

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

Análise de excitações magnéticas em diferentes geometrias

Albertino Gomes da Silva Júnior
Doctor Scientiae

VIÇOSA - MINAS GERAIS
2025

ALBERTINO GOMES DA SILVA JÚNIOR

Análise de excitações magnéticas em diferentes geometrias

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

Orientador: Jakson Miranda Fonseca

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2025**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

S586a
2025
Silva Júnior, Albertino Gomes, 1995-
Análise de excitações magnéticas em diferentes geometrias
/ Albertino Gomes Silva Júnior. – Viçosa, MG, 2025.
1 tese eletrônica (107 f.): il. (algumas color.).

Orientador: Jackson Miranda Fonseca.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Física, 2025.

Referências bibliográficas: f. 99-107.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2025.185>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Interações eletromagnéticas. 2. Skyrme, Modelo de.
3. Bimerons. 4. Dinâmica de partícula. 5. Estabilidade estrutural.
6. Spintrônica. I. Fonseca, Jackson Miranda, 1984-.
II. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Física.
Programa de Pós-Graduação em Física. III. Título.

CDD 22. ed. 539.7546

ALBERTINO GOMES DA SILVA JÚNIOR

Análise de excitações magnéticas em diferentes geometrias

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 21 de fevereiro de 2025.

Assentimento:

Albertino Gomes da Silva Júnior
Autor

Jakson Miranda Fonseca
Orientador

Essa tese foi assinada digitalmente pelo autor em 17/04/2025 às 09:31:39 e pelo orientador em 21/04/2025 às 21:40:25. As assinaturas têm validade legal, conforme o disposto na Medida Provisória 2.200-2/2001 e na Resolução nº 37/2012 do CONARQ. Para conferir a autenticidade, acesse <https://siadoc.ufv.br/validar-documento>. No campo 'Código de registro', informe o código **VZAG.ZREL.5US9** e clique no botão 'Validar documento'.

Aos meus pais, que fazem os sonhos serem maiores do que as limitações.

AGRADECIMENTOS

Desejo exprimir meus sinceros agradecimentos a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a concretização desta tese.

Em primeiro lugar, agradeço a Deus, por todos os obstáculos que colocou em meu caminho. Nos momentos de dificuldade, talvez eu não tenha compreendido Seus planos, mas, ao superá-los, reconheço a lição valiosa que me foi dada. Obrigado, meu Deus, por me concederes muito mais do que preciso e por me abençoares muito mais do que mereço. Oração, alegria e gratidão, hoje e sempre. Amém!

Aos professores Dr. Jakosn Fonseca e Dr. Vagson Luiz de Carvalho Santos, do UFV-DPF, pela oportunidade de fazer parte do seu grupo de trabalho e por acreditarem em mim e em minhas capacidades. Agradeço pela orientação, pela forma simples, correta e científica com que conduziram nossas reuniões e pelo incentivo constante, mesmo diante das dificuldades. Sou grato também pelo tema do trabalho, que sempre me motivou e me ajudou a superar desafios ao longo dessa trajetória.

Aos meus pais e ao meu irmão, sinônimos de amor e união. Obrigado por acreditarem no meu sonho e sempre me motivarem a seguir em frente. Vocês nunca mediram esforços para me ensinar o caminho do bem e sempre estiveram ao meu lado em todas as etapas da minha vida. Sem vocês, eu não teria chegado até aqui. Apesar dos desafios, superamos tudo juntos, e é uma bênção saber que posso contar com vocês em todos os momentos. Amo vocês!

À minha noiva e, em breve, esposa, minha parceira de vida, que esteve ao meu lado nessa caminhada. Seu companheirismo, paciência e amor incondicional foram fundamentais para que eu chegasse até aqui. Obrigado por ser meu alicerce nos momentos difíceis e por celebrar comigo cada conquista. Seu apoio e carinho tornaram essa jornada mais leve e significativa. Sou imensamente grato por tê-la ao meu lado, compartilhando sonhos e construindo um futuro juntos.

Meu Deus, quero mais uma vez Te agradecer pela família que tenho. Problemas e dias difíceis fazem parte da vida, mas confiamos plenamente em Tua orientação, e o resultado disso é uma união forte e inabalável entre nós.

Muito obrigado a todos!

À Universidade Federal de Viçosa, pela oportunidade de realizar a pós-graduação.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

JÚNIOR, Albertino Gomes da Silva, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2025. **Análise de excitações magnéticas em diferentes geometrias.** Orientador: Jakson Miranda Fonseca.

Este trabalho investiga a estabilidade e a dinâmica de excitações topológicas magnéticas como os skyrmions, bimerons e monopolos de Shankar, em diferentes configurações geométricas e de interação. Este trabalho explora como essas estruturas podem ser estabilizadas em superfícies curvas e nanodiscos magnéticos com interações de Dzyaloshinskii–Moriya (DM) e como a geometria impacta suas propriedades energéticas e resistência à aniquilação. Para os skyrmions, demonstrou-se que a curvatura em análise aumentou a estabilidade térmica, retardando a aniquilação, enquanto para os bimerons, a interação DM e as condições de borda favorecem sua estabilização. No estudo dos monopolos de Shankar, em redes de pirocloro antiferromagnéticas, observou-se que o controle da dinâmica é possível através de variações geométricas, o que aponta para aplicações em spintrônica antiferromagnética. Esse trabalho contribui para a compreensão e controle geométrico dessas estruturas, propondo futuros avanços em tecnologias baseadas em excitações topológicas, especialmente em dispositivos de memória e spintrônica.

Palavras-chave: Skyrmions. Bimerons. Monopolos de Shankar. Interação Dzyaloshinskii–Moriya. Estabilidade topológica. Spintrônica. Estruturas antiferromagnéticas. Nanodiscos magnéticos. Superfícies curvas. Excitações topológicas.

ABSTRACT

JÚNIOR, Albertino Gomes da Silva, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2025. **Analysis of Magnetic Excitations in Different Geometries.** Adviser: Jakson Miranda Fonseca.

This work investigates the stability and dynamics of magnetic topological excitations such as skyrmions, bimerons, and Shankar monopoles, in different geometric and interaction configurations. The study explores how these structures can be stabilized on curved surfaces and magnetic nanodisks with Dzyaloshinskii–Moriya (DM) interactions, and how geometry impacts their energy properties and resistance to annihilation. For skyrmions, it was demonstrated that the analyzed curvature enhanced thermal stability, delaying annihilation, while for bimerons, DM interaction and boundary conditions favored their stabilization. In the study of Shankar monopoles in pyrochlore antiferromagnetic lattices, it was observed that dynamic control is possible through geometric variations, suggesting applications in antiferromagnetic spintronics. This work contributes to the understanding and geometric control of these structures, proposing future advancements in topological defect-based technologies, particularly in memory devices and spintronics.

Keywords: Skyrmions. Bimerons. Shankar monopoles. Dzyaloshinskii–Moriya interaction. Topological stability. Spintronics. Antiferromagnetic structures. Magnetic nanodisks. Curved surfaces. Topological defects.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Esboço da Interação Dzyaloshinskii-Moriya (DMI). a) DMI do tipo Bulk. b) DMI interfacial na interface entre um filme fino ferromagnético (representado em cinza) e uma camada metálica (representada em azul) com um elevado acoplamento spin-órbita. Nos dois casos, o vetor DMI resultante aponta perpendicularmente ao triângulo formado pelos dois átomos magnéticos e o átomo de grande acoplamento spin-órbita. (ZHANG X., 2015)	22
Figura 2 – Material filme fino ferromagnético com esboço das paredes de domínio com domínios magnéticos com magnetizações perpendiculares entre os dominios, as setas mostram a direção da magnetização. b) Parede de Bloch, onde a magnetização rotaciona através do plano x-y da parede de domínio. c) Parede de Néel, onde a magnetização rotaciona dentro do plano y-z da parede de domínio. Ref.(MOLAVIAN; MCCLARTY; GINGRAS, 2009).	28
Figura 3 – Simulação entre os tipos de skyrmions: Bloch e Néel. Temos um skyrmion do tipo Bloch (a). Em (b), o skyrmion é do tipo Néel. Ref. (ROMMING et al., 2013).	31
Figura 4 – Parametrização da magnetização em termos das coordenadas angulares do espaço interno (θ, ϕ) , em relação a um sistema de base curvilínea local normalizada.	32
Figura 5 – Magnetização ao longo do eixo \mathbf{z} para um bimeron, com base no modelo analítico adotado, considerando a interação de (a) DM interfacial e (b) DM bulk.	33
Figura 6 – Superfície Gaussiana para (a) $\tau = 0$ (superfície plana), (b) $\tau = -100nm$ (superfície côncava) e (c) $\tau = 100nm$ (superfície convexa). As setas pretas na Fig. (c) representam os vetores unitários da base curvilínea ortonormal local.	41
Figura 7 – Curvaturas (a) Gaussiana e (b) média, localmente na gaussiana com $\tau = -100$ nm.	42
Figura 8 – Skyrmion centralizado em (a) uma superfície gaussiana convexa ($\tau = 100$ nm) e (b) uma superfície gaussiana côncava ($\tau = -100$ nm). O painel (c) mostra uma comparação entre a componente \mathbf{n} do perfil do skyrmion obtido a partir de simulações micromagnéticas (pontos pretos) e o ansatz de Le Bonte (linha vermelha).	45

Figura 9 – Energia do skyrmion em função de seu raio dentro de um disco com $R_g = 100$ nm para (a) uma superfície plana com $\tau = 0$, e superfícies curvas com (b) $\tau = \pm 50$ nm e (c) $\tau = \pm 100$ nm. $\Delta E_{S\downarrow}$ e $\Delta E_{S\uparrow}$ representam as barreiras de energia para contração e expansão do skyrmion, respectivamente.	48
Figura 10 – Energia do skyrmion para diferentes valores de l em função de τ para um skyrmion com $R_s = 10$ nm.	51
Figura 11 – Energia do skyrmion para uma superfície Gaussiana com raios $R_g = 75$ nm (a e b) e 50 nm (c e d). Os painéis (a) e (c) mostram a energia em função de R_s tanto para superfícies convexas (pontos vermelhos) quanto côncavas (quadrados pretos). Os painéis (b) e (d) exibem a energia do sistema em função de τ para um skyrmion em diferentes posições ao longo da protuberância.	52
Figura 12 – Energia do skyrmion em função de l para skyrmions com três valores diferentes de R_s em um sistema com (a) $\tau = 0$, (b) $\tau = -50$ nm, e (c) $\tau = -100$ nm.	53
Figura 13 – Energia do skyrmion em função dos parâmetros R_s e l para nanodiscos com (a) $\tau = 0$ e (b) $\tau = -100$ nm. Os círculos vermelhos destacam os pontos de sela identificados nas visualizações ampliadas.	55
Figura 14 – Barreiras de energia para a aniquilação de skyrmion em função de τ , ilustrando cenários de (a) contração do núcleo, deslocamento do núcleo em direção à borda do nanodisco e (b) expansão do núcleo.	56
Figura 15 – Energia do skyrmion em função dos parâmetros R_s e l para nanodiscos com $\tau = 100$ nm a partir de duas perspectivas diferentes.	59
Figura 16 – Parâmetros geométricos do sistema em consideração. O painel (a) ilustra um bimeron dentro de um nanodisco de raio R , deslocado por uma distância L do centro do disco, sendo o painel (b) o bimeron orientado por um ângulo Ω_b . Os painéis (c) e (d) mostram bimerons orientados em diferentes ângulos Ω_b , com seus núcleos alinhados perpendicularmente e paralelamente à magnetização do far-field. As setas representam os estados relaxados obtidos a partir de simulações micromagnéticas.	62
Figura 17 – Os painéis (a) e (b) mostram a configuração magnética obtida por simulações micromagnéticas, considerando respectivamente uma interação DM interfacial e a bulk. O mapa de cores descreve a componente z da magnetização conforme o ansatz de Belavin-Polyakov. O painel (c) mostra a energia do bimeron como uma função de Ω_b para a interação DM interfacial (triângulos azuis) e DM bulk (pontos pretos). As linhas são guias para os olhos.	65

Figura 18 – Energia do bimeron em função de R_b . Os painéis (a) e (b) mostram, respectivamente, os resultados para DMI Bulk e interfacial, considerando três valores da constante de anisotropia.	68
Figura 19 – Energia do bimeron em função de L , para deslocamentos perpendiculares (L_{\perp}) e paralelos (L_{\parallel}) em relação à magnetização do far-field. Os painéis (a) e (b) mostram os resultados para interações DM bulk e interfacial.	69
Figura 20 – Barreiras de energia para a aniquilação do bimeron em função de L_{\parallel} e L_{\perp} , considerando interações DM bulk e interfacial. Os painéis (a) e (b) ilustram a cenários de expansão do núcleo, (c) e (d) apresentam a barreira de energia para a aniquilação do bimeron através do deslocamento em direção à borda do nanodisco para $R_b = 5$ nm, (e) e (f) correspondem a cenários de contração do núcleo, com os respectivas ampliação a suas direitas para as imagens da região de menor barreira de energia.	70
Figura 21 – A) Na configuração mais estável, para um sistema ferromagnético. B) A reversão de um spin conectando dois tetraedros equivalem à um “monopolo” e um “antimonopolo” que diferem em “carga” magnética. Ref. (GINGRAS, 2009).	74
Figura 22 – Representação de tetraedros AFM com cantos compartilhados no estado fundamental. Abaixo o sistema pirocloro de cantos compartilhados no estado fundamental do sistema. Ref. (WIEBE; HALLAS, 2015). . .	75
Figura 23 – Representação de pontos colineares e não colineares em uma reta. . . .	75
Figura 24 – a) Diferentes configurações de spin em torno dos eixos fora do plano. b) Rede de Kagome no plano (111) em Mn3Ir descritos pelos vetores de base \vec{n} e os vetores \vec{e} . Ref.(ULLOA; NUNEZ, 2016)	76
Figura 25 – Exemplos de redes frustradas: a) Triângulo equilátero, b) Tetraedro. Ref. (GREEDAN, 2001).	78
Figura 26 – A rede de pirocloro cúbico, uma rede de tetraedros de compartilhamento de cantos formado por $Er_2Ti_2O_7$ e $Yb_2Ti_2O_7$. Ref. (LACROIX; MENDELS; MILA, 2011).	79
Figura 27 – A orientação dos spins em um tetraedro isolado.	80
Figura 28 – a) Estado de mínima energia de um tetraedro isolado, com a orientação dos spins representada pelas cores ciano, magenta, amarelo e preto. b) Sistema pirocloro com compartilhamento de canto. Ref. (WAN; GINGRAS, 2016).	80
Figura 29 – Monopolo de Shankar. Representação do vetor $\Omega(\rho)$ mapeando a origem ao longo de qualquer eixo, a textura bidimensional "gira" ao longo desse eixo e completa uma revolução de 2π quando alcançamos o infinito. Ref. (RAJARAMAN, 1982).	88

Figura 30 – Plot 3D Gráfico 3D da eq. 5.34, obtida a partir da aplicação do ângulo γ na equação de Euler-Lagrange, relacionada aos valores de γ e β . . .	92
Figura 31 – Plot 3D Gráfico 3D da eq. 5.35, obtida a partir da aplicação do ângulo β na equação de Euler-Lagrange, relacionada aos valores de β e γ . . .	93
Figura 32 – Plot das equações 5.34 e 5.35, referentes aos ângulos de γ e β , demarcando os pontos de interseção referentes a valores que minimizam e dão solução ao sistema.	93

Sumário

1	INTRODUÇÃO	14
2	REVISÃO DE LITERATURA	16
2.1	Micromagnetismo	16
2.1.1	Energia Micromagnética	17
2.1.2	Interações Magnéticas	18
2.1.2.1	Interação de troca	18
2.1.2.2	Interação de Dzyaloshinskii–Moriya (DMI)	20
2.1.2.2.1	Interação Dzyaloshinskii–Moriya Bulk	21
2.1.2.2.2	Interação Dzyaloshinskii–Moriya Interfacial	21
2.1.2.3	Interação de anisotropia	22
2.1.2.3.1	Anisotropia magnetocristalina	23
2.1.2.3.2	Anisotropia de Superfície Fácil	24
2.1.2.4	Interação Dipolar	26
2.1.3	Paredes de Domínio	27
2.2	Skyrmions magnéticos	29
2.3	Bimerons magnéticos	32
3	AUMENTO DA ESTABILIDADE TÉRMICA DE SKYRMIONS INDUZIDA PELA CURVATURA	35
3.1	Interações Magnéticas em Superfícies Curvas	35
3.2	Superfícies Gaussianas	39
3.3	Investigação da estabilidade dos Skyrmion induzida por curvatura gaussiana	46
3.4	Estabilidade do skyrmion a longo prazo em superfícies curvas, por contração, expansão e deslocamento em direção à borda do nanodisco gaussiana.	54
3.5	Conclusões parciais	57
4	ESTABILIDADE DE BIMERONS E COMPORTAMENTO NÃO RECÍPROCO EM NANODISCOS MAGNÉTICOS	60
4.1	MODELO	60
4.2	Estabilização de Bimerons com Interação DMI Conforme alinhamento ao Far-Field	62
4.3	Avaliação Térmica da Estabilidade do Bimeron em Nanodiscos	69
4.4	Conclusões parciais	71
5	EXCITAÇÕES TOPOLÓGICOS EM ESTRUTURA DE PIROCLORO ANTIFERROMAGNÉTICO	73
5.1	Modelo de spin	73
5.1.1	Sistema Antiferromagnético (AFM) não colinear	74
5.2	Lagrangiana da rede do pirocloro	76

5.2.1	Termo Hamiltoniana total	77
5.2.1.1	Energia de interação de troca	78
5.2.1.2	Energia de anisotropia	84
5.2.1.3	Hamiltoniana total	85
5.2.2	Termo cinético	85
5.2.3	Lagrangiana do sistema	85
5.3	Dinâmica de baixas energias	87
5.4	Lagrangiana do sistema do pirocloro parametrizado pelos ângulos de Euler	87
5.5	Equações de movimento do sistema	90
5.6	Energia mínima do sistema	92
5.7	Conclusões parciais	95
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS	97
	Referências	99

1 INTRODUÇÃO

As excitações magnéticas em superfícies têm sido amplamente investigadas na física de materiais devido à sua relevância fundamental e ao potencial para aplicações em dispositivos magnéticos avançados. Entre essas excitações, destacam-se as excitações topológicas. Essas excitações são definidas por propriedades topológicas intrínsecas, as quais dependem da geometria do sistema, e não de detalhes microscópicos específicos do material. Esses estados topológicos podem emergir da interação entre excitações topológicas, os quais exercem um papel essencial na dinâmica magnética desses sistemas.

No contexto de sistemas magnéticos, as excitações topológicas são elementos críticos, afetando de forma significativa as propriedades magnéticas quanto a dinâmicas do sistema. Tais, representadas por configurações espaciais estáveis, não podem ser continuamente transformados em estados uniformes sem incorrer em um custo energético substancial (NAGAOSA N., 2013). Em superfícies magnéticas, essas excitações podem se formar devido a imperfeições estruturais, interações com impurezas, bordas do sistema ou até flutuações térmicas. Entre os exemplos mais comuns, destacam-se os domínios magnéticos e suas paredes, que exibem características topológicas distintas, como skyrmions e bimerons.

Os domínios magnéticos consistem em regiões de orientação uniforme de spins, separadas por paredes de domínio que frequentemente exibem texturas complexas, como skyrmions e bimerons (NAGAOSA N., 2013). Skyrmions são excitações topológicas bidimensionais com uma estrutura de spin torcida em sistemas magnéticos; já os bimerons, embora também sejam excitações topológicas bidimensionais, possuem uma estrutura com dois centros de vorticidade conectados, de polaridades inversas. Ambos as excitações magnéticas têm despertado interesse crescente, tanto pelas propriedades únicas que apresentam quanto pelo seu potencial para aplicações tecnológicas em áreas como spintrônica e armazenamento de dados. Nesse contexto, esta pesquisa se dedica a investigar a estabilidade de skyrmions de Néel em sistemas magnéticos curvos, abordando as implicações topológicas e dinâmicas desses estados. Adicionalmente, o trabalho explora a estabilidade de bimerons em nanodiscos planos com interação DM (Dzyaloshinskii-Moriya), tanto do tipo bulk quanto interfacial, aspectos cruciais para o entendimento das interações magnéticas em sistemas bidimensionais e para o avanço de suas potenciais aplicações tecnológicas.

A presença de excitações topológicas influencia diretamente as propriedades magnéticas de superfícies, impactando sua estabilidade, mobilidade e resposta a perturbações externas (CASTELNOVO C., 2008). A compreensão e o controle dessas excitações magnéticas são essenciais não apenas para a pesquisa fundamental, mas também para o

desenvolvimento de tecnologias emergentes, como a spintrônica. Um exemplo promissor é o monopolo de Shankar (SHANKAR, 1997), uma partícula magnética móvel estabilizada em antiferromagnetos não colineares. Esses monopolos podem ter papel importante na spintrônica antiferromagnética, evidenciando a relevância de investigar as excitações topológicas em sistemas magnéticos complexos.

Dessa forma, este trabalho visa analisar excitações magnéticas em diferentes geometrias. São exploradas a formação e as características das excitações em sistemas magnéticos de superfície, além de seu impacto nas propriedades magnéticas e dinâmicas. Serão analisadas estruturas magnéticas em filmes finos curvos e planos, avaliando o efeito da curvatura na estabilidade dos skyrmions e bimerons, bem como as barreiras de energia que dificultam sua aniquilação. A pesquisa também aborda as estruturas magnéticas em sistemas de pirocloros antiferromagnéticos não colineares, aplicando o formalismo desenvolvido para descrever texturas estáticas e dinâmicas, como paredes de domínio, e identificar texturas com proteção topológica. Por fim, discutimos as implicações dessas excitações no desenvolvimento de dispositivos magnéticos avançados.

Esta tese está organizada em cinco capítulos principais, cada um abordando aspectos distintos e complementares da análise de excitações magnéticas em diferentes geometrias. O Capítulo 2 oferece uma revisão abrangente da literatura, cobrindo conceitos fundamentais de micromagnetismo, interações magnéticas e a formação de estruturas como skyrmions e bimerons. No Capítulo 3, investigamos como a curvatura em superfícies magnéticas afeta a estabilidade térmica de skyrmions, analisando barreiras de energia associadas à aniquilação. O Capítulo 4 explora a estabilização de bimerons em nanodiscos magnéticos, com ênfase nas interações de borda e no comportamento térmico dessas excitações. O Capítulo 5 se concentra nos monopolos de Shankar em redes de pirocloros antiferromagnéticos, examinando suas propriedades dinâmicas e implicações topológicas. Por fim, o Capítulo 6 apresenta as conclusões gerais, sintetizando as contribuições da pesquisa e discutindo possíveis aplicações tecnológicas, além de perspectivas para estudos futuros.

2 REVISÃO DE LITERATURA

A busca por sistemas físicos cujas propriedades forneçam informações topológicas tem atraído grande interesse na pesquisa de fenômenos magnéticos. Como discutiremos, o ordenamento topológico confere uma forma de proteção a essas estruturas, tornando-as invariantes e estáveis, sob certos aspectos, mesmo frente a deformações. Configurações magnéticas, em particular, são capazes de apresentar estruturas com estabilidade topológica, o que lhes garante uma robustez característica. Dentre essas estruturas, os skyrmions e bimerons magnéticos têm sido amplamente investigados. Eles se manifestam como configurações planares como os vórtices, que ocorrem em redes de spins. Os skyrmions se formam especialmente na presença de campos magnéticos, devido à competição entre interações de troca e interações de Dzyaloshinskii-Moriya (DM).

2.1 Micromagnetismo

A característica fundamental de um ferromagneto é a presença de ordenamento magnético abaixo de sua temperatura crítica, conhecida como temperatura de Curie. Em 1907, Pierre Weiss propôs uma explicação para esse comportamento por meio da introdução do conceito de campo molecular, um campo interno que seria responsável pelo alinhamento dos momentos magnéticos, mesmo diante de flutuações térmicas (AHARONI, 2000). A teoria do campo molecular explica de forma satisfatória a dependência da magnetização com a temperatura, bem como o comportamento paramagnético dos materiais acima de T_c (temperatura de Curie). No entanto, essa aproximação conduz a uma magnetização uniforme para temperaturas abaixo de T_c , desconsiderando a complexidade das configurações microscópicas reais.

Para contornar essa limitação, Weiss sugeriu que os ferromagnetos são formados por regiões denominadas domínios magnéticos, nas quais a magnetização se aproxima do valor de saturação, $M_s(T)$. Cada domínio é composto por um grande número de momentos magnéticos alinhados paralelamente. A magnetização observada experimentalmente resulta da média dos momentos magnéticos de cada domínio. Essa média pode ser nula quando há um equilíbrio entre domínios magnetizados em direções opostas, ou não nula quando há predominância de uma direção sobre a outra. A existência de domínios implica, necessariamente, na presença de interfaces que os separam, conhecidas como paredes de domínio. Essas paredes são regiões de transição, onde a magnetização muda gradualmente entre dois domínios adjacentes, e desempenham um papel crucial na dinâmica magnética de materiais ferromagnéticos.

No nível microscópico, a descrição das propriedades magnéticas dos materiais é

fundamentada nas interações entre os spins atômicos. São essas interações que originam as propriedades magnéticas macroscópicas observáveis, como a magnetização e a anisotropia. Para descrever as propriedades magnéticas em escalas que transcendem o nível atômico, mas ainda permanecem suficientemente pequenas para capturar variações locais na magnetização, o micromagnetismo se apresenta como uma abordagem teórica amplamente empregada. O formalismo micromagnético trata o meio magnético como um contínuo, permitindo a descrição da evolução espacial e temporal da magnetização em escalas submicrométricas, porém ainda maiores que as dimensões atômicas (GUIMARAES, 2009).

No contexto do micromagnetismo, a magnetização $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ é tratada como um campo vetorial contínuo que varia suavemente no espaço. A teoria se baseia na minimização da energia magnética total do sistema, que inclui diversas contribuições de natureza diferente, como a energia de troca, a energia de anisotropia, a energia Zeeman associada à interação com campos magnéticos externos, e a energia dipolar, relacionada às interações magnetostáticas. A formulação micromagnética é, portanto, essencial para a compreensão de fenômenos como a dinâmica das paredes de domínio, a nucleação de skyrmions e bimerons, bem como a estabilidade dessas estruturas topológicas em sistemas ferromagnéticos e antiferromagnéticos.

Nesta seção, serão apresentados os principais aspectos da teoria micromagnética, com ênfase na formulação matemática dos termos que compõem a energia total do sistema magnético. Além disso, será discutida a relevância dessa abordagem na modelagem e análise de fenômenos magnéticos emergentes, particularmente no que concerne à estabilização de estruturas topológicas em nanodispositivos magnéticos.

2.1.1 Energia Micromagnética

O micromagnetismo, em sua essência, consiste em determinar os estados de equilíbrio do vetor magnetização através da minimização da energia livre. Com isso, o estado de um ferromagneto é descrito pelo vetor $\mathbf{M}(\mathbf{r})$, que representa a magnetização local em cada ponto dentro do objeto magnético. A soma das energias que contribuem com o sistema é a energia magnética total, dada por $E_{total} = \int \mathcal{E}_{total} dV$,

$$\mathcal{E}_{total} = \mathcal{E}_x + \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_d + \mathcal{E}_{ext} + \mathcal{E}_D, \quad (2.1)$$

onde \mathcal{E}_x é densidade de energia de troca, \mathcal{E}_a é a densidade de energia de anisotropia, \mathcal{E}_d é a densidade de energia dipolar, \mathcal{E}_{ext} é a densidade de energia do campo externo e \mathcal{E}_D é a densidade de energia da interação de Dzyaloshinski- Moriya. A inclusão de outros termos é possível e em muitos casos mesmo necessário, contudo não iremos considerá-los aqui, porque nesse tópico não se agrega ao estudo.

Neste trabalho, discutiremos as propriedades magnéticas de superfícies ferromagnéticas ultrafinas, em específico, consideraremos $\mathcal{E}_{ext} = 0$, pois não trabalharemos com campo magnético externo. A abordagem micromagnética atual requer que a amostra tenha uma espessura constante h ao longo da normal. Isso permite supor que a magnetização não depende da coordenada normal, mas dos parâmetros que descrevem a superfície. Essa suposição é válida no limite de cascas ultrafinas, ou seja, a espessura da casca h deve ser muito menor que a escala de comprimento magnético típica $d = \sqrt{\frac{A}{K}}$ (GIOIA; JAMES, 1997), sendo A a constante da energia de troca e K a constante da energia de anisotropia.

2.1.2 Interações Magnéticas

As interações magnéticas desempenham um papel essencial na determinação do comportamento da magnetização em uma rede de spins, definindo as configurações de equilíbrio do sistema. Essas interações são influenciadas pela natureza intrínseca do material, pela geometria da estrutura e pelas condições de contorno aplicadas. A energia total do sistema magnético, conforme descrita na Eq. 2.1, representa a soma das contribuições de todas as interações magnéticas entre os momentos magnéticos. Essa soma é determinante para configurar o equilíbrio e a dinâmica do sistema. Neste estudo, cada contribuição será examinada em detalhes para demonstrar como elas impactam a estabilidade e a evolução das configurações magnéticas em nanossistemas, com especial atenção à formação e estabilização de skyrmions e bimerons.

2.1.2.1 Interação de troca

A interação de troca é amplamente reconhecida como uma das mais fundamentais para as diversas aplicações modernas no campo do magnetismo. Essa interação é responsável pelo ordenamento magnético em temperaturas ambiente, pelo fenômeno de exchange bias, pela coercividade e pelo efeito de histerese, assim como pela remanência da magnetização na ausência de campo externo e pelo comportamento monodomínio observado em nanopartículas, entre outros efeitos críticos para o controle e a manipulação de propriedades magnéticas em materiais avançados. A origem dessa interação é profundamente quântica, resultando da ação conjunta do Princípio de Exclusão de Pauli e da repulsão coulombiana entre elétrons. Essa natureza quântica da interação de troca confere-lhe um papel central na estabilização e na definição de estados magnéticos complexos, com importantes implicações para o desenvolvimento de tecnologias magnéticas em escala nanométrica.

Essa energia surge da interação entre momentos magnéticos atômicos, os quais tentam se alinhar paralelamente ou antiparalelamente. Ela é a responsável pelo ordenamento dos spins em materiais magnéticos e pode ser descrita pela hamiltoniana efetiva do modelo de Heisenberg (GUIMARAES, 2009; GUIMARAES, 1998),

$$\mathcal{H}_x = - \sum_{i,j} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j, \quad (2.2)$$

os índices i e j denotam os sítios em que os spins \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j se encontram e J_{ij} é a denominada constante de troca entre eles. Se $J_{ij} > 0$, a energia de troca é minimizada quando os spins alinham-se paralelamente, o que caracteriza os materiais ferromagnéticos. Em contrapartida, $J_{ij} < 0$ favorece a configuração em que \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j orientam-se antiparalelamente entre si, o que ocorre em materiais antiferromagnéticos. Neste trabalho, estamos particularmente interessados no caso do ferromagnetismo.

Outra forma de expressar a energia associada à interação de troca é utilizando a magnetização reduzida \mathbf{m} (GUIMARAES, 2009), sendo considerado o limite clássico, em que os spins são descritos por vetores de módulo S e orientação \mathbf{m} , onde o vetor de spin é representado como $\mathbf{S}_i = S\mathbf{m}_i$. Portanto, definimos a magnetização reduzida $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_s}$, onde \mathbf{M} é o vetor magnetização e M_s representa a magnetização de saturação. Neste modelo, \mathbf{M} mantém seu valor de saturação e varia apenas em sua orientação, de modo que $|\mathbf{m}| = 1$, assim, \mathbf{m} é o vetor unitário que descreve a orientação de \mathbf{M} . Essa abordagem contínua permite descrever as variações de orientação da magnetização e facilita a análise de fenômenos como paredes de domínio e excitações topológicas em sistemas magnéticos.

Para um par de spins, essa energia pode ser descrita como,

$$\mathcal{E}_x^{par} = -2J_0S^2 \mathbf{m}_i \cdot \mathbf{m}_j, \quad (2.3)$$

Consideramos apenas a interação entre os momentos angulares dos spins dos vizinhos mais próximos, assumindo uma integral de troca constante, $J_{ij} = J_0$ (GUIMARAES, 2009; GUIMARAES, 1998). Nesse contexto, a magnetização \mathbf{m} é modelada como um vetor contínuo, variando espacialmente dentro do material magnético, o que implica na idealização de uma distribuição contínua, desconsiderando o caráter discreto da rede cristalina.

Como podemos assumir \mathbf{m} uma função contínua, tal que \mathbf{m} seja expandida em torno \mathbf{r}_j , o vetor do sítio da rede j da forma $\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j = (\mathbf{r}_j \cdot \nabla)\mathbf{m}$. Portanto, a energia de troca de spins descritas pela eq. 2.3, agora descrita por unidade de volume em um caso mais geral, onde o material não é cúbico e isotrópico, é a seguinte (GUIMARAES, 2009),

$$\mathcal{E}_x = A[(\nabla m_1)^2 + (\nabla m_2)^2 + (\nabla m_3)^2], \quad (2.4)$$

sendo os índices $(1, 2, 3)$ referentes a coordenadas da parametrização da magnetização. A constante de rigidez de troca $A = \frac{J_0S^2}{a}$, onde a é o parâmetro de rede, sendo A proporcional à constante de troca J_0 e está relacionada com a integral de troca J_{ij} (GUIMARAES, 2009; GUIMARAES, 1998; KITTEL, 1949). A rigidez de troca fornece a intensidade do acoplamento magnético e portanto mede o quanto é difícil para um spin desviar da direção do campo de troca. Se a magnetização for uniforme, a contribuição da energia de troca é mínima e, portanto é igual a zero.

2.1.2.2 Interação de Dzyaloshinskii–Moriya (DMI)

O fato de a interação de troca também conter um termo assimétrico foi observado pela primeira vez por Dzyaloshinskii (DZYALOSHINSKY, 1958) e Moriya (MORIYA, 1960). Dzyaloshinskii previu, por razões puramente de simetria que a combinação de baixa simetria e o acoplamento spin-órbita daria origem a interações de troca antissimétricas. A presença da interação spin-órbita e falta de simetria de inversão em alguns materiais magnéticos em baixas dimensões frequentemente dão origem a uma interação de troca antissimétrica adicional entre os sítios dos spins, conhecida como a interação de Dzyaloshinski-Moriya, que quebra a invariância de inversão da hamiltoniana de Heisenberg eq. 2.2 (COEY, 2010). Portanto, Moriya encontrou um mecanismo microscópico que levava a tal termo em sistemas com acoplamento spin-órbita. Para uma descrição atômica, a energia dada pela DMI é,

$$\mathcal{E}_d = \sum_{i,j} \mathbf{D}_{i,j} \cdot (\mathbf{S}_i \times \mathbf{S}_j), \quad (2.5)$$

onde \mathbf{D} é um vetor constante que depende da simetria do sistema e da direção dada pelos sítios i e j . \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j são vetores unitários de momento atômico e a soma é feita sobre os pares vizinhos i e j .

A DMI surge como uma perturbação de primeira ordem associada à interação spin-órbita e, por essa razão, pode ser mais intensa que a anisotropia magnetocristalina. Essa interação quiral tende a orientar os spins \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j ortogonalmente entre si e ao vetor \mathbf{D} , de modo a estabilizar uma ordem magnética uniforme, seja ela ferromagnética ou antiferromagnética, favorecendo o alinhamento perpendicular dos spins. Notavelmente, a interação DM pode estar presente até mesmo em sistemas com forte anisotropia perpendicular, pois, a interação DM se origina da estrutura cristalina do material magnético ou na interface entre uma camada magnética e uma camada de metal pesado, como interfaces de PtCo, IrCo, PdCo.

A depender da intensidade do vetor \mathbf{D} , a DMI pode provocar um desvio na magnetização entre diferentes átomos, rotacionando os spins e originando uma ampla variedade de estruturas helicoidais e skyrmionicas (BOGDANOV; HUBERT, 1999). Dzyaloshinskii demonstrou que, nesses casos, a interação DM é capaz de estabilizar estruturas de spins periódicas com modulações espaciais longas e sentido de rotação fixo, oferecendo uma base teórica para a formação de estruturas magnéticas quiralmente ordenadas em sistemas de baixa simetria.

Portanto, a interação Dzyaloshinskii-Moriya é responsável por introduzir uma torção na configuração dos spins magnéticos, levando a estruturas não colineares, como os skyrmions magnéticos. Essa interação favorece a formação de skyrmions e bimerons (KRAVCHUK et al., 2016; SHEKA; KRAVCHUK; GAIDIDEI, 2015) em certos materiais magnéticos, onde a interação DM é suficientemente forte e apropriada, por exemplo, como em pilhas multicamadas de metais pesados e camadas magnéticas.

Para caracterizar matematicamente a DMI, podemos escrever o termo de energia da interação Dzyaloshinskii-Moriya eq. 2.5 em termos do vetor de magnetização \mathbf{m} e o vetor de Dzyaloshinskii-Moriya \mathbf{D} , no limite contínuo. A energia \mathcal{E}_D é dada por,

$$\mathcal{E}_D = \mathbf{D} \cdot (\mathbf{m} \times \nabla \mathbf{m}). \quad (2.6)$$

A natureza intrínseca da DMI e a geometria dessas texturas variam de acordo com o tipo de simetria quebrada e a orientação do acoplamento spin-órbita, que determinam se a DMI será do tipo bulk ou interfacial.

2.1.2.2.1 Interação Dzyaloshinskii–Moriya Bulk

A DMI do tipo Bulk emerge em materiais onde ocorre a quebra da simetria de inversão espacial internamente, sendo essa quebra, em geral, uma consequência da estrutura cristalina do próprio material. A DMI bulk está diretamente relacionada à configuração helicoidal da magnetização, em que a magnetização adota uma estrutura helicoidal ao redor de um eixo perpendicular à direção de propagação da magnetização. Essa configuração helicoidal da magnetização pode ser visualizada na Fig. 1-(a), onde ocorre uma troca indireta entre dois spins (\mathbf{S}_1 e \mathbf{S}_2), mediada por um átomo vizinho de grande tamanho, dotado de acoplamento spin-órbita significativo. Esse acoplamento resulta em um vetor \mathbf{D} que aponta perpendicularmente ao triângulo formado pelos átomos magnéticos e o átomo intermediário de alto acoplamento spin-órbita.

A natureza da DMI Bulk é intrinsecamente dependente do acoplamento spin-órbita, e é essa dependência que favorece uma rotação helicoidal dos spins em torno de um eixo determinado pela simetria do cristal. Em cristais com simetria helicoidal, a DMI bulk, modificada pela interação spin-órbita, força os momentos magnéticos a adotarem uma configuração helicoidal. Desse modo, a DMI bulk, ao favorecer uma configuração helicoidal, reflete a influência da simetria cristalina na orientação e estabilidade das configurações magnéticas (CORTÉS-ORTUÑO D., 2013).

A interação DM do tipo Bulk, portanto, é caracterizada pela rotação da magnetização no plano perpendicular à direção da propagação da textura magnética, podendo a eq. 2.6 ser descrita como (CORTÉS-ORTUÑO D., 2013),

$$\mathcal{E}_D = D \mathbf{m} \cdot (\nabla \times \mathbf{m}), \quad (2.7)$$

sendo D é a constante da interação Dzyaloshinskii-Moriya para um dado material e que varia com a sua espessura.

2.1.2.2.2 Interação Dzyaloshinskii–Moriya Interfacial

Em contraste, a interação DM interfacial é observada em materiais com quebra de simetria interfacial ou em superfícies (BOGDANOV; RÖSSLER, 2001). Isso ocorre

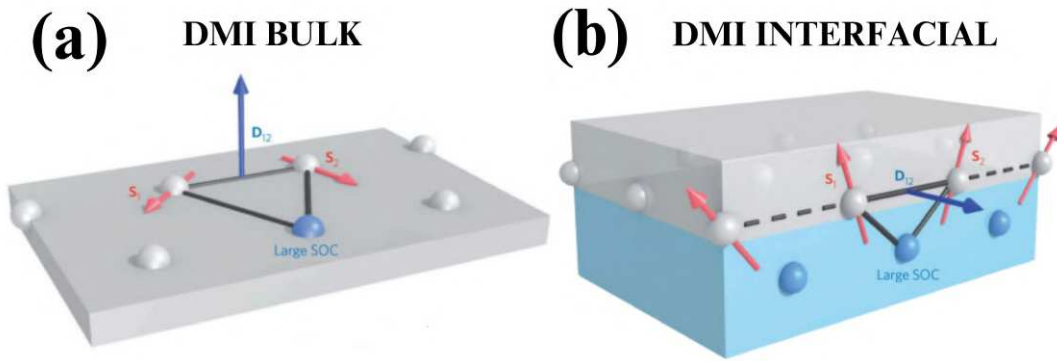


Figura 1 – Esboço da Interação Dzyaloshinskii-Moriya (DMI). a) DMI do tipo Bulk. b) DMI interfacial na interface entre um filme fino ferromagnético (representado em cinza) e uma camada metálica (representada em azul) com um elevado acoplamento spin-órbita. Nos dois casos, o vetor DMI resultante aponta perpendicularmente ao triângulo formado pelos dois átomos magnéticos e o átomo de grande acoplamento spin-órbita. (ZHANG X., 2015)

frequentemente em filmes finos ou heteroestruturas que envolvem um material magnético acoplado a um substrato de grande número atômico, como metais pesados, que apresentam um acoplamento spin-órbita extremamente forte.

A natureza intrínseca da DMI interfacial está relacionada à quebra de simetria inversora na interface entre o filme magnético e o substrato, juntamente com o acoplamento spin-órbita. Em sistemas com essa simetria quebrada, a interação spin-órbita gera uma força radial sobre os momentos magnéticos (BOGDANOV; RÖSSLER, 2001), como podemos observar na Fig. 1-(b), que ilustra a DMI interfacial na interface entre um filme fino ferromagnético (representado em cinza) e uma camada metálica (representada em azul) com elevado acoplamento spin-órbita. Esse acoplamento resulta em um vetor \mathbf{D} perpendicular ao triângulo formado pelos dois átomos magnéticos e o átomo da camada metálica com forte acoplamento spin-órbita. Assim, a ausência de simetria inversora entre os materiais acoplados permite que a interação DM interfacial induza essa rotação radial nos momentos magnéticos.

Podemos descrever a interação DM interfacial em relação ao vetor magnetização \mathbf{m} , a partir da eq. 2.5 obtemos (THIAVILLE et al., 2012),

$$\mathcal{E}_D = D(m_n \nabla \cdot \mathbf{m} - \mathbf{m} \cdot \nabla m_n), \quad (2.8)$$

onde $m_n = \mathbf{m} \cdot \mathbf{n}$ é a componente de magnetização normal com \mathbf{n} sendo a unidade normal à superfície do filme fino.

2.1.2.3 Interação de anisotropia

Em materiais magnéticos a energia depende da orientação da magnetização com relação aos eixos do cristal (GUIMARAES, 2009). Sabe-se que determinadas direções es-

paciais, conhecidas como eixos fáceis de magnetização, são energeticamente favorecidas. Esses eixos representam as direções ao longo das quais a magnetização tende a apontar naturalmente, afim de minimizar a energia livre do sistema (BERTOTTI, 1998). A anisotropia magnética é a propriedade responsável pelo desvio da magnetização da direção fácil para a difícil. As direções fácil e difícil surgem da interação entre o momento magnético e os eixos do cristal. Essa anisotropia pode ser quantitativamente descrita através da energia de anisotropia, que é uma função das orientações relativas entre a magnetização e os eixos do cristal.

Matematicamente, a energia de anisotropia \mathcal{E}_a pode ser expressa em termos de ordem superior em relação aos ângulos de inclinação da magnetização, geralmente modelada por,

$$\mathcal{E}_a = K_1 \sin^2(\theta) + K_2 \sin^4(\theta) + \dots \quad (2.9)$$

onde K_1 e K_2 são constantes de anisotropia que refletem a simetria do cristal e as interações magnéticas e θ é o ângulo entre a magnetização e a normal à superfície. As direções fáceis e difíceis são, portanto, o resultado da competição entre a energia de troca, que favorece o alinhamento dos momentos magnéticos, e a energia de anisotropia, que impõe restrições à orientação preferida. Portanto, essa formulação reflete como a magnetização se alinha em resposta à energia que se acumula devido à estrutura da superfície e ao ambiente local.

2.1.2.3.1 Anisotropia magnetocristalina

A anisotropia magnetocristalina, também conhecida como anisotropia cristalina, é uma interação intrínseca ao material, que desempenha um papel fundamental na determinação da direção preferencial de alinhamento dos momentos magnéticos. Esse fenômeno resulta diretamente da interação entre os momentos magnéticos e a estrutura da rede cristalina, criando um eixo de fácil magnetização. Em outras palavras, devido à simetria cristalina, os momentos magnéticos tendem a se alinhar ao longo de direções específicas dentro do material, conhecidas como eixos fáceis.

Materiais com alta anisotropia magnetocristalina são chamados de materiais magnéticos duros, pois oferecem grande resistência à mudança na direção da magnetização, sendo utilizados em aplicações como ímãs permanentes. Por outro lado, materiais com baixa anisotropia magnetocristalina são conhecidos como magnéticos macios, apresentando uma menor resistência à rotação dos momentos magnéticos e sendo preferidos em núcleos de transformadores e dispositivos de gravação magnética.

A energia de anisotropia magnetocristalina para um sistema discreto é comumente expressa como uma função dos ângulos entre a magnetização e os eixos cristalográficos do material, sendo sua energia, para um sistema discreto (KITTEL, 1987), é dada por,

$$\mathcal{E}_a = -K(\mathbf{m} \cdot \mathbf{e}_i)^2, \quad (2.10)$$

onde \mathbf{e}_i é a direção do eixo fácil e K é a constante de anisotropia.

2.1.2.3.2 Anisotropia de Superfície Fácil

Em filmes finos, as interações magnéticas são frequentemente alteradas pela presença de defeitos, descontinuidades e desordem na superfície, o que leva a uma modificação das condições de troca entre os momentos magnéticos. Em 1954, Néel propôs um novo tipo de anisotropia (NEÉL, 1954), motivado pelo comportamento magnético gerado pela quebra de simetria. Através de um modelo fenomenológico simples, ele concluiu que essa assimetria nas ligações na superfície é responsável por uma anisotropia de superfície. Ou seja, essa anisotropia depende da forma e da simetria da amostra cristalina e ocorre justamente devido à quebra de simetria dos elementos da superfície e interfaces. A energia de superfície não apenas minimiza a energia total do sistema, mas também pode induzir a formação de domínios magnéticos e estruturas complexas na superfície, afetando a resposta magnética sob a aplicação de campos externos. A anisotropia de superfície é, portanto, um fator crítico na estabilidade da magnetização, podendo ser influenciada por fenômenos como tensão mecânica, tratamento superficial e dopagem química.

A primeira evidência experimental dessa anisotropia foi observada por Gradmann em 1968 (GRADMANN; MÜLLER, 1968) em filmes finos de NiF depositados sobre Cu (111). Experimentalmente, verifica-se que a anisotropia de superfície provoca uma diminuição na magnetização de saturação do material em função da espessura do filme. Por estar vinculada à normal do filme, essa anisotropia força a magnetização a se orientar fora do plano, ou seja, perpendicular à superfície do filme.

A anisotropia de superfície está confinada às primeiras camadas atômicas, ela é descrita não pelo volume do filme, mas sim pela sua área superficial. Assim, quanto maior for a espessura do filme, menor será a contribuição da anisotropia de superfície. A energia de anisotropia de superfície é mínima quando a magnetização é perpendicular ao plano do filme, portanto, a manifestação dessa anisotropia resulta na mudança da orientação da magnetização para a direção normal ao plano do filme à medida que a espessura é reduzida.

Neste trabalho, investigamos filmes finos magnéticos, considerando a energia de anisotropia de superfície de eixo fácil perpendicular (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014; GRADMANN; MÜLLER, 1968; GRUNDY, 2001; KRAVCHUK et al., 2016; KRAVCHUK et al., 2018), dada por,

$$\mathcal{E}_a = K(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})^2, \quad (2.11)$$

onde K representa a constante de anisotropia, \mathbf{m} é o vetor magnetização reduzida, e \mathbf{n} é o vetor normal à superfície do filme, direcionado perpendicularmente ao plano. Essa aproximação é amplamente empregada para descrever tanto a configuração estática quanto a dinâmica de skyrmions (KRAVCHUK et al., 2016; KRAVCHUK et al., 2018) e paredes

de domínios, possibilitando um estudo detalhado das propriedades e estabilidade dessas estruturas magnéticas.

Quando a espessura do filme é menor do que a espessura crítica, o regime é de crescimento coerente, no qual a incompatibilidade entre os parâmetros de rede na interface entre o substrato e o filme é praticamente inexistente (den Broeder; HOVING; BLOEMEN, 1991; CANEDY; LI; XIAO, 2000). Nesse regime, desconsideramos os termos magnetoelásticos e magnetotristivos, pois as tensões são minimizadas, permitindo que a estrutura cristalina do filme mantenha uma relação direta e estável com o substrato. Por outro lado, no regime de crescimento incoerente, onde a espessura do filme excede a espessura crítica (CANEDY; LI; XIAO, 2000), as tensões decorrentes da discrepância entre os parâmetros de rede tornam-se significativas. Nesse cenário, a necessidade de incluir os termos magnetoelásticos e magnetotristivos na expressão da energia magnética total se torna evidente, uma vez que essas tensões induzem distorções na rede cristalina do filme, influenciando diretamente as propriedades magnéticas.

Além disso, à medida que a espessura do filme aumenta além de um valor crítico, a anisotropia de superfície adquire relevância particular. Esse tipo de anisotropia é especialmente pronunciado em filmes finos com espessura reduzida, onde os efeitos de superfície dominam as interações magnéticas. Conforme a espessura do filme se aproxima do limite de transição para o crescimento incoerente, a contribuição da anisotropia de superfície pode ser modulada por tensões internas e interações magnéticas alteradas, resultantes de distorções na rede cristalina. Assim, para que a anisotropia de superfície seja explorada de maneira eficaz em aplicações tecnológicas, é essencial que a espessura do filme seja mantida dentro de um intervalo específico, de modo a maximizar os efeitos anisotrópicos sem que eles sejam significativamente comprometidos por distorções induzidas por tensões na estrutura cristalina.

Esse controle sobre a espessura do filme é fundamental para otimizar as propriedades magnéticas e garantir o desempenho desejado em dispositivos magnéticos, como sensores de campo e dispositivos de armazenamento de alta densidade. Nesses contextos, a eficiência e a estabilidade da magnetização ao longo da superfície do filme são essenciais para o desempenho e a confiabilidade.

Dessa forma, as diferentes anisotropias em filmes finos, especificamente a anisotropia de eixo fácil e a anisotropia de superfície, emergem da interação complexa entre a estrutura cristalina do material e os efeitos de superfície. Essas anisotropias tornam-se particularmente proeminentes em dimensões reduzidas, destacando-se como um aspecto crítico para o desenvolvimento e a manipulação de estruturas magnéticas em escala nanométrica.

2.1.2.4 Interação Dipolar

A interação dipolar, também chamada de interação desmagnetizante, tende a fazer com que a magnetização total da amostra tenda a zero de modo a diminuir a energia associada a interação do campo dipolar gerado pela amostra com sua própria magnetização, de forma a minimizar o campo magnético global (DUBOWIK, 1996). Uma das maneiras de descrever a relação entre a magnetização \mathbf{M} e o campo dipolar (desmagnetizante) \mathbf{H}_d é através do tensor desmagnetizante \mathbf{N} ,

$$\mathcal{H}_d = -\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}, \quad (2.12)$$

onde \mathbf{N} depende da forma da amostra e da direção da magnetização. Em amostras com a forma de um elipsóide uniformemente, o campo desmagnetizante também é uniforme, no entanto, esse campo não é constante em todo o volume em amostras com formas não elipsoidais (DUBOWIK, 1996; AHARONI, 2000). Portanto, favorecendo a formação de estruturas em que a magnetização é divergente ou circula em torno de si, como em domínios magnéticos.

Considerando que o efeito do campo desmagnetizante favorece direções preferenciais para as quais a magnetização tende a se alinhar, podemos tratar essa interação complexa de maneira semelhante a outras interações anisotrópicas. Conseqüentemente, a interação entre os íons pode induzir uma preferência da magnetização por determinados eixos cristalográficos (AHARONI, 2000), geralmente em relação à geometria do material (como as superfícies do material ou interfaces). Nestes casos, ao invés de realizar os cálculos complicados dos tensores desmagnetizantes podemos escrever uma energia dipolar E_d (PYLYPOVSKYI et al., 2014), como,

$$\mathcal{E}_d = -K_d(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n})^2, \quad (2.13)$$

onde K_d sendo a constante dipolar, onde direção favorável energeticamente é perpendicular \mathbf{n} (PYLYPOVSKYI et al., 2014). Quando $K_d < 0$, a direção é favorecida, indicando uma orientação preferencial da magnetização. Por outro lado, quando $K_d > 0$, essa direção é desfavorável, o que significa que a magnetização tende a evitar essa orientação específica devido à contribuição energética da interação dipolar.

Embora a interação de troca alinhe os spins em todas as direções de forma isotrópica (sem preferência de orientação espacial), é a interação de anisotropia e a dipolar que determinam a direção específica da magnetização dentro do material. Essas interações quebram a isotropia da troca e fazem com que o sistema prefira certas direções de magnetização sobre outras, ou seja, direções espaciais nas quais a magnetização se alinha de forma mais estável e com menor energia.

Nesse trabalho iremos ter como foco filmes magnéticos finos. Portanto a interação dipolar é particularmente relevante devido à geometria do sistema, sendo mais específico

nanodiscos magnéticos, onde a espessura é muito menor do que o diâmetro. Ocorre sobre esses regimes que os dipolos magnéticos das bordas nas superfícies do nanodisco geram campos magnéticos significativos, que influenciam o alinhamento dos momentos magnéticos no interior do filme. Isso pode levar a uma orientação preferencial da magnetização nas bordas, geralmente alinhando-se de maneira tangencial para reduzir a energia magnética associada ao campo criado pelos dipolos na superfície, favorecendo a estabilização de estruturas não colineares no nanodisco. Poranto, podemos também descrever uma interação dipolar de borda (PYLYPOVSKYI *et al.*, 2014), quando necessário no trabalho, algo que iremos abordar no estudo da análise da estabilidade de bimerons em nanodiscos finos magnéticos, mais a frente, sendo primordial para a estabilização das estruturas não colineares.

2.1.3 Paredes de Domínio

Os domínios magnéticos são regiões do material em que os momentos magnéticos estão alinhados, sendo com Weiss (WEISS, 1906), no começo do século passado, a ideia de que um material ferromagnético está subdividido em vários domínios de magnetização uniforme. Porém as direções de magnetização são em direções distintas de um domínio para o outro, de modo a explicar como um material ferromagnético pode apresentar magnetização total nula e uma magnetização local diferente de zero. Essa estrutura surge como uma solução para a minimização da energia total do sistema, resultante da competição entre a interação de troca, que favorece o alinhamento dos spins, e a interação dipolar, que tende a reduzir o campo magnético global do material (KITTEL, 1949). Nos anos posteriores, diversas técnicas experimentais diferentes comprovaram a existência dos domínios magnéticos, como microscopia eletrônica com elétrons polarizados (SCHEINFELD *et al.*, 1990), microscopia de força magnética (SCHÖNENBERGER *C.*, 1990) e até mesmo microscopia ótica (WALFORD *et al.*, 2002).

Já as paredes de domínio, por sua vez, são as interfaces que separam esses domínios magnéticos e são caracterizadas por uma transição gradual na orientação da magnetização, dado que as direções de magnetização variam de um domínio para o outro, como ilustrado na fig. 2-(a). Kittel (KITTEL, 1987) descreve que as paredes de domínio não são superfícies bem definidas, mas sim regiões onde a direção dos spins muda de forma contínua, formando transições suaves entre diferentes orientações magnéticas.

Além de serem interfaces entre regiões de magnetização opostas, as paredes de domínio em materiais magnéticos podem conter texturas magnéticas complexas. Essas texturas correspondem a padrões de orientação da magnetização que emergem devido a interações magnéticas locais, como a anisotropia magnetocristalina e a interação spin-órbita. Dentro das paredes de domínio, a magnetização não muda abruptamente, mas se transforma gradualmente, resultando em configurações que minimizam a energia total do

sistema.

A configuração mais simples de uma textura de spin não colinear unidimensional é a parede de domínio (*domain wall*, DW) (AHARONI, 2000). Nesse caso, a magnetização rotaciona suavemente de uma direção para outra entre dois domínios vizinhos, alinhados em direções opostas. A largura d da parede de domínio (DW) é ilustrada na fig. 2-(a), é dada por $d = \sqrt{\frac{A}{K}}$, onde A é a constante de troca e K é a constante de anisotropia. Em materiais com grande anisotropia magnética perpendicular, a largura da DW pode ser tão estreita quanto alguns nanômetros (AHARONI, 2000).

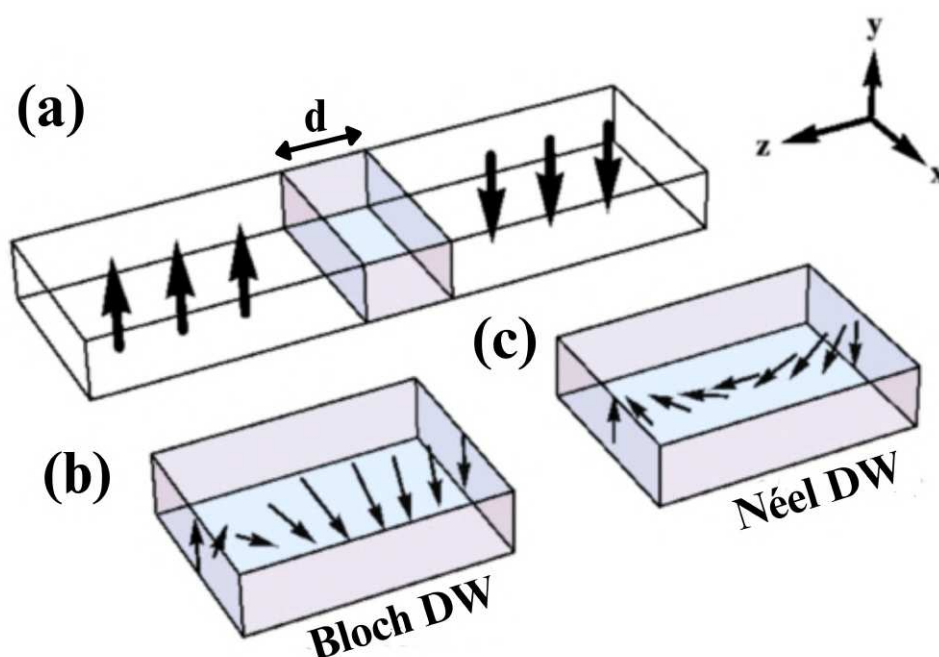


Figura 2 – Material filme fino ferromagnético com esboço das paredes de domínio com domínios magnéticos com magnetizações perpendiculares entre os domínios, as setas mostram a direção da magnetização. b) Parede de Bloch, onde a magnetização rotaciona através do plano x-y da parede de domínio. c) Parede de Néel, onde a magnetização rotaciona dentro do plano y-z da parede de domínio. Ref.(MOLAVIAN; MCCLARTY; GINGRAS, 2009).

Em filmes finos, as paredes de domínio podem adotar duas configurações: paredes de Bloch fig. 2-(b) e paredes de Néel fig. 2-(c). As DWS do tipo Bloch, onde os spins giram em um padrão helicoidal ao longo da parede, e as paredes do tipo Néel, que apresentam uma mudança radial da magnetização (KITTEL, 1987), conforme podemos observar na figura 2. Assim, em uma parede de Bloch, fig. 2-(b), a magnetização rotaciona através do plano da parede de domínio, e essas paredes aparecem em materiais volumosos onde as dimensões do material são consideravelmente maiores do que a largura da parede de domínio. Em uma parede de Néel, fig. 2-(c), a rotação ocorre dentro do plano da parede de domínio, sendo comuns em filmes finos onde o comprimento de troca é muito grande em comparação com a espessura do material.

Na ausência de DMI, a rotação da magnetização dentro da DW não tem quiralidade preferida, ou seja, a DW é aquiral, ou seja, ela não exibe nenhuma diferença significativa entre a rotação em sentido horário ou anti-horário da magnetização dentro dela. No entanto, quando a DMI está presente, a degenerescência quiral é rompida devido à quebra de simetria e, como consequência, as DWS exibem uma quiralidade fixa, a quiralidade que se refere, é ao fato de que a parede de domínio terá uma orientação de rotação fixa, seja no sentido horário ou anti-horário, dependendo da natureza da DMI no material. Essas DWs são conhecidas como paredes de domínio quirais.

De maneira resumida, em filmes finos com DMI interfacial, essa interação favorece a formação de paredes de domínio do tipo Néel com quiralidade fixa. Nesse caso, a magnetização dentro da parede de domínio rotaciona de forma preferencial, seja para a esquerda ou direita, conforme a orientação do vetor de DMI, \mathbf{D} , o que resulta em uma quebra de simetria que não estaria presente na ausência dessa interação.

Por outro lado, em materiais volumosos com DMI bulk, a quiralidade fixa ocorre nas paredes de domínio do tipo Bloch, onde a magnetização rotaciona fora do plano da parede de domínio. Esse efeito gera uma textura espiralada dos spins ao longo do domínio, com uma orientação preferida determinada pelo vetor \mathbf{D} presente no volume do material. Dessa forma, a DMI não apenas determina o tipo de parede de domínio predominante (Néel ou Bloch), mas também influencia diretamente a orientação preferencial dos spins, estabelecendo uma estrutura magnética única em cada tipo de material.

Desse modo, as paredes de domínio quirais afetam propriedades magnéticas e dinâmicas, como o movimento das paredes sob a aplicação de correntes elétricas, o que tem implicações em tecnologias como dispositivos de memória magnética e spintrônica.

2.2 Skyrmions magnéticos

Skyrmions são objetos matemáticos que têm fascinado a comunidade de magnetismo por muitos anos, abrangendo uma série de fenômenos fisicamente muito diferentes. O conceito matemático de skyrmions foi proposto originalmente por Tony Skyrme, daí o nome skyrmions, que nos anos 1960 desenvolveu um modelo para descrever hádrons na física nuclear (NAGAOSA N., 2013). Nesse modelo, skyrmions são texturas magnéticas com estabilidade topológica cujo comportamento se assemelha ao de partículas. Atualmente, o termo skyrmion é usado para designar objetos matemáticos semelhantes em muitos contextos diferentes, inclusive em sistemas de matéria condensada, tais como o sistema Hall quântico, cristais líquidos, condensados de Bose-Einstein, supercondutores, (WRIGHT; MERMIN, 1989; KHAWAJA U., 2001) entre outros.

Em 2012, skyrmions magnéticos foram observados experimentalmente em multicamadas de CoPt a temperatura ambiente e sem a necessidade de um campo externo

(THIAVILLE et al., 2012). Os skyrmions são frequentemente encontrados em materiais onde há paredes de domínio quirais. Esses skyrmions emergem devido à interação Dzyaloshinskii-Moriya, que pode ser tanto induzida, como no caso das multicamadas de CoPt, quanto intrínseca ao material (DUBOWIK, 1996; PYLYPOVSKYI et al., 2014). Essa interação estabiliza a rotação contínua dos spins dentro do skyrmion, tornando uma textura magnética robusta. A DMI, juntamente com a anisotropia magnética e as interações de troca e dipolar, desempenha um papel crucial na estabilização dos skyrmions (WEISS, 1906; SCHEINFELD et al., 1990; SCHÖNENBERGER C., 1990). Assim como as paredes de domínio quirais, os skyrmions apresentam uma rotação preferida dos spins devido à DMI, e a configuração das paredes de domínio do tipo Bloch ou Néel depende da natureza da interação e da estrutura do material. Esses skyrmions podem ser classificados como do tipo Néel ou Bloch, sendo que os skyrmions de Néel são predominantes em multicamadas de átomos pesados com DMI significativa, enquanto os skyrmions de Bloch são mais frequentemente encontrados em materiais com espessura considerável (WALFORD et al., 2002; MOLAVIAN; MCCLARTY; GINGRAS, 2009).

Em materiais magnéticos, um skyrmion é estrutura de spin na qual a magnetização no centro aponta na direção oposta ao apontamento da borda. Podemos imaginar um skyrmion como sendo uma esfera unitária, envolvida por spins apontando em todas as direções, mapeada no plano, onde o polo sul corresponde ao núcleo do skyrmion, enquanto, o polo norte corresponde à borda do skyrmion (NAGAOSA N., 2013). Uma ilustração esquemática de skyrmions é mostrada na figura 3, onde temos descrições de setas que descrevem a direção em que o spin aponta no espaço, sendo as cores das setas a representação da componente normal ao plano, portanto, do sentido $+z$ (vermelho) para o sentido $-z$ (azul). Conforme a progressão da orientação local dos spins, os skyrmions podem ser classificados como: skyrmions do tipo Bloch e skyrmions do tipo Néel, como mostrado na figura 3. Nos skyrmions do tipo Bloch, como vemos na fig. 3-(a), spins rotacionam no plano tangencial, isto é, perpendicular às direções radiais, quando se deslocam do núcleo para a borda, devido a associação à DMI do tipo bulk, levando a configuração magnética que tende a formar uma textura helicoidal em que a magnetização tende à rotacionar de forma helicoidal ao redor do centro do skyrmion. Nos skyrmions do tipo Néel, observado na fig. 3-(b), os spins rotacionam no plano radial do núcleo para a borda, relacionados à DMI interfacial.

A maioria das descrições de skyrmion magnéticos inclui a noção de topologia, uma categorização de formas e a maneira como um objeto é disposto no espaço, usando uma aproximação de campo contínuo conforme definido na teoria micromagnética. Com isso, skyrmions magnéticos são estruturas topologicamente protegidas, pois não podem ser deformados de forma contínua para uma configuração magnética de monodomínio, e são relativamente estáveis (ROMMING et al., 2013), quando comparados com, por exemplo, vórtices ou bolhas magnéticos.

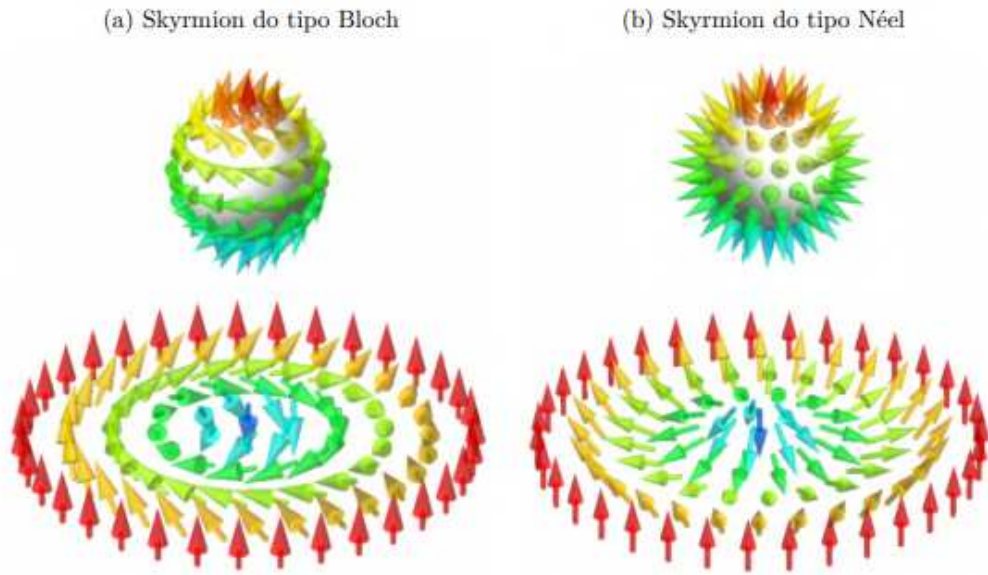


Figura 3 – Simulação entre os tipos de skyrmions: Bloch e Néel. Temos um skyrmion do tipo Bloch (a). Em (b), o skyrmion é do tipo Néel. Ref. (ROMMING et al., 2013).

Essas estruturas podem ser caracterizadas pelo número de enrolamento ou carga topológica \mathcal{Q} , ou número quântico topológico, definido como a quantidade de vezes que a magnetização envolve completamente uma esfera unitária. Para skyrmions restritos ao plano $x - y$ temos,

$$\mathcal{Q} = \frac{1}{4\pi} \int \int \mathbf{m} \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial x} \times \frac{\partial \mathbf{m}}{\partial y} \right) dx dy \quad (2.14)$$

onde \mathbf{m} é o vetor unitário na direção da magnetização local dentro do filme magnético fino, e a integral é tomada em um espaço bidimensional.

Na perspectiva de um modelo micromagnético contínuo, o perfil de magnetização \mathbf{m} é comum descrever em termos dos vetores de base definidos pela geometria da superfície associada ao problema, uma estratégia que utilizaremos para as próximas interações e capítulos. Assim, podemos escrever a magnetização como $\mathbf{M} = M_s \mathbf{m}$, onde M_s é a magnetização de saturação e \mathbf{m} é dado por,

$$\mathbf{m} = \sin \theta \cos \phi \mathbf{e}_1 + \sin \theta \sin \phi \mathbf{e}_2 + \cos \theta \mathbf{e}_3, \quad (2.15)$$

sendo \mathbf{e}_i vetores de base da geometria local normalizada. Temos que \mathbf{m} denota a magnetização reduzida, com $|\mathbf{m}| = 1$. Observamos que o vetor \mathbf{m} é unitário e a sua direção é dada pelas funções θ e ϕ , que descrevem os ângulos esféricos polar e azimutal do vetor de magnetização na base local fig. 4, sendo funções das coordenadas da parametrização para a descrição da superfície do filme fino a ser trabalhado.

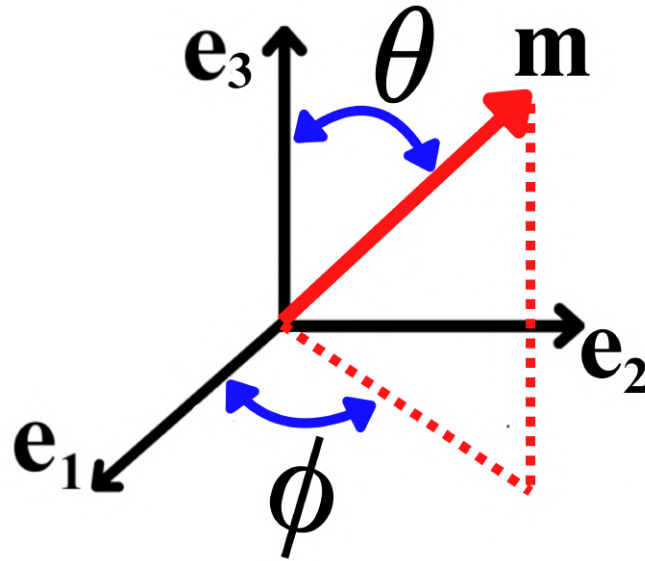


Figura 4 – Parametrização da magnetização em termos das coordenadas angulares do espaço interno (θ, ϕ) , em relação a um sistema de base curvilínea local normalizada.

2.3 Bimerons magnéticos

Uma outra textura magnética bidimensional (2D) que tem sido amplamente investigada é o bimeron (AMARAL et al., 2009; FERNANDES R.L., 2019; GÖBEL B., 2019; ZHANG X., 2020), composto por um meron e um antimeron com polaridades opostas. Os bimerons são estruturas magnéticas topológicas que compartilham semelhanças com os skyrmions, mas apresentam diferenças importantes em sua configuração de magnetização. Enquanto os skyrmions possuem uma simetria helicoidal ou radial, com a magnetização apontando para fora do plano (out-of-plane) no centro e se enrolando de maneira suave em direção às bordas, os bimerons têm uma configuração topológica em sistemas magnéticos caracterizada por um par composto de um vórtice e um antivórtice. Essas duas estruturas estão intimamente ligadas, podendo criar uma configuração estável, onde a magnetização se organiza predominantemente no plano (in-plane). Isso significa que, em vez de uma rotação radial dos spins com componentes fora do plano, os bimerons apresentam uma configuração onde os spins giram em torno de dois núcleos, formando um par de vórtices conectados, um de cada lado. Esses vórtices possuem orientações opostas, o que caracteriza a topologia de um bimeron como uma combinação de um meron e um antimeron.

Portanto, enquanto os skyrmions se destacam em sistemas com anisotropia perpendicular, onde a magnetização tende a sair do plano, os bimerons surgem em sistemas magnéticos onde a magnetização prefere ficar confinada ao plano, como em materiais com anisotropia plana (GÖBEL B., 2019; ZHANG X., 2020; ARAÚJO et al., 2020). Essa diferença na orientação da magnetização torna os bimerons uma versão distinta dos skyr-

mions, mas igualmente estável e protegida topologicamente, tornando-os relevantes para estudos de confinamento magnético e memórias de spintrônica (TOMASELLO R., 2014; SHEN et al., 2020; LITZIUS et al., 2017).

Em um meron, os momentos magnéticos formam uma configuração de vórtice, onde os spins no centro estão orientados perpendicularmente ao plano e, à medida que se afasta do centro, os spins gradualmente se deitam no plano, criando um vórtice, como observamos na fig. 5. O meron com a coloração azul, apresentando uma magnetização $\mathbf{m}_z = 1$. O antimeron é a contraparte do meron, mas com orientação oposta, visto na fig. 5 com coloração em vermelho, $\mathbf{m}_z = -1$. Isso significa que, no antimeron, a direção dos spins no centro do vórtice é oposta à do meron, como mostra a barra de visualização da magnetização em \mathbf{z} da fig. 5, por exemplo, para baixo, se o meron apontar para cima, e os spins ao redor também seguem uma orientação inversa. O ângulo Ω_b da fig. 5 representa o alinhamento do meron e antimeron com a magnetização de fundo (far field), que será melhor esclarecido no capítulo 3. Um bimeron surge quando um meron e um antimeron estão ligados entre si, formando um par. Este par pode ser visualizado como dois vórtices de spins com polaridades opostas, dispostos de forma simétrica, fig. 5, criando uma configuração estável.

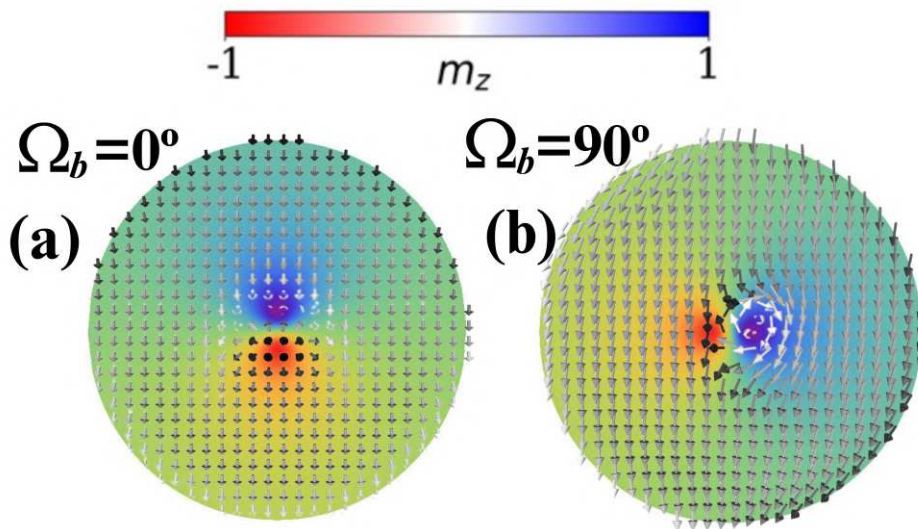


Figura 5 – Magnetização ao longo do eixo \mathbf{z} para um bimeron, com base no modelo analítico adotado, considerando a interação de (a) DM interfacial e (b) DM bulk.

Os bimerons também compartilham várias propriedades atraentes com os skyrmions, tornando essas estruturas adequadas para aplicações em dispositivos spintrônicos (ARAÚJO et al., 2020; TOMASELLO R., 2014). Portanto, autores de diversos estudos recentes têm se concentrado nas propriedades dinâmicas dos bimerons sob diferentes estímulos externos (ZHANG X., 2020; ARAÚJO et al., 2020; SHEN et al., 2020), revelando que, assim como os skyrmions, os bimerons também apresentam o efeito Hall de skyrmion (LITZIUS et al., 2017). No entanto, mudanças estruturais na forma do bimeron durante

seu deslocamento permitem que ele permaneça em uma nanofaixa magnética por distâncias maiores do que o skyrmion antes de se aniquilar na borda de um pista de corrida (ARAÚJO et al., 2020).

Portanto, os bimerons oferecem uma nova perspectiva para explorar configurações topológicas em sistemas com magnetização in-plane, expandindo as possibilidades de controle e manipulação de estruturas magnéticas em nanoescala.

3 AUMENTO DA ESTABILIDADE TÉRMICA DE SKYRMIONS INDUZIDA PELA CURVATURA

A geometria desempenha um papel importante na nucleação, estabilização e manipulação de padrões de magnetização em nanoelementos magnéticos. Este capítulo analisa o impacto da curvatura na estabilidade térmica de skyrmions hospedados em nanodiscos de formato gaussiano. Com base nos processos de aniquilação observados em nanopartículas planas, três distintos processos de aniquilação: contração, expansão e deslocamento do skyrmion em direção à borda do disco são analisados. Demonstramos que as interações efetivas induzidas pela curvatura alteram significativamente as barreiras de energia associadas a esses processos de aniquilação. As mudanças na energia estão relacionadas ao alinhamento relativo entre o núcleo do skyrmion e a direção normal à superfície, destacando a presença de quiralidades favoráveis e desfavoráveis para a estabilização de skyrmions em nanodiscos curvos. Mostramos também que, ao contrário do que se observa em nanodiscos, onde os tempos de vida dos skyrmions normalmente são da ordem de segundos, a menor barreira de energia atinge valores que garantem tempos de vida de meses em nanodiscos curvos à temperatura ambiente antes que as flutuações térmicas o aniquilem e os parâmetros de curvatura podem controlar o mecanismo de aniquilação. Esse aumento na estabilidade do skyrmion se mantém mesmo sem estímulos externos adicionais. Isso destaca o impacto profundo da curvatura no comportamento dinâmico e na estabilidade térmica de skyrmions em nanoelementos magnéticos.

3.1 Interações Magnéticas em Superfícies Curvas

Nesta seção, o foco será nos skyrmions quirais, com ênfase no estudo de suas propriedades em uma fina casca magnética parametrizada sobre uma superfície arbitrária. A dinâmica e a estabilização do sistema magnético são determinadas principalmente pela competição entre quatro interações locais essenciais: a interação de troca eq. 2.4, que favorece o alinhamento paralelo ou antiparalelo dos spins; a interação de Dzyaloshinskii-Moriya (DMI) eq. 2.8, que promove a formação de estruturas magnéticas com quiralidade definida; a anisotropia de superfície eq. 2.11, que define as direções preferenciais da magnetização em função da geometria da superfície; e a interação dipolar eq. 2.13 em filmes finos envolve a interação entre momentos magnéticos que afeta sua orientação e estabilidade. Essas interações, em conjunto, são responsáveis pela estabilização das texturas magnéticas topológicas, como os skyrmions, em superfícies curvas, proporcionando uma

rica diversidade de fases magnéticas e comportamentos dinâmicos, sendo a adição dessas interações determina a energia magnética da casca magnética, dada por,

$$E = h \int \left(A\mathcal{E}_x - \mathcal{D}\mathcal{E}_D - K_a\mathcal{E}_a - K_d\mathcal{E}_d \right) dS, \quad (3.1)$$

onde h é a espessura do filme e a integração é realizada sobre a área do filme. Onde nos trabalhos (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014) foram modelados tal nanomembrana como uma casca fina com $h \ll \mathcal{R}$, sendo \mathcal{R} o raio de curvatura mínimo da superfície S .

Nessa sessão estamos interessados em descrever uma abordagem geral que pode ser usada para uma superfície curvilínea arbitrária e um campo vetorial de magnetização arbitrário para apresentar as densidades de energia em função dos parâmetros da superfície curvilínea.

Em primeiro lugar, definimos um conjunto de parâmetros geométricos de uma superfície curvilínea que afetará as propriedades físicas do sistema magnético. Considerando uma superfície bidimensional, \mathcal{S} , imersa no espaço Euclidiano tridimensional, \mathcal{R}^3 , com a representação paramétrica na forma $\mathbf{r} = \mathbf{r}(\xi_1, \xi_2)$, temos que ξ_α são coordenadas curvilíneas locais na superfície. Sendo \vec{r} é o vetor posição tridimensional, na base cartesiana $\mathbf{r} = x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}}$. Índices em latin, $i, j, k, \dots = 1, 2, 3$, descrevem coordenadas cartesianas e índices gregos, $\alpha, \beta, \gamma, \dots = 1, 2$, são números das coordenadas curvilíneas e componentes curvilíneas de campos vetoriais. Também usamos aqui a convenção de somatório de Einstein.

Portanto, descreveremos uma superfície através da parametrização $\xi(\epsilon_1, \epsilon_2)$, onde ϵ_α são as coordenadas generalizadas locais da superfície. Temos assim a base local curvilínea normalizada (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014; YERSHOV et al., 2020),

$$\mathbf{e}_\alpha = \frac{\partial_\alpha \xi}{|\partial_\alpha \xi|} = \frac{\mathbf{g}_\alpha}{|\mathbf{g}_\alpha|}, \quad \mathbf{n} = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2, \quad (3.2)$$

sendo $\partial_\alpha = \frac{\partial}{\partial \epsilon_\alpha}$, \mathbf{g}_α que são vetores tangentes à superfície, em todos os pontos. O vetor normal \mathbf{n} é chamado de mapa de Gauss é de fundamental importância pois sua variação espacial nos dá informações a respeito da curvatura local. No caso unidimensional a curvatura está relacionada com a variação do vetor normal, de modo que é intuitivo esperar que algo semelhante ocorra na superfície.

A análise a seguir é realizada assumindo que a base é ortogonal, podemos assim representar o tensor métrico $g_{\alpha,\beta} = \mathbf{g}_\alpha \cdot \mathbf{g}_\beta$, através de matriz quadrada de ordem dois e diagonal, onde os elementos são dados por,

$$g_{\alpha,\beta} = \begin{pmatrix} \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_1} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_1} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_1} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_2} \right\rangle \\ \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_2} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_1} \right\rangle & \left\langle \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_2} \cdot \frac{\partial \xi}{\partial \epsilon_2} \right\rangle \end{pmatrix}$$

conhecida também como primeira forma fundamental, que nos permite calcular comprimentos, ângulos e áreas numa superfície curvilínea.

Por conveniência, podemos agora introduzir o vetor ϖ da conexão de spin,

$$\varpi_\alpha = \epsilon_1 \cdot \partial_\alpha \epsilon_2, \quad (3.3)$$

com isso podemos obter o vetor Ω , que é o vetor modificado da conexão de spin ϖ , portanto,

$$\Omega = \left(\frac{\varpi_1}{\sqrt{g_{\alpha\alpha}}}, \frac{\varpi_2}{\sqrt{g_{\beta\beta}}} \right). \quad (3.4)$$

Definiremos então a segunda forma fundamental, e dela definiremos a matriz Hessiana $h_{\alpha\beta}$,

$$b_{\alpha\beta} = \mathbf{n} \cdot \partial_\beta \mathbf{g}_\alpha, \quad h_{\alpha\beta} = \frac{b_{\alpha\beta}}{\sqrt{g_{\alpha\alpha}g_{\beta\beta}}}, \quad (3.5)$$

das propriedades da matriz Hessiana nos dá a curvatura de Gauss \mathcal{K} e a curvatura média \mathcal{H} ,

$$\mathcal{K} = \det(h_{\alpha\beta}), \quad \mathcal{H} = \frac{\det(h_{\alpha\beta})}{2}. \quad (3.6)$$

Agora podemos definir as propriedades diferenciais, usando a fórmula de Gauss-Godazzi e a equação de Weingarten (YERSHOV et al., 2020; KÜHNEL, 2015), que consistem em um par de equações relacionadas a curvatura intrínseca da superfície às derivadas do mapa de Gauss, por meio da segunda forma fundamental,

$$\nabla_\alpha \epsilon_\beta = b_{\alpha\beta} \mathbf{n} - \Omega_\alpha \varepsilon_{\beta\gamma} \epsilon_\gamma, \quad \nabla_\alpha n = -h_{\alpha\beta} \epsilon_\beta, \quad (3.7)$$

onde vemos que o símbolo de Christoffel foi substituído pelo termo Ω_α , o vetor de conexão spin, e $\varepsilon_{\beta\gamma}$ o tensor de Levi-Civita em duas dimensões.

Com isso, temos ferramentas para parametrizar as densidades de energia em relação a uma superfície curvilínea, começaremos com primeiro termo eq. 3.1 da energia magnética total, por meio da base local curva, eq. 3.2, bem como seus parâmetros descritos pelas eq. 3.3-3.6, sob a hipótese principal de uniformidade de magnetização ao longo da espessura da casca (YERSHOV et al., 2020; KRAVCHUK et al., 2016),

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x &= \mathcal{E}_x^0 + \mathcal{E}_x^a + \mathcal{E}_x^D \\ \mathcal{E}_x^0 &= \nabla_\alpha m_\beta \nabla_\alpha m_\beta + \nabla_\alpha m_n \nabla_\alpha m_n, \\ \mathcal{E}_x^a &= (h_{\alpha\gamma} h_{\gamma\alpha} + \Omega^2 \delta_{\alpha\beta}) m_\alpha m_\beta + (\mathcal{H}^2 - 2\mathcal{K}) m_n^2 + 2\epsilon_{\beta\gamma} h_{\gamma\beta} \Omega_\beta m_\alpha m_n, \\ \mathcal{E}_x^D &= 2h_{\alpha\beta} (m_\beta \nabla_\alpha m_n - m_n \nabla_\alpha m_\beta) + \epsilon_{\alpha\beta} \Omega_\gamma m_\beta \nabla_\gamma m_\alpha. \end{aligned} \quad (3.8)$$

O primeiro termo \mathcal{E}_x^0 descreve a parte isotrópica comum da expressão de troca, que tem formalmente de uma superfície plana, $\mathcal{E}_x = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\phi - \Omega)^2$. As \mathcal{E}_x^a e \mathcal{E}_x^D podem ser tratados como um DM que surge devido ao gradiente da curvatura local em uma curva e anisotropia induzidos por curvatura, respectivamente. Na representação

angular da magnetização, a energia de troca é descrita como (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014),

$$\mathcal{E}_x = [\nabla\theta - \mathbf{\Gamma}(\phi)]^2 + [\sin\theta(\nabla\phi - \mathbf{\Omega}) - \cos\theta\frac{\partial\mathbf{\Gamma}(\phi)}{\partial\phi}]^2, \quad (3.9)$$

vale lembrar que θ e ϕ descrevem os ângulos esféricos polar e azimutal do vetor de magnetização na base local da eq. 2.15. Aparece em eq. 3.9 o vetor $\mathbf{\Gamma}(\phi)$ (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014), um vetor dependendo das curvaturas de Gauss e média eq. 3.6,

$$\mathbf{\Gamma}(\phi) = ||h_{\alpha\beta}||\tau(\phi) = \mathcal{H}\tau(\phi) + \sqrt{\mathcal{H}^2 - \mathcal{K}}\tau(\nu - \phi), \quad (3.10)$$

o vetor $\mathbf{\Gamma}(\phi)$ é relacionado a curvatura da superfície do material magnético, para o caso $\mathbf{\Gamma}(\phi) = 0$, tem o caso planar, $\mathcal{E}_x = (\nabla\theta)^2 + \sin^2\theta(\nabla\phi - \mathbf{\Omega})^2$. Sendo $\tau(\phi) = (\cos\phi, \sin\phi)$ e $\nu = \frac{h_{12}}{h_{11}-h_{22}}$.

No segundo termo da eq. 3.1, a densidade de energia da anisotropia de superfície a eq. 2.11, parametrizada em relação à base local de uma superfície curvilínea arbitrária,

$$\mathcal{E}_a = Km_n^2 = K \cos^2\theta. \quad (3.11)$$

Temos como valores da constante de anisotropia uniaxial, para $K < 0$ para à anisotropia normal de superfície fácil, e $K > 0$ para à anisotropia tangencial a superfície fácil. A presença dessa anisotropia é conforme a geometria, sendo crucial para nosso modelo.

É mostrado no trabalho de Gaididei (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014) que o efeito da curvatura pode ser tratado como o aparecimento de um campo magnético efetivo, com isso, a existência de tal campo magnético induzido exclui as soluções que são estritamente tangenciais ou estritamente normais ao superfície curva. A anisotropia força os spins a seguir a geometria, e é por isso que o subsistema de spins acaba “preenchendo” a geometria.

Em nosso modelo, a contribuição da energia magnetostática pode ser simplificada para uma anisotropia de superfície fácil (YERSHOV et al., 2020), $K \rightarrow K + K_d$, onde $K_d = -\frac{\mu_0 M_s^2}{2}$, sendo μ_0 a constante de permeabilidade magnética do vácuo, M_s é magnetização de saturação do material.

Por última, o terceiro termo da eq. 3.1, a energia DM eq. 2.8. as expressões \mathcal{E}_D para um caso geral de base curvilínea local foi obtidas anteriormente no trabalho de Kravchuk (KRAVCHUK et al., 2016),

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_D &= \mathcal{E}_D^0 + \mathcal{E}_D^a, \\ \mathcal{E}_D^0 &= m_n \nabla_\alpha m_\alpha - m_\alpha \nabla_\alpha m_n, \quad \mathcal{E}_D^a = -\epsilon_{\alpha\beta} \Omega_\beta m_\alpha m_n - \mathcal{H}m_n^2, \end{aligned} \quad (3.12)$$

o termo adicional \mathcal{E}_D^a é interpretado como uma anisotropia induzida por curvatura efetiva. Vemos que a anisotropia uniaxial efetiva aparece ao longo do vetor normal a superfície \mathbf{n}

impulsionada pelo coeficiente de curvatura média da superfície curva \mathcal{H} (KRAVCHUK et al., 2016). Na representação angular da magnetização, a energia DM conforme (KRAVCHUK et al., 2018),

$$\mathcal{E}_D = \varepsilon \cdot \nabla\theta + \sin\theta \cos\theta \partial_\phi \varepsilon \cdot (\nabla\phi - \mathbf{\Omega}) - \mathcal{H} \cos^2\theta, \quad (3.13)$$

sendo $\varepsilon = \cos\phi\epsilon_1 + \sin\phi\epsilon_2$.

Para uma superfície com uma distribuição de magnetização radialmente simétrica, o mesmo tipo de DMI efetivamente aparece no termo de troca devido aos efeitos de curvatura (BOGDANOV; HUBERT, 1999), assim, ocorre uma competição direta. Isso resulta em uma solução Skyrmion do tipo Néel. Dependendo do sinal do produto $\mathcal{D}\mathcal{H}$, esta anisotropia pode ser do tipo normal a superfície fácil ($\mathcal{D}\mathcal{H} > 0$) ou tangencial a superfície fácil ($\mathcal{D}\mathcal{H} < 0$) (KRAVCHUK et al., 2016). Observe que o sinal de cada uma das quantidades \mathcal{H} e \mathcal{D} separadamente não é fisicamente fixo, porque é determinado pela direção escolhida do vetor normal \mathbf{n} .

Este capítulo apresenta os resultados obtidos a partir de um estudo aprofundado do formalismo previamente desenvolvido. O objetivo foi compreender detalhadamente como a interação de troca, a interação de Dzyaloshinskii-Moriya (DM) e a anisotropia se comportam em relação à superfície curva. Esse entendimento nos proporciona domínio sobre o formalismo, permitindo a investigação de sistemas com skyrmions em diferentes tipos de superfícies curvas. No próximo capítulo iremos analisar soluções estáticas e dinâmicas gerais para o caso de uma forte anisotropia, onde é considerado o caso de uma anisotropia normal a superfície fácil $K > 0$, em um sistema magnético curvo gaussiano, analisando assim o efeito de curvatura no problema.

3.2 Superfícies Gaussianas

A influência da geometria das nanopartículas sobre a magnetização é um fator crucial no controle das propriedades estáticas e dinâmicas dos skyrmions. Em particular, as interações efetivas de Dzyaloshinskii-Moriya (DM) e anisotropia induzidas pela curvatura têm demonstrado um papel significativo na determinação da estabilidade dos skyrmions (KORNIENKO et al., 2020; KRAVCHUK et al., 2018; KRAVCHUK et al., 2016; CARVALHO-SANTOS et al., 2020; TEJO et al., 2015; CARVALHO-SANTOS et al., 2015). Esses estudos revelam que a nucleação dessas texturas de spin topológicas pode ocorrer mesmo em cascas curvas finas, independentemente da presença da interação DM (YANG et al., 2021). Essa descoberta é especialmente relevante, pois sugere que as geometrias não planas podem ser exploradas para o controle e a manipulação dos skyrmions, ampliando as possibilidades para aplicações em dispositivos magnéticos.

Do ponto de vista dinâmico, a curvatura da superfície influencia o movimento dos skyrmions, especialmente quando se deslocam ao longo de nanofaixas curvas. Nesses

cenários, forças efetivas induzidas pela curvatura resultam em efeitos de aprisionamento de skyrmions (KORNIENKO et al., 2020; CARVALHO-SANTOS et al., 2021), impactando o efeito Hall de skyrmions ao introduzir uma contribuição adicional ao deslocamento perpendicular à direção da corrente aplicada (FARIAS; SANTENCE; COURA, 2023; YERSHOV; KÁKAY; KRAVCHUK, 2022). Essa interação complexa entre curvatura e movimento dos skyrmions pode levar a novas funcionalidades em dispositivos baseados em skyrmions.

De fato, a análise da energia de um skyrmion em uma superfície gaussiana revelou a emergência de potenciais de aprisionamento e repulsão, que dependem da razão entre a altura e o raio da superfície gaussiana (KRAVCHUK et al., 2018). Essa característica dependente da geometria resulta em alterações no raio do skyrmion quando ele está posicionado em superfícies gaussianas côncavas ou convexas (KORNIENKO et al., 2020). Além disso, observa-se um efeito de deriva do skyrmion quando ele se desloca ao longo de nanofaixas curvas (FARIAS; SANTENCE; COURA, 2023; YERSHOV; KÁKAY; KRAVCHUK, 2022).

Dada a relevância dessas interações geométricas, decidimos aprofundar nossa análise na estabilidade térmica dos skyrmions em superfície gaussiana, conforme fig. 6. Portanto, nosso sistema é composto por um nanodisco magnético curvo e fino representado por um montículo gaussiana, expresso como,

$$\sigma[\rho, \varphi] = r(\rho)(\cos \varphi \hat{\mathbf{x}} + \sin \varphi \hat{\mathbf{y}}) + \tau e^{-\rho^2/2R_g^2} \hat{\mathbf{z}}. \quad (3.14)$$

Sendo $r(\rho) = \rho\sqrt{\mathcal{B}}$, onde $\rho \in [0, R_m]$ denota a distância radial do centro do nanodisco até qualquer ponto em sua superfície, e $\mathcal{B} = \left(1 + \frac{\rho^2}{R_g^4} \tau^2 e^{-\frac{\rho^2}{R_g^2}}\right)$, com R_g sendo o raio externo da distribuição gaussiana, $\varphi \in [0, 2\pi]$ representando o ângulo azimutal e R_m o raio do disco. O parâmetro τ controla a altura da superfície gaussiana: $\tau = 0$ implica em um disco plano, como mostrado na Fig. 6-(a), enquanto $\tau < 0$ indica uma concavidade e $\tau > 0$ define uma convexidade, conforme ilustrado na Fig. 6-(b).

Na fig. 6-(b), observa-se $\mathbf{r}(\rho)$, o vetor radial que descreve a geometria curva da superfície gaussiana. À medida que o gradiente de curvatura aumenta, $\mathbf{r}(\rho)$ também cresce em função do parâmetro \mathcal{B} , fornecendo informações detalhadas sobre as variações locais da curvatura e seu impacto nos vetores de magnetização ao longo da superfície. Isso é analisado com mais precisão na fig. 6-(c), onde se pode visualizar o comportamento das direções de magnetização em diferentes pontos da superfície gaussiana.

Para nossa análise, estabelecemos $R_g = 100$ nm para todas as estruturas, variando τ entre -100 e 100 nm. Como resultado, os montículos apresentam superfícies com áreas diferenciadas, chegando a uma variação máxima de 17,5% em relação ao disco plano.

A parametrização geométrica adotada permite a descrição da superfície gaussiana usando uma base ortonormal $(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{n})$, onde $\mathbf{e}_\alpha = \mathbf{g}_\alpha/|\mathbf{g}_\alpha|$ e $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_2$ denota o vetor

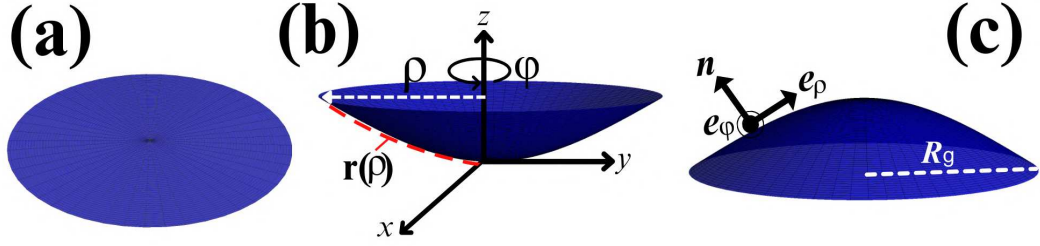


Figura 6 – Superfície Gaussiana para (a) $\tau = 0$ (superfície plana), (b) $\tau = -100nm$ (superfície côncava) e (c) $\tau = 100nm$ (superfície convexa). As setas pretas na Fig. (c) representam os vetores unitários da base curvilínea ortonormal local.

unitário normal à superfície,

$$\mathbf{e}_\rho = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{B}}} (\cos \varphi \hat{\mathbf{x}} + \sin \varphi \hat{\mathbf{y}} - \frac{\rho\tau}{R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}} \hat{\mathbf{z}}), \quad (3.15)$$

$$\mathbf{e}_\varphi = -\sin \varphi \hat{\mathbf{x}} + \cos \varphi \hat{\mathbf{y}}, \quad (3.16)$$

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{B}}} \left(\frac{\rho\tau}{R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}} \cos \varphi \hat{\mathbf{x}} + \frac{\rho\tau}{R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}} \sin \varphi \hat{\mathbf{y}} + \hat{\mathbf{z}} \right), \quad (3.17)$$

temos que o vetor normal \mathbf{n} , também chamado de mapa de Gauss é $\mathbf{n} = +\mathbf{z}$ no centro da gaussiana, como mostrado na fig. 6-(c), sendo de fundamental importância pois sua variação espacial nos dá informações a respeito da curvatura local. Aqui, $\mathbf{g}_\alpha = \partial_\alpha \mathbf{r}$ e o índice grego indica as coordenadas da superfície $(\rho, \varphi) \equiv (1, 2)$. Essa formulação fornece propriedades geométricas essenciais, a da parametrização da superfície gaussiana eq. 3.14, com isso aplicando as eq's eq. 3.15-3.17, aplicados nas eq's 3.3-3.6, assim, 3.1 e 3.6,

$$\|g_{\alpha\beta}\| = \begin{bmatrix} 1 + \left(\frac{\rho}{R_g} \tau e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}} \right)^2 & 0 \\ 0 & \rho^2 \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

$$b_{\alpha\beta} = \frac{\left(\frac{\tau}{R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}} \right)}{\sqrt{\mathcal{B}}} \begin{bmatrix} \frac{\rho^2}{R_g^2} - 1 & 0 \\ 0 & -\rho^2 \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

$$h_{\alpha\beta} = \frac{\left(\frac{\tau}{R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}} \right)}{\sqrt{\mathcal{B}}} \begin{bmatrix} \frac{\rho^2}{R_g^2} - 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

$$\mathcal{K} = \frac{\left(1 - \frac{\rho^2}{R_g^2} \right) \frac{\tau}{R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}}}{\mathcal{B}^{\frac{3}{2}}}, \quad (3.21)$$

$$\mathcal{H} = -\frac{\tau}{2R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}} \left(\frac{1 - \frac{\rho^2}{R_g^2}}{\mathcal{B}} + 1 \right). \quad (3.22)$$

sendo $g_{\alpha\beta}$ a matriz métrica contravariante, $b_{\alpha\beta}$ a segunda forma fundamental, $h_{\alpha\beta}$ a matriz Hessiana. Temos como resultado as curvaturas \mathcal{K} e \mathcal{H} , sendo elas as gaussianas e média, respectivamente. Na fig. 7 mostra as curvaturas Gaussianas e média como uma função de ρ . A curvatura Gaussiana mede a curvatura intrínseca da superfície e descreve como a superfície se curva em diferentes direções. A Curvatura Média refere-se à curvatura média em cada ponto da superfície Gaussiana em relação à coordenada ρ . Ela fornece uma medida geral da curvatura média da superfície, indicando se a superfície é convexa ou côncava em relação a um plano tangente. Além disso, determinamos o vetor modificado da conexão de spin, denotado como Ω) (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014), dado por,

$$\Omega = (\varpi_1/\sqrt{g_{11}}, \varpi_2/\sqrt{g_{22}}) = \frac{-\hat{\phi}}{\rho\sqrt{\mathcal{B}}}, \quad (3.23)$$

onde $\varpi_\alpha = \mathbf{e}_1 \cdot \partial_\alpha \mathbf{e}_2$. Portanto, são cruciais para determinar a energia magnética em sistemas curvos, conforme detalhado nos trabalhos (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014; YERSHOV et al., 2020).

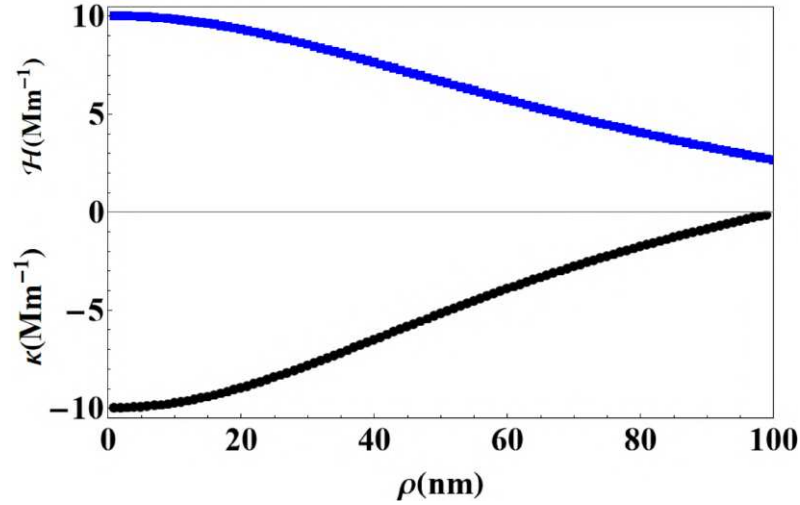


Figura 7 – Curvaturas (a) Gaussianas e (b) média, localmente na gaussiana com $\tau = -100$ nm.

Neste trabalho, a magnetização \mathbf{m} eq. 2.15 já foi parametrizada utilizando coordenadas esféricas no sistema de base curvilínea. A magnetização normalizada, $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_s}$, foi expressa em termos dos ângulos polares θ e ϕ , permitindo uma descrição completa do comportamento magnético ao longo da superfície curva.

Agora, focamos na descrição da energia magnética total do sistema 3.1, que inclui as contribuições de diferentes interações relevantes, como \mathcal{E}_x eq. 3.9 a energia de troca de Heisenberg, \mathcal{E}_D eq. 3.12 energia Dzyaloshinskii-Moriya (DM), \mathcal{E}_a eq. 3.11 a energia de anisotropia. Conseqüentemente, como já discutido anteriormente, a contribuição da

energia dipolar pode ser simplificada para uma anisotropia de fácil superfície (YERSHOV et al., 2020), caracterizada por uma constante $K_d = -\frac{\mu_0 M_s^2}{2}$. Nesse cenário, a contribuição dipolar pode ser incorporada ao nosso modelo ajustando a constante de anisotropia como $K \rightarrow K + K_d$. Portanto, energia magnética é dada por,

$$E = h \int_S (\mathcal{E}_x - K(\mathbf{m} \cdot \mathbf{n}) + \mathcal{E}_{dm}) dS. \quad (3.24)$$

Com o intuito de descrever a energia magnética utilizando as bases curvilíneas da gaussiana, iremos iniciar com a descrição da \mathcal{E}_x eq. 3.9, assim, reorganizando, temos,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x &= (\nabla\Theta)^2 + \Gamma^2 - 2\Gamma \cdot \nabla\Theta + \sin^2\Theta(\Omega^2 + (\nabla\Phi)^2 - 2\Omega \cdot \nabla\Phi) + \left(\frac{\partial\Gamma}{\partial\Phi}\right)^2 \cos^2\Theta \\ &+ 2\sin\Theta \cos\Theta \frac{\partial\Gamma}{\partial\Phi} \cdot (\Omega - \nabla\Phi), \end{aligned} \quad (3.25)$$

onde $\Gamma \equiv \Gamma(\phi)$ é um vetor que depende das curvaturas Gaussiana e média eq. 3.10 e ∇ o operador diferencial do gradiente, temos eles descritos nas coordenadas da superfície gaussiana,

$$\Gamma = \frac{\frac{\tau}{R_g^2} e^{-\frac{\rho^2}{2R_g^2}}}{\sqrt{\mathcal{B}}} \begin{pmatrix} \zeta \cos\phi \\ -\sin\phi \end{pmatrix}, \quad \nabla f = \frac{\hat{\rho}}{\sqrt{\mathcal{B}}} \partial_\rho f + \frac{\hat{\phi}}{\rho} \partial_\phi f. \quad (3.26)$$

onde $\zeta = \left(\frac{\rho^2}{R_g^2} - 1\right) \mathcal{B}^{-1}$. Pode-se notar que para $\tau = 0$ (caso planar), temos $\Gamma(\phi) = \mathbf{0}$.

Utilizando uma base curvilínea eq's 3.15-3.17, para parametrizar a densidade de energia de troca, eq. 4.25 é escrita como,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_x &= \frac{(\partial_\rho\theta)^2}{\mathcal{B}} + \frac{(\partial_\phi\theta)^2}{\rho^2} + \frac{\frac{\tau}{R_g^2} e^{\left(\frac{-\rho^2}{2R_g^2}\right)^2}}{\mathcal{B}} \left(\frac{\left(\frac{\rho^2}{R_g^2} - 1\right)^2 \cos^2\phi}{\mathcal{B}^2} + \sin^2\phi \right) - \\ &- \frac{\frac{2\tau}{R_g^2} e^{\left(\frac{-\rho^2}{2R_g^2}\right)^2}}{\sqrt{\mathcal{B}}} \left(\frac{\left(\frac{\rho^2}{R_g^2} - 1\right)^2 \cos^2\phi \partial_\rho\theta}{\mathcal{B}^{\frac{3}{2}}} - \frac{\sin^2\phi \partial_\phi\theta}{\rho} \right) + \\ &+ \sin^2\theta \left(\frac{1}{\rho^2\mathcal{B}} + \frac{(\partial_\rho\phi)^2}{\mathcal{B}} + \frac{(\partial_\phi\phi)^2}{\rho^2} + \frac{2\partial_\phi\phi}{\rho^2\sqrt{\mathcal{B}}} \right) \\ &+ \frac{\frac{\tau}{R_g^2} e^{\left(\frac{-\rho^2}{2R_g^2}\right)^2}}{\mathcal{B}} \left(\frac{\left(\frac{\rho^2}{R_g^2} - 1\right)^2 \sin^2\phi}{\mathcal{B}^2} + \cos^2\phi \right) \\ &+ \frac{2\sin\theta \cos\theta \frac{\tau}{R_g^2} e^{\left(\frac{-\rho^2}{2R_g^2}\right)^2}}{\sqrt{\mathcal{B}}} \left(\frac{\left(\frac{\rho^2}{R_g^2} - 1\right) \sin\phi \partial_\rho\phi}{\mathcal{B}^{\frac{3}{2}}} + \frac{\cos\phi}{\rho\sqrt{\mathcal{B}}} + \frac{\cos\phi \partial_\phi\phi}{\rho} \right). \end{aligned} \quad (3.27)$$

O segundo componente da energia magnética decorre da anisotropia fácil-normal, a qual é descrita pela expressão $\mathbf{m} \cdot \mathbf{n} = \cos^2\theta$.

No terceiro termo, para garantir a estabilização de um skyrmion do tipo Néel, nosso modelo inclui uma DMI interfacial eq. 3.13, que, em uma representação em uma

base curvilínea, é escrita como,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_D &= \frac{\cos \phi \partial_\rho \theta}{\sqrt{\mathcal{B}}} + \frac{\sin \phi \partial_\varphi \theta}{\rho} + \sin \theta \cos \theta \left(\frac{-\sin \phi \partial_\rho \phi}{\sqrt{\mathcal{B}}} + \frac{\cos \phi \partial_\varphi \phi}{\rho} + \frac{\cos \phi}{\rho \sqrt{\mathcal{B}}} \right) - \\ &- \frac{\cos \theta \frac{\tau}{2R_g^2} e^{\left(\frac{-\rho^2}{2R_g^2}\right)^2}}{\sqrt{\mathcal{B}}} \left(\frac{\left(\frac{\rho^2}{R_g^2} - 1\right)}{\mathcal{B}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (3.28)$$

Neste momento, é necessário descrever o perfil do skyrmion. Assim, como já abordado nas eq's 3.27 e 3.28, introduzimos um referencial ortogonal (ρ, φ, n) na superfície. Para entender melhor a dependência do raio do skyrmion em função do raio da superfície gaussiana, adotamos uma abordagem semi-analítica. Assumimos que, em uma superfície gaussiana ultrafina, a magnetização \mathbf{m} , de acordo com eq.2.15, não apresenta dependência em relação à espessura na direção \mathbf{z} , ou seja, a magnetização é uniforme ao longo dessa coordenada. O ângulo polar $\theta = \theta_G(r)$ é considerado uma função simétrica em relação à coordenada \mathbf{r} , enquanto o ângulo azimutal é $\phi = \phi_0$ ou Φ , com $\phi_0 = 0$ e π para o caso do skyrmion tipo Néel, e $\phi_0 = \pm \frac{\pi}{2}$ para o skyrmion do tipo Bloch. Dessa forma, a configuração da magnetização do skyrmion pode ser descrita pelo seguinte Ansatz ([RIVEROS A., 2021](#)),

$$\theta \equiv \theta(\rho) = 2 \arctan \left[\frac{R_s}{r(\rho)} e^{\xi \frac{(R_s - r(\rho))}{\ell}} \right], \quad (3.29)$$

consideramos um filme fino com uma espessura significativamente menor que o comprimento de troca, $\ell = \sqrt{2A/\mu_0 M_s^2}$. Adicionalmente, R_s representa o raio do skyrmion, e $\xi = \sqrt{Q - 1}$, onde $Q = \frac{2K}{\mu_0 M_s^2}$ é o fator de qualidade.

O Ansatz eq. 3.29 foi sugerido por De Bonte, ([DEBONTE, 1973](#)). A precisão do Ansatz foi verificada numericamente no caso de ferromagnetos infinitos de eixo fácil 2D ([SHEKA; IVANOV; MERTENS, 2001](#)), para o caso em que $Q > 1$, para descrever os sólitons magnéticos axialmente simétricos em um ferroímã de eixo fácil 2D mostrando uma boa acordo com o método de minimização de energia direta. Foi também testado anteriormente no trabalho ([RIVEROS A., 2021](#)) avaliando as barreiras de energia dependentes de campo associadas à aniquilação de um skyrmion de Néel, investigando a dependência do raio e estabilidade do skyrmion de Néel com o campo magnético perpendicular em pontos magnéticos circulares ultrafinos, apresentando resultados em concordância com as simulações numéricas diretas.

Agora investigaremos a validade da ansatz de Le Bonte ([DEBONTE, 1973](#)), inicialmente proposta para skyrmions em sistemas planos, agora aplicada a sistemas curvos. Analisaremos como a curvatura influencia a configuração do skyrmion e se a ansatz continua a fornecer descrições precisas. Para isso, realizaremos simulações micromagnéticas em geometrias curvadas e compararemos os resultados com os obtidos em sistemas planos. Yershov ([YERSHOV; KÁKAY; KRAVCHUK, 2022](#)) mostraram que skyrmions em sistemas curvados apresentam tanto deformações radiais simétricas quanto elípticas. No caso

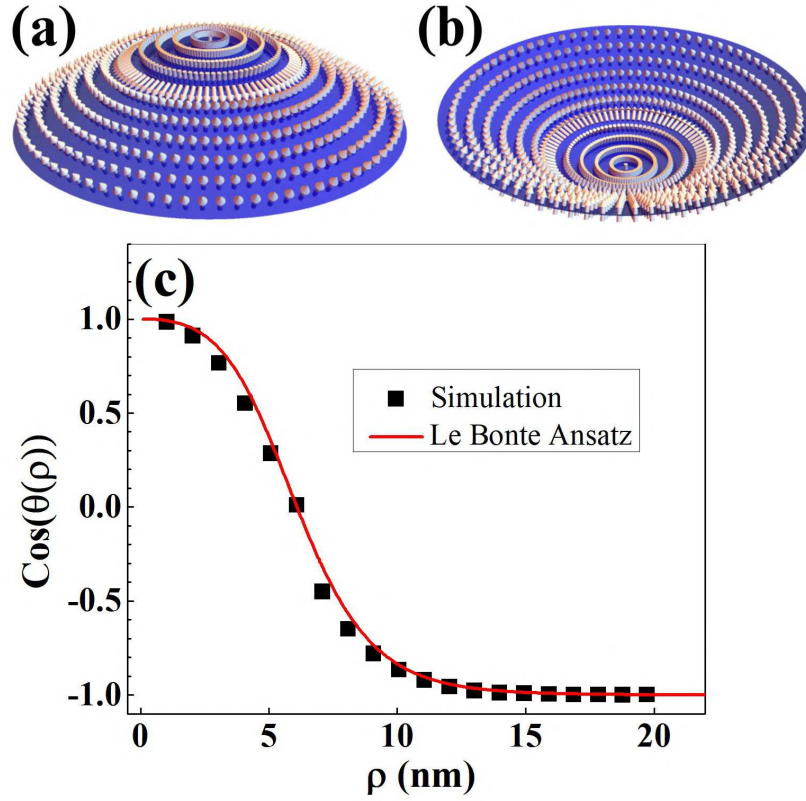


Figura 8 – Skyrmion centralizado em (a) uma superfície gaussiana convexa ($\tau = 100$ nm) e (b) uma superfície gaussiana côncava ($\tau = -100$ nm). O painel (c) mostra uma comparação entre a componente \mathbf{n} do perfil do skyrmion obtido a partir de simulações micromagnéticas (pontos pretos) e o ansatz de Le Bonte (linha vermelha).

particular de um skyrmion do tipo Néel, os autores argumentaram que a curvatura não afeta sua helicidade. Eles também mostraram que em sistemas com pequenas curvaturas, as deformações radiais e elípticas são, respectivamente, proporcionais a $\mathcal{K}(D/A + A/D)$ e $\mathcal{K}A/D$ (ver detalhes em Ref. (YERSHOV; KÁKAY; KRAVCHUK, 2022)), onde \mathcal{K} é a curvatura do sistema eq. 3.21. Considerando os parâmetros geométricos e magnéticos adotados aqui, obtemos deformações do skyrmion induzidas pela curvatura desprezíveis. Portanto, embora inicialmente proposto para descrever skyrmions em sistemas planos, a ansatz de Le Bonte pode ser usado com sucesso para determinar a energia do skyrmion na geometria considerada.

Para corroborar essa afirmação, realizamos simulações micromagnéticas usando o pacote Boris (LEPADATU, 2020), que consiste em um simulador micromagnético rápido que resolve a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LANDAU; LIFSHITZ, 1935; GILBERT, 2004),

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma \mathbf{m} \times \mathbf{H}_{eff} + \alpha \left(\mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt} \right), \quad (3.30)$$

onde γ é a razão giromagnética, α é um parâmetro adimensional de amortecimento, e

$\mathbf{H}_{eff} = -(1/\mu_0 M_s)\delta\mathcal{E}/\delta\mathbf{m}$ é o campo efetivo gerado pelas interações magnéticas.

Nas nossas simulações, o sistema é discretizado utilizando um tamanho de malha de $1 \times 1 \times 0.4 \text{ nm}^3$, com um parâmetro de amortecimento $\alpha = 0.5$. Iniciamos nossas simulações com dois estados iniciais: I) os momentos magnéticos no intervalo $0 < \rho < 15 \text{ nm}$ apontando para cima ($+\mathbf{n}$) e os momentos magnéticos na região $15 \leq \rho \leq R_g$ apontando para baixo ($-\mathbf{n}$); II) os momentos magnéticos no intervalo $0 < \rho < 15 \text{ nm}$ apontando para baixo ($-\mathbf{n}$) e os momentos magnéticos na região $15 \leq \rho \leq R_g$ apontando para cima ($+\mathbf{n}$). Após o relaxamento, observamos que um skyrmion não se estabiliza para o estado inicial II. O estado estabilizado a partir da configuração I consiste em um skyrmion centrado no centro do relevo, cuja componente normal à superfície do padrão de magnetização é apresentada na fig. 8-(c). Portanto, perfil do skyrmion obtido para uma superfície gaussiana com $\tau = 100 \text{ nm}$ e $R_g = 100 \text{ nm}$ temos uma excelente concordância com o perfil determinado pelo ansatz de Le Bonte, como é mostrado na fig. 8-(c).

Neste trabalho, focamos em skyrmions do tipo Néel, uma vez que essa textura magnética sofre uma influência mais forte da curvatura em comparação aos skyrmions do tipo Bloch (YERSHOV; KÁKAY; KRAVCHUK, 2022). Além disso, todos os cálculos serão realizados considerando a helicidade do skyrmion estabilizado pela DMI intrínseca. Nesse contexto, adotamos $\phi_0 = 0$. Para determinar a energia magnética de um skyrmion deslocado por uma distância l a partir do pico da superfície Gaussiana, estabelecemos um referencial no centro do skyrmion. Assim, integramos sobre ρ dentro do intervalo $[0, R_m]$, onde (RIVEROS A., 2021) $R_m = -\rho \sin \phi + \sqrt{(100nm)^2 - l^2 \cos^2 \phi}$ para $l \leq 100nm$, enquanto para $l > 100nm$, a integral de superfície é realizada na região $\rho \in [l - 100nm, l + 100nm]$, $\phi \in [\phi_-, \phi_+]$, onde $\phi_{\pm} = \pm \arcsin\left(\frac{\rho^2 + l^2 - (100nm)^2}{2\rho l}\right) + \frac{3\pi}{2}$.

3.3 Investigação da estabilidade dos Skyrmion induzida por curvatura gaussiana

Este estudo investiga a estabilidade dos skyrmions, analisando como as curvaturas gaussianas afetam suas propriedades e comparando essa influência com a observada em sistemas planos. A abordagem permitiu avaliar de forma detalhada o impacto das curvaturas na estabilidade, contribuindo para a compreensão dos mecanismos que diferenciam sistemas curvos e planos. Para conduzir nossa análise, determinamos as barreiras de energia associadas aos três processos de aniquilação dos skyrmions do tipo Néel nos sistemas observados. A descrição da energia do skyrmion como função do seu raio e da curvatura gaussiana é fundamental para compreender a dinâmica desse sistema, por meio da análise das barreiras de energias dos sistemas investigados, correspondentes a um sistema multicamadas assimétrico Co/Pt (Cobalto/Platina) de uma gaussiana com forte ação interfacial Dzyaloshinskii-Moriya (SAMPAIO et al., 2013; YANG et al., 2015), que favorece

a estabilização dos skyrmions de Néel.

As propriedades magnéticas das multicamadas de Co/Pt, especialmente a anisotropia e a coercividade, mostram-se altamente sensíveis à espessura da camada de Co, enquanto apresentam menor dependência em relação à espessura da camada de Pt. É mostrado que a maior anisotropia perpendicular ocorre para a espessura da camada de Co de 1-2 monocamadas. A anisotropia magnética das multicamadas Co/Pt também depende fortemente da orientação cristalográfica (LIN et al., 1991), onde a magnetização efetiva significativamente aumentada foi observada para multicamadas Co/Pt com camada ultrafina de Co. Os parâmetros adotados incluem uma magnetização de saturação de $M_s = 580$ kA/m, uma constante de troca $A = 15$ pJ/m, uma constante de anisotropia perpendicular $K = 0.7$ MJ/m³, e um parâmetro de interação DM de $D = 3$ mJ/m².

Barreiras de energia são cruciais na análise de skyrmions, pois representam as energias mínimas que devem ser superadas para que o skyrmion seja aniquilado ou se transforme em outro estado magnético, seja por contração, expansão ou pela saída à borda. Especificamente, uma barreira de contração refere-se à energia necessária para colapsar o skyrmion até sua aniquilação, enquanto a barreira de expansão reflete a energia necessária para fazer o skyrmion crescer até que ele se dissipe. Mas já a barreira de energia de escape pela borda refere-se à energia mínima que um skyrmion precisa superar para escapar da região confinada, como uma borda da superfície gaussiana. Em um sistema com geometria finita, o skyrmion pode ser estabilizado no centro (RIVEROS A., 2021), mas ao se aproximar das bordas, ele pode ser expulso ou aniquilado se a energia for suficiente para romper essa estabilidade. Estas barreiras são de extrema importância para a estabilidade do skyrmion, pois determinam sua resistência a perturbações térmicas ou de campo externo. Quanto maiores essas barreiras, mais estável será o skyrmion no sistema em estudo.

Para determinar as barreiras de energia associadas à aniquilação de um skyrmion, tanto pelo processo de contração ($\Delta E_{s\downarrow} = E_0 - E_m$) quanto pelo processo de expansão ($\Delta E_{s\uparrow} = E_1 - E_m$). Onde podemos observar na Fig.9, que E_0 representa a energia máxima em relação a contração do raio do Skyrmion, E_1 a energia máxima em relação a expansão do raio do Skyrmion e E_m a energia mínima para o sistema. Portanto, analisamos a energia magnética do skyrmion em função de seu raio para diferentes valores de curvatura τ , assim, os resultados para nanoestruturas com $\tau = 0$ (plano), $\tau = \pm 50$ nm, e $\tau = \pm 100$ nm estão resumidos na Fig. 9.

Em primeiro para o caso com $\tau = 0$ (plano), temos o skyrmion com um mínimo local com $R_s \approx 12$ nm. Também pode-se notar que a barreira de energia de contração é inferior a barreira de energia de expansão, $\Delta E_{s\uparrow} > \Delta E_{s\downarrow}$, mostrando que, se o skyrmion estiver preso no centro da protuberância, ele será aniquilado pelo mecanismo de contração. A Fig. 9-(a) ilustra que a energia do skyrmion é independente da direção em que seu centro

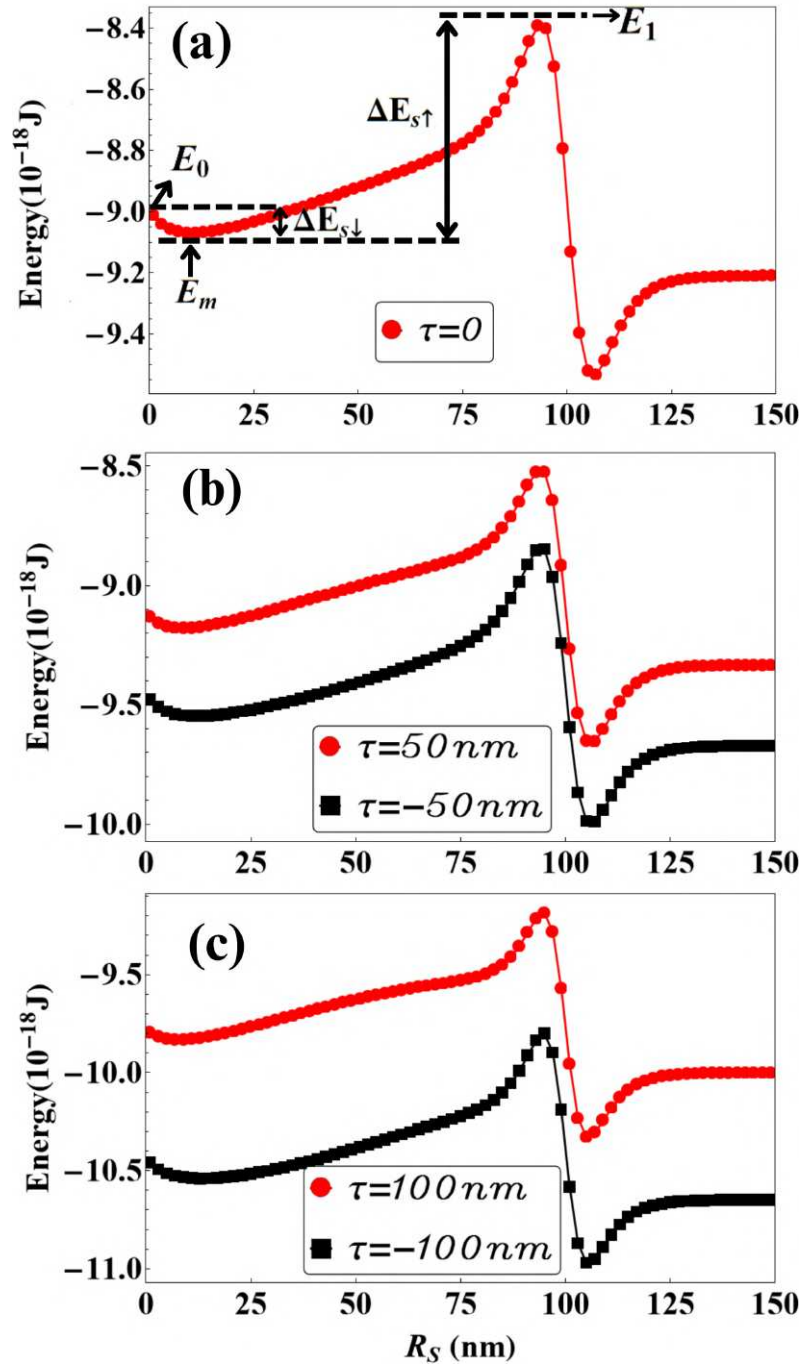


Figura 9 – Energia do skyrmion em função de seu raio dentro de um disco com $R_g = 100$ nm para (a) uma superfície plana com $\tau = 0$, e superfícies curvas com (b) $\tau = \pm 50$ nm e (c) $\tau = \pm 100$ nm. $\Delta E_{S\downarrow}$ e $\Delta E_{S\uparrow}$ representam as barreiras de energia para contração e expansão do skyrmion, respectivamente.

aponta no caso de um disco plano. Esse resultado está de acordo com os apresentados no trabalho do Alejandro (RIVEROS A., 2021), que analisou o caso particular da estabilidade térmica de um skyrmion em um disco plano.

Para os casos com curvatura $\tau \neq 0$, o comportamento qualitativo das estruturas permanece consistente, com a presença de um mínimo local também próximo a um raio

de skyrmion em torno de $R_s \approx 12$ nm, similar ao observado no sistema plano. Assim como no caso plano, observa-se que $\Delta E_{s\uparrow} > \Delta E_{s\downarrow}$, indicando que a barreira de expansão do skyrmion é maior que a de contração. Entretanto, à medida que a curvatura aumenta, é possível observar um crescimento da barreira de contração $E_{s\downarrow}$, bem como um deslocamento do mínimo local para valores maiores de R_s , como mostrado na Fig. 9-(b,c). Embora todos os resultados sejam qualitativamente semelhantes, a curvatura introduz um novo aspecto no comportamento energético do sistema, influenciando tanto a estabilidade quanto os mecanismos de aniquilação dos skyrmions. Esse efeito de curvatura ressalta a importância de incluir considerações geométricas na análise de sistemas magnéticos, especialmente para estruturas de pequena escala ou com topologias não-planas.

Também é observado que a introdução de uma curvatura no disco plano gera uma direção preferencial para o centro do skyrmion, atribuída a interações efetivas induzidas pela curvatura (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014; YERSHOV et al., 2020). A ansatz apresentada na eq. 3.29 descreve um skyrmion cujo centro aponta na direção $-\mathbf{z}$. Nesse contexto, a menor energia do skyrmion é obtida no caso de uma superfície côncava ($\tau < 0$), devido ao acoplamento entre a curvatura da superfície e a quiralidade do subsistema magnético. Esse acoplamento induzido pela curvatura entre a geometria e a quiralidade do subsistema magnético também foi relatado em sistemas quase unidimensionais e bidimensionais (KORNIENKO et al., 2020; KRAVCHUK et al., 2018; BITTENCOURT et al., 2022; YERSHOV et al., 2018).

Adicionalmente, o aumento da curvatura melhora a estabilidade do skyrmion, tornando-o menos suscetível à aniquilação, fig. 9, pois ele encontra uma barreira de energia mais alta tanto para a contração quanto para a expansão. No entanto, essa estabilidade aprimorada também vem acompanhada de uma modificação no raio do skyrmion que minimiza localmente sua energia. Em superfícies côncavas ($\tau < 0$), o raio do skyrmion tende a aumentar em comparação com o caso plano, enquanto em superfícies convexas ($\tau > 0$), o raio diminui. Isso demonstra que a curvatura não só influencia a estabilidade do skyrmion, mas também modifica suas características geométricas, adaptando-se à topologia da superfície em que está estabilizado. Vale ressaltar que, ao inverter a orientação do centro do skyrmion, os resultados energéticos se invertem, com as energias calculadas para sistemas côncavos e convexas trocando de lugar.

Demonstramos que a energia do sistema depende diretamente do alinhamento entre o núcleo do skyrmion e a direção normal à superfície, o que estabelece quiralidades favoráveis e desfavoráveis à estabilização de skyrmions em nanodiscos curvos, em concordância com os estudos anteriores (KORNIENKO et al., 2020; KRAVCHUK et al., 2018). Além disso, propomos analisar a energia do sistema em função da posição do skyrmion à medida que ele se aproxima e eventualmente escapa pela borda da superfície. Esses resultados nos permitirão construir um mapa energético completo, considerando os três principais mecanismos de aniquilação de skyrmions: contração, expansão e saída pela

borda. Com isso, será possível investigar e comparar detalhadamente os sistemas curvos com o plano, uma vez que, em sistemas planos, os skyrmions tendem a escapar pela borda do disco. A análise aprofundada visa discutir se a curvatura altera significativamente o mecanismo de aniquilação ou se, mesmo em superfícies curvas, o skyrmion mantém sua tendência de escape pela borda, ou se ele, alternativamente, sofre encolhimento antes de ser aniquilado. Essa análise é fundamental para dispositivos baseados em skyrmions, onde a retenção e manipulação dessas texturas magnéticas são importantes para aplicações tecnológicas, como em memórias magnéticas. Portanto, entender e controlar as barreiras de energia é essencial para garantir a integridade e o tempo de vida dos skyrmions nesses dispositivos.

O estudo dos mecanismos de aniquilação de skyrmions em geometrias planas revelou uma gama de processos, demonstrando que tanto a contração quanto a expansão são rotas possíveis para a aniquilação de skyrmions, mas a fuga de skyrmions pela borda do nanodisco emerge como o mecanismo mais provável devido à sua baixa barreira de energia (RIVEROS A., 2021; ROHART; MILTAT; THIAVILLE, 2016). Nesse contexto, focamos agora em determinar as barreiras de energia associadas ao deslocamento do centro do skyrmion l a partir do centro da gaussiana, em função de τ , para um skyrmion posicionado em três posições distintas ao longo da superfície Gaussiana, conforme ilustrado na Fig. 10. A variação da energia do skyrmion com a distância l está intrinsecamente ligada ao sinal de τ . Especificamente, para $\tau > 0$, observa-se uma diminuição da energia do skyrmion com o aumento de l . Consequentemente, à medida que o skyrmion se afasta de $l = 0$ nm (pontos vermelhos), uma redução na energia total é evidente, exemplificada pelos níveis de energia decrescentes representados pelas curvas de $l = 40$ nm (quadrados pretos) e $l = 80$ nm (estrelas azuis). Esses achados sugerem uma tendência dos skyrmions em sistemas convexos a deslizar pela superfície e escapar pela borda. Por outro lado, para $\tau < 0$, os resultados indicam um aumento na energia do skyrmion em função de l , indicando uma tendência dos skyrmions a permanecerem fixos em $l = 0$ nm em sistemas côncavos. Essas observações estão de acordo com os achados anteriores de Korniienko *et al.* (KORNIENKO *et al.*, 2020), que analisaram o movimento de skyrmions em um defeito curvo impulsionado pelo gradiente da curvatura da superfície.

Ao observarmos o comportamento de sistemas com $R_g = 100$ nm, fig's 9 e 10, constatamos que a geometria côncava ($\tau < 0$) proporciona uma maior estabilidade ao skyrmion, que tende a se fixar no centro da superfície curva. Esse comportamento está relacionado ao aumento do gradiente de curvatura da superfície, favorecendo a estabilização do skyrmion nessa configuração. Agora, é essencial investigar o impacto da geometria à medida que refinamos a forma da superfície Gaussiana, diminuindo o valor de R_g , ou melhor, aumentamos o gradiente de curvatura do sistema. Essa análise permitirá compreender como a redução da largura da protuberância da gaussiana afeta a estabilidade do skyrmion e, consequentemente, os mecanismos de aniquilação.

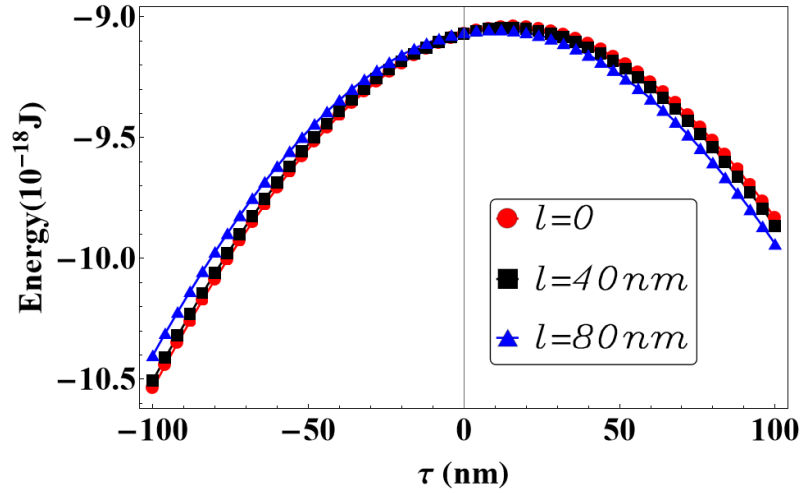


Figura 10 – Energia do skyrmion para diferentes valores de l em função de τ para um skyrmion com $R_s = 10nm$.

Para analisar minuciosamente o papel da geometria na estabilidade do skyrmion, determinamos a energia do skyrmion para sistemas com $R_g = 50$ e 75 nm e um parâmetro de curvatura $\tau = \pm 100$ nm. Os resultados, apresentados na Fig. 11, revelam que, embora o comportamento qualitativo da energia para geometrias côncavas permaneça consistente com o observado para $R_g = 100$ nm, onde temos o sistema com mais baixa energia o côncava ($\tau < 0$) e mínimos locais no caso côncavos com maiores R_s do que o caso convexo ($\tau > 0$).

Porém novas mudanças e investigações são observadas também na fig. 11, como a diminuição de R_g temos junto uma diminuição também da barreira de energia de contração $\Delta E_{S\downarrow}$. É apreciado do mesmo modo novas duas mudanças significativas na estabilidade dos skyrmions em geometrias convexas. Primeiramente, ao analisar a energia do skyrmion em função do seu raio para o caso $R_g = 50nm$, a diferença de energia entre skyrmions de grande e pequeno raio diminui, uma região de biestabilidade aparece, onde skyrmions com raios pequenos e grandes apresentam valores de energia semelhantes, como mostrado na fig. 11-(c). Esse fenômeno induzido pela curvatura é particularmente interessante, pois regiões de biestabilidade foram previamente observadas para skyrmions em discos planos apenas sob a influência de um campo magnético externo (RIVEROS A., 2021). Esse feito pode ser comparado com um efeito de curvatura, que pode ser tratado como o surgimento de um campo magnético efetivo (GAIDIDEI; KRAVCHUK; SHEKA, 2014), esse efeito se dá solução de skyrmion pela DMI (Interação de Dzyaloshinskii-Moriya) induzida pela curvatura e dirigida pela troca eq. 3.8. Isso difere do caso plano, no qual a DMI intrínseca, gerada pelo acoplamento spin-órbita, é necessária para estabilizar o skyrmion.

O segundo fenômeno notável nos sistemas convexas é uma mudança no potencial (atrativo ou repulsivo) quando R_g diminui. Conforme ilustrado nas Figuras 11-(b) e (d), o potencial muda de repulsivo para atrativo, diferindo do comportamento observado para

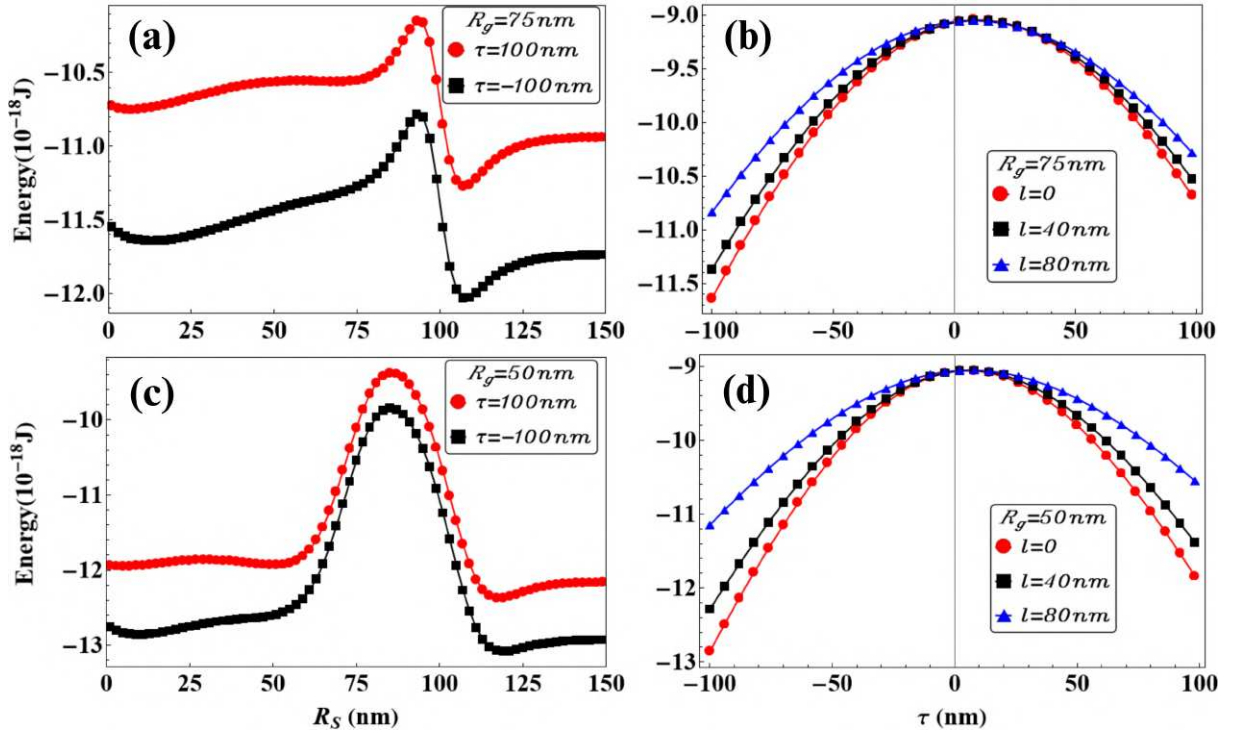


Figura 11 – Energia do skyrmion para uma superfície Gaussiana com raios $R_g = 75$ nm (a e b) e 50 nm (c e d). Os painéis (a) e (c) mostram a energia em função de R_s tanto para superfícies convexas (pontos vermelhos) quanto côncavas (quadrados pretos). Os painéis (b) e (d) exibem a energia do sistema em função de τ para um skyrmion em diferentes posições ao longo da protuberância.

um sistema convexo com $R_g = 100$ nm (veja a fig. 10). Isso sugere que existe um valor limiar onde a combinação de R_g e τ leva a uma geometria esférica, fazendo com que a energia do skyrmion se torne independente de sua posição na superfície da protuberância. Essa transição, de potenciais induzidos pela curvatura repulsivos para atrativos, em função da altura e largura da protuberância, também foi relatada nos trabalhos de Kravchuk e da Korniienko (KRAVCHUK et al., 2018; KORNIENKO et al., 2020).

Até o presente momento da investigação, os resultados demonstraram claramente a instabilidade do skyrmion durante seu deslocamento em direção às bordas do nanodisco, bem como seu encolhimento em superfícies convexas (considerando a polaridade específica do skyrmion analisada). A partir dessas observações, conduzimos uma análise mais robusta e detalhada acerca da energia e estabilidade dos skyrmions em um sistema côncavo, mas explorando agora as variações dos parâmetros R_s e l , com $\tau = 100$ nm.

Na fig. 12, apresentamos os perfis de energia de skyrmions com três valores distintos de R_s em função de l , comparando os resultados tanto para discos planos quanto para elevações com $\tau = -50$ nm e $\tau = -100$ nm. Em todos os cenários examinados, um padrão qualitativo consistente emerge, onde a energia do skyrmion aumenta com l . Notavelmente, ocorre uma queda distinta na energia além de um limiar dependente de R_s , sinalizando o início da aniquilação do skyrmion no nanodisco. Com o aumento da

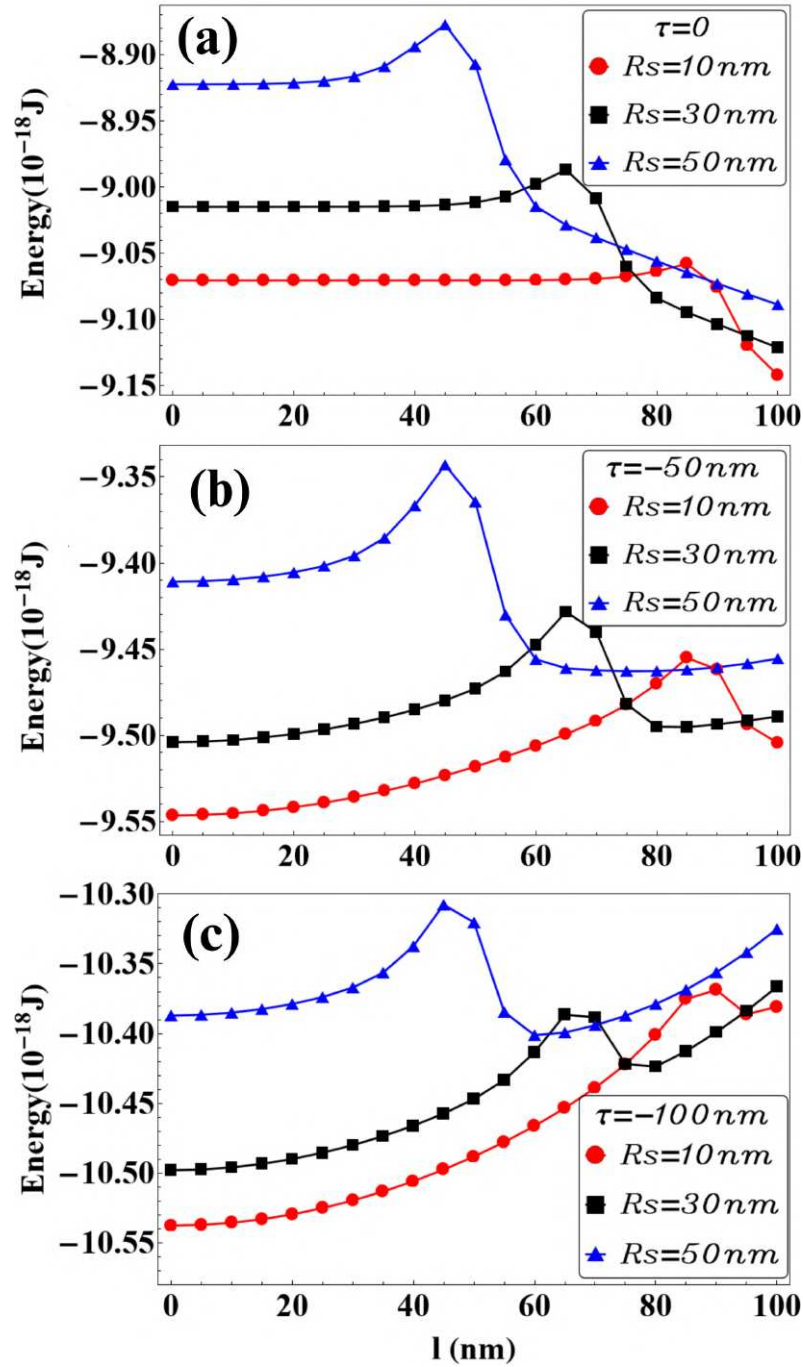


Figura 12 – Energia do skyrmion em função de l para skyrmions com três valores diferentes de R_s em um sistema com (a) $\tau = 0$, (b) $\tau = -50$ nm, e (c) $\tau = -100$ nm.

magnitude de τ , observa-se uma mudança no comportamento dos skyrmions de menor raio. Ao contrário do observado em discos planos, o aumento da energia em relação a l torna-se mais pronunciado para valores menores de R_s . De fato, conforme ilustrado na Fig. 12-c, a variação de energia para um skyrmion com $R_s = 10$ nm é aproximadamente $\Delta E \sim 0.16 \times 10^{-18}$ J, enquanto para $R_s = 50$ nm, é aproximadamente $\Delta E \sim 0.08 \times 10^{-18}$ J. Esses resultados sugerem uma expansão no raio do skyrmion conforme ele se desloca

do ponto curvado, em consonância com os achados da Korniienko et al. (KORNIENKO et al., 2020).

Por fim, o aumento acentuado da energia em função de R_s e l , mostrado na fig. 12, indica que a aniquilação do skyrmion em sistemas côncavos ocorre principalmente por contração, quando o skyrmion é estabilizado no centro da protuberância.

3.4 Estabilidade do skyrmion a longo prazo em superfícies curvas, por contração, expansão e deslocamento em direção à borda do nanodisco gaussiana.

Para dar início à análise da estabilidade a longo prazo do skyrmion em superfícies curvas, consideramos os processos de contração, expansão e deslocamento em direção à borda do nanodisco. Derivamos os valores de $\Delta E_{s\uparrow}$, $\Delta E_{s\downarrow}$ e $\Delta E_{s\rightarrow}$ em função de τ . Esses resultados nos permitem determinar a estabilidade a longo prazo do estado de skyrmion ao calcular as barreiras de energia que separam o skyrmion da configuração quase uniforme, utilizando a lei de Arrhenius-Néel $f = f_0 \exp(-\Delta E/k_B T)$, onde f representa a frequência de comutação, f_0 é o fator de Arrhenius-Néel, k_B é a constante de Boltzmann, e T é a temperatura. Assim, a estabilidade temporal $1/f$ cresce exponencialmente com as menores barreiras de energia e é proporcional a $1/f_0$, a frequência de tentativa f_0 corresponde a uma taxa de flutuação fundamental, relacionada às escalas de tempo características da dinâmica da travessia de barreiras, e geralmente se encontra na faixa de MHz (DESPLAT et al., 2018). Portanto, quanto maior a barreira de energia, menor a chance de o sistema sair do estado estável, aumentando a estabilidade.

Para obter a barreira de energia, $\Delta E_{s\rightarrow}$, referente à aniquilação do skyrmion por desvio do núcleo, analisamos o cenário energético completo, levando em consideração as variações em R_s e l para comparar as três barreiras de energia e determinar qual delas possui o menor valor, definindo o mecanismo dominante de aniquilação, conforme observamos na fig. 13. Mantendo constantes os parâmetros magnéticos e geométricos, a função $E(R_s, l)$ define uma superfície no espaço de configurações. Na fig. 13, ilustramos os resultados da forma da função $E(R_s, l)$ para os casos onde $\tau = 0$ (disco plano) e uma protuberância com $\tau = -100$ nm (superfície côncava), pois a estabilidade do skyrmion na superfície côncava é aumentada nesse tipo de curvatura em comparação com uma superfície convexa. Como pode ser observado, as superfícies de energia exibem pontos de sela, indicados por círculos vermelhos, que delimitam a fronteira entre os estados de skyrmion e uniformes, assim, o ponto de sela indica o ponto crítico do mapeamento 3D energético onde o skyrmion pode "escapar" do seu estado estável com o menor esforço energético. A barreira de energia para a aniquilação do skyrmion pelas bordas da superfície pode ser obtida usando $\Delta E_{s\rightarrow} = E_{sp} - E_m$, onde E_{sp} corresponde à energia do ponto de

sela, enquanto E_m é a energia do estado de skyrmion (em $l = 0$). O ponto de sela emerge quando $R_s \in [10, 20]$ nm, como mostrado nas visualizações ampliadas.

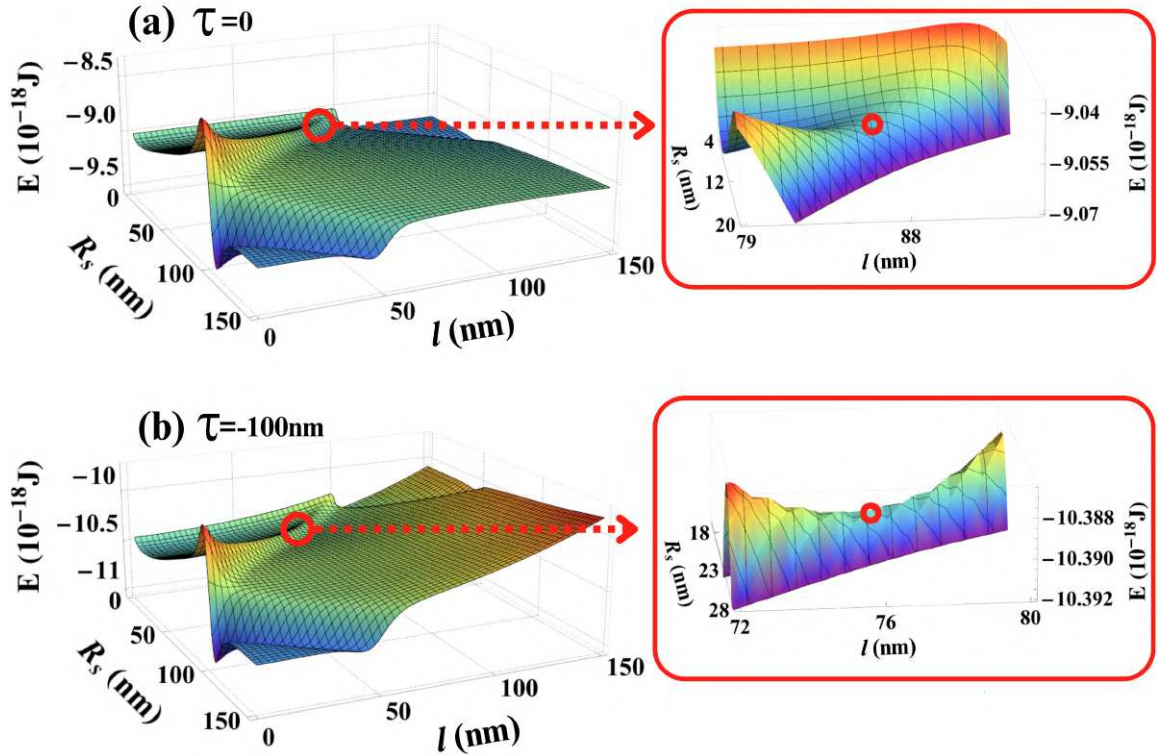


Figura 13 – Energia do skyrmion em função dos parâmetros R_s e l para nanodiscos com (a) $\tau = 0$ e (b) $\tau = -100$ nm. Os círculos vermelhos destacam os pontos de sela identificados nas visualizações ampliadas.

Agora iremos relacionar as três barreiras de energia, comparadas à energia térmica à temperatura ambiente $T = T_0 = 300$ K, é apresentada na Fig. 14. Essas barreiras são plotadas em função do parâmetro de curvatura da saliência τ . O ponto de sela ocorre quando o raio do skyrmion R_s está no intervalo de $[10, 20]$ nm. Para essa análise, foi utilizado o valor médio $R_s = 16$ nm, que é representativo do comportamento de aniquilação do skyrmion ao escapar para a borda do sistema.

A fig. 14-(b) mostra que a barreira de energia necessária para a aniquilação do skyrmion via expansão supera significativamente as barreiras correspondentes aos processos de contração e desvio. Isso indica que, para alturas maiores da saliência τ , o skyrmion tende a ser aniquilado principalmente por contração ou desvio de núcleo, como mostrado na fig. 14-(a), ao invés de se expandir. Em suma, a análise revela que o skyrmion se torna progressivamente mais estável com o aumento da curvatura côncava, sendo aniquilado por esses mecanismos apenas quando as condições de curvatura permitem.

Como previsto, a estabilidade do skyrmion é aumentada em superfícies côncavas em contraste com a configuração menos estável observada em superfícies convexas. De fato, para $\tau > 0$, o skyrmion não pode ser estável no centro da saliência e desliza até a

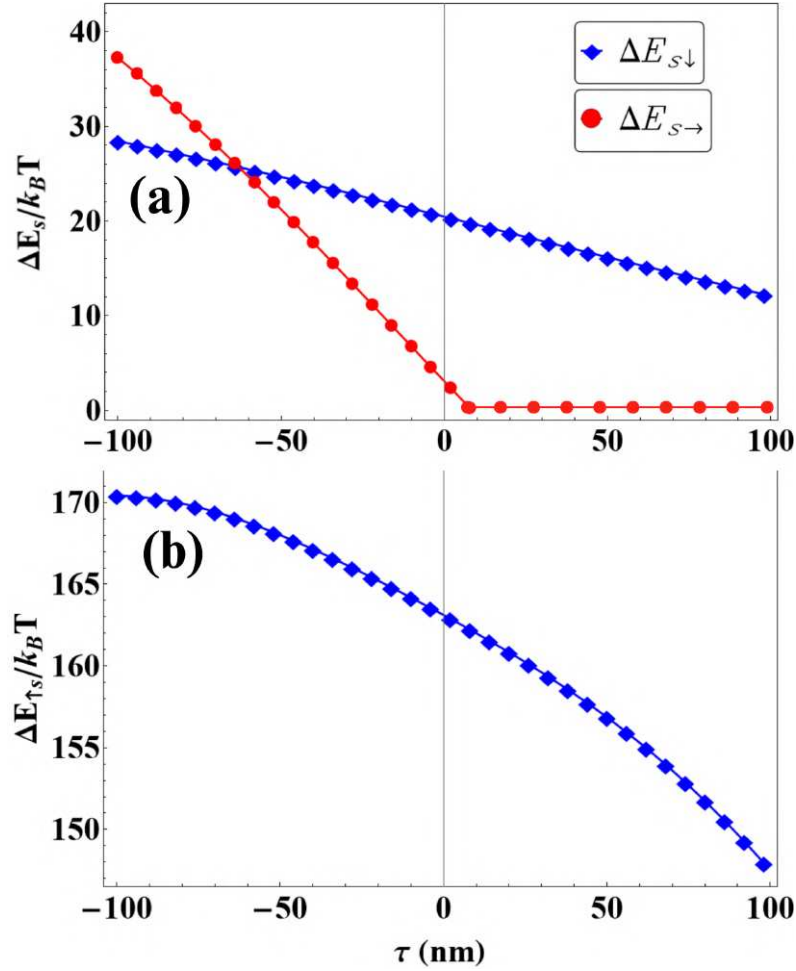


Figura 14 – Barreiras de energia para a aniquilação de skyrmion em função de τ , ilustrando cenários de (a) contração do núcleo, deslocamento do núcleo em direção à borda do nanodisco e (b) expansão do núcleo.

borda da superfície, onde é aniquilado, resultando em $\Delta E_{s\rightarrow} = 0$, já que a energia no ponto de sela é inferior à energia do estado de skyrmion, como analisamos na fig. 15, e apresentado na fig. 14-a com pontos em vermelhos, mostra um perfil típico da superfície de energia em uma superfície convexa. Obtivemos a energia do sistema como função de R_s e l para o caso de uma superfície convexa com $\tau = 100\text{nm}$, sob duas perspectivas diferentes. É possível observar que a figura 3D apresenta um ponto de sela abaixo do estado do skyrmion, sem obter mínimos locais para a energia. Portanto, como a contração do skyrmion resulta em um aumento da energia, nota-se que o skyrmion é aniquilado ao escapar pela borda do nanodisco

Por outro lado, quando a polaridade do núcleo do skyrmion é oposta ao vetor normal da superfície, ou seja, para uma superfície côncava, a menor barreira de energia aumenta aproximadamente de forma linear com a magnitude de τ , aumentando a estabilidade do skyrmion. Além disso, o cruzamento entre as curvas de barreiras de energia em um valor limite $\tau^* \approx -60$ nm mostra que, para a superfície côncava estudada, quando $\tau^* < \tau < 0$, a menor barreira de energia corresponde à aniquilação do skyrmion nas

bordas, enquanto para $\tau < \tau^*$, a menor barreira de energia corresponde à aniquilação por contração do núcleo.

Portanto, quando a magnitude da altura da saliência aumenta além do valor limite τ^* , a saliência gera um cenário em que o skyrmion seria resistente ao deslocamento, atingindo a menor barreira de energia próxima a $30 k_B T_0$, mostrando que o skyrmion seria estável no centro da saliência, com uma vida útil na ordem de meses à temperatura ambiente, antes de ser aniquilado por contração do núcleo devido a flutuações térmicas. Essa longa estabilidade de vida do skyrmion em superfícies curvas é completamente diferente da estabilidade de vida muito curta observada em discos planos (RIVEROS A., 2021; ROHART; MILTAT; THIAVILLE, 2016), corroborada pelos resultados apresentados na Fig. 10-a para $\Delta E_{s \rightarrow} \approx 2k_B T_0$ resulta em uma vida útil do skyrmion na ordem de poucos ns à temperatura ambiente, sendo rapidamente aniquilado por flutuação térmica na borda do disco. Para evitar essa rápida aniquilação em discos planos, seria necessário um estímulo externo, como um campo magnético perpendicular, para permitir a estabilidade térmica do skyrmion à temperatura ambiente (RIVEROS A., 2021).

Vale ressaltar que a curvatura do nanodisco magnético aumenta fortemente a estabilidade térmica dos skyrmions, mesmo na ausência de um campo magnético externo. Os resultados aqui apresentados estão alinhados com os da Informação Suplementar da ref. (KRAVCHUK et al., 2018), que indicam que a troca espontânea entre estados com cargas topológicas idênticas ou diferentes, devido a ativações térmicas, não é viável à temperatura ambiente. Isso se deve ao fato de que a energia necessária para superar as barreiras de energia associadas a essas transições é geralmente maior do que a energia térmica disponível. Assim, em condições normais, os skyrmions tendem a permanecer em suas configurações atuais, em vez de alternar entre estados, resultando em uma maior estabilidade. A curvatura do nanodisco magnético desempenha um papel crucial, pois aumenta essa estabilidade térmica, tornando os skyrmions mais resistentes a mudanças indesejadas, mesmo na ausência de campos magnéticos externos.

3.5 Conclusões parciais

Em conclusão, este estudo proporcionou uma análise abrangente da estabilidade térmica dos skyrmions em sistemas magnéticos curvos. Estabelecemos que a curvatura da superfície é um fator crítico que influencia a estabilidade dos skyrmions, afetando tanto os processos de contração e expansão quanto o deslocamento em direção às bordas dos nanodiscos. Nossos resultados demonstram que os skyrmions apresentam uma estabilidade significativamente maior em superfícies côncavas, para o núcleo apontando para dentro da curvatura, em comparação ao seu comportamento em superfícies convexas, onde a estabilidade é notavelmente reduzida.

Além disso, mostramos que as barreiras de energia associadas ao encolhimento dos skyrmions e à fuga pela borda do disco são comparáveis em magnitude dentro de sistemas curvos. Ao mapear minuciosamente a fig.13, identificamos pontos de sela que separam os estados de skyrmion das configurações uniformes por meio do deslocamento do centro do skyrmion em relação ao centro do nanodisco. Notavelmente, nossas descobertas revelam que a estabilidade térmica dos skyrmions em sistemas curvos pode ser marcadamente aprimorada em comparação com sistemas planos, mesmo na ausência de campos magnéticos externos.

Essas percepções não apenas aprofundam nossa compreensão fundamental dos skyrmions em geometrias curvas, mas também abrem novas oportunidades para o design e otimização de dispositivos magnéticos que utilizam skyrmions com estabilidade melhorada. Este trabalho estabelece as bases para futuras pesquisas voltadas para a exploração das propriedades únicas dos skyrmions em aplicações práticas.

Por fim, destacamos que os resultados apresentados neste capítulo foram publicados no periódico *Journal of Applied Physics* ([SILVA-JUNIOR et al., 2024a](#)).

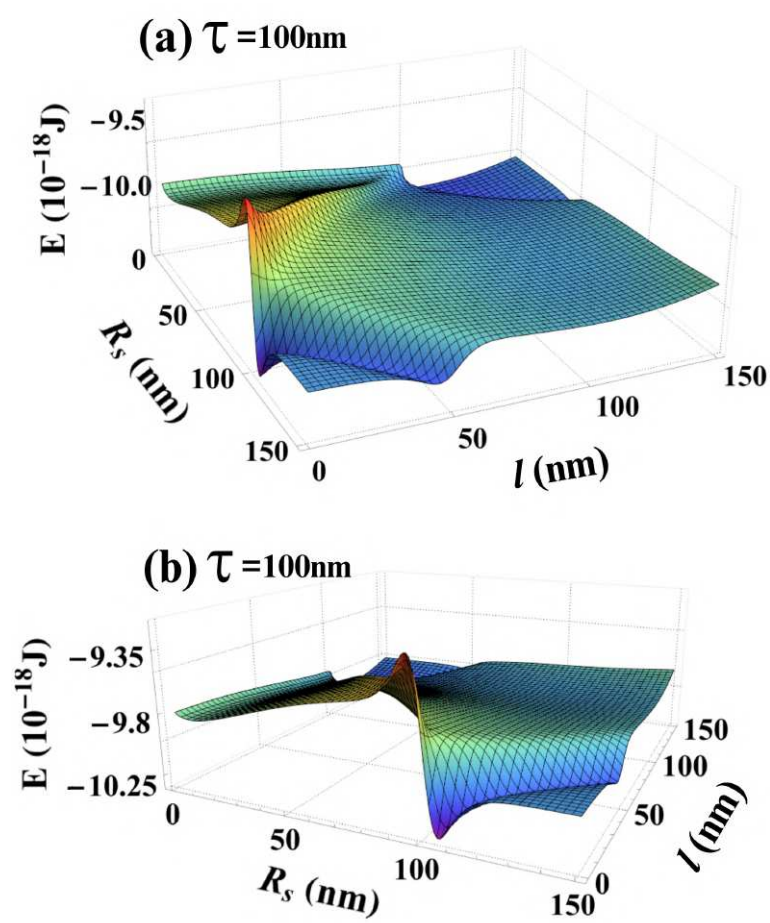


Figura 15 – Energia do skyrmion em função dos parâmetros R_s e l para nanodiscos com $\tau = 100\text{ nm}$ a partir de duas perspectivas diferentes.

4 ESTABILIDADE DE BIMERONS E COM- PORTAMENTO NÃO RECÍPROCO EM NANODISCOS MAGNÉTICOS

Bimerons magnéticos, texturas de spin solitônicas com a mesma topologia dos skyrmions, têm atraído atenção pelo seu potencial em aplicações espintrônicas. Neste trabalho, exploramos as condições de estabilização e as características energéticas de bimerons em um nanodisco circular por meio de simulações micromagnéticas e cálculos analíticos. Examinamos como o tamanho, a posição e a orientação dos núcleos do meron e do antimeron dependem do eixo fácil induzido pela anisotropia. Nossos resultados demonstram que a orientação do bimeron em relação ao estado homogêneo circundante é fortemente influenciada pelo tipo de interação de Dzyaloshinskii-Moriya. Adicionalmente, mostramos uma dependência energética não-recíproca em relação à posição do bimeron dentro do nanodisco. Observamos também que o tamanho do bimeron diminui com o aumento da anisotropia, e sua posição de equilíbrio é deslocada do centro do nanodisco. Além disso, uma análise das barreiras de energia revela que a contração do bimeron é o mecanismo de aniquilação predominante sob flutuações térmicas. Esses insights são valiosos para o desenvolvimento de dispositivos magnéticos que exigem controle preciso de texturas de spin topológicas.

4.1 MODELO

Texturas magnéticas solitônicas são candidatas promissoras para dispositivos tecnológicos baseados em conceitos de espintrônica (HIROHATA *et al.*, 2020; TORREJON *et al.*, 2017; GROLLIER *et al.*, 2020; PARKIN; YANG, 2015; TOMASELLO *et al.*, 2017). Esses padrões de magnetização solitônicos podem ser descritos formalmente utilizando a teoria de homotopia, que caracteriza solitons por meio do mapeamento da esfera no espaço de spins \mathbf{m} no espaço físico. Neste contexto, skyrmions e bimerons são classificados como texturas solitônicas pertencentes à primeira classe do segundo grupo de homotopia $\Pi_2(S)$, sendo caracterizados por uma carga topológica Q . Embora skyrmions e bimerons compartilhem a mesma classificação topológica, eles diferem fundamentalmente em suas configurações de magnetização. A simetria de magnetização $\mathcal{O}(3)$ permite dois perfis solitônicos distintos, dependendo do comportamento da magnetização a grandes distâncias a partir do centro do soliton (a chamada distribuição de campo distante). Para um skyrmion, a magnetização normalizada obedece a $\mathbf{m}(\rho \rightarrow \pm\infty) \rightarrow (0, 0, m_z = \pm 1)$, enquanto para um bimeron, ela é plana no infinito, $\mathbf{m}(\rho \rightarrow \pm\infty) \rightarrow (m_x, m_y, 0)$, onde ρ é a distância

radial a partir do centro da textura.

Prevê-se que skyrmions e bimerons apareçam em sistemas magnéticos com interações quirais, em que suas estabilidades são determinadas pela direção do eixo fácil imposta pela anisotropia (GÖBEL; MERTIG; TRETIAKOV, 2021). Como compartilham a mesma carga topológica, estudos têm demonstrado que essas texturas podem ser convertidas entre si modificando a anisotropia local (ZHANG et al., 2024) ou aplicando um campo magnético no plano (KUCHKIN; KISELEV, 2020). No entanto, apesar de pertencerem ao mesmo setor topológico e grupo de homotopia, suas estabilidades e dinâmicas induzidas por corrente apresentam diferenças fundamentais. Por exemplo, foi demonstrado que bimerons podem percorrer distâncias maiores que skyrmions ao longo de uma nanoestrutura (ARAÚJO et al., 2020). Essas diferenças são atribuídas a distorções no perfil magnético das estruturas, que podem alterar o tensor dissipativo (TEIXEIRA et al., 2021), resultando em comportamentos dinâmicos distintos para ambos os tipos de solitons (SCHULZ et al., 2012; JUGE et al., 2019). Assim, a configuração de magnetização assimétrica dos bimerons leva a propriedades distintas em comparação com outras texturas.

Este trabalho investiga as condições de estabilização e as propriedades energéticas dos bimerons confinados em um nanodisco circular utilizando simulações micromagnéticas e métodos analíticos. Nossos resultados revelam que a orientação dos núcleos do meron e do antimeron depende fortemente do tipo de interação de Dzyaloshinskii-Moriya, e um comportamento energético não recíproco emerge em função da posição do bimeron dentro do nanodisco. Além disso, à medida que a anisotropia aumenta, o tamanho do bimeron diminui, e sua posição estável se desvia ligeiramente do centro do nanodisco.

A análise das barreiras de energia relacionadas a três mecanismos indica que a contração do bimeron é o processo mais provável para sua aniquilação sob flutuações térmicas. O sistema consiste em um nanodisco cilíndrico com raio R e altura $h \ll R$, de modo que a magnetização \mathbf{M} permanece uniforme ao longo do eixo z , dependendo das coordenadas cilíndricas definidas pela distância radial ρ e pelo ângulo de rotação azimutal φ , conforme mostrado na Fig.16-(a). Para caracterizar as propriedades magnéticas dentro do nanodisco, utilizamos o formalismo micromagnético, onde o campo de magnetização $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ é descrito por uma função vetorial contínua que depende da posição \mathbf{r} dentro do material magnético. A magnetização normalizada é parametrizada como $\mathbf{m} = \frac{\mathbf{M}}{M_s} = \sin \theta \cos \phi \mathbf{x} + \sin \theta \sin \phi \mathbf{y} + \cos \theta \mathbf{z}$, onde $\theta \equiv \theta(\rho, \varphi)$ e $\phi \equiv \phi(\rho, \varphi)$ são os ângulos polar e azimutal do vetor de magnetização na base local, respectivamente. Aqui utilizamos a base cartesiana, pois ela corresponde a uma geometria plana, ao contrário da descrição do skyrmion em uma base curvilínea, como foi feito no capítulo anterior. M_s representa a magnetização de saturação.

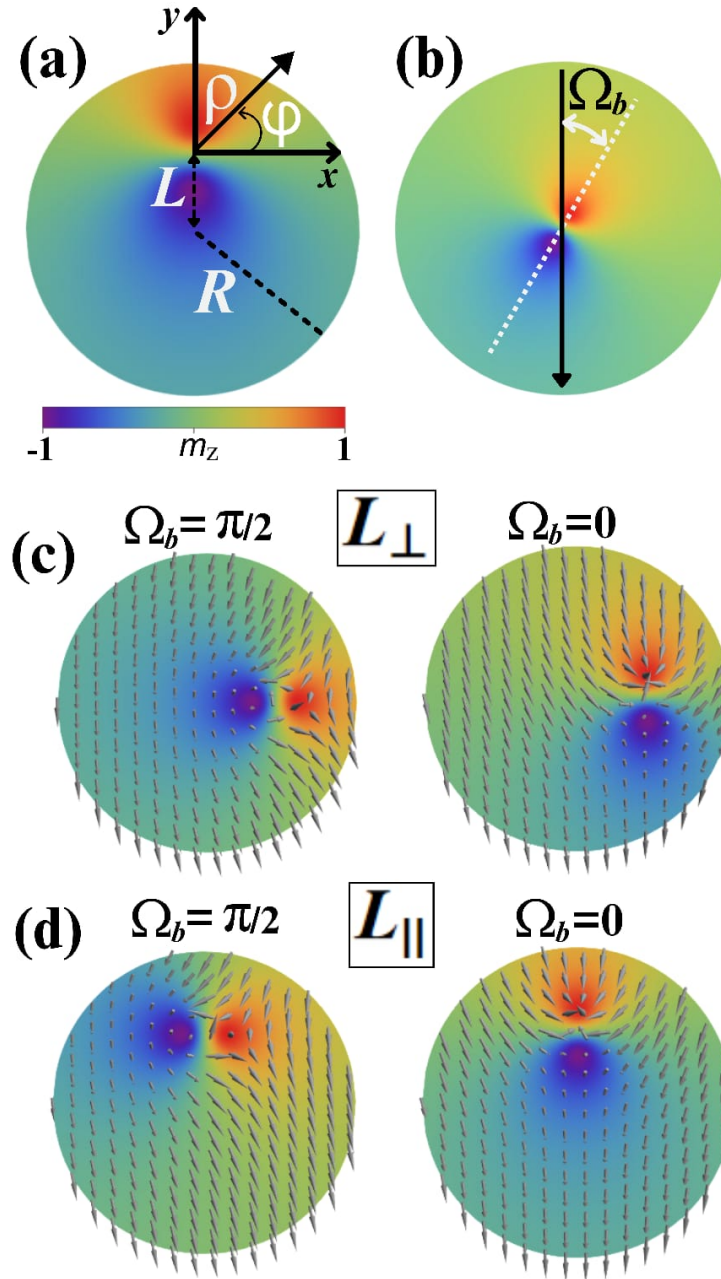


Figura 16 – Parâmetros geométricos do sistema em consideração. O painel (a) ilustra um bimeron dentro de um nanodisco de raio R , deslocado por uma distância L do centro do disco, sendo o painel (b) o bimeron orientado por um ângulo Ω_b . Os painéis (c) e (d) mostram bimerons orientados em diferentes ângulos Ω_b , com seus núcleos alinhados perpendicularmente e paralelamente à magnetização do far-field. As setas representam os estados relaxados obtidos a partir de simulações micromagnéticas.

4.2 Estabilização de Bimerons com Interação DMI Conforme alinhamento ao Far-Field

Nesta seção, analisamos a configuração do bimeron em sistemas magnéticos e exploramos as condições de contorno que contribuem para a estabilização dessa estrutura.

A configuração de bimeron é obtida ao impor a condição de contorno $\mathbf{m} \rightarrow \pm \mathbf{y}$ quando $\mathbf{r} \rightarrow \infty$, indicando que a magnetização se alinha em direções opostas nas regiões distantes do núcleo do bimeron.

Essa estrutura de magnetização compreende dois elementos principais: um meron (ou vórtice) e um antimeron (ou antivórtice), ambos com polaridades opostas. A carga topológica total da configuração é dada por $Q = pq$, onde $p = \pm 1$ indica a polaridade do núcleo do meron ou antimeron. Especificamente, $p = +1$ representa uma magnetização do núcleo apontando para cima ($+\mathbf{z}$), enquanto $p = -1$ representa uma magnetização do núcleo apontando para baixo ($-\mathbf{z}$). O parâmetro q descreve a quiralidade dos merons: $q = +1$ corresponde a um vórtice, enquanto $q = -1$ indica um antivórtice. Assim, a configuração de bimeron possui uma carga topológica $Q = 1$, o que caracteriza uma estrutura estável e singular dentro do sistema magnético.

Para modelar matematicamente essa configuração soliton, utilizamos a solução de Belavin-Polyakov (BELAVIN; POLYAKOV, 1975), que oferece uma representação precisa do perfil de magnetização que define o bimeron e suas propriedades energéticas,

$$\theta_b = \cos^{-1} \left(\frac{R_b \mathcal{C}_\varphi}{\rho^2 + \frac{R_b^2}{4}} \right), \quad (4.1)$$

$$\phi_b = \tan^{-1} \left(\frac{\mathcal{C}_\varphi - \frac{R_b}{2}}{\mathcal{S}_\varphi} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{\mathcal{C}_\varphi + \frac{R_b}{2}}{\mathcal{S}_\varphi} \right) + \varphi_0, \quad (4.2)$$

onde $\mathcal{C}_\varphi = \rho \sin(\varphi + \Omega_b)$ e $\mathcal{S}_\varphi = \rho \cos(\varphi - \Omega_b)$. O parâmetro R_b denota o raio do bimeron, definido como a distância entre os núcleos do vórtice e do antivórtice. O ângulo Ω_b representa a orientação entre a linha que conecta os núcleos do bimeron e a magnetização no far-field, que, em nosso trabalho, está alinhada com a direção $-\mathbf{y}$. Para $\Omega_b = 0$, os núcleos do bimeron estão alinhados paralelamente à magnetização no far-field. Em contraste, quando $\Omega_b = \pi/2$, os núcleos do bimeron se alinham perpendicularmente ao far-field, como ilustrado na Fig. 16 (b) e (c), onde os núcleos do meron e do antimeron são destacados pelas regiões vermelha e azul, respectivamente. A fase φ_0 determina a orientação da magnetização no far-field. Em particular, $\varphi_0 = -\pi/2$ define que a magnetização no far-field se orienta ao longo da direção $-\mathbf{y}$, conforme mostrado nas Figs. 16 (b) e (c). Nossos cálculos incluem uma análise da energia do bimeron em função da distância L do centro de massa do bimeron ao centro do disco. Isso é mostrado na Fig. 16, onde L_{\parallel} (L_{\perp}) representa os deslocamentos do bimeron nas direções paralela e perpendicular à magnetização do far-field, respectivamente.

A energia magnética total é dada pelas contribuições das interações de troca, DM, anisotropia e dipolares, escrita como,

$$E = h \int_S (\mathcal{E}_x + \mathcal{E}_a + \mathcal{E}_D + \mathcal{E}_d) dS + h R \int_0^{2\pi} \mathcal{E}_d^e d\varphi, \quad (4.3)$$

onde \mathcal{E}_x , \mathcal{E}_D e \mathcal{E}_a são as densidades de energia de troca, DM e anisotropia. A densidade de energia dipolar é modelada como uma anisotropia de forma, compreendendo duas contribuições: \mathcal{E}_d , associada às superfícies superior e inferior do nanodisco, e \mathcal{E}_d^e , que se refere à superfície cilíndrica da borda do disco. A primeira integral é realizada ao longo da superfície superior do nanodisco, cujos limites são $\rho \in [0, R_m]$ e $\varphi \in [0, 2\pi]$, onde R_m é um parâmetro dependente de L e é determinado usando o centro do bimeron como referencial para as integrais. Nesse caso, $R_m = -L \sin \varphi + \sqrt{R^2 - L^2 \cos^2 \varphi}$ para L_{\parallel} e $R_m = -L \cos \varphi + \sqrt{R^2 - L^2 \sin^2 \varphi}$ para L_{\perp} . Finalmente, h denota a espessura do nanodisco.

A densidade de energia de troca, o primeiro termo da eq. 4.3, é expressa como $\mathcal{E}_x = A(\nabla \mathbf{m})^2$, onde A é a rigidez de troca e ∇ é o operador gradiente escrito no sistema de coordenadas cilíndricas. Consideramos um material magnético quiral caracterizado pela interação de Dzyaloshinskii-Moriya (DM) para estabilizar um padrão solitônico. Analisamos tanto as interações DM a bulk quanto interfaciais, sendo o terceiro termo da eq. 4.3, representadas respectivamente por $\mathcal{E}_D^B = D \mathbf{m} \cdot (\nabla \times \mathbf{m})$ e $\mathcal{E}_D^I = D [m_z(\nabla \cdot \mathbf{m}) - (\mathbf{m} \cdot \nabla)m_z]$, onde D é a constante DM e m_z é a componente da magnetização ao longo da direção z .

Para garantir que a magnetização no campo distante aponte na direção do plano, nosso modelo incorpora uma anisotropia de eixo fácil na direção \mathbf{y} , segundo termo da eq. 4.3, definida por $\mathcal{E}_a = K(\mathbf{m} \cdot \mathbf{y})^2$, onde $K < 0$. A densidade de energia dipolar associada às superfícies superior e inferior, quarto termo da eq. 4.3, é dada por $\mathcal{E}_d = K_d(\mathbf{m} \cdot \mathbf{z})^2$, caracterizada pela constante $K_d = -\mu_0 M_s^2/2$, onde μ_0 é a permeabilidade do vácuo e M_s é a magnetização de saturação.

Finalmente, o ultimo termo da eq. 4.3 a energia dipolar relacionada à superfície cilíndrica da borda do disco é expressa como $\mathcal{E}_d^e = K_d(\mathbf{m} \cdot \varphi)^2$, o que promove o alinhamento dos momentos magnéticos tangencialmente ao longo da borda do disco, minimizando assim a formação de cargas de superfície magnetostática.

A partir de agora, consideramos os parâmetros magnéticos correspondentes a um sistema assimétrico de múltiplas camadas Co/Pt, caracterizado por uma magnetização de saturação de $M_s = 580$ kA/m, uma constante de troca $A = 15$ pJ/m, e um parâmetro DM de $D = 3$ mJ/m². Vale ressaltar que o sistema Co/Pt é conhecido por exibir uma forte interação DM interfacial (YANG et al., 2015). No entanto, adotamos esse conjunto de parâmetros magnéticos também para investigar sistemas com interação DM Bulk, uma vez que os valores fornecem um ponto de partida relevante para o estudo das propriedades do bimeron em diferentes configurações materiais. Como parâmetros geométricos do nanodisco, adotamos um raio de $R = 100$ nm e uma espessura de $h = 6$ nm. Portanto, Co/Pt é conhecido por exibir uma forte DMI interfacial (DOROKHIN et al., 2022; YANG et al., 2015), permitindo a estabilização de skyrmions mesmo em estruturas multicamadas

mais espessas, com espessuras totais de filme variando de 5 a 10 nm (HE et al., 2018).

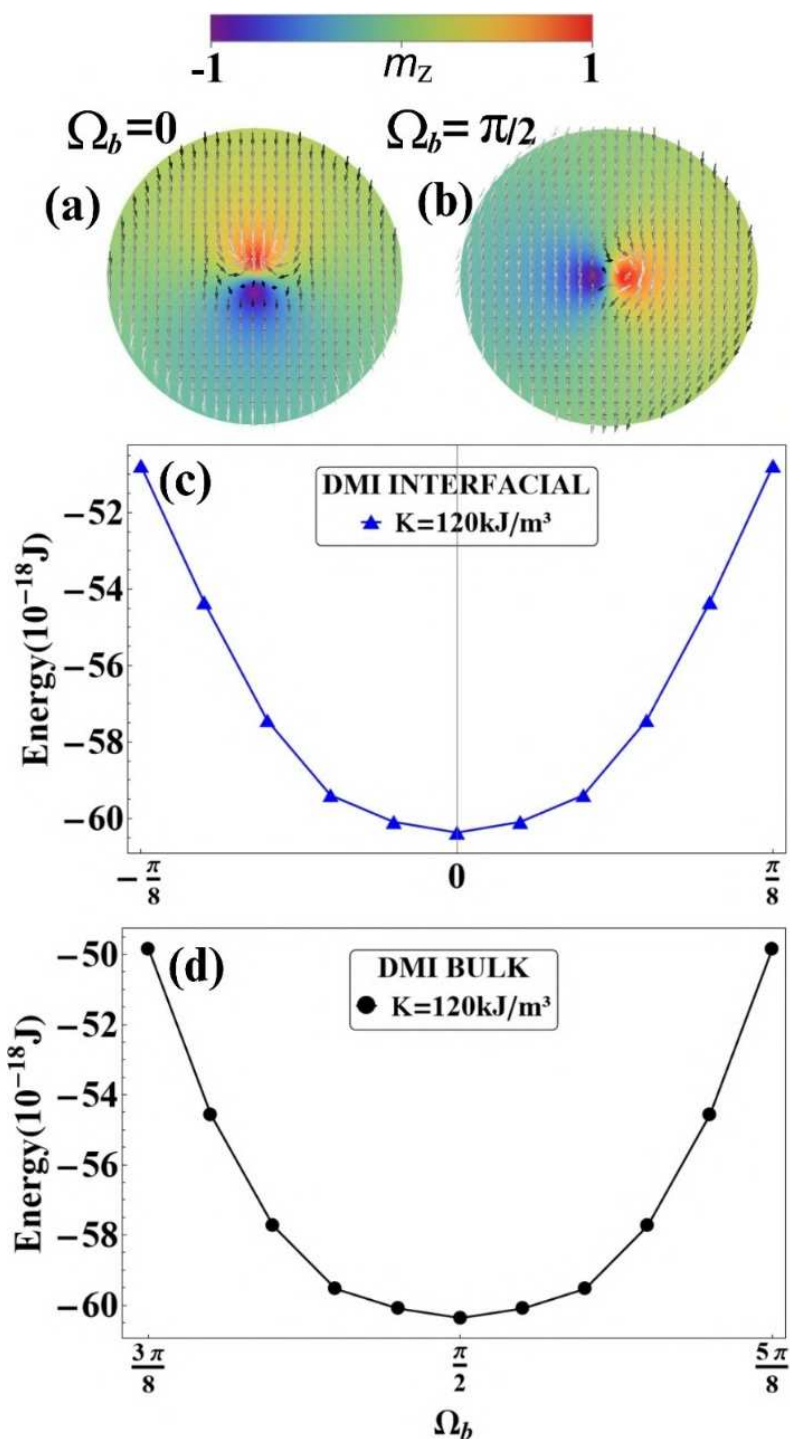


Figura 17 – Os painéis (a) e (b) mostram a configuração magnética obtida por simulações micromagnéticas, considerando respectivamente uma interação DM interfacial e a bulk. O mapa de cores descreve a componente z da magnetização conforme o ansatz de Belavin-Polyakov. O painel (c) mostra a energia do bimeron como uma função de Ω_b para a interação DM interfacial (triângulos azuis) e DM bulk (pontos pretos). As linhas são guias para os olhos.

Realizamos simulações micromagnéticas para investigar a faixa de valores de anisotropia nos quais um bimeron pode alcançar estabilidade. Utilizamos o código Mu-

max3 (VANSTEENKISTE et al., 2014), que resolve a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LANDAU; LIFSHITZ, 1935; GILBERT, 2004) por meio de cálculos de elementos finitos. Em nossas simulações, usamos células cúbicas de tamanho 2 nm. Nossos resultados revelam que os bimerons são estáveis para diferentes faixas de anisotropia em sistemas com interação DM bulk ($K = [0.4 \times 10^5, 1.6 \times 10^5]$ J/m³) e interfacial ($K = [10^5, 2.2 \times 10^5]$ J/m³). Com base na faixa de valores de anisotropia obtida, a maioria dos nossos resultados considera uma constante de anisotropia $K = 120$ kJ/m³. O bimeron obtido por simulações micromagnéticas para interações DM interfacial e a bulk com esse valor de anisotropia é ilustrado pelas setas nas fig. 17-(a) e (b). Observa-se que o estado relaxado estabelece uma orientação preferencial do bimeron dependendo do tipo de interação DM. Especificamente, o bimeron estabilizado pela interação DM interfacial alinha-se com a distribuição do far-field. Em contraste, o bimeron em um sistema com interação DM bulk alinha-se perpendicularmente à orientação do far-field. Destacamos que os mapas de cores nas fig. 17-(a) e (b) representam a componente z da magnetização descrita pelo ansatz de Belavin-Polyakov. Observa-se uma boa concordância entre o modelo analítico e os perfis magnéticos das simulações micromagnéticas, confirmando que o ansatz descreve com precisão um bimeron dentro do nanodisco.

Após demonstrarmos a estabilidade dos bimerons em nanodiscos, realizamos cálculos analíticos para determinar a energia em função de Ω_b , com o objetivo de identificar a orientação angular de equilíbrio dos bimerons em sistemas com interações DM interfacial e de bulk. Os resultados, apresentados na Fig. 17-(c), mostram que a orientação do bimeron é fortemente influenciada pelo tipo de interação DM. Para a interação DM bulk, o mínimo de energia ocorre em $\Omega_b = \pi/2$, já para a DMI interfacial, o mínimo é alcançado em $\Omega_b = 0$. Em ambas as interações, observamos um máximo de energia na orientação $\Omega_b = \pi/4$, devido ao aumento da energia de anisotropia de eixo fácil nessa configuração. Esses resultados analíticos corroboram os estados finais obtidos nas simulações micromagnéticas.

A orientação do bimeron dependente do tipo de DMI também foi confirmada por simulações atomísticas, que modelam as interações magnéticas em escala atômica e permitem observar como os spins atômicos se organizam em resposta a diferentes tipos de interações DM. Essas simulações exploraram a conversão induzida por campo entre bimerons e skyrmions, evidenciando a dinâmica detalhada do rearranjo dos spins individuais, o que aprofunda nossa compreensão sobre como essas configurações emergem e se estabilizam em diferentes condições (SOUZA et al., 2024).

Agora, analisamos a estabilidade do bimeron em relação a três processos fundamentais observados para skyrmions em nanodiscos com simetria circular, tanto planos (RIVEROS A., 2021; ROHART; MILTAT; THIAVILLE, 2016) quanto curvos (SILVA-JUNIOR et al., 2024b): contração, expansão e escape pela borda do nanodisco. Primeiramente, para essa análise, avaliamos a energia de um bimeron posicionado no centro

do nanodisco em função de R_b , que representa a distância entre os núcleos do meron e do antimeron. Os resultados, mostrados na Fig. 18 para as interações DM de bulk (a) e interfacial (b), consideram três valores diferentes da constante de anisotropia. Nossos achados revelam um mínimo local de energia dependente de K em ambos os casos, onde a distância entre os núcleos do meron e do antimeron que minimiza a energia diminui à medida que K aumenta. Isso ocorre porque uma anisotropia de eixo fácil mais elevada aumenta o custo energético para os momentos magnéticos se desviarem da direção \mathbf{y} , de forma semelhante às mudanças no tamanho e na forma dos skyrmions induzidas por campo e anisotropia (ROMMING et al., 2013; WANG et al., 2006). A redução global na energia do bimeron em função de K é atribuída ao alinhamento de uma grande região da distribuição do far field com a anisotropia de eixo fácil, o que contribui significativamente para a energia total.

O mínimo local de energia ocorre para $R_b \sim 3 - 10 \text{ nm}$ (dependendo de K), conforme a Fig. 18, indicando uma faixa de parâmetros magnéticos em que o bimeron se estabiliza no nanodisco, corroborando os resultados de simulações micromagnéticas. Além disso, os resultados mostram que o aumento de energia se torna mais acentuado conforme o raio do bimeron aumenta, devido à maior região de magnetização que aponta fora da direção de fácil magnetização. Adicionalmente, examinamos a energia do bimeron como uma função de R_b para valores de Ω_b em torno da posição de equilíbrio. Observamos que R_b diminui conforme Ω_b se desvia de seu valor de equilíbrio, eventualmente alcançando $R_b = 0$. Isso implica que, nessas condições, o bimeron se torna instável.

Agora, analisamos a energia do sistema em função de L para um bimeron com $R_b = 5 \text{ nm}$, que minimiza a energia total para $K = 120 \text{ kJ/m}^3$. Outros valores de R_b no intervalo $[3, 8] \text{ nm}$ também foram considerados, mas resultaram apenas em pequenas alterações quantitativas nos resultados. Examinamos dois casos de deslocamento do bimeron pela borda do nanodisco: perpendicular (L_{\perp}) e paralelo (L_{\parallel}) em relação à magnetização do far-field. Nossos resultados, mostrados na Fig. 19, indicam uma assimetria quando o bimeron se desloca em direções diferentes no nanodisco, apresentando uma menor variação de energia ao mover-se perpendicularmente à distribuição do far-field. De fato, a energia aumenta mais acentuadamente com L_{\parallel} em comparação com o deslocamento perpendicular para ambas as interações DM bulk e interfacial.

Observa-se que o mínimo de energia ocorre quando o bimeron se desvia ligeiramente de $L = 0$ para uma DMI bulk, evidenciando que a posição de equilíbrio do bimeron no nanodisco circular não está em seu centro, mas em uma posição de $L_{\perp} \approx 12 \text{ nm}$. Além disso, destacamos que para bimerons em um sistema com DMI bulk, deslocamentos ao longo de L_{\perp} apresentam um comportamento energético não recíproco quando o bimeron se move em direções positivas versus negativas ao longo do eixo \mathbf{x} , como mostrado na Fig. 19-(a). Este fato sugere uma preferência pelo escape do bimeron para a direita, caso alguma energia seja injetada no sistema por variações de temperatura, campos magnéticos

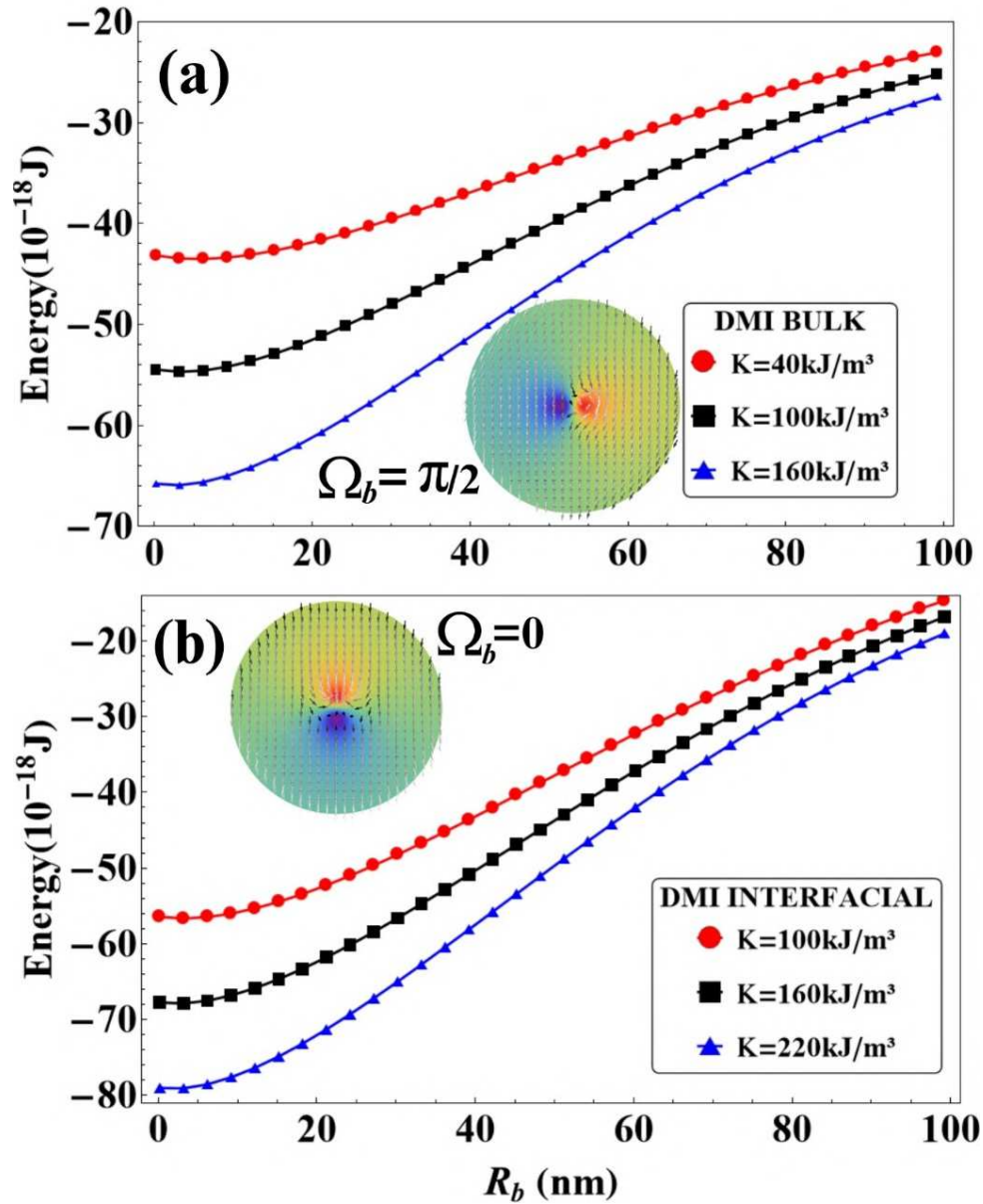


Figura 18 – Energia do bimeron em função de R_b . Os painéis (a) e (b) mostram, respectivamente, os resultados para DMI Bulk e interfacial, considerando três valores da constante de anisotropia.

ou densidades de corrente.

As variações de energia mais significativas observadas quando o bimeron se move paralelo à distribuição do far-field são particularmente interessantes, pois o ajuste preciso da anisotropia de eixo fácil poderia aumentar significativamente a estabilidade do bimeron durante o movimento ao longo de uma nanotrilha, potencialmente evitando sua aniquilação na borda da faixa devido ao efeito Hall do bimeron. Estudos anteriores já demonstraram a maior estabilidade de bimerons em comparação com skyrmions ao se deslocarem ao longo de uma nanotrilha (ARAÚJO et al., 2020), assim como a emergência de estados de borda de bimerons em nanotrilhas (MUROOKA et al., 2020). Também calculamos a energia do bimeron em função de L para vários valores da orientação do

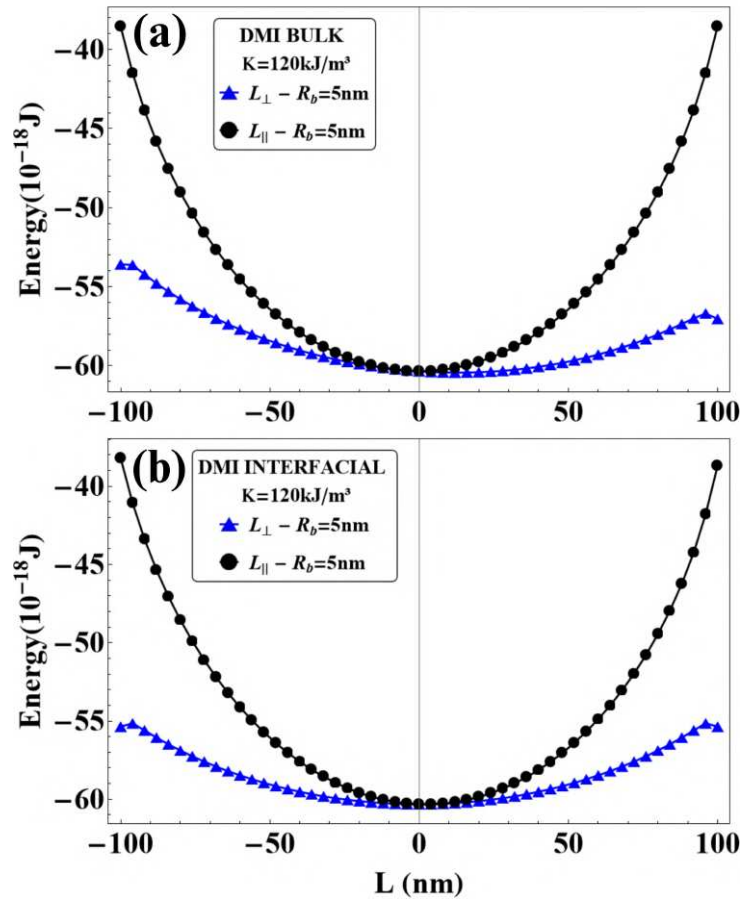


Figura 19 – Energia do bimeron em função de L , para deslocamentos perpendiculares (L_{\perp}) e paralelos (L_{\parallel}) em relação à magnetização do far-field. Os painéis (a) e (b) mostram os resultados para interações DM bulk e interfacial.

bimeron em relação à distribuição do far-field, constatando que o Ω_b que minimiza a energia permanece inalterado em relação ao de um bimeron centrado. Todos os resultados apresentados aqui consideram um sistema multicamada com espessura de $h = 6$ nm. No entanto, o modelo prevê que o comportamento qualitativo permanece inalterado para camadas mais finas, com variações quantitativas escalando proporcionalmente a h .

4.3 Avaliação Térmica da Estabilidade do Bimeron em Nanodiscos

Neste estudo, avaliamos as barreiras de energia envolvidas na aniquilação do bimeron em um nanodisco, considerando flutuações térmicas. Esta análise abrange três mecanismos distintos de aniquilação: contração do bimeron, expansão e escape em direção à borda do nanodisco. Para examinar esses processos, calculamos a energia total do bimeron em função de sua posição L ao longo do nanodisco, variando o raio do bimeron R_b para identificar o comportamento de estabilidade energética.

Para cada valor de L , determinamos o raio R_b que minimiza a energia total e comparamos este valor com o mínimo global de energia do sistema. Este procedimento

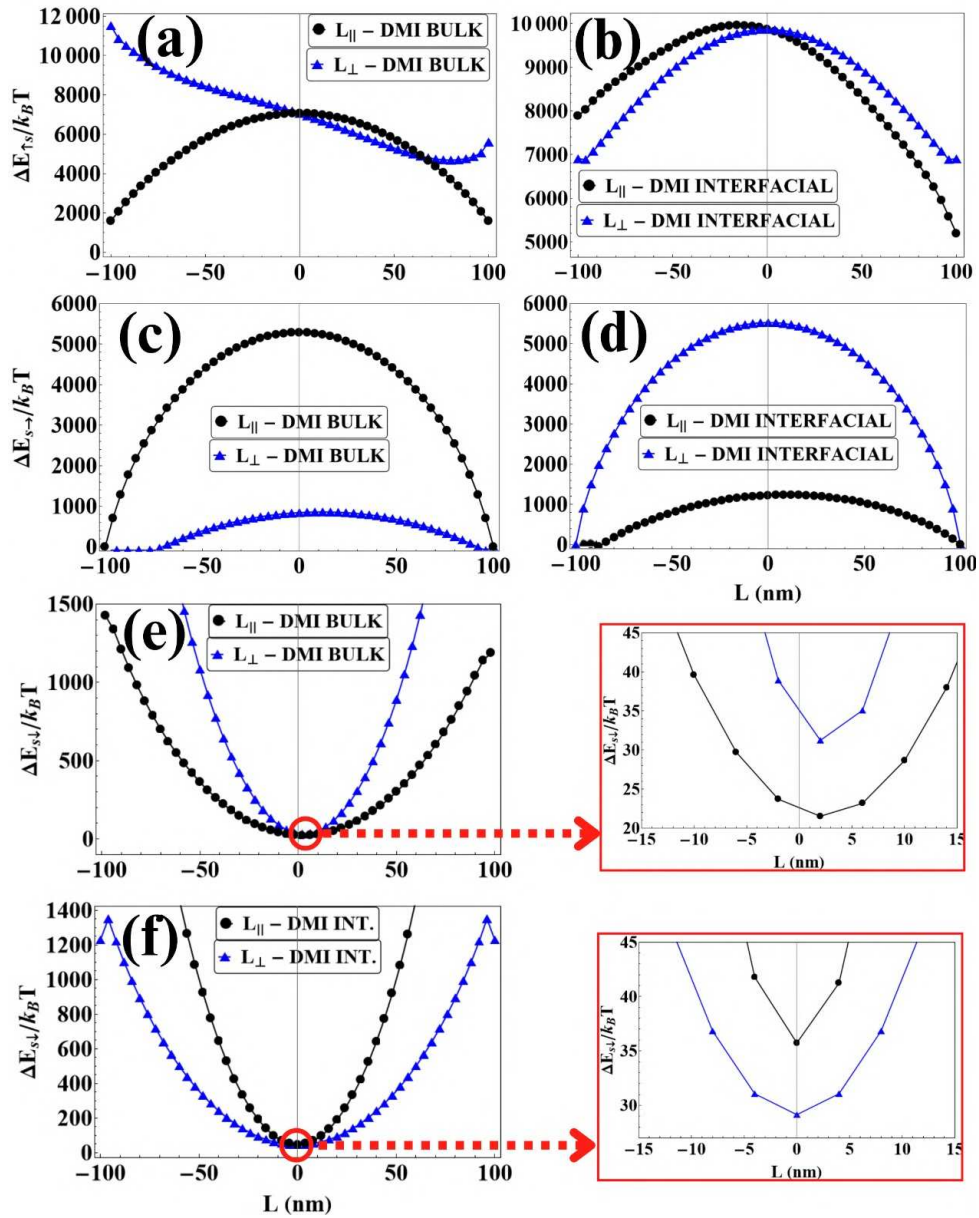


Figura 20 – Barreiras de energia para a aniquilação do bimeron em função de L_{\parallel} e L_{\perp} , considerando interações DM bulk e interfacial. Os painéis (a) e (b) ilustram a cenários de expansão do núcleo, (c) e (d) apresentam a barreira de energia para a aniquilação do bimeron através do deslocamento em direção à borda do nanodisco para $R_b = 5$ nm, (e) e (f) correspondem a cenários de contração do núcleo, com os respectivas ampliação a suas direitas para as imagens da região de menor barreira de energia.

nos permite identificar a barreira de energia associada a cada processo de aniquilação, definida como $\Delta E = E_m - E_0$, onde E_m representa o valor máximo da energia ao longo do caminho de aniquilação, e E_0 corresponde ao mínimo global de energia. Esse cálculo fornece uma visão quantitativa sobre a estabilidade do bimeron em relação à possibilidade de aniquilação induzida por efeitos térmicos.

A Figura 20 ilustra as barreiras de energia para os dois tipos de interação DM bulk

e interfacial, associadas aos três mecanismos de aniquilação. Para simplificar a análise, usamos as notações ΔE_{\uparrow} , ΔE_{\downarrow} e ΔE_{\rightarrow} para representar, respectivamente, as barreiras de energia para a aniquilação do bimeron via expansão, contração e deslocamento em direção à borda do nanodisco. Observa-se uma assimetria na energia do bimeron em função de L no caso de interação DMI bulk, refletindo-se na barreira de energia necessária para o bimeron escapar em direção à borda do nanodisco.

Além disso, constatamos que a barreira de energia mais baixa para a aniquilação do bimeron, sob flutuações térmicas, ocorre quando ele se contrai, como observado na Fig. 20. Esse comportamento difere do observado para skyrmions, onde a barreira de energia mais baixa para a aniquilação costuma estar associada ao deslocamento em direção à borda do disco (RIVEROS A., 2021; ROHART; MILTAT; THIAVILLE, 2016). Esses resultados sugerem que, em um sistema bimerônico, a aniquilação térmica tende a ocorrer via contração, devido ao menor custo energético desse processo, enquanto em sistemas skyrmionicos, a aniquilação tende a ocorrer via deslocamento para a borda.

Esse conhecimento sobre as barreiras de energia permite estimar a vida útil do bimeron em função da temperatura ambiente, que oferece uma descrição confiável e amplamente aceita dos processos termicamente ativados em sistemas magnéticos. Para tanto, usamos a lei de Arrhenius-Néel, descrita pela expressão $f = f_0 e^{-\Delta E/k_B T}$, onde f representa a frequência de transição entre estados, f_0 é o fator preditivo de Arrhenius-Néel, k_B é a constante de Boltzmann, e T a temperatura. A vida útil de estabilidade do bimeron, $t = 1/f$, aumenta exponencialmente conforme aumenta as barreiras de energia.

É importante destacar que a frequência f_0 está associada à taxa de flutuação fundamental relacionada ao processo de transposição de barreira, geralmente assumindo valores na faixa de MHz para skyrmions (DESPLAT et al., 2018). Em nosso estudo, adotamos o valor típico para skyrmions e, usando a barreira de energia mínima ($\Delta E/k_B T \approx 22$), observada nas Figuras 20 -(e) e (f), calculamos que a vida útil do bimeron é da ordem de horas à temperatura ambiente. Esse resultado indica que a estabilidade do bimeron é significativamente superior à dos skyrmions (RIVEROS A., 2021; ROHART; MILTAT; THIAVILLE, 2016) e skyrmioniums (JIANG et al., 2024), cujas vidas úteis são notavelmente menores sob as mesmas condições térmicas.

4.4 Conclusões parciais

Em conclusão, demonstramos que bimerons podem ser estabilizados em nanodiscos magnéticos sob várias condições, dependendo do tipo de interação de Dzyaloshinskii-Moriya. Especificamente, sistemas com DMI bulk favorecem bimerons orientados perpendicularmente ao far-field, enquanto DMI interfacial estabiliza bimerons orientados paralelamente ao far-field. Também determinamos a energia do bimeron em função de seu

raio e posição. Notavelmente, nossos resultados revelam um comportamento energético não recíproco em sistemas com DMI bulk, nos quais o bimeron tende a se mover em uma direção perpendicular ao far-field, o que oferece um potencial promissor para o transporte controlado ao longo de nanotrilhas. Com a engenharia da direção da anisotropia de eixo fácil, a aniquilação do bimeron nas bordas da nanotrilha (devido ao efeito Hall do bimeron) pode ser mitigada.

Além disso, por meio da análise das barreiras de energia para a aniquilação de bimerons, descobrimos que, ao contrário dos skyrmions, que tipicamente se aniquilam movendo-se em direção à borda do nanodisco, o mecanismo mais provável de aniquilação de um bimeron é por contração. A temperatura ambiente resulta em uma vida útil de ordem de horas para o bimeron. Esses resultados aprofundam nossa compreensão das propriedades dos bimerons e oferecem informações cruciais para o desenvolvimento de dispositivos spintrônicos que exigem controle preciso sobre texturas magnéticas topológicas.

Para finalizar, destacamos que os resultados apresentados neste capítulo foram publicados ao periódico Applied Physics Letters ([SILVA-JUNIOR et al., 2024c](#)).

5 EXCITAÇÕES TOPOLÓGICOS EM ESTRUTURA DE PIROCLORO ANTIFERROMAGNÉTICO

Neste capítulo, analisamos uma rede de pirocloros anisotrópicos antiferromagnéticos não colineares, considerando interações de troca entre spins vizinhos no contexto do modelo de Heisenberg. Utilizamos um parâmetro de ordem definido no grupo de rotação, que descreve as flutuações dos spins em torno de seus eixos de frustração. Por meio dessa abordagem, investigamos a dinâmica das excitações de baixa energia no sistema, obtendo uma descrição detalhada da evolução dos sólitons topológicos nos pirocloros.

5.1 Modelo de spin

O modelo de Ising é um modelo de referência para o ferromagnetismo, sendo interessante e relativamente simples. Ele foi proposto por Wilhelm Lenz em 1925 e resolvido exatamente em uma dimensão por seu aluno de doutorado, Ernst Ising. A solução para o modelo de Ising em duas dimensões foi obtida, logo depois, por Onsager ([ONSAGER, 1944](#)), marcando um avanço significativo no entendimento de sistemas magnéticos críticos. No modelo de Ising, há interações de curto alcance entre os spins localizados em uma rede. Portanto, ele oferece uma descrição simples do magnetismo, em que os spins estão posicionados nos sítios de uma rede, assumindo valores discretos $\pm\frac{1}{2}$, normalmente representados como "up" ou "down". Essa limitação a dois estados possíveis para o spin é uma simplificação do comportamento magnético real de alguns materiais. O modelo de Ising é mais aplicável em sistemas magnéticos unidimensionais ou bidimensionais, onde apenas interações entre spins vizinhos são consideradas.

A interação magnética nesse modelo é descrita por um termo de acoplamento, chamado parâmetro de interação tipo Ising J_0 . Quando $J_0 > 0$, os spins tendem a se alinhar paralelamente, formando um estado ferromagnético ordenado; já quando $J_0 < 0$, os spins se alinham antiparalelamente, resultando em um estado antiferromagnético ordenado. O modelo de Ising não leva em conta a componente direcional do spin nem efeitos quânticos.

Com o objetivo de fornecer informações sobre o comportamento de sistemas geometricamente frustrados, Wang ([WANG et al., 2006](#)) estudou inicialmente os gelos de spin cristalinos, analisando esses gelos ao fabricar redes quadradas de nanoilhas magnéticas, que servem como uma versão bidimensional do pirocloro de terras raras, tetraedros com

vértices compartilhados, conforme mostrado na fig. 21. As nanoilhas, feitas de permalloy (WANG et al., 2006), têm dimensões nanométricas, o que as torna suficientemente pequenas para que apenas um domínio magnético esteja presente em cada uma. Assim, elas se comportam como macrospins do tipo Ising e interagem entre si por meio de interação dipolar.

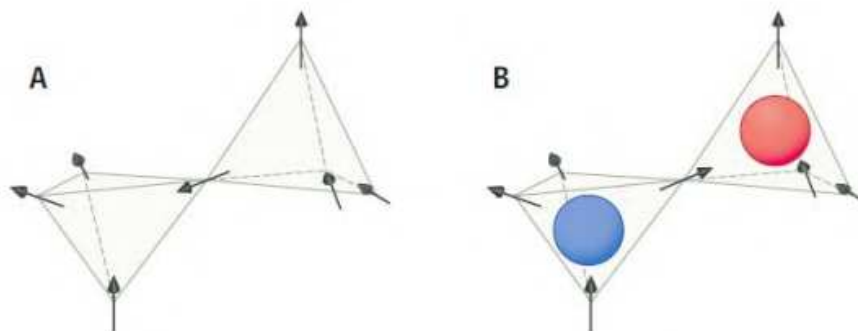


Figura 21 – A) Na configuração mais estável, para um sistema ferromagnético. B) A reversão de um spin conectando dois tetraedros equivalem à um “monopolo” e um “antimonopolo” que diferem em “carga” magnética. Ref. (GINGRAS, 2009).

Neste trabalho, exploraremos o modelo de Heisenberg para spins da rede pirocloro antiferromagnética, conforme se pode observar na fig. 22. Devido à natureza vetorial do spin, esse modelo é mais geral, permitindo a descrição de fenômenos quânticos e de sistemas magnéticos tridimensionais. Ele oferece a liberdade de explorar as flutuações na orientação dos spins em relação ao eixo de frustração do tetraedro, ou seja, realizar a parametrização em relação aos ângulos que representam as perturbações dos spins.

5.1.1 Sistema Antiferromagnético (AFM) não colinear

Em materiais antiferromagnéticos, o acoplamento de troca entre spins vizinhos favorece arranjos antiparalelos. Por causa dessa interação, o sistema é levado a um estado magnético ordenado, onde a magnetização de diferentes sub-redes é orientada de forma que a magnetização geral seja cancelada. O estado fundamental clássico nesse trabalho tem quatro sub-redes com spins não colineares, que ocorre quando há a ausência de um eixo principal de quantização dos spins, como mostra a fig. 23. O parâmetro de ordem local não é mais um vetor unitário, mas sim uma matriz de rotação definindo a orientação local dos quatros spins.

As vantagens de se trabalhar com o material antiferromagnético se tem ao fato que não exibem campos dispersos, exibem resposta de alta frequência (na faixa de terahertz), assim é observado com mais frequência e em condições muito mais suaves do que o ferromagnetismo. Um material ferromagnético, se suas dimensões permitirem, é subdividido em domínios com diferentes orientações do vetor magnetização. A região de

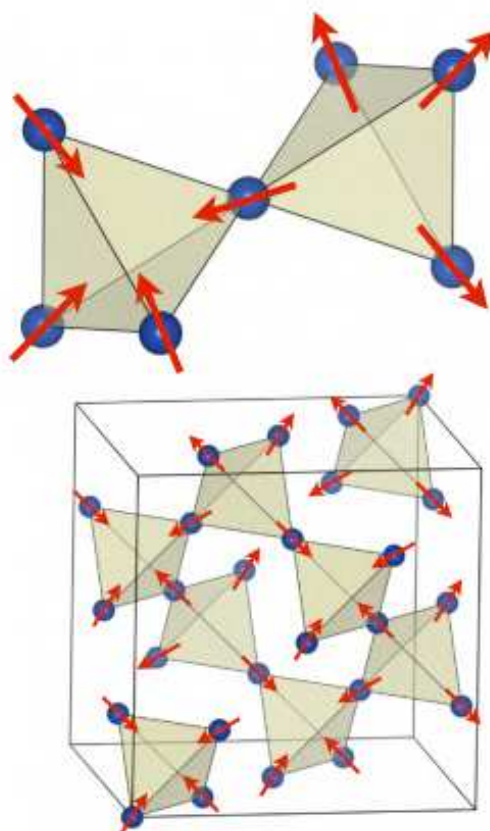


Figura 22 – Representação de tetraedros AFM com cantos compartilhados no estado fundamental. Abaixo o sistema pirocloro de cantos compartilhados no estado fundamental do sistema. Ref. (WIEBE; HALLAS, 2015).

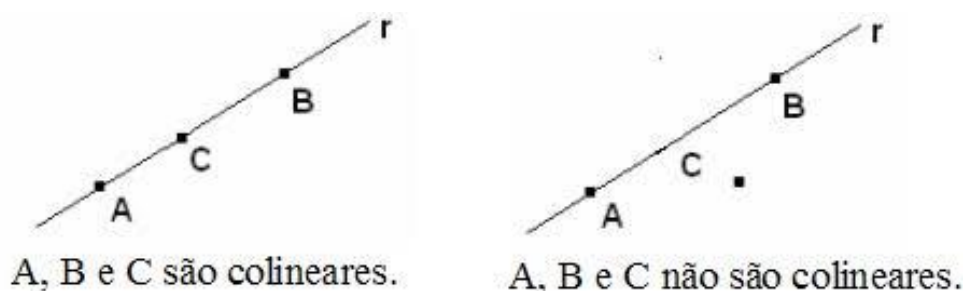


Figura 23 – Representação de pontos colineares e não colineares em uma reta.

transição entre domínios adjacentes é chamada de parede de domínio. O problema de manipulação da parede de domínio em sistemas AFM's, foi estudado em alguns artigos recentes (TVETEN et al., 2016) foi mostrado que o centro da parede de domínio obedece à lei do movimento de Newton. Isso abre a possibilidade de implementar o controle de parede de domínio em antiferromagnetos, podendo ser controlado de diversas maneiras, por exemplo, através da ação de campos ou correntes externas.

Uma parede de domínio é um tipo de soliton topológico que ocorre sempre que uma simetria discreta é quebrada espontaneamente. Um soliton topológico ocorre quando duas

estruturas estão de alguma forma "fora de fase", tornam impossível uma transição contínua entre eles. As paredes de domínio também são algumas vezes chamadas de kinks (torções) em analogia com a solução de torção intimamente relacionada ao modelo Sine-Gordon ou modelos com potenciais polinomiais. Portanto, devemos por meio da Hamiltoniana do sistema do pirocloro descrever uma equação de movimento que está relacionado a equação de Sine-Gordon, uma equação diferencial parcial hiperbólica não linear, assim descrevendo um sistema de soluções com sólitons.

5.2 Lagrangiana da rede do pirocloro

Para o problema bidimensional, o trabalho do Camilo (ULLOA; NUNEZ, 2016), descreve a dinâmica da magnetização dos átomos de Mn em um plano (111) de Mn_3Ir (manganês/íridio), baseia-se em um sistema de spins clássicos dispostos nos vértices de uma rede kagome. Esses spins representam os graus de liberdade magnéticos associados aos planos perpendiculares à direção (111), como mostra a figura 24.

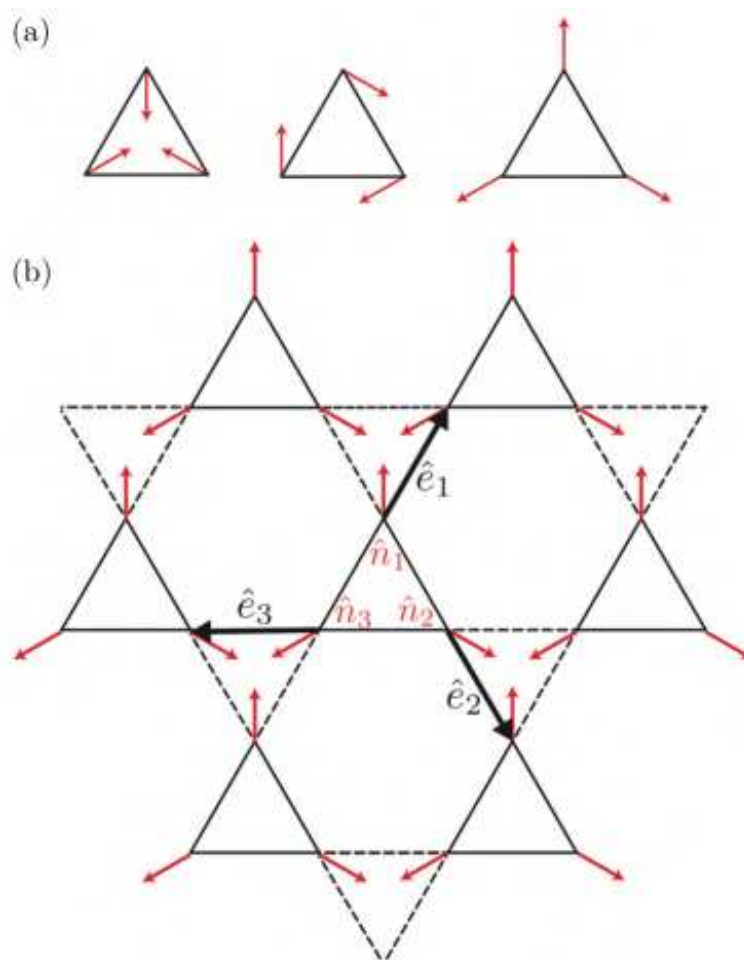


Figura 24 – a) Diferentes configurações de spin em torno dos eixos fora do plano. b) Rede de Kagome no plano (111) em Mn_3Ir descritos pelos vetores de base \vec{n} e os vetores \vec{e} . Ref.(ULLOA; NUNEZ, 2016)

Em 1828, Gauss desenvolveu um método de tratamento mecânico pelo seu princípio de mínimo vínculo, uma modificação foi feita mais tarde por Hertz e reuniu em seu princípio de menor curvatura, em termos do cálculo de variações, o Princípio de Hamilton se torna,

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (\mathcal{T} - \mathcal{V}) dt = 0, \quad (5.1)$$

onde o símbolo δ é uma notação abreviada para descrever a trajetória que minimiza a integral de tempo da diferença entre as energias cinética e potencial. A Lagrangiana de um sistema é uma função definida em termos das coordenadas generalizadas q_i , das velocidades generalizadas \dot{q}_i (taxas de variação das coordenadas) e, possivelmente, do tempo t . Matematicamente, ela é dada pela diferença entre a energia cinética \mathcal{T} e a energia potencial generalizada \mathcal{V} do sistema, sendo expressa como,

$$\mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t) = \mathcal{T}(\dot{q}_i) - \mathcal{V}(q_i, t). \quad (5.2)$$

A ideia central por trás do formalismo lagrangiano, que define toda a dinâmica de um sistema com funções escalares, é que a natureza é preguiçosa e, portanto, a trajetória de mínima ação é a trajetória correta que descreve como o sistema se comporta,

$$\mathcal{S}[q(t)] = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L}(q_i, \dot{q}_i, t) dt, \quad (5.3)$$

em outras palavras, podemos obter informação dos extremos do sistema a partir da Lagrangiana, aplicando sua função na equação de Euler-Lagrange, sendo a condição que a trajetória $\mathbf{q}(t)$ que minimiza a ação.

Podemos reescrever a eq. 5.3 em relação a uma soma de um termo cinético, onde é feita em cada sítio e segundo termo de interação de troca de Heisenberg em cada par de vizinhos mais próximos que favorecem arranjos antiparalelos, junto a anisotropia do sistema do pirocloro que favorece a orientação do eixo em direção ao centro dos tetraedros, como mostra a seguir (DOMBRE; READ, 1989),

$$S = \sum_k \int \hbar \mathbf{A}(\mathbf{S}_k) \cdot \partial_t \mathbf{S}_k dt - \int \mathcal{H}_{total} dt, \quad (5.4)$$

sendo \mathbf{A} é o potencial vetorial de um monopolo magnético com fluxo 4π tal que $\int \mathbf{A}(\Omega) d\Omega$ por um ângulo sólido Ω na esfera S^2 . \mathbf{S}_k representa a configuração do vetor de momento magnético no ponto da rede. Especificamente, \mathbf{S}_k é o vetor de momento magnético para um dado triângulo na rede kagome. $\mathcal{H}_{total} = \mathcal{H}_x + \mathcal{H}_a$, a Hamiltoniana total do sistema.

5.2.1 Termo Hamiltoniana total

Para obter a contribuição para a densidade lagrangiana por sítio e analisar o comportamento do sistema em relação às equações de movimento, é necessário observar como possíveis perturbações se manifestam como oscilações coletivas dos momentos magnéticos.

Essas oscilações afetam as propriedades de excitação do material magnético, possivelmente revelando um polo magnético e sugerindo a existência de monopolos de Shankar em sistemas de pirocloros com rede antiferromagnética não colinear. Esse estudo pode fornecer insights sobre a dinâmica das excitações magnéticas e sobre a formação de estruturas topológicas, como monopolos magnéticos, no contexto desses sistemas.

5.2.1.1 Energia de interação de troca

A frustração magnética geométrica é conhecida desde 1950, quando foi notado que o antiferromagneto de Ising na rede triangular tem propriedades muito diferentes dos materiais ferromagnéticos ou antiferromagnéticos (GREEDAN, 2001). O conceito de frustração geométrica vem do fato de o seu efeito surgir a partir da geometria ou topologia da rede, e acontece quando o material apresenta um spin ou arranjos de spins em uma rede, de tal forma que as interações entre estes não sejam inteiramente satisfeitas a todas as interações com os seus spins vizinhos, sendo assim, não é possível ter uma ordem magnética de longo alcance. Temos o exemplo na fig. 25-(a) os dois spins se acoplam antiferromagneticamente para diminuir a energia de troca entre eles, o terceiro spin, o da esquerda, não pode minimizar a energia de interação em relação aos outros dois spins, sendo assim este sistema será frustrado. Na fig. 25-(b) o tetraedro composto por quatro triângulos equiláteros, quando alinhados antiparalelamente, apenas duas, das quatro interações podem ser satisfeitas simultaneamente, sendo assim, este também é uma rede geometricamente frustrada.

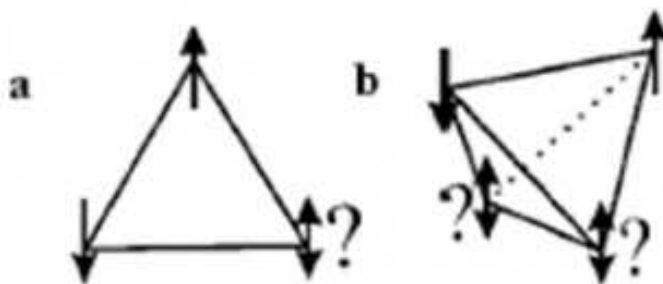


Figura 25 – Exemplos de redes frustradas: a) Triângulo equilátero, b) Tetraedro. Ref. (GREEDAN, 2001).

De uma forma geral, compostos que apresentam frustração geométrica podem ser interpretados mentalmente como sendo formados de triângulos ou tetraedros com compartilhados de cantos. A rede tetraédrica compartilhada pelos cantos resulta em uma estrutura cúbica de face centrada, também denominada de pirocloro cúbica, fig. 26, formado por $Er_2Ti_2O_7$ (Erbio titanato) e $Yb_2Ti_2O_7$ (Itrônio titanato) são compostos pertencentes à classe de óxidos intermetálicos que apresentam estruturas cristalinas interessantes e propriedades magnéticas singulares. Eles fazem parte de uma categoria de materiais

conhecidos como óxidos de terras raras.. Pode-se então chegar a uma análise do problema por meio de uma conclusão genérica dos estudos realizados em duas dimensões por uma abordagem de problema de fase ordenada (TVETEN et al., 2016; ULLOA; NUNEZ, 2016; DOMBRE; READ, 1989).

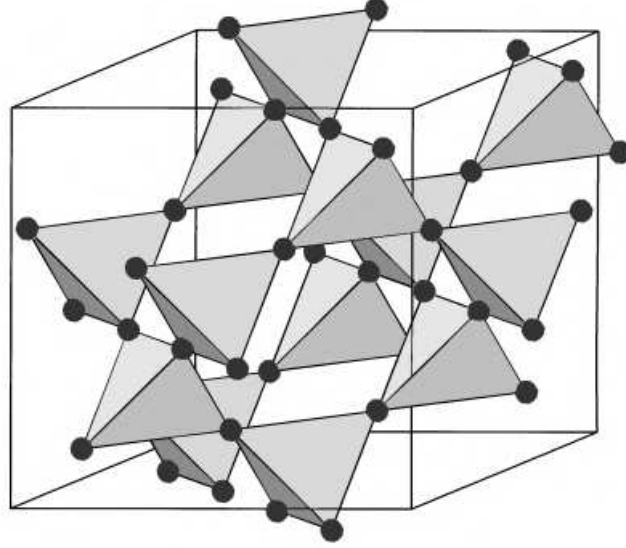


Figura 26 – A rede de pirocloro cúbico, uma rede de tetraedros de compartilhamento de cantos formado por $Er_2Ti_2O_7$ e $Yb_2Ti_2O_7$. Ref. (LACROIX; MENDELS; MILA, 2011).

Devemos reescrever os vetores de base dos spins nos vértices da rede pirocloro, em um sistema tridimensional, descrevendo-os no contexto de um tetraedro com os vetores de base apontando para o centro do sistema, conforme ilustrado na Fig. 27. Esse arranjo descreve uma das possíveis configurações que exibem frustração geométrica. Em particular, a condição $\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{n}_j = -\frac{1}{3}$ é satisfeita entre um par de spins. Uma rotação global ou uma inversão do estado descrito também configura um estado fundamental clássico, devido à simetria $O(3)$ (SETH; BHATTACHARJEE; MOESSNER, 2022; MCCLARTY; MOLAVIAN; GINGRAS, 2010; WAN; GINGRAS, 2016). Para o exemplo tridimensional em um sistema tetraédrico, mostrado na Fig. 27, consideramos os quatro spins da rede tetraédrica como $\mathbf{S}_i = S^x_i \hat{\mathbf{x}}_i + S^y_i \hat{\mathbf{y}}_i + S^z_i \hat{\mathbf{z}}_i$, onde $\hat{\mathbf{x}}_i$, $\hat{\mathbf{y}}_i$ e $\hat{\mathbf{z}}_i$ formam o conjunto de bases locais definido no sítio i . Assim, no contexto do tetraedro, os vetores de frustração \mathbf{n}_1 , \mathbf{n}_2 , \mathbf{n}_3 e \mathbf{n}_4 são definidos em cada vértice da rede em relação ao eixo cartesiano fixado no centro do tetraedro.

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1 &= \frac{-1}{\sqrt{3}}[\sqrt{2}, 0, 1], & \mathbf{n}_2 &= \frac{1}{\sqrt{3}}[\sqrt{2}, 0, -1], \\ \mathbf{n}_3 &= \frac{1}{\sqrt{3}}[0, -\sqrt{2}, 1], & \mathbf{n}_4 &= \frac{1}{\sqrt{3}}[0, \sqrt{2}, 1]. \end{aligned} \quad (5.5)$$

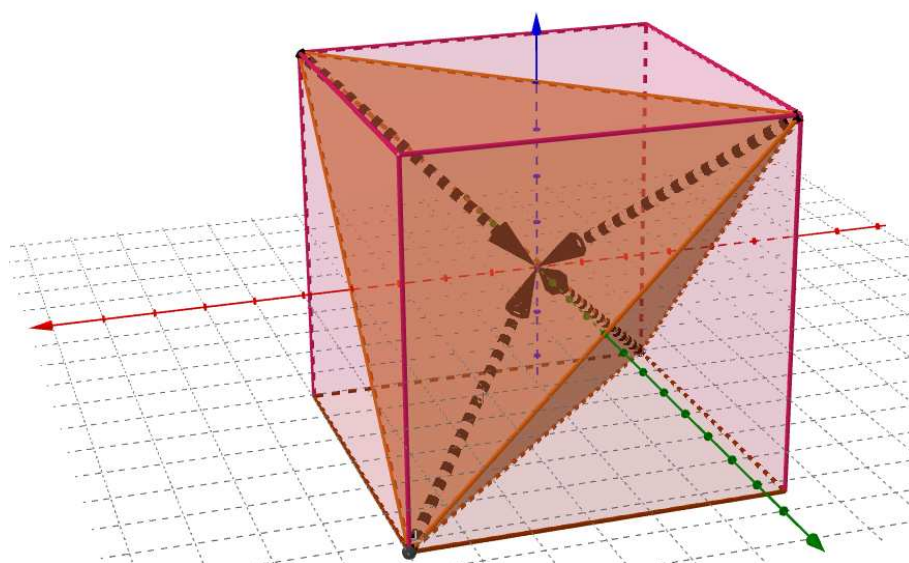


Figura 27 – A orientação dos spins em um tetraedro isolado.

No trabalho de Wan (WAN; GINGRAS, 2016), é demonstrado que os quatro vetores vizinhos mais próximos, que conectam o centro de um tetraedro ascendente ao de seus tetraedros adjacentes, minimizam numericamente a Hamiltoniana do sistema. Esses vetores primitivos, \mathbf{n}_i , apontam tanto para o centro do tetraedro quanto para fora dele, descrevendo assim o estado fundamental clássico, conforme ilustrado na Fig. 28.

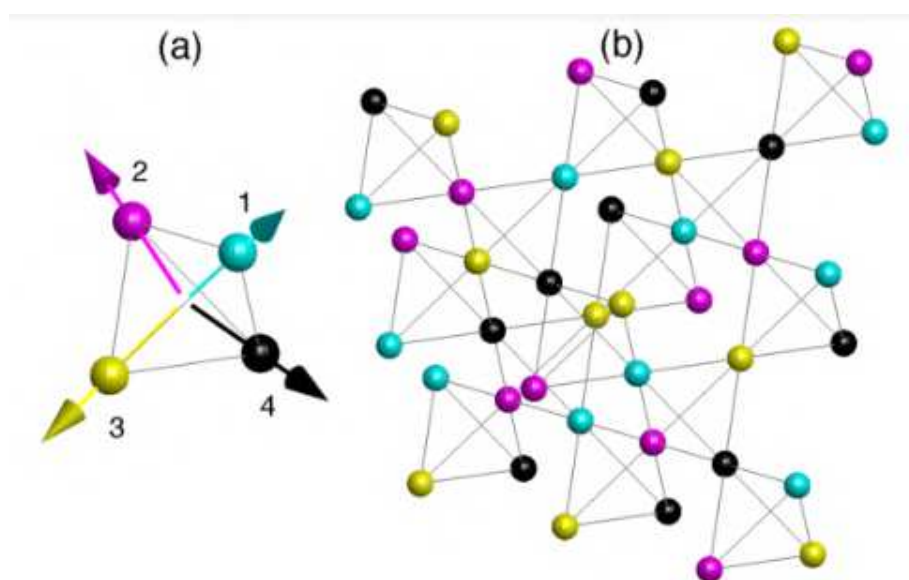


Figura 28 – a) Estado de mínima energia de um tetraedro isolado, com a orientação dos spins representada pelas cores ciano, magenta, amarelo e preto. b) Sistema pirocloro com compartilhamento de canto. Ref. (WAN; GINGRAS, 2016).

A Hamiltoniana para a interação de troca entre os spins pode ser expressa como um somatório de produtos escalares dos operadores de spin, onde a interação ocorre entre

os spins dos \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j^k dos vértices do pirocloro,

$$H_x = J \sum_{1,4} \sum_{j \neq i} \sum_{k=1,4} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j^k, \quad (5.6)$$

Com $J > 0$ e os índices k são utilizados para distinguir os índices j dos índices i . Ou seja, os índices j correspondem a sítios diferentes em relação aos índices i , uma vez que são descritos em bases distintas.

Podemos descrever os índices j com as mesmas bases dos índices i , por meio de uma expansão em série para primeiros vizinhos com os vetores unitários \mathbf{e}_{ij}^k apontam para os vizinhos mais próximos de cada sítio, que no caso do pirocloro coincide com a reta diagonal do cubo que representa o pirocloro, conforme a fig. 27,

$$\mathbf{S}_j^k \simeq \mathbf{S}_i + a(\mathbf{e}_{ij}^k \cdot \nabla)\mathbf{S}_i + \frac{1}{2}a^2(\mathbf{e}_{ij}^k \cdot \nabla)^2\mathbf{S}_i + \frac{1}{6}a^3(\mathbf{e}_{ij}^k \cdot \nabla)^3\mathbf{S}_i, \quad (5.7)$$

onde temos que: $\mathbf{e}_{ij}^k = \Theta_{ij}\mathbf{e}^k$, a é a distância entre vizinhos mais próximos. No contexto do modelo estudado, o termo Θ_{ij} desempenha um papel fundamental ao introduzir um fator que depende da permutação dos índices associados às interações no sistema. Θ_{ij} é definido como $\Theta_{ij} = -\text{sgn}[P(i, j)]$, onde $P(i, j)$ representa a permutação que transforma a sequência $(1, 2, 3)$ na sequência (i, j, l) , e $\text{sgn}[P(i, j)]$ é o sinal da permutação. Especificamente, $\text{sgn}[P(i, j)] = +1$ para permutações pares e $\text{sgn}[P(i, j)] = -1$ para permutações ímpares. Este fator é particularmente relevante para sistemas magnéticos com interações entre vizinhos mais próximos, pois codifica a orientação e a quiralidade das conexões entre os sítios da rede. No modelo em questão, os vetores unitários \mathbf{e}^i direcionam as ligações entre os vizinhos mais próximos e são definidos de forma a refletir a simetria do sistema. Estes vetores são dados por,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^1 &= \frac{1}{2}(-1, 1, \sqrt{2}), & \mathbf{e}^2 &= \frac{1}{2}(1, -1, \sqrt{2}), \\ \mathbf{e}^3 &= \frac{1}{2}(1, -1, -\sqrt{2}), & \mathbf{e}^4 &= \frac{1}{2}(-1, 1, -\sqrt{2}), \end{aligned} \quad (5.8)$$

e estão relacionados aos vetores primitivos eq. 5.5 por uma rotação de $\frac{-\pi}{2}$ no espaço (x, y, z) . Essa rotação preserva a propriedade de soma nula dos vetores $\sum_i \mathbf{e}^i = 0$, que é característica de redes com simetria cristalina.

Com o intuito de simplificar a expansão em série de \mathbf{S}_j^k , eq. 5.7, vamos analisar os termos da expansão em série por auxílio dos vetores de primeiros vizinhos eq. 5.8,

2º termo:

$$\sum_k (\mathbf{e}_{ij}^k \cdot \nabla) = 0, \quad (5.9)$$

3º termo:

$$\sum_k (\mathbf{e}_{ij}^k \cdot \nabla)^2 = \frac{1}{\rho^4} \frac{\partial^2 \rho^4}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \sin^2 \theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\rho^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}, \quad (5.10)$$

desprezando por enquanto a derivada de terceira ordem, temos assim,

$$\mathbf{S}_j^k \simeq \mathbf{S}_i + \frac{a^2}{2\rho^2 \text{sen}^2\theta} \left(\frac{\text{sen}^2\theta}{\rho^2} \frac{\partial^2 \rho^4}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \text{sen}^2\theta}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \mathbf{S}_i, \quad (5.11)$$

Agora que temos \mathbf{S}_j^k na mesma base que \mathbf{S}_i , devido a aproximação de primeiros vizinhos, pois sabemos que o produto escalar é invariante sobre rotação. Substituindo, portanto eq. 5.11 em eq. 5.6, temos a Hamiltoniana de troca,

$$\mathcal{H}_x = J \sum_{i=1,4} \left(\mathbf{S}_i^2 + \frac{a^2}{2\rho^2 \text{sen}^2\theta} \mathbf{S}_i \cdot \left(\frac{\text{sen}^2\theta}{\rho^2} \frac{\partial^2 \rho^4}{\partial \rho^2} + \frac{\partial^2 \text{sen}^2\theta}{\partial \theta^2} + 2 \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \mathbf{S}_i \right). \quad (5.12)$$

Estados fundamentais degenerados são trivialmente deduzidos por uma particular transformação ortogonal global $\mathbf{S}_i = SR\mathbf{n}$, pois sabemos que os spins podem apresentar pequenas flutuações em torno de suas orientações no estado de equilíbrio. Portanto, podemos descrever o operador spin em relação a pequenas rotações e também em relação à direção de frustração do sistema. Assim, R é uma matriz de rotação que satisfaz $R^t R = 1$ e $\det(R) = 1$. Uma vez que o estado fundamental clássico, neste caso, possui quatro sub-redes com spins não colineares, o parâmetro de ordem local não é mais um vetor unitário \mathbf{n} (ver Eq. 5.5), mas sim uma matriz de rotação R definindo a orientação local dos quatro spins.

Analisando, portanto, o Hamiltoniano \mathcal{H}_x eq. 5.12 e realizando a substituição da nova definição do operador spin no sistema de pirocloro, observamos que a matriz R desempenha um papel crucial na descrição da orientação relativa entre os spins nas diferentes sub-redes. Esta abordagem permite considerar as contribuições devido às pequenas flutuações em torno do estado fundamental e avaliar os efeitos das frustrações geométricas características do sistema. Temos portanto,

2º termo:

$$\frac{Ja^2}{6\rho^2 \text{sen}^2\theta} \text{Tr} \left[\left(R^{-1} \frac{\text{sen}\theta}{\rho} \frac{\partial \rho^2}{\partial \rho} R \right)^2 + \left(R^{-1} \frac{\partial \text{sen}\theta}{\partial \theta} R \right)^2 + 2 \left(R^{-1} \frac{\partial}{\partial \phi} R \right)^2 \right], \quad (5.13)$$

onde utilizamos de auxílio (AHARONI, 2000): $\epsilon_{\mu\nu\lambda} (R^{-1} \partial_\mu R) (R^{-1} \partial_\nu R) = -\epsilon_{\mu\nu\lambda} \partial_\mu (R^{-1} \partial_\nu R)$, significa que os produtos cruzados das primeiras derivadas das matrizes de rotação são termos de divergência pura.

1º termo:

Aqui nessa seção descreveremos a magnetização líquida em relação a uma pequena perturbação, ou um campo de variação lenta, definido por um vetor \mathbf{L} , definido no tetraedro, ou seja $\mathbf{L}a \ll 1$, onde a é a distância entre os próximos vizinhos. \mathbf{L} é uma quantidade não escalonada relacionada como uma perturbação ou um deslocamento em torno de uma direção de equilíbrio, associada a n_i .

Vamos começa portanto, a partir dessa abordagem, você pode descrever o vetor spin \mathbf{S}_i , onde inclui as derivadas em R . No caso específico desse trabalho, onde no sistema

de pirocloro a interação de troca é constante e apenas a anisotropia é variável, o uso de dois ângulos para parametrizar as rotações locais pode ser válido, dependendo das restrições físicas e simetrias do sistema. Como o sistema de pirocloro é caracterizado por uma rede tridimensional de tetraedros compartilhando vértices, com fortes simetrias geométricas, temos que essas simetrias frequentemente reduzem os graus de liberdade efetivos que precisam ser considerados. Pois, como a interação de troca é constante em todo o sistema, isso significa que a orientação relativa dos spins entre os vértices do tetraedro é determinada por essa interação e não varia localmente. A anisotropia, por outro lado, pode introduzir pequenas variações locais que podem ser tratadas como perturbações em relação ao estado de equilíbrio. Nessa configuração, pode ser suficiente usar dois ângulos para descrever o sistema, desde que esses ângulos capturem as direções relevantes para a anisotropia.

Ao parametrizar a matriz de rotação R com dois ângulos, está implícito que é assumido: As rotações ao longo de um dos eixos (como z) não afetam significativamente a física do sistema. Isso pode ocorrer devido à simetria do pirocloro ou porque a anisotropia é suficientemente pequena para não exigir uma descrição completa de R . O estado fundamental é não colinear e bem descrito pelos vetores \mathbf{n}_i , que podem ser ajustados com pequenos deslocamentos (\mathbf{L}) para incorporar as perturbações anisotrópicas (DOMBRE; READ, 1989),

$$\mathbf{S}_i = \frac{SR(\mathbf{n}_i + a\mathbf{L})}{|\mathbf{n}_i + a\mathbf{L}|} = \frac{SR(\mathbf{n}_i + a\mathbf{L})}{\sqrt{1 + 2a\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{L}a^2\mathbf{L}^2}}, \quad (5.14)$$

o módulo da equação corresponde a norma, a distância entre os spins da rede é o centro do pirocloro e a perturbação anisotrópica \mathbf{L} incorpora os desvios do equilíbrio devido à variação da anisotropia.

Nesse contexto, os dois ângulos de Euler (γ, β) podem ser utilizados para parametrizar a matriz de rotação R , pois eles definem a orientação local dos spins no espaço tridimensional relevante, enquanto a interação de troca preserva a estrutura de equilíbrio. A matriz de rotação R deve descrever uma rotação de corpo rígido, e, ao somar o vetor de perturbação \mathbf{L} , o produto $R\mathbf{L}$ passa a representar uma configuração arbitrária de quatro spins, caracterizando a rede do pirocloro.

Essa abordagem se assemelha ao tratamento de sistemas antiferromagnéticos colineares bipartidos. Ao realizar uma expansão de primeira ordem na eq. 5.14, obtemos uma aproximação que descreve a solução de forma mais simplificada e consistente com a estrutura do sistema,

$$\mathbf{S}_i = SR[\mathbf{n}_i + a(\mathbf{L} - (\mathbf{L} \cdot \mathbf{n}_i)\mathbf{n}_i)], \quad (5.15)$$

onde consideramos o produto de $R\mathbf{L}$, responsáveis pela rotação da rede dos spins do pirocloro.

Como nesse trabalho, utiliza-se a aproximação de gradiente suave, que assume que as variações espaciais e temporais das configurações dos spins são graduais. Essa suposição

simplifica os cálculos ao ignorar flutuações de alta frequência. As equações de movimento (Euler-Lagrange) são resolvidas para o campo \mathbf{L} . A solução encontrada é (DOMBRE; READ, 1989),

$$\Upsilon \mathbf{L} = R^{-1} \partial_t R, \quad (5.16)$$

definimos assim um tensor simétrico sem traços de rank 2 $\Upsilon_{\alpha\beta} = \delta_{\alpha\beta} - \frac{1}{4} \sum_{i=4} \mathbf{n}_{i\alpha} \cdot \mathbf{n}_{i\beta}$, sendo $\delta_{\alpha\beta}$ é o delta de Kronecker, que é igual a 1 se $\alpha = \beta$ e 0 caso contrário. $\sum_{i=4} \mathbf{n}_{i\alpha} \cdot \mathbf{n}_{i\beta}$ é uma soma que envolve os vetores unitários \mathbf{n}_i eq. 5.5 associados aos spins. Portanto, eq. 5.16 escrevendo a taxa de mudança da orientação dos spins devido à rotação no espaço tridimensional. Essa relação é fundamental para reduzir a descrição do sistema, eliminando variável auxiliar \mathbf{L} e focando apenas na dinâmica da matriz de rotação R . Assim, somando os 4 spins do pirocloro, teremos a magnetização líquida,

$$\mathbf{S}_1 + \mathbf{S}_2 + \mathbf{S}_3 + \mathbf{S}_4 \simeq \sum_{\sigma} 4aR\Upsilon_{\alpha\beta}\mathbf{L}, \quad (5.17)$$

para melhor simplificação, definimos a partir desse ponto que $S = 1$.

Somando as simplificações dos 1º termo (eq. 5.17) e 2º termo (eq. 5.13), substituídas na \mathcal{H}_x eq. 5.12, temos o termo de interação em relação a soma de pirocloros no sistema representado pela soma em σ , sendo a soma em σ é realizada sobre os quartetos de spins de cada pirocloro,

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_x = & \sum_{\sigma} 16Ja^2(\Upsilon_{\alpha\beta}\mathbf{L})^2 + \sum_{\sigma} \frac{Ja^2}{6\rho^2 \text{sen}^2\theta} \text{Tr}[(R^{-1} \frac{\text{sen}\theta}{\rho} \frac{\partial \rho^2}{\partial \rho} R)^2 \\ & + (R^{-1} \frac{\partial \text{sen}\theta}{\partial \theta} R)^2 + 2(R^{-1} \frac{\partial}{\partial \phi} R)^2]. \end{aligned} \quad (5.18)$$

5.2.1.2 Energia de anisotropia

Anisotropia é uma tendência direcional de uma propriedade física de um material, relacionando à orientação preferencial dos momentos magnéticos do tetraedro da rede de pirocloro. Devido a simetria do tetraedro privilegia justamente as direções dos spin da rede que apontam para o centro do tetraedro,

$$\mathcal{H}_a = -K \sum_{\sigma} [(\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{S}_1)^2 + (\mathbf{n}_2 \cdot \mathbf{S}_2)^2 + (\mathbf{n}_3 \cdot \mathbf{S}_3)^2 + (\mathbf{n}_4 \cdot \mathbf{S}_4)^2] = -K \sum_{\sigma} \sum_{i=1,4} (\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{S}_i)^2, \quad (5.19)$$

onde sabemos que podemos descrever o vetor de spin apontando para o centro do pirocloro em relação a matriz de rotação do sistema R , uma rotação suave na rede, onde cada spin é perturbado entorno da posição de origem em cada sítio da rede, portanto, temos que $\mathbf{S}_i = SR\mathbf{n}_i$,

$$\mathcal{H}_a = -K \sum_{\sigma} \sum_{i=1,4} (\mathbf{n}_i \cdot R\mathbf{n}_i)^2. \quad (5.20)$$

5.2.1.3 Hamiltoniana total

Somando as energias de troca eq. 5.19 e anisotropia eq. 5.20, temos a Hamiltoniana total do sistema de pirocloro,

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_{total} &= \mathcal{H}_x + \mathcal{H}_a \\ &= \sum_{\sigma} \left(16Ja^2(\Upsilon_{\alpha\beta}\mathcal{L})^2 + \frac{Ja^2}{6\rho^2\text{sen}^2\theta} \text{Tr}[(R^{-1}\frac{\text{sen}\theta}{\rho}\frac{\partial\rho^2}{\partial\rho}R)^2 \right. \\ &\quad \left. + (R^{-1}\frac{\partial\text{sen}\theta}{\partial\theta}R)^2 + 2(R^{-1}\frac{\partial}{\partial\phi}R)^2] - K \sum_{i=1,4} (\mathbf{n}_i \cdot R\mathbf{n}_i)^2 \right).\end{aligned}\quad (5.21)$$

5.2.2 Termo cinético

O primeiro termo da \mathcal{S} eq. 5.4 é o termo cinético relacionado com a fase Berry (DOMBRE; READ, 1989; ULLOA; NUNEZ, 2016), sendo a fase adquirida por um spin em um campo magnético com flutuação adiabaticamente paralelo ao vetor \mathbf{A} . Para calcular esta parte da ação, analisamos os quatros spins de tetraedro isolado (DOMBRE; READ, 1989), realizando uma expansão em série o primeiro termo de em relação aos operadores de spins de cada sítio do tetraedro,

$$\sum_k \hbar \mathbf{A}(S_k) \cdot \partial_t S_k = \hbar \sum_k \mathbf{A}(Rn_k) \cdot \partial_t Rn_k + a\hbar \sum_k \epsilon_{\alpha\beta\gamma} L_{\alpha}(R^{-1}\partial_t R)_{\gamma\gamma'}(n_{k\beta}n_{i\gamma}), \quad (5.22)$$

foi substituindo a eq. 5.15 na soma. Podemos considerar, no primeiro termo representa a contribuição da orientação de equilíbrio Rn_k , no segundo termo da eq. 5.22 é uma correção devido à pequena perturbação \mathbf{L} com a variação temporal da matriz R , portanto, os campos R e \mathbf{L} tomam seus valores no mesmo local, pois \mathbf{L} é uma pequena perturbação no sistema, sendo $\mathbf{L}a \ll 1$, correções para esta aproximação são termos de divergência pura, desaparecendo no limite do contínuo (DOMBRE; READ, 1989). Usando então o fato de que matrizes do tipo $R^{-1}\partial_t R$ são antisimétricos, pode-se escrever sob a forma agradável,

$$\sum_k \hbar \mathbf{A}(S_k) \cdot \partial_t \mathbf{S}_k = \hbar \sum_k \mathbf{A}(Rn_k) \cdot \partial_t Rn_k + \sum_{\sigma} 4a\hbar \Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L} \cdot \mathbf{V}, \quad (5.23)$$

levamos em consideração que o somatório \sum_{σ} é a soma em cada tetraedro isolado. Este é o termo que produz o acoplamento entre o magnetização local e a derivada temporal da orientação dos spins. Observamos que descrevemos uma contribuição de $R^{-1}\partial_t R$ em relação a análise de um sistema de pirocloro (GUIMARAES, 2009),

$$\mathbf{V} = -\frac{1}{2}\epsilon_{\alpha\beta\gamma}(R^{-1}\partial_t R)_{\beta\gamma}. \quad (5.24)$$

5.2.3 Lagrangiana do sistema

Reescrevendo a ação do sistema novamente \mathcal{S} eq. 5.4, mas agora com os termos descritos em relação a grandezas relevantes do sistema do pirocloro, Hamiltoniana total

eq. 5.22 e termo cinético eq. 5.23,

$$\begin{aligned}
 S = & \int \left[\hbar \sum_i \mathbf{A}(R \cdot \mathbf{n}_i) \cdot \partial_t R \mathbf{n}_i + \sum_{\sigma} \left(4a\hbar \Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L} \cdot \mathbf{V} - 16Ja^2 (\Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L})^2 - \right. \right. \\
 & - \left. \frac{Ja^2}{6\rho^2 \text{sen}^2\theta} \text{Tr} \left[(R^{-1} \frac{\text{sen}\theta}{\rho} \frac{\partial \rho^2}{\partial \rho} R)^2 + (R^{-1} \frac{\partial \text{sen}\theta}{\partial \theta} R)^2 + 2(R^{-1} \frac{\partial}{\partial \phi} R)^2 \right] + \right. \\
 & \left. + K \sum_{i=1,4} (\mathbf{n}_i \cdot R \mathbf{n}_i)^2 \right] dt. \tag{5.25}
 \end{aligned}$$

Portanto, temos a densidade Lagrangiana do sistema de pirocloro,

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & \sum_{\sigma} 4a\hbar \Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L} \cdot \mathbf{V} - \sum_{\sigma} 16Ja^2 (\Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L})^2 - \sum_{\sigma} \frac{Ja^2}{6\rho^2 \text{sen}^2\theta} \times \text{Tr} \left[(R^{-1} \frac{\text{sen}\theta}{\rho} \frac{\partial \rho^2}{\partial \rho} R)^2 \right. \\
 & \left. + (R^{-1} \frac{\partial \text{sen}\theta}{\partial \theta} R)^2 + 2(R^{-1} \frac{\partial}{\partial \phi} R)^2 \right] + \sum_{\sigma} K \sum_{i=1,4} (\mathbf{n}_i \cdot R \mathbf{n}_i)^2, \tag{5.26}
 \end{aligned}$$

o primeiro termo da Eq. 5.26 desaparece na variação temporal de R , conforme observado na eq. 5.24. Isso implica que os produtos cruzados das primeiras derivadas das matrizes de rotação permanecem constantes no tempo. Consequentemente, nosso sistema não apresenta variação temporal, o que simplifica significativamente a análise do problema no espaço tridimensional.

Agora, nos concentramos em descrever o termo $\Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L}$, que encapsula as informações sobre a magnetização líquida do pirocloro. Esse termo desempenha um papel crucial na análise das propriedades dinâmicas do sistema, já que a densidade Lagrangiana, sendo uma função diferencial, é estacionária em seus pontos extremos. A aplicação da Equação de Euler-Lagrange nesse contexto permite investigar os valores extremos da função em relação ao termo da magnetização líquida total do pirocloro. Especificamente, o termo $\Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L}$ é definido como (DOMBRE; READ, 1989),

$$\Upsilon_{\alpha\beta} \mathbf{L} = \frac{\hbar \mathbf{V}}{8aJ}, \tag{5.27}$$

onde \hbar é a constante de Planck reduzida, associada às quantizações das propriedades do sistema e J é a constante de troca, que mede a intensidade da interação magnética entre spins vizinhos. porém, como o sistema é invariante temporal, simplifica a análise do problema tridimensional, portanto, termos com variância temporal se anula. No entanto, como o sistema é invariante no tempo, a análise do problema tridimensional é simplificada, uma vez que os termos com dependência temporal são anulados.

É importante notar que a soma em σ é realizada sobre os quartetos de spins de cada pirocloro, utilizando o resultado da magnetização líquida de cada pirocloro (Eq. 5.17). Ao aproximar nosso sistema discreto por um contínuo, consideramos o limite de comprimento de onda longo, onde as variações espaciais são suaves. Nesse contexto, assumindo que as flutuações em torno do estado de equilíbrio são pequenas. Essa abordagem nos permite encontrar soluções harmônicas para as equações de movimento. Por fim, realizamos a

substituição do sistema discreto por uma descrição contínua em relação a um sistema de tetraedros com vértices de tamanho a ,

$$\sum_{\sigma} \Leftrightarrow \int \rho^2 \text{sen}\theta d\rho d\phi \frac{1}{V_{\text{tetraedro}}} = \frac{12}{a^3\sqrt{2}} \int \rho^2 \text{sen}\theta d\rho d\phi. \quad (5.28)$$

Com isso, a densidade Lagrangiana eq. 5.26 do sistema de pirocloro sendo o parâmetro de ordem as matrizes de rotação definadas pela orientação locais dos spins dos vértices do tetradro,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{2J}{a\sqrt{2}\rho^2 \text{sen}^2\theta} \text{Tr}[(R^{-1} \frac{\text{sen}\theta}{\rho} \frac{\partial \rho^2}{\partial \rho} R)^2 + (R^{-1} \frac{\partial \text{sen}\theta}{\partial \theta} R)^2 + 2(R^{-1} \frac{\partial}{\partial \phi} R)^2] \\ & + \frac{K12}{a^3\sqrt{2}} \sum_{i=1,4} (\mathbf{n}_i \cdot R\mathbf{n}_i)^2. \end{aligned} \quad (5.29)$$

5.3 Dinâmica de baixas energias

Neste estudo, investigamos os espectros de ondas de spins do sistema na proximidade da fase ordenada. O acoplamento anisotrópico favorece configurações degeneradas de estados fundamentais. Focamos, neste trabalho, na configuração em que todos os spins estão orientados em direção ao centro de cada tetraedro. No trabalho de Yuan Wan e Michel J. P. Gingras (WAN; GINGRAS, 2016) é demonstrado que, para um tetraedro isolado no pirocloro, o estado fundamental clássico é aquele em que os spins estão orientados em direção aos vértices do tetraedro a partir do centro, a configuração é detalhada na eq. (3) do artigo, que descreve a orientação vetorial dos spins para atingir o mínimo de energia. Para avançar na descrição do sistema, utilizamos a matriz de rotação da densidade Lagrangiana, conforme a eq. 5.29, em coordenadas esféricas. Assim, parametrizamos os pequenos desvios do equilíbrio dos spins do pirocloro em relação aos ângulos de Euler.

5.4 Lagrangiana do sistema do pirocloro parametrizado pelos ângulos de Euler

A matriz de rotação de Euler R é formada por três rotações elementares de forma extrínsecas, especificando a orientação das rotações em relação ao sistema inercial, fazendo uso de três ângulos independentes, os ângulos de Euler (GOLDSTEIN; POOLE; SAFKO, 2002; SAKURAI; NAPOLITANO, 2017), tipicamente denotados como ψ , θ e ϕ . Por meio desses três ângulos dá a possibilidade de caracterizar a rotação mais geral possível em três dimensões.

O teorema de rotação de Euler afirma que, em um espaço tridimensional, qualquer movimento de rotação de um sólido rígido que mantenha um ponto fixo pode ser descrito por uma rotação em torno de um único eixo constante (GOLDSTEIN; POOLE; SAFKO,

2002). No contexto deste trabalho, esse eixo será o eixo \hat{y} , em coordenadas cartesianas. Isso implica que qualquer composição de rotações de um sólido rígido em torno de eixos arbitrários é equivalente a uma única rotação em torno de um novo eixo.

Como a combinação de rotações é equivalente a outra rotação, o conjunto de todas as operações de rotação forma uma estrutura algébrica conhecida como grupo de rotações. Em particular, o grupo que descreve as rotações no espaço tridimensional é chamado de grupo especial ortogonal de três dimensões, denotado por $SO(3)$.

Neste trabalho, a matriz de rotação é parametrizada utilizando duas rotações associadas aos ângulos polar θ e azimutal ϕ , provenientes das coordenadas esféricas. Essa escolha é motivada pela necessidade de mapear as excitações topológicas que surgem no sistema sob perturbações, como ilustrado na Fig. 29. O objetivo é descrever o volume associado ao defeito topológico e analisar sua relação com as rotações definidas pelos ângulos β e γ . Esse volume representa a extensão e a configuração do defeito no espaço tridimensional, e a análise dos ângulos de rotação permite entender como o defeito se orienta e evolui sob transformações geométricas, fornecendo insights sobre sua estabilidade e comportamento.

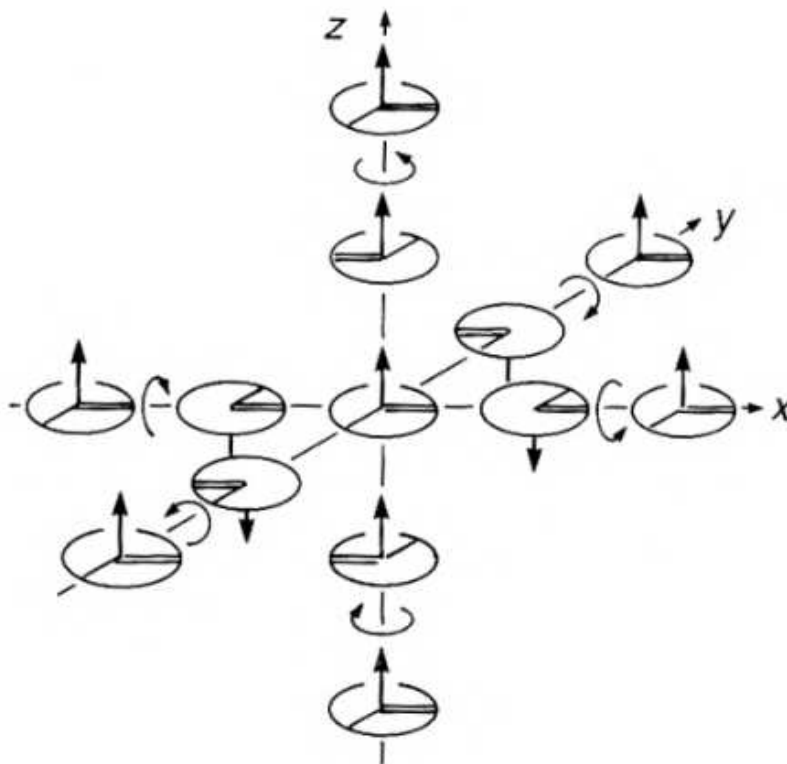


Figura 29 – Monopolo de Shankar. Representação do vetor $\Omega(\rho)$ mapeando a origem ao longo de qualquer eixo, a textura bidimensional "gira" ao longo desse eixo e completa uma revolução de 2π quando alcançamos o infinito. Ref. (RAJARAMAN, 1982).

Shankar (1977), apontou que existe um objeto livre de singularidade semelhante a

um ponto em 3He-A (SHANKAR, 1997), o que significa que não há uma descontinuidade infinita ou uma singularidade no ponto central do defeito. Esse defeito é mapeado de uma região do espaço tridimensional \mathcal{R}^3 para uma esfera tridimensional \mathcal{S}^3 , o que sugere uma topologia que envolve a deformação do espaço sem a criação de singularidades, chamados Monopolo de Shankar (SHANKAR, 1997). A textura proposta por Shankar é dada pela função (RAJARAMAN, 1982; SHANKAR, 1997),

$$\Omega(\rho) = 2\pi f(\rho) \frac{\rho}{\rho}, \quad f(\rho) = 0, f(\infty) = 1, \quad (5.30)$$

ρ é a posição no espaço tridimensional e $f(\rho)$ é uma função que descreve a variação do campo de orientação ao longo do espaço.

A textura conhecida como monopolo de Shankar pode ser visualizada da seguinte maneira na fig. 29, na origem, onde $f(\rho) = 0$, a textura apresenta um padrão singular. À medida que nos afastamos da origem em uma direção qualquer, a textura gira ao redor de um eixo paralelo a essa direção, e o ângulo de rotação varia de 0 a $2\pi m$, enquanto ρ vai de 0 a ∞ . O parâmetro m representa o número de enrolamento da textura, que está relacionado ao índice de Pontryagin, uma medida topológica importante para caracterizar o defeito.

A fig. 29 ilustra a situação ao longo de direções especiais, proporcionando uma visão mais detalhada da variação do vetor Ω à medida que a distância ρ aumenta. Para o caso $m = 1$, a fig. 29 também mostra a configuração da textura em direções específicas, permitindo uma compreensão mais clara da evolução do campo.

Além disso, a determinação dos estados metaestáveis do sistema exige a minimização do Hamiltoniano em cada classe m , levando em consideração as diferentes configurações possíveis da textura, o que é essencial para entender o comportamento dinâmico e a estabilidade do monopolo de Shankar em sistemas físicos.

Neste trabalho, buscamos descrever o mapeamento tridimensional das texturas topológicas associadas ao monopolo de Shankar, utilizando o vetor Ω e os ângulos β e γ , realizando uma varredura volumétrica da textura. Para simplificar a resolução dos problemas, decidimos desconsiderar a parte radial da densidade Lagrangiana, uma vez que ela já está incorporada nos demais termos da densidade, conforme ilustrado na equação 5.29. Dessa forma, eliminamos a dependência da variação radial, focando diretamente nas componentes angulares, que são as principais responsáveis pela dinâmica do sistema.

A análise é realizada no sistema de coordenadas esféricas, onde os ângulos θ e ϕ descrevem as rotações no espaço tridimensional. Essas rotações são entendidas como os desvios de equilíbrio dos spins do pirocloro, e a matriz de rotação associada a esses desvios é uma das chaves para descrever a evolução das texturas topológicas.

Com o intuito de simplificar a resolução do problemas, não consideraremos a parte radial da densidade Lagrangia, pois a parte radial fica sendo já carregadas nos demais

termos da densidade Lagrangiana, como podemos observar em eq. 5.29, ou seja, tiramos a dependência da variação da parte radial. Assim, analisando a matriz de rotação no sistema de coordenadas esféricas por meio de θ e ϕ , descritos por rotações em torno dos pequenos desvios de equilíbrio dos spins do pirocloro na densidade Lagrangiana,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{2J}{a\sqrt{2}\rho^2 \sin^2 \theta} \text{Tr}[(R_\theta^{-1}(\beta)R_\phi^{-1}(\gamma) \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta R_\theta(\beta)R_\phi(\gamma))^2 + \\ & + 2(R_\theta^{-1}(\beta)R_\phi^{-1}(\gamma) \frac{\partial}{\partial \phi} R_\theta(\beta)R_\phi(\gamma))^2] + \frac{K12}{a^3\sqrt{2}} \sum_{i=1,4} (\mathbf{n}_i \cdot R_\theta(\beta)R_\phi(\gamma)\mathbf{n}_i)^2. \end{aligned} \quad (5.31)$$

Para facilitar a modelagem e a compreensão do comportamento da textura, consideramos o eixo \hat{y} como fixo para as rotações. Isso implica que as transformações do sistema serão feitas em torno deste eixo, e a rotação dos ângulos θ e ϕ ocorrerá em torno dele. Em termos geométricos, isso significa que, ao realizar uma varredura volumétrica da textura, as variações nos ângulos θ e ϕ serão governadas pelas rotações em torno do eixo \hat{y} , permitindo que o comportamento das texturas seja analisado em função dos desvios angulares, relativos a esse eixo fixo, descritos agora em relação a β e γ ,

$$R_\theta(\beta)R_\phi(\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\beta) & -\sin(\beta) \\ 0 & \sin(\beta) & \cos(\beta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & -\sin(\gamma) & 0 \\ \sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

substituindo as soluções de $R_\theta(\beta)R_\phi(\gamma)$, na densidade Lagrangiana eq. 5.31, reescrevendo em termos dos ângulos β e γ ,

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{3\sqrt{3}J}{a\rho^2 \sin^2 \theta} + \frac{2\sqrt{2}J}{a\rho^2} \left(\frac{3}{2} + \left(\frac{\partial \gamma}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial \theta} \right)^2 \right) + \frac{4\sqrt{2}J}{a\rho^2 \sin^2 \theta} \left(\left(\frac{\partial \gamma}{\partial \phi} \right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{\partial \phi} \right)^2 \right) \\ & + \frac{8K}{3\sqrt{3}a^3} (1 + 2 \cos^2 \gamma (3 - \cos^2 \beta) + \sin(2\beta) \cos \gamma). \end{aligned} \quad (5.32)$$

5.5 Equações de movimento do sistema

Nosso objetivo é descrever o sistema de spins no tetraedro em termos dos ângulos β e γ . Para isso, é essencial analisar a dinâmica temporal desses ângulos por meio das equações de movimento, o que nos permitirá investigar suas dependências na dinâmica global do sistema. Utilizando as equações de Euler-Lagrange, podemos identificar as propriedades e características das perturbações associadas a esses ângulos, proporcionando uma compreensão mais profunda do comportamento dinâmico dos spins no pirocloro,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}} \right) - \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} \right) = 0, \quad (5.33)$$

onde $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}$ é chamado de momento conjugado à coordenada \dot{q} , onde as coordenadas q serão descritas pelos ângulos β e γ em nosso problema.

Ao aplicarmos a equação 5.32, que descreve a Lagrangiana do sistema, na equação de Euler-Lagrange eq. 5.33, realizamos a análise do comportamento do sistema em função dos ângulos β e γ , que caracterizam a dinâmica das texturas topológicas. As rotações associadas às perturbações na rede de spins são de natureza extrínseca, ou seja, não estão restritas a rotações em torno dos eixos fixos do sistema de coordenadas globais, mas acompanham a rede de pirocloro, cuja orientação é alterada continuamente com cada rotação.

Esse comportamento resulta na formulação de um problema de otimização envolvendo os ângulos β e γ , que precisam ser ajustados para refletir as mudanças na configuração da textura conforme a dinâmica do sistema evolui. A equação de movimento associada ao ângulo γ é obtida diretamente da aplicação da equação de Euler-Lagrange, sendo esta a primeira etapa na análise da evolução do sistema,

$$\frac{\partial^2 \gamma}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \gamma}{\partial \phi^2} - \frac{2\rho^2 K}{a^2 \sqrt{6} J} (2 \sin(2\gamma)(3 - \cos^2 \beta) + \sin(2\beta) \sin \gamma) = 0. \quad (5.34)$$

Ao analisarmos o comportamento da equação 5.34, como ilustrado na Fig. 30, observamos soluções periódicas e constantes para os ângulos de rotação γ . Essas soluções correspondem aos valores máximos e mínimos associados às rotações que caracterizam a configuração dinâmica do sistema. A eq. 5.34 é representada expressa como $F(\gamma, \beta)$ na fig. 30, destacando a dependência conjunta dos ângulos γ e β na evolução do sistema.

Devido à nulidade da igualdade da equação, a análise se concentra na determinação do menor valor de γ que minimiza a energia do sistema perturbado. Esse valor está intimamente relacionado à rotação ideal que reduz a energia do defeito topológico presente no sistema, estabilizando-o. A dependência funcional $F(\gamma, \beta)$ demonstrada na Fig. 30 permite identificar visualmente essas soluções ótimas, fornecendo uma representação clara das condições necessárias para minimizar a energia associada às rotações e, consequentemente, descrever o estado mais estável da textura topológica.

Essa abordagem gráfica, ao considerar $F(\gamma, \beta)$, não apenas destaca a interação entre os ângulos γ e β , mas também facilita a identificação das soluções que atendem aos critérios de minimização energética do sistema perturbado.

Aplicando a Lagrangiana do sistema de pirocloro eq. 5.32 na eq. 5.33 Euler Lagrange e derivando as equações de movimento para o ângulo β , investigamos como as variações deste ângulo influenciam a dinâmica do sistema, temos,

$$\frac{\partial^2 \beta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \beta}{\partial \phi^2} - \frac{4\rho^2 K \cos \gamma}{a^2 \sqrt{6} J} (\sin(2\beta) \cos \gamma + \cos(2\beta)) = 0. \quad (5.35)$$

Essa aplicação permite determinar as condições de equilíbrio e as configurações de β que minimizam a energia associada às perturbações na textura topológica, fornecendo uma análise detalhada do comportamento do sistema em função das rotações parametrizadas

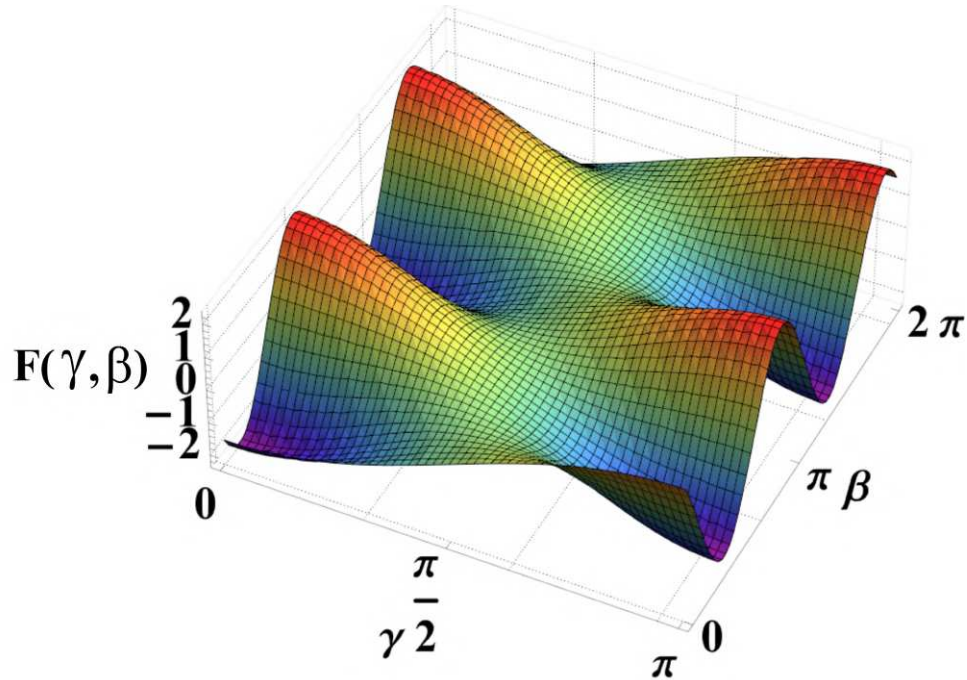


Figura 30 – Plot 3D Gráfico 3D da eq. 5.34, obtida a partir da aplicação do ângulo γ na equação de Euler-Lagrange, relacionada aos valores de γ e β

por β . A eq. 5.35 é representada expressa como $F(\beta, \gamma)$ na fig. 31, destacando também a dependência conjunta dos ângulos β e γ na evolução do sistema, observam-se valores máximos e mínimos no sistema, embora ocorram com menor frequência quando comparados aos resultados para o ângulo γ , apresentados na fig. 30.

5.6 Energia mínima do sistema

Podemos, portanto, determinar os valores de γ e β que correspondem à mesma solução para as equações 5.34 e 5.35, ou seja, os pontos de interseção quando as duas equações são representadas graficamente no mesmo sistema de coordenadas. Para isso, devemos encontrar os valores de γ e β dentro dos intervalos $0 \leq \gamma \leq \pi$ e $0 \leq \beta \leq 2\pi$, respectivamente. Com isso, iremos plotar uma figura 3D com as junções das eq. 5.35 e eq. 5.34, a partir da análise da fig. 32 apresentada, buscamos determinar os valores de γ e β que satisfazem simultaneamente as equações 5.34 e 5.35. Esses valores correspondem aos pontos de interseção entre as superfícies tridimensionais representadas no gráfico, as quais descrevem a relação funcional $f(\gamma, \beta)$ em um espaço parametrizado. O intervalo de análise para os parâmetros está definido como $0 \leq \gamma \leq \pi$ e $0 \leq \beta \leq 2\pi$. A identificação dessas soluções permite compreender a dinâmica das equações no espaço considerado, fornecendo uma interpretação física e matemática das condições de equilíbrio ou mínimos energéticos associados ao sistema modelado.

Conforme a fig. 32, identificamos pontos de interseção entre as equações 5.34 e

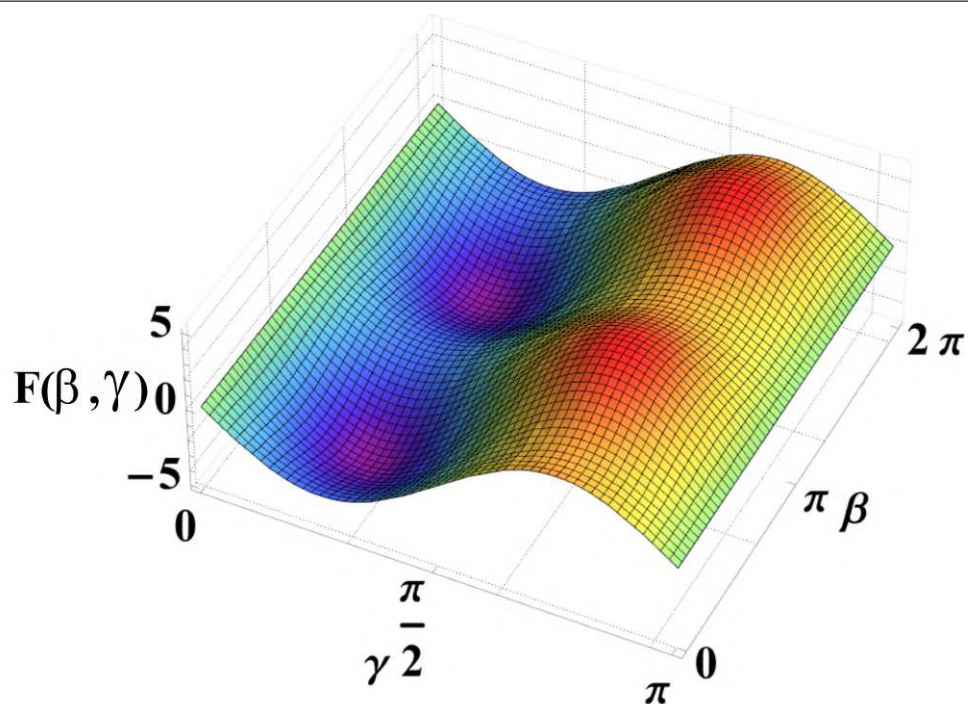


Figura 31 – Plot 3D Gráfico 3D da eq. 5.35, obtida a partir da aplicação do ângulo β na equação de Euler-Lagrange, relacionada aos valores de β e γ

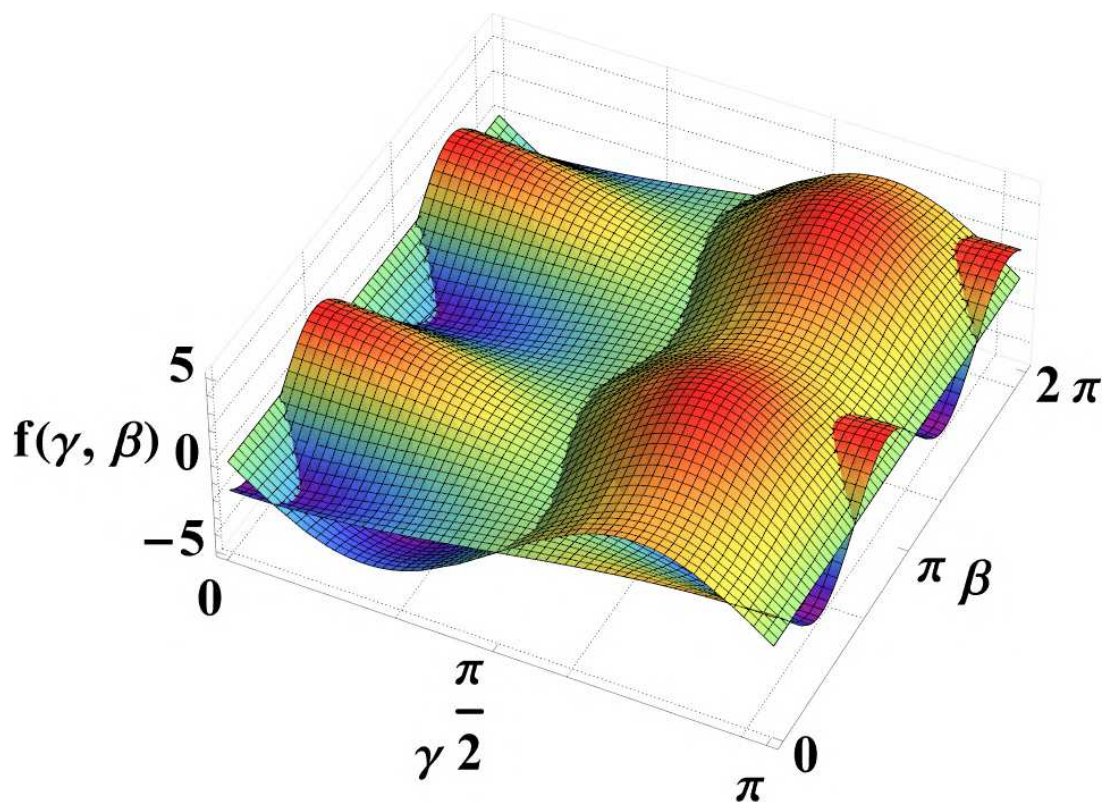


Figura 32 – Plot das equações 5.34 e 5.35, referentes aos ângulos de γ e β , demarcando os pontos de interseção referentes a valores que minimizam e dão solução ao sistema.

5.35. Abaixo, apresentamos uma Tabela 1 que lista esses pontos destacadas na fig. 32.

Tabela 1: Pontos de intercessão		
$\gamma = \pi$	$\gamma = \frac{\pi}{2}$	$\gamma = 0$
$\beta = \frac{\pi}{8}$	$\beta = 0$	$\beta = \frac{3\pi}{8}$
$\beta = \frac{5\pi}{8}$	$\beta = \frac{\pi}{2}$	$\beta = \frac{7\pi}{8}$
$\beta = \frac{9\pi}{8}$	$\beta = \pi$	$\beta = \frac{11\pi}{8}$
$\beta = \frac{13\pi}{8}$	$\beta = \frac{3\pi}{2}$	$\beta = \frac{15\pi}{8}$
	$\beta = 2\pi$	

Na Tabela 1, nem todos os valores de β e γ foram contemplados devido à variação significativa de seus valores. Portanto, na Tabela 2, apresentamos os valores correspondentes à linha de interseção para o caso específico em que $\gamma = \frac{\pi}{2}$, assim como os valores que variam em torno de β para essa condição.

Tabela 2: Ponto de intercessão			
$\gamma = \frac{8\pi}{15}$	$\gamma = \frac{7\pi}{15}$	$\gamma = \frac{8\pi}{15}$	$\gamma = \frac{7\pi}{15}$
$\beta = \frac{4\pi}{17}$	$\beta = \frac{13\pi}{17}$	$\beta = \frac{21\pi}{17}$	$\beta = \frac{30\pi}{17}$

Os valores dos ângulos γ e β apresentados na Tabela 1, quando inseridos nas equações 5.34 e 5.35, correspondem a soluções de ambas as equações, representando, portanto, estados de mínima energia do sistema. No entanto, ao aplicarmos os valores de γ e β da Tabela 2, o mesmo comportamento não é observado, indicando que esses valores não constituem soluções simultâneas para as equações 5.34 e 5.35, e, portanto, não representam estados de mínima energia.

Neste passo crucial, aplicaremos os valores dos ângulos γ e β , que foram obtidos como soluções na Tabela 1, à equação da Hamiltoniana total do sistema, \mathcal{H}_{total} , conforme apresentada na equação 5.22. Este procedimento é fundamental, pois a Hamiltoniana descreve a energia total do sistema. Ao substituir os valores dos ângulos γ e β na Hamiltoniana, estamos determinando como a energia do sistema depende diretamente dessas variáveis, o que nos permite analisar a distribuição de energia ao longo do espaço de configurações possíveis.

A razão para aplicarmos esses valores na Hamiltoniana é que os ângulos γ e β são parâmetros-chave que definem a configuração magnética do sistema. Ao incorporá-los na Hamiltoniana, podemos estudar a variação da energia do sistema em função dessas configurações específicas, o que é crucial para identificar os pontos de mínimo de energia, tanto locais quanto globais. Esses mínimos representam as configurações mais estáveis do sistema, ou seja, aquelas em que a energia é minimizada.

$$\mathcal{H} = \frac{3\sqrt{3}J}{a\rho^2 \text{sen}^2\theta} - \frac{2\sqrt{2}J}{a\rho^2} \left(\frac{3}{2} + \left(\frac{\partial\gamma}{\partial\theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial\theta} \right)^2 \right) - \frac{4\sqrt{2}J}{a\rho^2 \text{sen}^2\theta} \left(\left(\frac{\partial\gamma}{\partial\phi} \right)^2 + \left(\frac{\partial\beta}{\partial\phi} \right)^2 \right)$$

$$- \frac{8K}{3\sqrt{3}a^3} (1 + 2 \cos^2 \gamma (3 - \cos^2 \beta) + \sin(2\beta) \cos \gamma). \quad (5.36)$$

Esse passo é crucial para a caracterização completa do sistema, pois permite uma compreensão detalhada dos estados de mínima energia, como as variações nessas contribuições afetam a configuração de menor energia. Isso nos ajuda a compreender melhor a estabilidade do sistema e a identificar as condições sob as quais ele alcança sua configuração mais estável, que é o objetivo final de nosso estudo. Portanto, temos com isso níveis de energias, conforme os valores de γ e β ,

$$\mathcal{H} = \frac{3J}{a\rho^2} \left[\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 \theta} - \sqrt{2} \right] - \frac{8k}{3\sqrt{3}a^3}, \quad \gamma = \frac{\pi}{2}, \beta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}, 2\pi. \quad (5.37)$$

$$\mathcal{H} = \frac{3J}{a\rho^2} \left[\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 \theta} - \sqrt{2} \right] - \frac{5\sqrt{2}k}{a^3}, \quad \gamma = 0, \beta = \frac{3\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}, \frac{11\pi}{8}, \frac{15\pi}{8}. \quad (5.38)$$

$$\mathcal{H} = \frac{3J}{a\rho^2} \left[\frac{\sqrt{3}}{\sin^2 \theta} - \sqrt{2} \right] - \frac{14\sqrt{2}k}{\sqrt{3}a^3}, \quad \gamma = \pi, \beta = \frac{\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{9\pi}{8}, \frac{13\pi}{8}. \quad (5.39)$$

A energia descrita pela eq. 5.39 corresponde ao mínimo global do sistema, representando os estados de maior estabilidade e menor energia. Por outro lado, as equações 5.37 e 5.38, que descrevem os mínimos locais, desempenham um papel crucial na formação e estabilidade de excitações topológicas.

Tanto os estados de mínima energia local quanto os estados de mínima energia global são indispensáveis para uma análise abrangente dos materiais e sistemas físicos. Enquanto os mínimos locais são responsáveis por fenômenos localizados, desordens e defeitos, os mínimos globais proporcionam informações sobre a estabilidade e a ordem global, além de influenciar as propriedades macroscópicas dos materiais. Assim, uma abordagem completa e detalhada da compreensão das propriedades dos materiais deve considerar tanto os estados de energia local quanto global, já que ambos fornecem insights complementares para o estudo da estabilidade e do comportamento físico dos sistemas.

5.7 Conclusões parciais

Como perspectiva futura, propomos a continuidade da investigação sobre as excitações magnéticas e sua relação com os estados de mínima energia do sistema, tanto em nível local quanto global. As excitações magnéticas estão diretamente ligadas às mudanças nos estados de energia de um sistema magnético, que podem ocorrer por diferentes mecanismos, como a interação entre spins, a aplicação de campos magnéticos externos ou a introdução de defeitos no sistema. A compreensão desses fenômenos é essencial tanto para o estudo fundamental dos processos magnéticos quanto para o desenvolvimento de aplicações tecnológicas, como dispositivos de armazenamento de dados, sensores magnéticos e spintrônica.

Um aspecto promissor para estudo futuro é a análise da relação entre os estados de mínima energia e as excitações topológicas no sistema, que podem surgir quando ocorre a quebra da degeneração desses estados de energia mínima. Tais excitações podem ser interpretadas como quase-partículas com propriedades topológicas protegidas, ou seja, suas características são robustas e não são alteradas por pequenas perturbações locais. Além disso, um campo de grande interesse seria explorar a possível conexão entre essas excitações topológicas e a presença de monopolos de Shankar no sistema. A investigação dessa relação pode abrir novas frentes no estudo de excitações topológicas e suas implicações para sistemas magnéticos complexos.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho, realizamos uma análise detalhada sobre a estabilização e a dinâmica de três importantes excitações topológicas em sistemas magnéticos: skyrmions, bimerons e monopolos de Shankar. Cada um dessas excitações magnéticas apresentou características e desafios únicos em relação à sua estabilidade, interação com o meio e potencial aplicação em dispositivos emergentes. A seguir, são discutidos os principais resultados de cada estudo e as perspectivas para futuras investigações.

Skyrmions em Superfície Curva

O estudo dos skyrmions em superfícies curvas revelou que a curvatura pode ser utilizada como um elemento de controle natural para aumentar a estabilidade térmica dessas estruturas. Observamos que superfícies côncavas e convexas introduzem barreiras energéticas, retardando a aniquilação dos skyrmions e prolongando sua existência em ambientes de baixa energia. Esse comportamento evidencia o papel da geometria na estabilidade dos skyrmions e abre novas possibilidades para o desenvolvimento de dispositivos de armazenamento de dados, onde a durabilidade e a resistência a campos externos são fundamentais. Futuras pesquisas podem explorar ainda mais a otimização de superfícies curvas, utilizando diferentes tipos de curvatura para criar condições ideais de armazenamento e manipulação de skyrmions sem a necessidade de campos magnéticos externos elevados.

Bimerons em Nanodiscos com DMI

Nos nanodiscos magnéticos com interação de Dzyaloshinskii–Moriya do tipo bulk e interfacial, o estudo mostrou que a DMI atua como fator crucial para estabilizar os bimerons, especialmente quando alinhados com a magnetização de campo distante. Observou-se que as condições de borda e a energia dipolar favorecem a orientação tangencial dos momentos magnéticos, o que contribui para a estabilidade dessas estruturas. A pesquisa sugere que os bimerons possuem um grande potencial para aplicações em spintrônica, pois podem ser manipulados com precisão em dispositivos. No futuro, o aumento da estabilidade dos bimerons pode ser investigado por meio da introdução de superfícies curvas, onde a curvatura adiciona uma barreira energética adicional que dificulta a aniquilação. Esse efeito de estabilização por curvatura se torna promissor, pois pode contribuir para a criação de bimerons ultraestáveis em geometrias complexas, aumentando ainda mais suas aplicações em dispositivos de armazenamento e processamento de dados magnéticos.

Monopolo de Shankar em Estruturas AFM de Pirocloro

O estudo dos monopolos de Shankar em redes de pirocloro antiferromagnéticas trouxe novas perspectivas sobre o comportamento dinâmico dessas excitações topológicas. Estes monopolos, que emergem devido à inversão de spin em estruturas AFM, apresentaram uma dinâmica de movimento controlável pela variação dos parâmetros geométricos. Esse controle sugere que monopolos de Shankar podem ser utilizados como portadores de informações em dispositivos de spintrônica antiferromagnética. Futuras investigações podem explorar as possibilidades de redes AFM customizadas com diferentes tensões estruturais e a manipulação de monopolos em gradientes de campo magnético, visando aprimorar a precisão de controle dessas excitações e possibilitar seu uso em dispositivos de transmissão de dados.

Perspectivas Futuras

A continuidade deste estudo pode focar em explorar o aumento de estabilidade dos bimerons por meio de superfícies curvas. Assim como observado para os skyrmions, a introdução de curvaturas em nanodiscos pode agir como uma barreira de energia adicional, aumentando a resistência dos bimerons à aniquilação térmica. Esse controle geométrico da estabilidade pode ser ajustado para criar bimerons ultraestáveis, com potencial para aplicações em dispositivos magnéticos que demandam maior resistência térmica e precisão. Além disso, a combinação de superfícies curvas com DMI em interfaces específicas permite ajustar a orientação e a estabilidade dessas texturas magnéticas de forma controlada, proporcionando novas oportunidades para aplicações em dispositivos de memória e processamento spintrônico. Em conjunto, essas descobertas indicam que o uso de curvaturas em sistemas magnéticos não convencionais pode revolucionar a manipulação de excitações topológicas, tornando-os ainda mais robustos e ampliando seu potencial para a próxima geração de tecnologias magnéticas.

Referências

AHARONI, A. **Introduction to the Theory of Ferromagnetism**. Clarendon Press, 2000. (International Series of Monographs on Physics). ISBN 9780198508090. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Ru-z9b3WcfMC>>.

AMARAL, M. et al. Discrete double core skyrmions in magnetic thin films. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 321, n. 19, p. 3360–3363, 2009. ISSN 0304-8853. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885309006489>>.

ARAÚJO, A. S. et al. Typical skyrmions versus bimerons: A long-distance competition in ferromagnetic racetracks. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 102, p. 104409, Sep 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.102.104409>>.

BELAVIN, A. A.; POLYAKOV, A. M. Metastable states of two-dimensional isotropic ferromagnets. **JETP Letters**, v. 22, p. 503, 1975. Disponível em: <http://jetpletters.ru/ps/0/article_23383.shtml>.

BERTOTTI, G. **Hysteresis in Magnetism: For Physicists, Materials Scientists, and Engineers**. Physics, Materials Science, Engineering, 1998. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:117900565>>.

BITTENCOURT, G. H. R. et al. Domain wall damped harmonic oscillations induced by curvature gradients in elliptical magnetic nanowires. **Phys. Rev. B**, v. 106, 2022. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.106.174424>>.

BOGDANOV, A.; HUBERT, A. The stability of vortex-like structures in uniaxial ferromagnets. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 195, n. 1, p. 182–192, 1999. ISSN 0304-8853. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885398010385>>.

BOGDANOV, A. N.; RÖSSLER, U. K. Chiral symmetry breaking in magnetic thin films and multilayers. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 87, p. 037203, Jun 2001. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.87.037203>>.

CANEDY, C. L.; LI, X. W.; XIAO, G. Large magnetic moment enhancement and extraordinary hall effect in co/pt superlattices. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 62, p. 508–519, Jul 2000. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.62.508>>.

CARVALHO-SANTOS, V. L. et al. Skyrmion propagation along curved racetracks. **Appl. Phys. Lett.**, v. 118, p. 172407, 2021. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/5.0045969>>.

CARVALHO-SANTOS, V. L. et al. Shifts in the skyrmion stabilization due to curvature effects in dome- and antidome-shaped surfaces. **Phys. Rev. B**, v. 102, 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.102.024444>>.

- CARVALHO-SANTOS, V. L. et al. Curvature-induced changes in the magnetic energy of vortices and skyrmions in paraboloidal nanoparticles. **J. Appl. Phys.**, v. 117, p. 17E518, 2015. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.4918565>>.
- CASTELNOVO C., M. R. S. S. L. Magnetic monopoles in spin. **Nature**, v. 451, p. 42–45, 2008. Disponível em: <<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/18172493/>>.
- COEY, J. **Magnetism and Magnetic Materials**. Cambridge University Press, 2010. (Magnetism and Magnetic Materials). ISBN 9780521816144. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Ie72CFd-eSEC>>.
- CORTÉS-ORTUÑO D., L. P. Influence of the dzyaloshinskii–moriya interaction on the spin-wave spectra of thin films. **Journal of Physics: Condensed Matter**, IOP Publishing, v. 25, n. 15, p. 156001, mar 2013. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/0953-8984/25/15/156001>>.
- DEBONTE, W. J. Properties of thick-walled cylindrical magnetic domains in uniaxial platelets. **Journal of Applied Physics**, v. 44, n. 4, p. 1793–1797, 04 1973. ISSN 0021-8979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1662450>>.
- den Broeder, F.; HOVING, W.; BLOEMEN, P. Magnetic anisotropy of multilayers. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 93, p. 562–570, 1991. ISSN 0304-8853. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/030488539190404X>>.
- DESPLAT, L. et al. Thermal stability of metastable magnetic skyrmions: Entropic narrowing and significance of internal eigenmodes. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 98, p. 134407, Oct 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.98.134407>>.
- DOMBRE, T.; READ, N. Nonlinear σ models for triangular quantum antiferromagnets. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 39, p. 6797–6801, Apr 1989. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.39.6797>>.
- DOROKHIN, M. V. et al. Manipulation of micromagnetic structure of thin co/pt multilayer films by precise variation of co and pt thicknesses. **Journal of Alloys and Compounds**, v. 926, p. 166956, 2022. ISSN 0925-8388. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925838822033473>>.
- DUBOWIK, J. Shape anisotropy of magnetic heterostructures. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 54, p. 1088–1091, Jul 1996. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.54.1088>>.
- DZYALOSHINSKY, I. A thermodynamic theory of “weak” ferromagnetism of antiferromagnetics. **Journal of Physics and Chemistry of Solids**, v. 4, n. 4, p. 241–255, 1958. ISSN 0022-3697. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022369758900763>>.
- FARIAS, W. S.; SANTENCE, I. A.; COURA, P. Z. The influence of curved surfaces on the propagation of skyrmions in a magnetic racetrack. **J. Magn. Mag. Mat.**, v. 568, p. 170386, 2023. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0304885323000355?via%3Dihub>>.

- FERNANDES R.L., L. R. P. A. Skyrmions and merons in two-dimensional antiferromagnetic systems. **Solid State Communications**, v. 290, p. 55–59, 2019. ISSN 0038-1098. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0038109818305799>>.
- GAIDIDEI, Y.; KRAVCHUK, V. P.; SHEKA, D. D. Curvature effects in thin magnetic shells. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 112, p. 257203, Jun 2014. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.112.257203>>.
- GILBERT, T. L. A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials. **IEEE Trans. Magn.**, v. 40, n. 6, p. 3443, 2004. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/1353448>>.
- GINGRAS, M. J. P. Observing monopoles in a magnetic analog of ice. **Science**, v. 326, n. 5951, p. 375–376, 2009. Disponível em: <<https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1181510>>.
- GIOIA, G.; JAMES, R. D. Micromagnetics of very thin films. **Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, The Royal Society, v. 453, n. 1956, p. 213–223, 1997.
- GÖBEL B., M. A. H. J. M. I. T.-O. A. Magnetic bimerons as skyrmion analogues in in-plane magnets. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 99, p. 060407, Feb 2019. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.99.060407>>.
- GOLDSTEIN, H.; POOLE, C.; SAFKO, J. **Classical Mechanics**. Addison Wesley, 2002. ISBN 9780201657029. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=tJCuQgAACAAJ>>.
- GRADMANN, U.; MÜLLER, J. Flat ferromagnetic, epitaxial 48ni/52fe(111) films of few atomic layers. **physica status solidi (b)**, v. 27, n. 1, p. 313–324, 1968. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/pssb.19680270133>>.
- GREEDAN, J. E. Geometrically frustrated magnetic materials. **J. Mater. Chem.**, The Royal Society of Chemistry, v. 11, p. 37–53, 2001. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1039/B003682J>>.
- GROLLIER, J. et al. Neuromorphic spintronics. **Nature Electronics**, v. 3, n. 7, 3 2020. Disponível em: <<https://pubmed.ncbi.nlm.nih.gov/33367204/>>.
- GRUNDY, P. Magnetic layers: Anisotropy. In: BUSCHOW, K. J. et al. (Ed.). **Encyclopedia of Materials: Science and Technology**. Oxford: Elsevier, 2001. p. 4788–4792. ISBN 978-0-08-043152-9. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B0080431526008366>>.
- GUIMARAES, P. **Magnetism and Magnetic Resonance in Solids**. [S.l.]: John Wiley Professio, 1998. ISBN 0471197742.
- GUIMARAES, P. **Principles of Nanomagnetism**. New York: Springer, 2009. Disponível em: <<https://mesonpiold.cbpf.br/apg/Nanomagnetism.pdf>>.
- GöBEL, B.; MERTIG, I.; TRETIAKOV, O. A. Beyond skyrmions: Review and perspectives of alternative magnetic quasiparticles. **Physics Reports**, v. 895, p. 1–28, 2021. ISSN 0370-1573. Beyond skyrmions: Review and perspectives of alternative

magnetic quasiparticles. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157320303525>>.

HE, M. et al. Evolution of topological skyrmions across the spin reorientation transition in pt/co/ta multilayers. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 97, p. 174419, May 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.97.174419>>.

HIROHATA, A. et al. Review on spintronics: Principles and device applications. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, Elsevier, 2020. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885320302353?via%3Dihub>>.

JIANG, A. et al. Transformation of a skyrmionium to a skyrmion through the thermal annihilation of the inner skyrmion. **Phys. Rev. Res.**, American Physical Society, v. 6, p. 013229, Mar 2024. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevResearch.6.013229>>.

JUGE, R. et al. Current-driven skyrmion dynamics and drive-dependent skyrmion hall effect in an ultrathin film. **Phys. Rev. Appl.**, American Physical Society, v. 12, p. 044007, Oct 2019. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.12.044007>>.

KHAWAJA U., S. H. A. Skyrmions in a ferromagnetic bose-einstein condensate. **Nature**, v. 411, n. 6840, p. 918–920, 2001. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/35082010>>.

KITTEL, C. Physical theory of ferromagnetic domains. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 21, p. 541–583, Oct 1949. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.21.541>>.

KITTEL, C. **Quantum Theory of Solids**. Wiley, 1987. ISBN 9780471624127. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=BcGwQgAACAAJ>>.

KORNIENKO, A. et al. Effect of curvature on the eigenstates of magnetic skyrmions. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 102, p. 014432, Jul 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.102.014432>>.

KRAVCHUK, V. P. et al. Topologically stable magnetization states on a spherical shell: Curvature-stabilized skyrmions. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 94, p. 144402, Oct 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.94.144402>>.

KRAVCHUK, V. P. et al. Multiplet of skyrmion states on a curvilinear defect: Reconfigurable skyrmion lattices. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 120, p. 067201, Feb 2018. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.120.067201>>.

KUCHKIN, V. M.; KISELEV, N. S. Turning a chiral skyrmion inside out. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 101, p. 064408, Feb 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.101.064408>>.

KÜHNEL, W. **Differential Geometry**. American Mathematical Society, 2015. (Student Mathematical Library). ISBN 9781470423209. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=qNBYCwAAQBAJ>>.

- LACROIX, C.; MENDELS, P.; MILA, F. **Introduction to Frustrated Magnetism: Materials, Experiments, Theory**. Springer Berlin Heidelberg, 2011. (Springer Series in Solid-State Sciences). ISBN 9783642105890. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=utSV09ZuhOkC>>.
- LANDAU, L.; LIFSHITZ, E. On the theory of the dispersion of magnetic permeability in ferromagnetic bodies. **Phys. Z. Sow.**, v. 8, p. 153, 1935. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:26634163>>.
- LEPADATU, S. Boris computational spintronics—high performance multi-mesh magnetic and spin transport modeling software. **Journal of Applied Physics**, v. 128, n. 24, p. 243902, 12 2020. ISSN 0021-8979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/5.0024382>>.
- LIN, C.-J. et al. Magnetic and structural properties of co/pt multilayers. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 93, p. 194–206, 1991. ISSN 0304-8853. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0304885391903299>>.
- LITZIUS, K. et al. Skyrmion Hall effect revealed by direct time-resolved X-ray microscopy. **Nature Physics**, Nature Pub. Group, London, v. 13, n. 2, p. 170–175, 2017. Disponível em: <<https://dspace.mit.edu/handle/1721.1/111662>>.
- MCCLARTY, P.; MOLAVIAN, H.; GINGRAS, M. Towards an effective hamiltonian for tb2ti2o7. 03 2010. Disponível em: <[url={https://api.semanticscholar.org/CorpusID:11779080}](https://api.semanticscholar.org/CorpusID:11779080)>.
- MOLAVIAN, H. R.; MCCLARTY, P. A.; GINGRAS, M. J. P. Towards an effective spin hamiltonian of the pyrochlore spin liquid tb2ti2o7. **arXiv: Statistical Mechanics**, 2009. Disponível em: <<https://api.semanticscholar.org/CorpusID:117790802>>.
- MORIYA, T. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 120, p. 91–98, Oct 1960. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.120.91>>.
- MUROOKA, R. et al. Current-induced shuttlecock-like movement of non-axisymmetric chiral skyrmions. **Scientific Reports**, v. 10, n. 396, 01 2020. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/s41598-019-56791-3>>.
- NAGAOSA N., T. Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. **Rev. Mod. Phys.**, v. 8, n. 12, p. 899–911, 2013. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/mmano.2013.243>>.
- NEÉL, M. Magnetic surface anisotropy and superlattice formation by orientation. **J. Phys. et Le Radium**, v. 15, n. 4, p. 225–239, 1954. Disponível em: <<https://doi.org/10.1051/jphysrad:01954001504022500>>.
- ONSAGER, L. Crystal statistics. i. a two-dimensional model with an order-disorder transition. **Phys. Rev.**, American Physical Society, v. 65, p. 117–149, Feb 1944. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.65.117>>.
- PARKIN, S.; YANG, S.-H. Memory on the racetrack. **Nature nanotechnology**, v. 10, n. 3, p. 195–198, 03 2015. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/nnano.2015.41>>.

- PYLYPOVSKIY, O. V. et al. Effects of surface anisotropy on magnetic vortex core. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 361, p. 201–205, 2014. ISSN 0304-8853. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0304885314002157>>.
- RAJARAMAN, R. Solitons and instantons north-holland. **Amsterdam, The Netherlands**, 1982. Disponível em: <http://inis.iaea.org/search/search.aspx?orig_q=RN:15036991>.
- RIVEROS A., T. F. E. J. G. K. C.-F. O. Field-dependent energy barriers of magnetic néel skyrmions in ultrathin circular nanodots. **Phys. Rev. Appl.**, American Physical Society, v. 16, p. 014068, Jul 2021. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.16.014068>>.
- ROHART, S.; MILTAT, J.; THIAVILLE, A. Path to collapse for an isolated néel skyrmion. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 93, p. 214412, Jun 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.93.214412>>.
- ROMMING, N. et al. Writing and deleting single magnetic skyrmions. **Science**, v. 341, n. 6146, p. 636–639, 2013. Disponível em: <<https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1240573>>.
- SAKURAI, J.; NAPOLITANO, J. **Modern Quantum Mechanics**. Cambridge University Press, 2017. ISBN 9781108422413. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=010yDwAAQBAJ>>.
- SAMPAIO, J. et al. Nucleation, stability and current-induced motion of isolated magnetic skyrmions in nanostructures. **Nat. Nanotech.**, v. 8, n. 11, p. 839–844, 2013. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/nnano.2013.210>>.
- SCHEINFELD, M. R. et al. Scanning electron microscopy with polarization analysis (SEMPA). **Review of Scientific Instruments**, v. 61, n. 10, p. 2501–2527, 10 1990. ISSN 0034-6748. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.1141908>>.
- SCHULZ, T. et al. Emergent electrodynamics of skyrmions in a chiral magnet. **Nature Physics**, v. 8, n. 4, p. 301–304, 02 2012. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/nphys2231>>.
- SCHÖNENBERGER C., A. S. Understanding magnetic force microscopy. **Z. Physik B - Condensed Matter**, American Physical Society, v. 80, p. 373–383, Jul 1990. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007/BF01323519>>.
- SETH, A.; BHATTACHARJEE, S.; MOESSNER, R. Probing emergent qed in quantum spin ice via raman scattering of phonons: Shallow inelastic scattering and pair production. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 106, p. 054507, Aug 2022. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.106.054507>>.
- SHANKAR, R. Applications of topology to the study of ordered systems. **J. Phys. France**, v. 38, n. 11, p. 1405 – 1412, 1997. Disponível em: <<https://hal.science/jpa-00208711v1>>.
- SHEKA, D. D.; IVANOV, B. A.; MERTENS, F. G. Internal modes and magnon scattering on topological solitons in two-dimensional easy-axis ferromagnets. **Phys.**

Rev. B, American Physical Society, v. 64, p. 024432, Jun 2001. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.64.024432>>.

SHEKA, D. D.; KRAVCHUK, V. P.; GAIDIDEI, Y. Curvature effects in statics and dynamics of low dimensional magnets. **Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical**, IOP Publishing, v. 48, n. 12, p. 125202, mar 2015. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/1751-8113/48/12/125202>>.

SHEN, L. et al. Dynamics of ferromagnetic bimerons driven by spin currents and magnetic fields. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 102, p. 104427, Sep 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.102.104427>>.

SILVA-JUNIOR, A. G. et al. Curvature-induced enhancement of thermal stability of skyrmions. **Journal of Applied Physics**, v. 136, n. 4, p. 043902, 07 2024. ISSN 0021-8979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/5.0217300>>.

SILVA-JUNIOR, A. G. et al. Curvature-induced enhancement of thermal stability of skyrmions. **Journal of Applied Physics**, v. 136, n. 4, p. 043902, 07 2024. ISSN 0021-8979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/5.0217300>>.

SILVA-JUNIOR, A. G. et al. Bimeron stability and non-reciprocal energy behavior in magnetic nanodots. **Applied Physics Letters**, v. 125, n. 25, p. 252405, 12 2024. ISSN 0003-6951. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/5.0245891>>.

SOUZA, S. F. de et al. Field-driven conversion of two-dimensional solitonic magnetic textures. **Journal of Applied Physics**, v. 136, n. 17, p. 173905, 11 2024. ISSN 0021-8979. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/5.0231858>>.

TEIXEIRA, A. W. et al. Motion-induced inertial effects and topological phase transitions in skyrmion transport. **Journal of Physics: Condensed Matter**, IOP Publishing, v. 33, n. 26, p. 265403, may 2021. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1088/1361-648X/abfb8c>>.

TEJO, F. et al. Stabilization of magnetic skyrmions on arrays of self-assembled hexagonal nanodomains for magnetic recording applications. **ACS Appl. Mater. Interfaces**, v. 12, n. 47, p. 53454, 2015. Disponível em: <<https://pubs.acs.org/doi/10.1021/acsami.0c14350>>.

THIAVILLE, A. et al. Dynamics of dzyaloshinskii domain walls in ultrathin magnetic films. **Europhysics Letters**, EDP Sciences, IOP Publishing and Società Italiana di Fisica, v. 100, n. 5, p. 57002, dec 2012. Disponível em: <<https://dx.doi.org/10.1209/0295-5075/100/57002>>.

TOMASELLO, R. et al. Performance of synthetic antiferromagnetic racetrack memory: domain wall vs skyrmion. **Journal of Physics D: Applied Physics**, v. 50, n. 32, 07 2017. Disponível em: <<https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6463/aa7a98>>.

TOMASELLO R., M. E. Z. R. T. L. C.-M. F. G. A strategy for the design of skyrmion racetrack memories. **Scientific reports**, v. 4, n. 6784, p. 06784–1, 12 2014. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/srep06784>>.

TORREJON, J. et al. Neuromorphic computing with nanoscale spintronic oscillators. **Nature**, v. 547, n. 7664, p. 428–431, July 2017. ISSN 0028-0836. Disponível em: <<https://europepmc.org/articles/PMC5575904>>.

TVETEN, E. G. et al. Intrinsic magnetization of antiferromagnetic textures. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 93, p. 104408, Mar 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.93.104408>>.

ULLOA, C.; NUNEZ, A. S. Solitonlike magnetization textures in noncollinear antiferromagnets. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 93, p. 134429, Apr 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.93.134429>>.

VANSTEENKISTE, A. et al. The design and verification of MuMax3. **AIP Advances**, v. 4, n. 10, p. 107133, 10 2014. ISSN 2158-3226. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.4899186>>.

WALFORD, J. N. et al. Theory of near-field magneto-optical imaging. **J. Opt. Soc. Am. A**, Optica Publishing Group, v. 19, n. 3, p. 572–583, Mar 2002. Disponível em: <<https://opg.optica.org/josaa/abstract.cfm?URI=josaa-19-3-572>>.

WAN, Y.; GINGRAS, M. J. P. Color ice states, weathervane modes, and order by disorder in the bilinear-biquadratic pyrochlore heisenberg antiferromagnet. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 94, p. 174417, Nov 2016. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.94.174417>>.

WANG, R. et al. Artificial ‘spin ice’ in a geometrically frustrated lattice of nanoscale ferromagnetic islands. **Nature**, v. 439, n. 7074, p. 303–306, 02 2006. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/nature04447>>.

WEISS, P. La variation du ferromagnétisme avec la température. **Comptes Rendus**, v. 143, p. 1136–1139, 1906.

WIEBE, C. R.; HALLAS, A. M. Frustration under pressure: Exotic magnetism in new pyrochlore oxides. **APL Materials**, v. 3, n. 4, p. 041519, 04 2015. ISSN 2166-532X. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.4916020>>.

WRIGHT, D. C.; MERMIN, N. D. Crystalline liquids: the blue phases. **Rev. Mod. Phys.**, American Physical Society, v. 61, p. 385–432, Apr 1989. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.61.385>>.

YANG, H. et al. Anatomy of dzyaloshinskii-moriya interaction at Co/Pt interfaces. **Phys. Rev. Lett.**, American Physical Society, v. 115, p. 267210, Dec 2015. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.115.267210>>.

YANG, J. et al. Intrinsic dmi-free skyrmion formation and robust dynamic behaviors in magnetic hemispherical shells. **Sci. Rep.**, v. 11, n. 3886, 2021. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/s41598-021-81624-7>>.

YERSHOV, K. V.; KÁKAY, A.; KRAVCHUK, V. P. Curvature-induced drift and deformation of magnetic skyrmions: Comparison of the ferromagnetic and antiferromagnetic cases. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 105, p. 054425, Feb 2022. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.105.054425>>.

YERSHOV, K. V. et al. Geometry-induced motion of magnetic domain walls in curved nanostripes. **Phys. Rev. B**, v. 98, p. 060409(R), 2018. Disponível em: <<https://journals.aps.org/prb/abstract/10.1103/PhysRevB.98.060409>>.

YERSHOV, K. V. et al. Curvature effects on phase transitions in chiral magnets. **SciPost Phys.**, SciPost, v. 9, p. 043, 2020. Disponível em: <<https://scipost.org/10.21468/SciPostPhys.9.4.043>>.

ZHANG, X. et al. Bimerons create bimerons: Proliferation and aggregation induced by currents and magnetic fields. **Aggregate**, v. 5, n. 5, p. e590, 2024. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/agt2.590>>.

ZHANG X., X. J. S. L. E. M. T.-O. Z. G. L. X. Z. Y. Static and dynamic properties of bimerons in a frustrated ferromagnetic monolayer. **Phys. Rev. B**, American Physical Society, v. 101, p. 144435, Apr 2020. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.101.144435>>.

ZHANG X., Z. Y. E. M. e. a. Magnetic skyrmion transistor: skyrmion motion in a voltage-gated nanotrack. **Sci. Rep.**, v. 5, n. 11369, 2015. Disponível em: <<https://www.nature.com/articles/srep11369>>.