

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA**

**Cultura maker e arduino**

Ana Carolina Saliba Ribeiro Marra  
*Magister Scientiae*

**FLORESTAL - MINAS GERAIS  
2026**

**ANA CAROLINA SALIBA RIBEIRO MARRA**

**Cultura maker e arduino**

Dissertação Mestrado Profissional apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional (Profissional), para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Luis F. Goncalves Fonseca

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal**

T

M358c  
2026  
Marra, Ana Carolina Saliba Ribeiro, 1998-  
Cultura Maker e Arduino / Ana Carolina Saliba Ribeiro  
Marra. – Florestal, MG, 2026.  
1 dissertação eletrônica (176 f.): il. (algumas color.).

Inclui apêndices.

Orientador: Luís Felipe Gonçalves Fonseca.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,  
Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, 2026.

Referências bibliográficas: f. 133-134.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvcaf.2026.007>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Arduino (Controlador programável). 2. Cultura Maker.  
3. Matemática - Estudo e ensino. 4. Geometria.  
5. Trigonometria. I. Fonseca, Luís Felipe Gonçalves, 1984-.  
II. Universidade Federal de Viçosa. Instituto de Ciências Exatas  
e Tecnológicas. Programa de Pós-Graduação Mestrado  
Profissional em Matemática em Rede Nacional. III. Título.

CDD 23. ed. 516

**ANA CAROLINA SALIBA RIBEIRO MARRA**

**Cultura maker e arduino**

Dissertação Mestrado Profissional  
apresentada à Universidade Federal de  
Viçosa, como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação em Matemática  
em Rede Nacional (Profissional), para  
obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 6 de março de 2026.

Assentimento:

---

Ana Carolina Saliba Ribeiro Marra  
Autora

---

Luis Felipe Goncalves Fonseca  
Orientador

Essa dissertação mestrado profissional foi assinada digitalmente pela autora em 13/03/2026 às 17:58:00 e pelo orientador em 13/03/2026 às 21:01:50. As assinaturas têm validade legal, conforme o disposto na Medida Provisória 2.200-2/2001 e na Resolução nº 37/2012 do CONARQ. Para conferir a autenticidade, acesse <https://siadoc.ufv.br/validar-documento>. No campo 'Código de registro', informe o código **ODSI.5TQG.CMH** e clique no botão 'Validar documento'.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pelo dom da vida. Ao meu esposo, Bruno, por todo o apoio, afeto, estrutura e compreensão necessários durante esta jornada. A toda a minha família, pelo suporte e pelos momentos felizes, em especial aos meus pais, à minha tia Fia e ao meu irmão Victor.

Ao meu professor e orientador, Luís Felipe Gonçalves Fonseca, pela sugestão do tema, pela disposição, compreensão e empenho dedicados a este projeto, sempre solícito e presente em cada etapa. Deixo aqui minha gratidão e carinho.

Aos meus amigos do PROFMAT, pela convivência, pelos risos e pela troca de conhecimentos.

Aos professores Danielle e Luiz Gustavo, membros da banca, pelas contribuições e disponibilidade.

Enfim, agradeço a todos que, em algum momento, fizeram parte desta trajetória. Gratidão por participarem desta conquista e por tê-los em minha vida.

Este trabalho foi realizado com o apoio das seguintes agências de pesquisa brasileiras: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

## RESUMO

MARRA, Ana Carolina Saliba Ribeiro, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2026. **Cultura maker e arduino**. Orientador: Luis Felipe Goncalves Fonseca.

Este trabalho investiga as possibilidades pedagógicas da cultura maker e da plataforma Arduino como ferramentas para o ensino de Matemática, especialmente nos conteúdos de Geometria e Trigonometria no Ensino Básico. O estudo analisa como a inserção de tecnologias digitais e práticas mão na massa podem favorecer o desenvolvimento de competências e habilidades previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), estimulando uma aprendizagem ativa, criativa e significativa; contribuindo para aproximar os estudantes de situações reais de aplicação do conhecimento. Nesse contexto, são discutidos os fundamentos da cultura maker e das metodologias ativas, destacando-se o papel das tecnologias digitais, da robótica educacional e da inteligência artificial como mediadoras do processo de ensino e aprendizagem. Apresentam-se, ainda, as características básicas do Arduino, sua aplicabilidade no contexto educacional e seu potencial para o desenvolvimento de projetos acessíveis, criativos e pedagogicamente significativos. A pesquisa destaca o papel do Arduino como recurso versátil e de fácil acesso, capaz de transformar conceitos abstratos em experiências práticas que promovem o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia dos alunos. Além disso, são explorados conceitos de Geometria e Trigonometria, Semelhança de Triângulos, Teorema de Pitágoras e suas aplicações em práticas experimentais envolvendo medições de ângulos, distâncias e relações trigonométricas, demonstrando como o uso do Arduino pode contribuir para a compreensão contextualizada dos conteúdos matemáticos. Por fim, são apresentadas propostas de projetos e planos de aula que exemplificam a integração entre teoria e prática, articulando conceitos matemáticos à experimentação tecnológica.

Palavras-chave: Arduino; Cultura Maker; Ensino de Matemática; Geometria; Trigonometria

## ABSTRACT

MARRA, Ana Carolina Saliba Ribeiro, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March, 2026. **Maker Culture and Arduino**. Adviser: Luis Felipe Goncalves Fonseca.

This work investigates the pedagogical possibilities of maker culture and the Arduino platform as tools for teaching Mathematics, specifically within the fields of Geometry and Trigonometry in Basic Education. The study analyzes how the integration of digital technologies and hands-on practices can foster the development of competencies and skills outlined in the National Common Curricular Base (BNCC), encouraging active, creative, and meaningful learning while helping students connect knowledge to real-world applications. In this context, the foundations of Maker Culture and active methodologies are discussed, highlighting the role of digital technologies, educational robotics, and artificial intelligence as mediators of the teaching and learning process. Furthermore, the basic characteristics of Arduino are presented, along with its applicability in educational settings and its potential for developing accessible, creative, and pedagogically significant projects. The research emphasizes the role of Arduino as a versatile and accessible resource capable of transforming abstract concepts into practical experiences that promote logical reasoning, creativity, and student autonomy. Additionally, it explores concepts of Geometry and Trigonometry—such as Triangle Similarity and the Pythagorean Theorem—and their applications in experimental practices involving measurements of angles, distances, and trigonometric relationships. This demonstrates how the use of Arduino can contribute to a contextualized understanding of mathematical content. Finally, project proposals and lesson plans are presented to exemplify the integration of theory and practice, articulating mathematical concepts through technological experimentation.

Keywords: Arduino; Maker Culture; Mathematics Education; Geometry; Trigonometry

# Sumário

---

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>8</b>
<b>2</b>	<b>A BNCC e suas Implicações para a Educação Contemporânea</b>	<b>12</b>
2.1	BNCC: um documento normativo . . . . .	12
2.2	Competências da Matemática segundo a BNCC . . . . .	15
2.3	Parecer CNE/CEB nº 2/2022 . . . . .	17
2.3.1	Competências para o Ensino Fundamental . . . . .	17
2.3.2	Competências para o Ensino Médio . . . . .	18
2.4	Análise de trabalhos publicados pelo PROFMAT . . . . .	19
<b>3</b>	<b>Cultura Maker e Metodologias Ativas no Ensino Básico</b>	<b>23</b>
3.1	Educação 4.0 e os desafios da era digital . . . . .	24
3.2	Conhecendo a cultura maker . . . . .	29
3.2.1	Construtivismo x Construcionismo . . . . .	31
3.3	Desafios e possibilidades na Educação Básica . . . . .	34
<b>4</b>	<b>Tecnologias Digitais e Robótica no Processo Educacional</b>	<b>36</b>
4.1	O computador como instrumento de construção do conhecimento . . . . .	38
4.2	O Scratch como ferramenta digital . . . . .	39
4.3	Robótica aplicada ao ensino básico . . . . .	42
4.4	A inteligência artificial como ferramenta de ensino . . . . .	45
<b>5</b>	<b>Conhecendo o Arduino</b>	<b>48</b>
5.1	Sistemas eletrônicos . . . . .	49
5.2	Componentes e sensores . . . . .	50
5.3	Instalando o software . . . . .	55
5.4	Linguagem de programação e interface do Arduino IDE . . . . .	56
<b>6</b>	<b>Geometria e Trigonometria: Conceitos e Possibilidades com Arduino</b>	<b>59</b>
6.1	Conceitos básicos da Geometria Plana . . . . .	60
6.1.1	Triângulos . . . . .	63
6.1.2	Semelhança de triângulos . . . . .	68
6.2	Conceitos básicos de Trigonometria . . . . .	71

6.2.1	Razões trigonométricas fundamentais . . . . .	72
6.2.2	A Lei dos Cossenos . . . . .	74
6.2.3	A Lei dos Senos . . . . .	76
6.2.4	A função de Euler . . . . .	77
<b>7</b>	<b>Propostas de Atividades</b>	<b>82</b>
7.1	Projeto 1: Medindo alturas com o Arduino: o Teorema de Pitágoras em ação . . . . .	83
7.2	Projeto 2: Explorando Seno e Cosseno com o Arduino . . . . .	89
7.3	Projeto 3: Realizando medidas de forma automatizada . . . . .	93
7.4	Projeto 4: Medindo distâncias e alturas pela semelhança de triângulos . . . . .	98
7.5	Projeto 5: O nível digital: investigando o paralelismo . . . . .	102
7.6	Projeto 6: A Lei dos Cossenos em ação: medindo e modelando triângulos quaisquer com Arduino . . . . .	106
7.7	Projeto 7: Cevianas em ação: investigando a Relação de Stewart com o Arduino . . . . .	112
7.8	Projeto 8: Medindo a largura do pátio ou refeitório escolar com a Lei dos Senos e o Arduino . . . . .	116
7.9	Projeto 9: Semicírculo trigonométrico dinâmico com Arduino . . . . .	121
7.10	Projeto 10: Radar trigonométrico: representando coordenadas por meio de medidas de distância e ângulo . . . . .	125
	<b>Considerações Finais</b>	<b>131</b>
	<b>Apêndice A</b>	<b>135</b>
A.1	Código-fonte e montagem dos sensores . . . . .	135
A.1.1	Display LCD . . . . .	136
A.1.2	Sensor Garmin Lidar-Lite V3 . . . . .	139
A.1.3	Sensor HC-SR04 . . . . .	143
A.1.4	Sensor JSN-SR04T . . . . .	147
A.1.5	Sensor MPU-6050 . . . . .	151
A.1.6	Projeto 3 . . . . .	155
A.1.7	Sensor SW-520D . . . . .	160
A.1.8	Potenciômetro . . . . .	163
	<b>Apêndice B</b>	<b>167</b>
B.1	Tabelas modelo . . . . .	167
B.2	Tabela trigonométrica completa . . . . .	169
	<b>Apêndice C</b>	<b>175</b>
C.1	Manual: Arduino e Matemática . . . . .	175

# Introdução

---

Nas últimas décadas, o avanço das tecnologias digitais tem provocado transformações significativas nos processos de ensino e aprendizagem, exigindo da escola uma reconfiguração de suas práticas pedagógicas. O ensino de Matemática, tradicionalmente marcado pela abstração e pela ênfase na resolução de exercícios padronizados, enfrenta o desafio de tornar-se mais significativo e conectado às experiências reais dos estudantes. Nesse cenário, a incorporação de tecnologias e metodologias que promovam a experimentação e a criatividade emerge como uma estratégia promissora. A integração entre tecnologia e educação, quando bem planejada, torna-se um poderoso instrumento para promover a aprendizagem significativa, o desenvolvimento do pensamento crítico e a autonomia dos estudantes.

Nesse contexto, a cultura maker apresenta-se como uma abordagem educacional que valoriza o aprender fazendo, incentivando a experimentação, a criatividade e a participação ativa dos estudantes no processo de construção do conhecimento. Fundamentada na realização de projetos e na resolução prática de problemas, essa perspectiva promove a integração entre teoria e prática no ambiente escolar. Entre os recursos tecnológicos disponíveis, destaca-se o Arduino, uma plataforma de prototipagem eletrônica de código aberto, que permite a criação de projetos interativos a partir de sensores, atuadores e microcontroladores. Sua simplicidade de uso, baixo custo e ampla comunidade de suporte o tornam uma ferramenta acessível para o ambiente escolar. No ensino de Matemática, essas abordagens possibilitam a construção do aprendizado a partir da prática, aproximando os estudantes da aplicação concreta de conceitos tradicionalmente abstratos, por meio de experiências tangíveis e motivadoras.

Este trabalho tem como objetivo geral investigar as potencialidades pedagógicas da cultura maker e do Arduino como instrumentos para o ensino de Matemática, com ênfase em alguns conteúdos de Geometria e Trigonometria no Ensino Básico. Como objetivos específicos, busca-se: compreender as contribuições das metodologias ativas e da cultura maker para a promoção da aprendizagem significativa; compreender o papel das tecnologias digitais e da robótica educacional na formação de competências previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC); analisar as competências e habilidades matemáticas previstas pela BNCC; explorar o potencial do Arduino

como ferramenta didática para o desenvolvimento de conceitos de Geometria e Trigonometria; elaborar e implementar projetos e planos de aula que integrem Matemática, tecnologia e experimentação; e propor atividades práticas que promovam o raciocínio lógico, a criatividade e a autonomia dos estudantes.

Um aspecto que diferencia o presente trabalho em relação a outras propostas que utilizam o Arduino no ensino de Matemática está na ampliação das possibilidades experimentais por meio da utilização de diferentes sensores e dispositivos de medição. Enquanto grande parte das atividades educacionais descritas na literatura emprega sensores ultrassônicos convencionais, limitados a medições de curta distância, esta pesquisa propõe a utilização de sensores com maior alcance e precisão, como o sensor ultrassônico à prova d'água e o sensor de distância Garmin Lidar-Lite V3, capaz de realizar medições de até 40 metros. Essa ampliação permite explorar conceitos de Geometria e Trigonometria em contextos mais amplos e próximos da realidade dos estudantes, como a determinação de alturas de construções e estruturas urbanas. Além disso, o uso de potenciômetro para medição de ângulos e de uma régua digital de medição angular possibilita maior precisão experimental e favorece a comparação entre resultados teóricos e práticos, fortalecendo a integração entre experimentação tecnológica e aprendizagem matemática.

A metodologia adotada para o desenvolvimento deste trabalho fundamenta-se em uma abordagem qualitativa de caráter exploratório, com ênfase na pesquisa bibliográfica e na prática experimental. Foram realizados encontros semanais via *Google Meet*, nos quais foram discutidos textos e obras relacionadas ao tema, sugeridos pelo orientador. Além disso, foram definidos os conceitos matemáticos a serem explorados, planejadas as atividades e elaborados os planos de aula que integram a parte prática da pesquisa. Esses encontros também possibilitaram o acompanhamento do progresso da escrita e a consolidação das reflexões que sustentam a dissertação. Essa metodologia permitiu a constante reflexão entre teoria, prática e criatividade, articulando o estudo acadêmico à experimentação tecnológica e ao desenvolvimento de propostas pedagógicas aplicáveis ao ensino básico.

O embasamento teórico deste trabalho foi construído a partir de cinco livros que orientaram as discussões e reflexões desenvolvidas ao longo da pesquisa. Destaca-se, inicialmente, o livro *Metodologias Criativas e Maker: o que a Educação 4.0 e 5.0 tem a ver com você*, de Elisabete Cerutti e Judite Inês Schreiner, que fundamenta a compreensão da cultura maker, das metodologias criativas e do protagonismo discente no contexto educacional contemporâneo [11]. Complementarmente, a obra *Da teoria à prática: como evidenciar a Matemática no cotidiano por meio de projetos mão na massa*, de Letícia Mattos dos Anjos e Mauro Lúcio Franco, contribui para a articulação entre teoria e prática no ensino de Matemática, enfatizando o uso de projetos como estratégia para tornar os conceitos matemáticos mais significativos [2]. No campo da robótica educacional, o livro *Oficina de Robótica no processo educacional*, de Juliano Corrêa Baldessar e Tuany Nezy Santos, oferece subsídios teóricos para a compreensão do papel das atividades de robótica no desenvolvimento do pensamento lógico, da interdisciplinaridade e do engajamento dos estudantes [4]. As reflexões presentes na obra *Inteligência artificial na sala de aula: como a tecnologia*

está revolucionando a educação, de Allan Carlos Pscheidt, ampliam o debate sobre o uso crítico e pedagógico das tecnologias digitais, incluindo a inteligência artificial, no ambiente escolar [26]. Por fim, o livro *Matemática e Programação na Educação Básica*, de Marcos Cesar Cabral Galvão, fornece fundamentos relevantes para a integração entre programação, pensamento computacional e ensino de Matemática, dialogando diretamente com as propostas desenvolvidas neste trabalho [14]. Essas obras constituem o principal suporte teórico da pesquisa e orientam a elaboração dos projetos e planos de aula apresentados ao longo da dissertação.

A estrutura do trabalho está organizada em oito capítulos, que se articulam de maneira a construir uma compreensão progressiva sobre o tema. O capítulo que segue (2) apresenta um panorama sobre a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), destacando suas competências gerais e específicas para o ensino de Matemática e apontando os desafios e possibilidades que ela traz para a integração de tecnologias e metodologias inovadoras na prática docente. Ainda neste capítulo, foi realizado um levantamento de dissertações do Profmat que abordam os conceitos da cultura maker e/ou do Arduino.

O terceiro capítulo (3) aborda o conceito de cultura maker e das metodologias ativas, discutindo seus fundamentos teóricos, suas contribuições para o protagonismo estudantil e suas implicações para o ensino da Matemática. Já o quarto (4) diz respeito ao papel das tecnologias digitais, da robótica educacional e da inteligência artificial no contexto escolar, analisando como esses recursos podem atuar como mediadores do processo de ensino e aprendizagem, fomentando a interdisciplinaridade, a autonomia e o desenvolvimento de habilidades essenciais para o século XXI.

No capítulo seguinte (5), a plataforma Arduino é apresentada de forma detalhada, com o intuito de oferecer os fundamentos necessários para sua compreensão e utilização no contexto educacional. São explorados os principais componentes e sensores empregados na placa, bem como suas funções. Além disso, o texto descreve o processo de instalação do software *Arduino IDE* utilizado para programar o Arduino, destacando os passos essenciais para a configuração do ambiente de desenvolvimento. Por fim, aborda-se a linguagem de programação e a interface do *Arduino IDE*, explicando sua estrutura, funcionamento e alguns comandos básicos que possibilitam a interação entre código e hardware. Assim, o capítulo fornece a base teórica e prática indispensável para o desenvolvimento dos projetos apresentados nas seções posteriores.

O sexto capítulo (6) dedica-se à exploração teórica dos conceitos fundamentais de Geometria e Trigonometria, que servem de base para a compreensão dos projetos desenvolvidos com o Arduino. São abordados temas como triângulos, semelhança, razões trigonométricas fundamentais, Lei dos Senos, Lei dos Cossenos, além da Função de Euler e o Teorema de Stewart. O capítulo busca consolidar o entendimento matemático necessário para que o leitor compreenda como esses conceitos se articulam e podem ser aplicados em situações práticas. Assim, ele fornece o embasamento conceitual indispensável para o desenvolvimento das atividades apresentadas no capítulo seguinte, em que a teoria se integra à experimentação tecnológica por meio da cultura maker e da utilização do Arduino.

Por fim, o sétimo capítulo (7) apresenta a descrição dos projetos e planos de aula desenvolvidos ao longo da pesquisa, reunindo propostas que ilustram a integração entre teoria e prática. Essas atividades visam promover o engajamento dos estudantes, estimular a curiosidade científica e favorecer uma aprendizagem ativa e significativa, consolidando, na prática, os princípios discutidos nos capítulos anteriores.

Complementam este trabalho três apêndices. O Apêndice A reúne a documentação completa dos códigos desenvolvidos na plataforma *Arduino IDE*, bem como as orientações para a montagem dos protótipos utilizados em cada um dos projetos apresentados, possibilitando que outros educadores repliquem, adaptem ou ampliem as experiências descritas. O Apêndice B apresenta modelos de tabelas para registro dos dados coletados nos projetos, além de tabelas trigonométricas elaboradas para consulta e apoio às atividades desenvolvidas em sala de aula. Por fim, o Apêndice C apresenta o manual intitulado **Arduino e Matemática**, concebido como produto educacional deste trabalho, no qual são reunidas orientações pedagógicas, fundamentos matemáticos e sugestões de atividades que integram o uso do Arduino ao ensino de Matemática. Esse material reforça o caráter aplicado da pesquisa e evidencia o compromisso com a inovação didática e a democratização do acesso a recursos tecnológicos no ambiente escolar.

Dessa forma, este trabalho pretende contribuir para o avanço das discussões sobre o ensino de Matemática na contemporaneidade, defendendo uma prática pedagógica inovadora, investigativa e interdisciplinar. Ao integrar o Arduino e a cultura maker ao contexto escolar, pretende-se revelar como a tecnologia pode se transformar em uma poderosa aliada da aprendizagem, tornando os conceitos matemáticos mais próximos, tangíveis e significativos. Mais do que apresentar ferramentas, esta pesquisa convida o leitor a refletir sobre novos caminhos para ensinar e aprender Matemática, os quais despertem a curiosidade, estimulem a criatividade e reforcem o papel da escola como espaço de descoberta e transformação. Assim, o leitor é convidado a embarcar nesta jornada e descobrir, a cada página, como a união entre ciência, tecnologia e criatividade pode transformar a maneira de ensinar e aprender Matemática, revelando que o conhecimento ganha vida quando é construído com as próprias mãos e guiado pela curiosidade.

# A BNCC e suas Implicações para a Educação Contemporânea

---

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) representa um marco regulador na educação brasileira, delineando as competências, habilidades e aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo da educação básica. Ao enfatizar a cultura digital e o pensamento computacional como componentes fundamentais, a BNCC amplia as possibilidades pedagógicas, criando espaço para que ferramentas como o Arduino e práticas ligadas à cultura maker se consolidem como estratégias legítimas de ensino. Nesse sentido, torna-se essencial analisar como a BNCC dialoga com tais abordagens, compreendendo suas diretrizes e apontando as oportunidades que oferece para o ensino da Matemática. Além disso, a reflexão sobre trabalhos já desenvolvidos nesse campo possibilita identificar avanços, limitações e lacunas, oferecendo subsídios para a construção de propostas mais consistentes. Assim, este capítulo busca articular a BNCC às práticas pedagógicas inovadoras, com especial atenção às potencialidades do Arduino e da cultura maker no contexto escolar.

Diante desse cenário, este capítulo propõe analisar as competências gerais e específicas da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) para o ensino básico, buscando relacioná-las aos princípios da cultura maker, uma abordagem educativa que valoriza o fazer, a criatividade, a colaboração e a resolução de problemas reais. A intenção é refletir sobre como o ensino da Matemática pode se aproximar das experiências significativas dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais engajada, crítica e conectada aos desafios do século XXI.

## 2.1 BNCC: um documento normativo

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) constitui-se como um documento normativo obrigatório para todas as escolas do país, estabelecendo padrões de aprendizagem e desenvolvimento que orientam a educação brasileira na formação humana integral. Mais do que um guia pedagógico, a BNCC expressa a necessidade de preparar os estudantes para os desafios de uma sociedade em constante transformação (BRASIL, 2018) [9].

Nesse contexto, Bacich e Holanda (2020) [3] destacam que cada estudante possui um potencial único. Ainda que nem todos tenham interesse ou aptidão para seguir carreiras ligadas à tecnologia, é indispensável reconhecer sua presença em praticamente todas as áreas do conhecimento e do mercado de trabalho. A BNCC, portanto, organiza o trabalho com tecnologias educacionais em três dimensões fundamentais: o pensamento computacional, o mundo digital e a cultura digital.

O pensamento computacional refere-se à capacidade de resolver problemas de maneira lógica e sistemática, utilizando estratégias como as linguagens de programação. O mundo digital enfatiza a utilização segura e eficaz de ferramentas e plataformas digitais para acessar, criar e compartilhar informações. Já a cultura digital amplia essa visão, promovendo uma atitude crítica e ética diante do uso da tecnologia e reconhecendo seus impactos sociais e culturais.

Entretanto, a simples presença da tecnologia em sala de aula não garante aprendizagens significativas. A BNCC ressalta que seu uso deve ser intencional e orientado, cabendo ao professor a função de mediar, selecionar e direcionar o emprego de recursos digitais de acordo com os objetivos pedagógicos. Assim, o papel docente torna-se central na formação de cidadãos críticos e conscientes, capazes de utilizar a tecnologia como ferramenta de transformação.

Para alcançar esse propósito, a BNCC apresenta dez competências gerais que orientam o processo educativo. Sendo elas:

1. *Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.*
2. *Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.*
3. *Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.*
4. *Utilizar diferentes linguagens verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como conhecimentos das linguagens artística, Matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.*
5. *Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resol-*

*ver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.*

6. *Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho e fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.*
7. *Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos, a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global, com posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.*
8. *Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.*
9. *Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.*
10. *Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários (BRASIL, 2018) [9].*

Nas dez competências listadas, estão presentes o conhecimento, o pensamento científico, crítico e criativo, o repertório cultural, a comunicação, a cultura digital, o trabalho e projeto de vida, a argumentação, o autoconhecimento, a empatia e cooperação, além da responsabilidade e cidadania. Essas competências visam à mobilização de conhecimentos, habilidades, atitudes e valores voltados à resolução de situações complexas da vida cotidiana, ao exercício pleno da cidadania e à atuação no mundo do trabalho.

No cenário contemporâneo, marcado por rápidas mudanças, o desenvolvimento dessas competências mostra-se essencial. Mais do que acumular informações, os estudantes precisam aprender a aprender, a lidar com o excesso de dados disponíveis, a atuar de forma ética nas culturas digitais e a tomar decisões responsáveis e autônomas. Igualmente, é fundamental que sejam capazes de conviver e aprender com as diferenças, de agir de modo colaborativo e criativo e de buscar soluções para problemas inéditos.

As experiências vividas pelas crianças em seus contextos familiares, sociais e culturais, bem como sua interação com diferentes tecnologias, são elementos

que despertam curiosidade, estimulam questionamentos e favorecem a construção do conhecimento. Assim, a educação escolar deve potencializar esses elementos, transformando-os em oportunidades de aprendizagem significativa e integral.

Além disso, de acordo com a BNCC, o Ensino Médio contemporâneo deve responder a diferentes exigências, articulando a formação geral necessária ao exercício da cidadania com a preparação para a inserção no mundo do trabalho. Desse modo, é fundamental que a escola reconheça a diversidade de expectativas dos jovens e se comprometa com uma educação integral, capaz de favorecer não apenas a aquisição de conhecimentos, mas também a construção do projeto de vida de cada estudante. Nesse sentido, torna-se imprescindível revisitar e recontextualizar as finalidades do Ensino Médio estabelecidas pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB, Art. 35), de 1996, a fim de compreendê-las à luz dos desafios atuais. A seguir, serão apresentadas as quatro finalidades previstas pela LDB.

- I - a consolidação e o aprofundamento dos conhecimentos adquiridos no ensino fundamental, possibilitando o prosseguimento de estudos;
- II - a preparação básica para o trabalho e a cidadania do educando, para continuar aprendendo, de modo a ser capaz de se adaptar com flexibilidade a novas condições de ocupação ou aperfeiçoamento posteriores;
- III - o aprimoramento do educando como pessoa humana, incluindo a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico;
- IV - a compreensão dos fundamentos científico-tecnológicos dos processos produtivos, relacionando a teoria com a prática, no ensino de cada disciplina.

## 2.2 Competências da Matemática segundo a BNCC

Tendo em vista as competências gerais da BNCC, é importante destacar como esse documento também define competências específicas para cada área do conhecimento. Para a disciplina de Matemática, tais competências orientam o ensino de modo a favorecer não apenas a compreensão de conceitos, procedimentos e linguagens próprias da disciplina, mas também a sua aplicação em situações concretas do cotidiano, no exercício da cidadania e no mundo do trabalho. Estas serão apresentadas a seguir.

1. *Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.*
2. *Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.*

3. *Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática, segundo a BNCC (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade), e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.*
4. *Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.*
5. *Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.*
6. *Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).*
7. *Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.*
8. *Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 2018) [9].*

Pode-se observar que as competências específicas de Matemática propostas pela BNCC têm como finalidade desenvolver nos estudantes a capacidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, além de estabelecer conexões entre o conhecimento matemático e outras áreas do saber e contextos da vida cotidiana. Essa perspectiva evidencia uma concepção de ensino que ultrapassa a mera aplicação de fórmulas e procedimentos, valorizando a compreensão, a criatividade e o pensamento crítico como elementos fundamentais da formação integral do aluno.

## 2.3 Parecer CNE/CEB n° 2/2022

No contexto das transformações promovidas pela cultura digital e pela crescente presença das tecnologias na sociedade contemporânea, torna-se necessário ampliar as discussões sobre o papel da Computação na educação básica. Embora a Base Nacional Comum Curricular já destaque a importância da cultura digital e do pensamento computacional como dimensões essenciais para a formação dos estudantes, documentos posteriores buscaram aprofundar e orientar de maneira mais específica a inserção desses conhecimentos no currículo escolar.

Nesse sentido, o Parecer CNE/CEB n° 2/2022 apresenta diretrizes para o ensino de Computação na Educação Básica, propondo um conjunto de competências que visam desenvolver nos estudantes habilidades relacionadas ao pensamento computacional, à compreensão crítica das tecnologias digitais e à criação de soluções para problemas do mundo contemporâneo. O documento reforça a necessidade de que os estudantes não sejam apenas usuários de tecnologia, mas também sujeitos capazes de compreender, analisar e produzir artefatos computacionais de forma crítica, ética e criativa.

Ao estabelecer competências específicas para o Ensino Fundamental e para o Ensino Médio, o parecer amplia as orientações presentes na BNCC, contribuindo para consolidar a Computação como um campo de conhecimento relevante para a formação integral dos estudantes. Essas competências dialogam diretamente com propostas pedagógicas baseadas na resolução de problemas, no desenvolvimento de projetos e na aprendizagem ativa, aproximando-se de abordagens como a cultura maker e o uso de tecnologias educacionais, como o Arduino, no contexto do ensino de Matemática.

### 2.3.1 Competências para o Ensino Fundamental

1. *Compreender a Computação como uma área de conhecimento que contribui para explicar o mundo atual e ser um agente ativo e consciente de transformação capaz de analisar criticamente seus impactos sociais, ambientais, culturais, econômicos, científicos, tecnológicos, legais e éticos.*
2. *Reconhecer o impacto dos artefatos computacionais e os respectivos desafios para os indivíduos na sociedade, discutindo questões socioambientais, culturais, científicas, políticas e econômicas.*
3. *Expressar e partilhar informações, ideias, sentimentos e soluções computacionais utilizando diferentes linguagens e tecnologias da Computação de forma criativa, crítica, significativa, reflexiva e ética.*
4. *Aplicar os princípios e técnicas da Computação e suas tecnologias para identificar problemas e criar soluções computacionais, preferencialmente de forma cooperativa, bem como alicerçar descobertas em diversas áreas do conhecimento seguindo uma abordagem científica e inovadora, considerando os impactos sob diferentes contextos.*

5. *Avaliar as soluções e os processos envolvidos na resolução computacional de problemas de diversas áreas do conhecimento, sendo capaz de construir argumentações coerentes e consistentes, utilizando conhecimentos da Computação para argumentar em diferentes contextos com base em fatos e informações confiáveis com respeito à diversidade de opiniões, saberes, identidades e culturas.*
6. *Desenvolver projetos, baseados em problemas, desafios e oportunidades que façam sentido ao contexto ou interesse do estudante, de maneira individual e/ou cooperativa, fazendo uso da Computação e suas tecnologias, utilizando conceitos, técnicas e ferramentas computacionais que possibilitem automatizar processos em diversas áreas do conhecimento com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de indivíduos e de grupos sociais, de maneira inclusiva.*
7. *Agir pessoal e coletivamente com respeito, autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, identificando e reconhecendo seus direitos e deveres, recorrendo aos conhecimentos da Computação e suas tecnologias para tomar decisões frente às questões de diferentes naturezas (BRASIL, 2022) [10].*

### 2.3.2 Competências para o Ensino Médio

1. *Compreender as possibilidades e os limites da Computação para resolver problemas, tanto em termos de viabilidade quanto de eficiência, propondo e analisando soluções computacionais para diversos domínios do conhecimento, considerando diferentes aspectos.*
2. *Analisar criticamente artefatos computacionais, sendo capaz de identificar as vulnerabilidades dos ambientes e das soluções computacionais buscando garantir a integridade, privacidade, sigilo e segurança das informações.*
3. *Analisar situações do mundo contemporâneo, selecionando técnicas computacionais apropriadas para a solução de problemas.*
4. *Construir conhecimento usando técnicas e tecnologias computacionais, produzindo conteúdos e artefatos de forma criativa, com respeito às questões éticas e legais, que proporcionem experiências para si e os demais.*
5. *Desenvolver projetos para investigar desafios do mundo contemporâneo, construir soluções e tomar decisões éticas, democráticas e socialmente responsáveis, articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprias da Computação preferencialmente de maneira colaborativa.*
6. *Expressar e compartilhar informações, ideias, sentimentos e soluções computacionais utilizando diferentes plataformas, ferramentas, lin-*

*guagens e tecnologias da Computação de forma fluente, criativa, crítica, significativa, reflexiva e ética.*

- 7. Agir pessoal e coletivamente com respeito, autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, identificando e reconhecendo seus direitos e deveres, recorrendo aos conhecimentos da Computação e suas tecnologias frente às questões de diferentes naturezas (BRASIL, 2022) [10].*

Dessa forma, tanto a BNCC quanto o Parecer CNE/CEB nº 2/2022 evidenciam a necessidade de uma educação que dialogue com as transformações tecnológicas da sociedade contemporânea, valorizando o desenvolvimento do pensamento crítico, da resolução de problemas e da produção de conhecimentos por meio do uso consciente das tecnologias. Ao enfatizar competências relacionadas à cultura digital, ao mundo digital, ao pensamento computacional e ao desenvolvimento de projetos, esses documentos apontam para práticas pedagógicas mais investigativas, colaborativas e contextualizadas.

Nesse cenário, abordagens como a cultura maker e o uso de tecnologias educacionais, como o Arduino, apresentam-se como possibilidades promissoras para o ensino de Matemática, uma vez que favorecem a aprendizagem ativa, a experimentação e a construção de soluções para problemas reais. Assim, compreender as orientações desses documentos torna-se fundamental para fundamentar propostas pedagógicas que integrem conhecimentos matemáticos, tecnológicos e científicos, contribuindo para uma formação mais crítica, criativa e significativa dos estudantes.

## 2.4 Análise de trabalhos publicados pelo PROFMAT

Este trabalho foi estruturado com o propósito de explorar conceitos de Geometria e Trigonometria a partir da integração entre a cultura maker e o Arduino. Para subsidiar essa proposta, foi realizado um levantamento bibliográfico no repositório de dissertações do PROFMAT, utilizando as palavras-chave Arduino e cultura maker, no qual foram encontrados sete títulos que dialogam diretamente com a proposta aqui desenvolvida. Entre eles, quatro abordam o ensino de Geometria e/ou Trigonometria e o uso do Arduino como recurso pedagógico. Os demais inserem-se no campo da cultura maker, evidenciando a relevância dessa abordagem para promover aprendizagens mais ativas e contextualizadas.

A análise desses estudos revela tanto os avanços já alcançados quanto as lacunas ainda existentes na integração entre Matemática, tecnologia e inovação pedagógica. Compreender essas contribuições torna-se essencial para fundamentar novas propostas de ensino que utilizem o Arduino e a cultura maker como meios de potencializar o aprendizado da Geometria e da Trigonometria.

Os trabalhos analisados foram agrupados em duas tabelas: a primeira reúne aqueles que exploram o uso do Arduino, enquanto a segunda apresenta as produções relacionadas à cultura maker, todos relacionados a conceitos de Geometria e/ou Trigonometria.

## Dissertações do PROFMAT envolvendo Arduino

Data	Título da Dissertação	Autor(a)	Instituição
2019	Criação de um plano de razões e um teodolito com o uso do arduino: Uma proposta para o ensino de razões trigonométricas no triângulo retângulo	Ronaldo da Silva	UFRRJ
2020	Robótica com Arduino como recurso pedagógico para o ensino de Geometria e Trigonometria	Flavio Anderson Filete	UENF
2021	Geometria Analítica em um sonar de ecolocalização rotacional - Uma experiência prática com o auxílio de Arduino	Jonathan Sardo	UDESC
2024	Geometria em movimento: Arduino e robótica no ensino de Matemática	Donizeth Jacinto de Souza	UFMS

Tabela 2.1: Dissertações do PROFMAT

## Dissertações do PROFMAT envolvendo Cultura Maker

Data	Título da Dissertação	Autor(a)	Instituição
2021	A Cultura Maker no ensino de Matemática: uma via para a aprendizagem da Trigonometria a partir da resolução de problemas	Francisco das Chagas Melo Neto	UEMA
2024	Uma proposta de ensino de Geometria por meio da abordagem maker em uma escola de ensino médio em tempo integral: Estudo de campo em Delmiro Golveia (AL)	Clécio dos Santos Lima	UNIVASF
2024	Integração da Cultura Maker na educação Matemática: um manual prático para evidenciar a Matemática no cotidiano	Letícia Mattos dos Anjos	UFVJM

Tabela 2.2: Dissertações do PROFMAT

Ao analisar os trabalhos que utilizam o Arduino como recurso pedagógico, observou-se que a maioria emprega o sensor ultrassônico de distância, dispositivo amplamente utilizado em projetos educacionais pela sua praticidade e custo acessível.

Esse sensor funciona por meio da emissão de ondas sonoras de alta frequência que, ao colidirem com um objeto, retornam ao emissor, permitindo calcular a distância com base no tempo de resposta do eco. No entanto, devido às suas limitações técnicas, ele é indicado apenas para medições de pequenas distâncias, geralmente de até 4 a 5 metros, o que restringe a aplicação a experimentos de menor escala.

Nos trabalhos analisados, os estudos envolvendo ângulos e relações trigonométricas concentraram-se em situações que utilizam o triângulo retângulo como base para o cálculo das razões seno, cosseno e tangente, o que contribui para a visualização prática desses conceitos, mas ainda em um contexto espacial limitado.

Como diferencial, o presente trabalho propõe o uso do sensor ultrassônico à prova d'água, um dispositivo de maior precisão e durabilidade, capaz de operar em ambientes externos e sob diferentes condições ambientais. Além disso, será incorporado o sensor Garmin Lite V3 HP, que mede distâncias de até 40 metros, ampliando significativamente as possibilidades de aplicação dos conceitos de Geometria e Trigonometria. Essa ampliação permitirá realizar medições em contextos mais complexos, como a determinação de alturas de prédios, postes ou outras estruturas urbanas, associando a aprendizagem Matemática a situações concretas e contextualizadas. Também será utilizado o potenciômetro para a medição de ângulos em algumas atividades. Somado a isso, o projeto contará com o uso de uma régua digital de medição de ângulos, que proporcionará maior precisão nos registros e possibilitará a comparação entre resultados teóricos e experimentais.

Por fim, foi realizado um levantamento complementar abrangendo todas as dissertações do PROFMAT que utilizaram o Arduino como ferramenta educacional, fora do contexto da Geometria e/ou da Trigonometria, as quais serão apresentadas abaixo.

#### Outras dissertações do PROFMAT envolvendo Arduino

Data	Título da Dissertação	Autor(a)	Instituição
2018	Arduino no ensino de lógica Matemática: uma aplicação no primeiro ano do ensino médio	Pedro Paulo Acaclete	UNEMAT
2018	Projeto e construção de um protótipo para plotagem de gráficos 2d utilizando a plataforma Arduino	Ludmila Gonçalves Pereira	UFMT
2019	O estudo do MDC e MMC por meio de atividades com material concreto, jogos e a plataforma Arduino	Luiz Carlos Lemos Junior	FURG
2019	Construção de um trilho de ar com o uso do Arduino: Uma proposta para o ensino de função afim e quadrática	Vinicius da Cunha Santos	UFRRJ

**Tabela 2.3:** Dissertações do PROFMAT

## Outras dissertações do PROFMAT envolvendo Arduino

Data	Título da Dissertação	Autor(a)	Instituição
2020	Os circuitos digitais e analógicos do microcontrolador do Arduino Uno: uma proposta de educação Matemática de base profissional para jovens e adultos da EJA	Oldair de Melo Gomes da Silva	CPII
2021	Robótica educacional livre no 9º ano do ensino básico: Uma trilha de implementação de robótica com Arduino para o ensino de Física e Matemática	Marcelo Pires da Silva	UFCAT
2024	Robótica educacional: Rega automatizada de uma horta com Arduino integrada a objetos do conhecimento da Matemática	Ricardo Scalvi	UFFS
2024	O ensino dos números racionais com a utilização de Arduino para turmas do 8º ano	Tiago de Oliveira Freire	UESB
2025	Funções discretas e algoritmos de programação na robótica com Arduino	Carlos Gustavo Barreto de Farias Junior	UFCG

Tabela 2.4: Dissertações do PROFMAT

## Cultura Maker e Metodologias Ativas no Ensino Básico

---

A educação do século XXI exige mais do que a transmissão de conteúdos: demanda a formação de sujeitos criativos, autônomos e capazes de lidar com problemas complexos em um mundo cada vez mais tecnológico. Em uma sociedade marcada por rápidas transformações sociais, científicas e tecnológicas, torna-se cada vez mais evidente a necessidade de repensar modelos educacionais tradicionalmente centrados na transmissão estática do conhecimento. Para Bauman (1999) [5], a contemporaneidade caracteriza-se por um contexto de mudanças constantes, no qual estruturas antes consideradas estáveis tornam-se fluidas e dinâmicas. Nesse cenário, a educação precisa acompanhar tais transformações, promovendo experiências de aprendizagem que estimulem a autonomia, a criatividade e a capacidade de adaptação dos estudantes diante de novos desafios.

No campo da Educação Matemática, D'Ambrosio (2012) [13] também defende a necessidade de uma abordagem que ultrapasse a simples reprodução de técnicas e procedimentos. Para o autor, a Matemática deve contribuir para que os estudantes compreendam e interpretem a realidade em que vivem, desenvolvendo competências que lhes permitam atuar criticamente na sociedade. Dessa forma, o ensino da Matemática deve estar conectado a situações significativas, nas quais os alunos possam investigar, experimentar e construir conhecimento a partir de problemas concretos.

É nesse cenário que emergem a cultura maker e as metodologias ativas, como expressões de uma nova forma de aprender e ensinar. A cultura maker, ancorada no princípio do “aprender fazendo”, convida o estudante a experimentar, errar, reconstruir e, sobretudo, criar soluções concretas para desafios reais. Associadas a ela, as metodologias ativas, como a aprendizagem baseada em problemas, a aprendizagem por projetos e a sala de aula invertida, reconfiguram o papel do professor e reposicionam o aluno como protagonista de sua trajetória de conhecimento.

O Arduino, nesse contexto, torna-se uma ferramenta privilegiada: acessível, versátil e capaz de transformar ideias abstratas em protótipos funcionais, ele potencializa o desenvolvimento de habilidades multidisciplinares ao unir Matemática, ciência,

tecnologia, engenharia e artes. Mais do que técnicas pedagógicas, a integração entre metodologias ativas e cultura maker traduz-se em uma oportunidade de ressignificar o ensino básico, tornando-o mais significativo, interativo e alinhado às demandas da Educação 4.0, a qual se refere a uma abordagem educacional alinhada às transformações da indústria 4.0, integrando tecnologias digitais, automação, inteligência artificial e conectividade ao processo de ensino e aprendizagem, valorizando metodologias ativas, aprendizagem personalizada, pensamento crítico, criatividade e o protagonismo do estudante na construção do conhecimento.

Este capítulo apresenta como essas abordagens podem ser articuladas e aplicadas em sala de aula, evidenciando seu papel transformador na prática pedagógica contemporânea. A fundamentação teórica aqui desenvolvida baseia-se, em grande parte, no livro *Metodologias Criativas e Maker*, das autoras Elisabete Cerutti e Judite Inês Scherer [11].

### 3.1 Educação 4.0 e os desafios da era digital

Pierre Lévy (2010) [17] contribuiu de forma decisiva para a compreensão dos fenômenos digitais ao definir os conceitos de ciberespaço e cibercultura. O **ciberespaço**, também chamado de rede, corresponde ao meio de comunicação que emerge da interconexão mundial dos computadores. Esse conceito abrange tanto a dimensão material da comunicação digital quanto seu conteúdo, bem como os sujeitos que nele produzem e interagem. Trata-se de um espaço imaterial do conhecimento, dos saberes e dos pensamentos, que possibilita diálogo, reciprocidade e formas inovadoras de comunicação. Já a **cibercultura** pode ser entendida como o conjunto de técnicas, práticas, atitudes, modos de pensamento e valores que se desenvolvem em decorrência da expansão do ciberespaço. Ela não se limita às tecnologias digitais, mas se estende aos impactos e transformações que essas tecnologias provocam na sociedade, na cultura e nos comportamentos individuais e coletivos.

O modelo educacional tradicional, centrado na transmissão unilateral de conteúdos, revela-se cada vez mais insuficiente, visto que, praticamente todo o conhecimento está acessível e disponível na rede, o que exige repensar as práticas pedagógicas. As metodologias ativas tornam-se fundamentais ao colocar o estudante como protagonista, incentivando sua participação reflexiva e crítica. Nesse processo, o professor continua sendo peça essencial, atuando como mediador, orientador e gestor da informação, ajudando os estudantes a selecionar, interpretar e ressignificar conteúdos em meio ao excesso de informações disponíveis. Assim, o papel docente amplia-se: não basta ensinar conteúdos; é necessário formar sujeitos autônomos e críticos, aptos a compreender e atuar diante da complexidade do mundo digital. (CERUTTI; SCHREINER, 2022) [11].

A educação maker surge como resposta a essas transformações. Ela propõe práticas interdisciplinares que integram experiências presenciais e virtuais, incentivando a aprendizagem ativa, colaborativa e conectada à realidade dos alunos. Nessa perspectiva, o conceito de Educação 4.0 foi marcado pela inserção das tecnologias digitais no espaço escolar, buscando estimular os estudantes a utilizarem ferramentas e recursos tecnológicos de forma inovadora. Inicialmente voltada para a inclusão

tecnológica, essa abordagem evoluiu para contemplar também o desenvolvimento da criatividade, da comunicação e das competências socioemocionais. Atualmente, fala-se da proposta da Educação 5.0, caracterizada pela articulação entre hard skills (habilidades técnicas) e soft skills (habilidades socioemocionais), buscando equilibrar o progresso tecnológico e o desenvolvimento humano dos indivíduos (CERUTTI; SCHREINER, 2022) [11]. Diferente da Educação 4.0, a Educação 5.0 não está diretamente vinculada a nenhuma geração industrial específica, configurando-se como uma evolução conceitual que prioriza a integração entre tecnologia e desenvolvimento humano.

Ao mesmo tempo em que o conhecimento se tornou acessível e compartilhado, a ausência de regulação do conteúdo disponível na internet impõe novos desafios. Isso exige que escola, família e sociedade ensinem os estudantes a exercer seletividade, discernimento e criticidade. Bauman (1999) [5] já alertava que a educação deve ser contínua, estendendo-se por toda a vida, e que a aprendizagem não pode se restringir a objetivos previamente traçados, sob pena de perder sua relevância diante de um mundo em constante mudança. Assim, a educação contemporânea deve estimular a autonomia, a cooperação e a capacidade de aprender a aprender, promovendo o ingresso em comunidades virtuais de aprendizagem e a vivência de práticas colaborativas.

Nesse cenário, a função do professor torna-se ainda mais desafiadora: provocar, questionar, orientar e acompanhar a aprendizagem, ajudando os estudantes a se educarem em meio a uma cultura digital marcada tanto por oportunidades quanto por riscos. Essa cultura promove inovação, mas também reforça o imediatismo e a superficialidade das interações, exigindo da escola a tarefa de ensinar o pensamento crítico, a análise aprofundada e o uso ético das tecnologias. Lévy (2010) [17] lembra que, embora as relações virtuais aproximem e encurtem distâncias, elas jamais substituem a riqueza do encontro presencial e das interações sociais. Por isso, a convivência em grupo e a mediação docente continuam sendo insubstituíveis.

Moran (2018) [20] acrescenta que a educação é instrumento essencial para o desenvolvimento humano e social, permitindo ao indivíduo ampliar sua visão de mundo, suas emoções e seus valores, construindo percursos de vida mais equilibrados e significativos. A cultura digital, por sua vez, embora proporcione novas formas de expressão, também desafia a escola ao estimular práticas comunicativas efêmeras e superficiais, distintas dos modos de argumentação e reflexão tradicionalmente valorizados no espaço escolar. Assim, trazer a educação para o diálogo com a contemporaneidade significa reconhecer a necessidade de conciliar os universos presencial e virtual, potencializando os aspectos positivos de ambos.

Resnick (2020) [28] adverte que, embora as crianças passem cada vez mais tempo diante das telas, na maior parte das vezes apenas consomem conteúdos, sem produzir ou criar com a tecnologia. Nesse sentido, se o objetivo é formar pensadores criativos, é preciso oferecer experiências que vão além da interação passiva, favorecendo o protagonismo, a experimentação e a construção coletiva do saber. Isso se torna ainda mais urgente em uma sociedade automatizada e repleta de facilidades, em que o risco de dependência tecnológica pode reduzir a capacidade crítica e criativa das novas

gerações.

Portanto, a inclusão de práticas ligadas à educação maker e a metodologias ativas nos currículos escolares apresenta-se como uma alternativa para desenvolver habilidades essenciais, como criatividade, comunicação, resolução de problemas, trabalho em equipe, protagonismo e empreendedorismo. Ao integrar teoria e prática, presencial e virtual, conteúdo e experiência, a educação contemporânea pode preparar os estudantes para enfrentar os desafios da era digital sem perder de vista o aspecto humano, social e ético que deve nortear todo o processo formativo.

D'Ambrosio (2012) [13] ressalta que a Matemática, ao longo da história, tem sido marcada por sentimentos de angústia e frustração entre alunos, professores e famílias, configurando-se como a disciplina que concentra os maiores índices de reprovação nos sistemas educacionais. Tal cenário, no entanto, não decorre da natureza da Matemática em si, mas da maneira como ela é tradicionalmente organizada e apresentada nos currículos escolares, frequentemente distante da realidade dos estudantes e desprovida de significados práticos que possibilitem sua aplicação no cotidiano. Essa constatação impõe à educação o desafio de ressignificar suas práticas pedagógicas, tornando-as mais colaborativas, interdisciplinares e conectadas às demandas sociais emergentes.

Nesse contexto, torna-se urgente a adoção de metodologias que promovam a autonomia, o protagonismo e a criatividade dos estudantes, preparando-os para uma sociedade em que conhecimento, tecnologia e cooperação se entrelaçam de forma inseparável. As metodologias ativas destacam-se por colocarem o estudante no centro do processo educativo, conferindo-lhe o papel de protagonista em sua própria aprendizagem. Dessa maneira, o aluno assume o papel de protagonista do seu aprendizado e participa de forma direta, reflexiva e engajada em todas as etapas, experimentando, criando, desenhando e aplicando conhecimentos, enquanto o professor assume o papel de orientador e facilitador. Essa mudança de perspectiva rompe com a lógica da transmissão passiva de conteúdos, abrindo espaço para uma aprendizagem dinâmica, significativa e conectada à realidade.

Gómez (2015) [15] defende que o caminho para uma educação transformadora está em reduzir o espaço de mera reprodução de informações e ampliar as oportunidades de produção e aplicação do conhecimento. Essa proposta favorece o desenvolvimento da autonomia, característica essencial para a formação de sujeitos capazes de atuar de forma crítica e criativa. Assim, mais do que ensinar conteúdos disciplinares, o professor contribui para que os estudantes se construam como indivíduos singulares e autônomos, utilizando, de maneira consciente, os saberes e práticas acumulados pela humanidade.

Ao longo deste capítulo, serão apresentadas algumas propostas de metodologias ativas que vêm ganhando espaço no cenário educacional contemporâneo por favorecerem o protagonismo do estudante e a construção de aprendizagens significativas. Entre elas, a aprendizagem baseada em projetos (ABP) e a aprendizagem baseada em problemas, ambas voltadas para a resolução de desafios concretos; a sala de aula invertida, que reorganiza o tempo e os espaços de estudo; a abordagem STEAM (Science/Ciência, Technology/Tecnologia, Engineering/Engenharia,

Art/Arte e Mathematics/Matemática), que promove a interdisciplinaridade; o Design Thinking, voltado à criação colaborativa de soluções; e a Educação Maker, que incentiva o fazer prático e colaborativo, fundamentado na cultura maker. Essas metodologias, apesar de diferentes em suas abordagens, compartilham o mesmo propósito: tornar a aprendizagem mais ativa, crítica e conectada às demandas do século XXI (CERUTTI; SCHREINER, 2022) [11].

A aprendizagem baseada em projetos propõe que os estudantes se engajem em desafios que articulam os conhecimentos escolares às situações do mundo real, promovendo interdisciplinaridade e relevância prática. De modo semelhante, a aprendizagem baseada em problemas estimula a investigação, a análise crítica e a busca colaborativa de soluções, tornando a escola um espaço de resolução de desafios concretos. Outra abordagem conhecida é a metodologia de sala de aula invertida, que reorganiza o tempo e os espaços de aprendizagem, deslocando a exposição teórica para momentos prévios e reservando os encontros presenciais para atividades de análise, debate e aplicação prática.

A abordagem STEAM integra diferentes áreas do conhecimento, incentivando a interdisciplinaridade e permitindo que os estudantes percebam a relevância do que aprendem para a compreensão e transformação da realidade. Já o Design Thinking aparece como uma estratégia de criação e compartilhamento de conhecimento que valoriza a intuição, a empatia e a capacidade de desenvolver soluções significativas tanto do ponto de vista funcional quanto emocional.

Já a Educação Maker expressa de forma prática o espírito das metodologias ativas ao incentivar o fazer para aprender. Ao colocar a mão na massa, os estudantes desenvolvem habilidades de liderança, empreendedorismo, colaboração e resiliência, aprendendo a lidar com a frustração e a reconhecer o erro como parte do processo de aprendizagem.

### Metodologias Ativas

Metodologia	Descrição	Duração típica	Interdisciplinaridade
Aprendizagem Baseada em Projetos (ABP)	Os estudantes desenvolvem projetos completos para resolver problemas reais ou elaborar produtos.	Semanas a meses	Alta: pode envolver várias disciplinas conectadas em torno de um mesmo projeto.
Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL)	Focada na resolução de problemas contextualizados e complexos.	Horas a dias	Moderada: pode ser aplicada em uma disciplina, mas se beneficia de conexões com outras áreas.

**Tabela 3.1:** Comparativo entre diferentes metodologias ativas.

## Metodologias Ativas

Metodologia	Descrição	Duração típica	Interdisciplinaridade
Sala de Aula Invertida	O estudante estuda a teoria em casa e o tempo em sala é dedicado a atividades práticas, debates e resolução de dúvidas.	Contínua (organizada por aulas/temas)	Baixa a moderada: geralmente aplicada dentro de uma disciplina, mas pode se articular com outras áreas.
Abordagem STEAM	Integra Ciência, Tecnologia, Engenharia, Arte e Matemática em atividades práticas e criativas. Estimula inovação, pensamento crítico e resolução de problemas reais.	Projetos de curta ou longa duração	Muito alta: pressupõe integração entre diferentes áreas do conhecimento.
Design Thinking	Metodologia colaborativa que passa por etapas de empatia, definição do problema, ideação, prototipagem e testes.	Dias a semanas	Alta: pode envolver múltiplas disciplinas na busca de soluções.
Educação Maker	Baseia-se no aprender fazendo, incentivando experimentação, construção de protótipos e uso de tecnologias digitais e manuais.	Atividades pontuais ou projetos de longa duração	Moderada a alta: dependendo do projeto, pode envolver várias áreas.

**Tabela 3.2:** Comparativo entre diferentes metodologias ativas.

Assim, as metodologias ativas constituem não apenas estratégias pedagógicas inovadoras, mas um novo paradigma educacional, capaz de integrar conhecimentos, estimular competências e preparar os estudantes para atuar com autonomia, criticidade e responsabilidade em um mundo cada vez mais complexo e em constante transformação.

## 3.2 Conhecendo a cultura maker

A cultura maker é um movimento contemporâneo que valoriza a aprendizagem ativa por meio da experimentação, da criatividade e da resolução prática de problemas. O objetivo desta seção é apresentar e discutir as principais características dessa cultura, suas origens e suas conexões com teorias pedagógicas que historicamente defendem uma postura mais ativa e investigativa do estudante no processo de construção do conhecimento. Para tanto, será traçado um breve panorama sobre as contribuições de pensadores como Jean Piaget, Seymour Papert e Mitchel Resnick, destacando as diferenças entre as linhas de pensamento do construtivismo e construcionismo e suas implicações para a prática educativa.

O movimento maker possui suas origens no movimento Do It Yourself (DIY), ou em português, faça você mesmo, cuja essência reside no incentivo à criação de soluções práticas, personalizadas e inovadoras por meio da autonomia e da experimentação. Essa vertente cultural ganhou expressiva visibilidade a partir dos anos 2000, impulsionada principalmente pela expansão das tecnologias digitais e pela democratização do acesso a ferramentas, materiais e conhecimentos proporcionados pela internet. O termo maker alcançou notoriedade em 2006 com o lançamento da revista Make e com a realização da primeira Maker Faire, ambos idealizados e promovidos por Dale Dougherty, considerado um dos principais responsáveis pela consolidação e disseminação desse movimento no cenário global (RESNICK, 2020) [28].

A Maker Faire é um evento que reúne makers, inventores, educadores e entusiastas da cultura faça você mesmo para compartilhar projetos, ideias e inovações. Realizada anualmente em diversas cidades ao redor do mundo, a feira promove demonstrações práticas, oficinas, palestras e exposições, estimulando a criatividade, a colaboração e o aprendizado prático. Seu principal objetivo é inspirar e conectar pessoas de diferentes áreas do conhecimento, incentivando a experimentação, a solução de problemas e a disseminação da cultura maker como um movimento educacional, tecnológico e social.

Embora o movimento maker compartilhe com o DIY o espírito da autonomia criativa, ele se distingue ao integrar de forma decisiva as novas tecnologias digitais como impressoras 3D, cortadoras a laser, hardwares e softwares de prototipagem ampliando, assim, as possibilidades de criação, inovação, experimentação e materialização de ideias.

A cultura maker estimula indivíduos e comunidades a criar, modificar e reparar suas próprias criações, não dependendo exclusivamente de produtos industrializados e incentivando uma postura mais ativa da população. Além disso, valoriza práticas colaborativas, o compartilhamento de conhecimentos e a sustentabilidade, fomentando o desenvolvimento de projetos coletivos, a troca de experiências e a construção conjunta de soluções. Inserida nesse contexto, a aprendizagem torna-se prática, experiencial e centrada no protagonismo do estudante, priorizando a experimentação, a investigação e a busca autônoma por soluções (ANJOS; MAURO, 2024) [2].

Outro aspecto relevante dessa cultura é a ressignificação do erro. No universo

maker, o erro não é encarado como obstáculo, mas como etapa fundamental do processo de aprendizagem, pois cada tentativa malsucedida oferece insights para novas estratégias e aprimoramentos. Nesse sentido, a cultura maker contribui para a formação de indivíduos resilientes, persistentes e capazes de desenvolver competências essenciais como a criatividade, a colaboração, o pensamento crítico e a capacidade de solucionar problemas de forma inovadora e contextualizada.

A cultura maker se estrutura a partir de dez princípios fundamentais, que orientam suas práticas e refletem seus valores centrais no âmbito da aprendizagem, da criatividade e da inovação, conforme proposto no Manifesto Maker [16]. A seguir, cada um desses princípios será apresentado e discutido:

1. **Faça** - O princípio do fazer é o núcleo da cultura maker. Ele convida as pessoas a colocar as ideias em prática, a experimentar, construir e criar. O simples ato de fazer amplia a compreensão, desenvolve habilidades e fortalece a autonomia intelectual e técnica.
2. **Compartilhe** - A colaboração e a troca de conhecimentos são pilares desse movimento. Compartilhar projetos, processos, erros e soluções promove o desenvolvimento coletivo e potencializa a aprendizagem, ampliando as possibilidades de inovação ao criar redes de apoio e troca de experiências.
3. **Presenteie** - O ato de presentear dentro da cultura maker está ligado à ideia de generosidade intelectual e social. Ao oferecer criações, soluções ou conhecimento de forma aberta, fomenta-se um espírito de comunidade, solidariedade e colaboração.
4. **Aprenda** - O aprender é visto como um processo contínuo, prático e experimental. A cultura maker valoriza a aprendizagem ativa, que ocorre por meio da tentativa e erro, da curiosidade e da superação de desafios. O conhecimento é construído na interação com o mundo real, e não apenas por meio da teoria.
5. **Equipe-se** - Trabalhar em equipe é essencial para a construção de soluções mais completas e inovadoras. A cultura maker valoriza a colaboração interdisciplinar, a diversidade de saberes e habilidades, reconhecendo que projetos bem-sucedidos nascem do diálogo e da cooperação.
6. **Divirta-se** - O prazer e o entusiasmo pelo que se faz são motores importantes para a criatividade e a inovação. Na cultura maker, aprender e criar devem ser experiências lúdicas, motivadoras e gratificantes, capazes de gerar engajamento e bem-estar.
7. **Participe** - A participação ativa em comunidades, feiras, oficinas e espaços de criação (makerspaces) fortalece as redes de colaboração e aprendizagem. O engajamento em projetos coletivos promove trocas ricas, amplia repertórios e inspira novas ideias.

8. **Apoie** - O incentivo mútuo e o apoio entre indivíduos e grupos são fundamentais para o fortalecimento da cultura maker. Apoiar significa encorajar, colaborar, orientar e contribuir para que outros possam também criar, inovar e superar desafios.
9. **Mude** - A cultura maker valoriza a transformação. Modificar, adaptar, reinventar ou ressignificar ideias e objetos é parte intrínseca do processo criativo. Estimula-se a capacidade de ver além do óbvio e buscar melhorias contínuas, desenvolvendo flexibilidade e pensamento crítico.
10. **Permita-se errar** - O erro é visto não como fracasso, mas como etapa indispensável para o aprendizado e para o aprimoramento das criações. A cultura maker ensina a ressignificar as falhas como oportunidades de crescimento, desenvolvendo resiliência, paciência e espírito investigativo.

Diante desses princípios, é possível perceber que a cultura maker ultrapassa a mera produção de objetos ou projetos, constituindo-se como uma filosofia de vida e de aprendizagem que valoriza a autonomia, a criatividade, a colaboração e o espírito investigativo, contribuindo para a formação de indivíduos mais críticos, inovadores e preparados para lidar com os desafios de um mundo em constante transformação.

### 3.2.1 Construtivismo x Construcionismo

As bases da pedagogia moderna foram profundamente moldadas por teorias que revolucionaram a percepção sobre como o conhecimento é adquirido. Partindo das ideias de Jean Piaget, passando pela inovação tecnológica de Seymour Papert e chegando às aplicações contemporâneas de Mitchel Resnick, pode-se observar uma clara evolução do pensamento educacional. Este percurso intelectual defende que a aprendizagem é um processo ativo de construção, e não de mera absorção passiva de informações, culminando em uma abordagem que integra a tecnologia como ferramenta fundamental para o desenvolvimento cognitivo.

Jean Piaget, biólogo, psicólogo e epistemólogo suíço, estabeleceu a Teoria Construtivista, base crucial para a psicologia e a pedagogia. Segundo Becker (2003) [6], Piaget enfatiza que as crianças não são receptoras passivas, mas sim agentes que constroem ativamente seu próprio conhecimento. Através de interações cotidianas com pessoas e objetos, elas exploram o ambiente, desenvolvem esquemas mentais e ajustam suas percepções, formando um entendimento progressivamente mais complexo e refinado do mundo. Essa visão estabeleceu a criança como protagonista de seu próprio processo de aprendizagem, valorizando a interação e as experiências práticas como elementos essenciais.

Por influência direta de Piaget, o matemático, cientista e educador africano Seymour Papert aprofundou e expandiu o construtivismo piagetiano, dando origem à Teoria Construcionista. Como aluno de Piaget, Papert compreendeu que o conhecimento é criado e refinado constantemente pelos indivíduos e, mediante a isso, sua grande contribuição foi aliar essa percepção ao potencial emergente dos computadores. Já nas décadas de 1960 e 1970, ele defendia que a tecnologia não

deveria ser um fim em si mesma, mas um instrumento para a construção do saber (RESNICK, 2020) [28].

Na perspectiva de Papert, o computador não deveria ensinar a criança; a criança é que deveria ensiná-lo por meio da programação. Essa inversão de papéis concretizou-se com a criação da linguagem Logo, uma linguagem de programação educacional voltada ao ensino e à aprendizagem, especialmente da Matemática, baseada na elaboração de comandos simples que controlam uma tartaruga gráfica. Essa abordagem favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico, a exploração de conceitos geométricos e a aprendizagem por experimentação, transformando o processo de aprender em um ato de criação, no qual o erro passa a ser compreendido como uma oportunidade positiva para investigar, corrigir e, assim, aprender. (PAPERT, 1985) [22].

Em conformidade com o legado de Piaget e Papert, Mitchel Resnick, pesquisador do MIT Media Lab, transportou os princípios construcionistas para o século XXI e com o auxílio de seu grupo de pesquisa Lifelong Kindergarten, desenvolveu o Scratch, uma linguagem de programação inspirada no Logo, que permite a criação de projetos significativos como parte central do processo educacional. Resnick (2020) [28] defende o modelo do "Jardim de infância para a vida toda", argumentando que a atitude lúdica, a curiosidade e a exploração são cruciais para desenvolver a criatividade em um mundo de constantes mudanças. Para ele, o princípio do "aprender fazendo", proposto por Papert, é fundamental: à medida que as crianças constroem artefatos no mundo real, elas simultaneamente constroem novas e mais robustas ideias em suas mentes, em uma espiral contínua de aprendizagem.

Além disso, Papert e Resnick, em colaboração com a equipe do Media Lab do MIT e o grupo Lifelong Kindergarten, introduziram o conceito de Aprendizagem Criativa, uma metodologia educacional dinâmica concebida como um corpo teórico em constante aprimoramento, nutrido pelas experiências e reflexões de educadores em todo o mundo. Conforme aponta Resnick (2020) [28], essa abordagem promove uma educação centrada no aluno, projetada para estimular a exploração, a experimentação e o pensamento crítico. Para materializar esses objetivos e fomentar o pensamento criativo, o grupo de pesquisa Lifelong Kindergarten, liderado por Resnick, desenvolveu uma estrutura fundamental conhecida como os Quatro Ps da Aprendizagem Criativa, sendo eles Projects (Projetos), Passion (Paixão), Peers (Pares) e Play (Pensar brincando).

O primeiro pilar, **Projects**, sustenta que a aprendizagem é mais eficaz quando os indivíduos estão ativamente engajados na criação de algo concreto, um processo que envolve gerar ideias, construir protótipos e aperfeiçoá-los continuamente. O segundo, **Passion**, reconhece que a motivação é um catalisador poderoso; quando as pessoas trabalham em projetos pelos quais se interessam genuinamente, dedicam-se com mais afincamento e persistência. O terceiro pilar, **Peers**, destaca a natureza social do aprendizado, afirmando que a troca de ideias e a colaboração em um ambiente comunitário enriquecem a experiência, permitindo que os participantes construam conhecimento a partir do trabalho uns dos outros. Por fim, o **Play** envolve uma atitude de exploração lúdica, na qual os estudantes são encorajados a testar novas possibilidades, assumir riscos e desafiar limites, em vez de apenas seguir um roteiro pré-

definido. Juntos, esses quatro elementos formam um ciclo virtuoso que potencializa o desenvolvimento da criatividade e da autonomia intelectual. (RESNICK, 2020) [28].

Diante disso, pode-se concluir que a convergência entre as ideias de Piaget, Papert e Resnick configura não apenas uma linha evolutiva do pensamento educacional, mas uma verdadeira transformação na forma como concebemos o processo de aprendizagem. Ao deslocar o foco da instrução para a construção ativa do conhecimento, esses autores abriram caminho para práticas pedagógicas mais significativas e inclusivas.

### Quadro Comparativo

Eixo	Piaget	Papert	Resnick
Formação	Psicólogo e epistemólogo	Matemático e cientista da computação	Cientista da computação e educador
Vinculação institucional	Universidade de Genebra	MIT	MIT Media Lab
Relação entre eles		Colaborador de Piaget	Aluno de Papert
Base teórica	Construtivismo	Construcionismo	Aprendizagem Criativa
Ideia central	O conhecimento é construído pelo sujeito	Aprende-se melhor construindo objetos	Aprende-se criando, brincando e compartilhando
Visão de aprendizagem (BNCC)	Processo ativo e progressivo	Aprendizagem por projetos	Aprendizagem colaborativa e criativa
Papel do estudante	Sujeito ativo	Autor e programador	Criador e colaborador
Papel do professor	Mediador	Facilitador	Designer de ambiente de aprendizagem
Importância do erro	Parte do desenvolvimento	Depuração e reflexão	Experimentação criativa
Tecnologia	Não central	Ferramenta cognitiva	Meio de expressão
Exemplos de ferramentas	Não tematizada	LOGO	Scratch

**Tabela 3.3:** Comparativo entre Piaget, Papert e Resnick.

### Quadro Comparativo

Eixo	Piaget	Papert	Resnick
Pensamento computacional (BNCC)	Implícito	Central	Central
Matemática	Do concreto ao abstrato	Matemática explorada por meio da programação	Matemática integrada à criação
Metodologias ativas	Base teórica	Projetos e programação	Cultura maker
Competências gerais da BNCC	Fundamenta as Competências Gerais 1 e 2	Fortalece Competências Gerais 2 e 5	Amplia Competências Gerais 4, 5 e 9
Avaliação	Formativa e diagnóstica	Processual	Formativa e contínua
Público-alvo	Educação básica	Educação básica e superior	Todas as idades

**Tabela 3.4:** Comparativo entre Piaget, Papert e Resnick.

### 3.3 Desafios e possibilidades na Educação Básica

A educação, segundo a UNESCO, deve se sustentar sobre quatro pilares fundamentais: **Aprender a conhecer**, que envolve o desenvolvimento da curiosidade intelectual e da capacidade de compreender o mundo; **Aprender a fazer**, relacionado à aplicação do conhecimento em contextos práticos e à capacidade de enfrentar desafios concretos; **Aprender a conviver**, que propõe a valorização do outro, da cooperação e da construção de uma sociedade mais justa; e **Aprender a ser**, que contempla o desenvolvimento integral do indivíduo, promovendo autonomia, responsabilidade e pensamento crítico. Esses princípios apontam para uma visão de educação mais ampla, integradora e conectada à realidade do estudante.

No entanto, quando observamos o ensino da Matemática na Educação Básica, percebemos um descompasso entre esses ideais e a prática escolar. Historicamente, o saber matemático foi essencialmente utilitário, voltado à resolução de problemas concretos. Com o tempo, porém, a disciplina passou a ser ensinada de forma cada vez mais abstrata, centrada na lógica interna dos conteúdos e desvinculada de seu uso cotidiano. Essa separação entre teoria e prática tornou-se um dos maiores desafios do ensino contemporâneo, resultando, muitas vezes, na fragmentação do conhecimento e na perda de sentido para o estudante.

A pesquisadora Jo Boaler (2018) [7] destaca que muitos alunos percebem a Matemática escolar como um conjunto de fórmulas, regras e procedimentos descontextualizados, voltados apenas para responder provas. Em contraste, a Matemática do mundo real é um fenômeno cultural e dinâmico, voltado à investigação de padrões

e à compreensão do ambiente ao nosso redor. Essa desconexão entre a Matemática ensinada e a vivida gera desmotivação, insegurança e uma sensação de inutilidade do conhecimento aprendido.

Ao relacionar as competências gerais da BNCC, vistas no capítulo 2, e os aspectos da cultura maker, percebe-se uma convergência em torno da formação de sujeitos autônomos, críticos e criativos, preparados para enfrentar os desafios de uma sociedade em constante transformação. As competências gerais da BNCC orientam para o desenvolvimento integral do estudante, estimulando a capacidade de aprender a aprender, de lidar com informações em diferentes contextos e de agir com responsabilidade social e ambiental.

Nesse contexto, a cultura maker surge como uma abordagem pedagógica que concretiza esses propósitos, ao valorizar a experimentação, a colaboração e a resolução de problemas reais por meio da criatividade e da inovação. Assim, integrar a cultura maker ao processo educativo significa potencializar o cumprimento das diretrizes da BNCC e das finalidades da Educação Básica, favorecendo uma aprendizagem significativa, conectada ao mundo contemporâneo e à realidade dos estudantes.

Portanto, a cultura maker não apenas dialoga com a BNCC, mas também amplia suas possibilidades de aplicação no ensino da Matemática, ao incentivar práticas pedagógicas que valorizam a criatividade, a cooperação, a autonomia e a responsabilidade social. Ao promover experiências de aprendizagem mais investigativas e colaborativas, essa abordagem contribui para a formação de estudantes capazes de compreender e atuar de forma crítica e inovadora na sociedade contemporânea.

Diante do que foi apresentado ao longo deste capítulo, observa-se que a integração entre cultura maker e metodologias ativas representa uma possibilidade concreta de ressignificar o ensino da Matemática na Educação Básica. Nessa perspectiva, as contribuições de D'Ambrosio (2012) [13] reforçam a importância de um ensino que ultrapasse a mera reprodução de técnicas e procedimentos, permitindo que o estudante compreenda o mundo ao seu redor e atue de maneira crítica na sociedade.

É nesse contexto que se insere a proposta desta dissertação, que busca explorar o potencial pedagógico do Arduino como ferramenta de prototipagem e experimentação no ensino de Matemática, possibilitando aos estudantes vivenciar conceitos matemáticos por meio da investigação, da construção e da resolução de problemas em situações concretas.

## Tecnologias Digitais e Robótica no Processo Educacional

---

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) destaca que o conhecimento matemático é indispensável a todos os alunos da Educação Básica, uma vez que constitui um sistema abstrato capaz de oferecer instrumentos para compreender fenômenos, interpretar informações e formular argumentações consistentes em diferentes contextos. Embora a Matemática seja uma ciência de caráter hipotético-dedutivo, sua aprendizagem não pode prescindir da dimensão heurística, que se manifesta por meio da experimentação, da exploração de hipóteses e da construção de significados. Nesse contexto, as tecnologias digitais e os recursos inovadores assumem papel essencial ao favorecer experiências pedagógicas mais dinâmicas, interativas e contextualizadas.

Nesse cenário, torna-se relevante compreender que as tecnologias digitais não atuam apenas como ferramentas auxiliares no ensino, mas também como elementos que influenciam a própria produção do conhecimento matemático. Nesse sentido, Borba (2014) [8] argumenta que o conhecimento é construído por coletivos formados por seres humanos e mídias, nos quais diferentes tecnologias participam ativamente da reorganização do pensamento matemático. Assim, computadores, softwares, ambientes digitais e dispositivos tecnológicos passam a integrar os processos de aprendizagem, ampliando as possibilidades de investigação, experimentação e construção de significados no ensino de Matemática.

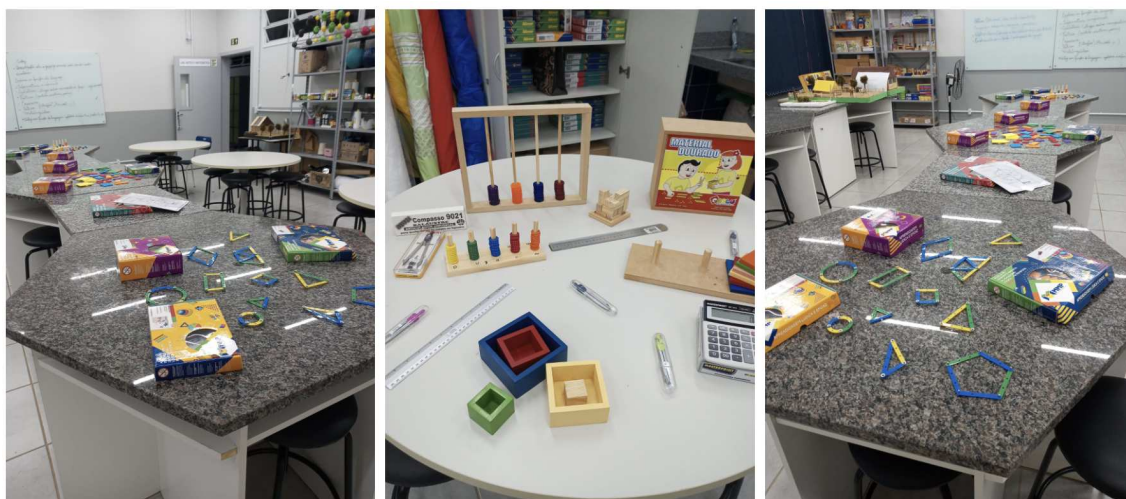
Lucena (2017) [30] destaca que a escolha de tecnologias como ferramentas de ensino deve estar alinhada não apenas aos recursos disponíveis, mas, principalmente, aos objetivos educacionais e ao planejamento pedagógico que orienta a prática docente. Nesse sentido, o laboratório de Matemática, compreendido por Abreu (1997) [1] como um espaço de experimentação e construção do conhecimento, favorece a adoção de metodologias como a resolução de problemas, a aprendizagem ativa, o trabalho colaborativo e o uso de atividades investigativas e lúdicas. Esses ambientes possibilitam que os estudantes explorem materiais diversos, formulem e testem estratégias, reflitam criticamente sobre conceitos matemáticos e desenvolvam o raciocínio lógico, tornando a aprendizagem mais significativa, desafiadora e inclusiva, além de contribuir para o desenvolvimento de competências e para a superação de

dificuldades de aprendizagem.

Outro recurso relevante é a utilização de jogos e da gamificação como estratégias pedagógicas. Prensky (2012) [25] defende que o aprendizado, quando inserido no contexto de jogos, ganha sentido e engajamento, deixando de ser percebido como uma atividade monótona. Já McGonigal (2012) [19] identifica quatro características fundamentais dos jogos: a definição de metas, que confere propósito; as regras, que limitam, mas, ao mesmo tempo, estimulam a criatividade; o feedback, que fornece motivação para continuar jogando; e a participação voluntária, que se dá na liberdade de entrar e sair de um jogo, transformando o desafio em uma experiência prazerosa. A aprendizagem baseada em jogos, portanto, favorece a prática, o aprendizado por meio de erros, a descoberta e o questionamento orientado, consolidando uma metodologia ativa de grande potencial.

Além disso, a construção de algoritmos e a programação despontam como práticas fundamentais para a formação contemporânea. Ainda que os algoritmos façam parte da Matemática muito antes do surgimento da computação digital, seu ensino associado à programação amplia as possibilidades de compreensão e aplicação.

Assim, o uso de laboratórios de Matemática, da gamificação e da programação não representa apenas uma inovação metodológica, mas uma mudança de paradigma: a aprendizagem torna-se ativa, criativa e orientada para o protagonismo do estudante. Ao articular tecnologia, Matemática e experimentação, a escola do século XXI se fortalece como espaço de construção de saberes conectados às demandas sociais e ao desenvolvimento de competências essenciais.



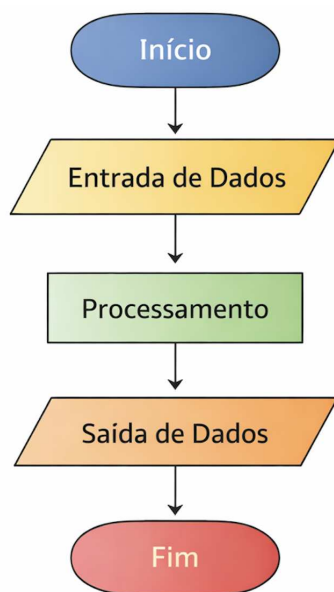
**Figura 4.1:** Laboratório de Matemática do Instituto Federal do Paraná - Campus Capanema. Fonte: <https://ifpr.edu.br/capanema/nossos-cursos/graduacao/licenciatura-em-matematica/laboratorio-de-matematica/> (2025).

## 4.1 O computador como instrumento de construção do conhecimento

Seymour Papert, ao contrário da perspectiva de Piaget sobre o desenvolvimento do pensamento formal apenas a partir dos 12 anos, argumenta que o computador pode antecipar e concretizar essa forma de raciocínio. Para ele, quando uma criança aprende a programar, seu processo de aprendizagem é transformado, pois o conhecimento se relaciona a um propósito pessoal, experienciado e, por isso, consolidado. E, mais ainda, Seymour defende que o computador deve ser concebido como um instrumento para a construção do conhecimento, não apenas como máquina de cálculos ou execução de comandos, visto que, ao programar o estudante é levado a refletir sobre o processo, a analisar o resultado obtido e, sobretudo, a pensar sobre o próprio pensamento (GALVÃO, 2024) [14].

Desse modo, a metáfora do computador como uma entidade que fala a linguagem da Matemática possibilita ao estudante uma nova relação com o conhecimento, aproximando teoria e prática em uma experiência significativa.

Quando se fala em computador, é fundamental compreender o conceito de algoritmo. Cormen (2002) [12] define o algoritmo como um procedimento computacional bem definido, capaz de receber valores de entrada e produzir, a partir deles, valores de saída. Em outras palavras, trata-se de uma sequência estruturada de comandos e controles que transforma dados em informações. Para que isso seja possível, esses valores devem ser expressos em uma linguagem e em um formato que possam ser processados pelo computador, o que evidencia a necessidade de compreender os tipos de dados, as variáveis e as operações que os envolvem.



**Figura 4.2:** Fluxograma representando um algoritmo simples, evidenciando as etapas de entrada de dados, processamento e saída, ilustrando o fluxo lógico de execução de um procedimento computacional. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Na computação, existem tanto tipos de dados simples quanto estruturas mais complexas. Os tipos simples representam dados elementares, como números inteiros, reais, caracteres, lógicos ou até mesmo números complexos. Já as estruturas de dados organizam conjuntos maiores e mais complexos de informações, tais como listas, matrizes, tabelas, pilhas, filas, árvores e grafos, permitindo a manipulação de informações em níveis mais sofisticados. Para armazenar e manipular essas informações, utilizam-se variáveis, que são identificadores associados a posições de memória. Assim, uma variável inteira pode ser utilizada em operações aritméticas, uma variável real em cálculos de maior precisão, uma variável caractere na manipulação de cadeias de texto e uma variável booleana na representação de valores lógicos.

Além da manipulação de dados, a lógica computacional exige estruturas de controle, que organizam a execução das instruções. As estruturas condicionais, por exemplo, permitem que um conjunto de comandos seja executado apenas quando uma condição lógica é verdadeira. Na forma simples (*se/então*), o comando é realizado caso a condição seja satisfeita e ignorado caso contrário, como em um programa que acende um LED apenas quando um sensor de distância identifica a presença de um objeto a menos de 20 cm. Já na forma composta (*se/então/senão*), existem dois caminhos possíveis, garantindo que sempre haja uma ação a ser executada; por exemplo, ao verificar se um ângulo medido é menor que  $90^\circ$ , o sistema pode indicar em um display se o ângulo é agudo ou obtuso, conforme o resultado da condição.

Outro recurso essencial da lógica computacional são as estruturas de repetição, responsáveis por executar um mesmo conjunto de instruções diversas vezes, enquanto uma condição se mantiver verdadeira ou até que um critério de parada seja atingido. Essas estruturas aparecem em diferentes linguagens de programação por meio de comandos como *enquanto*, *repita* e *para*. É fundamental definir corretamente a condição de parada, pois uma implementação inadequada pode resultar em *loops* infinitos, isto é, repetições sem fim, exigindo o encerramento forçado do programa. Esse cuidado contribui para que o aluno compreenda não apenas o funcionamento das repetições, mas também a importância do planejamento lógico na construção de algoritmos.

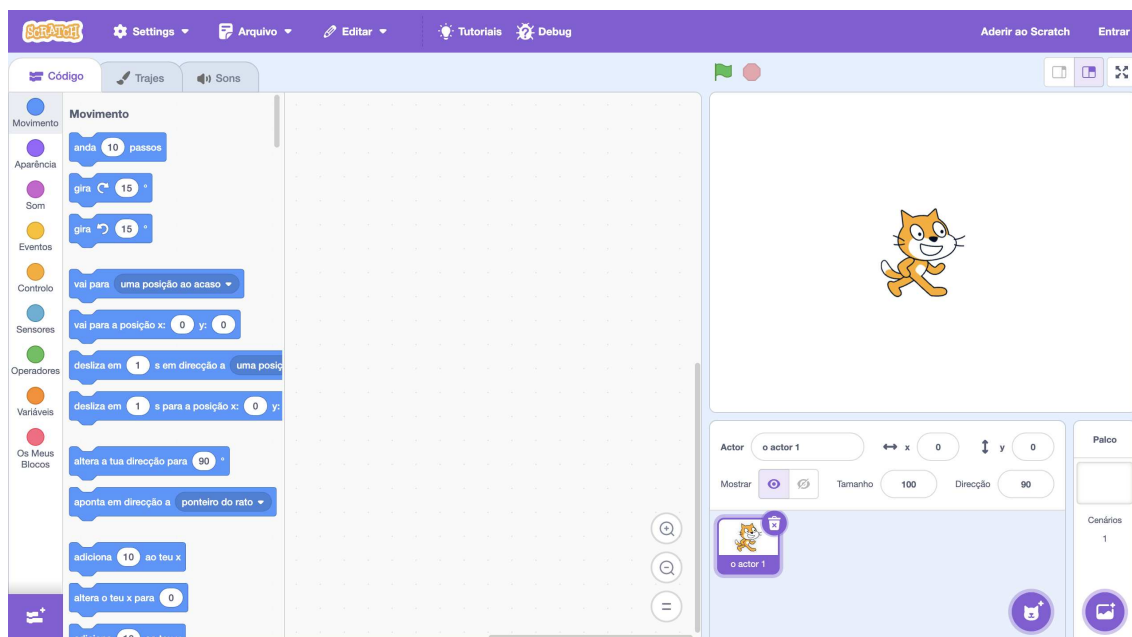
Dessa forma, a aprendizagem de algoritmos e programação vai além da simples memorização de comandos: trata-se de desenvolver uma forma estruturada e criativa de pensar, em que o estudante aprende a analisar problemas, formular estratégias e avaliar resultados. Esse processo dialoga diretamente com a proposta de Papert, segundo a qual programar não é apenas interagir com uma máquina, mas exercitar o pensamento crítico, a autonomia e a capacidade de transformar ideias em soluções.

## 4.2 O Scratch como ferramenta digital

Os avanços tecnológicos têm proporcionado o surgimento de diversas ferramentas digitais que impactam diretamente a educação. Entre elas, destaca-se o Scratch, uma linguagem de programação educativa, desenvolvida pelo MIT Media Lab com o objetivo de tornar o ensino de programação acessível e intuitivo. Lançado em 2007 pelo Lifelong Kindergarten Group, o Scratch se fundamenta em blocos visuais de programação e foi criado especialmente para crianças e iniciantes, permitindo

que os usuários construam histórias interativas, jogos e animações. Diferentemente das linguagens tradicionais, que exigem sintaxe e códigos complexos, sua estrutura em blocos facilita a compreensão dos conceitos básicos da lógica computacional, democratizando o acesso ao pensamento computacional. Segundo Resnick, um dos idealizadores do projeto, a intenção principal é estimular a criatividade, o raciocínio lógico e a colaboração entre os estudantes, preparando-os para uma atuação mais crítica e participativa no mundo digital.

O uso do Scratch como ferramenta pedagógica apresenta inúmeros benefícios. Primeiramente, possibilita o desenvolvimento do raciocínio lógico e do pensamento estruturado, essenciais não apenas na programação, mas em diferentes áreas do conhecimento. Além disso, promove o trabalho colaborativo, uma vez que os projetos podem ser compartilhados em uma comunidade global. Outro ponto relevante é o estímulo à criatividade e à autonomia, pois cada aluno pode personalizar seus projetos de acordo com seus interesses, integrando conceitos de Matemática, artes, ciências ou narrativas. Dessa forma, o Scratch não apenas ensina programação, mas também favorece a interdisciplinaridade e a construção de competências previstas na BNCC, como resolução de problemas, pensamento crítico e protagonismo estudantil.

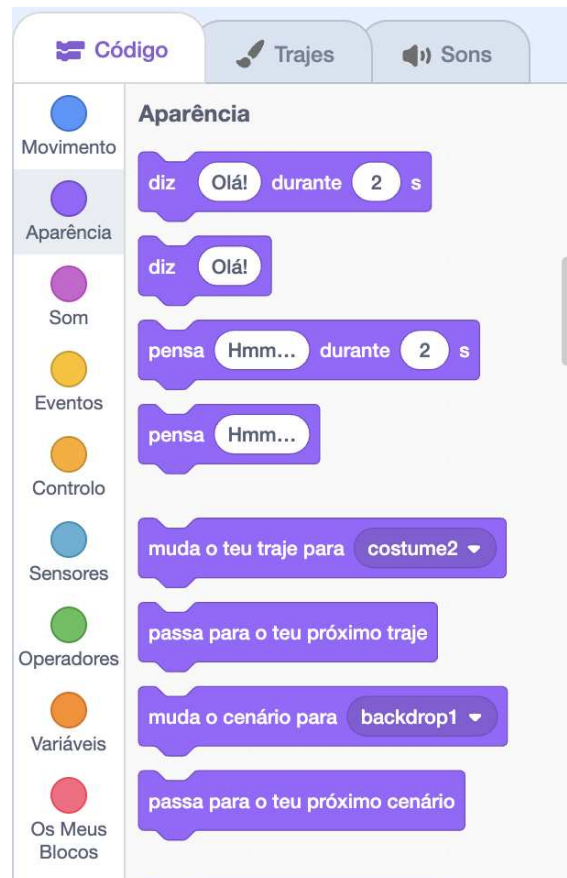


**Figura 4.3:** Janela de criação do Scratch. Fonte: Elaborada pela autora com base em captura de tela do site <https://scratch.mit.edu> (2025).

Na imagem apresentada acima, observa-se a interface principal do Scratch:

1. **Menu superior:** aqui estão as opções de configurações, salvar/abrir arquivos e acessar tutoriais, renomear o projeto, alterar a linguagem padrão, entre outros.
2. **Categorias de blocos (à esquerda):** no Scratch, os blocos são organizados por cores e funções específicas. Entre eles, destacam-se: Movimento (azul), responsáveis por deslocar os personagens na tela; Aparência (roxo), que controlam trajes e efeitos visuais; Som (rosa), que acrescentam elementos sonoros; Eventos

(amarelo), que disparam ações a partir de determinadas condições; Controle (laranja), que reúnem comandos de repetição e condicionais; Sensores (azul-claro), que identificam interações entre personagens e o ambiente; Operadores (verde), voltados para operações matemáticas e lógicas; Variáveis (laranja), que armazenam e manipulam dados; e, por fim, Meus Blocos (vermelho), que possibilitam a criação de comandos personalizados. É importante observar que blocos de formato elíptico representam valores numéricos ou strings, enquanto os hexagonais correspondem a valores booleanos.



**Figura 4.4:** Blocos de criação do Scratch. Fonte: Elaborada pela autora com base em captura de tela do site <https://scratch.mit.edu> (2025).

3. **Área de blocos (coluna central):** os comandos disponíveis em cada categoria podem ser arrastados e combinados para formar os scripts. No exemplo, está aberta a aba Movimento, com blocos que controlam o deslocamento e a rotação do personagem.
4. **Palco (à direita):** os personagens (atores) executam as instruções programadas. No caso, aparece o gato laranja, mascote do Scratch.
5. **Janela de atores (parte inferior direita):** mostra todos os personagens adicionados ao projeto, permitindo editar, ocultar ou excluir cada um.
6. **Propriedades do ator selecionado:** localizadas logo acima da janela de

atores, indicam a posição (coordenadas  $x$  e  $y$ ), o tamanho e a direção do personagem no palco.

7. **Controle de zoom e ajuste da área de blocos (canto inferior direito da área de programação):** úteis para visualizar ou organizar melhor os scripts.
8. **Botão de bandeira verde e botão vermelho (acima do palco):** usados para iniciar e parar a execução do projeto.

Essa interface visual foi pensada para ser simples e intuitiva, permitindo que o aluno aprenda por meio da prática, experimentação e exploração criativa. Ao integrar o Scratch no processo educativo, o professor não apenas ensina programação, mas também proporciona um espaço de autoria, inovação e engajamento, aproximando a aprendizagem da realidade digital vivenciada pelos estudantes.

### 4.3 Robótica aplicada ao ensino básico

As inovações tecnológicas e as transformações intensas da contemporaneidade impõem à sociedade a necessidade de assimilação e acomodação <sup>1</sup> constantes. Seus impactos se manifestam em diferentes esferas, especialmente no âmbito social, econômico e educacional, exigindo da escola respostas criativas e adaptativas para preparar os indivíduos diante de tais mudanças.

Tendo em vista que cada sujeito é único, com habilidades, competências e ritmos de aprendizagem próprios, a personalização do ensino não se apresenta como uma opção, mas como uma necessidade pedagógica. A aprendizagem cooperativa, por exemplo, aproveita os diferentes olhares e talentos de cada indivíduo, reconhecendo que ninguém domina todas as áreas do conhecimento e que a interação entre pares pode enriquecer os processos formativos.

O saber, nesse sentido, constitui-se na mediação pedagógica, na motivação e na utilização criativa de recursos e estratégias de ensino. Cabe ao professor favorecer a autonomia dos estudantes, instigando-os a buscar, produzir e reconstruir conhecimentos. Aprender, nesse cenário, envolve não apenas acumular informações, mas desenvolver a capacidade de criar, imaginar e refletir criticamente.

A tecnologia, por sua vez, tornou-se uma ferramenta indispensável no processo educativo. Contudo, seu uso não garante, por si só, resultados significativos. Para que haja efetiva construção de conhecimento, é necessário que a inserção tecnológica seja acompanhada de intencionalidade pedagógica, reflexão crítica e práticas orientadas, evitando que sua função se restrinja a meros instrumentos de reprodução.

O termo robô tem sua origem na palavra tcheca *robota*, que foi introduzida em 1920 pelo escritor Karel Apek em uma obra de ficção científica que explorava

---

<sup>1</sup>Neste trabalho, os termos *assimilação* e *acomodação* são utilizados em sentido conceitual ampliado, inspirados na teoria do desenvolvimento cognitivo de Jean Piaget. A assimilação refere-se à incorporação de novas informações ou tecnologias a estruturas já existentes, enquanto a acomodação diz respeito à reorganização ou transformação dessas estruturas diante de novas demandas, não sendo empregada aqui no sentido coloquial de simples adaptação passiva ou ajuste superficial.

a concepção de homens-máquinas. Décadas mais tarde, em 1942, Isaac Asimov contribuiu significativamente para o imaginário e a reflexão ética sobre a robótica ao propor três leis e, posteriormente, acrescentar uma quarta, chamada de Lei Zero (BALDESSAR; SANTOS, 2023) [4]. Sendo estas:

- 1- Um robô não pode atentar contra um ser humano nem, permanecendo passivo, deixar esse ser humano exposto ao perigo.
- 2- Um robô deve obedecer às ordens dadas pelos seres humanos, salvo se essas ordens estiverem em contradição com a primeira lei.
- 3- Um robô deve proteger sua existência na medida em que esta proteção não esteja em contradição com a primeira e segunda leis.

Lei zero- Um robô não deve fazer mal à humanidade como um todo, ou, permanecer passivo numa situação que prejudique a humanidade.

Essas diretrizes, ainda que ficcionais, anteciparam debates atuais sobre segurança, responsabilidade e os limites da autonomia das máquinas frente ao ser humano.

O desenvolvimento efetivo da robótica se consolidou no início da década de 1960, mais precisamente em 1961, com Joseph Engelberger e a criação do robô Unimate, considerado o primeiro robô industrial. Esse período corresponde à chamada primeira geração de robôs, caracterizada por sistemas de controle rígido e programação fixa. Inicialmente, tratava-se de uma estrutura puramente mecânica, capaz de executar tarefas repetitivas, como manipulação de objetos, pintura, soldagem e polimento, demonstrando o potencial de automação no ambiente produtivo.

A evolução tecnológica, especialmente a partir das décadas de 1970 e 1980, levou ao surgimento da segunda geração de robôs, marcada pela introdução de sensores e sistemas de realimentação. Esses recursos permitiam que os robôs percebessem o ambiente e ajustassem suas ações de acordo com a tarefa em execução. Esse avanço representou um salto qualitativo, pois os robôs deixaram de atuar de forma estritamente pré-programada e passaram a responder a informações do contexto.

A partir do final do século XX e início do século XXI, consolida-se a chamada terceira geração de robôs, caracterizada pelo aumento da autonomia e pela integração com técnicas de inteligência artificial. Nesse estágio, as máquinas passaram a apresentar maior capacidade de tomada de decisão, aprendizagem e execução de tarefas de forma mais independente, aproximando-se do conceito de agentes inteligentes. Nesse cenário, a robótica deixou de ser apenas uma ferramenta de automação industrial e passou a constituir um campo de pesquisa e aplicação com implicações sociais, econômicas e éticas profundas, exigindo reflexão crítica sobre o papel das máquinas no cotidiano humano.

Esse percurso, além de mostrar avanços técnicos, revela também a incorporação da robótica ao campo da educação, sobretudo a partir das contribuições de Seymour Papert e da linguagem Logo, que inspiraram práticas construcionistas voltadas ao protagonismo do estudante. Assim, a Robótica Educacional, ancorada no construcionismo de Papert, alia teoria e prática, favorecendo o desenvolvimento de competências

como o raciocínio lógico, a criatividade, a autonomia e a capacidade de resolver problemas. Zilli (2004) [29] destaca ainda benefícios como a interdisciplinaridade, a motricidade fina, a organização, a disciplina, a responsabilidade, a concentração e a perseverança, demonstrando que a robótica pode ser um recurso potente para promover aprendizagens significativas.

É válido ressaltar que, como visto no capítulo 2, das Competências Gerais da BNCC, os itens 2 e 5 enfatizam o uso da tecnologia no ensino básico, como meio de exercitar a curiosidade intelectual, a investigação científica, a análise crítica, a criatividade e a utilização reflexiva das tecnologias digitais. Ao integrar robótica e educação, amplia-se a possibilidade de formar sujeitos protagonistas, capazes de comunicar-se, resolver problemas e exercer autoria em diferentes dimensões da vida social e profissional.



**Figura 4.5:** Representação da linguagem LOGO. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o ChatGPT (2025).

Mais do que um recurso instrumental, a robótica desperta o prazer de conhecer, descobrir e criar, transformando em prática concreta aquilo que antes permanecia apenas no campo das hipóteses. Trata-se de um espaço para imaginar, raciocinar e inventar, unindo teoria e experimentação. Ao promover essa experiência, a robótica insere-se em um cenário mais amplo de mudanças, em que as novas tecnologias reconfiguram tanto as formas de ensinar e aprender quanto as relações sociais e profissionais.

Esse movimento está inserido no que se pode chamar de uma verdadeira revolução do saber, cujas consequências são profundas. A primeira delas refere-se à obsolescência acelerada das competências profissionais, em que, pela primeira vez na história, a maioria das habilidades adquiridas no início da carreira tende a se tornar insuficiente antes de seu término. A segunda consequência é o crescimento exponencial e contínuo da circulação de conhecimentos, intensificado pelas redes digitais e pela democratização da informação. Por fim, destaca-se o papel do ciberespaço como suporte de tecnologias intelectuais que ampliam e transformam funções cognitivas

humanas, oferecendo novas formas de interação e criação (BALDESSAR; SANTOS, 2023) [4].

Diante disso, torna-se relevante repensar os modelos educacionais, superando a lógica da transmissão e da memorização dos conteúdos em favor de práticas que estimulem a criticidade, a criatividade, a colaboração e o protagonismo. Além disso, reconhece-se que a aprendizagem não ocorre apenas dentro da escola: cada vez mais, os indivíduos constroem saberes em espaços sociais e profissionais, o que desafia os sistemas de ensino a valorizar e legitimar esses conhecimentos (BALDESSAR; SANTOS, 2023) [4].

Assim, o conhecimento na contemporaneidade deixa de ser fixo, centralizado e restrito a instituições formais, configurando-se como dinâmico, compartilhado e em constante construção. A educação, portanto, deve preparar os sujeitos para aprender, desaprender e reaprender continuamente, formando cidadãos capazes de atuar de maneira crítica e criativa em um mundo em transformação (BALDESSAR; SANTOS, 2023) [4].

#### **4.4 A inteligência artificial como ferramenta de ensino**

A inteligência artificial, especialmente em sua forma mais conhecida atualmente, a chamada IA generativa, ganhou grande destaque nos últimos anos por sua capacidade de criar textos, imagens, músicas e até resolver problemas de maneira rápida e criativa. Embora o campo da IA tenha surgido há décadas, foi com o avanço dessas ferramentas acessíveis ao público em geral que seu impacto se tornou mais evidente. No contexto educacional, essa tecnologia chega para transformar e apoiar tanto professores quanto alunos, oferecendo recursos que podem facilitar o planejamento das aulas, enriquecer as explicações e criar experiências de aprendizagem mais personalizadas e envolventes.

A inteligência artificial (IA) constitui-se em uma das mais significativas inovações tecnológicas contemporâneas, ao desenvolver sistemas capazes de processar grandes volumes de dados e produzir informações de forma ágil e precisa. Embora busque simular certos aspectos da inteligência humana, sua relevância não está apenas na sofisticação técnica, mas sobretudo em sua capacidade de aplicação em diversas áreas, incluindo a educação. No contexto escolar, a IA pode assumir papéis que vão desde a automação de tarefas administrativas até a personalização de percursos formativos, otimizando processos e permitindo que o professor concentre seus esforços no que é essencial: o ensino (PSCHEIDT, 2024) [26].

O papel da IA no ambiente escolar é amplo, podendo ser uma ferramenta útil desde a automação de tarefas administrativas até a personalização do aprendizado. Ao considerar ritmos, estilos de aprendizagem e níveis de compreensão, ela viabiliza jornadas personalizadas, promovendo maior engajamento e favorecendo a construção de conhecimentos significativos. Contudo, seu uso demanda compreender as possibilidades e limites das ferramentas, estabelecer princípios éticos de uso, preservar a privacidade e autonomia dos estudantes, além de educar para a cidadania digital. O uso responsável da IA implica também avaliar continuamente seu impacto no

processo de aprendizagem, incentivando os alunos a desenvolver uma postura crítica em relação às informações que lhes são apresentadas.

Entre as estratégias de maior impacto, destacam-se os jogos educacionais e a gamificação apoiados por IA, capazes de tornar a aprendizagem mais dinâmica, envolvente e motivadora. Esses recursos favorecem a prática, a descoberta e a aprendizagem a partir dos erros, além de despertarem nos estudantes um senso de conquista. No entanto, é indispensável que os objetivos pedagógicos se mantenham como prioridade, de modo que os elementos lúdicos não ofusquem a intencionalidade educativa. Ao mesmo tempo, as plataformas de IA podem criar ambientes de aprendizagem seguros, permitindo que os estudantes explorem conteúdos em seu próprio ritmo, façam perguntas sem receio de julgamentos e experimentem a educação como um processo contínuo, para além dos limites da sala de aula (PSCHEIDT, 2024) [26].

Embora a IA ofereça inúmeras possibilidades, ela traz consigo desafios que não podem ser ignorados. Um deles é a dependência excessiva dessas ferramentas, que pode enfraquecer a autonomia dos estudantes se não houver mediação adequada. Outro é a equidade no acesso, visto que nem todas as escolas dispõem de recursos para implementar tecnologias dessa natureza. Além disso, faz-se necessário formar professores capazes de atuar criticamente nesse novo contexto. Não basta que os educadores convivam com a IA: é imprescindível que aprendam a colaborar com ela, moldando-a como uma ferramenta a serviço da prática pedagógica (PSCHEIDT, 2024) [26].

É importante ressaltar quanto aos riscos de vieses presentes nos modelos de IA, que tendem a reproduzir preconceitos existentes nos dados de treinamento. Desse modo, é essencial monitorar e realizar auditorias constantes, a fim de assegurar precisão, imparcialidade e confiabilidade. Ainda que a IA se apresente como facilitadora no processo educativo, oferecendo recursos, personalizando experiências e ampliando possibilidades, é necessário reforçar que o protagonismo da aprendizagem continua pertencendo aos estudantes. No contexto da cultura maker, por exemplo, a IA pode orientar e potencializar projetos, mas a criatividade, a curiosidade e a capacidade de imaginar e construir permanecem nas mãos dos aprendizes (PSCHEIDT, 2024) [26].

Assim, a integração da inteligência artificial ao ensino não substitui o professor, mas amplia suas possibilidades de atuação, tornando o processo de ensino e aprendizagem mais dinâmico e conectado com as demandas do mundo atual. Quando usada de forma crítica, ética e responsável, ela se transforma em uma aliada poderosa para preparar cidadãos criativos, autônomos e capazes de enfrentar os desafios de um mundo em constante transformação.

Nesse cenário de crescente integração entre tecnologias digitais e educação, é importante reconhecer que tais recursos não atuam apenas como instrumentos auxiliares no ensino, mas também influenciam a forma como o conhecimento matemático é produzido e compartilhado. Borba (2014) [8] discute que as tecnologias digitais vêm passando por diferentes fases no contexto educacional, ampliando as possibilidades de investigação, comunicação e construção coletiva do conhecimento. Assim, ao incorporar recursos como ambientes de programação, robótica educacional e ferramentas

baseadas em inteligência artificial, o ensino de Matemática pode favorecer práticas mais exploratórias, colaborativas e investigativas, aproximando o estudante de uma postura mais ativa na construção do saber.



**Figura 4.6:** Representação de um Chatbot sendo usado para o aprendizado de Matemática. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o ChatGPT (2025).

## Conhecendo o Arduino

---

O Arduino é uma plataforma de prototipagem eletrônica que combina acessibilidade, flexibilidade e caráter colaborativo. Trata-se de uma plataforma baseada em hardware e software livres, desenvolvida em 2005, na Itália, pelo Interaction Design Institute Ivrea. Desde sua concepção, o projeto buscou democratizar o acesso à tecnologia, permitindo que artistas, designers, hobbistas e pesquisadores criassem soluções interativas de maneira simples e a baixo custo.

Devido ao fato de ser um hardware de código aberto e livre, qualquer pessoa pode ter acesso à documentação da placa, reproduzi-la, modificá-la e até comercializá-la, desde que as alterações sejam igualmente disponibilizadas à comunidade. Esse modelo de compartilhamento e colaboração fortalece um ecossistema inovador, em que o conhecimento não é restrito, mas sim constantemente ampliado por diferentes usuários ao redor do mundo.

No aspecto técnico, o Arduino é capaz de interagir com o ambiente por meio de sensores conectados aos seus pinos de entrada, captando dados como temperatura, luz, som ou movimento. Paralelamente, pode atuar sobre o ambiente externo ao acionar atuadores como motores, luzes e outros dispositivos, ampliando suas possibilidades de aplicação. Dessa forma, a plataforma se insere em um campo de atuação extremamente amplo, que abrange áreas tão distintas quanto a impressão 3D, a robótica, a engenharia de transportes, a agricultura de precisão, a música e até mesmo a moda.

Outro aspecto relevante é que o Arduino utiliza uma linguagem de programação própria baseada em Wiring, a qual, por sua vez, tem como fundamento as linguagens C e C++, amplamente utilizadas no desenvolvimento de sistemas computacionais. O grande diferencial dessa abordagem está na simplicidade e na flexibilidade: iniciantes conseguem criar protótipos em pouco tempo, ao mesmo tempo em que usuários mais experientes podem desenvolver projetos de maior complexidade. Além disso, embora a programação tradicional do Arduino seja realizada por meio do Arduino IDE, utilizando Wiring, é possível integrá-lo a ambientes de programação visual baseados em blocos, inspirados no Scratch, como o Scratch for Arduino (S4A). Ressalta-se, ainda, que os programas desenvolvidos podem operar de forma autônoma sem a necessidade de conexão contínua com o computador.

Por fim, vale destacar que tanto o software quanto os desenhos das placas <sup>1</sup> estão disponíveis de forma gratuita e aberta. Essa característica reforça não apenas a liberdade de adaptação às necessidades de cada usuário, mas também o espírito colaborativo que sustenta a plataforma. Assim, seja por sua acessibilidade, sua versatilidade ou pela força de sua comunidade, o Arduino consolida-se como uma ferramenta útil para a educação, a inovação e o desenvolvimento de soluções criativas em escala global.

## 5.1 Sistemas eletrônicos

O funcionamento do Arduino está diretamente ligado à lógica dos sistemas eletrônicos. Em essência, um sistema eletrônico é formado por circuitos que interagem entre si com o objetivo de alcançar um determinado resultado. Para compreender melhor essa dinâmica, costuma-se dividir os sistemas em três partes principais: entradas, processamento e saídas.

As entradas correspondem aos sensores, dispositivos capazes de captar informações do ambiente físico — como luz, temperatura, pressão, movimento, som ou até mesmo gases — e transformá-las em sinais elétricos. Dessa forma, elementos como sensores de temperatura, fotocélulas, potenciômetros ou botões funcionam como pontos de coleta de dados do mundo real.

Já as saídas são os dispositivos responsáveis por transformar esses sinais elétricos em ações perceptíveis. Motores que geram movimento, LEDs que emitem luz e buzzers que produzem som são exemplos claros de como os sinais podem se materializar em resultados concretos. É nesse ponto que o Arduino ganha protagonismo, pois possibilita integrar diferentes entradas e saídas em um mesmo projeto, adicionando múltiplas funcionalidades. As entradas e as saídas de um sistema eletrônico são consideradas como sinais variáveis.

Entre a entrada e a saída está o processamento de sinais, geralmente realizado por microcontroladores. São circuitos integrados construídos para manipular, interpretar e transformar os sinais de voltagem e corrente vindos dos sensores (entradas) e ativar determinadas ações de saída, que devem ser executadas.

É importante destacar ainda que os sinais podem ser classificados em digitais ou analógicos. Os sinais digitais, também chamados de variáveis discretas, assumem apenas dois estados possíveis — como ligado e desligado, verdadeiro e falso ou, em termos de lógica binária, 1 e 0. Um exemplo simples é o interruptor de uma campainha, que só pode estar pressionado ou não. Já os sinais analógicos são contínuos e podem assumir uma infinidade de valores dentro de um intervalo. Grande parte dos fenômenos naturais, como som, luminosidade e temperatura, se enquadra nessa categoria. O caso de um microfone analógico ilustra bem essa lógica: ele capta ondas sonoras analógicas, converte-as em variações de tensão elétrica e, por meio de um amplificador, permite que a voz de um palestrante seja ouvida por uma grande

---

<sup>1</sup>Os desenhos das placas referem-se aos esquemas eletrônicos e aos projetos das placas de circuito impresso (PCB), que compõem o hardware do Arduino. Esses arquivos descrevem a estrutura física da placa e permitem sua reprodução, modificação e adaptação, caracterizando o Arduino como uma plataforma de hardware aberto.

plateia.

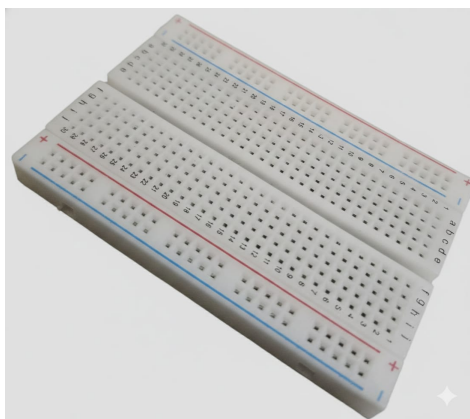
Assim, compreender os sistemas eletrônicos é essencial para explorar todo o potencial do Arduino, pois é entre entradas, processamentos e saídas que a tecnologia se torna capaz de interagir com o ambiente e resolver problemas de forma criativa.

## 5.2 Componentes e sensores

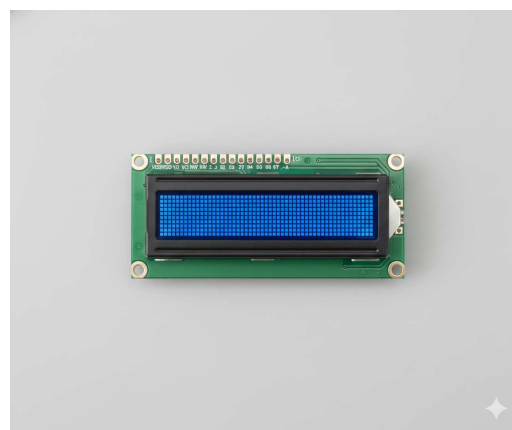
Para compreender o funcionamento dos projetos desenvolvidos neste trabalho com o Arduino, é fundamental conhecer alguns de seus principais componentes e sensores, que desempenham papéis essenciais na construção de sistemas eletrônicos interativos. No contexto educacional, esses elementos permitem que conceitos abstratos sejam explorados por meio de experimentação prática, favorecendo processos de aprendizagem investigativa, tornando o aprendizado mais acessível e dinâmico.

Um dos primeiros elementos a serem destacados é a **protoboard**, ferramenta indispensável para quem está iniciando na eletrônica. Trata-se de uma placa reutilizável que permite montar e testar circuitos sem a necessidade de solda, favorecendo a experimentação rápida e segura. Sua estrutura, composta por blocos de plástico perfurados e lâminas metálicas condutoras, garante praticidade e flexibilidade no desenvolvimento de protótipos.

Outro componente bastante utilizado é o **display LCD (Liquid Crystal Display)**, responsável por exibir informações de forma clara e acessível. Esses painéis de cristal líquido, leves e portáteis, consomem pouca energia, o que os tornam ideais para dispositivos alimentados por bateria. Além disso, podem variar em número de linhas, cores e presença de backlight, sendo amplamente empregados para mostrar dados em tempo real em projetos com Arduino.



**Figura 5.1:** Placa Protoboard. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).



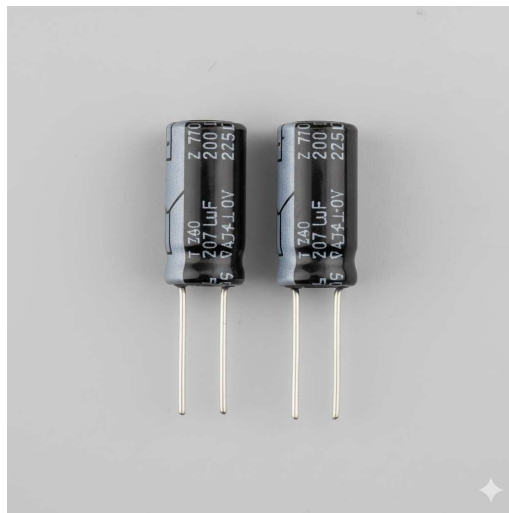
**Figura 5.2:** Display LCD. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

O **LED (Light Emitting Diode)** é um diodo que emite luz quando energizado e se destaca pela simplicidade, durabilidade, baixo consumo de energia e confiabilidade. É encontrado em diferentes tamanhos e aplicações. Contudo, exige atenção quanto à sua polaridade, já que a ligação incorreta impede o funcionamento adequado.



**Figura 5.3:** LED. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

Destaca-se ainda o **capacitor**, cuja principal função é armazenar cargas elétricas. Ele atua como regulador de energia em circuitos que necessitam de corrente contínua, mesmo quando a fonte fornece corrente alternada. Estruturado por duas placas condutoras separadas por um dielétrico, o capacitor é essencial para garantir a estabilidade e o bom desempenho de muitos sistemas eletrônicos.



**Figura 5.4:** Capacitor. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

Os **firos jumpers** são componentes essenciais na prototipagem eletrônica, pois permitem a montagem de circuitos sem a necessidade de soldagem, tornando-se indispensáveis em ambientes de aprendizado e experimentação, como nos projetos com Arduino. Sua principal função é criar conexões temporárias entre diferentes elementos, possibilitando montar, modificar e testar circuitos de forma prática e rápida, sem danificar os componentes. Um ponto relevante é a diversidade de suas terminações: os jumpers macho-macho, utilizados em ligações entre protoboards

e conectores fêmea da placa; os fêmea-fêmea, adequados para pinos macho de sensores e módulos; e os macho-fêmea, que oferecem maior versatilidade ao permitir interligações entre diferentes tipos de terminais. Dessa forma, esses fios não são apenas acessórios, mas sim ferramentas indispensáveis, que garantem flexibilidade, eficiência e dinamismo no desenvolvimento de protótipos eletrônicos.



**Figura 5.5:** Fios jumpers. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

Outro dispositivo importante é o **potenciômetro**, uma resistência variável que possibilita controlar a intensidade da corrente ou a tensão em um circuito. Muito utilizado como elemento de ajuste, ele está presente em controles de volume de rádios e em diversos equipamentos eletrônicos. No contexto do Arduino, permite manipular parâmetros e adaptar o funcionamento dos projetos de acordo com a necessidade do usuário.

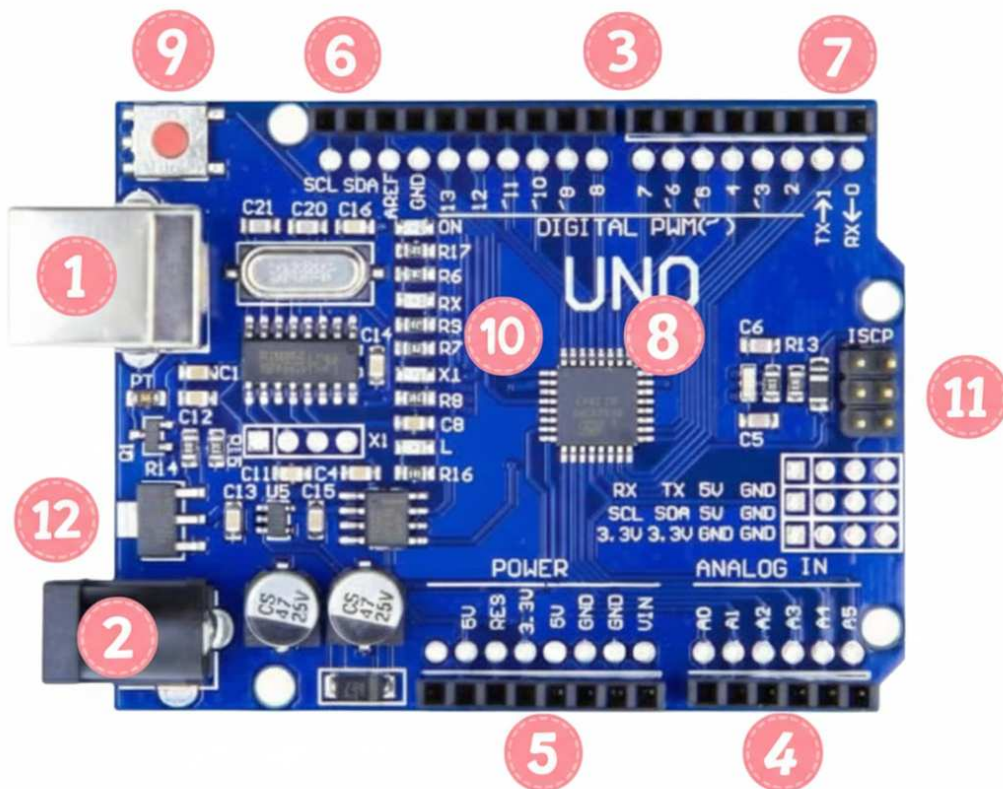


**Figura 5.6:** Potenciômetro. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

Por fim, o próprio **Arduino** deve ser visto como o elo que integra todos esses componentes. A placa atua como o núcleo do sistema, recebendo dados de sensores

(entradas), processando essas informações por meio de seu microcontrolador e gerando respostas através dos atuadores (saídas). Essa versatilidade, somada à sua natureza de código aberto e de fácil acesso, faz do Arduino uma ferramenta essencial para experimentos e inovações na educação, na pesquisa e em diferentes áreas do conhecimento.

Antes de compreender plenamente o funcionamento do Arduino, é fundamental conhecer sua estrutura física e os elementos que o compõem. Cada componente da placa desempenha uma função, seja no fornecimento de energia, no processamento de dados ou na comunicação com dispositivos externos. Dessa forma, a seguir serão apresentados e descritos os principais componentes do Arduino, destacando suas características, utilidades e a importância que possuem no processo de prototipagem e desenvolvimento de projetos eletrônicos.



**Figura 5.7:** Arduino UNO. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025) e adaptada no Canva.

### 1. Conexão USB (Porta USB Tipo B)

A entrada USB é responsável pela comunicação entre o computador e a placa. Por meio dela, é possível carregar programas (sketches) para o microcontrolador, além de alimentar a placa com energia elétrica. Essa porta também permite o envio e recebimento de dados em tempo real, o que torna possível monitorar e interagir com os projetos.

## 2. Conector de Energia Externa

Essa entrada possibilita a alimentação da placa com fontes externas, geralmente entre 7V e 12V. Neste trabalho, utilizou-se uma bateria de 9V. O conector de energia externa é útil quando não se deseja ou não é suficiente usar apenas a energia fornecida pela USB. O regulador interno garante a conversão dessa energia para os níveis necessários ao funcionamento do sistema.

## 3. Pinos Digitais (D0 a D13)

São 14 pinos configuráveis como entrada ou saída digital, usados para ler sinais (como o acionamento de um botão) ou enviar comandos (como acender um LED). Alguns desses pinos também possuem funções especiais, como PWM (Pulse Width Modulation), permitindo simular sinais analógicos.

## 4. Pinos Analógicos (A0 a A5)

Esses seis pinos permitem a leitura de sinais analógicos, transformando-os em valores digitais por meio do conversor ADC (Conversor Analógico-Digital). São fundamentais para trabalhar com sensores de variação contínua, como sensores de temperatura ou luminosidade.

## 5. Pinos de Voltagem e Terra (3.3V, 5V, GND, Vin)

- **3.3V e 5V:** fornecem energia regulada para outros componentes do circuito.
- **GND (Ground):** pontos de referência de aterramento, essenciais para fechar o circuito elétrico.
- **Vin:** usado para alimentar a placa quando se utiliza uma fonte externa, funcionando como entrada bruta de energia.

## 6. Pinos de Comunicação (SCL, SDA)

Responsáveis pela comunicação I2C, utilizada por diversos módulos e sensores.

## 7. Pinos de Comunicação (RX, TX)

Correspondem à comunicação serial, facilitando o envio e recebimento de dados entre o Arduino e outros dispositivos.

## 8. Microcontrolador (ATmega328P)

É o núcleo de processamento da placa Arduino, responsável por executar os programas e controlar as entradas e saídas. Ele dispõe de três tipos de memória: memória Flash, utilizada para armazenar o código do programa; memória SRAM, destinada ao armazenamento temporário de dados durante a execução; e memória EEPROM, usada para o armazenamento permanente de dados e configurações da placa, mesmo na ausência de energia.

## 9. Botão Reset

Permite reiniciar o microcontrolador, reiniciando a execução do programa carregado. É útil em situações de testes ou quando o código precisa ser executado novamente desde o início.

## 10. LEDs Indicadores

- **ON**: indica que a placa está ligada e recebendo energia.
- **TX e RX**: piscam durante a transmissão e recepção de dados via comunicação serial.
- **L**: ligado ao pino digital 13, é útil para testes rápidos, como o clássico *blink* (pisca LED).

## 11. Porta ICSP para programação serial

## 12. Regulador de Tensão

Converte e estabiliza a tensão recebida da fonte externa ou da USB, garantindo que os componentes não sejam danificados por excesso de energia.

## 5.3 Instalando o software

O primeiro passo para começar a programar o Arduino é instalar o seu ambiente de desenvolvimento, conhecido como IDE (Integrated Development Environment ou Ambiente de Desenvolvimento Integrado), disponível gratuitamente no site oficial <https://www.arduino.cc/en/software/>. A versão mais recente encontrada em janeiro de 2026 é a 2.3.7, compatível com os principais sistemas operacionais (Windows, macOS e Linux).

Após realizar o download, o processo de instalação segue o mesmo padrão de outros programas: basta executar o arquivo baixado e seguir as instruções que aparecem na tela. Uma vez concluída a instalação, o Arduino IDE estará pronto para ser utilizado, possibilitando a escrita de códigos, sua compilação e o envio direto para a placa.

É importante ressaltar que, ao abrir o programa pela primeira vez, pode ser necessário conceder permissões de acesso ou instalar drivers específicos, especialmente no caso do sistema Windows. Esses drivers são responsáveis por permitir a comunicação entre o computador e a placa Arduino através da porta USB. No Linux e no macOS, esse processo costuma ser automático, mas em algumas situações também pode exigir configurações adicionais.

Outro aspecto relevante é a escolha da versão do software. Embora a versão mais recente ofereça uma interface moderna e diversos recursos aprimorados, também existe a versão clássica do Arduino IDE, mais leve e ainda bastante utilizada por usuários iniciantes ou em computadores com menor capacidade de processamento. Dessa forma, cabe ao usuário decidir qual versão atende melhor às suas necessidades.

Uma vez instalado e configurado, o Arduino IDE torna-se a principal ferramenta para o desenvolvimento de projetos, permitindo que o usuário explore todo o potencial da plataforma de forma prática e acessível.

## Passo a passo: Instalação do Software - Arduino IDE

Etapa	Descrição
1	Acesse o site oficial do Arduino IDE: <a href="http://arduino.cc/en/software">arduino.cc/en/software</a> .
2	Faça o download da versão compatível com o sistema operacional (Windows, macOS ou Linux).
3	Execute o instalador e siga as instruções apresentadas.
4	Aceite as permissões de administrador e a instalação dos drivers USB.
5	Conclua a instalação e abra o Arduino IDE.
6	Conecte a placa Arduino ao computador via cabo USB e selecione a porta correta em <i>Ferramentas</i> → <i>Porta</i> .
7	Teste a instalação utilizando o exemplo <i>Blink</i> (Arquivo → Exemplos → 01.Basics → Blink). O LED da placa deve piscar.

Tabela 5.1: Resumo do processo de instalação do Arduino IDE.

## 5.4 Linguagem de programação e interface do Arduino IDE

As linguagens de programação podem ser entendidas como instrumentos de mediação entre os seres humanos e máquinas, verdadeiros idiomas artificiais criados para traduzir ideias em comandos executáveis por dispositivos computacionais. A programação, nesse sentido, é mais do que a simples escrita de linhas de código: trata-se de um processo que envolve elaboração lógica, testes, depuração, compilação e manutenção de programas, atividades que se tornaram essenciais em uma sociedade marcada pela presença da tecnologia. Entre as linguagens existentes, destacam-se as de alto nível, que, ao se aproximarem da linguagem humana, reduzem a complexidade da programação e tornam o acesso mais democrático. Esse tipo de linguagem dispensa o conhecimento detalhado da arquitetura do processador, permitindo que o programador concentre seus esforços na lógica e na resolução de problemas, sem se preocupar com a comunicação direta com o código de máquina.

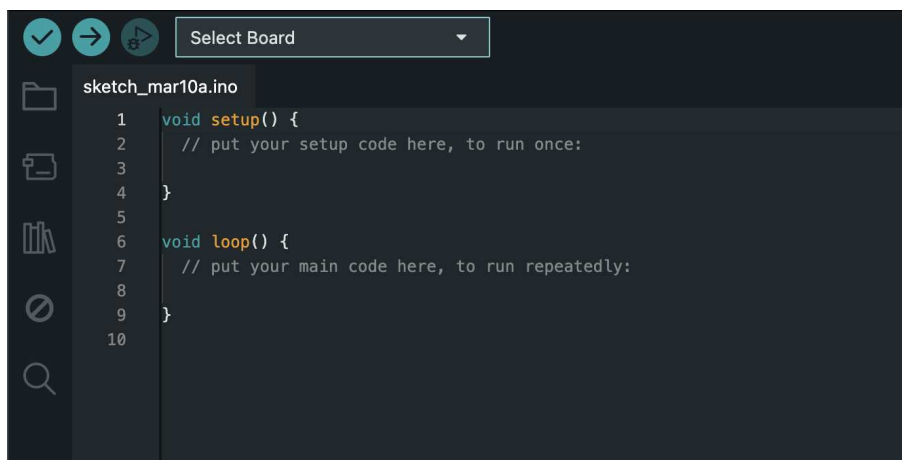
No universo do Arduino, a linguagem de programação escolhida é uma adaptação do C++, que combina a clareza das linguagens de alto nível com a eficiência das de baixo nível. A decisão de adotar essa base não foi por acaso: o C++ é consolidado, flexível e capaz de dialogar tanto com o hardware quanto com estruturas mais sofisticadas de software. No entanto, ao ser incorporada ao Arduino IDE, essa linguagem foi simplificada para que até iniciantes consigam desenvolver projetos interativos. Essa adaptação reforça a proposta educativa e inclusiva da plataforma: aproximar estudantes e profissionais da lógica computacional e da eletrônica de maneira prática e criativa.

Ao abrir o Arduino IDE, uma interface visualmente simples e intuitiva é exibida. Esta busca equilibrar a acessibilidade para quem está começando e a funcionalidade

para quem já possui experiência. No centro, está o editor de código, espaço no qual as instruções são escritas antes de serem enviadas à placa. A estrutura inicial já traz duas funções básicas: `void setup()`, responsável por configurações que são executadas apenas uma vez, e `void loop()`, em que ficam as instruções que se repetem continuamente. Essa organização evidencia a lógica cíclica característica dos projetos com Arduino, demonstrando a noção de sistemas interativos que respondem a estímulos em tempo real.

Além do editor, o ambiente oferece diversos recursos para agilizar o processo de desenvolvimento. Na parte superior, os botões de acesso rápido permitem verificar e compilar o código, enviá-lo à placa, abrir e salvar sketches ou ainda acessar o monitor serial ferramenta indispensável para depuração e análise de dados em tempo real. Há também a opção de selecionar a placa e a porta de comunicação corretas, recurso que assegura a compatibilidade entre o software e o hardware utilizado.

As figuras apresentadas a seguir ilustram a interface inicial do Arduino IDE, destacando, em especial, o menu superior, que se organiza em diferentes seções, cada uma destinada a funções específicas. A divisão clara das funções contribui para reduzir a complexidade do ambiente, favorecendo tanto iniciantes, que encontram maior facilidade na exploração da ferramenta, quanto programadores mais experientes, que podem otimizar seu tempo ao localizar rapidamente os comandos desejados.



**Figura 5.8:** Tela inicial do Arduino IDE. Fonte: Elaborada pela autora com base em captura de tela do software Arduino IDE.



**Figura 5.9:** Menu superior do Arduino IDE. Fonte: Elaborada pela autora com base em captura de tela do software Arduino IDE.

1. File (Arquivo): permite criar, abrir, salvar ou exportar projetos, além de acessar exemplos prontos que facilitam o aprendizado.
2. Edit (Editar): reúne ferramentas de edição de texto, como copiar, colar, localizar e formatar código.

3. Sketch (Programa): concentra comandos de verificação, compilação, inclusão de bibliotecas e gerenciamento do código.
4. Tools (Ferramentas): disponibiliza opções avançadas, como seleção da placa, porta serial, monitor serial e programadores externos.
5. Help (Ajuda): conecta o usuário à documentação oficial e a exemplos da comunidade, reforçando o caráter colaborativo da plataforma.

A interface do Arduino IDE, portanto, não se limita a ser um espaço de escrita de códigos: ela orienta o processo de programação e induz boas práticas ao organizar os recursos de maneira lógica e acessível.

Outro ponto essencial diz respeito ao uso de bibliotecas, conjuntos de códigos prontos que permitem controlar sensores, displays, motores ou módulos de rede sem a necessidade de escrever os comandos do zero. Isso possibilita ampliar os projetos e estimular a reutilização de soluções já consolidadas. Também é indispensável o entendimento da declaração de variáveis, que reservam espaços na memória da placa para armazenar dados como números inteiros (int), decimais (float), caracteres (char) e valores lógicos (boolean). A escolha correta do tipo de variável melhora o desempenho do programa e introduz noções de lógica e eficiência.

Sob a perspectiva pedagógica, o Arduino IDE transcende sua função técnica: ele se apresenta como um espaço de aprendizagem ativa, que convida o estudante a experimentar, errar e corrigir. Ao simplificar conceitos complexos e oferecer ferramentas de apoio, o ambiente contribui para a formação de sujeitos criativos, críticos e capazes de usar a tecnologia para resolver desafios concretos. Assim, mais do que um editor de código, o Arduino IDE pode ser entendido como uma ponte entre a abstração da lógica computacional e a concretude dos projetos de eletrônica e robótica, democratizando o acesso ao pensamento computacional.

Dessa forma, o Arduino IDE se apresenta como muito mais do que uma simples ferramenta de programação: é um ambiente de aprendizagem que alia simplicidade e eficiência, aproximando iniciantes e usuários experientes do universo da eletrônica e da computação. Sua estrutura acessível, os recursos de depuração e a integração com bibliotecas ampliam as possibilidades de criação, ao mesmo tempo em que favorecem a prática experimental e a resolução de problemas. Assim, o IDE consolida-se como um espaço formativo capaz de unir teoria e prática, incentivando a criatividade e o desenvolvimento do pensamento computacional.

Nesse contexto, o uso de ambientes de programação associados a dispositivos físicos, como o Arduino, amplia as possibilidades de investigação no ensino de Matemática e de outras áreas do conhecimento. Conforme discutem Borba, Silva e Gadanidis (2014) [8], as tecnologias digitais não atuam apenas como ferramentas auxiliares, mas participam da reorganização das formas de produzir e compreender o conhecimento. Dessa forma, ao integrar programação, experimentação e interação com sensores e atuadores, o Arduino favorece práticas investigativas que aproximam conceitos abstratos de experiências concretas de aprendizagem.

## Geometria e Trigonometria: Conceitos e Possibilidades com Arduino

---

A Geometria e a Trigonometria ocupam um papel central na formação Matemática dos estudantes, sendo abordadas de forma progressiva ao longo do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Esses campos do conhecimento permitem compreender o espaço, as formas e as relações entre medidas, constituindo-se como base para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da visualização espacial e da capacidade de resolução de problemas. No contexto educacional contemporâneo, em que se busca integrar teoria e prática por meio de abordagens inovadoras, torna-se essencial revisitar conceitos de Geometria e Trigonometria, especialmente quando se pretende articulá-los a atividades interativas e experimentais. Nesse sentido, este capítulo tem como objetivo apresentar e aprofundar os principais conceitos matemáticos que servirão de base para a construção dos projetos desenvolvidos com o Arduino. A partir dessa fundamentação teórica, será possível compreender como elementos como ângulos, distâncias, relações métricas em triângulos e funções trigonométricas podem ser aplicados em contextos práticos, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

Para a elaboração deste capítulo, foram utilizadas como principais referências os livros *Números, Conjuntos e Funções Reais*, de Elon Lages Lima [18], *Geometria*, de Antônio Caminha Muniz Neto [21], ambos da coleção do PROFMAT; *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*, de Eliane Quelho Frota Rezende e Maria Lucia Bontorim de Queiroz [27], e o livro *Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria Plana*, de Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeu [24]. Essas obras fornecem o embasamento teórico necessário para a compreensão rigorosa e articulada dos conceitos aqui apresentados, ao mesmo tempo em que possibilitam uma leitura compatível com os objetivos educacionais do Ensino Básico. Assim, este capítulo busca consolidar os fundamentos matemáticos indispensáveis para o desenvolvimento das atividades propostas, estabelecendo uma ponte entre a teoria formal e sua aplicação em ambientes experimentais.

## 6.1 Conceitos básicos da Geometria Plana

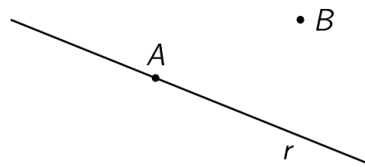
O entendimento sobre os conceitos de ponto, reta e plano faz parte do repertório intuitivo construído pela experiência cotidiana, uma vez que tais elementos estão presentes em diversas situações do dia a dia, seja na observação de objetos, no traçado de caminhos ou na percepção do espaço. Assim, é possível considerar essas noções como conceitos primitivos da Geometria, isto é, ideias fundamentais que não dependem de definições formais para serem compreendidas inicialmente.

Em geral, os pontos são denotados por letras latinas maiúsculas, as retas por letras latinas minúsculas e os planos por letras gregas minúsculas.

### Postulado 1: (Da Existência:)

- a) Numa reta, bem como fora dela, há infinitos pontos.
- b) Num plano há infinitos pontos.

Dados no plano um ponto  $P$  e uma reta  $r$ , só há duas possibilidades: ou o ponto  $P$  pertence à reta  $r$  ou não; no primeiro caso, escrevemos  $P \in r$  (lê-se  $P$  pertence a  $r$ ) e, no segundo, escrevemos  $P \notin r$  (lê-se  $P$  não pertence a  $r$ ). Na Figura abaixo,  $A \in r$  e  $B \notin r$ .

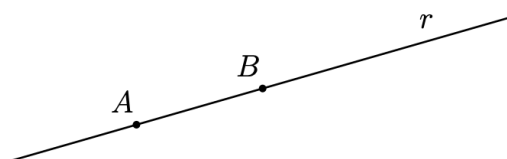


**Figura 6.1:** Posições relativas de ponto e reta.

Fonte: Adaptado de [21].

**Postulado 2: (Da Determinação da reta:)** Dois pontos distintos determinam uma única (uma, e uma só) reta que passa por eles.

Quando uma reta é determinada por dois pontos, convencionou-se representá-la por  $r = \overleftrightarrow{AB}$ , indicando que  $A$  e  $B$  pertencem a ela e que essa reta se estende infinitamente em ambas as direções.

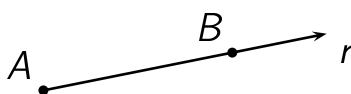


**Figura 6.2:** Dois pontos determinam uma única reta.

Fonte: Adaptado de [21].

Ao considerar um ponto  $A$  situado sobre uma reta  $r$ , observa-se que ele divide esta reta em duas partes, denominadas **semirretas** de origem  $A$ . Cada semirreta representa um subconjunto da reta que se inicia em  $A$  e se estende infinitamente em uma única direção. A semirreta que tem origem no ponto  $A$  e passa por um ponto  $B$ , pertencente a uma porção da reta  $r$ , é denotada por  $\overrightarrow{AB}$ .

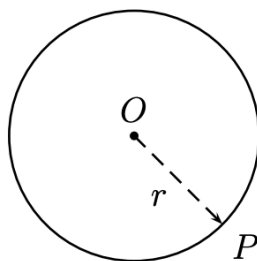
Além disso, dois pontos distintos  $A$  e  $B$  pertencentes a uma mesma reta  $r$ , determinam uma porção bem delimitada dessa reta, denominada **segmento de reta**. O segmento  $AB$  representa, portanto, o conjunto de todos os pontos de  $r$  que estão situados entre  $A$  e  $B$ , incluindo as extremidades. O seu comprimento é denotado por  $\overline{AB}$ .



**Figura 6.3:** Semirreta  $\overrightarrow{AB}$  de origem  $A$ .  
Fonte: Adaptado de [21].

**Postulado 3: (Da Existência do círculo:)** Dado um ponto qualquer (centro) e um raio qualquer, pode-se traçar um círculo.

**Definição 1:** O círculo de centro  $O$  e raio  $r$  é o conjunto dos pontos  $P$  do plano que estão a uma distância  $r$  de  $O$ , em que  $\overline{OP} = r$ .



**Figura 6.4:** Círculo de centro  $O$  e raio  $r$ .  
Fonte: Adaptado de [21].

**Definição 2:** Dado um círculo  $\Gamma$  de centro  $O$  e raio  $r$ , também denominamos **raio** do mesmo a todo segmento que une o centro  $O$  a um de seus pontos. Desse modo,  $\overline{OA}$ ,  $\overline{OB}$  e  $\overline{OP}$  são raios do círculo  $\Gamma$ . Uma **corda** de  $\Gamma$  é um segmento que une dois pontos quaisquer do círculo; um **diâmetro** de  $\Gamma$  é uma corda que passa por seu centro. Na figura abaixo,  $AB$  e  $CD$  são cordas de  $\Gamma$ , sendo  $\overline{AB}$  um diâmetro. Todo diâmetro de um círculo o divide em duas partes iguais, denominadas **semicírculos**; reciprocamente, se uma corda de um círculo o divide em duas partes iguais, então tal corda deve, necessariamente, ser um diâmetro do círculo.

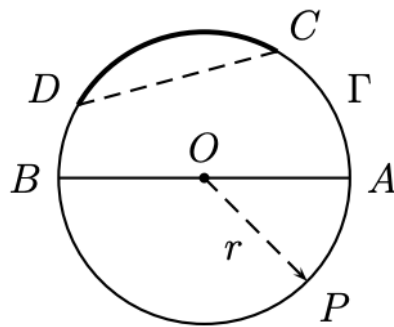


Figura 6.5: Elementos de um círculo. Fonte: Adaptado de [21].

**Definição 3:** Dadas, no plano, duas semirretas  $\overrightarrow{OA}$  e  $\overrightarrow{OB}$ , um **ângulo** (ou **região angular**) de vértice  $O$  e lados  $\overrightarrow{OA}$  e  $\overrightarrow{OB}$  é uma das duas regiões do plano limitadas pelas semirretas  $\overrightarrow{OA}$  e  $\overrightarrow{OB}$ .

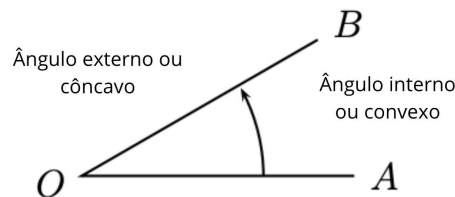


Figura 6.6: Ângulo  $A\hat{O}B$ . Fonte: Adaptado de [21].

Será trabalhado com o ângulo convexo, isto é, com a região interna do semiplano gerado pelas semirretas  $\overrightarrow{OA}$  e  $\overrightarrow{OB}$ .

No estudo da Geometria, reconhece-se o círculo como uma das figuras mais fundamentais, pois estabelece relações essenciais entre seus elementos. Conforme observado anteriormente, todo diâmetro de um círculo o divide em duas partes iguais, originando dois **semicírculos**.

A partir dessa propriedade, compreende-se que, ao considerar um ângulo  $A\hat{O}B$  em que as semirretas  $\overrightarrow{OA}$  e  $\overrightarrow{OB}$  são opostas ou seja, quando os pontos  $A$ ,  $O$  e  $B$  pertencem a uma mesma reta e  $O$  está entre  $A$  e  $B$ , obtém-se um ângulo **raso**, cuja medida é  $A\hat{O}B = 180^\circ$ . Tal ângulo representa uma abertura máxima dentro do plano de um semicírculo, constituindo um importante referencial para a classificação dos demais ângulos.

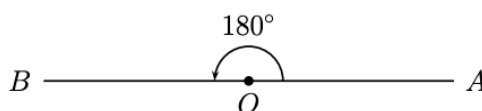
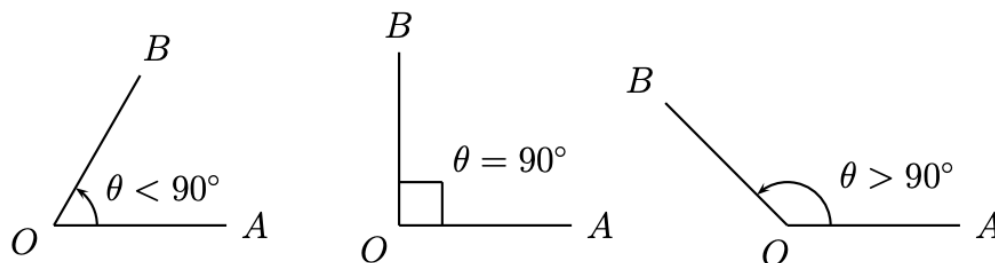


Figura 6.7: Ângulo de  $180^\circ$ . Fonte: Adaptado de [21].

Na prática, raramente são considerados ângulos superiores a  $180^\circ$ . Por esse motivo, adota-se a convenção de que, salvo indicação contrária, a expressão  $A\hat{O}B$  refere-se ao **ângulo convexo**  $A\hat{O}B$ , isto é, aquele cuja amplitude pertence ao intervalo  $0^\circ < A\hat{O}B \leq 180^\circ$ . Essa convenção contribui para a simplificação da linguagem Matemática e reflete a ênfase da Geometria Euclidiana nas figuras planas e nas relações diretas entre seus elementos.

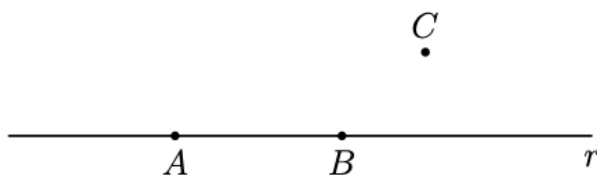
Os ângulos convexos podem ser classificados de acordo com sua abertura: um ângulo **agudo** ocorre quando  $0^\circ < A\hat{O}B < 90^\circ$ ; um ângulo **reto** quando  $A\hat{O}B = 90^\circ$ ; e um ângulo **obtuso** quando  $90^\circ < A\hat{O}B < 180^\circ$ . Essa classificação é fundamental pois, permite relacionar as medidas angulares às propriedades das figuras, aos movimentos e às projeções no plano.



**Figura 6.8:** Ângulo agudo, reto e obtuso.  
Fonte: Adaptado de [21].

### 6.1.1 Triângulos

Considere três pontos  $A, B$  e  $C$  no plano. Se  $C$  estiver sobre a reta  $\overleftrightarrow{AB}$ , os pontos  $A, B$  e  $C$  são **colineares**; caso contrário,  $A, B$  e  $C$  são **não colineares**.



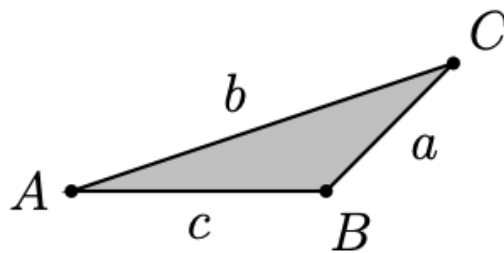
**Figura 6.9:** Três pontos não colineares.  
Fonte: Adaptado de [21].

Três pontos não colineares formam um **triângulo**. Nesse caso, a **região triangular** correspondente é a região limitada do plano, delimitada pelos segmentos que unem os três pontos dois a dois. Os pontos  $A, B$  e  $C$  são ditos **vértices** do triângulo  $ABC$ .

Um triângulo genérico  $ABC$  possui elementos básicos, que são fundamentais para o estudo das propriedades geométricas. Dessa forma, tem-se que: os segmentos  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$  ou, mais precisamente, seus comprimentos são denominados **lados**

**do triângulo.** Para facilitar a representação e os cálculos, adota-se a convenção de escrever  $\overline{AB} = c$ ,  $\overline{AC} = b$  e  $\overline{BC} = a$ . Essa nomenclatura padronizada permite estabelecer relações matemáticas entre as medidas dos lados e os ângulos internos, sendo essencial para o desenvolvimento da Trigonometria.

**Definição 4:** Os ângulos  $\hat{A} = B\hat{A}C$ ,  $\hat{B} = A\hat{B}C$  e  $\hat{C} = A\hat{C}B$  são os **ângulos internos** do triângulo.



**Figura 6.10:** Triângulo  $ABC$ .  
Fonte: Adaptado de [21].

**Definição 5:** O perímetro de um triângulo é definido como a soma dos comprimentos dos seus lados.

No estudo geométrico, é comum denotar o perímetro por  $2p$ , de modo que  $p$  corresponde ao **semiperímetro** do triângulo. Essa notação é particularmente útil na dedução de fórmulas clássicas, como a fórmula de Heron, utilizada para o cálculo da área de um triângulo. Assim, o conceito de perímetro se apresenta como um ponto de partida para análises mais amplas no campo da Geometria. Tem-se que,

$$p = \frac{a + b + c}{2}.$$

**Proposição 1:** A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a  $180^\circ$ .

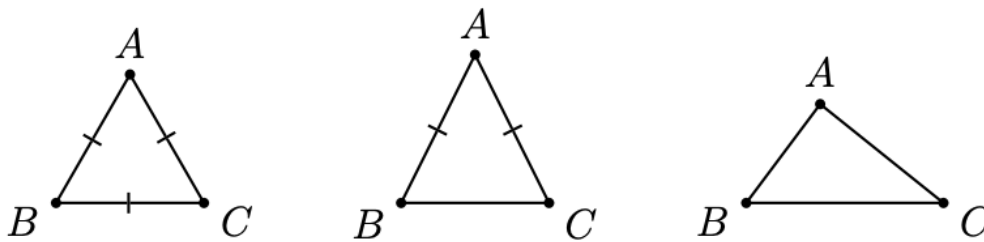
A demonstração dessa proposição pode ser encontrada em [21].

Os triângulos podem ser classificados de duas maneiras básicas: em relação aos comprimentos de seus lados ou em relação às medidas de seus ângulos. Como todo triângulo tem três lados, as únicas possibilidades para os comprimentos dos mesmos são que haja pelo menos dois lados iguais ou que os três lados sejam diferentes dois a dois. Tem-se a definição a seguir:

**Definição 6:** Um triângulo  $ABC$  é dito:

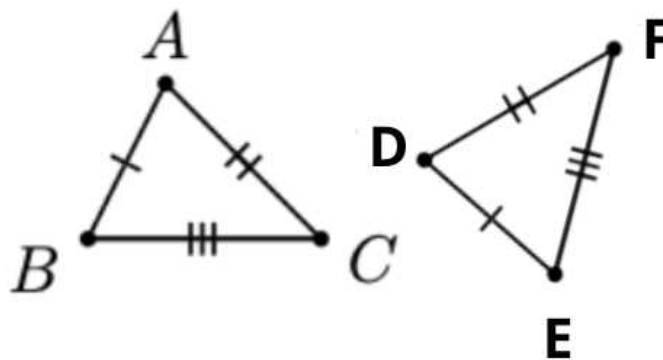
- (a) **Equilátero**, se  $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{BC}$ .
- (b) **Isósceles**, se ao menos dois dentre  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BC}$  forem iguais.

(c) **Escaleno**, se  $\overline{AB} \neq \overline{AC} \neq \overline{BC} \neq \overline{AB}$ .



**Figura 6.11:** Triângulo equilátero, isósceles e escaleno.  
Fonte: Adaptado de [21].

Além disso, para que dois triângulos sejam considerados iguais, à semelhança visual não é suficiente, mas, é necessário uma correspondência rigorosa entre suas medidas e proporções. Caso essas correspondências sejam satisfeitas, é dito que estes triângulos são **congruentes** e satisfazem determinadas condições que garantem a igualdade de forma e de tamanho. Essa relação de congruência implica que todos os lados e ângulos correspondentes sejam iguais, o que assegura a superposição perfeita entre as figuras quando uma é colocada sobre a outra, por meio de translações e rotações.

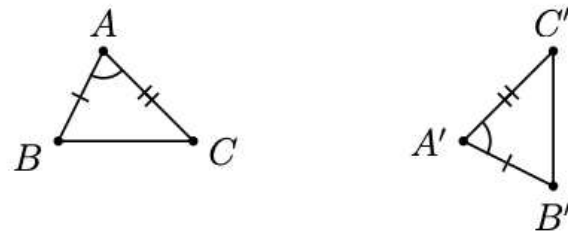


**Figura 6.12:** Triângulos congruentes.  
Fonte: Elaborada pela autora.

**Notação:**  $ABC \equiv DEF$ .

Desse modo, a determinação da congruência entre triângulos fundamenta-se em um conjunto de princípios geométricos, expressos por meio de quatro casos clássicos de congruência, que serão apresentados nos três axiomas a seguir.

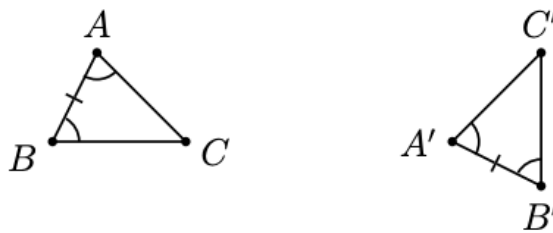
**Axioma 1: Lado-Ângulo-Lado (LAL):** Se dois lados de um triângulo e o ângulo formado por esses dois lados forem respectivamente iguais a dois lados de outro triângulo e ao ângulo formado por esses dois lados, então os dois triângulos são congruentes.



**Figura 6.13:** Caso de congruência LAL. Fonte: Adaptado de [21].

Os demais casos podem ser compreendidos como conseqüências do caso axiomático.

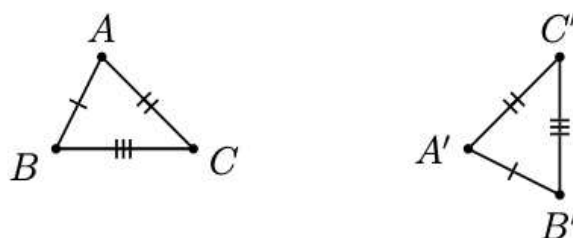
**Proposição 2: Lado-Lado-Lado (LLL):** Se os três lados de um triângulo são, em alguma ordem, respectivamente congruentes aos três lados de outro triângulo, então os dois triângulos são congruentes.



**Figura 6.14:** Caso de congruência LLL. Fonte: Adaptado de [21].

A prova desta proposição pode ser encontrada em [27].

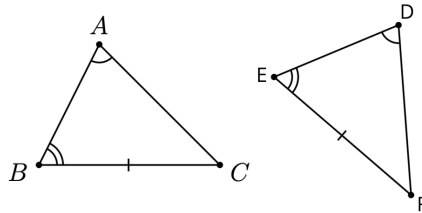
**Proposição 3: Ângulo-Lado-Ângulo (ALA):** Se dois ângulos de um triângulo e o lado compreendido entre esses dois ângulos forem respectivamente iguais a dois ângulos de outro triângulo e ao lado compreendido entre esses dois ângulos, então os dois triângulos são congruentes.



**Figura 6.15:** Caso de congruência ALA. Fonte: Adaptado de [21].

A prova desta proposição pode ser encontrada em [27].

**Proposição 4: Lado-Ângulo-Ângulo Oposto(LAAo):** Se dois triângulos  $ABC$  e  $DEF$  possuem os lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{DE}$  congruentes e os ângulos  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$  iguais aos ângulos  $\hat{E}$  e  $\hat{F}$ , respectivamente. Então os triângulos  $ABC$  e  $DEF$  são congruentes.



**Figura 6.16:** Caso de congruência LAAo. Fonte: Adaptado de [21].

A demonstração desta proposição pode ser encontrada em [27].

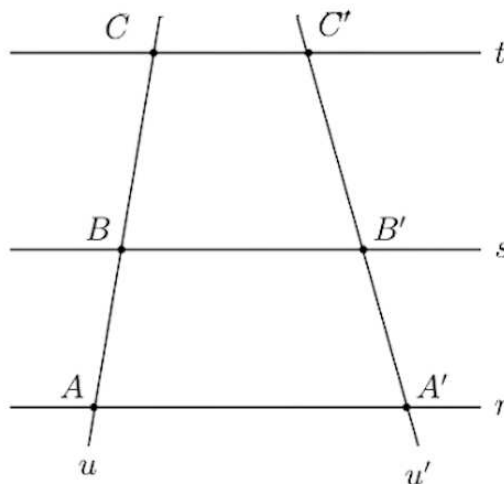
A compreensão de propriedades que envolvem a proporcionalidade entre segmentos é fundamental para o desenvolvimento posterior de diversos conceitos da Geometria. Entre os resultados clássicos que tratam dessa temática, destaca-se o **Teorema de Tales**, cuja formulação permite estabelecer uma relação direta entre segmentos determinados por retas paralelas cortadas por transversais.

Dessa forma, antes de abordar o conceito de semelhança de triângulos, faz-se necessário compreender o enunciado, as condições de validade e as implicações do Teorema de Tales e de sua recíproca.

**Teorema 1: (Teorema de Tales)**

Sejam  $r, s, t$  retas paralelas e os pontos  $A, A' \in r; B, B' \in s$  e  $C, C' \in t$ , de modo que  $A, B, C$  e  $A', B', C'$  sejam dois ternos de pontos colineares. Então:

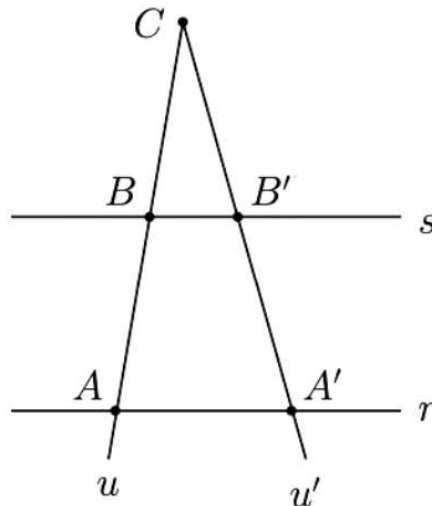
$$\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{B'C'}}.$$



**Figura 6.17:** Teorema de Tales. Fonte: Adaptado de [21].

A prova deste resultado pode ser encontrada em [21].

**Teorema 2:** Sejam dados no plano retas  $r, s$  e pontos  $A, A' \in r, B, B' \in s$ , com  $\overleftrightarrow{AB} \cap \overleftrightarrow{A'B'} = \{C\}$ . Se  $\frac{AB}{BC} = \frac{A'B'}{B'C'}$ , então  $r \parallel s$ .



**Figura 6.18:** Recíproca do Teorema de Tales. Fonte: Adaptado de [21].

A prova deste resultado pode ser encontrada em [21].

### 6.1.2 Semelhança de triângulos

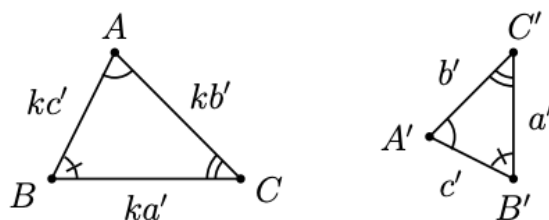
A compreensão do conceito de semelhança de triângulos representa um passo essencial na consolidação do raciocínio geométrico, uma vez que permite estabelecer relações proporcionais entre figuras que, embora possuam tamanhos distintos, preservam a mesma forma. Dois triângulos são considerados **semelhantes** quando se verifica uma correspondência biunívoca entre seus vértices, de modo que os ângulos correspondentes sejam congruentes e as razões entre os comprimentos dos lados correspondentes permaneçam constantes. Essa definição evidencia que a semelhança não se restringe apenas à igualdade de medidas, mas à conservação de proporções e à equivalência dos ângulos.

Desse modo, pode-se dizer que dois triângulos são semelhantes se é possível *contrair*, *dilatar* e/ou *girar* e/ou *refletir* e/ou *transladar* um deles e obter o outro ao final de tais operações.

Na figura anterior, os triângulos  $ABC$  e  $A'B'C'$  são semelhantes, com a correspondência de vértices  $A \leftrightarrow A', B \leftrightarrow B', C \leftrightarrow C'$ . Assim,  $\hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}'$  e existe  $k > 0$  tal que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = k.$$

O número real positivo  $k$  é denominado a **razão de semelhança** entre os triângulos  $ABC$  e  $A'B'C'$ .



**Figura 6.19:** Triângulos semelhantes. Fonte: Adaptado de [21].

Para indicar que dois triângulos são semelhantes utiliza-se a notação:  $ABC \sim A'B'C'$ , em que há uma correspondência dos vértices  $A \leftrightarrow A'$ ,  $B \leftrightarrow B'$ ,  $C \leftrightarrow C'$ .

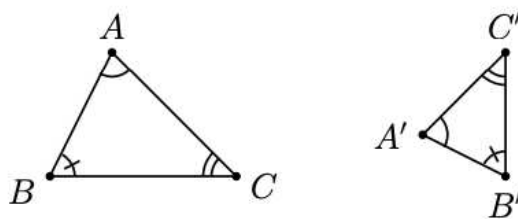
A determinação das condições que garantem a semelhança entre dois triângulos constitui um aspecto central no estudo da Geometria, pois permitem compreender como as figuras se relacionam por meio de proporções e ângulos congruentes. Nesse contexto, as três proposições apresentadas a seguir estabelecem as condições suficientes para que dois triângulos sejam considerados semelhantes, sendo, por isso, conhecidas como os **casos de semelhança de triângulos**.

**Teorema 3: Caso de Semelhança AA:** Sejam  $ABC$  e  $A'B'C'$  triângulos no plano, tais que

$$\hat{A} = \hat{A}' \quad \text{e} \quad \hat{B} = \hat{B}'.$$

Então,  $ABC \sim A'B'C'$ , com a correspondência de vértices  $A \leftrightarrow A'$ ,  $B \leftrightarrow B'$ ,  $C \leftrightarrow C'$ . Em particular,

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}.$$



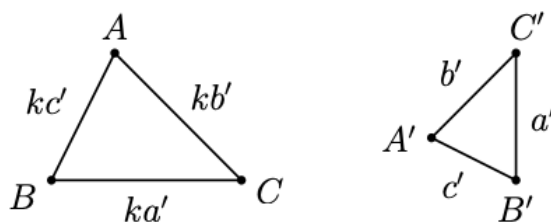
**Figura 6.20:** Caso de semelhança AA. Fonte: Adaptado de [21].

A demonstração desse resultado pode ser encontrada em [27].

**Proposição 5: Caso de semelhança LLL:** Sejam  $ABC$  e  $A'B'C'$  triângulos no plano, tais que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}}.$$

Então  $ABC \sim A'B'C'$ , com a correspondência de vértices  $A \leftrightarrow A'$ ,  $B \leftrightarrow B'$ ,  $C \leftrightarrow C'$ . Em particular,  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\hat{B} = \hat{B}'$  e  $\hat{C} = \hat{C}'$ .



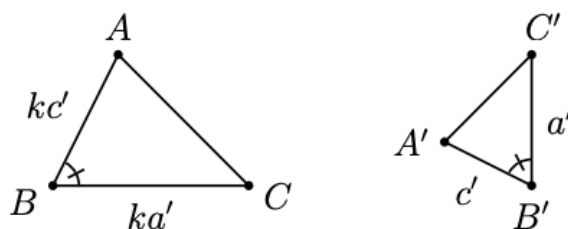
**Figura 6.21:** Caso de semelhança LLL. Fonte: Adaptado de [21].

A prova deste resultado pode ser encontrada em [27].

**Proposição 6: Caso de semelhança LAL:** Sejam  $ABC$  e  $A'B'C'$  triângulos no plano, tais que

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = k \quad \text{e} \quad \hat{B} = \hat{B}'.$$

Então,  $ABC \sim A'B'C'$ , com a correspondência de vértices  $A \leftrightarrow A'$ ,  $B \leftrightarrow B'$ ,  $C \leftrightarrow C'$ . Em particular,  $\hat{A} = \hat{A}'$ ,  $\hat{C} = \hat{C}'$  e  $\frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = k$ .



**Figura 6.22:** Caso de semelhança LAL. Fonte: Adaptado de [21].

A prova deste resultado pode ser encontrada em [27].

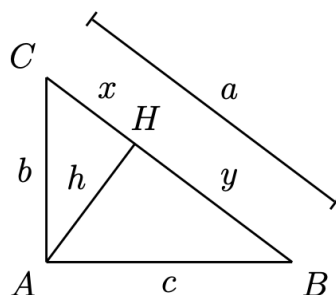
A seguir, serão apresentadas as relações métricas em um triângulo retângulo. Na figura 6.23 os triângulos  $ABC$ ,  $HBA$  e  $HAC$  são semelhantes, dois a dois, pelo caso AA.

**Proposição 7:** Seja  $ABC$  um triângulo retângulo em  $A$ , com catetos  $\overline{AB} = c$ ,  $\overline{AC} = b$  e hipotenusa  $\overline{BC} = a$ . Sendo  $H$  o ponto de interseção entre a altura relativa à hipotenusa e a própria hipotenusa,  $\overline{CH} = x$ ,  $\overline{BH} = y$  e  $\overline{AH} = h$ , tem-se:

- (a)  $ah = bc$ .
- (b)  $ax = b^2$  e  $ay = c^2$ .
- (c)  $a^2 = b^2 + c^2$ .
- (d)  $xy = h^2$ .

O item (c) da proposição acima é conhecido como **Teorema de Pitágoras**.

A demonstração deste resultado pode ser encontrada em [21].

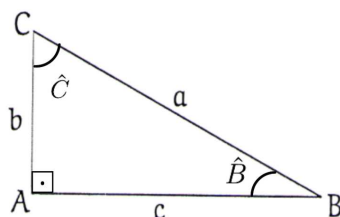


**Figura 6.23:** Relações métricas no triângulo retângulo.  
Fonte: Adaptado de [21].

## 6.2 Conceitos básicos de Trigonometria

O estudo da Trigonometria ocupa um papel fundamental na compreensão das relações existentes entre os elementos de um triângulo e, de forma mais ampla, na descrição de fenômenos periódicos e espaciais presentes no cotidiano. Originada da necessidade de medir distâncias inacessíveis e ângulos em contextos como a astronomia e a navegação, a Trigonometria evoluiu para se tornar uma das áreas mais aplicadas da Matemática. No Ensino Básico, seu estudo permite ao estudante desenvolver o raciocínio geométrico e compreender as relações entre ângulos e lados em triângulos retângulos, estabelecendo a base para o entendimento das razões trigonométricas seno, cosseno e tangente. Esses conceitos, além de essenciais para a formação Matemática, assumem papel prático em diversas áreas do conhecimento, como a Física, a Engenharia e a Computação, e serão particularmente relevantes para a elaboração das atividades propostas neste trabalho, que integram o uso do Arduino e da cultura maker como ferramentas pedagógicas para o ensino de Matemática.

Considerando um triângulo retângulo de hipotenusa  $a$  e ângulos agudos  $\hat{B}$  e  $\hat{C}$ , opostos, respectivamente, aos catetos  $b$  e  $c$ , definem-se as razões trigonométricas fundamentais, em que o cosseno de um ângulo é obtido pela razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa, o seno é determinado pela razão entre o cateto oposto e a hipotenusa, enquanto que a tangente é dada pela razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.



**Figura 6.24:** Triângulo Retângulo. Fonte: Adaptado de [18].

$$\operatorname{sen} \hat{B} = \frac{b}{a} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}, \quad \operatorname{cos} \hat{B} = \frac{c}{a} = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}},$$

$$\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{b}{c} = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}.$$

De forma análoga, têm-se  $\cos \hat{C} = \frac{b}{a}$ ,  $\operatorname{sen} \hat{C} = \frac{c}{a}$  e  $\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{c}{b}$ . Essas expressões permitem compreender que o seno e o cosseno de um ângulo agudo não dependem das dimensões específicas do triângulo retângulo considerado, mas apenas da medida do próprio ângulo. Tal fato decorre da propriedade de semelhança entre triângulos retângulos que possuem um mesmo ângulo agudo, evidenciando que as razões trigonométricas são invariantes para ângulos iguais. Dessa forma, o estudo dessas relações constitui um marco essencial para a compreensão da Trigonometria, pois introduz a ideia de que a medida de um ângulo está associada a uma razão constante, independentemente do tamanho do triângulo considerado.

Entre os resultados mais notáveis da Geometria está o Teorema de Pitágoras, que estabelece uma relação fundamental entre os lados de um triângulo retângulo. Considerando o triângulo retângulo  $ABC$ , retângulo em  $\hat{A}$ , cujos lados satisfazem  $\overline{AB} = c$ ,  $\overline{AC} = b$  e  $\overline{BC} = a$ , tem-se a igualdade:

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

A aplicação desse teorema às razões trigonométricas do triângulo retângulo conduz a uma das identidades mais importantes da Trigonometria. Substituindo as definições de seno e cosseno em função dos lados, obtém-se:

$$(\cos \hat{B})^2 + (\operatorname{sen} \hat{B})^2 = \frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} = \frac{b^2 + c^2}{a^2} = \frac{a^2}{a^2} = 1.$$

Por convenção, adota-se a forma simplificada de escrita, representando  $(\cos \hat{B})^2$  e  $(\operatorname{sen} \hat{B})^2$  como  $\cos^2 \hat{B}$  e  $\operatorname{sen}^2 \hat{B}$ , respectivamente. Assim, chega-se à relação fundamental da Trigonometria:

$$\cos^2 \hat{B} + \operatorname{sen}^2 \hat{B} = 1.$$

Observa-se que uma relação análoga também vale para os demais ângulos do triângulo retângulo. Em particular, para o ângulo  $\hat{C}$  tem-se

$$\cos^2 \hat{C} + \operatorname{sen}^2 \hat{C} = 1.$$

De modo geral, essa identidade pode ser estendida para qualquer ângulo  $\theta$ , como será apresentado na página 80, no contexto da circunferência trigonométrica.

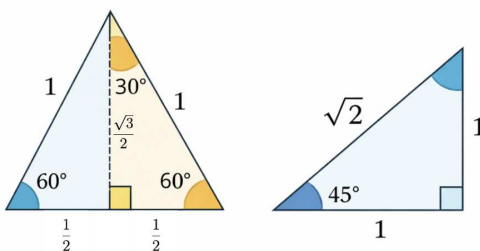
### 6.2.1 Razões trigonométricas fundamentais

Os valores apresentados na tabela a seguir podem ser obtidos a partir da construção e análise de triângulos notáveis, explorando relações geométricas simples e casos de semelhança. Para os ângulos de  $30^\circ$  e  $60^\circ$ , considera-se inicialmente um triângulo equilátero de lado igual a 1. Ao traçar a altura relativa a um de seus lados, o triângulo é dividido em dois triângulos retângulos congruentes, cada um contendo ângulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  e  $90^\circ$ . Nessa construção, a hipotenusa mede 1, o cateto

menor mede  $\frac{1}{2}$  e, pelo Teorema de Pitágoras, o cateto maior mede  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ . A partir dessas medidas, obtêm-se diretamente os valores do seno, do cosseno e da tangente para esses ângulos. Para o ângulo de  $45^\circ$ , utiliza-se um triângulo retângulo isósceles, cujos catetos têm a mesma medida. Considerando catetos de comprimento 1, a hipotenusa passa a medir  $\sqrt{2}$ , novamente pelo Teorema de Pitágoras. Assim, as razões trigonométricas do seno e do cosseno de  $45^\circ$  resultam em  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ , enquanto a tangente assume valor igual a 1.

Ângulo ( $\theta$ )	Seno ( $\text{sen } \theta$ )	Cosseno ( $\text{cos } \theta$ )	Tangente ( $\text{tg } \theta$ )
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

**Tabela 6.1:** Razões Trigonômicas Fundamentais.



**Figura 6.25:** Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Essas construções geométricas evidenciam que os valores das razões trigonométricas fundamentais não são arbitrários, mas decorrem de relações métricas bem definidas em triângulos retângulos notáveis, reforçando a conexão entre geometria e trigonometria.

Ao avançar no estudo das funções trigonométricas, torna-se indispensável ampliar as definições de seno, cosseno e tangente para ângulos que ultrapassem o limite dos triângulos retângulos, alcançando valores de até  $180^\circ$ . Essa ampliação permite que as ferramentas da Trigonometria sejam aplicadas a qualquer tipo de triângulo, e não apenas aos retângulos.

Para o caso específico do ângulo reto, estabelece-se que  $\text{sen } 90^\circ = 1$  e  $\text{cos } 90^\circ = 0$ , valores que refletem a posição dos catetos e da hipotenusa quando o ângulo entre eles atinge a perpendicularidade máxima. Contudo, quando se trata de um ângulo obtuso, isto é, maior que  $90^\circ$  e menor que  $180^\circ$ , é necessário recorrer ao conceito de ângulos suplementares para definir suas razões trigonométricas.

Seja, portanto,  $\beta$  um ângulo obtuso e  $\alpha = 180^\circ - \beta$  o seu suplemento. A partir dessa relação, definem-se:

$$\text{sen } \beta = \text{sen } \alpha \quad \text{e} \quad \text{cos } \beta = -\text{cos } \alpha.$$

Essas expressões evidenciam que, embora o valor do seno se mantenha inalterado, o cosseno de um ângulo obtuso assume sinal negativo.

### 6.2.2 A Lei dos Cossenos

A Lei dos Cossenos constitui uma das relações fundamentais da Geometria, permitindo estabelecer um vínculo direto entre as medidas dos lados de um triângulo e o cosseno de um de seus ângulos internos. Essa lei representa uma generalização do Teorema de Pitágoras, sendo aplicável a qualquer tipo de triângulo seja ele acutângulo, retângulo ou obtusângulo.

Considerando um triângulo  $ABC$  em que  $\overline{AB} = c$ ,  $\overline{AC} = b$  e  $\overline{BC} = a$ , tem-se inicialmente o caso em que o ângulo  $\hat{A}$  é agudo; isto é  $\hat{A} < 90^\circ$ .

Desse modo, seja  $D$  a projeção do vértice  $B$  sobre o prolongamento da reta  $\overleftrightarrow{AC}$ , de modo que  $\overline{AD} = x$  e  $\overline{DC} = |b - x|$ . Pela aplicação do Teorema de Pitágoras ao triângulo  $BDC$ , obtém-se:

$$a^2 = h^2 + |b - x|^2 = h^2 + b^2 + x^2 - 2bx.$$

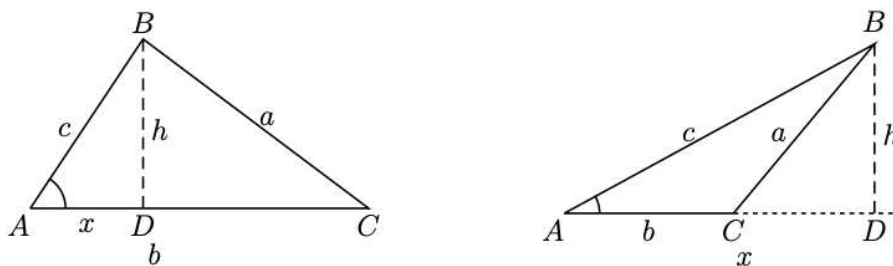


Figura 6.26: Fonte: Adaptado de [18].

Por outro lado, no triângulo  $BDA$ , a mesma relação fornece  $h^2 = c^2 - x^2$ . Substituindo esse valor na equação anterior, resulta:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bx$ .

Sabendo-se que, pela definição de cosseno,  $\frac{x}{c} = \cos \hat{A}$ , ou seja,  $x = c \cos \hat{A}$ , tem-se finalmente:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}.$$

No caso em que o ângulo  $\hat{A}$  é obtuso  $\hat{A} > 90^\circ$ , o raciocínio é análogo.

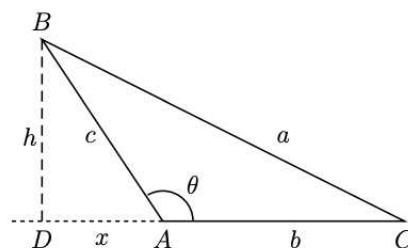


Figura 6.27: Fonte: Adaptado de [18].

Seja novamente  $D$  a projeção de  $B$  sobre a reta  $\overleftrightarrow{AC}$ , situando-se agora na semirreta

oposta. Mantendo as definições  $\overline{AD} = x$  e  $\theta = 180^\circ - \hat{A}$ , a aplicação do Teorema de Pitágoras aos triângulos  $BDC$  e  $BDA$  conduz às relações:  $a^2 = h^2 + (b + x)^2 = h^2 + b^2 + x^2 + 2bx$ , e  $h^2 = c^2 - x^2$ .

Substituindo a segunda igualdade na primeira igualdade, obtém-se  $a^2 = b^2 + c^2 + 2bx$ . No entanto, como  $\cos \theta = \frac{x}{c}$  e, portanto,  $\cos \hat{A} = -\frac{x}{c}$ , segue-se que  $x = -c \cos \hat{A}$ , o que leva novamente à relação:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}.$$

Nota-se, portanto, que a expressão é válida tanto para ângulos agudos quanto para obtusos, revelando a consistência geométrica da lei.

No caso particular em que o ângulo  $\hat{A}$  é reto  $\hat{A} = 90^\circ$ , o termo  $\cos \hat{A}$  se anula, resultando diretamente na conhecida relação de Pitágoras:

$$a^2 = b^2 + c^2,$$

mostrando que o Teorema de Pitágoras é, também, um caso particular da Lei dos Cossenos.

Por simetria, as outras formas da mesma relação são obtidas pela simples permutação dos lados e ângulos correspondentes:

$$\begin{aligned} b^2 &= a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}, & e \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}. \end{aligned}$$

Dessa forma, a Lei dos Cossenos consolida-se como um instrumento indispensável para a resolução de triângulos em contextos em que não há a presença de ângulos retos, ampliando significativamente o alcance analítico e prático da Trigonometria.

Aplicando a referida lei a um triângulo  $ABC$ , obtêm-se as seguintes equivalências, que permitem determinar a natureza do triângulo a partir das medidas de seus lados:

$$\begin{aligned} \hat{A} < 90^\circ &\Leftrightarrow a^2 < b^2 + c^2 \\ \hat{A} = 90^\circ &\Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2 \\ \hat{A} > 90^\circ &\Leftrightarrow a^2 > b^2 + c^2 \end{aligned}$$

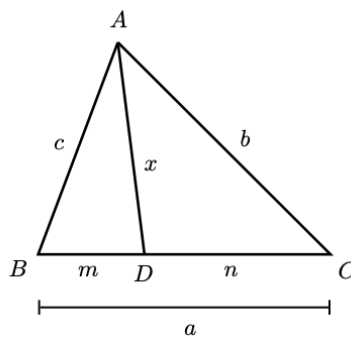
Essas relações, conhecidas como Síntese de Clairaut, demonstram que, em qualquer triângulo de lados  $a$ ,  $b$  e  $c$ , sendo  $a$  o maior deles, a comparação entre  $a^2$  e a soma  $b^2 + c^2$  é suficiente para identificar sua classificação quanto aos ângulos. Dessa forma, a Lei dos Cossenos não apenas generaliza o Teorema de Pitágoras, mas também fornece um critério analítico para compreender a estrutura angular dos triângulos, permitindo uma leitura mais profunda das propriedades geométricas que os definem.

A Lei dos Cossenos representa uma das principais generalizações do Teorema de Pitágoras, permitindo relacionar os lados e os ângulos de qualquer triângulo, e não apenas dos triângulos retângulos. Entretanto, em situações geométricas mais complexas, como na presença de cevianas internas que subdividem o triângulo, surge

a Relação de Stewart, a qual estabelece uma igualdade envolvendo os comprimentos dos lados do triângulo e de uma ceviana qualquer. Essa relação, portanto, amplia as possibilidades de análise métrica e reforça a importância das conexões entre Álgebra e Geometria na resolução de problemas envolvendo triângulos arbitrários.

**Teorema 4: (Relação de Stewart)** Seja  $ABC$  um triângulo cujos lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$  medem, respectivamente,  $c$ ,  $b$  e  $a$ . Se  $D$  é um ponto sobre o lado  $\overline{BC}$ , tal que  $\overline{BD} = m$ ,  $\overline{CD} = n$  e  $\overline{AD} = x$ , então:

$$b^2m + c^2n = a(x^2 + mn).$$

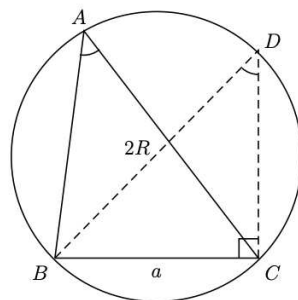


**Figura 6.28:** Relação de Stewart. Fonte: Elaborada pela autora.

A demonstração deste resultado pode ser encontrado em [23].

### 6.2.3 A Lei dos Senos

A **Lei dos Senos** constitui uma das relações fundamentais da Trigonometria aplicada à resolução de triângulos, sendo especialmente útil nos casos em que se conhecem dois ângulos e apenas um lado. Essa lei permite determinar os demais elementos do triângulo. Além de sua relevância prática, a Lei dos Senos estabelece uma importante conexão entre as propriedades trigonométricas dos ângulos e a Geometria da circunferência circunscrita ao triângulo. Considere, sem perda de generalidade, o triângulo  $ABC$ , de lados  $a$ ,  $b$  e  $c$ , inscrito em uma circunferência de raio  $R$ , a seguir:



**Figura 6.29:** Fonte: Adaptado de [18].

Seguindo a convenção usual, o ângulo  $B\hat{A}C$  será representado por  $\hat{A}$ . Ao traçar o diâmetro  $BD$ , observa-se que o ângulo  $B\hat{C}D$  é reto e que os ângulos  $B\hat{A}C$  e  $B\hat{D}C$  são iguais, pois ambos subtendem o mesmo arco  $\widehat{BC}$ . Dessa configuração geométrica, é possível estabelecer uma relação entre o lado oposto e o raio da circunferência, já que o seno do ângulo  $B\hat{D}C$  pode ser expresso por:

$$\text{sen } B\hat{D}C = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}} = \frac{a}{2R}.$$

Como  $B\hat{D}C = \hat{A}$ , tem-se que

$$\text{sen } \hat{A} = \frac{a}{2R},$$

ou, de forma equivalente,

$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = 2R.$$

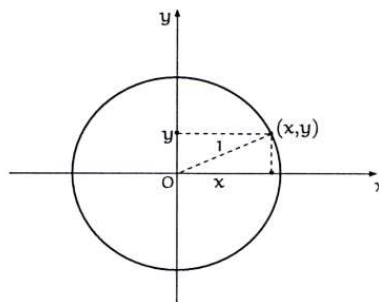
Essa relação evidencia que o quociente entre o comprimento de um lado de um triângulo e o seno do ângulo oposto é constante e igual ao diâmetro da circunferência circunscrita. Tal relação é válida para todos os lados e ângulos do triângulo, originando a expressão geral da Lei dos Senos:

$$\frac{a}{\text{sen } \hat{A}} = \frac{b}{\text{sen } \hat{B}} = \frac{c}{\text{sen } \hat{C}} = 2R.$$

Essa igualdade não apenas revela a harmonia entre as razões trigonométricas e as propriedades geométricas do triângulo, mas também evidencia o caráter unificador da Trigonometria, que relaciona ângulos, lados e circunferências em uma mesma estrutura Matemática coerente e universal.

#### 6.2.4 A função de Euler

A circunferência centrada na origem do plano cartesiano e de raio um, denominada *circunferência unitária* ou *círculo unitário*, é expressa pelo conjunto  $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1\}$ , no qual todo ponto  $(x, y) \in C$  satisfaz as condições  $-1 \leq x \leq 1$  e  $-1 \leq y \leq 1$ . Essa representação geométrica constitui a base para a definição analítica das funções trigonométricas.



**Figura 6.30:** Circunferência unitária. Fonte: Adaptado de [18].

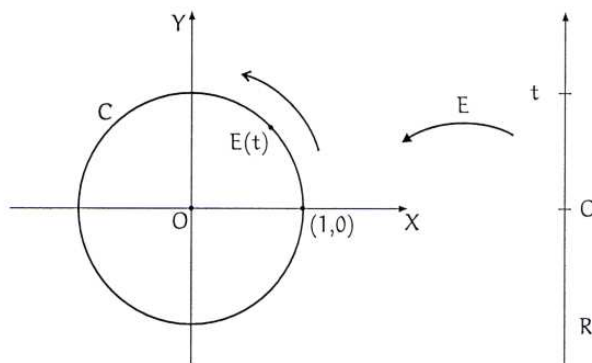
Essa construção é formalizada por meio da *função de Euler*, definida como uma aplicação  $E : \mathbb{R} \rightarrow C$ , que associa a cada número real  $t$  o ponto  $E(t) = (x(t), y(t))$  da circunferência unitária, segundo as seguintes condições:

1.  $E(0) = (1, 0)$ ;
2. se  $t > 0$ , percorre-se sobre a circunferência  $C$ , a partir do ponto  $(1, 0)$ , um caminho de comprimento  $t$  no sentido anti-horário, isto é, contrário ao movimento dos ponteiros de um relógio;
3. se  $t < 0$ , percorre-se um caminho de comprimento  $|t|$  no sentido horário, isto é, no sentido do movimento dos ponteiros do relógio.

**Definição 7:** Uma função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  chama-se *periódica* quando existe um número  $T \neq 0$  tal que  $f(t + T) = f(t)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ .

Se isto ocorre, então  $f(t + kT) = f(t)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$  e todo  $k \in \mathbb{Z}$ . O menor número  $T > 0$ ; quando existe, tal que  $f(t + T) = f(t)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$  chama-se o *período* da função  $f$ .

A função de Euler é uma função periódica de período  $2\pi$ . Essa função pode ser interpretada geometricamente como o ato de enrolar a reta real sobre a circunferência unitária, de modo que o ponto  $0 \in \mathbb{R}$  coincide com o ponto  $(1, 0) \in C$ . Cada vez que o ponto  $t$  avança sobre a reta em um intervalo de comprimento  $l$ , sua imagem  $E(t)$  percorre sobre a circunferência um arco de mesmo comprimento. Como o perímetro da circunferência unitária é  $2\pi$ , conclui-se que, ao avançar um intervalo de comprimento  $2\pi$ , o ponto  $E(t)$  completa uma volta sobre  $C$ , retornando ao ponto inicial. Assim, para todo  $t \in \mathbb{R}$  e  $k \in \mathbb{Z}$ , tem-se  $E(t + 2k\pi) = E(t)$ , mostrando o caráter periódico dessa função.



**Figura 6.31:** A função de Euler. Fonte: Adaptado de [18].

O inverso também é verdadeiro: se  $E(t) = E(t')$ , então  $t'$  e  $t$  diferem por um múltiplo inteiro de  $2\pi$ , ou seja,  $t' = t + 2k\pi$ , para algum  $k \in \mathbb{Z}$ . Essa periodicidade expressa uma das propriedades mais fundamentais da Trigonometria.

Considerando agora  $A = (1, 0)$  e  $O = (0, 0)$ , se para certo  $t \in \mathbb{R}$  e  $B = E(t)$ , diz-se que o ângulo  $A\hat{O}B$  mede  $t$  radianos. Essa definição, além de permitir medidas

positivas e negativas, implica que a medida de um ângulo é sempre determinada a menos de um múltiplo de  $2\pi$ , reforçando o caráter cíclico das funções trigonométricas.

É possível estabelecer uma correspondência entre a medida em graus e em radianos. Se definirmos uma função  $G : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$  tal que

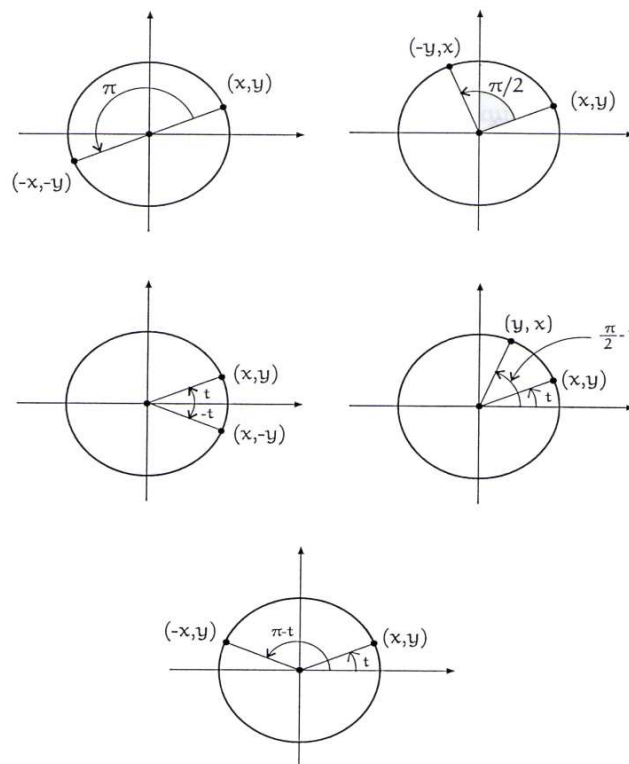
$$G(t) = E\left(\frac{2\pi t}{360}\right),$$

tem-se que  $G(t) = G(t')$  se, e somente se,  $t' = t + 360k$ , com  $k \in \mathbb{Z}$ . Nesse caso, diz-se que o ângulo  $A\hat{O}B$  mede  $t$  graus. A equivalência entre as unidades de medida é expressa por  $2\pi \text{ rad} = 360^\circ$ , de modo que

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{360}{2\pi}\right)^\circ \approx 57,3^\circ.$$

Por fim, observa-se que a função de Euler apresenta simetrias importantes. Se  $E(t) = (x, y)$ , então:

- $E(t + \pi) = (-x, -y)$ ;
- $E(t + \frac{\pi}{2}) = (-y, x)$ ;
- $E(-t) = (x, -y)$ ;
- $E(\pi - t) = (-x, y)$ .



**Figura 6.32:** Relações entre arcos e pontos no círculo.  
Fonte: Adaptado de [18].

Essas relações expressam a simetria da função de Euler, que fundamentam as propriedades fundamentais das funções trigonométricas seno e cosseno, consolidando a ligação entre Geometria, e no estudo da Trigonometria.

O estudo das funções trigonométricas constitui um dos pilares da Matemática, pois estabelece relações fundamentais entre ângulos e medidas, além de possibilitar a modelagem de fenômenos periódicos presentes em diversas áreas do conhecimento. As funções seno e cosseno, em particular, são essenciais nesse contexto, pois traduzem em linguagem algébrica propriedades geométricas observadas na circunferência unitária.

**Definição 8:** As funções  $\cos : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $\sin : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ , chamadas **função cosseno** e **função seno**, respectivamente, são definidas pondo-se, para cada  $t \in \mathbb{R}$ :

$$E(t) = (\cos t, \sin t).$$

Noutras palavras,  $x = \cos t$  e  $y = \sin t$  são respectivamente a abscissa e a ordenada do ponto  $E(t)$  da circunferência unitária.

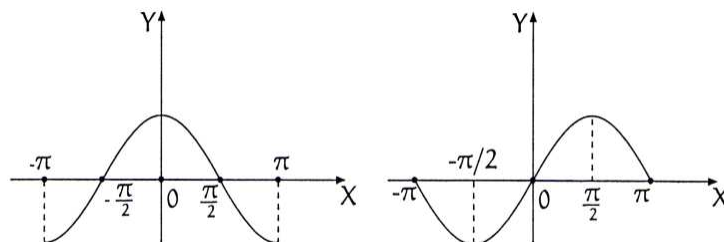
Segue-se imediatamente desta definição que vale, para todo  $t \in \mathbb{R}$ , a relação fundamental

$$\cos^2 t + \sin^2 t = 1.$$

**Definição 9:** Diz-se que a função  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  é *par* quando se tem  $f(-t) = f(t)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ . Se se tem  $f(-t) = -f(t)$  para todo  $t \in \mathbb{R}$ , a função  $f$  chama-se *ímpar*.

A saber, a função cosseno é uma função par e a função seno é uma função ímpar. Com base na figura 6.32 e na definição 8, é possível verificar as identidades:

$$\begin{array}{ll} \cos(t + \pi) = -\cos t, & \sin(t + \pi) = -\sin t; \\ \cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t; & \sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t; \\ \cos\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \sin t; & \sin\left(\frac{\pi}{2} - t\right) = \cos t; \\ \cos(\pi - t) = -\cos t, & \sin(\pi - t) = \sin t. \end{array}$$



**Figura 6.33:** Gráficos das funções seno e cosseno, respectivamente.

Fonte: Adaptado de [18].

Das funções seno e cosseno, derivam as outras funções trigonométricas, a saber  $\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{sen} x}{\operatorname{cos} x}$ ,  $\operatorname{cotg} x = \frac{\operatorname{cos} x}{\operatorname{sen} x}$ ,  $\operatorname{sec} x = \frac{1}{\operatorname{cos} x}$  e  $\operatorname{cossec} x = \frac{1}{\operatorname{sen} x}$ . Estas funções são chamadas, respectivamente de **tangente**, **cotangente**, **secante** e **cossecante**. Cumpre observar que tais funções, sendo definidas por meio de quocientes, têm seus domínios restritos aos números reais para os quais o denominador é diferente de zero. Assim, por exemplo, a função tangente tem como domínio o conjunto dos números reais que não são múltiplos ímpares de  $\pi/2$  pois  $\operatorname{cos} x = 0$  se, e somente se,

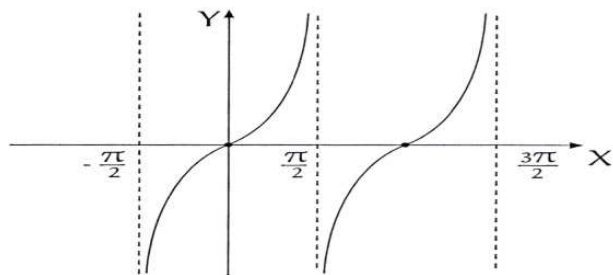
$$x = (2k + 1)\frac{\pi}{2} = k\pi + \frac{\pi}{2},$$

em que  $k \in \mathbb{Z}$ .

Assim, o domínio da função  $x \mapsto \operatorname{tg} x$  é formado pela reunião dos intervalos abertos  $(k\pi - \frac{\pi}{2}, k\pi + \frac{\pi}{2})$ , para todo  $k \in \mathbb{Z}$ .

Em cada um desses intervalos, como por exemplo, o intervalo  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , a função tangente é crescente e, na realidade,  $x \mapsto \operatorname{tg} x$  é uma correspondência biunívoca entre um intervalo aberto de comprimento  $\pi$  e a reta inteira  $\mathbb{R}$ .

A função tangente, embora não esteja definida para todo número real  $\mathbb{R}$ , pode ser considerada como uma função periódica, de período  $\pi$ , pois  $\pi$  é o menor número real positivo tal que  $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg} x$  se  $x$  e  $x + \pi$  pertencem ao domínio da função. A restrição da função tangente ao intervalo  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , sendo uma correspondência biunívoca  $\operatorname{tg} : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$ , possui uma função inversa, chamada **arco tangente**, indicada com a notação  $\operatorname{arctg} : \mathbb{R} \rightarrow (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ , a qual é uma correspondência biunívoca de domínio  $\mathbb{R}$  e imagem igual ao intervalo aberto  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ .



**Figura 6.34:** Gráficos da função tangente.  
Fonte: Adaptado de [18].

No capítulo seguinte, serão apresentados projetos que utilizam a cultura maker e o Arduino como ferramentas pedagógicas para explorar esses conceitos em sala de aula, promovendo o protagonismo dos estudantes, a experimentação e a integração entre Matemática, tecnologia e criatividade.

## Propostas de Atividades

---

Neste capítulo, serão apresentadas as propostas de atividades elaboradas no decorrer deste trabalho, as quais buscam utilizar os princípios da cultura maker, o potencial pedagógico da plataforma Arduino e o ensino de Matemática, a fim de promover uma aprendizagem ativa, significativa e conectada à realidade dos estudantes. Em um contexto educacional que exige inovação e protagonismo discente, integrar tecnologia e experimentação à sala de aula torna-se um caminho promissor para desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e a capacidade de resolução de problemas. Assim, as atividades propostas pretendem demonstrar como conceitos matemáticos, em especial os relacionados à Geometria e à Trigonometria, podem se consolidar por meio da construção e programação de protótipos, favorecendo a compreensão dos conteúdos de maneira contextualizada. Mais do que exercícios práticos, esses projetos configuram-se como experiências de investigação e criação, nas quais o estudante assume um papel ativo na construção do conhecimento, e o professor atua como mediador desse processo, fortalecendo a relação entre teoria, prática e tecnologia.

Cada projeto foi cuidadosamente estruturado para permitir que o professor compreenda, passo a passo, como realizar sua construção e implementação em sala de aula, detalhando sua finalidade pedagógica e apresentando imagens ilustrativas que facilitam a reprodução das experiências. Os códigos utilizados em cada proposta, elaborados através da plataforma Arduino IDE, encontram-se disponíveis no Apêndice A deste trabalho, servindo como apoio técnico e material de consulta para adaptações conforme o nível de ensino ou os recursos disponíveis. Além disso, todos os projetos são acompanhados de planos de aula padronizados, organizados segundo a seguinte estrutura: tema, problematização, público-alvo, pré-requisitos, objetivos, recursos didáticos, duração, desenvolvimento e conclusão. Essa sistematização busca oferecer ao docente não apenas um roteiro metodológico claro e acessível, mas também um instrumento de reflexão sobre como práticas tecnológicas e experimentais podem potencializar o ensino de Geometria e Trigonometria, tornando o aprendizado mais dinâmico, contextualizado e significativo.

Nesse sentido, a utilização do Arduino nas atividades propostas possibilita que os estudantes interajam com fenômenos reais por meio da coleta de dados, da programa-

ção e da experimentação. Ao construir e testar protótipos, os alunos são convidados a formular hipóteses, interpretar resultados e estabelecer relações entre diferentes grandezas, aproximando o ensino de Matemática de práticas investigativas. Esse processo favorece não apenas a compreensão de conceitos geométricos e trigonométricos, mas também o desenvolvimento do pensamento computacional e da capacidade de resolução de problemas.

A seguir, serão apresentadas as atividades elaboradas ao longo deste trabalho. É importante ressaltar que o foco das atividades não estará no cálculo do erro entre a medida real e a medida obtida. Que este material inspire novas práticas e proporcione uma rica experiência de aplicação e aprendizagem.

## 7.1 Projeto 1: Medindo alturas com o Arduino: o Teorema de Pitágoras em ação

Este projeto tem como objetivo explorar o Teorema de Pitágoras por meio de uma aplicação prática utilizando a plataforma Arduino e o sensor de distância Garmin Lidar-Lite V3 (Figura 7.1). Os estudantes irão construir e operar um dispositivo composto por duas placas de MDF (10 X 20 cm) unidas por uma dobradiça, formando uma estrutura ajustável, semelhante a um medidor de inclinação (Figura 7.2). A atividade consiste em posicionar o protótipo a uma determinada distância de uma parede ou edifício, medir a distância horizontal com o auxílio de uma trena ou fita métrica e, em seguida, utilizar o sensor Garmin para obter a distância inclinada (hipotenusa) até o topo da estrutura observada. Com esses dados, os alunos deverão calcular manualmente a altura do objeto, aplicando o Teorema de Pitágoras. Em uma segunda etapa, é possível utilizar o próprio Arduino para registrar as medidas e automatizar parte do cálculo, promovendo discussões sobre possíveis aprimoramentos tecnológicos e aplicações da robótica na medição de distâncias. Essa atividade estimula a compreensão geométrica, o pensamento computacional e o raciocínio lógico, integrando conceitos matemáticos à prática experimental.



**Figura 7.1:** Sensor Garmin Lidar-Lite V3. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).



**Figura 7.2:** Protótipo para medições. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Aplicação do Teorema de Pitágoras em medições reais com o uso do Arduino.
2. **Problematização:** Como é possível medir a altura de um prédio ou parede utilizando o Teorema de Pitágoras e um sensor eletrônico? De que forma o uso da tecnologia pode facilitar medições e tornar o aprendizado de Matemática mais prático e significativo?
3. **Público-alvo:** Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Compreensão do Teorema de Pitágoras.
  - Noções básicas de medidas de comprimento e unidades de medida.
  - Conhecimento introdutório sobre o funcionamento do Arduino e sensores.
5. **Objetivos:**
  - Aplicar o Teorema de Pitágoras na resolução de problemas práticos.
  - Relacionar conceitos matemáticos com ferramentas tecnológicas.
  - Desenvolver o pensamento lógico e a capacidade de modelar situações reais.
  - Estimular o trabalho colaborativo e o protagonismo dos alunos.
6. **Habilidade da BNCC a ser trabalhada:**

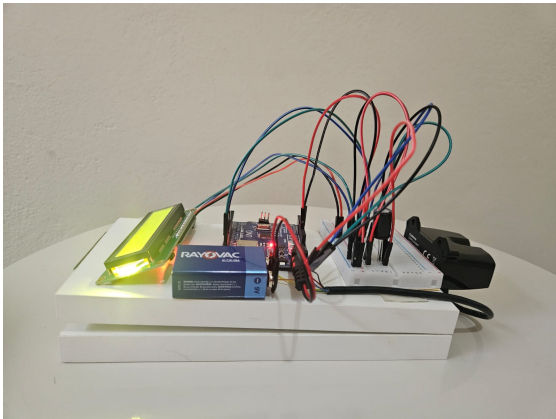
(EF09MA13) Demonstrar relações métricas do triângulo retângulo, entre elas o teorema de Pitágoras, utilizando, inclusive, a semelhança de triângulos.

**7. Recursos didáticos:**

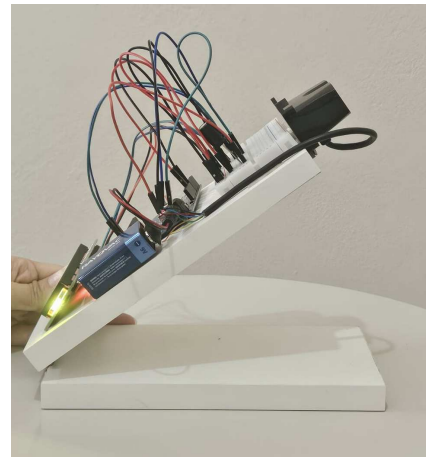
- Arduino UNO;
- Sensor Garmin Lidar-Lite V3;
- Duas placas de MDF (10 X 20 cm);
- Dobradiça de metal;
- Fita métrica ou trena;
- Protoboard e jumpers;
- Display LCD;
- Bateria de 9V e conector para Arduino;
- Notebook com Arduino IDE instalado;
- Laser.

**8. Duração:** 2 aulas de 50 minutos**9. Desenvolvimento (passo a passo):**

- **Introdução ao problema:** Inicie a aula promovendo uma discussão sobre os métodos tradicionais de medição de alturas como o uso de trenas, sombras e proporções e destaque suas limitações em relação à precisão e à praticidade. Apresente o desafio: medir a altura de um objeto ou estrutura utilizando o Teorema de Pitágoras e o Arduino como ferramenta auxiliar.
- **Apresentação do protótipo:** Mostre aos alunos o dispositivo confeccionado com duas placas de MDF (10 X 20 cm) unidas por uma dobradiça e equipado com o sensor Garmin lidar-Lite V3 (Figura 7.1).



**Figura 7.3:** Protótipo construído para a medição de alturas, composto por placas de MDF articuladas, sensor Garmin Lidar-Lite V3 e plataforma Arduino. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

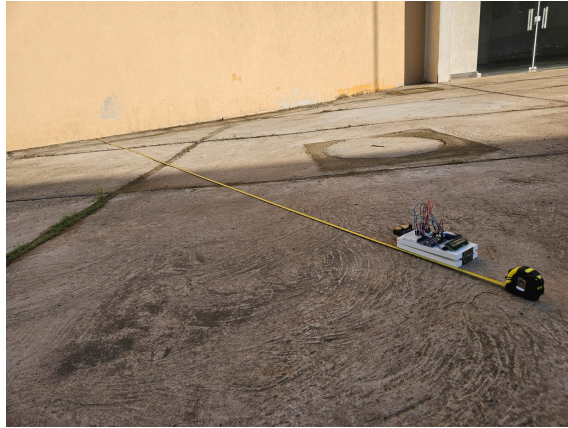


**Figura 7.4:** Protótipo construído para a medição de alturas, composto por placas de MDF articuladas, sensor Garmin Lidar-Lite V3 e plataforma Arduino. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Organização dos grupos:** Divida a turma em pequenos grupos de 3 a 4 estudantes, de modo que cada grupo possa manipular o protótipo, registrar dados e realizar cálculos. Incentive o trabalho colaborativo, apoiado nos princípios da cultura maker, atribuindo funções como operador do Arduino, registrador de dados, calculista e observador.
- **Montagem e calibração:** Cada grupo deve verificar o encaixe das placas de MDF, a fixação da dobradiça e a conexão correta entre o Arduino, o sensor Garmin e a bateria de 9V.

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foi disponibilizado no Apêndice A, seção A.1.2. Oriente os alunos a testar o sensor utilizando o display LCD, garantindo que as leituras estejam funcionando corretamente.

- **Medição da base:** Posicione o equipamento a uma distância fixa da parede ou prédio (por exemplo, 3 metros). Utilize uma fita métrica ou trena para medir essa distância com precisão, registrando o valor obtido como o cateto adjacente.
- **Medição da hipotenusa:** Em seguida, incline a placa superior do protótipo e direcione o sensor, com o auxílio do laser acoplado, para o topo da estrutura. Realize a leitura da distância inclinada (hipotenusa) diretamente no display LCD. Cada grupo deve efetuar duas medições consecutivas, a fim de garantir maior precisão, registrando os valores em uma tabela ou no próprio caderno. Posteriormente, o grupo deverá calcular a média aritmética dos resultados obtidos.
- **Cálculo da altura:** Com base nos valores da base e da hipotenusa,

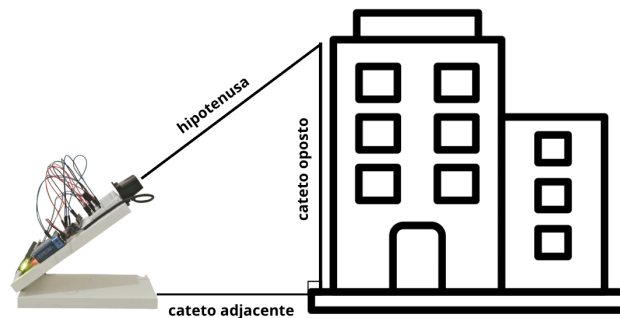


**Figura 7.5:** Medição da distância horizontal entre o protótipo e a superfície vertical, correspondente ao cateto adjacente do triângulo retângulo.  
Fonte: Elaborada pela autora (2025).



**Figura 7.6:** Leitura da distância inclinada até o topo da estrutura, correspondente à hipotenusa do triângulo retângulo, realizada com o sensor Garmin Lidar-Lite V3. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

oriente os grupos a aplicar o Teorema de Pitágoras, calculando manualmente a altura da estrutura (cateto oposto) por meio da relação  $h = \sqrt{(\text{hipotenusa})^2 - (\text{base})^2}$ . Lembre os alunos de somar a altura do protótipo ao solo à altura calculada, obtendo assim a altura total da parede ou edifício.



**Figura 7.7:** Esquema geométrico do triângulo retângulo formado pelas medições realizadas, destacando a base, a hipotenusa e a altura calculada por meio do Teorema de Pitágoras. Fonte: Elaborada pela autora.

- **Análise dos resultados:** Compare os resultados obtidos pelos diferentes grupos e discuta as possíveis variações nas medidas. Aborde aspectos como precisão do sensor, erros de alinhamento, ângulo de inclinação e distância do ponto de medição, incentivando a reflexão sobre fontes de erro e a importância da validação dos dados.
  - **Registro e socialização:** Finalize solicitando que cada grupo registre seus resultados, hipóteses e observações em um pequeno relatório, refletindo sobre a integração entre teoria Matemática e prática tecnológica.
10. **Avaliação e Resultados Esperados:** A avaliação do projeto deve ser realizada de forma processual e formativa, considerando não apenas o resultado final das medições, mas todo o percurso de aprendizagem desenvolvido pelos estudantes ao longo da atividade. Sendo observados, principalmente, os seguintes aspectos:
- a participação ativa dos estudantes nas etapas de montagem, calibração e operação do protótipo;
  - a capacidade de compreender e aplicar corretamente o Teorema de Pitágoras em uma situação real de medição;
  - a organização e o registro adequado dos dados coletados, bem como a realização correta dos cálculos envolvidos;
  - a interpretação dos resultados obtidos e a identificação de possíveis fontes de erro experimental;

- o trabalho colaborativo, a comunicação entre os integrantes do grupo e o protagonismo na resolução de problemas.

Espera-se, ao final do projeto, que os estudantes compreendam de maneira significativa a aplicação do Teorema de Pitágoras em situações concretas, reconhecendo sua utilidade para a resolução de problemas do cotidiano. Além disso, espera-se que desenvolvam maior familiaridade com o uso de tecnologias digitais e sensores eletrônicos como ferramentas de apoio ao ensino e à aprendizagem da Matemática, ampliando o raciocínio lógico, o pensamento computacional e a capacidade de análise crítica dos dados obtidos. O projeto também visa fortalecer habilidades socioemocionais, como o trabalho em equipe, a autonomia e a responsabilidade, promovendo uma aprendizagem ativa, investigativa e contextualizada.

11. **Conclusão:** A atividade possibilita aos estudantes compreender, de forma prática e contextualizada, a aplicação do Teorema de Pitágoras em situações reais de medição. Ademais, estimula o uso da tecnologia como ferramenta de apoio ao raciocínio matemático e ao desenvolvimento de habilidades investigativas e criativas, reforçando a importância da interdisciplinaridade e da integração entre Matemática, tecnologia e experimentação no processo de ensino e aprendizagem.

Como variação do experimento anterior, propõe-se agora uma forma de exploração das relações métricas do triângulo retângulo, por meio do uso de ângulos e razões trigonométricas. Mantendo a mesma estrutura física do protótipo construído (Figura 7.2). Os estudantes passarão a empregar uma régua digital (Figura 7.8) para medir o ângulo de inclinação do dispositivo. Assim, poderão determinar, a partir da hipotenusa e do ângulo medido, as dimensões da base e da altura do objeto observado, aplicando as funções seno e cosseno em uma situação prática de medição.

## 7.2 Projeto 2: Explorando Seno e Cosseno com o Arduino

Este projeto tem como objetivo aprofundar a aplicação da Trigonometria em medições reais, utilizando o Arduino e o sensor Garmin Lidar-Lite V3 (Figura 7.1). Agora, em vez de medir diretamente a base, os estudantes irão utilizar uma régua digital de medição de ângulos (Figura 7.8), semelhante a um transferidor eletrônico, para determinar o ângulo formado entre a base e a inclinação do protótipo de MDF (Figura 7.2). A partir do valor do ângulo e da medida da hipotenusa fornecida pelo sensor, os alunos calcularão as dimensões desconhecidas, base e altura, utilizando relações trigonométricas (seno e cosseno). Essa abordagem promove a compreensão da Trigonometria como ferramenta de modelagem do mundo real, aproximando os conceitos matemáticos da experimentação tecnológica.



**Figura 7.8:** Régua digital para medir ângulos. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Aplicação das razões trigonométricas seno e cosseno em medições reais com o uso do Arduino.
2. **Problematização:** Como é possível calcular a altura e a base horizontal de um objeto conhecendo apenas o ângulo de elevação e a distância inclinada?
3. **Público-alvo:** Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Conhecimento das razões trigonométricas no triângulo retângulo.
  - Noções básicas de medida de ângulos.
  - Familiaridade com o funcionamento básico do Arduino e sensores.
5. **Objetivos:**
  - Utilizar as razões trigonométricas seno e cosseno para determinar medidas de altura e distância.
  - Relacionar conceitos de Trigonometria com o uso de tecnologias digitais e experimentação prática.
  - Desenvolver a capacidade de interpretar situações reais por meio da modelagem Matemática.
  - Promover o trabalho em equipe e o raciocínio científico.
6. **Habilidade da BNCC a ser trabalhada:**

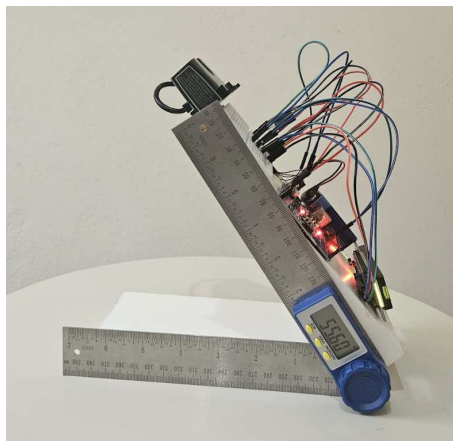
(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de Álgebra e Geometria.

**7. Recursos didáticos:**

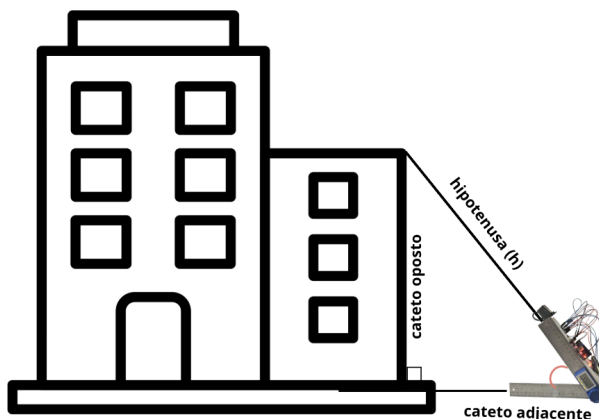
- Arduino UNO;
- Sensor Garmin Lidar-Lite V3;
- Duas placas de MDF (10 X 20 cm);
- Dobradiça de metal;
- Régua digital para medir ângulos;
- Protoboard e jumpers;
- Display LCD;
- Bateria de 9V e conector para Arduino;
- Notebook com Arduino IDE instalado;
- Laser;
- Tabela trigonométrica completa (Disponível no Apêndice B) ou calculadora científica.

**8. Duração:** 2 aulas de 50 minutos**9. Desenvolvimento (passo a passo):**

- **Introdução ao problema:** Inicie a aula questionando os alunos sobre como é possível medir a altura de um prédio ou parede quando não é viável medir diretamente a base. Apresente a ideia de usar o ângulo e a distância inclinada para determinar medidas por meio das relações trigonométricas.
- **Apresentação do protótipo:** Mostre o dispositivo construído com duas placas de MDF unidas por uma dobradiça e equipado com o sensor Garmin Lidar-Lite V3. Desta vez, acople ou demonstre o uso da régua digital para medição do ângulo de inclinação.
- **Organização dos grupos:** Divida a turma em grupos de 3 a 4 estudantes, atribuindo papéis como operador do sensor, leitor do ângulo, calculista e registrador. Estimule a cooperação entre os grupos.  
**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foi disponibilizado no Apêndice A, seção [A.1.2](#).
- **Medição da hipotenusa:** Posicione o protótipo a uma distância aproximada da parede ou prédio. Mire o sensor no topo da estrutura e registre a leitura da hipotenusa exibida no display LCD.
- **Medição do ângulo:** Utilizando a régua digital, registre o ângulo formado entre a base horizontal e a inclinação da placa superior. Cada grupo deve realizar duas medições para garantir maior precisão.



**Figura 7.9:** Representação geométrica do triângulo associado ao protótipo de medição, destacando a hipotenusa, o ângulo de inclinação e os catetos correspondentes à base e à altura. Fonte: Elaborada pela autora (2025).



**Figura 7.10:** Protótipo de medição com sensor de distância e régua digital para determinação do ângulo de inclinação. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Cálculo da base e da altura:** Com os valores da hipotenusa ( $h$ ) e do ângulo ( $\theta$ ), oriente os grupos a calcular:

$$\text{base} = h \times \cos(\theta);$$

$$\text{altura} = h \times \text{sen}(\theta).$$

Observação: Ressalte aos alunos que a altura real do prédio será obtida somando-se à altura calculada a altura do protótipo (distância entre o sensor e o solo).

- **Verificação dos resultados:** Os grupos podem comparar os resultados obtidos com medições diretas (usando trena ou estimativas visuais) e discutir as diferenças encontradas, identificando as possíveis fontes de erro.

- **Registro e socialização:** Finalize solicitando que os grupos apresentem um pequeno relatório com as medições, cálculos e comparações.
10. **Avaliação e Resultados Esperados:** A avaliação do projeto será conduzida de forma processual e formativa, considerando o envolvimento dos estudantes ao longo de todas as etapas da atividade, desde a compreensão do problema até a análise dos resultados obtidos. Não se restringirá apenas aos valores finais calculados, mas ao percurso investigativo desenvolvido pelos grupos. Serão considerados, especialmente, os seguintes aspectos:
- a participação ativa dos estudantes nas etapas de montagem, manuseio do protótipo e utilização dos sensores e da régua digital de ângulos;
  - a correta identificação e aplicação das razões trigonométricas seno e cosseno no cálculo da base e da altura;
  - a organização, o registro adequado e a clareza na apresentação dos dados coletados e dos cálculos realizados;
  - a capacidade de interpretar os resultados obtidos, comparando-os com medições diretas ou estimativas e identificando possíveis fontes de erro experimental, como imprecisão na leitura do ângulo, alinhamento do sensor ou variações na posição do protótipo;
  - o trabalho colaborativo, a comunicação entre os integrantes do grupo e o protagonismo na resolução dos desafios propostos.

Espera-se que os estudantes desenvolvam maior familiaridade com o uso de tecnologias digitais e sensores eletrônicos como ferramentas de apoio à Matemática, ampliando o raciocínio lógico, o pensamento computacional e a capacidade de análise crítica dos dados obtidos.

11. **Conclusão:** A atividade permite que os estudantes compreendam a aplicação das funções seno e cosseno na resolução de problemas reais de medição, relacionando conceitos geométricos, trigonométricos e tecnológicos. Além de promover o pensamento investigativo, reforça o uso da Matemática como ferramenta para compreender e modelar o mundo físico.

A partir das experiências realizadas nos dois primeiros projetos, os estudantes já compreendem de forma prática a aplicação do Teorema de Pitágoras e das razões trigonométricas em situações reais de medição.

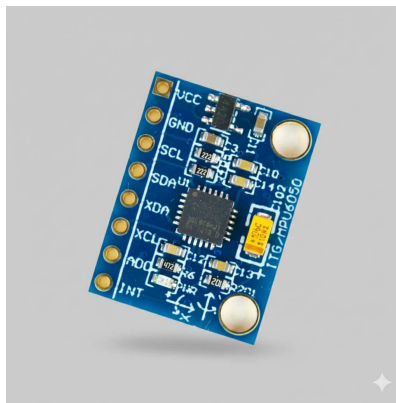
### 7.3 Projeto 3: Realizando medidas de forma automatizada

Este projeto propõe uma evolução dos experimentos anteriores, integrando conceitos de Trigonometria e automação. A ideia é que o Arduino realize os cálculos automaticamente, utilizando as leituras de um sensor de distância (Garmin Lite V3)

e de um sensor de ângulo: potenciômetro rotativo (Figura 5.6) ou sensor MPU-6050 (Figura 7.11). Assim, o sistema poderá exibir no display as medidas de altura e base de uma estrutura, calculadas a partir das funções trigonométricas seno e cosseno.

A atividade reforça os conceitos de seno, cosseno, mostrando como a Matemática pode ser aplicada em situações tecnológicas reais, como em dispositivos de medição automatizados, engenharia e robótica educacional.

Neste projeto, o foco não está na construção do código em si, mas na compreensão de como os dados fornecidos pelos sensores são utilizados pelo Arduino para realizar automaticamente cálculos trigonométricos já estudados anteriormente.



**Figura 7.11:** Sensor MPU-6050: Acelerômetro e giroscópio. Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Automatização de cálculos trigonométricos com Arduino.
2. **Problematização:** Como um sistema eletrônico pode calcular automaticamente a altura de um objeto usando apenas o ângulo de inclinação e a distância medida?
3. **Público-alvo:** Estudantes do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Compreensão das relações trigonométricas no triângulo retângulo.
  - Noções introdutórias de programação em Arduino.
5. **Objetivos:**
  - Aplicar as funções trigonométricas na resolução de problemas reais.
  - Integrar conceitos de Matemática e programação para automatizar medições.
  - Desenvolver habilidades de análise, interpretação e modelagem de situações práticas.

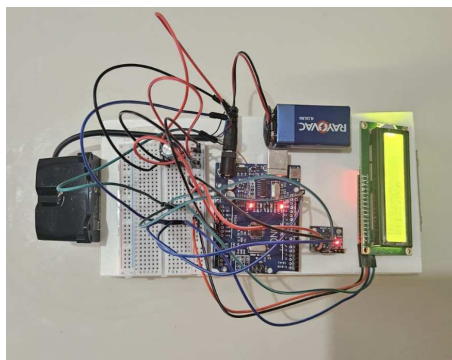
- Promover a aprendizagem significativa e o protagonismo dos alunos por meio da experimentação tecnológica.

#### 6. Habilidade da BNCC a ser trabalhada:

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de Álgebra e Geometria.

#### 7. Recursos didáticos:

- Arduino UNO;
- Sensor Garmin Lidar-Lite V3;
- Sensor de ângulo MPU-6050;
- Display LCD;
- Protótipo 7.2, formado por duas placas de MDF (10 X 20 cm) e uma dobradiça;
- Protoboard e jumpers;
- Bateria de 9V e conector para Arduino;
- Notebook com Arduino IDE instalado.

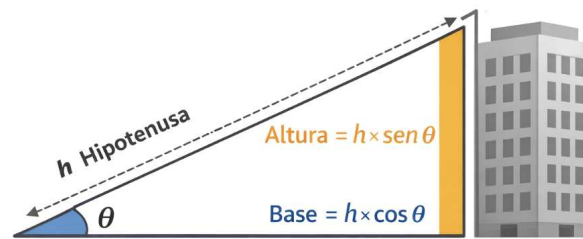


**Figura 7.12:** Protótipo do sistema automatizado de medição, composto por Arduino, sensor de distância, sensor de ângulo e display LCD. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

8. **Duração:** 2 a 3 aulas de 50 minutos.

#### 9. Desenvolvimento (passo a passo):

- **Introdução ao problema:** Retome brevemente o projeto anterior e apresente o desafio: criar um modelo capaz de calcular automaticamente a altura e a base de uma estrutura a partir da leitura da hipotenusa e do ângulo de inclinação.



**Figura 7.13:** Esquema conceitual da medição automatizada, relacionando o ângulo de inclinação e a distância medida às funções seno e cosseno.

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Apresentação dos sensores:** Explique o funcionamento do sensor de ângulo MPU-6050 e como ele pode fornecer dados em graus para o Arduino.
- **Montagem do sistema:** Conecte o Garmin Lidar-Lite V3 e o sensor de ângulo ao Arduino. Certifique-se de que o display LCD esteja configurado para exibir os valores medidos e os resultados calculados.
- **Programação:** Desenvolva o código para coletar as leituras dos sensores e calcular, com base nas funções trigonométricas. Exiba os resultados no display LCD.

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foi disponibilizado no Apêndice A, seção [A.1.6](#).

- **Testes e medições:** Posicione o protótipo diante de uma parede e realize medições reais. Compare os resultados obtidos automaticamente com os cálculos manuais realizados no projeto 2.
- **Discussão dos resultados:** Promova uma reflexão sobre as fontes de erro e sobre como a automação melhora a precisão e a eficiência nas medições.
- **Registro e socialização:** Finalize solicitando que os grupos apresentem um pequeno relatório com as medições, cálculos e comparações.

10. **Avaliação e resultados esperados:** A avaliação do projeto será realizada de forma processual e formativa, considerando todo o desenvolvimento da atividade e não apenas o funcionamento final do sistema automatizado. Serão observados, principalmente, os seguintes aspectos:

- a participação ativa dos estudantes nas etapas de montagem do circuito, integração dos sensores e programação do Arduino;
- a compreensão das funções trigonométricas seno e cosseno e sua correta aplicação nos cálculos automatizados de base e altura;
- a capacidade de interpretar as leituras fornecidas pelos sensores de distância e de ângulo;



**Figura 7.14:** Sistema automatizado em funcionamento durante a realização das medições de altura e base. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- a comparação entre os resultados obtidos automaticamente e os cálculos manuais realizados no projeto anterior;
- a organização, o registro dos dados e a análise crítica dos possíveis erros de medição;
- o trabalho colaborativo, a comunicação entre os integrantes do grupo e o protagonismo na resolução de problemas.

Espera-se, ao final do projeto, que os estudantes compreendam de forma significativa como a Trigonometria pode ser integrada a sistemas automatizados de medição, reconhecendo a Matemática como ferramenta essencial para a modelagem de situações reais. Além disso, espera-se que desenvolvam maior familiaridade com sensores, microcontroladores e programação, ampliando o raciocínio lógico, o pensamento computacional e a autonomia no uso de tecnologias digitais.

11. **Conclusão:** A atividade amplia a compreensão dos alunos sobre a aplicação da Trigonometria e introduz o conceito de automação de cálculos com o uso de sensores e microcontroladores. Ao unir Matemática, tecnologia e criatividade, o projeto consolida a aprendizagem de forma prática e interdisciplinar, aproximando o ensino da realidade tecnológica do século XXI.

A sequência dos três projetos aqui apresentados demonstra o potencial da integração entre Matemática, tecnologia e a cultura maker no ambiente escolar. Partindo

de experimentos manuais e evoluindo até a automação dos cálculos, os estudantes vivenciam uma aprendizagem progressiva, investigativa e significativa, que estimula a curiosidade e o raciocínio científico. Essa abordagem evidencia como o uso do Arduino e de recursos tecnológicos simples pode ressignificar o ensino da Matemática, tornando-o mais conectado à realidade contemporânea e promovendo a formação de sujeitos criativos, críticos e protagonistas no processo de construção do conhecimento.

O próximo projeto amplia a investigação geométrica por meio da exploração da semelhança de triângulos. Essa proposta permite compreender como as proporções e as relações entre lados e ângulos se manifestam em diferentes situações do cotidiano, reforçando o potencial do Arduino como ferramenta para a coleta e interpretação de dados em atividades práticas e experimentais.

## 7.4 Projeto 4: Medindo distâncias e alturas pela semelhança de triângulos

Este projeto tem como objetivo explorar a semelhança de triângulos como ferramenta para medir distâncias e alturas inacessíveis. Utilizando o mesmo protótipo empregado nos projetos anteriores (Figura 7.2), composto por duas placas de MDF unidas por uma dobradiça. Os estudantes usarão a estrutura como um triângulo de medidas conhecidas: base fixa ou hipotenusa fixa, enquanto a outra dimensão e a altura variam conforme a abertura do protótipo. O protótipo é orientado em direção ao objeto a ser medido, formando com ele um triângulo maior que será semelhante ao triângulo do protótipo, já que ambos compartilham um ângulo agudo comum e possuem um ângulo de  $90^\circ$ , caracterizando o caso Ângulo-Ângulo (AA).

A partir disso, os alunos utilizarão proporções para estimar a distância até o objeto e sua altura. Em um segundo momento, o Arduino poderá ser utilizado para medir a hipotenusa do triângulo maior, permitindo comparar cálculos manuais e leituras automatizadas. Dessa forma, a atividade reforça conceitos de proporcionalidade, semelhança, modelagem e validação geométrica.

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Aplicação da semelhança de triângulos na medição de distâncias e alturas, utilizando um protótipo físico e o Arduino como instrumentos de apoio.
2. **Problematização:** Como a semelhança de triângulos pode ser utilizada para medir alturas e distâncias inacessíveis? De que modo um triângulo menor, construído com materiais simples, pode modelar uma situação real e permitir medições precisas?
3. **Público-alvo:** Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Compreensão do conceito de semelhança de triângulos.
  - Operações com razões e proporções.

- Noções básicas sobre o uso do Arduino e de sensores de distância.

#### 5. **Objetivos:**

- Aplicar o caso de semelhança de triângulos (AA) para justificar a semelhança de triângulos em uma situação real.
- Utilizar razões de proporcionalidade para estimar medidas inacessíveis.
- Relacionar medições manuais e eletrônicas para validar resultados.
- Desenvolver habilidades de modelagem Matemática e pensamento geométrico.

#### 6. **Habilidade da BNCC a ser trabalhada:**

(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.

#### 7. **Recursos didáticos:**

- Protótipo de MDF (Figura 7.2);
- Régua escolar, para medir a altura do protótipo;
- Sensor Garmin Lidar-Lite V3;
- Arduino UNO alimentado por bateria de 9V;
- Display LCD;
- Trena ou fita métrica para medições auxiliares;
- Notebook com Arduino IDE;
- Laser;
- Planilha para registros, disponível no Apêndice B.

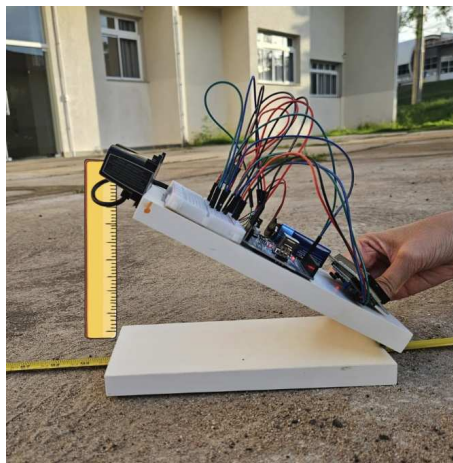
8. **Duração:** 2 aulas de 50 minutos

#### 9. **Desenvolvimento (passo a passo):**

- **Contextualização:** Aborde o conceito de semelhança de triângulos, em especial o caso AA.
- **Formação de grupos:** Organize grupos de 3 a 4 alunos e delegue funções.
- **Medindo o protótipo:** Os alunos devem medir cuidadosamente apenas uma das dimensões fixas do protótipo, que pode ser a base (cateto adjacente), correspondente ao comprimento da placa de MDF, ou a hipotenusa. Em seguida, ajusta-se a abertura da dobradiça, definindo a configuração do triângulo pequeno. A altura desse triângulo deve então ser obtida com o auxílio de uma régua escolar, posicionada perpendicularmente à base, formando um ângulo de  $90^\circ$ . Dessa forma, o triângulo pequeno fica completamente determinado: conhecendo-se a base e a altura, a

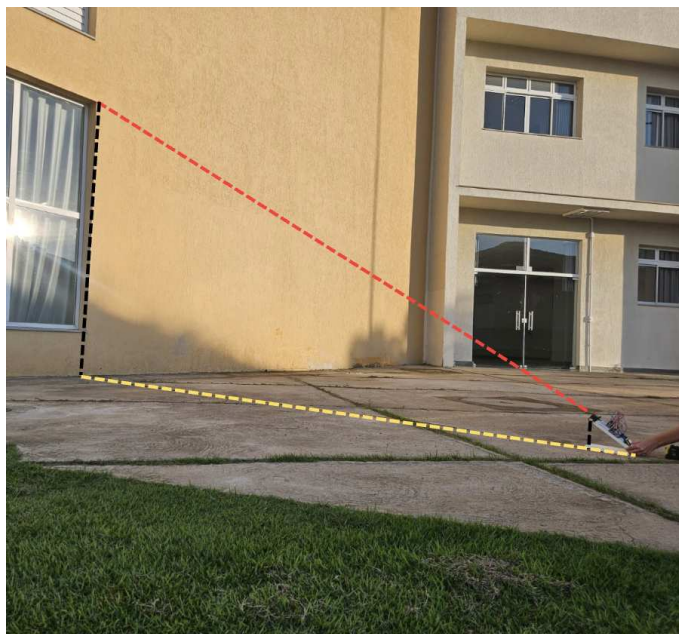
hipotenusa pode ser calculada por meio do Teorema de Pitágoras, ou, alternativamente, medida diretamente.

**Observação:** Essas três medidas definem o “triângulo pequeno”, totalmente conhecido.



**Figura 7.15:** Protótipo de MDF utilizado como modelo geométrico, com identificação da base, altura e hipotenusa, definindo o triângulo pequeno de medidas conhecidas. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Orientação do protótipo:** Ao orientar o protótipo em direção ao objeto, forma-se outro triângulo, chame-o de “triângulo grande”. Este será semelhante ao primeiro, pelo caso ângulo-ângulo.



**Figura 7.16:** Representação esquemática da semelhança entre o triângulo do protótipo (triângulo pequeno) e o triângulo formado com o objeto real (triângulo grande), pelo caso Ângulo-Ângulo (AA). Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Coleta da hipotenusa do triângulo maior:** Com o sensor de distância acionado, o Arduino mostrará no display LCD a hipotenusa do triângulo maior (distância inclinada até o topo do objeto). Registre o valor.

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foi disponibilizado no Apêndice A, seção A.1.2.

- **Cálculo da base do triângulo maior:** Utilizando a proporção entre os triângulos semelhantes:

$$\frac{\text{base pequena}}{\text{hipotenusa pequena}} = \frac{\text{base grande}}{\text{hipotenusa grande}}$$

- **Cálculo da altura do triângulo maior:** Da mesma forma, para a altura:

$$\frac{\text{altura pequena}}{\text{hipotenusa pequena}} = \frac{\text{altura grande}}{\text{hipotenusa grande}}$$

Some à altura grande o valor correspondente à altura em que o protótipo foi posicionado em relação ao solo.

- **Validação e discussão:** Compare resultados entre diferentes grupos. Discuta os possíveis erros como desalinhamento, abertura irregular da dobradiça e imprecisões na leitura da altura pequena.

Esse projeto pode ser facilmente ajustado para se medir, inicialmente, a base do triângulo maior, e, conseqüentemente, por semelhança obter os valores da sua hipotenusa e altura.

- **Extensão tecnológica:** Discuta como o Arduino poderia armazenar os valores e até calcular automaticamente as alturas e bases, permitindo futuras expansões do protótipo.

10. **Avaliação e Resultados Esperados:** A avaliação deste projeto será realizada de forma processual e formativa, considerando o envolvimento dos estudantes em todas as etapas da atividade, desde a compreensão conceitual até a aplicação prática da semelhança de triângulos. Serão observados, especialmente, os seguintes aspectos:

- a participação ativa dos estudantes nas etapas de medição do protótipo, orientação do dispositivo e coleta de dados;
- a capacidade de identificar e justificar a semelhança entre o triângulo do protótipo e o triângulo formado com o objeto real, com base no caso ângulo-ângulo (AA);
- o uso correto das razões de proporcionalidade para o cálculo das medidas da base e da altura do triângulo maior;
- a organização, o registro adequado dos dados e a clareza na apresentação dos cálculos realizados;

- a análise crítica dos resultados obtidos, incluindo a identificação de possíveis fontes de erro e limitações do método.

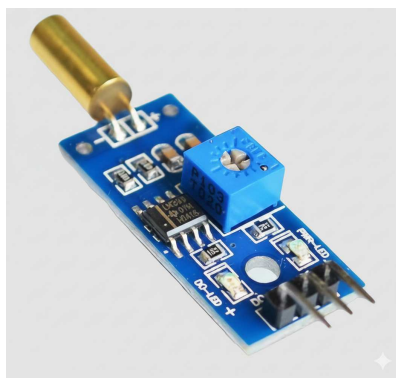
Espera-se que, ao final da atividade, os estudantes compreendam o conceito de semelhança de triângulos e reconheçam sua aplicabilidade na resolução de problemas reais de medição de distâncias e alturas inacessíveis. Além disso, espera-se que desenvolvam maior autonomia na modelagem Matemática de situações concretas, ampliando o raciocínio geométrico, a noção de proporcionalidade e a capacidade de validação dos resultados por meio da comparação entre cálculos manuais e medições realizadas com o auxílio do Arduino. O projeto também contribui para o fortalecimento do trabalho colaborativo, da argumentação Matemática e da integração entre teoria e prática experimental.

11. **Conclusão:** A atividade evidencia como a semelhança de triângulos pode ser aplicada diretamente para medir distâncias e alturas sem contato físico, unindo teoria geométrica e prática experimental. Ao relacionar um modelo reduzido com uma situação real, os estudantes compreendem a potência da proporcionalidade e desenvolvem habilidades de modelagem e investigação.

O próximo projeto propõe a construção de um nível digital, integrando sensores e programação para medir ângulos e verificar a horizontalidade de superfícies, promovendo uma aprendizagem investigativa e alinhada à cultura maker.

## 7.5 Projeto 5: O nível digital: investigando o paralelismo

Este projeto propõe a construção de um **nível digital** utilizando o sensor de inclinação SW-520D (Figura 7.17), acoplado à plataforma Arduino. A atividade articula conceitos de Geometria Plana, em especial o estudo do paralelismo.



**Figura 7.17:** Sensor SW-520D: Inclinômetro - Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Geometria e tecnologia: investigando paralelismo com o Arduino.

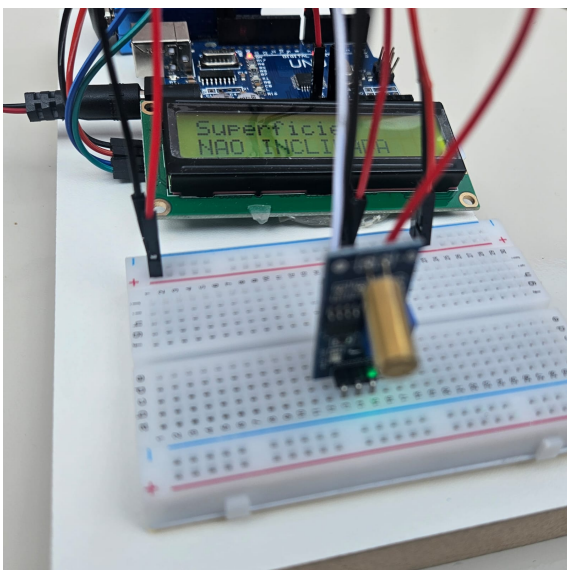
2. **Problematização:** Como podemos verificar, de maneira confiável, se uma superfície está nivelada ou inclinada utilizando recursos tecnológicos simples?
3. **Público-alvo:** Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ano do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Conhecimento prévio sobre ângulos agudos, retos e obtusos.
  - Familiaridade introdutória com o Arduino e sensores.
5. **Objetivos:**
  - Relacionar conceitos geométricos de ângulos, paralelismo a situações práticas do cotidiano.
  - Investigar a inclinação de superfícies por meio de uma verificação qualitativa, distinguindo a identificação de inclinação da medição quantitativa de ângulos.
  - Compreender o funcionamento e a aplicação de sensores de inclinação em atividades experimentais.
  - Promover o pensamento crítico e investigativo por meio da experimentação tecnológica, articulando conceitos matemáticos e recursos digitais.
6. **Habilidades da BNCC a serem trabalhadas:**

(EF07MA23) Verificar relações entre os ângulos formados por retas paralelas cortadas por uma transversal, com e sem uso de softwares de Geometria dinâmica.
7. **Recursos didáticos:**
  - Arduino UNO;
  - Sensor SW-520D (inclinômetro);
  - Protoboard e jumpers;
  - Display LCD;
  - Bateria de 9V e conector para Arduino;
  - Régua ou esquadro;
  - Régua de nível (opcional);
  - Superfícies variadas para teste (mesa, rampa, prateleira, etc.);
  - Notebook com Arduino IDE instalado.
8. **Duração:** 2 aulas de 50 minutos.
9. **Desenvolvimento (passo a passo):**

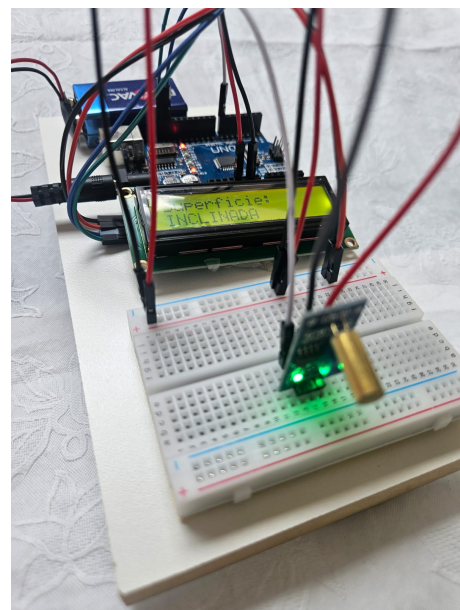
- **Contextualização:** Inicie a aula discutindo situações do cotidiano em que é necessário verificar se uma superfície está nivelada ou inclinada, como em rampas de acessibilidade, prateleiras, pisos e construções.
- **Apresentação dos sensores:** Apresente o sensor SW-520D, explicando de forma simples seu funcionamento e suas finalidades no projeto. Demonstre no Arduino IDE a leitura em tempo real dos dados fornecidos pelo sensor.
- **Organização dos grupos:** Divida os estudantes em grupos de 3 a 4 integrantes. Cada grupo deve montar o circuito conectando os sensores ao Arduino, à protoboard e ao display LCD, alimentado por uma bateria de 9V.
- **Verificação da inclinação da superfície:** Inicialmente, utilize o sensor SW-520D para identificar se a superfície está inclinada (paralela ao solo) ou não inclinada. Explique que esse sensor funciona como um detector de inclinação, indicando variações na posição sem fornecer o valor numérico do ângulo.

Os grupos devem posicionar o sensor sobre diferentes superfícies e observar as respostas do sistema:

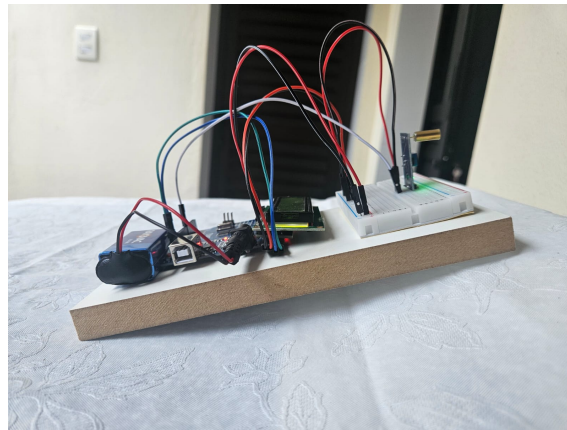
- **Caso 1: Superfície não inclinada:** LED apagado e mensagem NÃO INCLINADA no display LCD;
- **Caso 2: Superfície inclinada:** LED aceso e mensagem INCLINADA no display LCD.



**Figura 7.18:** Caso 1: Protótipo sobre uma mesa. Fonte: Elaborada pela autora (2025).



**Figura 7.19:** Caso 2: Protótipo sobre uma máquina de lavar roupa. Fonte: Elaborada pela autora (2025).



**Figura 7.20:** Caso 2: Protótipo sobre uma máquina de lavar roupa, indicando inclinação da superfície. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Os estudantes devem registrar suas observações, classificando as superfícies analisadas quanto à presença ou ausência de inclinação.

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foi disponibilizado no Apêndice A, seção [A.1.7](#).

- **Experimentação prática:** Cada grupo deve encontrar e verificar superfícies inclinadas. Peça que descrevam se a superfície é plana, inclinada, paralela ou perpendicular ao solo.
- **Análise e discussão:** Promova uma discussão relacionando os dados obtidos com conceitos matemáticos. Retome a Recíproca do Teorema de Pitágoras para discutir condições de perpendicularidade e paralelismo, analisando se pequenas variações angulares podem comprometer o alinhamento de uma superfície.
- **Registro e socialização:** Cada grupo deve elaborar um registro com as superfícies analisadas, as observações realizadas e as conclusões obtidas. Os resultados podem ser socializados em sala, permitindo a comparação entre diferentes situações investigadas.

10. **Avaliação e Resultados Esperados:** A avaliação deste projeto será realizada de forma processual e formativa, considerando o envolvimento dos estudantes ao longo de todas as etapas da atividade, desde a montagem do circuito até a análise dos dados obtidos nas medições. O foco da avaliação será na compreensão conceitual, na capacidade de investigação e na reflexão crítica desenvolvidas durante a experimentação. Serão observados, em especial, os seguintes aspectos:

- a participação ativa dos estudantes na montagem do sistema com o Arduino e na manipulação do sensor SW-520D;
- a compreensão dos conceitos de ângulo, inclinação, paralelismo e perpendicularidade, relacionando-os às medições realizadas;

- a capacidade de interpretar corretamente os valores fornecidos pelo sensor, identificando superfícies planas/ paralelas ao solo ou inclinadas;
- o registro organizado dos dados coletados, bem como a análise comparativa entre diferentes superfícies avaliadas;
- a postura investigativa, o trabalho colaborativo e a comunicação das ideias durante as discussões em grupo e a socialização dos resultados.

Espera-se, ao final da atividade, que os estudantes reconheçam a presença dos conceitos geométricos de ângulo, paralelismo e inclinação em situações concretas do cotidiano, compreendendo como esses conceitos podem ser investigados e validados com o apoio de tecnologias digitais. Além disso, espera-se que desenvolvam maior familiaridade com o uso de sensores eletrônicos, ampliando o raciocínio lógico, a leitura crítica de dados e a compreensão das limitações e possibilidades dos dispositivos tecnológicos. O projeto também contribui para o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como cooperação, autonomia e responsabilidade, fortalecendo uma aprendizagem ativa, significativa e contextualizada.

11. **Conclusão:** O projeto do nível digital possibilita uma abordagem investigativa e aplicada dos conceitos de inclinação e paralelismo, integrando Matemática e tecnologia de forma acessível e significativa. Ao priorizar a verificação qualitativa da inclinação, a atividade torna-se mais compatível com o contexto escolar, promovendo a compreensão conceitual, o pensamento crítico e a aprendizagem ativa.

O próximo projeto introduz a Lei dos Cossenos como ferramenta poderosa para relacionar lados e ângulos em configurações oblíquas, aprofundando a modelagem Matemática e integrando medições de campo com cálculos analíticos e leituras automatizadas pelo Arduino.

## 7.6 Projeto 6: A Lei dos Cossenos em ação: medindo e modelando triângulos quaisquer com Arduino

Este projeto propõe investigar e aplicar a **Lei dos Cossenos** em triângulos quaisquer por meio de medições práticas e do uso do Arduino como ferramentas de apoio. Diferentemente das atividades centradas em triângulos retângulos, aqui os estudantes trabalharão com triângulos não necessariamente retângulos, aprendendo a relacionar lados e ângulos por meio da expressão

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\hat{C}),$$

utilizando tanto cálculos manuais quanto processamento embarcado para estimar lados desconhecidos ou ângulos. A atividade integra conhecimentos de Geometria

Plana, Trigonometria e tecnologia, promovendo a modelagem Matemática de situações reais e a validação experimental de resultados.

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Aplicação prática da Lei dos Cossenos para resolução de problemas envolvendo triângulos quaisquer, com apoio de sensores e Arduino.
2. **Problematização:** Como calcular um lado desconhecido ou o ângulo de um triângulo que não é retângulo usando medições de campo? De que modo a Lei dos Cossenos amplia as possibilidades de medição indireta em comparação ao caso do triângulo retângulo?
3. **Público-alvo:** Estudantes do Ensino Médio (1° e 2° anos).
4. **Pré-requisitos:**
  - Conhecimentos sobre triângulos, ângulos e relações trigonométricas básicas.
  - Noções de cálculo algébrico e uso de calculadora.
  - Familiaridade introdutória com o Arduino e leitura de sensores.
5. **Objetivos:**
  - Compreender e aplicar a Lei dos Cossenos em situações experimentais.
  - Integrar medições manuais (fitas métricas, réguas) com leituras eletrônicas (sensores) para estimar medidas desconhecidas.
  - Desenvolver habilidades de modelagem Matemática, tratamento de dados e análise de erros.
  - Promover o uso reflexivo de tecnologia como recurso para investigação Matemática.
6. **Habilidade da BNCC a ser trabalhada:**

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.
7. **Recursos didáticos:**
  - Arduino UNO;
  - Protoboard e fios jumpers;
  - Sensor de distância: Garmin Lidar-Lite V3 ou sensor ultrassônico de distância HC-SR04 (Figura 7.21);
  - Sensor de ângulo (régua digital de ângulo / MPU-6050);
  - Display LCD;

- Notebook com Arduino IDE;
- Fita métrica, régua ou trena;
- Cones ou marcadores (sugestão: MDF no tamanho 10 X 10 cm) para definir vértices no chão;
- Fita adesiva colorida;
- Calculadora científica;
- Bateria de 9V para alimentar o Arduino.

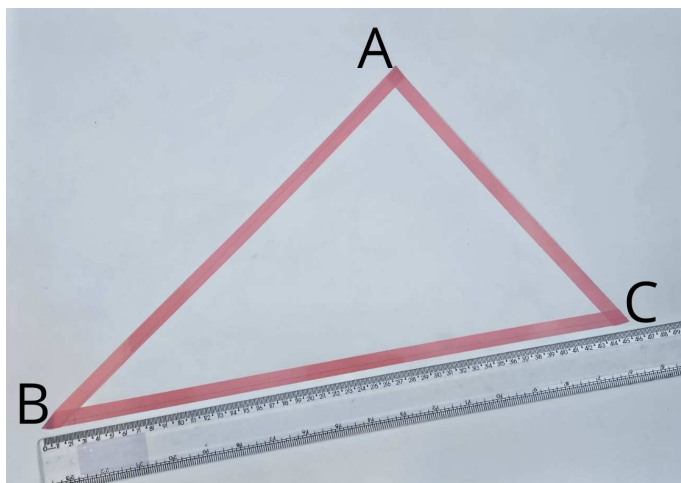


**Figura 7.21:** Sensor HC-SR04: Sensor Ultrassônico de distância - Fonte: Elaborada pela autora utilizando o modelo Gemini da Google (2025).

8. **Duração:** 3 aulas de 50 minutos

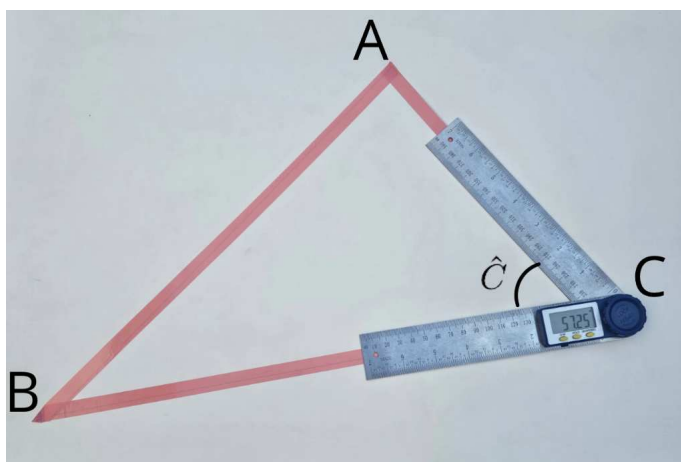
9. **Desenvolvimento (passo a passo):**

- **Contextualização:** Inicie com uma revisão breve sobre triângulos não-retângulos e por que o Teorema de Pitágoras não é suficiente nesses casos. Apresente a Lei dos Cossenos e discuta sua utilidade para calcular um lado quando se conhecem os dois outros lados e o ângulo entre eles, ou para obter o ângulo a partir das medidas dos três lados.
- **Formação dos grupos e papéis:** Divida a turma em grupos de 3–4 alunos, distribuindo funções para cada estudante.
- **Montagem prática do triângulo no campo:** Cada grupo deve definir três pontos no chão que formem um triângulo não-retângulo (vértices A, B, C). Para marcar os vértices, utilize os cones ou as placas de MDF. Para melhor visualização, pode-se marcar os lados utilizando a fita adesiva. As duas opções a seguir apresentam diferentes formas de aplicar diretamente a Lei dos Cossenos, permitindo que os estudantes explorem tanto o cálculo de um lado desconhecido quanto a determinação de um ângulo a partir de medições experimentais.
- **Opção A: Calcular o lado desconhecido a partir do ângulo:**



**Figura 7.22:** Triângulo não retângulo construído no chão com auxílio de marcadores para definição dos vértices  $A$ ,  $B$  e  $C$ , utilizado na coleta de medidas experimentais. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- Meça e registre a medida de dois lados (por exemplo,  $a = |BC|$  e  $b = |AC|$ ) com a fita métrica ou régua escolar. O lado restante ( $c = |AB|$ ) será calculado pela Lei dos Cossenos.
- Com a régua digital de medir ângulos, ou com o auxílio de um transferidor, orientar aos alunos a medirem o ângulo  $\hat{C}$  (ângulo entre os lados  $a$  e  $b$ ).



**Figura 7.23:** Medição do ângulo  $\hat{C}$  e dos lados adjacentes do triângulo utilizando régua de ângulo e fita métrica, para aplicação da Lei dos Cossenos. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- Assim, com a medida dos lados  $a$  e  $b$  e do ângulo  $\hat{C}$  (em graus), é possível obter a medida do lado  $c$  através da Lei dos Cossenos, dada por:  $c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab \cos(\hat{C})}$ .
- Este cálculo pode ser feito manualmente com o auxílio de uma tabela trigonométrica ou por uma calculadora científica.

- Por fim, peça aos estudantes que registrem e discutam sobre a precisão e sensibilidade do resultado à exatidão na medida do ângulo  $\hat{C}$ .

- **Opção B: Verificar a Lei dos Cossenos medindo os três lados:**

- Meça os três lados  $a$ ,  $b$  e  $c$  com fita métrica ou régua escolar.
- Calcule o cosseno do ângulo oposto ao lado  $c$  a partir da fórmula reorganizada:

$$\cos(\hat{C}) = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}.$$

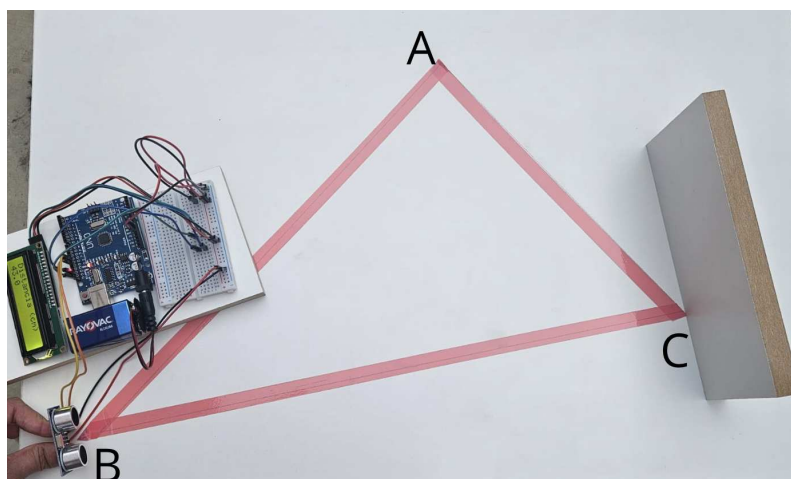
- Em uma calculadora científica, calcule o arccos (do valor calculado) e compare-o com a medida direta do ângulo  $\hat{C}$  obtida pela régua de ângulo digital.
- **Registro de dados e tratamento:** Cada grupo deve realizar suas anotações e os cálculos manuais. Calcular diferenças percentuais e discutir possíveis fontes de erro.
- **Sugestão:** Para melhor aproveitamento do tempo, realize a marcação de vários triângulos e faça um rodízio entre os grupos de modo que todos calculem os lados e ou os ângulos dos triângulos a serem analisados. Neste caso, peça que todos registrem os seus cálculos em uma tabela e ao final da atividade, oriente-os a compararem os resultados obtidos.
- **Aplicações e extensão:** Discutir aplicações práticas (topografia simples, engenharia, navegação) e propor desafios: estimar distância entre pontos inacessíveis em maiores escalas.
- **Uso do Arduino:** Este projeto pode ser adaptado para triângulos maiores, definidos, por exemplo, na quadra escolar ou em um espaço extraclasse. Nesses casos, instrumentos como régua escolar, fita métrica ou trena podem não ser suficientes para medir os lados dos triângulos. Assim, pode-se utilizar sensores de distância, como o Garmin Lidar-Lite V3 ou o sensor ultrassônico, acoplados ao Arduino, para realizar as medições e proceder da mesma forma descrita anteriormente.

**Observação:** Nesse caso, o código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foram disponibilizados no Apêndice A, seção [A.1.3](#).

## 10. **Avaliação e Resultados Esperados:**

A avaliação do projeto será conduzida de forma processual e formativa, considerando todo o percurso de aprendizagem desenvolvido pelos estudantes ao longo das atividades, e não apenas os resultados numéricos obtidos. Serão observados, especialmente, os seguintes aspectos:

- a participação ativa dos estudantes nas etapas de construção, medição, cálculo e discussão dos resultados;
- a compreensão conceitual da Lei dos Cossenos e sua aplicação adequada em triângulos não-retângulos;



**Figura 7.24:** Utilização do Arduino com sensor de distância para medir lados de triângulos maiores, ampliando a aplicação da Lei dos Cossenos em contextos reais. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- a capacidade de realizar medições com instrumentos manuais e sensores eletrônicos, reconhecendo suas limitações e margens de erro;
- a organização, o registro e o tratamento dos dados coletados, incluindo a comparação entre cálculos manuais e resultados obtidos com apoio tecnológico;
- a interpretação crítica dos resultados, identificando a influência da precisão das medidas dos lados e dos ângulos no valor final calculado;
- o trabalho colaborativo, a comunicação Matemática e o protagonismo dos estudantes na resolução de problemas.

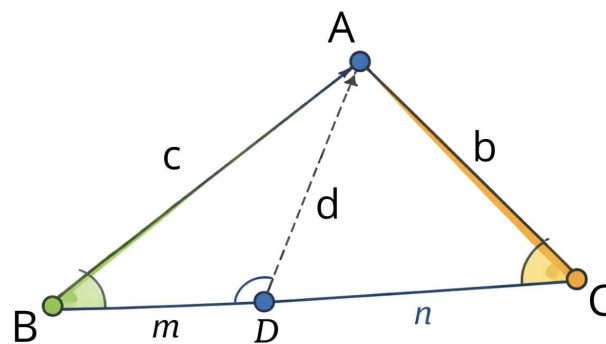
Espera-se que, ao final do projeto, os estudantes compreendam de forma significativa a Lei dos Cossenos como uma ferramenta fundamental para a resolução de problemas envolvendo triângulos quaisquer, ampliando sua visão para além do caso particular dos triângulos retângulos. Espera-se, ainda, que desenvolvam maior autonomia no uso de tecnologias digitais e sensores como instrumentos de investigação Matemática, fortalecendo habilidades de modelagem, análise de dados, pensamento crítico e tomada de decisão. O projeto também contribui para a consolidação de uma aprendizagem ativa, investigativa e contextualizada, alinhada às propostas da cultura maker e ao uso pedagógico do Arduino no ensino de Matemática.

11. **Conclusão:** A atividade demonstra o poder da Lei dos Cossenos para resolver problemas de medição em triângulos quaisquer e evidencia a relação entre teoria Matemática e prática experimental. Ao comparar cálculos manuais e leituras automatizadas pelo Arduino, os estudantes desenvolvem senso crítico sobre precisão, limitações instrumentais e a escolha adequada de métodos para diferentes situações. O projeto fortalece competências de modelagem, cálculo e uso de tecnologia como mediadora do ensino da Matemática.

A realização deste projeto evidencia de forma clara como a cultura maker pode potencializar o ensino de conceitos matemáticos avançados, como a Lei dos Cossenos, tornando-os acessíveis por meio da experimentação, da construção e do uso criativo de ferramentas.

## 7.7 Projeto 7: Cevianas em ação: investigando a Relação de Stewart com o Arduino

Este projeto propõe a construção de um dispositivo experimental simples, no qual uma **barra ou corda móvel** representa a ceviana  $AD$ . Partindo do vértice  $A$ , a barra ou corda móvel encosta no lado  $BC$ , definindo o ponto de contato  $D$ , possibilitando medir os segmentos  $\overline{BD}$ ,  $\overline{DC}$  e  $\overline{AD}$ . Com essas medições, o estudante pode verificar empiricamente a **Relação de Stewart** e explorar diferentes configurações de triângulos. O arranjo é de baixo custo, fácil montagem e aproxima a Geometria de uma prática experimental usando Arduino.



**Figura 7.25:** Representação geométrica de um triângulo com ceviana  $AD$ , destacando os segmentos envolvidos na Relação de Stewart. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

### Plano de Aula

1. **Tema:** Exploração geométrica experimental das cevianas e verificação da Relação de Stewart usando uma barra móvel e sensores conectados ao Arduino.
2. **Problematização:** É possível construir um dispositivo físico simples que permita variar a posição do ponto  $D$  no lado  $BC$  e comparar as medições reais com a Relação de Stewart:

$$b^2m + c^2n = a(d^2 + mn),$$

em que  $m = \overline{BD}$ ,  $n = \overline{DC}$  e  $d = \overline{AD}$ ? Como a tecnologia pode ajudar a validar, na prática, uma identidade Matemática?

3. **Público-alvo:** Estudantes do 2º e 3º anos do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**

- Noções de triângulos, segmentos e cevianas.
- Interpretação algébrica de expressões.
- Fundamentos do Arduino (leituras analógicas e digitais).
- Organização e análise de dados experimentais.

#### 5. **Objetivos:**

- Construir um dispositivo físico que permita formar e medir cevianas em um triângulo.
- Determinar experimentalmente os segmentos  $\overline{BD}$ ,  $\overline{DC}$ ,  $\overline{AD}$  e os lados do triângulo.
- Verificar a validade da Relação de Stewart para diferentes posições da ceviana.
- Desenvolver competências de modelagem geométrica, análise crítica e prototipagem.

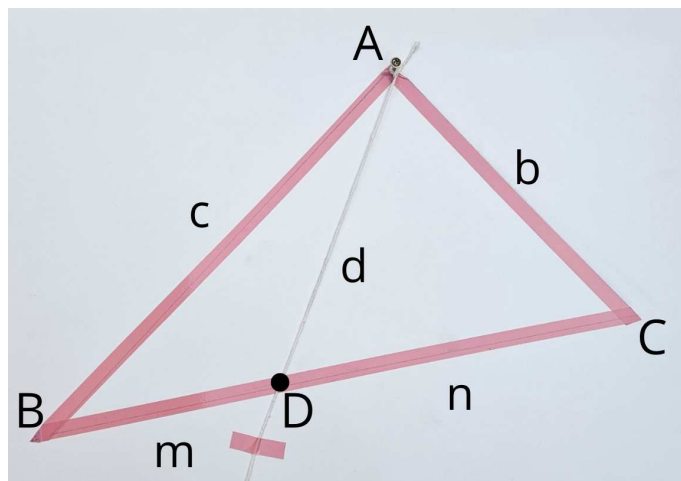
#### 6. **Recursos didáticos e materiais:**

- Base de MDF (40 X 60 cm);
- Triângulo fixo  $\triangle ABC$ , representado na base;
- Barbante, representando a ceviana;
- Sensor ultrassônico;
- Arduino UNO;
- Protoboard, jumpers e resistores;
- Display LCD;
- Régua escolar e fita adesiva;
- Parafuso;
- Pequena placa de MDF (10 X 10 cm) para apoio das medições;
- Bateria de 9V para alimentar o Arduino.

7. **Duração:** 3 aulas de 50 minutos.

#### 8. **Desenvolvimento (passo a passo):**

- **Montagem do Protótipo:**
  - (a) Marque os vértices  $A$ ,  $B$ ,  $C$  na base de MDF, formando um triângulo escaleno cujos lados  $a = \overline{BC}$ ,  $b = \overline{AC}$ ,  $c = \overline{AB}$  devem ser previamente medidos e anotados.
  - (b) Fixe um parafuso no ponto  $A$ , amarrando a ele o barbante, que representará a ceviana  $AD$ .
  - (c) Encoste a extremidade livre do barbante ao lado  $BC$ , formando o ponto  $D$ . Fixe essa extremidade com fita adesiva.



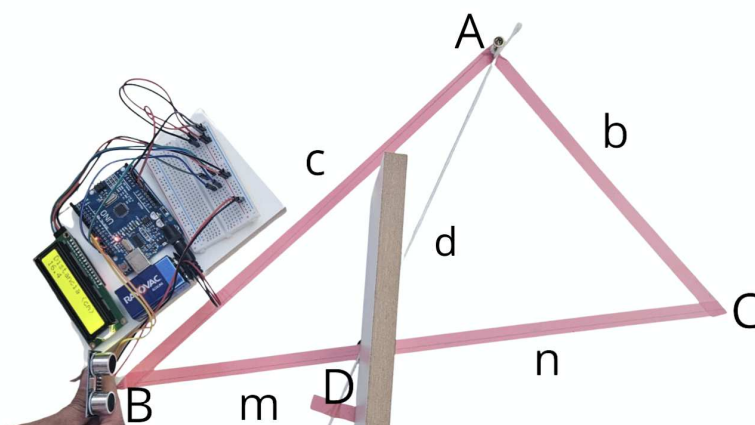
**Figura 7.26:** Protótipo experimental para o estudo das cevianas: triângulo fixo sobre base de MDF com barbante representando a ceviana  $AD$ .

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Coleta Experimental:**

- Utilize o sensor ultrassônico de distância, posicionando-o adequadamente ao longo do lado  $BC$  para medir o segmento  $\overline{BD} = m$ . A partir dessa medida, obtenha  $\overline{DC} = n$ . O comprimento da ceviana  $AD$  pode ser medido diretamente com régua escolar ou reposicionando o sensor.
- Repita cada medida três vezes e calcule a média aritmética.

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foram disponibilizados no Apêndice A, seção [A.1.3](#).



**Figura 7.27:** Sistema de medição experimental com Arduino e sensor ultrassônico para obtenção dos segmentos da ceviana. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Aplicação da Relação de Stewart:** A Relação de Stewart expressa a igualdade entre dois lados de uma equação. Considere:

$$L = b^2m + c^2n,$$

$$R = a(d^2 + mn),$$

em que:

- $L$  é o lado esquerdo da relação de Stewart;
- $R$  é o lado direito da relação de Stewart.

Para cada posição da ceviana, calcule:

$$\Delta = L - R.$$

Um valor  $\Delta \approx 0$  indica boa concordância entre teoria e experimento.

• **Discussão e Relatório:**

- Analise os valores obtidos para  $\Delta$ ;
- Discuta as possíveis fontes de erro: folgas, alinhamento da barra, inclinação da base, ruído no sensor, deformação do barbante;
- Relacione o comportamento de  $d$ ,  $m$  e  $n$  com diferentes posições da ceviana.

9. **Avaliação e Resultados Esperados:** A avaliação deste projeto será realizada de forma contínua e formativa, considerando não apenas os resultados numéricos obtidos, mas principalmente o processo investigativo desenvolvido pelos estudantes ao longo da atividade. Serão observados o envolvimento nas etapas de montagem do protótipo, a organização da coleta de dados, a aplicação correta da Relação de Stewart e a capacidade de análise crítica diante das aproximações e discrepâncias entre teoria e experimento.

Como critérios de avaliação, destacam-se:

- a participação ativa e colaborativa dos estudantes na construção do dispositivo experimental e na utilização do Arduino e do sensor ultrassônico;
- a compreensão dos conceitos geométricos envolvidos, especialmente o significado das cevianas e a interpretação dos segmentos  $\overline{BD}$ ,  $\overline{DC}$  e  $\overline{AD}$ ;
- a correta realização das medições, o registro organizado dos dados e o cálculo da média das leituras experimentais;
- a aplicação adequada da Relação de Stewart, com a comparação entre os valores dos lados esquerdo e direito da equação;
- a capacidade de identificar e discutir possíveis fontes de erro experimental, reconhecendo limitações do modelo físico e dos sensores utilizados;
- a clareza na elaboração do relatório final, articulando resultados experimentais, cálculos algébricos e interpretações geométricas.

Espera-se que, ao final do projeto, os estudantes sejam capazes de compreender a Relação de Stewart não apenas como uma identidade algébrica abstrata, mas como uma relação geométrica verificável por meio de experimentação. Além disso, espera-se que desenvolvam habilidades de modelagem Matemática, análise de dados e validação empírica de resultados, ampliando a compreensão da interação entre Matemática, tecnologia e experimentação. O projeto também contribui para o desenvolvimento da autonomia, do trabalho em equipe e do pensamento científico, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada da Geometria no Ensino Médio.

#### 10. Conclusão:

O experimento permite que os estudantes compreendam, de modo visual e mensurável, como a posição da ceviana influencia os segmentos  $\overline{BD}$ ,  $\overline{DC}$  e o comprimento  $\overline{AD}$ . Ao comparar os valores experimentais com a expressão teórica da Relação de Stewart, reforça-se a ligação entre Álgebra e Geometria, fortalecendo habilidades de modelagem, experimentação e análise crítica.

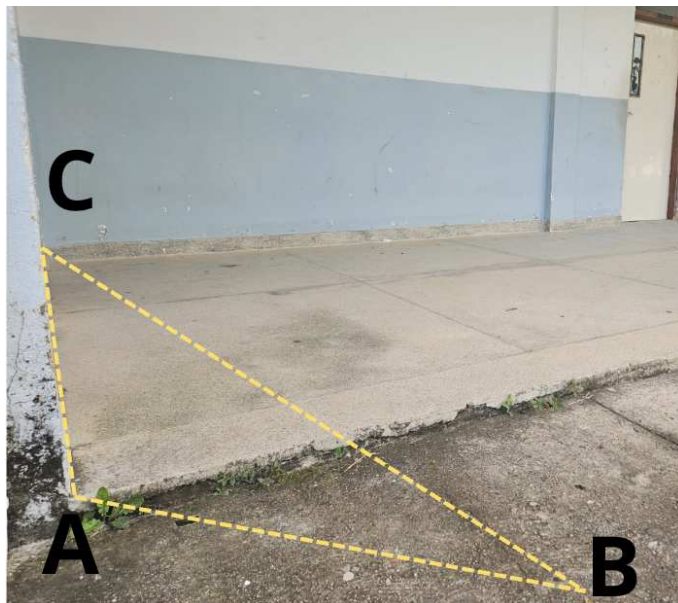
## 7.8 Projeto 8: Medindo a largura do pátio ou refeitório escolar com a Lei dos Senos e o Arduino

Este projeto tem como objetivo aplicar a Lei dos Senos na determinação da largura do pátio ou do refeitório escolar, uma medida que nem sempre pode ser obtida diretamente devido a obstáculos físicos ou limitações de acesso. Para isso, os estudantes constroem um modelo geométrico baseado em um triângulo qualquer, utilizando o Arduino como instrumento de medição de distância e recursos simples disponíveis no ambiente escolar.

A proposta inspira-se em situações reais de engenharia e topografia, aproximando o estudo da Trigonometria do cotidiano dos estudantes e promovendo uma aprendizagem investigativa e significativa.

### Plano de Aula

1. **Tema:** Aplicação da Lei dos Senos na medição indireta da largura do pátio ou refeitório escolar com apoio do Arduino.
2. **Problematização:** Como medir a largura de um espaço amplo, como o pátio ou o refeitório da escola, sem atravessá-lo diretamente com uma trena? De que forma a Lei dos Senos, associada ao uso do Arduino, pode auxiliar na resolução desse problema?
3. **Público-alvo:** Estudantes do 1º e 2º anos do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Conceito de triângulos e soma dos ângulos internos.



**Figura 7.28:** Espaço escolar (pátio ou refeitório) utilizado para a medição indireta da largura por meio da Lei dos Senos. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- Conhecimento do seno de um ângulo.
- Noções básicas do Arduino.

#### 5. Objetivos:

- Aplicar as Leis dos Senos e dos Cossenos na resolução de problemas de medição indireta.
- Utilizar o Arduino como ferramenta de coleta de dados.
- Modelar situações reais por meio da Matemática.
- Analisar possíveis erros experimentais nas medições.

#### 6. Habilidade da BNCC a ser trabalhada:

(EM13MAT308) Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

#### 7. Recursos didáticos:

- Arduino UNO;
- Sensor de distância (Garmin Lidar-Lite V3 ou Ultrassônico HC-SR04);
- Protoboard, jumpers;
- Display LCD;
- Bateria de 9V para alimentar o Arduino;
- Trena ou fita métrica;

- Régua digital para ângulos ou transferidor;
- Barbante ou laser;
- Giz ou fita adesiva para marcação no chão;
- Calculadora científica;
- Notebook com Arduino IDE.

8. **Duração:** 2 aulas de 50 minutos.

9. **Desenvolvimento:**

- **Definição do problema:** Deseja-se determinar a largura do pátio ou do refeitório da escola, representada pelo segmento  $\overline{AC}$ , sem realizar a medição direta desse comprimento.
- **Escolha dos pontos:** Defina o ponto  $C$  na quina inferior localizada no encontro da parede lateral com a parede do fundo do pátio ou refeitório escolar. Marque o ponto  $A$  na quina inferior da mesma parede lateral, correspondente ao encontro dessa parede com a parte frontal do espaço considerado. Escolha o ponto  $B$  fora do pátio ou refeitório, em uma posição acessível aos estudantes, de modo que seja possível visualizar os pontos  $A$  e  $C$  e realizar as medições necessárias.
- **Medição do lado conhecido com o Arduino:** Posicione o Arduino no ponto  $B$  e aponte o sensor de distância para o ponto  $A$ . Registre a distância  $\overline{AB}$ , exibida no display LCD.



**Figura 7.29:** Medição do segmento  $\overline{AC}$  com o Arduino e sensor de distância para aplicação da Lei dos Senos. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foram disponibilizados no Apêndice A, seção A.1.2.

- **Medição dos ângulos:** Utilizando a régua digital para ângulos ou um transferidor e o barbante ou o laser como linha de visada, meça os ângulos:

$$B\hat{A}C \text{ e } C\hat{B}A.$$



**Figura 7.30:** Medição dos ângulos do triângulo formado no espaço escolar para aplicação da Lei dos Senos. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Determinação do terceiro ângulo:** Calcule o ângulo  $A\hat{C}B$  por meio da relação:

$$A\hat{C}B = 180^\circ - (B\hat{A}C + C\hat{B}A).$$

- **Aplicação da Lei dos Senos:** Conhecendo  $\overline{AB}$  e os ângulos medidos, aplique a Lei dos Senos:

$$\frac{\overline{AC}}{\text{sen}(C\hat{B}A)} = \frac{\overline{AB}}{\text{sen}(A\hat{C}B)}.$$

Determine o comprimento  $\overline{AC}$ , que representa a largura do pátio ou refeitório escolar.

- **Proposta alternativa utilizando a Lei dos Cossenos:**

Embora o projeto esteja estruturado prioritariamente a partir da Lei dos Senos, o mesmo arranjo geométrico permite uma abordagem alternativa fundamentada na Lei dos Cossenos, ampliando as possibilidades didáticas e conceituais da atividade. Essa adaptação dialoga diretamente com o Projeto 6, no qual a Lei dos Cossenos é explorada em uma escala reduzida, e possibilita sua aplicação em contextos reais que envolvem medições de maiores distâncias.

Nessa abordagem, utiliza-se o sensor de distância Garmin Lidar-Lite V3, acoplado ao Arduino, para medir diretamente os segmentos  $\overline{AB}$  e  $\overline{BC}$ ,

correspondentes às distâncias do ponto de observação  $B$  até os pontos  $A$  e  $C$ , respectivamente. Em seguida, o ângulo  $\widehat{ABC}$  é determinado com o auxílio da régua digital para ângulos ou de um transferidor, utilizando o barbante ou o laser como linha de visada.

Com a determinação de dois lados e do ângulo compreendido entre eles, torna-se possível calcular o comprimento do segmento  $\overline{AC}$ , que representa a largura do pátio ou refeitório escolar, por meio da Lei dos Cossenos:

$$(\overline{AC})^2 = (\overline{AB})^2 + (\overline{BC})^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos(\widehat{ABC}).$$

A partir da substituição dos valores obtidos experimentalmente, calcula-se o comprimento de  $\overline{AC}$  sem a necessidade de medi-lo diretamente.

- **Discussão:** Promova uma discussão sobre a confiabilidade dos resultados, considerando possíveis imprecisões na medição dos ângulos e na leitura do sensor do Arduino.
- **Registro e socialização:** Finalize solicitando que cada grupo elabore um relatório com o registro dos dados, cálculos e observações. Os alunos podem apresentar seus resultados à turma, comparando os valores obtidos.

#### 10. **Avaliação e Resultados Esperados:**

A avaliação será realizada de forma processual e formativa, considerando todo o desenvolvimento da atividade e não apenas o valor final obtido para a largura do pátio ou refeitório. Serão observados, principalmente, os seguintes aspectos:

- a participação ativa dos estudantes nas etapas de organização dos pontos, medições e cálculos;
- a correta identificação dos elementos do triângulo formado e dos ângulos envolvidos;
- a aplicação adequada da Lei dos Senos na determinação da largura do espaço;
- o uso consciente do Arduino e do sensor de distância como instrumentos de coleta de dados;
- a organização dos registros, a clareza dos cálculos apresentados e a análise crítica dos resultados obtidos;
- a capacidade de identificar possíveis fontes de erro, como imprecisões na medição dos ângulos ou limitações do sensor.

Espera-se que, ao final do projeto, os estudantes compreendam de maneira significativa a Lei dos Senos como uma ferramenta para a resolução de problemas reais de medição indireta. Além disso, espera-se que reconheçam a importância da modelagem Matemática na interpretação de situações do cotidiano escolar, desenvolvendo o raciocínio trigonométrico, a autonomia intelectual e a integração entre Matemática e tecnologia. O projeto visa ainda fortalecer

habilidades como trabalho em equipe, argumentação Matemática e pensamento investigativo.

#### 11. **Conclusão:**

O projeto evidencia que a medição indireta de grandes espaços escolares pode ser realizada de forma eficiente por meio da Lei dos Senos, quando associada ao uso do Arduino. A atividade fortalece a conexão entre Matemática, tecnologia e realidade, sendo de fácil replicação por outros professores da Educação Básica. Além disso, o projeto evidencia que diferentes relações trigonométricas podem ser mobilizadas a partir de um mesmo modelo geométrico, ampliando a compreensão conceitual dos estudantes.

## 7.9 Projeto 9: Semicírculo trigonométrico dinâmico com Arduino

Este projeto propõe a construção e exploração de um **semicírculo trigonométrico físico**, construído em uma base de MDF, com um **potenciômetro** (Figura 5.6), instalado no centro, para medir digitalmente o ângulo em tempo real usando o Arduino. Trata-se de uma representação parcial do círculo trigonométrico, restrita ao intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . A atividade permite investigar relações trigonométricas fundamentais, visualizar variações de seno, cosseno e tangente, e compreender a correspondência entre movimento angular e valores numéricos.

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Exploração das razões trigonométricas no círculo trigonométrico utilizando um potenciômetro acoplado ao Arduino para medir ângulos.
2. **Problematização:** Como visualizar, de maneira concreta, os valores de seno, cosseno e tangente a partir da movimentação de um ângulo em um círculo trigonométrico? De que forma o Arduino pode registrar e representar esses valores em tempo real?
3. **Público-alvo:** Estudantes do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Noções básicas de ângulos.
  - Razões trigonométricas no círculo trigonométrico.
  - Leitura básica de valores analógicos no Arduino.
5. **Objetivos:**
  - Relacionar o movimento angular com as funções trigonométricas.
  - Construir um dispositivo físico para visualização do semicírculo trigonométrico.

- Utilizar o Arduino para registrar ângulos e calcular seno, cosseno e tangente.
- Compreender periodicidade e comportamento das funções trigonométricas.

#### 6. **Habilidade da BNCC a ser trabalhada:**

**(EM13MAT306)** Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de Álgebra e Geometria.

#### 7. **Recursos didáticos:**

- Tábua de MDF (40 X 60 cm);
- Semicírculo desenhado (raio 25-30 cm);
- Potenciômetro rotativo fixado no centro do semicírculo eixo central (Sugestão: Para fixação utilize uma fita dupla face 3M);
- Palito roliço de madeira;
- Arduino UNO;
- Jumpers e protoboard;
- Marcadores permanentes;
- Bateria de 9V para alimentar o Arduino;
- Notebook com Arduino IDE;
- Régua e transferidor;
- Display LCD;
- Tabela para registros (Modelo disponível em [2](#)).

8. **Duração:** 2 aulas de 50 minutos.

#### 9. **Desenvolvimento (passo a passo):**

- **Contextualização:** Inicie a atividade retomando o conceito de círculo trigonométrico, destacando a relação entre ângulos, coordenadas e razões trigonométricas. Relembre as definições de seno, cosseno e tangente em um triângulo retângulo:

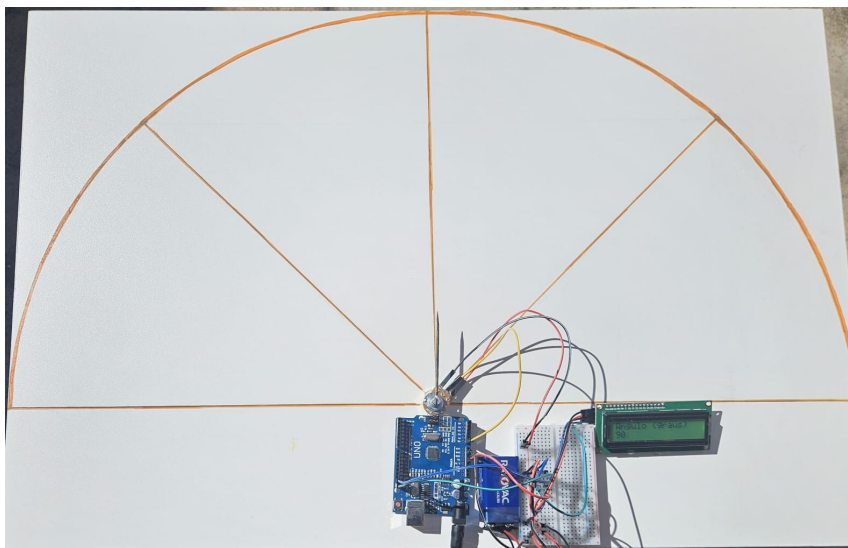
$$\operatorname{sen}(\theta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}, \quad \operatorname{cos}(\theta) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}},$$

$$\operatorname{tg}(\theta) = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}.$$

Explique que, no experimento, a hipotenusa será o raio do semicírculo.

- **Montagem do dispositivo físico:** Desenhe em uma base de MDF um semicírculo de raio entre 25 e 30 cm. Marque o centro do semicírculo e fixe nele um potenciômetro rotativo. Acople ao eixo do potenciômetro um ponteiro rígido (por exemplo, um palito de madeira), que representará o raio móvel do círculo trigonométrico. Marque no semicírculo alguns ângulos.
- **Análise geométrica manual:** Para cada ângulo marcado, oriente os estudantes a posicionarem o ponteiro e, com o auxílio de uma régua escolar, medirem:
  - o comprimento do cateto oposto (projeção vertical do ponteiro);
  - o comprimento do cateto adjacente (projeção horizontal do ponteiro).

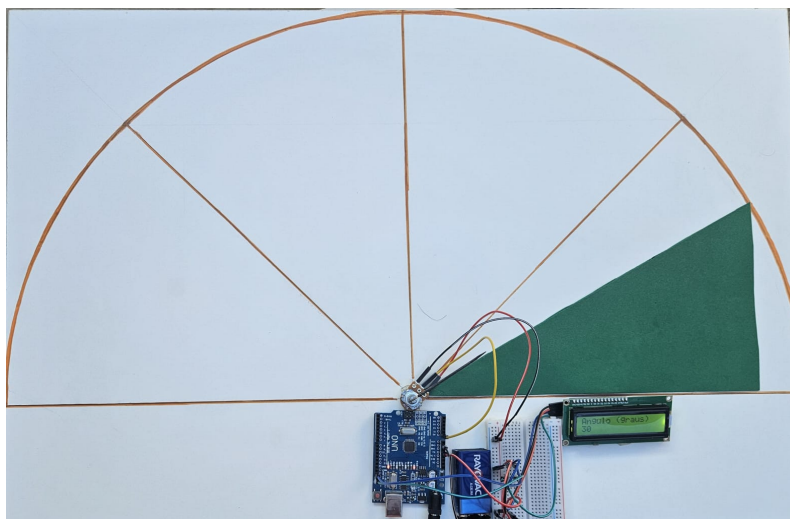
Utilizando essas medidas e considerando a hipotenusa igual ao raio do semicírculo, os alunos devem calcular manualmente os valores aproximados de seno, cosseno e tangente, aplicando as definições geométricas estudadas.



**Figura 7.31:** Protótipo do semicírculo trigonométrico físico com potenciômetro acoplado ao centro. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Registro prévio dos cálculos:** Solicite que os estudantes organizem os dados em uma tabela, contendo: ângulo, cateto oposto, cateto adjacente, seno, cosseno e tangente calculados manualmente. Esse registro servirá como referência para a comparação posterior com os valores obtidos pelo Arduino.
- **Calibração do potenciômetro:** Conecte o potenciômetro ao Arduino e explique que a leitura analógica varia de 0 a 1023. Realize a calibração associando esses valores ao intervalo angular de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ , utilizando a relação:

$$\theta = \frac{\text{Leitura}}{1023} \times 180^\circ.$$



**Figura 7.32:** Representação geométrica do semicírculo trigonométrico, destacando cateto oposto, cateto adjacente e hipotenusa. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

Verifique se os ângulos lidos correspondem, aproximadamente, às marcações físicas do semicírculo.

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foram disponibilizados no Apêndice A, seção A.1.8.

- **Cálculo das funções trigonométricas no Arduino:** Implemente no código do Arduino o cálculo das funções seno, cosseno e tangente, convertendo o ângulo de graus para radianos. Os valores devem ser exibidos em tempo real no display LCD.
- **Comparação e validação:** Para cada ângulo analisado, compare os valores calculados manualmente com aqueles fornecidos pelo Arduino. Oriente os alunos a discutirem as diferenças observadas, considerando fatores como erros de medição com a régua, aproximações geométricas e limitações do sensor.
- **Discussão conceitual:** Promova uma reflexão sobre o comportamento das funções trigonométricas ao longo do semicírculo, destacando:
  - a variação dos valores de seno e cosseno;
  - a interpretação geométrica dos sinais;
  - o crescimento acentuado da tangente quando o ângulo se aproxima de  $90^\circ$ , evidenciando sua descontinuidade nesse ponto.

#### 10. Avaliação e Resultados Esperados:

A avaliação da atividade será realizada de forma processual e formativa, considerando todo o percurso de aprendizagem dos estudantes ao longo do desenvolvimento do projeto, e não apenas os resultados finais obtidos pelo Arduino. Serão observados, principalmente, os seguintes aspectos:

- a participação ativa dos estudantes nas etapas de montagem do semicírculo trigonométrico, manuseio do potenciômetro e utilização do Arduino;
- a capacidade de relacionar a representação geométrica do semicírculo com as definições matemáticas de seno, cosseno e tangente;
- a realização correta dos cálculos manuais das razões trigonométricas, a partir das medidas obtidas com régua escolar;
- a organização e o registro adequado dos dados em tabelas, bem como a comparação crítica entre os valores calculados manualmente e aqueles fornecidos pelo Arduino;
- a interpretação das diferenças encontradas, reconhecendo possíveis fontes de erro experimental, como imprecisões de medida e limitações do sensor;
- o trabalho colaborativo, a comunicação entre os integrantes do grupo e o protagonismo na resolução de problemas.

Espera-se, ao final do projeto, que os estudantes compreendam de forma significativa a relação entre ângulo, movimento e valores das funções trigonométricas, reconhecendo o círculo trigonométrico como uma ferramenta fundamental para a interpretação geométrica do seno, cosseno e tangente. Além disso, espera-se que desenvolvam maior autonomia no uso de tecnologias digitais aplicadas à Matemática, ampliando o raciocínio lógico, o pensamento investigativo e a capacidade de análise crítica. O projeto também visa fortalecer habilidades socioemocionais, como cooperação, responsabilidade e organização, promovendo uma aprendizagem ativa, concreta e contextualizada.

11. **Conclusão:** A atividade consolida a compreensão do círculo trigonométrico por meio da articulação entre representação geométrica e cálculo automatizado. O uso do Arduino aproxima os estudantes de uma interpretação dinâmica das funções trigonométricas, fortalecendo habilidades práticas e matemáticas.

## 7.10 Projeto 10: Radar trigonométrico: representando coordenadas por meio de medidas de distância e ângulo

Este projeto tem como objetivo explorar a relação entre ângulos, medidas de distância e representação de pontos no plano, utilizando um sistema físico de rotação acoplado a um sensor de distância. O dispositivo funciona como um mini-radar: um braço giratório mede ângulos, enquanto a distância até obstáculos é obtida por medição manual. Esses valores são enviados ao Arduino, que converte os dados para coordenadas cartesianas por meio das relações trigonométricas:

$$x = d \cos(\theta), \quad y = d \sin(\theta).$$

O resultado pode ser visualizado em tempo real pelo Monitor Serial do Arduino IDE, permitindo que o aluno observe a construção dinâmica de um gráfico polar

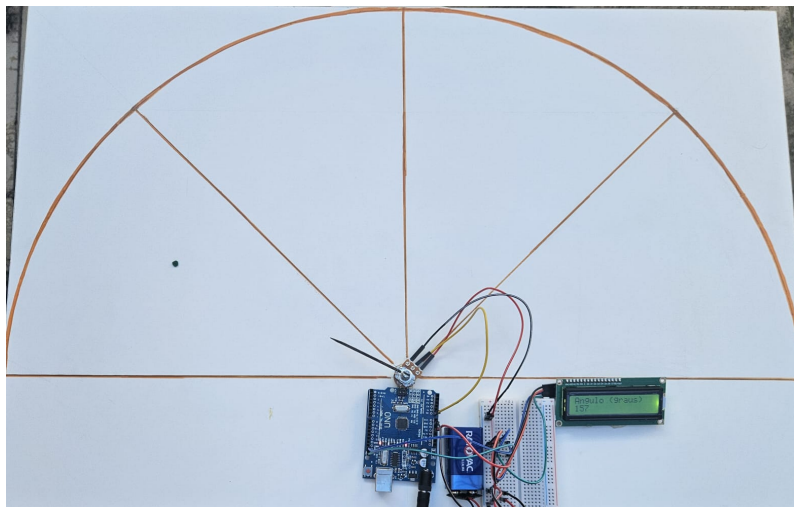
convertido em cartesiano. Dessa forma, a atividade integra Trigonometria, funções circulares, coordenadas e aplicações tecnológicas. Visto que a representação de um ponto em coordenadas polares não é única, será definido  $d \geq 0$  e  $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ .

### Plano de Aula:

1. **Tema:** Construção e análise de um radar trigonométrico utilizando ângulos, Trigonometria e sensores com Arduino.
2. **Problematização:** Como localizar um objeto no plano conhecendo apenas sua distância e direção? Como a Trigonometria permite converter informações angulares em coordenadas cartesianas?
3. **Público-alvo:** Estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental ao 2º ano do Ensino Médio.
4. **Pré-requisitos:**
  - Noções de seno, cosseno e círculo trigonométrico.
  - Leitura e interpretação de coordenadas cartesianas.
  - Noções básicas do Arduino.
5. **Objetivos:**
  - Relacionar ângulos e medidas trigonométricas com a representação geométrica de pontos.
  - Compreender a conversão entre coordenadas polares e cartesianas.
  - Observar como sensores e microcontroladores coletam e processam dados reais.
6. **Habilidade da BNCC a ser trabalhada:**

(EM13MAT306) Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de Álgebra e Geometria.
7. **Recursos didáticos:**
  - Base de MDF (40 X 60 cm);
  - Potenciômetro fixado no centro do semicírculo para medir ângulos;
  - Régua escolar, trena ou fita métrica;
  - Arduino UNO;
  - Bateria 9V e cabo de conexão com o Arduino;
  - Display LCD;
  - Notebook com Arduino IDE;

- Planilha de registro (Modelo disponível em 3).
8. **Duração:** 2 aulas de 50 minutos.
9. **Desenvolvimento (passo a passo):**
- **Contextualização conceitual:** Inicie a atividade retomando a noção de localização de pontos no plano cartesiano, questionando como normalmente representamos a posição de um objeto por meio das coordenadas  $(x, y)$ . Em seguida, apresente o sistema de coordenadas polares, explicando que, nesse caso, a posição de um ponto é determinada por um par  $(d, \theta)$ , em que  $d$  representa a distância do ponto à origem e  $\theta$  indica a direção em relação ao eixo horizontal. Destaque que essa forma de representação é amplamente utilizada em aplicações reais, como radares, sonares, robótica e sistemas de navegação.
  - **Formação dos grupos e organização das funções:** Divida a turma em grupos de 3 ou 4 estudantes. Sugere-se a atribuição de funções, como: responsável pela leitura do ângulo, responsável pela medição da distância, responsável pelos cálculos e responsável pelo registro dos dados. Essa organização favorece o trabalho colaborativo e a participação ativa de todos os alunos.
  - **Montagem do sistema físico:** Apresente o protótipo construído. Explique que o semicírculo desenhado na base de MDF tem a função de servir como **referência angular**. No centro do semicírculo encontra-se fixado um potenciômetro, cujo eixo está acoplado a um ponteiro físico (palito de madeira), indicando a direção do ângulo medido. Ressalte que o Arduino será utilizado exclusivamente para a leitura do ângulo, enquanto a distância será obtida por medição manual.



**Figura 7.33:** Detalhe da leitura angular: ponteiro físico acoplado ao potenciômetro indicando a direção do ângulo em relação ao semicírculo de referência. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Leitura e calibração do ângulo:** Explique que o potenciômetro fornece ao Arduino um valor analógico inteiro entre 0 e 1023, correspondente à posição angular do eixo do componente. Esse valor é obtido pelo conversor analógico-digital do Arduino. No projeto proposto, esse intervalo é convertido para um ângulo entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ , permitindo associar a posição do ponteiro no semicírculo ao valor exibido no display LCD. Solicite que os alunos movimentem lentamente o ponteiro ao longo do semicírculo e observem, no display, os valores correspondentes do ângulo. Em seguida, oriente-os a comparar essas leituras com as marcações físicas do semicírculo, discutindo possíveis pequenas discrepâncias e suas causas, como tolerâncias mecânicas do potenciômetro ou limitações da resolução do conversor analógico-digital.

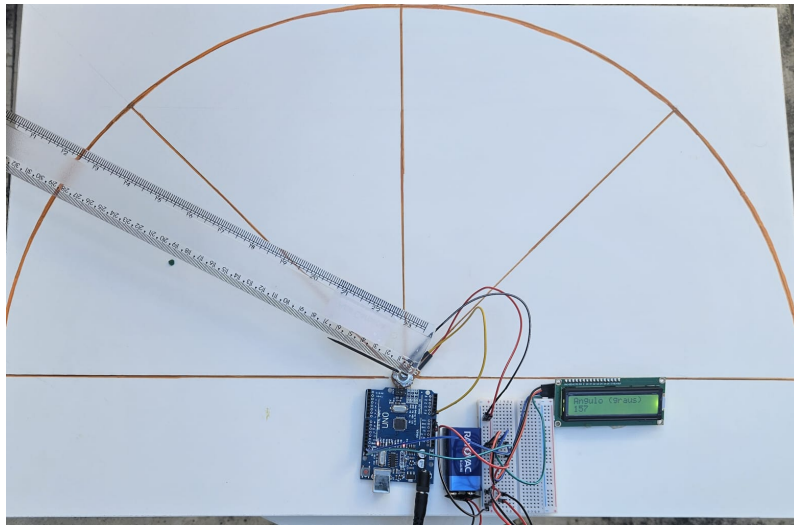
Vale destacar que potenciômetros rotativos convencionais possuem limitação mecânica de rotação, geralmente inferior a uma volta completa. Por esse motivo, neste projeto considera-se apenas o intervalo de  $0^\circ$  a  $180^\circ$ . Caso seja necessário medir ângulos em todo o intervalo de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , poderiam ser utilizados outros dispositivos, como encoders rotativos ou sensores magnéticos de posição angular, que permitem medições completas de rotação.

**Observação:** O código a ser carregado no Arduino, com as devidas instruções foram disponibilizados no Apêndice A, seção [A.1.8](#).

- **Escolha dos pontos no espaço:** Explique que os pontos a serem representados não precisam estar sobre o semicírculo desenhado, pois este não representa uma fronteira física, mas apenas uma referência angular. Os pontos podem estar localizados em qualquer posição à frente do dispositivo, desde que estejam alinhados com a direção indicada pelo ponteiro. Assim, a distância  $d$  pode ser menor, igual ou maior que o raio do semicírculo.
- **Medição manual da distância:** Para cada posição do ponteiro, oriente os alunos a posicionar um objeto (caixa, cone, livro ou placa de MDF) ao longo da direção indicada pelo ângulo. Utilizando uma régua escolar ou fita métrica, os estudantes devem medir a distância  $d$  entre o centro do semicírculo (origem) e o objeto. Essa medida deve ser registrada em centímetros, formando o par  $(d, \theta)$  correspondente ao ponto observado.
- **Conversão de coordenadas polares em cartesianas:** Explique que cada par  $(d, \theta)$  determina um ponto no plano polar. Utilizando o Arduino, os valores de ângulo são convertidos em radianos e aplicados nas expressões:

$$x = d \cos(\theta), \quad y = d \sin(\theta).$$

Discuta o significado geométrico dessas relações, destacando que o cosseno representa a projeção horizontal da distância e o seno representa a projeção vertical, associadas a um triângulo retângulo construído a partir do vetor posição no plano cartesiano.



**Figura 7.34:** Medição manual da distância  $d$  entre a origem do sistema (centro do semicírculo) e o objeto alinhado à direção indicada pelo ponteiro.

Fonte: Elaborada pela autora (2025).

- **Registro e análise dos dados:** Solicite que os estudantes registrem os valores de ângulo, distância e coordenadas cartesianas em uma tabela previamente preparada. Em seguida, promova uma análise coletiva, observando que:
  - pontos mais próximos da origem apresentam menores valores de  $x$  e  $y$ ;
  - a variação do ângulo altera a posição dos pontos no plano;
  - diferentes pares  $(d, \theta)$  podem resultar em pontos alinhados ou distribuídos em regiões distintas do gráfico.
- **Discussão Matemática e tecnológica:** Finalize a atividade relacionando o experimento com aplicações reais, como sistemas de radar, mapeamento de ambientes, robótica móvel e navegação. Reforce que a Trigonometria permite transformar medições físicas simples (ângulo e distância) em informações geométricas precisas, conectando Matemática, tecnologia e modelagem do mundo real.

#### 10. Avaliação e resultados esperados:

A avaliação será realizada de forma processual e formativa, considerando a participação dos estudantes ao longo de todas as etapas da atividade. Serão observados critérios como o envolvimento na montagem e manipulação do protótipo, a organização e o preenchimento adequado da tabela de registro, a correção dos cálculos realizados e a capacidade de interpretar os resultados obtidos no plano cartesiano.

Como instrumento avaliativo, o professor poderá solicitar a entrega da tabela de dados contendo os pares  $(d, \theta)$  e as coordenadas cartesianas correspondentes, bem como promover discussões orais ou atividades escritas em que os alunos

expliquem o significado geométrico das expressões  $x = d \cos(\theta)$  e  $y = d \sin(\theta)$ . Também pode ser considerada a elaboração de um pequeno relatório ou resposta reflexiva sobre o funcionamento do radar e suas aplicações no cotidiano.

Espera-se que, ao final do projeto, os estudantes sejam capazes de compreender o papel das funções trigonométricas na localização de pontos no plano. Além disso, espera-se o desenvolvimento de habilidades relacionadas à leitura de gráficos, à interpretação de dados e à articulação entre conceitos matemáticos abstratos e situações concretas mediadas por tecnologia. O projeto também contribui para o fortalecimento do trabalho colaborativo, da autonomia e do pensamento investigativo dos alunos.

11. **Conclusão:** O projeto integra Trigonometria aplicada, representação gráfica e coleta de dados reais. Permite ao estudante visualizar como as funções seno e cosseno são utilizadas para localizar pontos no espaço a partir de medidas físicas.

As atividades apresentadas neste capítulo evidenciam como a integração entre tecnologia, experimentação e ensino de Matemática pode ampliar as possibilidades de aprendizagem em sala de aula. Ao utilizar sensores, protótipos e programação com a plataforma Arduino, os estudantes são convidados a explorar conceitos matemáticos de maneira concreta e dinâmica, aproximando a abstração dos conteúdos de experiências observáveis no mundo físico.

Nesse sentido, tais práticas dialogam com a perspectiva defendida por Jo Boaler, ao destacar a importância de tornar a Matemática visual e significativa para os estudantes, permitindo que conceitos tradicionalmente apresentados de forma simbólica possam ser percebidos em fenômenos reais e manipuláveis. De modo complementar, a proposta também se aproxima das ideias de Ubiratan D'Ambrosio, ao reconhecer que a Matemática pode emergir das interações dos sujeitos com o ambiente em que vivem. Ao realizar medições em espaços da escola ou do entorno, utilizando instrumentos tecnológicos para interpretar o ambiente, os estudantes passam a compreender a Matemática como uma ferramenta para ler e compreender o mundo, aproximando-se de uma perspectiva etnomatemática do conhecimento.

Além disso, o uso do Arduino e de recursos digitais reforça o papel das tecnologias na reorganização das formas de produzir conhecimento matemático, conforme discutem Borba, Silva e Gadanidis (2014) [8]. Nessa perspectiva, as tecnologias digitais não atuam apenas como ferramentas auxiliares, mas como elementos que participam da construção do pensamento matemático, favorecendo práticas investigativas, colaborativas e exploratórias.

Dessa forma, os projetos apresentados neste capítulo buscam demonstrar que a integração entre cultura maker, tecnologias digitais e ensino de Matemática pode contribuir para tornar a aprendizagem mais investigativa, contextualizada e significativa, oferecendo aos professores possibilidades concretas de explorar conceitos matemáticos por meio de experiências práticas e interativas.

# Considerações Finais

---

O desenvolvimento desta dissertação permitiu investigar e discutir as potencialidades pedagógicas da integração entre a cultura maker, o uso do Arduino e o ensino de Matemática, com foco nos conteúdos de Geometria e Trigonometria no Ensino Básico. Ao longo do trabalho, buscou-se responder aos desafios impostos pelo ensino tradicional da Matemática, frequentemente marcado pela excessiva abstração, propondo caminhos que aproximem os conceitos matemáticos da experimentação, da criatividade e da aplicação prática.

A partir do embasamento teórico apresentado nos capítulos iniciais, foi possível compreender que as metodologias ativas e a cultura maker oferecem subsídios relevantes para a promoção de uma aprendizagem mais significativa, na qual o estudante assume papel protagonista na construção do conhecimento. Nesse contexto, o Arduino mostrou-se uma ferramenta didática potente, acessível e versátil, capaz de mediar a relação entre teoria Matemática e situações concretas, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico, da investigação e da autonomia dos estudantes, em consonância com as competências e habilidades previstas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Os projetos e planos de aula elaborados ao longo da pesquisa evidenciam que conceitos tradicionalmente considerados abstratos, como relações trigonométricas, propriedades geométricas e relações métricas em triângulos, podem ser explorados de forma mais dinâmica e tangível por meio de protótipos experimentais. A utilização de sensores, medições reais e montagem de dispositivos contribui para que o estudante visualize, teste hipóteses, analise resultados e reflita sobre possíveis erros, estabelecendo uma relação mais significativa com o conhecimento matemático.

Outro resultado relevante deste trabalho é a construção do manual *Arduino e Matemática*, apresentado como produto educacional derivado da pesquisa. Esse material consolida os projetos desenvolvidos, reunindo orientações práticas, explicações conceituais, descrições de montagem, códigos e sugestões didáticas, com o objetivo de apoiar professores na implementação dessas propostas em sala de aula. Ao ser disponibilizado em formato de *e-book*, o manual amplia o acesso aos recursos apresentados, contribuindo para a democratização do uso de tecnologias educacionais no ensino de Matemática.

Embora a pesquisa não tenha contemplado a aplicação direta dos projetos em turmas da Educação Básica, os resultados teóricos e práticos indicam que as propostas

desenvolvidas possuem grande potencial pedagógico. Essa limitação aponta, inclusive, para possibilidades de continuidade e aprofundamento do trabalho, abrindo espaço para investigações futuras que envolvam a aplicação dos projetos em contextos reais de sala de aula, a análise do impacto dessas práticas na aprendizagem dos estudantes e a avaliação das percepções dos professores diante do uso do Arduino como recurso didático.

Dessa forma, conclui-se que a integração entre Arduino, cultura maker e ensino de Matemática representa um caminho promissor para a inovação pedagógica, contribuindo para tornar o ensino mais contextualizado, investigativo e alinhado às demandas da educação contemporânea. Ao valorizar o aprender fazendo, a experimentação e a construção coletiva do conhecimento, este trabalho reafirma o papel da escola como espaço de criação, descoberta e transformação, no qual a Matemática deixa de ser apenas um conjunto de fórmulas abstratas e passa a ser vivenciada como um conhecimento vivo, significativo e construído com sentido.

# Bibliografia

---

- [1] Abreu, M. D. P. de. *Laboratório de Matemática: Um espaço para a Formação Continuada do Professor*. Santa Maria: UFSM, 1997.
- [2] Anjos, L. M. dos e Franco, M. L. *Da teoria à prática: como evidenciar a Matemática no cotidiano por meio de projetos mão na massa*. 1ª edição. São Paulo: Editora Dialética, 2024.
- [3] Bacich, L. e Holanda, L. *STEAM em sala de aula: a aprendizagem baseada em projeto integrando conhecimentos na educação básica*. Porto Alegre: Editora Penso, 2020.
- [4] Baldessar, J. C. e Santos, T. N. *Oficina de Robótica no processo educacional*. 1ª edição. São Paulo: Editora Dialética, 2023.
- [5] Bauman, Z. *Modernidade e ambivalência*. Rio de Janeiro: Zahar, 1999.
- [6] Becker, F. *A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar*. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- [7] Boaler, J. *Mentalidades Matemáticas: estimulando o potencial de estudantes por meio da Matemática criativa, das mensagens inspiradoras e do ensino inovador*. Porto Alegre: Editora Penso, 2018.
- [8] Borba, M. d. C., Silva, R. S. e Gadanidis, G. *Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática*. Autêntica, 2014.
- [9] Brasil. *Base Nacional Comum Curricular*. Ministério da Educação, 2018. URL: [http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC\\_EI\\_EF\\_110518\\_-versaofinal\\_site.pdf](http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_-versaofinal_site.pdf) (acesso em 20 de jul. de 2025).
- [10] Brasil. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. *Parecer CNE/CEB nº 2/2022: Diretrizes para o ensino de Computação na Educação Básica*. Ministério da Educação, 2022. URL: [https://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_docman&view=download&alias=236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao&category\\_slug=fevereiro-2022-pdf&Itemid=30192](https://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_docman&view=download&alias=236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao&category_slug=fevereiro-2022-pdf&Itemid=30192) (acesso em 20 de dez. de 2025).
- [11] Cerutti, E. e Schreiner, J. I. *Metodologias Criativas e Maker: o que a Educação 4 e 5.0 tem a ver com você*. 1ª edição. São Paulo: Editora Dialética, 2022.
- [12] Cormen, T. H. *Algoritmos: teoria e prática*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2002.
- [13] D'Ambrosio, U. *Educação Matemática: da teoria a prática*. Campinas: Papyrus, 2012.
- [14] Galvão, M. C. C. *Matemática e Programação na Educação Básica*. 1ª edição. São Paulo: Editora Dialética, 2024.
- [15] Gómez, Á. I. P. *Educação na era digital: a escola educativa*. Porto Alegre: Editora Penso, 2015.

- [16] Hatch, M. *The Maker Movement Manifesto: Rules for Innovation in the New World of Crafters, Hackers, and Tinkerers*. McGraw-Hill Education, 2014.
- [17] Lévy, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. São Paulo: Editora 34, 2010.
- [18] Lima, E. L. *Números e Funções Reais*. 2ª edição. Editora SBM, 2023.
- [19] McGonigal, J. *A realidade em jogo*. Rio de Janeiro: BestSeller, 2012.
- [20] Moran, J. *Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda*. Porto Alegre: Editora Penso, 2018.
- [21] Neto, A. C. M. *Geometria*. 2ª edição. Editora SBM, 2022.
- [22] Papert, S. *Logo: computadores e educação*. São Paulo: Brasiliense, 1985.
- [23] Parente, U. L. *Material Teórico - Teorema de Menelaus e Relação de Stewart*. Rio de Janeiro: Portal da Obmep, 2020.
- [24] Pompeo., O. D. J. N. *Fundamentos de matemática elementar 9: geometria plana*. São Paulo: Editora Atual, 2013.
- [25] Prensky, M. *Aprendizagem baseada em jogos digitais*. São Paulo: Editora Senac, 2012.
- [26] Pscheidt, A. C. *Inteligência artificial na sala de aula: como a tecnologia está revolucionando a educação*. 1ª edição. São Paulo: Editora Matrix, 2024.
- [27] Queiroz, E. Q. F. R. M. L. B. de. *Geometria euclidiana plana e construções geométricas*. 2ª edição. Editora UNICAMP, 2008.
- [28] Resnick, M. *Jardim de Infância para a vida toda*. Porto Alegre, 2020.
- [29] Rocio Zilli, S. do. *A Robótica Educacional no Ensino Fundamental*. Santa Catarina: Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.
- [30] Silva Lucena, R. da. *Laboratório de Ensino de Matemática*. Fortaleza: UAB/IFCE, 2017.

# Apêndice A

---

## A.1 Código-fonte e montagem dos sensores

Este apêndice apresenta, de forma sistematizada e padronizada, os procedimentos de montagem física, conexão elétrica e programação dos sensores utilizados nos projetos desenvolvidos ao longo deste trabalho. O objetivo é garantir a reprodutibilidade das atividades propostas, bem como oferecer subsídios técnicos para a implementação e adaptação dos experimentos em diferentes contextos educacionais.

Para cada sensor, adota-se uma estrutura fixa de apresentação, composta por: diagrama de conexões, descrição dos componentes necessários, montagem física, bibliotecas empregadas e código-fonte para a plataforma Arduino. Sempre que pertinente, são indicadas orientações adicionais para testes e validação do funcionamento do sistema.

Com o intuito de favorecer a organização, a clareza visual e a padronização das montagens, adotou-se, ao longo dos projetos, um padrão de cores para os fios jumpers utilizados nas conexões elétricas, conforme descrito a seguir: fio preto para o terminal GND (terra), fio vermelho para VCC ou 5V (alimentação), fio azul para SDA, fio verde para SCL, fio amarelo para o pino Trigger e fio laranja para o pino Echo. Essa padronização facilita a identificação das conexões, reduz a ocorrência de erros durante a montagem e contribui para a compreensão dos esquemas apresentados nas figuras.

Ressalta-se ainda que, em alguns modelos de placas Arduino, os pinos dedicados à comunicação I2C (SDA e SCL) não se encontram fisicamente identificados na placa. Nesses casos, a comunicação deve ser realizada por meio dos pinos analógicos A4 (SDA) e A5 (SCL). Quando a placa utilizada possuir pinos específicos para SDA e SCL, a ligação deve ser feita diretamente nesses terminais, conforme indicado nos diagramas e imagens apresentados neste apêndice.

Durante a realização das atividades experimentais, recomenda-se a observância das seguintes orientações gerais:

1. Posicionar o Arduino e a protoboard sobre uma superfície plana e estável;
2. Fixar os sensores nas posições previamente definidas no planejamento da atividade;

3. Realizar todas as conexões elétricas de acordo com o diagrama apresentado para cada sensor;
4. Verificar se os cabos estão firmemente conectados e se os sensores encontram-se corretamente alinhados em relação ao objeto ou à região a ser analisada;
5. Evitar qualquer tipo de obstrução que possa interferir no funcionamento dos sensores;
6. Manter os cabos organizados, reduzindo o risco de desconexões acidentais durante o uso;
7. Não aplicar força excessiva sobre o protótipo físico ou sobre os componentes eletrônicos;
8. Utilizar alimentação por bateria ou cabo USB, conforme a disponibilidade e as condições do ambiente;
9. Desligar o sistema e desconectar a alimentação elétrica após o término das atividades;
10. Armazenar os sensores e componentes eletrônicos em embalagens adequadas, protegendo-os contra danos;
11. Acondicionar o protótipo físico de modo a evitar deformações ou desgastes estruturais.

Nas seções seguintes, são apresentados os sensores empregados neste trabalho, com a descrição detalhada de suas montagens e respectivos códigos de programação. Recomenda-se que, ao copiar os códigos apresentados na dissertação para a Arduino IDE, o leitor verifique se a estrutura do código foi reproduzida fielmente, respeitando a organização das bibliotecas, variáveis, funções e blocos de comandos, a fim de evitar erros de compilação ou de funcionamento do sistema.

### **A.1.1 Display LCD**

Este experimento apresenta a utilização de um display LCD 16x2 com interface I2C, amplamente empregado em projetos educacionais e do movimento maker para a visualização de informações textuais. O display permite a exibição de mensagens, valores numéricos e resultados de medições realizadas por sensores conectados ao Arduino.

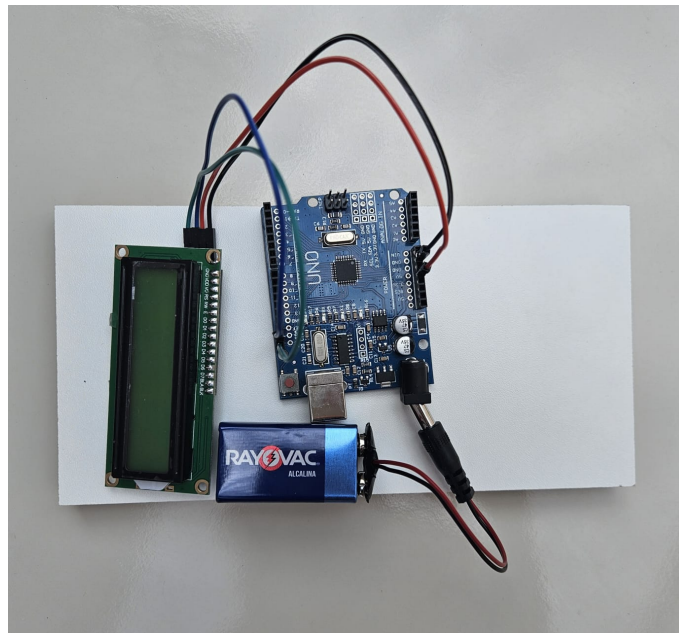
#### **Componentes necessários:**

Para a utilização do display LCD com interface I2C, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);
- 1 display LCD 16x2 com interface I2C;

- 4 fios jumper macho-fêmea;
- 1 cabo USB para alimentação e programação do Arduino.

#### Diagrama de Conexões:



**Figura 35:** Diagrama de conexões - Display LCD. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

#### Montagem Física (passo a passo):

A montagem do circuito será realizada por meio de conexões diretas entre o Arduino e o display LCD, utilizando fios jumper macho-fêmea. Nesse caso, a protoboard não é necessária, uma vez que o display possui pinos próprios para alimentação e comunicação. O display LCD utiliza o protocolo de comunicação I2C, que requer apenas dois pinos de dados, além da alimentação elétrica.

1. Conecte o terminal macho de um fio jumper ao pino **5V** do Arduino e o terminal fêmea ao pino **VCC** do display LCD;
2. Conecte o terminal macho de um fio jumper ao pino **GND** do Arduino e o terminal fêmea ao pino **GND** do display LCD;
3. Conecte o terminal macho de um fio jumper ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno) e o terminal fêmea ao pino **SDA** do display LCD;
4. Conecte o terminal macho de um fio jumper ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno) e o terminal fêmea ao pino **SCL** do display LCD.

Após a realização das conexões, recomenda-se verificar se todos os fios estão corretamente encaixados nos pinos correspondentes antes de energizar o sistema, a fim de evitar falhas de comunicação ou mau contato.

### Bibliotecas Necessárias:

Para o funcionamento correto do display LCD com interface I2C, é necessária a instalação das seguintes bibliotecas:

- **LiquidCrystal\_I2C**: biblioteca responsável pelo controle do display LCD via protocolo I2C;
- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino para comunicação I2C.

As bibliotecas podem ser instaladas por meio do menu *Sketch* → *Include Library* → *Manage Libraries*.

### Código-fonte para o Display LCD:

O código a seguir demonstra a inicialização do display LCD e a exibição de mensagens simples, sendo indicado como primeiro teste para verificar o correto funcionamento do componente antes de sua integração com sensores.

**Listing 1:** Código-fonte para o display LCD 16x2 com interface I2C

```
1 #include <Wire.h>
2 #include <LiquidCrystal_I2C.h>
3
4 // Definições do display LCD I2C
5 #define ENDERECO_LCD 0x27 // Endereços comuns: 0x27 ou 0x3F
6 #define COLUNAS 16
7 #define LINHAS 2
8
9 // Criação do objeto do display LCD
10 LiquidCrystal_I2C lcd(ENDERECO_LCD, COLUNAS, LINHAS);
11
12 void setup() {
13     // Inicializa a comunicação com o display
14     lcd.init();
15     lcd.backlight();
16     lcd.clear();
17
18     // Mensagem exibida apenas uma vez durante a inicialização
19     lcd.setCursor(0, 0);
20     lcd.print("Ola, Mundo!");
21
22     lcd.setCursor(0, 1);
23     lcd.print("Inicializando...");
24     delay(5000);
25
26     // Demonstração do controle da iluminação do display
27     lcd.noBacklight();
28     delay(2000);
```

```
29  lcd.backlight();
30  delay(2000);
31
32  // Limpa o display ao final do setup
33  lcd.clear();
34  }
35
36  void loop() {
37  // Exibe uma mensagem fixa no display durante a execução contínua
38  lcd.setCursor(0, 0);
39  lcd.print("LCD Funcionando");
40
41  lcd.setCursor(0, 1);
42  lcd.print("Teste OK");
43
44  delay(1000);
45  }
```

A correta exibição das mensagens no display indica que a comunicação I2C foi estabelecida com sucesso. Esse teste inicial é fundamental antes da integração do display com sensores, permitindo ao estudante compreender o funcionamento básico do componente e sua aplicação como interface de visualização em projetos educacionais.

### A.1.2 Sensor Garmin Lidar-Lite V3

Este código permite medir distâncias usando um sensor Garmin Lidar-Lite V3 e exibir os resultados em um display LCD 16x2 com interface I2C, conectado a um Arduino. É uma aplicação típica do movimento maker, integrando programação, sensores e interface visual.

#### Componentes necessários:

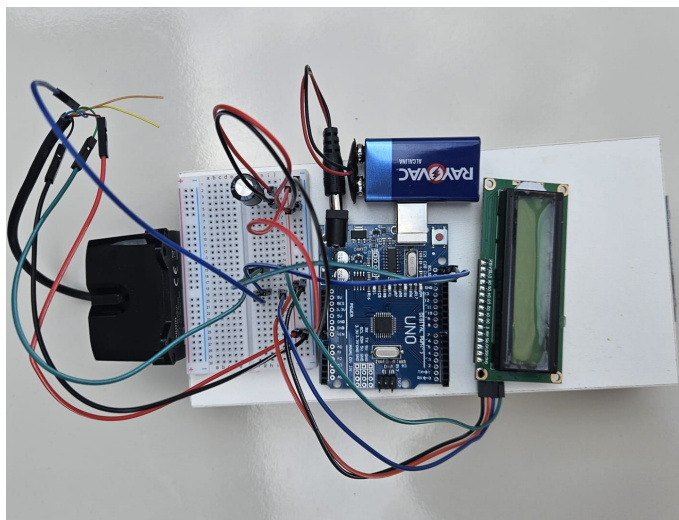
Para o funcionamento do sensor de distância Garmin Lidar-Lite V3 em conjunto com a plataforma Arduino, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);
- 1 sensor de distância Garmin Lidar-Lite V3;
- 1 display LCD 16x2 com interface I2C;
- 1 protoboard;
- 2 fios jumper macho–macho (para alimentação da protoboard: **5V** e **GND**);
- 2 fios jumper macho–macho (para conexão do capacitor)
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);

- 4 fios jumper macho-fêmea (para conexão entre a protoboard e o sensor Garmin Lidar-Lite V3: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 1 capacitor eletrolítico de 680  $\mu$ F (recomendado pelo fabricante para estabilização da alimentação);
- 1 bateria de 9 V;
- 1 conector tipo *clip* para bateria de 9 V;
- 1 cabo USB para comunicação entre o Arduino e o computador.

O capacitor é recomendado para reduzir picos de corrente no momento da energização do sensor, aumentando a estabilidade do sistema.

#### Diagrama de Conexões:



**Figura 36:** Diagrama de conexões - Sensor Garmin Lidar-Lite V3 e Display LCD. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

#### Montagem Física (passo a passo):

A montagem do circuito é realizada com o auxílio de uma protoboard, que atua como ponto central de distribuição da alimentação elétrica e dos sinais de comunicação. O sistema utiliza o barramento I2C, no qual o sensor Garmin Lidar-Lite V3 e o display LCD compartilham os mesmos pinos de dados (**SDA** e **SCL**), reduzindo a quantidade de conexões necessárias e simplificando o circuito.

O procedimento deve ser executado conforme as etapas descritas a seguir:

1. Conecte o pino **5V** do Arduino a uma das linhas de alimentação positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho-macho;
2. Conecte o pino **GND** do Arduino a uma das linhas de alimentação negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho-macho;

3. Conecte o pino **VCC** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 à linha positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho-fêmea;
4. Conecte o pino **GND** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 à linha negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho-fêmea;
5. Conecte o pino **SDA** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno), utilizando o barramento central da protoboard como ponto intermediário;
6. Conecte o pino **SCL** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno), também por meio do barramento central da protoboard;
7. Conecte o pino **VCC** do display LCD I2C à mesma linha positiva da protoboard utilizada pelo sensor, utilizando um fio jumper macho-fêmea;
8. Conecte o pino **GND** do display LCD I2C à mesma linha negativa da protoboard, utilizando um fio jumper macho-fêmea;
9. Conecte o pino **SDA** do display LCD I2C ao mesmo barramento de dados **SDA** já conectado ao Arduino;
10. Conecte o pino **SCL** do display LCD I2C ao mesmo barramento de dados **SCL** já conectado ao Arduino;
11. Insira o capacitor eletrolítico de 680  $\mu$ F na protoboard, conectando o terminal positivo (+) à linha positiva de alimentação e o terminal negativo (-) à linha negativa, respeitando rigorosamente a polaridade indicada no componente;
12. Para operação em modo autônomo, conecte o *clip* da bateria de 9 V aos pinos **VIN** e **GND** do Arduino.

A utilização da protoboard como ponto de distribuição facilita a organização das conexões, possibilita ajustes rápidos no circuito e reduz o risco de erros de ligação. O compartilhamento do barramento I2C permite que múltiplos dispositivos operem simultaneamente utilizando apenas dois pinos de comunicação do Arduino, desde que possuam endereços distintos.

Após a montagem, recomenda-se revisar cuidadosamente todas as conexões antes de energizar o circuito, verificando a polaridade do capacitor, a firmeza dos cabos e a ausência de curtos-circuitos.

#### **Bibliotecas Necessárias:**

Para o correto funcionamento do sensor, é indispensável a instalação da biblioteca oficial **LIDARLite**, fornecida pelo fabricante Garmin. A biblioteca pode ser instalada diretamente pela IDE do Arduino, por meio do menu *Sketch* → *Include Library* → *Manage Libraries*.

- **LIDARLite**: biblioteca oficial do sensor Garmin Lidar-Lite V3;

- **LiquidCrystal\_I2C**: biblioteca para controle do display LCD via protocolo I2C;
- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino para comunicação I2C.

### Código-fonte para o sensor Garmin Lidar-Lite V3:

O código a seguir inicializa o sensor de distância, configura o modo de operação padrão e exibe continuamente o valor medido no display LCD, além de realizar leituras auxiliares para estabilização do sensor.

**Listing 2:** Código-fonte para o sensor Garmin Lidar-Lite V3 com display LCD

```
1  #include <Wire.h>
2  #include <LIDARLite.h>
3  #include <LiquidCrystal_I2C.h>
4
5  // Definições do display LCD I2C
6  #define ENDERECO_LCD 0x27
7  #define COLUNAS 16
8  #define LINHAS 2
9
10 // Criação dos objetos do sensor e do display
11 LIDARLite lidar;
12 LiquidCrystal_I2C lcd(ENDERECO_LCD, COLUNAS, LINHAS);
13
14 void setup()
15 {
16     // Inicializa a comunicação serial (opcional para depuração)
17     Serial.begin(115200);
18
19     // Inicializa o sensor LIDAR com configuração padrão
20     // e comunicação I2C em modo rápido (400 kHz)
21     lidar.begin(0, true);
22     lidar.configure(0);
23
24     // Inicializa o display LCD
25     lcd.init();
26     lcd.backlight();
27     lcd.clear();
28
29     // Mensagem inicial exibida no display
30     lcd.setCursor(0, 0);
31     lcd.print("Vamos medir!");
32     delay(5000);
33 }
34
```

```
35 void loop()
36 {
37     // Limpa o display antes de cada leitura
38     lcd.clear();
39
40     // Exibe o texto informativo
41     lcd.setCursor(0, 0);
42     lcd.print("Distancia (cm)");
43
44     // Realiza a leitura com correção de viés
45     int distancia = lidar.distance();
46
47     // Exibe o valor da distância no display
48     lcd.setCursor(0, 1);
49     lcd.print(distancia);
50
51     // Pequeno atraso entre as medições
52     delay(1000);
53
54     // Leituras adicionais sem correção de viés,
55     // utilizadas para aumentar a estabilidade do sensor
56     for (int i = 0; i < 99; i++)
57     {
58         lidar.distance(false);
59     }
60 }
61
```

A distância exibida no display está expressa em centímetros. O uso combinado de leituras com e sem correção de viés contribui para a estabilidade das medições, possibilitando a exploração de conceitos matemáticos como média, variação, erro experimental e análise estatística dos dados obtidos.

### A.1.3 Sensor HC-SR04

O código a seguir tem como objetivo realizar a leitura da distância utilizando o sensor ultrassônico HC-SR04 e exibir os valores medidos em um display LCD 16×2 com interface I2C. O funcionamento do sistema baseia-se na emissão de um pulso ultrassônico pelo pino *Trigger* e na medição do tempo necessário para que o eco do sinal retorne ao sensor, capturado pelo pino *Echo*. A partir desse intervalo de tempo, a distância até o objeto é calculada considerando a velocidade de propagação do som no ar.

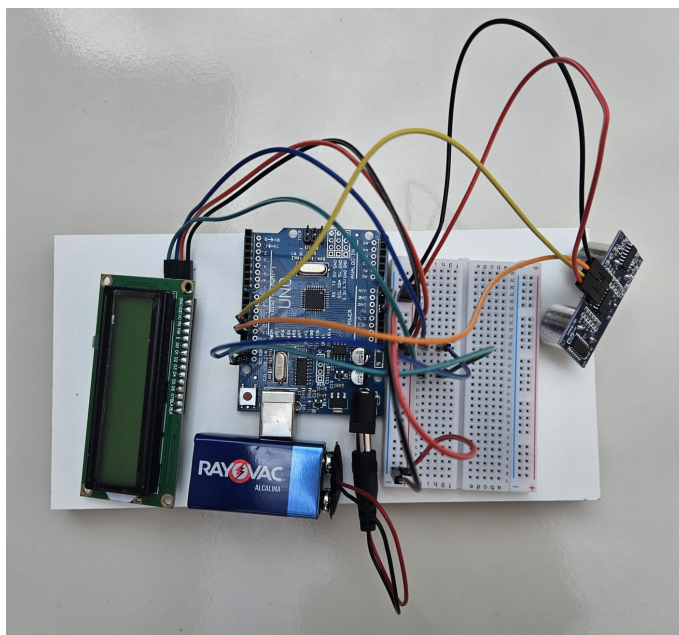
#### Componentes necessários:

Para a utilização do sensor ultrassônico HC-SR04 em conjunto com o Arduino e o display LCD com interface I2C, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);

- 1 sensor ultrassônico de distância HC-SR04;
- 1 display LCD 16x2 com interface I2C;
- 1 protoboard;
- 2 fios jumper macho-macho (para alimentação da protoboard: **5V** e **GND**);
- 4 fios jumper macho-macho (para conexão do sensor HC-SR04 aos pinos digitais do Arduino: **VCC**, **GND**, **Trigger** e **Echo**);
- 4 fios jumper macho-fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD I2C: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 1 cabo USB para alimentação e comunicação entre o Arduino e o computador.

#### Diagrama de Conexões:



**Figura 37:** Diagrama de conexões - Sensor HC-SR04. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

#### Montagem Física (passo a passo):

A montagem do circuito é realizada utilizando uma protoboard, que atua como ponto central para a distribuição da alimentação elétrica e organização das conexões. O sistema emprega o sensor ultrassônico HC-SR04 para medição de distância e um display LCD 16x2 com interface I2C para exibição dos valores obtidos.

O procedimento de montagem deve ser realizado conforme as etapas descritas a seguir:

1. Conecte o pino **5V** do Arduino a uma das linhas de alimentação positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho-macho;

2. Conecte o pino **GND** do Arduino a uma das linhas de alimentação negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho-macho;
3. Conecte o pino **VCC** do sensor HC-SR04 à linha positiva da protoboard;
4. Conecte o pino **GND** do sensor HC-SR04 à linha negativa da protoboard;
5. Conecte o pino **Trigger** do sensor HC-SR04 ao pino digital **12** do Arduino, responsável por acionar a emissão do pulso ultrassônico;
6. Conecte o pino **Echo** do sensor HC-SR04 ao pino digital **13** do Arduino, responsável por receber o sinal refletido;
7. Conecte o pino **VCC** do display LCD I2C à mesma linha positiva da protoboard utilizada pelo sensor;
8. Conecte o pino **GND** do display LCD I2C à mesma linha negativa da protoboard;
9. Conecte o pino **SDA** do display LCD I2C ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno);
10. Conecte o pino **SCL** do display LCD I2C ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno).

A utilização da protoboard facilita a organização das conexões e permite ajustes rápidos durante o processo de montagem. O sensor HC-SR04 opera de forma independente do barramento I2C, utilizando pinos digitais exclusivos para os sinais de disparo (*Trigger*) e recepção (*Echo*), enquanto o display LCD compartilha os pinos de comunicação I2C do Arduino.

Após a conclusão da montagem, recomenda-se verificar cuidadosamente todas as conexões antes de energizar o circuito, assegurando a correta ligação dos pinos, a firmeza dos fios e a ausência de curtos-circuitos.

### Bibliotecas Necessárias:

Para o funcionamento correto do sistema, é necessário utilizar as seguintes bibliotecas na IDE do Arduino:

- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino para comunicação I2C;
- **LiquidCrystal\_I2C**: biblioteca utilizada para o controle do display LCD via interface I2C.

### Código-fonte para o sensor Ultrassônico HC-SR04:

**Listing 3:** Código-fonte para o sensor ultrassônico HC-SR04 com display LCD

```
2 #include <LiquidCrystal_I2C.h>
3
4 // Definição dos pinos do sensor ultrassônico HC-SR04
5 #define PINO_TRIGGER 12 // Pino responsável por emitir o pulso
6 // ultrassônico
7 #define PINO_ECHO 13 // Pino responsável por receber o eco do pulso
8
9 // Definições do display LCD I2C
10 #define ENDERECO_LCD 0x27 // Endereços comuns: 0x27 ou 0x3F
11 #define COLUNAS 16
12 #define LINHAS 2
13
14 // Variáveis para o cálculo da distância
15 long tempo; // Armazena o tempo de ida e volta da onda
16 //ultrassônica
17 float distancia; // Armazena a distância calculada em centímetros
18
19 // Criação do objeto do display LCD
20 LiquidCrystal_I2C lcd(ENDERECO_LCD, COLUNAS, LINHAS);
21
22 void setup()
23 {
24 // Inicializa a comunicação serial (opcional, para depuração)
25 Serial.begin(9600);
26
27 // Configura os pinos do sensor ultrassônico
28 pinMode(PINO_TRIGGER, OUTPUT);
29 pinMode(PINO_ECHO, INPUT);
30
31 // Inicializa o display LCD
32 lcd.init();
33 lcd.backlight();
34 lcd.clear();
35
36 // Mensagem inicial exibida durante a inicialização
37 lcd.setCursor(0, 0);
38 lcd.print("HC-SR04 Ativo");
39 lcd.setCursor(0, 1);
40 lcd.print("Inicializando");
41 delay(3000);
42
43 lcd.clear();
44 }
45
46 void loop()
47 {
48 // Garante que o pino TRIGGER inicie em nível baixo
```

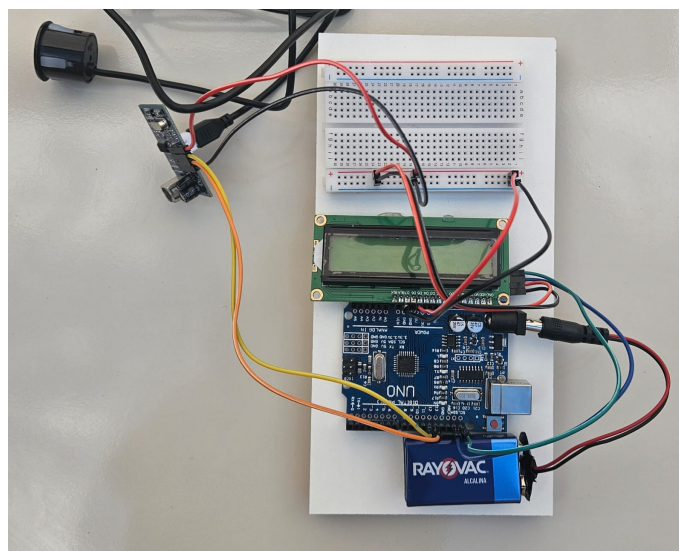
```
49 digitalWrite(PINO_TRIGGER, LOW);
50 delayMicroseconds(5);
51
52 // Emite o pulso ultrassônico
53 digitalWrite(PINO_TRIGGER, HIGH);
54 delayMicroseconds(10);
55 digitalWrite(PINO_TRIGGER, LOW);
56
57 // Mede o tempo em que o pino ECHO permanece em nível alto
58 tempo = pulseIn(PINO_ECHO, HIGH);
59
60 // Cálculo da distância em centímetros
61 // A constante 58 resulta da velocidade do som no ar
62 // e do fato de o pulso percorrer o caminho de ida e volta
63 distancia = tempo / 58.0;
64
65 // Exibe o valor da distância no display LCD
66 lcd.clear();
67 lcd.setCursor(0, 0);
68 lcd.print("Distancia (cm)");
69
70 lcd.setCursor(0, 1);
71 lcd.print(distancia, 1); // Exibe a distância com uma casa decimal
72
73 // Envia o valor também para o monitor serial
74 Serial.print("Distancia = ");
75 Serial.print(distancia);
76 Serial.println(" cm");
77
78 // Atraso entre as medições
79 delay(500);
80 }
```

#### A.1.4 Sensor JSN-SR04T

O sensor ultrassônico à prova d'água JSN-SR04T é um dispositivo destinado à medição de distâncias em ambientes externos ou sujeitos à umidade, apresentando-se como uma alternativa viável e de menor custo em relação a sensores a laser, como o Garmin Lidar Lite, utilizado nos projetos desenvolvidos neste trabalho. Embora não tenha sido empregado nas atividades experimentais descritas ao longo da dissertação, sua inclusão neste apêndice visa oferecer ao leitor uma opção adicional para aplicações que não demandem medições em longas distâncias. O funcionamento do JSN-SR04T baseia-se na emissão de ondas ultrassônicas e na medição do tempo necessário para que o eco refletido retorne ao sensor, permitindo o cálculo da distância até o objeto. Apesar de seu alcance ser significativamente inferior ao do sensor Garmin, que pode atingir distâncias da ordem de dezenas de metros, o JSN-SR04T apresenta

boa precisão para medições em curtas e médias distâncias, sendo amplamente utilizado em projetos educacionais e prototipagens de baixo custo. Seu princípio de funcionamento é semelhante ao do sensor ultrassônico convencional HC-SR04, diferindo principalmente pela proteção contra umidade e condições adversas do ambiente.

#### Diagrama de Conexões:



**Figura 38:** Diagrama de conexões - Sensor HC-SR04. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

#### Componentes necessários:

Para a utilização do sensor ultrassônico JSN-SR04T em conjunto com o Arduino e o display LCD, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);
- 1 sensor ultrassônico à prova d'água JSN-SR04T;
- 1 display LCD 16x2 com interface I2C;
- 1 protoboard;
- 2 fios jumper macho-macho (para alimentação da protoboard: **5V** e **GND**);
- 4 fios jumper macho-fêmea (para conexão entre a protoboard e o sensor JSN-SR04T: **VCC**, **GND**, **TRIG** e **ECHO**);
- 4 fios jumper macho-fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 1 cabo USB para comunicação entre o Arduino e o computador.

**Montagem Física (passo a passo):**

A montagem do circuito é realizada com o auxílio de uma protoboard, que atua como ponto central de distribuição da alimentação elétrica e das conexões. O sensor JSN-SR04T utiliza pinos digitais independentes para emissão e recepção do sinal ultrassônico, enquanto o display LCD utiliza o barramento I2C.

O procedimento deve ser executado conforme as etapas a seguir:

1. Conecte o pino **5V** do Arduino a uma das linhas de alimentação positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
2. Conecte o pino **GND** do Arduino a uma das linhas de alimentação negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
3. Conecte o pino **VCC** do sensor JSN-SR04T à linha positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–fêmea;
4. Conecte o pino **GND** do sensor JSN-SR04T à linha negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–fêmea;
5. Conecte o pino **TRIG** do sensor JSN-SR04T ao pino digital **12** do Arduino;
6. Conecte o pino **ECHO** do sensor JSN-SR04T ao pino digital **13** do Arduino;
7. Conecte o pino **VCC** do display LCD I2C à mesma linha positiva da protoboard;
8. Conecte o pino **GND** do display LCD I2C à mesma linha negativa da protoboard;
9. Conecte o pino **SDA** do display LCD I2C ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno);
10. Conecte o pino **SCL** do display LCD I2C ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno).

O uso da protoboard facilita a organização das conexões, reduz a quantidade de fios diretos no Arduino e permite a integração simultânea do sensor ultrassônico e do display LCD.

Antes de energizar o circuito, recomenda-se revisar cuidadosamente todas as conexões, verificando a correta correspondência dos pinos digitais, a polaridade da alimentação e a firmeza dos cabos.

**Bibliotecas Necessárias:**

Para o funcionamento correto do sistema, é necessário utilizar as seguintes bibliotecas na IDE do Arduino:

- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino para comunicação I2C;
- **LiquidCrystal\_I2C**: biblioteca utilizada para o controle do display LCD via interface I2C.

**Código-fonte para o sensor Ultrassônico à prova d'água JSN-SR04T:**

O código a seguir realiza a leitura da distância medida pelo sensor ultrassônico à prova d'água JSN-SR04T e exibe o valor obtido em um display LCD 16x2 com interface I2C. O funcionamento baseia-se na emissão de um pulso ultrassônico pelo pino *Trig* e na medição do tempo de retorno do eco recebido pelo pino *Echo*. A partir desse intervalo de tempo, a distância até o objeto é calculada considerando a velocidade de propagação do som no ar, sendo o resultado apresentado em centímetros no display.

**Listing 4:** Código-fonte para o sensor ultrassônico à prova d'água JSN-SR04T com display LCD

```
1 #include <Wire.h>
2 #include <LiquidCrystal_I2C.h>
3
4 // Definição dos pinos do sensor ultrassônico
5 #define PINO_ECHO 13 // Pino que recebe o sinal refletido (ECHO)
6 #define PINO_TRIG 12 // Pino que emite o pulso ultrassônico (TRIG)
7
8 // Definições do display LCD I2C
9 #define ENDERECO_LCD 0x27 // Endereços comuns: 0x27 ou 0x3F
10 #define COLUNAS 16
11 #define LINHAS 2
12
13 // Variáveis para cálculo da distância
14 long tempo; // Armazena o tempo de ida e volta da onda
15 // ultrassônica
16 int distancia; // Armazena a distância calculada em centímetros
17
18 // Criação do objeto do display LCD
19 LiquidCrystal_I2C lcd(ENDERECO_LCD, COLUNAS, LINHAS);
20
21 void setup() {
22 // Inicializa a comunicação com o display LCD
23 lcd.init();
24 lcd.backlight();
25 lcd.clear();
26
27 // Configuração dos pinos do sensor ultrassônico
28 pinMode(PINO_TRIG, OUTPUT);
29 // Pino responsável por disparar o pulso ultrassônico
30 pinMode(PINO_ECHO, INPUT);
31 // Pino responsável por receber o eco do pulso
32
33 // Inicializa a comunicação serial (opcional, para depuração)
34 Serial.begin(9600);
35 }
```

```
36
37 void loop() {
38     // Garante que o pino TRIG inicie em nível baixo
39     digitalWrite(PINO_TRIG, LOW);
40     delayMicroseconds(4);
41
42     // Emite o pulso ultrassônico
43     digitalWrite(PINO_TRIG, HIGH);
44     delayMicroseconds(10);
45     digitalWrite(PINO_TRIG, LOW);
46
47     // Mede o tempo em que o pino ECHO permanece em nível alto
48     tempo = pulseIn(PINO_ECHO, HIGH);
49
50     // Cálculo da distância em centímetros
51     // Velocidade do som 0,034 cm/µs
52     // Divide-se por 2 pois o tempo corresponde ao trajeto de ida e volta
53     distancia = (tempo * 0.034) / 2;
54
55     // Exibe a distância no display LCD
56     lcd.clear();
57     lcd.setCursor(0, 0);
58     lcd.print("Distancia (cm)");
59
60     lcd.setCursor(0, 1);
61     lcd.print(distancia);
62
63     // Pequeno atraso entre as leituras
64     delay(1000);
65 }
```

### A.1.5 Sensor MPU-6050

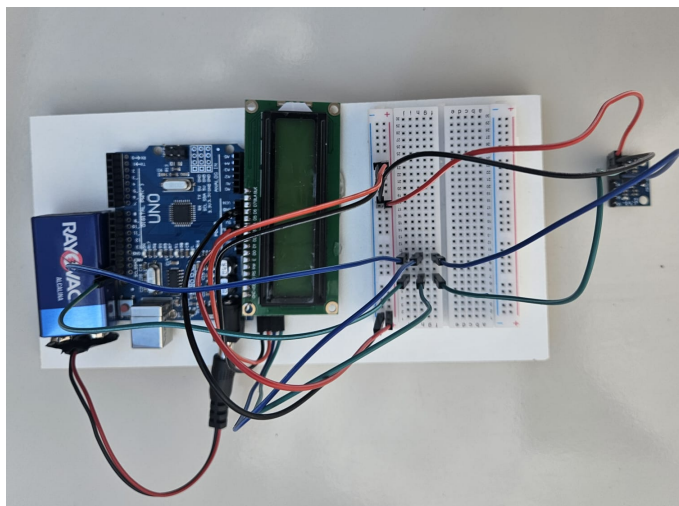
O sensor MPU-6050 é um módulo amplamente utilizado em projetos de sistemas embarcados e robótica, pois integra em um único componente um acelerômetro e um giroscópio de três eixos, permitindo a medição de aceleração linear e velocidade angular. Neste projeto, o MPU-6050 é empregado para a obtenção de ângulos de inclinação, possibilitando a análise da orientação espacial do sistema. A comunicação entre o sensor e o Arduino é realizada por meio do protocolo I2C, o mesmo utilizado pelo display LCD, o que reduz a quantidade de pinos necessários. O código a seguir apresenta a inicialização, calibração e leitura do sensor, exibindo no display LCD o valor do ângulo calculado, facilitando a visualização dos dados em tempo real.

#### Componentes necessários:

Para a utilização do sensor inercial MPU-6050 em conjunto com o Arduino e o display LCD, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);
- 1 módulo sensor MPU-6050 (acelerômetro e giroscópio de 6 eixos);
- 1 display LCD 16x2 com interface I2C;
- 1 protoboard;
- 2 fios jumper macho–macho (para alimentação da protoboard: **5V** e **GND**);
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o sensor MPU-6050: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 1 cabo USB para alimentação e programação do Arduino.

#### Diagrama de Conexões:



**Figura 39:** Diagrama de conexões - Sensor MPU-6050. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

#### Montagem Física (passo a passo):

A montagem do circuito é realizada com o auxílio de uma protoboard, que atua como ponto central de distribuição da alimentação elétrica e dos sinais de comunicação. O sensor MPU-6050 e o display LCD utilizam o protocolo de comunicação I2C, compartilhando os pinos **SDA** e **SCL** do Arduino.

O procedimento deve ser executado conforme as etapas a seguir:

1. Conecte o pino **5V** do Arduino a uma das linhas de alimentação positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
2. Conecte o pino **GND** do Arduino a uma das linhas de alimentação negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;

3. Conecte o pino **VCC** do sensor MPU-6050 à linha positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho-fêmea;
4. Conecte o pino **GND** do sensor MPU-6050 à linha negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho-fêmea;
5. Conecte o pino **SDA** do sensor MPU-6050 ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno), utilizando a protoboard como ponto de interligação;
6. Conecte o pino **SCL** do sensor MPU-6050 ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno), utilizando a protoboard como ponto de interligação;
7. Conecte o pino **VCC** do display LCD I2C à mesma linha positiva da protoboard utilizada pelo sensor;
8. Conecte o pino **GND** do display LCD I2C à mesma linha negativa da protoboard;
9. Conecte o pino **SDA** do display LCD I2C ao mesmo barramento **SDA** já conectado ao Arduino;
10. Conecte o pino **SCL** do display LCD I2C ao mesmo barramento **SCL** já conectado ao Arduino.

A utilização da protoboard facilita a organização das conexões e permite que o sensor MPU-6050 e o display LCD operem simultaneamente no mesmo barramento I2C, utilizando apenas dois pinos de comunicação do Arduino. Após a montagem, recomenda-se verificar cuidadosamente todas as conexões antes de energizar o sistema, garantindo que não haja inversão de polaridade ou mau contato.

### **Bibliotecas Necessárias:**

Para o funcionamento correto do sensor MPU-6050 e da interface de exibição dos dados, é necessária a utilização das seguintes bibliotecas no ambiente Arduino:

- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino responsável pela comunicação I2C, protocolo utilizado pelo sensor MPU-6050 para transmissão dos dados.
- **mpu6050.h**: biblioteca específica para o controle do sensor MPU-6050, permitindo a leitura dos valores do acelerômetro e do giroscópio de forma simplificada.
- **LiquidCrystal\_I2C.h**: biblioteca utilizada para o controle do display LCD com interface I2C, responsável por exibir as informações coletadas pelo sensor.

### **Código-fonte para o Sensor MPU-6050:**

**Listing 5:** Código-fonte para o sensor MPU-6050 com display LCD:

```
1 // INCLUSÃO DE BIBLIOTECAS
```

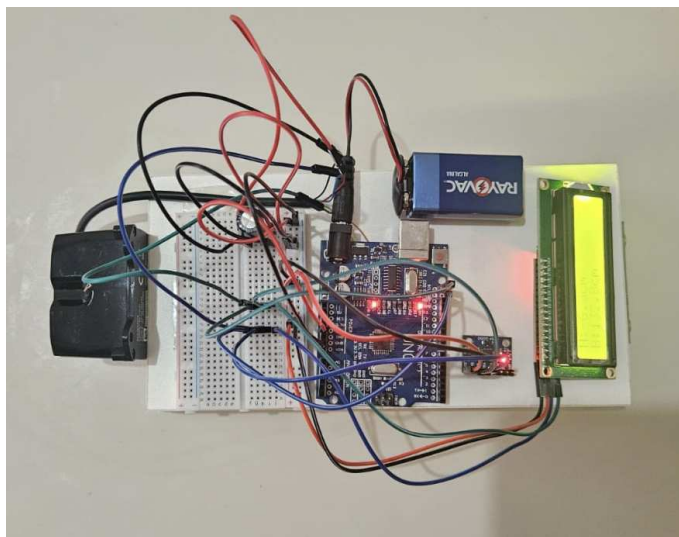
```
2 #include "mpu6050.h"           // Biblioteca para controle do sensor
  ↳ MPU-6050
3 #include <Wire.h>             // Comunicação I2C
4 #include <LiquidCrystal_I2C.h> // Controle do display LCD via I2C
5
6 // DEFINIÇÕES DO DISPLAY LCD
7 #define endereco 0x27 // Endereço I2C do display (valores comuns: 0x27
  ↳ ou 0x3F)
8 #define colunas 16
9 #define linhas 2
10
11 // INSTANCIACÃO DO DISPLAY LCD
12 LiquidCrystal_I2C lcd(endereco, colunas, linhas);
13
14 void setup() {
15     Serial.begin(9600); // Inicializa a comunicação serial para depuração
16
17     // Inicialização do sensor MPU-6050
18     mpu_begin();
19
20     // Inicialização do display LCD
21     lcd.init();           // Inicia a comunicação com o display
22     lcd.backlight();     // Liga a iluminação de fundo
23     lcd.clear();         // Limpa qualquer informação anterior
24
25     // Mensagem de calibração
26     lcd.print("Calibrando...");
27     delay(1000);
28
29     // Realiza a calibração do sensor
30     // O valor indica a quantidade de leituras usadas no cálculo
31     mpu_calibrate(200);
32
33     // Confirmação visual da calibração
34     lcd.setCursor(0, 1);
35     lcd.print("Calibrado!");
36
37     // Reinicia os acumuladores internos do sensor
38     mpu_reset();
39
40     delay(1000);
41     lcd.clear();
42
43     // Mensagem inicial antes das medições
44     lcd.print("- Vamos medir! -");
45     delay(5000);
46 }
```

```
47
48 void loop() {
49     // Atualiza os dados do sensor (leitura do acelerômetro e giroscópio)
50     mpu_loop();
51
52     lcd.clear();
53     lcd.print("Angulo (graus)");
54
55     // Exibe no display o ângulo no eixo Z
56     // Os valores dos eixos X e Y foram omitidos por não serem utilizados
57     lcd.setCursor(0, 1);
58     lcd.print(getAngleZ());
59
60     delay(1000); // Intervalo entre as leituras
61 }
```

### A.1.6 Projeto 3

Esta subseção apresenta os detalhes técnicos de montagem, conexão elétrica e programação referentes ao Projeto 3, no qual são utilizados, de forma integrada, o sensor de distância Garmin Lidar-Lite V3 e o sensor MPU-6050. Diferentemente das demais seções deste apêndice, que abordam sensores de maneira isolada, este projeto requer um código específico para a leitura simultânea de dois dispositivos que operam por meio do protocolo de comunicação I2C. O objetivo desta seção é fornecer subsídios técnicos que permitam a correta reprodução do experimento descrito no Projeto 3, bem como possibilitar adaptações futuras em contextos educacionais ou investigativos.

**Diagrama de Conexões:**



**Figura 40:** Diagrama de conexões - Sensor Garmin Lidar-Lite V3 e MPU-6050. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

**Componentes necessários:**

Para a utilização dos sensores Garmin Lidar-Lite V3 e MPU-6050 em conjunto com o Arduino e o display LCD, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);
- 1 sensor de distância Garmin Lidar-Lite V3;
- 1 sensor MP-6050
- 1 display LCD 16x2 com interface I2C;
- 1 protoboard;
- 2 fios jumper macho–macho (para alimentação da protoboard: **5V** e **GND**);
- 2 fios jumper machomacho (para conexão do capacitor)
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o Garmin Lidar-Lite V3: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 1 cabo USB para alimentação e programação do Arduino.

**Montagem Física (passo a passo):**

A montagem do circuito é realizada com o auxílio de uma protoboard, que atua como ponto central de distribuição da alimentação elétrica e dos sinais de comunicação. Os três dispositivos (sensor Garmin Lidar-Lite V3, MPU-6050, display LCD) utilizam o protocolo I2C, compartilhando os pinos de dados **SDA** e **SCL** do Arduino.

O procedimento deve ser executado conforme as etapas descritas a seguir:

1. Conecte o pino **5V** do Arduino a uma das linhas de alimentação positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
2. Conecte o pino **GND** do Arduino a uma das linhas de alimentação negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
3. Conecte o pino **VCC** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 à linha positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–fêmea;
4. Conecte o pino **GND** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 à linha negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–fêmea;

5. Conecte o pino **SDA** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno), utilizando o barramento central da protoboard como ponto intermediário;
6. Conecte o pino **SCL** do sensor Garmin Lidar-Lite V3 ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno), também por meio do barramento central da protoboard;
7. Conecte o pino **VCC** do display LCD I2C à mesma linha positiva da protoboard utilizada pelo sensor, utilizando um fio jumper macho-fêmea;
8. Conecte o pino **GND** do display LCD I2C à mesma linha negativa da protoboard, utilizando um fio jumper macho-fêmea;
9. Conecte o pino **SDA** do display LCD I2C ao mesmo barramento de dados **SDA** já conectado ao Arduino;
10. Conecte o pino **SCL** do display LCD I2C ao mesmo barramento de dados **SCL** já conectado ao Arduino;
11. Insira o capacitor eletrolítico de 680  $\mu$ F na protoboard, conectando o terminal positivo (+) à linha positiva de alimentação e o terminal negativo (-) à linha negativa, respeitando rigorosamente a polaridade indicada no componente;
12. Conecte o pino **VCC** do sensor MPU-6050 à linha positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho-fêmea;
13. Conecte o pino **GND** do sensor MPU-6050 à linha negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho-fêmea;
14. Conecte o pino **SDA** do sensor MPU-6050 ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno), utilizando a protoboard como ponto de interligação;
15. Conecte o pino **SCL** do sensor MPU-6050 ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno), utilizando a protoboard como ponto de interligação;
16. Para operação em modo autônomo, conecte o *clip* da bateria de 9 V aos pinos **VIN** e **GND** do Arduino.

O uso da protoboard facilita a organização das conexões e reduz a probabilidade de erros durante a montagem. Antes de energizar o sistema, recomenda-se verificar se todas as conexões estão firmes e se não há inversão de polaridade.

#### **Bibliotecas necessárias:**

Para o correto funcionamento dos sensores e do display LCD, é necessária a instalação das seguintes bibliotecas na IDE do Arduino:

- **LIDARLite:** biblioteca oficial do sensor Garmin Lidar-Lite V3;
- **mpu6050.h:** biblioteca específica para o controle do sensor MPU-6050, permitindo a leitura dos valores do acelerômetro e do giroscópio de forma simplificada;

- **LiquidCrystal\_I2C**: biblioteca utilizada para o controle do display LCD via protocolo I2C;
- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino para comunicação I2C.

### Código do Arduino para o projeto 3:

**Listing 6:** Código-fonte para o projeto 3

```
1  #include <Wire.h>
2  #include <Adafruit_MPU6050.h>
3  #include <Adafruit_Sensor.h>
4  #include <LIDARLite.h>
5  #include <LiquidCrystal_I2C.h>
6
7  Adafruit_MPU6050 mpu;
8  LIDARLite lidar;
9
10 LiquidCrystal_I2C lcd(0x27, 16, 2);
11
12 void setup() {
13
14     Serial.begin(115200);
15     Wire.begin();
16
17     // ----- LIDAR -----
18     lidar.begin(0, true);
19     lidar.configure(0);
20
21     // ----- MPU6050 -----
22     if (!mpu.begin()) {
23         Serial.println("MPU6050 nao encontrado!");
24         while (1);
25     }
26
27     mpu.setAccelerometerRange(MPU6050_RANGE_8_G);
28     mpu.setGyroRange(MPU6050_RANGE_500_DEG);
29     mpu.setFilterBandwidth(MPU6050_BAND_21_HZ);
30
31     // ----- LCD -----
32     lcd.init();
33     lcd.backlight();
34     lcd.clear();
35
36     lcd.setCursor(0, 0);
37     lcd.print("Projeto 3");
38     lcd.setCursor(0, 1);
```

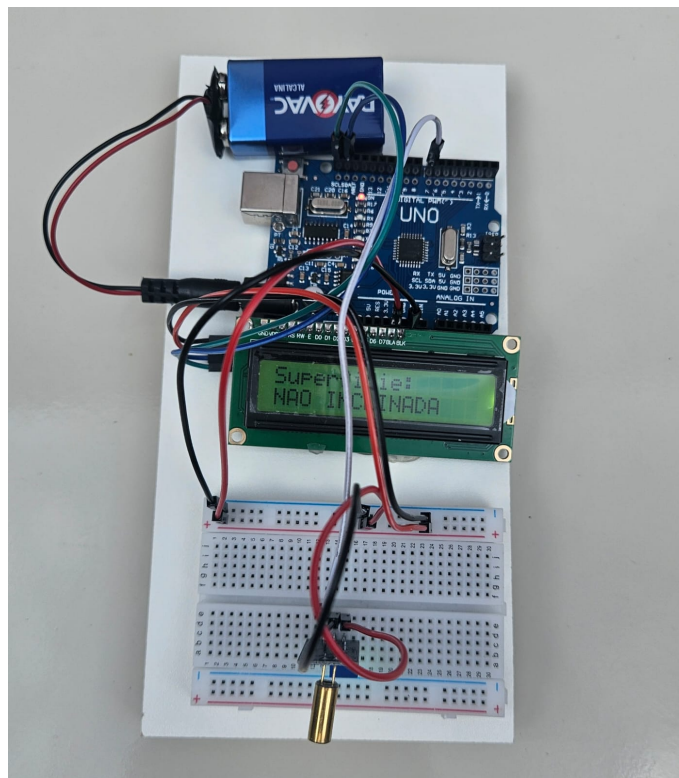
```
39   lcd.print("Inicializando");
40   delay(2000);
41 }
42
43 void loop() {
44
45   // ----- LIDAR -----
46   float distancia_cm = lidar.distance();
47   for (int i = 0; i < 5; i++) {
48     lidar.distance(false);
49   }
50
51   // ----- MPU6050 -----
52   sensors_event_t accel, gyro, temp;
53   mpu.getEvent(&accel, &gyro, &temp);
54
55   // Ângulo em graus
56   float angulo_graus = atan2(accel.acceleration.y,
57                               accel.acceleration.z) * 180.0 / PI;
58
59   // Conversão para radianos
60   float angulo_rad = angulo_graus * PI / 180.0;
61
62   // ----- CÁLCULOS TRIGONOMÉTRICOS -----
63   float altura_cm = distancia_cm * sin(angulo_rad);
64   float base_cm   = distancia_cm * cos(angulo_rad);
65
66   // ----- LCD -----
67   lcd.clear();
68   lcd.setCursor(0, 0);
69   lcd.print("H:");
70   lcd.print(altura_cm, 1);
71   lcd.print("cm");
72
73   lcd.setCursor(0, 1);
74   lcd.print("B:");
75   lcd.print(base_cm, 1);
76   lcd.print("cm");
77
78   // ----- SERIAL -----
79   Serial.print("Distancia (cm): ");
80   Serial.print(distancia_cm);
81   Serial.print(" | Angulo (graus): ");
82   Serial.print(angulo_graus);
83   Serial.print(" | Altura (cm): ");
84   Serial.print(altura_cm);
85   Serial.print(" | Base (cm): ");
```

```
86 Serial.println(base_cm);  
87  
88 delay(500);  
89 }  
90
```

### A.1.7 Sensor SW-520D

O sensor SW-520D é um sensor digital de inclinação amplamente utilizado em projetos educacionais e protótipos eletrônicos para detectar mudanças de posição ou orientação de um objeto. Seu funcionamento baseia-se em um contato interno sensível à gravidade, que altera o estado lógico do sinal de saída quando o sensor é inclinado além de um determinado limite. Por fornecer apenas dois estados possíveis (inclinado ou não inclinado), o SW-520D é especialmente adequado para atividades didáticas que envolvem lógica condicional, leitura de sinais digitais e tomada de decisão em sistemas embarcados. Neste projeto, o sensor é integrado a um display LCD 16×2 com interface I2C, permitindo a visualização imediata da condição de inclinação por meio das mensagens SIM ou NÃO, facilitando a compreensão do comportamento do sensor durante as atividades práticas.

**Diagrama de Conexões:**



**Figura 41:** Diagrama de conexões - Sensor SW-520D. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

**Componentes necessários:**

Para a implementação do sensor de inclinação SW-520D em conjunto com a plataforma Arduino e o display LCD, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);
- 1 sensor de inclinação SW-520D;
- 1 display LCD 16×2 com interface I2C;
- 1 protoboard;
- 2 fios jumper macho–macho (para alimentação da protoboard: **5V** e **GND**);
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 2 fios jumper macho–macho (para conexão do sensor SW-520D ao Arduino: **VCC** e **GND**);
- 1 fio jumper macho–macho (para conexão do pino de sinal do sensor ao Arduino);
- 1 cabo USB para comunicação entre o Arduino e o computador.

**Montagem Física (passo a passo):**

A montagem do circuito é realizada com o auxílio de uma protoboard, utilizada como ponto central de distribuição da alimentação elétrica e organização das conexões. O display LCD utiliza o barramento I2C, enquanto o sensor SW-520D opera por meio de um sinal digital simples, indicando o estado de inclinação.

O procedimento deve ser realizado conforme as etapas a seguir:

1. Conecte o pino **5V** do Arduino a uma das linhas de alimentação positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
2. Conecte o pino **GND** do Arduino a uma das linhas de alimentação negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
3. Conecte o pino **VCC** do display LCD I2C à linha positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–fêmea;
4. Conecte o pino **GND** do display LCD I2C à linha negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–fêmea;
5. Conecte o pino **SDA** do display LCD I2C ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno);
6. Conecte o pino **SCL** do display LCD I2C ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno);
7. Conecte o pino **VCC** do sensor SW-520D à linha positiva da protoboard;

8. Conecte o pino **GND** do sensor SW-520D à linha negativa da protoboard;
9. Conecte o pino de **saída digital** do sensor SW-520D ao pino digital **7** do Arduino;

A protoboard facilita a organização das conexões e permite alterações rápidas durante as atividades experimentais. O uso do sensor SW-520D possibilita a exploração prática de conceitos relacionados à leitura de sinais digitais, lógica booleana e controle de fluxo em programação.

Após a montagem, recomenda-se verificar todas as conexões antes de energizar o sistema, garantindo que não haja inversão de polaridade, mau contato ou curto-circuito.

### Bibliotecas Necessárias:

Para o funcionamento correto do sistema, é necessário utilizar as seguintes bibliotecas na IDE do Arduino:

- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino para comunicação I2C;
- **LiquidCrystal\_I2C**: biblioteca utilizada para o controle do display LCD via interface I2C.

### Código-fonte para o Sensor SW-520D:

**Listing 7:** Código-fonte para o sensor de inclinação SW-520D com display LCD

```
1 #include <Wire.h>
2 #include <LiquidCrystal_I2C.h>
3
4 #define ENTRADA 7
5 #define LED 13
6
7 #define ENDERECO_LCD 0x27
8 #define COLUNAS 16
9 #define LINHAS 2
10
11 LiquidCrystal_I2C lcd(ENDERECO_LCD, COLUNAS, LINHAS);
12
13 void setup() {
14     pinMode(ENTRADA, INPUT_PULLUP); // pull-up interno
15     pinMode(LED, OUTPUT);
16
17     digitalWrite(LED, LOW);
18
19     lcd.init();
20     lcd.backlight();
```

```
21  lcd.clear();
22
23  lcd.setCursor(0, 0);
24  lcd.print("Sensor SW-520D");
25  lcd.setCursor(0, 1);
26  lcd.print("Inicializando");
27  delay(2000);
28  }
29
30  void loop() {
31    int estado = digitalRead(ENTRADA);
32
33    lcd.clear();
34    lcd.setCursor(0, 0);
35    lcd.print("Superfície:");
36
37    lcd.setCursor(0, 1);
38    if (estado == LOW) { // movimento / inclinacao detectada
39      digitalWrite(LED, HIGH);
40      lcd.print("INCLINADA");
41    } else {
42      digitalWrite(LED, LOW);
43      lcd.print("NAO INCLINADA");
44    }
45
46    delay(500);
47  }
48
```

### A.1.8 Potenciômetro

O potenciômetro pode ser utilizado como um sensor de posição angular em projetos didáticos e experimentais, pois sua resistência elétrica varia de forma proporcional ao deslocamento do eixo rotativo. Ao ser conectado a uma entrada analógica do Arduino, essa variação de resistência é convertida em um valor digital, permitindo estimar o ângulo de rotação do componente. Neste projeto, o potenciômetro é empregado para a medição de ângulos, com os valores convertidos e exibidos em um display LCD 16×2 com interface I2C. Essa abordagem possibilita uma visualização simples e imediata do ângulo medido, sendo especialmente útil para atividades de aprendizado envolvendo conceitos de eletrônica, leitura analógica e conversão de sinais.

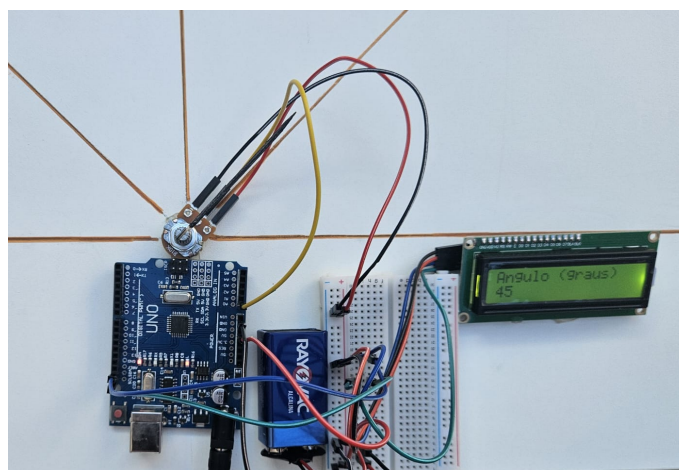
#### Componentes necessários:

Para a utilização do potenciômetro como sensor de ângulo em conjunto com o Arduino e o display LCD, são necessários os seguintes componentes:

- 1 placa Arduino (Arduino Uno ou compatível);

- 1 potenciômetro linear (10 k $\Omega$  recomendado);
- 1 display LCD 16 $\times$ 2 com interface I2C;
- 1 protoboard;
- 2 fios jumper macho–macho (para alimentação da protoboard: **5V** e **GND**);
- 3 fios jumper macho–macho (para conexão do potenciômetro: **VCC**, **GND** e saída analógica);
- 4 fios jumper macho–fêmea (para conexão entre a protoboard e o display LCD: **VCC**, **GND**, **SDA** e **SCL**);
- 1 cabo USB para comunicação entre o Arduino e o computador.

### Diagrama de Conexões:



**Figura 42:** Diagrama de conexões - Potenciômetro. Fonte: Elaborada pela autora (2025).

### Montagem Física (passo a passo):

A montagem do circuito é realizada com o auxílio de uma protoboard, que atua como ponto central de distribuição da alimentação elétrica e das conexões do potenciômetro e do display LCD. O potenciômetro é ligado a uma entrada analógica do Arduino, enquanto o display utiliza o barramento I2C para comunicação.

O procedimento deve ser executado conforme as etapas a seguir:

1. Conecte o pino **5V** do Arduino à linha positiva da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
2. Conecte o pino **GND** do Arduino à linha negativa da protoboard utilizando um fio jumper macho–macho;
3. Insira o potenciômetro na protoboard;

4. Conecte um dos terminais laterais do potenciômetro à linha positiva da protoboard (**5V**);
5. Conecte o outro terminal lateral do potenciômetro à linha negativa da protoboard (**GND**);
6. Conecte o terminal central do potenciômetro (cursor) ao pino analógico **A0** do Arduino;
7. Conecte o pino **VCC** do display LCD I2C à linha positiva da protoboard;
8. Conecte o pino **GND** do display LCD I2C à linha negativa da protoboard;
9. Conecte o pino **SDA** do display LCD I2C ao pino **SDA** do Arduino (A4 no Arduino Uno);
10. Conecte o pino **SCL** do display LCD I2C ao pino **SCL** do Arduino (A5 no Arduino Uno).

A utilização do potenciômetro permite a conversão direta do movimento rotacional em um valor elétrico mensurável, facilitando a compreensão dos conceitos de leitura analógica, mapeamento de valores e representação gráfica de grandezas físicas. Após a montagem, recomenda-se verificar todas as conexões antes de energizar o circuito, garantindo que não haja curtos-circuitos ou mau contato.

### Bibliotecas Necessárias:

Para o funcionamento correto do sistema, é necessário utilizar as seguintes bibliotecas na IDE do Arduino:

- **Wire.h**: biblioteca padrão do Arduino para comunicação I2C;
- **LiquidCrystal\_I2C**: biblioteca utilizada para o controle do display LCD via interface I2C.

### Código-fonte para medição de ângulo com potenciômetro:

**Listing 8:** Código-fonte para medição de ângulo com potenciômetro e display LCD

```
1 #include <Wire.h>
2 #include <LiquidCrystal_I2C.h>
3
4 // DEFINIÇÕES DO DISPLAY LCD
5 #define endereco 0x27 // Endereços I2C mais comuns: 0x27 ou 0x3F
6 #define colunas 16 // Número de colunas do display LCD
7 #define linhas 2 // Número de linhas do display LCD
8
9 // INSTANCIANDO O OBJETO DO DISPLAY LCD
10 LiquidCrystal_I2C lcd(endereco, colunas, linhas);
```

```
11
12 // VARIÁVEIS
13 int leituraAD; // Armazena o valor lido na entrada analógica (0 a 1023)
14 int angulo; // Armazena o ângulo convertido a partir da leitura
   → analógica
15
16 void setup() {
17   Serial.begin(9600); // Inicializa a comunicação serial para depuração
   → (opcional)
18
19   lcd.init(); // Inicializa a comunicação com o display LCD
20   lcd.backlight(); // Liga a iluminação de fundo do display
21   lcd.clear(); // Limpa qualquer informação anterior no display
22
23   lcd.print("- Vamos medir! -"); // Mensagem inicial no display
24   delay(5000); // Aguarda 5 segundos antes de iniciar as leituras
25 }
26
27 void loop() {
28   lcd.clear();
29   lcd.print("Angulo (graus)");
30
31   // Realiza a leitura do potenciômetro conectado à entrada analógica A0
32   leituraAD = analogRead(A0);
33
34   // Converte o valor analógico (0 a 1023) para um ângulo aproximado (0 a
   → 280 graus)
35   angulo = (280 * (float)leituraAD / 1023) + 0.5;
36
37   // Exibe o valor do ângulo na segunda linha do display LCD
38   lcd.setCursor(0, 1);
39   lcd.print(angulo);
40
41   delay(1000); // Aguarda 1 segundo antes de realizar a próxima leitura
42 }
```

# Apêndice B

---

Este apêndice reúne um conjunto de tabelas elaboradas com o objetivo de auxiliar a aplicação pedagógica de alguns projetos apresentados ao longo deste trabalho. Entre os materiais disponibilizados, encontram-se tabelas modelo para o registro sistemático de dados coletados durante as atividades experimentais, favorecendo a organização, a análise e a interpretação dos resultados pelos estudantes. Além disso, este apêndice inclui uma tabela trigonométrica completa, concebida como instrumento de consulta e apoio ao desenvolvimento dos projetos, especialmente aqueles que envolvem o uso das funções seno, cosseno e tangente. A disponibilização desses recursos busca oferecer suporte prático ao professor, contribuindo para a integração entre investigação Matemática, experimentação e registro científico no ambiente escolar.

## B.1 Tabelas modelo

**Tabela 1:** Registro das Medidas dos Lados dos Triângulos

Triângulo	Lado $a$ (cm)	Lado $b$ (cm)	Lado $c$ (cm)
Pequeno			
Grande			

**Tabela 2:** Registro prévio dos cálculos das razões trigonométricas

Ângulo ( $^{\circ}$ )	Cateto oposto (cm)	Cateto adjacente (cm)	$\text{sen}(\theta)$	$\text{cos}(\theta)$	$\text{tg}(\theta)$

Tabela 3: Registro de dados do projeto Radar Trigonométrico

Leitura	Ângulo $\theta$ ( $^\circ$ )	Distância $d$ (cm)	$x = d \cos(\theta)$	$y = d \sin(\theta)$	Observações
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

## B.2 Tabela trigonométrica completa

Apresenta-se, a seguir, uma tabela trigonométrica completa, contendo os valores de seno, cosseno e tangente para ângulos notáveis entre  $0^\circ$  e  $360^\circ$ , utilizada como referência teórica nas atividades experimentais desenvolvidas ao longo do trabalho.

âng	sen	cos	tan	âng	sen	cos	tan
1	0.017452	0.999848	0.017455	31	0.515038	0.857167	0.600861
2	0.034899	0.999391	0.034921	32	0.529919	0.848048	0.624869
3	0.052336	0.998630	0.052408	33	0.544639	0.838671	0.649408
4	0.069756	0.997564	0.069927	34	0.559193	0.829038	0.674509
5	0.087156	0.996195	0.087489	35	0.573576	0.819152	0.700208
6	0.104528	0.994522	0.105104	36	0.587785	0.809017	0.726543
7	0.121869	0.992546	0.122785	37	0.601815	0.798636	0.753554
8	0.139173	0.990268	0.140541	38	0.615661	0.788011	0.781286
9	0.156434	0.987688	0.158384	39	0.629320	0.777146	0.809784
10	0.173648	0.984808	0.176327	40	0.642788	0.766044	0.839100
11	0.190809	0.981061	0.194380	41	0.656059	0.754709	0.869287
12	0.207912	0.978148	0.212556	42	0.669131	0.743145	0.900404
13	0.224951	0.974928	0.230868	43	0.681998	0.731354	0.932515
14	0.241922	0.970296	0.249328	44	0.694658	0.719340	0.965688
15	0.258819	0.965926	0.267949	45	0.707107	0.707107	1.000000
16	0.275637	0.961262	0.286745	46	0.719340	0.694658	1.036281
17	0.292372	0.956305	0.305730	47	0.731354	0.681998	1.072369
18	0.309017	0.951057	0.324699	48	0.743145	0.669131	1.110614
19	0.325568	0.939693	0.344328	49	0.754709	0.656059	1.149045
20	0.342020	0.939693	0.363970	50	0.766044	0.642788	1.191754
21	0.358368	0.933580	0.383864	51	0.777146	0.629320	1.234897
22	0.374607	0.927184	0.404026	52	0.788011	0.615661	1.279942
23	0.390731	0.920505	0.424475	53	0.798636	0.601815	1.327045
24	0.406737	0.913545	0.445229	54	0.809017	0.587785	1.376382
25	0.422618	0.906308	0.466308	55	0.819152	0.573576	1.428148
26	0.438371	0.898794	0.487733	56	0.829038	0.559193	1.482561
27	0.453990	0.891007	0.509525	57	0.838671	0.544639	1.539865
28	0.469472	0.882948	0.531709	58	0.848048	0.529919	1.600335
29	0.484810	0.874620	0.554309	59	0.857167	0.515038	1.664279
30	0.500000	0.866025	0.577350	60	0.866025	0.500000	1.732051

**Tabela 4:** Tabela trigonométrica: ângulos de  $1^\circ$  a  $60^\circ$ . Valores com precisão de 6 casas decimais.

âng	sen	cos	tan	âng	sen	cos	tan
61	0.874620	0.484810	1.804048	91	0.999848	-0.017452	-57.289962
62	0.882948	0.469472	1.880726	92	0.999391	-0.034899	-28.636253
63	0.891007	0.453990	1.962611	93	0.998630	-0.052336	-19.081137
64	0.898794	0.438371	2.050304	94	0.997564	-0.069756	-14.300666
65	0.906308	0.422618	2.144507	95	0.996195	-0.087156	-11.430052
66	0.913545	0.406737	2.246037	96	0.994522	-0.104528	-9.514364
67	0.920505	0.390731	2.355852	97	0.992546	-0.121869	-8.144347
68	0.927184	0.374607	2.475087	98	0.990268	-0.139173	-7.115370
69	0.933580	0.358368	2.605089	99	0.987688	-0.156434	-6.313751
70	0.939693	0.342020	2.747477	100	0.984808	-0.173648	-5.671282
71	0.945519	0.325568	2.904210	101	0.981627	-0.190809	-5.144554
72	0.951057	0.309017	3.077684	102	0.978148	-0.207912	-4.704630
73	0.956305	0.292372	3.270853	103	0.974370	-0.224951	-4.331476
74	0.961262	0.275637	3.487414	104	0.970296	-0.241922	-4.010781
75	0.965926	0.258819	3.732051	105	0.965926	-0.258819	-3.732051
76	0.970296	0.241922	4.010781	106	0.961262	-0.275637	-3.487414
77	0.974370	0.224951	4.331476	107	0.956305	-0.292372	-3.270853
78	0.978148	0.207912	4.704630	108	0.951057	-0.309017	-3.077684
79	0.981627	0.190809	5.144554	109	0.945519	-0.325568	-2.904210
80	0.984808	0.173648	5.671282	110	0.939693	-0.342020	-2.747477
81	0.987688	0.156434	6.313751	111	0.933580	-0.358368	-2.605089
82	0.990268	0.139173	7.115370	112	0.927184	-0.374607	-2.475087
83	0.992546	0.121869	8.144347	113	0.920505	-0.390731	-2.355852
84	0.994522	0.104528	9.514364	114	0.913545	-0.406737	-2.246037
85	0.996195	0.087156	11.430052	115	0.906308	-0.422618	-2.144507
86	0.997564	0.069756	14.300666	116	0.898794	-0.438371	-2.050304
87	0.998630	0.052336	19.081137	117	0.891007	-0.453990	-1.962611
88	0.999391	0.034899	28.636253	118	0.882948	-0.469472	-1.880726
89	0.999848	0.017452	57.289962	119	0.874620	-0.484810	-1.804048
90	1.000000	0.000000	indef.	120	0.866025	-0.500000	-1.732051

**Tabela 5:** Tabela trigonométrica: ângulos de  $61^\circ$  a  $120^\circ$ . Valores com precisão de 6 casas decimais.

âng	sen	cos	tan	âng	sen	cos	tan
121	0.857167	-0.515038	-1.664279	151	0.484810	-0.874620	-0.554309
122	0.848048	-0.529919	-1.600335	152	0.469472	-0.882948	-0.531709
123	0.838671	-0.544639	-1.540084	153	0.453990	-0.891007	-0.509525
124	0.829038	-0.559193	-1.483530	154	0.438371	-0.898794	-0.487733
125	0.819152	-0.573576	-1.430052	155	0.422618	-0.906308	-0.466308
126	0.809017	-0.587785	-1.379507	156	0.406737	-0.913545	-0.445229
127	0.798636	-0.601815	-1.331476	157	0.390731	-0.920505	-0.424474
128	0.788011	-0.615661	-1.285575	158	0.374607	-0.927184	-0.404027
129	0.777146	-0.629320	-1.241423	159	0.358368	-0.933580	-0.383864
130	0.766044	-0.642788	-1.198912	160	0.342020	-0.939693	-0.363970
131	0.754710	-0.656059	-1.157821	161	0.325568	-0.945519	-0.344328
132	0.743145	-0.669131	-1.118034	162	0.309017	-0.951057	-0.324920
133	0.731354	-0.681998	-1.079452	163	0.292372	-0.956305	-0.305730
134	0.719340	-0.694658	-1.041889	164	0.275637	-0.961262	-0.286745
135	0.707107	-0.707107	-1.000000	165	0.258819	-0.965926	-0.267949
136	0.694658	-0.719340	-0.965689	166	0.241922	-0.970296	-0.249328
137	0.681998	-0.731354	-0.932515	167	0.224951	-0.974370	-0.230868
138	0.669131	-0.743145	-0.900404	168	0.207912	-0.978148	-0.212557
139	0.656059	-0.754710	-0.869287	169	0.190809	-0.981627	-0.194380
140	0.642788	-0.766044	-0.839100	170	0.173648	-0.984808	-0.176327
141	0.629320	-0.777146	-0.809784	171	0.156434	-0.987688	-0.158384
142	0.615661	-0.788011	-0.781286	172	0.139173	-0.990268	-0.140541
143	0.601815	-0.798636	-0.753554	173	0.121869	-0.992546	-0.122785
144	0.587785	-0.809017	-0.726543	174	0.104528	-0.994522	-0.105104
145	0.573576	-0.819152	-0.700208	175	0.087156	-0.996195	-0.087489
146	0.559193	-0.829038	-0.674509	176	0.069756	-0.997564	-0.069927
147	0.544639	-0.838671	-0.649408	177	0.052336	-0.998630	-0.052408
148	0.529919	-0.848048	-0.624869	178	0.034899	-0.999391	-0.034921
149	0.515038	-0.857167	-0.600861	179	0.017452	-0.999848	-0.017455
150	0.500000	-0.866025	-0.577350	180	0.000000	-1.000000	0.000000

**Tabela 6:** Tabela trigonométrica: ângulos de 121° a 180°. Valores com precisão de 6 casas decimais.

âng	sen	cos	tan	âng	sen	cos	tan
181	-0.017452	-0.999848	0.017455	211	-0.515038	-0.857167	0.600861
182	-0.034899	-0.999391	0.034921	212	-0.529919	-0.848048	0.624869
183	-0.052336	-0.998630	0.052408	213	-0.544639	-0.838671	0.649408
184	-0.069756	-0.997564	0.069927	214	-0.559193	-0.829038	0.674509
185	-0.087156	-0.996195	0.087489	215	-0.573576	-0.819152	0.700208
186	-0.104528	-0.994522	0.105104	216	-0.587785	-0.809017	0.726543
187	-0.121869	-0.992546	0.122785	217	-0.601815	-0.798636	0.753554
188	-0.139173	-0.990268	0.140541	218	-0.615661	-0.788011	0.781286
189	-0.156434	-0.987688	0.158384	219	-0.629320	-0.777146	0.809784
190	-0.173648	-0.984808	0.176327	220	-0.642788	-0.766044	0.839100
191	-0.190809	-0.981627	0.194380	221	-0.656059	-0.754710	0.869287
192	-0.207912	-0.978148	0.212557	222	-0.669131	-0.743145	0.900404
193	-0.224951	-0.974370	0.230868	223	-0.681998	-0.731354	0.932515
194	-0.241922	-0.970296	0.249328	224	-0.694658	-0.719340	0.965689
195	-0.258819	-0.965926	0.267949	225	-0.707107	-0.707107	1.000000
196	-0.275637	-0.961262	0.286745	226	-0.719340	-0.694658	1.035530
197	-0.292372	-0.956305	0.305730	227	-0.731354	-0.681998	1.072369
198	-0.309017	-0.951057	0.324920	228	-0.743145	-0.669131	1.110612
199	-0.325568	-0.945519	0.344328	229	-0.754710	-0.656059	1.150368
200	-0.342020	-0.939693	0.363970	230	-0.766044	-0.642788	1.191754
201	-0.358368	-0.933580	0.383864	231	-0.777146	-0.629320	1.234897
202	-0.374607	-0.927184	0.404027	232	-0.788011	-0.615661	1.279942
203	-0.390731	-0.920505	0.424474	233	-0.798636	-0.601815	1.327044
204	-0.406737	-0.913545	0.445229	234	-0.809017	-0.587785	1.376382
205	-0.422618	-0.906308	0.466308	235	-0.819152	-0.573576	1.428148
206	-0.438371	-0.898794	0.487733	236	-0.829038	-0.559193	1.482561
207	-0.453990	-0.891007	0.509525	237	-0.838671	-0.544639	1.539865
208	-0.469472	-0.882948	0.531709	238	-0.848048	-0.529919	1.600335
209	-0.484810	-0.874620	0.554309	239	-0.857167	-0.515038	1.664279
210	-0.500000	-0.866025	0.577350	240	-0.866025	-0.500000	1.732051

**Tabela 7:** Tabela trigonométrica: ângulos de  $181^\circ$  a  $240^\circ$ . Valores com precisão de 6 casas decimais.

âng	sen	cos	tan	âng	sen	cos	tan
241	-0.874620	-0.484810	1.804048	271	-0.999848	0.017452	-57.289962
242	-0.882948	-0.469472	1.880726	272	-0.999391	0.034899	-28.636253
243	-0.891007	-0.453990	1.962611	273	-0.998630	0.052336	-19.081137
244	-0.898794	-0.438371	2.050304	274	-0.997564	0.069756	-14.300666
245	-0.906308	-0.422618	2.144507	275	-0.996195	0.087156	-11.430052
246	-0.913545	-0.406737	2.246037	276	-0.994522	0.104528	-9.514364
247	-0.920505	-0.390731	2.355852	277	-0.992546	0.121869	-8.144346
248	-0.927184	-0.374607	2.475087	278	-0.990268	0.139173	-7.115370
249	-0.933580	-0.358368	2.605089	279	-0.987688	0.156434	-6.313752
250	-0.939693	-0.342020	2.747477	280	-0.984808	0.173648	-5.671282
251	-0.945519	-0.325568	2.904210	281	-0.981627	0.190809	-5.144554
252	-0.951057	-0.309017	3.077684	282	-0.978148	0.207912	-4.704630
253	-0.956305	-0.292372	3.270853	283	-0.974370	0.224951	-4.331476
254	-0.961262	-0.275637	3.487414	284	-0.970296	0.241922	-4.011460
255	-0.965926	-0.258819	3.732051	285	-0.965926	0.258819	-3.732051
256	-0.970296	-0.241922	4.010781	286	-0.961262	0.275637	-3.487414
257	-0.974370	-0.224951	4.331476	287	-0.956305	0.292372	-3.270853
258	-0.978148	-0.207912	4.704630	288	-0.951057	0.309017	-3.077684
259	-0.981627	-0.190809	5.144554	289	-0.945519	0.325568	-2.904210
260	-0.984808	-0.173648	5.671282	290	-0.939693	0.342020	-2.747477
261	-0.987688	-0.156434	6.313752	291	-0.933580	0.358368	-2.605089
262	-0.990268	-0.139173	7.115370	292	-0.927184	0.374607	-2.475087
263	-0.992546	-0.121869	8.144346	293	-0.920505	0.390731	-2.355852
264	-0.994522	-0.104528	9.514364	294	-0.913545	0.406737	-2.246037
265	-0.996195	-0.087156	11.430052	295	-0.906308	0.422618	-2.144507
266	-0.997564	-0.069756	14.300666	296	-0.898794	0.438371	-2.050304
267	-0.998630	-0.052336	19.081137	297	-0.891007	0.453990	-1.962611
268	-0.999391	-0.034899	28.636253	298	-0.882948	0.469472	-1.880726
269	-0.999848	-0.017452	57.289962	299	-0.874620	0.484810	-1.804048
270	-1.000000	0.000000	indef.	300	-0.866025	0.500000	-1.732051

**Tabela 8:** Tabela trigonométrica: ângulos de 241° a 300°. Valores com precisão de 6 casas decimais.

âng	sen	cos	tan	âng	sen	cos	tan
301	-0.857167	0.515038	-1.664279	331	-0.484810	0.874620	-0.554309
302	-0.848048	0.529919	-1.600335	332	-0.469472	0.882948	-0.531709
303	-0.838671	0.544639	-1.539865	333	-0.453990	0.891007	-0.509525
304	-0.829038	0.559193	-1.482561	334	-0.438371	0.898794	-0.487732
305	-0.819152	0.573576	-1.428148	335	-0.422618	0.906308	-0.466308
306	-0.809017	0.587785	-1.376382	336	-0.406737	0.913545	-0.445229
307	-0.798636	0.601815	-1.327045	337	-0.390731	0.920505	-0.424475
308	-0.788011	0.615661	-1.279942	338	-0.374607	0.927184	-0.404026
309	-0.777146	0.629320	-1.234897	339	-0.358368	0.933580	-0.383864
310	-0.766044	0.642788	-1.191754	340	-0.342020	0.939693	-0.363970
311	-0.754710	0.656059	-1.150369	341	-0.325568	0.945519	-0.344328
312	-0.743145	0.669131	-1.110613	342	-0.309017	0.951057	-0.324920
313	-0.731354	0.681998	-1.072369	343	-0.292372	0.956305	-0.305731
314	-0.719340	0.694658	-1.035530	344	-0.275637	0.961262	-0.286745
315	-0.707107	0.707107	-1.000000	345	-0.258819	0.965926	-0.267949
316	-0.694658	0.719340	-0.965689	346	-0.241922	0.970296	-0.249329
317	-0.681998	0.731354	-0.932515	347	-0.224951	0.974370	-0.230868
318	-0.669131	0.743145	-0.900404	348	-0.207912	0.978148	-0.212557
319	-0.656059	0.754710	-0.869287	349	-0.190809	0.981627	-0.194380
320	-0.642788	0.766044	-0.839100	350	-0.173648	0.984808	-0.176327
321	-0.629320	0.777146	-0.809784	351	-0.156434	0.987688	-0.158384
322	-0.615661	0.788011	-0.781286	352	-0.139173	0.990268	-0.140541
323	-0.601815	0.798636	-0.753554	353	-0.121869	0.992546	-0.122785
324	-0.587785	0.809017	-0.726543	354	-0.104528	0.994522	-0.105104
325	-0.573576	0.819152	-0.700208	355	-0.087156	0.996195	-0.087489
326	-0.559193	0.829038	-0.674509	356	-0.069756	0.997564	-0.069927
327	-0.544639	0.838671	-0.649408	357	-0.052336	0.998630	-0.052408
328	-0.529919	0.848048	-0.624869	358	-0.034899	0.999391	-0.034921
329	-0.515038	0.857167	-0.600861	359	-0.017452	0.999848	-0.017455
330	-0.500000	0.866025	-0.577350	360	0.000000	1.000000	indef.

**Tabela 9:** Tabela trigonométrica: ângulos de 301° a 360°. Valores com precisão de 6 casas decimais.

# Apêndice C

---

## C.1 Manual: Arduino e Matemática

Este trabalho de dissertação possibilitou a construção de um material didático complementar, apresentado neste anexo sob a forma de um manual intitulado **Arduino e Matemática**. Tal manual constitui-se como um dos principais produtos educacionais resultantes da pesquisa, consolidando a proposta de integração entre conteúdos matemáticos e práticas experimentais mediadas por tecnologias digitais de baixo custo, em especial o Arduino.

O manual **Arduino e Matemática** foi concebido com o objetivo de oferecer ao professor um guia prático, acessível e sistematizado para o uso pedagógico do Arduino no ensino de Matemática. Diferentemente de manuais técnicos tradicionais, voltados majoritariamente à programação ou à eletrônica, este material prioriza a abordagem didática dos conceitos matemáticos, articulando teoria, experimentação e investigação, de modo a favorecer a aprendizagem significativa dos estudantes.

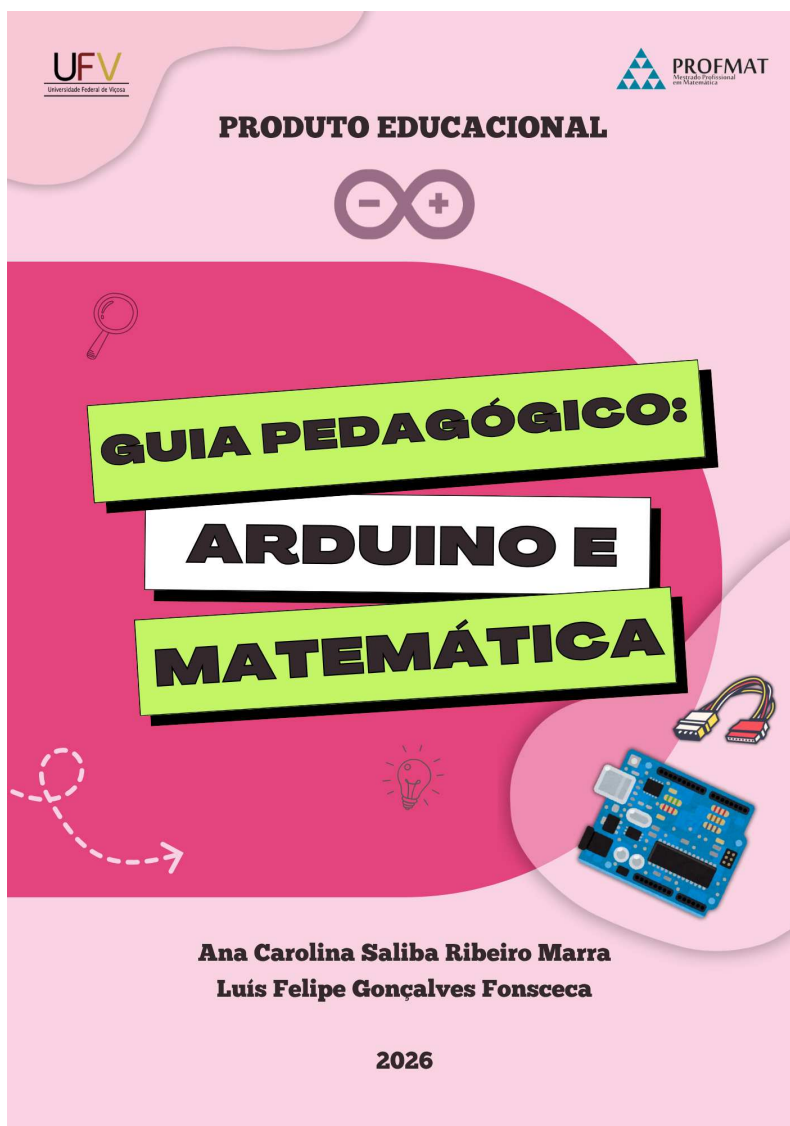
Nesse sentido, a dissertação serviu como base estrutural e conceitual para a elaboração do manual, uma vez que todos os projetos desenvolvidos ao longo do trabalho foram organizados, revisados e adaptados para compor esse material. Cada projeto foi apresentado de forma detalhada, contendo a contextualização Matemática, os objetivos pedagógicos, a fundamentação teórica necessária, a descrição dos materiais utilizados, bem como orientações claras sobre a montagem dos protótipos, a programação do Arduino e a execução das atividades em sala de aula.

Além disso, o manual foi pensado para ser disponibilizado em formato de *e-book*, ampliando seu alcance e facilitando o acesso por professores da Educação Básica. Esse formato permite a inclusão de imagens explicativas, esquemas de montagem, fotografias dos protótipos, trechos de códigos comentados e sugestões de variações didáticas, contribuindo para tornar o material autoexplicativo e de fácil utilização, mesmo por docentes que ainda não possuam experiência prévia com o Arduino.

Outro aspecto relevante do manual é seu caráter formativo. Ao longo do material, são apresentadas orientações sobre o uso do Arduino como recurso educacional, cuidados com a montagem dos circuitos e sugestões metodológicas para a condução das atividades. Dessa forma, o manual não se limita a apresentar projetos prontos, mas busca apoiar o professor no desenvolvimento de autonomia para adaptar, modificar e criar novas propostas a partir dos exemplos apresentados.

Assim, materializa-se o compromisso desta pesquisa com a aplicação prática do

conhecimento produzido, com a inovação didática no ensino de Matemática e com a democratização do acesso a recursos tecnológicos no contexto escolar. Ao reunir, em um único material, os projetos, as orientações pedagógicas e os fundamentos necessários para sua implementação, o manual **Arduino e Matemática** configura-se como um instrumento de apoio ao professor, potencializando o uso de metodologias ativas, experimentais e investigativas em sala de aula.



**Figura 43:** Capa do manual: Arduino e Matemática.  
Fonte: Elaborado pela autora.