

ÂNGELO HENRIQUE CRUZ OLIVEIRA

**ANÁLISE TENSÃO-DEFORMAÇÃO EM UMA PILHA DE REJEITO FILTRADO DE
GRANDES DIMENSÕES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Eduardo Antonio G. Marques

Coorientador: António Joaquim P. Viana da
Fonseca

**VIÇOSA – MINAS GERAIS
2021**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

O48a
2021
Oliveira, Ângelo Henrique Cruz, 1993-
Análise tensão-deformação em uma pilha de rejeito filtrado
de grandes dimensões / Ângelo Henrique Cruz Oliveira. –
Viçosa, MG, 2021.

1 dissertação eletrônica (197 f.): il. (algumas color.).

Orientador: Eduardo Antônio Gomes Marques.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Engenharia Civil, 2021.

Referências bibliográficas: f.191-197.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2022.548>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Barragens de rejeitos. 2. Deformações e tensões -
Medição. 3. Minérios de ferro. I. Marques, Eduardo Antônio
Gomes, 1965-. II. Universidade Federal de Viçosa.
Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 22. ed. 627.83

Bibliotecário(a) responsável: Euzébio Luiz Pinto CRB-6/3317

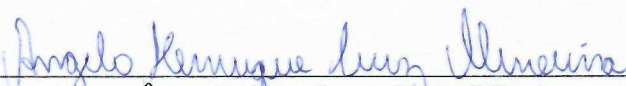
ÂNGELO HENRIQUE CRUZ OLIVEIRA

**ANÁLISE TENSÃO-DEFORMAÇÃO EM UMA PILHA DE REJEITO FILTRADO DE
GRANDES DIMENSÕES**

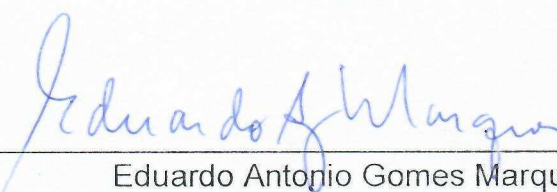
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 14 de outubro de 2021.

Assentimento:



Ângelo Henrique Cruz Oliveira
Autor



Eduardo Antonio Gomes Marques
Orientador

A Deus e à minha família,
por me apoiarem nessa difícil etapa, sempre me motivando e me fazendo evoluir.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, a Deus, pela saúde, força e por tudo de bom que tem proporcionado.

À minha esposa, Ana Carolina, por toda dedicação, carinho e companheirismo durante a fase mais difícil da minha vida. “Amor, sem você nada disso teria acontecido!”

Aos meus pais e minha irmã, pelo acolhimento, aconchego e amor incondicional. Em especial minha mãe, “Obrigado pela vida, Mãe! Essa é a primeira de várias outras batalhas que ainda vamos vencer!”

Ao meu orientador Eduardo Marques, por todo apoio e disposição demonstrada durante essa dissertação interminável. “Eduardo, obrigado por ter mudado à minha vida, serei eternamente grato por tudo que fez por mim!”

Aos meus coorientadores Alessandro Cirone e Roberto Ferraz por todos os ensinamentos, dedicação e comprometimento apresentados na elaboração dessa dissertação.

Ao restante da minha família, pela paciência e incentivo dado durante a elaboração deste trabalho.

À mineradora, pelas discussões técnicas, colaboração e fornecimento dos materiais utilizados nos ensaios.

Aos técnicos dos Laboratórios do LMS-UFV e LabGeo-FEUP, pelo incessante trabalho e empenho deixado na realização de todos os ensaios realizados.

À DF+ por ter me apresentado com tantos desafios profissionais, além de ter contribuído diretamente para meu crescimento profissional e pessoal. Aos meus amigos, pelo excelente convívio e contribuições dadas a este trabalho. Em especial, Samuel Loures, Aline Queiroz, Jessé Carneiro, Rodrigo Melo e Sabrina Rodrigues.

À Universidade Federal de Viçosa e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, pela qualidade de ensino e apoio à pesquisa, tornando possível a realização deste trabalho. E, por fim, à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, CAPES, pelo financiamento da bolsa.

RESUMO

OLIVEIRA, Ângelo Henrique Cruz Oliveira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, outubro de 2021. **Análise Tensão-Deformação em uma Pilha de Rejeito Filtrado de Grandes Dimensões.** Orientador: Eduardo Antonio Gomes Marques. Coorientador: António Joaquim Pereira Viana da Fonseca.

Em face dos últimos eventos de falhas catastróficas de barragens, a indústria de mineração vem avaliando métodos alternativos de disposição de rejeitos. Dentro deste contexto, a disposição dos rejeitos filtrados em pilhas vem ganhando cada vez mais destaque no setor mineral. Todavia, tem-se, até então, algumas limitações de engenharia a serem superadas para viabilidade de implementação desse método de forma mais generalizada, assim como aspectos relacionados ao comportamento esperado dessas estruturas que ainda podem ser compreendidos e explorados de forma mais eficiente. Nesse contexto, o presente estudo buscou analisar os parâmetros de entrada necessários e os resultados que podem ser extraídos de uma análise tensão-deformação tridimensional de um empilhamento filtrado. Para tanto, foi realizada a caracterização geotécnica de um rejeito de minério de ferro filtrado, a partir de variados graus de compactação. Adicionalmente, avaliou-se a aderência de diferentes modelos constitutivos aos resultados obtidos em ensaios de compressão triaxial. Por fim, realizou-se um estudo de caso para uma pilha projetada em grandes dimensões, considerando o modelo Elastoplástico Perfeito associado ao critério de plastificação de Mohr-Coulomb. De posse dos resultados, pôde-se concluir que, em geral, obteve-se um razoável ajuste da solução analítica dos modelos aos dados observados nos ensaios triaxiais. Percebe-se que os ensaios drenados são melhor representados. Da mesma forma, os modelos não lineares se ajustaram melhor aos dados experimentais. No estudo de caso, os deslocamentos totais máximos calculados se mostraram da ordem de 3% da altura final máxima da pilha, semelhante ao apresentado em estudos análogos. As respostas obtidas do modelo numérico se mostraram pouco sensíveis às variações de grau de compactação considerados no estudo, porém não se pode inferir, necessariamente, que esses fatores não influenciarão o comportamento real da estrutura em campo. Concluiu-se, ainda, que este tipo de modelagem ainda apresenta algumas limitações,

principalmente relacionadas ao desenvolvimento de funcionalidades nos softwares comercialmente disponíveis.

Palavras-chave: Análise tensão-deformação. Modelo tridimensional. Rejeito filtrado. Minério de ferro.

ABSTRACT

OLIVEIRA, Ângelo Henrique Cruz Oliveira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, October, 2021. **Stress-Strain Analysis in a Filtered Tailing Pile of Large Dimensions**. Adviser: Eduardo Antonio Gomes Marques. Co-adviser: António Joaquim Pereira Viana da Fonseca.

In the face of recent events of catastrophic dam failures, the mining industry has been evaluating alternative tailings disposal methods. In this context, the disposal of filtered tailings in piles has gained increasing prominence in the mineral sector. However, until then, there are some engineering limitations to be overcome for the feasibility of implementing this method in a more generalized way, as well as aspects related to the expected behavior of these structures that can still be understood and explored more efficiently. Therefore, the present study sought to analyze the input parameters and the results that can be extracted from a three-dimensional stress x strain analysis of a filtered pile. For that, a geotechnical characterization of a filtered iron ore tailings was carried out, from different degrees of compaction. Additionally, the adherence of different constitutive models to the results obtained in triaxial compression tests was evaluated. Finally, a case study was carried out for a pile designed in large dimensions, considering the elasto-perfect-plastic model associated with the plastification criterion of Mohr Coulomb. With the results, it can be concluded that, in general, a reasonable adjustment of the analytical solution of the models to the data observed in the triaxial tests was obtained. It is noticed that the drained tests are better represented. Likewise, nonlinear models fit the experimental data better. In the case study, the maximum total displacements calculated were in the order of 3% of the maximum final height of the pile, similar to that presented in similar studies. The answers obtained from the numerical model were not very sensitive to the variations in the degree of compaction considered in the study, but it cannot necessarily be inferred that these factors will not influence the actual behavior of the structure in the field. It was also concluded that this type of modeling still has some limitations, mainly related to the development of features in commercially available software.

Keywords: Stress-deformation analysis. Three-dimensional model. Filtered tailings.
Iron ore.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1-1 – Distribuição espacial das barragens cadastradas junto à ANM.	20
Figura 2-1 - Modelos constitutivos do solo.	24
Figura 2-2 - Definição dos módulos de deformabilidade.	27
Figura 2-3 – Parâmetros de rigidez elástica do solo obtidos a partir dos resultados de ensaio de compressão triaxial drenado, sendo (a) Módulo de elasticidade volumétrico e (b) Módulo cisalhante.	29
Figura 2-4 – Comportamento tensão-deformação do material segundo o modelo elasto-plástico de Mohr-Coulomb.	32
Figura 2-5 – Curva hiperbólica representativa dos resultados da fase de cisalhamento do ensaio de compressão triaxial drenado.	34
Figura 2-6 – Curva tensão-deformação transformada, considerando uma regressão linear dos resultados de um ensaio de compressão triaxial.	35
Figura 2-7 – Variação do módulo de elasticidade (E_i) com a tensão de confinamento σ_3	36
Figura 2-8 – Variação do módulo de elasticidade tangente (E_t) ao longo da curva tensão-deformação.	38
Figura 2-9 – Módulo de elasticidade em um ciclo de descarga-recarga.	39
Figura 2-10 – Linha de estados críticos (LEC) obtida a partir de ensaios triaxiais: a) no plano (p',q); (b) no plano (p',v).	42
Figura 2-11 - Representação do comportamento do solo sob compressão e expansão isotrópicas.	43
Figura 3-1 – Casos históricos de projetos de rejeitos filtrados, considerando a relação entre a precipitação líquida <i>versus</i> taxa de produção diária.	53
Figura 3-2 - Distribuição da precipitação acumulada anual no território brasileiro, com base nos dados amostrados no período 1981-2010.	56
Figura 3-3 - Distribuição da evaporação total anual no território brasileiro, com base nos dados amostrados no período 1961-1990.	57
Figura 3-4 – Principais províncias e distritos minerais do Brasil. Fonte do mapa-base: Mapa de Recursos Minerais e Associações Metalogenéticas do Brasil, 1:2.500.000 (Bizzi et al. 2001) apud Dardenne e Schobbenhaus (2003).	58
Figura 4-1 - Parâmetro de estado versus tensão efetiva média (p').	64
Figura 5-1 – Fluxograma das etapas de metodologia do estudo.	68
Figura 5-2 – Disposição da pilha avaliada em planta.	73

Figura 5-3 – Modelo de fundação simplificado da pilha avaliada, considerando material homogêneo.....	74
Figura 5-4 – Características geométricas do protótipo elaborado.....	75
Figura 5-5 – Condições de contorno aplicadas no protótipo.....	76
Figura 5-6 – Malha de elementos finitos do modelo simplificado considerando cinco camadas de alteamento.....	77
Figura 5-7 – Malha de elementos finitos do modelo simplificado considerando dez camadas de alteamento.....	77
Figura 5-8 – Condições de contorno aplicadas no modelo da pilha projetada.....	80
Figura 5-9 - Malha de elementos finitos do modelo da pilha integrada.....	80
Figura 6-1 – Curvas granulométricas do rejeito.....	82
Figura 6-2 – Curvas de compactação das amostras.....	84
Figura 6-3 – Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=93%.....	85
Figura 6-4 - Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=95%.....	86
Figura 6-5 - Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=97%.....	86
Figura 6-6 - Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=100%.....	87
Figura 6-7 – Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 93%.....	88
Figura 6-8 - Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 95%.....	88
Figura 6-9 - Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 97%.....	89
Figura 6-10 - Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 100%.....	89
Figura 6-11 – Tensão versus Deformação – GC = 93%.....	90
Figura 6-12 – Tensão versus Deformação – GC = 95%.....	90
Figura 6-13 - Tensão versus Deformação – GC = 97%.....	91
Figura 6-14 - Tensão versus Deformação – GC = 100%.....	91
Figura 6-15 – Determinação dos parâmetros a e b para GC = 93%.....	93
Figura 6-16 – Determinação dos parâmetros k e n para GC = 93%.....	93
Figura 6-17 - Determinação do parâmetro k_{ur} para GC=93%.....	93
Figura 6-18 – Determinação dos parâmetros a e b para GC = 95%.....	94
Figura 6-19 Determinação dos parâmetros k e n para GC = 95%.....	94
Figura 6-20 - Determinação do parâmetro k_{ur} para GC=95%.....	94
Figura 6-21 – Determinação dos parâmetros a e b para GC = 97%.....	95
Figura 6-22 – Determinação dos parâmetros k e n para GC = 97%.....	95

Figura 6-23 - Determinação do parâmetro k_{ur} para $GC=97\%$	95
Figura 6-24 – Determinação dos parâmetros a e b para $GC = 100\%$	96
Figura 6-25 – Determinação dos parâmetros k e n para $GC = 100\%$	96
Figura 6-26 - Determinação do parâmetro k_{ur} para $GC=100\%$	96
Figura 6-27 - Linha de estado crítico no plano $p' \times q$	98
Figura 6-28 - Linha de estado crítico no plano $p' \times v$	98
Figura 6-29 – Resultados do adensamento isotrópico no plano $p' \times v$, com ênfase para as retas de recompressão ajustadas.	99
Figura 6-30 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 93\%$ - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	104
Figura 6-31 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 93\%$ - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	105
Figura 6-32 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 95\%$ - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	106
Figura 6-33 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 95\%$ - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	107
Figura 6-34 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 97\%$ - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	108
Figura 6-35 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 97\%$ - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	109
Figura 6-36 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 100\%$ - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	110
Figura 6-37 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para $GC = 100\%$ - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	111
Figura 6-38 - Calibração do modelo hiperbólico para $GC = 93\%$ - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	115
Figura 6-39 - Calibração do modelo hiperbólico para $GC = 95\%$ - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	116

Figura 6-40 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 97% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	117
Figura 6-41 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 100% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	118
Figura 6-42 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 93% - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.....	121
Figura 6-43 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 95% - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.....	121
Figura 6-44 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 97% - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.....	122
Figura 6-45 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 100% - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.....	123
Figura 6-46 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 93% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	125
Figura 6-47 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 93% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	126
Figura 6-48 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 95% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	127
Figura 6-49 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 95% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	128
Figura 6-50 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 97% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	129
Figura 6-51 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 97% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	130
Figura 6-52 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 100% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	131

Figura 6-53 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 100% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	132
Figura 6-54 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-Clay modificado, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	134
Figura 6-55 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-Clay modificado, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	135
Figura 6-56 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 100% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-clay modificado, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	136
Figura 6-57 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 100% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-Clay modificado, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	137
Figura 6-58 - Calibração do modelo NorSand para GC = 93% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	140
Figura 6-59 - Calibração do modelo NorSand para GC = 93% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	141
Figura 6-60 - Calibração do modelo NorSand para GC = 95% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	142
Figura 6-61 - Calibração do modelo NorSand para GC = 95% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	143
Figura 6-62 - Calibração do modelo NorSand para GC = 97% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	144
Figura 6-63 - Calibração do modelo NorSand para GC = 97% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	145
Figura 6-64 - Calibração do modelo NorSand para GC = 100% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	146

Figura 6-65 - Calibração do modelo NorSand para GC = 100% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q	147
Figura 6-66 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	149
Figura 6-67 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	150
Figura 6-68 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 100% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	151
Figura 6-69 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$	152
Figura 6-70 – Mapa de deslocamento total com malha deformada, considerando cinco etapas de alteamento.....	157
Figura 6-71 – Vetores de deslocamento total em vista lateral, considerando cinco etapas de alteamento.....	158
Figura 6-72 – Deslocamento vertical medido na aresta central da pilha, considerando cinco etapas de alteamento.....	158
Figura 6-73 – Mapa de deformação vertical, considerando cinco etapas de alteamento.....	159
Figura 6-74 – Mapa de tensão efetiva Von Mises, considerando cinco etapas de alteamento.....	160
Figura 6-75 – Mapa de deslocamento total com malha deformada, considerando dez etapas de alteamento.....	162
Figura 6-76 – Vetores de deslocamento total em vista lateral, considerando dez etapas de alteamento.....	163
Figura 6-77 – Deslocamento vertical medido na aresta central da pilha, considerando dez etapas de alteamento.	163
Figura 6-78 – Mapa de deformação vertical, considerando dez etapas de alteamento.	164
Figura 6-79 – Mapa de tensão efetiva Von Mises, considerando dez etapas de alteamento.....	165

Figura 6-80 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 93% do grau de compactação.....	168
Figura 6-81 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 93%.....	169
Figura 6-82 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 93% do grau de compactação.....	170
Figura 6-83 – Mapa de tensão efetiva Von Mises da pilha compactada a 93% do grau de compactação.....	171
Figura 6-84 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 95% do grau de compactação.....	172
Figura 6-85 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 95%.....	173
Figura 6-86 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 95% do grau de compactação.....	174
Figura 6-87 – Mapa de tensão efetiva Von Mises da pilha compactada a 95% do grau de compactação.....	175
Figura 6-88 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 97% do grau de compactação.....	176
Figura 6-89 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 97%.....	177
Figura 6-90 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 97% do grau de compactação.....	178
Figura 6-91 – Mapa de tensão efetiva Von Mises da pilha compactada a 97% do grau de compactação.....	179
Figura 6-92 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 100% do grau de compactação.....	180
Figura 6-93 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 100%.....	181
Figura 6-94 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 100% do grau de compactação.....	182
Figura 6-95 – Mapa de tensão efetiva Von Mises da pilha compactada a 100% do grau de compactação.....	183

LISTA DE TABELAS

Tabela 2-1 – Resumo das equações utilizadas pelo modelo constitutivo NorSand. .	46
Tabela 2-2 – Parâmetros do solo utilizados pelo modelo constitutivo NorSand e valores típicos para areias.....	47
Tabela 4-1 – Resumo das propriedades geotécnicas do rejeito de minério de ferro estudado.....	63
Tabela 4-2 – Parâmetros de estado determinados adotando uma CSL única com ajuste semi-log e uma CSL curva com ajuste para GC=93%.....	64
Tabela 5-1 - Resumo dos ensaios triaxiais executados.	70
Tabela 5-2 – Características principais da estrutura avaliada.	72
Tabela 5-3 – Número de elementos adotados de acordo com o número de camadas de utilizadas nas análises.....	77
Tabela 5-4 – Parâmetros de modelagem utilizados na criação do modelo da pilha projetada.	81
Tabela 6-1 – Caracterização física do rejeito	83
Tabela 6-2 – Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados para o modelo Elastoplástico Perfeito.	92
Tabela 6-3 – Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados para o modelo Hiperbólico.....	97
Tabela 6-4 – Resultados dos ensaios de compressão triaxial utilizados para estimativa do módulo cisalhante (G)	100
Tabela 6-5 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados para o modelo Cam-Clay Modificado.	100
Tabela 6-6 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência considerados para o modelo NorSand.	102
Tabela 6-7 – Resumo dos parâmetros finais estimados após calibração para o modelo elasto-plástico perfeito, considerando o critério de plastificação de Mohr-Coulomb.	113
Tabela 6-8 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados após calibração para o modelo Cam-Clay Modificado.	139
Tabela 6-9 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência considerados para o modelo NorSand.	154
Tabela 6-10 - Resumo comparativo dos resultados das análises tensão vs deformação.	184

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Generalidades	20
1.1	Justificativa	21
1.2	Objetivo	22
2	ANÁLISES DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES	23
2.1	Contextualização	23
2.2	Modelos Constitutivos	23
2.2.1	Aspectos Gerais	23
2.2.2	Modelo Elástico Linear	25
2.2.3	Modelo Mohr-Coulomb	30
2.2.4	Modelo Hiperbólico	33
2.2.5	Modelo Cam-Clay e Cam-Clay Modificado	40
2.2.6	Modelo NorSand	45
3	TECNOLOGIAS DE DISPOSIÇÃO DE REJEITOS	49
3.1	Contextualização	49
3.2	Empilhamento de Rejeito Filtrado	51
4	PESQUISAS E NORMAS REGULAMENTADORAS	59
5	METODOLOGIA	68
5.1	Disposições Gerais	68
5.2	Caracterização Geotécnica do Rejeito	69
5.2.1	Ensaio de Caracterização Física	69
5.2.2	Ensaio de Compactação	69
5.2.3	Ensaio de Compressão Triaxial	69
5.2.4	Ensaio de Adensamento Isotrópico	71
5.3	Estudo de caso	72
5.3.1	Contextualização	72
5.3.2	Pilha de Rejeito Filtrado de Minério de Ferro	72
5.3.3	Fundação da Pilha	73
5.3.4	Modelagem numérica	74

6	RESULTADOS E DISCUSSÕES	82
6.1	Parâmetros Geotécnicos	82
6.1.1	Caracterização Física	82
6.1.2	Compactação	83
6.1.3	Deformabilidade e Resistência	84
6.1.3.1	Disposições Gerais	84
6.1.3.2	Modelos baseados no critério de plastificação de Mohr-Coulomb	85
6.1.3.2.1	Parâmetros de Mohr-Coulomb	85
6.1.3.2.2	Modelo Elastoplástico Perfeito	87
6.1.3.2.3	Modelo Hiperbólico	92
6.1.3.3	Modelo Cam-Clay Modificado	97
6.1.3.4	Modelo NorSand	101
6.2	Modelagem numérica	103
6.2.1	Calibração dos Modelos Constitutivos	103
6.2.1.1	Disposições Gerais	103
6.2.1.2	Modelo Elastoplástico Perfeito	103
6.2.1.3	Modelo Hiperbólico	114
6.2.1.4	Modelo Cam-Clay Modificado	123
6.2.1.5	Modelo NorSand	139
6.2.1.6	Considerações Finais	154
6.2.2	Análise do Modelo Simplificado	155
6.2.2.1	Disposições Gerais	155
6.2.2.2	Análises Tensão-Deformação considerando o Modelo Elastoplástico Perfeito	156
6.2.3	Análise da Pilha Projetada	167
6.2.3.1	Disposições Gerais	167
6.2.3.2	Pilha Compactada a 93% de Grau de Compactação	167
6.2.3.3	Pilha Compactada a 95% de Grau de Compactação	171
6.2.3.4	Pilha Compactada a 97% de Grau de Compactação	175
6.2.3.5	Pilha Compactada a 100% de Grau de Compactação	179
6.2.3.6	Análise dos Resultados e Considerações Gerais	183

7 CONCLUSÕES	187
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	191

1 INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

Diante da demanda crescente da população mundial por metais, associada à queda de disponibilidade deste material, as empresas de mineração têm realizado a exploração de minérios com concentrações cada vez mais baixas. Com isso, aumenta-se consideravelmente a geração de rejeitos resultantes do beneficiamento dos minérios, sendo necessária sua disposição de forma controlada.

Tanto no contexto internacional quanto nacional, a disposição de rejeitos em barragens se apresenta ainda como o método mais praticado na indústria minerária. Segundo dados do Sistema de Gestão de Segurança de Barragem de Mineração (ANM, 2021), no Brasil, atualmente, estão cadastradas junto à Agência Nacional de Mineração (ANM) um total de 887 barragens (Figura 1-1), sendo que destas 445 estão inseridas na Política Nacional de Segurança de Barragens (PNSB), instituída pela Lei nº 12.334/2010 e redigida pela Lei nº 14.066/2020.

Figura 1-1 – Distribuição espacial das barragens cadastradas junto à ANM.



Fonte: ANM, 2021

No entanto, em face dos últimos eventos de falhas catastróficas de barragens, a indústria de mineração vem avaliando métodos alternativos de disposição de rejeitos, que visam minimizar os riscos e consequências de uma eventual ruptura, além de otimizar o consumo de água nas minas e diminuir os impactos ambientais. Dentro deste contexto, a disposição dos rejeitos filtrados em pilhas vem ganhando destaque no setor mineral, sendo temática de estudos desenvolvidos em diversas áreas de conhecimento.

Considerando esta realidade, o presente trabalho busca compreender o comportamento de empilhamentos de rejeitos filtrados quanto à relação tensão-deformação, em especial na fase construtiva. O estudo procura apontar pontos de atenção nos projetos destas estruturas, de tal modo que seja garantida sua segurança e funcionalidade ao longo da vida útil. Além disso, pretende-se avaliar as respostas de resistência e deformabilidade obtidas por meio simulações numéricas considerando diferentes graus de compactação e modelos constitutivos.

1.1 Justificativa

O empilhamento filtrado tem se mostrado como uma alternativa técnica e economicamente viável para a disposição de rejeitos, sendo as principais vantagens do método ligadas à redução dos impactos ambientais, maior reaproveitamento da água e melhor gerenciamento dos riscos.

Todavia, tem-se, até então, algumas limitações de engenharia a serem superadas para viabilidade de implementação desse método de forma mais generalizada, assim como aspectos relacionados ao comportamento esperado dessas estruturas que ainda podem ser mais bem explorados e compreendidos. Exemplo disso é a presença de poucos trabalhos na literatura que abordem estudos de tensão-deformação em pilhas de rejeitos existentes ou projetadas, principalmente no que se refere à modelagem numérica.

Portanto, o presente estudo buscou analisar os parâmetros de entrada necessários e os resultados que podem ser extraídos de uma análise de tensão-deformação tridimensional, para os modelos constitutivos considerados. Com isso, busca-se contribuir com a literatura técnica sobre o tema e fornecer diretrizes para elaboração

de análises tensão-deformação de pilhas de rejeito desaguado de grandes dimensões, além de ressaltar pontos importantes dentro de um projeto dessa natureza.

Ressalta-se que esta é uma solução que tem sido considerada uma opção à disposição de rejeitos em barragens, mas não há, nem no Brasil nem no exterior, experiência com este tipo de estrutura construída em condições climáticas como as que existem no Brasil, o que implica numa curva de aprendizagem que ainda vai demandar algum tempo para produzir soluções de engenharia com segurança devidamente equacionada.

1.2 Objetivo

O estudo teve como objetivo geral avaliar o comportamento de uma pilha de rejeitos filtrados de minério de ferro, em termos da relação tensão-deformação, durante sua fase construtiva.

Como objetivos específicos, têm-se:

- Caracterização geotécnica do rejeito estudado;
- Avaliação da influência de diferentes graus de compactação nas propriedades de estado do material;
- Avaliação da aderência dos modelos constitutivos estudados aos resultados obtidos em ensaios de laboratório;
- Avaliação do comportamento dos modelos constitutivos e a influência do número de camadas adotado nas etapas de alteamento nos resultados de análises tensão-deformação, a partir de um modelo simplificado;
- Obtenção dos valores de deslocamento, deformação e tensão máximos e sua distribuição ao longo da estrutura; e
- Sugerir diretrizes para elaboração e apresentação de resultados de análises tridimensionais de tensão-deformação em pilhas, considerando possíveis pontos de atenção identificados nas análises de tensão-deformação em pilhas de rejeito filtrado de grandes dimensões.

2 ANÁLISES DE TENSÕES E DEFORMAÇÕES

2.1 Contextualização

A análise de tensões e deformações, dentro do contexto da mecânica dos solos e das rochas, busca avaliar as deformações geradas em um maciço pelo carregamento ao qual foi submetido. Dessa forma, essa análise permite compreender o comportamento do solo e prever possíveis efeitos como deslocamentos excessivos, recalques diferenciais, concentração de tensões, dentre outros.

Um estudo que relacione as tensões e conseqüentes as deformações em um solo se baseia, fundamentalmente, na aplicação das condições de equilíbrio de forças - caso contrário o corpo sofreria aceleração, e condições de continuidade, sendo os deslocamentos e deformações compatíveis, de tal forma que o material não apresente descontinuidades ou sobreposições. Além dessas condições, torna-se essencial para a resolução do problema que se conheça a relação entre as tensões e deformações, denominada equação constitutiva ou modelo constitutivo. Os modelos presentes na literatura, por sua vez, se apoiam em parâmetros relacionados com as propriedades mecânicas dos materiais estudados.

Portanto, este capítulo apresentará uma breve revisão bibliográfica a respeito dos modelos constitutivos aplicados nas análises realizadas no presente estudo e dos parâmetros que compõem as formulações utilizadas.

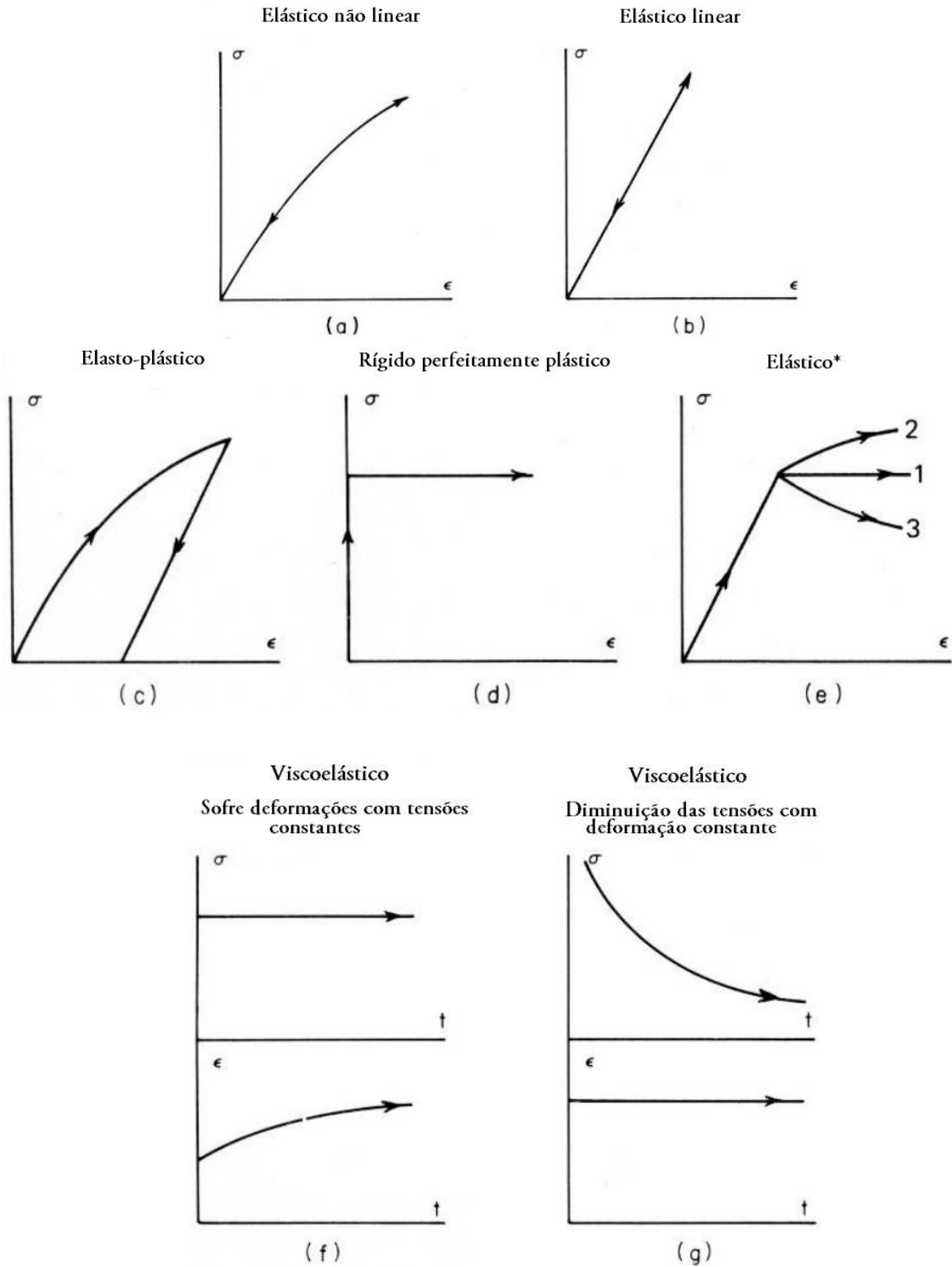
2.2 Modelos Constitutivos

2.2.1 Aspectos Gerais

Segundo Duncan et al (1980), os modelos constitutivos têm a função de reproduzir, interpretar e prever o comportamento tensão-deformação de um determinado material. Alguns exemplos desses comportamentos são apresentados na Figura 2-1. Nota-se que, na Figura 2-1e, a qual representa um material com fase elástica inicial, após a qual são observados 3 comportamentos distintos, sendo que na curva 1 o material é perfeitamente plástico, na curva 2 o material apresenta um endurecimento

ao sofrer deformações e na curva 3 o material apresenta um amolecimento ao sofrer as deformações.

Figura 2-1 - Modelos constitutivos do solo.



Fonte: adaptado de Desai e Christian, 1977.

No que tange à mecânica dos solos, há diversos modelos constitutivos disponíveis na literatura. Os modelos Elástico linear, Mohr-Coulomb, Cam-Clay, Cam-Clay modificado e NorSand, aplicados nas análises realizadas no presente estudo, são descritos nos itens 2.2.2 a 2.2.6. Uma abordagem mais pormenorizada das equações desenvolvidas nestes modelos é apresentada por Roscoe e Burland (1968), Duncan e Chang (1970); Desai e Christian (1977); Duncan et al. (1980), Jefferies (1993) e, mais recentemente, por Azevedo (2015), Neves (2016) e Jefferies e Been (2015).

A precisão de cada modelo depende do número de parâmetros introduzidos na sua equação constitutiva, devendo-se buscar um equilíbrio entre o número de variáveis e a precisão necessária. Almeida (2010) destaca que um modelo se torna realmente viável quando é completo (indica o comportamento do material para todo tipo de carregamento), possui parâmetros identificáveis (mediante um número reduzido de ensaios simples) e é capaz de interpretar fisicamente a resposta do material frente a qualquer mudança de tensão ou deformação.

2.2.2 Modelo Elástico Linear

Segundo Timoshenko e Goodier (1970), um material elástico pode ser definido como aquele que recupera seu estado inicial depois de submetido a um ciclo completo de carregamento e descarregamento sem sofrer deformações permanentes, conforme ilustrado na Figura 2-1. De forma mais específica, já no contexto de modelos constitutivos, pode-se entender um material elástico a partir da definição clássica de Cauchy, em que o estado de tensão em cada ponto é determinado apenas pelo estado de deformação ou vice-versa. Assim, a tensão neste tipo de material não é condicionada pela trajetória ou histórico de deformação, nem do tempo necessário para atingir tal estado de deformação.

A equação geral para os modelos constitutivos elásticos é dada por:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{ij} \quad (2-1)$$

Em que σ_{ij} e ϵ_{ij} são os tensores de tensão e de deformação respectivamente, e C_{ijkl} o tensor constitutivo que os relaciona.

O comportamento elástico de um material pode ser não linear (Figura 2-1a) ou linear (Figura 2-1b). As propriedades de um material elástico linear são constantes, mas, nos modelos elásticos não lineares, elas mudam com base em algumas suposições. Dentre os modelos elásticos lineares, estão compreendidos ainda os que se baseiam o comportamento isotrópico, transversalmente isotrópico e elástico ortotrópico, abordados por Timoshenko e Goodier (1970) e Saada (1993).

Ao assumir que o solo é homogêneo e isotrópico, que as tensões de cisalhamento (τ_{ij}) não afetam as deformações normais e que as tensões normais (σ_i) não causam deformações cisalhantes, e, considerando ainda válido o princípio da superposição dos efeitos, chega-se à lei de Hooke generalizada, em termos de tensões, conforme Equação (2-2).

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \end{Bmatrix} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-2\nu)/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \quad (2-2)$$

Sendo ν correspondente ao coeficiente de Poisson e E igual ao módulo de elasticidade ou de Young.

Os valores do módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson representam a configuração da curva tensão-deformação de um material. Segundo Lambe e Whitman (1969), essa curva sofre influência de inúmeros fatores como, por exemplo, composição do solo, índice de vazios, histórico de tensões e maneira de aplicação da tensão. Logo, Breth et al (1973) apud Hernandez (2002) afirmam que essas propriedades não são constantes de um solo, mas particulares de uma combinação de condições.

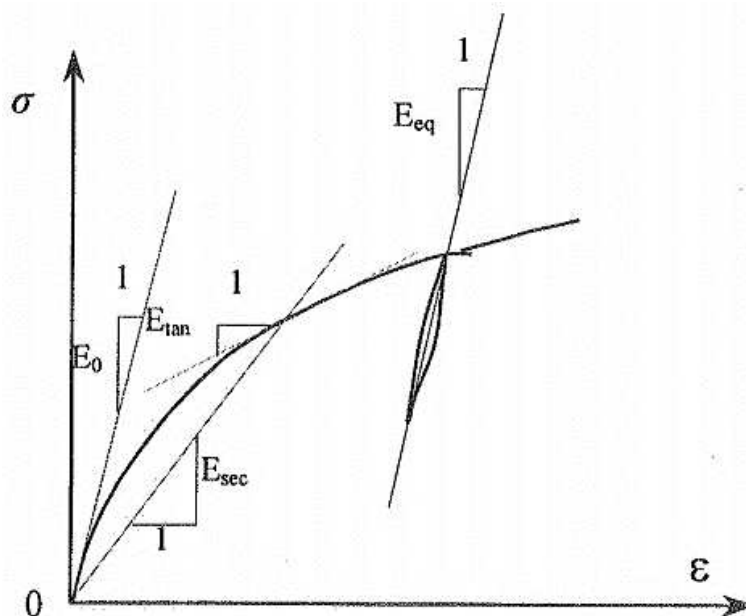
Como já mencionado, os parâmetros de deformabilidade são relações lineares entre tensões e deformações que caracterizam a curva tensão-deformação e simplificam a análise dentro de uma determinada faixa de tensões em estudo. Lambe e Whitman (1969) definem o módulo de elasticidade como a relação entre a tensão normal e a deformação proveniente dessa tensão em sua direção (Equação (2-3)).

$$E = \frac{\sigma_z}{\varepsilon_z} \quad (2-3)$$

O comportamento não linear das deformações com a tensão leva à definição de variados módulos de deformabilidade. Correia (2004) apresenta alguns módulos usuais na mecânica dos solos, conforme Figura 2-2.

- E_0 (ou $E_{máx}$): corresponde ao módulo de elasticidade. Pode também ser denominado módulo tangente inicial ou dinâmico. Refere-se a deformações geralmente inferiores a 10⁻⁵.
- E_{sec} : corresponde ao módulo secante relativo a um determinado nível de deformação ou tensão.
- E_{tan} : corresponde ao módulo tangente em um determinado ponto da curva (σ , ε).
- E_{eq} : corresponde ao módulo de descarga-recarga, devendo estar associado à amplitude de deformação.

Figura 2-2 - Definição dos módulos de deformabilidade.



Fonte: Correia, 2004.

Já o coeficiente de Poisson, segundo Lambe e Whitman (1969), refere-se à relação entre deformações ortogonais, permitindo estimar a deformação transversal causada por uma determinada carga longitudinal (Equação (2-4)).

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{transversal}}{\varepsilon_{longitudinal}} \quad (2-4)$$

Considerando um elemento de solo cilíndrico, submetido a um carregamento axial (direção x), pode-se deduzir que a deformação volumétrica (ε_v) seja a resultante do somatório das deformações nas direções x, y e z ($\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z$). Admitindo que as deformações radiais sejam semelhantes ($\varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon_r$), tem-se que:

$$\varepsilon_v = \varepsilon_a + 2\varepsilon_r \quad \therefore \quad \varepsilon_r = \frac{1}{2}(\varepsilon_v - \varepsilon_a) \quad (2-5)$$

Substituindo o valor de ε_r e ε_a na Equação (2-4), pode-se estimar o valor do coeficiente de Poisson a partir da relação apresentada na Equação (2-6).

$$\nu = \frac{\varepsilon_a - \varepsilon_v}{2\varepsilon_a} \quad (2-6)$$

Outras constantes elásticas também podem ser utilizadas para caracterizar um material, sendo estas o módulo cisalhante (G) e módulo de elasticidade volumétrico ou *Bulk Modulus* (B), que representam as parcelas distorcionais (mudança de formato a volume constante) e volumétricas (mudança de dimensões em formato constante) que compõem uma deformação elástica. O módulo cisalhante relaciona a tensão cisalhante com as deformações cisalhantes, já módulo de elasticidade volumétrico relaciona as deformações volumétricas com as tensões octaédricas, correspondente à média das tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$). Esses parâmetros se correlacionam entre si, conforme Equações (2-7) e (2-8).

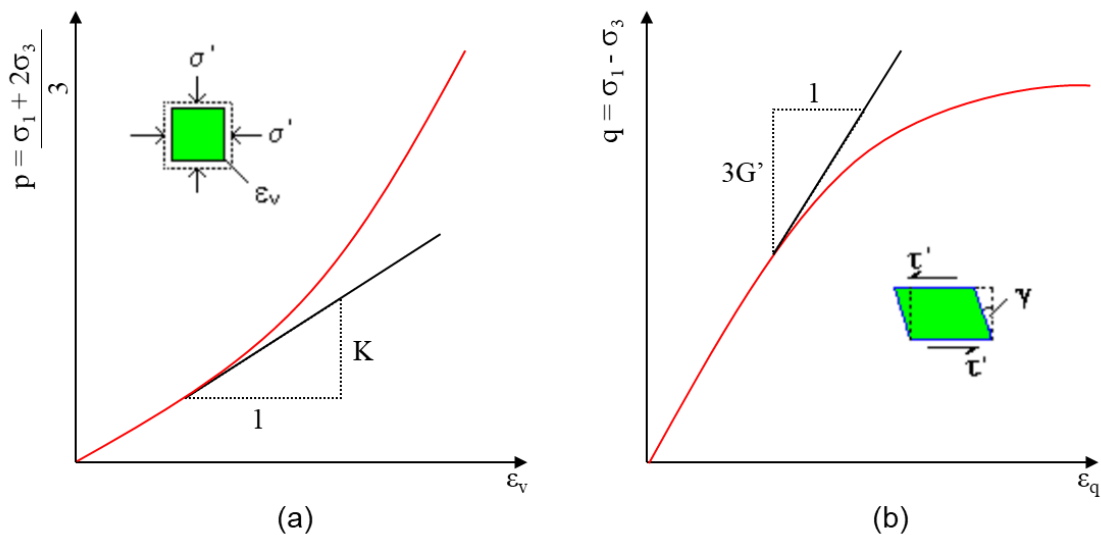
$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (2-7)$$

$$B = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad (2-8)$$

Além das relações apresentadas nas Equações (2-7) e (2-8), os parâmetros G e B também podem ser estimados de forma direta a partir de ensaios de compressão

triaxial, com base na Teoria da Elasticidade. O módulo B pode ser obtido durante a fase de consolidação do ensaio e corresponde à inclinação da envoltória traçada no gráfico p versus ε_v , conforme ilustrado na Figura 2-3a. Por outro lado, o módulo de cisalhamento é medido durante a fase de cisalhamento, dado pela inclinação da curva q versus ε_q (Figura 2-3b), em que ε_q corresponde à deformação cisalhante triaxial (Equação (2-9)):

Figura 2-3 – Parâmetros de rigidez elástica do solo obtidos a partir dos resultados de ensaio de compressão triaxial drenado, sendo (a) Módulo de elasticidade volumétrico e (b) Módulo cisalhante.



Fonte: O autor.

$$\varepsilon_q = \frac{2(\varepsilon_a - \varepsilon_r)}{3} = \varepsilon_a - \frac{\varepsilon_v}{3} \quad (2-9)$$

Pode-se obter os valores das propriedades elásticas do solo por meio de ensaios de laboratório ou de campo. Nos primeiros, gera-se a curva a partir de uma medição direta das tensões, e consequentes deformações, calculando os parâmetros conforme descrito anteriormente.

Quanto aos ensaios de campo, ressalta-se uma variada gama de ensaios in situ que também pode ser usada na identificação de propriedades de deformabilidade para o dimensionamento de obras geotécnicas, tais como o SPT (Standard Penetration Test), CPT (Cone Penetration Test), DMT (Dilatometric Marchetti Test), PMT

(Pressuremeter Ménard Test), ensaios sísmicos (como o Cross Hole), ensaios de carga (como o PLT - Plate Loading Test), dentre outros. Contudo, estes ensaios não serão discutidos detalhadamente, uma vez que não compõem o escopo do presente estudo.

2.2.3 Modelo Mohr-Coulomb

A primeira descrição do que viria a ser a Modelo de Mohr-Coulomb, amplamente aplicada no contexto geotécnico atualmente, foi desenvolvida por Coulomb, em 1773. Em seu trabalho apresentado à Academia da França, ele sugeriu que a ruptura de material se devia ao deslizamento ao longo de um determinado plano, e que esta ocorria quando o componente de força ao longo desse plano se tornasse maior do que a resistência coesiva no cisalhamento ao longo do mesmo plano. No entanto, para uma melhor aderência da teoria com seus resultados experimentais, Coulomb propôs ainda que não apenas a resistência coesiva ao longo do plano de cisalhamento fosse considerada, mas também o atrito causado pela força normal atuando no mesmo plano, conforme representado pela Equação (2-10).

$$|\tau| \leq \sigma_n \tan\phi + c \quad (2-10)$$

Em que τ é a resistência ao cisalhamento, σ_n é a tensão normal, ϕ é o ângulo de atrito interno e c é a coesão do material.

Mais tarde, Mohr desenvolveu uma forma generalizada da teoria, sendo então definido o critério de ruptura de Mohr-Coulomb, que pode ser expresso, em termos de tensões principais ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$), como:

$$F = (\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3) \operatorname{sen}\phi - 2c \operatorname{cos}\phi = 0 \quad (2-11)$$

Dessa forma, a Equação (2-11) define a superfície de plastificação proposta pelo modelo Mohr-Coulomb, caracterizando este como um modelo elasto-plástico. Isto é, para estados de tensões que se localizam no interior dessa superfície, são desenvolvidas as deformações elásticas. Por outro lado, quando os estados de tensão atingem a superfície limite (plastificação), ocorrem as deformações plásticas.

Nota-se ainda que a ruptura do material independe da tensão principal intermediária σ_2 .

O comportamento tensão-deformação do material dentro do modelo Mohr-Coulomb pode ser modelado de diferentes formas, podendo-se citar:

- Linearmente isotrópico, o que implica em propriedades semelhantes do material em todas as direções, ou seja, a fase elástica é definida por um único valor de Módulo de Elasticidade (E) e de coeficiente de Poisson (ν);
- Transversalmente isotrópico, considerando um material que tenha propriedades que variem com a direção, sendo que as propriedades elásticas são especificadas em duas direções ortogonais;
- Hiperbólico, capaz de modelar o comportamento não linear e inelástico, dependente da tensão, de solos coesivos e não coesivos;
- Não linear, em que o material tem propriedades elásticas que dependem de algumas medidas de tensão ou tensor de deformações; e
- Entre outras funções ajustadas ao comportamento esperado.

No presente trabalho, considerando como critério de falha/plastificação o modelo de Mohr-Coulomb, foram aplicadas duas funções para caracterizar a relação entre tensões e deformações dos materiais. Uma delas se refere à função hiperbólica, que será descrita com mais detalhes no item 2.2.4.

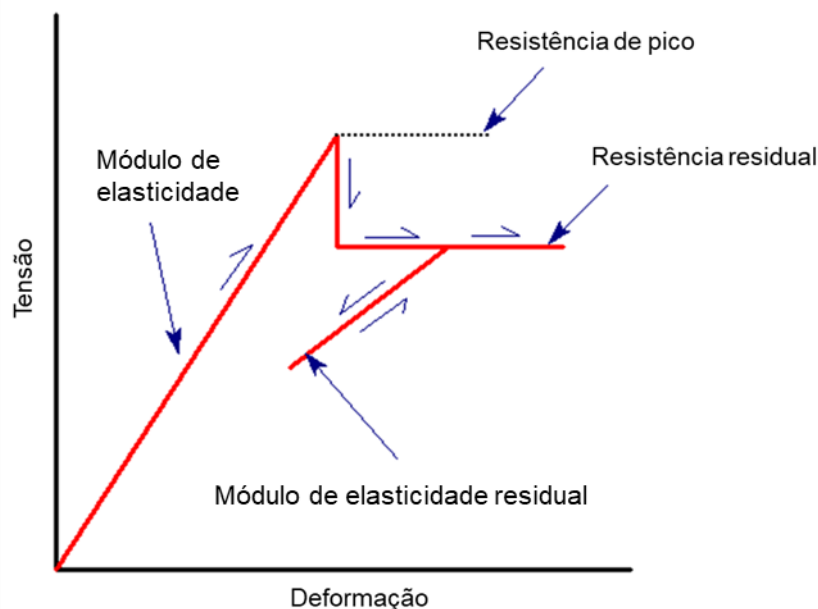
A outra função associada ao modelo Mohr-Coulomb foi a linear isotrópica, em que a fase elástica é representada pela Equação (2-2) e demais aspectos abordados no modelo elástico linear (item 2.2.2), e a fase plástica é definida por um trecho com tensão constante e deformação crescente. O comportamento descrito é característico de um material elástico perfeitamente plástico, sendo então citado ao longo do texto a seguir como modelo elastoplástico perfeito.

Isto posto, destaca-se que, a partir de então, far-se-á referência aos modelos apenas como elastoplástico perfeito e hiperbólico, porém ressaltando que ambos utilizarão como critério de falha/plastificação o modelo Mohr Coulomb.

Para a aplicação do modelo elastoplástico perfeito podem ser utilizados os valores de pico e residuais do ângulo de atrito e coesão. Isso significa que, após o

escoamento inicial, a resistência do material cai instantaneamente de seu estado de pico para um estado residual inferior, conforme ilustrado na Figura 2-4.

Figura 2-4 – Comportamento tensão-deformação do material segundo o modelo elasto-plástico de Mohr-Coulomb.



Fonte: adaptado de Rocscience, 2021a

Para definição completa deste modelo, é também necessário conhecer aspectos relacionados à direção das deformações plásticas esperadas para o material. Segundo Naylor (1981), no âmbito da teoria da plasticidade, define-se a direção dos vetores de deformação plástica a partir da denominada lei de fluxo. Caso a direção das deformações plásticas esteja associada à superfície de escoamento, tem-se a lei de fluxo associada (condição de normalidade). Em contrapartida, quando a direção das deformações plásticas não está associada à superfície de escoamento ou função escoamento, esta é conhecida como lei de fluxo não-associado. Logo, faz-se necessária a determinação de uma função chamada de potencial plástico (Q), à qual os componentes de deformação incremental são ortogonais.

De acordo com Potts e Zdravkovic (1999), para o modelo de Mohr-Coulomb, assume-se que a função do potencial plástico seja semelhante à função da superfície de escoamento, porém em função do ângulo de dilatância (ψ). O ângulo de dilatância (Equação (2-12)) exprime a relação entre a componente volumétrica ($d\varepsilon_v^p$) e a componente distorcional ($d\gamma^p$) de um determinado incremento de deformação plástica, sendo dado por:

$$\psi = \text{sen}^{-1} \left(\frac{d\varepsilon_v^p}{d\gamma^p} \right) = \text{sen}^{-1} \left(\frac{d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_3^p}{d\varepsilon_1^p - d\varepsilon_3^p} \right) \quad (2-12)$$

Em que $d\varepsilon_1^p$ e $d\varepsilon_3^p$ representam as deformações obtidas nas direções das tensões principais σ_1 e σ_3 , respectivamente.

Diante disso, tem-se $\psi = \phi$, caso seja admitida a lei de fluxo associada, $\psi < \phi$ para fluxo não associado com dilatância reduzida e $\psi = 0$ para o material perfeitamente plástico, não dilatante ($d\varepsilon_v^p = 0$).

Logo, as formulações do modelo constitutivo elastoplástico perfeito associado ao critério de Mohr-Coulomb são definidas pelos parâmetros: E , ν , c , ϕ e ψ , podendo ser ainda adicionada uma resistência a tração do material (T). Neste caso, a função de escoamento por tração é dada pela Equação (2-13) e é considerada a lei de fluxo associado.

$$F_T = \sigma_1 - T = 0 \quad (2-13)$$

2.2.4 Modelo Hiperbólico

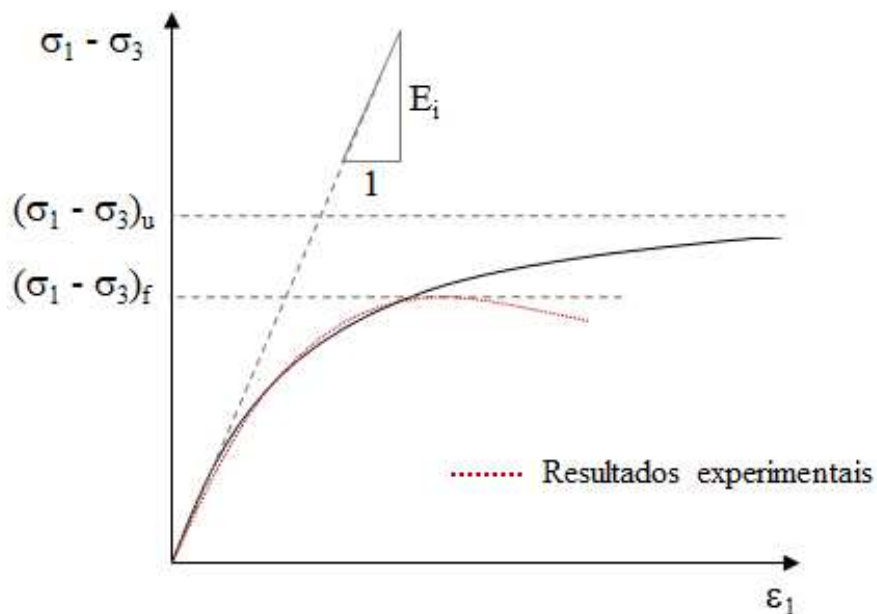
No modelo elasto-plástico perfeito, descrito no item 2.2.3, desconsidera-se o comportamento mecânico altamente não linear dos solos e a consequente dependência de sua rigidez às tensões aplicadas. Visando representar essas características do solo, o modelo Hiperbólico, proposto inicialmente por Kondner (1963), foi posteriormente desenvolvido por Duncan e Chang (1970). As equações e deduções apresentadas nesse subitem são também descritas por Duncan et al. (1980) e Neves e Caldeira (2018).

Este modelo é baseado na forma da curva tensão-deformação obtida em testes de compressão triaxial drenados, tanto em argilas como em areias, que pode ser aproximada por uma função hiperbólica, tal que:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (2-14)$$

Em que σ_1 e σ_3 são a maior e menor tensão principal, respectivamente, ε é a deformação axial e a e b são constantes, cujos valores podem ser determinados experimentalmente. A Equação (2-14) é representada na Figura 2-5, evidenciando o módulo de elasticidade inicial (E_i), a assíntota horizontal correspondente à tensão desviadora última da hipérbole, $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$, e a tensão desviadora máxima do ensaio, $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$.

Figura 2-5 – Curva hiperbólica representativa dos resultados da fase de cisalhamento do ensaio de compressão triaxial drenado.

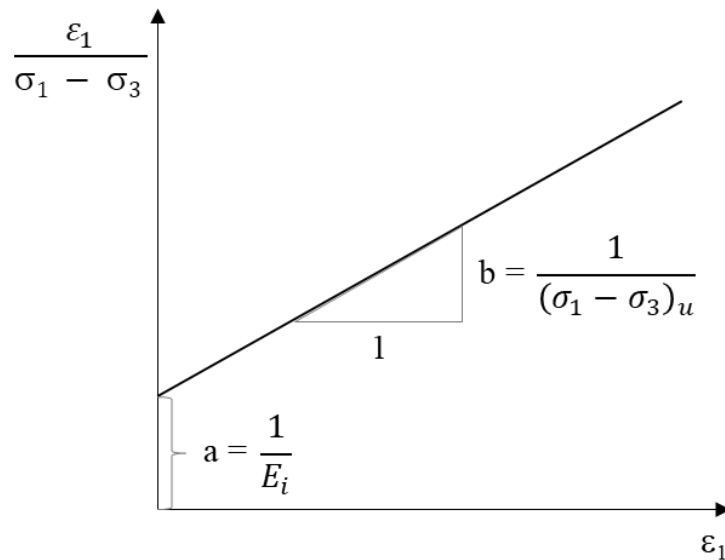


Fonte: O autor.

Derivando-se a Equação (2-14) em relação à deformação axial (ε_1) e considerando esta igual a zero, tem-se que o módulo de elasticidade inicial (E_i) é igual a $1/a$. Por outro lado, ao considerar o limite da deformação axial tendendo ao infinito verifica-se que o valor de $\sigma_1 - \sigma_3$ último é igual a $1/b$. Sabendo disso, e reescrevendo a Equação (2-14) conforme Equação (2-15), pode-se obter os parâmetros E_i e $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ graficamente, como ilustrado na Figura 2-6.

$$\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_3} = a + b\varepsilon_1 \quad (2-15)$$

Figura 2-6 – Curva tensão-deformação transformada, considerando uma regressão linear dos resultados de um ensaio de compressão triaxial.



Fonte: O autor.

Cabe destacar que, conforme já ilustrado na Figura 2-5, o modelo hiperbólico consegue representar o comportamento dos solos até se alcançar a tensão desviadora máxima, sendo que todos os parâmetros que o definem devem ser determinados com base nos resultados até esta tensão (NEVES e CALDEIRA, 2018).

Segundo Neves e Caldeira (2018), apesar dos parâmetros E_i e $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ poderem ser calculados analiticamente, é aconselhável que sejam determinados com auxílio de gráficos, como o apresentado na Figura 2-5, possibilitando ponderar os ensaios mais confiáveis e eliminar inconsistências. Duncan e Chang (1970) recomendam ainda que sejam considerados apenas os resultados correspondentes a 70 a 95% da resistência ao cisalhamento mobilizada, podendo ser usados, na prática, somente estes dois pontos da curva tensão-deformação obtida do ensaio.

No tratamento dos dados e cálculo da regressão linear, Neves e Caldeira (2018) também sugerem que a parte inicial dos ensaios seja eliminada, já que nesse trecho é normal não ser observada linearidade dos dados, devido aos ajustamentos que ocorrem nos equipamentos nessa fase.

Sabe-se que as constantes a e b dependem da tensão de confinamento (σ_3), sendo esperado que E_i e $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ aumentem com σ_3 . Estudos experimentais buscam

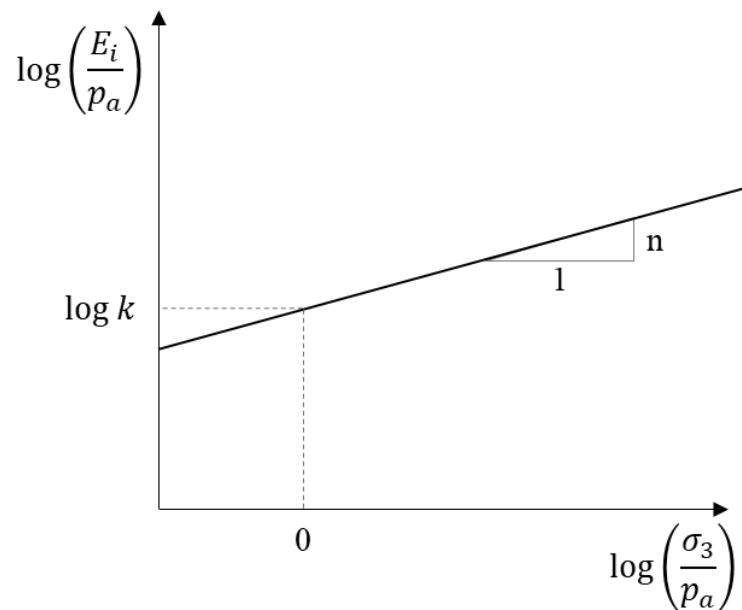
representar a relação de E_i e $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ com a tensão de confinamento a partir de equações empíricas. A expressão proposta por Janbu (1963), largamente utilizada, relaciona E_i e σ_3 segundo a Equação (2-16).

$$E_i = k p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (2-16)$$

Em que k (*modulus number*) e n (*modulus exponent*) são parâmetros adimensionais do material e p_a é a pressão atmosférica expressa na mesma unidade de σ_3 . Para estimativa dos valores de k e n , pode-se representar Equação (2-17) de forma gráfica (Figura 2-7), em escala logarítmica, como:

$$\log \left(\frac{E_i}{p_a} \right) = \log k + n \log \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right) \quad (2-17)$$

Figura 2-7 – Variação do módulo de elasticidade (E_i) com a tensão de confinamento σ_3 .



Fonte: O autor.

A variação de $(\sigma_1 - \sigma_3)_u$ com σ_3 , por sua vez, é levada em consideração por meio da razão de ruptura (R_f), dada conforme Equação (2-18).

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} \quad (2-18)$$

Conforme já sugerido por Duncan e Wong (1974) e reafirmado por Neves e Caldeira (2018), apesar de se observar ligeiro crescimento do valor de R_f com σ_3 , em geral, adota-se um valor médio dos resultados obtidos. Observando a Figura 2-5, nota-se que a razão de ruptura indica o afastamento da curva tensão-deformação em relação à hipérbole calculada.

Espera-se que R_f varie de 0,74 a 1,00 (DUNCAN e CHANG, 1970; DANIEL EOLSONE OLSON, 1974; WONG E DUNCAN, 1974), de acordo com o tipo de solo, sendo considerado constante para o mesmo solo. Daniel e Olson (1974) avaliaram a possibilidade de incorporar ao modelo a variação de R_f com a pressão confinante, porém concluíram que o uso das correlações analisadas poderia levar a maiores erros que o emprego de um valor constante médio de R_f .

Assumindo-se o critério de ruptura de Mohr-Coulomb (ver item 2.2.3), e considerando σ_3 constante ao longo da fase de cisalhamento, pode-se relacionar a tensão desviadora máxima do ensaio com a tensão confinante conforme Equação (2-19).

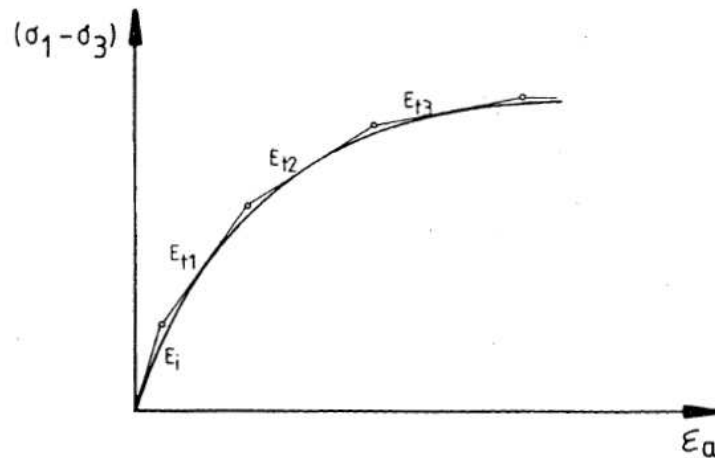
$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2 c \cos\phi + 2 \sigma_3 \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \quad (2-19)$$

Em que são considerados os parâmetros em termos de tensões efetivas.

Enquanto o módulo de elasticidade inicial (E_i) define trecho inicial da curva tensão-deformação, a parte restante é representada por um módulo tangente simples (E_t), dado pela Equação (2-20) e expresso graficamente na Figura 2-8.

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} = \frac{1/E_i}{\left(\frac{1}{E_i} + \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_u} \varepsilon_1\right)^2} \quad (2-20)$$

Figura 2-8 – Variação do módulo de elasticidade tangente (E_t) ao longo da curva tensão-deformação.



Fonte: Fonte: Neumann, 1987.

A Equação (2-20) pode ser reescrita conforme Equação (2-21), em função dos parâmetros c , ϕ , k , n e R_f , anteriormente mencionados.

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f(1 - \text{sen}\phi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2c \cos\phi + 2\sigma_3 \text{sen}\phi} \right]^2 k p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad (2-21)$$

Logo, tem-se a curva tensão-deformação definida pela Equação (2-22).

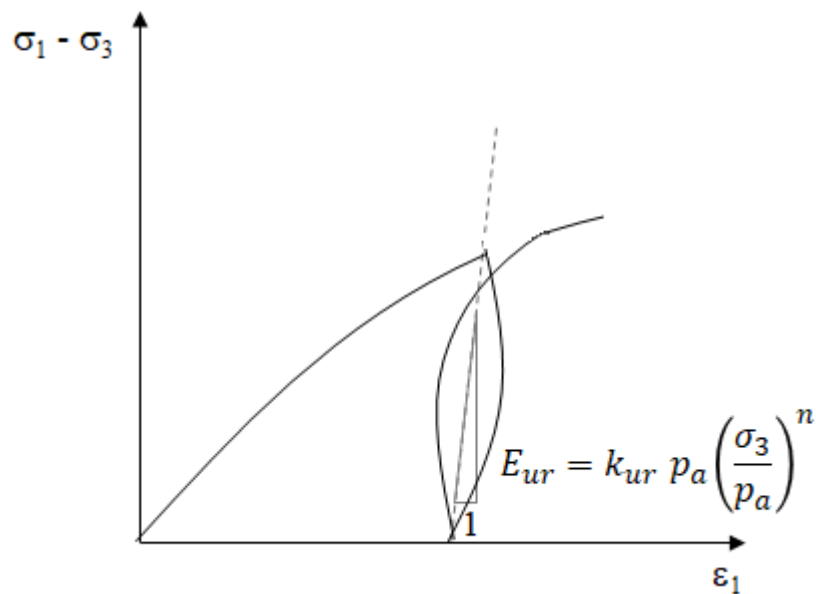
$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{\frac{1}{k p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n} + \frac{\varepsilon_1 R_f}{2c \cos\phi + 2\sigma_3 \text{sen}\phi (1 - \text{sen}\phi)}} \quad (2-22)$$

Caso um elemento sofra ruptura por cisalhamento, isto é, a relação de resistência de Mohr-Coulomb conforme expressa na Equação (2-19) seja excedida, o valor do módulo da tangente é padronizado para um número muito pequeno, sendo equivalente a um solo muito macio. O elemento apresenta grandes deflexões diante de um ligeiro aumento nas tensões.

O comportamento elastoplástico hiperbólico da relação tensão-deformação do solo implica que um elemento, uma vez deformado, não recuperará sua forma inicial se a carga aplicada for removida. Embora se verifique sempre um efeito de histerese, é esperado que, durante o ciclo de descarregamento e recarregamento, seja

observado um comportamento elástico linear (NEVES e CALDEIRA, 2018). Além disso, se o elemento for recarregado a um nível de tensão superior ao anterior, o módulo de elasticidade de descarga-recarga (E_{ur}) se mostra mais íngreme do que o inicial (Figura 2-9). De forma análoga ao proposto na Equação (2-16), pode-se representar a relação entre E_{ur} e σ_3 a partir da Equação (2-23).

Figura 2-9 – Módulo de elasticidade em um ciclo de descarga-recarga.



Fonte: O autor.

$$E_{ur} = k_{ur} p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right)^n \quad (2-23)$$

Em que k_{ur} se apresenta superior ao parâmetro k referente ao carregamento inicial e o valor de n pode ser admitido igual ao estimado no ajuste da Equação (2-16). Duncan et al. (1980) afirmam que o valor de k_{ur} tende a ser em torno de 1,2 vezes o valor de k , no caso de um solo rígido, mas pode atingir até três vezes o valor de k , no caso de solos muito moles. Na ausência de ensaios de compressão triaxial com ciclos de descarregamento e recarregamento, pode-se estimar E_{ur} como três vezes o valor de E_{50} , conforme sugerido por Santichaianant (2002). No que tange à mudança de volume do solo durante o cisalhamento, Duncan et al. (1980) observaram que o módulo de elasticidade volumétrico ou *Bulk Modulus* (B) é capaz de representar esse fenômeno com boa acurácia. Este parâmetro, já definido no item 2.2.2, pode ser determinado pela Equação (2-24).

$$B = \frac{\Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2 + \Delta\sigma_3}{3\varepsilon_v} \quad (2-24)$$

Em ensaios de compressão triaxial drenados convencionais, em que a tensão desviadora aumenta enquanto a tensão confinante é mantida constante, e considerando $\sigma_2 = \sigma_3$, a Equação (2-24) pode ser reduzida à Equação (2-25).

$$B = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{3\varepsilon_v} \quad (2-25)$$

Portanto, o valor de B pode ser calculado a partir de qualquer ponto na curva tensão-deformação e sua correspondente variação volumétrica. Avaliando-se os módulos para diferentes níveis de tensão confinante, Duncan et al. (1980) observaram que B cresce com a tensão confinante, seguindo a relação proposta na Equação (2-26), analogamente ao módulo inicial e de descarga-recarga.

$$B = k_b p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^m \quad (2-26)$$

Em que k_b (*bulk modulus number*) e m (*bulk modulus exponent*) são parâmetros adimensionais do material, ajustados com base nos resultados experimentais.

2.2.5 Modelo Cam-Clay e Cam-Clay Modificado

Os modelos Cam-Clay e Cam-Clay modificado são modelos elastoplásticos, isotrópicos, com endurecimento. Como modelos elastoplásticos, as equações constitutivas dos modelos Cam-Clay e Cam-Clay modificado fundamentam-se no entendimento de que uma grande porção do volume ocupado por uma massa de solo consiste em vazios que podem ser preenchidos por fluidos (principalmente ar e água). Como resultado, as deformações no solo são acompanhadas por alterações de volume significativas, e muitas vezes não reversíveis. Assim, uma grande vantagem dos modelos elastoplásticos é sua capacidade de modelar mudanças de volume de forma mais realista.

A denominação Cam-Clay é atribuída ao modelo formulado para descrever o comportamento tensão-deformação de solos, desenvolvido por pesquisadores da Universidade de Cambridge, utilizando também resultados de outros pesquisadores. Ao primeiro modelo (Roscoe e Schofield, 1963), descrito também em detalhes por Schofield e Wroth (1968), atribui-se o nome Cam-Clay. Posteriormente, Roscoe e Burland (1968) apresentaram uma modificação deste modelo, sendo então chamado de Cam-Clay Modificado. Uma análise detalhada dos fundamentos e aplicações destes métodos está presente nos trabalhos apresentados por Borja e Lee (1990); Borja (1991) e Peric (2006).

Ambos os modelos descrevem três aspectos importantes do comportamento do solo, sendo estes: resistência, compressão ou dilatância (mudança de volume que ocorre com o cisalhamento) e estado crítico.

Estes modelos se baseiam na teoria do estado crítico, em que os elementos do solo sofrem deformações sem alterações de tensão ou volume. Na mecânica dos solos do estado crítico, durante um ensaio de compressão triaxial, descreve-se o estado de uma amostra de solo a partir de três parâmetros principais: tensão normal efetiva média (p'), tensão desvio (q) e volume específico (v) ou índice de vazios (e). O volume específico é definido como:

$$v = 1 + e \quad (2-27)$$

Para o cálculo da tensão média (p), considera-se a tensão principal intermediária igual à tensão principal menor ($\sigma_2 = \sigma_3$). Sendo assim, no modelo, trabalha-se com as componentes de tensão p' e q , definidas da seguinte forma:

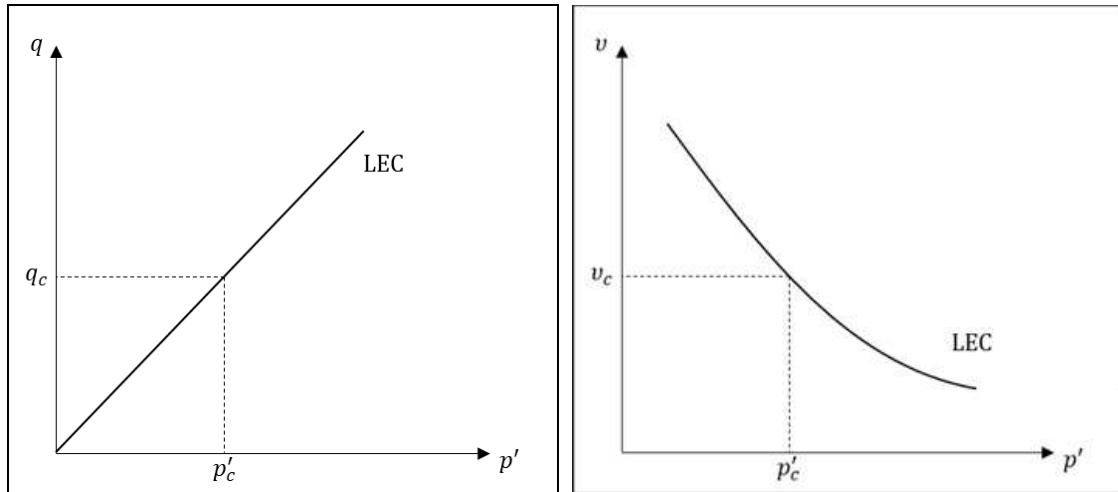
$$p' = \frac{\sigma_1' + 2\sigma_3'}{3} \quad (2-28)$$

$$q = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (2-29)$$

Quando amostras são cisalhadas, para deformações superiores a 10%, elas tendem a se aproximar do estado crítico. A partir dos pontos correspondentes a este estado

$(p'; q; v)$, define-se, então, a linha de estado crítico (LEC). A Figura 2-10 ilustra uma LEC obtida de ensaios triaxiais drenados e não drenados, nos planos (p', q) e (p', v) .

Figura 2-10 – Linha de estados críticos (LEC) obtida a partir de ensaios triaxiais: a) no plano (p', q) ; (b) no plano (p', v) .



Fonte: O autor.

A inclinação da linha de estado crítico no plano $(p' \times q)$ corresponde à constante denominada M . Sendo assim, tem-se:

$$q_c = M p'_c \quad (2-30)$$

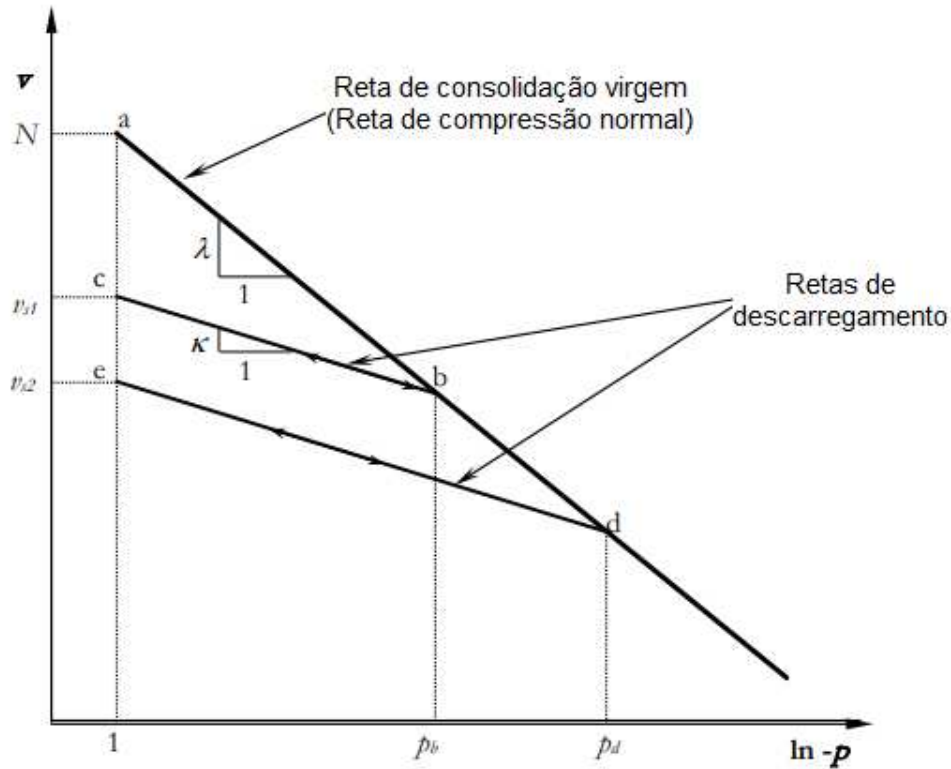
Em que o índice c indica o estado crítico.

O parâmetro M é uma constante para um determinado solo, pois representa propriedades intrínsecas do material. Tal parâmetro é utilizado nas formulações das equações constitutivas dos modelos Cam-Clay e Cam-Clay Modificado, juntamente com outras duas constantes também características: λ e κ , descritas a seguir.

Os modelos assumem que, quando uma amostra de solo mole é carregada lentamente, sob condições isotrópicas e em condições perfeitamente drenadas, a relação entre o volume específico e a tensão média consiste em uma linha reta de consolidação virgem (também conhecida como a linha de compressão normal - LCN) e um conjunto de linhas de expansão (ver Figura 2-11). As linhas de expansão também são chamadas de linhas de descarga-recarga. Logo, as constantes λ e κ

correspondem, respectivamente, às inclinações do trecho de compressão virgem e da curva de recuperação elástica de descarregamento-recarregamento.

Figura 2-11 - Representação do comportamento do solo sob compressão e expansão isotrópicas.



Fonte: adaptado de Neves, 2016.

O comportamento representado na Figura 2-11 pode ser observado, de maneira semelhante, em ensaios de compressão com deformação unidimensional, como o ensaio de adensamento edométrico ou na fase adensamento do ensaio de cisalhamento direto. Segundo Neves (2016), ao se comparar os resultados dos ensaios de compressão isotrópica com os de compressão unidimensional, nota-se que os valores de λ e κ são, aproximadamente, iguais, divergindo apenas o valor de volume específico correspondente a $p' = 1,0$ kPa, tornando as retas resultantes paralelas e não coincidentes.

Outro fundamento admitido na formulação dos modelos Cam-Clay e Cam-Clay Modificado é a existência de uma superfície limite dos estados, também considerada uma superfície de cedência, de tal forma que, enquanto o estado do solo se mantiver na superfície limite, coexistem deformações elásticas e plásticas. No

entanto, caso o estado se desloque para o interior dessa superfície só há deformações elásticas. Definem-se, ainda, as curvas de cedência (ou escoamento) como sendo linhas de interseção das paredes elásticas com essa superfície limite.

A principal diferença entre os modelos Cam-Clay e Cam-Clay Modificado se refere às equações que descrevem as curvas de cedência e, conseqüentemente, à superfície limite dos estados. Enquanto no modelo Cam-Clay as curvas são espirais logarítmicas, no modelo Cam-Clay modificado elas são elípticas. Isto faz com que as equações constitutivas do modelo Cam-Clay superestimem os valores de incrementos de deformação para valores pequenos de tensão cisalhante, além de prever deformações cisalhantes em compressão isotrópica (LODI, 1998; NEVES, 2016).

No presente estudo, adotou-se o modelo Cam-Clay Modificado, devido à sua possibilidade de utilização mais generalizada, por definição. Já definidos seus princípios básicos, é então possível apresentar as equações constitutivas do modelo. Para os estados situados na superfície limite, ou seja, para incrementos de deformações elastoplásticas distorcionais (ε_s) e volumétricas (ε_v), tem-se:

$$\delta\varepsilon_s = \frac{1}{vp'} \left\{ \left[\frac{(\lambda - \kappa)4\eta^2}{(M^2 + \eta^2)(M^2 - \eta^2)} + \frac{g}{3} \right] \delta q + \left[\frac{\eta - \kappa}{M^2 + \eta^2} 2\eta \right] \delta p' \right\} \quad (2-31)$$

$$\delta\varepsilon_v = \frac{1}{vp'} \left\{ \left[\frac{\lambda - \kappa}{M^2 + \eta^2} 2\eta \right] \delta q + \left[\frac{\lambda - \kappa}{M^2 + \eta^2} (M^2 - \eta^2) + \kappa \right] \delta p' \right\} \quad (2-32)$$

Em que $\eta = q/p'$, refletindo o estado corrente do solo, e g sendo um parâmetro do solo que descreve sua rigidez distorcional, tal que $G/B = \kappa/g$.

Para os estados que se situam no interior da superfície limite, utilizam-se as Equações (2-31) e (2-32), adotando $\kappa = \lambda$.

Em suma, o modelo Cam-Clay Modificado é definido pelos parâmetros de entrada intrínsecos do solo (M , λ , κ , g), associados aos parâmetros de estado corrente (v , p' , η).

2.2.6 Modelo NorSand

O NorSand é um modelo constitutivo elastoplástico com amolecimento/endurecimento, assim como o Cam-Clay, baseado na mecânica do solo em estado crítico. Embora as ideias fundamentais que embasam os modelos Cam-Clay também façam parte do NorSand, algumas diferenças importantes tornam este último um modelo mais específico para modelagem de comportamento de areias. Logo, ter um bom entendimento dos modelos Cam-Clay auxilia na compreensão do NorSand.

Conforme destacado por Jefferies e Shuttle (2005), o modelo NorSand foi desenvolvido durante os anos 80 e 90, originado de observações a respeito do comportamento de areias e, especialmente, da experiência adquirida na construção de aterros hidráulicos. A análise das ocorrências de liquefação estática durante a construção dessas estruturas contribuiu para o desenvolvimento do modelo de Jefferies (1993). Muitas otimizações do modelo foram propostas desde então, sendo que a versão embutida em grande parte dos *softwares* (SIGMA / W, RS2, RS3, PLAXIS etc.) é baseada, principalmente, nos trabalhos de Jefferies e Been (2015) e Jefferies et al. (2015).

Como o próprio nome indica, NorSand foi desenvolvido principalmente para modelar o comportamento de areias, soltas e densas, em condições drenadas e não drenadas, baseando-se na relação entre o índice de vazios e o comportamento do solo. No entanto, como já destacado por Jefferies e Shuttle (2005), o modelo é aplicável a qualquer tipo de solo no qual as interações entre as partículas são controladas por forças de contato e deslizamentos, ao invés de ligações. Logo, o NorSand pode também ter um bom desempenho para modelagens de siltes e rejeitos. Do mesmo modo, não há razão para que NorSand não seja adequado para modelar o comportamento da argila, dadas suas raízes do modelo Cam-Clay (JEFFERIES et al., 2015).

Diante do exposto, percebe-se que a principal vantagem do modelo NorSand é a consideração de um parâmetro de estado (ψ), correspondente à diferença entre o índice de vazios atual do solo e o índice de vazios em seu estado crítico, caracterizando o comportamento dilatante ou contrátil do solo. Sendo assim, é possível superar a limitação dos modelos Cam-Clay quanto à representação do

comportamento dilatante observado em areias densas e do comportamento de areias soltas, principalmente relacionado ao fenômeno de liquefação.

Assim como os demais modelos constitutivos elastoplásticos, NorSand é definido por três componentes principais: superfície de escoamento, lei de fluxo e lei de endurecimento. Tais aspectos são descritos detalhadamente por Jefferies e Been (2015). Neste trabalho, os autores apresentam também de forma resumida as equações utilizadas pelo modelo, considerando uma direção fixa para a tensão principal, conforme Tabela 2-1.

Tabela 2-1 – Resumo das equações utilizadas pelo modelo constitutivo NorSand.

Aspectos do modelo NorSand	Equações
	$\psi_i = \Psi - \lambda \ln\left(\frac{\bar{\sigma}_{m,i}}{\bar{\sigma}_m}\right), \text{ onde } \Psi = e - e_c$
Parâmetros internos do modelo	$\chi_i = \chi_{tc} / \left(1 - \frac{\chi_{tc} \lambda}{M_{tc}}\right)$ $M_i = M \left(1 - \frac{\chi_i \psi_i }{M_{tc}}\right)$
Estado crítico	$e_c = \Gamma - \lambda \ln(\bar{\sigma}_m) \text{ e } \eta_c = M, \text{ onde}$ $M = M_{tc} - \left(\frac{M_{tc}^2}{3 + M_{tc}}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$
Superfície de escoamento e cap interno	$\frac{\eta}{M_i} = 1 - \ln\left(\frac{\bar{\sigma}_m}{\bar{\sigma}_{m,i}}\right),$ $\text{em que } \left(\frac{\bar{\sigma}_m}{\bar{\sigma}_{m,i}}\right)_{max} = \exp\left(-\frac{\chi_i \psi_i}{M_{tc}}\right)$
Lei de endurecimento	$\frac{\dot{\bar{\sigma}}_{m,i}}{\bar{\sigma}_{m,i}} = H \frac{M_i}{M_{itc}} \left(\frac{\bar{\sigma}_m}{\bar{\sigma}_{m,i}}\right)^2 \left[\exp\left(\frac{-\chi_i \psi_i}{M_{tc}}\right) - \frac{\bar{\sigma}_{m,i}}{\bar{\sigma}_m} \right] \dot{\varepsilon}_q^p$
Dilatância	$D^p = M_i - \eta$
Elasticidade	$I_r = \frac{G}{\bar{\sigma}_m} \text{ e } \nu = \text{constante}$

Fonte: adaptado de Jefferies e Been, 2015.

Por se tratar de um modelo bastante abrangente, o NorSand exige a definição de dez parâmetros para contemplar todos os comportamentos ao longo da faixa de

índices de vazios alcançáveis. A Tabela 2-2 resume as propriedades do solo usadas no modelo, usadas para definir a linha de estados críticos (CSL) de referência, o comportamento plástico e elástico. A Tabela 2-2 também indica a faixa de valores comumente encontrados nas areias (JEFFERIES E BEEN, 2015).

Tabela 2-2 – Parâmetros do solo utilizados pelo modelo constitutivo NorSand e valores típicos para areias

Parâmetro	Intervalo típico	Observação
CSL		
Γ	0,9 – 1,4	Valor de volume específico (v) correspondente a $p = 1$ kPa, de acordo com a CSL.
λ	0,01 – 0,07	Inclinação da CSL, definida no plano $v \times \ln p'$
Plasticidade		
M_{tc}	1,2 - 1,5	Taxa de atrito crítica (inclinação da CSL no plano $q \times p'$), tendo a compressão triaxial como condição de referência
N	0,2 – 0,5	Coefficiente de acoplamento volumétrico para energia inelástica armazenada
H	25 - 500	Módulo de endurecimento plástico para carregamento, geralmente $f(\psi)$; como uma primeira estimativa para refinamento, use $H = 4/\lambda$
χ_{tc}	2 - 5	Relaciona dilatância máxima com ψ . Compressão triaxial como condição de referência
Elasticidade		
I_r	100 - 600	Rigidez ao cisalhamento adimensional ($G_{m\acute{a}x}/p'$)
ν	0,1 – 0,3	Coefficiente de Poisson

Fonte: adaptado de Jefferies e Been, 2015.

Conforme apresentado na Tabela 2-2 e destacado por Jefferies e Been (2015), o comportamento do solo quanto às deformações de cisalhamento elásticas é

incorporado ao modelo a partir do módulo de cisalhamento elástico, sendo G_{max} definido pela Equação (2-33).

$$G_{m\acute{a}x} = G_{ref} \left(\frac{p'}{p'_{ref}} \right)^n \quad (2-33)$$

Em que G_{ref} é o módulo de cisalhamento correspondente à tensão de confinamento p'_{ref} , p' é a tensão de confinamento atual e o expoente n é dependente do tipo de solo. Sendo assim, $n = 0$ indica um módulo constante, $n = 1$ está associado a argilas e $n = 0,5$ geralmente representa o comportamento das areias (JEFFERIES E BEEN, 2015).

A aplicação do modelo NorSand nos *softwares* de engenharia geotécnica permite ainda a definição do valor mínimo de módulo de cisalhamento elástico a ser adotado nas simulações numéricas. Este limite garante que o valor calculado para o módulo seja superior a um valor conhecido pelo usuário, de modo que os resultados sejam mais representativos.

Cabe destacar que, além dos parâmetros de entrada referentes às características intrínsecas do solo (Tabela 2-2), o modelo requer ainda o conhecimento das condições iniciais do solo, como já mencionado na Tabela 2-1, sendo estes: parâmetro de estado inicial (ψ_0) e condição inicial de consolidação, podendo ser representada pela razão de pré-adensamento (OCR) ou tensão de pré-adensamento (σ_{vm}).

3 TECNOLOGIAS DE DISPOSIÇÃO DE REJEITOS

3.1 Contextualização

De acordo com a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) NBR 13028:2017, rejeito é todo e qualquer material descartado durante o processo de beneficiamento de minério.

Segundo Boscov (2008), o tipo de minério e o processo de beneficiamento a que foi submetido alteram consideravelmente as características mineralógicas, físico-químicas e geotécnicas dos rejeitos. Quanto à sua granulometria, os rejeitos variam entre areias finas a coloides. Denominados lamas, os rejeitos finos possuem grãos de diâmetro menor ou igual a 0,074 mm, e os de textura mais grossa, são chamados rejeitos granulares.

Os rejeitos podem ser dispostos de diferentes formas e com características distintas, visto que o modelo de disposição é influenciado pela natureza do processo de mineração, as condições geológicas e topográficas da região, as propriedades mecânicas dos materiais, o poder de impacto ambiental de contaminantes dos rejeitos e as condições climáticas da região (IBRAM, 2016).

Dentre os principais métodos para a disposição do rejeito, pode-se destacar: disposição em minas subterrâneas, disposição em cavas exauridas de minas, empilhamento a seco (método “dry stacking”), disposição de rejeito filtrado, espessado ou em pasta, codisposição e disposição compartilhada de rejeitos e estéreis e barragens de contenção de rejeitos.

As denominações dadas para as consistências e metodologias de disposição dos rejeitos podem ser muito variáveis. Dessa forma, para um melhor entendimento do escopo do presente do estudo, apresenta-se a definição de alguns termos relacionados ao tema, conforme descrito por Watson et al. (2010):

- Disposição de rejeitos filtrados: envolve a remoção de água dos rejeitos por métodos à vácuo (filtros de tambor, disco ou correia) ou pressão (filtros-prensa ou filtros de correia). Os rejeitos são desaguados para teores de sólidos superiores a 85%. A “torta seca” (*dry cake*) ou “torta filtrada” (*filter cake*) requer transporte por caminhão ou esteira.

- Disposição de rejeitos de pasta: envolve a desidratação do rejeito em espessadores de pasta especializados, ou espessadores denominados “*ultra-high-density*”, atingindo uma densidade de pasta que ainda é bombeável. Os teores de sólidos (T_s) esperados nesses métodos são geralmente entre 70 e 85% (em peso). Bombas de deslocamento positivo ou equipamentos semelhantes são necessários para transportar a pasta. Bombas centrífugas podem ser capazes de bombear até uma tensão de escoamento de cerca de 200 Pa (Boger et al., 2006).
- Disposição de rejeitos espessados: envolve a produção de uma pasta de rejeitos que tende a não segregar na disposição, usando espessadores por gravidade de alta densidade (*high-density*) ou de cone profundo (*deep cone*). As densidades dos rejeitos espessados, geralmente, variam de 50 a 70% de sólidos em peso ($50\% < T_s < 70\%$). A pasta espessada pode ser bombeada usando bombas centrífugas.
- Disposição de rejeitos convencionais: envolve a disposição da polpa de rejeitos da usina em um teor de sólidos entre 25 a 45%. A denominação de rejeitos convencionais também pode ser atribuída às polpas produzidas em espessadores rasos, com teores de sólidos da ordem de 30 a 55%. Este tipo de disposição ainda permite a recuperação de uma parcela da água utilizada no processo para reutilização da usina, além de possibilitar um transporte e controle de disposição menos onerosos. Com isso, o método convencional é atualmente o método de disposição de rejeitos mais comum usado nas minas.
- Desaguamento: desaguamento refere-se à atividade empregada para remover água e produzir um material com um maior teor de sólidos, com auxílio de espessadores ou filtragem.

Conforme destacado pelos autores, os teores de sólidos apresentados nas definições acima são valores de referência apenas para comparação entre os métodos. O comportamento reológico real dos rejeitos (com base na tensão de escoamento, mineralogia da argila e outros fatores) condicionará a escolha e eficácia dos vários métodos de manejo e disposição dos rejeitos.

O estudo de caso apresentado no presente trabalho trata de rejeitos filtrados dispostos em pilhas. Logo, este método é tratado de forma mais detalhada a seguir.

3.2 Empilhamento de Rejeito Filtrado

A disposição dos rejeitos filtrados em pilhas vem ganhando cada vez mais a atenção do setor de mineração, sendo avaliada como uma alternativa no manejo deste material, dado os últimos eventos de falhas catastróficas de barragens.

Como introduzido no item 3.1, a filtragem de rejeitos pode ocorrer por meio de pressão ou vácuo. Davies (2011) destaca que a natureza do rejeito é um aspecto importante quando se considera o processo de filtragem, envolvendo não só a sua distribuição granulométrica, mas também a mineralogia. Em particular, altas porcentagens de minerais de argila com diâmetros inferiores a 74 μm (com destaque não apenas para a dimensão, mas também para a mineralogia da argila) tendem a contraindicar uma filtração eficaz. Além disso, substâncias residuais como betume podem criar dificuldades especiais para uma planta de filtração.

Jahromi et al. (2021) complementam, com base nos trabalhos de Dong et al. (2009), Ni et al. (2006) e Day (2002), que, em geral, as variáveis que influenciam o processo de filtragem podem ser classificadas em três grupos: as especificações técnicas do dispositivo de filtragem utilizado (como a diferença máxima entre as pressões produzidas em ambos os lados do meio de filtragem, tempo de filtragem, tipo de meio filtrante, volume do dispositivo e área de filtragem), as características dos materiais a serem filtrados (como a densidade, temperatura, viscosidade, peso específico e pH da polpa, bem como o tamanho e forma das partículas), e o tipo de material usado para melhorar o desempenho do processo de filtragem (como o floculante, coagulante e agentes auxiliares de filtragem).

Na escolha do melhor método de filtragem a ser aplicado e seu dimensionamento, considerando as perspectivas técnicas e econômica, pode-se dispor de ensaios de laboratório, como teste de folha (*leaf test*), teste de filtragem à pressão em escala reduzida, entre outros, ou ainda com auxílio de teste em planta-piloto.

Sob o ponto de vista do planejamento e dimensionamento das plantas de filtragem, é também importante antecipar as mudanças mineralógicas e de moagem que podem ocorrer ao longo da vida útil do projeto. Os sistemas de filtragem avaliados na fase de estudos de viabilidade devem ser capazes de expandir / contrair prontamente com mudanças futuras na mina com o menor impacto econômico (DAVIES, 2011).

Segundo Watson et al. (2010), a motivação para a implementação do método de disposição de rejeitos filtrados está muitas vezes relacionada a um dos seguintes aspectos:

- Melhor reaproveitamento da água: um suprimento de água limitado é um fator importante na opção pela filtragem dos rejeitos, uma vez que esta pode ajudar a maximizar a conservação e a reciclagem da água.
- Conservação de espaço: como os rejeitos filtrados são armazenados em um maior teor de sólidos, eles podem demandar uma área de armazenamento muito menor do que os rejeitos convencionais.
- Riscos ambientais reduzidos: riscos ambientais, incluindo o potencial de impacto em águas subterrâneas e rupturas em aterros / barragens / diques são muito mais baixas com a disposição de rejeitos filtrados, desde que possam ser compactados em densidades que evitem a liquefação. No caso dos rejeitos filtrados apresentarem boas propriedades geotécnicas e baixa permeabilidade, espera-se que estes apresentem menos riscos ambientais.
- Pressões regulatórias: os regulamentos ambientais tornaram-se mais rigorosos, o que está influenciando as decisões das empresas de mineração em relação a disposição de rejeitos filtrados.
- Melhor manejo em climas frios: as condições climáticas podem tornar o manuseio da água difícil, tornando a disposição de rejeitos filtrados atraente.
- Menos limitações topográficas: as configurações topográficas dos locais de disposição podem limitar a viabilidade do manejo de rejeitos da forma convencional.

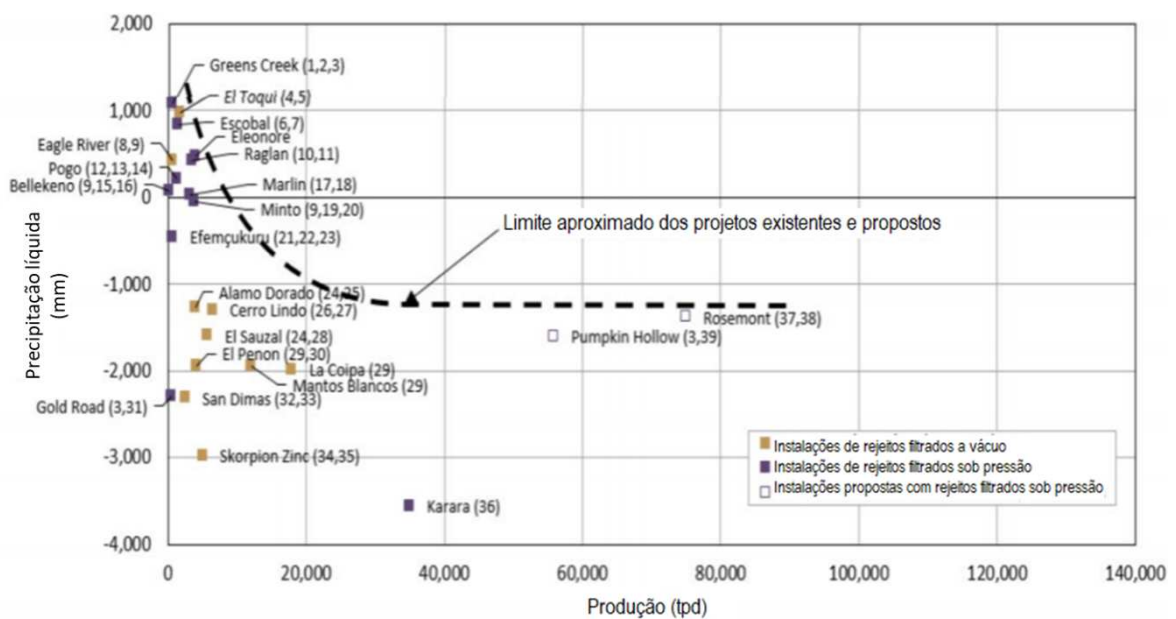
Apesar das vantagens mencionadas anteriormente, há ainda grandes desafios de engenharia a serem superados para viabilidade de implementação dessa metodologia de forma mais generalizada.

Crystal et al. (2018) destaca que ainda permanece uma incerteza significativa da indústria relacionada à obtenção de um sistema de filtragem e empilhamento economicamente viável em altas produtividades (da ordem de 50.000 a 100.000 toneladas por dia - tpd ou mais). Preocupações relacionadas à eficiência e custo de filtragem, manejo eficiente dos materiais e disposição em altas taxas de produção e controle operacional para atingir estabilidade geotécnica estão entre os desafios a

serem enfrentados. A autora ainda aponta que a estabilidade física de pilhas projetadas com alturas que atingem 100 a 200 m - uma consequência dos volumes de produção planejados na ordem de 50.000 a 100.000 tpd ou mais – demanda cautela com relação às premissas de projeto e às resistências e densidades alcançável para os materiais empilhados, afetando a performance geral da estrutura.

Patterson et al. (2016) acrescenta ainda as limitações relacionadas às condições climáticas. O autor apresenta, na Figura 3-1, a relação entre a precipitação líquida (precipitação anual média menos a evaporação anual média) e a taxa de produção de rejeito diária para vários projetos onde é praticada a disposição de rejeitos filtrados. Mais informações a respeito dos casos relacionados pelo autor podem ser encontradas nas referências citadas no referido trabalho.

Figura 3-1 – Casos históricos de projetos de rejeitos filtrados, considerando a relação entre a precipitação líquida *versus* taxa de produção diária.



Fonte: adaptado de Patterson et al., 2016.

As principais conclusões dessa análise de casos históricos podem ser relacionadas a seguir:

- Projetos de disposição de rejeitos filtrados de até 35.000 tdp (toneladas por dia) estão em construção ou em operação; no entanto, eles estão inseridos, principalmente, em locais de climas quentes e áridos (baixa precipitação e alta evaporação).

- Projetos de disposição de rejeitos filtrados em superfície em climas úmidos (> 1300 mm/ano de precipitação) são poucos e operam para taxas de produção inferiores a 4000 tdp. Esses projetos costumam ter opções alternativas de armazenamento durante os períodos úmidos ou frios. Tais alternativas podem incluir aterro subterrâneo, galpões cobertos ou disposição em áreas não estruturais da pilha.
- A filtragem com pressão (filtros-prensa) normalmente é necessária para atingir o teor de umidade ótimo para compactação, a fim de atender aos requisitos de estabilidade. Os projetos que usam filtragem a vácuo são normalmente em climas áridos e dependem da secagem do rejeito ao ar após a disposição para que este atinja o teor de umidade necessário para compactação, no caso de zonas estruturais.
- As principais razões pelas quais os projetos avaliados adotaram o método de disposição de rejeitos filtrados incluem:
 - recuperação de água em regiões onde a água é escassa;
 - preenchimento de minas subterrâneas;
 - topografia íngreme exigindo grande volume do maciço da barragem para armazenamento dos volumes de rejeitos previstos, conforme os métodos convencionais;
 - ausência de material de empréstimo disponível localmente para a construção de barragens;
 - grandes custos envolvidos na implantação e gerenciamento de métodos de disposição convencionais para projetos menores;
 - dificuldade no manejo de rejeitos de polpa em baixas produtividades em climas frios (dutos sujeitos a congelamento etc.);
 - redução da área impactada pelos rejeitos em um ambiente sensível; e
 - expansão de uma instalação existente empilhando rejeitos filtrados sobre rejeitos convencionais.
- Muitos projetos de rejeitos filtrados tiveram dificuldades iniciais em atingir o teor de umidade e rendimento (taxa de produção) desejados. As medidas de mitigação adotados envolveram a operação com taxas de produção mais baixas, adição de filtros, adição de cimento ou cal aos rejeitos filtrados, adoção de um tempo maior de secagem ao ar dos rejeitos e/ou construção de uma instalação de rejeitos convencionais temporária ou reserva (escape).

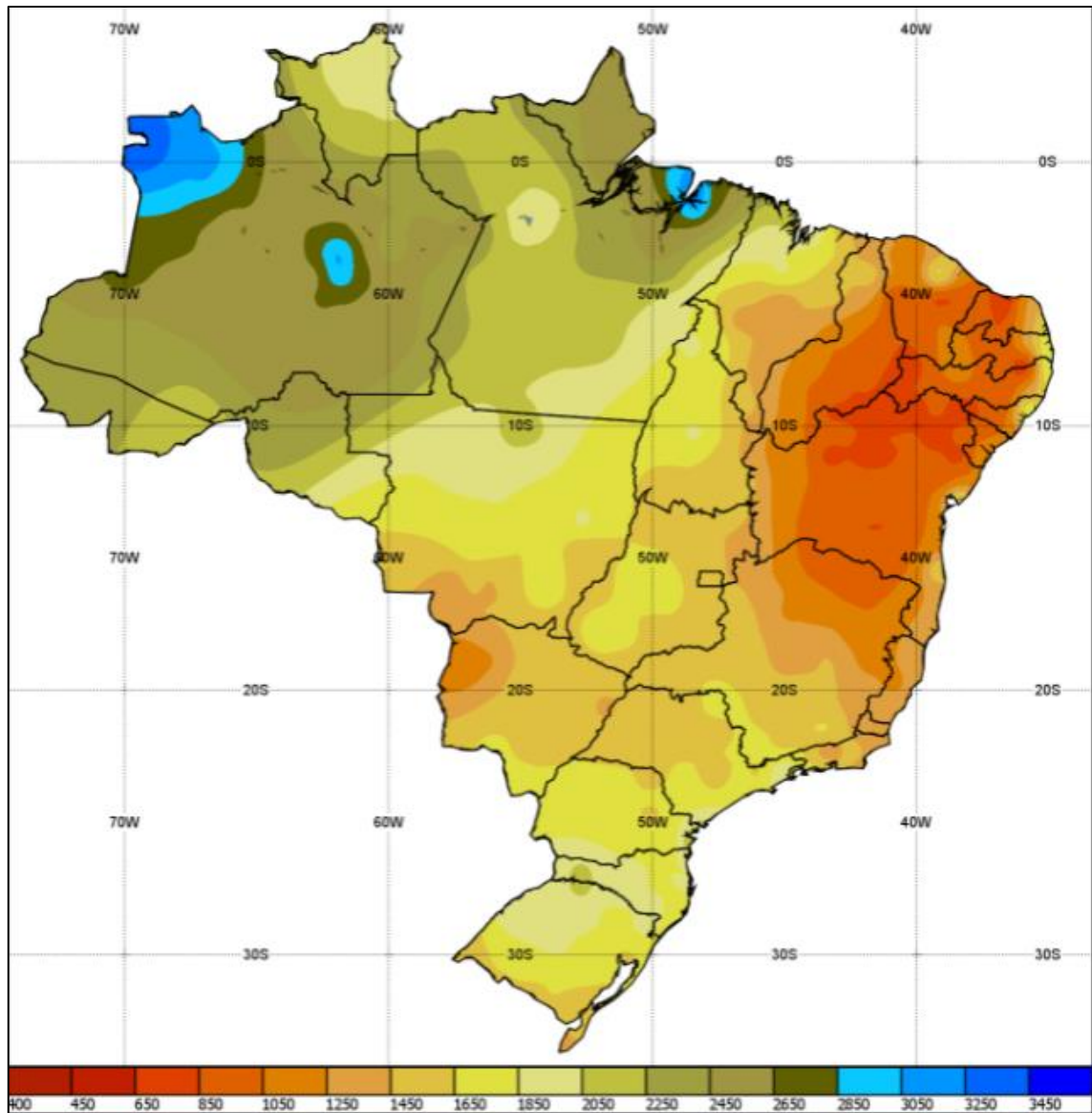
- Processos erosivos das superfícies inclinadas em rejeitos filtrados e controle de sedimentos durante as chuvas são aspectos que devem ser bem gerenciados no sistema.
- Estruturas de armazenamento de água são necessárias para coleta e tratamento do fluxo resultante da infiltração e escoamento superficial na área de disposição. A dimensão necessária para desta estrutura depende da área de projeção do sistema, bacia de contribuição, clima, qualidade da água e os limites de vazões residuais e captadas.

Corroborando a necessidade de estudos adicionais nesse tema, Amoah et al. (2018) discutem ainda quanto à lacuna de conhecimento existente a respeito das propriedades do solo não saturado, sendo esta compreensão necessária para entender o desempenho dos rejeitos não saturados dispostos nas pilhas, especialmente os comportamentos hidráulico e de resistência ao cisalhamento.

No referido estudo os autores apresentam ensaios de laboratório realizados com o objetivo de avaliar as propriedades não saturadas de rejeitos de magnetita para entender as diferenças características entre as propriedades saturadas e insaturadas, especialmente as características de retenção de água e propriedades de resistência. Os resultados mostram que em rejeitos filtrados não saturados com baixo valor de entrada de ar (valor da sucção mátrica a partir do qual o ar começa a entrar nos vazios maiores do solo) e em áreas de baixa precipitação com alta evaporação, desenvolvem-se grandes sucções matriciais. Essas sucções podem controlar o desempenho hidráulico e a resistência ao cisalhamento do empilhamento.

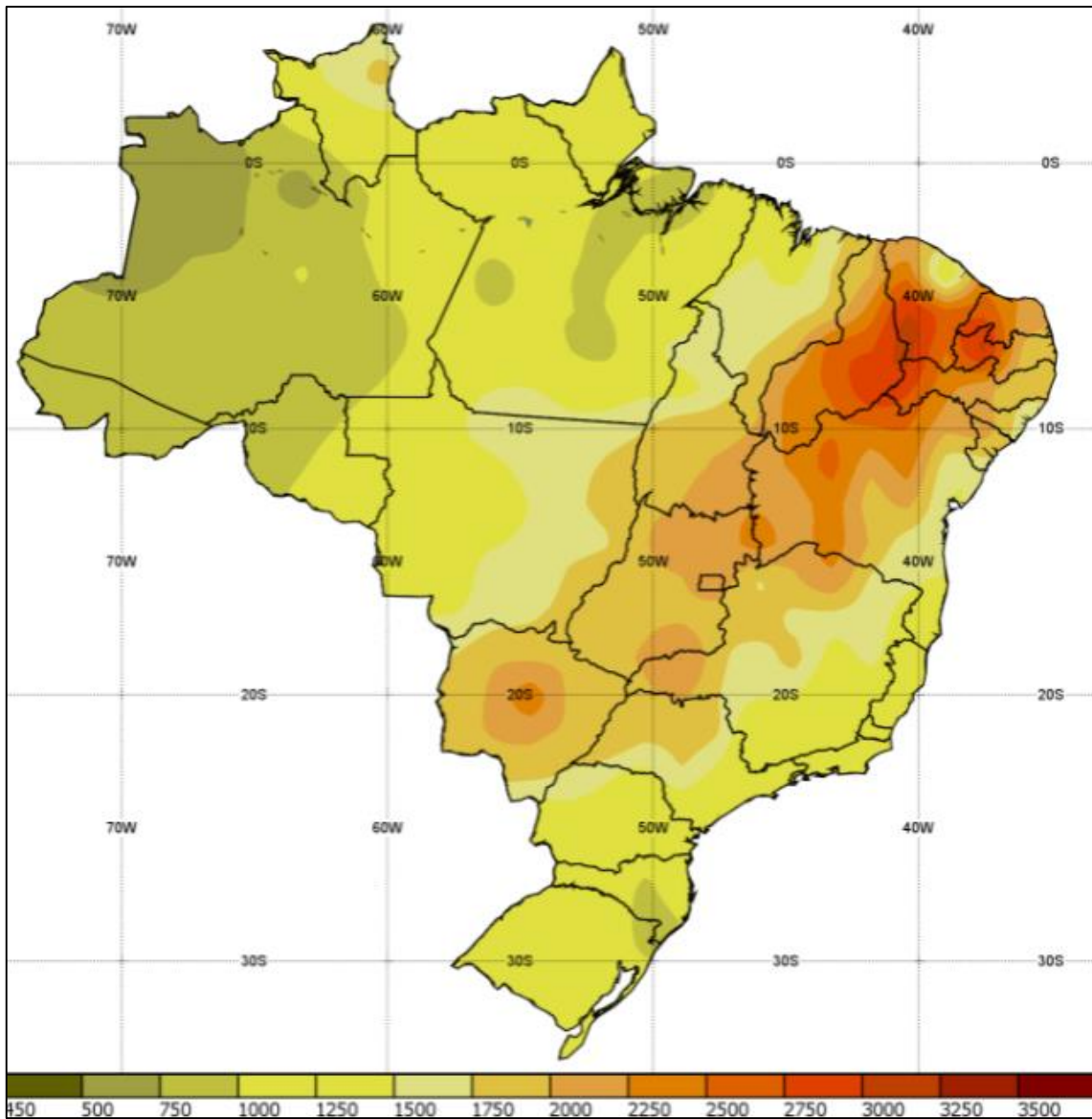
No contexto brasileiro, nota-se que grande parte das áreas de exploração mineral em volumes significativos estão inseridas em regiões de balanço hídrico positivo, ou seja, zonas com precipitações anuais médias superiores aos valores de evaporação anual médio, como pode observado a partir da confrontação entre a distribuição no território brasileiro da precipitação acumulada anual (Figura 3-2), evaporação total anual (Figura 3-3) e províncias minerais (Figura 3-4). Dessa forma, a disposição de elevadas quantidades de rejeitos produzidos diariamente se torna algo desafiador técnica e economicamente.

Figura 3-2 - Distribuição da precipitação acumulada anual no território brasileiro, com base nos dados amostrados no período 1981-2010.



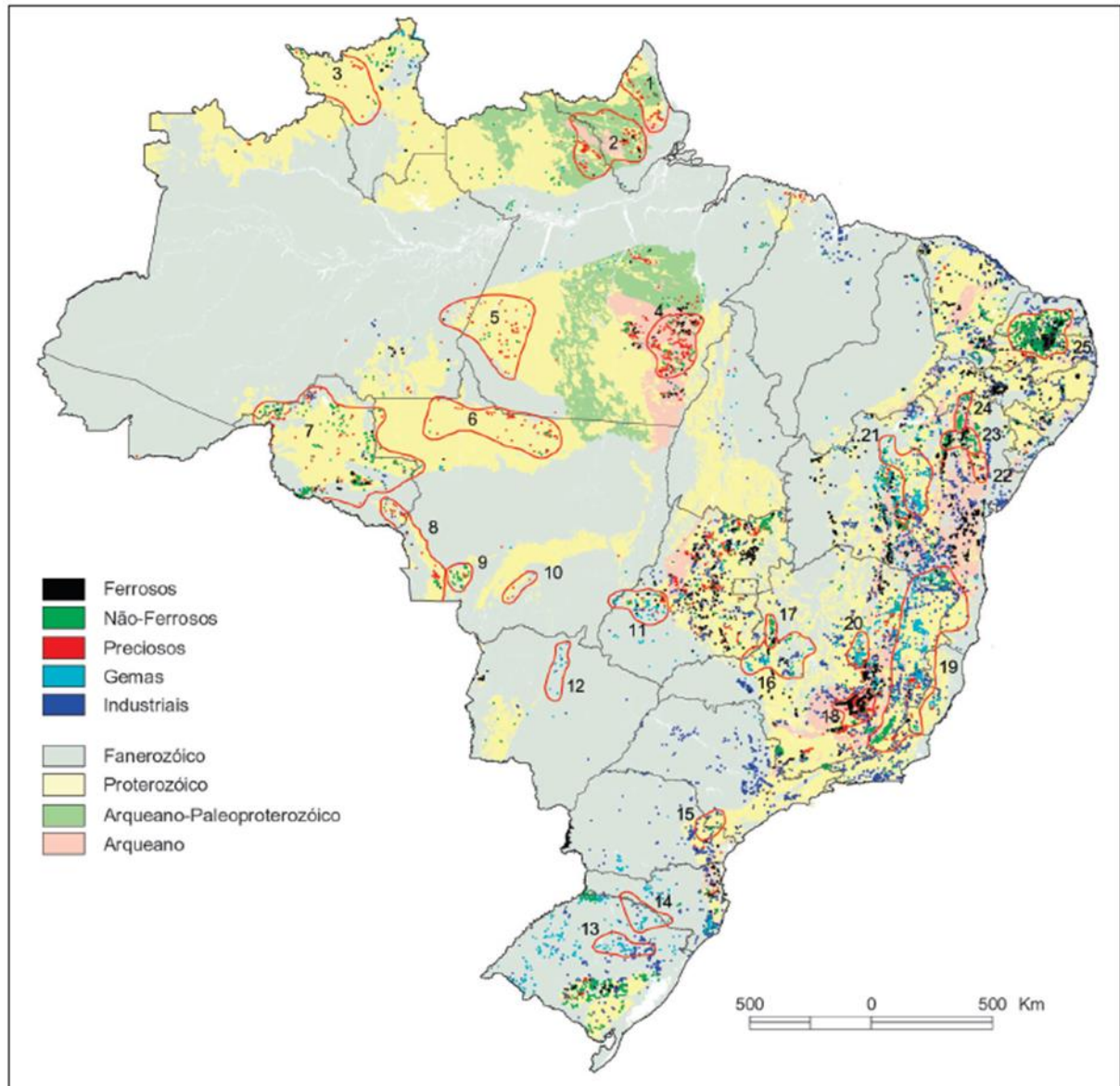
Fonte: INMET, 2021

Figura 3-3 - Distribuição da evaporação total anual no território brasileiro, com base nos dados amostrados no período 1961-1990.



Fonte: INMET, 2021

Figura 3-4 – Principais províncias e distritos minerais do Brasil. Fonte do mapa-base: Mapa de Recursos Minerais e Associações Metalogenéticas do Brasil, 1:2.500.000 (Bizzi et al. 2001) apud Dardenne e Schobbenhaus (2003).



- | | | |
|--------------------------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------|
| 1. Serra Lombarda/Tartarugalzinho (Au) | 10. Cuiabá/Poconé (Au) | 19. Brasil Oriental (Li, Be, gemas) |
| 2. Vila Nova (Au, Cr) | 11. Alto Araguaia (diamante) | 20. Diamantina (diamante) |
| 3. Parima (Au, Sn) | 12. Coxim (diamante) | 21. Chapada Diamantina (diamante) |
| 4. Carajás (Fe, Mn, Au, Cu, Ni) | 13. Salto do Jacuí (ágata, ametista) | 22. Rio Itapicuru (Au) |
| 5. Tapajós (Au) | 14. Alto Uruguai/Iraí (ágata, ametista) | 23. Rio Jacurici/Campo Formoso (Cr) |
| 6. Alta Floresta/Aripuanã (Au, Zn, Pb, Cu) | 15. Vale do Ribeira (Pb, Zn, Ba, Ag) | 24. Rio Curaçá (Cu) |
| 7. Rondonia (Sn, Au) | 16. Alto Paranaíba (diamante) | 25. Seridó/Borborema (W, Nb) |
| 8. Alto Guaporé (Au) | 17. Morro Agudo/Vazante (Zn, Pb) | |
| 9. Alto Jauru (Au, Cu) | 18. Quadrilátero Ferrífero (Fe, Mn, Au) | |

Fonte: adaptado de Dardenne e Schobbenhaus, 2003.

4 PESQUISAS E NORMAS REGULAMENTADORAS

Os recentes acidentes envolvendo barragens de rejeitos, com destaque para as rupturas da Barragem de Fundão (Morgenstern et al., 2016) e a Barragem 1 da Mina do Córrego do Feijão (Robertson et al., 2019), têm levantado questões acerca da disposição desse material e motivado o desenvolvimento de estudos sobre o tema. Na literatura estão disponíveis trabalhos abordando desde a caracterização dos rejeitos e alternativas de disposição, até a modelagem numérica e projetos de estruturas para armazenamento do material. Logo, este capítulo menciona alguns estudos relacionados ao presente trabalho, destacando os principais resultados e conclusões obtidos pelos autores. Além disso, discorre-se sobre normas aplicáveis nesse contexto e diretrizes presentes na literatura.

Watson et al. (2010) apresentam uma comparação entre métodos alternativos de disposição de rejeitos, destacando as vantagens e limitações de cada método, incluindo a disposição convencional, em pasta, filtrados e espessados. Os principais aspectos usados para estabelecer os benefícios e fatores limitantes por trás de cada método foram o fornecimento de energia, clima, taxas de produção, economia do projeto, previsibilidade operacional, topografia, sismicidade e consumo de água. Os autores concluem que a seleção da metodologia de disposição deve ser feita caso a caso, levando em consideração as condições e requisitos específicos da mina. No entanto, no geral, a otimização do sistema de disposição e maior recuperação da água de processo é algo desejável e, frequentemente, ainda estará associada ao emprego de um método de disposição convencional.

Ainda no âmbito de avaliação e seleção dos métodos de disposição de rejeitos disponíveis, Carneiro (2020) aborda o tema também do ponto de vista econômico e ambiental, investigando os custos de ciclo de vida associados a várias opções de disposição de rejeitos e avaliando seus impactos ambientais. A análise de custos de ciclo de vida é uma ferramenta de avaliação de custos que foca em toda a vida de um empreendimento. Com isso, a autora buscou apresentar uma abordagem mais holística sobre o tema, além de contribuir para melhorar a qualidade e disponibilidade dos dados na literatura para análise de custos na mineração e desenvolver uma metodologia para esta avaliação. Por fim, o trabalho apresenta um

estudo de caso envolvendo opções de manejo de rejeitos de ouro na Austrália Ocidental.

No que tange à disposição de rejeitos filtrados em pilhas, especificamente, o trabalho desenvolvido por Davies (2011) fornece diretrizes práticas para o projeto e operação desse tipo de estrutura. Essas diretrizes baseiam-se na concepção, projeto e experiência operacional bem-sucedidos em várias dessas instalações. Questões relacionadas ao teor de umidade, métodos e critérios de teste apropriados, condições geotécnicas e considerações de transporte e manejo estão incluídas. As diretrizes incluem referências específicas a “lições aprendidas” de operações existentes que buscam orientar projetistas e responsáveis por empreendimentos.

Outros autores também colaboraram no estabelecimento de diretrizes de projeto, conhecimento do comportamento geotécnico de rejeitos filtrados empilhados e compartilharam experiências com empreendimentos em operação, podendo-se citar: Guimarães (2011), Portes (2013), Lara et al. (2013), Hore e Luppnow (2014), Patterson et al. (2016), Amoah et al. (2018), Crystal et al. (2018), Aitken e Burr (2019), Ulrich (2019) e Moshi et al. (2019). Muitos das observações feitas por esses autores são destacadas no item 3.2. Em geral, pode-se ressaltar os seguintes aspectos:

- O zoneamento é uma estratégia importante para que a implantação de uma pilha de rejeitos filtrados seja eficiente. Ter a capacidade de lidar com materiais ligeiramente fora das especificações ou conseguir dispô-los em qualquer condição climática é ainda um dos maiores desafios desse sistema;
- Deve-se dar devida atenção à drenagem superficial das pilhas, prevenindo o desenvolvimento de erosões e gerindo o carreamento de sedimentos;
- Apesar da disposição de rejeitos filtrados em pilhas ainda se mostrar desvantajosa em muitos casos no que diz respeito aos custos operacionais, quando comparada com as instalações convencionais, os custos dos riscos associados às consequências de falhas e fechamentos devem ser incorporados nas análises econômicas.

Carneiro (2021) avaliou o mesmo rejeito de minério de ferro descrito no presente trabalho, proveniente de uma mina localizada no Quadrilátero Ferrífero. O objetivo

geral do referido estudo consistiu em caracterizar e avaliar as propriedades intrínsecas do estado crítico, bem como o comportamento hidráulico e mecânico do material. Para tanto, o autor utilizou os resultados de ensaios de compactação, caracterização geotécnica, ensaios de adensamento edométrico e ensaios triaxiais CID e CIU. As principais conclusões de Carneiro (2021) foram:

- Os rejeitos apresentaram características físicas semelhantes às de outros rejeitos do Quadrilátero Ferrífero.
- Não foi identificada quebra significativa de partículas com compactação estática, pelo que foi possível definir uma linha de estado crítico única.
- O aumento do grau de compactação resultou em comportamento dilatante em baixas tensões. Porém, o material demonstrou tendência a passar de dilatante para levemente dilatante ou contrátil com o aumento da tensão confinante, independentemente do grau de compactação.
- Os parâmetros de dilatância ficaram fora dos intervalos usuais e os módulos de elasticidade foram relativamente baixos.
- Mesmo sob tensão vertical de 6,4 MPa, as curvas de compressão unidimensional não convergiram para a linha de compressão normal.
- A condutividade hidráulica se mostrou proporcional ao índice de vazios.

As propriedades definidas por Carneiro (2021) estão resumidas na

Tabela 4-1 e Tabela 4-2. Ressalta-se que, para um entendimento mais detalhado das particularidades envolvidas na interpretação de cada um dos parâmetros apresentados, é necessário consultar o trabalho em sua forma integral.

Tabela 4-1 – Resumo das propriedades geotécnicas do rejeito de minério de ferro estudado.

Índices Físicos	Propriedades do Estado Crítico	
D ₅₀ (mm): 0,035 (0,026-0,044)	CSL Semi-log	Γ: 0,800
C _U : 34,4 (15,4-48,6)		λ _c : 0,041
C _Z : 6,2 (4,9-8,5)	CSL Curva	A: 0,805
% Finos (< 0,075mm): 91,1(94,0-83,0)		B: 0,201
G _s (g/cm ³): 3,205 (3,184-3,218)		C: 0,15
LL, LP, IP: non-plastic		M _{ic} : 1,384
e _{min} : 0,60		N _{ic} : 0,0058
e _{max} : 1,18		χ _{ic} : 8,16
w _{opt} : 11,70%	Módulo de Plasticidade	
γ _{d,max} (kN/m ³): 20,88 (20,71-21,05)		H ₀ : 160
		H _ψ : 1037
Condutividade hidráulica	Módulo de Elasticidade	
$k = 2 \times 10^{-12} \cdot \exp^{20,57e}$		
Adensamento Unidimensional	GC = 93%	$G_{MAX} = 18 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,58}$
C _c * _(solto) : 0,235/0,175		$E_{50,D} = 15 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,62}$
C _r : 0,003		$E_{50,U} = 25 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,7}$
C _v (cm ² /s): 0,025 (0,014-0,035)**	GC = 95%	$G_{MAX} = 20 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,55}$
		$E_{50,D} = 18 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,65}$
		$E_{50,U} = 22 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,78}$
	GC = 97%	$G_{MAX} = 22 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,52}$
		$E_{50,D} = 30 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,56}$
		$E_{50,U} = 28 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,66}$
	GC = 100%	$G_{MAX} = 50 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,30}$
		$E_{50,D} = 41 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,55}$
		$E_{50,U} = 30 \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^{0,72}$
	*Onde, p' _{ref} = 100 kPa	
Parâmetros de Resistência		
φ' _c : 34,2°		
s _u /σ' _v : 0,26 (0,24-0,29)		

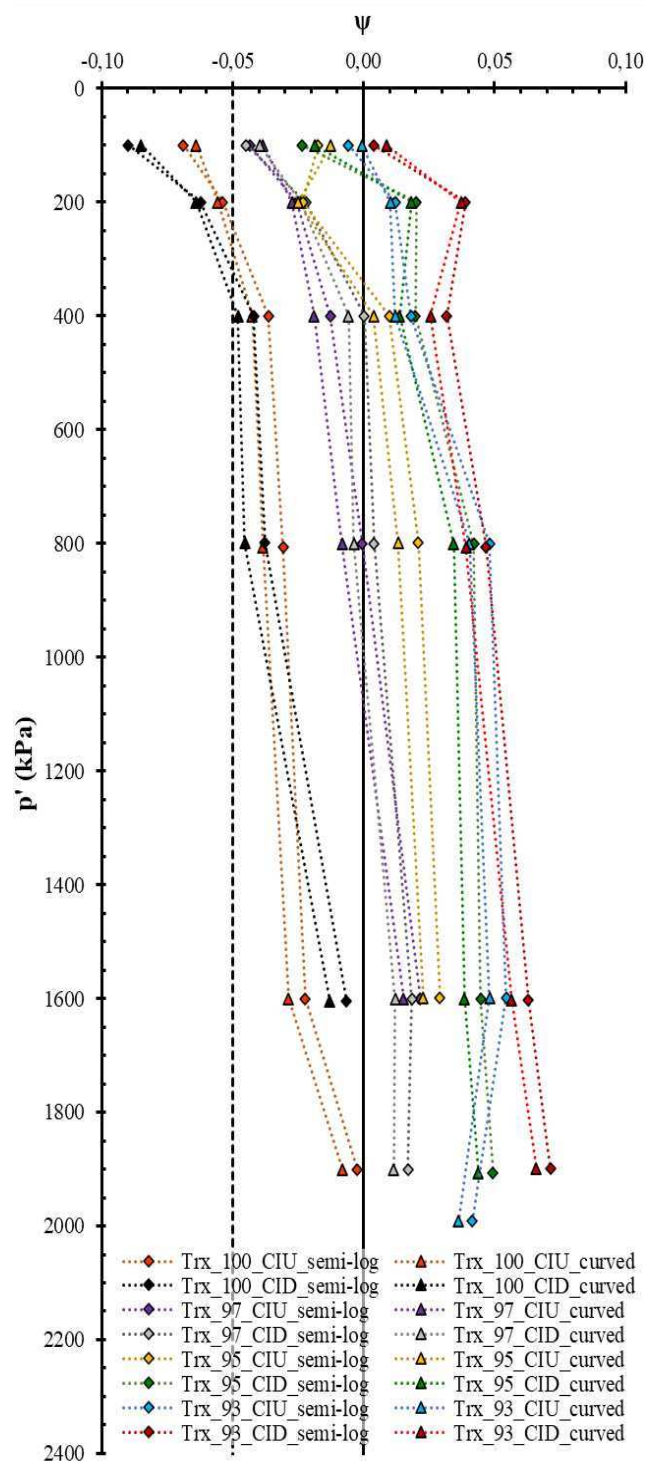
Fonte: Carneiro, 2021.

Tabela 4-2 – Parâmetros de estado determinados adotando uma CSL única com ajuste semi-log e uma CSL curva com ajuste para GC=93%

DC	Trx.	p'_0 (kPa)	$\psi_{\text{semi-log}}$	ψ_{curved}
93%	CID	100	0,004	0,009
		200	0,039	0,037
		400	0,032	0,026
		807	0,047	0,039
		1603	0,063	0,057
		1899	0,071	0,066
95%	CIU	100	-0,006	-0,001
		200	0,012	0,010
		400	0,018	0,012
		800	0,048	0,040
		1598	0,054	0,048
		1991	0,041	0,036
97%	CID	100	-0,024	-0,019
		200	0,020	0,018
		400	0,020	0,014
		801	0,042	0,034
		1602	0,045	0,038
		1906	0,049	0,044
100%	CIU	100	-0,017	-0,012
		200	-0,023	-0,025
		400	0,010	0,004
		799	0,021	0,013
		1600	0,029	0,023
		100%	CID	100
200	-0,022			-0,024
400	0,000			-0,006
801	0,004			-0,004
1601	0,019			0,012
1901	0,017			0,011
100%	CIU	100	-0,043	-0,038
		200	-0,026	-0,027
		400	-0,013	-0,019
		801	-0,001	-0,008
		1600	0,022	0,015
		100%	CID	100
200	-0,062			-0,064
400	-0,042			-0,048
800	-0,038			-0,045
1605	-0,007			-0,013
100%	CIU			100
		200	-0,054	-0,056
		400	-0,036	-0,042
		807	-0,031	-0,038
		1600	-0,022	-0,029
		1902	-0,002	-0,008

Fonte: Carneiro, 2021.

Figura 4-1 - Parâmetro de estado versus tensão efetiva média (p').



Fonte: Carneiro, 2021.

No que se refere às análises de tensão-deformação em pilhas de rejeitos filtrados, Souza (2020) avaliou o comportamento de pilhas hipotéticas de rejeito filtrado e da codisposição (rejeito e estéril), considerando etapas de alteamentos sucessivos. No estudo, foi observada a influência da sucção, tempo de dissipação de poropressão, implantação de drenagem interna e altura das camadas de alteamento, nos resultados de análises de tensão-deformação e estabilidade bidimensionais, em condição drenada e não drenada. As análises realizadas no referido trabalho simularam uma pilha com 300 metros de altura, com uma taxa de disposição estimada em 25.000 m³/dia. Foram avaliadas duas geometrias, sendo estas: taludes com inclinação de 3H:1V e base com largura igual a 1820 m, para a condição drenada, e inclinação de 3,5H:1V e base com largura igual a 2120 m, para a condição não drenada.

O autor avaliou também a aplicação de dois modelos constitutivos: Cam-Clay modificado e linear elástico. Os resultados evidenciam que o modelo Cam-Clay modificado conseguiu simular os ensaios reais com certa acurácia, contudo, sendo melhor aplicado para o rejeito filtrado do que para o material de codisposição. Já o modelo elástico não teve ajuste significativo em ambos os materiais avaliados.

O estudo conclui que os drenos mais superficiais foram mais efetivos para o rejeito filtrado, enquanto drenos mais profundos demonstraram melhores resultados para o material proveniente da codisposição. Quanto à influência da sucção, percebeu-se que esta variável é mais influente no comportamento do rejeito filtrado do que na codisposição.

Em relação às simulações numéricas do alteamento das pilhas, as análises drenadas realizadas por Souza (2020) mostraram serem adequados valores de taxa de alteamento entre 10-18 cm/dia para o rejeito filtrado e 155 cm/dia para a codisposição, considerando como critério o fator de segurança mínimo igual a 1,3. As análises não drenadas, por sua vez, sugeriram taxas de alteamento entre 5-17 cm/dia para pilhas de rejeitos filtrados e 80 cm/dia para codisposição, segundo os mesmos critérios das análises drenadas.

Quanto aos deslocamentos, foi possível também identificar que o rejeito filtrado (teor de umidade igual a 20%) apresentou deslocamentos cerca de 4 vezes maior do que a mistura estudada como codisposição. Enquanto este atingiu deslocamentos

verticais da ordem de 1,7 metros, o rejeito filtrado apresentou um valor máximo de, aproximadamente, 7 metros.

Por fim, ressalta-se que, até o momento de elaboração do presente trabalho, não se encontram normas nacionais ou internacionais vigentes que regulamentem projetos de pilhas de rejeitos. No cenário nacional, tem-se em vigor a norma NBR 13029 (ABNT, 2017) que especifica os requisitos mínimos para a elaboração e apresentação de projeto de pilha para disposição de estéril gerado por lavra de mina a céu aberto ou de mina subterrânea, visando atender às condições de segurança, operacionalidade, economia e desativação, minimizando os impactos ao meio ambiente. Segundo o documento citado, devem ser observados os seguintes limites e cuidados, quanto à geometria externa e interna da pilha:

- a) altura máxima de bancos de 10 m;
- b) largura mínima de bermas de 6 m;
- c) altura máxima da pilha de 200 m;
- d) existência de acessos para manutenção;
- e) reduzir o ângulo entre bancos para valores inferiores ao ângulo de repouso natural do estéril;
- f) bermas com declividade longitudinal e transversal mínimas de 1% e 5%, respectivamente; e
- g) implantação de leiras na crista dos bancos.

Destaca-se ainda que a norma NBR 13029 (ABNT, 2017) não faz nenhuma menção ou exigência quanto aos deslocamentos máximos estimados ou observados na estrutura. Cabe então ao projetista avaliar a coerência e os riscos associados aos dados obtidos em simulações numéricas ou instrumentação instalada.

Apesar da ausência de normas inseridas nesse contexto, tem-se disponível na literatura materiais que orientam a realização de análises numéricas, com as análises de tensão-deformação realizadas no presente trabalho. Como exemplo, pode-se citar o livro intitulado "*Guidelines for the use of advanced numerical analysis*", ou em uma tradução livre, "Diretrizes para o uso de análise numérica avançada" (POTTS et al., 2002). O material aborda os principais aspectos relacionados a análises numéricas, com enfoque em estudos geotécnicos, incluindo descrição dos modelos constitutivos, determinação dos parâmetros, condições de

contorno, condições iniciais, apresentação dos resultados, limitações dos modelos, *benchmarking* (avaliação comparativa), além de pontos relacionados à modelagem de estruturas específicas, como túneis, fundações etc.

5 METODOLOGIA

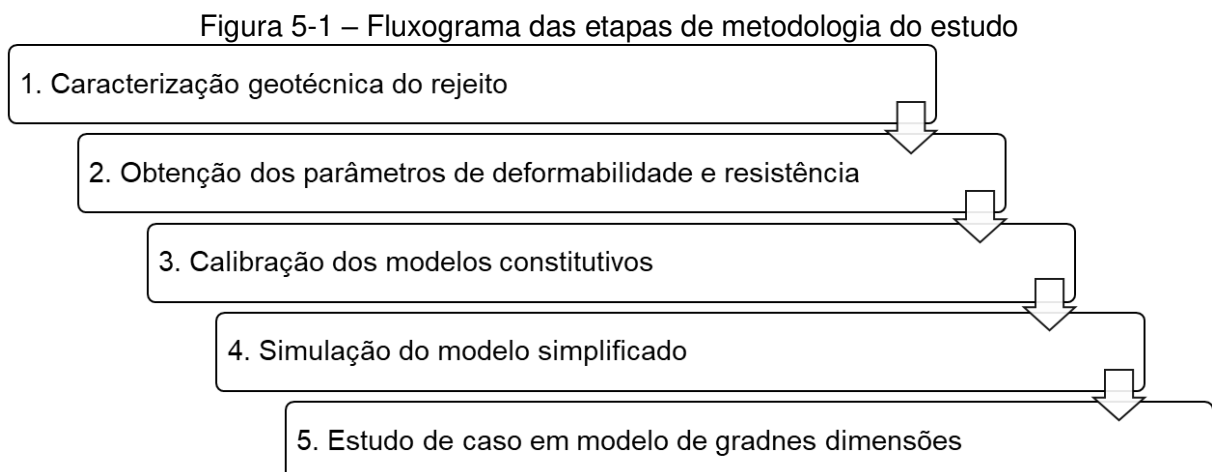
5.1 Disposições Gerais

Neste capítulo, apresenta-se os procedimentos realizados para a caracterização geotécnica do rejeito de minério de ferro avaliado, estimativa dos parâmetros de deformabilidade e resistência dos materiais utilizados nas análises, assim como a metodologia aplicada na elaboração do modelo numérico tridimensional referente ao estudo de caso.

Os ensaios de laboratório descritos a seguir foram realizados nos Laboratório de Mecânica dos Solos (LMS) do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa (UFV) e Laboratório de Geotecnia (LabGeo) da Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP). Dessa forma, seguiu-se as recomendações das normas brasileiras e internacionais.

Para a realização dos ensaios no rejeito filtrado, coletou-se, aproximadamente, 300 kg do material na saída da filtragem, ou seja, com as características físicas que, possivelmente, este material será disposto na pilha.

O fluxograma apresentado na Figura xx resume as etapas principais do presente trabalho, sendo estas abordadas pormenorizadamente nos subitens a seguir.



Fonte: O autor

5.2 Caracterização Geotécnica do Rejeito

5.2.1 Ensaios de Caracterização Física

Inicialmente, prepararam-se as amostras de rejeito para a realização dos ensaios em conformidade com a NBR 6457 (ABNT, 2016a). Em seguida, realizaram-se os ensaios de granulometria, de acordo com a NBR 7181 (ABNT, 2016e) e ISO/TS 17892-4 (CEN, 2004). Foram também determinados os limites de Atterberg, seguindo as recomendações das normas NBR 6459 (ABNT, 2016c) e NBR 7180 (ABNT, 2016d). Complementarmente, obteve-se o peso específico dos grãos a partir do especificado na NBR 6458 (ABNT, 2016b) e ISO/TS 17892-3 (CEN, 2004).

5.2.2 Ensaios de Compactação

Os ensaios de compactação Proctor realizados no LabGeo foram conduzidos segundo a especificação LNEC E 197 (LNEC, 1966). Para tanto utilizou-se um pilão de 4,54kg, em cinco camadas com vinte e cinco golpes uniformemente distribuídos na amostra disposta em um molde com 102,4 mm de diâmetro e 116,3 mm de altura.

Os ensaios realizados no LEC, por sua vez, adotaram as especificações apresentadas na norma NBR 7182 (ABNT, 2016f). Utilizou-se a energia de Proctor Normal, correspondente à moldagem do corpo de prova em três camadas sucessivas em recipiente cilíndrico com aproximadamente 1.000 cm³ sob a ação de 26 golpes de um soquete de 2,5 kg, caindo de 30,5 cm de altura por camada.

5.2.3 Ensaios de Compressão Triaxial

Para realização dos ensaios triaxiais fez-se uso das normas americanas ASTM D74767:2011 e D7181:2020, além das recomendações de Head (1998). Foram realizados ensaios consolidados isotropicamente e drenados na condição saturada (CIDsat) e consolidados isotropicamente e não drenados na condição saturada (CIUsat). Os corpos de prova foram ensaiados sob tensões confinantes de 100, 200, 400, 800, 1600 e 1900 kPa, para diferentes graus de compactação, conforme resumido na Tabela 5-1.

Tabela 5-1 - Resumo dos ensaios triaxiais executados.

Grau de Compactação	Tensão Confinante (kPa)	Tipo de Ensaio	Laboratório
93%	100	CID / CIU	LEC
	200	CID / CIU	LEC
	400	CID / CIU	LEC
	800	CID / CIU	LabGeo
	1600	CID / CIU	LabGeo
	1900	CID / CIU	LabGeo
95%	100	CID / CIU	LEC
	200	CID / CIU	LEC
	400	CID / CIU	LEC
	800	CID / CIU	LabGeo
	1600	CID / CIU	LabGeo
	1900	CID	LabGeo
97%	100	CID / CIU	LEC
	200	CID / CIU	LEC
	400	CID / CIU	LEC
	800	CID / CIU	LabGeo
	1600	CID / CIU	LabGeo
	1900	CID	LabGeo
100%	100	CID / CIU	LEC
	200	CID / CIU	LEC
	400	CID / CIU	LEC
	800	CID / CIU	LabGeo
	1600	CID / CIU	LabGeo
	1900	CID / CIU	LabGeo

Fonte: O autor.

Ambos os ensaios, CIU e CID, foram feitos com o corpo de prova saturado, sendo a saturação aferida por meio do parâmetro B proposto por Skempton, definido como a razão entre a variação da poropressão na condição não drenada pela variação da tensão confinante imposta, conforme equação 6-1.

$$B = \frac{\Delta u}{\Delta \sigma_3} \quad (5-1)$$

Em ambas as instituições (UFV e FEUP), durante a fase de saturação (percolação e contrapressão), procedeu-se à aplicação de acréscimo de tensão confinante no

corpo de prova e aferiu-se o incremento de poropressão gerado. Esta razão (parâmetro B de Skempton) foi verificada e, caso apresentasse valor acima de 0,98, prosseguia-se o ensaio. Caso contrário, prolongava-se o processo de saturação por mais alguns dias até que o critério fosse satisfeito. Ressalta-se que, de acordo com a norma ASTM D4767:2011 e D7181/2020, as amostras podem ser consideradas saturadas se o valor do parâmetro B de Skempton for igual ou superior a 0,95, ou se este permanece inalterado com a adição de incrementos de contrapressão. Logo, o critério utilizado se mostrou em conformidade com a norma adotada e coerente com a distribuição granulométrica do rejeito.

A representação gráfica dos resultados obtidos foi feita de acordo com a metodologia descrita no item 2.2.5, seguindo-se a plotagem da trajetória de tensões desenvolvida na Universidade de Cambridge.

No laboratório da UFV, a deformação axial máxima desenvolvida na fase de cisalhamento dos ensaios foi da ordem de 20%, enquanto na FEUP à ordem de 30%. Ambos critérios atenderam às normatizações, visto que estas especificam deformações axiais mínimas de 15%.

5.2.4 Ensaios de Adensamento Isotrópico

Para o presente estudo foram avaliados quatro ensaios de adensamento isotrópico em câmara triaxial, realizados no laboratório LabGeo (FEUP). Foi executado um ensaio para cada grau de compactação estudado (93%, 95%, 97% e 100%).

Durante a execução dos ensaios, a tensão de confinamento foi elevada gradual e lentamente, de tal forma que permitisse a dissipação da poropressão gerada, até atingir a tensão efetiva média final (p'_{ult}) de 1900 kPa. Foram também realizados dois ciclos de descarga-recarga antes que a p'_{ult} fosse atingida.

Quanto ao preparo da amostra, este seguiu o mesmo procedimento das amostras utilizadas nos ensaios de compressão triaxial.

5.3 Estudo de caso

5.3.1 Contextualização

O estudo de caso compreende a uma análise tensão-deformação de uma pilha de rejeito filtrado, considerando sucessivos estágios de carregamentos (etapas construtivas). Esta análise foi realizada com auxílio do *software* RS3, desenvolvido pela empresa canadense Rocscience Inc.®. O presente item descreve as principais características iniciais consideradas para a estrutura objeto do estudo de caso e os aspectos relativos à modelagem computacional.

5.3.2 Pilha de Rejeito Filtrado de Minério de Ferro

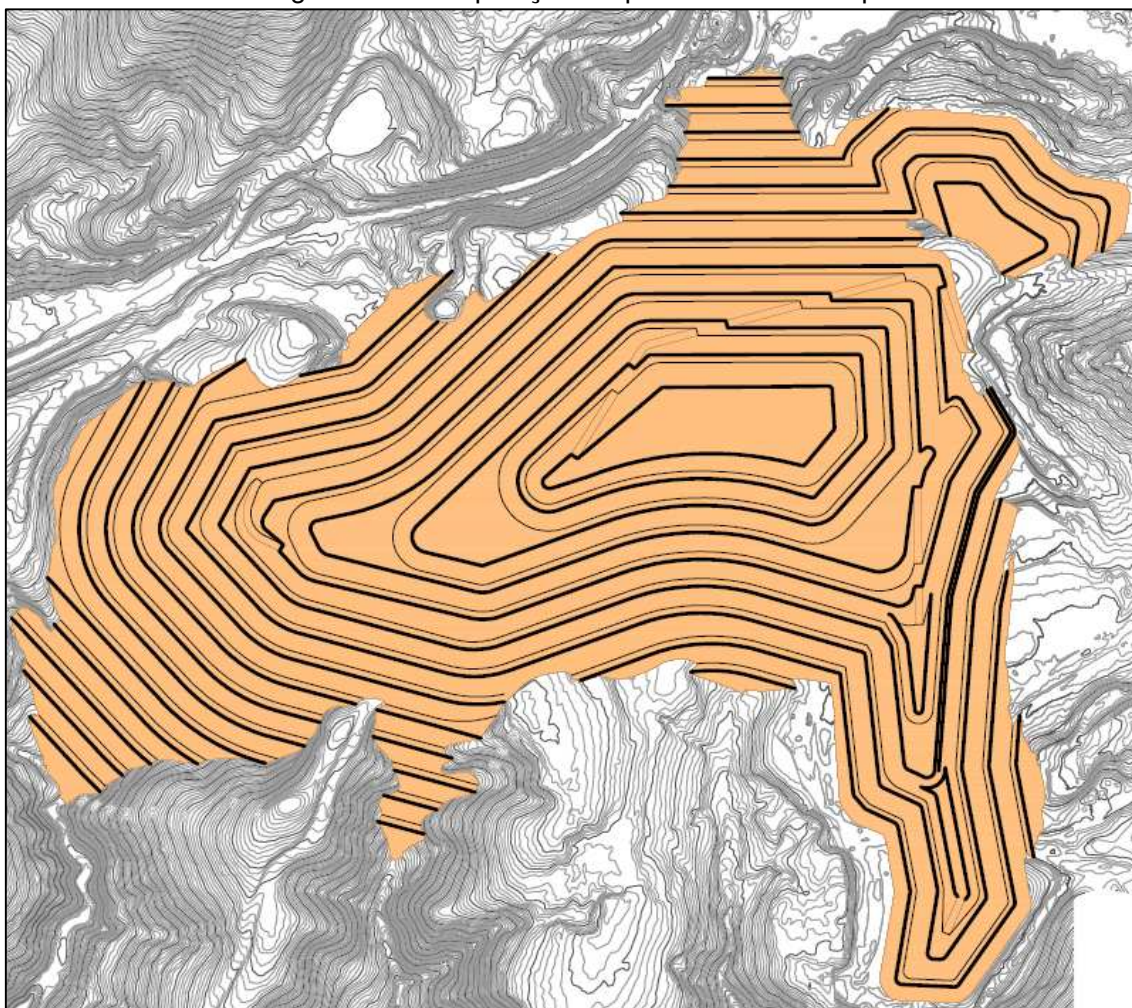
A pilha avaliada no trabalho é uma estrutura projetada para o armazenamento de rejeitos filtrados gerados pelo beneficiamento do minério de ferro. A Tabela 5-2 apresenta um resumo das características principais do empilhamento. A Figura 5-2 ilustra a disposição da estrutura em planta.

Tabela 5-2 – Características principais da estrutura avaliada.

Características Principais	
Material armazenado	Rejeito Filtrado
Localização	Quadrilátero Ferrífero, Brasil
Altura máxima (m)	161,00
Volume pilha (m ³)	6.430.000
Área total de ocupação (ha)	5,7
Inclinação geral do talude	1V:3,4H
Inclinação do talude entre bermas	1V:2,5H
Altura dos bancos (m)	10,00
Largura das bermas (m)	10,00
Largura dos acessos (m)	10,00
Inclinação dos acessos	10%

Fonte: O autor

Figura 5-2 – Disposição da pilha avaliada em planta.



Fonte: O autor.

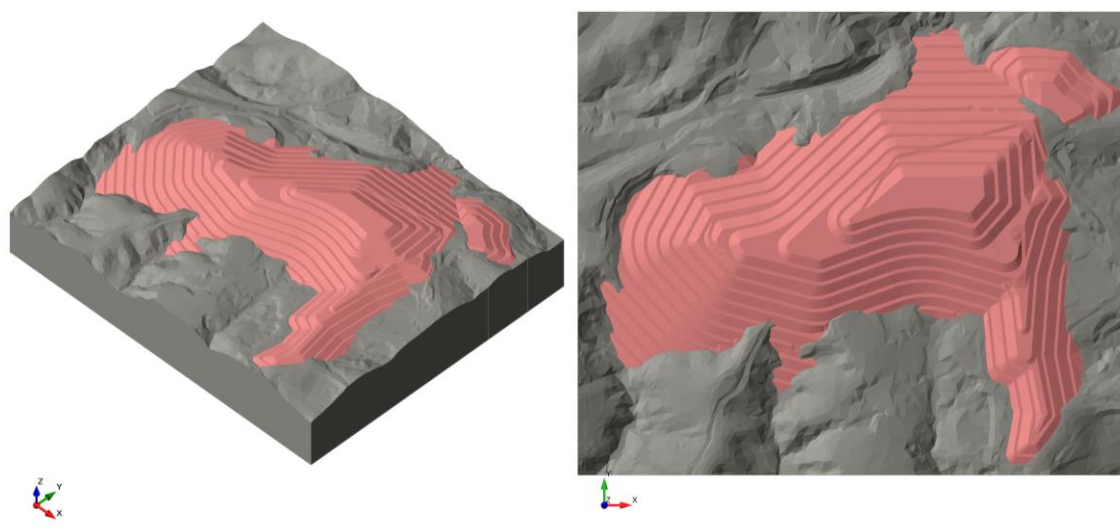
5.3.3 Fundação da Pilha

Para a elaboração do modelo geológico-geotécnico utilizado na análise tensão-deformação, optou-se por adotar uma simplificação das litologias que comporiam a fundação, considerando que esta é formada por um material único e homogêneo. Para este material, foi adotado o modelo constitutivo Elástico Linear, com módulo de elasticidade igual a 75 MPa e coeficiente de Poisson igual a 0,30.

Tal simplificação foi adotada em função da ausência de dados de parâmetros geotécnicos de todos os materiais previamente identificados na fundação da estrutura, fundamentais à realização de uma análise realista, e para minimizar possíveis erros de convergência numérica do modelo, principalmente devido ao número excessivo de contatos com diferentes parâmetros de deformabilidade. Além

disso, o estudo buscou avaliar, com maior enfoque, o comportamento quanto à deformabilidade do rejeito filtrado, que foi objeto de uma detalhada campanha de investigação geotécnica de laboratório, de tal forma que este material condicionasse os resultados obtidos, e não a fundação do empilhamento. Sendo assim, a Figura 5-3 apresenta o modelo de fundação utilizado nas análises.

Figura 5-3 – Modelo de fundação simplificado da pilha avaliada, considerando material homogêneo.



Fonte: O autor.

5.3.4 Modelagem numérica

A concepção e análise do modelo numérico ocorreu em três etapas, sendo estas:

1. Obtenção dos parâmetros geotécnicos do rejeito e calibração dos modelos constitutivos a serem empregados nas análises;
2. Elaboração e análise de um modelo simplificado (protótipo); e
3. Elaboração e análise do modelo descrito no estudo de caso.

Inicialmente realizou-se o tratamento dos dados obtidos na campanha de ensaios realizados, com auxílio de planilhas eletrônicas, a fim de determinar os parâmetros geotécnicos do rejeito. Estes parâmetros preliminarmente calculados foram, então, validados e analisados a partir de uma calibração em relação às equações constitutivas dos modelos baseados no critério de cedência de Mohr-Coulomb (Elástico Perfeitamente Plástico e Hiperbólico), Cam-Clay Modificado e NorSand.

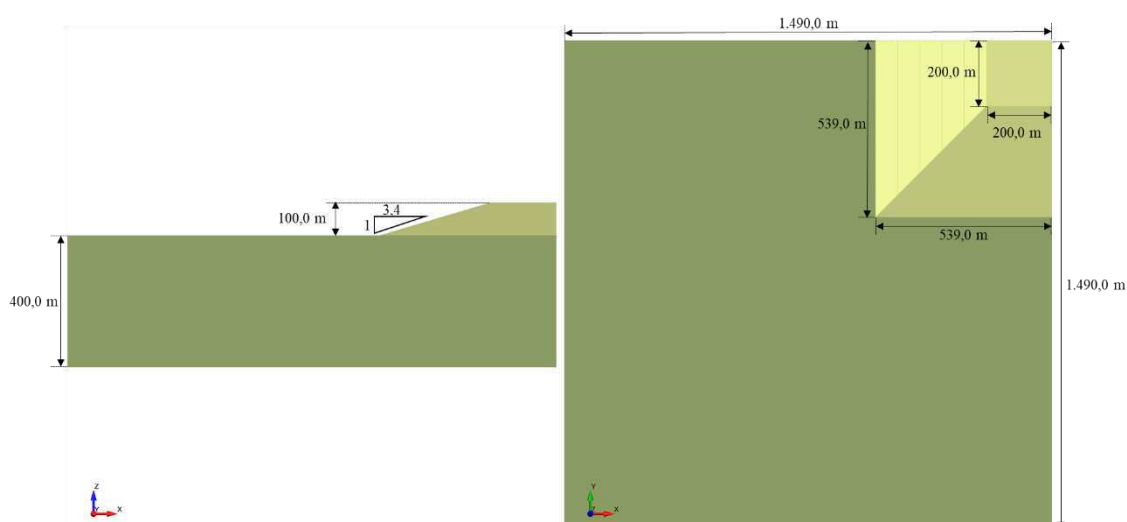
Para tanto, utilizou-se o *software* RSDData, da empresa canadense Rocscience Inc.™.

Essa ferramenta computacional permite que sejam traçadas, simultaneamente, as envoltórias obtidas nos ensaios de compressão triaxial e aquelas calculadas com base nas equações constitutivas de cada modelo, considerando como dados de entrada os parâmetros geotécnicos previamente estimados. Com isso, é possível avaliar o ajuste dos modelos aos dados medidos em laboratório, bem como a representatividade e grau de influência dos parâmetros de entrada.

Em seguida, avaliou-se um modelo simplificado (protótipo) que consistiu em um quarto de tronco de pirâmide, sobre uma fundação plana e homogênea. Com isso, buscou-se criar um modelo elementar e de fácil visualização de resultados.

As características geométricas desse protótipo são apresentadas na Figura 5-4. A partir dessa simplificação, buscou-se verificar o comportamento dos modelos constitutivos e a influência do número de camadas adotado nas etapas de alteamento nos resultados obtidos, minimizando os efeitos causados pelas irregularidades topográficas da pilha projetada. Destaca-se que, nessa fase, avaliou-se o comportamento do protótipo considerando apenas os parâmetros estimados para o ensaio com grau de compactação (GC) igual a 93%.

Figura 5-4 – Características geométricas do protótipo elaborado.



Fonte: O autor.

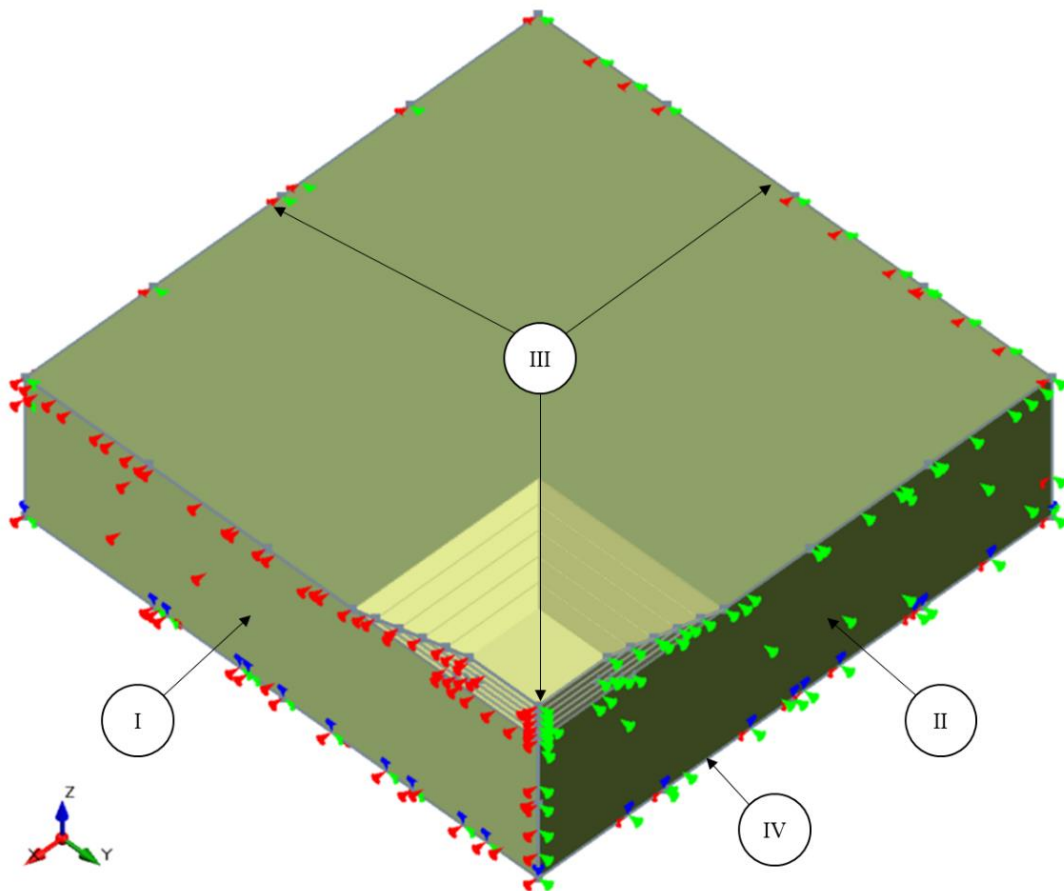
Para as etapas de alteamento, foi avaliada a divisão do protótipo em cinco e dez camadas, com espessuras iguais a 20 m e 10 m, respectivamente. Já para a

avaliação dos modelos constitutivos, assim como na etapa de calibração, considerou-se os modelos baseados no critério de cedência de Mohr-Coulomb, Cam-Clay Modificado e NorSand para o rejeito e Mohr-Coulomb para o material de fundação.

Quanto às condições de contorno impostas no protótipo, utilizou-se as restrições conforme ilustrado na Figura 5-5 e descrito a seguir:

- I. Em uma das laterais do modelo que interceptaram a pilha, aplicou-se restrição de deslocamento horizontal apenas no eixo x ;
- II. Na outra lateral do modelo que interceptou a pilha, aplicou-se restrição de deslocamento horizontal apenas no eixo y ;
- III. Nas laterais do modelo opostas à pilha e na aresta que intercepta a pilha, aplicou-se as restrições de deslocamento horizontal (eixos x e y); e
- IV. Na base do modelo, aplicou-se restrição horizontal e vertical (x , y e z).

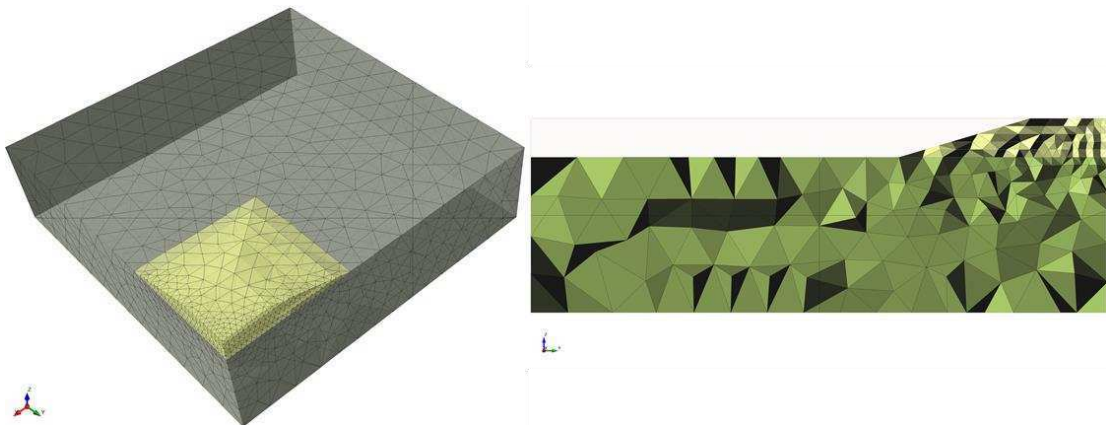
Figura 5-5 – Condições de contorno aplicadas no protótipo.



Fonte: O autor.

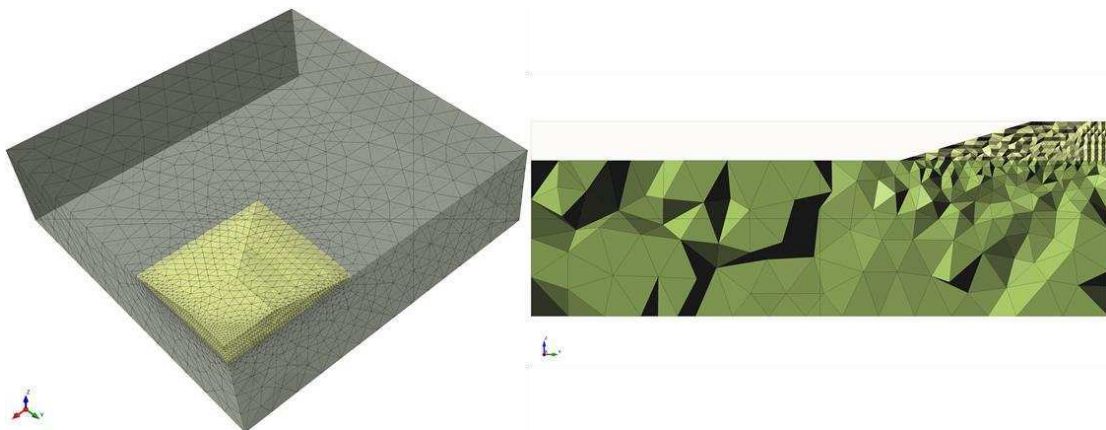
A discretização do modelo foi realizada empregando elementos isoparamétricos tetraédricos de 4 nós com funções de forma lineares. O número de elementos adotado no protótipo para cada análise é resumido na Tabela 5-3. Para garantir uma boa precisão nos valores de tensões e deformações foi adotada uma malha mais refinada na região da pilha e no contato pilha-fundação. A Figura 5-6 e Figura 5-7 ilustram os modelos de cinco e dez camadas, respectivamente.

Figura 5-6 – Malha de elementos finitos do modelo simplificado considerando cinco camadas de alteamento.



Fonte: O autor.

Figura 5-7 – Malha de elementos finitos do modelo simplificado considerando dez camadas de alteamento.



Fonte: O autor.

Tabela 5-3 – Número de elementos adotados de acordo com o número de camadas de utilizadas nas análises.

Número de camadas de alteamento	Número de Elementos
5 camadas	12.269
10 camadas	49.175

Fonte: O autor.

Por fim, definiu-se a tolerância admitida na convergência do cálculo numérico igual a 0,001, baseada no critério de força e energia absoluta. O valor de tolerância determina o desequilíbrio máximo permitido na solução das equações de força e energia com base nas equações constitutivas. Foi também adotado um número máximo de iterações igual a 500. Logo, conforme Rocscience (2021b), tem-se que:

- Se o desequilíbrio de energia / força de uma determinada iteração for menor que o valor de tolerância, a solução é considerada convergente e as iterações são interrompidas.
- Se o valor de tolerância não for alcançado dentro do número máximo de iterações especificado (ou seja, o desequilíbrio de energia / força permanece maior que o valor de tolerância), então o processo de solução é considerado não convergente para os parâmetros de convergência especificados.

Determinadas as características do modelo quanto ao número de etapas construtivas e modelos constitutivos, partiu-se para a realização das análises considerando o estudo de caso para a pilha de grandes dimensões.

Para a criação do modelo tridimensional, inicialmente, importou-se a topografia da superfície natural do terreno onde a pilha seria implantada, a partir de um arquivo no formato “*dwg*”. Na sequência, seguindo o mesmo procedimento, inseriu-se a superfície correspondente à pilha projetada com uma altura máxima de 161,0 m, com taludes de inclinação 1V:2,5H e bermas de 10,0 m de largura a cada 10,0 m de desnível.

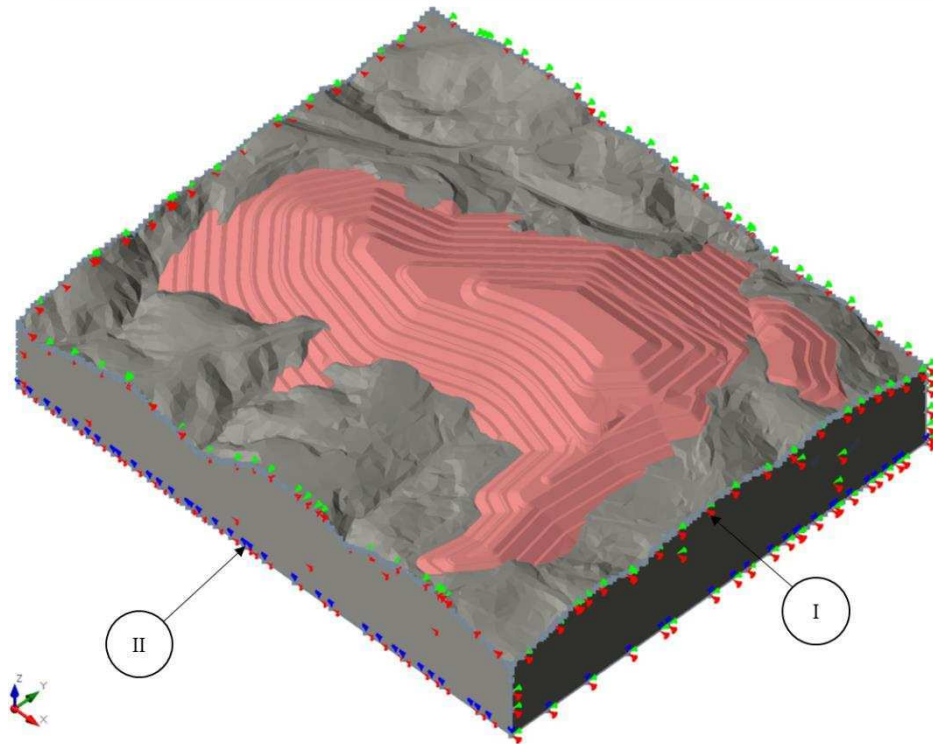
As condições de contorno impostas e a qualidade da malha de elementos finitos do modelo da pilha são apresentadas na Figura 5-8 e Figura 5-9, respectivamente. Cabe destacar, que as condições de contorno da pilha foram similares às utilizadas no protótipo. Sendo essas:

- I. Nas laterais do modelo da pilha aplicou-se as restrições de deslocamento horizontal (eixos x e y); e
- II. Na base do modelo, aplicou-se restrição horizontal e vertical (x, y e z).

Para o modelo tridimensional da pilha projetada, com vistas a equalizar a precisão esperada dos resultados, número de iterações necessárias para convergência e

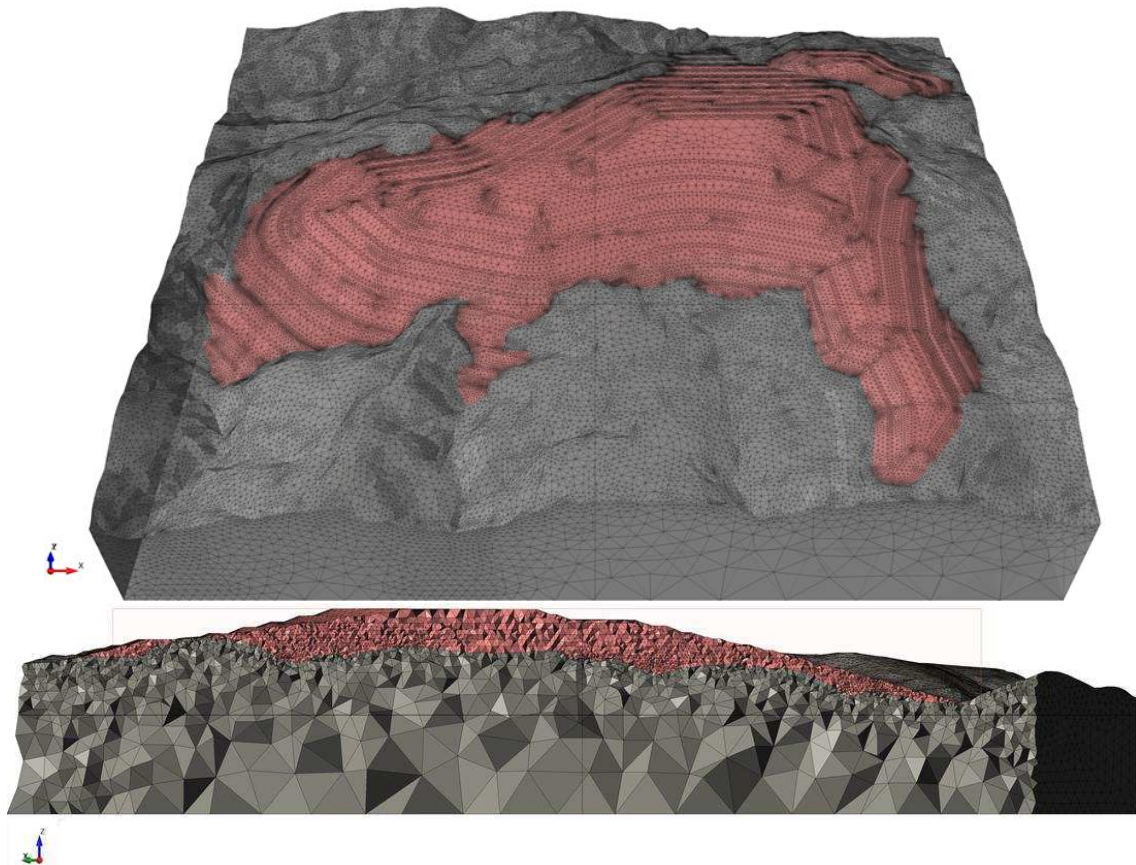
custo computacional das análises, optou-se por adotar uma tolerância igual a 0,01. Isso garantiu que as análises fornecessem resultados confiáveis, mas diminuindo o tempo de processamento da solução. As demais características do modelo são resumidas na Tabela 5-4.

Figura 5-8 – Condições de contorno aplicadas no modelo da pilha projetada.



Fonte: O autor.

Figura 5-9 - Malha de elementos finitos do modelo da pilha integrada.



Fonte: O autor.

Tabela 5-4 – Parâmetros de modelagem utilizados na criação do modelo da pilha projetada.

Parâmetros de Modelagem	Número de Elementos
Número de camadas	8 camadas
Altura das camadas	20,0 m
Tipo de elementos utilizado	Tetraedros de 4 nós
Número de elementos	1.315.803
Critério de convergência	Força e Energia Absoluta
Tolerância	0,01
Número máximo de iterações	500

Fonte: O autor.

Quanto ao modelo constitutivo, optou-se por utilizar o modelo Elastoplástico Perfeito, baseado no critério de cedência de Mohr-Coulomb, para o rejeito filtrado e para a fundação. Ressalta-se que os critérios que embasaram a escolha do modelo e números de camadas, assim como os parâmetros geotécnicos adotados para os materiais, são descritos no Capítulo 6.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

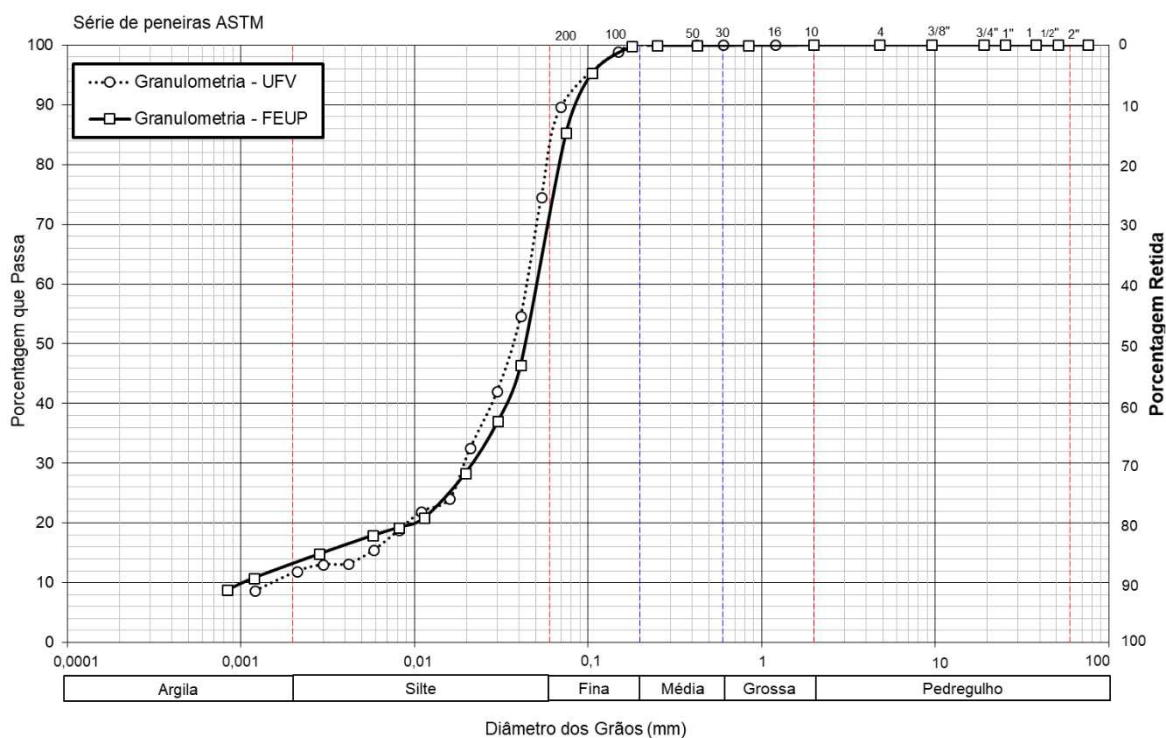
6.1 Parâmetros Geotécnicos

6.1.1 Caracterização Física

Para caracterização física do rejeito, realizaram-se os ensaios de granulometria conjunta (peneiramento e sedimentação), limites de Atterberg e massa específica dos grãos.

Na Figura 6-1, tem-se as curvas granulométricas das amostras ensaiadas na Universidade Federal de Viçosa (UFV) e na Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto (FEUP).

Figura 6-1 – Curvas granulométricas do rejeito.



Fonte: O autor.

A granulometria determinada evidencia que o rejeito é composto predominantemente por finos, com 80 a 90% passando na malha #200 (0,075 mm), sendo classificado como um silte arenoso. Observa-se, ainda, que as distribuições granulométricas das amostras se mostraram próximas, indicando a uniformidade do material e validando as interpretações realizadas de forma conjunta dos resultados de ambas as amostras.

Os ensaios de limite de plasticidade e limite de liquidez indicaram que os rejeitos estudados não são plásticos, em conformidade com o comportamento observado em outros rejeitos de minério de ferro já estudados (OLIVEIRA, 2013; FERREIRA, 2016; ROBERTSON et al., 2019).

A massa específica dos grãos foi igual a 3,218 g/cm³ e 3,184 g/cm³, nas amostras de rejeito ensaiadas na UFV e na FEUP, respectivamente. Os valores se mostraram próximos, com uma média de 3,201 g/cm³.

A Tabela 6-1 resume os resultados da caracterização física das amostras do rejeito estudado.

Tabela 6-1 – Caracterização física do rejeito

Amostra	Fração granulométrica (%)			Limites de Atterberg		ρ_s (g/cm ³)
	Argila < 0,002 mm	Silte 0,002 - 0,06 mm	Areia 0,06 – 2,0 mm	LL (%)	LP (%)	
UFV	12	68	20	NP	NP	3,218
FEUP	13	58	29	NP	NP	3,184

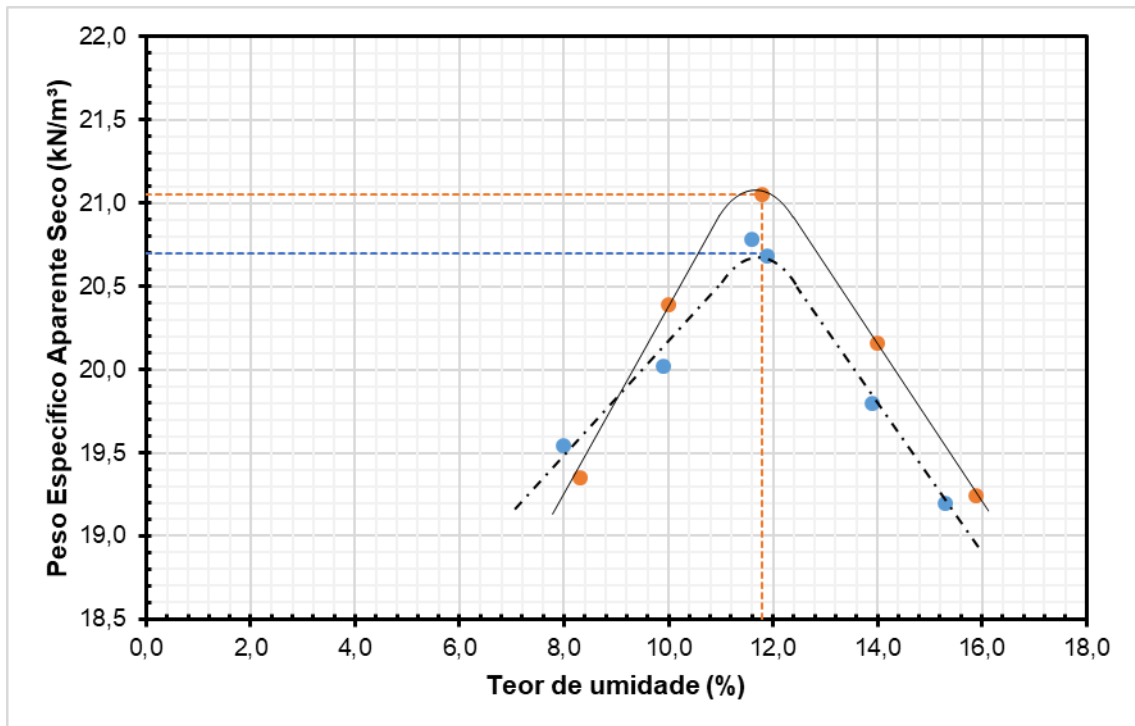
NP = Não Plástico

Fonte: O autor

6.1.2 Compactação

Na Figura 6-2 são apresentados os resultados obtidos nos ensaios de compactação Proctor realizados nos laboratórios LabGeo (FEUP) e LEC (UFV).

Figura 6-2 – Curvas de compactação das amostras.



Fonte: O autor.

Em ambas as amostras, observou-se um teor de umidade ótimo igual a 11,8%. Já o peso específico aparente seco máximo foi estimado em 20,7 kN/m³ e 21,05 kN/m³, para a amostra ensaiada na FEUP e UFV, respectivamente.

A ligeira diferença apresentada nos valores de peso específico aparente seco máximo pode ser justificada pela variabilidade das amostras ou, ainda, por uma pequena variação na energia de compactação aplicada em cada ensaio.

6.1.3 Deformabilidade e Resistência

6.1.3.1 Disposições Gerais

Neste item serão apresentadas as interpretações elaboradas a partir dos resultados dos ensaios triaxiais e adensamentos isotrópicos, para obtenção dos parâmetros de deformabilidade e resistência necessários à calibração dos respectivos modelos constitutivos, considerando todos os graus de compactação avaliados.

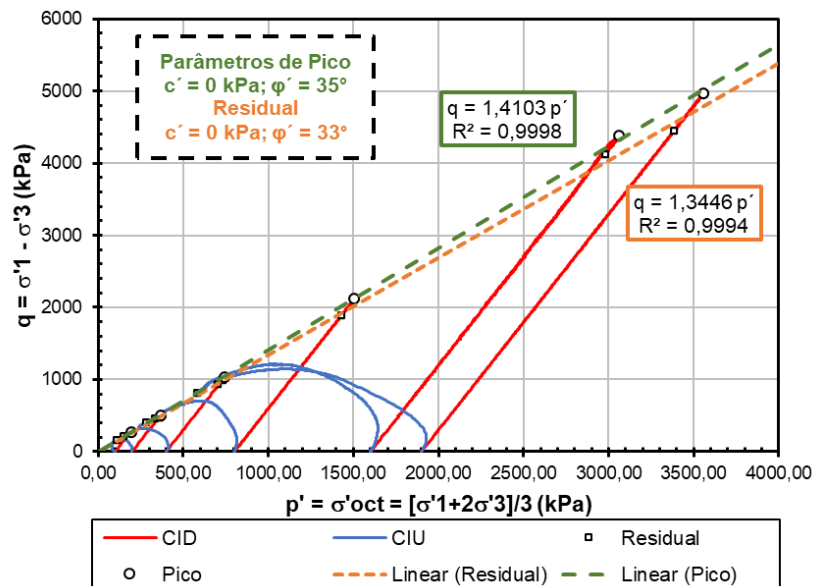
6.1.3.2 Modelos baseados no critério de plastificação de Mohr-Coulomb

6.1.3.2.1 Parâmetros de Mohr-Coulomb

Para aplicação do critério de plastificação (ou cedência) proposto por Mohr-Coulomb, é necessária a definição das seguintes variáveis: coesão efetiva (c') e ângulo de atrito efetivo (ϕ'). Cabe ressaltar que ambos os modelos abordados neste item não refletem as características intrínsecas dos solos, ou seja, os parâmetros envolvidos buscam representar o comportamento do material em seu estado atual, que varia de acordo com a compactidade, o índice de vazios, consistência etc. Dessa forma, foi necessária a avaliação de cada amostra com seu respectivo grau de compactação.

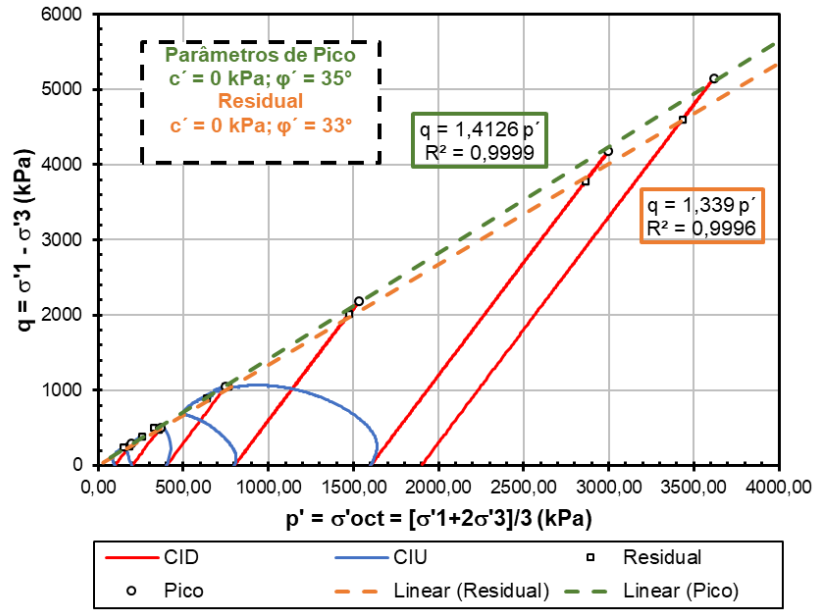
A estimativa dos valores de coesão efetiva de pico e residual e ângulo de atrito efetivo de pico e residual foi realizada a partir das envoltórias traçadas no plano p' versus q , obtidas nos ensaios triaxiais. Entre a Figura 6-3 e Figura 6-6 são apresentados os referidos gráficos para os graus de compactação iguais a 93, 95, 97 e 100%, respectivamente.

Figura 6-3 – Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=93%.



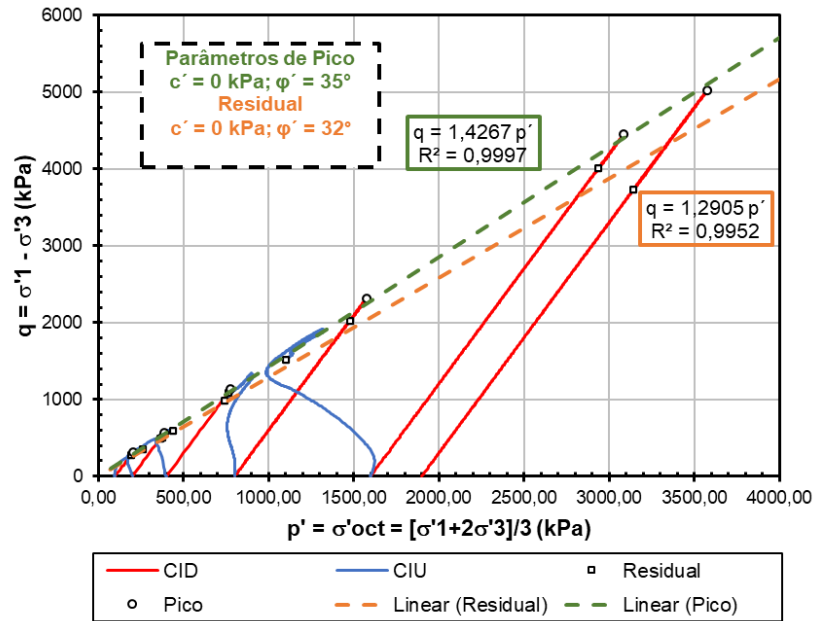
Fonte: O autor.

Figura 6-4 - Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=95%.

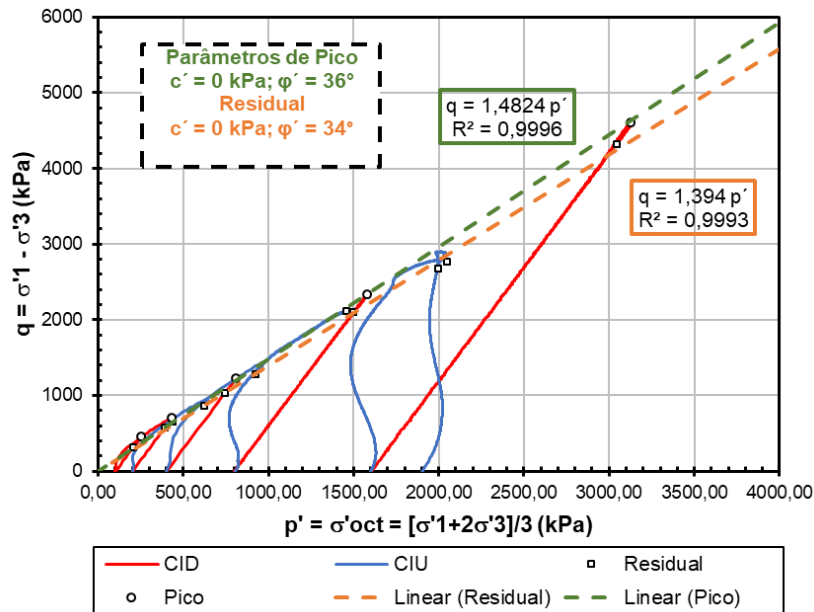


Fonte: O autor.

Figura 6-5 - Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=97%.



Fonte: O autor.

Figura 6-6 - Envoltória no plano $p' \times q$ – GC=100%.

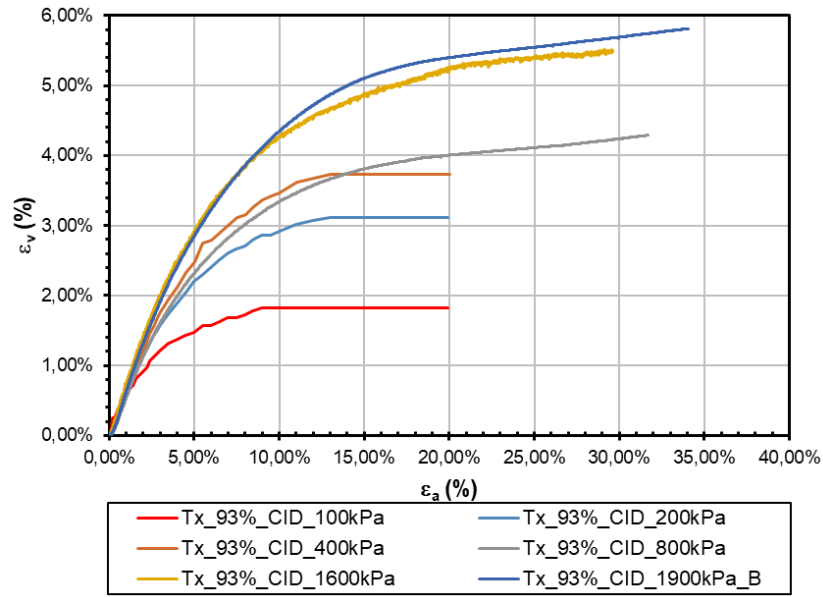
Fonte: O autor.

6.1.3.2.2 Modelo Elastoplástico Perfeito

Para a definição do modelo Elastoplástico Perfeito, além dos parâmetros de resistência que definem a envoltória de plastificação de Mohr-Coulomb, faz-se necessária a determinação dos parâmetros: ângulo de dilatância (ψ), módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν).

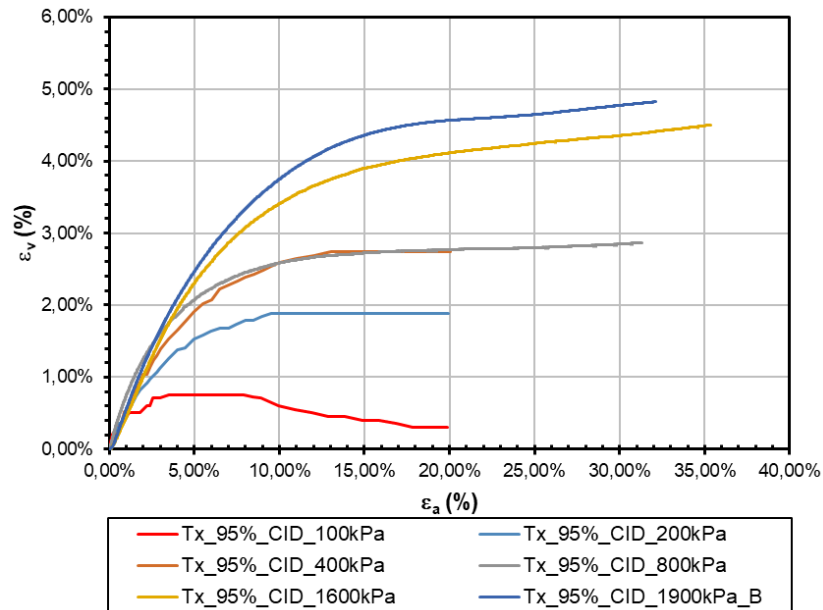
Quanto ao ângulo de dilatância, não foi observado aumento significativo de volume com a evolução do cisalhamento, conforme apresentado na Figura 6-7 à Figura 6-10. Dessa forma, apesar de algumas amostras, em baixas tensões, terem apresentado comportamento ligeiramente dilatante, optou-se por uma abordagem conservadora, com ângulo de dilatância igual a 0° . Com isso, as deformações plásticas se deram, exclusivamente, pelas deformações distorcionais, sem parcelas volumétricas, o que configura uma menor resistência do solo ao cisalhamento.

Figura 6-7 – Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 93%.



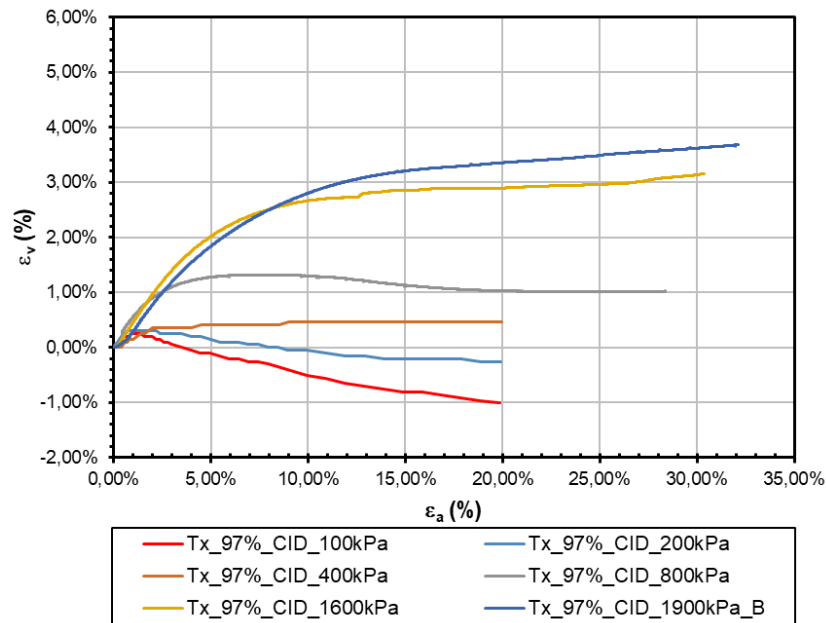
Fonte: O autor.

Figura 6-8 - Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 95%.



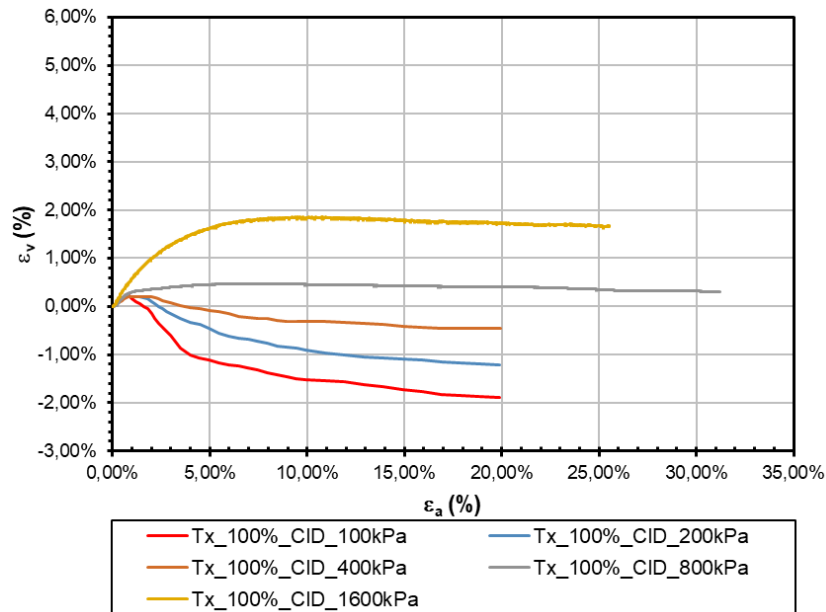
Fonte: O autor

Figura 6-9 - Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 97%.



Fonte: O autor.

Figura 6-10 - Deformação volumétrica versus deformação axial – GC = 100%.

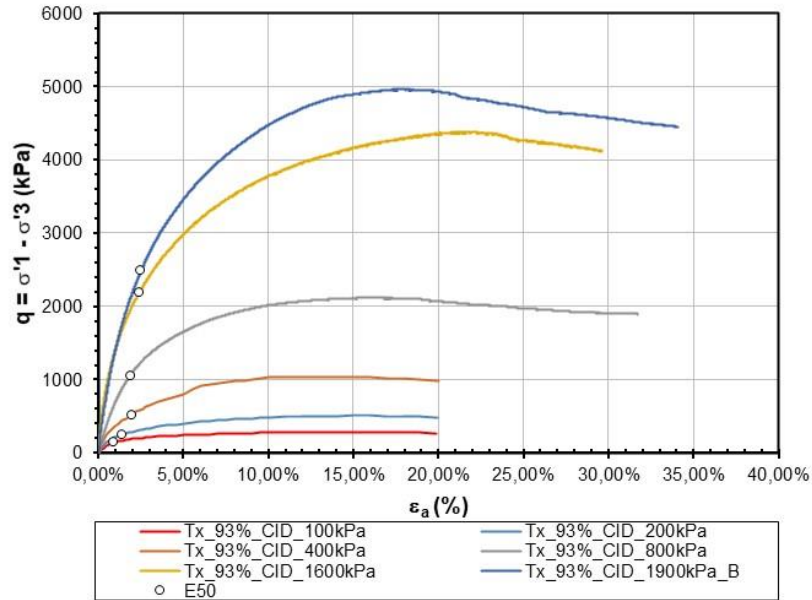


Fonte: O autor.

O módulo de elasticidade, por sua vez, foi definido a partir do gráfico de tensão *versus* deformação ($q \times \epsilon_a$). Optou-se por utilizar o módulo de elasticidade secante E_{50} , correspondente à 50% da tensão desvio máxima suportada pelo corpo de prova. O módulo de elasticidade adotado para cada grau de compactação foi igual à média dos valores encontrados para as diferentes tensões de confinamento. Entre a Figura

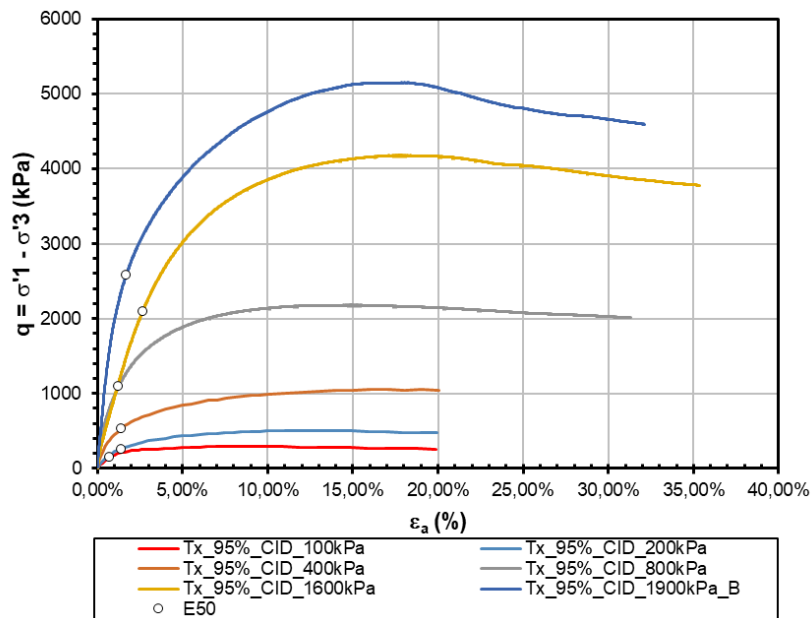
6-11 e Figura 6-14, são apresentados os referidos gráficos, destacando os pontos em que foram medidos os módulos de elasticidade.

Figura 6-11 – Tensão versus Deformação – GC = 93%.



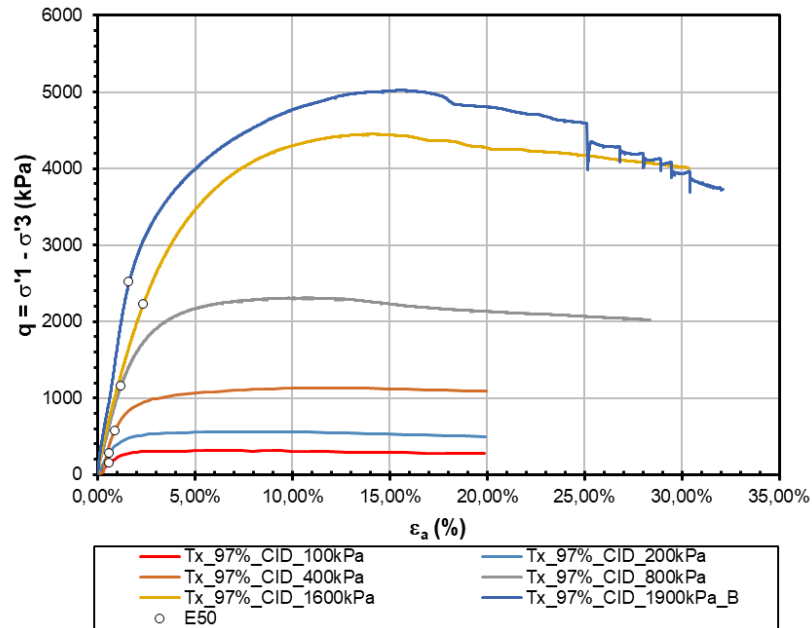
Fonte: O autor.

Figura 6-12 – Tensão versus Deformação – GC = 95%.



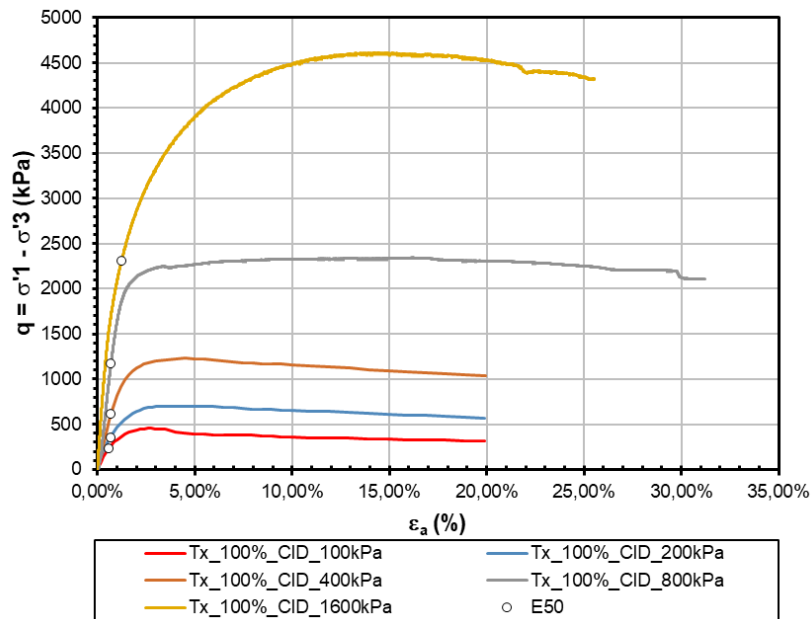
Fonte: O autor.

Figura 6-13 - Tensão versus Deformação – GC = 97%.



Fonte: O autor.

Figura 6-14 - Tensão versus Deformação – GC = 100%.



Fonte: O autor.

Por fim, o coeficiente de Poisson (ν) foi dado pela relação entre $\varepsilon_{\text{radial}}$ e $\varepsilon_{\text{axial}}$, estimados nos ensaios drenados, conforme Equação (2-6). Essa equação foi aplicada com base nos dados relativos aos pontos em que foram calculados os E_{50} . De forma análoga ao realizado para o módulo de elasticidade, adotou-se o valor médio obtido para cada grau de compactação.

A Tabela 6-2, resume os parâmetros de resistência efetiva e deformabilidade estimados inicialmente para o modelo Elastoplástico Perfeito.

Tabela 6-2 – Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados para o modelo Elastoplástico Perfeito.

GC	Pico		Residual		Ψ (°)	E_{50} (kPa)	ν
	ϕ' (°)	c' (kPa)	ϕ' (°)	c' (kPa)			
93%	35	0	33	0	0	50800	0,19
95%	35	0	33	0	0	66200	0,22
97%	35	0	32	0	0	80800	0,31
100%	36	0	34	0	0	106400	0,32

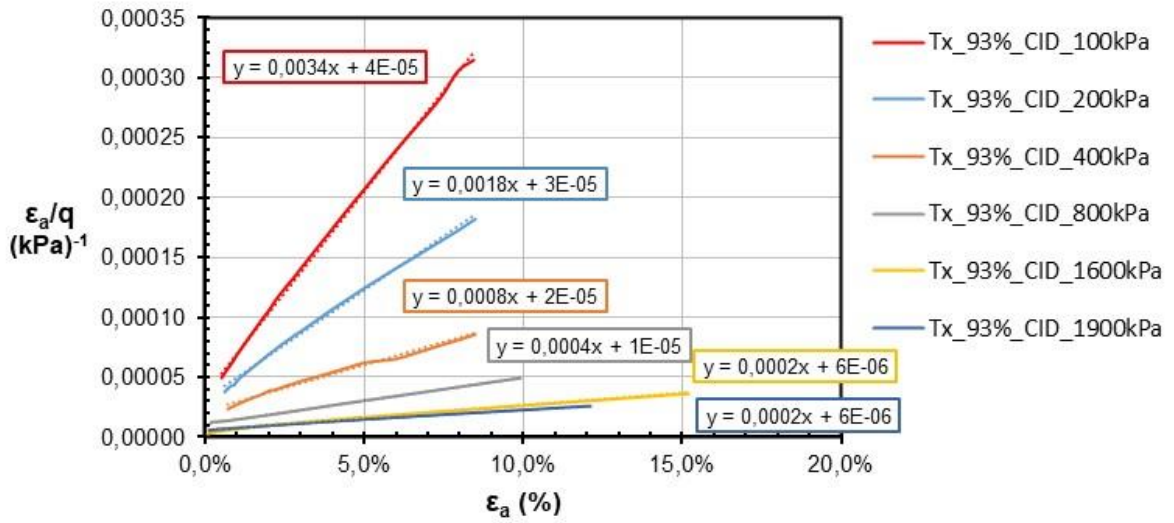
Fonte: O autor.

6.1.3.2.3 Modelo Hiperbólico

Para a utilização do modelo constitutivo Hiperbólico, são necessárias, além das variáveis de coesão efetiva (c') e ângulo de atrito efetivo (ϕ'), a definição dos seguintes parâmetros: *modulus number* (k), *modulus exponent* (n), razão de ruptura (R_f), *unloading modulus number* (k_{ur}) e coeficiente de Poisson (ν), sendo este último definido e apresentado no item 6.1.3.2.2. Destaca-se que, para estas análises, adotou-se coeficiente de Poisson constante e E_{ur} igual a três vezes o valor do E_{50} .

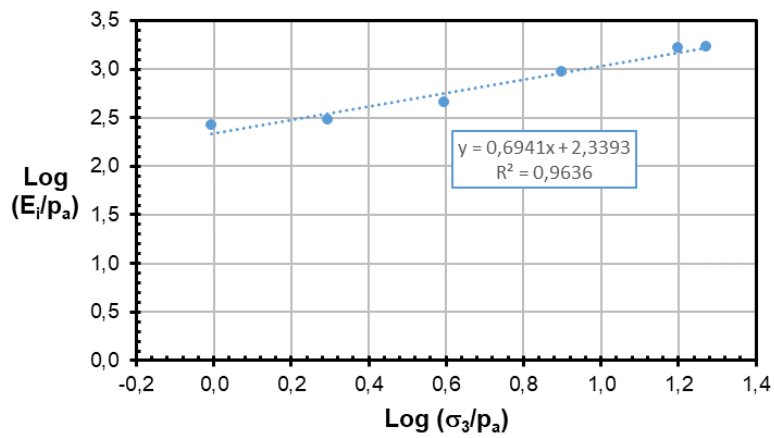
A estimativa dos valores de k , n , R_f e k_{ur} foi realizada com base nos resultados dos ensaios triaxiais consolidados drenados (CID). Assim como no modelo Elastoplástico Perfeito, foram definidos parâmetros para os graus de compactação iguais a 93, 95, 97 e 100%, separadamente. Os valores encontrados estão apresentados no Tabela 6-3.

Figura 6-15 – Determinação dos parâmetros a e b para GC = 93%.



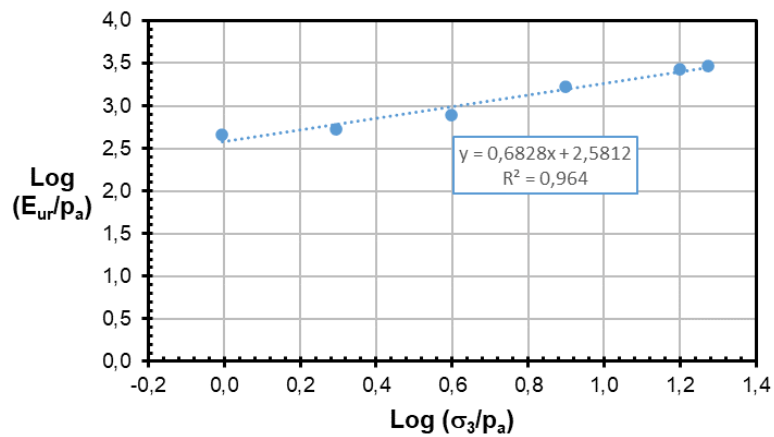
Fonte: O autor.

Figura 6-16 – Determinação dos parâmetros k e n para GC = 93%.



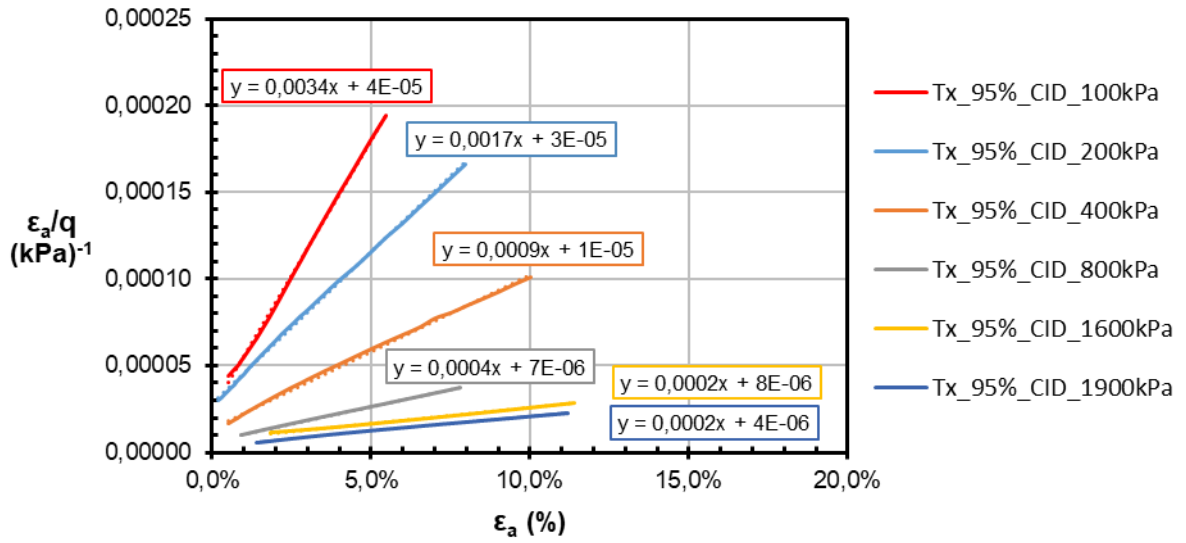
Fonte: O autor.

Figura 6-17 - Determinação do parâmetro k_{ur} para GC=93%.



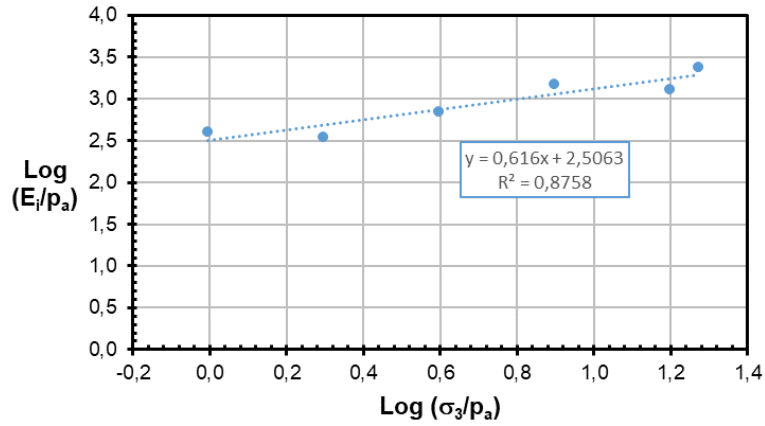
Fonte: O autor.

Figura 6-18 – Determinação dos parâmetros a e b para GC = 95%.



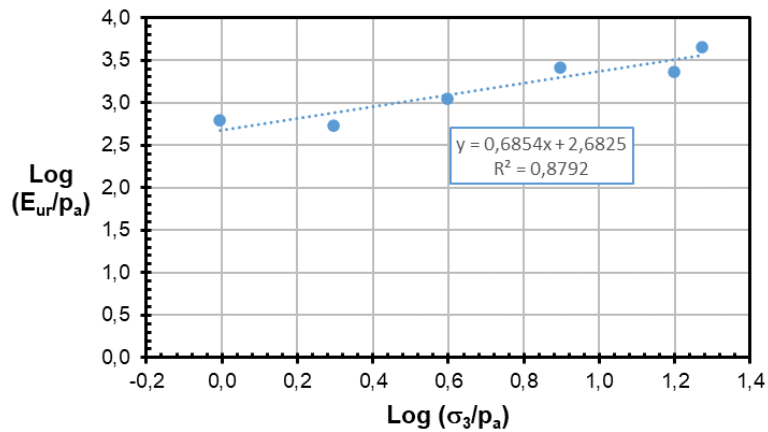
Fonte: O autor.

Figura 6-19 Determinação dos parâmetros k e n para GC = 95%.



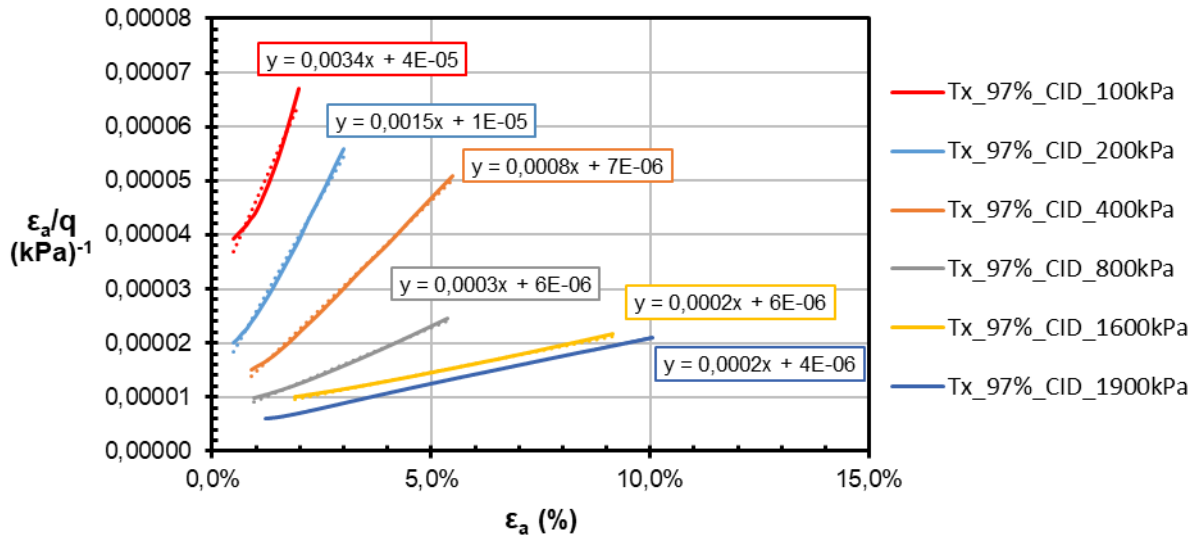
Fonte: O autor.

Figura 6-20 - Determinação do parâmetro k_{ur} para GC=95%.



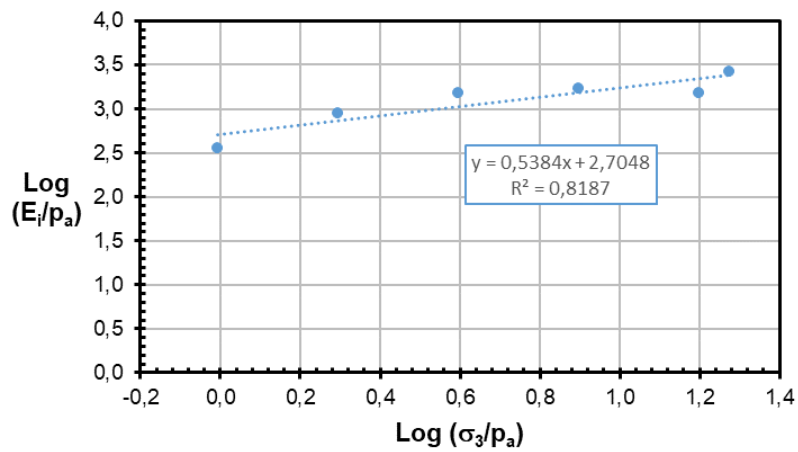
Fonte: O autor.

Figura 6-21 – Determinação dos parâmetros a e b para GC = 97%.



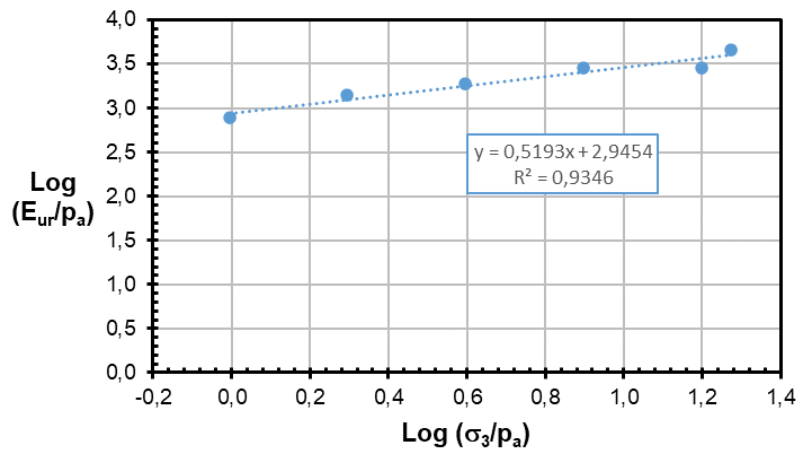
Fonte: O autor.

Figura 6-22 – Determinação dos parâmetros k e n para GC = 97%.



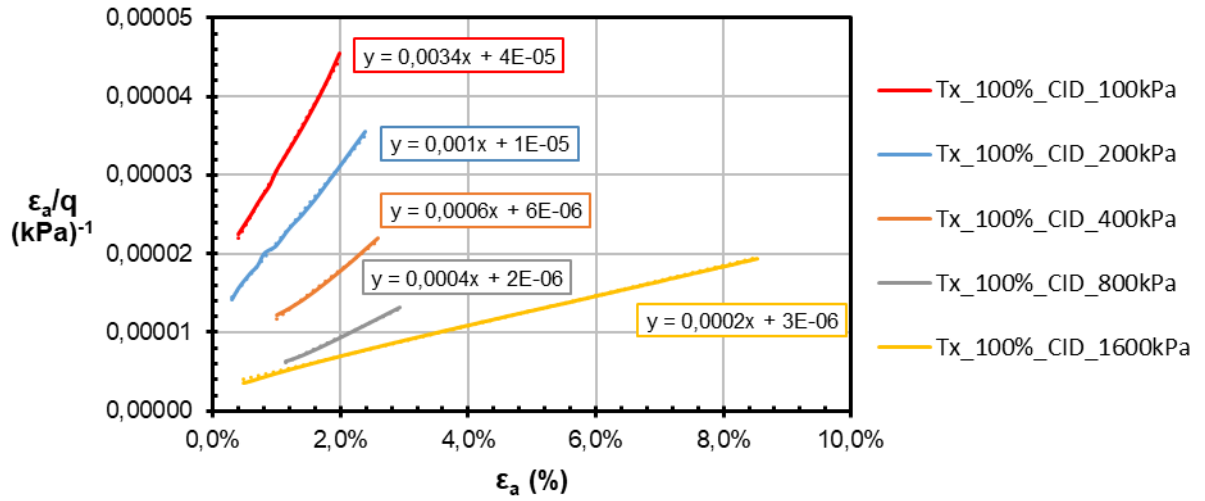
Fonte: O autor.

Figura 6-23 - Determinação do parâmetro k_{ur} para GC=97%.



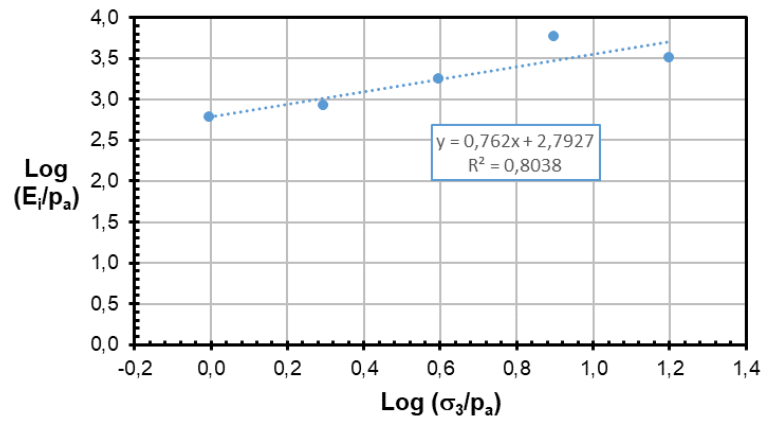
Fonte: O autor.

Figura 6-24 – Determinação dos parâmetros a e b para GC = 100%.



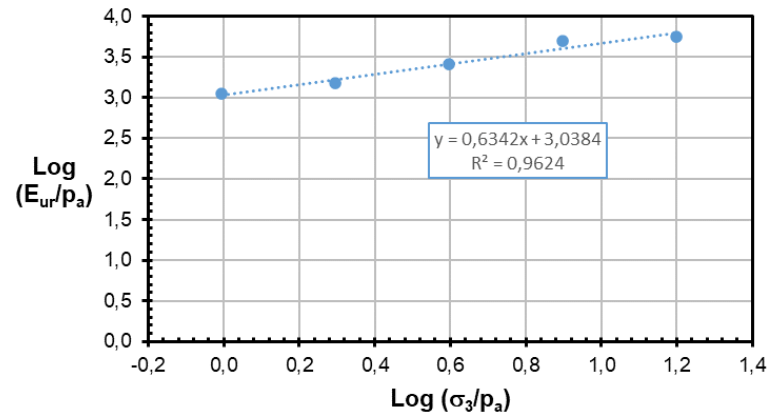
Fonte: O autor.

Figura 6-25 – Determinação dos parâmetros k e n para GC = 100%.



Fonte: O autor.

Figura 6-26 - Determinação do parâmetro k_{ur} para GC=100%.



Fonte: O autor.

Tabela 6-3 – Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados para o modelo Hiperbólico.

GC	ϕ' (°)	c' (kPa)	k	n	k_{ur}	R_f	v
93%	35	0	218,4	0,69	381,2	0,86	0,19
95%	35	0	320,9	0,62	481,3	0,87	0,22
97%	35	0	506,8	0,54	881,78	0,78	0,31
100%	36	0	620,5	0,76	1092,40	0,76	0,32

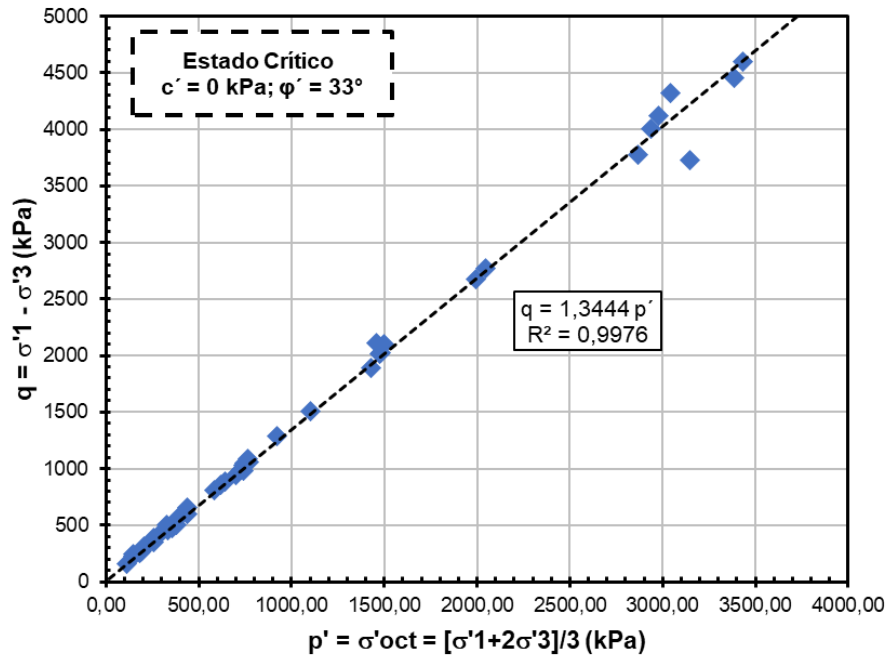
Fonte: O autor.

6.1.3.3 Modelo Cam-Clay Modificado

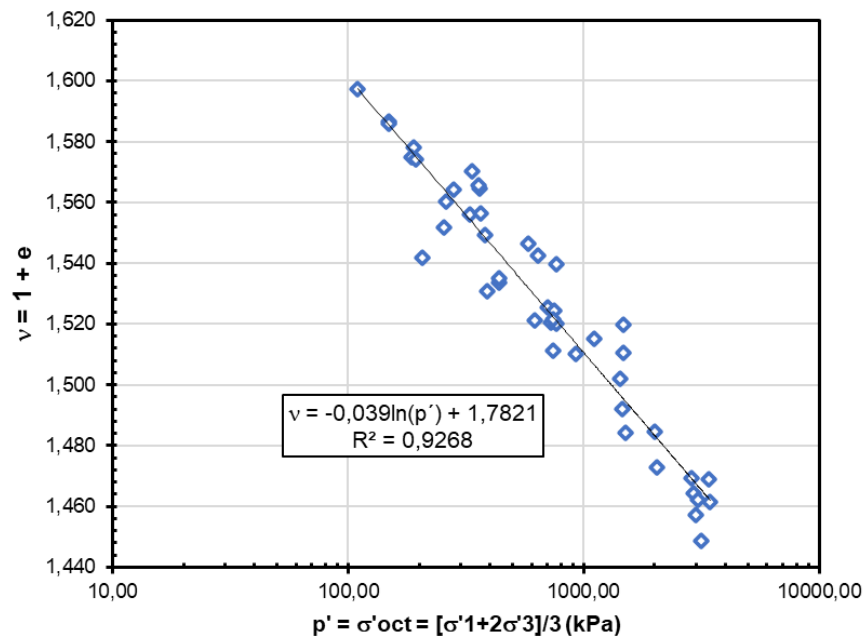
Para a aplicação do modelo Cam-Clay modificado, fez-se necessária a definição das seguintes variáveis: inclinação da linha de estado crítico no plano p' versus q (M), inclinação do trecho de compressão virgem ou da linha de estado crítico no plano $p' \times v$ (λ), valor de volume específico correspondente a $p' = 1,0$ kPa (Γ), inclinação da curva de recuperação elástica de descarrega-recarrega (κ), razão de pré-adensamento (OCR) e módulo cisalhante (G).

Uma vez que este modelo está embasado na teoria do estado crítico, os parâmetros de entrada estão associados às características intrínsecas do material. Logo, foram utilizados os ensaios em todos os graus de compactação, em uma interpretação conjunta, para a obtenção dos parâmetros do rejeito. Exceção é feita aos valores de OCR e G, os quais representam o estado corrente do solo, ou seja, variável com o grau de compactação.

A definição do parâmetro M foi realizada a partir do gráfico p' versus q obtido a partir dos resultados dos ensaios triaxiais, conforme indicado na Figura 6-27. Os mesmos ensaios triaxiais proporcionaram a estimativa dos parâmetros λ e Γ , considerando as envoltórias traçadas no plano $p' \times v$ (Figura 6-28). Para essa interpretação, adotou-se, como estado crítico, o estado de tensões correspondente à máxima deformação axial registrada em cada um dos ensaios.

Figura 6-27 - Linha de estado crítico no plano p' x q .

Fonte: O autor.

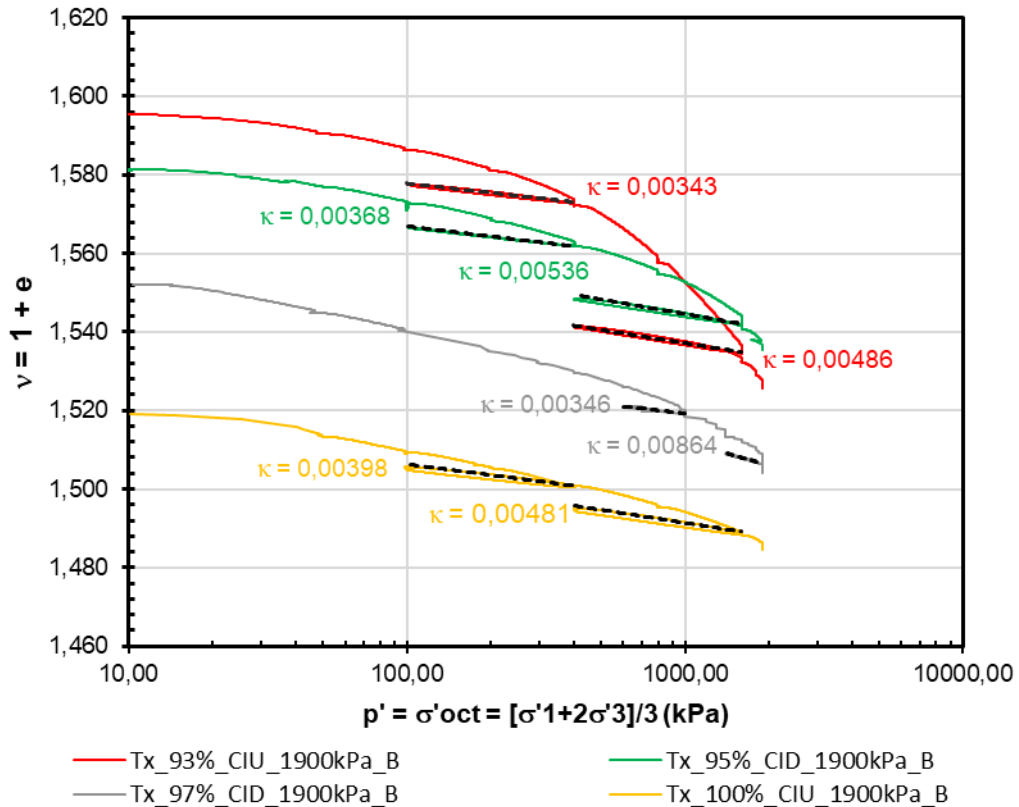
Figura 6-28 - Linha de estado crítico no plano p' x v .

Fonte: O autor.

Por outro lado, o parâmetro κ foi obtido com base nos resultados de adensamento isotrópico plotados no plano p' x v . A Figura 6-29 apresenta os trechos de

recompressão considerados na estimativa deste parâmetro, sendo o valor médio igual a 0,00423, representativo de todos os graus de compactação.

Figura 6-29 – Resultados do adensamento isotrópico no plano $p' \times v$, com ênfase para as retas de recompressão ajustadas.



Fonte: O autor.

A obtenção do módulo cisalhante (G_0) se baseou na aplicação da relação apresentada na Figura 2-3b. Para tanto, foi considerada a inclinação da reta traçada no plano ε_q versus q , partindo da origem até o ponto correspondente à metade da tensão desviadora máxima, tal que:

$$3G_{sec} = \frac{\delta q_{50\%}}{\delta \varepsilon_q} \quad (6-1)$$

A Tabela 6-4 resume os pontos considerados nessa interpretação, assim como os módulos cisalhantes obtidos para cada tensão confinante e grau de compactação avaliado.

Tabela 6-4 – Resultados dos ensaios de compressão triaxial utilizados para estimativa do módulo cisalhante (G)

GC	σ_c	$q_{m\acute{a}x}$	$q_{50\%}$	ϵ_a	ϵ_v	ϵ_q	G_{sec}	$G_{m\acute{e}dio}$
93%	100	278,17	139,09	0,90%	0,56%	0,71%	6.535,8	21.538,0
	200	506,33	253,16	1,40%	0,87%	1,11%	7.627,5	
	400	1039,25	519,62	2,00%	1,19%	1,61%	10.785,9	
	800	2115,76	1057,88	1,88%	1,06%	1,53%	23.052,1	
	1600	4387,77	2193,89	2,43%	1,68%	1,87%	39.195,9	
	1900	4962,56	2481,28	2,51%	1,63%	1,97%	42.030,9	
95%	100	293,00	146,50	0,70%	0,35%	0,58%	8.457,8	27.406,7
	200	504,63	252,31	1,40%	0,66%	1,17%	7.162,4	
	400	1050,74	525,37	1,40%	0,78%	1,14%	15.319,9	
	800	2181,27	1090,64	1,24%	0,88%	0,94%	38.497,9	
	1600	4179,78	2089,89	2,65%	1,35%	2,20%	31.649,7	
	1900	5150,71	2575,35	1,68%	0,98%	1,36%	63.352,7	
97%	100	313,45	156,72	0,60%	0,20%	0,53%	9.884,0	31.191,2
	200	561,91	280,96	0,60%	0,25%	0,51%	18.275,1	
	400	1137,49	568,75	0,90%	0,15%	0,85%	22.392,1	
	800	2310,90	1155,45	1,19%	0,64%	0,98%	39.337,1	
	1600	4449,41	2224,71	2,34%	1,13%	1,96%	37.849,1	
	1900	5025,27	2512,64	1,61%	0,60%	1,41%	59.409,7	
100%	100	453,14	226,57	0,60%	0,20%	0,53%	14.278,3	41.006,4
	200	701,80	350,90	0,70%	0,20%	0,63%	18.595,6	
	400	1230,79	615,40	0,70%	0,18%	0,64%	32.139,5	
	800	2342,42	1171,21	0,695%	0,24%	0,61%	63.529,8	
	1600	4613,05	2306,53	1,233%	0,68%	1,01%	76.489,0	

Fonte: O autor.

Para a estimativa do OCR, inicialmente admitiu-se que o material se comportaria como normalmente adensado ($OCR = 1$). Em seguida, para calibração desse aumentou-se, gradativamente, seu valor, até atingir o melhor ajuste do modelo constitutivo às curvas dos ensaios. Esses resultados são apresentados de forma mais detalhada no item 6.2.1.

Diante do exposto, a Tabela 6-5 reúne os parâmetros estimados pelos ensaios para as análises de tensão x deformação segundo o modelo Cam-Clay modificado.

Tabela 6-5 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados para o modelo Cam-Clay Modificado.

GC	G (kPa)	M	Γ	λ	κ	OCR
93%	21.538,0	1,3444	1,7821	0,039	0,00423	1
95%	27.406,7					
97%	31.191,2					
100%	41.006,4					

Fonte: O autor.

6.1.3.4 Modelo NorSand

Conforme indicado no capítulo 4, Carneiro (2021) apresentou, em seu trabalho, os parâmetros geotécnicos calibrados para a aplicação do modelo constitutivo NorSand em um rejeito filtrado de minério de ferro. Uma vez que o material estudado pelo referido autor é o mesmo avaliado no presente estudo, utilizaram-se os parâmetros descritos na

Tabela 4-1 e Tabela 4-2 para as análises tensão - deformação.

Logo, a Tabela 6-6 resume os parâmetros de entrada para as simulações numéricas. Destaca-se que os parâmetros de estado apresentados na Tabela 6-6 se referem ao menor valor encontrado por Carneiro (2021), considerando uma linha de estado crítico (CSL) ajustada segundo uma função semi-log, para todos os graus de compactação avaliados. Assim como os demais parâmetros, esses valores foram validados e calibrados, de forma a promover o melhor ajuste com os dados obtidos em laboratório, conforme relatado no item 6.2.1.

Tabela 6-6 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência considerados para o modelo NorSand.

Parâmetros	Graus de Compactação (%)			
	93	95	97	100
G_{ref} (MPa)	18	20	22	50
n	0,58	0,55	0,52	0,72
p'_{ref} (kPa)	100	100	100	100
Ψ	0,004	-0,0024	-0,0045	-0,008
M_{tc}			1,384	
λ			0,041	
H_0			160,00	
χ_{tc}			8,16	
N_{tc}			0,0058	
H_{Ψ}			1037	
Γ			0,80	
v			0,2	
OCR			1,0	

Fonte: adaptado de Carneiro (2021).

Cabe destacar que, em seu trabalho, Carneiro (2021) determinou os valores de OCR para cada nível de tensão, de todos os graus de compactação e tipos de ensaios realizados. O autor realizou essa estimativa a partir de calibrações com as curvas obtidas em laboratório. Para o presente estudo, optou-se por adotar um valor de OCR único para grau de compactação ensaiado. Logo, admitiu-se, inicialmente, que o material se comportaria como normalmente adensado ($OCR = 1$) para GC igual a 93, 95, 97 e 100%. Em seguida, durante a calibração do modelo (ver item 6.2.1.5), esse valor foi avaliado e alterado, caso necessário, a fim de se alcançar o melhor ajuste aos dados experimentais.

6.2 Modelagem numérica

6.2.1 Calibração dos Modelos Constitutivos

6.2.1.1 Disposições Gerais

Para calibração e validação dos parâmetros apresentados no item 6.1.3, estes foram avaliados com auxílio do *software* RSData, da empresa canadense Rocscience Inc.™. Sendo assim, neste item são apresentadas, associadamente, as envoltórias obtidas nos ensaios de compressão triaxial e aquelas calculadas com base nas equações constitutivas dos modelos Mohr-Coulomb, Cam-Clay Modificado e NorSand. Por fim, os resultados foram discutidos e ajustados, sendo apresentados os parâmetros finais utilizados nas simulações numéricas.

6.2.1.2 Modelo Elastoplástico Perfeito

No presente item são apresentados, simultaneamente às soluções analíticas para o modelo Elastoplástico Perfeito (associado ao critério de Mohr Coulomb), os resultados dos ensaios triaxiais do tipo CIDsat e CIUsat, realizados a partir de um confinamento hidrostático nas tensões de 100, 200, 400, 800, 1600 e 1900 kPa, para os graus de compactação iguais a 93, 95, 97 e 100 %. Inicialmente, adotou-se o conjunto de parâmetros descrito na Tabela 6-2.

Na Figura 6-30 e Figura 6-31 são apresentados os resultados encontrados, para o grau de compactação de 93%, considerando os ensaios drenados e não drenados, respectivamente. As curvas obtidas analiticamente são representadas na cor cinza, enquanto os resultados experimentais têm cores variadas a depender da tensão confinante aplicada no ensaio, conforme descrito na legenda.

De forma análoga, a Figura 6-32 e Figura 6-33 apresentam os resultados para GC = 95%, a Figura 6-34 e Figura 6-35, para GC = 97% e a Figura 6-36 e Figura 6-37, para GC = 100%.

Figura 6-30 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 93% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .

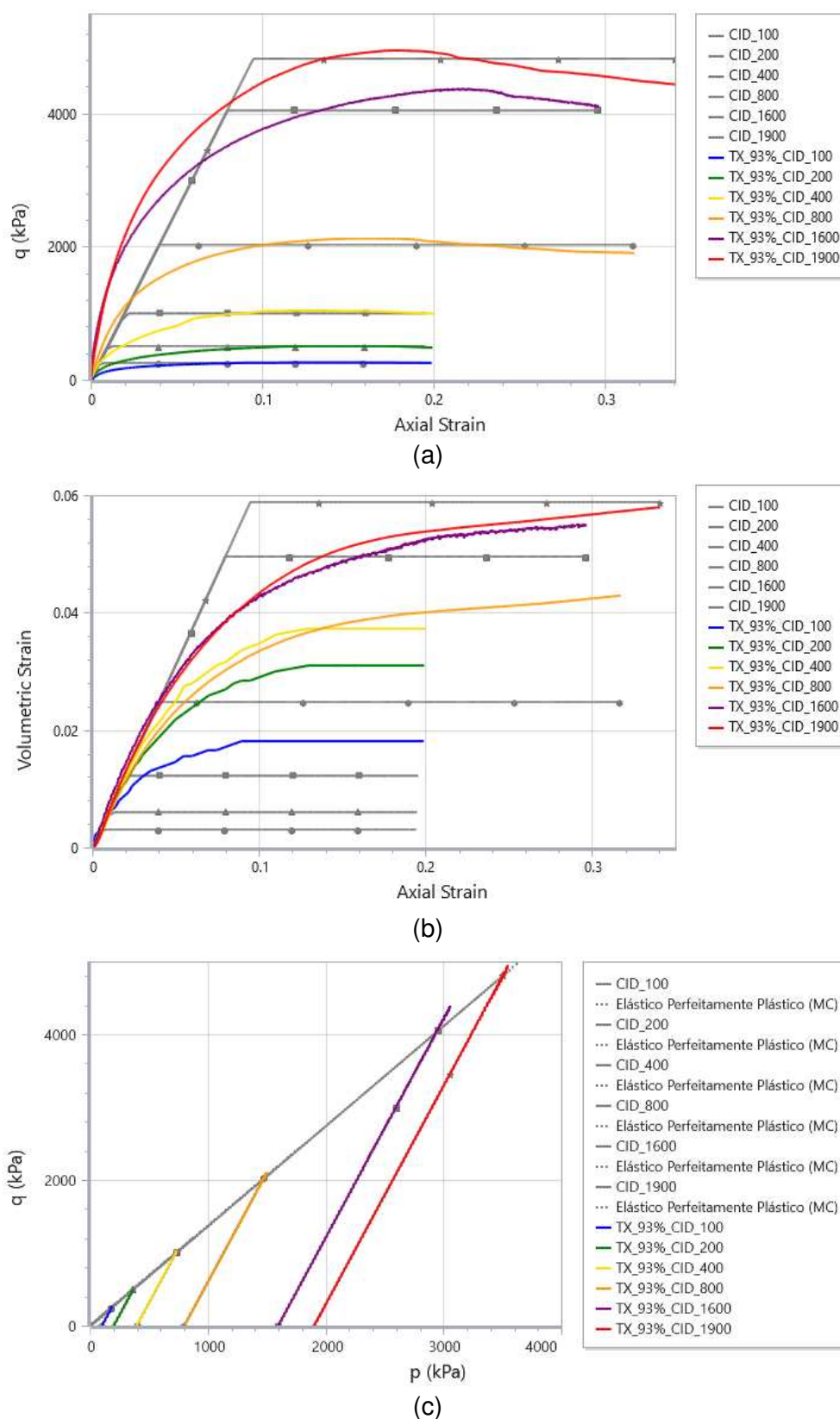
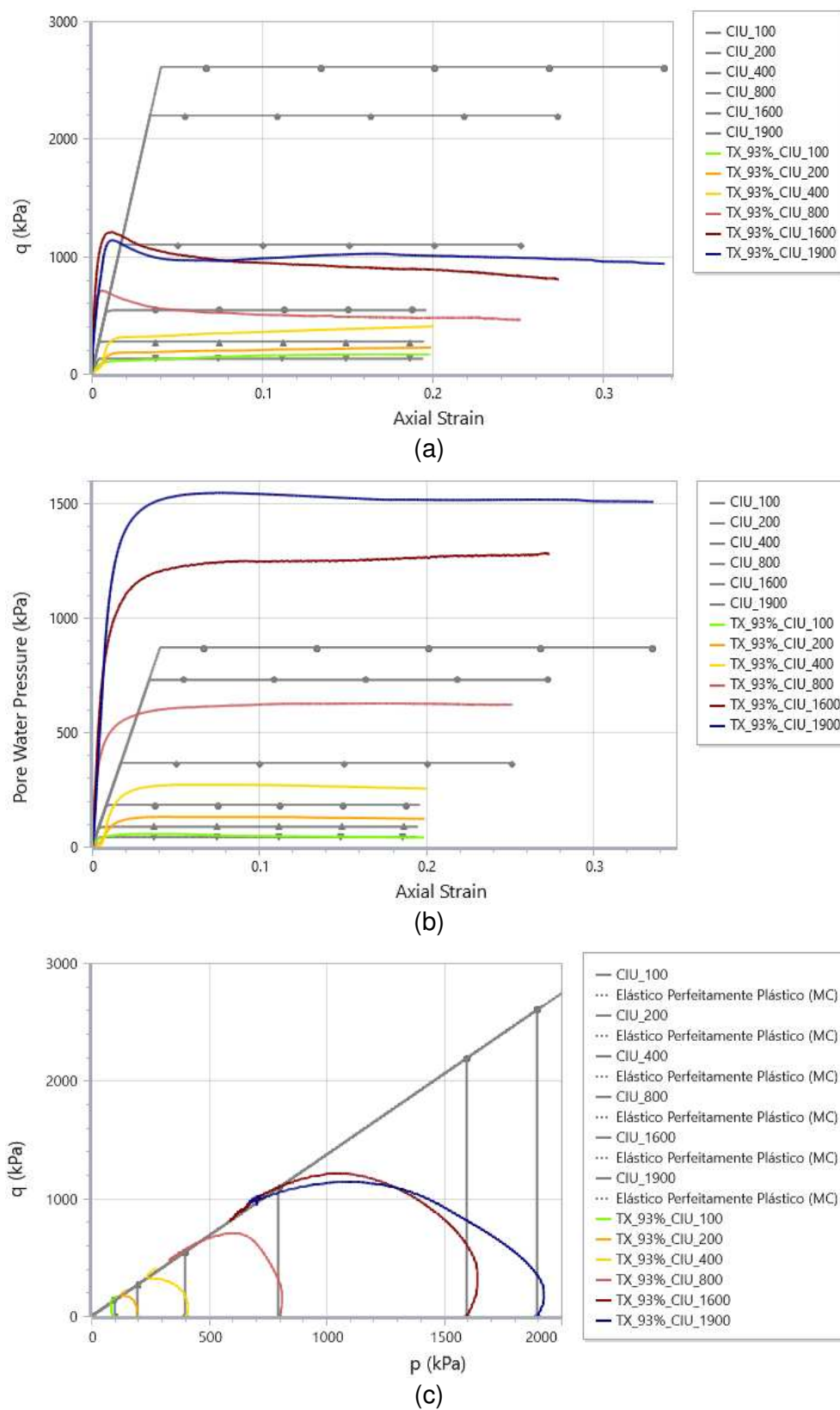
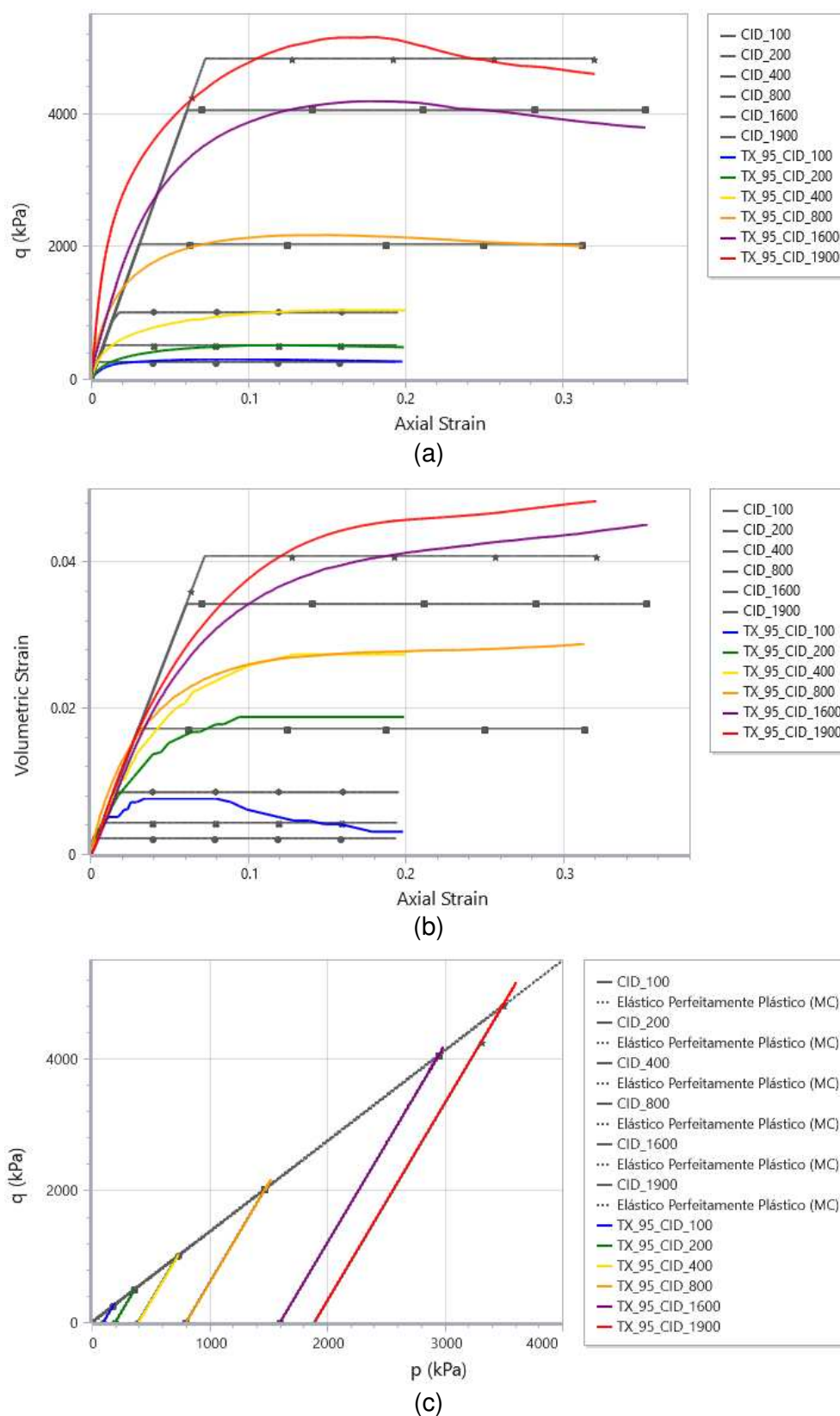


Figura 6-31 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 93% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-32 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 95% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-33 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 95% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .

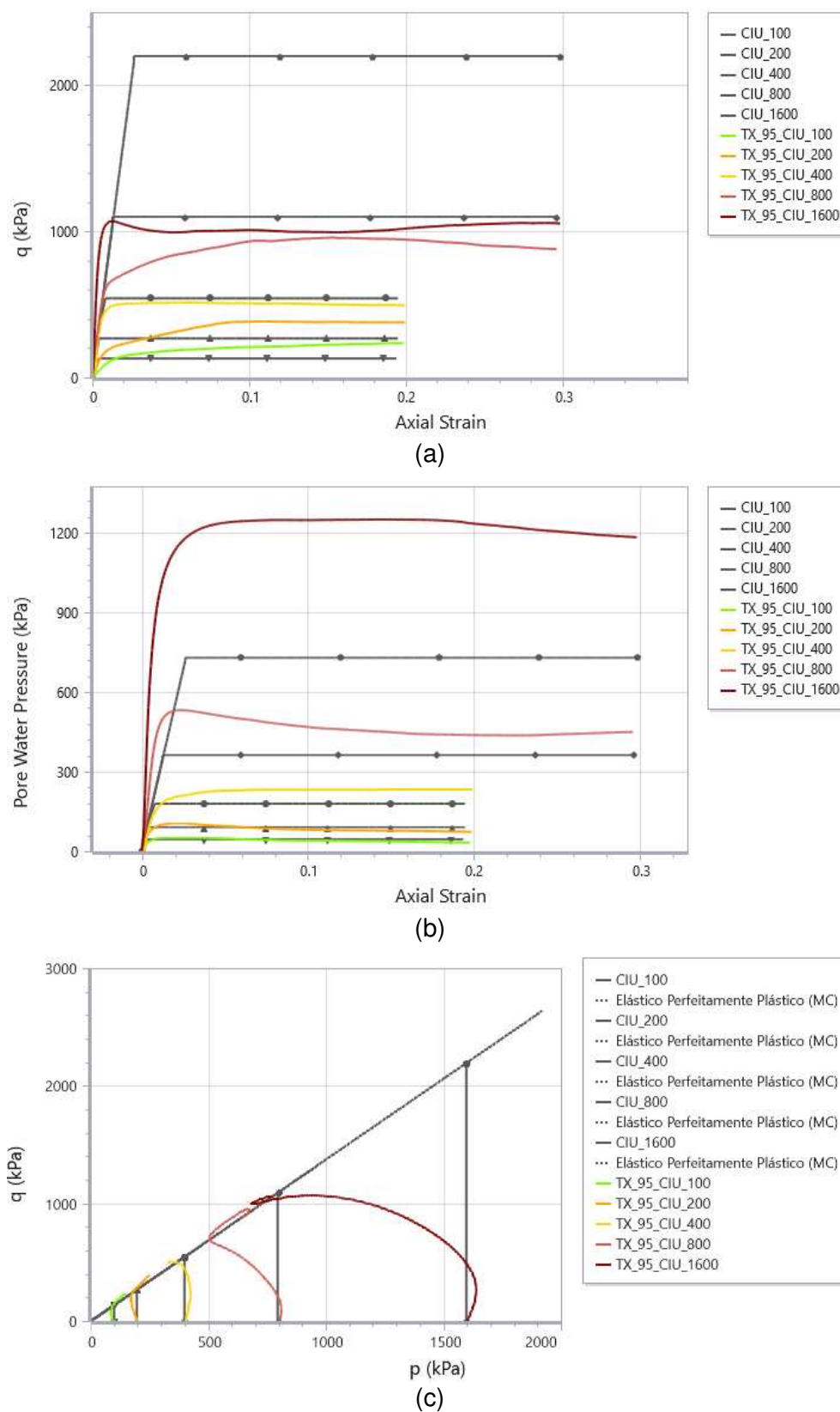
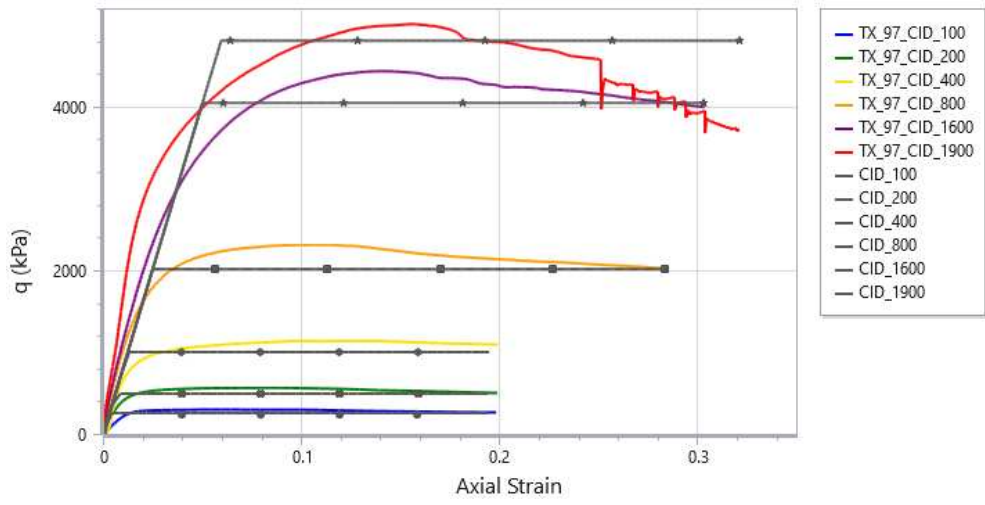
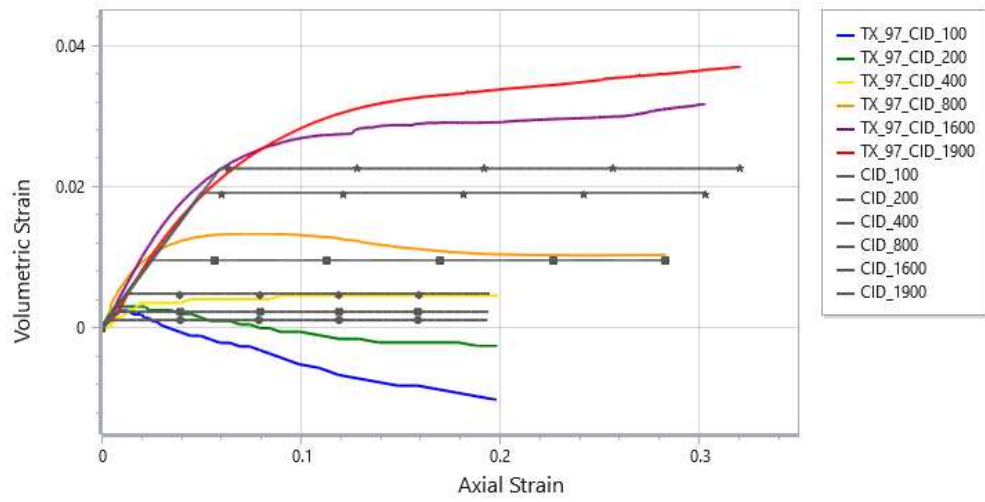


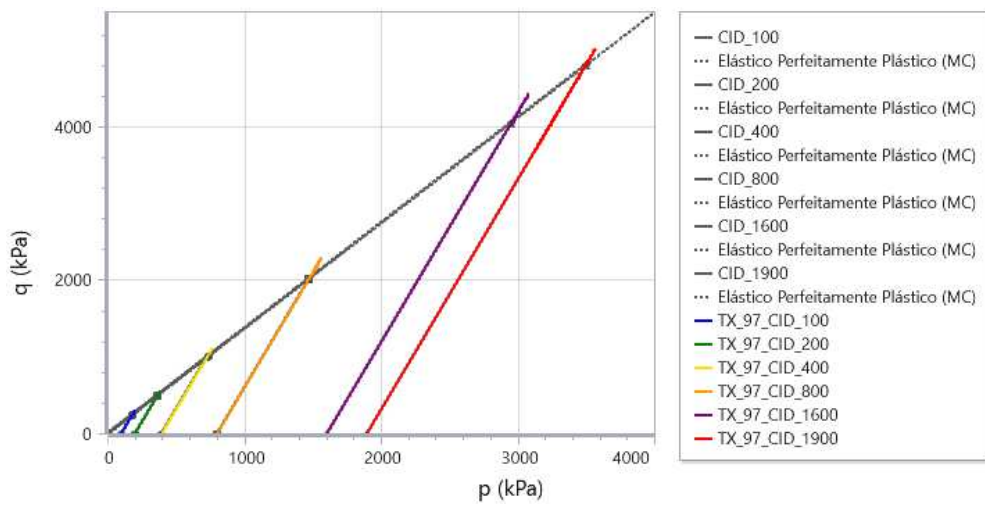
Figura 6-34 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 97% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



(a)



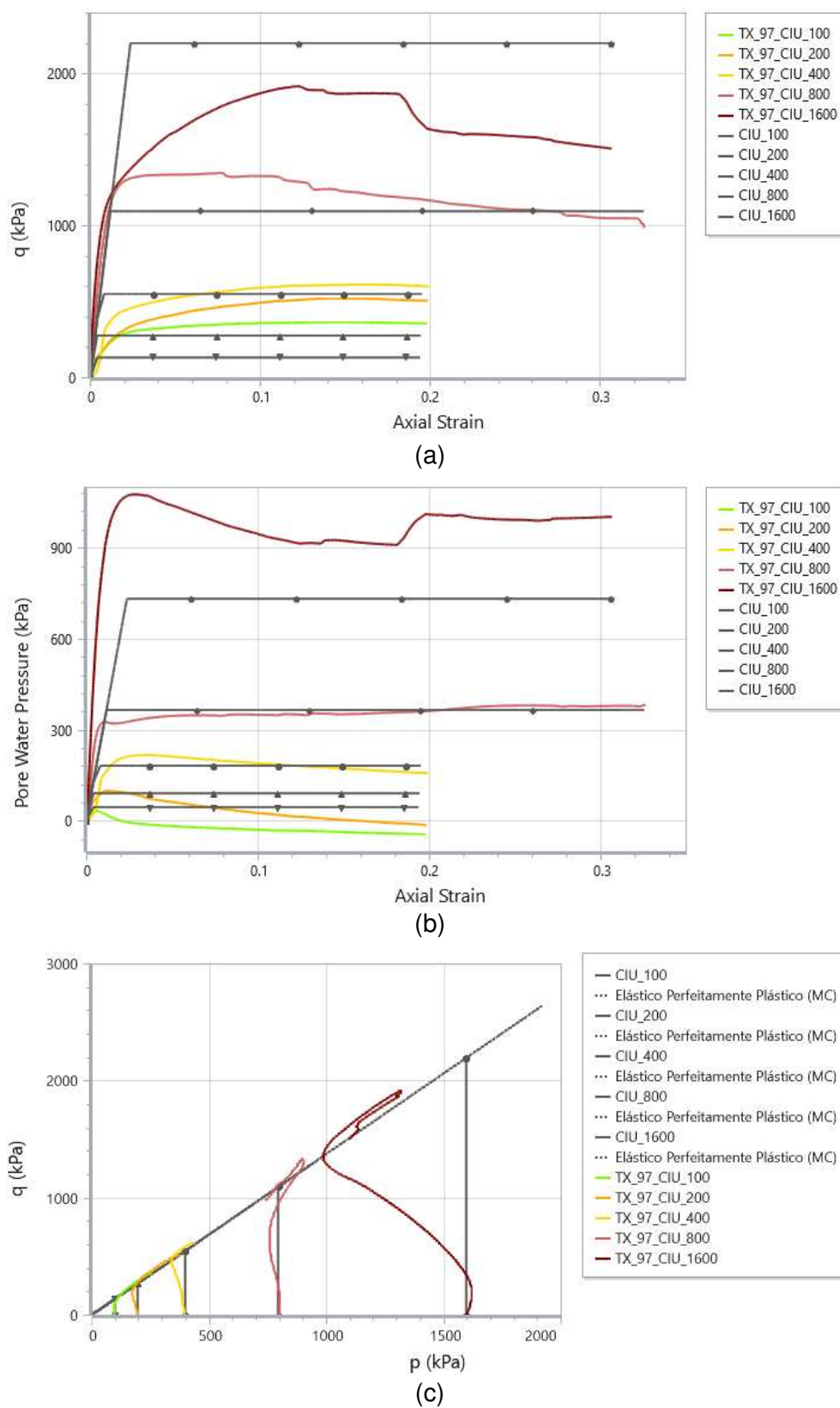
(b)



(c)

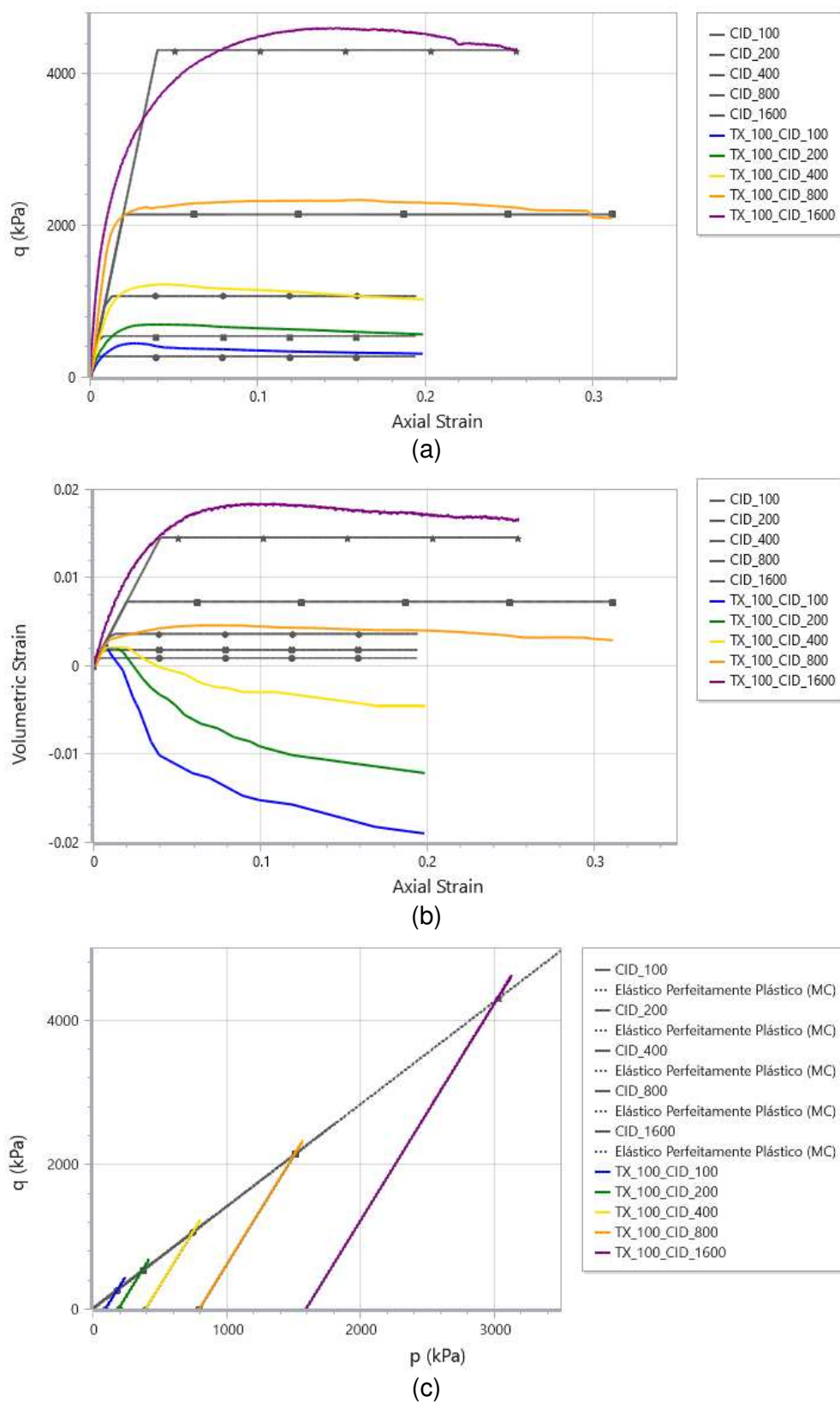
Fonte: O autor.

Figura 6-35 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 97% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



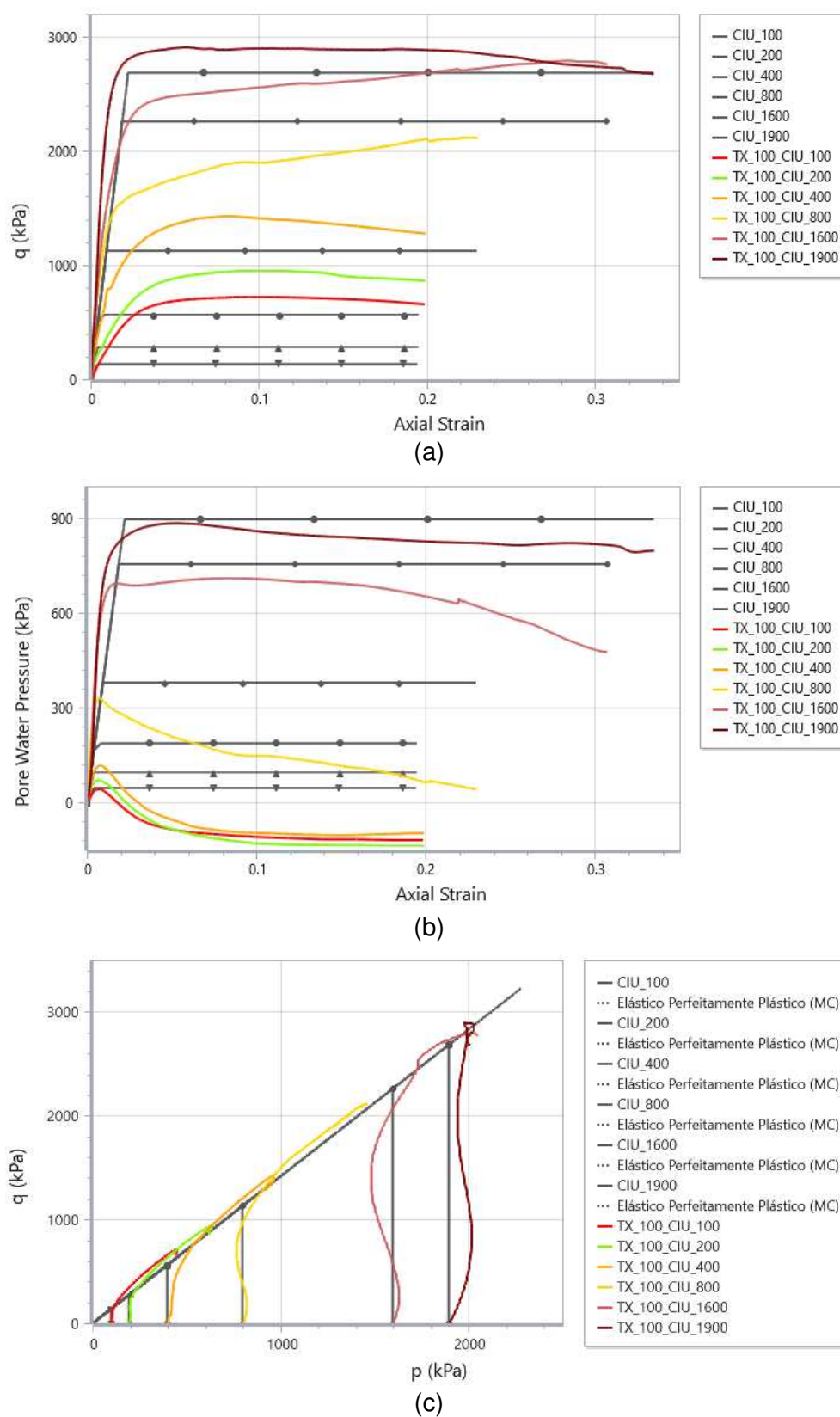
Fonte: O autor.

Figura 6-36 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 100% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-37 - Calibração do modelo elastoplástico perfeito para GC = 100% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q



Fonte: O autor.

Analisando os resultados apresentados entre a Figura 6-30 e **Erro! Fonte de referência não encontrada.**, tem-se que

- Como esperado, a representação do trecho elástico por um módulo de elasticidade médio se aproximou mais das tensões medianas de ensaio (400 e 800 kPa), se afastando das curvas correspondentes a tensões maiores (mais íngremes) e menores (mais abatidas).
- Na representação do comportamento não drenado, considerando o modelo elástico perfeitamente plástico aplicado a um ensaio triaxial convencional (tensão confinante constante e tensão desvio crescente), em que $\delta q / \delta p = 3$, tem-se que $\delta u = \delta q / 3$ em qualquer fase do ensaio. Logo, $u_{m\acute{a}x} = q_{m\acute{a}x} / 3$. Essa estimativa se mostrou inferior aos resultados laboratoriais encontrados, para a maioria dos ensaios realizados.
- As deformações volumétricas na fase elástica, segundo o comportamento drenado, são calculadas conforme Equação (2-6). Na fase plástica, uma vez que a dilatância é nula, observa-se deformação volumétrica constante para deformação axial crescente. Desse modo, o modelo também não representa as deformações volumétricas negativas (dilatantes), observadas principalmente para os graus de compactação superiores, correspondentes a maiores graus de sobreconsolidação.
- As trajetórias de tensões (plano p' versus q) dos ensaios drenados apresentaram bom ajuste aos dados experimentais, variando apenas o valor da resistência máxima de ensaio. Já nos ensaios não drenados, em geral, não foram observados bom ajustes entre as trajetórias, uma vez que valores obtidos em laboratório correspondem a uma curva predominantemente contrátil e os dados calculados configuram uma reta vertical ($p = \sigma_3 =$ constante; $q = \sigma_d$). Com isso, os ensaios em que o solo apresenta comportamento sobreadensado e levemente dilatante (baixas tensões ou altos graus de compactação), tendem a se ajustar melhor a essa configuração de trajetória.

- Nos ensaios drenados os valores de resistência máxima ($q_{\text{máx}}$) observados em laboratório e os estimados pelo critério de Mohr-Coulomb se mantiveram próximos. Nos ensaios não drenados, por outro lado, as simulações numéricas tenderam a superestimar de forma significativa a resistência final do material. Atribui-se esse comportamento ao desenvolvimento de poropressão, já discutido anteriormente.
- Em todos os ensaios triaxiais realizados foi observado um baixo índice de fragilidade (comportamento dúctil), já que não foi observada uma queda significativa de resistência após a ruptura. Com isso, o ângulo de atrito de pico se manteve próximo ao residual e a fase plástica, estimada analiticamente como uma reta horizontal, manteve-se ainda próxima dos dados experimentais para grandes deformações.
- De forma geral, percebe-se melhor ajuste para GC = 100%, incluindo ensaios drenados e não drenados. Possivelmente esse comportamento está relacionado ao fato do material ter maior tensão de pré-adensamento e, conseqüentemente, maior fase elástica durante o cisalhamento.

Por fim, destaca-se que as propriedades do material inicialmente inseridas no *software* RSDData foram aquelas descritas na Tabela 6-2. Porém, após a avaliação das curvas calculadas conjuntamente com obtidas em laboratório, observou-se um melhor ajuste para um ângulo de atrito de pico igual a 34° e residual igual a 33° , para todas as amostras. Logo, os parâmetros finais estipulados após a calibração são reunidos na Tabela 6-7.

Tabela 6-7 – Resumo dos parâmetros finais estimados após calibração para o modelo elasto-plástico perfeito, considerando o critério de plastificação de Mohr-Coulomb.

GC	Pico		Residual		Ψ ($^\circ$)	E_{50} (kPa)	ν
	ϕ' ($^\circ$)	c' (kPa)	ϕ' ($^\circ$)	c' (kPa)			
93%	34	0	33	0	0	50800	0,19
95%	34	0	33	0	0	66200	0,22
97%	34	0	33	0	0	80800	0,31
100%	34	0	33	0	0	106400	0,32

Fonte: O autor.

6.2.1.3 Modelo Hiperbólico

Para o modelo Hiperbólico (associado ao critério de Mohr Coulomb), foram também analisados, simultaneamente, as soluções analíticas e os resultados dos ensaios triaxiais do tipo CIDsat e CIUsat, realizados nas tensões de confinamento iguais a 100, 200, 400, 800, 1600 e 1900 kPa. Entre a Figura 6-38 e Figura 6-41, são apresentados os gráficos referentes aos graus de compactação iguais a 93, 95, 97 e 100 %. Cabe destacar que, conforme mencionado no item 2.2.4, este modelo foi baseado na forma hiperbólica da curva tensão-deformação obtida em testes de compressão triaxial drenados, logo, foram considerados apenas os ensaios drenados nessa calibração.

O conjunto de parâmetros utilizados para a aplicação da equação constitutiva do modelo está resumido na Tabela 6-3.

Figura 6-38 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 93% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .

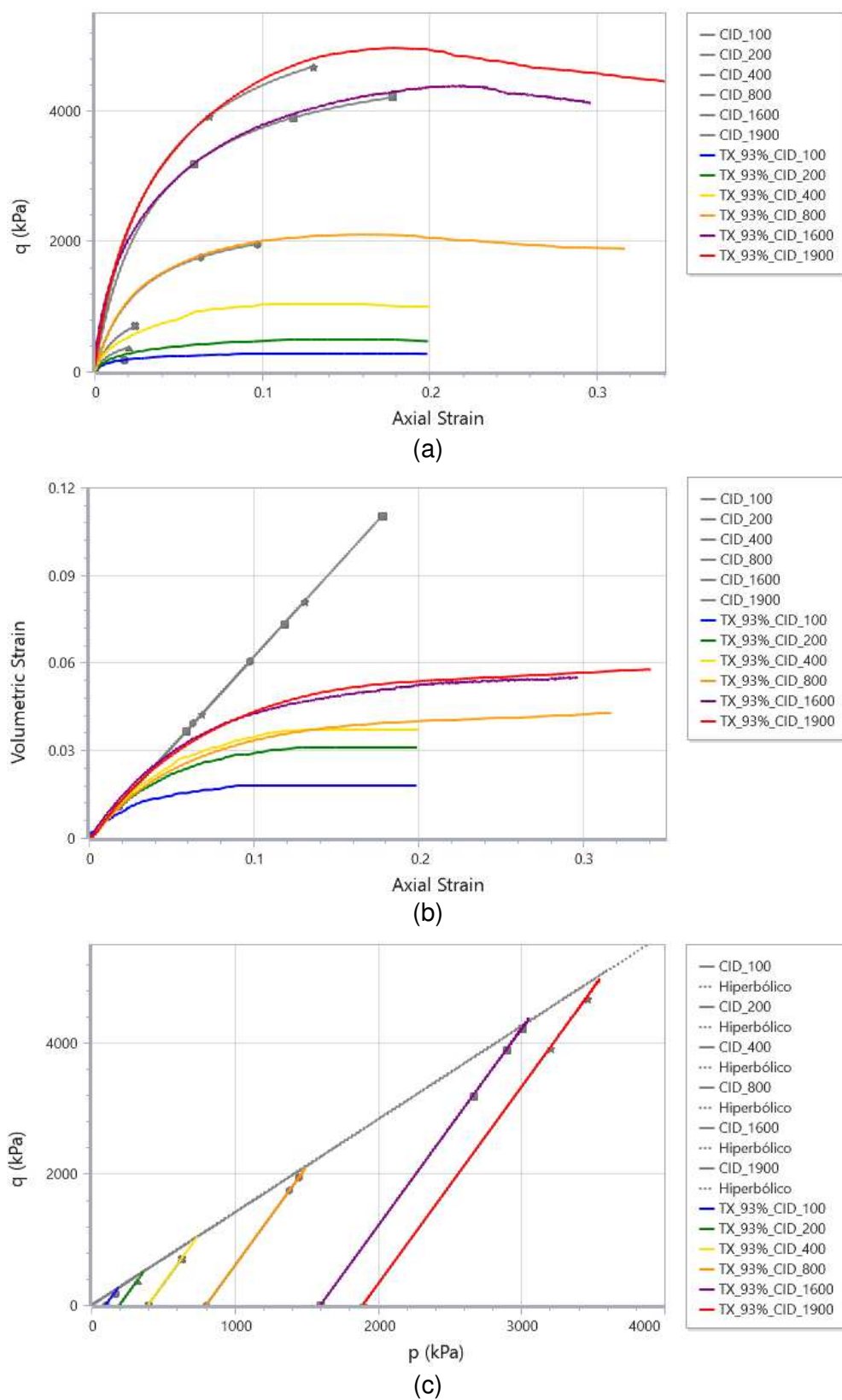
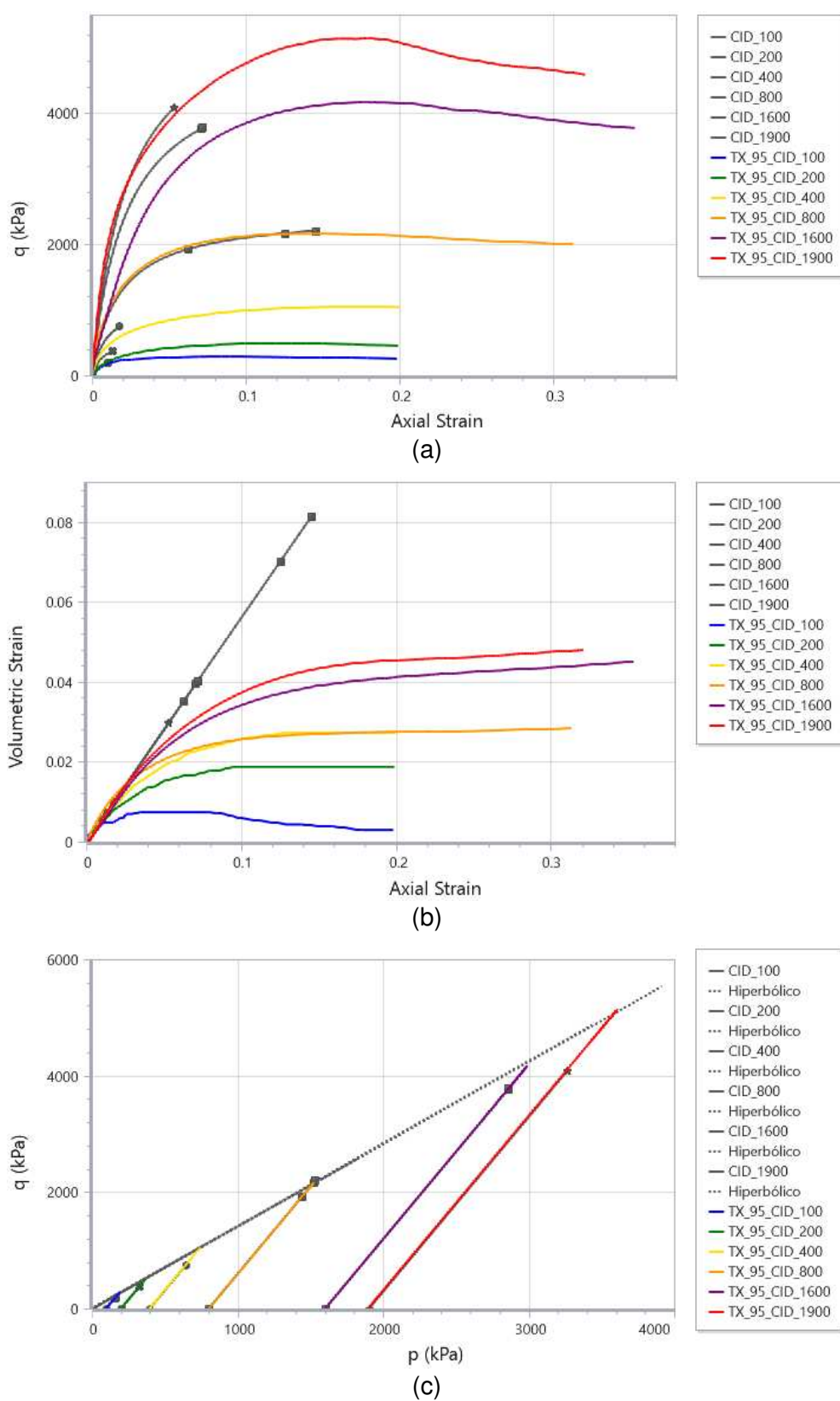
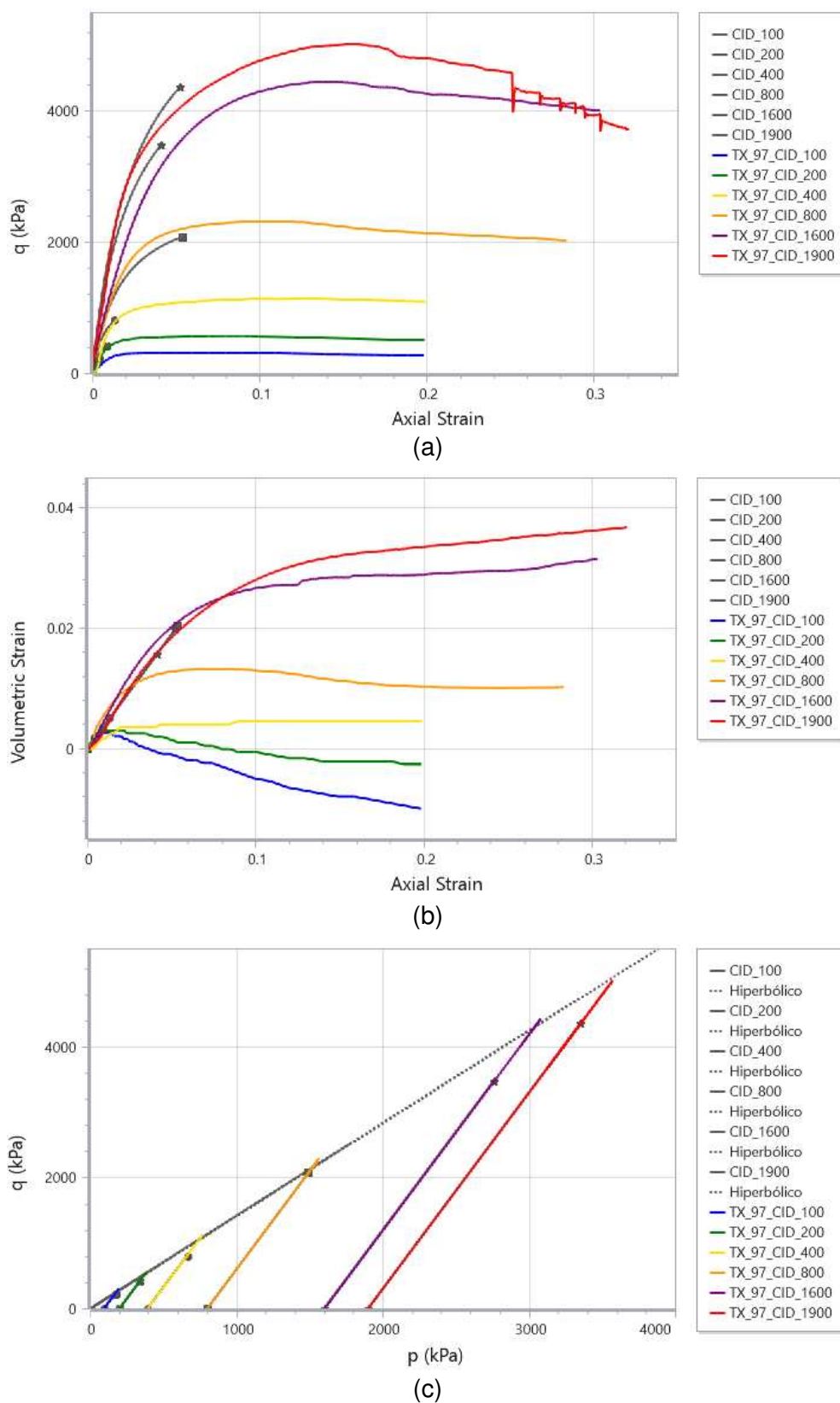


Figura 6-39 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 95% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



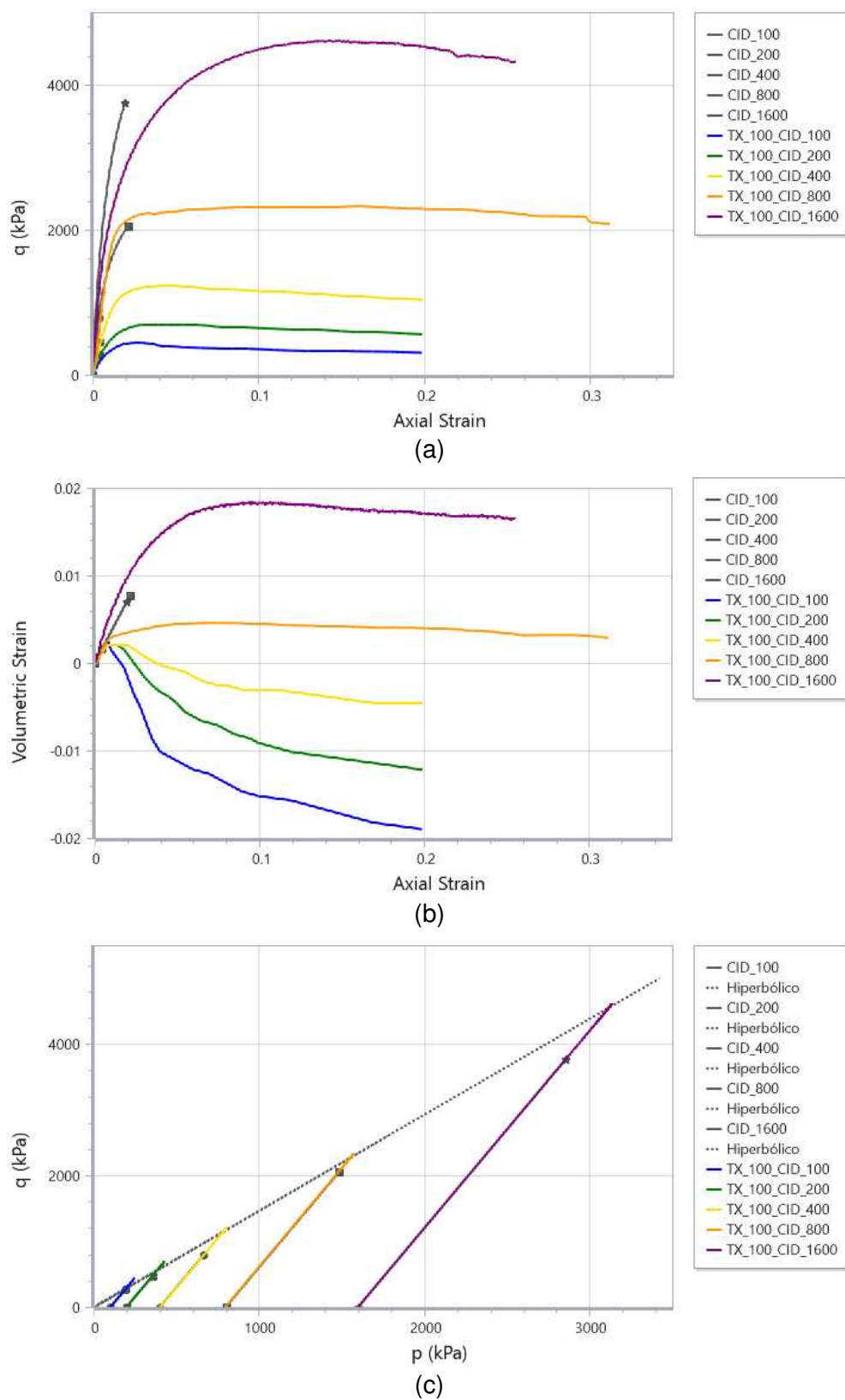
Fonte: O autor.

Figura 6-40 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 97% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-41 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 100% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Analisando os resultados apresentados entre a Figura 6-38 e Figura 6-41, tem-se que

- Ao contrário do modelo elastoplástico perfeito, o modelo hiperbólico é capaz de considerar o comportamento não linear do rejeito. A dependência da rigidez (módulo de elasticidade) às tensões aplicadas garante um melhor ajuste das curvas em seu trecho inicial, independente da tensão de confinamento.
- Ao se adotar um valor de coeficiente de Poisson constante, tem-se que as deformações volumétricas na fase elástica, assim como no modelo elastoplástico perfeito, são calculadas a partir da Equação (2-6). No entanto, como a plastificação no modelo hiperbólico é atingida em deformações axiais diferentes, as deformações volumétricas máximas calculadas também diferem.
- No caso das amostras com graus de compactação iguais a 93 e 95%, as deformações volumétricas máximas calculadas nesse modelo resultaram em valores muito altos, superando consideravelmente os dados dos ensaios. Já nas amostras com GC=95% e GC=100%, observou-se o oposto, com deformações volumétricas experimentais maiores que as simuladas. A incorporação no cálculo do módulo de elasticidade volumétrico dependente da tensão auxilia no melhor ajuste das curvas de deformação volumétrica, porém gera dificuldade na convergência do modelo quando aplicada em análises numéricas, e maior custo computacional.
- Com exceção das amostras com GC=93%, notou-se que a resistência máxima calculada pelo modelo se mostrou abaixo daquela observada nos ensaios triaxiais.
- Apesar da solução analítica se aproximar das curvas em seu início e, visualmente, os resultados experimentais se assemelharem à função hiperbólica, percebe-se que, no geral, este modelo não representaria de forma adequada o comportamento esperado em uma análise numérica. De acordo com o observado, em uma análise tensão-deformação tridimensional,

a utilização deste modelo enfrentaria dificuldades na convergência na fase de cedência, com maiores deformações.

- Uma limitação da aplicação deste modelo apresentada pelo *software* RSDData está relacionada ao trecho final do ensaio, após a plastificação. Notou-se que, nas simulações realizadas, o modelo hiperbólico conseguiu representar bem o comportamento do material até próximo da tensão desvio máxima, definida também com auxílio do critério de Mohr-Coulomb. Após atingido esse valor, a curva foi interrompida na simulação.

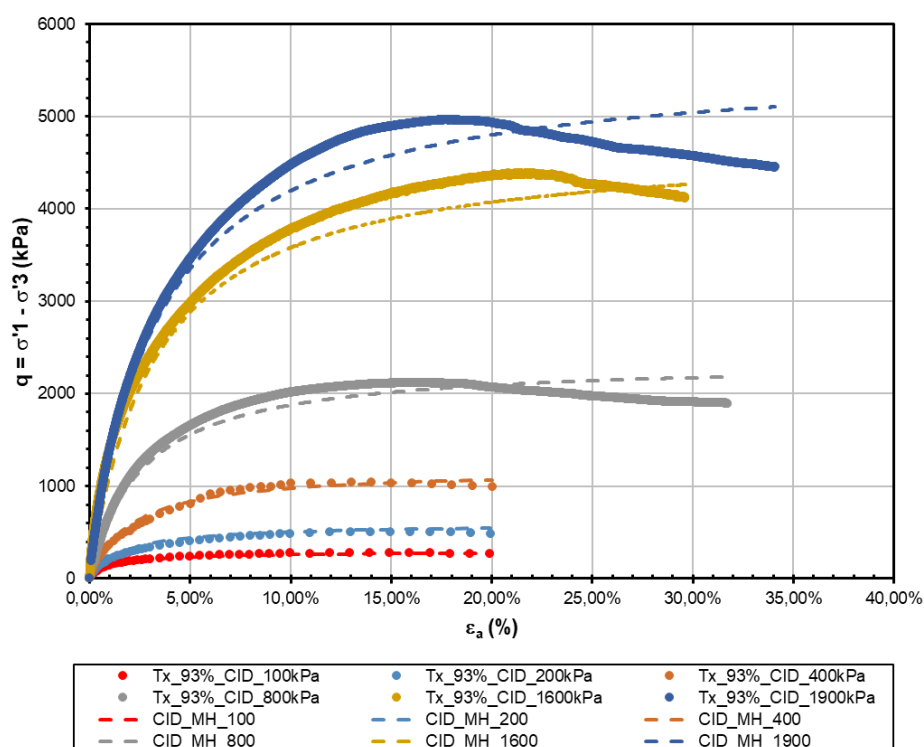
Analisando os possíveis motivos para a interrupção das curvas do Modelo Hiperbólico no *software* RSDData, observou-se que esta se tratava de uma dificuldade de convergência do modelo ao se aproximar da tensão desvio máxima. Logo, alteraram-se os parâmetros relacionados a convergência numérica, sendo estes: número máximo de iterações, critério de convergência (tensão, deformação ou tensão e deformação) e tolerância. Destaca-se que o comportamento das curvas se mostrou pouco sensível às alterações no número máximo de iterações e critério de convergência, apresentando variações significativas apenas para diferentes valores de tolerância.

Sabe-se que o valor de tolerância determina a diferença máxima permitida na solução das equações constitutivas em iterações subsequentes para que seja atingida a convergência numérica. Dessa forma, foi realizada uma análise paramétrica, variando o valor de tolerância no intervalo de 0,1 a 1,0. Com isso, a representação total da curva tensão versus deformação do Modelo Hiperbólico, considerando toda fase de escoamento, só foi obtida para tolerância igual a 1,0. No entanto, ao se admitir maiores valores de tolerância, as curvas calculadas numericamente se afastaram significativamente das curvas obtidas nos ensaios, o que representaria um ajuste não satisfatório da calibração.

A fim de avaliar as limitações identificadas, realizou-se também a calibração das curvas tensão versus deformação com auxílio de planilhas eletrônicas, no *software* Microsoft Excel. Os resultados obtidos para os graus de compactação iguais a 93, 95, 97 e 100 % são apresentados entre a Figura 6-42 e Figura 6-45, sendo as linhas

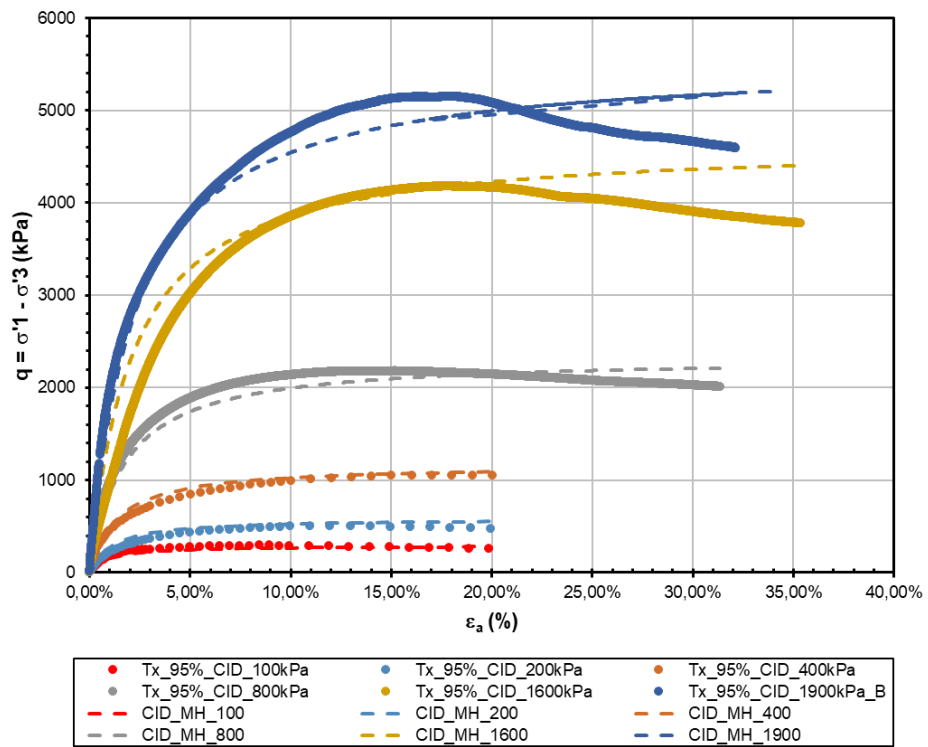
pontilhadas referentes às curvas calculadas no Modelo Hiperbólico (MH) e as com marcadores circulares referentes às curvas obtidas nos ensaios de laboratório.

Figura 6-42 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 93% - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.



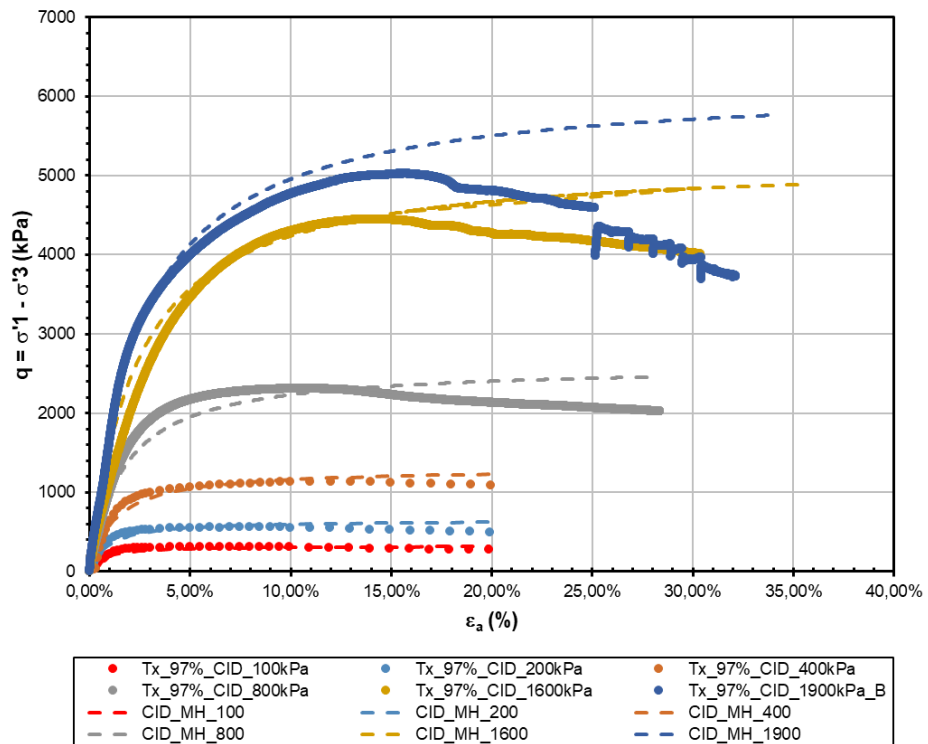
Fonte: O autor.

Figura 6-43 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 95% - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.



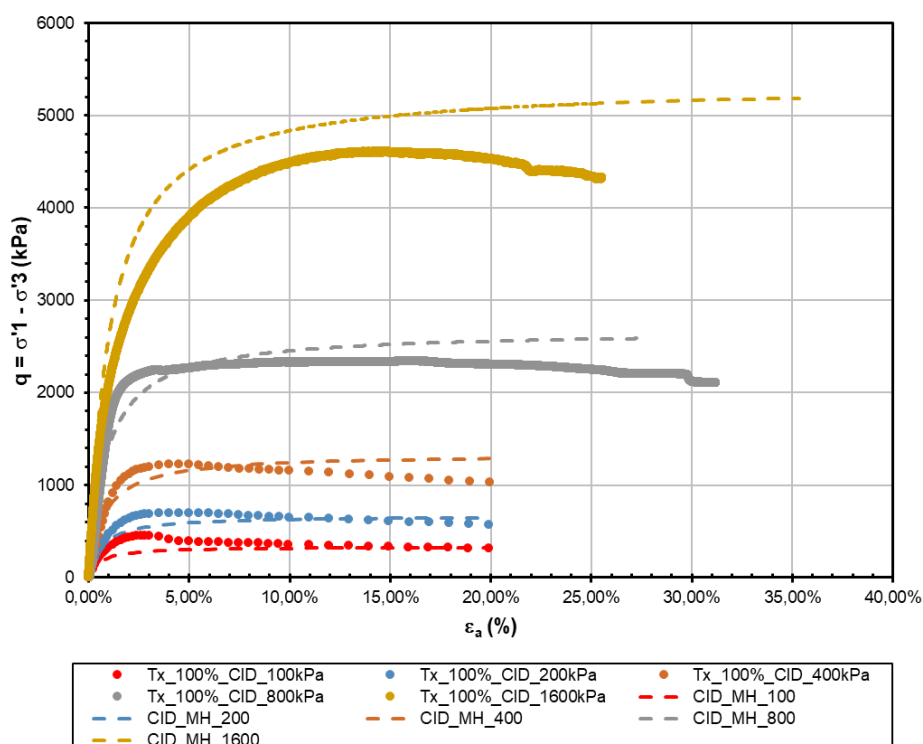
Fonte: O autor.

Figura 6-44 - Calibração do modelo hiperbólico para $GC = 97\%$ - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.



Fonte: O autor.

Figura 6-45 - Calibração do modelo hiperbólico para GC = 100% - Ensaio CID – Curvas tensão desvio versus deformação axial obtida com auxílio de planilha eletrônica.



Fonte: O autor.

As curvas calculadas pelas planilhas confirmaram o bom ajuste do modelo aos dados de laboratório. Finalmente, após a avaliação da calibração em ambos os *softwares*, não se observou a necessidade de alteração dos parâmetros inicialmente estimados.

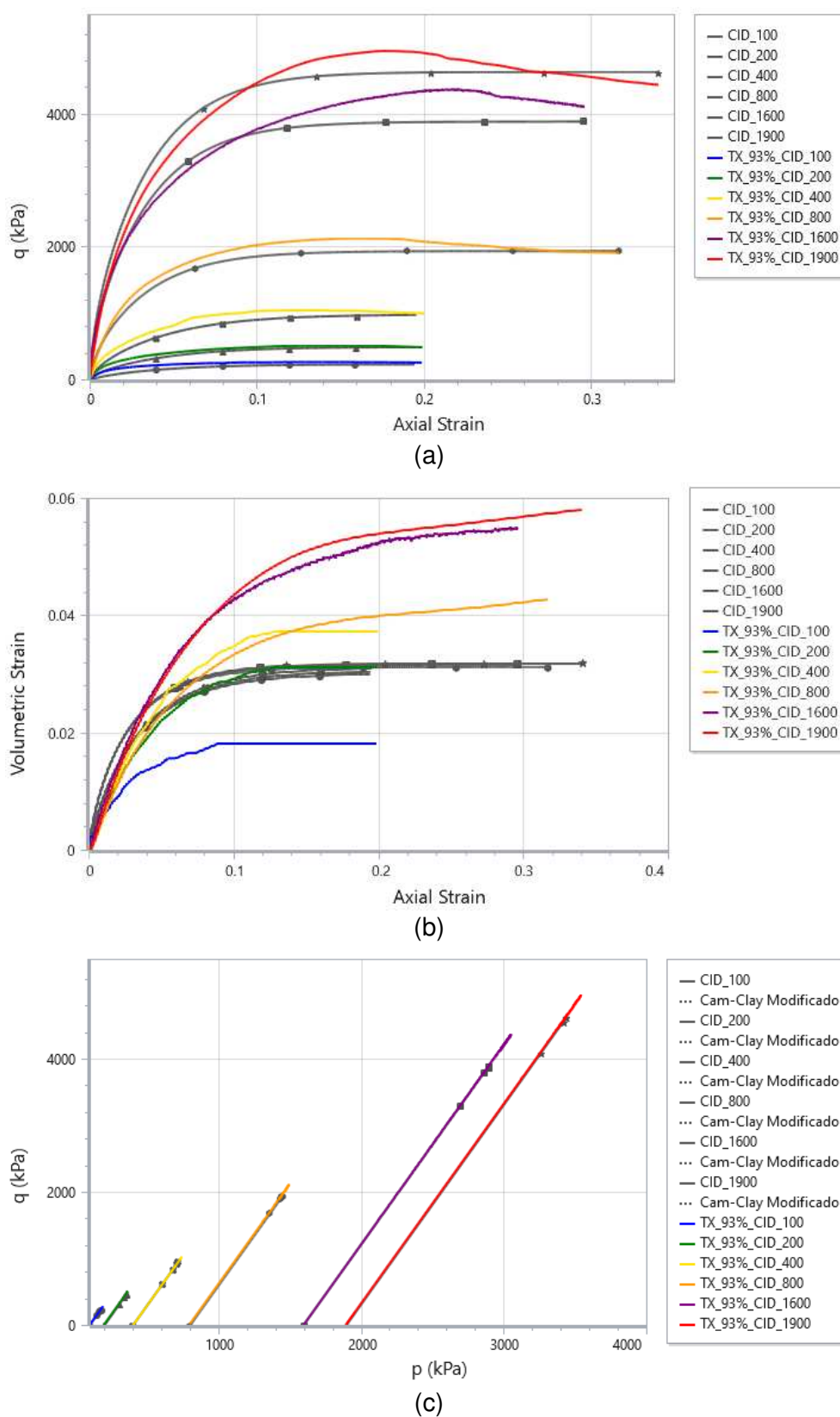
6.2.1.4 Modelo Cam-Clay Modificado

Entre a Figura 6-46 e Figura 6-53, apresentam-se as soluções analíticas para o modelo Cam-Clay modificado (descritas no item 2.2.5) associadas aos resultados dos ensaios triaxiais do tipo CIDsat e CIUsat, realizados a partir de um confinamento hidrostático nas tensões de 100, 200, 400, 800, 1600 e 1900 kPa, para os graus de compactação iguais a 93, 95, 97 e 100 %.

Assim como nos itens 6.2.1.2 e 6.2.1.3, as curvas obtidas analiticamente são representadas na cor cinza, enquanto os resultados experimentais têm cores variadas a depender da tensão confinante aplicada no ensaio, conforme descrito na

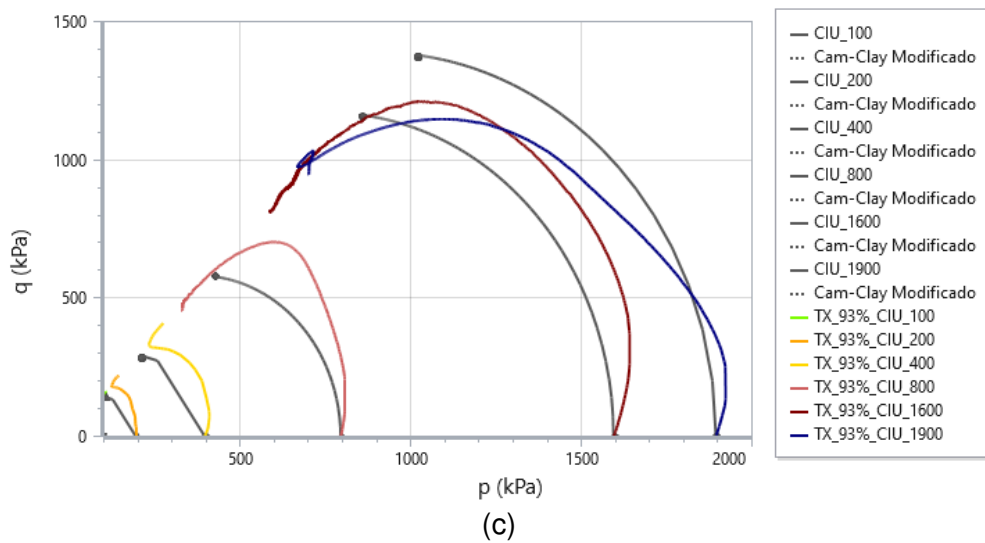
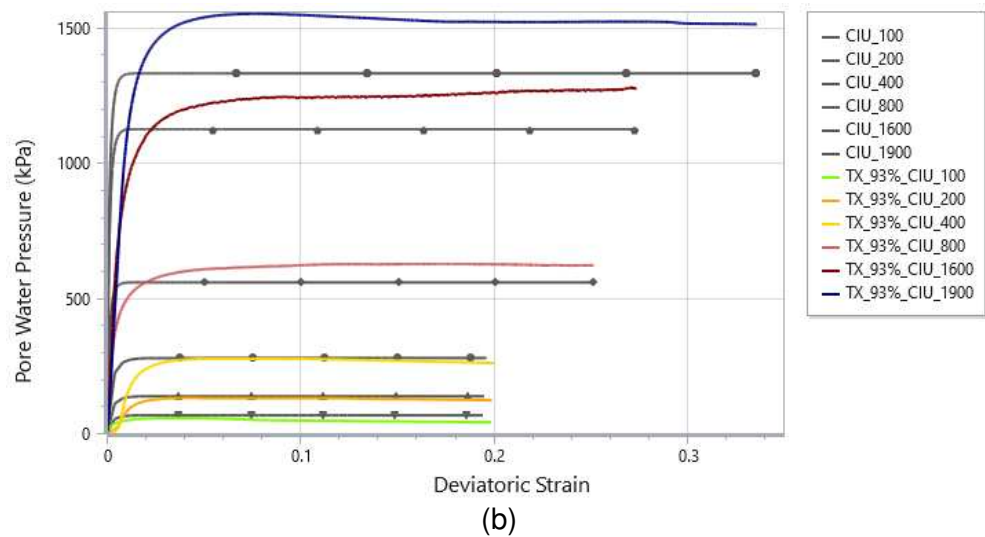
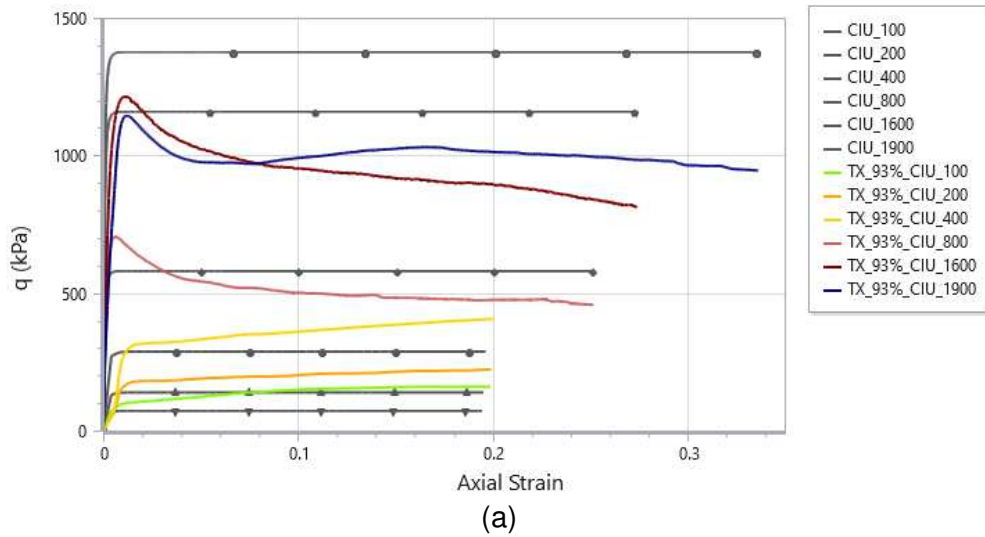
legenda. As propriedades do material inicialmente consideradas nas simulações são apresentadas na Tabela 6-5.

Figura 6-46 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 93% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



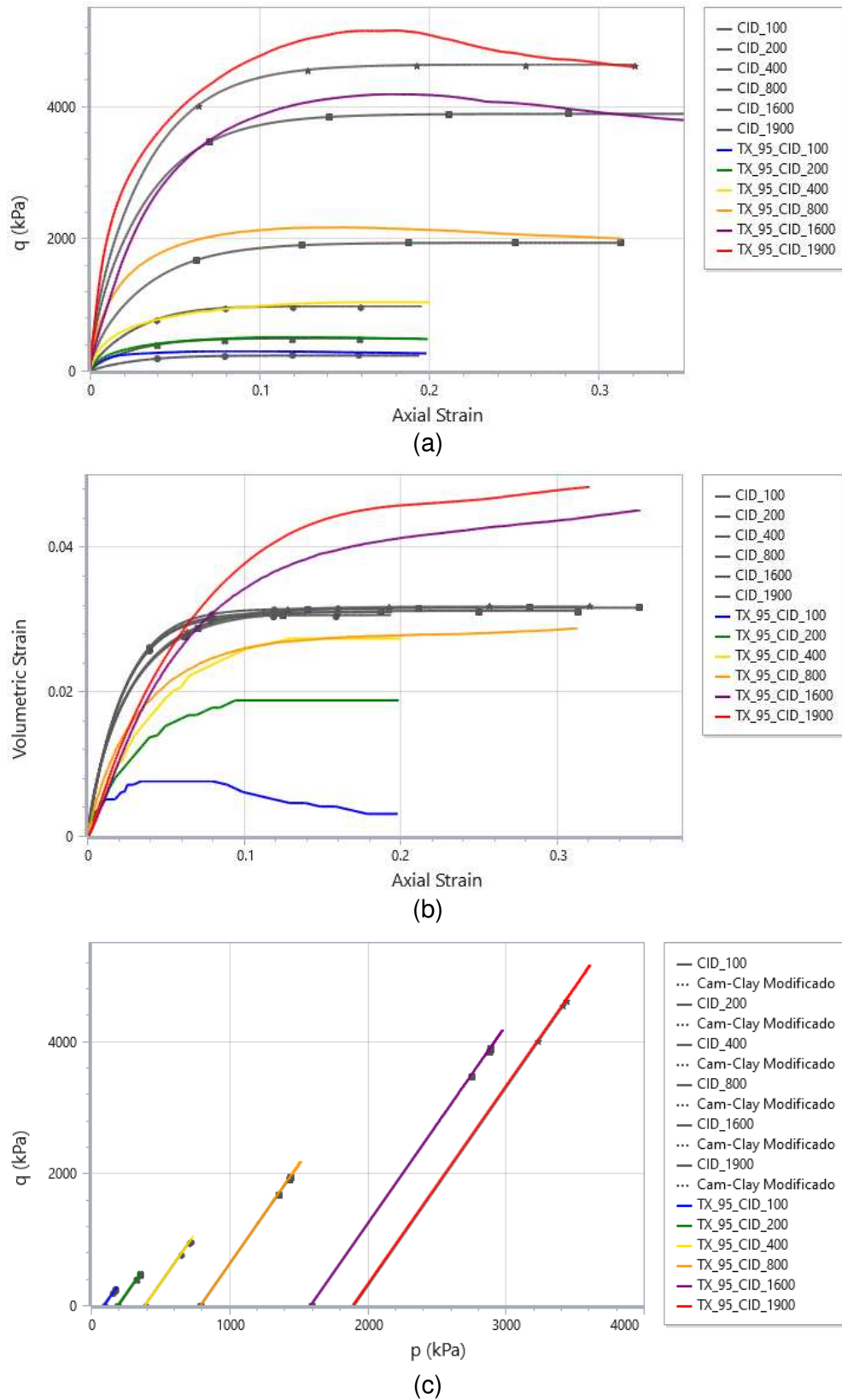
Fonte: O autor.

Figura 6-47 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 93% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



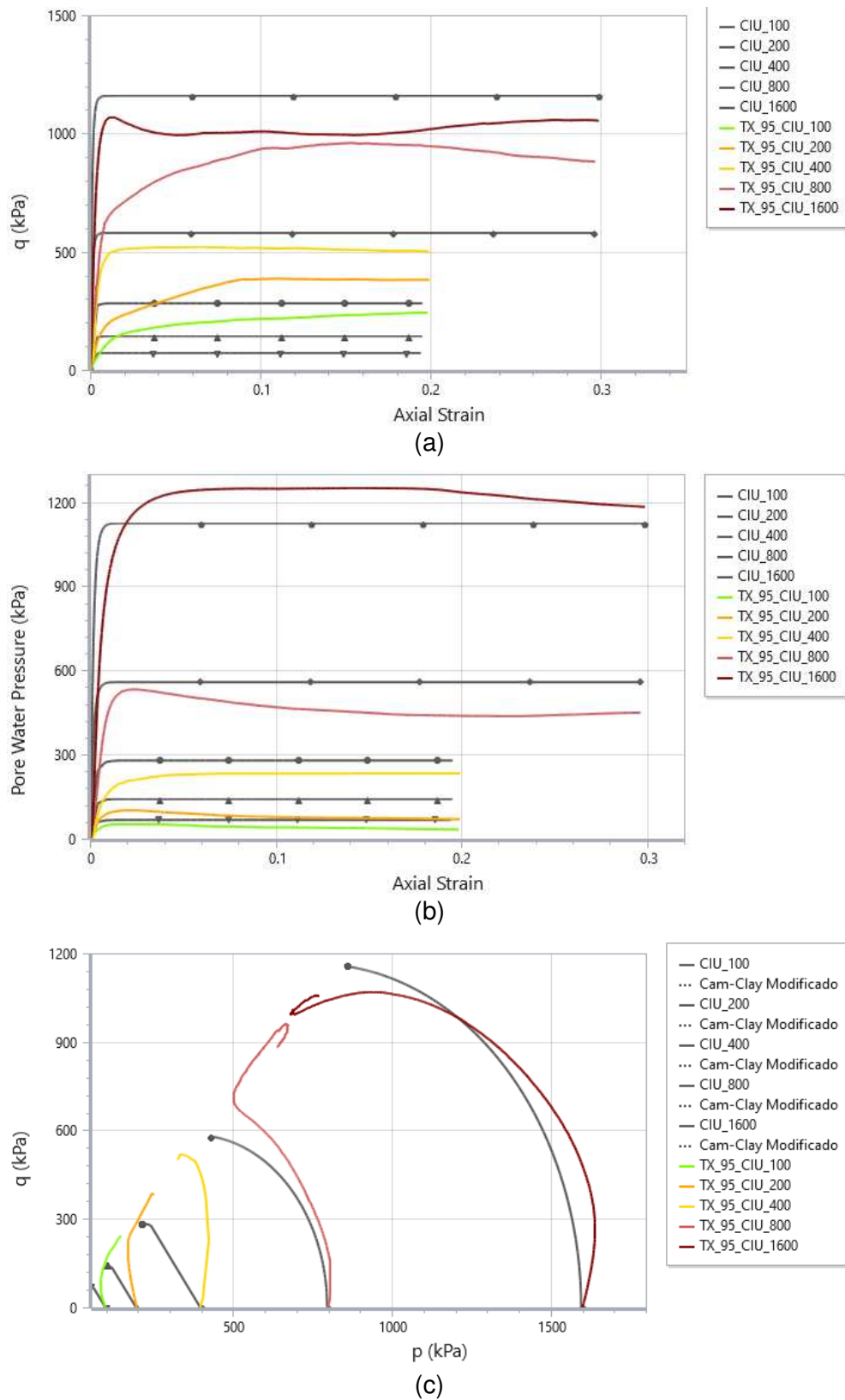
Fonte: O autor.

Figura 6-48 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 95% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



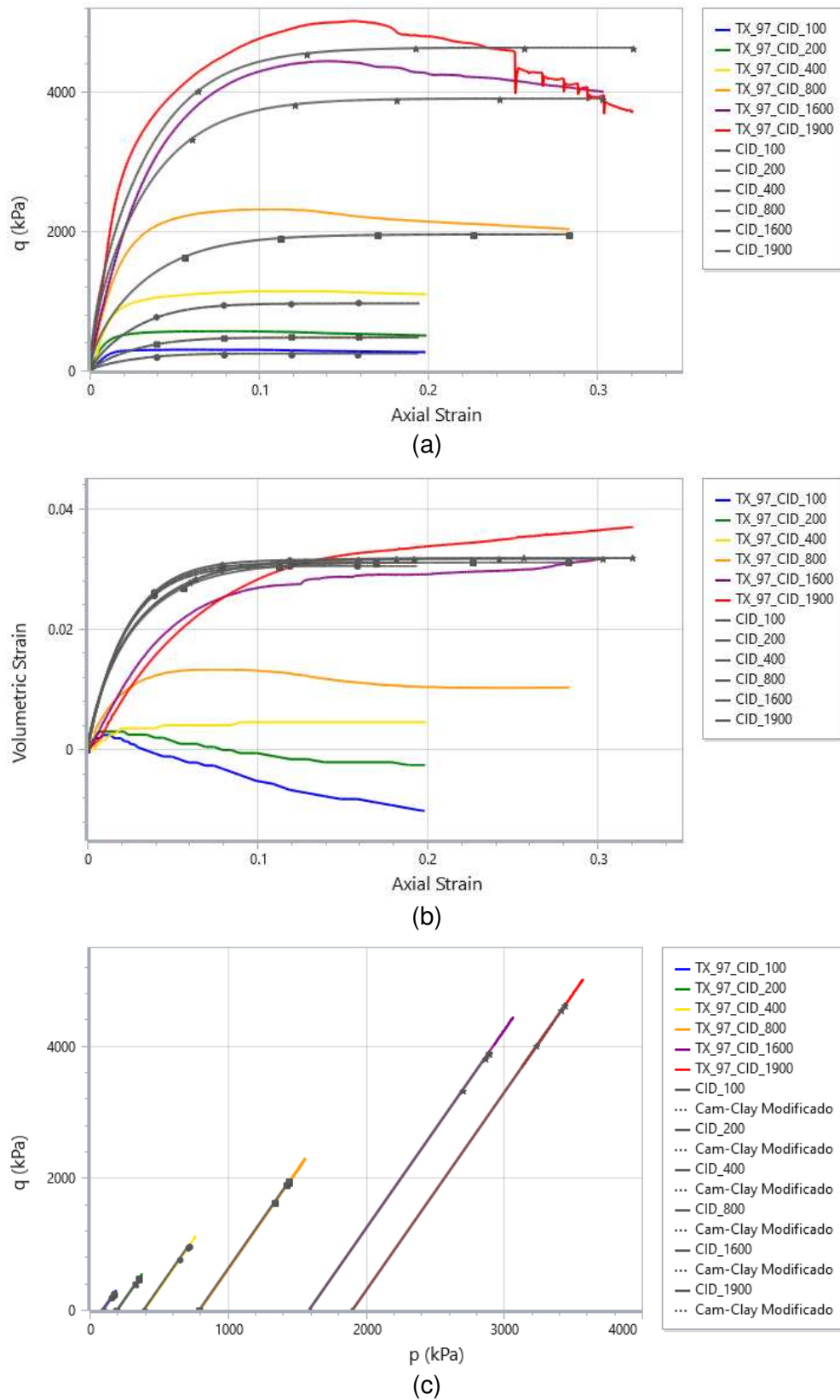
Fonte: O autor.

Figura 6-49 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 95% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



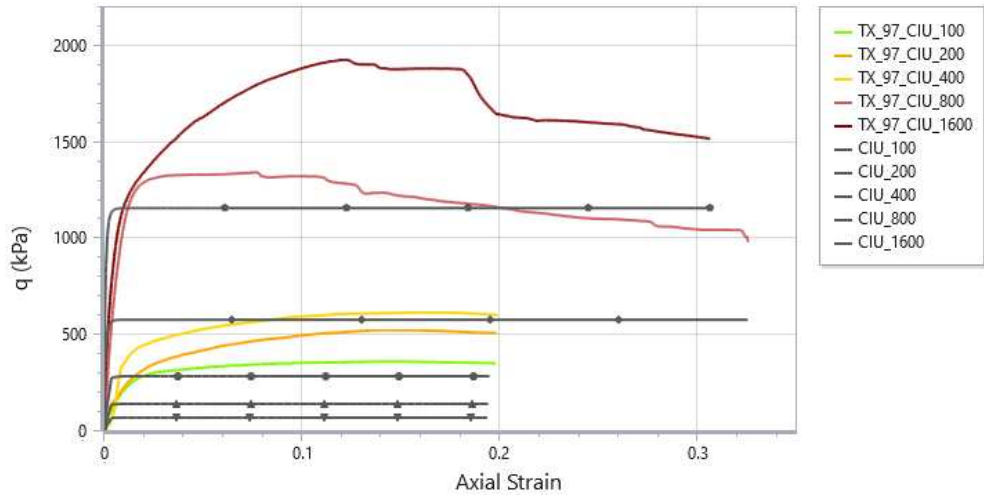
Fonte: O autor.

Figura 6-50 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 97% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .

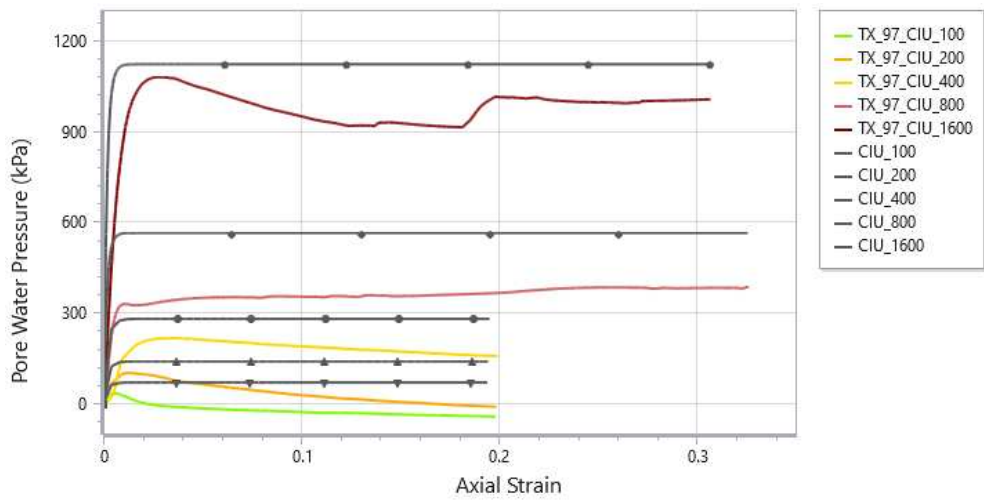


Fonte: O autor.

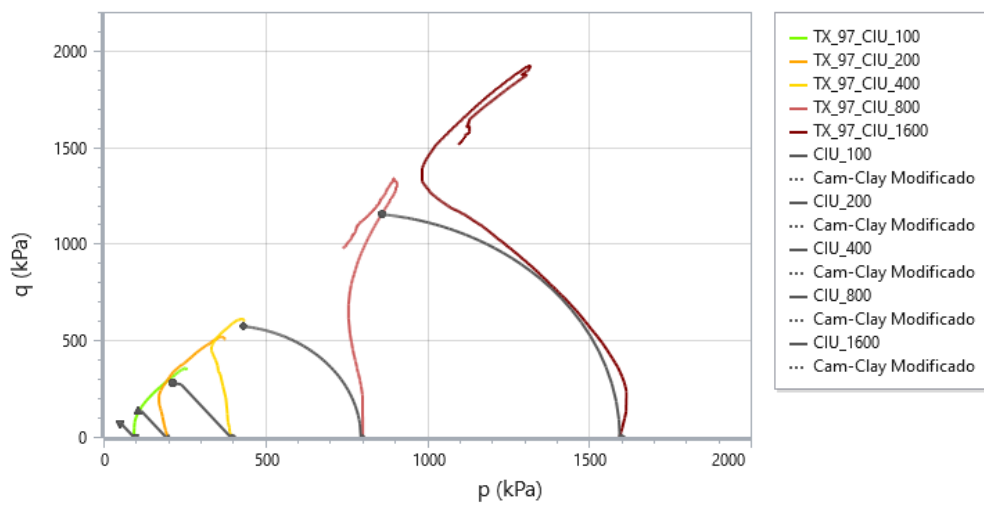
Figura 6-51 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 97% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



(a)



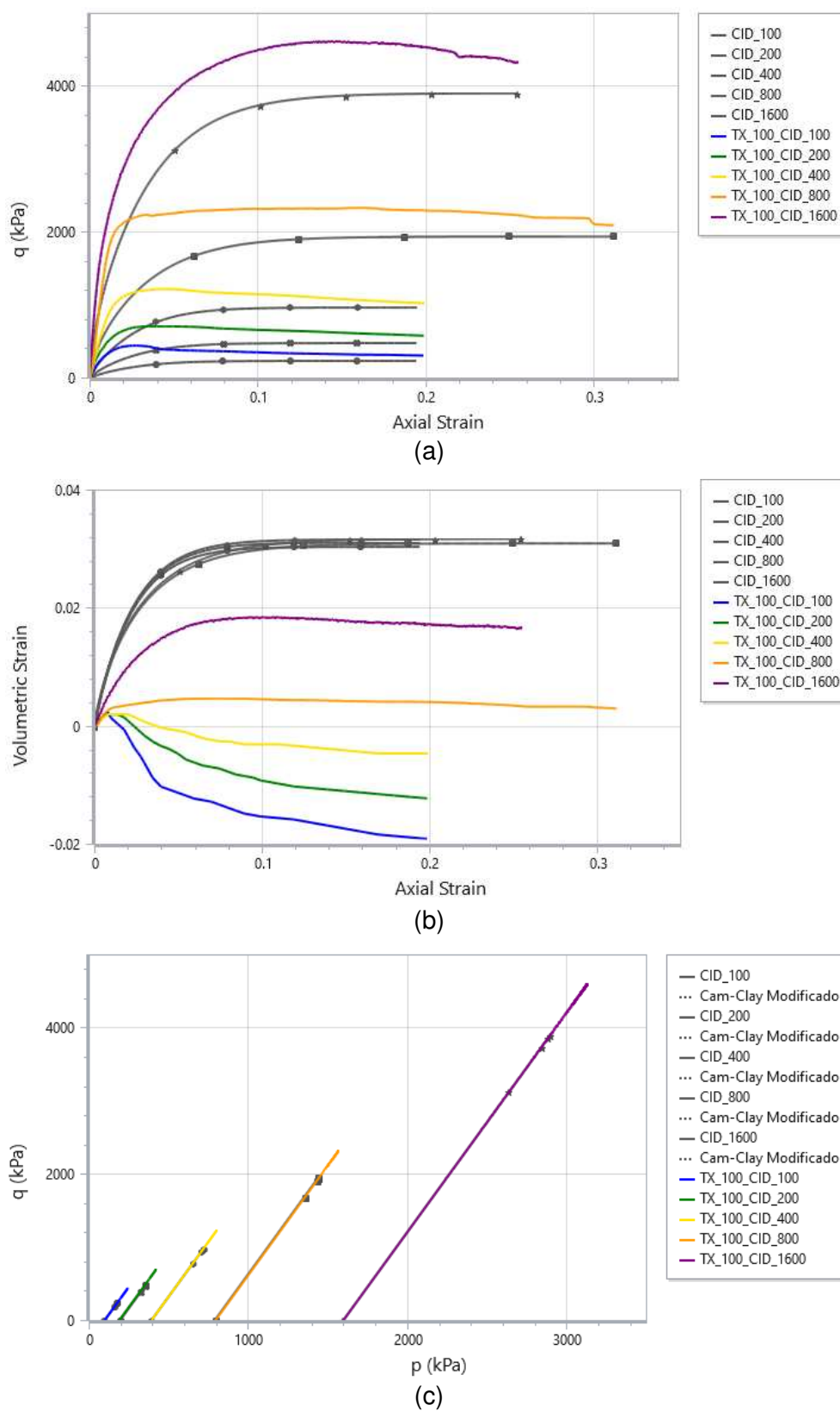
(b)



(c)

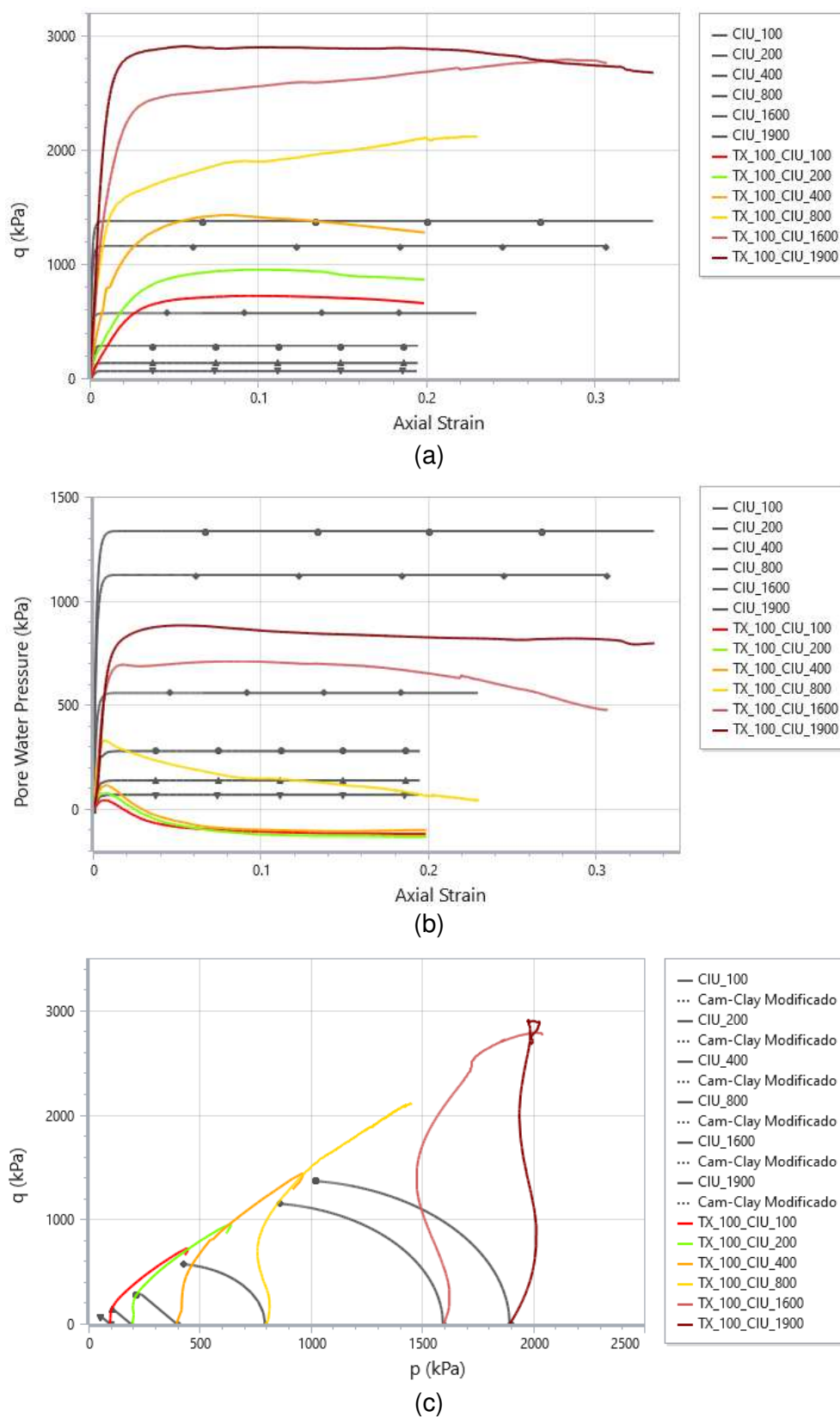
Fonte: O autor.

Figura 6-52 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 100% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-53 - Calibração do modelo Cam-Clay modificado para GC = 100% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Durante a calibração do modelo Cam-Clay Modificado, com base nas curvas obtidas em laboratório, observou-se que as amostras com graus de compactação iguais a 97% e 100% apresentavam melhor ajuste para valores de OCR superiores a 1,0. Como já mencionado no item 6.1.3.3, para a estimativa inicial do OCR, admitiu-se que o material se comportaria como normalmente adensado ($OCR = 1$), porém, para calibração desse aumentou-se, gradativamente, seu valor, até atingir o melhor ajuste do modelo constitutivo às curvas dos ensaios.

Logo, a Figura 6-54 e Figura 6-55 apresentam os resultados obtidos para $GC = 97\%$ e $OCR = 1,5$, considerando os ensaios drenados e não drenados, respectivamente. Na Figura 6-56 e Figura 6-57, por sua vez, são representadas as curvas calculadas analiticamente para as amostras com $GC = 100\%$, considerando $OCR = 2,0$, tanto para ensaios drenados como não drenados.

Nota-se que as maiores variações de ajuste são observadas nos resultados comparados aos ensaios não drenados, incluindo resistência máxima de ensaio, poropressão e trajetória de tensões. Para os ensaios drenados, por outro lado, a diferença entre as curvas é mais evidenciada no cálculo de deformação volumétrica, já que seus valores estão estritamente ligados ao estado inicial da amostra.

Figura 6-54 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-Clay modificado, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$.

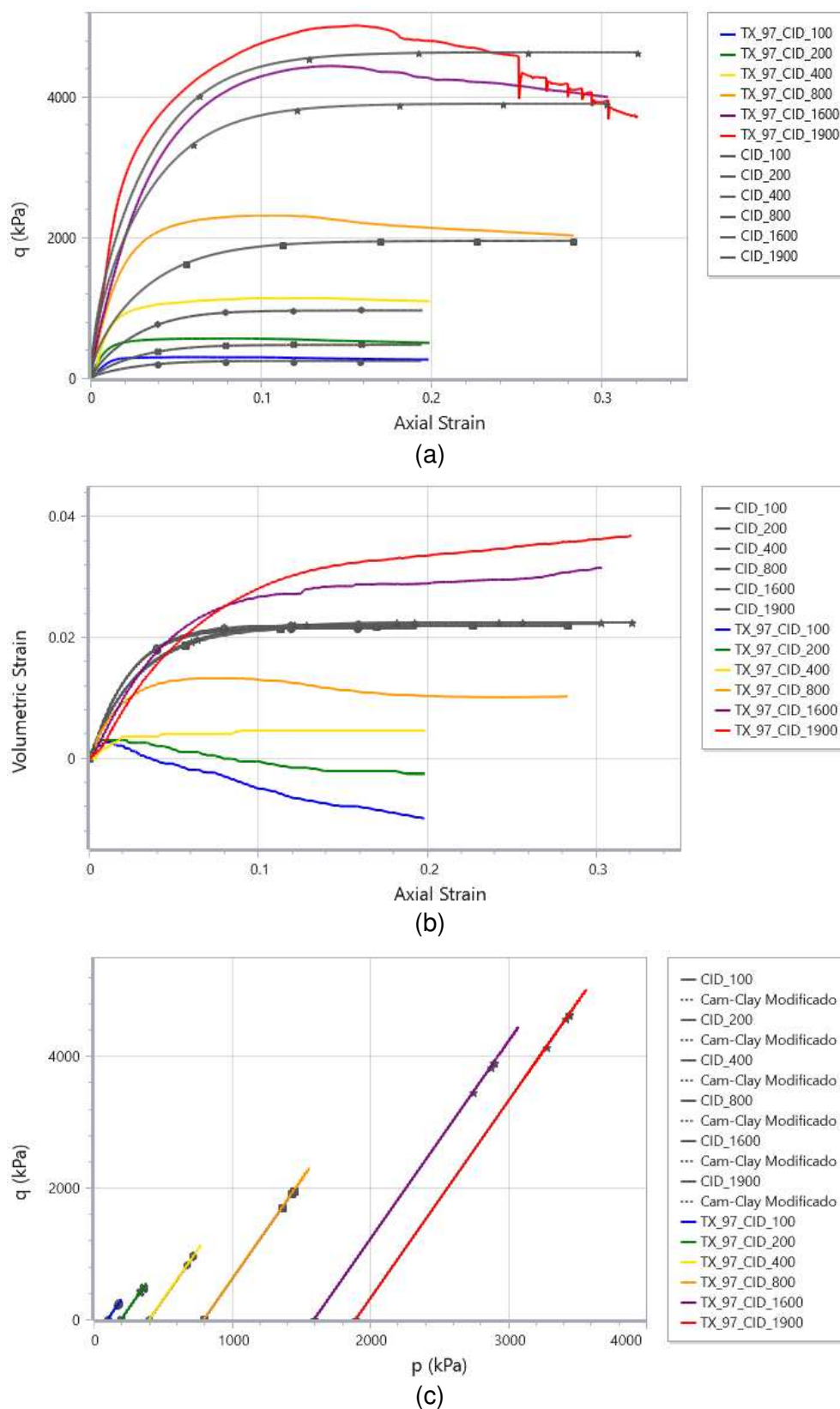


Figura 6-55 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-Clay modificado, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$.

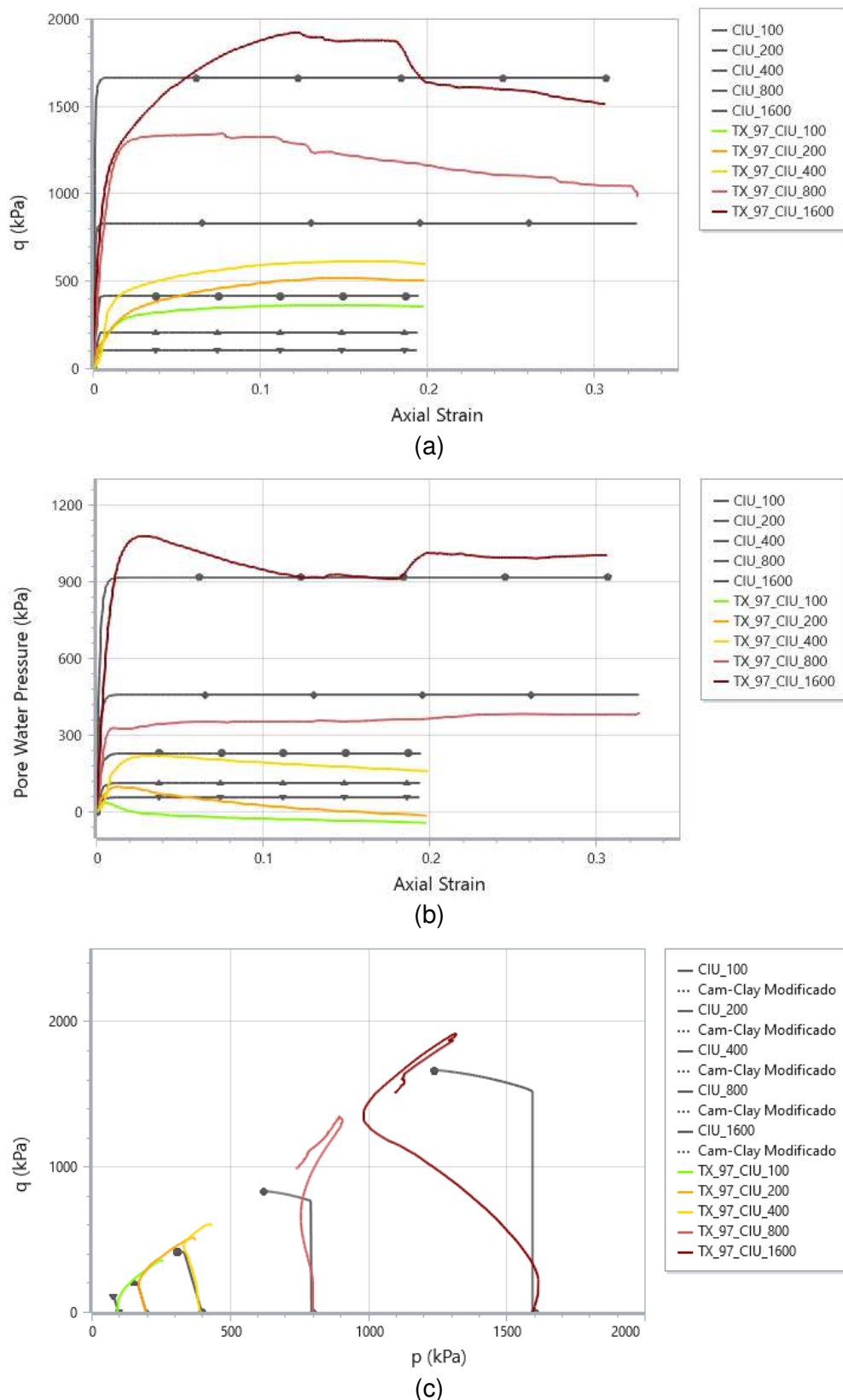
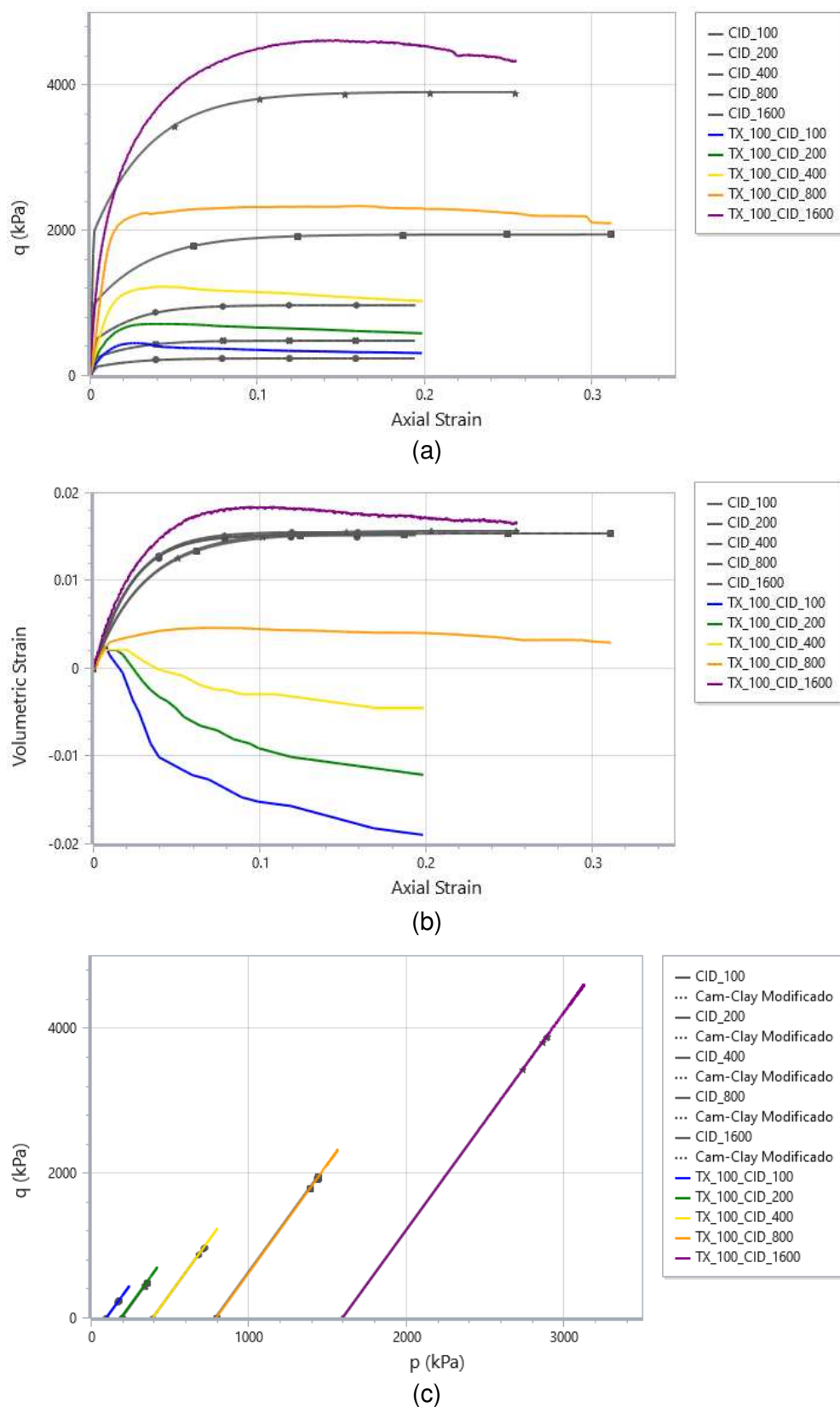
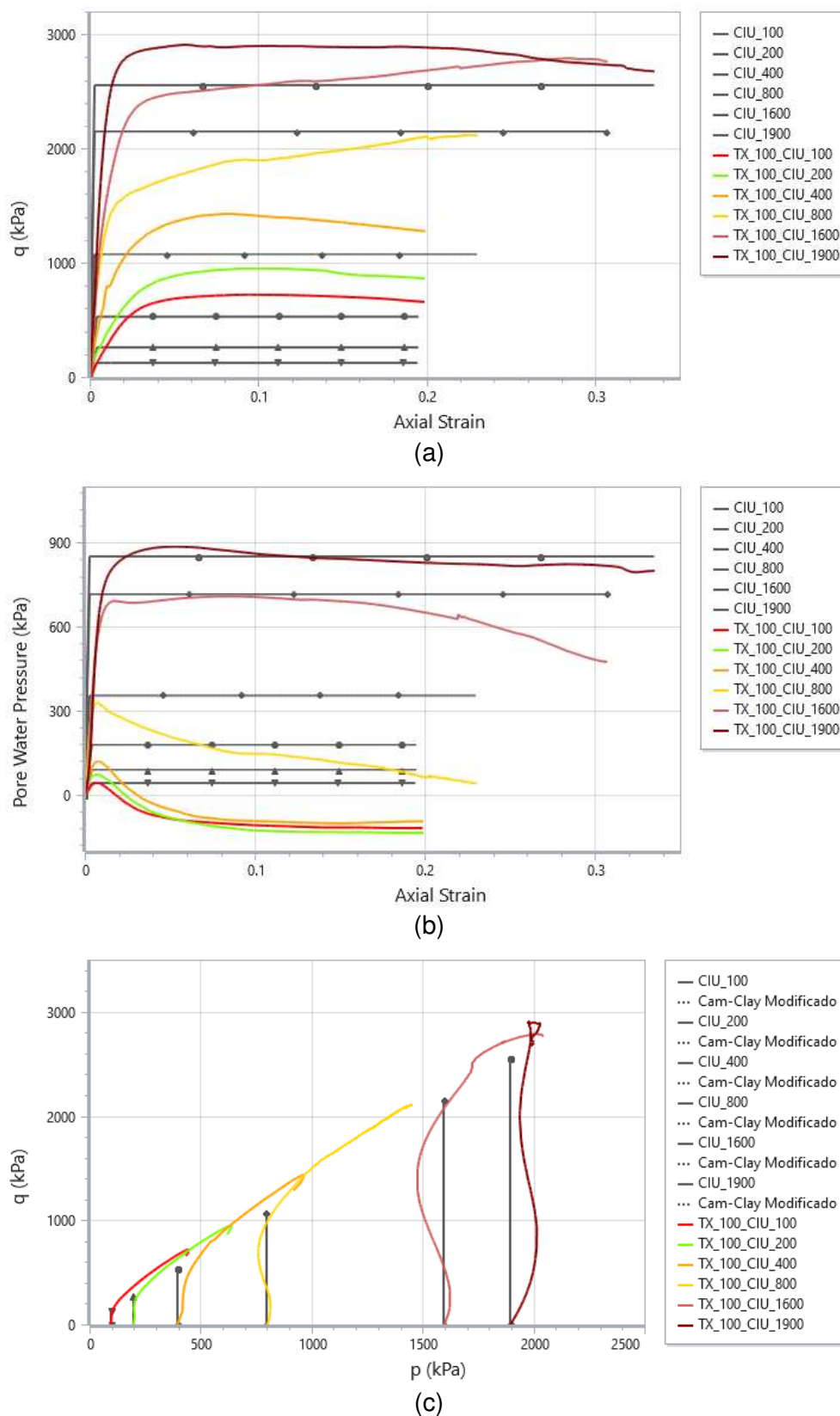


Figura 6-56 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 100% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-clay modificado, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' x q .



Fonte: O autor.

Figura 6-57 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 100% e resultados numéricos calculados pelo modelo Cam-Clay modificado, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$.



Fonte: O autor.

Analisando os resultados apresentados anteriormente quanto à calibração do modelo Cam-Clay Modificado, tem-se que:

- Comparando os resultados obtidos com os apresentados para os modelos elastoplástico perfeito e hiperbólico, nota-se um ajuste consideravelmente melhor, em especial para os ensaios não drenados.
- As amostras com graus de compactação iguais a 93% e 95% apresentaram um comportamento normalmente adensado ($OCR \approx 1,0$). Já as amostras com graus de compactação iguais a 97% e 100% demonstraram comportamento semelhante a materiais ligeiramente sobreadensados ($OCR > 1,0$).
- À medida que o valor de q aumenta para atingir o valor último, notam-se deformações volumétricas positivas (diminuição do volume). Este comportamento contrátil está ligado diretamente ao estado de tensão inicial do material, assim como o valor de deformação volumétrica máxima. Um vez que os valores de OCR adotados foram próximos, a $\varepsilon_{v,máx}$ calculada se manteve também próxima em todos os ensaios.
- Considerando que o material é isotrópico, o seu comportamento elástico é definido pelos parâmetros G e K , que se relacionam entre si, juntamente com coeficiente de Poisson (ν). Sabendo que K depende de p' e considerando G constante, tem-se que ν é variável também com p' , coerente com a não linearidade das curvas do modelo. Segundo Neves e Caldeira (2018), embora G também dependa de p' na realidade, tal dependência não é tão evidente a ponto de inviabilizar a consideração de que G seja constante.
- Os rejeitos ensaiados, em geral, não exibem tensão de pico acentuada, sendo esse fenômeno bem representado pelo modelo. Na cedência (trecho final do cisalhamento), observa-se um aumento constante de deformação, sem acréscimo de tensão ou variação volumétrica (sem amolecimento ou endurecimento). Este comportamento é esperado para solos normalmente adensados ou ligeiramente sobreadensados.

- Os valores de resistência máxima observados nos ensaios se mostraram próximos aos calculados a partir das equações constitutivas do modelo.

Diante do exposto, após a avaliação das curvas calculadas conjuntamente com obtidas em laboratório, observou-se um melhor ajuste para os parâmetros apresentados na Tabela 6-8, segundo o modelo Cam-Clay modificado.

Tabela 6-8 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência estimados após calibração para o modelo Cam-Clay Modificado.

GC	G (kPa)	M	Γ	λ	κ	OCR
93%	21.538,0					1,0
95%	27.406,7	1,3444	1,7821	0,039	0,00423	1,0
97%	31.191,2					1,5
100%	41.006,4					2,0

Fonte: O autor.

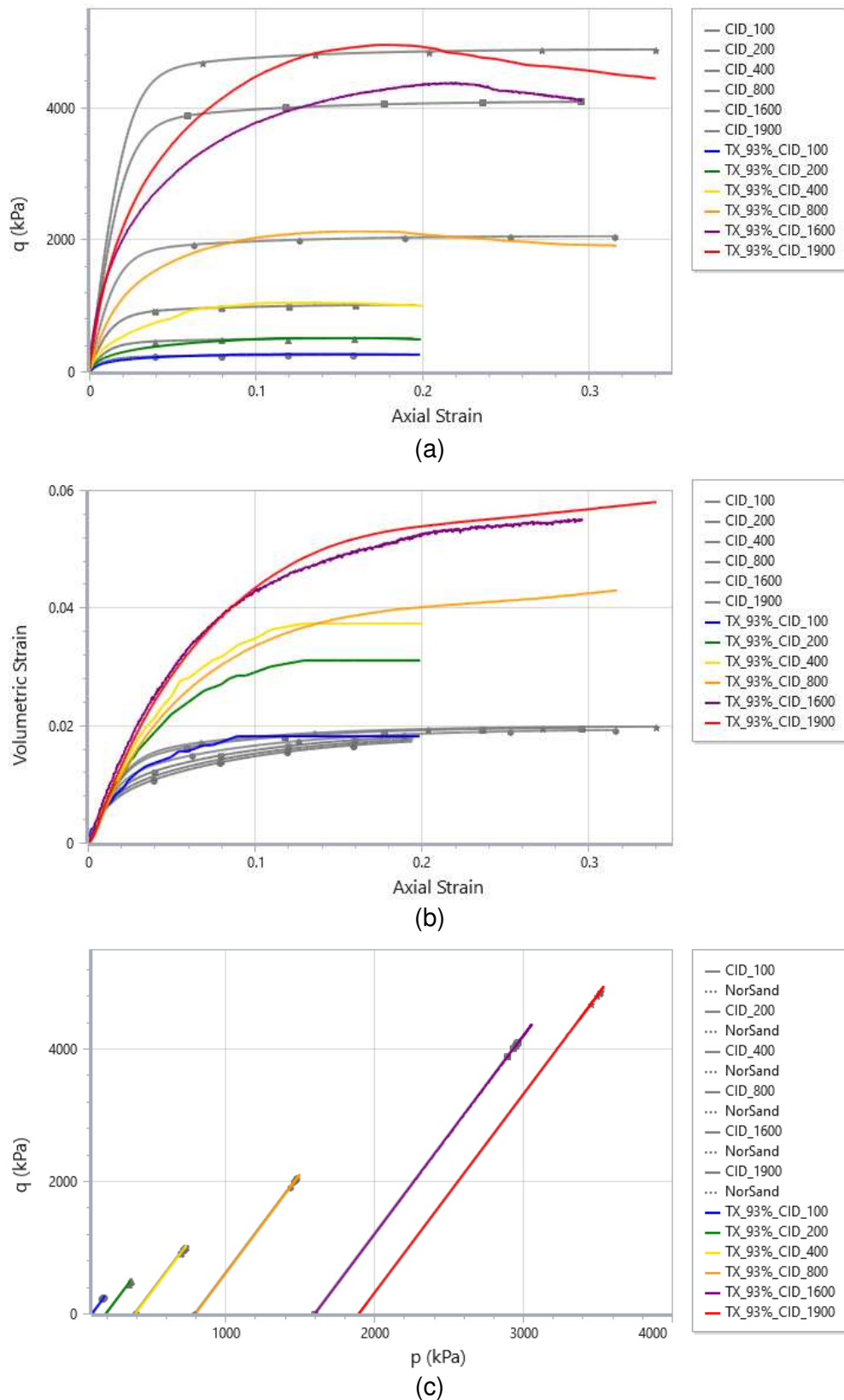
6.2.1.5 Modelo NorSand

Por fim, são apresentadas as soluções analíticas para o modelo NorSand simultaneamente aos resultados dos ensaios triaxiais drenados e não drenados, realizados para tensões de confinamento iguais a 100, 200, 400, 800, 1600 e 1900 kPa, para os graus de compactação iguais a 93, 95, 97 e 100 %.

Os resultados encontrados estão representados na Figura 6-58 à Figura 6-65, sendo que, assim como nos modelos anteriormente apresentados, as curvas obtidas analiticamente são representadas na cor cinza, enquanto os resultados experimentais têm cores variadas a depender da tensão confinante aplicada no ensaio, conforme descrito na legenda.

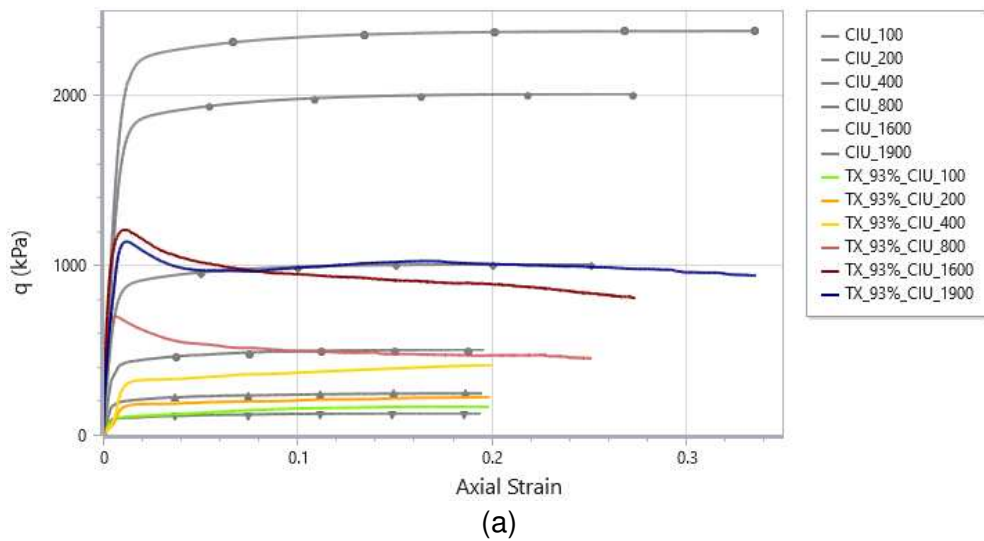
As propriedades do material consideradas como dado de entrada nas simulações são resumidas na Tabela 6-6.

Figura 6-58 - Calibração do modelo NorSand para GC = 93% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .

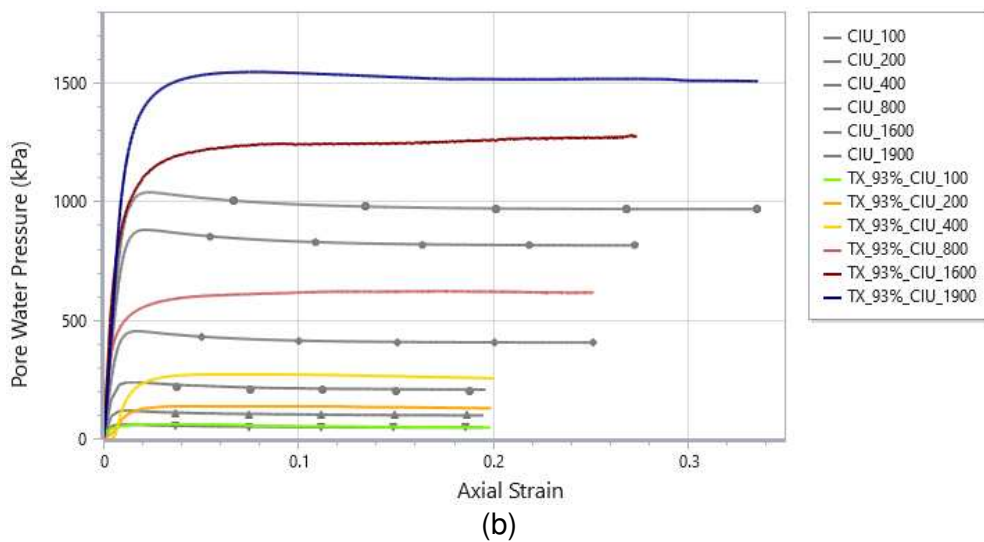


Fonte: O autor.

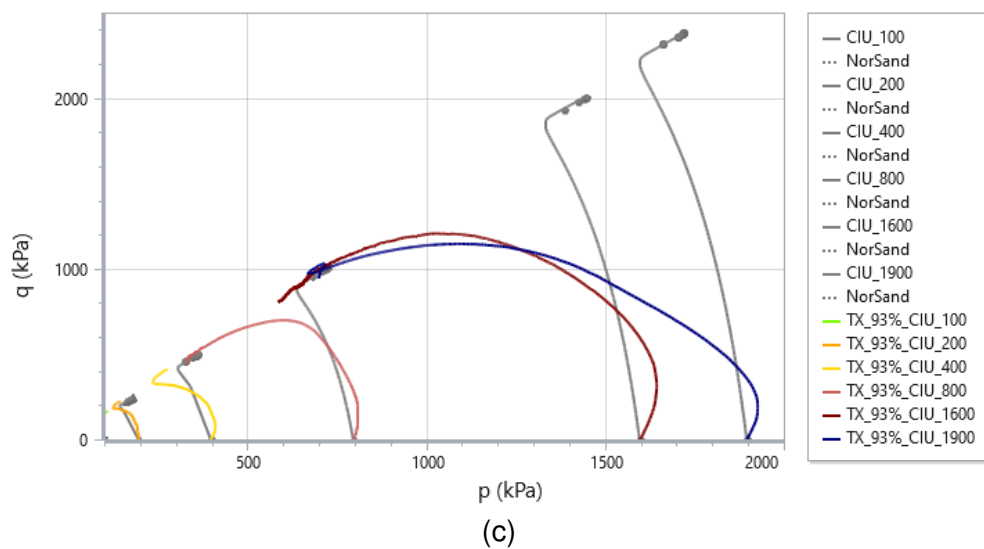
Figura 6-59 - Calibração do modelo NorSand para GC = 93% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



(a)



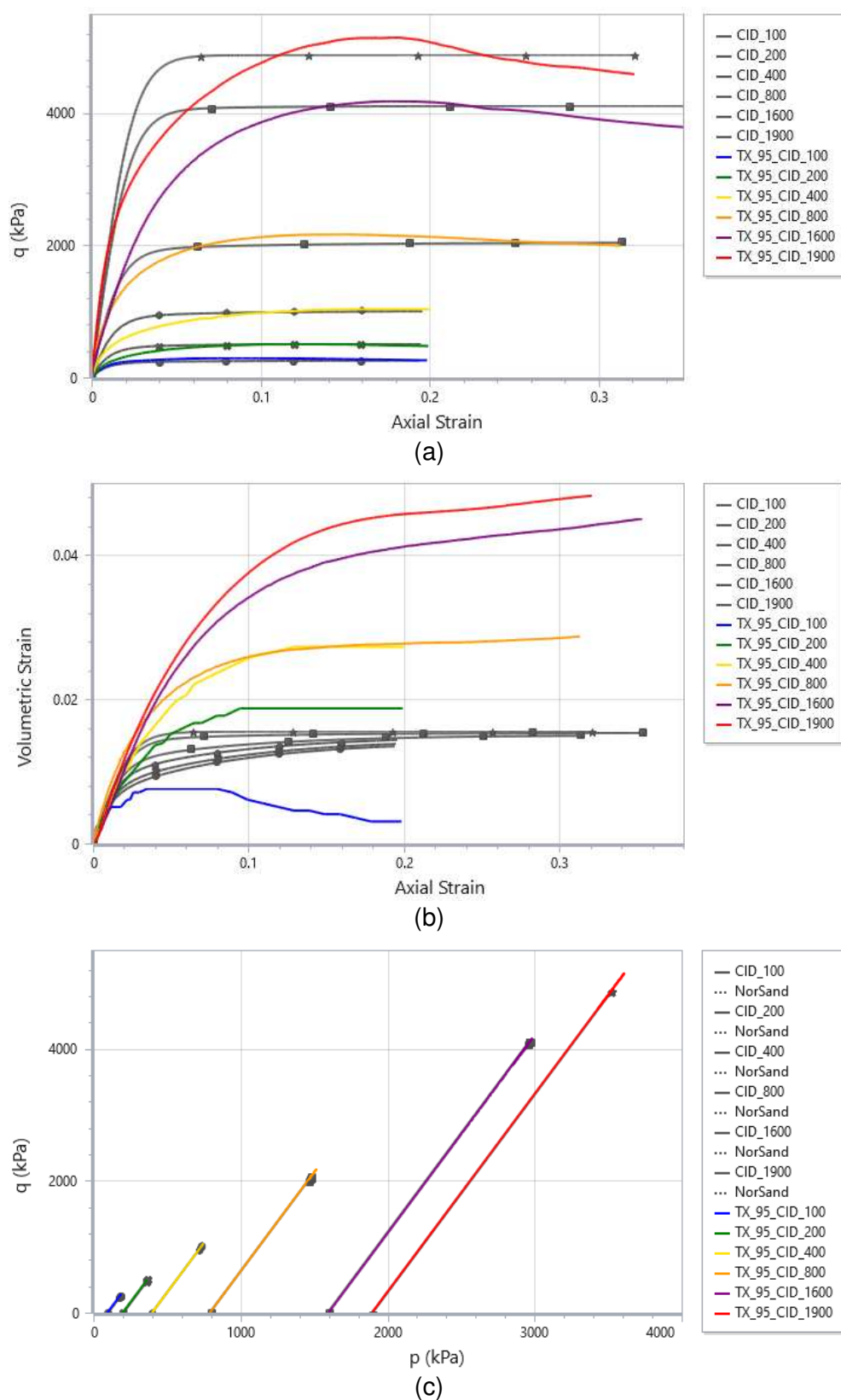
(b)



(c)

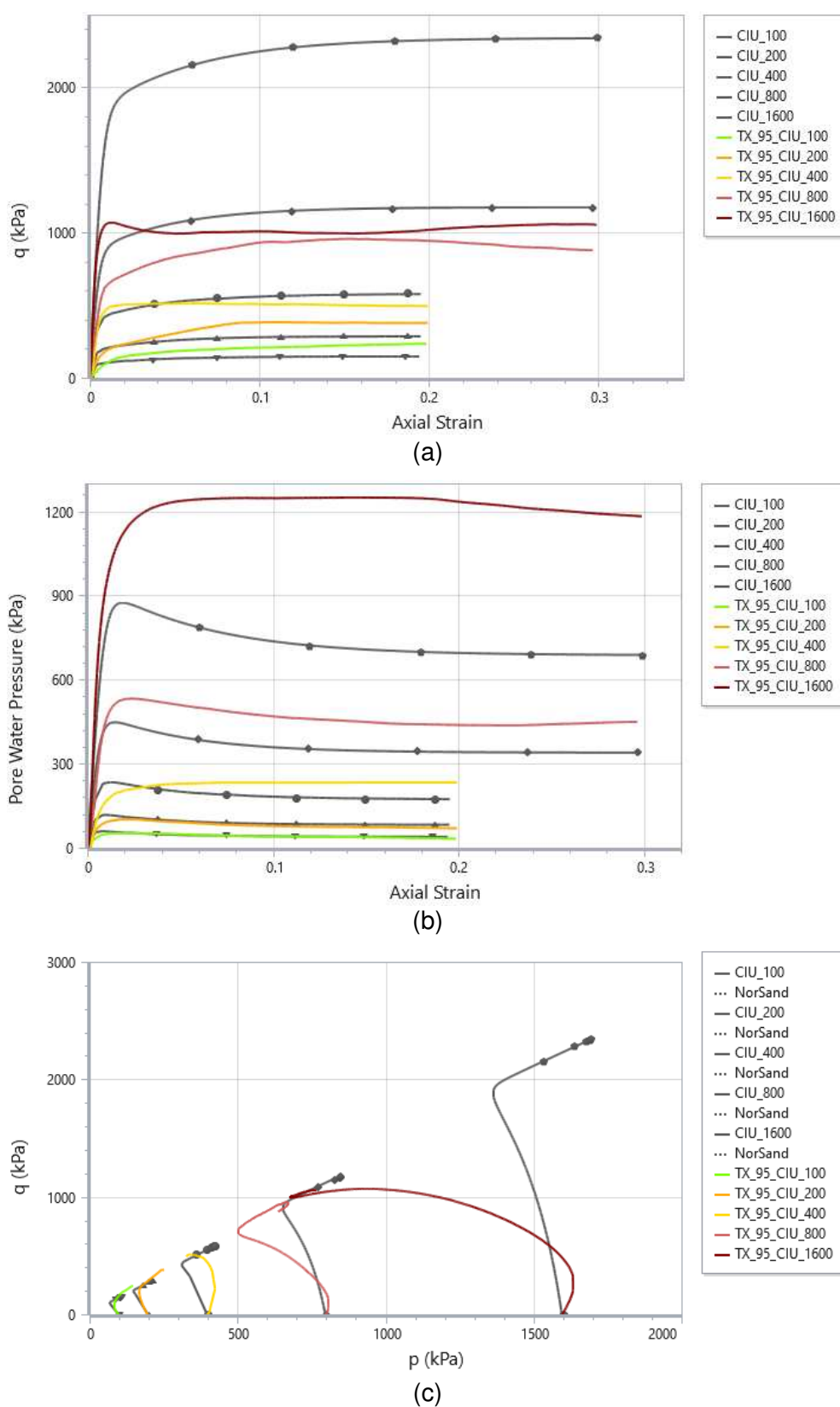
Fonte: O autor.

Figura 6-60 - Calibração do modelo NorSand para GC = 95% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-61 - Calibração do modelo NorSand para GC = 95% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-62 - Calibração do modelo NorSand para GC = 97% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .

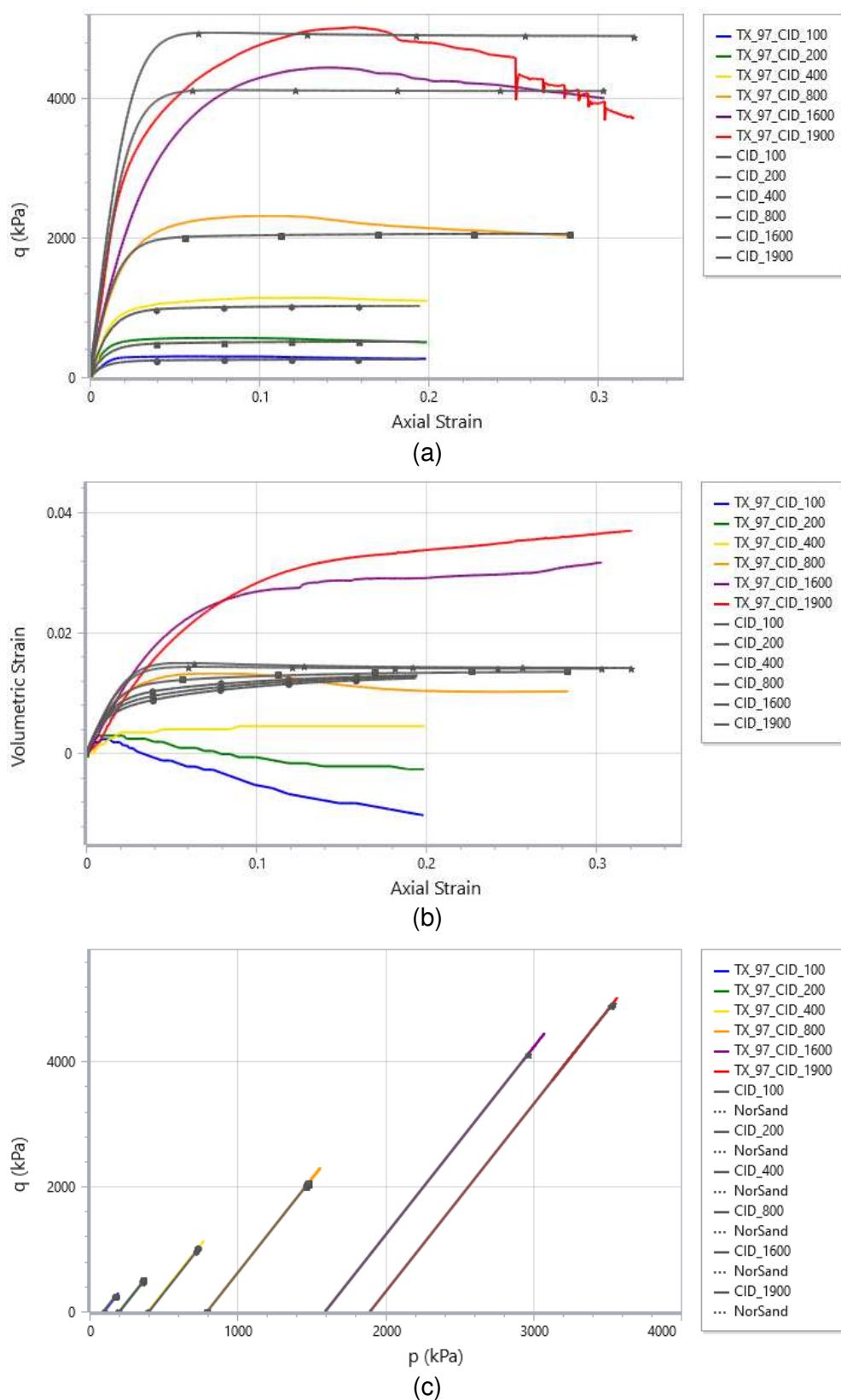


Figura 6-63 - Calibração do modelo NorSand para GC = 97% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .

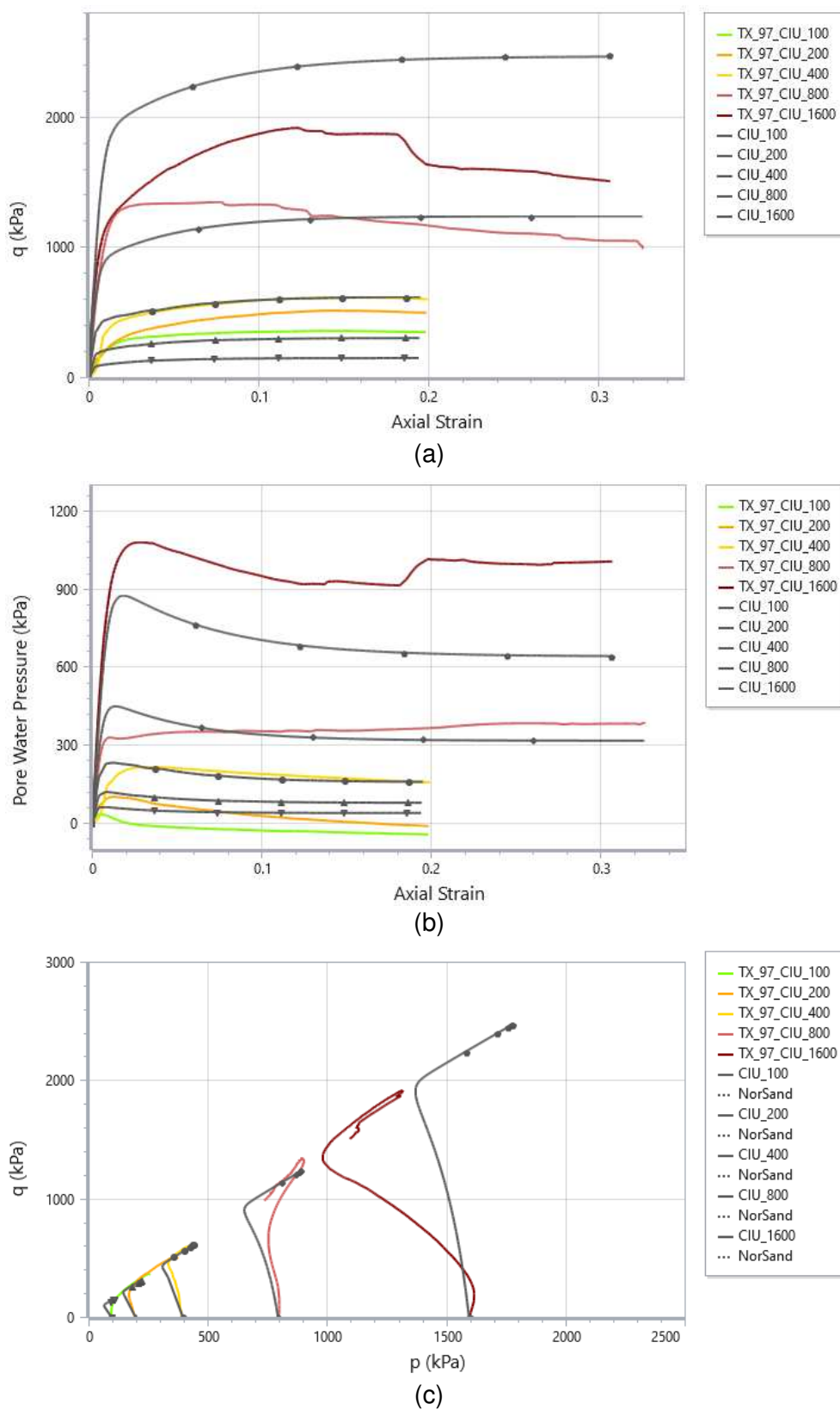
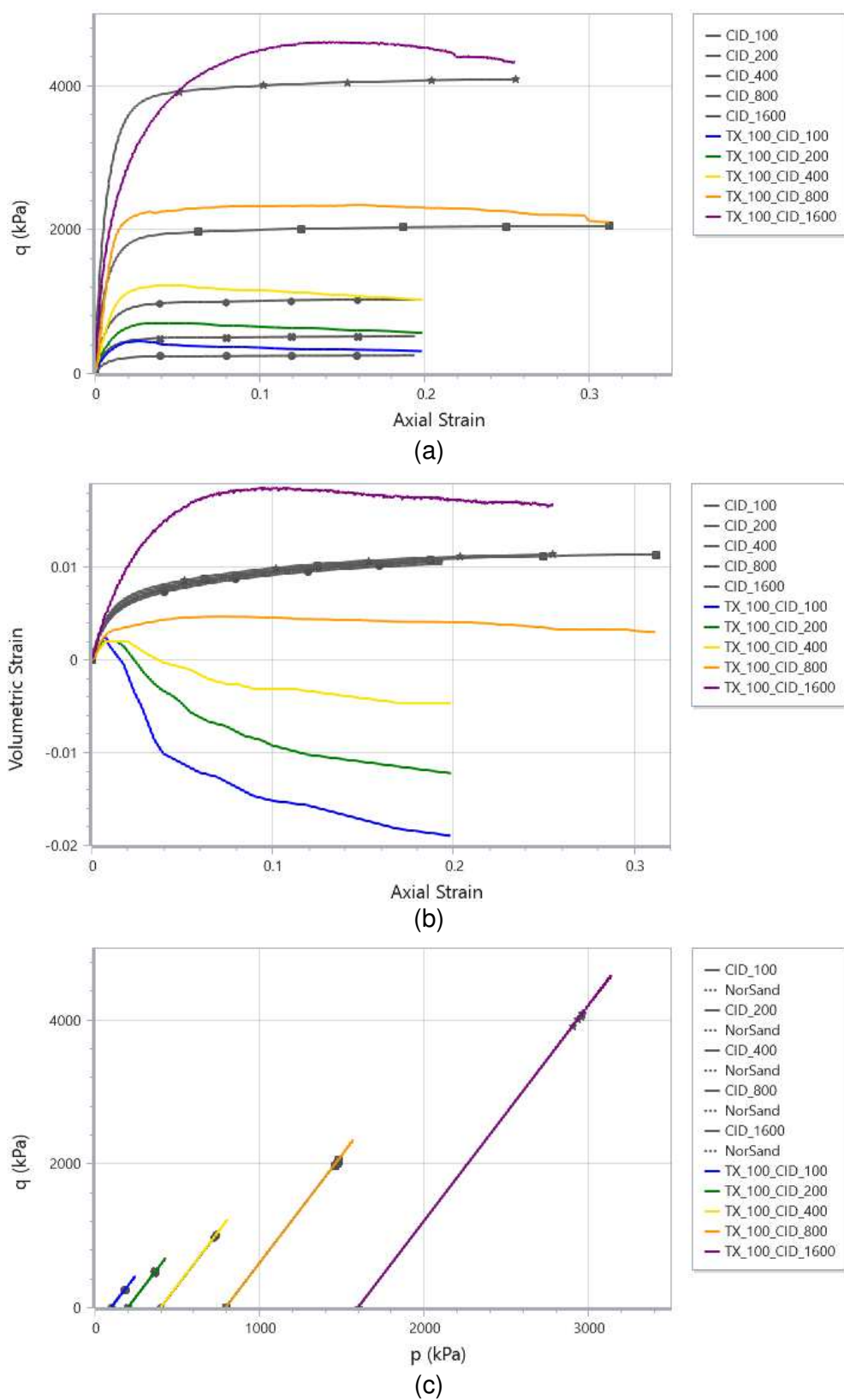
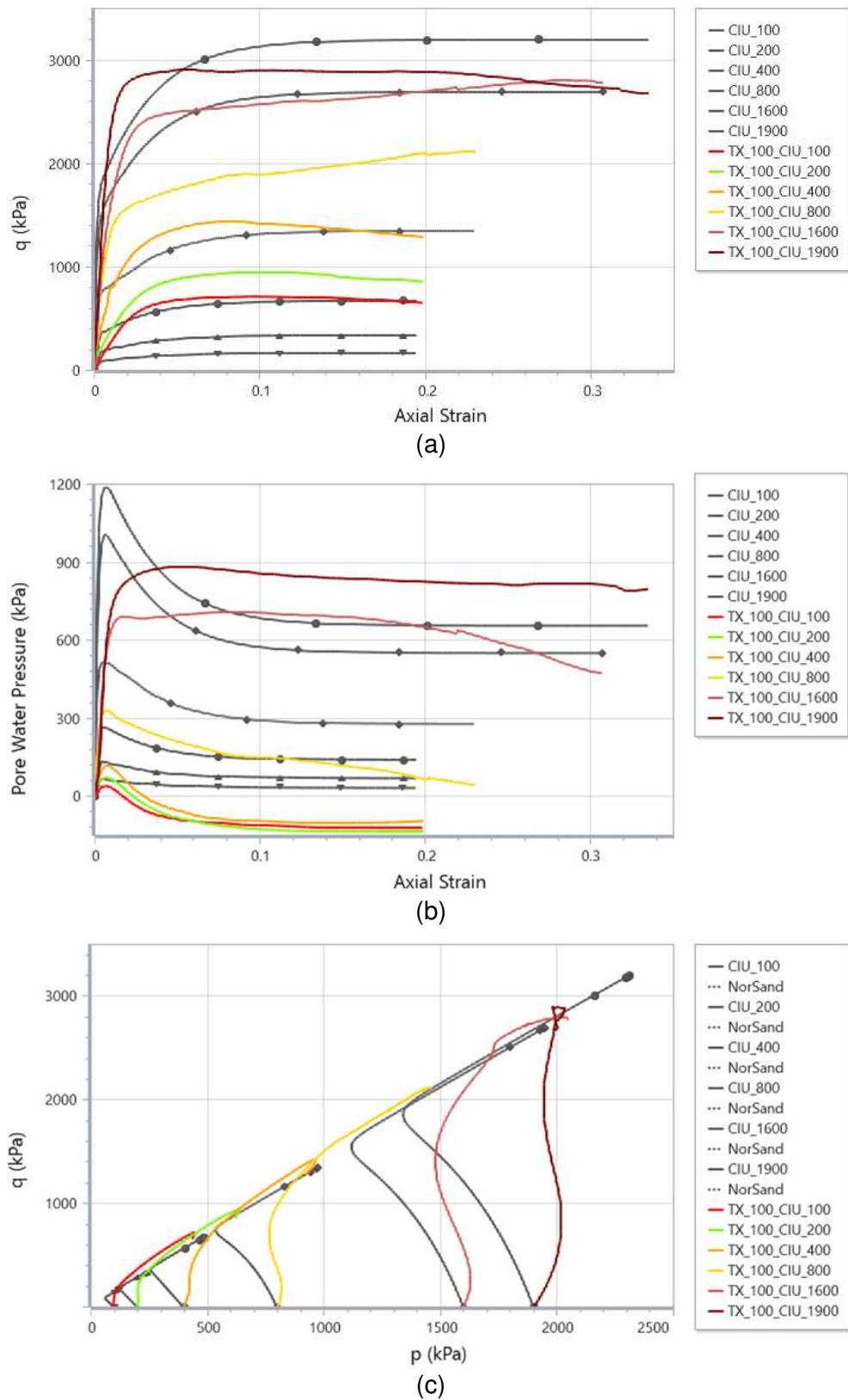


Figura 6-64 - Calibração do modelo NorSand para GC = 100% - Ensaio CID: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Figura 6-65 - Calibração do modelo NorSand para GC = 100% - Ensaio CIU: (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' versus q .



Fonte: O autor.

Conforme discutido no item 6.1.3.4, admitiu-se, inicialmente, um valor de $OCR = 1$ para todos os graus de compactação. No entanto, de forma semelhante ao observado para o modelo Cam-Clay Modificado, a calibração do modelo NorSand indicou um melhor ajuste para valores de OCR superiores a 1,0 nas amostras com graus de compactação iguais a 97% e 100%.

Logo, a Figura 6-66 e Figura 6-67 apresentam os gráficos encontrados para $GC = 97\%$ e $OCR = 1,5$, considerando os ensaios drenados e não drenados, respectivamente. Analogamente, na Figura 6-68 e Figura 6-69 são apresentados os resultados obtidos para as amostras com $GC = 100\%$, considerando $OCR = 2,0$, tanto para ensaios drenados como não drenados.

Figura 6-66 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' x q .

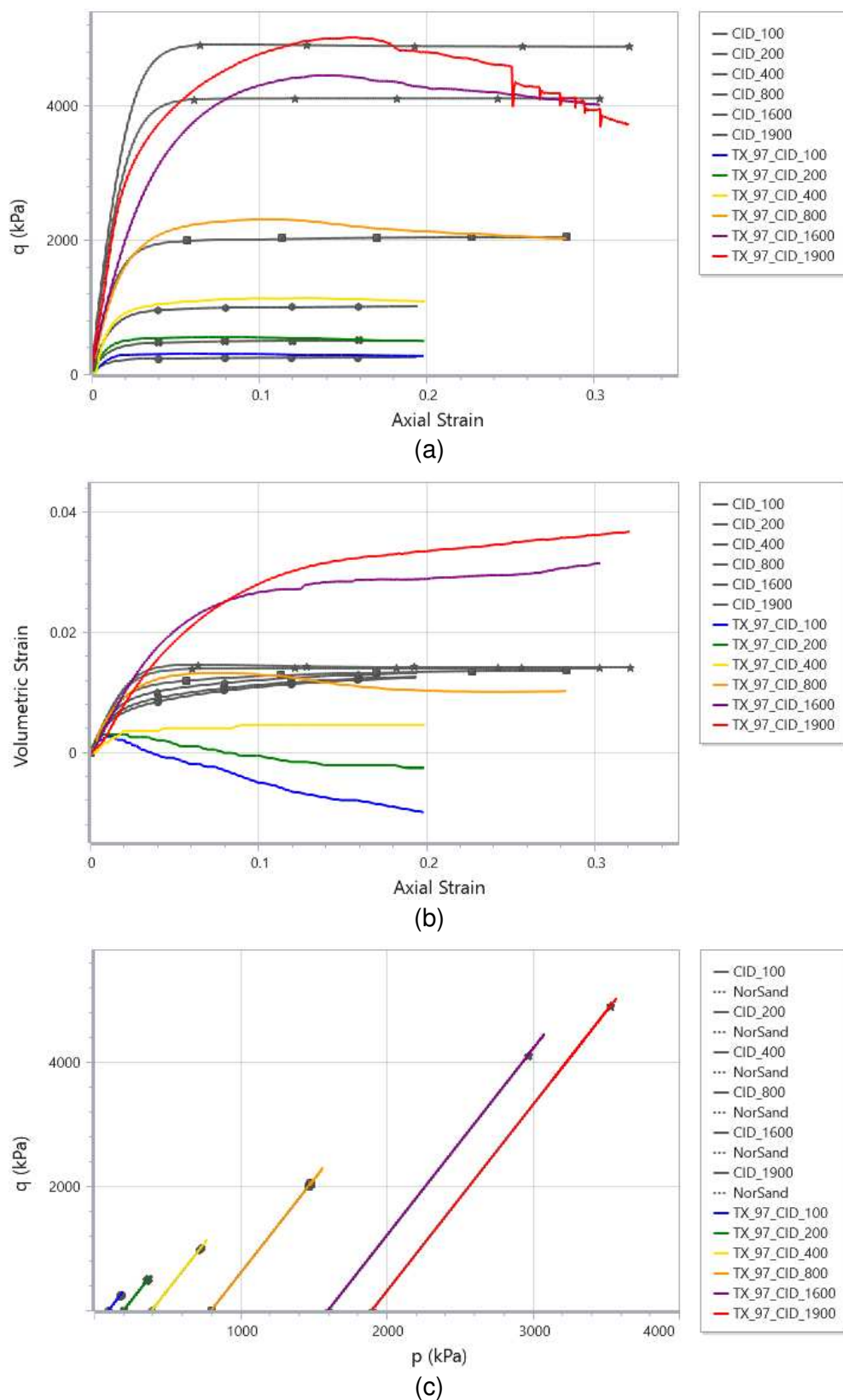
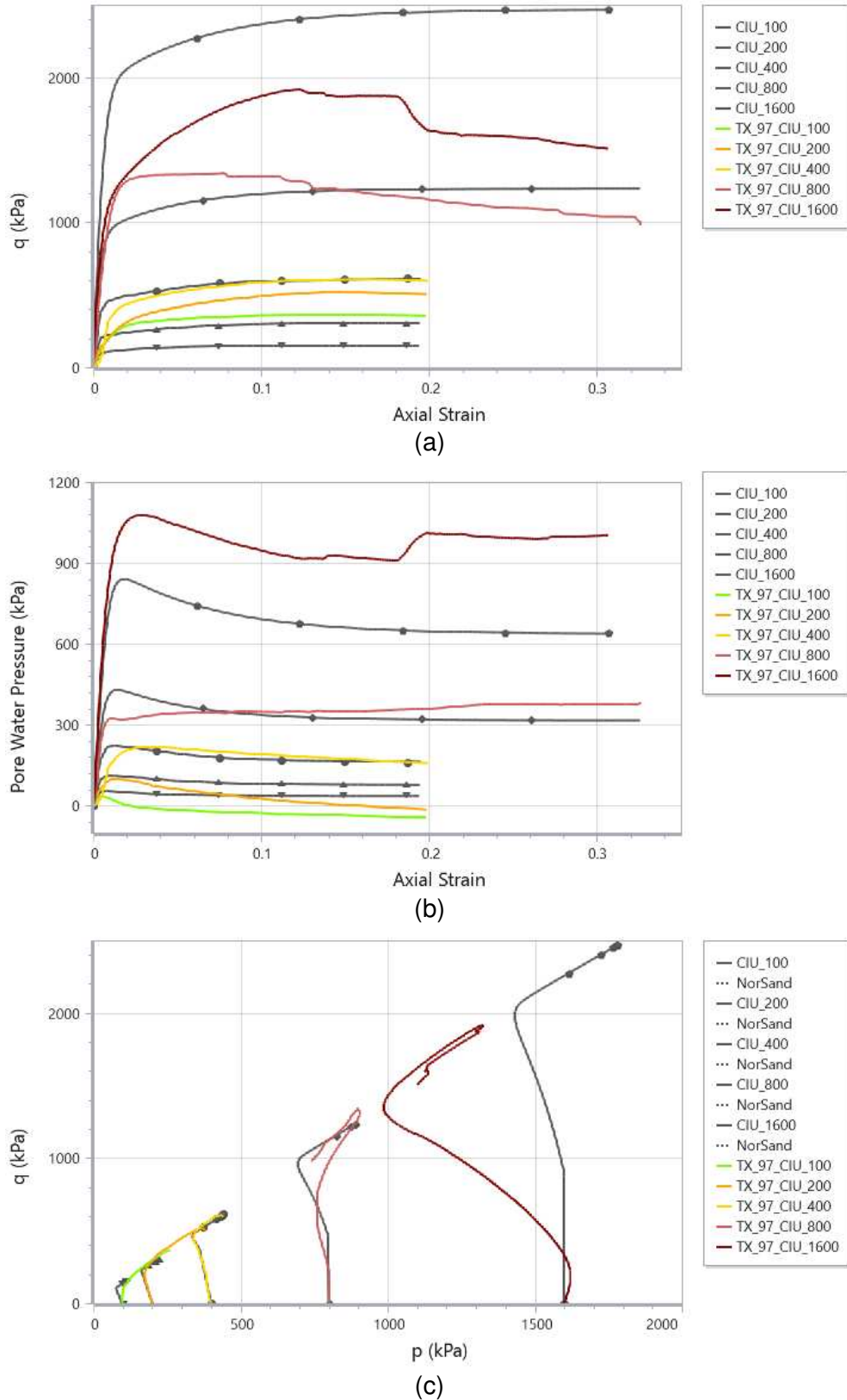


Figura 6-67 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 1,5, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano $p' \times q$.



Fonte: O autor.

Figura 6-68 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais drenados para amostras com GC = 100% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) deformação volumétrica versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' x q .

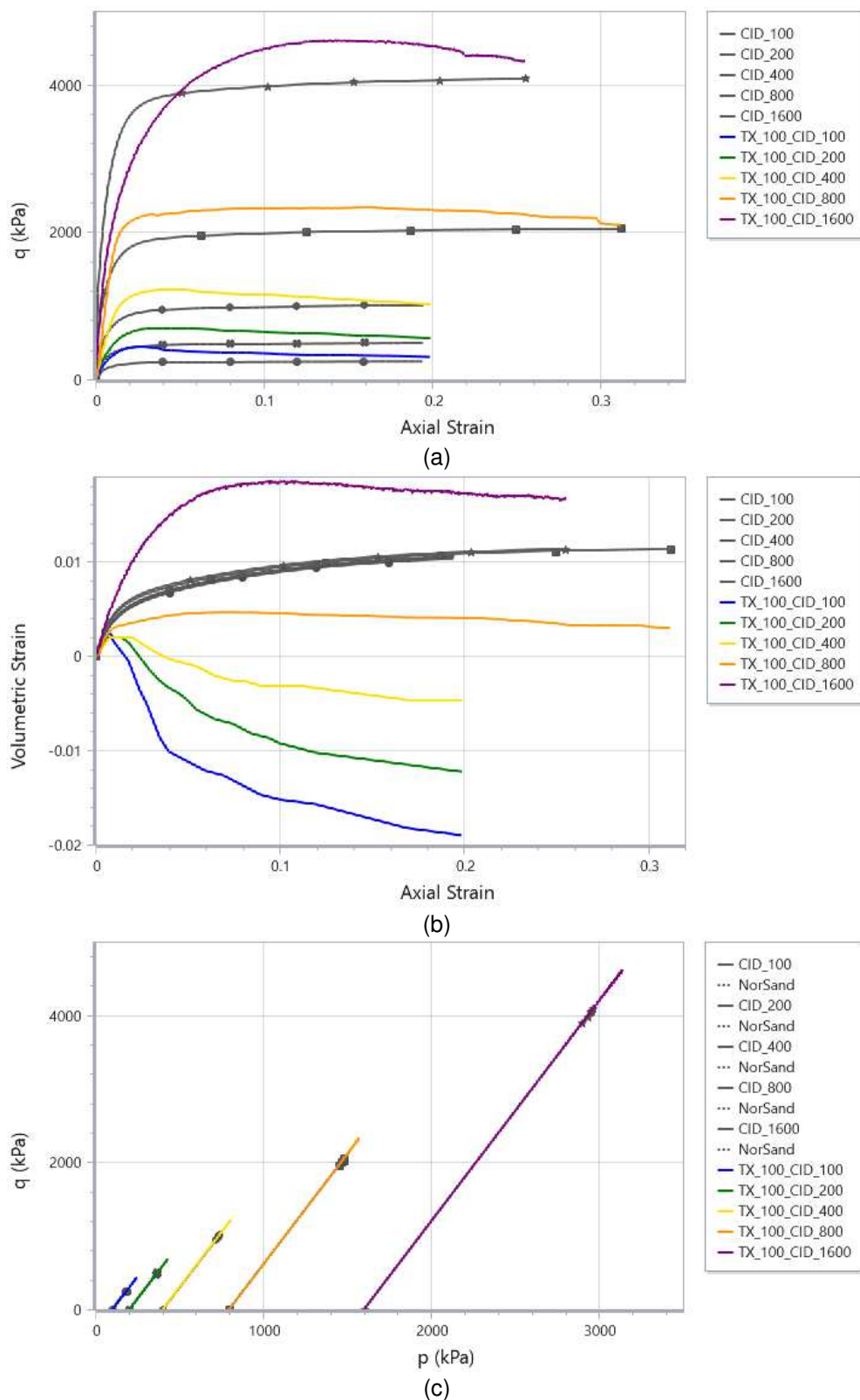
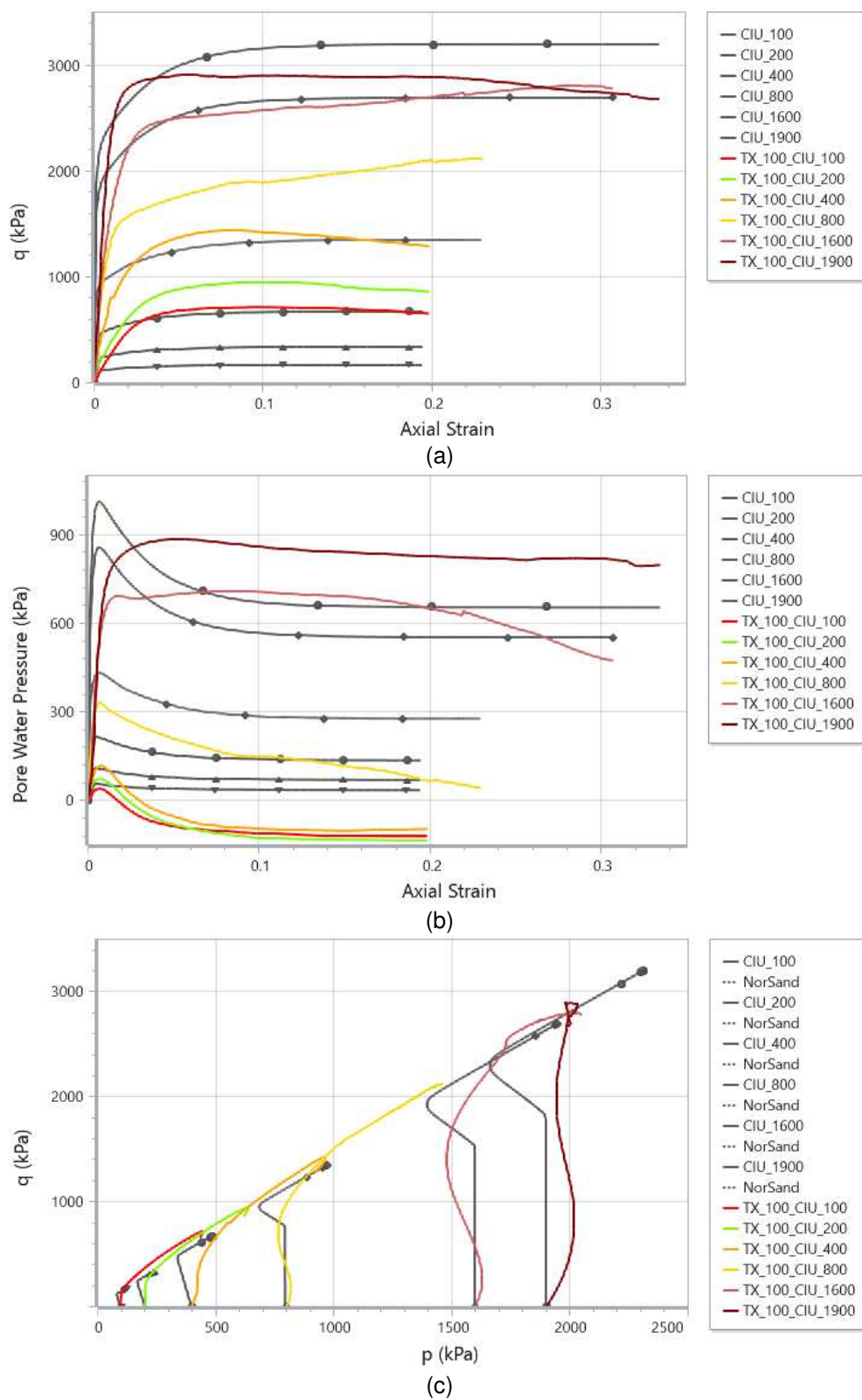


Figura 6-69 - Curvas obtidas em ensaios triaxiais não drenados para amostras com GC = 97% e resultados numéricos calculados pelo modelo NorSand, para OCR = 2,0, sendo (a) tensão desvio versus deformação axial; (b) poropressão versus deformação axial e (c) trajetórias no plano p' x q .



Analisando os resultados apresentados relativos à calibração do modelo NorSand aos ensaios triaxiais, tem-se que:

- De forma similar ao modelo Cam-Clay Modificado, percebe-se que os modelos baseados no estado crítico, em linhas gerais, se ajustaram melhor aos dados experimentais.
- Também coerente com o observado para o modelo Cam-Clay Modificado, as amostras com $GC = 93$ e 95% apresentaram um comportamento normalmente adensado ($OCR \approx 1,0$) e as amostras com $GC = 97$ e 100% , ligeiramente sobreadensado ($OCR > 1,0$).
- As deformações volumétricas calculadas foram positivas (diminuição do volume), assim como as poropressões. Já nos ensaios, nota-se que as amostras com $GC = 97$ e 100% apresentaram comportamento levemente dilatante, com deformações volumétricas e poropressões negativas.
- Nos ensaios não drenados simulados analiticamente, para $GC = 93$ e 95% , notou-se uma subestimativa dos valores finais de poropressão gerada e, conseqüente, superestimativa da resistência última (q). Observa-se, ainda, que o modelo resultou em comportamento dilatante ao final do cisalhamento, apesar de ser constatado um comportamento contrátil pelos ensaios de laboratório. Na cedência, percebeu-se, nas curvas calculadas, um pequeno ganho de resistência com o aumento das deformações axiais (leve endurecimento do material)
- Os ensaios drenados, em geral, se ajustaram bem às simulações analíticas. Os materiais ensaiados não apresentaram picos acentuados de resistência, característicos de solos frágeis, tanto nos dados laboratoriais, como nos modelos numéricos.
- Assim como no modelo Cam-Clay Modificado, as deformações volumétricas calculadas se mostraram próximas, independente da tensão de ensaio simulada. Com isso, observou-se uma discrepância entre os dados calculados

e experimentais. Entende-se que isso esteja relacionado aos parâmetros relativos ao estado corrente do material e à dilatância.

Considerando os pontos levantados, estimou-se os parâmetros calibrados para o modelo NorSand, conforme resumido na Tabela 6-9, alterando apenas os valores de OCR.

Tabela 6-9 - Resumo dos parâmetros de deformabilidade e resistência considerados para o modelo NorSand.

Parâmetros	Graus de Compactação (%)			
	93	95	97	100
G_{ref} (MPa)	18	20	22	50
n	0,58	0,55	0,52	0,72
p'_{ref} (kPa)	100	100	100	100
Ψ	0,004	-0,0024	-0,0045	-0,008
M_{tc}			1,384	
λ			0,041	
H_0			160,00	
χ_{tc}			8,16	
N_{tc}			0,0058	
H_{Ψ}			1037	
Γ			0,80	
v			0,2	
OCR	1,0	1,0	1,5	2,0

Fonte: O autor.

6.2.1.6 Considerações Finais

Em geral, notou-se um razoável ajuste dos modelos aos dados observados nos ensaios triaxiais. Percebe-se que os ensaios drenados são melhor representados pelas equações constitutivas, uma vez que a geração e dissipação de poropressão, na prática, pode ser influenciada por diversos fatores, as vezes não mensurados nos modelos numéricos. No estudo de caso em questão, as solicitações previstas para pilha, em condições de operação normal, são drenadas, levando também em consideração a distribuição granulométrica do rejeito (silte arenoso).

Observou-se forte não linearidade do material em suas relações tensão-deformação. Logo, os modelos não lineares se ajustaram melhor aos dados experimentais.

Em especial, os ensaios baseados na teoria do estado crítico são capazes de incorporar nas simulações aspectos relacionados ao estado inicial da amostra, assim como comportamento dilatantes e contráteis, e suas consequências no desenvolvimento de tensões, poropressões e deformações volumétricas. No entanto, pelo fato da teoria do estado crítico se fundamentar em propriedades geotécnicas intrínsecas ao material, é fundamental o conhecimento do estado corrente do solo para uma representação mais realística do comportamento no cisalhamento.

6.2.2 Análise do Modelo Simplificado

6.2.2.1 Disposições Gerais

A análise do modelo simplificado foi proposta, inicialmente, para avaliação do comportamento quanto à tensão *versus* deformação frente à variação dos modelos constitutivos (Elastoplástico Perfeito, Hiperbólico, Cam-Clay Modificado e NorSand) e do número de camadas nas simulações de alteamento.

No entanto, as análises que consideraram modelos não lineares enfrentaram dificuldades na convergência numérica, independentemente do número de camadas considerado. Foi também avaliado um intervalo de tolerância entre 0,1 e 0,001, assim como o número máximo de iterações entre 500 e 2000. Apesar do exposto, não se obteve sucesso em nenhuma das análises realizadas com esses modelos. Acredita-se que o problema observado esteja vinculado a inicialização de tensões nas trocas dos estágios de carregamento.

Diante do problema enfrentado e não encontrando motivos para tal nas equações constitutivas dos modelos, entrou-se em contato com a empresa Rocscience Inc.™, desenvolvedora do *software* RS3. Em resposta, foi informado que esta seria uma limitação da versão atual (4.020) e que esse erro seria revisado para as próximas versões. Logo, até o momento, não é disponível a utilização desse software em análises com estágios de carregamentos sucessivos a partir de modelos não lineares. Esse procedimento poderá ser testado tão logo novas versões do software

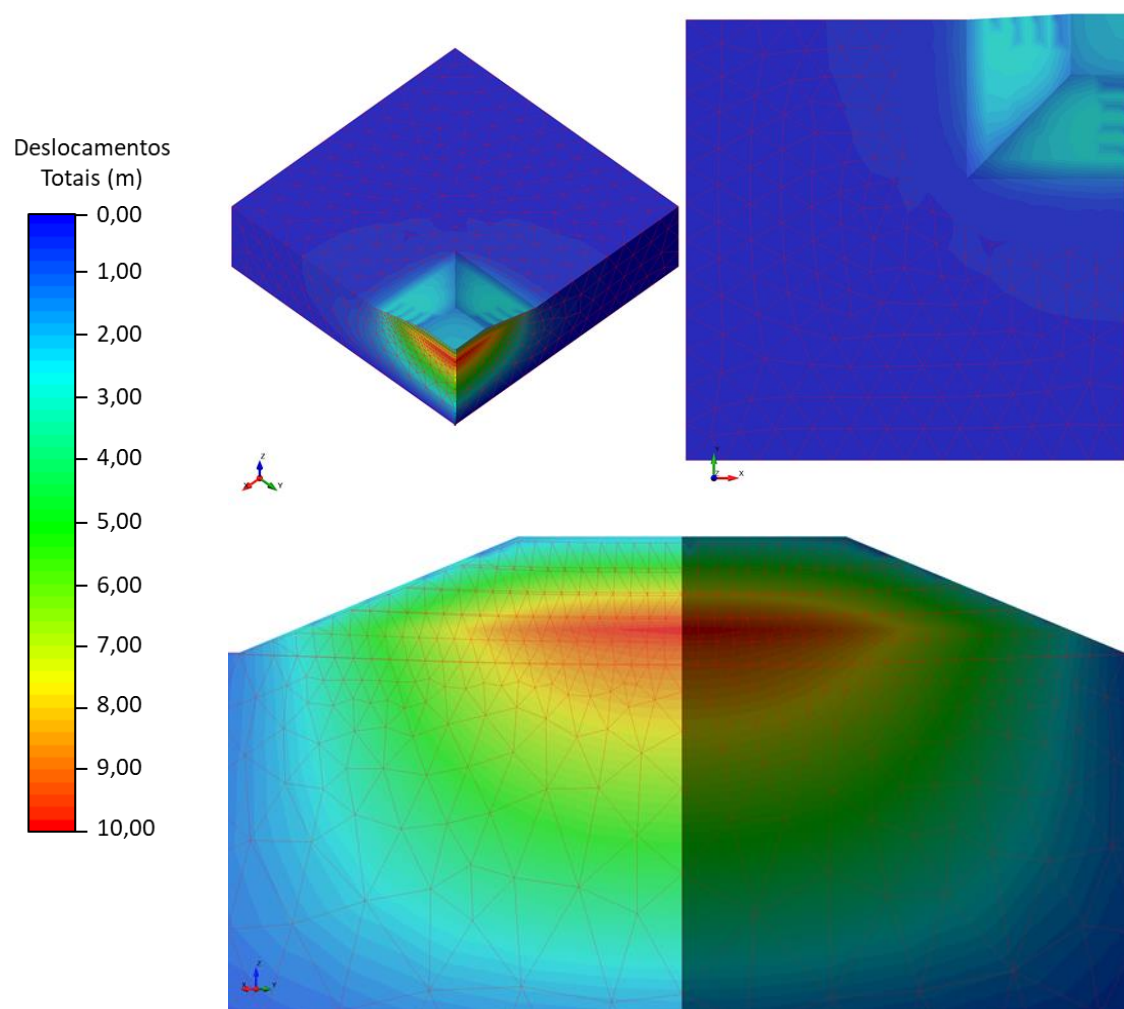
estejam disponíveis. Com isso, os resultados apresentados a seguir se referem apenas ao modelo Elastoplástico Perfeito. Conforme mencionado no item 5.3.4, avaliou-se somente o comportamento do protótipo considerando os parâmetros estimados e calibrados para o ensaio triaxial com grau de compactação (GC) igual a 93%.

Os resultados descritos a seguir são relativos à configuração final do protótipo após a inclusão sequencial das camadas. Cabe destacar que cada camada alteada correspondeu, na análise, a um estágio de carregamento, ou seja, os cálculos referentes aos modelos constitutivos foram realizados para cada estágio criado.

6.2.2.2 Análises Tensão-Deformação considerando o Modelo Elastoplástico Perfeito

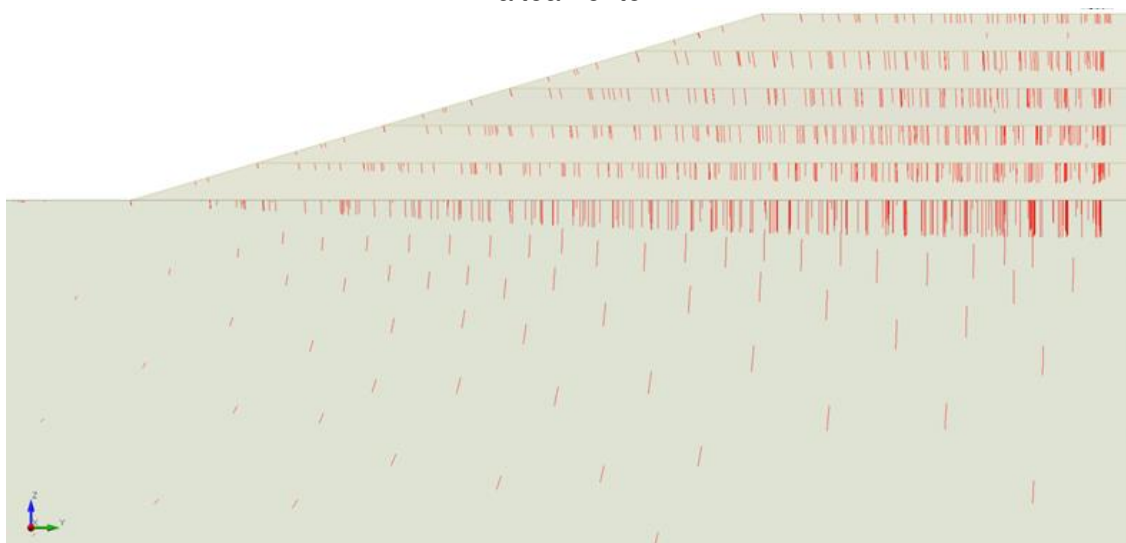
Entre a Figura 6-70 e Figura 6-74, são apresentados os resultados da análise considerando cinco etapas de alteamentos sucessivos de 20 m de espessura. Na Figura 6-70 é apresentado o mapa de deslocamento total com a malha deformada. Já a Figura 6-71 ilustra os vetores de deslocamentos dos nós. Foi também avaliado o deslocamento vertical em cada uma das camadas durante as etapas de carregamento, cujos resultados são apresentados na Figura 6-72. Por fim, a Figura 6-73 e Figura 6-74 representam os diagramas de deformação vertical (ϵ_z) e tensão desvio (tensão de Von Mises), respectivamente.

Figura 6-70 – Mapa de deslocamento total com malha deformada, considerando cinco etapas de alteamento.



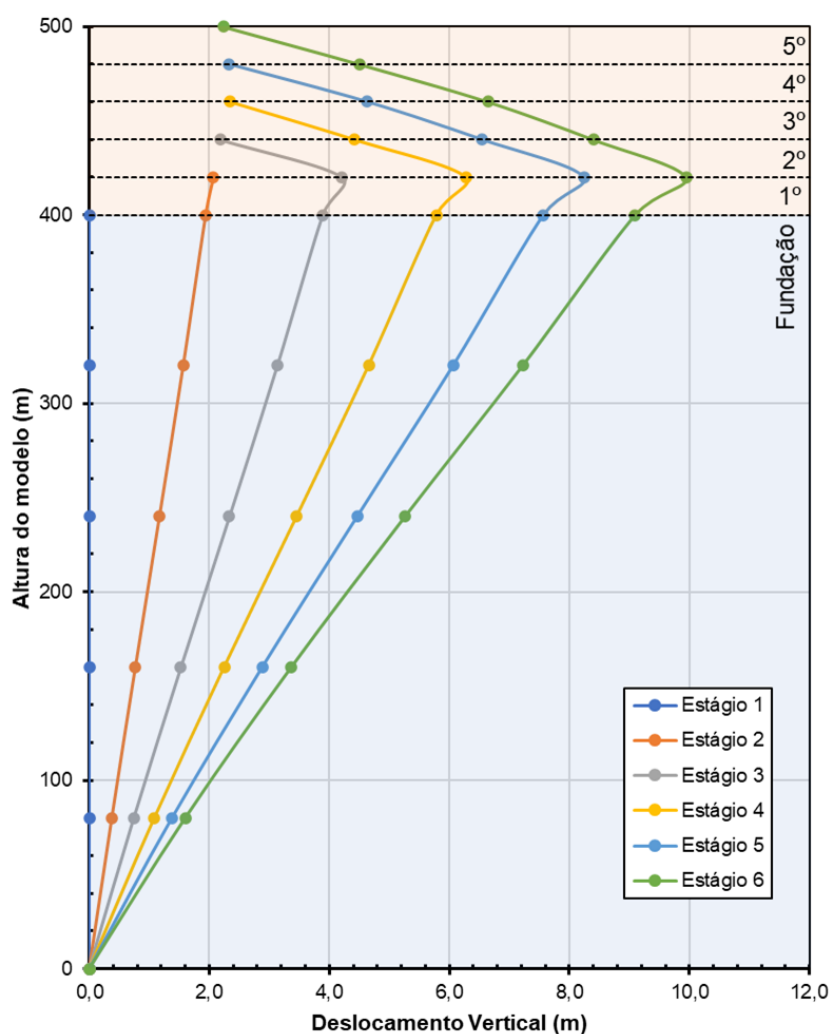
Fonte: O autor.

Figura 6-71 – Vetores de deslocamento total em vista lateral, considerando cinco etapas de alçamento.



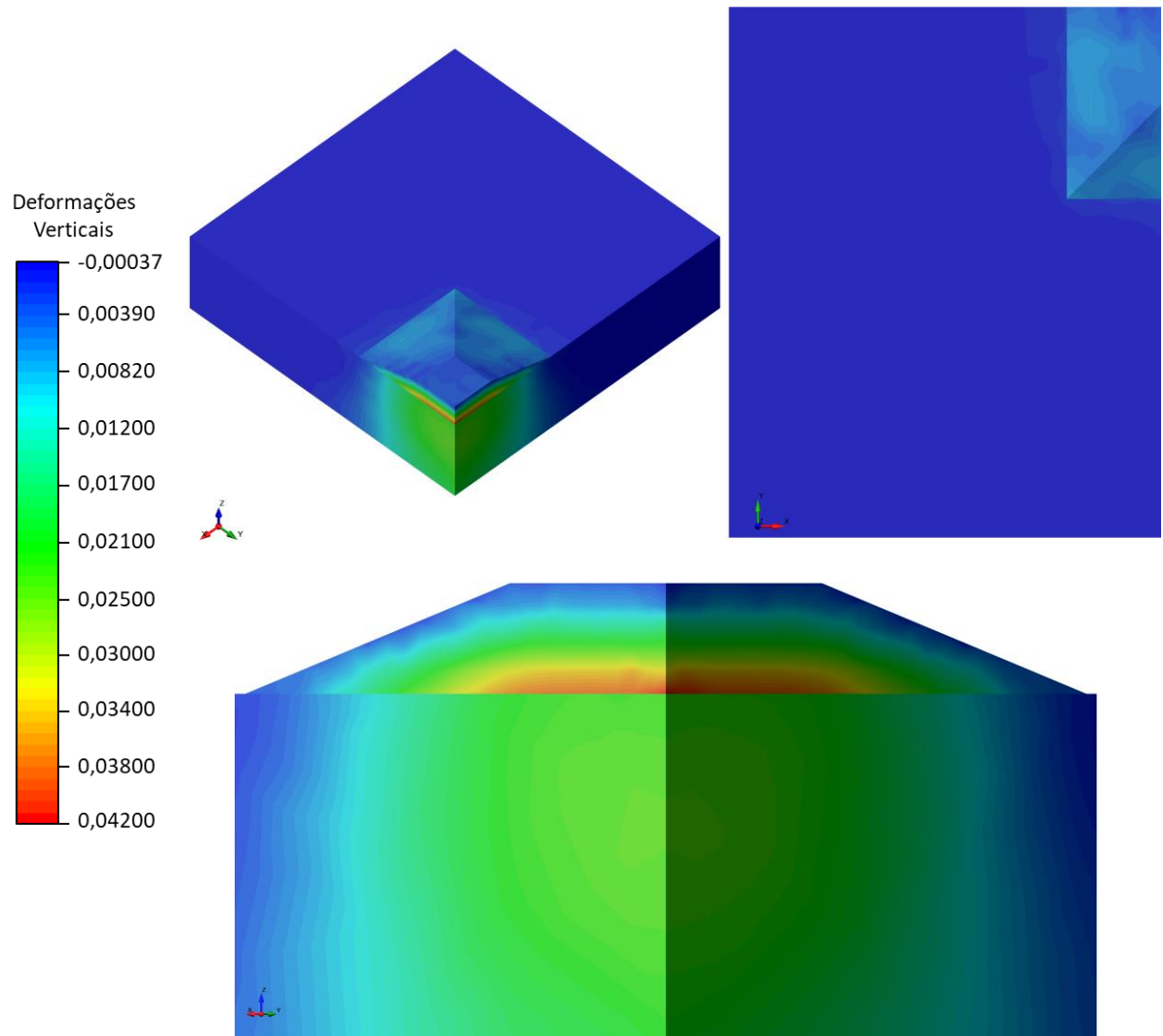
Fonte: O autor.

Figura 6-72 – Deslocamento vertical medido na aresta central da pilha, considerando cinco etapas de alçamento.



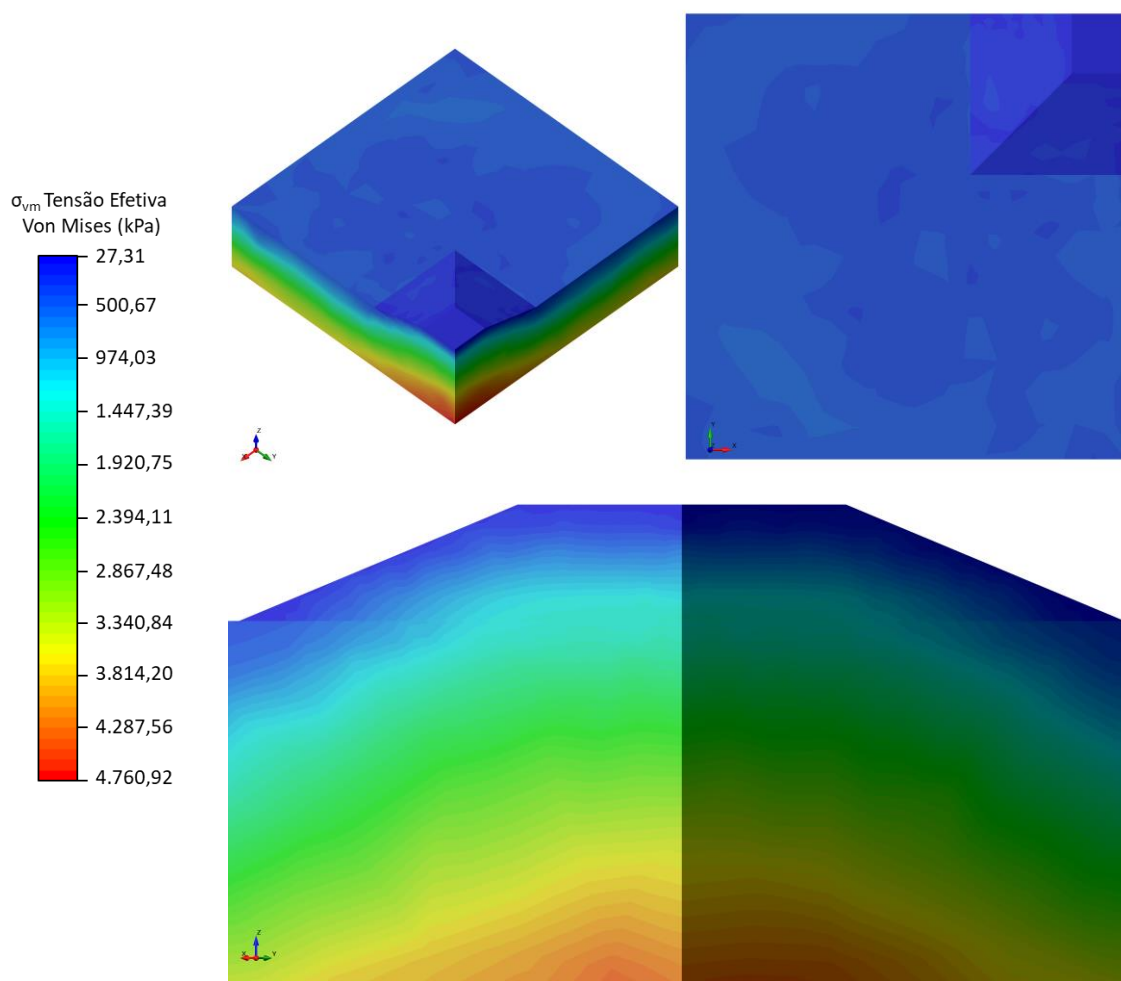
Fonte: O autor.

Figura 6-73 – Mapa de deformação vertical, considerando cinco etapas de alteamento.



Fonte: O autor.

Figura 6-74 – Mapa de tensão efetiva Von Mises, considerando cinco etapas de alteamento.



Fonte: O autor.

Analisando os resultados apresentados para o modelo considerando cinco camadas de 20 m de espessuras de alteamento, nota-se que o máximo deslocamento total calculado para o modelo foi de 10,0 m, sendo este observado na parte superior da primeira camada, conforme evidenciado na Figura 6-70.

Outro aspecto observado se refere às direções dos deslocamentos (Figura 6-71), as quais, em geral, são verticais ou subverticais. Exceção é feita aos vetores nas faces dos taludes, que se mostram, aproximadamente, perpendiculares a essas superfícies. Já na base do modelo, dentro da camada de fundação, a direção do deslocamento apresenta uma ligeira inclinação em relação ao plano vertical, tendendo à formação de uma superfície circular. Esse comportamento é coerente com a malha deformada apresentada na Figura 6-70.

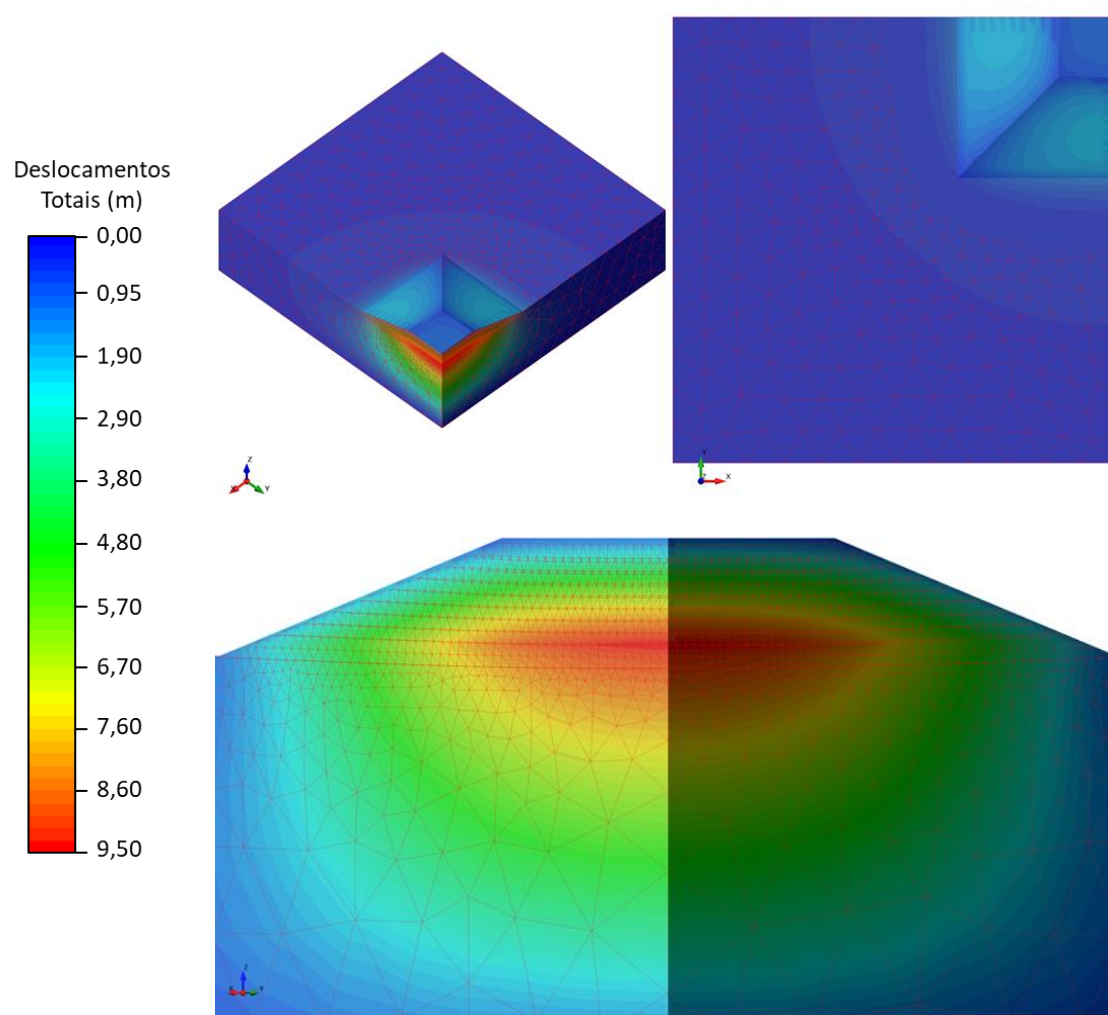
Complementarmente, o gráfico apresentado na Figura 6-72 indica a evolução dos deslocamentos verticais ao longo da altura do modelo, após a conclusão dos

estágios de carregamento. A cada nova camada adicionada, percebe-se um incremento de deslocamento vertical em torno de dois metros na camada imediatamente inferior da pilha. Na camada de fundação, por outro lado, esses incrementos diminuem à medida que se aproxima da base do modelo. Este comportamento era esperado, visto que a face inferior do modelo possui restrição de deslocamento nos eixos x, y e z, além de se prever que o acréscimo de tensão seja dissipado em profundidade e, conseqüentemente, sejam gerados menores deslocamentos.

Corroborando à interpretação realizada, a Figura 6-73 e a Figura 6-74 ilustram a distribuição de tensão e deformação calculadas tridimensionalmente. A distribuição de tensões é coerente com a configuração geométrica do modelo e peso específico do material. Quanto às deformações, nota-se que a região com maiores deformações verticais se localiza na base da pilha, alcançando valores iguais a 4,2%. Cabe destacar que o ponto de maior deslocamento total não coincide com o de maior deformação vertical, pois, conceitualmente, maiores deformações estão relacionadas a maiores tensões. Logo, uma vez que o acréscimo de tensão na base da pilha é maior que no topo da primeira camada e a fundação apresenta rigidez superior ao rejeito, espera-se maiores deformações no contato pilha-fundação. Além disso, a deformação corresponde à porcentagem de compressão do elemento em relação à sua altura inicial, não necessariamente ligada à movimentação dele.

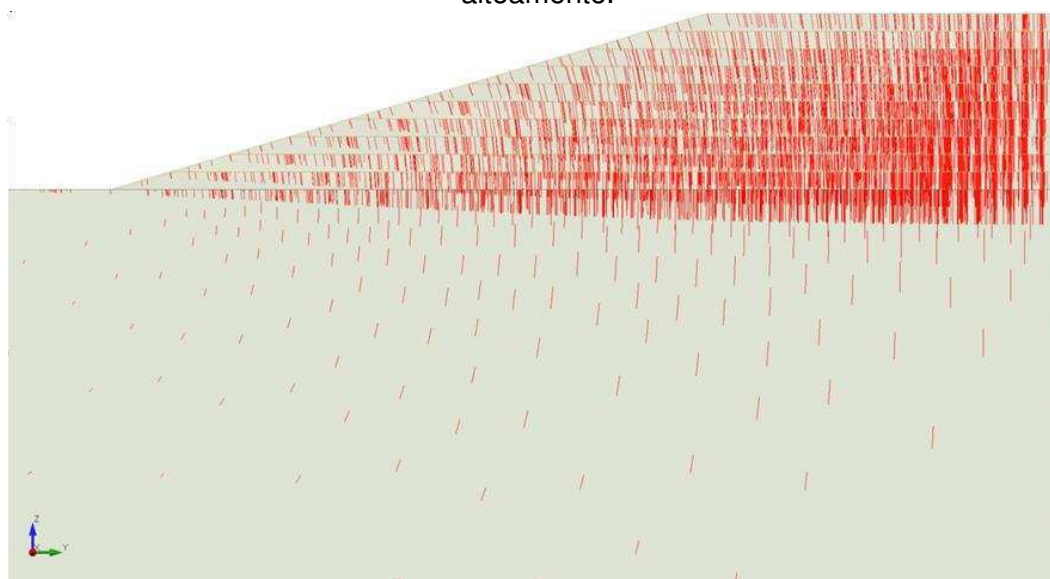
Já entre a Figura 6-75 e Figura 6-79, análogo ao apresentado para o modelo com cinco camadas, resumem-se os resultados da análise considerando dez etapas de alteamentos sucessivos com 10 m de espessura

Figura 6-75 – Mapa de deslocamento total com malha deformada, considerando dez etapas de alteamento.



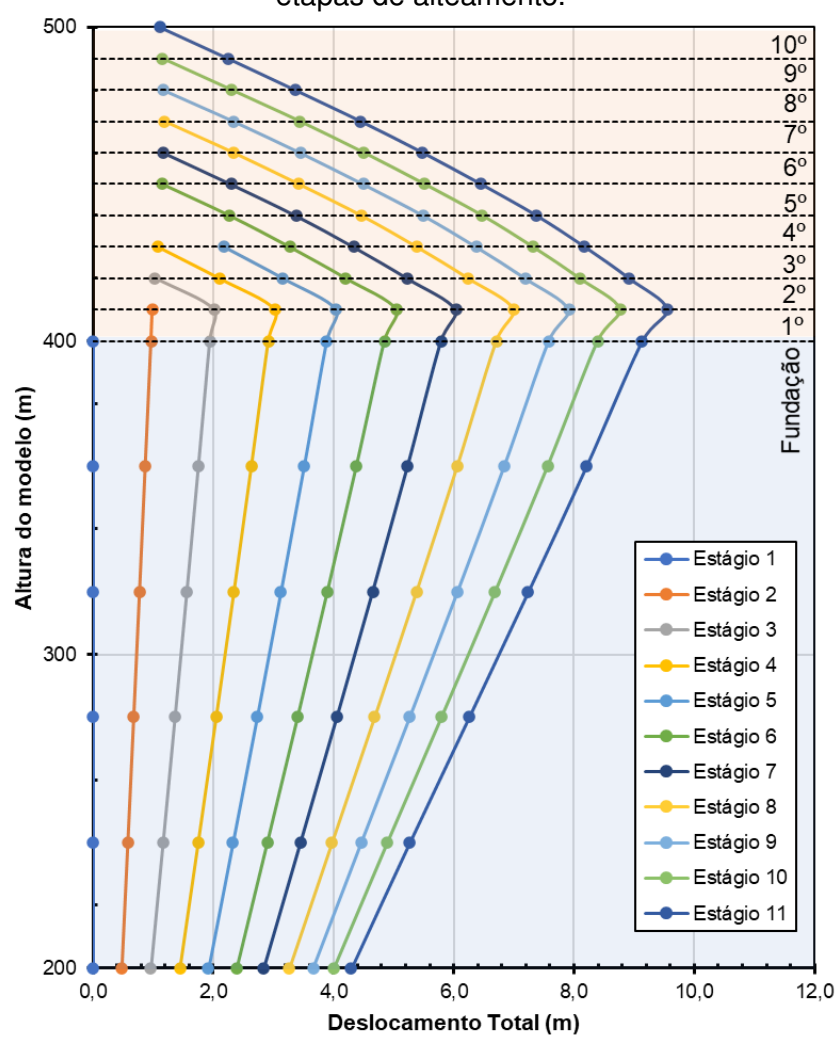
Fonte: O autor.

Figura 6-76 – Vetores de deslocamento total em vista lateral, considerando dez etapas de alteamento.



Fonte: O autor.

Figura 6-77 – Deslocamento vertical medido na aresta central da pilha, considerando dez etapas de alteamento.



Fonte: O autor.

Figura 6-78 – Mapa de deformação vertical, considerando dez etapas de alteamento.

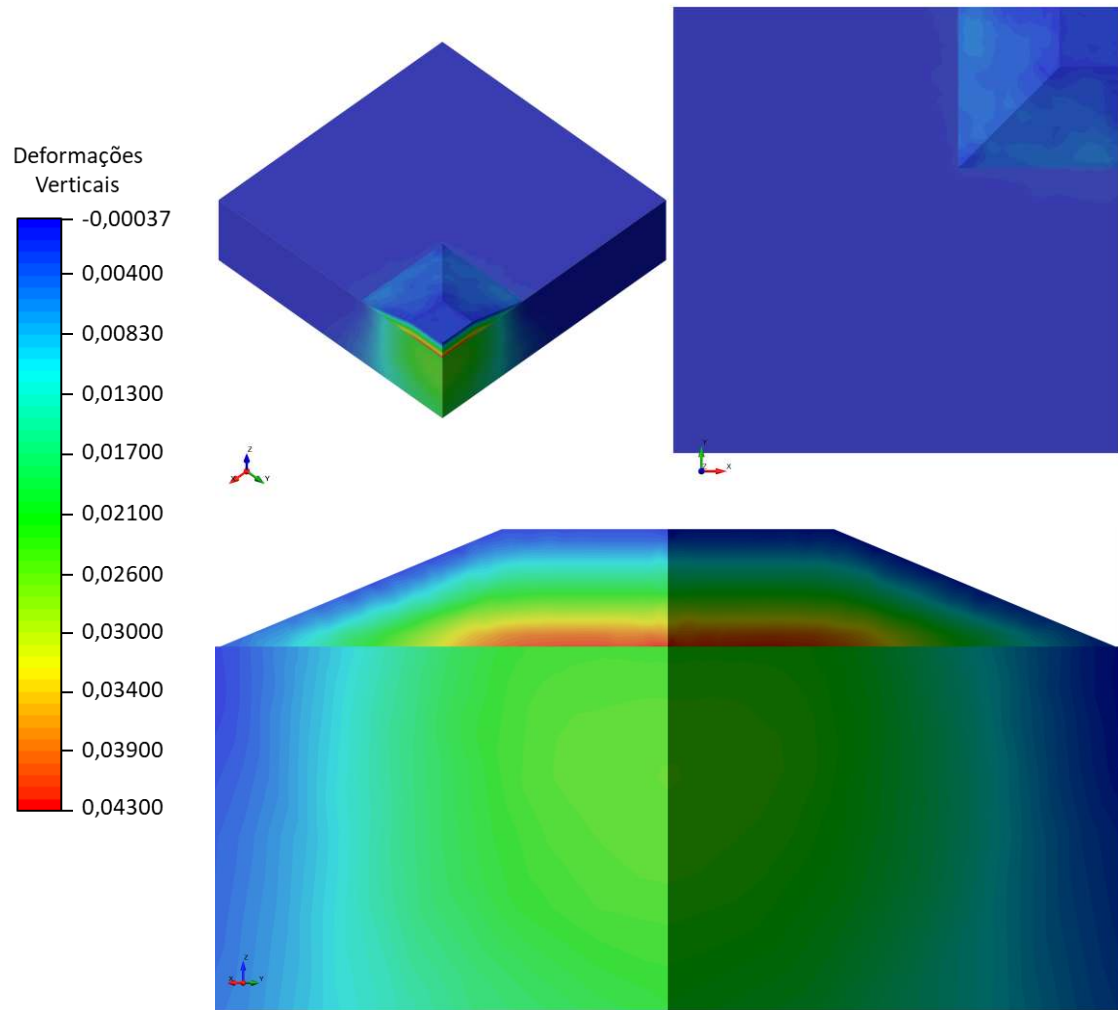
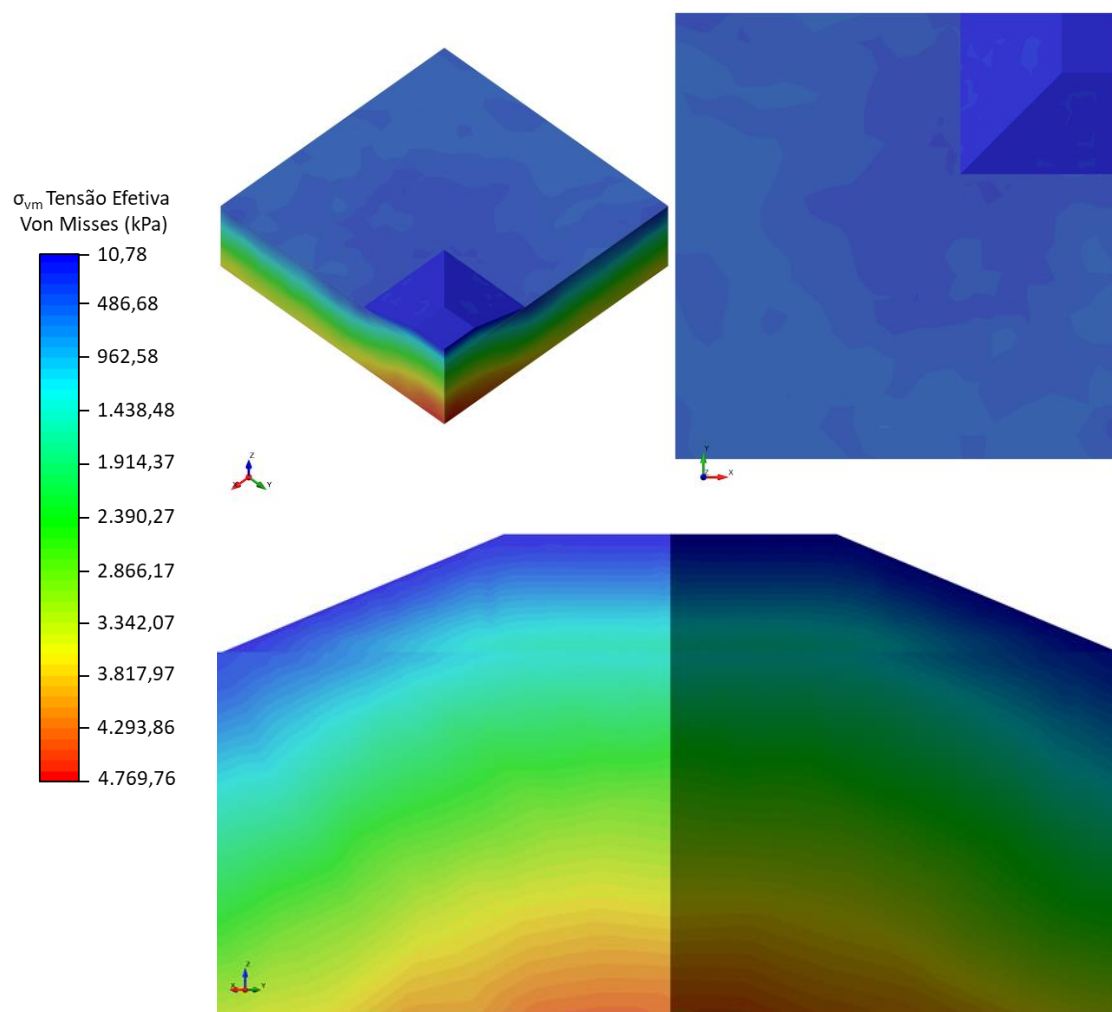


Figura 6-79 – Mapa de tensão efetiva Von Mises, considerando dez etapas de alteamento.



Fonte: O autor.

Ao avaliar os resultados do modelo considerando dez camadas de 10 m de espessura, percebe-se uma ligeira redução do máximo deslocamento total. O valor de 9,50 m de deslocamento representa uma redução de 5% em relação ao máximo deslocamento observado no modelo anterior, muito embora os comportamentos dos deslocamentos sejam semelhantes, conforme verificado na Figura 6-75.

Outro aspecto, também similar, se refere às direções dos vetores de deslocamentos. Apesar da quantidade de vetores apresentada na Figura 6-76 ser maior que na Figura 6-71, devido ao número superior de nós na malha, é possível observar as mesmas direções verticais e subverticais ilustradas nos resultados do modelo anterior.

Já no gráfico de deslocamento vertical (Figura 6-77), é possível perceber que o incremento de camadas gerou uma taxa de deslocamento similar à do modelo anterior, sendo, porém, observada uma redução de 5% de deslocamento total em relação ao modelo de cinco camadas de 20 m de espessura.

Por outro lado, os pontos de deslocamentos máximos observados nos modelos são diferentes. Isso se justifica pela malha de elementos finitos, em que, ao diminuir a espessura das camadas, há um aumento de quase 3 vezes no número de elementos finitos. Essa maior discretização permite resultados mais ajustados, porém com maior custo computacional. Logo, destaca-se que essa maior discretização deve ser avaliada cuidadosamente na fase inicial de modelagem numérica, pois pode acarretar modelos com custo computacional muito maior do que o necessário.

Por fim, a Figura 6-78 e a Figura 6-79, apresentam resultados e comportamentos muito semelhantes à do modelo considerando cinco etapas de alteamento. Em que há uma deformação máxima vertical igual à 4,3%, observada na mesma região do modelo anterior. As tensões, como já era de se esperar, são praticamente idênticas, sendo observado um aumento de aproximadamente 9 kPa em relação ao modelo anterior. Logo, todas as observações levantadas e discutidas para o modelo de cinco camadas são válidas e aplicáveis para o modelo de dez camadas de alteamento.

A análise dos resultados dos protótipos mostrou que o comportamento, no que tange a tensão *versus* deformação dos modelos considerando camadas de 20 m e 10 m de espessura, é basicamente o mesmo. Tendo, porém, o modelo com camadas de 10 m de espessura observa-se um custo computacional quase três vezes maior, visto que há essa relação de aumento no número de elementos. Logo, diante do exposto, optou-se por simular a construção do modelo real da pilha com camadas de 20 m de espessura.

6.2.3 Análise da Pilha Projetada

6.2.3.1 Disposições Gerais

Neste item serão apresentados os resultados encontrados para as análises tensão-deformação da pilha de rejeito filtrado referente ao estudo de caso do presente trabalho. Para facilitar a apresentação e compreensão dos resultados, dividiu-se os subitens a seguir de acordo com o grau de compactação considerado para o material analisado.

Ressalta-se que, nas análises abordadas neste item, utilizou-se o modelo elastoplástico perfeito, com base no critério de Mohr Coulomb, considerando 8 estágios de carregamento com camadas de 20 m de espessura, conforme já discutido no item 6.2.2.

6.2.3.2 Pilha Compactada a 93% de Grau de Compactação

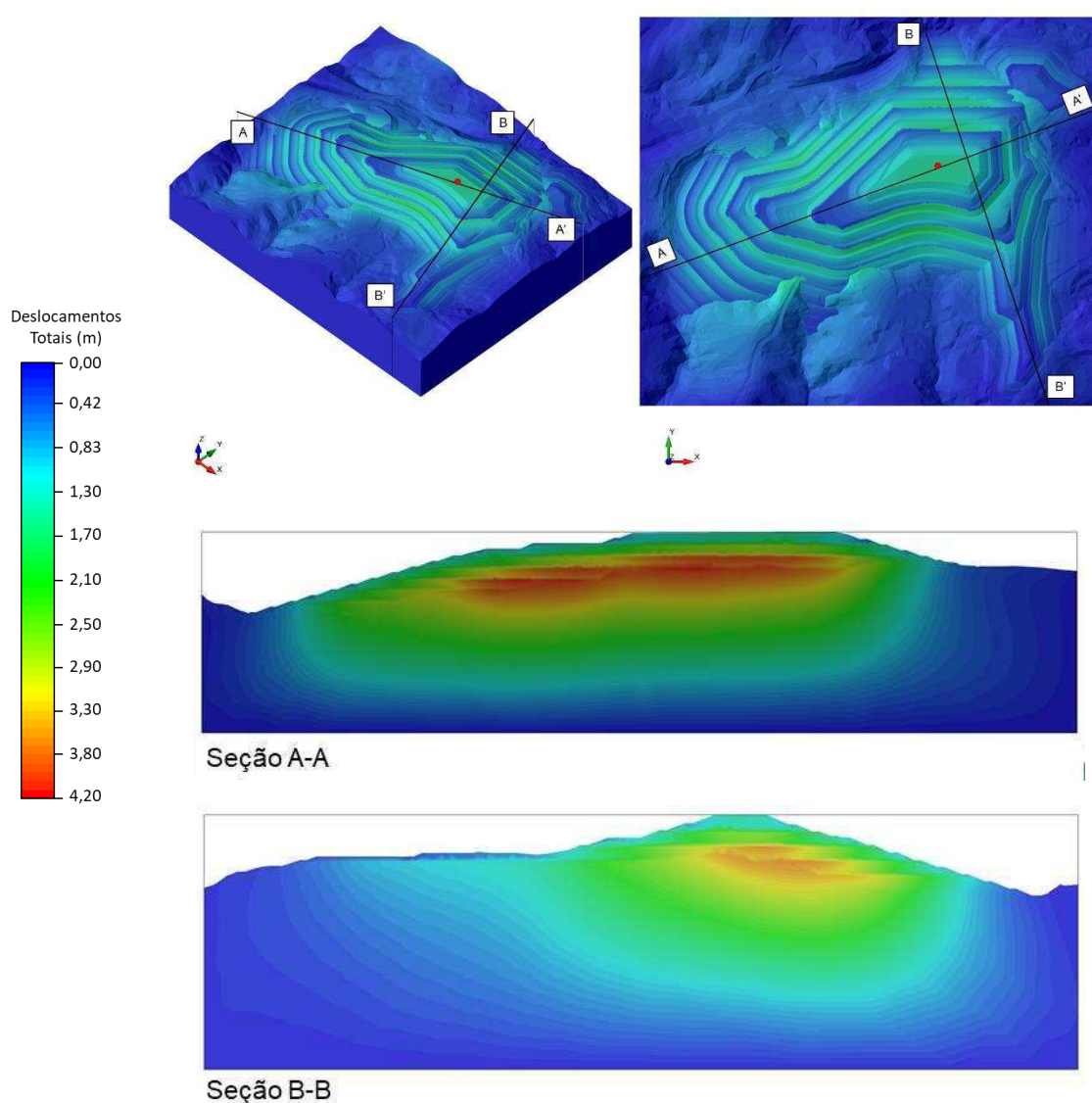
A seguir, encontram-se os resultados das análises de tensão-deformação para a pilha compactada a 93% do grau de compactação.

A Figura 6-80 apresenta o mapa de deslocamentos totais resultantes ao longo da estrutura. Uma vez que os deslocamentos máximos foram observados no interior da pilha, no centro das camadas de alteamento inferiores, foram traçadas duas seções perpendiculares e uma linha no centro da pilha (ponto vermelho), das quais foram extraídos e analisados os resultados e cujas locações são também apresentadas na Figura 6-80.

A Figura 6-81 exibe o gráfico com o desenvolvimento dos deslocamentos verticais ao longo da altura do modelo no ponto central determinado na Figura 6-80, considerando a evolução dos estágios de carregamento. Cabe destacar que a divisão das camadas foi realizada com base na elevação das mesmas. Dado que na região central da pilha a elevação do terreno natural já se mostra superior à das camadas inferiores, só foram observados resultados no gráfico a partir da inserção da quinta camada.

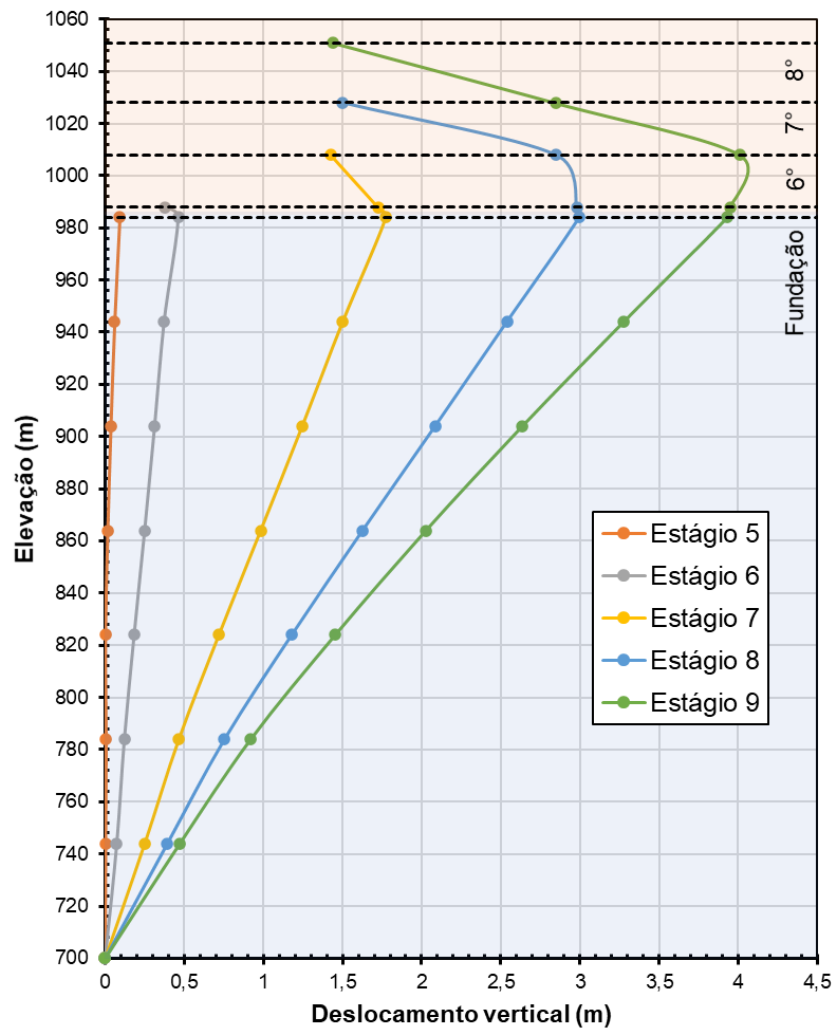
Complementarmente, a Figura 6-82 e Figura 6-83 apresentam os diagramas com os resultados de deformações verticais (ϵ_z) e tensão desvio (tensão de Von Mises), respectivamente.

Figura 6-80 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 93% do grau de compactação.



Fonte: O autor.

Figura 6-81 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 93%.



Fonte: O autor.

Figura 6-82 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 93% do grau de compactação.

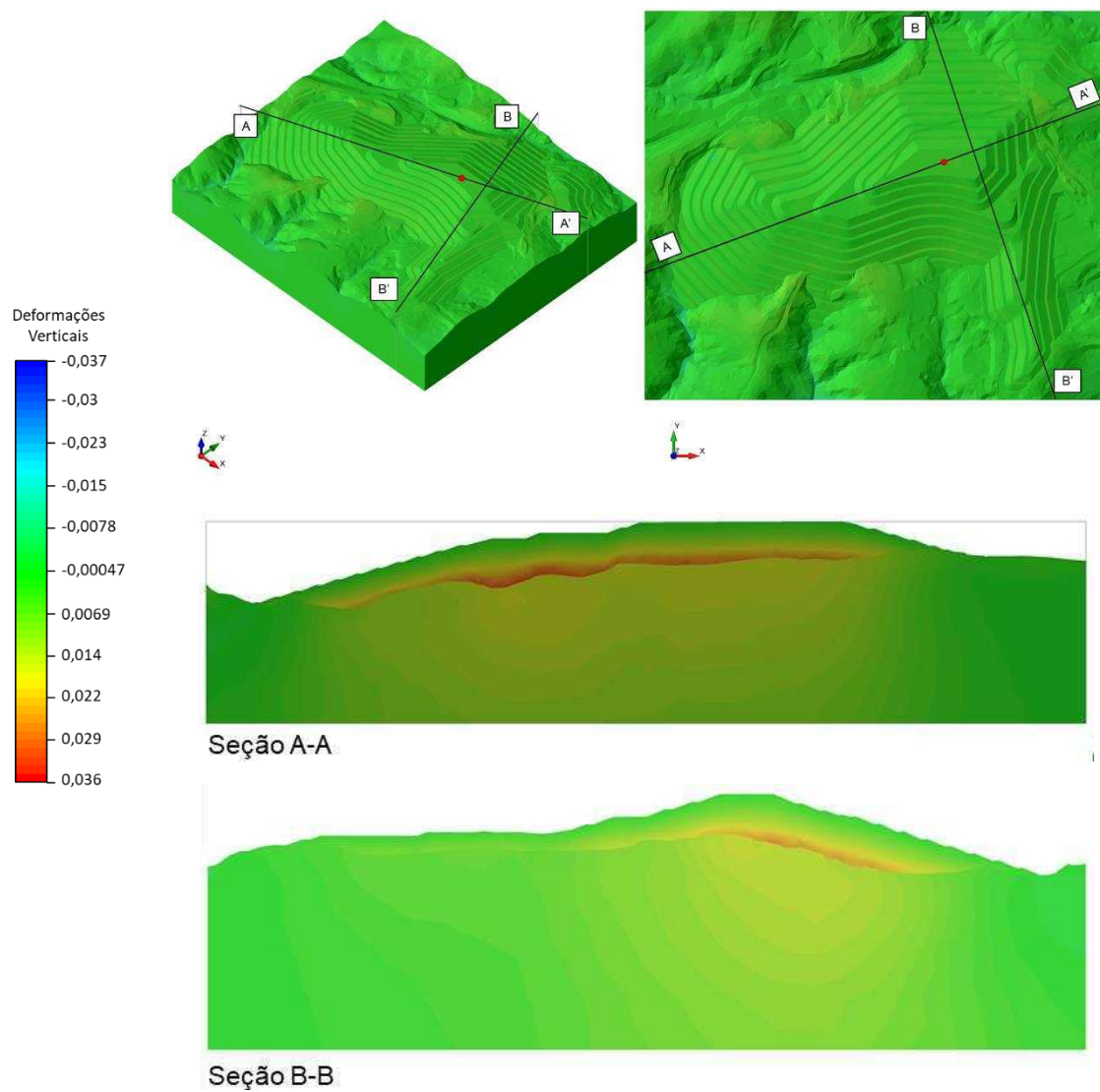
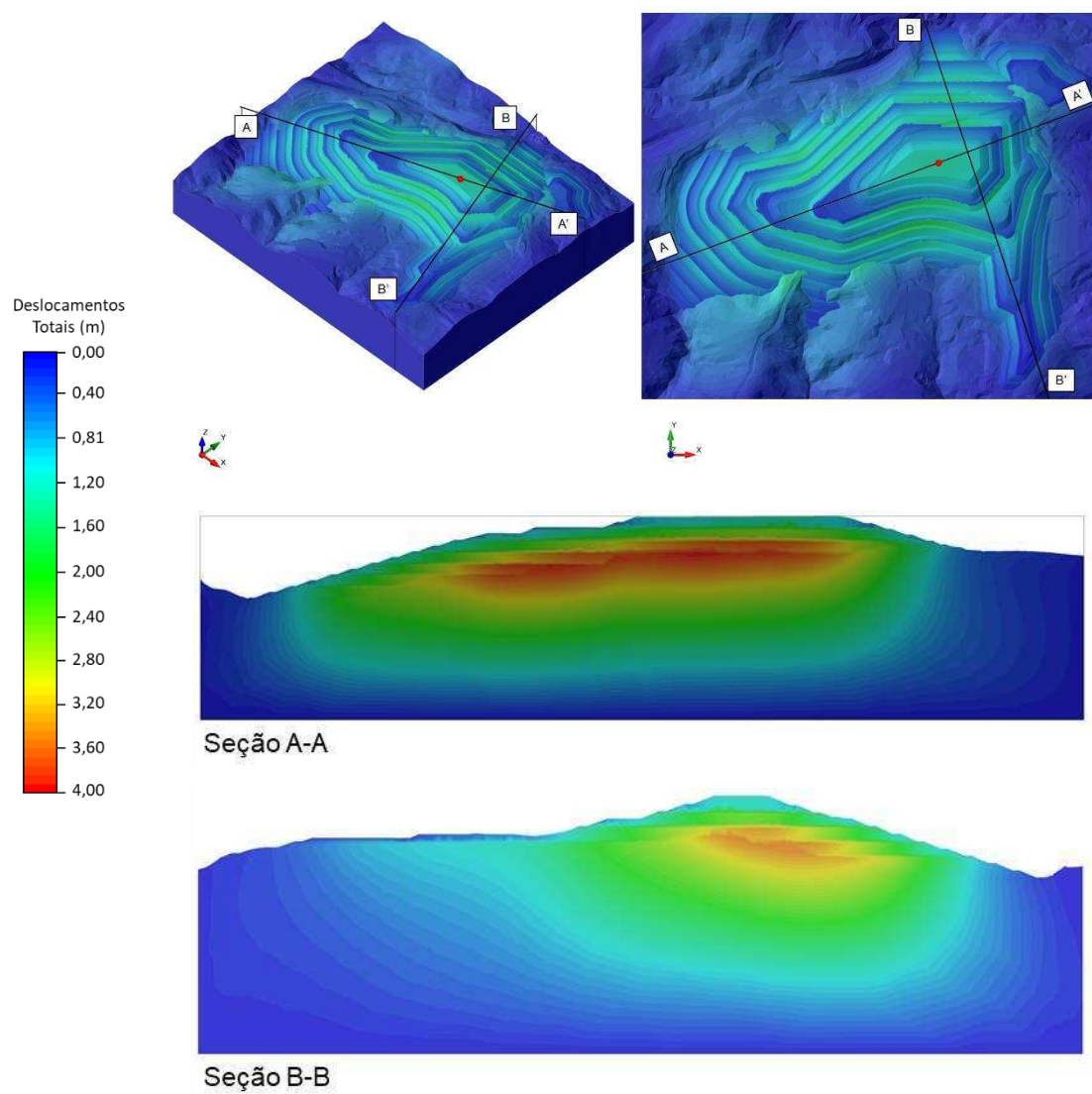
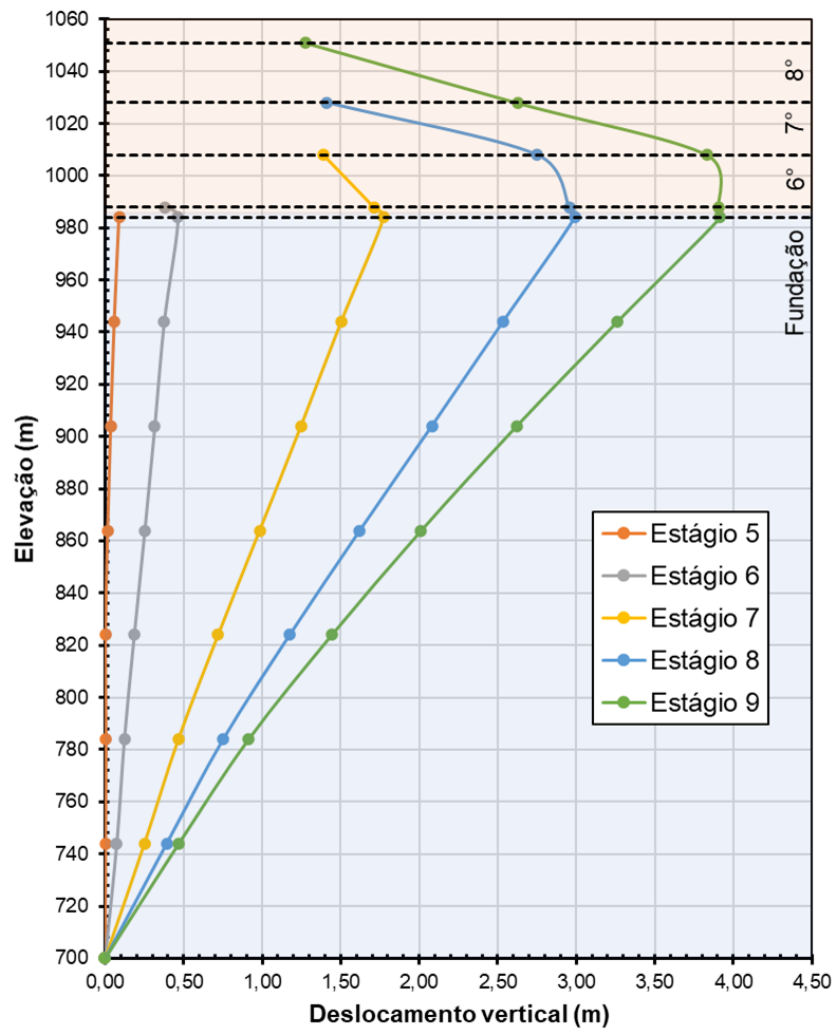


Figura 6-84 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 95% do grau de compactação.



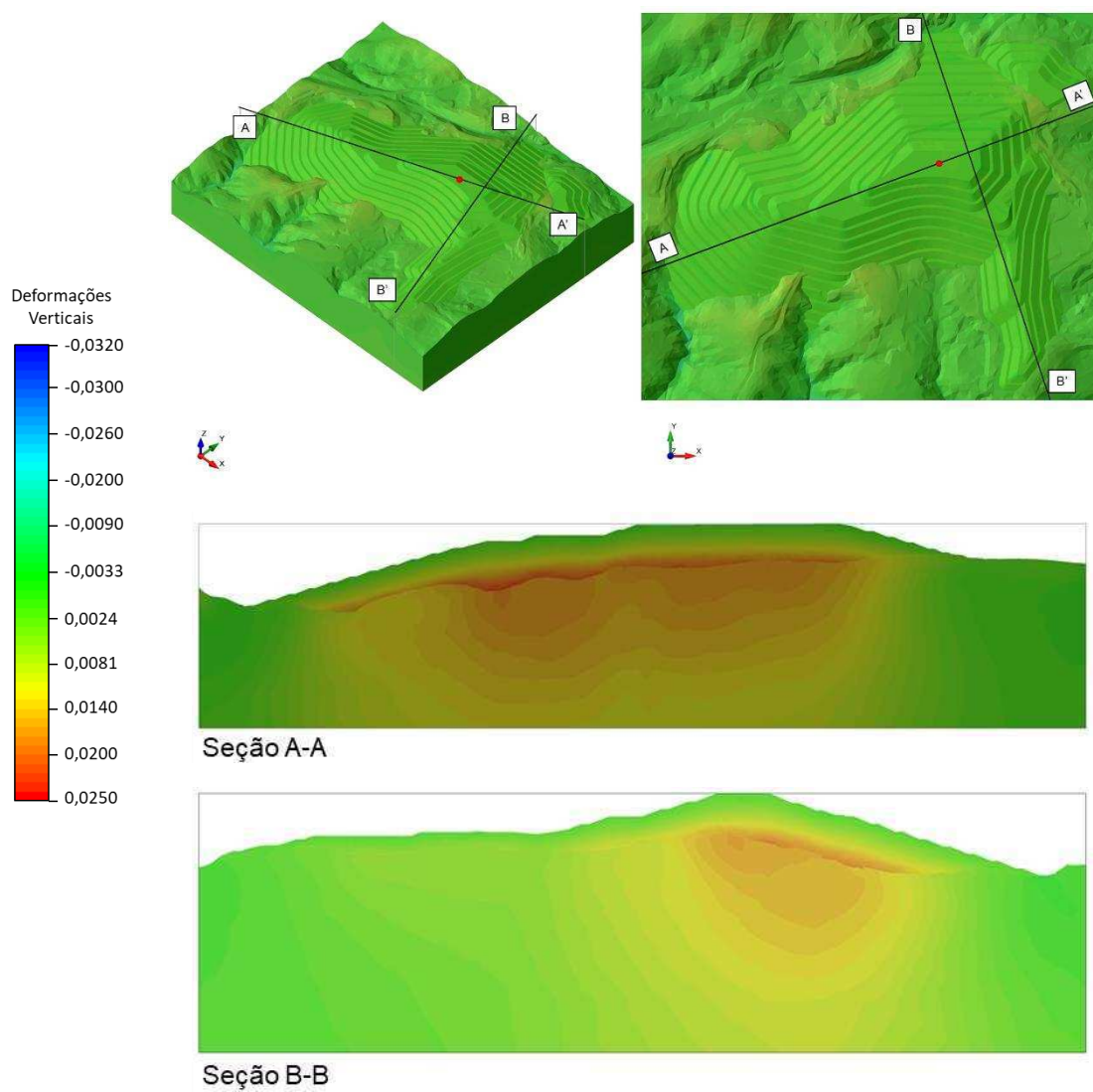
Fonte: O autor.

Figura 6-85 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 95%.



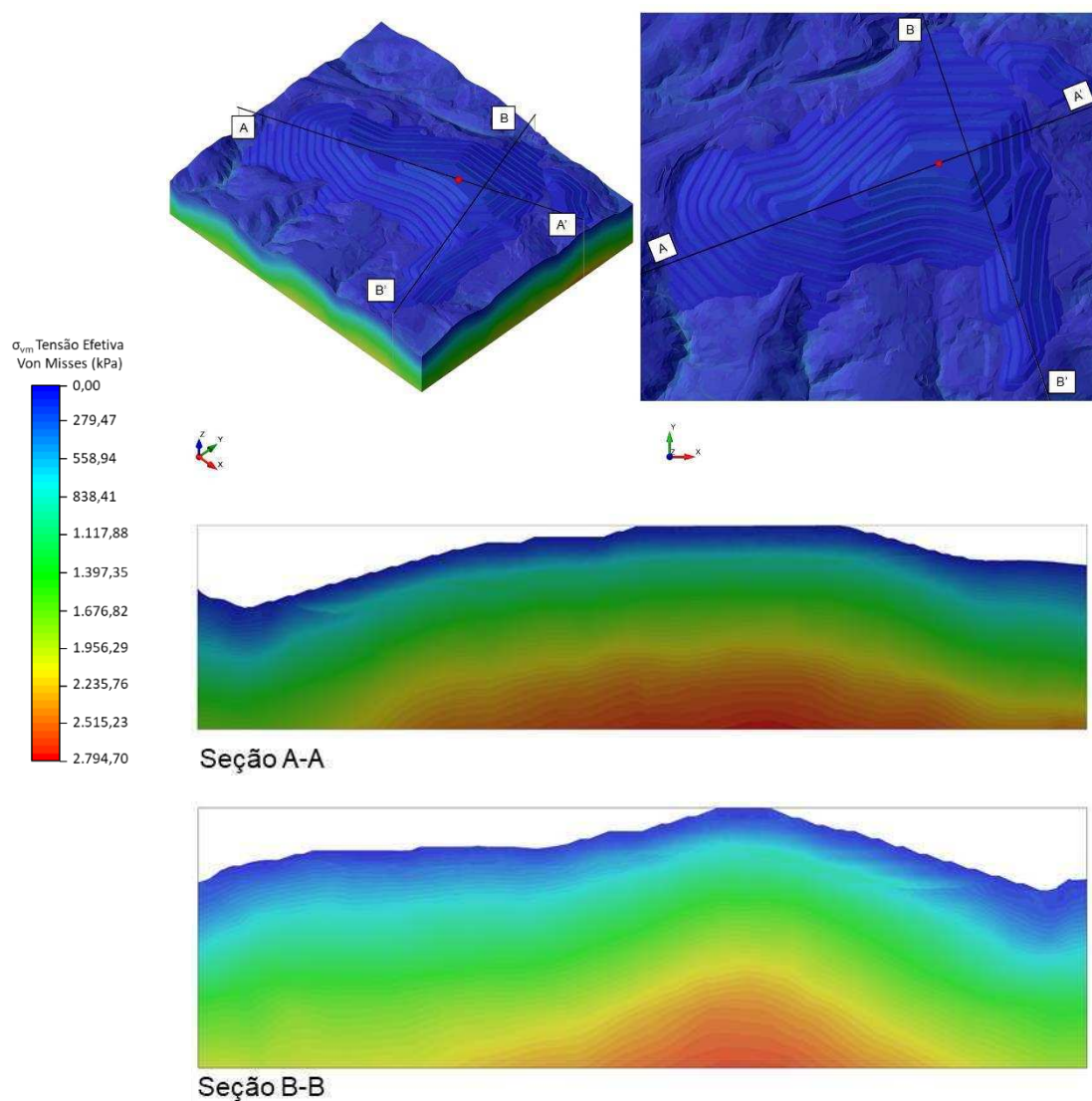
Fonte: O autor.

Figura 6-86 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 95% do grau de compactação.



Fonte: O autor.

Figura 6-87 – Mapa de tensão efetiva Von Mises da pilha compactada a 95% do grau de compactação.

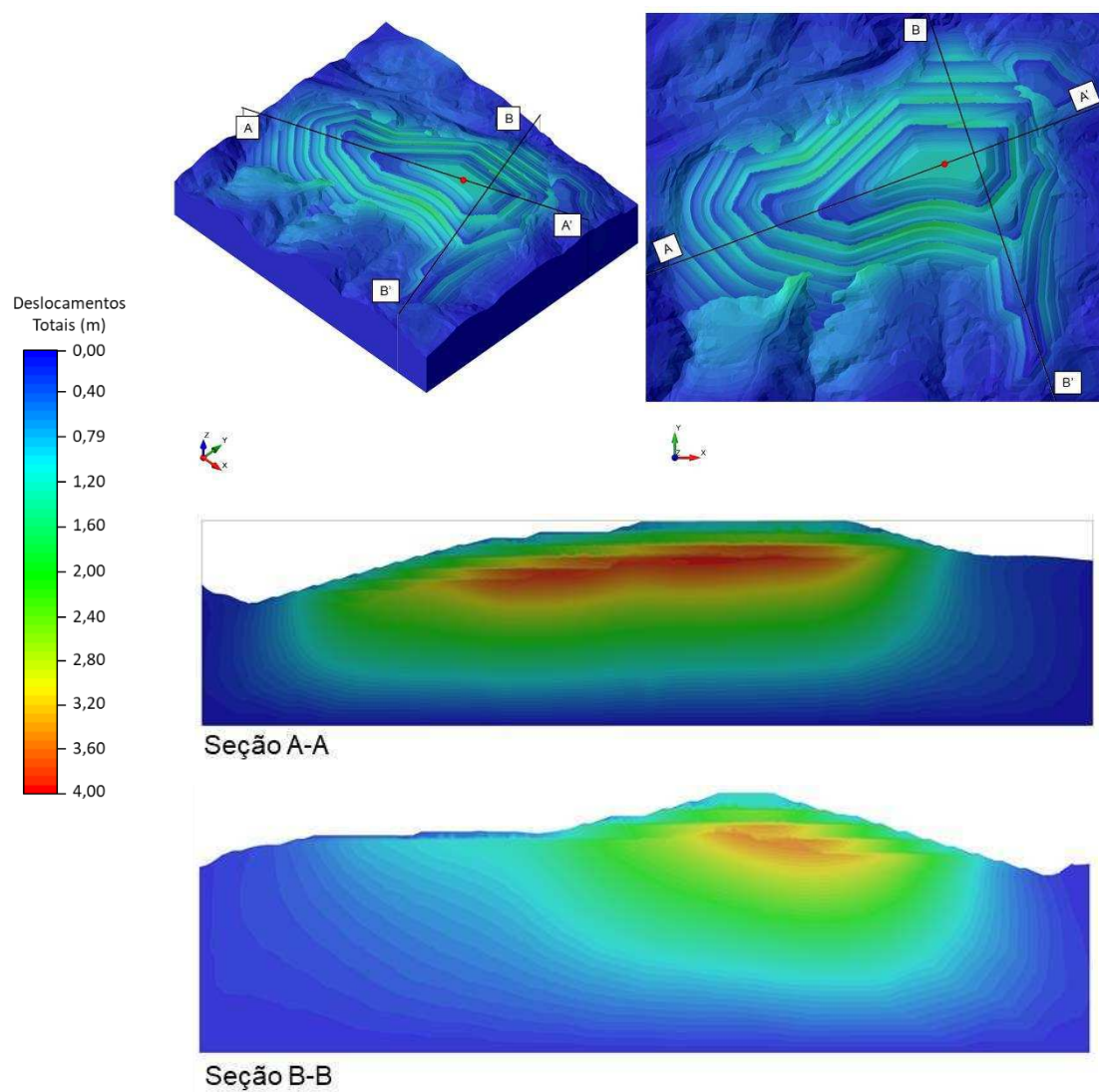


Fonte: O autor.

6.2.3.4 Pilha Compactada a 97% de Grau de Compactação

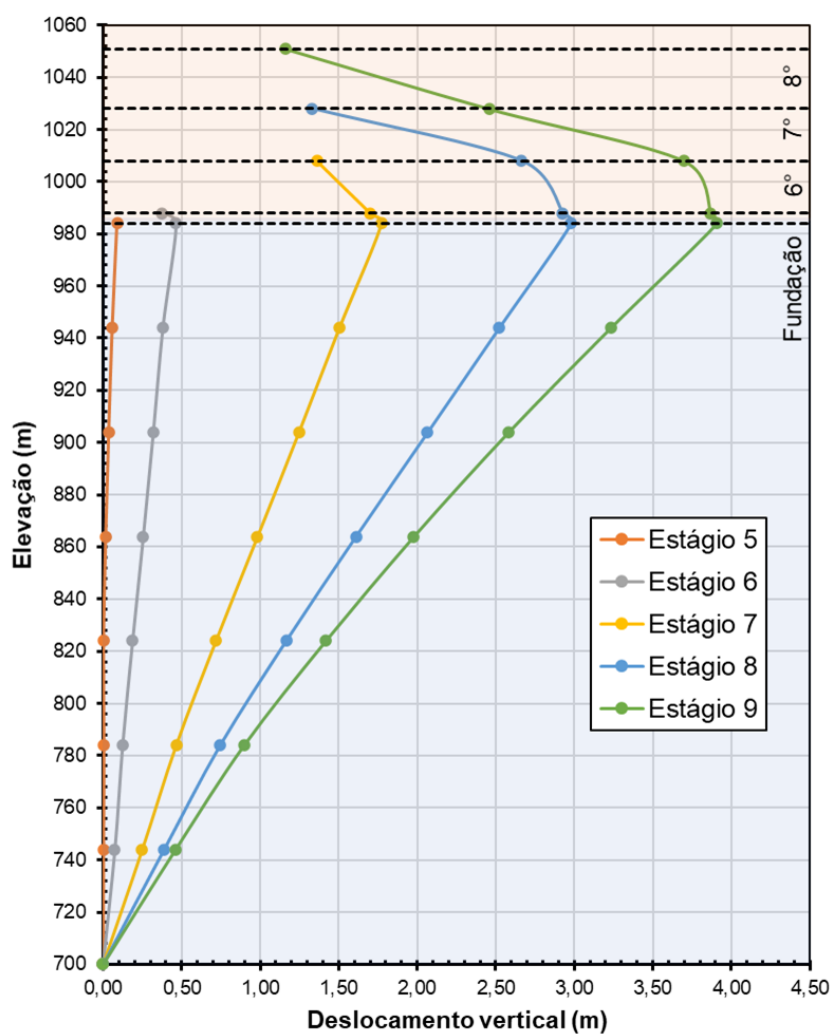
Em conformidade com os itens anteriores, da Figura 6-88 à Figura 6-91, encontram-se os resultados das análises de estabilidade para a pilha compactada a 97% do grau de compactação.

Figura 6-88 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 97% do grau de compactação.



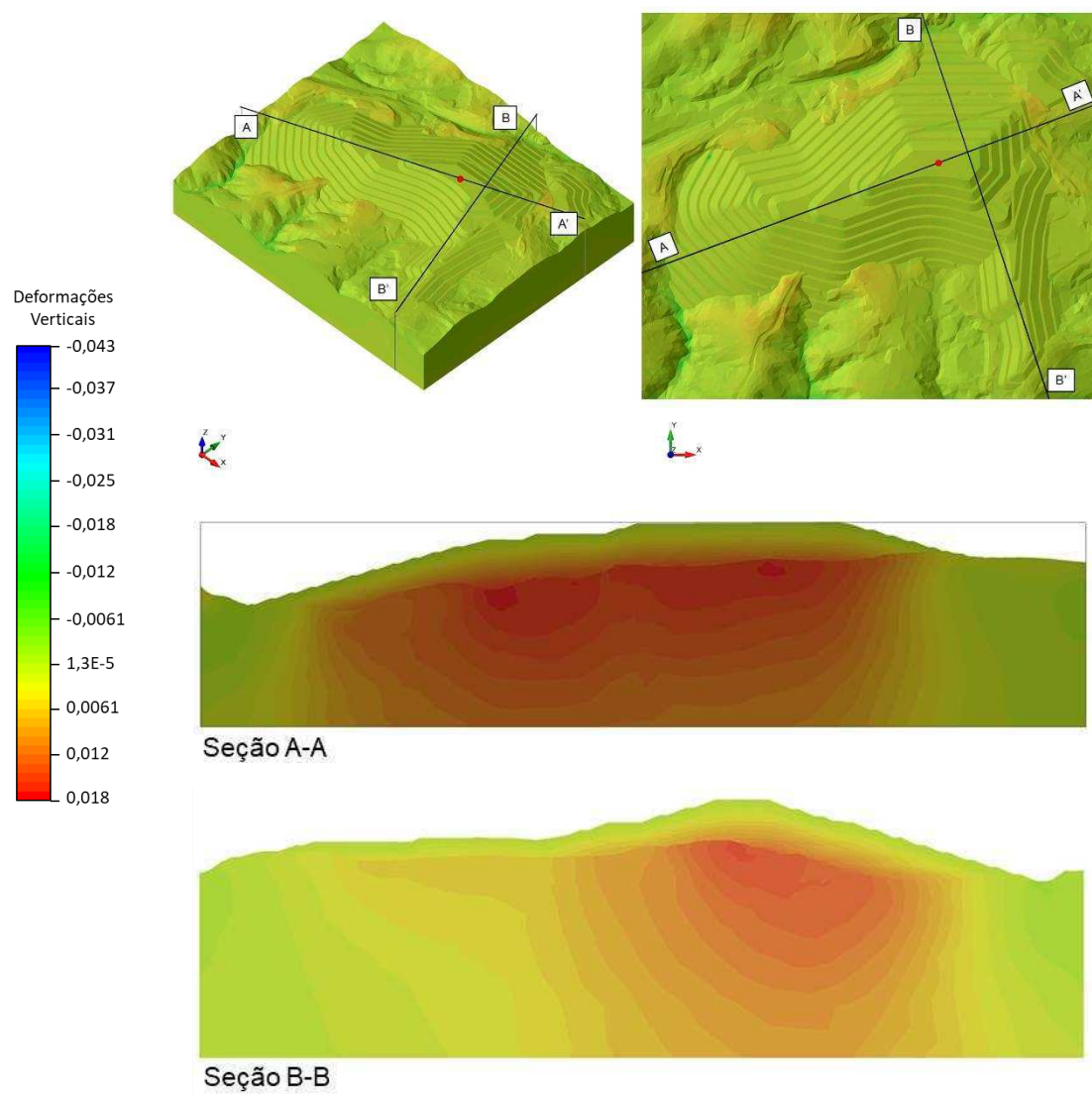
Fonte: O autor.

Figura 6-89 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 97%.



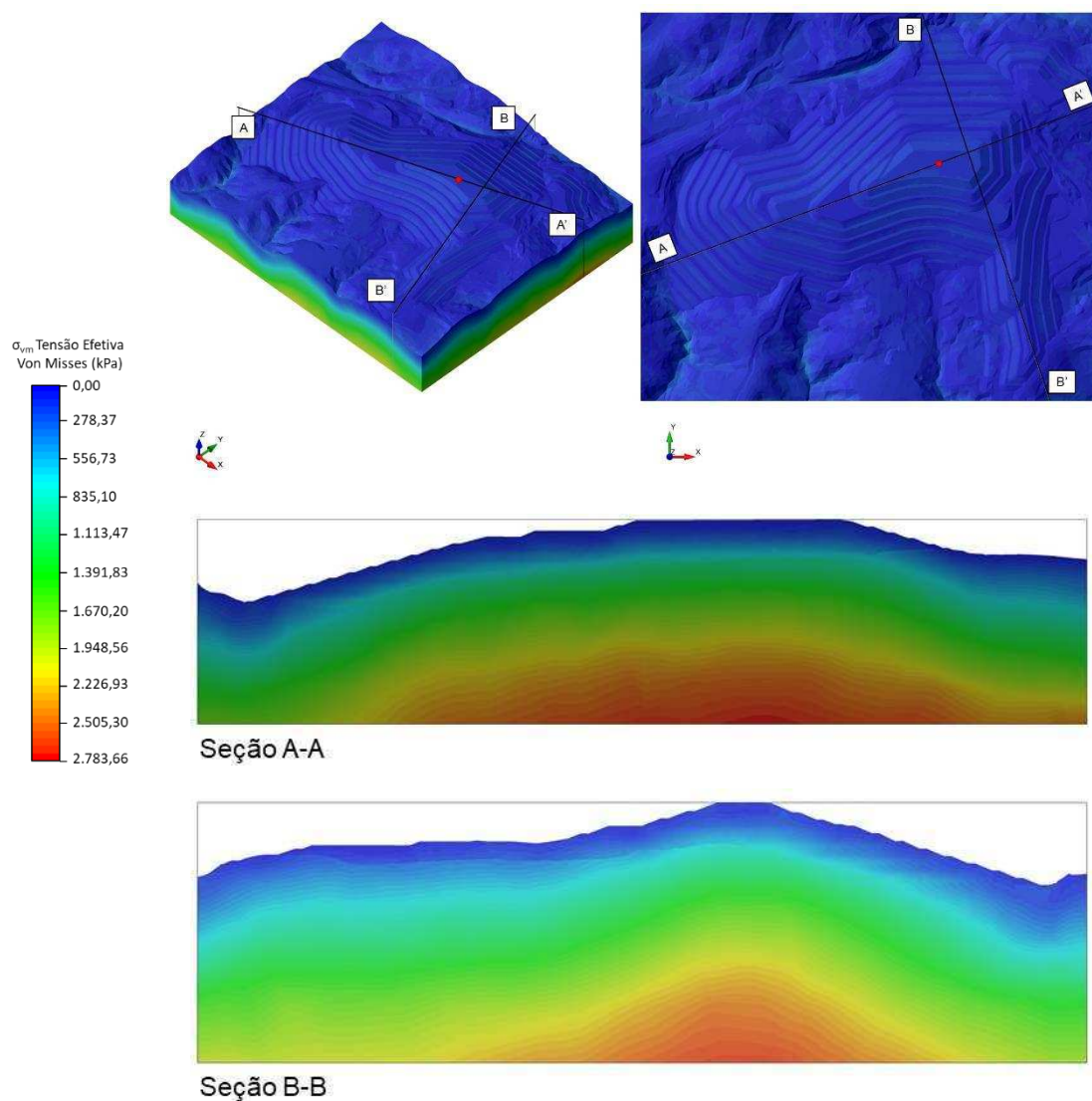
Fonte: O autor.

Figura 6-90 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 97% do grau de compactação.



Fonte: O autor.

Figura 6-91 – Mapa de tensão efetiva Von Mises da pilha compactada a 97% do grau de compactação.

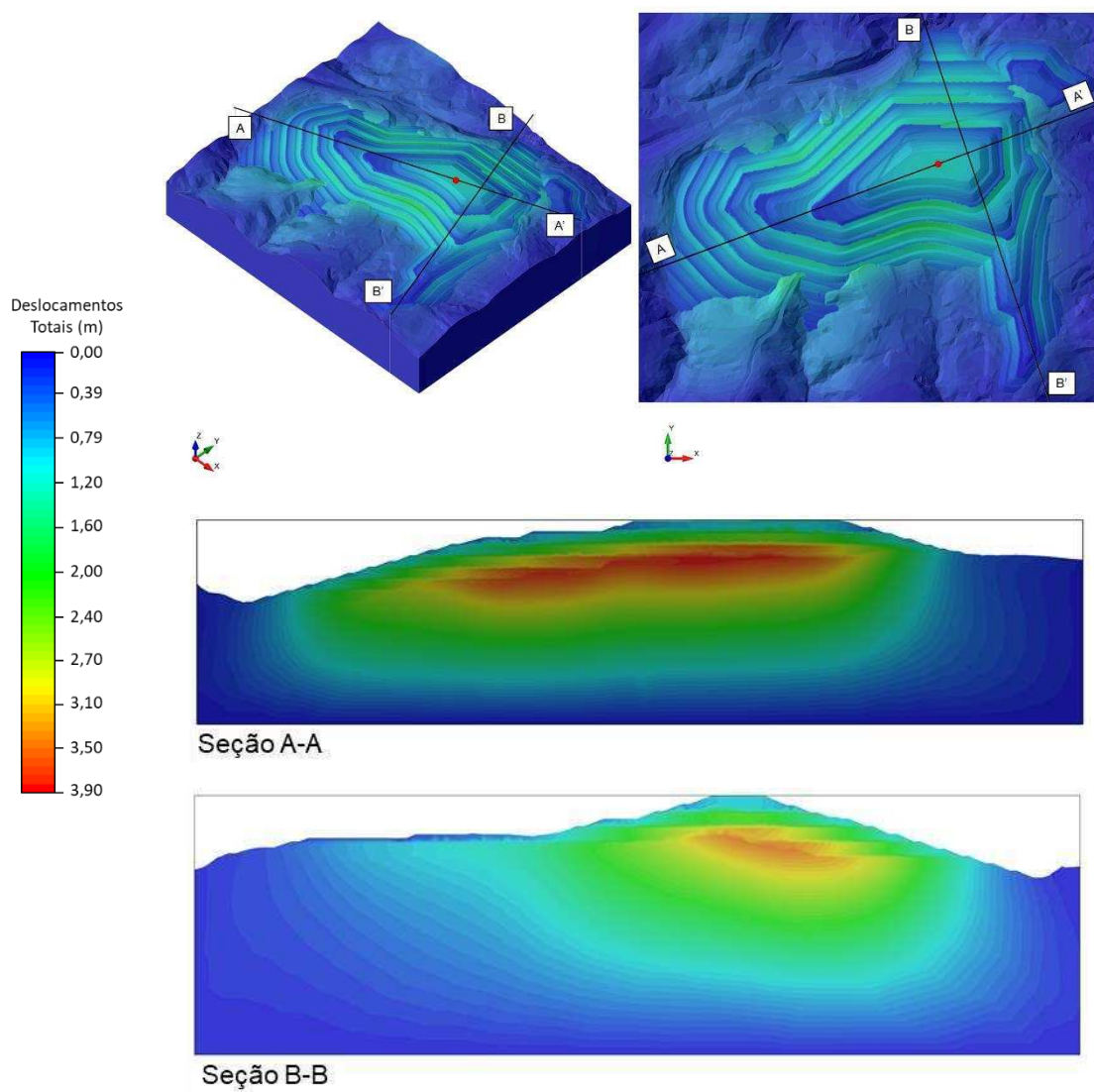


Fonte: O autor.

6.2.3.5 Pilha Compactada a 100% de Grau de Compactação

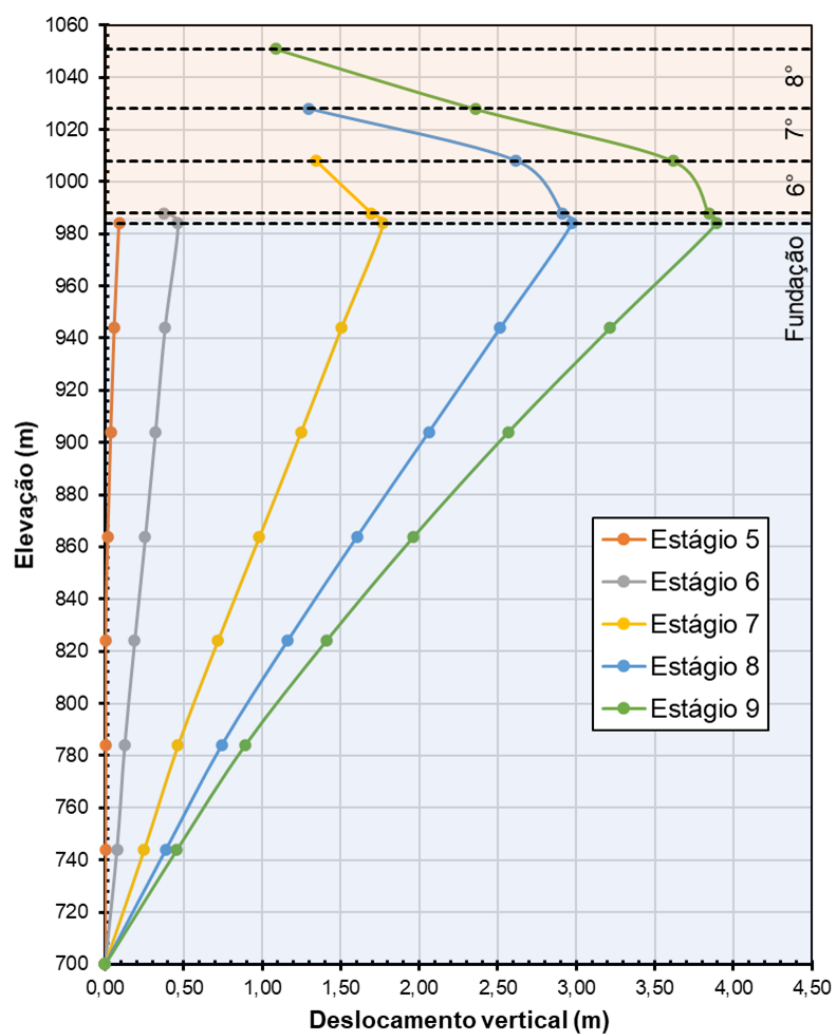
Entre a Figura 6-92 e a Figura 6-95, por fim, encontram-se os resultados das análises realizadas para a pilha compactada a 100% do grau de compactação.

Figura 6-92 – Mapa de deslocamento total da pilha compactada a 100% do grau de compactação.



Fonte: O autor.

Figura 6-93 - Deslocamentos verticais calculados ao longo da altura do modelo em seu ponto central, considerando GC = 100%.



Fonte: O autor.

Figura 6-94 – Mapa de deformação vertical da pilha compactada a 100% do grau de compactação.

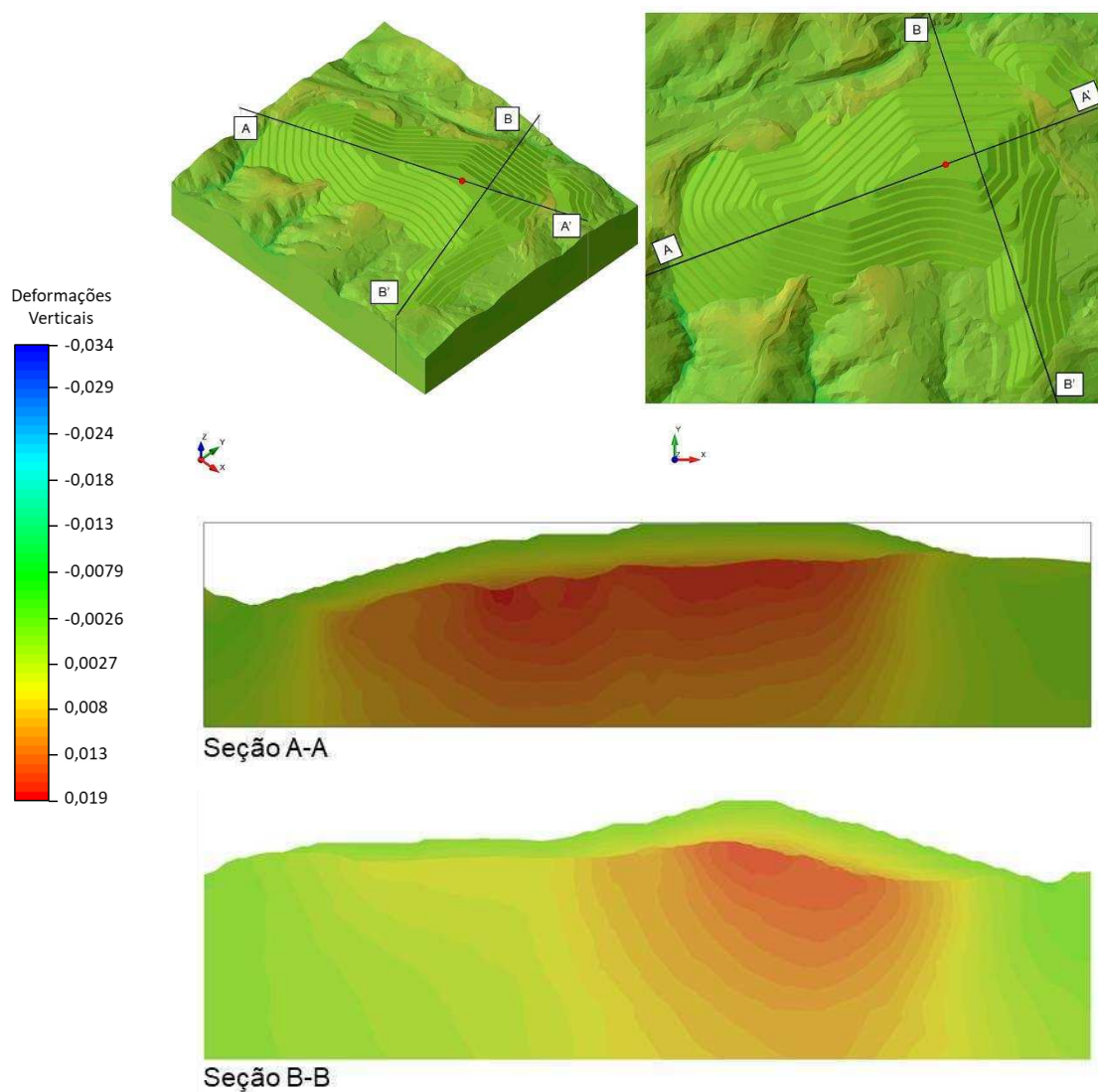
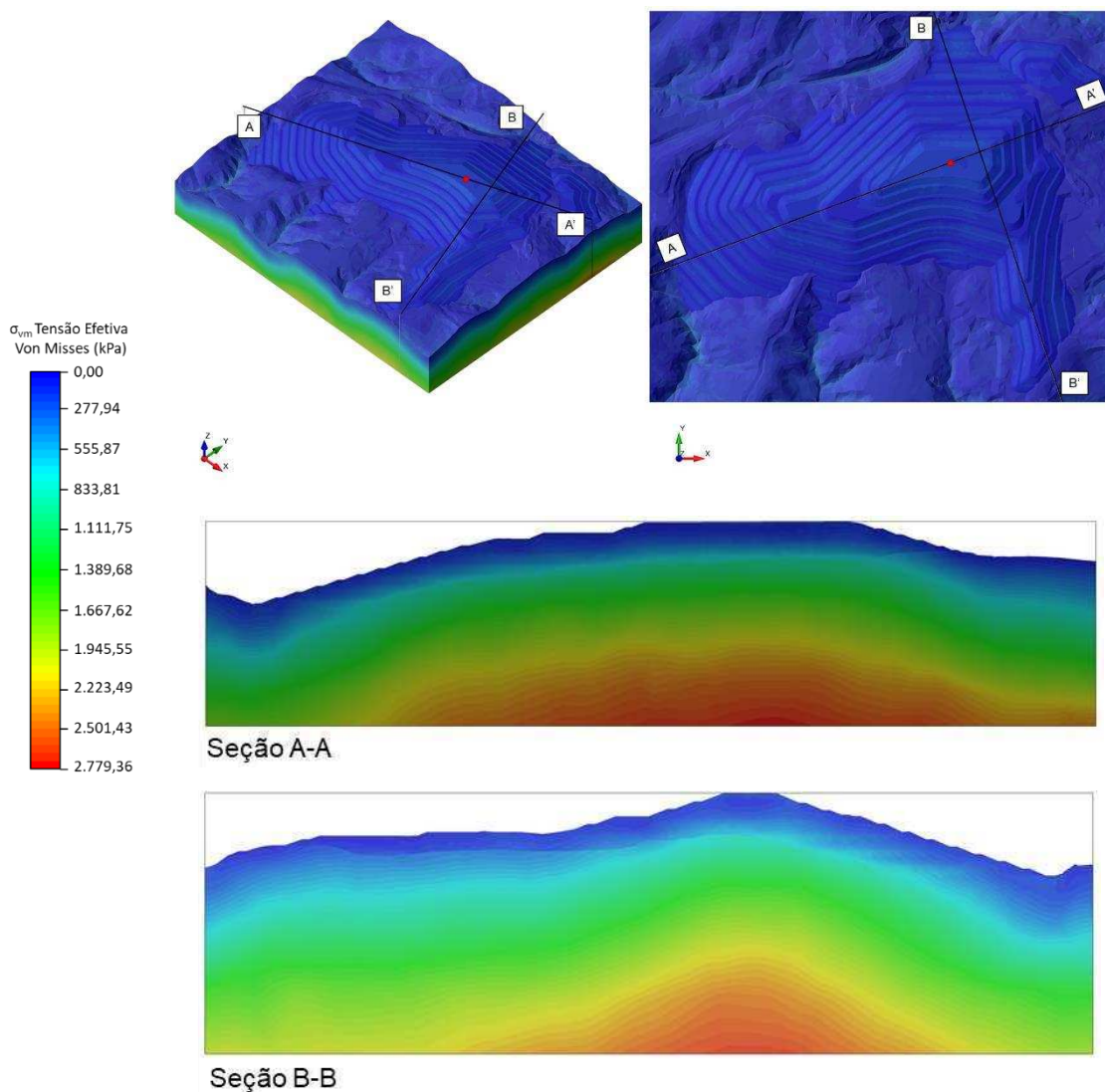


Figura 6-95 – Mapa de tensão efetiva Von Mises da pilha compactada a 100% do grau de compactação.



Fonte: O autor.

6.2.3.6 Análise dos Resultados e Considerações Gerais

Os resultados apresentados para as análises tensão-deformação realizadas neste estudo de caso buscaram caracterizar as alterações nos níveis de tensão na estrutura e fundação, bem como permitiram avaliar o comportamento deste conjunto referente aos deslocamentos e deformações em função das etapas de construção. Cabe destacar, porém, que não foi considerado no estudo numérico o tempo total de construção da pilha ou das etapas de alteamento.

A Tabela 6-10 apresenta o resumo comparativo entre os deslocamentos totais, deformações verticais e tensões efetivas de Von Mises (q) calculados no estudo numérico para cada um dos cenários avaliados.

Tabela 6-10 - Resumo comparativo dos resultados das análises tensão vs deformação.

GC (%)	Deslocamentos totais máximos (m)	Deformações verticais (%)		Tensão efetiva Von Mises máxima (kPa)
		Mínimas	Máximas	
93	4,20	-0,037	0,036	2.799,53
95	4,00	-0,032	0,025	2.794,70
97	4,00	-0,043	0,018	2.783,66
100	3,90	-0,034	0,019	2.779,36

Fonte: O autor.

Analisando os resultados da Tabela 6-10, nota-se que o máximo deslocamento total calculado se manteve próximo a 4,0 metros para todos os graus de compactação considerados, sendo observada uma ligeira queda com o aumento do GC, como esperado. Os deslocamentos totais máximos calculados se mostraram da ordem de 3% da altura final máxima da pilha. Comparando-se este nível de deformação com aquele obtido em estudos similares para pilhas de rejeito e codisposição (rejeito + estéril), observa-se que a deformação final é semelhante, conforme estudos desenvolvidos por Souza (2020).

Ao contrário do modelo simplificado analisado no item 6.2.2, a fundação da pilha projetada neste estudo de caso se caracteriza como uma superfície irregular, como observado em relevos naturais. Com isso, os pontos com maiores deslocamentos totais já não se concentram unicamente no topo da camada inferior, mas se distribuem na região central interna da estrutura (região da 6ª camada de alteamento). Apesar das diferenças geométricas dos modelos, e levando em consideração as escalas das análises, percebe-se que os comportamentos observados foram similares e coerentes.

Os gráficos de deslocamento vertical ao longo da altura do modelo (Figura 6-81, Figura 6-85, Figura 6-89 e Figura 6-93) indicaram que, após a conclusão de cada estágio de carregamento, as camadas da pilha já existentes sofrem um incremento médio de deslocamento vertical em torno de 1,2 m. Assim como no modelo simplificado, na camada de fundação os incrementos diminuem à medida que se aproxima da base do modelo, devido às condições de contorno aplicadas. Este

comportamento também é esperado pela diminuição do acréscimo de tensão com a profundidade.

Observou-se que os deslocamentos totais máximos se assemelharam aos deslocamentos verticais máximos observados nos gráficos, evidenciando que a maior contribuição, e conseqüente direção principal de deslocamento, está no plano vertical.

Quanto às deformações verticais máximas (positivas), pode-se observar nos resultados que há uma tendência de diminuição para os graus de compactação maiores. Este comportamento era esperado pelo aumento da rigidez do material relacionado a maiores módulos de elasticidade. Em geral, a região com maiores deformações verticais se localiza na base da pilha. Para os graus de compactação superiores (97 e 100%), uma vez que o módulo de elasticidade do rejeito supera o módulo de elasticidade adotado para fundação, tem-se deformações maiores distribuídas ao longo da fundação. Já as deformações mínimas (negativas), indicam a elevação de alguns elementos da malha, principalmente das extremidades da pilha.

As tensões efetivas de Von Mises, correspondentes ao valor de q , desenvolvidas ao longo do maciço e fundação se mostraram coerentes com a geometria da estrutura e peso específico dos materiais. Como a tensão desvio é dada pela diferença entre as tensões principais, ela independe do valor de poropressão. No entanto, ressalta-se que nas análises não foi considerada a presença de água, logo não são identificados excessos de poropressões nas mesmas.

Destaca-se que as análises foram realizadas considerando solicitações drenadas, dada a ausência de nível d'água no maciço. No entanto, foi observado, em algumas amostras de rejeito ensaiadas, um comportamento frágil e contrátil do material em ensaios não drenados, em especial dos graus de compactação inferiores (93 e 95%). Esse comportamento pode estar associado a um maior risco de rupturas em condição não drenada, logo, em uma situação real, é importante garantir que os rejeitos atinjam a condição dilatante para o desempenho seguro do empilhamento, visto a possibilidade do material se comportar como saturado já para graus de saturação superiores a 85% (CRYSTAL et al., 2018).

O comportamento dilatante foi observado de forma mais evidente no GC igual a 100%, incluindo baixas e altas tensões. Mesmo para este material, os valores de deslocamentos observados foram significativos. Assim, caso opte-se pela disposição deste material em pilhas, de maneira a se tentar minimizar estes deslocamentos, podem ser realizados estudos de caracterização de misturas do rejeito com aditivos, visando melhorar seus parâmetros de deformabilidade. Ainda, com base neste resultado, sugere-se a adoção de graus de compactação próximos a 100%, para se reduzir o risco de liquefação dos rejeitos depositados.

Em linhas gerais, as respostas obtidas do modelo numérico se mostraram pouco sensíveis às variações de grau de compactação consideradas no estudo, porém não se pode inferir, necessariamente, que esses fatores não influenciarão o comportamento real da estrutura em campo. Em casos de aplicação real, é importante que os resultados sejam validados, por exemplo, em aterros experimentais instrumentados.

Diante do observado nas análises, durante a construção desse tipo de estrutura, é essencial a implantação de um programa de monitoramento para controle durante a construção e em sua geometria final. O histórico de leituras dos instrumentos instalados possibilitará, além do acompanhamento do comportamento da pilha e fundação, a calibração do modelo numérico utilizado, de modo que os resultados sejam os mais assertivos possíveis. A avaliação constante dos dados de monitoramento permitirá observar anomalias em tempo hábil para realização de medidas corretivas, garantindo a segurança da estrutura.

No estudo de caso avaliado, adotou-se uma fundação homogênea, de forma a simplificar o modelo. Porém, em casos de aplicações reais, é esperada a presença de camadas com diferentes propriedades de resistência e deformabilidade, que incorporarão novos desafios ao modelo. É também importante que a região de fundação da pilha seja bem caracterizada, a partir de uma campanha de investigação robusta, coerente com o nível de precisão esperado para as análises.

7 CONCLUSÕES

O estudo se propôs a avaliar o comportamento de uma pilha de rejeitos filtrado de minério de ferro, quanto à tensão-deformação, durante sua fase construtiva, a partir de um modelo tridimensional. Para tanto, realizou-se a caracterização geotécnica do rejeito estudado e avaliação dos aspectos relacionados aos modelos constitutivos e simulações numéricas.

Considerando o estudo de caso abordado e análises auxiliares, buscou-se conhecer a distribuição de tensões e deformações ao longo desse tipo de estrutura, identificar pontos de atenção a serem destacados nas análises e fornecer valores de referência para os parâmetros de deformabilidade de rejeitos filtrados compactados.

De posse dos resultados, obtiveram-se as seguintes conclusões:

- O rejeito de ferro ensaiado é composto predominantemente por finos, com 80 a 90% passando na malha #200 (0,075 mm), sendo classificado como um silte arenoso. Os ensaios de limite de plasticidade e limite de líquido indicaram que os rejeitos estudados não são plásticos. Já a massa específica média dos grãos foi igual a 3,201 g/cm³.
- Nas amostras ensaiadas, observou-se um teor de umidade ótimo igual a 11,8%. Já o peso específico aparente seco máximo foi estimado em 20,7 kN/m³ e 21,05 kN/m³, para a amostra ensaiada na FEUP e UFV, respectivamente.
- Na calibração dos modelos constitutivos, em geral, notou-se um razoável ajuste da solução analítica aos dados observados nos ensaios triaxiais. Percebe-se que os ensaios drenados são melhor representados, possivelmente devido aos diversos fatores capazes de influenciar os valores de poropressão gerada nos ensaios, dificilmente mensuradas nos modelos numéricos.
- Observou-se forte não linearidade do material em suas relações tensão-deformação. Logo, os modelos não lineares se ajustaram melhor aos dados experimentais.

- Para caracterização dos materiais com base na teoria do estado crítico é fundamental o conhecimento do estado corrente do solo para uma representação mais realística do comportamento no cisalhamento.
- Nas análises do modelo simplificado, foi identificada uma limitação do *software* RS3 em análises tensão-deformação que considerem modelos constitutivos não lineares e etapas de construção com inclusão sucessivas de camadas. Logo, foi possível apenas a simulação com o modelo elastoplástico perfeito. Acredita-se que o problema observado esteja vinculado à inicialização de tensões a cada novo estágio de carregamento. No entanto, foi informado pela empresa desenvolvedora que este erro seria solucionado em versões posteriores.
- Ao avaliar a influência do número de camadas nos resultados das análises do modelo simplificado, percebe-se que os resultados encontrados para divisão em 5 e 10 camadas foram semelhantes, mas o custo computacional foi bastante superior, levando em consideração o número de elementos da malha, tamanho do arquivo de análise e tempo de solução exigido. Em casos práticos, sugere-se a adoção de 8 a 12 estágios de carregamento, sempre equacionando o custo computacional e nível de detalhamento esperado para o modelo.
- O comportamento observado no modelo simplificado e na pilha do estudo de caso foram coerentes. Em ambos, as maiores deformações e deslocamentos foram encontrados na parte interna central da pilha, sendo observada uma diminuição gradual ao longo da fundação.
- No estudo de caso, os deslocamentos totais máximos calculados se mostraram da ordem de 3% da altura final máxima da pilha, semelhante ao apresentado por Souza (2020).
- Para casos de aplicações reais sugere-se que seja dada atenção, tanto aos valores de deslocamentos máximos absolutos, como aos relativos. Na pilha estudada não foram observados recalques diferenciais ou concentração de tensões, devido à homogeneidade dos materiais envolvidos, mas esse deve ser um ponto a ser observado nas análises.

- Apesar das respostas obtidas do modelo numérico se mostraram pouco sensíveis às variações de grau de compactação considerados no estudo não se pode inferir, necessariamente, que esses fatores não influenciarão o comportamento real da estrutura em campo. Cabe destacar que, além da deformabilidade, devem ser levados em consideração aspectos como resistência, susceptibilidade à liquefação e geração de excessos de poropressão. Sendo assim, é importante que sejam realizadas análises integradas (estabilidade, percolação etc.)

De forma geral, percebe-se que a utilização de modelos tridimensionais em análises numéricas está em crescente demanda no meio geotécnico, uma vez que os modelos bidimensionais, algumas vezes não são capazes de representar aspectos importantes para a compreensão real do comportamento geotécnico de uma estrutura, como fluxo tridimensional, confinamento lateral, arestas das estruturas etc.

No entanto, com base no estudo realizado, este tipo de modelagem ainda apresenta algumas limitações, principalmente relacionadas ao desenvolvimento de funcionalidades nos softwares comercialmente disponíveis. Logo, espera-se que este tipo de abordagem seja objeto de estudos nos próximos anos, visando a evolução das simulações numéricas e, possivelmente, inclusão de novos modelos constitutivos.

Entende-se ainda que outra contribuição deste trabalho foi a determinação de parâmetros geotécnicos de resistência e deformabilidade para rejeitos de ferro filtrados compactados, considerando quatro modelos constitutivos de tensão-deformação distintos. Esse material poderá ser utilizado em pesquisas futuras, para análises comparativas ou estimativas iniciais de valores na ausência de ensaios de campo ou laboratório.

Para trabalhos futuros, sugere-se a avaliação da influência de diferentes taxas de alteamento no comportamento da pilha, além da incorporação de análises de estabilidade e percolação. Outro ponto a ser explorado é a consideração do sobreadensamento criado pela compactação a partir de diferentes tensões de pré adensamento. Pode-se ainda avaliar um modelo real com fundação heterogênea, sistemas de drenagem e presença de nível d'água, de modo a estudar outros aspectos da análise tensão-deformação, como recalques diferenciais, arqueamento

de tensão, influência da poropressão, contatos entre materiais com diferentes modelos constitutivos etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÊNCIA NACIONAL DE MINERAÇÃO (Brasil). Sistema de Gestão de Segurança de Barragem de Mineração (SIGBM). Brasília, DF: ANM, 2021. Disponível em: <https://app.anm.gov.br/SIGBM/Publico/Mapa>. Acesso em: 10 mai. 2021.

AITKEN, S.; BURR, J. Why mines should look at total life to achieve tailings facility closure. In: International Conference on Mine Closure, 13., 2019, Perth. Proceedings [...] . Perth: Australian Centre For Geomechanics, 2019. p. 1039-1050.

ALMEIDA, M. M. Estudo tensão deformação de barragem de terra e enrocamento. 2010. 139 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Núcleo de Geotecnia, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2010.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (ASTM). ASTM D4767: Method for Consolidated Undrained Triaxial Compression Test for Cohesive Soils. West Conshohocken, 2011.

_____ ASTM D7181: Method for Consolidated Drained Triaxial Compression Test for Soils. West Conshohocken, 2020.

AMOA, Nelson; DRESSEL, Waldo; FOURIE, Andries. Characterisation of unsaturated geotechnical properties of filtered magnetite tailings in a dry stack facility. In: 21st International Seminar on Paste and Thickened Tailings, 21., 2018, Perth. Proceedings [...]. [S.L.]: Australian Centre For Geomechanic, 2018. p. 375-388.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). NBR 13028: Mineração - Elaboração e apresentação de projeto de barragens para disposição de rejeitos, contenção de sedimentos e reservação de água - Requisitos. Rio de Janeiro, 2017.

_____ NBR 13029: Mineração - Elaboração e apresentação de projeto de disposição de estéril em pilha. Rio de Janeiro, 2017.

_____ NBR 6457: Amostras de solo — Preparação para ensaios de compactação e ensaios de caracterização. Rio de Janeiro, 2016a.

_____ NBR 6458: Grãos de pedregulho retidos na peneira de abertura 4,8 mm - Determinação da massa específica, da massa específica aparente e da absorção de água. Rio de Janeiro, 2016b.

_____ NBR 6459: Solo – Determinação do limite de liquidez. Rio de Janeiro, 2016c.

_____ NBR 6508: Grãos de solo que passam na peneira de 4,8 mm: Determinação da massa específica. Rio de Janeiro, 1984.

_____ NBR 7180: Determinação do Limite de Plasticidade. Rio de Janeiro, 2016d.

_____. NBR 7181: Solo – Análise Granulométrica - Procedimento. Rio de Janeiro, 2016e.

_____. NBR 7182: Solo - Ensaio de compactação. Rio de Janeiro, 2016f.

AZEVEDO, I. C. D. Análise de Tensões e Deformações em Solos. 2. ed. Viçosa: Editora UFV, 2015. 334 p.

BOGER, D.; SCALES, P.; SOFRÁ, F. Rheological Concepts, Paste and Thickened Tailings – A Guide. In: JEWELL, R. J.; FOURIE, A. B. (eds.). Paste and Thickened Tailings – A Guide. 2 ed. Perth: Australian Centre for Geomechanics, 2006. p. 25–37.

BORJA, R. I. Cam-Clay plasticity, part II: Implicit integration of constitutive equation based on a nonlinear elastic stress predictor. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. [S.L], v. 88, 1991. p. 225- 240.

BORJA, R. I.; LEE, S. R. Cam-clay plasticity, part I: implicit integration of elasto-plastic constitutive relations. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. [S.L], v. 78, n. 1, 1990. p. 49-72.

BOSCOV, Maria Eugenia Gimenez. Geotecnia ambiental. São Paulo: Oficina de Textos, 2008. 248 p.

BRASIL. Lei nº 12.334, de 20 de setembro de 2010. Estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens destinadas à acumulação de água para quaisquer usos, à disposição final ou temporária de rejeitos e à acumulação de resíduos industriais, cria o Sistema Nacional de Informações sobre Segurança de Barragens e altera a redação do art. 35 da Lei no 9.433, de 8 de janeiro de 1997, e do art. 4º da Lei no 9.984, de 17 de julho de 2000. Brasília, DF: Presidência da República. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2010/lei/l12334.htm. Acesso em: 10 mai. 2021.

BRASIL. Lei nº 14.066, de 30 de setembro de 2020. Altera a Lei nº 12.334, de 20 de setembro de 2010, que estabelece a Política Nacional de Segurança de Barragens (PNSB), a Lei nº 7.797, de 10 de julho de 1989, que cria o Fundo Nacional do Meio Ambiente (FNMA), a Lei nº 9.433, de 8 de janeiro de 1997, que institui a Política Nacional de Recursos Hídricos, e o Decreto-Lei nº 227, de 28 de fevereiro de 1967 (Código de Mineração). Brasília, DF: Presidência da República. Disponível em: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2020/lei/L14066.htm. Acesso em: 10 mai. 2021.

CARNEIRO, A. C. B. Evaluating alternativa tailings management strategies is more than just Net Present Value. 2020. 222 f. Tese (Doutorado em Mining Engineering). University Of Western Australia, Crawley, 2020.

CARNEIRO, J. J. V. Characterization of Iron Ore Tailings and Evaluation of the Effect of Compaction and Confining Pressures on its Behavior. 2021. 195 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2021.

CORREIA, A. G. Características de deformabilidade dos solos que interessam à funcionalidade das estruturas. *Geotecnia: Revista da Sociedade Portuguesa de Geotecnia*, Lisboa, n. 100, p. 103-122, mar. 2004.

CRYSTAL, C.; HORE, C.; EZAMA, I.. Filter-Pressed Dry Stacking: design considerations based on practical experience. In: *Tailings and Mine Waste, 2018*, Keystone. Proceedings [...] . [S.L.]: Colorado State University, 2018. p. 209-219.

DANIEL, D. E.; OLSON, R. E. Stress-Strain Properties of Compacted Clays. *Journal of the Geotechnical Engineering Division. ASCE*, p. 1123-1136. 1974.

DARDENNE, M. A.; SCHOBENHAUS, C. Depósitos Minerais no Tempo Geológico e Épocas Metalogenéticas. In: BIZZI, L. A.; SCHOBENHAUS, C.; VIDOTTI, R. M.; GONÇALVES, J. H. (ed.). *GEOLOGIA, TECTÔNICA E RECURSOS MINERAIS DO BRASIL: Texto, Mapas & SIG*. Brasília: CPRM, 2003. Cap. 7. p. 365-447.

DAVIES, Michael. Filtered Dry Stacked Tailings – The Fundamentals. In: *INTERNATIONAL CONFERENCE ON TAILINGS AND MINE WASTE, 15.*, 2011, Vancouver Bc. Proceedings [...] . Vancouver: Norman B. Keevil Institute Of Mining Engineering, 2011. p. 1-9.

DAY, Arnold (ed.). *Mining Chemicals: Handbook*. 3. ed. Woodland Park: Cytec Industries, 2002. 297 p.

DESAI, C. S.; CHRISTIAN, J. T. *Numerical methods in geotechnical engineering*. New York, (USA): McGraw-Hill, 1977. 783 p. ISBN 0070165424.

DONG, K.J.; ZOU, R.P.; YANG, R.y.; YU, A.B.; ROACH, G.. DEM simulation of cake formation in sedimentation and filtration. *Minerals Engineering*, [S.L.], v. 22, n. 11, p. 921-930, out. 2009. Elsevier BV.

DUNCAN, J. M., et. al. Strength, stress-strain, and bulk modulus parameters for finite element analyses of stress and movements in soil masses. Report No. UCB/GT/80-01, University of California, College of Engineering, Berkeley, California, 1980.

DUNCAN, J. M.; CHANG, C. Nonlinear Analysis of Stress and Strains of Soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers. ASCE*, v. 96, n. SM5, 1970. p. 1629-1653.

DUNCAN, J.M.; WONG, K.S. Hyperbolic Stress-Strain Parameters for Nonlinear Finite Element Analysis of Stress and Movements in Soil. Masses. Univ. of California, Berkeley, report, TE 74-3. 90p. 1974.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). ISO/TS 17892-3: Geotechnical investigation and testing — Laboratory testing of soil — Part 3: Determination of particle density — Pycnometer method. Bruxelles, 2004a.

EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (CEN). ISO/TS 17892-4: Geotechnical investigation and testing — Laboratory testing of soil — Part 4: Determination of particle size distribution. Bruxelles, 2004b.

Ferreira, D. S. Análise do comportamento geotécnico de aterro experimental executado sobre um depósito de rejeitos finos. Dissertação (Mestrado em Geotecnia) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto. 2016.

GUIMARÃES, N.C. Filtragem de Rejeitos de Minério de Ferro Visando a sua Disposição em Pilhas. Dissertação (Mestrado em Engenharia Metalúrgica e de Minas). UFMG, Belo Horizonte, MG, 129 p, 2011.

HEAD, K. H. Manual of laboratory soil testing. 2. ed., John Wiley & Sons Ltd, England,

HERNANDEZ, H. M. O. Caracterização geomecânica de rejeitos aplicada a barragens de aterro hidráulico. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, 2002.

HORE, C.; LUPPNOW, D. Karara Iron Ore TSF – Design Considerations for a Unique Large Scale Dry Stack Facility. In: International Conference on Tailings and Mine Waste, 18., 2014, Keystone. Proceedings [...] . Vancouver: University Of British Columbia, 2014. p. 293-304.

INSTITUTO BRASILEIRO DE MINERAÇÃO – IBRAM. Gestão e Manejo de Rejeitos da Mineração/Instituto Brasileiro de Mineração. 1.ed. Brasília, DF, 128p, 2016.

INSTITUTO NACIONAL DE METEOROLOGIA - INMET. Normais Climatológicas. 2021. Disponível em: <https://clima.inmet.gov.br/>. Acesso em: 5 fev. 2021.

JAHROMI, Ahmad Azargoon; NADERI, Hojjat; DEHGHANI, Ali. Increasing the Efficiency of Vacuum Belt Filter in Gol-E-Gohar iron ore concentrate production by adding surfactants. In: International Electronic Conference on Mineral Science, 2., 2021, Basel, Switzerland. Proceedings [...] . Basel, Switzerland: MDPI, 2021. p. 6-18.

JANBU, N. Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. Proceedings of European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering (ECSMFE), Wiesbaden, v. 1, p. 19-25. 1963.

JEFFERIES, M. G.; SHUTTLE, D. A. NorSand: features, calibration and use. Soil Constitutive Models, [S.L.], 24 jan. 2005. American Society of Civil Engineers.

JEFFERIES, M. Nor-Sand: A simple critical state model for sand. Géotechnique, 43(1), p. 91-103. 1993.

JEFFERIES, M.; SHUTTLE, D.; BEEN, K. Principal stress rotation as cause of cyclic mobility. Geotechnical Research, [S.L.], v. 2, n. 2, p. 66-96, jun. 2015. Thomas Telford Ltd..

JEFFERIES, Mike; BEEN, Ken. Soil Liquefaction: a critical state approach. 2. ed. Boca Raton: CRC Press, 2015. 712 p.

KONDNER, R. L. Hyperbolic Stress-Strain Response: Cohesive Soils. Journal Of The Soil Mechanics And Foundations Division. [S.L.], p. 115-143. 1963.

LABORATÓRIO NACIONAL DE ENGENHARIA CIVIL – PORTUGUAL (LNEC). E 197: Solos – Ensaio de compactação. Lisboa, 1966.

LAMBE, T. W.; WHITMAN, R. V. Soil Mechanics. New York: J. Wile, 1969.

LARA, J. L.; PORNILLOS, E. U.; MUÑOZ, H. E. Geotechnical-geochemical and operational considerations for the application of dry stacking tailings deposits - State-of-the-art. In: International Seminar on Paste and Thickened Tailings, 16., 2013, Belo Horizonte. Proceedings [...] . Perth: Australian Centre For Geomechanics, 2013. p. 249-261.

LODI, P. C. Aplicação do modelo Cam-Clay Modificado a um solo arenoso. 1998. 144 f. Dissertação (Mestrado em Geotecnia). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

MORGENSTERN, N. R.; VICK, S. G.; VIOTTI, C. B.; WATTS, B. D. Fundão Tailings Dam Review Panel. Report on the Immediate Causes of the Failure of the Fundão Dam. p. 88. 2016. Disponível em: <http://fundaoinvestigation.com/>. Acesso em: 10 jan. 2021.

MOSHI, P.; VRIES, J.; HOGG, C.; LANE, J. Dry stacking of high-grade flake graphite tailings: Tanzania. In: International Conference on Paste, Thickened and Filtered Tailings, 22., 2019, Perth. Proceedings [...] . [S.L.]: Australian Centre For Geomechanics, 2019. p. 139-152.

NAYLOR, F. D.. A state-trait curiosity inventory. Australian Psychologist, [S.L.], v. 16, n. 2, p. 172-183, 1 mar. 1981. Informa UK Limited.

NEUMANN, D. Hyperbolic soil parameters for granular soils derived from pressuremeter tests for finite element programs. 1987. 114 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Portland State University, Portland, 1987.

NEVES, E. M. Mecânica dos estados críticos: solos saturados e não saturados. Lisboa: IST Press, 2016. 528 p.

NEVES, E. M.; CALDEIRA, L. As equações constitutivas na modelação geotécnica. Lisboa: Ist Press, 2018. 385 p.

NI, L. A.; YU, A. B.; LU, G. Q.; HOWES, T. Simulation of the cake formation and growth in cake filtration. Minerals Engineering, [S.L.], v. 19, n. 10, p. 1084-1097, ago. 2006. Elsevier BV.

OLIVEIRA, T. M. Caracterização de misturas de rejeitos de minério de ferro melhoradas com adição de cimento com vistas à aplicação em estradas e aterros. 2013. 88 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil). Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2013.

PATTERSON, K. et al. Are Filter Tailings Practical for a High Production Mine in a Cold, Wet Climate? In: Tailings and Mine Waste, 2016, Keystone. Proceedings [...] . [S.L.]: Colorado State University, 2016. p. 359-371.

PERIĆ, D. Analytical solutions for a three-invariant Cam clay model subjected to drained loading histories. *International Journal For Numerical And Analytical Methods In Geomechanics*, [S.L.], v. 30, n. 5, p. 363-387, 2006. Wiley.

PORTES, A. M. C. Avaliação da Disposição de Rejeitos de Minério de Ferro nas Consistências Polpa e Torta. Dissertação (Mestrado em Geotecnia e Transportes). UFMG, Belo Horizonte, MG. 180p, 2013.

POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIC, L. Finite element analysis in geotechnical engineering: theory. Londres: Thomas Telford, 1999.

POTTS, D.; AXELSSON, K.; GRANDE, L.; SCHWEIGER, H.; LONG, M. (ed.). Guidelines for the use of advanced numerical analysis. Londres: Thomas Telford, 2002. 177 p.

ROBERTSON, P. K.; MELO, L.; WILIAMS, D. J.; WILSON, G. W. (2019). Report of the Expert Panel on the Technical Causes of the Failure of Feijão Dam I. 2019. Disponível em: <http://www.b1technicalinvestigation.com/pt/>. Acesso em: 18 nov. 2020.

ROCSCIENCE. Material Elastic Properties in RS2. 2021a. Disponível em: https://www.rocscience.com/help/rs2/phase2_model/elastic_properties.htm. Acesso em: 10 ago. 2021.

ROCSCIENCE. Stress Analysis Settings in RS2. 2021b. Disponível em: https://www.rocscience.com/help/rs2/phase2_model/stress_analysis.htm. Acesso em: 10 ago. 2021.

ROSCOE, K. H.; SCHOFIELD, A. N. Mechanical behavior of an idealized wet clay. *Proceedings of the Second European Conf. on Soil Mechanics and Foundations Engineering*. Wisbaden, v. 2, n. 1, 1963. p. 47-54.

ROSCOE, K.H.; BURLAND, J.B. On the generalized stress-strain behaviour of 'wet' clay, in: HEYMAN, J; LECKIE, F (eds.). *Engineering plasticity*. Cambridge: Cambridge University Press, 1968. p. 535-609.

SAADA, A.S. *Elasticity: Theory and Applications*. 2. ed. Oxford: Pergamon Press Inc., 1993.

SANTICHAIANANT, K. Centrifuge modeling and analysis of active trapdoor in sand. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia Civil). Universidade do Colorado, Boulder, 2002.

SCHOFIELD, A.; WROTH, P.. *Critical states soil mechanics*. London: McGraw-Hill, 1968.

SOUZA, W. A. R. Análise Numérica do Comportamento de Pilhas de Rejeito Filtrado e Co-disposição durante a Construção. 2020. 89 f. Dissertação (Mestrado em

Geotecnia). Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, 2020.

TIMOSHENKO, S.P.; GOODIER, J. N. Theory of Elasticity. 3. ed. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1970.

ULRICH, B. Practical thoughts regarding filtered tailings. In: International Conference on Paste, Thickened and Filtered Tailings, 22., 2019, Perth. Proceedings [...] . [S.L.]: Australian Centre For Geomechanics, 2019. p. 71-79.
v. 3, 431p, 1998.

WATSON, A.; CORSER, P.; PARDO, E. G.; CHRISTIAN, T. L.; VANDEKEYBUS, J. A comparison of alternative tailings disposal methods — the promises and realities. Proceedings of the First International Seminar on the Reduction of Risk in the Management of Tailings and Mine Waste, [S.L.], p. 499-514, out. 2010. Australian Centre for Geomechanics, Perth.