

SÉRGIO MAGNO MENDES

**EFEITOS DA INFRAESTRUTURA ECONÔMICA E SOCIAL  
SELECIONADAS NO CRESCIMENTO DA ECONOMIA BRASILEIRA –  
1985 A 2012**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2014

Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa

T

M538r  
2014

Mendes, Sérgio Magno, 1962-  
Efeitos da infraestrutura econômica e social selecionadas no  
crescimento da economia brasileira - 1985 a 2012 / Sérgio  
Magno Mendes. – Viçosa, MG, 2014.  
xiii, 205f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: Erly Cardoso Teixeira.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.129-135.

1. Infraestrutura (Economia ) - Brasil. 2. Desenvolvimento  
econômico. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de  
Economia Rural. Doutorado em Economia Aplicada. II. Título.

CDD 22. ed. 330.981

SÉRGIO MAGNO MENDES

**AFEITOS DA INFRAESTRUTURA ECONÔMICA E SOCIAL  
SELECIONADAS NO CRESCIMENTO DA ECONOMIA BRASILEIRA –  
1985 A 2012**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 17 de dezembro de 2014.

  
Luciano Dias de Carvalho

  
João Eustáquio de Lima

  
Matheus Wemerson Gomes Pereira

  
Marco Antonio Salvato  
Co-orientador

  
Erly Cardoso Teixeira  
(Orientador)

## AGRADECIMENTOS

A DEUS, por me dar saúde, fé, força e coragem para lutar pelos meus objetivos e ter a disposição de viajar uma ou até duas vezes, semanalmente, de Belo Horizonte a Viçosa.

Aos meus pais Manoel e Arlete, por me mostrarem que com DEUS sempre podemos atingir nossos objetivos, mesmo nas horas mais difíceis; às minhas filhas Giovanna, Gabriela e Juliana, por sempre apoiarem as minhas decisões, mesmo quando estas requerem mais esforços e maior período de ausência.

Aos meus irmãos Silvana, Paulo César e Lucimar, por todo o esforço feito para me ajudarem a conseguir mais esta vitória; à Flávia, pelo carinho e pela força em todos os momentos; à minha sobrinha Nayara, pela enorme ajuda no trabalho de coleta de dados, mesmo em véspera de Natal.

Ao meu orientador Professor Erly.

Ao meu coorientador Professor Márcio Salvato, pela presteza e rapidez em me ajudar nos momentos mais difíceis, por acreditar que eu conseguiria vencer mais este desafio, inclusive ajudando, quando foi o caso, a deduzir equações para que futuros pós-graduandos tenham maiores facilidades quando estudarem os modelos analisados.

À minha coorientadora Professora Joanna, sem a qual não teríamos condições de avançar na modelagem de crescimento dinâmico, pela presteza e rapidez em me ajudar nos momentos mais difíceis. Espero que o novo desafio da Professora nos EUA seja coroado de muitas felicidades e sucesso.

Aos meus colegas do doutorado Marcelo, Filipe, Gilnei e Marco Túlio, pelo companheirismo e pela ajuda nas horas de dificuldades.

Aos Professores do Departamento de Economia Aplicada (DER/UFV), por terem sempre me incentivado e ajudado a alcançar os meus objetivos.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG), pelo auxílio financeiro.

Aos membros da banca.

Aos funcionários do Departamento de Economia Rural, em especial a Carminha, Tedinha, Brilhante, Margarida, Helena e Romildo, por todos os favores e atenção prestados.

À Universidade Federal de Viçosa e ao Departamento de Economia Rural (DER), pela oportunidade para o meu desenvolvimento pessoal e profissional.

Aos meus colegas Professores do IBMEC/MG, pelo incentivo e pela ajuda na conquista de objetivos; aos Professores Délcio, Ernani Teixeira (*in memoriam*) e Salvato, por terem me indicado para o Curso de Doutorado.

## **BIOGRAFIA**

SÉRGIO MAGNO MENDES, filho de Manoel Paulino Mendes e Arlete Antônia Mendes, nasceu em Ouro Preto, Minas Gerais, em 27 de novembro de 1962.

Cursou o ensino básico na Escola Estadual Prof. Soares Ferreira e na Escola Estadual D. Silvério, em Mariana, MG, e formou-se no ensino médio na Escola Técnica Federal de Ouro Preto, em Ouro preto, MG.

Em dezembro de 2003, obteve o título de Bacharel em Ciências Econômicas pela Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais (PUC-MG), em Belo Horizonte, Minas Gerais.

Em dezembro de 2005, obteve o título de Mestre em Economia Aplicada pelo Programa de Pós-Graduação do Departamento de Economia Aplicada (DER) da Universidade Federal de Viçosa, em Viçosa, MG.

Foi professor no IBMEC/MG e do Centro Universitário UMA, sendo atualmente professor no Departamento de Economia da Universidade Federal de São João del Rei (UFSJ).

Em agosto de 2011, ingressou no Programa de Pós-Graduação, em nível de Doutorado, em Economia Aplicada da Universidade Federal de Viçosa, submetendo-se à defesa da Tese em 17 de dezembro de 2014.

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS .....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	viii
RESUMO .....	x
ABSTRACT .....	xii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Considerações Iniciais .....	1
1.2 Revisão Bibliográfica .....	5
1.3 O Problema e a sua Importância.....	21
1.4 Hipótese.....	29
1.5 Objetivos.....	29
1.5.1 Objetivo Geral .....	29
1.5.2 Objetivos Específicos .....	29
2. REFERENCIAL TEÓRICO.....	31
2.1. Modelo de Crescimento Neoclássico ou de Solow e Swan.....	31
2.2 Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans (Modelo de Horizonte Infinito).....	36
2.3 Modelo de Crescimento Dinâmico AK com Gasto do Governo .....	39
2.4 Modelo de Crescimento Endógeno Dinâmico.....	42
2.4.1 Modelo de Crescimento Endógeno Dinâmico sem Capital.....	44
2.4.2 Modelo de Crescimento Endógeno Dinâmico com Capital .....	47
3. METODOLOGIA.....	52
3.1 Modelo de Crescimento AK com Gasto Público Econômico e Social.....	52
3.1.1 Experimentos Teóricos com Choques Exógenos .....	56
3.1.1.1 Aumento do Gasto Público em Infraestrutura Social, Mantendo-se Constante o Gasto do Governo .....	56
3.1.1.2 Aumento do Gasto Público em Infraestrutura, Mantendo-se Constante a Parcela do Gasto Social.....	60
3.2 Métodos Recursivos (Programação Dinâmica) .....	61
3.3 Metodologia de Série Temporal .....	64
3.3.1 Função Impulso – Resposta (FIR).....	68
3.3.2 Decomposição da Variância .....	69
3.3.3 Teste de Causalidade (Granger Causality) .....	70
3.3.4 Análise de Cointegração.....	71
3.3.5 Modelo Vetor de Correção de Erros – VEC.....	72
3.4 Estimação do Estoque de Capital .....	75
3.5 Modelo Econométrico Proposto e Resultados Esperados .....	76
3.5 Fontes e Tratamento dos Dados.....	77
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....	81
4.1 Resultados da Modelagem de Crescimento Dinâmico .....	81
4.2 Resultados do Método Recursivo (Programação Dinâmica).....	89
4.3 Resultados da Modelagem Econométrica.....	91
5. RESUMO E CONCLUSÕES.....	124
REFERÊNCIAS .....	129
APÊNDICES .....	136
APÊNDICE A - Derivações das Equações Utilizadas .....	137
APÊNDICE B – Outros Resultados Encontrados .....	166
APÊNDICE C – Variáveis Utilizadas no Método Recursivo (Programação Dinâmica) .....	194
APÊNDICE D – Variáveis Utilizadas na Modelagem Econométrica.....	198

Nº	<b>LISTA DE TABELAS</b>	Pág.
1	Tabela 1 - Taxa de crescimento global e setorial – Brasil, 1955-1961	2
2	Tabela 2 - Taxa de crescimento anual médio da produtividade e do capital público não militar (em logaritmo) – EUA, 1950-1985	8
3	Tabela 3 - Elasticidade do investimento em infraestrutura no crescimento econômico em países e anos selecionados	20
4	Tabela 4 - Taxa geométrica de crescimento (%) para determinados setores de infraestrutura – Brasil, 1960-1995	22
5	Tabela 5 - PIB real e PIB real <i>per capita</i> , a preços de 2013, população e suas taxas de crescimento – Brasil, 1980-2013	24
6	Tabela 6 - Taxa de crescimento do PIB real, do PIB real <i>per capita</i> (ano-base 2013) e da população (%) – Brasil, 1980-2012	25
7	Tabela 7 - Parâmetros a serem calibrados no método recursivo para a economia brasileira	63
8	Tabela 8 - Parâmetros calculados e simbologia para calibração do método recursivo para a economia brasileira	85
9	Experimentos quantitativos de choques exógenos na economia brasileira, em <i>Steady State</i>	90
10	Tabela 10 - Estatística descritiva de variáveis selecionadas, em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	92
11	Tabela 11 - Testes de estacionaridade selecionados para as séries específicas, em nível e na primeira diferença – Brasil, 1970-2013	95
12	Tabela 12 - Critérios de seleção do número de defasagens das séries selecionadas – Brasil, 1970-2013	96
13	Tabela 13 - Teste de cointegração de Johansen (Traço e Raiz Característica Máxima) para as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	98
14	Tabela 14 - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 3 (VEC3), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013	101
15	Tabela 15 - Teste de normalidade de Jarque-Bera dos resíduos do VEC3 – Brasil, 1970-2013	115
16	Tabela 16 - Teste de autocorrelação dos resíduos de Portmanteau para o VEC3 – Brasil, 1970-2013	116
17	Tabela 17 - Estimação da decomposição da variância das variáveis endógenas em relação à mesma e às demais, em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	120
18	Tabela 18 - Teste de causalidade, no sentido de Granger, para as variáveis endógenas do VEC3, em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	122
19	Tabela 1B - Correlação entre variáveis selecionadas, em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	169
20	Tabela 2B - Vetor Autorregressivo (VAR) das séries em logaritmo e <i>per capita</i> com quatro defasagens – Brasil, 1970-2013	172
21	Tabela 3B - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 1 (VEC1), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013	175

Nº	<b>LISTA DE TABELAS</b>	Pág.
22	Tabela 4B - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 2 (VEC2), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013	177
23	Tabela 5B - Resíduos das variáveis endógenas na modelagem VEC 3 – Brasil, 1970-2013	180
24	Tabela 6B - Variáveis observadas a modelagem VEC 3, em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	182
25	Tabela 7B - Variáveis estimadas a modelagem VEC 3, em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	184
26	Tabela 8B - Função impulso resposta no lnPIBPC para choques de 1 DP nas demais variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	186
27	Tabela 9B - Função impulso resposta no lnKPC para choques de 1 DP nas demais variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	187
28	Tabela 10B - Decomposição da variância do lnPIBPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	188
29	Tabela 11B - Decomposição da variância do lnKPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	189
30	Tabela 12B - Decomposição da variância do lnRODPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	190
31	Tabela 13B - Decomposição da variância do lnENERGPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	191
32	Tabela 14B - Decomposição da variância do lnEDUPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	192
33	Tabela 15B - Decomposição da variância do lnSAUDEPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	193
34	Tabela 1C - Excedente operacional bruto nominal e real e deflator do PIB ano-base 2013 - Brasil, 1990-2013	195
35	Tabela 2C - Despesas públicas federais nas áreas econômica e social, por função em 2013 – Brasil (em Reais de 2013)	196
36	Tabela 3C - Despesas públicas federais nas áreas econômica e social, por subfunção Encargos Especiais em 2013 – Brasil (em Reais de 2013)	197
37	Tabela 1D - Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro a preços de 2013 – Brasil, 1900-2013 (R\$ milhões)	199
38	Tabela 2D - Formação bruta de capital fixo (FBKF) nominal e real deflacionado pelo deflator do PIB ano-base 2013– Brasil, 1901-2013 (R\$ milhões)	200
39	Tabela 3D - Cálculo do estoque de capital real (ano base 2013), a partir de 1950 de acordo com YOUNG (1995) – Brasil, 1950-2013 (R\$ milhões)	202
40	Tabela 4D - Número de trabalhadores formais empregados – Brasil, 1970-2013	203
41	Tabela 5D - Variáveis de Infraestrutura Econômica e Social e PTF – Brasil, 1970-2013	204

Nº	<b>LISTA DE FIGURAS</b>	Pág.
1	Figura 1- Investimento público real - IPR (Federal, Estadual e Municipal) corrigido pelo IPC geral (base agosto/1994) e sua taxa de crescimento – Brasil, 1970/2009 (R\$ milhões)	23
2	Figura 2 - Diagrama básico de Solow	34
3	Figura 3 - Diagrama básico de Solow com aumento na taxa de investimento	35
4	Figura 4 - Diagrama de fases do consumo e do capital <i>per capita</i>	39
5	Figura 5 - Efeitos da produtividade marginal dos gastos do governo na taxa de crescimento da economia, em <i>Steady State</i>	41
6	Figura 6 - Dinâmica da taxa de crescimento de conhecimentos quando $\theta < 1$	45
7	Figura 7 - Dinâmica da taxa de crescimento de conhecimentos quando $\theta > 1$	46
8	Figura 8 - Dinâmica da taxa de crescimento de conhecimentos quando $\theta = 1$ e $n > 0$	47
9	Figura 9 - Dinâmica da taxa de crescimento do capital	48
10	Figura 10 - Dinâmica da taxa de crescimento do conhecimento	49
11	Figura 11 - Dinâmica da taxa de crescimento do capital e do conhecimento quando $\beta + \theta < 1$	50
12	Figura 12 - Dinâmica da taxa de crescimento do capital e do conhecimento quando $(\beta + \theta)$ e $n = 0$	51
13	Figura 13 - Diagrama de fases do consumo e do capital <i>per capita</i> com gastos em infraestrutura econômica e social	56
14	Figura 14 - Diagrama de fases do consumo e do capital <i>per capita</i> , dado o aumento do gasto público em infraestrutura social e mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 1)	58
15	Figura 15 - Diagrama de fases do consumo e do capital <i>per capita</i> , dado o aumento do gasto público em infraestrutura social e mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 2)	59
16	Figura 16 - Diagrama de fases do consumo e do capital <i>per capita</i> , dado o aumento do gasto público, mantendo-se constantes a parcela de gastos em infraestrutura social	61
17	Figura 17 - Equação de Bellman como função da variável de estado (nível de capital presente)	86
18	Figura 18 - Função política ótima para capital futuro como função da variável de estado (nível de capital presente)	87
19	Figura 19 - Diagrama de fases do consumo e do capital, <i>per capita</i> , com gastos em infraestrutura econômica e social - Brasil	89
20	Figura 20 - Resíduos das variáveis endógenas (lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC) em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	111
21	Figura 21 - Comportamento das variáveis endógenas observadas e estimadas (lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC) em logaritmo e <i>per capita</i> – Brasil, 1970-2013	112

Nº	LISTA DE FIGURAS	Pág.
22	Figura 22 - Função impulso resposta no lnPIBPC e lnKPC para choques de 1 DP nas demais variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013	117
23	Figura 1B - Função política ótima para capital futuro com diferentes <i>grids</i> para o capital	167
24	Figura 2B - Função valor após 100 iterações	168
25	Figura 3B - Correlogramas das séries analisadas, em logaritmo e divididas pelo número de trabalhadores – Brasil, 1970-2013	170

## RESUMO

MENDES, Sérgio Magno, D. Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2014. **Efeitos da infraestrutura econômica e social selecionadas no crescimento da economia brasileira – 1985 a 2012.** Orientador: Erly Cardoso Teixeira. Coorientadores: Márcio Antônio Salvato e Joanna Georgios Alexopoulos.

A partir da década de 1980, os investimentos públicos em infraestrutura reduziram-se significativamente no Brasil. A literatura mostra que esses investimentos apresentam externalidade positiva em todos os setores da economia, levando ao aumento da produtividade do capital e do trabalho e afetando positivamente o crescimento do PIB. O objetivo deste estudo foi determinar os efeitos da infraestrutura econômica e social no crescimento econômico brasileiro em *Steady State* (SS) e no período de 1970 a 2013. Além disso, pretendeu-se desenvolver um modelo teórico que mostre os efeitos dos investimentos em infraestrutura social no crescimento econômico e determinar os investimentos em infraestrutura econômica e social que tiveram maiores impactos no crescimento econômico brasileiro. Utilizou-se o modelo de crescimento AK dinâmico com Gasto do Governo, proposto por Barro (1990), acrescentando-se variáveis de investimento público em infraestrutura econômica e social e o método recursivo para analisar a dinâmica da economia no curto e no longo prazo. Além disso, utilizou-se o Modelo Vetor de Correção de Erros (VEC) para mensurar os efeitos dos investimentos em infraestrutura econômica e social sobre o produto brasileiro, no período de 1970 a 2013. A partir do modelo teórico desenvolvido, é construído o diagrama de fases que mostra as possíveis trajetórias convergentes para *Steady State*. O modelo evidencia que o efeito no produto *per capita* dependerá da parcela do gasto público *per capita* com infraestrutura social e do Produto Marginal do Trabalho (PMgL). Haverá crescimento do produto *per capita* quando a PMgL for maior que a parcela do gasto público *per capita* destinado à área social. Caso contrário, o produto *per capita* diminuirá. Com o modelo, dois experimentos teóricos são realizados: aumento da parcela do gasto público *per capita* na infraestrutura social, *ceteris paribus*, e aumento do gasto *per capita* do governo, *ceteris paribus*. O efeito de longo prazo no primeiro caso é ambíguo e dependerá da magnitude da parcela do gasto público *per capita* com infraestrutura social e PMgL. No segundo, verifica-se que o produto *per capita* aumenta no novo *Steady State*. Nos dois casos, porém, o comportamento de curto prazo da economia dependerá da elasticidade de substituição de consumo intertemporal do agente. Se essa elasticidade for alta, ele reduzirá o consumo quando o estoque de capital for baixo e a economia alcançará rapidamente o novo equilíbrio de SS. Caso contrário, haverá elevação do consumo *per capita* e a economia

caminhará lentamente para *Steady State*. O modelo é testado, empiricamente, com a calibração de dados e o método recursivo para o Brasil. Os dados a serem calibrados, de acordo com o modelo teórico, sugerem que o gasto público *per capita* na área social deve afetar positivamente o produto *per capita*, já que a PMgL é maior que a parcela do gasto público *per capita* com a área social. O diagrama de fases da economia brasileira corrobora o modelo teórico e indica que o efeito do gasto público *per capita* em infraestrutura social é positivo. Além disso, encontrou-se que a elasticidade de substituição de consumo intertemporal é elevada e, assim, os agentes tendem a aceitar maior variação no consumo *per capita* presente e a economia caminhará rapidamente para o novo *Steady State*. Em seguida, realizaram-se choques exógenos com o método recursivo, *ceteris paribus*, que são a elevação da parcela dos gastos públicos *per capita* na área social, o aumento do gasto público *per capita*, o aumento da parcela da renda do capital na economia e o aumento da Produtividade Total dos Fatores. No primeiro caso, o produto *per capita* aumentou, mas menos que proporcionalmente ao choque. Nesse caso, o modelo pode estar indicando que a parcela do gasto público *per capita* na área social pode estar atingindo o limite máximo, que para o Brasil é de 53%. Já nos demais choques o produto cresce mais que proporcionalmente. O modelo econométrico mostra que as variáveis de infraestrutura econômica e social são não estacionárias, mas cointegradas -  $I(0)$ , mostrando a existência de relação de longo prazo entre as variáveis. Observou-se que, quanto maior a taxa de crescimento do capital no período  $t$ , maior também a taxa de crescimento do produto dois períodos à frente. Outro resultado interessante é que o aumento da taxa de crescimento da educação afeta positivamente o produto *per capita* três períodos à frente. Já PTF afeta no mesmo período, corroborando os resultados do modelo teórico. Assim, os modelos indicam que os gastos públicos em infraestrutura econômica e social podem afetar o produto positivamente, mas de maneira diferenciada.

## ABSTRACT

MENDES, Sérgio Magno, D. Sc., Universidade Federal de Viçosa, December, 2014. **Effects of the selected economic and social infrastructure on the Brazilian economic growth – 1985 to 2012.** Adviser: Erly Cardoso Teixeira. Co-Advisers: Márcio Antônio Salvato and Joanna Georgios Alexopoulos

Public investment in infrastructure declined significantly in Brazil since the 1980s. The literature shows that these investments have positive externality in all sectors of the economy, leading to increased productivity of capital and labor and positively affecting GDP growth. The objective of this study is to determine the effects of economic and social infrastructure on the Brazilian economic growth in Steady State (SS) and from 1970 to 2013. In addition, we intended to develop a theoretical model that showed the effects of investments in social infrastructure on the economic growth and identify investments in economic and social infrastructure that had major impacts on the Brazilian economic growth. The dynamic AK growth model with government expenditure proposed by Barro (1990) was chosen, with inclusion of variables of public investment in economic and social infrastructure and the recursive method to analyze the dynamics of the economy in the short and long term. The Model Error Correction Vector (VEC) was also used to measure the effects of investment in economic and social infrastructure of the Brazilian product, from 1970 to 2013. The theoretical model developed served as basis for the phase diagram that shows the possible convergent paths for Steady State. The model shows that the effect on the *per capita* product will depend on the share of the *per capita* public expenditure on social infrastructure and marginal product of labor (MPL). The *per capita* product will grow when MPL is greater than the share of the *per capita* public expenditure on the social area. Otherwise, the *per capita* product will decrease. Two theoretical experiments is performed with the model: increase in the share of *per capita* public expenditure on social infrastructure, *ceteris paribus*, and increase in *per capita* government expenditure, *ceteris paribus*. The long-term effect in the first case is ambiguous and depends on the magnitude of the share of *per capita* public expenditure on social infrastructure and MPL. In the second case, the *per capita* product increases in the new steady state. In both cases, however, the short-term performance of the economy will depend on the elasticity of the intertemporal substitution in consumption of the agent. If the elasticity is high, the agent will reduce consumption when the capital stock is low and the economy quickly reaches the new SS balance. Otherwise, there will be increase in *per capita* consumption and the economy will move slowly to steady state. The model is tested empirically with data calibration and the recursive method for Brazil. The data to be

calibrated, using the theoretical model, suggest that the *per capita* public expenditure on social area should positively affect the *per capita* product, since the MPL is greater than the share of *per capita* public expenditure on the social area. The Brazilian economy phase diagram corroborates the theoretical model and indicates that the effect of *per capita* public expenditure on social infrastructure is positive. Furthermore, it was found that the elasticity of intertemporal substitution in consumption is high and, thus, agents tend to accept greater variations in the present *per capita* consumption and economy will rapidly move towards the new steady state. Then, exogenous shocks are carried out with the recursive method, *ceteris paribus*, including the increase in the share of *per capita* public expenditure in the social area, increase in *per capita* public expenditure, increase in capital income share in the economy and the increase in Total Factor Productivity. In the first case, the *per capita* product increased, though less than proportionally to the shock. In this case, the model may indicate that the share of *per capita* public expenditure in the social sector may be reaching the limit, which for Brazil is 53%. However, for the other shocks, the product grows more than proportionally. The econometric model shows that the variables of economic and social infrastructure are not stationary, but cointegrated -  $I(0)$ , indicating the existence of long-term relationship among the variables. It is found that the higher the capital growth rate in period  $t$ , the higher the growth rate two periods ahead. Another interesting finding is the increased education growth rate that positively affects the *per capita* product three periods ahead. The Total Factor Productivity is found to affect the same period, corroborating the results of the theoretical model. Thus, the models indicate that public expenditure on economic and social infrastructure can affect the product positively, but differently.

## **1. INTRODUÇÃO**

O crescimento econômico é mensurado como o aumento do Produto Interno Bruto (PIB) e é a condição necessária para o aumento da renda das famílias. Outro aspecto é como essa renda gerada é distribuída entre os residentes e, aliada a outros fatores, é analisada como desenvolvimento econômico. Entre os diversos fatores que impulsionam o crescimento econômico do país, pode-se destacar o investimento em infraestrutura. A literatura aponta que a infraestrutura afeta o retorno dos insumos privados, via aumento da produtividade e lucratividade, estimulando o investimento privado. O estudo de Ferreira e Malliagos (1999) mostrou que, no período de 1950 a 1979, o PIB e o PIB *per capita* brasileiro apresentaram taxa de crescimento de 860% e 400%, respectivamente. Esses autores ressaltam que, nesse período, a capacidade nominal instalada de energia elétrica, o número de telefones instalados e os km de estradas pavimentadas aumentaram em 1.700%, 1.400% e 3.600%, respectivamente.

Analisando-se o período de 1980 a 2013, dados do IBGE (2013a) mostram que o PIB e o PIB *per capita* brasileiro tiveram taxa de crescimento de 126% e 36%, respectivamente, e, portanto, em patamares expressivamente inferiores ao período anterior. Analisando a taxa de crescimento das mesmas variáveis de infraestrutura analisadas, observa-se que apenas a telefonia apresentou taxa de crescimento superior à do período analisado por Ferreira e Malliagos (1999), sendo de 4.151%. Já energia e rodovia apresentaram taxas de crescimento significativamente inferiores, sendo de 260% e 135%, respectivamente. Em relação à infraestrutura pública social, analisando-se o número de estabelecimentos de ensino (1º, 2º e 3º graus) e o número de estabelecimentos de saúde (hospitais, postos de saúde, centro de saúde, pronto socorro, policlínicas e unidades mistas), os dados indicam a taxa de crescimento de -34% e de 473%, respectivamente, nesse período. Assim, a infraestrutura pode, ainda, ser considerada empecilho ao crescimento econômico brasileiro e passível de estudos que visem mensurar os seus efeitos.

### **1.1 Considerações Iniciais**

Os investimentos em infraestrutura, no Brasil, tornaram-se prioridade do setor público, principalmente a partir do governo de Juscelino Kubitschek (JK), no período de 1956/1960. O Plano de Metas daquele governo estimulou setores da economia, em geral a área industrial, com ênfase nos pontos de estrangulamento em relação à infraestrutura. O Plano era composto por 30 metas organizadas, principalmente, nos setores Energia e Transportes, que

correspondiam a 43,4% e 29,6% dos investimentos totais, respectivamente (LESSA, C., 1981).

Após o período de baixo crescimento econômico compreendido desde o final da década de 1950 e início da década seguinte, o governo brasileiro implantou, em 1964, o Programa de Ação Econômica do Governo (PAEG) com os objetivos de reestruturação macroeconômica, retomada do crescimento, contenção da inflação, atenuar desníveis econômicos setoriais e regionais, política de investimentos e emprego no setor produtivo e correção de déficits do Balanço de Pagamentos (BP). Além da estabilidade e retomada do crescimento, o programa foi base para o período subsequente, no qual o país cresceu à taxa elevada e foi denominado Milagre Econômico. A política fiscal foi uma das mais bem-sucedidas, pois conteve a expansão dos gastos do governo, além de mudar a forma de financiamento da dívida pública, passando da emissão de títulos para a obtenção de empréstimos internacionais. O déficit público passou de 4,2% do PIB, em 1963, para 1,1%, em 1966 (ASSUNÇÃO; ELLERY JÚNIOR, 2014). Cabe ressaltar, ainda, a criação do Banco Central do Brasil (BACEN), do Banco Nacional da Habitação (BNH), a reforma do Mercado de Capitais e a instituição da correção monetária (MATOS, 2002).

Esses investimentos afetaram positivamente a economia brasileira, sendo a taxa de crescimento médio do PIB, no período de 1955 a 1961, de 8,3% a.a. Na Tabela 1 são mostradas as taxas de crescimento global e setorial do Brasil no período. Percebe-se, nessa tabela, que todos os setores foram positivamente afetados, inclusive pelos investimentos em infraestrutura, com destaque para o ano 1958, quando a taxa de crescimento do PIB atingiu 10,8%, sendo puxado, sobretudo, pela indústria, que cresceu à taxa de 16,8% no ano (IBGE, 2013a).

Tabela 1 - Taxa de crescimento global e setorial – Brasil, 1955-1961

<b>Ano</b>	<b>PIB</b>	<b>Agricultura</b>	<b>Indústria</b>	<b>Serviços</b>
1955	8.8	7.7	11.1	9.2
1956	2.9	-2.4	5.5	0.0
1957	7.7	9.3	5.4	10.5
1958	10.8	2.0	16.8	10.6
1959	9.8	5.3	12.9	10.7
1960	9.4	4.9	10.6	9.1
1961	8.6	7.6	11.1	8.1
Média	8.3	4.9	10.5	8.3

Fonte: IBGE, 2013a.

O I Plano Nacional de Desenvolvimento (I PND) foi instituído em 1971 e teve como meta o crescimento econômico de 8% a 9% a.a., inflação anual abaixo de 20% e aumento de US\$100 milhões nas reservas cambiais. O principal objetivo do I PND foi preparar a infraestrutura necessária para o desenvolvimento do Brasil nas décadas seguintes, com ênfase em setores como transportes, telecomunicações e na expansão das indústrias: naval, siderúrgica, de energia elétrica, de mineração e petroquímica. Nesse período foram construídas importantes obras de infraestrutura, como a usina hidrelétrica de Itaipu, a Ponte Rio-Niterói e a rodovia Transamazônica. Nos primeiros anos, o crescimento médio foi de 11,2% a.a. e a inflação média ficou abaixo de 19%. A crise do petróleo de 1974 interrompeu o ciclo e forçou a mudança de rumo da economia, levando ao II PND (MATOS, 2002).

O II PND compreendeu o período de 1975 a 1979 e foi instituído em função da crise do petróleo e da dificuldade de manutenção de taxas de crescimento elevadas para a economia brasileira. Houve mudança no foco de crescimento, passando do setor de bens de consumo duráveis para o setor produtor de meios de produção, principalmente siderurgia, máquinas, equipamentos e fertilizantes. Para financiar o programa, as empresas estatais fizeram elevados financiamentos externos, pois a taxa de juro era relativamente baixa devido à liquidez no mercado internacional. No entanto, a crise internacional afetou significativamente o Plano, levando a economia brasileira a perder o dinamismo em consequência da deterioração da capacidade de financiamento do setor público e da elevação das dívidas interna e externa (MATOS, 2002).

Nesse sentido, a segunda metade do século XX, no Brasil, foi marcada pelo aumento da participação do setor público nos investimentos em infraestrutura, visando ao crescimento econômico. Mas o controle de tarifas públicas abaixo da inflação, objetivando o crescimento industrial e o consumo, inibiu os investimentos privados doméstico e estrangeiro, deixando a oferta desses serviços a cargo do setor estatal (*crowding-out*)<sup>1</sup>. Visando à retomada do crescimento econômico, em 2004 foi instituído o Projeto de Parceria Público-Privada (PPP) pelo Governo Federal. Esse projeto estabeleceu o regime jurídico para os contratos firmados entre o Estado e as empresas privadas. O Projeto transfere para o setor privado os investimentos em infraestrutura, que gerariam empregos e crescimento econômico e permitiriam, ao Governo Federal, aumentar a capacidade de atuação do Estado, restrita pelo

---

<sup>1</sup> Segundo Froyen (2001), como a demanda por investimento é altamente sensível às mudanças na taxa de juros, a elevação destas para manter o mercado monetário em equilíbrio fará que o investimento do setor privado diminua substancialmente. Quando o efeito deslocamento é completo, denomina-se efeito *crowding-out* ( $\Delta G = -\Delta I$ , em que  $\Delta$  é a variação, G gasto do governo e I investimento privado).

orçamento. Segundo Giambiagi e Além (2000), as condições essenciais para que a parceria exista é a percepção de que novos investimentos em infraestrutura não seriam ofertados, exclusivamente, por um setor (público ou privado), ficando a cargo do setor público a definição dos segmentos de infraestrutura, em que se deseja a parceria. Para atrair capitais privados, é desejável a estabilidade macroeconômica e credibilidade governamental e do país, existência de marcos regulatórios adequados, mercado de capitais desenvolvido, sistema financeiro diversificado, mercado de seguros sofisticados e fundos de pensão com certo porte de ativos.

Embora não haja consenso sobre o assunto e mesmo na ausência de algumas definições claras, alguns setores veem nas PPPs a abertura de oportunidades de investimentos em infraestrutura, segurança pública, transportes, habitação, saneamento básico, eletricidade, petróleo, comunicações e recursos hídricos. Esses investimentos possibilitariam o aumento da produtividade e escoamento da produção e atenderiam aos interesses comerciais de diversos setores. Cabe ressaltar que os organismos internacionais, como o Fundo Monetário Internacional (FMI), o Banco Interamericano de Desenvolvimento (BIRD) e o Banco Mundial (BID), têm recomendado as PPPs, provendo os recursos para o financiamento. Contudo, segundo o Instituto de Estudos Socioeconômicos – INESC (2013), há sérios riscos jurídicos relacionados tanto à falta de marcos regulatórios claros quanto a conflitos da PPP com a legislação preexistente (Lei de Responsabilidade Fiscal, licitações e, mesmo, a Constituição).

O crescimento das economias mundiais, na década de 2000, favoreceu as economias emergentes, como o Brasil. Porém, de acordo com o BACEN (2010), taxas de juros significativamente baixas e facilidades financeiras levaram ao crescimento expressivo da alavancagem nos países desenvolvidos, nos quais as instituições financeiras passaram a operar com maior tolerância ao risco e a buscar retornos elevados, o que elevou a exposição do mercado hipotecário americano. Em fevereiro de 2007, tornou-se público que fundos de *hedge* com investimentos em ativos lastreados por hipotecas tiveram perdas expressivas e foram denominados crise *sub-prime*. Seguiu-se que as agências de avaliação de risco rebaixaram instituições que detinham ativos lastreados em hipotecas residenciais nos Estados Unidos (EUA) e os mercados interbancários exibiram baixa liquidez e maior aversão ao risco. Para conter a crise, as autoridades monetárias flexibilizaram a política monetária e utilizaram mecanismos tradicionais ou inovadores na provisão de liquidez para instituições financeiras e na revitalização dos mercados interbancários, o que preservou os mercados de capitais e os fluxos de capitais para economias emergentes.

O efeito nas economias emergentes, que adotavam regime de câmbio fixo, foi a apreciação de ativos, pressões sobre o mercado de fatores e aceleração inflacionária. Mesmo no Brasil, que adota o câmbio flexível, ocorreu a valorização de ativos – em parte derivada da antecipação e que foi confirmada em abril de 2008 –, da atribuição de grau de investimento à dívida soberana, aceleração do crescimento e pressões inflacionárias. O crescimento da economia levou à deterioração do saldo da Conta-Corrente do superávit de 1,1% do PIB em junho de 2007 para o déficit de 1,4% em junho de 2008 e à elevação da taxa de inflação acumulada em 12 meses de 3,7% para 6,1%. Nos EUA, no quarto trimestre de 2008, ocorrem a quebra do *Lehman Brothers* e a intensificação da crise financeira internacional. Apesar de fundamentos macroeconômicos mais sólidos, a crise desencadeou o processo de aperto financeiro, em dólares e em reais, que teve efeitos negativos sobre a confiança e a atividade econômica, levando à depreciação do Real, escassez global de liquidez em dólares e piora dos termos de troca brasileiro decorrente da queda dos preços de *commodities* (BACEN, 2010).

## 1.2 Revisão Bibliográfica

Inúmeras pesquisas analisaram a influência do investimento público e privado sobre o produto e produtividade. Solow (1956) foi o pioneiro e demonstrou que o crescimento da economia americana, ao longo do século XX, não podia ser explicado apenas pelo aumento do capital e do trabalho disponível, mas que havia outras variáveis impactantes no modelo. Em outro artigo (SOLOW, 1957), esse autor explicitou as contribuições da tecnologia e dos insumos capital e trabalho no crescimento econômico. Essa nova fonte de crescimento foi denominada Resíduo de Solow e ficou conhecida, na literatura, como Produtividade Total dos Fatores – PTF (PEREIRA; ARAÚJO, 1997). Para Gasques e Conceição (2000), a PTF é a relação entre o valor da produção e o valor do dispêndio com insumos produtivos. Quando ocorre aumento de produtividade, há aumento da produção sem que haja acréscimo na utilização de insumos, deslocando-se a Fronteira de Possibilidade de Produção (FPP) para cima e para a direita, o que leva ao crescimento econômico.

Abramovitz (1956) analisou o crescimento econômico dos EUA de 1870 a 1953, verificando o aumento real da produção *per capita* em relação ao aumento dos fatores de produção (trabalho e capital) e as flutuações de curto prazo na taxa de crescimento do produto. Mostrou que, apesar de os fatores de produção no período analisado terem aumentado expressivamente (o capital aumentou em 900%, e a população mais que triplicou), o produto nacional líquido *per capita*, a preços constantes, cresceu quase quatro vezes, via

incremento da produtividade. Entretanto, o citado autor ressaltou que o aumento da produtividade pode ser exagerado, pois foram utilizados métodos convencionais de medições de entrada de capital e trabalho, os quais podem estar subestimados<sup>2</sup> nos últimos 75 anos analisados.

Arrow (1962), concordando com os resultados encontrados por Solow e Abramovitz, reafirmou que o aumento da renda *per capita* não poderia ser explicado somente pelo aumento da relação capital-trabalho, enfatizando o papel da mudança tecnológica no crescimento econômico. Para esse autor, os resultados não contradizem a visão neoclássica da função de produção como expressão de conhecimento tecnológico, sendo apenas adicionado o aumento de conhecimento no tempo. O fato importante ressaltado é que o crescimento econômico depende de variável exógena (tecnologia, conhecimento etc.) de difícil mensuração. Discordando de autores que utilizaram a produção acumulada no tempo como variável para representar a experiência profissional, o citado autor considerou o investimento bruto acumulado como a melhor *proxy*. O motivo para isso é que, se a taxa de crescimento do produto é constante, então o estímulo para aprendizado seria constante, sendo esse o comportamento de equilíbrio. Já a produção de bens de capital acumulada seria o melhor índice para experiência, posto que cada nova máquina produzida e colocada no mercado é capaz de alterar a produção, e a aprendizagem teria estímulos contínuos.

Hulten e Schwab (1984) estudaram o crescimento econômico dos Estados Unidos no período de 1951-1978 e a significativa desaceleração do crescimento da produtividade nacional, além do declínio econômico de algumas regiões dos EUA. A região de neve mais intensa dos Estados Unidos apresentaria desempenho econômico moderado, devido à sua infraestrutura pública envelhecida, deterioração do ambiente urbano e estoque de capital obsoleto. Desagregando a taxa real de crescimento do valor adicionado na indústria em nove divisões de recenseamento e distribuindo-a, regionalmente, entre estoque de capital, mão de obra e produtividade total dos fatores (PTF), aqueles autores encontraram que o valor agregado nas indústrias da região de verão cresceu o dobro da área de neve. Apesar disso, a variação regional do crescimento do produto não foi devida a diferenças no crescimento da produtividade, mas de variações nas taxas de crescimento do capital e do trabalho. Nesse caso, não há, então, evidências de que infraestrutura pública, capital obsoleto ou maior taxa de

---

<sup>2</sup>A formação e acumulação de capital são os aumentos líquidos de terra, estruturas, equipamentos duráveis e estoques de matérias-primas. Para o fator mão de obra, ocorreu redução da importância do trabalho dos adolescentes e idosos, concentrando em faixa etária, cuja produção, por homem, é alta, mas, em parte, podendo ser compensada pelo aumento das mulheres na força de trabalho.

sindicalização tenham afetado a PTF. Segundo esses autores, a desaceleração da produtividade na indústria americana não foi fenômeno regional isolado, mas ocorreu de forma ampla entre as regiões e as diferenças inter-regionais são resultados de mudanças díspares no estoque de capital e trabalho.

Romer (1986) foi o precursor na modelagem da teoria do crescimento endógeno, sendo afetado pelo conhecimento, o qual aumenta a produtividade marginal. Diferentemente dos modelos de crescimento com retornos decrescentes<sup>3</sup> à escala, a mudança tecnológica endógena levaria a retornos crescentes. No modelo, a produção *per capita* pode crescer sem limites, a taxas crescentes no tempo e, além disso, as taxas de investimento e do retorno do capital podem ser crescentes ou decrescentes com o aumento do capital. Assim, a produção *per capita* em diferentes países não necessariamente convergiram, e o crescimento poderá ser, persistentemente, mais lento em países menos desenvolvidos ou podendo não existir. Isso não depende de qualquer tipo de mudança técnica especificada exogenamente ou diferenças entre os países, sendo as preferências e tecnologias estacionárias e idênticas e podendo se manter constante a população, o que é primordial para esses resultados. Essa é a suposição de rendimentos decrescentes.

Com a tecnologia endógena, o crescimento de longo prazo é impulsionado, principalmente, pelo acúmulo de conhecimentos dos agentes sobre o futuro e a maximização de lucro, pois o novo conhecimento é assumido ser produto da pesquisa que exhibe retornos decrescentes e gera a externalidade positiva. A criação de nova tecnologia por determinada empresa gera a possibilidade de produção de outra, e o conhecimento pode apresentar retorno marginal crescente. O modelo de equilíbrio competitivo especificado dessa maneira exhibe externalidade, retornos crescentes na produção de bens e decrescentes na de novos conhecimentos. A partir de então, diversos autores têm utilizado o modelo de crescimento endógeno na modelagem de suas pesquisas empíricas (ROMER, 1986).

Outros autores voltaram-se para o problema dos efeitos da infraestrutura sobre o crescimento econômico. Aschauer (1989a), pioneiro nessa abordagem, estimou que o aumento de 1% na relação trabalho-capital elevaria a produtividade do capital em 0,35%, enquanto o aumento de 1% na razão estoque de capital público e privado aumentaria a PTF de

---

<sup>3</sup> No modelo de crescimento agregado analisado por Ramsey (1928), Cass (1965) e Koopmans (1965), as taxas de retorno do investimento e do crescimento do produto *per capita* são função decrescente do estoque de capital *per capita*. Como, no tempo, as taxas salariais e a razão capital-trabalho, entre diferentes países, convergem, condições iniciais ou distúrbios correntes não têm efeito de longo prazo sobre o nível de produção e consumo. Além disso, na ausência de mudanças tecnológicas, o produto *per capita* convergirá para o estado estacionário. Esses efeitos vêm da suposição de retornos decrescentes para o capital e produto, ambos, *per capita*.

0,39%, no período de 1949 a 1985, para a economia americana. Esse autor utilizou a série de infraestrutura denominada *core* (ruas e estradas, aeroportos, transporte de massa e serviços de gás, água e esgotos), que representava 55% do capital público total não militar, e estimou a elasticidade do investimento público na renda em 0,24, sendo estatisticamente significativa.

Corroborando a importância do investimento público no aumento da produtividade, Aschauer (1989a) mostrou que, no período analisado, o incremento do capital público não militar elevava a produtividade e vice-versa. No período de 1950 a 1970, o crescimento médio do capital público não militar foi de 4,1%, sendo a produtividade de 2,0 a mais elevada no período analisado. Já no período de 1981 a 1985, quando ocorreu redução no crescimento médio do capital público, houve, também, significativa redução na produtividade (Tabela 2).

Tabela 2 - Taxa de crescimento anual médio da produtividade e do capital público não militar (em logaritmo) – EUA, 1950-1985

<b>Período</b>	<b>Δ Produtividade</b>	<b>Δ Capital público</b>
1950 - 1985	1,5	3,0
1950 - 1970	2,0	4,1
1971 - 1980	0,8	1,6
1981 - 1985	0,7	0,7

Fonte: ASCHAUER, 1989a.

Δ: Variação percentual.

Aschauer (1989b) também analisou os efeitos dos gastos do governo sobre o investimento privado, na perspectiva neoclássica, no período de 1925 a 1985. De um lado, maior investimento público aumenta a taxa nacional de acumulação de capital acima do nível escolhido por agentes privados racionais, e, assim, os gastos de capital público poderiam expulsar, *ex-ante*, o privado em bens de capital. Entretanto, o capital público (especialmente o capital de infraestrutura, como estradas, sistemas de água e esgotos e aeroportos) parece ter a relação de complementaridade com a produção privada. O aumento desses investimentos públicos elevaria a produtividade marginal do capital privado e, portanto, incentivaria o investimento privado. Os resultados indicaram que o aumento de um dólar em compras de equipamentos e estruturas militares deprime o investimento em oito centavos, e não se rejeitou a hipótese nula de *crowding* entre esses investimentos. Assim, os agentes privados tomariam tais gastos como substituto fraco ao capital privado, afetando mais o consumo que os investimentos e não tem impacto, estatisticamente significativo, sobre a produtividade do capital privado.

Aschauer (1989b), analisando somente o período de 1970 a 1986, apontou que o aumento do investimento público não militar em 1,0% reduziu o privado na mesma quantidade, aproximadamente, pois eleva sua taxa de retorno em períodos subsequentes. O efeito *crowding out* se agravaria no segundo ano após a elevação do investimento público. Porém, se o investimento for em infraestrutura, os resultados empíricos evidenciam que o aumento do investimento público eleva o investimento privado.

Munnell (1990a) analisou os efeitos do investimento de capital público sobre a produção e o crescimento do emprego e do investimento privado em níveis estadual e regional nos EUA, no período de 1970 a 1988. Esse autor verificou que, em 1988, parcela significativa do capital público não militar era composto de bens de propriedade de governos (estaduais e municipais) e estradas e ruas que representavam 39% da riqueza total dos estados e municípios; água e sistemas de esgotos (16%) e o restante era distribuído em edifícios (principalmente escolas e hospitais) e outras estruturas e equipamentos. Devido à não existência de dados por Estado do estoque de capital público ou privado, manipulou-se o capital total nacional, publicados pelo *Bureau of Economic Analysis* (BEA). Para o capital público, criou-se a série com base em dados de investimentos públicos anuais do Estado, sendo distribuído para os Estados e depreciado de acordo com o BEA. O privado foi retirado do total no BEA, com base em medidas de atividade de cada estado na agricultura, produção e serviços.

Introduzindo o capital público estadual e municipal na estimação, o estudo evidenciou que o aumento de 1% no capital público aumentaria a produção nacional em 0,15%, sendo estatisticamente significativa. Esse resultado é menor que o estimado por Aschauer (1989a) para dados nacionais: 0,35. O aumento do capital público eleva a produtividade do investimento privado, mas também pode ter efeito negativo, quando são substitutos. Os resultados líquidos<sup>4</sup> encontrados foram que o aumento de US\$1,00 de capital público aumenta esse investimento em US\$0,45. Outro resultado importante encontrado é que US\$1.000,00 a mais de infraestrutura pública *per capita*, no período inicial, contribuiu com aproximadamente 0,2% da taxa média anual de crescimento do emprego (MUNNELL, 1990a).

Verificando os efeitos do capital público sobre o setor privado, Bajo-Rubio e Sosvilla-Rivero (1993) utilizaram dados da Espanha, no período de 1964 a 1988. Para isso, incluíram na função de produção o fator capital público e utilizaram a técnica da cointegração, sendo as

---

<sup>4</sup> Para US\$1,00 adicional de capital público, o aumento no capital privado foi de US\$0,56, mas nos últimos períodos indicou a redução de US\$0,11.

séries cointegradas de ordem (1). Esses mesmos autores encontraram retorno constante à escala, e o método foi robusto para o problema da endogeneidade, pelo teste de Hausman. Além disso, os efeitos dos capitais público e privado na produtividade marginal privada foram de 0,61 e 0,36, respectivamente, sendo estatisticamente significantes.

Canning e Fay (1993) estimaram o produto marginal de infraestrutura de transporte para 96 países, no período de 1960 a 1985, utilizando dados em painel; também, calcularam as taxas de retorno para a construção de estradas. Os resultados indicaram que o aumento de 10% em investimento dessa infraestrutura iria aumentar a produção em, aproximadamente, 1% a.a., sendo estatisticamente significativo. Outros resultados foram de que os países mais industrializados apresentaram maior PTF em relação àqueles com setor público maior; a homogeneidade da população afeta positivamente a produtividade, enquanto as receitas de petróleo têm pequeno efeito. Além disso, concluíram que a infraestrutura agregada eleva a produtividade, mas a taxa de retorno para transporte não é tão elevada.

Para tentar minimizar esse problema, Canning e Fay (1993) acrescentaram mais duas variáveis de infraestrutura, telefones por trabalhador e capacidade de geração de energia elétrica por trabalhador, mas não foram estatisticamente significantes. Ao desagregar os países em desenvolvimento, em industrialização e subdesenvolvidos, as taxas de retorno para a construção de estradas foram significativamente altas e moderadas, respectivamente. Uchimura e Gao (1993) estimaram a elasticidade-renda do capital de infraestrutura em relação ao PIB e encontraram 0,19 para a Coreia do Sul e 0,24 para Taiwan, sendo estatisticamente significantes. Easterly e Rebelo (1993) utilizaram dados de países com diferentes tipos de investimentos públicos e crescimento econômico, constatando que o investimento público em transportes e comunicações tem maior correlação positiva com o crescimento econômico.

Rocha e Teixeira (1996) descobriram evidências do papel substitutivo do investimento público, no Brasil, em relação ao investimento privado, no período de 1965 a 1990, levando em conta a não estacionaridade da série e analisando a cointegração. Já Rigolon e Piccinini (1997), analisando a complementaridade entre o investimento público em infraestrutura e o investimento privado, mostraram que o primeiro promove o crescimento econômico através do aumento do retorno dos insumos privados (capital e trabalho), incentivando o investimento e o emprego. O aumento da oferta de infraestrutura eleva o produto final, implicando maior produtividade dos fatores privados, redução de custo dos insumos e elevando a remuneração dos fatores e, assim, estimulando o crescimento econômico.

Ferreira e Malliagos (1998) estimaram os efeitos do capital de infraestrutura federal brasileiro (telecomunicações, energia elétrica, portos, setor marítimo e ferrovias) e do capital total (capital das estatais e administrações)<sup>5</sup> em relação ao PIB. Os resultados indicaram que o aumento de 1% no capital de infraestrutura aumenta o PIB entre 0,34 e 1,12% no longo prazo, o que depende da taxa de depreciação, sendo estatisticamente significativa.

Usando dados regionais para a China, no período de 1970 a 1997, Fan *et al.* (2002) relataram que os gastos do governo em investimentos em infraestrutura, como estradas, eletricidade, irrigação e telecomunicações, e em P&D e educação nas áreas rurais contribuem não só para o crescimento da produtividade agrícola, mas também reduzem a desigualdade regional e a pobreza rural. Os investimentos em estradas, eletricidade e telecomunicações têm efeitos significativos na redução da pobreza agrícola, principalmente devido ao aumento do emprego em setores não agrícolas e à melhoria dos salários na área rural. Já o investimento público em Educação tem impacto expressivo na redução da pobreza, na melhoria da produtividade agrícola e no desenvolvimento das atividades não agrícolas na área rural, com maior efeito na redução das desigualdades regionais nas áreas menos desenvolvidas.

Zhang e Fan (2004) estudaram os efeitos dos investimentos públicos em infraestrutura em 290 distritos da área rural da Índia e encontraram crescimento da PTF agrícola no curto e no longo prazo. Os investimentos públicos foram desagregados em setores não específicos (estradas) e setores específicos (irrigação), e verificou-se que o aumento de 1% em rodovia e irrigação aumenta a PTF agrícola em 0,042% e 0,081%, respectivamente. Além disso, estimaram em três anos o período de defasagem ótimo dos efeitos desses investimentos na PTF e constataram que irrigação aumenta a produtividade a partir do segundo ano e esta tem efeito indutor significativo no desenvolvimento da irrigação, indicando causalidade bidirecional. Já os investimentos em estradas não têm efeito instantâneo na PTF, mas têm impacto em outros setores da economia, confirmando o resultado de Canning (1999). Diferentemente da irrigação, descobriu-se não existir causalidade bidirecional, indicando que o crescimento da PTF não induziria o desenvolvimento de estradas.

Analisando os efeitos dos investimentos em infraestrutura na eficiência da agricultura brasileira, no período de 1985 a 2004, e estimando as elasticidades-renda média dos investimentos em infraestrutura na PTF, Mendes *et al.* (2009) encontraram que o aumento de 1% nos investimentos em rodovia também aumenta, em média, a PTF em 0,72%, sendo estatisticamente significativa a 5%. Já o aumento de 1% nos investimentos em energia elétrica

---

<sup>5</sup> Investimentos da administração direta e autarquias da união, estados e municípios.

aumenta a PTF, em média, em 0,15%, em nível de significância de 10%. Em relação às telecomunicações, o aumento de 1% nos investimentos nesse setor aumenta a PTF, em média, em 0,31%, em nível de 10% de significância. Além disso, o aumento de 1% nos investimentos na relação área irrigada/plantada aumenta a PTF, em média, em 0,20%, em nível de 10% de significância, considerando-se a área total cultivada. Esses resultados são importantes, pois, como citado anteriormente, o aumento da PTF desloca a FPP para fora e para a direita, aumentando a produção e levando ao crescimento econômico.

Outros resultados importantes encontrados por Mendes *et al.* (2009) são: em primeiro lugar, o retorno desses investimentos (aumento na PTF) é de curto prazo, sendo no mesmo ano para irrigação, um ano para telecomunicações, dois anos para energia elétrica e três anos para rodovia. O prazo de retorno é menor que o encontrado por Zhang e Fan (2004), que descobriram ser de três anos na Índia. Corroborando os resultados desses autores, encontrou-se que irrigação aumenta a produtividade e esta tem efeito indutor significativo no desenvolvimento da irrigação, indicando causalidade bidirecional. Já os investimentos em estradas não têm efeito instantâneo na PTF, e esta não induziria o desenvolvimento de estradas.

Cruz *et al.* (2010) analisaram os efeitos dos gastos públicos em infraestrutura e em capital humano na renda *per capita* e na pobreza no Brasil, no período de 1980 a 2007. Esse estudo mostrou que maior nível de escolaridade contribui significativamente para elevação da renda *per capita* e da PTF. Além disso, melhores condições de saúde, acréscimos na formação bruta de capital e melhorias na infraestrutura de rodovias e energia também têm efeitos significativos. As elasticidades renda para educação, saúde (*proxy* mortalidade infantil), transportes e energia encontradas foram 0,33; - 0,76; 0,20; e 0,04, respectivamente.

Gasques *et al.* (2013) mostraram que o produto agrícola brasileiro e a PTF do setor cresceram à taxa anual média de 3,77% e 3,56%, respectivamente, no período de 1975 a 2011. Já os insumos cresceram apenas 0,20% no mesmo período, indicando que mais de 90% do crescimento do setor foi decorrente do aumento da PTF. Outro fato interessante mostrado pelos autores é a redução do uso de insumos no período de 2000 a 2011, sendo explicado pela redução na área de pastagens (natural e plantada) e de mão de obra, que foi de 9% e 16,7%, respectivamente. Apesar da redução expressiva no mercado de trabalho, a PTF agrícola cresceu quase o dobro da mundial no período de 2000 a 2011. Como parte da explicação, sugerem a intensificação da utilização de fertilizantes e defensivos agrícolas, máquinas mais sofisticadas e a incorporação de novas áreas agricultáveis, principalmente no Centro-Oeste e

no Nordeste. O deslocamento da produção de lavouras e da pecuária para as Regiões Norte, Centro-Oeste e centro do Nordeste, sendo apenas a região Centro-Oeste responsável por 120% do aumento na produção de grãos (do total de 284%), no período de 1976 a 2013. Além disso, aqueles autores encontraram que os efeitos da pesquisa sobre a PTF são maiores que a do crédito rural (custeio, investimento e comercialização), e o incremento de 1% nessas variáveis aumentou a PTF em 0,35% e 0,25%, respectivamente, em 10 anos.

Mendes *et al.* (2013) analisaram os efeitos da PTF no crescimento econômico do setor agropecuário brasileiro e por Estado, no período de 1970 a 2006. Utilizando o índice de Tornqvist, o método GMM, dados de infraestrutura, educação e crédito, além de levar em consideração a heterogeneidade entre os Estados, o estudo analisou o crescimento da PTF e as respostas do produto às variações no capital, trabalho e tecnologia. As principais contribuições foram que a PTF no setor cresceu, no período analisado, à taxa de 2,2% ao ano e a variável educação foi a que apresentou o maior impacto nesse crescimento, seguido por irrigação, crédito e telecomunicações. O aumento de 10% nessas variáveis aumentaria a PTF em 2,0%; 1,9%; 1,2%; e 0,7%, respectivamente, sendo estatisticamente significantes a 10% de significância.

Outro foco da pesquisa em crescimento e desenvolvimento econômico é o investimento em capital humano e seus efeitos na taxa de crescimento da economia. Mincer (1958) abordou as implicações de diferenças individuais de investimento em capital humano na distribuição de renda, em modelo de livre escolha. Essa escolha se refere ao tempo gasto na formação e constitui o adiamento de ganho para a idade mais avançada. O pressuposto da escolha racional significa a equalização dos valores dos ganhos de vida no momento em que a escolha é feita e implicando maior remuneração anual em ocupações que exigem mais treinamento. Segue-se que diferenciais interocupacionais são funções de diferenças de formação. Para esse autor, a idade mede o processo de aquisição de experiência e da produtividade, que aumenta até certa idade até o declínio fisiológico afetar negativamente. Além disso, a diferença entre os grupos ocupacionais é que, em empregos que exigem mais treinamento, ocorre o aumento mais acentuado da produtividade com a idade. As vantagens do modelo utilizado são a conveniência analítica e o interesse teórico, pois mostram que, mesmo com perfeita igualdade de capacidade e oportunidade, não implica igualdade e simetria na distribuição de renda.

Schultz (1961) comentou que as pessoas adquirem habilidades e conhecimentos úteis, mas que essas habilidades e conhecimentos não são tratados como forma de capital.

Entretanto, esse capital é parte substancial do produto e tem crescido, nas sociedades ocidentais, em ritmo mais rápido do que o capital convencional (não humano). Observou-se que o aumento na produção nacional é maior comparativamente aos aumentos de terra, horas-homem e reprodução do capital físico. Nesse caso, o investimento em capital humano é, provavelmente, a principal explicação para essa diferença. O referido autor ressaltou que empregos não agrícolas na área rural, masculinos urbanos não brancos e trabalhadores do Sul dos EUA ganham comparativamente menos que os trabalhadores da indústria, urbanos, brancos e do Norte, respectivamente, o que pode ser explicado por terem menor escolaridade média. Além disso, como o crescimento econômico requer migração interna de trabalhadores para se adaptarem às mudanças de oportunidades de emprego, homens e mulheres jovens se movem mais rapidamente do que os trabalhadores mais velhos, sendo os custos dessa migração uma forma de investimento humano.

Becker (1962) argumentou que as pessoas convivem com diferenças no bem-estar econômico, entre países e entre pessoas da mesma economia. Esse fato foi, por algum tempo, relacionado pelos economistas ao estoque de capital físico, pois os países mais ricos dispunham de maior estoque desses capitais. Mas, a partir dos estudos das teorias de crescimento econômico, tornou-se mais evidente que o conhecimento desempenha o papel relevante no crescimento e desigualdade de renda. Objetivando analisar o retorno econômico para várias ocupações e nível de educação, o referido autor focou no treinamento no trabalho por ilustrar o efeito do capital humano sobre a renda e o emprego. Assim, a produtividade do trabalho futuro é elevada quando os trabalhadores buscam novas habilidades e aperfeiçoamento de técnicas antigas, mas diferente do investimento na formação escolar.

O gasto e o tempo de treinamento na empresa dependem, em parte, do tipo de formação e das diferentes habilidades. A firma maximizadora de lucros, em concorrência perfeita, iguala o valor do produto marginal ao salário. Porém, dado que o contrato de trabalho é por longo período, essa condição é alterada quando se inclui o treinamento. O aprendizado pode diminuir receitas e aumentar despesas correntes, mas o lucro futuro pode aumentar com o treinamento se o ganho for aumentado ou gastos reduzidos suficientemente. Assim, dado que o treinamento ocorre no período inicial, o custo do trabalhador para a empresa seria o salário auferido acrescido do gasto em formação, mas nos períodos posteriores os gastos seriam somente com salários, e a receita aumentaria com o aumento do produto marginal (BECKER, 1962).

No Brasil, Castro (1971) analisou a rentabilidade do investimento em educação em duas cidades mineiras (Itabirito e Belo Horizonte), no período de 1967 a 1968. O método baseia-se na análise dos perfis de rendimentos por idade, dos anos de estudo e do custo da educação. Esse custo é mensurado pelo salário que o indivíduo deixa de receber para se qualificar e pelos custos diretos (custo de edificação, manutenção e professores). A partir disso, calcula-se o valor presente dos fluxos, e a viabilidade do investimento requer que esse valor seja maior que zero. Esse autor encontrou as taxas de retorno para diversos níveis de escolaridade<sup>6</sup> (completo e incompleto). Entre os níveis completos, pode-se citar: primário (22%), ginásio (20%) e universitário (14%) para a cidade de Itabirito e primário (38%), ginásio (22%) e colegial (37%) para Belo Horizonte. Uma das importantes conclusões citadas pelo referido autor é a elevada taxa de retorno da educação primária, sendo maior que a taxa de retorno do capital físico<sup>7</sup>.

Langoni (1971) analisou o crescimento econômico brasileiro do ponto de vista da eficiência alocativa, estimando a rentabilidade social dos investimentos em capital físico em relação ao capital humano. Usando dados agregados do Censo Demográfico de 1960 e da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios – PNAD de 1969, a pesquisa mostrou que a taxa média de retorno dos investimentos em educação no Brasil foi de 28%, sendo o dobro do valor encontrado pelo próprio autor para investimento em capital físico.

Leal e Werlang (1991) calcularam a taxa de retorno da educação no Brasil utilizando dados das PNADs<sup>8</sup> de 1976 a 1989. Esses autores relataram que as metodologias de estudos anteriores subestimaram a taxa real de retorno social da educação por não incluírem as externalidades positivas geradas. Empregando a metodologia desenvolvida por Mincer (1975) na estimativa da taxa de retorno pessoal, na qual o custo é zero, os autores encontraram que a taxa de retorno real no ensino da 1ª à 4ª série é da ordem de 16% a.a., e essa taxa aumentou para níveis de educação mais elevados, no período analisado. Além disso, o curso de 2º grau passa a ter taxa de retorno real mais elevada que a do primário, comparando-se os períodos de 1976/79 e 1986/89.

Sachsida *et al.* (2004) investigaram o retorno da escolaridade no Brasil, utilizando o pseudopainel com dados das PNADs de 1992 a 1999. Outra preocupação desses autores foi verificar a existência de viés na estimação desse retorno e, para isso, adotaram diferentes

---

<sup>6</sup> Os níveis de escolaridade citados neste trabalho correspondem, atualmente no Brasil, à 1ª e à 4ª série; à 5ª e à 8ª série; ao 2º grau; e ao 3º grau.

<sup>7</sup> Castro (1971) citou a taxa de retorno do capital físico entre 10% e 20%.

<sup>8</sup> Exceção ao ano de 1980.

procedimentos<sup>9</sup>. Os problemas analisados decorreram da existência de viés de seleção do agente, da endogeneidade nos anos de escolaridade e da variável omitida que trata da habilidade do agente. Os principais resultados foram a existência de viés de seleção para o retorno em escolaridade na amostra de curto prazo, mas resolvendo quando se analisa longo período de tempo, além da endogeneidade na escolha dos anos de escolaridade. Outro resultado interessante é a mudança de comportamento do agente, a partir de 12 anos de estudo. Para níveis abaixo desse ponto, o retorno à educação é reduzido, e o agente tem baixa propensão a investir em escolaridade, diferentemente do que ocorre quando o nível é superior a este. Nesse sentido, de acordo com aqueles autores, o governo deve investir em educação, principalmente nos níveis elementares do ensino.

Salvato *et al.* (2010) analisaram o impacto da escolaridade sobre a distribuição de renda do trabalho de Estados e regiões, em 1999. Usando método semiparamétrico e informações da PNAD, o estudo comparou a distribuição da renda da região e Estado, considerados mais pobres (Nordeste e Ceará) se estes tivessem o nível de escolaridade da mais rica (Sudeste e São Paulo). Os principais resultados encontrados foram que 12% a 36% do diferencial de renda é explicado pela escolaridade, e a renda média do estado/região mais pobre aumentou em 55%, quando lhe foi atribuído maior nível de escolaridade. Além disso, a renda da Região Nordeste equivaleria a 93% da renda média brasileira com o nível superior de escolaridade e, para níveis de renda mais elevados, aumentaria a contribuição da escolaridade na explicação desses diferenciais.

Cangussu *et al.* (2010) analisaram o efeito do capital humano sobre o nível de renda dos Estados brasileiros, no período de 1980 a 2002. Esses autores ressaltaram que a não existência da relação entre o capital humano e o nível de renda e, ou, crescimento econômico encontrados por alguns autores podem ser decorrentes de: (1) forma funcional inapropriada para mensurar a relação, (2) *proxy* inadequada para mensurar a quantidade de capital; e (3) existência de bicausalidade, causalidade reversa ou endogeneidade entre capital humano e renda. Utilizando diversos métodos de estimação<sup>10</sup>, os autores compararam a especificação minceriana em relação ao modelo de crescimento neoclássico ampliado<sup>11</sup>. Os principais resultados encontrados foram que o PIB *per capita* do Piauí era 10% do Distrito Federal, em 1980, e não teve mudanças significativas (13%, em 2002) e que Paraíba, Ceará, Rio Grande do Norte e Sergipe reduziram significativamente o diferencial de renda, mas ainda é elevado.

---

<sup>9</sup> Para maiores detalhes sobre os sete modelos utilizados, ver Sachsida *et al.* (2004).

<sup>10</sup> Para maiores detalhes sobre os métodos utilizados, ver Cangussu *et al.* (2010).

<sup>11</sup> Para maiores detalhes, ver Mankiw *et al.* (1992).

Além disso, a diferença de anos de estudo da população, com 25 anos ou mais, no Distrito Federal era de mais de quatro anos em relação ao Piauí, no início do período. Outro fato interessante destacado por aqueles autores foi que os Estados que conseguiram melhorar o nível de escolaridade obtiveram melhorias no produto *per capita*. Finalmente, os resultados encontrados sugeriram que o modelo proposto por Mincer é mais adequado que o de crescimento neoclássico ampliado. O retorno de um ano adicional de escolaridade na especificação minceriana foi em torno de 15%.

Barbosa e Pessôa (2013) mostraram que o baixo investimento brasileiro em educação, durante a Segunda Grande Guerra e o período imediato após, associados à elevada taxa de crescimento populacional<sup>12</sup> da época, ampliaram os efeitos negativos da adoção do modelo de substituição de importações devido à baixa qualificação da mão de obra local e ao aumento da competição mundial. Os referidos autores mostraram que o retorno da educação pode ser mensurado de forma distinta pela equação de Mincer ou pela Taxa Interna de Retorno (TIR), mas que estas se equivalem em condições especiais<sup>13</sup>. Usando dados da PNAD dos anos 2002 a 2009 e sendo a variável homem branco, servidor público, ser sindicalizado, possuir experiência profissional, utilizaram o MQO para estimar o retorno da educação no Brasil pela equação de Mincer. Os resultados apontaram para a elevação média dos salários entre 19% e 21% para cada ano de educação. Ao utilizar o método da TIR, os resultados indicaram que a taxa de retorno para 4, 8, 11 e 15 anos de escolaridade, no ano 2009, foram 5,2%; 7,6%; 11,6%; e 13,5%, respectivamente.

Em outra linha de pesquisa, trabalhando com dados microeconômicos, diversos autores abandonaram a hipótese de concorrência competitiva e introduziram a hipótese de retorno constante ou crescente à escala na função de produção. Romer (1990) estudou o crescimento econômico impulsionado pela mudança tecnológica, decorrente de decisões particulares de investimentos feitas por agentes maximizadores de lucro. Apesar de o conhecimento e de a tecnologia serem um bem não rival e não excludente, as firmas só poderão recuperar os custos da pesquisa e desenvolvimento se houver incentivos. Assim, a tecnologia passa a ser um bem não rival, mas parcialmente excludente, de maneira que a firma

---

<sup>12</sup> Barbosa e Pessôa (2013) mostram que, no período de 1892 a 2008, a taxa de crescimento anual (%) da população brasileira pode ser dividida em dois grandes ciclos. No primeiro, observa-se o expressivo crescimento da população de 1892 até meados da primeira década do século XX, seguindo-se da redução até 1930 e associado ao fluxo migratório da Europa e do Japão. No segundo, a taxa volta a crescer até 1957 e declina até 2008. Os autores argumentam que, nesse período, o Brasil completou o processo de transição demográfica, passando da fase de elevada taxa de mortalidade infantil e natalidade para a fase de baixa taxa de natalidade e mortalidade.

possa evitar que outras firmas ou agentes se aproveitem dessa tecnologia. Dessa forma, as firmas obterão o lucro de monopólio que recompensarão os custos e os riscos inerentes à pesquisa. Partindo das premissas de que (1) a mudança tecnológica está no centro do crescimento econômico, pois proporciona incentivo para a acumulação de capital, (2) a mudança tecnológica surge, em grande parte, por causas intencionais tomadas por agentes que respondem aos incentivos de mercado e buscam o lucro e (3) a tecnologia é um bem econômico diferente dos demais, pois há o custo inicial de criação, mas depois pode ser utilizada novamente sem custos adicionais. Porém, o desenvolvimento de novas tecnologias equivale a incorrer em custo fixo. As principais conclusões são de que o estoque de capital humano determina a taxa de crescimento da economia; pouco capital humano é dedicado à pesquisa; e população numerosa não é suficiente para gerar crescimento econômico.

Grossman e Helpman (1991) trabalharam com níveis de qualidade<sup>14</sup> afetando o crescimento econômico, pois cada setor da economia tem diferentes níveis de progresso tecnológico. A distribuição da melhoria da qualidade se desenvolve no tempo, mas a taxa agregada é constante e responde aos incentivos do lucro com o P&D. A inovação de produtos é vista como o processo de geração de variedades cada vez maior de produtos diferenciados no tempo. Essas inovações aumentaram a PTF na produção de bens de consumo e de capital, tornando possível a produção de novos bens finais patenteados. Porém, como ressaltaram aqueles autores, a inovação é de natureza contínua e cíclica, na qual cada novo bem está na fronteira tecnológica até melhores produtos surgirem. Esse processo foi designado, pelos referidos autores, como nível de qualidade, em que os bens se tornam obsoletos à medida que outros estão sendo criados ou que ainda o serão. Para isso, Grossman e Helpman (1991) verificaram a corrida de inovações com esforços bem e malsucedidos, mesmo os primeiros suscitando esforços para novas melhorias. O crescimento tecnológico é tratado como o processo de geração de variedades cada vez maior de produtos diferenciados no tempo.

Aghion e Howitt (1992) estudaram o crescimento econômico utilizando inovações geradas por um setor de pesquisa competitiva. Os resultados indicaram que o nível de pesquisa em qualquer período depende da quantidade esperada para o próximo período, sendo a destruição criativa uma das fontes dessa relação intertemporal. Assim, a pesquisa futura pode acabar com os ganhos gerados pela atual. A taxa de crescimento média da economia,

---

<sup>13</sup> Essas condições especiais são: supor que os agentes vivam para sempre; que nunca se retirem do mercado de trabalho; que não há custos pecuniários e que o salário não se altera ao longo do ciclo de vida.

para esses autores, é função da quantidade de inovações, da produtividade da pesquisa e da taxa de preferência intertemporal do indivíduo representativo. Esse crescimento é explicado, em grande parte, pela concorrência entre as empresas de pesquisa na geração de inovações e progresso tecnológico. Cada inovação pode ser um bem intermediário ou final mais eficiente, e as pesquisas são motivadas pela expectativa de ganho de monopólio, quando bem-sucedidas e patenteadas. Porém, esses ganhos serão finalizados com a adoção de novas inovações.

No Brasil, Ferreira e Ellery JR. (1996) analisaram o crescimento econômico e o retorno crescente à escala na concorrência monopolista. Investigando as deficiências teóricas do modelo de crescimento neoclássico tradicional e o crescimento endógeno, reiteraram que o abandono da hipótese de rendimentos marginais decrescentes e a adoção de retornos constantes ou crescentes levam à não convergência de renda entre países ou regiões e que países mais pobres não tenderiam ao rápido crescimento até alcançarem os mais ricos. Além disso, sendo a tecnologia um bem rival e parcialmente excludível, a acumulação de capital aumentaria com novas tecnologias, e seus detentores obtêm lucro de monopólio para recompensar os custos e os riscos inerentes à pesquisa.

Na Tabela 3, resumem-se diversos resultados de estudos, analisando os efeitos de diferentes investimentos em infraestrutura no crescimento da economia de diferentes países. Todos eles indicaram a relação positiva entre os investimentos em infraestrutura e o crescimento econômico, mesmo para diferentes tipos de investimentos e países.

---

<sup>14</sup> Grossman e Helpman (1991) desenvolveram o modelo de melhorias constantes em setores da economia, e cada produto tem uma escala de qualidade. Existem melhorias ao longo do tempo, mas não são uniformes em todos os setores.

Tabela 3 - Elasticidade do investimento em infraestrutura no crescimento econômico em países e anos selecionados

Países	Elasticidade	Autores	Conceito de infraestrutura
EUA	0,39	Aschauer (1989a)	Capital público não militar
EUA	0,34	Munnell (1990a)	Capital público não militar
EUA	0,08	Ferreira (1993)	Capital público não militar
França	0,08	Prudllomme (1993)	Capital público
Taiwan	0,24	Uchimura e Gao (1993)	Transportes, saneamento básico e comunitário
Coréia	0,19	Uchimura e Gao (1993)	Transportes, saneamento básico e comunitário
Israel	0,31/0,44	Bregman e Marom (1993)	Transportes, energia e saneamento básico
México	0,05	Shah (1988 e 1992)	Energia, comunicações e transportes
OECD	0,07	Canning e Fay (1993)	Transportes
Países em desenv.	0,07	Canning e Fay (1993)	Transportes
Países em desenv.	0,16	Eastely e Rebelo (1993)	Transportes e comunicações
Brasil	0,34/1,12	Ferreira e Malliagros (1998)	Telecomunicação, energia e transportes (estatais federais)
Brasil	0,55/0,61	Ferreira e Malliagros (1998)	Telecomunicação, energia elétrica e transportes
Brasil	0,72/0,31	Mendes <i>et al.</i> (2009)	Rodovia e telecomunicações
Brasil	0,20/0,15	Mendes <i>et al.</i> (2009)	Irrigação e energia elétrica
Brasil	0,43	Mendes <i>et al.</i> (2009)	Pesquisa
Brasil	0,21	Mendes <i>et al.</i> (2013)	Educação
Brasil	0,27/0,21	Cruz <i>et al.</i> (2010)	Educação e saúde
Brasil	14,0/37,0	Castro (1971)	Educação
Brasil	28,0	Langoni (1971)	Educação
Brasil	16,0	Leal e Werlang (1991)	Educação (1ª a 4ª série)
Brasil	19,0/21,0	Barbosa e Pessôa (2013)	Educação (para cada ano adicional)

Fonte: RIGOLON; PICCININI, 1997; MENDES *et al.*, 2009; MENDES *et al.*, 2013; CRUZ *et al.*, 2010; CASTRO, 1971; LANGONI, 1971; LEAL; WERLANG, 1991; BARBOSA; PESSÔA, 2013.

Trabalhando com dados microeconômicos e a aproximação *Dual*, Nadiri e Mamueas (1991) estudaram os efeitos dos investimentos em infraestrutura na redução dos custos industriais. Os resultados indicaram que o aumento de uma unidade monetária em infraestrutura na economia americana reduz os custos industriais em 0,15 unidade monetária. Já Morrison e Schwartz (1996) estimaram o efeito do investimento público em infraestrutura em relação à PTF em 48 estados norte-americanos, constatando que o investimento público aumentou a produtividade marginal, com redução de custos empresariais de 17% na maioria das regiões.

Em países em desenvolvimento, como o Brasil, as limitações na disponibilidade de fundos públicos e a escassez de financiamento externo fazem que os investimentos em infraestrutura fiquem abaixo do necessário. O resultado é o lento crescimento econômico e o

distanciamento maior em relação aos países desenvolvidos. Assim, a alternativa seria o arranjo público/privado para o financiamento de projetos de infraestrutura, mas, por ser de natureza pública, é de difícil acordo e com poucos exemplos de sucesso, mesmo nos países desenvolvidos. Essas parcerias começaram, inicialmente, na Inglaterra, expandindo-se depois para outros países (BERNARD; GARCIA, 1997).

### **1.3 O Problema e a sua Importância**

A partir da década de 1980, os investimentos públicos em infraestrutura reduziram-se significativamente no Brasil. Em consequência, ocorreu a queda da competitividade externa e da lucratividade das empresas, levando à redução dos investimentos privados e à taxa de crescimento moderada e, até mesmo, queda do PIB. A literatura mostra que os investimentos em infraestrutura apresentam externalidade positiva em todos os setores da economia. Como resultado, há o aumento da produtividade do capital, redução de custos empresariais, elevação da rentabilidade e da lucratividade, aumentando os investimentos privados e afetando positivamente o crescimento do PIB. Assim, a elevação da PTF desloca a FPP para cima e para fora, levando ao aumento do PIB e da renda.

A Tabela 4 mostra a taxa geométrica de crescimento (%) nos períodos de 1960 a 1980 e de 1981 a 1995 para determinados setores de infraestrutura<sup>15</sup>. Os dados foram mensurados em milhões de reais, a preços de dezembro de 1995. Percebe-se que, no período de 1960 a 1980, todos os setores analisados tiveram aumento significativo nos investimentos, refletindo as preocupações dos governos da época com o crescimento econômico. Nesse período, o governo adotou diversos planos para alavancar o crescimento econômico brasileiro, entre os quais são citados o Programa de Ação Econômica do Governo (PAEG) e o 1º e o 2º Plano Nacional de Desenvolvimento (I e II PND). O investimento total cresceu, no período, em 20,53%, e os setores que tiveram as maiores taxas de crescimento foram de telecomunicações, energia elétrica, rodovias federais, portos, aeroportos e ferrovias, sendo de 16,20%; 13,84%; 11,64%; 11,48%; 10,98%; e 8,99%, respectivamente. Já no período de 1981 a 1995 o investimento total, nos setores analisados, reduziu-se 4,81% e apenas o setor de telecomunicações apresentou crescimento de 4,45%, enquanto nos demais houve queda, sendo os mais afetados: portos, ferrovias, energia elétrica, aeroportos e rodovias federais,

---

<sup>15</sup> Os investimentos em ferrovias referem-se à Rede Ferroviária Federal S.A. (RFFSA) e à Companhia Vale do Rio Doce (CVRD); o setor portuário refere-se à PORTOBRÁS e à CVRD; no setor elétrico, os investimentos em geração, transmissão, distribuição, instalações gerais e Itaipu.

sendo de (-17,93%), (-15,52%), (-7,87%), (-5,44%) e (-3,78%), respectivamente (FERREIRA; MALLIAGROS, 1999).

Tabela 4 - Taxa geométrica de crescimento (%) para determinados setores de infraestrutura – Brasil, 1960-1995

<b>Tipo de infraestrutura</b>	<b>1960 a 1980 (%)</b>	<b>1981 a 1995 (%)</b>
Rodovias federais	11,64	-3,78
Ferrovias	8,99	-15,52
Portos	11,48	-17,93
Aeroportos	10,98	-5,44
Energia elétrica	13,84	-7,87
Telecomunicações	16,20	4,45
Total	20,53	-4,81

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de FERREIRA; MALLIAGROS, 1999.

A Figura 1 mostra o investimento público real (Federal, Estadual e Municipal) no período de 1970 a 2009 (eixo vertical esquerdo) e a sua taxa de crescimento (eixo vertical direito). Percebe-se que houve aumento nos investimentos públicos nos períodos de 1970 a 1976, de 1983 a 1988 e de 2003 a 2009. Apesar disso, nos períodos de 1977 a 1981 e de 1986 a 1997 houve significativa retração desses investimentos. Verificando o comportamento da taxa de crescimento dessa variável, percebe-se que ela apresentou crescimento expressivo, ficando acima de dois dígitos, nos períodos de 1973 a 1976; 1984 a 1986; 1992, 1988, 2000 a 2001; e 2004 a 2008, sendo a maior taxa no ano 1998 (38,26%) e a menor no ano 1975 (11,81%). Em contrapartida, nos anos 1977, 1979, 1983, 1991, 1995 a 1997, 1999, 2003 essa taxa foi negativa, ficando acima de dois dígitos em 1999 (-38,83%) e em 1996 (-10,48%). No período, a taxa de crescimento média foi de 4,53%.

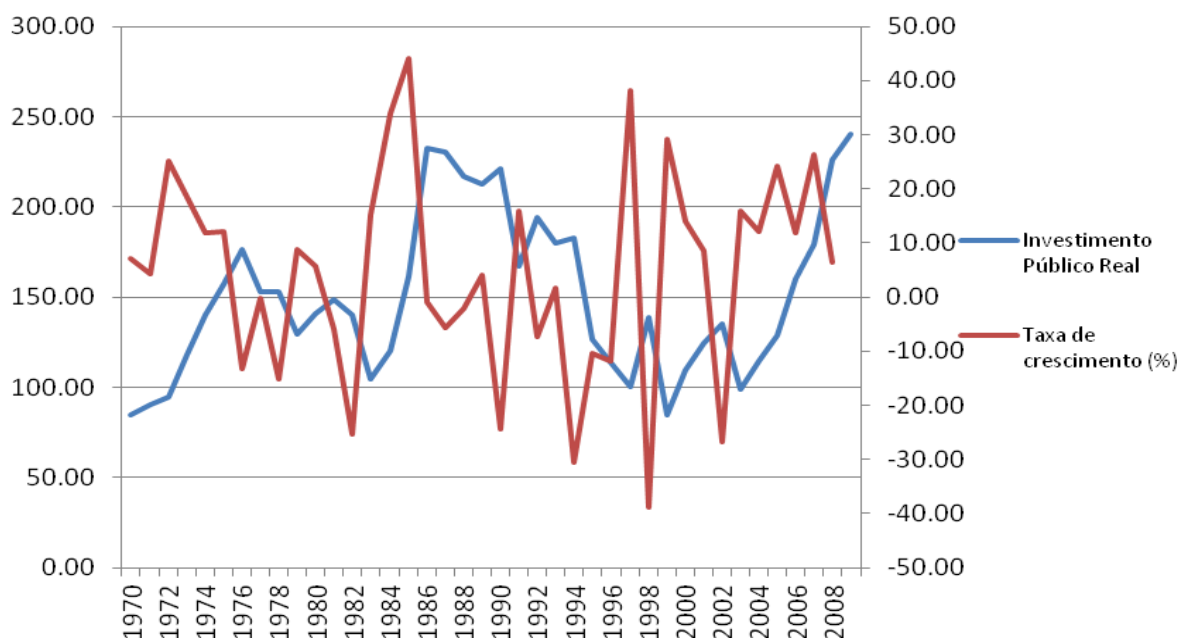


Figura 1 - Investimento público real – IPR (Federal, Estadual e Municipal) corrigido pelo IPC geral (base agosto/1994) e sua taxa de crescimento – Brasil, 1970/2009 (R\$ milhões).  
 Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados do IBGE (2013a) e da FGV (2013).

A economia brasileira perdeu o dinamismo a partir da década de 1980 e passou a apresentar baixa taxa de crescimento do PIB e da Formação Bruta de Capital (FBK), elevação da taxa de inflação, contração fiscal e dificuldades nas negociações externas. A instabilidade econômica e o clamor popular levaram ao fim do período militar e à eleição pelo voto popular para presidente da república e para os membros do Congresso Nacional do Brasil, em 1985. Esses problemas, aliados à redução da taxa de investimento das empresas estatais que haviam perdido sua capacidade de investimento e à falta de incentivo aos investimentos privados culminaram em longo período de recessão econômica. Segundo Gomes *et al.* (2003), esses fatores fizeram que a PTF apresentasse taxas de crescimento negativas durante as décadas de 1980 e 1990.

Na Tabela 5 são apresentados os valores do PIB real (ano-base 2013), do PIB real *per capita* e da população brasileira, no período de 1980 a 2013, além de suas taxas de crescimento médias. A taxa de crescimento médio do PIB real no período foi de 2,55% a.a., enquanto a da população e do PIB real *per capita*, 1,55% a.a. e 1,00% a.a., respectivamente. Percebe-se, nessa tabela, significativa instabilidade no PIB no período analisado, com aumentos acentuados seguidos de quedas expressivas. Também, observa-se nessa tabela o crescimento acentuado no período (1984/87) de 1993/1997, 2000, 2004 a 2008 e 2010 a 2011, com queda significativa no início do período analisado (1981 a 1983), em 1990, 1998 a 1999, 2009 e 2012. No tocante à população, nota-se redução contínua na taxa de crescimento

populacional, à exceção de 2013, que pode ser explicada, em parte, pelo aumento da disseminação da informação, inclusive da educação sexual e de contraceptivos, bem como pela maior inserção da mulher no mercado de trabalho. O ano 2013 foi calculado utilizando a taxa de crescimento geométrica no período de 1970 a 2012, em função da elevada taxa de crescimento apresentada pelo IBGE (3,65%).

Tabela 5 - PIB real e PIB real *per capita*, a preços de 2013, população e suas taxas de crescimento – Brasil, 1980-2013

Ano	PIB real a preços de 2013** (R\$)	PIB real <i>per capita</i> a preços de 2013*** (R\$)	População (Hab.)	Taxa de crescimento PIB real (%)	Taxa de crescimento PIB real <i>per capita</i> (%)	Taxa de crescimento da população (%)
1980	2.137.298,17	17.958,82	119011052	--	--	--
1981	2.046.463,00	16.806,50	121766164	-4,25	-6,42	2,32
1982	2.063.448,64	16.569,05	124536317	0,83	-1,41	2,27
1983	2.002.989,60	15.734,23	127301395	-2,93	-5,04	2,22
1984	2.111.151,04	16.234,47	130041284	5,40	3,18	2,15
1985	2.276.876,39	17.153,44	132735867	7,85	5,66	2,07
1986	2.447.414,43	18.080,11	135365028	7,49	5,40	1,98
1987	2.533.808,16	18.373,09	137908653	3,53	1,62	1,88
1988	2.532.287,88	18.043,10	140346626	-0,06	-1,80	1,77
1989	2.612.308,18	18.311,58	142658831	3,16	1,49	1,65
1990	2.498.672,77	17.253,03	144825152	-4,35	-5,78	1,52
1991	2.524.446,19	17.193,52	146825475	1,03	-0,34	1,38
1992	2.512.659,17	16.901,24	148667180	-0,47	-1,70	1,25
1993	2.629.878,51	17.478,03	150467636	4,67	3,41	1,21
1994	2.770.165,70	18.180,32	152371708	5,33	4,02	1,27
1995	2.892.519,26	18.718,87	154524262	4,42	2,96	1,41
1996	2.954.722,86	18.811,48	157070163	2,15	0,49	1,65
1997	3.054.453,56	19.079,92	160087317	3,38	1,43	1,92
1998	3.055.533,18	18.701,34	163385796	0,04	-1,98	2,06
1999	3.063.296,62	18.375,14	166708710	0,25	-1,74	2,03
2000	3.195.207,90	18.817,57	169799170	4,31	2,41	1,85
2001	3.237.164,78	18.770,47	172460470	1,31	-0,25	1,57
2002	3.323.211,66	19.018,40	174736628	2,66	1,32	1,32
2003	3.361.316,27	19.019,30	176731844	1,15	0,00	1,14
2004	3.553.324,48	19.900,97	178550319	5,71	4,64	1,03
2005	3.665.597,93	20.330,97	180296251	3,16	2,16	0,98
2006	3.810.646,93	20.929,13	182073842	3,96	2,94	0,99
2007	4.042.769,08	21.973,09	183987291	6,09	4,99	1,05
2008	4.251.844,83	22.845,86	186110095	5,17	3,97	1,15
2009	4.237.825,34	22.494,61	188392937	-0,33	-1,54	1,23
2010	4.557.089,87	23.889,65	190755799	7,53	6,20	1,25
2011	4.681.626,26	24.335,40	192379287	2,73	1,87	0,85
2012	4.729.895,48	24.387,58	193946886	1,03	0,21	0,81
2013	4.837.950,22	24.516,52	197334318*	2,28	0,53	1,75*
Taxa de crescimento médio				2,55	1,00	1,55

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados do IBGE, 2013a.

\* A população de 2013 foi calculada com a taxa de crescimento geométrica, utilizando-se o período de 1970 a 2012, em função de os dados do IBGE apresentar crescimento expressivo (3,65%).

\*\* Em milhares de milhões de reais; e \*\*\* em reais.

Na Tabela 6, mostram-se as taxas geométricas<sup>16</sup> de crescimento do PIB real e do PIB real *per capita*, a preços de 2013, e da população brasileira nos períodos de 1980 a 2012, 1980 a 1989, 1990 a 1999 e 2000 a 2012. No período de 1980 a 2012, o PIB real e a população cresceram 2,62% a.a. e 1,58% a.a., respectivamente, em que o PIB real *per capita* cresceu à taxa de 1,03% a.a. Esses resultados são estatisticamente significantes a 1%. Em relação à população, a taxa geométrica de crescimento se reduziu nos subperíodos de 1980/1989; 1990/1999; e 2000/2012, sendo de 2,19% a.a.; 1,57% a.a.; e 1,15% a.a., respectivamente, estatisticamente significantes a 1%. Já o PIB real teve maior taxa de crescimento no período de 2000 a 2012, sendo de 3,70% a.a., e o PIB real *per capita* cresceu no período, passando de 1,20% a.a. na década de 1990 para 2,51% a.a. no período de 2000 a 2012. Esse fato pode ser explicado, em parte, pela estabilidade econômica alcançada a partir de 2004 (Plano Real) e do Programa de Aceleração do Crescimento Econômico (PAC), em 2007. Apenas o coeficiente do PIB real *per capita* do período de 1980 a 1989 não foi estatisticamente significativo.

Tabela 6 - Taxa de crescimento do PIB real, do PIB real *per capita* (ano-base 2013) e da população (%) – Brasil, 1980-2012

<b>Período</b>	<b>1980-2012</b>	<b>1980-1989</b>	<b>1990-1999</b>	<b>2000-2012</b>
PIB real	2,62*** (31,92)	3,08*** (5,80)	2,79*** (11,15)	3,70** (25,28)
PIB real <i>per capita</i>	1,03*** (9,92)	0,87NS (1,60)	1,20*** (4,86)	2,51*** (16,17)
População	1,58*** (46,84)	2,19*** (73,22)	1,57*** (149,07)	1,15*** (36,30)

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de dados do IBGE, 2013a.

Estatística t entre parênteses.

\*\*\* Significativo a 1%; \*\*Significativo a 5%; e \* Significativo a 10%. NS = não significativo.

Os cálculos não incorporam o ano de 2013, em função do aumento expressivo da população neste ano, diferindo muito do crescimento em anos anteriores (APÊNDICE D).

No setor de infraestrutura, a queda significativa dos investimentos, particularmente em ferrovias, aeroportos, portos e rodovias, elevou o custo de transporte da produção e insumos, afetando negativamente a produtividade de toda a economia e inviabilizando novos investimentos privados. Outro problema decorrente da queda dos investimentos em infraestrutura é a desigualdade regional. Embora parcela significativa da população pobre viva em áreas rurais, as restrições orçamentárias e políticas de influência urbana dificultam os investimentos públicos nessas áreas. Isso contradiz estudos que indicam que os investimentos

<sup>16</sup> A taxa geométrica de crescimento foi obtida através da regressão ( $\ln Y_t = \alpha + \beta_1 t$ ), sendo tomado como o *antilog* de  $\beta_1$  menos 1.

em infraestrutura, nos países em desenvolvimento, têm resultado em taxas de crescimento da produção e produtividade maiores que as taxas de crescimento da população nesses países (ZHANG; FAN, 2004).

O Programa de Aceleração do Crescimento (PAC), implementado pelo governo brasileiro em 2007, foi baseado em diagnósticos de que as deficiências de infraestrutura brasileira constituíam sério obstáculo ao crescimento e desenvolvimento econômico do país. Com a premissa de que o investimento público poderia ser o indutor do investimento privado, o PAC planejou investir, em quatro anos, R\$ 503,9 bilhões, sendo recursos provenientes do governo e estatais federais e do setor privado. Os setores que teriam maiores investimentos seriam: saneamento (revitalização de bacias hidrográficas, implantação e ampliação de redes de abastecimento de água e esgotamento sanitário) e habitação (principalmente para urbanização de favelas). Para esses autores, embora os projetos de infraestrutura de transportes e logística desejem promover a integração territorial e contribuir para a redução da desigualdade regional, seus objetivos não são claros nesse sentido (DOMINGUES et al., 2009).

Já o Ministério do Planejamento (2013) afirmou que a participação do investimento público total no PIB passou de 16,4% em 2006 para 18,4% em 2010. Além disso, ressaltou que o crescimento de setores afetados diretamente pelo PAC, de dezembro de 2006 a março de 2011, como geração de energia e construção civil, foi 1,5 e 3 vezes maior, respectivamente, que a média nacional. Em outubro de 2010, o investimento público totalizava R\$ 235,7 bilhões, sendo o financiamento habitacional à pessoa física de R\$ 197,8 bilhões.

Em 2010, o governo federal lançou a segunda etapa do Programa PAC 2, com recursos orçados da ordem de R\$ 1,59 trilhão em investimentos nos setores: transportes, energia, cultura, meio ambiente, saúde, área social e habitação. Entre os diversos programas criados, podem-se citar: Cidade Melhor; Comunidade Cidadã; Minha Casa, Minha Vida; Água e Luz para todos, além dos setores Transportes e Energia. Os setores mais beneficiados pelo Programa são as rodovias, aeroportos, ferrovias, geração e transmissão de energia, além de infraestrutura em mobilidade e saneamento urbano, saúde, cultura e construção civil. Até abril de 2014, foram gastos R\$ 675,8 bilhões em obras no PAC 2, e no setor de transportes foram R\$ 58,9 bilhões (4.416 km em rodovias), no setor de energia, R\$ 233,1 bilhões (aumento da capacidade nominal de geração de energia em 12.860 MW) e no setor habitacional o

Programa Minha Casa, Minha Vida entregou 1,7 milhão de moradias, sendo gastos R\$ 361,6 bilhões (MINISTÉRIO DO PLANEJAMENTO, 2013).

Em relação ao Petróleo e Gás Natural, em maio de 2013 foram leiloados 142 blocos na 11ª rodada de licitação de blocos do Pós-Sal<sup>17</sup>, que representarão investimentos de cerca de R\$ 7 bilhões. Já em outubro de 2013 foi realizado o primeiro leilão na modalidade de partilha no Pré-Sal e teve como único concorrente e ganhador o consórcio composto pelas empresas Petrobrás (Brasil), Shell (Inglaterra-Holanda), Total (França) e as estatais *China National Petroleum Corporation* (CNPC) e *China National Offshore Oil Corporation* (CNOOC). A estimativa brasileira sobre o volume de petróleo recuperável é de mais de oito bilhões de barris, que correspondem a 30% da reserva total do país (MINISTÉRIO DO PLANEJAMENTO, 2013).

Diversos estudos têm analisado os efeitos dos investimentos em infraestrutura no crescimento econômico, mostrando a existência de correlação positiva entre os efeitos desses investimentos na elevação da PTF ou redução dos custos de produção. Assim, Ferreira e Malliagos (1998) evidenciaram que o governo deveria priorizar os investimentos públicos que tivessem maiores impactos. Apesar da relevância desses gastos no crescimento da economia, Fedderke *et al.* (2006), utilizando dados para a África do Sul no período de 1875 a 2001, evidenciaram a existência de potenciais *trade offs* nos gastos do governo, especialmente os gastos com infraestrutura social *versus* econômica. A infraestrutura social refere-se aos gastos do governo em infraestrutura, que promove o bem-estar da população e a diminuição das desigualdades sociais, como escolas, hospitais etc. A infraestrutura econômica se refere aos gastos em infraestrutura que afetam diretamente a produção, como rodovias, energia elétrica, portos, aeroportos, ferrovias, telecomunicações etc.

Fedderke *et al.* (2006) ainda ressaltaram as defasagens de tempo do retorno em gastos com infraestruturas sociais e o crescimento econômico. O estudo indicou que os investimentos de infraestrutura econômica aumentaram a taxa de crescimento e podem ser utilizados como fonte de financiamento da social. O estudo não objetivou mensurar os efeitos dos investimentos na área social, sendo direcionado apenas para a econômica. Os principais resultados são que o valor médio da elasticidade do produto em relação ao investimento em estoque de capital físico foi de 0,06 e, em relação à geração de energia elétrica, de 0,20. Já a

---

<sup>17</sup> Em geologia, a camada pré-sal refere-se ao tipo de rocha sob a crosta terrestre formada, exclusivamente, de sal petrificado e depositado sob outras lâminas menos densas do fundo dos oceanos, formando a crosta oceânica.

elasticidade do investimento total em capital físico em relação ao investimento em infraestrutura pública foi de 1,37.

Seguindo esse mesmo raciocínio de que a infraestrutura apresenta vertentes diferenciadas, Rodrigues (2006) estudou os gastos governamentais e o crescimento econômico no Brasil, no período de 1960 a 1998. O estudo objetivou desagregar os gastos em infraestrutura pública e os seus efeitos no crescimento econômico, analisando o comportamento do PIB e da PTF em relação a esses gastos, bem como verificar o sentido de causalidade entre essas variáveis. Utilizando a metodologia Vetor Autorregressivo (VAR), o estudo analisou as inter-relações múltiplas entre as variáveis no tempo e desagregou a infraestrutura em Econômica e Social, como em Fedderke *et al.* (2006). Estes autores consideraram como infraestrutura econômica os gastos com transporte e comunicações e como social, saúde, saneamento, educação e cultura. Ressaltou-se que o estudo dos gastos com infraestrutura social (educação e saúde) é a maneira indireta de examinar a relação do gasto público com o capital humano e a relevância deste no crescimento econômico. Os principais resultados foram de que o Estado contribuiu, em média, com 58% do crescimento econômico do país e as elasticidades dos gastos públicos em relação à infraestrutura e à educação foram de 0,48 e 0,10, respectivamente, no período analisado. Além disso, os referidos autores verificaram que o Modelo de Crescimento Neoclássico apresentou deficiência, pois deixou de explicar de 43% a 56% do crescimento econômico brasileiro no período.

Para Annabi *et al.* (2011), parte do debate em países com taxas elevadas de envelhecimento é o aumento dos investimentos em capital humano. Nesse estudo, os autores utilizaram três diferentes simulações<sup>18</sup> dos efeitos de gastos adicional com educação. Utilizando o modelo de gerações sobrepostas aplicado para o Canadá, esses autores encontraram que incentivos de ensino superior podem aumentar a taxa de acumulação de capital humano e mitigar os efeitos negativos da desaceleração do crescimento da força de trabalho. Para o imposto fixo e a tributação pessoal, o aumento do PIB não se traduz necessariamente no aumento do consumo, mas, quando financiada pela redução de outras despesas públicas, a economia alcança maior PIB e mudanças positivas no bem-estar.

Apesar das significativas contribuições para explicar o crescimento econômico e a desagregação dos investimentos em infraestrutura, Fedderke *et al.* (2006), Rodrigues (2006) e

---

<sup>18</sup> Aumento permanente de 1% do PIB em despesas com o ensino público financiado por imposto fixo, imposto de renda pessoal e redução de outras despesas pública para o financiamento.

Annabi *et al.* (2011) ajustaram modelos em que a variável infraestrutura é apenas a econômica, como os primeiros, ou não tiveram como objetivo principal o efeito conjunto dos dois tipos de infraestrutura.

Assim, este estudo se propõe determinar, conjuntamente, os efeitos da infraestrutura econômica e social no crescimento econômico brasileiro, no período de 1970 a 2013. Sua contribuição à literatura será o desenvolvimento de um modelo teórico de crescimento econômico dinâmico que mostre os efeitos dos investimentos em infraestrutura social no crescimento econômico até o estado estacionário (*Steady State* – SS), bem como os efeitos de curto prazo para choques exógenos à economia. Além disso, o estudo mostra o diagrama de fases e os níveis de consumo e capital, ambos *per capita*, em SS para a economia brasileira com a calibração de parâmetros. Outra importante contribuição é a estimação conjunta, pelo método econométrico, dos efeitos dos dois tipos de infraestrutura no crescimento econômico brasileiro, sua trajetória no tempo e possíveis ajustes que devam ocorrer.

## **1.4 Hipótese**

Os investimentos públicos em infraestrutura econômica e social afetam o crescimento econômico e o estoque de capital em proporções diferenciadas.

## **1.5 Objetivos**

### **1.5.1 Objetivo Geral**

- Determinar os efeitos dos investimentos em infraestrutura econômica e social no crescimento brasileiro, no período de 1970 a 2013.

### **1.5.2 Objetivos Específicos**

- Desenvolver um modelo teórico que mostre os efeitos dos investimentos em infraestrutura social no crescimento econômico.
- Determinar os efeitos dos investimentos em infraestrutura econômica no crescimento econômico brasileiro.
- Determinar os efeitos dos investimentos em infraestrutura social no crescimento econômico brasileiro.

Além desta Introdução, o trabalho segue apresentando, no capítulo 2, o modelo teórico de crescimento econômico dinâmico e endógeno. São apresentados o modelo de Solow (1956), Ramsey (1928), Cass (1965) e Koopmans (1965), AK com gasto do governo (BARRO, 1990) e de Romer (1986). No capítulo 3, o modelo de crescimento de Barro (1990) é modificado, com o gasto do governo, agora, sendo alocado em infraestrutura econômica e social. Encontrado o *Steady State*, são realizados dois experimentos com choques exógenos. No primeiro, ocorre o aumento da parcela do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se constante o gasto público e, no segundo, há o aumento do gasto do governo, mantendo-se constante a parcela do gasto social. Seguem-se apresentando a modelagem recursiva, séries temporais e as fontes e manipulações dos dados utilizados. O capítulo 4 apresenta os resultados e as análises dos dois métodos empíricos. O primeiro utiliza o método recursivo (programação dinâmica) e são calibrados parâmetros para verificar o comportamento da economia brasileira. O segundo, utilizando dados de 1970 a 2013, constrói-se um modelo econométrico de séries temporais. Finalmente, apresentam-se as conclusões do estudo e as referências.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

Os investimentos e financiamentos em infraestrutura promovem o crescimento econômico, pois aumentam o produto marginal dos investimentos privados, reduzem custos e elevam a lucratividade. Como sua execução envolve longo período de maturação, elevada especificidade e significativo custo irrecuperável (*sunk costs*), normalmente são providos pelo setor público ou parcerias público-privadas. Nos países em desenvolvimento, as principais dificuldades no provimento desses investimentos são baixa taxa de poupança interna, elevado endividamento público e por serem investimentos capital-intensivos. Os modelos de crescimento econômico permitem analisar os efeitos na Economia quando se aumenta o estoque de capital, de conhecimento e de infraestrutura, entre outros. Assim, conhecer esses modelos ajuda a entender o comportamento da Economia, ante os choques endógenos e exógenos, no curto e no longo prazo. Nos modelos estáticos, a análise estática comparativa é utilizada e permite distinguir os pontos de equilíbrio. Já nos modelos dinâmicos, podem-se verificar as trajetórias das principais variáveis que afetam o crescimento econômico. Assim, a seguir são descritos alguns dos principais modelos da teoria moderna do crescimento econômico.

### 2.1. Modelo de Crescimento Neoclássico ou de Solow e Swan

A partir do Modelo de Solow<sup>19</sup> e Swan (SOLOW, 1956), muitos estudos tentaram explicar o crescimento econômico de alguns países que, na segunda metade do século XX, apresentaram taxas elevadas, enquanto outros, baixas ou negativas. No modelo, o mundo é formado por países que produzem e consomem um único bem homogêneo, implicando que não há comércio internacional. Além disso, a tecnologia é exógena, todas as empresas têm acesso a esta e não são afetadas pela pesquisa e desenvolvimento (P&D). Os agentes econômicos são maximizadores da utilidade, sendo parcela constante da renda poupada devido ao *tradeoff* entre consumo presente e futuro. Gasta-se parcela constante do tempo em treinamento, devido ao *tradeoff* qualificação ou ingresso no mercado de trabalho (JONES et al., 2004).

O modelo constitui-se das equações da função de produção e acumulação de capital. A função de produção considerada tem a forma funcional que agrega todos os insumos em duas

---

<sup>19</sup> Após a publicação do artigo sobre Crescimento Econômico, em 1956, Solow (1957) publicou artigo explicitando a taxa agregada de crescimento do produto no modelo, em relação às contribuições da tecnologia e dos insumos capital e trabalho.

categorias: Capital (K) e Trabalho (L). Essa função apresenta retornos constantes à escala (homogênea de grau 1), e a produtividade marginal é positiva e decrescente nos insumos, pois a cada unidade adicional de trabalho ou capital o produto cresce a taxas menores. Segundo Jones (2000), essa função pode ser expressa como:

$$Y = F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha} \quad (1)$$

em que  $\alpha$  é um número entre 0 e 1. De acordo com o modelo, espera-se:

$$\frac{\partial F}{\partial K} > 0, \quad \frac{\partial F}{\partial L} > 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0, \quad \frac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0, \quad (2)$$

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L) \quad \forall \lambda > 0 \quad (3)$$

A suposição do modelo de retorno constante à escala leva à existência de grande número de firmas, vigorando a concorrência perfeita e sendo elas tomadoras de preço. Além disso, a remuneração dos fatores de produção é dada por  $w$ , para cada unidade de trabalho; e  $r$ , para cada unidade de capital, no período de tempo. Normalizando o preço do produto para a unidade, a maximização dos lucros pelas empresas é dada por:

$$\max_{K,L} F(K, L) - rK - wL \quad (4)$$

A condição de primeira ordem<sup>20</sup> é que as firmas contratarão mão de obra até o valor do produto marginal do trabalho se igualar ao preço do trabalho ( $w$ ) e contratarão capital até o valor do produto marginal do capital se igualar a  $r$ , o preço do aluguel do capital. Tem-se, assim:

$$\pi = K^\alpha L^{1-\alpha} - rK - wL$$

$$r = \alpha \frac{Y}{K} \quad (5)$$

$$w = (1 - \alpha) \frac{Y}{L} \quad (6)$$

Como não há lucro econômico, o pagamento dos insumos exaure o valor total do produto ( $wL + rK = Y$ ). Para obter o produto por trabalhador, divide-se a equação (1) por  $L$ , sendo  $y \equiv Y/L$  o produto por trabalhador e  $k \equiv K/L$ , o capital por trabalhador. Assim, tem-se:

$$y = k^\alpha \quad (7)$$

A segunda equação fundamental do modelo é a de acumulação de capital (JONES, 2000; BARRO; SALA-I-MARTIN, 2004). Assim, tem-se:

<sup>20</sup> A condição de segunda ordem é mostrada no Apêndice A.

$$\dot{K} = sY - dK \quad (8)$$

em que  $\dot{K}$  é a variação temporal no estoque de capital,  $sY$  o investimento bruto e  $dK$  a depreciação do estoque de capital.

As pressuposições de que os agentes poupam uma fração constante da renda, que a economia é fechada e não há governo implicam a identidade macroeconômica de Poupança (S) igual investimento (I). Assim, a única utilização da poupança é em capital. Além disso, por hipótese, a taxa de participação da força do trabalho é constante e o crescimento populacional é dado por  $n$ . A equação de crescimento da força de trabalho pode ser expressa como:

$$L(t) = L_0 e^{nt} \quad (9)$$

em que  $L_0$  e  $L(t)$  são o estoque de mão de obra nos períodos inicial e  $t$ , respectivamente, sendo  $n$  a taxa de crescimento da força de trabalho da economia. Pela equação (9), logaritmizando e derivando em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{\dot{L}}{L} = n \quad (10)$$

Tomando a expressão do capital por trabalhador ( $k = K/L$ ) e fazendo o mesmo procedimento da equação (10), tem-se:

$$\frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \quad (11)$$

Substituindo as equações (8) e (10) na equação (11), obtém-se a equação de acumulação de capital por trabalhador:

$$\dot{k} = sy - (d + n)k \quad (12)$$

Essa equação apresenta a variação do capital por trabalhador no tempo em função do investimento por trabalhador ( $sy$ ), da depreciação do capital por trabalhador ( $dk$ ) e do crescimento populacional ( $n$ ).

Para dado estoque de capital inicial  $K_0$ ; taxa de crescimento populacional ( $n$ ), depreciação ( $d$ ) e investimento ( $y$ ), quando o montante de investimento por trabalhador é superior ao necessário para manter constante a relação  $K/L$ , se diz que ocorre o aprofundamento de capital<sup>21</sup>, pois o aumento é mais que suficiente para compensar a depreciação e o aumento da população. A Figura 2 indica que, quando o estoque de capital é  $K_0$ , tendo-se investimento por trabalhador superior ao necessário para manter constante a

<sup>21</sup> Quando há, por exemplo, aumento de  $n$  e  $K$ , diz-se que ocorre o alargamento de capital (JONES, 2000).

relação  $K/L$ , a economia crescerá até o ponto E, no qual o capital por trabalhador permanecerá constante e é denominado *Steady State*. Da mesma maneira, se  $k$  for superior a  $k^*$ , o investimento é menor que o necessário para manter a relação constante e, nesse caso, o montante de capital tende a se reduzir.

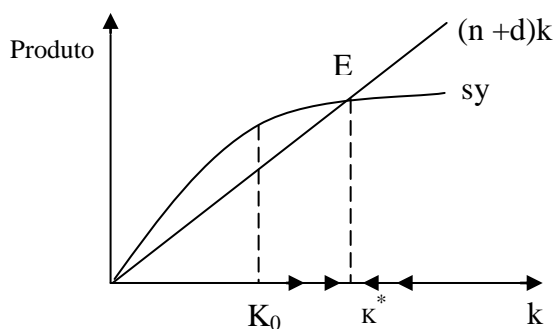


Figura 2 - Diagrama básico de Solow.  
Fonte: JONES, 2000.

Políticas governamentais que incentivem o crescimento econômico, de acordo com o modelo de Solow, só teriam efeitos no curto prazo, pois os retornos marginais decrescentes fariam que a taxa de crescimento do capital voltasse a zero, não afetando a taxa de crescimento de longo prazo. A suposição de convergência deriva do retorno marginal do capital decrescente, indicando que países com maior estoque de capital inicial tendem a crescer menos em relação àqueles com menor estoque (BARRO; SALA-I-MARTIN, 2004).

Após atingir o *Steady State* (E), a economia poderia crescer aumentando a taxa de investimento, permanentemente. A Figura 3 mostra a economia em *Steady State* (E), para dado estoque de capital  $K^*$ , taxa bruta de investimento  $sy$  e crescimento populacional  $n$ . *Ceteris paribus*, aumentando permanentemente a taxa bruta de investimento de  $s$  para  $s'$ , o investimento por trabalhador é, agora, superior ao montante necessário para manter constante a relação capital/trabalho, reiniciando-se o aprofundamento de capital e fazendo que a economia cresça. Quando o estoque de capital atinge o montante  $K^{**}$ , ocorre que  $s'y = (n+d)k$  e a economia atinge novo *Steady State* (E'). Para que o novo patamar seja atingido, dada a premissa de que as pessoas poupem fração constante da renda, ausência de comércio,  $n$  e  $d$  constantes e tecnologia exógena, é necessário que o consumo se reduza, aumentando a poupança ( $S = I$ ). Assim, eleva-se o capital por trabalhador, aumentando o produto *per capita* e tornando a economia mais rica, em relação ao período anterior.

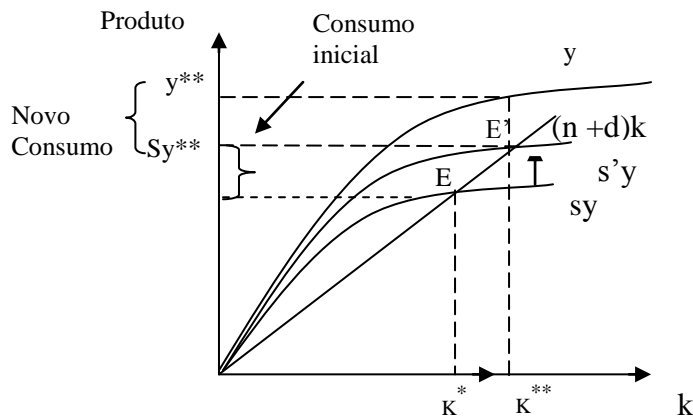


Figura 3 - Diagrama básico de Solow com aumento na taxa de investimento.  
 Fonte: JONES, 2000.

Em seu trabalho, Solow (1957) demonstrou que o crescimento da economia americana, ao longo do século XX, não podia ser explicado apenas pelo aumento do capital e do trabalho disponível, mas que havia outras variáveis que afetavam o modelo. Essa fonte de crescimento foi denominada Resíduo de Solow e ficou conhecida, na literatura, como Produtividade Total dos Fatores (PTF). O modelo supõe que a mudança na tecnologia é neutra, pois a taxa marginal de substituição é constante, sendo alterações na produção determinadas pelos fatores de produção capital e trabalho. Assim, segundo Jones (2000), a função de produção pode ser representada por:

$$Y_t = A_t f(K, L) \quad (13)$$

em que Y é a produção; A, PTF; K, capital; L, trabalho; e t, tempo.

Tomando o diferencial total em relação ao tempo na equação (13) e dividindo por Y, tem-se:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + A \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\dot{K}}{Y} + A \frac{\partial f}{\partial L} \frac{\dot{L}}{Y} \quad (14)$$

em que  $\dot{Y}$ ,  $\dot{A}$ ,  $\dot{K}$  e  $\dot{L}$  são as derivadas em relação ao tempo.

As elasticidades ( $\epsilon$ ) do capital e do trabalho são dadas por:

$$\epsilon_K = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} \quad (15)$$

$$\epsilon_L = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y}$$

Assim, tem-se:

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \epsilon_K \frac{\dot{K}}{K} + \epsilon_L \frac{\dot{L}}{L} \quad (16)$$

em que  $\frac{\dot{Y}}{Y}$ ,  $\frac{\dot{A}}{A}$ ,  $\frac{\dot{K}}{K}$  e  $\frac{\dot{L}}{L}$  são as taxas de crescimento, no tempo, do produto, da PTF, do capital e do trabalho, respectivamente. A equação (16) decompõe a taxa de crescimento agregado em crescimento da PTF e o crescimento dos insumos capital e trabalho ponderados, pelas respectivas participações na função de produção.

## 2.2 Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans (Modelo de Horizonte Infinito)

No modelo de Ramsey (1928), Cass (1965) e Koopmans (1965), a evolução do estoque de capital é dada pela interação entre o problema de maximização da satisfação pelas famílias e do lucro pelas empresas que atuam no mercado de concorrência perfeita. Diferentemente do modelo de Solow, a taxa de poupança não é exógena e não necessariamente será constante, mas as taxas de crescimento do fator trabalho (L) e do conhecimento (A) são dadas como constantes, como o modelo citado. As suposições do modelo é que existe grande número de firmas que maximizam seus lucros, contratando trabalhadores e alugando capital nos mercados de fatores para produzirem e venderem seus produtos nos mercados, ambos competitivos. A função de produção é dada por:

$$Y = F(K, AL) \quad (17)$$

Em cada instante do tempo, as firmas empregam capital e trabalho e pagam por eles, seus produtos marginais. Dado que a função de produção apresenta retorno constante à escala e no ambiente competitivo, o lucro econômico é zero. Como há suposição de que a depreciação é zero, a taxa de retorno do capital é dada pelo produto marginal do capital, que é o ganho no tempo e revertido às famílias proprietárias do capital. Assim, a taxa real de juros é dada por:

$$r(t) = f'(k(t)) \quad (18)$$

O salário real no tempo é dado por:

$$w(t) = A(t)[f(k(t)) - k(t)f'(k(t))] \quad (19)$$

e o salário por unidade efetiva de trabalho no tempo é dado por:

$$w'(t) = f(k(t)) - k(t)f'(k(t)) \quad (20)$$

Existe grande número de famílias idênticas que crescem à taxa  $n$  e cada membro familiar oferta uma unidade de trabalho no tempo e aluga todo o capital disponível para as firmas. A participação desse contingente no capital é dada por  $K(0)/H$ , em que  $K(0)$  é a quantidade de capital inicial na economia e  $H$ , o número de famílias. A renda familiar

derivada do trabalho e do capital é, em cada instante do tempo, dividida entre consumo e poupança, visando maximizar sua utilidade no tempo. Assim, a função utilidade *per capita* é dada por:

$$U = \int_{t=0}^{\infty} u(c) e^{-rt} dt \quad (21)$$

em que  $c(t)$  é o consumo *per capita* no tempo  $t$ ;  $u(\cdot)$ , a função utilidade instantânea que mostra a utilidade em dado instante do tempo; e  $r$ , a taxa de desconto intertemporal de consumo presente e futuro<sup>22</sup>. Essa taxa pode ser líquida do crescimento populacional, utilizando-se a expressão  $(-r = n - \rho)$ , em que  $n$  é a taxa de crescimento populacional e  $\rho$ , a taxa de preferência intertemporal livre do crescimento populacional. A função utilidade é crescente e côncava,  $u'(c) > 0$ ;  $u''(c) < 0$ . Assume-se que a função utilidade satisfaz as condições de Inada<sup>23</sup>:  $u'(c) \rightarrow \infty$  quando  $c \rightarrow 0$  e  $u''(c) \rightarrow 0$  quando  $c \rightarrow \infty$  (INADA, 1963). A função utilidade instantânea é dada por:

$$u(c(t)) = \frac{c(t)^{1-\theta}}{1-\theta} \quad \theta > 0, \quad (22)$$

A condição que assegura que a função não diverge é dada por:  $\rho - n - (1 - \theta)g > 0$ .

Essa forma funcional é conhecida como Utilidade de Aversão ao Risco Relativo Constante (CRRA)<sup>24</sup> e necessária para a economia convergir para o caminho equilibrado de crescimento. Desde que não haja incerteza, as ações das famílias em relação ao risco não são diretamente relevantes, e a mudança entre consumo presente e futuro é dada por  $\theta$ . Se  $\theta$  é zero, então a utilidade é linear em  $C$  e as famílias estão dispostas a aceitar grandes mudanças no consumo; se  $\theta$  é pequeno, a utilidade marginal cai lentamente quando o consumo aumenta.

Antes de verificar o comportamento da taxa de crescimento do PIB, do consumo e do capital, é necessário adicionar a lei de movimento do capital. Para isso, utilizando o caso contínuo e *per capita*, tem-se:

$$\dot{k} = \phi(k) - c - (n + \delta)k \quad (23)$$

em que  $\phi(k)$  e  $\delta$  são, respectivamente, a função do capital e depreciação e  $n$ , crescimento populacional.

<sup>22</sup> Quanto maior é  $\rho$ , menos as famílias avaliam o consumo futuro relativamente ao presente.

<sup>23</sup> As condições de Inada (1963) garantem que existe solução Pareto-ótimo dentro da caixa de Edgeworth e, assim, as condições de kuhn tucker não são utilizadas.

<sup>24</sup> Constante-relative-risk-aversion – CRRA tem este nome, pois o coeficiente de aversão ao risco relativo, definido por  $-u''(C)C/u'(C)$  para essa função utilidade, é  $\theta$  e não depende de  $C$ .

A técnica hamiltoniana maximiza a função H e utiliza a lei do movimento de capital *per capita*, mudança no tempo do termo multiplicador e a condição de transversalidade<sup>25</sup>, além de variável de controle (no caso consumo) e de estado (que não se tem controle, no caso capital). É válida para um conjunto de pontos em um intervalo compacto, convexo e fechado. Assim, tem-se:

$$H = u(c)e^{-\rho t} + \lambda(\phi(k) - c - (\delta + n)k) \quad (24)$$

em que  $\phi(k)$  é a função do capital;  $\delta$ , depreciação do k; e n, crescimento populacional.

A solução do problema é dada por um sistema de equações diferenciais:

$$\begin{cases} \dot{c} = \frac{c}{\sigma} [\phi'(k) - (\delta + n + r)] \\ \dot{k} = \phi(k) - c - (\delta + n)k \end{cases} \quad (25)$$

em que  $\sigma$  é a elasticidade substituição intertemporal constante da função utilidade.

O diagrama de fases mostra as trajetórias ótimas das taxas de crescimento do capital e do consumo, dadas por:

$$\begin{cases} \dot{c} = f(c, k) \\ \dot{k} = g(c, k) \end{cases} \quad (26)$$

Na Figura 4, mostra-se o diagrama de fases do consumo e do capital *per capita* no tempo. A linha vertical indica que, quando o estoque de capital *per capita* é igual a  $\bar{k}$ , a taxa de crescimento do consumo *per capita* no tempo é igual a zero (equação 25). Valores de k acima de  $\bar{k}$  fazem essa taxa seja decrescente e afete negativamente o consumo *per capita*; para valores de k menores que  $\bar{k}$ , essa taxa é crescente e afeta positivamente o consumo *per capita*. A taxa de crescimento do capital no tempo é igual a zero para quaisquer valores de consumo e capital *per capita* sobre a curva no formato de parábola com a concavidade para baixo. O consumo *per capita* atinge o ponto de máximo quando o estoque de capital *per capita* é  $\tilde{k}$ . Para pontos acima de  $\tilde{k}$ , a taxa de crescimento do capital é menor que zero e vice-versa (Apêndice A). No ponto em que as duas curvas das taxas de crescimento no tempo se cruzam, tem-se a situação denominado *Steady State* (SS), na qual a economia se encontra em equilíbrio e a taxa de crescimento é a mesma para todas as variáveis macroeconômicas (zero) quando estas estão normalizadas pela população (*per capita*).

<sup>25</sup> A condição de transversalidade permite selecionar entre várias trajetórias possíveis, que satisfazem as condições de primeira ordem, aquela que maximiza a função objetivo do problema (BARBOSA, 2013).

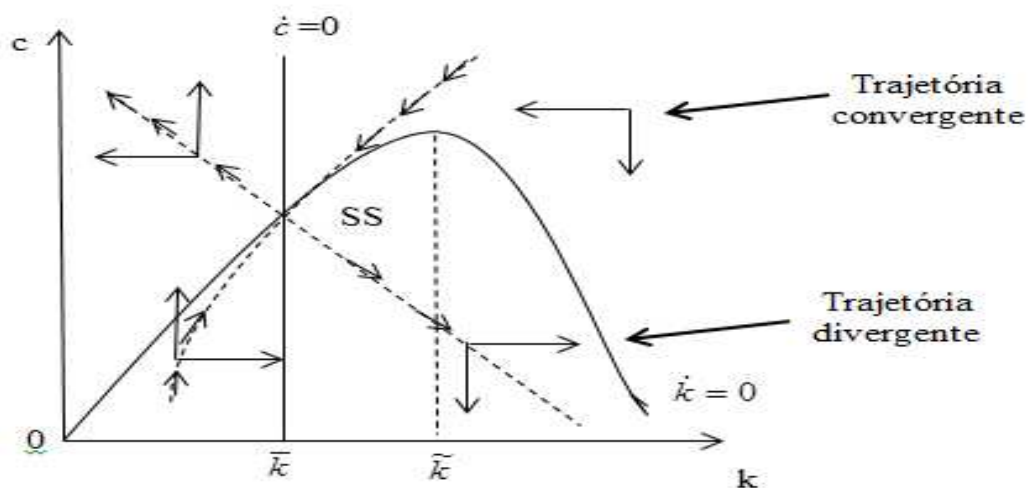


Figura 4 - Diagrama de fases do consumo e do capital, ambos *per capita*.  
 Fonte: ROMER, 2012.

Nesse sentido, pode-se perguntar qual é a taxa de crescimento das variáveis macroeconômicas PIB, consumo e capital, ambas *per capita*. No *Steady State* (SS), as taxas de crescimento no tempo ( $\gamma$ ) dessas variáveis são as mesmas e dadas por:

$$\gamma = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{K}}{K} = n \quad (27)$$

### 2.3 Modelo de Crescimento Dinâmico AK com Gasto do Governo

Fedderke *et al.* (2006) utilizaram o modelo de crescimento AK com gasto governamental para estimar os efeitos dos investimentos em infraestrutura no crescimento da África do Sul, no período de 1875 a 2001. O estudo evidenciou que, dadas as condições do país após o término do regime de segregação racial (*Apartheid*), os investimentos em infraestrutura lideraram o crescimento econômico, com efeitos diretos e indiretos sobre o produto, via aumento da produtividade marginal do capital. Porém, o investimento em infraestrutura foi desagregado, sendo denominado pelos autores como Econômico (ou produtivo) e Social. O primeiro é composto, principalmente, por estradas, ferrovias, portos e telecomunicações, entre outros; e o segundo, principalmente, por hospitais e escolas. Os autores relataram que a infraestrutura econômica pode ser fonte de financiamento para o social, dada a defasagem de tempo potencialmente longa do retorno da infraestrutura social. Apesar dessa separação, a pesquisa foi direcionada, apenas, para a infraestrutura econômica, e os resultados apontaram que os efeitos da infraestrutura no crescimento são robustos.

A pesquisa desses autores seguiu o modelo de crescimento de Barro (1990), em que o governo não possui nenhum capital e, também, não produz nenhum serviço, e este compra

bens e serviços do setor privado e fornece serviços produtivos que servem como insumos na produção do setor privado ou no consumo das famílias. O financiamento dessas compras é feito através de imposto de renda fixa e segue a condição de orçamento equilibrado. Em condições de economia fechada e utilizando a função de produção tipo Cobb-Douglas homogênea de grau 1, a função de produção por trabalhador é dada por:

$$y = A g^\alpha k^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad A > 0 \quad (28)$$

em que  $y$  é o produto por trabalhador;  $A$ , tecnologia;  $g$ , gasto produtivo do governo por trabalhador; e  $k$ , capital privado por trabalhador. O produto marginal de  $g$  e de  $k$  é dado por:

$$\frac{\partial y}{\partial g} = \alpha A \left( \frac{k}{g} \right)^{1-\alpha} \quad (29)$$

$$\frac{\partial y}{\partial k} = (1-\alpha) A \left( \frac{g}{k} \right)^\alpha \quad (30)$$

Supondo o agente representativo (equação 21) que tenha vida infinita, ele buscará maximizar sua função utilidade, maximizando o consumo (variável de controle), mas sujeito à lei do movimento de capital (variável estado). A técnica hamiltoniana é utilizada, mas a restrição do orçamento equilibrado do governo impõe a taxa de imposto ( $g/y$ ). Assim, a taxa de crescimento de *Steady State* (SS) é dada por:

$$\gamma = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{g}}{g} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{1}{\sigma} \left[ \left( 1 - \frac{g}{y} \right) A \left( \frac{g}{k} \right)^\alpha (1-\alpha) - \rho \right] = 0 \quad (31)$$

Da equação (28), tem-se:

$$g/k = \left( A g / y \right)^{1/(1-\alpha)} \quad (32)$$

Assim, das equações (31) e (32), têm-se os efeitos da relação gastos do governo e PIB na taxa de crescimento da economia, em SS, dados por:

$$\frac{d\gamma}{d(g/y)} = \frac{1}{\sigma} A \left( \frac{g}{k} \right)^\alpha \left( \frac{\partial y}{\partial g} - 1 \right) \quad (33)$$

Da equação (33), verifica-se que, dado qualquer nível de capital, a intervenção do governo na economia na qual  $d(g/y) > 0$  pode ter dois efeitos distintos. Pode ocorrer a redução na taxa de crescimento da economia, em *Steady State*, devido ao efeito do imposto ( $g/y$ ) ou sua elevação devido ao aumento do produto marginal de  $k$ , afetando a relação ( $g/k$ ). O efeito líquido dependerá das magnitudes dos dois efeitos. Dado que todos os termos são positivos, o efeito da parcela do gasto do governo no produto em relação à taxa de crescimento em SS

dependerá apenas da magnitude de  $\frac{\partial y}{\partial g}$ . Se for maior que a unidade, o efeito será positivo e, caso contrário, negativo.

A Figura 5 ilustra os efeitos da relação entre os gastos do governo e o PIB e a taxa de crescimento da economia, em SS. Se o termo  $(\partial y/\partial g)$  da equação (33) for maior que a unidade, o efeito do aumento da produtividade é maior que o efeito dos impostos e, assim, a taxa de crescimento será crescente. Se esse termo for menor que a unidade, o efeito imposto será maior e levará à redução da taxa de crescimento. Finalmente, quando esse termo for igual à unidade, a taxa de crescimento será máxima.

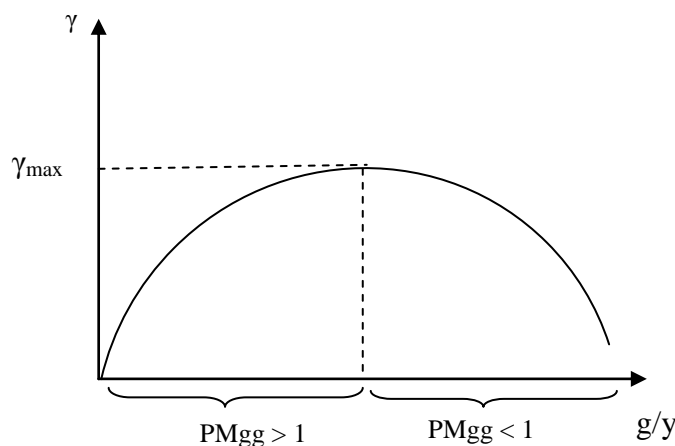


Figura 5 - Efeitos da produtividade marginal dos gastos do governo na taxa de crescimento da economia, em *Steady State*

Fonte: Elaborado pelo autor a partir de FEDDERKE *et al.*, 2006.

Da equação (32), tem-se:

$$d(g/k)/d(g/y) > 0 \quad (34)$$

Assim, gastos com infraestrutura ( $g$ ) podem aumentar o produto marginal do capital privado  $(\partial y/\partial k)$ , impedir o retorno decrescente à escala do capital privado ( $K$ ) e aumentar a taxa de crescimento do produto ( $\gamma$ ). Além disso, como o produto marginal dos gastos produtivos do governo é menor que 1, sua intervenção pode aumentar o crescimento econômico até certo limite, a partir do qual o efeito do imposto pode ter maior magnitude e, com isso, reduzir a produtividade do capital e o crescimento. Das equações (33) e (34), segue-se que qualquer  $d(g/y)$  acarretará efeitos direto e indireto na taxa de crescimento do produto, dado que  $\partial k/\partial g \neq 0$ . Assim, o modelo deve captar os efeitos dos investimentos em infraestrutura no crescimento econômico (efeito direto), mas também o efeito no aumento do produto marginal do capital, levando ao crescimento econômico (efeito indireto). Nesse

sentido, de acordo com Fedderke *et al.* (2006), o crescimento econômico pode ser modelado pelo sistema de equações simultâneas, dado por:

$$y = y(k, g) \quad (35)$$

$$k = k(y, g) \quad (36)$$

Esses autores utilizaram a modelagem Vetor Autorregressivo (VAR) e Vetor de Correção de Erros (VEC), para verificarem os efeitos de determinadas variáveis de infraestrutura no crescimento econômico de longo prazo, na África do Sul. As variáveis de infraestrutura utilizadas foram o total de rodovias nacionais e das províncias pavimentadas ou não, em km, e geração de eletricidade em gigawatt por hora. Além disso, usaram um índice de direito de propriedade e outro de instabilidade política. Os principais resultados encontrados por esses autores foram de que a elasticidade do produto em relação à geração de energia elétrica foi de 0,20, valor próximo aos encontrados por Munnell (1990b), que estimou a elasticidade do capital de infraestrutura pública no produto dos EUA. A elasticidade média do investimento total em estoque de capital físico em relação ao investimento em infraestrutura pública foi de 1,37.

Ademais, aqueles autores encontraram que a elasticidade do investimento em infraestrutura do setor público em relação ao PIB *per capita* foi de 3,93. Eles ressaltaram que esse valor poderia estar sobrestimado, mas também poderia explicar a queda na taxa de crescimento do PIB de 8% para 2,5%, no período de 1976 a 2002, quando o PIB *per capita* reduziu em 4%. Dada a importância dos investimentos em infraestrutura no crescimento das economias mundiais, alguns autores questionaram os modelos devido à não incorporação do crescimento da tecnologia e do conhecimento, os quais ficaram conhecidos como modelos exógenos (FEDDERKE *et al.*, 2006).

## 2.4 Modelo de Crescimento Endógeno Dinâmico

O modelo de Solow (1957) contribuiu expressivamente para alavancar as pesquisas em crescimento econômico, pois os modelos encontrados ainda não proviam respostas satisfatórias para a questão central do crescimento econômico. Romer (1986) apresentou o estudo que complementou o trabalho de Solow, modelando o equilíbrio competitivo com mudança tecnológica endógena e assumindo que o conhecimento é um produto que tem produtividade marginal crescente. Argumentou que o efeito de pequenas alterações no conhecimento pode ser ampliado pela ação do agente privado e que as grandes economias poderiam crescer mais rapidamente que as pequenas. Além disso, esse mesmo autor mostrou

que, se os ganhos de capital refletem sua contribuição no produto e se sua parcela na renda total é modesta, então a acumulação de capital não poderá refletir parcela expressiva do crescimento de longo prazo ou as diferenças de rendas entre países. Os determinantes da renda, nos modelos analisados, são o capital e a eficiência do trabalho, que não são especificados e são tomados como exógenos.

Nesse sentido, Romer (1986) desenvolveu um modelo que inclui Pesquisa e Desenvolvimento (P&D), na tentativa de explicar melhor o crescimento econômico dos países. Para esse autor, a eficiência do trabalho pode ser representada pelos conhecimentos ou tecnologia disponível, sendo o progresso tecnológico que explicaria o aumento da produção no tempo, para dado estoque de capital e trabalho. O modelo desenvolvido tem duas funções de produção: bens e conhecimentos. Assume-se que, na função de produção de conhecimento, trabalho, capital e tecnologia são combinados para prover aumento no nível de conhecimentos em determinada direção. O referido autor ressaltou que o progresso tecnológico se atinge quando, alocando maior quantidade de recursos em pesquisa, haveria maiores descobertas. Como o efeito é no tempo, a aleatoriedade da variável progresso tecnológico pode mostrar a ocorrência de ganhos e como as outras variáveis afetam o modelo (ROMER, 2012).

Para verificar os efeitos de outras variáveis no progresso tecnológico, é introduzido um parâmetro de mudança na função de produção de conhecimentos, mas que não provê quais são essas outras variáveis. Por simplificação, assume-se que as funções de produção de P&D e produto são Cobb-Douglas, mas restringindo a primeira a retorno constante à escala e, assim como o modelo de Solow, a poupança, força de trabalho e estoque de capital usados em P&D são exógenos e constantes. O modelo é dinâmico e tem dois setores que produzem bens (Y) e conhecimento (A) utilizando trabalho (L), capital (K) e tecnologia (A). O setor de conhecimentos adiciona novas descobertas ao estoque já existente e utiliza a fração  $a_L$  da força de trabalho e  $a_K$  do estoque de capital e, assim, as frações  $(1 - a_L)$  e  $(1 - a_K)$  são usadas na produção de bens. Esses parâmetros são exógenos e constantes. Além disso, como o uso do conhecimento em um setor não afeta em outro, os dois setores utilizam todo o estoque de conhecimentos - A (ROMER, 2012).

A função de produção de bens no tempo é dada por:

$$Y(t) = [(1 - a_K)K(t)]^\alpha [A(t)(1 - a_L)L(t)]^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (37)$$

em que  $t$  é a variável tempo. Essa função implica retorno constante à escala.

A função de produção de novos conhecimentos no tempo depende da quantidade de capital e trabalho empregados e do nível de tecnologia. Assim, é dada por:

$$\dot{A}(t) = B[a_K K(t)]^\beta [a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta \quad B > 0; \beta \geq 0; \gamma \geq 0 \quad (38)$$

em que B é o parâmetro de mudança e é sempre positivo e  $\theta$  é o efeito do estoque de conhecimento. Essa função de produção não assume retorno constante à escala para capital ( $\beta$ ) e trabalho ( $\gamma$ ), pois pode ocorrer retorno crescente ou decrescente à escala. Por exemplo, interações entre pesquisadores poderiam fazer que, dobrando os fatores de produção, faça que a produção mais que dobre. O parâmetro ( $\theta$ ) reflete os efeitos do estoque de conhecimentos para o sucesso de P&D, podendo assumir valores positivos e negativos. No primeiro caso, conhecimentos adquiridos podem tornar mais fáceis avanços tecnológicos através da produção de ideias e ferramentas e, no segundo caso, é possível ocorrer quando o estoque de conhecimento já é significativo e mudanças adicionais são mais difíceis.

O modelo assume que a taxa de poupança é exógena e constante (como o modelo de Solow) e adiciona que não há depreciação ( $d$ ). Assim, a equação (8) pode ser escrita como:

$$\dot{K}(t) = sY(t) \quad (39)$$

Assume-se, ainda, que o crescimento populacional é exógeno e não negativo. Assim, a equação (10) pode ser escrita:

$$\dot{L}(t) = nL(t) \quad n \geq 0 \quad (40)$$

Em razão de o modelo possuir duas variáveis de estoque (K e A), é conveniente analisá-lo sem o capital e, depois, retirar essa simplificação.

### 2.4.1 Modelo de Crescimento Endógeno Dinâmico sem Capital

Na ausência de capital, as funções de produção de bens (equação 37) e de conhecimento (equação 38) podem ser escritas, segundo Romer (2012), como:

$$Y(t) = A(t)(1 - a_L)L(t) \quad (41)$$

$$\dot{A}(t) = B[a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta \quad B > 0; \gamma \geq 0 \quad (42)$$

e assume-se que a taxa de crescimento populacional seja dada pela equação (10).

A equação (42) mostra que o produto por trabalhador -  $Y/L$  (Apêndice A) é proporcional à tecnologia (A), e, assim, a taxa de crescimento do produto por trabalhador é igual à taxa de crescimento de A.

Já a taxa de crescimento de A ( $g_A$ ) é dada por:

$$g_A(t) \equiv \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = B a_L^\gamma L(t)^\gamma A(t)^{\theta-1} \quad (43)$$

Assim, o comportamento subsequente da taxa de crescimento do conhecimento ( $g_A$ ) no tempo é dado por:

$$\dot{g}_A(t) = \gamma n g_A(t) + (\theta - 1)[g_A(t)]^2 \quad (44)$$

Para descrever o comportamento do produto por trabalhador, deve-se verificar como a tecnologia se comporta no tempo, e seu parâmetro ( $\theta$ ) pode assumir valor inferior, igual ou superior à unidade. Para  $\theta < 1$ , o conhecimento aumenta a geração de novas tecnologias, mas não o suficiente para aumentar mais que proporcionalmente o estoque já existente. A partir da equação (44), tem-se a equação (45), que mostra o ponto no qual a taxa de crescimento de  $g_A(t)$  é zero (ROMER, 2012). Assim:

$$g_A^*(t) = \frac{\gamma}{\theta - 1} n \quad (45)$$

A equação (45) indica que, independentemente das condições iniciais da economia, a taxa de crescimento da tecnologia tende a zero. Além disso, indica que o crescimento populacional sustenta o crescimento do produto por trabalhador, mas a fração de trabalho empregado em P&D ( $a_L$ ) não afeta o crescimento de longo prazo. A Figura 6 ilustra o comportamento da taxa de crescimento da tecnologia, dados os valores iniciais do estoque de tecnologia e número de trabalhadores. Se  $g_A(0)$  for menor que  $g_A^*$ , a taxa de crescimento é positiva; caso contrário, negativa. Quando  $g_A$  é igual a  $g_A^*$ , a economia atinge o caminho de crescimento do conhecimento balanceado, no qual o produto por trabalhador e a tecnologia crescem à taxa fixa  $g_A$ . Assim, a taxa de crescimento de longo prazo do produto por trabalhador ( $g_A^*$ ) é determinada endogenamente no modelo pela taxa da variável exógena progresso tecnológico. Apesar disso, não quer dizer que países que apresentem taxas de crescimento populacional elevadas tenham aumento significativo da renda, mas somente que o crescimento populacional mundial elevado aumenta a renda mundial (ROMER, 2012).

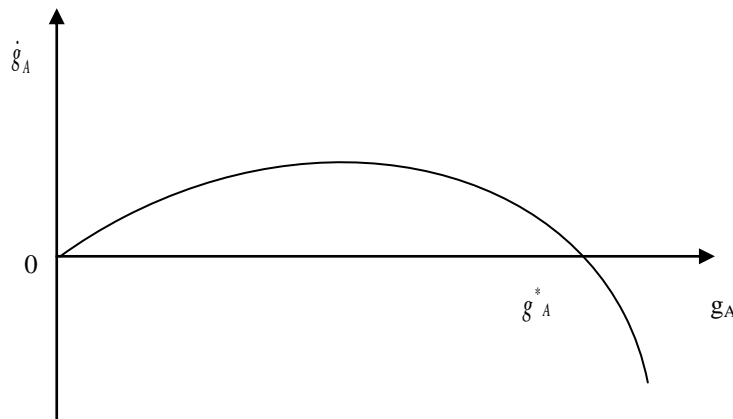


Figura 6 - Dinâmica da taxa de crescimento de conhecimentos quando  $\theta < 1$ .  
Fonte: ROMER, 2012.

Para o caso em que  $\theta$  (efeitos do estoque de conhecimentos) seja maior que a unidade, a produção de novos conhecimentos aumenta mais que proporcionalmente ao estoque que já existe. Nesse caso, a taxa de crescimento da tecnologia é sempre crescente para qualquer valor de  $g_A$  e dada pela equação (44):

$$\dot{g}_A = \gamma n g_A + (\theta - 1) g_A^2$$

A Figura 7 indica o caminho de crescimento sempre crescente da economia e que aumentos rápidos em  $g_A$  elevam mais rapidamente sua taxa de crescimento. Além disso, diferentemente do modelo anterior, o aumento na fração de trabalho empregado em P&D ( $a_L$ ) afeta o comportamento da taxa de crescimento de tecnologia.

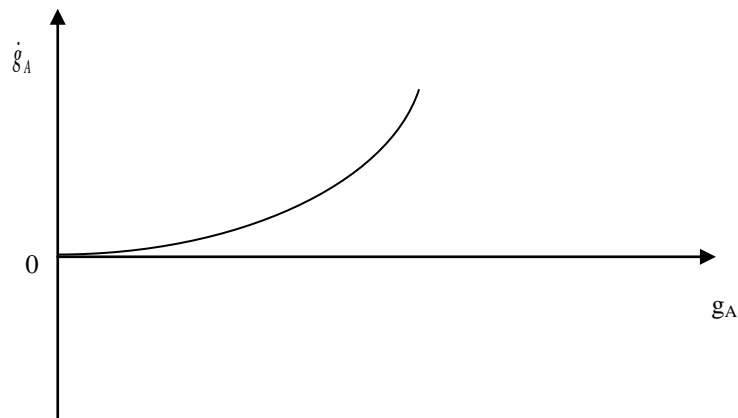


Figura 7 - Dinâmica da taxa de crescimento de conhecimentos quando  $\theta > 1$ .  
Fonte: ROMER, 2012.

Finalmente, para o caso em que  $\theta$  é igual à unidade, a produção de novos conhecimentos é proporcional ao estoque já existente. As expressões (43) e (44) podem ser escritas como:

$$g_A(t) = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = B a_L^\gamma L(t)^\gamma \quad (46)$$

$$\dot{g}_A(t) = \gamma n g_A(t) \quad (47)$$

Nesse caso, se o crescimento populacional é positivo,  $g_A$  é crescente no tempo. Se esse crescimento ou  $\gamma$  for zero, a taxa de crescimento da tecnologia é constante, independentemente do estoque inicial, e não haverá o ajustamento para o caminho equilibrado de crescimento (Figura 8). Não importando o estoque de conhecimentos, a economia exibirá crescimento estável. Além disso, a taxa de crescimento do conhecimento, do produto e do produto por trabalhador será igual (equação 46) e a fração de trabalho utilizado na produção

de conhecimento ( $a_L$ ) afeta a taxa de crescimento de longo prazo da economia (ROMER, 2012).

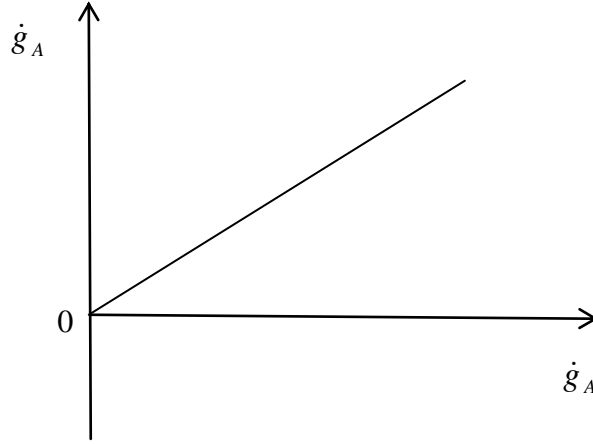


Figura 8 - Dinâmica da taxa de crescimento de conhecimentos quando  $\theta = 1$  e  $n > 0$ .  
Fonte: ROMER, 2012.

### 2.4.2 Modelo de Crescimento Endógeno Dinâmico com Capital

Reintroduzindo o capital no modelo (ROMER, 2012), tem-se que verificar o seu comportamento em relação ao crescimento da tecnologia. Nesse modelo, têm-se duas variáveis de estoque endógenas (A e K). Agora, substituindo a equação (37) na (39), tem-se:

$$\dot{K}(t) = s(1 - a_K)^\alpha (1 - a_L)^{1-\alpha} K(t)^\alpha A(t)^{1-\alpha} L(t)^{1-\alpha} \quad (48)$$

Dividindo ambos os lados por  $K(t)$  e definindo  $c_K = s(1 - a_K)^\alpha (1 - a_L)^{1-\alpha}$ , tem-se:

$$g_K(t) = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = c_K \left[ \frac{A(t)L(t)}{K(t)} \right]^{1-\alpha} \quad (49)$$

Tomando o logaritmo e diferenciando em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1 - \alpha)[g_A(t) + n - g_K(t)] \quad (50)$$

A expressão (50) mostra que, dado que  $g_K$  é sempre positiva (equações 37 e 38), a taxa de crescimento do capital estará aumentando se  $g_A(t) + n - g_K(t)$  for positivo; declinando, se negativo; e constante, se for zero. A Figura 9 ilustra a dinâmica da taxa de crescimento do capital no modelo. Quando a taxa de crescimento do capital no tempo é zero, a taxa de crescimento do conhecimento é igual à taxa de crescimento da população ( $n$ ). Se a taxa de crescimento do capital no tempo é menor que zero,  $g_K$  tende para zero e vice-versa.

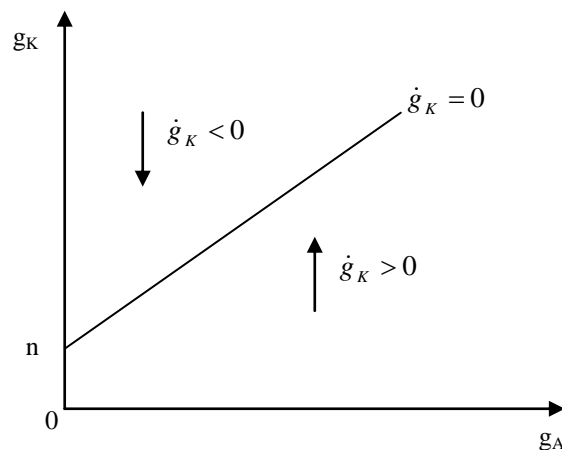


Figura 9 - Dinâmica da taxa de crescimento do capital.  
Fonte: ROMER, 2012.

Seguindo o mesmo caminho, é interessante, agora, verificar a dinâmica da taxa de crescimento do conhecimento quando o modelo já inclui a variável capital. Para isso, parte-se da equação (38), dividindo-a pelo termo  $A(t)$ , e, assim, tem-se a taxa de crescimento de  $A$ , dada por:

$$g_A(t) = c_A K^\beta L^\gamma A^{\theta-1} \quad (51)$$

em que  $c_A = B a_K^\beta a_L^\gamma$ .

Note-se que essa equação é parecida com a equação (43), porém é acrescentada a variável capital. Tomando o logaritmo dessa equação e diferenciando em relação ao tempo, tem-se o comportamento da taxa de crescimento do conhecimento no tempo, sendo dado por:

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = \beta g_K(t) + \gamma n + (\theta - 1)g_A(t) \quad (52)$$

Essa equação indica que se  $\beta g_K + \gamma n + (\theta - 1)g_A$  é positivo,  $g_A$  estará aumentando; constante se for zero e declinando se for negativo. A Figura 10 ilustra o comportamento da taxa de crescimento do conhecimento na presença do capital para o caso em que  $\theta$  é menor que 1 (inclinação positiva). Em quaisquer pontos ao longo da curva, sua taxa de crescimento no tempo é zero. Note-se, agora, que o termo de intercepto é negativo, sendo a taxa de crescimento populacional reduzida pelo termo  $\gamma/\beta$ , e sua inclinação é  $(1-\theta)/\beta$ . Se a taxa de crescimento do conhecimento no tempo é maior que zero, ela estará em queda e tenderá a zero. O inverso também é verdadeiro.

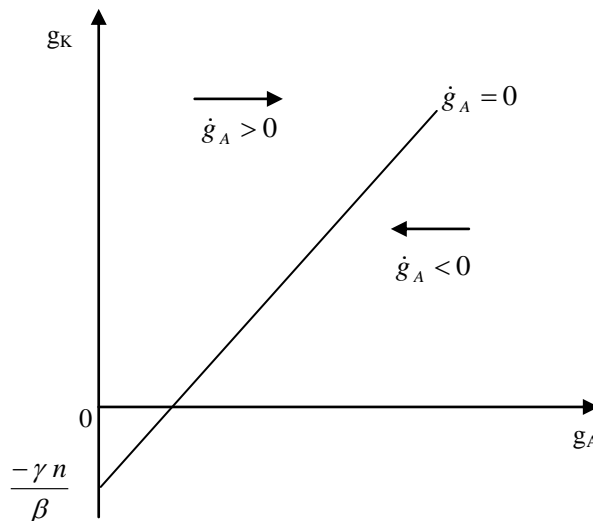


Figura 10 - Dinâmica da taxa de crescimento do conhecimento.  
 Fonte: ROMER, 2012.

Observando a equação (37), verifica-se que a função de produção de bens exibe retornos constantes à escala nos dois fatores (capital e conhecimento). Os retornos à escala desses fatores dependerão de suas taxas de retornos na função de produção de conhecimentos (equação 38), que é dado por  $(\beta+\theta)^{26}$ . Assim, o comportamento da economia dependerá desses parâmetros<sup>27</sup>. É importante verificar os casos em que  $(\beta+\theta)$  seja menor que a unidade (retorno decrescente à escala) e igual à unidade (constante à escala); este último com a taxa de crescimento populacional igual a zero (nesse caso,  $L$  é constante). Os casos de  $(\beta+\theta)$  maior que 1 (retorno crescente à escala) ou igual à unidade (constante à escala), mas com  $n$  maior que zero ( $L$  aumenta no tempo), têm efeitos similares ao do modelo de crescimento endógeno sem capital com  $\theta$  maior que a unidade, como mostrado na Figura 4.

No primeiro caso, quando  $(\beta+\theta)$  é menor que a unidade, a inclinação da curva da taxa de crescimento no tempo do conhecimento, dado por  $[(1-\theta)/\beta]$ , é maior que a unidade e mais inclinada que a curva da taxa de crescimento do capital no tempo, dado por  $(1-\alpha)$ <sup>28</sup>. A Figura 11 ilustra o caso em que  $(\beta+\theta)$  é menor que a unidade. Valores iniciais de  $g_A$  e  $g_K$  são determinados pelos parâmetros do modelo e pelos valores iniciais de  $A$ ,  $K$  e  $L$ . Além disso, as curvas das taxas de crescimento no tempo de  $A$  e  $K$  se cruzam no ponto  $E$  e ambas são iguais a zero. Nesse ponto, as coordenadas cartesianas são  $g_A^*$  e  $g_K^*$  e devem satisfazer as seguintes condições:

<sup>26</sup> O incremento de  $z$  nos fatores de produção capital ou conhecimento fará que a taxa de crescimento no tempo dessas variáveis aumente em  $z^{\beta+\theta}$ .

<sup>27</sup> Acrescentando  $X$  nos termos  $K$  e  $A$  na equação (18), então  $\dot{A}(t)$  aumentará em  $X^{\beta+\theta}$ .

$$g_A^* + n - g_K^* = 0 \quad (53)$$

$$\beta g_K^* + \gamma n + (\theta - 1)g_A^* = 0 \quad (54)$$

Reescrevendo a equação (54) em termos de  $g_A^*$  e substituindo em (44), tem-se:

$$\beta g_A^* + (\beta + \gamma)n + (\theta - 1)g_A^* = 0$$

$$g_A^* = \frac{\beta + \gamma}{1 - (\theta + \beta)} n \quad (55)$$

Da equação (53), tem-se que:

$$g_K^* = g_A^* + n$$

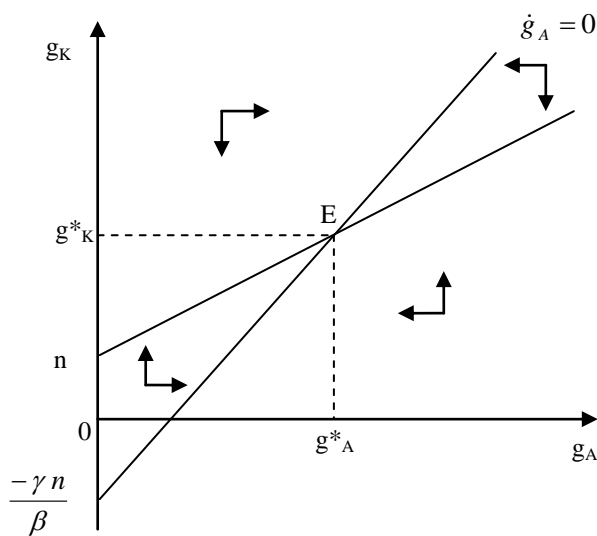


Figura 11 - Dinâmica da taxa de crescimento do capital e do conhecimento quando  $\beta + \theta < 1$ .  
Fonte: ROMER, 2012.

Da equação (37), tem-se que se  $A$  e  $K$  estão aumentando a essas taxas; então, a produção estará crescendo à taxa  $g_K^*$  e o produto por trabalhador, à taxa  $g_A^*$ . Assim, a taxa de crescimento de longo prazo da economia é endógena e função crescente do crescimento populacional (sendo zero se o crescimento populacional é zero). Além disso, as frações da força de trabalho e do capital empregados em P&D não afetam o crescimento de longo prazo ou a taxa de poupança.

No segundo caso, quando  $(\beta + \theta)$  é igual a 1 e a taxa de crescimento populacional ( $n$ ) é igual a 0, tem-se que a taxa de crescimento do capital no tempo ( $\dot{g}_K$ ), dada pela equação (38)<sup>29</sup>, é igual a 0. Além disso, a partir dessas pressuposições à taxa de crescimento do

<sup>28</sup> Essas demonstrações algébricas são mostradas no Apêndice A.

<sup>29</sup> Fazendo as manipulações algébricas na equação (53), tem-se:  $g_K = g_A + n$ .

conhecimento no tempo ( $\dot{g}_A$ ), dada pela equação (43)<sup>30</sup>, é igual a zero. O segundo caso implica que  $g_K$  é igual a  $g_A$ . A Figura 12 ilustra a dinâmica das taxas de crescimento no tempo do capital e do conhecimento com essas pressuposições. Nesse caso, como as taxas de crescimento são iguais, são plotadas sobre a mesma linha com inclinação de 45° e a economia estará no caminho de crescimento equilibrado, com  $g_K$  e  $g_A$  constantes<sup>31</sup>.

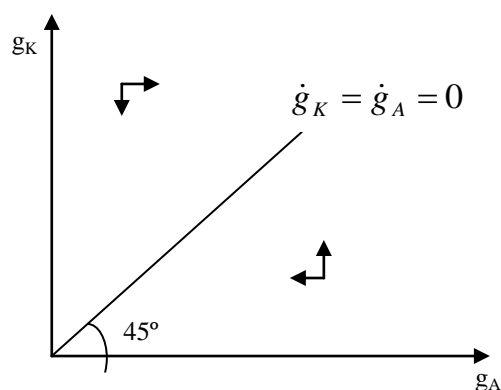


Figura 12 - Dinâmica da taxa de crescimento do capital e do conhecimento quando  $(\beta + \theta) > n$  e  $n > 0$ .  
 Fonte: ROMER, 2012.

<sup>30</sup> Fazendo as manipulações algébricas na equação (54), tem-se:  $g_K = -\left(\frac{\gamma n}{\beta}\right) + \left[\left(\frac{1 - \theta}{\beta}\right)\right] g_A$

<sup>31</sup> No caso de  $\theta = 1$  e  $n = 0$ , a economia teria um único caminho de crescimento equilibrado para dado conjunto de parâmetros. Porém, como variações nas frações de trabalho e capital utilizados em P&D envolvem mudanças de recursos entre produção de bens e P&D, pode ocorrer efeito ambíguo no crescimento de longo prazo. Como esse não é o foco, o trabalho não irá aprofundar nessa hipótese.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1 Modelo de Crescimento AK com Gasto Público Econômico e Social

A modelagem segue a proposta de Barro (1990) e utilizada por Fedderke *et al.* (2006), mas acrescenta a variável investimento público em infraestrutura social. A economia é fechada, tem apenas um setor produtivo e o governo financia suas compras com imposto fixo e segue o preceito de orçamento equilibrado, mas agora deverá decidir quanto alocar em infraestrutura produtiva ( $G_e$ ) e em social ( $G_s$ ). Assim:

$$G = G_e + G_s = \frac{g}{y} Y \quad (56)$$

Sendo  $\tau$  a parcela do gasto do governo em infraestrutura social e dado o orçamento equilibrado, tem-se:

$$\frac{g}{y} = (1 - \tau) \frac{g}{y} + \tau \frac{g}{y} \quad 0 < \tau < 1 \quad (57)$$

A função de produção (equação 28) é, agora, modificada, pois se introduz a alocação de recursos públicos em infraestruturas econômica e social. Os gastos públicos sociais, como escolas, hospitais, creches, praças etc., têm efeito positivo sobre a produtividade do trabalhador e, por isso, a mesma elasticidade desse fator de produção. Já a parcela do gasto público em infraestrutura econômica, como rodovias, ferrovias, portos, aeroportos etc., afeta diretamente a produtividade do capital, aumentando o retorno e os lucros empresariais. Por essa razão, essa parcela tem a mesma elasticidade do fator de produção capital. Assim, a nova função de produção é dada por:

$$y = A \tau^\alpha (1 - \tau)^{1-\alpha} g k^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad A > 0 \quad (58)$$

As famílias buscarão maximizar sua utilidade<sup>32</sup> (equação 21) escolhendo consumo e capital futuro (investimento). Essas são, portanto, as variáveis de controle das famílias. A variável de estado que é predeterminada em cada período é o estoque de capital disponível. O consumo pode ser alterado no tempo em função da elasticidade de substituição de consumo intertemporal, dado pela expressão  $\left(\frac{1}{\sigma}\right)$ . Quanto maior a magnitude dessa elasticidade, mais dispostas as famílias estarão em trocar consumo presente por consumo futuro (alta

---

<sup>32</sup> A arrecadação do governo é assumida ser um imposto do tipo *Lump-Sum*; assim, o Primeiro Teorema do Bem-Estar é válido e pode-se utilizar o problema do planejador social para encontrar as alocações Pareto-Ótimas. Como não existe heterogeneidade nesse modelo, as alocações encontradas serão as alocações de equilíbrio competitivo.

elasticidade) graças a um aumento da taxa de juros. Desse modo, aumentando o investimento em capital futuro, a equação do movimento do capital é dada por:

$$\dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n + \delta)k \quad (59)$$

Utilizando novamente a técnica hamiltoniana e impondo o orçamento equilibrado do governo, a taxa de crescimento de SS (equação 31) é modificada, sendo dada por:

$$\gamma = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{g}}{g} = \frac{1}{\sigma} \left[ (1-\alpha)A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - (\delta + \rho) \right] = 0 \quad (60)$$

Sabendo que, em SS, a taxa de crescimento das variáveis é zero, pode-se verificar, a partir da equação (60), o estoque de capital necessário para a economia atingir esse ponto de equilíbrio, bem como o produto total da economia. Assim, tem-se:

$$k_{SS} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad (61)$$

$$y_{SS} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad (62)$$

A partir da equação (60), podem-se analisar, em *Steady State* (SS), os efeitos do aumento do gasto público em infraestrutura social ( $\tau$ ) no capital ( $k^{SS}$ ). A equação (63) mostra que, dado que a elasticidade-renda do trabalho ( $\alpha$ ) e o gasto público em infraestrutura social ( $\tau$ ) são valores positivos e entre 0 e 1, os dois primeiros termos dessa equação são sempre positivos, e, assim, os efeitos do aumento de  $\tau$ , em SS, dependerão da própria parcela dos gastos alocados no social ( $\tau$ ) e da elasticidade-renda do trabalho. Se a elasticidade-renda do trabalho for maior que a parcela do gasto público investida no social, o efeito é positivo, indicando que o aumento de  $\tau$  pode elevar o produto marginal do trabalho (PMgL) e fazendo que, em módulo, seu efeito seja maior que a perda da produtividade marginal do capital (PMgK), dado que o governo aloca mais recursos em infraestrutura social (pelo orçamento equilibrado, reduz os investimentos em infraestrutura econômica). Caso a elasticidade-renda do trabalho seja menor que  $\tau$ , o efeito é negativo, indicando sentido inverso. Finalmente, quando ambos são iguais, isso significa que o efeito é nulo.

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha - \tau}{(1-\tau)} \right]$$

$$\text{Casos: } \begin{cases} \text{Caso 1: se: } \alpha > \tau \Rightarrow \frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} > 0 \\ \text{Caso 2: se: } \alpha < \tau \Rightarrow \frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} < 0 \\ \text{Caso 3: se: } \alpha = \tau \Rightarrow \frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = 0 \end{cases} \quad (63)$$

Outro procedimento importante é verificar os efeitos do aumento de  $\tau$  no produto da economia, em SS (equação 62). A equação (64) mostra que o aumento de  $\tau$  pode ter efeito ambíguo no produto, em SS, semelhante ao que ocorreu com o capital. A análise é semelhante e mostra que, se a elasticidade-renda do trabalho for maior que a parcela gasta pelo setor público no social, o aumento em  $\tau$  afetaria o PMgL, elevando o produto em magnitude maior que a perda da PMgK decorrente de menor parcela de gasto público em infraestrutura econômica.

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha - \tau}{\alpha(1-\tau)} \right]$$

$$\text{Casos: } \begin{cases} \text{Caso 1: } \alpha > \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} > 0 \\ \text{Caso 2: } \alpha < \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} < 0 \\ \text{Caso 3: } \alpha = \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = 0 \end{cases} \quad (64)$$

Cabe ressaltar que a modificação na função de produção não altera o sentido do efeito do gasto público no produto em SS, mas somente altera a magnitude, pois, agora, esse gasto é alocado em infraestrutura econômica e social. Assim, tem-se:

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial g} = A^{\frac{1}{\alpha}} \frac{1}{\alpha} g^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} > 0 \quad (65)$$

Nesse sentido, pode-se traçar o diagrama de fases e verificar as trajetórias convergentes e divergentes, bem como análises de curto prazo e o equilíbrio competitivo de longo prazo. Em SS, a taxa de crescimento do consumo, dada pela equação (60), pode ser rearranjada como:

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ \left( (1-\alpha)A \tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - \delta \right) - \rho \right] = 0$$

A Figura 13 mostra o digrama de fases de transição das funções consumo e capital, ambos *per capita* no tempo, quando o governo tem que decidir a alocação em infraestrutura econômica e social. O diagrama é dividido em quatro fases, e as setas indicam os possíveis movimentos das duas variáveis no tempo (conforme feito na Figura 4). Considerando-se apenas a função consumo, em SS, a taxa de crescimento no tempo desta variável é zero e, a partir da equação (60), é possível obter o estoque de capital ( $k^{SS}$ ) necessário para se atingir esse estágio de crescimento (dado que a elasticidade de substituição de consumo intertemporal  $\frac{1}{\sigma}$  é maior que zero). Se o estoque de capital estiver abaixo desse patamar, a taxa de crescimento do consumo é positiva, pois as famílias estariam dispostas a consumir menor parcela da renda em detrimento da poupança (taxa de juro alta), que aumentaria o estoque de capital na economia ( $S = I$ ). De maneira inversa, se o estoque de capital estiver acima de  $k^{SS}$ , a taxa de crescimento do consumo no tempo seria menor que zero. Esses movimentos são indicados pelas duas setas para cima antes de  $k^{SS}$  e mais duas para baixo após esse nível de capital.

O movimento do capital pode ser obtido partindo-se de SS. Da equação (60) tem-se que, em SS, a taxa de crescimento do capital é zero. Assim, a equação do estoque de capital pode ser analisada como o produto ( $y$ ) menos o consumo e o gasto do governo ( $g$ ), ambos *per capita*, divididos pela soma da depreciação do capital ( $\delta$ ) e do crescimento populacional ( $n$ ). A parábola com concavidade para baixo mostra o caminho no qual a taxa de crescimento do capital é igual a zero. Quando o estoque de capital estiver abaixo desses valores (abaixo da parábola), a taxa de depreciação do capital é baixa, fazendo que a taxa de crescimento do capital seja maior que zero. Além disso, com o estoque de capital baixo, a taxa de juro tende a ser elevada, fazendo que as famílias poupem uma parcela maior da renda e, com isso, reduzindo o consumo. De forma análoga, se o estoque de capital estiver acima da parábola, a taxa de crescimento será negativa. As setas abaixo da parábola no sentido da esquerda para a direita indicam que, quando o estoque de capital estiver abaixo da parábola, a taxa de crescimento deste no tempo é positivo. Já acima, a taxa é negativa e indicada pelas setas no sentido da direita para a esquerda. A linha tracejada e com setas indicativas mostra o único caminho convergente, que fará que a economia atinja SS (Figura 13).

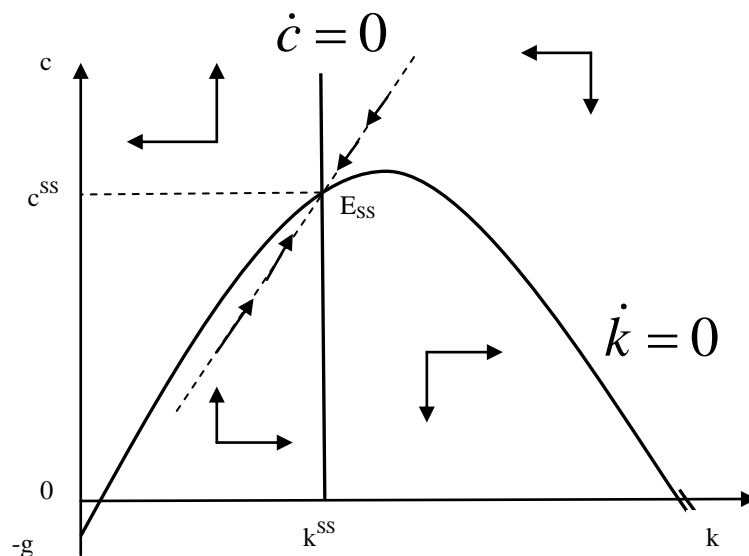


Figura 13 - Diagrama de fases do consumo e do capital, ambos *per capita*, com gastos em infraestrutura econômica e social.

Fonte: Elaborado pelo autor.

A partir do conhecimento da trajetória convergente para SS, podem-se fazer alguns experimentos teóricos que indicarão o comportamento da Economia no curto prazo na ocorrência de choques exógenos. Como o principal interesse desta pesquisa é verificar o efeito dos gastos públicos em infraestrutura econômica e social na taxa de crescimento do produto, podem-se verificar os efeitos sobre o produto, através do consumo e do capital, quando se aumenta a parcela dos gastos públicos em infraestrutura social ( $\tau$ ), mantendo-se constante o gasto do governo ( $g$ ) e também quando aumenta o tamanho do governo ( $g$ ), mantendo-se constante a parcela do gasto no social ( $\tau$ ).

### 3.1.1 Experimentos Teóricos com Choques Exógenos

#### 3.1.1.1 Aumento do Gasto Público em Infraestrutura Social, Mantendo-se Constante o Gasto do Governo

No primeiro experimento teórico que é o aumento do gasto público em infraestrutura social ( $\tau$ ), a partir da equação (63) verifica-se que podem ocorrer três diferentes casos que são o aumento, redução ou manutenção do estoque de capital *per capita*. No primeiro caso, a elevação de  $\tau$  afeta positivamente  $k$ , fazendo que este aumente no tempo. Isso é explicado pelo fato de o gasto na infraestrutura social elevar a produtividade do trabalho, de modo que essa produtividade seja maior que a parcela dos gastos públicos no social ( $\alpha > \tau$ ). Além disso, o aumento da produtividade do trabalho é mais que suficiente para compensar a redução dos gastos públicos em infraestrutura econômica, dado que o governo tem os gastos equilibrados.

Como as famílias consomem uma parcela da renda, o efeito do aumento no gasto em infraestrutura social aumenta a renda (equação 64) e o consumo, deslocando para a direita o nível de  $k$ , em que a taxa de crescimento do consumo no tempo é zero. Já em relação ao capital *per capita*, a parábola que mostra os pontos em que a taxa de crescimento no tempo é zero é afetada positivamente, deslocando-se para cima (Figura 14).

Barro e Sala-I-Martin (2004) mostraram que, no longo prazo, a Economia que estava no ponto  $E_0$  (SS) caminhará para o novo equilíbrio de SS no ponto  $E_1$ . Porém, no curto prazo podem ocorrer três situações diferentes, que dependerão da elasticidade de substituição de consumo intertemporal  $\left(\frac{1}{\sigma}\right)$ , dado pela equação (60). Assim, o comportamento da Economia no curto prazo é mostrado pelo braço estável (*Stable Arm*). Se essa elasticidade for alta ( $\sigma$  é pequeno), a economia caminhará de  $E_0$  para  $A_1$ . Nesse caso, os consumidores não se importarão com expressivas oscilações do consumo no tempo e optaram em consumir pouco quando o estoque de capital é baixo. Dado que o produto se elevou com o aumento da parcela dos gastos do governo em infraestrutura social, mantendo-se constante o gasto do governo e que o consumo se reduz, haverá aumento significativo da poupança e do investimento. Além disso, a taxa de juro da poupança é elevada em função do baixo estoque de capital inicial ( $S = I$ ). Com maior poupança, a taxa de investimento inicial é alta e a economia se aproxima rapidamente de SS (Figura 14).

Outra maneira de ver esse fato é analisando os efeitos renda e substituição do consumidor. Partindo de um estoque de capital *per capita* abaixo de  $K_1$  ( $E_1$ ), o PMgK deste será maior do que em  $E_1$  e, nesse caso, à medida que o estoque de capital for aumentando, a taxa de juro que está elevada (menor estoque de capital) cairá gradativamente. Para o consumidor, o efeito renda será a redução do consumo presente e o aumento da poupança visando maior consumo futuro, dada a elevada taxa de juro inicial. Já o efeito substituição será o inverso, dado que a taxa de juro está em queda, ele aumentará o consumo presente. Como mostrado na Figura 14, dado que  $\tau$  afeta positivamente o produto, o efeito renda será maior que o efeito substituição. Cabe ressaltar ainda que, quanto maior for essa diferença, mais o braço estável se aproximará da função do capital e, caso contrário, da função consumo (Figura 14).

De maneira inversa, quando a elasticidade substituição do consumo intertemporal for baixa ( $\sigma$  é grande), os consumidores inicialmente aumentam o consumo no tempo e, assim, poupança e investimento são baixos. Nesse caso, a Economia caminhará de  $E_0$  para  $A_1$  e se

aproxima de SS lentamente. Por último, a elasticidade substituição pode ser tal que a Economia caminhe de  $E_0$  para  $E_1$ , sem grandes alterações em consumo e investimento no tempo (Figura 14).

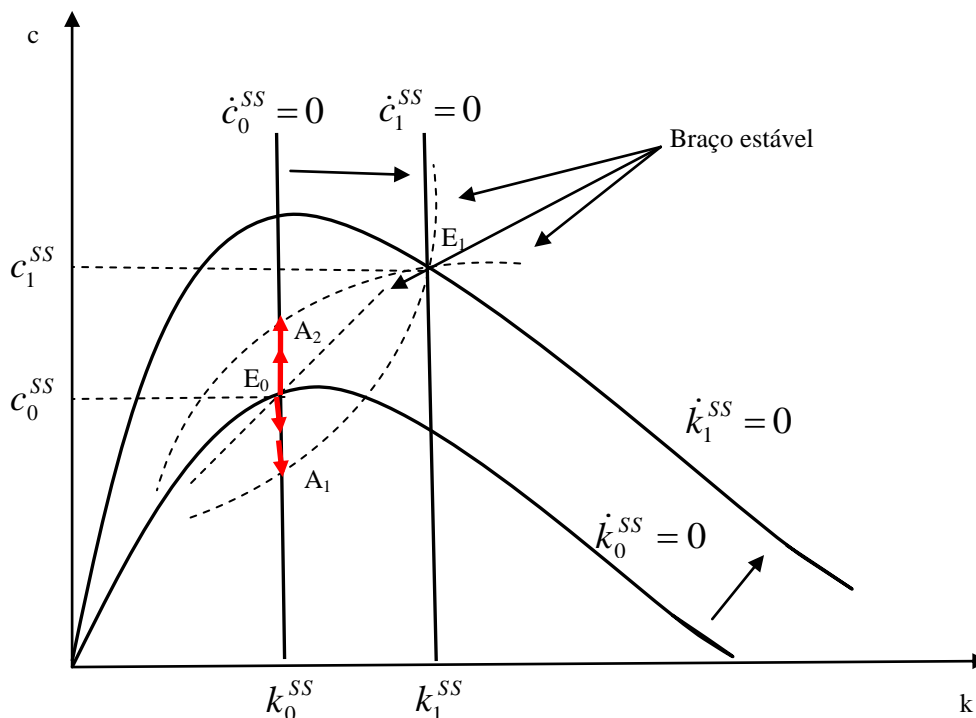


Figura 14 - Diagrama de fases do consumo e do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social e mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 1).

Fonte: Elaborado pelo autor.

O segundo caso (equação 63) indica que, quando a parcela dos gastos públicos em infraestrutura social aumenta, afeta negativamente o capital e o produto, ambos *per capita* (equação 63). Nesse caso, o aumento da produtividade do trabalho decorrente de maiores gastos com o social não é suficiente para compensar a perda de ganho da produtividade do capital, em função da redução dos gastos públicos em infraestrutura econômica (dado o orçamento equilibrado). Novamente, a Economia que estava no ponto  $E_0$  (SS) caminhará para o novo equilíbrio de SS no ponto  $E_1$  e, no curto prazo, também poderão ocorrer três situações diferentes em função da elasticidade de substituição de consumo intertemporal  $\left(\frac{1}{\sigma}\right)$ , dado pela equação (60).

Conforme Barro e Sala-I-Martin (2004), se essa elasticidade for alta ( $\sigma$  é pequeno), a economia caminhará de  $E_0$  para  $A_2$ . Nesse caso, os consumidores importaram-se com oscilações no consumo no tempo e optaram em consumir mais quando o estoque de capital é

alto (taxa de juro baixa). Dado que o produto reduziu-se com o aumento da parcela dos gastos do governo em infraestrutura social, mantendo constante o gasto do governo e que o consumo se elevou, haverá redução significativa da poupança e do investimento. Com menor poupança, a taxa de investimento inicial é baixa, e a economia se aproxima lentamente de SS. De maneira inversa, quando a elasticidade substituição do consumo intertemporal for baixa ( $\sigma$  é grande), os consumidores inicialmente reduzem o consumo no tempo e, assim, poupança e investimento elevam. Nesse caso, a Economia caminhará de  $E_0$  para  $A_1$  e se aproxima de SS rapidamente. Por último, a elasticidade substituição pode ser tal que a Economia caminhe de  $E_0$  para  $E_1$ , sem grandes alterações no consumo e no investimento no tempo (Figura 15).

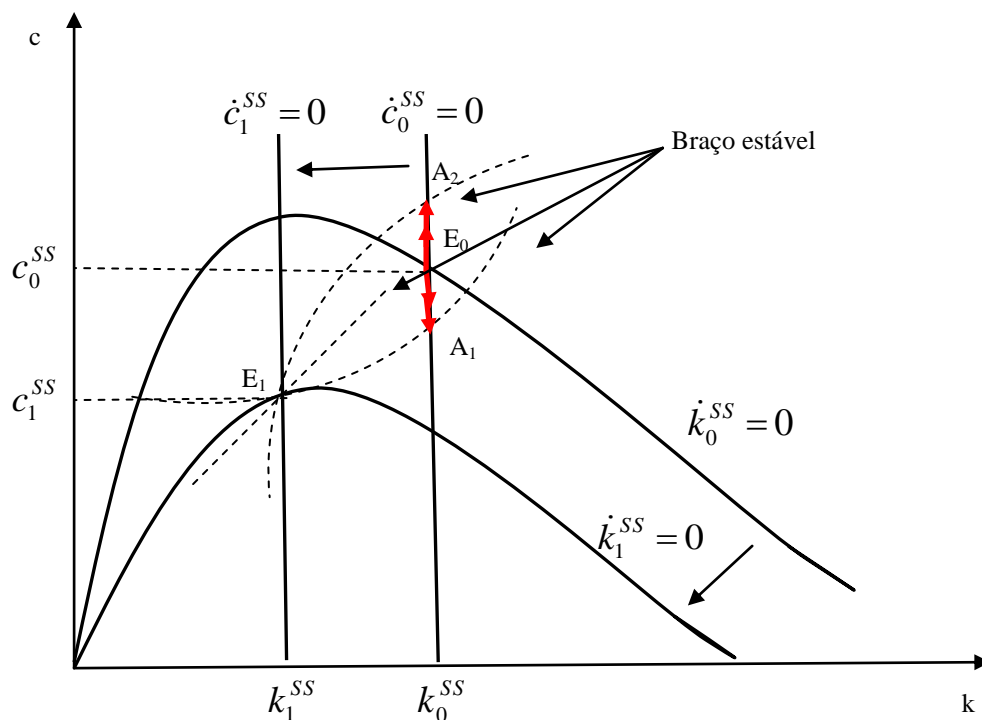


Figura 15 - Diagrama de fases do consumo e do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social e mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 2).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Finalmente, o último caso é quando o aumento da parcela dos gastos públicos em infraestrutura social não afeta o capital e o produto (equações 63 e 64). Nesse caso, o diagrama de fases é o mesmo mostrado na Figura 13.

### 3.1.1.2 Aumento do Gasto Público em Infraestrutura, Mantendo-se Constante a Parcela do Gasto Social

O segundo experimento teórico é o aumento do gasto do governo, mantendo-se constante as parcelas gastas em infraestrutura econômica  $(1 - \tau)$  e social  $(\tau)$ . Novamente, para entender o comportamento de curto e longo prazos da Economia, pode-se recorrer às equações (59) e (60). O aumento do gasto do governo afeta positivamente o capital *per capita* (equação 60), fazendo que aumente o estoque de capital necessário para que a taxa de crescimento do consumo *per capita* seja zero (SS). Haverá, então, o deslocamento paralelo dessa curva para a direita. Como mostrado anteriormente, quando o estoque de capital estiver acima do novo patamar, a taxa de crescimento do consumo no tempo é menor que zero. Caso contrário, essa taxa de crescimento será maior que zero para estoque de capital *per capita* abaixo do novo patamar. Para analisar o comportamento do capital no tempo novamente o ponto de partida é a equação (59). Tendo em vista que a taxa de crescimento no tempo do capital é zero (pontos sobre a parábola), tem-se o consumo em SS, dado por:

$$c^{SS} = A \tau^\alpha (1 - \tau)^{1-\alpha} g k^{1-\alpha} - g - (\delta + n)k \quad (66)$$

Sendo  $k$  constante (em SS), pode-se obter o ponto no qual uma parábola cruza a outra, tomando-se a derivada do consumo em relação ao gasto do governo (ambos *per capita*). Assim, tem-se:

$$\frac{\partial c^{SS}}{\partial g} = A \tau^\alpha (1 - \tau)^{1-\alpha} k^{1-\alpha} - 1 > 0 \quad (67)$$

No longo prazo, o equilíbrio de SS se desloca de  $E_0$  para  $E_1$ , e a economia terá novos valores para o consumo e o capital *per capita*. No curto prazo, se a elasticidade de substituição de consumo intertemporal for alta, as famílias aceitarão consumo *per capita* menor, saindo do ponto  $E_0$  para  $A_1$ . Nesse caso, dado que o produto é afetado positivamente pelo aumento dos gastos do governo (efeito renda), a redução do consumo das famílias aumenta a poupança (efeito substituição). Esse fato se justifica, pois com menor estoque de capital inicial a taxa de juro tenderá a subir para atrair maior nível de poupança. Com maior poupança, o investimento aumenta e a economia atingirá SS mais rapidamente. Caso a elasticidade seja baixa, o consumo *per capita* se elevará, reduzindo a taxa de poupança e de investimento. A Economia sai de  $E_0$  para  $A_2$  e atinge SS mais lentamente (Figura 16).

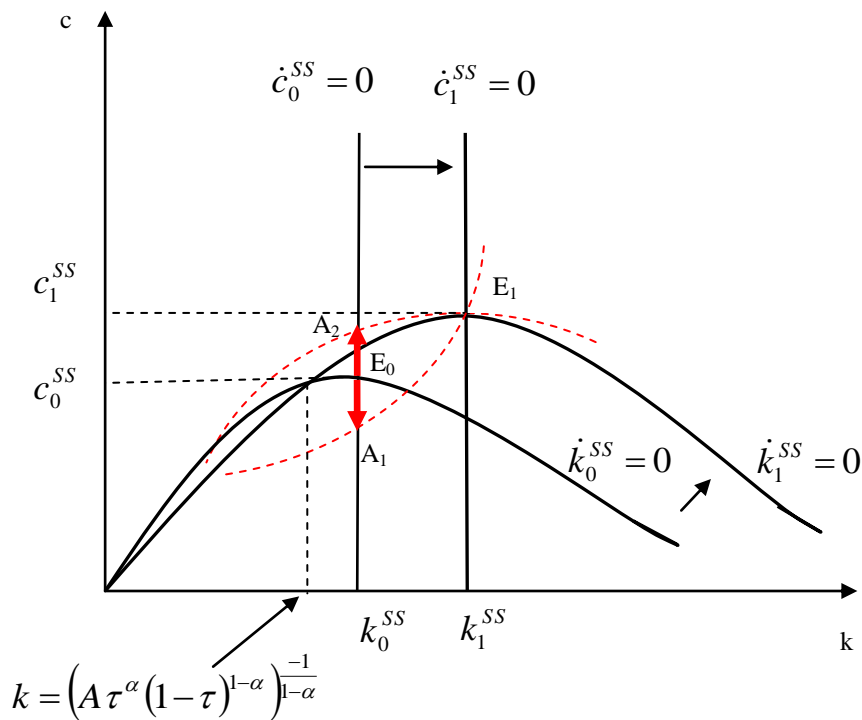


Figura 16 - Diagrama de fases do consumo e do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público, mantendo-se constantes a parcela de gastos em infraestrutura social.

Fonte: Elaborado pelo autor.

\* Caso em que  $A \tau^\alpha (1 - \tau)^{1-\alpha} k^{1-\alpha} > 1$ .

Esses dois experimentos indicam que a economia poderá caminhar para um novo equilíbrio competitivo (SS) na ocorrência de choques externos, podendo ficar em patamar maior, menor ou até mesmo permanecer no mesmo ponto. O que irá definir o novo patamar serão a elasticidade-renda do trabalho e a parcela gasta em infraestrutura social. Além disso, os experimentos mostram que a economia poderá caminhar mais rápida ou lentamente para o novo equilíbrio em função da elasticidade de substituição de consumo intertemporal.

Assim, sendo mostrado que as alocações em infraestrutura econômica e social podem afetar a taxa de crescimento do produto de diversas maneiras, este estudo utiliza dois modelos empíricos para verificar o crescimento econômico brasileiro diante dos investimentos nessas áreas. O primeiro é o Método Recursivo (Programação Dinâmica) e o segundo, um modelo econométrico que utiliza a metodologia de séries temporais.

### 3.2 Métodos Recursivos (Programação Dinâmica)

O método recursivo procura explicar os fenômenos econômicos agregados, como o crescimento da economia e os choques exógenos, como efeitos de políticas fiscais e monetárias e o ciclo de negócios. A característica fundamental desse método é que as

explicações para flutuações macroeconômicas são derivadas de princípios microfundamentados. Assim, no sistema de troca dos agentes são consideradas as preferências individuais, as alocações factíveis e as restrições de recursos para explicar o comportamento da economia no curto e no longo prazo. O equilíbrio de mercado ocorre com ajustes em preços e quantidades.

Kydland e Prescott (1982), utilizando o modelo de equilíbrio geral, pesquisaram o crescimento econômico e o Ciclo Real de Negócios, explicando as oscilações cíclicas das variáveis econômicas nos EUA, com dados trimestrais do pós-Segunda Guerra. O agente representativo de vida infinita tem função utilidade que admite maior substituição intertemporal de consumo e lazer. Além disso, vários períodos são necessários para construir novos bens de capital, os quais, quando acabados, são parte do estoque de capital produtivo. No modelo, os componentes estocásticos exógenas são a tecnologia e os indicadores imperfeitos de produtividade, e estes diferem na sua persistência. Utilizando o pressuposto de que, na ausência de externalidade, o equilíbrio competitivo é Pareto-Ótimo, esses autores encontraram SS e fizeram aproximações com equilíbrio computacional.

Segundo Cooley (1995), a calibração<sup>33</sup> é o procedimento de mapeamento do equilíbrio competitivo que exibe certas propriedades, tal como o crescimento balanceado na teoria do ciclo de negócios. Encontrar o equilíbrio significa resolver o problema de otimização enfrentado pelo agente representativo e pelas empresas, determinando o caminho de equilíbrio do consumo, do investimento e do produto da economia.

Tendo encontrado a taxa de crescimento do capital e do consumo<sup>34</sup>, bem como o PIB e o estoque de capital, todos *per capita* (equações 59, 60, 61 e 62) em SS, podem-se utilizar a calibração e métodos computacionais para verificar o comportamento da economia brasileira, através do diagrama de fase<sup>35</sup>. O método escolhido é a calibração de parâmetros das equações (58) e (60). Esses parâmetros a serem calibrados são apresentados na Tabela 7. O ano escolhido para calibração é o 2013. Este ano se justifica por ser o mais recente e com disponibilidade de dados. Vale ressaltar que, apesar de a calibração utilizar as contas nacionais brasileiras de 2013, a calibração dos parâmetros é robusta a outros períodos e a

---

<sup>33</sup> Além da calibração, podem-se utilizar outros métodos estatísticos, entre os quais se podem citar: Momentos, Máximo Verossimilhança e Bayesiano.

<sup>34</sup> A condição de transversalidade é mostrada na equação (60), no Apêndice A.

<sup>35</sup> O Diagrama de fases mostra a trajetória das variáveis de interesse no curto e no longo prazo e não utiliza o método de aproximação linear. Caso a aproximação seja utilizada, é necessário analisar a matriz jacobiana e a consistência dos resultados.

análise dos resultados do modelo deve ser feita para *Steady State* (PARENTE; PRESCOTT, 1994).

Tabela 7 - Parâmetros a serem calibrados no método recursivo para a economia brasileira

Nº	Descrição dos parâmetros	Simbologia
1	Participação do trabalho <i>per capita</i> no produto <i>per capita</i> (%)	$\alpha$
2	Participação do capital <i>per capita</i> no produto <i>per capita</i> (%)	$(1 - \alpha)$
3	Estoque de capital real <i>per capita</i>	$k$
4	PIB real <i>per capita</i>	$y$
5	Gasto do governo <i>per capita</i>	$g$
6	Parcela do gasto do governo com infraestrutura social (%)	$\tau$
7	Parcela do gasto do governo com infraestrutura econômica (%)	$(1 - \tau)$
8	Produtividade Total dos Fatores – PTF	$A$
9	Depreciação do estoque de capital real no tempo (%)	$\delta$
10	Elasticidade substituição do consumo intertemporal	$\sigma$
11	Taxa de desconto intertemporal de consumo presente e futuro	$\rho$
12	Taxa de crescimento da população brasileira (%)	$n$

Fonte: Resultados do modelo da pesquisa.

O algoritmo computacional utilizado neste trabalho foi a iteração da equação funcional de Bellman. Esse método foi escolhido porque ele permite que as alocações e os preços de equilíbrio sejam resolvidos como funções da variável de estado (estoque de capital). Assim, o resultado não é apresentado apenas como uma aproximação em torno do estado estacionário, sendo essa a maior vantagem desse método. O algoritmo computacional utilizado requer três passos: 1º) O modelo é reescrito em programação dinâmica; 2º) Com o problema escrito de forma recursiva, discretizar o *grid* de capital *per capita*; e 3º) Iterar a equação funcional de Bellman (LJUNQVIST; SARGENT, 2000).

No primeiro passo, utilizando o fato de que as alocações de equilíbrio geral são ótimas no sentido de Pareto, a equação funcional de Bellman<sup>36</sup> é escrita como um problema do Planejador Social. Assim, tem-se:

$$V(k) = \max_{\{c, k'\}} \left\{ u \left( \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta} \right) + \beta V(k') \right\} \quad (68)$$

$$s.a. \quad k' - k = A \tau^\alpha (1 - \tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n + \delta)k \quad (69)$$

$$c \geq 0; k' \geq 0 \quad (70)$$

em que  $V$  é função de otimalidade de Bellman<sup>37</sup> e  $k'$ , estoque de capital futuro.

<sup>36</sup> O princípio de otimalidade de Bellman é a estratégia ótima (consumo presente e capital futuro), segundo a qual, a despeito das decisões tomadas para se atingir um estado particular em determinado estágio, as decisões restantes a partir deste estado devem constituir uma estratégia ótima (BELLMAN, 1957).

<sup>37</sup> As hipóteses referentes ao agente e a firma, ambos representativos continuam as mesmas da seção anterior.

O problema é, então, escrito de forma discreta, já que, computacionalmente, o Matlab trabalha as soluções como matrizes<sup>38</sup>. A solução do problema são funções políticas ótimas para consumo e capital futuro e, assim,  $c = f(k)$  e  $k' = g(k)$ . A equação (69) é a restrição de recursos dessa economia e a (70), a restrição de não negatividade das variáveis de controle (LJUNQVIST; SARGENT, 2000).

No segundo passo, o nível de capital *per capita* é a única variável de estado do problema e, assim, é necessário fazer o *grid* de possibilidades para o nível desse capital. Esse *grid* foi construído com 4.001 pontos equidistantes com nível de capital *per capita* mínimo igual a 10 e máximo igual a 50. A quantidade de pontos no *grid* é escolhida de modo subjetivo, porém deve-se observar: 1) Quanto menor o número de pontos no *grid*, menos suave será a curva formatada e, portanto, mais distante da verdadeira; e 2) Quanto maior o número de pontos, maior o custo computacional, em termos de tempo. A Figura 1B (APÊNDICE B) mostra o *tradeoff* computacional que surge na escolha do *grid* do capital, a fim de obter a função política ótima para o capital futuro (LJUNQVIST; SARGENT, 2000).

No terceiro passo, com os parâmetros calibrados e com o *grid* do capital, utiliza-se o fato de que o problema descrito no passo 1 satisfaz as condições do Teorema de Blackwell<sup>39</sup> e, portanto, é uma contração de módulo  $\beta < 1$ . Assim, pelo Teorema do Ponto Fixo de Banach<sup>40</sup>, a solução do mapeamento descrita pelo problema ( $V^* = TV^*$ ), a função  $V^*$ , existe e é única. Além do mais, a sequência definida por  $V_{n+1} = TV_n$  converge para  $V^*$ , independentemente do chute inicial  $V_0$  (STOKEY et al., 1989). Desse modo, escolhe-se uma função inicial  $V_0$  e o programa Matlab itera a função até que esta convirja. A função inicial escolhida foi uma função linear e o nível de tolerância escolhido para a convergência, de  $10^{-7}$ .

### 3.3 Metodologia de Série Temporal

Além de simulações, pode-se analisar o comportamento das variáveis utilizando a metodologia de séries temporais. Essas séries são o conjunto de observações sequenciais (dados numéricos) de determinada variável ao longo do tempo e, geralmente, em intervalos uniformes. Essas séries podem conter componentes determinísticos e estocásticos. A primeira

---

<sup>38</sup> No software Matlab, o tempo é discreto e, então, transforma a taxa de desconto intertemporal de consumo presente e futuro ( $\rho$ ) em fator de desconto ( $\beta$ ), em que:  $\beta = \left( \frac{1}{1+\rho} \right)$ .

<sup>39</sup> O teorema de Blackwell mostra as condições de existência da contração de uma sequência. Para maiores detalhes, ver Ljungqvist e Sargent (2000).

parcela é composta por: Tendência, que capta elementos de longo prazo relacionados com a série; Ciclo, ondas longas, mais ou menos regulares, em torno da linha de tendência; e Sazonalidade, os padrões regulares da série. O segundo componente é composto pelo termo Aleatório, que capta todos os efeitos que não foram incorporados na série pela parcela determinística e é denominado resíduo. Assim, tem-se:

$$y_t = \underbrace{a + b x_t}_{\text{Determinístico}} + \underbrace{\varepsilon_t}_{\text{Estocástico}} \quad (71)$$

A série  $y_t$  pode conter ou não o componente determinístico, o que a caracteriza é o fato de não se poder determinar, *a priori*, o valor que esta assumirá, pois em sua formação contém o componente aleatório e é proveniente de alguma distribuição de probabilidade. Além disso, essas séries podem ser estacionárias ou não estacionárias. No primeiro caso, diz-se que a série converge para determinado valor ou flutua em torno da mesma média ao longo do tempo e, no segundo, a série diverge ou tem a raiz unitária. O componente aleatório também deve flutuar em torno de sua média, e assume-se que esse seja independente e identicamente distribuído (iid). Se a distribuição for a Normal, tem-se:

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2) \quad (72)$$

O primeiro procedimento é analisar a estacionaridade da série e, para isso, este estudo utiliza os testes Dickey-Fuller Aumentado – ADF (DICKEY; FULLER, 1979), Phillips e Perron (1988) e Kwiatkowski – Phillips – Schmidt – Shin (KWIATKOWSKI *et al.*, 1992). Se a série for estacionária, pode-se estimar o Modelo de Vetor Autorregressivo (VAR) que busca analisar as relações intertemporais entre as variáveis da série após um choque estrutural, e, para isso, definem-se restrições entre as equações e são usadas na identificação dos parâmetros estruturais do VAR. O VAR consiste no sistema de equações em que cada variável desse sistema é função do valor presente da própria variável e das demais e de seus valores defasados no tempo, além do termo de erro. O sistema pode conter, ainda, tendências determinísticas e variáveis exógenas (ENDERS, 1995).

Segundo Bueno (2011), o modelo VAR estrutural de ordem  $p$  (VAR  $p$ ) com  $n$  variáveis endógenas  $X_t$  e conectadas entre si pela matriz  $A$  pode ser expresso como:

$$AX_t = B_0 + \sum_{i=1}^p B_i X_{t-i} + B\varepsilon_t \quad (73)$$

em que  $A$  é a matriz  $n \times n$  de restrições contemporâneas entre as variáveis;  $X$ , vetor de

---

<sup>40</sup> O teorema do ponto fixo de Banach mostra o ponto de convergência da sequência. Ver Ljunqvist e Sargent (2000).

variáveis  $n \times 1$ ;  $B_0$ , vetor  $n \times 1$  de constantes;  $B_i$ , matriz de parâmetros  $n \times n$ ;  $B$ , matriz diagonal  $n \times n$  dos desvios-padrão;  $\varepsilon$ , vetor  $n \times 1$  de perturbações aleatórias não correlacionadas entre si contemporânea ou temporalmente; e  $t$ , tempo. A equação (73) expressa as relações entre as variáveis endógenas, frequentemente estruturadas de um modelo teórico econômico, e, por isso, é chamada de forma estrutural. Assim, os choques em  $\varepsilon_t$  são, também, chamados de estrutural, pois afetam individualmente cada uma das variáveis endógenas. Em razão da endogeneidade do modelo estrutural, este é estimado em sua forma reduzida e dado por:

$$X_t = A^{-1} B_0 + \sum_{i=1}^p A^{-1} B_i X_{t-i} + A^{-1} B \varepsilon_t \quad \therefore \quad (74)$$

$$X_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + e_t$$

em que  $\phi_i = A^{-1} B_i \quad i = 0, 1, 2, \dots, p$  e  $B \varepsilon_t = A e_t$ .

Utilizando o modelo bivariado de ordem 1, tem-se:

$$\begin{aligned} y_t &= b_{10} - a_{12} z_t + b_{11} y_{t-1} + b_{12} z_{t-1} + \sigma_y \varepsilon_{yt} \\ z_t &= b_{20} - a_{21} y_t + b_{21} y_{t-1} + b_{22} z_{t-1} + \sigma_z \varepsilon_{zt} \end{aligned} \quad (75)$$

No modelo, as variáveis são mutuamente influenciadas uma sobre as outras contemporaneamente e, também, pelos seus valores defasados. Assim, o modelo não pode ser estimado diretamente, pois as variáveis explicadas contemporâneas são individualmente correlacionadas com os respectivos erros aleatórios. Assim, cada variável depende contemporaneamente da outra (efeito *feedback*). O objetivo do VAR é solucionar esse problema e encontrar as relações intertemporais entre as variáveis de estudo na ocorrência de choques estruturais. Assumem-se três hipóteses: as séries são estacionárias; os erros aleatórios das séries aproximam-se do Ruído Branco (RB) com média zero e variância constante igual a 1; e esses erros são ortogonais –  $\text{cov}(\varepsilon_{yt}, \varepsilon_{zt}) = 0$  (BUENO, 2011).

A forma reduzida da equação (74) é dada aplicando o operador de defasagem; assim, tem-se:

$$Ae_t = B\varepsilon_t \quad (76)$$

A condição de estabilidade da equação (76) é ter os autovalores de  $(I - \phi_1 L)$  fora do círculo unitário (raízes do polinômio característico maiores que a unidade), em que o efeito de um choque desaparece ao longo do tempo, e a série volta à sua condição de equilíbrio. A equação (76) pode ser estimada, já que os erros transformados ( $e_t$ ) não são correlacionados com os regressores, não são correlacionados (ortogonais), média zero, mas são

contemporaneamente correlacionados entre si. O estimador de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) pode ser utilizado em cada equação individualmente e fornece estimativas consistentes e assintoticamente eficientes. No caso de o erro ter distribuição normal, as estimativas serão iguais às do método de máxima verossimilhança. Apesar disso, Bueno (2011) alerta que, mesmo estimando o modelo VAR na forma reduzida, é preciso recuperar os parâmetros estruturais, pois com estes, adequadamente especificados, é possível identificar políticas econômicas que resultem de acordo com o esperado.

Se as séries forem estacionárias, pode-se estimar o modelo VAR; caso contrário, deve-se verificar se essas séries têm comportamento comum, e ajusta-se o modelo VEC (que será tratado na próxima seção). O modelo VAR (p) com variáveis exógenas é dado por:

$$X_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^p \phi_i X_{t-i} + GZ_t + e_t \quad (77)$$

em que G é a matriz n x g de coeficientes e Z, vetor g x 1 de variáveis exógenas. Caso as séries não sejam estacionárias e não tenham trajetória comum, pode-se estimar o VAR em diferença, mas esse procedimento leva à perda de algumas de suas características.

A especificação<sup>41</sup> do modelo não é tarefa fácil, pois a defasagem necessária para obter resíduos brancos para a primeira variável não é a mesma para as demais, e a regra é utilizar tantas defasagens quanto necessárias para obtenção dessa característica do resíduo em todas as variáveis endógenas. Além disso, elevado número de defasagem torna o modelo ainda mais complexo, pois se estimam muitos coeficientes cruzados e reduzem o poder do teste estatístico. A alternativa para solucionar esse problema é utilizar os critérios de informações. Segundo Margarido (2014), a introdução de número suficiente de defasagens é necessária para se obterem resíduos estacionários, e a quantidade a ser utilizada é fornecida pelos critérios de informação de Akaike (AIC), Schwartz (SC) e Hanna-Quinn (HQ).

Bueno (2011) comentou a dificuldade de se obterem os resíduos estacionários em todas as variáveis endógenas, já que há probabilidade elevada de que a autocorrelação de determinada variável seja diferente de zero, mesmo com alto número de defasagens. Mas esse autor alerta que, se usar elevado número de defasagem, reduz o poder do teste ao estimar muitos coeficientes cruzados.

Segundo Lütkepohl e Krätzig (2004), a determinação do número de defasagens do VAR pode ser estabelecida por critérios de seleção, que buscam o melhor balanceamento

---

<sup>41</sup> Apesar de se concentrar no caso de variáveis estacionárias, cabe ressaltar que Sims (1980) e Sims *et al.* (1990) admitem variáveis estacionárias e não estacionárias na modelagem VAR, pois se buscam suas inter-relações. Para Bueno (2011), esse fato ainda é controverso e sujeito às necessidades da pesquisa.

entre o ajuste do modelo e a parcimônia, em termos de número de parâmetros. São baseados no valor máximo da função de verossimilhança e afetados por adições de novos parâmetros. Para esses autores, se o tamanho da amostra (T) for superior ou igual a 16, a relação entre critérios é dada por:

$$\hat{p}(SC) \leq \hat{p}(HQ) \leq \hat{p}(AIC) \quad (78)$$

em que  $\hat{p}$  é o número de defasagens que devem ser incluídas na equação de teste. Nesse caso, o critério de SC é mais parcimonioso, o que leva a um processo autorregressivo com menor número de defasagens.

### 3.3.1 Função Impulso – Resposta (FIR)

A função impulso-resposta (FIR) calcula os efeitos, a partir de choques exógenos em uma variável no período t, nesta mesma variável e nas demais nos períodos seguintes. Esses choques podem ser de uma unidade da variável, de um desvio-padrão ou de outros valores definidos. Normalmente, toma-se o logaritmo das variáveis, pois, assim, os valores da FIR podem ser interpretados como elasticidades. Porém, pode existir correlação contemporânea entre os termos de erro, o que impediria a obtenção dos valores líquidos dos choques em cada variável. Para contornar esse problema, pode-se diagonalizar (ortogonalizar) a matriz de variância e covariância desse termo e obter o erro ortogonal. Além disso, o modelo VAR não permite identificar todos os parâmetros da forma estrutural e, por isso, devem-se impor restrições (BUENO, 2011).

Uma das sugestões de Sims (1980) foi impor que alguns coeficientes fossem iguais a 0 a partir de argumentos econômicos. Generalizada a proposta para um vetor de n variáveis endógenas, pode-se utilizar a decomposição de Cholesky para obter uma matriz triangular, de modo que se imponham  $\frac{n^2 - n}{2}$  restrições na matriz de covariância de dimensão n x n. O problema dessa imposição é a ordenação *ad hoc* das variáveis no sistema, mesmo que atribuída a argumentos econômicos, mas diferentes ordenações geram diferentes imposições. Bueno (2011) considerou o VAR (1) bivariado (equação 75) para mostrar esse efeito. Assim, tem-se:

$$X_t = \bar{X} + \sum_{i=0}^{\infty} \Phi_1^i e_{t-i} = \bar{X} + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\Phi_1^i}{1 - a_{12}a_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_y \varepsilon_{yt-1} \\ \sigma_z \varepsilon_{zt-1} \end{bmatrix} \quad (79)$$

em que  $\bar{X} = (I - \Phi_1)^{-1} \Phi_0$  é a média de longo prazo.

Definindo a matriz  $\Psi_i$  como:

$$\Psi_i = \frac{\Phi_1^i}{1 - a_{12} a_{21}} \begin{bmatrix} 1 & -a_{12} \\ -a_{21} & 1 \end{bmatrix} \quad (80)$$

tem-se 
$$X_t = \bar{X} + \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i B \varepsilon_{t-1} = \bar{X} + \sum_{i=0}^{\infty} \begin{bmatrix} \psi_{i,11} & \psi_{i,12} \\ \psi_{i,21} & \psi_{i,22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_y \varepsilon_{yt-1} \\ \sigma_z \varepsilon_{zt-1} \end{bmatrix} \quad (81)$$

Pela decomposição de Cholesky, assume-se que o termo  $a_{12}$  é igual a 0 e, assim, têm-se os erros ortogonalizados. Deve-se observar que a imposição do termo  $a_{12}$  igual a 0 implica que o choque em  $z_t$  não tem efeito contemporâneo em  $y_t$ , por construção da hipótese de identificação.

### 3.3.2 Decomposição da Variância

A análise complementar à FIR é a decomposição da variância do erro de previsão. Segundo Zivot e Wang (2005), essa decomposição mostra a porcentagem da variância do erro de previsão decorrente de cada variável endógena ao longo do horizonte de previsão. Para Diebold (2004), a FIR e essa decomposição apresentam a mesma informação, mas são apresentadas graficamente de maneira diferente. Após obter o valor esperado para a variável e o choque inesperado de cada equação, essa decomposição mensura a variância do erro de previsão do VAR na forma de médias móveis – VMA ( $\infty$ ). Considerando a equação (81) na forma matricial, com erros ortogonais e com  $h$  períodos à frente, tem-se:

$$X_{t+h} = \bar{X} + \sum_{i=0}^{\infty} \Psi_i B \varepsilon_{t+h-i} \quad (82)$$

O cálculo do erro de previsão é dado por:

$$X_{t+h} - E_t(X_{t+h}) = \sum_{i=0}^{h-1} \Psi_i B \varepsilon_{t+h-i} \quad (83)$$

Considerando somente  $y_t$  da equação (75), o erro de previsão dessa variável é dado por:

$$y_{t+h} - E_t(y_{t+h}) = \psi_{0,11} \varepsilon_{yt+h} + \psi_{1,11} \varepsilon_{yt+h-1} + \dots + \psi_{h-1,11} \varepsilon_{yt+1} + \psi_{0,12} \varepsilon_{zt+h} + \psi_{1,12} \varepsilon_{zt+h-1} + \dots + \psi_{h-1,12} \varepsilon_{zt+1} \quad (84)$$

Dado que os erros não são correlacionados, a variância do erro de previsão desta variável é dada por:

$$\sigma_y^2(h) = \sigma_y^2(\psi_{0,11}^2 + \psi_{1,11}^2 + \dots + \psi_{h-1,11}^2) + \sigma_z^2(\psi_{0,12}^2 + \psi_{1,12}^2 + \dots + \psi_{h-1,12}^2) \quad (85)$$

A contribuição de cada variável para a variância do erro de previsão  $h$  períodos à frente de  $y$  é dada por cada termo de (84). Segundo Lütkepohl e Krätzig (2004), pode-se obter

a contribuição percentual de cada variável, fazendo a manipulação algébrica, que é dividir ambos os lados de (84) por  $\sigma_y^2(h)$ . Assim, tem-se:

$$1 = \frac{\sigma_y^2(\psi_{0,11}^2 + \psi_{1,11}^2 + \dots + \psi_{h-1,11}^2)}{\sigma_y^2(h)} + \frac{\sigma_z^2(\psi_{0,12}^2 + \psi_{1,12}^2 + \dots + \psi_{h-1,12}^2)}{\sigma_y^2(h)} \quad (86)$$

Essa decomposição da variância, de modo geral, é apresentada em tabela e mostra a porcentagem do erro de previsão da variável atribuída a ela e a cada uma das outras do sistema em h períodos à frente após um choque. Além desse percentual, pode-se detectar alguma relação de causalidade, mostrando que mudanças em determinada variável podem afetar outras ao longo de certo período de tempo. Assim, é importante analisar não só o percentual citado, mas também se este varia ao longo do tempo e se o período de tempo em que uma pode explicar a outra.

### 3.3.3 Teste de Causalidade (Granger Causality)

O teste de causalidade no sentido de Granger (1969) é baseado na ideia de que valores passados da variável y permite prever o comportamento da variável z. No sentido estatístico, não significa que uma variável é resultante do efeito de outra, mas que precede a outra. Trata-se de um teste de precedência temporal. Conforme Bueno (2011), utilizando a equação (75), estima-se:

$$z_t = b_{20} + \sum_{i=1}^p b_{i,21} y_{t-i} + \sum_{i=1}^p b_{i,22} z_{t-i} + e_{2t} \quad (87)$$

Utilizando o teste F, pode-se verificar se y não precede z com a hipótese nula dada por:

$$\begin{aligned} H_0 : b_{1,21} = b_{2,21} = \dots = b_{p,21} = 0 \\ H_1 : b_{i,21} \neq 0 \quad \forall i = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (88)$$

A estatística de teste é dada por:

$$S_1 = \frac{\frac{(e_r^2 - e_u^2)}{e_u^2}}{T - 2p - 1} \rightarrow F(p, T - 2p - 1) \quad (89)$$

em que r é restrito e u, não restrito. Se a estatística de teste for maior que F (5%), rejeita-se  $H_0$  de que y não Granger causa z. Deve-se fazer o mesmo teste, mas, agora, com a variável explicada y.

### 3.3.4 Análise de Cointegração

A não estacionaridade da série temporal é devida à tendência estocástica e, do ponto de vista econométrico, gera regressões espúrias que não permitem a utilização da teoria assintótica para estimação e inferência. Assim, mesmo se o tamanho da amostra for relativamente grande, o estimador de MQO será inconsistente, e os testes t e F não serão válidos. Para contornar esse problema, é necessário verificar se essas séries têm trajetórias interligadas no tempo e possa haver relação de equilíbrio de longo prazo, denominada relação de cointegração. A ocorrência desse equilíbrio tem implicações no curto prazo e deverá ter algum mecanismo de correção que influencia o comportamento de curto prazo, de modo a garantir a relação de equilíbrio no longo prazo.

Segundo Engle e Granger (1987), os elementos do vetor  $X_t$   $n \times 1$  são ditos cointegrados de ordem  $(d,b)$  e denotados por  $X_t \sim CI(d,b)$ , se todos os elementos de  $X_t$  são integrados de ordem  $d$ , denominado  $I(d)$ , e existe um vetor não nulo  $\beta$ , tal que:

$$u_t = X_t' \beta \sim I(d-b), \quad b > 0 \quad (90)$$

O vetor  $\beta$  é denominado vetor de cointegração, e a combinação linear deve ser integrada de ordem menor que  $d$ . Dito de outra maneira, sendo:

$$\begin{aligned} Y_{1t} &\sim I(d), Y_{2t} \sim I(d), \dots, Y_{kt} \sim I(d) \\ \text{Serão } CI(d,b) \text{ se:} \\ Z_t &= a_1 Y_{1t} + a_2 Y_{2t} + \dots + a_k Y_{kt} \sim I(d-b) \\ \text{sendo: } a &= [a_1, a_2, \dots, a_k] \rightarrow \text{vetor de cointegração} \end{aligned} \quad (91)$$

Para a Economia, os casos de interesse são quando a combinação linear é estacionária  $-I(0)$ . Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} a) Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{kt} &\sim CI(d,d) \text{ se:} \\ Z_t &= a_1 Y_{1t} + a_2 Y_{2t} + \dots + a_k Y_{kt} \sim I(d-d) \\ Z_t &\sim I(0) \\ b) Y_{1t}, Y_{2t}, \dots, Y_{kt} &\sim CI(1,1) \text{ se:} \\ Z_t &= a_1 Y_{1t} + a_2 Y_{2t} + \dots + a_k Y_{kt} \sim I(1-1) \\ Z_t &\sim I(0) \end{aligned} \quad (92)$$

Sendo  $Y_t \sim I(1)$ ,  $X_t \sim I(1)$  e  $Z_t \sim I(1)$  e tendo a relação  $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \beta_2 Z_t$ , o desvio pode ser representado por  $\varepsilon_t = Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t - \beta_2 Z_t$ . Haverá significado econômico se  $\varepsilon_t$  for estacionário e seus desvios flutuarem em torno da média, isto é,  $\varepsilon_t \sim I(0)$  e  $E(\varepsilon_t) = 0$  e o vetor

de cointegração<sup>42</sup> será dado por  $\beta = [1 - \beta_0 - \beta_1 - \beta_2]$ . Esse vetor assegura o equilíbrio de longo prazo entre as séries, porém podem existir várias combinações lineares estacionárias resultantes da existência de diversos vetores de cointegração e que dependem do número de variáveis envolvidas. Assim, deve-se identificar o número de vetores para a correta aplicação prática e modelagem. Para o caso de k variáveis, todas de mesma ordem de integração – I(d) e sendo  $\varepsilon_t \sim I(0)$ , com o vetor de cointegração  $\beta = [1 - \beta_1 - \beta_2 \dots - \beta_k]$ , então existirá até k-1 vetores de cointegração linearmente independentes, os quais representam relações de equilíbrio de longo prazo entre as variáveis. O número de vetores linearmente independentes é denominado *rank* de cointegração (r), e, para k variáveis de mesma ordem de integração, tem-se:  $1 \leq r \leq k - 1$ .

### 3.3.5 Modelo Vetor de Correção de Erros – VEC

O modelo VAR com variáveis não estacionárias, mas diferenciáveis, pode levar à perda de algumas de suas características. Assim, se as variáveis são cointegradas existirá uma ou mais relações de equilíbrio de longo prazo entre elas, havendo no curto prazo desequilíbrios constantemente corrigidos pelo termo de erro. Tomando a equação (74), sem *drift*, em nível e sem a constante, tem-se:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \varepsilon_t$$

e p é de tal ordem que os resíduos são não autocorrelacionados entre si ou de acordo como o critério de Schwarz. Aplicando o operador de defasagem nesse modelo, tem-se:

$$\begin{aligned} [1 - (\phi_1 L + \phi_2 L^2 + \dots + \phi_p L^p)] X_t &= \varepsilon_t \\ \phi(L) X_t &= \varepsilon_t \end{aligned} \tag{93}$$

Assim, o polinômio característico de  $\phi(L)$  é dado por:

$$\phi(Z) = I - \sum_{i=1}^p \phi_i Z^i \tag{94}$$

em que Z é uma matriz diagonal com n elementos. O termo  $\phi(Z)$  ajuda a determinar se existem raiz unitária e quantidade de vetores de cointegração a partir do seu posto e, para que haja estacionaridade, todos os autovalores da matriz  $\phi$  devem estar fora do círculo unitário. Se o determinante de uma matriz é nulo, seu posto<sup>43</sup> não é pleno (número de linhas ou colunas

<sup>42</sup> Como o coeficiente da primeira variável endógena é igual a 1, diz-se que o vetor está normalizado em relação a essa variável e é de expressiva importância nos estudos econômicos.

<sup>43</sup> Se  $|\phi(I)| = 0 \Rightarrow \text{posto}(\phi) < n$  para a matriz quadrada, seu posto é pleno.

linearmente independentes) e, nesse caso, a série tem uma raiz unitária. Assim,  $\phi(Z)$  pode ser fatorada em:

$$\phi(Z) = (I - Z)(I - \lambda_1 Z)(I - \lambda_2 Z) \dots (I - \lambda_{p-1} Z) \quad (95)$$

A partir dos conhecimentos da álgebra linear de que a matriz qualquer  $A$  de dimensão  $r \times n$  tem  $\text{posto}(A) \leq \min[r, n]$  e a matriz quadrada  $r \times r$  possui posto  $r$ , tem-se o teorema de Granger, que diz que, se  $|\phi(Z)| = 0$ , isso implica que  $Z \geq 1$  e  $0 < \text{posto}(\phi) = r < n$  e, então, existem as matrizes  $\alpha$  e  $\beta$  de dimensão  $n \times r$ , tal que  $\phi = \alpha\beta'$ , em que  $\beta$  é a matriz de cointegração e  $\alpha$ , a matriz de ajustamento. A partir disso, pode-se formular o modelo vetor de correção de erros pela manipulação algébrica da equação  $\phi(L)X_t = e_t$ . Admitindo o VAR(3)  $X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3}$  e generalizando para o VAR(p), tem-se:

$$\Delta X_t = \phi_p X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Lambda_i \Delta X_{t-i} + e_t \quad (96)$$

em que  $\Lambda_i = -\sum_{j=1+i}^{p-1} \phi_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, p-1$ , se houver raiz unitária  $\phi(I) = 0$ , de modo que  $\phi = \alpha\beta'$ . O modelo tem esse nome, pois, tendo a cointegração, explica  $\Delta X_t$  pelo componente de curto e longo prazos, sendo  $\sum_{i=1}^{p-1} \Lambda_i \Delta X_{t-i}$  e  $\phi X_{t-1}$ , respectivamente.

Johansen (1988) propôs o método para avaliar se há presença de cointegração na forma do VEC. O teste propõe definir o posto da matriz  $\phi$  e estimar os vetores de cointegração contidos na matriz  $\beta$  na estimação do VEC. Para identificar  $\alpha$  e  $\beta$ , estabelece-se a normalização dos vetores de cointegração, restringindo as possibilidades que estas matrizes possam assumir. Esse VAR transformado é denominado VAR Reparametrizado. Introduzindo variáveis determinísticas ao modelo, pois os valores críticos dependem dessas variáveis e serão parte integrante do vetor de cointegração, tem-se:

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + \dots + \phi_p X_{t-p} + \delta' d_t + \varepsilon_t$$

em que  $d_t = [1, t]$  é o vetor com variáveis determinísticas (*dummies* sazonais etc.) e  $\delta$ , matriz de coeficientes de dimensão compatível com  $d_t$ . Reparametrizando, tem-se:

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Lambda_i \Delta X_{t-i} + \delta' d_t + \varepsilon_t \quad (97)$$

em que  $\Lambda = -\sum_{j=1+i}^p \phi_j$  e  $\Pi = -\left(I - \sum_{i=1}^p \phi_i\right)$ . Para o sistema ser estacionário, o termo  $\Pi Y_{t-1}$  deve

apresentar combinações lineares que sejam estacionárias, já que, por definição, os demais termos já o são. Para as variáveis serem cointegradas, as linhas de  $\Pi$  não podem ser todas linearmente independentes e, assim,  $\Pi$  deve ser singular (determinante igual a zero) para que seu posto<sup>44</sup> seja menor que  $k$ . Nesse caso, a matriz  $\Pi$   $k \times k$  pode ser expressa como  $\Pi_{k \times k} = \alpha_{k \times r} \beta'_{r \times k}$  e a equação (97), reescrita como:

$$\Delta X_t = \sum_{j=i+1}^p \Lambda_j + \alpha \beta' X_{t-1} + \varepsilon_t \quad (98)$$

Johansen (1988) propôs testar o número de raízes características diferentes de zero na matriz  $\Pi$  e que correspondem ao número de relações e vetores de cointegração entre as variáveis. Os testes do traço e da raiz característica máxima são baseados na estimação por máxima verossimilhança com restrição.

### a) Teste do Traço

Testa-se a hipótese da existência de  $r_0$  vetores de cointegração e, para isso, considera como hipótese nula ( $H_0$ ) a existência de  $r_0$  raízes características diferentes de zero. Assim, tem-se  $H_0 : r = r_0$   $H_1 : r > r_0$ . A estatística de teste é dada por:

$$\lambda_{traço} = -T \sum_{i=r_0+1}^k \ln(1 - \hat{\lambda}_i) \quad (99)$$

em que  $T$  é o número de observações e  $\hat{\lambda}_i$ , raízes características da matriz  $\Pi$  estimada (BUENO, 2011).

### b) Teste da Raiz Característica Máxima

Este teste apresenta a mesma hipótese nula do anterior – hipótese nula ( $H_0$ ) é a existência de  $r_0$  raízes características diferentes de zero (existência de  $r_0$  vetores de cointegração), mas distingue a hipótese alternativa, dada por:  $H_0 : r = r_0$   $H_1 : r > r_0 + 1$ . A estatística de teste é dada por:

$$\lambda_{max} = -T \ln(1 - \hat{\lambda}_{r_0+1}) \quad (100)$$

---

<sup>44</sup> Se o posto de  $\Pi$  for igual a zero, as variáveis não são cointegradas, não existe mecanismo de correção de erro e o modelo deve ser especificado em primeira diferença; se for igual a  $k$ , são linearmente independentes e, então, são estacionárias, e o modelo deve ser especificado em nível e, se for menor que  $k$ , existem  $0 < r < k$  combinações lineares independentes. No último caso, se as variáveis são  $I(1)$ , existirão  $r$  relações de cointegração.

Os testes são realizados sequencialmente, de forma crescente até que a hipótese nula não seja rejeitada (BUENO, 2011).

### 3.4 Estimação do Estoque de Capital

Com a existência de séries temporais, no Brasil, para produto, trabalho e investimentos em infraestrutura (econômica e social) e a estimação do capital, através da Lei do Movimento do Capital e do *Permanent Inventory Method* (PIM), é possível estimar seus efeitos no crescimento econômico. O estoque de capital da economia, acumulado ao longo do tempo, promove o uso de atividades intensivas em capital, o que afeta significativamente o progresso tecnológico. Para estimar o estoque de capital da economia brasileira, utiliza-se a Formação Bruta de Capital Fixo (FBKF) disponível no IPEA (2013). Para obter o estoque de capital inicial da economia e partindo da Lei de movimento do capital, Young (1995) propôs:

$$K_t = (1 - \delta)^t K_0 + \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \delta)^j I_{t-j} \quad t = 1, 2, 3, \dots; \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (101)$$

em que K é o estoque de capital; I, investimento realizado;  $\delta$ , depreciação; e t e j, tempo. O estoque de capital inicial ( $K_0$ ) é obtido por:

$$K_0 = \sum_{i=0}^{\infty} I_{-i-1} (1 - \delta)^i \quad (102)$$

Utilizando a taxa média de crescimento g do investimento no período, obtém-se:

$$I_j = (1 + g) I_{j-1} \quad (103)$$

em que  $I_j$  e  $I_{j-1}$  são os investimentos nos períodos J e J-1, respectivamente.

A partir das equações (102) e (103), obtém-se o estoque de capital inicial:

$$K_0 = \frac{I_0}{(\delta + g)} \quad (104)$$

Para estimar a taxa de depreciação do capital, bem como a forma funcional, é necessário estimar os  $\delta$ 's, sendo esse um problema complexo, pois envolve o conhecimento de como o capital se deprecia ao longo do tempo e como é afetado pelo progresso tecnológico. Ferreira e Malliagos (1998)<sup>45</sup> utilizaram diversas taxas de depreciação e modelos funcionais para o cálculo do estoque de capital de infraestrutura, obtendo

<sup>45</sup> Segundo Ferreira e Malliagos (1998), as estimativas das elasticidades dos investimentos dos setores rodovias, energia elétrica, telecomunicações, portos e ferrovias não diferem muito, com taxas de depreciação de 6, 8 e 10% a.a.

elasticidades-renda muito próximas. Assim, este estudo utilizou a taxa de depreciação de 5% a.a., como em Ferreira e Malliagros (1998) e Langoni (1974), bem como o modelo linear.

Nesse sentido, o crescimento econômico deste estudo pode ser modelado, econometricamente, pelo sistema de equações simultâneas, dado por:

$$y = y(A, k, g) \quad (105)$$

$$k = k(A, y, g) \quad (106)$$

$$g = ge + gs = (1 - \tau)g + \tau g \quad (107)$$

$$ge = fe(y, g, gs) \quad (108)$$

$$gs = fs(y, g, gi) \quad (109)$$

### 3.5 Modelo Econométrico Proposto e Resultados Esperados

A partir dessas considerações e adaptando o modelo proposto por Fedderke *et al.* (2006), podem-se analisar, para o Brasil, os efeitos dos investimentos em infraestrutura econômica e social no produto, através da seguinte equação:

$$\Delta z_t = \alpha_i + \sum_{i=1}^p \Gamma_i \Delta z_{t-i} + \Pi z_{t-1} + \sum_{j=0}^k w_j X_{t-j} + \varepsilon_t \quad (110)$$

em que  $z$  é o vetor ( $k \times 1$ ) de variáveis endógenas;  $X$ , vetor ( $k \times 1$ ) de variáveis exógenas;  $\Pi$ , que é decomposta em  $\alpha\beta'$ , sendo o primeiro termo a matriz ( $k \times r$ ) dos coeficientes de ajustamento do modelo e o segundo, matriz ( $r \times k$ ) dos vetores de cointegração;  $\varepsilon$ , termo aleatório; e  $t$ , tempo.

As variáveis endógenas, todas *per capita* ( $z$ ), são produto real ( $y$ ), capital real ( $k$ ), rodovia (ROD), energia elétrica (ENERG), educação (EDU) e saúde (SAUDE). A variável exógena ( $X$ ) é a PTF ( $A$ ), que é uma *proxy* para tecnologia. Além disso,  $\alpha$ ,  $\Gamma$ ,  $\Pi$  e  $w$ , parâmetros do modelo;  $\varepsilon$ , erro aleatório;  $t$ , período de tempo; e  $i$  e  $j$ , defasagens temporais. Todas as variáveis são mensuradas em logaritmo e, para o cálculo das elasticidades do modelo econométrico, será utilizada a expressão (110).

Espera-se que o investimento públicos em infraestrutura econômica (rodovia e energia elétrica) afete positivamente o produto e o capital, em função do aumento do produto marginal do capital, levando à elevação da lucratividade. Já os investimentos públicos em infraestrutura social (educação e saúde) podem ter efeito ambíguo no produto e no capital (equações 63 e 64), pois irá depender da magnitude da parcela dos gastos públicos em infraestrutura social ( $\tau$ ) e do produto marginal do trabalho ( $\alpha$ ). Nesse caso, o produto e o

capital aumentarão se  $\alpha$  for maior que  $\tau$  e, caso contrário, reduzirão. O efeito será nulo quando a magnitude dessas variáveis for igual. Assim, tem-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Y_t}{\partial K_t} > 0; \quad \frac{\partial Y_t}{\partial ge_t} > 0 \quad \frac{\partial Y_t}{\partial Rod_t} > 0; \quad \frac{\partial Y_t}{\partial Enege_t} > 0; \\ \frac{\partial g_t}{\partial gs_t} > 0 \text{ ou } \frac{\partial g_t}{\partial gs_t} \leq 0 \quad \frac{\partial Y_t}{\partial Edu_t} > 0 \text{ ou } \frac{\partial Y_t}{\partial Edu_t} \leq 0; \\ \frac{\partial Y_t}{\partial Saude_t} > 0 \text{ ou } \frac{\partial Y_t}{\partial Saude_t} \leq 0 \end{aligned} \quad (111)$$

### 3.5 Fontes e Tratamento dos Dados

Os dados foram obtidos de fontes secundárias e se referem ao período de 1970 a 2013. A série PIB a preços de 2013, no período de 1970 a 2013, foi obtida do IBGE (2013a). A Formação Bruta de Capital Fixo (FBKF) a preços correntes, no período de 1901 a 2013, foi obtida no Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA, 2013) e deflacionada pelo deflator implícito do PIB, ano-base 2013. O Deflator<sup>46</sup> do PIB, ano-base 2013, foi calculado a partir das séries PIB a preços de 2013 e o PIB, a preços correntes. O estoque de capital real inicial da economia brasileira foi calculado a partir de 1950, considerando-se a taxa média do crescimento da FBKF de 1902 a 1949 e a taxa de depreciação do capital de 5% a.a., como especificado em Young (1995). A partir de 1951, o estoque real de capital do país foi calculado utilizando a FBKF real, depreciada à taxa de 5% a.a., e o método do Inventário Perpétuo. Na modelagem econométrica, utiliza-se toda a série do PIB e do capital por trabalhador; já pelo método recursivo, o PIB e o capital real, ano-base 2013, são divididos pelas horas anuais trabalhadas pela população.

A taxa de crescimento da população brasileira ( $n$ ) foi obtida do IBGE (2015). Porém, ao analisar a taxa de crescimento do ano 2013, encontrou-se o valor de 3,65%. Como esse valor é significativamente maior que a média dos anos recentes, neste estudo optou-se por utilizar a taxa de crescimento geométrica do ano 2013. O número de trabalhadores formais empregados em todos os setores da economia foi obtido nos Anuários Estatísticos do IBGE (2013b) e no Cadastro Geral de Empregado e Desempregado (CAGED), do Ministério do Trabalho e Emprego (MTE, 2013). Como o MTE só disponibiliza esses dados a partir de 1985, o período de 1970 a 1984 foi calculado tomando-se o número de pessoas ocupadas multiplicado pela proporção de empregados com carteira assinada e disponível nos anuários

<sup>46</sup> O deflator do PIB, ano-base 2013, foi calculado pela razão PIB nominal e PIB real ano-base 2013.

do IBGE. Nos anos não disponíveis (1974, 1975, 1977 e 1979), utilizou-se a média aritmética. Para harmonizar as discrepâncias na construção da série, partiu-se do ano 1985 e recalcularam-se os dados de 1970 a 1984, utilizando a taxa de crescimento da série construída nesse período.

O Excedente Operacional Bruto (EOB) nominal é a renda do capital na economia  $(1 - \alpha)$  e refere-se, segundo o IBGE (2015), aos rendimentos das empresas financeiras e não financeiras, dos proprietários de imóveis e de outros bens alugados e dos detentores de títulos financeiros públicos ou privados. Foi obtido do IPEA (2015) no período de 1990 a 2009 e deflacionado pelo deflator implícito do PIB ano-base 2013 para obter o EOB real. Em seguida, utilizou-se a taxa de crescimento geométrica para obtenção da série até o ano 2013. A parcela da renda do capital na economia, no ano 2013, foi obtida dividindo-se o EOB real desse ano pelo PIB real do mesmo ano. Já a parcela da renda do trabalho na economia ( $\alpha$ ) foi obtida pela diferença entre a unidade e a parcela da renda do capital.

O gasto público *per capita* ( $g$ ), no modelo teórico, é o somatório de todas as despesas executadas pelo governo federal dividido pela força de trabalho. Essas despesas foram obtidas na Controladoria Geral da União (BRASIL, 2015a) e são divididas por área e finalidade, somando-se os gastos diretos e transferências de recursos e classificadas por funções e subfunções. As despesas econômicas  $(1 - \tau)$  e sociais ( $\tau$ ) são divididas pela função, e apenas na rubrica Encargos Especiais é utilizada a subfunção, por conter recursos investidos nas duas áreas. Já no modelo econométrico os investimentos públicos em infraestrutura econômica ( $G_e$ ) e social ( $G_s$ ) são mensurados pelas variáveis rodovia e energia elétrica (GE) e educação e saúde (DS).

Os investimentos públicos em infraestrutura econômica ( $G_e$ ) são mensurados pelas variáveis: rodovia e energia elétrica. A extensão das rodovias federais pavimentadas e em tráfego (pista simples, dupla e em obras de duplicação sob jurisdição federal, estadual e municipal – em km) foi obtida nos Anuários Estatísticos do IBGE (2013b) e do Departamento Nacional de Infraestrutura Terrestre – DNIT (2013). A capacidade nominal total instalada de geração de energia elétrica das usinas hidráulica e térmica, em Megawatts – MW, foi obtida dos Anuários Estatísticos do IBGE (2013b) e na Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL (2013). Como esses dados não estão disponíveis para os anos 1970, 1971, 1972, 1973 e 2013, utilizou-se a taxa geométrica de crescimento e para o ano de 2005, a média aritmética.

A educação refere-se ao número de estabelecimentos de ensino público (federal, estadual e municipal) de 1º, 2º e 3º graus, nas áreas urbana e rural, e foi obtida dos Anuários

Estatísticos do IBGE (2013b), sendo utilizada na escala de 1.000 unidades. No ensino de 1º grau, os anos 1976, 1984, 1990 e 2010 foram obtidos pela média aritmética. Já no 2º grau, os dados de 1970 a 1977 não estão disponíveis, e os anos 1990 e 2010 foram obtidos pela média aritmética. No 3º grau, os dados do ano 1970 não estão disponíveis e os dos anos 1992, 1999, 2005 e 2009 foram obtidos pela média aritmética. Apesar disso, como a série é formada pela soma de todos os estabelecimentos de ensino, o problema é atenuado. Além disso, o número de estabelecimentos de ensino de 1º grau é significativamente maior e, nos períodos em que os dados do 2º e do 3º grau não estavam disponíveis, existiam, relativamente, poucos.

Já a saúde representa o número de estabelecimentos de saúde pública, na escala de 1.000 unidades, sendo hospitais, postos de saúde, centros de saúde, pronto socorro, policlínica e unidade mista. No período de 1970 a 2004, os dados foram obtidos da Pesquisa de Assistência Médico-Sanitária disponíveis nos Anuários Estatísticos do IBGE (2013b). No período de 2005 a 2013, os dados estão disponíveis no Ministério da Saúde – DATASUS (2013). Como os dados não estão disponíveis para todo o período, nos anos 1972, 1975 e 1991 foi realizada a média aritmética. Já nos períodos 1993 a 1998, 2000 a 2001 e 2003 a 2004 foi realizada a interpolação linear, utilizando-se o software *Stata* e tendo como *proxy* a taxa de crescimento do PIB real brasileiro no período analisado.

As variáveis PIB, capital e infraestrutura econômica e social foram logaritmizadas e divididas pelo número de trabalhadores formais. Esse fato se justifica por deixar todas as séries controladas pelo tamanho da população de trabalhadores no Brasil, no período analisado.

A tecnologia disponível na economia afeta o produto e, por isso, é incorporada ao modelo. Este estudo utiliza a PTF<sup>47</sup>, a preços nacionais constantes (ano-base 2005), como *proxy* para tecnologia e foi obtida no Penn World Table versão 8.0, ano 2014 (FEENSTRA *et al.*, 2014), sendo tratada exogenamente. Por se tratar de número-índice e para manter a coerência com as variáveis PIB e capital, o ano-base foi modificado para 2013. Todas as variáveis foram tomadas em logaritmo, divididas pelo número de trabalhadores, e são apresentadas no Apêndice C. A PTF não foi dividida pelo número de trabalhadores, por ser um índice, enquanto pelo método recursivo é calculada a partir da equação (58).

---

<sup>47</sup> A PTF é mensurada pela variação do PIB real (que leva em consideração a Paridade Poder de Compra) dividido pela variação dos insumos utilizados nesta economia (INKLAAR; TIMMER, 2014).

A Elasticidade substituição do consumo intertemporal ( $\sigma$ ) é a mesma utilizada por Kydland e Prescott<sup>48</sup> (1982) e a Taxa de desconto intertemporal de consumo presente e futuro ( $\rho$ ) foi calculada pela equação (60).

---

<sup>48</sup> Esta elasticidade deve ser menor que 3. Para maiores detalhes, ver Pratts (1964) e Cochrane (1997).

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesta seção, apresentam-se os principais resultados desta pesquisa. O modelo teórico de crescimento econômico dinâmico é novamente retomado para se discutir o contexto no qual os gastos públicos com infraestrutura social afetariam positivamente o PIB. Além disso, apresentam-se os resultados da calibração de parâmetros e do método recursivo. Já no modelo econométrico são apresentados os resultados da estimação dos parâmetros do modelo proposto (equação 110), utilizando-se a metodologia de séries temporais, além da estatística descritiva e correlação de Pearson. Outros resultados são apresentados no Apêndice B.

### 4.1 Resultados da Modelagem de Crescimento Dinâmico

A partir do modelo de crescimento dinâmico utilizado por Barro (1990) e que utiliza a função de produção dada pela equação (28), este estudo desagrega a variável gasto do governo, no Brasil, da função de produção (equação 58) em duas partes: econômico e social. O objetivo é verificar se os gastos públicos em infraestrutura social têm efeito positivo na taxa de crescimento do PIB. Essa discussão torna-se relevante, pois o investimento público em infraestrutura econômica tende a afetar positivamente o produto marginal do capital (PMgK), via redução de custos empresariais, tal como logístico e, ou, disponibilidade de acesso a recursos, tal como disponibilidade de energia. O efeito disso pode ser o aumento da margem de lucro e da propensão marginal a investir, o que afeta positivamente o PIB.

Já gasto público em infraestrutura social, como educação, saúde, creches, praças públicas etc., tende, no entanto, a elevar o produto marginal do trabalho (PMgL) e, assim, também afetaria positivamente a taxa de crescimento do PIB. Porém, cabe ressaltar que, dada a restrição orçamentária, o governo, ao investir no social, deixa de fazê-lo no setor produtivo, e o resultado na taxa de crescimento do PIB pode ser ambíguo. Assim, utilizando esse modelo de crescimento dinâmico, mas com a desagregação da variável governo, este estudo encontrou o PIB de *Steady State* (equação 62), que permite verificar o efeito do gasto público em infraestrutura social. O resultado (equação 64) indica que o gasto público no social somente afetaria positivamente a taxa de crescimento do PIB se o PMgL for maior que a parcela do gasto do governo na área social. Ou seja, para que o investimento público em infraestrutura social afete positivamente a taxa de crescimento do PIB, é necessário que ele seja de qualidade e não apenas quantitativo, de modo a promover a elevação da PMgL, de forma a mais que compensar a diminuição da PMgK, dado da restrição orçamentária. Os resultados dos experimentos teóricos ajudam a analisar os efeitos de choques exógenos nesta economia.

No primeiro experimento, quando se aumenta a parcela do gasto público em infraestrutura social, o efeito é ambíguo e dependerá, exclusivamente, da produtividade marginal do trabalho ( $\alpha$ ) e de  $\tau$ . Estando inicialmente em  $SS_0$ , a economia caminhará para o novo equilíbrio de  $SS_1$  no longo prazo, podendo ser maior, menor ou manter constante o nível de produto e o estoque de capital, ambos *per capita*, dependendo da relação entre  $\alpha$  e  $\tau$  (equações 63 e 64). A Figura 14 mostra o caso em que o gasto público em infraestrutura social eleva a produtividade do trabalho ( $\alpha$ ), de modo que  $\alpha$  seja maior que  $\tau$ . A economia caminhará para o novo equilíbrio de longo prazo de  $SS_1$ , mas com maior nível de consumo e capital, ambos *per capita*. Porém, no curto prazo, as trajetórias podem ser diferentes em função da elasticidade de substituição do consumo intertemporal  $\left(\frac{1}{\sigma}\right)$ .

Se o agente tiver alta elasticidade ( $\sigma$  é pequeno), ele estará disposto a permitir expressivas alterações no consumo no tempo, optando em consumir menos quando o estoque de capital é baixo. Como o efeito do aumento de  $\tau$  sobre o produto é positivo e havendo redução de consumo, haverá aumento da parcela poupada que financiará os investimentos. Com baixo estoque de capital, a taxa de juro se elevará de forma a induzir o agente em aumentar a poupança que alavancará o investimento, e a economia alcançará rapidamente o novo equilíbrio  $SS_1$ . Quando a elasticidade substituição do consumo intertemporal for baixa ( $\sigma$  é grande), o agente terá menor disposição em trocar consumo presente por futuro e elevará o consumo presente. Nesse caso, a parcela poupada será menor e o investimento, baixo, fazendo que a economia caminhe lentamente para  $SS_1$ . Finalmente, a elasticidade pode ser tal que a economia caminhe para o novo equilíbrio  $SS_1$  sem grandes alterações em consumo e capital *per capita* no tempo (Figura 14).

Quando o aumento da parcela do gasto público no social não afeta significativamente a PMgL e de tal modo que  $\alpha$  é menor que  $\tau$ , o capital e o produto, ambos *per capita*, são afetados negativamente. Nesse caso, o aumento Do PMgL decorrente de maior gasto público com a infraestrutura social não é suficiente para compensar a perda de ganho da produtividade do capital, em função da redução dos gastos públicos em infraestrutura econômica. O novo equilíbrio de longo prazo de  $SS_1$  terá menor nível de consumo e capital *per capita*. De forma semelhante à análise anterior, no curto prazo as trajetórias podem ser diferentes, novamente, em função da elasticidade de substituição de consumo intertemporal  $\left(\frac{1}{\sigma}\right)$ .

Se a elasticidade for alta ( $\sigma$  é pequeno), o agente se importará com oscilações no consumo no tempo e optará em consumir mais quando o estoque de capital é alto. Nesse caso, a taxa de juro é baixa, dado que o estoque de capital é elevado. Como o produto reduziu com o aumento da parcela dos gastos do governo *per capita* em infraestrutura social, mantendo-se constante o gasto do governo, e o consumo elevou, haverá redução significativa da poupança e do investimento. Assim, a economia caminhará lentamente para o novo equilíbrio de longo prazo  $SS_1$ . Quando a elasticidade é baixa, o agente reduz o consumo no tempo e a economia caminhará rapidamente para o novo equilíbrio de longo prazo  $SS_1$ , pois o produto também foi reduzido. Finalmente, a elasticidade substituição pode ser tal que a Economia caminhe para  $SS_1$  sem grandes alterações no consumo e no investimento *per capita* no tempo (Figura 15).

O segundo experimento teórico é o aumento do gasto do governo *per capita* ( $g$ ), mantendo-se constantes as parcelas gastas em infraestrutura econômica ( $1 - \tau$ ) e social ( $\tau$ ). Estando novamente em  $SS_0$ , o aumento do gasto do governo afeta positivamente o capital e o produto, ambos *per capita* (equações 61 e 62), fazendo que a economia caminhe para o novo equilíbrio de longo prazo de  $SS_1$ . O novo equilíbrio terá como característica maior consumo e capital *per capita*. No curto prazo, porém, novamente a elasticidade de substituição de consumo intertemporal  $\left(\frac{1}{\sigma}\right)$  poderá levar a trajetórias diferentes para se atingir o equilíbrio de  $SS_1$  (Figura 16).

Se a elasticidade de substituição de consumo intertemporal for alta, os agentes aceitarão expressivas oscilações no consumo *per capita*. Com menor consumo e o aumento do produto, pois o gasto público afeta positivamente o produto, haverá maior poupança. Além disso, com menor capital a taxa de juros tenderá a se elevar, induzindo o agente a poupar maior parcela da renda e fazendo que o investimento aumente. Assim, a economia caminhará rapidamente para o novo  $SS_1$ . Caso a elasticidade seja baixa, o consumo *per capita* se elevará, reduzindo a taxa de poupança e de investimento, e a Economia caminhará mais lentamente para  $SS_1$ . Novamente, a elasticidade pode ser tal que a Economia caminhe para o novo equilíbrio  $SS_1$ , sem grandes alterações em consumo e capital *per capita* no tempo (Figura 16).

A Tabela 8 mostra os parâmetros calibrados no método recursivo. A parcela da renda do capital na renda nacional ( $1 - \alpha$ ) é a razão entre a renda dos proprietários de capital e a renda total da economia e o valor encontrado, 0,32 para o ano 2013. Gomes et al. (2005) comentaram que diversos estudos macroeconômicos dinâmicos, aplicados à economia brasileira, supõem a parcela da renda do capital em, aproximadamente, 50% da renda

nacional. Além disso, mostraram que a estimativa do estoque de capital real brasileiro, usando a FBKF depreciada e acumulada no tempo, gera inconsistência com modelos dinâmicos, construídos com crescimento equilibrado e com funções de produção agregadas. Gollin (2002) sugeriu que a discrepância na parcela do capital na renda agregada é devida ao problema de se associarem à renda do capital os rendimentos do trabalho autônomo. Dados da OCDE (2015), no período de 2008 a 2013, mostram que, na média, a participação do capital no produto foi de 0,39 (USA); 0,40 (Alemanha); 0,39 (Canadá); 0,35 (França); 0,48 (Itália); 0,41 (Japão); e 0,36 (Reino Unido). Para o Chile e a China, na média, foi de 0,52 e 0,40, respectivamente, no período de 2008 a 2011. Neste estudo, a parcela do trabalho ( $\alpha$ ) na renda nacional é mensurada como a diferença entre a unidade e a parcela do capital.

O estoque de capital ( $k$ ) e o PIB ( $y$ ), ambos reais e *per capita*, encontrados foram de 29,60 e 12,77, respectivamente, em 2013. Esses valores foram calculados dividindo-se o estoque de capital e o PIB, ambos reais, pelo tempo de trabalho da população no ano 2013. Para a calibração, foi necessário o ajuste do número de trabalhadores para a quantidade de horas de trabalho utilizada na produção total. Para tanto, foi utilizada a porcentagem de tempo que os trabalhadores brasileiros alocam para atividades no mercado de trabalho<sup>49</sup>. Neste sentido, o termo *per capita* é em termos de tempo de trabalho da população.

O gasto do governo *per capita* ( $g$ ) encontrado, no mesmo ano 2013, foi de 4,66 e representa as despesas totais do Governo Federal, por função e área divididas pelo tempo de trabalho da população brasileira nesse ano. Já os gastos com infraestrutura econômica ( $1-\tau$ ) e social ( $\tau$ ) foram separados a partir das despesas por funções, exceção à função Encargos Especiais, a qual engloba as duas áreas. Nesse caso, a separação deu-se pelas subfunções. Feito isso, encontrou-se que os gastos de governo, em 2013, foram de 53,04% e 46,96% nas áreas social e econômica, respectivamente. Voltando-se à equação (64), os resultados encontrados ( $\alpha > \tau$ ) sugerem que os gastos na área social afetaram positivamente o PIB brasileiro *per capita*, em 2013 (Tabela 8).

A PTF encontrada foi de 1,80 e calculada a partir da equação (58). A depreciação ( $\delta$ ) de 5% a.a. e a elasticidade substituição do consumo intertemporal ( $\sigma$ ) de 2 seguem os trabalhos de Ferreira e Maliagros (1998) e Kydland e Prescott (1982). A Taxa de desconto intertemporal de consumo presente e futuro ( $\rho$ ) foi calculada a partir da equação (60). Observe-se que  $\rho=0.09$  implica em um fator subjetivo de desconto na equação de Bellman

---

<sup>49</sup> Segundo a Constituição Brasileira de 1988 (BRASIL, 2015b), o tempo de trabalho remunerado no país é de 44 horas semanais.

(equação 68) igual a  $\beta=0.92$ . Esse valor está bem próximo ao valor de 0.9 estimado por Issler e Piqueira (2000), para o Brasil, usando uma função de utilidade CRRA e amostra anual para a estimação da equação de Euler do modelo CAPM. Finalmente, a taxa de crescimento da população, em 2013, utilizada é de 1,75 (Tabela 8). Cabe ressaltar que, embora os dados sejam de 2013, a análise é feita para SS (longo prazo).

Tabela 8 – Parâmetros calculados e simbologia para calibração do método recursivo para a economia brasileira, em *Steady State*

Nº	Descrição dos parâmetros	Simbologia	Valores
1	Participação do trabalho <i>per capita</i> no produto <i>per capita</i> (%)	$\alpha$	0,68
2	Participação do capital <i>per capita</i> no produto <i>per capita</i> (%)	$(1 - \alpha)$	0,32
3	Estoque de capital real <i>per capita</i>	k	29,60
4	PIB real <i>per capita</i>	y	12,77
5	Gasto do governo <i>per capita</i>	g	4,66
6	Parcela do gasto do governo com infraestrutura social (%)	$\tau$	53,04
7	Parcela do gasto do governo com infraestrutura econômica (%)	$(1-\tau)$	46,96
8	Produtividade Total dos Fatores – PTF	A	1,80
9	Depreciação do estoque de capital real no tempo (%)	$\delta$	0,05
10	Elasticidade substituição do consumo intertemporal	$\sigma$	2,00
11	Taxa de desconto intertemporal de consumo presente e futuro	$\rho$	0,09
12	Taxa de crescimento da população brasileira (%)	n	1,75

Fonte: Resultados da pesquisa.

Tendo os parâmetros, pode-se utilizar a programação dinâmica determinística para verificar a dinâmica da economia brasileira. Nesse sentido, pode-se verificar se as funções consumo e estoque de capital, ambos *per capita*, são convergentes, o que ocorre com a economia no curto prazo e o equilíbrio de longo prazo. Neste estudo, após 161 iterações a equação de Bellman (Função Valor) convergiu, e podem-se obter as soluções do modelo-base. A primeira solução (princípio de otimalidade) é a função valor dos agentes como função do estoque de capital (variável de estado). Essa função é estritamente crescente e estritamente côncava, no nível de capital (Figura 17).

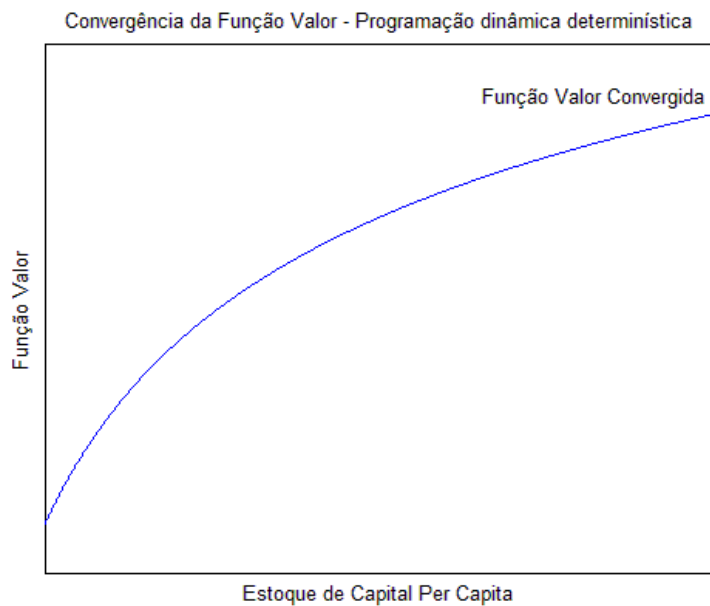


Figura 17 - Equação de Bellman como função da variável de estado (nível de capital presente).  
 Fonte: Resultados da pesquisa.

A Figura 2B (APÊNDICE B) mostra a Função Valor no processo de convergência após 1, 2, 10 e 100 iterações.

A segunda é a função política ótima<sup>50</sup> para capital futuro como função da variável estado, que é o estoque de capital presente. Essa função é, também, estritamente crescente e estritamente côncava. A linha de 45° (verde) indica os diversos pontos nos quais o estoque de capital *per capita* presente e futuro é igual. A linha em azul, indicando a regra de decisão, mostra que  $k^{SS}$  é o estoque de capital *per capita* de longo prazo (*Steady State*) para a economia brasileira. Se o estoque desse capital estiver abaixo de  $k^{SS}$ , o nível de capital aumentará o tempo e convergirá para o equilíbrio de *Steady State*. Nesse caso, a taxa de juro será elevada, incentivando a poupança e reduzindo o consumo *per capita*, dada a elasticidade de substituição de consumo intertemporal. Caso esteja acima, ocorrerá o inverso e convergirá para SS (Figura 18).

<sup>50</sup> No método computacional, foi utilizado o problema do planejador central para achar as políticas ótimas (consumo, investimento e produção). Porém, para a calibração também foram usadas as equações de equilíbrio geral porque apesar das alocações no problema do planejador central e equilíbrio competitivo serem as mesmas, no planejador não há preços.

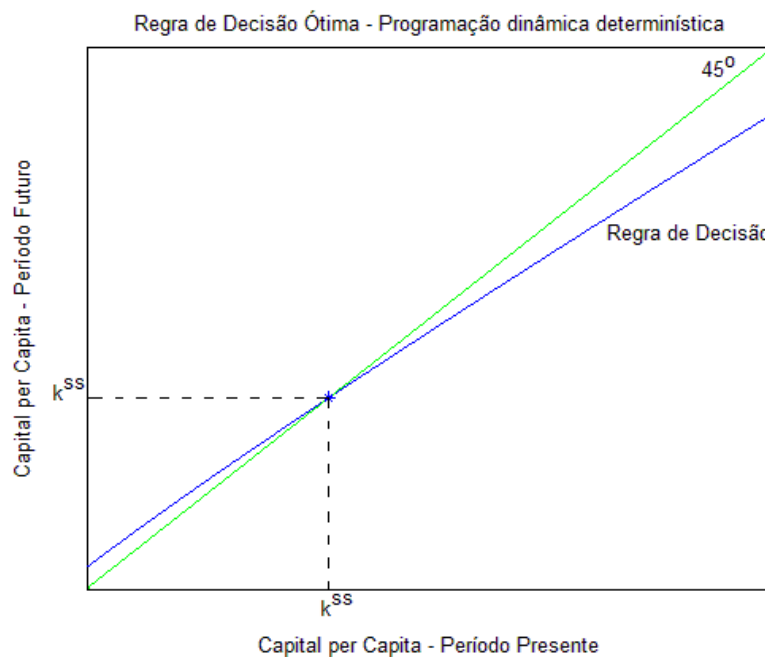


Figura 18 - Função política ótima para capital futuro como função da variável de estado (nível de capital presente).  
 Fonte: Resultados da pesquisa.

A Figura 19 mostra o diagrama de fases do consumo e do capital, ambos *per capita*, com gastos em infraestrutura econômica e social no Brasil. Como na Figura 13, essa pode ser dividida em quatro fases, nas quais a economia convergirá ou não para *Steady State*. A função consumo *per capita* mostra o estoque de capital *per capita* necessário para que a taxa de crescimento do consumo *per capita* no tempo seja zero. Como já explicado anteriormente, se o estoque de capital *per capita* estiver abaixo desse patamar, a taxa de crescimento do consumo é positiva, pois as famílias estariam dispostas a consumir menor parcela da renda em detrimento da poupança (taxa de juro alta), que aumentaria do estoque de capital na economia ( $S = I$ ). De maneira inversa, se o estoque de capital estiver acima de  $k^{SS}$ , a taxa de crescimento do consumo no tempo seria menor que zero.

A parábola com concavidade para baixo mostra o caminho no qual a taxa de crescimento do estoque de capital *per capita* é igual a zero. Quando o estoque de capital estiver abaixo desses valores (abaixo da parábola), a taxa de depreciação do capital é baixa, fazendo que a taxa de crescimento do capital seja maior que zero. Com o estoque de capital baixo, a taxa de juro tende a ser elevada, fazendo que as famílias poupem parcela maior da renda e, com isso, reduzem o consumo. De forma análoga, se o estoque de capital estiver acima da parábola, a taxa de crescimento do capital *per capita* será negativa. No longo prazo, a economia caminhará sobre a curva do braço estável, que é a trajetória convergente da

economia brasileira, para *Steady State*, o qual é mostrado no ponto onde as três curvas se cruzam (Figura 19).

Para a economia brasileira, os resultados indicam que esta se assemelha ao experimento teórico, no qual se aumentou a parcela do gasto público em infraestrutura social, com efeito positivo sobre o produto. Nesse caso, a economia caminha para novo SS com maiores níveis de consumo e estoque de capital, ambos *per capita*. Além disso, como mostra a equação (60), a elasticidade de substituição de consumo intertemporal  $\left(\frac{1}{\sigma}\right)$  definirá o comportamento no consumo dos agentes no curto prazo. Para a economia brasileira, percebe-se que a elasticidade é alta ( $\sigma$  é pequeno) e, assim, consumidores não se importarão com expressivas oscilações no consumo no tempo e optaram em consumir pouco quando o estoque de capital é baixo.

Analisando os efeitos renda e substituição do consumidor e, partindo do estoque de capital *per capita* abaixo de  $K_{ss}$ , o PMgK será maior do que em SS e, nesse caso, à medida que o estoque de capital for aumentando, a taxa de juro que está elevada (menor estoque de capital) cairá gradativamente. Para o consumidor, o efeito renda será a redução do consumo presente e o aumento da poupança, visando ao maior consumo futuro (dado que a taxa de juro está alta). À medida que isso acontece, a taxa de juro é decrescente e ocorre o efeito substituição, em que o consumidor aumenta seu consumo presente. Os resultados indicam que o efeito renda é maior que o efeito substituição e a economia converge para patamar mais elevado em SS. Outro fato interessante é que, como a elasticidade de substituição de consumo intertemporal é alta, o braço estável se aproxima da função do estoque de capital *per capita* e a economia converge mais rapidamente para o novo SS (Figura 19).

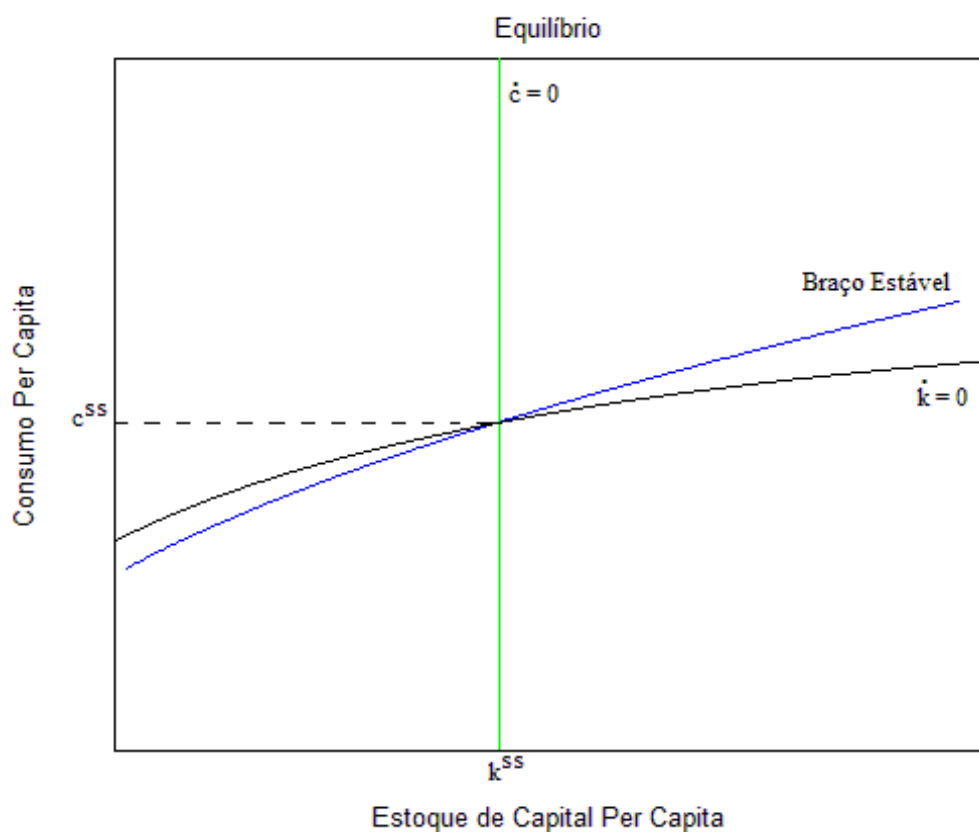


Figura 19 - Diagrama de fases do consumo e do capital, ambos *per capita*, com gastos em infraestrutura econômica e social – Brasil.

Fonte: Resultados da pesquisa.

#### 4.2 Resultados do Método Recursivo (Programação Dinâmica)

Mostrado o equilíbrio de longo prazo (SS), pode-se, agora, proceder a alguns experimentos empíricos que podem ajudar a esclarecer o dinamismo da economia brasileira. Esses experimentos são choques exógenos em variáveis selecionadas, *ceteris paribus*, e a resposta do modelo. A Tabela 9 mostra a variável afetada por choques exógenos, a magnitude e os efeitos sobre o consumo, o capital e o produto, todos *per capita*, para a economia brasileira. Como um dos interesses principais deste estudo é a área social, o primeiro choque é o aumento de 5% e de 10% na parcela dos gastos públicos *per capita* na área social ( $\tau$ ), mantendo-se constante o gasto total *per capita* ( $g$ ). Os resultados indicam que, para a economia brasileira, o aumento da parcela gasta com a área social afeta positivamente o consumo, capital e produto, todos *per capita*. Se a parcela do gasto público *per capita* na área social aumentar em 5%, o efeito no consumo, capital e produto, todos *per capita*, será o aumento de 4,0%; 2,2%; e 2,2%, respectivamente. Se esse aumento for de 10%, o efeito nessas mesmas variáveis será o aumento de 7,3%, 4% e 4%, respectivamente. Esses

resultados indicam que a economia brasileira apresenta comportamento semelhante ao 1º experimento teórico, no qual  $\alpha > \tau$  e o efeito é positivo nas principais variáveis da economia. Porém, cabe ressaltar que, apesar de o efeito ser positivo nas principais variáveis macroeconômicas, a magnitude é menos que proporcional, podendo indicar que a economia brasileira pode estar atingindo o limite da parcela do gasto público *per capita* na área social.

Tabela 9 - Experimentos quantitativos de choques exógenos na economia brasileira, em *Steady State*

Variável afetada com choques exógenos	Magnitude	Consumo <i>per capita</i>	Capital <i>per capita</i>	Produto <i>per capita</i>
1 - Aumento de $\tau$ , mantendo-se o gasto do governo <i>per capita</i> constante	Base	100,0	100,0	100,0
	5%	104,0	102,2	102,2
	10%	107,3	104,0	104,0
2 - Aumento do gasto do governo <i>per capita</i> , mantendo-se $\tau$ constante	Base	100,0	100,0	100,0
	5%	109,5	107,5	107,5
	10%	119,3	115,1	115,1
3 - Aumento na participação do capital (1- $\alpha$ )	Base	100,0	100,0	100,0
	5%	117,4	115,9	110,4
	10%	137,8	134,8	122,5
4 - Choques Positivos de Oferta (A) com governo	A = 1,80	100,0	100,0	100,0
	5%	113,7	107,5	107,5
	10%	127,7	115,1	115,1
5 - Choques Positivos de Oferta (A) sem governo	A = 1,80	51,5	28,0	28,0
	5%	55,3	30,0	30,1
	10%	59,2	32,2	32,2

Fonte: Resultados da pesquisa.

Outro experimento interessante é o aumento do gasto público *per capita* (g), mantendo-se  $\tau$  constante. Os resultados indicam, como esperado, efeito positivo e mais que proporcional ao aumento de g. Se os gastos aumentarem em 5%, os efeitos sobre as variáveis consumo, capital e produto, todas *per capita*, são os aumentos de 9,5%; 7,5%; e 7,5%, respectivamente. Já com o aumento de 10% em g o efeito sobre essas mesmas variáveis são os aumentos de 19,3%; 15,1%; e 15,1%, respectivamente (Tabela 9). Tal fato pode ser explicado, em parte, pelo multiplicador. Porém, cabe ressaltar que no modelo o imposto é do tipo *lump-sum* e, portanto, não distorce os preços da economia, o que pode acarretar menor taxa de crescimento.

Se agora o choque for o aumento na participação do capital na economia (1-  $\alpha$ ), os resultados indicam que as principais variáveis macroeconômicas aumentarão significativamente. O aumento de 5% dessa variável provoca aumentos de 17,4%; 15,9%; e 10,4% nas variáveis consumo, capital e produto, respectivamente, todas *per capita*. Se o

aumento for de 10%, o efeito sobre essas variáveis é de 37,8%; 34,8%; e 22,5%, respectivamente (Tabela 9). Esse fato pode indicar que o estoque de capital real na economia brasileira é pequeno e, com isso, o PMgK é elevado. Neste estudo, encontrou-se que a parcela da renda do capital na renda nacional é 0,32 e, portanto, muito abaixo da média, no período de 2008 a 2013, de países desenvolvidos, como EUA (0,39), Alemanha (0,40), Canadá (0,39), França (0,35), Itália (0,48), Japão (0,41) e Reino Unido (0,36). Além disso, é menor que a média do período de 2008 a 2011 para Chile (0,52) e China (0,40).

O estudo analisou, também, choques positivos de oferta (A) que são aumentos na PTF. Ganhos nessa variável afetam muitos setores da economia, podendo ser no mesmo período quando o ganho é em produto ou em períodos seguintes, quando o ganho é em processo. Para verificar esse efeito, analisou a economia com e sem governo. No primeiro caso, o aumento de 5% na PTF afetou positivamente o consumo, capital e produto, todos *per capita*, em 13,7%; 7,5%; e 7,5%, respectivamente. Já quando o aumento é de 10%, o efeito nessas variáveis é de 27,7%; 15,1%; e 15,1%, respectivamente (Tabela 9).

Quando se retira o governo, mantendo-se constante a PTF, ocorre a redução no consumo, capital e produto, todos *per capita*, de 48,5%; 72%; e 72%, respectivamente, em relação ao modelo-base. Ainda sem governo, mas com o aumento de 5% na PTF, a redução nessas variáveis em relação ao modelo-base é de 44,7%; 70,0%; e 69,9%, respectivamente. Mesmo com o aumento de 10% na PTF, a perda nas variáveis citadas ainda é significativa, sendo da ordem de 40,8%; 67,8%; e 67,8%, respectivamente, em relação ao modelo-base (Tabela 9). Esse fato pode ser explicado, em parte, pela participação do governo na economia. Dados do World Bank (2015) indicam que a participação do gasto do governo no produto real, em 2012, foi de 26,7% (Brasil), sendo maior que países como Canadá (17,5%), Japão (19,3%), Chile (20,3%) e EUA (24,0%). Cabe ressaltar, porém, que alguns países desenvolvidos têm participações maiores, entre os quais se podem citar: França (46,9%), Reino Unido (42,1%) e Itália (40,4%). Esse resultado é interessante e mostra a importância do estudo conjunto de crescimento econômico e política fiscal, principalmente, para países que têm alto gasto governamental relativo ao PIB.

#### **4.3 Resultados da Modelagem Econométrica**

Tendo-se analisado a economia brasileira pelo método recursivo, o estudo analisa, agora, os efeitos das variáveis de infraestrutura econômica e social na taxa de crescimento do PIB e do estoque de capital brasileiro, no período de 1970 a 2013, com o modelo

econométrico. A Tabela 10 mostra a estatística descritiva das variáveis analisadas tomadas em logaritmo e divididas pelo número de trabalhadores. Apenas a variável PTF não foi dividida pelo número de trabalhadores por ser um índice. Os resultados indicam que a logaritimização reduziu a dispersão dos dados, deixando as séries mais homogêneas, como é de se esperar. Outros fatos importantes são o terceiro e quarto momentos da distribuição (assimetria ou de curtose). Valores da assimetria próximos a 0 e da curtose próximo de 3 podem indicar que as séries têm Função Distribuição de Probabilidade (FDP) que se aproxima da Normal e, nesse caso, os testes de hipóteses sobre os parâmetros da regressão podem utilizar as estatísticas t e F. O teste de Jarque-Bera tem como  $H_0$  a normalidade, e os resultados das séries estudadas da estatística de teste e P-valor indicam que não se pode rejeitar a hipótese de normalidade a 5% de significância para as variáveis, à exceção da saúde. Cabe ressaltar, no entanto, que será feito o teste de normalidade dos resíduos da regressão.

Tabela 10 - Estatística descritiva de variáveis selecionadas, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

<b>Medidas</b>	<b>PIB</b>	<b>K</b>	<b>Rod</b>	<b>Energ</b>	<b>Edu</b>	<b>Saúde</b>	<b>PTF*</b>
Média	-2,2251	-1,4746	-5,2591	-6,2345	-11,8235	-13,9246	0,0558
Mediana	-2,2243	-1,4221	-5,2777	-6,1796	-11,7136	-13,4959	0,0124
Máximo	-2,0656	-1,1588	-5,0079	-5,8569	-11,2178	-12,9748	0,3112
Mínimo	-2,4065	-2,0273	-5,5369	-6,8046	-12,7769	-16,6649	-0,0899
Desvio-padrão	0,0840	0,2701	0,1560	0,2947	0,4263	1,0627	0,1151
Assimetria	-0,0122	-0,7530	0,0992	-0,7362	-0,7726	-1,4559	0,6570
Curtose	2,2817	2,3324	1,7759	2,3376	2,6640	3,9982	2,1574
Jarque-Bera	0,9471	4,9750	2,8194	4,7790	4,5842	17,3713	4,4671
Probabilidade	0,6228	0,0831	0,2442	0,0917	0,1011	0,0002	0,1071

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Por ser um índice, a variável PTF não foi dividida pelo número de trabalhadores.

Na Tabela 1B (APÊNDICE B) são mostradas as correlações de Pearson (par a par) entre as variáveis analisadas (em logaritmo e *per capita*), além da estatística de teste (teste t) e o seu P-valor. A hipótese nula ( $H_0$ ) do teste é que não há correlação ( $\rho = 0$ ) entre as variáveis. Apesar de a tabela mostrar a correlação entre todas as variáveis, à exceção à lnEDU e lnPIB e lnEDU e lnROD, deve-se ter em mente que essas correlações não são controladas pelas demais variáveis e, portanto, podem estar viesadas.

A seguir, analisa-se o comportamento das séries pelas funções de autocorrelação (FAC) e autocorrelação parcial (FACP). Isso pode ser feito analisando o Correlograma. A autocorrelação parcial mede a correlação entre  $y_t$  e  $y_{t-k}$ , mantendo-se constante o efeito<sup>51</sup> das

<sup>51</sup> Neste caso, a correlação parcial entre  $y_t$  e  $y_{t-2}$  é líquida da correlação entre  $y_t$  e  $y_{t-1}$ .

variáveis defasadas que representam *lags* intermediários. A defasagem entre as variáveis define a ordem de autocorrelação parcial.

No correlograma são apresentadas as funções de autocorrelação simples (FAC) e parcial (FACP), além da estatística de teste Ljung-Box, P-valor e o intervalo de confiança. Se a série for estacionária em nível, o gráfico da autocorrelação simples decresce exponencialmente e da autocorrelação parcial tende a decrescer rapidamente, a partir de determinada defasagem e tornando-se estatisticamente igual a 0. No teste de hipótese de Ljung-Box, a hipótese nula é que as primeiras “m” autocorrelações são iguais a 0. A Figura 3B (APÊNDICE B) mostra que, para as variáveis selecionadas (PIB, capital, rodovia, energia elétrica, PTF, saúde e educação), a FAC não decai exponencialmente e a FACP não decresce rapidamente, indicando que as séries podem não ser estacionárias. Rejeita-se  $H_0$  de que não há autorrelação parcial a 1% de significância para as 12 primeiras defasagens para todas as variáveis.

Para proceder ao teste de estacionaridade, primeiramente considerou-se a crítica sobre o baixo poder do teste de estacionaridade Augmented Dickey-Fuller (ADF), o que pode levar a falhas de identificação. A fim de minimizar esse problema, seguiram-se os procedimentos mostrados por Doldado *et al.* (1990) para determinar, criteriosamente, os termos determinísticos a serem incluídos no teste e, assim, evitar a redução do poder. No que se refere à escolha do nível de significância, segue-se Enders (1995), que sugere que o nível de significância mais elevado (5% ou 10% de significância) faz que o teste tenha maior poder, uma vez que a  $\Pr(\text{erro tipo II})$  é inversamente relacionado à  $\Pr(\text{erro tipo I})$ , dados  $n$  (tamanho da amostra) e a hipótese verdadeira (alternativa). Assim, Foster *et al.* (1995) e Asche *et al.* (2004) utilizaram nível de 5% de significância. Além do teste ADF, também são utilizados os testes de Phillips-Perron (PP) e de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) para validar os resultados.

Na Tabela 11 são mostrados os resultados dos testes de estacionaridade das séries utilizadas em logaritmo *per capita* (equação de teste, defasagem e estatística calculada) em nível, na primeira e na segunda diferença. Os testes ADF, PP e KPSS mostram que as variáveis PIB, energia, saúde e PTF não são estacionárias em nível, mas somente em primeira diferença. Para a variável PIB, os testes ADF e PP indicam que as equações de teste são com intercepto e foram estatisticamente significantes a 1%. O teste KPSS também indica que a equação de teste é com intercepto e, em função de sua hipótese nula, não foi estatisticamente significativa. Para a variável energia, todos os testes indicam que as equações são com

intercepto e com tendência, sendo estatisticamente significativa a 1% dos dois primeiros testes e não significativa para o último. Para a variável saúde, todos os testes indicam que as equações são com intercepto, sendo estatisticamente significativa a 1% para ADF e PP e não significativa para KPSS. Para a variável PTF, os testes ADF e PP indicam que as equações são sem tendência e intercepto, sendo estatisticamente significativa a 1%. Já o teste KPSS indica que é com intercepto e foi não significativa.

Para a variável capital, os testes ADF e PP indicam que a série somente é estacionária na segunda diferença, sendo estatisticamente significantes a 1% e as equações de teste são sem intercepto e tendência. Já o teste KPSS mostra que a série é estacionária na primeira diferença, não sendo estatisticamente significativa, e a equação é com intercepto. Para a variável rodovia, os testes ADF e PP indicam que as séries são estacionárias em nível, mas somente a 10% de significância estatística. Como o nível de significância adotado é de 5%, optou-se em considerar que as séries são estacionárias apenas na primeira diferença, sendo estatisticamente significantes a 1%, e as equações de teste foram com intercepto. Já o teste KPSS indica que a série é estacionária na primeira diferença, não sendo estatisticamente significativa a 5%. A equação é com intercepto. Para a variável educação, os testes ADF e PP mostram que a série é estacionária na primeira diferença, sendo estatisticamente significativa a 1%, e as equações são com tendência e intercepto. Já o teste KPSS indica que a série é estacionária na segunda diferença e a equação é com intercepto (Tabela 11).

Salvo raras exceções, os resultados dos testes indicam que as séries são não estacionárias em nível, mas somente em primeira diferença<sup>52</sup>. Para as variáveis capital e educação houve divergência entre os resultados dos testes ADF e PP com KPSS. Para capital, os testes ADF e PP indicam que a variável é estacionária na segunda diferença, enquanto o KPSS indica na primeira. Já a variável educação e os testes ADF e PP indicam que as séries são estacionárias na primeira diferença, e o KPSS indica que é na segunda. Finalmente, para a variável rodovia os testes ADF e PP indicam que a série é estacionária em nível a 10% de significância estatística, e o KPSS indica que é não estacionária em primeira diferença no mesmo nível de significância. Neste estudo, dada a significância estatística de 5%, considera-se que todas as variáveis são estacionárias na primeira diferença.

---

<sup>52</sup> O teste ERS não é apresentado, pois, segundo Elliot *et al.* (1996), os valores críticos de teste foram calculados para amostra com 50 observações e, nesse caso, com apenas 28, o teste pode não ser preciso.

Tabela 11 - Testes de estacionaridade selecionados para as séries específicas, em nível e na primeira diferença – Brasil, 1970-2013

	ADF			PP		KPSS	
	Equação de teste	Defasagem	Estat. calculada	Equação de teste	Estat. calculada	Equação de teste	Estat. calculada
lnPIBPC	$\tau$	0	6,6899 <sup>NS</sup>	$\tau$	5,9481 <sup>NS</sup>	$\lambda$	0,1451*
$\Delta$ lnPIBPC	$\eta$	0	-5,6502***	$\eta$	-5,6807***	$\eta$	0,2136 <sup>NS</sup>
lnKPC	$\lambda$	1	-2,7014 <sup>NS</sup>	$\eta$	0,2199 <sup>NS</sup>	$\lambda$	0,1407*
$\Delta$ lnKPC	$\eta$	0	0,2262 <sup>NS</sup>	$\eta$	-2,1523 <sup>NS</sup>	$\eta$	0,1220 <sup>NS</sup>
$\Delta(\Delta$ lnKPC)	$\tau$	0	-5,8976***	$\tau$	-5,9624***	--	--
lnRODPC	$\lambda$	0	-3,3495*	$\lambda$	-3,4189*	$\lambda$	0,1340*
$\Delta$ lnRODPC	$\eta$	1	-7,2802***	$\eta$	-12,762***	$\eta$	0,3522*
lnENERGPC	$\tau$	0	7,3072 <sup>NS</sup>	$\tau$	5,9294 <sup>NS</sup>	$\lambda$	0,1768**
$\Delta$ lnENERGPC	$\lambda$	0	-5,2251***	$\lambda$	-5,3245***	$\lambda$	0,1049 <sup>NS</sup>
lnEDUPC	$\lambda$	1	-2,5547 <sup>NS</sup>	$\lambda$	-2,8159 <sup>NS</sup>	$\lambda$	0,2164***
$\Delta$ lnEDUPC	$\lambda$	0	-8,7968***	$\lambda$	-11,546***	$\lambda$	0,2225***
$\Delta(\Delta$ lnEDUPC)	--	--	--	--	--	$\eta$	0,2080 <sup>NS</sup>
lnSAUDEPC	$\eta$	1	-1,1233 <sup>NS</sup>	$\eta$	-1,1265 <sup>NS</sup>	$\lambda$	0,1596*
$\Delta$ lnSAUDEPC	$\eta$	0	-6,8384***	$\eta$	-6,8404***	$\eta$	0,1712 <sup>NS</sup>
lnPTF	$\lambda$	0	-2,2287 <sup>NS</sup>	$\lambda$	-2,4971 <sup>NS</sup>	$\lambda$	0,1329*
$\Delta$ lnPTF	$\tau$	0	-5,1816***	$\tau$	-5,0957***	$\eta$	0,1822 <sup>NS</sup>

Fonte: Resultados da pesquisa.

$\tau$  = equação sem intercepto e sem tendência;  $\eta$  = equação com intercepto; e  $\lambda$  = equação com intercepto e com tendência.

$\Delta$  = primeira diferença.

A hipótese nula dos testes ADF e PP é não estacionaridade. A hipótese nula do teste KPSS é estacionaridade.

\*\*\* Significativo a 1%. \*\* Significativo a 5%. \* Significativo a 10%. NS = não significativo.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC referem-se ao PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde, respectivamente, em logaritmo e *per capita*. lnPTF refere-se à Produtividade Total dos Fatores, em logaritmo.

ADF – Teste de estacionaridade Dickey-Fuller Aumentado.

PP - Teste de estacionaridade Phillips-Perron.

KPSS – Teste de estacionaridade Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin.

Como os testes indicam que as séries são não estacionárias em nível – não são  $I(0)$  –, a modelagem VAR não pode ser utilizada, já que as séries apresentam raiz unitária em nível. Nesse caso, não existe a condição de estabilidade para a análise do Var (equação 75), que é ter os autovalores de  $(I - \phi_1 L)$  fora do círculo unitário. Esse fato é importante, pois sem a raiz unitária o efeito de um choque exógeno na série desaparece ao longo do tempo e esta volta à sua condição de equilíbrio, o que não ocorre em processos  $I(1)$ .

Apesar de não estacionárias, as séries podem ter trajetórias interligadas no tempo e a ocorrência de relações de equilíbrio de longo prazo, denominadas cointegração. A presença dessas relações tem efeitos no curto prazo e deverá ter algum mecanismo de correção que influenciem o comportamento de curto prazo, garantindo o equilíbrio no longo prazo. Assim, desvios de curto prazo da tendência de longo prazo são informações relevantes para prever a variação da série. Para testar a existência da cointegração, primeiramente, com as variáveis em nível, deve-se estimar o Var (Tabela 2B – APÊNDICE B) e definir o número de defasagens. Os critérios AIC, SC e HQ são utilizados como descritos na equação (96), de acordo com Lütkepohl e Krätzig (2004).

Na Tabela 12 são apresentados os resultados dos critérios de seleção do número de defasagens das séries das variáveis endógenas PIB, capital, rodovia, energia, educação e saúde (todas em logaritmo e *per capita*) e exógena (PTF – em logaritmo), conforme equação (110) do modelo. O período analisado é de 1970 a 2013. O teste foi realizado sem tendência determinística e com intercepto. A estatística de teste é dada pelo LR sequencial, com nível de 5% de significância. Os critérios AIC e HQ indicam que se devem utilizar quatro defasagens. Seguindo a indicação de Lütkepohl e Krätzig (2004), este estudo utilizou quatro defasagens no modelo em nível, isto é, três defasagens para a transformação em primeira diferença.

Tabela 12 - Critérios de seleção do número de defasagens das séries selecionadas – Brasil, 1970-2013

Defasag.	Log L	Estat. teste LR	Erro de previsão final	AIC	SC	HQ
0	38,2293	NA	8,04e-09	-1,6115	-1,3581	-1,5199
1	443,3219	668,4028	7,94e-17	-20,0661	-18,2928*	-19,4249
2	505,8245	84,3785	2,39e-17	-21,3912	-18,0979	-20,2005
3	558,6064	55,4210*	1,47e-17	-22,2303	-17,4170	-20,4900
4	624,7468	49,6053	7,24e-18*	-23,7373*	-17,4040	-21,4474*

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Indica a ordem de defasagem selecionada pelo critério.

Verificada a defasagem ótima a ser utilizada e que as séries são  $I(1)$ , o próximo procedimento é verificar se as séries apresentam relações de longo prazo, isto é, se há cointegração. Como são seis variáveis endógenas, o modelo poderá apresentar até cinco combinações lineares dessas variáveis em nível e que seja estacionária. Nesse caso, existirão, no máximo, cinco combinações lineares  $I(0)$  das variáveis  $I(1)$ . Para testar a presença dessas combinações lineares, que define se as séries apresentam tendência comum, podem-se aplicar os testes de Engle-Granger, Phillips-Ouliaris e de Johansen. Contudo, segundo Margarido (2014), o teste de cointegração de Johansen é mais completo em relação aos de Engle-Granger e Phillips-Ouliaris, pois permite não só verificar se as variáveis são cointegradas, mas também determina o número de vetores de cointegração.

Como nos testes de raiz unitária das variáveis PIB, capital, rodovia, energia, educação e saúde, a especificação escolhida é diversificada (com e sem tendência e constante), o teste de cointegração é analisado na especificação 1 (em que não há tendência e nem constante na equação de cointegração). Além disso, como a defasagem ótima em nível encontrada foi quatro, pelo teste de Johansen serão utilizadas três defasagens no teste de cointegração, já que é aplicado na primeira diferença. O resultado é normalizado pelo primeiro parâmetro, mas cabe ressaltar que essa normalização não afeta as propriedades dos resíduos, conforme citado por Bueno (2011).

Na Tabela 13 são mostrados os resultados do teste de cointegração de Johansen para as variáveis analisadas, no período de 1970 a 2013. O teste do Traço assume como hipótese nula a existência de  $r^*$  raízes características diferentes de 0, indicando a presença de  $r^*$  vetores de cointegração. Já a hipótese alternativa assume que há  $r > r^*$  vetores. O resultado do teste do traço mostra a rejeição de  $H_0$  a 5% de significância, quando é considerada a existência de 0 a 4 vetores de cointegração. Quando  $H_0$  testada é a presença de cinco vetores de cointegração, não se pode rejeitar essa hipótese. Os resultados deste teste indicam que há cinco vetores de cointegração. Os resultados do teste da Raiz Característica Máxima corroboram os do teste anterior, rejeitando  $H_0$  quando é considerada a existência de 0 a 4 vetores de cointegração, sendo estatisticamente significativa a 5%. O teste indica, também, que há cinco vetores de cointegração.

Tabela 13 - Teste de cointegração de Johansen (Traço e Raiz Característica Máxima) para as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

	<b>H<sub>0</sub></b>	<b>H<sub>1</sub></b>	<b>Autovalor</b>	<b>Estat. de teste</b>	<b>Valor crítico (5%)</b>	<b>p-valor</b>
Teste do traço	r = 0	r = 1	0,9278	244,9887	83,9371	0,0000
	r = 1	r > 1	0,7070	139,8385	60,0614	0,0000
	r = 2	r > 2	0,6267	90,7309	40,1749	0,0000
	r = 3	r > 3	0,5624	51,3141	24,2760	0,0000
	r = 4	r > 4	0,3375	18,2544	12,3209	0,0045
	r = 5	r > 5	0,0436	1,7842	4,1299	0,2136
Teste da raiz característica máxima	r = 0	r = 1	0,9278	105,1502	36,6302	0,0000
	r = 1	r > 1	0,7070	49,1076	30,4396	0,0001
	r = 2	r > 2	0,6267	39,4167	24,1592	0,0002
	r = 3	r > 3	0,5624	33,0598	17,7973	0,0001
	r = 4	r > 4	0,3375	16,4702	11,2248	0,0055
	r = 5	r > 5	0,0436	1,7842	4,12991	0,2136

Fonte: Resultados da pesquisa.

Tendo encontrado a existência de cinco vetores de cointegração, segue-se a análise dos resultados desses vetores e, em seguida, do Modelo Vetor de Correção de Erros (VEC). Os critérios AIC e HQ indicam que se devem utilizar quatro defasagens no modelo em nível e, assim, três defasagens para a transformação em primeira diferença. Neste estudo foram estimados modelos VEC com uma, duas e três defasagens. A partir dos critérios de AIC, constata-se que o modelo VEC3 é o que possui menor valor do critério AIC e, por isso, segundo Lütkepohl e Krätzig (2004), dado que o tamanho da amostra (T) é superior ou igual a 16, é o que melhor se ajusta. Assim, o modelo a ser analisado é o VEC3, e os modelos VEC1 e VEC2 são apresentados nas Tabelas 3B e 4B (APÊNDICE B).

A Tabela 14 apresenta os resultados do modelo VEC3, bem como o erro-padrão, a estatística t e a significância estatística dos parâmetros calculados. Além disso, são apresentados os resultados dos coeficientes de ajustamento ( $R^2$  e  $R^2$  ajustado), do teste F e dos critérios AIC e SC. A estatística de teste F encontrada, em que  $H_0$  é que, conjuntamente, todos os parâmetros são iguais a 0, foi de 3,9007 para  $\Delta \ln \text{PIBPC}$ ; 16,6767 para  $\Delta \ln \text{KPC}$ ; 6,7948 para  $\Delta \ln \text{RODPC}$ ; 2,1712 para  $\Delta \ln \text{ENERGPC}$ ; 4,0458 para  $\Delta \ln \text{EDUPC}$ ; e 3,0318 para  $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ , sendo todas estatisticamente significantes a 1%, exceção para  $\Delta \ln \text{ENERGPC}$ , que foi estatisticamente significativa a 5%. Os coeficientes de ajustamento ( $R^2$  e  $R^2$  ajustados) indicam que o modelo se adéqua significativamente aos dados e os resultados encontrados são, respectivamente:  $\Delta \ln \text{PIBPC}$  (0,8489 e 0,6316);  $\Delta \ln \text{KPC}$  (0,9600 e 0,9024);  $\Delta \ln \text{RODPC}$  (0,9071 e

0,7736);  $\Delta \ln \text{ENERGPC}$  (0,7573 e 0,4085);  $\Delta \ln \text{EDUPC}$  (0,8533 e 0,6424); e  $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$  (0,8134 e 0,5451).

Os cinco vetores de cointegração encontrados mostram a existência de relação de longo prazo entre as variáveis  $\ln \text{PIBPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$ ;  $\ln \text{KPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$ ;  $\ln \text{RODPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$ ;  $\ln \text{ENERGPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$ ; e  $\ln \text{EDUPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$ . Cada vetor foi normalizado para a primeira variável, tomando-se sempre duas a duas variáveis, sendo a variável  $\ln \text{SAUDEPC}$  presente em todos os vetores de cointegração (Tabela 14). Esses vetores representam a relação estável de longo prazo entre variáveis e, assim, mesmo sendo não estacionárias, possuem tendência comum de longo prazo. Nesse sentido, desvios da tendência comum de longo prazo podem ser informações relevantes para o crescimento das variáveis endógenas do sistema. Os coeficientes de ajustamento na equação do VEC representam a sensibilidade do crescimento de cada variável endógena aos desvios da tendência comum. O modelo encontrado é:

$$\begin{bmatrix} \Delta \ln \text{PIBPC} \\ \Delta \ln \text{PKPC} \\ \Delta \ln \text{RODPC} \\ \Delta \ln \text{ENERGPC} \\ \Delta \ln \text{EDUPC} \\ \Delta \ln \text{SAUDEPC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} & \alpha_{15} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} & \alpha_{25} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} & \alpha_{35} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} & \alpha_{45} \\ \alpha_{51} & \alpha_{52} & \alpha_{53} & \alpha_{54} & \alpha_{55} \\ \alpha_{61} & \alpha_{62} & \alpha_{63} & \alpha_{64} & \alpha_{65} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{11} & \beta_{12} & \beta_{13} & \beta_{14} & \beta_{15} & \beta_{16} \\ \beta_{21} & \beta_{22} & \beta_{23} & \beta_{24} & \beta_{25} & \beta_{26} \\ \beta_{31} & \beta_{32} & \beta_{33} & \beta_{34} & \beta_{35} & \beta_{36} \\ \beta_{41} & \beta_{42} & \beta_{43} & \beta_{44} & \beta_{45} & \beta_{46} \\ \beta_{51} & \beta_{52} & \beta_{53} & \beta_{54} & \beta_{55} & \beta_{56} \end{bmatrix} + \sum_{t=1}^3 \Gamma_t \Delta z_{t-1} + \gamma X_t + u_t$$

em que  $\alpha$  e  $\beta'$  são a matriz de coeficientes de ajustamento e de cointegração, respectivamente,  $\Gamma$  e  $\gamma$ , parâmetros das variáveis endógenas em primeira diferença ( $z$ ) e das exógenas ( $X$ ),  $t$ , tempo e  $u$ , erro aleatório.

O primeiro vetor de cointegração, formado pelas variáveis  $\ln \text{PIBPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$ , é dado por  $[\ln \text{PIBPC}_{t-1} - 0,1706 \ln \text{SAUDEPC}_{t-1} = \varepsilon_{1t-1}]$  e é estatisticamente significativo<sup>53</sup> a 1%. Quando o  $\ln \text{PIBPC}$  estiver abaixo de sua tendência de longo prazo com  $\ln \text{SAUDEPC}$  no período anterior ( $\varepsilon_{1t-1} > 0$ ), contribuirá para o ajustamento da taxa de crescimento do KPC para cima. Isso ocorre porque o coeficiente

<sup>53</sup> Como o teste de normalidade de Jarque-Bera dos resíduos do VEC rejeita a hipótese de normalidade, como será mostrado mais à frente, este estudo utiliza o teste de Wald assintótico ( $\chi^2_1$ ). Nesse caso, para analisar as estatísticas individuais, deve-se considerar o quadrado da estatística  $t$  calculada ou a raiz quadrada do limite da estatística de qui-quadrado com  $i$  grau de liberdade. Nesse caso, os níveis de significância são: 1% = 6,6349; 5% = 3,8415; e 10% = 2,7055.

de ajustamento ( $\alpha_{21} = -0,1205$ ) para a segunda equação do sistema (lnKPC) é estatisticamente significativa a 5%. Além disso, contribuirá para o ajustamento da taxa de crescimento de EDUPC para cima ( $\alpha_{51} = -0,3566$ ), sendo estatisticamente significativa a 1% e mostrado na quinta equação (Tabela 14).

O segundo vetor de cointegração, estatisticamente significativa a 1%, é dado por  $[\ln KPC_{t-1} - 0,0760 \ln SAUDEPC_{t-1} = \varepsilon_{2t-1}]$ . Quando o lnKPC estiver acima de sua tendência de longo prazo com lnSAUDEPC no período anterior ( $\varepsilon_{2t-1} > 0$ ), ocorrerá o ajustamento da taxa de crescimento de KPC para abaixo. Esse resultado é mostrado na segunda equação do sistema (lnKPC) e o coeficiente de ajustamento ( $\alpha_{22} = -0,1930$ ), estatisticamente significativa a 1%. A terceira equação desse sistema (lnRODPC) mostra que ocorrerá o ajustamento da taxa de crescimento de RODPC para cima ( $\alpha_{23} = 0,5699$ ), sendo estatisticamente significativa a 1%. A quarta equação (lnENERGPC) mostra que ocorrerá o ajustamento da taxa de crescimento de ENERGPC para baixo ( $\alpha_{24} = -0,4701$ ), sendo estatisticamente significativa a 5% (Tabela 14).

O terceiro vetor de cointegração é estatisticamente significativa a 1% e dado por  $[\ln RODPC_{t-1} - 0,3535 \ln SAUDEPC_{t-1} = \varepsilon_{3t-1}]$ . Quando o lnRODPC estiver acima de sua tendência de longo prazo com lnSAUDEPC no período anterior ( $\varepsilon_{3t-1} > 0$ ), ocorrerá o ajustamento da taxa de crescimento de PIBPC para abaixo. Esse fato é mostrado na primeira equação do sistema (lnPIBPC) e o coeficiente de ajustamento ( $\alpha_{31} = -0,1114$ ), estatisticamente significativa a 10%. Já a terceira equação (lnRODPC) mostra que ocorrerá o ajustamento na taxa de crescimento da própria variável (RODPC) para baixo e o coeficiente de ajustamento é dado por  $\alpha_{33} = -4430$ , sendo estatisticamente significativa a 1% (Tabela 14).

Tabela 14 - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 3 (VEC3), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

Equações	Equação 1	Equação 2	Equação 3	Equação 4	Equação 5	
lnPIBPC(-1)	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
lnKPC(-1)	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
lnRODPC(-1)	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	
lnENERGPC(-1)	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	
lnEDUPC(-1)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	
lnSAUDEPC(-1)	-0,1706 (0,0056)	-0,0760 (0,0039)	-0,3535 (0,0134)	-0,4817 (0,0103)	-0,8535 (0,0443)	
	-30,6625***	-19,4047***	-26,3034***	-46,9416***	-19,2656***	
Correção de erro	D(lnPIBPC)	D(lnKPC)	D(lnRODPC)	D(lnENERGPC)	D(lnEDUPC)	D(lnSAUDEPC)
Equação de cointegração 1	0,0076 (0,0648)	-0,1205 (0,0583)	-0,0959 (0,1146)	0,2983 (0,1856)	-0,3566 (0,1258)	0,8363 (0,6852)
	0,1176	-2,0648**	-0,8372	1,6073	-2,8341***	1,2205
Equação de cointegração 2	-0,0006 (0,0666)	-0,1930 (0,0599)	0,5699 (0,1177)	-0,4701 (0,1907)	-0,0985 (0,1293)	0,3946 (0,7038)
	-0,0086	-3,2210***	4,8438***	-2,4658**	-0,7623	0,5606
Equação de cointegração 3	-0,1114 (0,0576)	-0,0401 (0,0518)	-0,4430 (0,1018)	0,2315 (0,1649)	-0,0578 (0,1118)	0,1411 (0,6087)
	-1,9340*	-0,7730	-4,3534***	1,4038	-0,5172	0,2318
Equação de cointegração 4	-0,0280 (0,0353)	-0,0780 (0,0318)	0,1547 (0,0624)	-0,2783 (0,1012)	-0,1611 (0,0686)	0,0457 (0,3734)
	-0,7939	-2,4526**	2,4776**	-2,7510***	-2,3488**	0,1225
Equação de cointegração 5	0,0334 (0,0210)	0,0278 (0,0189)	0,1404 (0,0371)	-0,0847 (0,0600)	0,0614 (0,0407)	0,0765 (0,2216)
	1,5940	1,4759	3,7904***	-1,4100	1,5092	0,3451

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Como o teste de Jarque-Bera nos resíduos do VEC3 rejeita a hipótese de normalidade, este estudo utiliza o teste de Wald assintótico ( $\chi^2_1$ ). Nesse caso, deve-se considerar a distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade e, para comparar com a estatística t, deve-se tirar a raiz quadrada desse valor ( $w = (t)^2$ ). Os valores críticos do teste de Wald para os níveis de significância são: 1% = 6,6349; 5% = 3,8415; e 10% = 2,7055. Os valores entre parênteses são os erros-padrão e entre colchete, a estatística t. \*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5%; e \* Significativo a 10%.

Continua ...

Tabela 14 - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 3 (VEC3), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

	D(lnPIBPC)	D(lnKPC)	D(lnRODPC)	D(lnENERGPC)	D(lnEDUPC)	D(lnSAUDEPC)
D(lnPIBPC(-1))	0,2432 (0,1988)	0,36042 (0,1789)	0,6091 (0,35130)	-0,4765 (0,5692)	1,0706 (0,3859)	0,0580 (2,1013)
	1,2232	2,0146**	1,7339*	-0,8370	2,7744***	0,0276
D(lnPIBPC(-2))	-0,2328 (0,1849)	0,1209 (0,1664)	-0,4762 (0,3268)	0,6394 (0,5295)	0,2615 (0,3590)	2,7209 (1,9546)
	-1,2591	0,7264	-1,4574	1,2076	0,7286	1,3920
D(lnPIBPC(-3))	-0,2196 (0,1538)	-0,0449 (0,1384)	-0,9654 (0,2717)	-0,4832 (0,4403)	0,1765 (0,2985)	-1,8215 (1,6252)
	-1,4282	-0,3242	-3,5533***	-1,0976	0,5913	-1,1208
D(lnKPC(-1))	-0,3120 (0,1718)	-0,2547 (0,1546)	0,3493 (0,3036)	-0,1584 (0,4920)	0,3867 (0,3335)	-1,4030 (1,8163)
	-1,8158*	-1,6469*	1,1505	-0,3220	1,1593	-0,7725
D(lnKPC(-2))	0,3069 (0,1722)	0,3308 (0,1550)	0,4648 (0,3043)	0,5824 (0,4930)	0,5657 (0,3342)	3,9097 (1,8200)
	1,7823*	2,1352**	1,5275	1,1812	1,6925*	2,1482**
D(lnKPC(-3))	-0,1158 (0,2125)	-0,0197 (0,1912)	-0,6922 (0,3754)	0,4848 (0,6083)	-0,0958 (0,4124)	2,8510 (2,2455)
	-0,5452	-0,1029	-1,8439*	0,7970	-0,2324	1,2696
D(lnRODPC(-1))	-0,0413 (0,0770)	-0,0179 (0,0693)	0,0430 (0,1361)	0,0151 (0,2206)	-0,0457 (0,1495)	-1,2903 (0,8142)
	-0,5368	-0,2578	0,3156	0,0682	-0,3058	-1,5848
D(lnRODPC(-2))	-0,0458 (0,0696)	-0,1102 (0,0627)	-0,2403 (0,1230)	-0,4055 (0,1994)	0,1425 (0,1352)	-0,5875 (0,7359)
	-0,6581	-1,7589*	-1,9527*	-2,0341**	1,0545	-0,7983

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Como o teste de Jarque-Bera nos resíduos do VEC3 rejeita a hipótese de normalidade, este estudo utiliza o teste de Wald assintótico ( $\chi^2_1$ ). Nesse caso, deve-se considerar a distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade e, para comparar com a estatística t, deve-se tirar a raiz quadrada desse valor ( $w = (t)^2$ ). Os valores críticos do teste de Wald para os níveis de significância são: 1% = 6,6349; 5% = 3,8415; e 10% = 2,7055. Os valores entre parênteses são os erros-padrão e entre colchetes, a estatística t. \*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5%; e \* Significativo a 10%.

Continua ...

Tabela 14 - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 3 (VEC3), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

	D(lnPIBPC)	D(lnKPC)	D(lnRODPC)	D(lnENERGPC)	D(lnEDUPC)	D(lnSAUDEPC)
D(lnRODPC(-3))	-0,1322 (0,0788)	-0,0777 (0,0709)	0,0104 (0,1393)	-0,2083 (0,2256)	-0,1743 (0,1530)	-0,1041 (0,8329)
D(lnENERGPC(-1))	-1,6782* -0,0424 (0,0724)	-1,0960 0,0781 (0,0652)	0,0744 0,23374 (0,1280)	-0,9232 0,3080 (0,2074)	-1,1392 0,2161 (0,1406)	-0,1249 -0,0974 (0,7657)
D(lnENERGPC(-2))	-0,5857 0,1117 (0,0761)	1,1981 -0,0242 (0,0685)	1,8260* -0,0106 (0,1344)	1,4851 0,0930 (0,2178)	1,5370 0,0176 (0,1477)	-0,1272 -0,8277 (0,8042)
D(lnENERGPC(-3))	1,4679 -0,0605 (0,0725)	-0,3533 -0,1464 (0,0652)	-0,0787 -0,5164 (0,1281)	0,4271 0,1910 (0,2075)	0,1194 -0,2892 (0,14070)	-1,0293 -0,1749 (0,7661)
D(lnEDUPC(-1))	-0,8340 0,1477 (0,1559)	-2,2447** 0,1483 (0,1403)	-4,0316*** -0,2773 (0,2755)	0,9204 0,2710 (0,4464)	-2,0555* -0,7822 (0,3026)	-0,2283 0,1887 (1,6480)
D(lnEDUPC(-2))	0,9476 0,2196 (0,1463)	1,0568 0,1587 (0,1316)	-1,0066 -0,1517 (0,2584)	0,6071 -0,0672 (0,4188)	-2,5845*** -0,2160 (0,2839)	0,1145 -1,6018 (1,5458)
D(lnEDUPC(-3))	1,5016 0,3022 (0,1198)	1,2060 0,2659 (0,1078)	-0,5870 0,4974 (0,2117)	-0,1606 0,1075 (0,3431)	-0,7610 0,1631 (0,2326)	-1,0362 -2,2156 (1,2666)
D(lnSAUDEPC(-1))	2,5222** -0,0169 (0,0246)	2,4656** -0,0718 (0,0221)	2,3489** 0,0517 (0,0434)	0,3134 -0,1292 (0,0703)	0,7012 -0,1770 (0,0477)	-1,7493* 0,0767 (0,2595)
	-0,6890	-3,2512***	1,1923	-1,8380*	-3,7139	0,2954

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Como o teste de Jarque-Bera nos resíduos do VEC3 rejeita a hipótese de normalidade, este estudo utiliza o teste de Wald assintótico  $(\chi^2_1)$ . Nesse caso, deve-se considerar a distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade e, para comparar com a estatística t, deve-se tirar a raiz quadrada desse valor  $(w = (t)^2)$ . Os valores críticos do teste de Wald dos níveis de significância são: 1% = 6,6349; 5% = 3,8415; e 10% = 2,7055. Os valores entre parênteses são os erros-padrão e entre colchetes, a estatística t. \*\*\* Significativo a 1%; \*\* Significativo a 5%; e \* Significativo a 10%.

Continua ...

Tabela 14 - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 3 (VEC3), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

	D(lnPIBPC)	D(lnKPC)	D(lnRODPC)	D(lnENERGPC)	D(lnEDUPC)	D(lnSAUDEPC)
D(lnSAUDEPC(-2))	-0,0311 (0,0267)	-0,0581 (0,0240)	0,0339 (0,0472)	-0,0962 (0,0765)	-0,1365 (0,0519)	-0,3792 (0,2824)
D(lnSAUDEPC(-3))	-1,1641 0,0214 (0,0255)	-2,4205** -0,0123 (0,0229)	0,7189 0,1524 (0,0450)	-1,2569 -0,0600 (0,0729)	-2,6316*** -0,0092 (0,0494)	-1,3429 -0,2232 (0,2691)
D(lnPTF)	0,8401 0,4720 (0,1317)	-0,5382 -0,4834 (0,1185)	3,3887** 0,0195 (0,2327)	-0,8237 -0,2029 (0,3770)	-0,1853 -0,0888 (0,2556)	-0,8296 -2,3407 (1,3917)
	3,5849***	-4,0796***	0,0840	-0,5381	-0,3473	-1,6819*
R <sup>2</sup>	0,8489	0,9600	0,9071	0,7573	0,8533	0,8134
R <sup>2</sup> Ajustado	0,6316	0,9024	0,7736	0,4085	0,6424	0,5451
Teste F	3,9071	16,6767	6,7948	2,1712	4,0458	3,0318
Critério AIC		-22,8855				
Critério SC		-15,5389				

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Como o teste de Jarque-Bera nos resíduos do VEC3 rejeita a hipótese de normalidade, este estudo utiliza o teste de Wald assintótico ( $\chi^2_1$ ). Nesse caso, deve-se considerar a distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade e, para comparar com a estatística t, deve-se tirar a raiz quadrada desse valor ( $w = (t)^2$ ). Os valores críticos do teste de Wald para os níveis de significância são: 1% = 6,6349; 5% = 3,8415; e 10% = 2,7055. Os valores entre parênteses são os erros-padrão e entre colchetes, a estatística t. \*\*\* Significativo a 1%; \*\* Significativo a 5%; e \* Significativo a 10%.

O quarto vetor de cointegração é formado pelas variáveis  $\ln \text{ENERGPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$  e é dado por  $[\ln \text{ENERG}_{t-1} - 0,4817 \ln \text{SAUDEPC}_{t-1} = \varepsilon_{4t-1}]$ , sendo estatisticamente significativa a 1%. Assim, quando  $\ln \text{ENERG}$  estiver acima de sua tendência de longo prazo com saúde no período anterior ( $\varepsilon_{4t-1} > 0$ ), ocorrerá o ajustamento da taxa de crescimento de KPC para abaixo. O coeficiente de ajustamento ( $\alpha_{42} = -0,0780$ ) é estatisticamente significativa a 5% e mostrado na segunda equação do sistema. A terceira equação mostra que ocorrerá o ajustamento na taxa de crescimento de RODPC para cima, e o coeficiente de ajustamento é dado por ( $\alpha_{43} = 0,1547$ ) e é estatisticamente significativa a 5%. Já a quarta e a quinta equação mostram que ocorrerá o ajustamento na taxa de crescimento das variáveis  $\text{ENERGPC}$  e  $\text{EDUPC}$  para baixo e os coeficientes de ajustamentos são dados por ( $\alpha_{44} = -0,2783$ ) e ( $\alpha_{45} = -0,1611$ ), respectivamente, e são estatisticamente significantes a 1% e 5%, respectivamente (Tabela 14).

Finalmente, o quinto vetor de cointegração é formado pelas variáveis  $\ln \text{EDUPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$ , sendo dado por  $[\ln \text{EDUPC}_{t-1} - 0,8535 \ln \text{SAUDEPC}_{t-1} = \varepsilon_{5t-1}]$  e é estatisticamente significativa a 1%. Ele mostra que, quando  $\ln \text{EDUPC}$  estiver acima de sua tendência de longo prazo em relação a  $\ln \text{SAUDEPC}$  no período anterior ( $\varepsilon_{5t-1} > 0$ ), ocorrerá o ajustamento da taxa de crescimento de RODPC para cima. O coeficiente de ajustamento ( $\alpha_{53} = 0,1404$ ) é estatisticamente significativa a 1% e é mostrado na terceira equação do sistema (Tabela 14).

Em relação à taxa de crescimento do PIBPC, encontrou-se que a variável não é afetada por ela mesma e pode ser, em parte, explicado pelo fato de que, se a economia crescer no período  $t$ , não significa, por si só, que esta crescerá no período seguinte. A equação identidade do PIB mostra que, para que haja crescimento econômico, uma ou mais variáveis que a compõem (consumo, investimento, gasto do governo e exportações líquidas) deverão crescer mais que o suficiente para compensar possíveis retrações em outras. Já, em relação ao KPC, encontraram-se resultados ambíguos. Quanto maior a taxa de crescimento de KPC em  $t-1$ , menor a taxa de crescimento do PIBPC no período  $t$ . Para esse período, se a taxa de crescimento do PIBPC aumentar em 1%, a taxa do KPC reduz em 0,31%, sendo estatisticamente significativa a 10%. Já no período  $t-2$ , para a mesma variável, a taxa de crescimento do PIBPC será maior em  $t$ . Assim, o aumento de 1% na taxa de crescimento de KPC em  $t-2$  aumenta a do PIB em 0,31% no período  $t$ ,

sendo estatisticamente significativa a 10%. Esses resultados podem ser explicados, em parte, pelo tempo de maturidade do investimento, mostrando que o efeito positivo só ocorrerá após dois anos (Tabela 14).

Outra variável que afetou o PIBPC foi RODPC. Os resultados indicam que se houver o aumento de 1% na taxa de crescimento de RODPC em t-3, ocorrerá a redução da taxa de crescimento do PIBPC de 0,13%, sendo estatisticamente significativa a 10% (Tabela 14). Esse resultado, diferentemente do esperado, pode ser, em parte, explicado pelo longo período de construção e pavimentação de rodovias. Diferentemente desses resultados, diversos estudos já mostraram a relação positiva entre rodovias e crescimento econômico. Canning e Fay (1993) relataram que o aumento em transporte elevou o PIB em 0,07% nos países da OCDE e países em desenvolvimento. Já Zhang e Fan (2004) e Mendes *et al.* (2009), trabalhando com o PIB agrícola da Índia e do Brasil, respectivamente, encontraram que o aumento de rodovia aumentava o PIB agrícola em 0,04% e 0,72%, respectivamente. Para o Brasil, encontrou-se que a rodovia afetaria o PIB agrícola um período à frente.

Já em relação à variável EDUPC, os resultados mostram que o aumento de 1% na taxa de crescimento dessa variável, no período t-3, aumenta a taxa de crescimento do PIBPC em 0,30% no período t, sendo estatisticamente significativa a 5%. Outra variável que afeta positivamente o PIBPC é a variável lnPTF. O aumento de 1% na taxa de crescimento dessa variável no período t aumenta a taxa de crescimento do PIBPC em 0,47%, sendo estatisticamente significativa a 1% (Tabela 14). Esse resultado pode ser, em parte, explicado pelo efeito positivo, significativo e de curto prazo que a melhoria tecnológica (de produto e, ou, processo) afeta o crescimento do produto.

Em relação ao KPC, encontrou-se que o aumento de 1% na taxa de crescimento do PIBPC em t-1 aumenta a taxa de crescimento de KPC em 0,36% no período t, sendo estatisticamente significativa a 5%. Esse fato pode ser, em parte, explicado pela melhoria das expectativas das empresas em relação à sua produção e venda, induzindo o aumento dos investimentos. Já em relação à própria variável, os resultados indicam que o aumento de 1% na taxa de crescimento de KPC em t-1 e t-2 afeta a taxa de crescimento dessa variável de maneira oposta. Quando o aumento ocorre em t-1, sua taxa de crescimento em t reduz em 0,25%, sendo estatisticamente significativa a 10%. Já quando ocorre em t-2, sua taxa de crescimento em t eleva em 0,33% e é estatisticamente significativa a 5% (Tabela 11). Esses resultados podem indicar que, quando ocorre elevação da taxa de crescimento do KPC no período imediatamente anterior, as

empresas podem estar aguardando o retorno do capital para realizarem novos investimentos. De forma oposta, quando ocorre em t-2, o resultado positivo (analisado previamente via VPL, TIR e TIR-M) pode alavancar novos investimentos e levando ao aumento da taxa de crescimento dessa variável.

Quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento da variável RODPC em t-2, ocorre a redução da taxa de crescimento do KPC de 0,11% no período t, sendo estatisticamente significativa a 10%. Esse fato pode ser, em parte, explicado pelo longo período de construção e maturação do investimento em rodovia. Quando há o aumento de 1% na taxa de crescimento de ENERGPC em t-3, ocorre a redução da taxa de crescimento de RODPC em t de 0,15%, sendo estatisticamente significativa a 5%. Esse fato pode ser explicado, em parte, pela concorrência na alocação de recursos entre esses dois investimentos. Já, quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento de EDUPC em t-3, aumenta a taxa de crescimento de KPC em 0,27% em t, sendo estatisticamente significativa a 5%. Em relação à SAUDEPC, quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento dessa variável em t-1 e t-2, afeta de forma negativamente a taxa de crescimento do capital em t. Quando o aumento é em t-1, a redução na taxa de crescimento de KPC é de 0,07% e em t-2, de 0,06%, respectivamente, sendo estatisticamente significantes, na mesma ordem, a 1% e 5%. Já quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento da PTF em t, a taxa de crescimento de KPC reduz em 0,48% em t (Tabela 14). Esse fato pode ser explicado, em parte, pela menor necessidade de aumento no estoque de capital à medida que em avanços tecnológicos são incorporados à economia.

Em relação à variável RODPC, encontrou-se que o aumento da taxa de crescimento do PIBPC nos períodos t-1 e t-3 afeta essa variável de forma inversa. Quando o aumento ocorre em t-1, aumenta a taxa de crescimento de RODPC em 0,61% no período t, sendo estatisticamente significativa a 10%. Já quando o aumento é em t-3, reduz a taxa de crescimento de RODPC em 0,10% em t, sendo estatisticamente significativa a 1% (Tabela 14). Esse fato pode ser explicado, em parte, pela necessidade de mais rodovias para transporte de produtos, quando ocorre o crescimento da produção no período imediatamente anterior. Já quando o crescimento da produção ocorreu a três períodos passados, os resultados podem ser, em parte, explicados pela necessidade de maior oferta de rodovias no período de crescimento e não em períodos à frente, já que a produção já teria sido transportada ou até mesmo perdida em parte pela falta de

transporte adequado, como é o caso, muitas vezes, do transporte da soja no Centro-Oeste brasileiro.

Quando acontece aumento de 1% na taxa de crescimento do KPC em t-3, ocorre a redução da taxa de crescimento de RODPC de 0,69% em t, sendo estatisticamente significativa a 10%. Esse fato pode ser explicado, em parte, pelo aumento dos investimentos na própria rodovia em períodos passados e levando à redução desses no presente. Já em relação à própria variável RODPC, quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento dessa variável no período t-2, ela reduz essa taxa em 0,24% em t, sendo estatisticamente significativa a 10%. Esse fato novamente pode ser explicado, em parte, pela maturidade dos investimentos. Quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento da variável ENERGPC em t-1 e t-3, afeta RODPC de maneira inversa. Quando o aumento é em t-1, há o aumento da taxa de crescimento de RODPC em 0,23% em t, sendo estatisticamente significativa a 10%. Já quando o aumento se dá em t-3, há redução da taxa de crescimento de RODPC de 0,52% em t, sendo estatisticamente significativa a 1% (Tabela 14). O primeiro efeito (aumento) pode ser explicado, em parte, pela necessidade de energia para a produção de insumos para a construção de rodovia, como asfalto, máquinas etc. Já a redução pode ser explicada, em parte, pela concorrência de recursos para esses investimentos.

Já quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento das variáveis de infraestrutura social (EDUPC e SAUDEPC), ocorre também o aumento da taxa de crescimento de RODPC. Nas duas variáveis, o aumento em t-3 afeta positivamente RODPC em t em 0,50% e 0,15%, respectivamente, e foram estatisticamente significantes a 5% e 1% nessa mesma ordem (Tabela 14). Tal fato pode ser explicado, em parte, pelo aumento da percepção e do conhecimento da necessidade de aumento da malha rodoviária advindo de maior nível de conhecimento adquirido em períodos anteriores. Já a promoção de melhorias na saúde pode ser compreendida, também, pela necessidade de aumento da malha rodoviária (e também da qualidade) para transporte de pacientes para cidades com maiores níveis de recursos em saúde.

Em relação à variável ENERGPC, o aumento de 1% na taxa de crescimento de RODPC em t-2 reduz a taxa de crescimento desta em t em 0,41%, sendo estatisticamente significativa a 5% (Tabela 11). Esse fato pode ser explicado novamente, em parte, pela competição na alocação de recursos entre esses investimentos. Já quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento de SAUDEPC em t-1, reduz a taxa de crescimento de ENERGPC em 0,13% em t (Tabela 14). Novamente, esse fato pode ser

explicado, em parte, pela competição em relação aos recursos para investimentos, já que são períodos muito próximos e todas as variáveis são de infraestrutura.

Em relação à variável EDUPC, o aumento da taxa de crescimento do PIBPC em t-1 aumenta a taxa de crescimento de EDUPC em 1,07%, sendo estatisticamente significativa a 1%. Esse fato pode ser explicado, em parte, pelo aumento da renda e, portanto, da arrecadação pública, possibilitando a construção de novos estabelecimentos de ensino no período posterior. De forma semelhante, quando ocorre o aumento da taxa de crescimento de KPC em t-2, o efeito é o aumento da taxa de crescimento de EDUPC em t da ordem de 0,57% no período t (Tabela 14). Nesse caso, quando acontece o aumento do estoque de capital em dois períodos anteriores, tende a elevar a renda futura e a arrecadação pública, podendo ser alocados mais recursos para educação após dois períodos.

Quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento de ENERGPC em t-3, há redução da taxa de crescimento de EDUPC de 0,30% em t, sendo estatisticamente significativa a 5%. Esse fato difere do esperado, indicando que novos estudos devem abordar essa relação, utilizando outras metodologias, de forma a verificar esse fato. No entanto, como as variáveis são investimentos em infraestrutura, não se pode deixar de ter em mente o expressivo volume de recursos gastos para a construção de usinas geradoras de energia elétrica (hidrelétrica, termoeleétrica e nuclear), bem como o longo período de maturação desses investimentos. Já quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento de EDUPC no período t-1, há redução na taxa de crescimento da própria variável no período t, sendo de 0,78% e estatisticamente significativa a 1%. Já quando ocorre o aumento de 1% na taxa de crescimento da SAUDEPC em t-1 e t-2, há a redução na taxa de crescimento de EDUPC no período t, da ordem de 0,18% e 0,14%, respectivamente, sendo ambos estatisticamente significantes a 1% (Tabela 14). O fato de o aumento da taxa de crescimento de EDUPC, em t-1, e de SAUDEPC, em t-1 e t-2, afetar negativamente EDUPC em t pode ser explicado em parte, no primeiro caso, pela maturidade dos investimentos e, no segundo, pela competição na alocação de recurso público.

Em relação à variável SAUDEPC, o aumento de 1% na taxa de crescimento de KPC em t-2 aumenta a taxa de crescimento de SAUDEPC em 3,91% no período t. Esse fato pode ser explicado, em parte, pelo aumento do investimento em estabelecimentos de saúde em dois períodos anteriores e levando à melhoria da saúde no tempo presente. Já o aumento de 1% na taxa de crescimento de EDUPC em t-3 reduz a taxa de

crescimento de SAUDEPC em 2,22% em t. Novamente, esse fato pode ser explicado, em parte, pela concorrência na alocação de recursos entre essas áreas sociais. Finalmente, o aumento de 1% na taxa de crescimento da PTF em t reduz a taxa de crescimento de SAUDEPC em 2,34% em t (Tabela 14). Isso pode ser explicado, em parte, pelo fato de a melhoria tecnológica levar ao aumento da produtividade nos estabelecimentos de saúde já existentes e, com isso, reduzir a necessidade de novas alocações para o setor.

A Figura 20 ilustra o comportamento dos resíduos das variáveis  $\ln\text{PIBPC}$ ,  $\ln\text{KPC}$ ,  $\ln\text{RODPC}$ ,  $\ln\text{ENERGPC}$ ,  $\ln\text{EDUPC}$  e  $\ln\text{SAUDEPC}$  no VEC3, no período de 1970 a 2013. Cabe ressaltar que se perdem quatro observações estimadas, sendo três referentes às defasagens utilizadas e mais uma para cálculo da variável em diferença. Os resultados indicam que o grau de ajustamento do modelo foi significativo, pois os resíduos estão muito próximos de zero. Percebe-se que os resíduos, de modo geral, oscilam em torno de zero, mas em alguns anos ocorrem oscilações mais acentuadas e podem indicar que, nesses pontos, o modelo pode não explicar, com precisão, os dados observados. Assim, resíduos que ultrapassam os limites inferior e superior de dois desvios-padrão podem afetar as medidas de curtose e assimetria da variável, mas que serão analisados pelo teste de normalidade de Jarque-Bera. Esses casos podem levar à rejeição da normalidade dos resíduos, e os testes t e F seriam invalidados.

Em relação às oscilações, chama a atenção a variável energia, que apresentou expressiva variação no ano 2002 (Figura 20). Esse fato pode ser explicado, em parte, pela crise energética brasileira em 2001, na qual o governo reduziu a oferta com o objetivo de minimizar a escassez. O corte foi da ordem de 20% nas Regiões Sudeste, Centro-Oeste e Nordeste, além dos Estados do Pará e Tocantins, no período de junho a novembro daquele ano. Já na Região Sul o racionamento foi de 10% e iniciou em setembro (PÊGO FILHO *et al.*, 2015). Todos os resíduos são apresentados na Tabela 5B (APÊNDICE B).

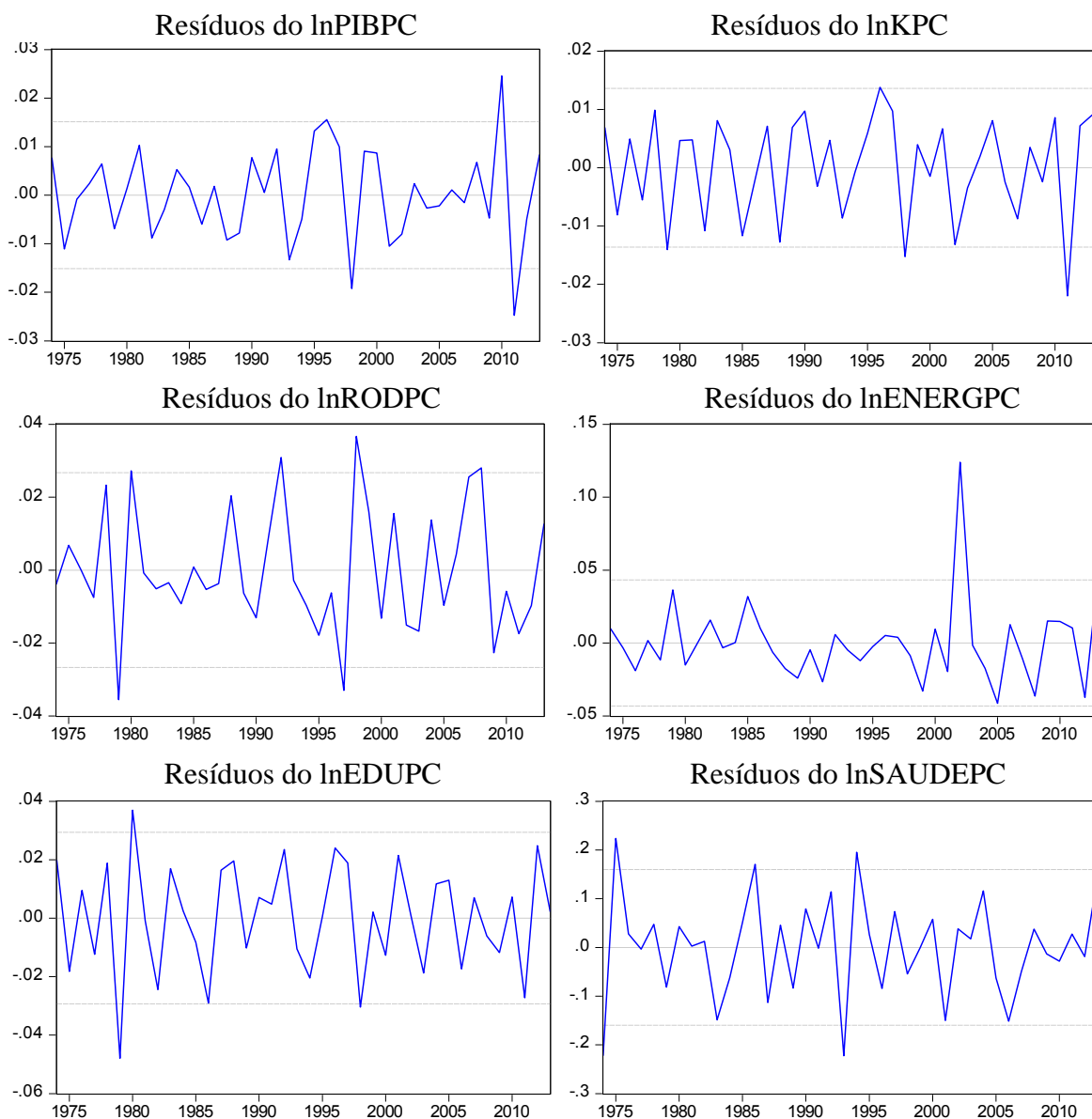


Figura 20 - Resíduos das variáveis endógenas (lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC), em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Outra forma de ver o ajustamento do modelo é analisar o comportamento das variáveis observadas e estimadas. A Figura 21 mostra o comportamento das variáveis endógenas (lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC) em logaritmo e *per capita*, no período de 1970 a 2013. Novamente, percebe-se que o modelo se ajusta bem à realidade dos dados observados. Analisando-se a variável energia, é possível observar que, no ano 2002, o modelo não se ajusta, de maneira correta, à realidade e pode ser explicado, novamente, pela crise energética brasileira no ano anterior.

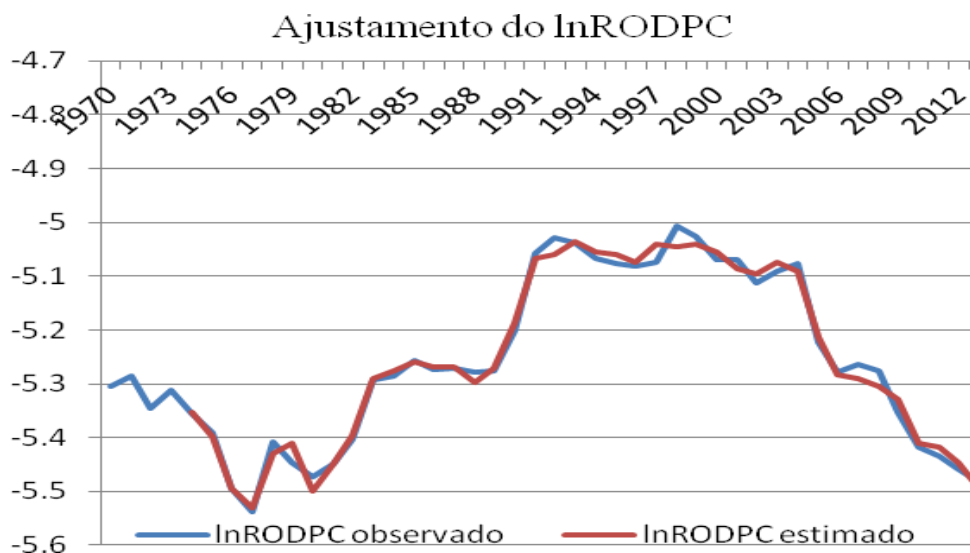
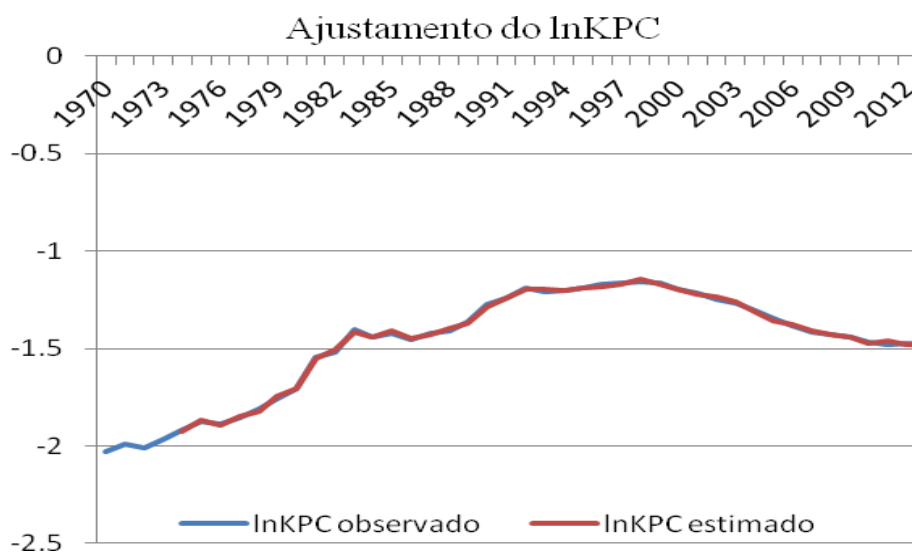
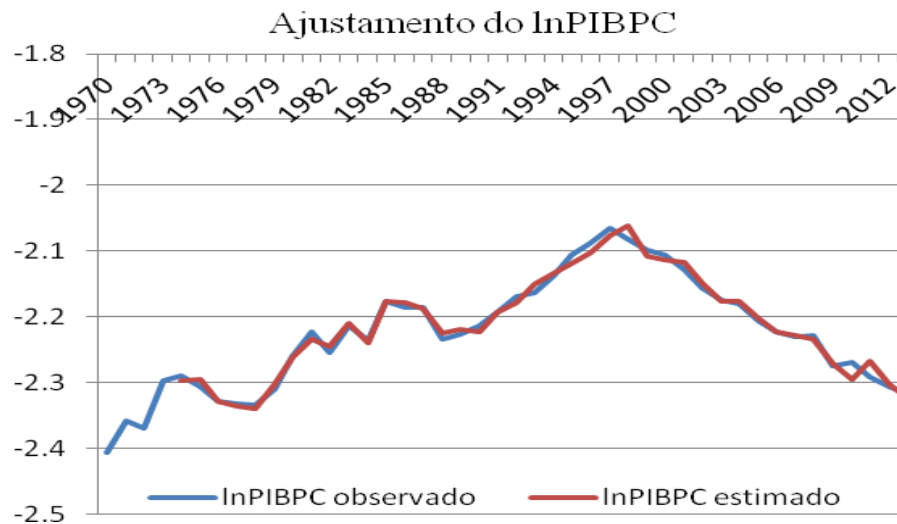


Figura 21 - Comportamento das variáveis endógenas observadas e estimadas (lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC). em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Continua ...

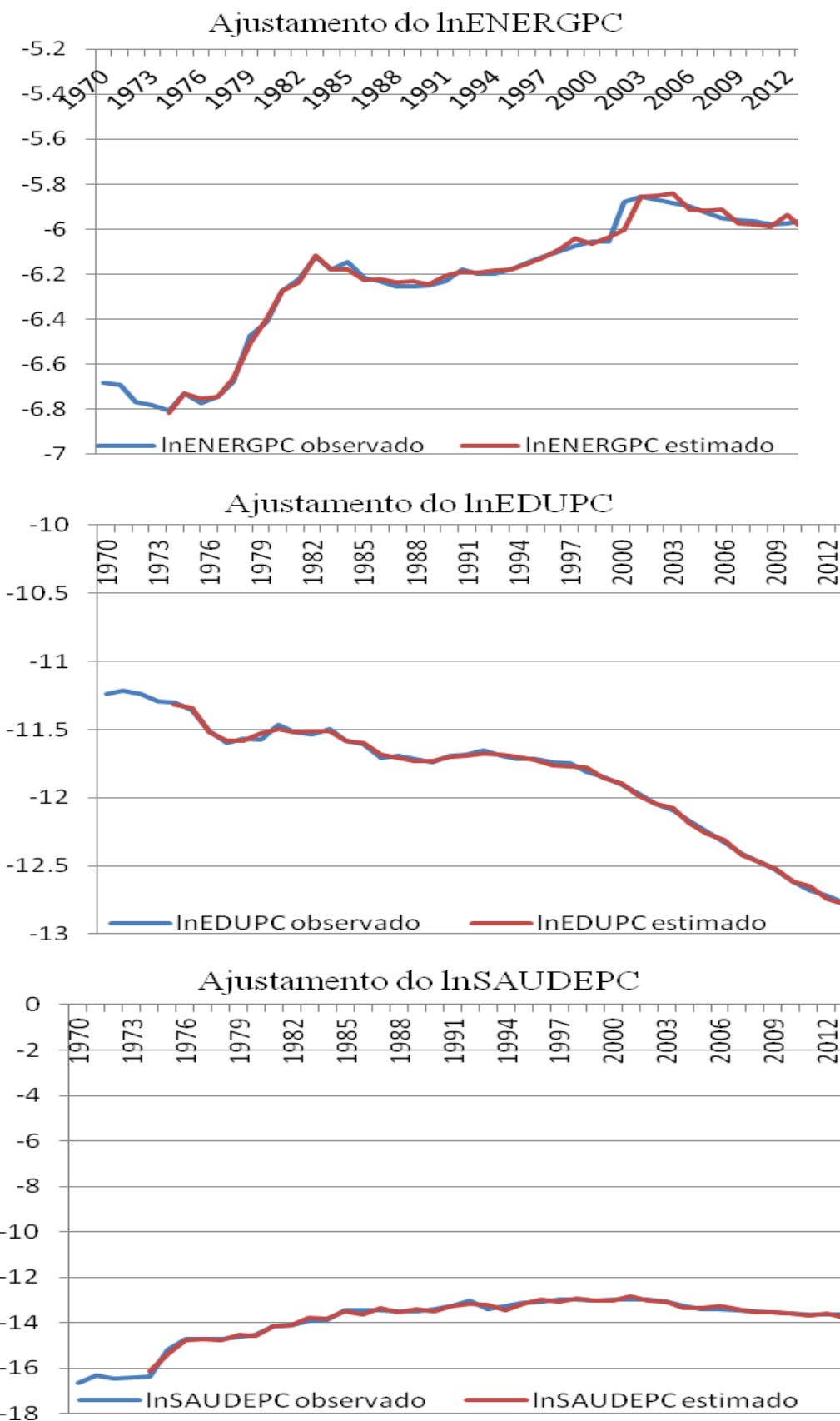


Figura 21 - Comportamento das variáveis endógenas observadas e estimadas (lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC), em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

Fonte: Resultados da pesquisa.

As Tabelas 6B e 7B (APÊNDICE B) apresentam os valores das variáveis endógenas (lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC) observadas e estimadas na modelagem VEC3, no período de 1970 a 2013. Novamente, na variável estimada se perdem quatro observações, sendo três referentes às defasagens utilizadas e mais uma para cálculo da variável em diferença. Os resíduos apresentados na Figura 13 são as diferenças entre esses valores (observados e estimados) para cada variável, mostrando, novamente, o ajustamento do modelo.

Na Tabela 15 são mostrados os resultados do teste de assimetria, curtose e normalidade de Jarque-Bera para os resíduos do VEC3, no período de 1970 a 2013, utilizando-se a ortogonalização de Cholesky<sup>54</sup>. A hipótese nula é que os resíduos têm distribuição normal, e a estatística de teste utiliza a distribuição Qui-quadrado. É equivalente testar separadamente a assimetria e a curtose, sob a hipótese nula de assimetria igual a 0 e curtose igual a 3, comparadas com a distribuição Qui-quadrado com 1 grau de liberdade. Em relação à assimetria e curtose, os resultados indicam que para as variáveis lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC, separadamente, não se pode rejeitar  $H_0$ . Mas, para a variável lnENERGPC, rejeita-se  $H_0$  nesses dois momentos. Analisando-se conjuntamente as variáveis para esses momentos, os resultados indicam a rejeição da hipótese nula, indicando também valores diferentes para a assimetria e a curtose, em relação à distribuição normal, e sendo estatisticamente significativa a 1%. O teste de normalidade de Jarque-Bera confirma que, conjuntamente, os resíduos do modelo estimado não têm distribuição normal e rejeita-se  $H_0$ , sendo estatisticamente significativa a 1%. Assim, os testes t e F não são válidos, o que requer a aplicação do teste de Wald assintótico. Com a hipótese nula, é  $H_0 : \beta_i = 0$  e a alternativa  $H_1 : \beta_i \neq 0$ , pode-se utilizar a fórmula  $W = \left[ \frac{\hat{\beta}_i^2}{SE^2(\hat{\beta}_i)} \right] \sim \chi^2(1)$ . Nesse caso, os níveis de significância são: 1% = 6,6349; 5% = 3,8415; e 10% = 2,7055, e a comparação com o teste t é dado por  $W = (t)^2$ . Cabe ressaltar que a não normalidade dos dados pode estar associada à crise energética de 2001, como mostrado nas Figuras 20 e 21.

---

<sup>54</sup> O teste de normalidade de Jarque-Bera, com ortogonalização da correlação residual de Doornik e Hansen (2015) que é invariante à ordenação e à escala das variáveis, apresentou o mesmo resultado encontrado com a ortogonalização de Cholesky.

Tabela 15 - Teste de normalidade de Jarque-Bera dos resíduos do VEC3 – Brasil, 1970-2013

<b>Componentes</b>	<b>Assimetria</b>	<b>Estatística de teste</b>	<b>Defasagem</b>	<b>Probabilidade e</b>
$\Delta \ln \text{PIBPC}$	-0,1185	0,0936	1	0,7597
$\Delta \ln \text{KPC}$	0,1975	0,2601	1	0,6100
$\Delta \ln \text{RODPC}$	0,3104	0,6424	1	0,4229
$\Delta \ln \text{ENERGPC}$	2,3663	37,330	1	0,0000
$\Delta \ln \text{EDUPC}$	0,0957	0,0610	1	0,8049
$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	-0,1151	0,0884	1	0,7662
Todos		38,47576	6	0,0000
<b>Componentes</b>	<b>Curtose</b>	<b>Estatística de teste</b>	<b>Defasagem</b>	<b>Probabilidade e</b>
$\Delta \ln \text{PIBPC}$	3,3207	0,1714	1	0,6789
$\Delta \ln \text{KPC}$	2,3805	0,6396	1	0,4238
$\Delta \ln \text{RODPC}$	2,5627	0,3188	1	0,5723
$\Delta \ln \text{ENERGPC}$	10,898	103,96	1	0,0000
$\Delta \ln \text{EDUPC}$	2,7926	0,0717	1	0,7889
$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	2,8580	0,0336	1	0,8546
Todos		105,1970	6	0,0000
<b>Componentes</b>	<b>Jarque-Bera</b>		<b>Defasagem</b>	<b>Probabilidade e</b>
$\Delta \ln \text{PIBPC}$	0,2649		2	0,8759
$\Delta \ln \text{KPC}$	0,8998		2	0,6377
$\Delta \ln \text{RODPC}$	0,9612		2	0,6184
$\Delta \ln \text{ENERGPC}$	141,2922		2	0,0000
$\Delta \ln \text{EDUPC}$	0,1327		2	0,9358
$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	0,1220		2	0,9408
Todos	143,6727		12	0,0000

Fonte: Resultados da pesquisa.

$\Delta$  - Primeira diferença.  $\ln \text{PIBPC}$ ,  $\ln \text{KPC}$ ,  $\ln \text{RODPC}$ ,  $\ln \text{ENERGPC}$ ,  $\ln \text{EDUPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$  são PIB *per capita*, rodovia, energia, educação e saúde, em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Na Tabela 16, mostra-se o teste de autocorrelação dos resíduos de Portmanteau para o VEC3, no período de 1970 a 2013. Trata-se de um teste de multiplicador de Lagrange (LM), e a hipótese nula é de que não há autocorrelação serial até a defasagem de ordem  $h$ . Os resultados indicam a não rejeição de  $H_0$  em nível de 5% de significância, mostrando que não ocorre autocorrelação até a 25ª defasagem analisada.

Tabela 16 - Teste de autocorrelação dos resíduos de Portmanteau para o VEC3 – Brasil, 1970-2013

<b>Defasag.</b>	<b>Estatíst. de teste</b>	<b>Probab.*</b>	<b>Defasag.</b>	<b>Estatíst. de teste</b>	<b>Probab.*</b>
1	58,6809	0,0099	14	29,0526	0,7876
2	36,1806	0,4602	15	31,2470	0,6940
3	43,4395	0,1840	16	20,7233	0,9805
4	22,5429	0,9609	17	33,5212	0,5871
5	25,1337	0,9127	18	45,0998	0,1422
6	74,6133	0,0002	19	48,5604	0,0788
7	28,3538	0,8144	20	29,5565	0,7674
8	18,3151	0,9937	21	26,5327	0,8752
9	46,7995	0,1073	22	27,8500	0,8325
10	31,2569	0,6936	23	30,2556	0,7379
11	23,7559	0,9416	24	48,5186	0,0794
12	43,9339	0,1707	25	46,2490	0,1178
13	53,4062	0,0310			

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Probabilidade usando a distribuição Qui-quadrado com 36 graus de liberdade.

Foi construída a função impulso-resposta para as variáveis lnPIBPC e lnKPC com 30 períodos, após o choque de um desvio-padrão (Figura 22). Os resultados mostram que o lnPIBPC responde positivamente a um choque de um desvio-padrão (DP) na própria variável e no lnKPC e o efeito desaparece após 20 e 22 períodos, respectivamente. Em relação às variáveis de infraestrutura econômica (lnRODPC e lnENERGPC), os resultados indicam que o lnPIBPC reage negativamente a um choque de um DP em ambas. O efeito desaparece após 22 e 28 períodos, respectivamente. Esse fato pode ser explicado, em parte, pela maturidade dos investimentos nessas infraestruturas econômicas, segundo as quais, normalmente, o retorno é no longo prazo, devido aos elevados níveis de investimentos para a sua construção. Para um choque de um DP na variável lnEDUPC, o efeito no lnPIBPC é positivo e desaparece após 23 períodos. Já para um choque de um DP em lnSAUDEPC, o efeito positivo aparece após quatro períodos e desaparece depois de 23 períodos.

Foram analisados, também, os efeitos no lnKPC de choques de um DP nas demais variáveis endógenas. Novamente, os resultados indicam que choques de um DP nas variáveis lnPIBPC e lnKPC afetam positivamente lnKPC, e o efeito desaparece após 8 e 12 períodos, respectivamente. Quando esse choque ocorre nas variáveis lnRODPC e lnENERGPC, os resultados mostram que o choque afeta positivamente a partir de 3 e de 13 períodos, respectivamente. Esse fato pode ser explicado, em parte, pela maturidade do investimento, mas cabe ressaltar que, passados esses períodos, o efeito positivo se prolonga pelos 30 períodos analisados. Já em relação a um choque em lnEDUPC, o

efeito é positivo e desaparece após 12 períodos. Finalmente, quando ocorre esse mesmo choque em lnSAUDEPC, o efeito positivo aparece após três períodos e desaparece após 11 períodos (Figura 22). Todos os resultados são mostrados nas Tabelas 8B e 9B (APÊNDICE B).

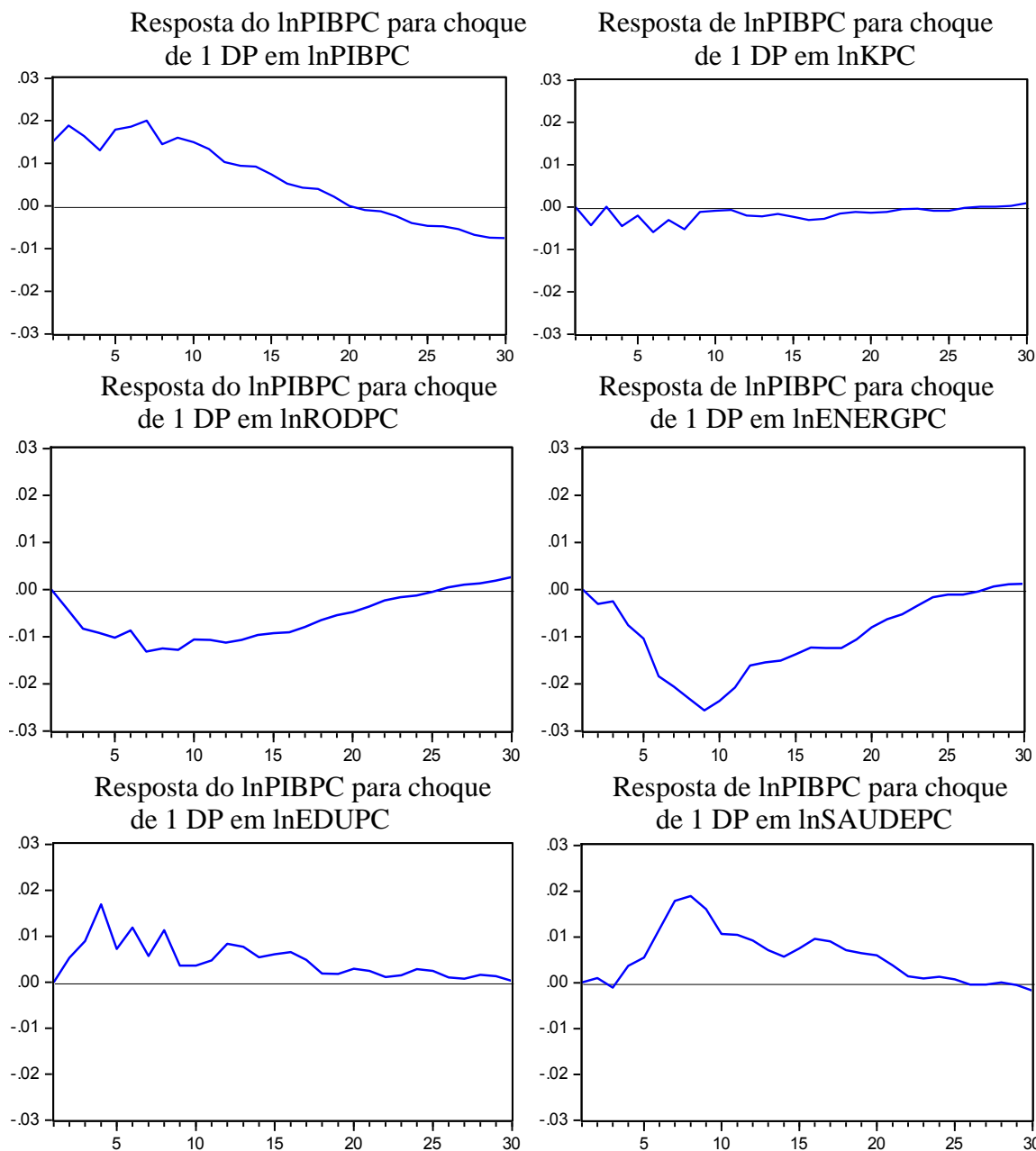


Figura 22 - Função impulso resposta no lnPIBPC e lnKPC para choques de 1 DP nas demais variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013.

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde, em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Continua ...

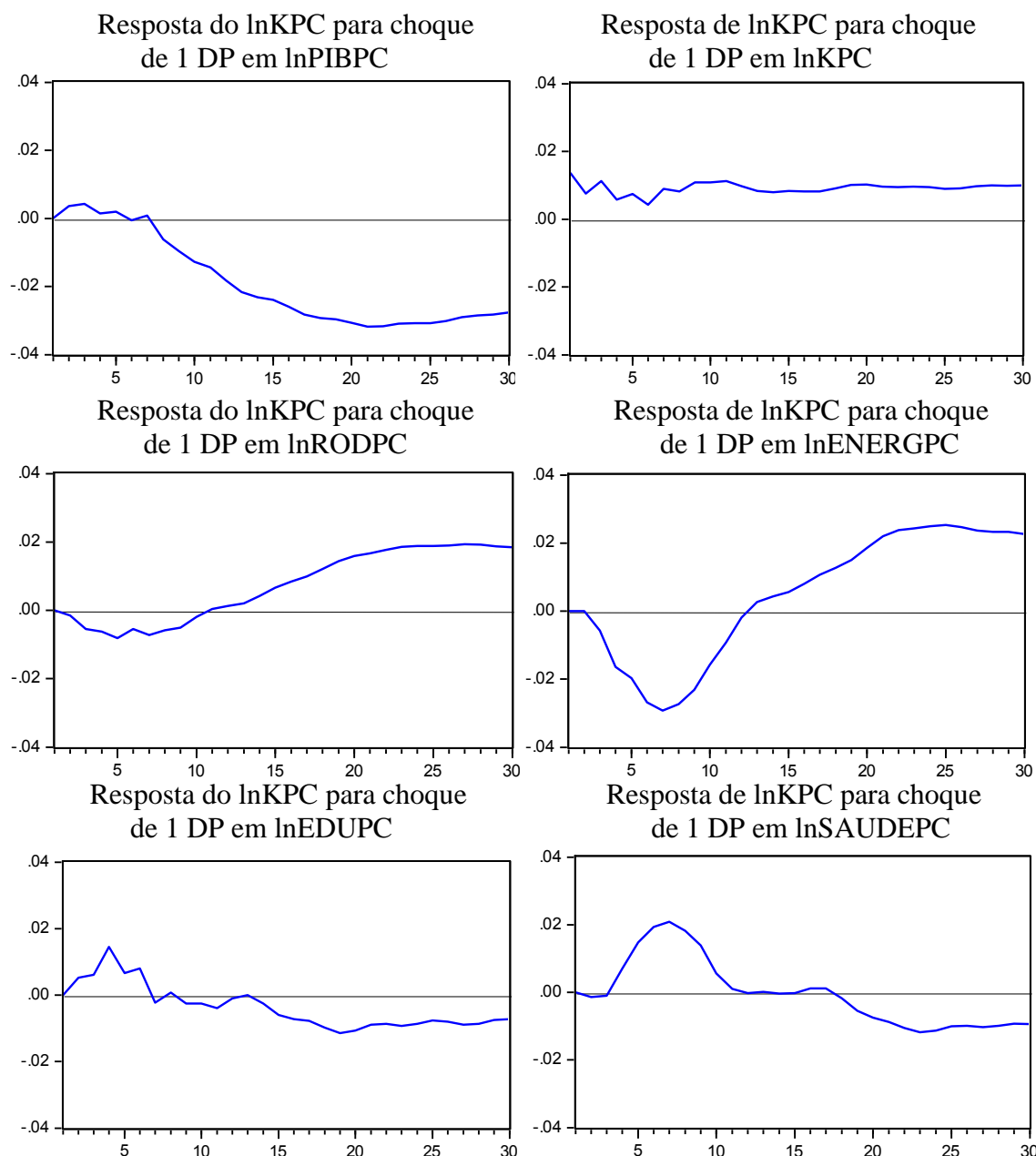


Figura 14 - Função impulso resposta no lnPIBPC e lnKPC para choques de 1 DP nas demais variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013.

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde, em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Na Tabela 17 é mostrada a decomposição da variância das variáveis lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC, utilizando-se o método de Cholesky, com a ordenação PIB, capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde. Essa decomposição mostra a porcentagem da variância do erro de previsão decorrente da própria variável e das demais (endógenas) ao longo do horizonte de previsão. A análise baseia-se nos desvios de previsão das variáveis e permite obter a representação de choques exógenos que ocorreram no passado para explicar os valores observados em

relação à sua previsão. Conforme citado por Bueno (2011), o erro de previsão aumenta no horizonte de tempo, alterando-se a parcela deste atribuída a cada variável. Por motivos didáticos, apresenta-se, apenas, parte da decomposição da variância, mas todos os resultados são mostrados nas Tabelas de 10B a 15B (APÊNDICE B).

Em relação à  $\ln\text{PIBPC}$ , os resultados indicam que a variável é muito afetada por ela mesma defasada e pouco afetada por  $\ln\text{KPC}$ , mesmo em horizonte de tempo maior. Para essa variável no período 1, todo erro de previsão se deve à própria variável. Após 20 períodos, 42,02% das variações nessa variável são explicadas por ela mesma e 26,53% e 16,84%, pelo  $\ln\text{ENERGPC}$  e  $\ln\text{SAUDEPC}$ , respectivamente. Em relação à  $\ln\text{KPC}$ , no primeiro período essa variável é fortemente impactada por ela mesma e pelo  $\ln\text{PIBPC}$ , que respondem por 51,66% e 48,35%, respectivamente, das variações dessa variável. Após 20 períodos,  $\ln\text{PIBPC}$ ,  $\ln\text{ENERGPC}$ ,  $\ln\text{KPC}$  e  $\ln\text{SAUDEPC}$  respondem por 44,05%; 22,06%; 16,94%; e 12,07%, respectivamente, das variações de  $\ln\text{KPC}$  (Tabela 17).

Em relação à  $\ln\text{RODPC}$ , no 1º período, a própria variável responde por 99,40% de suas variações. Após 20 períodos, as variáveis  $\ln\text{PIBPC}$ ,  $\ln\text{KPC}$ ,  $\ln\text{ENERGPC}$  e  $\ln\text{RODPC}$  respondem por 42,19%; 18,57%; 14,98%; e 11,90%, respectivamente, das oscilações dessa variável. Já no 1º período para  $\ln\text{ENERGPC}$ , suas variações são decorrentes da própria variável (68,53%),  $\ln\text{KPC}$  (22,17%) e  $\ln\text{RODPC}$  (9,28%). Após 20 períodos, as variações dessa variável são decorrentes de  $\ln\text{PIBPC}$ ,  $\ln\text{ENERGPC}$ ,  $\ln\text{SAUDEPC}$  e  $\ln\text{KPC}$ , sendo 49,46%, 21,92%, 16,50% e 8,31%, respectivamente (Tabela 17).

Em relação à  $\ln\text{EDUPC}$ , no 1º período, suas variações são decorrentes da própria variável,  $\ln\text{KPC}$  e  $\ln\text{PIBPC}$ , sendo de 46,24%; 25,71%; e 18,59%, respectivamente. Após 20 períodos, suas variações são decorrentes de  $\ln\text{PIBPC}$ ,  $\ln\text{KPC}$ ,  $\ln\text{ENERGPC}$ ,  $\ln\text{SAUDEPC}$  e  $\ln\text{RODPC}$ , sendo 49,09%; 16,96%; 14,18%; 8,69%; e 6,90%, respectivamente. Já para  $\ln\text{SAUDEPC}$ , no primeiro período, suas variações são decorrentes da própria variável,  $\ln\text{KPC}$  e  $\ln\text{EDUPC}$ , sendo 92,94%; 2,78%; e 2,66%, respectivamente. Após 20 períodos, suas variações são decorrentes da própria variável,  $\ln\text{PIBPC}$ ,  $\ln\text{ENERGPC}$  e  $\ln\text{KPC}$ , sendo 48,33%; 22,43%; 16,51%; e 7,57%, respectivamente (Tabela 17).

Tabela 17 - Estimação da decomposição da variância das variáveis endógenas em relação à mesma e às demais, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

Variável	N	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnPIB PC	1	100,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	96,6946	0,0692	0,3636	0,6972	2,0217	0,1537
	3	89,5821	2,6141	2,4925	0,5348	4,5882	0,1882
	4	79,9240	5,3780	1,8053	1,6591	10,3651	0,8685
	5	78,2248	5,3596	2,1777	3,9205	8,4122	1,9052
	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·
	16	46,1729	8,3844	1,1337	25,2392	3,1759	15,8940
	17	45,4526	8,3837	1,1418	25,5730	3,1396	16,3093
	18	44,8409	8,3979	1,1430	26,0506	3,0835	16,4842
19	44,3562	8,4211	1,1402	26,3875	3,0449	16,6502	
20	44,0153	8,4391	1,1392	26,5337	3,0305	16,8423	
lnK PC	1	48,3498	51,6602	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	54,3579	41,5565	0,0058	0,0319	3,5899	0,4581
	3	51,6820	41,4321	0,4876	2,1918	3,8666	0,3400
	4	37,2243	41,5590	1,1287	10,2075	6,8164	3,0641
	5	30,3290	37,2939	0,8287	16,1902	4,7516	10,6065
	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·
	16	29,2493	23,7764	1,6304	26,4895	2,4238	16,4305
	17	33,7581	21,9073	1,7025	25,0063	2,5187	15,1071
	18	37,8854	20,1255	1,7943	23,6910	2,6671	13,8367
19	41,3003	18,4713	1,9127	22,6402	2,8279	12,8476	
20	44,0493	16,9421	2,0287	22,0640	2,8450	12,0710	
lnROD PC	1	0,1524	0,4443	99,4033	0,0000	0,0000	0,0000
	2	16,1310	0,2848	67,4518	15,3117	0,4835	0,3371
	3	17,5711	2,7441	50,9723	22,0614	4,0444	2,6067
	4	11,2943	18,9006	36,1000	16,7692	11,7757	5,1602
	5	10,3595	26,8654	29,3017	18,4028	10,3993	4,6714
	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·
	16	21,8057	27,3457	14,7626	19,4579	4,4254	12,2028
	17	27,6798	24,8650	13,8887	18,0585	4,0454	11,4626
	18	32,8991	22,7462	13,2624	16,6661	3,9706	10,4555
19	37,4530	20,7467	12,6521	15,5124	3,9865	9,6493	
20	42,1943	18,5656	11,9016	14,9806	3,6774	8,6806	
lnENER GPC	1	0,0140	22,1686	9,2844	68,5331	0,0000	0,0000
	2	1,3457	24,5865	5,2768	68,0920	0,4587	0,2404
	3	2,2543	24,9257	6,8912	64,9350	0,7616	0,2323
	4	1,9965	25,8304	6,4363	63,3364	0,7257	1,6747
	5	2,1233	26,0500	5,7445	57,4287	0,7288	7,9248
	·	·	·	·	·	·	·
	·	·	·	·	·	·	·
	16	47,1784	10,3831	2,0461	21,7256	2,6297	16,0371
	17	48,1234	9,5384	1,8962	21,0725	2,5859	16,7835
	18	48,6503	8,9328	1,7930	21,0247	2,4797	17,1195
19	49,1275	8,5587	1,6955	21,5430	2,3003	16,7750	
20	49,4577	8,3112	1,6363	21,9171	2,1758	16,5019	

Fonte: Resultados da pesquisa.

Continua ...

Tabela 17 - Estimação da decomposição da variância das variáveis endógenas em relação a ela e às demais, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

Variável	N	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnEDU PC	1	18,5855	25,7082	8,7798	0,6855	46,2410	0,0000
	2	32,3256	20,4741	5,9359	0,7573	33,4817	7,0256
	3	27,7157	26,1533	8,5934	1,8561	31,1938	4,4877
	4	26,8646	27,1667	5,7289	4,3531	26,8019	9,0849
	5	20,5656	26,5472	4,9418	8,7212	23,6753	15,5490
	·	·	·	·	·	·	·
	16	27,1382	26,0664	6,2810	20,8662	6,4501	13,1981
	17	33,3625	23,6536	6,4647	18,7765	5,7754	11,9674
	18	39,2574	21,3302	6,6132	16,9333	5,1860	10,6800
	19	44,4199	19,1252	6,7945	15,3286	4,6936	9,6382
20	49,0912	16,9591	6,8970	14,1839	4,1791	8,6897	
lnSAUDE PC	1	0,3063	2,7766	0,9828	0,3330	2,6608	92,9406
	2	0,7655	3,5541	1,1972	0,2916	2,1860	92,0056
	3	10,1336	4,3662	1,6447	5,0069	3,6967	75,1519
	4	13,0705	6,0865	1,4819	9,8707	4,2638	65,2266
	5	15,8253	6,4003	1,4536	9,4940	4,2961	62,5308
	·	·	·	·	·	·	·
	16	23,3564	7,4460	1,0036	16,0246	4,0955	48,0739
	17	23,1907	7,4632	0,9918	15,8554	4,1535	48,3455
	18	22,7953	7,4185	0,9767	15,6686	4,2487	48,8923
	19	22,5892	7,4875	0,9684	16,0449	4,1976	48,7124
20	22,4260	7,5653	0,9678	16,5054	4,2058	48,3297	

Fonte: Resultados da pesquisa.

Na Tabela 18, mostra-se o teste de causalidade, no sentido de Granger, para as variáveis  $\Delta \ln \text{PIBPC}$ ,  $\Delta \ln \text{KPC}$ ,  $\Delta \ln \text{RODPC}$ ,  $\Delta \ln \text{ENERGPC}$ ,  $\Delta \ln \text{EDUPC}$  e  $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ , no período analisado. Esse teste de causalidade permite melhorias de previsão da variável explicada, quando se conhecem os valores passados da variável explicativa. A estatística utilizada é o teste F, e a hipótese nula é de que os parâmetros das regressões de causalidade são iguais a zero. Nesse caso, uma variável não causaria a outra, no sentido de Granger.

Os resultados indicam que, para a variável  $\Delta \ln \text{PIBPC}$  individualmente, rejeita-se  $H_0$  para o teste com as variáveis  $\Delta \ln \text{KPC}$  e  $\Delta \ln \text{EDUPC}$ , sendo estatisticamente significantes a 5% e 10%, respectivamente. Conjuntamente, o teste indica que todas as variáveis causam o  $\Delta \ln \text{PIBPC}$ , bem como o  $\Delta \ln \text{PIBPC}$  causa todas, sendo estatisticamente significativa a 1%. Assim, o teste denota a característica de que o passado de ambas são relevantes para a previsão de cada série. Em relação à variável  $\Delta \ln \text{KPC}$ , individualmente, rejeita-se  $H_0$  para a variável  $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ , sendo estatisticamente significativa a 1%. Conjuntamente, porém, o teste indica que  $\Delta \ln \text{KPC}$

causa todas as variáveis e estas, por sua vez, causam a primeira, sendo estatisticamente significativa a 1% (Tabela 18).

Tabela 18 - Teste de causalidade, no sentido de Granger, das variáveis endógenas do VEC3, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

Variável dependente	Hipótese nula	n	Estatística de teste	p-valor
$\Delta \ln \text{PIBPC}$	$\Delta \ln \text{PIBPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{KPC}$	40	12,1428	0,0059
	$\Delta \ln \text{PIBPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{RODPC}$	40	10,2127	0,3808
	$\Delta \ln \text{PIBPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{ENERGPC}$	40	1,7600	0,4926
	$\Delta \ln \text{PIBPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{EDUPC}$	40	8,6378	0,0896
	$\Delta \ln \text{PIBPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	40	1,6984	0,1005
	TODOS	40	35,7460	0,0000
$\Delta \ln \text{KPC}$	$\Delta \ln \text{KPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{PIBPC}$	40	5,3994	0,1473
	$\Delta \ln \text{KPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{RODPC}$	40	19,7809	0,2600
	$\Delta \ln \text{KPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{ENERGPC}$	40	1,3838	0,1099
	$\Delta \ln \text{KPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{EDUPC}$	40	11,8502	0,1041
	$\Delta \ln \text{KPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	40	7,1797	0,0002
	TODOS	40	64,1504	0,0000
$\Delta \ln \text{RODPC}$	$\Delta \ln \text{RODPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{PIBPC}$	40	2,4833	0,0002
	$\Delta \ln \text{RODPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{KPC}$	40	0,9987	0,0887
	$\Delta \ln \text{RODPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{ENERGPC}$	40	0,2053	0,0005
	$\Delta \ln \text{RODPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{EDUPC}$	40	5,9843	0,0072
	$\Delta \ln \text{RODPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	40	1,9614	0,0014
	TODOS	40	12,1820	0,0000
$\Delta \ln \text{ENERGPC}$	$\Delta \ln \text{ENERPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{PIBPC}$	40	1,2607	0,2809
	$\Delta \ln \text{ENERPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{KPC}$	40	27,9009	0,4846
	$\Delta \ln \text{ENERPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{RODPC}$	40	22,3845	0,1758
	$\Delta \ln \text{ENERPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{EDUPC}$	40	16,0529	0,6925
	$\Delta \ln \text{ENERPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	40	1,3049	0,2340
	TODOS	40	52,1206	0,0329
$\Delta \ln \text{EDUPC}$	$\Delta \ln \text{EDUPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{PIBPC}$	40	2,8781	0,0449
	$\Delta \ln \text{EDUPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{KPC}$	40	9,9818	0,3544
	$\Delta \ln \text{EDUPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{RODPC}$	40	10,1082	0,4476
	$\Delta \ln \text{EDUPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{ENERGPC}$	40	0,3086	0,1461
	$\Delta \ln \text{EDUPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	40	7,7767	0,0000
	TODOS	40	35,0067	0,0000
$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$	$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{PIBPC}$	40	2,0737	0,2402
	$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{KPC}$	40	3,8645	0,0387
	$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{RODPC}$	40	6,0833	0,3761
	$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{ENERGPC}$	40	0,6596	0,5524
	$\Delta \ln \text{SAUDEPC}$ não Granger causa $\Delta \ln \text{EDUPC}$	40	2,5531	0,1650
	TODOS	40	35,9420	0,0998

Fonte: Resultados da pesquisa.

$\Delta$  = Operador de primeira diferença.

$\ln \text{PIBPC}$ ,  $\ln \text{KPC}$ ,  $\ln \text{RODPC}$ ,  $\ln \text{ENERGPC}$ ,  $\ln \text{EDUPC}$  e  $\ln \text{SAUDEPC}$  – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde, em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Em relação à variável  $\Delta \ln \text{RODPC}$ , o teste indica que essa variável causa as demais e ocorre o mesmo quando se analisam as demais variáveis em relação à primeira. Individualmente, o nível de significância foi de 1% para as variáveis, exceção

à  $\Delta \ln KPC$ , que foi a 10%. Já conjuntamente o nível foi de 1% de significância. Em relação à variável  $\Delta \ln ENERGPC$ , o resultado mostra que, individualmente, essa variável não causa as demais. Conjuntamente, porém, o teste mostra que  $\Delta \ln ENERGPC$  causa as demais variáveis e estas causam a primeira, sendo estatisticamente significativa a 5% (Tabela 18).

Em relação à variável  $\Delta \ln EDUPC$ , o teste mostra que, individualmente, rejeita-se  $H_0$  para  $\Delta \ln PIBPC$  e  $\Delta \ln SAUDEPC$ , sendo estatisticamente significativa a 5% e 1%, respectivamente. Conjuntamente, o teste indica que  $\Delta \ln EDUPC$  causa as demais variáveis e estas a primeira, sendo estatisticamente significativa a 1%. Finalmente, em relação à variável  $\Delta \ln SAUDEPC$ , individualmente, o resultado indica que se rejeita  $H_0$  somente para a variável  $\Delta \ln KPC$ , sendo estatisticamente significativa a 5%. Novamente, quando se analisa conjuntamente, o teste indica que  $\Delta \ln SAUDEPC$  causa as demais variáveis e estas a primeira, sendo estatisticamente significativa a 10% (Tabela 18).

Nesse sentido, o modelo econométrico agrega valor ao explicar de que forma o passado de cada variável afeta o seu valor presente e das demais variáveis endógenas utilizadas.

## 5. RESUMO E CONCLUSÕES

A partir da década de 1980, os investimentos públicos em infraestrutura reduziram-se significativamente no Brasil. Em consequência, ocorreu a queda da competitividade externa e da lucratividade das empresas, levando à redução dos investimentos privados e à taxa de crescimento moderada e, até mesmo, queda do PIB. A literatura evidencia que os investimentos em infraestrutura apresentam externalidade positiva em todos os setores da economia. Como resultado, há o aumento da produtividade do capital, redução de custos empresariais, elevação da rentabilidade e da lucratividade, aumentando os investimentos privados e afetando positivamente o crescimento do PIB.

O objetivo geral deste estudo é determinar os efeitos da infraestrutura econômica e social no crescimento econômico brasileiro, no período de 1970 a 2013. Além disso, pretendeu-se desenvolver um modelo teórico que mostre os efeitos dos investimentos em infraestrutura social no crescimento econômico e determinar os investimentos em infraestrutura econômica e social que tiveram maiores impactos no crescimento econômico brasileiro.

Utilizou-se o Modelo de Crescimento AK dinâmico com Gasto do Governo, proposto por Barro (1990) e utilizado por Fedderke *et al.* (2006), mas acrescentaram-se as variáveis investimento público em infraestrutura econômica e social para verificar a trajetória convergente para a economia brasileira até *Steady State*. Para isso, utilizou-se o método recursivo para analisar a dinâmica da economia no curto e no longo prazo. Além disso, com dados de 1970 a 2013, utilizou-se o Modelo Vetor de Correção de Erros (VEC) para mensurar os efeitos dos investimentos em infraestrutura econômica e social sobre o produto no Brasil. Essa modelagem econométrica permitiu verificar os efeitos do passado da variável sobre ela mesma e sobre as demais variáveis endógenas.

O modelo teórico desenvolvido utiliza as mesmas premissas de Barro (1990), porém desagrega os gastos públicos em infraestrutura econômica e social. O diagrama de fases é construído para verificar as possíveis trajetórias de curto prazo até *Steady State*. O modelo mostra que o efeito no produto *per capita* dependerá da parcela do gasto público *per capita* com infraestrutura social e do produto marginal do trabalho. Haverá crescimento do produto *per capita* quando a produtividade marginal do trabalho for maior que a parcela do gasto público *per capita* destinado à área social. Caso contrário, o produto *per capita* diminuirá. Se as magnitudes dessas variáveis forem

iguais, haverá a estagnação deste produto. O que o modelo pode estar indicando é que investimento público em infraestrutura social deve ser de qualidade, de modo a afetar positivamente a produtividade marginal do trabalho e mais que compensar a redução da produtividade marginal do capital, decorrente da redução do investimento nessa área.

Foram realizados experimentos *teóricos* com choque exógenos no modelo para verificar o comportamento de curto e longo prazos da economia. No primeiro, elevou-se a parcela do gasto público *per capita* na infraestrutura social, *ceteris paribus*, e, no segundo, aumentou-se o gasto *per capita* do governo, *ceteris paribus*. O efeito de longo prazo no primeiro caso é ambíguo e, no segundo, verifica-se que o produto *per capita* aumenta no novo *Steady State*. Porém, nos dois casos verifica-se que o comportamento de curto prazo da economia dependerá da elasticidade de substituição de consumo intertemporal do agente. Se essa elasticidade for alta, ele estará disposto a permitir expressivas alterações no consumo no tempo, optando em consumir menos quando o estoque de capital é baixo, sendo, nesse caso, a taxa de juro alta. O efeito será o aumento da poupança que financiará os investimentos e a economia alcançará rapidamente o novo equilíbrio de *Steady State*. Caso essa elasticidade seja baixa, haverá elevação do consumo presente, redução da poupança, com reflexos negativos no investimento, e a economia caminhará lentamente para *Steady State*.

O modelo teórico desenvolvido é testado empiricamente, em *Steady State*, com a calibração de parâmetros no método recursivo. Os dados para calibração mostram que, no Brasil, a produtividade marginal do trabalho (0,68) é maior que a parcela do gasto público na área social (0,53). Nesse caso, o modelo teórico sugere que haverá crescimento do produto *per capita* quando se eleva a parcela do gasto público *per capita* com a infraestrutura social. É interessante notar, também, que a parcela da renda do capital na renda nacional no Brasil (0,32) é inferior à observada nas principais economias mundiais. Utilizando a equação de Bellman para verificar a dinâmica da economia brasileira, no curto e no longo prazo, para as funções consumo e capital, ambos *per capita*, obtiveram-se a função valor dos agentes como função do estoque de capital (variável de estado) e a função política ótima para capital futuro como função do estoque de capital presente.

O diagrama de fases da economia brasileira indica que o efeito do gasto público *per capita* em infraestrutura social é positivo, corroborando os resultados do modelo teórico. Além disso, encontrou-se que a elasticidade de substituição de consumo intertemporal é elevada e, assim, os agentes tendem a aceitar maior variação no

consumo *per capita* presente, aumentando a poupança e o investimento. Assim, a economia caminhará rapidamente para o novo *Steady State*. Para testar a robustez desses resultados, procedeu-se a experimentos empíricos no modelo recursivo, com choques exógenos. Os resultados indicam que, quando se aumentam em 5% os gastos públicos em infraestrutura social, *ceteris paribus*, afeta-se positivamente o consumo (4,0%), o capital (2,2%) e o produto (2,2%), todos *per capita*. A magnitude desses resultados, menor que o choque, pode indicar que, apesar do efeito positivo, a parcela do gasto público *per capita* na área social pode-se estar atingindo o limite.

Já quando o aumento de 5% ocorre no gasto público *per capita*, *ceteris paribus*, o produto, capital e consumo, todos *per capita*, aumentam em 7,5%, 7,5% e 9,5%, respectivamente. Esse fato pode ser explicado, em parte, pela importância do governo na economia brasileira, que é maior que em diversos países desenvolvidos. Porém, cabe ressaltar que, no modelo, o imposto é do tipo lump-sum e, portanto, não distorce os preços relativos da economia, o que pode acarretar menor taxa de crescimento.

Quando ocorre a elevação de 5% na participação da renda do capital na economia, há aumento do produto, do capital e do consumo, todos *per capita*, de 10,4%; 15,9%; e 17,4%, respectivamente. Esse fato pode indicar que o estoque de capital real na economia brasileira é pequeno. Cabe ressaltar que essa participação é menor que nas sete maiores economias mundiais. Já quando ocorre o aumento de 5% na oferta, novamente produto, capital e consumo, todos *per capita*, aumentam em 7,5%; 7,5%; e 13,7%, respectivamente.

Tendo analisado a economia brasileira em *Steady State*, ajusta-se um modelo econométrico para verificar os efeitos das variáveis de infraestrutura econômica e social, no período de 1970 a 2013. Tendo verificado que as séries são I(1), mas cointegradas de ordem zero, encontraram-se cinco vetores de cointegração. O modelo analisado é o Vetor de Correção de erros com três defasagens, por apresentar menor critério de Akaike. Os cinco vetores de cointegração encontrados mostram a existência de relação de longo prazo entre as variáveis, em logaritmo e *per capita*, PIB e saúde; capital e saúde; rodovia e saúde; energia e saúde; e educação e saúde.

Cada vetor foi normalizado para a primeira variável, tomando-se sempre duas a duas, e a variável saúde *per capita*, em logaritmo, está presente em todos os vetores de cointegração. Esses vetores representam a relação estável de longo prazo entre variáveis e, assim, mesmo sendo não estacionárias, possuem tendência comum de longo prazo. Assim, desvios da tendência comum de longo prazo podem ser informações relevantes

para o crescimento das variáveis endógenas do sistema. Assim, o modelo mostra a existência de efeitos no produto *per capita* de gastos públicos em infraestruturas econômica e social, corroborando os resultados encontrados no método recursivo.

Encontrou-se que, quanto maior a taxa de crescimento do capital *per capita* em t-1, menor a taxa de crescimento do PIB *per capita* no período t. Já se esse crescimento for em t-2, a taxa de crescimento do PIB *per capita* será maior em t. Esses resultados podem ser explicados, em parte, pelo tempo de maturidade do investimento, mostrando que o efeito positivo só ocorrerá após dois anos. Diferentemente do esperado, encontrou-se que o aumento na taxa de crescimento de rodovia *per capita* em t-3 reduz a taxa de crescimento do PIB *per capita* em t. Esse resultado pode estar sugerindo que esse investimento é de longa maturidade, em função do longo período de construção e pavimentação. Já o aumento na taxa de crescimento das variáveis educação *per capita* e PTF, nos períodos t-3 e t, respectivamente, afetam positivamente a taxa de crescimento do PIB *per capita* no período t. Esse resultado corrobora o modelo teórico e o método recursivo que indicam que os gastos públicos em infraestrutura social podem afetar positivamente o PIB.

Analisando os efeitos sobre o capital, o modelo mostra que o aumento na taxa de crescimento do PIB *per capita*, em t-1, afeta positivamente a taxa de crescimento de capital *per capita*. Esse fato pode sugerir que o aumento da renda aumentaria a expectativa empresarial em relação à produção no período seguinte e induzindo ao aumento dos investimentos. Já o aumento da taxa de crescimento de capital *per capita* em t-1 e t-2 afeta a própria variável de maneira ambígua. Quando o aumento ocorre em t-1, sua taxa de crescimento em t se reduz e quando é em t-2, se eleva. Esses resultados podem indicar que, quando ocorre elevação da taxa de crescimento do capital *per capita* no período imediatamente anterior, as empresas podem estar aguardando o retorno desse capital para realizarem novos investimentos. Já quando ocorre em t-2, a maturidade dos investimentos pode aumentar o lucro das empresas e incentivar a execução de novos projetos.

Outro resultado interessante é o efeito das variáveis de infraestrutura econômica na taxa de crescimento do capital *per capita*. Encontrou-se que o aumento nas taxas de crescimento de rodovia *per capita*, em t-2, e de energia *per capita*, em t-3, afeta negativamente a taxa de crescimento do capital *per capita*, em t. Novamente, os resultados podem sugerir que estes investimentos são de longo período de maturidade, em função do expressivo volume de aporte de recursos necessário e do tempo de

execução dos projetos. Analisando a variável de infraestrutura social educação *per capita*, o modelo mostra que o aumento da taxa de crescimento dessa variável em t-3 afeta positivamente a taxa de crescimento do capital *per capita*, em t. Esse fato é importante, dado que se encontrou que capital *per capita* afeta positivamente PIB *per capita*, após dois períodos, e indica que os gastos em infraestrutura social podem afetar positivamente o produto. Já em relação à saúde *per capita*, quando ocorre o aumento na taxa de crescimento dessa variável em t-1 e t-2, afeta, de forma negativa, a taxa de crescimento do capital *per capita* em t.

O grau de ajustamento do modelo foi significativo, pois, de modo geral, os resíduos oscilam em torno de zero. A exceção ocorre em 2002 para a variável energia, que pode ser explicado, em parte, pela crise energética brasileira no ano anterior. Assim, utilizando métodos empíricos distintos, este estudo mostra que as variáveis de infraestrutura econômica e social afetam o crescimento do produto, mas de forma diferenciada como sugere a hipótese adotada. O estudo indica que o investimento em infraestrutura social pode afetar o produto de maneira ambígua, em função dos efeitos no produto marginal do trabalho e da parcela gasta com o social. Já para os investimentos em infraestrutura econômica o estudo indica que o resultado pode ser mais demorado, em função do tempo de maturidade desses investimentos.

## REFERÊNCIAS

- ABRAMOVITZ, M. Resource and Output Trends in the United states since 1870. **American Economic Review**, v. 46, n.2, p. 5-23, 1956.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/fiscalizacao>>. Acesso em: 07 nov. 2013.
- AGHION, P.; HOWIT, P. A Model of Growth through Criative Destruction. **Econométrica**, v. 60, n. 2, p. 323-351, 1992
- ANNABI, N.; HARVEY, S.; LAN, Y. Public expenditures on education, human capital and growth in Canada: An OLG model analysis. **Journal of Policy Modeling**, v. 33, p. 852-865, 2011.
- ARROW, K. J. The Economic Implications of Learning by Doing. **The Review of Economic Studies**, v. 29, n. 3, p. 155-173, 1962.
- ASCHAUER, D. A. Is public expenditure productive? **Journal of Monetary Economics**, v. 23, n. 2, p. 177-200, 1989a.
- ASCHAUER, D. A. Does Public Capital Crowd Out Private Capital? **Journal of Monetary Economics**, v. 24, p. 171-188, 1989b.
- ASCHE, F.; GORDON, D. V.; HANNESSON, R. Tests for market integration and the law of one price: the market or whitefish in France. **Marine Resource Economics**, v. 19, p. 195-210, 2004.
- ASSUNÇÃO, M.; ELLERY JÚNIOR, R. G. **PAEG**: O Programa de Ação Econômica do Governo e a Economia Brasileira nos anos 1960. Disponível em: <<http://petecounb.files.wordpress.com>>. Acesso em: 20 dez. 2014.
- BAJO-RUBIO, O.; SOSVILLA-RIVERO, S. Does public capital affect private sector performance? An analysis of the Spanish case, 1964-88. **Economic Modelling** v. 10, p. 179-185, 1993.
- BANCO CENTRAL DO BRASIL – BACEN. **Considerações sobre a Atuação do Banco Central na Crise de 2008**. Brasília: BACEN, 2010. (Trabalhos para discussão 202).
- BARBOSA, F. H. **Macroeconomia**. Disponível em: <<http://epge.fgv.br>>. Acesso em: 23 set. 2013.
- BARBOSA, F. H.; PESSÔA, S. Educação e Desenvolvimento no Brasil. In: Org. VELOSO, F.; FERREIRA, P. C.; GIAMBIAGI, F.; PESSÔA, S. **Desenvolvimento Econômico: uma perspectiva brasileira**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2013.
- BARRO, R. J. Government Spending in a Simple Model of Endogeneous Growth. **The Journal of Political Economy**, v. 98, n. 5, p. 103-125, 1990.
- BARRO, R. J.; SALA-I-MARTIN, X. **Economic Growth**. 2. ed. Massachusetts: The MIT Press, 2004.
- BRASIL - CONTROLADORIA GERAL DA UNIÃO – CGU. Portal da Transparência Brasil. Disponível em: < <http://www.portaltransparencia.gov.br>>. Acesso em: 15 jan. 2015a.
- BRASIL - CONSTITUIÇÃO FEDERAL DE 1988 – CF (1988). Presidência da República. Casa Civil. <<http://www.planalto.gov.br>>. Acesso em: 15 jan. 2015b.

- BECKER, G. S. Investment in Human Capital: a theoretical analysis. **Journal of Political Economy**, v. 70, n. 5, p. 9-49, 1962
- BELLMAN, R. **Dynamic Programming**. Princeton: Princeton University Press, 1957.
- BERNARD, A.B.; GARCIA, M.G.P. **Public and private provision of infrastructure and economic development**. Rio de Janeiro: PUC-Rio, 1997. (Texto para discussão, 375).
- BUENO, R. L. S. **Econometria de Séries Temporais**. 2. ed. São Paulo: Editora Cengage Learnig, 2011.
- CANGUSSU, R. C.; SALVATO, M. A.; NAKABASHI, L. Uma Análise do Capital Humano Sobre o Nível de Renda dos Estados Brasileiros: MRW Versus Mincer. **Estudos Econômicos**, v. 40, n. 1, p. 153-183, 2010.
- CANNING, D.; FAY, M. **The Effect of Transportation Networks on Economic Growth**. Columbia University, May 1993.
- CANNING, D. **Infrastructure's contribution to aggregate output**. World Bank, 1999. (Policy Research Working Paper 2246)
- CASS, D. Optimun Growth in an aggregative model of Capital Accumulation. **Rev. Econ. Studies**, n. 32, p. 233-240, 1965.
- CASTRO, C. M. Investimento em Educação no Brasil: comparação de três estudos. **Pesquisa de Planejamento Econômico – IPEA**, v. 1, n. 1, p. 141-152, 1971.
- COCHRANE, J. H. Where is the market going? Uncertain facts and novel theories. **Economic Perspectives**, v. 21, n. 6, p. 3-37, 1997.
- COOLEY, T. F. **Frontiers of Business Cycle Reserch**. New Jersey: Princeton University Press, 1995.
- CRUZ, A. C.; TEIXEIRA, E. C.; BRAGA, M. J. Os efeitos dos gastos públicos em infraestrutura e em capital humano no crescimento econômico e na redução da pobreza no Brasil. **Economia, Selecta**, Brasília, v. 11, n. 4, p. 163-185, 2010.
- DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRA-ESTRUTURA TERRESTRE – DNIT. Disponível em: <<http://www.dnit.gov.br/pnv>>. Acesso em: 07 nov. 2013.
- DICKEY, D. A.; FULLER, W. A. Distribution of the estimators for Autoregressive time series with a unit root. **Journal of American Statistical Association**, v. 74, n. 366, p. 427-431, 1979.
- DIEBOLD, F. X. **Elements of forecasting**. 3. ed. Pensylvania: Thomson/South-Western, 2004.
- DOLDADO, J.; JENKINSON, T.; SOSVILLA-RIVERO, S. Cointegration and unit roots. **Journal of Economic Surveys**, v. 4, n. 3, p. 249-273, 1990.
- DOMINGUES, E. P.; MAGALHÃES, A. S.; FARIA, W. R. Infraestrutura, Crescimento e Desigualdade Regional: uma projeção dos impactos dos investimentos do Programa de Aceleração do Crescimento (PAC) em Minas Gerais. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, v. 39, n. 1, p. 121-158, 2009.
- DOORNIK, J. A.; HANSEN, H. **An omnibus test for univariate and multivariate normality**. Disponível em: <<http://www.doornik.com>>. Acesso em: 20 jan. 2015.

- EASTERLY, W.; REBELO, S. Fiscal policy and economic growth: an empirical investigation. **Journal of Monetary Economics**, v. 32, n. 3, p. 417-458, 1993.
- ELLIOT, G.; ROTHEMBERG, T.; STOCK, J. H. Efficient tests for an autoregressive unit root. **Econometrica**, v. 64, n. 4, p. 813-836, 1996.
- ENDERS, W. **Applied econometric time series**. New York: John Wiley, 1995.
- ENGLE, R. F.; GRANGER, C. W. J. Cointegration and Error Correction: representation, estimation and testing. **Econometrica**, v. 55, n. 2, p. 251-276, 1987.
- FAN, S.; ZHANG, L.; ZHANG, X. **Growth, inequality, and poverty in rural China: the role of public investments**. Washington: IFPRI, 2002.
- FEENSTRA, R. C.; INKLAAR, R.; TIMMER, M. P. **The next generation of the penn world table**. Disponível em: <[www.ggdc.net/pwt](http://www.ggdc.net/pwt)>. Acesso em: 03 set. 2014.
- FEDDERKE, J. W.; PERKINS, P.; LUIZ, J. M. Infrastructural Investment in Long-run Economic Growth: South Africa 1875–2001. **World Development**, v. 34, n. 6, p. 1037-1059, 2006.
- FERREIRA, P. C.; ELLERY JR., R. Crescimento econômico, retorno crescente e concorrência monopolista. **Revista de Economia Política**, v. 16, n. 2, p. 86-104, 1996.
- FERREIRA, P. C.; MALLIAGROS, T. G. Impactos produtivos da infra-estrutura no Brasil: 1950-1995. **Pesquisa e Planejamento Econômico**, Rio de Janeiro, v. 28, n. 2, p. 315-338, 1998.
- FERREIRA, P. C.; MALLIAGROS, T. G. **Investimentos, fontes de financiamentos e evolução do setor de infra-estrutura no Brasil: 1950-1996**. Rio de Janeiro: FGV, 1999. (Ensaio Econômico, 346).
- FOSTER, K. A.; HAVENNER, A. M.; WALBURGER, A. M. System theoretic time-series forecasts for weekly live cattle prices. **American Journal of Agricultural Economics**, v. 77, n. 4, p. 1012-1023, 1995.
- FROYEN, R. **Macroeconomia**. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2001.
- FUNDAÇÃO GETÚLIO VARGAS – FGV. IGP-M 2005. Disponível em: <<http://www.fgv.br>>. Acesso em: 07 nov. 2013.
- GASQUES, J. G.; CONCEIÇÃO, J. C. P. R. Produtividade total dos fatores na agricultura. **Preços Agrícolas**, Piracicaba, SP, n. 165, p. 3-7, 2000.
- GASQUES, J. G.; BASTOS, E. T.; VALDES, C.; BACCHI, M. R. P. Produtividade e Crescimento: algumas comparações. In: ALVES, E. R. A.; SOUZA, G.S.; GOMES, E. G. **Contribuições da Embrapa para o desenvolvimento da agricultura no Brasil**. 2. ed. Brasília: Embrapa, 2013.
- GIAMBIAGI, F.; ALÉM, A. C. A lógica da privatização e o PND. In: \_\_\_\_\_. **Finanças públicas: teoria e prática no Brasil**. 2. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2000.
- GOLLIN, D. Getting income shares right: self employment, unincorporated enterprise and the Cobb-Douglas hypothesis. **Journal of Political Economy**, v. 110, n. 2, p. 458-474, 2002.
- GOMES, V.; BUGARIN, M. N. S.; ELLERY JÚNIOR, R. Long-run implications of the brazilian capital stock and income estimates. **Brazilian Review of Econometrics**, v. 25, n. 1, p. 67-88, 2005.

- GOMES, V.; PESSÔA, S. A.; VELOSO, F. A. **Evolução da produtividade total dos fatores na economia brasileira: uma visão comparativa.** Ensaio econômico. Rio de Janeiro: FGV, 2003.
- GROSSMAN, G. M.; HELPMAN, E. Quality ladders in the theory of growth. **Review of Economic Studies**, v. 58, n. 1, p. 43-61, 1991.
- GRANGER, C. Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods. **Econometrica**, v. 37, n. 3, pp. 424-438, 1969.
- HULTEN, C.; SCHWAB, R. M. Regional Productivity Growth in U.S. Manufacturing: 1951-78. **The American Economic Review**, v. 74, n. 1, p. 152-162, 1984.
- INADA, K. On a two sector model of economic growth: comments and a generalization. **The Review of Economic Studies**, v. 30, n. 2, p. 119-127, jun. 1963.
- INKLAAR, R.; TIMMER, M. P. **Capital, labor and TFP in PWT 8.0.** Disponível em: <<https://pwt.sas.upenn.edu>>. Acesso em: 08 jan. 2014.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 06 jun. 2013a.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. Anuários Estatísticos. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 06 jun. 2013b.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA – IBGE. Estatística da população. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 15 jan. 2015.
- INSTITUTO DE ESTUDOS SOCIOECONÔMICOS – INESC. Disponível em: <<http://www.inesc.org.br>>. Acesso em: 10 jul. 2013.
- INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA – IPEA. Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br>>. Acesso em: 7 nov. 2013.
- INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA – IPEA. Disponível em: <<http://www.ipeadata.gov.br>>. Acesso em: 21 jan. 2015.
- JOHANSEN, S. Statistical Analysis of cointegration vectors. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 12, p. 231-254, 1988.
- JONES, C. I. **Teoria do crescimento econômico.** Rio de Janeiro: Campus, 2000.
- KOOPMANS, T. C. On the concept of optimal economic growth. In: **The Econometric Approach to Development Planning.** Amsterdam: North-Holland (for Pontifícia Acad. Sci.), 1965.
- KWIATKOWSKI, D.; PHILLIPS, P. C. B.; SCHMIDT, P.; SHIN, Y. Testing the null hypothesis of stationary against the alternative of a unit root. **Journal of Econometrics**, v. 54, n. 1, p. 159-178, 1992.
- KYDLAND, F. E.; PRESCOTT, E. C. Time to build and aggregate fluctuations. **Econometrica**, v. 50, n. 6, p. 1345-1370, 1982.
- LANGONI, C. G. Investimento em educação no Brasil: um comentário. **Pesquisa de Planejamento Econômico – IPEA**, v. 1, n. 2, p. 381-392, 1971.
- LANGONI, C. G. **As causas do crescimento econômico do Brasil.** Rio de Janeiro: APEC, 1974.
- LEAL, C. I. S.; WERLANG, S. R. C. Retorno em Educação no Brasil 1976/1989. **Pesquisa de Planejamento Econômico – IPEA**, v. 21, n. 3, p. 559-574, 1991.

- LESSA, C. O plano de metas – 1957/60. In: LESSA, C. **Quinze Anos de Política Econômica**. São Paulo: Brasiliense, 1981.
- LJUNQVIST, L.; SARGENT, T. **Recursive Macroeconomic Theory**. 2. ed. Massachusetts: MIT Press, 2000.
- LÜTKEPOHL, H.; KRÄTZIG, M. **Applied time series econometrics**. Cambridge: Cambridge, 2004.
- MANKIW, N. G.; ROMER, D.; WEIL, D. A contribution to the empirics of economic growth. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 107, n. 2, p. 407- 437, 1992.
- MARGARIDO, M. A. **Teste de cointegração de Johansen utilizando o SAS**. Disponível em: <<http://www.iea.sp.gov.br/out/publicacoes/pdf/asp-1-04-6.pdf>>. Acesso em: 19 ago. 2014.
- MATOS, P. O. **Análise dos planos de desenvolvimento elaborados no Brasil Pós o II PND**. 2002. 203 f. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, SP, 2002.
- MENDES, S. M.; TEIXEIRA, E. C.; SALVATO, M. A. Investimentos em Infraestrutura e produtividade total dos fatores na agricultura brasileira: 1985-2004. **Revista Brasileira de Economia**, v. 63, n. 2, p. 91-102, 2009.
- MENDES, G. M.; TEIXEIRA, E. C.; SALVATO, M. A. Produtividade total dos fatores e crescimento econômico na agropecuária brasileira: 1970-2006. In: ENCONTRO NACIONAL DA ANPEC, 41., 2013, Foz do Iguaçu, PR. **Anais...** Foz do Iguaçu, PR: ANPEC, 2013.
- MINCER, J. Investment in human capital and personal income distribution. **Journal of Political Economy**, v. 66, n. 4, p. 281-302, 1958.
- MINCER, J. Education, Experience, and the Distribution of Earnings and Employment: An Overview. In: JUSTER, F. T. **Education, income, and human behavior**. Cambridge: National Bureau of Economic Research, 1975.
- MINISTÉRIO DO PLANEJAMENTO. **Balanco do PAC**. Disponível em: <<http://www.planejamento.gov.br>>. Acesso em: 18 jan. 2013.
- MINISTÉRIO DA SAÚDE – MS. DATASUS. Disponível em: <<http://www.datasus.gov.br>>. Acesso em: 07 nov. 2013.
- MINISTÉRIO DO TRABALHO E EMPREGO – MTE. Disponível em: <<http://www.mte.gov.br/caged>>. Acesso em: 07 nov. 2013.
- MORRISON, C. J.; SCHWARTZ, A. State infrastructure and productive performance. **The American Economic Review**, v. 86, n. 5, p. 1095-1111, 1996.
- MUNNELL, A. H. Why has productivity growth declined? Productivity and public investment. **New England Economic Review**, Janeiro, p. 3-22, 1990a.
- MUNNELL, A. H. How does public infrastructure affect regional economic performance? **New England Economic Review**, setembro, p. 11-32, 1990b.
- NADIRI, M. I.; MAMUEAS, T. P. **The effects of public infrastructure and R&D capital on the cost structure and performance of US manufacturing industries**. New York: University of New York, 1991.

ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO  
ECONÔMICO – OCDE. Disponível em: <<http://stats.oecd.org>>. Acesso em: 17 jan.  
2015.

PARENTE, S. L.; PRESCOTT, E. C. Barriers to technology, adoption and  
development. **The Journal of Political Economy**, v. 102, n. 2, p. 298-321, 1994.

PÊGO FILHO, Bolívar; MOTA, José Aroudo; CARVALHO, José Carlos Jacob de;  
PINHEIRO, Maurício Mota Saboya. **Impactos Fiscais da Crise de Energia Elétrica:  
2001 e 2002. IPEA – Texto para Discussão, 816**. Disponível em:  
<<http://repositorio.ipea.gov.br>>. Acesso em: 20 jan. 2015.

PEREIRA, C. M.; ARAÚJO, J. T. Crescimento econômico: uma resenha da literatura.  
In: FONTES, R. (Org.). **Estabilização e crescimento**. Viçosa, MG: UFV, 1997.

PHILLIPS, P.; PERRON, P. Testing for a unit root in times series regression.  
**Biometrika**, v. 75, n. 2, p. 335-346, 1988.

PRATTS, J. W. Risk Aversion in the small and in the large. **Econometrica**, v. 32, n. 1,  
p. 122-136, 1964.

RIGOLON, F. J. Z.; PICCININI, M. S. **O investimento em infra-estrutura e a  
retomada do crescimento econômico sustentado**. Rio de Janeiro: BNDES, 1997.  
(Texto para discussão, 63).

RAMSEY, F. P. A Mathematical theory of saving. **The Economic Journal**, v. 38, n.  
152, p. 543-59, 1928.

ROCHA, C. H.; TEIXEIRA, J. R. Complementaridade versus substituição entre  
investimento público e privado na economia brasileira: 1965-1990. **Revista Brasileira  
de Economia**, Rio de Janeiro, v. 50, n. 3, p. 378-384, 1996.

RODRIGUES, R. V. **Gastos governamentais e crescimento econômico no Brasil**.  
2006. 195 f. Tese (Doutorado em Economia Aplicada) – Departamento de Economia  
Rural, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG, 2006.

ROMER, P. M. Increasing returns and long-run growth. **The Journal of Political  
Economy**, v. 94, n. 5, p. 1002-1037, 1986.

ROMER, P. M. Endogenous technological change. **Journal of Political Economy**, v.  
98, n. 5, p. 71-102, 1990.

ROMER, D. **Advanced Macroeconomics**. 4. ed.– Berkeley, University of California:  
McGraw-Hill, 2012.

SACHSIDA, A.; LOUREIRO, P. R. A.; MENDONÇA, M. J. C. Um estudo sobre  
retorno em escolaridade no Brasil. **Revista Brasileira de economia – RBE**, v. 58, n. 2,  
p. 249-265, 2004.

SALVATO, M. A.; FERREIRA, P. C. G.; DUARTE, A. J. M. O Impacto da  
Escolaridade Sobre a Distribuição de Renda. **Estudos Econômicos**, v. 40, n. 4, p. 753-  
791, 2010.

SCHULTZ, T. W. Investment in Human Capital. **The American Economic Review**, v.  
51, n.1, pp. 1-17, 1961.

SIMS, C. Macroeconomics and Reality. **Econometrica**, v. 48, n.1, p. 1-49, 1980.

SIMS, C.; STOCK, J.; WATSON, M. Inference in linear time series models with some  
unit roots. **Econometrica**, v. 58, n. 1, p. 113-144, 1990.

- SOLOW, R. M. A contribution to the theory of economic growth. **Quarterly Journal of Economics**, v. 70, n. 2, p. 65-94, 1956.
- SOLOW, R. M. Technical change and the aggregate production function. **Review of Economics and Statistics**, v. 39, n. 8, p. 312-320, 1957.
- STOKEY, N. L.; LUCAS, R. E.; PRESCOTT, E. C. **Recursive methods in economic dynamics**. Cambridge: Harvard University Press, 1989.
- UCHIMURA, K.; GAO, H. **The importance of infrastructure on economic development**. World Bank, 1993. (Mimeogr.).
- WORLD BANK. **Expense (% of GDP)**. Disponível em: <<http://data.worldbank.org>>. Acesso em: 17 jan. 2015
- ZIVOT, E.; WANG, J. **Modeling financial time series with S-plus**. 2. ed. New York: Springer, 2005.
- ZHANG, X.; FAN, S. How productive is infrastructure? A new approach and evidence from rural India. **American Journal of Agricultural Economics**, v. 86, n. 2, p. 492-501, 2004.
- YOUNG, A. The tyranny of numbers: confronting the statistical realities of the East Asian growth experience. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 110, n. 3, p. 641-680, 1995.

## **APÊNDICES**

## **APÊNDICE A - Derivações das Equações Utilizadas**

**Equações 5 e 6 - Produto Marginal do Capital (PMgK) e do Trabalho (PMgL)**

$$\max_{K,L} F(K,L) - rK - wL$$

**Condição de primeira ordem (CPO):**

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = fK = 0; \quad \frac{\partial \pi}{\partial L} = fL = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = \alpha K^{\alpha-1} L^{1-\alpha} - r = 0 \quad \therefore \quad r = \alpha \frac{K^{\alpha} L^{1-\alpha}}{K} \quad \therefore \quad r = \alpha \frac{Y}{K} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = (1-\alpha) K^{\alpha} L^{-\alpha} - w = 0 \quad \therefore \quad w = (1-\alpha) \frac{K^{\alpha} L^{1-\alpha}}{L} \quad \therefore \quad w = (1-\alpha) \frac{Y}{L} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial K \partial L} = fKL; \quad \frac{\partial \pi}{\partial L \partial K} = fLK$$

**Condição de segunda ordem (CSO):**

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial K^2} = fKK < 0, \quad \frac{\partial^2 \pi}{\partial L^2} = fLL < 0$$

$$fKL * fLK - (fKL)^2 > 0$$

$$H = \begin{vmatrix} fKK & fKL \\ fLK & fLL \end{vmatrix} > 0$$

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial K^2} = fKK = (\alpha - 1) K^{\alpha-2} L^{1-\alpha} < 0 \rightarrow \alpha < 1 \Rightarrow (\alpha - 1) < 0$$

$$\frac{\partial^2 \pi}{\partial L^2} = fLL = (1 - \alpha - 1)(1 - \alpha) K^{\alpha} L^{-\alpha-1} < 0 \quad \alpha < 1 \Rightarrow (1 - \alpha - 1) < 0$$

**Equação 7 - Produto por trabalhador**

$$\frac{Y}{L} = \frac{K^{\alpha} L^{1-\alpha}}{L} \quad \therefore \quad \frac{Y}{L} = K^{\alpha} L^{-\alpha} \quad \therefore \quad \frac{Y}{L} = \frac{K^{\alpha}}{L^{\alpha}} \quad \therefore \quad \frac{Y}{L} = \left( \frac{K}{L} \right)^{\alpha} \quad \therefore \quad y = k^{\alpha}$$

**Equação 10 - Taxa de crescimento da força de trabalho da economia**

$$L(t) = L_0 e^{nt}$$

$$\log L(t) = \log L_0 + nt \quad \therefore \quad \frac{\partial \log L(t)}{\partial t} = \frac{\partial \log L_0}{\partial t} + \frac{\partial nt}{\partial t} \quad \therefore \quad \frac{\dot{L}}{L} = n$$

**Equação 11 - Variação da taxa de crescimento do capital *per capita***

$$k = K/L$$

$$\text{Log} k = \log K - \log L \quad \therefore \quad \frac{\partial \text{Log} k}{\partial t} = \frac{\partial \text{Log} K}{\partial t} - \frac{\partial \text{Log} L}{\partial t} \quad \therefore \quad \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L}$$

**Equação 12 - Equação de acumulação de capital por trabalhador**

$$\begin{aligned} \frac{\dot{k}}{k} &= \frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{L}}{L} \quad \text{Mas: } \dot{K} = sY - dK \quad \text{e} \quad \frac{\dot{L}}{L} = n \\ \frac{\dot{k}}{k} &= \frac{sY - dK}{K} - n \quad \therefore \quad \frac{\dot{k}}{k} = \frac{sY}{K} - d - n \\ \dot{k} &= \frac{sYk}{K} - (d+n)k \quad \text{mas} \quad k = \frac{K}{L} \\ \dot{k} &= \frac{sY}{K} \frac{K}{L} - (d+n)k \quad \therefore \quad \dot{k} = \frac{sY}{L} - (d+n)k \quad \therefore \quad \dot{k} = sy - (d+n)k \end{aligned}$$

**Equação 14 - Variação da taxa de crescimento do PIB**

$$Y_t = A_t f(K, L)$$

Tomando - se o diferencial total em relação ao tempo e dividindo - se por Y :

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial A}{\partial t} f(K, L) + A \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\partial K}{\partial t} + A \frac{\partial f}{\partial L} \frac{\partial L}{\partial t}$$

$$\dot{Y} = \dot{A} f(K, L) + A \frac{\partial f}{\partial K} \dot{K} + A \frac{\partial f}{\partial L} \dot{L} \quad \text{Dividindo ambos os lados por Y :}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A} f(K, L)}{A f(K, L)} + A \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\dot{K}}{Y} + A \frac{\partial f}{\partial L} \frac{\dot{L}}{Y}$$

**Equação 16 - Variação da taxa de crescimento do PIB e as elasticidades (K e L)**

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A} f(K, L)}{A f(K, L)} + A \frac{\partial f}{\partial K} \frac{\dot{K}}{Y} + A \frac{\partial f}{\partial L} \frac{\dot{L}}{Y}$$

Sabendo - se que :

$$\varepsilon_K = \frac{\partial Y}{\partial K} \frac{K}{Y} \quad \text{e} \quad \varepsilon_L = \frac{\partial Y}{\partial L} \frac{L}{Y} ; \quad \frac{\partial Y}{\partial K} = A \frac{\partial f}{\partial K} \quad \text{e} \quad \frac{\partial Y}{\partial L} = A \frac{\partial f}{\partial L}$$

Utilizando - se as elasticidades, as derivadas e multiplicando e dividindo o segundo e terceiro membro do lado direito da equação por K e L, respectivamente, tem - se :

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + A \frac{\partial f}{\partial K} \frac{K}{Y} \frac{\dot{K}}{K} + A \frac{\partial f}{\partial L} \frac{L}{Y} \frac{\dot{L}}{L}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \varepsilon_K \frac{\dot{K}}{K} + \varepsilon_L \frac{\dot{L}}{L}$$

**Equação 18 - Taxa real de juro no Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans**

$$Y(t) = F(K(t), AL(t)) - rK(t) - wL(t)$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial K(t)} = \frac{\partial F(K(t), AL(t))}{\partial K(t)} - \frac{rK(t)}{\partial K(t)} = 0 \quad \therefore \quad r(t) = f'(k(t))$$

**Equação 19 - Salário real no tempo no Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans**

$$Y(t) = F(K(t), AL(t)) - rK(t) - wL(t)$$

$$\frac{\partial Y(t)}{\partial L(t)} = \frac{\partial F(K(t), AL(t))}{\partial L(t)} - \frac{wL(t)}{\partial L(t)} = 0 \therefore w(t) = A(t)[f(k(t)) - k(t)f'(k(t))]$$

**Equação 21 - Função utilidade *per capita* no Modelo de Ramsey-Cass-Koopmans**

$$\max_c \int_0^{\infty} u(C)e^{-\rho t} dt$$

s.a.  $\dot{K} = -\delta K + I \rightarrow \text{dado } K_0$

Dividindo por  $L$  sabendo-se:  $L(t) = L_0 e^{nt}$

$$U = \int_0^{\infty} u(c)e^{-\rho t} L(t) dt \quad \therefore \quad U = \int_0^{\infty} u(c)e^{-\rho t} L_0 e^{nt} dt \quad \therefore \quad U = \int_0^{\infty} u(c)L_0 e^{-\rho t} dt$$

Normalizando  $L_0 = 1$  e fazendo:  $-r = n - \rho$

$$U = \int_0^{\infty} u(c)e^{-rt} dt$$

$$\max_c U = \int_{t=0}^{\infty} u(c)e^{-rt} dt$$

**Equação 22 - Função Utilidade de Aversão ao Risco Relativo Constante (CRRA)**

$$u(C) = \frac{C^{1-\theta}}{1-\theta} \quad (\text{CRRA OU CES})$$

$\theta > 0, \quad \rho - n - (1-\theta)g > 0$

PROVA:

$$\sigma = -\frac{u''(C)C}{u'(C)}$$

$$u'(C) = (1-\theta) \frac{C^{1-\theta-1}}{1-\theta} = C^{-\theta}$$

$$u''(C) = -\theta C^{-\theta-1}$$

$$\sigma = -\frac{u''(C)C}{u'(C)} = -\left[ \frac{-\theta C^{-\theta-1} C}{C^{-\theta}} \right] = -\left[ \frac{-\theta C^{-\theta}}{C^{-\theta}} \right] = -[-\theta] = \theta$$

**Equação 23 - Lei de movimento do capital *per capita* e dinâmico**

$$K_t - K_{t-1} = -\delta K_{t-1} + I_{t-1} \quad \therefore$$

$$\dot{K} = -\delta K + I \quad \therefore \quad \text{mas: } Y = C + I \Rightarrow I = Y - C \quad (S = I)$$

Continua ...

Continua ...

$$\dot{K} = -\delta K + Y - C$$

$$Obs: \frac{\dot{K}}{L} \neq \dot{k} = \left( \frac{\dot{K}}{L} \right)$$

$$\dot{k} = \left( \frac{\dot{K}}{L} \right) = \frac{\partial K}{\partial t} = \dot{k} = \frac{\partial K L - \partial L K}{L^2} = \frac{\dot{K} L - \dot{L} K}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{\dot{L} K}{L L} \quad \therefore \quad \dot{k} = \frac{\dot{K}}{L} - nk$$

$$Se: \dot{K} = -\delta K + Y - C \rightarrow \frac{\dot{K}}{L} = \frac{-\delta K}{L} + \frac{Y}{L} - \frac{C}{L}$$

$$\frac{\dot{K}}{L} = -\delta k + y - c \quad \therefore \quad \frac{\dot{K}}{L} - nk = -\delta k + y - c \quad \therefore \quad \dot{k} = y - c - (n + \delta)k$$

$$\dot{k} = \phi(k) - c - (n + \delta)k$$

**Equação 25 - Maximização da função utilidade no crescimento dinâmico, dada sua restrição**

$$H = u(c)e^{-rt} + \lambda[\phi(k) - c - (\delta + n)k]$$

$$1. \max H \begin{cases} CPO: \frac{\partial H}{\partial c} = 0 \\ CSO: \frac{\partial^2 H}{\partial c^2} < 0 \text{ (máximo)} \end{cases}$$

$$2. \dot{k} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \text{ (Lei de movimento de capital per capita)}$$

$$3. \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial k} \text{ (mudança no tempo)}$$

4. *Condição de transversalidade*: A condição de transversalidade permite selecionar entre várias trajetórias possíveis, que satisfazem as condições de primeira ordem, aquela que maximiza a função objetivo do problema (BARBOSA, 2013). É dado por:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k_t e^{\left( -\int_0^t (r - \delta - n) ds \right)}$$

Resolvendo:

$$1) \frac{\partial H}{\partial c} = 0 \quad \therefore \quad \frac{\partial H}{\partial c} = u'(c)e^{-rt} - \lambda = 0 \quad \therefore \quad u'(c)e^{-rt} = \lambda \quad \therefore \quad u'(c) = \lambda e^{rt} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 H}{\partial c^2} = u''(c)e^{-rt} < 0 \quad (u''(c) < 0)$$

$$2) \dot{k} = \phi(k) - c - (\delta + n)k \quad (2)$$

$$3) \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial k} = -\lambda[\phi'(k) - (\delta + n)] \quad \therefore \quad \dot{\lambda} = -\lambda[\phi'(k) - (\delta + n)] \quad (3)$$

Continua ...

Continua ...

4) Condição de transversalidade : Permite selecionar entre várias trajetórias possíveis, que satisfazem as condições de primeira ordem, aquela que maximiza a função objetivo do problema (BARBOSA, 2013).

Diferenciando (1) no tempo :

$$u''(c)\dot{c} = \dot{\lambda}e^{rt} + \lambda r e^{rt} \therefore \left( \frac{u''(c)\dot{c}}{e^{rt}} \right) = \dot{\lambda} + \lambda r \quad (\div \lambda)$$

$$\frac{u''(c)\dot{c}}{\lambda e^{rt}} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + r$$

usando(1)e(3):

$$\frac{u''(c)\dot{c}}{u'(c)} = \frac{-\lambda[\phi'(k) - (\delta + n)]}{\lambda} + r = -\phi'(k) + (\delta + n + r) \quad (\div c)$$

$$\frac{u''(c)\dot{c}}{u'(c)c} = \frac{-\phi'(k) + (\delta + n + r)}{c} \therefore \frac{\dot{c}}{c} = -\frac{u'(c)}{u''(c)c} [\phi'(k) - (\delta + n + r)]$$

$$\sigma = -\frac{u''(c)c}{u'(c)} \quad (\text{Coeficiente de Aversão ao Risco Relativo}) \text{ assim :}$$

$$\dot{c} = \frac{c}{\sigma} [\phi'(k) - (\delta + n + r)]$$

Solução (Sistema de equações diferenciais):

$$\begin{cases} \dot{c} = \frac{c}{\sigma} [\phi'(k) - (\delta + n + r)] \\ \dot{k} = \phi(k) - c - (\delta + n)k \end{cases}$$

**Figura 4 - Diagrama de fase do consumo e do capital per capita no tempo.**

$$\begin{cases} \dot{c} = f(c, k) \\ \dot{k} = g(c, k) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} f(c, k) = 0 \\ g(c, k) = 0 \end{cases} \rightarrow (\text{trajetárias em que } \dot{c}, \dot{k} = 0)$$

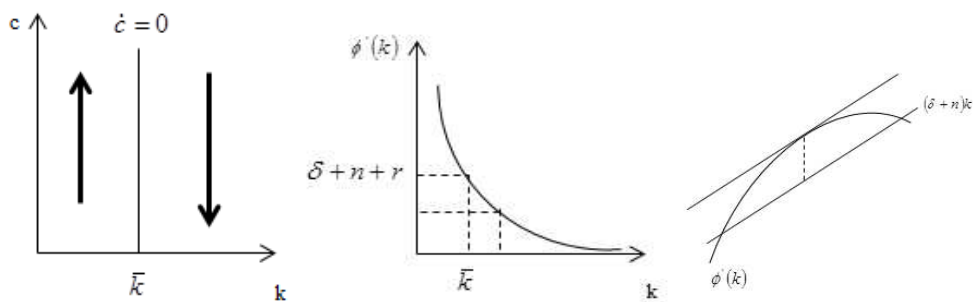
**a) Taxa de crescimento do consumo per capita em Steady State**

$$\dot{c} = \frac{c}{\sigma} [\phi'(k) - (\delta + n + r)] = 0$$

$$\frac{c}{\sigma} \neq 0 \Rightarrow \phi'(k) - (\delta + n + r) = 0 \therefore \phi'(k) = (\delta + n + r)$$

$$\phi'(\bar{k}) = (\delta + n + r)$$

$$\text{em } \bar{k} \Rightarrow \dot{c} = 0 \quad \text{se } k > \bar{k} \Rightarrow \dot{c} < 0 \quad (\text{pois } \phi''(k) < 0) \Rightarrow \phi'(k) < (\delta + n + r)$$



**b) Taxa de crescimento do capital *per capita* em *Steady State***

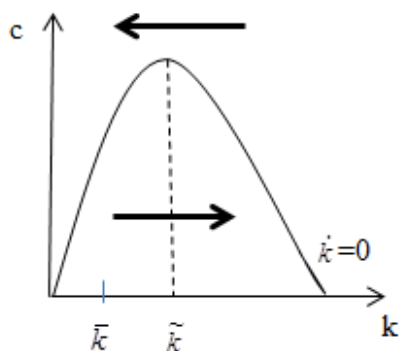
$$\dot{k} = 0 \Rightarrow \phi(k) - c - (\delta + n)k = 0 \quad \therefore c = \phi(k) - (\delta + n)k$$

$$CPO: \frac{dc}{dk} = \phi'(k) - (\delta + n) = 0 \quad (\text{ponto de máximo}) \therefore$$

$$\phi'(k) = (\delta + n) \quad \exists \tilde{k} \text{ em que } \frac{dc}{dk}(\tilde{k}) = 0$$

$$\delta + n < \delta + r, \quad \text{dado } 0 < r < n$$

$$\phi'(\tilde{k}) < \phi'(\bar{k}) \Rightarrow \tilde{k} > \bar{k}, \quad \text{pois } \phi''(k) < 0$$



**Equação 27 - Em *Steady State* (SS):**

**a) Taxa de crescimento do consumo *per capita* no tempo:**

$$\dot{c} = 0, \quad \dot{c} = \left( \frac{C}{L} \right) = 0 \rightarrow \frac{\dot{C}L - C\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{C}}{L} - \frac{\dot{L}}{L} \frac{C}{L} = 0 \quad \therefore \frac{\dot{C}}{L} = n \frac{C}{L} \quad \therefore$$

$$\frac{\dot{C}}{C} = n \quad \therefore C(t) = C_0 e^{nt}$$

**b) Taxa de crescimento do capital *per capita* no tempo:**

$$\dot{k} = 0, \quad \dot{k} = \left( \frac{K}{L} \right) = 0 \rightarrow \frac{\dot{K}L - K\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{\dot{L}}{L} \frac{K}{L} = 0 \quad \therefore \frac{\dot{K}}{L} = n \frac{K}{L} \quad \therefore$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = n \quad \therefore K(t) = K_0 e^{nt}$$

**c) Taxa de crescimento do investimento *per capita* no tempo:**

$$\dot{K} = -\delta k + I$$

$$n = \frac{\dot{K}}{K} = -\delta + \frac{I}{K} \Rightarrow \frac{I}{K} = n + \delta$$

Continua ...

Continua ...

$$\text{Diferenciando: } \frac{\dot{IK} - I\dot{K}}{K^2} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{I}}{K} - \frac{\dot{K}}{K} \frac{I}{K} = 0 \Rightarrow \frac{\dot{I}}{K} = n \frac{I}{K} \therefore$$

$$\frac{\dot{I}}{I} = n \Rightarrow I(t) = I_0 e^{nt}$$

**d) Taxa de crescimento do produto *per capita* no tempo:**

$$Y = C + I = C_0 e^{nt} + I_0 e^{nt} \Rightarrow Y = e^{nt} (C_0 + I_0) \Rightarrow Y = Y_0 e^{nt} \therefore$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = n$$

**Em Steady State (SS):**

$$\gamma = \frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{C}}{C} = \frac{\dot{I}}{I} = \frac{\dot{K}}{K} = n$$

**Equação 29 - Produto marginal do gasto do governo (PMgg)**

$$y = A g^\alpha k^{1-\alpha}$$

$$\text{CPO: } \frac{\partial y}{\partial g} = 0 \therefore \frac{\partial y}{\partial g} = \alpha A g^{\alpha-1} k^{1-\alpha} = \alpha A \frac{k^{1-\alpha}}{g^{1-\alpha}} \therefore \frac{\partial y}{\partial g} = \alpha A \left( \frac{k}{g} \right)^{1-\alpha} > 0$$

$$\text{CSO: } \frac{\partial^2 y}{\partial^2 g} = \alpha(\alpha-1) A g^{\alpha-2} k^{1-\alpha} < 0 \quad 0 < \alpha < 1 \Rightarrow (1-\alpha) < 0$$

**Equação 30 - Produto marginal do capital (PMgK)**

$$y = A g^\alpha k^{1-\alpha}$$

$$\text{CPO: } \frac{\partial y}{\partial k} = 0 \therefore \frac{\partial y}{\partial k} = (1-\alpha) A g^\alpha k^{-\alpha} = (1-\alpha) A g^\alpha k^{-\alpha} \therefore$$

$$\frac{\partial y}{\partial g} = (1-\alpha) A \left( \frac{g}{k} \right)^\alpha > 0$$

$$\text{CSO: } \frac{\partial^2 y}{\partial^2 g} = -\alpha(1-\alpha) A g^{\alpha-1} k^{-\alpha} < 0$$

**Equação 31 - Taxa de crescimento do *Steady State***

$$\max_c \int_0^{\infty} u(c) L_0 e^{(n-\rho)t} dt \quad c = \frac{C}{L}$$

s.a.  $\dot{K} = -\delta K + I$       Orçamento equilibrado :  $G = \frac{g}{y} Y$

Obs :  $-r = n - \rho$  (Taxa de desconto intertemporal líquida do crescimento populacional)

$$\dot{K} = -\delta K + Y - C - \frac{g}{y} Y = -\delta K + \left(1 - \frac{g}{y}\right) Y - C \therefore \frac{\dot{K}}{L} = -\delta \frac{K}{L} + \left(1 - \frac{g}{y}\right) \frac{Y}{L} - \frac{C}{L} \therefore$$

$$\frac{\dot{K}}{L} = -\delta k + \left(1 - \frac{g}{y}\right) y - c \therefore \frac{\dot{K}}{L} - nk = -\delta k + \left(1 - \frac{g}{y}\right) y - c - nk$$

mas :  $\frac{\dot{K}}{L} - nk = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{\dot{L}}{L} \frac{K}{L} = \left(\frac{\dot{K}}{L}\right) = \dot{k} \Rightarrow \dot{k} = -\delta k + \left(1 - \frac{g}{y}\right) y - c - nk \therefore$

$$\dot{k} = \left(1 - \frac{g}{y}\right) y - c - (n + \delta)k$$

Técnica Hamiltoniana :

$$H = u(c) e^{(n-\rho)t} + \lambda \left[ \left(1 - \frac{g}{y}\right) y - c - (n + \delta)k \right] \quad \text{mas : } y = A g^\alpha k^{1-\alpha}$$

$$H = u(c) e^{(n-\rho)t} + \lambda \left[ \left(1 - \frac{g}{y}\right) (A g^\alpha k^{1-\alpha}) - c - (n + \delta)k \right]$$

$$1. \text{ CPO : } \frac{\partial H}{\partial c} = 0 \Rightarrow u'(c) e^{(n-\rho)t} - \lambda = 0 \tag{1}$$

$$CSO : \frac{\partial^2 H}{\partial c^2} < 0 \text{ (máximo)} \Rightarrow u''(c) e^{(n-\rho)t} < 0 \text{ (} u''(c) < 0; e^{(n-\rho)t} > 0 \text{)}$$

$$2. \dot{k} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \rightarrow \dot{k} = \left(1 - \frac{g}{y}\right) (A g^\alpha k^{1-\alpha}) - c - (n + \delta)k \tag{2}$$

$$3. \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial k} \rightarrow \dot{\lambda} = -\left\{ \lambda \left[ A g^\alpha k^{-\alpha} (1 - \alpha) \left(1 - \frac{g}{y}\right) - (n + \delta) \right] \right\} \tag{3}$$

4. Condição de transversalidade : A condição de transversalidade permite selecionar entre várias trajetórias possíveis, que satisfazem as condições de primeira ordem, aquela que maximiza a função objetivo do problema (BARBOSA, 2013).

de (1):  $u'(c) e^{(n-\rho)t} = \lambda \therefore u'(c) = \lambda e^{(\rho-n)t}$  (Deriva em relação ao tempo)

$$u''(c) \dot{c} = \dot{\lambda} e^{(\rho-n)t} + \lambda (\rho - n) e^{(\rho-n)t} \therefore u''(c) \dot{c} e^{(n-\rho)t} = \dot{\lambda} + \lambda (\rho - n) \tag{1'}$$

$$\text{de (3): } \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1 - \alpha) \left(1 - \frac{g}{y}\right) + (n + \delta) \tag{3'}$$

Continua ...

Continua ...

$$\text{de (1')}: \dot{c} \frac{u''(c)e^{(n-\rho)t}}{\lambda} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + (\rho - n)$$

$$\text{Mas: } u'(c)e^{(n-\rho)t} = \lambda \Rightarrow \frac{e^{(n-\rho)t}}{\lambda} = \frac{1}{u'(c)}$$

$$\text{de (1')}: \frac{u''(c)\dot{c}}{u'(c)} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + (\rho - n)$$

$$\text{Substituindo em 3'}: \frac{u''(c)\dot{c}}{u'(c)} = -A\left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha)\left(1-\frac{g}{y}\right) + (n+\delta) + \rho - n$$

$$\dot{c} = -\frac{u''(c)}{u'''(c)} \left[ A\left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha)\left(1-\frac{g}{y}\right) - (\rho + \delta) \right] \quad (\text{Dividindo ambos os lados por } c)$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{u''(c)}{u'''(c)c} \left[ A\left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha)\left(1-\frac{g}{y}\right) - (\rho + \delta) \right]$$

$$\text{Fazendo } \sigma = -\frac{u''(c)c}{u'(c)} \quad (\text{Coeficiente de Aversão ao Risco Relativo Constante - CRRA})$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ A\left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha)\left(1-\frac{g}{y}\right) - (\rho + \delta) \right]$$

Supondo  $\delta = 0$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ \left(1-\frac{g}{y}\right) A\left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) - \rho \right]$$

Em Steady State :

$$\gamma = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{g}}{g} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{1}{\sigma} \left[ \left(1-\frac{g}{y}\right) A\left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) - \rho \right]$$

### Equação 32 - Relação entre gasto público e estoque de capital (ambos *per capita*)

$$y = A g^\alpha k^{1-\alpha}$$

$$y = A g^\alpha k^{1-\alpha} \quad \therefore (y)^{\frac{1}{1-\alpha}} = (A g^\alpha k^{1-\alpha})^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad \therefore (y)^{\frac{1}{1-\alpha}} = (A g)^{\frac{1}{1-\alpha}} (g^{\alpha-1})^{\frac{1}{1-\alpha}} (k^{1-\alpha})^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad \therefore$$

$$(y)^{\frac{1}{1-\alpha}} = (A g)^{\frac{1}{1-\alpha}} g^{\frac{\alpha-1}{1-\alpha}} k^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha}} \quad \text{mas: } (\alpha-1) = -(1-\alpha) \quad \therefore$$

$$(y)^{\frac{1}{1-\alpha}} = (A g)^{\frac{1}{1-\alpha}} g^{\frac{-(1-\alpha)}{1-\alpha}} k^{\frac{1-\alpha}{1-\alpha}} \quad \therefore (y)^{\frac{1}{1-\alpha}} = (A g)^{\frac{1}{1-\alpha}} g^{-1} k \quad \therefore (y)^{\frac{1}{1-\alpha}} = (A g)^{\frac{1}{1-\alpha}} \frac{k}{g} \quad \therefore$$

$$\frac{g}{k} = \frac{(A g)^{\frac{1}{1-\alpha}}}{(y)^{\frac{1}{1-\alpha}}} \quad \therefore \frac{g}{k} = \left( \frac{A g}{y} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

**Equação 33 - Efeitos da relação gastos público e PIB na taxa de crescimento da economia em *Steady State***

$$\gamma = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ \left(1 - \frac{g}{y}\right) A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) - \rho \right] = \frac{1}{\sigma} \left[ A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) - \frac{g}{y} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) - \rho \right] \therefore$$

$$\frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} \left[ \begin{array}{l} A(1-\alpha)\alpha \left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha-1} \frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{Ag}{y}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} A - A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) + \\ - \frac{g}{y} A(1-\alpha)\alpha \left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha-1} \frac{1}{1-\alpha} \left(\frac{Ag}{y}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} A \end{array} \right]$$

$$\frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} \left[ \begin{array}{l} A \alpha \left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{Ag}{y}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} A - A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) + \\ - \frac{g}{y} A \alpha \left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha-1} \left(\frac{Ag}{y}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} A \end{array} \right]$$

lembrando que:  $\frac{\partial y}{\partial g} = \alpha A \left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha-1}$ , tem-se:

$$\frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial y}{\partial g} A \left(\frac{Ag}{y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} - A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) - \frac{g}{y} \frac{\partial y}{\partial g} \left(\frac{Ag}{y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} A \right]$$

Lembrando de (54):  $\frac{g}{k} = \left[\frac{Ag}{y}\right]^{\frac{1}{1-\alpha}}$

$$\frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\partial y}{\partial g} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha - A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha (1-\alpha) - \frac{g}{y} \frac{\partial y}{\partial g} \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha A \right] = \frac{1}{\sigma} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha \left[ \frac{\partial y}{\partial g} - (1-\alpha) - \frac{g}{y} \frac{\partial y}{\partial g} \right]$$

$$\frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha \left[ \frac{\partial y}{\partial g} \left(1 - \frac{g}{y}\right) - (1-\alpha) \right] \text{ mas: } \frac{g}{y} = \frac{1}{A} \left(\frac{g}{k}\right)^{1-\alpha} \text{ então:}$$

$$\frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha \left[ \frac{\partial y}{\partial g} \left(1 - \frac{1}{A} \left(\frac{g}{k}\right)^{1-\alpha}\right) - (1-\alpha) \right] = \frac{1}{\sigma} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha \left[ \frac{\partial y}{\partial g} - \frac{\partial y}{\partial g} \frac{1}{A} \left(\frac{g}{k}\right)^{1-\alpha} - (1-\alpha) \right]$$

$$\text{mas: } \frac{\partial y}{\partial g} = \alpha A \left(\frac{g}{k}\right)^{\alpha-1} \Rightarrow \alpha = \frac{\partial y}{\partial g} \frac{1}{A} \left(\frac{g}{k}\right)^{1-\alpha}$$

$$\frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha \left[ \frac{\partial y}{\partial g} - \alpha - 1 + \alpha \right] \therefore \frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} = \frac{1}{\sigma} A \left(\frac{g}{k}\right)^\alpha \left[ \frac{\partial y}{\partial g} - 1 \right]$$

**Figura 5 - efeitos da relação entre os gastos público e PIB na taxa de crescimento da economia, em SS.**

Da equação 33, tem-se que:

$$\text{Caso 1: } \frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} > 0 \Leftrightarrow \frac{\partial y}{\partial g} > 1 \quad (\text{PM gg é crescente})$$

$$\text{Caso 2: } \frac{d\gamma}{d\left(\frac{g}{y}\right)} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial y}{\partial g} < 1 \quad (\text{PM gg é crescente})$$

$$\text{Caso 3: } \gamma_{\text{Máximo}} \Leftrightarrow \frac{\partial y}{\partial g} = 1$$

**Equação 34 - Efeito da relação gasto público e PIB na relação gasto público e estoque de capital (ambos *per capita*)**

$$\frac{g}{k} = \left(\frac{Ag}{y}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\frac{d(g/k)}{d(g/y)} = \frac{1}{1-\alpha} A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{g}{y}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}-1} = \frac{1}{1-\alpha} A^{\frac{1}{1-\alpha}} \left(\frac{g}{y}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} > 0$$

em que :  $0 < \alpha < 1$

**Equação 41 - Função de produção de bens na ausência de capital**

$$Y(t) = [(1 - a_k)K(t)]^\alpha [A(t)(1 - a_L)L(t)]^{1-\alpha}$$

sem capital :  $\rightarrow \alpha = 0$

$$Y(t) = A(t)(1 - a_L)L(t) \quad \therefore \quad \frac{Y(t)}{L(t)} = \frac{A(t)(1 - a_L)L(t)}{L(t)}$$

$y(t) = A(t)(1 - a_L) \Rightarrow \dot{y}(t)$  é proporcional a  $\dot{A}(t)$ ;  $a_L$  é constante

**Equação 42 - Função de produção de conhecimentos na ausência de capital**

$$\dot{A}(t) = B[a_k K(t)]^\beta [a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta$$

sem capital :

$$\dot{A}(t) = B[a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta$$

**Equação 43 - Taxa de crescimento do produto *per capita* na ausência de capital**

$$\dot{A}(t) = B[a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta \quad \therefore \quad \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \frac{B[a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta}{A(t)} \quad \therefore \dots g_A(t) = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = B[a_L L(t)]^\gamma A(t)^{\theta-1}$$

**Equação 44 - Taxa de crescimento do conhecimento no tempo**

$$\dot{g}_A(t) = \frac{\dot{A}(t)}{A(t)} = \frac{Ba_L^\gamma L(t)^\gamma A(t)^\theta}{A(t)} \rightarrow g_A(t) = Ba_L^\gamma L(t)^\gamma A(t)^{\theta-1} \therefore$$

$$\log g_A(t) = \log B + \gamma \log a_L + \gamma \log L(t) + (\theta - 1) \log A(t)$$

Diferenciando a expressão em relação ao tempo, tem-se:

$$\frac{\partial \log g_A(t)}{\partial t} = \frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = \frac{\partial \log B}{\partial t} + \gamma \frac{\partial \log a_L}{\partial t} + \gamma \frac{\partial \log L(t)}{\partial t} + (\theta - 1) \frac{\partial \log A(t)}{\partial t}$$

Sendo B e  $a_L$  constantes, tem-se:

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = \gamma n + (\theta - 1)g_A(t) \quad \text{Multiplicando ambos os lados por } g_A(t), \text{ tem-se:}$$

$$\dot{g}_A(t) = \gamma n g_A(t) + (\theta - 1)[g_A(t)]^2 \rightarrow \text{Comportamento subsequente da taxa de crescimento do conhecimento no tempo}$$

**Equação 45 - Taxa de crescimento do conhecimento no tempo zero**

$$\dot{g}_A(t) = \gamma n g_A(t) + (\theta - 1)[g_A(t)]^2$$

$$g_A \rightarrow \dot{g}_A(t) = 0$$

$$0 = \gamma n g_A(t) + (\theta - 1)[g_A(t)]^2 \therefore 0 = g_A(t)[\gamma n + (\theta - 1)(g_A(t))]:$$

$$g_A(t) = 0 \quad \text{ou} \quad \gamma n + (\theta - 1)(g_A(t)) = 0 \therefore$$

$$(\theta - 1)(g_A(t)) = -\gamma n \therefore g_A(t) = \frac{-\gamma n}{\theta - 1}$$

$$g_A(t) = \frac{\gamma}{1 - \theta} n$$

**Prova:**

$$\dot{g}_A(t) = \gamma n g_A(t) + (\theta - 1)[g_A(t)]^2$$

$$\dot{g}_A(t) = \gamma n \left( \frac{\gamma}{1 - \theta} n \right) + (\theta - 1) \left[ \frac{\gamma}{1 - \theta} n \right]^2 = \frac{\gamma^2 n^2}{1 - \theta} + (\theta - 1) \frac{\gamma^2 n^2}{(1 - \theta)^2}$$

$$\dot{g}_A(t) = \frac{(1 - \theta)\gamma^2 n^2 + (\theta - 1)\gamma^2 n^2}{(1 - \theta)^2} = \frac{\gamma^2 n^2 - \theta \gamma^2 n^2 + \theta \gamma^2 n^2 - \gamma^2 n^2}{(1 - \theta)^2} \therefore$$

$$\dot{g}_A(t) = \frac{0}{(1 - \theta)^2} \therefore \dot{g}_A(t) = 0$$

**Equação 48 - Taxa de crescimento do K no tempo em relação à tecnologia**

$$Y(t) = [(1 - a_K)K(t)]^\alpha [A(t)(1 - a_L)L(t)]^{1-\alpha} \quad \text{equação (17)}$$

$$\dot{K}(t) = sY \quad \text{equação (19)}$$

Substituindo (17) em (19):

$$\dot{K}(t) = s \left\{ [(1 - a_K)K(t)]^\alpha [A(t)(1 - a_L)L(t)]^{1-\alpha} \right\} \therefore$$

$$\dot{K}(t) = s(1 - a_K)^\alpha (1 - a_L)^{1-\alpha} K(t)^\alpha A(t)^{1-\alpha} L(t)^{1-\alpha}$$

**Equação 49 - Taxa de crescimento do K no tempo em relação à tecnologia**

$$\dot{K}(t) = s \left\{ [(1-a_k)K(t)]^\alpha [A(t)(1-a_L)L(t)]^{1-\alpha} \right\}$$

$$\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = \frac{s(1-a_k)^\alpha (1-a_L)^{1-\alpha} K(t)^\alpha [A(t)L(t)]^{1-\alpha}}{K(t)} \therefore$$

$$\frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = g_K(t) = s(1-a_k)^\alpha (1-a_L)^{1-\alpha} \frac{[A(t)L(t)]^{1-\alpha}}{K(t)^{1-\alpha}}$$

Fazendo - se :  $ck = s(1-a_k)^\alpha (1-a_L)^{1-\alpha}$

$$g_K(t) = \frac{\dot{K}(t)}{K(t)} = c_K \left[ \frac{A(t)^{1-\alpha} L(t)^{1-\alpha}}{K(t)^{1-\alpha}} \right]$$

$$g_K(t) = c_K \left[ \frac{A(t)L(t)}{K(t)} \right]^{1-\alpha}$$

**Equação 50 - Variação da taxa de crescimento do K no tempo em relação à tecnologia**

$$\log g_K(t) = \log \left\{ c_K \left[ \frac{A(t)L(t)}{K(t)} \right]^{1-\alpha} \right\} = \log \left[ \frac{c_K A(t)^{1-\alpha} L(t)^{1-\alpha}}{K(t)^{1-\alpha}} \right]$$

$$\log g_K(t) = \log c_K + \log A(t)^{1-\alpha} + \log L(t)^{1-\alpha} - \log K(t)^{1-\alpha}$$

$$\log g_K(t) = \log c_K + (1-\alpha)\log A(t) + (1-\alpha)\log L(t) - (1-\alpha)\log K(t)$$

$$\frac{\partial \log g_K(t)}{\partial t} = \frac{\partial \log c_K}{\partial t} + \frac{\partial (1-\alpha)\log A(t)}{\partial t} + \frac{\partial (1-\alpha)\log L(t)}{\partial t} - \frac{\partial (1-\alpha)\log K(t)}{\partial t}$$

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = 0 + (1-\alpha)\frac{\dot{A}}{A} + (1-\alpha)\frac{\dot{L}}{L} - (1-\alpha)\frac{\dot{K}}{K} \therefore$$

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1-\alpha)g_A(t) + (1-\alpha)n - (1-\alpha)g_K(t) \therefore \frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1-\alpha)[g_A(t) + n - g_K(t)]$$

**Intercepto e inclinação da Figura 9**

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1-\alpha)[g_A(t) + n - g_K(t)]$$

Intercepto : neste ponto  $g_A(t) = 0$

$$\Rightarrow \frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1-\alpha)[n - g_K(t)] = n - g_K(t) - \alpha n + \alpha g_K(t) \therefore$$

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1-\alpha)n - (1-\alpha)g_K(t)$$

mas  $\dot{g}_K(t) = 0 \Rightarrow \frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = 0 \Rightarrow 0 = (1-\alpha)n - (1-\alpha)g_K(t) \therefore$

Continua ...

Continua ...

$$g_K(t) = \frac{(1-\alpha)n}{(1-\alpha)} \therefore g_K(t) = n$$

Inclinação :

$$\frac{\partial \dot{g}_K(t) / g_K(t)}{\partial g_A(t)} = (1-\alpha)$$

### Equação 51 - Taxa de crescimento do conhecimento no tempo com capital

$$\dot{A}(t) = B[a_K K(t)]^\beta [a_L L(t)]^\gamma A(t)^\theta \quad \text{equação (18)}$$

$$\dot{A} = B[a_K K]^\beta [a_L L]^\gamma A^\theta$$

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{B[a_K K]^\beta [a_L L]^\gamma A^\theta}{A} = \frac{B a_K^\beta K^\beta a_L^\gamma L^\gamma A^\theta}{A} = B a_K^\beta K^\beta a_L^\gamma L^\gamma A^{\theta-1}$$

$$c_A = B a_K^\beta a_L^\gamma$$

$$\frac{\dot{A}}{A} = g_A(t) = c_A K^\beta L^\gamma A^{\theta-1}$$

### Equação 52 - Variação da taxa de crescimento do conhecimento no tempo com capital

$$g_A(t) = c_A K(t)^\beta L(t)^\gamma A(t)^{\theta-1}$$

$$\log g_A(t) = \log [c_A K(t)^\beta L(t)^\gamma A(t)^{\theta-1}] \therefore$$

$$\log g_A(t) = \log c_A + \beta \log K(t) + \gamma \log L(t) + (\theta-1) \log A(t)$$

$$\frac{\partial \log g_A(t)}{\partial t} = \frac{\partial \log c_A}{\partial t} + \beta \frac{\partial \log K(t)}{\partial t} + \gamma \frac{\partial \log L(t)}{\partial t} + (\theta-1) \frac{\partial \log A(t)}{\partial t} \therefore$$

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = 0 + \beta \frac{\dot{K}}{K} + \gamma \frac{\dot{L}}{L} + (\theta-1) \frac{\dot{A}}{A} \therefore$$

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = \beta g_K(t) + \gamma n + (\theta-1) g_A(t)$$

### Intercepto e inclinação da Figura 10

$$\frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = \beta g_K(t) + \gamma n + (\theta-1) g_A(t)$$

Intercepto : neste ponto  $g_A(t) = 0$

$$g_A(t) = 0 \Rightarrow \dot{g}_A(t) \Rightarrow \frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = 0$$

$$0 = \beta g_K(t) + \gamma n + (\theta-1) \cdot 0 \Rightarrow 0 = \beta g_K(t) + \gamma n$$

$$\beta g_K(t) = -\gamma n \therefore g_K(t) = -\frac{\gamma n}{\beta}$$

Continua ...

Continua ...

*Inclinação :*

$$g_K(t) = \frac{\dot{g}_A(t)}{\beta g_A(t)} - \frac{\gamma n}{\beta} - \frac{(\theta-1)}{\beta} g_A(t)$$

$$\frac{\partial g_K(t)}{g_A(t)} = -\frac{(\theta-1)}{\beta} \therefore \frac{\partial g_K(t)}{g_A(t)} = \frac{(1-\theta)}{\beta}$$

**Equação 53 - Taxa de crescimento do conhecimento e do capital no ponto E**

$$\frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = (1-\alpha)[g_A(t) + n - g_K(t)] \quad (\text{equação 31})$$

$$\dot{g}_K(t) = \frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} g_K(t) = (1-\alpha)[g_A(t) + n - g_K(t)]$$

$$\text{mas } \frac{\dot{g}_K(t)}{g_K(t)} = 0 \Rightarrow (1-\alpha)[g_A(t) + n - g_K(t)] = 0$$

$$\text{como } \alpha < 1 \Rightarrow (1-\alpha) > 0 \text{ assim: } g_A(t) + n - g_K(t) = 0 \therefore$$

$$g_A^* + n - g_K^* = 0$$

**Equação 54 - Taxa de crescimento do conhecimento e do capital no ponto E**

$$\dot{g}_A(t) = \frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} g_A(t) = \beta g_K(t) + \gamma n + (\theta-1)g_A(t)$$

$$\text{mas } g_A(t) = 0 \Rightarrow \dot{g}_A(t) = 0 \Rightarrow \frac{\dot{g}_A(t)}{g_A(t)} = 0 \therefore$$

$$\beta g_K(t) + \gamma n + (\theta-1)g_A(t) = 0$$

então :

$$\beta g_K^* + \gamma n + (\theta-1)g_A^* = 0$$

**Equação 55 - Taxa de crescimento ótima do conhecimento e do capital**

$$g_A^* + n - g_K^* = 0 \therefore g_K^* = g_A^* + n$$

$$\beta(g_A^* + n) + \gamma n + (\theta-1)g_A^* = 0 \therefore \beta g_A^* + \beta n + \gamma n + \theta g_A^* - g_A^* = 0 \therefore$$

$$(\beta + \theta - 1)g_A^* + (\beta + \gamma)n = 0 \therefore (\beta + \theta - 1)g_A^* = -(\beta + \gamma)n \therefore$$

$$g_A^* = \frac{-(\beta + \gamma)}{(\beta + \theta - 1)} n \quad \therefore \quad g_A^* = \frac{(\beta + \gamma)}{1 - (\beta + \theta)} n$$

$$g_K^* = g_A^* + n = \frac{(\beta + \gamma)}{1 - (\beta + \theta)} n + n \therefore g_K^* = n \left[ \frac{(\beta + \gamma)}{1 - (\beta + \theta)} - 1 \right]$$

### Taxa de crescimento constante da Figura 11

$$g_A = g_K \quad \text{para } (\beta + \theta) = 1 \text{ e } n = 0$$

$$\text{equação (45): } g_K = g_A + n \Rightarrow g_K = g_A$$

$$\text{equação (46): } (\beta + \theta) = 1 \Rightarrow \theta = 1 - \beta$$

$$\beta g_K + \gamma n + (\theta - 1)g_A = 0 \therefore$$

$$\beta g_K + \gamma 0 + (1 - \beta - 1)g_A = 0 \therefore \beta g_K - \beta g_A = 0 \therefore$$

$$g_K = g_A$$

### Equação 57 - Parcela do gasto público em infraestrutura social e econômico

$$G = G_E + G_S = \frac{g}{y} Y \quad \text{Seja : } \tau = \frac{GS}{G} \Rightarrow G = (1 - \tau)G_I + \tau G_S$$

$$\frac{G}{Y} = (1 - \tau) \frac{G}{Y} + \frac{G}{Y} \quad \therefore \frac{\left(\frac{G}{L}\right)}{\left(\frac{Y}{L}\right)} = (1 - \tau) \frac{\left(\frac{G}{L}\right)}{\left(\frac{Y}{L}\right)} + \tau \frac{\left(\frac{G}{L}\right)}{\left(\frac{Y}{L}\right)}$$

$$\frac{g}{y} = (1 - \tau) \frac{g}{y} + \tau \frac{g}{y}$$

### Equação 58 - Função de produção de bens com gasto público em infraestrutura social e econômica

$$Y = A[\tau gL]^\alpha [(1 - \tau)gK]^{1 - \alpha} \quad \therefore Y = A\tau^\alpha g^\alpha L^\alpha (1 - \tau)^{1 - \alpha} g^{1 - \alpha} K^{1 - \alpha}$$

$$Y = A\tau^\alpha L^\alpha (1 - \tau)^{1 - \alpha} g K^{1 - \alpha}$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{A\tau^\alpha L^\alpha (1 - \tau)^{1 - \alpha} g K^{1 - \alpha}}{L}$$

$$\frac{Y}{L} = A\tau^\alpha L^{\alpha - 1} (1 - \tau)^{1 - \alpha} g K^{1 - \alpha} \quad \therefore y = A\tau^\alpha L^{-(1 - \alpha)} (1 - \tau)^{1 - \alpha} g K^{1 - \alpha}$$

$$y = A\tau^\alpha (1 - \tau)^{1 - \alpha} g \frac{K^{1 - \alpha}}{L^{1 - \alpha}} \quad \therefore y = A\tau^\alpha (1 - \tau)^{1 - \alpha} g \left(\frac{K}{L}\right)^{1 - \alpha}$$

$$y = A\tau^\alpha (1 - \tau)^{1 - \alpha} g k^{1 - \alpha}$$

### Equação 59 - Movimento do capital

Movimentodo capital:

$$\dot{K} = -\delta K + I_K \quad (1)$$

$$G = \frac{g}{y} Y \quad G = GI + GS \quad \therefore G = (1 - \tau)G + \tau G$$

$$Y = C + I + G \quad (S = I) \quad \therefore I = Y - C - G$$

$$I = A\tau^\alpha L^\alpha (1 - \tau)^{1 - \alpha} g K^{1 - \alpha} - C - G \quad (2)$$

Continua ...

Continua ... Substituindo (2) em (1), tem - se :

$$\begin{aligned}\dot{K} &= A\tau^\alpha L^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g K^{1-\alpha} - C - G - \delta K \\ \frac{\dot{K}}{L} &= \frac{A\tau^\alpha L^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g K^{1-\alpha} - C - G - \delta K}{L} \quad \therefore \\ \frac{\dot{K}}{L} &= \frac{A\tau^\alpha L^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g K^{1-\alpha}}{L} - \frac{C}{L} - \frac{G}{L} - \frac{\delta K}{L} \\ \frac{\dot{K}}{L} &= A\tau^\alpha L^{\alpha-1} (1-\tau)^{1-\alpha} g K^{1-\alpha} - \frac{C}{L} - \frac{G}{L} - \frac{\delta K}{L} \quad \therefore \\ \frac{\dot{K}}{L} &= A\tau^\alpha L^{-(1-\alpha)} (1-\tau)^{1-\alpha} g K^{1-\alpha} - \frac{C}{L} - \frac{G}{L} - \frac{\delta K}{L} \\ \frac{\dot{K}}{L} &= A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g \frac{K^{1-\alpha}}{L^{1-\alpha}} - c - g - \delta k \quad \therefore \quad \frac{\dot{K}}{L} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g \left(\frac{K}{L}\right)^{1-\alpha} - c - g - \delta k \\ \frac{\dot{K}}{L} - nk &= A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{1-\alpha} - c - g - \delta k - nk\end{aligned}$$

$$\text{Mas : } \frac{\dot{K}}{L} - nk = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{\dot{L}}{L} \frac{K}{L} = \left(\frac{\dot{K}}{L}\right) = \dot{k}$$

$$\dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{1-\alpha} - c - g - (n+\delta)k \quad (3)$$

### Equação 60 - Taxa de crescimento das variáveis em *Steady State*

Técnica Hamiltoniana :

$$H = u(c)e^{(n-\rho)t} + \lambda \left[ A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{1-\alpha} - c - g - (n+\delta)k \right]$$

$$1. \quad CPO \quad \frac{\partial H}{\partial c} = 0 \quad \frac{\partial H}{\partial c} = u'(c)e^{(n-\rho)t} - \lambda = 0 \quad \therefore \quad u'(c) = \lambda e^{(\rho-n)t} \quad (4)$$

$$CS0 \quad \frac{\partial H}{\partial c} < 0 \quad \frac{\partial^2 H}{\partial c^2} = u''(c)e^{(n-\rho)t} < 0 \quad \rightarrow u''(c) < 0 \quad (\text{máximo})$$

$$2. \quad \dot{k} = \frac{\partial H}{\partial \lambda} \quad \therefore \quad \dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{1-\alpha} - c - g - (n+\delta)k \quad (5)$$

$$3. \quad \dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial k} \quad \therefore \quad \dot{\lambda} = -\lambda \left[ A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g (1-\alpha) k^{-\alpha} - (n+\delta) \right]$$

$$\frac{\dot{\lambda}}{\lambda} = -\left[ A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g (1-\alpha) k^{-\alpha} - (n+\delta) \right] \quad (6)$$

4. Condição de Transversalidade : Permite selecionar entre várias trajetórias possíveis, que satisfazem as condições de primeira ordem, aquela que maximiza a função objetivo do problema (BARBOSA, 2013).

Deriva em relação ao tempo (4) :

$$u''(c)\dot{c} = \dot{\lambda}e^{(\rho-n)t} + \lambda(\rho-n)e^{(\rho-n)t} \quad \therefore \quad u''(c)\dot{c} = e^{(\rho-n)t}$$

$$u''(c)\dot{c}e^{(n-\rho)t} = \dot{\lambda} + \lambda(\rho-n) \quad \therefore \quad \frac{u''(c)\dot{c}e^{(n-\rho)t}}{\lambda} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \frac{\lambda(\rho-n)}{\lambda}$$

$$\text{De (4) : } \frac{e^{(n-\rho)t}}{\lambda} = \frac{1}{u'(c)}$$

Continua ...

Continua ...

$$\frac{u''(c)\dot{c}}{u'(c)} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho - n \quad \therefore \quad \dot{c} = \frac{u'(c)}{u''(c)} \left[ \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho - n \right] \quad \therefore \quad \frac{\dot{c}}{c} = \frac{u'(c)}{u''(c)c} \left[ \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho - n \right]$$

$$\text{Mas: } \sigma = -\frac{u''(c)c}{u'(c)} \quad (\text{CRAA})$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = -\frac{1}{\sigma} \left[ \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} + \rho - n \right]$$

$$\text{De (6): } \frac{\dot{c}}{c} = -\frac{1}{\sigma} \left[ -A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g (1-\alpha) k^{-\alpha} + (n+\delta) + \rho - n \right]$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g (1-\alpha) k^{-\alpha} - (n+\delta) - \rho + n \right]$$

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ (1-\alpha) A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - (\delta + \rho) \right] \quad (7)$$

Em Steady State:

$$\gamma = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{g}}{g} = 0$$

### **Equação 61 - Estoque de capital necessários para atingir *Steady State***

Em Steady State:

$$\gamma = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{k}}{k} = \frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{g}}{g} = \frac{1}{\sigma} \left[ (1-\alpha) A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - (\delta + \rho) \right] = 0$$

$$\text{Se: } \frac{1}{\sigma} \neq 0 \quad \text{então: } (1-\alpha) A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - (\delta + \rho) = 0 \quad \therefore$$

$$(1-\alpha) A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} = \delta + \rho$$

$$k_{SS}^{-\alpha} = \frac{\delta + \rho}{(1-\alpha) A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g} \quad \therefore \quad k_{SS}^\alpha = \frac{(1-\alpha) A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g}{\delta + \rho}$$

$$\left( k_{SS}^\alpha \right)^{\frac{1}{\alpha}} = \left[ \frac{(1-\alpha) A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \quad \therefore \quad k_{SS} = \left[ \frac{(1-\alpha) A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

### **Equação 62 - PIB per capita de *Steady State***

Em Steady State:

$$y^{SS} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k_{SS}^{1-\alpha}$$

$$y^{SS} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g \left[ \left[ \frac{(1-\alpha) A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \right]^{1-\alpha} \quad \therefore$$

Continua ...

Continua ...

$$y^{SS} = A \tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g \left[ \frac{(1-\alpha)}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} A^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} g^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \tau^{1-\alpha} (1-\tau)^{\frac{(1-\alpha)^2}{\alpha}} \quad \therefore$$

$$y^{SS} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

**Equação 63 - Efeito do gasto público em infraestrutura social no estoque de capital per capita em Steady State**

$$k_{SS} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad \frac{\partial k_{SS}}{\partial g} = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{(1-\alpha)A}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} > 0$$

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \left[ (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + \tau \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}-1} (-1) \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \left[ (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \tau \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) (1-\tau)^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \right] \quad \therefore \text{mas : } \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} > 0$$

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ 1 - \tau \left( \frac{1-\alpha}{\alpha} \right) (1-\tau)^{-1} \right]$$

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \alpha - \tau(1-\alpha) \frac{1}{(1-\tau)} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha(1-\tau) - \tau(1-\alpha)}{(1-\tau)} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha - \alpha\tau - \tau + \alpha\tau}{(1-\tau)} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = \left[ \frac{(1-\alpha)A g}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha - \tau}{(1-\tau)} \right]$$

$$\text{Casos : } \begin{cases} \text{Caso 1: } \frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} > 0 & \text{se : } \alpha > \tau \\ \text{Caso 2: } \frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} < 0 & \text{se : } \alpha < \tau \\ \text{Caso 3: } \frac{\partial k_{SS}}{\partial \tau} = 0 & \text{se : } \alpha = \tau \end{cases}$$

**Equação 64 - Efeito do gasto público em infraestrutura social no PIB *per capita* em *Steady State***

$$y^{SS} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} + \tau \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}-1} (-1) \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} - \tau \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\tau)^{\frac{1-2\alpha}{\alpha}} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ 1 - \tau \frac{1-\alpha}{\alpha} (1-\tau)^{-1} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ 1 - \tau \frac{1-\alpha}{\alpha(1-\tau)} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha(1-\tau) - \tau + \alpha\tau}{\alpha(1-\tau)} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha - \alpha\tau - \tau + \alpha\tau}{\alpha(1-\tau)} \right] \quad \therefore$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{\alpha - \tau}{\alpha(1-\tau)} \right]$$

$$\text{Casos : } \begin{cases} \text{Caso 1: } \alpha > \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} > 0 \\ \text{Caso 2: } \alpha < \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} < 0 \\ \text{Caso 3: } \alpha = \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} = 0 \end{cases}$$

**Equação 65 - Efeito do gasto público em infraestrutura no PIB *per capita*, mesmo com infraestrutura social**

$$y^{SS} = A^{\frac{1}{\alpha}} g^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial g} = A^{\frac{1}{\alpha}} \frac{1}{\alpha} g^{\frac{1}{\alpha}-1} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad \therefore$$

$$\frac{\partial y^{SS}}{\partial g} = A^{\frac{1}{\alpha}} \frac{1}{\alpha} g^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \left[ \frac{1-\alpha}{\delta+\rho} \right]^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} > 0$$

**Figura 13 - Diagrama de fases do consumo e do capital *per capita* com gastos em infraestrutura econômica e social**

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ \left( (1-\alpha)A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - \delta \right) - \rho \right] \quad \text{Em SS : } \frac{\dot{c}}{c} = 0 \quad \text{Então tem-se :}$$

$$\frac{(1-\alpha)A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g}{(k^{ss})^\alpha} = (\delta + \rho) \quad \therefore (k^{ss})^\alpha = \left[ \frac{(1-\alpha)Ag}{\delta + \rho} \right] \tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha}$$

$$k^{ss} = \left[ \frac{(1-\alpha)Ag}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad \text{Equação (61)}$$

**a) Função consumo para dado capital na Economia:**

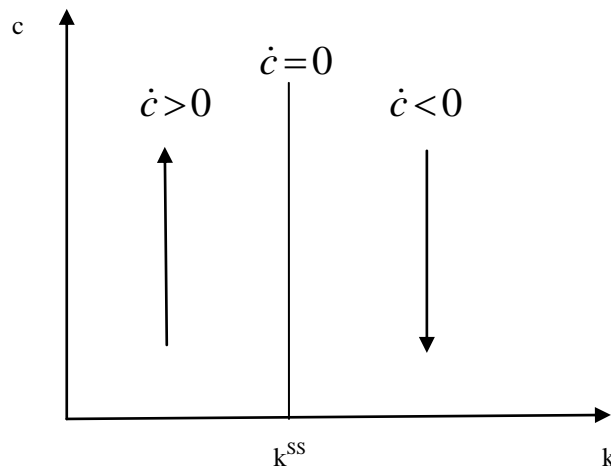


Figura 13 - Função consumo *per capita* para dado *k* na Economia  
Fonte: Elaborado pelo autor.

**b) Função capital:**

$$\dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n + \delta)k \quad \text{em SS : } \dot{k} = 0$$

$$c = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - g - (n + \delta)k \quad \text{mas : } y = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{1-\alpha}$$

$$c = y - g - (n + \delta)k$$

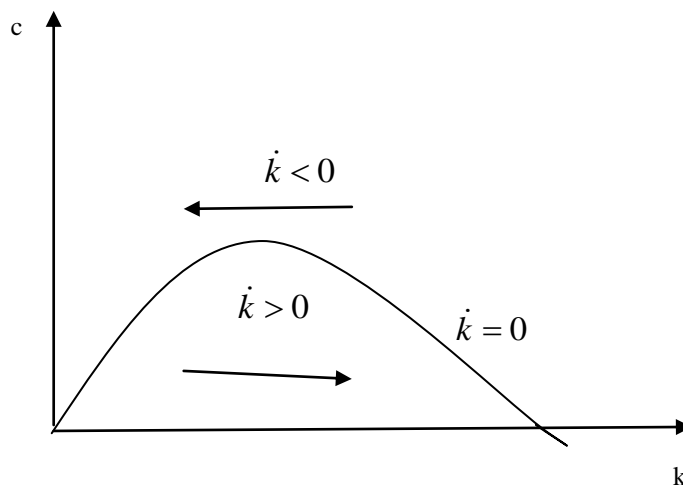


Figura 13 - Função capital *per capita*.  
Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 14 - Diagrama de fases do consumo e do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 1)**

**a) Movimento do consumo:**

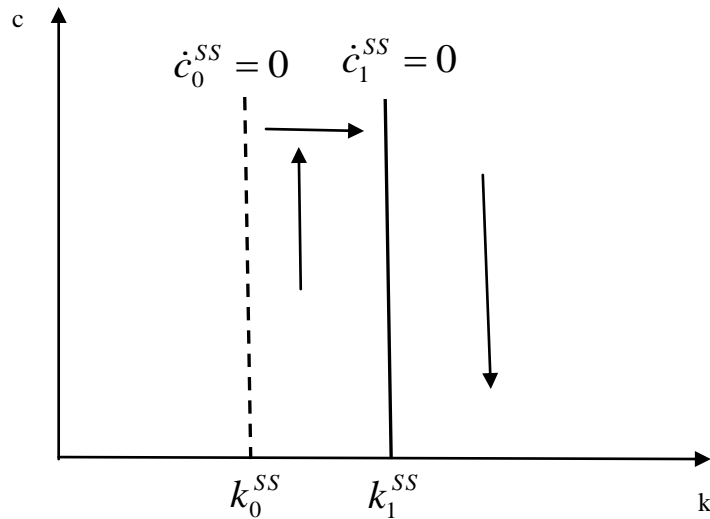


Figura 14 - Diagrama de fases do consumo *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se os constantes gastos públicos (caso 1).

Fonte: Elaborado pelo autor.

**b) Movimento do capital:**

$$\dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k$$

$$\text{Em SS: } \dot{k} = 0 \Rightarrow 0 = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k \therefore$$

$$c^{SS} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - g - (n+\delta)k$$

$$\text{No caso 1: } \alpha > \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} > 0$$

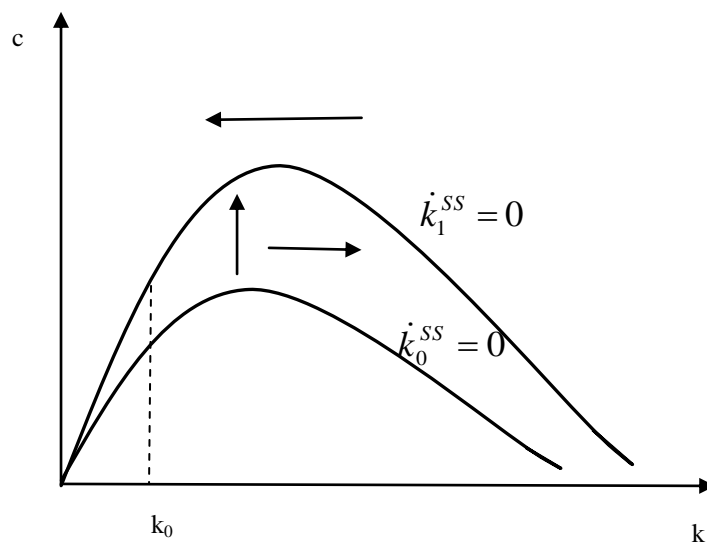


Figura 14 - Diagrama de fases do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se constantes os gastos públicos (caso 1).

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Figura 15 - Diagrama de fases do consumo e do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 2).**

**a) Movimento do consumo:**

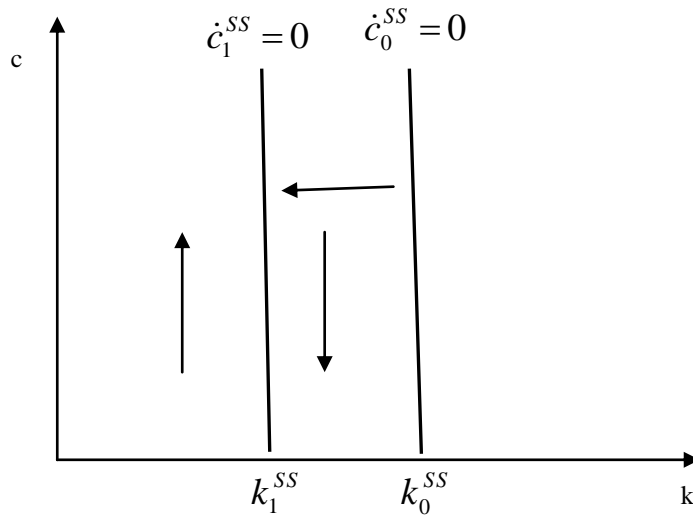


Figura 15 - Diagrama de fases do consumo *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 2).  
Fonte: Elaborado pelo autor.

**b) Movimento do capital:**

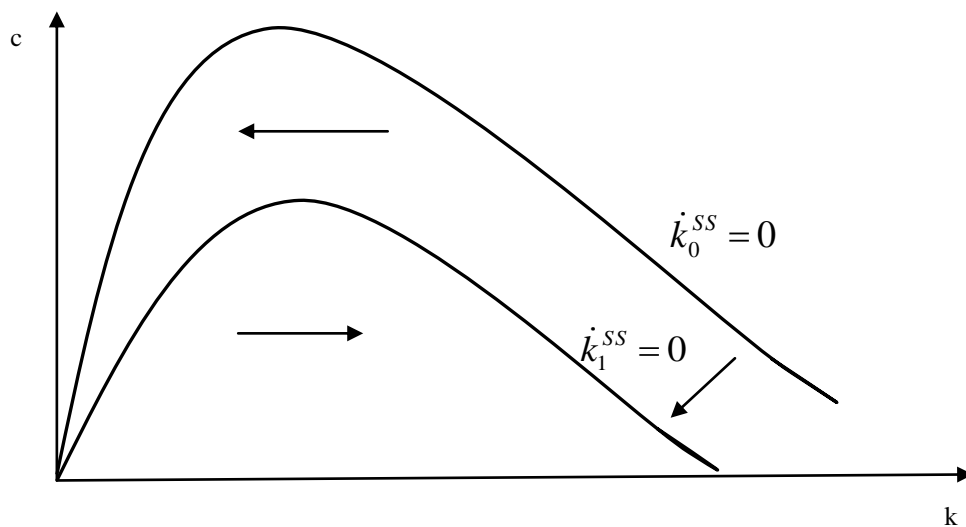


Figura 15 - Diagrama de fases do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 2).

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Equação 66 - Consumo em SS**

$$\dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k$$

$$\text{Em SS : } \dot{k} = 0 \Rightarrow 0 = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k \therefore$$

$$c^{SS} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - g - (n+\delta)k$$

**Equação 67 - Ponto no qual uma parábola cruza a outra**

$$\dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k$$

$$\text{Em SS : } \dot{k} = 0 \Rightarrow 0 = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k \therefore$$

$$c^{SS} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - g - (n+\delta)k$$

$$\text{No caso 1 : } \alpha > \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} > 0$$

$$\text{Para } k \text{ constante: } \frac{\partial c^{SS}}{\partial g} = \leq \text{ou} \geq (?)$$

$$\frac{\partial c^{SS}}{\partial g} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} k^{1-\alpha} - 1 \therefore A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} k^{1-\alpha} - 1 > 0$$

$$k^{1-\alpha} > \frac{1}{A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha}} \therefore k > \left[ \frac{1}{A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha}} \right]^{\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)}$$

**Figura 16 - Diagrama de fases do consumo e do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público, mantendo-se constantes a parcela de gastos em infraestrutura social.**

\* Caso em que  $A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} k^{1-\alpha} > 1$

**a) Movimento do Consumo:**

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \left[ \left( (1-\alpha)A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - \delta \right) - \rho \right] \text{ Em SS : } \frac{\dot{c}}{c} = 0 \text{ Então tem-se :}$$

$$k^{SS} = \left[ \frac{(1-\alpha)Ag}{\delta + \rho} \right]^{\frac{1}{\alpha}} \tau (1-\tau)^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}$$

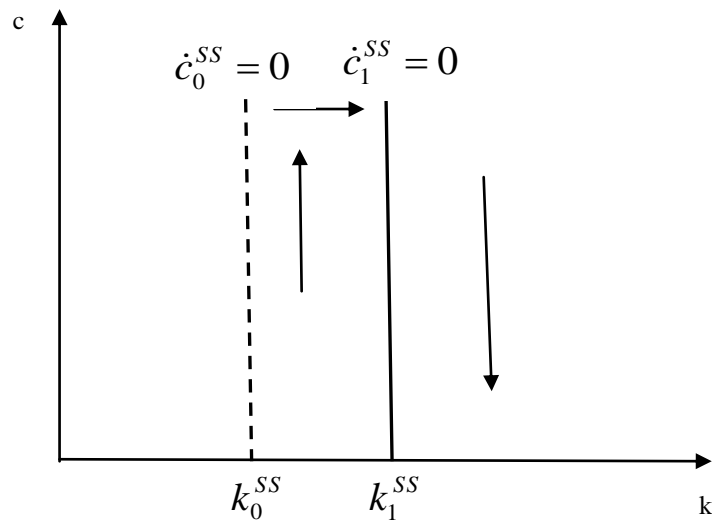


Figura 15 - Diagrama de fases do consumo *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 2).

Fonte: Elaborado pelo autor.

**b) Movimento do Capital:**

$$\dot{k} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k$$

$$\text{Em SS : } \dot{k} = 0 \Rightarrow 0 = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - c - g - (n+\delta)k \therefore$$

$$c^{SS} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} g k^{-\alpha} - g - (n+\delta)k$$

$$\text{No caso 1 : } \alpha > \tau \Rightarrow \frac{\partial y^{SS}}{\partial \tau} > 0$$

$$\text{Para } k \text{ constante: } \frac{\partial c^{SS}}{\partial g} = \leq \text{ou} \geq (?)$$

$$\frac{\partial c^{SS}}{\partial g} = A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} k^{1-\alpha} - 1 \therefore A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha} k^{1-\alpha} - 1 > 0$$

$$k^{1-\alpha} > \frac{1}{A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha}} \therefore k > \left[ \frac{1}{A\tau^\alpha (1-\tau)^{1-\alpha}} \right]^{\left(\frac{1}{1-\alpha}\right)}$$

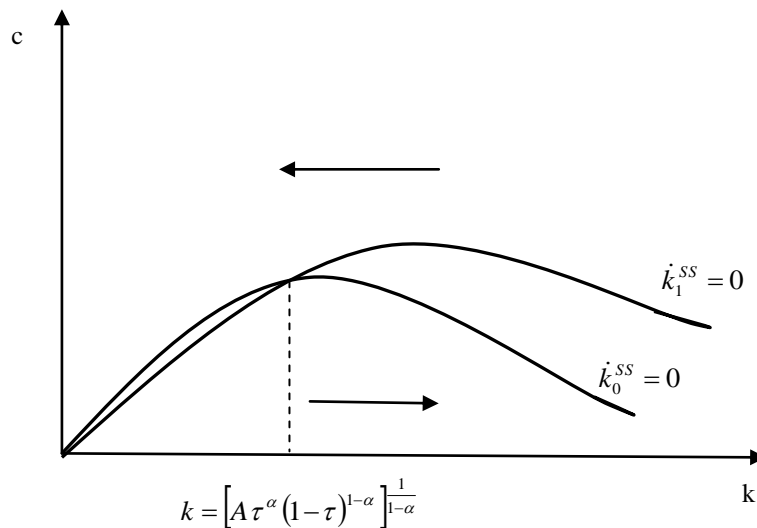


Figura 15 - Diagrama de fases do capital *per capita*, dado o aumento do gasto público em infraestrutura social, mantendo-se os gastos públicos constantes (caso 2).

Fonte: Elaborado pelo autor.

**Equação 96 - Equação de teste do Var(p)**

Supondo - se um VAR(3) :

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + \varepsilon_t \therefore$$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + \phi_2 X_{t-2} + \phi_3 X_{t-3} + \varepsilon_t + \phi_3 X_{t-2} - \phi_3 X_{t-2} \therefore$$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + (\phi_2 + \phi_3) X_{t-2} - \phi_3 (X_{t-2} - X_{t-2}) + \varepsilon_t \therefore$$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + (\phi_2 + \phi_3) X_{t-2} - \phi_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t \therefore$$

$$X_t = \phi_1 X_{t-1} + (\phi_2 + \phi_3) X_{t-2} - \phi_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t + (\phi_2 + \phi_3) X_{t-1} - (\phi_2 + \phi_3) X_{t-1} \therefore$$

$$X_t = (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3) X_{t-1} - (\phi_2 + \phi_3) (X_{t-1} - X_{t-2}) - \phi_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t \therefore$$

$$X_t = (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3) X_{t-1} - (\phi_2 + \phi_3) \Delta X_{t-1} - \phi_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t \therefore$$

$$X_t = (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3) X_{t-1} - (\phi_2 + \phi_3) \Delta X_{t-1} - \phi_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t + X_{t-1} - X_{t-1} \therefore$$

$$X_t - X_{t-1} = (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 - I) X_{t-1} - (\phi_2 + \phi_3) \Delta X_{t-1} - \phi_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t \therefore$$

$$\Delta X_t = -[I - (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)] X_{t-1} - (\phi_2 + \phi_3) \Delta X_{t-1} - \phi_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t \therefore$$

$$\Delta X_t = \phi X_{t-1} + \sum_{i=1}^2 \Lambda_i \Delta X_{t-i} + e_t$$

$$\phi = -[I - (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3)] \quad e \quad \Lambda_i = -\sum_{j=1+i}^3 \phi_j \quad \forall i = 1, 2$$

*Generalizando para p defasagens :*

$$\Delta X_t = \phi_p X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Lambda_i \Delta X_{t-i} + e_t$$

$$\phi_p = -[I - (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \dots + \phi_p)] \quad \Lambda_i = -\sum_{j=1+i}^{p-1} \phi_j \quad \forall i = 1, 2, \dots, p-1$$

### Equação 97 - Equação de teste do VEC(p)

Considerando o Var (3), tem - se :

$$X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + A_3 X_{t-3} + \varepsilon_t \quad \text{Somando e subtraindo } A_3 X_{t-2}, \text{ tem - se :}$$

$$X_t = A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + A_3 X_{t-3} + A_3 X_{t-2} - A_3 X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$X_t = A_1 X_{t-1} + (A_2 + A_3) X_{t-2} - A_3 (X_{t-2} - X_{t-3}) + \varepsilon_t$$

$$X_t = A_1 X_{t-1} + (A_2 + A_3) X_{t-2} - A_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t \quad \text{Somando e subtraindo } (A_2 + A_3) X_{t-1}, \text{ tem - se :}$$

$$X_t = A_1 X_{t-1} + (A_2 + A_3) X_{t-2} - A_3 \Delta X_{t-2} + (A_2 + A_3) X_{t-1} - (A_2 + A_3) X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$X_t = (A_1 + A_2 + A_3) X_{t-1} - (A_2 + A_3) (X_{t-1} - X_{t-2}) - A_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$X_t = (A_1 + A_2 + A_3) X_{t-1} - (A_2 + A_3) \Delta X_{t-1} - A_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t \quad \text{Somando e subtraindo } X_{t-1}$$

$$X_t = (A_1 + A_2 + A_3) X_{t-1} - (A_2 + A_3) \Delta X_{t-1} - A_3 \Delta X_{t-2} + X_{t-1} - X_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$X_t - X_{t-1} = (A_1 + A_2 + A_3 - I) X_{t-1} - (A_2 + A_3) \Delta X_{t-1} - A_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = -(I - A_1 - A_2 - A_3) X_{t-1} - (A_2 + A_3) \Delta X_{t-1} - A_3 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$\text{Fazendo : } \Pi = -(I - A_1 - A_2 - A_3); \Gamma_1 = -(A_2 + A_3); \text{ e } \Gamma_2 = -A_3 \text{ tem - se o VEC(3) :}$$

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \Gamma_2 \Delta X_{t-2} + \varepsilon_t$$

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^2 \Lambda_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$$

Generalizando - se para o Var(p) com vetor de variáveis determinísticas (dummies sazonais, tendência etc.) tem - se o VEC(p) dado por :

$$\Delta X_t = \Pi X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Lambda_i \Delta X_{t-i} + \delta' d_t + \varepsilon_t$$

### Equação 101 - Lei do movimento do capital

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t$$

$$K_0 = I_0$$

$$K_1 = (1 - \delta) K_0 + I_1$$

$$K_2 = (1 - \delta) K_1 + I_2 = (1 - \delta)(1 - \delta) K_0 + (1 - \delta) I_1 + I_2 = (1 - \delta)^2 K_0 + (1 - \delta) I_1 + I_2$$

$$K_3 = (1 - \delta) K_2 + I_3 = (1 - \delta)^3 K_0 + (1 - \delta)^2 I_1 + (1 - \delta) I_2 + I_3$$

⋮

$$K_t = (1 - \delta)^t K_0 + \sum_{j=0}^{t-1} (1 - \delta)^j I_{t-j}$$

### Equação 102 - Estoque de capital inicial

$$K_0 = I_0 + (1 - \delta) I_{-1} + (1 - \delta)^2 I_{-2} + (1 - \delta)^3 I_{-3} \dots = \sum_{i=0}^{\infty} (1 - \delta)^i I_{-i}$$

**Equação 104 - Estoque de capital inicial (YOUNG, 1995)**

$$K_0 = \sum_{i=0}^{\infty} I_{-i-1} (1-\delta)^i \quad (\text{equação 15-3})$$

$$K_0 = I_{-1} (1-\delta)^0 + I_{-2} (1-\delta)^1 + I_{-3} (1-\delta)^2 + I_{-4} (1-\delta)^3 + \dots$$

$$I_j = (1+g)I_{j-1} \quad (\text{equação 16-3}) \Rightarrow I_{j-1} = \frac{1}{(1+g)} I_j$$

Substituindo - se :

$$K_0 = I_{-1} + \frac{1}{(1+g)} I_{-1} (1-\delta) + \frac{1}{(1+g)} I_{-2} (1-\delta)^2 + \frac{1}{(1+g)} I_{-3} (1-\delta)^3 + \dots$$

$$K_0 = I_{-1} + \frac{1}{(1+g)} I_{-1} (1-\delta) + \frac{1}{(1+g)} I_{-1} \frac{1}{(1+g)} (1-\delta)^2 + \frac{1}{(1+g)} I_{-1} \frac{1}{(1+g)^2} (1-\delta)^3 + \dots$$

$$K_0 = I_{-1} + \frac{(1-\delta)}{(1+g)} I_{-1} + \frac{(1-\delta)^2}{(1+g)^2} I_{-1} + \frac{(1-\delta)^3}{(1+g)^3} I_{-1} + \dots$$

$$K_0 = I_{-1} \sum_{i=0}^{\infty} \left[ \frac{(1-\delta)}{(1+g)} \right]^i \quad \therefore K_0 = I_{-1} \frac{1}{1 - \left[ \frac{(1-\delta)}{(1+g)} \right]} \quad \therefore K_0 = I_{-1} \frac{1}{\frac{1+g-1+\delta}{1+g}} \quad \therefore$$

$$K_0 = I_{-1} \frac{(1+g)}{(g+\delta)} \quad \therefore K_0 = \frac{(1+g)I_{-1}}{g+\delta}$$

mas de 16-3 tem - se :  $I_0 = (1+g)I_{-1} \quad \therefore$

$$K_0 = \frac{I_0}{g+\delta}$$

## **APÊNDICE B – Outros Resultados Encontrados**

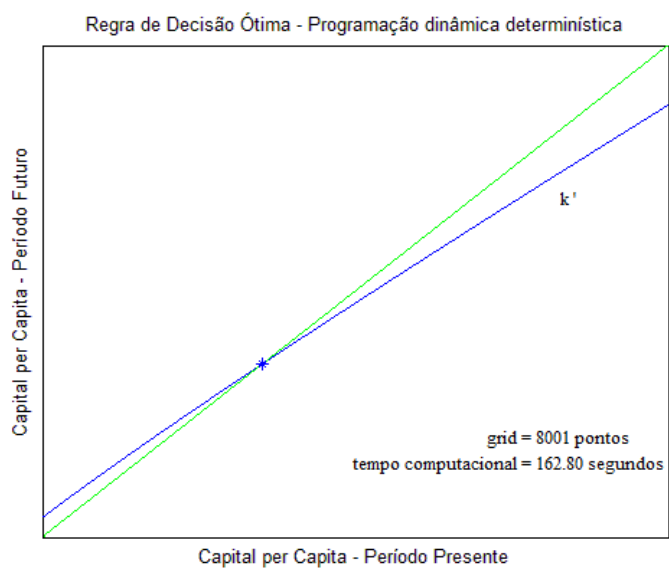
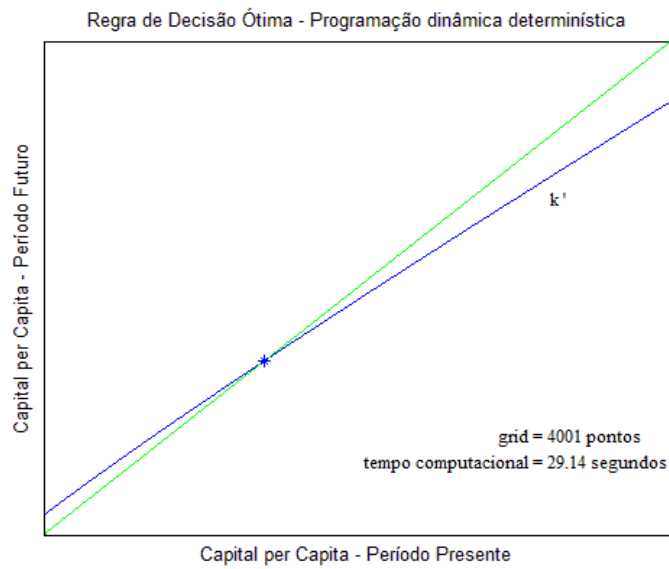
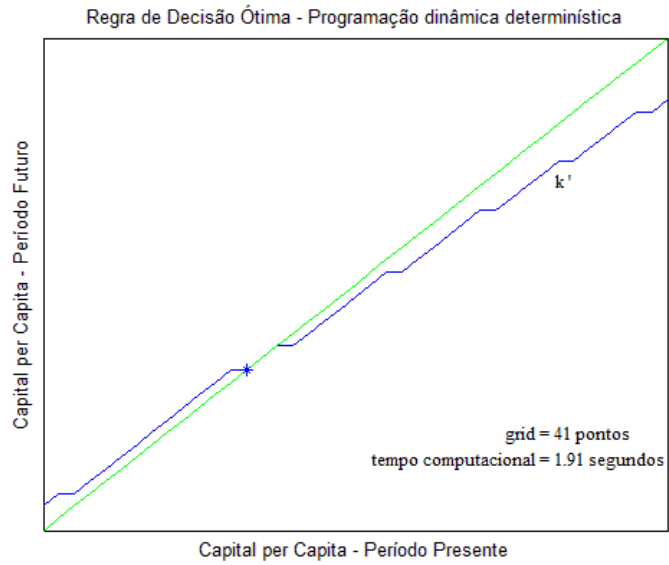


Figura 1B - Função política ótima para capital futuro com diferentes *grids* para o capital.  
Fonte: Resultados da pesquisa.

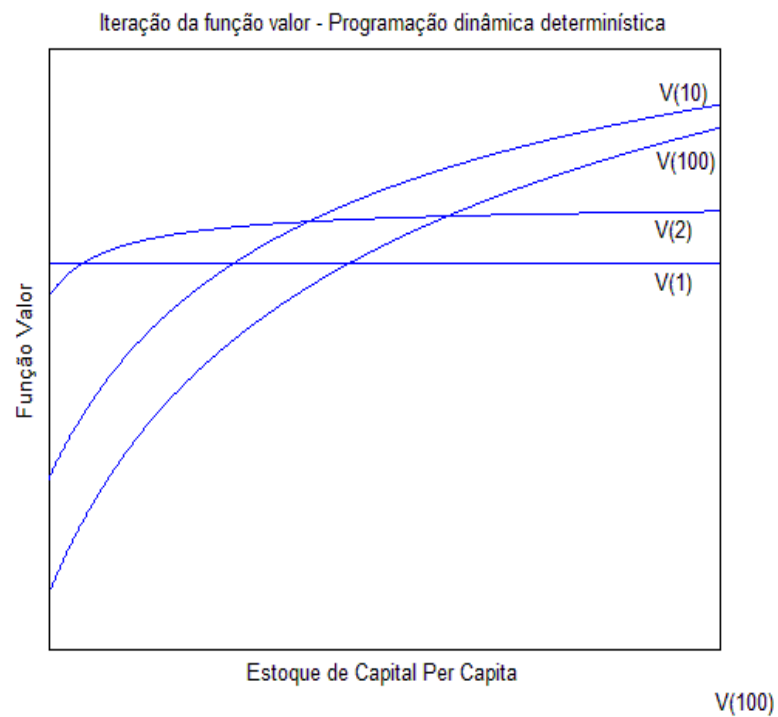


Figura 2B - Função valor após 100 iterações.  
Fonte: Resultados da pesquisa.

Tabela 1B - Correlação entre variáveis selecionadas, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

Variáveis	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC	lnPTF
lnPIBPC	1,000000						
	-						
	-						
lnKPC	0,8898	1,0000					
	12,6339	-					
	0,0000	-					
lnRODPC	0,8186	0,7307	1,0000				
	9,2365	6,9371	-				
	0,0000	0,0000	-				
lnENERGPC	0,5866	0,8209	0,4112	1,0000			
	4,6935	9,3170	2,9237	-			
	0,0000	0,0000	0,0056	-			
lnEDUPC	-0,1330	-0,4475	0,0246	-0,7875	1,0000		
	-0,8698	-3,2431	0,1592	-8,2809	-		
	0,3893	0,0023	0,8743	0,0000	-		
lnSAUDEPC	0,7900	0,9449	0,5324	0,8481	-0,5706	1,0000	
	8,3495	18,7031	4,0765	10,3728	-4,5023	-	
	0,0000	0,0000	0,0002	0,0000	0,0001	-	
lnPTF*	-0,5740	-0,79191	-0,6770	-0,8391	0,6443	-0,7116	1,0000
	-4,54265	-8,4045	-5,9608	-9,9972	5,4594	-6,5640	-
	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	-

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* A variável PTF não está dividida pelo número de trabalhadores por ser um número-índice.

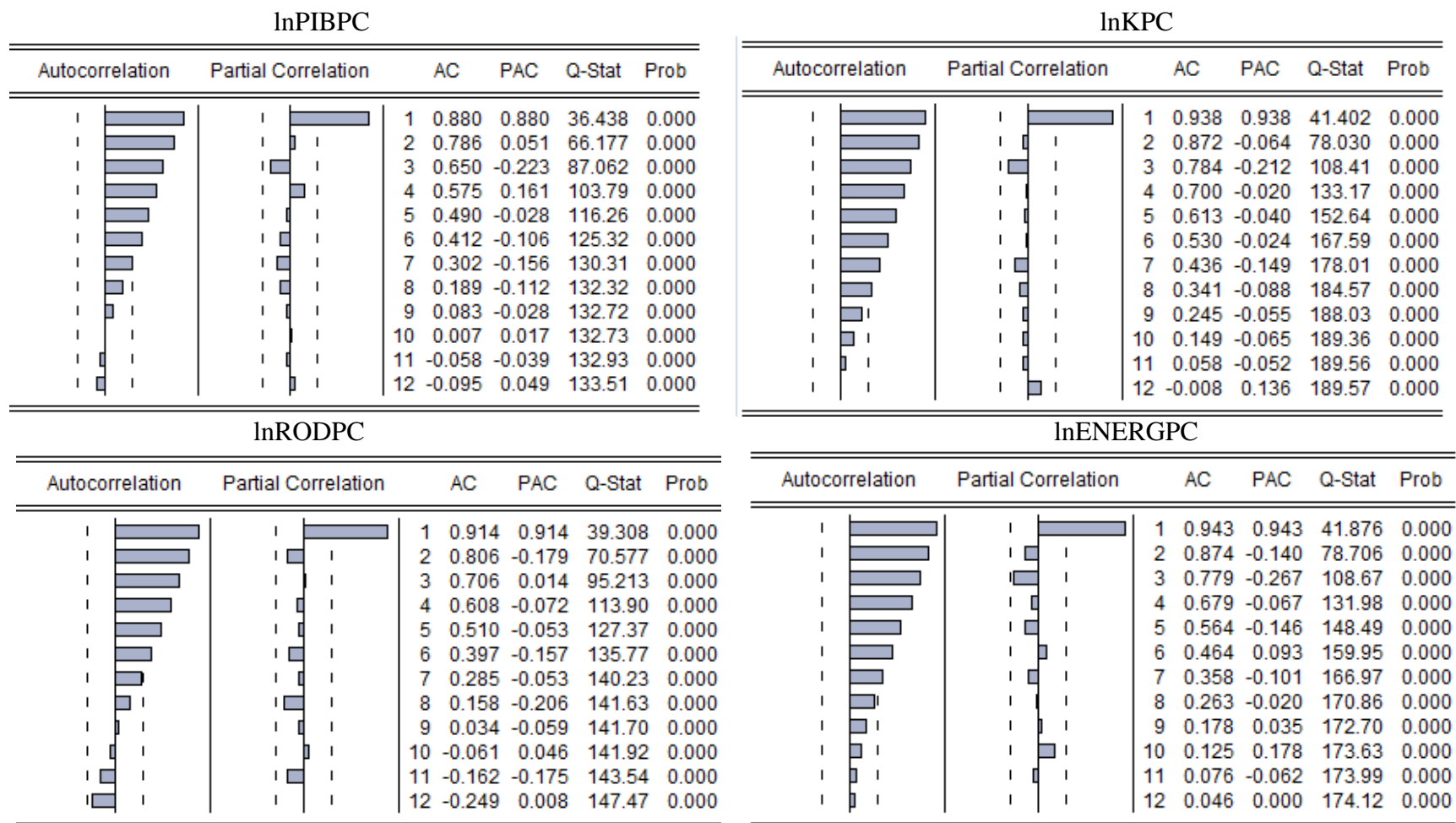


Figura 3B - Correlogramas das séries analisadas, em logaritmo e divididas pelo número de trabalhadores – Brasil, 1970-2013.

Fonte: Resultados da pesquisa.

Continua...

Continuação:

lnEDUPC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.910	0.910	38.975	0.000
		2	0.816	-0.068	71.089	0.000
		3	0.719	-0.072	96.621	0.000
		4	0.626	-0.033	116.44	0.000
		5	0.537	-0.030	131.43	0.000
		6	0.453	-0.034	142.36	0.000
		7	0.384	0.032	150.45	0.000
		8	0.327	0.009	156.44	0.000
		9	0.270	-0.043	160.66	0.000
		10	0.217	-0.026	163.47	0.000
		11	0.160	-0.069	165.04	0.000
		12	0.110	-0.007	165.80	0.000

lnSAUDEPC

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.896	0.896	37.777	0.000
		2	0.800	-0.015	68.589	0.000
		3	0.690	-0.119	92.098	0.000
		4	0.583	-0.058	109.29	0.000
		5	0.462	-0.132	120.38	0.000
		6	0.397	0.202	128.79	0.000
		7	0.344	0.038	135.25	0.000
		8	0.286	-0.102	139.84	0.000
		9	0.226	-0.070	142.80	0.000
		10	0.163	-0.108	144.39	0.000
		11	0.091	-0.049	144.90	0.000
		12	0.036	0.083	144.99	0.000

lnPTF\*

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	0.952	0.952	42.699	0.000
		2	0.879	-0.301	79.946	0.000
		3	0.794	-0.105	111.05	0.000
		4	0.718	0.119	137.15	0.000
		5	0.641	-0.125	158.48	0.000
		6	0.577	0.105	176.22	0.000
		7	0.504	-0.202	190.11	0.000
		8	0.414	-0.235	199.77	0.000
		9	0.316	0.010	205.55	0.000
		10	0.215	-0.124	208.32	0.000
		11	0.128	0.111	209.32	0.000
		12	0.057	0.037	209.52	0.000

Figura 3B - Correlogramas das séries analisadas, em logaritmo e divididas pelo número de trabalhadores – Brasil, 1970-2013.

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* A variável PTF não está dividida pelo número de trabalhadores por ser um número-índice.

Tabela 2B - Vetor autorregressivo (VAR) das séries em logaritmo e *per capita* com quatro defasagens – Brasil, 1970-2013

Variáveis	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnPIBPC(-1)	0,6930	0,5247	0,6364	0,1754	0,6744	1,7007
	(0,2057)	(0,2756)	(0,4262)	(0,6842)	(0,4724)	(2,7411)
	3,3693***	1,9039*	1,4931	0,2563	1,4276	0,6204
lnPIBPC(-2)	-0,5292	-0,2707	-1,0398	1,1702	-0,8362	2,1033
	(0,2332)	(0,31251)	(0,4833)	(0,7758)	(0,5357)	(3,1080)
	-2,2694**	-0,8661	-2,1516**	1,5083	-1,5611	0,6767
lnPIBPC(-3)	-0,0240	-0,0423	-0,5379	-1,1382	-0,0405	-3,5583
	(0,1819)	(0,2438)	(0,3770)	(0,6052)	(0,4178)	(2,4243)
	-0,1322	-0,1736	-1,4270	-1,8808*	-0,0970	-1,4678
lnPIBPC(-4)	0,3897	-0,0720	0,9293	0,3963	-0,2005	2,1950
	(0,1736)	(0,2326)	(0,3597)	(0,5775)	(0,3987)	(2,3134)
	2,2449**	-0,3097	2,5833***	0,6863	-0,5029	0,9488
lnKPC(-1)	0,0840	0,3325	0,8314	-0,8671	0,2937	-1,1558
	(0,1840)	(0,2466)	(0,3813)	(0,6122)	(0,4227)	(2,4524)
	0,4567	1,3483	2,1801**	-1,4164	0,6948	-0,4713
lnKPC(-2)	0,5078	0,6047	0,1614	0,8246	0,1557	5,0798
	(0,1686)	(0,2260)	(0,3495)	(0,5610)	(0,3873)	(2,2474)
	3,0115***	2,6760***	0,4619	1,4699	0,4020	2,2603**
lnKPC(-3)	-0,5194	-0,3764	-1,0858	-0,0137	-0,6892	-2,1094
	(0,2413)	(0,3234)	(0,5001)	(0,8028)	(0,5543)	(3,2159)
	-2,1524**	-1,1640	-2,1714**	-0,0171	-1,2434	-0,6559
lnKPC(-4)	0,2755	0,0656	0,5847	-0,6320	0,1606	-1,7837
	(0,2005)	(0,2686)	(0,4154)	(0,6669)	(0,4605)	(2,6717)
	1,3745	0,2442	1,4074	-0,9477	0,3489	-0,6676
lnRODPC(-1)	0,0328	-0,2113	0,5846	0,1551	-0,1266	-1,5588
	(0,0792)	(0,1062)	(0,1642)	(0,2636)	(0,1820)	(1,0560)
	0,4134	-1,9902**	3,5601***	0,5885	-0,6955	-1,4762

Fonte: Resultados da pesquisa.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Continua...

Tabela 2B - Vetor autorregressivo (VAR) das séries em logaritmo e *per capita* com quatro defasagens – Brasil, 1970-2013

Variáveis	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnRODPC(-2)	-0,0429	-0,0596	-0,2786	-0,4032	0,1963	0,6833
	(0,08892)	(0,1192)	(0,1843)	(0,2958)	(0,2043)	(1,1851)
lnRODPC(-3)	-0,4830	-0,5005	-1,5119	-1,3628	0,9609	0,5766
	(0,0879)	(0,1178)	(0,1822)	(0,2925)	(0,2019)	(1,1716)
lnRODPC(-4)	0,05557	-0,53127	1,38643	0,54797	-1,67707*	0,14856
	(0,0747)	(0,1001)	(0,1549)	(0,2486)	(0,1716)	(0,9959)
lnENERGPC(-1)	0,9157	1,6058	-0,1143	0,9089	1,1751	0,2865
	(0,0718)	(0,0962)	(0,1488)	(0,2388)	(0,1649)	(0,9568)
lnENERGPC(-2)	0,6815	-1,0415	2,5663**	4,0612***	0,2616	-0,4944
	(0,1062)	(0,1424)	(0,2202)	(0,3534)	(0,2440)	(1,4158)
lnENERGPC(-3)	0,4677	0,1197	-1,1497	-0,4986	-0,6959	-0,1680
	(0,1078)	(0,1444)	(0,2234)	(0,3586)	(0,2476)	(1,4366)
lnENERGPC(-4)	-0,9678	-1,0006	-2,3743**	0,1457	-1,2148	0,5810
	(0,0616)	(0,0826)	(0,1277)	(0,2050)	(0,1415)	(0,8211)
lnEDUPC(-1)	1,2209	1,1665	4,1894***	-0,8953	1,8995*	-0,1690
	(0,1305)	(0,1749)	(0,2705)	(0,4342)	(0,2998)	(1,7393)
lnEDUPC(-2)	0,6330	1,9418*	-0,6354	0,4680	1,1038	0,6439
	(0,0937)	(0,1255)	(0,1941)	(0,3116)	(0,2152)	(1,2484)
	0,5084	-0,0427	0,7477	-0,9999	2,5560**	-1,5510

Fonte: Resultados da pesquisa.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Continua...

Tabela 2B - Vetor autorregressivo (VAR) das séries em logaritmo e *per capita* com quatro defasagens – Brasil, 1970-2013

Variáveis	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnEDUPC(-3)	0,1926 (0,1214)	0,0691 (0,1627)	0,6097 (0,2516)	0,1016 (0,4040)	0,3873 (0,2789)	-0,3050 (1,6182)
lnEDUPC(-4)	1,5859 -0,3077 (0,1122)	0,4248 -0,3507 (0,1504)	2,423** -0,4441 (0,2326)	0,2516 -0,0740 (0,3734)	1,3888 -0,1966 (0,2578)	-0,1885 1,1890 (1,4958)
lnSAUDEPC(-1)	-2,7415*** -0,0105 (0,0162)	-2,3317** 0,0050 (0,0217)	-1,9092* -0,0115 (0,0336)	-0,1981 -0,0116 (0,0539)	-0,7628 -0,0611 (0,0372)	0,7949 0,8039 (0,2159)
lnSAUDEPC(-2)	-0,6469 -0,0191 (0,0219)	0,2289 0,0231 (0,0298)	-0,3438 -0,0204 (0,0454)	-0,2159 0,0335 (0,0729)	-1,6429 0,04345 (0,0504)	3,7236*** -0,3916 (0,2921)
lnSAUDEPC(-3)	-0,8718 0,0402 (0,0236)	0,7869 0,0476 (0,0316)	-0,4494 0,1238 (0,0489)	0,4597 0,0455 (0,0785)	0,8629 0,1246 (0,0542)	-1,3404 0,1266 (0,3145)
lnSAUDEPC(-4)	1,7052* -0,0394 (0,0235)	1,5048 0,0156 (0,0314)	2,5312** -0,1448 (0,0486)	0,5795 0,0734 (0,0781)	2,2981** 0,0059 (0,0539)	0,4024 0,1694 (0,3127)
lnPTF	-1,6797* 0,5136 (0,1359)	0,4963 -0,3270 (0,1821)	-2,9780*** -0,0933 (0,2817)	0,9403 -0,2914 (0,4522)	0,1093 -0,0157 (0,3122)	0,5418 -0,4201 (1,8114)
	3,7789***	-1,7956*	-0,3311	-0,6445	-0,0503	-0,2319
R <sup>2</sup>	0,9881	0,9976	0,9891	0,9890	0,9978	0,9771
R <sup>2</sup> Ajustado	0,9691	0,9937	0,9716	0,9714	0,9943	0,9404
Estatística F	51,9253***	255,5352***	56,5902***	56,1380***	285,8493***	26,6200***
Critério AIC	-23,73734					
Critério SC	-17,40404					

Fonte: Resultados da pesquisa.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Tabela 3B - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 1 (VEC1), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

<b>Equações</b>	<b>Equação 1</b>	<b>Equação 2</b>	<b>Equação 3</b>	<b>Equação 4</b>	<b>Equação 5</b>	
lnPIBPC(-1)	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
lnKPC(-1)	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
lnRODPC(-1)	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	
lnENERGPC(-1)	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	
lnEDUPC(-1)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	
lnSAUDEPC(-1)	-0,1474 (0,0045)	-0,0859 (0,0029)	-0,3201 (0,0163)	-0,4681 (0,0082)	-0,7715 (0,0392)	
	-32,567***	-29,727***	-19,6358***	-57,1376***	-19,6850***	
<b>Correção de erro</b>	<b>D(lnPIBPC)</b>	<b>D(lnKPC)</b>	<b>D(lnRODPC)</b>	<b>D(lnENERGPC)</b>	<b>D(lnEDUPC)</b>	<b>D(lnSAUDEPC)</b>
Equação de cointegração 1	-0,3431 (0,1337)	-0,1890 (0,1573)	-0,4013 (0,3123)	0,5889 (0,3012)	-0,4818 (0,2496)	2,6949 (1,3596)
	-2,5659**	-1,2022	-1,2848	1,9551*	-1,9304*	1,9821**
Equação de cointegração 2	0,1644 (0,0526)	-0,0264 (0,0619)	0,2459 (0,1229)	-0,2710 (0,1186)	0,05275 (0,0983)	0,4608 (0,5352)
	3,1239***	-0,4259	2,0004**	-2,2851**	0,5369	0,8609
Equação de cointegração 3	-0,1141 (0,0349)	-0,0723 (0,0410)	-0,1421 (0,0814)	-0,0800 (0,0785)	0,0185 (0,0651)	-1,0278 (0,3545)
	-3,2731***	-1,7642*	-1,7445*	-1,0185	0,2849	-2,8991***
Equação de cointegração 4	0,0149 (0,0210)	-0,0303 (0,0247)	-0,0115 (0,0490)	-0,1277 (0,0472)	-0,0738 (0,0391)	0,1816 (0,2131)
	0,7100	-1,2310	-0,2340	-2,7041***	-1,8869*	0,8523
Equação de cointegração 5	0,0898 (0,0174)	0,0595 (0,0205)	0,1088 (0,0407)	-0,0292 (0,0393)	0,0703 (0,0325)	0,1579 (0,1772)
	5,1562***	2,9019***	2,6730***	-0,7439	2,1610**	0,8911

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença.

Os valores entre parênteses são o erro-padrão.

Para análise de significância estatística dos coeficientes estimados, foram considerados os valores o teste de Wald assintótico ( $\chi^2_1$ ) e os níveis de significância são:

1% = 2,5758; 5% = 1,9600 e 10% = 1,6449.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Continua ...

Tabela 3B - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 1 (VEC1), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

	D(lnPIBPC)	D(lnKPC)	D(lnRODPC)	D(lnENERGPC)	D(lnEDUPC)	D(lnSAUDEPC)
D(lnPIBPC(-1))	0,1044 (0,1671)	0,1076 (0,1966)	-0,0843 (0,3904)	-0,7794 (0,3765)	0,43401 (0,3120)	-3,2979 (1,6994)
D(lnKPC(-1))	0,6244 (0,1459)	0,5475 (0,1716)	-0,2159 (0,3408)	-2,0699** (0,3287)	1,3912 (0,2724)	-1,9406* (1,4836)
D(lnRODPC(-1))	-2,9907*** (0,0732)	-1,4790 (0,0861)	0,6367 (0,1709)	-0,5143 (0,1649)	0,6496 (0,1366)	-0,3188 (0,7441)
D(lnENERGPC(-1))	0,0010 (0,0687)	-0,0063 (0,0808)	-0,0345 (0,16055)	0,2873 (0,1548)	0,0222 (0,1283)	0,1306 (0,6989)
D(lnEDUPC(-1))	0,0135 (0,1060)	-0,0732 (0,1094)	-0,2020 (0,2172)	1,7429* (0,2095)	0,1629 (0,1736)	0,1753 (0,9455)
D(lnSAUDEPC(-1))	0,0472 (0,0930)	0,0530 (0,1094)	-0,0048 (0,2172)	0,32641 (0,2095)	0,2092 (0,1736)	-0,3198 (0,9455)
D(lnPTF)	0,6862 (0,0172)	0,6552 (0,0203)	-0,0297 (0,0402)	2,1080** (0,0388)	1,6306 (0,0322)	-0,4575 (0,1751)
	1,1406 (0,0172)	2,1781** (0,0203)	-0,3821 (0,0402)	1,6238 (0,0388)	-1,4975 (0,0322)	1,1123 (0,1751)
	-0,0289 (0,0172)	-0,0516 (0,0203)	-0,0717 (0,0402)	-0,0974 (0,0388)	-0,1413 (0,0322)	0,1110 (0,1751)
	-1,6775* (0,1140)	-2,5465** (0,1341)	-1,7835* (0,2662)	-2,5104** (0,2568)	-4,3959*** (0,2128)	0,6338 (1,1590)
	0,1439 (0,1140)	-0,6298 (0,1341)	-0,3394 (0,2662)	-0,3208 (0,2568)	-0,0644 (0,2128)	-0,3720 (1,1590)
	1,2628 (0,1140)	-4,6986*** (0,1341)	-1,2749 (0,2662)	-1,2495 (0,2568)	-0,3026 (0,2128)	-0,3210 (1,1590)
R <sup>2</sup>	0,5840	0,7776	0,4727	0,5333	0,5470	0,4289
R <sup>2</sup> Ajustado	0,4315	0,6960	0,2794	0,3622	0,3809	0,2194
Estatística F	3,8289	9,5344	2,4450	3,1169	3,2934	2,0478
Critério AIC	-19,4126					
Critério SC	-15,1926					

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Os valores entre parênteses são o erro-padrão.

Para análise de significância estatística dos coeficientes estimados, foram considerados os valores do teste de Wald assintótico  $(\chi^2_1)$ , e os níveis de significância são:

1% = 2,5758; 5% = 1,9600 e 10% = 1,6449.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Tabela 4B - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 2 (VEC2), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

<b>Equações</b>	<b>Equação 1</b>	<b>Equação 2</b>	<b>Equação 3</b>	<b>Equação 4</b>	<b>Equação 5</b>	
lnPIBPC(-1)	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
lnKPC(-1)	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	
lnRODPC(-1)	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	0,0000	
lnENERGPC(-1)	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	
lnEDUPC(-1)	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	
lnSAUDEPC(-1)	-0,1716	-0,0874	-0,4773	-0,5338	-1,0108	
	(0,0051)	(0,0044)	(0,0218)	(0,0093)	(0,0411)	
	-33,448***	-19,9086***	-21,8651***	-57,2403***	-24,6127***	
<b>Correção de erro</b>	<b>D(lnPIBPC)</b>	<b>D(lnKPC)</b>	<b>D(lnRODPC)</b>	<b>D(lnENERGPC)</b>	<b>D(lnEDUPC)</b>	<b>D(lnSAUDEPC)</b>
Equação de cointegração 1	-0,3596	-0,2510	-0,8734	0,1789	-0,3608	2,0658
	(0,1264)	(0,1239)	(0,3261)	(0,2980)	(0,2356)	(1,3345)
	-2,8452***	-2,0263**	-2,6787***	0,6003	-1,5315	1,5480
Equação de cointegração 2	0,0639	-0,1653	0,4777	-0,4145	-0,1405	-0,4303
	(0,0632)	(0,0619)	(0,1629)	(0,1489)	(0,1177)	(0,6667)
	1,0112	-2,6711***	2,9325***	-2,7842***	-1,1938	-0,6454
Equação de cointegração 3	-0,0084	0,0502	-0,1435	0,2347	0,0513	0,0146
	(0,0316)	(0,0309)	(0,0814)	(0,0744)	(0,0588)	(0,3330)
	-0,2675	1,6227	-1,7635*	3,1567***	0,8731	0,0438
Equação de cointegração 4	-0,0152	-0,0730	0,0594	-0,2216	-0,1476	-0,1474
	(0,0256)	(0,0251)	(0,0661)	(0,0604)	(0,0478)	(0,2705)
	-0,5928	-2,9061***	0,8991	-3,6694***	-3,0901***	-0,5450
Equação de cointegração 5	0,0519	0,0169	0,1630	-0,0864	0,0310	-0,1404
	(0,0230)	(0,0225)	(0,0593)	(0,0542)	(0,0429)	(0,2428)
	2,2577**	0,7482	2,7476***	1,5935	0,7234	-0,5783

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Os valores entre parênteses são o erro-padrão.

Para análise de significância estatística dos coeficientes estimados, foram considerados os valores do teste de Wald assintótico ( $\chi^2_1$ ), e os níveis de significância são: 1% = 2,5758; 5% = 1,9600 e 10% = 1,6449.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Continua ...

Tabela 4B - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 2 (VEC2), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

	D(lnPIBPC)	D(lnKPC)	D(lnRODPC)	D(lnENERGPC)	D(lnEDUPC)	D(lnSAUDEPC)
D(lnPIBPC(-1))	0,3315 (0,1591) 2,0841**	0,4988 (0,1559) 3,2009***	0,2644 (0,4103) 0,6444	-0,1044 (0,3750) -0,2785	0,7678 (0,2965) 2,5901***	-0,1120 (1,6793) -0,0667
D(lnPIBPC(-2))	0,0850 (0,1625) 0,5233	0,2240 (0,1592) 1,4072	0,3922 (0,4190) 0,9359	0,6236 (0,3829) 1,6285	0,3744 (0,3028) 1,2368	1,2484 (1,7150) 0,7279
D(lnKPC(-1))	-0,3770 (0,1495) -2,5214**	-0,2656 (0,1465) -1,8129*	0,0811 (0,3857) 0,2102	0,1356 (0,3525) 0,3846	0,1982 (0,2787) 0,7112	0,6666 (1,5786) 0,4223
D(lnKPC(-2))	0,3009 (0,1618) 1,8593*	0,5484 (0,1586) 3,4587***	0,25982 (0,4175) 0,6224	0,6815 (0,3815) 1,7864*	0,6571 (0,3016) 2,1784**	4,1864 (1,7086) 2,4502**
D(lnRODPC(-1))	-0,0787 (0,0718) -1,0957	-0,1174 (0,0704) -1,6682*	-0,0727 (0,1853) -0,3925	0,0497 (0,1693) 0,2937	-0,0741 (0,1339) -0,5534	-0,8699 (0,7583) -1,1471
D(lnRODPC(-2))	-0,1015 (0,0681) -1,4896	-0,1426 (0,0668) -2,1357**	-0,4576 (0,1757) -2,6037***	-0,2722 (0,1606) -1,6951*	0,0504 (0,1270) 0,3971	0,0794 (0,7193) 0,1104
D(lnENERGPC(-1))	0,0161 (0,0715) 0,2251	0,0624 (0,0700) 0,8904	0,2095 (0,1844) 1,1360	0,3135 (0,1685) 1,8606*	0,2344 (0,1332) 1,7593*	-0,6511 (0,7546) -0,8628
D(lnENERGPC(-2))	0,0499 (0,0713) 0,6999	-0,0727 (0,0699) -1,0405	-0,1621 (0,1839) -0,8817	0,2264 (0,1681) 1,3475	-0,1845 (0,1329) -1,3885	0,0513 (0,7526) 0,0682

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Os valores entre parênteses são o erro-padrão.

Para análise de significância estatística dos coeficientes estimados, foram considerados os valores do teste de Wald assintótico  $(\chi^2_1)$ , e os níveis de significância são: 1% = 2,5758; 5% = 1,9600 e 10% = 1,6449.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Continua ...

Tabela 4B - Parâmetros da equação de teste, com defasagens determinadas, e do Vetor de Correção de Erros 2 (VEC2), erro-padrão e estatística t estimados – Brasil, 1970-2013

	D(lnPIBPC)	D(lnKPC)	D(lnRODPC)	D(lnENERGPC)	D(lnEDUPC)	D(lnSAUDEPC)
D(lnEDUPC(-1))	0,0974 (0,0998)	0,1748 (0,0978)	-0,1161 (0,2574)	0,0190 (0,2352)	-0,4941 (0,1860)	-0,3008 (1,0535)
D(lnEDUPC(-2))	0,9760 (0,0888)	1,7875* (0,0490)	-0,4510 (0,2291)	0,0806 (0,2094)	-2,6567*** (0,1262)	-0,2856 (0,9378)
D(lnSAUDEPC(-1))	0,9114 (0,0154)	0,5629 (0,0151)	-1,5386 (0,0397)	-0,9947 (0,0363)	-0,7624 (0,0287)	-1,5462 (0,1624)
D(lnSAUDEPC(-2))	-2,0659** (0,0212)	-4,0430*** (0,0208)	-1,7485* (0,0547)	-3,0214*** (0,0500)	-5,9587*** (0,0396)	0,5242 (0,2240)
D(lnPTF)	-0,9608 (0,1100)	-2,4630** (0,1077)	0,5799 (0,2836)	-1,7944* (0,2592)	-2,3916** (0,2049)	-2,1846** (1,1608)
R <sup>2</sup>	1,9504* 0,7667	-5,8045*** 0,9125	-0,9939 0,6329	-1,0982 0,6940	-0,8585 0,7475	-0,3606 0,6510
R <sup>2</sup> Ajustado	0,5942	0,8478	0,3615	0,4679	0,5609	0,3930
Estatística F	4,4451	14,1072	2,3321	3,0687	4,0056	2,5235
Critério AIC	-20,8402					
Critério SC	-15,0726					

Fonte: Resultados da pesquisa.

D(.) refere-se à primeira diferença. Os valores entre parênteses são o erro-padrão.

Para análise de significância estatística dos coeficientes estimados, foram considerados os valores do teste de Wald assintótico ( $\chi^2_1$ ), e os níveis de significância são: 1% = 2,5758; 5% = 1,9600 e 10% = 1,6449.

\*\*\* Significativo a 1%, \*\* Significativo a 5% e \* Significativo a 10%.

Tabela 5B - Resíduos das variáveis endógenas na modelagem VEC 3 – Brasil, 1970-2013

Anos	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
1970	---	---	---	---	---	---
1971	---	---	---	---	---	---
1972	---	---	---	---	---	---
1973	---	---	---	---	---	---
1974	0,0078	0,0069	-0,0040	0,0100	0,0199	-0,2224
1975	-0,0110	-0,0081	0,0068	-0,0033	-0,0182	0,2238
1976	-0,0009	0,0049	-3,06E-06	-0,0189	0,0095	0,0276
1977	0,0024	-0,0055	-0,0075	0,0017	-0,0124	-0,0035
1978	0,0065	0,0099	0,0233	-0,0116	0,0188	0,0474
1979	-0,0069	-0,0140	-0,0355	0,0364	-0,0479	-0,0812
1980	0,0013	0,0047	0,0272	-0,0151	0,0369	0,0425
1981	0,0103	0,0048	-0,0008	0,0004	-0,0010	0,0028
1982	-0,0088	-0,0108	-0,0051	0,0158	-0,0244	0,0122
1983	-0,0029	0,0081	-0,0035	-0,0033	0,0170	-0,1484
1984	0,0053	0,0031	-0,0092	0,0003	0,0025	-0,0619
1985	0,0016	-0,0117	0,0009	0,0319	-0,0082	0,0512
1986	-0,0060	-0,0022	-0,0053	0,0102	-0,0290	0,1707
1987	0,0018	0,0071	-0,0037	-0,0064	0,0164	-0,1133
1988	-0,0092	-0,0128	0,0204	-0,0176	0,0196	0,0455
1989	-0,0078	0,0069	-0,0063	-0,0241	-0,0102	-0,0834
1990	0,0078	0,0097	-0,0131	-0,0047	0,0070	0,0790
1991	0,0006	-0,0032	0,0093	-0,0266	0,0048	-0,0015
1992	0,0095	0,0047	0,0309	0,0058	0,0235	0,1139
1993	-0,0133	-0,0086	-0,0028	-0,0049	-0,0105	-0,2225
1994	-0,0049	-0,0008	-0,0098	-0,0122	-0,0205	0,1951

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Na modelagem VEC3, perdem-se quatro informações, sendo três devido às defasagens utilizadas e mais uma na primeira diferença.

Continua ...

Tabela 5B - Resíduos das variáveis endógenas na modelagem VEC 3 – Brasil, 1970-2013

<b>Anos</b>	<b>lnPIBPC</b>	<b>lnKPC</b>	<b>lnRODPC</b>	<b>lnENERGPC</b>	<b>lnEDUPC</b>	<b>lnSAUDEPC</b>
1995	0,0132	0,0059	-0,0179	-0,0025	0,0007	0,0262
1996	0,0155	0,0138	-0,0062	0,0051	0,0241	-0,0841
1997	0,0100	0,0097	-0,0330	0,0039	0,0189	0,0733
1998	-0,0192	-0,0152	0,0367	-0,0087	-0,0304	-0,0542
1999	0,0091	0,0040	0,0160	-0,0330	0,0021	-0,0010
2000	0,0087	-0,0015	-0,0132	0,0095	-0,0127	0,0577
2001	-0,0105	0,0067	0,0156	-0,0195	0,0214	-0,1501
2002	-0,0080	-0,0132	-0,0151	0,1240	0,0008	0,0381
2003	0,0024	-0,0035	-0,0168	-0,0015	-0,0187	0,0175
2004	-0,0027	0,0019	0,0137	-0,0175	0,0118	0,1158
2005	-0,0022	0,0081	-0,0097	-0,0414	0,0130	-0,0627
2006	0,0011	-0,0025	0,0044	0,0126	-0,0174	-0,1515
2007	-0,0015	-0,0087	0,0255	-0,0109	0,0070	-0,0496
2008	0,0068	0,0035	0,0280	-0,0364	-0,0061	0,0378
2009	-0,0047	-0,0024	-0,0227	0,0151	-0,0118	-0,0135
2010	0,0246	0,0086	-0,0058	0,0147	0,0072	-0,0284
2011	-0,0248	-0,0220	-0,0174	0,0102	-0,0272	0,0272
2012	-0,0049	0,0072	-0,0097	-0,0373	0,0248	-0,0190
2013	0,0084	0,0091	0,0127	0,0444	0,0022	0,1463

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Na modelagem VEC3, perdem-se quatro informações, sendo três devido às defasagens utilizadas e mais uma na primeira diferença.

Tabela 6B – Variáveis observadas a modelagem VEC 3, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

<b>Ano</b>	<b>lnPIBPC observado</b>	<b>lnKPC observado</b>	<b>lnRODPC observado</b>	<b>lnENERGPC observado</b>	<b>lnEDUPC observado</b>	<b>lnSAUDEPC observado</b>
1970	-2,4065	-2,0273	-5,3040	-6,6826	-11,2356	-16,6649
1971	-2,3567	-1,9880	-5,2864	-6,6927	-11,2178	-16,3170
1972	-2,3686	-2,0107	-5,3449	-6,7700	-11,2390	-16,4418
1973	-2,2961	-1,9626	-5,3126	-6,7808	-11,2967	-16,3947
1974	-2,2889	-1,9211	-5,3562	-6,8046	-11,2994	-16,3706
1975	-2,3050	-1,8743	-5,3910	-6,7311	-11,3596	-15,1713
1976	-2,3283	-1,8903	-5,4943	-6,7714	-11,5116	-14,7363
1977	-2,3323	-1,8521	-5,5369	-6,7425	-11,5952	-14,7175
1978	-2,3333	-1,8113	-5,4074	-6,6755	-11,5637	-14,7008
1979	-2,3084	-1,7583	-5,4467	-6,4715	-11,5767	-14,6322
1980	-2,2594	-1,7034	-5,4728	-6,4114	-11,4633	-14,5318
1981	-2,2231	-1,5436	-5,4489	-6,2747	-11,5231	-14,1521
1982	-2,2537	-1,5171	-5,4024	-6,2191	-11,5356	-14,0923
1983	-2,2129	-1,4048	-5,2936	-6,1220	-11,4978	-13,9017
1984	-2,2346	-1,4410	-5,2863	-6,1793	-11,5819	-13,8850
1985	-2,1752	-1,4200	-5,2571	-6,1449	-11,6078	-13,4462
1986	-2,1844	-1,4517	-5,2741	-6,2180	-11,7115	-13,4642
1987	-2,1854	-1,4241	-5,2721	-6,2297	-11,6926	-13,4525
1988	-2,2328	-1,4093	-5,2783	-6,2552	-11,7158	-13,4931
1989	-2,2255	-1,3640	-5,2764	-6,2547	-11,7407	-13,4987
1990	-2,2136	-1,2746	-5,2008	-6,2494	-11,6911	-13,4185
1991	-2,1928	-1,2428	-5,0572	-6,2317	-11,6884	-13,2811
1992	-2,1678	-1,1923	-5,0291	-6,1800	-11,6523	-13,0397
1993	-2,1630	-1,2074	-5,0390	-6,1995	-11,6932	-13,4162
1994	-2,1379	-1,2008	-5,0657	-6,1975	-11,7196	-13,2539

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Na modelagem VEC3, perde-se três informações, devido às três defasagens utilizadas e mais uma na primeira diferença.

Continua ...

Tabela 6B - Variáveis observadas a modelagem VEC 3, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

<b>Ano</b>	<b>lnPIBPC observado</b>	<b>lnKPC observado</b>	<b>lnRODPC observado</b>	<b>lnENERGPC observado</b>	<b>lnEDUPC observado</b>	<b>lnSAUDEPC observado</b>
1995	-2,1053	-1,1867	-5,0771	-6,1790	-11,7197	-13,1243
1996	-2,0873	-1,1714	-5,0804	-6,1487	-11,7360	-13,0622
1997	-2,0656	-1,1613	-5,0738	-6,1225	-11,7486	-12,9778
1998	-2,0813	-1,1588	-5,0079	-6,0984	-11,8097	-12,9938
1999	-2,0991	-1,1668	-5,0250	-6,0717	-11,8512	-13,0070
2000	-2,1052	-1,1963	-5,0687	-6,0570	-11,9073	-12,9748
2001	-2,1281	-1,2129	-5,0695	-6,0545	-11,9633	-12,9864
2002	-2,1554	-1,2492	-5,1115	-5,8792	-12,0437	-12,9929
2003	-2,1736	-1,2664	-5,0910	-5,8569	-12,0925	-13,0472
2004	-2,1792	-1,3090	-5,0762	-5,8692	-12,1719	-13,2480
2005	-2,2047	-1,3470	-5,2226	-5,8841	-12,2497	-13,3973
2006	-2,2220	-1,3809	-5,2787	-5,9001	-12,3274	-13,4069
2007	-2,2303	-1,4189	-5,2639	-5,9263	-12,4129	-13,4668
2008	-2,2275	-1,4280	-5,2771	-5,9483	-12,4711	-13,5014
2009	-2,2746	-1,4413	-5,3519	-5,9576	-12,5329	-13,5359
2010	-2,2691	-1,4683	-5,4168	-5,9632	-12,6135	-13,5939
2011	-2,2917	-1,4797	-5,4357	-5,9798	-12,6776	-13,6363
2012	-2,3060	-1,4732	-5,4574	-5,9720	-12,7174	-13,6219
2013	-2,3143	-1,4737	-5,4824	-5,9576	-12,7769	-13,6321

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Na modelagem VEC3, perdem-se três informações, devido às três defasagens utilizadas e mais uma na primeira diferença.

Tabela 7B - Variáveis estimadas a modelagem VEC 3, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

Ano	lnPIBPC estimado	lnKPC estimado	lnRODPC estimado	lnENERGPC estimado	lnEDUPC estimado	lnSAUDEPC estimado
1970	---	---	---	---	---	---
1971	---	---	---	---	---	---
1972	---	---	---	---	---	---
1973	---	---	---	---	---	---
1974	-2,2967	-1,9280	-5,3523	-6,8146	-11,3193	-16,1482
1975	-2,2940	-1,8663	-5,3979	-6,7278	-11,3413	-15,3951
1976	-2,3274	-1,8953	-5,4943	-6,7525	-11,5211	-14,7640
1977	-2,3347	-1,8466	-5,5294	-6,7442	-11,5829	-14,7141
1978	-2,3398	-1,8211	-5,4307	-6,6639	-11,5825	-14,7482
1979	-2,3015	-1,7443	-5,4112	-6,5078	-11,5289	-14,5509
1980	-2,2607	-1,7081	-5,5000	-6,3963	-11,5003	-14,5743
1981	-2,2334	-1,5484	-5,4481	-6,2750	-11,5222	-14,1548
1982	-2,2449	-1,5063	-5,3972	-6,2349	-11,5112	-14,1045
1983	-2,2099	-1,4129	-5,2901	-6,1187	-11,5148	-13,7533
1984	-2,2399	-1,4441	-5,2771	-6,1795	-11,5844	-13,8231
1985	-2,1768	-1,4084	-5,2580	-6,1768	-11,5996	-13,4974
1986	-2,1785	-1,4494	-5,2688	-6,2281	-11,6825	-13,6349
1987	-2,1872	-1,4312	-5,2683	-6,2233	-11,7090	-13,3392
1988	-2,2236	-1,3965	-5,2987	-6,2376	-11,7354	-13,5386
1989	-2,2177	-1,3709	-5,2701	-6,2306	-11,7305	-13,4154
1990	-2,2214	-1,2843	-5,1877	-6,2447	-11,6981	-13,4976
1991	-2,1934	-1,2396	-5,0665	-6,2051	-11,6932	-13,2796
1992	-2,1773	-1,1970	-5,0600	-6,1857	-11,6758	-13,1536
1993	-2,1497	-1,1988	-5,0361	-6,1946	-11,6827	-13,1937
1994	-2,1330	-1,2001	-5,0560	-6,1853	-11,6991	-13,4490

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Na modelagem VEC3, perdem-se três informações, sendo devido às três defasagens utilizadas e mais uma na primeira diferença.

Continua ...

Tabela 7B - Variáveis estimadas a modelagem VEC3, em logaritmo e *per capita* – Brasil, 1970-2013

<b>Ano</b>	<b>lnPIBPC estimado</b>	<b>lnKPC estimado</b>	<b>lnRODPC estimado</b>	<b>lnENERGPC estimado</b>	<b>lnEDUPC estimado</b>	<b>lnSAUDEPC estimado</b>
1995	-2,1185	-1,1926	-5,0592	-6,1765	-11,7204	-13,1505
1996	-2,1028	-1,1852	-5,0741	-6,1538	-11,7601	-12,9782
1997	-2,0756	-1,1711	-5,0408	-6,1264	-11,7675	-13,0511
1998	-2,0621	-1,1436	-5,0445	-6,0897	-11,7793	-12,9396
1999	-2,1082	-1,1708	-5,0409	-6,0387	-11,8533	-13,0059
2000	-2,1139	-1,1948	-5,0555	-6,0665	-11,8947	-13,0325
2001	-2,1176	-1,2196	-5,0850	-6,0350	-11,9847	-12,8363
2002	-2,1474	-1,2360	-5,0964	-6,0032	-12,0446	-13,0309
2003	-2,1760	-1,2630	-5,0742	-5,8554	-12,0737	-13,0647
2004	-2,1765	-1,3110	-5,0899	-5,8518	-12,1837	-13,3637
2005	-2,2025	-1,3551	-5,2130	-5,8427	-12,2627	-13,3345
2006	-2,2230	-1,3784	-5,2831	-5,9127	-12,3100	-13,2554
2007	-2,2287	-1,4102	-5,2894	-5,9153	-12,4199	-13,4172
2008	-2,2342	-1,4315	-5,3051	-5,9119	-12,4650	-13,5391
2009	-2,2698	-1,4389	-5,3292	-5,9727	-12,5211	-13,5224
2010	-2,2936	-1,4769	-5,4109	-5,9780	-12,6208	-13,5655
2011	-2,2670	-1,4578	-5,4182	-5,9900	-12,6504	-13,6635
2012	-2,3011	-1,4803	-5,4477	-5,9348	-12,7423	-13,6029
2013	-2,3226	-1,4828	-5,4951	-6,0021	-12,7790	-13,7784

Fonte: Resultados da pesquisa.

\* Na modelagem VEC3, perdem-se três informações, devido às três defasagens utilizadas e mais uma na primeira diferença.

Tabela 8B - Função impulso resposta no lnPIBPC para choques de 1 DP nas demais variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Período	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
1	0,0151	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0189	-0,0043	-0,0041	-0,0031	0,0053	0,0010
3	0,0164	7,00E-05	-0,0083	-0,0024	0,0089	-0,0011
4	0,0131	-0,0045	-0,0091	-0,0075	0,0170	0,0036
5	0,0179	-0,0020	-0,0102	-0,0104	0,0072	0,0055
6	0,0186	-0,0059	-0,0087	-0,0184	0,0118	0,0117
7	0,0200	-0,0030	-0,0131	-0,0206	0,0057	0,0179
8	0,0145	-0,0052	-0,0125	-0,0232	0,0112	0,0189
9	0,0160	-0,0012	-0,0128	-0,0257	0,0036	0,0161
10	0,0149	-0,0009	-0,0106	-0,0237	0,0035	0,0106
11	0,0134	-0,0007	-0,0107	-0,0208	0,0047	0,0104
12	0,0103	-0,0020	-0,0112	-0,0161	0,0083	0,0092
13	0,0094	-0,0022	-0,0107	-0,0154	0,0077	0,0070
14	0,0093	-0,0016	-0,0096	-0,0151	0,0053	0,0056
15	0,0075	-0,0023	-0,0092	-0,0137	0,0061	0,0074
16	0,0053	-0,0031	-0,0091	-0,0123	0,0065	0,0096
17	0,0042	-0,0028	-0,0079	-0,0124	0,0048	0,0090
18	0,0040	-0,0015	-0,0065	-0,0124	0,0018	0,0071
19	0,0022	-0,0011	-0,0055	-0,0106	0,0017	0,0064
20	-1,52E-05	-0,0013	-0,0048	-0,0080	0,0029	0,0060
21	-0,0010	-0,0012	-0,0037	-0,0063	0,0024	0,0038
22	-0,0012	-0,0005	-0,0023	-0,0052	0,0011	0,0014
23	-0,0023	-0,0004	-0,0016	-0,0034	0,0015	0,0009
24	-0,0040	-0,0009	-0,0013	-0,0016	0,0028	0,0013
25	-0,0047	-0,0009	-0,0005	-0,0010	0,0024	0,0007
26	-0,0047	-0,0002	0,0005	-0,0010	0,0010	-0,0004
27	-0,0054	0,0001	0,0011	-0,0004	0,0007	-0,0004
28	-0,0068	5,37E-05	0,001344	0,0007	0,0015	8,37E-05
29	-0,0074	0,0003	0,0019	0,0012	0,0013	-0,0005
30	-0,0075	0,0010	0,0027	0,0012	0,0002	-0,0018

Fonte: Resultados da pesquisa.

Tabela 9B - Função impulso resposta no lnKPC para choques de 1 DP nas demais variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Período	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
1	0,0000	0,0136	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
2	0,0036	0,0075	-0,0015	5,50E-06	0,0052	-0,0014
3	0,0043	0,0112	-0,0055	-0,0057	0,0060	-0,0011
4	0,0014	0,0058	-0,0063	-0,0164	0,0145	0,0070
5	0,0019	0,0074	-0,0081	-0,0197	0,0067	0,0148
6	-0,0005	0,0043	-0,0054	-0,0268	0,0080	0,0193
7	0,0008	0,0090	-0,0073	-0,0293	-0,0023	0,0209
8	-0,0061	0,0082	-0,0059	-0,0274	0,0008	0,0182
9	-0,0096	0,0109	-0,0050	-0,0232	-0,0025	0,0139
10	-0,0128	0,0108	-0,0019	-0,0158	-0,0025	0,0057
11	-0,0144	0,0113	0,0004	-0,0093	-0,0039	0,0010
12	-0,0182	0,0097	0,0013	-0,0019	-0,0010	-0,0003
13	-0,0216	0,0083	0,0021	0,0027	-3,28E-05	9,51E-05
14	-0,0232	0,0079	0,0043	0,0044	-0,0026	-0,0004
15	-0,0240	0,0084	0,0066	0,0056	-0,0060	-0,0002
16	-0,0260	0,0082	0,0084	0,0081	-0,0072	0,0011
17	-0,0283	0,0082	0,0100	0,0106	-0,0077	0,0012
18	-0,0292	0,0091	0,0121	0,0127	-0,0097	-0,0018
19	-0,0296	0,0101	0,0144	0,0151	-0,0115	-0,0055
20	-0,0307	0,0102	0,0158	0,0186	-0,0107	-0,0075
21	-0,0317	0,0096	0,0167	0,0220	-0,0089	-0,0088
22	-0,0316	0,0094	0,0177	0,0237	-0,0087	-0,0105
23	-0,0309	0,0096	0,0186	0,0243	-0,0093	-0,0118
24	-0,0307	0,0094	0,0188	0,0250	-0,0087	-0,0113
25	-0,0308	0,0090	0,0188	0,0253	-0,0077	-0,0101
26	-0,0301	0,0091	0,0190	0,0247	-0,0080	-0,0099
27	-0,0290	0,0097	0,0193	0,0237	-0,0089	-0,0103
28	-0,0284	0,0099	0,0192	0,0233	-0,0086	-0,0100
29	-0,0283	0,0098	0,0187	0,0233	-0,0075	-0,0093
30	-0,0276	0,0099	0,0185	0,0227	-0,0072	-0,0095

Fonte: Resultados da pesquisa.

Tabela 10B - Decomposição da variância do lnPIBPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Variável	N	Erro-Padrão	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnPIBPC	1	0,0151	100,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,0243	96,6946	0,0692	0,3636	0,6972	2,0217	0,1537
	3	0,0333	89,5821	2,6141	2,4925	0,5348	4,5882	0,1882
	4	0,0406	79,9240	5,3780	1,8053	1,6591	10,3651	0,8685
	5	0,0470	78,2248	5,3596	2,1777	3,9205	8,4122	1,9052
	6	0,0553	70,7303	5,9128	1,6596	8,8653	7,3255	5,5065
	7	0,0644	64,0518	5,4091	1,4959	12,3982	5,4307	11,2143
	8	0,0720	57,1963	5,8528	1,1974	15,6184	4,7455	15,3896
	9	0,0791	52,7771	6,2978	1,0731	19,3516	3,9300	16,5704
	10	0,0843	50,6120	6,9132	0,9678	21,9727	3,4670	16,0674
	11	0,0884	49,3228	7,3683	0,9279	23,3211	3,1775	15,8823
	12	0,0912	48,5849	7,7056	0,9736	23,6689	3,1936	15,8734
	13	0,0935	47,9682	8,0142	1,0258	24,1084	3,2319	15,6515
	14	0,0954	47,4706	8,2471	1,0731	24,6701	3,1848	15,3544
	15	0,0970	46,9003	8,3748	1,1036	25,0380	3,1733	15,4101
	16	0,0983	46,1729	8,3844	1,1337	25,2392	3,1759	15,8940
	17	0,0993	45,4526	8,3837	1,1418	25,5730	3,1396	16,3093
	18	0,1002	44,8409	8,3979	1,1430	26,0506	3,0835	16,4842
	19	0,1009	44,3562	8,4211	1,1402	26,3875	3,0449	16,6502
	20	0,1013	44,0153	8,4391	1,1392	26,5337	3,0305	16,8423

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Tabela 11B - Decomposição da variância do lnKPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Variável	N	Erro-Padrão	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnKPC	1	0,0136	48,3498	51,6602	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,0197	54,3579	41,5565	0,0058	0,0319	3,5899	0,4581
	3	0,0289	51,6820	41,4321	0,4876	2,1918	3,8666	0,3400
	4	0,0398	37,2243	41,5590	1,1287	10,2075	6,8164	3,0641
	5	0,0487	30,3290	37,2939	0,8287	16,1902	4,7516	10,6065
	6	0,0591	22,1088	32,6976	1,9703	22,8304	3,3659	17,0270
	7	0,0691	17,5297	28,7862	1,6413	28,0518	2,9882	21,0028
	8	0,0763	14,4018	27,8657	1,6982	30,9714	2,5494	22,5135
	9	0,0812	12,7666	27,9356	1,6077	32,5959	2,4909	22,6032
	10	0,0837	12,4977	28,6551	1,6224	33,0790	2,4445	21,7012
	11	0,0852	12,9788	29,1428	1,6300	32,8125	2,4704	20,9655
	12	0,0864	14,5449	29,0932	1,6183	31,9467	2,4082	20,3887
	13	0,0880	17,2948	28,3273	1,5789	30,8383	2,3199	19,6408
	14	0,0902	20,9326	27,0600	1,5581	29,5034	2,2434	18,7026
	15	0,0929	24,9072	25,5346	1,5807	28,0282	2,3059	17,6435
	16	0,0963	29,2493	23,7764	1,6304	26,4895	2,4238	16,4305
	17	0,1004	33,7581	21,9073	1,7025	25,0063	2,5187	15,1071
	18	0,1050	37,8854	20,1255	1,7943	23,6910	2,6671	13,8367
	19	0,1100	41,3003	18,4713	1,9127	22,6402	2,8279	12,8476
	20	0,1154	44,0493	16,9421	2,0287	22,0640	2,8450	12,0710

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Tabela 12B - Decomposição da variância do lnRODPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Variável	N	Erro-Padrão	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnRODPC	1	0,0267	0,1524	0,4443	99,4033	0,0000	0,0000	0,0000
	2	0,0344	16,1310	0,2848	67,4518	15,3117	0,4835	0,3371
	3	0,0396	17,5711	2,7441	50,9723	22,0614	4,0444	2,6067
	4	0,0498	11,2943	18,9006	36,1000	16,7692	11,7757	5,1602
	5	0,0559	10,3595	26,8654	29,3017	18,4028	10,3993	4,6714
	6	0,0639	9,1622	27,4038	28,5056	22,8319	7,9893	4,1071
	7	0,0712	9,3870	26,0525	25,1403	23,9279	6,6590	8,8333
	8	0,0768	8,1592	26,5544	21,9354	22,0068	6,6223	14,7218
	9	0,0820	7,4033	28,2910	19,5188	23,1053	5,9788	15,7027
	10	0,0869	6,7718	30,4145	18,0793	25,3310	5,3914	14,0120
	11	0,0894	6,6204	31,6915	17,6115	25,6139	5,1746	13,2883
	12	0,0915	7,9165	31,5215	17,1839	24,4654	5,0606	13,8522
	13	0,0941	10,4468	30,8685	16,4657	23,1071	4,9727	14,1393
	14	0,0966	13,3154	30,3958	15,8735	22,1635	4,7852	13,4667
	15	0,0997	16,8918	29,3255	15,4492	20,9520	4,7239	12,6577
	16	0,1037	21,8057	27,3457	14,7626	19,4579	4,4254	12,2028
	17	0,1089	27,6798	24,8650	13,8887	18,0585	4,0454	11,4626
	18	0,1140	32,8991	22,7462	13,2624	16,6661	3,9706	10,4555
	19	0,1196	37,4530	20,7467	12,6521	15,5124	3,9865	9,6493
	20	0,1264	42,1943	18,5656	11,9016	14,9806	3,6774	8,6806

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Tabela 13B - Decomposição da variância do lnENERGPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Variável	N	Erro-Padrão	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnENERGPC	1	0,0433	0,0140	22,1686	9,2844	68,5331	0,0000	0,0000
	2	0,0626	1,3457	24,5865	5,2768	68,0920	0,4587	0,2404
	3	0,0766	2,2543	24,9257	6,8912	64,9350	0,7616	0,2323
	4	0,0856	1,9965	25,8304	6,4363	63,3364	0,7257	1,6747
	5	0,0940	2,1233	26,0500	5,7445	57,4287	0,7288	7,9248
	6	0,1004	3,1936	25,5883	5,0695	51,3671	0,7666	14,0151
	7	0,1075	6,8817	24,2354	4,4389	44,7994	2,4235	17,2212
	8	0,1134	10,1959	22,2112	4,1021	40,3301	2,3617	20,7990
	9	0,1191	14,3471	20,2887	3,7646	36,5952	2,1852	22,8193
	10	0,1234	19,0006	18,8944	3,5107	34,2584	2,0833	22,2526
	11	0,1298	25,9488	17,1364	3,1781	31,4966	1,8878	20,3525
	12	0,1369	32,4353	15,4765	2,8905	28,4910	2,0396	18,6671
	13	0,1449	37,2324	13,9335	2,6665	25,6724	2,6013	17,8940
	14	0,1537	41,3139	12,6007	2,4688	23,5743	2,9212	17,1212
	15	0,1641	44,9007	11,4159	2,2490	22,4619	2,7963	16,1761
	16	0,1754	47,1784	10,3831	2,0461	21,7256	2,6297	16,0371
	17	0,1868	48,1234	9,5384	1,8962	21,0725	2,5859	16,7835
	18	0,1979	48,6503	8,9328	1,7930	21,0247	2,4797	17,1195
	19	0,2090	49,1275	8,5587	1,6955	21,5430	2,3003	16,7750
	20	0,2193	49,4577	8,3112	1,6363	21,9171	2,1758	16,5019

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Tabela 14B - Decomposição da variância do lnEDUPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Variável	N	Erro-Padrão	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnEDUPC	1	0,0294	18,5855	25,7082	8,7798	0,6855	46,2410	0,0000
	2	0,0367	32,3256	20,4741	5,9359	0,7573	33,4817	7,0256
	3	0,0489	27,7157	26,1533	8,5934	1,8561	31,1938	4,4877
	4	0,0609	26,8646	27,1667	5,7289	4,3531	26,8019	9,0849
	5	0,0723	20,5656	26,5472	4,9418	8,7212	23,6753	15,5490
	6	0,0895	14,5618	25,2739	5,7910	20,0262	15,9782	18,3690
	7	0,1014	12,5865	25,1455	5,1537	25,8096	12,4593	18,8454
	8	0,1119	10,3509	25,6132	5,3870	27,9197	10,4634	20,2659
	9	0,1193	9,2052	26,8439	5,1803	28,6017	9,4003	20,7687
	10	0,1245	8,8982	28,6368	5,2271	29,0202	8,8681	19,3497
	11	0,1288	9,1078	29,9818	5,4011	29,1006	8,3273	18,0815
	12	0,1325	10,4805	30,6308	5,5917	27,9199	8,1879	17,1892
	13	0,1367	13,4232	30,1675	5,6214	26,2680	8,0794	16,4405
	14	0,1417	17,4258	29,1933	5,8109	24,5433	7,6144	15,4124
	15	0,1472	21,7195	27,9703	6,0651	22,8594	7,0607	14,3250
	16	0,1541	27,1382	26,0664	6,2810	20,8662	6,4501	13,1981
	17	0,1629	33,3625	23,6536	6,4647	18,7765	5,7754	11,9674
	18	0,1724	39,2574	21,3302	6,6132	16,9333	5,1860	10,6800
	19	0,1829	44,4199	19,1252	6,7945	15,3286	4,6936	9,6382
	20	0,1947	49,0912	16,9591	6,8970	14,1839	4,1791	8,6897

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

Tabela 15B - Decomposição da variância do lnSAUDEPC em função de todas as variáveis endógenas – Brasil, 1970-2013

Variável	N	Erro-Padrão	lnPIBPC	lnKPC	lnRODPC	lnENERGPC	lnEDUPC	lnSAUDEPC
lnSAUDEPC	1	0,1598	0,3063	2,7766	0,9828	0,3330	2,6608	92,9406
	2	0,2024	0,7655	3,5541	1,1972	0,2916	2,1860	92,0056
	3	0,2255	10,1336	4,3662	1,6447	5,0069	3,6967	75,1519
	4	0,2422	13,0705	6,0865	1,4819	9,8707	4,2638	65,2266
	5	0,2508	15,8253	6,4003	1,4536	9,4940	4,2961	62,5308
	6	0,2614	16,9707	6,0115	1,3565	9,0104	6,0401	60,6109
	7	0,2726	21,2565	5,8643	1,3181	9,3906	5,6076	56,5630
	8	0,2891	23,5116	6,7275	1,2346	11,1904	5,0638	52,2721
	9	0,3057	23,2957	6,4814	1,2107	11,2673	4,5390	53,2059
	10	0,3207	21,9598	6,3938	1,2326	11,7762	4,3607	54,2769
	11	0,3347	22,5741	6,3622	1,1322	13,8429	4,3506	51,7380
	12	0,3444	23,1548	6,6361	1,0783	15,2196	4,1951	49,7161
	13	0,3518	23,0445	6,8646	1,0438	15,2738	4,0702	49,7032
	14	0,3560	22,8493	7,0408	1,0421	15,1419	4,2475	49,6783
	15	0,3594	23,0276	7,2715	1,0226	15,6454	4,1696	48,8633
	16	0,3628	23,3564	7,4460	1,0036	16,0246	4,0955	48,0739
	17	0,3660	23,1907	7,4632	0,9918	15,8554	4,1535	48,3455
	18	0,3694	22,7953	7,4185	0,9767	15,6686	4,2487	48,8923
	19	0,3716	22,5892	7,4875	0,9684	16,0449	4,1976	48,7124
	20	0,3739	22,4260	7,5653	0,9678	16,5054	4,2058	48,3297

Fonte: Resultados da pesquisa.

lnPIBPC, lnKPC, lnRODPC, lnENERGPC, lnEDUPC e lnSAUDEPC – PIB, estoque de capital, rodovia, energia elétrica, educação e saúde em logaritmo e *per capita*, respectivamente.

**APÊNDICE C – Variáveis Utilizadas no Método Recursivo (Programação Dinâmica)**

Tabela 1C - Excedente operacional bruto nominal e real e deflator do PIB ano-base 2013 – Brasil, 1990-2013

Ano	Excedente operacional bruto - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Excedente operacional bruto real - R\$ (milhões de 2013)	Ano	Excedente operacional bruto - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Excedente operacional bruto real - R\$ (milhões de 2013)
1990	3,76	4,62E-06	813.462,61	2002	507.824,00	0,4447	1.141.955,28
1991	23,20	2,39E-05	971.647,70	2003	600.576,00	0,5057	1.187.522,13
1992	243,76	0,0003	955.566,97	2004	690.690,00	0,5464	1.264.099,00
1993	4.987,21	0,0054	930.385,81	2005	755.082,00	0,5858	1.289.016,74
1994	134.078,98	0,1261	1.063.619,77	2006	824.998,00	0,6218	1.326.776,67
1995	220.221,97	0,2440	902.720,21	2007	914.913,00	0,6583	1.389.817,32
1996	271.810,62	0,2856	951.608,73	2008	1007.424,00	0,7132	1.412.639,76
1997	322.321,47	0,3075	1.048.309,12	2009	1075.844,00	0,7644	1.407.431,42
1998	331.376,76	0,3205	1.033.960,75	2010	---	0,8273	1.444.238,73*
1999	358.217,19	0,3477	1.030.352,88	2011	---	0,8850	1.482.008,63*
2000	401.180,00	0,3691	1.086.793,61	2012	---	0,9286	1.520.766,30*
2001	436.974,00	0,4022	1.086.335,71	2013	---	1,0014	1.560.537,56*

Fonte: IPEA, 2015.

\* Utilizada a taxa de crescimento geométrica.

Tabela 2C - Despesas públicas federais nas áreas econômica e social, por função em 2013 – Brasil (em Reais de 2013)

Nº	Despesas Econômicas	Valor	Part. (%)	Nº	Despesas sociais	Valor	Part. (%)
1	Administração	23.025.307.874,79	2,78	1	Assistência Social	30.687.829.098,40	3,28
2	Agricultura	12.838.209.301,72	1,55	2	Cultura	1.459.176.904,78	0,16
3	Ciência e Tecnologia	8.743.871.496,29	1,06	3	Desporto e Lazer	913.655.196,09	0,10
4	Comércio e Serviços	1.937.509.025,63	0,23	4	Direitos da Cidadania	968.891.349,51	0,10
5	Comunicações	1.355.910.387,66	0,16	5	Educação	74.532.327.945,26	7,96
6	Defesa Nacional	32.703.760.376,40	3,95	6	Encargos Especiais*	219.621.417.761,08	23,47
7	Energia	962.664.487,15	0,12	7	Essencial à Justiça	591.328.604,12	0,06
8	Indústria	2.998.592.163,60	0,36	8	Gestão Ambiental	5.511.780.298,11	0,59
9	Organização Agrária	5.717.052.635,70	0,69	9	Habitação	188.444.761,14	0,02
10	Relações Exteriores	1.260.065.043,52	0,15	10	Judiciária	10.406.012,26	0,00
11	Transporte	18.000.043.177,92	2,17	11	Legislativa	4.545.682,91	0,00
12	Encargos Especiais*	719.171.951.268,24	86,78	12	Previdência Social	445.638.613.566,19	47,62
				13	Saneamento	1.511.323.779,78	0,16
				14	Saúde	78.553.782.360,46	8,39
				15	Segurança Pública	8.290.159.670,13	0,89
				16	Trabalho	64.577.580.487,68	6,90
				17	Urbanismo	2.797.673.553,47	0,30
	<b>Total</b>	<b>828.714.937.238,62</b>	<b>100,00</b>	<b>Total</b>	<b>935.858.937.031,37</b>	<b>100,00</b>	
	Despesas Econômicas	828.714.937.238,62	46,96				
	Despesas Sociais	935.858.937.031,37	53,04				
	<b>Despesas Totais</b>	<b>1.764.573.874.269,99</b>	<b>100,00</b>				

Fonte: BRASIL, 2015a.

\* A função encargos especiais incorpora despesas econômicas e sociais e, por isso, foi desagregada através das subfunções.

Tabela 3C - Despesas públicas federais nas áreas econômica e social, por subfunção Encargos Especiais em 2013 – Brasil (em Reais de 2013)

<b>Despesas</b>	<b>Nº</b>		<b>Valor</b>	<b>Part. (%)</b>
Despesas Econômicas	1	212 - Cooperação Internacional	254.656.618,41	0,04
	2	752 - Energia Elétrica	15.964.266,66	0,00
	3	608 - Promoção da Produção Agropecuária	38.717.027,76	0,01
	4	601 - Promoção da Produção Vegetal	375.880.271,82	0,05
	5	842 - Refinanciamento da Dívida Externa	8.021.370.475,08	1,12
	6	841 - Refinanciamento da Dívida Interna	444.231.666.348,00	61,77
	7	844 - Serviço da Dívida Externa	18.140.837.619,46	2,52
	8	843 - Serviço da Dívida Interna	248.079.866.905,93	34,50
	9	694 - Serviços Financeiros	12.991.735,12	0,002
	10	Total	719.171.951.268,24	100,00
Despesas Sociais	1	845 - Outras Transferências	191.819.047.907,23	87,34
	2	846 - Outros Encargos Especiais	17.939.242.742,40	8,17
	3	847 - Transferências para Educação Básica	9.863.127.111,45	4,49
		Total	219.621.417.761,08	100,00

Fonte: BRASIL, 2015a.

## **APÊNDICE D – Variáveis Utilizadas na Modelagem Econométrica**

Tabela 1D - Produto Interno Bruto (PIB) brasileiro a preços de 2013 – Brasil, 1900-2013 (R\$ milhões)

Ano	PIB (preços 2013) - (R\$ milhões)	Ano	PIB (preços 2013) - (R\$ milhões)	Ano	PIB (preços 2013) - (R\$ milhões)	Ano	PIB (preços 2013) - (R\$ milhões)	Ano	PIB (preços 2013) - (R\$ milhões)
1900	25.914,02	1923	70.880,54	1946	194.901,23	1969	846.295,95	1992	2.512.659,17
1901	29.636,47	1924	71.872,86	1947	199.578,86	1970	934.310,73	1993	2.629.878,51
1902	29.493,30	1925	71.872,86	1948	218.938,00	1971	1.040.288,87	1994	2.770.165,70
1903	30.065,98	1926	75.610,25	1949	235.796,23	1972	1.164.502,98	1995	2.892.519,26
1904	30.495,50	1927	83.776,16	1950	251.830,37	1973	1.327.169,16	1996	2.954.722,86
1905	31.497,70	1928	93.410,42	1951	264.170,06	1974	1.435.385,72	1997	3.054.453,56
1906	35.506,50	1929	94.437,93	1952	283.454,48	1975	1.509.547,07	1998	3.055.533,18
1907	35.792,84	1930	92.454,74	1953	296.776,84	1976	1.664.383,27	1999	3.063.296,62
1908	34.647,47	1931	89.403,73	1954	319.925,43	1977	1.746.509,40	2000	3.195.207,90
1909	38.226,75	1932	93.248,09	1955	348.078,87	1978	1.833.309,13	2001	3.237.164,78
1910	39.228,95	1933	101.547,17	1956	358.173,16	1979	1.957.232,76	2002	3.323.211,66
1911	41.519,69	1934	110.889,51	1957	385.752,49	1980	2.137.298,17	2003	3.361.316,27
1912	44.383,12	1935	114.216,20	1958	427.413,76	1981	2.046.463,00	2004	3.553.324,48
1913	45.671,66	1936	128.036,36	1959	469.300,31	1982	2.063.448,64	2005	3.665.597,93
1914	45.098,98	1937	133.926,03	1960	513.414,54	1983	2.002.989,60	2006	3.810.646,93
1915	45.242,15	1938	139.952,70	1961	557.568,19	1984	2.111.151,04	2007	4.042.769,08
1916	45.671,66	1939	143.451,52	1962	594.367,69	1985	2.276.876,39	2008	4.251.844,83
1917	49.966,80	1940	142.017,00	1963	597.933,89	1986	2.447.414,43	2009	4.237.825,34
1918	48.964,60	1941	148.975,84	1964	618.263,64	1987	2.533.808,16	2010	4.557.089,87
1919	52.830,23	1942	144.953,49	1965	633.101,97	1988	2.532.287,88	2011	4.681.626,26
1920	59.416,11	1943	157.274,53	1966	675.519,80	1989	2.612.308,18	2012	4.729.895,48
1921	60.545,02	1944	169.227,40	1967	703.891,64	1990	2.498.672,77	2013	4.837.950,22
1922	65.267,53	1945	174.642,68	1968	772.873,02	1991	2.524.446,19		

Fonte: IPEA, 2013.

Tabela 2D - Formação bruta de capital fixo (FBKF) nominal e real deflacionado pelo deflator do PIB ano-base 2013 – Brasil, 1901-2013 (R\$ milhões)

Ano	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões) de 2013*	Ano	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões) de 2013*	Ano	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões) de 2013*
1901	5,58E-14	4,47E-17	1.248,91	1922	6,52E-13	7,90E-17	8.248,91	1943	2,78E-12	1,88E-16	14.795,32
1902	7,33E-14	4,12E-17	1.779,33	1923	5,63E-13	1,03E-16	5.471,83	1944	3,40E-12	2,27E-16	14.979,25
1903	8,22E-14	4,20E-17	1.956,52	1924	7,36E-13	1,14E-16	6.446,61	1945	4,14E-12	2,61E-16	15.905,25
1904	1,10E-13	4,45E-17	2.461,49	1925	9,34E-13	1,35E-16	6.911,69	1946	6,43E-12	2,99E-16	21.525,61
1905	1,27E-13	3,99E-17	3.192,66	1926	7,62E-13	1,11E-16	6.882,92	1947	9,67E-12	3,25E-16	29.724,51
1906	1,71E-13	4,86E-17	3.517,84	1927	1,01E-12	1,08E-16	9.373,52	1948	9,60E-12	3,44E-16	27.882,12
1907	2,25E-13	4,61E-17	4.870,22	1928	1,05E-12	1,21E-16	8.666,30	1949	1,15E-11	3,73E-16	30.717,87
1908	2,08E-13	4,72E-17	4.400,79	1929	1,21E-12	1,16E-16	10.368,46	1950	1,31E-11	4,07E-16	32.194,22
1909	1,98E-13	4,63E-17	4.283,67	1930	8,31E-13	1,02E-16	8.145,91	1951	1,96E-11	4,80E-16	40.810,45
1910	2,33E-13	4,83E-17	4.823,88	1931	5,62E-13	9,09E-17	6.187,08	1952	2,21E-11	5,26E-16	42.003,49
1911	2,87E-13	4,94E-17	5.806,60	1932	5,65E-13	9,23E-17	6.118,08	1953	2,68E-11	6,00E-16	44.683,25
1912	3,64E-13	5,31E-17	6.860,72	1933	7,30E-13	9,04E-17	8.071,95	1954	3,85E-11	7,63E-16	50.414,23
1913	4,38E-13	4,72E-17	9.286,14	1934	1,02E-12	9,61E-17	10.653,03	1955	4,00E-11	8,51E-16	46.954,54
1914	1,77E-13	4,09E-17	4.333,79	1935	1,36E-12	1,01E-16	13.534,56	1956	5,41E-11	1,04E-15	51.794,14
1915	1,23E-13	4,63E-17	2.660,44	1936	1,59E-12	1,02E-16	15.533,07	1957	6,83E-11	1,18E-15	58.009,52
1916	1,98E-13	5,60E-17	3.542,14	1937	1,93E-12	1,12E-16	17.237,30	1958	9,60E-11	1,32E-15	72.591,62
1917	2,13E-13	6,10E-17	3.499,25	1938	2,20E-12	1,16E-16	19.009,75	1959	1,52E-10	1,80E-15	84.407,69
1918	1,76E-13	6,60E-17	2.670,43	1939	2,21E-12	1,18E-16	18.732,88	1960	1,82E-10	2,25E-15	80.718,15
1919	3,68E-13	7,18E-17	5.131,33	1940	2,46E-12	1,26E-16	19.575,85	1961	2,22E-10	3,03E-15	73.076,94
1920	5,17E-13	8,55E-17	6.042,91	1941	2,45E-12	1,39E-16	17.646,07	1962	4,20E-10	4,56E-15	92.215,44
1921	6,69E-13	7,24E-17	9.235,94	1942	2,65E-12	1,61E-16	16.440,08	1963	8,29E-10	8,13E-15	101.881,84

200

Continua ...

Tabela 2D - Formação bruta de capital fixo (FBKF) nominal e real deflacionado pelo deflator do PIB ano-base 2013– Brasil, 1901-2013 (R\$ milhões)

Ano	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões) de 2013*	Ano	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões) de 2013*	Ano	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões)	Deflator do PIB ano-base 2013	Capital fixo - formação bruta - R\$ (milhões) de 2013
1964	1,43E-09	1,54E-14	92.665,49	1981	2,12E-06	4,27E-12	497.474,87	1998	166.174,06	0,3205	518.495,78
1965	2,28E-09	2,45E-14	93.147,40	1982	4,07E-06	8,58E-12	474.314,91	1999	166.746,36	0,3477	479.618,50
1966	3,63E-09	3,38E-14	107.524,37	1983	7,93E-06	1,99E-11	399.292,94	2000	198.151,00	0,3691	536.789,57
1967	4,88E-09	4,28E-14	114.009,65	1984	2,39E-05	5,99E-11	399.083,66	2001	221.772,00	0,4022	551.334,50
1968	7,83E-09	5,42E-14	144.407,96	1985	8,57E-05	2,09E-10	410.096,56	2002	242.162,00	0,4447	544.555,15
1969	1,05E-08	6,51E-14	161.686,69	1986	0,0003	5,20E-10	489.813,98	2003	259.714,00	0,5057	513.533,88
1970	1,33E-08	7,56E-14	175.971,24	1987	0,0009	1,59E-09	587.124,91	2004	312.516,00	0,5464	571.965,95
1971	1,87E-08	9,03E-14	207.094,30	1988	0,0071	1,16E-08	615.974,93	2005	342.237,00	0,5858	584.240,15
1972	2,56E-08	1,08E-13	236.767,39	1989	0,1143	1,63E-07	701.736,95	2006	389.328,00	0,6218	626.124,32
1973	3,79E-08	1,40E-13	270.327,15	1990	2,39	4,62E-06	516.315,36	2007	464.137,00	0,6583	705.056,81
1974	5,92E-08	1,89E-13	313.565,80	1991	10,92	2,39E-05	457.153,96	2008	579.531,00	0,7131	812.635,53
1975	8,90E-08	2,53E-13	352.159,42	1992	118,09	0,0003	462.913,75	2009	585.317,00	0,7644	765.718,39
1976	1,33E-07	3,57E-13	373.122,62	1993	2.718,36	0,0054	507.122,53	2010	733.712,34	0,8273	886.874,75
1977	1,94E-07	5,19E-13	372.800,75	1994	72.453,28	0,1261	574.756,32	2011	798.720,11	0,8850	902.557,81
1978	2,93E-07	7,17E-13	408.188,43	1995	129.296,71	0,2440	530.005,01	2012	798.694,81	0,9286	860.123,43
1979	5,06E-07	1,11E-12	457.223,78	1996	142.381,83	0,2856	498.478,63	2013	880.935,06	1,0014	879.686,82
1980	1,07E-06	2,13E-12	503.527,27	1997	163.133,85	0,3075	530.571,87				

Fonte: IPEA, 2013.

\* O Capital Fixo – Formação Bruta Real foi calculado pelo autor, a partir de dados do IPEA (2013) e utilizando o Deflator do PIB (IPEA, 2013).

Tabela 3D - Cálculo do estoque de capital real (ano base 2013), a partir de 1950, de acordo com Young (1995) – Brasil, 1950-2013 (R\$ milhões)

Ano	Capital fixo - formação bruta - (em R\$ milhões de 2013) - Acumulado	Ano	Capital fixo - formação bruta - (em R\$ milhões de 2013) - Acumulado	Ano	Capital fixo - formação bruta - (em R\$ milhões de 2013) - Acumulado	Ano	Capital fixo - formação bruta - (em R\$ milhões de 2013) - Acumulado	Ano	Capital fixo - formação bruta - (em R\$ milhões de 2013) - Acumulado
1950	323.811,60	1964	881.378,85	1978	3.089.969,46	1992	6.664.368,88	2006	8.836.570,14
1951	348.431,47	1965	930.457,31	1979	3.392.694,77	1993	6.838.272,97	2007	9.099.798,44
1952	373.013,39	1966	991.458,81	1980	3.726.587,30	1994	7.071.115,64	2008	9.457.444,05
1953	399.045,97	1967	1.055.895,52	1981	4.037.732,80	1995	7.247.564,87	2009	9.750.290,23
1954	429.507,90	1968	1.147.508,70	1982	4.310.161,07	1996	7.383.665,26	2010	10.149.650,47
1955	454.987,05	1969	1.251.819,95	1983	4.493.945,96	1997	7.545.053,87	2011	10.544.725,76
1956	484.031,83	1970	1.365.200,19	1984	4.668.332,33	1998	7.686.296,95	2012	10.877.612,90
1957	517.839,76	1971	1.504.034,48	1985	4.845.012,27	1999	7.781.600,61	2013	11.213.419,08
1958	564.539,39	1972	1.665.600,15	1986	5.092.575,64	2000	7.929.310,15		
1959	620.720,12	1973	1.852.647,29	1987	5.425.071,77	2001	8.084.179,15		
1960	670.402,26	1974	2.073.580,73	1988	5.769.793,11	2002	8.224.525,34		
1961	709.959,09	1975	2.322.061,12	1989	6.183.040,40	2003	8.326.832,95		
1962	766.676,58	1976	2.579.080,68	1990	6.390.203,74	2004	8.482.457,26		
1963	830.224,59	1977	2.822.927,40	1991	6.527.847,51	2005	8.642.574,55		

Fonte: Calculado pelo autor a partir de dados do IPEADATA (2013).

A FBKF acumulada foi calculada pelo método Inventário Permanente, com taxa de depreciação de 5% a.a.. O estoque inicial foi calculado para o ano de 1950, a partir de Young (1995), utilizando a taxa de crescimento da FBKF no período de 1901 a 1949.

Tabela 4D - Número de trabalhadores formais empregados\* – Brasil, 1970-2013

<b>Ano</b>	<b>Número de trabalhadores</b>	<b>Ano</b>	<b>Número de trabalhadores</b>	<b>Ano</b>	<b>Número de trabalhadores</b>
1970	10.366.740	1985	20.044.756	2000	26.228.629
1971	10.980.881	1986	21.746.570	2001	27.189.614
1972	12.439.959	1987	22.536.218	2002	28.683.913
1973	13.186.356	1988	23.615.882	2003	29.544.927
1974	14.159.119	1989	24.185.804	2004	31.407.576
1975	15.131.881	1990	22.860.041	2005	33.238.617
1976	17.077.406	1991	22.620.734	2006	35.155.249
1977	17.991.482	1992	21.957.342	2007	37.607.430
1978	18.905.558	1993	22.873.229	2008	39.441.566
1979	19.687.144	1994	23.496.585	2009	41.207.546
1980	20.468.731	1995	23.745.786	2010	44.068.355
1981	18.901.895	1996	23.823.307	2011	46.310.631
1982	19.650.477	1997	24.100.664	2012	47.458.712
1983	18.311.494	1998	24.489.205	2013	48.948.433
1984	19.724.245	1999	24.993.052		

Fonte: Anuário do IBGE (vários anos); MTE (2013).

\* O período de 1970 a 1984 refere-se ao número de pessoas ocupadas multiplicado pela proporção de empregados com carteira assinada disponível nos Anuários do IBGE. Porém, houve expressiva discrepância nos dados e, por isso, utilizou-se a taxa de crescimento dessa variável e, tomando como base o ano de 1985, calcularam-se os valores de 1970 e a 1984.

Tabela 5D - Variáveis de Infraestrutura Econômica e Social e PTF – Brasil, 1970-2013

Variável / ano	Extensão da rede rodoviária federal Pavimentada (km)	Capacidade Nominal Total Instalada de geração de Energia Elétrica (Hidráulica e Térmica - (Mw)	Número de estabelecimentos de ensino do 1º, 2º e 3º grau (mil)	Número de estabelecimentos de saúde (mil)	PTF
1970	51.540,0	12.985,0	136,8	0,6	1,0786
1971	55.564,0	13.616,0	147,5	0,9	1,1352
1972	59.366,0	14.277,0	163,6	0,9	1,1970
1973	64.995,0	14.971,0	163,7	1,0	1,2323
1974	66.813,0	15.698,0	175,3	1,1	1,2672
1975	68.959,0	18.056,0	176,4	3,9	1,2652
1976	70.192,0	19.572,0	171,0	6,8	1,3111
1977	70.862,0	21.224,0	165,7	7,3	1,2575
1978	84.761,0	23.848,0	179,7	7,8	1,2480
1979	84.858,0	30.455,0	184,7	8,7	1,2930
1980	85.959,0	33.624,0	215,1	10,0	1,3650
1981	81.299,0	35.600,0	187,1	13,5	1,2253
1982	88.544,0	39.125,0	192,1	14,9	1,1565
1983	91.994,0	40.178,0	185,9	16,8	1,0829
1984	99.809,0	40.867,0	184,1	18,4	1,0778
1985	104.438,0	42.984,0	182,3	29,0	1,0767
1986	111.403,0	43.348,0	178,3	30,9	1,1180
1987	115.677,0	44.399,0	188,3	32,4	1,1065
1988	120.466,0	45.354,0	192,8	32,6	1,0611
1989	123.607,0	46.472,0	192,6	33,2	1,0546
1990	126.010,0	44.156,0	191,3	34,0	0,9791
1991	143.939,0	44.474,0	189,8	38,6	0,9685

Fonte: ANUÁRIOS DO IBGE, DNIT, ANEEL, MINISTÉRIO DA SAÚDE (vários anos) e PWT, 2014.

\* Por não obter este dado, foi calculada a média aritmética entre os anos.

\*\* Foi calculada a média aritmética dos anos 1990 (1º grau), 1990 e 2010 (2º grau) e 1992, 1999, 2005 e 2009 (3º grau).

\*\*\* Para os períodos 1993 a 1998, 2000 a 2001 e 2003 e 2004, foi realizada a interpolação utilizando como *proxy* a variável PIB, no software Stata.

Continua ...

Tabela 5D - Variáveis de Infraestrutura Econômica e Social Seleccionadas e PTF – Brasil, 1970-2013

Variável /ano	Extensão da rede rodoviária federal Pavimentada (km)	Capacidade Nominal Total Instalada de geração de Energia Elétrica (Hidráulica e Térmica - (Mw)	Número de estabelecimentos de ensino do 1º, 2º e 3º grau (mil)	Número de estabelecimentos de saúde (mil)	PTF
1992	143.703,0	45.463,0	191,0	47,7	0,9464
1993	148.228,0	46.441,0	191,0	34,1	0,9725
1994	148.248,0	47.805,0	191,1	41,2	1,0019
1995	148.122,0	49.212,0	193,1	47,4	1,0091
1996	148.124,0	50.894,0	190,6	50,6	1,0163
1997	150.836,0	52.850,0	190,4	55,7	1,0158
1998	163.716,0	55.012,0	182,0	55,7	0,9820
1999	164.247,0	57.666,0	178,2	56,1	0,9553
2000	164.988,0	61.413,0	176,8	60,8	0,9443
2001	170.902,9	63.821,1	173,3	62,3	0,9349
2002	172.879,8	80.232,0	168,7	65,3	0,9248
2003	181.764,0	84.500,0	165,5	63,7	0,9140
2004	196.093,0	88.728,0	162,5	55,4	0,9244
2005	179.260,0	92.510,5	159,1	50,5	0,9238
2006	179.265,0	96.293,0	155,7	52,9	0,9348
2007	194.627,0	100.352,0	152,9	53,3	0,9673
2008	201.446,0	102.949,0	151,3	54,0	0,9792
2009	195.294,3	106.569,0	148,6	54,5	0,9563
2010	195.726,0	113.327,0	146,6	55,0	0,9904
2011	201.833,8	117.134,0	144,5	55,4	0,9902
2012	202.389,8	120.975,0	142,3	57,6	0,9951
2013	203.598,7	126.580,0	138,3	58,8	1,0000

Fonte: ANUÁRIOS DO IBGE, DNIT, ANEEL, MINISTÉRIO DA SAÚDE (vários anos) e PWT, 2014.

\* Por não obter este dado, foi calculada a média aritmética entre os anos.

\*\* Foi calculada a média aritmética dos anos 1990 (1º grau), 1990 e 2010 (2º grau) e 1992, 1999, 2005 e 2009 (3º grau).

\*\*\* Para os períodos 1993 a 1998, 2000 a 2001 e 2003 e 2004, foi realizada a interpolação utilizando como *proxy* a variável PIB no software Stata.