UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

SELMA MARIA DOS ANJOS

RESSIGNIFICAÇÃO DA PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA POR PEDAGOGOS: OFICINAS DE FORMAÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA A PARTIR DA HISTÓRIA DE PITÁGORAS

VIÇOSA – MINAS GERAIS
2023

SELMA MARIA DOS ANJOS

RESSIGNIFICAÇÃO DA PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA POR PEDAGOGOS: OFICINAS DE FORMAÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA A PARTIR DA HISTÓRIA DE PITÁGORAS

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira

VIÇOSA – MINAS GERAIS
2023

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade Federal de Viçosa - Campus Viçosa

T

Anjos, Selma Maria dos, 1993-

A599r
2023

Ressignificação da percepção da matemática por pedagogos: oficinas de formação para o ensino de geometria a partir da história de Pitágoras / Selma Maria dos Anjos. – Viçosa, MG, 2023.

1 dissertação eletrônica (122 f.): il. (algumas color.).

Inclui apêndices.

Orientador: Marli Duffles Donato Moreira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Matemática, 2023.

Referências bibliográficas: f. 84-85.

DOI: https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2023.549

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Professores de matemática - Formação. 2. Matemática - Estudo e ensino. 3. Matemática - História. 4. Educação popular. 5. Pitágoras. I. Moreira, Marli Duffles Donato, 1960-. II. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. III. Título.

CDD 22. ed. 370.71

Bibliotecário(a) responsável: Euzébio Luiz Pinto CRB-6/3317

SELMA MARIA DOS ANJOS

RESSIGNIFICAÇÃO DA PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA POR PEDAGOGOS: OFICINAS DE FORMAÇÃO PARA O ENSINO DE GEOMETRIA A PARTIR DA HISTÓRIA DE PITÁGORAS

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 15 de maio de 2023.

Assentimento:

Documento assinado digitalmente
gov.br
SELMA MARIA DOS ANJOS
Data: 14/09/2023 13:42:56-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____
Selma Maria dos Anjos
Autora

Documento assinado digitalmente
gov.br
MARLI DUFFLES DONATO MOREIRA
Data: 14/09/2023 13:24:50-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____
Marli Duffles Donato Moreira
Orientadora

Dedico este trabalho ao meu sobrinho, Luis Fernando de Lima dos Anjos, como forma de incentivo para a busca pelos seus sonhos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meu pais, Fernando e Rita, por todo amor.

Aos meus sogros, Luiz Roberto e Madalena, pelo acolhimento.

Ao meu amigo, Lucas, pelo carinho.

Ao meu namorado, Guilherme, pelo apoio, companheirismo e amor.

À minha orientadora, Marli Moreira, pelos ensinamentos, pela serenidade e paciência.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

A construção ou a produção do conhecimento do objeto implica o exercício da curiosidade, sua capacidade crítica de "tomar distância" do objeto, de observá-lo, de delimitá-lo, de cindi-lo, de "cercar" o objeto ou fazer sua aproximação metódica, sua capacidade de comparar, de perguntar. (FREIRE, 1996)

RESUMO

ANJOS, Selma Maria dos, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, maio de 2023. **Ressignificação da percepção da Matemática por pedagogos: Oficinas de formação para o Ensino de Geometria a partir da história de Pitágoras**. Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira.

Esta pesquisa, de cunho exploratório e de natureza qualitativa, teve origem na preocupação com a educação matemática escolar, em que os professores que não sanaram suas dificuldades nessa área do conhecimento acabam por reproduzi-las em sua atuação profissional. Os participantes foram professores dos anos iniciais do ensino fundamental de escolas do município de Viçosa, Minas Gerais. O objetivo foi analisar como as oficinas de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental, para o ensino de geometria a partir da figura de Pitágoras, contribuem para uma ressignificação da percepção da matemática. As oficinas foram baseadas em pressupostos educacionais da Pedagogia Freireana, em que o aluno é agente ativo na construção do seu conhecimento. Apresentaram caráter interdisciplinar, interligando a geometria pitagórica e a contação de história, com a utilização de materiais didáticos manipuláveis. Para a obtenção dos dados, foram aplicados questionários, realizada observação participante e entrevistas. Os registros foram gerados a partir de fotos (*prints*) e gravações audiovisuais. Em decorrência do agravamento da pandemia de COVID-19, as atividades foram realizadas na modalidade remota, divididas em três encontros síncronos pelo *Google Meet* e atividades assíncronas postadas no *Google Classroom*. De acordo com a análise dos dados coletados, as oficinas contribuíram para uma ressignificação da percepção da matemática pelos participantes. No entanto, em decorrência da sobrecarga de trabalho dos professores, houve uma adesão aquém do esperado às oficinas.

Palavras-chave: Formação de professores. Aprendizagem Ativa. História da Matemática. Ensino de Matemática. Pedagogia Freireana.

ABSTRACT

ANJOS, Selma Maria dos M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, May 2023. **Re-signification of the perception of Mathematics by pedagogues: Formation workshops for the Teaching of Geometry based on the history of Pythagoras.** Adviser: Marli Duffles Donato Moreira.

This research project, of an exploratory and qualitative nature, originates from the concern with mathematics education in school, in which teachers who have not remedied their difficulties in this area of knowledge end up reproducing them in their professional activity. The participants were teachers in the initial years of elementary education from schools in the city of Viçosa, Minas Gerais, Brazil. The objective was to analyze how the workshops for training teachers of the initial years of elementary school for teaching geometry from the figure of Pythagoras contribute to a resignification of the perception of mathematics. The workshops were based on educational premises from Paulo Freire's Pedagogy, in which the student is an active agent in constructing their knowledge. They had an interdisciplinary feature by interconnecting the geometry of Pythagoras and storytelling, in addition to using manipulable teaching materials. To obtain the data, questionnaires were applied, active observation was performed and interviews were conducted. Records were made using photos (prints) and audiovisual recordings. Due to the worsening of the COVID-19 pandemic, the activities were carried out remotely, split into three synchronous meetings on Google Meet and asynchronous activities posted in Google Classroom. According to the analysis of the gathered data, the workshops have contributed to a resignification of the perception of mathematics by the participants. However, due to the extra workload of the teachers, the level of attendance in the workshops was less than expected.

Keywords: Teacher Training. Active Learning. History of Mathematics. Teaching Mathematics. Paulo Freire's Pedagogy.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

É comum escutarmos que as crianças de “hoje em dia” não possuem interesse pelo estudo, que não possuem disciplina e não participam das aulas. No entanto, nem sempre são questionados na sala de aula os motivos que as levam a ter esse desinteresse. Cabe aos profissionais da educação uma discussão e uma investigação a respeito dessa desmotivação dos alunos para o estudo. Diante disso, essa pesquisa teve o propósito de investigar as contribuições das oficinas para a percepção matemática dos professores pedagogos.

Conduzi[1] essa pesquisa com muita expectativa por se tratar de um assunto, Matemática/Geometria, em que sempre tive destaque enquanto estudante da educação básica. Isso fez, portanto, com que eu criasse afinidade com essa área de ensino. No entanto, como minha formação é em Licenciatura em Pedagogia, não tive em minha graduação um aprofundamento no tema. Sendo assim, interesso-me por aprofundar conhecimentos na área a fim de buscar os fundamentos históricos e práticos que permeiam os conteúdos matemáticos a serem lecionados nas séries iniciais do Ensino Fundamental.

A afinidade com essa área se confirmou nos meus estágios de iniciação à docência. Lecionando os conteúdos das diversas áreas do conhecimento oferecidas pela educação básica, notei que aquela em que eu mais me destacava e de que mais gostava era a matemática. No entanto, percebi nesses estágios que essa afinidade não é tão comum entre as pedagogas e futuras pedagogas. Isso foi perceptível quando, em alguns momentos do estágio, a professora regente me permitia lecionar o conteúdo de matemática à turma, queixando-se de que não era algo que gostava de ensinar.

Outro momento que me fez perceber o problema das pedagogas com a matemática foi ainda na graduação. O curso oferecia duas disciplinas obrigatórias de ensino de matemática, e nessas ocasiões, era nítida a dificuldade da professora em apresentar as diferentes formas de se fazer matemática em sala de aula, pois as graduandas não possuíam a base necessária para acompanhar o desenvolvimento destes conteúdos. Isso fazia com que as aulas se limitassem em abordar o conhecimento prévio e não as didáticas a serem aplicadas quando fossem ministrar

[1] Utilizo o verbo em primeira pessoa do singular para retratar sobre a minha experiência acadêmica.

esse conteúdo. Nessas circunstâncias, o objetivo da disciplina não era cumprido satisfatoriamente.

O interesse pela Educação Matemática é, portanto, nítido em minha história acadêmica e, por esse motivo, decidi desenvolver minha pesquisa de mestrado nessa grande área. Esse interesse e, consequentemente, a facilidade em assimilar os conteúdos da área, sempre me provocaram uma inquietação em relação à dificuldade dos meus colegas do curso de graduação, já que os conteúdos abordados se referiam aos Anos Iniciais do Ensino Fundamental. E foi nos estágios em escolas de educação básica que pude perceber que assim como nos cursos de graduação, essa dificuldade permanecia na atuação dos pedagogos, e em decorrência disto, os alunos não conseguiam desenvolver as habilidades matemáticas, e alguns desenvolviam bloqueios como "eu não consigo aprender" ou "isso é muito difícil".

Essa vivência me despertou a ideia de que a dificuldade na aprendizagem matemática na educação básica e a sua não superação geram um círculo vicioso. Ou seja, os alunos da educação básica não aprendem matemática e vão para a faculdade; nesta, não conseguem aprender como ensinar matemática. Com isso, a dificuldade com a matemática na educação básica permanece na atuação profissional do pedagogo, em forma de medo e insegurança em lecionar matemática. Os alunos, ao receberem o conteúdo dessa forma, desenvolvem uma deficiência na aprendizagem, acarretando novos bloqueios. Essa circularidade pode ser analisada na perspectiva de Freire (1974), que entende essas lacunas como de interesse dos dominadores, a elite. Esta faz com que a minoria, que é composta pela classe trabalhadora, se ajeite à sociedade como ela está, sem qualquer criticidade ou busca pela transformação social.

Baseando-se nessa vertente Freireana, é possível destacar que a apresentação de conceitos abstratos, de complexidades numéricas e geométricas, no ensino de matemática na educação básica é tratada como algo sem solução. Em consequência, quando os alunos que tiveram aprendizagem insatisfatória em matemática se tornam professores, formam alunos com a mesma defasagem.

Um dos meios de comprometer o desenvolvimento da criticidade encontra-se na escola básica. Esse meio é a separação dos conteúdos, em que o conhecimento é exposto sem a fundamentação que o constitui. A fundamentação, ou motivo pelo qual se estuda determinado assunto, é imprescindível para a compreensão e a construção de novos conhecimentos, já que permite a reflexão crítica e a aplicação prática. Mas, de acordo com Freire (1974), se o ambiente de aprendizagem se tornar uma exposição de conteúdo, a aprendizagem não será efetivada, pois haverá apenas memorização.

Na educação matemática observa-se que mesmo as crianças inseridas em ambientes constituídos por formas geométricas encontram dificuldades com a aprendizagem matemática/geométrica. Segundo Kaleff (1994), o mundo tridimensional conhecido pelas crianças é apresentado de forma bidimensional no cotidiano escolar. Isso inutiliza o conhecimento prévio das crianças e as possibilidades de estudos oferecidas pelo meio em que vivem, reduzindo as construções geométricas a figuras simples desenhadas em papel, o que resulta em dificuldades na aprendizagem.

As crianças, quando entram na escola, já conhecem inúmeras formas, e repetir as suas nomenclaturas nas aulas é exaustivo e sem significado. Não são estimuladas a conhecer os propósitos da aprendizagem, as relações de seus conhecimentos com coisas que envolvem utilidades do dia a dia, e ainda, ser protagonistas da construção de seus conhecimentos. Além disso, existem os "porquês", o "como foi descoberto", "para que isso serve", "quando eu vou usar isso na minha vida". Tudo isso faz parte dos fundamentos das áreas de conhecimento. E por que não os usar nas aulas para que as crianças possam delas participar, construir conhecimentos e assim, despertar o interesse e a criatividade?

Nesse intuito, a história da matemática e a aprendizagem ativa podem ser usadas didaticamente para provocar a curiosidade das crianças a respeito do ensino de geometria. Essa é a proposta deste trabalho para abordar os problemas de ensino-aprendizagem presentes na educação matemática escolar. Essas contribuições ao ensino são confirmadas por Miguel e Miorim (2004), que afirmam que a utilização da história da matemática como recurso didático traz contribuições para o conhecimento cultural, para a interação dialógica entre os estudantes, e para atitude investigativa do professor, além de possibilitar a interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento.

Desta forma, promove-se o reconhecimento da importância dos diferentes saberes para além dos conteúdos específicos da matemática como comumente apresentados na escola. Esses saberes podem ser trabalhados a partir da sua história, por meio de atividades práticas que geram descobertas pelos alunos, tais como representações de experimentos matemáticos com utilizações de materiais que fazem parte do dia a dia das crianças. Essa forma de trabalhar o conteúdo se enquadra na educação problematizadora proposta por Paulo Freire. Nesta, o aluno é sujeito ativo no processo de aprendizagem que se desenvolve a partir da dialogicidade e das investigações por parte do educando e do educador (FREIRE, 1974).

A utilização da história como recurso didático é proposta nas Competências Gerais da Educação Básica estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (BRASIL, 2018). De acordo com esse documento, o ensino deve ser praticado com a apreciação e uso do conhecimento histórico sociocultural, a fim de promover a compreensão da realidade e a promoção da geração de conhecimento que contribuam para a cidadania. O reconhecimento curricular da história como recurso didático constitui-se de grande importância para a sua utilização na educação escolar por assegurar às instituições educacionais um fundamento legal.

Para este trabalho, foi utilizada a história da matemática e, particularmente, de Pitágoras. Este, segundo Pennick (1980), foi um ilustre estudioso por ter realizado grandes descobertas a contribuir com o progresso dos estudos na geometria, na música, e a explicação do universo por definições matemáticas. As contribuições desse filósofo podem ser utilizadas para a atribuição de sentido de vários conteúdos, e de forma lúdica. Assim sendo, neste trabalho, foram oferecidas oficinas de formação de professores - *"Conhecendo Pitágoras"* - a partir da interdisciplinaridade entre a matemática e a história, com a finalidade de contextualizar e atribuir sentido à geometria estudada.

Assim, essa pesquisa teve como objetivo analisar as contribuições das oficinas de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental para o ensino de geometria a partir da história de Pitágoras para a ressignificação da percepção da matemática pelas participantes.

Os questionamentos que orientaram esse estudo foram: "por que todo mundo acha geometria difícil?", "por que os alunos não aprendem e nem têm interesse por geometria?", "como reverter essa situação?", "falta fundamentação teórica?", "faltam materiais concretos e aulas dinâmicas?". Diante destes questionamentos, foi elaborada a questão norteadora desta pesquisa: Como as oficinas de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental para o ensino de geometria a partir da história de Pitágoras contribuem para uma ressignificação da percepção da matemática pelas participantes?

As oficinas, desenvolvidas na modalidade remota em decorrência do agravamento da pandemia de COVID-19, se constituíram de atividades síncronas e assíncronas no decorrer de duas semanas, tendo ocorrido três encontros síncronos. Houve, inicialmente, um momento para a familiarização das participantes com a sala de aula virtual do *Google*, o *Classroom*, espaço utilizado para apresentação das atividades com contexto histórico matemático, a partir da vida e das contribuições do filósofo e matemático Pitágoras.

Os dados foram coletados a partir da observação participante nas oficinas, sendo eu a ministrante e observadora; dos questionários, anterior e posterior às oficinas, e das entrevistas. Esses dados foram analisados sob a perspectiva da pedagogia freireana. As participantes tiveram acesso ao Termo De Consentimento Livre e Esclarecido – Número do Parecer: 4.593.405 – no ato da inscrição (APÊNDICE A).

Este trabalho foi organizado em quatro capítulos. O primeiro foi o referencial teórico, composto por três subcapítulos: (i) Ressignificação da percepção matemática, (ii) História da matemática no ensino da geometria e (iii) Conhecendo Pitágoras. O segundo capítulo foi o da metodologia, o qual detalha o planejamento e como foram aplicadas as oficinas. Já o terceiro capítulo refere-se aos resultados e discussões. Por fim, faço as considerações finais, que averiguam o impacto das oficinas para as professoras de acordo com os objetivos propostos para esta pesquisa.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1. Ressignificação da percepção matemática

O ensino de matemática tem sido alvo de discussões e empenho na busca de meios que possibilitem a efetivação da aprendizagem. Muitos autores/pesquisadores abordam a ineficiência do ensino da matemática na educação básica e apontam métodos para uma mudança. Nessa perspectiva, este capítulo aponta alguns problemas no ensino e propõe caminhos para a ressignificação da docência com o propósito da efetivação da aprendizagem em matemática de modo que contribua para a formação cidadã.

De acordo com Boaler (2018), existe a crença de que a matemática é por natureza uma disciplina desagradável e difícil. A pesquisadora defende que essa crença se deve à forma como a matemática é ensinada nas escolas. Em concordância com isso, Moreira (2016) afirma que a matemática escolar é desvinculada de sua cultura histórica e resumida a técnicas e procedimentos. Essas crenças, segundo as autoras, fazem com que o seu sentido se perca, causando a ineficácia na aprendizagem da matemática. Já Carvalho (1994) afirma que a matemática escolar é tratada como uma disciplina pronta e acabada, e sem conexão com a realidade. Segundo ela, essa visão gera em um posicionamento autoritário do professor, por ser o único, em uma sala de aula, a possuir os conhecimentos matemáticos. Essa posição autoritária do professor, que remete ao aluno como um ser desprovido de conhecimento, é colocada em questão a partir da reflexão da origem da matemática.

Para Moreira (2016), a matemática "é um produto da razão (cognição) e do desejo (afetividade) do Homem de compreender e explicar o mundo." Ela abrange, portanto, conhecimentos de vários povos e culturas, de diferentes épocas, e que são repassados pelas gerações ou recriados de acordo com a necessidade e a curiosidade de seus criadores. Diante disso, é possível reconhecer que o aluno já possui conhecimento em matemática, pois é um ser pertencente a uma cultura e por experimentá-la em diversas aplicações em seu dia a dia. Ao professor cabe a mediação no processo de apropriação/aprofundamento dos conhecimentos de seus alunos e sobre as diversas utilizações da matemática para o trabalho e para a vida pessoal.

A consequência dessa abordagem tecnicista da matemática, segundo D'Ambrosio (2012), é a falta de vida no ensino da matemática escolar, já que ela é desprovida de contextualização e não promove motivação aos estudantes. Esse tratamento faz com que a matemática se torne acessível a poucos, reforçando a ideia de que para aprender matemática é preciso ser “gênio”. Boaler (2018) afirma que toda área do conhecimento se torna difícil em alguma profundidade de estudo, e que a matemática não é um caso diferente. O que causa a deficiência na aprendizagem matemática é a sua desconexão com o mundo. A abordagem tecnicista a torna complexa, pois não propicia meios para que seja possível enxergar o seu sentido e/ou a aplicação dos conhecimentos em casos reais (BOALER, 2018).

Na perspectiva de contextualização, algumas editoras, segundo Boaler (2018), começaram a apresentar em livros didáticos contextos irreais para aplicação dos conteúdos matemáticos, gerando uma percepção da inutilidade deste conhecimento por parte dos aprendizes. Para estes, resolver problemas sobre as centenas de laranjas compradas por uma criança, ou sobre o consumo de um quarto de uma maçã, é frustrante e desmotivador. Há, portanto, uma evidência da necessidade da reformulação dos materiais utilizados no ensino da matemática escolar.

O ensino de matemática precisa ser baseado em exemplos que fazem sentido para os alunos. Segundo Freire (1996), o conhecimento abordado em sala de aula precisa ter exemplo concreto e prático e que envolva os alunos. No entanto, conforme D’Ambrosio (2012), algumas aplicações matemáticas não servem como motivadoras para os alunos, por envolverem uma profundidade de conhecimento não correspondente à matemática escolar. O autor sugere, dentro desse contexto, que sejam propostos aos alunos desafios que sejam compatíveis com suas curiosidades e conhecimentos já adquiridos, e que construam relações com o mundo atual. D’Ambrosio aponta que isso pode trazer a compreensão dos métodos utilizados pelas gerações antecedentes. Essa compreensão é importante para o conhecimento do processo evolutivo dos conhecimentos matemáticos ao longo da história, atribuindo, com isso, a percepção de mudanças contínuas na sociedade, já que são os conhecimentos um dos grandes responsáveis pelas transformações.

Ainda segundo D’Ambrosio (2012), o professor, na metodologia de ensino sugerida, precisa utilizar a matemática como um instrumento de trabalho e não como meio de destaque para seu conhecimento. Essa observação é importante, pois, conforme Boaler (2018), existe a ilusão de um “patamar intelectual” (p. 82) para as pessoas que dominam a matemática, e isso causa efeitos negativos no ensino, já que exclui os alunos que não possuem bom desenvolvimento na disciplina, e faz com que acreditem na impossibilidade da sua aprendizagem por julgarem não alcançar tal patamar.

O professor que se enxerga nesse “patamar intelectual” não possui, no exercício da sua profissão, o que Freire (1996) refere como “decência”. De acordo com Freire, tão importante quanto os conteúdos é o modo como ele é ensinado. Portanto, um professor não é bom apenas pelo domínio do conhecimento, nem apenas pela humildade e respeito com que conduz suas aulas, mas por essas duas características, as quais são denominadas pelo autor de *competência* e *decência*.

A falta de “decência”, no entanto, é bastante comum no ensino de matemática. Alguns professores, segundo Boaler (2018), assimilam a reprovação em massa de seus alunos como um meio de distinguir quem possui aptidão para a aprendizagem matemática de quem não a possui. Essa aptidão reconhecida é derivada da crença de que as pessoas que dominam o conhecimento matemático são especiais, de que essa habilidade nasceu com elas, e de que pode ser transferida de pai para filho. Isso reforça a ideia de que os alunos dotados de aptidão matemática não precisam se esforçar e, ao mesmo tempo, reverte-se em expectativa sobre esses alunos. Identifica-se, portanto, um prestígio social baseado no desempenho revelado em notas quantitativas de provas e testes.

Sendo assim, a desigualdade de tratamento entre os alunos traz fortes efeitos negativos. Os alunos que não desenvolvem as habilidades matemáticas com facilidade sofrem desvalorização, e com isso incorporam a ideia de incapacidade, o que os faz criar bloqueios com a disciplina. Já os alunos que possuem facilidade matemática são supervalorizados, o que provoca pressão psicológica por terem sempre que atender às expectativas neles depositadas, fazendo com que tenham medo de encarar desafios pelo risco da reprovação (BOALER, 2018).

As potencialidades matemáticas dos alunos são diagnosticadas por meio de provas e testes e avaliadas de forma quantitativa. Essas avaliações são encaradas como um meio de seleção dos melhores alunos, causando, com isso, terror e ansiedade nos estudantes. As notas, no entanto, não medem a aprendizagem dos alunos, muito menos quando se trata de questões fechadas. Além disso, as questões costumam exigir longos cálculos avulsos desprovidos do exercício da criticidade e da análise. Estas últimas são competências, segundo Boaler (2018), necessárias para a atuação no mundo moderno. A autora cita, como exemplo, que “grandes empregadores, como a Google, declararam não estarem mais interessados no desempenho dos estudantes em testes, pois isso não prediz de forma alguma o sucesso no local de trabalho" (BOALER, 2018, p. 123).

Essa prática que prioriza os cálculos matemáticos desconectados de seus objetivos pedagógicos é bastante comum, característica de um currículo tecnicista, que, segundo Moreira (2016, p. 31), "prioriza o objetivismo (os conceitos matemáticos são tratados como objetos), o controle (a Matemática controla os fenómenos) e o mistério (a Matemática não é compreensível pela maioria das pessoas) ". O tecnicismo reforça, portanto, o elitismo do conhecimento matemático a que uma parcela consideravelmente pequena da sociedade terá acesso. De acordo com Skovsmose (2014), a matemática escolar desempenha um papel de preparação para a atuação no mercado de trabalho que, muitas vezes, gera sucesso pessoal, mas fortalece a estrutura social da minoria dominante. Skovsmose (2014, p. 18/19) estabelece essa relação, ensino de matemática e estrutura social, por meio de questionamentos:

> Será que o ensino de matemática tradicional contribui para embutir nos alunos uma obediência cega que os habilita a participar de processos de produção em que a execução de ordens sem questionamento é um requisito essencial? Será que tal obediência é uma condição necessária para o funcionamento de tantos postos de trabalhos existentes, e o papel do ensino de matemática tradicional na sociedade é justamente ajudar a estabelecer essa condição? Será que uma obediência cega, da qual faz parte certa submissão ao regime de verdades, alimenta a apatia social e política que tanto é apreciada pelas forças do mercado de trabalho? Será que esse tipo de obediência contempla perfeitamente as prioridades do mercado neoliberal, em que a produção sem questionamentos atende às demandas econômicas?

Esses questionamentos remetem à educação bancária citada por Freire (1974), em que o professor, considerado nesse modelo de educação o sujeito do saber, narra o conteúdo escolar aos alunos, considerados desprovidos de qualquer saber. As narrativas são comparadas com depósitos que enchem os recipientes vazios, o que desconsidera qualquer saber cultural do aluno ou qualquer comparação com a realidade, e cultiva, por meio da "ideologia da opressão", a "alienação da ignorância" (FREIRE, 1974, p. 38), em que mesmo em posição de oprimidos, não questionarão, por não terem uma educação pela criticidade. Isso sustenta, portanto, a elite do saber, em que apenas alguns possuem acesso à educação crítica e transformadora, mantendo, com isso, os interesses sociais de poucos (FREIRE, 1974).

Freire (1974) afirma que a educação bancária possui contradições que, quando percebidas pelos oprimidos, provocam a busca pela libertação, pela autonomia e pela atuação na sociedade. Segundo o autor, a contradição é domesticação dos oprimidos para que sejam passivos para manter a sociedade tal como ela é. No entanto, essa organização social é regida pelos interesses dos opressores, que são minoria. Essa contradição se torna evidente aos oprimidos quando eles se percebem impotentes diante das transformações. Nas palavras de Fromm, conforme citado por Freire (1974), impedir a participação ativa das pessoas é ir contra seu ponto de equilíbrio. Sendo assim, a passividade causa desmotivação e frustração, revelando assim, a necessidade humana de ser sujeito ativo na sociedade.

Diante dessa observação é possível fazer um paralelo entre os questionamentos de Skovsmose (2014) supracitados, sobre a elitização do conhecimento matemático para o domínio social por uma minoria, e o desgosto pela matemática, seguido por frustração e medo. Segundo Moreira (2016), a privação do aluno de conhecer as diversas aplicações do conhecimento matemático na sociedade faz com que enxergue a matemática como algo desnecessário. Além disso, a dissociação da teoria e prática, conhecimento e aplicação, considerado por Freire (1996) inseparáveis na prática docente, acarreta a ineficácia do ensino. Isso acontece porque a prática traz o sentido das teorias estudadas. Segundo Moreira (2016, p. 29/30):

> A ausência do trabalho pedagógico com os valores que fazem parte da cultura matemática partilhada socialmente conduz a um esvaziamento das práticas educativas transformando o ensino da Matemática num mero treino de técnicas e procedimentos. Tal situação empobrece o processo de ensino-aprendizagem da Matemática e alimenta uma visão negativa da Matemática, dissociada da vida e desprovida de sentido para grande parte dos estudantes.

Há, portanto, a necessidade de fazer com que o aluno consiga “ler o mundo por meio de números e gráficos, e de escrevê-lo ao estar aberto a mudanças” (SKOVSMOSE, 2014, p. 106). Em outras palavras, “que os alunos sejam envolvidos pela forma matemática de olhar o mundo, compreendê-lo e transformá-lo” (MOREIRA, 2016, p. 24). Segundo esta autora, para que isso aconteça, a matemática precisa ser ensinada com amor, os professores precisam confiar que seus alunos são capazes de aprender. Essa confiança, de acordo com Carvalho (1994), está intimamente ligada com o ensino de matemática a que o professor foi submetido em sua fase escolar. Segundo o autor, o professor que não desenvolveu seu pensamento matemático dificilmente vai acreditar que seus alunos serão capazes de fazê-lo. Nessa perspectiva, compreende-se que a responsabilidade pelo insucesso da aprendizagem matemática não pode ser depositada nos professores, já que eles passaram pelo mesmo processo de escolarização a que seus alunos são submetidos.

No entanto, o processo de mudanças no ensino de matemática pode ser iniciado na sala de aula. Para tanto, é preciso propiciar um ambiente de aprendizagem em que os estudantes sejam protagonistas no processo de construção de seus conhecimentos e convicções. É necessária, então, a interação entre a teoria estudada e sua aplicação, e a intervenção do professor como mediador e suporte de confiança e credibilidade perante o potencial dos estudantes. Segundo Moreira (2016), essas mudanças são desafiadoras para os professores, mas primordiais para que seus alunos desenvolvam o pensamento matemático.

Boaler (2018) defende que é de suma importância que os professores demonstrem acreditar no potencial de seus alunos. Estes passam a sentir que são capazes de compreender os conceitos tratados, o que opera como motivação para a aprendizagem matemática. Além disso, a autora revela que quando o aluno comete um equívoco em determinada atividade, não quer dizer que o raciocínio do aluno pode ser desmerecido. Neste caso, o aluno deve ser convidado a pensar de uma outra forma, mas dando valor ao seu esforço e demonstrando que logo conseguirá compreender o raciocínio que envolve aquela atividade.

Essas atitudes amigáveis do professor fazem com que os alunos tenham associações positivas em relação às aulas de matemática. Segundo Moreira (2016), essas associações estão ligadas ao desempenho dos alunos, pois determinam os sentimentos que possuem em relação à área do conhecimento aqui referida.

> Assim, por exemplo, um aluno que habitualmente sente medo e baixa autoconfiança ao realizar as tarefas matemáticas, possui um sistema interno de representações negativo de si próprio em relação à Matemática. Por outro lado, aquele aluno que tem um bom desempenho escolar em Matemática apresenta sentimentos de satisfação, autoconfiança e orgulho. (MOREIRA, 2016, p. 48)

Sob essa perspectiva, fica evidente que os sentimentos dos alunos em relação às aulas e à área de conhecimento estudada influenciam diretamente na aprendizagem. No entanto, as questões afetivas não são suficientes se a matemática não for ensinada como uma “disciplina de crescimento” (BOALER, 2018, p. 154). Este termo é utilizado pela autora para se referir ao caráter investigativo e de exploração de ideias que a matemática possui. Para que haja aproveitamento dessas características matemáticas na educação, os alunos precisam exercitar o raciocínio para a descoberta das soluções das questões propostas. Isso faz com que entendam a lógica e não sigam apenas as fórmulas, e ainda, possam fazer conexões com os argumentos dos colegas. Uma outra observação da autora refere-se à importância de instigar os alunos a desenhar nas aulas, seja esquemas de raciocínios, seja para resolver os exercícios de forma mais detalhada, ou testar qualquer ideia. Segundo ela, o desenho ajuda na compreensão dos estudantes em várias subáreas da matemática (BOALER, 2018).

Considerando essas premissas, a matemática deve chamar a atenção e fazer sentido para os alunos. Segundo D'Ambrosio (2012), a tarefa de apresentar um programa de aula com essas características é desafiadora, mas é possível quando se utiliza o diálogo. O autor defende a dinâmica de grupo e o conhecimento das características dos alunos e suas bagagens culturais. Sendo assim, o professor pode basear suas aulas nos conhecimentos que os alunos já possuem e em seus interesses.

Skovsmose (2014) também ressalta que é preciso levar em consideração a cultura e os interesses dos alunos. Contudo, o autor alerta para a possibilidade de que a cultura e o interesse podem não estar interligados. Em sua obra, Skovsmose dá o exemplo de um grupo de crianças que sequer viram aviões de perto, mas que conheciam sobre aviação, e era essa a área que as interessava. O autor faz a reflexão de que as bases de apoio para buscar os interesses dos alunos nem sempre são os seus *backgrounds*, mas podem ser seus *foregrounds*. Ou seja, os alunos podem querer aprender coisas que estão fora de suas culturas, coisas que para muitos parecem inalcançáveis, mas que se trata de interesses particulares e que precisam ser cultivados.

No entanto, é preciso ressaltar que isso não pode ser levado como uma desvalorização da cultura local. É preciso que, nesse ambiente de diálogo, seja construída a capacidade de criticidade e questionamentos a respeito das condições sociais e sobre a importância de cada cultura para a sociedade. Skovsmose (2014) caracteriza isso como "matemática crítica", e a ressalta como de suma importância para a leitura do mundo e para a transformação social.

Desta forma, compreende-se que lecionar é um ato político, tal como sugere Freire (1996). E lecionar matemática de modo que os alunos realmente compreendam seus conceitos e utilidades é educar com criticidade, em busca da autonomia para os aprendizes. O pensar crítico, no entanto, não deve ser interpretado como um limitador do sucesso profissional, mas como um coadjuvante nesse processo. A matemática crítica precisa ser disponibilizada a todos, inclusive para os estudantes das classes dominantes.

2.2. História da Matemática no Ensino da Geometria

A história da matemática é tratada, nesta pesquisa, como um meio de contextualização dos conteúdos no ensino da geometria e, a partir disso, de promoção de curiosidade e interesse pelos estudantes. Esse meio didático, ao ser abordado a partir da pedagogia da autonomia de Freire (1996), em que o estudante é sujeito ativo na construção do seu conhecimento, possui potencial para desconstruir as dificuldades comumente encontradas nas aulas de matemática.

Ao se questionarem as dificuldades que acompanham essa área do conhecimento, depara-se com a relação que essa área opera diante dos interesses sociais da classe dominante. Esses interesses vigoram pelo controle do acesso ao conhecimento, de modo que a classe popular só consiga superar a alienação do saber com esforços que, muitas vezes, não são possíveis, fazendo com que, segundo Freinet (2004), a cultura da classe popular se constitua nas condições precárias do acesso à aprendizagem.

A matemática, apesar de se diferenciar das outras ciências, também sofre com a limitação de sua aprendizagem. Segundo Miguel (2015), a matemática se diferencia por ser criada pelos homens, enquanto as outras ciências são desenvolvidas a partir de elementos existentes na natureza ou na sociedade. Segundo Roque (2012), a ciência matemática foi criada para resolver os problemas decorrentes da natureza e para compreender os fenômenos naturais. Porém, ainda segundo a autora, o estudo inicial em matemática, nos dias atuais, é desvinculado dos objetivos que o compõem. Em resultado a essa fragmentação compõe-se a dificuldade generalizada, que empenhamos em minimizar neste trabalho.

Esse problema no ensino da matemática se transforma em um ciclo vicioso quando analisada desde a educação básica até o resultado da atuação profissional do professor. O professor que recebeu formação inadequada em matemática promoverá aos seus alunos ensino também inadequado. Todavia, essa circularidade pode ser interrompida com uma formação de qualidade para os professores, que forneça condições para conduzir/mediar um processo de ensino-aprendizagem adequado em matemática.

O professor deverá dar a oportunidade aos seus alunos de descobrirem as relações matemáticas e de desenvolver seus próprios raciocínios. Segundo Freire e Faundez (1985, p. 27), “o valor de uma tese está na descoberta e na formulação de perguntas essenciais que despertem a curiosidade de outros pesquisadores.” Sendo assim, as atividades deverão instigar os alunos a pesquisar para responderem às questões em relação a cada conteúdo. O ambiente pedagógico, portanto, precisa ser preparado para que isso aconteça, com a mediação do professor. A descoberta será uma realização do aluno, e isso o fará se sentir tão capaz quanto de fato deve ser.

De acordo com Roque (2012), essa área do conhecimento é vista popularmente como um conteúdo de difícil compreensão e que se destina apenas aos “gênios”, por ser composta por teorias abstratas dissolvidas em fórmulas e teoremas para a resolução de problemas. Essa crítica é visível no dia a dia, em que apenas os que dominam a matemática são considerados realmente inteligentes, e também na frase comumente reproduzida a respeito de resoluções de exercícios de fixação: “se está fácil é porque está errado”. Nessa perspectiva, compreende-se a necessidade de uma reestruturação no ensino da matemática.

Diante dessa necessidade, destaca-se a história da matemática como um recurso de grande potencial didático para o ensino da matemática. Essa abordagem permite trabalhar com as necessidades das diferentes civilizações que criaram os diversos conceitos matemáticos, que hoje são ensinados nas escolas. Assim, a história da matemática funciona como contextualização e significação dos conteúdos dessa área do conhecimento.

Essa contextualização, a partir da história da matemática como recurso didático, possui grande eficácia no ensino, pois evidencia os fundamentos do estudo, e responde à pergunta frequentemente feita pelos alunos “para que serve esse estudo?”, e, com isso, impulsiona a curiosidade e o interesse sobre o assunto.

A utilização da história da matemática como recurso didático é discutida desde o início do século XX, segundo Miguel e Miorim (2004), pelo movimento da Escola Nova. E os interesses que moviam essa discussão são os mesmos que movem esta pesquisa: efetivar a aprendizagem em matemática a partir da contextualização por problemas matemáticos surgidos na história e, com isso, instigar a curiosidade dos alunos.

Segundo Roque (2012), a utilização da história da matemática no processo de ensino-aprendizagem não trata apenas de uma inclusão histórica, mas de uma abordagem sociocultural da época para que seja possível a interpretação dos métodos utilizados. Segundo D'Ambrosio (2012), esse recurso didático impulsiona a aprendizagem e a reformulação dos conceitos matemáticos atuais. Sendo assim, pensar em como os antepassados criaram meios para aprimorar seus trabalhos acarreta questionamentos e novos pensamentos para a realização da mesma prática envolvida em cada temática.

Utilizar a história da matemática como meio de contextualização requer não somente a apresentação dos fatos que levaram à construção daquele conhecimento, mas também as relações socioculturais da época. A compreensão dos fatos com a contextualização local e temporal, que são expressas pelas características de um lugar em determinada época, se torna imprescindível por possibilitar uma interpretação crítica, para entender as necessidades e os conhecimentos da época e do lugar (ROQUE, 2012). Com isso, é possível ver a matemática não somente como uma ciência exata, mas também como uma ciência que possui abordagens das ciências humanas, no que diz respeito às necessidades de uma sociedade.

Segundo Mendes (2015), para utilizar esse meio didático o professor precisa ser conhecedor da história da matemática, para que a sua aula não seja uma apresentação histórica de fatos, mas sim uma condução para o diálogo e investigação para a construção do conhecimento.

> Esse conhecimento pode fazer com que os professores de matemática (formados ou em formação) compreendam melhor como se processou a produção matemática ao longo dos tempos, e de que modo foi ajustada para sua inclusão na escola, de acordo com os interesses, as necessidades e até conforme as ideologias políticas vigentes nas épocas em que foram transpostas para a escola. (MENDES, 2015, p. 141)

O autor chama a atenção para o modo como o professor deve abordar a história da matemática em sala de aula, que é com o propósito de extrair problematizações e contexto para a investigação e o diálogo. O método de ensino - atividades “passo a passo” de abordagem tecnicista - é tratado por Miguel e Miorim (2004) como desastroso por se distanciar da cultura da matemática, e, assim, sugerem o uso da história da matemática adaptada para o ensino como uma forma de conduzir uma abordagem construtivista nas aulas da disciplina.

O ensino da matemática por meio da história da matemática se caracteriza como uma abordagem construtivista por difundir as propriedades investigativas e dialógicas. Isso em razão de que, ao conhecerem os fatos históricos geradores do conhecimento, os alunos começam a explorar as possibilidades de resolução a partir do conhecimento que já possuem sobre o assunto. Para que isso aconteça, é necessário que a história da matemática seja apresentada de um modo em que os alunos consigam interagir e compreender as correlações entre a história da matemática e os conteúdos da disciplina de história. Essa interdisciplinaridade funciona como "uma colaboradora a mais na obtenção das metas colocadas por um projeto educativo mais amplo que vise à formação crítica do cidadão" (MIGUEL e MIORIM, 2004, p. 155)

Mendes (2015) sugere que o professor conduza uma comparação dos problemas dos fatos históricos com os problemas que os alunos acompanham cotidianamente. Isso faz com que o aluno desenvolva, segundo o autor, autoconfiança, criatividade e amadurecimento no momento de socialização, construindo, com isso, diálogos prolíferos entre os alunos.

Ao retomar os fatos históricos que levaram à criação dos conceitos matemáticos é possível perceber a importância da geometria. Segundo Kaleff (1994), os entes geométricos foram criados a partir das necessidades agrícolas das primeiras civilizações. Segundo a autora, esses conceitos foram representados em fórmulas e organizados formalmente em estudos dos matemáticos como Tales de Mileto, Pitágoras e Euclides.

O estudo da geometria é, assim, considerado imprescindível para que a criança consiga interpretar o mundo e suas formas, que ela já experimenta em sua vida cotidiana. A presença da geometria, segundo Lorenzato (1995), é percebida no espaço em que vivemos, no que diz respeito às formas, às semelhanças e proporcionalidade de tamanhos, às medidas, à simetria e é utilizada em momentos de lazer e vivência profissional.

Apesar disso, a geometria é ensinada desvinculada do espaço de vivência. Segundo Kaleff (1994), isso promove a não compreensão das figuras e suas representações. As definições apresentadas em sala de aula são desvinculadas do ato de observação, construção e análise de objetos e formas. Sendo assim, para uma compreensão efetiva da geometria, há a necessidade de buscar materiais que possam ser montados e desmontados, e vistos de diferentes ângulos, tais como os materiais manipuláveis.

Os conhecimentos geométricos, portanto, devem ser ensinados de modo que envolvam o aluno e seu cotidiano, para que haja uma leitura interpretativa e curiosa em relação às medidas e às propriedades comparativas das figuras que o rodeiam. Isso faz com que o aluno consiga fazer conclusões e descobertas próprias, tornando-se, com isso, sujeito ativo no processo de aprendizagem.

Kaleff (1994) ressalta que os estudos em geometria permitem que o aluno construa interpretações dos conhecimentos matemáticos e trace relações entre esses conhecimentos. Além disso, induzem o raciocínio espacial e lógico para análises interdisciplinares. Essas competências são imprescindíveis para as ciências exatas. No entanto, a geometria, em meados do século XX, por ocasião do Movimento da Matemática Moderna, passou por um período de desvalorização no ensino escolar quando houve inovações no ensino da matemática com preponderância da álgebra, e as consequências ainda hoje não foram superadas.

Lorenzato (1995) aponta que a geometria é coadjuvante no desenvolvimento infantil, pois a percepção espacial é exigida em inúmeras atividades escolares, até mesmo em leitura e escrita. O autor destaca também que a geometria está por toda parte, pois "lidamos em nosso cotidiano com as idéias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume)" (LORENZATO, 1995, p. 5).

Segundo Kaleff (1994), nas aulas de matemática é comum não haver atividades que instiguem o raciocínio espacial e que considerem o quão complexo é para os alunos compreenderem figuras tridimensionais sem que haja uma representação na mesma dimensionalidade. As linhas pontilhadas não suprem a falta do trabalho prático concreto para essa compreensão.

Segundo Kaleff (1994), Lorenzato (1995), Carvalho (1994), Miguel *et al.* (2009) e Boaler (2018), para que o ensino da geometria consiga desempenhar suas importantes funções, precisa-se adotar uma abordagem crítica para as aulas. De acordo com esses autores, a geometria só pode ser entendida e analisada em sua forma visual e concreta.

Sendo assim, as aulas precisam ser promovidas com materiais concretos, manipuláveis, para que os alunos possam interagir com o objeto, visualizando-o de todas as maneiras desejadas e sentindo seus pontos, contornos e faces. Essa necessidade é evidenciada quando os desenhos tridimensionais esboçados no quadro-negro são de figuras incomuns ou desconhecidas. Nesses casos, podemos levar certo tempo para compreender a representação, mesmo já tendo visão espacial. Imaginemos agora esses desenhos vistos pelos olhos de quem está construindo sua ideia de espaço; o real se torna imaginário, as formas manipuláveis se tornam fantasia na mente da criança, atribuindo alto nível de complexidade para algo simples (KALEFF, 1994).

Kaleff (1994) propõe uma metodologia de ensino em que os alunos possam manipular e construir formas geométricas de modo a permitir descobertas e conclusões próprias. Além de poder visualizar todas as faces, arestas e vértices, o processo de manipulação torna possível a compreensão das planificações dos sólidos, às vezes indecifráveis sem o conhecimento espacial geométrico. Segundo a autora, essas atividades podem desenvolver ainda a criatividade, a autonomia no processo de aprendizagem e, consequentemente, a personalidade dos estudantes.

A autora destaca alguns objetivos do ensino de geometria, tais como: “o entendimento dos aspectos espaciais do mundo físico e o desenvolvimento de sua intuição espacial e raciocínio”, a “capacidade de ler e interpretar argumentos matemáticos e a utilização da geometria para representar conceitos e relações matemáticas” e “o desenvolvimento do pensamento lógico” (KALEFF, 1994, p. 20/21).

Lorenzato (1995) reforça que o papel do professor ao conduzir aulas participativas para o ensino de geometria é de mediar o conhecimento, utilizando o questionamento como caminho para que os alunos possam fazer as descobertas que componham o objetivo da aula, mas com aberturas para possíveis conhecimentos que possam ir além do programado. Essa postura do professor é de grande importância para que os alunos consigam ser sujeitos ativos no processo de aprendizagem, o que faz com que o estudo se torne estimulante.

A geometria ainda funciona como interlocução no entendimento da aritmética e a da álgebra, por conter correspondências visuais.

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 6/7)

Miguel *et al.* (2009) ressalta que as representações geométricas de diversos cálculos podem ser descobertas com atividades investigativas da história da matemática, o que evidenciaria a conexão entre as diferentes áreas da matemática. O ato de relacionar as representações numéricas e algébricas com as visuais compõe, segundo Boaler (2018), uma boa maneira para que os alunos consigam alcançar o entendimento dos conteúdos da matemática.

O estudo da geometria é, portanto, de suma importância para a compreensão das outras áreas da matemática. Como destaca Carvalho (1994), a geometria, através de aulas que propiciam a participação ativa, promove a (re)aproximação do aluno com a matemática.

2.3. Conhecendo Pitágoras

Pitágoras é lembrado nos dias atuais pelo seu teorema, mas sua história revela inúmeras outras contribuições à nossa sociedade. Ele foi um matemático e filósofo, que buscava relações, utilizando a matemática como meio de explicar a vida e a natureza. Nessa trajetória, fez descobertas e estudos matemáticos que fundamentaram outros estudos e que definiram concepções presentes na atualidade. No intuito de apresentar as contribuições de Pitágoras para a matemática, será abordado nesse capítulo, a sua história de vida e seus estudos.

"A soma dos quadrados dos catetos é igual ao quadrado da hipotenusa". Essa é a fórmula, como popularmente se nomeiam as aplicações prontas da matemática, que faz com que Pitágoras seja conhecido nas escolas. Muitas vezes temido, esse teorema parece incompreensível para muitos na educação básica.

Apesar de possuir um teorema com seu nome, Pitágoras "merece mais crédito do que geralmente recebe" (STEWART, 2012a, p. 11) pois não é reconhecido como o grande filósofo matemático/geômetra que foi, mas apenas nome de mais uma "fórmula" matemática. Fórmula que é ensinada há mais de dois mil anos e influenciou inúmeros estudiosos, entre filósofos, matemáticos e físicos (STEWART, 2012a). No entanto, por ter sido simplificada a apenas a expressão $a^2 + b^2 = c^2$, o Teorema é visto como algo complexo e incompreensível aos estudantes, criando um ambiente propício àquela pergunta *clichê* dos alunos: "para quê estudar isso, se nunca vou usar?".

Roque adverte que na matemática “o contato com seus conceitos e ferramentas torna-se difícil, pois a imagem que se tem dessa disciplina é marcada por seu caráter mecânico, abstrato e formal, o que produz uma sensação de distância na maioria das pessoas” (ROQUE, 2012, p. 5). Há, portanto, a percepção de que a área de conhecimento da matemática possui conceitos preestabelecidos de acordo com seu nível de dificuldade, bem como a descontextualização dos saberes a simples fórmulas. Por exemplo, no Teorema de Pitágoras, a redução de uma grande descoberta, repleta de significados, a uma fórmula com letras e exponenciação torna-a desprendida de qualquer contexto e, por isso mesmo, incompreensível para a maioria dos estudantes.

Ainda segundo a autora, há duas razões para se fazer história da matemática: “para mostrar como ela se tornou o que é; ou para indicar que ela não é apenas o que nos fazem crer que é” (ROQUE, 2012, p. 5). Há, portanto, a necessidade de incluir a história da matemática no ensino, a fim de responder as tais perguntas *clichês* já mencionadas, construindo significados e relações, e por fim, contextualizando os estudos matemáticos ao tempo e lugar em que os aprendizes vivem e o que vivenciam.

Pitágoras foi um matemático, e segundo Strathern (1998), foi quem criou a palavra matemática, que, de acordo com o Dicionário Etimológico[2], “é derivada da palavra grega ‘matemathike’; ‘máthema’ = compreensão, explicação, ciência, conhecimento, aprendizagem; ‘thike’ = arte”. Sendo assim, essa palavra pode ser compreendida como o meio de compreensão da arte, das formas e/ou dos números.

Segundo Gorman (1979), Pitágoras nasceu em 569 a.C. em Samos, uma ilha grega localizada perto das cidades comerciais. Era filho de Mnesarco, um bárbaro que havia conseguido o direito de viver na Grécia, e Pítais, uma grega da ilha de Samos. Por ser localizada numa rota comercial, Samos era comandada, na época, por um mercador. Por isso, os investimentos em educação eram destinados para os estudos das atividades mercantis, o que impossibilitava o progresso de outras áreas. Isso fez com que Pitágoras procurasse outros lugares para prosseguir com seus estudos (GORMAN, 1979).

---

[2] Dicionário Etimológico: Etimologia e Origem das Palavras. Disponível em: <https://www.dicionarioetimologico.com.br/matematica/> Acesso em: 21 jan. 2021

Pitágoras foi aluno da escola de Thales de Mileto, onde aprendeu sobre astronomia, matemática e filosofia. No entanto, possuía ambição por conhecimentos além desses e, por isso, aos 22 anos (535 a.C.) viajou para o Egito, onde permaneceu por aproximadamente dez anos (GORMAN, 1979).

No Egito, Pitágoras foi admitido em um templo onde estudou a cultura e a religião do país. Além disso, aprendeu geometria. No entanto, a geometria egípcia era baseada na necessidade dos cálculos de áreas das terras após as cheias do rio Nilo, caracterizando-a como uma geometria básica, o que não lhe agradava muito (GORMAN, 1979). Pitágoras reconhecia a matemática como algo além das atividades práticas para o trabalho. Ele a reconhecia como um método lógico-dedutivo, ou seja, a partir de uma teoria previamente testada, é possível confirmar a veracidade de teorias semelhantes. Essa ideia pode ser expressa por um teorema que sintetize o caminho para chegar à resolução sem ter que passar pelo longo estudo novamente. Segundo Roque (2012), a utilização do método lógico-dedutivo para o estudo da matemática era uma característica da matemática grega. Isso permite, portanto, reconhecer a origem da matemática teórica como grega. Pitágoras reconhecia a matemática como algo além das atividades práticas para o trabalho, como um método lógico-dedutivo, ou seja, a partir de uma teoria previamente testada, é possível confirmar a veracidade de teorias semelhantes. Essa ideia pode ser expressa por um teorema que sintetize o caminho para chegar à resolução sem ter que passar pelo longo estudo novamente. Segundo Roque (2012), a utilização do método lógico-dedutivo para o estudo da matemática era uma característica da matemática grega. Isso permite, portanto, reconhecer a origem grega da matemática teórica lógico-dedutiva.

Em 525 a.C., o Egito foi invadido pelos persas e Pitágoras foi levado para a Babilônia como refém, assim como todos os outros estrangeiros. No cativeiro, estudou sob a orientação de Zaratas, um sábio seguidor de Zoroastro. Os estudos envolviam a relação da mente com o mundo, a explicação das coisas pela natureza e a filosofia dualista, que se relacionava à existência de dois deuses, um do bem e outro do mal. Além disso, adquiriu mais sabedoria a respeito da purificação por meio das plantas (GORMAN, 1979).

Foram os babilônios, segundo Stewart (2012b), que descobriram meios de revelar um valor desconhecido a partir de informações numéricas. Eles, antes mesmo de Pitágoras, já faziam uso do triângulo retângulo, mas não faziam demonstrações dos seus conhecimentos, pois estes eram adquiridos de forma empírica. E, segundo Strathern (1998) e Stewart (2012b), os babilônios registraram valores dos lados de quinze triângulos retângulos distintos, tais como os valores 3, 4 e 5. Esses números ficaram conhecidos como triplas pitagóricas ou ternos pitagóricos, e são trios de números inteiros que satisfazem as medidas dos lados de triângulos retângulos.

Assim sendo, é possível entender que apesar de os babilônios conhecerem e fazerem uso dos triângulos retângulos, a generalização da relação entre os lados desses triângulos foi realizada e demonstrada por Pitágoras, e é por isso que o teorema recebeu seu nome. É possível, portanto, estabelecer uma relação entre os babilônios e o teorema, já que Pitágoras adquiriu conhecimentos com este povo enquanto estava preso na Babilônia.

Em 520 a.C., Pitágoras conseguiu se libertar do cativeiro, deixou a Babilônia e voltou para Samos para disseminar suas ideias. Nessa época, a matemática começava a apresentar progresso na Grécia, e esse pode ter sido, portanto, um dos motivos de sua retomada à terra natal. Pitágoras tratava o número como algo divino e sábio. Contudo, isso não foi do agrado dos gregos, pois perceberam a conexão estabelecida entre os números e a religião. Por essa razão, Pitágoras reservou os estudos místicos dos números à sua sociedade secreta – a Escola Pitagórica - e continuou com os ensinamentos da matemática prática na Grécia (GORMAN, 1979).

Pitágoras permaneceu por apenas dois anos em Samos, e, posteriormente, estabeleceu residência em Crotona, onde aconteciam os encontros de sua sociedade secreta. Esta sociedade dedicava-se aos estudos da matemática e da filosofia. Acreditava num modelo de vida que respeitasse a natureza e tudo que a compõe. No entanto, sua escola trazia incômodo a algumas ideologias políticas, e por isso foi atacada (GORMAN, 1979).

Em decorrência dessa situação, Pitágoras fugiu para Metaponto, onde permaneceu até sua morte. O momento e a causa de sua morte são temas de divergências. Alguns afirmam que ele teria cometido suicídio pouco depois de sua chegada a Metaponto, ou mesmo já com a idade avançada. Outros afirmam que ele teria morrido em decorrência de problemas de saúde comuns na velhice (GORMAN, 1979).

Gorman (1979) afirma que Pitágoras traçava uma relação entre filosofia e matemática. As coisas do mundo e da natureza poderiam, a partir dessa filosofia, ser explicadas pela matemática. As formas e os movimentos naturais eram estudados geometricamente, a partir do reconhecimento das formas encontradas na natureza e as suas medidas. Assim, desenvolveu-se a percepção de padrões geométricos na natureza, tais como os formatos das flores. A relação entre a filosofia e a matemática pode ser observada, ainda, na crença de que “tudo é número”, que segundo Strathern (1998) e Santos (2000), era uma afirmação de Pitágoras. Ele acreditava, portanto, que os números poderiam explicar o mundo e a essência das coisas.

Segundo Gorman (1979), a relação entre os lados dos triângulos retângulos foi constatada por Pitágoras a partir da construção de um quadrado e a observação das áreas das figuras que o compunham. Desta forma, Pitágoras conclui que *a soma dos quadrados dos catetos é igual à soma do quadrado da hipotenusa*. Por isso, o teorema é conhecido universalmente como Teorema de Pitágoras.

De acordo com Gorman (1979), Pennick (1980), Stewart (2012b) e Strathern (1998) esse teorema foi questionado na situação do cálculo da diagonal do quadrado de lado 1, pois o resultado obtido não podia ser expresso por um número inteiro, nem mesmo por uma fração. Os números incomensuráveis e os números irracionais protagonizaram um momento de tensão na escola pitagórica. Para os pitagóricos, segundo os autores supracitados, estes números desencadearam uma crise nos estudos por não ser possível expressar os lados de alguns triângulos com ternos pitagóricos, expressos por números inteiros.

No entanto, esse questionamento da veracidade do teorema de Pitágoras por parte dos pitagóricos é abordado como mito por Roque (2012). Segundo a autora, a permanência do mito é reflexo da falta de bibliografia brasileira. A descoberta dos números incomensuráveis, ainda segundo a autora, não gerou uma crise na escola pitagórica, pois isso foi considerado irrelevante para eles. Sendo assim, a descoberta trouxe, ao contrário de uma crise, um novo cenário de investigação para a compreensão desses números.

Para a aplicação do teorema de Pitágoras é preciso conhecer os números quadrados ou números quadrangulares, que são o conjunto dos números formados pela multiplicação de um número inteiro por ele mesmo. Segundo Souza (2018), esses números seguem a sequência dos números ímpares, em que se inicia com o número 1, e para o segundo quadrado perfeito acrescenta-se o próximo número ímpar, o 3, resultando no segundo quadrado perfeito, o número 4. Para encontrar o terceiro quadrado perfeito, acrescenta-se ao segundo quadrado perfeito o próximo número ímpar, o 5, resultando em 9. Essa sequência corresponde aos quadrados dos números inteiros, sendo o primeiro quadrado perfeito igual a 1^2, o segundo igual a 2^2, o terceiro 3^2, e assim sucessivamente. Para Roque (2012), essa propriedade foi reconhecida a partir da visualização dos quadrados, o que gerou a equação $n^2 + (2n + 1) = (n + 1)^2$, que representa a sequência numérica expressa pelos números quadrados. Segundo a autora, outra forma de encontrar os números quadrangulares é utilizando os números triangulares, pois a soma de dois números triangulares consecutivos resulta em um número quadrangular.

Para a descoberta dos números triangulares é utilizada a fórmula $n = \frac{n(n+1)}{2}$, sendo n o número ordinal que o número triangular, que se pretende encontrar, representa na progressão aritmética. Sendo assim, a progressão formada pelos números triangulares corresponde à soma do seu antecessor ao número correspondente à sua ordem. Dessa forma, o número 1 é o 1º número triangular, o segundo é, portanto, o número 3 que é o resultado de 2 (posição ordinal) +1 (antecessor de 2) (ROQUE, 2012).

Nessa perspectiva, compreende-se que os estudos pitagóricos trouxeram diferentes classificações aos números. Além dos números quadrangulares e triangulares, temos, também, os "números amigos" e os "números perfeitos". Segundo Gorman (1979), os números são "amigos" quando um é igual à soma dos divisores do outro, e este é igual à soma dos divisores do primeiro, tal como acontece com os números 220 e 284, em que a soma dos divisores de 220 (1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110) é igual a 284, e a soma dos divisores de 284 (1, 2, 4, 71 e 142) é igual a 220. Já os "números perfeitos" são os números que são iguais à soma de seus divisores, tal como o 6, em que $6 = 1 + 2 + 3$. Pitágoras deixou, portanto, meios de explorar as especificidades dos números, o que nos mostra que existem outras formas de representá-los e classificá-los além da representação pela quantidade.

Além dos estudos matemáticos e filosóficos, Pitágoras expandiu os conhecimentos acerca da música. De acordo com Gorman (1979), Pitágoras utilizava a música como um meio de unir os membros de sua sociedade, e a considerava como purificadora da psique. Até então, os instrumentos eram afinados de acordo com a educação auditiva. No entanto, ele fez experiências com divisões da corda de um instrumento, e verificou que as vibrações das partes divididas possuíam relação com as partes inteiras. Sendo assim, descobriu quatro harmonias: "oitava, de razão 2:1, quinta, de razão 3:2, quarta ou 4:3 e tom ou 9:8" (GORMAN, 1979, p.

185). Com o aprimoramento dos estudos musicais, permaneceram a oitava, a quinta e o tom, e a partir dessas harmonias foram desenvolvidas novas consonâncias musicais, resultando nos intervalos que hoje conhecemos: Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si.

3. METODOLOGIA

Essa pesquisa teve por objetivo analisar as contribuições das oficinas de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental para o ensino de geometria a partir da história de Pitágoras para a ressignificação da percepção da matemática pelas participantes.

Sendo assim, constitui-se aqui uma pesquisa de natureza qualitativa e de cunho exploratório. De acordo com Bogdan e Biklen (1994), a pesquisa qualitativa possui caráter de observação empírica por retratar ações e condições humanas, a partir de comprovações a respeito destas. À vista disso, a pesquisa desenvolveu-se com foco nas características dos seres, os professores, bem como em suas experiências e particularidades de seus ambientes de atuação e suas transformações mediante novos conhecimentos.

Nesse âmbito, o ambiente de coleta de informações constitui-se a partir da própria pesquisa. O ambiente em questão foi uma ação de formação, de nome *Conhecendo Pitágoras*, oferecida aos Professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio de oficinas. O local de realização das oficinas, inicialmente previsto, era em uma sala do Prédio das Licenciaturas (PLI), situado na Universidade Federal de Viçosa (UFV). No entanto, em decorrência do agravamento da pandemia do Sars-CoV-2, as oficinas aconteceram em modalidade remota, pelas plataformas *Google Classroom* e *Google Meet*.

Nestas plataformas foram realizadas as oficinas práticas e interdisciplinares programadas utilizando a história como recurso didático, de modo a contextualizar e fundamentar os conteúdos apresentados. A princípio, os professores seriam de uma escola pública situada no município de Viçosa. No entanto, os professores estavam sobrecarregados em virtude das formações para adaptação emergencial de suas aulas para a modalidade remota. Diante disso, o público-alvo foi alargado e a inscrição para as oficinas foi divulgada em grupos de *WhatsApp* de professores que atuam no município de Viçosa, para que os interessados se inscrevessem.

Para a coleta de dados, apliquei questionários, realizei uma observação participante, a qual foi realizada por mim, registrei momentos por imagens e gravações audiovisuais e coletei materiais produzidos pelas participantes.

3.1. Instrumentos de coleta dos dados

A descrição dos instrumentos de coleta de dados se organiza nesse subcapítulo a partir de subtítulos, sendo um para cada instrumento, questionários, observação participante e entrevistas, seguindo sua ordem de aplicação:

1º. Questionário inicial
2º. Observação participante
3º. Questionário final
4º. Entrevistas

Questionários

A obtenção de dados se deu, primeiramente, com o questionário inicial (APÊNDICE D) aplicado ao início das oficinas. A escolha desse meio de coleta de dados se deu mediante a sua praticidade de aplicação, por dar ao participante a flexibilidade temporal para o preenchimento e por atender várias pessoas no mesmo espaço de tempo e, consequentemente, obter respostas com rapidez, tal como referido por Marconi e Lakatos (2003).

Esse questionário teve a finalidade de identificar os conhecimentos das participantes acerca da geometria de Pitágoras, a didática que cada uma utilizava no ensino de matemática e suas expectativas com a formação docente papel de diagnosticar as contribuições do curso para as participantes. A fim de complementar esse questionário e obter uma avaliação das oficinas por parte das professoras, foi aplicado um questionário no encerramento das atividades (APÊNDICE E). Com ele foi possível averiguar se as expectativas das participantes foram atendidas ou não e quais as contribuições geradas.

Observação participante

Parte dos dados foram obtidos a partir da observação participante, realizada no ato das oficinas por mim, enquanto professora ministrante, e por revisões dos registros audiovisuais e fotográficos. As observações foi realizada durante a formação de professores, de maneira natural para que os professores ficassem à vontade durante as oficinas. De acordo com Marconi e Lakatos (2003, p. 194), a observação participante “consiste na participação real do pesquisador com a comunidade ou grupo.” Sendo assim, a observação não causou constrangimentos por ter acontecido de modo que não evidenciasse que o ambiente de formação estava sendo observado. Mas é importante ressaltar que as participantes tinham ciência de que a formação fazia parte de uma pesquisa.

O veículo de registro da observação foi o diário de campo, que consiste em relatos detalhados e descritivos das atividades, do ambiente, dos integrantes e reconstrução de diálogos. As partes reflexivas, que são as que se remetem à opinião da observadora, foram escritas de modo que fosse possível a sua distinção dos comentários descritivos (BOGDAN e BIKLEN, 1994).

Esse diário foi construído a partir das transcrições das falas, as quais puderam ser acessadas e reproduzidas por meio das gravações audiovisuais das oficinas. Embora as gravações tenham sido audiovisuais, algumas cenas não foram registradas em decorrência da precariedade dos dispositivos eletrônicos e pelo desconhecimento por parte dos participantes das peculiaridades da plataforma utilizada. No entanto, algumas atividades foram registradas em fotos e enviadas pelo *Google Classroom*.

Para assegurar que os dados obtidos fossem todos registrados, foi programada a realização de gravações audiovisuais e fotográficas. Considera-se esse veículo de registro como importante para a caracterização do local e para decifrar as atividades produzidas, por permitir a visualização e a análise posteriores ao momento da coleta. Para Bogdan e Biklen (1994), esses veículos permitem a coleta de dados descritivos importantes para compreender as subjetividades expressadas pelos diferentes contextos e situações.

As gravações foram essenciais para esta pesquisa, pois as oficinas foram ministradas pela pesquisadora, que exerceu, também, o papel de observadora. Essas duas tarefas exercidas concomitantemente e sem o uso de registros audiovisuais poderiam acarretar perda de algumas informações relevantes para a pesquisa. Sendo assim, as oficinas foram gravadas pela plataforma em que os encontros foram realizados, o *Google Meet*.

Entrevistas

Para complementar os dados coletados com a observação e com os questionários, foram realizadas entrevistas. Para esta, foi desenvolvido um roteiro (APÊNDICE E) a fim de garantir que todas as questões fossem abordadas, e no desenvolver do diálogo as questões foram adaptadas e explicadas de acordo com a necessidade. A entrevista, segundo Gil (2002), deve ser realizada a partir de técnicas que permitam a compreensão de seus objetivos em questões diretas e claras, e ainda flexíveis ao respondente para que o entendimento da pergunta seja garantido.

O único critério utilizado para selecionar os entrevistados foi o de ter participado de todas as atividades síncronas. Foram três professoras que acompanharam todos os encontros da formação docente *Conhecendo Pitágoras*. Sendo assim, foram enviados convites para a entrevista a essas três professoras, obtendo-se as respostas de duas.

3.2. A análise dos dados

Para Bardin (2011) são necessários, no ato da análise, a releitura do material, a utilização de questionamentos e as interpretações realizadas, pois a análise dos dados na pesquisa qualitativa é caracterizada pelas deduções sobre as inferências feitas sobre as categorias. A inferência, nesse tipo de pesquisa, é realizada levando-se em consideração o contexto de cada informação coletada no ato da pesquisa, a fim de contornar os riscos de possíveis erros de interpretação. Sendo assim, para que fosse possível a realização das inferências no tratamento das informações coletadas, elas foram interpretadas separadamente, de modo a extrair seu sentido individual. Em seguida, elas foram agrupadas pela semelhança dos sentidos.

Cada grupo formou uma categoria para análise e recebeu um nome que exprimisse o sentido geral dos dados agrupados, ou seja, foi realizada uma categorização semântica. A categorização permite, segundo Bardin (2011), que todos os dados relevantes ao objetivo da pesquisa sejam abordados sem que haja a exposição exaustiva dos conteúdos. No questionário, para que fosse possível uma separação prévia das informações, algumas perguntas abertas foram antecedidas por perguntas de múltipla escolha. Isso permite que os dados sejam coletados de forma sistemática, o que viabiliza a análise de todo o conteúdo em tempo satisfatório sem que haja perda na qualidade das respostas às perguntas abertas (BARDIN, 2011). Sendo assim, para que fosse possível a realização das inferências no tratamento das informações coletadas, estas foram interpretadas separadamente, de modo a extrair seu sentido particular.

3.3. Oficinas de formação: *Conhecendo Pitágoras*.

As oficinas foram planejadas, inicialmente, para serem ministradas em dois encontros presenciais, de três horas cada um, incluindo uma atividade assíncrona, que corresponderia a duas horas, entre os dois encontros. As oficinas teriam, portanto, uma carga horária de oito horas. No entanto, devido à pandemia de COVID-19, as oficinas aconteceram em três encontros remotos de uma hora cada, e quatro atividades assíncronas. Além disso, mediante o desconhecimento pelas professoras participantes do uso do *Google Classroom*, houve ainda uma semana dedicada à familiarização com essa plataforma de educação remota.

A adaptação das oficinas para o sistema remoto de ensino exigiu, além de mudanças didáticas, a reformulação de alguns temas. Isso foi necessário por conta das características próprias desse modelo virtual de ensino, para que as atividades não se tornassem exaustivas e/ou expositivas. Abaixo, são apresentados os temas que foram abordados, na ordem em que cada um foi sistematizado, e em seguida, com o quadro 1, o cronograma de realização das atividades:

- Biografia de Pitágoras
- Triângulo retângulo
- História da geometria de Pitágoras
- Ternos pitagóricos e a tabuada da multiplicação
- Os números quadrangulares
- Pitágoras e a música
- Lugares visitados por Pitágoras

Quadro 1 - Cronograma das atividades remotas

1ª semana (assíncrona)
Atividades de familiarização com a sala de aula do *Google*   **Conteúdo**   • Vídeo tutorial de como aceitar convite do *Google Classroom*;   • Vídeo tutorial de como entrar e postar foto no mural do *Google Classroom*;   • Vídeo tutorial de como fazer Tangram;   • Vídeo de como postar atividade.
Atividades   • Publicar no mural uma dificuldade ou algo marcante das aulas de matemática;   • Comentar as publicações dos colegas;

• Fazer dois tangrans seguindo o vídeo tutorial; • Publicar uma foto dos tangrans no mural.
2ª semana (síncrona e assíncrona)
1º encontro 03/05/2021 **Conteúdo (síncrono)** • Breve apresentação dos objetivos do curso e das contribuições das pesquisas para a educação básica; • A aplicação da geometria de Pitágoras no currículo dos anos iniciais do ensino fundamental; • Quadrinhos de uma adaptação do livro *O homem que calculava*; • Criação de ângulo reto a partir de dois círculos que se encontravam em dois pontos. **Atividades (assíncronas)** • Confecção de um triângulo retângulo com catetos de 15 cm cada; • Construção de uma proposta de atividade em geometria para os anos iniciais do ensino fundamental.
2º encontro 05/05/2021 **Conteúdo (síncrono)** • Revisão do primeiro encontro; • Números quadrangulares e os seus meios de calcular; • Ternos pitagóricos e como encontrá-los com a utilização da tabuada da multiplicação. **Atividades (assíncronas)** • Quebra-cabeças com os dois tangrans com o triângulo retângulo já confeccionados, de modo que fosse formado um quadrado sobre cada lado do triângulo retângulo; • Assistir ao filme *Donald no País da Matemágica*.
3º encontro 07/05/2021 **Conteúdo (síncrono)** • Discussão das atividades assíncronas; • Apresentação da biografia de Pitágoras por meio de vídeo-animação narrado; • Exibição do trecho do filme *Donald no País da Matemágica* que aborda Pitágoras e a música; • Demonstração com monocórdio dos sons reproduzidos quando a corda é dividida em ½ e ⅔, produzindo intervalos de oitava e de quinta, respectivamente, em relação à corda inteira. **Atividades (assíncronas)** • Atividade de marcar no mapa-múndi os locais em que Pitágoras viveu, o que exigiu uma pesquisa sobre os lugares que não são encontrados no mapa-múndi atual.

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Para que as oficinas acontecessem, houve uma divulgação prévia da atividade por meio de contatos já existentes com gestoras de algumas escolas e de colegas professoras que se disponibilizaram a divulgar em grupos de *WhatsApp*. Houve, assim, o compartilhamento em rede social do cartaz (Figura 1), acompanhado do *link* do formulário de inscrição. O formulário usado foi o do *Google Forms*.

Figura 1 - Folder de Divulgação

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

A configuração da sala no *Classroom,* nomeada de "Oficinas de formação docente: conhecendo Pitágoras", foi realizada anteriormente à primeira semana de formação (Figura 2).

Figura 2– Capa da Sala Virtual do Classroom "Oficinas de formação docente: conhecendo Pitágoras".

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

3.4. Detalhamento das atividades – encontros síncronos

Primeiro encontro

As oficinas de formação de professores se iniciaram com uma breve apresentação deste projeto, de modo a inteirar os professores da finalidade da pesquisa e dos fundamentos teóricos das oficinas de formação docente: *Conhecendo Pitágoras*. É de grande importância as participantes estarem cientes dos objetivos de pesquisa que envolvem as oficinas de formação, da importância da pesquisa para o ensino, da necessidade em aprofundar os conhecimentos matemáticos para a efetivação do processo de ensino-aprendizagem e da relevância do ensino a partir de uma metodologia ativa. Essa apresentação, em suma, consiste na contextualização e no fundamento teórico das atividades propostas.

A geometria de Pitágoras, por ser conhecida usualmente pelo Teorema de Pitágoras, não é utilizada nos anos iniciais do ensino fundamental, já que o teorema faz parte do currículo dos anos finais. No entanto, a geometria de Pitágoras engloba conhecimentos além dos cálculos desenvolvidos a partir desse teorema, como o triângulo retângulo e sua aplicação em situações do cotidiano.

Além disso, é importante trabalhar pedagogicamente a partir de uma abordagem histórica e cultural. O tópico 1 das Competências Gerais da Educação Básica abordadas na BNCC (Anexo) prevê a construção da valorização cultural e utilização dos conhecimentos de diferentes culturas. Sendo assim, é necessário reiterar aos professores essa concepção, e, portanto, incluímos no planejamento uma rápida apresentação desse tópico da BNCC, para que compreendam que a geometria de Pitágoras está inclusa no currículo dos anos iniciais do ensino fundamental.

Dadas essas apresentações iniciais, para a introdução do conteúdo de geometria foi realizada uma contação de história. Para esta atividade foram escolhidos os capítulos I, II e XVIII do livro *O Homem que Calculava* (TAHAN, 2009), em uma versão adaptada e apresentada em quadrinhos (APÊNDICES B e C).

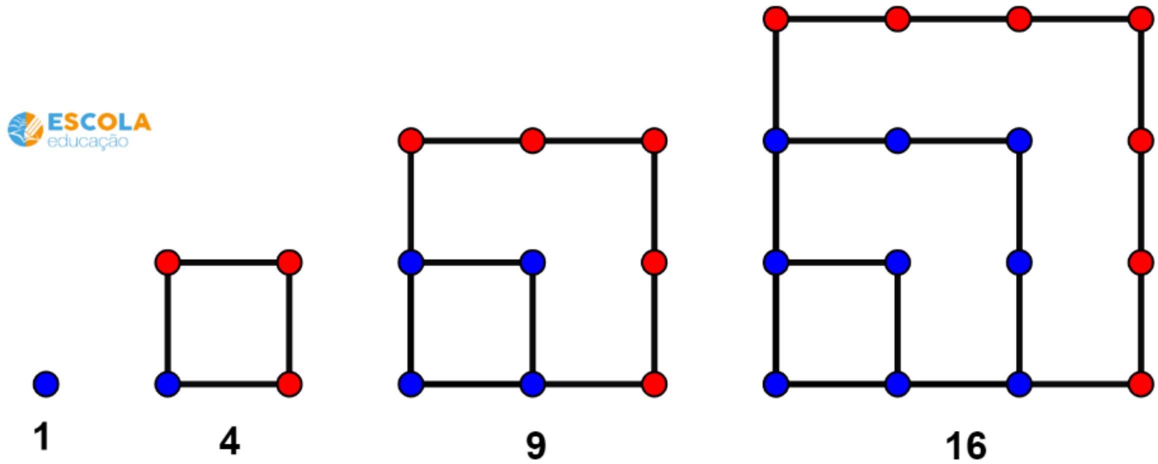
Em continuidade à introdução do conteúdo, a atividade foi a de construção de ângulos retos. Para tanto, foram utilizados dois círculos que se encontravam em dois pontos, desenhados com os seus respectivos centros sobre uma mesma reta, como referência para encontrar o ângulo reto. Esses círculos foram desenhados com uma caneta amarrada a um barbante, desempenhando a função de um compasso. Após desenhar os círculos, foi traçada uma segunda reta, perpendicular à primeira, formada pelas interseções entre os dois círculos.

Como atividade assíncrona, foi solicitada a construção de um triângulo retângulo a partir desse ângulo reto. Sendo assim, era preciso traçar um segmento de 15 cm em cada reta, a partir da interseção entre elas. Estes segmentos formavam os catetos do triângulo retângulo, e a partir deles deveria ser traçada a hipotenusa, que não seria um número inteiro. Essa foi estipulada como sendo a medida dos triângulos maiores do Tangram criado com a folha de papel A4. Foi sugerida também como atividade assíncrona a elaboração de uma proposta didática com atividade em geometria para os anos iniciais do ensino fundamental.

Segundo encontro

O segundo encontro iniciou-se com uma revisão do encontro anterior e com a apresentação dos Números Quadrangulares de Pitágoras. As participantes foram instigadas a criar quadrados com sementes. Essa atividade comumente se inicia com uma semente e, após o ponto de origem, todas as figuras formam quadrados. A regra é desenhar o anterior e, em seguida, adicionar o mínimo possível de sementes para formar o próximo quadrado. A semente corresponde à unidade de medida para os cálculos da progressão aritmética, que é formada na sequência dos quadrados. Com a sequência dos quadrados com sementes é possível obter a representação visual da relação dos números com as figuras geométricas, da área do quadrado e da multiplicação, tal como apresentado na figura 3.

Figura 3 - Números Quadrangulares



Fonte: Site Escola Educação

Em seguida foi realizada a apresentação da tabuada de multiplicação (Figura 4), em que os números quadrangulares ou quadrados perfeitos estão destacados pela cor laranja, na diagonal do quadrado formado pelos números. Nessa Tabuada é possível encontrar também os Ternos Pitagóricos, que são compostos por três números inteiros correspondentes ao Teorema de Pitágoras. Ou seja, cada número do terno corresponde a um lado de um triângulo retângulo. Os ternos pitagóricos, também chamados de números pitagóricos, podem ser encontrados a partir de dois números quadrados quaisquer (presentes na diagonal da tabela) e de um terceiro número, presente na interseção das retas (colunas ou linhas) dos quadrados perfeitos, e que corresponde ao produto das raízes dos dois quadrados perfeitos escolhidos.

Figura 4 - Tabuada de multiplicação.

Tabuada de Multiplicação

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fig.147-01 www.osfantasticosnumerosprimos.com.br

Fonte: Site Os fantásticos números primos

A hipotenusa é a soma dos dois números quadrados, um dos catetos é a diferença entre o número quadrado maior e o número quadrado menor, e o outro cateto, o dobro do terceiro número (Figura 5).

Figura 5 - Ternos Pitagóricos

4

6 9

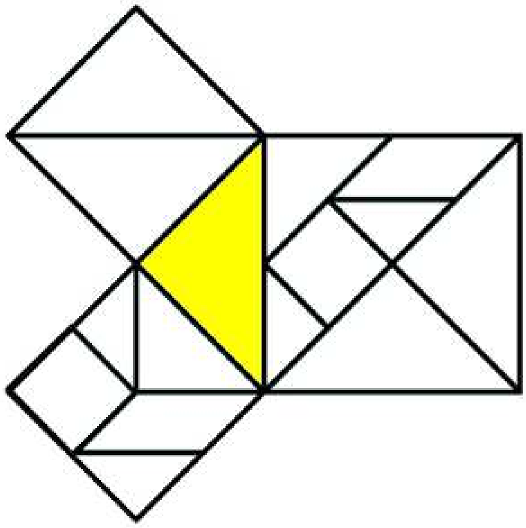
$$\boxed{9} + \boxed{4} = 13$$
$$\boxed{9} - \boxed{4} = 5$$
$$\boxed{6} + \boxed{6} = 12$$
$$13^2 = 5^2 + 12^2$$

Fonte: Elaborado pela pesquisadora.

Sendo assim, as professoras foram convidadas a descobrir os Ternos Pitagóricos a partir da Tabuada de Multiplicação. As professoras fizeram também a descoberta de números pitagóricos aplicando a razão de proporcionalidade. Nesta, as razões entre os lados são iguais, o que faz com que os triângulos formados por esses lados sejam de tamanhos diferentes, mas que mantenham a proporção, os chamados triângulos semelhantes. No final dessa atividade, as professoras foram convidadas a desenhar um triângulo retângulo de lados encontrados com a tabela de multiplicação.

Como atividade assíncrona, foi sugerido que as participantes montassem, com os dois tangrans construídos por elas, quadrados nos lados do triângulo retângulo. O resultado para esse quebra-cabeças é a representação do Teorema de Pitágoras (Figura 6), em que metade de um dos tangrans forma um quadrado a partir de um cateto, a outra metade faz o mesmo com o outro cateto, e o segundo Tangram forma um quadrado a partir da hipotenusa, representando assim o Teorema de Pitágoras: $a^2 + b^2 = c^2$.

Figura 6 - Representação do Teorema de Pitágoras com Tangram



Fonte: Site Futility Closet

Outra atividade assíncrona proposta foi a de assistir a uma parte do filme *Donald no País da Matemágica* que aborda Pitágoras e a música, com *link* disponibilizado no *Classroom* e no grupo do *WhatsApp*. O trecho do vídeo ressalta a relação da música com a matemática, apresentando razões entre diferentes divisões feitas na corda de um instrumento musical de uma única corda, o monocórdio. Quando dividida ao meio, a parte mais curta da corda produz um som uma oitava acima do som produzido pela corda inteira. E quando dividida em três, cada parte sozinha produz um som uma quinta acima, ou seja, possui um intervalo de uma quinta, na escala pitagórica.

Terceiro encontro

Esse encontro iniciou-se com a discussão a respeito do quebra-cabeça. Em seguida foi exibida a parte do filme *Donald no País da Matemágica* sugerida como atividade assíncrona, pois algumas das participantes não conseguiram acessar antes do último encontro. Em seguida foi realizada uma demonstração dessas diferenças sonoras com um monocórdio de criação própria minha, com a finalidade de desenvolver a percepção da relação dos números com a música e o conhecimento da importância dos estudos matemáticos e a noção da utilização desses estudos em diversas áreas.

Em sequência a isso, foi apresentada a biografia de Pitágoras em forma de animação narrada, de criação minha. Em seguida a essa apresentação foi sugerido às participantes que marcassem no mapa disponibilizado no *Classroom* os lugares em que Pitágoras viveu. Essa atividade exigia pesquisa para destacar os lugares que não possuem o mesmo nome atualmente. Essa tarefa carregou o intuito de que cada participante conseguisse pesquisar e descobrir onde se localizavam cidades antigas e relacioná-las com as atuais. Além disso, foi proposta também a marcação do local em que vivem. Isto é importante para o reconhecimento da própria localização geográfica e para a compreensão da distância entre os lugares em que Pitágoras esteve, em comparação ao tamanho do nosso estado (Minas Gerais).

Alguns lugares citados na biografia não são possíveis de serem identificados sem uma consulta em outros mapas, como mapas históricos e/ou regionais. Isso se deve à destruição de uma cidade (Babilônia), que foi muito importante na época em se passava a história em questão e por haver referência a algumas ilhas (Samos e Mileto). Essa pesquisa histórica dos mapas e a referência aos povos da época feita na biografia foi utilizada como ponto de ligação da história da matemática com a história das civilizações. Isso é importante para evidenciar a matemática como uma construção humana, já que resulta de estudos de pessoas que viveram em outras épocas e, também, algumas figuras importantes conhecidas nas aulas de história. Além disso, as participantes foram convidadas a responderem o questionário final.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os dados e suas respectivas análises. São cinco subcapítulos que se referem, nesta ordem: Apresentação das participantes, Questionário inicial, Oficinas, Questionário final e Entrevistas.

4.1. Apresentação das participantes

Foi possível destacar, em relação à participação das integrantes, que houve muitas desistências e que elas aconteceram antes mesmo do início das oficinas, já que muitas inscritas não responderam aos *e-mails* de convite para a sala de aula do *Classroom*. Isso inviabilizou o início das oficinas na semana agendada, o que gerou a necessidade de se reservar esta semana para a apresentação da sala virtual às participantes.

Sendo assim, a constatação de que o número de inscritas — sete participantes — que haviam entrado na sala de aula do *Classroom* era pequeno em relação à quantidade inicial de inscritas — trinta e seis — levantou a hipótese de que a dificuldade das participantes não era apenas em como utilizar a sala, mas também em como acessá-la. Por esse motivo, foi criado um grupo no *WhatsApp* para comunicação e auxílio para entrarem na sala, o que teve um papel importante para o acesso ao *Classroom* e participação nas Oficinas.

O perfil de cada participante é apresentado no quadro abaixo (Quadro 2) com seus respectivos nomes fictícios:

Quadro 2 – Perfil das participantes

Participante (P)	**Escola em que leciona**	**Turma em que leciona**	**Formação**
P1	Escola Municipal (Viçosa – MG)	Anos iniciais	Pedagogia Mestrado em Educação
P2	Escola Municipal (Viçosa – MG)	Educação Infantil	Pedagogia Mestrado em Educação
P3	Escola Municipal (Viçosa – MG)	Educação Infantil	Normal Superior
P4	Escola Municipal (Viçosa – MG) Aulas particulares	Educação Infantil/ Anos iniciais	Pedagogia

P5	Escola Municipal (Viçosa – MG)	Educação Infantil	Pedagogia Pós em Supervisão e Gestão de Projetos
P6	Não se aplica	Ainda não leciona	Cursando pedagogia
P7	Aulas particulares	Anos iniciais	Pedagogia
P8	Escola Municipal (Viçosa – MG)	Educação Infantil	Normal Superior
P9	Não se aplica	Não se aplica	Bacharel em Nutrição
P10	Aulas particulares	Anos finais	Licenciado em Matemática
P11	Escola Municipal (Viçosa – MG)	Educação Infantil	Pedagogia Pós em Educação Especial Pós em Neuropsicopedagogia

Fonte: Dados da pesquisa.

As atividades da primeira semana foram de interação na sala do *Classroom*, de modo que as participantes precisavam escrever e comentar as publicações no mural a respeito de suas dificuldades em sala de aula, com o objetivo de fomentar discussão. Eu, a Professora ministrante, iniciei com uma publicação, mas apenas um participante comentou seus desafios.

A participação no *Classroom* está expressa no Quadro 3. A primeira semana trata das Atividades do Mural, e a segunda semana, dos Questionários e das Atividades. Estas foram enumeradas para melhor organização do quadro, sendo elas: Triângulos Retângulos de Catetos de 15 cm (1), Quebra-cabeça com Tangram — demonstração do Teorema de Pitágoras (2), Proposta de atividade de ensino ativo em geometria (3) e Locais em que Pitágoras viveu — mapa (4).

Quadro 3 – Participação das professoras nas atividades assíncronas.

Atividades assíncronas								
Participante	Mural		Questionários		Atividades			
	Publicação	Comentários	Inicial	Final	1	2	3	4
P1			X					
P2	1		X					
P3	1		X					
P4	1	X	X	X	X			
P5	1		X		X	X		
P6			X					
P7			X					
P8	2		X	X				
P9								
P10			X	X				
P11			X	X	X	X	X	

Fonte: Dados da pesquisa.

Constatamos, nesse quadro, que muitas participantes responderam ao questionário inicial e quatro responderam ao questionário final. As atividades propostas nas oficinas foram cumpridas por três participantes, sendo que as atividades não foram completamente concluídas por nenhuma das participantes. Foi observado ainda, que duas participantes não efetuaram nenhuma participação no mural ou atividade assíncrona, e dessas duas, uma não respondeu sequer o Questionário Inicial, no entanto, teve participação efetiva nas atividades síncronas.

No quadro 13, a separação das colunas obedece à presença em cada encontro síncrono das oficinas — Aula 1, 2 e 3 — e à participação, separadas pelo uso do *Chat*, microfone e/ou câmera no *Google Meet*. Observa-se ao analisar o quadro abaixo (Quadro 4) que a participação das professoras nos encontros síncronos foi bastante tímida, mas houve momentos de uso de microfone e câmera, porém, a maior interação ocorreu pelo *Chat* do *Meet*. Além disso, a presença das participantes foi diminuindo com o passar dos encontros.

Quadro 4 – Participação nas atividades síncronas

Atividades síncronas						
Participante	Presença			Participação		
	Aula 1	Aula 2	Aula 3	Usou *Chat*	Usou microfone	Usou Câmera
P2	X			X		
P4	X	X	X	X	X	X
P5	X			X	X	X
P7	X			X	X	X
P8	X	X		X		
P9	X	X	X	X	X	X
P10	X	X	X	X		
P11	X	X	X	X		

Fonte: Dados da pesquisa.

Consideramos que essas dificuldades podem ter relação com a troca da modalidade de ensino presencial para o remoto, pois este processo de adaptação custou às professoras uma sobrecarga ainda maior de trabalhos. Isso traz à tona o desrespeito à profissão docente por parte das entidades. Freire (1996) realça que as condições do ambiente de trabalho do professor se refletem em sua prática, e que seu trabalho é comprometido quando não existem as condições mínimas. Além disso, o autor destaca que esse descaso com a educação corrompe os professores, deixando-os incrédulos a respeito de possíveis melhorias para o setor. Sendo assim, é significativo o paralelo entre a pouca participação dos professores nas oficinas de formação e a descrença com a melhora no ambiente educacional.

4.2. Primeira semana – apresentação da sala e preparação para as oficinas

Eu, a Professora ministrante, dei início às atividades da semana com publicações sobre a utilização do *Classroom* tanto no mural *Classroom*, quanto no *WhatsApp*. Divulguei vídeos tutoriais curtos, rápidos e objetivos, de produção própria, pois, em decorrência da sobrecarga das professoras pelas exigências de mudança de modalidade do ensino presencial para o remoto, as participantes não conseguiram se organizar para acompanhar os *e-mails* que o *Classroom* enviava e seguir o que era solicitado. Além disso, um grupo ainda não dispunha de domínio do uso da plataforma e designava os *e-mails* enviados como *Spams*.

Enquanto as demais participantes entravam na sala do *Classroom*, solicitei, por meio de uma publicação no mural, que as participantes que já haviam se integrado à sala postassem um problema com o qual lidassem cotidianamente em sala de aula, e que comentassem a publicação umas das outras. No entanto, apenas a professora P4 comentou a postagem da ministrante, e não houve publicação dessa atividade por parte das demais professoras.

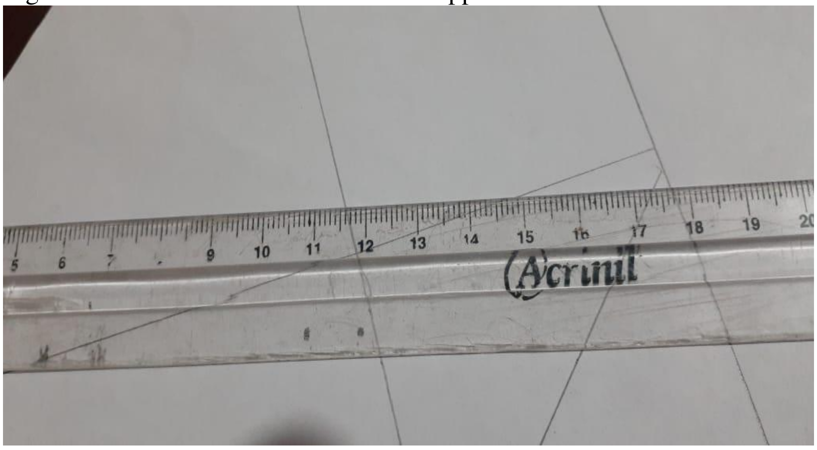
A atividade subsequente propunha que as participantes confeccionassem Tangrans com folha papel sulfite A4, ou com outro material, mas com as mesmas medidas da folha A4. A proposta exigia que o lado do quadrado tivesse a medida do lado menor da folha. Como exemplo foi disponibilizado um *link*[3] da aula "A Geometria do Tangram" do *site* Portal do Professor. No mesmo dia de publicação desse material, a aluna P4 publicou no grupo do *WhatsApp* duas fotos (Figuras 7 e 8), com a seguinte legenda:

<u>*P4:*</u> *Depois de dezenas de tentativas, consegui desenhar o Tangram. Eu sempre usei os prontos*

---

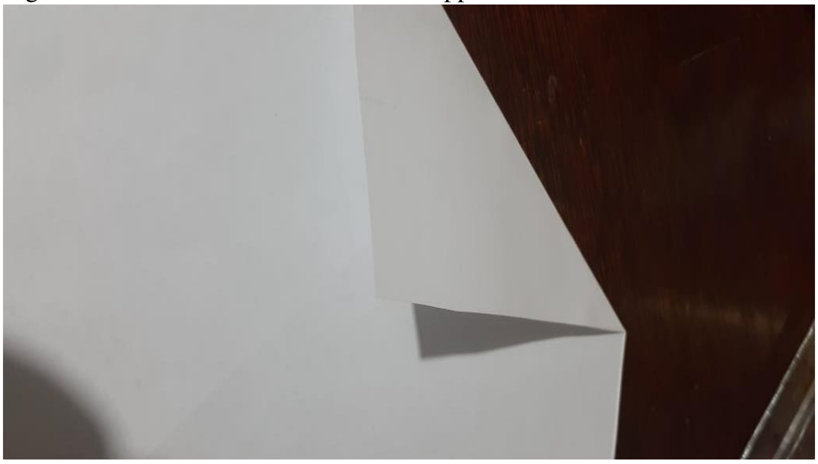
[3] Disponível em: <http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=25696>

Figura 7 – 1ª foto da aluna P4 no WhatsApp.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 8 - 2ª foto da aluna P4 no WhatsApp.



Fonte: Dados da pesquisa.

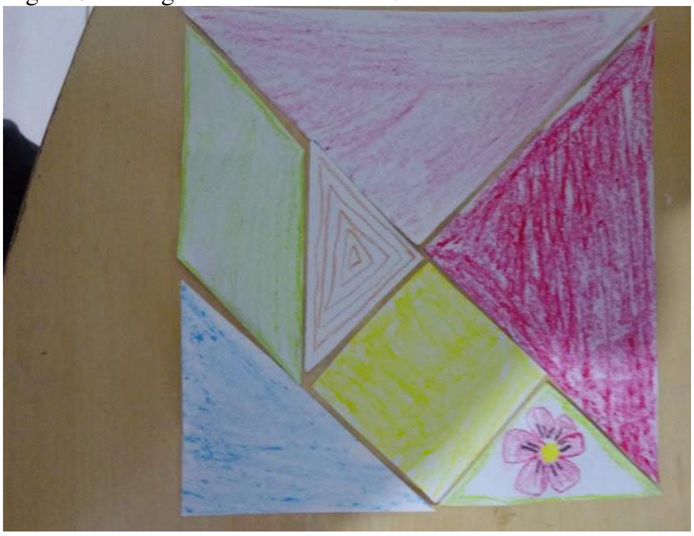
Pelas palavras expressas, a participante P4 demonstra que encontrou certa dificuldade para construir o Tangram, e que não usava a prática dessa construção de figuras geométricas nas suas aulas. Isso remete à teoria de que os professores que não conhecem determinado assunto repassam a dificuldade para seus alunos. Com a instrução passo a passo no material disponibilizado, essa dificuldade foi sanada e assim a construção do Tangram pôde ser utilizada nas oficinas.

Após a publicação do vídeo “Tutorial Tangram”[4] de produção própria minha, as P2, P8, P5 e P4 postaram, nessa ordem, seus Tangrans prontos. A primeira postagem foi da P2. Postou o Tangram confeccionado por ela (Figura 9) seguido da seguinte legenda:

[4] Disponível em: <https://youtu.be/bqfIwNc88rc>

P2: Enfim consegui fazer o meu Tangram. Ufa!

Figura 9 – Tangram da aluna P2 no Classroom.

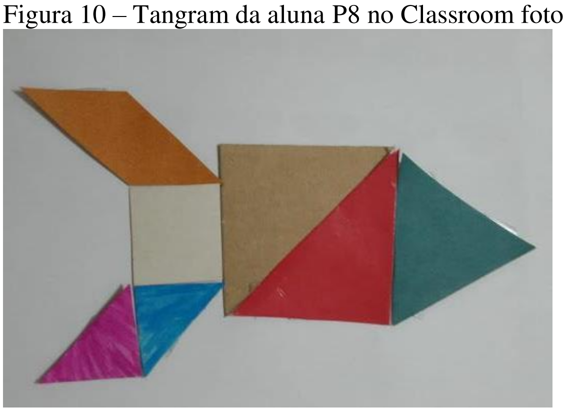


Fonte: Dados da pesquisa.

A P8 postou duas fotos (Figuras 10 e 11) de seu Tangram, já formando duas figuras distintas com suas peças, com a seguinte legenda:

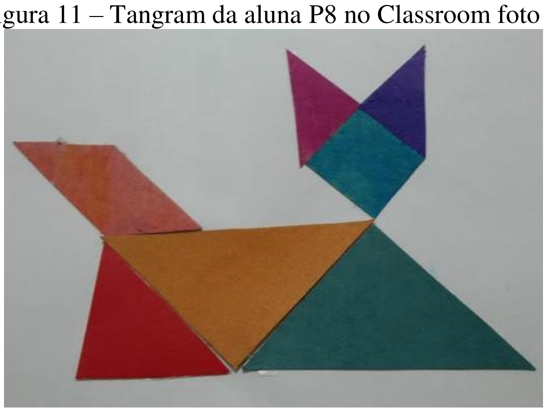
P8: Aqui está meu Tangram.

Figura 10 – Tangram da aluna P8 no Classroom foto I



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 11 – Tangram da aluna P8 no Classroom foto II



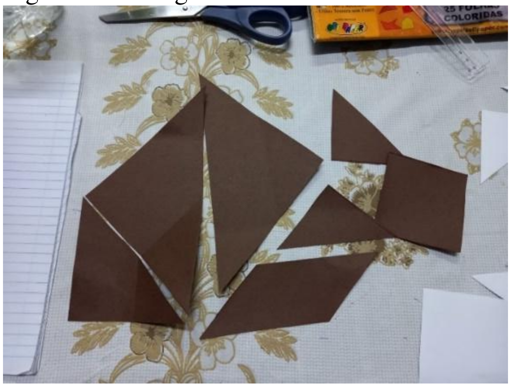
Fonte: Dados da pesquisa.

Em postagens distintas a P5 enviou duas fotos de seu Tangram, sem fazer comentários a respeito do processo de construção do trabalho. As legendas correspondem, respectivamente, às figuras 12 e 13.

P5: Tangram pronto.

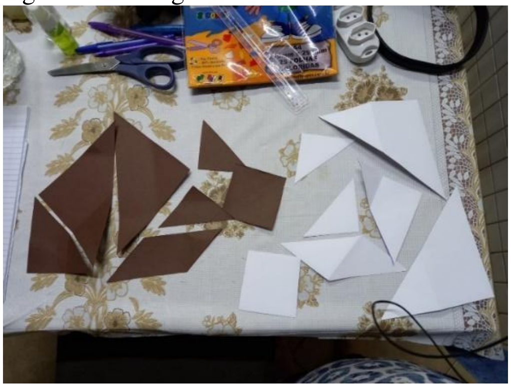
<u>P5</u>:Concluídos.

Figura 12 – Tangram da P5 no Classroom foto I.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 13 – Tangram da P5 no Classroom foto II.

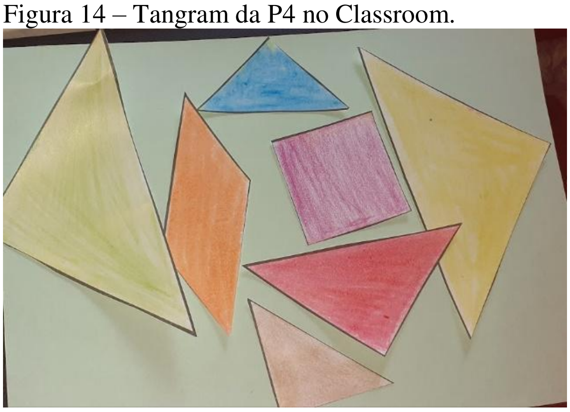


Fonte: Dados da pesquisa.

A última postagem do mural no *Classroom* foi da P4, que publicou a foto do seu Tangram (Figura 14) com uma legenda que sugere a dificuldade para realizar a tarefa. A postagem teve a seguinte legenda:

<u>P4</u>: Finalmente. Tangram colorido. Fiz a lápis e depois passei pincel preto nas linhas. Depois de vários este até que ficou bom.

Figura 14 – Tangram da P4 no Classroom.



Fonte: Dados da pesquisa.

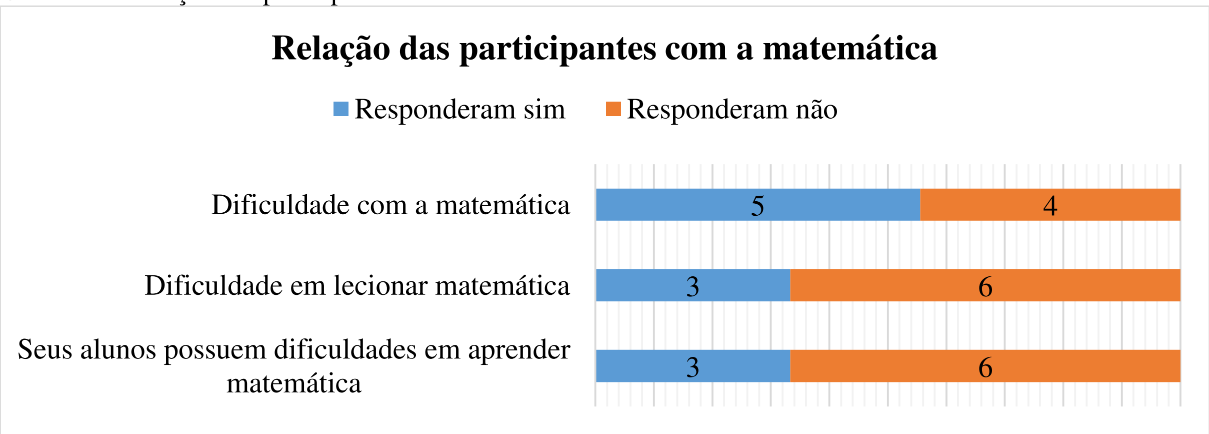
Diante disso, é possível observar que as participantes tiveram dificuldades para construção dos tangrans, e que essa dificuldade decorre da defasagem na aprendizagem escolar. E, mesmo com uma abordagem didática que busca a participação efetiva dos aprendizes, ela permanece. Segundo Boaler (2018), os alunos passam por um período de adaptação com esse tipo de didáticas para que, aos poucos, comecem a se inteirar da proposta e desenvolver suas aprendizagens com entusiasmo e de maneira satisfatória. A participação no processo de aprendizagem se deu por meio da experimentação, de modo que puderam tentar várias vezes até conseguir. Dessa forma, o entendimento deixa de ser tão penoso, pois o aprendiz visualiza o processo e tem a oportunidade de sanar suas curiosidades.

4.3. Questionário Inicial

O questionário inicial (APÊNDICE D) foi respondido por nove das participantes (P) da sala do *Classroom*, sendo identificados por P1, P2, P3, P4, P5, P7, P8, P10 e P11.

Nas três primeiras questões, o questionário abordou o relacionamento com a matemática segundo a aprendizagem pessoal, a atuação profissional e os resultados com os alunos no ensino de matemática. As perguntas foram de "sim" ou "não", com a solicitação de exemplos para as respostas positivas. As respostas às questões fechadas estão apresentadas no Gráfico 1 e no Quadro 5.

Gráfico 1 – Relação das participantes com a matemática



Fonte: Dados da pesquisa.

Neste gráfico é possível observar que o número de professoras que possuem dificuldades com a matemática é maior do que o número de professoras que possuem dificuldade em lecionar os conhecimentos dessa área. Isso indica, portanto, que duas dessas professoras que possuem dificuldade com o conhecimento matemático não apresentam dificuldade em lecionar a disciplina.

Isso poderia contrariar a teoria de que o professor precisa ter domínio do conteúdo para lecionar. No entanto, quando voltamos ao currículo das participantes que responderam desta forma notamos que são professoras da educação infantil. Nesta fase escolar, o currículo engloba variados conceitos, imprescindíveis para o desenvolvimento do pensamento matemático, que são abordados de forma lúdica e sem cálculos. É a matemática concreta, apresentada com o brincar e, assim, pode desencadear melhores resultados por parte dos professores, e consequentemente, por parte dos seus alunos.

Outra observação a ser feita é que das cinco participantes que relataram ter dificuldades com a disciplina, apenas uma identificou dificuldade de aprendizagem pelos seus alunos, como apresentado no Quadro 14. Por outro lado, duas das participantes que relataram não ter dificuldade com a matemática e nem de lecioná-la apontaram que seus alunos possuem dificuldade em aprender os conteúdos matemáticos.

Nessas circunstâncias, a didática do ensino de matemática precisa ser trabalhada de modo a desmistificar os medos já atribuídos pelos alunos perante esta área do conhecimento, além de buscar reparar a deficiência desse conhecimento com atividades práticas e que considerem a realidade dos alunos. Para Carvalho (1994, p. 72), "as atividades de Geometria devem ter caráter lúdico, favorecendo, assim, a aproximação ou reaproximação ao estudo da Matemática de algum aluno que, por acaso, tenha se afastado dele por uma situação escolar anterior."

As dificuldades particulares com a matemática e as dificuldades em lecionar a disciplina citadas pelas participantes (Quadro 5) apresentam algumas relações, quando comparadas por participantes.

Quadro 5 - Dificuldades das participantes.

Participante	Dificuldade em aprender	Dificuldade em lecionar	Dificuldade pelos alunos
P1	Sim	-	Sim
P2	Sim	Sim	-
P3	Sim	-	-
P4	-	-	-
P5	Sim	Sim	-
P7	Sim	Sim	-
P8	-	-	-
P10	-	-	Sim
P11	-	-	Sim

Fonte: Dados da pesquisa.

A primeira relação destacada se dá nas respostas da participante P2. Ela citou possuir dificuldade em geometria e, ao mesmo tempo, dificuldade em se apoiar em exemplos práticos enquanto leciona. A relação se apresenta pelo fato de que o conhecimento da geometria é fundamental para o entendimento de certos conteúdos matemáticos, já que a geometria e álgebra, ambos ramos da matemática, estão interligadas. De acordo com Lorenzato (1995, p. 5),

> A Geometria está por toda parte desde antes de Cristo, mas é preciso conseguir enxergá-la ... mesmo não querendo, lidamos em nosso cotidiano com as idéias de paralelismo, perpendicularismo, congruência, semelhança, proporcionalidade, medição (comprimento, área, volume), simetria: seja pelo visual (formas), seja pelo uso no lazer, na profissão, na comunicação oral, cotidianamente estamos envolvidos com a Geometria.

Outra relação que pode ser evidenciada acontece com P5 que relatou ter dificuldade com equação, e insegurança em dar aulas por não gostar da matemática. São condições que se retroalimentam: ter dificuldade com alguma área de estudo pode acarretar desgosto, e ao mesmo tempo, não gostar de uma área dificulta a aprendizagem. E quando não há domínio dos conteúdos da área a ser lecionada haverá insegurança na atuação. Para Lorenzato (1995, p. 4), “ninguém pode ensinar bem aquilo que não conhece” e, segundo Boaler (2018), muitos professores que tiveram experiências ruins com matemática “apresentam dificuldade para ensinar a matéria, pois consideram que ela tem que ser ensinada como um conjunto árido de procedimentos” (p. 29).

A última relação a ser atribuída ocorre com P7, que aponta dificuldades com frações e com material dourado e, na atuação, possui dificuldades em encontrar material didático apropriado. Isso reforça que a falta de domínio do conhecimento matemático está inteiramente relacionada com a atuação profissional do professor dessa área, pois é preciso conhecer os conteúdos para que seja possível planejar as aulas e os materiais didáticos de acordo com cada tema.

Além disso, a oferta de material didático é escassa, já que os livros possuem uma abordagem um tanto vazia e sem ligação com a prática. De acordo com Boaler (2018), existem os “pseudocontextos”, que são contextos abordados nos livros didáticos que não fazem parte da realidade e confundem ainda mais os alunos em relação à utilidade da matemática, já que é aplicada em um mundo irreal. Sendo assim, as atividades precisam fazer parte do cotidiano, de maneira que os alunos consigam perceber que existe finalidade no estudo dessa área.

Outro ponto destacado foi que as participantes que possuem dificuldade com a matemática, mas não possuem dificuldade em lecionar a disciplina, relataram ter dificuldade com equações (Quadro 6). No entanto, P3 relatou, ainda, ter traumas com a área. Isto pode ser considerado como contraditório, pois lecionar exige conhecimento e boas relações com o que se ensina para a efetivação da aprendizagem. No entanto, a participante não relatou problemas com a aprendizagem matemática dos seus alunos. Isso revela, como abordado anteriormente, que as fragilidades dessas professoras se referem a conteúdos não utilizados na atuação profissional.

Quadro 6 – Dificuldade pessoal e profissional das participantes com a matemática

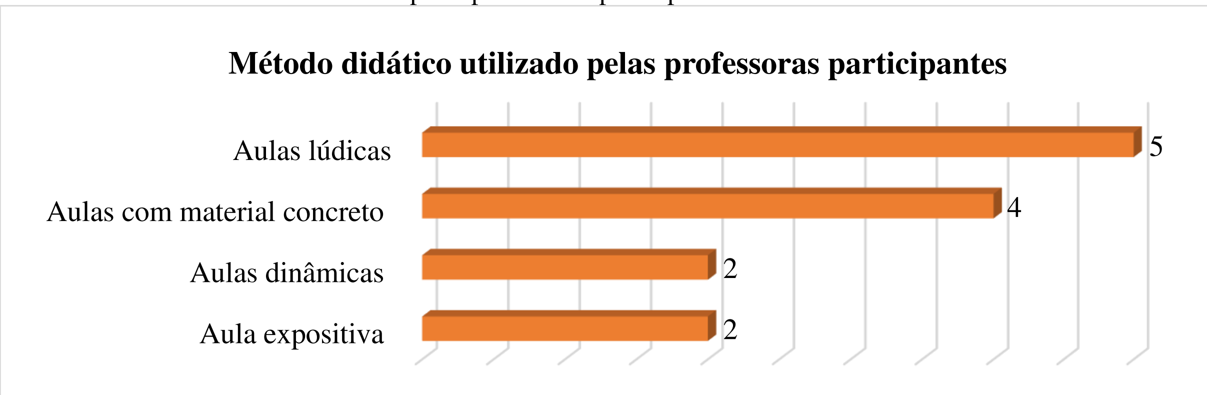
Participante	Dificuldade com a matemática	Dificuldade em lecionar matemática
P1	Equação	-
P2	Geometria	Explicação de conceitos Exemplos práticos
P3	Traumas Equação	-
P5	Equação	Insegurança em consequência do desgosto
P7	Fração Material dourado	Encontrar Material didático

Fonte: Dados da pesquisa.

As dificuldades dos alunos em aprenderem matemática foram apontadas pelas participantes P1, P10 e P11. A participante P1 relatou que seus alunos possuem dificuldades com as quatro operações — adição, subtração, multiplicação e divisão — que são conhecimentos que compõem a base da matemática. Já as participantes P10 e P11 citaram o medo com a dificuldade de seus alunos, e a P11 relatou, ainda, que seus alunos possuem dificuldade com o raciocínio “abstrato” da matemática. A dificuldade com a matemática é comum quando não há relação com a realidade. Esse distanciamento faz com que esses conteúdos sejam mesmo abstratos. A utilização de práticas matemáticas é imprescindível para que as dificuldades sejam superadas.

Quando indagadas sobre de quais metodologias cada professora fazia uso até então para o ensino da matemática, foram obtidas respostas de oito professoras participantes. Citaram didáticas como lúdico, jogos, música e história, material concreto, aulas dinâmicas, expositivas e dialógicas, e trabalhos em grupos. No entanto, compreende-se que jogos, músicas e histórias são atividades lúdicas e trabalhos em grupo pertencem ao grupo aulas dinâmicas e dialógicas. Sendo assim, as respostas foram divididas nas categorias “aulas lúdicas” e “aulas dinâmicas”, formadas por respostas distintas entre si. Já as respostas “aulas com material concreto” e “aulas expositivas” são categorias que apareceram exatamente dessa forma nos questionários. O Gráfico 2 mostra a frequência de aparecimento de cada uma dessas categorias.

Gráfico 2 – Método didático utilizado pelas professoras participantes.

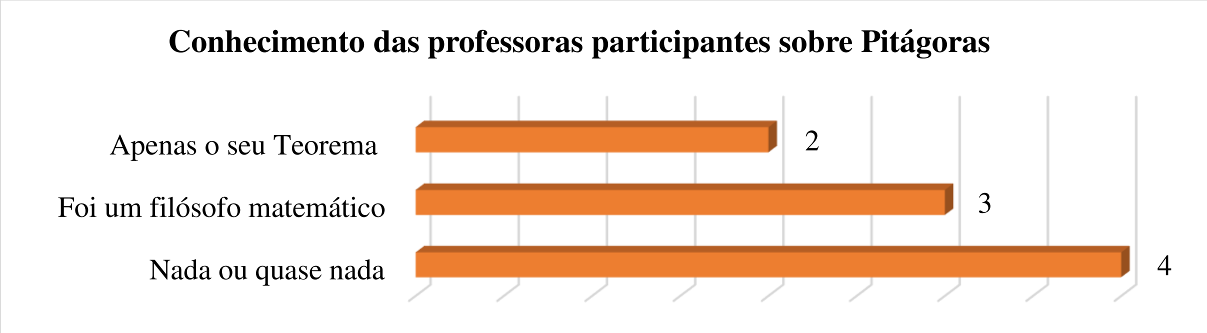


Fonte: Dados da pesquisa.

Apesar das dificuldades citadas, segundo o Gráfico 2, as aulas dadas pelas participantes utilizam a ludicidade e o material concreto. No entanto, o contexto em que essas aulas são conduzidas faz toda diferença para a aprendizagem; é preciso que haja relação com a realidade e com os interesses dos alunos. Além disso, conforme Moreira (2016), cada aluno carrega uma experiência emocional distinta com a matemática, que deve ser levada em consideração para que as experiências negativas sejam revertidas.

Em relação ao conhecimento prévio das professoras participantes sobre Pitágoras, as respostas se relacionavam com o conhecimento do Teorema, e sobre ter sido um filósofo matemático e grego que contribuiu com os conhecimentos matemáticos usados atualmente. Além dessas, as respostas foram “nada” e “quase nada”. A maioria das professoras participantes, como mostra o Gráfico 3, não sabia da importância que o conhecimento de Pitágoras teve para as áreas de matemática e filosofia. Além disso, de acordo com as respostas, nenhuma delas sabia sobre a relação de Pitágoras com escalas musicais utilizadas atualmente.

Gráfico 3 - Conhecimento das professoras participantes sobre Pitágoras[5]



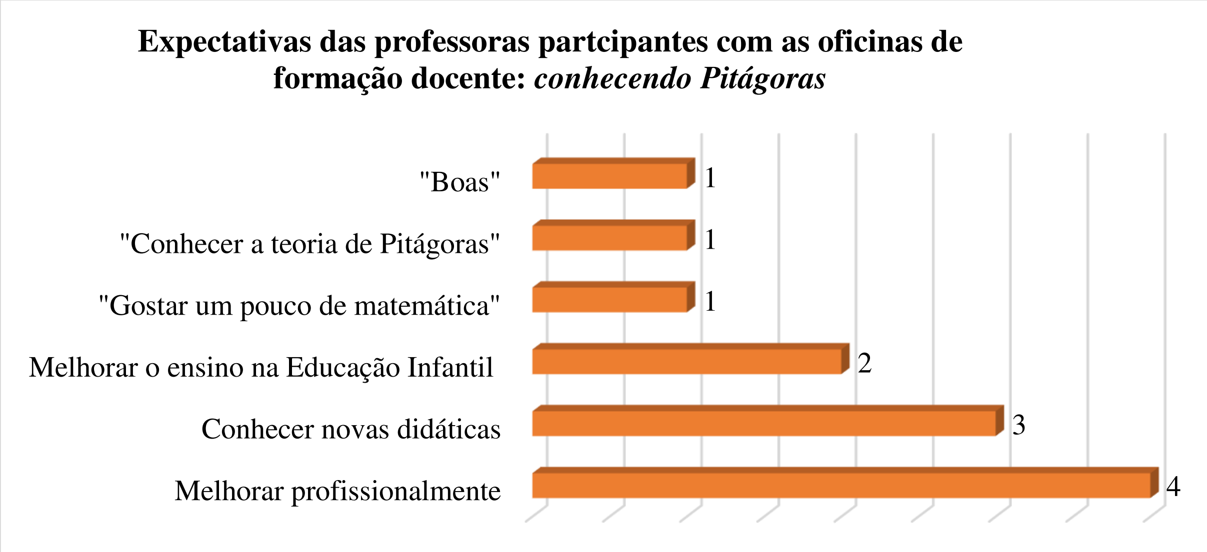
Fonte: Dados da pesquisa.

Por fim, foi questionado às professoras participantes sobre suas expectativas com as oficinas de formação docente: *Conhecendo Pitágoras* (Gráfico 4). As expectativas relatadas nas nove respostas obtidas foram: "boas”, "conhecer a teoria de Pitágoras", "gostar um pouco de matemática" conhecer novas didáticas, melhorar o ensino na Educação Infantil e melhorar profissionalmente.

É possível observar que as três primeiras respostas, com as palavras das professoras, são respostas singulares, que remetem às expectativas exclusivas de cada respondente. E dessas, a resposta "gostar um pouco de matemática" chama muito a atenção por apresentar a tentativa de vencer o desgosto pela matemática. Já as três últimas, que são categorias formadas por respostas com palavras distintas, mas que expressavam mesmo sentido, se relacionam diretamente com a atuação profissional em sala de aula.

[5] Duas das respostas tiveram mais de uma expectativa, por isso o somatório das frequências no Gráfico 4 ultrapassam o número de respostas.

Gráfico 4 - Expectativas das professoras participantes com as oficinas de formação docente: *Conhecendo Pitágoras.*



Fonte: Dados da pesquisa.

Sendo assim, foi observado com esse questionário que as professoras possuíam, em sua maioria, algum problema com a matemática, seja pessoal ou profissional, e por tais motivos, se propuseram a participar dessas oficinas. Sendo assim, os objetivos delas com essa participação condiziam com os objetivos das oficinas de problematizar os possíveis desafios de cada uma com a educação matemática.

4.4. Segunda semana – as oficinas

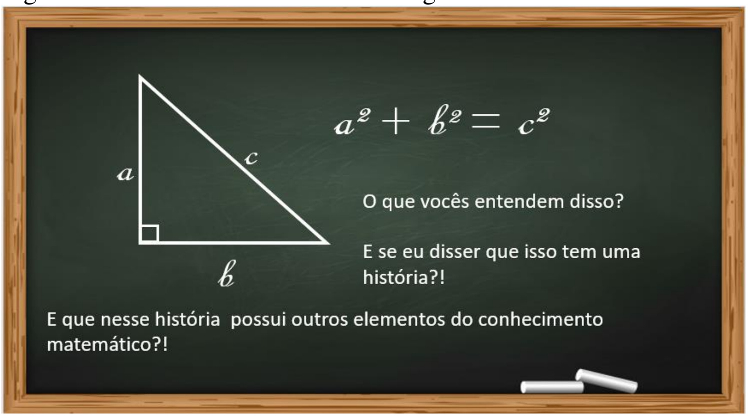
Na segunda semana de atividades aconteceram os encontros das oficinas *Conhecendo Pitágoras* e algumas atividades assíncronas. A apresentação dos dados coletados nesta semana está organizada em *Primeiro dia de oficina*, *Segundo dia de oficina* e *Terceiro dia de oficina*.

Primeiro dia de oficina

No primeiro dia de encontro síncrono foi apresentado o tema que seria abordado durante as oficinas e sua relevância. Para isso, eu, a Professora ministrante, falei de como a geometria desenvolvida por Pitágoras é vasta e é adequada ao currículo correspondente à atuação dos pedagogos nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, com base nas Competências Gerais da BNCC (2018), especificamente as Competências 1, 4 e 6[6].

Após essa apresentação, as participantes presentes, P2, P4, P5, P7, P8, P9, P10 e P11, ao serem indagadas sobre o que entendiam do *slide* apresentado na figura abaixo (Figura 15), deram as seguintes respostas:

Figura 15 – Slide sobre teorema de Pitágoras.



Fonte: Dados da pesquisa.

Participante P10: "*A hipotenusa ao quadrado e a soma dos quadrados dos catetos. Traduzindo. O lado contrário ao ângulo reto ao quadrado é igual à soma dos outros lados ao quadrado.*"

O participante P10 (licenciado em matemática), que iniciou sua participação nesse dia, demonstra conhecimento sobre o assunto, e revela que o seu processo de assimilação do

---

[6] 1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.
4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.
6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade. (BRASIL, 2018)

conteúdo matemático aconteceu com algumas dificuldades, como detalhado no subcapítulo das entrevistas.

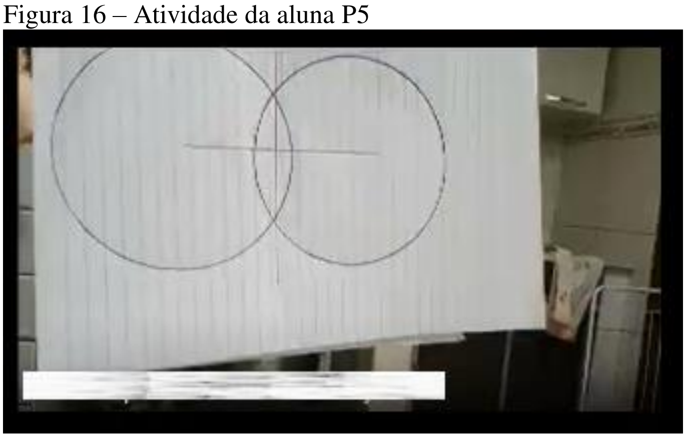
Em seguida, foram questionados sobre como seria adequado abordar esse assunto com as crianças. Duas participantes, P10 e P2, responderam, respectivamente, que não seria fácil, e que é muito abstrato. Ambas tiveram participação na primeira semana.

De acordo com D'Ambrósio (2012), é necessário justificar o estudo de cada conteúdo de maneira contextualizada com o mundo no qual o aluno está inserido. E, segundo Boaler (2018, p. 29), "[...] quando observamos a matemática no mundo e a matemática usada pelos matemáticos, vemos uma disciplina criativa, visual, conectada e viva [...]". Sendo assim, é compreensível que a "abstração" do conteúdo o torna difícil.

Após essa atividade, as participantes foram convidadas a desenhar um ângulo reto a partir de dois círculos construídos, secantes, com os centros de ambos alinhados em uma mesma reta. As participantes foram desenhando à medida que a Professora também desenhava e explicava. Após a Professora ministrante ter terminado a tarefa, foi atender às dúvidas da participante P5 que descreveu o desenho como "duas bolinhas e uma cruz ao meio".

A descrição do desenho foi percebida como uma não compreensão da atividade quando a aluna relatou que havia desenhado os círculos com um pires de louça. Apesar da Professora ministrante não ter percebido no momento da fala da participante, há uma ineficácia na utilização do pires para essa atividade, pois não é possível centralizar o círculo na reta. Isso se verifica na atividade pronta da participante (Figura 16).

Figura 16 – Atividade da aluna P5



Fonte: Dados da pesquisa.

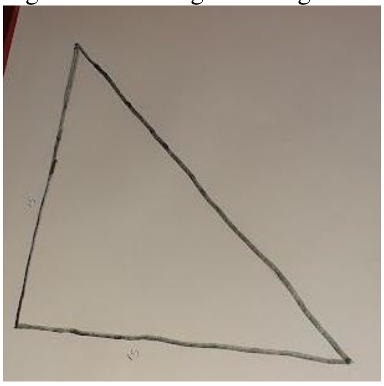
Nessa figura, percebemos que, apesar das duas retas parecem perpendiculares, não há como afirmar que de fato são, pois os círculos não foram construídos a partir de seus centros, por não ser possível identificá-los. Por isso, não se pode afirmar que a reta horizontal (figura 24) passa pelos pontos centrais dos círculos. É necessário, portanto, abordar que a geometria não trata apenas de desenhos, mas o estudo de suas propriedades, de suas formas e do espaço em que estão inseridos.

Ao final da atividade de desenhar o ângulo reto, pedi às participantes que fizessem, para aula seguinte, um triângulo retângulo de catetos de 15 cm de medida, e algumas dúvidas surgiram. A primeira foi da participante P9 que perguntou o que é que deveria medir 15 cm: a linha em que se desenhava o círculo, ou a distância entre os centros dos dois círculos. Para exemplificar, a professora ministrante desenhou o triângulo a partir do ângulo reto, desenhado a pincel em papel sulfite, o que fez com que a dúvida persistisse. Explicou, então, que deveriam desenhar os círculos a lápis e depois apagá-los e deixar só o ângulo reto, para então desenhar o triângulo. A aluna P9 teve, então, sua dúvida sanada e concluiu que os círculos eram apenas uma base para desenhar o ângulo reto e depois não se precisaria mais deles.

Nesse momento, ficou claro que a participante havia entendido a proposta da atividade. Segundo Freire (1996), o aluno como sujeito paciente, ou seja, que apenas recebe o conhecimento, passa por um processo mecanizado de memorização, enquanto o “sujeito crítico, epistemologicamente curioso, que constrói o conhecimento do objeto ou participa de sua construção” (p. 36), efetiva a aprendizagem verdadeira.

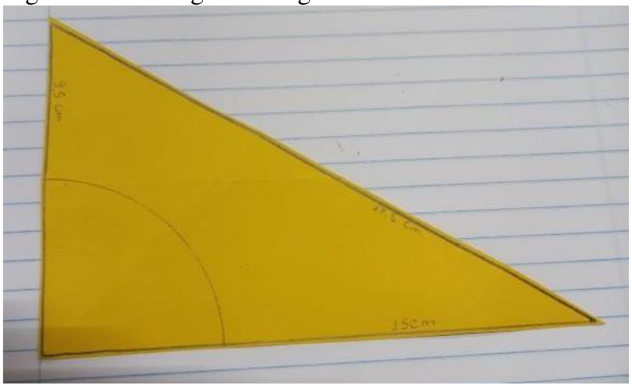
Da atividade mencionada, foram entregues via *Classroom* os seguintes triângulos retângulos (Figuras 17, 18, 19 e 20):

Figura 17 – Triângulo retângulo da P4



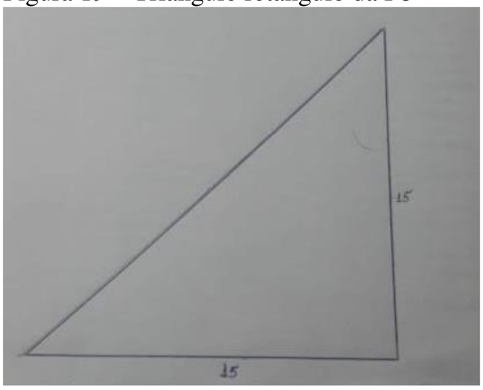
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 18 – Triângulo retângulo da P6



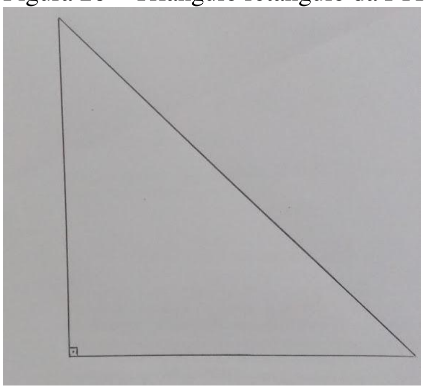
Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 19 – Triângulo retângulo da P8



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 20 – Triângulo retângulo da P11



Fonte: Dados da pesquisa.

Nos triângulos construídos acima observamos que não é possível verificar o método utilizado para construir o ângulo reto.

Além disso, nem todas as participantes desenharam um triângulo com os dois catetos medindo 15 centímetros, pois havia, ainda, uma certa dificuldade para compreender os conceitos e aplicá-los. Consideramos que já sabiam o que eram os catetos, e por isso, esse conceito foi explicado rapidamente, mas, pelos desenhos, verificamos que este conceito não era claro para todas.

Além dessa atividade do triângulo, foi solicitado às participantes que fizessem uma proposta de atividade lúdica em geometria para alunos dos anos iniciais do ensino fundamental. A atividade entregue foi a da participante P11 (Quadro 7).

Quadro 7 – Proposta de atividade lúdica em geometria da participante P11

Plano de aula
Turma: 1° período.
Componentes curriculares: Artes, Matemática, Língua Portuguesa.
Duração: Duas aulas de 50 minutos cada.
Materiais necessários: papéis coloridos, tesoura, livro, almofadas, fantoches, vasilha com água.
Objetivos:
●Desenvolver a atenção, criatividade e a imaginação por meio da história;
●Representar os personagens que conheceu na história;
●Desenvolver a comunicação oral e gestual;
●Reconhecer figuras geométricas.
Desenvolvimento:
1° momento:
Será contado a história " O barquinho e o marinheiro" com auxílio de fantoches e do livro. Logo após, será feito uma discussão com os alunos sobre a história, questionando quem já andou de barco, como é a profissão de marinheiro, o que chamou mais atenção na história e outros temas que surgiram durante essa roda de conversa, juntamente com o reconto da história.
2° momento:
Entrega dos materiais necessários para a dobradura do barquinho. Nesse momento será feito uma discussão inicial sobre o que eles acham que vai ser feito com a folha. Logo após, iniciar a dobradura e durante esse processo, sempre estar dialogando com quais formas geométricas formou aquela dobra; ela é semelhante com qual objeto; o que daria pra montar com essa forma, contagem de quantas vezes apareceu a mesma forma geométrica; quantos lados possui; instigando novas descobertas e a comparação com outros objetos.
3° momento:
Com o barco montado, seria proposto que as crianças brincassem com ele na água para observarem o que acontece, se ele afunda ou não; se movimenta; etc.
Avaliação: Será feita mediante a observação e registro de toda a atividade.

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa proposta de atividade observa-se como o conteúdo de geometria pode relacionar histórias com as atividades comuns da sala de aula. A professora abordou o conteúdo da dobradura com competência, atribuindo sentido e mostrando aos alunos como as formas geométricas estão presentes no dia a dia. Essa condução interdisciplinar promove a construção do conhecimento a partir das descobertas dos próprios alunos. Segundo Miguel e Miorim (2004), a interdisciplinaridade contribui para o processo de formação crítica por ser possível a visualização das relações entre as diferentes áreas do conhecimento e a aplicação dos conhecimentos na realidade.

Além disso, a educação matemática deve respeitar as individualidades de cada estudante, os seus interesses, dificuldades, facilidades e seu contexto de vivência para que a aprendizagem seja efetivada. Segundo Moreira (2016, p. 25),

> [...] a Educação Matemática, a partir da perspectiva cultural, deve oportunizar experiências matemáticas distintas aos diferentes alunos e comunidades e as várias experiências devem, então, alimentar o processo educativo, na sua natureza viva e dinâmica e interpessoal.

Segundo dia de oficina

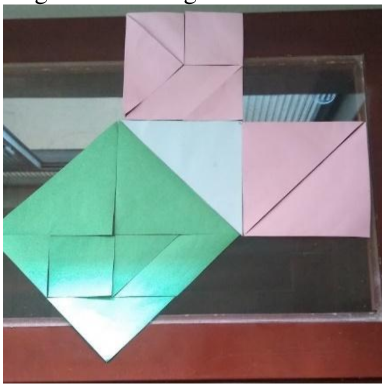
No segundo dia, em que estiveram presentes as participantes P4, P8, P9, P10 e P11, houve uma recapitulação da aula anterior, na qual expliquei que a utilização do pirex para construir um ângulo reto a partir de dois círculos não é eficaz, por haver a necessidade de conhecermos os centros do círculo, o que não é possível com o uso desse objeto. Como alternativa à ausência de um compasso escolar, foi sugerida e exemplificada por mim a utilização de um barbante amarrado a um lápis, em que a ponta do barbante fica firme no centro, enquanto o lápis amarrado o circunda.

Na atividade posterior foram realizadas atividades com a tabuada/tabela da multiplicação. Nesse momento a participante P9 compartilhou a sua resolução da atividade de encontrar os lados de um triângulo retângulo. Ela escolheu os quadrados perfeitos 1 e 16. A partir deles, obteve o 4, que é o produto das raízes de 1 e 16. A partir desses três números, aplicou as operações sugeridas na aula (16 + 1, 16 - 1 e 4 + 4), o que resultou no triângulo 17, 15 e 8. Após desenhar o triângulo retângulo de catetos 8 e 15, e conferir que a hipotenusa media 17, a aluna ficou encantada e disse ter achado mágico.

Nessa atividade ficou explícita a empolgação da aluna em descobrir com seus próprios cálculos e testes que uma certa teoria é verídica e funciona com os números que ela escolheu. Seu encantamento expressa o prazer do aprender, de descobrir e participar da construção do conhecimento. Segundo Boaler (2018, p. 30), a matemática quando apresentada “de forma ampla, visual, criativa, [...] ensinamos a matemática como uma matéria de aprendizagem”, e com essa didática, os alunos podem experimentar "o prazer da matemática, a alegria de estabelecer conexões, a euforia do verdadeiro pensamento matemático".

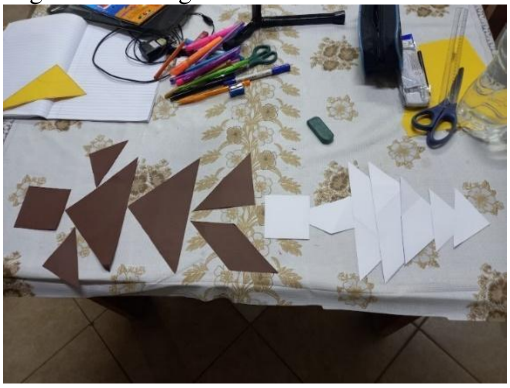
Como atividade para o momento assíncrono, foi solicitado às participantes que montassem um quadrado em cada lado do triângulo retângulo, construído na aula anterior, utilizando as peças dos dois tangrans, como demonstrado na Figura 1 do capítulo de metodologia. As atividades postadas das participantes P5 e P11 estão apresentadas nas Figuras 21 e 22.

Figura 21 – Tangram da aluna P11.



Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 22 – Tangram da aluna P5.



Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa atividade, apenas duas participantes enviaram a tarefa, e dentre elas, apenas uma conseguiu demonstrar o que foi proposto para a atividade. É preciso destacar que a aluna que não demonstrou o que foi proposto não participou da segunda aula, quando a proposta da atividade foi apresentada. Tinha o objetivo de demonstrar que para preencher o quadrado sobre a hipotenusa era necessário um Tangram inteiro, enquanto nos catetos foi utilizado meio Tangram em cada um. A proposta era, portanto, demonstrar o teorema de Pitágoras.

Terceiro dia de oficina

Na terceira aula síncrona, as participantes P4, P9, P10 e P11 foram questionadas sobre como foi a experiência de montar o quebra-cabeça com o Tangram. Na conversa, a participante P11 relatou que foi demorado, mas legal e desafiador, e acrescentou que acha que a atividade precisa ser realizada com alunos maiores e com o auxílio do professor, para instigar a curiosidade e evitar a desistência. A aluna P9 sugeriu o trabalho em grupo cooperativo para essa atividade.

Houve em seguida uma atividade de demonstração no monocórdio dos diferentes tons que podem ser reproduzidos com as divisões da sua corda. As participantes P9 e P4 acharam a atividade interessante para fazer com os alunos e se interessaram em assistir os vídeos sugeridos nas aulas, para entender mais e, então, trabalhar com seus alunos.

Essa atividade foi em sequência à exibição da parte do filme *Donald no país da Matemágica* que apresenta Pitágoras e a música, como meio de utilizar a história da matemática como um recurso didático. Isso fez com que a participante P4 se posicionasse em relação a essa didática. Ela relatou que não teve boa experiência com a matemática a partir do 7º ano, e isso refletiu em sua atuação como professora do 5º ano. Segundo ela, seus alunos não gostavam de matemática, mas quando ela contava a história da matemática, eles se envolviam mais e apresentavam melhores resultados de aprendizagem.

A participante P4 manifestou, portanto, uma boa impressão da atividade com os tangrans e achou ser possível fazer com sua turma. Em sua fala, demonstrou interesse por atividades inovadoras para serem realizadas com seus alunos. É perceptível também, em sua fala, que essas didáticas, como a história da matemática como recurso didático, vêm auxiliando-a na interrupção do ciclo vicioso, pois seus alunos começaram a gostar da matemática, mesmo ela ainda, como professora, não tendo superado suas dificuldades com essa área do conhecimento.

Em suma, as atividades tiveram o objetivo de problematizar as consequências do ensino tecnicista da matemática (educação bancária), que ainda compõe uma parte considerável da educação básica. Nessas condições, considera-se importante desenvolver a aprendizagem ativa juntamente com a afetividade na educação matemática. Segundo Moreira (2016, p. 51), "considerar o papel da afetividade é de extrema relevância dado que é um problema comum nas escolas a disposição negativa de grande parte dos alunos perante esta disciplina como também diversos casos de bloqueio emocional dos estudantes para a aprendizagem matemática."

4.5. Questionário final

O questionário final (APÊNDICE E) foi respondido pelas professoras logo após o término das oficinas de formação docente. O objetivo desse questionário foi construir um panorama das influências das oficinas na perspectiva de cada participante. Os respondentes foram P3, P6, P8, P10 e P11.

Desses cinco questionários respondidos, um foi de uma participante que, aparentemente, não teve qualquer outra participação além dessa, a P6. No entanto, as suas respostas não foram ignoradas por não ser possível verificar se a participante realmente não acessou os encontros de forma assíncrona. Como as oficinas foram gravadas e disponibilizadas na plataforma *Classroom*, as participantes poderiam acessar os encontros, e esse acesso não foi monitorado, pois a plataforma não oferecia essa possibilidade.

O questionário foi iniciado com a seguinte questão “Houve alguma mudança em relação à percepção matemática? Se sim, qual?”. O participante P10 foi o único que relatou não ter mudado nada na sua percepção matemática. Esse participante é formado em licenciatura em matemática, portanto, teve e ainda tem muito mais contato com essa área do conhecimento do que as demais participantes.

As outras respostas apresentam as mudanças na percepção matemática das professoras participantes, tal como mostram as respostas de cada uma:

> *P3: “Sim. Sempre tive medo de desenhar o Tangram e até mesmo um triângulo, percebi que não é tão difícil e que as formas geométricas nos ajudam em várias contas e desafios matemáticos.”*
> *P6: “Sim, as atividades proporcionaram melhor compreensão do conteúdo e caminhos para uma aula proveitosa e divertida ao mesmo tempo.”*
> *P8: “Sim, gostei muito da maneira que a Oficina foi administrada pereceu que matemática não é tão difícil e o melhor, deixou de ser tão chato.”*
> *P11: “Sim, que a matemática pode ser divertida, desafiadora e interessante.”*

É possível observar nessas respostas que as professoras participantes relatam mudanças com seus sentimentos em relação à matemática. Elas começaram a ver a matemática como uma área do conhecimento acessível a todos e não só aos gênios, como imaginavam anteriormente às oficinas. Palavras como “medo”, “difícil” e “chato” demonstram as opiniões negativas sobre a área. Já as palavras/expressões “ajudam”, “melhor compreensão”, “proveitosa e divertida” e “divertida, desafiadora e interessante” demonstram a mudança em relação ao sentimento com a matemática.

O ensino de matemática a partir de contextualizações resulta, de acordo com Boaler (2018), na assimilação do conhecimento com empolgação e alegria. Similarmente, Moreira (2016), citando Lopes (1997) “define a emoção como um estado de prontidão que influi na interação do sujeito com o meio e sublinha a necessidade de considerá-la num projeto educacional, destacando a relevância dos aspetos afetivos nas salas de aula de Matemática (um grupo social específico).”

A questão seguinte indagava sobre as diferenças entre as atividades desenvolvidas nas oficinas e as comumente desenvolvidas na escola. Todas as participantes que responderam esse questionário responderam ter visto alguma diferença. As diferenças citadas referem-se à comparação entre o modo em que aprenderam na infância, as características observadas e as atividades comumente utilizadas na escola. As respostas foram:

P3: “Sim. Pois aprendi apenas os nomes das figuras e a decorar as fórmulas sem entender bem suas funções reais.”
P6: “Sim, elas são mais atrativas com o mesmo intento pedagógico, porém chamam mais atenção.”
P8: “Sim. É aprender brincando construindo seu próprio aprendizado.”
P10: “Sim, na maioria das vezes não e usado material lúdico no conteúdo, e a atividade mostrou que é possível.”
P11: “Sim. Uso de material lúdico e aulas mais dinâmicas.”

Quando questionadas se utilizariam de alguma didática utilizada no curso de formação, todas as respostas foram positivas, e cada respondente citou o que utilizaria:

P3: “Sim. Pois aprendi (na escola) *apenas os nomes das figuras e a decorar as fórmulas sem entender bem suas funções reais.”*
P6: “Sim, elas são mais atrativas com o mesmo intento pedagógico, porém chamam mais atenção.”
P8: “Sim. É aprender brincando construindo seu próprio aprendizado.”

P10 : "Sim, na maioria das vezes não e usado material lúdico no conteúdo, e a atividade mostrou que é possível."
P11: "Sim. Uso de material lúdico e aulas mais dinâmicas."

Todos os participantes responderam que as atividades despertaram interesse pela matemática, salvo P10, que não declarou opinião dessa questão.

P3: "Sim. Fiquei curiosa em entender o nascimento da matemática em diferentes continentes e seu uso no dia a dia."
P6: "Sim, elas desmistificaram a ideia da matemática como uma coisa muito distante e complexa."
P8: "Sim o prazer em aprender de maneira mais divertida."
P11: "Sim, porque não inseriu apenas o teorema de Pitágoras, explicou toda a história até chegar nessa fórmula e como ela pode ser usada, juntamente com o auxílio de material concreto. Assim, facilitou o entendimento e deixou a matemática mais interessante."

Todos os participantes concordaram que seus alunos podem desenvolver uma aprendizagem satisfatória em matemática com a utilização da história da matemática como recurso didático e por meio da aprendizagem ativa. Três das respostas, das participantes P6, P10 e P11, apontaram o despertar da curiosidade nas participantes com essas metodologias e como aliada no processo de aprendizagem. Duas respostas, das participantes P8 e P11, apontam a participação efetiva dos alunos no processo de sua aprendizagem.

P3: "Creio que sim. Uma vez que eu usar as metodologias corretas por cada tema e pela faixa etária de meus alunos."
P6: "Sim, por meio de atividades que ajudem a despertar o interesse, mais participação e construção do próprio material aproxima muito o aluno dos objetivos do professor."
P8: "Sim. Por estar aprendendo através de sua própria construção e não por imposição do educador."
P10: "Sim, tudo que é concreto chama mais atenção."
P11: "Sim, pois com a utilização da história, o aluno entende todo o processo para chegar na fórmula, o que facilita a sua aprendizagem e curiosidade pelo conteúdo,

deixando de ser decoreba. E com a utilização da pedagogia ativa, deixa essa aprendizagem mais significativa ainda, pois o aluno passa a ser o principal sujeito e quem vai descobrir, já o professor é o mediador, o que dá suporte e materiais para essa aprendizagem efetivar."

A participação efetiva do aluno no processo de aprendizagem é imprescindível, pois, como abordado por Freire (1974), o ânimo depende da ação, do processo de pensar e criar, mas se o processo de aprendizagem se distanciar dessas possibilidades, o aprendiz se inibirá em frustações. Além disso, Freire (1996) destaca que a curiosidade possui papel de tornar o aprendiz presente no processo de aprendizagem por aproximá-lo cada vez mais, de forma voluntária, do seu objeto de estudo.

Em relação ao que as oficinas de formação acrescentaram às participantes, foram obtidas as seguintes respostas:

P3: "Desejo de apreender mais e poder ensinar com mais segurança."
P6: "Muitas inspirações e ideias que pretendo conseguir colocar em prática."
P8: "À satisfação em ser protagonista na aprendizagem."
P11: "Novas formas de ensinar o conteúdo e a importância de trazer a história das fórmulas matemáticas."

Sobre os pontos positivos da prática pedagógica desenvolvida nas oficinas, as participantes responderam:

P3: "O conhecimento e a didática de a criança desenhar o Tangram e aulas práticas onde se aprende fazendo e não copiando."
P6: "Ela cativa o aluno traz ele para uma matemática divertida."
P8: "Todos os pontos foram positivos."
P11: "Aulas dinâmicas; Exposição da história do teorema de Pitágoras; Uso de material concreto e lúdico."

E sobre os pontos negativos, dos quatro participantes que responderam, dois responderam "nenhum". As outras respostas foram:

P3: "A quantidade de alunos em sala, pois fica mais complicado de um ensino individualizado."
P6: "Não sei se toda escola tem a disponibilidade para estas aulas mais práticas, visto que sempre se segue um cronograma de aulas apertado e muito engessado."

Mediante as respostas, constata-se que as oficinas desempenharam o papel de deixar a matemática interessante e divertida, construindo um ambiente que possibilitasse a interação prática e de forma dinâmica e estimulante. Em suma, houve contribuição para a formação docente por apresentar uma didática que pode ser utilizada em sala de aula. Além disso, percebe-se a superação do desgosto pelos conteúdos, mesmo que de forma tímida. No entanto, as professoras encontram dificuldades para utilizar essa forma de ensino, em decorrência das condições escolares, como salas cheias e a sequência curricular.

4.6. Entrevistas

Os resultados obtidos com as entrevistas são descritos neste subcapítulo. Elas foram realizadas com uma professora e um professor participantes das Oficinas de formação docente *Conhecendo Pitágoras*, por meio de mensagens no *WhatsApp*. A entrevista ocorreu em formato de conversa, em que a condução das perguntas foi regida pelo desenvolvimento do diálogo que se construiu, mas com base em um roteiro dos assuntos a serem abordados (APÊNDICE F). Os dados de cada entrevista são apresentados separadamente, tal como sugerem os próximos títulos, Entrevista 1 – Participante P10 e Entrevista 2 – Participante P4.

Entrevista 1 – Participante P10

O participante P10 é formado em licenciatura em matemática e atua como professor particular de alunos da educação básica e da graduação. Em seu relato, descreveu sua experiência com a matemática, enquanto aluno da educação básica, como muito boa, pois sempre teve muita facilidade com a disciplina, fazia exercícios com rapidez e ainda ajudava os colegas.

A sua experiência com a matemática no curso de graduação, de acordo com o relato, foi difícil. Em virtude da sua facilidade com essa área do conhecimento na educação básica, ingressou no curso de graduação em licenciatura em matemática com a ideia de que não teria dificuldades. No entanto, se deparou com as demonstrações matemáticas, com as quais não estava acostumado, pois havia aprendido apenas como resolver as expressões.

Por esse motivo, seu desempenho foi baixo no início do curso. Isso desencadeou problemas psicológicos relacionados à ansiedade, fazendo com que ele tivesse um bloqueio com os estudos. Este bloqueio, segundo ele, decorria principalmente da pressão em relação às provas. O participante P10 conseguia fazer as listas de exercícios que antecediam as provas, mas não conseguia resolver as questões no momento da avaliação, mesmo tendo a prova o mesmo nível de dificuldade das listas. Suas falas revelam o bloqueio mencionado:

> *"Conseguia entender o conteúdo, explicava para os meus colegas. Durante a prova acontecia um bloqueio na minha mente que travava tudo."*
> *"Nossa... existe uma pressão bem grande nessas provas das exatas, ao meu ver. Os alunos vão para as provas, mas parecem que vão para o abate..."*

O participante relatou ter procurado ajuda com profissionais da saúde e realizou o tratamento de sua ansiedade, e com isso conseguiu superar o medo em relação às provas, terminou as disciplinas do curso e completou a graduação.

Hoje em dia, atua como professor de matemática e considera ter uma ótima relação com a área. Seus alunos aprendem o conteúdo e o elogiam pela didática. Nas aulas, proporciona liberdade a seus alunos de perguntar e tirar dúvidas, se disponibiliza até mesmo virtualmente para que a aprendizagem ocorra de fato. Quando questionado se gostava de dar aulas de matemática, o professor P10 respondeu: *"Adoro dar aula de matemática."*

O participante confirmou com sua experiência dois pontos interessantes. O primeiro foi que a matemática quando ensinada de forma tecnicista causa traumas até mesmo em quem, por natureza, possui facilidade com a área. Segundo Boaler (2018), o aluno pode desenvolver o "bloqueio da memória operacional" e ansiedade quando submetido a pressão de tempo para resolver questões de matemática. Além disso, aborda que a compressão de regras e métodos distantes de seus conceitos não condiz com a capacidade do cérebro, que demanda uma organização fundamentada.

O segundo ponto foi que a aprendizagem matemática dos alunos do participante P10 é satisfatória pois ele não assume uma posição superior; pelo contrário, possui uma atuação incentivadora para com seus estudantes. Para Moreira (2016) e Boaler (2018), os fatores emocionais como incentivo e encorajamento são primordiais para o desenvolvimento da aprendizagem. O professor P10 se dispõe a ensinar de forma que seus alunos se sintam capazes de dominar os conteúdos dessa área, que ainda é vista como de difícil assimilação.

Entrevista 2 – Participante P4

A professora participante P4 é formada em pedagogia, leciona na educação infantil de uma escola municipal e dá aulas particulares para crianças em fase de alfabetização. Nesta entrevista, relatou sua experiência com a matemática.

Sua experiência com a matemática foi boa até o 6º ano do ensino fundamental mas, devido à troca de professores, a boa relação não se manteve. Ela não se adaptou, pois os professores não possuíam uma didática que favorecesse a aprendizagem dos alunos. Segundo a professora P4 *"Todos [os professores de matemática] sabiam muito, mas não sabiam passar."* Sendo assim, a boa relação com a matemática na educação básica não ultrapassou o 6º ano.

No curso de graduação em pedagogia, relatou ter tido boas experiências com as disciplinas de ensino de matemática, tanto nas aulas teóricas quanto nas práticas, e por isso começou a gostar e a entender essa área. Segundo a participante, a didática abordada nessas aulas da graduação levava o conhecimento dos alunos em consideração. Relatou ter aprendido com a disciplina da graduação "metodologias da matemática" e com alguns cursos de formação continuada as formas geométricas, jogos matemáticos e trabalhos com Tangram.

Ainda no curso de graduação, enquanto estagiária, relatou uma ótima experiência com um trabalho sobre música, que caracterizou como muito boa, pois "*as crianças se desenvolveram e perceberam que a matemática não era um monstro*" (P4). No entanto, descreve sua relação com matemática com dualidade, pois apesar de possuir dificuldades com a matemática, lida bem com as fórmulas exigidas para lecionar nos anos iniciais do ensino fundamental. Destaca que sempre busca aprender mais para melhorar o processo de aprendizagem de seus alunos.

A participante P4 apontou que as oficinas de formação docente *Conhecendo Pitágoras*, contribuíram para que desconstruísse o bloqueio que tinha com as figuras geométricas. Relatou ter aprendido com as oficinas a desenhar usando apenas régua e lápis, aprendeu a identificar o grau dos ângulos e a usar o teorema de Pitágoras sem "*sofrer*" (P4).

Apesar de se tratar aqui de apenas dois casos, não é novidade encontrar pessoas com experiências ruins com a matemática. Os estudantes, de acordo com Boaler (2018), não veem a matemática como uma alegria, mas como um amontoado de regras. E em ambas as entrevistas foi destacado que a didática utilizada nas aulas de matemática pode fazer com que os alunos se distanciem da área e criem bloqueios. Mas diferentemente do primeiro caso, a participante P4 não conseguiu se desfazer de todos os bloqueios. Dessa forma, com base na premissa de que, segundo a autora, a postura autoritária do professor de matemática pode afastar mentes que poderiam ter sucesso na área, destaca-se o caso da P4 de real afastamento e o caso do P10 que não se afastou, mas desencadeou problemas psicológicos antes de se tornar profissional da área.

Reafirma-se, portanto, que a intervenção com didáticas que possibilitam a interação do conhecimento matemático e seus fundamentos, juntamente com a desmistificação da postura rígida do professor e a participação ativa do aluno, resulta em aprendizagens significativas e desprovidas de medos e traumas.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve origem na percepção das dificuldades com a assimilação dos conhecimentos matemáticos por parte dos estudantes de pedagogia e, consequentemente, suas dificuldades em lecionar o conteúdo matemático. Diante desse problema, a pesquisa se ocupou em analisar as contribuições das oficinas de formação docente *Conhecendo Pitágoras* para a ressignificação da percepção matemática.

Para atingir os objetivos propostos foram oferecidas oficinas para professores pedagogos na modalidade remota, com atividades síncronas e assíncronas no período de duas semanas. As atividades da primeira semana foram dedicadas ao conhecimento da sala virtual do *Google*, o *Classroom* e o contato foi realizado de maneira assíncrona. As oficinas programadas foram desenvolvidas na segunda semana, intercalando momentos síncronos e assíncronos. Além da observação desses momentos, foram utilizados como instrumentos de coleta de dados questionários e entrevistas.

Os dados coletados foram analisados com base nos referenciais teóricos que fundamentam esta pesquisa. As referências tratam da importância da participação ativa do aluno no processo de ensino-aprendizagem, com ênfase na educação matemática. São discutidos, portanto, alguns meios que possibilitam a reformulação do ensino da matemática em busca da universalização da efetivação do conhecimento dessa área, que ainda é considerada difícil e complexa por muitos, inclusive os professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

Ao analisar como as Oficinas de Formação Docente *Conhecendo Pitágoras* tiveram impacto na ressignificação do conhecimento matemático e como a história da matemática pode auxiliar no ensino de geometria, foram destacados alguns pontos, entre expressões e momentos, para o direcionamento desta conclusão. De acordo com a análise, as oficinas cumpriram com os objetivos da pesquisa, mas em escala menor do que se previa.

Foram destacados, neste trabalho, momentos que indicam, a partir da análise dos dados, que houve a ressignificação da percepção matemática por parte das professoras participantes das oficinas. Porém, considera-se que para que haja mudanças significativas para a educação matemática é necessário o oferecimento de oficinas presenciais e em momentos do calendário escolar em que seja possível para os professores conciliar tal curso de formação com sua atuação profissional.

Houve um momento da atividade síncrona que indica os dois objetivos de pesquisa, que foi quando a participante P9 percebeu que havia entendido a atividade proposta e fez uma última pergunta para confirmar. Ela perguntou se os círculos (desenhados pela Professora ministrante) eram apenas uma base para desenhar o ângulo reto e depois não precisaria mais deles. Na ocasião, a participante se mostrou empolgada com a aprendizagem em uma atividade em que ela pôde experimentar e cujo objetivo ela mesma pôde perceber. Sendo assim, houve uma transformação no modo de pensar a matemática, pois houve a percepção do propósito e do sentido, o que faz parte do processo de desmistificação da complexidade matemática. Além disso, a efetivação do conhecimento se deu a partir de uma contextualização com os estudos da história de Pitágoras.

Houve outro momento vivenciado por essa participante, a P9, nas oficinas e que pode ser utilizado para demonstrar o potencial da contextualização da geometria a partir da história de Pitágoras. No segundo dia de oficina, nas atividades síncronas, a participante relatou ter achado "mágico" quando ela experimentou com números de sua escolha um meio de encontrar ternos pitagóricos e os aplicou no teorema de Pitágoras para tirar a prova. Diante dessa impressão da participante, compreende-se que com as atividades fundamentadas e com a participação do aluno de forma ativa e autônoma é possível obter bons resultados com a aprendizagem matemática.

Em respostas aos questionários destacam-se expressões que apontam que as oficinas tiveram o efeito de reparação das experiências negativas com a matemática. As expressões "*não é tão difícil*", "*deixou de ser tão chata*" e "*ficou mais interessante*" evidenciam que as oficinas produziram efeitos contrários às experiências das participantes anteriores às oficinas. Sendo assim, essas respostas sugerem que os resultados obtidos foram positivos e houve uma pequena mudança no modo como a matemática é vista e como seus estudos são encarados, no sentido de que perceber que sua assimilação é possível.

Algumas falas sobre as oficinas de formação docente reforçam que as atividades participativas possuem grande potencial para a desconstrução das más impressões em relação aos estudos matemáticos e dos medos que os permeiam. É crucial, para a efetivação do conhecimento, que os estudos sejam instigantes e que façam algum sentido para quem os faz, pois só assim a participação será de fato ativa.

Além disso, é necessário que o ambiente permita que o aluno explore suas ideias e saneie suas curiosidades. O material concreto e os estudos sobre a história da matemática oferecidos nas oficinas instigaram a curiosidade e permitiram a experimentação pelos participantes.

Além disso, a perspectiva em relação às aulas de matemática, enquanto professores, mudou. Isso é confirmado com a fala abaixo:

> *"[...] na maioria das vezes não é usado material lúdico no conteúdo (de matemática), e a atividade mostrou que é possível."* (Resposta do P10 ao questionário final)

Nesse âmbito, é possível concluir que as oficinas com contextualização da matemática a partir da história de Pitágoras trouxeram impactos em relação à ressignificação na percepção da matemática. No entanto, a abrangência desses impactos foi mínima devido à forma e ao momento em que as oficinas foram oferecidas.

Esta proposta da formação docente promoveu, portanto, reflexões sobre o ciclo vicioso da educação matemática. Neste ciclo, os professores que não tiveram boas experiências com a matemática no seu percurso escolar repassam, posteriormente, suas frustrações e dificuldades em suas aulas, e seus alunos que não desenvolveram o pensamento matemático cursam graduações que, aparentemente, não demandam tal conhecimento, como a pedagogia.

A pedagogia é a formação exigida para lecionar nos anos iniciais do ensino fundamental, o que faz dela uma formação polivalente, pois leciona as cinco disciplinas, português, matemática, ciências, história e geografia. Os estudos dessas disciplinas na graduação não possuem o aprofundamento necessário para desmistificar os possíveis problemas de aprendizagem que esses graduandos carregam. Sendo assim, eles se formam e lecionam sem dominar de fato alguns conteúdos, o que prejudica a aprendizagem dos alunos, futuros professores.

Como as oficinas aconteceram no período inicial da pandemia da COVID-19, as oficinas foram realizadas na modalidade remota. E em sua aplicação houve improvisação com equipamentos eletrônicos e com o material a ser utilizado nas aulas, por ser uma modalidade de ensino não muito utilizada para os atuantes na educação básica. Em decorrência disso, as oficinas perderam parte de sua essência prevista, de serem participativas, e se tornaram mais expositivas do que havia sido pensado para essa intervenção pedagógica.

Além disso, nesse período toda a educação básica vinha se adaptando a essa modalidade de ensino, o que sobrecarregou as professoras com cursos de formação, estudo e preparos para o uso dessa modalidade. Esse fator também foi determinante na participação das professoras nas oficinas, que já se encontravam cansadas do trabalho e esgotadas em relação às mudanças em seu meio de trabalho.

Considerando isso, constata-se que para ampliar a abrangência dessas atividades é preciso considerar o momento de intervenção com os professores. Recomenda-se tomar conhecimento do calendário escolar e da programação da formação dos professores anteriormente ao planejamento das atividades. Além disso, reconhece-se a importância de um momento presencial, para que seja possível instigar e acompanhar os participantes de forma individual e, ainda, propor atividades coletivas.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução de Luís Antero Reto e Augusto Pinheiro. 1º. ed. Lisboa: Edições 70, v. 1, 2011.

BOALER, J. **Mentalidades matemáticas:** estimulando o potencial dos estudantes por meio da matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador. Tradução de Daniel Bruno. Porto Alegre: Penso, 2018.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Tradução de Maria João Alvarez; Sara Bahia dos Santos e Telmo Molrinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**, Brasília, 2018.

CARVALHO, D. L. D. **Metodologia do ensino da matemática**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1994.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática:** da teoria à prática. 23ª. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.

FREINET, C. **Pedagogia do bom senso**. Tradução de J. Baptista. 7ª. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2004.

FREIRE, P. **Pedagogia do Oprimido**. 17º. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1974.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia:** Saberes Necessários à Prática Educativa. 25º. ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREIRE, P.; FAUNDEZ, A. **Por uma pedagogia da pergunta**. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1985.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GORMAN, P. **Pitágoras:** Uma Vida. Tradução de Rubens Rusche. São Paulo: Círculo do Livro S.A., 1979.

KALEFF, A. M. Tomando o ensino de Geometria em nossas mãos. **A Educação Matemática em Revista: o ensino da matemática no 1º grau**, Blumenal, v. 2, p. 19-25, 1º Semestre 1994.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **A educação matemática em revista - SBEM - Faculdade de educação - UNICAMP**, Campinas - SP, n. 4, 1º semestre 1995.

MARCONI, M. D. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de Metodologia Científica**. São Paulo: Atlas S.A., 2003.

MENDES, I. A. **História da matemática no ensino:** entre trajetórias profissionais, epistemiologias e pesquisas. 2º. ed. São Paulo: Editora LIvraria da Física, 2015.

MIGUEL, A. **Formas especulares e não-especulares de se conceber a relação entre história, epistemologia e educação matemática**. Campinas: FE/UNICAMP, 2015.

MIGUEL, A. et al. **História da Matemática em Atividades Didáticas**. 2. ed. São Paulo: Editora Livaria da Física, 2009.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. **História na educação matemática:** Propostas e desafios. 1º. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004.

MOREIRA, M. D. D. **Matemátic@XXI:** Conexões Surpreendentes. Porto: [s.n.], 2016. Tese (doutorado em Ensino e Divulgação das Ciências) Faculdade de Ciências - Universidade do Porto, 2016.

PENNICK, N. **Geometria sagrada:** simbolismo e intenção nas estruturas religiosas. Tradução de Alberto Feltre. São Paulo: Editora Pensamento, 1980.

ROQUE, T. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, M. F. D. **Pitágoras e o tema dos números**. São Paulo: IBRSA, 2000.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à matemática crítica**. Tradução de Orlando de Andrade Fiqueiredo. Campinas: Papirus, 2014.

SOUZA, M. H. **21 teoremas matemáticos que revolucionaram o mundo**. São Paulo: Planeta Do Brasil, 2018.

STEWART, I. **Dezessete equações que mudaram o mundo**. Tradução de George Schlesinger. 1º. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012a.

STEWART, I. **Uma história da simetria na matemática**. Tradução de Claudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2012b.

STRATHERN, P. **Pitágoras e Seu Teorema em 90 Minutos**. Tradução de Marcus Penchel. 1º. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

TAHAN, M. **O homem que calculava**. 75. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.

APÊNDICE A

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O Sr.(a) está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa "**Conhecendo Pitágoras: oficinas de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental para o ensino de geometria**". Nesta pesquisa pretendemos analisar como as oficinas de formação de professores dos anos iniciais do ensino fundamental para o ensino de geometria a partir da história de Pitágoras contribui para uma ressignificação da percepção da matemática. O motivo que nos leva a este estudo é a afinidade pela geometria e a inquietação em relação à não aprendizagem dos alunos nessa área do conhecimento".

Para esta pesquisa adotaremos os seguintes procedimentos:

O participante (voluntário) fará sua inscrição no Curso de Formação Docente "**Conhecendo Pitágoras**", via *Web*, respondendo a um curto questionário com seus dados, que serão utilizados apenas para a certificação. O Curso acontecerá em 3 encontros com 1h de duração cada, além de atividades assíncronas. Os encontros serão organizados ao longo de 1 mês da seguinte forma:

1º dia (26/04 8-9h)

Atividades síncronas:

- Breve apresentação do Projeto de Pesquisa: importância e justificativa;
- Identificação do conteúdo na BNCC (Ensino por competências);
- Contação de história: O Homem que calculava — adaptação, e
- Triângulos retângulos com linha.

Atividades assíncronas:

- Triângulo com cateto de 10 cm;
- Proposta de atividade lúdica de geometria, e
- Assistir à parte do filme *Donald no País da Matemágica* que aborda Pitágoras e a música;

2º dia (28/04 8-9h)

Atividades síncronas:

- Discussão das atividades assíncronas;
- Exibição e discussão do vídeo da demonstração no monocórdio, e
- Representação do teorema de Pitágoras com quebra-cabeça de Tangram.

Atividades assíncronas:

- Atividade com os números quadrangulares, e
- Descoberta dos ternos pitagóricos a partir da tabuada/tabela de multiplicação;

3º encontro:

Atividades síncronas:

- Discussão das atividades assíncronas;
- Apresentação da biografia de Pitágoras;
- Elaboração da linha do tempo das realizações de Pitágoras;
- Socialização das propostas de atividades de aprendizagem ativa em geometria;

Atividade assíncrona:

- Identificação, no mapa-múndi, dos lugares visitados por Pitágoras;
- Observação do mapa antigo da região em que Pitágoras viveu, e
- Escrita de uma carta para Pitágoras.

Após o 1º encontro, os professores escreverão uma atividade lúdica sobre o tema geometria de Pitágoras.

Serão utilizados recursos de gravações audiovisuais e de fotografias durante as oficinas, de modo a assegurar a veracidade dos dados coletados para análise. As gravações audiovisuais serão descartadas ao final da pesquisa. Apenas as fotografias impessoais serão apresentadas no corpo do trabalho final da pesquisa.

Os riscos envolvidos na pesquisa consistem em os professores não terem as expectativas supridas em relação às oficinas de formação, e entendê-las como algo que os fez perderem tempo. A pesquisa contribuirá para que os professores renovem suas metodologias didáticas e conheçam algumas possibilidades de utilização da interdisciplinaridade no ensino de geometria, além de ser uma atividade com certificação no RAEX.

Para participar deste estudo o(a) Sr.(a) não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Apesar disso, diante de eventuais danos, identificados e comprovados, decorrentes da pesquisa, o(a) Sr.(a) tem assegurado o direito à indenização. O(A) Sr.(a) tem garantida plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem necessidade de comunicado prévio. Sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que o(a) Sr.(a) é atendido(a) pelo pesquisador. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. O(A) Sr.(a) não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar. Seu nome ou o material que indique sua participação não serão liberados sem a sua permissão.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, no Departamento do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciência e Matemática, da Universidade Federal de Viçosa, e a outra será fornecida ao(à) Sr.(a).

Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão sob a responsabilidade do pesquisador. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo e confidencialidade, atendendo à legislação brasileira, em especial, à Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, e utilizarão as informações somente para fins acadêmicos e científicos.

Ao clicar no botão abaixo, o(a) Senhor(a) concorda em participar da pesquisa nos termos deste TCLE. Caso não concorde em participar, apenas feche essa página no seu navegador.

Nome da Pesquisadora Responsável: Selma Maria dos Anjos
Telefone: (31) 98309-5309 *Email*: selma.anjos@ufv.br

Em caso de discordância ou irregularidades sob o aspecto ético desta pesquisa, você poderá consultar:
CEP/UFV – Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos
Telefone: (31)3612-2316 *Email*: cep@ufv.br www.cep.ufv.br

APÊNDICE B

O Homem que Calculava de Malba Tahan – adaptação dos capítulos I, II e XVIII

Certa vez, quando indo à cidade de Bagdá, avistei um viajante que repousava na estrada. Ao passo que me aproximei, o escutei pronunciar:

— Um milhão, quatrocentos e vinte e três mil, setecentos e quarenta e cinco!

Parei a observá-lo. Momentos depois o homem enunciou outro número:

— Dois milhões, trezentos e vinte e um mil, oitocentos e sessenta e seis!

Não contive a curiosidade e perguntei o que significava aqueles números.

O Homem que Calculava então respondeu:

— Para explicar esse significado, preciso antes contar a história de minha vida!

E narrou o seguinte:

Chamo-me Beremiz e nasci na Pérsia. Quando criança ajudava meu vizinho com suas ovelhas. Todas as manhãs eu levava o rebanho as pastagens e para não ser castigado, era obrigado a trazê-lo ao abrigo antes do anoitecer. Com receio de perder alguma ovelha, contava-as várias vezes durante o dia. Foi assim que comecei a adquirir a habilidade em contar. Essa minha habilidade matemática foi de grande interesse de um fazendeiro que me convidou a trabalhar em sua plantação de tâmaras. Fui encarregado de dirigir a venda dos frutos, por mim contados nos cachos, um a um, e assim trabalho há dez anos. Agora, de férias, estou indo à Bagdá visitar alguns parentes. Para não perder tempo, exercito-me durante a viajem, contando as árvores que ensombram esta região, as flores que a perfumam, os pássaros que voam no céu entre nuvens.

— Que maravilha! — exclamei — Tal habilidade pode proporcionar riquezas invejáveis!

— Como assim? — estranhou Beremiz.

— A sua habilidade — expliquei — pode ser utilizada em muitos casos. Como, por exemplo, calcular populações, exércitos e rebanhos ou avaliar os recursos do país, o valor das colheitas, os impostos, as mercadorias e todos os recursos do Estado. Asseguro que não será difícil obter lugar de destaque em Bagdá.

— Se é assim, vou contigo para Bagdá. — respondeu o calculista.

Durante a viagem, Beremiz resolveu problemas matemáticos de pessoas que conhecíamos pelo caminho. A notícia do homem que calculava espalhou e o príncipe nos convidou para um jantar.

No jantar, o príncipe perguntou à Beremiz:

— Quais os principais geômetras que mais se destacaram na Índia?

— Para responder sua pergunta, me proponho a contar uma história. — Respondeu Beremiz — Há muitos anos, viveu na Índia um grande sábio. Com o intuito de esclarecer os sacerdotes sobre os processos para construir os altares e orientar os templos, ele escreveu um livro que contém numerosos ensinamentos matemáticos. Para ensinar um dos cálculos da construção de um altar, o sábio foi levado a construir triângulos retângulos, cujos lados medem respectivamente 39, 36 e 15 polegadas. Para a solução desse curioso problema, o sábio aplicava um princípio atribuído ao Grego Pitágoras: "O quadrado construído sobre a hipotenusa é equivalente à soma dos quadrados construídos sobre os catetos."

A fim de uma melhor compreensão, Beremiz pediu uma caixa de areia para que pudesse desenhar. E com uma haste de bambu, ele se pôs a desenhar.

— Aqui está um triângulo retângulo. — continuou Beremiz — O lado maior se chama hipotenusa, e os menores, catetos. Agora vamos desenhar três quadrados, uma em cada lado do triângulo. Assim será fácil provar que que o quadrado maior (construído sobre a hipotenusa) tem a área exatamente igual à soma das áreas dos dois outros quadrados (construídos sobre os catetos).

O Rei perguntou:

— Esse princípio é verdadeiro para todos os triângulos?

Com ar grave, respondeu Beremiz:

— Essa proposição é verdadeira para todos os triângulos retângulos. Direi, sem receio de errar, que a lei de Pitágoras exprime uma verdade eterna.

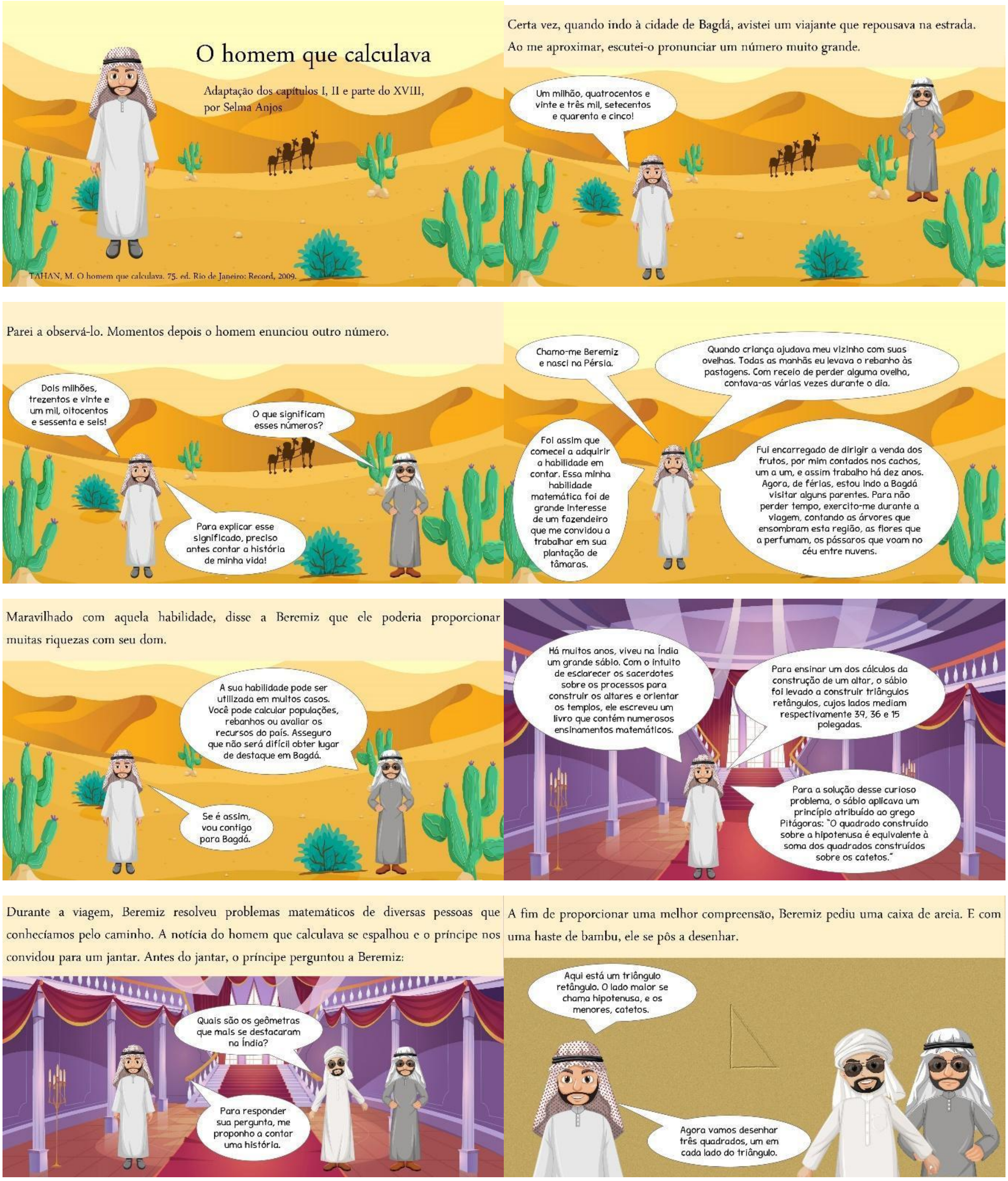
O príncipe observou com simpatia:

— Coisa maravilhosa, meu amigo, é a Geometria! Que ciência notável! Percebemos em seus ensinamentos duas faces que encantam até o homem mais desinteressado pelas coisas do pensamento: clareza e simplicidade.

.

APÊNDICE C

O homem que calculava – Adaptação em quadrinhos




Assim será fácil provar que o quadrado maior tem a área exatamente igual à soma das áreas dos dois outros quadrados.
Essa proposição é verdadeira para todos os triângulos retângulos. Direi, sem receio de errar, que a lei de Pitágoras exprime uma verdade eterna.
Esse princípio é verdadeiro para todos os triângulos?


Coisa maravilhosa, meu amigo, é a Geometria! Que ciência notável! Percebemos em seus ensinamentos duas faces que encantam até o homem mais desinteressado pelas coisas do pensamento: clareza e simplicidade.

APÊNDICE D

Questionário inicial

1. Nome (apenas para fins de análise):
2. Formação:
3. Turma que leciona:
4. Possui alguma dificuldade com a matemática?

   Sim ( ), quais?

   Não ( )
5. Possui alguma dificuldade em lecionar matemática?

   Sim ( ), quais?

   Não ( )
6. Seus alunos possuem dificuldades em aprender os conhecimentos acerca da matemática?

   Sim ( ), quais?

   Não ( )
7. Qual método didático costuma utilizar nas aulas de matemática?
8. O que conhecem sobre Pitágoras?
9. Quais as expectativas para com essa ação de formação de professores?

APÊNDICE E

Questionário final

1. Nome (apenas para fins de análise):
2. Houve alguma mudança em relação à percepção matemática?
   Sim ( ), quais?
   Não ( )
3. Você encontrou diferença nas atividades aqui realizadas com as atividades comumente utilizadas na escola?
   Sim ( ), quais?
   Não ( )
4. Você utilizaria a metodologia didática dessa ação de formação com seus alunos?
5. Você teve interesse para realizar as atividades?
   Sim ( ), o que o instigou?
   Não ( )
6. Você acredita que seus alunos podem desenvolver uma aprendizagem satisfatória em matemática com a utilização da história e por meio da aprendizagem ativa?
7. A ação de formação acrescentou algo a você?
   Sim ( ), o que?
   Não ( )
8. Quais os pontos que você considera positivos nessa prática pedagógica?
9. Quais os pontos que você considera negativos nessa prática pedagógica?

APÊNDICE F

Roteiro de entrevista

1) Como foi a sua experiência com a matemática enquanto aluna da educação básica? Boas ou ruins? Conte me sobre.
2) E na graduação, como foram as suas experiências?
3) E como você descreveria a sua relação com a matemática nos dias de hoje?
4) Você tem alguma experiência que te marcou de maneira boa e/ou ruim? Conte me.
5) Como foram as suas experiências com as oficinas de formação docente: conhecendo Pitágoras?

Universidade Federal de Viçosa

Produto educacional

História da matemática como recurso didático para o ensino da geometria: uma proposta para os anos iniciais do Ensino Fundamental

Selma Maria dos Anjos
Marli Duffles D. Moreira

Apresentação

É comum encontrarmos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental que não gostam de matemática/geometria. E isso decorre das experiências escolares que eles tiveram com essa área do conhecimento. Diante de experiências não satisfatórias, é compreensível a escolha de cursos superiores que não demandam estudos aprofundados em matemática/geometria, como a pedagogia. No entanto, isso se reflete nas aulas que esses profissionais lecionam, pois pode acarretar em insegurança, além de transmitir o desgosto pela matemática/geometria a seus alunos.

Pensando nessa situação-problema, foi desenvolvido este material didático, que utiliza a história da matemática como recurso didático para o ensino de geometria. O material é um produto da pesquisa de mestrado intitulada "Ressignificação da percepção da matemática por pedagogos: oficinas de formação para o ensino de geometria a partir da história de Pitágoras". Este produto é composto por algumas sugestões de atividades para serem trabalhadas junto à história em quadrinhos “O homem que calculava: a história de Pitágoras”, que se encontra em anexo.

O objetivo deste material é o de aproximar os estudos da geometria de seus fundamentos, ou seja, dos motivos que a fizeram ser criada. Além disso, a didática proposta se apoia na educação participativa, de modo que o aluno seja agente ativo no processo de sua aprendizagem e que instigue a curiosidade com atividades desafiadoras e descontraídas.

As crianças, quando entram na escola, já conhecem inúmeras formas, e repetir as suas nomenclaturas nas aulas é, para elas, exaustivo e sem significado. Elas buscam conhecer os propósitos da aprendizagem, as relações de seus conhecimentos com coisas que envolvem utilidades do dia a dia, e ainda, ser protagonistas da construção de seus conhecimentos. Além disso, existem os 'porquês', o 'como foi descoberto', 'para que isso serve', 'quando eu vou usar isso na minha vida'. Isso tudo faz parte dos fundamentos das áreas de conhecimento. E por que não usá-los nas aulas para que as crianças possam delas participar, construir conhecimentos e assim, despertar o interesse e a criatividade?

A interatividade entre a história da matemática e a aprendizagem ativa é utilizada neste trabalho como um meio de despertar essa curiosidade nas crianças, principalmente a respeito do ensino de geometria. Esse recuso propõe amenizar os problemas de ensino-aprendizagem advindos da educação escolar, por acreditar que a utilização da história da matemática como recurso pedagógico constitui contribuições para o conhecimento cultural, para a interação dialógica entre os estudantes, e para propriedade investigativa social para o professor, além de possibilitar a interdisciplinaridade entre outras áreas do conhecimento (MIGUEL e MIORIM, 2004).

A geometria pitagórica, que não se resume apenas ao seu teorema, possui inúmeros conhecimentos que podem ser trabalhados junto ao currículo dos anos iniciais do ensino fundamental. Ela engloba conhecimentos além dos cálculos desenvolvidos a partir do Teorema de Pitágoras, como o triângulo retângulo e sua aplicação no cotidiano, números quadrados, ternos pitagóricos, entre outros.

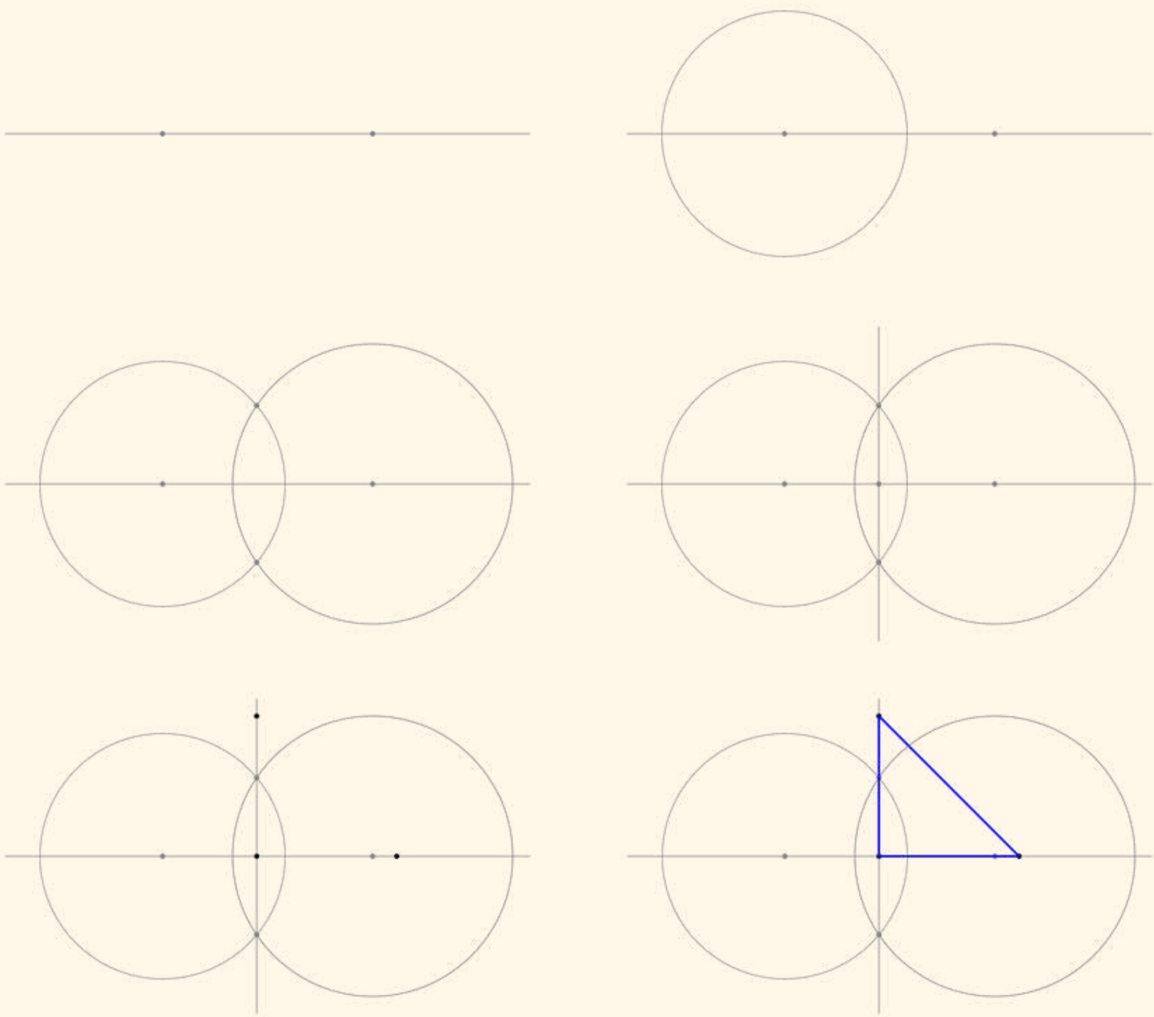
Além disso, a geometria pitagórica possui uma bagagem histórica e cultural, a qual se enquadra no tópico 1 das Competências Gerais da Educação Básica abordadas na BNCC (BRASIL, 2018). Essa competência prevê a construção da valorização cultural e utilização dos conhecimentos de diferentes culturas.

Pitágoras foi matemático e filósofo, e segundo Pennick (1980), foi um ilustre estudioso por ter realizado grandes descobertas a contribuir com o progresso dos estudos na geometria, na música, e a explicação do universo por definições matemáticas. Sendo assim, é importante conhecer sobre sua história e seus estudos.

Atividades sugeridas

Construção de triângulo retângulo a partir de dois círculos

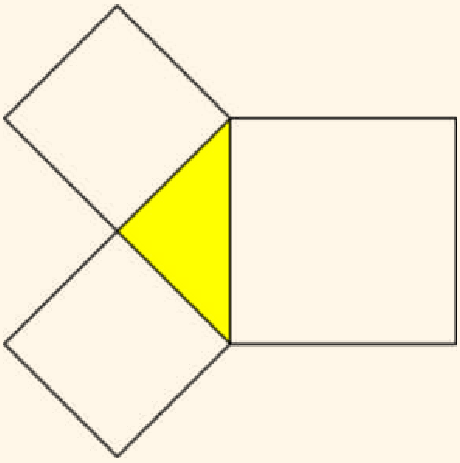
O triângulo retângulo precisa ter 15cm em cada cateto para corresponder à atividade subsequente. Como possui dois lados iguais, o triângulo é isósceles, e para esse tipo de triângulo, quando retângulo, seu lado maior, a hipotenusa, não possui valor inteiro. Por isso, informa-se aqui apenas o valor de dois lados.

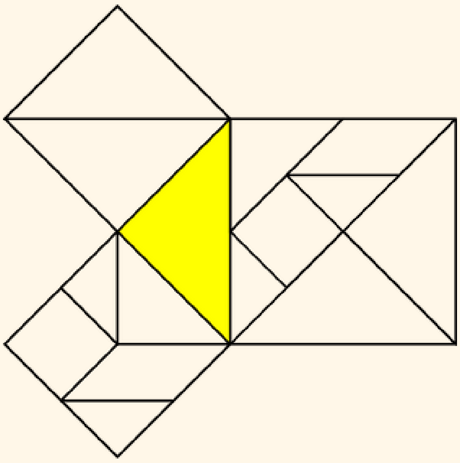


Quebra-cabeça com Tangram para representação do Teorema de Pitágoras

Confeccionar dois Tangrans, sendo cada um do tamanho do maior quadrado possível em uma folha A4. Vídeo tutorial disponível no QR Code.

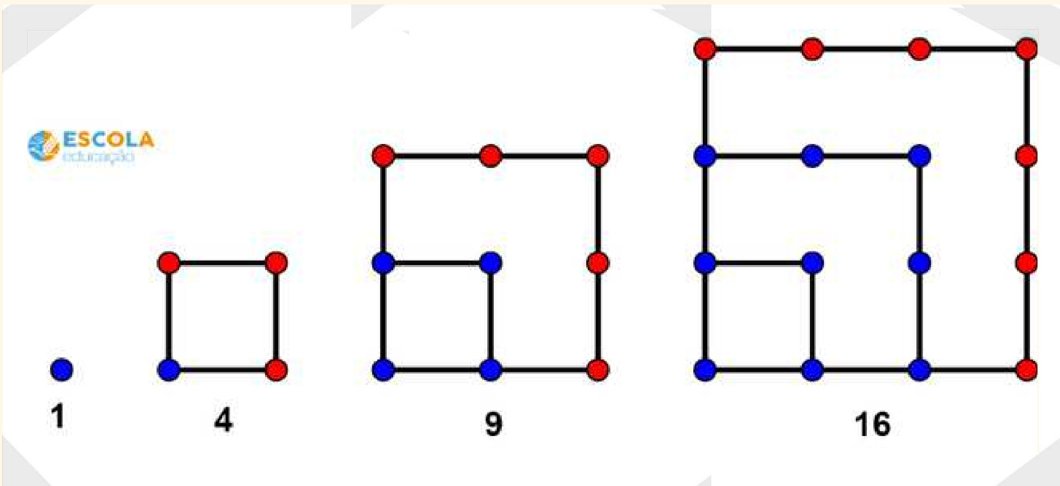
Com o triângulo da atividade anterior, constroem-se três quadrados com as peças do Tangram: dois quadrados com os lados dos catetos e um quadrado com o lado da hipotenusa, tal como mostram as figuras:





Números Quadrangulares

É indicado fazer essa atividade usando sementes, de modo que se inicie com uma semente e, a partir do ponto de origem, todas as figuras formem quadrados. A regra é desenhar o anterior e, em seguida, adicionar o mínimo possível de sementes para formar o próximo quadrado. A semente corresponde à unidade de medida para os cálculos da progressão aritmética, a qual é formada na sequência dos quadrados. Com a sequência dos quadrados com sementes é possível obter a representação visual da relação dos números com as figuras geométricas, da área do quadrado e da multiplicação.



Ternos Pitagóricos

As medidas dos lados de cada triângulo retângulo, quando podem ser representada por números inteiros, são chamadas de ternos pitagóricos. Exemplos: (3, 4, 5), (5, 12, 13) e (8, 15, 17). É assegurado que os triângulos que possuem essas medidas são triângulos retângulos. É essa propriedade que os faz serem ternos pitagóricos.

É possível encontrar os Ternos Pitagóricos a partir da Tabuada de multiplicação. Para isso, é preciso inicialmente identificar os números quadrangulares (ou quadrados perfeitos) que estão na diagonal da tabela, destacados na figura pela pela cor laranja.

Em seguida, é preciso escolher dois Números Quadrados quaisquer (presentes na diagonal da tabela) e um terceiro número, presente na interseção das retas (colunas ou linhas) dos quadrados perfeitos escolhidos. Esse terceiro número corresponde ao produto das raízes dos dois quadrados perfeitos escolhidos.

As operações necessárias para encontrar os ternos pitagóricos são:
Hipotenusa: soma dos dois números quadrados;
Cateto 1: diferença entre o número quadrado maior e o número quadrado menor;
Cateto 2: o dobro do terceiro número.

Outro meio de descoberta do ternos pitagóricos é aplicando a razão de proporcionalidade. Nesta, a razão entre os lados são iguais, o que faz com que os triângulos formados por esses lados sejam de tamanhos diferentes, mas que tenham a mesma proporção, os chamados triângulos semelhantes.

Tabuada de Multiplicação

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Fig.147-01 www.osfantasticosnumerosprimos.com.br

$\boxed{4}$

$\boxed{6}$ $\boxed{9}$

$\boxed{9} + \boxed{4} = 13$

$\boxed{9} - \boxed{4} = 5$

$\boxed{6} + \boxed{6} = 12$

$$13^2 = 5^2 + 12^2$$

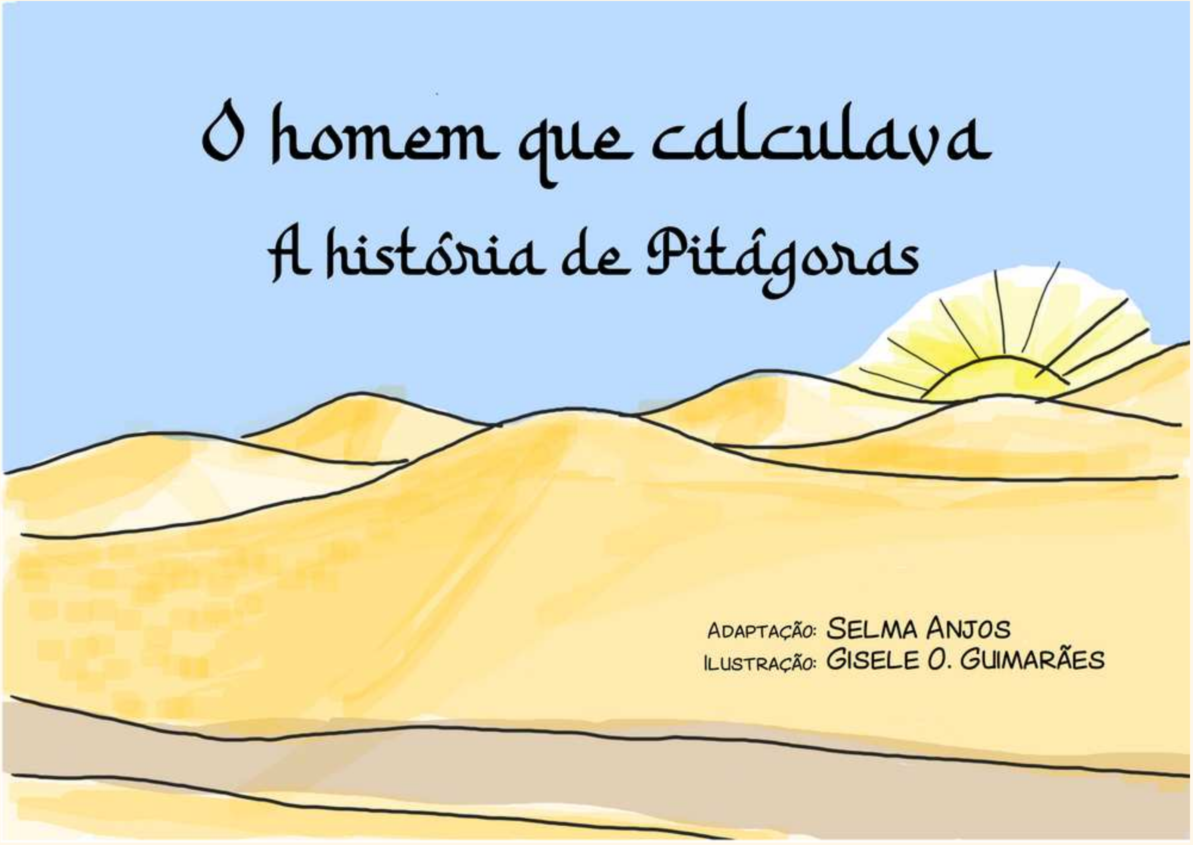
Referências

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular, Brasília, 2018.

MIGUEL, A.; MIORIM, M. Â. História na educação matemática: Propostas e desafios. 1º. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2004.

PENNICK, N. Geometria sagrada: simbolismo e intenção nas estruturas religiosas. Tradução de Alberto Feltre. São Paulo: Editora Pensamento, 1980.

Anexo



Esta obra é baseada no livro *O homem que calculava* de Malba Tahan, capítulos I, II e XVIII.
Adicionalmente, é contada a história do matemático grego Pitágoras, tendo como base o livro *Pitágoras: uma vida* de Peter Gorman.

Autora:
Selma M. dos Anjos
Formada em pedagogia pela Universidade Federal de Viçosa
Atua como professora da Educação Infantil (CMEI) e como Professora de Apoio (ACLTA) na Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais

Ilustradora:
Gisele O. Guimarães
Formada em pedagogia pela Universidade Federal de Viçosa
Atua como Especialista em Educação e Professora da Educação Básica na Rede Estadual de Ensino de Minas Gerais


CERTA VEZ, QUANDO INDO À CIDADE DE BAGDÁ, AVISTEI UM VIAJANTE QUE REPOUSAVA NA ESTRADA. AO ME APROXIMAR, ESCUTEI-O PRONUNCIAR UM NÚMERO GRANDE:
(1.423.745) UM MILHÃO, QUATROCENTOS E VINTE E TRÊS MIL, SETECENTOS E QUARENTA E CINCO!


PAREI A OBSERVÁ-LO. MOMENTOS DEPOIS, O HOMEM ENUNCIOU OUTRO NÚMERO:
(2.321.866) DOIS MILHÕES, TREZENTOS E VINTE E UM MIL, OITOCENTOS E SESSENTA E SEIS.
???


O QUE SIGNIFICAM ESSES NÚMEROS?


PARA EXPLICAR O SIGNIFICADO, PRECISO ANTES CONTAR A HISTÓRIA DA MINHA VIDA...
MEU NOME É BEREMIZ SAMIR. QUANDO CRIANÇA, AJUDAVA MEU VIZINHO COM SUAS OVELHAS. TODAS AS MANHÃS, EU LEVAVA O REBANHO ÀS PASTAGENS. COM RECEIO DE PERDER ALGUMA OVELHA, COMECEI A CONTÁ-LAS VÁRIAS VEZES DURANTE O DIA. FOI ASSIM QUE COMECEI A ADQUIRIR A HABILIDADE DE CONTAR!


ESSA MINHA HABILIDADE MATEMÁTICA FOI DE GRANDE INTERESSE DE UM FAZENDEIRO, QUE ME CONVIDOU A TRABALHAR EM SUA PLANTAÇÃO DE TÂMARAS.


FUI ENCARREGADO DE DIRIGIR A VENDA DE FRUTAS, POR MIM CONTADAS UMA A UMA, E ASSIM TRABALHO HÁ DEZ ANOS. AGORA DE FÉRIAS, ESTOU INDO A BAGDÁ VISITAR ALGUNS PARENTES. PARA NÃO PERDER TEMPO, EXERCITO-ME DURANTE A VIAGEM, CONTANDO AS ÁRVORES QUE ENSOMBRAM ESSA REGIÃO, AS FLORES QUE A PERFUMAM E OS PÁSSAROS QUE VOAM NO CÉU ENTRE NUVENS.
TÂMARAS


IMPRESSIONANTE!
A SUA HABILIDADE PODE SER UTILIZADA EM MUITOS CASOS. VOCÊ PODE CALCULAR POPULAÇÕES, REBANHOS OU AVALIAR OS RECURSOS DO PAÍS. ASSEGURO QUE NÃO SERÁ DIFÍCIL OBTER LUGAR DE DESTAQUE EM BAGDÁ.


SE É ASSIM, VOU CONTIGO PARA BAGDÁ.


DURANTE A VIAGEM BEREMIZ RESOLVEU PROBLEMAS MATEMÁTICOS DE DIVERSAS PESSOAS QUE CONHECIA PELO CAMINHO. A NOTÍCIA DO HOMEM QUE CALCULAVA SE ESPALHOU. O PRÍNCIPE, ENTÃO, CONVIDOU-OS PARA UM JANTAR.


ANTES DO JANTAR, O PRÍNCIPE PERGUNTOU A BEREMIZ:
QUAIS SÃO OS GEÔMETRAS QUE MAIS SE DESTACARAM NA ÍNDIA?
PARA RESPONDER SUA PERGUNTA, ME PROPONHO A CONTAR UMA HISTÓRIA.

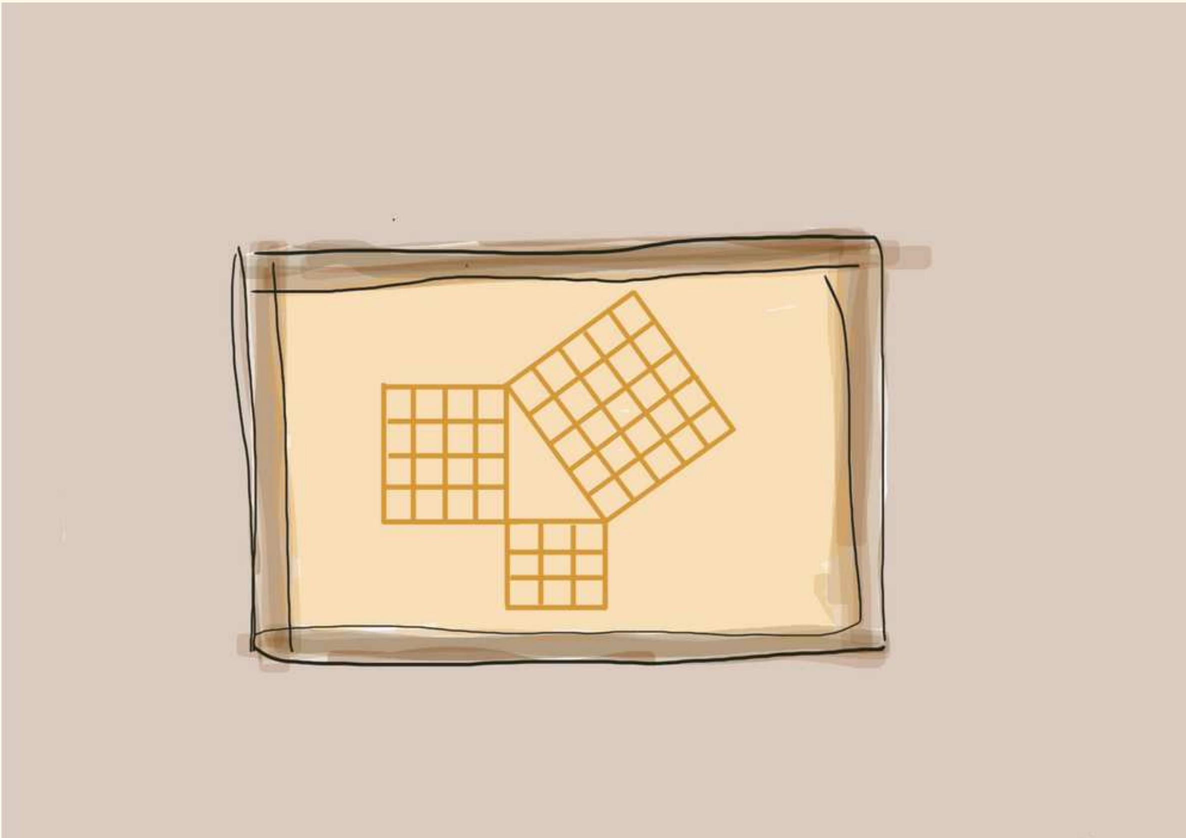

HÁ MUITOS ANOS, VIVEU NA ÍNDIA UM GRANDE SÁBIO. COM O INTUITO DE ESCLARECER OS SACERDOTES SOBRE OS PROCESSOS PARA CONSTRUIR OS ALTARES NOS TEMPLOS, ELE ESCREVEU UM LIVRO QUE CONTÉM NUMEROSOS ENSINAMENTOS MATEMÁTICOS.


PARA ENSINAR UM DOS CÁLCULOS DA CONSTRUÇÃO DE UM ALTAR, O SÁBIO FOI LEVADO A CONSTRUIR TRIÂNGULOS RETÂNGULOS, CUJOS LADOS MEDIAM RESPECTIVAMENTE 39, 36 E 15 POLEGADAS.
39
36
15


PARA A SOLUÇÃO DESSE CURIOSO PROBLEMA, O SÁBIO APLICAVA O PRINCÍPIO ATRIBUÍDO AO GREGO PITÁGORAS: "O QUADRADO CONSTRUÍDO SOBRE A HIPOTENUSA É EQUIVALENTE À SOMA DOS QUADRADOS CONSTRUÍDOS SOBRE OS CATETOS."


A FIM DE PROPORCIONAR UMA MELHOR COMPREENSÃO, BEREMIZ PEDIU UMA CAIXA DE AREIA E, COM UMA HASTE DE BAMBU, ELE SE PÔS A DESENHAR:
AQUI ESTÁ UM TRIÂNGULO RETÂNGULO. O LADO MAIOR SE CHAMA HIPOTENUSA, E OS MENORES, CATETOS.


AGORA VAMOS DESENHAR
TRÊS QUADRADOS,
UM EM CADA LADO DO
TRIÂNGULO.




ESSE PRINCÍPIO É VERDADEIRO PARA TODOS OS TRIÂNGULOS?


ESSA PROPOSIÇÃO É VERDADEIRA PARA TODOS OS **TRIÂNGULOS RETÂNGULOS**. DIREI, SEM MEDO DE ERRAR, QUE A LEI DE PITÁGORAS EXPRIME UMA VERDADE ETERNA. VOU INCLUSIVE CONTAR A HISTÓRIA DELE.


PITÁGORAS FOI UM FILÓSOFO MATEMÁTICO, NASCIDO POR VOLTA DE 570 A.C. NUMA ILHA CHAMADA SAMOS, NA GRÉCIA.


DEPOIS DE TER ESTUDADO NAS ESCOLAS DE SAMOS, ELE SAIU PARA CONHECER MAIS SOBRE A ÁREA QUE MAIS LHE CHAMOU A ATENÇÃO, A FILOSOFIA.
ESCOLA DE SAMOS


ELE FOI PARA MILETO, ONDE FOI ALUNO DO FILÓSOFO THALES, O ESTUDIOSO MAIS IMPORTANTE DA ÉPOCA.
MILETO


AMBICIOSO POR MAIS CONHECIMENTOS, PITÁGORAS DEIXOU MILETO E FOI PARA O EGITO. LÁ ELE ESTUDOU CULTURA, RELIGIÃO E A GEOMETRIA USADA NAS PLANTAÇÕES AGRÍCOLAS.


ANTES QUE CONCLUÍSSE OS ESTUDOS, O EGITO FOI INVADIDO PELOS PERSAS E PITÁGORAS FOI LEVADO COMO REFÉM PARA A BABILÔNIA.


NO CATIVEIRO, PITÁGORAS CONSEGUIU DESENVOLVER NOVOS ESTUDOS, POIS LÁ HAVIA UM SÁBIO CHAMADO ZARATAS, QUE LHE ENSINOU SOBRE A RELAÇÃO DA MENTE COM O MUNDO E A EXPLICAÇÃO DAS COISAS PELA NATUREZA. ALÉM DISSO, ELE APRENDEU SOBRE O USO DOS TRIÂNGULOS RETÂNGULOS E TOMOU CONHECIMENTO DAS MEDIDAS REGISTRADAS DE VÁRIOS DELES.


APÓS ALGUNS ANOS, ELE SAIU DO CATIVEIRO E VOLTOU PARA SAMOS.
SAMOS


ELE TENTOU ENSINAR MATEMÁTICA PARA OS JOVENS DE SAMOS, MAS O INTERESSE DELES SE LIMITAVA ÀS PRÁTICAS DO TRABALHO DA REGIÃO, E PITÁGORAS POSSUÍA APREÇO PELA MATEMÁTICA MÍSTICA, OU FILOSÓFICA.
1
3
6


Pitágoras foi então morar em Crotona, na atual Itália. Lá havia pessoas que gostavam dos estudos da matemática mística e da filosofia.
1
3
6


Escola Pitagórica
Foi assim que ele fundou a sua escola, a escola pitagórica. E foi lá que Pitágoras descobriu a relação entre os lados dos triângulos retângulos.


ESCOLA PITAGÓRICA
NO ENTANTO, A ESCOLA PROVOCOU O DESENVOLVIMENTO DE UMA POLÍTICA LIBERTÁRIA, O QUE FEZ COM QUE EXTREMISTAS CONTRÁRIOS A ESSE PENSAMENTO ATEASSEM FOGO NA ESCOLA. PITÁGORAS FUGIU E NÃO DEU MAIS NOTÍCIAS.


COISA MARAVILHOSA, MEU AMIGO, É A GEOMETRIA. QUE CIÊNCIA NOTÁVEL! PERCEBEMOS EM SEUS ENSINAMENTOS DUAS FACES QUE ENCANTAM ATÉ O HOMEM MAIS DESINTERESSADO PELAS COISAS DO PENSAMENTO: CLAREZA E SIMPLICIDADE.

Bibliografia

GORMAN, P. **Pitágoras: Uma Vida**. Tradução de Rubens Rusche. São Paulo: Círculo do Livro S.A., 1979.

PENNICK, N. **Geometria sagrada:** simbolismo e intenção nas estruturas religiosas. Tradução de Alberto Feltre. São Paulo: Editora Pensamento, 1980.

ROQUE, T. **História da Matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

SANTOS, M. F. D. **Pitágoras e o tema dos números**. São Paulo: IBRSA, 2000.

SOUZA, M. H. **21 teoremas matemáticos que revolucionaram o mundo**. São Paulo: Planeta Do Brasil, 2018.

STEWART, I. **Dezessete equações que mudaram o mundo**. Tradução de George Schlesinger. 1º. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 2012a.

STEWART, I. **Uma história da simetria na matemática**. Tradução de Claudio Carina. Rio de Janeiro: Zahar, 2012b.

STRATHERN, P. **Pitágoras e Seu Teorema em 90 Minutos**. Tradução de Marcus Penchel. 1º. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1998.

TAHAN, M. **O homem que calculava**. 75. ed. Rio de Janeiro: Record, 2009.