

**JULYERME MATHEUS TONIN**

**APLICABILIDADE DOS MODELOS DE PRECIFICAÇÃO PARA AS OPÇÕES  
SOBRE CONTRATOS FUTUROS DE CAFÉ ARÁBICA NA BM&FBOVESPA**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa, como  
parte das exigências do Programa de Pós-  
Graduação em Economia Aplicada, para  
obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2009

JULYERME MATHEUS TONIN

**APLICABILIDADE DOS MODELOS DE PRECIFICAÇÃO PARA AS OPÇÕES  
SOBRE CONTRATOS FUTUROS DE CAFÉ ARÁBICA NA BM&FBOVESPA**

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa, como  
parte das exigências do Programa de Pós-  
Graduação em Economia Aplicada, para  
obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 03 de julho de 2009.

---

Luiz Gonzaga Castro Junior  
(Coorientador)

---

Leonardo Bornacki de Mattos

---

Viviani Silva Lirio

---

Suely de Fátima Ramos Silveira

---

Alexandre Bragança Coelho  
(Orientador)

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a DEUS, por me dar saúde, força e coragem para lutar por meus objetivos e traçar o meu caminho. Mesmo que eu pudesse escolher, voltar no tempo, escolheria novamente como esposa a Joyce, que agradeço pelo carinho, amor, paciência e compreensão pelo tempo que não pudemos desfrutar juntos e por ser uma fonte de alegria em minha vida.

Seria o filho do Valter e da Carmem, pelos quais tenho profunda gratidão, pelos ensinamentos, carinho e confiança em mim depositados. Teria como irmãos, o Giovano, o João Ricardo e o Lucas, que agradeço pelo incentivo e pela torcida no decorrer dessa jornada.

Estudaria na Universidade Federal de Viçosa (UFV), no Departamento de Economia Rural (DER) que para mim foi uma importante oportunidade de aprendizado e aperfeiçoamento profissional.

Escolheria como orientador o professor Alexandre Bragança Coelho, que para mim foi um excelente orientador e só tenho agradecimentos pela atenção, pela disponibilidade em atender-me e principalmente, pelo exemplo de caráter e profissionalismo.

Gostaria de ter como conselheiros os professores Luiz Gonzaga Junior e João Eustáquio de Lima que se empenharam em ajudar-me, com comentários e excelentes contribuições para a execução deste trabalho. Teria na minha banca a Viviani Silva Lírio, a Suely de Fátima Ramos Silveira e o Leonardo Bornacki de Mattos que com suas contribuições enriqueceram esse trabalho.

Gostaria de conviver com os professores do DER, Maurinho Luiz dos Santos, Marcelo José Braga, José Maria Alves da Silva e Marília Fernandes Maciel Gomes, que agradeço pelos valiosos ensinamentos. E também agradeço pela atenção e amizade dos funcionários do DER, especialmente a Carminha, Ruço, Tedinha, Graça e Brilhante que sempre me auxiliaram quando necessário.

Gostaria de ter a oportunidade de estudar com valiosos amigos como Tharcísio, Samuel, Fernanda e Elvânio que sempre deram um força nessa caminhada. Agradeço também ao Vinícius que foi meu aluno e me orgulho de tê-lo como colega de mestrado.

Escolheria como colegas de trabalho e amigos, os professores Alexandre Florindo Alves, José Luis Parré e Ricardo Luis Lopes que contribuíram na minha formação acadêmica.

Agradeço À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo apoio financeiro para a realização do curso.

Enfim, agradeço a todas as pessoas que participaram e participam de minha vida, ensinando-me e ajudando a tornar-me um homem melhor.

## **BIOGRAFIA**

JULYERME MATHEUS TONIN, filho de Valter Vicente Tonin e Carmem Marlene de Lima Tonin, nasceu no dia 01 de agosto de 1982, em Ronda Alta – RS. cursou os estudos básicos no Colégio Mário Spinelli em Sorriso - MT. Em março de 2000, iniciou o curso de Ciências Econômicas na Universidade Estadual de Maringá (UEM-PR), onde atuou em diversos projetos de pesquisa, como por exemplo, conjuntura econômica, levantamento sócio-econômico de Maringá, projeto de iniciação científica e PET- Economia, paralelamente as atividades profissionais, desempenhando a função de assistente técnico na Sala de Agronegócio, convênio do Banco do Brasil com o Sindicato Rural de Maringá. Em março de 2005, obteve o título de Bacharel em Ciências Econômicas, sendo que em maio do mesmo ano foi aprovado em concurso para professor substituto nessa instituição, desempenhando por 2 anos a função de professor do curso de economia e cursos afins. Em Agosto de 2007, iniciou o Programa de Pós-Graduação em Economia Aplicada, pela Universidade Federal de Viçosa (UFV), em Minas Gerais, concluindo os requisitos indispensáveis para obtenção do título de *Magister Scientiae* em julho de 2009.

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS .....	vii
LISTA DE QUADROS.....	ix
LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE SIGLAS .....	xi
RESUMO.....	xiii
ABSTRACT.....	xiii
1. INTRODUÇÃO .....	1
1.1. Riscos Associados a Atividade Cafeeira.....	1
1.2. O Mercado de Opções de Café .....	5
1.3. Problema e sua Importância.....	13
1.4. Objetivos .....	16
1.4.1. Objetivo geral.....	16
1.4.2. Objetivos específicos .....	16
2. REFERENCIAL TEÓRICO .....	17
2.1. Teoria das Opções Agropecuárias .....	17
2.2. O sistema tributário brasileiro.....	22
2.3. O Modelo de Precificação de Black e Scholes .....	25
2.3.1. Críticas e Mudanças no Modelo de Black e Scholes .....	27
2.4. Modelos Numéricos de Precificação .....	30
3. METODOLOGIA .....	33
3.1. Modelo Analítico .....	33

3.1.1. Abordagem de Black e Scholes: A fórmula de Black.....	34
3.1.2. Aproximação de Barone-Adesi e Whaley.....	40
3.1.3. Aproximação de Bjerkund e Stensland.....	42
3.1.4. Modelo Binomial.....	44
3.1.5. Modelo Trinomial.....	50
3.2. Operacionalização das Variáveis.....	52
3.2.1. Cálculo da Volatilidade Histórica.....	55
3.2.2. Cálculo da Volatilidade Implícita.....	58
3.3. Método de Avaliação dos Modelos de Precificação.....	61
3.4. Fonte de Dados.....	63
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	64
4.1. Análise preliminar dos dados.....	64
4.2. Cálculo da Volatilidade Histórica.....	70
4.3. Cálculo da Volatilidade Implícita.....	75
4.4. Resultados de Precificação de Opções.....	78
4.4.1. Precificação de Opções de Compra.....	79
4.4.2. Precificação de Opções de Venda.....	88
4.5. Testes Estatísticos.....	94
4.5.1. Testes Estatísticos para Opção de Compra.....	94
4.5.2. Testes Estatísticos para Opção de Venda.....	100
5. CONCLUSÕES.....	105
6. REFERÊNCIAS.....	109
ANEXOS.....	118

## LISTA DE TABELAS

	Página
Tabela 1.1 – Número de Derivativos no Mundo por categoria.....	7
Tabela 1.2 – Representatividade dos Contratos Agropecuários e Contratos de Café Arábica no Brasil entre 2004 a 2008.....	7
Tabela 1.3 – Evolução das opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&F ..	10
Tabela 1.4 – Participantes do Mercado de Opções de Café Arábica na BM&F.....	11
Tabela 4.1 – Opções retiradas devido a ocorrência de vieses sistemáticos: baixa liquidez (opções seriais), <i>outliers</i> e opções muito próximas do vencimento.....	64
Tabela 4.2 – Classificação das Opções quanto a proximidade do dinheiro.....	66
Tabela 4.3 – Classificação das Opções quanto ao prazo de maturidade .....	67
Tabela 4.4 – Estatísticas Descritivas da Volatilidade Histórica .....	73
Tabela 4.5 – Coeficiente de correlação da volatilidade dos retornos em relação à variação do preço do ativo-subjacente e variação da taxa de juros livre de risco .....	74
Tabela 4.6 - Valores Médios das Volatilidades Implícitas no-dinheiro para cada vencimento .....	76
Tabela 4.7 – Resultados da Precificação das Opções de Compra com Volatilidade Histórica para diferentes janelas temporais .....	79
Tabela 4.8 – Resultados da Precificação das Opções de Compra com Volatilidade Implícita e Volatilidade Implícita Ponderada .....	81
Tabela 4.9 – Resultados da Precificação das Opções de Compra para Diferentes Graus de <i>Moneyness</i> .....	83
Tabela 4.10 – Resultados da Precificação das Opções de Compra para Diferentes Prazos de Maturidade .....	86
Tabela 4.11 – Resultados da Precificação das Opções de Venda com Volatilidade Histórica para diferentes janelas temporais .....	88

Tabela 4.12 – Resultados da Precificação das Opções de Venda com Volatilidade Implícita e Volatilidade Implícita Ponderada .....	89
Tabela 4.13 – Resultados da Precificação das Opções de Venda para Diferentes Graus de Moneyness.....	90
Tabela 4.14 – Resultados da Precificação das Opções de Venda para Diferentes Prazos de Maturidade .....	92
Tabela 4.15 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com a utilização de Volatilidade Histórica e Volatilidade Implícita .....	95
Tabela 4.16 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com Diferentes Graus de <i>Moneyness</i> com Volatilidade Histórica.....	97
Tabela 4.17 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com Diferentes Graus de Moneyness com Volatilidade Implícita .....	98
Tabela 4.18 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com Diferentes Períodos de Maturidade .....	99
Tabela 4.19 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com a utilização de Volatilidade Histórica e Volatilidade Implícita .....	100
Tabela 4.20 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com Diferentes Graus de Moneyness com Volatilidade Histórica .....	102
Tabela 4.21 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com Diferentes Graus de Moneyness com Volatilidade Implícita .....	103
Tabela 4.22 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com Diferentes Períodos de Maturidade .....	104

## LISTA DE QUADROS

	Página
Quadro 2.1 – Classificação das opções quanto à probabilidade de exercício fato gerador do tributo (%).....	19
Quadro 2.2 – Efeitos das Variáveis no Cálculo de Opções de Compra e de Venda.....	20
Quadro 2.3 - Contribuições Teóricas que antecederam o modelo Black e Scholes .....	24
Quadro 3.1 – Construção da carteira de <i>hedging</i> do modelo binomial.....	46
Quadro 3.2 – Construção da carteira de <i>hedging</i> do modelo Trinomial.....	50

## LISTA DE FIGURAS

	Página
Figura 1.1 – Relação entre o Volume de Contratos e a produção de Café Arábica.....	9
Figura 2.1 – Comportamento Gráfico da Volatilidade Implícita.....	29
Figura 2.2 – Diferentes Maneiras de se Apreçar Opções.....	31
Figura 3.1 – Árvore Binomial de dois períodos.....	48
Figura 4.1 – Índice <i>Moneyness</i> das Opções sobre Contratos Futuros de Café Arábica..	65
Figura 4.2 – Padronização das Variáveis para Detecção de <i>Outliers</i> na Série de Opções sobre Contratos Futuros de Café Arábica na BM&F .....	66
Figura 4.3 – Comportamento do Preço Futuro do Café Arábica. ....	68
Figura 4.4 – Retornos Diários da Série de Preços Futuros de Café Arábica na BM&F.	69
Figura 4.5 – Histograma e sumário estatístico dos retornos sobre os preços futuros de café arábica na BM&F .....	69
Figura 4.6 – Volatilidades Históricas anualizadas do logaritmo do retorno dos preços futuros de café arábica para diferentes dias de vencimento.....	70
Figura 4.7 – Volatilidades Históricas anualizadas considerando os preços de abertura e fechamento do café arábica para diferentes dias de vencimento .....	71
Figura 4.8 – Volatilidades Históricas anualizadas calculada no modelo GARCH (1,1)	72
Figura 4.9 – Volatilidades Implícitas (VOI e VOI-P) para Opções de Compra.....	77
Figura 4.10 – Volatilidades Implícitas (VOI e VOI-P) para Opções de Venda .....	77

## LISTA DE SIGLAS

ABIC	- Associação Brasileira da Indústria de Café
AGF	- Aquisição do Governo Federal
AIC	- Acordos Internacionais do Café
ATM	- Opção At-the-money ou no-dinheiro
b	- custo de carregamento
BAW	- modelo de Barone-Adesi e Whaley
BC	- Banco Central
BI	- modelo binomial
BJS	- Modelo de Bjerksund e Stensland
BM&F	- Bolsa de Mercadorias e Futuros
B-S	- Fórmula de Black
call	- opção de compra
CBOE	- Chicago Board Options Exchange
CEPEA	- Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada
CONAB	- Companhia Nacional de Abastecimento
CNA	- Confederação Nacional da Agricultura
CRR	- Modelo numérico de Cox, Ross e Rubinstein
DITM	- Opção deep in-the-money ou muito dentro-do-dinheiro
DMS	- diferença mínima significativa
DOTM	- Opção deep out-of-the-money ou muito fora-do-dinheiro
DPEARM	- desvio-padrão do erro absoluto relativo médio

DPEQM	-	desvio-padrão do erro quadrático médio
EAM	-	erro absoluto médio
EARM	-	erro absoluto relativo médio
EGF	-	Empréstimos do Governo Federal
EQM	-	erro quadrático médio
EQRM	-	erro quadrático relativo médio
FIA	-	Future Industry Association
GARCH	-	Auto Regressivo com Heterocedasticidade Condicional Generalizado
IBC	-	Instituto Brasileiro do Café
ICO	-	Internacional Coffee Organization
ITM	-	Opção In-the-money ou dentro-do-dinheiro
K	-	preço de exercício
MBG	-	Movimento Browniano Geométrico
MN	-	grau de moneyness
OTM	-	Opção Out-of-the-money ou fora-do-dinheiro
PGPM	-	Política de Garantia de Preços Mínimos
Put	-	opção de venda
QMR	-	quadrado médio dos resíduos
R	-	taxa de juros livre de risco
S	-	preço do ativo subjacente
T	-	período de maturidade
TRI	-	Modelo Trinomial
VHL	-	volatility high-low, que incorpora na análise o preço de abertura e fechamento dos contratos futuros de café arábica
VMA	-	volatility with movable average ou volatilidade calculada a partir do procedimento de médias móveis.
VOI	-	volatilidade implícita no-dinheiro
VOI-P	-	volatilidade implícita no-dinheiro ponderada
X	-	limite ou gatilho de preço do modelo de Bjersund e Stensland

## RESUMO

TONIN, Julyerme Matheus, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2009.  
**Aplicabilidade dos modelos de precificação para as opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&FBOVESPA.** Orientador: Alexandre Bragança Coelho. Coorientadores: Luiz Gonzaga Castro Junior e João Eustáquio de Lima.

O setor cafeeiro, além da reconhecida importância histórica, se destaca pela incorporação de tecnologia no processo produtivo e pelas recentes transformações em âmbito institucional. A abertura comercial e a desregulamentação do setor criaram uma nova dinâmica para esse setor, em que a redução da regulação estatal fez com que a busca de novos instrumentos para a gestão de risco se tornasse uma preocupação permanente dos agentes envolvidos com o setor cafeeiro. Nesse sentido, o expressivo aumento da importância dos derivativos no período recente, especialmente o mercado de opções, faz desse instrumento um forte candidato para suprir as necessidades de redução de riscos de preço nesse setor produtivo. Assim, buscou-se analisar os modelos de precificação de opções existentes, aplicando-os a realidade do setor cafeeiro brasileiro. Dado que o mercado de opções se configura como um seguro de preço, em que o direito de compra ou de venda no futuro a um determinado preço é obtido mediante o pagamento de um prêmio, o presente estudo tem como objetivo avaliar se as diversas metodologias amplamente utilizadas em outros ativos financeiros são aplicáveis na precificação de opções sobre contrato futuro de café arábica. Como a utilização desse

instrumento de gestão de risco ainda é baixa no Brasil, procurou-se analisar as variáveis como: a volatilidade, o tempo de maturidade e o grau de moneyness, que são utilizadas na precificação para identificar a ocorrência de vieses sistemáticos e proporcionar informações relevantes para que mais agentes tenham acesso a esses instrumentos, melhorando assim a liquidez desse mercado. Os resultados indicam que, os modelos mais complexos com aplicação menos difundida no mercado (modelo de Barone-Adesi e Whaley, modelo de Bjerksund e Stensland, trinomial) apresentaram uma leve melhora na precificação no comparativo com modelos tradicionais (fórmula de Black e binomial, respectivamente). Enquanto que, a aplicação de diversas técnicas de extração da volatilidade teve como resultado uma grande melhoria em termos de precificação, destacando os bons resultados da volatilidade implícita frente a volatilidade histórica. O problema de liquidez no mercado futuro de café foi parcialmente resolvido com a ponderação da volatilidade implícita, observando-se uma redução nos erros de precificação para as opções de compra, porém isto não ocorreu para as opções de venda. Enfim, o presente estudo fez uma análise abrangente, aplicando diversos modelos de precificação, com diferentes cálculos de volatilidade, analisando os resultados em distintos períodos de maturidade com diferentes graus de moneyness, servindo de embasamento para que novos agentes incorporem os contratos de opções em suas estratégias de gestão de risco e se familiarizem com os métodos de precificação existentes.

## ABSTRACT

TONIN, Julyerme Matheus, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July, 2009. **Suitability of the Option Pricing Models on Coffea Arabica Future Contracts at BM&FBOVESPA.** Adviser: Alexandre Bragança Coelho. Co-Advisers: Luiz Gonzaga Castro Junior and João Eustáquio de Lima.

The coffee productive sector alongside its historical relevance, has featured by the acquirement of high production technology in the cropping process and also by the recent changes in institutional compass. The overture of trading and the lack of specific directions in the sector has given way to a new insight in which governmental regulation wanting paves the way for a quest of newly developed instruments for risks management which turned out to be a constant concern of the agents engaged in the coffee productive sector. In this sense the massive increase in the importance of the derivatives in recent period, particularly in the options market makes of this instrument an outstanding applicant to meet the demands for the reduction of pricing risks in this sector. Since the options market is thought of as a hedge held against prices unsteadiness which unsteadiness might lead to contingent losses it is shaped up as an

insurance service. It sets forth that the rights to buy or sell are brought out by the payment of a premium beforehand, this current study aims for the assessment of whether the several sorts of methodologies largely employed in a great deal of financial assets are effective in the pricing of options on future contracts of coffee Arabica. Inasmuch as the employment of this risk management tool is still unusual in Brazil there has been an effort to analyze the volatility, maturity timing, and the moneyness degree; in other words the variables employed in the pricing to sort out the effects of these factors and the occurrence of systemic deviations, in order to provide relevant informations so that a bigger number of agents may get hold of these tools, enhances market liquidity. The results point out that the more complex modelling less spread in the market such as Barone Adesi and Whaley model; Bjerksund and Stensland model and trinomial model display a slight betterment in pricing when compared to traditional modellings such as Black's formula and binomial model, respectively. As for the employment of several sorts of volatility extraction techniques it has had as a main result a substancial improvement in terms of pricing, stressing the positive results of implied volatility against historical volatility. The liquidity problem in the coffee future market has been partly solved with the weighing of implied volatility, noticing a reduction in pricing failures for the option calls nonetheless this did not occur to the so called put options. Finally, this research takes in account a wide spread analysis, employing sundry pricing modellings, using different sets of calculus of volatility, analyzing the results in distinct periods of maturing working out as an efficacious basis so that new agents may assimilate the contracts of options on to their risk management strategies and become acquainted with the existing pricing methods.

## 1. INTRODUÇÃO

### 1.1. Riscos Associados à Atividade Cafeeira

A cultura do café, além da reconhecida importância histórica, destaca-se como atividade de alto valor econômico e social. No contexto histórico, o “ciclo do café” contribuiu com parte substancial da geração de superávits comerciais que propiciaram o início da industrialização brasileira, deixando de herança amplos mercados interno e externo para essa *commodity*. Nesse sentido, o setor cafeeiro brasileiro conta com um parque produtivo complexo e diverso, com uma produção em larga escala, sendo que sua competitividade deve-se, entre outros fatores, a sua liderança no processo de desenvolvimento tecnológico. (FARINA e ZYLBERSZTAJN, 1998).

O Brasil mantém a posição de maior produtor e exportador de café. Com base nos dados do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (USDA), levando em conta o período compreendido entre as safras 2000/01 e 2008/09, a média de produção situa-se em 41,65 milhões de sacas, o que representa 33,90% do total produzido a nível mundial, sendo que o Brasil exportou em média 24,94 milhões de sacas, o equivalente a 27,64% das exportações realizadas nesse período (USDA,2009).

A produção brasileira na safra 2008/09, de acordo com estimativas do USDA (2009), é de 51,45 milhões de sacas, a segunda maior safra histórica do Brasil. Desse montante produzido, 38,85 milhões de sacas são de café arábica e 12,60 milhões de sacas de café robusta<sup>1</sup>. Considerando a demanda total pelo produto, 27 milhões de

---

<sup>1</sup> De acordo com Farina e Zylberstajn (1998), as espécies de café com importância econômica são o *Coffea arabica* (Café Arábica) e o *Coffea Cannephora* (conhecida como Robusta), sendo que a primeira é mais conhecida e cultivada .

sacas devem ser destinadas para exportação e 17,94 milhões de sacas para o consumo interno, com uma estoque de passagem estimado em 6,21 milhões de sacas. No tocante a análise do consumo de café pelo Brasil, a Associação Brasileira da Indústria do Café (ABIC), cogita a hipótese de que o Brasil, além de maior produtor e exportador mundial de café, deve em 2012 se tornar o maior consumidor mundial (ABIC, 2009).

A década de 1990 foi marcada por mudanças tecnológicas, institucionais e de gestão neste setor. Para Santini *et al.* (2005) as principais mudanças tecnológicas surgem com os cafés especiais (*gourmets* e orgânicos), produtos embalados a vácuo, as novas técnicas de adensamento do plantio, a fertirrigação e a mecanização. Quanto as mudanças institucionais, Farina e Zylbersztajn (1998) destacam que a mudança mais significativa foi o fim da regulamentação governamental, que se manteve presente em quase um século<sup>2</sup> de história do café e foi responsável pela perda de competitividade desse setor.

No contexto externo, ocorreu a extinção de outro marco regulatório importante, o Acordo Internacional do Café (AIC). No âmbito da *Internacional Coffee Organization* (ICO) no período de 1962 a 1989, foram firmados diversos acordos, que tinham como principal objetivo o controle dos preços internacionais do café por meio da restrição da oferta do produto no mercado internacional (ICO, 2009). Nesse sentido, Marinho (1993) ressalta que devido ao fracasso do AIC, a prática de formação de estoques foi posteriormente implementada pelos principais países consumidores, conferindo poder de barganha em negociações e afetando os preços do produto no mercado internacional.

O encerramento das atividades do Instituto Brasileiro do Café (IBC)<sup>3</sup> e dos Acordos Internacionais do Café em 1989, juntamente com a abertura comercial e, posteriormente, a reforma monetária e cambial implantada com o Plano Real, criaram um novo ambiente competitivo para o setor. A extinção desses dois importantes marcos regulatórios, O IBC e os AICs, criou a necessidade de uma nova forma de gestão nesse setor. Apesar de contar com o Fundo de Defesa da Economia

---

<sup>2</sup> Segundo Saes (1995), o Convênio de Taubaté, firmado em 1906, marca o início da intervenção estatal nos negócios cafeeiros, que perdurou até a recente extinção do IBC.

<sup>3</sup> De acordo com Farina e Zylbersztajn (1998), o IBC, criado em 1952, definia a política para o setor, orientando e coordenando as estratégias do sistema, da produção até a comercialização do produto, no mercado interno e externo.

Cafeeira (Funcafé)<sup>4</sup> e com o Conselho Deliberativo da Política do Café (CDPC), órgão para gerir as políticas do setor e tendo acesso aos recursos obrigatórios do crédito rural e os recursos livres do setor creditício privado, há uma forte crise de endividamento instalada no setor cafeeiro. Segundo a Confederação Nacional da Agricultura (CNA), o setor cafeeiro organizou o movimento SOS Café em 2008, para cobrar das autoridades governamentais medidas de apoio ao setor. Entre os pleitos desse movimento, cabe destacar a demanda por formas alternativas de gestão dos riscos, como o aumento de recursos no Programa de Opções Públicas de Venda de Café, a implementação do Prêmio Equalizador Pago ao Produtor Rural (PEPRO).

Nesse sentido, o desempenho competitivo dos agentes do setor cafeeiro é influenciado pelos instrumentos adotados para a gestão de riscos. Para a Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB), o programa de opções públicas de venda de café, é uma modalidade de seguro de preços que dá ao produtor rural o direito de vender seu produto ao governo, em uma data futura, a um preço previamente fixado, enquanto que o PEPRO, constitui-se em uma subvenção econômica concedida ao produtor rural e/ou sua cooperativa que se disponha a vender seu produto pela diferença entre o Valor de Referência estabelecido pelo Governo Federal e o valor do Prêmio Equalizador arrematado em leilão. Mas a efetividade desses instrumentos está condicionada a disponibilidade de recursos por parte do Governo Federal. Desse modo, o presente estudo enfoca a utilização de opções privadas negociadas diretamente pelo produtor rural na Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F). Segundo Hull (2006) os contratos de opção são direitos negociáveis de efetuar uma compra ou venda de um ativo-objeto em uma data futura, a um preço predeterminado, mediante o pagamento de um prêmio.

Os contratos de opções se inserem nessa análise pois se configuram como um importante mecanismo de gestão de risco. A questão de riscos e incertezas abarca todos os envolvidos com essa atividade agrícola. Nesse sentido, Knight (1972) define risco como uma contingência desfavorável e pode ser medido em termos de probabilidade “objetiva” e a incerteza refere-se a situações singulares, em que não há a possibilidade do cálculo, *a priori*, de algo acontecer. Cabe destacar que existem os riscos associados as mudanças climáticas, pragas e doenças e os riscos associados as

---

<sup>4</sup> Instituído pelo decreto-lei número 2.295, de 21 de dezembro de 1986, o Funcafé tem como objetivo fomentar a cafeicultura por meio de linhas de financiamento para tratos culturais, colheita, comercialização e estocagem

mudanças de preços, devido a variabilidade da oferta dos produtos agrícolas, seja pelo caráter sazonal da produção ou em razão de mudanças repentinas causadas por outros fatores.

Para Shah (1997), existem três principais ferramentas que os agentes econômicos podem utilizar para se resguardar dos riscos a que estão expostos: a diversificação, o seguro e o *hedging*. A diversificação é obtida quando os agentes reduzem a sua exposição ao risco, adquirindo diversos ativos, pouco correlacionados. O seguro consiste no pagamento de um custo fixo (o prêmio de seguro) para eliminação de certos riscos, como é o caso do risco de produção, enquanto o *hedging* é a compensação do risco associado a uma posição tomada pelo agente, com a aquisição de uma posição oposta no futuro, como é o caso dos contratos a termo, futuros ou opções.

A diferença entre essas modalidades de contratos é que no contrato a termo a qualidade, quantidade, local, preço e prazo de entrega são firmados entre as partes no ato da celebração do contrato, enquanto que os contratos futuros e de opções são contratos padronizados, negociados em bolsa, possibilitando assim o desenvolvimento de um amplo mercado secundário (HULL, 2006).

Na produção de café arábica, além dos riscos decorrentes de alterações climáticas e das constantes modificações de preços no curto prazo (períodos de safra e entressafra), o produtor fica a mercê de ciclos bienal e plurianual. O ciclo bienal ocorre como consequência do esgotamento da planta, em que uma boa florada em determinado ano afeta a produtividade da planta no ano seguinte. O ciclo plurianual ocorre devido ao café ser uma cultura perene e demandar certo tempo entre o plantio e a maturidade da produção. Com isso, as áreas ocupadas por cafezais em formação têm impacto significativo sobre a oferta futura do produto (BACHA, 1998).

Outra característica dos produtos agrícolas, que contribui para a busca de instrumentos alternativos de gestão do risco, é a volatilidade dos preços. De acordo com Hull (2006), a volatilidade de um ativo é a medida de incerteza quanto aos retornos por ele proporcionados. Essa característica implica em maior instabilidade na realização dos negócios, devido ao elevado grau de risco presente na comercialização do produto. Aguiar (2004) ressalta que o café, dentre as *commodities* agrícolas produzidas no Brasil, é a que apresenta a maior volatilidade. Raposo (2001) identificou em seu estudo que a volatilidade dos preços futuros do

café tem influência no volume dos contratos futuros negociados, impactando de forma decisiva no sucesso ou fracasso desses instrumentos.

Historicamente, o governo tentou apoiar os produtores com instrumentos que buscavam minimizar os riscos inerentes a sua atividade, como foi o caso da Política de Garantia de Preços Mínimos (PGPM) e seus instrumentos, a Aquisição do Governo Federal (AGF) e Empréstimos do Governo Federal (EGF) e os estoques públicos. Nesse sentido, Mendes (1998) salienta que a política de preços mínimos tinha como objetivo principal reduzir o risco associado à volatilidade dos preços, garantindo um nível mínimo de renda aos contemplados por essa política. Entretanto, segundo a CNA (2002), por muito tempo o café não foi atendido por essas políticas públicas, sendo que apenas no Plano Agrícola e Pecuário (PAP) da safra 2001/02 esse produto foi incorporado na PGPM.

Apesar de não contar com o amparo da PGPM, o setor cafeeiro era regulamentando, sendo que as funções de garantia de preço e formação de estoques eram delegadas ao IBC. Segundo Farina e Zylbersztajn (1998), a estratégia de retenção de oferta, adotada pelo IBC para sustentar preços, além de afetar a qualidade do produto e inibir a busca de novos nichos de mercado, alterou de forma significativa o padrão de coordenação do setor. Dessa forma, ao mesmo tempo em que o governo intermediava a comercialização, realizando uma política de sustentação de preços, acabava por minorar a busca por instrumentos alternativos de gestão de risco, como por exemplo, o mercado de derivativos.

## **1.2. O Mercado de Opções de Café**

Diante da desregulamentação do setor, com o esgotamento da tradicional política agrícola, reflexo da ineficiência gerencial do Estado, o governo iniciou um conjunto de movimentos que sistematicamente têm modificado a atuação do poder público, reduzindo a intervenção no mercado. Em um cenário como esse, com a ausência da regulação estatal da atividade, a redução de riscos se torna imperativa, ampliando assim a importância das políticas privadas de gestão de risco, especialmente os derivativos agropecuários.

De forma simplista, derivativos são instrumentos financeiros que “derivam”, ou seja, possuem estreita relação com o preço de mercado de um ativo real ou contrato negociado entre as partes em mercados secundários organizados. De uma

forma mais ampla, o *Financial Accounting Standards Board* – FASB<sup>5</sup> (2009) define derivativo como o instrumento financeiro cujo valor se altera em resposta a mudanças em taxa de juros específica, preço de título ou valor mobiliário, preço de *commodity*, taxa de câmbio, índice de preços ou taxas, *rating* ou índice de crédito ou variável similar. Nesse sentido, um contrato de derivativo apresenta como características principais: a existência de um ativo-base referencial para a operação; investimento inicial inexistente ou muito pequeno e a liquidação da operação em data futura.

Por mais sofisticados que pareçam, os derivativos cumprem seu papel de administração do risco há vários séculos. De acordo com Bernstein (1997), no século XII, os vendedores nas feiras medievais assinavam contratos, denominados *lettres de faire*, prometendo a entrega futura de itens vendidos. Com o passar do tempo, os derivativos ganharam em diversificação e sofisticação. Segundo Hull (2006), os derivativos mais comuns são os contratos a termo (*forward*), contratos futuros, opções de compra (*call*) ou venda (*put*) e *swaps* e a sua utilização geralmente tem como função o *hedge*<sup>6</sup>, a especulação ou a arbitragem. Para o autor, enquanto os *hedgers* querem evitar oscilações adversas de preço, os especuladores assumem o risco devido a possibilidade de obter retornos, levando em conta sua expectativa quanto aos preços futuros e os arbitrageiros buscam ganhos com a diferença de preços entre mercados distintos.

O mercado de derivativos adquiriu notoriedade no contexto mundial. Para *Future Industry Association* – FIA (2009), uma prova disso é a expressiva expansão do número de contratos, sendo que no período de 2004 a 2008, o volume de derivativos transacionados no mundo praticamente dobrou, passando de 8,86 para 17,65 bilhões de contratos (um aumento de 99,13%).

A Tabela 1.1 apresenta os dados para 2008, por categoria de derivativos.

---

<sup>5</sup> Entidade privada dos Estados Unidos responsável pela normatização contábil dos derivativos, criada em 1973.

<sup>6</sup> Para Gastineau e Kritzman (1999) a função do hedge é proteger o participante do mercado físico de um bem ou ativo contra variações adversas de preços. Em sentido estrito, o hedge indica a compensação parcial de uma posição com determinado ativo com uma posição inversa em outro ativo no futuro.

**Tabela 1.1 – Número de Derivativos no Mundo\* por categoria**

(Milhões de Contratos)

<b>Categoria</b>	<b>2008 (A)</b>	<b>% Total</b>	<b>2007 (B)</b>	<b>% Total</b>	<b>Var % (A/B)</b>
Índice de Ações	6.488,62	36,76%	5.499,83	35,42%	17,98%
Ações	5.511,19	31,22%	4.400,44	28,34%	25,24%
Taxa de Juros	3.204,84	18,15%	3.745,18	24,12%	-14,43%
Agropecuários	888,83	5,04%	640,68	4,13%	38,73%
Energia	580,4	3,29%	496,77	3,20%	16,84%
Taxa de Câmbio	577,16	3,27%	459,75	2,96%	25,54%
Metais**	356,16	2,02%	257,84	1,66%	38,13%
Outros	45,5	0,26%	26,14	0,17%	74,06%
<b>Total</b>	<b>17.652,70</b>	<b>100,00%</b>	<b>15.526,63</b>	<b>100,00%</b>	<b>13,69%</b>

Fonte: FIA (2008)

(\*) Considera as 69 maiores bolsas do mundo; (\*\*) Inclui metais preciosos e não-preciosos.

Nesse contexto, observa-se que o uso de derivativos atrelados a *commodities* agropecuárias ainda é modesto, respondendo em 2008, por apenas 5,04% do montante de derivativos negociados no mundo. Cabe destacar a expressiva ampliação de 38,73% na quantidade de contratos negociados em relação a 2007, a maior ampliação na quantidade de contratos negociados, no comparativo com as principais categorias de derivativos. Com a oscilação de preço das *commodities*, em um ambiente internacional conturbado, o mercado agropecuário desperta o interesse dos investidores como alternativa de aplicação financeira. No que diz respeito à importância dos derivativos agropecuários no mercado brasileiro essa proporção é ainda menor. Segundo a Tabela 1.2, dos contratos transacionados na BM&F, menos de 1% são derivativos agropecuários.

**Tabela 1.2 – Representatividade dos Contratos Agropecuários e Contratos de Café Arábica no Brasil entre 2004 a 2008.**

<b>Ano</b>	<b>Número de Contratos Negociados (mil)</b>			<b>Proporções</b>	
	<b>Café Arábica (A)</b>	<b>Agropecuários<sup>1</sup> (B)</b>	<b>Total<sup>2</sup> (C)</b>	<b>(B/C)</b>	<b>(A/B)</b>
2004	620,99	1.048,98	175.161,15	0,60%	59,20%
2005	485,9	1.062,22	196.137,89	0,54%	45,74%
2006	528,46	1.292,62	270.552,00	0,48%	40,88%
2007	724,32	2.221,89	409.397,42	0,54%	32,60%
2008	760,76	3.279,89	378.420,63	0,87%	23,19%
<b>Média</b>	<b>624,086</b>	<b>1781,12</b>	<b>285.933,82</b>	<b>0,62%</b>	<b>35,04%</b>

Fonte: BM&amp;F (2009)

<sup>1</sup> Corresponde ao montante de contratos futuros e de opções<sup>2</sup> Não inclui mercado de balcão e minicontratos

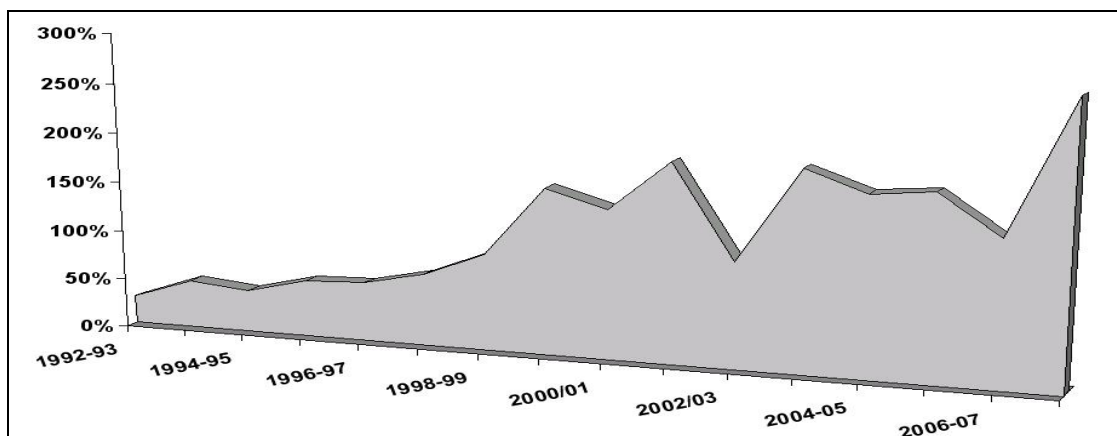
No que diz respeito à participação do café no mercado de derivativos agropecuários, verifica-se uma perda de representatividade, passando de 59,20% em 2004 para 23,19% do total de contratos negociados na BM&F. Apesar dessa queda de participação, houve um aumento de 22,51% no número de contratos de café no comparativo entre 2004 e 2008, porém nesse mesmo período o aumento de contratos agropecuários foi de 212,67%. No comparativo entre 2005 e 2008 o crescimento do número de contratos negociados de café é mais expressivo, de 56,57%, demonstrando que o montante de contratos negociados em 2004 foi afetado pelas adversidades climáticas que impactaram na produção de café.

Apesar da dimensão do mercado de títulos financeiros para o café arábica esboçar uma tendência de crescimento, pela segunda vez na história (a primeira foi em 1996) o café perdeu a posição majoritária para o contrato de boi gordo. Para BM&F (2009), além do expressivo crescimento da negociação do contrato de boi gordo, o lançamento de novos contratos futuros (etanol) e de opções (soja e milho)<sup>7</sup> são os fatores que contribuíram para essa queda de representatividade dos contratos de café arábica na BM&F. Devido a esse menor desempenho do contrato de café arábica, a BM&F por meio do ofício circular 029/2009, modificou a padronização do café, estabelecendo como objeto de negociação, o café tipo 4/5 de maior qualidade e como local de entrega o município de São Paulo.

Entretanto, o histórico de negociação do contrato de café arábica na BM&F é um ponto positivo que deve ser enfatizado. Como os primeiros contratos de café foram lançados pela BM&F em 1986, as sucessivas alterações e a disseminação de informação entre os agentes envolvidos na cadeia produtiva do café, demonstram que o produto já alcançou certa maturidade em termos do grau de utilização dos contratos (futuros e opções). Isso fica mais evidente, quando se compara o volume de contratos transacionados com a quantidade de café arábica produzida no Brasil.

---

<sup>7</sup> Para obter informações adicionais sobre esses contratos, consultar os Ofícios Circulares 040/2007 (etanol), 047/2006 (soja) e 047/2008 (milho) da BM&F.



**Figura 1.1 – Relação entre o Volume de Contratos e a Produção de Café Arábica**

Fonte: Cálculos do Autor com base em BM&F (2009) e Agriannual (2008).

O crescente dinamismo dos contratos futuros e de opções de café arábica na BM&F deve-se a adesão dos agentes da cadeia produtiva do café a esse mercado. O longo período de existência do contrato futuro do café fez com que o patamar de mera aprendizagem dos agentes tenha sido superado, e com o advento das opções, o montante de contratos negociados na BM&F equivale a 2,8 vezes a safra brasileira de café.

Nesse contexto, a utilização dos mercados de opções vem ganhando importância e se tornando uma ferramenta útil nas estratégias de gestão de riscos. No que tange aos contratos de opção, de uma forma geral, o estudo da FIA (2009) demonstra que a nível global, a quantidade de contratos de opções realizados em 2008 supera o montante de contratos futuros e demais instrumentos derivativos, com 9,36 bilhões de contratos, o que equivale a 53% do total. Em âmbito nacional, os agentes econômicos envolvidos no setor cafeeiro têm ampliado a utilização de contratos de opções na gestão de risco de preço.

**Tabela 1.3 - Evolução das opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&F**

<b>Item Analisado</b>	<b>2004</b>	<b>2005</b>	<b>2006</b>	<b>2007</b>	<b>2008</b>
<b>Contratos de Opções Negociados</b>	<b>50.148</b>	<b>22.331</b>	<b>30.602</b>	<b>80.523</b>	<b>48.166</b>
Opções de Compra	25.895	10.464	17.970	53.312	22.695
Opções de Venda	24.253	11.867	12.632	27.211	25.471
<b>Volume Financeiro (R\$ mil)</b>	<b>67.099</b>	<b>41.913</b>	<b>40.696</b>	<b>77.491</b>	<b>69.880</b>
Opções de Compra	47.034	24.847	27.590	60.320	33.433
Opções de Venda	20.065	17.066	13.106	17.162	36.437
<b>Opções Exercidos (%Total)</b>	<b>6,39%</b>	<b>7,44%</b>	<b>7,74%</b>	<b>4,28%</b>	<b>13,94%</b>
Opções de Compra	4,23%	9,71%	5,67%	4,43%	10,92%
Opções de Venda	8,70%	5,44%	10,70%	3,98%	16,50%

Fonte: BM&F (2009), Elaboração do autor.

De acordo com a Tabela 1.3, verifica-se algumas peculiaridades das opções sobre contratos futuros. Na maior parte do período analisado (com exceção de 2007) não há grandes diferenças entre as quantidades de opções de compra e opções de venda, o que permite a elaboração de estratégias mais sofisticadas, como *straddle*, *strange*, *butterfly*<sup>8</sup>, etc. O recorde histórico de opções negociadas em 2007, deve-se principalmente a escalada de preços do café no mercado internacional, que fez com que muitos agentes adquirissem opções de compra sobre futuros de café arábica. Outra característica é a baixa parcela de exercício das opções sobre contratos futuros de café. O exercício das opções depende do tempo de maturidade do contrato, da volatilidade de preço do ativo subjacente, do preço de exercício entre outros fatores que serão analisados nos modelos de precificação de opções. A precificação de opções, ou seja, o estudo da formação do preço das opções é uma ferramenta importante para que os contratos de opção sejam incorporados na gestão de risco dos agentes envolvidos na cadeia produtiva do café.

Apesar das oscilações no número de opções negociados no período analisado, que estão condicionados aos desdobramentos na produção de café, vislumbra-se uma recuperação do patamar obtido em 2004. Mas no comparativo com outras bolsas de mercadorias esse número ainda é modesto. A baixa atuação em mercados futuros e opções agropecuárias é uma realidade no contexto brasileiro. Inúmeras foram as iniciativas para estimular a adesão dos agentes a esse mercado. Dentre estas, um passo importante foi a fusão da Bolsa de Mercadorias de São Paulo (BMSP) com a

<sup>8</sup> São estratégias de gestão de risco que consistem na combinação de opções de compra e opções de venda de determinado ativo. Informações adicionais podem ser obtidas em Hull (2006).

Bolsa Mercantil e de Futuros em 1991, criando a Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F), a qual se tornou o principal centro de gestão privada de risco do país. Em dezembro de 1999, a internacionalização dos mercados futuros agropecuários<sup>9</sup> da BM&F propiciou uma melhoria na qualidade das informações disponibilizadas, expandindo seus serviços para outros agentes. (BM&F, 2009).

O processo de internacionalização dos derivativos agropecuários rendeu bons frutos, sendo que, no caso das opções sobre contratos futuros de café arábica, a maior parcela das transações é realizada por investidores não residentes, representando aproximadamente 65% das opções de compra e 50% das opções de venda, em 2008, de acordo com a Tabela 1.4.

**Tabela 1.4 – Participantes do Mercado de Opções de Café Arábica na BM&F**

	2004	2005	2006	2007	2008
<b>Pessoa Jurídica Financeira</b>					
Opção de Compra	5,18%	0,02%	0,02%	9,89%	10,19%
Opção de Venda	2,68%	0,01%	0,00%	9,97%	0,37%
<b>Investidor Institucional Nacional</b>					
Opção de Compra	26,83%	0,83%	0,41%	1,24%	0,11%
Opção de Venda	0,00%	0,04%	0,00%	0,08%	0,05%
<b>Investidor Institucional internacional</b>					
Opção de Compra	0,55%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Opção de Venda	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
<b>Investidor Não Residente</b>					
Opção de Compra	54,83%	55,54%	39,87%	60,17%	64,97%
Opção de Venda	75,88%	60,85%	76,68%	9,56%	49,74%
<b>Pessoa Jurídica Não Financeira</b>					
Opção de Compra	2,79%	37,99%	42,65%	22,41%	19,52%
Opção de Venda	19,40%	25,50%	16,89%	79,88%	49,14%
<b>Pessoa Física</b>					
Opção de Compra	9,82%	5,63%	17,05%	6,28%	5,21%
Opção de Venda	2,03%	13,59%	6,43%	0,51%	0,69%

Fonte: BM&F (2009), elaboração do autor.

Concomitante a maior adesão de investidores não residentes, pode-se notar uma redução da participação do investidor institucional nacional, sendo que esse agente que chegou a representar 26,83% do montante de opções de compra transacionadas em 2004, não chega a representar 1,00% em 2008. Cabe destacar que o segundo grupo em termos de número de contratos negociados é o grupo de pessoa

<sup>9</sup> O primeiro passo para a internacionalização dos mercados agropecuários da BM&F, ocorreu em 08/12/1999, conforme o disposto no Ofício Circular 166/1999-SG da BM&F.

jurídica não-financeira. Esse grupo é composto por cooperativas, exportadores e *tradings* que buscam proteção contra possíveis quedas de preços com a utilização de opções de venda, e por agroindústrias, que atuam com a utilização de opções de compra, se resguardando de eventuais elevações nos preços do café arábica.

A terceira posição, em termos de participação, é do grupo de pessoa jurídica financeira, composto por fundos e tesourarias. No período analisado, verifica-se um aumento da participação desse grupo a partir de 2007, principalmente com a utilização de opções de compra. Outra característica do mercado de opção de café arábica é a baixa atuação do grupo categorizado como pessoa física, ou seja, os produtores rurais. Desse modo, um dos maiores interessados na redução do risco, o *hedger* nacional, acaba não utilizando esse instrumento. Cabe destacar também que uma ampliação do número de contratos de opções pode ser obtido com um novo estágio de internacionalização das transações, estágio esse que incorpore o investidor institucional internacional.

Apesar do fortalecimento institucional da bolsa brasileira, com a fusão da BM&F e a Bolsa de Valores de São Paulo (BOVESPA) em 2008, possibilitando a redução dos custos operacionais, juntamente com as mudanças recentes na economia brasileira, que criaram um ambiente de estabilidade favorável a atuação nesses mercados, a liquidez dos contratos de opção na BM&F ainda é baixa. Segundo Hull (2006), o risco de liquidez é o risco de perdas devido à incapacidade de se desfazer rapidamente de uma posição, ou seja, o risco de vender um determinado ativo abaixo do seu preço teórico, por falta de compradores.

Em face das mudanças institucionais vivenciadas no setor cafeeiro na última década, a crescente importância dos instrumentos derivativos, especialmente o mercado de opções, na gestão de risco da cadeia produtiva como um todo, torna-se necessário uma análise mais detalhada sobre a precificação de opções. A baixa utilização dos contratos de opções é um indício do desconhecimento dos modelos de precificação existentes. Dada a escassez de estudos no Brasil sobre o tema, busca-se analisar os modelos de precificação de opções existentes, aplicando-os a realidade do setor cafeeiro brasileiro.

### 1.3. Problema e sua importância

O problema central para a utilização dos contratos de opção é a determinação de seus prêmios. A determinação dos prêmios é feita por meio de premissas estabelecidas em cada modelo de precificação, e por meio da análise de variáveis como o preço do ativo-subjacente, a volatilidade, a taxa de juros livre de risco e o tempo de maturidade das opções. Diversos modelos matemáticos têm sido desenvolvidos com o intuito de calcular o prêmio a ser pago em um contrato de opção. O modelo de precificação mais utilizado foi desenvolvido por Fisher Black e Myron Scholes em 1973, e tem grande aceitação no mercado financeiro de opções devido a sua simplicidade de cálculo (BLACK & SCHOLLES, 1973). Entretanto, a utilização desse e de outros modelos de precificação em *commodities* agropecuárias é pequena, como é o caso do café.

Uma das razões que explicam a aversão de muitos agentes ao mercado de opções é a falta de familiaridade com os modelos de precificação de opções existentes, essenciais para a tomada de decisão e a avaliação dos prêmios negociados no mercado. Co

m o intuito de atender a necessidade de compreensão da mecânica dos derivativos agropecuários, dado que os diferentes modelos de precificação partem de premissas e técnicas matemáticas diferentes, vários estudos empíricos passaram a ser realizados para o mercado financeiro do Brasil, sendo que uma reduzida parcela desses estudos se estende ao mercado futuro agropecuário.

No universo dos derivativos, os mercados futuros são analisados sob os mais diversos aspectos. Cabe destacar que o acompanhamento das pesquisas empreendidas sobre contratos futuros é relevante, na medida em que, muitos contratos de opções têm como ativo subjacente os contratos futuros. No tocante aos contratos futuros, os principais estudos abordam alguns aspectos relacionados, como o risco de base<sup>10</sup>, cabendo destacar os trabalhos de Fileni, Marques e Machado (1999) e Barros e Aguiar (2005). Outro enfoque desses estudos foi a análise da efetividade de *hedge*<sup>11</sup>, como o proposto por Pacheco (2000), que também estimou a

---

<sup>10</sup> É o diferencial entre os preços a vista e os preços futuros de uma determinada *commodity* (HULL, 2006).

<sup>11</sup> De uma forma simplista, efetividade e razão ótima de hedge são o grau de proteção oferecido e o percentual da produção que deve ser vinculado a contratos futuros (EDERINGTON, 1979).

razão ótima de *hedge* e Nogueira (2001), que inclui em seu trabalho a análise da co-integração entre os preços no mercado doméstico e no exterior. Nesse aspecto, Muller (2007) estimou a efetividade de *hedge* para o café em termos dinâmicos.

A análise do mercado de opções tem recebido menor atenção dos pesquisadores, cabendo destacar o trabalho de Leite (2000), que analisou a precificação das opções de café com a aplicação da fórmula de Black (1976) e outras abordagens alternativas. A fórmula de Black (1976) também foi utilizada para precificação de opções nos trabalhos de Ramos da Silva e Macedo (2003) e Coelho *et al.* (2008). Nos três trabalhos analisados, a fórmula de Black (1976) usando o cálculo de volatilidade implícita foi o que obteve melhor desempenho e foram detectados problemas de baixa liquidez no mercado. De acordo com Leite (2000), a baixa liquidez determina que lançadores de opções exijam um alto prêmio pelo risco, que é refletido em uma alta volatilidade implícita. Para Ramos da Silva e Macedo (2003), o modelo superavalia o prêmio das opções de venda quando utiliza-se a volatilidade histórica e subavalia quando é empregado no cálculo a volatilidade implícita. Coelho *et al.* (2008) identificaram em seu estudo que, mesmo com a utilização da volatilidade implícita, a fórmula de Black é adequada apenas para opções fora-do-dinheiro<sup>12</sup>.

Nesse contexto, cabe destacar a detecção de desvios dos prêmios das opções estabelecidos no mercado em relação aos valores que são obtidos a partir dos modelos da “família” Black & Scholes. Hull e White (1987) observaram em seu estudo que em determinados mercados existe uma correlação entre a volatilidade e a direção dos preços do ativo objeto. Como a volatilidade não é constante e varia de forma aleatória e imprevisível, em determinados períodos de tempo a volatilidade pode estar positivamente correlacionada ao valor do ativo objeto, e em outros negativamente correlacionados. Lanari, Souza e Duque (1999) destacam também a presença do “efeito sorriso” (*smile effect*), relacionado à variação da volatilidade implícita dos ativos subjacentes às opções. Segundo os autores, em seu estudo foi verificado que as estimativas de preços obtidos com a fórmula de Black foram em média mais baixas do que os preços de mercados para as opções dentro-do-dinheiro e mais altos para as opções fora-do-dinheiro.

---

<sup>12</sup> Opções “fora-do-dinheiro”, “dentro-do-dinheiro” ou “no-dinheiro” são classificações da opção quanto a probabilidade de exercício. Essa classificação será discutida com mais detalhes no capítulo seguinte.

Buscando verificar a aplicabilidade das metodologias disponíveis de precificação para as opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&F, surge o questionamento: Quais são as informações relevantes que devem ser levadas em conta para que os modelos de precificação analisados (Fórmula de Black, Aproximação de Barone-Adesi e Whaley, aproximação de Bjerksund e Stensland, modelo binomial e trinomial) possam ser utilizados como ferramentas na administração de risco dos agentes envolvidos no setor cafeeiro?

O mercado de opções é o assunto central desse trabalho, em particular, o que está sendo abordado é a comparação de diferentes metodologias de avaliação do preço “justo” de uma opção. A motivação inicial desse trabalho está calcada na busca de uma ferramenta de gestão de risco para todos os possíveis agentes que pretendem atuar no mercado de opções de café arábica na BM&F.

Dessa forma, a contribuição desse trabalho consiste em realizar um estudo comparativo para analisar a aplicabilidade de modelos de precificação baseados em premissas e técnicas matemáticas diferentes. Espera-se que, com a inclusão de modelos que incorporam em sua análise o processo de difusão<sup>13</sup> de preço de tempo contínuo e/ou discreto, seja possível encontrar uma alternativa para a solução dos desvios da fórmula de Black, como o efeito *smile*. Ademais, dada a atual expansão vivenciada pelos derivativos, especialmente com os contratos de opções e a maior abrangência do período de análise, espera-se contornar o problema de liquidez destacado em outros trabalhos. Acredita-se, portanto, que este trabalho seja capaz de disponibilizar informações relevantes acerca da precificação de opções sobre contratos futuros de café arábica. Esses resultados podem induzir novos agentes a atuarem nesses mercados, elevando a liquidez e a eficiência dos contratos de opções.

---

<sup>13</sup> Modelos estocásticos utilizados para analisar a dinâmica de movimento dos preços dos ativos analisados

## **1.4. Objetivos**

### **1.4.1. Objetivo geral**

Avaliar a aplicabilidade dos modelos de precificação (Fórmula de Black, aproximação de Barone-Adesi e Whaley, aproximação de Bjerksund e Stensland, modelo binomial e trinomial) e analisar se os valores teóricos obtidos nesses modelos são compatíveis com os preços efetivos de opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&F, no período de 2004 a 2008.

### **1.4.2. Objetivos específicos**

- a) Avaliar o desempenho dos modelos da “família” Black e Scholes (Fórmula de Black, aproximação de Barone-Adesi e Whaley e a aproximação de Bjerksund e Stensland) e os modelos numéricos (binomial e trinomial).
- b) Determinar qual estimativa de volatilidade proporciona o melhor prognóstico de volatilidade futura, e qual o efeito dessa volatilidade na precificação de opções sobre contratos futuros de café arábica no Brasil.
- c) Identificar os resultados dos modelos de precificação para opções de compra e opções de venda com diferentes graus de *moneyness* e diferentes períodos de maturidade.

## **2. REFERENCIAL TEÓRICO**

A teoria sobre a precificação de opções pode ser subdividida entre duas abordagens: os modelos desenvolvidos a partir da fórmula de Black e Scholes e os modelos numéricos. A grande diferença entre essas abordagens é a análise do tempo, sendo que a primeira abordagem utiliza o conceito de tempo contínuo, enquanto a segunda abordagem baseia-se no tempo discreto. Desse modo, após a apresentação dos principais conceitos da teoria das opções agropecuárias, busca-se evidenciar a evolução, principais críticas e mudanças que ocorreram nessas duas abordagens de precificação de opções.

### **2.1. Teoria das Opções Agropecuárias**

Apesar de os contratos de opções serem os instrumentos mais recentes, entre os derivativos atualmente disponíveis, eles possibilitam uma enorme gama de estratégias de gestão de risco para os agentes. Segundo Leuthold *et al.*(1989), apesar de serem utilizadas há muito tempo em transações fora da bolsa, as opções só foram regulamentadas e padronizadas em 1973 com a abertura da *Chicago Board Options Exchange (CBOE)*<sup>14</sup>. De acordo com Purcell e Koontz (1999), a negociação de opções sobre contratos futuros agropecuários iniciou-se efetivamente em 1984 e o volume e a diversificação de opções e estratégias disponíveis têm aumentado desde então.

Segundo Stoll e Whaley (1993), uma opção é um direito negociável, e não uma obrigação, de efetuar uma compra (*call*) ou venda (*put*) de um ativo-objeto em uma data futura, a um preço futuro pré-determinado, mediante o pagamento de um

prêmio. A assimetria entre direitos e deveres das partes envolvidas (o titular e o lançador) em um contrato de opção faz com que o mesmo tenha, desde a sua celebração, um valor. Esse valor é conhecido como prêmio, pago pelo comprador (titular) pelo fato do vendedor do contrato (lançador) assumir o risco de posições futuras em relação ao preço do ativo contratado.

Em uma opção de compra, o titular da *call* paga uma quantia para ter o direito (e não a obrigação), de assumir uma posição comprada no mercado futuro ao preço especificado no contrato (preço de exercício ou *strike price*). Em contrapartida, o lançador da *call*, ao receber o valor do prêmio, possui a obrigação de vender o objeto da negociação em uma data futura por um determinado preço, caso o comprador venha a exercer o seu direito. De forma análoga, no caso das opções de venda, o detentor da *put* tem o direito de vender o ativo-objeto em determinada data futura. O lançador da *put* está sujeito às mesmas regras do lançador da *call*, sendo que de ambos é exigido o depósito de margens de garantia (PURCELL e KOONTZ,1999).

As opções se inserem no campo dos derivativos pelo fato de o valor de seu prêmio depender do preço de outro ativo, chamado de ativo objeto. O ativo objeto (subjacente) de uma opção pode ser uma ação, *commodity* ou contrato futuro. No presente trabalho serão analisadas opções sobre contratos futuros, pois segundo Hull (2006), existe uma preferência dos agentes por essa modalidade, devido a maior liquidez e a facilidade na negociação dos contratos futuros em relação ao ativo-base, neste caso, o café. Além disso, no mercado futuro as informações sobre os preços futuros estão prontamente disponíveis e há a possibilidade de encerrar a posição por diferença<sup>15</sup> até o vencimento do contrato, sem a necessidade de entrega do ativo objeto.

Quanto ao prazo de exercício, as opções podem ser classificadas como americanas ou européias. Como ressaltado por Stoll e Whaley (1993) essa conotação não tem qualquer relação com a localização geográfica, sendo que as opções americanas podem ser exercidas a qualquer tempo até a data de vencimento, enquanto que as opções européias podem ser exercidas somente na data de

---

<sup>14</sup> Originalmente os contratos de opções tinham como ativo objeto os Títulos do Tesouro Americano (T-Bills), expandindo-se posteriormente para contratos futuros e *commodities* (LEUTHOLD *et al*, 1989).

<sup>15</sup> De acordo com Marques e Mello (1999), esta é uma das modalidades de liquidação do contrato futuro e consiste em comprar a mesma quantidade de contratos com mesmo vencimento de uma posição vendida, ou vice-versa.

vencimento. Merton (1973) destaca que a possibilidade de exercício antecipado das opções americanas proporciona uma elevação do prêmio pago e que o resultado ótimo para o investidor é exercer essa opção em seu vencimento, ao invés de exercê-la antecipadamente, caso o ativo subjacente não distribua dividendos. Cabe destacar que as opções sobre contratos futuros agropecuários na BM&F são opções americanas. Quanto à probabilidade de exercício, as opções podem ser classificadas como: dentro-do-dinheiro, no-dinheiro e fora-do-dinheiro (Quadro 2.1).

<b>Tipo</b>	<b>Características</b>
<i>In-the-money</i> (dentro-do-dinheiro)	Opção de compra com preço de exercício abaixo do preço do ativo subjacente ou opção de venda com preço de exercício acima do ativo subjacente. A opção tem valor intrínseco positivo.
<i>Out-of-the-money</i> (fora-do-dinheiro)	Opção de compra com preço de exercício acima do preço do ativo subjacente ou uma opção de venda com preço de exercício abaixo do ativo subjacente. A opção tem valor intrínseco negativo.
<i>At-the-money</i> (no-dinheiro)	Corresponde a opção de compra ou opção de venda com preço de exercício igual ao preço do ativo subjacente. O valor intrínseco das opções é zero.

**Quadro 2.1 – Classificação das opções quanto à probabilidade de exercício**

Fonte: Purcell e Koontz (1999)

Cabe destacar que o prêmio pago por uma opção pode ser separado em dois componentes: valor intrínseco e valor tempo. Leite (2000) destaca que enquanto o valor intrínseco representa o ganho que pode ser obtido exercendo imediatamente a opção, o valor tempo é o prêmio adicional ao valor intrínseco, sendo também conhecido como prêmio pelo tempo (*time premium*). Nesse sentido, o valor intrínseco está diretamente relacionado com a probabilidade de exercício da opção, enquanto o valor tempo está relacionado com a maturidade da opção. Leuthold *et al.* (1989) ressaltam que, além do valor intrínseco e do tempo de maturidade da opção, a taxa de juros, o preço de exercício do ativo subjacente e sua volatilidade são os fatores que afetam o preço de uma opção. Um resumo dos efeitos das variáveis no cálculo das opções de compra e de venda é apresentado no Quadro 2.2.

Variável	Efeito na Opção de Compra	Efeito na Opção de Venda
↑ Preço do Ativo Subjacente	↑ Preço da <i>Call</i> ;	↓ Preço da <i>Put</i> ;
↑ Preço de Exercício	↓ Preço da <i>Call</i> ;	↑ Preço da <i>Put</i> ;
↑ Tempo de Maturidade	↑ Preço da <i>Call</i> devido a maior chance de o ativo atingir altos valores;	↑ Preço da <i>Put</i> devido a maior chance de o ativo atingir baixos valores;
↑ Volatilidade do Ativo Subjacente	↑ Preço da <i>Call</i> devido a maior chance de o ativo atingir altos valores;	↑ Preço da <i>Put</i> devido a maior chance de o ativo atingir baixos valores;
↑ Taxa de Juros	↑ Preço da <i>Call</i> uma vez que reduz o valor presente do preço de exercício.	↓ Preço da <i>Put</i> uma vez que aumenta o valor presente do preço de exercício.

**Quadro 2.2 – Efeitos das Variáveis no Cálculo de Opções de Compra e de Venda**

Fonte: Herath e Park (1999)<sup>16</sup> *apud* Alves (2006)

Quanto ao tempo de maturidade, o seu resultado é diferente entre opções européias e americanas. Para Hull (2006), esse efeito do tempo de maturidade é o mesmo para *calls* européias e americanas, mas para *puts* européias e americanas o efeito é ambíguo. No caso das taxas de juros, Soares (1999) destaca que, além do valor presente do preço de exercício das opções, o valor futuro do preço do ativo objeto também é alterado com mudanças nas taxas de juros, ou seja, altera-se a forma de comparar o valor monetário dos ativos em diferentes instantes de tempo.

Dentre as variáveis do modelo, a volatilidade é a única que não é diretamente observável, sendo necessária a sua estimação. Soares (1999) destaca que em mercados mais voláteis, os agentes estão dispostos a pagar um prêmio maior por uma opção para se resguardar de oscilações indesejadas de preço. Em termos estatísticos, quanto maior a volatilidade maior a probabilidade de que a opção termine dentro-do-dinheiro e, portanto, de que seja exercida. Para Alves (2006), esse fato decorre da assimetria no pagamento (*pay-off*<sup>17</sup>) líquido da opção. Se o preço do ativo aumenta, melhor será para o possuidor da opção de compra, pois ele pagará apenas o preço de exercício para adquirir a ação. Por outro lado, se o preço do ativo cai, o investidor perderá apenas o que pagou pela opção, e não irá exercê-la. Para Hull e White (1987), essa relação entre volatilidade e preço da opção não é válida

<sup>16</sup> HERATH, H. S. B.; PARK, C. S. **Economic Analysis of R&D Projects: An Options Approach.** *The Engineering Economist*, v.44, n. 1, p. 1-35, 1999.

<sup>17</sup> O termo *pay-off* é utilizado para definir o valor que a opção pode assumir no seu vencimento.

indefinidamente. Em estudos empíricos, esses autores concluíram que a partir de determinado momento, sucessivos aumentos na volatilidade não irão causar, necessariamente, uma alta no prêmio das opções de compra no-dinheiro.

De acordo com Hull (2006), a volatilidade pode ser calculada de formas distintas: volatilidade futura, volatilidade sazonal, volatilidade histórica e volatilidade implícita. Natenberg (1994, p.49) salienta que "*mudanças nas premissas sobre a volatilidade podem ter efeitos dramáticos no valor de uma opção, e a maneira que o mercado calcula esta volatilidade pode ter efeitos igualmente dramáticos em seu valor*". Na literatura que aborda o assunto, dada a facilidade de cálculo, convencionalmente é empregada a volatilidade histórica, que consiste em examinar o comportamento do passado recente do ativo-objeto e confiar que esse comportamento será mantido em um futuro próximo. Nesse sentido, Mikoszewski (2003) destaca que a volatilidade histórica adotada nos modelos de precificação é uma *proxy* da volatilidade futura do retorno do ativo subjacente, que segue uma distribuição log-normal, sendo que as flutuações de preços desse ativo são representadas em termos percentuais e não em termos monetários.

Outra forma de cálculo da volatilidade convencionalmente utilizada nos modelos de precificação é a volatilidade implícita. Para Purcell e Koontz (1999), a volatilidade implícita é a volatilidade imputada em um modelo de precificação de opções, que faz com que o prêmio originado pelo seu cálculo seja igual ao que está sendo negociado no mercado. Para Figlewski e Gao (1999), a volatilidade implícita pode ser entendida como uma avaliação do mercado, no momento em que o preço da opção é calculado. Como a fórmula de Black e Scholes (1973) e as aproximações de Barone-Adesi e Whaley e de Bjerskund e Stensland não podem ser invertidas analiticamente, é necessária a utilização de algum método numérico para a obtenção dessa volatilidade.

Enfim, com o entendimento dessas variáveis, a todo o momento os agentes envolvidos no mercado procuram estabelecer se o preço de um contrato de opção é justo. A precificação<sup>18</sup> de opções ou determinação do prêmio é tarefa importante para a definição do comportamento do mercado de opções, exercendo influência sobre as operações de *hedge*, especulação e arbitragem. Por essa razão, a precificação de

---

<sup>18</sup> O termo "precificação" é utilizado como tradução do inglês *pricing*. Apesar do equivalente em português ser "apreçar" e não "precificar", usualmente utiliza-se o termo "precificação" em finanças.

opções tornou-se um dos problemas cruciais abordados pela teoria de opções, tornando-se foco de estudo em vários trabalhos.

## 2.2. Contexto Histórico da Precificação de Opções

Apesar de o Modelo de Black & Scholes ser considerado um modelo basilar para a precificação de opções, os primeiros trabalhos sobre o tema remontam ao século XIX. Para Malliaris (2007), a primeira menção a teoria de opções apareceu no livro de Charles Castelli<sup>19</sup> em 1877, com a apresentação de alguns conceitos teóricos sobre *hedging* e especulação com opções, sem avançar para uma análise mais detalhada dos prêmios das opções. Nesse contexto, Courtualt *et al.* (2000) destacam que a primeira estimativa analítica dos prêmios de opções é atribuída ao matemático francês Louis Bachelier, em 1900. Para os autores, o trabalho pioneiro de Bachelier<sup>20</sup> marca o início da utilização dos processos estocásticos no campo financeiro, sendo o responsável pelos principais desdobramentos no cálculo estocástico, como o movimento browniano e o processo de Markov.

Nesse contexto, Malliaris (2007) destaca que as regras práticas e instrumentais matemáticas pouco sofisticados permitiam que o valor estimado do prêmio assumisse valores negativos em alguns casos, destoando assim da realidade. Essas dificuldades iniciais de estimar o prêmio das opções e as grandes transformações como a I Guerra Mundial e o *Crash* da Bolsa em 1929, desviaram as atenções dos pesquisadores, o que fez com que o tema ficasse esquecido por algumas décadas.

O tema foi retomado por Boness em 1964, que contribuiu com algumas inovações metodológicas. Para Baum *et al.* (1999), a principal contribuição de Boness foi reconhecer que o valor de uma opção é função do preço do ativo subjacente e do preço de exercício, representando essa relação por meio da seguinte expressão:

$$C = S_0 \text{ Prob (1)} - X \text{ Prob (2)} e^{-rt} \quad (1.1)$$

em que,

---

<sup>19</sup> CASTELLI, C. *The Theory of Options in Stocks and Shares*. Mathieson, London, 1877.

<sup>20</sup> BACHELIER, M. L. *Théorie de La Speculation*, Guautier-Villars, Paris, 1900

Prob(1) é a sensibilidade do preço da opção à mudanças no preço do ativo-subjacente ( $S_0$ ); Prob(2) é a probabilidade do preço do ativo exceder o preço de exercício ( $X$ ) no vencimento;  $r$  é a taxa de juros nominal; e  $t$  é o tempo de maturidade da opção.

Nesse contexto, a retomada do debate sobre o mercado de opções surgiu em um momento de grandes transformações no mercado financeiro. Merton (1998) destaca que as décadas de 1950 e 1960 foram prodigiosas para o ramo das finanças, sendo que a teoria das opções se beneficia de grande parte das inovações de autores como Markowitz, Modigliani, Miller, Sharpe, Samuelson e Stoll.

A respeito disso, cabe destacar as contribuições de Markowitz (1952), como a teoria do portfólio, que preconizava que com a combinação de diferentes ativos tem-se um portfólio com lucratividade média ponderada pelos retornos de cada ativo, obtendo assim uma melhor combinação entre risco e retorno. Baum *et al.* (1999) destacam que outros autores utilizaram os argumentos da teoria do portfólio para fazer ajustes a taxa de desconto do modelo *ad hoc* de Boness, refletindo de maneira mais eficiente os riscos associados às opções.

Outra contribuição relevante foi o teorema de Modigliani-Miller. De acordo com Oga (2007), em 1958, Franco Modigliani e Merton Howard Miller demonstraram que sob certas condições, as decisões reais são separadas das decisões financeiras. Nesse sentido, esse teorema demonstra que as empresas não têm que ajustar suas decisões às preferências de risco dos diversos investidores e que a política de dividendos das firmas não afeta o seu valor de mercado. Para Shah (1997), o principal avanço da década de 1960 é atribuído a Hans Stoll, que a partir do argumento de não arbitragem criou o princípio de paridade entre *put* e *call*. Hull (2006) destaca que esse princípio de paridade refere-se a relação determinística entre o preço de uma *call* e de uma *put* européia, desde que seja respeitado o pressuposto do modelo de precificação de que não há possibilidade de arbitragem sem risco.

O Quadro 2.3 sintetiza as principais inovações teóricas que serviram de embasamento para o posterior surgimento do modelo de Black e Scholes.

<b>Autor</b>	<b>Obra</b>	<b>Ano</b>
Louis Bachelier	BACHELIER, M. L. <b>Théorie de La Speculation</b> , Guautier-Villars, Paris, 1900	1900
Itô	ITÔ, K. On stochastic differential equations, <i>Memoirs, American Mathematical Society</i> 4, Providence: 1-51, 1951.	1951
Markowitz	MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. <b>Journal of Finance</b> , vol. 7, n. 1, p.77-91, 1952	1952
Modigliani e Miller	MODIGLIANI, F.; MILLER. M.H. The Cost of Capital, Corporation Finance, and the Theory of Investment. <b>American Economic Review</b> , n. 48, p. 261-97, 1958.	1958
James Boness	BONESS, A. Elements of a theory of stock-option value, <b>Journal of Political Economy</b> , 72, p. 163 -175, 1964	1964
Sharpe	SHARPE, W. F. Capital asset prices: a theory of market equilibrium under conditions of risk. <b>Journal of Finance</b> , Berkeley, v. 19: 425-42, 1964	1964
Samuelson	SAMUELSON, P. A. e “Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly”, <b>Manage Rev.</b> ,n.6, p. 41-49, 1965	1965
Hans Stoll	STOLL, H.R. The Relationship between Put and Call Option Prices. <b>Journal of Finance</b> , Volume 24 (December 1969), pp. 802-824.	1969
Fama	FAMA, E. Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. <b>Journal of Finance</b> , vol. 25, nº 2: 383-417, 1970.	1970

### **Quadro 2.3 - Contribuições Teórica que antecederam o modelo Black e Scholes**

Fonte: Elaboração do autor

Dessa forma, em um espaço de duas décadas, a teoria das finanças havia se diversificado, assumindo diversas facetas que vão desde a teoria de avaliação de risco de Modigliani-Miller, a teoria de carteiras de Markowitz, o modelo CAPM de Sharpe e a teoria de eficiência dos mercados financeiros de Fama, incorporando instrumentos matemáticos e estatísticos sofisticados e envolvendo na análise dimensões intertemporais e incerteza. Porém, no arcabouço teórico das finanças ainda faltava uma teoria de avaliação das opções. Nesse sentido, um passo importante para a consolidação dos conhecimentos existentes sobre o mercado de opções e a elaboração de um instrumental analítico para avaliação do valor do prêmio das opções foi dado por Fisher Black e Myers Scholes.

### 2.3. O Modelo de precificação de Black e Scholes

A dificuldade inicial para precificação dos derivativos deve-se a imprevisibilidade dos preços e do retorno do ativo subjacente. A incerteza a respeito do comportamento do preço do ativo subjacente tem influência no preço da opção, pois define a probabilidade de uma opção ser exercida ou não. Desse modo, emprega-se na análise uma distribuição de probabilidade dos preços do ativo-objeto. Nesse sentido, Mikoszewski (2003) salienta que, partindo da hipótese de que o preço futuro é desconhecido, o modelo de precificação de Black & Scholes, doravante denominado modelo B-S, para representar a dinâmica dos preços ou retornos do ativo-objeto baseia-se em um modelo estocástico simples de movimentos de preços, o passeio aleatório (*random walk*). Especificamente, utiliza-se o processo de Wiener, que geralmente é utilizado na física para descrever o movimento de uma partícula sujeita a choque de outras moléculas.

Segundo Hull (2006) esse processo, também denominado movimento browniano, é útil no modelo de precificação, pois assume o pressuposto de que o mercado reage imediatamente ao surgimento de uma nova informação. Monteiro (2003) relata que outro pressuposto desse modelo é que a distribuição de probabilidade em um intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo de tempo, ou seja, qualquer intervalo finito de tempo tem distribuição normal com variância proporcional ao tempo decorrido.

Seguindo esses pressupostos, Fisher Black e Myers Scholes desenvolvem em 1973 um modelo para precificação de opções (inicialmente o modelo foi empregado para o mercado de ações). Supondo que um determinado ativo segue o movimento browniano geométrico<sup>21</sup>, esses autores propuseram uma fórmula para o cálculo do valor teórico de uma opção de compra do tipo européia, exercida sobre um objeto que não paga nenhum dividendo e é livremente negociada no mercado (HULL, 2006).

Por se tratar de um modelo teórico, Black e Scholes (1973) adotaram diversas premissas básicas simplificadoras da realidade utilizadas para implementar a fórmula de precificação de opções. Segundo Leuthold *et al.* (1989), essas premissas são:

---

<sup>21</sup> O Movimento Browniano Simples não pode ser prontamente aplicado aos preços dos derivativos, pois admite valores negativos, situação que não ocorre no Movimento Browniano Geométrico. Ver Capítulo 3.

- O comportamento do preço do ativo segue uma distribuição lognormal, com volatilidades dos retornos diários constantes;
- Não há custos operacionais nem impostos, com ativos perfeitamente divisíveis;
- O ativo objeto não receberá dividendos durante a vida da opção;
- Não há oportunidades de arbitragem sem risco;
- Os empréstimos são realizados à taxa de juros livre de risco.

A primeira hipótese do modelo B-S refere-se aos movimentos aleatórios dos preços. A distribuição lognormal considera que o logaritmo de uma determinada variável tem distribuição normal, com a propriedade de que as variáveis só podem assumir valores positivos. Loiola (2002) destaca que, desse modo, a avaliação dos prêmios de opções se libera da preocupação de estimar a direção do movimento dos preços, ou seja, o que importa para o modelo é apenas a magnitude das mudanças futuras nos preços e não a direção dos mesmos, magnitude essa que é representada pela volatilidade.

A segunda hipótese é uma simplificação tradicional na teoria de finanças e refere-se a condição de mercado eficiente, em que os investidores podem comprar ou vender o ativo-base livremente e sem restrição de quantidade, pode-se emprestar e tomar emprestado à mesma taxa de juros, não há custos de transações e impostos. A terceira hipótese atende a premissa do modelo de que ativo subjacente rende dividendos contínuos, nesse caso, o dividendo é continuamente zero.

Os conceitos de ganhos de arbitragem sem risco e taxa de juros livre de risco impactam diretamente na construção do modelo B-S. Em termos teóricos, as operações de arbitragem podem ser definidas como a atuação simultânea em dois ou mais mercados, buscando auferir ganhos pelas diferenças instantâneas de preços entre produtos e/ou mercados (HULL, 2006). Desse modo, em um mercado eficiente, os ativos estão sendo negociados ao preço justo, e quaisquer diferenças entre o preço praticado e o preço justo são identificadas pelos investidores. Ederigton e Guan (2000) destacam que, para obter ganhos certos em operações de arbitragem em ativos que demandam certo período de tempo, como é o caso das opções, os investidores estão expostos ao risco de perdas intermediárias.

A respeito da taxa de juros livre de risco, o conceito foi introduzido por Tobin (1958). A contribuição do autor foi identificar que existe uma parcela do risco não-

diversificável afetado por fatores de mercado, como por exemplo, inflação e crises internacionais que atingem todos os indivíduos. Desse modo, o modelo de precificação incorpora em sua análise apenas a taxa de juros livre de risco, para avaliar o seu impacto na formação do preço da opção. De acordo com Stoll e Whaley (1993), essa suposição é razoável porque o valor da opção não depende da taxa de retorno esperada do ativo subjacente.

Black e Scholes (1973) e Merton (1973) já reconheciam em suas pesquisas que a mesma abordagem utilizada para precificar opções financeiras poderia ser aplicada em uma diversa gama de ativos. Para Leuthold *et al* (1989), a influência deste trabalho não se limitou ao meio acadêmico, pois em abril do mesmo ano a *Chicago Board Options Exchange* (CBOE) iniciava as suas operações, criando um ambiente propício para o teste empírico do modelo. O sucesso do modelo e o reconhecimento de suas limitações que geraram aperfeiçoamentos posteriores permitiram a rápida expansão da chamada “indústria acadêmica de pesquisa de derivativos”, termo cunhado pelo próprio Myers Scholes (OGA, 2007) .

Haug (1997) ressalta que dentre as extensões do modelo inicial, destacam-se a fórmula de Black (1976) para a precificação de opções sobre futuros agropecuários e o modelo de Garman e Kohlhagem (1983), que precifica a taxa de câmbio. Ademais, com algumas adaptações, opções podem ser aplicadas sobre uma infinidade de ativos financeiros como *bonds*, metais, taxa de juros, inflação, *commodities* etc. e precificadas por essa metodologia. Com base no exposto, o presente trabalho baseia-se na fórmula de Black (1976) para a precificação de opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&F, que atende os mesmos pressupostos do modelo pioneiro, mas com pequenas modificações na análise dos dividendos pagos, o que será analisado com mais rigor no capítulo 3.

### **2.3.1 Críticas e Mudanças no Modelo de Black e Scholes**

Algumas das premissas adotadas no modelo B-S deixaram de ser aceitas em trabalhos desenvolvidos por diversos pesquisadores. A premissa de lognormalidade é um dos pontos mais criticados do modelo. Mesmo em análises anteriores ao modelo B-S, essa premissa era discutida na análise de séries financeiras, sendo que Fama (1965) citado por Luccas (2007) já afirmava que a suposição de normalidade é

pouco realista, pois os retornos das séries financeiras apresentam assimetria e excesso de curtose estatisticamente significativa em suas distribuições. Uma flexibilização da hipótese de lognormalidade é encontrada nos trabalhos de Merton (1976) e Ball e Torous (1986), que consideraram que os retornos do ativo-objeto seguem um processo de difusão e saltos de Poisson. Para Matsumoto e Brito (2006), outras alternativas ao modelo B-S são os modelos de difusão deslocada, puro com saltos e difusão com saltos.

Haug (1997) destaca que uma importante adequação quanto ao prazo de exercício das opções que possibilitou a precificação de opções americanas foi realizada nos trabalhos de Barone-Adesi e Whaley (1987) e Bjerksund e Stensland (1993), que serão examinados nesse trabalho. Para se adequar a ativos que pagam dividendos, Merton (1973) fez algumas modificações no modelo original. Outro “aprimoramento” consiste em relaxar a hipótese de taxa de juros constante, como é o caso do modelo de Merton (1976) que utiliza a taxa de juros estocástica.

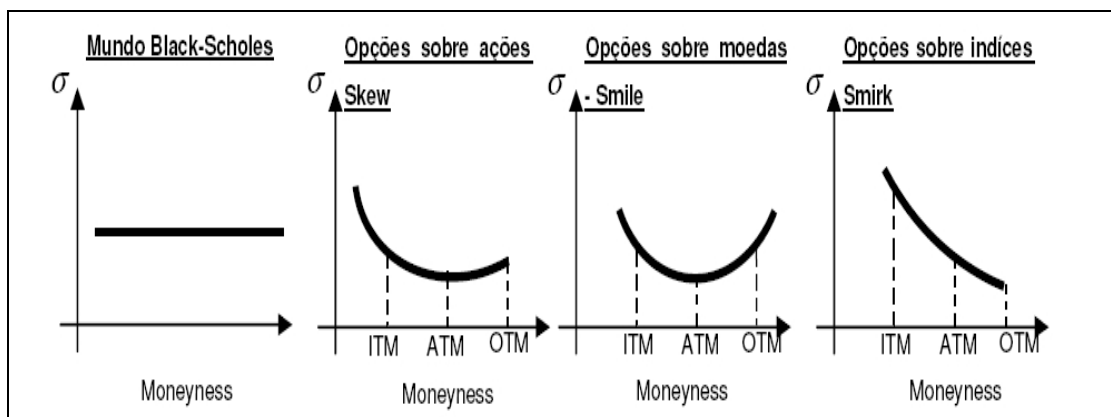
Esses modelos fazem modificações ou inclusão de algumas variáveis até então desconsideradas do modelo base. Costa e Yoshino (2004) ressaltam que uma série de modelos foram desenvolvidos desconsiderando ou substituindo algumas hipóteses básicas do modelo inicial. Para os autores, alguns modelos mantiveram tanto os fundamentos de difusão de preços quanto a não-arbitragem do modelo de B-S, mas relaxaram a hipótese de movimento browniano geométrico. Como exemplo tem-se o modelo de variância com elasticidade constante de Cox e Ross (1976), os modelos de alavancagem de Geske (1979) e Rubinstein (1983).

Em outra linha, uma série de modelos permite a mudança estocástica da volatilidade, como é o caso dos trabalhos de Hull e White (1987) e Heston (1993). A abordagem de diferenças finitas de Wiggins (1987) considera a existência de volatilidade estocástica, mas para apreçar as opções recorre à simulação de Monte Carlo. Já a abordagem de Bakshi *et al.* (1997) utiliza em sua análise tanto a volatilidade quanto a taxa de juros estocástica. Nesse sentido, Soares (1999) destaca que tanto o caso de volatilidade determinística quanto o caso de volatilidade estocástica, o método de extração da volatilidade adotado, dado que esse é um parâmetro não-observável, tem grande impacto no resultado do modelo.

Merton (1976) e Cox e Ross (1976) derivam uma equação para o caso em que a evolução do preço do ativo-objeto apresentar um componente descontínuo. Nesse sentido, a continuidade do preço do ativo subjacente é uma hipótese implícita na

modelagem primordial, sendo que o relaxamento dessa hipótese amplia ainda mais o arcabouço teórico da precificação de opções.

Para Chalamandaris e Malliaris (2008), o colapso no mercado financeiro em 1987 revelou que existem limitações do modelo em condições anormais do mercado. A principal evidência da má especificação da fórmula veio por meio de um fato estilizado convencionalmente chamado de “sorriso da volatilidade” (*smile volatility*). De acordo Bakshi *et al.* (1997), esse nome deve-se ao formato comumente observado em gráficos que comparam os preços de exercícios de opções com mesmo vencimento e suas respectivas volatilidades implícitas.



**Figura 2.1 – Comportamento Gráfico da Volatilidade Implícita**

Fonte: Luccas (2007)

Na Figura 2.1, a opção no-dinheiro (ATM) possui uma tendência de apresentar menor volatilidade implícita ( $\sigma$ ) do que as opções dentro-do-dinheiro (ITM) e fora-do-dinheiro (OTM). A assimetria entre as volatilidades implícitas com diferentes probabilidades de exercício tem diferentes intensidades e nomenclaturas dependendo do ativo-subjacente a ser utilizado. Luccas (2007) destaca que, no mercado de opções sobre ações, o termo mais apropriado é *skew*, pois a curva é assimétrica, apresentando volatilidades maiores para opções ITM. E para opções sobre índices, tem-se o padrão *smirk* de volatilidade, em que a diferença entre opções ITM e OTM é ainda mais acentuada.

Para Bakshi *et al.* (1997), esses comportamentos na volatilidade são indícios de que a distribuição de probabilidades de retornos dos preços do ativo-objeto pode divergir da distribuição log-normal. Nesse sentido, Costa e Yoshino (2004) destacam que uma vantagem dos modelos com volatilidade estocástica seria incorporar os efeitos *smile* e assimetria na análise.

A análise empírica também tem demonstrado alguns vieses do modelo de Black e Scholes em condições normais de mercado. De acordo com Matsumoto e Brito (2006) os vieses sistemáticos do modelo B-S e conseqüentemente na fórmula de Black (1976) devem-se a: sub-precificação de opções fora-do-dinheiro (MACBETH e MERVILLE, 1979), a sub-precificação de opções de ações com baixa volatilidade e a sub-precificação de opções com curto tempo para vencimento (WHALEY, 1982). O “sorriso da volatilidade” foi relacionado ao fato de se obter, simultaneamente, volatilidades implícitas distintas para diferentes opções do mesmo ativo-objeto (RUBINSTEIN, 1983; DUAN, 1996), e o fato de volatilidades implícitas do mesmo ativo subjacente, colhidas ao mesmo tempo de opções com o mesmo preço de exercício serem diferente para vencimentos distintos (WHALEY, 1982).

Enfim, a área de avaliação de derivativos, especificamente a precificação de opções, é vasta e diversificada. Nesse ínterim, o modelo B-S é o precursor da metodologia disponível na atualidade, sendo que em grande medida, os modelos disponíveis na literatura, com um maior nível de complexidade, estendem o original de acordo com alguns fatos estilizados que o mesmo falha em explicar. Todavia, devido a sua simplicidade, o modelo B-S continua sendo aplicado na precificação de opções de diversos ativos financeiros.

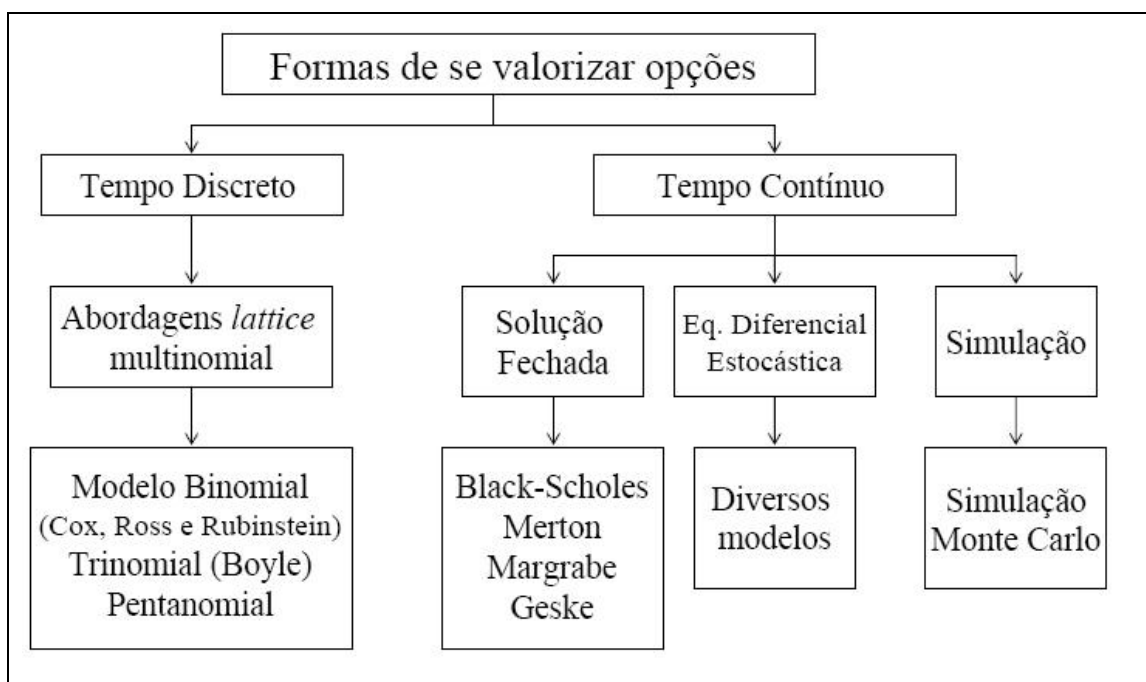
## **2.4 Modelos Numéricos de Precificação**

Além da abordagem de valoração de opções adotada por Black e Scholes (1973) e demais pesquisadores que o sucederam, baseada em uma equação de “solução fechada” (*closed-form*) que considera o tempo contínuo na análise, Cox, Ross e Rubinstein (1979) e Redleman e Bartter (1979)<sup>22</sup>, utilizaram um processo discreto no tempo e binomial no espaço, para calcular o preço de uma opção americana. O modelo CRR ou modelo de árvores binomiais, como ficou conhecido, é o precursor da abordagem “*lattice*” multinomial, também conhecida como método numérico de precificação, que avalia o prêmio das opções utilizando o tempo

---

<sup>22</sup> Apesar de ambos os trabalhos terem sido feitos na mesma época, foram realizados de forma independente, sendo que o modelo de Cox, Ross e Rubinstein (1979) é o mais conhecido e citado no meio acadêmico (ROCHMAN, 1998).

discreto. A Figura 2.2 mostra um esquema de representação destes métodos de avaliação.



**Figura 2.2 – Diferentes Maneiras de se Apreçar Opções**

Fonte: Adaptação de Miller e Park (2002)<sup>23</sup> apud Alves (2006)

Os métodos numéricos, de acordo com Humes *et al.* (1984)<sup>24</sup> apud Rochman (1998), são um conjunto de regras escritas sob a forma de uma seqüência de operações elementares, que resulta na solução de um problema. Esses métodos baseiam-se em um passeio aleatório discreto sendo assim bastante intuitivos e flexíveis, podendo ser aplicados para opções européias e americanas, que pagam ou não dividendos, derivativos de taxas de juros, e também para as opções exóticas<sup>25</sup>.

O pioneiro modelo CRR, desenvolvido por Cox, Ross e Rubinstein, baseava-se em uma idéia desenvolvida por William Sharpe, que elaborou um modelo binomial para o cálculo do prêmio de um contrato de opção, em que o preço do ativo subjacente segue um processo binomial multiplicativo ao longo de sucessivos intervalos de tempo discretos. O termo binomial ou árvore de decisão binomial deve-

<sup>23</sup> MILLER, L. T.; PARK, C. S. *Decision Making under uncertainty – Real Options to the Rescue? The Engineering Economist*, v. 47, n. 2, p. 105-150, 2002.

<sup>24</sup> HUMES, A; MELO, I.; YOSHIDA, L. Noções de cálculo numérico. São Paulo: MacGraw-Hill, 1984.

<sup>25</sup> Segundo Silva Neto e Tagliavini (1994), opções exóticas são instrumentos de gestão de risco que procuram atender, de forma mais eficiente, algumas necessidades específicas dos agentes econômicos.

se à premissa do modelo, de que a partir de determinado ponto (nó da árvore) existe a possibilidade de ocorrer movimentos ascendentes ou movimentos descendentes no preço. Diante dessa premissa, mesmo que os diferentes investidores possuam outras probabilidades subjetivas sobre tais movimentos, ainda assim poderiam concordar sobre a relação entre o prêmio da opção, o preço do ativo-objeto e suas taxas de retorno e a taxa de juro livre de risco (MIKOSZEWSKI, 2003).

Essa abordagem, dada a sua eficiência prática, recebeu muitas contribuições ao longo do tempo. Dentre as extensões e generalizações de tal modelo, cabe destacar o trabalho de Boyle (1986), que desenvolveu o modelo para o formato trinomial (*three-jump model*) que diferencia-se do modelo binomial por possuir três caminhos para cada “nó da árvore”. Rochman (1998) destaca que o modelo trinomial pode ser considerado como um caso particular do modelo de diferenças finitas explícito, pois o valor de cada “nó da árvore” é determinado pelos valores dos três nós subsequentes a ele. No modelo de Boyle (1986), aplica-se a técnica de avaliação neutra de risco ao invés da replicação de carteira de *hedging* adotada inicialmente no modelo CRR.

Da mesma forma que os modelos de precificação da “família” Black-Scholes, a abordagem *lattice* multinomial sofreu algumas críticas e adaptações no decorrer do tempo. Uma crítica ao modelo é quanto ao seu custo computacional, devido ao aumento exponencial de operações a cada intervalo de tempo inserido na análise. Baidya e Castro (2001) destacam que o modelo binomial, por ser uma aproximação discreta de um evento em tempo contínuo, apresenta algumas restrições, como a convergência oscilatória. Desse modo, a definição do número de intervalos de tempo, entre o lançamento e a maturidade da opção, pode fazer com que a convergência para um conjunto de soluções seja lenta e oscilatória, o que aumenta o custo computacional.

Entre as adaptações, cabe destacar a suposição de lognormalidade do preço do ativo-objeto que é testada no modelo binomial (TRIGEORGIS, 1991) e no modelo trinomial (FIGLEWSKI e GAO, 1999), sendo que nesse último caso considera-se também a avaliação neutra de risco. Rubinstein (1994) apresenta uma metodologia para construção de árvores binomiais que incorpora as volatilidades implícitas das opções negociadas no mercado.

### **3. METODOLOGIA**

#### **3.1. Modelo Analítico**

Dado o avanço teórico acerca de metodologias disponíveis para a precificação de opções, o presente trabalho busca verificar a aplicabilidade dos modelos da família Black e Scholes e dos modelos numéricos para o caso específico das opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&F. Monteiro (2003) salienta que apesar de os modelos existentes utilizarem metodologias de análise diferentes, todos partilham das mesmas variáveis de análise, sendo estas: preço do ativo subjacente, preço de exercício, tempo até o vencimento, taxa de juros e volatilidade. Dentre as variáveis apresentadas, as quatro primeiras são intuitivas e auto-explicativas e a volatilidade é considerada uma variável não-observável do modelo, precisando assim ser estimada.

Nesse sentido, para precificar as opções sobre contratos futuros de café arábica na BM&F, busca-se analisar a aplicabilidade dos modelos da família Black e Scholes, como a fórmula de Black (1976), dada a sua tradição e a vasta aplicabilidade da mesma no contexto internacional; a aproximação de Barone-Adesi e Whaley e a aproximação de Bjerksund e Stensland, que tratam da precificação de opções americanas. Serão analisados também os modelos numéricos, como modelo binomial e trinomial, devido a sua importância e representatividade entre os modelos de precificação, a facilidade de obtenção dos dados exigidos pelos modelos e a eficiência computacional dos mesmos.

### 3.1.1. Abordagem de Black e Scholes: A fórmula de Black

A fórmula de Black (1976), seguindo os pressupostos do modelo B-S, consiste em uma equação fechada (*closed-form*) que considera o tempo contínuo na análise. A base metodológica dos modelos estocásticos de tempo contínuo é o movimento browniano, que recebeu essa nomenclatura devido a contribuição do botânico inglês Robert Brown em 1827, ao observar o movimento fortuito de partículas de pólen na água. Esse modelo estocástico também é conhecido como processo de Wiener, devido às contribuições do matemático Nobeert Wiener, em 1923 (CHALAMANDARIS e MALLIARIS, 2008).

Para empregar o processo de Wiener para explicar a evolução do preço dos ativos financeiros é necessário levar em conta três propriedades principais: o processo de Wiener é um processo de Markov em tempo contínuo, portanto, a probabilidade dos valores futuros do processo depende somente do seu valor atual; a distribuição possui incrementos independentes, ou seja, a distribuição de probabilidade para as variáveis no processo em qualquer intervalo de tempo é independente de qualquer outro intervalo de tempo e as mudanças no processo são normalmente distribuídas com variância que aumenta linearmente com o tempo, ou seja, a medida que o tempo aumenta cresce a incerteza da previsão (MONTEIRO, 2003).

Conforme Hull (2006), o processo de Wiener pode ser representado como uma versão em tempo contínuo de um passeio aleatório dado por:

$$S_{t+1} = S_t + \varepsilon_t \sqrt{dt} \quad (2.1)$$

em que,

$\varepsilon_t \approx N(0,1)$  é uma variável aleatória com distribuição normal padronizada;

$dt$  é a derivada de  $t$ , sendo que  $t = T - \tau$ , em que  $t$  é período de tempo para o vencimento da opção,  $T$  é a data de vencimento e  $\tau$  é a data atual.

Adicionando um crescimento de longo prazo ao processo de Wiener, obtém-se um movimento browniano aritmético, que tem a seguinte representação matemática:

$$\begin{aligned} S_{t+1} &= S_t + \mu dt + \varepsilon_t \sqrt{dt} \\ dS &= \mu dt + \sigma dZ \end{aligned} \quad (2.2)$$

Assim, tem-se o movimento browniano aritmético, em sua forma aditiva, a evolução de  $dS \approx N(\mu dt; \sigma^2 dt)$  é composta por um crescimento linear com taxa  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$  que expressa a incerteza no processo estocástico. Luccas (2007) destaca que o movimento browniano aritmético possui algumas limitações, quais sejam: o termo aleatório é uma variável normalmente distribuída e o valor da variável pode eventualmente se tornar negativo, fato esse que não corresponde à realidade dos ativos financeiros. Segundo o autor, para coibir a existência de valores negativos, utiliza-se o Movimento Browniano Geométrico (MBG), uma forma multiplicativa desse processo, em que ao aplicar a taxa contínua para a variação do preço dada por  $\ln(S_t/S_{t-1})$ , obtém-se:

$$dS = \mu S dt + \sigma S dZ \quad \text{ou} \quad dS/S = \mu dt + \sigma dZ \quad (2.3)$$

O Movimento Browniano Geométrico é um caso especial do Lema de Itô. Segundo Sassantini e Siqueira (1998), o Lema de Itô estabelece uma expressão matemática que possibilita a obtenção do diferencial total de uma função cujas variáveis seguem um processo de Wiener. Thomaz (2005) salienta que, dada uma função  $F = F(S, t)$ , diferenciável no mínimo duas vezes em  $S$ , e uma vez em  $t$ , o Lema de Itô mostra que a mesma segue o seguinte processo:

$$dF = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \mu S \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\sigma S)^2 \right) dt + \frac{\partial F}{\partial S} \sigma S dZ \quad (2.4)$$

Este lema é a base de fórmulas para avaliação do preço dos derivativos, pois a função  $F = F(S, t)$  pode tanto ser considerada como o preço de um contrato futuro ou opção de compra (ou venda), já que tanto o valor do contrato futuro quanto o prêmio pago pela opção dependem do ativo subjacente ( $S$ ) e do tempo ( $t$ ).

Parece razoável que o preço de um ativo siga um processo de Markov em tempo contínuo, mas Thomaz (2005) destaca que não é razoável admitir que as variações de preço sigam uma distribuição normal, afinal o preço de um ativo financeiro não pode ser inferior a zero. Assim, pode-se supor que os preços dos ativos financeiros seguem uma distribuição lognormal, ou seja, as variações no logaritmo do preço seguem uma distribuição normal. Esse fato pode ser comprovado,

simplificando o Lema de Itô, dado que  $\partial F/\partial t = 0$ ,  $\partial F/\partial S = 1/S$  e,  $\partial^2 F/\partial S^2 = 1/S^2$ , obtêm-se:

$$dF(S, t) = d \ln S_t = \left( u - \frac{\sigma^2}{2} \right) dt + \sigma dZ_t \quad (2.5)$$

Portanto, em cada intervalo finito de tempo  $T$ , a variação para  $\ln S_t$  é normalmente distribuída com média  $(u - \sigma^2/2)T$  e variância  $\sigma^2 T$ . Para Monteiro (2003), o valor que é subtraído da média  $(\sigma^2/2)$  é um fator de ajuste, decorrente da transformação da variável  $S_t$  para  $\ln S_t$ .

Dessa forma, o conceito de comportamento estocástico contínuo, na forma de um Movimento Browniano Geométrico, foi utilizado por Fisher Black e Myron Scholes na formulação do modelo de precificação. Luccas (2007) demonstra que uma abordagem para a construção da equação de Black e Scholes é feita a partir da estratégia de cobertura de risco contínua, por meio da adoção de uma carteira composta por uma quantidade constante de uma determinada ação (ativo subjacente inicialmente utilizado pelos autores) e opções de compra (ou venda) do tipo européia, retornando ao investidor a taxa de juros livre de risco. De acordo com Thomaz (2005), a representação desta carteira livre de risco em um intervalo de tempo  $\Delta T$  é dado por:

$$d\Pi = dF + \Delta dS \quad (2.6)$$

em que,  $F$  é uma função que representa a opção adquirida e  $\Delta$  é uma quantidade constante do ativo subjacente.

Utilizando-se do Lema de Itô, expresso na equação (2.4), substituindo-se na equação (2.6), tem-se que:

$$d\Pi = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \mu S \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\sigma S)^2 \right) dt + \frac{\partial F}{\partial S} \sigma S dZ + \Delta dS \quad (2.7)$$

Considerando que  $dS = \mu S dt + \sigma S dZ_t$ , obtêm-se

$$d\Pi = \left( \frac{\partial F}{\partial t} + \mu S \frac{\partial F}{\partial S} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\sigma S)^2 \right) dt + \frac{\partial F}{\partial S} \sigma S dZ + \Delta (\mu S dt + \sigma S dZ) \quad (2.8)$$

Note-se que na equação (2.7), o termo  $dS$  é estocástico, dado que não se pode saber o preço do ativo subjacente antecipadamente. Para Luccas (2007), o efeito da estocasticidade do preço pode ser eliminado com uma estratégia conhecida como *hedge* pelo delta. Para Loiola (2002), o delta é uma medida de sensibilidade<sup>26</sup> que mede a variação percentual que se produz, no preço da opção, ao variar o preço do ativo subjacente. Dessa forma, *hedge* pelo delta representa a cobertura de risco quando se combinam opções e o ativo subjacente em um portfólio.

Nesse sentido, as variações no preço de uma opção devido a pequenas oscilações no preço do ativo primário são compensadas pela posição tomada neste ativo, sendo representadas pela equação:

$$\Delta t + \frac{\partial F}{\partial S_t} = 0 \quad (2.9)$$

Isolando o termo  $\Delta t$  e substituindo na equação (2.8), é possível eliminar a componente aleatória, e a equação apenas com a componente determinística pode ser reescrita como:

$$\frac{d\Pi}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\sigma S)^2 \quad (2.10)$$

Desse modo, a carteira é livre de risco dentro de um intervalo infinitesimal, e para mantê-la permanentemente livre de risco é necessário alterar as quantidades de opções e dos ativos frequentemente (MONTEIRO, 2003). Em uma carteira isenta de risco, pelo princípio da não-arbitragem, o retorno do portfólio é igual à taxa de juros

---

<sup>26</sup> As medidas de sensibilidade das variáveis envolvidas na precificação de opções são conhecidas como “as letras gregas”. Informações adicionais podem ser obtidas em Hull (2006).

livre de risco, ou seja,  $d\Pi/dt = r\Pi$  (THOMAZ, 2005). Substituindo esse conceito na equação (2.10), obtém-se:

$$r\Pi = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\sigma S)^2 \quad (2.11)$$

Como  $\Pi = F + \Delta.S$  a fórmula é modificada para:

$$r(F + \Delta S) = \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\sigma S)^2 \quad (2.12)$$

Substituindo  $\Delta t = \partial F / \partial S_t$  e rearranjando os termos, deduz-se a **Equação**

### **Diferencial Parcial de Black –Scholes.**

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial S^2} (\sigma S)^2 + r \frac{\partial F}{\partial S} S - rF = 0 \quad (2.13)$$

O resultado da equação diferencial de Black e Scholes tem como solução a função  $F(S,t)$ , sendo que  $S$  ( $0 < S < \infty$ ) é um derivativo qualquer e  $t$  é um determinado período de tempo, dado que  $\tau < t < T$  (data atual até a data do vencimento). Uma equação diferencial parcial baseada num processo estocástico de tempo contínuo descreve as variações contínuas do valor da opção em relação às variações do ativo subjacente sujeito a determinadas condições iniciais. Para Luccas (2007), como o valor do prêmio é um valor positivo, pois o mesmo trata-se de um direito e não de uma obrigação, é necessário impor as seguintes condições de contorno:

$$\begin{aligned} \text{Call} \quad F(S_T, T) &= \max[S_T - K_T, 0]; \\ \text{Put} \quad F(S_T, T) &= \max[K_T - S_T, 0]; \end{aligned} \quad (2.14)$$

Hull (2006) adota a hipótese de neutralidade, em que o preço da opção não depende das preferências dos agentes em relação ao risco, o que implica que a taxa

de retorno obtida com a compra de uma opção tem de ser igual a taxa de retorno sem risco. Logo, as condições iniciais podem ser expressas:

$$\begin{aligned} \text{Call} \quad \frac{E[\max(S_T - K_T, 0)]}{c} &= e^{rt} \quad \text{ou} \quad c = e^{-rt} E[\max(S_T - K_T, 0)] \\ \text{Put} \quad \frac{E[\max(K_T - S_T, 0)]}{c} &= e^{rt} \quad \text{ou} \quad p = e^{-rt} E[\max(K_T - S_T, 0)] \end{aligned} \quad (2.15)$$

em que,

$c$  e  $p$  são os valores da opção de compra e opção de venda, respectivamente;

$S$  e  $K$  são o preço do ativo subjacente e preço de exercício, respectivamente; e

$E$  representa o valor esperado, no sentido estatístico.

A metodologia de construção da carteira é muito importante para apresentar uma forma de eliminação da componente aleatória e a obtenção de equações diferenciais que permitam alcançar soluções analíticas para os preços das opções. Com a aplicação do cálculo integral, algumas noções de probabilidade e demais considerações que fogem do escopo deste trabalho<sup>27</sup>, as fórmulas de Black e Scholes para *calls* e *puts* europeias para opções sobre futuros podem ser simplificadas para:

$$c = e^{-rt} [FN(d_1) - XN(d_2)] \quad (2.16)$$

$$p = e^{-rt} [XN(-d_2) - FN(-d_1)] \quad (2.17)$$

em que,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) + \left(b + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \quad e, \quad (2.18)$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) + \left(b - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \quad (2.19)$$

dado que,

$c$  e  $p$  são o preço de uma *call* e da *put* europeia, respectivamente;

$F$  e  $K$  são preço do contrato futuro e o preço de exercício da opção, respectivamente;  
 $N(x)$  é a função de densidade de probabilidade acumulada de uma normal padrão.

$b$  é o custo de carregamento e,

$\sigma$  é a volatilidade.

As equações (2.16) e (2.17) são considerados na literatura como o modelo de Black e Scholes Generalizado aplicado para as opções de compra e venda, respectivamente. Haug (1997) destaca que essa generalização deve-se a variável  $b$ , que pode ser considerada de diferentes formas no modelo:

$b = r$  corresponde ao modelo original de Black e Scholes (1973), para a precificação de opções em que o ativo subjacente é uma ação;

$b = r - q$  corresponde ao modelo de Merton (1973), que considera que o ativo subjacente paga dividendos contínuos a taxa  $q$ ;

$b = r - r_f$  equivale ao modelo de Garman e Kohlhagen (1983) para precificar opções sobre taxa de câmbio, e

$b = 0$  equivale a fórmula de Black (1976) para precificar opções sobre contratos futuros, o enfoque desse trabalho.

### 3.1.2. Aproximação de Barone-Adesi e Whaley

O método proposto por Giovanni Barone-Adesi e Robert Whaley em 1987, (BARONE-ADESI & WHALEY, 1987), doravante denominado modelo BAW, utiliza os mesmos pressupostos do modelo B-S, empregando uma aproximação quadrática, considerando a possibilidade de exercício antecipado das opções, situação que pode ocorrer quando se precificam as opções americanas. Barone-Adesi (2005) destaca que na construção do modelo assume-se que a taxa de juros de curto-prazo ( $r$ ) e o custo de carregamento da *commodity* ( $b$ ) são constantes. Como nas *commodities* agrícolas tradicionais o custo de carregamento excede a taxa de juros livre de risco ( $b \geq r$ )<sup>28</sup> devido a existência de custos de armazenagem, seguro e

---

<sup>27</sup> A resolução da Equação Diferencial Parcial de Black-Scholes pode ser encontrada em Luccas (2007), sendo também detalhada no Apêndice A.1 desse trabalho.

<sup>28</sup> Nessa situação, o valor de uma opção de compra americana é igual ao de uma opção de compra européia, e pode então ser encontrado usando a fórmula de Black e Scholes Generalizada.

deterioração com o tempo, assumem-se que a relação entre o preço futuro e a vista da *commodity* é dada por:

$$F_0 = Se^{bT} \quad (3.1)$$

em que,  $F_0$  é o preço futuro no período inicial,  $S$  é o preço físico da *commodity* e  $T$  é o tempo de maturidade do contrato.

Para Leite (2000), ao assumir que as expectativas de mudanças de preço futuro e do preço do ativo subjacente seguem um processo estocástico, de forma que seja possível um *hedge* sem risco entre a opção e o ativo básico, os autores chegaram a seguinte equação diferencial parcial

$$\frac{1}{2}\sigma^2 S^2 V_{SS} + bSV_S - rV + V_t = 0 \quad (3.2)$$

em que,  $V_t$ ,  $V_S$  e  $V_{SS}$  correspondem ao preço da opção, a primeira e segunda derivadas em relação ao preço do ativo subjacente ( $S$ ).

Para Barone-Adesi (2005), essa equação é o “coração” dos modelos de precificação de opções sobre *commodities* agropecuárias. Os autores também assumem que o seu modelo trata de um caso mais geral, não incorporando na análise opções sobre ativos subjacentes que pagam dividendos. Com a resolução da equação diferencial parcial, Haug (1997) demonstra que a fórmula de precificação do modelo BAW pode ser definida como:

Modelo de precificação de *call* americana:

$$C(S, X, T) = \begin{cases} c(S, X, T) + A_2 (S/S^*)^{q_2} & \text{quando } S < S^* \\ S - X, & \text{quando } S \geq S^* \end{cases} \quad (3.3)$$

em que,

$$A_2 = \frac{S^*}{q_2} \{1 - e^{(b-r)T} \cdot N[d_1(S^*)]\}$$

$$d_1(S) = \frac{\ln(S/X) + (b + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$q_2 = \frac{-(2b/\sigma^2 - 1) + \sqrt{(2b/\sigma^2 - 1)^2 + 4 \cdot \frac{2r/\sigma^2}{1 - e^{-rT}}}}{2}$$

Modelo de precificação de *put* americana:

$$P(S, X, T) = \begin{cases} p(S, X, T) + A_1 (S/S^{**})^{q_1} & \text{quando } S > S^{**} \\ X - S, & \text{quando } S \leq S^{**} \end{cases} \quad (3.4)$$

em que,

$$A_1 = -\frac{S^{**}}{q_1} \left\{ 1 - e^{(b-r)T} \cdot N[-d_1(S^{**})] \right\}$$

$$q_1 = \frac{-(2b/\sigma^2 - 1) - \sqrt{(2b/\sigma^2 - 1)^2 + 4 \cdot \frac{2r/\sigma^2}{1 - e^{-rT}}}}{2}$$

dado que,

$S^*$  e  $S^{**}$  são os valores críticos para exercício da opção de compra e opção de venda, respectivamente, que determinam se há a possibilidade de exercício antecipado da opção;

$C$  e  $P$  são os preços das opções americanas, enquanto  $c$  e  $p$  são opções européias, sendo função do preço do ativo subjacente ( $S$ ) preço de exercício ( $X$ ) e tempo de maturidade ( $T$ );

$q_1$  e  $q_2$ ,  $A_1$  e  $A_2$  são as raízes e os cálculos intermediários do modelo, respectivamente;

$\sigma$  é o coeficiente de volatilidade e  $r$  é a taxa de juros livre de risco.

Nesse sentido, a aproximação quadrática do modelo BAW é aplicável ao objeto de estudo do presente trabalho, dado que as opções sobre contratos futuros agropecuários da BM&F são opções americanas. Espera-se que o valor encontrado nesse modelo seja maior que o resultado da fórmula de Black (1976), pois, segundo Leite (2000), o valor das opções americanas deve exceder o valor das análogas européias por uma quantia que represente o prêmio pelo direito de exercício antecipado.

### 3.1.3. Aproximação de Bjerksund e Stensland

A acurácia, ou seja, a exatidão da precificação de opção e a eficiência, ou seja, o tempo gasto e o número de cálculos executados para chegar a esse resultado, no método proposto por Petter Bjerksund e Gunnar Stensland em 1993 (BJERKSUND & STENSLAND, 1993) devem-se a imposição de um limite (*flat boundary*), sendo que a partir do momento que o preço de exercício do ativo-base atinge esse limite, o preço de disparo ou gatilho de preço (*trigger price*) faz com que a opção possa ser exercida. Apesar de não ser considerado um ponto ótimo na estratégia de *hedge*, investigações numéricas indicam que esse limite de preço é

muito próximo do verdadeiro valor da opção e garante uma grande flexibilidade ao modelo (BJERKSUND e STENSLAND, 2002).

Na aproximação de Bjerksund e Stensland (1993), doravante denominado modelo BJS, o preço do ativo subjacente ( $S_t$ ) é dado por:

$$S_t = S \exp\left\{(b - 1/2\sigma^2)t + \sigma W_t\right\} \quad (4.1)$$

em que,

$S$  é o preço do ativo-base no período corrente,

$b$  é o custo de carregamento, desde que  $F_0 = Se^{bT}$ , ou seja, o preço de exercício seja função do preço corrente e dos custos de carregamento;

$\sigma$  é o coeficiente de volatilidade,  $r$  é a taxa de juros livre de risco, e  $W_t$  é o movimento browniano ou processo de Wiener.

Considerando uma opção de compra americana<sup>29</sup> com preço do ativo subjacente ( $S$ ), preço de exercício ( $K$ ), período de maturidade ( $T$ ), taxa de juros livre de risco ( $r$ ), custo de carregamento ( $b$ ), volatilidade ( $\sigma$ ) e limite ou gatilho de preço ( $X$ ), Bjerksund e Stensland (2002) destacam que uma estratégia de exercício, considerando que a data limite é dada por  $\tau \in [0, T]$ , pode ser escrita da seguinte forma:

$$C(S, K, T, r, b, \sigma) = \sup E_0 \left[ e^{-r\tau} (S_\tau - K)^+ \right] \quad (4.2)$$

Para resolução da equação (4.2), os autores utilizam diversos ferramentais matemáticos e complexas técnicas numéricas<sup>30</sup>, transformando a equação para,

$$C = \alpha S^\beta - \alpha \phi(S, T | \beta, X, X) + \phi(S, T | 1, X, X) - \phi(S, T | 1, K, X) - X \phi(S, T | 0, X, X) - X \phi(S, T | 0, K, X) \quad (4.3)$$

em que,

$$\alpha = (X - K)X^{-\beta};$$

$$\beta = \left( \frac{1}{2} - \frac{b}{\sigma^2} \right) + \sqrt{\left( \frac{b}{\sigma^2} - \frac{1}{2} \right)^2 + \frac{2r}{\sigma^2}};$$

E a função  $\phi(S, T | \gamma, H, I)$  é dada por:

<sup>29</sup> No caso de *put* americana, por analogia, obtêm-se resultados similares.

<sup>30</sup> A metodologia matemática adotada está disponível no trabalho de Bjerksund e Stensland (2002).

$$\varphi = e^{-r+gb+\frac{1}{2}\gamma(\gamma-1)\sigma^2} S^\gamma \left[ N\left(-\frac{\ln(S/H)+[b+(\gamma-1/2\sigma^2)T]}{\sigma\sqrt{T}}\right) \right] - \left(\frac{X}{S}\right)^{\frac{2b}{\sigma^2}+(2\gamma-1)} \left[ N\left(-\frac{\ln(X^2/S^2H)+[b+(\gamma-1/2\sigma^2)T]}{\sigma\sqrt{T}}\right) \right] \quad (4.4)$$

De acordo com Haug (1997), o gatilho de preço (X) é dado por:

$$X_T = B_0 + (B_\infty - B_0)(1 - \exp\{h(T)\}), \quad (4.5)$$

em que,

$$h(T) = -(bT + 2\sigma\sqrt{T})(B_0/(B_\infty - B_0));$$

$$B_\infty = (\beta/\beta - 1)K;$$

$$B_0 = \max\left\{K, \left(\frac{r}{r-b}\right)K\right\}$$

Essa modelagem de precificação possibilita a análise de uma série de relações entre as variáveis. Leite (2000) destaca que se  $S \geq X$  a opção de compra deve ser exercida imediatamente, e o valor deve ser igual ao valor intrínseco ( $S - K$ ). Por outro lado, se  $b \geq r$  não se deve exercer a opção antes do vencimento. As fórmulas adotadas no modelo BJS fazem parte de um ramo da precificação de opções, a precificação com barreiras<sup>31</sup>, desenvolvidas por Merton (1973) e Reiner e Rubinstein (1991) e aperfeiçoada por uma série de outros trabalhos.

Enfim, a utilização do modelo BJS vai ao encontro dos objetivos do presente trabalho, na medida em que ele é aplicável às opções sobre contratos futuros agropecuários, trata de opções do tipo americana e amplia o escopo do trabalho, pois permite a utilização de alguns princípios da precificação de opções com barreiras no contexto das opções sobre contratos futuros de café.

### 3.1.4. Modelo Binomial

Os modelos binomiais e suas extensões (trinomial, pentanomial e *adaptive mesh*) são considerados muito intuitivos e flexíveis, podendo ser aplicados tanto para opções européias como para americanas, que pagam ou não dividendos, derivativos de taxas de juros, e também para as opções exóticas. Além de não necessitar de grande sofisticação matemática, o modelo provou ser também eficiente na prática,

<sup>31</sup> Um excelente resumo das extensões dessa metodologia pode ser encontrados em Haug (1997).

depois de testes nos mercados americano e europeu. Como o modelo é de fácil desenvolvimento, acredita-se que pode ser aplicável a todos os mercados, inclusive o brasileiro (MIKOSZEWSKI, 2003).

A idéia básica utilizada foi a mesma dos modelos Black & Scholes, ou seja, conhecendo-se as hipóteses sobre a distribuição de probabilidade dos preços dos ativos subjacentes e certificando-se de que o apreamento neutro ao risco é apropriado, podem ser utilizadas aproximações discretas (MONTEIRO, 2003). Nesse sentido, a técnica do modelo baseia-se na construção de árvores binomiais que representam os diversos caminhos que podem ser seguidos pelo preço do ativo subjacente durante a vida da opção.

O modelo binomial criado por Cox, Ross e Rubinstein (1979) representa o movimento de preço do ativo subjacente como um limite contínuo de um caminho aleatório em tempo discreto, ou seja, o preço do ativo segue um processo binomial multiplicativo ao longo de sucessivos intervalos de tempo discretos. Para Baidya e Castro (2001), o processo binomial é multiplicativo, pois os possíveis valores futuros em cada período são divididos segundo a distribuição e são proporcionais ao estado inicial.

Nesse modelo, os autores utilizaram as mesmas premissas do modelo B-S, assumindo que em cada período de tempo, o valor do ativo-objeto ( $S$ ) pode ser aumentado em  $u$  vezes<sup>32</sup>, ou diminuído em  $d$  vezes, com as seguintes probabilidades:

$$S \longrightarrow \begin{cases} uS & \text{com probabilidade } q \\ dS & \text{com probabilidade } 1-q \end{cases} \quad (5.1)$$

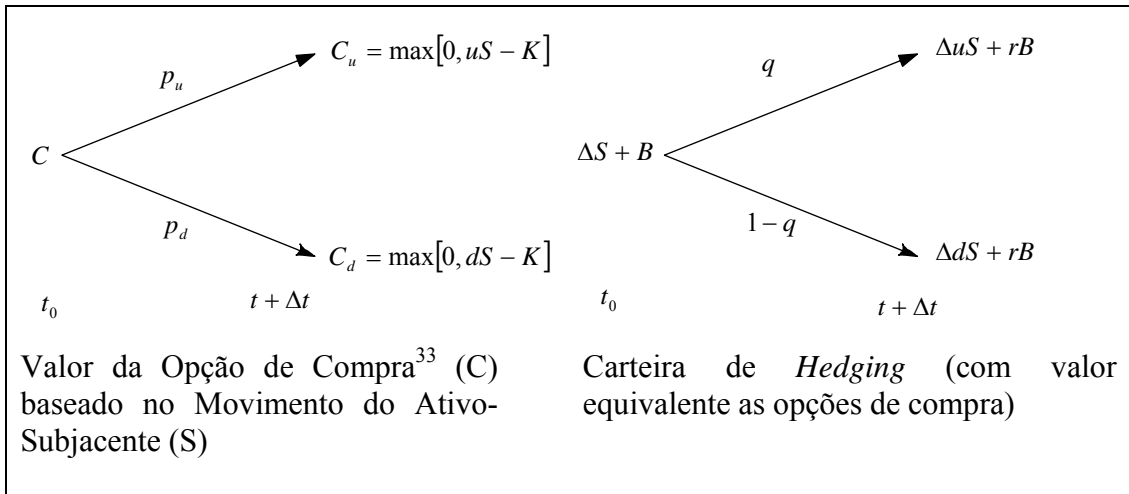
Assim, a cada período de tempo, o valor de determinado ativo objeto só pode aumentar para  $uS$  ou diminuir para  $dS$ , tal que  $0 < d < 1+r < u$ , sendo  $r$  a taxa de juros livre de risco. Satisfeita essa hipótese, não há possibilidade de arbitragem sem risco.

Desse modo, Cox, Ross e Rubinstein (1979) iniciam a construção da árvore binomial para uma *call* considerando hipoteticamente que o tempo de maturidade é de um período,  $C_u$  é o valor da opção de compra se o preço do ativo-objeto seguir para  $uS$ , e  $C_d$  é o valor da opção, caso o preço do ativo-objeto seguir para  $dS$ . No modelo binomial também é criada uma carteira de *hedging* composta de  $\Delta$  do ativo-

---

<sup>32</sup> Os movimentos  $u$  e  $d$  são abreviações do inglês *up* e *down*, demonstrando facilmente a direção desse movimento. Na árvore trinomial, incorpora-se o movimento  $m$  (*middle*).

subjacente e uma quantia  $B$  de ativos (*bonds*, debêntures, etc.) que tenham retorno igual a taxa livre de risco ( $r$ ).



**Quadro 3.1 – Construção da carteira de *hedging* do modelo binomial**

Fonte: Cox, Ross e Rubinstein (1979)

Por conseguinte, a idéia básica do modelo é escolher  $\Delta$  e  $B$  de tal forma que a carteira de *hedging* e as opções possuam o mesmo valor, no final do período, qualquer que seja a situação final (aumentar  $u$  vezes ou reduzir  $d$  vezes o preço do ativo-objeto). Essa condição faz com que não haja possibilidades de arbitragem. Para Rochman (1998), obtêm-se o seguinte sistema:

$$\begin{cases} C_u = \Delta uS + rB \\ C_d = \Delta dS + rB \end{cases} \quad (5.2)$$

Isolando  $\Delta$  e  $B$ , têm-se as seguintes equações:

$$\Delta = \frac{C_u - C_d}{(u - d)S} \quad (5.3)$$

$$B = \frac{C_u - \Delta uS}{r} \quad (5.4)$$

Substituindo o valor de  $\Delta$  na equação (5.4), o valor de  $B$  é dado por:

$$B = \frac{C_u}{r} - \left[ \frac{C_u - C_d}{(u - d)S} \right] \frac{uS}{r} \Rightarrow \frac{C_u \cdot (u - d) - u \cdot (C_u - C_d)}{r \cdot (u - d)} \Rightarrow \frac{u \cdot C_u - d \cdot C_d}{r \cdot (u - d)} \quad (5.5)$$

Se não há nenhuma oportunidade de arbitragem sem risco, o valor atual da *call* equivale ao valor da carteira de *hedging*,  $C = \Delta S + B$ ;

<sup>33</sup> De forma análoga, a árvore binomial pode ser aplicada para uma opção de venda, com uma pequena modificação na relação entre o preço do ativo subjacente ( $S$ ) e do preço de exercício ( $K$ ).

$$C = \left[ \frac{C_u - C_d}{(u-d).S} S + \frac{u.C_d - d.C_u}{r.(u-d)} \right] \quad (5.6)$$

Resolvendo, obtêm-se:

$$C = \frac{r.C_u - r.C_d + u.C_d - d.C_u}{r.(u-d)} \Rightarrow \left[ \frac{(r-d).C_u + (u-r).C_d}{u-d} \right] / r \quad (5.7)$$

$$C = \frac{(r-d).C_u}{u-d} + \frac{(u-r).C_d}{u-d} / r$$

em que,

$C$  e  $S$  correspondem ao valor da *call* e do ativo-subjacente, respectivamente;

$C_u$  e  $C_d$  representam o valor da opção se o preço do ativo ( $S$ ) subir  $u$  ou cair  $d$  vezes, respectivamente;

Como  $\frac{r-d}{u-d} + \frac{u-r}{u-d} = \frac{u-d}{u-d} = 1$ , estas duas parcelas possuem características

de probabilidade. Sendo assim, pode-se definir:

$$p = \frac{r-d}{u-d} \text{ e } 1-p = \frac{u-r}{u-d} \quad (5.8)$$

A probabilidade neutra de risco ou medida *martingal* ( $p$ ) diverge das probabilidades originais de crescer  $u$  vezes (probabilidade  $q$ ) ou de decrescer  $d$  vezes (probabilidade  $1-q$ ). Cox, Ross e Rubinstein (1979) destacam a probabilidade  $p$  equivale ao valor que a probabilidade  $q$  assumiria se os investidores fossem neutros ao risco<sup>34</sup>. Rochman (1998) destaca que os investidores concordam quanto aos movimentos ascendentes ou descendentes no preço do ativo-objeto, mesmo com probabilidades subjetivas diferentes. Ou seja, o valor da opção não depende das atitudes ou preferência em relação ao risco, sendo que a única variável aleatória da qual o preço da opção depende é o preço do ativo subjacente.

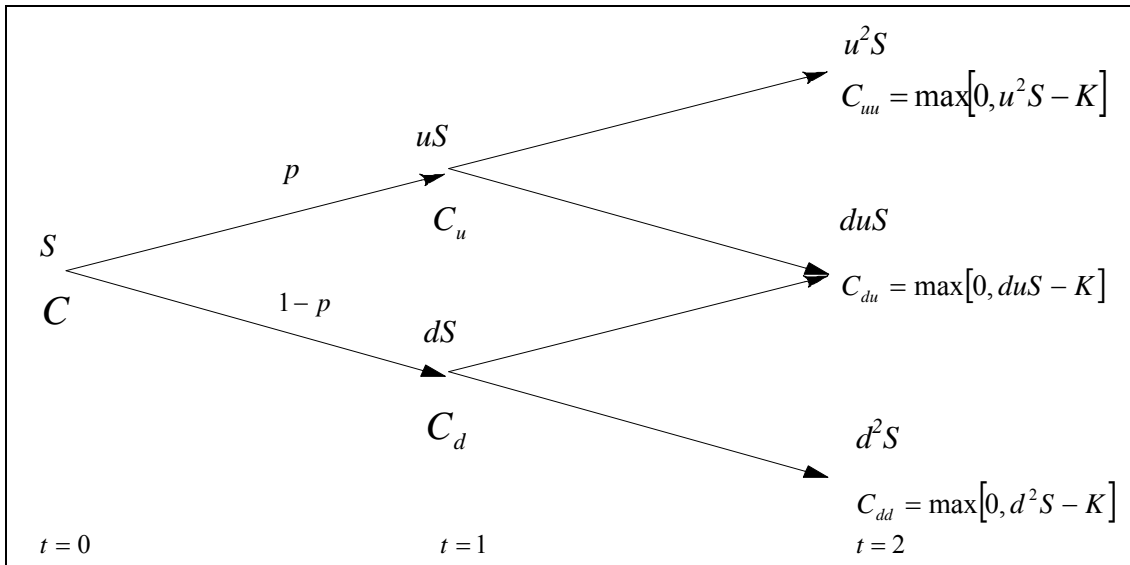
A fórmula do modelo binomial para *call* pode ser expressa da seguinte forma:

$$C = [pC_u + (1-p)C_d] / r \quad (5.9)$$

O valor da opção de compra pode ser interpretado como a expectativa do valor futuro descontado em um mundo neutro de risco. Mikoszewski (2003) destaca que, conhecendo  $p$  e o valor da opção no vencimento, basta andar para trás na árvore binomial até chegar ao preço da opção na data inicial. Nesse sentido, a análise do valor da opção de compra pode ser estendida para um período de tempo maior,

<sup>34</sup> A relação entre as probabilidades  $p$  e  $q$  pode ser facilmente demonstrada, dado que  $q(uS) + (1-q)(dS) = rS$ , isolando-se a variável  $q$  obtêm-se  $q = r-d/u-d$ .

adicionando novos nós na árvore binomial. Uma árvore binomial de dois períodos pode ser representada por:



**Figura 3.1 – Árvore Binomial de dois períodos**

Fonte: Elaborado pelo autor com base em Cox, Ross e Rubinstein (1979)

em que,

$C$  e  $S$  correspondem ao valor da opção de compra e do ativo-objeto, respectivamente;  $uS$ ,  $dS$ ,  $udS$ ,  $u^2S$  e  $d^2S$  são os valores que o ativo objeto pode assumir ao final de cada período; e,

$C_u$ ,  $C_d$ ,  $C_{ud}$ ,  $C_{uu}$  e  $C_{dd}$  são os valores que a opção pode assumir ao final de cada período, e  $K$  é o preço de exercício da opção.

Incorporando um período adicional na análise, a precificação da opção no período inicial ( $t=0$ ) depende dos dois períodos subseqüentes. Com isso, a fórmula (5.9) é alterada para:

$$C = \frac{[p^2 C_{uu} + 2p(1-p)C_{du} + (1-p)^2 C_{dd}]}{(1+r)^2} \quad (5.10)$$

E no período 1, o valor da opção para os estados  $C_u$  e  $C_d$  é dado por:

$$C_u = \frac{[p C_{uu} + (1-p) C_{ud}]}{r} \quad (5.11)$$

$$C_d = \frac{[p C_{du} + (1-p) C_{dd}]}{r} \quad (5.12)$$

Por meio de um processo recursivo, ou seja, partindo dos nós finais até o nó inicial da árvore binomial, é possível rearranjar e replicar a carteira de *hedging*

construída inicialmente, obtendo uma fórmula geral para o cálculo de uma opção de compra européia, cujo ativo subjacente não distribui dividendo, para  $n$  períodos;

$$C_j = \max\left(e^{-r \cdot \Delta t} \left[ p_u C_{uj} + (1-p) \cdot C_{dj} \right] K - S_j \right) \quad (5.13)$$

em que,

$\Delta t = T/n$  corresponde ao período de tempo restante até o vencimento da opção;

$p = \frac{e^{r \cdot \Delta t} - d}{u - d}$  é a probabilidade neutra ao risco para  $n$  períodos;

$u = e^{\sigma \sqrt{\Delta t}}$  é o percentual de alta entre os nós da árvore binomial;

$d = e^{-\sigma \sqrt{\Delta t}} = 1/u$  é o percentual de queda entre os nós da árvore binomial;

$C_j$  é o valor da opção no nó inicial;

$C_{uj}$  é o valor da opção no nó cujo ativo-objeto aumentou  $u$  vezes em relação ao nó  $j$ ;

$C_{dj}$  é o valor da opção no nó cujo ativo-objeto diminuiu  $d$  vezes em relação ao nó  $j$ .

Outra importante relação apresentada por Cox, Ross e Rubinstein (1979) foi a estimação das probabilidades  $u$  e  $d$  que se baseiam na taxa de retorno do ativo objeto ( $\sigma$ ) e no tempo restante até o vencimento da opção ( $\Delta t$ ). Assim, esses autores mostraram que para intervalos de tempo discreto muito pequenos, o modelo binomial converge para a fórmula de Black e Scholes.

Baidya e Castro (2001) destacam que, ao assumir  $d = 1/u$ , o modelo CRR garante que a árvore binomial torna-se recombinante. Uma árvore binomial é recombinante quando em dois intervalos de tempo consecutivos, um movimento de subida seguido por um movimento de descida é exatamente igual a um movimento de descida seguido por um movimento de subida. Essa propriedade diminui drasticamente o número de nós de cada período<sup>35</sup>, reduzindo o custo computacional.

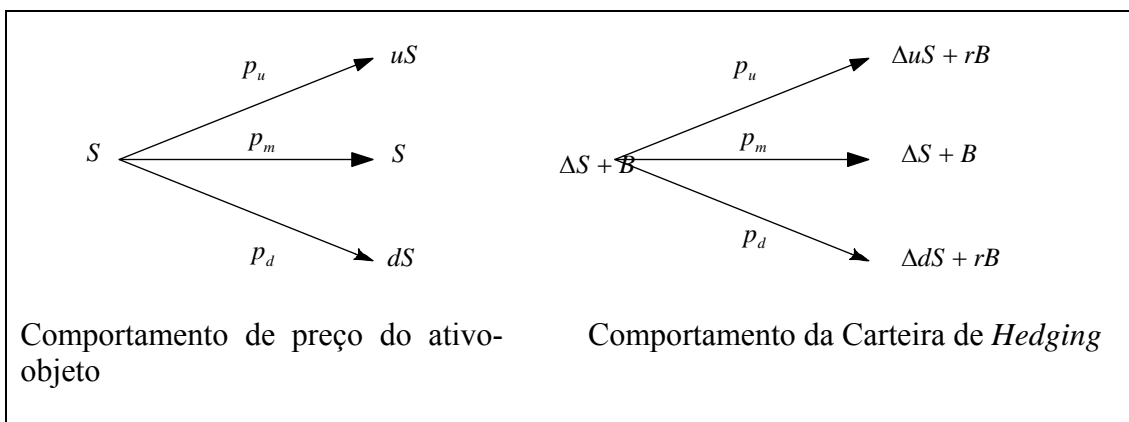
Com base no exposto, especificando os parâmetros  $u$ ,  $d$  e  $p$  de acordo com os pressupostos do modelo, com o valor inicial do ativo-base, o número de passos, ou seja, os dias restantes para o vencimento da opção e o preço de exercício da opção, o valor da opção pode ser precificado com a utilização do modelo binomial.

---

<sup>35</sup> Uma árvore de decisão binomial recombinante possui  $i+1$  nós no  $i$ -ésimo período, sendo que uma árvore não-recombinante possui  $2^i$  nós, ou seja, o número de nós nesse caso cresce exponencialmente.

### 3.1.5. Modelo Trinomial

O modelo trinomial é uma generalização do modelo binomial, e um caso particular do modelo de diferenças finitas. Chagas (2006) destaca que a velocidade de convergência, a possibilidade de reversão à média do ativo-base e a facilidade de manipulação da volatilidade em cada nó da árvore são algumas das vantagens do modelo trinomial em relação ao modelo binomial. A principal característica do modelo trinomial é a utilização de três caminhos (aumento, manutenção ou redução) que o preço do ativo objeto pode seguir a partir de determinado nó da árvore.



**Quadro 3.2 – Construção da carteira de *hedging* do modelo Trinomial**

Fonte: Boyle (1986)

Analogamente à dedução realizada para o modelo binomial, a relação entre os parâmetros do modelo trinomial deve assegurar que a média e a variância do passeio discreto da árvore trinomial sejam equivalentes aquelas do passeio aleatório contínuo do ativo-base (CHAGAS, 2006). Dessa forma, algumas premissas do modelo binomial são aplicadas no modelo trinomial,

$$0 < d < 1 + r < u \text{ para garantir uma solução positiva no modelo;}$$

$$p_u + p_m + p_d = 1 \text{ para manter as propriedades probabilísticas de } p, \text{ dado que } 0 < p < 1;$$

$ud = m^2$  com  $d < m < u$ , condição necessária para construção da árvore, caso contrário ter-se-ia uma árvore não-recombinante, causando aumento no custo computacional;

Bergallo *et al.* (2006) salientam que a próxima etapa da construção do modelo é assumir que as probabilidades de aumento ( $p_u$ ), manutenção ( $p_m$ ) ou redução ( $p_d$ ) do

preço do ativo-objeto satisfazem as equações de compatibilidade de primeira e segunda ordem da evolução de preço do ativo subjacente e da possibilidade de redução do preço, respectivamente;

$$\begin{cases} p_u u + p_m m + p_d d = e^{r\Delta t} \\ p_u u^2 + p_m m^2 + p_d d^2 - e^{2r\Delta t} = e^{2r\Delta t} (e^{\sigma^2 \Delta t} - 1) \\ p_u u^2 + p_m m^2 + p_d d^2 = e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} \end{cases} \quad (6.1)$$

Para obter uma solução<sup>36</sup> para o conjunto de equações, Boyle (1986) supôs que;

$$ud = m^2 = 1, \text{ assim } d = 1/u \text{ e } m = 1$$

$$P_m = 2/3, \text{ logo } P_u + P_d = 1/3$$

Considerando essas suposições, o conjunto de equações torna-se:

$$\begin{cases} p_u u + \frac{2}{3} + \frac{1}{u} p_d = e^{r\Delta t} \\ p_u u^2 + \frac{2}{3} + \frac{1}{u^2} p_d = e^{(2r+\sigma^2)\Delta t} \end{cases} \quad (6.2)$$

Para resolver o sistema, em termos das probabilidades  $p_u$ ,  $p_m$  e  $p_d$ , Bergallo *et al.* (2006) utilizam a função  $F(\delta t)$  dada por:

$$F(\delta t) = \sqrt{-4(2 - 3e^{r\Delta t})^2 + (1 - 3e^{\Delta t(2r+\sigma^2)})^2} \quad (6.3)$$

Dessa forma, os autores chegam aos seguintes resultados:

$$P_u = \frac{5 - 3e^{2\Delta t(2r+\sigma^2)} - 3F + e^{\Delta t(2r+\sigma^2)}(2 + F) + 8e^{r\Delta t}(-2 + F) - 6e^{2r\Delta t}(-2 + F)}{6(5 - 16e^{r\Delta t} + 12e^{2r\Delta t} + 2e^{\Delta t(2r+\sigma^2)} - 3e^{2\Delta t(2r+\sigma^2)})} \quad (6.4)$$

$$P_d = -P_u$$

Dada a complexidade das probabilidades encontradas, Bergallo *et al.* (2006) demonstram que na construção do modelo foi utilizada a seguinte aproximação:

$$F(\delta t) \approx \sigma \sqrt{12\Delta t} \quad (6.5)$$

Por simplificação obtêm-se,

$$P_u = \frac{1}{6} + \sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2} \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right)} \quad (6.6)$$

<sup>36</sup> Verifica-se que o sistema de 3 equações tem 6 incógnitas ( $p_u$ ,  $p_d$ ,  $p_m$ ,  $u$ ,  $d$ ,  $m$ ). A partir das suposições iniciais, definem-se três variáveis *a priori*, tornando o sistema passível de solução matemática.

$$p_d = \frac{1}{6} - \sqrt{\frac{\Delta t}{12\sigma^2} \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right)} \quad (6.7)$$

$$u = e^{\sigma\sqrt{3\Delta t}} \cdot \beta\Delta t \text{ ou } u \approx e^{\sigma\sqrt{3\Delta t}} \quad (6.8)$$

em que,  $\sigma$  representa a volatilidade do ativo subjacente;  $\Delta t$  é o período de maturidade da opção;  $r$  é a taxa de juros livre de risco e  $\beta\Delta t$  é um fator de correção, dada a aproximação feita na equação (6.5).

Esse fator de correção ( $\beta\Delta t$ ) tem uma dupla utilidade: por um lado, melhora o ajuste da árvore trinomial ao movimento browniano geométrico (processo estocástico que modela a evolução de preço do ativo-objeto), por outro lado, se aplica no ajuste da malha fina de nós da árvore. Com base nessas variáveis, pode-se replicar a carteira de *hedging* adotada no modelo binomial. Assim, a fórmula para o cálculo de um *call* no modelo trinomial, de  $n$  períodos, é:

$$C_i = \max\left(e^{-r\Delta t} [p_u C_{ui} + p_m C_{mi} + p_d C_{di}] K - S_i\right) \quad (6.9)$$

Dessa forma, utilizando o mesmo procedimento recursivo do modelo binomial, pode-se calcular o valor da opção no modelo trinomial. Para Rochman (1998), apesar da maior acurácia na precificação, o modelo trinomial apresenta os erros distribucionais e de truncagem do modelo binomial. O erro distribucional deve-se ao fato da distribuição binomial ser uma aproximação da distribuição lognormal do ativo-base, e o erro de truncagem ocorre quando o valor da opção entre dois nós não varia proporcionalmente com as variações do ativo-objeto. Uma das técnicas utilizadas para eliminar esses problemas é utilizar intervalos de tempo cada vez menores. Desse modo, apesar de não corrigir os erros distribucional e de truncagem, esses erros são reduzidos no modelo trinomial.

### 3.2. Operacionalização das Variáveis

A aplicação prática dos modelos de precificação, tanto os modelos da família Black e Scholes quanto os modelos numéricos, depende da coleta e operacionalização das variáveis. Com o intuito de atender a análise de precificação, foram coletados os valores para as seguintes variáveis: preço do ativo subjacente, preço de exercício e tempo de maturidade do contrato futuro, taxa de juros e volatilidade. Para a posterior comparação dos resultados obtidos em cada modelo de

precificação analisado nesse trabalho com os preços praticados no mercado, coletou-se o prêmio pago pelas opções sobre contratos futuros de café arábica.

O ativo subjacente é o contrato futuro de café arábica negociado na BM&F, sendo que a série de preço desse ativo considera o primeiro vencimento em aberto. De acordo com BM&F (2009), para o contrato futuro de café arábica são definidos os seguintes vencimentos: março, maio, julho, setembro e dezembro. Desse modo, com o encerramento de um determinado vencimento, utiliza-se as cotações de café arábica do vencimento subsequente. Para eliminar o efeito do dia de vencimento (*expiration-day effect*), que conforme destacado por Sanvicente e Monteiro (2005) é a pressão decorrente da proximidade do vencimento dos contratos futuros, com volume de negociação e volatilidade acima do normal, utilizou-se uma janela temporal de 10 dias úteis (duas semanas de negociação), ou seja, dez úteis dias antes de ser encerrado um determinado vencimento, já são consideradas as cotações do próximo vencimento em aberto.

O tempo de maturidade ou o período de vigência de uma opção foi calculado como uma proporção dos dias úteis no ano ( $(T-t)/252$ ). No presente trabalho, foram retiradas da análise as opções muito próximas ao vencimento, (opções com tempo de maturidade de até cinco dias<sup>37</sup>), dada a baixa liquidez dessas opções, sendo que esse procedimento também foi adotado por Gabe e Portugal (2004). Nesse contexto, as opções seriais<sup>38</sup> que são lançadas em meses em que não há um contrato futuro vincendo também foram desconsideradas da análise devido à pequena quantidade de negócios efetuados.

A taxa de juros considerada é a taxa de juros efetiva anual continuamente capitalizada, dada por  $r = \ln(1+i)$  em que  $i$  representa a taxa de juros livre de risco. Seguindo o proposto por Gabe e Portugal (2004), adotou-se como *proxy* a taxa de juros dos Certificados de Depósitos Interbancários (CDI) anual e composta, obtida junto ao Banco Central (BC, 2009). Esse cálculo da taxa de juros livre de risco, levando em conta 252 dias úteis no ano, foi adotado por Silva e Guimarães (1999). Quanto ao preço de exercício, foram excluídas da amostra algumas opções muito

---

<sup>37</sup> A escolha do número é arbitrária, corresponde em dias úteis a uma semana de negociação. De acordo como Gabe e Portugal (2004), convencionalmente se utilizam 5 ou 6 dias.

<sup>38</sup> No ofício circular 126/2001-DG, a BM&F cria as opções seriais, lançadas nos meses de janeiro, fevereiro, abril, junho, agosto, outubro e dezembro, para flexibilizar as operações com o café arábica. Assim, juntamente com as opções regulares, têm-se opções lançadas em todos os meses do ano, mas as opções seriais ainda apresentam um baixo grau de utilização.

distantes “do dinheiro”, de acordo com o índice de *moneyness*. Para Ederigton e Guan (2000), o *moneyness* é um índice que representa o quão dentro-do-dinheiro está a opção em questão, sendo que a forma analítica pode ser descrita por:

$$\text{Opção de Compra : } MN_{call} = \frac{S_t}{X_t \cdot e^{-rT}} \quad (7.1)$$

$$\text{Opção de Venda: } MN_{put} = \frac{X_t \cdot e^{-rT}}{S_t} \quad (7.2)$$

em que,

$S_t$  e  $X_t$  são o preço do ativo-subjacente e o preço de exercício da opção, respectivamente;

$r$  e  $T$  são a taxa de juros livre de risco e o tempo de maturidade da opção, respectivamente.

Após a elaboração do índice, adotou-se a seguinte classificação: uma opção de compra é considerada dentro-do-dinheiro se o resultado da equação (7.1) for maior que 1,05 ( $MN_{call} > 1,05$ ); a opção é classificada como fora-do-dinheiro se o índice for inferior a 0,95 ( $MN_{call} < 0,95$ ) e para os demais casos é classificada como opção no-dinheiro ( $0,95 \leq MN_{call} \leq 1,05$ ). No caso da *put*, o inverso é verdadeiro. Esse mesmo critério de classificação foi adotado nos trabalhos de Vitiello Jr (2000), Mikoszewski (2003) e Luccas (2007).

Dado que o índice de *moneyness* pode assumir valores no intervalo  $0 < MN < \infty$ , a grande dispersão desse índice acaba prejudicando a análise das opções. Desse modo, com base no proposto por Hauser e Lauterbach (1997), foram criadas outras duas categorias, as opções muito dentro-do-dinheiro (*deep in-the-money*) e muito fora-do-dinheiro (*deep out-of-the-money*). A primeira categoria refere-se às opções que, se forem exercidas imediatamente, gerariam um resultado muito significativo, enquanto a segunda categoria compreende as opções que provavelmente não se tornam opções no-dinheiro até a data de expiração do contrato. Nesse sentido, as opções classificadas nessa categoria são aquelas que apresentam índice de *moneyness* com dois desvios-padrão abaixo ou acima de uma opção plenamente no-dinheiro ( $MN = 1$ ).

Essa categorização possibilita analisar as opções de acordo com a proximidade do dinheiro, mas não inibe a ocorrência de *outliers*, ou seja,

observações extremas, discrepantes da maioria dos dados analisados. Para detecção e exclusão de observações aberrantes na amostra, foi utilizado o diagrama de caixa (*Box Plot*) e o teste de Grubbs. De acordo com Cleveland (1994), o diagrama de caixa é utilizado para revelar as características importantes da amostra analisada, como a dispersão dos dados em torno da média, o grau de direção da simetria, a existência de heterogeneidade de variâncias e a presença de *outliers*.

Para Bustos (1989), o procedimento de detecção dos *outliers* é feito por meio de testes de discordância ou discrepância. Desse modo, testa-se a hipótese alternativa de que um valor disperso em um conjunto de dados qualquer têm distribuição diferente da distribuição hipotética, que postula-se ser a distribuição que se ajusta a maioria dos dados. Segundo o autor, para o caso univariado os testes formais para identificação de *outliers* são dos seguintes tipos: excesso/dispersão; amplitude/dispersão e desvio/dispersão. Devido a alguns problemas detectados pelo autor, com o uso de variáveis como amplitude e posicionamento das variáveis, opta-se nesse trabalho pelas estatísticas de desvio/dispersão, como o teste de Grubbs (1950)<sup>39</sup>. A estatística G de Grubbs, pode ser representada pela seguinte equação:

$$G = \frac{|X_i - \bar{X}|}{s} \quad (7.3)$$

em que,  $X_i$  é a observação testada e  $\bar{X}$  é a média e  $s$  o desvio-padrão do conjunto de dados.

Feita essa padronização das variáveis, com a conversão em escores padronizados com média 0 e desvio-padrão 1, esses escores são comparados com valores críticos tabelados que são obtidos em função do tamanho da amostra e do nível de significância desejado. Se o valor do teste G para a variável analisada for maior que o valor tabelado, essa variável é considerada como uma variável dispersa, sendo retirada do conjunto de dados.

### 3.2.1. Cálculo da Volatilidade Histórica

Dentre os parâmetros utilizados nos modelos de precificação de opções, o único que requer estimação é a volatilidade. Dessa forma, diferentes métodos foram

---

<sup>39</sup> GRUBBS, F. E. Sample criteria for testing outlying observations. *Ann. of Mathematical Stats*, v. 21, n. 1, p. 27-58, 1950

criados para prognosticar esta volatilidade durante o período de vigência de uma determinada opção. Um método amplamente empregado consiste em calcular a volatilidade a partir de uma série histórica de preços. Segundo Luccas (2007), pode-se entender a volatilidade histórica como o desvio-padrão da mudança no logaritmo natural do preço do ativo-objeto que é esperado ao longo do prazo de vida da opção, expressa em porcentagem ao ano. Como utiliza-se uma série de logaritmo de preço do ativo subjacente para o cálculo da volatilidade, é necessário testar a normalidade dos resíduos. Para esse fim emprega-se o teste de normalidade de Jarque-Bera<sup>40</sup>, um teste assintótico que calcula a assimetria e a curtose<sup>41</sup> dos resíduos, com a finalidade de testar a hipótese nula de que a amostra foi extraída de uma distribuição normal.

Segundo Purcell e Koontz (1999), o cálculo da volatilidade por indução retroativa, a partir da série temporal histórica dos preços diários do fechamento do ativo-objeto, pode ser obtido com a aplicação da fórmula:

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (r_i - \bar{r})^2} \quad (8.1)$$

em que,

$s$  é a volatilidade histórica;

$n$  é o número de variações nos preços (logo,  $n+1$  é o número de observações de preços);

$r_i = \ln(S_i/S_{i-1})$ , sendo  $S_i$  o preço do ativo no final do  $i$ -ésimo período, com média  $\bar{r}$ .

Em termos anualizados, a volatilidade pode ser expressa como:

$$\sigma = s\sqrt{252} \quad (8.2)$$

em que 252 representa o número de dias úteis em um ano.

A determinação de  $n$  não é trivial. Nos trabalhos empíricos, geralmente são utilizados os valores de fechamentos diários dos períodos recentes. O acréscimo de muitas observações de fechamento de preço do ativo objeto conduz a uma exatidão maior, mas dados muito antigos podem não ser relevantes para prever o futuro. Um inconveniente de analisar a volatilidade com uma série muito extensa de dados deve-se ao fato de que as observações antigas e recentes possuem o mesmo peso, o que pode levar a estimativas viesadas da volatilidade.

<sup>40</sup> A estatística do teste é  $JB = n[A^2/6 + (C-3)^2/24]$  em que A representa a assimetria e C a curtose

<sup>41</sup> O coeficiente de assimetria mostra o afastamento da variável em relação ao valor central e a curtose é a medida que indica a concentração das observações nas caudas da distribuição.

Convencionalmente, empregam-se médias móveis<sup>42</sup> de forma recursiva para calcular a volatilidade histórica, considerando um tamanho da amostra predefinido. Haug (1997), define o tamanho da amostra em 20 observações, Mikoszewski (2003) define dois períodos para a estimação da volatilidade histórica, 5 e 21 dias e Coelho *et al.* (2008) utilizam janelas de 20, 30 e 90 observações.

Para Gentil Junior (2007), os resultados observados para a volatilidade com diferentes janelas temporais não são isentos de críticas, dado que a base de dados é composta exclusivamente de preços de fechamento do ativo objeto. Para sanar esse problema, Parkinson (1980) elaborou uma fórmula que leva em conta a volatilidade no decorrer dos dias de negociação, ao invés da volatilidade entre os dias de negociação.

$$\sigma = \frac{1}{2n\sqrt{\ln(2)}} \sum_{i=1}^n \ln\left(\frac{High_i}{Low_i}\right) \quad (8.3)$$

em que,  $High_i$  e  $Low_i$  referem-se a cotação mais alta e a cotação mais baixa do preço do ativo objeto em um determinado dia de negociação.

Diversas técnicas de modelagem da volatilidade estocástica também foram desenvolvidas, além da utilização da volatilidade histórica. Uma técnica que se tornou popular foi a utilização de métodos estatísticos da família *Autoregressive Conditional Heterocedasticity* (ARCH). De acordo com Moretim e Tolo (2004), o primeiro autor a formalizar um modelo de heterocedasticidade condicional foi Engle (1982)<sup>43</sup>, sendo que o modelo desenvolvido foi denominado Modelo Auto-Regressivo de Volatilidade Condicional (ARCH). Como o passado recente pode afetar a variância do erro condicionada no instante  $t-1$ , é necessário utilizar os modelos da família ARCH :

$$\sigma^2 = \alpha_0 + \alpha_1 u^2_{t-1} + \alpha_2 u^2_{t-2} + \dots + \alpha_p u^2_{t-p} \quad (8.4)$$

na qual a variância de  $u$  no período  $t$  depende de um termo constante mais o quadrado dos erros nos períodos  $t-1$  até  $t-p$ .

---

<sup>42</sup> A cada nova observação, exclui-se a primeira observação e refaz-se o cálculo da volatilidade, até que todos os dados sejam utilizados.

<sup>43</sup> ENGLE, R. *Autorregressive Conditional Heterocedasticity with Estimates of the Variance of the United Kingdom Inflation*. *Econometrica*, vol. 50, 1982, p. 987-1007

Um modelo mais parcimonioso do que o ARCH é o modelo GARCH (Auto Regressivo com Heterocedasticidade Condicional Generalizado) que consiste na equação:

$$\sigma^2_t = \omega + \alpha u^2_{t-i} + \beta \sigma^2_{t-i} \quad (8.5)$$

em que  $\omega$  refere-se a um termo constante;  $\alpha$  consiste em uma estimativa similar ao modelo ARCH e  $\beta$  é um parâmetro obtido da previsão da volatilidade feita no período  $t-i$  ( $\hat{\sigma}^2_{t-i}$ ).

Para efeito de comparação com as demais metodologias de cálculo da volatilidade histórica, utiliza-se a mesma forma de cálculo empregado por Aguilar (1999). Para o cálculo da volatilidade do primeiro dia do período analisado, define-se uma janela de estimação *a priori* (30, 60 e/ou 90 dias). No próximo passo, a janela de estimação para os parâmetros do modelo GARCH é aumentada em uma observação, sendo que a observação inicial é excluída da análise. Esse procedimento será realizado até que se obtenham previsões de volatilidade para todas as observações da série analisada.

Enfim, no presente trabalho, será empregado o cálculo da volatilidade histórica por meio de média móvel, o cálculo da volatilidade intradiária levando em conta os valores máximos e mínimos do dia, de acordo com o procedimento de Parkinson (1980) e o modelo GARCH, buscando corrigir o problema de heterocedasticidade condicional, com janelas temporais de 30, 60 e 90 dias.

### **3.2.2. Cálculo da Volatilidade Implícita**

Ao contrário da volatilidade histórica, que está associada ao preço do ativo subjacente, a volatilidade implícita está associada ao preço da opção. Para Hull (2006), ao igualar o valor teórico de uma opção com o preço de mercado da mesma, obtêm-se o parâmetro de volatilidade. Monteiro (2003) ressalta que a volatilidade implícita é conhecida como a previsão de volatilidade de mercado, pois considera as expectativas que o mercado possui sobre a volatilidade futura, incorporando as informações do passado. Para Gabe e Portugal (2004), a utilização da volatilidade implícita é uma forma de avaliar uma opção “olhando para frente”, pois o preço da opção depende das expectativas dos agentes econômicos quanto a volatilidade futura.

As fórmulas mais usadas no mercado para precificação de opções não permitem que se isole a variável volatilidade, sendo assim, foram desenvolvidos vários métodos iterativos para esse cálculo. Nesse sentido, Soares (1999) destaca que a obtenção da volatilidade implícita é sensível ao algoritmo que se utiliza para a aproximação numérica, podendo apresentar problemas de convergência.

Um método bastante difundido para o cálculo da volatilidade implícita é a aproximação de Newton-Rapson. Para Stoll e Whaley (1993), esse algoritmo consiste em calcular a volatilidade, com um pequeno grau de incerteza, a partir do prêmio observado da opção:

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i - \frac{c(\sigma_i) - c_m}{\partial c / \partial \sigma_i} \quad (9.1)$$

em que,

$c(\sigma_i)$  e  $c_m$  são o preço observado e o preço calculado da opção, respectivamente,  $\partial c / \partial \sigma_i$  é a medida de sensibilidade do valor da opção em relação a volatilidade (também conhecido como a letra grega vega).

Assim, resolvendo a equação para  $\sigma_{i+1}$  encontra-se o valor da volatilidade implícita, imputada no modelo de precificação. Cabe destacar que, no método de Newton-Rapson, é necessário conhecer a medida de sensibilidade vega, medida essa que não é prontamente observável em algumas opções exóticas e opções americanas.

Não é possível estabelecer uma expressão analítica para o cálculo da volatilidade implícita, sendo que só é possível obter uma aproximação precisa desse parâmetro pelo método de “tentativa e erro”. Para Gentil Junior (2007), uma forma prática de igualar o preço da opção obtido no modelo de precificação com seu preço negociado no mercado é utilizar o método de otimização não linear de gradiente reduzido genérico<sup>44</sup>. Devido a abrangência do presente estudo, esse procedimento foi automatizado, com o desenvolvimento de uma macro no programa Visual Basic (disponível no Anexo B.2.6).

Independente do algoritmo utilizado, a volatilidade implícita é definida como  $\sigma_{i+1}$ , o que demonstra que não é uma variável contemporânea. Ou seja, a volatilidade implícita obtida com os dados de um determinado dia será utilizada como estimativa da volatilidade futura para o cálculo do preço teórico da opção no

dia seguinte. No tocante ao café arábica na BM&F, em muitos casos, a volatilidade implícita calculada não pode ser utilizada para estimação no dia seguinte, por falta de liquidez. Ou seja, no dia seguinte não há negociação com o ativo subjacente, com as mesmas características (mesma série de opções, mesmo vencimento, etc.) do ativo que foi utilizado para calcular previamente a volatilidade implícita. Para contornar esse problema, será empregada a ponderação de Stoll e Whaley (1993), que leva em conta a média das volatilidades implícitas dos ativos subjacentes com as mesmas características:

$$\hat{\sigma}_{i+1} = \frac{\sum_{j=1}^n w_j \hat{\sigma}_j}{\sum_{j=1}^n w_j} \quad (9.2)$$

em que,

$w_j$  é o peso aplicado para j-ésima estimativa de  $\hat{\sigma}_j$

Em outras situações, há mais de uma opção negociada para um mesmo contrato futuro e geralmente o valor das volatilidades implícitas é diferente entre essas opções. Para Luccas (2007), esse é um fato estilizado na precificação de opções, conhecido como sorriso da volatilidade. Para mitigar os problemas associados com o uso da volatilidade implícita simples, foram desenvolvidos alguns métodos para ponderar a volatilidade, levando em conta a distância em relação ao dinheiro. Neste trabalho, será utilizado o Procedimento de Macbeth e Merville (1979). Segundo o autor, a volatilidade implícita de uma opção no-dinheiro é boa referência para a volatilidade do ativo objeto e que cada série de opções lançadas sobre o mesmo contrato futuro pode fornecer diferentes resultados, desse modo, é necessário estimar a regressão apresentada na equação (9.3) para se obter uma estimativa da volatilidade do contrato futuro:

$$\sigma_{ijt} = \sigma_{i0t} + \sigma_{ilt} m_{ijt} + \varepsilon_{jt} \quad (9.3)$$

em que,

$\sigma_{ijt}$  é a volatilidade implícita da opção j sobre o contrato futuro i no instante t;

$\sigma_{i0t}$  é a volatilidade implícita de uma opção no-dinheiro;

$\sigma_{ilt}$  é um parâmetro da regressão;

---

<sup>44</sup> Corresponde ao algoritmo implementado no programa Microsoft Excel, suplemento SOLVER ou opção Atingir Meta, e é utilizado para chegar a uma determinada solução que não tem fórmula fechada.

$m_{ijt} = (F_{it} - X_{ij}) / X_{ij}$ , com  $F_{it}$ , o preço do contrato futuro e  $X_{ij}$  o preço de exercício da opção, e

$\varepsilon_{jt}$  = erro padrão (ruído branco).

Vitiello Jr (2000) aplicou essa metodologia para ações da Bovespa de 1994 a 1997, e de forma simplificada, destaca que o processo para obtenção da volatilidade implícita de uma opção no-dinheiro segue as seguintes etapas:

- a) Calcular a volatilidade implícita,  $\sigma_{ijt}$ , ou seja, calculam-se, no dia  $t$ , as volatilidades implícitas das opções lançadas sobre determinado contrato futuro  $i$ ;
- b) Tendo-se calculado  $\sigma_{ijt}$ , utiliza-se a equação (9.4) para se obter  $\sigma_{i0t}$ , a volatilidade implícita no-dinheiro do contrato futuro  $i$ , no instante  $t$ .

### 3.3 Método de Avaliação dos Modelos de Precificação

Após a adequação das variáveis, contornando os problemas operacionais citados, a avaliação da capacidade preditiva dos modelos consistiu em dividir os dados observados de prêmios de opções sobre contratos futuros de café arábica, de acordo com o nível de *moneyness* e o seu prazo de vencimento.

Com base no índice de *moneyness* serão criados cinco grupos de análise, levando em conta a proximidade do dinheiro, ou seja, o quão afastado está o preço de exercício da opção do preço do ativo subjacente no lançamento da opção. Nesse sentido, têm-se a classificação convencional em opções dentro-do-dinheiro ou *in-the-money* (ITM), opções no-dinheiro ou *at-the-money* (ATM) e opções fora-do-dinheiro ou *out-of-the-money* (OTM), e com base no exposto por Hauser e Lauterbach (1997), no presente estudo serão incluídas as opções muito dentro-do-dinheiro ou *deep in-the-money* (DITM) e opções muito fora-do-dinheiro ou *deep out-of-the-money* (DOTM).

Quanto ao prazo de vencimento, similar a técnica empregada por Luccas (2007), os dados observados foram divididos em três períodos distintos: o primeiro período leva em conta as opções com prazo de maturidade inferior a 30 dias, o segundo período refere-se as opções que vencem entre 30 e 60 dias e o último período agrupa as opções com mais de 60 dias para o seu encerramento.

Para avaliar a capacidade preditiva dos modelos, apurou-se o erro absoluto médio, em termos relativos, para verificar se os modelos de precificação subestimam ou superestimam o valor do prêmio pago pela opção. Dado que, o erro absoluto médio é mais sensível a presença de *outliers*, também se utiliza nessa pesquisa o erro quadrático médio, uma medida bastante utilizada na análise de precificação. Essas medidas, em termos relativos, são dadas por:

$$EAM = \sum \frac{|c_i - \hat{c}_i|}{c_i} \text{ e } EQM = \sum \left( \frac{c_i - \hat{c}_i}{c_i} \right)^2 \quad (10.1)$$

em que,  $c_i$  e  $\hat{c}_i$  são o preço de mercado e o preço estimado da opção.

Quanto a metodologia de análise estatística, cabe destacar que os dados foram submetidos à análise de Variância (ANOVA), seguidos do teste de Tukey. O objetivo da ANOVA é avaliar se as diferenças observadas entre as médias das amostras são estatisticamente significantes. Quando o teste F da análise de variância for significativo, aplica-se o teste de Tukey (1953)<sup>45</sup>, que segundo Hoffmann (2006), consiste em comparar médias duas a duas, com amostras de tamanhos iguais, buscando identificar um valor de diferença mínima significativa e compará-lo com valores críticos “estudentizados”. Ou seja, testam-se as hipóteses :

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_i - \mu_j &= 0 \\ H_1 : \mu_i - \mu_j &\neq 0 \end{aligned} \quad (10.2)$$

em que,  $i \neq j$  e tanto  $i$  como  $j$  podem assumir valores de 1 a  $k$ , sendo possíveis  $k(k-1)/2$  hipóteses desse tipo.

De acordo com Hoffmann (2006), para proceder ao teste, calcula-se a diferença mínima significativa (DMS), dada por:

$$\Delta_0 = q_0 \sqrt{\frac{s^2}{n}} \text{ ou } \Delta_0 = q_0 \sqrt{s^2 \left( \frac{1}{n_i} + \frac{1}{n_j} \right)} \quad (10.3)$$

em que,  $s^2$  é a soma do quadrado dos resíduos e  $q_0$  é o valor crítico da amplitude total “estudentizada” que depende do nível de significância adotado e  $n$  é o número de observações ( $n_i$  e  $n_j$  representam grupos de tamanhos diferentes).

A seguir, comparam-se os valores absolutos das estimativas dos contrastes  $u_i - u_j$  dados por  $|m_i - m_j|$ , como o valor de  $\Delta_0$ . Se o valor de  $|m_i - m_j| \geq \Delta_0$  rejeita-se

<sup>45</sup> TUKEY, J.W. *The Problem of Multiple Comparisons*. New Jersey, Princeton University, 1953.

ao nível de significância adotado a hipótese  $H_0$  de que todas as diferenças de pares de média sejam nulas. O método de Tukey também pode ser utilizado para determinar intervalos de confiança. Desse modo, para determinado nível de significância  $\alpha$ , pode-se demonstrar que existe uma probabilidade  $1 - \alpha$  de que as  $k(k - 1)/2$  diferenças  $u_i$  e  $u_j$  satisfaçam simultaneamente as desigualdades:

$$m_i - m_j - q_0 \sqrt{s^2/n} < u_i - u_j < m_i - m_j + q_0 \sqrt{s^2/n} \quad (10.4)$$

### 3.4 Fonte de Dados

Os dados utilizados correspondem aos valores diários de prêmios pagos pelas de opções de compra e opções de venda sobre contratos futuros de café arábica e dos preços dos contratos futuros subjacentes negociados na BM&F entre 01 de janeiro de 2005 a 31 de dezembro de 2008, perfazendo 1499 observações, sendo 884 opções de compra e 615 opções de venda. Essa base de dados foi coletada junto à BM&F (BM&F, 2009), e contém todas as séries de opções de compra e venda de café arábica, as datas de negociação, o código da opção negociada, quantidade de contratos em aberto, número de negócios e número de contratos negociados e o valor financeiro transacionado. Os dados foram operacionalizados através do software STATA 10.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1. Análise preliminar dos dados

Antes de proceder à precificação das opções sobre contratos futuros de café arábica, é necessário descrever o perfil da amostra coletada, bem como detectar possíveis falhas que possam influenciar no resultado da análise. A partir dessas observações, aplicam-se alguns critérios de corte. O primeiro critério consiste na liquidez dos contratos. Como apontado anteriormente, serão retiradas da análise as opções seriais, devido a baixa liquidez das mesmas. Um segundo critério adotado consiste em eliminar o efeito do dia do vencimento, por meio da exclusão das opções que tenham até 5 dias para o seu vencimento. Como terceiro critério, busca-se retirar da análise os *outliers*, que são identificados por meio do diagrama *Box-Plot* e do teste de Grubbs. Esses testes foram aplicados sob o índice de *moneyness*, eliminando opções muito fora-do-dinheiro e muito dentro-do-dinheiro. A Tabela 4.1 sintetiza o resultado desse tratamento nos dados.

**Tabela 4.1 – Opções retiradas devido a ocorrência de vieses sistemáticos: baixa liquidez (opções seriais), outliers e opções muito próximas do vencimento**

Ano	Opções Seriais		<i>Outliers</i>		Vencimento		Opções Retiradas	Total de Opções	% Total
	Compra	Venda	Compra	Venda	Compra	Venda			
2005	6	9	5	3	5	1	29	363	7,99%
2006	9	14	0	0	9	8	40	418	9,57%
2007	2	1	0	0	2	1	6	420	1,43%
2008	0	0	0	1	3	2	6	298	2,01%
<b>Total</b>	<b>17</b>	<b>24</b>	<b>5</b>	<b>4</b>	<b>19</b>	<b>12</b>	<b>81</b>	<b>1499</b>	<b>6,03%</b>

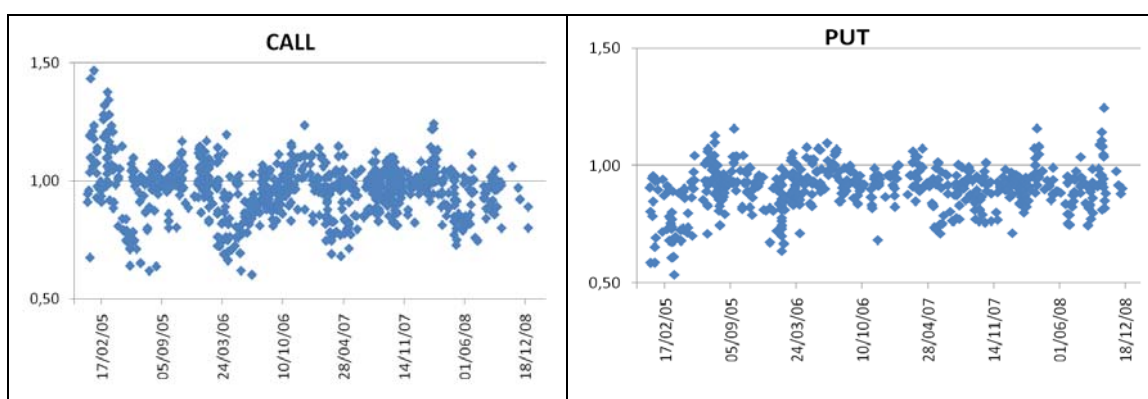
Fonte: Resultados da Pesquisa.

Desse modo, verifica-se uma redução do número de opções com vieses sistemáticos nos anos de 2007 e 2008, no comparativo com os anos de 2005 e 2006.

Em 2005, cabe destacar a maior ocorrência de *outliers*, comparando com o restante do período analisado. Esses *outliers* se concentraram nos primeiros três meses do ano (vide Apêndice C1), demonstrando uma melhoria da precificação das opções sobre contratos futuros de café arábica no decorrer do período analisado.

Em 2006, 40 opções foram excluídas, seja por baixa liquidez ou pelo curto período de maturidade. Desse modo, foram excluídas 23 opções seriais; apesar do aumento apresentado no comparativo com 2005, essa modalidade de opção entrou praticamente em desuso nos anos seguintes, devido a sua baixa liquidez, comparando-se ao total de opções regulares negociadas. Em 2006, também foram excluídas 17 opções lançadas com períodos muito curtos de maturidade. Uma curiosidade é que, 12 dessas opções (6 opções de compra e 6 opções de venda) foram lançadas em 08/02/2006 (vide Apêndice C1), com valores de prêmios pagos muito baixos. Logo, essa iniciativa deve ter sido tomada por uma instituição ligada ao setor cafeeiro, com o intuito de treinar seus clientes ou funcionários.

Após esse tratamento na série de dados, a amostra final foi reduzida para 1418 observações, compreendendo 843 opções de compra e 575 opções de venda. Cabe destacar que os *outliers* são tratados como observações extremas muito afastadas do dinheiro, sendo que uma forma de identificá-los é por meio do índice de *moneyness*, de acordo com a Figura 4.1.

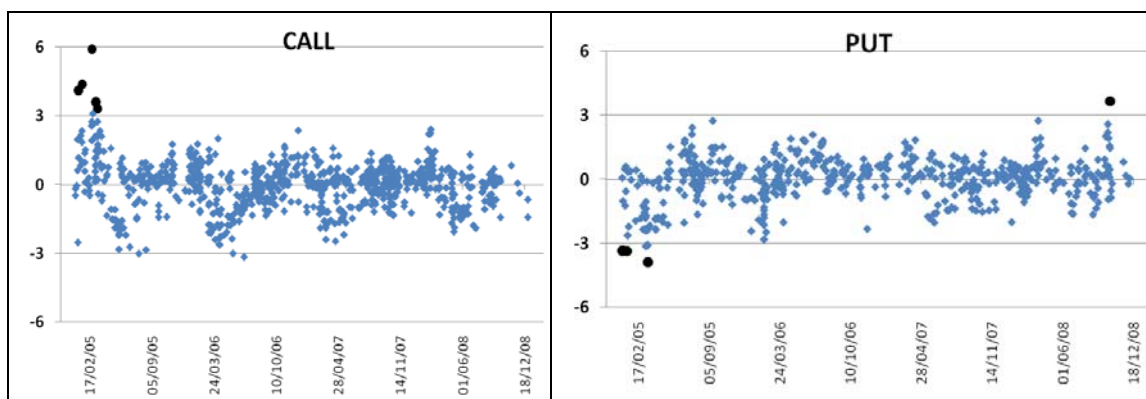


**Figura 4.1 – Índice de *Moneyness* das Opções sobre Contratos Futuros de Café Arábica**

Fonte: Resultados da Pesquisa

Dessa forma, verifica-se uma grande dispersão do índice de *moneyness*, podendo-se identificar opções de compra e opções de venda muito dentro-do-dinheiro no início da série analisada e opções de venda muito fora-do-dinheiro no final da série, mas não é possível, por meio da análise visual apontar quais opções

podem ser consideradas *outliers*. Por meio da análise dos escores resultantes da padronização realizada pelo teste de Grubbs e posterior comparação com os valores tabelados, é possível identificar a presença de *outliers*, de acordo com o Figura 4.2.



**Figura 4.2 – Padronização das Variáveis para Detecção de *Outliers* na Série de Opções sobre Contratos Futuros de Café Arábica na BM&F**

(\*) G tabelado = 3,128

Fonte: Dados da Pesquisa

Após a seleção da amostra adequada para a aplicação dos testes de precificação, parte-se para os critérios de classificações dessa amostra. Com base no índice de *moneyness*, serão criados cinco grupos de análise, levando em conta a proximidade do dinheiro, ou seja, o quão afastado está o preço de exercício da opção do preço do ativo subjacente no lançamento da opção. Nesse sentido, têm-se a classificação das opções em: *in-the-money* (ITM), *at-the-money* (ATM), *out-of-the-money* (OTM), *deep in-the-money* (DITM) e *deep out-of-the-money* (DOTM).

**Tabela 4.2 – Classificação das Opções quanto a proximidade do dinheiro**

Tipo	<i>Moneyness</i>	2005	2006	2007	2008	Total	% Total
Opção de Compra	DITM	7	1	0	4	12	1,42%
	ITM	43	39	24	16	122	14,47%
	ATM	72	84	159	71	386	45,79%
	OTM	35	85	85	63	268	31,79%
	DOTM	15	22	12	6	55	6,52%
<b>Total</b>		<b>172</b>	<b>231</b>	<b>280</b>	<b>160</b>	<b>843</b>	
Opção de Venda	DITM	0	0	0	0	0	0,00%
	ITM	5	8	1	7	21	3,65%
	ATM	30	37	36	24	126	21,91%
	OTM	86	85	76	89	336	58,43%
	DOTM	41	18	21	12	92	16,00%
<b>Total</b>		<b>162</b>	<b>147</b>	<b>134</b>	<b>132</b>	<b>575</b>	

Fonte: Resultados da Pesquisa

Dessa forma, verifica-se na Tabela 4.2 uma predominância de opções de compra no-dinheiro (ATM) e de opções de venda fora-do-dinheiro (OTM). Cabe destacar que aproximadamente 77% das opções de compra e 80% das opções de venda são categorizadas como opções no-dinheiro e/ou opções fora-do-dinheiro. A ocorrência de opções de compra ou opções de venda muito afastadas do dinheiro (DITM e DOTM), concentrou-se nos anos de 2005 e 2006, sendo que a partir de 2007, passaram a representar uma parcela muito pequena (menos de 5%) do total de opções de café arábica transacionadas na BM&F.

Outra forma de classificação empregada na análise de precificação é quanto o seu prazo de vencimento. Adotando a mesma classificação de Luccas (2007), as opções foram analisadas de acordo com três períodos de vencimento: baixa maturidade ( $n \leq 30$ ), média maturidade ( $30 < n < 60$ ) e longa maturidade ( $n > 60$ ).

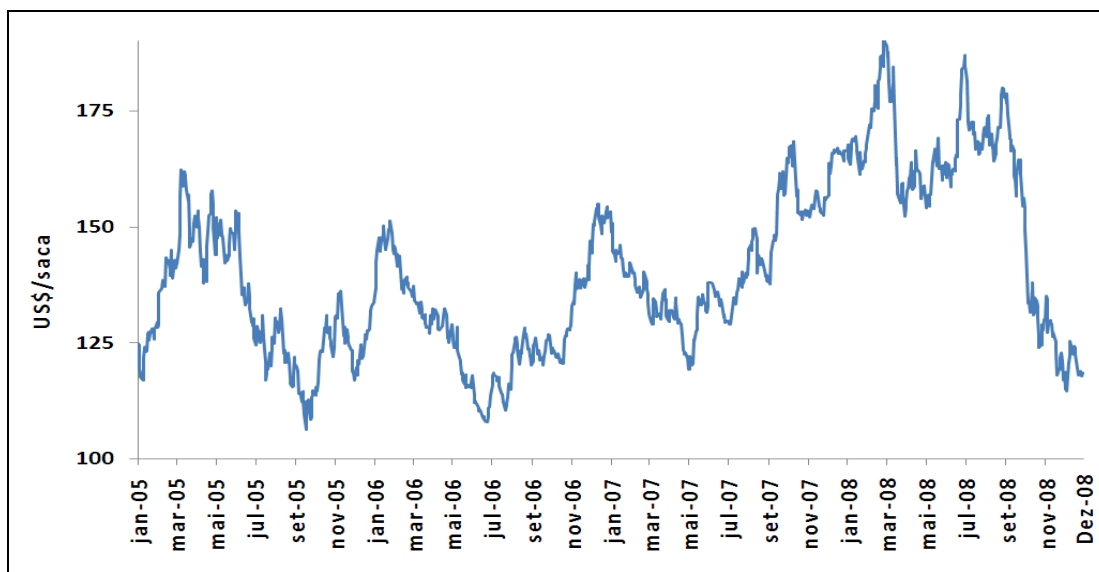
**Tabela 4.3 – Classificação das Opções quanto ao prazo de maturidade**

Ano	Opções de Compra			Opções de Venda		
	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60
2005	38	49	85	32	34	96
2006	34	67	130	28	56	63
2007	49	75	156	29	41	64
2008	16	74	70	22	30	80
<b>Total</b>	<b>137</b>	<b>265</b>	<b>441</b>	<b>111</b>	<b>161</b>	<b>303</b>
<b>% Total</b>	<b>16,25%</b>	<b>31,44%</b>	<b>52,31%</b>	<b>19,30%</b>	<b>28,00%</b>	<b>52,70%</b>

Fonte: Resultados da Pesquisa

Desse modo, identifica-se uma predominância das opções de compra e opções de venda com prazo de maturidade superior a 60 dias (mais de 50% das opções analisadas), com exceção do ano de 2008 em que a quantidade de opções de compra com prazo médio de vencimento ( $30 < n < 60$ ) ficou levemente acima das opções com maior período de maturidade.

Feita a seleção amostral e definidos os grupos de análise das opções, parte-se para a avaliação das variáveis utilizadas nos modelos de precificação de opções. Na Figura 4.3 está apresentado o comportamento de preços do contrato futuro de café arábica, ou seja, o ativo-subjacente utilizado na precificação de opções.



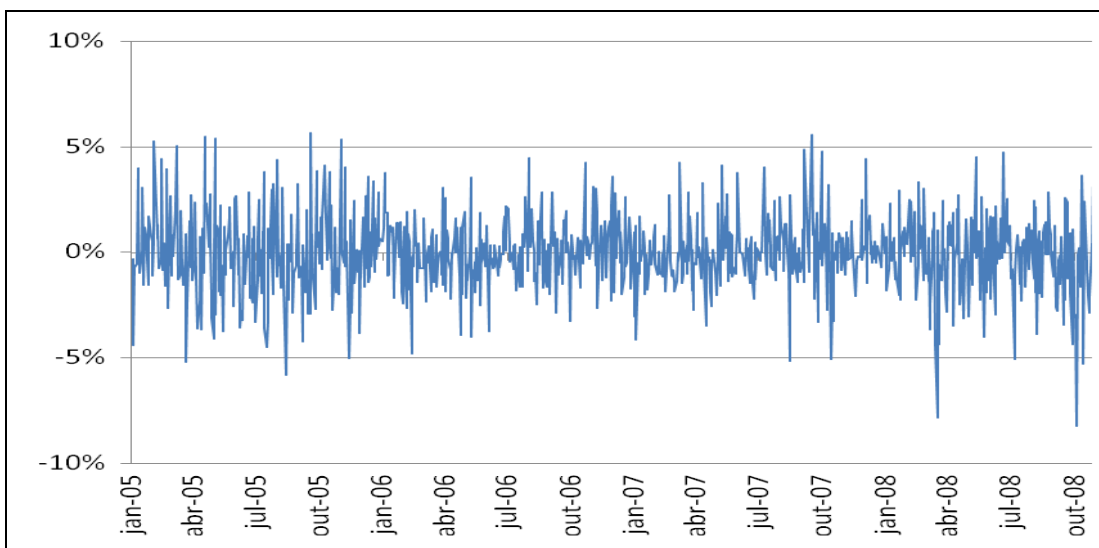
**Figura 4.3 – Comportamento do Preço Futuro do Café Arábica**

Fonte: Resultados da Pesquisa

Percebe-se uma grande oscilação dos preços futuros do café arábica. Essa oscilação pode ser comprovada por meio da estatística descritiva dos dados apresentados, em que a média dos preços futuros de café arábica é US\$ 136,66/saca, com desvio-padrão de US\$ 22,00/saca, ou seja, um coeficiente de variação de 16,10%. Visualmente, pode-se identificar o padrão sazonal de variação dos preços no decorrer do ano. No caso do café, além dos ciclos intra-anuais, existem os ciclos bianuais e plurianuais. Desse modo, o período de análise escolhido (4 anos) é o suficiente para incorporar na análise as oscilações de preço no curto e médio-prazo, inerentes a cultura do café.

Cabe destacar que a cotação mais elevada do café arábica ocorreu em fevereiro de 2008, que de acordo com CEPEA (2008), foi a cotação mais elevada desde abril de 1998, sustentada pelas pesadas compras de fundos de investimento e especuladores. Uma explicação para essa atuação foi que investir em *commodities* era uma alternativa mais “segura” em um período de incertezas elevadas quanto à economia dos Estados Unidos.

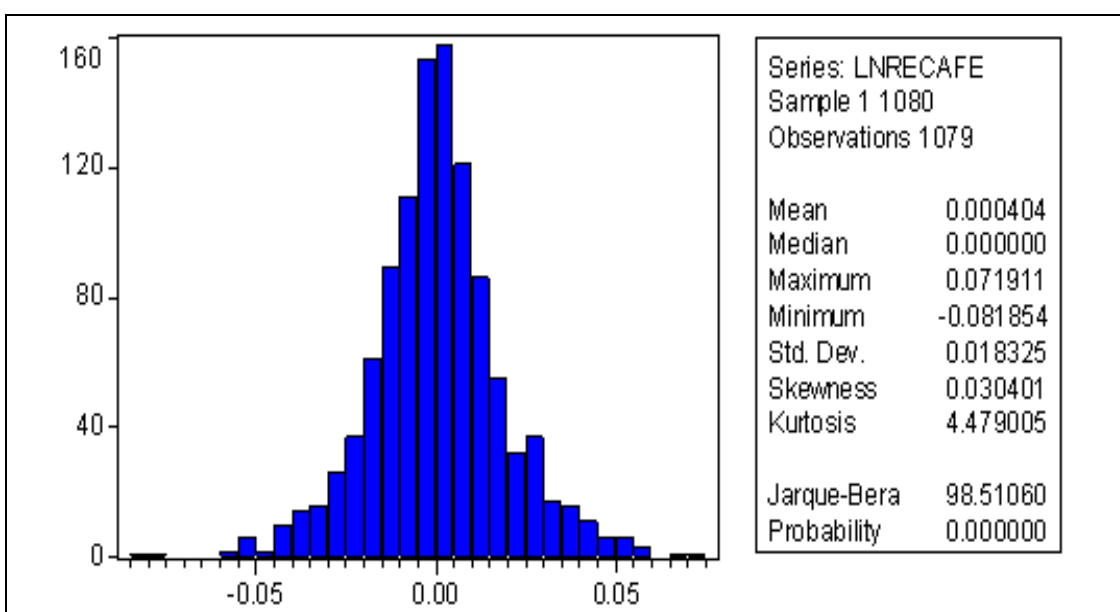
Com base na série de preços futuros do café arábica parte-se para o cálculo do retorno diário (Figura 4.4). A série do logaritmo dos retornos tem a característica de ressaltar a variação dos preços e será utilizado para identificar a volatilidade histórica, variável que não é prontamente observável nos modelos de precificação.



**Figura 4.4 – Retornos Diários da Série de Preços Futuros de Café Arábica na BM&F**

Fonte: Resultados da Pesquisa

Pode-se constatar que na série de retornos do preço futuro de café, a volatilidade não tem um comportamento constante ao longo do tempo. Resultado similar foi encontrado por Muller (2007), que analisou o mercado futuro de café arábica de 2000 a 2006. As características observadas na série de retorno são compatíveis com a hipótese de não-normalidade e leptocurtose. Desse modo, a existência de uma distribuição leptocúrtica pode ser comprovada pelo teste de Normalidade de Jarque-Bera (Figura 4.5).



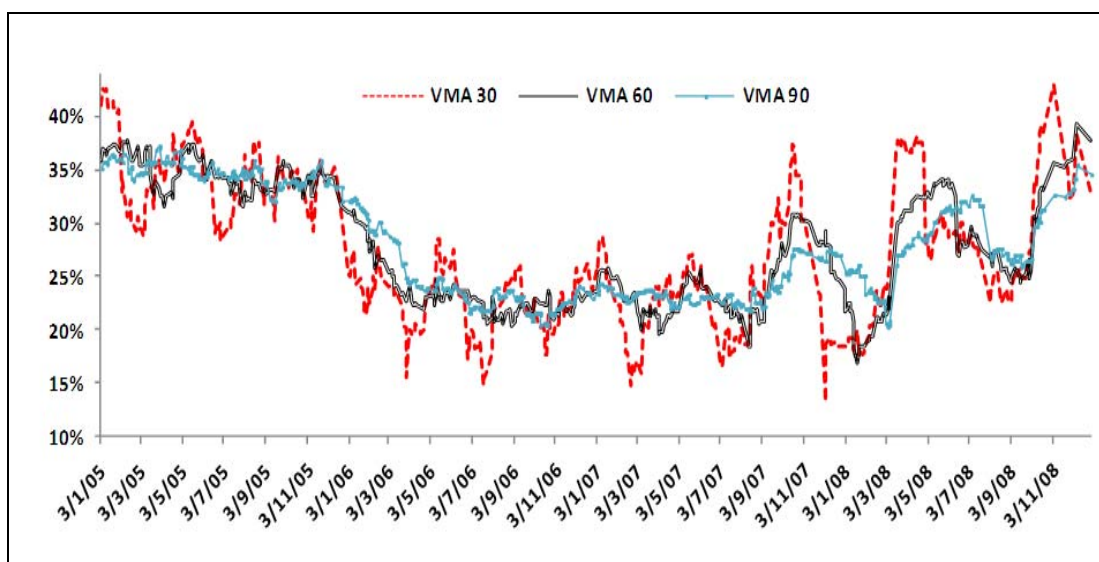
**Figura 4.5 – Histograma e sumário estatístico dos retornos sobre os preços futuros de café arábica na BM&F**

Fonte: Dados da Pesquisa

O fato de o coeficiente de curtose estar acima de três indica que a cauda da distribuição dos retornos é maior do que a distribuição normal. Valores elevados para a curtose surgem do fato de que este coeficiente é bastante sensível a retornos elevados. Em outras palavras, um choque que afete o preço futuro do café arábica pode implicar em vários períodos de volatilidade no mercado de café.

#### 4.2 Cálculo da Volatilidade Histórica

Com base na série de retorno diário dos preços futuros de café arábica, parte-se para o cálculo da volatilidade histórica, por meio da aplicação de médias móveis. Foram definidos *a priori* três intervalos de tempo (30, 60 e 90 dias) para o cálculo da volatilidade. A maioria dos estudos empíricos considera pequenos períodos de tempo para o cálculo da média móvel, mas no presente estudo optou-se pelos três períodos devido a grande dispersão na amostra, em termos de tempo de maturidade, com uma concentração maior de opções com grandes períodos de maturidade. No Figura 4.6, estão apresentadas as volatilidade históricas calculadas por meio do método recursivo de médias móveis, doravante denominada VMA<sup>46</sup>, com períodos de 30, 60 e 90 dias.



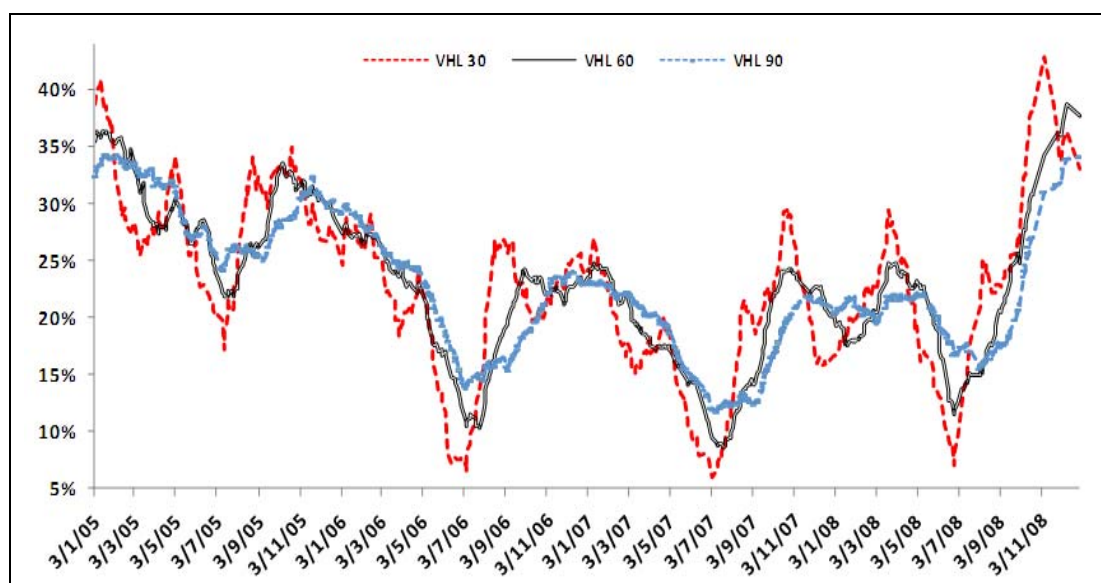
**Figura 4.6 – Volatilidades Históricas anualizadas do retorno dos preços futuros de café arábica para diferentes dias de vencimento**

Fonte: Resultados da Pesquisa

<sup>46</sup> Sigla de *volatility with movable average*, que será utilizada nos resultados para indicar o uso da volatilidade calculada a partir do procedimento de médias móveis.

Como a volatilidade é uma variável imprescindível na precificação de ativos financeiros, optou-se por considerar distintas janelas temporais no cálculo da volatilidade histórica e testar a sua adequabilidade a precificação de opções sobre contratos futuros de café arábica. Desse modo, com distintas médias móveis será possível identificar o impacto da volatilidade dos preços do ativo objeto na precificação das opções.

No tocante ao cálculo da volatilidade histórica, além de considerar as séries de retornos diários, que foram elaboradas com base no preço de fechamento dos contratos futuros de café arábica, coletou-se a série de preço mínimo e preço máximo do café no fechamento do pregão de café arábica na BM&F, no período analisado. Dessa forma, um segundo cálculo da volatilidade histórica leva em conta a alegação de Parkinson (1980) de que a volatilidade no decorrer dos dias de negociação também deve ser considerada. Na Figura 4.7, apresentam-se os resultados para a volatilidade VHL<sup>47</sup>, que para efeito de comparação, considera-se as mesmas janelas temporais citadas anteriormente.



**Figura 4.7– Volatilidades Históricas anualizadas considerando os preços de abertura e fechamento do café arábica para diferentes dias de vencimento**

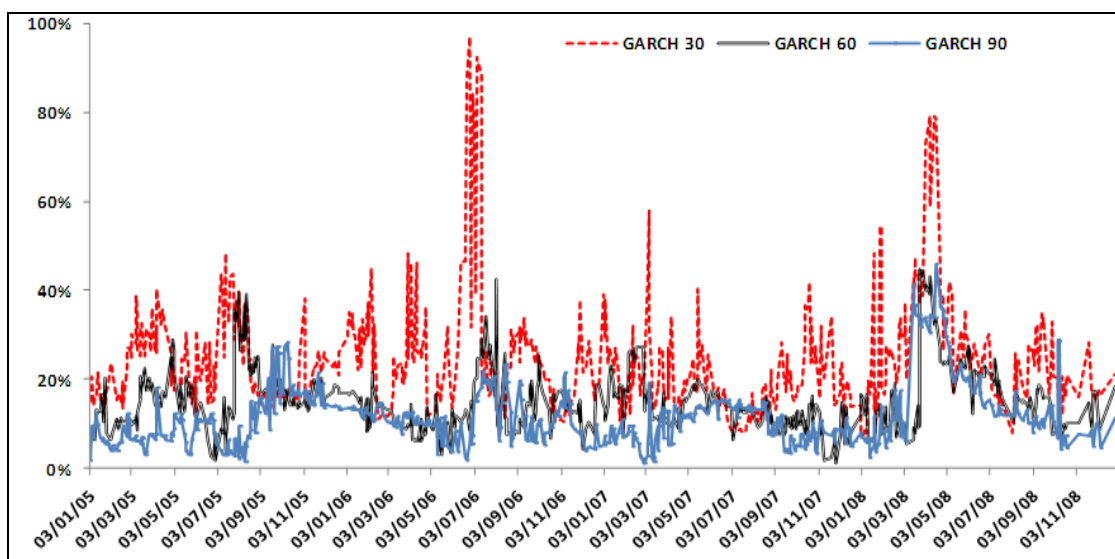
Fonte: Resultados da Pesquisa

Na série de volatilidade que leva em conta os preços mínimos e máximos do pregão, verifica-se com maior nitidez o comportamento sazonal dos preços do café

<sup>47</sup> Sigla de *volatility high-low*, que incorpora na análise o preço máximo e mínimo dos contratos futuros de café arábica.

arábica. Com a proximidade da colheita, a partir de maio, a volatilidade do preço dos contratos futuros durante o dia de negociação vai se reduzindo, sendo que, nos anos de 2006, 2007 e 2008 essa volatilidade chegou a patamares próximos de 10% (considerando a volatilidade calculada com janela temporal de 30 dias). Nesse período os agentes envolvidos com o setor cafeeiro aguardam uma definição da produção, para balizar suas decisões e com isso optam por “*hedgear*” suas posições com contratos futuros de vencimento mais afastado e com mais liquidez, em detrimento da utilização do próximo vencimento (no caso o vencimento de julho). Nesse caso, como a série de preços futuros baseia-se no último vencimento em aberto, não se consegue captar essa estratégia dos agentes.

No presente estudo, optou-se por incluir um terceiro método de cálculo da volatilidade histórica, a volatilidade GARCH. Nesse método foram mantidas as janelas temporais de 30, 60 e 90 dias, sendo que foram feitas estimações com o modelo GARCH (1,1)<sup>48</sup>, de forma recursiva até abranger todo o período de análise (Figura 4.8).



**Figura 4.8 – Volatilidades Históricas anualizadas calculada pelo modelo GARCH (1,1)**

Fonte: Resultados da Pesquisa

Desse modo, verifica-se que com a utilização de janelas temporais maiores, obteve-se volatilidades condicionais menores. Esse resultado já era esperado, dado que quanto maior o período de tempo considerado na análise, o impacto dessas observações na volatilidade estimada é cada vez menor, ou seja, considerando janelas

<sup>48</sup> O modelo GARCH (1,1) foi escolhido com base no menor valor do critério Akaike e Schwarz.

temporais maiores (90 dias, por exemplo), é possível que estejam sendo incluídas na análise observações que tenham pouca relação com a volatilidade atual que está sendo estimada. Cabe destacar a existência de picos de volatilidade nos meses de junho de 2006 e abril de 2008. Resultado similar, ou seja, picos no cálculo da volatilidade com a metodologia GARCH, foi obtido por Mota e Fernandes (2004) que analisaram os retornos intradiários do IBOVESPA de 1994 a 2001. Esse fato demonstra a dependência temporal nos retornos diários do ativo. Assim, uma informação de mercado que afete a volatilidade do ativo faz com que seus efeitos perdurem por alguns dias até que a volatilidade volte para os patamares anteriores ao choque.

A Tabela 4.4 apresenta um resumo estatístico das volatilidades calculadas, com as distintas janelas temporais.

**Tabela 4.4 – Estatísticas Descritivas da Volatilidade Histórica**

	Média	Máximo	Mínimo	Desvio-padrão	Assimetria	Curtose	Jarque-Bera	Prob
VMA 30	26,83%	43,06%	13,16%	6,55%	0.369	2.148	33.746	0.000
VMA 60	27,27%	39,35%	16,95%	5,59%	0.340	1.712	56.385	0.000
VMA 90	27,54%	37,29%	20,17%	5,01%	0.451	1.677	68.152	0.000
VHL 30	22,36%	42,92%	5,93%	7,13%	-0.039	2.924	0.318	0.853
VHL 60	22,29%	38,68%	8,56%	6,40%	0.104	2.659	4.232	0.120
VHL 90	22,28%	34,20%	11,76%	5,78%	0.243	2.278	20.135	0.000
GARCH 30	24,15%	97,01%	7,53%	12,38%	2.414	12.081	2811.85	0.000
GARCH 60	15,01%	44,79%	1,37%	6,95%	1.474	6.278	516.971	0.000
GARCH 90	11,46%	45,95%	1,31%	6,73%	1.693	6.998	729.756	0.000

Fonte: Resultados da Pesquisa

As volatilidades analisadas são: volatilidade histórica com média móvel (VMA); com procedimento High-Low (VHL) e com o modelo GARCH (GARCH)

As estatísticas comprovam certa semelhança entre as volatilidades calculadas. De modo geral, o valor médio de volatilidade situa-se entre 22% e 28%, e com o aumento da janela temporal, o valor máximo da volatilidade é reduzido e a volatilidade mínima torna-se maior, ou seja, reduz-se o desvio-padrão. Cabe destacar que o cálculo da volatilidade com o método GARCH 60 e GARCH 90 destoa dessa análise, apresentando valores médios e valores mínimos de volatilidade bem inferiores aos calculados pelos outros métodos.

Ao analisar o teste de Jarque-Bera e os coeficientes de curtose, verifica-se que nos três métodos de estimação da volatilidade o processo de geração dos retornos tem como resultado uma distribuição de caudas mais grossas quanto menor for a

janela de dados históricos. Outra distinção que se faz necessária é que para as séries de volatilidades calculadas pelo método VHL 30 e VHL 60, não se rejeita a hipótese nula de que os resíduos seguem uma distribuição normal.

Após a comparação entre as distintas maneiras de extrair a volatilidade da série de retorno sobre o preço futuro de café arábica, parte-se para a análise da relação dessa variável, a volatilidade, com as demais variáveis utilizadas nos modelos de precificação (Tabela 4.5). Essa comparação é necessária na medida em que a volatilidade não é uma variável prontamente observável como as demais variáveis e a literatura sobre precificação de opções demonstra que relações distintas entre volatilidade e preço do ativo-subjacente levam a resultados bastante divergentes.

**Tabela 4.5 – Coeficiente de correlação da volatilidade dos retornos em relação à variação do preço do ativo-subjacente e variação da taxa de juros livre de risco**

	VMA 30	VMA 60	VMA 90	VHL 30	VHL 60	VHL 90	GARCH 30	GARCH 60	GARCH 90
$\rho_1$	-0,029	-0,038	-0,005	-0,083	-0,127	-0,147	-0,025	-0,026	0,051
$\rho_2$	0,465	0,613	0,715	0,496	0,619	0,731	0,049	0,089	-0,118

\* Em que  $\rho_1$  representa o coeficiente de correlação entre a volatilidade e o preço do ativo-objeto e  $\rho_2$  representa a correlação entre a volatilidade e a taxa de juros livre de risco.

Fonte: Resultados da pesquisa

Como previsto e largamente documentado na literatura, a volatilidade é negativamente correlacionada com a série de retornos do ativo-objeto e positivamente correlacionada com as variações na taxa de juros livre de risco. Deste modo, pode-se inferir que uma queda no preço do ativo objeto provoca um aumento na volatilidade, ou vice-versa, pois uma queda no preço do ativo-objeto está associada a um maior retorno exigido pelos participantes do mercado, ampliando a percepção de risco desses agentes. Quanto à taxa de juros livre de risco, a correlação é positiva, pois os agentes esperam que suas operações com opções retornem pelo menos a taxa de juros livre de risco. Caso contrário, empregariam seus recursos em outros instrumentos financeiros. Com isso, o aumento da taxa de juros implica em aumento dos preços esperados no futuro e conseqüentemente aumento da volatilidade. Dos métodos de estimação testados, apenas o método GARCH 90 apresentou resultados diferentes do esperado, por isso foi suprimido da análise.

### 4.3 Cálculo da Volatilidade Implícita

Feito o cálculo da volatilidade pelos diferentes métodos de indução retroativa, parte-se para o cálculo da volatilidade implícita. Diferentemente do cálculo da volatilidade histórica, que parte da análise da série de retorno do preço do ativo-subjacente, no cálculo da volatilidade implícita será necessária a construção de uma série própria de observação relativas a volatilidade que será padronizada e ponderada de acordo com os critérios descritos anteriormente.

Dado que a fórmula de Black (1976) é uma equação fechada, será utilizada para gerar a série de volatilidades implícitas. Assim, de posse do valor do prêmio de mercado, aplica-se o algoritmo de Newton-Rapson que “inverte” a fórmula de Black, e por meio de um cálculo iterativo, converte a volatilidade histórica para a volatilidade necessária para que o prêmio estimado pelo modelo seja exatamente igual ao prêmio praticado no mercado. O pressuposto por trás dessa técnica é de que o modelo de Black precifica corretamente as opções negociadas no mercado e que, portanto, os preços desta são iguais aos calculados pela fórmula.

Após o cálculo da volatilidade implícita, obtêm-se a volatilidade implícita no-dinheiro, para os casos em que há mais de uma opção para o mesmo ativo-objeto, com o mesmo prazo de vencimento, conforme o proposto por Macbeth e Merville (1979). Essa volatilidade implícita calculada, doravante denominada VOI, não é uma variável contemporânea, sendo aplicada para a precificação um passo a frente.

Em muitos casos, no dia útil subsequente não é negociada nenhuma opção com as mesmas características daquela da qual foi extraída a volatilidade, podendo transcorrer mais de uma semana entre a extração e a efetiva utilização da volatilidade, fato esse que reduz o poder preditivo da volatilidade implícita. Buscando amenizar esse problema, utiliza-se a ponderação proposta por Stoll e Whaley (1993) para uma estimativa alternativa da volatilidade implícita, a volatilidade implícita ponderada, denominada VOI-P. Nessa estimativa da volatilidade implícita, cada observação da volatilidade implícita no-dinheiro (VOI) foi ponderada pela média do vencimento correspondente. Assim, foram calculadas as volatilidades implícitas médias para 21 vencimentos em que foram negociados *puts* e 20 vencimentos em que foram negociadas *calls* durante o período analisado (Tabela 4.6)

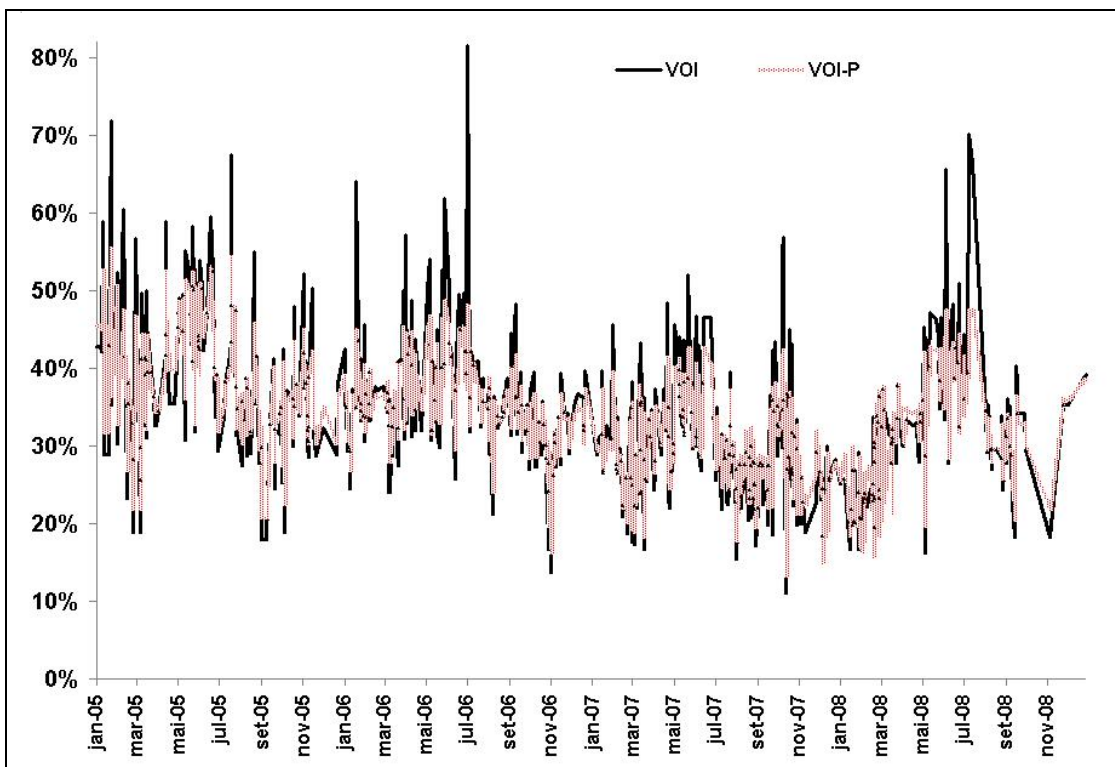
**Tabela 4.6 - Valores Médios das Volatilidades Implícitas no-dinheiro para cada vencimento**

Mês Venc	2005		2006		2007		2008		2009	
	<i>Call</i>	<i>Put</i>	<i>Call</i>	<i>Put</i>	<i>Call</i>	<i>Put</i>	<i>Call</i>	<i>Put</i>	<i>Call</i>	<i>Put</i>
Mar	48,86%	27,83%	33,93%	27,61%	31,96%	27,52%	26,45%	24,85%	37,22%	23,92%
Mai	38,70%	36,08%	34,78%	35,76%	26,28%	23,35%	25,56%	30,36%		
Jul	34,65%	30,99%	35,42%	30,39%	38,21%	29,43%				
Set	48,02%	35,32%	40,30%	33,09%	33,45%	27,39%	37,68%	27,01%		
Dez	38,04%	30,05%	34,27%	28,09%	30,90%	23,05%	30,26%	28,66%		
Média	41,65%	32,06%	35,74%	30,99%	32,16%	26,15%	29,99%	27,72%	37,22%	28,22%

Fonte: Resultados da Pesquisa

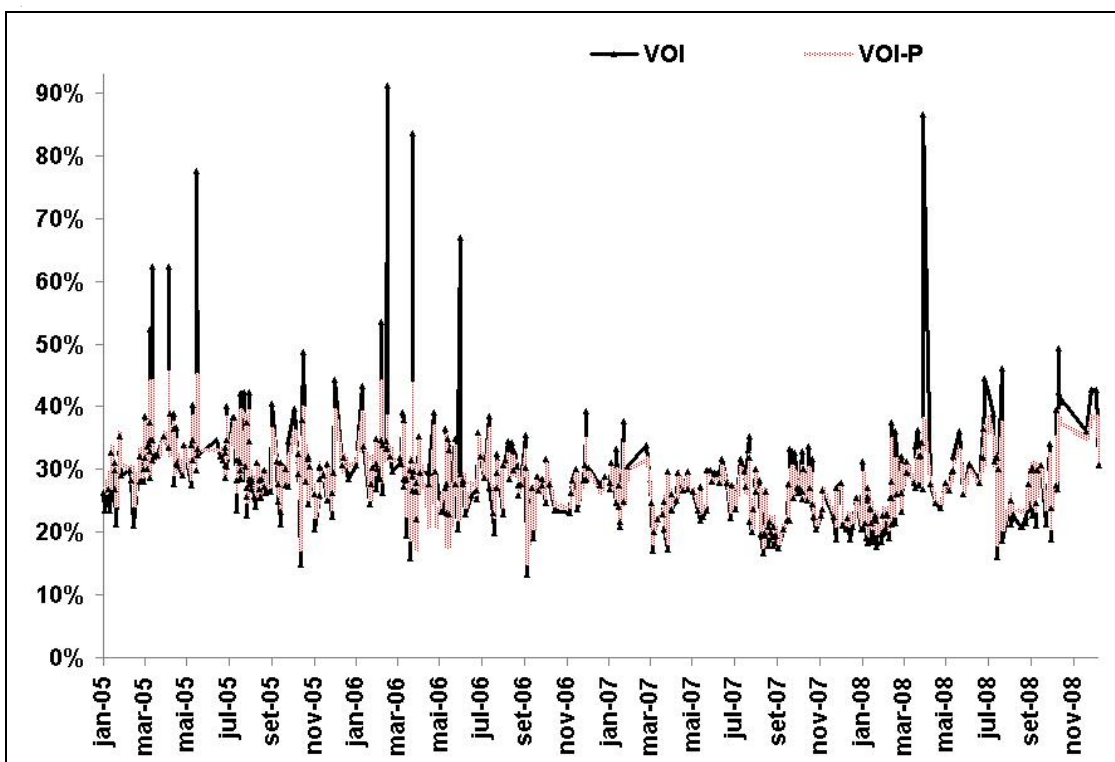
Analisando os valores médios das volatilidades implícitas no-dinheiro, calculados para cada vencimento do ativo subjacente (contrato futuro de café arábica), verifica-se que as volatilidades implícitas das opções de compra são superiores as volatilidades obtidas nas opções de venda. Apenas para o vencimento de maio de 2008 esse fato não se confirma, devido principalmente as pesadas vendas de fundos de investimento e especuladores, após recorde histórico de preços conforme já destacado por CEPEA (2009). Outra informação relevante apresentada na Tabela 4.6 é que os contratos de opção de compra com vencimento em setembro e os contratos de venda com vencimento em maio são os que apresentam, na maior parte do período analisado, as volatilidades médias mais elevadas. Isso se deve principalmente a maior preocupação dos produtores em garantir um preço remunerador no período em que se inicia os trabalhos de colheita e das empresas torrefadoras e *tradings* em evitar preços desfavoráveis em um período que praticamente já está definida a produção de café.

Esses valores médios de volatilidade implícita no-dinheiro são utilizados para ponderar cada observação da volatilidade com o respectivo vencimento. Assim, espera-se amenizar os problemas decorrentes do tempo transcorrido entre a extração e aplicação da volatilidade implícita. Nos Figuras 4.8 e 4.9 estão apresentadas as volatilidades implícitas (VOI) e volatilidade implícita ponderada (VOI-P) para *call* e para *put*, respectivamente.



**Figura 4.9 – Volatilidades Implícitas (VOI e VOI-P) para Opções de Compra**

Fonte: Resultados da Pesquisa



**Figura 4.10 – Volatilidades Implícitas (VOI e VOI-P) para Opções de Venda**

Fonte: Resultados da Pesquisa

Como o cálculo da volatilidade implícita depende do *vega*, ou seja, da sensibilidade do valor da opção em relação a volatilidade, e as opções analisadas são americanas, essa medida não foi prontamente observável em alguns casos, ocorrendo problemas de convergência no algoritmo de Newton-Rapson. Nesse caso, não foi encontrada a volatilidade implícita de 6 opções de compra e 2 opções de venda. Para esses casos, utilizou-se o aplicativo atingir meta do Microsoft Excel para encontrar a volatilidade implícita.

Quanto ao procedimento de Macbeth e Merville (1979) para encontrar a volatilidade implícita no-dinheiro, para 2 opções de compra e 2 opções de venda esse procedimento não pôde ser adotado. Esse problema deve-se ao fato de que essas opções são plenamente no-dinheiro, fazendo com que o denominador da fórmula  $m_{ijt} = (F_{it} - X_{ij}) / X_{ij}$  fosse igual a zero. Para esses casos específicos considerou-se a média das distintas volatilidades para um mesmo ativo subjacente como uma *proxy* para a volatilidade implícita no-dinheiro.

#### **4.4 Resultados de Precificação de Opções**

Com base nos conceitos apresentados na revisão de literatura e na metodologia proposta, analisam-se os resultados de apreçamento dos seguintes modelos de precificação: binomial, trinomial, Black e Scholes, Barone-Adesi e Whaley e Bjerk Sund e Stensland. Para todos os modelos são utilizados estimadores diferenciados da volatilidade histórica (VMA, VHL, GARCH) e volatilidade implícita (VOI, VOI-P) considerando distintas janelas temporais definidas *a priori* (30, 60 e 90 dias). Dado que as metodologias de cálculo da volatilidade implícita não dependem das informações passadas, ou seja, das janelas temporais selecionados, estão sendo testadas 55 formas diferentes de precificação de opções.

De posse dos preços teóricos dos modelos de precificação selecionados, parte-se para a comparação com os preços efetivamente observados. Como medidas de desempenho dos modelos de precificação, utilizam-se o erro absoluto relativo médio (EARM), para avaliar se os modelos estão subavaliando ou superavaliando os prêmios das opções, e o erro quadrático médio (EQM), medida mais robusta para analisar os erros de precificação. Por fim, como metodologia estatística, utilizam-se a análise de variância (ANOVA) e o teste de Tukey para a comparação de médias das séries de preços teóricos e preços de mercado.

Desse modo, no presente trabalho, as *calls* e *puts* foram analisadas separadamente. Em que para cada tipo de opção, busca-se analisar os erros de precificação, comparando distintas janelas temporais, considerando a utilização da volatilidade histórica e da volatilidade implícita. Em seguida, os diferentes cálculos de volatilidade são comparados levando em conta distintos graus de *moneyness*, buscando identificar vieses como o efeito *smile*, ou “sorriso da volatilidade”. Os resultados empíricos apresentados aqui podem ser reproduzidos com os algoritmos implementados no Microsoft Excel, disponibilizados no Apêndice B.2 dessa dissertação, e com os dados fornecidos pela BM&F para as opções sobre contratos futuros de café arábica.

#### 4.4.1 Precificação de Opções de Compra

Para avaliar as 843 opções de compra sobre contratos futuros de café arábica negociadas na BM&F no período de análise, são comparados os preços teóricos com os preços de mercado. A Tabela 4.7 sintetiza os valores médios observados.

**Tabela 4.7 – Resultados da Precificação das Opções de Compra com Volatilidade Histórica para diferentes janelas temporais**

		JANELA DE 30 DIAS				JANELA DE 60 DIAS				JANELA DE 90 DIAS			
		EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>
VMA	BI	5.08	7.77	-30.90%	44.43%	4.41	6.88	-29.18%	41.97%	4.14	6.56	-27.98%	42.43%
	TRI	5.09	7.77	-30.98%	44.36%	4.41	6.89	-29.27%	41.89%	4.15	6.56	-28.07%	42.35%
	B-S	5.14	7.77	-31.55%	43.83%	4.50	7.04	-29.83%	41.43%	4.23	6.71	-28.62%	41.91%
	BAW	5.05	7.78	-30.62%	44.39%	4.36	6.80	-28.89%	41.89%	4.09	6.45	-27.67%	42.36%
	BJS	5.10	7.77	-31.17%	44.14%	4.44	6.93	-29.45%	41.70%	4.17	6.60	-28.24%	42.17%
VHL	BI	8.34	14.95	-44.92%	41.63%	8.58	13.08	-48.12%	39.71%	8.65	12.12	-49.45%	38.71%
	TRI	8.35	14.95	-44.98%	41.57%	8.59	13.08	-48.22%	39.62%	8.66	12.12	-49.51%	38.59%
	B-S	8.48	15.04	-45.43%	41.12%	8.75	13.23	-48.62%	39.23%	8.82	12.31	-49.91%	38.23%
	BAW	8.28	14.86	-44.73%	41.60%	8.50	12.95	-47.96%	39.64%	8.57	11.97	-49.25%	38.62%
	BJS	8.39	14.98	-45.13%	41.39%	8.63	13.13	-48.35%	39.48%	8.70	12.18	-49.64%	38.47%
GARCH	BI	13.16	36.87	-30.57%	83.72%	16.59	21.57	-67.01%	35.59%	19.82	25.06	-74.37%	34.59%
	TRI	13.17	36.84	-30.65%	83.82%	16.61	21.57	-67.12%	35.52%	19.83	25.06	-74.47%	34.52%
	B-S	13.09	35.22	-31.18%	83.10%	16.86	21.82	-67.44%	35.09%	20.09	25.24	-74.76%	34.08%
	BAW	13.22	37.85	-30.30%	84.00%	16.52	21.44	-66.97%	35.55%	19.77	24.96	-74.37%	34.54%
	BJS	13.15	36.51	-30.80%	83.51%	16.65	21.62	-67.20%	35.40%	19.86	25.10	-74.52%	34.44%

Fonte: Resultados da Pesquisa

\* EQM é o erro quadrático médio; DP<sub>EQM</sub> o desvio-padrão do erro quadrático médio; EARM é o erro absoluto relativo médio e DP<sub>EARM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro absoluto relativo médio

\*\* Os modelos são: Modelo Binomial (BI), Modelo Trinomial (TRI), Fórmula de Black (B-S), aproximação de Barone-Adesi e Whaley (BAW) e aproximação de Bjerksund e Stensland (BJS).

Para os três diferentes tipos de volatilidade histórica, o modelo de Barone-Adesi e Whaley (BAW) foi o que apresentou os menores erros absolutos relativos médios e os menores erros quadráticos médios. De modo geral, pode-se classificar os modelos de precificação, levando em conta os resultados do EQM e EARM, na seguinte ordem: aproximação de Barone-Adesi e Whaley (BAW), modelo binomial (BI), modelo trinomial (TRI), aproximação de Bjerksund e Stensland (BJS) e fórmula de Black (B-S). Cabe destacar que apenas o coeficiente de EQM para a metodologia GARCH, com janela temporal de 30 dias destoa dessa análise. Esse fato deve-se aos picos de volatilidade identificados anteriormente.

Comparando as distintas janelas temporais analisadas, verifica-se que a precificação utilizando volatilidade com média móvel (VMA) melhora com o aumento da janela temporal, para todos os modelos analisados, enquanto que no cálculo da volatilidade VHL e GARCH, o aumento da janela temporal tende a piorar os resultados de precificação. Outra distinção entre a volatilidade VMA e as demais é que o desvio-padrão diminui quando se utiliza uma janela temporal de 60 dias, em comparação com a janela temporal de 30 dias e volta a aumentar quando se utiliza uma janela de 90 dias, enquanto que os modelos com volatilidade VHL e GARCH, o aumento da janela temporal diminui persistentemente o desvio-padrão.

Quanto à magnitude do erro de precificação, verifica-se que o emprego das diversas formas de cálculo da volatilidade histórica não apresentou resultados satisfatórios, sendo que o melhor resultado, com a utilização de volatilidade calculada por meio de média móvel, o erro percentual foi próximo de 30%. Mas ao comparar com outros trabalhos empíricos realizados, verifica-se que mesmo com a utilização da volatilidade histórica, os erros de precificação tendem a se reduzir com o decorrer do tempo. Ramos da Silva e Macedo (2003) analisaram as opções sobre contratos futuros de café arábica no primeiro semestre de 2002. Nessa ocasião, a fórmula de Black com a volatilidade calculada por média móvel apresentou um erro médio de precificação de 85,60%. Coelho *et al.* (2008) precificaram as mesmas opções no decorrer de 2007, sendo que nesse caso a fórmula de Black com a volatilidade calculada por média móvel de 30 dias apresentou erro de 56,64%.

Depois da volatilidade histórica, passa-se à análise da volatilidade implícita. A Tabela 4.8 apresenta os resultados para os modelos de precificação utilizando a volatilidade implícita no-dinheiro (VOI) e a volatilidade implícita no-dinheiro ponderada (VOI-P).

**Tabela 4.8 – Resultados da Precificação das Opções de Compra com Volatilidade Implícita e Volatilidade Implícita Ponderada**

	VOI				VOI-P			
	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>
BI	3.46	9.75	4.72%	54.45%	2.77	6.44	0.93%	47.23%
TRI	3.45	9.74	4.59%	53.96%	2.76	6.42	0.79%	47.06%
B-S	3.31	8.91	3.77%	53.57%	2.61	5.89	-0.01%	46.54%
BAW	3.53	10.30	5.15%	54.15%	2.84	6.79	1.37%	47.18%
BJS	3.42	9.60	4.30%	53.80%	2.73	6.32	0.53%	46.82%

Fonte: Resultados da Pesquisa

\* DP<sub>EQM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro quadrático médio, enquanto o DP<sub>EARM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro absoluto relativo médio

Com a utilização da volatilidade implícita, verificam-se modificações marcantes no resultado da precificação. Para todos os modelos em que se utilizou a volatilidade histórica, obteve-se uma subprecificação do valor das opções. Com a utilização da volatilidade implícita, o resultado é uma superprecificação do prêmio das opções. Com a volatilidade implícita, o melhor desempenho foi obtido pela fórmula de Black, seguido pela aproximação de Bjerksund e Stensland, o modelo trinomial, o modelo binomial e a aproximação de Barone-Adesi e Whaley, de acordo com os erros quadráticos médios calculados.

Com a volatilidade implícita todos os modelos analisados melhoraram os resultados de precificação, levando em conta o erro absoluto relativo médio, mas os modelos que tiveram os piores resultados com a volatilidade histórica passaram a apresentar os melhores resultados com a utilização da volatilidade implícita, demonstrando que o desempenho dos modelos na precificação é afetado pelo tipo de volatilidade utilizada.

No comparativo entre o desvio-padrão das distintas metodologias, verifica-se que os resultados dos modelos com as volatilidades VOI e VOI-P apresentam desvios-padrão maiores do que os resultados dos modelos com as volatilidades VMA e VHL. Ao comparar os resultados de precificação com a volatilidade implícita com os demais trabalhos empíricos, verifica-se que o resultado da fórmula de Black (3,77%) ficou muito próximo do resultado obtido por Coelho *et al.* (4,88%) que realizaram uma análise similar em 2007, e do resultado do trabalho de Ramos da Silva e Macedo (-3,73%), realizado em 2002.

No comparativo entre os resultados de precificação, considerando distintas maneiras de calcular a volatilidade, verifica-se que o melhor desempenho foi obtido com a utilização da volatilidade implícita ponderada (VOI-P), demonstrando que

considerar a média das volatilidades do mesmo vencimento como uma forma de ponderação é uma maneira eficiente de reduzir o problema de liquidez inerente ao mercado de opções agropecuárias da BM&F. O segundo melhor desempenho foi obtido com a utilização da volatilidade implícita (VOI), seguido pela volatilidade histórica com média móvel de 90 dias, a volatilidade GARCH com janela temporal de 30 dias e por fim, a volatilidade histórica VHL com janela temporal de 30 dias.

Como os resultados das 11 combinações possíveis entre tipo de volatilidade e janela temporal não foram divergentes com a mudança da janela temporal, utilizam-se os melhores resultados de cada categoria de volatilidade analisada para verificar o desempenho dos modelos de precificação, considerando diferentes graus de *moneyness* (Tabela 4.9).

**Tabela 4.9 Resultados da Precificação das Opções de Compra para Diferentes Graus de Moneyness**

Obs	DOTM			OTM			ATM			ITM			
	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	
	<b>55</b>			<b>268</b>			<b>386</b>			<b>122</b>			
VMA	BI	4.14	-27.98%	42.43%	4.96	-57.78%	35.53%	3.87	-7.77%	32.54%	3.45	-0.36%	19.76%
	TRI	4.15	-28.07%	42.35%	4.96	-57.73%	35.56%	3.87	-8.00%	32.52%	3.45	-0.40%	19.72%
	B-S	4.23	-28.62%	41.91%	5.00	-57.79%	35.38%	3.95	-8.74%	32.22%	3.66	-1.53%	19.40%
	BAW	4.09	-27.67%	42.36%	4.88	-57.12%	35.83%	3.82	-7.67%	32.55%	3.45	-0.21%	19.92%
	BJS	4.17	-28.24%	42.17%	4.98	-57.68%	35.49%	3.90	-8.30%	32.37%	3.48	-0.68%	19.66%
VHL	BI	4.52	-98.30%	3.80%	8.14	-75.54%	28.03%	10.27	-29.78%	35.52%	4.71	-5.67%	21.65%
	TRI	4.52	-98.28%	3.83%	8.14	-75.62%	27.68%	10.28	-29.86%	35.54%	4.72	-5.70%	21.61%
	B-S	4.52	-98.27%	3.81%	8.16	-75.66%	27.55%	10.41	-30.40%	35.21%	5.18	-6.82%	21.25%
	BAW	4.49	-98.10%	4.03%	8.08	-75.28%	27.90%	10.19	-29.63%	35.54%	4.70	-5.53%	21.85%
	BJS	4.51	-98.27%	3.82%	8.15	-75.61%	27.61%	10.33	-30.10%	35.37%	4.80	-5.96%	21.53%
GARCH	BI	4.31	-30.57%	83.72%	16.59	-33.63%	127.07%	13.79	-27.27%	56.79%	8.03	-12.31%	22.66%
	TRI	4.31	-30.65%	83.82%	16.58	-33.86%	127.06%	13.81	-27.27%	57.14%	8.03	-12.33%	22.66%
	B-S	4.31	-31.18%	83.10%	16.14	-34.21%	125.98%	13.80	-27.81%	56.67%	8.50	-13.37%	22.49%
	BAW	4.30	-30.30%	84.00%	16.83	-33.25%	127.48%	13.75	-27.03%	57.08%	8.00	-12.22%	22.65%
	BJS	4.31	-30.80%	83.51%	16.48	-33.92%	126.61%	13.81	-27.50%	56.89%	8.11	-12.56%	22.62%
VOI	BI	0.97	-31.48%	54.16%	2.13	-3.44%	74.54%	4.62	12.81%	37.62%	3.79	7.92%	21.68%
	TRI	0.97	-31.32%	54.11%	2.13	-3.61%	73.53%	4.60	12.62%	37.52%	3.78	7.88%	21.67%
	B-S	0.96	-31.56%	53.74%	2.08	-4.07%	73.23%	4.38	11.63%	37.16%	3.59	6.67%	21.25%
	BAW	0.96	-29.70%	55.02%	2.16	-2.76%	73.88%	4.72	12.97%	37.62%	3.86	8.10%	21.93%
	BJS	0.97	-31.34%	53.94%	2.12	-3.78%	73.40%	4.55	12.22%	37.37%	3.72	7.59%	21.58%
VOI-P	BI	1.03	-48.49%	38.24%	1.56	-11.29%	60.31%	3.59	12.55%	33.38%	3.51	8.95%	21.40%
	TRI	1.03	-48.29%	38.26%	1.56	-11.49%	59.99%	3.57	12.35%	33.28%	3.50	8.92%	21.39%
	B-S	1.03	-48.48%	37.89%	1.54	-11.86%	59.52%	3.36	11.36%	32.89%	3.19	7.68%	20.90%
	BAW	0.98	-46.90%	39.02%	1.57	-10.58%	60.25%	3.71	12.74%	33.49%	3.60	9.14%	21.69%
	BJS	1.03	-48.33%	38.04%	1.56	-11.58%	59.71%	3.52	11.97%	33.16%	3.43	8.62%	21.30%

Fonte: Resultados da Pesquisa

\* DP<sub>EQM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro quadrático médio, enquanto o DP<sub>EARM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro absoluto relativo médio

\*\* Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS)

\*\*\* As volatilidades analisadas são: volatilidade histórica com média móvel (VMA); com procedimento High-Low (VHL) e com o modelo GARCH e a volatilidade implícita no-dinheiro (VOI) e volatilidade implícita no-dinheiro ponderada (VOI-P)

Na análise de precificação pelo grau de *moneyness* foram suprimidas as opções muito dentro-do-dinheiro (DITM), pois foram negociadas apenas 12 opções nessa modalidade, e o pequeno número de observações tem impacto sobre as médias e desvios-padrão analisados. Também não foram incluídas as informações acerca do desvio-padrão do erro quadrático médio ( $DP_{EQM}$ ), dado que apresentou oscilações similares ao desvio-padrão do erro absoluto relativo médio, sendo assim uma informação redundante na análise.

Para as opções *deep out-of-the-money* (DOTM), devido ao maior afastamento “do dinheiro”, nenhum modelo de precificação teve um desempenho razoável, sendo que os melhores modelos (volatilidade VMA e VOI) apresentaram um erro de precificação superior a 30%. Considerando as opções fora-do-dinheiro (OTM), os melhores resultados foram obtidos com modelos de precificação com volatilidade implícita (VOI), enquanto que para as demais modalidades de opções (ATM e ITM), os melhores resultados foram obtidos com modelos com volatilidade VMA. Nesses resultados citados, o modelo de precificação que apresentou os menores erros foi a aproximação de Barone-Adesi e Whaley (BAW). Desse modo, mesmo que o modelo BAW não apresente um bom resultado com a utilização da volatilidade implícita (considerando todas as categorias de opções), esse modelo tem um bom desempenho quando se considera apenas as opções OTM.

Uma distinção que se faz necessária é que nos modelos de precificação que utilizam a volatilidade histórica, há uma subprecificação dos prêmios das opções de maneira geral, sendo que nas opções fora-do-dinheiro essa subprecificação é maior, e tendem a diminuir na medida em que as opções se aproximam do dinheiro. Em contrapartida, os modelos de precificação com volatilidade implícita subprecificam as opções fora-do-dinheiro e superprecificam as opções no-dinheiro e dentro-do-dinheiro. Esse resultado condiz com a afirmação de Hull e White (1987) de que nos casos em que há correlação entre a volatilidade e o preço do ativo-objeto, o modelo Black e Scholes (1973) subestima as opções fora-do-dinheiro e superestima as opções no-dinheiro e dentro-do-dinheiro. Nesse caso, as conclusões do autor acerca da utilização da volatilidade implícita e o modelo Black e Scholes (1973) podem ser estendidas para os modelos *lattice* (binomial e trinomial) e as aproximações para opções americanas (BAW e BJS).

Analisando a eficiência da ponderação realizada na volatilidade implícita, verifica-se que o principal benefício dessa técnica foi uma pequena redução dos erros de precificação com opções de compra no-dinheiro, que por sinal, são a maior parcela da amostra analisada.

Mas, em contrapartida, ponderar a volatilidade implícita implica em um aumento dos erros de precificação (subestimação) de opções fora-do-dinheiro.

Por fim, busca-se analisar o impacto do período de maturidade nos resultados de precificação. Utilizando a mesma abordagem de Luccas (2007), divide-se o período de análise em três grupos distintos com diferentes intervalos de maturidade das opções (Tabela 4.10). Verifica-se que as três metodologias empregadas para o cálculo da volatilidade histórica subestimam o valor das opções de compra, enquanto a volatilidade implícita superestima o valor do prêmio da opção.

No caso da volatilidade implícita ponderada (VOI-P), as opções com prazos médios de maturidade ( $30 < n < 60$ ) são subestimadas enquanto todas as demais são superestimadas. No que tange a utilização da volatilidade histórica para precificação de opções, de modo geral, os melhores resultados são obtidos nas opções com menores períodos de maturidade. Novamente, cabe destacar o modelo BAW para precificação de opções com a volatilidade histórica, para todos os períodos de maturidade considerados na análise. Quanto à volatilidade implícita, cabe ressaltar que é a volatilidade VOI que apresenta os melhores resultados para opções com médio e longo prazos de maturidade, enquanto a volatilidade implícita ponderada é a que apresenta os melhores resultados para opções com curto prazo de maturidade.

**Tabela 4.10 – Resultados da Precificação das Opções de Compra para Diferentes Prazos de Maturidade**

	Maturidade $n < 30$				Maturidade $30 < n < 60$				Maturidade $n > 60$				
	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	
<b>VMA</b>	BI	2.07	4.966	-20.85%	50.07%	2.87	3.698	-30.59%	38.82%	5.56	7.88	-28.63%	41.78%
	TRI	2.08	4.979	-20.99%	50.02%	2.87	3.715	-30.77%	38.61%	5.56	7.884	-28.65%	41.77%
	B-S	2.09	5.005	-21.19%	49.64%	2.9	3.748	-31.04%	38.36%	5.69	8.08	-29.47%	41.18%
	BAW	2.08	4.994	-20.97%	49.75%	2.86	3.708	-30.56%	38.61%	5.46	7.726	-28.01%	41.89%
	BJS	2.09	5.001	-21.09%	49.70%	2.88	3.733	-30.84%	38.51%	5.59	7.93	-28.89%	41.59%
<b>VHL</b>	BI	3.09	6.574	-34.90%	48.54%	5.12	9.625	-45.44%	36.41%	11.9	18.19	-47.71%	41.88%
	TRI	3.1	6.592	-34.89%	48.62%	5.13	9.621	-45.59%	36.21%	11.9	18.19	-47.74%	41.82%
	B-S	3.14	6.632	-35.16%	48.18%	5.19	9.649	-45.89%	35.92%	12.1	18.29	-48.34%	41.26%
	BAW	3.11	6.615	-34.96%	48.32%	5.12	9.616	-45.49%	36.21%	11.8	18.08	-47.30%	42.03%
	BJS	3.12	6.623	-35.06%	48.26%	5.15	9.634	-45.70%	36.11%	12	18.23	-47.91%	41.68%
<b>GARCH</b>	BI	4.24	8.534	-12.76%	112.22%	6.18	11.71	-34.60%	60.97%	20.1	48.92	-33.68%	84.68%
	TRI	4.26	8.521	-12.64%	112.80%	6.2	11.74	-34.88%	60.93%	20.1	48.88	-33.71%	84.64%
	B-S	4.28	8.513	-12.88%	112.04%	6.23	11.66	-35.16%	60.63%	20	46.59	-34.48%	83.69%
	BAW	4.26	8.525	-12.61%	112.33%	6.18	11.72	-34.72%	60.94%	20.2	50.33	-33.14%	85.20%
	BJS	4.26	8.519	-12.73%	112.12%	6.2	11.69	-34.97%	60.78%	20.1	48.42	-33.92%	84.40%
<b>VOI</b>	BI	2	3.78	13.13%	72.27%	2.55	5.843	0.79%	43.14%	4.47	12.44	4.48%	53.95%
	TRI	1.97	3.754	12.71%	70.42%	2.54	5.828	0.67%	43.05%	4.46	12.43	4.42%	53.83%
	B-S	1.96	3.753	12.36%	70.33%	2.49	5.752	0.21%	42.82%	4.22	11.23	3.23%	53.21%
	BAW	1.96	3.759	12.64%	70.49%	2.55	5.851	0.87%	43.08%	4.61	13.24	5.40%	54.16%
	BJS	1.96	3.753	12.46%	70.36%	2.52	5.803	0.45%	42.93%	4.41	12.24	4.07%	53.60%
<b>VOI-P</b>	BI	1.51	3.31	1.64%	54.17%	1.81	3.525	-5.79%	35.69%	3.74	8.157	4.76%	50.56%
	TRI	1.51	3.325	1.42%	53.60%	1.81	3.509	-6.04%	35.74%	3.72	8.132	4.69%	50.39%
	B-S	1.51	3.337	1.18%	53.21%	1.78	3.496	-6.46%	35.45%	3.45	7.357	3.50%	49.78%
	BAW	1.51	3.332	1.44%	53.32%	1.81	3.51	-5.84%	35.67%	3.88	8.663	5.68%	50.67%
	BJS	1.51	3.333	1.28%	53.25%	1.8	3.507	-6.23%	35.57%	3.67	7.992	4.36%	50.18%
<b>Obs</b>	<b>137</b>				<b>265</b>				<b>441</b>				

Fonte: Resultados da Pesquisa

\* DP<sub>EQM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro quadrático médio, enquanto o DP<sub>EARM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro absoluto relativo médio

\*\* Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS)

\*\*\* As volatilidades analisadas são: volatilidade histórica com média móvel (VMA); com procedimento High-Low (VHL) e com o modelo GARCH e a volatilidade implícita no-dinheiro (VOI) e volatilidade implícita no-dinheiro ponderada (VOI-P)

Depois da apresentação dos resultados das opções de compra é interessante destacar os principais resultados encontrados. Assim:

- **Utilização da Volatilidade Histórica** - Para as opções de compra, a utilização da volatilidade histórica subestima o valor do prêmio das opções. Essa subestimação é maior quando se considera uma janela temporal menor na análise (janela de 30 dias), quando as opções estão fora-do-dinheiro ou quando as opções têm um período médio de maturidade (entre 30 e 60 dias);
- **Utilização da Volatilidade Implícita** - Considerando toda a amostra de opções de compra, a utilização da volatilidade implícita superestima o valor do prêmio das opções, sendo que as opções fora-do-dinheiro são subestimadas e as opções no-dinheiro e dentro-do-dinheiro são superestimadas. Quanto ao prazo de maturidade, os melhores resultados obtidos com essa metodologia são para as opções com período médio de maturidade;
- **Comparação entre as Volatilidades** - Os resultados de precificação com a utilização de volatilidade implícita são melhores do que os resultados com a utilização de volatilidade histórica, para todos os modelos analisados. Considerando toda a amostra, o melhor resultado com a utilização da volatilidade histórica foi obtido com o modelo de Barone-Adesi e Whaley (BAW), com janela de 90 dias (-27,67%), enquanto que o melhor resultado de precificação com a utilização da volatilidade implícita (VOI-P) foi obtido com a fórmula de Black (-0,01%);
- **Comparação entre os Modelos** - Considerando o grau de *moneyness*, o modelo BAW com janela temporal de 90 dias com volatilidade VMA apresentou o melhor resultado para precificação de opções muito fora-do-dinheiro (27,67%), sendo que, para opções fora-do-dinheiro (OTM) a melhor opção é o modelo BAW com volatilidade implícita (-2,76%). Para opções no-dinheiro, obtêm-se bons resultados com o modelo BAW com volatilidade VMA (-7,67%) e com a fórmula de Black com volatilidade implícita ponderada (11,36%). O modelo BAW com volatilidade VMA também se destaca na precificação de opções dentro-do-dinheiro (-0,21%).

#### 4.4.2 Precificação de Opções de Venda

No período analisado foi negociada na BM&F uma quantidade menor de opções de venda (575 opções) no comparativo com as opções de compra (843 opções). A Tabela 4.11 apresenta os erros médios de precificação para essa modalidade de opção utilizando a volatilidade histórica para diferentes janelas temporais.

**Tabela 4.11 – Resultados da Precificação das Opções de Venda com Volatilidade Histórica para diferentes janelas temporais**

		JANELA DE 30 DIAS				JANELA DE 60 DIAS				JANELA DE 90 DIAS			
		EQM	DP <sub>FOM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>FOM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>FOM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>
<b>VMA</b>	BI	4.66	8.87	-10.49%	45.47%	3.82	8.53	-8.48%	40.73%	3.75	8.10	-4.38%	40.91%
	TRI	4.79	9.41	-10.20%	46.19%	3.93	8.97	-8.21%	41.32%	3.75	8.11	-4.47%	40.75%
	B-S	3.84	6.80	-4.84%	45.17%	2.96	5.03	-2.46%	40.42%	3.00	5.34	2.00%	40.92%
	BAW	3.97	6.91	-3.07%	46.24%	2.99	5.13	-0.66%	41.36%	3.05	5.62	3.86%	41.83%
	BJS	3.91	6.85	-4.08%	45.65%	2.96	5.03	-1.70%	40.81%	3.00	5.41	2.79%	41.29%
<b>VHL</b>	BI	7.15	16.46	-30.35%	40.27%	7.04	14.31	-32.87%	37.04%	7.14	13.70	-32.39%	35.43%
	TRI	7.15	16.46	-30.41%	40.16%	7.05	14.32	-32.92%	36.98%	7.16	13.72	-32.43%	35.37%
	B-S	6.14	14.84	-26.10%	40.02%	5.93	12.34	-28.48%	36.64%	6.04	11.96	-27.72%	34.99%
	BAW	5.90	14.54	-24.75%	40.81%	5.57	11.80	-27.15%	37.35%	5.64	11.03	-26.36%	35.75%
	BJS	6.00	14.70	-25.54%	40.39%	5.71	12.03	-27.94%	36.96%	5.79	11.36	-27.17%	35.32%
<b>GARCH</b>	BI	11.65	30.63	-24.33%	60.62%	17.73	27.29	-61.36%	40.10%	21.48	31.29	-73.93%	32.73%
	TRI	11.50	27.92	-23.94%	65.36%	17.74	27.29	-61.31%	40.35%	21.48	31.30	-73.92%	32.71%
	B-S	11.69	31.96	-19.52%	62.08%	17.40	28.02	-58.98%	42.24%	21.30	32.02	-73.13%	32.36%
	BAW	11.67	32.86	-18.06%	62.99%	16.78	26.37	-58.19%	42.99%	20.71	30.64	-72.67%	32.79%
	BJS	11.63	32.28	-18.90%	62.52%	16.92	26.56	-58.60%	42.67%	20.86	30.83	-72.87%	32.68%

Fonte: Resultados da Pesquisa

Novamente o modelo de Barone-Adesi e Whaley (BAW) é o que apresenta os menores erros absolutos relativos médios de precificação. Cabe destacar que apenas a fórmula de Black com volatilidade VMA e com janela temporal de 90 dias tem um desempenho melhor do que o modelo BAW, em termos de erro relativo e erro quadrático médio. De forma geral, levando em conta os menores erros de precificação para opções de venda, pode-se ordenar os modelos da seguinte forma: aproximações de Barone-Adesi e Whaley (BAW) e de Bjerksund e Stensland (BJS), fórmula de Black (B-S), modelo trinomial e modelo binomial.

Novamente a janela de 90 dias foi a que apresentou melhor desempenho para volatilidade VMA e a janela de 30 dias para as volatilidades VHL e GARCH. A distinção que se faz necessária é que com a volatilidade VMA com janela temporal de 90 dias, os modelos da família Black e Scholes (B-S, BAW e BJS) superestimam as opções de venda, ao contrário

do que ocorre com os modelos numéricos, com as mesmas características. Levando em conta os diferentes tipos de volatilidade histórica, a volatilidade VMA apresenta resultado muito melhores do que a volatilidade VHL e volatilidade GARCH.

Mesmo com a melhoria de precificação da volatilidade VMA, no comparativo com as opções de compra, a volatilidade implícita também foi a que apresentou melhores resultados de precificação (Tabela 4.12).

**Tabela 4.12 – Resultados da Precificação das Opções de Venda com Volatilidade Implícita e Volatilidade Implícita Ponderada**

	VOI				VOI-P			
	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>
BI	4,83	20,30	1,39%	59,20%	3,19	8,54	-2,89%	40,57%
TRI	4,82	20,22	1,34%	60,01%	3,18	8,53	-2,95%	40,50%
B-S	4,42	20,21	8,45%	65,91%	2,50	5,99	3,55%	41,29%
BAW	4,73	22,10	10,40%	67,31%	2,62	6,53	5,40%	42,14%
BJS	4,57	21,16	9,28%	66,42%	2,54	6,20	4,33%	41,59%

Fonte: Resultados da Pesquisa

Assim como na precificação das opções de compra, o melhor resultado obtido com a utilização da volatilidade implícita nas opções de venda foi obtido com um aumento do desvio-padrão. Esse erro-padrão só não é maior do que o apresentado na precificação com volatilidade GARCH. A volatilidade implícita ponderada melhorou a precificação para os modelos da família Black e Scholes (BAW, BJS e B-S), mas piorou a precificação dos modelos binomial e trinomial. Isso decorre do fato que a volatilidade implícita está bem ajustada aos modelos binomial e trinomial (uma superestimação de aproximadamente 1%), mas devido à suavização na série de volatilidade implícita ocasionada pela ponderação, as opções passam a ser subestimadas.

Na análise de precificação das opções de venda pelo grau de *moneyness* (Tabela 4.13), as opções *deep out-of-the-money* (DOTM) foram subprecificadas pela maioria dos modelos, sendo que nos modelos que utilizaram a volatilidade implícita (VOI), o resultado foi a superestimação das opções. Cabe destacar o melhor desempenho dos modelos binomial e trinomial com a utilização de volatilidade VOI. Considerando as opções fora-do-dinheiro (OTM), que são a maioria da amostra, os melhores resultados foram obtidos com modelos de precificação com volatilidade VOI. No que tange as opções OTM, o modelo binomial foi o mais apropriado quando se utiliza as volatilidades VMA, VOI e VOI-P, enquanto o modelo BAW foi o mais apropriado quando se utiliza as volatilidades VHL e GARCH.

**Tabela 4.13 – Resultados da Precificação das Opções de Venda para Diferentes Graus de Moneyness**

	DOTM			OTM			ATM			ITM			
	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	EARM	DP <sub>EARM</sub>	
Obs	<b>92</b>			<b>336</b>			<b>126</b>			<b>21</b>			
<b>VMA</b>	BI	7.38	-19.91%	50.82%	2.78	-0.83%	41.19%	3.88	-1.88%	32.59%	2.67	-6.04%	6.99%
	TRI	7.38	-19.77%	50.58%	2.78	-0.91%	41.05%	3.90	-2.11%	32.56%	2.67	-6.06%	6.95%
	B-S	4.09	-8.68%	46.52%	2.50	4.84%	42.53%	3.46	4.10%	34.45%	3.41	-6.48%	7.02%
	BAW	4.11	-4.27%	49.29%	2.66	6.41%	43.25%	3.41	5.07%	34.80%	2.55	-5.68%	7.09%
	BJS	4.09	-7.17%	47.42%	2.59	5.51%	42.86%	3.38	4.71%	34.63%	2.68	-5.92%	7.13%
<b>VHL</b>	BI	15.09	-48.34%	49.91%	4.41	-29.91%	39.31%	9.36	-21.64%	34.01%	3.04	-8.22%	7.32%
	TRI	15.08	-48.32%	49.88%	4.41	-29.93%	39.24%	9.37	-21.89%	33.78%	3.04	-8.22%	7.30%
	B-S	12.47	-41.56%	49.28%	3.91	-25.96%	39.63%	7.86	-17.55%	34.20%	3.71	-8.96%	7.21%
	BAW	12.09	-38.67%	51.66%	3.80	-24.79%	40.34%	7.49	-16.79%	34.38%	2.95	-8.00%	7.43%
	BJS	12.34	-40.65%	50.19%	3.87	-25.48%	39.96%	7.58	-17.07%	34.29%	3.04	-8.19%	7.33%
<b>GARCH</b>	BI	16.09	-46.40%	51.29%	8.92	-27.93%	59.43%	15.68	-1.51%	67.86%	11.97	-3.40%	19.17%
	TRI	16.42	-47.58%	53.56%	9.05	-24.56%	70.71%	15.35	-7.54%	58.31%	6.00	-7.15%	9.48%
	B-S	13.59	-38.07%	52.23%	8.79	-24.13%	60.89%	17.56	4.41%	70.66%	14.74	-4.06%	19.74%
	BAW	13.23	-35.14%	54.18%	8.77	-22.92%	61.83%	18.17	5.53%	71.47%	12.44	-2.99%	19.62%
	BJS	13.49	-37.20%	52.86%	8.78	-23.62%	61.32%	17.78	5.12%	71.11%	12.37	-3.21%	19.53%
<b>VOI</b>	BI	7.99	3.03%	108.99%	4.33	0.08%	45.97%	3.86	4.44%	41.65%	4.77	-1.54%	12.03%
	TRI	7.99	3.59%	111.97%	4.32	-0.08%	45.80%	3.89	4.22%	41.70%	4.69	-1.62%	11.84%
	B-S	7.48	20.06%	130.64%	3.70	5.19%	45.07%	3.89	10.65%	43.61%	5.88	-1.63%	12.65%
	BAW	8.25	25.06%	133.80%	3.93	6.73%	45.65%	4.27	11.68%	44.02%	4.91	-0.83%	12.54%
	BJS	7.82	21.86%	131.70%	3.82	5.85%	45.34%	4.13	11.29%	43.84%	5.00	-1.05%	12.54%
<b>VOI-P</b>	BI	6.81	-11.89%	62.88%	2.15	-2.06%	35.38%	3.24	1.90%	34.97%	3.66	-3.98%	9.82%
	TRI	6.81	-11.64%	63.00%	2.14	-2.15%	35.20%	3.25	1.70%	35.02%	3.65	-4.00%	9.78%
	B-S	4.93	1.23%	68.03%	1.56	3.17%	33.94%	2.90	7.88%	36.43%	4.52	-4.31%	10.04%
	BAW	5.23	5.75%	70.23%	1.67	4.69%	34.40%	3.07	8.88%	36.80%	3.63	-3.52%	10.10%
	BJS	5.05	2.79%	68.69%	1.62	3.82%	34.14%	2.99	8.50%	36.63%	3.74	-3.75%	10.11%

Fonte: Resultados da Pesquisa. (\*) DP<sub>EQM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro quadrático médio, enquanto o DP<sub>EARM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro absoluto relativo médio (\*\*). Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS). (\*\*\*) As volatilidades analisadas são: volatilidade histórica com média móvel (VMA); com procedimento High-Low (VHL) e com o modelo GARCH e a volatilidade implícita no-dinheiro (VOI) e volatilidade implícita no-dinheiro ponderada (VOI-P)

Para as opções ATM, os melhores resultados foram obtidos com a volatilidade VMA e VOI-P, sendo que no primeiro caso, houve uma pequena subprecificação, enquanto no segundo caso ocorreu uma pequena superprecificação. Levando em conta as opções ATM, com os diferentes tipos de volatilidade, o modelo que apresentou os melhores resultados foi o modelo binomial. Quanto às opções dentro-do-dinheiro (ITM), a volatilidade VOI foi a que apresentou os melhores resultados e o modelo BAW independente da volatilidade utilizada, foi o que apresentou o melhor desempenho.

No caso das opções de venda, nos modelos de precificação que utilizam a volatilidade histórica, há subprecificação dos prêmios das opções de maneira geral, sendo que nas opções DOTM essa subprecificação é maior. No caso da volatilidade implícita, nos modelos da família Black e Scholes, há uma superprecificação das opções OTM e ATM e uma subprecificação das opções ITM. Analisando a eficiência da ponderação realizada na volatilidade implícita, novamente observa-se uma pequena redução dos erros de precificação com opções de venda no dinheiro.

Verifica-se que com a utilização da volatilidade histórica VMA, os modelos da família Black e Scholes superestimam as opções com período de maturidade inferior a 30 dias e superiores a 60 dias (Tabela 4.13). Para os demais modelos de volatilidade histórica (VHL e GARCH), todos os modelos subestimam os prêmios das opções, sendo que os melhores resultados são obtidos com opções com períodos de maturidade maiores. Na utilização da volatilidade implícita, há uma predominância de superestimação dos prêmios das opções sendo que apenas os modelos binomial e trinomial para opções com períodos curtos de maturidade, há a subestimação do prêmio das opções. Com a volatilidade implícita ponderada, esses modelos passam a subestimar todas as opções, independente do prazo de maturidade.

No tocante as opções com um período curto de maturidade ( $n < 30$ ), os modelos da família Black e Scholes apresentam bons resultados quando se utiliza a volatilidade VMA ou VOI-P, e os modelos binomial e trinomial têm um melhor desempenho com a aplicação da volatilidade implícita. No primeiro caso, têm-se uma superestimação e no segundo caso uma subestimação das opções. Quanto as opções com período médio de maturidade ( $30 < n < 60$ ), verifica-se que as volatilidades implícitas e volatilidade implícita ponderada são as melhores alternativas para os modelos numéricos e para os modelos da família Black e Scholes, respectivamente. Cabe destacar que a ponderação da volatilidade implícita faz com que os prêmios que eram superestimados passem a ser subestimados pelos modelos binomial e trinomial. Enfim, para as opções com períodos de maturidade mais longos, a volatilidade implícita ponderada é a melhor alternativa para todos os modelos analisados.

**Tabela 4.14 – Resultados da Precificação das Opções de Venda para Diferentes Prazos de Maturidade**

	Maturidade $n < 30$				Maturidade $30 < n < 60$				Maturidade $n > 60$				
	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	EQM	DP <sub>EQM</sub>	EARM	DP <sub>EARM</sub>	
<b>VMA</b>	BI	3.59	8.834	-13.72%	47.07%	1.86	2.715	-7.86%	38.73%	4.82	9.453	0.89%	38.89%
	TRI	3.59	8.859	-13.90%	46.63%	1.86	2.729	-7.93%	38.59%	4.82	9.46	0.83%	38.84%
	B-S	2.41	6.24	1.20%	52.14%	1.8	2.52	-3.26%	39.71%	3.85	5.924	5.09%	36.51%
	BAW	2.85	8.246	1.98%	53.07%	1.81	2.52	-2.55%	40.01%	3.78	5.533	7.96%	37.58%
	BJS	2.68	7.418	1.62%	52.67%	1.8	2.519	-2.99%	39.85%	3.75	5.555	6.29%	36.86%
<b>VHL</b>	BI	4.84	13.29	-34.94%	42.38%	3.77	7.61	-31.77%	40.18%	9.79	20.11	-27.91%	39.47%
	TRI	4.84	13.29	-35.17%	42.04%	3.77	7.616	-31.79%	40.04%	9.8	20.12	-27.94%	39.46%
	B-S	1.99	3.58	-25.60%	41.99%	3.59	7.567	-28.52%	40.44%	9	19.11	-25.00%	39.13%
	BAW	1.89	3.327	-25.08%	42.34%	3.56	7.532	-27.94%	40.77%	8.62	18.75	-22.94%	40.28%
	BJS	1.92	3.375	-25.31%	42.17%	3.57	7.542	-28.29%	40.60%	8.79	18.95	-24.16%	39.66%
<b>GARCH</b>	BI	4.76	8.317	-32.99%	66.57%	5.07	11.35	-26.73%	53.36%	17.7	40.16	-19.89%	61.75%
	TRI	6.21	13.44	-31.10%	62.84%	4.91	10.79	-24.34%	78.90%	16.9	35.93	-21.10%	57.94%
	B-S	5.46	13.33	-21.86%	71.46%	4.95	11.93	-23.24%	55.05%	17.6	41.56	-16.69%	61.99%
	BAW	6.46	18.42	-21.03%	72.73%	4.93	12.11	-22.66%	55.40%	17.2	42.26	-14.54%	62.94%
	BJS	6.11	16.57	-21.36%	72.23%	4.93	12.02	-23.01%	55.20%	17.2	41.69	-15.81%	62.41%
<b>VOI</b>	BI	4.43	10.08	-2.39%	55.61%	2	6.64	3.07%	81.91%	6.47	26.75	1.88%	44.41%
	TRI	4.46	10.15	-2.54%	55.55%	2	6.588	3.07%	84.05%	6.46	26.64	1.84%	44.38%
	B-S	3.5	9.119	12.50%	57.45%	1.73	3.557	8.91%	94.55%	6.19	27.05	6.73%	48.04%
	BAW	3.98	11.52	13.26%	58.01%	1.74	3.625	9.70%	95.44%	6.59	29.41	9.73%	50.54%
	BJS	3.81	10.6	12.90%	57.74%	1.73	3.586	9.19%	94.68%	6.36	28.2	8.01%	49.14%
<b>VOI-P</b>	BI	3.71	9.147	-10.64%	46.25%	1.47	4.019	-2.57%	46.95%	3.91	9.862	-0.23%	33.95%
	TRI	3.72	9.177	-10.71%	45.91%	1.47	3.985	-2.63%	46.99%	3.9	9.852	-0.28%	33.92%
	B-S	2.3	5.214	3.48%	46.27%	1.25	2.142	2.64%	52.18%	3.24	7.383	4.06%	31.90%
	BAW	2.7	7.326	4.22%	46.89%	1.25	2.154	3.38%	52.67%	3.31	7.58	6.91%	33.17%
	BJS	2.55	6.517	3.88%	46.63%	1.25	2.147	2.90%	52.25%	3.23	7.338	5.26%	32.37%
<b>Obs</b>	<b>111</b>				<b>161</b>				<b>303</b>				

Fonte: Resultados da Pesquisa

\* DP<sub>EQM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro quadrático médio, enquanto o DP<sub>EARM</sub> refere-se ao desvio-padrão do erro absoluto relativo médio

\*\* Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS)

\*\*\* As volatilidades analisadas são: volatilidade histórica com média móvel (VMA); com procedimento High-Low (VHL) e com o modelo GARCH e a volatilidade implícita no-dinheiro (VOI) e volatilidade implícita no-dinheiro ponderada (VOI-P)

Depois da apresentação dos resultados das opções de venda, cabe destacar os principais resultados encontrados:

- **Utilização da Volatilidade Histórica** - Para as opções de venda, a utilização da volatilidade histórica subestima o valor do prêmio das opções. Essa subestimação é maior quando se considera uma janela temporal menor na análise (janela de 30 dias), sendo que os modelos da família Black e Scholes passam a superestimar os prêmios de opções com uma janela temporal maior (janela de 90 dias). A subestimação também é maior em opções muito fora-do-dinheiro (DOTM) e quando as opções têm um prazo curto de maturidade (até 30 dias);
- **Utilização da Volatilidade Implícita** - Considerando toda a amostra de opções de venda, a utilização da volatilidade implícita superestima o valor do prêmio das opções de venda. Entre os diferentes graus de *moneyness*, apenas as opções dentro-do-dinheiro são subestimadas. Com a utilização da volatilidade implícita ponderada, cabe destacar as diferenças de estimação entre os modelos da família Black e Scholes e os modelos numéricos para as opções fora-do-dinheiro, sendo que no primeiro caso há uma superestimação e no segundo caso, uma subestimação.
- **Comparação entre as Volatilidades** - Os resultados de precificação com a utilização de volatilidade implícita são melhores do que os resultados com a utilização de volatilidade histórica, com exceção para a fórmula de Black, em que o resultado com a utilização da volatilidade VMA com janela de 90 dias foi um pouco melhor (2,00%) do que o resultado com volatilidade implícita ponderada (3,55%), sendo esse o melhor resultado com a utilização da volatilidade histórica. O melhor resultado de precificação com a utilização da volatilidade implícita (VOI) foi obtido com o modelo trinomial (1,34%).
- **Comparação entre os Modelos** - Considerando o grau de *moneyness*, a fórmula de Black com volatilidade VOI apresentou o melhor resultado para precificação de opções muito fora-do-dinheiro (1,23%) e para opções fora-do-dinheiro (OTM) a melhor opção é o modelo trinomial com volatilidade implícita (-0,08%). Para opções no-dinheiro, obtêm-se bons resultados com o modelo binomial com volatilidade GARCH (-1,51%) e com volatilidade VMA (-1,88%). O modelo binomial com volatilidade implícita também se destaca na precificação de opções dentro-do-dinheiro (-1,54%).

## 4.5 Testes Estatísticos

Nessa etapa, é feita uma comparação entre as diferenças médias dos valores dos prêmios teóricos calculados com os prêmios efetivamente praticados no mercado, comparando-se as médias duas a duas sob as diferentes formas de avaliação das opções. Para esse fim, adota-se o teste F da análise de variância (ANOVA) e o teste de Tukey.

### 4.5.1 Testes Estatísticos para Opção de Compra

Para as opções de compra, primeiramente avaliam-se as diferenças médias observadas dos modelos com os diferentes métodos de cálculo da volatilidade. Em seguida, essa análise é estendida para diferentes graus de *moneyness* e para diferentes tipos de maturidades. Na Tabela 4.15, aplicou-se o teste F da análise de variância seguido do teste de Tukey para avaliar as opções de compra. A partir dos dados observados no teste F, rejeita-se a hipótese nula de que as médias são iguais ao nível de significância de 5% em todos os modelos que utilizam volatilidade histórica. Levando em conta o teste de Tukey, a diferença absoluta entre a média dos preços teóricos e do valor dos prêmios praticados no mercado foi superior a diferença mínima significativa calculada pelo teste de Tukey, demonstrando que as médias não são estatisticamente iguais. Para os modelos que utilizam a volatilidade implícita, tanto o teste F da análise de variância quanto o teste de Tukey demonstram que as médias dos preços teóricos e dos preços de mercado são estatisticamente iguais.

**Tabela 4.15 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com a utilização de Volatilidade Histórica e Volatilidade Implícita**

	VMA			VHL			GARCH			VOI	VOI-P	
	30	60	90	30	60	90	30	60	90			
<b>BI</b>	QMR	28,48	27,79	27,89	27,54	27,29	27,31	31,12	26,05	26,27	28,98	29,12
	Teste F	20,53	20,25	18,30	60,71	71,59	75,18	29,79	172,12	211,69	0,98	0,62
	<i>p-value</i>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,32	0,43
	$m_j$	5,12	5,14	5,20	4,31	4,15	4,09	4,82	3,04	2,67	6,56	6,51
	$(m_i - m_j)$	1,18	1,16	1,10	1,99	2,15	2,21	1,48	3,26	3,63	-0,26	-0,21
DMS	0,67	0,66	0,66	0,66	0,65	0,66	0,70	0,64	0,64	0,67	0,68	
<b>TRI</b>	QMR	28,47	27,79	27,88	27,53	27,29	27,30	31,12	26,06	26,27	28,96	29,12
	Teste F	20,68	20,44	18,48	60,94	71,86	75,47	29,97	172,50	212,02	0,93	0,58
	<i>p-value</i>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,33	0,45
	$m_j$	5,12	5,14	5,19	4,30	4,14	4,09	4,81	3,03	2,66	6,55	6,50
	$(m_i - m_j)$	1,18	1,16	1,11	2,00	2,16	2,21	1,49	3,27	3,64	-0,25	-0,20
DMS	0,67	0,66	0,66	0,66	0,65	0,66	0,70	0,64	0,64	0,67	0,68	
<b>BS</b>	QMR	28,03	27,38	27,47	27,11	26,89	26,91	30,59	25,56	25,74	28,52	28,66
	Teste F	23,02	22,72	20,64	64,81	75,95	79,59	32,70	180,37	221,49	0,50	0,26
	<i>p-value</i>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,48	0,61
	$m_j$	5,06	5,08	5,14	4,26	4,10	4,04	4,76	2,99	2,62	6,48	6,43
	$(m_i - m_j)$	1,24	1,21	1,16	2,04	2,20	2,25	1,54	3,31	3,68	-0,18	-0,13
DMS	0,66	0,66	0,66	0,65	0,65	0,65	0,69	0,63	0,64	0,67	0,67	
<b>BAW</b>	QMR	28,51	27,81	27,91	27,55	27,29	27,31	31,20	26,06	26,27	29,03	29,19
	Teste F	19,92	19,69	17,76	60,01	70,87	74,44	29,14	171,50	211,30	1,16	0,77
	<i>p-value</i>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,28	0,38
	$m_j$	5,14	5,16	5,21	4,32	4,16	4,10	4,83	3,04	2,67	6,58	6,53
	$(m_i - m_j)$	1,16	1,14	1,08	1,98	2,14	2,20	1,47	3,26	3,63	-0,28	-0,23
DMS	0,67	0,66	0,66	0,66	0,65	0,66	0,70	0,64	0,64	0,68	0,68	
<b>BJS</b>	QMR	28,40	27,71	27,81	27,47	27,21	27,24	31,03	26,03	26,25	28,87	29,02
	Teste F	21,27	21,05	19,04	61,84	72,85	76,46	30,59	173,38	212,74	0,79	0,47
	<i>p-value</i>	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,37	0,49
	$m_j$	5,10	5,12	5,18	4,29	4,13	4,08	4,80	3,03	2,66	6,53	6,48
	$(m_i - m_j)$	1,20	1,18	1,12	2,01	2,17	2,22	1,50	3,27	3,64	-0,23	-0,18
DMS	0,67	0,66	0,66	0,66	0,65	0,65	0,70	0,64	0,64	0,67	0,68	

Fonte: Resultados da Pesquisa

\* Quadrado Médio dos resíduos (QMR) da ANOVA; Diferença Mínima Significativa (DMS) do teste de Tukey; valor médio de precificação do mercado ( $m_j$ ) e valor médio de precificação do modelo ( $m_i$ )

De acordo com a análise quanto às diferentes classificações de *moneyness* (Tabela 4.16 e 4.17), tanto o Teste F quanto o teste de Tukey demonstram que, para todos os modelos de precificação com volatilidade histórica, a hipótese de igualdade é confirmada, ao nível de significância de 1%, para as opções dentro-do-dinheiro (ITM). Para todas as demais classificações de *moneyness*, rejeita-se a hipótese nula de que as médias são iguais.

Considerando a utilização da volatilidade implícita na precificação, de acordo com o teste de F não se rejeita, ao nível de significância de 1%, a hipótese nula de que as médias são estatisticamente iguais, para todos os níveis de *moneyness*. Apenas quando se utiliza a

volatilidade implícita ponderada (VOI-P) para opções muito fora-do-dinheiro (DOTM) é que a hipótese de igualdade de médias é rejeitada. Quanto ao teste de Tukey, no caso das opções muito fora-do-dinheiro, tanto os modelos que utilizam a volatilidade implícita quanto os modelos com volatilidade implícita ponderada apresentaram diferenças absolutas acima da diferença mínima significativa calculada pelo teste, demonstrando que a hipótese de igualdade de média deve ser rejeitada nesses dois casos. Segundo os resultados do teste de Tukey, também deve se rejeitar a hipótese de igualdade de médias para os modelos Binomial e BAW com a utilização das volatilidades VOI e VOI-P para opções no-dinheiro (ATM).

Considerando o tempo de maturidade (Tabela 4.18), verifica-se que a hipótese de igualdade entre as médias não é rejeitada para nenhum tipo de volatilidade quando se considera o período de maturidade de até 30 dias. Para o período médio de maturidade, entre 30 e 60 dias, não se rejeita a hipótese de igualdade de médias para os modelos com volatilidade VMA, ao nível de 1% de significância. Com o uso da volatilidade implícita, essa hipótese não é rejeitada em nenhum dos períodos de maturidade analisados.

**Tabela 4.16 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com Diferentes Graus de *Moneyness* com Volatilidade Histórica**

		VMA					VHL					GARCH				
		BI	TRI	B-S	BAW	BJS	BI	TRI	B-S	BAW	BJS	BI	TRI	B-S	BAW	BJS
<b>DOTM</b>	QMR	0.51	0.51	0.51	0.51	0.51	0.49	0.49	0.49	0.48	0.49	0.68	0.68	0.68	0.69	0.68
	Teste F	169.5	169.1	169.2	165.9	0.5	208.1	207.9	207.8	213.1	207.8	123.4	123.5	124.2	120.7	123.7
	<i>p-value</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	$m_j$	0.22	0.22	0.22	0.23	0.22	0.05	0.05	0.06	0.04	0.06	0.24	0.24	0.24	0.24	0.24
	$(m_i - m_j)$	1.77	1.77	1.77	1.75	1.76	1.93	1.93	1.93	1.95	1.93	1.75	1.75	1.75	1.74	1.75
	DMS	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.35	0.36	0.42	0.42	0.42	0.42	0.42
<b>OTM</b>	QMR	2.62	2.61	2.59	2.64	2.60	2.28	2.27	2.27	2.29	2.27	10.66	10.65	10.34	10.86	10.58
	Teste F	158.0	158.7	161.4	153.6	159.7	317.7	319.1	321.5	314.2	320.2	13.7	13.9	14.9	13.0	14.1
	<i>p-value</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	$m_j$	1.36	1.36	1.35	1.38	1.35	0.79	0.79	0.78	0.80	0.78	2.07	2.06	2.04	2.09	2.06
	$(m_i - m_j)$	1.75	1.75	1.76	1.73	1.76	2.32	2.32	2.33	2.31	2.33	1.04	1.05	1.07	1.02	1.05
	DMS	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.34	0.34	0.33	0.34	0.34	0.73	0.73	0.71	0.73	0.72
<b>ATM</b>	QMR	6.64	6.64	6.55	6.69	6.62	6.34	6.33	6.27	6.36	6.32	10.97	10.96	10.81	11.02	10.92
	Teste F	18.4	18.8	21.5	17.5	19.7	134.4	135.1	141.0	132.1	137.2	54.3	54.6	57.7	53.1	55.7
	<i>p-value</i>	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	$m_j$	5.32	5.32	5.27	5.34	5.30	4.02	4.02	3.98	4.03	4.00	4.36	4.36	4.32	4.38	4.35
	$(m_i - m_j)$	0.80	0.81	0.86	0.78	0.82	2.10	2.11	2.14	2.09	2.12	1.76	1.76	1.80	1.74	1.77
	DMS	0.48	0.48	0.47	0.48	0.48	0.47	0.47	0.46	0.47	0.47	0.61	0.61	0.61	0.61	0.61
<b>ITM</b>	QMR	17.46	17.46	17.25	17.43	17.41	17.42	17.41	17.19	17.39	17.38	22.11	22.12	22.11	22.11	22.06
	Teste F	0.52	0.53	1.04	0.48	0.64	4.08	4.11	5.40	3.99	4.38	6.79	6.80	6.79	6.69	7.09
	<i>p-value</i>	0.47	0.47	0.31	0.49	0.42	0.04	0.04	0.02	0.05	0.04	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
	$m_j$	13.19	13.19	13.04	13.21	13.15	12.50	12.50	12.35	12.51	12.46	12.01	12.01	12.01	12.02	11.98
	$(m_i - m_j)$	0.39	0.39	0.54	0.37	0.43	1.08	1.08	1.23	1.07	1.12	1.57	1.57	1.57	1.56	1.60
	DMS	1.40	1.40	1.39	1.40	1.40	1.40	1.40	1.39	1.40	1.40	1.58	1.58	1.58	1.58	1.57

Fonte: Resultados da Pesquisa

(\*) Quadrado Médio dos resíduos (QMR) da ANOVA; Diferença Mínima Significativa (DMS) do teste de Tukey; valor médio do mercado ( $m_i$ ) e valor médio do modelo ( $m_j$ ) (\*\*) Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS) (\*\*\*) As volatilidades analisadas são: volatilidade histórica com média móvel (VMA); com procedimento High-Low (VHL) e com o modelo GARCH

**Tabela 4.17 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com Diferentes Graus de *Moneyness* com Volatilidade Implícita**

		VOI					VOI-P				
		BI	TRI	B-S	BAW	BJS	BI	TRI	B-S	BAW	BJS
<b>DOTM</b>	QMR	1.34	1.34	1.33	1.38	1.34	0.93	0.93	0.93	0.96	0.93
	Teste F	4.3	4.3	4.5	3.5	4.3	19.4	19.2	19.6	17.3	19.4
	<i>p-value</i>	0.04	0.04	0.04	0.06	0.04	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	$m_j$	1.52	1.53	1.52	1.56	1.52	1.17	1.18	1.17	1.21	1.17
	$(m_i - m_j)$	-1.52	-1.53	-1.52	-1.56	-1.52	-1.17	-1.18	-1.17	-1.21	-1.17
	DMS	0.59	0.59	0.58	0.60	0.59	0.49	0.49	0.49	0.50	0.49
<b>OTM</b>	QMR	4.15	4.14	4.05	4.23	4.12	3.78	3.78	3.71	3.86	3.76
	Teste F	2.7	2.8	3.3	2.2	3.0	6.3	6.5	7.3	5.5	6.8
	<i>p-value</i>	0.10	0.10	0.07	0.14	0.09	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01
	$m_j$	2.82	2.82	2.80	2.85	2.81	2.69	2.69	2.66	2.72	2.68
	$(m_i - m_j)$	0.29	0.29	0.31	0.26	0.30	0.42	0.42	0.45	0.39	0.43
	DMS	0.45	0.45	0.45	0.46	0.45	0.43	0.43	0.43	0.44	0.43
<b>ATM</b>	QMR	8.83	8.83	8.66	8.94	8.80	8.76	8.77	8.58	8.89	8.73
	Teste F	6.8	6.5	5.1	7.2	6.0	7.0	6.8	5.4	7.5	6.3
	<i>p-value</i>	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.01
	$m_j$	6.68	6.67	6.60	6.70	6.64	6.69	6.68	6.61	6.71	6.65
	$(m_i - m_j)$	-0.56	-0.55	-0.48	-0.58	-0.52	-0.56	-0.56	-0.49	-0.59	-0.53
	DMS	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.55	0.54	0.55	0.55
<b>ITM</b>	QMR	19.25	19.27	19.02	19.27	19.22	18.65	18.67	18.41	18.68	18.62
	Teste F	0.60	0.56	0.23	0.62	0.47	1.16	1.12	0.60	1.21	0.98
	<i>p-value</i>	0.44	0.45	0.63	0.43	0.49	0.28	0.29	0.44	0.27	0.32
	$m_j$	14.01	14.00	13.85	14.02	13.96	14.18	14.16	14.01	14.19	14.13
	$(m_i - m_j)$	-0.43	-0.42	-0.27	-0.44	-0.38	-0.60	-0.59	-0.43	-0.61	-0.55
	DMS	1.47	1.47	1.46	1.47	1.47	1.45	1.45	1.44	1.45	1.45

Fonte: Resultados da Pesquisa

(\*) Quadrado Médio dos resíduos (QMR) da ANOVA; Diferença Mínima Significativa (DMS) do teste de Tukey; valor médio do mercado ( $m_i$ ) e valor médio do modelo ( $m_j$ ) (\*\*) Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS) (\*\*\*) As volatilidades analisadas são: volatilidade implícita no dinheiro (VOI) e volatilidade implícita no dinheiro ponderada (VOI-P)

**Tabela 4.18 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Compra com Diferentes Períodos de Maturidade**

	VMA			VHL			GARCH			VOI			VOI-P			
	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60	
<b>BI</b>	QMR	39.33	27.46	23.93	39.56	27.16	23.52	39.88	27.90	29.73	39.49	28.39	25.09	39.06	27.68	25.60
	Teste F	0.49	4.87	8.29	1.48	13.09	43.28	0.80	8.88	14.87	0.10	0.19	4.15	0.00	0.03	5.88
	<i>p-value</i>	0.48	0.03	0.00	0.22	0.00	0.00	0.37	0.00	0.00	0.76	0.66	0.04	0.99	0.87	0.02
	$m_j$	5.04	4.55	5.64	4.65	3.91	4.44	4.89	4.18	5.17	5.81	5.75	7.27	5.57	5.48	7.41
	$(m_i - m_j)$	0.53	1.00	0.95	0.92	1.64	2.15	0.68	1.37	1.42	-0.24	-0.20	-0.69	0.00	0.07	-0.83
	DMS	1.98	1.17	0.85	1.99	1.17	0.84	2.00	1.18	0.95	1.99	1.19	0.87	1.98	1.18	0.88
<b>TRI</b>	QMR	39.34	27.46	23.92	39.56	27.16	23.51	39.88	27.91	29.72	39.48	28.38	25.08	39.06	27.70	25.59
	Teste F	0.51	4.95	8.33	1.50	13.18	43.40	0.81	8.98	14.92	0.09	0.18	4.10	0.00	0.03	5.82
	<i>p-value</i>	0.48	0.03	0.00	0.22	0.00	0.00	0.37	0.00	0.00	0.77	0.67	0.04	0.99	0.86	0.02
	$m_j$	5.03	4.54	5.64	4.64	3.91	4.44	4.89	4.18	5.17	5.80	5.75	7.27	5.56	5.47	7.41
	$(m_i - m_j)$	0.54	1.01	0.95	0.93	1.64	2.15	0.69	1.38	1.42	-0.22	-0.20	-0.68	0.01	0.08	-0.82
	DMS	1.98	1.17	0.85	1.99	1.17	0.84	2.00	1.18	0.94	1.99	1.19	0.87	1.98	1.18	0.88
<b>B-S</b>	QMR	39.05	27.10	23.46	39.24	26.75	23.06	39.52	27.49	29.08	39.23	28.07	24.53	38.82	27.37	25.04
	Teste F	0.56	5.33	9.92	1.60	13.91	46.80	0.89	9.55	16.85	0.07	0.12	3.06	0.00	0.07	4.58
	<i>p-value</i>	0.45	0.02	0.00	0.21	0.00	0.00	0.35	0.00	0.00	0.79	0.73	0.08	0.96	0.79	0.03
	$m_j$	5.00	4.51	5.56	4.61	3.87	4.38	4.86	4.14	5.10	5.77	5.71	7.17	5.54	5.43	7.31
	$(m_i - m_j)$	0.57	1.04	1.03	0.96	1.68	2.21	0.72	1.41	1.49	-0.20	-0.16	-0.58	0.04	0.12	-0.72
	DMS	1.98	1.16	0.84	1.98	1.16	0.83	1.99	1.17	0.93	1.98	1.18	0.86	1.97	1.17	0.87
<b>BAW</b>	QMR	39.31	27.44	23.96	39.54	27.15	23.55	39.86	27.89	29.87	39.47	28.37	25.18	39.05	27.67	25.69
	Teste F	0.52	4.90	7.64	1.51	13.14	42.20	0.82	4.18	14.11	0.08	0.19	4.78	0.00	0.03	6.64
	<i>p-value</i>	0.47	0.03	0.01	0.22	0.00	0.00	0.37	0.00	0.00	0.77	0.67	0.03	0.98	0.86	0.01
	$m_j$	5.03	4.54	5.68	4.64	3.91	4.46	4.88	4.18	5.20	5.79	5.75	7.33	5.56	5.47	7.47
	$(m_i - m_j)$	0.55	1.01	0.91	0.93	1.64	2.12	0.69	1.37	1.38	-0.22	-0.20	-0.74	0.02	0.08	-0.88
	DMS	1.98	1.17	0.85	1.99	1.17	0.84	2.00	1.18	0.95	1.99	1.19	0.87	1.98	1.18	0.88

Fonte: Resultados da Pesquisa (\*) Quadrado Médio dos resíduos (QMR) da ANOVA; Diferença Mínima Significativa (DMS) do teste de Tukey; valor médio de precificação do mercado ( $m_i$ ) e valor médio de precificação do modelo ( $m_j$ ).

#### 4.5.2 Testes Estatísticos para Opção de Venda

Assim como nas opções de compra, as volatilidades VHL e GARCH não apresentaram resultados satisfatórios para as opções de venda. Mesmo considerando diferentes janelas temporais, o teste F da análise de variância e o teste de Tukey demonstram que para essas modalidades de volatilidade histórica, a hipótese de igualdade das médias deve ser rejeitada (Tabela 4.19). Em contrapartida, para os modelos que utilizam volatilidade histórica VMA, não se rejeita a hipótese nula de igualdade das médias dos prêmios teóricos e dos prêmios observados ao nível de significância de 5%. Cabe destacar que os modelos que utilizam janelas temporais de 90 dias apresentam níveis de significância maiores.

**Tabela 4.19 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com a utilização de Volatilidade Histórica e Volatilidade Implícita**

	VMA			VHL			GARCH			VOI	VOI-P	
	30	60	90	30	60	90	30	60	90			
<b>BI</b>	QMR	23.30	21.87	21.39	21.63	20.58	19.87	24.19	19.38	19.94	23.19	22.04
	Teste F	3.38	3.78	2.24	31.37	39.86	42.17	17.42	146.81	195.65	0.36	1.17
	<i>p-value</i>	0.07	0.05	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.55	0.28
	$m_i$	5.39	5.38	5.50	4.38	4.22	4.21	4.70	2.77	2.23	5.74	5.61
	$(m_i - m_j)$	0.52	0.54	0.41	1.54	1.69	1.71	1.21	3.15	3.68	0.17	0.30
	DMS	0.73	0.71	0.70	0.71	0.69	0.68	0.75	0.67	0.68	0.73	0.71
<b>TRI</b>	QMR	23.36	21.90	21.39	21.63	20.58	19.87	23.85	19.37	19.94	23.19	22.04
	Teste F	3.21	3.60	2.29	31.51	39.99	42.30	18.15	146.95	195.68	0.38	1.19
	<i>p-value</i>	0.07	0.06	0.13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.54	0.27
	$m_i$	5.40	5.39	5.50	4.37	4.22	4.20	4.69	2.77	2.23	5.74	5.61
	$(m_i - m_j)$	0.51	0.52	0.41	1.54	1.69	1.71	1.23	3.15	3.68	0.18	0.30
	DMS	0.73	0.71	0.70	0.71	0.69	0.68	0.74	0.67	0.68	0.73	0.71
<b>B-S</b>	QMR	22.87	21.39	20.94	21.16	20.09	19.44	24.42	19.02	19.62	22.85	21.60
	Teste F	1.05	1.20	0.35	25.35	32.91	34.14	11.52	141.36	195.71	0.09	0.04
	<i>p-value</i>	0.31	0.27	0.56	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.76	0.84
	$m_i$	5.62	5.61	5.75	4.55	4.40	4.39	4.92	2.85	5.91	6.00	5.86
	$(m_i - m_j)$	0.29	0.30	0.16	1.37	1.52	1.52	0.99	3.06	0.00	-0.09	0.05
	DMS	0.73	0.70	0.69	0.70	0.68	0.67	0.75	0.66	0.67	0.73	0.71
<b>BAW</b>	QMR	23.63	22.08	21.62	21.78	20.64	19.95	25.17	19.63	20.14	23.65	22.32
	Teste F	0.32	0.39	0.01	21.17	28.06	29.12	8.86	130.48	185.19	0.58	0.07
	<i>p-value</i>	0.57	0.53	0.91	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.45	0.79
	$m_i$	5.75	5.74	5.88	4.65	4.49	4.49	5.03	2.93	2.31	6.13	5.99
	$(m_i - m_j)$	0.16	0.17	0.03	1.27	1.42	1.42	0.88	2.98	3.60	5.91	-0.08
	DMS	0.74	0.71	0.71	0.71	0.69	0.68	0.76	0.67	0.68	0.74	0.72
<b>BJS</b>	QMR	23.39	21.88	21.42	21.61	20.50	19.83	24.97	19.56	20.08	23.39	22.10
	Teste F	0.61	0.72	0.11	22.95	30.13	31.25	9.96	133.16	187.35	0.07	0.00
	<i>p-value</i>	0.43	0.40	0.74	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.59	0.96
	$m_i$	5.69	5.68	5.82	4.60	4.45	4.44	4.98	2.90	5.91	6.07	5.93
	$(m_i - m_j)$	0.22	0.23	0.09	1.31	1.47	1.47	0.93	3.01	0.00	-0.15	-0.01
	DMS	0.73	0.71	0.70	0.71	0.69	0.68	0.76	0.67	0.68	0.73	0.71

Fonte: Resultados da Pesquisa

Mesmo que a volatilidade VMA seja adequada para a precificação de opções de venda, esta metodologia não supera os resultados das volatilidades implícitas (VOI e VOI-P). Para os modelos que utilizam a volatilidade implícita, não se rejeita a hipótese de igualdade entre as médias dos preços teóricos e observados, e pelo teste de Tukey, pode-se observar que as diferenças absolutas entre as médias, além de serem inferiores à diferença mínima significativa calculada pelo teste, também são inferiores à diferença obtida nos modelos com volatilidade VMA. Esse fato demonstra os menores erros de precificação dos modelos com utilização da volatilidade implícita frente os modelos com volatilidade histórica.

No tocante às diferentes classificações de *moneyness* para as opções de venda (Tabela 4.20 e 4.21), verifica-se que tanto para os modelos com volatilidade histórica quanto os modelos com volatilidade implícita, não se rejeita a hipótese de igualdade entre as médias dos preços teóricos e os preços observados, ao nível de significância de 5%, para as opções dentro-do-dinheiro e no-dinheiro. Cabe destacar que o erro absoluto dos modelos com volatilidade VOI são menores e conseqüentemente o nível de significância é maior. Para as opções fora-do-dinheiro e muito fora-do-dinheiro, apenas os modelos com volatilidade implícita e volatilidade implícita ponderada se mostraram adequados. Nesse ponto, cabe destacar que a ponderação aplicada à volatilidade implícita melhorou os resultados de precificação.

Considerando os diferentes períodos de maturidade (Tabela 4.22), verificam-se novamente os bons resultados para opções vencidas em até 30 dias, dado que não se rejeita a hipótese de igualdade entre as médias, ao nível de significância de 5%. Para opções com períodos maiores de maturidades, os modelos com volatilidade VMA, VOI e VOI-P são os mais indicados, dado que a hipótese de igualdade também não é rejeitada, sendo que, novamente, os modelos com volatilidade implícita apresentaram diferenças absolutas entre as médias menores do que os modelos com volatilidade histórica.

**Tabela 4.20 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com Diferentes Graus de *Moneyness* com Volatilidade Histórica**

		VMA					VHL					GARCH				
		BI	TRI	B-S	BAW	BJS	BI	TRI	B-S	BAW	BJS	BI	TRI	B-S	BAW	BJS
DOTM	QMR	14.34	14.33	13.81	14.50	14.20	13.15	13.56	13.24	13.79	13.14	13.46	13.87	13.75	14.28	14.05
	Teste F	2.59	2.60	0.52	0.08	0.29	18.48	12.33	13.47	10.93	18.50	18.13	17.83	12.41	10.05	11.41
	<i>p-value</i>	0.11	0.11	0.47	0.78	0.59	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	$m_i$	4.23	4.23	4.73	4.97	4.83	2.82	3.22	3.16	3.31	2.82	2.82	2.80	3.20	3.36	3.26
	$(m_i - m_j)$	0.90	0.90	0.40	0.16	0.30	2.30	1.91	1.97	1.82	2.31	2.31	2.32	1.93	1.77	1.87
	DMS	1.48	1.48	1.46	1.49	1.48	1.42	1.44	1.43	1.46	1.42	1.44	1.46	1.45	1.48	1.47
OTM	QMR	11.11	11.12	10.82	11.26	11.08	10.29	10.29	10.09	10.45	10.30	11.72	12.48	11.76	12.11	11.96
	Teste F	0.13	0.14	0.09	0.47	0.24	25.26	25.36	20.60	17.15	18.83	20.18	15.17	15.70	13.06	14.37
	<i>p-value</i>	0.72	0.71	0.77	0.49	0.63	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	$m_i$	4.81	4.81	4.98	5.08	5.03	3.66	3.66	3.79	3.87	3.83	3.72	3.84	3.85	3.93	3.89
	$(m_i - m_j)$	0.09	0.09	-0.08	-0.18	-0.13	1.24	1.25	1.11	1.03	1.07	1.19	1.06	1.05	0.97	1.01
	DMS	0.66	0.66	0.65	0.67	0.66	0.64	0.64	0.63	0.64	0.64	0.68	0.70	0.68	0.69	0.69
ATM	QMR	27.50	27.50	27.44	28.51	28.25	29.19	29.20	28.42	29.40	29.17	33.63	32.90	34.99	36.41	36.01
	Teste F	1.25	1.28	0.35	0.17	0.22	6.64	6.70	5.26	5.62	4.70	0.52	1.23	0.03	0.00	0.00
	<i>p-value</i>	0.27	0.26	0.55	0.68	0.64	0.01	0.01	0.02	0.04	0.03	0.47	0.27	0.86	0.99	0.96
	$m_i$	6.64	6.63	6.98	7.09	7.06	5.62	5.61	5.83	5.93	5.90	6.85	6.57	7.25	7.37	7.33
	$(m_i - m_j)$	0.74	0.75	0.39	0.28	0.31	1.75	1.76	1.54	1.45	1.48	0.53	0.80	0.13	0.00	0.04
	DMS	1.76	1.76	1.75	1.79	1.78	1.81	1.81	1.79	1.82	1.81	1.94	1.92	1.98	2.02	2.01
ITM	QMR		52.26	50.47	52.45	52.19	54.95	54.92	53.20	55.27	54.92	55.30	49.06	53.39	55.71	55.59
	Teste F	0.21	0.22	0.28	0.19	0.21	0.29	0.29	0.39	0.27	0.29	0.06	0.36	0.12	0.05	0.06
	<i>p-value</i>	0.65	0.65	0.60	0.66	0.65	0.59	0.59	0.54	0.60	0.59	0.80	0.55	0.73	0.82	0.81
	$m_i$		15.41	15.28	15.47	15.42	15.20	15.20	15.04	15.24	15.21	15.86	15.14	15.67	15.93	15.89
	$(m_i - m_j)$	16.44	1.03	1.16	0.98	1.02	1.24	1.24	1.41	1.20	1.24	0.58	1.30	0.78	0.52	0.55
	DMS	0.00	6.34	6.23	6.35	6.34	6.50	6.50	6.40	6.52	6.50	6.52	6.14	6.41	6.55	6.54

Fonte: Resultados da Pesquisa

(\*) Quadrado Médio dos resíduos (QMR) da ANOVA; Diferença Mínima Significativa (DMS) do teste de Tukey; valor médio do mercado ( $m_i$ ) e valor médio do modelo ( $m_j$ ) (\*\*) Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS) (\*\*\*) As volatilidades analisadas são: volatilidade histórica com média móvel (VMA); com procedimento High-Low (VHL) e com o modelo GARCH

**Tabela 4.21 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com Diferentes Graus de *Moneyness* com Volatilidade Implícita**

		VOI					VOI-P				
		BI	TRI	B-S	BAW	BJS	BI	TRI	B-S	BAW	BJS
DOTM	QMR	15.89	15.88	16.33	17.27	16.84	15.60	15.59	15.55	16.33	15.99
	Teste F	0.60	0.60	0.04	0.38	0.14	1.04	1.04	0.02	0.08	0.00
	<i>p-value</i>	0.44	0.44	0.85	0.54	0.71	0.31	0.31	0.89	0.78	0.97
	$m_i$	4.67	4.67	5.25	5.51	5.36	4.53	4.53	5.05	5.30	5.15
	$(m_i-m_j)$	0.46	0.46	-0.12	-0.38	-0.23	0.60	0.60	0.08	-0.17	-0.02
	DMS	1.56	1.56	1.58	1.63	1.61	1.55	1.55	1.55	1.58	1.57
OTM	QMR	12.26	12.25	11.77	12.25	12.05	11.07	11.07	10.63	11.06	10.88
	Teste F	0.00	0.00	0.27	0.78	0.49	0.16	0.16	0.04	0.35	0.16
	<i>p-value</i>	0.97	0.96	0.60	0.38	0.48	0.69	0.69	0.84	0.56	0.69
	$m_i$	4.89	4.89	4.90	5.14	5.09	4.80	4.80	4.95	5.05	5.00
	$(m_i-m_j)$	0.01	0.01	0.00	-0.24	-0.19	0.10	0.10	-0.05	-0.15	-0.10
	DMS	0.70	0.70	0.68	0.70	0.69	0.66	0.66	0.65	0.66	0.66
ATM	QMR	30.86	30.89	30.91	32.24	31.88	29.28	29.30	29.19	30.40	30.08
	Teste F	0.18	0.18	0.01	7.08	0.05	0.50	0.51	0.03	0.00	0.00
	<i>p-value</i>	0.67	0.67	0.91	0.78	0.82	0.48	0.48	0.85	0.99	0.94
	$m_i$	7.08	7.07	7.45	7.57	7.53	6.89	6.89	7.25	7.36	7.33
	$(m_i-m_j)$	0.29	0.30	-0.08	-0.20	-0.16	0.48	0.49	0.13	0.01	0.05
	DMS	1.86	1.86	1.86	1.90	1.89	1.81	1.81	1.81	1.85	1.84
ITM	QMR	50.82	50.80	49.08	50.91	50.67	51.71	51.71	49.95	51.87	51.60
	Teste F	0.05	0.05	0.07	0.03	0.04	0.12	0.12	0.17	0.10	0.11
	<i>p-value</i>	0.83	0.83	0.80	0.87	0.85	0.73	0.73	0.68	0.75	0.74
	$m_i$	15.97	15.97	15.88	16.07	16.03	15.67	15.67	15.55	15.74	15.69
	$(m_i-m_j)$	0.47	0.48	0.56	0.37	0.41	0.78	0.78	0.89	0.71	0.75
	DMS	6.25	6.25	6.15	6.26	6.24	6.31	6.31	6.20	6.32	6.30

Fonte: Resultados da Pesquisa

(\*) Quadrado Médio dos resíduos (QMR) da ANOVA; Diferença Mínima Significativa (DMS) do teste de Tukey; valor médio do mercado ( $m_i$ ) e valor médio do modelo ( $m_j$ ) (\*\*)Os modelos analisados são: modelo binomial (BI); trinomial (TRI); Fórmula de Black (B-S); Barone-Adesi e Whaley (BAW) e Bjerksund e Stensland (BJS) (\*\*\*) As volatilidades analisadas são: volatilidade implícita no dinheiro (VOI) e volatilidade implícita no dinheiro ponderada (VOI-P)

**Tabela 4.22 – ANOVA e Teste de Tukey para Opções de Venda com Diferentes Períodos de Maturidade**

		VMA			VHL			GARCH			VOI			VOI-P		
		n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60	n<30	30<n<60	n>60
<b>BI</b>	QMR	21.37	10.50	23.97	21.39	10.41	25.41	22.40	11.87	28.83	22.58	10.64	26.84	21.48	10.50	25.14
	Teste F	1.58	0.65	0.70	4.24	8.95	20.97	3.20	5.60	10.27	0.46	0.19	0.04	1.18	0.30	0.28
	<i>p-value</i>	0.21	0.42	0.40	0.04	0.00	0.00	0.07	0.02	0.00	0.50	0.66	0.84	0.28	0.58	0.60
	$m_i$	4.04	4.09	6.79	3.54	3.31	5.25	3.68	3.47	5.73	4.39	4.22	7.04	4.14	4.18	6.91
	$(m_i-m_j)$	0.78	0.29	0.33	1.28	1.08	1.88	1.14	0.91	1.40	0.43	0.16	0.08	0.68	0.20	0.21
	DMS	1.62	0.94	1.02	1.62	0.94	1.05	1.66	1.00	1.12	1.67	0.95	1.08	1.63	0.95	1.05
<b>TRI</b>	QMR	21.37	10.49	23.97	21.40	10.40	25.41	22.70	11.07	28.48	22.60	10.37	26.82	21.49	10.50	25.14
	Teste F	1.61	0.68	0.72	4.29	9.00	21.03	2.67	7.39	10.58	0.47	0.01	0.04	1.20	0.32	0.28
	<i>p-value</i>	0.21	0.41	0.40	0.04	0.00	0.00	0.10	0.01	0.00	0.49	0.91	0.84	0.28	0.57	0.59
	$m_i$	4.03	4.08	6.79	3.54	3.30	5.25	3.78	3.37	5.72	4.38	4.34	7.04	4.14	4.18	6.91
	$(m_i-m_j)$	0.79	0.30	0.34	1.29	1.08	1.88	1.05	1.01	1.41	0.44	0.04	0.09	0.68	0.20	0.22
	DMS	1.62	0.94	1.02	1.62	0.94	1.05	1.67	0.97	1.12	1.67	0.94	1.08	1.63	0.94	1.05
<b>B-S</b>	QMR	22.67	10.36	22.88	21.32	10.29	24.67	25.56	11.72	28.30	23.92	10.63	25.96	22.62	10.27	24.16
	Teste F	0.04	0.25	0.16	1.86	7.67	18.96	0.49	4.72	8.53	0.09	0.20	0.07	0.01	0.05	0.01
	<i>p-value</i>	0.84	0.62	0.68	0.17	0.01	0.00	0.48	0.03	0.00	0.76	0.65	0.79	0.92	0.82	0.93
	$m_i$	4.69	4.20	6.97	3.98	3.39	5.37	4.35	3.55	5.86	5.02	4.22	7.24	4.76	4.30	7.09
	$(m_i-m_j)$	0.13	0.18	0.16	0.84	0.99	1.76	0.48	0.83	1.26	-0.20	0.16	-0.11	0.06	0.08	0.04
	DMS	1.67	0.94	1.00	1.62	0.94	1.04	1.78	1.00	1.11	1.72	0.95	1.07	1.67	0.93	1.03
<b>BAW</b>	QMR	23.22	10.46	23.71	21.54	10.40	25.60	26.50	11.86	29.19	24.48	10.46	27.01	23.14	10.36	25.08
	Teste F	0.01	0.17	0.01	1.67	7.15	15.11	0.35	4.34	6.25	0.15	0.00	0.60	0.00	0.02	0.18
	<i>p-value</i>	0.91	0.68	0.90	0.20	0.01	0.00	0.56	0.04	0.01	0.70	0.99	0.44	0.99	0.89	0.67
	$m_i$	4.75	4.23	7.17	4.02	3.42	5.53	4.42	3.58	6.03	5.08	4.37	7.45	4.82	4.33	7.30
	$(m_i-m_j)$	0.07	0.15	-0.05	0.80	0.96	1.60	0.41	0.80	1.10	-0.25	0.01	-0.33	0.01	0.05	-0.17
	DMS	1.69	0.94	1.02	1.63	0.94	1.06	1.81	1.00	1.13	1.74	0.94	1.09	1.69	0.94	1.05

Fonte: Resultados da Pesquisa \* Quadrado Médio dos resíduos (QMR) da ANOVA; Diferença Mínima Significativa (DMS) do teste de Tukey; valor médio de precificação do mercado ( $m_i$ ) e valor médio de precificação do modelo ( $m_j$ ).

## 5. CONCLUSÕES

É reconhecida a importância histórica do café para a economia brasileira, sendo que o desempenho competitivo desse setor depende em grande medida das mudanças institucionais, tecnológicas e de gestão vivenciadas no período recente. No que tange à coordenação do setor, a redução de riscos associados a oscilações adversas de preços se torna imperativa. Nesse aspecto, com a crescente importância dos instrumentos de derivativos na gestão de risco do setor cafeeiro, o presente estudo buscou avaliar a aplicabilidade de diferentes modelos de precificação de opções sobre contratos futuros de café arábica. Além da preocupação com a identificação dos modelos mais apropriados para precificação de opções agropecuárias, deu-se especial atenção aos resultados com o emprego da volatilidade histórica e da volatilidade implícita.

Os dados utilizados para o cálculo dos prêmios teóricos das opções foram obtidos junto a BM&F, sendo que apenas uma *proxy* da taxa de juros livre de risco foi obtida do Banco Central. A partir da base de dados da BM&F, partiu-se para a seleção da amostra representativa livre de vieses que poderiam interferir nos resultados de precificação, como a baixa liquidez, a proximidade do dia do vencimento e *outliers*. Nessa etapa, o que chamou a atenção foi que a grande parcela de observações suprimidas concentrou-se no início do período analisado, o que caracteriza o mercado de opções sobre futuros de café arábica como um ambiente mais favorável para a aplicação dos preceitos de precificação, com o passar do tempo.

Uma próxima etapa de análise consistiu na caracterização das opções sobre contratos futuros de café arábica. Pôde-se notar que a maior parcela das opções de

compra e opções de venda tem um período de maturidade acima de 60 dias (2 meses). Como uma parcela significativa dos participantes do mercado de opções de café estão ligados ao setor cafeeiro, como cooperativas, *tradings* e exportadores, a sua atuação envolve a proteção contra oscilações adversas de preços que demoram um certo período de tempo para se realizar.

Quanto aos resultados da precificação das opções, não é possível afirmar de modo inequívoco, com base nos testes realizados, que um dos cinco modelos testados (Fórmula de Black, aproximações de Barone-Adesi e Whaley e de Bjerk Sund e Stensland, modelo binomial e modelo trinomial) apresenta os melhores resultados para todas as diferentes formas de extração da volatilidade histórica (média móvel, método *high-low* ou método Garch) ou volatilidade implícita (com ou sem ponderação), diferentes janelas temporais (30, 60 ou 90 dias), diferentes graus de *moneyness* e diferentes períodos de maturidade. De modo geral, não há o melhor modelo de precificação, mas sim um modelo mais adequado sob condições específicas de mercado. Dentre as principais classificações utilizadas, cabe ressaltar:

- Para opções de compra, o modelo de Barone-Adesi e Whaley foi o modelo que apresentou os melhores resultados com o uso da volatilidade histórica e para os diferentes graus de *moneyness* (OTM, ATM e ITM) e a fórmula de Black foi a que apresentou os melhores resultados com a utilização da volatilidade implícita e para os diferentes períodos de maturidade;
- Para as opções de venda, o modelo de Barone-Adesi e Whaley foi o que melhor precificou as opções com período médio de maturidade (entre 30 e 60 dias) e opções dentro-do-dinheiro; o modelo trinomial se destaca na precificação de opções com a utilização da volatilidade implícita e opções fora-do-dinheiro; o modelo binomial apresentou os menores erros de precificação das opções no-dinheiro e opções com períodos longos de maturidade (acima de 60 dias) e a fórmula de Black se destaca na precificação de opções com período médio de maturidade.

Cabe destacar também que há condições mais favoráveis para a precificação. Para as opções com maturidade entre 5 e 30 dias, todas as metodologias de extração da volatilidade podem ser aplicadas. Para os demais períodos de maturidade, as

metodologias VHL e GARCH não podem ser aplicadas, sendo que o teste F da análise de variância e o teste de Tukey demonstraram que a diferença entre as médias dos preços teóricos e observados é estatisticamente significativa. Mesmo a volatilidade histórica VMA não deve ser aplicada para opções de compra fora-do-dinheiro ou com prazo de maturidade acima de 60 dias

No comparativo entre as volatilidades, a volatilidade implícita apresentou, invariavelmente, os melhores resultados de precificação. Considerando a volatilidade histórica, nas opções de compra há uma subprecificação para todos os graus de moneyness. Para as opções de venda, apenas para os modelos numéricos subestimam todas as opções, sendo que os modelos da família Black e Scholes subestimam as opções dentro-do-dinheiro e superestimam as opções no-dinheiro e fora-do-dinheiro. Quanto à volatilidade implícita, para as opções de compra há uma subestimação das opções fora-do-dinheiro e subestimação para os demais graus de moneyness, enquanto que para as opções de venda, as opções dentro-do-dinheiro são subestimadas e as demais superestimadas.

Considerando a ponderação da volatilidade implícita, verifica-se que essa metodologia é adequada para todos os modelos de precificação para as opções de compra, devido a redução dos erros de precificação. Para as opções de venda, essa metodologia não é adequada para os modelos numéricos, pois além de aumentar os erros de precificação, inverte o resultado de precificação, passando de uma superestimação para uma subestimação.

Enfim, dada a abrangência do presente trabalho, em que o resultado de cinco modelos de precificação foram analisados por diferentes óticas, levando em conta diferentes volatilidades, calculadas de distintas maneiras, levando em conta o grau de moneyness e o período de maturidade, pode-se concluir que modelos mais sofisticados, principalmente a aproximação de Barone-Adesi e Whaley, apresentam uma leve melhora na precificação das opções no comparativo com a fórmula de Black, utilizada como *benchmark* nesse trabalho. Adicionalmente, este trabalho mostrou que os resultados da precificação são influenciados principalmente pela escolha da volatilidade utilizada.

Entretanto, dado que os modelos mais complexos têm um custo computacional mais elevado e aplicação menos difundida no mercado, e suas vantagens sobre os

modelos mais simples são pequenas, o custo-benefício da adoção desses modelos é alto. Desse modo, frente à diversidade de modelos existentes, a precificação de opções sobre contratos futuros de café arábica e outros ativos financeiros se tornaria mais adequada com o aprimoramento dos métodos de extração da volatilidade. O presente trabalho demonstrou que uma ponderação na volatilidade implícita foi capaz de contornar parte do problema gerado pela baixa liquidez do mercado de opções de café arábica.

Como é natural, este trabalho apresenta algumas limitações. Em primeiro lugar, as opções sobre contratos futuros de café arábica foram precificadas levando em conta a cotação de referência especificada pela BM&F, ou seja em US\$/saca, sem a preocupação com as oscilações na taxa de câmbio durante o período analisado. Desse modo, o risco de oscilação cambial não é incluído no escopo desse trabalho. Outra limitação refere-se aos modelos analisados. Dentre os diversos modelos de precificação, optou-se por analisar os modelos da família Black e Scholes e modelos numéricos de precificação, devido principalmente a possibilidade de análise de opções americanas, como é o caso das opções sobre contratos futuros de café arábica. Estudos mais abrangentes podem incorporar modelos de volatilidade estocástica, de opção composta, de difusão deslocada, de variância com elasticidade constante, puro com saltos e de difusão com saltos.

Apesar das limitações, acredita-se que o presente trabalho tenha cumprido os objetivos propostos. Como perspectiva para estudos futuros, pode-se sugerir que novos estudos abordem modelos mais complexos de precificação, metodologias de extração da volatilidade que incorporam na análise tanto o preço de fechamento quanto o preço máximo e preço mínimo diário, pois o presente trabalho demonstrou que só a volatilidade intradiária não foi uma boa estimativa da volatilidade futura. Outro ponto que pode ser abordado é a análise das estratégias de opções que envolvam tanto opções sobre contratos de café arábica quanto opções sobre ativos atrelados a taxa de câmbio, ou seja, desenvolver análises no âmbito das opções bidimensionais.

## 6. REFERÊNCIAS

AGUIAR, D.R.D. Agricultural futures contracts in Brazil: evolution and perspectives. IN: MOURA, A.D.; SILVA JUNIOR, A.G.S (editores). **Competitividade do agronegócio brasileiro em mercados globalizados**. Viçosa: UFV, 2004. p.27-52.

AGUILAR, J. GARCH, Implied Volatilities and Implied Distributions: An Evaluation for Forecasting Purposes," **Working Paper Series 88**, Sveriges Riksbank (Central Bank of Sweden), 1999.

ALVES, F. O. **Estudo investigativo do uso da teoria de opções reais na análise de investimentos em ativos reais**: aplicação em um caso de tercerização. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2006.

ANUÁRIO ESTATÍSTICO DA AGRICULTURA BRASILEIRA. São Paulo: FNP. Consultoria & Comércio, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DA INDÚSTRIA DO CAFÉ. **Indicadores de café no Brasil: Performance da Produção e do consumo doméstico**. Disponível em:<<http://www.abic.com.br>>. Acesso em: 05/01/2009.

BACHA, C. J. C. A cafeicultura brasileira nas décadas de 80 e 90 e suas perspectivas. **Preços Agrícolas**, Piracicaba, v.7, n.142, p.14-22, 1998.

BAIDYA, T. K. N. ; CASTRO, A. L. . Convergência dos Modelos de Árvores Binomiais para Avaliação de Opções. **Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, v. 21, n. 01, p. 17-30, 2001.

BAKSHI, G.; CAO, C.; CHEN, Z. Empirical performance of alternative option pricing models. **The journal of Finance**, n. 5, 1997.

BALL, C. A.; TOROUS, W. N. Futures Options and the Volatility of Futures Prices. **The Journal of Finance**, Vol. 41, No. 4. Sep., 1986, pp. 857-870. Disponível em: <<http://www.jstor.org/pss/2328233>>. Acesso em 15/01/2009.

BARONE-ADESI, G.; WHALEY, R. Efficient analytical approximation of American option values. **Journal of Finance**, Vol. 42, No. 2, p. 301-320, 1987.

BARONE-ADESI, G. The Saga of American Put. **Journal of Banking e Finance**, n. 29 p. 2909-2918, 2005.

BARROS, A. M.; AGUIAR, D. R. D. Gestão do risco de preço do café arábica: uma análise por meio do comportamento da base. **Revista de Economia Rural**, vol. 43, n.03. julho/setembro, 2005. p.443-464

BAUM, A. E.; BEARDSLEY, C. J.; WARD, C. W. R. Derivatives Pricing Approaches to Valuation Models: Sensitivity Analysis of Underlying Factors. **The European Real Estate Society**, Sixth European Conference, Athens, Greece, p. 22-25, June 1999.

BANCO CENTRAL DO BRASIL. **Taxa de Juros DI – 1 Dia**. Disponível em: <[www.bcb.gov.br](http://www.bcb.gov.br)>. Acesso em: 28/01/2009.

BERNSTEIN, P. L. **Desafio aos deuses**: a fascinante história do risco. Rio de Janeiro: Campus, 1997.

BERGALLO, M.; NEUMAN, C.; SONZOGNI, V. Errores a posteriori y mejoramiento de la valuación de opciones financieras dependientes del camino. **Mecánica Computacional**, Vol. XXV, p.1051-1069, Santa Fe, Argentina. Nov. 2006

BJERKSUND, P.; STENSLAND, G. Closed-form approximation of American options, **Scandinavian Journal of Management**, Vol. 9, Suppl., p. 88-99, 1993.

BJERKSUND, P.; STENSLAND, G. Closed form valuation of American Options. **Technical Report**, Norwegian School of Economics and Business Administration, 2002.

BLACK, F. The pricing of commodity contracts. **Journal of Financial Economics**, 3, 167-179, 1976.

BLACK, F; SCHOLES, M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities. **Journal of Political Economy**, v. 81, n. 3, pp. 637 - 659, May/June, 1973

BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS. **Relatório Agropecuário Mensal**, Dezembro 2008. Disponível em: <<http://www.bmf.com.br/portal/pages/impressa1/relatorios/relatoriosAgropecuarios.asp>>. Acessado em: 05/01/2009.

BOLSA DE MERCADORIAS E FUTUROS Serviços: Sistema de Recuperação de Informações. **Resumo Estatístico do Pregão**. Disponível em: <<http://www.bmf.com.br>>. Acesso em: 05/01/2009.

BOYLE, P.P. Option Valuation Using a Three Jump Process. **International Option Journal**, n.3, p. 7-12, 1986

BUSTOS, O. H. Outliers e Robustez. **Revista Brasileira de Estatística**, Rio de Janeiro, v. 50, n° 193, p.1-129 jan/jun. 1989

CENTRO DE ESTUDOS AVANÇADOS EM ECONOMIA APLICADA. **Boletim Agromensal**, Fevereiro 2008. Disponível em: <<http://www.cepea.esalq.usp.br/agromensal/>> Acesso em: 15/02/2009

CHAGAS, G.M.B. **Precificação de Opções de Dólar no Mercado Brasileiro Utilizando Redes Neurais e Algoritmos Genéticos**. Dissertação (Mestrado em Finanças e Economia Empresarial) – Escola de Economia de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas, São Paulo, 2006

CHALAMANDARIS, G.; MALLIARIS, A.G. Itô's Calculus and the Derivation of the Black-Scholes Option-Pricing Model. **Handbook Of Quantitative Finance**, 2008 Disponível em: <<http://ssrn.com/abstract=1022386>> Acesso em: 06/01/2009.

CLEVELAND, W. **The Elements of Graphing Data**. Revised Edition. AT&T Bell Laboratories, Murray Hill, New Jersey, 1994

COMPANHIA NACIONAL DE ABASTECIMENTO. **Instrumento de Comercialização**: Cartilha do Contrato de Venda de Opções e Cartilha do PEPRO. Disponível em: <<http://www.conab.gov.br/conabweb/index.php?PAG=193>>. Acesso em: 06/01/2009.

COELHO, A. B.; PINHEIRO, S. C.; FERREIRA, F. V. A Fórmula de Black precifica corretamente as opções de compra sobre futuros agropecuários no Brasil: uma aplicação para o caso do café arábica. 2008 (Trabalho não publicado).

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DA AGRICULTURA. **Café: Maior safra da história impõe garantia de preço mínimo ao café**, Boletim n. 186, Agosto, 2002. Disponível em: < <http://www.cna.org.br>>. Acessado em: 06/01/2009.

CONFEDERAÇÃO NACIONAL DA AGRICULTURA. **Sem medidas para equacionar dívida da cafeicultura, atividade ficará inviável**. Disponível em: <<http://www.cna.org.br>>. Acessado em: 28/01/2009.

COSTA, M. N.; YOSHINO, J. A. Calibração do modelo de Heston para o mercado brasileiro de Opções de Câmbio. **Revista Brasileira de Finanças**, Rio de Janeiro, v. 2, 2004.

COURTUALT, J.M.; KABANOV, Y.; BRU, B.; CRÉPEL, P. Louis Bachelier on the Centenary of Théorie de la Speculation. **Mathematical Finance**. Blackwell Publishers Inc. vol. 10, n. 3, p. 339-353, 2000.

COX, J. C.; ROSS S. A. The valuation of options for alternative stochastic processes. **Journal of Financial Economics**, p.145-166, Jan. 1976.

COX, J. C.; ROSS, S. A.; RUBINSTEIN, M. Options Pricing: A Simplified Approach. **Journal of Financial Economics**, n. 7, pp. 229 - 263, 1979.

DUAN, J. C. A Unified Theory of Option Pricing under Stochastic Volatility – from GARCH to Diffusion. **Mathematical Finance**, n. 5, p. 13-32, 1996.

EDERINGTON, L.H. (1979). “The Hedging Performance of the New Futures Markets”. **Journal of Finance** 34 (3):157-170.

EDERINGTON, L.H.; GUAN, W. “Why Are Those Options Smiling?” **University of Oklahoma Center for Financial Studies Working Paper**. July, 2000.

FARINA, E.M.M.Q.; ZYLBERSTAJN, D. Sistema Agroindustrial do Café. IN: INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA (IPEA). **Competitividade do Agribusiness Brasileiro**. Relatório Final. Programa de Estudos dos Negócios do Sistema Agroindustrial (PENSA), Julho de 1998. 236 p.

FINANCIAL ACCOUNTING STANDARDS BOARD. **FASB- SFAS 133**, 1998. Disponível em: <<http://www.fasb.org/pdf/fas133.pdf>>. Acesso: 06/01/ 2009.

FILENI, D. H.; MARQUES, P. V.; MACHADO, H. M. O risco de base e a efetividade do hedge para o agronegócio do café em Minas Gerais. **Revista de Administração da UFLA: Organizações Rurais e Agroindustriais**. Vol. 1, n. 1, jan/julho, 1999. p. 42-50

FUTURE INDUSTRY ASSOCIATION. **Annual Volume Surveys 2008**. March, 2009. Disponível em: <<http://www.futuresindustry.org/volume-statistics.asp>>. Acesso em: 06/04/2009.

FIGLEWSKI, S.; GAO, B. The Adaptative Mesh Model: A New Approach to Efficient Option Pricing. **Journal OF Financial Economics**, n. 53, p. 313-351, 1999

GABE, J.; PORTUGAL, M. S.. Volatilidade Implícita Versus Volatilidade Estatística: Um exercício utilizando opções e ações da Telemar S.A. **Revista Brasileira de Finanças**, Rio de Janeiro, v. 2, n. 1, p. 47-73, 2004.

GARMAN, M.B.; KOHLHAGEN, S.W. Foreign Currency Option Values. **Journal of International Money and Finance**, n.2, p. 231-237, 1983.

GASTINEAU. G. L.; KRITZMAN M. P. **Dicionário de Administração de Risco Financeiro**. BM&F, 1999.

GENTIL JUNIOR, G. **Sorriso da Volatilidade nas Opções de compra da Telemar PN usando dados intradiários**. Dissertação (Mestrado de Administração) – Instituto COOPEAD de Administração da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2007.

GESKE, R. The Valuation Of Compound Options. **Journal of Financial Economics**, n.7, p.63-81, 1979

HAUG, E. G. **The Complete Guide to Option Pricing Formulas**. New York: McGraw-Hill, 1997. 232 p.

HAUSER, S.; LAUTERBACH, B. The relative Performance of Five Alternative Warrant Pricing Models. **Financial Analysts Journal**, jan/fev. 1997

HESTON, S. A closed-form solution for option with stochastic volatility with applications to bond and currency options. **The Review of Financial Studies**, vol 6, n. 2. 1993.

HOFFMANN, R. **Estatística para Economistas**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2006.

HULL, J. C. **Options, Futures and Other Derivatives**. 6.ed. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice-Hall, 2006.

HULL, J.; WHITE, A. The pricing of options on assets with stochastic volatility. **Journal of Finance**, 42, 1987.

INTERNACIONAL COFFEE ORGANIZATION. Disponível em: <<http://www.ioc.org>>. Acesso em: 06/01/2009.

KNIGHT, F. H. **Risco, incerteza e lucro**. Rio de Janeiro: Expressão e Cultura, 1972.

LANARI, C. S.; SOUZA, A. A.; DUQUE, João L. C. . Desvios em relação ao modelo de Black & Scholes: estudos relacionados à volatilidade dos ativos subjacentes às opções. In: **XIX ENEGEP UFRJ**: Rio de Janeiro, Anais em CD-ROM, 1999. p. 1-14.

LEITE, D. R. S. **Opções sobre contratos futuros de café na BM&F: teste de modelos de precificação**. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

LEUTHOLD, R. M.; J.C.JUNKUS, J. C.; CORDIER, J. E. **The theory and practice of futures markets**. Lexington Books, 1989. 410 p.

LOIOLA, U. B. **Os Instrumentos de Derivativos nos Mercados Futuros de Energia Elétrica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2002. 156 p.

LUCCAS, A. U. **Modelo de Precificação de Opções com Saltos: Análise Econométrica do modelo de KOU no Mercado Acionário Brasileiro**. Dissertação (Mestrado em Administração) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. 189 p.

MACBETH, J.D.; MERVILLE, L. J. An Emperical Examination of the Black-Scholes Call Option Pricing Model. **The Journal of Finance**, n.5, December,1979.

MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, vol. 7, n. 1, p.77-91, 1952

MALLIARIS, A. G. The Black-Scholes Option Pricing Model. **Companion to Financial Derivatives**. Robert Kolb, James Overdahl, eds., Palgrave, Forthcoming. October, 2007.

MARINHO, A. **Análise Histórica e Econométrica dos Acordos Internacionais do Café**. Dissertação (Mestrado em Economia) – Escola de Pós-Graduação em Economia EPGE, Rio de Janeiro, 1993. 137 p.

MARQUES, P. V.; MELLO, P. C. **Mercados Futuros de commodities agropecuárias: exemplo e aplicações aos mercados brasileiros**. São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 1.999. 208p.

MATSUMOTO, A. S.; BRITO, D. B. V. Análise do efeito da correlação entre a volatilidade e o preço do ativo no apreçamento pelo modelo de Black & Scholes. In: **6º Congresso USP de Controladoria e Contabilidade**, São Paulo, 2006.

MENDES, J. T. G. **Economia agrícola: princípios básicos e aplicações**. 2.ed. Curitiba: ZNT, 1998.

MERTON, R. C. The Theory of rational option pricing. **Bell Journal of Economics**, v. 4, p. 141-183, 1973.

MERTON, R. C. Option pricing when underlying stock returns are discontinuous. **Journal of Financial Economics**, n.3, p. 125-144, 1976.

MERTON, R.C. Applications of Option-Pricing Theory: Twenty-Five Years Later. **The American Economic Review**, vol. 88, n.3, Jun. 1998. p. 323-349.

MINISTÉRIO AGRICULTURA, PECUÁRIA E ABASTECIMENTO. Indicadores e Estatísticas. Disponível em: < <http://www.agricultura.gov.br>> Acesso em: 06/01/2009.

MIKOSZEWKI, R. **Precificação de opções de compra no mercado brasileiro: uma abordagem relativa de método numérico frente ao modelo de Black& Scholes**. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

- MONTEIRO, R. C. **Contribuições da abordagem de avaliação de opções reais em ambientes econômicos de grande volatilidade: uma ênfase no cenário latino-americano**. Dissertação (Mestrado de Controladoria e Contabilidade) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003. 200 p.
- MONTEIRO, V.R.; CÍCERO, A. V. N; PANECZKO, R. T.; OLIVEIRA, A. S. Limites de Preço para Opções Flexíveis: Cap, Floor, Knock-in, Knock-out e Rebate. **Resenha BM&F 152**, 2002.
- MORETIN, P. A.; TOLOI, C.M.C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2004. 535 p.
- MULLER, C. A. **Análise da Efetividade das Estratégias Estatísticas e Dinâmicas de Hedge para o Mercado Brasileiro de Café Arábica**. Tese (Doutorado em Economia Aplicada). – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2007. 132 p.
- NATENBERG, S., **Option Volatility & Pricing: Advanced Trading Strategies and Techniques**, McGraw-Hill, 1994.
- NOGUEIRA, F. T. P. **Integração espacial e efetividade do “hedge” no mercado brasileiro de café arábica**. Tese (Doutorado em Economia Aplicada) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2001. 161 p.
- OGA, L. F. **A Teoria da Ciência no Modelo Black-Scholes de apreçamento de opções**. Dissertação (Mestrado em Filosofia) – Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007. 61 p.
- PACHECO, F. B. P. **Análise das operações de hedging em mercados futuros: o Caso do café arábica no Brasil**. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) - Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz. Universidade de São Paulo, Piracicaba, 2000.
- PARKINSON, M. The Extreme Value Method for Estimating the Variance of the Rate of Return. **Journal Of Business**, n. 53, p. 61-65, 1980.
- PURCELL, W. D.; KOONTZ, S. R. **Agricultural futures and options: principles and strategies**. 2. ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999.
- RAMOS DA SILVA, T. J.; MACEDO, M. A. S. Opções sobre contratos futuros de café arábica: uma avaliação da aplicabilidade do modelo de Black & Scholes. In: **Anais do X Simpósio de Engenharia de Produção (SIMPEP)**, Bauru, SP, 2003.
- RAPOSO, L. C. **Análise da relação volatilidade de preço-volume nos mercados brasileiros de futuros agropecuários**. Tese (Doutorado em Economia) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2001. 138 p.

REDLEMAN, R. J.; BARTTER, B. J. Two-State Option Pricing. **Journal Of Finance**, n. 34, p. 1093-1110, 1979.

REINER, E.; RUBINSTEIN, M. Breaking Down the Barriers, **Risk Magazine**, vol.4, n.8, 1991

ROCHMAN, R. R. **Análise de métodos numéricos para precificação de opções**. São Paulo. Dissertação (Mestrado). Fundação Getúlio Vargas, Escola de Administração de Empresas de São Paulo, São Paulo, 1998.

RUBINSTEIN, M. Displaced Diffusion Option Price. **Journal of Finance**, n. 38, p. 213-217, 1983

RUBINSTEIN, M. Implied Binomial Tree. **Journal of Finance**, v. 49, n. 3, p. 771-818, July 1994

SAES, M. S. M. **A Racionalidade Econômica da Regulamentação no Mercado Brasileiro de Café**. Tese (Doutorado em Economia) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995. 164 p.

SANVICENTE, A. Z. ; MONTEIRO, R. C. . A guerra entre comprados e vendidos no mercado de opções de compra da Bolsa de Valores de São Paulo. **Revista de Administração (USP)**, São Paulo, v. 40, n. 1, p. 34-43, 2005.

SANTINI, G.A.; SCHIAVI, S.M.A.; SOUZA FILHO, H.M. **Inovações tecnológicas em cadeias agroindustriais: alguns casos do segmento de processamento de carnes, leite e café no Brasil**. In: XII SIMEP, Bauru, 2005.

SASSANTINI, R.; SIQUEIRA, J. O. Precificação de opções européias e exóticas (path-dependent) por simulação de Monte Carlo. IN: **III Seminário de Administração (SEMEAD)**. Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, 1998.

SHAH, A. Black, Merton e Scholes: Their work and its consequences. **Economy and Political Weekly**, ed. 32, vol. 52, Dezembro, 1997. p. 3337-3342

SILVA, M. A.; GUIMARÃES, B. V. Precificação de opções com volatilidade estocástica e saltos. Artigos Técnicos: **Resenha 142**, São Paulo: BM&F, 1999, p.39-48.

SILVA NETO, L.; TAGLIAVINI, M. **Opções: do tradicional ao exótico**. São Paulo: Atlas, 1994.

SOARES, G.B. **Precificação de Opções de Telebrás: Uma comparação entre os modelos Black-Scholes e Hull-White**. Monografia (Graduação em Economia) – Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

STOLL, H. R., WHALEY, R. E. **Hedging with futures contracts**. Futures and options: theory and applications. Cincinnati: South-Western, 1993. p. 413.

THOMAZ, J. C. A. **Solução Numérica de Equações Diferenciais para Precificação de Opções**. Dissertação (Mestrado em Modelagem Computacional) – Laboratório Nacional de Computação Científica, Petrópolis, 2005. 116 p.

TOBIN, J. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk. **Review of Economics Studies**, Feb, 1958.

TRIGEORGIS, L. A Log-Transformed Binomial Numerical Analysis Method for Valuing Complex Multi-Option Investments. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, n. 26, p. 309-326. 1991

VITIELLO, L. R. O cálculo da volatilidade implícita de opções de compra lançadas sobre contratos futuros. **Resenha BM&F**, São Paulo, v. 138, p. 33-40, mar. 2000.

WHALEY, R. Valuation of American call options on dividend-paying stocks. **Journal of Financial Economics**, 10, 29-58. 1982.

WIGGINS, J. B. Option Values Under Stochastic Volatility: Theory and Empirical Estimates. **Journal of Financial Economics**, v. 19, p. 351-372, 1987.

## **ANEXOS**

## ANEXO A

### A.1 Solução da Equação Diferencial Parcial de Black e Scholes

A complexidade do modelo B-S reside na solução da Equação Diferencial Parcial, pois a equação de Black e Scholes não fornece nenhuma característica a respeito do tipo de opção que se está especificando e em muitos casos não é possível estabelecer fórmulas explícitas para o valor teórico das opções, são realizadas algumas transformações para implementar uma forma de resolução. Existem diferentes técnicas para a solução da Equação Diferencial Parcial, como a utilização da Medida *Martingale* Equivalente (THOMAZ, 2005) e a transformação na equação de difusão de calor (LUCCAS,2007). Desse modo será apresentada a solução de Black e Scholes com a utilização da equação de difusão de calor (LUCCAS, 2007, p.29-35).

Considerando o momento em que ocorre o exercício da operação européia como  $T$  e lembrando-se que se está estabelecendo o preço teórico da opção no instante  $t$ , em que  $T \geq t \geq 0$ . Com isso, será promovida uma mudança na função preço da opção, objetivando transformar a equação de Black e Scholes em uma equação de difusão de calor que pode ser resolvida utilizando-se os procedimentos padrões de substituição de variáveis:

$$F(S,t) = e^{-r(T-t)}U(S,t) \quad (1)$$

Utilizando-se (1), tem-se uma nova equação de Black e Scholes:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(e^{-r(T-t)}U(S,t))}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t e^{-r(T-t)} \frac{\partial^2(e^{-r(T-t)}U(S,t))}{\partial S_t^2} + rS_t \frac{\partial(e^{-r(T-t)}U(S,t))}{\partial S_t} - re^{-r(T-t)}U(S,t) = 0 \\ & e^{-r(T-t)}rU(S,t) + e^{-r(T-t)} \frac{\partial[U(S,t)]}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 e^{-r(T-t)} \frac{\partial^2[U(S,t)]}{\partial S_t^2} + rS_t e^{-r(T-t)} \frac{\partial[U(S,t)]}{\partial S_t} - re^{-r(T-t)}U(S,t) = 0 \\ & e^{-r(T-t)} \left\{ rU(S,t) + \frac{\partial[U(S,t)]}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2[U(S,t)]}{\partial S_t^2} + rS_t \frac{\partial[U(S,t)]}{\partial S_t} - rU(S,t) \right\} = 0 \\ & \frac{\partial[U(S,t)]}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2[U(S,t)]}{\partial S_t^2} + rS_t \frac{\partial[U(S,t)]}{\partial S_t} = 0 \end{aligned}$$

Substituindo na equação  $\tau = T - t$  que corresponde ao prazo remanescente de vencimento (maturidade), tem-se:

$$\frac{\partial[U(S,\tau)]}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 S_t^2 \frac{\partial^2[U(S,\tau)]}{\partial S_t^2} + rS_t \frac{\partial[U(S,\tau)]}{\partial S_t} = 0 \quad (3)$$

Seja criada uma nova equação  $\xi_t = \ln(S_t)$ , com isso, tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial S_t} = \exp(-\xi_t) \frac{\partial}{\partial \xi_t} \quad \text{e} \quad \frac{\partial}{\partial S_t^2} = \exp(-2\xi_t) \frac{\partial^2}{\partial \xi_t^2} - \exp(-2\xi_t) e^{-2\xi_t} \frac{\partial}{\partial \xi_t} \quad (4)$$

Aplicando em (3) tem-se

$$\frac{\partial[U(S,\xi_t)]}{\partial \tau} + \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2[U(\xi_t,\tau)]}{\partial \xi_t^2} + \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \frac{\partial[U(\xi_t,\tau)]}{\partial \xi_t} = 0 \quad (5)$$

Seja a função  $W(x,\tau) = U(\xi_t,\tau)$  e  $x_t = \xi_t + \left( r - \frac{\sigma^2}{2} \right) \tau$ . Tem-se, então, uma forma

bastante simplificada da fórmula de Black e Scholes:

$$\frac{\partial W(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{2}\sigma^2 \frac{\partial^2 W(x,\tau)}{\partial x^2} \quad (6)$$

Essa equação de difusão de calor obtida, pode ser resolvida por meio da utilização de uma solução especial:

$$W(x,\tau) = \tau^\alpha g\left(\frac{x-x_c}{\tau^\beta}\right) \quad (7)$$

em que  $x_c$  é uma constante qualquer.

Será promovida a função em  $g$ , reduzindo a função a uma única variável

$\eta = \frac{x-x_c}{\tau^\beta}$ . Dessa forma, a equação para  $g(\eta)$  será uma equação diferencial ordinária.

Substituindo (7) em (6), tem-se:

$$\begin{aligned}\frac{\partial(\tau^{\alpha-1}g(\eta))}{\partial\tau} &= \frac{1}{2}\sigma^2\frac{\partial^2(\tau^{\alpha-1}g(\eta))}{\partial x^2} \\ \tau^{\alpha-1}\left(\alpha g(\eta) - \beta\eta\frac{dg(\eta)}{d\eta}\right) &= \frac{1}{2}\sigma^2\tau^{(\alpha-2\beta)}\frac{d^2g(\eta)}{d\eta^2}\end{aligned}\quad (8)$$

A única solução em  $\alpha$  e  $\beta$  necessita que:

$$\alpha - 1 = \alpha - 2\beta \quad \text{e} \quad \beta = 1/2.$$

A integral da solução  $g(\eta)$  necessita que a mesma seja independente de  $\tau$ .

$$\int_{-\infty}^{+\infty}\tau^\alpha g\left(\frac{x-x_c}{\tau^\beta}\right)dx = \int_{-\infty}^{+\infty}\tau^{\alpha+\beta}g(\eta)d\eta \quad (9)$$

Para que isso seja verdade, tem-se que  $\tau^{\alpha+\beta} = 1$ . Logo  $\alpha = -\beta = -1/2$ . A função  $g$ , portanto satisfaz:

$$\begin{aligned}-g(\eta) - \eta\frac{dg(\eta)}{d\eta} &= \sigma^2\frac{d^2g(\eta)}{d\eta^2} \\ \sigma^2\frac{d^2g(\eta)}{d\eta^2} + \frac{d(\eta g(\eta))}{d\eta} &= 0\end{aligned}\quad (10)$$

Integrando pela primeira vez, ter-se-á:

$$\sigma^2\frac{dg(\eta)}{d\eta} + \eta g(\eta) = c_1 \quad (11)$$

Escolhendo  $c_1 = 0$  e integrando mais uma vez, obtêm-se:

$$g(\eta) = c_2 e\left(-\frac{\eta}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

Escolhendo-se  $c_2$  de forma que  $\int_{-\infty}^{+\infty}g(\eta)d\eta = 1$ , ter-se-á:

$$g(\eta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e\left(-\frac{\eta}{2\sigma^2}\right) \quad (13)$$

Escolhendo-se sob a forma de  $W$ :

$$W(x, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma\tau}} e\left(-\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma^2\tau}\right)$$

A função  $W$  torna-se uma função delta de Dirac quando  $x = x_c$ , pois tem-se que:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi\tau}} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\left(\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma^2\tau}\right)} h(x_c) dx_c = h(x) \quad (14)$$

Seja  $F(S_T, T) = \text{payoff}(S_T)$ , tem-se as equações

$$F(S_T, T) = \text{payoff}(S_T) = \text{payoff}(e^\xi) = \text{payoff}(e^x) = W(x, 0);$$

$$W(x, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma\tau}} e^{-\left(\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma^2\tau}\right)} \text{payoff}(e^{x_c}) dx_c \quad (15)$$

Logo, tem-se que a fórmula do valor da opção, baseada em uma função qualquer do valor intrínseco da opção (*payoff*), será:

$$F(S, t) = e^{-r(T-t)} U(S, T - \tau) = e^{-r(T-t)} W(x, \tau)$$

$$F(S, t) = e^{-r(T-t)} U(S, T - \tau) = e^{-r(T-t)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(T-\tau)}} e^{-\left(\frac{(x-x_c)^2}{2\sigma^2\tau}\right)} \text{payoff}(e^{x_c}) dx_c$$

Sabendo-se que  $x = \xi + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)\tau = \ln(S) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)$  e definindo

$x_c = \log(S_c)$ , tem-se:

$$F(S, t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi\sigma(T-\tau)}} \int_0^{+\infty} e^{-\left[\frac{\left(\ln\left(\frac{S}{S_c}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} \text{payoff}(S_c) \frac{dS_c}{S_c} \quad (16)$$

No caso de uma opção de compra européia, tem-se que  $\text{Payoff}(S) = \max[S - K, 0]$  e sua fórmula será:

$$C(S, t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi\sigma(T-\tau)}} \int_0^{+\infty} e^{-\left[\frac{\left(\ln\left(\frac{S}{S_c}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} C_0(S_c) \frac{dS_c}{S_c}$$

$$C(S, t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi\sigma(T-\tau)}} \int_0^{+\infty} e^{-\left[\frac{\left(\ln\left(\frac{S}{S_c}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} (S_c - K) \frac{dS_c}{S_c} \quad (17)$$

Promovendo mais uma mudança de variáveis, estabelece-se:

$$\eta = \ln(S_c/S) - r(T-t)$$

$$\eta = \ln(S_c) - \ln(S) - r(T-t)$$

Tem-se assim que  $S_c = S \exp(r(t-t) + \eta)$

Na transformação da integral , tem-se:

$$d\eta = \frac{dS_c}{S_c} \text{ e os limites } \begin{array}{l} \text{Se } S_c = K \text{ tem-se } \eta = \ln(K/S) - r(T-t) \\ \text{Se } S_c \rightarrow \infty \text{ tem-se } \eta \rightarrow \infty \end{array}$$

A nova equação será:

$$C(S,t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} \int_{(\ln(k/s)-r(T-t))}^{+\infty} e^{-\left[\frac{-(\eta+\sigma^2(T-t)/2)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} (Se^{r(T-t)} - K) d\eta$$

$$C(S,t) = (Se^{r(T-t)}) \frac{e^{-r(T-t)}}{\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} \int_{(\ln(k/s)-r(T-t))}^{+\infty} e^{-\left[\frac{-(\eta+\sigma^2(T-t)/2)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} d\eta - K \frac{e^{-r(T-t)}}{\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} \int_{(\ln(k/s)-r(T-t))}^{+\infty} e^{-\left[\frac{-(\eta+\sigma^2(T-t)/2)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} d\eta$$

$$C(S,t) = S \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} \int_{(\ln(k/s)-r(T-t))}^{+\infty} e^{-\left[\frac{-(\eta+\sigma^2(T-t)/2)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} d\eta - K \frac{e^{-r(T-t)}}{\sigma\sqrt{2\pi(T-t)}} \int_{(\ln(k/s)-r(T-t))}^{+\infty} e^{-\left[\frac{-(\eta+\sigma^2(T-t)/2)^2}{2\sigma^2(T-t)}\right]} d\eta$$

Ambas as integrais podem ser escritas sob a forma de  $\int_d^{+\infty} e^{-\left(\frac{x^2}{2}\right)} d\eta$  e lembrando-se

de que a função acumulada de distribuição normal padronizada é definida por:

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\left(\frac{y^2}{2}\right)} dy \quad (18)$$

Fazendo nova transformação de variáveis para simplificação da 2ª integral, tem-se que:

$$x = \frac{\eta + \sigma^2(T-t)/2}{\sqrt{\sigma^2(T-t)}}$$

$$d\eta = \sqrt{\sigma^2(T-t)} dx$$

$$\eta \rightarrow \infty \text{ quando } x \rightarrow \infty$$

$$\text{quando } \eta = \left[ \ln\left(\frac{K}{S}\right) - r(T-t) \right] \text{ tem-se } x = d_2 = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

Para a 1ª integral, tem-se de maneira similar:

$$x = \frac{\eta + \sigma^2(T-t)/2}{\sqrt{\sigma^2(T-t)}}$$

$$\text{quando } \eta = \left[ \ln\left(\frac{K}{S}\right) - r(T-t) \right] \text{ tem-se } x = d_1 = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

Portanto, chega-se ao preço da opção europeia de compra segundo o modelo de Black e Scholes (1973):

$$C(S,t) = S_t \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-d_1}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx - K_T e^{-r(T-t)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-d_2}^{+\infty} e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (19)$$

em que,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \text{ e } d_2 = \frac{\ln\left(\frac{K}{S}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

## ANEXO A.2 - Preparação dos dados para Análise de Volatilidade

```
'mostrar o gráfico, histograma e estatísticas descritivas de taxa de juros diária
freeze i.line(graph1)
freeze i.hist
freeze i.stats
```

```
'anualizar as taxas de juros (base 252), em termos percentuais
genr ianualizada = (((1+(i/100))^252)-1)
```

```
'mostrar o gráfico, histograma e estatísticas descritivas da série de preços futuros
freeze cafebmf.line(graph1)
freeze cafebmf.hist
freeze cafebmf.stats
```

```
'montar a série do logaritmo dos retornos
smpl 1 1080
genr lnrecafe=log(cafebmf/cafebmf(-1))
```

```
'mostrar o gráfico, histograma e estatísticas descritivas do logaritmo dos retornos do
preço do café
freeze lnrecafe.line
freeze lnrecafe.hist
freeze lnrecafe.stats
```

```
' Desvio-padrão médio de 30 dias
scalar t=1080
series vma30=0
for !i=30 to t
smpl !i-29 !i
vma30 (!i)=@sqrt(@var(lnrecafe))
next
```

```
'Transformar as volatilidades históricas com média móvel (VMA) diárias em dados
anualizados
genr vma30_anualizada=vma30*@sqrt(252)
```

```
' Desvio-padrão médio de 60 dias
scalar t=1080
series vma60=0
for !i=60 to t
smpl !i-59 !i
vma60 (!i)=@sqrt(@var(lnrecafe))
next
```

```
'Transformar as volatilidades históricas em dados anualizados
```

```
genr vma60_anualizada=janela60*@sqrt(252)
```

```
' Desvio-padrão médio de 90 dias  
scalar t=1080  
series vma90=0  
for !i=90 to t  
  smpl !i-89 !i  
  vma90 (!i)=@sqrt(@var(lnrecafe))  
next
```

```
'Transformar as volatilidades históricas em dados anualizados  
genr vma90_anualizada=vma90*@sqrt(252)
```

```
'Procedimento de Parkinson (1980) para o cálculo da volatilidade com base valores  
máximos e mínimos diários  
genr vol1dia=log(max/min)
```

```
'Após criar as médias móveis de 30, 60 e 90 dias, aplicar o procedimento de  
Parkinson(1980)  
genr highlow30=vol1dia_ma30/(2*30*log(2))  
genr highlow60=vol1dia_ma60/(2*60*log(2))  
genr highlow90=vol1dia_ma90/(2*90*log(2))
```

```
'Transformar as Volatilidade High-Low (VHL) diárias em dados anualizados  
genr vhl30_anualizada=highlow30*@sqrt(252)  
genr vhl60_anualizada=highlow60*@sqrt(252)  
genr vhl90_anualizada=highlow90*@sqrt(252)
```

```
'Criar um grupo com os resultados da Volatilidade histórica  
group Vhi vma30_anualizada vhl30_anualizada vma60_anualizada vhl60_anualizada  
vma90_anualizada vhl90_anualizada
```

'Os resultados do cálculo da volatilidade, juntamente com os dados de taxa de juros e preços futuros, são tabulados com as informações de opções e aplicados nos algoritmos a seguir.

## ANEXO B - LISTAGEM DE ALGORITMOS

### ANEXO B.1 - Algoritmo para Cálculo da Fórmula de Black (1976)

```
// The generalized Black and Scholes formula
Public Function GBlackScholes(CallPutFlag As String, S As Double, X_
    As Double, T As Double, r As Double, b As Double, v As Double) As Double
' em que:
' CallPutFlag = tipo "call" ou "put"
' S = preço do ativo à vista
' X = preço de exercício
' T = tempo para o vencimento
' r = taxa de juros
' b = taxa de dividendos contínuos esperada (para contratos futuros=0)
' v = volatilidade
    Dim d1 As Double, d2 As Double
    d1 = (Log(S / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    d2 = d1 - v * Sqr(T)
    If CallPutFlag = "c" Then
        GBlackScholes = S * Exp((b - r) * T) * CND(d1) - X * Exp(-r * T) * CND(d2)
    ElseIf CallPutFlag = "p" Then
        GBlackScholes = X * Exp(-r * T) * CND(-d2) - S * Exp((b - r) * T) * CND(-d1)
    End If
End Function
```

### ANEXO B.1.1 - Medidas de Sensibilidade do Modelo Black e Scholes (As letras Gregas)

```
// Delta for the generalized Black and Scholes formula
Public Function GDelta(CallPutFlag As String, S As Double, X As Double, T As
Double, r As Double, b As Double, v As Double) As Double
    Dim d1 As Double
    d1 = (Log(S / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    If CallPutFlag = "c" Then
        GDelta = Exp((b - r) * T) * CND(d1)
    ElseIf CallPutFlag = "p" Then
        GDelta = Exp((b - r) * T) * (CND(d1) - 1)
    End If
End Function
```

```
// Gamma for the generalized Black and Scholes formula
Public Function GGamma(S As Double, X As Double, T As Double, r As Double, b As
Double, v As Double) As Double
    Dim d1 As Double
    d1 = (Log(S / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    GGamma = Exp((b - r) * T) * ND(d1) / (S * v * Sqr(T))
```

End Function

```
// Theta for the generalized Black and Scholes formula
Public Function GTheta(CallPutFlag As String, S As Double, X As Double, T As
Double, r As Double, b As Double, v As Double) As Double
    Dim d1 As Double, d2 As Double
    d1 = (Log(S / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    d2 = d1 - v * Sqr(T)
    If CallPutFlag = "c" Then
        GTheta = -S * Exp((b - r) * T) * ND(d1) * v / (2 * Sqr(T)) - (b - r) * S * Exp((b - r)
* T) * CND(d1) - r * X * Exp(-r * T) * CND(d2)
    ElseIf CallPutFlag = "p" Then
        GTheta = -S * Exp((b - r) * T) * ND(d1) * v / (2 * Sqr(T)) + (b - r) * S * Exp((b - r)
* T) * CND(-d1) + r * X * Exp(-r * T) * CND(-d2)
    End If
End Function
```

```
// Vega for the generalized Black and Scholes formula
Public Function GVega(S As Double, X As Double, T As Double, r As Double, b As
Double, v As Double) As Double
    Dim d1 As Double
    d1 = (Log(S / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    GVega = S * Exp((b - r) * T) * ND(d1) * Sqr(T)
End Function
```

```
// Rho for the generalized Black and Scholes formula
Public Function GRho(CallPutFlag As String, S As Double, X As Double, T As Double,
r As Double, b As Double, v As Double) As Double
    Dim d1 As Double, d2 As Double
    d1 = (Log(S / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    d2 = d1 - v * Sqr(T)
    If CallPutFlag = "c" Then
        If b <> 0 Then
            GRho = T * X * Exp(-r * T) * CND(d2)
        Else
            GRho = -T * GBlackScholes(CallPutFlag, S, X, T, r, b, v)
        End If
    ElseIf CallPutFlag = "p" Then
        If b <> 0 Then
            GRho = -T * X * Exp(-r * T) * CND(-d2)
        Else
            GRho = -T * GBlackScholes(CallPutFlag, S, X, T, r, b, v)
        End If
    End If
End Function
```

## ANEXO B.1.2 - Aproximação de Barone-Adesi e Whaley (1987)

```
'// Aproximação americana de Barone-Adesi e Whaley (1987), função pública
Public Function BAWAmericanApprox (CallPutFlag As String, S As Double, X As
Double, T As Double, r As Double, b As Double, v As Double) As Double
  If CallPutFlag = "c" Then
    BAWAmericanApprox = BAWAmericanCallApprox(S, X, T, r, b, v)
  ElseIf CallPutFlag = "p" Then
    BAWAmericanApprox = BAWAmericanPutApprox(S, X, T, r, b, v)
  End If
End Function
```

```
'// Subfunção do modelo de Barone-Adesi e Whaley (1987) para call americana;
Private Function BAWAmericanCallApprox(S As Double, X As Double, T As Double, r
As Double, b As Double, v As Double) As Double
  Dim Sk As Double, n As Double, K As Double
  Dim d1 As Double, Q2 As Double, a2 As Double
  If b >= r Then
    BAWAmericanCallApprox = GBlackScholes("c", S, X, T, r, b, v)
  Else
    Sk = Kc(X, T, r, b, v)
    n = 2 * b / v ^ 2
    K = 2 * r / (v ^ 2 * (1 - Exp(-r * T)))
    d1 = (Log(Sk / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    Q2 = (-(n - 1) + Sqr((n - 1) ^ 2 + 4 * K)) / 2
    a2 = (Sk / Q2) * (1 - Exp((b - r) * T) * CND(d1))
    If S < Sk Then
      BAWAmericanCallApprox = GBlackScholes("c", S, X, T, r, b, v) + a2 * (S / Sk) ^ Q2
    Else
      BAWAmericanCallApprox = S - X
    End If
  End If
End Function
```

```
'// Subfunção do modelo de Barone-Adesi e Whaley (1987) para put americana;
Private Function BAWAmericanPutApprox(S As Double, X As Double, T As Double, r
As Double, b As Double, v As Double) As Double
  Dim Sk As Double, n As Double, K As Double
  Dim d1 As Double, Q1 As Double, a1 As Double
  Sk = Kp(X, T, r, b, v)
  n = 2 * b / v ^ 2
  K = 2 * r / (v ^ 2 * (1 - Exp(-r * T)))
  d1 = (Log(Sk / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
  Q1 = (-(n - 1) - Sqr((n - 1) ^ 2 + 4 * K)) / 2
  a1 = -(Sk / Q1) * (1 - Exp((b - r) * T) * CND(-d1))
  If S > Sk Then
```

```

    BAWAmericanPutApprox = GBlackScholes("p", S, X, T, r, b, v) + a1 * (S / Sk) ^
Q1
    Else
        BAWAmericanPutApprox = X - S
    End If
End Function

```

### **ANEXO B.1.3 - Aproximação de Bjerksund e Stensland (1993)**

#### **// Aproximação americana de Bjerksund e Stensland (1993), função pública**

```

Public Function BSAmericanApprox(CallPutFlag As String, S As Double, X As Double,
T As Double, r As Double, b As Double, v As Double) As Double
    If CallPutFlag = "c" Then
        BSAmericanApprox = BSAmericanCallApprox(S, X, T, r, b, v)
    ElseIf CallPutFlag = "p" Then // Use the Bjerksund and Stensland put-call
transformation
        BSAmericanApprox = BSAmericanCallApprox(X, S, T, r - b, -b, v)
    End If
End Function

```

#### **// Subfunção do modelo de Bjerksund e Stensland (1993) para call americana;**

```

Public Function BSAmericanCallApprox(S As Double, X As Double, T As Double, r As
Double, b As Double, v As Double) As Double
    Dim BInfinity As Double, B0 As Double
    Dim ht As Double, I As Double
    Dim alpha As Double, Beta As Double
    If b >= r Then // Never optimal to exercise before maturity
        BSAmericanCallApprox = GBlackScholes("c", S, X, T, r, b, v)
    Else
        Beta = (1 / 2 - b / v ^ 2) + Sqr((b / v ^ 2 - 1 / 2) ^ 2 + 2 * r / v ^ 2)
        BInfinity = Beta / (Beta - 1) * X
        B0 = Max(X, r / (r - b) * X)
        ht = -(b * T + 2 * v * Sqr(T)) * B0 / (BInfinity - B0)
        I = B0 + (BInfinity - B0) * (1 - Exp(ht))
        alpha = (I - X) * I ^ (-Beta)
        If S >= I Then
            BSAmericanCallApprox = S - X
        Else
            BSAmericanCallApprox = alpha * S ^ Beta - alpha * phi(S, T, Beta, I, I, r, b, v)
+ phi(S, T, 1, I, I, r, b, v) - phi(S, T, 1, X, I, r, b, v) - X * phi(S, T, 0, I, I, r, b, v) + X *
phi(S, T, 0, X, I, r, b, v)
        End If
    End If
End Function

```

```

Private Function phi(S As Double, T As Double, gamma As Double, H As Double, I As
Double, _

```

```

    r As Double, b As Double, v As Double) As Double
Dim lambda As Double, kappa As Double
Dim d As Double
lambda = (-r + gamma * b + 0.5 * gamma * (gamma - 1) * v ^ 2) * T
d = -(Log(S / H) + (b + (gamma - 0.5) * v ^ 2) * T) / (v * Sqr(T))
kappa = 2 * b / (v ^ 2) + (2 * gamma - 1)
phi = Exp(lambda) * S ^ gamma * (CND(d) - (I / S) ^ kappa * CND(d - 2 * Log(I / S)
/ (v * Sqr(T))))
End Function

```

#### **ANEXO B.1.4 - Algoritmo para construção da árvore binomial de Cox, Ross e Rubinstein (1979)**

```

Public Function CRRBinomial(AmeEurFlag As String, CallPutFlag As String, S As
Double, X As Double, T As Double, r As Double, b As Double, v As Double, n As
Integer) As Double
' em que:
' AmeEurFlag = estilo "européia" ou          ' r = taxa de juros
"americana"                                ' q = taxa de dividendos contínuos
' CallPutFlag = tipo "call" ou "put"        esperada (para contratos futuros=0)
' S = preço do ativo à vista                ' v = volatilidade
' X = preço de exercício                    ' n = número de passos (steps) na árvore
' T = tempo para o vencimento
    Dim OptionValue() As Double
    Dim u As Double, d As Double, p As Double
    Dim dt As Double, Df As Double
    Dim i As Integer, j As Integer, z As Integer
'O comando Dim serve para declarar as variáveis
'Double = variáveis numéricas; Integer=números inteiros; String= texto
    ReDim OptionValue(n + 1)
' Inicializa as matrizes da árvore de preços de dimensão N+1 x N+1
    If CallPutFlag = "call" Then
        z = 1
    ElseIf CallPutFlag = "put" Then
        z = -1
    End If
    dt = T / n
' tamanho do passo no tempo
    u = Exp(v * Sqr(dt))
    d = 1 / u
' quanto o preço do ativo sobe no estado de alta (up) e quanto cai no estado de baixa
(down)
    p = (Exp(b * dt) - d) / (u - d)
    Df = Exp(-r * dt)
' probabilidade de subida
    For i = 0 To n
        OptionValue(i) = Max(0, z * (S * u ^ i * d ^ (n - i) - X))
    Next i
End Function

```

```

Next
For j = n - 1 To 0 Step -1:
  For i = 0 To j
    If AmeEurFlag = "europeia" Then
      OptionValue(i) = (p * OptionValue(i + 1) + (1 - p) * OptionValue(i)) * Df
    ElseIf AmeEurFlag = "americana" Then
      OptionValue(i) = Max((z * (S * u ^ i * d ^ (Abs(i - j)) - X)), _
        (p * OptionValue(i + 1) + (1 - p) * OptionValue(i)) * Df)
    End If
  Next
Next
CRRBinomial = OptionValue(0)
'Função de Maximização da última coluna de preços da árvore
End Function

```

### **ANEXO B.1.5 - Algoritmo para construção da árvore trinomial**

```

'// Trinomial tree
Public Function TrinomialTree(AmeEurFlag As String, CallPutFlag As String, S As
Double, X As Double, T As Double, r As Double, b As Double, v As Double, n As
Integer) As Double
  Dim OptionValue() As Double
  Dim dt As Double, u As Double, d As Double
  Dim pu As Double, pd As Double, pm As Double
  Dim i As Integer, j As Integer, z As Integer
  Dim Df As Double
  ReDim OptionValue(n * 2 + 1)
  If CallPutFlag = "call" Then
    z = 1
  ElseIf CallPutFlag = "put" Then
    z = -1
  End If
  dt = T / n
  u = Exp(v * Sqr(2 * dt))
  d = Exp(-v * Sqr(2 * dt))
  pu=((Exp(b*dt/2) - Exp(-v*Sqr(dt/2)))/(Exp(v * Sqr(dt/2)) - Exp(-v * Sqr(dt / 2)))) ^ 2
  pd=((Exp(v* Sqr(dt / 2)) - Exp(b*dt/2))/(Exp(v*Sqr(dt / 2)) - Exp(-v*Sqr(dt / 2)))) ^ 2
  pm = 1 - pu - pd
  Df = Exp(-r * dt)
  For i = 0 To (2 * n)
OptionValue(i) = Max (0, z * (S*u ^ Max(i-n, 0) * d ^ Max(n * 2 - n - i, 0) - X))
  Next
  For j = n - 1 To 0 Step -1
    For i = 0 To (j * 2)
      If AmeEurFlag = "europeia" Then
OptionValue(i)=(pu*OptionValue(i+2)+pm*OptionValue (i+1)+pd*OptionValue(i))*Df
      ElseIf AmeEurFlag = "americana" Then

```

```

        OptionValue(i) = Max((z * (S * u ^ Max(i - j, 0) * d ^ Max(j * 2 - j - i, 0) - X)), _
        (pu*OptionValue(i + 2) + pm * OptionValue(i + 1) + pd * OptionValue(i)) * Df)
    End If
Next
Next
TrinomialTree = OptionValue(0)
End Function

```

### ANEXO B.1.6 - Algoritmo Newton Rapson para cálculo da volatilidade implícita

```

Private Function Kc (X As Double, T As Double, r As Double, b As Double, v As
Double) As Double
    Dim n As Double, m As Double
    Dim Su As Double, Si As Double
    Dim h2 As Double, K As Double
    Dim d1 As Double, Q2 As Double, q2u As Double
    Dim LHS As Double, RHS As Double
    Dim bi As Double, E As Double
    '// Cálculo seed value, Si
    n = 2 * b / v ^ 2
    m = 2 * r / v ^ 2
    q2u = (-n - 1) + Sqr((n - 1) ^ 2 + 4 * m) / 2
    Su = X / (1 - 1 / q2u)
    h2 = -(b * T + 2 * v * Sqr(T)) * X / (Su - X) para opção de venda essa linha deve ser
    modificada para h1 = (b * T - 2 * v * Sqr(T)) * X / (X - Su)
    Si = X + (Su - X) * (1 - Exp(h2))
    K = 2 * r / (v ^ 2 * (1 - Exp(-r * T)))
    d1 = (Log(Si / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
    Q2 = (-n - 1) + Sqr((n - 1) ^ 2 + 4 * K) / 2
    LHS = Si - X para opção de venda essa linha dever ser modificada para LHS = X - Si
    RHS = GBlackScholes("c", Si, X, T, r, b, v) + (1 - Exp((b - r) * T) * CND(d1)) * Si /
    Q2
    bi = Exp((b - r) * T) * CND(d1) * (1 - 1 / Q2) + (1 - Exp((b - r) * T) * CND(d1) / (v *
    Sqr(T))) / Q2
    E = 0.000001
    '// Newton Raphson algorithm for finding critical price Si
    While Abs(LHS - RHS) / X > E
        Si = (X + RHS - bi * Si) / (1 - bi)
        d1 = (Log(Si / X) + (b + v ^ 2 / 2) * T) / (v * Sqr(T))
        LHS = Si - X
        RHS = GBlackScholes("c", Si, X, T, r, b, v) + (1 - Exp((b - r) * T) * CND(d1)) * Si
    / Q2
        bi = Exp((b - r) * T) * CND(d1) * (1 - 1 / Q2) + (1 - Exp((b - r) * T) * ND(d1) / (v
    * Sqr(T))) / Q2
    Wend
    Kc = Si
End Function

```

**ANEXO C.1 - Opções suprimidas da análise de precificação devido a vieses sistemáticos: *outlier*, proximidade do vencimento ou baixa liquidez (opções seriais)**

<b>Data</b>	<b>Código</b>	<b>Tipo</b>	<b>Motivo</b>	<b>Data</b>	<b>Código</b>	<b>Tipo</b>	<b>Motivo</b>
05/01/05	ST85 U5P080	<i>put</i>	<i>outlier</i>	08/02/06	AB56 J6C155	<i>call</i>	opção serial
13/01/05	MA60 K5C092	<i>call</i>	<i>outlier</i>	08/02/06	AB57 J6C165	<i>call</i>	opção serial
18/01/05	MR78 H5P075	<i>put</i>	<i>outlier</i>	08/02/06	MR51 H6C160	<i>call</i>	Vencimento
24/01/05	MA60 K5C092	<i>call</i>	<i>outlier</i>	08/02/06	MR57 H6C130	<i>call</i>	Vencimento
04/02/05	MR65 H5C120	<i>call</i>	vencimento	08/02/06	MR58 H6C140	<i>call</i>	Vencimento
04/02/05	MR68 H5C140	<i>call</i>	vencimento	08/02/06	MR59 H6C150	<i>call</i>	Vencimento
24/02/05	MA60 K5C092	<i>call</i>	<i>outlier</i>	08/02/06	MR61 H6C135	<i>call</i>	Vencimento
10/03/05	MA58 K5C120	<i>call</i>	<i>outlier</i>	08/02/06	MR62 H6C145	<i>call</i>	Vencimento
14/03/05	MA58 K5C120	<i>call</i>	<i>outlier</i>	08/03/06	JN52 M6C145	<i>call</i>	opção serial
18/03/05	ST77 U5P095	<i>put</i>	<i>outlier</i>	07/04/06	MA82 K6P130	<i>put</i>	Vencimento
06/04/05	MA66 K5C155	<i>call</i>	vencimento	18/04/06	JN88 M6P125	<i>put</i>	opção serial
08/06/05	JL57 N5C150	<i>call</i>	vencimento	20/04/06	JN88 M6P125	<i>put</i>	opção serial
01/07/05	AG80 Q5P125	<i>put</i>	opção serial	20/04/06	JN89 M6P130	<i>put</i>	opção serial
26/08/05	OT81 V5P115	<i>put</i>	opção serial	25/04/06	JN88 M6P125	<i>put</i>	opção serial
30/08/05	OT81 V5P115	<i>put</i>	opção serial	30/05/06	N6MB N06P125	<i>put</i>	opção serial
31/08/05	OT81 V5P115	<i>put</i>	opção serial	01/06/06	N6MB N06P125	<i>put</i>	opção serial
05/09/05	OT82 V5P120	<i>put</i>	opção serial	05/06/06	N6MB N06P125	<i>put</i>	opção serial
19/09/05	NV54 X5C115	<i>call</i>	opção serial	05/06/06	N6MB N06P125	<i>put</i>	Vencimento
21/09/05	NV54 X5C115	<i>call</i>	opção serial	12/07/06	Q6M0 Q06P115	<i>put</i>	opção serial
30/09/05	NV84 X5P110	<i>put</i>	opção serial	08/08/06	U6IM U06C130	<i>call</i>	Vencimento
03/10/05	NV84 X5P110	<i>put</i>	opção serial	18/08/06	V6M0 V06P120	<i>put</i>	opção serial
20/10/05	JA81 F6P120	<i>put</i>	opção serial	24/08/06	V6M1 V06P125	<i>put</i>	opção serial
01/11/05	JA81 F6P120	<i>put</i>	opção serial	29/08/06	V6M1 V06P125	<i>put</i>	opção serial
04/11/05	DZ87 Z5P130	<i>put</i>	vencimento	06/11/06	Z6I1 Z06C130	<i>call</i>	Vencimento
07/11/05	DZ62 Z5C130	<i>call</i>	vencimento	07/11/06	Z6I2 Z06C135	<i>call</i>	Vencimento
08/11/05	JA59 F6C145	<i>call</i>	opção serial	22/11/06	F7M2 F07P140	<i>put</i>	opção serial
09/11/05	FE52 G6C150	<i>call</i>	opção serial	30/11/06	F7I4 F07C150	<i>call</i>	opção serial
11/11/05	FE54 G6C155	<i>call</i>	opção serial	22/12/06	G7I2 G07C155	<i>call</i>	opção serial
14/11/05	FE54 G6C155	<i>call</i>	opção serial	05/02/07	H7I6 H07C140	<i>call</i>	vencimento
26/01/06	JL55 N6C160	<i>call</i>	opção serial	12/04/07	N7M2 N07P140	<i>put</i>	opção serial
01/02/06	AB79 J6P140	<i>put</i>	opção serial	12/04/07	K7M4 K07P140	<i>put</i>	vencimento
01/02/06	AB56 J6C155	<i>call</i>	opção serial	17/05/07	N7I3 N07C150	<i>call</i>	opção serial
01/02/06	AB57 J6C165	<i>call</i>	opção serial	24/08/07	V7I2 V07C150	<i>call</i>	opção serial
08/02/06	AB79 J6P140	<i>put</i>	opção serial	08/11/07	Z7IM Z07C155	<i>call</i>	vencimento
08/02/06	MR79 H6P110	<i>put</i>	vencimento	31/01/08	H8I9 H08C170	<i>call</i>	vencimento
08/02/06	MR80 H6P120	<i>put</i>	vencimento	06/02/08	H8I9 H08C170	<i>call</i>	vencimento
08/02/06	MR81 H6P125	<i>put</i>	vencimento	10/04/08	K8M1 K08P155	<i>put</i>	vencimento
08/02/06	MR82 H6P130	<i>put</i>	vencimento	10/04/08	K8I5 K08C175	<i>call</i>	vencimento
08/02/06	MR83 H6P140	<i>put</i>	vencimento	05/08/08	U8M6 U08P180	<i>put</i>	vencimento
08/02/06	MR85 H6P115	<i>put</i>	vencimento	15/10/08	Z8MB Z08P165	<i>put</i>	<i>outlier</i>
08/02/06	AB51 J6C150	<i>call</i>	opção serial				

Fonte: BM&F (2009). Elaboração do autor.

**ANEXO C.2 – Opções sobre contratos futuros de café arábica analisadas nos modelos de precificação**

<b>Data</b>	<b>Série</b>	<b>S</b>	<b>X</b>	<b>T</b>	<b>r</b>	<b>P</b>	<b>Data</b>	<b>Série</b>	<b>S</b>	<b>X</b>	<b>T</b>	<b>r</b>	<b>P</b>
03/01/05	MR68 H5C140	124,85	140,00	0,119	16,35%	2,65	21/12/06	H71D H07C145	151,50	145,00	0,147	12,35%	10,15
03/01/05	MR69 H5C135	124,85	135,00	0,119	16,35%	3,65	22/12/06	U71F U07C200	161,80	200,00	0,659	12,35%	7,80
03/01/05	MR89 H5P115	124,85	115,00	0,115	16,35%	1,00	27/12/06	H7M7 H07P150	154,50	150,00	0,131	12,36%	4,05
05/01/05	ST80 U5P110	124,20	110,00	0,623	16,31%	3,00	03/01/07	H7MD H07P145	148,85	145,00	0,111	12,36%	3,50
07/01/05	MR66 H5C125	117,70	125,00	0,103	16,31%	3,25	04/01/07	H7MD H07P145	150,80	145,00	0,107	12,36%	3,50
10/01/05	MR61 H5C100	117,10	100,00	0,099	16,31%	17,50	05/01/07	H7M6 H07P140	144,70	140,00	0,103	12,37%	2,50
10/01/05	MR64 H5C115	117,10	115,00	0,099	16,31%	5,50	09/01/07	H716 H07C140	142,55	140,00	0,095	12,38%	5,65
10/01/05	MA87 K5P115	117,10	115,00	0,258	16,31%	5,10	09/01/07	H719 H07C135	142,55	135,00	0,095	12,38%	8,70
11/01/05	ST70 U5C200	121,95	200,00	0,611	16,30%	4,50	11/01/07	K714 K07C140	148,95	140,00	0,266	12,33%	13,95
11/01/05	ST79 U5P105	121,95	105,00	0,611	16,31%	4,50	12/01/07	H7M6 H07P140	144,10	140,00	0,083	12,34%	2,70
13/01/05	MR62 H5C105	123,41	105,00	0,087	16,30%	18,75	12/01/07	K7M4 K07P140	148,65	140,00	0,262	12,34%	3,45
13/01/05	MA58 K5C120	126,50	120,00	0,246	16,30%	10,25	16/01/07	K714 K07C140	150,65	140,00	0,254	12,33%	12,45
13/01/05	MR90 H5P120	124,20	120,00	0,087	16,31%	2,65	16/01/07	K717 K07C155	150,65	155,00	0,254	12,33%	5,85
13/01/05	ST82 U5P120	129,15	120,00	0,603	16,31%	4,00	17/01/07	U71F U07C200	158,50	200,00	0,587	12,33%	6,50
18/01/05	DZ82 Z5P100	134,40	100,00	0,849	16,32%	2,00	17/01/07	K7M3 K07P135	150,75	135,00	0,250	12,33%	2,45
18/01/05	MR90 H5P120	127,00	120,00	0,075	16,32%	3,10	17/01/07	K7M4 K07P140	150,75	140,00	0,250	12,33%	3,00
19/01/05	MA88 K5P125	129,60	125,00	0,230	16,32%	6,25	17/01/07	H7M6 H07P140	146,15	140,00	0,071	12,33%	1,10
20/01/05	MA63 K5C125	127,50	125,00	0,226	16,74%	9,25	18/01/07	H71C H07C175	143,30	175,00	0,067	12,34%	0,30
20/01/05	MR62 H5C105	125,50	105,00	0,067	16,74%	21,90	18/01/07	K717 K07C155	147,70	155,00	0,246	12,34%	6,20
21/01/05	ST78 U5P100	132,00	100,00	0,579	16,75%	1,60	18/01/07	H7M6 H07P140	143,30	140,00	0,067	12,34%	4,00
24/01/05	MR62 H5C105	128,10	105,00	0,060	16,75%	23,35	18/01/07	K7M1 K07P125	147,70	125,00	0,246	12,34%	0,65
24/01/05	MR63 H5C110	128,10	110,00	0,060	16,75%	18,35	23/01/07	K717 K07C155	144,00	155,00	0,234	12,33%	4,20
24/01/05	MA63 K5C125	130,00	125,00	0,218	16,75%	9,50	24/01/07	H7M6 H07P140	140,10	140,00	0,052	12,22%	3,80
26/01/05	MA88 K5P125	129,50	125,00	0,210	16,74%	4,60	24/01/07	K7M4 K07P140	144,70	140,00	0,230	12,22%	4,47
28/01/05	MA83 K5P120	129,80	120,00	0,202	16,74%	2,50	29/01/07	K716 K07C150	143,70	150,00	0,218	12,09%	5,50
02/02/05	MR64 H5C115	128,20	115,00	0,032	16,77%	16,00	29/01/07	H7M6 H07P140	139,25	140,00	0,040	12,09%	2,60
02/02/05	MR65 H5C120	128,20	120,00	0,032	16,77%	11,00	30/01/07	K716 K07C150	143,95	150,00	0,214	12,11%	4,50
02/02/05	MR66 H5C125	128,20	125,00	0,032	16,77%	6,10	02/02/07	H716 H07C140	141,60	140,00	0,024	12,14%	2,60
02/02/05	MA59 K5C145	131,90	145,00	0,190	16,77%	8,50	06/02/07	K717 K07C155	143,95	155,00	0,194	12,13%	2,90
10/02/05	MA64 K5C150	141,10	150,00	0,167	16,75%	4,50	07/02/07	K712 K07C130	144,60	130,00	0,190	12,12%	15,30
10/02/05	DZ86 Z5P120	147,60	120,00	0,782	16,75%	4,40	07/02/07	K717 K07C155	144,60	155,00	0,190	12,12%	3,00
11/02/05	MA90 K5P135	140,00	135,00	0,163	16,75%	2,50	08/02/07	Z710 Z07C200	155,05	200,00	0,782	12,12%	5,00
15/02/05	MA64 K5C150	145,60	150,00	0,155	16,74%	3,50	08/02/07	K716 K07C150	143,10	150,00	0,187	12,12%	4,35
15/02/05	MA66 K5C155	145,60	155,00	0,155	16,74%	2,90	12/02/07	K716 K07C150	140,32	150,00	0,179	12,12%	2,95
15/02/05	MA84 K5P130	145,60	130,00	0,155	16,74%	2,50	13/02/07	K712 K07C130	140,50	130,00	0,175	12,12%	10,50
16/02/05	MA66 K5C155	144,70	155,00	0,151	16,72%	4,50	13/02/07	K716 K07C150	140,50	150,00	0,175	12,12%	2,60
17/02/05	MA67 K5C160	145,60	160,00	0,147	17,14%	2,90	15/02/07	K712 K07C130	140,70	130,00	0,167	12,12%	11,20
18/02/05	MA68 K5C165	146,40	165,00	0,143	17,14%	1,70	15/02/07	K716 K07C150	141,85	150,00	0,167	12,12%	2,00
24/02/05	MA58 K5C120	147,70	120,00	0,127	17,13%	27,20	16/02/07	K712 K07C130	139,25	130,00	0,163	12,12%	11,20
24/02/05	ST82 U5P120	152,25	120,00	0,484	17,13%	3,40	16/02/07	K716 K07C150	139,25	150,00	0,163	12,12%	2,00
25/02/05	MA62 K5C115	144,00	115,00	0,123	17,13%	30,00	21/02/07	K713 K07C135	140,40	135,00	0,151	12,14%	5,80
25/02/05	JL55 N5C130	146,20	130,00	0,302	17,13%	16,25	21/02/07	K716 K07C150	140,40	150,00	0,151	12,14%	2,10
25/02/05	JL81 N5P140	146,20	140,00	0,302	17,13%	5,75	23/02/07	K716 K07C150	143,80	150,00	0,143	12,11%	3,10
28/02/05	MA58 K5C120	148,60	120,00	0,119	17,13%	28,50	26/02/07	U7M1 U07P140	151,30	140,00	0,476	12,11%	5,00
28/02/05	MA62 K5C115	148,60	115,00	0,119	17,13%	33,25	27/02/07	Z710 Z07C200	154,70	200,00	0,730	12,10%	5,00
01/03/05	JL81 N5P140	149,90	140,00	0,294	17,12%	5,00	28/02/07	K716 K07C150	141,40	150,00	0,131	12,13%	2,00
02/03/05	JL81 N5P140	149,50	140,00	0,290	17,10%	5,10	28/02/07	Z710 Z07C200	149,35	200,00	0,726	12,13%	5,00
03/03/05	DZ86 Z5P120	157,00	120,00	0,722	17,10%	2,00	01/03/07	K714 K07C140	139,50	140,00	0,127	12,13%	3,20
03/03/05	ST88 U5P130	154,00	130,00	0,464	17,10%	4,00	02/03/07	K712 K07C130	137,85	130,00	0,123	12,13%	8,55

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
07/03/05	JL57 N5C150	156,70	150,00	0,278	17,11%	13,50
07/03/05	MA59 K5C130	153,90	130,00	0,099	17,11%	24,00
07/03/05	MA67 K5C160	153,90	160,00	0,099	17,11%	3,15
07/03/05	ST88 U5P130	160,30	130,00	0,456	17,11%	3,00
07/03/05	JL82 N5P150	156,70	150,00	0,278	17,11%	7,75
08/03/05	MA66 K5C155	156,95	155,00	0,095	17,09%	9,90
08/03/05	MA67 K5C160	156,95	160,00	0,095	17,09%	6,40
08/03/05	ST88 U5P130	162,75	130,00	0,452	17,09%	2,80
09/03/05	MA64 K5C150	156,20	150,00	0,091	17,08%	12,40
10/03/05	MA64 K5C150	162,40	150,00	0,087	17,08%	14,50
10/03/05	MA66 K5C155	162,40	155,00	0,087	17,08%	12,00
10/03/05	MA69 K5C140	156,10	140,00	0,087	17,08%	17,75
10/03/05	DZ87 Z5P130	172,00	130,00	0,702	17,08%	2,95
10/03/05	MA83 K5P120	162,40	120,00	0,087	17,08%	0,20
10/03/05	ST89 U6P110	169,00	110,00	0,440	17,08%	4,00
11/03/05	DZ87 Z5P130	169,90	130,00	0,698	17,08%	2,80
11/03/05	MA83 K5P120	160,40	120,00	0,083	17,08%	0,10
11/03/05	MA84 K5P130	160,40	130,00	0,083	17,08%	0,35
11/03/05	MA88 K5P125	160,40	125,00	0,083	17,08%	0,20
14/03/05	JL56 N5C140	161,80	140,00	0,258	17,08%	24,70
14/03/05	JL82 N5P150	161,80	150,00	0,258	17,08%	6,30
15/03/05	MA63 K5C125	157,81	125,00	0,075	17,08%	32,50
15/03/05	JL56 N5C140	161,17	140,00	0,254	17,08%	22,50
15/03/05	ST89 U6P110	168,90	110,00	1,464	17,08%	2,75
15/03/05	DZ87 Z5P130	172,00	130,00	0,690	17,08%	2,70
16/03/05	JL57 N5C150	165,00	150,00	0,250	17,09%	19,05
16/03/05	MA68 K5C165	161,00	165,00	0,071	17,09%	6,80
16/03/05	MA69 K5C140	161,00	140,00	0,071	17,09%	21,80
16/03/05	ST89 U6P110	168,00	110,00	1,460	17,09%	2,75
17/03/05	MA73 K5C177	160,30	177,00	0,067	17,52%	2,10
18/03/05	JL57 N5C150	161,80	150,00	0,242	17,54%	18,00
18/03/05	MA69 K5C140	157,90	140,00	0,063	17,54%	20,00
18/03/05	DZ87 Z5P130	168,80	130,00	0,679	17,54%	3,00
22/03/05	DZ87 Z5P130	167,00	130,00	0,671	17,55%	3,50
23/03/05	JL55 N5C130	153,80	130,00	0,230	17,56%	26,00
23/03/05	JL57 N5C150	153,80	150,00	0,230	17,56%	12,50
28/03/05	JL55 N5C130	150,80	130,00	0,218	17,56%	22,00
28/03/05	JL57 N5C150	150,80	150,00	0,218	17,56%	9,60
29/03/05	DZ68 Z5C200	157,50	200,00	0,651	17,56%	4,00
31/03/05	DZ68 Z5C200	162,20	200,00	0,643	17,57%	8,50
31/03/05	MA90 K5P135	152,40	135,00	0,028	17,57%	0,20
04/04/05	JL56 N5C140	152,75	140,00	0,198	17,57%	15,00
04/04/05	JL57 N5C150	152,75	150,00	0,198	17,57%	9,30
06/04/05	DZ87 Z5P130	161,20	130,00	0,627	17,57%	4,00
07/04/05	ST82 U5P120	156,00	120,00	0,365	17,57%	2,00
07/04/05	DZ86 Z5P120	158,80	120,00	0,623	17,57%	1,50
08/04/05	ST89 U6P110	152,90	110,00	1,393	17,56%	5,50
14/04/05	DZ68 Z5C200	145,20	200,00	0,603	17,55%	5,00
14/04/05	ST65 U5C150	142,10	150,00	0,345	17,55%	10,78
14/04/05	ST89 U6P110	142,10	110,00	1,377	17,55%	9,00
14/04/05	ST96 U5P135	142,10	135,00	0,345	17,55%	5,50

Data	Série	S	X	T	r	P
02/03/07	K7I6 K07C150	137,85	150,00	0,123	12,13%	1,25
02/03/07	Z7I2 Z07C220	150,40	220,00	0,718	12,13%	2,25
05/03/07	K7I4 K07C140	133,95	140,00	0,119	12,13%	1,90
05/03/07	K7I6 K07C150	133,95	150,00	0,119	12,13%	1,55
05/03/07	K7M2 K07P130	133,95	130,00	0,119	12,13%	1,50
06/03/07	K7I6 K07C150	135,35	150,00	0,115	12,12%	1,04
07/03/07	K7I4 K07C140	134,00	140,00	0,111	12,11%	2,00
07/03/07	K7I7 K07C155	134,00	155,00	0,111	12,11%	0,53
07/03/07	K7I8 K07C160	134,00	160,00	0,111	12,11%	0,35
07/03/07	K7M2 K07P130	134,00	130,00	0,111	12,11%	1,85
08/03/07	K7I4 K07C140	134,30	140,00	0,107	11,90%	2,00
08/03/07	K7M2 K07P130	134,30	130,00	0,107	11,90%	2,00
12/03/07	U7I0 U07C180	141,80	180,00	0,437	11,91%	2,77
13/03/07	K7I2 K07C130	132,00	130,00	0,095	11,88%	5,75
13/03/07	K7M3 K07P135	132,00	135,00	0,095	11,88%	3,50
14/03/07	K7I2 K07C130	130,70	130,00	0,091	11,89%	9,90
14/03/07	U7I4 U07C155	138,50	155,00	0,429	11,89%	4,15
14/03/07	Z7I0 Z07C200	143,75	200,00	0,687	11,89%	2,85
14/03/07	K7I4 K07C140	130,70	140,00	0,091	11,89%	1,00
14/03/07	K7M4 K07P140	130,70	140,00	0,091	11,89%	9,90
14/03/07	K7M0 K07P120	130,70	120,00	0,091	11,89%	0,50
15/03/07	K7I2 K07C130	131,40	130,00	0,087	11,89%	3,30
16/03/07	Z7I0 Z07C200	144,00	200,00	0,679	11,91%	3,00
20/03/07	K7I3 K07C135	130,00	135,00	0,075	11,90%	1,65
20/03/07	U7I0 U07C180	130,00	180,00	0,413	11,90%	1,90
20/03/07	U7I3 U07C150	137,70	150,00	0,413	11,90%	4,80
20/03/07	U7I6 U07C210	137,70	210,00	0,413	11,90%	1,15
20/03/07	Z7I0 Z07C200	137,70	200,00	0,671	11,90%	1,15
20/03/07	K7I6 K07C150	142,70	150,00	0,075	11,90%	2,60
21/03/07	U7I0 U07C180	141,50	180,00	0,409	11,91%	2,00
21/03/07	K7I4 K07C140	133,80	140,00	0,071	11,91%	1,40
21/03/07	K7M4 K07P140	133,80	140,00	0,071	11,91%	8,20
21/03/07	K7M2 K07P130	133,80	130,00	0,071	11,91%	0,90
22/03/07	U7M8 U07P135	141,00	135,00	0,405	11,89%	7,40
22/03/07	U7MC U07P125	141,00	125,00	0,405	11,89%	2,30
23/03/07	K7I4 K07C140	135,60	140,00	0,063	11,88%	1,80
23/03/07	K7M2 K07P130	135,60	130,00	0,063	11,88%	0,50
27/03/07	U7I0 U07C180	141,95	180,00	0,393	11,87%	2,20
28/03/07	K7M4 K07P140	134,40	140,00	0,052	11,88%	6,50
28/03/07	U7M1 U07P140	142,40	140,00	0,389	11,88%	7,60
29/03/07	Z7I0 Z07C200	143,65	200,00	0,643	11,88%	3,00
30/03/07	U7I1 U07C140	138,20	140,00	0,381	11,92%	7,02
02/04/07	U7I1 U07C140	137,40	140,00	0,377	11,93%	7,80
02/04/07	K7M2 K07P130	129,50	130,00	0,040	11,93%	1,95
02/04/07	U7M1 U07P140	137,40	140,00	0,377	11,93%	9,00
03/04/07	U7MD U07P130	140,05	130,00	0,373	11,91%	4,00
04/04/07	U7I1 U07C140	139,80	140,00	0,369	11,90%	8,10
05/04/07	U7I3 U07C150	140,35	150,00	0,365	11,92%	6,10
05/04/07	Z7I0 Z07C200	145,45	200,00	0,623	11,92%	3,10
09/04/07	U7MD U07P130	138,55	130,00	0,357	11,91%	4,70
12/04/07	U7I3 U07C150	142,90	150,00	0,345	11,89%	6,50

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
15/04/05	ST65 U5C150	143,40	150,00	0,341	17,55%	8,52
15/04/05	ST89 U6P110	143,40	110,00	1,373	17,55%	9,25
15/04/05	ST96 U5P135	143,40	135,00	0,341	17,55%	6,00
18/04/05	JL80 N5P130	140,60	130,00	0,159	17,55%	2,00
18/04/05	ST88 U5P130	142,20	130,00	0,337	17,55%	4,50
19/04/05	ST65 U5C150	148,50	150,00	0,333	17,55%	10,71
19/04/05	ST96 U5P135	148,50	135,00	0,333	17,55%	5,25
27/04/05	ST65 U5C150	162,60	150,00	0,310	17,76%	19,00
27/04/05	DZ87 Z5P130	165,60	130,00	0,567	17,76%	3,30
28/04/05	ST70 U5C200	158,90	200,00	0,306	17,76%	4,00
29/04/05	ST84 U6P120	155,00	120,00	1,333	17,78%	4,15
29/04/05	ST99 U6P130	155,00	130,00	1,333	17,78%	6,90
02/05/05	ST70 U5C200	150,00	200,00	0,298	17,80%	3,10
03/05/05	ST70 U5C200	149,30	200,00	0,294	17,80%	3,00
10/05/05	DZ68 Z5C200	152,30	200,00	0,532	17,79%	4,50
10/05/05	ST70 U5C200	149,35	200,00	0,274	17,79%	3,30
10/05/05	ST72 U5C210	149,35	210,00	0,274	17,79%	3,00
10/05/05	JL81 N5P140	148,10	140,00	0,095	17,79%	2,40
10/05/05	ST87 U5P145	149,35	145,00	0,274	17,79%	8,65
10/05/05	ST96 U5P135	149,35	135,00	0,274	17,79%	3,50
11/05/05	ST87 U5P145	152,80	145,00	0,270	17,79%	8,50
12/05/05	ST70 U5C200	150,40	200,00	0,266	17,79%	3,80
12/05/05	JL81 N5P140	148,50	140,00	0,087	17,79%	1,90
12/05/05	ST89 U6P110	150,40	110,00	0,262	17,79%	5,90
13/05/05	ST70 U5C200	148,80	200,00	0,262	17,78%	3,00
16/05/05	JL81 N5P140	142,20	140,00	0,079	17,80%	4,20
16/05/05	ST96 U5P135	143,30	135,00	0,258	17,80%	5,29
18/05/05	ST70 U5C200	144,90	200,00	0,250	17,79%	2,50
19/05/05	JL82 N5P150	142,50	150,00	0,067	17,99%	8,70
19/05/05	ST89 U5P140	143,40	140,00	0,242	17,99%	7,00
23/05/05	DZ70 Z5C230	149,10	230,00	0,496	17,99%	3,20
23/05/05	DZ74 Z5C255	149,10	255,00	0,496	17,99%	1,80
23/05/05	ST70 U5C200	145,70	200,00	0,238	17,99%	3,00
24/05/05	DZ70 Z5C230	150,95	230,00	0,492	17,99%	3,20
24/05/05	ST70 U5C200	147,80	200,00	0,234	17,99%	2,35
25/05/05	DZ70 Z5C230	154,40	230,00	0,488	17,98%	3,70
27/05/05	JL56 N5C140	148,60	140,00	0,044	17,98%	10,60
27/05/05	ST65 U5C150	150,20	150,00	0,222	17,98%	11,70
01/06/05	ST65 U5C150	146,40	150,00	0,210	18,04%	9,70
01/06/05	JL56 N5C140	145,70	140,00	0,032	18,04%	7,70
02/06/05	ST70 U5C200	150,75	200,00	0,206	18,02%	2,50
03/06/05	JL56 N5C140	152,76	140,00	0,024	18,02%	13,00
03/06/05	ST66 U5C160	154,60	160,00	0,202	18,02%	9,10
07/06/05	DZ70 Z5C230	158,20	230,00	0,452	18,01%	4,45
08/06/05	ST65 U5C150	150,90	150,00	0,190	17,99%	11,30
08/06/05	ST66 U5C160	150,90	160,00	0,190	17,99%	9,00
14/06/05	ST70 U5C200	137,60	200,00	0,175	18,01%	1,15
14/06/05	DZ87 Z5P130	141,50	130,00	0,433	18,01%	6,50
20/06/05	ST64 U5C140	135,35	140,00	0,159	18,00%	5,15
20/06/05	ST88 U5P130	135,35	130,00	0,159	18,00%	3,90

Data	Série	S	X	T	r	P
12/04/07	U7I8 U07C135	142,90	135,00	0,345	11,89%	11,70
12/04/07	U7ID U07C130	142,90	130,00	0,345	11,89%	14,90
12/04/07	N7M2 N07P140	138,50	140,00	0,167	11,89%	7,30
13/04/07	U7I3 U07C150	141,55	150,00	0,341	11,89%	8,00
18/04/07	U7I3 U07C150	138,00	150,00	0,329	11,87%	5,25
18/04/07	Z7I0 Z07C200	143,35	200,00	0,587	11,87%	2,00
19/04/07	U7MD U07P130	137,60	130,00	0,325	11,66%	5,50
20/04/07	U7IG U07C210	137,40	210,00	0,321	11,66%	1,05
23/04/07	U7I8 U07C135	134,90	135,00	0,317	11,65%	6,50
24/04/07	U7I3 U07C150	131,50	150,00	0,313	11,64%	4,00
24/04/07	U7I4 U07C155	131,50	155,00	0,313	11,64%	3,45
24/04/07	U7I8 U07C135	131,50	135,00	0,313	11,64%	7,10
25/04/07	Z7I6 Z07C140	136,20	140,00	0,567	11,63%	8,95
25/04/07	Z7I7 Z07C150	136,20	150,00	0,567	11,63%	7,40
25/04/07	U7I1 U07C140	136,20	140,00	0,310	11,63%	4,70
25/04/07	Z7I5 Z07C145	131,10	145,00	0,567	11,63%	4,70
26/04/07	U7I8 U07C135	130,70	135,00	0,306	11,63%	5,50
26/04/07	U7MC U07P125	130,70	125,00	0,306	11,63%	4,90
27/04/07	U7I1 U07C140	131,10	140,00	0,302	11,63%	4,50
27/04/07	U7I8 U07C135	131,10	135,00	0,302	11,63%	6,35
27/04/07	U8I3 U08C170	143,50	170,00	1,333	11,63%	11,20
27/04/07	U7ID U07C130	131,10	130,00	0,302	11,63%	7,15
27/04/07	U7MC U07P125	131,10	125,00	0,302	11,63%	4,60
30/04/07	Z7I8 Z07C130	135,00	130,00	0,556	11,63%	13,45
02/05/07	U7I7 U07C170	127,35	170,00	0,290	11,63%	1,95
02/05/07	Z7I9 Z07C170	132,85	170,00	0,548	11,63%	3,95
03/05/07	U7MB U07P120	127,60	120,00	0,286	11,63%	3,00
04/05/07	U7I5 U07C160	130,05	160,00	0,282	11,64%	2,45
10/05/07	U7I7 U07C170	129,90	170,00	0,266	11,65%	1,80
10/05/07	Z7I3 Z07C180	134,60	180,00	0,524	11,65%	2,45
11/05/07	U8I2 U08C165	141,00	165,00	1,294	11,64%	10,50
11/05/07	Z7I3 Z07C180	134,15	180,00	0,520	11,64%	2,00
11/05/07	U8M4 U08P125	129,50	125,00	1,294	11,64%	9,00
14/05/07	U8I2 U08C165	142,00	165,00	1,290	11,65%	10,70
14/05/07	U8M4 U08P125	130,70	125,00	1,290	11,65%	8,60
14/05/07	Z7MH Z07P135	135,10	135,00	0,516	11,65%	9,90
15/05/07	U8I2 U08C165	142,85	165,00	1,286	11,64%	10,60
15/05/07	Z7I3 Z07C180	135,90	180,00	0,512	11,64%	2,00
15/05/07	U8M4 U08P125	131,50	125,00	1,286	11,64%	8,60
16/05/07	Z7I3 Z07C180	139,70	180,00	0,508	11,64%	2,00
16/05/07	U7I7 U07C170	134,90	170,00	0,250	11,64%	2,25
17/05/07	U7IF U07C200	138,40	200,00	0,246	11,65%	1,30
17/05/07	N7I3 N07C150	135,00	150,00	0,067	11,65%	1,10
17/05/07	Z7I3 Z07C180	138,40	180,00	0,504	11,65%	3,50
18/05/07	U8I5 U08C175	147,80	175,00	1,274	11,64%	9,90
18/05/07	U8M4 U08P125	147,80	125,00	1,274	11,64%	7,20
23/05/07	Z7I7 Z07C150	137,95	150,00	0,488	11,64%	7,85
23/05/07	U7IH U07C190	142,70	190,00	0,230	11,64%	1,60
23/05/07	U7MD U07P130	137,95	130,00	0,230	11,64%	3,95
23/05/07	U7M1 U07P140	137,95	140,00	0,230	11,64%	9,20

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
20/06/05	ST89 U5P140	135,35	140,00	0,155	18,00%	10,65
22/06/05	DZ64 Z5C160	141,00	160,00	0,409	18,00%	7,00
24/06/05	DZ64 Z5C160	135,50	160,00	0,401	18,01%	5,00
24/06/05	ST82 U5P120	131,60	120,00	0,143	18,01%	2,00
27/06/05	ST70 U5C200	126,90	200,00	0,139	18,02%	0,50
27/06/05	ST89 U6P110	126,90	110,00	1,171	18,02%	15,10
27/06/05	DZ87 Z5P130	130,20	130,00	0,397	18,02%	9,20
28/06/05	DZ63 Z5C140	132,70	140,00	0,393	18,02%	6,20
28/06/05	DZ87 Z5P130	132,70	130,00	0,393	18,02%	9,40
28/06/05	MR81 H6P125	134,90	125,00	0,651	18,02%	6,80
28/06/05	ST89 U5P140	129,20	140,00	0,131	18,02%	15,10
28/06/05	ST96 U5P135	129,20	135,00	0,135	18,02%	11,50
29/06/05	DZ63 Z5C140	132,00	140,00	0,389	18,02%	7,20
29/06/05	DZ87 Z5P130	132,00	130,00	0,389	18,02%	7,70
29/06/05	ST96 U5P140	127,80	140,00	0,127	18,02%	13,50
30/06/05	ST96 U5P135	129,00	135,00	0,127	18,02%	10,35
08/07/05	DZ55 Z5C150	131,50	150,00	0,361	17,97%	5,00
08/07/05	DZ63 Z5C140	131,50	140,00	0,361	17,97%	8,00
08/07/05	ST99 U6P130	127,50	130,00	1,135	17,97%	12,30
11/07/05	DZ63 Z5C140	129,00	140,00	0,357	17,99%	7,10
11/07/05	ST76 U5P125	125,10	125,00	0,099	17,99%	3,70
11/07/05	ST88 U5P130	125,10	130,00	0,099	17,99%	7,00
13/07/05	DZ64 Z5C160	129,90	160,00	0,349	17,98%	3,30
13/07/05	DZ87 Z5P130	129,90	130,00	0,349	17,98%	9,00
13/07/05	ST88 U5P130	126,00	130,00	0,091	17,98%	7,00
14/07/05	ST99 U6P130	130,90	130,00	1,119	17,99%	12,45
15/07/05	DZ64 Z5C160	130,60	160,00	0,341	17,99%	4,00
18/07/05	ST88 U5P130	123,02	130,00	0,079	17,98%	8,50
19/07/05	DZ62 Z5C130	120,90	130,00	0,333	17,98%	5,70
19/07/05	ST65 U5C150	117,00	150,00	0,075	17,98%	0,20
19/07/05	DZ86 Z5P120	120,90	120,00	0,333	17,98%	7,00
19/07/05	MR80 H6P120	123,50	120,00	0,591	17,98%	7,60
19/07/05	ST88 U5P130	117,00	130,00	0,075	17,98%	14,20
20/07/05	ST65 U5C150	118,35	150,00	0,071	17,97%	0,20
20/07/05	DZ86 Z5P120	122,15	120,00	0,329	17,97%	7,00
20/07/05	ST80 U5P110	118,35	110,00	0,071	17,97%	1,50
20/07/05	ST96 U5P135	118,35	135,00	0,071	17,97%	18,40
25/07/05	ST84 U6P120	122,80	120,00	1,091	17,97%	8,25
26/07/05	DZ55 Z5C150	125,90	150,00	0,313	17,97%	3,00
26/07/05	ST70 U5C200	122,40	200,00	0,056	17,97%	0,10
27/07/05	MR58 H6C140	125,50	140,00	0,567	17,96%	5,80
27/07/05	DZ86 Z5P120	123,30	120,00	0,310	17,96%	5,65
27/07/05	DZ87 Z5P130	123,30	130,00	0,310	17,96%	12,60
28/07/05	DZ86 Z5P120	127,60	120,00	0,306	17,96%	6,30
28/07/05	DZ87 Z5P130	127,60	130,00	0,306	17,96%	13,80
29/07/05	DZ71 Z5C135	129,20	135,00	0,302	17,97%	5,00
29/07/05	MR58 H6C140	131,30	140,00	0,560	17,97%	8,00
29/07/05	DZ86 Z5P120	129,20	120,00	0,302	17,97%	5,00
29/07/05	DZ87 Z5P130	129,20	130,00	0,302	17,97%	10,40
29/07/05	MR81 H6P125	131,30	125,00	0,560	17,97%	7,10

Data	Série	S	X	T	r	P
24/05/07	U8I6 U08C180	150,15	180,00	1,258	11,64%	8,50
24/05/07	U8M4 U08P125	150,15	125,00	1,258	11,64%	6,45
29/05/07	Z7I7 Z07C150	139,65	150,00	0,472	11,67%	6,70
29/05/07	U7M1 U07P140	134,95	140,00	0,214	11,67%	10,00
29/05/07	U7MD U07P130	134,95	130,00	0,214	11,67%	4,50
30/05/07	Z7I7 Z07C150	140,50	150,00	0,468	11,66%	6,70
30/05/07	U7M1 U07P140	135,55	140,00	0,210	11,66%	10,00
30/05/07	U7MD U07P130	135,55	130,00	0,210	11,66%	4,50
04/06/07	U7I7 U07C170	141,50	170,00	0,198	11,68%	2,45
04/06/07	U8I3 U08C170	152,00	170,00	1,230	11,68%	12,00
04/06/07	U8M0 U08P130	152,00	130,00	1,230	11,68%	8,00
05/06/07	U8I7 U08C190	154,20	190,00	1,226	11,69%	7,80
05/06/07	U8M4 U08P125	154,20	125,00	1,226	11,69%	5,60
08/06/07	U7I3 U07C150	141,05	150,00	0,183	11,23%	3,00
08/06/07	Z7I7 Z07C150	146,60	150,00	0,440	11,23%	7,90
08/06/07	U7M1 U07P140	141,05	140,00	0,183	11,23%	6,35
08/06/07	U7MD U07P130	141,05	130,00	0,183	11,23%	1,25
11/06/07	U7I7 U07C170	141,50	170,00	0,179	11,23%	1,50
11/06/07	U8I3 U08C170	152,35	170,00	1,210	11,23%	10,50
11/06/07	U8M0 U08P130	152,35	130,00	1,210	11,23%	9,00
13/06/07	U7I0 U07C180	140,20	180,00	0,171	11,22%	1,30
15/06/07	U8I9 U08C185	151,40	185,00	1,194	11,21%	8,25
15/06/07	U8M4 U08P125	140,35	125,00	1,194	11,21%	6,40
22/06/07	U7M8 U07P135	138,05	135,00	0,143	11,21%	3,15
26/06/07	U7ID U07C130	133,95	130,00	0,135	11,21%	6,35
26/06/07	U7MD U07P130	133,95	130,00	0,135	11,21%	3,50
28/06/07	U7MB U07P120	134,75	120,00	0,127	11,22%	0,10
28/06/07	U7MC U07P125	134,75	125,00	0,127	11,22%	1,20
03/07/07	Z7I9 Z07C170	138,70	170,00	0,373	11,22%	2,70
05/07/07	Z7I9 Z07C170	137,75	170,00	0,365	11,22%	1,77
05/07/07	U8M0 U08P130	143,70	130,00	1,139	11,22%	10,80
11/07/07	U8I3 U08C170	145,55	170,00	1,123	11,23%	8,45
11/07/07	U8M4 U08P125	134,80	125,00	1,123	11,23%	7,50
12/07/07	U7I1 U07C140	134,70	140,00	0,087	11,22%	2,40
12/07/07	Z7I9 Z07C170	139,90	170,00	0,345	11,22%	1,82
16/07/07	U8I2 U08C165	146,00	165,00	1,111	11,21%	9,00
16/07/07	U8M4 U08P125	135,80	125,00	1,111	11,21%	8,30
17/07/07	U7I1 U07C140	136,55	140,00	0,075	11,21%	2,00
18/07/07	Z7I9 Z07C170	143,70	170,00	0,329	11,23%	2,50
18/07/07	Z7I7 Z07C150	143,70	150,00	0,329	11,23%	4,70
18/07/07	Z7M8 Z07P130	143,70	130,00	0,329	11,23%	4,70
19/07/07	U7I1 U07C140	138,95	140,00	0,067	10,75%	3,00
20/07/07	Z7I7 Z07C150	142,80	150,00	0,321	10,77%	6,00
23/07/07	U7I1 U07C140	136,90	140,00	0,060	10,78%	3,00
23/07/07	Z7I7 Z07C150	141,65	150,00	0,317	10,78%	5,50
23/07/07	Z7MH Z07P135	141,65	135,00	0,317	10,78%	3,80
24/07/07	U7I5 U07C160	140,35	160,00	0,056	10,79%	0,50
24/07/07	U7M8 U07P135	140,35	135,00	0,056	10,79%	1,10
24/07/07	U8M0 U08P130	140,35	130,00	1,087	10,79%	8,15
25/07/07	U7I1 U07C140	139,70	140,00	0,052	10,78%	3,60

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
29/07/05	ST84 U6P120	126,30	120,00	1,075	17,97%	5,00
01/08/05	DZ85 Z5P115	128,10	115,00	0,298	17,97%	2,50
01/08/05	ST80 U5P110	124,90	110,00	0,040	17,97%	0,50
01/08/05	ST84 U6P120	123,80	120,00	1,071	17,97%	10,25
02/08/05	DZ86 Z5P120	133,60	120,00	0,294	17,98%	2,50
03/08/05	DZ85 Z5P115	132,35	115,00	0,290	17,98%	1,50
04/08/05	DZ72 Z5C145	132,30	145,00	0,286	17,98%	5,00
04/08/05	MR79 H6P110	134,70	110,00	0,544	17,98%	2,00
04/08/05	DZ87 Z5P130	132,30	130,00	0,286	17,98%	6,50
05/08/05	DZ62 Z5C130	132,20	130,00	0,282	17,97%	9,70
05/08/05	DZ63 Z5C140	132,20	140,00	0,282	17,97%	5,80
05/08/05	DZ86 Z5P120	132,20	120,00	0,282	17,97%	2,30
08/08/05	DZ63 Z5C140	129,80	140,00	0,278	17,97%	6,15
08/08/05	DZ94 Z5P125	129,80	125,00	0,278	17,97%	4,10
10/08/05	DZ63 Z5C140	134,60	140,00	0,270	17,97%	5,50
10/08/05	DZ72 Z5C145	134,60	145,00	0,270	17,97%	3,50
10/08/05	DZ86 Z5P120	134,60	120,00	0,270	17,97%	1,50
10/08/05	DZ87 Z5P130	134,60	130,00	0,270	17,97%	6,50
11/08/05	DZ63 Z5C140	134,60	140,00	0,266	17,97%	5,50
11/08/05	DZ72 Z5C145	134,60	145,00	0,266	17,97%	3,50
11/08/05	DZ86 Z5P120	134,60	120,00	0,266	17,97%	1,50
11/08/05	DZ87 Z5P130	134,60	130,00	0,266	17,97%	5,10
12/08/05	ST51 U6C190	137,60	190,00	1,036	17,97%	5,50
15/08/05	DZ85 Z5P115	124,20	115,00	0,258	17,96%	2,50
15/08/05	DZ94 Z5P125	124,20	125,00	0,258	17,96%	6,70
15/08/05	MR80 H6P120	127,00	120,00	0,516	17,96%	5,70
15/08/05	MR81 H6P125	127,00	125,00	0,516	17,96%	8,20
17/08/05	DZ69 Z5C125	125,00	125,00	0,250	17,93%	7,20
17/08/05	DZ71 Z5C135	125,00	135,00	0,250	17,93%	3,85
17/08/05	MR57 H6C130	127,40	130,00	0,508	17,93%	8,00
17/08/05	MR81 H6P125	127,40	125,00	0,508	17,93%	7,85
17/08/05	DZ85 Z5P115	125,00	115,00	0,250	17,93%	2,50
17/08/05	DZ86 Z5P120	125,00	120,00	0,250	17,93%	4,90
18/08/05	DZ68 Z5C200	121,80	200,00	0,246	17,91%	0,50
19/08/05	ST84 U6P120	127,40	120,00	1,016	17,94%	10,50
22/08/05	MR81 H6P125	124,50	125,00	0,496	17,95%	9,10
23/08/05	DZ69 Z5C125	124,60	125,00	0,234	17,95%	8,00
23/08/05	DZ71 Z5C135	124,60	135,00	0,234	17,95%	4,20
23/08/05	DZ86 Z5P120	124,60	120,00	0,234	17,95%	4,00
24/08/05	DZ69 Z5C125	122,00	125,00	0,230	17,96%	8,00
24/08/05	DZ71 Z5C135	122,00	135,00	0,230	17,96%	4,20
24/08/05	DZ86 Z5P120	122,00	120,00	0,230	17,96%	4,95
26/08/05	DZ69 Z5C125	117,30	125,00	0,222	17,95%	3,00
30/08/05	MR57 H6C130	120,80	130,00	0,472	17,97%	5,00
01/09/05	DZ62 Z5C130	126,00	130,00	0,206	18,00%	4,80
01/09/05	DZ86 Z5P120	126,00	120,00	0,206	18,00%	6,10
02/09/05	DZ62 Z5C130	123,30	130,00	0,202	18,00%	6,00
02/09/05	MR57 H6C130	126,05	130,00	0,460	18,00%	4,00
02/09/05	DZ86 Z5P120	123,30	120,00	0,202	18,00%	5,10
09/09/05	MR57 H6C130	117,40	130,00	0,440	17,97%	5,00
09/09/05	DZ85 Z5P115	114,40	115,00	0,183	17,97%	5,00

Data	Série	S	X	T	r	P
25/07/07	Z7I7 Z07C150	144,45	150,00	0,310	10,78%	5,95
25/07/07	Z7I9 Z07C170	144,45	170,00	0,310	10,78%	2,30
25/07/07	Z7M8 Z07P130	144,45	130,00	0,310	10,78%	2,00
25/07/07	Z7MH Z07P135	144,45	135,00	0,310	10,78%	2,90
26/07/07	Z7I7 Z07C150	142,40	150,00	0,306	10,77%	6,00
27/07/07	Z7I7 Z07C150	143,40	150,00	0,302	10,78%	6,00
27/07/07	Z7I9 Z07C170	143,40	170,00	0,302	10,78%	2,00
27/07/07	Z7M8 Z07P130	143,40	130,00	0,302	10,78%	3,30
30/07/07	Z7I5 Z07C145	143,20	145,00	0,298	10,78%	5,95
30/07/07	U7M1 U07P140	139,10	140,00	0,040	10,78%	2,55
01/08/07	Z7IM Z07C155	143,80	155,00	0,290	10,78%	3,90
02/08/07	U8I2 U08C165	151,75	165,00	1,060	10,79%	9,60
02/08/07	Z7I5 Z07C145	151,75	145,00	0,286	10,79%	8,63
02/08/07	U8I6 U08C180	151,75	180,00	1,060	10,79%	7,00
02/08/07	U8MC U08P140	151,75	140,00	1,060	10,79%	9,25
02/08/07	U8M0 U08P130	151,75	130,00	1,060	10,79%	6,30
03/08/07	Z7IM Z07C155	148,60	155,00	0,282	10,80%	5,70
08/08/07	Z7I7 Z07C150	150,60	150,00	0,270	10,77%	7,20
08/08/07	Z7IM Z07C155	150,60	155,00	0,270	10,77%	4,00
08/08/07	Z7IN Z07C160	150,60	160,00	0,270	10,77%	3,40
08/08/07	Z7M6 Z07P140	150,60	140,00	0,270	10,77%	2,00
09/08/07	Z7I7 Z07C150	150,45	150,00	0,266	10,76%	7,20
09/08/07	Z7IN Z07C160	150,45	160,00	0,266	10,76%	3,40
09/08/07	Z7M6 Z07P140	150,45	140,00	0,266	10,76%	2,00
10/08/07	Z7I7 Z07C150	152,20	150,00	0,262	10,77%	8,20
10/08/07	Z7IN Z07C160	152,20	160,00	0,262	10,77%	4,40
10/08/07	Z7M5 Z07P145	152,20	145,00	0,262	10,77%	3,10
10/08/07	Z7MM Z07P155	152,20	155,00	0,262	10,77%	4,10
13/08/07	Z7I6 Z07C140	152,50	140,00	0,258	10,76%	15,45
13/08/07	Z7I7 Z07C150	152,50	150,00	0,258	10,76%	8,85
13/08/07	Z7I9 Z07C170	152,50	170,00	0,258	10,76%	3,05
13/08/07	Z7IM Z07C155	152,50	155,00	0,258	10,76%	7,30
13/08/07	Z7IN Z07C160	152,50	160,00	0,258	10,76%	4,70
13/08/07	Z7I5 Z07C145	152,50	145,00	0,258	10,76%	12,00
13/08/07	Z7M5 Z07P145	152,50	145,00	0,258	10,76%	2,90
14/08/07	Z7IN Z07C160	151,40	160,00	0,254	10,77%	4,10
14/08/07	U8I8 U08C200	154,05	200,00	1,028	10,77%	4,55
14/08/07	Z7M6 Z07P140	151,40	140,00	0,254	10,77%	1,65
15/08/07	Z7IN Z07C160	151,10	160,00	0,250	10,76%	2,95
15/08/07	Z7IP Z07C175	151,10	175,00	0,250	10,76%	1,00
15/08/07	Z7M6 Z07P140	151,10	140,00	0,250	10,76%	2,00
16/08/07	U8I2 U08C165	147,10	165,00	1,020	10,76%	6,90
16/08/07	U8MC U08P140	140,00	140,00	1,020	10,76%	9,00
20/08/07	Z7I7 Z07C150	146,65	150,00	0,238	10,77%	4,90
21/08/07	Z7I7 Z07C150	145,90	150,00	0,234	10,76%	4,20
21/08/07	Z7IM Z07C155	145,90	155,00	0,234	10,76%	2,80
21/08/07	U8I6 U08C180	148,55	180,00	1,008	10,76%	6,00
21/08/07	U8MC U08P140	148,55	140,00	1,008	10,76%	7,40
21/08/07	Z7M6 Z07P140	145,90	140,00	0,234	10,76%	3,40
22/08/07	U8I8 U08C200	148,55	200,00	1,004	10,75%	3,70
22/08/07	Z7I7 Z07C150	146,85	150,00	0,230	10,75%	4,20

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
12/09/05	DZ86 Z5P120	112,30	120,00	0,179	17,98%	8,80
12/09/05	MR85 H6P115	115,50	115,00	0,437	17,98%	6,30
15/09/05	MR56 H6C125	115,20	125,00	0,425	17,78%	5,30
15/09/05	DZ86 Z5P120	112,60	120,00	0,167	17,78%	10,00
15/09/05	MR81 H6P125	115,20	125,00	0,425	17,78%	15,50
15/09/05	MR85 H6P115	115,20	115,00	0,425	17,78%	8,55
16/09/05	DZ87 Z5P130	109,40	130,00	0,163	17,78%	20,50
20/09/05	DZ60 Z5C115	112,50	115,00	0,155	17,77%	3,00
20/09/05	DZ61 Z5C120	112,50	120,00	0,155	17,77%	2,00
22/09/05	DZ61 Z5C120	112,70	120,00	0,147	17,76%	2,50
22/09/05	MR57 H6C130	115,20	130,00	0,405	17,76%	4,50
22/09/05	DZ86 Z5P120	112,70	120,00	0,147	17,76%	9,10
22/09/05	MR79 H6P110	115,20	110,00	0,405	17,76%	6,93
26/09/05	DZ85 Z5P115	108,40	115,00	0,139	17,76%	10,15
26/09/05	MR79 H6P110	110,80	110,00	0,397	17,76%	7,20
28/09/05	DZ63 Z5C140	113,30	140,00	0,131	17,76%	0,75
28/09/05	DZ71 Z5C135	113,30	135,00	0,131	17,76%	1,05
28/09/05	DZ72 Z5C145	113,30	145,00	0,131	17,76%	0,75
29/09/05	DZ61 Z5C120	113,60	120,00	0,127	17,77%	4,00
30/09/05	MR56 H6C125	117,55	125,00	0,381	17,82%	4,00
03/10/05	MR56 H6C125	116,80	125,00	0,377	17,79%	6,70
05/10/05	DZ60 Z5C115	115,50	115,00	0,111	17,75%	2,60
05/10/05	DZ61 Z5C120	115,50	120,00	0,111	17,75%	1,40
05/10/05	DZ85 Z5P115	115,50	115,00	0,111	17,75%	2,00
06/10/05	DZ61 Z5C120	114,60	120,00	0,107	17,73%	3,00
10/10/05	MR56 H6C125	124,20	125,00	0,357	17,73%	7,80
11/10/05	MR79 H6P110	126,00	110,00	0,353	17,74%	1,50
11/10/05	ST84 U6P120	127,40	120,00	0,869	17,74%	9,00
14/10/05	DZ87 Z5P130	123,10	130,00	0,083	17,71%	9,50
17/10/05	DZ86 Z5P120	127,90	120,00	0,079	17,70%	3,50
18/10/05	DZ86 Z5P120	128,30	120,00	0,075	17,71%	1,00
19/10/05	DZ62 Z5C130	128,00	130,00	0,071	17,71%	5,40
19/10/05	MR61 H6C135	130,90	135,00	0,329	17,71%	8,10
20/10/05	DZ71 Z5C135	130,90	135,00	0,067	17,31%	3,25
21/10/05	MR57 H6C130	130,00	130,00	0,321	17,30%	9,30
21/10/05	DZ94 Z5P125	127,40	125,00	0,063	17,30%	2,90
24/10/05	DZ64 Z5C160	126,95	160,00	0,060	17,29%	0,20
25/10/05	DZ94 Z5P125	128,50	125,00	0,056	17,30%	2,30
26/10/05	DZ94 Z5P125	126,10	125,00	0,052	17,29%	1,80
26/10/05	MR80 H6P120	129,10	120,00	0,310	17,29%	4,40
27/10/05	MA56 K6C140	129,70	140,00	0,484	17,29%	7,30
27/10/05	MR56 H6C125	128,20	125,00	0,306	17,29%	11,50
27/10/05	MR80 H6P120	128,20	120,00	0,306	17,29%	3,50
27/10/05	MR81 H6P125	128,20	125,00	0,306	17,29%	5,70
03/11/05	DZ63 Z5C140	130,70	140,00	0,028	17,34%	0,40
03/11/05	DZ71 Z5C135	130,70	135,00	0,028	17,34%	1,65
03/11/05	MR85 H6P115	133,60	115,00	0,286	17,34%	1,15
03/11/05	DZ87 Z5P130	130,70	130,00	0,028	17,34%	2,60
04/11/05	ST55 U6C150	131,00	150,00	0,798	17,35%	6,50
04/11/05	DZ71 Z5C135	130,90	135,00	0,024	17,35%	1,20
07/11/05	MR62 H6C145	133,20	145,00	0,278	17,35%	4,01

Data	Série	S	X	T	r	P
23/08/07	Z7I7 Z07C150	147,70	150,00	0,226	10,75%	4,65
23/08/07	U8I7 U08C190	150,00	190,00	1,000	10,75%	4,25
23/08/07	Z7M6 Z07P140	147,70	140,00	0,226	10,75%	2,40
24/08/07	U8I7 U08C190	149,60	190,00	0,996	10,77%	4,30
24/08/07	Z7I7N Z07C160	147,20	160,00	0,222	10,77%	2,00
24/08/07	Z7M6 Z07P140	147,20	140,00	0,222	10,77%	2,00
27/08/07	U8I7 U08C190	147,85	190,00	0,992	10,76%	3,90
27/08/07	Z7I7 Z07C150	145,10	150,00	0,218	10,76%	3,65
27/08/07	Z7M5 Z07P145	145,10	145,00	0,218	10,76%	5,60
27/08/07	Z7M6 Z07P140	145,10	140,00	0,218	10,76%	2,60
28/08/07	U8I1 U08C160	147,85	160,00	0,988	10,76%	8,65
28/08/07	Z7I7N Z07C160	145,10	160,00	0,214	10,76%	1,80
28/08/07	Z7M6 Z07P140	145,10	140,00	0,214	10,76%	2,90
28/08/07	U8MC U08P140	147,85	140,00	0,988	10,76%	8,00
29/08/07	Z7I7 Z07C150	144,15	150,00	0,210	10,76%	2,60
29/08/07	Z7I7N Z07C160	144,15	160,00	0,210	10,76%	1,80
29/08/07	U8I1 U08C160	146,95	160,00	0,984	10,76%	7,00
31/08/07	Z7I7 Z07C150	143,15	150,00	0,202	10,81%	3,00
31/08/07	Z7I5 Z07C145	143,15	145,00	0,202	10,81%	4,50
31/08/07	Z7I7M Z07C155	143,15	155,00	0,202	10,81%	2,30
31/08/07	Z7M5 Z07P145	143,15	145,00	0,202	10,81%	5,35
04/09/07	Z7I7N Z07C160	145,55	160,00	0,194	10,79%	2,10
04/09/07	Z7M5 Z07P145	145,55	145,00	0,194	10,79%	4,80
04/09/07	Z7M6 Z07P140	145,55	140,00	0,194	10,79%	2,70
04/09/07	Z7M8 Z07P130	145,55	130,00	0,194	10,79%	2,00
05/09/07	Z7I7N Z07C160	143,15	160,00	0,190	10,77%	1,60
06/09/07	Z7I7N Z07C160	144,45	160,00	0,187	10,56%	1,75
10/09/07	Z7I7N Z07C160	147,05	160,00	0,179	10,56%	1,75
11/09/07	Z7I7N Z07C160	147,45	160,00	0,175	10,55%	2,30
11/09/07	U8I1 U08C160	151,00	160,00	0,948	10,55%	8,85
11/09/07	Z7M6 Z07P140	147,45	140,00	0,175	10,55%	2,30
12/09/07	U8I1 U08C160	151,75	160,00	0,944	10,54%	9,60
17/09/07	U8I3 U08C170	161,10	170,00	0,933	10,54%	9,70
17/09/07	U8I1 U08C160	156,95	160,00	0,933	10,54%	13,85
17/09/07	Z7I7N Z07C160	161,10	160,00	0,159	10,54%	5,40
17/09/07	Z7M6 Z07P140	156,95	140,00	0,159	10,54%	1,25
18/09/07	Z7I7 Z07C150	158,25	150,00	0,155	10,54%	11,25
18/09/07	Z7M8 Z07P130	158,25	130,00	0,155	10,54%	0,45
18/09/07	Z7MH Z07P135	158,25	135,00	0,155	10,54%	0,70
19/09/07	Z7M6 Z07P140	160,55	140,00	0,151	10,54%	1,40
20/09/07	Z7I3 Z07C180	161,65	180,00	0,147	10,52%	3,60
20/09/07	Z7I9 Z07C170	161,65	170,00	0,147	10,52%	6,60
20/09/07	Z7I7N Z07C160	161,65	160,00	0,147	10,52%	8,70
20/09/07	U8MC U08P140	166,25	140,00	0,921	10,52%	4,80
20/09/07	Z7M6 Z07P140	161,65	140,00	0,147	10,52%	1,15
21/09/07	Z7I3 Z07C180	158,15	180,00	0,143	10,52%	2,00
21/09/07	Z7I7 Z07C150	158,15	150,00	0,143	10,52%	13,99
21/09/07	Z7I9 Z07C170	158,15	170,00	0,143	10,52%	6,00
24/09/07	H8M5 H08P150	166,85	150,00	0,397	10,51%	3,55
24/09/07	H8M6 H08P155	166,85	155,00	0,397	10,51%	7,00
24/09/07	H8M8 H08P165	166,85	165,00	0,397	10,51%	13,50

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
08/11/05	MA56 K6C140	139,25	140,00	0,452	17,34%	9,65
08/11/05	MR57 H6C130	138,40	130,00	0,274	17,34%	13,05
09/11/05	MA56 K6C140	138,75	140,00	0,448	17,35%	9,30
09/11/05	MR57 H6C130	137,90	130,00	0,270	17,35%	12,80
10/11/05	ST55 U6C150	136,00	150,00	0,782	17,35%	11,50
10/11/05	MR61 H6C135	138,80	135,00	0,266	17,35%	10,00
10/11/05	MR62 H6C145	138,80	145,00	0,266	17,35%	5,25
10/11/05	MR82 H6P130	138,80	130,00	0,266	17,35%	4,50
10/11/05	ST91 U6P122	136,00	122,00	0,782	17,35%	12,00
11/11/05	MA51 K6C150	140,40	150,00	0,440	17,34%	6,45
11/11/05	MR56 H6C125	139,30	125,00	0,262	17,34%	15,50
11/11/05	MR57 H6C130	139,30	130,00	0,262	17,34%	13,55
11/11/05	ST58 U6C160	136,50	160,00	0,778	17,34%	6,50
11/11/05	MA82 K6P130	140,40	130,00	0,440	17,34%	5,35
11/11/05	MR82 H6P130	139,30	130,00	0,262	17,34%	4,00
16/11/05	MR57 H6C130	129,85	130,00	0,250	17,33%	8,15
16/11/05	MR58 H6C140	129,85	140,00	0,250	17,33%	3,85
16/11/05	MR81 H6P125	129,85	125,00	0,250	17,33%	4,05
17/11/05	MR57 H6C130	132,40	130,00	0,246	17,33%	8,30
21/11/05	MR81 H6P125	132,10	125,00	0,238	17,30%	4,50
22/11/05	MR59 H6C150	130,30	150,00	0,234	17,30%	1,50
22/11/05	MR81 H6P125	130,30	125,00	0,234	17,30%	3,15
28/11/05	MR80 H6P120	127,20	120,00	0,218	16,88%	3,00
29/11/05	MR81 H6P125	127,25	125,00	0,214	16,90%	5,60
01/12/05	MR80 H6P120	121,20	120,00	0,206	16,92%	5,90
02/12/05	ST55 U6C150	117,50	150,00	0,718	16,91%	4,00
02/12/05	ST91 U6P122	117,50	122,00	0,718	16,91%	13,50
13/12/05	MR80 H6P120	123,00	120,00	0,175	16,87%	3,50
15/12/05	ST89 U6P110	121,80	110,00	0,683	16,47%	6,00
22/12/05	MR58 H6C140	127,80	140,00	0,147	16,51%	3,00
22/12/05	MA85 K6P110	129,70	110,00	0,325	16,51%	2,35
23/12/05	MR58 H6C140	127,40	140,00	0,143	16,51%	3,50
03/01/06	MR58 H6C140	135,30	140,00	0,115	16,50%	4,25
03/01/06	ST55 U6C150	134,90	150,00	0,631	16,50%	10,00
03/01/06	ST78 U5P140	134,90	140,00	0,631	16,50%	17,65
03/01/06	ST91 U6P122	134,90	122,00	0,631	16,50%	10,30
04/01/06	MR56 H6C125	137,00	125,00	0,111	16,49%	11,90
04/01/06	MR59 H6C150	137,00	150,00	0,111	16,49%	2,30
06/01/06	MR57 H6C130	145,00	130,00	0,103	16,48%	16,00
06/01/06	MR58 H6C140	145,00	140,00	0,103	16,48%	8,40
09/01/06	MR57 H6C130	146,40	130,00	0,099	16,48%	16,40
10/01/06	MA51 K6C150	148,10	150,00	0,274	16,46%	10,00
10/01/06	MR57 H6C130	146,20	130,00	0,095	16,46%	16,40
10/01/06	MR58 H6C140	146,20	140,00	0,095	16,46%	11,30
10/01/06	MR61 H6C1135	146,20	135,00	0,095	16,46%	14,90
11/01/06	ST99 U6P130	146,00	130,00	0,607	16,46%	5,00
13/01/06	MA52 K6C160	149,00	160,00	0,262	16,46%	5,45
13/01/06	MA54 K6C180	149,00	180,00	0,262	16,46%	2,70
13/01/06	MA56 K6C140	149,00	140,00	0,262	16,46%	14,25
13/01/06	MA81 K6P140	149,00	140,00	0,262	16,46%	5,15
13/01/06	MA86 K6P125	149,00	125,00	0,262	16,46%	2,20

Data	Série	S	X	T	r	P
25/09/07	U818 U08C200	166,55	200,00	0,909	10,51%	8,50
25/09/07	Z719 Z07C170	162,05	170,00	0,135	10,51%	4,70
25/09/07	H81G H08C205	167,30	205,00	0,393	10,51%	3,55
25/09/07	U8M1 U08P160	166,55	160,00	0,909	10,51%	12,00
26/09/07	Z71N Z07C160	156,80	160,00	0,131	10,52%	8,00
28/09/07	Z717 Z07C150	157,10	150,00	0,123	10,54%	12,20
28/09/07	Z71N Z07C160	157,10	160,00	0,123	10,54%	6,00
28/09/07	Z7M7 Z07P150	157,10	150,00	0,123	10,54%	2,80
01/10/07	U813 U08C170	169,90	170,00	0,893	10,54%	15,65
01/10/07	U816 U08C180	169,90	180,00	0,893	10,54%	12,40
01/10/07	Z71N Z07C160	164,80	160,00	0,119	10,54%	8,75
01/10/07	Z71P Z07C175	164,80	175,00	0,119	10,54%	4,15
01/10/07	Z8M0 Z08P150	175,40	150,00	1,171	10,54%	7,80
02/10/07	U813 U08C170	168,90	170,00	0,889	10,54%	16,40
02/10/07	U816 U08C180	168,90	180,00	0,889	10,54%	12,80
02/10/07	U8MF U08P150	168,90	150,00	0,889	10,54%	7,60
03/10/07	U8MF U08P150	170,00	150,00	0,885	10,54%	6,50
04/10/07	Z719 Z07C170	165,00	170,00	0,107	10,54%	5,00
05/10/07	Z8M1 Z08P170	177,80	170,00	1,155	10,54%	15,60
08/10/07	Z710 Z07C200	167,55	200,00	0,099	10,54%	2,20
09/10/07	U816 U08C180	168,00	180,00	0,869	10,54%	8,00
09/10/07	U819 U08C185	168,00	185,00	0,869	10,54%	10,55
09/10/07	Z710 Z07C200	163,10	200,00	0,095	10,54%	1,81
09/10/07	Z713 Z07C180	163,10	180,00	0,095	10,54%	4,60
09/10/07	Z71Q Z07C165	163,10	165,00	0,095	10,54%	10,25
09/10/07	H8M5 H08P150	167,75	150,00	0,353	10,54%	3,00
09/10/07	U8M3 U08P170	168,00	170,00	0,869	10,54%	18,10
09/10/07	Z7MM Z07P155	163,10	155,00	0,095	10,54%	3,30
10/10/07	Z719 Z07C170	163,25	170,00	0,091	10,54%	5,80
10/10/07	Z71P Z07C175	163,25	175,00	0,091	10,54%	3,70
10/10/07	Z710 Z07C200	163,25	200,00	0,091	10,54%	1,19
10/10/07	Z717 Z07C150	163,25	150,00	0,091	10,54%	15,60
11/10/07	H810 H08C200	174,60	200,00	0,254	10,54%	6,40
11/10/07	Z713 Z07C180	168,55	180,00	0,087	10,54%	4,48
11/10/07	Z71P Z07C175	168,55	175,00	0,087	10,54%	3,00
11/10/07	U8MF U08P150	174,65	150,00	0,861	10,54%	6,20
15/10/07	Z71R Z07C185	160,30	185,00	0,079	10,54%	0,60
16/10/07	U812 U08C165	162,70	165,00	0,849	10,54%	13,70
16/10/07	U816 U08C180	162,70	180,00	0,849	10,54%	8,25
16/10/07	Z717 Z07C150	156,55	150,00	0,075	10,54%	9,70
16/10/07	H8M7 H08P160	163,20	160,00	0,333	10,54%	7,30
17/10/07	Z71Q Z07C165	158,00	165,00	0,071	10,52%	2,05
17/10/07	Z7MM Z07P155	158,00	155,00	0,071	10,52%	3,90
18/10/07	Z717 Z07C150	153,00	150,00	0,067	10,53%	5,50
18/10/07	Z71M Z07C155	153,00	155,00	0,067	10,53%	3,25
19/10/07	H810 H08C200	159,15	200,00	0,230	10,53%	2,10
19/10/07	U812 U08C165	158,50	165,00	0,837	10,53%	10,10
19/10/07	U816 U08C180	158,50	180,00	0,837	10,53%	7,20
19/10/07	U8M0 U08P130	160,00	130,00	0,837	10,53%	2,75
22/10/07	H810 H08C200	158,10	200,00	0,226	10,54%	1,96
22/10/07	U818 U08C200	158,20	200,00	0,833	10,54%	5,24

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
19/01/06	MA52 K6C160	147,70	160,00	0,246	15,79%	4,95
19/01/06	MA56 K6C140	147,70	140,00	0,246	15,79%	14,05
20/01/06	MA52 K6C160	148,50	160,00	0,242	15,80%	5,25
20/01/06	MR62 H6C145	145,30	145,00	0,063	15,80%	6,25
23/01/06	MR51 H6C160	147,40	160,00	0,060	15,84%	0,55
23/01/06	MR59 H6C150	147,40	150,00	0,060	15,84%	3,35
23/01/06	MR83 H6P140	147,40	140,00	0,060	15,84%	1,30
24/01/06	ST84 U6P120	152,70	120,00	0,571	15,86%	3,15
26/01/06	MR58 H6C140	149,20	140,00	0,048	15,94%	10,95
26/01/06	JL55 N6C160	150,70	160,00	0,385	15,94%	8,80
26/01/06	MA51 K6C150	151,60	150,00	0,226	15,94%	9,50
26/01/06	MA56 K6C140	151,60	140,00	0,226	15,94%	15,70
26/01/06	MA81 K6P140	151,60	140,00	0,226	15,94%	3,80
27/01/06	MR51 H6C160	151,40	160,00	0,044	15,87%	1,25
27/01/06	MR59 H6C150	151,40	150,00	0,044	15,87%	5,00
30/01/06	MR59 H6C150	148,60	150,00	0,040	15,81%	4,70
31/01/06	MR56 H6C125	145,10	125,00	0,036	15,79%	20,00
31/01/06	MA81 K6P140	147,10	140,00	0,214	15,79%	4,00
31/01/06	ST77 U6P135	148,60	135,00	0,552	15,79%	8,00
31/01/06	ST90 U6P115	148,60	115,00	0,552	15,79%	2,70
01/02/06	MA51 K6C150	146,20	150,00	0,210	15,83%	7,80
01/02/06	MA52 K6C160	146,20	160,00	0,210	15,83%	3,70
01/02/06	MA81 K6P140	146,20	140,00	0,210	15,83%	5,00
02/02/06	MA51 K6C150	147,80	150,00	0,206	15,85%	7,75
02/02/06	MA52 K6C160	147,80	160,00	0,206	15,85%	3,85
02/02/06	MA81 K6P140	147,80	140,00	0,206	15,85%	4,15
03/02/06	MA51 K6C150	148,33	150,00	0,202	15,85%	7,80
03/02/06	MA52 K6C160	147,40	160,00	0,202	15,85%	3,70
03/02/06	MA81 K6P140	147,40	140,00	0,202	15,85%	4,10
06/02/06	MA83 K5P120	143,20	120,00	0,198	15,85%	4,00
08/02/06	ST55 U6C150	145,50	150,00	0,528	15,85%	13,90
08/02/06	JL55 N6C160	143,00	160,00	0,349	15,85%	5,60
08/02/06	MA51 K6C150	144,00	150,00	0,190	15,85%	5,70
08/02/06	MA52 K6C160	144,00	160,00	0,190	15,85%	2,85
08/02/06	MA54 K6C180	144,00	180,00	0,190	15,85%	0,80
08/02/06	ST51 U6C190	145,50	190,00	0,528	15,85%	4,00
08/02/06	ST77 U6P135	145,50	135,00	0,528	15,85%	8,00
08/02/06	ST78 U6P140	145,50	140,00	0,528	15,85%	12,95
08/02/06	ST84 U6P120	145,50	120,00	0,528	15,85%	4,95
08/02/06	ST89 U6P110	145,50	110,00	0,528	15,85%	0,70
08/02/06	ST90 U6P115	145,50	115,00	0,528	15,85%	2,75
08/02/06	ST99 U6P130	145,50	130,00	0,528	15,85%	8,40
08/02/06	MA81 K6P140	144,00	140,00	0,190	15,85%	5,60
08/02/06	MA82 K6P130	144,00	130,00	0,190	15,85%	2,40
08/02/06	MA83 K5P120	144,00	120,00	0,190	15,85%	3,00
08/02/06	MA85 K6P110	144,00	110,00	0,190	15,85%	0,15
08/02/06	MA86 K6P125	144,00	125,00	0,190	15,85%	1,40
09/02/06	ST77 U6P135	146,70	135,00	0,524	15,85%	8,00
10/02/06	MA51 K6C150	145,80	150,00	0,183	15,85%	7,00
10/02/06	ST77 U6P135	147,10	135,00	0,520	15,85%	8,00
14/02/06	DZ78 Z6P135	142,70	135,00	0,770	15,85%	11,10

Data	Série	S	X	T	r	P
22/10/07	Z7MM Z07P155	152,50	155,00	0,060	10,54%	8,50
23/10/07	H8I9 H08C170	158,75	170,00	0,313	10,54%	4,80
23/10/07	Z7I7 Z07C150	153,30	150,00	0,056	10,54%	5,50
23/10/07	Z7I9 Z07C170	153,30	170,00	0,056	10,54%	0,60
23/10/07	Z7IM Z07C155	153,30	155,00	0,056	10,54%	3,00
23/10/07	Z7IN Z07C160	153,30	160,00	0,056	10,54%	1,00
23/10/07	H8M5 H08P150	158,75	150,00	0,313	10,54%	4,00
24/10/07	U8I6 U08C180	158,15	180,00	0,825	10,54%	5,00
24/10/07	U8I8 U08C200	158,15	200,00	0,825	10,54%	5,00
24/10/07	Z7I9 Z07C170	153,00	170,00	0,052	10,54%	0,55
24/10/07	Z7IM Z07C155	153,00	155,00	0,052	10,54%	3,30
24/10/07	H8I0 H08C200	158,25	200,00	0,218	10,54%	2,00
24/10/07	H8I9 H08C170	158,25	170,00	0,310	10,54%	4,50
24/10/07	H8M4 H08P145	158,25	145,00	0,310	10,54%	2,10
25/10/07	H8I9 H08C170	156,80	170,00	0,306	10,54%	4,75
26/10/07	Z7I7 Z07C150	153,00	150,00	0,044	10,54%	5,50
26/10/07	Z7IN Z07C160	153,00	160,00	0,044	10,54%	1,80
29/10/07	H8M5 H08P150	158,30	150,00	0,298	10,54%	4,00
30/10/07	H8I7 H08C160	158,30	160,00	0,294	10,54%	5,01
30/10/07	H8IC H08C180	157,80	180,00	0,294	10,54%	2,55
31/10/07	H8I7 H08C160	157,15	160,00	0,290	10,52%	5,00
31/10/07	Z7IM Z07C155	152,50	155,00	0,032	10,52%	1,00
05/11/07	H8I7 H08C160	157,50	160,00	0,278	10,54%	6,27
05/11/07	H8I8 H08C165	157,50	165,00	0,278	10,54%	3,60
05/11/07	H8IB H08C175	157,50	175,00	0,278	10,54%	2,09
05/11/07	H8M5 H08P150	157,50	150,00	0,278	10,54%	4,00
07/11/07	K8I5 K08C175	161,30	175,00	0,448	10,54%	2,83
07/11/07	U8M0 U08P130	157,95	130,00	0,786	10,54%	3,15
07/11/07	U8MF U08P150	157,95	150,00	0,786	10,54%	10,20
08/11/07	H8I8 H08C165	159,70	165,00	0,266	10,54%	6,00
08/11/07	H8I9 H08C170	159,70	170,00	0,266	10,54%	4,50
12/11/07	U8I2 U08C165	158,25	165,00	0,774	10,54%	8,14
12/11/07	U8I6 U08C180	158,25	180,00	0,774	10,54%	5,28
22/11/07	H8M1 H08P130	159,30	130,00	0,226	10,54%	0,51
26/11/07	K8M1 K08P155	160,80	155,00	0,397	10,54%	4,70
26/11/07	U8M0 U08P130	157,70	130,00	0,734	10,54%	2,40
26/11/07	U8MF U08P150	157,70	150,00	0,734	10,54%	10,00
27/11/07	U8I8 U08C200	158,20	200,00	0,730	10,55%	3,60
28/11/07	U8I3 U08C170	162,25	170,00	0,726	10,54%	9,70
28/11/07	U8I8 U08C200	162,25	200,00	0,726	10,54%	3,80
04/12/07	H8I8 H08C165	162,55	165,00	0,194	10,55%	5,00
04/12/07	H8I9 H08C170	162,55	170,00	0,194	10,55%	3,80
04/12/07	H8M5 H08P150	162,55	150,00	0,194	10,55%	1,50
05/12/07	H8I9 H08C170	163,80	170,00	0,190	10,56%	4,00
06/12/07	H8I9 H08C170	161,50	170,00	0,187	10,54%	3,59
06/12/07	H8IB H08C175	161,50	175,00	0,187	10,54%	1,75
06/12/07	K8I5 K08C175	164,10	175,00	0,365	10,54%	5,00
06/12/07	H8M5 H08P150	161,50	150,00	0,187	10,54%	1,50
10/12/07	H8M6 H08P155	166,00	155,00	0,179	10,54%	2,00
11/12/07	K8I5 K08C175	168,40	175,00	0,353	10,52%	7,00
13/12/07	H8M7 H08P160	166,00	160,00	0,167	10,51%	3,00

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
14/02/06	ST78 U6P140	139,00	140,00	0,512	15,85%	13,55
17/02/06	DZ55 Z6C150	143,00	150,00	0,758	15,89%	12,50
17/02/06	ST99 U6P130	139,75	130,00	0,500	15,89%	7,00
17/02/06	DZ77 Z6P130	143,00	130,00	0,758	15,89%	8,40
21/02/06	MA52 K6C160	140,91	160,00	0,155	15,89%	2,20
21/02/06	MA81 K6P140	142,20	140,00	0,155	15,89%	5,40
23/02/06	MA81 K6P140	142,20	140,00	0,147	15,91%	5,50
02/03/06	MA59 K6C145	139,20	145,00	0,127	15,95%	4,00
07/03/06	DZ61 Z6C155	138,40	155,00	0,710	15,92%	10,50
07/03/06	DZ62 Z6C155	138,40	155,00	0,710	15,92%	2,90
07/03/06	ST52 U6C135	135,00	135,00	0,452	15,92%	11,10
07/03/06	ST55 U6C150	135,00	150,00	0,452	15,92%	7,40
07/03/06	ST91 U6P122	135,00	122,00	0,452	15,92%	5,15
07/03/06	DZ78 Z6P135	138,40	135,00	0,710	15,92%	9,75
08/03/06	ST51 U6C190	134,80	190,00	0,448	15,91%	2,55
08/03/06	ST56 U6C200	134,80	200,00	0,448	15,91%	1,80
08/03/06	MA52 K6C160	135,00	160,00	0,111	15,91%	0,60
08/03/06	MA81 K6P140	135,00	140,00	0,111	15,91%	7,80
08/03/06	MA83 K5P120	135,00	120,00	0,111	15,91%	4,08
09/03/06	MA56 K6C140	135,00	140,00	0,107	15,28%	3,35
09/03/06	ST74 U6C130	138,40	130,00	0,444	15,28%	12,55
10/03/06	JL55 N6C160	133,50	160,00	0,262	16,12%	2,00
10/03/06	ST74 U6C130	134,00	130,00	0,440	15,26%	12,55
10/03/06	MA81 K6P140	133,70	140,00	0,103	15,26%	7,80
10/03/06	MA83 K5P120	133,70	120,00	0,103	15,26%	4,15
13/03/06	ST74 U6C130	131,95	130,00	0,437	15,26%	12,20
13/03/06	DZ55 Z6C150	135,00	150,00	0,694	15,26%	8,00
13/03/06	MA81 K6P140	131,30	140,00	0,099	15,26%	10,20
13/03/06	DZ77 Z6P130	135,00	130,00	0,694	15,26%	8,80
13/03/06	JL76 N6P130	132,50	130,00	0,258	15,26%	6,15
14/03/06	MA82 K6P130	132,30	130,00	0,095	15,25%	2,40
14/03/06	MA83 K6P135	132,30	135,00	0,095	15,25%	5,80
15/03/06	ST51 U6C190	135,00	190,00	0,429	15,25%	2,50
15/03/06	ST56 U6C200	135,00	200,00	0,429	15,25%	2,20
15/03/06	JL84 N6P115	133,40	115,00	0,250	15,25%	1,50
15/03/06	MA82 K6P130	133,80	130,00	0,091	15,25%	2,40
15/03/06	MA83 K6P135	133,80	135,00	0,091	15,25%	5,80
21/03/06	JL86 N6P125	132,00	125,00	0,234	15,24%	3,55
21/03/06	MA83 K6P135	131,20	135,00	0,075	15,24%	6,65
22/03/06	ST62 U6C170	130,70	170,00	0,409	15,25%	3,00
23/03/06	DZ60 Z6C200	134,00	200,00	0,663	15,26%	2,95
23/03/06	ST62 U6C170	130,70	170,00	0,405	15,26%	3,00
23/03/06	ST84 U6P120	130,70	120,00	0,405	15,26%	4,50
24/03/06	ST84 U6P120	131,30	120,00	0,401	15,25%	4,50
24/03/06	MA82 K6P130	128,30	130,00	0,063	15,25%	4,65
24/03/06	JL86 N6P125	129,90	125,00	0,222	15,25%	4,05
27/03/06	ST84 U6P120	131,30	120,00	0,397	15,25%	4,00
28/03/06	ST55 U6C150	130,90	150,00	0,393	15,25%	9,00
28/03/06	JL86 N6P125	129,70	125,00	0,214	15,25%	4,00
29/03/06	ST56 U6C200	129,70	200,00	0,389	15,25%	1,50

Data	Série	S	X	T	r	P
14/12/07	H8I9 H08C170	166,55	170,00	0,163	10,51%	4,85
17/12/07	K8I5 K08C175	168,90	175,00	0,337	10,51%	7,20
17/12/07	K8I6 K08C180	168,90	180,00	0,337	10,51%	4,75
17/12/07	K8M2 K08P160	168,90	160,00	0,337	10,51%	3,50
18/12/07	H8I9 H08C170	166,95	170,00	0,155	10,52%	5,10
20/12/07	H8I9 H08C170	165,85	170,00	0,147	10,52%	4,85
20/12/07	H8IG H08C205	165,85	205,00	0,147	10,52%	0,25
20/12/07	H8M5 H08P150	165,85	150,00	0,147	10,52%	0,55
20/12/07	H8M6 H08P155	165,85	155,00	0,147	10,52%	1,25
20/12/07	H8M8 H08P165	165,85	165,00	0,147	10,52%	6,25
26/12/07	H8I8 H08C165	165,30	165,00	0,131	10,54%	4,60
26/12/07	H8I9 H08C170	165,30	170,00	0,131	10,54%	4,85
26/12/07	H8M5 H08P150	165,30	150,00	0,131	10,54%	0,50
02/01/08	H8M4 H08P145	166,40	145,00	0,111	10,52%	0,70
03/01/08	H8IC H08C180	167,70	180,00	0,107	10,52%	0,70
03/01/08	H8M7 H08P160	167,70	160,00	0,107	10,52%	1,70
07/01/08	U8I9 U08C185	167,25	185,00	0,615	10,51%	6,00
07/01/08	H8M7 H08P160	163,45	160,00	0,099	10,51%	2,22
08/01/08	K8M2 K08P160	170,20	160,00	0,274	10,52%	3,90
10/01/08	U8I3 U08C170	172,25	170,00	0,603	10,54%	13,45
10/01/08	U8I6 U08C180	172,25	180,00	0,603	10,54%	10,00
10/01/08	H8M7 H08P160	169,05	160,00	0,087	10,54%	1,60
10/01/08	U8M0 U08P130	172,25	130,00	0,603	10,54%	1,00
11/01/08	H8M7 H08P160	168,40	160,00	0,083	10,52%	1,50
11/01/08	U8M1 U08P160	172,05	160,00	0,599	10,52%	6,70
14/01/08	H8I9 H08C170	169,60	170,00	0,079	10,52%	2,73
15/01/08	H8M7 H08P160	169,35	160,00	0,075	10,51%	1,00
15/01/08	K8M3 K08P165	172,25	165,00	0,254	10,51%	3,25
15/01/08	U8M3 U08P170	173,35	170,00	0,591	10,51%	9,14
16/01/08	K8M3 K08P165	170,30	165,00	0,250	10,51%	3,80
17/01/08	H8I9 H08C170	166,55	170,00	0,067	10,50%	2,00
17/01/08	U8M3 U08P170	170,60	170,00	0,583	10,50%	10,54
18/01/08	H8I8 H08C165	164,50	165,00	0,063	10,50%	2,70
18/01/08	K8M3 K08P165	168,00	165,00	0,242	10,50%	4,25
21/01/08	H8I7 H08C160	161,25	160,00	0,060	10,51%	3,50
21/01/08	U8I3 U08C170	165,70	170,00	0,575	10,51%	6,00
21/01/08	U8M1 U08P160	165,70	160,00	0,575	10,51%	7,63
22/01/08	H8I7 H08C160	166,05	160,00	0,056	10,51%	3,27
22/01/08	H8M7 H08P160	166,05	160,00	0,056	10,51%	3,00
23/01/08	U8M2 U08P165	167,00	165,00	0,567	10,51%	8,30
24/01/08	H8I9 H08C170	162,60	170,00	0,048	10,52%	0,65
24/01/08	K8I4 K08C170	165,20	170,00	0,226	10,52%	4,18
24/01/08	K8M2 K08P160	165,20	160,00	0,226	10,52%	3,37
29/01/08	H8I9 H08C170	164,00	170,00	0,036	10,51%	1,08
29/01/08	U8I7 U08C190	169,50	190,00	0,552	10,51%	4,28
30/01/08	H8I8 H08C165	166,00	165,00	0,032	10,52%	1,90
31/01/08	K8I5 K08C175	170,05	175,00	0,206	10,53%	4,00
31/01/08	K8M3 K08P165	170,05	165,00	0,206	10,53%	3,75
31/01/08	U8M2 U08P165	173,75	165,00	0,544	10,53%	7,05
01/02/08	K8I5 K08C175	171,35	175,00	0,202	10,52%	5,10

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
29/03/06	ST61 U6C125	129,70	125,00	0,472	15,25%	12,50
29/03/06	JL86 N6P125	128,25	125,00	0,210	15,25%	4,50
30/03/06	ST55 U6C150	134,10	150,00	0,385	15,26%	5,00
30/03/06	JL76 N6P130	132,40	130,00	0,206	15,26%	4,00
30/03/06	ST86 U6P125	134,10	125,00	0,385	15,26%	6,90
31/03/06	MA51 K6C150	129,00	150,00	0,044	15,28%	0,55
31/03/06	JL84 N6P115	130,00	115,00	0,202	15,28%	1,50
03/04/06	MA51 K6C150	132,40	150,00	0,040	15,23%	0,40
03/04/06	ST84 U6P120	136,30	120,00	0,377	15,23%	4,00
03/04/06	ST86 U6P125	136,30	125,00	0,377	15,23%	5,00
04/04/06	ST62 U6C170	133,40	170,00	0,373	15,21%	3,80
04/04/06	ST78 U6P140	133,40	149,00	0,373	15,21%	14,55
04/04/06	ST84 U6P120	133,40	120,00	0,373	15,21%	4,00
05/04/06	DZ60 Z6C200	138,60	200,00	0,627	15,20%	3,00
07/04/06	ST59 U6C120	135,70	120,00	0,361	15,19%	22,75
11/04/06	DZ60 Z6C200	136,40	200,00	0,611	15,19%	3,00
11/04/06	ST56 U6C200	132,30	200,00	0,353	15,19%	1,70
11/04/06	ST60 U6C210	132,30	210,00	0,353	15,19%	1,45
12/04/06	ST55 U6C150	131,70	150,00	0,349	15,19%	5,00
12/04/06	ST60 U6C210	131,70	210,00	0,349	15,19%	1,40
13/04/06	ST62 U6C170	131,40	170,00	0,345	15,19%	3,00
17/04/06	JL55 N6C160	131,00	160,00	0,159	15,19%	0,95
17/04/06	ST55 U6C150	133,45	150,00	0,337	15,19%	5,00
17/04/06	ST56 U6C200	133,45	200,00	0,337	15,19%	1,50
17/04/06	JL86 N6P125	131,00	125,00	0,159	15,19%	2,80
18/04/06	DZ60 Z6C200	139,40	200,00	0,591	15,19%	1,86
18/04/06	DZ55 Z6C150	139,40	150,00	0,591	15,19%	9,00
18/04/06	DZ78 Z6P135	139,40	135,00	0,591	15,19%	6,00
18/04/06	JL86 N6P125	133,20	125,00	0,155	15,19%	2,72
24/04/06	ST80 U6150	138,60	150,00	0,317	15,19%	18,25
25/04/06	ST80 U6150	133,30	150,00	0,313	14,52%	17,70
26/04/06	ST56 U6C200	135,60	200,00	0,310	14,51%	1,50
27/04/06	JL86 N6P125	129,50	125,00	0,127	14,52%	2,25
05/05/06	ST51 U6C190	132,10	190,00	0,282	14,57%	2,00
05/05/06	ST90 U6P115	132,10	115,00	0,282	14,57%	2,00
08/05/06	ST62 U6C170	131,40	170,00	0,278	14,58%	2,15
08/05/06	ST73 U6C180	131,40	180,00	0,278	14,58%	1,65
08/05/06	ST78 U6P140	131,40	140,00	0,278	14,58%	14,65
09/05/06	ST70 U7C180	148,00	180,00	1,306	14,57%	8,30
10/05/06	ST70 U7C180	147,50	180,00	1,302	14,55%	8,60
11/05/06	MR52 H7C155	135,90	155,00	0,782	14,54%	11,00
11/05/06	MR53 H7C190	135,90	190,00	0,782	14,54%	4,00
11/05/06	MR76 H7P125	135,90	125,00	0,782	14,54%	6,85
11/05/06	ST90 U6P115	126,40	115,00	0,266	14,54%	2,50
12/05/06	ST74 U6C130	125,50	130,00	0,262	14,55%	7,00
12/05/06	JL86 N6P125	122,50	125,00	0,083	14,55%	6,25
12/05/06	ST84 U6P120	125,50	120,00	0,262	14,55%	5,60
15/05/06	ST52 U6C135	122,60	135,00	0,258	14,57%	5,20
15/05/06	JL86 N6P125	121,00	125,00	0,079	14,57%	5,50
16/05/06	ST62 U6C170	124,20	170,00	0,254	14,59%	1,20
16/05/06	ST84 U6P120	124,20	120,00	0,254	14,59%	6,35

Data	Série	S	X	T	r	P
01/02/08	K8I6 K08C180	171,35	180,00	0,202	10,52%	3,80
01/02/08	K8M1 K08P155	171,35	155,00	0,202	10,52%	0,95
01/02/08	U8MG U08P155	175,50	155,00	0,540	10,52%	3,40
06/02/08	H8I9 H08C170	172,00	170,00	0,012	10,53%	2,12
06/02/08	K8M1 K08P155	175,80	155,00	0,190	10,53%	1,15
06/02/08	U8M1 U08P160	180,30	160,00	0,528	10,53%	3,70
07/02/08	K8I5 K08C175	175,15	175,00	0,187	10,52%	6,80
07/02/08	K8I9 K08C190	175,15	190,00	0,187	10,52%	2,85
07/02/08	U8M3 U08P170	179,95	170,00	0,524	10,52%	6,75
08/02/08	K8I7 K08C200	179,05	200,00	0,183	10,51%	1,51
08/02/08	U8I6 U08C180	184,00	180,00	0,520	10,51%	10,00
08/02/08	U8I9 U08C185	184,00	185,00	0,520	10,51%	8,70
08/02/08	U8M3 U08P170	184,00	170,00	0,520	10,51%	4,00
11/02/08	U8I3 U08C170	183,85	170,00	0,516	10,52%	19,80
11/02/08	U8I6 U08C180	183,85	180,00	0,516	10,52%	14,00
11/02/08	U8M2 U08P165	183,85	165,00	0,516	10,52%	3,55
11/02/08	U8M3 U08P170	183,85	170,00	0,516	10,52%	5,05
11/02/08	U8M6 U08P180	183,85	180,00	0,516	10,52%	8,75
13/02/08	K8M4 K08P170	181,00	170,00	0,171	10,51%	3,70
14/02/08	U8I2 U08C165	190,50	165,00	0,504	10,50%	27,90
14/02/08	U8I7 U08C190	190,50	190,00	0,504	10,50%	12,20
14/02/08	K8M4 K08P170	184,80	170,00	0,167	10,50%	4,90
14/02/08	U8M1 U08P160	190,50	160,00	0,504	10,50%	2,45
14/02/08	U8M2 U08P165	190,50	165,00	0,504	10,50%	3,05
14/02/08	U8M3 U08P170	190,50	170,00	0,504	10,50%	5,40
14/02/08	U8M5 U08P175	190,50	175,00	0,504	10,50%	5,95
14/02/08	U8M6 U08P180	190,50	180,00	0,504	10,50%	8,35
15/02/08	K8M4 K08P170	180,10	170,00	0,163	10,49%	4,90
15/02/08	U8M3 U08P170	185,90	170,00	0,500	10,49%	4,90
15/02/08	U8M5 U08P175	185,90	175,00	0,500	10,49%	6,10
19/02/08	K8I7 K08C200	185,80	200,00	0,155	10,49%	4,95
19/02/08	K8I9 K08C190	185,80	190,00	0,155	10,49%	7,80
19/02/08	U8I2 U08C165	191,00	165,00	0,492	10,49%	29,35
19/02/08	U8M5 U08P175	191,00	175,00	0,492	10,49%	6,50
20/02/08	K8I9 K08C190	185,80	190,00	0,151	10,49%	6,00
20/02/08	U8I2 U08C165	191,55	165,00	0,488	10,49%	30,00
20/02/08	K8M5 K08P175	181,85	175,00	0,151	10,49%	3,50
21/02/08	K8I4 K08C170	187,99	170,00	0,147	10,48%	18,15
21/02/08	K8I5 K08C175	188,65	175,00	0,147	10,48%	14,40
21/02/08	U8I2 U08C165	194,55	165,00	0,484	10,48%	32,50
21/02/08	Z8I6 Z08C200	198,50	200,00	0,762	10,48%	14,15
22/02/08	K8I9 K08C190	191,40	190,00	0,143	10,49%	7,50
22/02/08	U8I7 U08C190	197,55	190,00	0,480	10,49%	19,70
22/02/08	U8I8 U08C200	197,55	200,00	0,480	10,49%	15,85
22/02/08	K8M2 K08P160	191,40	160,00	0,143	10,49%	0,55
22/02/08	K8M3 K08P165	191,40	165,00	0,143	10,49%	0,90
22/02/08	U8M7 U08P190	197,55	190,00	0,480	10,49%	13,00
25/02/08	U8IH U08C210	198,50	210,00	0,476	10,49%	12,55
26/02/08	U8IJ U08C205	195,80	205,00	0,472	10,50%	14,70
28/02/08	U8I7 U08C190	202,50	190,00	0,464	10,51%	25,25
28/02/08	Z8I7 Z08C210	205,75	210,00	0,742	10,51%	17,70

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
16/05/06	JL86 N6P125	120,50	125,00	0,075	14,59%	7,15
17/05/06	DZ57 Z6C170	126,40	170,00	0,508	14,55%	3,00
18/05/06	ST74 U6C130	123,80	130,00	0,246	14,54%	5,00
19/05/06	ST61 U6C125	121,80	125,00	0,325	14,53%	6,55
22/05/06	U6IL U06C180	120,40	180,00	0,238	14,52%	0,85
25/05/06	U6I5 U06C200	119,75	200,00	0,226	14,53%	0,65
25/05/06	Z6I6 Z06C170	124,50	170,00	0,484	14,53%	2,60
25/05/06	U6M8 U06P120	119,75	120,00	0,226	14,53%	6,20
26/05/06	U6M8 U06P120	119,00	120,00	0,222	14,52%	6,50
30/05/06	Z6I6 Z06C170	123,20	170,00	0,472	14,53%	2,50
30/05/06	U6I4 U06C150	119,00	150,00	0,214	14,53%	2,50
30/05/06	Z6M0 Z06P120	123,20	120,00	0,472	14,53%	7,65
30/05/06	N6MB N06P125	116,00	125,00	0,036	14,53%	11,55
01/06/06	N6MB N06P125	116,50	125,00	0,028	14,11%	10,80
01/06/06	Z6M0 Z06P120	124,10	120,00	0,464	14,11%	7,00
05/06/06	U6I2 U06C140	117,40	140,00	0,198	14,13%	2,35
05/06/06	Z6M0 Z06P120	122,00	120,00	0,456	14,13%	6,10
06/06/06	U6I2 U06C140	115,30	140,00	0,194	14,11%	2,30
06/06/06	U6IM U06C130	115,30	130,00	0,194	14,11%	2,70
06/06/06	U6MD U06P105	115,30	105,00	0,194	14,11%	1,40
09/06/06	Z6I4 Z06C150	119,60	150,00	0,440	14,10%	3,00
09/06/06	Z6MD Z06P125	119,60	125,00	0,440	14,10%	10,50
14/06/06	U6I4 U06C150	114,10	150,00	0,171	14,10%	1,00
14/06/06	Z6I3 Z06C140	119,00	140,00	0,429	14,10%	5,00
19/06/06	U6MD U06P105	114,10	105,00	0,159	14,10%	1,40
20/06/06	U7I0 U07C180	130,00	180,00	1,187	14,10%	8,10
20/06/06	U6I2 U06C140	113,10	140,00	0,155	14,10%	1,20
21/06/06	U6I2 U06C140	111,70	140,00	0,151	14,11%	1,40
26/06/06	U6IB U06C125	112,00	125,00	0,139	14,10%	3,00
26/06/06	U6IM U06C130	112,00	130,00	0,139	14,10%	2,00
26/06/06	U6MB U06P125	112,00	125,00	0,139	14,10%	14,55
26/06/06	Z6M0 Z06P120	117,10	120,00	0,397	14,10%	9,49
28/06/06	U6M8 U06P120	115,60	120,00	0,131	14,09%	7,80
29/06/06	U6IM U06C130	116,00	130,00	0,127	14,08%	2,10
29/06/06	U7I0 U07C180	131,00	180,00	1,159	14,08%	8,10
30/06/06	U6I5 U06C200	118,10	200,00	0,123	14,13%	0,50
30/06/06	Z6I4 Z06C150	123,20	150,00	0,381	14,13%	2,35
30/06/06	Z6IB Z06C155	123,20	155,00	0,381	14,13%	1,80
30/06/06	U6MG U06P115	118,10	115,00	0,123	14,13%	4,75
03/07/06	U6I8 U06C120	121,00	120,00	0,119	14,13%	6,40
05/07/06	U6IM U06C130	120,60	130,00	0,111	14,12%	3,00
06/07/06	Z6I3 Z06C140	125,10	140,00	0,365	14,11%	5,50
06/07/06	Z6I4 Z06C150	125,10	150,00	0,365	14,11%	4,50
06/07/06	Z6M1 Z06P130	125,10	130,00	0,365	14,11%	12,00
07/07/06	U7I0 U07C180	131,80	180,00	1,135	14,10%	9,25
12/07/06	U6IM U06C130	117,20	130,00	0,091	14,10%	1,35
13/07/06	U6M8 U06P120	117,70	120,00	0,087	14,09%	5,00
14/07/06	U6MG U06P115	115,60	115,00	0,083	14,08%	2,75
19/07/06	H7I7 H07C150	122,80	150,00	0,587	14,08%	4,60
19/07/06	U6M8 U06P120	113,80	120,00	0,071	14,08%	6,90
19/07/06	U6MG U06P115	113,80	115,00	0,071	14,08%	3,15

Data	Série	S	X	T	r	P
28/02/08	U8M6 U08P180	202,50	180,00	0,464	10,51%	6,30
29/02/08	K8I6 K08C180	194,00	180,00	0,123	10,51%	16,00
29/02/08	K8I9 K08C190	194,00	190,00	0,123	10,51%	10,10
29/02/08	K8IC K08C195	194,00	195,00	0,123	10,51%	8,00
29/02/08	K8M5 K08P175	190,00	175,00	0,123	10,51%	2,70
29/02/08	K8MB K08P185	194,00	185,00	0,123	10,51%	4,50
03/03/08	K8IC K08C195	192,60	195,00	0,119	10,53%	7,85
05/03/08	U8I9 U08C185	199,40	185,00	0,448	10,51%	22,50
06/03/08	U8M5 U08P175	187,00	175,00	0,444	10,51%	7,85
07/03/08	K8I9 K08C190	176,90	190,00	0,103	10,52%	2,32
07/03/08	K8M4 K08P170	176,90	170,00	0,103	10,52%	3,23
17/03/08	U8I8 U08C200	169,90	200,00	0,417	10,52%	3,00
17/03/08	U8M7 U08P190	169,90	190,00	0,417	10,52%	24,00
18/03/08	U8I6 U08C180	171,10	180,00	0,413	10,52%	9,40
18/03/08	U8I7 U08C190	171,10	190,00	0,413	10,52%	6,80
19/03/08	U8I6 U08C180	163,90	180,00	0,409	10,53%	7,00
19/03/08	U8M2 U08P165	163,90	165,00	0,409	10,53%	14,00
20/03/08	K8I2 K08C160	157,10	160,00	0,067	10,54%	2,35
20/03/08	K8IC K08C195	157,10	195,00	0,067	10,54%	0,50
20/03/08	U8I3 U08C170	163,15	170,00	0,405	10,54%	8,10
20/03/08	U8M1 U08P160	163,15	160,00	0,405	10,54%	13,50
20/03/08	U8M3 U08P170	163,15	170,00	0,405	10,54%	18,00
20/03/08	U8M5 U08P175	163,15	175,00	0,405	10,54%	21,15
20/03/08	U8MF U08P150	163,15	150,00	0,405	10,54%	8,00
24/03/08	U8M1 U08P160	160,95	160,00	0,397	10,53%	12,00
25/03/08	U8I3 U08C170	164,50	170,00	0,393	10,53%	10,85
25/03/08	K8MB K08P185	158,95	185,00	0,056	10,53%	30,50
25/03/08	Z8MB Z08P165	168,30	165,00	0,671	10,53%	14,75
26/03/08	U8I7 U08C190	164,35	190,00	0,389	10,52%	6,45
27/03/08	U8I2 U08C165	164,65	165,00	0,385	10,52%	11,50
27/03/08	U8M2 U08P165	164,65	165,00	0,385	10,52%	13,55
28/03/08	U8M1 U08P160	161,10	160,00	0,381	10,52%	9,70
31/03/08	U8MG U08P155	157,35	155,00	0,377	10,57%	9,08
31/03/08	K8M2 K08P160	152,20	160,00	0,040	10,57%	9,45
31/03/08	K8M3 K08P165	152,20	165,00	0,040	10,57%	13,80
03/04/08	U8I8 U08C200	163,60	200,00	0,365	10,57%	2,85
04/04/08	Z8I6 Z08C200	167,90	200,00	0,639	10,55%	5,00
09/04/08	U8I3 U08C170	169,70	170,00	0,349	10,53%	11,95
09/04/08	U8I8 U08C200	169,70	200,00	0,349	10,53%	4,50
10/04/08	U8M2 U08P165	163,60	165,00	0,345	10,54%	9,85
17/04/08	U8M1 U08P160	172,30	160,00	0,325	10,99%	4,00
18/04/08	U8I2 U08C165	166,75	165,00	0,321	10,99%	12,66
24/04/08	U8I2 U08C165	161,50	165,00	0,306	10,96%	8,56
25/04/08	U8I1 U08C160	160,55	160,00	0,302	10,97%	9,70
25/04/08	U8MG U08P155	160,55	155,00	0,302	10,97%	6,90
28/04/08	U8I2 U08C165	164,10	165,00	0,298	10,96%	10,99
28/04/08	U8I8 U08C200	164,10	200,00	0,298	10,96%	3,75
28/04/08	U8IJ U08C205	164,10	205,00	0,298	10,96%	3,32
28/04/08	U8IL U08C220	164,10	220,00	0,298	10,96%	2,35
29/04/08	U8I3 U08C170	164,50	170,00	0,294	10,95%	9,10
29/04/08	U8I5 U08C175	164,50	175,00	0,294	10,95%	7,90

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
21/07/06	Z6I2 Z06C135	116,70	135,00	0,321	13,65%	4,00
21/07/06	U6M8 U06P120	112,30	120,00	0,063	13,65%	8,50
24/07/06	U6M8 U06P120	112,80	120,00	0,060	13,64%	7,85
25/07/06	Z6I3 Z06C140	115,80	140,00	0,313	13,64%	2,25
25/07/06	U6M8 U06P120	111,50	120,00	0,056	13,64%	9,10
25/07/06	Z6MG Z06P115	115,80	115,00	0,313	13,64%	5,24
26/07/06	Z6I4 Z06C150	116,30	150,00	0,310	13,63%	2,00
01/08/06	Z6I2 Z06C135	119,70	135,00	0,294	13,64%	3,95
01/08/06	Z6ID Z06C125	119,70	125,00	0,294	13,64%	6,80
02/08/06	Z6I2 Z06C135	125,20	135,00	0,290	13,64%	3,65
02/08/06	Z6ID Z06C125	125,20	125,00	0,290	13,64%	8,00
02/08/06	Z6MF Z06P110	125,20	110,00	0,290	13,64%	2,45
03/08/06	U6IM U06C130	122,55	130,00	0,028	13,64%	0,90
03/08/06	Z6I1 Z06C130	127,90	130,00	0,286	13,64%	8,60
03/08/06	U6M8 U06P120	122,55	120,00	0,028	13,64%	1,45
03/08/06	U6MG U06P115	122,55	115,00	0,028	13,64%	0,20
04/08/06	Z6I1 Z06C130	128,20	130,00	0,282	13,64%	7,65
04/08/06	Z6I2 Z06C135	128,20	135,00	0,282	13,64%	7,30
04/08/06	Z6ID Z06C125	128,20	125,00	0,282	13,64%	11,00
07/08/06	Z6MG Z06P115	130,90	115,00	0,278	13,63%	3,00
08/08/06	Z6IH Z06C145	126,20	145,00	0,274	13,64%	0,40
08/08/06	Z6I1 Z06C130	131,60	130,00	0,274	13,64%	6,85
08/08/06	Z6I2 Z06C135	131,60	135,00	0,274	13,64%	4,30
09/08/06	Z6I2 Z06C135	131,60	135,00	0,270	13,64%	8,15
09/08/06	Z6IH Z06C145	131,60	145,00	0,270	13,64%	4,75
09/08/06	Z6M0 Z06P120	131,60	120,00	0,270	13,64%	2,90
11/08/06	Z6I2 Z06C135	128,15	135,00	0,262	13,65%	5,90
11/08/06	Z6IH Z06C145	128,15	145,00	0,262	13,65%	3,40
11/08/06	Z6M0 Z06P120	128,15	120,00	0,262	13,65%	5,00
15/08/06	Z6I1 Z06C130	126,90	130,00	0,254	13,66%	6,71
15/08/06	Z6I3 Z06C140	126,90	140,00	0,254	13,66%	3,20
15/08/06	Z6MG Z06P115	126,90	115,00	0,254	13,66%	2,70
16/08/06	Z6I1 Z06C130	128,00	130,00	0,250	13,66%	7,20
17/08/06	Z6I3 Z06C140	127,40	140,00	0,246	13,65%	4,90
17/08/06	Z6I4 Z06C150	127,40	150,00	0,246	13,65%	3,70
17/08/06	Z6M1 Z06P130	127,40	130,00	0,246	13,65%	9,40
18/08/06	Z6M0 Z06P120	127,80	120,00	0,242	13,66%	4,00
23/08/06	Z6I1 Z06C130	130,70	130,00	0,230	13,65%	9,00
23/08/06	Z6I3 Z06C140	130,70	140,00	0,230	13,65%	5,60
23/08/06	Z6I4 Z06C150	130,70	150,00	0,230	13,65%	3,10
23/08/06	Z6M0 Z06P120	130,70	120,00	0,230	13,65%	2,50
24/08/06	Z6I1 Z06C130	131,40	130,00	0,226	13,65%	8,30
24/08/06	Z6I3 Z06C140	131,40	140,00	0,226	13,65%	5,50
24/08/06	Z6MD Z06P125	131,40	125,00	0,226	13,65%	3,50
25/08/06	Z6I1 Z06C130	129,70	130,00	0,222	13,65%	8,85
25/08/06	Z6I3 Z06C140	129,70	140,00	0,222	13,65%	5,11
25/08/06	Z6IH Z06C145	129,70	145,00	0,222	13,65%	4,25
25/08/06	Z6MD Z06P125	129,70	125,00	0,222	13,65%	4,39
28/08/06	Z6I3 Z06C140	127,50	140,00	0,218	13,64%	4,50
28/08/06	Z6M0 Z06P120	127,50	120,00	0,218	13,64%	4,80
30/08/06	Z6ID Z06C125	126,90	125,00	0,210	13,62%	8,00

Data	Série	S	X	T	r	P
29/04/08	U8I6 U08C180	164,50	180,00	0,294	10,95%	6,90
29/04/08	U8I9 U08C185	164,50	185,00	0,294	10,95%	6,25
30/04/08	U8I3 U08C170	164,70	170,00	0,290	10,95%	10,00
30/04/08	U8I7 U08C190	164,70	190,00	0,290	10,95%	5,90
02/05/08	U8I8 U08C200	159,50	200,00	0,282	10,96%	3,80
02/05/08	U8MF U08P150	159,50	150,00	0,282	10,96%	4,65
05/05/08	U8IH U08C210	162,15	210,00	0,278	10,94%	1,13
05/05/08	U8IM U08C230	162,15	230,00	0,278	10,94%	2,38
06/05/08	U8I8 U08C200	162,40	200,00	0,274	10,94%	3,93
07/05/08	U8I6 U08C180	159,80	180,00	0,270	10,93%	6,00
07/05/08	U8IL U08C220	159,80	220,00	0,270	10,93%	1,00
07/05/08	Z8I1 Z08C170	163,50	170,00	0,548	10,93%	10,00
07/05/08	U8MC U08P140	159,80	140,00	0,270	10,93%	2,40
12/05/08	U8I8 U08C200	166,00	200,00	0,258	10,94%	5,18
12/05/08	U8MF U08P150	166,00	150,00	0,258	10,94%	3,48
13/05/08	U8I8 U08C200	167,15	200,00	0,254	10,94%	5,19
13/05/08	U8M3 U08P170	167,15	170,00	0,254	10,94%	14,30
13/05/08	U8MF U08P150	167,15	150,00	0,254	10,94%	3,49
13/05/08	Z8M1 Z08P170	171,25	170,00	0,532	10,94%	14,30
23/05/08	U8IH U08C210	164,35	210,00	0,222	10,92%	3,95
23/05/08	U8IJ U08C205	164,35	205,00	0,222	10,92%	1,19
23/05/08	U8MF U08P150	164,35	150,00	0,222	10,92%	2,50
26/05/08	U8IH U08C210	164,80	210,00	0,218	10,93%	0,89
27/05/08	U8IH U08C210	161,65	210,00	0,214	10,93%	1,00
28/05/08	U8I8 U08C200	164,90	200,00	0,210	10,92%	3,75
28/05/08	U8MF U08P150	164,90	150,00	0,210	10,92%	3,25
29/05/08	U8I8 U08C200	162,60	200,00	0,206	10,91%	3,10
30/05/08	U8I2 U08C165	164,10	165,00	0,202	10,93%	9,05
30/05/08	U8I3 U08C170	164,10	170,00	0,202	10,93%	7,30
03/06/08	U8I8 U08C200	163,35	200,00	0,194	10,92%	3,80
04/06/08	U8I8 U08C200	163,35	200,00	0,190	10,91%	3,40
05/06/08	U8I8 U08C200	166,40	200,00	0,187	11,36%	3,40
05/06/08	U8IH U08C210	166,40	210,00	0,187	11,36%	1,40
05/06/08	U8MF U08P150	166,40	150,00	0,187	11,36%	2,00
06/06/08	U8IH U08C210	165,80	210,00	0,183	11,36%	1,91
09/06/08	Z8I1 Z08C170	161,30	170,00	0,456	11,36%	10,00
12/06/08	U8I8 U08C200	164,75	200,00	0,167	11,40%	3,00
17/06/08	U8I6 U08C180	170,35	180,00	0,155	11,40%	6,40
19/06/08	U8IH U08C210	168,65	210,00	0,147	11,40%	1,25
20/06/08	U8I6 U08C180	176,75	180,00	0,143	11,40%	9,50
20/06/08	U8IH U08C210	176,75	210,00	0,143	11,40%	2,55
20/06/08	U8IL U08C220	176,75	220,00	0,143	11,40%	2,70
20/06/08	U8MF U08P150	176,75	150,00	0,143	11,40%	1,27
23/06/08	U8I8 U08C200	176,85	200,00	0,139	11,41%	5,45
26/06/08	U8I3 U08C170	186,60	170,00	0,127	11,40%	20,00
26/06/08	U8I7 U08C190	186,60	190,00	0,127	11,40%	10,00
26/06/08	U8I8 U08C200	186,60	200,00	0,127	11,40%	7,30
26/06/08	Z8I5 Z08C190	190,35	190,00	0,405	11,40%	16,75
26/06/08	U8M5 U08P175	186,60	175,00	0,127	11,40%	6,00
26/06/08	U8M6 U08P180	186,60	180,00	0,127	11,40%	8,45
26/06/08	U8MF U08P150	186,60	150,00	0,127	11,40%	0,60

Continua na próxima página

Data	Série	S	X	T	r	P
04/09/06	Z6I4 Z06C150	127,10	150,00	0,198	13,22%	3,00
04/09/06	Z6M1 Z06P130	127,10	130,00	0,198	13,22%	8,25
05/09/06	Z6I4 Z06C150	130,50	150,00	0,194	13,21%	3,00
05/09/06	Z6M1 Z06P130	130,50	130,00	0,194	13,21%	2,70
06/09/06	Z6I5 Z06C160	130,40	160,00	0,190	13,22%	1,75
06/09/06	Z6M1 Z06P130	130,40	130,00	0,190	13,22%	4,00
08/09/06	Z6I5 Z06C160	126,10	160,00	0,183	13,21%	1,75
11/09/06	Z6I1 Z06C130	122,60	130,00	0,179	13,20%	4,50
12/09/06	H7I7 H07C150	127,10	150,00	0,433	13,18%	4,00
12/09/06	Z6ID Z06C125	122,70	125,00	0,175	13,18%	5,30
13/09/06	Z6I1 Z06C130	123,50	130,00	0,171	13,19%	4,30
14/09/06	H7M8 H07P115	127,10	115,00	0,425	13,19%	3,00
15/09/06	Z6I1 Z06C130	121,25	130,00	0,163	13,18%	3,84
15/09/06	Z6I3 Z06C140	121,25	140,00	0,163	13,18%	1,30
15/09/06	Z6M0 Z06P120	121,25	120,00	0,163	13,18%	5,00
15/09/06	Z6MG Z06P115	121,25	115,00	0,163	13,18%	2,64
19/09/06	Z6I1 Z06C130	122,00	130,00	0,155	13,19%	3,00
19/09/06	Z6I4 Z06C150	122,00	150,00	0,155	13,19%	0,85
20/09/06	Z6I1 Z06C130	120,20	130,00	0,151	13,18%	3,79
20/09/06	Z6I3 Z06C140	120,20	140,00	0,151	13,18%	1,35
20/09/06	Z6ID Z06C125	120,20	125,00	0,151	13,18%	3,40
20/09/06	Z6MG Z06P115	120,20	115,00	0,151	13,18%	2,64
21/09/06	H7I0 H07C125	127,00	125,00	0,405	13,18%	9,00
22/09/06	Z6MG Z06P115	123,15	115,00	0,143	13,18%	2,00
26/09/06	Z6I2 Z06C135	125,60	135,00	0,135	13,19%	3,00
27/09/06	K7I2 K07C130	134,00	130,00	0,567	13,22%	13,50
27/09/06	K7I6 K07C150	134,00	150,00	0,567	13,22%	6,35
27/09/06	K7M0 K07P120	134,00	120,00	0,567	13,22%	4,10
27/09/06	K7M1 K07P125	134,00	125,00	0,567	13,22%	6,35
27/09/06	Z6M0 Z06P120	126,25	120,00	0,131	13,22%	3,00
28/09/06	Z6I3 Z06C140	126,85	140,00	0,127	13,22%	1,85
29/09/06	Z6I3 Z06C140	126,70	140,00	0,123	13,26%	2,00
02/10/06	H7I6 H07C140	127,90	140,00	0,377	13,24%	6,40
03/10/06	Z6I1 Z06C130	123,70	130,00	0,115	13,23%	2,80
03/10/06	Z6I3 Z06C140	123,70	140,00	0,115	13,23%	1,30
03/10/06	Z6IH Z06C145	123,70	145,00	0,115	13,23%	1,00
03/10/06	H7I7 H07C150	128,70	150,00	0,373	13,23%	4,75
03/10/06	H7I9 H07C135	128,70	135,00	0,373	13,23%	9,00
03/10/06	H7M4 H07P120	128,70	120,00	0,373	13,23%	4,50
04/10/06	Z6M0 Z06P120	123,90	120,00	0,111	13,23%	2,00
09/10/06	H7I1 H07C155	127,10	155,00	0,357	13,20%	5,00
09/10/06	H7I6 H07C140	127,10	140,00	0,357	13,20%	8,50
09/10/06	H7M4 H07P120	127,10	120,00	0,357	13,20%	3,75
10/10/06	H7I0 H07C125	127,00	125,00	0,353	13,19%	8,15
10/10/06	H7I5 H07C130	127,00	130,00	0,353	13,19%	6,25
11/10/06	H7I0 H07C125	126,65	125,00	0,349	13,18%	7,70
11/10/06	H7I5 H07C130	126,65	130,00	0,349	13,18%	7,10
16/10/06	H7I5 H07C130	125,50	130,00	0,337	13,17%	6,40
16/10/06	H7M4 H07P120	125,50	120,00	0,337	13,17%	4,00
18/10/06	H7I0 H07C125	125,80	125,00	0,329	13,19%	7,80

Data	Série	S	X	T	r	P
26/06/08	Z8M5 Z08P190	190,35	190,00	0,405	11,40%	17,75
27/06/08	U8MC U08P140	184,00	140,00	0,123	11,40%	0,30
02/07/08	U8I8 U08C200	188,00	200,00	0,111	11,45%	5,23
02/07/08	Z8I6 Z08C200	192,00	200,00	0,389	11,45%	12,56
02/07/08	U8MF U08P150	188,00	150,00	0,111	11,45%	0,80
02/07/08	U9M1 U09P160	188,00	160,00	1,163	11,45%	6,10
07/07/08	U8IM U08C230	172,50	230,00	0,099	11,43%	1,81
10/07/08	U8IM U08C230	171,15	230,00	0,087	11,44%	1,00
10/07/08	Z8M0 Z08P150	174,75	150,00	0,365	11,44%	3,45
11/07/08	Z8M3 Z08P160	175,90	160,00	0,361	11,43%	6,15
14/07/08	Z8MC Z08P155	175,95	155,00	0,357	11,41%	4,55
15/07/08	U8IM U08C230	170,00	230,00	0,075	11,40%	1,10
15/07/08	Z8M1 Z08P170	172,85	170,00	0,353	11,40%	5,00
16/07/08	Z8M3 Z08P160	173,30	160,00	0,349	11,42%	6,10
18/07/08	Z8MB Z08P165	169,55	165,00	0,341	11,41%	5,00
22/07/08	U8M2 U08P165	168,20	165,00	0,056	11,40%	1,80
22/07/08	Z8MC Z08P155	169,45	155,00	0,333	11,40%	3,70
04/08/08	Z8I4 Z08C180	169,55	180,00	0,298	12,10%	6,60
04/08/08	Z8I5 Z08C190	169,55	190,00	0,298	12,10%	4,40
04/08/08	Z8M3 Z08P160	169,55	160,00	0,298	12,10%	3,50
04/08/08	Z8MC Z08P155	169,55	155,00	0,298	12,10%	2,00
05/08/08	Z8M1 Z08P170	173,05	170,00	0,294	12,11%	6,80
06/08/08	Z8I5 Z08C190	170,30	190,00	0,290	12,11%	5,75
07/08/08	Z8I5 Z08C190	174,00	190,00	0,286	12,11%	5,00
08/08/08	Z8M3 Z08P160	168,35	160,00	0,282	12,10%	4,00
08/08/08	Z8MB Z08P165	168,35	165,00	0,282	12,10%	6,25
11/08/08	Z8I4 Z08C180	169,10	180,00	0,278	12,08%	6,00
11/08/08	Z8IG Z08C185	169,10	185,00	0,278	12,08%	5,30
12/08/08	Z8I6 Z08C200	170,50	200,00	0,274	12,08%	3,70
12/08/08	Z8I7 Z08C210	170,50	210,00	0,274	12,08%	2,80
13/08/08	Z8I4 Z08C180	168,00	180,00	0,270	12,09%	5,50
19/08/08	Z8I4 Z08C180	168,20	180,00	0,254	12,11%	5,00
19/08/08	U9M4 U09P175	168,00	175,00	1,028	12,11%	16,11
20/08/08	U9M1 U09P160	169,10	160,00	1,024	12,10%	9,00
26/08/08	Z8I6 Z08C200	176,55	200,00	0,234	12,08%	3,85
26/08/08	Z8MB Z08P165	176,55	165,00	0,234	12,08%	3,30
27/08/08	Z8I4 Z08C180	177,60	180,00	0,230	12,08%	7,00
27/08/08	U9M1 U09P160	191,00	160,00	1,004	12,08%	6,80
29/08/08	Z8I4 Z08C180	177,65	180,00	0,222	12,06%	9,00
29/08/08	Z8I7 Z08C210	177,65	210,00	0,222	12,06%	2,29
29/08/08	Z8IG Z08C185	177,65	185,00	0,222	12,06%	7,30
29/08/08	Z8IJ Z08C205	177,65	205,00	0,222	12,06%	2,77
29/08/08	U9M4 U09P175	190,00	175,00	0,996	12,06%	13,24
02/09/08	Z8I4 Z08C180	174,65	180,00	0,214	12,07%	6,60
02/09/08	Z8I6 Z08C200	174,65	200,00	0,214	12,07%	2,00
02/09/08	Z8IF Z08C175	174,65	175,00	0,214	12,07%	8,40
02/09/08	Z8IJ Z08C205	174,65	205,00	0,214	12,07%	1,55
02/09/08	U9M4 U09P175	187,40	175,00	0,988	12,07%	14,20
03/09/08	Z8I4 Z08C180	174,00	180,00	0,210	12,11%	8,70
03/09/08	Z8IH Z08C195	174,00	195,00	0,210	12,11%	4,50

Continua na próxima página

18/10/06	H7I5 H07C130	125,80	130,00	0,329	13,19%	5,85	03/09/08	Z8M3 Z08P160	174,00	160,00	0,210	12,11%	2,00
19/10/06	Z6I1 Z06C130	120,50	130,00	0,067	12,75%	1,35	04/09/08	Z8I4 Z08C180	176,00	180,00	0,206	12,08%	8,70
20/10/06	Z6I1 Z06C130	120,55	130,00	0,063	12,75%	1,00	04/09/08	Z8IJ Z08C205	176,00	205,00	0,206	12,08%	3,82
23/10/06	Z6I1 Z06C130	125,80	130,00	0,060	12,75%	1,64	04/09/08	Z8M3 Z08P160	176,00	160,00	0,206	12,08%	2,00
23/10/06	Z6ID Z06C125	125,80	125,00	0,060	12,75%	3,15	05/09/08	Z8I4 Z08C180	172,70	180,00	0,202	12,05%	6,20
26/10/06	H7I6 H07C140	132,65	140,00	0,306	12,75%	5,35	05/09/08	Z8IF Z08C175	172,70	175,00	0,202	12,05%	8,00
26/10/06	Z6ID Z06C125	127,40	125,00	0,048	12,75%	4,00	05/09/08	U9M1 U09P160	185,00	160,00	0,976	12,05%	4,50
27/10/06	H7I6 H07C140	133,40	140,00	0,302	12,75%	5,00	08/09/08	Z8IJ Z08C205	171,45	205,00	0,198	12,12%	1,80
30/10/06	Z6ID Z06C125	133,20	125,00	0,040	12,74%	5,30	09/09/08	Z8I4 Z08C180	171,45	180,00	0,194	12,10%	5,50
30/10/06	H7I1 H07C155	133,20	155,00	0,298	12,74%	2,00	09/09/08	Z8IJ Z08C205	171,45	205,00	0,194	12,10%	1,80
30/10/06	H7I9 H07C135	127,70	135,00	0,298	12,74%	1,80	10/09/08	Z8I4 Z08C180	168,75	180,00	0,190	12,12%	3,60
30/10/06	Z6I1 Z06C130	127,70	130,00	0,040	12,74%	1,80	10/09/08	Z8IH Z08C195	168,75	195,00	0,190	12,12%	2,30
03/11/06	H7I7 H07C150	138,50	150,00	0,282	12,79%	3,20	10/09/08	U9M4 U09P175	181,45	175,00	0,964	12,12%	15,75
06/11/06	H7I6 H07C140	140,10	140,00	0,278	12,82%	8,50	10/09/08	Z8M1 Z08P170	168,75	170,00	0,190	12,12%	8,85
06/11/06	H7IB H07C160	140,10	160,00	0,278	12,82%	3,00	10/09/08	Z8M3 Z08P160	168,75	160,00	0,190	12,12%	5,50
06/11/06	H7IC H07C175	140,10	175,00	0,278	12,82%	0,80	11/09/08	Z8IF Z08C175	178,00	175,00	0,187	12,78%	7,00
06/11/06	H7M0 H07P125	140,10	125,00	0,278	12,82%	2,30	11/09/08	U9M1 U09P160	178,00	160,00	0,960	12,78%	6,00
06/11/06	H7M5 H07P130	140,10	130,00	0,278	12,82%	3,50	16/09/08	Z8I1 Z08C170	160,95	170,00	0,175	12,75%	7,00
07/11/06	H7I0 H07C125	139,50	125,00	0,274	12,81%	18,30	17/09/08	Z8I1 Z08C170	160,00	170,00	0,171	12,72%	6,00
07/11/06	H7I5 H07C130	139,50	130,00	0,274	12,81%	14,65	17/09/08	Z8M0 Z08P150	160,00	150,00	0,171	12,72%	4,50
08/11/06	H7I5 H07C130	143,70	130,00	0,270	12,80%	15,70	18/09/08	Z8I3 Z08C160	156,50	160,00	0,167	12,73%	7,00
09/11/06	H7I1 H07C155	146,10	155,00	0,266	12,78%	6,35	18/09/08	Z8I4 Z08C180	156,50	180,00	0,167	12,73%	1,68
09/11/06	H7I6 H07C140	146,10	140,00	0,266	12,78%	11,65	25/09/08	U9M5 U09P180	176,20	180,00	0,921	12,75%	17,98
09/11/06	H7M0 H07P125	146,10	125,00	0,266	12,78%	1,90	29/09/08	Z8MC Z08P155	154,50	155,00	0,139	12,73%	4,50
09/11/06	H7M5 H07P130	146,10	130,00	0,266	12,78%	2,90	30/09/08	Z8I3 Z08C160	156,20	160,00	0,135	12,74%	5,00
10/11/06	U7M8 U07P135	150,50	135,00	0,778	12,78%	7,00	02/10/08	Z8IC Z08C155	149,35	155,00	0,127	12,76%	7,00
13/11/06	H7I6 H07C140	143,50	140,00	0,258	12,78%	9,20	02/10/08	Z8I5 Z08C190	149,35	190,00	0,127	12,76%	0,50
16/11/06	H7I1 H07C155	144,50	155,00	0,246	12,77%	7,00	02/10/08	Z8M2 Z08P140	149,35	140,00	0,127	12,76%	1,70
16/11/06	H7I6 H07C140	144,50	140,00	0,246	12,77%	12,10	02/10/08	Z8MB Z08P165	149,35	165,00	0,127	12,76%	17,00
16/11/06	H7M6 H07P140	144,50	140,00	0,246	12,77%	4,50	02/10/08	H9M3 H09P155	154,40	155,00	0,385	12,76%	9,00
17/11/06	H7I7 H07C150	142,80	150,00	0,242	12,76%	6,20	08/10/08	Z8MM Z08P130	133,85	130,00	0,111	12,81%	5,06
17/11/06	H7M6 H07P140	142,80	140,00	0,242	12,76%	7,00	08/10/08	Z8M0 Z08P150	133,85	150,00	0,111	12,81%	17,94
17/11/06	H7M9 H07P135	142,80	135,00	0,242	12,76%	5,00	08/10/08	Z8MC Z08P155	133,85	155,00	0,111	12,81%	22,00
17/11/06	H7MD H07P145	142,80	145,00	0,242	12,76%	9,00	09/10/08	Z8MS Z08P110	133,85	110,00	0,107	12,80%	0,90
21/11/06	H7I1 H07C155	145,00	155,00	0,234	12,77%	5,30	09/10/08	Z8MR Z08P125	133,75	125,00	0,107	12,80%	4,50
27/11/06	U7M9 U07P115	154,70	115,00	0,734	12,76%	2,80	10/10/08	U9M4 U09P175	145,10	175,00	0,877	12,80%	38,25
28/11/06	H7I6 H07C140	149,40	140,00	0,214	12,75%	11,65	13/10/08	Z8MM Z08P130	141,50	130,00	0,099	12,85%	3,81
28/11/06	H7IC H07C175	149,40	175,00	0,214	12,75%	2,20	13/10/08	Z8MT Z08P135	141,50	135,00	0,099	12,85%	6,17
28/11/06	H7M6 H07P140	149,40	140,00	0,214	12,75%	3,65	13/10/08	U9M4 U09P175	150,00	175,00	0,873	12,85%	35,18
29/11/06	H7I7 H07C150	147,60	150,00	0,210	12,75%	7,90	14/10/08	U9M4 U09P175	151,50	175,00	0,869	12,79%	34,04
29/11/06	H7MD H07P145	147,60	145,00	0,210	12,75%	9,00	17/10/08	U9MK U09P135	148,25	135,00	0,857	12,79%	10,68
30/11/06	H7M6 H07P140	149,50	140,00	0,206	12,34%	3,55	17/10/08	U9ML U09P140	148,25	140,00	0,857	12,79%	13,25
01/12/06	H7MD H07P145	153,30	145,00	0,202	12,35%	4,50	20/10/08	U9MM U09P145	148,00	145,00	0,853	12,81%	16,10
04/12/06	H7MD H07P145	150,60	145,00	0,198	12,35%	5,00	06/11/08	H9I2 H09C150	134,00	150,00	0,802	12,67%	6,00
07/12/06	H7I6 H07C140	150,30	140,00	0,187	12,33%	14,65	21/11/08	U9M0 U09P150	140,15	150,00	0,758	12,29%	24,30
12/12/06	H7I1 H07C155	153,40	155,00	0,175	12,31%	7,85	26/11/08	H9I0 H09C140	131,95	140,00	0,230	12,34%	5,40
12/12/06	H7I7 H07C150	153,40	150,00	0,175	12,31%	9,60	28/11/08	U9ML U09P140	139,50	140,00	0,738	12,55%	14,00
20/12/06	H7I6 H07C140	152,47	140,00	0,151	12,35%	14,75	02/12/08	H9I0 H09C140	125,45	140,00	0,214	12,65%	3,76
20/12/06	K7I8 K07C160	156,00	160,00	0,329	12,35%	8,60	05/12/08	U9MG U09P120	124,70	120,00	0,718	12,62%	9,50
20/12/06	K7M4 K07P140	156,00	140,00	0,329	12,35%	4,80	09/12/08	U9MJ U09P130	131,70	130,00	0,710	12,65%	13,50
21/12/06	H7I0 H07C125	151,50	125,00	0,147	12,35%	26,40	29/12/08	H9IQ H09C135	117,85	135,00	0,139	12,75%	1,30
21/12/06	H7I6 H07C140	151,50	140,00	0,147	12,35%	13,40	29/12/08	H9I2 H09C140	117,85	140,00	0,139	12,75%	1,30

Fonte: BM&F (2009), S é o Preço do Contrato Futuro (em US\$); X é o Preço de Exercício (em US\$); T é o Dias até o Vencimento (em anos); r é Taxa de Juros Livre de Risco (% a.a) e P é o Prêmio Observado (em US\$)