionalidades do *app* Calculadora Gráfica do GeoGebra, encerramos essa seção. Esperamos que ela te auxilie no entendimento das funções do *app*, além de proporcionar um apoio em posteriores consultas conforme o explorarem nas atividades que faremos. Caso surjam novas dúvidas, estamos à disposição para te ajudar.

## Referência

ARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. **Aprendendo matemática com o GeoGebra**. São Paulo: Editora Exato, 2010.

