

**ISRAEL ROQUE PEREIRA**

**O SUCESSO ESCOLAR NA INTERSEÇÃO COM O ENSINO DA LÓGICA  
E DO RACIOCÍNIO LÓGICO QUANTITATIVO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de Magister Scientiae.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS– BRASIL  
2016

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da  
Universidade Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

P436s  
2016  
Pereira, Israel Roque, 1987-  
O sucesso escolar na interseção com o ensino da lógica  
e do raciocínio lógico quantitativo / Israel Roque Pereira. -  
Viçosa, MG, 2016.  
82f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador : Allan de Oliveira Moura.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de  
Viçosa.

Referências bibliográficas: f.67-68.

1. Lógica simbólica e matemática - Estudo e ensino.  
2. Raciocínio lógico. I. Universidade Federal de Viçosa.  
Departamento de Matemática. Programa de Pós-graduação  
em Matemática. II. Título.

CDD 22. ed. 511.3

**ISRAEL ROQUE PEREIRA**

**O SUCESSO ESCOLAR NA INTERSEÇÃO COM O ENSINO DA LÓGICA  
E DO RACIOCÍNIO LÓGICO QUANTITATIVO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, para obtenção do título de Magister Scientiae.

APROVADA: 21 de março de 2016.

---

Abílio Lemos Cardoso Júnior

---

Anderson Tiago da Silva

---

Allan de Oliveira Moura  
(Orientador – UFV)

Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus que possibilitou estar aqui. A minha noiva Marcella Martina Ignácio Siqueira Neves que esteve sempre ao meu lado, dando-me incentivos nos momentos difíceis. Aos meus pais Fábio Luiz Pereira e Maria Alice Barbosa, meus irmãos e familiares que são meus exemplos de vida.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por me abençoar nesta jornada, entre idas e vindas, sempre presente e livrando-me de todos os obstáculos.

Aos meus amigos de mestrado que de alguma forma colaboraram com o meu crescimento e aprendizado.

A Marcella pela compreensão nos momentos mais difíceis como nas muitas noites mal dormidas, nos finais de semana que não pude estar presente e também por acreditar em mim, em tempos que eu mesmo duvidava do meu desempenho. Obrigado! Pela cumplicidade e companheirismo.

Em especial aos amigos de quarto e de viagem, Carlos Mota e Siliana, pelas vezes que estudamos juntos e pelos momentos de descontração.

Ao meu orientador e coordenador do curso Professor Doutor Allan de Oliveira Moura, pela atenção e empenho com meu trabalho.

Aos professores pela dedicação e paciência, em especial a professora Doutora Simone, pelo incentivo nos momentos difíceis.

A CAPES pelo apoio financeiro que foi de extrema importância para realização desse estudo e fundamental para os meus deslocamentos e estadias durante o curso.

Aos professores, diretores e alunos das escolas participantes do projeto, pois sem vocês não seria possível à realização desse trabalho.

## SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES .....	
LISTA DE TABELAS .....	
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	
RESUMO .....	
ABSTRACT .....	
INTRODUÇÃO.....	1
1 LEVANTAMENTO HISTÓRICO SOBRE A LÓGICA E SEUS PRECURSORES .....	4
1.1 Breve relato .....	4
1.2 Os precursores .....	4
1.3 Caracterização do conceito de lógica.....	5
1.4 O ensino da lógica no Brasil .....	8
2 A LÓGICA NO ATUAL SISTEMA EDUCACIONAL BRASILEIRO.....	10
2.1 A lógica e o raciocínio lógico quantitativo na LDB .....	10
2.2 A lógica e o raciocínio lógico quantitativo na perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais e do CBC – Conteúdos Básicos Comuns .....	11
2.3 O PNLD – Programa Nacional do Livro Didático e o ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo .....	13
2.3.1 Princípios de avaliação do componente curricular Matemática.....	14
2.4 Uma análise dessas informações.....	17
3 A COLETA DE DADOS PARA OS TESTES DE HIPÓTESES .....	18
3.1 Modalidades de coleta.....	18
3.2 Os testes.....	19
3.2.1 Teste I.....	19
3.2.2 Teste II .....	20
3.2.3 Correção dos testes .....	21
3.3 O curso de raciocínio lógico .....	22
3.4 A coleta de dados no UNIBH.....	23
3.5 A coleta de dados no Colégio COTEMIG .....	24

3.6	A relação entre a coleta de dados e as hipóteses da pesquisa .....	25
4	TESTES DE HIPÓTESES .....	27
4.1	Teste T de Student – Teste para pequenas amostras .....	29
4.2	Teste F – Para a comparação de variâncias de duas populações.....	33
4.3	O Teste Z.....	33
5	A ANÁLISE DOS DADOS .....	34
5.1	Dados do UNIBH.....	34
5.2	Os Dados do Colégio COTEMIG .....	54
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	63
	REFERÊNCIAS .....	67
	APÊNDICE I – Teste I.....	69
	APÊNDICE II – Teste II .....	72
	APÊNDICE III – Curso Introdutório de Lógica e Raciocínio Lógico Quantitativo .....	75

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Livros indicados no guia PNLD 2015 – Matemática (Ensino Médio) .....	15
Figura 2: Esquema da primeira modalidade de coleta.....	18
Figura 3: Esquema da segunda modalidade de coleta .....	19
Figura 4: Esquema de comparação das amostras .....	65
Gráfico 1: Médias por questão – Grupo A .....	35
Gráfico 2: Médias por questão – Grupo B.....	37
Gráfico 3: Teste II.....	38
Gráfico 4: Teste I vs Teste II .....	38
Gráfico 5: Média global dos grupos antes do curso .....	39
Gráfico 6: Teste I.....	39
Gráfico 7: Teste II vs Teste I .....	40
Gráfico 8: Média global nos testes – Grupo A .....	40
Gráfico 9: Média global nos testes – Grupo B .....	41
Gráfico 10: Média global dos grupos após o curso .....	41
Gráfico 11: Média nos testes por questão.....	57
Gráfico 12: Média global nos testes .....	58

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Valores de t em níveis de 10% a 0,1% de probabilidade (Tabela Bilateral) .....	30
Tabela 2: Tabela de amostras baseadas nos desvios.....	32
Tabela 3: Desempenho por questão do Grupo A – UNIBH no Teste IV .....	34
Tabela 4: Desempenho por questão do Grupo A – UNIBH no Teste II.....	35
Tabela 5: Desempenho por questão do Grupo B – UNIBH no Teste I.....	36
Tabela 6: Desempenho por questão do Grupo B – UNIBH no Teste II.....	36
Tabela 7: Desempenho do Grupo A nos Testes I e II.....	42
Tabela 8: Grupo B antes e depois do curso de Lógica .....	43
Tabela 9: Teste II Grupo A vs Teste II Grupo B .....	44
Tabela 10: Teste II Grupo A vs Teste II Grupo B .....	45
Tabela 11: Teste II Grupo A vs Teste I Grupo B .....	49
Tabela 12: Teste II Grupo A vs Teste I Grupo B .....	50
Tabela 13: Desempenho por questão do Grupo B – COTEMIG no Teste I.....	54
Tabela 14: Desempenho por questão do Grupo A – COTEMIG no Teste II .....	56
Tabela 15: Turma do Colégio COTEMIG.....	59

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

CBC – Conteúdos Básicos Comuns

COTEMIG – Colégio Técnico de Minas Gerais

CEP – Comitê de Ética e Pesquisa com Seres Humanos

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação

MEC – Ministério da Educação e Cultura

MMM – Movimento da Matemática Moderna

OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PISA – Programme for International Student Assessment

PNLD – Programa Nacional do Livro Didático

UNIBH – Centro Universitário de Belo Horizonte

## RESUMO

PEREIRA, Israel Roque, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2016. **O sucesso escolar na interseção com o ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo.** De acordo com as normas vigentes. Orientador: Allan de Oliveira Moura.

O presente trabalho traz os resultados de uma pesquisa realizada em duas instituições de ensino de Belo Horizonte e região metropolitana, com alunos do curso de graduação em Matemática na modalidade licenciatura e alunos do ensino médio que responderam a dois testes de lógica e raciocínio lógico quantitativo, realizados antes e depois de participarem de um curso específico desses conteúdos. Essa pesquisa foi devidamente registrada no CEP - Comitê de Ética e Pesquisa com Seres Humanos, sob o número 1.366.414. O principal objetivo foi destacar a importância da lógica e do raciocínio lógico quantitativo na formação acadêmica dos discentes, sobretudo aqueles ligados às ciências exatas. Esta pesquisa buscou a validação com os testes T de Student, F de Snedecor e o Teste Z de sete hipóteses a priori levantadas. As hipóteses foram constituídas com o intuito de fundamentar a exigência de aulas específicas de lógica e raciocínio lógico quantitativo em todas as esferas educacionais. Os resultados desse trabalho indicam certo grau de relevância para os cursos específicos de lógica e raciocínio lógico quantitativo no desempenho dos discentes submetidos aos testes que envolvem esses conteúdos. Dessa forma, justifica-se uma ênfase maior nesses conteúdos quando se trata de educação básica.

## **ABSTRACT**

PEREIRA, Israel Roque, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March, 2016. **The school success at the intersection with the teaching of logic and quantitative logical reasoning.** According to the current rules. Advisor: Allan de Oliveira Moura.

This paper presents the results of a survey conducted in two schools of Belo Horizonte and the metropolitan area, with students of the degree in Mathematics at the undergraduate mode and high school students who responded to two logic tests and quantitative logical reasoning, performed before and after participating in a specific course of such content. This research was duly registered with the CEP - Research Ethics Committee in Human Beings, under number 1366414. The main objective was to highlight the importance of logic and quantitative logical reasoning in academic education of students, especially those related to the exact sciences. This study aimed to validate with the Student t test, F Snedecor and Z test seven hypotheses a priori raised. The assumptions were made in order to support the demand for specific classes of logical and quantitative logical reasoning in all educational spheres. The results of this study indicate a degree of relevance to the specific courses of logic and quantitative logical reasoning in the performance of students subjected to tests involving such content. Thus, it justified a greater emphasis on these content when it comes to basic education.

## INTRODUÇÃO

A educação básica brasileira tem apresentado melhoras que são sutis nos últimos anos. Tal informação foi divulgada de acordo com o último relatório do PISA (Programme for International Student Assessment), datado de 2014. Entretanto, lançando um olhar mais minucioso sobre os resultados obtidos na avaliação da OCDE – Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico, concluímos que os alunos brasileiros têm muita dificuldade para resolver problemas matemáticos ou de raciocínios mais sofisticados, pois apenas 2% da população estudantil avaliada são capazes de manipular bem tais problemas, enquanto que nos países que lideram o ranking, esse percentual é de 9% dos estudantes avaliados.

Com o intuito de potencializar a capacidade dos alunos brasileiros, muitos profissionais têm se dedicado ao estudo de novos métodos e ferramentas para desenvolver o ensino e também a aprendizagem desses educandos. Os fundamentos de lógica e o raciocínio lógico quantitativo são ferramentas poderosas para promover a capacidade dos alunos em resolver problemas de matemática e também problemas relacionados com outras disciplinas.

É notório que compreender bem os preceitos lógicos contribui para a organização e concatenação das ideias, além de fornecer boas estratégias para o enfrentamento de alguns problemas. Muitos discentes, afirmo isso por experiência própria, conseguem percorrer toda a trajetória de ensino da matemática, inclusive a graduação em licenciatura, sem a compreensão adequada de que a lógica bivalente estabelece os pilares para o aprendizado na resolução dos problemas matemáticos.

Os Parâmetros curriculares Nacionais – PCN propõem que o ensino da Matemática constitui um referencial para a construção de uma prática que favoreça o acesso ao conhecimento matemático e que possibilite de fato a inserção dos alunos como cidadãos, ao mundo do trabalho, das relações sociais e da cultura. O estudo da lógica cumpre papel essencial na busca pelo conhecimento matemático. Como comenta Assis, a esse respeito:

A tarefa da lógica sempre foi a de classificar e organizar as inferências válidas, separando-as daquelas que não são. A importância desta organização não deve ser subestimada, pois usam-se inferências (de preferência válidas) tanto na vida comum como nas ciências formais, sendo um exemplo a matemática (1990, p. 12).

A matemática trata de noções e verdades de natureza abstrata, exige precisão, proíbe ambiguidades, requer mais atenção e cuidado por parte do aluno. A perseverança, a dedicação

e a ordem no trabalho são qualidades indispensáveis para o estudo dessa disciplina. Nesse sentido, assim afirmam Oliveira e Moreto:

Aquele que é capaz de discernir, relacionar os fatos, incorporar ideias e, numa combinação sábia, chegar a conclusões benéficas, certamente terá uma grande vantagem com relação ao que desenvolveu apenas uma memória fotográfica, que apenas decoram dados podendo esquecê-los facilmente. O estudante que trabalha a lógica e conclui pelo raciocínio jamais esquecerá o que aprendeu, pois desenvolverá a capacidade de relembrar adquirida pela compreensão (2009, p. 5).

Tomando como perspectiva a proposta desse trabalho, o objetivo aqui se direciona para responder ou tentar responder as seguintes perguntas:

1. Será que o fracasso dos alunos, no quesito obtenção de conceitos e desenvolvimento de ferramentas matemáticas, está relacionado à ineficácia ou inexistência do ensino de lógica nas escolas?
2. Vários discentes entram em pânico ao perceber os comandos “Demonstre que” ou “Mostre que” no enunciado de um problema. Por que isso acontece?
3. A incapacidade de interpretação de textos e enunciados está relacionada com a ineficácia ou inexistência do ensino de lógica nas escolas?
4. A ineficácia ou inexistência do ensino de lógica nas escolas não compromete a autonomia do aluno, ou seja, o desenvolvimento de recursos como a iniciativa na elaboração de hipótese para a argumentação?

Se faz necessário, colocar em pauta que a lógica e o raciocínio lógico quantitativo podem ter grande importância se houver uma análise minuciosa acerca dessas questões que devem ser inseridas em um processo reflexivo. E para isso foram elaboradas algumas hipóteses que serão provadas ou refutadas ao longo desse trabalho.

- H<sub>1</sub> – Os alunos brasileiros das escolas pesquisadas cumprem todo o cronograma de estudos que estão previstos para a educação básica, mas sem acesso de forma exclusiva ao conteúdo de lógica;
- H<sub>2</sub> – De forma mais específica, não existe menção adequada à lógica e ao raciocínio lógico quantitativo nos livros e textos adotados para o ensino da matemática no ensino médio da rede pública estadual e nas escolas pesquisadas;
- H<sub>3</sub> – Os alunos não entendem o encadeamento das proposições corolários e teoremas como objetos fundamentais para a constituição da ciência matemática, quando não são submetidos às aulas específicas de lógica e raciocínio lógico;
- H<sub>4</sub> – Os alunos não percebem a rigorosa relação lógica envolvida nas demonstrações matemáticas quando não são submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico;
- H<sub>5</sub> – Os alunos são incapazes de se valer de um pensamento lógico dedutivo para resolver um problema, quando não são submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico;

- H<sub>6</sub> – Os alunos são incapazes de se valer de um pensamento lógico indutivo para resolver um problema, quando não são submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico;
- H<sub>7</sub> – O desempenho dos discentes que estudaram conceitos de lógica e raciocínio lógico quantitativo de forma exclusiva e independente em problemas que envolvam raciocínio lógico é superior ao daqueles que não o estudaram de forma efetiva.

Portanto, as análises dos resultados obtidos nessa pesquisa poderão apontar relações entre o fracasso escolar dos discentes e a ineficiência ou inexistência de um estudo sistêmico de lógica e raciocínio lógico quantitativo nas instituições de ensino.

# 1 LEVANTAMENTO HISTÓRICO SOBRE A LÓGICA E SEUS PRECURSORES

## 1.1 Breve relato

O papel da lógica como introdução a qualquer estudo filosófico foi sempre o de lidar com raciocínios e argumentos, seja no campo da teoria do conhecimento, da ética, da filosofia, da política ou da estética. Observa-se na atualidade que a percepção da lógica pensada por Aristóteles se divide em lógica tradicional e lógica matemática (lógica bivalente). Há quem defenda a ideia de que a lógica tradicional seja mais simples e mais acessível que a lógica matemática. No entanto, a lógica matemática desenvolveu-se graças aos avanços da lógica tradicional. A base da lógica tradicional foi formulada pelo filósofo grego Aristóteles e foi reelaborada durante a Idade Média, e na segunda metade do século 19 teve um enorme desenvolvimento. Assim para uma melhor compreensão será apresentada a seguir uma breve história sobre o desenvolvimento da lógica no mundo, baseando-se nas obras de Boyer (1996) e Abar (2011). Essas obras destacam o Período Aristotélico (390 a.C. a 1840 d.C.).

A história da Lógica teve início com o filósofo grego Aristóteles (384-322 a.C.) de Estagira atual Estavo na Macedônia. Aristóteles foi o criador da ciência da Lógica cuja essência era a teoria do silogismo que significa: certa forma de argumento válido. Um exemplo de silogismo Aristotélico: todos os gregos são homens, todo homem é mortal, logo todos os gregos são mortais. Seus escritos foram reunidos na obra denominada Organon ou Instrumento da Ciência. Na Grécia, distinguiram-se duas grandes escolas de Lógica a Peripatética (que derivava de Aristóteles) e a Estóica fundada por Zenão (326-264 a.C.). A escola Estóica foi desenvolvida por Crisipo (280-250 a.C.) a partir da escola Megária (fundada por Euclides, um seguidor de Sócrates). Os registros bibliográficos mostram que houve durante muitos anos certa rivalidade entre os Peripatéticos e os Megários e que isto talvez tenha prejudicado o desenvolvimento da lógica, embora na verdade as teorias destas escolas fossem complementares.

## 1.2 Os precursores

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716): filósofo e matemático que inspirou não só o desenvolvimento da lógica, mas também a criação de máquinas inteligentes, atribuída a ele a inserção da lógica no modelo de cálculo algébrico e a utilização dos símbolos técnicos.

George Boole (1815-1864): considerado o fundador da lógica simbólica e foi através da publicação do seu livro *Mathematical analysis of logic* que promoveu uma abordagem em

que a lógica é tratada como um cálculo de signos algébricos. Essa álgebra, chamada álgebra booleana, foi fundamental para o desenvolvimento do desenho dos circuitos nos computadores.

Gottlob Frege (1848-1925): considerado o pai da lógica matemática, deu um grande passo no desenvolvimento da lógica com a obra *begriffsschrift* de 1879. As ideias de Frege só foram reconhecidas pelos lógicos, aproximadamente, a partir de 1905 e graças ao seu trabalho os avanços nos estudos da lógica foram desenvolvidos. Também foi esse matemático quem introduziu a função proposicional, a formação de regras de inferência primitivas e o uso de quantificadores.

Giuseppe Peano (1858-1932): foi o fundador da lógica matemática. Quase toda a simbologia da matemática se deve a essa escola italiana. Desenvolveu o sistema de notação utilizado pelos lógicos matemáticos bem como a demonstração de que os enunciados matemáticos não são obtidos por intuição e sim deduzidos a partir de premissas.

Com Bertrand Russell (1872-1970): inicia-se o período atual da lógica, com a obra *Principia Mathematica* que se tornou uma referência na lógica matemática. Tinha como objetivo desenvolver o projeto do logicismo que era a redução de toda matemática à lógica.

David Hilbert (1862-1943): dedicou-se integralmente a trabalhar com lógica matemática a partir de 1915, sua pesquisa destinava-se a criar um modelo em que as bases da matemática fossem inabaláveis e para isso, seria necessário questionar ideias de outros matemáticos a partir da antiguidade.

Kurt Gödel (1906-1978): filósofo e matemático fez importantes contribuições na área do conhecimento da lógica, demonstrou que qualquer sistema lógico, baseado em um número finito de princípios básicos e que seja perfeitamente consistente, isto é, incapaz de aceitar ou produzir contradições – contém afirmações que não podem ser provadas, dentro das regras do próprio sistema, como verdadeiras ou falsas (SILVA, 2012, p. 33).

### **1.3 Caracterização do conceito de lógica**

A lógica é uma ciência do raciocínio, pois a sua ideia está ligada ao processo de raciocínio correto e incorreto que depende da estrutura dos argumentos envolvidos nele. Assim, concluímos que ela estuda as formas ou estruturas do pensamento, isto é, seu propósito é estudar e estabelecer propriedades das relações formais entre as proposições (COPI, 1978, p. 21).

Vemos, portanto, que a lógica se caracteriza como um instrumento do pensamento para as áreas do conhecimento. Trata-se de um instrumento para as ciências, “pois somente ela pode indicar qual é o tipo de proposição, de raciocínio, de demonstração, de prova e de definição que uma determinada ciência deve usar” (CHAUÍ, 2002: p. 357).

Desta maneira, as premissas e a conclusão de um argumento, formuladas em uma linguagem estruturada, permitem que o argumento possa ter uma análise lógica apropriada para a verificação de sua validade. A lógica é o ramo da Filosofia que cuida das regras do bem pensar ou do pensar correto, sendo, portanto, um instrumento do pensar. A aprendizagem da lógica não constitui um fim em si. Ela só tem sentido enquanto meio de garantir que nosso pensamento proceda corretamente, a fim de chegar aos conhecimentos verdadeiros.

Podemos, então, dizer que a lógica trata dos argumentos, isto é, das conclusões a que chegamos através da apresentação de evidências que a sustenta. Um sistema lógico é um conjunto de axiomas e regras de inferência que visa representar formalmente o raciocínio válido.

Diferentes sistemas de lógica formal foram construídos ao longo do tempo quer no âmbito escrito da Lógica Teórica, quer em aplicações práticas nas Ciências da Computação e em Inteligência artificial. Tradicionalmente, lógica é também a designação para o estudo de sistemas prescritivos de raciocínio, ou seja, sistemas que definem como se deveria realmente pensar para não errar, usando a razão, dedutivamente e indutivamente.

A forma como as pessoas raciocinam é estudada em outras áreas, como na Psicologia cognitiva. Por se tratar de ciência, a lógica define a estrutura de declaração e argumento para elaborar fórmulas através das quais estes podem ser codificados. Implícita no estudo da lógica está a compreensão do que gera um bom argumento e de quais argumentos são falaciosos.

A lógica filosófica lida com descrições formais da linguagem natural, e a maioria dos filósofos assume que grande parte do raciocínio "normal" pode ser capturado pela lógica. Porém, desde que seja capaz de encontrar o método certo para traduzir a linguagem corrente para essa lógica. Temos, por exemplo, a Lógica Aristotélica que se constitui por um sistema lógico desenvolvido por Aristóteles. Dois dos princípios centrais da lógica aristotélica são a lei da não contradição e a lei do terceiro excluído cujos conceitos serão explicados no próximo item.

A lei da não contradição diz que nenhuma afirmação pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo e a lei do terceiro excluído diz que qualquer afirmação da forma P ou não P é verdadeira. Esse princípio deve ser cuidadosamente distinguido do princípio de bivalência. A lógica aristotélica e em particular a teoria do silogismo, que é uma forma de raciocínio

dedutiva, constitui apenas um fragmento da assim chamada lógica tradicional. Apesar dos avanços proporcionados pela lógica aristotélica, é inegável que o uso da linguagem natural gerava confusão sobre os sentidos das palavras representando limitação que culminaram em verdadeiros obstáculos para o avanço da ciência. De uma maneira geral, pode-se considerar que a lógica, tal como é utilizada na Filosofia e na Matemática, observa sempre os mesmos princípios básicos: a lei do terceiro excluído, a lei da não contradição e a lei da identidade. A esse tipo de lógica pode-se chamar de lógica clássica ou lógica aristotélica. Sendo que a Lógica clássica é considerada como o núcleo da lógica dedutiva e daí surge o conceito que chamamos hoje de Cálculo de predicados de primeira ordem com ou sem igualdade e de alguns de seus subsistemas.

Também é importante destacar outros conceitos que são esclarecedores para se entender a lógica e seus desdobramentos: Lógicas complementares da Clássica são aquelas que complementam de algum modo a lógica clássica, estendendo o seu domínio. Tratam-se dessas da lógica modal, lógica deôntica, lógica epistêmica entre outras. Lógicas não clássicas são assim caracterizadas por desconsiderar algum ou alguns dos princípios da lógica clássica. Sendo estas: lógica para completa e lógica intuicionista (desconsideram o princípio do terceiro excluído), lógica para consistente (desconsidera o princípio da contradição), lógica não-alética (desconsidera o terceiro excluído e o da contradição), lógica não reflexiva (desconsidera o princípio da identidade), lógica probabilística, lógica polivalente, lógica fuzzy entre outras.

Nesse contexto, a Lógica possui inúmeras aplicações, amplamente utilizadas em áreas como Ciências da computação, Filosofia, Matemática, Engenharia, dentre outras. Nos próximos itens apresentamos os diversos tipos de Lógica.

Lógica Formal, também chamada de Lógica Simbólica, que se preocupa basicamente com a estrutura do raciocínio. A Lógica Formal lida com a relação entre conceitos e fornece um meio de compor provas de declarações. Nela os conceitos são rigorosamente definidos, e as orações são transformadas em notações simbólicas precisas, compactas e não ambíguas.

Lógica Material trata da aplicação das operações do pensamento, segundo a matéria ou natureza do objeto a conhecer. Neste caso, a lógica é a própria metodologia de cada ciência. É, portanto, somente no campo da lógica material que se pode falar da verdade: o argumento é válido quando as premissas são verdadeiras e se relacionam adequadamente à conclusão.

Lógica matemática faz uso da lógica formal para estudar o raciocínio matemático com estrutura simbólica, logo é um sofisticado instrumento da análise e ulterior formalização de fragmentos do discurso coloquiais das ciências.

Lógica informal estuda os aspectos da argumentação válida que não dependem exclusivamente da forma lógica. O tema introdutório mais difundido é a teoria clássica da dedução (lógica proposicional e de predicados, incluindo formalizações elementares da linguagem natural).

Lógica difusa cujo aparecimento foi natural e inevitável, visto que estabelece o conceito da dualidade, estabelecendo que algo pode e deve coexistir com o seu oposto, diferentemente da lógica aristotélica que classifica apenas como verdadeiro ou falso. O que nem sempre acontece com muitas experiências humanas, por exemplo, a previsão de um evento cuja medida é feita em valores percentuais, e essa incerteza na informação permite a lógica difusa ser uma eficiente ferramenta para modelar situação de incerteza para um formato numérico.

Quem estuda lógica, estuda o raciocínio dedutivo ou a arte de chegar às conclusões válidas de acordo com as premissas. Se as premissas forem verdadeiras e a lógica for impecável, então as conclusões serão verdadeiras (SILVA, 2012: p. 31).

## **1.4 O ensino da lógica no Brasil**

No artigo “Considerações sobre o desenvolvimento da Lógica no Brasil”, de Itala M. Loffredo D’Ottaviano e Evandro Luís Gomes, observa-se relatos de que a disciplina foi introduzida no Brasil por meio dos cursos da filosofia, ministrados pelos jesuítas e outros religiosos em seus colégios, ao modo do Colégio de Artes de Lisboa.

Até a primeira metade do século XVIII, o ensino de lógica, de orientação predominantemente escolástica, não sofre abalo ou oposição no Brasil. De fato, apenas em 1759, quando Sebastião José de Carvalho e Melo, o Marquês de Pombal, inicia a reforma dos estudos em Portugal e domínios, é que a lógica escolástica típica nos séculos anteriores seria oficialmente preterida por uma lógica eclética de caráter moderno. No século XVIII, as universidades lusitanas atendiam todos os níveis de ensino, cenário no qual se destacava a lógica, pois só ingressavam na Universidade de Coimbra os aprovados no exame de proficiência nessa disciplina (D’OTTAVIANO; GOMES, 2011, p. 15).

Alguns documentos e as provas do concurso à cátedra de lógica do Colégio Pedro II, ocorrido em maio de 1909, certame ao qual compareceram figuras ilustres da intelectualidade brasileira, como Euclides da Cunha (1866-1909) e Raimundo de Farias Brito (1862–1917),

indicam estudos sistêmicos de lógica a níveis pré-universitários. De acordo com D'Ottaviano e Gomes (2011, p. 2), nas primeiras décadas do século XX, verificou-se no Brasil um lento e crescente contato com a lógica contemporânea que se intensificou após a Segunda Guerra. O primeiro livro escrito no Brasil, com algumas referências à lógica matemática, foi *As ideias fundamentais da matemática*, de Amoroso Costa, publicado em 1929.

Ainda sobre fatos relevantes do ensino da lógica nas escolas brasileiras, temos o Movimento da Matemática Moderna (MMM) que foi desencadeado em âmbito internacional na década de 1950. Esse movimento atribuía uma importância primordial à axiomatização, às estruturas algébricas, à lógica e aos conjuntos. No Brasil, o Estado de São Paulo é considerado precursor no Movimento da Matemática Moderna, pois foi lá que surgiu na década de 1960 o Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), liderado por Osvaldo Sangiorgi, importante educador paulista, o qual foi o principal responsável pela divulgação das ideias do MMM. Esse movimento de reforma dos currículos vigorou até meados da década de 1970 como uma nova proposta para o ensino da Matemática.

## 2 A LÓGICA NO ATUAL SISTEMA EDUCACIONAL BRASILEIRO

Neste capítulo, apresentaremos fragmentos da LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação, dos PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais e do PNLD – Programa Nacional do Livro didático. O objetivo é entender a proposta atual de ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo. Nesse contexto, discutiremos as hipóteses  $H_1$  e  $H_2$  citadas na introdução deste trabalho.

### 2.1 A lógica e o raciocínio lógico quantitativo na LDB

A lei nº 9.394/1996 de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB trata dentre outros tópicos do currículo básico nacional no artigo 26. Não encontramos menção explícita ao ensino da lógica formal no texto legislativo. Voltaremos nossas atenções à formação do currículo básico, sobretudo nas áreas de abrangência desses temas.

Art. 26º. Os currículos do ensino fundamental e médio devem ter uma base nacional comum, a ser complementada, em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela.

§ 1º. Os currículos a que se refere o caput devem abranger, obrigatoriamente, o estudo da língua portuguesa e da matemática, o conhecimento do mundo físico e natural e da realidade social e política, especialmente do Brasil.

§ 2º. O ensino da arte constituirá componente curricular obrigatório, nos diversos níveis da educação básica, de forma a promover o desenvolvimento cultural dos alunos.

§ 3º. A educação física, integrada à proposta pedagógica da escola, é componente curricular da Educação Básica, ajustando-se às faixas etárias e às condições da população escolar, sendo facultativa nos cursos noturnos.

§ 4º. O ensino da História do Brasil levará em conta as contribuições das diferentes culturas e etnias para a formação do povo brasileiro, especialmente das matrizes indígena, africana e européia.

§ 5º. Na parte diversificada do currículo será incluído, obrigatoriamente, a partir da quinta série, o ensino de pelo menos uma língua estrangeira moderna, cuja escolha ficará a cargo da comunidade escolar, dentro das possibilidades da instituição (BRASIL, 1996, não paginado).

Nessa proposta curricular, o ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo estaria contido no ensino da Matemática. Essa estrutura sofreu uma alteração com a promulgação da lei 11.684/2008 que incluiu as disciplinas de Filosofia e Sociologia como itens obrigatórios nos currículos do ensino médio. Desse modo, o ensino da lógica de uma maneira mais geral passa a ser discutido também no campo filosófico. Em relação a esse assunto chamamos a atenção para os seguintes dizeres do MEC – Ministério da Educação e Cultura.

[...] alguns currículos muito centrados nas culturas dos alunos, ao proporem às camadas populares uma educação escolar calcada sobretudo na espontaneidade e na criatividade, terminam por reservar apenas para as elites uma educação que trabalha com abstrações e estimula a capacidade de raciocínio lógico. Assim sendo, vale repetir que os segmentos populares, ao lutarem pelo direito à escola e à educação, aspiram apossar-se dos conhecimentos que, transcendendo as suas próprias experiências, lhes forneçam instrumentos mais complexos de análise da realidade e permitam atingir níveis mais universais de explicação dos fenômenos. São esses conhecimentos que os mecanismos internos de exclusão na escola têm reservado somente às minorias, mas que é preciso assegurar a toda a população (BRASIL, 2013, p. 119).

Dessa forma, é possível observar nos fragmentos legislativos apresentados, a existência de um amparo legal para a abordagem dos temas lógica e raciocínio lógico quantitativo na educação básica brasileira.

## **2.2 A lógica e o raciocínio lógico quantitativo na perspectiva dos Parâmetros Curriculares Nacionais e do CBC – Conteúdos Básicos Comuns**

No Brasil, os PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais são diretrizes elaboradas pelo Governo Federal com o objetivo principal de orientar os educadores por meio da normatização de alguns fatores fundamentais concernentes a cada disciplina. Estes parâmetros abrangem tanto a rede pública, como a rede privada de ensino, conforme o nível de escolaridade dos alunos. Sua meta é garantir aos educandos o direito de usufruir dos conhecimentos necessários para o exercício da cidadania. Embora não sejam obrigatórios, os PCN servem como norteadores para professores, coordenadores e diretores, que podem adaptá-los às peculiaridades locais.

Assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais do MEC, o CBC busca oferecer às escolas estaduais mineiras uma base curricular comum que permite aos alunos ter acesso ao conjunto de conhecimentos socialmente elaborados e reconhecidos como necessários ao exercício da cidadania. Enquanto os PCN apontam o caminho a ser seguido pelas escolas, o CBC se propõe a ir mais além e detalha o trabalho que pode ser realizado pelo professor com seus alunos. Cada uma das publicações do CBC para o Ensino Fundamental (6º a 9º anos) e Ensino Médio traz as diretrizes norteadoras das diferentes disciplinas, os critérios que foram adotados para a seleção dos conteúdos, os tópicos que devem ser trabalhados, as competências e as habilidades a serem desenvolvidas, seguidos de orientações e sugestões de atividades para serem realizadas com os alunos.

Nos parâmetros curriculares nacionais para a matemática, encontramos o incentivo às atividades que permitem questionar a realidade, formulando-se problemas e tratando de resolvê-los, utilizando para isso o pensamento lógico, a criatividade, a intuição, a capacidade de análise crítica, selecionando procedimentos e verificando sua adequação. Encontra em destaque no (PCN, 1997, p. 15) o texto a seguir:

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional.

Logo na capa dos parâmetros curriculares nacionais para a matemática, encontramos uma série de reflexões sobre o ensino da matemática. Neste texto encontramos profundas análises sobre os procedimentos metodológicos bem-sucedidos e também propostas fracassadas de ensino da matemática. O aspecto formal da matemática tem com ressalvas sua importância reconhecida, como atesta o seguinte trecho:

O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. Ao longo de sua história, a Matemática tem convivido com a reflexão de natureza filosófica, em suas vertentes da epistemologia e da lógica. Quando se reflete, hoje, sobre a natureza da validação do conhecimento matemático, reconhece-se que, na comunidade científica, a demonstração formal tem sido aceita como a única forma de validação dos seus resultados. Nesse sentido, a Matemática não é uma ciência empírica. Nenhuma verificação experimental ou medição feita em objetos físicos poderá, por exemplo, validar matematicamente o teorema de Pitágoras ou o teorema relativo à soma dos ângulos de um triângulo. Deve-se enfatizar, contudo, o papel heurístico que tem desempenhado os contextos materiais como fontes de conjecturas matemáticas (BRASIL, 1998, p. 26).

O exercício da indução e da dedução em Matemática reveste-se de importância no desenvolvimento da capacidade de resolver problemas, de formular e testar hipóteses, de induzir, de generalizar e de inferir dentro de determinada lógica, o que assegura um papel de relevo ao aprendizado dessa ciência em todos os níveis de ensino. Ao longo de sua história, a Matemática tem convivido com a reflexão de natureza filosófica, em suas vertentes da epistemologia e da lógica. Quando se reflete, hoje, sobre a natureza da validação do conhecimento matemático, reconhece-se que, na comunidade científica, a demonstração formal tem sido aceita como a única forma de validação dos seus resultados. Nesse sentido, a

Matemática não é uma ciência empírica. Nenhuma verificação experimental ou medição feita em objetos físicos poderá, por exemplo, validar matematicamente o teorema de Pitágoras ou o teorema relativo à soma dos ângulos de um triângulo. Deve-se enfatizar, contudo, o papel heurístico que tem desempenhado os contextos materiais como fontes de conjecturas matemáticas (BRASIL, 1998).

Mesmo com as diversas menções ao ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo, os parâmetros curriculares não trazem estes conteúdos de forma explícita.

Embora nestes Parâmetros a Lógica não se constitua como um assunto a ser tratado, explicitamente, alguns de seus princípios pode e deve ser integrados aos conteúdos, desde os ciclos iniciais, uma vez que ela é inerente à Matemática. No contexto da construção do conhecimento matemático é ela que permite a compreensão dos processos; é ela que possibilita o desenvolvimento da capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações bem como o da capacidade de justificar por meio de uma demonstração formal. A seleção de conteúdos a serem trabalhados pode se dar numa perspectiva mais ampla, ao procurar identificá-los como formas e saberes culturais em que a assimilação é essencial para que produza novos conhecimentos. Dessa forma, pode-se considerar que os conteúdos envolvem explicações, formas de raciocínio, linguagens, valores, sentimentos, interesses e condutas. Assim, nesses parâmetros os conteúdos estão dimensionados não só em conceitos, mas também em procedimentos e atitudes (BRASIL, 1998, p. 49).

### **2.3 O PNLD – Programa Nacional do Livro Didático e o ensino da lógica e do raciocínio lógico quantitativo**

O objetivo principal do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD é subsidiar o trabalho pedagógico dos professores, com a distribuição de livros didáticos aos alunos da educação básica. São publicadas pelo MEC – Ministério da Educação, o guia do livro didático, contendo resenhas das obras consideradas aprovadas. As escolas analisam o guia para escolherem as obras mais adequadas ao seu plano político pedagógico. O PNLD é executado em ciclos trienais alternados.

Neste trabalho analisaremos como os temas lógica e raciocínio lógico quantitativo são tratados nas seis obras de matemática indicadas no último guia do programa nacional do livro didático para o ensino médio em 2015. É válido destacar alguns elementos dos princípios e critérios utilizados na seleção das obras.

1. respeito à legislação, às diretrizes e às normas oficiais relativas ao ensino médio;
2. observância de princípios éticos necessários à construção da cidadania e ao convívio social republicano;

3. coerência e adequação da abordagem teórico-metodológica assumida pela obra, no que diz respeito à proposta didático-pedagógica explicitada e aos objetivos visados;
4. correção e atualização de conceitos, informações e procedimentos;
5. observância das características e finalidades específicas do Manual do Professor e adequação da obra à linha pedagógica nela apresentada;
6. adequação da estrutura editorial e do projeto gráfico aos objetivos didático-pedagógicos da obra.
7. incluir todos os campos da Matemática escolar, a saber, números, funções, equações algébricas, geometria analítica, geometria, estatística e probabilidade;
8. privilegiar a exploração dos conceitos matemáticos e de sua utilidade para resolver problemas;
9. apresentar os conceitos com encadeamento lógico, evitando: recorrer a conceitos ainda não definidos para introduzir outro conceito, utilizar-se de definições circulares, confundir tese com hipótese em demonstrações matemáticas, entre outros;
10. propiciar o desenvolvimento, pelo aluno, de competências cognitivas básicas, como: observação, compreensão, argumentação, organização, análise, síntese, comunicação de ideias matemáticas, memorização, entre outras (PNLD 2015, 2014, p.14).

O não cumprimento de qualquer um desses critérios resultou em proposta incompatível da obra com os objetivos estabelecidos para o ensino médio, o que justificou sua exclusão do PNLD 2015.

### **2.3.1 Princípios de avaliação do componente curricular Matemática**

Dois aspectos articulam-se de forma complexa e indissociável na Matemática. O primeiro é o das aplicações as várias atividades humanas, que têm sido origem de muitos dos belos modelos abstratos dessa ciência. Outro é o da especulação pura, voltada para problemas gerados no próprio edifício da Matemática e que, em muitos casos, revelaram-se fontes das mais surpreendentes aplicações. Além desses aspectos, a dimensão estética está presente em muitas das construções matemáticas.

Podem ser lembradas, ainda, as ligações existentes, há milênios, entre a Matemática e as atividades lúdicas das pessoas. Ao longo de sua evolução, os homens recorreram, em suas práticas matemáticas, a diversos métodos. No entanto, especialmente a partir da civilização grega, o método dedutivo tem predominado e assume a primazia de ser o único método aceito, na comunidade científica, para comprovação de um fato matemático. Os conceitos de axioma,

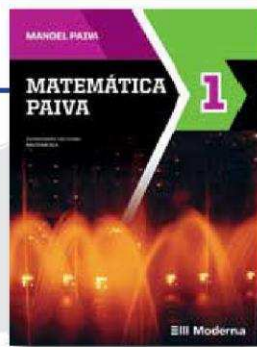
definição, teorema e demonstração são o cerne desse método e, por extensão, passaram a ser, para muitos, a face mais visível da Matemática. Trata-se de um método de validação do fato matemático, muito mais do que um método de descoberta ou de uso do conhecimento matemático. Na construção efetiva desse saber, faz-se uso permanente da imaginação, de raciocínios indutivos ou plausíveis, de conjecturas, de tentativas, de verificações empíricas, enfim, recorre-se a uma variedade complexa de outros procedimentos.

No que diz respeito à Matemática, enquanto conhecimento acumulado e organizado é preciso dosar, em progressão criteriosa, o emprego de seu método próprio de validação dos resultados: o método dedutivo. É indispensável que o aluno estabeleça gradualmente a diferença entre os vários procedimentos de descoberta, invenção e validação. Em particular, é interessante que ele compreenda a distinção entre uma prova lógico-dedutiva e uma verificação empírica, seja essa baseada na visualização de desenhos, na construção de modelos materiais ou na medição de grandezas. Dessa forma, o ensino médio cumpre seu papel de ampliação, aprofundamento e organização dos conhecimentos matemáticos adquiridos no ensino fundamental, fase esta em que predominam, na abordagem da Matemática, os procedimentos indutivos, informais, não rigorosos.

Os livros indicados no guia são:

**Figura 1: Livros indicados no guia PNLD 2015 – Matemática (Ensino Médio)**

	<h3><b>CONEXÕES COM A MATEMÁTICA</b></h3>
	<p><b>Fábio Martins de Leonardo</b> 27519COL02 Coleção Tipo 2</p>
	<p>Editora Moderna 2ª edição 2013</p>
	<p><a href="http://www.moderna.com.br/pnld2015/conexoescomamatematica/">http://www.moderna.com.br/pnld2015/conexoescomamatematica/</a></p>
	<h3><b>MATEMÁTICA: CONTEXTO &amp; APLICAÇÕES</b></h3>
	<p><b>Luiz Roberto Dante</b> 27582COL02 Coleção Tipo 2</p>
	<p>Editora Ática 2ª edição 2013</p>
	<p><a href="http://www.atica.com.br/pnld2015/matematicacontextoeaplicacoes">www.atica.com.br/pnld2015/matematicacontextoeaplicacoes</a></p>



### **MATEMÁTICA – PAIVA**

**Manoel Rodrigues Paiva** 27583COL02  
Coleção Tipo 2

Editora Moderna  
2ª edição 2013

<http://www.moderna.com.br/pnld2015/maticapaixa/>



### **MATEMÁTICA – CIÊNCIA E APLICAÇÕES**

**Gelson Iezzi** 27585COL02  
**Osvaldo Dolce** Coleção Tipo 2  
**David Mauro Degenszajn**  
**Roberto Périgo** Editora Saraiva  
**Nilze Silveira de Almeida** 7ª edição 2013

[www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica\\_ciencia\\_e\\_aplicacoes](http://www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica_ciencia_e_aplicacoes)



### **MATEMÁTICA – ENSINO MÉDIO**

**Kátia Cristina Stocco Smole** 27588COL02  
**Maria Ignez de Souza Vieira Diniz** Coleção Tipo 2

Editora Saraiva  
8ª edição 2013

[www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica\\_para\\_ensino\\_medio](http://www.editorasaraiva.com.br/pnld2015/matematica_para_ensino_medio)



### **NOVO OLHAR: MATEMÁTICA**

**Joamir Souza** 27602COL02  
Coleção Tipo 1

Editora FTD  
2ª edição 2013

[www.ftd.com.br/pnld2015/novoolharmatematica](http://www.ftd.com.br/pnld2015/novoolharmatematica)

A análise dessas obras nos mostra que em nenhum caso existe menção à lógica e ao raciocínio lógico quantitativo nos sumários. As abordagens ocorrem indiretamente nas demonstrações e principalmente na seção destinada ao estudo sobre conjuntos.

## 2.4 Uma análise dessas informações

Os temas que se referem à lógica e raciocínio lógico quantitativo não ganham ênfase específica nos elementos direcionadores da educação matemática no Brasil. Talvez a repulsa pelas marcas deixadas pelo movimento da matemática moderna, tenha afastado toda e qualquer proposta que pudesse de algum modo se parecer com aquele conjunto de coordenadas para um novo currículo, instituído entre as décadas de 60 e 70 no Brasil. As propostas vigentes são modernas, com eficiência indicada em vários estudos sobre o assunto. No entanto, o cenário educacional aponta para um moroso avanço nas relações de ensino da matemática, como apontam estudos do PISA/OCDE. Os parâmetros curriculares nacionais incentivam o desenvolvimento do raciocínio lógico na resolução de problemas, mas não fazem previsões sobre como, ou em que momento, os discentes hão de entender o significado de raciocinar de maneira lógica.

As obras indicadas no guia do PNDL/2015 para a matemática no ensino médio atendem bem as atuais propostas de ensino da matemática. Mas não reservam momento específico para dialogar sobre princípios lógicos. Nas resenhas das obras, percebe-se notória preocupação com a formalidade das demonstrações, que sempre são pautadas em sólidos fundamentos lógicos. Não há sequer uma seção instituída com o objetivo de discutir o conceito de fundamento lógico, o que confirma às hipóteses de que os alunos brasileiros cumprem todo o cronograma de estudos previsto para a educação básica sem acesso de forma exclusiva ao conteúdo de lógica, e que não existe menção específica à lógica e ao raciocínio lógico quantitativo nos livros textos que são adotados para o ensino da matemática no Ensino Médio da rede pública.

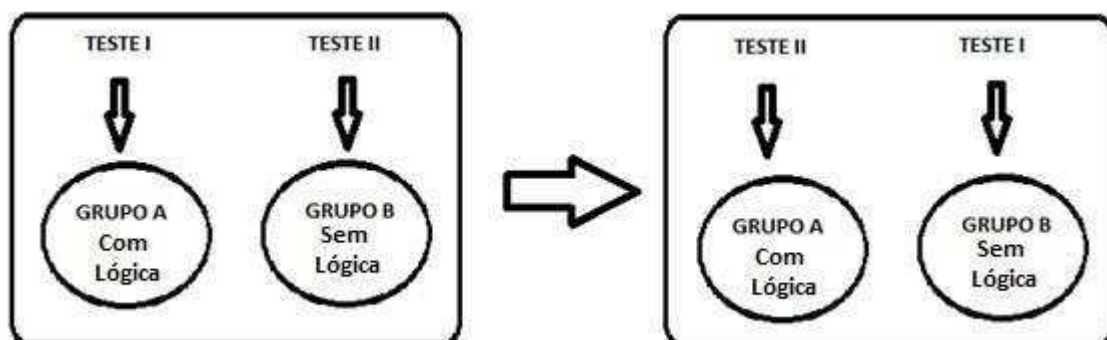
### 3 A COLETA DE DADOS PARA OS TESTES DE HIPÓTESES

Os dados coletados nessa pesquisa são oriundos de estudantes matriculados em instituições de nível médio, técnico e graduação. A coleta foi realizada em duas instituições de ensino a saber: uma escola privada com alunos de curso técnico e com alunos na graduação de Licenciatura em Matemática. Os participantes foram pessoas com faixa etária entre 14 e 58 anos, alunos de ensino médio, técnico e superior. A coleta de dados foi realizada em cada uma das instituições, atendendo a uma das duas modalidades a seguir.

#### 3.1 Modalidades de coleta

Primeiro, seleciona-se dois grupos denominados Grupo A e Grupo B. Ambos os grupos foram submetidos a um primeiro teste cujo objetivo foi o de verificar diferenças significativas entre os grupos e o domínio de conceitos relacionados à lógica e ao raciocínio lógico quantitativo. Aplicado o primeiro teste, os discentes do Grupo A foram submetidos a duas aulas que abordaram conceitos básicos de lógica e raciocínio lógico quantitativo, além da correção do primeiro teste. Em um segundo momento, houve aplicação de um segundo teste para ambos os grupos, nos mesmos moldes do primeiro, com o objetivo de analisar o grau de influência das duas aulas de lógica no enfrentamento de problemas similares aos propostos no primeiro teste. Segue abaixo um esquema da primeira modalidade da coleta.

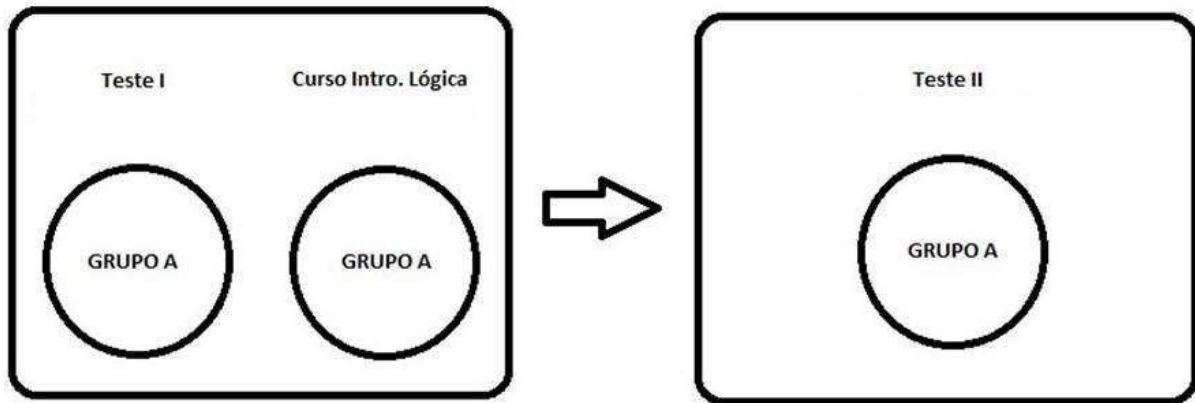
**Figura 2: Esquema da primeira modalidade da coleta**



Na segunda modalidade, os discentes pertencem a um mesmo grupo, e desconhecem totalmente qualquer conceito de lógica formal. Observaremos nesse caso o comportamento de um mesmo grupo antes e depois de um curso introdutório de lógica e raciocínio lógico. Os discentes desse Grupo são submetidos a dois testes, o teste I e o teste II. Eles iniciarão a coleta participando com o teste I. Concluída a primeira etapa da coleta, os voluntários, após

concluírem o curso introdutório de lógica e raciocínio lógico quantitativo, serão submetidos ao teste II. Segue abaixo um esquema da segunda modalidade de coleta.

**Figura 3: Esquema da segunda modalidade de coleta**



## 3.2 Os testes

### 3.2.1 Teste I

A aplicação do primeiro teste tem como principais objetivos, contribuir para a validação das hipóteses levantadas a priori e estabelecer os parâmetros para a análise posterior dos dados. O teste I é composto de sete questões.

A primeira questão é do tipo – múltipla escolha em que o participante deve assinalar as sentenças que configuram uma proposição. O objetivo é verificar se o voluntário já domina o conceito antes das aulas específicas de lógica.

A segunda questão é discursiva, com cinco itens. Essa questão pressupõe que o participante domine o conceito de negação de proposições simples e compostas, além do bom entendimento das proposições categóricas (proposições formadas com os termos: todo, nenhum e algum).

A terceira questão é do tipo – preenchimento de lacunas. O enunciado expõe um modelo de dedução a partir de algumas premissas. Em cada um dos dois itens, o aluno participante deve preencher a lacuna com a conclusão lógica obtida com as premissas. Assim, poderemos mensurar até que ponto o voluntário é capaz utilizar o pensamento dedutivo na leitura de um problema. Será possível também tecer análise sobre a capacidade argumentativa desse indivíduo.

A quarta questão é do tipo – discursiva automática em que a resposta nesse caso é apenas um número. A questão tem o objetivo primário de constatar como o discente utiliza o

pensamento dedutivo na resolução de um problema. Vale a pena destacar que o enunciado não garante que todos os termos obedeçam ao mesmo padrão lógico, ficando a cargo do participante, utilizar a inferência para produzir sua resposta.

A quinta questão é do tipo – preenchimento de lacunas. O enunciado exorta o participante a preencher a lacuna com a conclusão geral obtida da análise das premissas dadas. Nesse momento, o objetivo é verificar se o discente é capaz de utilizar um raciocínio indutivo para obter conclusões gerais a partir de proposições particulares.

A sexta questão é do tipo – discursiva automática. Com três itens, cada resposta se resume em uma palavra ou em um fragmento do teorema dado. O objetivo é verificar o grau de compreensão do participante em relação aos aspectos lógicos relacionados à estrutura axiomática da matemática. Analisaremos a capacidade em diferenciar a hipótese e a tese do teorema, além da operação lógica envolvida na composição das proposições.

A sétima questão é do tipo – associar colunas. A questão visa identificar nos participantes a capacidade de distinguir corretamente as circunstâncias em que as ferramentas matemáticas são apresentadas.

### **3.2.2 Teste II**

O segundo teste foi produzido na mesma perspectiva do primeiro teste. O principal objetivo é fornecer dados para comparação com o desempenho obtido no segundo teste. Assim como o primeiro, o teste II é composto de sete questões.

A primeira questão é do tipo – múltipla escolha em que o participante deve assinalar as sentenças que configuram uma proposição. O objetivo é verificar se o voluntário domina o conceito antes das aulas específicas de lógica.

A segunda questão é discursiva, com cinco itens. Essa questão pressupõe que o participante domine o conceito de negação de proposições simples e compostas, além do bom entendimento das proposições categóricas (proposições formadas com os termos: todo, nenhum e algum).

A terceira questão é do tipo – preenchimento de lacunas. O enunciado expõe um modelo de dedução a partir de algumas premissas. Em cada um dos dois itens, o aluno deve preencher a lacuna com a conclusão lógica obtida com as premissas. Nesse item será possível perceber a evolução dos participantes antes e depois do curso introdutório de lógica, uma vez que esse tópico compõe o conteúdo abrangido pelo curso.

A quarta questão é do tipo – discursiva automática em que a resposta nesse caso é apenas um número. A questão tem o objetivo primário de constatar como o discente utiliza o

pensamento dedutivo na resolução de um problema. O enunciado garante que todos os termos obedecem a mesma lei, sendo exigido do participante analisar o comportamento dos termos da sequência, a fim de entender a lei geral de formação.

A quinta questão é do tipo – preenchimento de lacunas. O enunciado exorta o participante a preencher a lacuna com a conclusão geral obtida da análise das premissas dadas. Nesse momento, o objetivo é verificar se o discente é capaz de utilizar um raciocínio indutivo para obter conclusões gerais a partir de proposições particulares.

A sexta questão é do tipo – discursiva automática. Com três itens, cada resposta se resume em uma palavra ou em um fragmento do teorema dado. O objetivo é verificar o grau de compreensão do participante em relação aos aspectos lógicos relacionados com a estrutura axiomática da matemática. Analisaremos a capacidade em diferenciar a hipótese e a tese do teorema, além da operação lógica envolvida na composição das proposições.

A sétima questão é do tipo – associar colunas. A questão visa identificar nos participantes a capacidade de distinguir corretamente as circunstâncias em que as ferramentas matemáticas são apresentadas.

### 3.2.3 Correção dos testes

Os testes aplicados foram avaliados em 700 pontos, sendo atribuídos 100 pontos por questão. Em cada questão dividiu-se a pontuação pela quantidade de itens apresentados. A nota final em cada teste é dada pela divisão entre o somatório dos pontos obtidos em cada questão e o valor total do teste. Abaixo apresentaremos os critérios de correção e pontuação em cada questão.

- 1ª Questão: com cinco itens e a cada item assinalado corretamente ou a cada lacuna não preenchida corretamente, atribuiu-se 20 pontos. O participante não pontuaria caso assinalasse um item que não caracterizasse proposição, ou deixasse de assinalar um que caracterizasse;
- 2ª Questão: com dois itens e a cada item negado corretamente atribuiu-se 20 pontos. Foram levadas em consideração as possíveis variações linguísticas em cada item. O participante não pontuaria, caso deixasse em branco a resposta, ou fizesse uma negação equivocada das sentenças;
- 3ª Questão: com dois itens e a cada um dos itens os participantes pontuariam caso registrassem corretamente a conclusão do argumento do tipo *modus ponens*. Foram atribuídos 50 pontos para cada item respondido corretamente. Os voluntários não pontuariam, caso deixassem em branco as lacunas, ou registrassem uma resposta diferente da esperada;

- 4ª Questão: Os 100 pontos foram atribuídos apenas para os participantes que registrassem a resposta correta. O candidato não pontuou quando deixou o item em branco ou respondeu incorretamente;
- 5ª Questão: com dois itens e a cada um dos itens os participantes deveriam utilizar métodos indutivos para registrar as respostas corretas. Cada item respondido corretamente foi pontuado em 50 pontos. O voluntário que não respondeu ou respondeu incorretamente, não pontuou;
- 6ª Questão: com três itens e foram atribuídos 33 pontos aos dois primeiros itens e 34 pontos ao terceiro. Os participantes pontuaram quando foram capazes de extrair corretamente a hipótese e a tese do teorema, além de registrarem corretamente a operação lógica envolvida. Não pontuaram os que deixaram em branco, ou registraram resposta adversa da esperada, salvo quando originadas por variações linguísticas;
- 7ª Questão: para cada associação correta, foram atribuídos 25 pontos.

### **3.3 O curso de raciocínio lógico**

O curso introdutório de raciocínio lógico iniciou-se com uma abordagem sobre as definições de lógica e raciocínio lógico quantitativo. Em seguida, passamos para a apresentação de conceitos fundamentais para o exercício do raciocínio lógico, como o conceito de proposição, proposição simples e composta, variável proposicional, valor lógico de uma proposição, conectivos, princípios fundamentais da lógica e operações lógicas.

Uma vez apresentados os conceitos fundamentais, passamos a discutir alguns exemplos que pudessem contextualizar a teoria exposta, a fim de abrir caminho para análise de outros subtítulos como: A negação de proposições compostas, argumentação válida, pensamentos dedutivos e indutivos.

A negação de proposições compostas foi explanada com detalhes e riqueza de exemplos. Sempre na perspectiva de contrapor o teste I e o que está a se passar no curso, com o objetivo de produzir insight nos ouvintes. Quanto ao tópico argumentação válida, tratamos de forma superficial, evitando discutir temas como relações de implicação e relações de equivalência. O objetivo principal foi situar o ouvinte quanto à organização das proposições e as possíveis conclusões. Nesse ínterim, destacamos o conceito de premissas e partimos para a ideia de raciocinar dedutivamente.

O tópico raciocínio dedutivo é amplamente contextualizado pelo raciocínio lógico matemático. Nesse caso, a ênfase foi dada no paralelo entre o que é estudado em cursos básicos de matemática e os conceitos lógicos envolvidos. A título de exemplificação, citamos demonstrações de teoremas amplamente conhecidos pela comunidade escolar, como o Teorema de Pitágoras, o Teorema Fundamental da Semelhança e o Teorema de Tales, e

ressaltamos as operações lógicas envolvidas. Vale destacar, que mais uma vez torna-se possível vincular o curso a questões do teste I realizado previamente.

A proposta de abordagem do tema raciocínio indutivo foi à mesma adotada para o raciocínio dedutivo. As exemplificações giraram em torno dos princípios da boa ordenação e da indução finita.

O curso se encerra com a abordagem das diferenças entre axioma, conjectura, teorema, lema e corolário. O curso introdutório de lógica visa apresentar a importância do conhecimento epistemológico acerca desses elementos, além de retomar a relação intrínseca existente com os objetos que descrevem ou resultados que elucidam.

### **3.4 A coleta de dados no UNIBH**

A coleta realizada no Centro Universitário de Belo Horizonte – UNIBH contou com a participação dos alunos no curso de Licenciatura em Matemática. A instituição cedeu duas aulas de cinquenta minutos em cada uma das turmas participantes. No total, participaram 36 pessoas, sendo 23 em uma turma e 13 em outra. Os participantes da primeira turma foram discentes que cursavam o quarto período, composto por sete. Na segunda turma participaram os discentes do primeiro período do curso.

Os alunos da primeira turma já haviam cursado a disciplina de lógica e raciocínio lógico quantitativo pela própria instituição, por isso sua participação se deu apenas com a resolução de um dos testes que medem a proficiência básica em exercícios de lógica e raciocínio lógico quantitativo. Antes da entrega dos testes, os discentes foram comunicados de maneira formal sobre a pesquisa e os seus principais objetivos. Nessa ocasião, eles receberam os Termos de Consentimento Livre e Esclarecido, documento indispensável para a participação na pesquisa, de acordo com a resolução 466 do conselho de ética e pesquisa com seres humanos. Foram também orientados a responder a cada pergunta do teste da maneira que lhe parecesse mais razoável, levando em consideração os conceitos adquiridos na disciplina já cursada de lógica, ou a deixar em branco as perguntas que não soubessem responder. Após a entrega, assinatura e recolhimento dos termos de consentimento, os discentes receberam os testes e estiveram envolvidos com ele durante vinte e cinco minutos. Não houve perguntas conceituais durante a realização do teste e alguns dos participantes chegaram atrasados.

Quanto aos alunos do primeiro período, esses foram comunicados de maneira formal sobre a pesquisa e os seus principais objetivos. Nessa ocasião, eles receberam os Termos de

Consentimento Live e Esclarecido e após a entrega dos termos assinados, foram submetidos inicialmente a um teste similar ao teste aplicado aos alunos do quarto período. Como o prazo para a realização da pesquisa era limitado, os discentes foram orientados a responder de forma que lhes parecessem razoável ou a deixar em branco as questões que não soubessem; isso no prazo de vinte e cinco minutos. Durante a realização do teste houve perguntas de cunho interpretativo e também algumas conceituais, elas não foram respondidas.

Em seguida deu-se início ao curso básico de conceitos lógicos. Os discentes foram participativos durante o curso, com muitas perguntas, que por vezes, ultrapassavam o grau de complexidade previsto para um curso básico. Dentro do possível, as perguntas foram respondidas e o conteúdo previsto para o curso encerrou-se quando faltavam vinte minutos para o encerramento institucional das aulas. Nesse momento, um dos alunos precisou se retirar, e os outros foram estimulados a resolver o segundo teste, similar ao primeiro, que objetivava verificar algum ganho potencial de fundamentos e recursos lógicos. Os alunos resolveram o teste, mas todos já apresentavam sinais evidentes de cansaço físico. Desse modo, o empenho na realização do último teste deverá ser levado em consideração no momento da análise estatística dos dados produzidos.

### **3.5 A coleta de dados no Colégio COTEMIG**

A coleta de dados realizada no colégio COTEMIG contou com a participação de quarenta e cinco alunos da primeira série do curso de nível médio/técnico. Todos os participantes são alunos de uma única turma. Ao todo o colégio conta com 12 turmas similares. Antes da efetiva coleta de dados, a coordenadora pedagógica informou que esses alunos foram capitados em 2015 pela instituição e que são oriundos de diversas outras instituições de ensino básico da grande Belo Horizonte. A coordenadora informou ainda que desde a chegada dos alunos ao colégio eles ainda não haviam sido submetidos a um curso específico de lógica e raciocínio lógico quantitativo.

Os discentes foram informados de maneira formal sobre a pesquisa pela própria coordenação do colégio, que cuidou de contatar os pais por telefone, explicando-lhes os detalhes da pesquisa e a necessidade de assinarem o Termo de consentimento livre e esclarecido bem como o termo de assentimento, como exigência indispensável para a participação na coleta, de acordo com as orientações do comitê de ética para pesquisas com seres humanos.

A instituição cedeu três aulas de cinquenta minutos, sendo duas delas em um único dia para a realização do trabalho. Na primeira aula, durante os cinquenta minutos de duração, os discentes foram submetidos ao primeiro teste. Na ocasião, todos os participantes foram orientados a responder de forma que lhes parecessem razoável ou a deixar em branco as questões que não soubessem. Houve diversas perguntas de cunho interpretativo e conceitual. Nenhuma pergunta foi respondida.

Na segunda aula, os alunos foram submetidos ao curso de lógica. Durante a realização do curso os alunos se mostraram bem participativos, principalmente nos primeiros vinte minutos de aula. Decorrido algum tempo de aula, alguns começaram a se dispersar, o que costuma ser comum em turmas de nível médio. Nesse momento, a professora de matemática da turma, que acompanhava a realização da pesquisa, intercedeu e comunicou a todos que ela atribuiria uma pequena pontuação aos alunos com melhor desempenho no segundo teste que ocorreria após o curso de lógica. Os alunos se mostraram contentes com a notícia e isso contribuiu bastante para que permanecessem concentrados no curso durante todo o tempo.

Na terceira aula, três dias após o curso de lógica, os alunos foram submetidos ao segundo teste. Não houve perguntas e a maior parte dos alunos levou cerca de trinta minutos para realizar todas as questões.

### **3.6 A relação entre a coleta de dados e as hipóteses da pesquisa**

A aplicação do teste I, do teste II e do Curso introdutório de lógica foi pensada com o objetivo de validar as hipóteses levantadas na introdução.

H<sub>1</sub> – Os alunos brasileiros das escolas pesquisadas no estado de Minas Gerais cumprem todo o cronograma de estudos previsto para a educação básica sem acesso de forma exclusiva ao conteúdo de lógica.

O aproveitamento de cada participante nos testes tende a apontar a capacidade de argumentativa e de interpretação dos discentes, embasando ainda mais o acolhimento ou não da primeira hipótese.

H<sub>2</sub> – De forma mais específica, não existe menção adequada à lógica e ao raciocínio lógico quantitativo nos livros textos que são adotados no Ensino Médio da rede pública estadual e nas escolas pesquisadas.

Mais uma vez embasaremos o acolhimento ou não da hipótese não só com a pesquisa bibliográfica, mas também com os resultados dos testes aplicados.

H<sub>3</sub> – Os alunos não entendem o encadeamento das proposições, corolários e teoremas como objetos fundamentais para a constituição da ciência matemática quando não são submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico.

Essa hipótese é discutida na questão sete dos testes I e II.

H<sub>4</sub> – Os alunos não percebem a rigorosa relação lógica envolvida nas demonstrações matemáticas quando não são submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico.

Essa hipótese é testada com o desempenho dos participantes na questão seis dos testes I e II.

H<sub>5</sub> – Os alunos são incapazes de se valer de um pensamento lógico dedutivo para resolver um problema quando não são submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico.

Essa hipótese está diretamente relacionada com as questões três e quatro dos testes I e II.

H<sub>6</sub> – Os alunos são incapazes de se valer de um pensamento lógico indutivo para resolver um problema, quando não são submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico.

Essa hipótese está diretamente relacionada com a questão cinco dos testes I e II.

H<sub>7</sub> – O desempenho dos discentes que estudaram conceitos de lógica e raciocínio lógico quantitativo de forma exclusiva e independente em problemas que envolvam raciocínio lógico é superior ao daqueles que não o estudaram de forma efetiva.

Essa hipótese relaciona-se com os testes I e II como um todo.

## 4 TESTES DE HIPÓTESES

Os testes de hipóteses serão o conjunto de procedimentos inferenciais utilizados nesse trabalho, a fim de fazer previsões a respeito das populações estudadas. Elucidaremos agora alguns conceitos fundamentais em testes de hipóteses.

### **Parâmetro**

O parâmetro de uma população é utilizado para caracterizá-la e para obtê-lo em uma população, é necessário coletar informações de todos os indivíduos, numa espécie de censo da população. Uma população fica caracterizada por duas medidas principais: De Tendência Central e Dispersão.

Os que são exemplos de medidas de Tendência Central a média aritmética, a moda e a mediana. São medidas que indicam um valor em que os valores da distribuição de uma população tendem a se concentrar.

Já as medidas de Dispersão indicam quanto os valores de uma população estão distantes em torno de sua média. Exemplos clássicos de medidas de dispersão é o desvio – padrão e a variância.

### **Estimador**

Na impossibilidade de realizar um censo com todos os indivíduos envolvidos nessa pesquisa, trabalharemos com amostras das populações estudadas e a partir da caracterização dessas amostras, caracterizaremos toda a população envolvida. Esse objetivo é plenamente alcançado com a utilização de estimadores que apresentem características estatísticas desejáveis como a não – tendenciosidade, variância Mínima, dentre outros.

São exemplos de estimadores a média aritmética amostral e a variância amostral. Ambas utilizadas para inferência de dados sobre a população. Vale destacar que enquanto o parâmetro é um valor constante, os estimadores são tratados como variáveis aleatórias, uma vez que para cada amostra os valores observados poderão ser distintos.

### **Hipóteses do teste estatístico desse trabalho**

Nesse trabalho temos a intenção de testar as sete hipóteses mencionadas na introdução deste trabalho. Colocaremos as cinco últimas hipóteses em termos estatísticos:

H<sub>3</sub> – Em um teste sobre o encadeamento das proposições, corolários e teoremas como objetos fundamentais para a constituição da ciência matemática, a nota média alcançada pelos discentes submetidos a aulas específicas de lógica e raciocínio lógico quantitativo é semelhante a dos alunos que não foram submetidos a essas aulas;

$H_4$  – A nota média em um teste de identificação das estruturas lógicas envolvidas nas demonstrações matemáticas entre alunos submetidos a aulas específicas de lógica é similar às notas dos que não foram submetidos;

$H_5$  – A nota média em um teste em que o discente deve se valer de um pensamento lógico dedutivo para resolver um problema é igual entre alunos que participaram e não participaram de um curso específico de lógica e raciocínio lógico quantitativo;

$H_6$  – A nota média em um teste em que o discente deve se valer de um pensamento lógico indutivo para resolver um problema é igual entre alunos que participaram e não participaram de um curso específico de lógica e raciocínio lógico quantitativo;

$H_7$  – O desempenho médio dos discentes que estudaram conceitos de lógica e raciocínio lógico quantitativo de forma exclusiva e independente em problemas que envolvam raciocínio lógico é superior ao daqueles que não o estudaram de forma efetiva.

As hipóteses acima serão denotadas por  $H_0$  e denominadas hipóteses de nulidade, uma vez que representam uma nulidade de diferença entre as médias.

As hipóteses desse trabalho giram em torno da seguinte ideia: Separar os voluntários em dois grupos A e B, promover o ensino de lógica e raciocínio lógico para o grupo A, aplicar testes e comparar o desempenho dos grupos. Sendo assim, adotaremos o símbolo  $M_A$  para indicar a média do grupo A e  $M_B$  para a média do grupo B. Como hipóteses alternativas, consideraremos em cada uma das sete hipóteses levantadas que,  $M_A > M_B$ .

Denotaremos as hipóteses alternativas por  $H_1$ .

O nosso objetivo primário é rejeitar todas as hipóteses do tipo  $H_0$ . Para tomar essa decisão, faremos uma comparação entre o valor especificado para o parâmetro com aquele estimado a partir de uma amostra da população. O papel desse teste de hipótese é comparar duas fontes de variação – a primeira entre o valor paramétrico e uma estimativa e a segunda diz respeito à variação existente na população.

Essa comparação verificará se a variação é “grande” ou “pequena”, motivando assim a rejeição ou acolhimento da hipótese de nulidade. Para comparar, é necessário conhecer a distribuição de probabilidades do estimador utilizado para estimar o parâmetro. Se a variável for aleatória e contínua, com distribuição normal, a função densidade de probabilidade é dada por:

$$f(x) = (1)/(\sigma\sqrt{2\pi})e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)^2}$$

E a função densidade de probabilidade da média amostral de uma variável aleatória que tem distribuição normal é dada por:

$$f(x) = (1)/(\sigma\sqrt{(2\pi)/(n)})e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-m}{(\sigma)/(\sqrt{n})}\right)^2}$$

#### 4.1 Teste T de Student – Teste para pequenas amostras

Indicado para amostras com trinta elementos ou menos, este teste pressupõe que a característica em análise seja normalmente distribuída, com variância populacional desconhecida. Como algumas das amostras coletadas nesse trabalho apresentam número de elementos  $n$ ,  $n \leq 30$ , utilizaremos esse teste para acolher ou rejeitar a hipótese de nulidade.

O Teste – T tem três aplicações: teste para uma média populacional, teste para duas médias populacionais e teste para mais de duas médias populacionais.

##### O Teste T para uma média populacional

Este teste verificará se a média de uma característica populacional assume um valor fixo  $m_0$ . Nesse caso trabalharemos com  $m_0$  igual à média do grupo antes do curso de lógica e raciocínio lógico quantitativo e com  $\hat{m}$  igual à média do grupo após o curso. Para aplicação deste teste, devemos selecionar uma amostra de  $n$  elementos da população. Em seguida, é necessário calcular a média e o desvio padrão de cada um dos elementos amostrais. Esses dados serão utilizados para calcular o valor de  $t$ , usando a expressão:

$$t = (\hat{m} - m_0) / ((s) / (\sqrt{n}))$$

Esta estatística  $t$  tem distribuição  $t$  de Student com  $(n - 1)$  graus de liberdade, ou seja, é uma distribuição de probabilidades que depende do número de graus de liberdade associado.

A decisão entre o acolhimento e a rejeição de  $H_0$  depende da comparação entre o valor de  $t$  calculado e o valor obtido por  $t_{\text{tab}} = t_{\alpha}(n - 1)$  na tabela. A tabela abaixo foi elaborada para testes bilaterais. Para a realização de um teste unilateral, basta entrar na tabela com nível de significância  $2\alpha$

Tabela 1

## Valores de t em níveis de 10% a 0,1% de probabilidade (Tabela Bilateral)

Graus de liberdade	10%	5%	2%	1%	0,5%	0,1%
1	6,31	12,71	31,82	63,66	127,32	636,62
2	2,92	4,30	6,97	9,92	14,09	31,60
3	2,35	3,18	4,54	5,84	7,45	12,94
4	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	8,61
5	2,02	2,57	3,37	4,03	4,77	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,96
7	1,90	2,36	3,10	3,50	4,03	5,41
8	1,86	2,31	2,90	3,36	3,83	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	3,69	4,78
10	1,81	2,23	2,76	3,17	3,58	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	3,50	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,06	3,43	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,37	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,33	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,29	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,25	4,02
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,22	3,97
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,20	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,17	3,88
20	1,73	2,09	2,53	2,84	3,15	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,14	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,12	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,10	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,09	3,75
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,08	3,73
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,07	3,71
27	1,70	2,05	2,47	2,77	3,06	3,69
28	1,70	2,05	2,47	2,76	3,05	3,67
29	1,70	2,04	2,46	2,76	3,04	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,03	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	2,97	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	2,92	3,46
120	1,65	1,98	2,36	2,62	2,86	3,37
$\infty$	1,65	1,96	2,33	2,58	2,81	3,29

Depois de obtido o valor calculado e o valor tabelado de t, usamos a seguinte regra decisória:

Se  $|t| \geq t_{\text{tab}}$  então rejeita-se  $H_0$ .

Se  $|t| < t_{\text{tab}}$  então acolhe-se  $H_0$ .

### Teste de hipóteses para duas médias populacionais

O objetivo é observar o comportamento do valor médio de uma determinada característica entre duas populações. Em outras palavras, queremos verificar se  $m_1 = m_2$  em que  $m_1$  e  $m_2$  são as médias dos grupos A e B respectivamente. Nessa perspectiva, teremos dois

testes distintos, que dependerão da independência ou não entre as amostras de cada uma das populações. Nesse trabalho, enfrentamos durante a coleta de dados as duas situações.

### **Teste de hipóteses para o caso de duas amostras independentes**

O conceito de independência está relacionado com a ausência de aspectos relevantes que possa vincular as amostras. Assim, os elementos amostrais que originaram as amostras na primeira população são diferentes dos elementos amostrais que originaram a segunda amostra. Para comparar as médias das duas populações, toma-se uma amostra de cada população, que podem ser de tamanhos distintos. Em cada uma delas calcularemos a média e a variância. Um estimador comum para a variância é obtido tomando-se uma média ponderada das estimativas de variâncias, obtidas para as duas amostras. O tamanho da amostra é utilizado como um peso para o cálculo desta variância média ponderada. A fórmula do estimador comum entre as duas variâncias é dada por:

$$s_c^2 = ((n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2)/(n_1 + n_2 - 2)$$

Em que  $s_1^2$  e  $s_2^2$  são as variâncias amostrais das populações 1 e 2, respectivamente.

A fórmula geral para o cálculo da variância amostral é dada por:

$$s^2 = ([i = 1]n\sum x_i^2 - ([i = 1]n\sum x_i)^2/(n - 1))/(n_1 + n_2 - 2)$$

Com essas estimativas a estatística t será dada por:

$$t = ((\hat{m}_1 - \hat{m}_2) - (m_1 - m_2))/(\sqrt{(s_c^2((1)/(n_1) + (1)/(n_2))}))$$

Essa estatística tem distribuição t de Student com  $(n_1 + n_2 - 2)$  graus de liberdade.

A comparação com o valor calculado de t com o valor tabelado dado por  $t_{\text{tab}} = t_{\alpha}(n_1 + n_2 - 2)$  é usada para testar a hipótese de nulidade. Ou seja:

Se  $|t| \geq t_{\text{tab}}$  então rejeita-se  $H_0$ .

Se  $|t| < t_{\text{tab}}$  então acolhe-se  $H_0$ .

### **Teste de hipóteses para o caso de duas amostras pendentes**

Dois amostras serão dependentes quando existir qualquer relação entre elas. O objetivo desse teste é avaliar as alterações nas médias quando as populações são avaliadas sob duas condições diferentes. Nesse trabalho, em alguns casos, avaliaremos o desempenho dos discentes de um mesmo grupo antes e depois de um curso específico de lógica e raciocínio lógico quantitativo.

Em termos de desvios, se o desempenho dos alunos antes e depois do curso de lógica não sofrer alterações, diremos que a diferença entre os valores observados seria em média igual a zero. Para verificar as alterações entre as médias de duas populações avaliadas em condições diferentes, testa-se a hipótese de que o desvio médio seja estatisticamente igual a zero. Portanto, a partir de duas amostras obtêm-se outra baseada nos desvios, conforme é mostrado a seguir:

**Tabela 2**  
**Tabela de amostras baseadas nos desvios**

ELEMENTO AMOSTRAL <i>i</i>	1	2	...	N
AMOSTRA 1	$X_{11}$	$X_{12}$	...	$X_{1n}$
AMOSTRA 2	$X_{21}$	$X_{22}$	...	$X_{2n}$
$d_i = X_{1i} - X_{2i}$	$d_1$	$d_2$	...	$d_n$

Apresentado dessa forma, o teste t para duas amostras dependentes reduz-se o teste t para uma média populacional, visto anteriormente. No presente caso, deseja-se testar se a média dos desvios é igual, por exemplo, a um valor  $m$ .

No presente caso, deseja-se testar se a média dos desvios é igual, por exemplo, a um valor  $m_0$ .

$$H_0: m = m_0$$

$$H_1: m > m_0$$

Para decidir entre rejeitar ou não a hipótese de nulidade, deve-se calcular o valor da estatística t dada por:

$$t = (\hat{m} - m_0) / ((s) / (\sqrt{n}))$$

em que,

$$\hat{m} = ([i = 1]n \sum d_i) / (n)$$

e

$$s^2 = ([i = 1]n \sum d_i^2 - (([i = 1]n \sum d_i) / (n)) / (n - 1)) / (n - 1)$$

Sob  $H_0$ , esta estatística t tem distribuição t de Student com  $n - 1$  grau de liberdade.

A comparação deste valor calculado com o valor tabelado dado por  $t_{\text{tab}} = t_{\alpha}(n - 1)$  é usada para testar a hipótese de nulidade. Ou seja:

$$\text{Se } |t| \geq t_{\text{tab}} \text{ então rejeita-se } H_0.$$

Se  $|t| < t_{\text{tab}}$  então acolhe-se  $H_0$ .

## 4.2 Teste F – Para a comparação de variâncias de duas populações

Este teste é indicado para verificar se duas populações, digamos 1 e 2, apresentam igual valor para o parâmetro variância. Em termos de hipóteses estatísticas teríamos:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$H_1: \sigma_1^2 > \sigma_2^2$$

A estatística F usada para decidir entre rejeitar ou não rejeitar  $H_0$  é dada pelo quociente entre as duas estimativas de variância, ou seja:

$$F = (s_1^2)/(s_2^2)$$

Sob a hipótese de nulidade, este quociente tem distribuição F, de Fisher – Snedecor, com  $n_1$  e  $n_2$  graus de liberdade, ou seja, a distribuição de probabilidades da estatística F depende do número de graus de liberdade  $n_1$  e  $n_2$ .

A conclusão do teste é feita mediante a comparação de F com o valor de  $F_{\text{tab}} = F_{\alpha} = (n_1, n_2)$ . Se  $F \geq F_{\text{tab}}$  então rejeita-se  $H_0$  ao nível  $\alpha$  de probabilidade. Caso contrário, não se rejeita  $H_0$ .

## 4.3 O Teste Z

A estatística do teste é baseada na média amostral  $\hat{m}$ . Pode ser demonstrado que a média amostral tem distribuição aproximadamente normal com média  $\mu$  e variância  $(\sigma^2)/(n)$ , onde n é o tamanho da amostra.

Testamos as hipóteses  $H_0: \mu = \mu_0$  versus  $H_1$ : uma alternativa conveniente.

A estatística do Z para uma média é:

$$Z_{\text{calc}} = (\hat{m} - \mu) / ((\sigma) / (\sqrt{n}))$$

De acordo com o nível de significância e a hipóteses alternativa definidas, obtemos o valor tabelado de z na tabela apropriada. A regra de decisão será:

Se  $|Z_{\text{calc}}| \geq Z_{\text{tab}}$  então rejeita-se  $H_0$ .

Se  $|Z_{\text{calc}}| < Z_{\text{tab}}$  então acolhe-se  $H_0$ .

## 5 A ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo faremos a análise e os testes de hipóteses nos dados obtidos nas coletas. Para garantir a manutenção da privacidade e sigilo, omitiremos os nomes dos voluntários participantes e nos referiremos a eles apenas como um número, por exemplo: Voluntário 1, Voluntário 2 e assim por diante.

### 5.1 Dados do UNIBH

Iniciaremos com os dados coletados no Centro Universitário de Belo Horizonte – UNIBH. Daqui para frente, iremos nos referir aos Voluntários do terceiro período apenas como Grupo A e aos Voluntários do primeiro período por Grupo B.

Segue abaixo a tabela com os resultados obtidos nos testes desses participantes. A tabela apresentará o desempenho por questão bem como o resultado geral obtido no teste. Nas linhas finais, a tabela indicará a média, a variância e o desvio padrão em cada questão e também no resultado global.

**Tabela 3**

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO A - UNIBH NO TESTE I								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
1	100	60	50	100	0	0	0	44,29
2	100	60	50	100	50	66	50	68,00
3	100	60	50	100	0	0	100	58,57
4	60	60	50	100	0	66	50	55,14
5	100	60	50	0	0	33	50	41,86
6	100	60	100	100	50	66	100	82,29
7	80	0	0	100	0	0	50	32,86
8	100	60	100	0	0	66	100	60,86
9	100	80	100	0	100	66	100	78,00
10	60	20	0	0	0	0	50	18,57
11	100	80	100	100	0	66	50	70,86
12	100	60	50	100	50	66	100	75,14
13	100	60	100	100	0	0	25	55,00
14	100	80	100	100	0	100	100	82,86
15	60	60	50	100	50	0	0	45,71
MÉDIA	90,67	57,33	63,33	73,33	20	39,67	61,67	58,00
VARIÂNCIA	278,10	449,52	1238,10	2095,24	1000,00	1284,24	1327,38	355,64
DESVIO PADRÃO	16,11	20,48	33,99	44,22	30,55	34,62	35,20	18,22

Tabela 4

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO A - UNIBH NO TESTE II								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
1	100	60	100	100	50	0	0	58,57
2	100	40	50	0	50	100	100	62,86
3	100	100	100	0	50	0	0	50,00
4	100	40	100	0	0	66	100	58,00
5	100	60	50	0	100	66	50	60,86
6	100	60	50	100	100	66	100	82,29
7	60	40	50	0	0	0	0	21,43
8	100	80	100	0	50	66	50	63,71
9	100	40	100	0	50	66	100	65,14
10	100	40	50	0	0	0	50	34,29
11	80	80	50	0	100	100	100	72,86
12	80	40	100	100	50	0	0	52,86
13	100	20	100	100	50	66	100	76,57
14	60	40	100	100	100	0	50	64,29
15	100	20	100	0	50	66	100	62,29
MÉDIA	92,00	50,67	80,00	33,33	53,33	44,13	60,00	59,07
VARIÂNCIA	217,14	506,67	642,86	2380,95	1238,10	1519,70	1857,14	235,88
DESVIO PADRÃO	14,24	21,75	24,49	47,14	33,99	37,66	41,63	14,84

Gráfico 1



Tabela 5

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO B - UNIBH NO TESTE I								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
1	60	40	50	0	0	0	50	28,57
2	100	40	50	100	0	33	100	60,43
3	100	40	100	100	50	0	100	70,00
4	100	80	100	100	0	0	100	68,57
5	80	40	50	0	0	0	100	38,57
6	80	80	100	100	100	0	50	72,86
7	60	40	50	0	100	66	100	59,43
8	100	0	50	0	100	33	100	54,71
9	80	40	50	100	50	0	100	60,00
MÉDIA	84,44	44,44	66,67	55,56	44,44	14,67	88,89	57,02
VARIÂNCIA	277,78	577,78	625,00	2777,78	2152,78	574,75	486,11	216,75
DESVIO PADRÃO	15,71	22,66	23,57	49,69	43,74	22,60	20,79	13,88

Tabela 6

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO B - UNIBH NO TESTE II								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
1	100	20	100	0	0	0	0	31,43
2	100	0	50	0	50	0	25	32,14
3	100	0	50	0	50	0	50	35,71
4	80	60	50	0	0	0	0	27,14
5	100	40	100	100	50	0	50	62,86
6	80	40	100	0	50	0	100	52,86
7	60	40	100	100	0	0	50	50,00
8	80	40	100	100	0	0	100	60,00
9	40	40	100	0	0	0	50	32,86
MÉDIA	82,22	31,11	83,33	33,33	22,22	0,00	47,22	42,78
VARIÂNCIA	444,44	411,11	625,00	2500,00	694,44	0,00	1319,44	186,03
DESVIO PADRÃO	19,88	19,12	23,57	47,14	24,85	0,00	34,25	12,86

Gráfico 2



Como os participantes do Grupo A já haviam concluído a disciplina de lógica, eles não foram submetidos ao minicurso de lógica e raciocínio lógico. Já os participantes do Grupo B, foram submetidos ao TESTE II, em seguida ao minicurso de lógica e raciocínio lógico quantitativo. A participação do Grupo B encerrou-se com a realização do teste I, ou seja, o Grupo B realizou o teste II antes do curso de lógica. O gráfico acima mostra uma elevação nas notas das questões 1, 2, 4, 5, 6 e 7. Os testes inferenciais mostrarão com mais rigor o grau de interferência do curso de lógica na oscilação dessas notas.

Nesse cenário, somos estimulados a realizar algumas comparações entre as médias por questão, obtidas por um grupo que se dedicou durante um semestre ao estudo da lógica e do raciocínio lógico quantitativo, ou seja, o Grupo A, com uma turma menos experiente, o Grupo B antes do minicurso de lógica.

Gráfico 3

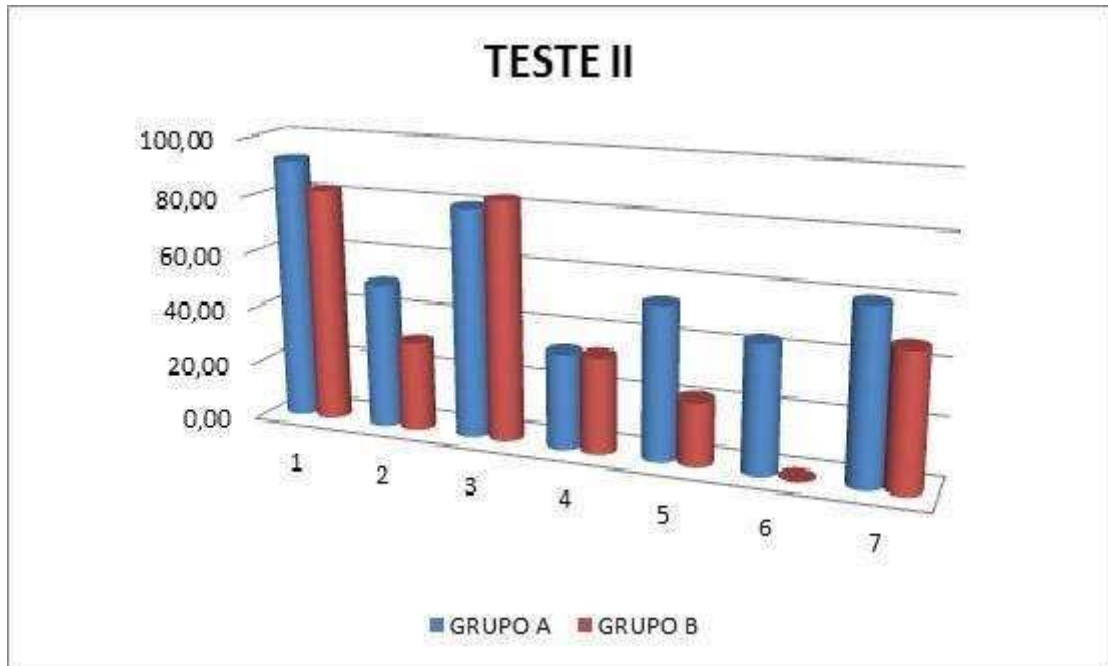
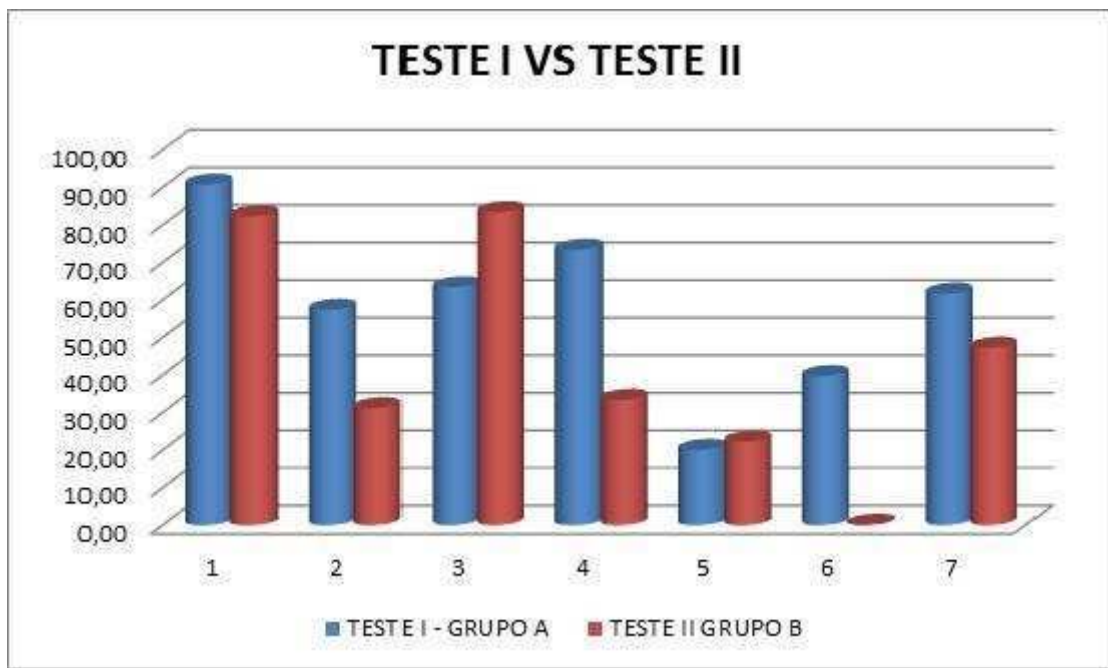


Gráfico 4



Observamos nos gráficos acima, que o desempenho do Grupo A é melhor que o do Grupo B em quase todas as questões, independentemente, do teste do Grupo A que seja tomado para comparação com o teste II do Grupo B. É importante novamente ressaltar, que o teste II foi realizado pelo Grupo B antes do curso de lógica e raciocínio lógico quantitativo.

Por hipótese, esse comportamento já era esperado. Compararemos também no mesmo cenário, a média global dos dois grupos no gráfico abaixo.

**Gráfico 5**



Quanto à média global, temos a mesma conclusão anterior. O desempenho do Grupo A é de forma geral, superior ao desempenho do Grupo B, no momento que antecede o curso de raciocínio lógico.

Propõem-se agora, nos gráficos abaixo, a comparação entre as médias por questão dos grupos, após a realização do minicurso de lógica pelo Grupo B.

**Gráfico 6**

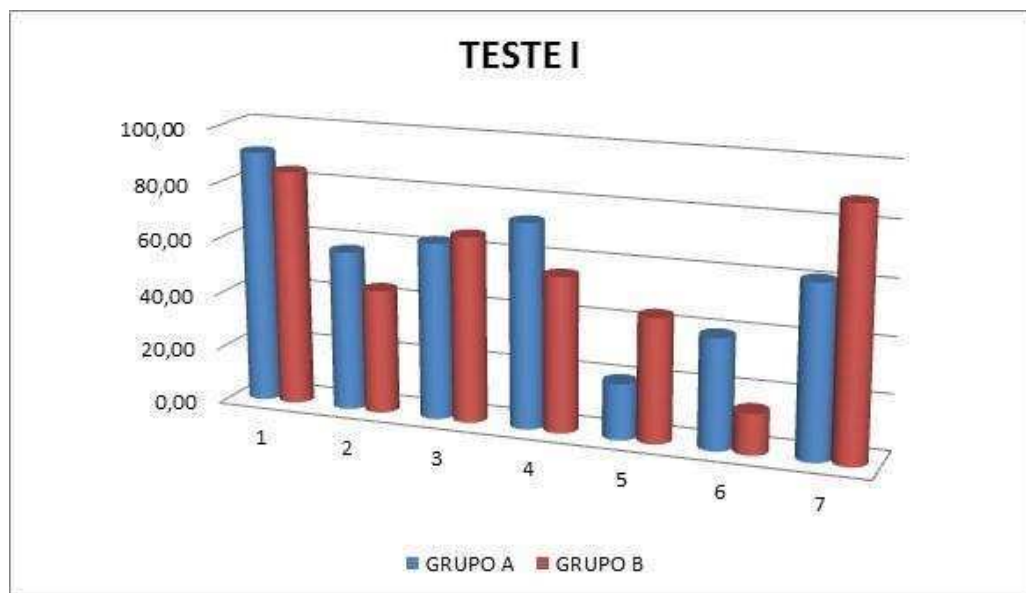
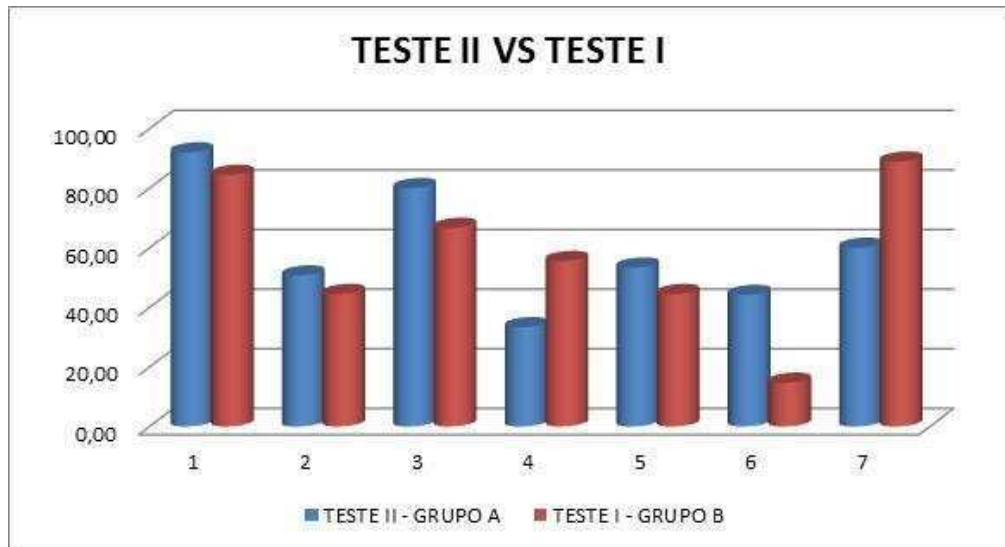


Gráfico 7



A realização de um curso introdutório de lógica e raciocínio lógico quantitativo realizado pelos participantes do Grupo B, não foi capaz de equilibrar a situação. O desempenho dos participantes do Grupo A que estudaram a disciplina específica de lógica ao longo de um semestre, parece fazer a diferença na análise do desempenho dos dois grupos. No entanto, respeitando às proporções de estudo de lógica e raciocínio lógico quantitativo entre os grupos, notamos uma melhora dos discentes do Grupo B em relação aos participantes do Grupo A. Esse dado torna-se ainda mais visível quando analisamos o comportamento das médias globais dos grupos entre a realização dos dois testes. Os dois primeiros gráficos justapõem apenas os desempenhos do Grupo A e B nos testes I e II respectivamente, de forma independente.

Gráfico 8



**Gráfico 9**

O terceiro gráfico é o comparativo entre as notas gerais dos grupos, após a realização do minicurso de lógica pelo Grupo B.

**Gráfico 10**

Como discutido anteriormente, ainda que as notas gerais dos participantes do Grupo A sejam melhores, deve se considerar significativo o avanço alcançado pelos voluntários do Grupo B, após a realização do curso introdutório de lógica. Principalmente, quando levamos em consideração o tempo em horas dedicado ao estudo dessa disciplina pelos dois grupos. O

Grupo A dedicou de acordo com a ementa do curso, 80 horas ao estudo de princípios lógicos, enquanto que o Grupo B apenas 2 horas e de maneira introdutória.

### Teste T Pareado nos dados do Grupo A

O teste t pareado foi realizado nos dados do Grupo A, para certificar-se de que as diferenças de desempenho nas questões, por populações com capacidades iguais, não são significativas. Observe que as questões 4 e 5 foram reprovadas, indicando que essas questões estão mais fáceis em um dos dois testes.

**Tabela 7**

DESEMPENHO DO GRUPO A NOS TESTES I E II															
Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4		Questão 5		Questão 6		Questão 7		Total Geral	
Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II
100	100	60	60	50	100	100	100	0	50	0	0	0	0	44,29	58,57
100	100	60	40	50	50	100	0	50	50	66	100	50	100	68,00	62,86
100	100	60	100	50	100	100	0	0	50	0	0	100	0	58,57	50,00
60	100	60	40	50	100	100	0	0	0	66	66	50	100	55,14	58,00
100	100	60	60	50	50	0	0	0	100	33	66	50	50	41,86	60,86
100	100	60	60	100	50	100	100	50	100	66	66	100	100	82,29	82,29
80	60	0	40	0	50	100	0	0	0	0	0	50	0	32,86	21,43
100	100	60	80	100	100	0	0	0	50	66	66	100	50	60,86	63,71
100	100	80	40	100	100	0	0	100	50	66	66	100	100	78,00	65,14
60	100	20	40	0	50	0	0	0	0	0	0	50	50	18,57	34,29
100	80	80	80	100	50	100	0	0	100	66	100	50	100	70,86	72,86
100	80	60	40	50	100	100	100	50	50	66	0	100	0	75,14	52,86
100	100	60	20	100	100	100	100	0	50	0	66	25	100	55,00	76,57
100	60	80	40	100	100	100	100	0	100	100	0	100	50	82,86	64,29
60	100	60	20	50	100	100	0	50	50	0	66	0	100	45,71	62,29

Teste-t: duas amostras em par para médias		Teste-t: duas amostras em par para médias		Teste-t: duas amostras em par para médias		Teste-t: duas amostras em par para médias		
Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	
Média	90,6667	92	Média	57,3333	50,6667	Média	63,3333	80
Variância	278,095	217,143	Variância	449,524	506,667	Variância	1238,1	642,857
Observaç	15	15	Observaç	15	15	Observaç	15	15
Correlaç	-0,09301		Correlaç	0,1836		Correlaç	0,32026	
Hipótese	0		Hipótese	0		Hipótese	0	
gl	14		gl	14		gl	14	
Stat t	-0,22203		Stat t	0,92394		Stat t	-1,78377	
P(T<=t) ui	0,41375		P(T<=t) ui	0,18559		P(T<=t) ui	0,04807	
t crítico u	1,76131		t crítico u	1,76131		t crítico u	1,76131	
P(T<=t) bi	0,8275		P(T<=t) bi	0,37117		P(T<=t) bi	0,09614	
t crítico b	2,14479		t crítico b	2,14479		t crítico b	2,14479	
Teste-t: duas amostras em par para médias		Teste-t: duas amostras em par para médias		Teste-t: duas amostras em par para médias		Teste-t: duas amostras em par para médias		
Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	Teste I	Teste II	
Média	20	53,3333	Média	39,6667	44,3333	Média	61,6667	60
Variância	1000	1238,1	Variância	1284,24	1519,7	Variância	1327,38	1857,14
Observaç	15	15	Observaç	15	15	Observaç	15	15
Correlaç	0,09629		Correlaç	0,33452		Correlaç	-0,13648	
Hipótese	0		Hipótese	0		Hipótese	0	
gl	14		gl	14		gl	14	
Stat t	-2,86972		Stat t	-0,40012		Stat t	0,10739	
P(T<=t) ui	0,00618		P(T<=t) ui	0,34755		P(T<=t) ui	0,458	
t crítico u	1,76131		t crítico u	1,76131		t crítico u	1,76131	
P(T<=t) bi	0,01236		P(T<=t) bi	0,6951		P(T<=t) bi	0,91601	
t crítico b	2,14479		t crítico b	2,14479		t crítico b	2,14479	

### Teste T Pareado nos dados do Grupo B

O teste t pareado nos dados do Grupo B tem o objetivo de verificar se a participação no curso introdutório de lógica e raciocínio lógico quantitativo influenciou na melhora de rendimento nas questões, exceto na questão 3.

Tabela 8

GRUPO B ANTES E DEPOIS DO CURSO DE LÓGICA															
Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4		Questão 5		Questão 6		Questão 7		Total Geral	
Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois
100	60	20	40	100	50	0	0	0	0	0	0	0	50	31,43	28,57
100	100	0	40	50	50	0	100	50	0	0	33	25	100	32,14	60,43
100	100	0	40	50	100	0	100	50	50	0	0	50	100	35,71	70,00
80	100	60	80	50	100	0	100	0	0	0	0	0	100	27,14	68,57
100	80	40	40	100	50	100	0	50	0	0	0	50	100	62,86	38,57
80	80	40	80	100	100	0	100	50	100	0	0	100	50	52,86	72,86
60	60	40	40	100	50	100	0	0	100	0	66	50	100	50,00	59,43
80	100	40	0	100	50	100	0	0	100	0	33	100	100	60,00	54,71
40	80	40	40	100	50	0	100	0	50	0	0	50	100	32,86	60,00

Teste-t: duas amostras em par para médias				Teste-t: duas amostras em par para médias				Teste-t: duas amostras em par para médias				Teste-t: duas amostras em par para médias			
Questão 1				Questão 2				Questão 3				Questão 4			
Antes	Depois			Antes	Depois			Antes	Depois			Antes	Depois		
Média	82,2222	84,4444		Média	31,1111	44,4444		Média	83,3333	66,6667		Média	33,3333	55,5556	
Variância	444,444	277,778		Variância	411,111	577,778		Variância	625	625		Variância	2500	2777,78	
Observaç	9	9		Observaç	9	9		Observaç	9	9		Observaç	9	9	
Correlaçã	0,25298			Correlaçã	0,29637			Correlaçã	-0,5			Correlaçã	-0,79057		
Hipótese c	0			Hipótese c	0			Hipótese c	0			Hipótese c	0		
gl	8			gl	8			gl	8			gl	8		
Statt	-0,28571			Statt	-1,51186			Statt	1,1547			Statt	-0,68599		
P(T<=t) uni	0,39118			P(T<=t) uni	0,08451			P(T<=t) uni	0,14077			P(T<=t) uni	0,25605		
t crítico ur	1,85955			t crítico ur	1,85955			t crítico ur	1,85955			t crítico ur	1,39682		
P(T<=t) bi-c	0,78236			P(T<=t) bi-c	0,16902			P(T<=t) bi-c	0,28154			P(T<=t) bi-c	0,5121		
t crítico bi	2,306			t crítico bi	2,306			t crítico bi	2,306			t crítico bi	1,85955		
Teste-t: duas amostras em par para médias				Teste-t: duas amostras em par para médias				Teste-t: duas amostras em par para médias				Teste-t: duas amostras em par para médias			
Questão 5				Questão 6				Questão 7				Total Geral			
Antes	Depois			Antes	Depois			Antes	Depois			Antes	Depois		
Média	22,2222	44,4444		Média	0	14,6667		Média	47,2222	88,8889		Média	42,7778	57,0159	
Variância	694,444	2152,78		Variância	0	574,75		Variância	1319,44	486,111		Variância	186,026	216,752	
Observaç	9	9		Observaç	9	9		Observaç	9	9		Observaç	9	9	
Correlaçã	-0,14199			Correlaçã	#DIV/0!			Correlaçã	-0,04336			Correlaçã	-0,1546		
Hipótese c	0			Hipótese c	0			Hipótese c	0			Hipótese c	0		
gl	8			gl	8			gl	8			gl	8		
Statt	-1,17954			Statt	-1,83533			Statt	-2,88675			Statt	-1,98111		
P(T<=t) uni	0,13604			P(T<=t) uni	0,05189			P(T<=t) uni	0,01015			P(T<=t) uni	0,04145		
t crítico ur	1,39682			t crítico ur	1,39682			t crítico ur	1,85955			t crítico ur	1,39682		
P(T<=t) bi-c	0,27207			P(T<=t) bi-c	0,10379			P(T<=t) bi-c	0,0203			P(T<=t) bi-c	0,08291		
t crítico bi	1,85955			t crítico bi	1,85955			t crítico bi	2,306			t crítico bi	1,85955		

O teste indica que na questão 7 e no total geral, existe sim relevância do curso introdutório de lógica no desempenho dos voluntários do Grupo B. Vale ressaltar as condições em que o teste pós curso fora realizado, considerando fato de que os participantes já não demonstravam todo o empenho do início e cansaço excessivo.

### Teste T e Teste F nos dados dos grupos A e B

O Teste T e o Teste F são aplicados de acordo com os parâmetros delineados no capítulo 4 deste trabalho. O objetivo primário é aceitar ou rejeitar as hipóteses levantadas na introdução.

Tabela 9

TESTE II GRUPO A VS TESTE II GRUPO B							
Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4	
GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B
100	100	60	20	100	100	100	0
100	100	40	0	50	50	0	0
100	100	100	0	100	50	0	0
100	80	40	60	100	50	0	0
100	100	60	40	50	100	0	100
100	80	60	40	50	100	100	0
60	60	40	40	50	100	0	100
100	80	80	40	100	100	0	100
100	40	40	40	100	100	0	0
100	82,22	40	31,11	50	83,33	0	33,33
80	444,44	80	411,11	50	625,00	0	2500,00
80	19,88	40	19,12	100	23,57	100	47,14
100		20		100		100	
60		40		100		100	
100		20		100		0	
92,00		50,67		80,00		33,33	
217,14		506,67		642,86		2380,95	
14,24		21,75		24,49		47,14	

Tabela 10

TESTE II GRUPO A VS TESTE II GRUPO B							
Questão 5		Questão 6		Questão 7		Total	
GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B
50	0	0	0	0	0	58,57	31,43
50	50	100	0	100	25	62,86	32,14
50	50	0	0	0	50	50,00	35,71
0	0	66	0	100	0	58,00	27,14
100	50	66	0	50	50	60,86	62,86
100	50	66	0	100	100	82,29	52,86
0	0	0	0	0	50	21,43	50,00
50	0	66	0	50	100	63,71	60,00
50	0	66	0	100	50	65,14	32,86
0	22,22	0	0,00	50	47,22	34,29	42,78
100	694,44	100	0,00	100	1319,44	72,86	186,03
50	24,85	0	0,00	0	34,25	52,86	12,86
50		66		100		76,57	
100		0		50		64,29	
50		66		100		62,29	
53,33		44,13		60,00		59,07	
1238,10		1519,70		1857,14		235,88	
33,99		37,66		41,63		14,84	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 1		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	92	82,22222
Variância	217,1429	444,4444
Observações	15	9
Gl	14	8
F	0,488571	
P(F<=f) uni-caudal	0,115214	
F crítico uni-caudal	0,370553	

Questão 2		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	50,66667	31,11111
Variância	506,6667	411,1111
Observações	15	9
Gl	14	8
F	1,232432	
P(F<=f) uni-caudal	0,39561	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 3		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	80	83,33333
Variância	642,8571	625
Observações	15	9
Gl	14	8
F	1,028571	
P(F<=f) uni-caudal	0,505523	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Questão 4		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	33,33333	33,33333
Variância	2380,952	2500
Observações	15	9
Gl	14	8
F	0,952381	
P(F<=f) uni-caudal	0,446744	
F crítico uni-caudal	0,370553	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 5		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	53,33333	22,22222
Variância	1238,095	694,4444
Observações	15	9
Gl	14	8
F	1,782857	
P(F<=f) uni-caudal	0,207369	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Questão 6		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	44,13333	0
Variância	1519,695	0
Observações	15	9
Gl	14	8
F	65535	
P(F<=f) uni-caudal	#DIV/0!	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 7		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	60	47,22222
Variância	1857,143	1319,444
Observações	15	9
Gl	14	8
F	1,407519	
P(F<=f) uni-caudal	0,32065	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Total Geral		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	59,06667	42,77778
Variância	235,8772	186,0261
Observações	15	9
Gl	14	8
F	1,267979	
P(F<=f) uni-caudal	0,379024	
F crítico uni-caudal	3,237378	

O resultado do Teste F na comparação entre os dados dos testes II do Grupo A e B, aponta diferenças significativas nas variâncias das questões 1, 4 e 6.

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias diferentes e equivalentes respectivamente

Questão 1	GRUPO A	GRUPO B
Média	92	82,22222
Variância	217,1429	444,4444
Observações	15	9
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	13	
Stat t	1,223572	
P(T<=t) uni-caudal	0,121415	
t crítico uni-caudal	1,770933	
P(T<=t) bi-caudal	0,242829	
t crítico bi-caudal	2,160369	

Questão 2	GRUPO A	GRUPO B
Média	50,66667	31,11111
Variância	506,6667	411,1111
Observações	15	9
Variância agrupada	471,9192	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	22	
Stat t	2,134999	
P(T<=t) uni-caudal	0,022073	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,044146	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias equivalentes e diferentes respectivamente

Questão 3	GRUPO A	GRUPO B
Média	80	83,33333
Variância	642,8571	625
Observações	15	9
Variância agrupada	636,3636	
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	22	
Stat t	-0,31339	
P(T<=t) uni-caudal	0,378468	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,756935	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Questão 4	GRUPO A	GRUPO B
Média	33,33333	33,33333
Variância	2380,952	2500
Observações	15	9
Hipótese da diferença de média	0	
gl	17	
Stat t	0	
P(T<=t) uni-caudal	0,5	
t crítico uni-caudal	1,739607	
P(T<=t) bi-caudal	1	
t crítico bi-caudal	2,109816	

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias equivalentes e diferentes respectivamente

Questão 5	GRUPO A	GRUPO B
Média	53,33333	22,22222
Variância	1238,095	694,4444
Observações	15	9
Variância agrupada	1040,404	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	22	
Stat t	2,287577	
P(T<=t) uni-caudal	0,01607	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,032141	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Questão 6	GRUPO A	GRUPO B
Média	44,13333	0
Variância	1519,695	0
Observações	15	9
Hipótese da diferença de média	0	
gl	14	
Stat t	4,384642	
P(T<=t) uni-caudal	0,000311	
t crítico uni-caudal	1,76131	
P(T<=t) bi-caudal	0,000623	
t crítico bi-caudal	2,144787	

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias equivalentes

Questão 7	GRUPO A	GRUPO B
Média	60	47,22222
Variância	1857,143	1319,444
Observações	15	9
Variância agrupada	1661,616	
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	22	
Stat t	0,743449	
P(T<=t) uni-caudal	0,232538	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,465076	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Total Geral	GRUPO A	GRUPO B
Média	59,06667	42,77778
Variância	235,8772	186,0261
Observações	15	9
Variância agrupada	217,7495	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	22	
Stat t	2,618027	
P(T<=t) uni-caudal	0,007852	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,015705	
t crítico bi-caudal	2,073873	

O Teste T aponta diferenças significativas nas questões 2, 5, 6 e no total geral. Essa análise compara dados do Grupo A com o Grupo B antes do curso introdutório de lógica. Analisaremos agora o resultado dos Testes T e F na comparação entre os dados do Grupo A com o Grupo B após o curso de lógica.

Tabela 11

TESTE II GRUPO A VS TESTE I GRUPO B							
Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4	
GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B
100	100	60	60	100	100	100	100
100	20	40	40	50	100	0	0
100	40	100	0	100	50	0	100
100	80	40	20	100	50	0	0
100	20	60	60	50	100	0	100
100	100	60	60	50	50	100	0
60	60	40	20	50	50	0	100
100	60	80	60	100	0	0	0
100	100	40	20	100	100	0	100
100	<b>63,11</b>	40	<b>29,78</b>	50	<b>57,11</b>	0	<b>74,44</b>
80	<b>653,74</b>	80	<b>611,31</b>	50	<b>866,46</b>	0	<b>1775,25</b>
80	<b>25,28</b>	40	<b>24,45</b>	100	<b>29,11</b>	100	<b>41,66</b>
100		20		100		100	
60		40		100		100	
100		20		100		0	
<b>92,00</b>		<b>50,67</b>		<b>80,00</b>		<b>33,33</b>	
<b>217,14</b>		<b>506,67</b>		<b>642,86</b>		<b>2380,95</b>	
<b>14,24</b>		<b>21,75</b>		<b>24,49</b>		<b>47,14</b>	

Tabela 12

TESTE II GRUPO A VS TESTE I GRUPO B							
Questão 5		Questão 6		Questão 7		Total	
GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B	GRUPO A	GRUPO B
50	0	0	33	0	25	22,86	59,71
50	50	100	0	100	50	30,00	37,14
50	0	0	0	0	100	22,86	41,43
0	0	66	33	100	100	58,57	40,43
100	100	66	0	50	50	52,86	61,43
100	0	66	0	100	50	49,29	37,14
0	0	0	0	0	50	38,57	40,00
50	0	66	0	50	0	30,00	17,14
50	0	66	0	100	25	26,43	49,29
0	<b>16,67</b>	0	<b>4,40</b>	50	<b>36,11</b>	43,57	<b>40,23</b>
100	<b>1022,73</b>	100	<b>178,20</b>	100	<b>953,28</b>	40,00	<b>165,82</b>
50	<b>31,62</b>	0	<b>13,20</b>	0	<b>30,53</b>	34,29	<b>12,73</b>
50		66		100		24,29	
100		0		50		54,29	
50		66		100		70,43	
<b>53,33</b>		<b>44,13</b>		<b>60,00</b>		<b>19,00</b>	
<b>1238,10</b>		<b>1519,70</b>		<b>1857,14</b>		<b>18,57</b>	
<b>33,99</b>		<b>37,66</b>		<b>41,63</b>		<b>40,00</b>	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 1		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	92	84,44444
Variância	217,1429	277,7778
Observações	15	9
Gl	14	8
F	0,781714	
P(F<=f) uni-caudal	0,32804	
F crítico uni-caudal	0,370553	

Questão 2		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	50,66667	84,44444
Variância	506,6667	277,7778
Observações	15	9
Gl	14	8
F	1,824	
P(F<=f) uni-caudal	0,198014	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 3		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	80	66,66667
Variância	642,8571	625
Observações	15	9
gl	14	8
F	1,028571	
P(F<=f) uni-caudal	0,505523	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Questão 4		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	33,33333	55,55556
Variância	2380,952	2777,778
Observações	15	9
Gl	14	8
F	0,857143	
P(F<=f) uni-caudal	0,382281	
F crítico uni-caudal	0,370553	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 5		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	53,33333	44,44444
Variância	1238,095	2152,778
Observações	15	9
Gl	14	8
F	0,575115	
P(F<=f) uni-caudal	0,174525	
F crítico uni-caudal	0,370553	

Questão 6		
	GRUPO A	O
Média	44,13333	16,5
Variância	1519,695	622,2857
Observações	15	8
Gl	14	7
F	2,442118	
P(F<=f) uni-caudal	0,119174	
F crítico uni-caudal	3,529231	

Teste-F: duas amostras para variâncias

Questão 7		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	60	88,88889
Variância	1857,143	486,1111
Observações	15	9
Gl	14	8
F	3,820408	
P(F<=f) uni-caudal	0,031394	
F crítico uni-caudal	3,237378	

Total Geral		
	GRUPO A	GRUPO B
Média	59,06667	57,01587
Variância	235,8772	216,7523
Observações	15	9
Gl	14	8
F	1,088234	
P(F<=f) uni-caudal	0,470676	
F crítico uni-caudal	3,237378	

O resultado do Teste F na comparação entre os dados do teste II do Grupo A com o teste I do Grupo B, aponta diferenças significativas nas variâncias das questões 1, 4, 5 e 7.

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias diferentes e equivalentes respectivamente

Questão 1	GRUPO A	GRUPO B
Média	92	82,22222
Variância	217,1429	444,4444
Observações	15	9
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	13	
Stat t	1,223572	
P(T<=t) uni-caudal	0,121415	
t crítico uni-caudal	1,770933	
P(T<=t) bi-caudal	0,242829	
t crítico bi-caudal	2,160369	

Questão 2	GRUPO A	GRUPO B
Média	50,66667	44,44444
Variância	506,6667	577,7778
Observações	15	9
Variância agrupada	532,5253	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	22	
Stat t	0,639494	
P(T<=t) uni-caudal	0,264552	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,529105	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias equivalentes

Questão 3	GRUPO A	GRUPO B
Média	80	66,66667
Variância	642,8571	625
Observações	15	9
Variância agrupada	636,3636	
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	22	
Stat t	1,253566	
P(T<=t) uni-caudal	0,111579	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,223158	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Questão 4	GRUPO A	GRUPO B
Média	33,33333	55,55556
Variância	2380,952	2777,778
Observações	15	9
Hipótese da diferença de média	0	
gl	16	
Stat t	-1,02791	
P(T<=t) uni-caudal	0,15964	
t crítico uni-caudal	1,745884	
P(T<=t) bi-caudal	0,319281	
t crítico bi-caudal	2,119905	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias diferentes e equivalentes respectivamente

Questão 5	GRUPO A	GRUPO B
Média	53,33333	44,44444
Variância	1238,095	2152,778
Observações	15	9
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	14	
Stat t	0,495561	
P(T<=t) uni-caudal	0,313946	
t crítico uni-caudal	1,76131	
P(T<=t) bi-caudal	0,627892	
t crítico bi-caudal	2,144787	

Questão 6	GRUPO A	GRUPO B
Média	44,13333	14,66667
Variância	1519,695	574,75
Observações	15	9
Variância agrupada	1176,079	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	22	
Stat t	2,037859	
P(T<=t) uni-caudal	0,026883	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,053766	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Teste-t: duas amostras presumindo variâncias diferentes e equivalentes respectivamente

Questão 7	GRUPO A	GRUPO B
Média	60	88,88889
Variância	1857,143	486,1111
Observações	15	9
Hipótese da diferença de média	0	
Gl	22	
Stat t	-2,1664	
P(T<=t) uni-caudal	0,020693	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,041386	
t crítico bi-caudal	2,073873	

Total Geral	GRUPO A	GRUPO B
Média	59,06667	57,01587
Variância	235,8772	216,7523
Observações	15	9
Variância agrupada	228,9227	
Hipótese da diferença de média	0	
gl	22	
Stat t	0,321469	
P(T<=t) uni-caudal	0,375445	
t crítico uni-caudal	1,717144	
P(T<=t) bi-caudal	0,750889	
t crítico bi-caudal	2,073873	

O Teste T entre os dados do Grupo A, comparados com os dados do Grupo B, após o curso de lógica, indica que há diferença significativa apenas na questão 7. Nesse caso, podemos dizer que o curso de lógica faz com que a diferença entre a capacidade de resolver problemas de raciocínio lógico, existente entre os dois grupos desaparece. A diferença significativa – apontada pelo Teste T na questão 7 – ocorre em favor dos participantes do Grupo B, diferença essa que não aparecia antes do curso de lógica.

## 5.2 Os Dados do Colégio COTEMIG

Analisaremos agora os dados coletados no colégio COTEMIG.

Tabela 13

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO A - COTEMIG NO TESTE I								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
1	20	20	50	0	0	0	50	20,00
2	40	40	70	100	0	66	50	52,29
3	60	0	50	100	100	0	50	51,43
4	100	0	50	100	0	0	50	42,86
5	60	20	0	100	0	0	50	32,86
6	80	40	50	50	0	0	25	35,00
7	80	0	50	100	100	0	50	54,29
8	80	0	50	100	100	0	50	54,29
9	100	20	50	0	0	0	25	27,86
10	40	20	100	100	50	0	0	44,29
11	60	0	50	100	0	0	50	37,14
12	60	60	50	100	0	0	50	45,71
13	40	60	100	100	0	0	25	46,43
14	40	20	50	100	0	0	0	30,00
15	60	0	0	100	0	0	0	22,86
16	60	0	50	50	50	0	0	30,00
17	20	40	0	100	0	0	0	22,86
18	100	60	50	100	0	0	100	58,57
19	80	40	50	100	0	0	100	52,86
20	80	40	50	100	50	0	25	49,29
21	60	60	50	100	0	0	0	38,57
22	60	0	50	100	0	0	0	30,00
23	60	0	50	50	0	0	25	26,43
24	40	40	50	100	50	0	25	43,57
25	80	0	50	100	0	0	50	40,00

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO A - COTEMIG NO TESTE I								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
26	60	80	100	0	0	0	0	34,29
27	60	60	0	0	0	0	50	24,29
28	40	40	100	100	50	0	50	54,29
29	100	60	100	100	0	33	100	70,43
30	0	0	50	0	0	33	50	19,00
31	80	0	50	0	0	0	0	18,57
32	60	20	50	100	50	0	0	40,00
33	60	60	100	100	0	0	0	45,71
34	60	20	50	100	0	0	25	36,43
35	100	60	100	100	0	0	50	58,57
36	80	20	50	100	0	0	0	35,71
37	100	60	100	100	0	33	25	59,71
38	20	40	100	0	50	0	50	37,14
39	40	0	50	100	0	0	100	41,43
40	80	20	50	0	0	33	100	40,43
41	20	60	100	100	100	0	50	61,43
42	100	60	50	0	0	0	50	37,14
43	60	20	50	100	0	0	50	40,00
44	60	60	0	0	0	0	0	17,14
45	100	20	100	100	0	0	25	49,29
<b>MÉDIA</b>	<b>63,11</b>	<b>29,78</b>	<b>57,11</b>	<b>74,44</b>	<b>16,67</b>	<b>4,40</b>	<b>36,11</b>	<b>40,23</b>
<b>VARIÂNCIA</b>	<b>653,74</b>	<b>611,31</b>	<b>866,46</b>	<b>1775,25</b>	<b>1022,73</b>	<b>178,20</b>	<b>953,28</b>	<b>165,8</b>
<b>DESVIO PADRÃO</b>	<b>25,28</b>	<b>24,45</b>	<b>29,11</b>	<b>41,66</b>	<b>31,62</b>	<b>13,20</b>	<b>30,53</b>	<b>12,73</b>

Tabela 14

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO A - COTEMIG NO TESTE II								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
1	100	40	100	100	50	0	50	62,86
2	100	0	100	100	0	0	25	46,43
3	100	40	100	50	50	0	100	62,86
4	100	60	100	100	50	0	100	72,86
5	100	20	100	100	50	0	100	67,14
6	80	60	100	100	50	0	100	70,00
7	100	20	100	100	50	0	100	67,14
8	100	40	50	0	50	0	100	48,57
9	80	20	100	100	50	0	100	64,29
10	80	20	100	100	50	0	100	64,29
11	80	60	100	100	50	0	100	70,00
12	80	40	50	100	50	0	50	52,86
13	80	60	50	100	50	0	100	62,86
14	100	40	100	100	50	0	100	70,00
15	60	60	100	0	50	0	50	45,71
16	100	20	100	100	50	0	100	67,14
17	80	40	50	100	50	0	50	52,86
18	80	40	100	100	50	0	50	60,00
19	100	40	50	100	0	0	100	55,71
20	100	20	50	100	50	0	25	49,29
21	80	40	100	100	50	0	50	60,00
22	80	40	100	100	50	0	50	60,00
23	100	60	0	0	50	0	100	44,29
24	100	40	100	100	0	0	100	62,86
25	80	0	100	100	50	66	100	70,86

DESEMPENHO POR QUESTÃO DO GRUPO A - COTEMIG NO TESTE II								
VOLUNTÁRIOS DISCENTES	QUESTÃO 1	QUESTÃO 2	QUESTÃO 3	QUESTÃO 4	QUESTÃO 5	QUESTÃO 6	QUESTÃO 7	TOTAL
	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA	NOTA
26	100	40	100	100	0	0	100	62,86
27	100	20	100	100	50	66	100	76,57
28	100	40	100	100	50	0	100	70,00
29	100	0	100	100	50	0	50	57,14
30	100	20	100	100	50	0	100	67,14
31	100	20	100	100	50	0	50	60,00
32	100	0	100	0	100	0	50	50,00
33	100	0	50	0	0	0	50	28,57
34	100	0	100	0	100	0	50	50,00
35	100	0	100	0	100	0	50	50,00
36	100	20	50	0	0	0	25	27,86
37	100	40	100	100	50	0	100	70,00
38	100	40	100	100	50	0	100	70,00
39	100	40	100	100	50	0	25	59,29
40	100	40	50	0	50	0	100	48,57
41	100	0	100	100	50	0	0	50,00
42	100	40	50	0	50	0	25	37,86
43	100	0	50	0	50	0	50	35,71
44	80	20	100	100	50	0	100	64,29
45	80	80	50	100	50	66	50	68,00
MÉDIA	93,33	30,67	84,44	74,44	46,67	4,40	72,78	58,10
VARIÂNCIA	109,09	429,09	661,62	1888,89	500,00	277,20	960,86	136,4
DESVIO PADRÃO	10,33	20,48	25,43	42,98	22,11	16,46	30,65	11,55

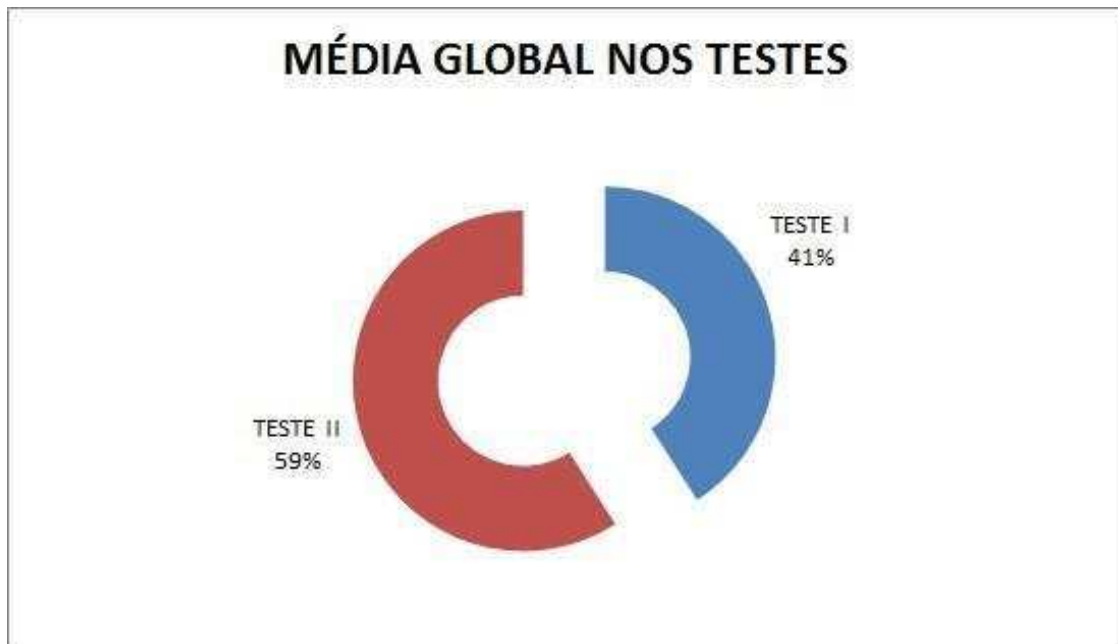
O gráfico a seguir apresentará a média da turma por questão em cada um dos testes.

Gráfico 11



Observa-se que na maioria das questões, o desempenho do grupo no Teste II é superior ao desempenho do grupo no Teste I. Como o Teste II foi realizado após a participação do grupo no curso de introdução à lógica e ao raciocínio lógico quantitativo, entende-se que o ganho potencial tenha relação direta com o curso realizado pelos voluntários. Analisemos agora os gráficos que constam as médias gerais nos dois testes.

**Gráfico 12**



Como esperado, notamos que após o curso de lógica e raciocínio lógico quantitativo, o desempenho do grupo apresentou melhora. Realizaremos agora os testes de hipóteses nos dados do colégio COTEMIG, com o intuito de garantir a significância do curso específico de lógica e raciocínio lógico quantitativo, além de acolher ou rejeitar as hipóteses levantadas na introdução.

## Teste F e Teste Z nos dados do Colégio COTEMIG

Tabela 15

TURMA DO COLÉGIO COTEMIG															
Questão 1		Questão 2		Questão 3		Questão 4		Questão 5		Questão 6		Questão 7		Total	
Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes	Depois	Antes
100	20	40	20	100	50	100	0	50	0	0	0	50	50	21,43	24,49
100	40	0	40	100	70	100	100	0	0	0	66	25	50	34,43	25,06
100	60	40	0	100	50	50	100	50	100	0	0	100	50	57,14	51,02
100	100	60	0	100	50	100	100	50	0	0	0	100	50	42,86	34,69
100	60	20	20	100	0	100	100	50	0	0	0	100	50	42,86	34,69
80	80	60	40	100	50	100	50	50	0	0	0	100	25	32,14	29,59
100	80	20	0	100	50	100	100	50	100	0	0	100	50	57,14	51,02
100	80	40	0	50	50	0	100	50	100	0	0	100	50	57,14	51,02
80	100	20	20	100	50	100	0	50	0	0	0	100	25	25,00	28,57
80	40	20	20	100	100	100	100	50	50	0	0	100	0	42,86	34,69
80	60	60	0	100	50	100	100	50	0	0	0	100	50	42,86	34,69
80	60	40	60	50	50	100	100	50	0	0	0	50	50	35,71	26,53
80	40	60	60	50	100	100	100	50	0	0	0	100	25	39,29	30,61
100	40	40	20	100	50	100	100	50	0	0	0	100	0	35,71	26,53
60	60	60	0	100	0	0	100	50	0	0	0	50	0	28,57	18,37
100	60	20	0	100	50	100	50	50	50	0	0	100	0	35,71	33,67
80	20	40	40	50	0	100	100	50	0	0	0	50	0	28,57	18,37
80	100	40	60	100	50	100	100	50	0	0	0	50	100	42,86	34,69
100	80	40	40	50	50	100	100	0	0	0	0	100	100	42,86	34,69
100	80	20	40	50	50	100	100	50	50	0	0	25	25	35,71	26,53
80	60	40	60	100	50	100	100	50	0	0	0	50	0	28,57	18,37
80	60	40	0	100	50	100	100	50	0	0	0	50	0	28,57	18,37
100	60	60	0	0	50	0	50	50	0	0	0	100	25	32,14	29,59
100	40	40	40	100	50	100	100	0	50	0	0	100	25	39,29	30,61
80	80	0	0	100	50	100	100	50	0	66	0	100	50	52,29	45,47
100	60	40	80	100	100	100	0	0	0	0	0	100	0	14,29	16,33
100	60	20	60	100	0	100	0	50	0	66	0	100	50	38,00	43,43
100	40	40	40	100	100	100	100	50	50	0	0	100	50	50,00	42,86
100	100	0	60	100	100	100	100	50	0	0	33	50	100	47,57	40,08
100	0	20	0	100	50	100	0	50	0	0	33	100	50	33,29	38,04
100	80	20	0	100	50	100	0	50	0	0	0	50	0	14,29	16,33
100	60	0	20	100	50	0	100	100	50	0	0	50	0	42,86	34,69
100	60	0	60	50	100	0	100	0	0	0	0	50	0	21,43	10,20
100	60	0	20	100	50	0	100	100	0	0	0	50	25	39,29	30,61
100	100	0	60	100	100	0	100	100	0	0	0	50	50	42,86	34,69
100	80	20	20	50	50	0	100	0	0	0	0	25	0	17,86	6,12
100	100	40	60	100	100	100	100	50	0	0	33	100	25	44,00	36,00
100	20	40	40	100	100	100	0	50	50	0	0	100	50	35,71	40,82
100	40	40	0	100	50	100	100	50	0	0	0	25	100	39,29	30,61
100	80	40	20	50	50	0	0	50	0	0	33	100	100	40,43	46,20
100	20	0	60	100	100	100	100	50	100	0	0	0	50	42,86	34,69
100	100	40	60	50	50	0	0	50	0	0	0	25	50	17,86	20,41

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Questão 1</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	63,11111	93,333 109,09
Variância	653,7374	09
Observações	45	45
gl	44	44
F	5,992593	
P(F<=f) uni-caudal	1,27E-08	
F crítico uni-caudal	1,650935	

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Questão 2</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	29,77778	30,666 429,090
Variância	611,3131	9
Observações	45	45
gl	44	44
F	1,42467	
P(F<=f) uni-caudal	0,122165	
F crítico uni-caudal	1,650935	

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Questão 3</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	57,11111	84,444
Variância	866,4646	661,61
Observações	45	45
gl	44	44
F	1,309618	
P(F<=f) uni-caudal	0,187214	
F crítico uni-caudal	1,650935	

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Questão 4</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	74,44444	74,444
Variância	1775,253	1888,889
Observações	45	45
gl	44	44
F	0,93984	
P(F<=f) uni-caudal	0,418942	
F crítico uni-caudal	0,605718	

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Questão 5</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	16,66667	46,66667
Variância	1022,727	500
Observações	45	45
gl	44	44
F	2,045455	
P(F<=f) uni-caudal	0,009755	
F crítico uni-caudal	1,650935	

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Questão 6</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	4,4	4,4
Variância	178,2	277,2
Observações	45	45
gl	44	44
F	0,642857	
P(F<=f) uni-caudal	0,073353	
F crítico uni-caudal	0,605718	

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Questão 7</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	36,11111	72,77778
Variância	953,2828	960,8586
Observações	45	45
gl	44	44
F	0,992116	
P(F<=f) uni-caudal	0,489587	
F crítico uni-caudal	0,605718	

Teste-F: duas amostras para variâncias

<b>Total Geral</b>		
	<i>Antes</i>	<i>Depois</i>
Média	31,07392	36,49524
Variância	108,3866	116,598
Observações	45	45
gl	44	44
F	0,929575	
P(F<=f) uni-caudal	0,404853	
F crítico uni-caudal	0,605718	

O Teste F aponta diferenças significativas nas questões 1, 4, 5, 6, 7 e no total geral. Verificaremos agora os resultados para o Teste Z.

Teste-z: duas amostras para médias			Teste-z: duas amostras para médias		
Questão 1			Questão 2		
	Antes	Depois		Antes	Depois
Média	63,1111	93,3333	Média	29,7777	30,6666
Variância conhecida	653,74	109,09	Variância conhecida	611,31	429,09
Observações	45	45	Observações	45	45
Hipótese da diferença de média	0	-	Hipótese da diferença de média	0	-
Z	7,34038		z	0,18486	
P(Z<=z) uni-caudal	1,06E-13		P(Z<=z) uni-caudal	0,42666	
z crítico uni-caudal	1,64485		z crítico uni-caudal	1,64485	
P(Z<=z) bi-caudal	2,13E-13		P(Z<=z) bi-caudal	0,85333	
z crítico bi-caudal	1,95996		z crítico bi-caudal	1,95996	
	4			4	

Teste-z: duas amostras para médias			Teste-z: duas amostras para médias		
Questão 3			Questão 4		
	Antes	Depois		Antes	Depois
Média	57,1111	84,4444	Média	74,4444	74,4444
Variância conhecida	866,46	661,62	Variância conhecida	1775,25	1888,89
Observações	45	45	Observações	45	45
Hipótese da diferença de média	0	-	Hipótese da diferença de média	0	-
Z	4,69057		z	0	
P(Z<=z) uni-caudal	1,36E-06		P(Z<=z) uni-caudal	0,5	
z crítico uni-caudal	1,64485		z crítico uni-caudal	1,64485	
P(Z<=z) bi-caudal	2,72E-06		P(Z<=z) bi-caudal	1	
z crítico bi-caudal	1,95996		z crítico bi-caudal	1,95996	
	4			4	

Questão 5			Questão 6		
	Antes	Depois		Antes	Depois
Média	16,6666	46,6666	Média	4,4	4,4
Variância conhecida	1022,73	500	Variância conhecida	178,2	277,2
Observações	45	45	Observações	45	45
Hipótese da diferença de média	0	-	Hipótese da diferença de média	0	-
Z	5,15722		z	0	
P(Z<=z) uni-caudal	1,25E-07		P(Z<=z) uni-caudal	0,5	
z crítico uni-caudal	1,64485		z crítico uni-caudal	1,64485	
	4			4	
	2,51E-07				
P(Z<=z) bi-caudal	0,7		P(Z<=z) bi-caudal	1	
z crítico bi-caudal	1,95996		z crítico bi-caudal	1,95996	
	4			4	

Teste-z: duas amostras para médias			Teste-z: duas amostras para médias		
Questão 7			Total Geral		
	Antes	Depois		Antes	Depois
Média	36,1111	72,7777	Média	31,0739	36,4952
Variância conhecida	953,28	960,86	Variância conhecida	108,39	116,6
Observações	45	45	Observações	45	45
Hipótese da diferença de média	0	-	Hipótese da diferença de média	0	-
z	-5,622		z	2,42454	
	9,44E-09			0,00766	
P(Z<=z) uni-caudal	0,9		P(Z<=z) uni-caudal	4	
z crítico uni-caudal	1,64485		z crítico uni-caudal	1,64485	
	4			4	
	1,89E-08			0,01532	
P(Z<=z) bi-caudal	0,8		P(Z<=z) bi-caudal	8	
z crítico bi-caudal	1,95996		z crítico bi-caudal	1,95996	
	4			4	

O Teste Z aponta diferenças significativas nas questões 1,3,5,7 e no total geral.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Após a análise dos resultados, concluímos que há evidências estatísticas de que aulas específicas de lógica e raciocínio lógico quantitativo imputam ao discente um acréscimo na capacidade de solucionar problemas de lógica e raciocínio lógico quantitativo. É inevitável deixar de buscar uma relação entre o fracasso dos discentes brasileiros em problemas que envolvem a lógica e raciocínio lógico com os dados apresentados nessa pesquisa.

Levando-se em consideração a complexidade da educação matemática, não podemos afirmar que a ausência de momentos dedicados ao estudo da lógica e do raciocínio lógico quantitativo seja o principal problema que culmine no fracasso dos estudantes nessa disciplina, no contexto deste trabalho, a análise indica perdas da casa de 20% quando a lógica e o raciocínio lógico quantitativo não recebem ênfase adequada.

Concordamos parcialmente com Druk (1998), quando a autora afirma que:

[...] o estudo da lógica no Ensino Fundamental e Médio não deve ser um ponto localizado em algum momento específico do currículo escolar, mas uma preocupação metodológica presente sempre que algum ponto do programa permitir.

Acreditamos que o estudo da lógica deva ser uma preocupação metodológica presente além de um ponto localizado em algum momento específico do currículo escolar.

De acordo com Soares (2004, p. 2):

[...] a matemática necessita da lógica para suas definições, postulados, além de ser fundamental para julgar se um teorema é verdadeiro ou falso, e a partir disso tirar outras conclusões, propor outras conjecturas, provar outros teoremas.

A capacidade de mostrar ou demonstrar alguma ideia não se concretiza de modo intuitivo, pois o conjunto de saberes necessários para entender ou mesmo propor uma demonstração não podem ser tratados de forma paliativa, como um detalhe na aula ou no exercício. Esse conjunto regimental deve ser discutido em detalhes, escrutinando as minúcias. Dessa forma, os dados desse estudo nos levam a acreditar que, possivelmente, a aversão do legado deixado pelo movimento da matemática moderna, tenha contribuído com a subtração desse tema nos currículos.

Em suma, solicita-se ao discente que justifique, mostre ou demonstre um resultado, sem que haja a preocupação em direcioná-lo para que o registro seja feito de forma adequada.

Talvez isso explique um pouco a apatia associada à atonia dos discentes frente aos problemas com essas exigências.

É importante ressaltar também o papel da lógica formal na leitura e interpretação de textos, uma vez que os conectivos de nossa língua mantêm íntima relação com operações lógicas da lógica formal. Para Santos:

[...] leitura é interpretação de texto, e a lógica é um instrumento indispensável para isso. Ler não é apenas decifrar signos, mas sim tomar conhecimento do que está para além dos signos, entender o papel de cada palavra no texto, perceber as relações entre elas, antever as consequências dessas relações, enfim, como se diz, mergulhar nas entrelinhas ([2014] p. 1).

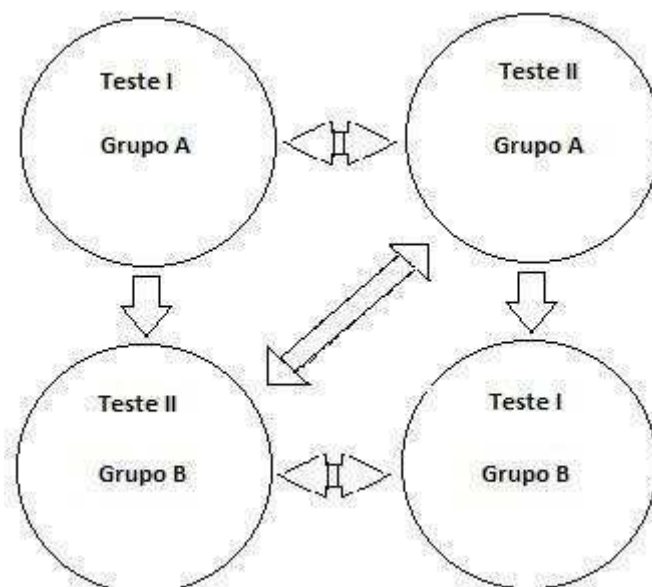
Em atendimento à orientação dos PCN's:

O conhecimento matemático formalizado precisa, necessariamente, ser transferido para se tornar possível de ser ensinado, aprendido, ou seja, a obra e o pensamento do matemático teórico não são passíveis de comunicação direta aos alunos. [...] Esse processo de transformação do saber científico em saber escolar não passa apenas por mudanças de natureza epistemológica, mas é influenciado por condições de ordem social, e cultural que resultam na elaboração de saberes intermediários, como aproximações provisórias, necessárias e intelectualmente formadoras. É o que se pode chamar de contextualização do saber (PCN, 1998, p. 30).

As instituições de ensino na maioria das vezes promovem um currículo que valoriza o senso comum, com contextualizações cotidianas. Sem momentos específicos de estudo da lógica e do raciocínio lógico quantitativo, os discentes acabam por adotar à mesma lógica que é aceita pelo senso comum do cotidiano na leitura de textos matemáticos, o que leva, impreterivelmente, a sérios erros, comprometendo assim, o aprendizado de um conteúdo matemático.

Quanto às hipóteses levantadas na introdução desse trabalho, as comparações foram realizadas ao nível de 5% de significância, de acordo com o diagrama a seguir:

**Figura 4: Esquema de comparação das amostras**



As hipóteses  $H_1$  e  $H_2$  foram acolhidas em virtude dos dados apresentados no capítulo 2.

Em  $H_3$  rejeitamos a hipótese de nulidade para os testes pareados. Nos testes entre os grupos A e B observamos uma situação controversa que impede a rejeição da hipótese de nulidade. Quando analisamos o comportamento dos grupos A e B antes do curso de lógica, o Teste F não indica diferença significativa entre as médias ou entre as variâncias, o que não era esperado, uma vez que os voluntários do grupo A eram detentores do conhecimento e os do grupo B não. Além disso, após a participação dos voluntários do grupo B no curso de lógica, evidenciou-se pelos Testes F e T uma diferença significativa nas variâncias e nas médias respectivamente. Tal situação é novamente inesperada e traduz nossa motivação em considerar apenas os casos de dados pareados em que o comportamento dos resultados foram mais equilibrados.

Na hipótese  $H_4$ , a hipótese de nulidade é rejeitada apenas na comparação entre o grupo A e B da UNIBH. Acreditamos que esse cenário decorre do contraste entre o longo período dedicado ao estudo da lógica e do raciocínio lógico quantitativo, por parte dos voluntários do grupo A, e a inexistência do mesmo estudo sistemático por parte dos participantes do grupo B. A interiorização dos conceitos relacionados à hipótese  $H_4$  depende de um tempo maior de estudo, e alterações significativas com o nível de exigência proposto não são possíveis no curto prazo, explicando assim os resultados obtidos para essa hipótese nos testes pareados dos dados de ambas as instituições.

Como o estudo pareado dos testes 1 e 2 em um grupo que já havia estudado lógica e raciocínio lógico quantitativo apontou diferenças significativas nas questões 4 e 5, a hipótese  $H_5$  é analisada nas questões 3 e 4 para os dados avaliados entre os grupos A e B em um mesmo teste e apenas na questão 3 para os demais casos. Nessas condições, acolhemos a hipótese de nulidade.

A hipótese  $H_6$  é analisada apenas na questão 5. Como essa questão apresenta indícios de discrepância nos graus de dificuldade entre os testes 1 e 2, a análise ocorrerá apenas na comparação de dados entre os grupos A e B em um mesmo teste. Nessas condições rejeitamos a hipótese de nulidade para  $H_6$ .

Em  $H_7$  rejeitamos a hipótese de nulidade em todas as direções analisadas.

Concluimos, assim, que nessa pesquisa encontramos indícios da relevância de um estudo sistêmico de lógica e do raciocínio lógico no contexto escolar. O fracasso na matemática e nas outras disciplinas que compõem o eixo das ciências exatas pode estar relacionado com a incapacidade de se organizar, formular hipóteses e conectar as ideias de forma adequada, a fim de obter uma conclusão sólida. Organizar um quebra-cabeça sem ter noção da imagem que se quer construir é uma tarefa bem complicada. Do mesmo modo, não se pode esperar que os discentes sejam capazes de raciocinar da maneira correta se isso não lhes é ensinado, se nunca lhes foi fornecido um conjunto de saberes que possam conduzir seus pensamentos à via correta. A lógica e o raciocínio lógico quantitativo podem receber uma ênfase mais específica nos currículos básicos nacionais, contribuindo significativamente para melhorar o desempenho de nossos alunos não só em matemática, mas em todas as disciplinas que lhes sejam exigidos o raciocínio lógico.

## REFERÊNCIAS

ASSIS, J. E. de P. et al. **Primeira Filosofia: tópicos de Filosofia Geral**. 8. ed. São Paulo: Editora Brasiliense, 1990.

BRASIL. **Diretrizes curriculares nacionais para a Educação Básica**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão. Conselho Nacional da Educação. Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica / Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Currículos e Educação Integral. – Brasília, DF: MEC, SEB, DICEI, 2013. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf&Itemid=30192](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=13677-diretrizes-educacao-basica-2013-pdf&Itemid=30192)>. Acesso em: 8 jan. 2016.

BRASIL. **Lei nº 9.394/1996 – LDB**. Brasília, DF, 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/arquivos/pdf/ldb.pdf>>. Acesso em: 27 dez. 2015.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

CHAUÍ, M. **Introdução à história da Filosofia 1**. São Paulo: Companhia das Letras, 2002.

COPI, I. M. **Introdução a Lógica**. São Paulo: Mestre Jou. 1978.

D'OTTAVIANO, I. M. L.; GOMES, E. L. Considerações sobre o desenvolvimento da Lógica no Brasil. **e-prints**, Campinas, SP, v. 11, n. 3, p. 1-50, 2011. Centro de Lógica, Epistemologia e História da Ciência (CLE), Departamento de Filosofia, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP. Disponível em: <<ftp://logica.cle.unicamp.br/pub/e-prints/vol.11,n.3,2011.pdf>>. Acesso em: 12 jan. 2016.

DRUK, I. de F. A linguagem Lógica. **Revista do Professor de Matemática**, n. 17, p. 10-18, 1998.

OLIVEIRA, E. N. de; MORETO, A. **A importância da Lógica na aprendizagem**. 2009. Disponível em: <[www.servi.adm.br/cpainel/download\\_arquivo.php?id=73](http://www.servi.adm.br/cpainel/download_arquivo.php?id=73)>. Acesso em: 19 dez. 2015.

PCN – PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília, DF: MEC/SEF, 1997.

PNLD 2015 – GUIA DE LIVROS DIDÁTICOS: Matemática: Ensino Médio. Brasília, DF: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2014.

SANTOS, C. F. dos. Texto didático escrito especialmente para uso na disciplina de Lógica da graduação em Filosofia da Universidade Federal do Maranhão. [2014]. Disponível em: <[http://www.academia.edu/9199451/A\\_Lógica\\_na\\_leitura\\_de\\_textos\\_filosóficos](http://www.academia.edu/9199451/A_Lógica_na_leitura_de_textos_filosóficos)>. Acesso em: 12 nov. 2014.

SILVA, N. M. da. Dissertação: **Lógica matemática no ensino fundamental como instrumento facilitador da aprendizagem no ensino da Matemática**. 135 fls. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências na Educação Básica). UNIGRANRIO, Duque de Caxias, RJ, 2012.

SOARES, F. A lógica no cotidiano e a lógica na matemática. **Anais do VIII ENEM** – Recife, 15 a 18 de julho de 2004. Minicurso – GT 5 – História da Matemática e Cultura, p. 2 – Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/05/MC03526677700.pdf>>. Acesso em: 17 jan. 2016.

## APÊNDICE I

### TESTE I

#### QUESTÃO 1

**ASSINALE COM X OS ITENS QUE EXPRESSAM UMA PROPOSIÇÃO.**

- a) ( ) Se você estudar muito, então passará no concurso.
- b) ( ) Quantos anos você tem?
- c) ( ) Farei uma viagem de carro ou ônibus.
- d) ( ) Preste atenção ao discurso!
- e) ( ) Estudarei Português e Matemática.

#### QUESTÃO 2

**ESCREVA A NEGAÇÃO DE CADA SENTENÇA ABAIXO:**

- a) O Sol é um planeta.

R: \_\_\_\_\_

- b) Buenos Aires não é a capital do Brasil.

R: \_\_\_\_\_

- c) É falso que Maria é cantora.

R: \_\_\_\_\_

- d) Nenhuma baleia vive fora d'água.

R: \_\_\_\_\_

- e) Não é verdade que não está frio ou que está nevando.

R: \_\_\_\_\_

#### QUESTÃO 3

**COMPLETE AS LACUNAS DE ACORDO COM O QUE VOCÊ PODE CONCLUIR DE CADA ARGUMENTO CONFORME O EXEMPLO A SEGUIR.**

*“Toda criança gosta de brincar.  
Pedrinho é uma criança.  
Logo, **Pedrinho gosta de brincar”.***

a) Se 6 não é par, então 3 não é primo.

Mas, 6 é par.

Logo, \_\_\_\_\_

b) Os bebês são ilógicos.

Ninguém que consiga dominar um crocodilo é desprezado.

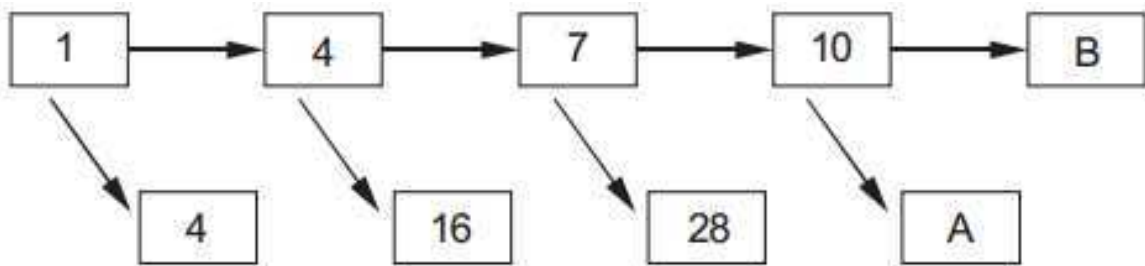
As pessoas ilógicas são desprezadas.

Logo, \_\_\_\_\_

#### **QUESTÃO 4**

(SERGIPE GÁS S/A 2013 – FCC – ASSISTENTE TÉCNICO ADMINISTRATIVO – RH)

**OBSERVE O DIAGRAMA E SEU PADRÃO DE ORGANIZAÇÃO.**



**CALCULE A DIFERENÇA NUMÉRICA ENTRE A E B, QUANDO SE COMPLETA O DIAGRAMA DE ACORDO COM O PADRÃO.**

R: \_\_\_\_\_

#### **QUESTÃO 5**

**EM CADA ITEM ESCREVA A CONCLUSÃO GERAL QUE PODE SER OBTIDA.**

a) O cavalo, o burro e a mula são quadrúpedes.

O cavalo, o burro e a mula são mamíferos.

Escreva a R: \_\_\_\_\_

b) expressão do termo geral  $a_n$  da sequência: 9, 16, 25, 36, ...  $a_n$ .

R: \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 6****ANALISE O SEGUINTE TEOREMA:**

*“Se um triângulo é triângulo retângulo, então a soma dos quadrados de seus catetos é igual ao quadrado da hipotenusa”.*

Escreva a hipótese do teorema:

---

Escreva a tese do teorema:

---

Escreva o nome da operação lógica envolvida na demonstração do teorema.

---

**QUESTÃO 7****ENUMERE A SEGUNDA COLUNA DE ACORDO COM A PRIMEIRA**

- |               |  |
|---------------|--|
| 1- Proposição | ( ) Sentença declarativa exclusivamente verdadeira ou falsa. |
| 2- Corolário  | ( ) Menor importância que teorema, pré-teorema.              |
| 3- Teorema    | ( ) Proposição que decorre imediatamente de um teorema.      |
| 4- Lema       | ( ) Proposição garantida por prova.                          |

**APÊNDICE II****TESTE II****QUESTÃO 1****ASSINALE COM X OS ITENS QUE EXPRESSAM UMA PROPOSIÇÃO.**

- a) ( ) Os gatos não voam.
- b) ( ) Meu Deus!
- c) ( ) O número 7 é ímpar.
- d) ( ) Quantos anos você têm?
- e) ( ) Na mesa há...

**QUESTÃO 2****ESCREVA A NEGAÇÃO DE CADA SENTENÇA ABAIXO:**

- a) Nenhum homem é mortal.

R: \_\_\_\_\_

- b) Não é verdade que Carlos é alto.

R: \_\_\_\_\_

- c) Todo médico não é louco.

R: \_\_\_\_\_

- d) Alguém ganhou o bingo.

R: \_\_\_\_\_

- e) Não é verdade que Antônio não é engenheiro ou que é matemático.

R: \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 3**

**COMPLETE AS LACUNAS DE ACORDO COM O QUE VOCÊ PODE CONCLUIR DE CADA ARGUMENTO CONFORME O EXEMPLO A SEGUIR.**

*“Toda criança gosta de brincar. Pedrinho é uma criança. Logo, Pedrinho gosta de brincar”.*

a) Se chove, Paloma fica resfriada. Paloma não ficou resfriada.

Logo, \_\_\_\_\_

b) As ostras não são fósseis, pois nenhum fóssil pode ter relações sexuais e uma ostra pode ter relações sexuais.

Logo, \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 4**

(TCE – CE 2015 – FCC – TÉCNICO DE CONTROLE EXTERNO – ADMINISTRAÇÃO)

**OBSERVE A SEQUÊNCIA:**

(7; 5; 10; 8; 16; 14; 28; 26; 52; . . .)

CONSIDERANDO QUE A SEQUÊNCIA CONTINUE COM A MESMA LEI DE FORMAÇÃO, A DIFERENÇA ENTRE O 160 E O 130, TERMOS DESSA SEQUÊNCIA, NESSA ORDEM, É IGUAL A:

R: \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 5**

**EM CADA ITEM ESCREVA A CONCLUSÃO GERAL QUE PODE SER OBTIDA.**

a) O ferro conduz eletricidade. O ouro conduz eletricidade. O chumbo conduz eletricidade. A prata conduz eletricidade. O ferro, o ouro, o chumbo e a prata são metais. Logo:

R: \_\_\_\_\_

b) Escreva a expressão do termo geral  $a_n$  da sequência: 1, 8, 27, 64, ...  $a_n$

R: \_\_\_\_\_

**QUESTÃO 6****ANALISE O SEGUINTE TEOREMA:**

*“Se uma reta intercepta dois lados de um triângulo em pontos distintos M e N e, é paralela ao terceiro lado do triângulo, então o triângulo determinado por ela será semelhante ao primeiro”.*

Escreva a hipótese do teorema:

---

Escreva a tese do teorema:

---

Escreva o nome da operação lógica envolvida na demonstração do teorema.

---

**QUESTÃO 7****ENUMERE A SEGUNDA COLUNA DE ACORDO COM A PRIMEIRA**

- |               |  |
|---------------|--|
| 1- Proposição | ( ) Sentença declarativa exclusivamente verdadeira ou falsa. |
| 2- Corolário  | ( ) Menor importância que teorema, pré-teorema.              |
| 3- Teorema    | ( ) Proposição que decorre imediatamente de um teorema.      |
| 4 – Lema      | ( ) Proposição garantida por prova.                          |

## APÊNDICE III

# CURSO INTRODUTÓRIO DE LÓGICA E RACIOCÍNIO LOGICO QUANTITATIVO

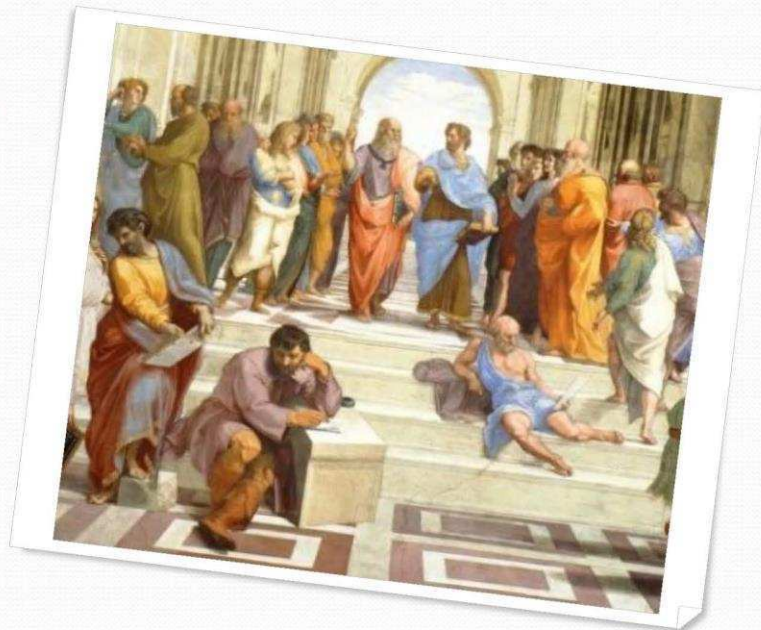
PROF: ISRAEL ROQUE PEREIRA

### LÓGICA X RACIOCINIO LÓGICO QUANTITATIVO . ENTENDA A DIFERENÇA

A lógica origina-se do termo grego *logiké*.

Relacionado com o logos (razão, palavra ou discurso), que significa a ciência do raciocínio. Em sentido figurado, a palavra lógica está relacionada com uma maneira específica de raciocinar, de forma acertada.

O raciocínio lógico matemático ou quantitativo é o raciocínio usado para a resolução de alguns problemas e exercícios matemáticos.



## PROPOSIÇÕES

Trata-se de um conceito primitivo. Designaremos por “proposição”, todas as sentenças declarativas com as seguintes características:

- Afirmações.
- Que exprimem pensamento de sentido completo.
- Dicotômicas.

As proposições poderão ser SIMPLES ou COMPOSTAS.

## CONNECTIVOS

Na língua portuguesa, são conjunções que ligam as orações. Por exemplo: e, ou, não, se – então e se e somente se.

Para fins de raciocínio lógico, entenderemos de forma similar. No entanto, substituiremos o termo “orações” por “proposições”.

## VARIÁVEL PROPOSICIONAL

Com o intuito de simplificar a análise das proposições atribuímos um caractere representativo para cada proposição.

É possível distinguir as proposições simples das compostas, utilizando letras latinas minúsculas para as simples e maiúsculas para as compostas.

## VALOR LÓGICO

Dizemos que o valor lógico de uma proposição é a verdade (1) se a proposição é verdadeira; é a falsidade (0) se a proposição é falsa.

## PRINCIPIOS DA LÓGICA

A lógica bivalente está estabelecida sob três pilares:

- O princípio da não – contradição.

Uma proposição não pode ser simultaneamente verdadeira e falsa.

- O princípio do terceiro excluído.

Toda proposição ou é só verdadeira ou só falsa, nunca ocorrendo um terceiro caso.

- O princípio da Identidade.

A identidade de um objeto não pode ser alterada.

## OPERAÇÕES E SEUS DIAGRAMAS

São seis as operações lógicas básicas.

- Negação
- Conjunção
- Disjunção inclusiva
- Disjunção exclusiva
- Condicional
- Bicondicional

## NEGAÇÃO DE PROPOSIÇÕES COMPOSTAS

**Conjunção** - Negar a primeira, substituir “e” por “ou” em seguida negar a segunda.

**Disjunção** - Negar a primeira, substituir “ou” por “e” em seguida negar a segunda.

**Condicional** - Mantenha a primeira, insira o conectivo “e” e negue a segunda.

**Bicondicional** - Basta transformá-la em uma disjunção exclusiva.

## ARGUMENTOS

É uma sequência de proposições utilizadas para construir um raciocínio e obter uma conclusão.

Um argumento poderá ser VÁLIDO ou INVÁLIDO

## PREMISSAS

São proposições utilizadas na construção de um argumento.

## RACIOCÍNIO DEDUTIVO

A ideia básica é partir de pensamentos mais gerais a fim de obter resultados particulares.

Seguem algumas técnicas dedutivas:

- Prova direta
- Prova condicional
- Prova bicondicional
- Prova indireta ou por redução ao absurdo.
- Prova indireta da forma condicional.

## RACIOCÍNIO INDUTIVO

A ideia básica é partir de casos particulares com o intuito de provar uma relação mais geral.

Seguem algumas técnicas indutivas.

- Prova por indução finita.

## QUAL É A DIFERENÇA?

- AXIOMA - Proposição assumida como verdadeira sem prova .
- CONJECTURA - Proposição que não foi provada ou refutada.
- TEOREMA - Proposição garantida por prova.
- LEMA – Pré - teorema. Proposição provada usada como trampolim para provar teorema.
- COROLÁRIO - Pós-teorema. Proposição que decorre imediatamente de um teorema

# Foram apenas ideias introdutórias...

## Bibliografia

DAGHLIAN, JACOB. **Lógica e Álgebra de Boole**.  
Campinas, SP: Editora Atlas, 2008.

<http://psicoedocencia.blogspot.com.br/2012/04/texto-jean-piaget.html>