

JHONATA SOARES DE FREITAS

**PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM SELEÇÃO DE POSTOS
DE ABASTECIMENTO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: André Gustavo dos Santos

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2021**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

F866p
2021

Freitas, Jhonata Soares de, 1994-
Problema do roteamento de veículos com seleção de postos
de abastecimento / Jhonata Soares de Freitas. – Viçosa, MG,
2021.

1 dissertação eletrônica (70 f.): il. (algumas color.).

Inclui apêndice.

Orientador: André Gustavo dos Santos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Inclui bibliografia.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2021.093>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Programação linear. 2. Postos gasolina. 3. Combustíveis -
Preços. 4. Modelos matemáticos. 5. Levantamento de rotas.

I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Informática.
Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação.

II. Título.

CDD 22. ed. 519.72

Bibliotecário(a) responsável: Alice Regina Pinto CRB6 2523

JHONATA SOARES DE FREITAS

**PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM SELEÇÃO DE POSTOS
DE ABASTECIMENTO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

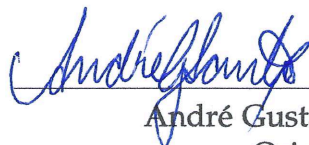
APROVADA: 8 de julho de 2021.

Assentimento:



Jhonata Soares de Freitas

Autor



André Gustavo dos Santos

Orientador

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela oportunidade de estudar na Universidade Federal de Viçosa e por ter conhecido pessoas maravilhosas durante esses anos de graduação e pós.

Agradeço ao professor André por toda contribuição durante a graduação e o mestrado, seja como professor, orientador ou treinador da equipe de maratona. Sua dedicação à profissão me incentivou durante minha jornada.

Agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização deste mestrado.

Agradeço aos professores e funcionários do DPI-UFV, onde tive o prazer de ser aluno e professor. A dedicação e o profissionalismo de todos vocês contribuíram muito na minha formação.

Agradeço aos amigos de graduação e pós, pela troca de saberes.

A minha família pelo apoio e incentivo aos estudos. Por reconhecerem que meus momentos de ausência estavam relacionados à objetivos maiores.

"Se consegui ver mais longe é porque estava aos ombros de gigantes."

Isaac Newton

RESUMO

FREITAS, Jhonata Soares, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2021. **Problema do roteamento de veículos com seleção de postos de abastecimento.** Orientador: André Gustavo dos Santos.

Motivados pela greve dos caminhoneiros em 2018 e aumento do preço dos combustíveis no Brasil, bem como pelo aumento da disparidade de preços entre os postos de combustível, este trabalho propõe uma variação do problema de roteamento de veículos que inclui a seleção de postos de abastecimento. É proposta uma modelagem matemática que busca reduzir os custos de transporte por meio da escolha das rotas, postos de combustível e quantidade que deve ser abastecida em cada posto para minimizar o gasto total com combustível. A modelagem leva em consideração a posição dos postos de combustível, bem como o valor do combustível e a capacidade dos veículos de armazenar e consumir combustível. Além desta modelagem de programação linear inteira mista, também são propostas técnicas heurísticas para melhorar a qualidade das soluções obtidas quando há um limite curto de tempo. Em seguida, estratégias baseadas na técnica de geração de colunas são analisadas para acelerar o processo de cálculo dos resultados. Por fim, o trabalho retrata de forma detalhada a criação das instâncias e experimentos computacionais realizados para analisar e comparar as diferentes técnicas propostas.

Palavras-chave: Problema do Roteamento de Veículos. Preço do Combustível. Modelo Matemático. Geração de Colunas.

ABSTRACT

FREITAS, Jhonata Soares, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2021. **Problema do roteamento de veículos com seleção de postos de abastecimento.** Orientador: André Gustavo dos Santos.

Motivated by the 2018 truck drivers' strike and the steady increase in fuel prices in Brazil, as well as the increase in the price disparity between fuel stations, this paper proposes a variation of the vehicle routing problem that includes the selection of fuel stations. We propose a mathematical model that seeks to reduce transport costs by choosing the routes, fuel stations and quantity that must be supplied in order to minimize the total fuel expense. The new modeling takes into account the position of fuel stations as well as the fuel value. Another factor to consider is the ability of vehicles to store and consume fuel. In addition to this mixed integer linear programming modeling, heuristic techniques are also proposed to improve the quality of the solutions obtained when there is a short time limit. Then, strategies based on the column generation technique are analyzed to speed up the results calculation process. Finally, the work portrays in detail the creation of instances and computational experiments carried out to analyze and compare the different proposed techniques.

Palavras-chave: Vehicle Routing Problem. Fuel Price. Mathematical Model. Column Generation

LISTA DE FIGURAS

1.1	Exemplo de rota considerando o abastecimento e sem considerar o abastecimento	11
3.1	Veículo escolhendo um posto mais próximo em vez do mais barato em resolução de uma das instâncias	22
3.2	Veículo escolhendo um posto com baixo custo de abastecimento em vez do mais próximo na solução de uma das instâncias	22
5.1	iteração entre o problema mestre e o subproblema	34
5.2	Solução artificial para uma instância com 22 clientes	39
6.1	Disposição dos clientes e postos da instância P-n50-k10	43
6.2	Gráfico de Relação entre a capacidade de Armazenamento de combustível e valor da função objetivo para a instância P-n50-k10	45
6.3	Gráfico de Relação entre a reserva e valor da função objetivo para a instância P-n50-k10	46
6.4	Solução ótima para a instância P-n5-k2	48
6.5	Comparação entre as rotas geradas pelo algoritmo guloso e o modelo matemático	50
6.6	Rotas geradas pelo algoritmo guloso para a instância P-n50-k10	52
6.7	Rotas melhoradas pela busca local para a instância P-n50-k10	52
6.8	Rotas ótimas geradas pela geração para a instância P-n16-k8	60
6.9	Rotas geradas pelo algoritmo guloso para a instância P-n16-k8	61

LISTA DE TABELAS

6.1	Características das instâncias adaptadas	44
6.2	Resultados obtidos após a execução do modelo proposto no CPLEX iniciando a partir da solução gulosa e sem iniciar com uma solução viável	47
6.3	Valor da função objetivo para as soluções do algoritmo guloso, modelo matemático e a porcentagem de melhoria da solução	49
6.4	Comparação entre o algoritmo guloso e a busca local, o valor economizado, porcentagem de melhoria da solução e tempo de execução	51
6.5	Valores das funções objetivos utilizando todos os métodos descritos em capítulos anteriores	53
6.6	Número de iterações das formas distintas de aplicação da geração de colunas	55
6.7	Tempo gasto durante cada iteração das formas distintas de aplicação geração de colunas para a instância P-n7-k2	56
6.8	Detalhes das iterações das formas distintas de aplicação da geração de colunas utilizando a solução inicial artificial, onde são exibidos o valor do problema mestre, subproblema, custo da rota gerada, gap do subproblema e se a variável entrou na base	58
6.9	Detalhes das iterações das formas distintas de aplicação da geração de colunas utilizando a solução da busca local, onde são exibidos o valor do problema mestre, subproblema, custo da rota gerada, gap do subproblema e se a variável entrou na base	59

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	Motivação	11
1.2	Influência do preço do combustível na logística de transporte	13
1.3	Objetivos	14
1.3.1	Objetivo Geral	14
1.3.2	Objetivos Específicos	14
1.4	Contribuições	15
1.5	Estrutura do trabalho	15
2	REVISÃO DA LITERATURA	16
2.1	Problema do Roteamento de Veículos Clássico	16
2.2	Variantes do PRV	17
2.3	Conclusões Gerais	20
3	PROBLEMA DO ROTEAMENTO DE VEÍCULOS COM SELEÇÃO DE POSTOS DE ABAS- TECIMENTO	21
3.1	Descrição	21
3.2	Modelo Matemático	23
4	HEURÍSTICAS	27
4.1	Algoritmo Guloso	27
4.2	Busca Local	31
5	GERAÇÃO DE COLUNAS	33
5.1	Problema Mestre	34
5.1.1	Modelo Matemático do problema mestre	35
5.2	Subproblema	36
5.2.1	Modelo Matemático do subproblema	36

5.3	Execução da geração de colunas	39
5.4	Heurística para o Subproblema	40
6	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	42
6.1	Instâncias	42
6.2	Ambiente Computacional	46
6.3	Discussão dos resultados	47
6.3.1	Resultados do modelo matemático e algoritmo guloso	47
6.3.2	Resultados da busca local	50
6.3.3	Resultados da geração de colunas	53
6.4	Considerações Finais	61
7	CONCLUSÃO	63
7.1	Trabalhos Futuros	64
7.2	Publicação	65
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	66
	APÊNDICE A LINKS ÚTEIS	70

Capítulo 1

Introdução

Neste trabalho, apresenta-se uma proposta de variante ao Problema do Roteamento de Veículos (PRV), denominada Problema do Roteamento de Veículos com Seleção de Postos de Abastecimento (PRVSPA), em que são incluídas considerações de abastecimento dos veículos com o objetivo de minimizar os gastos com combustível. Devemos considerar, então, o abastecimento do veículo, como pode ser observado na figura 1.1, que mostra duas rotas em que o veículo visita os clientes na mesma sequência, sendo que, na primeira, o veículo abastece em um posto onde o combustível possui um baixo custo, evitando o posto mais próximo, que possui um custo de abastecimento maior e, na segunda, um exemplo em que o abastecimento é desconsiderado. Além disso, devemos considerar as características intrínsecas de consumo e armazenamento de combustível de todos os veículos: o consumo durante todo o trajeto, inclusive ao se deslocar ao posto de abastecimento; a capacidade de armazenamento de combustível.

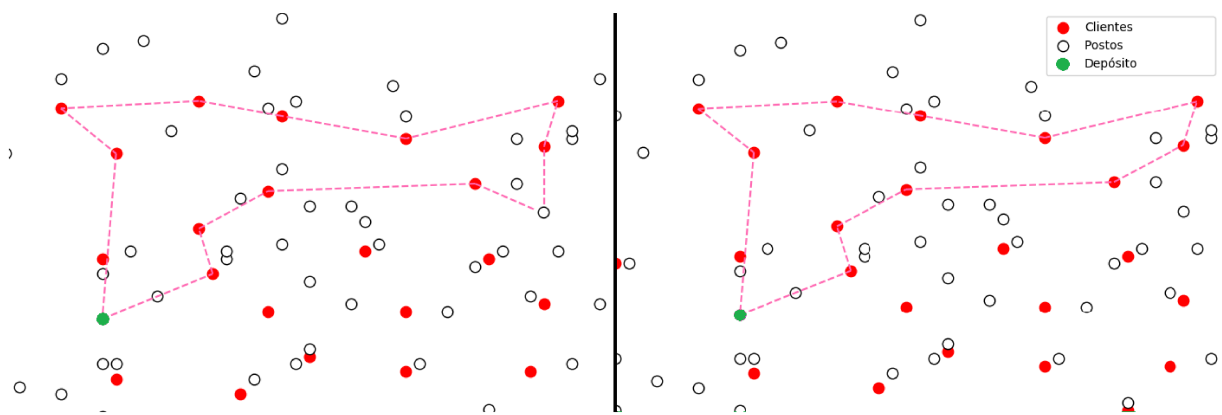


Figura 1.1: Exemplo de rota considerando o abastecimento e sem considerar o abastecimento

1.1 Motivação

A greve dos caminhoneiros ocorrida em maio de 2018, no Brasil, trouxe inúmeros transtornos causados pela interrupção de transportes de insumos e bloqueios de es-

tradas. Algumas das consequências desse problema foram, segundo o [Jornal Folha de São Paulo \(2018\)](#): falta de combustível, causando aumento de preço e longas filas nos postos de combustível, falta de alimentos e medicamentos para abastecimento em lojas e farmácias, suspensão de aulas e voos e morte de aves e suínos por falta de ração alimentar. Esse cenário fez com que algumas cidades brasileiras declarassem estado de calamidade pública, o que gerou perdas de 40,9 bilhões de reais, causou aumento da cotação do dólar e queda de 36% nas exportações, segundo [G1 \(2019\)](#).

A motivação para a greve foi o aumento dos preços dos combustíveis nos postos devido ao aumento dos impostos sobre os combustíveis e da política de reajuste de preços da Petrobras, conforme relatado pelo [G1 \(2018a\)](#). Outra reclamação dos grevistas, de acordo com [G1 \(2018d\)](#), foi o fim do pedágio do eixo suspenso. A elevação dos preços dos combustíveis, especificamente do diesel, que afeta diretamente os caminhoneiros, acarreta aumento dos custos associados ao transporte de cargas e pessoas, causando prejuízos aos caminhoneiros e transportadoras. Como consequência desse aumento, há um efeito cascata que influencia o preço final dos produtos transportados ([Fecomercio DF, 2018](#)).

A paralisação do transporte de cargas e o bloqueio de diversas estradas levaram a uma falta de combustível sem precedentes nos postos, gerando uma grande demanda por gasolina, inclusive de automóveis. Os poucos postos que recebiam combustível passaram a limitar o abastecimento por veículo e cobrar preços exorbitantes. Por exemplo, a gasolina chegou a R\$ 9,99 por litro em alguns postos do Distrito Federal, segundo [O Globo \(2018\)](#), em uma época em que o valor comum era pouco superior a R\$ 4,00.

A greve dos caminhoneiros mostrou o quão é importante o combustível no cenário nacional, pois afeta diversos setores além da economia. A ocorrência da falta de materiais afetou a saúde, ocasionando falta de insumos hospitalares e medicamentos ([G1, 2018b](#); [Exame, 2018](#)), a educação, com o cancelamento de vestibulares e suspensão de aulas [G1 \(2018e\)](#), a segurança pública, com a redução das atividades de patrulhamento da polícia militar ([G1, 2018c](#)) e a política, causando crise entre o governo da época, a oposição e algumas empresas que supostamente influenciaram a greve dos caminhoneiros ([Época Negócios, 2018](#)).

Dessa forma, esse cenário tornou ainda mais evidente a necessidade de considerarmos os custos de abastecimento, e, principalmente, a seleção de postos de combustível no roteamento de veículos.

1.2 Influência do preço do combustível na logística de transporte

O gasto com combustível é um dos principais custos envolvidos no transporte de carga e existe uma variação grande nos preços dos combustíveis em postos de abastecimento. Segundo [Nogueira \(2020\)](#), o gasto de transporte incide de 1 a 2% sobre o faturamento total para a maioria das empresas, mas pode chegar a um total de 7%, sendo que a despesa de transporte também representa aproximadamente 59% do custo logístico total de uma empresa.

[Bsoft \(2019\)](#) discrimina de forma detalhada todo o custo de transporte, considerando os custos fixos, os variáveis e os de gerenciamento de risco. Os custos fixos são aqueles que não variam conforme a distância percorrida pelo veículo, como: remuneração do motorista, impostos e reposições de equipamento. Os custos variáveis se concentram basicamente no estado de conservação do veículo e nos gastos com pedágio e combustível. Já os custos de gerenciamento de risco cobrem situações adversas e imprevisíveis, podendo ser, por exemplo: custos de devolução de mercadoria; custo de estadia do veículo (despesa gerada quando o veículo está parado além de um tempo limite); re-entrega; custo de cubagem; custo de restrição ao trânsito.

Desconsiderando os custos fixos e os de gerenciamento de risco que não possuem relação direta com o roteamento de veículos e analisando somente os custos variáveis, podemos desconsiderar também o desgaste do veículo, pois acontece a longo prazo e sofre influência de vários fatores, como condições climáticas e da via, ocorrência de acidentes etc, o que impossibilita mensurá-los de forma quantitativa.

Portanto, o pedágio e o gasto com combustível são as despesas associadas ao roteamento de veículos que possuem grande influência no custo de transporte e que podem ser analisadas a curto prazo. Para simplificar o estudo em questão, este trabalho considera somente o abastecimento dos veículos, pois o valor do pedágio depende de alguns fatores, por exemplo, o tipo de veículo, número de eixos e peso ([Shen et al., 2009](#)).

Para o abastecimento do veículo, dois fatores devem ser considerados: garantir que ele sempre alcance um posto quando houver necessidade de abastecimento e que os postos sejam escolhidos de forma a minimizar o gasto com combustível.

Ao incluir o preço do combustível nos postos, deve-se considerar também que ele tende a variar, devido à Lei nº 9.478, de 6 de agosto de 1997 [Brasil \(1997\)](#), que estabelece a liberdade de preço em todos os segmentos do mercado de combustível e derivados do petróleo, significando que não há qualquer tipo de tabelamento nem fixação de valores máximos e mínimos, ou qualquer exigência de autorização oficial prévia para reajustes. A Lei nº 8.078, de 11 de setembro de 1990 [Brasil \(1990\)](#),

denominada Código de Defesa do Consumidor, controla eventuais práticas abusivas referente à comercialização de qualquer produto. Portanto, em um curto período de tempo, pode existir uma alteração nos custos das rotas geradas pelo PRVSPA, mas caso algum posto altere de forma abusiva o preço do combustível, pode acarretar penalização a ele, segundo o [Correio Braziliense \(2020\)](#).

Assim, pela liberdade de fixação de preços de combustível e pela parcela significativa que eles representam no custo de transporte, o planejamento de viagens rodoviárias passou a ter um requisito adicional: definição precisa de onde e quanto abastecer em cada parada para garantir combustível suficiente para a viagem e também preços mais baixos.

1.3 Objetivos

Nesta seção, são apresentados os objetivos visados neste trabalho. Primeiramente é detalhado o objetivo geral, referente à contribuição que este trabalho busca trazer para a logística de transporte. Em seguida, são definidos os objetivos específicos, que foram derivados do objetivo geral e serviram de caminho para que fosse atingido.

1.3.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é propor uma nova variante para o PRV, buscando diminuir os gastos associados ao transporte de mercadoria, adicionado o abastecimento dos veículos ao PRV para minimizar os custos com combustível e consequentemente reduzir os gastos com transporte, além de propor uma formalização matemática do problema e métodos de solução.

1.3.2 Objetivos Específicos

No intuito de se alcançar o objetivo geral, destacam-se os objetivos específicos que devem ser atingidos:

- Análise de variantes do PRV que possuem características semelhantes;
- Definição das características do problema;
- Definição de um modelo matemático de programação linear inteira mista;
- Adaptação de instâncias do PRV para suportar as características de abastecimento e consumo;
- Elaboração de heurísticas para computação de soluções significativas;

- Combinação de técnicas heurísticas e exatas buscando melhorias nas soluções;
- Análise de todos os resultados obtidos;

1.4 Contribuições

Este trabalho contribui para a literatura com uma nova variante do PRV. O problema aqui proposto considera uma das características encontradas no cenário real do transporte de mercadoria, em que o abastecimento e o consumo de combustível de um veículo devem ser considerados no planejamento das rotas de forma a reduzir os gastos.

O modelo de programação linear inteira mista descreve a nova variante do PRV, em que obtêm-se o plano de abastecimento e a rota final para cada veículo da frota disponível e não rotas que consideram somente o depósito e os clientes como pontos visitados.

Assim, a empresa responsável pela frota de veículos possuirá um controle estratégico sobre despesas com a frota, visto que, ao gerar o plano de abastecimento, o gasto com combustível estará detalhado e, caso ocorra aumento no preço desse insumo, o impacto financeiro será amortizado partindo da premissa que as rotas poderão ser replanejadas, caso seja possível obter o gasto mínimo com o abastecimento.

1.5 Estrutura do trabalho

A versão proposta neste trabalho foi nomeada de Problema do Roteamento de Veículos com Seleção de Postos de Abastecimento (PRVSPA). No capítulo 2, é feita uma breve revisão da literatura com alguns problemas relacionados. O capítulo 3 apresenta a definição formal do problema e a seção 3.2, o modelo matemático que o descreve. No capítulo 4 há heurísticas para construir uma solução inicial e melhorar uma solução existente. O capítulo 5 exibe a utilização da geração de colunas para decompor o problema com objetivo de acelerar sua solução. O capítulo 6 apresenta os experimentos computacionais realizados utilizando a modelagem do PRVSPA e as técnicas propostas neste trabalho. Por fim, o capítulo 7 relata as conclusões obtidas a partir deste estudo e sugestões de trabalhos futuros.

Capítulo 2

Revisão da literatura

Este capítulo apresenta algumas variações do PRV relacionadas ao PRVSPA. Na seção 2.1, o PRV clássico é comparado ao PRVSPA, analisando os principais pontos do PRV que necessitam ser adaptados para suportar o abastecimento da frota de veículos. Em seguida, na seção 2.2, são demonstradas algumas das principais variantes do PRV que possuem alguma característica que possa ser utilizada no PRVSPA. Por fim, a seção 2.3 descreve as conclusões obtidas a partir do estudo do PRV e suas variações disponíveis na literatura.

2.1 Problema do Roteamento de Veículos Clássico

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) é um problema clássico de otimização combinatória proposto e formalizado por [Dantzig and Ramser \(1959\)](#). Pode ser considerado uma extensão de outro problema clássico, o Problema do Caixeiro Viajante (PCV). No PRV, deve-se atender a um conjunto de clientes utilizando uma frota de veículos iniciando o trajeto de um depósito comum. O PRV geralmente leva em consideração a capacidade do veículo, de forma que a soma das demandas dos clientes atendidas por um veículo não pode ultrapassar sua capacidade. O objetivo varia dependendo do contexto em que é aplicado. Por exemplo, busca-se uma solução que minimize tempo total de transporte, distância total percorrida, tempo de espera, horas extras do motorista, desgaste do veículo, insatisfação do cliente ou que maximize o atendimento a ele, entre outros fatores.

A motivação do PRV foi a necessidade de reduzir os custos associados à logística de transporte, pois o valor estimado associado ao transporte do produto varia entre 10% e 15% do valor do produto final, segundo [Hasle and Kloster \(2007\)](#) e [Rodrigue et al. \(2007\)](#). Portanto, justifica-se a utilização de um método que auxilie na construção de rotas para redução de custos. Mesmo tendo uma definição simples, o PRV é um problema NP-Difícil, assim como o PCV. Além disso existem algumas variantes de PRV que são usadas para situações particulares. Algumas variações levam em consideração características específicas, como tipo de produto e de veículo, velocidade máxima de transporte entre outros critérios ([Toth and Vigo, 2014](#)).

Minimizar a distância total percorrida geralmente está associado a baixos valores de frete. No entanto, por uma série de razões, gerar a rota mais curta não necessariamente produz o menor gasto financeiro, pois outros fatores podem contribuir para o custo agregado das rotas. Por exemplo, o trajeto pode apresentar trânsito lento, pedágios, más condições das estradas ou de sua manutenção, acidentes, maior preço do combustível em trechos ou pode ser mais suscetível às condições climáticas e outros problemas.

Usar uma técnica que leve em consideração todos os fatores que influenciam o custo do transporte não é viável, pois obter instâncias que representem com precisão a realidade é praticamente impossível, uma vez que alguns fatores, como o trânsito e as condições das estradas, dependem de vários elementos e podem variar com o tempo, tornando uma representação precisa impraticável. Um fator interessante a se considerar é a redução do custo com combustível, visto que uma frota de veículos consome grande quantidade dele e um dos aspectos que influenciam no consumo de combustível é a distância percorrida.

O Modelo Matemático do PRV proposto por [Dantzig and Ramser \(1959\)](#) minimiza a distância total percorrida pelos veículos, garantindo por meio de uma restrição de que todos os clientes devem ser visitados apenas uma vez. O modelo garante que a demanda de todos os clientes seja atendida e que não haja sub-rotas sem ligação com o depósito por meio do controle de fluxo da carga e não permite que a capacidade de transporte do veículo seja violada.

2.2 Variantes do PRV

[Sakaykumar \(2021\)](#) e [Joubert \(2007\)](#) destacam, em seus trabalhos, as principais aplicações do PRV e as suas variações mais mencionadas na literatura, bem como a crescente aplicação devido aos avanços tecnológicos dos sistemas computacionais e à melhor utilização das técnicas de pesquisa operacional. Entre as variantes destacadas pelos autores estão: Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea (PRVCES); Problema do Roteamento de Veículos com Seleção de Pedidos; Problema do Roteamento de Veículos com Janela de Tempo; Problema do Roteamento de Veículos Capacitados; Problema do Roteamento de Veículos com Dependência de Tempo; Problema do Roteamento de Veículos Dinâmico; Problema do Roteamento de Veículos Periódico; Problema de Roteamento de Veículos com Backhauls; Problema de Roteamento de Veículos Estocástico; Problema de Roteamento de Veículos Aberto. No entanto, somente algumas das variantes mencionadas contribuem para consideração do abastecimento. Algumas variações encontradas na literatura e não mencionadas pelos autores contribuem para adaptação do problema.

O Problema de Roteamento de Veículos com Coleta e Entrega Simultânea (PRV-

CES) é uma variação do PRV proposta por [Min \(1989\)](#) para calcular rotas de distribuição de materiais de uma biblioteca, onde os materiais entregues devem ser colocados de volta nas prateleiras e aqueles a serem emprestados devem ser retirados. O conceito pode ser usado para entregar produtos aos clientes ao mesmo tempo em que se coleta resíduos para reciclagem ou descarte adequado. Essa variação surgiu para evitar a despesa de ter que repetir a mesma rota duas vezes para pegar e entregar. Embora possa parecer óbvio usar o mesmo veículo para entrega e coleta e encontrar rotas que não violem as restrições de capacidade do veículo não são tarefa simples, portanto a maioria das rotas geradas pelo PRV clássico poderia violar a restrição de capacidade do veículo. O PRVCES também tem aplicações em serviços postais, onde é possível entregar correspondência a um cliente e retirar outra para remessa e em distribuidores de bebidas, onde o caminhão entrega os recipientes cheios e recolhe os vazios ([Xue, 2018](#)).

Antes de propor o modelo, o trabalho de [Min \(1989\)](#) propõe uma técnica que consiste em agrupar os pontos em clusters, designar um veículo para cada cluster e aplicar o PCV a cada um deles. No entanto, essa abordagem violou as restrições de capacidade do veículo na maioria dos casos. As soluções viáveis foram encontradas usando a técnica branch-and-bound para solucionar o modelo proposto.

O Problema de Roteamento de Veículos Verdes (PRVV), segundo [Lin et al. \(2014\)](#), foi proposto com o objetivo de atender às necessidades de logística verde, conciliando a redução de custos ambientais e econômicos. O principal objetivo do PRVV é reduzir as emissões de dióxido de carbono (CO_2) a partir da redução do consumo de combustíveis fósseis e da inclusão de combustíveis alternativos.

Um dos tópicos abordados por [Lin et al. \(2014\)](#) no PRVV demonstra que minimizar o consumo de combustível contribui para reduzir as emissões de dióxido de carbono, mas não atinge emissões mínimas se fatores como a influência do congestionamento do tráfego forem desconsiderados. [Maden et al. \(2010\)](#) estudou o problema considerando o congestionamento rodoviário e obteve uma redução de 7% na emissão de dióxido de carbono em relação ao problema cujo objetivo é apenas minimizar a distância.

O PRVV proposto por [Erdoğan and Miller-Hooks \(2012\)](#) busca encontrar, no máximo, uma rota para cada veículo, que começa e termina no depósito, visitando um subconjunto de vértices do problema que incluem os clientes e postos de abastecimento de combustíveis renováveis quando necessário de forma que a distância total percorrida seja minimizada. Existem restrições que controlam o consumo de combustível e a capacidade do tanque de combustível e a duração da rota. Presume-se que todos os clientes podem ser atendidos por um veículo que inicia a rota no depósito e retorna a ele após visitar o cliente diretamente dentro do tempo, sendo que o veículo pode visitar qualquer posto desde que seu combustível seja suficiente para o desloca-

mento. O depósito pode ser considerado como um posto sem perda de generalidade e ao visitar um posto, o veículo é completamente abastecido.

O Problema de Roteamento de Veículos considerando o consumo de combustível foi proposto por [Xiao et al. \(2012\)](#), com base em uma logística verde para minimizar esse consumo nas rotas, sendo o combustível um fator importante na redução do custo de transporte e também de emissão de dióxido de carbono. Essa nova abordagem leva em consideração fatores como velocidade do veículo, declive do terreno, peso da carga, distância percorrida, cor do veículo, pressão de enchimento dos pneus, condições de tráfego, clima e uso de defletores ([US Department of Energy, 2008](#)). Segundo [Kuo and Wang \(2011\)](#), os fatores que mais influenciam no consumo de combustível são a distância total, a velocidade de transporte e o peso da carga. Eles concluem que é mais interessante escolher uma rota em que a viagem possa ser feita em maior velocidade. Rotas mais longas com tráfego leve podem ser escolhidas em vez das mais curtas com tráfego intenso se o tempo de transporte for menor.

A variante do Problema do Roteamento de Veículos com Janela de Tempo (PRVJT) que minimiza o consumo de combustível, proposta por [Li \(2012\)](#), descreve o consumo de combustível como sendo o principal gasto de uma empresa, além de causar séria poluição, afetando a saúde humana e o meio ambiente. O autor menciona que o aumento do preço dos combustíveis e as crescentes preocupações com a poluição causada pelos veículos exigem uma revisão das abordagens utilizadas para redução do consumo de combustíveis.

O modelo do Problema de Roteamento de veículos capacitados com dois níveis (2E-CVRP) descrito por [Wang et al. \(2017\)](#) busca minimizar simultaneamente a soma dos salários dos motoristas, o gasto com combustível e o custo de manuseio. O gasto com combustível está relacionado unicamente com o seu consumo durante o percurso, utilizando uma função que relaciona o preço com o consumo. Já o trabalho de [Hannan et al. \(2018\)](#) sobre o Problema do Roteamento de Veículos com coleta de resíduos sólidos possui um termo na função objetivo do modelo matemático que considera o custo com combustível como constante.

[Kara et al. \(2007\)](#) destaca que o real custo de deslocamento de um veículo entre dois pontos depende de diversos fatores: capacidade do veículo, consumo de combustível por quilômetro, preço do combustível, tempo gasto, distância percorrida, depreciação do veículo, gastos com manutenção, salários do motorista, tempo gasto para entrega. A maioria desses atributos podem ser descritos em função do tempo ou distância ou serem considerados constantes. Alguns fatores, porém, não são representados como constantes ou podem ser descritos em funções de outros elementos, por exemplo: a carga do veículo, o consumo e o preço do combustível e o tempo gasto até um determinado local.

2.3 Conclusões Gerais

Para obter um resultado consistente com o cenário real, devem ser levados em consideração diversos fatores semelhantes aos listados no PRVV de [Lin et al. \(2014\)](#), que demonstraram que a redução da emissão de dióxido de carbono não depende exclusivamente da distância. As variações do PRV disponíveis na literatura levam em consideração diversos fatores, mas não consideram o abastecimento dos veículos como elemento de redução dos custos financeiros relacionados ao combustível, uma necessidade apontada por [Li \(2012\)](#). No próximo capítulo é proposto o PRVSPA, que adiciona no PRV os postos de combustíveis, os custos de abastecimento, as restrições de consumo e abastecimento de combustível e os limites de capacidade de armazenamento dele.

Capítulo 3

Problema do roteamento de veículos com seleção de postos de abastecimento

Neste capítulo, é descrito o PRVSPA proposto neste trabalho, que é um problema do roteamento de veículos considerando os gastos com abastecimento, e detalhado um modelo matemático para sua formalização. Na seção 3.1, são detalhadas as características importantes cuja variação do PRV deve atender para considerar o gasto com abastecimento. Já a seção 3.2 descreve uma modelagem matemática para o problema em questão.

3.1 Descrição

Conceitualmente, o objetivo do roteamento de veículos é atender a demanda de todos os clientes da melhor forma possível. O capítulo 1 cita que o gasto com combustível é um dos principais custos logísticos e possui grande impacto no faturamento de uma empresa, portanto existe a necessidade de realizar um planejamento detalhado de como gastar e de onde comprar o combustível que será utilizado para abastecer a frota de veículos.

O planejamento de onde comprar e como gastar o combustível não é uma tarefa trivial. As figuras 3.1 e 3.2 ilustram duas situações distintas que ocorreram nos experimentos: na primeira, o veículo optou por abastecer no posto mais próximo, B, mas havia um posto A com um custo de abastecimento cerca de três vezes menor; na segunda, entre o atendimento aos clientes, o veículo optou por abastecer no posto de menor custo, B, em detrimento ao posto A, que era mais próximo, mas tinha um custo de combustível quatro vezes maior.

Para considerarmos o planejamento de onde comprar e como gastar o combustível, devemos considerar um conjunto de postos, que podem ser utilizados de forma opcional pelos veículos. Cada veículo possui uma capacidade limitada de armazenamento de combustível. Nesta primeira abordagem, por simplificação, consideramos que cada posto pode ser visitado apenas uma vez, tal como assumido por [Erdoğan and Miller-Hooks \(2012\)](#).

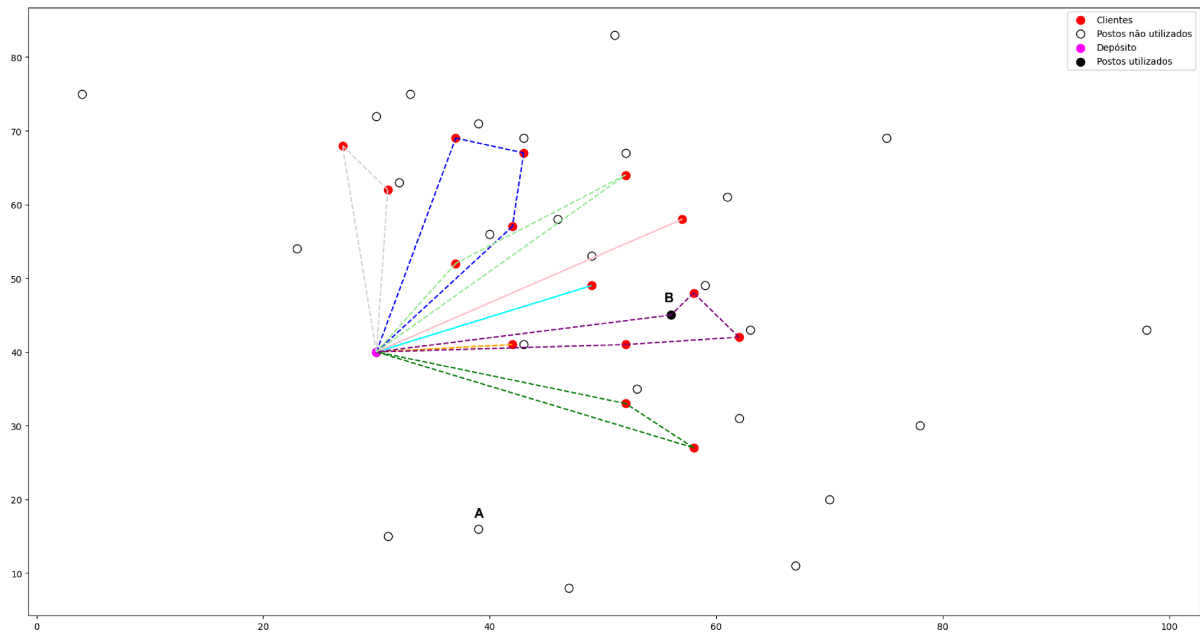


Figura 3.1: Veículo escolhendo um posto mais próximo em vez do mais barato em resolução de uma das instâncias

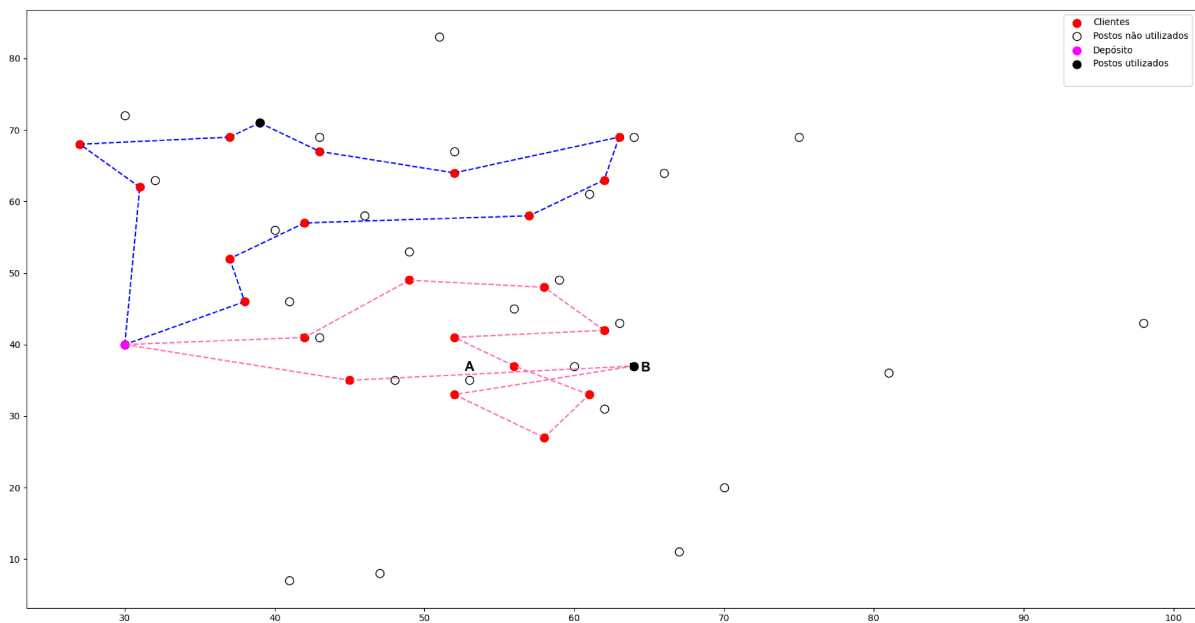


Figura 3.2: Veículo escolhendo um posto com baixo custo de abastecimento em vez do mais próximo na solução de uma das instâncias

O PRVSPA deve atender a restrições de integridade de rota, bem como a outras variações do PRV, como garantir que o cliente seja visitado apenas uma vez, atender à demanda do cliente, não ultrapassar a capacidade de carga do veículo e retornar ao depósito. Essas restrições podem ser encontradas em [Dantzig and Ramser \(1959\)](#) e têm poucas mudanças nas variações do PRV.

Embora trate do consumo de combustível, o problema proposto desconsidera algumas características do cenário real, como peso do veículo e velocidade e inclinação da via, que influenciam diretamente no consumo, tornando-o dependente apenas da distância. Ao percorrer um trecho, a quantidade de combustível disponível no início dele é diminuída pelo comprimento do trecho vezes um fator que indica quantos litros de combustível o veículo consome por quilômetro. Postos são pontos que devem ser incluídos nas rotas se for conveniente para o veículo abastecer naquele ponto. Ao passar por um posto de combustível, o veículo pode ser reabastecido até o limite da capacidade do tanque. Também pode ser abastecido apenas parcialmente (ou mesmo não usar o posto) se for mais vantajoso abastecer em algum outro posto.

O tanque de combustível de cada veículo obviamente tem uma capacidade de armazenamento limitada. Consideramos também que esse reservatório nunca pode ser totalmente esvaziado, ou seja, o veículo deve ter sempre um valor mínimo de reserva, para garantir que pode reabastecer mesmo que algum imprevisto o faça consumir mais. Assim, ao longo da viagem, a quantidade de combustível armazenado deve estar entre um mínimo e um máximo predefinidos. As rotas e os planos de abastecimentos devem ser criados de forma a evitar que o veículo seja obrigado, por estar próximo do mínimo de reserva, a escolher o posto mais próximo sem se preocupar com o preço.

Na próxima seção, é apresentada uma formulação matemática que define formalmente o PRVSPA abrangendo todas essas características.

3.2 Modelo Matemático

Considerando o fato de que o PRV e suas variações conhecidas na literatura não apresentam todas as características necessárias para minimizar os gastos associados ao abastecimento de veículos e com base na literatura e no conhecimento comum sobre o assunto, é descrita uma modelagem matemática para a variação do PRV que minimiza os custos de abastecimento.

O modelo de programação linear inteira mista do PRVSPA utiliza os parâmetros e variáveis de decisão descritas abaixo.

Parâmetros:

- C : Conjunto de clientes e depósito (de índice 0)

- V : Conjunto de veículos
- P : Conjunto de postos de abastecimento
- Q : Capacidade dos veículos
- T : Capacidade máxima de armazenamento de combustível do veículo
- R : Reserva de combustível
- K : Consumo de combustível por quilômetro viajado.
- q_h : Demanda do cliente h (considerando $q_h = 0$ para postos de abastecimento)
- $d_{i,j}$: Distância do ponto i ao ponto j
- S_j : Preço por litro no posto de abastecimento j

Variáveis de decisão:

- $X_{k,i,j}$: 1 se o veículo k viaja do ponto i para o ponto j ou 0, caso contrário
- $O_{k,i,j}$: Quantidade abastecida pelo veículo k no posto j ao viajar do ponto i ao posto j
- $F_{k,i,j}$: Carga do veículo k enquanto viaja do ponto i para o ponto j
- $FCI_{k,i,j}$: quantidade de combustível do veículo k no ponto i se o veículo k viaja do ponto i para o ponto j ou 0, caso contrário
- $FCJ_{k,i,j}$: quantidade de combustível do veículo k no ponto j se o veículo k viaja do ponto i para o ponto j ou 0, caso contrário
- $G_{k,i}$: Combustível do veículo k no ponto i

O modelo proposto para o PRVSPA é apresentado abaixo e descrito a seguir.

$$\text{Min} \sum_{k \in V} \sum_{i \in \text{CUP}} \sum_{j \in P} S_j * O_{k,i,j} \quad (3.1)$$

$$\sum_{i \in \text{CUP}} X_{k,0,i} = 1 \quad \forall k \in V \quad (3.2)$$

$$\sum_{j \in \text{CUP}} X_{k,i,j} \leq 1 \quad \forall k \in V \quad \forall i \in P \quad (3.3)$$

$$\sum_{k \in V} \sum_{j \in \text{CUP}} X_{k,i,j} = 1 \quad \forall i \in C - \{0\} \quad (3.4)$$

$$\sum_{j \in \text{CUP}} X_{k,i,j} - \sum_{h \in \text{CUP}} X_{k,h,i} = 0 \quad \forall k \in V \quad \forall i \in \text{CUP} \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in \text{CUP}} F_{k,i,h} - \sum_{j \in \text{CUP}} F_{k,h,j} = \sum_{l \in \text{CUP}} q_h * X_{k,h,l} \quad \forall k \in V \quad \forall h \in C - \{0\} \cup P \quad (3.6)$$

$$F_{k,i,j} \leq Q * X_{k,i,j} \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.7)$$

$$R * X_{k,i,j} \leq FCI_{k,i,j} \leq T * X_{k,i,j} \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.8)$$

$$R * X_{k,i,j} \leq FCJ_{k,i,j} \leq T * X_{k,i,j} \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.9)$$

$$FCI_{k,i,j} \leq G_{k,i} \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.10)$$

$$FCI_{k,i,j} \geq G_{k,i} - M * (1 - X_{k,i,j}) \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.11)$$

$$FCJ_{k,i,j} \leq G_{k,i} \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.12)$$

$$FCJ_{k,i,j} \geq G_{k,i} - M * (1 - X_{k,i,j}) \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.13)$$

$$G_{k,0} = T \quad \forall k \in V \quad (3.14)$$

$$X_{k,i,j} * G_{k,i} - K * X_{k,i,j} * D_{i,j} + O_{k,i,j} = X_{k,i,j} * G_{k,j} \quad \forall k \in V \quad \forall i \in \text{CUP} \quad j \in P \quad (3.15)$$

$$X_{k,i,j} * G_{k,i} - K * X_{k,i,j} * D_{i,j} = X_{k,i,j} * G_{k,j} \quad \forall k \in V \quad \forall i \in \text{CUP} \quad j \in C \quad (3.16)$$

$$X_{k,i,j} * G_{k,i} - K * X_{k,i,j} * D_{i,j} \geq R * X_{k,i,j} \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad \forall k \in V \quad (3.17)$$

$$X_{k,i,j} * (T - R) - O_{k,i,j} \geq 0 \quad \forall k \in V \quad \forall k \in V \quad \forall i, j \in \text{CUP} \quad (3.18)$$

$$X_{k,i,j} \in \{0,1\} \quad \forall k \in V \quad \forall i,j \in C \cup P \quad (3.19)$$

$$F_{k,i,j} \geq 0 \quad \forall k \in V \quad \forall i,j \in C \cup P \quad (3.20)$$

$$O_{k,i,j} \geq 0 \quad \forall k \in V \quad \forall i,j \in C \cup P \quad (3.21)$$

$$G_{k,i} \geq 0 \quad \forall k \in V \quad \forall i \in C \cup P \quad (3.22)$$

$$FCI_{k,i,j} \geq 0 \quad \forall k \in V \quad \forall i,j \in C \cup P \quad (3.23)$$

$$FCJ_{k,i,j} \geq 0 \quad \forall k \in V \quad \forall i,j \in C \cup P \quad (3.24)$$

O objetivo é reduzir o custo do combustível consumido, representado pela expressão (3.1). As restrições (3.2)-(3.5) controlam o fluxo da rota: os veículos devem iniciar no depósito (3.2), podem visitar cada posto uma única vez (3.3), devem visitar todos os clientes uma única vez (3.4) e podem sair de um ponto o mesmo número de vezes que chegou (3.5). O próximo par de restrições controla a carga do veículo: a carga é reduzida na proporção da demanda do cliente quando visitado (3.6), e a capacidade do veículo deve ser respeitada em todos os pontos da rota (3.7). As seguintes restrições controlam o consumo e suprimento de combustível: (3.8) à (3.13) asseguram que a quantidade de combustível permanecerá constante e respeitará os limites de armazenamento dele quando o veículo não estiver se deslocando entre dois pontos; (3.14) garante que o veículo sai do depósito com o tanque cheio; (3.15) calcula a quantidade de combustível para chegar a um posto de abastecimento, que é a quantidade disponível no ponto anterior menos a quantidade gasta em trânsito mais a quantidade abastecida no caminho, e (3.16) calcula a quantidade de combustível para chegar a um cliente ou depósito, que é o valor disponível no ponto anterior menos o valor gasto em trânsito; (3.17) garante que o veículo não vai tentar ir para um ponto e ficar abaixo da reserva no caminho e (3.18) garante que o veículo deve ser abastecido sem violar suas restrições de capacidade. As restrições (3.17) e (3.18) são cobertas por (3.8) e (3.9), mas são mantidas por questão de desempenho. Por fim, (3.19) à (3.24) representam o domínio das variáveis de decisão.

O modelo matemático não permite que o mesmo posto seja visitado mais de uma vez em uma rota, devido ao custo computacional de se adicionar um número maior de variáveis para conseguir descrever a rota gerada.

Capítulo 4

Heurísticas

Neste capítulo, são apresentadas heurísticas para tratar o PRVSPA. A seção 4.1 apresenta um algoritmo guloso para a rápida construção de soluções das instâncias do PRVSPA e a seção 4.2 descreve uma busca local para explorar a vizinhança de uma solução obtida buscando se aproximar de um ótimo local.

4.1 Algoritmo Guloso

Um algoritmo é denominado guloso se realiza a construção da solução de forma incremental, incluindo elementos na sub solução já obtida de forma que a nova solução seja localmente ótima, esperando que ela seja globalmente ótima.

A sub solução gerada de forma incremental pelo algoritmo deve ser viável, isto é, deve satisfazer todos os requisitos do sistema, localmente ótima, pois deve levar à melhor sub solução viável naquele momento, e deve ser irreversível, isto é, não pode ser alterada posteriormente.

Além disso, em alguns problemas, uma solução gulosa produz resultados ótimos para todas as instâncias, em outros problemas, porém, não é possível garantir que todos os resultados são ótimos, mas pode ser útil para gerar boas soluções.

A solução gerada pela aplicação do modelo do PRV proposto por [Dantzig and Ramser \(1959\)](#), em que o objetivo é minimizar a distância, não satisfaz algumas restrições que controlam o abastecimento do veículo; no entanto, geralmente, é possível percorrer cada uma das rotas calculando o consumo de combustível e, quando necessário, realizar desvios na rota para abastecer o veículo. A modelagem do PRVSPA considera que o consumo de combustível de um veículo depende somente da sua distância total percorrida, sendo que essa distância considera os deslocamentos que se iniciam ou terminam no depósito, posto de abastecimento ou cliente.

Devido ao fato de o PRV não considerar os postos de abastecimento, as rotas geradas pela sua aplicação poderiam ser adaptadas para suportar o abastecimento, mas sem nenhuma garantia de obter o custo mínimo com isso, devido a dois fatores: alguns postos com baixo custo de abastecimento podem ser desconsiderados, pois sua inclusão na rota inviabilizaria a solução obtida considerando a otimização da distân-

cia; os desvios para abastecimento podem tornar a rota mais custosa para o PRVSPA do que alguma rota similar que poderia ser adaptada para suportar o abastecimento e não foi incluída na solução do PRV por não minimizar a distância total percorrida.

Apesar de não garantir o custo mínimo com abastecimento, adaptar as rotas obtidas pelo PRV para suportar o abastecimento pode gerar boas soluções ao PRVSPA, pois o PRV minimiza a distância total de visita entre os clientes, o que garante que, ao adaptarmos as rotas geradas, obteremos um baixo consumo de combustível e consequentemente, um gasto pequeno com abastecimento. O algoritmo 1 é apresentado para utilizar as soluções obtidas pelo PRV e acrescentar o abastecimento dos veículos.

A escolha do posto deve levar em conta o preço do combustível e a distância até ele. Como esses critérios podem ser conflitantes (como nos exemplos já apresentados nas figuras 3.1 e 3.2), o critério usado pelo algoritmo guloso é uma soma ponderada da distância (peso Dw) e preço (peso Pw). São geradas diversas soluções utilizando as combinações de pesos para a soma ponderada iniciando do valor 0 até 1, variando em 0.1 unidades por iteração e descartando pares de pesos que são múltiplos de pares já utilizados. Após as iterações, a solução com menor custo de abastecimento é escolhida pelo algoritmo guloso.

O algoritmo foi testado para variação de peso menor que 0.1 por interação, no entanto a melhor solução obtida pelo algoritmo não foi alterada para todas as instâncias do PRVSPA, o único efeito observado foi o aumento considerável de tempo para a construção da solução. Utilizando uma variação maior que 0.1, algumas instâncias obtiveram a melhor solução com custo superior à melhor solução ao se utilizar a variação igual à 0.1.

Em cada iteração do algoritmo, uma solução vazia é criada. O algoritmo realiza V iterações, sendo que, em cada iteração, a função `Routes.getRoute(i)` retorna a i -ésima rota gerada pelo PRV clássico para a instância em execução.

Antes de iniciar a rota, o veículo é posicionado no depósito utilizando a função `getCust(i)`, que retorna a posição de um cliente ou do depósito caso $i = 0$, e o tanque de combustível é completamente preenchido. O algoritmo verifica se existe a necessidade de abastecer, isto é, se a distância entre o ponto atual e o próximo cliente é maior que a quantidade de combustível decrescido da reserva. Se a quantidade de combustível for suficiente, então o próximo cliente é visitado, caso contrário, o algoritmo seleciona dois postos para tentativa de inclusão na rota. O primeiro posto escolhido é aquele em que o custo de abastecimento é mínimo, representado pela quantidade abastecida (pode variar dependendo do deslocamento para se visitar o posto) vezes o custo do combustível, e o veículo possa visitar sem inviabilizar a solução. Já o segundo posto escolhido segue as regras de escolha do primeiro excetuando-se o fato de que ele pertence ao segmento de rotas entre o primeiro e o último cliente visitado e o cliente atual, ao invés de estar no segmento entre o cliente atual e o próximo.

A função $Simulate(Route, i, i + 1, P)$ simula o custo de inclusão do posto entre os clientes da posição i e $i + 1$. A função é utilizada para verificar qual o posto possui o menor custo entre os selecionados. Escolhido, ele é inserido em sua respectiva posição na rota, o veículo é abastecido e o próximo cliente, inserido na rota.

Ao escolher entre os postos contidos nos dois segmentos, a chance de se optar por um posto com alto custo de abastecimento é minimizada, pois é permitido abastecer antes do necessário, se for conveniente. Se houvesse a decisão de abastecer somente quando a quantidade de combustível não fosse suficiente para se deslocar ao próximo cliente, poderia reduzir significativamente a quantidade de postos cuja visita seja viável, conseqüentemente, o veículo poderia ser obrigado a abastecer em um posto onde o custo do combustível é alto.

Enquanto o veículo não retorna ao depósito, todo o passo de verificação de combustível é repetido. Ao chegar no depósito, o valor da rota é decrescido do preço do combustível no último posto vezes a quantidade de combustível extra no veículo (quantidade ao fim da rota menos a reserva), pois, durante a última visita ao posto, o veículo precisa abastecer somente a quantidade necessária para concluir a rota, caso contrário o abastecimento será em excesso, aumentando o valor da função objetivo.

Algorithm 1: Greedy Algorithm

Data: V: N° de veículos, N: N° de clientes, P: N° de postos, T: Capacidade do tanque, R: Reserva, Routes: Conjunto de rotas, C: Conjunto de Clientes

DW = 0;

PW = 0;

S* = \emptyset ;

while DW \leq 1 **do**

while PW \leq 1 **do**

 S = \emptyset ;

 i = 0;

 j = 0;

while i < V **do**

 Route = Routes.getRoute(i);

 Vehicle[i]_Gas = T;

 Vehicle[i]_Pos = getCust(j);

while !Finish(Route) **do**

if Vehicle[i]_Gas > Dist(Vehicle[i]_Pos,getCust(j+1))+R **then**

 DistAux = Dist(Vehicle[i]_Pos,getCust(j+1))+R;

 Vehicle[i]_Gas = Vehicle[i]_Gas - DistAux;

else

 P1 = Best_Station(j,j+1, DW, PW);

 P2 = Best_Station(j-1,j, DW, PW);

if Simulate(Route, j, j+1, P1) > Simulate(Route, j-1, j, P2) **then**

 InsertStationBetween(Route, j-1, j, P2);

else

 InsertStationBetween(Route, j, j+1, P1);

end

 Vehicle[i]_Gas = T;

end

 j = j + 1;

end

 i = i+1;

end

 PW = PW + 0.1;

if S* > S **then**

 S* = S

end

 DW = DW + 0.1;

end

return S*

4.2 Busca Local

A busca local é uma técnica que permite definir a vizinhança de uma solução conhecida por meio de características similares. Após determinar o conjunto de soluções vizinhas, o algoritmo de busca local percorre esse conjunto buscando a solução com o menor valor (para problema de minimização). Caso exista uma solução de menor valor, então o algoritmo adota-a como solução corrente e explora sua vizinhança, caso não exista, então a solução corrente é um ótimo local em relação à vizinhança adotada.

As características que determinam a vizinhança devem ser escolhidas de forma a evitar duas situações: um número muito grande de soluções atenderem as características de vizinhança, o que aumenta a possibilidade de melhoria da solução, mas torna a avaliação da vizinhança muito lenta; um número muito pequeno de soluções atenderem às características de vizinhança, o que garante a avaliação rápida, mas com pouca possibilidade de melhoria da solução.

O algoritmo guloso proposto na seção anterior gera soluções com baixo custo de abastecimento, no entanto é possível explorar algumas características do problema para determinar uma vizinhança para a solução encontrada e aplicar uma busca local. A vizinhança de uma solução contém algumas soluções em que existem um movimento de troca de clientes, podendo ocorrer também substituição dos postos inseridos para minimizar o valor da rota após a troca dos clientes. O movimento de troca ocorre somente quando os cliente estão no máximo a R/K de distância, sendo R o valor da reserva e K a quantidade de combustível consumido para o veículo percorrer 1 km.

O Algoritmo 2 é iniciado determinando para todos os clientes uma lista de clientes próximos, no caso, os clientes que estão no máximo a $R * K$ de distância utilizando a função *listOfNeighbors(i)*. Após determinar as listas, o algoritmo realiza 10 milhões de trocas de clientes.

O número de trocas foi escolhido ao executar a busca local variando esse número. Para uma quantidade menor do que 10 milhões, a busca local conseguiu reduzir o custo de uma quantidade menor de instâncias sem alteração significativa no tempo de execução. Ao executar a busca local realizando 100 milhões de trocas, as soluções obtidas foram idênticas às soluções utilizando 10 milhões de trocas, no entanto o tempo de execução do algoritmo aumentou de forma considerável para todas as instâncias.

Em cada troca, o algoritmo seleciona o primeiro cliente de forma aleatória entre todos e o segundo cliente de forma aleatória entre os que estão próximos ao primeiro selecionado. Após determinar os clientes que serão trocados, o algoritmo calcula o valor das rotas onde o primeiro e o segundo cliente se encontram antes da troca e

realiza-a.

Após realizar a troca, o algoritmo verifica se o próximo ponto após os clientes trocados são postos, caso algum seja, será substituído caso exista algum posto que minimize o custo da nova rota. Se a soma dos custos das rotas após a troca for maior que o custo antes dela, então o algoritmo desfaz todas as trocas realizadas, caso contrário, ela é mantida e a nova solução é adotada como solução corrente.

Algorithm 2: Local Search

Data: N: Number of Customer, P: Number of Stations, R: Reserve, K:

Liter/KM, S: Viable Solution

DistNeighbors = R*K;

S* = S;

while $i < N+P$ **do**

 Neighbors[i] = listOfNeighbors(i);

 i = i+1;

end

cont = 10000000;

while cont > 0 **do**

 c1 = S.Select_Random_Customer();

 c2 = S.Select_Random_Customer_Neighbor(c1);

 r1 = S.Cost_of_Route(c1);

 r2 = S.Cost_of_Route(c2);

 S.Trade_Route_Customer(c1, c2);

 p1 = S.getNextPointAfter(c1);

 p2 = S.getNextPointAfter(c2);

if p1.isStation() **then**

 S.ReplacetoBestStation(c1,p1);

if p2.isStation() **then**

 S.ReplacetoBestStation(c2,p2);

if $Cost_of_Route(c1) + Cost_of_Route(c2) \leq r1 + r2$ **then**

 S* = S;

 cont = cont - 1;

end

return S*

Capítulo 5

Geração de Colunas

O modelo do PRVSPA proposto na seção 3.2 pode ser solucionado computacionalmente por softwares de otimização. Porém, a maioria das instâncias demanda uma porção muito grande de tempo, até mesmo para encontrar uma solução viável.

Diante da dificuldade em encontrar soluções para as instâncias do PRVSPA, foi proposto um outro método para cálculo das soluções, utilizando uma modelagem linear inteira mista aplicando a técnica de geração de colunas (Gilmore and Gomory, 1961) (Gilmore and Gomory, 1963). A geração de colunas consiste em modelar o problema de forma a dividi-lo em dois: um problema mestre, representado por um problema de otimização, e um subproblema, que pode ser representado por um modelo de otimização ou qualquer outra técnica. A geração de colunas é utilizada para problemas de otimização que possuem um número muito grande de variáveis, fato que dificulta a obtenção do resultado ótimo, pois é necessário determinar o valor de todas as variáveis. A maioria das variáveis não estará na base da solução ótima (o valor dessas variáveis será 0 e não impactará na solução ótima), sendo que apenas um subconjunto de variáveis exercerá influência na solução.

A técnica de geração de colunas busca obter a solução ótima utilizando apenas as variáveis que influenciam na solução do modelo. As variáveis que farão parte do subconjunto são descobertas calculando seu custo reduzido. Assim, o método trabalha com dois problemas: um problema mestre, considerando o modelo do problema original, porém com apenas um subconjunto de variáveis, e um subproblema, responsável por criar novas variáveis no mestre. A resolução do subproblema gera o custo reduzido da nova coluna (variável), que será adicionada ao problema mestre.

A execução da geração de colunas inicia cada iteração solucionando primeiramente o problema mestre, utilizando o subconjunto atual de variáveis que influenciam na solução final. Após o término da execução do problema mestre é fornecido ao subproblema os duais das restrições do problema mestre, que é solucionado. É importante notar que, para se ter os valores duais, é preciso resolver o modelo mestre em sua forma relaxada, isto é, sem as restrições de integralidade. Os duais serão utilizados na função objetivo do subproblema para calcular o custo reduzido da variável (função objetivo do subproblema) gerada pelo subproblema. Se o custo reduzido for

negativo, a variável gerada é adicionada ao problema mestre, caso contrário a solução do mestre não pode ser melhorada. Se a nova variável for adicionada ao problema mestre, então ele será executado considerando a nova variável, gerando um novo conjunto de valores duais, e o processo se repetirá enquanto existir variáveis que possam contribuir com a função objetivo do problema mestre. As colunas geradas pelo subproblema podem ser adicionadas à solução do problema mestre mesmo não possuindo custo reduzido ótimo desde que contribuam para a melhoria da solução.

A solução final obtida pela geração de coluna é um ótimo linear, isto é, caso o problema original possua somente variáveis lineares, então a solução encontrada é ótima. Se o problema possuir variáveis inteiras, então existe a necessidade de se aplicar alguma técnica para determinar a solução ótima, utilizando a solução fracionária obtida pela geração de colunas [Rossi et al. \(2006\)](#).

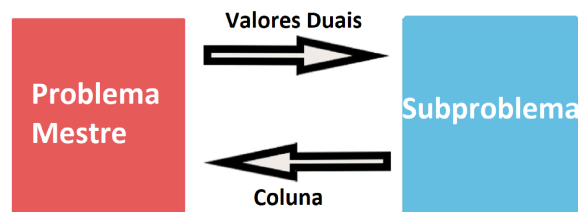


Figura 5.1: iteração entre o problema mestre e o subproblema

A figura 5.1 representa a iteração que ocorre entre o problema mestre e o subproblema, com o problema mestre fornecendo os valores duais ao subproblema e recebendo a coluna a ser adicionada ao subconjunto de variáveis utilizadas. Os cálculos dos valores duais e das colunas a serem adicionados ocorrem enquanto houver a possibilidade de melhoria da função objetivo do problema mestre.

5.1 Problema Mestre

Nesta seção, apresentamos uma definição formal para o problema mestre da geração de colunas e seu modelo matemático. O problema mestre e o subproblema descrito na seção 5.2 são equivalentes ao modelo descrito na seção 3.2.

O problema mestre da geração de colunas consiste em selecionar quais as melhores colunas disponíveis para obter o menor consumo de combustível, portanto podemos considerar cada coluna como sendo uma rota. Para garantir a integridade do PRVSPA, o conjunto de rotas deve obrigatoriamente atender cada cliente no mínimo uma vez,

sendo que a utilização de um número de veículos maior do que a frota de veículos disponíveis gera uma penalização no valor da função objetivo e o seu objetivo é obter um conjunto de rotas cujo gasto com abastecimento seja mínimo.

O modelo da seção 3.2 descreve o PRVSPA com uma frota de veículos fixa que não pode ser ultrapassada, já o problema mestre relaxa esse critério para que um número maior de soluções se torne viável, mas gera uma penalização muito grande, garantindo que as soluções cujo valor esteja próximo do ótimo sejam a mesmas para os dois modelos.

5.1.1 Modelo Matemático do problema mestre

O modelo de programação linear inteira mista para o problema mestre utiliza os parâmetros e variáveis de decisão descritas abaixo.

Parâmetros:

- V : Número de veículos
- C : Conjunto de depósito e clientes (o índice 0 representa o depósito)
- B : Conjunto de rotas
- P : Conjunto de postos de abastecimento
- Θ_b : Preço da rota b
- $X_{b,i}$: 1 se a rota b atende o cliente i ou 0, caso contrário

Variáveis de decisão:

- Λ_b : 1 se a rota b será usada ou 0, caso contrário
- Z : Número de veículos extras

$$\text{Min} \sum_{b \in B} \Lambda_b * \Theta_b + Z * 10000 \quad (5.1)$$

$$\sum_{b \in B} \Lambda_b * X_{b,i} \geq 1 \quad \forall i \in C - \{0\} \quad (5.2)$$

$$\sum_{b \in B} \Lambda_b \leq V + Z \quad (5.3)$$

$$\Lambda_b \in \{0, 1\} \quad (5.4)$$

$$Z \in \mathbb{R}_+ \quad (5.5)$$

A restrição 5.1 apresenta o custo da melhor solução encontrada para o conjunto de rotas atual, acrescido de uma penalização de 10000 centavos por veículo extra adicionado. 5.2 garante que os clientes serão visitados pelo menos uma vez pelas rotas selecionadas e 5.3 calcula o número de veículos extras. 5.4 e 5.5 apresentam o domínio das variáveis de decisão.

5.2 Subproblema

O subproblema descrito nesta seção possui por objetivo criar e garantir a viabilidade da rota gerada, isto é, a rota gerada deve respeitar as restrições de capacidade, integralidade e abastecimento do PRVSPA.

A função objetivo do subproblema gera uma rota (coluna) de custo reduzido negativo. As rotas geradas pelo subproblema quando incluídas no conjunto de rotas do problema mestre podem melhorar o valor da função objetivo. Além disso, a rota gerada deve satisfazer todas as restrições do PRVSPA que não estão inclusas no problema mestre, isto é, a rota deve garantir a integridade, abastecimento, consumo de combustível e entrega da demanda dos clientes.

5.2.1 Modelo Matemático do subproblema

O modelo de programação linear inteira mista para o subproblema utiliza os parâmetros e variáveis de decisão descritas abaixo. O objetivo é encontrar a coluna (rota) do problema mestre que gere a maior contribuição para a obtenção do valor ótimo, representado pela expressão (5.6). Ela usa o custo reduzido das restrições de visita aos clientes e número de veículos fornecidas pelo problema mestre. As restrições (5.7)-(5.29) são correspondentes às restrições (3.2)-(3.22), mas para apenas uma rota (variáveis X , F , G e O não possuem índice k) e sem obrigação de visitar todos os clientes (restrição (5.8) com \leq)

Parâmetros:

- C : Conjunto de depósito e clientes (o índice 0 representa o depósito)
- P : Conjunto de postos de abastecimento
- Q : Capacidade do veículo
- T : Capacidade máxima de abastecimento dos veículos
- R : Reserva de combustível

- K : Consumo de combustível por Km viajado
- q_h : Demanda do cliente h (Considerando $q_h = 0$ para postos de abastecimento)
- $D_{i,j}$: Distância do ponto i para o ponto j
- S_j : Preço por litro no posto de abastecimento j

Variáveis de decisão:

- G_i : Combustível no ponto i
- $FCI_{i,j}$: quantidade de combustível no ponto i se o veículo k viaja do ponto i para o ponto j ou 0, caso contrário
- $FCJ_{i,j}$: quantidade de combustível no ponto j se o veículo k viaja do ponto i para o ponto j ou 0, caso contrário
- $X_{i,j}$: 1 se o veículo viaja do ponto i para o ponto j ou 0, caso contrário
- $F_{i,j}$: Carga do veículo enquanto viaja do ponto i para o ponto j
- $O_{i,j}$: Quantidade abastecida no posto j pelo veículo enquanto viaja para o ponto i

Variáveis Duais:

- λ_i : Duais da restrição 5.2
- ζ : Dual da restrição 5.3

$$\text{Min} \quad \sum_{i \in \text{CUP}} \sum_{j \in P} S_j * O_{i,j} - \sum_{i \in C - \{0\}} \sum_{j \in \text{CUP}} \lambda_i * X_{i,j} - \zeta \quad (5.6)$$

$$\sum_{i \in \text{CUP}} X_{0,i} = 1 \quad (5.7)$$

$$\sum_{j \in \text{CUP}} X_{i,j} \leq 1 \quad \forall i \in C - \{0\} \quad (5.8)$$

$$\sum_{j \in \text{CUP}} X_{i,j} - \sum_{h \in \text{CUP}} X_{h,i} = 0 \quad \forall i \in C \cup P \quad (5.9)$$

$$\sum_{i \in \text{CUP}} F_{i,h} - \sum_{j \in \text{CUP}} F_{h,j} = q_h \quad \forall h \in C - \{0\} \cup P \quad (5.10)$$

$$F_{i,j} \leq Q * X_{i,j} \quad \forall i, j \in C \cup P \quad (5.11)$$

$$\sum_{j \in CUP} X_{i,j} \leq 1 \quad \forall i \in P \quad (5.12)$$

$$R * X_{i,j} \leq FCI_{i,j} \leq T * X_{i,j} \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.13)$$

$$R * X_{i,j} \leq FCJ_{i,j} \leq T * X_{i,j} \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.14)$$

$$FCI_{i,j} \leq G_i \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.15)$$

$$FCJ_{i,j} \leq G_i \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.16)$$

$$FCI_{i,j} \geq G_i - M * (1 - X_{i,j}) \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.17)$$

$$FCJ_{i,j} \geq G_i - M * (1 - X_{i,j}) \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.18)$$

$$G_0 = T \quad (5.19)$$

$$X_{i,j} * G_i - K * X_{i,j} * D_{i,j} + O_{i,j} = X_{i,j} * G_j \quad \forall i \in CUP \quad j \in P \quad (5.20)$$

$$X_{i,j} * G_i - K * X_{i,j} * D_{i,j} = X_{i,j} * G_j \quad \forall i \in CUP \quad j \in C \quad (5.21)$$

$$X_{i,j} * G_i - K * X_{i,j} * D_{i,j} \geq R * X_{i,j} \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.22)$$

$$X_{i,j} * (T - R) - O_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.23)$$

$$X_{i,j} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.24)$$

$$F_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.25)$$

$$FCI_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.26)$$

$$FCJ_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j \in CUP \quad (5.27)$$

$$O_{i,j} \geq 0 \quad \forall i, j \in C \cup P \quad (5.28)$$

$$G_i \geq 0 \quad \forall i \in C \cup P \quad (5.29)$$

5.3 Execução da geração de colunas

O problema mestre é inicializado com uma solução viável do PRVSPA ou uma solução artificial, que consiste em uma rota para cada um dos clientes. A rota artificial que atende um cliente não possui custo de abastecimento, pois o veículo inicia-a no depósito, visita o cliente e finaliza-a retornando ao depósito, portanto pode não ser uma solução viável para o PRVSPA, pois pode violar a restrição de número de veículos 5.3, sem violar as demais restrições. Um exemplo de solução artificial para a instância com 22 clientes e 2 veículos pode ser observada na figura 5.2, em que não existe necessidade de abastecer nenhum veículo, mas cada um atende um único cliente, inviabilizando a solução por usar mais veículos que o permitido.

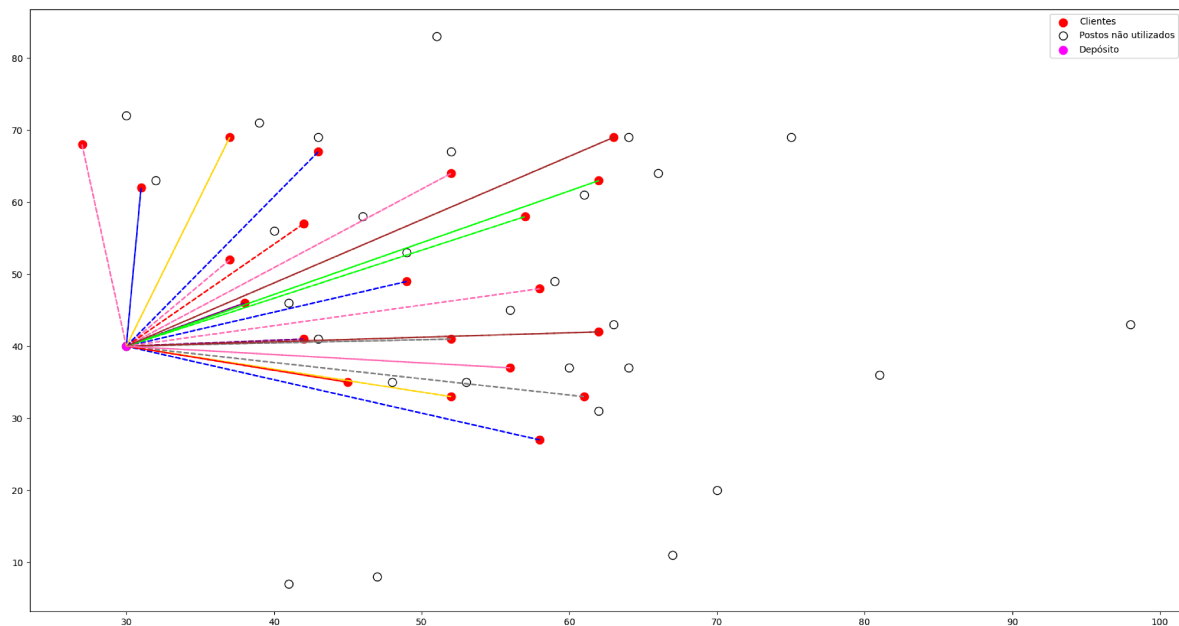


Figura 5.2: Solução artificial para uma instância com 22 clientes

Cada iteração da geração de colunas é dividida em 2 etapas: a primeira consiste na execução do problema mestre, em que é calculado o valor da função objetivo e os duais dos clientes e do número de veículos; na segunda etapa o problema mestre fornece os duais dos clientes e do número de veículos para a execução do subproblema, em que é gerada uma nova rota de custo reduzido que pode ou não ser inclusa na solução do problema mestre.

Uma solução somente será incluída se o valor da função objetivo for negativo, caso contrário a solução indica que o problema mestre não pode ser melhorado. Caso a solução não seja incluída, a execução é interrompida, indicando que a solução do problema mestre não pode ser melhorada utilizando os parâmetros especificados, isto é, indica a ocorrência de uma das seguintes situações: a solução ótima foi encontrada, não existe solução viável para o subproblema, a solução do subproblema não é ótima. O último caso pode ocorrer, por exemplo, por limite de tempo imposto na sua resolução ou pela qualidade do método usado.

A solução encontrada pelo problema mestre indica quais rotas serão utilizadas, mas pode ser uma solução fracionária. Para se adequar ao cenário real, o número de vezes que uma rota deve ser utilizada é sempre 0 ou 1, portanto a solução obtida deve ser refinada, de forma que a solução fracionária obtida pela geração de colunas torne-se inteira.

5.4 Heurística para o Subproblema

Com o objetivo de acelerar os cálculos das rotas candidatas a entrarem na base do problema mestre, foi proposta uma heurística para construir uma boa solução inicial para o subproblema. O objetivo da heurística é utilizar os preços duais para decidir quais clientes serão atendidos pela rota gerada no subproblema. O Algoritmo 3 mostra o funcionamento da heurística, que tem duas etapas: a primeira seleciona os clientes que farão parte da rota e a segunda faz um sequenciamento desses clientes, realizando abastecimento quando necessário.

A ideia da heurística é inserir os clientes que possuem o maior custo dual na rota ordenando a lista de clientes em ordem decrescente pelos valores duais utilizando a função *SortConsumers(C)*, e, caso exista igualdade, o critério a ser utilizado é ordenar por menor demanda, justificado pelo fato de que é mais simples atender esse cliente e, posteriormente, adicionar mais clientes à rota.

A lista assim ordenada é percorrida testando, para cada cliente, se é possível adicioná-lo à rota. Um cliente é incluído em uma nova lista de clientes atendidos pela rota se, e somente se, sua demanda somada às dos clientes já adicionados à rota é menor ou igual à capacidade total do veículo.

Após determinar a lista de clientes que serão adicionados à rota, o algoritmo determina qual a sequência de visita dos clientes e onde realizar o abastecimento, inserindo primeiramente o depósito à rota. Após essa inserção, o algoritmo executa dois passos, sendo que o primeiro verifica se o veículo precisa abastecer. Caso precise, o posto que minimiza o custo de abastecimento sem inviabilizar a solução é escolhido e inserido na rota, em seguida o algoritmo insere o cliente não visitado mais próximo do último ponto inserido e, então, repete os dois passos enquanto existir um cliente não visi-

tado. Por fim, o algoritmo executa o primeiro passo novamente e insere o depósito ao final da rota.

Durante a inserção dos clientes na rota, todos os cálculos de consumo de combustível são realizados controlando o abastecimento e o consumo entre dois pontos da rota. Após a inserção dos clientes, o algoritmo insere o depósito no fim da rota e retorna para o subproblema a rota gerada.

Algorithm 3: Heurística para o subproblema

Data: C: Conjunto de veículos, Q: Capacidade do veículo, T: Capacidade do tanque, R: Reserva

Result: Rotas

SortConsumers(C);

List_of_Consumers = \emptyset ;

VehicleLoad = 0;

while !C.empty() **do**

 ci = getNextConsumer(C);

if $ci.Demand() + VehicleLoad \leq Q$ **then**

 List_of_Consumers.add(ci);

 VehicleLoad = VehicleLoad + ci.Demand();

end

Route = \emptyset ;

c = getDeposit();

Insert(Route,c);

Gas = T;

while !List_of_Consumers.empty() **do**

 pc = MinDist(List_of_Consumers,c);

if $Gas - Dist(c, pc) * K \leq R$ **then**

 stat = getBestStation(c,pc);

 Gas = T - Dist(stat,pc);

 Insert(Route,stat);

else

 Gas = Gas - Dist(c,pc);

end

 Insert(Route,pc);

 Delete(List_of_Consumers,pc);

 c = pc;

end

Insert(Route,getDeposit());

return Route

Capítulo 6

Experimentos Computacionais

Neste capítulo, são apresentados o detalhamento sobre as instância do PRVSPA, o ambiente computacional utilizado para execução dos métodos propostos neste trabalho e a análise e comparação dos resultados obtidos por meio da utilização e combinação das técnicas apresentadas.

6.1 Instâncias

Devido ao fato de não existir na literatura uma variação do PRV que leve em consideração o abastecimento dos veículos, diversas instâncias da literatura foram adaptadas. O conjunto de instâncias utilizadas foi obtido de [Augerat \(1995\)](#) e adaptado para adicionar os postos de abastecimento, o preço do combustível, a capacidade de armazenamento de combustível dos veículos e a reserva.

As instâncias adaptadas adotam a nomenclatura estabelecida pelas instâncias da literatura, em que o nome da instância indica o número de clientes e veículos. O nome de uma instância é iniciado com a letra A (sem descrição sobre a geração) ou a letra P (instâncias adaptadas pelo autor obtidas de fonte não especificada), sucedido de um hífen e a letra n, seguido pelo número de clientes. Após isso, há um hífen e a letra k, seguida pela quantidade de veículos.

As instâncias representam um grid de 100(Km) \times 100(Km) onde a posição de um posto de combustível é determinada por uma coordenada no plano cartesiano no intervalo [0, 100], sendo que, para cada cliente, existe um posto de abastecimento com distância menor ou igual a 5 com posição determinada de forma aleatória. Existem ainda postos espalhados pelo grid com posição determinada de forma aleatória sem considerar a posição dos clientes ou do depósito. Assim, as instâncias possuem postos próximos aos clientes e em outros locais, simulando postos na área urbana e nas estradas. Os preços foram gerados de forma aleatória, possuindo uma variação de, no mínimo, 1 e, no máximo, 599 centavos por litro.

A figura 6.1 mostra a disposição dos clientes e dos postos em um grid de para a instância P-n50-k10, que, além dos postos e clientes possui 10 veículos disponíveis para a realização da entrega, sendo que, cada veículo pode armazenar 135 litros e

possui reserva de 51 litros.

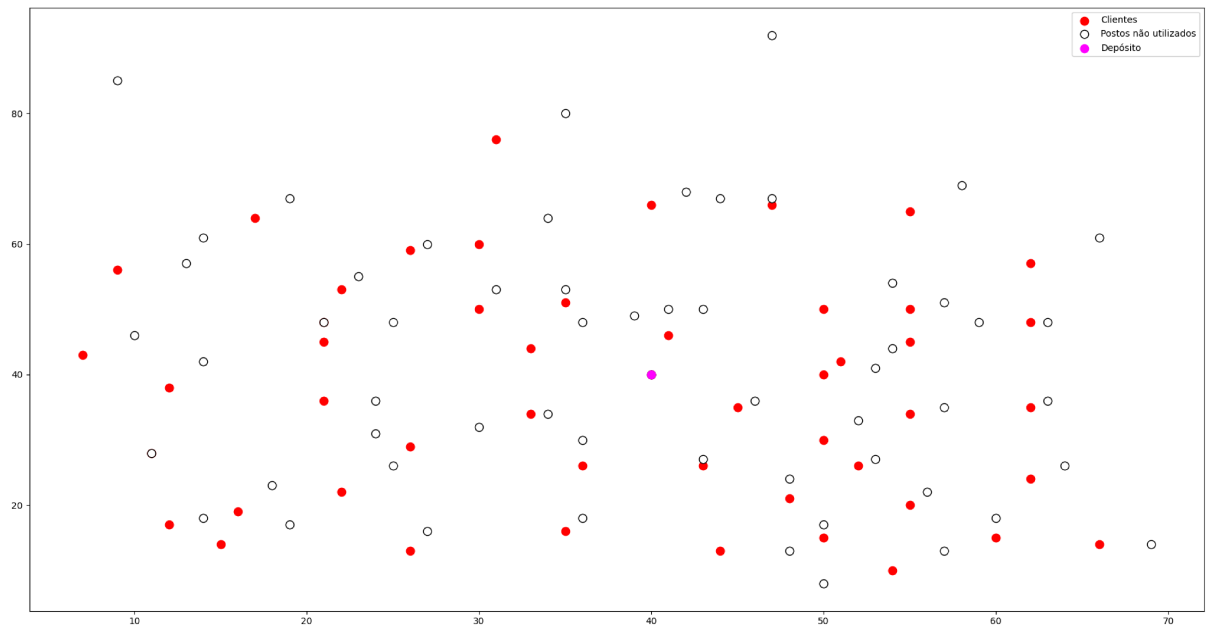


Figura 6.1: Disposição dos clientes e postos da instância P-n50-k10

Os postos de abastecimento foram adicionados próximos aos clientes para reduzir a possibilidade de um veículo atender um cliente e não conseguir reabastecer para concluir a rota. A capacidade do tanque de combustível e a reserva foram geradas de forma controlada, resolvendo-se as instâncias a priori para vários valores no intuito de verificar a viabilidade da solução, garantindo que todas as instâncias possuam solução viável e que ao menos um veículo seja abastecido durante o percurso.

Na tabela 6.1 são descritas as características das instâncias adaptadas. Para cada instância, são descritos os números de clientes, postos, veículos e os limites de combustível: tanque cheio; reserva.

Tabela 6.1: Características das instâncias adaptadas

Instância	Número de			Limites de Combustível	
	Clientes	Postos	Veículos	Tanque Cheio	Reserva
P-n6-k1	6	50	1	80	21
P-n7-k2	7	16	2	60	10
P-n8-k4	8	30	4	50	15
P-n9-k3	9	20	3	80	21
P-n12-k2	12	24	2	100	20
P-n12-k3	12	24	3	100	20
P-n13-k2	13	22	2	67	5
P-n15-k3	15	45	3	70	18
P-n16-k8	16	28	8	70	5
P-n17-k4	17	39	4	94	23
P-n19-k2	20	48	2	45	13
P-n20-k2	20	48	2	47	15
P-n21-k2	21	53	2	46	16
P-n22-k2	22	30	2	42	8
P-n23-k8	23	45	8	65	9
P-n40-k5	40	68	5	133	101
P-n45-k5	45	113	5	301	260
P-n50-k7	50	58	7	50	13
P-n50-k8	50	58	8	49	7
P-n50-k10	50	58	10	93	51
A-n32-k5	32	76	5	145	61
A-n33-k5	33	41	5	145	51
A-n33-k6	33	41	6	105	31
A-n34-k5	34	78	5	105	21
A-n36-k5	36	104	5	90	8
A-n37-k5	37	89	5	78	12
A-n38-k5	38	78	5	93	13
A-n44-k6	44	96	7	96	10
A-n46-k7	46	134	7	83	11
A-n48-k7	48	92	7	116	21

Durante a escolha dos valores que determinam a capacidade de armazenamento de combustível, foi possível perceber os seguintes fatos: ao aumentar-se a capacidade de armazenamento de combustível dos veículos, o custo de abastecimento é não crescente, e, a partir de um determinado valor, o custo de abastecimento total é 0.

Ao reduzir-se a capacidade o custo é não decrescente, e a partir de um determinado valor, a instância deixa de possuir uma solução viável.

O gráfico 6.2 mostra a relação entre a capacidade de armazenamento de combustível e o valor da função objetivo, já o gráfico 6.3 mostra a relação entre a reserva e o valor da função objetivo. Para um valor de reserva fixado em 51 litros, podemos observar no gráfico 6.2 que existem soluções viáveis se o veículo possuir capacidade de armazenamento igual ou maior que 128 e, caso a capacidade seja maior ou igual a 166, o valor da função objetivo será 0.

Para a reserva, caso fixado o valor da capacidade de abastecimento em 135, semelhante ao gráfico 6.3, obtemos o valor máximo de 58, que garante a existência de uma solução inicial viável, e o valor mínimo de 15 para que o valor da função objetivo seja maior que 0.

No entanto, podemos observar que a função objetivo depende exclusivamente da diferença entre a capacidade de armazenamento de combustível e a reserva, isto é, a quantidade de combustível efetivamente usável. Porém, a reserva auxilia em uma representação mais próxima do cenário real, em que alguns imprevistos podem aumentar o consumo de combustível.

De forma semelhante às análises dos gráficos 6.2 e 6.3 para a instância P-n50-k10, as demais instâncias possuem um valor mínimo para a quantidade de combustível efetivamente usável, o que torna a visita aos postos viável, e um valor máximo, que garante que o veículo irá abastecer durante o percurso.

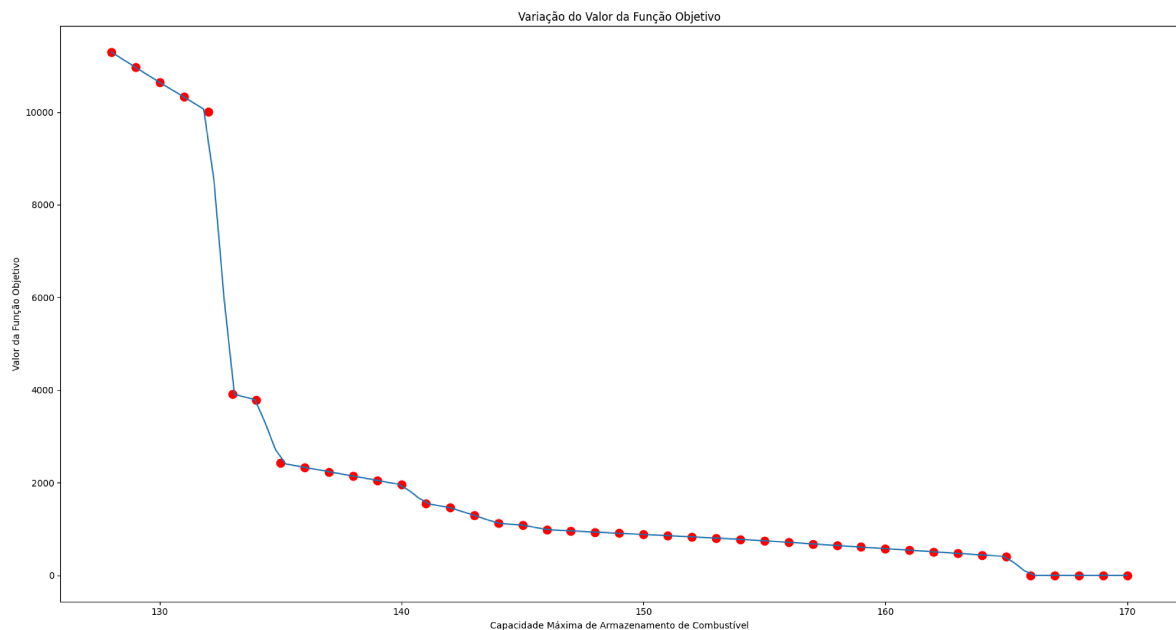


Figura 6.2: Gráfico de Relação entre a capacidade de Armazenamento de combustível e valor da função objetivo para a instância P-n50-k10

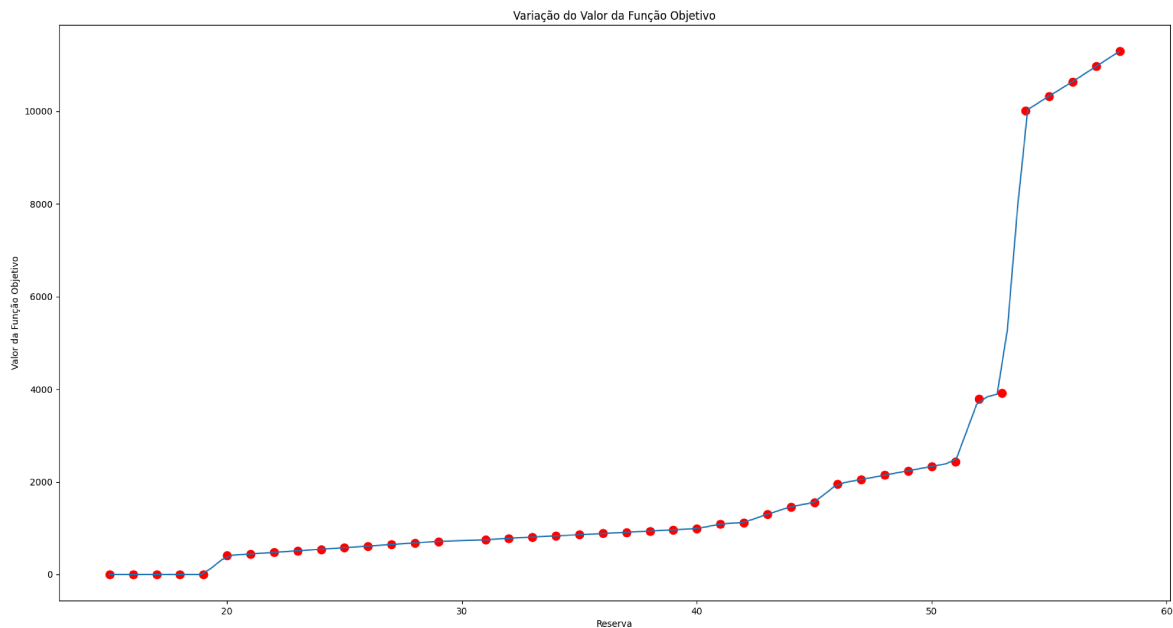


Figura 6.3: Gráfico de Relação entre a reserva e valor da função objetivo para a instância P-n50-k10

6.2 Ambiente Computacional

O modelo matemático do PRVSPA da seção 3.2, do problema mestre da seção 5.1 e do subproblema da seção 5.2 foram modelados e executados no solver (software para a resolução de modelos matemáticos) CPLEX versão 12.9, da IBM.

O algoritmo guloso e a busca local foram implementados e executados no ambiente Code::Blocks versão 20.03, e a linguagem adotada para a programação de todas as heurísticas foi a linguagem C++.

Para realização da comunicação entre o problema mestre e o subproblema, foi necessária a utilização de um código em C++ juntamente com a biblioteca Concert, fornecida pelo CPLEX, que permite realizar a migração e extração de dados entre os modelos da geração de colunas.

As imagens com a disposição de clientes, postos de abastecimento e rotas foram geradas no ambiente de desenvolvimento IDLE, utilizando a biblioteca matplotlib e a linguagem Python. Todos os códigos e modelos podem ser encontrados nos links disponíveis no apêndice deste trabalho.

Todos os testes descritos neste trabalho foram executados em um computador AMD Ryzen 5 3.6 GHz 12-Core com 64 Gigabytes de memória (RAM) e utilizaram as instâncias adaptadas de Augerat (1995), exceto o teste do modelo matemático que utilizou uma instância de teste com poucos clientes para a sua validação.

6.3 Discussão dos resultados

Nesta seção, são exibidos os resultados obtidos para o conjunto de instâncias do PRVSPA por meio da aplicação das técnicas descritas neste trabalho. A primeira subseção apresenta os resultados obtidos executando o modelo matemático da seção 3.2 e o algoritmo guloso da seção 4.1. A segunda descreve os resultados da busca local descrita em 4.2 e a terceira subseção relata os resultados após a aplicação da geração de colunas do capítulo 5.

6.3.1 Resultados do modelo matemático e algoritmo guloso

A tabela 6.2 mostra o resultado da execução do modelo matemático descrito na seção 3.2 para as instâncias listada na coluna “Instância”, sendo que a coluna “Usando o algoritmo guloso” descreve os custos da solução obtida pelo CPLEX iniciando da solução obtida pelo algoritmo guloso da seção 4.1 e a coluna “Sem usar o algoritmo guloso” descreve a solução obtida pelo modelo matemático sem ser iniciado de uma solução viável.

Tabela 6.2: Resultados obtidos após a execução do modelo proposto no CPLEX iniciando a partir da solução gulosa e sem iniciar com uma solução viável

Instância	Usando o algoritmo guloso	Sem usar o algoritmo guloso
P-n6-k1	16713	17421
P-n7-k2	42245	42644
P-n8-k4	33525	34086
P-n9-k3	17000	30863
P-n12-k2	30118	41445
P-n12-k3	22731	46478
P-n13-k2	37318	43360
P-n15-k3	42847	106090
P-n16-k8	856	1171132
P-n17-k4	71939	Solução viável não encontrada
P-n20-k2	26579	Solução viável não encontrada
A-n32-k5	11282	Solução viável não encontrada
A-n33-k5	18645	Solução viável não encontrada

Conforme pode ser observado na tabela, para as instâncias cujo número de clientes é superior a 16, o solver não encontra solução viável após 2 horas de execução. Para efeito de comparação, a instância P-n17-k4 encontrou uma solução viável após 19 horas de execução.

Os resultados obtidos por meio da aplicação do modelo matemático na solução gulosa foram ligeiramente superiores aos obtidos por meio da execução sem solução inicial. No entanto, para a maioria das instâncias, o gap foi igual a 100%, indicando

que não é possível determinar a qualidade da solução obtida.

Devido à dificuldade de encontrar a solução ótima para as instâncias do PRVSPA, foi criada uma instância com 4 clientes, 4 postos de abastecimento e 2 veículos. Ao executar o modelo matemático, a solução ótima foi encontrada em aproximadamente 1 segundo. A solução ótima da figura 6.4 exhibe as rotas geradas para a instância, sendo que somente um dos veículos precisou ser abastecido. O veículo que percorreu a rota azul abasteceu 92 litros no posto da posição (96,81) e 53 litros no posto da posição (21,38), totalizando um gasto de R\$ 432,74 .

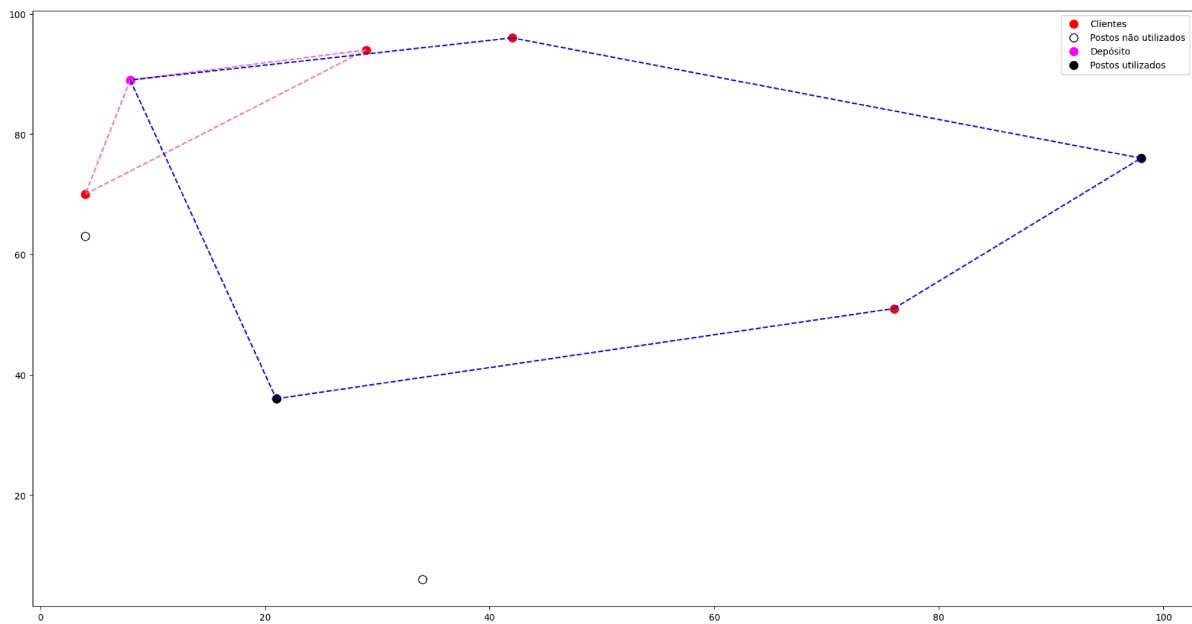


Figura 6.4: Solução ótima para a instância P-n5-k2

Na Tabela 6.3, são reportados os nomes das instâncias, os valores das funções objetivos para o algoritmo guloso descrito na seção 4.1 e do modelo matemático descrito na seção 3.2 iniciando o cálculo a partir da solução gulosa e a percentagem de melhoria do valor da função objetivo ao aplicar o modelo matemático na solução gulosa.

Tabela 6.3: Valor da função objetivo para as soluções do algoritmo guloso, modelo matemático e a porcentagem de melhoria da solução

Instância	Algoritmo Guloso	Modelo Matemático	%
P-n6-k1	60502	17431	71.1
P-n7-k2	63063	41107	34.8
P-n8-k4	116653	35029	70.0
P-n9-k3	46914	17000	63.8
P-n12-k2	56816	30118	47.0
P-n12-k3	52658	46478	70.8
P-n13-k2	66002	39197	40.6
P-n15-k3	60688	46837	70.8
P-n16-k8	856	856	0.0
P-n17-k4	84055	75939	70.8
P-n19-k2	16309	3606	61.7
P-n20-k2	14127	13901	1.6
P-n21-k2	16324	15590	3.4
P-n22-k2	36554	33484	8.4
P-n23-k8	7439	7439	0.0
P-n40-k5	48341	48341	0.0
P-n45-k5	25528	25475	0.2
P-n50-k7	40301	39632	1.7
P-n50-k8	32761	32761	0.0
P-n50-k10	31079	29441	5.3
A-n32-k5	11642	11432	1.8
A-n33-k5	18645	16293	12.6
A-n33-k6	28216	28216	0.0
A-n34-k5	26551	26287	1.0
A-n36-k5	22853	22343	2.2
A-n37-k5	21569	20169	6.5
A-n38-k5	18266	17726	3.0
A-n44-k6	18789	18477	1.7
A-n46-k7	23184	23097	0.4
A-n48-k7	4474	4474	0.0

Se compararmos os resultados dos métodos, podemos observar que, para as instâncias cujo número de clientes é menor que 19, o ganho ao utilizar o modelo matemático para melhorar a solução gulosa é significativo e superior a 30%, exceto para a instância P-n16-k8, em que o resultado não foi melhorado. As demais instâncias

obtiveram melhora pouco significativa, o que pode ser justificado pelo aumento considerável do número de variáveis, o que dificulta a obtenção das soluções.

O *gap* obtido foi menor do que 100% somente para as instâncias P-n6-k1 e P-n7-k2, indicando que não foi possível concluir o quão distante as demais soluções obtidas estão do valor ótimo. No entanto, a partir das soluções obtidas por meio do algoritmo guloso e melhoradas pelo solver, podemos concluir que obter a solução do PRV clássico e inserir os postos de abastecimento de forma ótima sem modificar as rotas pode gerar soluções que possuem um baixo consumo de combustível e, conseqüentemente, poucas idas aos postos de abastecimento. Apesar do baixo consumo de combustível, não é possível mensurar o quão distante a solução obtida está do ótimo global.

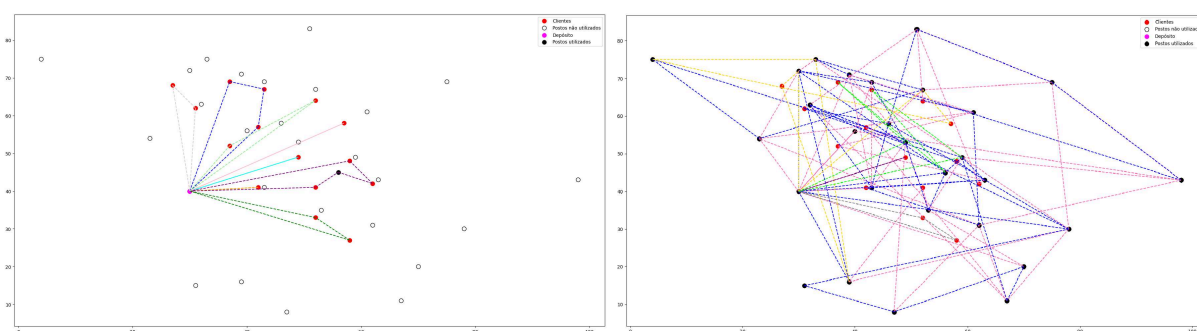


Figura 6.5: Comparação entre as rotas geradas pelo algoritmo guloso e o modelo matemático

A figura 6.5 mostra a solução gulosa (à esquerda) e a solução obtida pelo modelo matemático da instância P-n16-k8 (à direita). Pela imagem, podemos observar que a solução gulosa é uma solução praticável e de baixo custo, já a solução obtida pelo solver é impraticável, pois visita todos os postos de abastecimento pelo menos uma vez e gera rotas cuja distância percorrida é muito grande, influenciando no consumo e possuindo um custo muito elevado. Destaca-se também que obter uma solução por meio do algoritmo guloso demanda alguns poucos segundos e que obter a solução por intermédio do solver demora 2 horas.

6.3.2 Resultados da busca local

A tabela 6.4 apresenta o nome das instâncias, sendo que a coluna “Algoritmo Guloso” mostra o resultado da aplicação do algoritmo guloso da seção 4.1 e “Busca Local” expõe os resultados obtidos por meio da aplicação da busca local descrita na seção 4.2 sobre a solução gerada pelo algoritmo guloso. “Economia” relata a redução dos custos se utilizado o resultado da busca local ao invés da solução gulosa, “Melhoria(%)” refere-se à porcentagem de redução do custo. Por fim, a coluna “Tempo(s)” relata o tempo gasto para a execução da busca local.

Os resultados exibidos na tabela 6.4 demonstram que a aplicação da busca local

Tabela 6.4: Comparação entre o algoritmo guloso e a busca local, o valor economizado, porcentagem de melhoria da solução e tempo de execução

Instância	Algoritmo Guloso	Busca Local	Economia	Melhoria(%)	Tempo(s)
P-n6-k1	73075	60167	12908	17.7	65
P-n7-k2	66102	66102	0	0.0	10
P-n8-k4	125871	98055	27816	22.1	33
P-n9-k3	49849	37106	12743	25.6	66
P-n12-k2	69978	59127	10851	15.5	33
P-n12-k3	69978	59127	10851	15.5	33
P-n13-k2	75185	75173	12	0.01	2
P-n15-k3	57581	50383	7198	12.5	41
P-n16-k8	856	856	0	0.0	0
P-n17-k4	99965	99965	0	0.0	98
P-n19-k2	16309	16101	208	1.3	68
P-n20-k2	14127	13593	534	3.8	83
P-n21-k2	16324	15505	819	5.0	118
P-n22-k2	36554	36554	0	0.0	18
P-n40-k5	48341	46135	2206	4.6	3504
P-n45-k5	25528	18658	6870	26.9	12711
P-n50-k7	40301	32182	8119	20.1	84
P-n50-k8	32761	31265	1496	4.6	14
P-n50-k10	31079	18941	12138	39.0	772
A-n32-k5	11642	11492	153	1.3	944
A-n33-k5	18645	15261	3384	18.1	380
A-n33-k6	28216	28216	0	0.0	174
A-n36-k5	22853	22805	48	0.2	17
A-n37-k5	21569	18659	2910	13.5	37
A-n38-k5	18266	17826	440	2.4	60
A-n44-k6	18789	18186	603	3.2	28
A-n46-k7	23184	22953	231	1.0	42
A-n48-k7	14548	14413	135	0.9	194

gerou redução de custos na maioria das soluções obtidas por meio do algoritmo guloso. Para as instâncias cuja média de clientes atendidos por rota é menor ou igual à 6, a redução foi mais significativa e superior a 10%, exceto para as instâncias P-n16-k8 e P-n17-k4, em que o resultado obtido pelo algoritmo guloso não foi alterado. Nas instâncias cujo número médio de clientes atendidos por rota é maior do que 6, a melhoria foi de no máximo 5%, sendo que, em algumas instâncias, não foi possível modificar a solução gulosa. A busca local demandou uma porção pequena de tempo de execução para a maioria das instâncias.

A figura 6.6 exibe as rotas obtido por meio da aplicação do algoritmo à instância P-n50-k10 e 6.7, o resultado obtido pela busca local. Analisando as duas rotas, é possível perceber que trocar 2 clientes de rota pode ser vantajoso, como na troca entre os clientes A e B, em que é possível perceber a redução de tamanho da rota à qual o cliente A pertencia e o aumento da rota a que B pertencia. A troca de cliente

é vantajosa principalmente quando reduz a distância percorrida em uma rota que possui abastecimento e aumenta a percorrida em uma rota em que o veículo não necessita abastecer ou quando a troca possibilita a visita a outros postos de litros com custo menor.

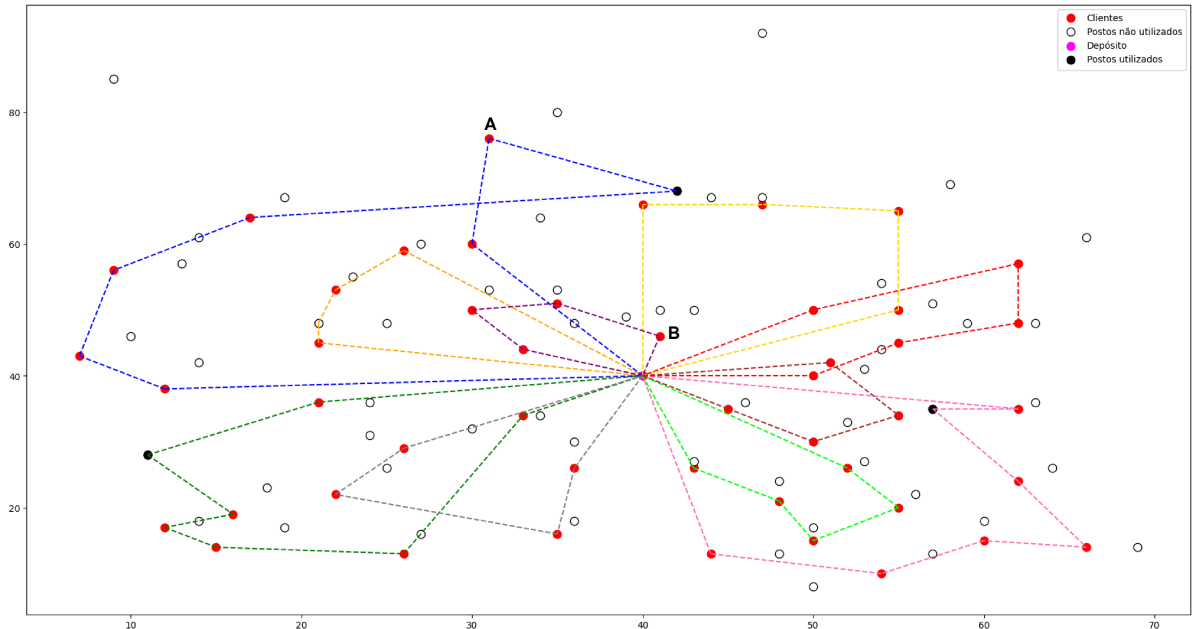


Figura 6.6: Rotas geradas pelo algoritmo guloso para a instância P-n50-k10

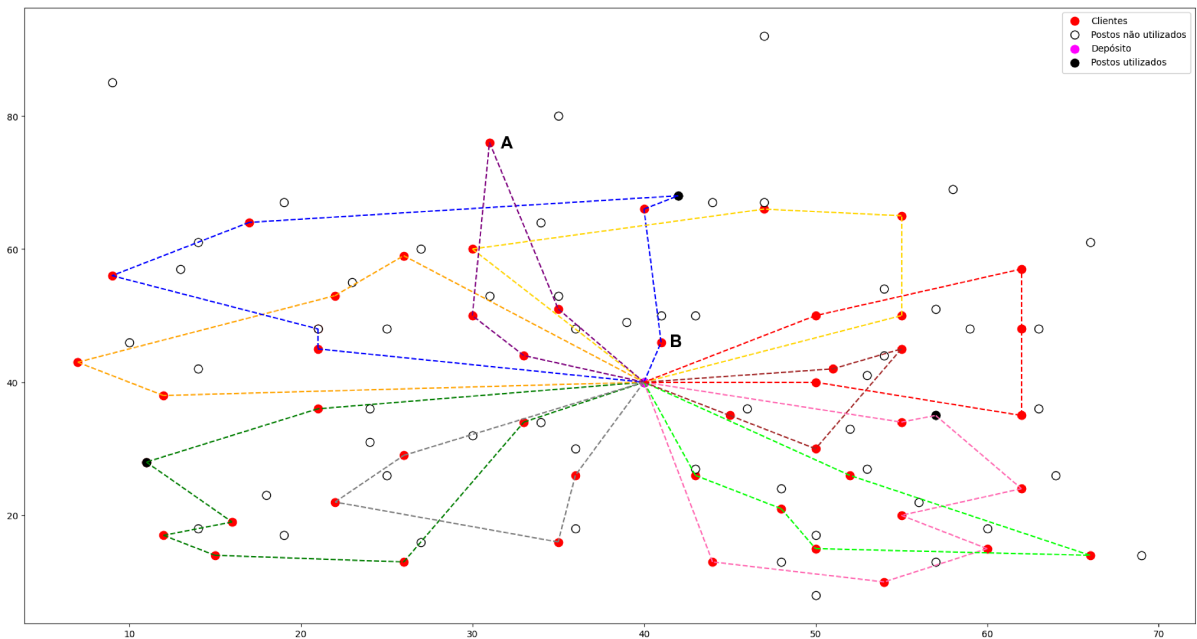


Figura 6.7: Rotas melhoradas pela busca local para a instância P-n50-k10

6.3.3 Resultados da geração de colunas

A tabela 6.5 apresenta o nome das instâncias adaptadas de Augerat, a coluna “AG” relata os valores das funções objetivos para os resultados viáveis obtidos pelo algoritmo guloso descrito na seção 4.1 e “BL”, os valores das funções objetivos para os resultados da busca local descrita na seção 4.2 aplicada às soluções do algoritmo guloso. As demais colunas representam os resultados obtidos utilizando a técnica de geração de colunas descrita no capítulo 5.

Tabela 6.5: Valores das funções objetivos utilizando todos os métodos descritos em capítulos anteriores

Instância	Função Objetivo					
	AG	BL	GC	GC+H	BL+GC	BL+GC+H
P-n6-k1	73075	60167	19959	24323	19154	18900
P-n7-k2	66102	66102	41704	41704	41704	41974
P-n8-k4	125871	98055	28425	28202	28969	28195
P-n9-k3	49849	37106	16786	16764	17416	17155
P-n12-k2	69978	59127	19038	18843	15181	20183
P-n12-k3	69978	59127	16100	14339	18815	15239
P-n13-k2	75185	75173	38920	38251	39523	38197
P-n15-k3	57581	50383	29157	27795	30859	28713
P-n16-k8	856	856	856	642	642	642
P-n17-k4	99965	99965	35703	41670	38973	39276
P-n19-k2	16309	16101	19255	19500	16101	16101
P-n20-k2	14127	13593	24678	5851	13593	13593
P-n21-k2	16324	15505	24689	24199	15505	15505
P-n22-k2	36554	36554	45480	44708	36554	36554
P-n40-k5	48341	46135	340000	38732	46135	46135
P-n45-k5	25528	18658	3900000	91200	18658	18658
P-n50-k7	40301	32182	40453	40370	32182	32182
P-n50-k8	32761	31265	4100000	41916	31265	31265
P-n50-k10	31079	18941	4100000	18162	18941	18941
A-n32-k5	11642	11492	2600000	120282	11492	11492
A-n33-k5	18645	15206	2700000	50496	15206	15206
A-n33-k6	28216	28216	1292024	62941	28216	28216
A-n36-k5	22853	22805	3000000	1872803	22805	22805
A-n37-k5	21569	18659	3100000	1872803	18659	18659
A-n38-k5	18266	17826	3200000	195522	17826	17826
A-n44-k6	18789	18186	3700000	1067951	18186	18186
A-n46-k7	23184	22953	3800000	149125	22953	22953
A-n48-k7	14548	14413	4000000	1287656	14413	14413

A coluna “GC” apresenta os resultados utilizando a geração de colunas sem solução inicial viável, isto é, utiliza uma solução artificial para o problema mestre em que cada cliente é atendido por um veículo, não existe abastecimento e o subproblema não possui solução inicial. A coluna “GC+H” expõe os valores das funções objetivos da técnica de geração de colunas iniciando de uma solução artificial para o problema

mestre e o subproblema iniciando com a solução gerada pela heurística descrita no capítulo 5.

A coluna “BL+GC” apresenta os valores das funções objetivos do problema mestre que utiliza como solução inicial a solução gerada utilizando a busca local e a coluna “BL+GC+H” representa os resultados obtidos aplicando a geração de colunas iniciando o problema mestre com o resultado obtido com a busca local e o subproblema iniciando com a solução gerada pela heurística.

A tabela 6.6 representa o número de rotas geradas para cada instância pela geração de colunas. A coluna “GC” apresenta o número de rotas para a geração de colunas iniciando da solução artificial e sem solução para o subproblema e “GC+H”, a geração de colunas iniciando com a solução artificial e iniciando o subproblema com a rota gerada pela heurística. As colunas “BL+GC” e “BL+GC+H” apresentam o número de rotas da geração de colunas iniciando o problema mestre com a solução obtida da busca local, sendo que diferem-se pelo fato de “BL+GC” não possuir solução inicial para o subproblema e “BL+GC+H” iniciar o subproblema com a rota gerada pela heurística.

Podemos observar, na tabela 6.6, que algumas das instâncias possuem um * após o nome e que a coluna “GC” ou a coluna “BL+GC” contêm o valor 1 indicando que o subproblema realizou somente uma execução. Se o número de iterações for 1 na coluna “GC”, então o valor da função objetivo será (número de clientes - número de veículos)*100000, indicando que a solução artificial não foi modificada, portanto a solução não é viável. Esta situação indica que o solver não encontrou uma solução viável para o subproblema, logo a execução da geração de colunas foi interrompida.

Ao analisarmos as tabelas 6.5 e 6.6 podemos observar que para a maioria das instâncias com 32 ou mais clientes não foi encontrada solução inicial para o problema mestre na primeira iteração na aplicação de “GC” e “BL+GC”, somente após utilizada a heurística para o subproblema nas aplicações “GC+H” e “BL+GC+H” foi possível continuar a execução da geração de colunas. No entanto, para as instâncias cujo número de clientes é menor ou igual à 22 para “GC+H” ou em “BL+GC+H”, a utilização da heurística não garantiu melhorias no resultado caso comparadas à “GC” e “BL+GC”. Como exemplo disso, podemos citar a linha P-n12-k3 da tabela, em que é possível perceber que o valor da função objetivo para ‘GC+H” e “BL+GC+H” é menor se comparado a ‘GC” e “BL+GC” e que a linha P-n17-k4 que possui o valor da função objetivo ‘GC+H” e “BL+GC+H” maior que ‘GC+H” e “BL+GC+H”.

A geração de colunas conseguiu encontrar as melhores soluções para as instâncias cujo número de clientes é melhor ou igual a 19, no entanto, para algumas dessas instâncias, obteve solução fracionária que necessita ser melhorada. Já as soluções com mais de 19 e menos de 32 clientes, obteve soluções viáveis para as instâncias iniciando com a solução artificial demandando no máximo 2 horas de execução, porém não

Tabela 6.6: Número de iterações das formas distintas de aplicação da geração de colunas

Instância	Número de iterações			
	GC	GC+H	BL+GC	BL+GC+H
P-n6-k1	4	6	3	3
P-n7-k2	15	11	11	10
P-n8-k4	9	10	7	9
P-n9-k3	14	14	11	9
P-n12-k2	16	31	5	13
P-n12-k3	12	4	7	3
P-n13-k2	24	32	22	26
P-n15-k3	29	28	23	25
P-n16-k8	22	29	14	16
P-n17-k4	29	18	26	21
P-n19-k2	39	41	18	4
P-n20-k2	35	24	4	5
P-n21-k2	21	45	5	5
P-n22-k2	49	40	3	6
P-n40-k5	1	38	2	11
P-n45-k5	1	34	2	2
P-n50-k7	88	50	1	6
P-n50-k8	1	83	2	63
P-n50-k10	1	94	1	21
A-n32-k5	1	31	1	6
A-n33-k5	1	43	1	6
A-n33-k6	5	59	8	43
A-n36-k5	1	5	1	3
A-n37-k5	1	5	4	4
A-n38-k5	1	37	1	4
A-n44-k6	1	10	1	7
A-n46-k7	1	1	1	1
A-n48-k7	1	8	1	6

obteve nenhum resultado melhor que a busca local, mesmo quando a execução se iniciou dela. Para as instâncias cujo número de veículos é igual ou maior que 32 não foi encontrada solução viável quando iniciadas da solução artificial e não melhoraram as soluções da busca local.

A tabela 6.7 apresenta o tempo de execução em segundos para cada iteração da geração de colunas utilizando os métodos “GC”, “GC+H”, “BL+GC” e “BL+GC+H” para a instância P-n7-k2. O subproblema foi executado até encontrar seu valor ótimo, garantindo que os métodos que se iniciam com a mesma solução sempre possuem o mesmo número de iterações e o mesmo resultado, diferenciando-se somente no tempo de execução. Portanto, as iterações dos métodos que utilizam a solução da busca local (“BL+GC” e “BL+GC+H”) só podem ser comparadas entre si e a mesma regra se aplica às iterações que se iniciam da solução artificial (“GC” e “GC+H”). No entanto, o tempo total gasto pode ser comparado, o que se justifica pelo fato de que

todos os métodos serão executados até encontrarem o resultado ótimo.

Tabela 6.7: Tempo gasto durante cada iteração das formas distintas de aplicação geração de colunas para a instância P-n7-k2

Iteração	GC	GC+H	BL+GC	BL+GC+H
1	657	907	641	914
2	1324	1816	911	5145
3	1620	2101	1015	5517
4	1864	2345	1242	5735
5	2614	2683	5574	12186
6	7262	3804	7289	13171
7	13087	48514	8500	13994
8	32827	59875	23177	27620
9	52018	76456	29470	33971
10	57340	78329	36315	38322
11	65149	81145	55044	44116
12			64326	53321
13			73419	61763

A instância P-n7-k2 obteve o valor ótimo de 41704 realizando 11 iterações para os métodos “GC” e “GC+H” e 13 iterações para “BL+GC” e “BL+GC+H”, sendo que, “BL+GC+H” obteve o resultado ótimo demandando o menor tempo. No entanto, ao comparar o tempo de execução de cada iteração isoladamente, é possível perceber que a heurística não garantiu que irá ocorrer uma redução no tempo de execução do subproblema, como pode ser observado no tempo final de execução do método “GC+H”, que é superior ao tempo de “GC”, e na iteração 2, em que o subproblema foi resolvido após 270 segundos para o método “BL+GC” e 4231 segundos para o método “BL+GC+H”. A execução do método “GC” obteve o resultado ótimo demandando 65149 segundos, tempo inferior aos “BL+GC”, indicando que não é possível garantir que a utilização de uma solução inicial viável pode acelerar a resolução da geração de colunas.

As tabelas 6.8 e 6.9 mostram a execução da geração de colunas para a instância P-n16-k8. A tabela 6.8 apresenta as iterações em que a solução inicial do problema mestre é a solução artificial e, na 6.9, a solução da busca local é utilizada com solução inicial. Nas duas tabelas, cada método é representado por 5 colunas: a coluna “PM” descreve o valor da função objetivo do problema mestre; a coluna “SP” representa o valor da função objetivo do subproblema; a coluna “CR” expõe o custo da rota gerada pelo subproblema; a coluna “GS” relata o gap do subproblema; e “EB” representa se a rota entrou na base em algum instante. A coluna “EB” possui o valor S se a variável entrou na base em algum momento e N, caso contrário. Se a variável entrou na base

em algum instante, existe um número que representa quando a variável entrou. O valor f significa que a solução encontrada para o problema mestre durante a iteração é fracionária. O valor da coluna "SP" é negativo caso o subproblema possa adicionar uma nova rota (coluna) ao problema mestre, caso contrário indica que nenhuma nova rota irá melhorar a solução, interrompendo a execução da geração de colunas.

Tabela 6.8: Detalhes das iterações das formas distintas de aplicação da geração de colunas utilizando a solução inicial artificial, onde são exibidos o valor do problema mestre, subproblema, custo da rota gerada, gap do subproblema e se a variável entrou na base

P-n16-k8									
GC					GC+H				
PM	SP	CR	GS	EB	PM	SP	CR	GS	EB
70000	-25391	4609	18.02	S1	70000	-25139	4861	19.25	S1
44609	-25391	4609	18.02	N	44861	-25104	4896	19.42	N
44609	-20757	3852	17.89	S3	44861	-19172	828	3.44	S3
38461	-19144	856	3.82	S4	25689	-19172	828	3.44	N
25465	-12568	428	1.36	N	25689	-13279	1582	11.06	S7
25465	-13385	1224	8.09	S6	25689	-15292	4708	29.73	S11
12508	-10000	0	0.00	S7	25689	-12684	595	13.94	S7
12508	-16386	3614	20.11	S8F	13005	-10000	0	0.00	S11
12077.50 ^f	-11784	2825	22.38	S9	13005	-14886	5114	32.35	S11
10392 ^f	-5345	5136	91.06	N	13005	-11441	2825	30.06	S11
10392 ^f	-7490	1632	18.65	S11	13005	-10295	2856	25.59	S11
9322 ^f	-5492	3424	72.61	S12	12833.67 ^f	-8390	3614	40.59	S12
8904.60 ^f	-7027.40	0	0.00	S13	11435.33 ^f	-7250.67	0	15.04	S13
7147.75 ^f	-8557.88	552	0.00	S14	10776.18 ^f	-7508.18	3424	49.13	S14
5591.77 ^f	-4167.86	0	54.73	S15	9862.79 ^f	-4416.21	0	117.59	S15
4617.40 ^f	-2588.20	3536	146.81	S16	9033.08 ^f	-5301.31	0	48.77	S16
4381.88 ^f	-3253	0	96.19	S17	7707.75 ^f	-8242.62	552	7.66	S17
3975.25 ^f	-1398.25	0	167.39	S18	5876.06 ^f	-4573.28	0	49.28	S18
3866.80 ^f	-1786.80	856	149.27	S19	3147.80 ^f	-2241.00	0	135.88	S19
2080	-1408	0	0.00	S20I	3079.007 ^f	-2321.20	1284	104.40	S20
856	-428	0	155.86	N	1974 ^f	-1202	1070	276.98	S21
856	0	0	∞		1070	-552	0	159.02	N
					1070	-614	1498	467.27	N
					1070	-595	0	485.13	N
					1070	-595	0	415.50	N
					1070	-642	642	383.59	N
					1070	-595	0	321.84	S29
					1070	-856	0	209.39	S29
					1070	-614	642	388.82	S29
					642	-595	0	256.10	N
					642	-297.50	0	821.31	N
						-358	1224	909.97	N
						-428	0	512.41	N
						0	642	∞	

Tabela 6.9: Detalhes das iterações das formas distintas de aplicação da geração de colunas utilizando a solução da busca local, onde são exibidos o valor do problema mestre, subproblema, custo da rota gerada, gap do subproblema e se a variável entrou na base

P-n16-k8									
BL+GC					BL+GC+H				
PM	SP	CR	GS	EB	PM	SP	CR	GS	EB
856	-856	0	0.00	N	856	-856	0	0.00	N
856	-18502	2354	12.26	N	856	-18502	2354	12.38	N
856	-20856	1498	6.92	N	856	-20856	1498	6.76	N
856	-8232	1768	30.75	N	856	-8232	1768	30.99	N
856	-17510	5114	27.32	N	856	-17510	5114	27.41	N
856	-3266	0	18.52	N	856	-3266	0	20.62	N
856	-856	0	140.91	N	856	-749	0	179.44	N
856	-2568	428	0.00	N	856	-4258	0	16.49	N
856	-214	642	568.81	N	856	-749	0	273.09	N
856	-214	642	587.48	S10	856	-856	0	0.00	N
642	-214	0	384.44	N	856	-856	0	178.24	N
642	-642	0	244.76	N	856	-856	0	183.72	N
642	-428	0	303.12	N	856	-214	642	996.64	N
642	0.00	642	∞		856	-1126	0	352.58	N
					856	-214	642	902.73	S15
					642	0	642	∞	

Ao observarmos a coluna “EB” da tabela 6.8 podemos notar três comportamentos distintos: uma rota gerada entrar na base da solução do problema na primeira iteração do problema mestre após ser gerada, um comportamento que ocorre principalmente na geração de colunas “GC” e em algumas das primeiras iterações da “GC+H”; a rota gerada entrar na base da solução algumas iterações após ser gerada, o que é justificado pelo fato de que, no primeiro instante, não existe na base do problema mestre outras soluções que possam ser combinadas com a solução gerada, mas, após o subproblema gerar novas rotas para atender os clientes não inclusos na solução, ela é combinada com as rotas geradas posteriormente e adicionada na base da solução; a rota gerada não entrar na base na primeira iteração e, após algumas iterações, ser gerada alguma rota similar, mas que terá melhor contribuição com a solução final. O comportamento esperado é que todas as soluções geradas contribuam com a solução final, no entanto, somente em 4 iterações da “GC” e em uma iteração da “GC+H” a rota gerada pelo subproblema é ótima, o que pode justificar a não contribuição de algumas soluções.

A tabela 6.9 apresenta um comportamento para obtenção da solução, encontra

diversas rotas para o subproblema, sendo 2 delas ótimas e algumas com o gap menor do que 100%, no entanto somente uma das rotas obtidas é adicionada à base do problema mestre. A rota que contribui com a melhoria da solução é acrescentada na primeira iteração do problema mestre. Entretanto, para as demais instâncias, somente o comportamento da tabela 6.8 pôde ser observado, pois, em todas as quatro distintas formas de execução, a geração de colunas precisou incluir mais de uma coluna no problema mestre.

Porém, ao observarmos a figura 6.8, que demonstra a solução da instância P-n16-k8 gerada pelo algoritmo guloso e que não foi melhorada pela busca local, e a figura 6.9, que mostra a solução ótima obtida pela geração de colunas, podemos notar que 7 das 8 rotas obtidas pelo algoritmo guloso são ótimas e que a rota não ótima gerada pelo algoritmo guloso possui a mesma sequência de visitas aos clientes, alterando unicamente o momento de abastecimento do veículo.

Ao observarmos a coluna "CR" na tabela 6.9, podemos perceber que em duas situações distintas, o subproblema gera rotas cujo custo é maior do que o de uma solução inteira: quando o *gap* do subproblema é maior do que 100%; ao iniciar os dois com o valor 0 e iniciar a geração de colunas de uma solução viável (ocorre durante algumas iterações após o início da execução).

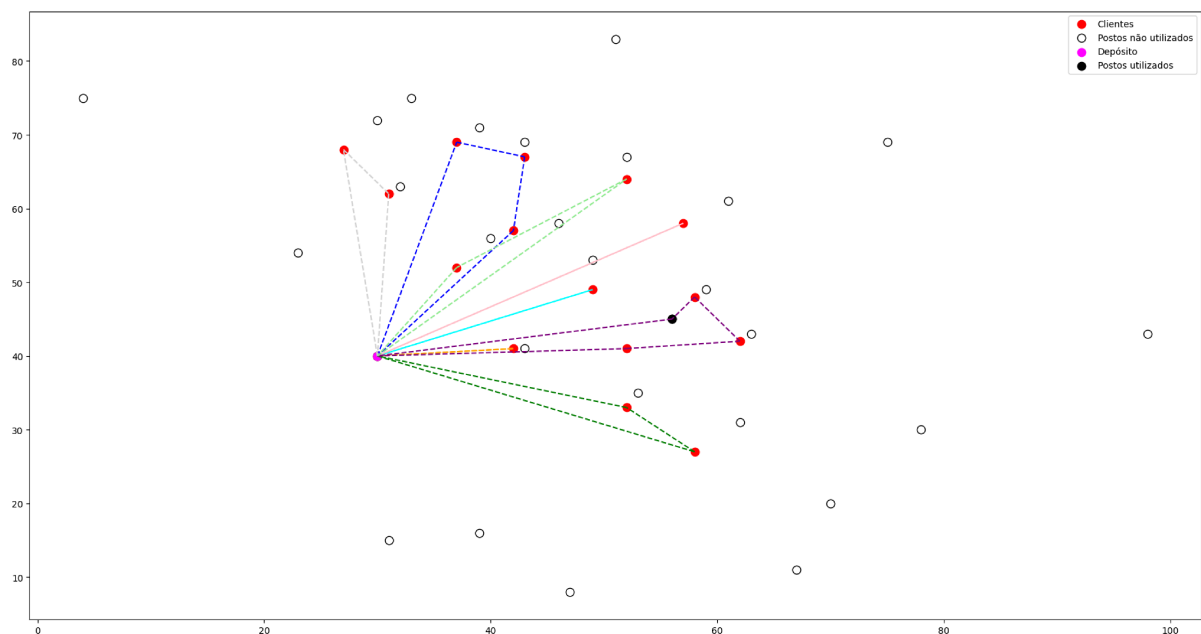


Figura 6.8: Rotas ótimas geradas pela geração para a instância P-n16-k8

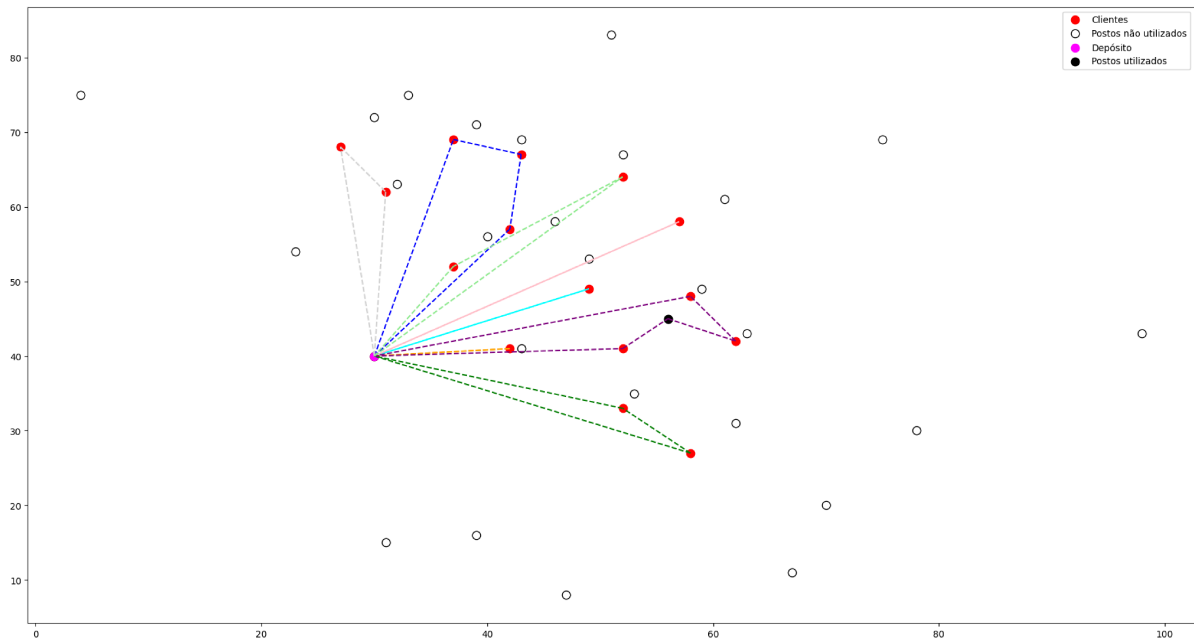


Figura 6.9: Rotas geradas pelo algoritmo guloso para a instância P-n16-k8

6.4 Considerações Finais

Neste capítulo, foram mostrados os resultados obtidos por meio das técnicas descritas em capítulos anteriores, bem como o modo de criação das instâncias do PRVSPA. Foram utilizadas variadas instâncias, que diferiram em relação a características como quantidade de clientes, veículos e postos, localização de postos e clientes, preço do combustível nos postos, capacidade do tanque de combustível e reserva.

O modelo matemático conseguiu apresentar as características necessárias para incluir o abastecimento de veículos à modelagem clássica do PRV. No entanto, conseguimos concluir que, devido ao tamanho do espaço de busca aumentar consideravelmente após a inclusão do abastecimento, as instâncias do PRV em que o solver consegue obter solução ótima demandando uma porção de tempo inferior a 5 minutos, ao serem adaptadas ao PRVSPA, não obtiveram soluções viáveis após 2 horas de execução do solver.

Além disso, somente após utilizarmos o algoritmo guloso, foi possível obter solução viável para todas as instâncias adaptadas. Apesar de não ser possível medir a qualidade da solução, podemos concluir que as soluções obtidas pelo algoritmo guloso são boas, pois realizam poucos abastecimentos durante o percurso e também realizam boas escolhas de postos quando existe a necessidade de abastecer.

Ao utilizarmos a busca local, algumas soluções puderam ser melhoradas e duas situações puderam ser observadas. A primeira é que, ao trocar 2 clientes de rota, a lista de postos que podem ser visitados nessas rotas é alterada e, ocasionalmente, algum

desses novos postos podem substituir os inseridos pelo algoritmo guloso e diminuir o custo com abastecimento. A segunda situação observada é que, ao trocar 2 clientes de rota, o consumo de combustível em uma pode aumentar e, em outra, diminuir, ocasionando a diminuição do valor da função objetivo caso a rota que aumentou o custo possua postos com custo inferior à que diminuiu o consumo ou, na rota que aumentou o consumo, não haja nenhum posto de abastecimento.

A geração de colunas se mostrou mais eficiente do que o modelo matemático, pois conseguiu obter uma solução viável para um conjunto maior de instâncias do problema. No entanto, não se mostrou tão efetiva quanto o esperado, pois não acelerou de forma significativa os cálculos para as maiores instâncias, melhorando somente o resultado das pequenas instâncias do problema. Ao analisarmos o tempo de execução do subproblema para uma instância pequena, foi possível percebermos que sua resolução demanda uma porção muito grande de tempo e que a utilização de um método para acelerar o seu cálculo não garantiu que a resolução do problema fosse acelerada. Utilizar a solução da busca local (melhor solução conhecida antes da aplicação da geração de colunas) como solução inicial também não garantiu a obtenção de melhores resultados.

Capítulo 7

Conclusão

Neste trabalho, foi proposta uma nova variante para o Problema do Roteamento de Veículos, denominada Problema do Roteamento de Veículos com Seleção de Postos de Abastecimento (PRVSPA). Essa variante introduz o conceito de minimização de gastos com transporte levando em consideração os custos com abastecimento, buscando uma aproximação do cenário real de roteamento de veículos, em que o veículo consome o combustível durante o trajeto e o motorista necessita preocupar-se sobre qual o posto cujo gasto para se abastecer é o menor entre aqueles que ele pode visitar com a quantidade de combustível que está disponível, desconsiderando uma certa quantidade de combustível que deve ser usada somente em caso de imprevistos. A escolha desse posto não é simples porque não depende apenas do preço, mas também do consumo até o posto e dele até o próximo cliente.

O PRVSPA considerou todas as características do PRV clássico, além das características de consumo, abastecimento e armazenamento de combustível. Diversas variantes do PRV e sua modelagem clássica foram estudadas, com objetivo de extrair características que auxiliassem o desenvolvimento do PRVSPA. Diversos trabalhos da literatura abordaram o consumo de combustível e relataram sobre a influência do seu preço no gasto com transporte, sendo que alguns trabalhos consideram de forma superficial o gasto com combustível, desconsiderando o abastecimento, o deslocamento e a variação de preço entre os postos.

A modelagem matemática do PRVSPA representou as características necessárias para encontrar um conjunto de rotas cujo gasto com abastecimento seja mínimo por meio da função objetivo e do conjunto de restrições.

Ao executarmos o modelo matemático para as instâncias adaptadas, foi possível percebermos a complexidade do problema, pois a solução do modelo por um solver encontrou solução viável somente para as instâncias com poucos clientes. Para auxiliar na obtenção de melhores resultados, foi implementada uma heurística gulosa que obteve solução para todas as instâncias e uma busca local para explorar a vizinhança da solução no intuito de melhorá-la. As soluções obtidas foram utilizadas como solução inicial para o modelo matemático, em que apenas algumas das soluções foram melhoradas, mas sem garantia de otimalidade. Buscando obter soluções ótimas para

algumas instâncias, foi utilizada a técnica de geração de colunas para gerar cada rota individualmente no subproblema e decidir, no problema mestre, quais rotas utilizar de modo que nenhuma restrição seja violada e que o gasto com abastecimento seja mínimo.

Pelos resultados obtidos, foi possível notar que o algoritmo guloso apresentou grandes benefícios na resolução do problema, pois obteve uma solução inicial para o problema e a solução obtida, apesar de não sabermos o quão distante está da solução ótima, não realiza abastecimentos exagerados ou possui percursos longos, que influenciam negativamente no custo da solução.

A busca local auxiliou na melhoria dos resultados obtidos pelo algoritmo guloso, demandando, na maioria dos casos uma pequena porção de tempo. A melhoria foi mais significativa em instâncias em que a média de clientes atendidos por rota é menor que 6, e, nas demais instâncias, a melhoria foi menos significativa embora relevante na maioria dos casos. No entanto algumas instâncias não foram melhoradas pela busca local devido ao fato de não existir solução melhor na vizinhança definida.

A geração de colunas obteve melhores resultados para todas as instâncias com menos de 19 clientes, no entanto, para as instâncias com mais de 19 e menos de 32 clientes, a geração de colunas somente encontrou uma solução viável, caso fosse executada partindo de uma solução artificial. Para instâncias com 32 ou mais clientes a geração de colunas não obteve solução viável caso iniciada com solução artificial e caso iniciada com a solução da busca local, não alterou o resultado inicial.

7.1 Trabalhos Futuros

O PRVSPA considera que o consumo de combustível depende exclusivamente da distância percorrida pelo veículo, no entanto, conforme descrito em capítulos anteriores, o consumo depende de diversos fatores, portanto esses elementos podem ser considerados para que o PRVSPA consiga representar o cenário real.

Em trabalhos futuros, pretende-se saber o quão próximas as soluções obtidas estão da solução ótima. Dessa forma, existe a necessidade de aprimorar a técnica de geração de colunas e o modelo matemático ou utilizar outra técnica exata para acelerar os cálculos das soluções. Para isso, buscando melhorar as soluções obtidas, metaheurísticas que utilizam características da busca local, como a VNS (Variable Neighborhood Search) e ILS (Iterated Local Search) e a metaheurística GRASP (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure), que usa um procedimento guloso para aproveitar as características do algoritmo guloso, serão implementadas para explorar as semelhanças com a busca local e o algoritmo guloso, que obtiveram os melhores resultados para o PRVSPA.

7.2 Publicação

Como fruto deste trabalho, foi publicado o artigo:

- de Freitas J.S., dos Santos A.G. (2021) Vehicle Routing Problem with Fuel Station Selection (VRPFSS): Formulation and Greedy Heuristic. In: Abraham A., Siarry P., Ma K., Kaklauskas A. (eds) Intelligent Systems Design and Applications. ISDA 2019. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 1181. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-49342-4_46

Referências Bibliográficas

- Augerat, P. (1995). Vehicle routing problem instances. <http://vrp.atd-lab.inf.puc-rio.br/index.php/en/>. Acessado em: 2019-04-22.
- Brasil (1990). Lei nº 8.078, de 11 de setembro de 1990. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/18078.htm. Acessado em: 2020-12-21.
- Brasil (1997). Lei nº 9.478, de 6 de agosto de 1997. http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/19478.htm. Acessado em: 2020-12-21.
- Bsoft (2019). Custo de transporte rodoviário: quais são os principais? <https://bsoft.com.br/blog/custo-de-transporte-rodoviario-quais-sao-os-principais>. Acessado em: 02 jan 2021.
- Correio Braziliense (2020). Procon deve fiscalizar aumento abusivo no preço da gasolina em postos. https://www.correiobraziliense.com.br/app/noticia/cidades/2018/05/24/interna_cidadesdf,683033/procon-deve-fiscalizar-aumento-abusivo-no-preco-da-gasolina-em-postos.shtml. Acessado em: 2020-12-21.
- Dantzig, G. B. and Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. Management Science, 6(1):80–91.
- Erdoğan, S. and Miller-Hooks, E. (2012). A green vehicle routing problem. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 48(1):100–114. Select Papers from the 19th International Symposium on Transportation and Traffic Theory.
- Exame (2018). Greve dos caminhoneiros começa a afetar atendimento hospitalar. <https://exame.com/brasil/greve-dos-caminhoneiros-comeca-a-afetar-atendimento-hospitalar/>. Acessado em: 2020-08-30.
- Fecomercio DF (2018). Greve dos caminhoneiros gera efeito cascata e situação se agrava ainda mais, diz Fecomércio-DF. <https://www.fecomerciodf.com.br/greve-dos-caminhoneiros-gera-efeito-cascata-e-situacao-se-agrava-ainda-mais-diz-> Acessado em: 02 jan 2021.

- G1 (2018a). 6 perguntas para entender a alta nos preços da gasolina e do diesel. <https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2018/05/em-4o-dia-de-greve-cidades-ficam-sem-combustivel-e-sem-alimentos.shtml>. Acessado em: 03 apr 2019.
- G1 (2018b). Greve de caminhoneiros provoca falta de medicamentos em farmácias de Goiás. <https://g1.globo.com/go/goias/noticia/greve-de-caminhoneiros-provoca-falta-de-medicamentos-em-farmacias-de-goias.ghtml>. Acessado em: 2020-08-30.
- G1 (2018c). Para poupar combustível por causa da greve, PM de Minas determina economia em deslocamentos. <https://g1.globo.com/mg/minas-gerais/noticia/para-poupar-combustivel-por-causa-da-greve-pm-de-minas-determina-economia-em-desghtml>. Acessado em: 03 apr 2019.
- G1 (2018d). Representante de caminhoneiros em MT diz que greve não se resume à redução do diesel e cita outras reivindicações. <https://g1.globo.com/mt/mato-grosso/noticia/representante-de-caminhoneiros-em-mt-diz-que-greve-nao-se-resume-a-reducao-do-diesel-e-cita-outras-reivindicacoes.ghtml>. Acessado em: 09 apr 2019.
- G1 (2018e). Universidades e institutos federais suspendem aulas por causa da greve de caminhoneiros. <https://g1.globo.com/educacao/noticia/universidades-federais-suspendem-aulas-por-causa-da-greve-de-caminhoneiros.ghtml>. Acessado em: 03 apr 2019.
- G1 (2019). Greve dos caminhoneiros. <https://g1.globo.com/economia/ao-vivo/greve-de-caminhoneiros-maio-de-2018.ghtml>. Acessado em: 2019-04-01.
- Gilmore, P. and Gomory, R. (1963). A linear programming approach to the cutting stock problem—part ii. *Operations Research*, 11.
- Gilmore, R. and Gomory, R. (1961). A linear programming approach to the cutting stock problem i. *Oper Res*, 9.
- Hannan, M., Akhtar, M., Begum, R., Basri, H., Hussain, A., and Scavino, E. (2018). Capacitated vehicle-routing problem model for scheduled solid waste collection and route optimization using pso algorithm. *Waste Management*, 71:31 – 41.
- Hasle, G. and Kloster, O. (2007). Industrial vehicle routing. In Hasle G., Lie KA., Quak E. (eds) Geometric Modelling, Numerical Simulation, and Optimization, pages 397–435. Springer, Berlin, Heidelberg.

- Jornal Folha de São Paulo (2018). Em 4^o dia de greve, cidades ficam sem combustível e sem alimentos. <https://www1.folha.uol.com.br/mercado/2018/05/em-4o-dia-de-greve-cidades-ficam-sem-combustivel-e-sem-alimentos.shtml>. Acessado em: 2019-04-25.
- Joubert, J. (2007). The vehicle routing problem: origins and variants. University of Pretoria etd.
- Kara, İ., Kara, B. Y., and Yetis, M. K. (2007). Energy minimizing vehicle routing problem. In Dress, A., Xu, Y., and Zhu, B., editors, Combinatorial Optimization and Applications, pages 62–71, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg.
- Kuo, Y. and Wang, C.-C. (2011). Optimizing the vrp by minimizing fuel consumption. Management of Environmental Quality: An International Journal, 22:440–450.
- Li, J. (2012). Vehicle routing problem with time windows for reducing fuel consumption. JCP, 7(12):3020–3027.
- Lin, C., Choy, K., Ho, G., Chung, S.-H., and Lam, H. (2014). Survey of green vehicle routing problem: Past and future trends. Expert Systems with Applications, 41:1118–1138.
- Maden, W., Eglese, R., and Black, D. (2010). Vehicle routing and scheduling with time-varying data: A case study. Journal of the Operational Research Society, 61(3):515–522.
- Min, H. (1989). The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. Transportation Research A, 23:310–328.
- Nogueira, J. (2020). Custos logísticos. http://www.techoje.com.br/site/techoje/categoria/detalhe_artigo/285. Acessado em: 02 jan 2021.
- O Globo (2018). Gasolina do DF chega a r\$ 9.99, e Procon faz fiscalização. <https://oglobo.globo.com/economia/gasolina-do-df-chega-r-999-procon-faz-fiscalizacao-22711442>. Acessado em: 2019-04-25.
- Rodrigue, J. P., Comtois, C., and Slack, B. (2007). Concept 3.1 - transport costs and rates. The geography of transport systems Routledge, chapter 7. Geometric Modeling, Numerical Simulation, and Optimization., New York.
- Rossi, F., Beek, P. v., and Walsh, T. (2006). Handbook of Constraint Programming (Foundations of Artificial Intelligence). Elsevier Science Inc., USA.

- Sakaykumar, J. (2021). Vehicle routing problem and its variants. <https://www.linkedin.com/pulse/vehicle-routing-problem-its-variants-sajaykumar-j/>. Acessado em: 2021-07-10.
- Shen, C., Qin, H., and Lim, A. (2009). A Capacitated Vehicle Routing Problem with Toll-by-Weight Rule, pages 311–316. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- Toth, P. and Vigo, D. (2014). Vehicle routing: problems, methods, and applications. SIAM.
- US Department of Energy (2008). Fuel economy guide. www.fueleconomy.gov. Acessado em: 22 out 2020.
- Wang, K., Shao, Y., and Zhou, W. (2017). Matheuristic for a two-echelon capacitated vehicle routing problem with environmental considerations in city logistics service. Transportation Research Part D: Transport and Environment, 57:262 – 276.
- Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I., and Xu, Y. (2012). Development of a fuel consumption optimization model for the capacitated vehicle routing problem. Computers & Operations Research, 39(7):1419 – 1431.
- Xue, P. (2018). Research on vehicle routing optimization of logistics and distribution bidirectional transportation. International Journal of Science, 5(8).
- Época Negócios (2018). Greve dos caminhoneiros é 'locaute'? Entenda o significado do termo. <https://epocanegocios.globo.com/Brasil/noticia/2018/05/greve-dos-caminhoneiros-e-locaute-entenda-o-significado-do-termo.html>. Acessado em: 09 apr 2019.

Apêndice A

Links Úteis

As instâncias adaptadas de Augerat (1995) podem ser encontradas em: <https://github.com/JhonataFreitas/Mestrado/tree/master/Research/Instances>

Os códigos do algoritmo guloso, da busca local e dos arquivos extras podem ser encontrados em: <https://github.com/JhonataFreitas/Mestrado/tree/master/Research>

Os modelos matemáticos das seções 3.2, 5.1 e 5.2 podem ser encontrados em: <https://github.com/JhonataFreitas/ModelosMatematicos>