

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

DIEGO TELES DA CRUZ

**DISTÂNCIA DE FRÉCHET APLICADA NO CONTROLE DE QUALIDADE
CARTOGRÁFICA**

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2020**

DIEGO TELES DA CRUZ

**DISTÂNCIA DE FRÉCHET APLICADA NO CONTROLE DE QUALIDADE
CARTOGRÁFICA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título *Magister Scientiae*.

Orientador: Afonso de Paula dos Santos

Coorientadora: Nilcilene das Graças Medeiros

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2020**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

Cruz, Diego Teles da, 1992-
C957d Distância de Fréchet aplicada no controle de qualidade
2020 cartográfica / Diego Teles da Cruz. – Viçosa, MG, 2020.
 102 f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndice.

Orientador: Afonso de Paula dos Santos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.95-99.

1. Análise Espacial (Estatística). 2. Cartografia - Controle de Qualidade. 3. Engenharia. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. II. Título.

CDD 22 ed. 526

DIEGO TELES DA CRUZ

**DISTÂNCIA DE FRÉCHET APLICADA NO CONTROLE DE QUALIDADE
CARTOGRÁFICA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título *Magister Scientiae*.

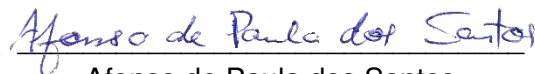
APROVADA: 23 de fevereiro de 2020.

Assentimento:



Diego Teles da Cruz

Autor



Afonso de Paula dos Santos

Orientador

***A Deus, meus familiares, à Renata,
aos amigos, aos orientadores e
colegas de trabalho....***

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Meus sinceros agradecimentos a todos que contribuíram para a elaboração deste trabalho, com destaque a algumas pessoas/instituição em especial.

A Deus, por ter me dado sabedoria, saúde e força para superar as dificuldades.

Ao meu pai Silvio, minha mãe Wilma e minha irmã Danielle, pelo amor, incentivo e apoio na conquista de todos os meus sonhos.

À Renata, pela parceria, apoio, incentivo e compreensão sempre. Especialmente nos momentos em que me sentia incapaz de concretizar o mestrado.

Ao meu orientador Afonso e coorientadora Nilcilene, pelos ensinamentos transmitidos desde a graduação até os dias de hoje, pelo tempo disponibilizado, suporte, correções, incentivos e esforços dedicados a esse trabalho.

A Universidade Federal de Viçosa pela oportunidade de cursar a graduação e mestrado.

Ao departamento de Engenharia Civil, ao setor de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica.

Aos professores da Universidade Federal de Viçosa, pelos conhecimentos que se tornaram a base para que este estudo fosse realizado.

Aos amigos de longa data, da graduação, da pós-graduação em Informações Espaciais, do trabalho e adquiridos ao longo de toda minha jornada, pelo companheirismo e conhecimentos compartilhados, que nos momentos de angústia e dificuldades estiveram ao meu lado.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

CRUZ, Diego Teles da, Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2020. **Distância de Fréchet aplicada no controle de qualidade cartográfica**. Orientador: Afonso de Paula dos Santos. Coorientadora: Nilcilene das Graças Medeiros.

A finalidade do presente trabalho é analisar o uso da Distância de *Fréchet* como um novo método de análise da acurácia posicional em feições lineares, aliado ao controle de qualidade cartográfica. Apesar das diretrizes brasileiras proporem a utilização de pontos homólogos para avaliação posicional de um produto cartográfico, novos estudos surgem mostrando os benefícios de se empregar as feições lineares. A Distância de *Fréchet* é um método que considera a ordenação dos vértices e a orientação das linhas, demonstrando graficamente o comportamento entre elas ao longo de toda a trajetória. O recurso gráfico que possibilita essa análise é denominado diagrama espaço livre, constituindo-se de um sistema de coordenadas bidimensional que apresenta as interações através de elipses. As discrepâncias obtidas pela Distância de *Fréchet* foram comparadas com os valores encontrados pelo Método das Áreas, Distância de *Hausdorff*, Influência do Vértice, *Buffer* Simples e *Buffer* Duplo. Os experimentos foram divididos em dois grupos: dados simulados e dados reais. O primeiro experimento foi criado a fim de investigar os efeitos como deslocamentos sistemáticos, diferenças posicionais dos vértices iniciais e finais das linhas, presença de *outliers* e incertezas de escala. O segundo experimento consistiu na utilização de dados reais, na qual as feições de teste foram adquiridas da base de dados do *OpenStreetMap* em conjunto com as linhas de referência obtidas de Santos et al. (2015). Os resultados do primeiro experimento retrataram a sensibilidade da Distância de *Fréchet* em relação aos *outliers*, além de comprovar as variações ocorridas nas discrepâncias quando há alteração no sentido das linhas. No experimento com dados reais, os resultados mostraram que as discrepâncias obtidas pela Distância de *Fréchet* foram as mais elevadas, porém, mais coerentes para todos os pares de linhas existentes, classificando os dados na classe C com a escala de 1:30.000 no Padrão de Exatidão Cartográfica para Produtos Cartográficos Digitais (PEC-PCD), seguindo as tolerâncias impostas pelo Decreto nº 89.817 em conjunto com a Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG). O Método das Áreas, Influência do Vértice, Distância de *Hausdorff* e *Buffer* Duplo classificaram o produto na classe B para a escala de 1:10.000, enquanto o *Buffer* Simples o

enquadrou na classe C para esta mesma escala. Ao final desse estudo, foi possível a criação de uma nova metodologia para aplicação da Distância de *Fréchet* na análise da acurácia posicional empregando feições lineares.

Palavras-chave: Acurácia Posicional. Feições Lineares. Métrica de Fréchet. Cartografia. Similaridade.

ABSTRACT

CRUZ, Diego Teles da, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2020. **Distância de Fréchet aplicada no controle de qualidade cartográfica.** Adviser: Afonso de Paula dos Santos. Coadviser: Nilcilene das Graças Medeiros.

The purpose of this work is to analyze the use of Fréchet Distance as a new method of analyzing positional accuracy in linear features, combined with cartographic quality control. Although the Brazilian guidelines propose the use of homologous points for positional evaluation of a cartographic product, new studies emerge revealing the benefits of employing linear features. *Fréchet* Distance is a method that considers the orientation of both the vertices and the lines, graphically demonstrating the behavior between them along the entire trajectory. The graphic resource which enables this analysis is called free space diagram, consisting of a two-dimensional coordinate system that presents the interactions through ellipses. The discrepancies obtained by the *Fréchet* Distance were compared with the values found by the Area Method, *Hausdorff* Distance, Vertex Influence, Simple Buffer and Double Buffer. The experiments were divided into two groups: simulated data and real data. The first experiment was created in order to investigate the effects such as systematic displacements, positional differences of the initial and final vertices of the lines, presence of outliers and scale uncertainties. The second experiment consisted of using real data, whose test features were acquired from the OpenStreetMap database together with the reference lines obtained from Santos et al. (2015). The results of the first experiment reflected the sensitivity of the *Fréchet* Distance in relation to the outliers, in addition to proving the variations that occurred in the discrepancies when there was a change in the direction of the lines. In the experiment with real data, the results showed that the discrepancies obtained by the *Fréchet* Distance were the highest, however, most coherent for all existing pairs of lines, classifying the data in class C with a scale of 1:30.000 in the Standard of Accuracy Cartography for Digital Cartographic Products (PEC-PCD), following the tolerances imposed by Decree nº 89.817 together with the Technical Specification for Quality Control of Geospatial Data (ET-CQDG). The Area Method, Vertex Influence, *Hausdorff* Distance and Double Buffer classified the product in class B for the scale of 1:10.000, while the Simple Buffer framed it in class C for this same scale. At the end of this study, it was possible to

create a new methodology for applying the *Fréchet* Distance in the analysis of positional accuracy using linear features.

Keywords: Positional Accuracy. Linear Features. *Fréchet* Metrics. Cartography. Similarity.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Método das Áreas.....	27
Figura 2 - Distância de Hausdorff.....	28
Figura 3 - Influência do Vértice.....	29
Figura 4 - Buffer Simples.....	30
Figura 5 - Buffer Duplo.....	31
Figura 6 - Modelo de gráfico das áreas normalizadas.....	32
Figura 7 - Ilustração da Distância de Fréchet.....	34
Figura 8 - Diagrama espaço livre relativo ao exemplo da Figura 7, adotando um valor de discrepância ϵ	36
Figura 9 - Diagrama espaço livre relativo ao exemplo da Figura 7, adotando um valor de discrepância β	37
Figura 10 - Numeração dos segmentos de reta.....	39
Figura 11 - Elipse gerada da interação entre os segmentos Q1 e P1.....	41
Figura 12 - Início da construção do diagrama espaço livre.....	42
Figura 13 - Elipse gerada da interação entre os segmentos Q1 e P2.....	43
Figura 14 - Construção do diagrama espaço livre.....	43
Figura 15 - Sugestões de valores críticos a serem adotados para solucionar o problema de otimização da Distância de Fréchet.....	45
Figura 16 - Fluxograma representativo da metodologia proposta.....	47
Figura 17 - Conjunto de linhas artificiais de referência (em vermelho) e de teste (em azul).....	49
Figura 18 - Teste 1: Retas paralelas (a) e sua variação de direção (b).....	50
Figura 19 - Teste 2: Deslocamento longitudinal.....	51
Figura 20 - Teste 3: Retas perpendiculares em seus centros.....	51
Figura 21 - Teste 4: Retas perpendiculares.....	52
Figura 22 - Teste 5: Retas rotacionadas (a) e sua variação de direção (b).....	53
Figura 23 - Teste 6: Retas com escalas diferentes.....	53

Figura 24 - Teste 7: Erro pontual.....	54
Figura 25 - Teste 8: Erro pontual mantido por uma distância.	55
Figura 26 - Teste 9: Combinação dos erros presentes nos testes 7 e 8.	55
Figura 27 - Localização do município de Viçosa-MG e suas delimitações juntamente com as feições lineares de checagem.	56
Figura 28 - Pares de linhas do número 1 ao 4, do experimento com dados reais. ...	59
Figura 29 - Pares de linhas do número 5 ao 10, do experimento com dados reais. .	60
Figura 30 - Pares de linhas do número 11 ao 15, do experimento com dados reais.	61
Figura 31 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 1 e em sua variação.	63
Figura 32 - Diagrama espaço livre do teste 1 utilizando a discrepância de 30,1 metros.	64
Figura 33 - Diagramas espaço livre do teste 1 usando distâncias de 25 (a) e 35 metros (b).	64
Figura 34 - Diagrama espaço livre da variação do teste 1 utilizando a discrepância de 301,6 metros.	65
Figura 35 - Diagrama espaço livre da variação do teste 1 usando uma distância de 30,1 metros.	65
Figura 36 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 2.	67
Figura 37 - Diagrama espaço livre do teste 2 utilizando a discrepância de 30,1 metros.	67
Figura 38 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 3.	68
Figura 39 - Diagrama espaço livre do teste 3 utilizando a discrepância de 212,2 metros.	69
Figura 40 - Diagrama espaço livre do teste 3 usando uma distância de 170 metros.	69
Figura 41 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 4.	70
Figura 42 - Diagrama espaço livre do teste 4 utilizando a discrepância de 335,5 metros.	71

Figura 43 - Diagrama espaço livre do teste 4 usando uma distância de 200 metros.	71
Figura 44 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 5 e em sua variação.	72
Figura 45 - Diagrama espaço livre do teste 5 utilizando a discrepância de 205,3 metros.	73
Figura 46 - Diagrama espaço livre do teste 5 usando uma distância de 130 metros.	74
Figura 47 - Diagrama espaço livre da variação do teste 5 utilizando a discrepância de 300,1 metros.	74
Figura 48 - Diagrama espaço livre da variação do teste 5 usando uma distância de 205,3 metros.	75
Figura 49 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 6.	76
Figura 50 - Diagrama espaço livre do teste 6 utilizando a discrepância de 67,2 metros.	76
Figura 51 - Diagrama espaço livre do teste 6 usando distâncias de 80 (a) e 45 metros (b).	77
Figura 52 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 7.	78
Figura 53 - Diagrama espaço livre do teste 7 utilizando a discrepância de 65,1 metros.	79
Figura 54 - Diagrama espaço livre do teste 7 usando uma distância de 50 metros. .	79
Figura 55 - Diagrama espaço livre do teste 7 usando uma distância de 85 metros. .	80
Figura 56 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 8.	81
Figura 57 - Diagrama espaço livre do teste 8 utilizando a discrepância de 50,1 metros.	81
Figura 58 - Diagrama espaço livre do teste 8 usando uma distância de 35 metros. .	82
Figura 59 - Diagrama espaço livre do teste 8 usando uma distância de 65 metros. .	82
Figura 60 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 9.	83

Figura 61 - Diagrama espaço livre do teste 9 utilizando a discrepância de 50,1 metros.	84
Figura 62 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados nos pares de linhas do experimento com dados reais.	85
Figura 63 - Diagramas espaço livre gerados pelo par de linhas 1 utilizando a discrepância de 10,2 metros (a), par de linhas 2 empregando 10,4 metros (b) e par de linhas 3 aplicando 8,7 metros (c).....	89

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrica.	25
Tabela 2 - Informações geométricas sobre os segmentos de reta do exemplo.	39
Tabela 3 - Coordenadas de alguns segmentos de reta após a parametrização, conforme equações 8 e 9.	40
Tabela 4 - Equações das elipses formadas em algumas células do diagrama espaço livre, conforme equação 10.	41
Tabela 5 - Informações das linhas artificiais de referência (em vermelho) e de teste (em azul).	50
Tabela 6 - Informações das feições lineares de checagem.	58
Tabela 7 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 1 e em sua variação.	63
Tabela 8 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 2.	66
Tabela 9 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 3.	68
Tabela 10 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 4.	70
Tabela 11 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 5 e em sua variação.	72
Tabela 12 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 6.	75
Tabela 13 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 7.	78
Tabela 14 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 8.	80
Tabela 15 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 9.	83
Tabela 16 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados nos pares de linhas do experimento com dados reais.	86

Tabela 17 - Resultados estatísticos das classificações do produto empregando os métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares, baseando-se no Decreto nº 89.817/ET-ADGV.....	88
Tabela 18 - Distâncias exigidas na nova metodologia proposta para a Distância de Fréchet, referentes aos testes com dados simulados.....	91
Tabela 19 - Distâncias exigidas na nova metodologia proposta para a Distância de Fréchet, referente ao experimento com dados reais.	92

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
2 OBJETIVO	21
2.1 Objetivo Geral	21
2.2 Objetivos Específicos	21
3 JUSTIFICATIVA	22
4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	23
4.1 Controle de Qualidade Cartográfica	23
4.1.1 Padrão de Acurácia Brasileiro	25
4.2 Feições Lineares	26
4.2.1 Método das Áreas ou Banda Épsilon	27
4.2.2 Distância de Hausdorff	28
4.2.3 Influência do Vértice	29
4.2.4 Buffer Simples	30
4.2.5 Buffer Duplo.....	31
4.2.6 Distância de Fréchet.....	33
5 METODOLOGIA	46
5.1 Aplicação da Distância de <i>Fréchet</i> no Controle de Qualidade Cartográfica.....	47
5.2 Experimento com Dados Simulados.....	48
5.3 Experimento com Dados Reais	56
5.3.1 Área de Estudo.....	56
5.3.2 Materiais Utilizados.....	56
6 RESULTADOS E DISCUSSÕES	62
6.1 DADOS SIMULADOS	62
6.1.1 Teste 1 – Retas paralelas	62
6.1.2 Teste 2 – Deslocamento longitudinal	66

6.1.3 Teste 3 – Retas perpendiculares em seus centros	68
6.1.4 Teste 4 – Retas perpendiculares	70
6.1.5 Teste 5 – Retas rotacionadas	72
6.1.6 Teste 6 – Retas com escalas diferentes	75
6.1.7 Teste 7 – Erro pontual	77
6.1.8 Teste 8 – Erro pontual mantido por uma distância	80
6.1.9 Teste 9 – Combinação dos erros presentes nos testes 7 e 8.....	83
6.1.10 Discussão	84
6.2 DADOS REAIS.....	85
6.3 DISTÂNCIA DE FRÉCHET NO CONTROLE DE QUALIDADE	
CARTOGRÁFICA.....	90
7 CONCLUSÃO	93
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95
APÊNDICE 1 – ALGORITMO DA DISTÂNCIA DE FRÉCHET NO SOFTWARE LIVRE SCILAB 6.0.1	100

1 INTRODUÇÃO

De acordo com a Associação Cartográfica Internacional (ACI, 1984), cartografia é a “organização, comunicação e utilização da geoinformação, nas formas visual, digital ou tátil, incluindo todos os processos, desde o tratamento dos dados até o uso e estudo dos mapas”. Deste modo, nota-se que essa ciência está presente em todo o mundo, facilitando operações e tomadas de decisões que estão associadas à localização espacial. Mapas, cartas e plantas são alguns exemplos de produtos cartográficos.

A ascensão de novos equipamentos e técnicas, nas décadas de 1980 e 1990, acarretou em um grande avanço na cartografia, alternando da era analógica para a digital. Com essa mudança tecnológica, um rápido aumento na produção de dados pôde ser testemunhado em conjunto com a necessidade de transformá-los em informações. Muitos dos mapas analógicos foram digitalizados e/ou vetorizados para que nenhum conhecimento fosse perdido.

Posteriormente, na década de 2000, houve a grande expansão da internet, propiciando o contato de milhares de pessoas, inclusive não especialistas, com as novas evoluções, como o mapeamento colaborativo e os softwares de manipulação de dados cartográficos, que estão cada vez mais com interfaces amigáveis e de uso livre. De acordo com Cruz & Santos (2016), essa integração mútua é um exemplo de onde podem ocorrer erros e problemas associados à precisão, incompatibilidade de escalas, sistemas de projeção, discordância nos atributos, dentre outros.

Galo & Camargo (1994) já alertavam que, muitas vezes, a qualidade geométrica de um produto cartográfico é esquecida ou simplesmente considera-se que o produto usado é “geometricamente adequado”. A solução para essa adversidade está no controle de qualidade cartográfica, que objetiva identificar as incoerências e discrepâncias presentes em um dado ou produto cartográfico, de modo a inferir sobre sua qualidade e acurácia (CRUZ & SANTOS, 2016). Segundo a ISO 19.157 (2013), o controle de qualidade é formado pelos seguintes elementos: usabilidade, consistência lógica, completude, acurácia posicional, acurácia temática e

acurácia temporal. São eles quem indicam a qualidade presente nos dados cartográficos.

De acordo com Ariza & Atkinson (2008), a acurácia posicional é um dos elementos que possui mais destaque entre as instituições relacionadas a mapeamento. Esse elemento engloba os efeitos sistemáticos e aleatórios que um produto possa vir a ter, indicando a proximidade que o dado espacial se encontra em relação à sua realidade no terreno através de comparações no posicionamento horizontal e vertical (MIKHAIL & ACKERMANN, 1976, apud MONICO, 2009; ISO 19.157, 2013). É através de sua análise em conjunto com os outros elementos de qualidade, que o usuário ou o produtor verifica a possibilidade da utilização do produto para determinado propósito.

Conforme Santos et al. (2015), um produto cartográfico pode ser avaliado utilizando diferentes primitivas gráficas representadas por pontos, linhas e polígonos. Comumente, encontram-se em vários países, normas e leis que empregam a identificação de pontos homólogos na avaliação da qualidade posicional, devido a facilidade de estabelecê-los e identificá-los nos produtos de teste e referência. No Brasil, o padrão de acurácia brasileiro é baseado na utilização desses pontos, que estão submetidos às tolerâncias do Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC) e do Erro Padrão (EP). Para ser classificado, o produto deve atender as duas condições impostas pelo Decreto nº 89.817, de 1984.

As pesquisas relacionadas ao uso de feições lineares no controle de qualidade têm crescido consideravelmente, tendo como exemplo a norma atual da Espanha, que prevê a utilização deste tipo de primitiva nas avaliações. Segundo Santos et al. (2015), tais feições estão presentes na maioria dos produtos cartográficos, possuindo boa disposição e um maior nível de informação geométrica em sua estrutura. A primitiva gráfica linha vem ganhando destaque em bases cartográficas, principalmente por estar associada a elementos presentes em grande quantidade nos dados cartográficos, como hidrografias, rodovias, entre outros. Mozas & Ariza (2018) afirmam que a linha é um dos elementos mais importantes em um Banco de Dados Espaciais (BDE) porque ela descreve um comportamento espacial linear que leva em consideração a escala dos dados. Além do mais, destacam que o uso de dispositivos móveis está produzindo um grande número de dados georreferenciados, os quais

geralmente são feições lineares, como por exemplo, as rotas obtidas através de receptores com Sistema de Navegação Global por Satélite (GNSS).

As técnicas utilizadas na análise de similaridade entre feições lineares se baseiam em vários conceitos ao se comparar duas linhas homólogas, como por exemplo, comprimentos, número de vértices, distâncias, áreas, interseções, entre outros. Santos et al. (2015) descreve metodologicamente a aplicação do Método das Áreas, Distância de *Hausdorff*, Influência do Vértice, *Buffer* Simples e *Buffer* Duplo. Vale ressaltar que tais métodos de feições lineares, aplicados ao processo de avaliação da acurácia posicional, são utilizados para obter uma medida de discrepância posicional entre uma primitiva linear do produto avaliado em relação à um produto de referência.

A Distância de *Hausdorff* é uma das poucas métricas, além da euclidiana, utilizadas no Brasil para análise de similaridade entre curvas. Gonçalves & Mitishita (2016) demonstram a boa adequação no uso deste método como medida de similaridade em sistemas automáticos de atualização cartográfica. Saito et al. (2019) discutem os resultados obtidos na aplicação da Distância de *Hausdorff* e da Influência do Vértice a partir da densificação de feições lineares.

Recentemente, novas métricas foram desenvolvidas e algumas aperfeiçoadas, a fim de minimizar as falhas encontradas em métodos já existentes. Mozas & Ariza (2018) propõem uma modificação na metodologia da Influência do Vértice, onde alcançaram um resultado com alto nível de confiabilidade, conseguindo detectar erros aleatórios, sistemáticos e combinados. Fonseca (2018) apresenta uma adaptação ao método *Buffer* Duplo para avaliação da acurácia posicional em três dimensões (3D). Em seus resultados, o autor atesta que o modelo se mostrou mais eficiente quando comparado às demais metodologias utilizadas no ambiente tridimensional. Já Cunha et al. (2019) indica uma proposta de método baseado na modificação do *Buffer* Simples.

Torna-se relevante a investigação de outros métodos que utilizem feições lineares e sua integração ao padrão brasileiro de acurácia posicional, para que o mesmo possa ser aplicado ao controle de qualidade cartográfica. A Distância de *Fréchet*, pouco conhecida na área cartográfica, é uma medida de similaridade muito utilizada nos campos da morfologia digital de objetos (HAR-PELED, 2002),

reconhecimento de caligrafia (SRIRAGHAVENDRA et al., 2007) e alinhamento estrutural de proteínas (JIANG et al., 2008).

Com características peculiares, o método de *Fréchet* considera toda a forma geométrica das feições lineares em análise e não somente os vértices existentes. Além disto, a ordem em que os vértices se encontram é de suma importância na investigação, uma vez que a orientação das linhas interfere nos resultados. Diferentemente dos outros métodos, a Distância de *Fréchet* gera um diagrama espaço livre que torna a avaliação mais detalhada, permitindo uma análise visual do comportamento entre as linhas examinadas.

2 OBJETIVO

2.1 Objetivo Geral

Aplicação da métrica de *Fréchet* em métodos de feições lineares no controle de qualidade posicional de produtos cartográficos.

2.2 Objetivos Específicos

Diante do foco principal deste projeto, tem se os seguintes objetivos específicos:

- Propor uma metodologia de aplicação da Distância de Fréchet para obtenção de discrepâncias médias entre feições lineares, visando o controle de qualidade cartográfica.
- Aplicar a metodologia proposta em dados simulados e dados reais, comparando-a com os métodos de feições lineares: Distância de *Hausdorff*, *Buffer* Simples, *Buffer* Duplo, Influência do Vértice e Método das Áreas.
- Otimização do algoritmo da Distância de *Fréchet* na avaliação da acurácia posicional.

3 JUSTIFICATIVA

A qualidade cartográfica inferida sobre um produto é determinada no Brasil utilizando como fundamento o Decreto nº89.817 (1984) aliado à Especificação Técnica de Aquisição de Dados Geospaciais Vetoriais (ET-ADGV, 2011) e a Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geospaciais (ET-CQDG, 2016), elaborada pela Diretoria de Serviço Geográfico do Exército Brasileiro (DSG) no âmbito da Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais (INDE). Essa medida, que exprime a qualidade cartográfica do produto, é mensurada, na maioria das vezes, em relação a pontos homólogos. Entretanto, esse processo pode ser realizado empregando outras primitivas gráficas, como as linhas, por exemplo. “A investigação de métodos de avaliação da acurácia posicional que utilizam feições lineares tem sido um dos pontos chaves nas pesquisas de Sistemas de Informações Geográficas” (TONG et al., 2013).

A justificativa do presente trabalho se deve à necessidade do estudo e viabilidade da aplicação de metodologias que consigam medir as discrepâncias posicionais entre feições lineares. Mozas & Ariza (2011) enunciam que os elementos lineares apresentam uma grande quantidade de informação geométrica como vértices, segmentos, orientação, entre outros, e que possuem uma alta frequência em um banco de dados espaciais, recomendando o uso dessa primitiva gráfica no controle de qualidade cartográfica. Eles estimam que 80% dos elementos de um BDE sejam linhas.

Diversos métodos têm sido criados e a investigação de diferentes métricas é muito interessante. Assim, a Distância de *Fréchet* será a métrica principal desse estudo, pois possui como diferencial a localização e ordenamento dos vértices, bem como o sentido da linha em análise.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 Controle de Qualidade Cartográfica

Conforme Shi (2010), um objeto pode ser determinado através de um conjunto de dados espaciais, sendo estes divididos em cinco diferentes dimensões: espaço, tempo, atributo, escala e relacionamentos. O controle de qualidade cartográfica contém elementos de avaliação focados na inspeção de cada uma desses componentes, visando determinar a qualidade e acurácia dos dados. Tais informações são importantes para o adequado emprego das informações extraídas dos produtos cartográficos.

Segundo a ISO 19.113 (2002), a qualidade se refere ao somatório de características de um produto em satisfazer as necessidades implícitas e explícitas do usuário. A ISO 19.157 (2013) apresenta seis categorias que agrupam os elementos a serem considerados na avaliação da qualidade dos dados espaciais: completude, consistência lógica, acurácia posicional, acurácia temporal, acurácia temática e usabilidade. Conforme Ariza e Atkinson (2008), os órgãos de mapeamento evidenciam dentre os elementos, a acurácia posicional e a completude. Devido ao foco deste presente trabalho, apenas a acurácia posicional será tratada em sequência.

De acordo com Harding (2006), a acurácia posicional pode ser relatada pelo grau de incerteza na posição da representação de uma feição em relação a sua localização dada como de referência, ou seja, indica a proximidade que o dado espacial se encontra em relação à sua realidade no terreno através de comparações no posicionamento horizontal e vertical. Segundo a ISO 19.113 (2002), a acurácia posicional pode ser dividida em três subelementos:

- Acurácia Absoluta ou Externa: O quão próximo estão os valores das coordenadas do dado espacial em análise com as coordenadas tidas como referência no terreno;
- Acurácia Relativa ou Interna: Contiguidade entre as posições relativas de uma feição e suas respectivas posições relativas tidas como referência em um produto de maior acurácia;

- Acurácia Posicional em Dados Matriciais: Proximidade entre as posições dos dados de uma estrutura quadricular regular e suas respectivas posições tidas como referência.

Na temática posicional, os dados obtidos através dos diversos métodos de coleta existentes, possuem algum tipo de incerteza inerente ao processo. Tais incertezas são classificadas em efeitos grosseiros, efeitos sistemáticos e aleatórios, diferenciando-se em relação à causa de sua presença (SANTOS, 2010).

Associado a desatenção e ou falta de experiência do operador, os efeitos grosseiros (*outliers*) podem surgir devido a uma leitura equivocada ou engano na mensuração. Conforme Santos et al. (2016), existem métodos para sua identificação e após serem detectados, deve-se inspecioná-los a fim de verificar se os mesmos são inconsistências do próprio produto. Em caso afirmativo, essas observações irão permanecer no conjunto de dados. Do contrário, serão excluídos ou reparados pelo controle de qualidade, se possível.

Os efeitos sistemáticos seguem princípios matemáticos, o que oferece a oportunidade de eliminá-los ou compensá-los, em consequência de terem suas procedências conhecidas. Sua magnitude e sinal algébrico são possíveis de serem determinados, viabilizando a escolha de fórmulas específicas para que sejam tratados. Esses efeitos se acumulam ao longo do trabalho, constituindo o indicador estatístico de tendência, que segundo Santos (2010) é a incerteza simbolizada pelo valor médio de um conjunto de discrepâncias posicionais em uma análise de qualidade posicional em dados espaciais.

O terceiro tipo de incerteza que os produtos estão passíveis de possuir são os efeitos aleatórios. Estes também conhecidos como acidentais, são resultados de causas indeterminadas, sendo imprevisíveis de acontecerem. Eles fazem menção à precisão dos dados, que é o grau de consistência da grandeza medida com sua média, estando diretamente ligada com a dispersão da distribuição das observações, conforme apresentado por Mikhail & Ackermann (1976) apud Monico et al. (2009).

Segundo Aronoff (1989) apud Santos et al. (2015), é importante saber gerenciar as incertezas pertencentes aos levantamentos espaciais. Desse modo, o controle de qualidade posicional tem como função investigar um produto cartográfico de modo a verificar estas incertezas (efeitos grosseiros, efeitos sistemáticos e efeitos aleatórios).

4.1.1 Padrão de Acurácia Brasileiro

A norma brasileira utiliza a primitiva gráfica ponto para avaliação da acurácia posicional e adota as tolerâncias do Padrão de Exatidão Cartográfica e do Erro-Padrão estabelecidas pelo Decreto nº 89.817. Estas tolerâncias são dependentes da escala e classe utilizada na avaliação da qualidade posicional do produto testado.

Nero (2005) e Santos (2010) explicitam que o Decreto nº 89.817 (1984) é confuso quanto à sua metodologia de avaliação. Em 2011, a INDE propôs a Especificação Técnica de Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais para complementar a norma anterior. A ET-ADGV (2011) criou uma classe mais restritiva para produtos cartográficos digitais, chamada de PEC-PCD, demonstrada na Tabela 1.

Tabela 1 - Padrão de Exatidão Cartográfica Planimétrica.

Classe PEC	Classe PEC-PCD	Planimetria	
		PEC	EP
-	A	0,28 mm x escala	0,17 mm x escala
A	B	0,5 mm x escala	0,3 mm x escala
B	C	0,8 mm x escala	0,5 mm x escala
C	D	1,0 mm x escala	0,6 mm x escala

Fonte: Decreto nº 89.817/ET-ADGV.

Em 2016, a Diretoria de Serviço Geográfico do Exército Brasileiro elaborou a Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais para auxiliar a determinação da qualidade posicional pelo Decreto nº 89.817 (1984) aliada à ET-ADGV (2011).

Duas condições devem ser cumpridas para a classificação da acurácia posicional de um produto cartográfico:

1. 90% das feições testadas devem apresentar valores de discrepâncias (Equação 1) iguais ou inferiores ao valor do PEC-PCD, em relação à escala e a classe testada;

2. O *Root Mean Square* (RMS) das discrepâncias, obtido através da equação 2, deve ser menor ou igual à tolerância EP, em relação à escala e a classe testada;

onde:

$$d_{pj} = \sqrt{(X_T - X_R)^2 + (Y_T - Y_R)^2} \quad (1)$$

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (d_{pj})^2}{n}} \quad (2)$$

sendo:

d_{pj} : discrepância posicional da feição j;

X_T, Y_T : coordenadas do ponto de teste;

X_R, Y_R : coordenadas do ponto de referência;

n: número de feições de checagem.

4.2 Feições Lineares

Normas e leis que regem a qualidade cartográfica de um produto são normalmente embasadas na análise de pontos homólogos. Entretanto, sabe-se que em uma base cartográfica há um grande número de feições lineares e uma necessidade de se extrair informações a respeito da qualidade posicional destas entidades gráficas. Conforme Cruz & Santos (2016), rodovias, curvas de nível e hidrografias são exemplos de itens formados por esse tipo de feição, que estão presentes e bem distribuídas em muitos produtos cartográficos. Segundo Habib et al. (2004), o emprego de feições lineares é muito interessante devido a facilidade de serem detectadas e extraídas em uma imagem, seja de modo automático ou visual.

De acordo com Fonseca (2018), a maioria dos métodos e métricas, desenvolvidos para análise da acurácia posicional utilizando feições lineares, foram elaborados para avaliar os resultados oriundos dos processos de generalização cartográfica. Mozas & Ariza (2018) dividem tais metodologias em três classes:

- I. Fundamentados na comparação de parâmetros característicos, valores escalares, obtidos nas duas linhas (métricas como comprimento, densidade, angularidade e curvilinearidade);

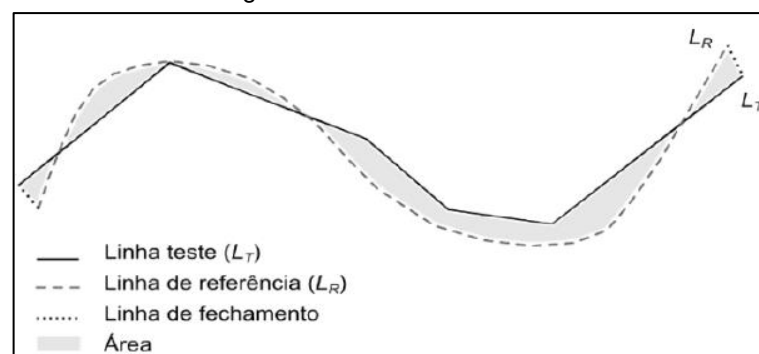
- II. Embasados no cálculo da distância entre as duas feições lineares ou na área formada por elas, como o Método das Áreas, Distância de *Hausdorff* e Influência do Vértice.
- III. Baseados na geração de *buffers*, como o *Buffer* Simples e o *Buffer* Duplo.

La Vega et al. (2016) e Mozas & Ariza (2015) realizaram estudos mais aprofundados em relação a esses métodos e concluíram que todos apresentaram vantagens e desvantagens. Segundo Mozas & Arizas (2018), os métodos das classes II e III são os mais adequados de se utilizar em virtude da classe I não considerar a posição dos elementos. Santos et al. (2015) descreve metodologicamente a aplicação do Método das Áreas, Distância de *Hausdorff*, Influência do Vértice, *Buffer* Simples e *Buffer* Duplo.

4.2.1 Método das Áreas ou Banda Épsilon

Inicialmente denominada Banda Épsilon, essa medida de incerteza aplicada a segmentos de reta foi desenvolvida por Perkal (1966). Recebeu o nome de Método das Áreas após ser utilizado por vários autores brasileiros como Lugnani (1986), Galo et al. (2001) e Vieira et al. (2002). Modificado por Masry et al. (1980) e Blakemore (1984), este método consiste em obter uma medida de discrepância posicional (ϵ) por meio da razão entre o somatório das áreas geradas pela sobreposição de ambas as linhas (A) e o comprimento da linha de teste (L_T), como demonstrado na Figura 1 e Equação 3.

Figura 1 - Método das Áreas.



Fonte: Santos et al. (2015).

$$\epsilon = \frac{\sum A}{L_T} \quad (3)$$

sendo:

ε : discrepância posicional;

A: áreas formadas entre a linha de referência e de teste;

L_T : comprimento da linha de teste.

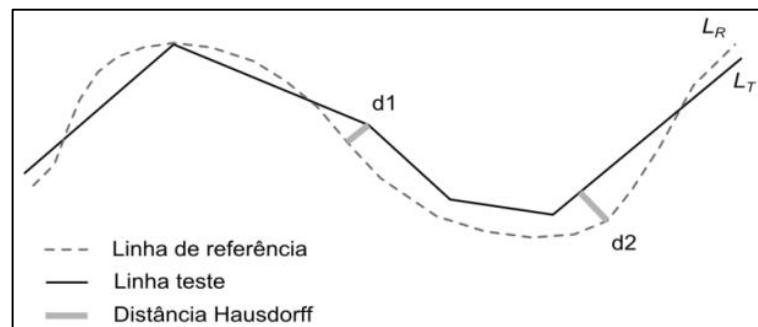
Após a obtenção do conjunto de discrepâncias das feições analisadas, aplica-se o Decreto nº 89.817 empregando as duas condições no item 4.1.1, necessárias para a classificação do produto cartográfico.

4.2.2 Distância de Hausdorff

A Distância de *Hausdorff*, desenvolvida por Abbas (1994), visava, a princípio, identificar a distância existente entre conjuntos. Segundo Mozas & Ariza (2011), essa métrica é muito utilizada em análises de similaridade entre elementos matriciais e vetoriais. Conforme Ariza (2002), ao aplicá-la em um par de linhas homólogas, deve-se obter o maior valor entre as menores distâncias de cada vértice da linha de referência em relação à linha de teste, e o maior valor das menores distâncias de cada vértice da linha de teste em relação à linha de referência. Ao final, a Distância de *Hausdorff* será o maior valor entre eles.

Em virtude da sensibilidade a efeitos grosseiros ou alterações nos vértices, algumas modificações foram propostas a fim de minimizar estes efeitos. Mozas (2008) sugere o uso da Equação 4, onde se utiliza a média entre as menores distâncias de cada vértice da linha de referência em relação à linha de teste, e a média entre as menores distâncias de cada vértice da linha de teste em relação à linha de referência. Posteriormente, o maior valor será a Distância de *Hausdorff* (Figura 2).

Figura 2 - Distância de *Hausdorff*.



Fonte: Santos et al. (2015).

$$DH = \max (d_1, d_2) \quad (4)$$

sendo:

DH: Distância de *Hausdorff*;

d_1 : média das menores distâncias dos vértices da linha de teste para a linha de referência;

d_2 : média das menores distâncias dos vértices da linha de referência para a linha de teste.

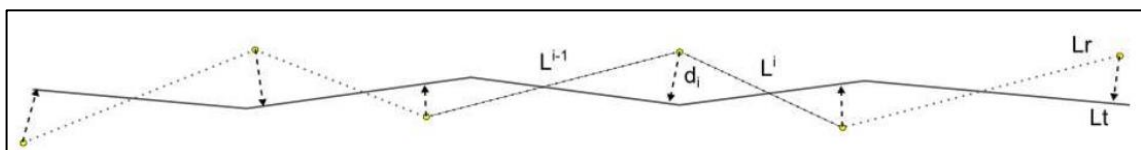
Para o emprego do Decreto nº 89.817, utiliza-se o valor da Distância de *Hausdorff* como medida de discrepância. O produto será classificado quando 90% das discrepâncias for menor ou igual ao valor do PEC e o RMS da amostra for menor ou igual ao valor do EP da classe e escala pretendida.

4.2.3 Influência do Vértice

Mozas & Ariza (2011), criadores do método, apontam a relevância que os vértices possuem, sendo considerados imprescindíveis ao controle de qualidade posicional empregando feições lineares, visto que são os elementos que definem o comportamento e toda a estrutura de uma linha. Segundo os autores, cada vértice de uma linha define a posição dos dois segmentos de reta adjacentes.

O método fundamenta-se no cálculo da distância existente entre cada vértice da linha de referência para linha de teste. Essa distância é ponderada em função do comprimento dos segmentos anexos ao vértice em questão. Por fim, obtém-se a média aritmética ponderada (discrepância) utilizando o comprimento da linha de referência, conforme a Figura 3 e Equação 5.

Figura 3 - Influência do Vértice.



Fonte: Fonseca (2018).

$$dp = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i(L^{i-1} + L^i))}{2CL_R} \quad (5)$$

sendo:

dp : discrepância posicional;

di : distância mínima entre o vértice i da linha de referência até a linha de teste;

L^{i-1}, L^i : comprimento dos segmentos de reta adjacentes ao vértice i ;

n : número de vértices da linha de referência;

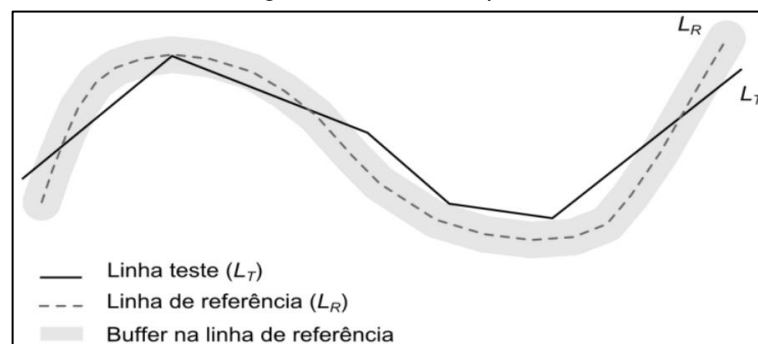
CL_R : comprimento da linha de referência.

Classifica-se o produto cartográfico de acordo com o Decreto nº 89.817, no qual deve-se atender as duas condições: 90% dos valores de dp serem menores ou iguais ao valor do PEC; e o RMS da amostra de dp ser menor ou igual ao valor do EP para a classe e escala utilizada.

4.2.4 Buffer Simples

Essa metodologia foi elaborada por Goodchild & Hunter (1997) e tem o objetivo de averiguar a proporção de inclusão da linha de teste dentro de um *buffer* gerado na linha de referência. O método do *Buffer Simples* consiste em gerar um *buffer* na linha de referência e avaliar a porcentagem da linha de teste dentro deste *buffer* (Figura 4 e Equação 6). O percentual determinará o valor da discrepância entre as linhas. Segundo Santos et al. (2015), a proporção de inclusão deve atingir uma tolerância pré-definida de 90% ou 95%. Frisa-se que neste trabalho utilizou-se 90%.

Figura 4 - *Buffer Simples*.



Fonte: Santos et al. (2015).

$$p(x) = \frac{CL_x}{CL_T} \times 100 \quad (6)$$

sendo:

$p(x)$: percentual de inclusão da linha de teste dentro do *buffer* na linha de referência;

CL_X : comprimento da linha de teste dentro do *buffer* na linha de referência;

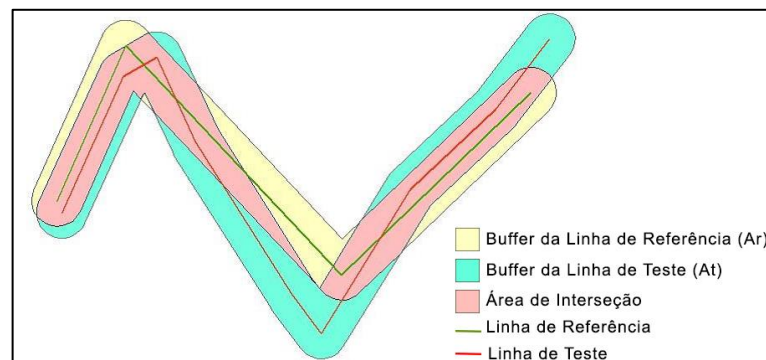
CL_T : comprimento da linha de teste.

Conforme Santos et al. (2015), para aplicação do Decreto nº 89.817, 90% das linhas testadas devem apresentar um percentual de 0.9 (90%) ou mais, classificando o produto com base na classe e escala empregada. Enfatiza-se que este método não resulta em um valor de discrepância e conseqüentemente não há um RMS, impossibilitando que os resultados sejam comparados com as tolerâncias do PEC e EP.

4.2.5 Buffer Duplo

O método do *Buffer Duplo* foi proposto por Tveite & Langaas (1999) e teve como base o *Buffer Simples*. Ele consiste em aplicar um *buffer* na linha de teste e na linha de referência e, em seguida, realizar uma interseção entre os polígonos resultantes (Figura 5). A discrepância média posicional (dm) é dada pela razão entre a subtração da área do *buffer* de referência (A_r) e a área de interseção dos *buffers* (A_i), pela área do *buffer* da linha de teste (A_t). O resultado é diretamente proporcional à largura (x) adotada nos *buffers* (Equação 7).

Figura 5 - *Buffer Duplo*.



Fonte: Cruz & Santos (2016).

$$dm = \pi .x. \frac{(\sum(Ar_i - Ai_i))_i}{At_i} \quad (7)$$

sendo:

dm: discrepância média posicional;

π : número pi;

x: largura utilizada nos *buffers*;

Ar_i : área do *buffer* na linha de referência;

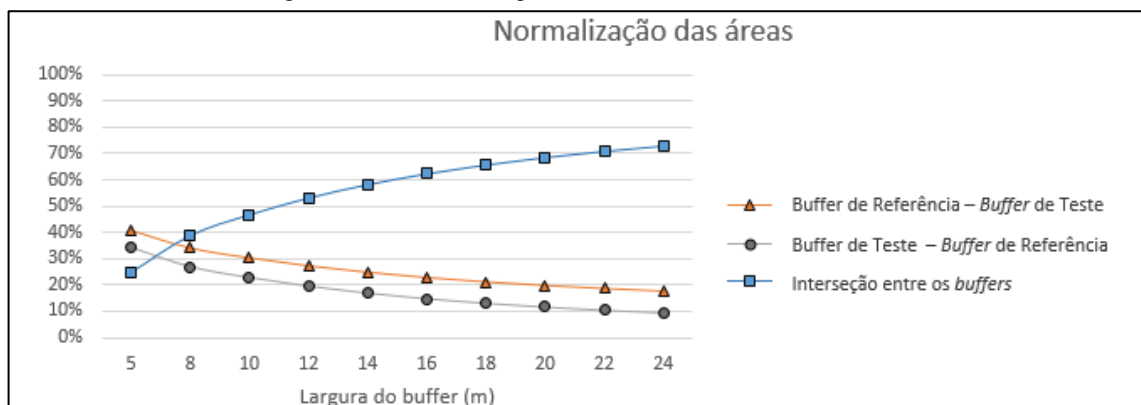
At_i : área do *buffer* na linha de teste;

Ai_i : área de interseção entre os *buffers* das linhas de referência e de teste.

Santos et al. (2015) sugere adotar, para a largura do *buffer*, o valor do PEC, definido pelo Decreto Nº 89.817. Tveite & Langaas (1999) aponta que a definição da largura ideal a ser utilizada é um processo iterativo. Parte-se de um valor inicial e gradativamente aumenta-se a largura do *buffer*, até que o resultado esteja estabilizado.

Conforme Cruz et al. (2018), para cada valor de largura adotado, realiza-se a normalização das áreas das regiões do *buffer* de teste menos o de referência, *buffer* de referência menos o de teste e a região de interseção entre os *buffers*. Essa normalização é efetuada a partir da união das áreas supracitadas. De posse das áreas normalizadas, pode-se gerar um gráfico em relação à largura dos *buffers*. A região de interseção entre as três curvas, indica a largura ideal a ser considerada no método do *Buffer Duplo* como demonstra a Figura 6.

Figura 6 - Modelo de gráfico das áreas normalizadas.



Fonte: Cruz et al. (2018).

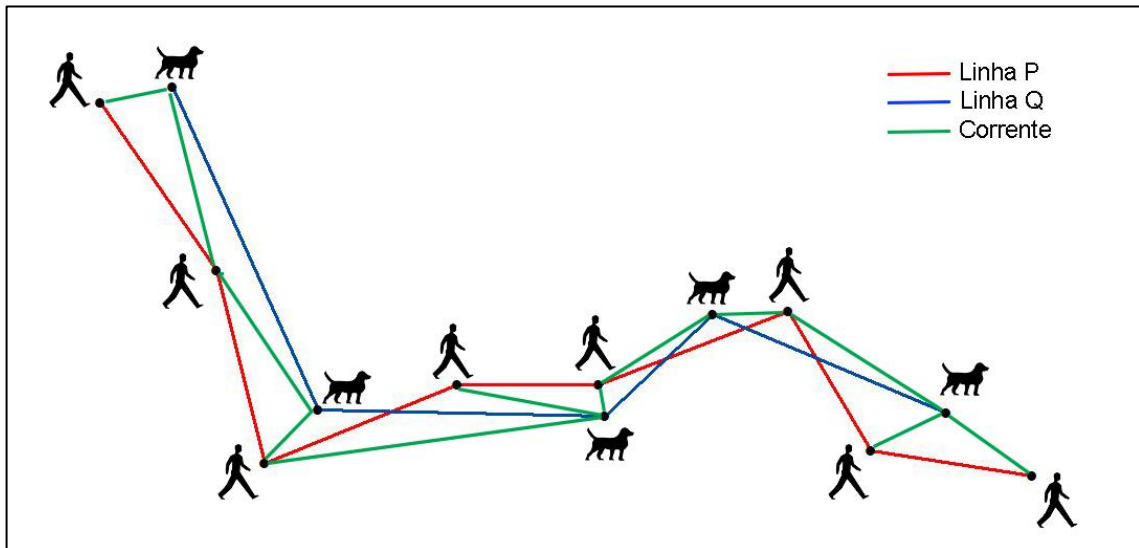
Para a classificação do produto em conformidade com Decreto nº 89.817, as duas condições apresentadas no item 4.1.1 devem ser satisfeitas de acordo com a classe e a escala trabalhada.

Destaca-se que esta metodologia foi empregada no presente trabalho e a variável x da Equação 7 será a largura ideal, utilizada para obtenção das discrepâncias posicionais.

4.2.6 Distância de Fréchet

A Distância de *Fréchet* (δ_f), definida pelo matemático Maurice Fréchet em 1906, é um método para avaliação de similaridade que leva em consideração a orientação e a trajetória entre duas curvas homólogas (SHAHBAZ, 2013). Alternativa aos modelos de análise já existentes, este método de similaridade examina a localização e ordenação dos vértices, realizando uma varredura através de incrementos em suas posições na proporção em que se calcula a distância euclidiana de uma feição a outra.

Alt & Godau (1995) apresenta um exemplo comum que ilustra a métrica de *Fréchet*, no qual um homem caminha sobre uma curva (Linha P) e seu cachorro sobre outra (Linha Q), ambos conectados por uma corrente, como demonstrado na Figura 7. Os dois possuem permissão para controlarem suas velocidades, mas não são autorizados a retrocederem. A Distância de *Fréchet* será o menor comprimento da corrente necessário para que todo o percurso seja realizado.

Figura 7 - Ilustração da Distância de *Fréchet*.

Fonte: Autor.

Ao utilizar a Distância de *Fréchet* como métrica, dois problemas surgem de forma natural: problema de decisão e problema de cálculo. O problema de decisão consiste em confirmar se a Distância de *Fréchet* entre as curvas analisadas é menor ou igual a um valor épsilon ϵ de discrepância, previamente fornecido. Já o problema de cálculo, denominado também de otimização por Shahbaz (2013), consiste em analisar duas linhas e auferir um valor mínimo de discrepância (ϵ) para qual elas possam ser consideradas similares. Diferentemente do primeiro, a discrepância é determinada e não fornecida, sendo necessária a execução de algumas iterações até que se obtenha o melhor resultado apropriado ao caso em questão. O ϵ pode ser entendido, levando em consideração a ilustração da Figura 7, como o tamanho da corrente disponibilizada a fim de verificar a possibilidade do seu uso durante todo o percurso.

A fim de auxiliar a resolução desses problemas, Alt & Godau (1995) introduziu o conceito de diagrama espaço livre, que relata o comportamento entre duas curvas, descrevendo as relações entre todos os pares de vértices existentes, em conformidade com o valor de ϵ adotado. O diagrama espaço livre é um sistema de coordenadas bidimensional no qual se representam as feições lineares (por exemplo, linhas P e Q da Figura 7) parametrizadas, onde uma delas é simbolizada pelos eixos horizontais e a outra pelos eixos verticais. Cada segmento de uma linha é retratado por uma unidade no seu respectivo eixo do diagrama.

A relação existente entre um par de segmentos (um de cada linha) é retratada na célula, que é um quadrado unitário do diagrama espaço livre. É neste local em que as elipses são construídas, caracterizando o espaço-livre, isto é, a região em que há similaridade entre as curvas para dado valor de ε .

A parametrização é o ato de descrever uma curva através de uma função. Segundo Shahbaz (2013), os pontos localizados no sistema de coordenadas bidimensional da parametrização, satisfazem a seguinte condição para cada segmento de reta: $x' \in [0,1]$, $y' \in [0,1]$. Assim, as coordenadas parametrizadas dos pontos pertencentes aos segmentos P_i são:

$$[(p2a - p1a)y' + p1a, (p2b - p1b)y' + p1b] \quad (8)$$

As coordenadas parametrizadas dos pontos dos segmentos Q_j são:

$$[(q2a - q1a)x' + q1a, (q2b - q1b)x' + q1b] \quad (9)$$

onde:

$|P_i|$: comprimento do segmento i da curva poligonal P ;

$(p1a, p1b)$: coordenadas dos pontos iniciais do segmento P_i ;

$(p2a, p2b)$: coordenadas dos pontos finais do segmento P_i ;

$|Q_j|$: comprimento do segmento j da curva poligonal Q ;

$(q1a, q1b)$: coordenadas dos pontos iniciais do segmento Q_j ;

$(q2a, q2b)$: coordenadas dos pontos finais do segmento Q_j ;

x' e y' : eixos do diagrama espaço livre.

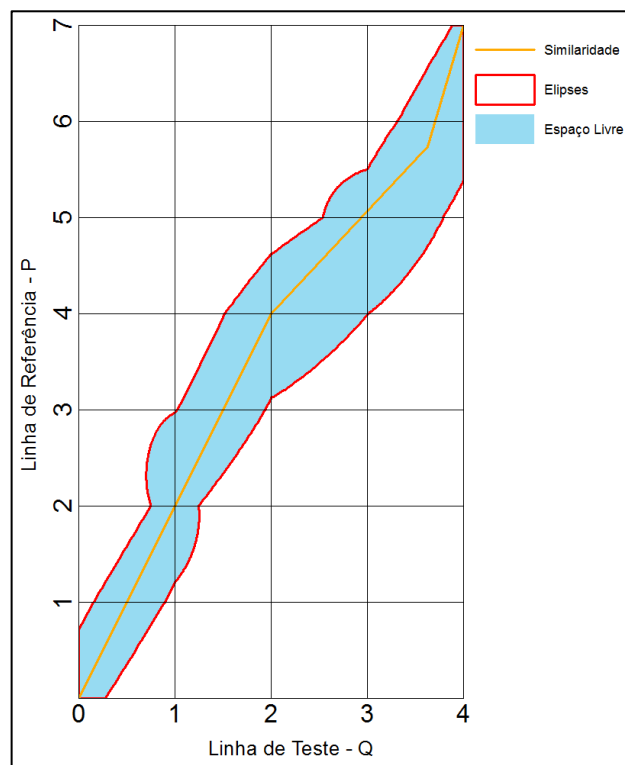
Shahbaz (2013) demonstra que as elipses podem ser calculadas através da equação 10, utilizando as coordenadas dos pontos iniciais e finais dos segmentos em questão, os valores de seus comprimentos, bem como um valor de discrepância.

$$\begin{aligned} &|Q_j|^2 x'^2 + |P_i|^2 y'^2 - 2[(p2a - p1a)(q2a - q1a) + (p2b - p1b)(q2b - q1b)]x'y' \\ &\quad + 2[(q1a - p1a)(q2a - q1a) + (q1b - p1b)(q2b - q1b)]x' \\ &\quad - 2[(q1a - p1a)(p2a - p1a) + (q1b - p1b)(p2b - p1b)]y' \\ &\quad + (p1a - q1a)^2 + (p1b - q1b)^2 \leq \varepsilon^2 \end{aligned} \quad (10)$$

Na Figura 8, é exibido o diagrama espaço livre referente às curvas da Figura 7, no qual se utilizou a feição linear P como linha de referência, e a curva Q como linha de teste. O espaço livre é a região preenchida de azul claro, que se encontra dentro das elipses formadas em cada célula.

Caso seja possível traçar uma curva (denominada linha de similaridade), no espaço livre, desde o primeiro par de vértices até o último, sem que haja interrupções, ou seja, se existir um conjunto de elipses interligadas do início ao fim do diagrama, as linhas analisadas serão consideradas homólogas para o ε utilizado. Na ilustração da Figura 8, observa-se que esta condição foi satisfeita.

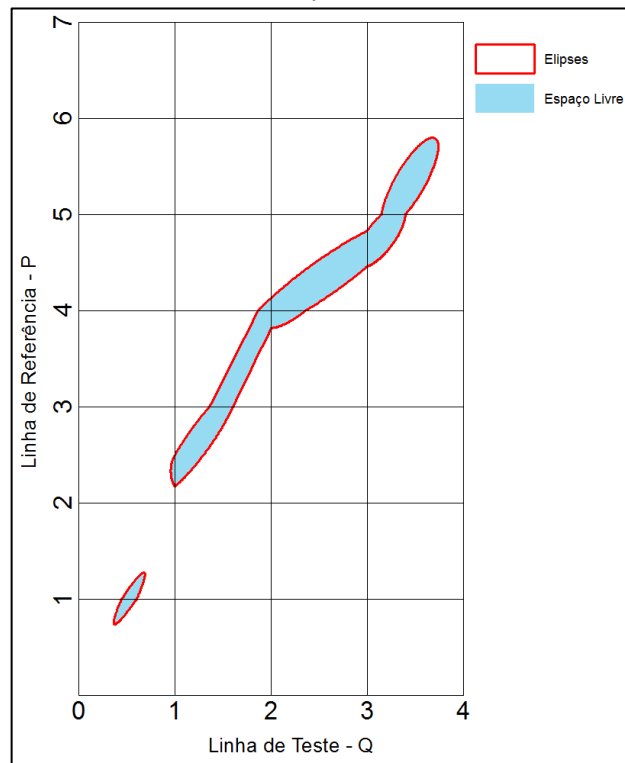
Figura 8 - Diagrama espaço livre relativo ao exemplo da Figura 7, adotando um valor de discrepância ε .



Fonte: Autor.

Utilizando as mesmas curvas P e Q da Figura 7 como exemplos e fornecido um valor *beta* (β) de discrepância, sendo este menor do que o ε anteriormente adotado, elaborou-se um novo diagrama espaço-livre apresentado na Figura 9.

Figura 9 - Diagrama espaço livre relativo ao exemplo da Figura 7, adotando um valor de discrepância β .



Fonte: Autor.

Nota-se que nem todas as elipses formadas em cada célula estão conectadas, ocorrendo a criação de espaços-livres separados entre si, o que impossibilita o traçado da linha contínua de similaridade. Para este valor β de discrepância, as linhas P e Q não são consideradas similares.

A fim de explicitar minuciosamente a elaboração do diagrama espaço-livre, todas as etapas necessárias serão citadas e detalhadas a seguir:

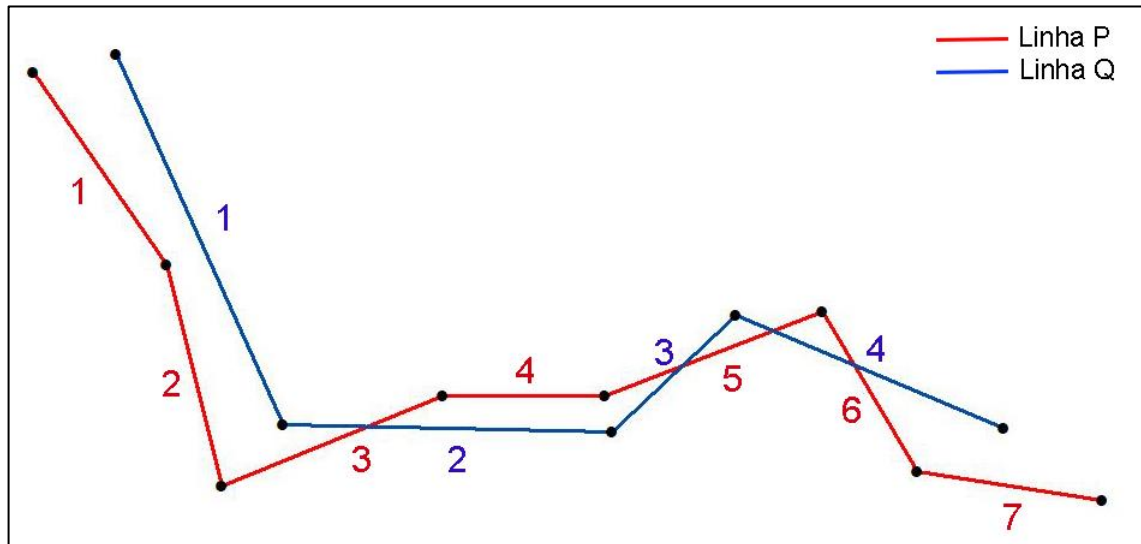
- 1) As curvas de teste e de referência deverão ser divididas em segmentos de reta, cada qual com as respectivas coordenadas de seus pontos iniciais e finais, bem como os seus comprimentos. Estas informações são fundamentais para a utilização da Equação 10, proposta por Shahbaz (2013);
- 2) A equação 10 correlaciona apenas dois segmentos de cada vez, sendo um de teste e um de referência. Portanto, as interações são feitas em duplas, havendo necessidade de verificar todas as combinações possíveis entre todos os segmentos. Dadas duas linhas Q e P contendo i e j segmentos

respectivamente, o diagrama espaço livre (EL_{ij}) será representado por $i \times j$ células (quadrados). $EL_{ij} = [0,i] \times [0,j]$;

- 3) Todos os segmentos das curvas deverão sofrer uma parametrização. Ao interagir dois segmentos de reta através da Equação 10, apenas o desenho da elipse formado pelos valores de x' e y' entre 0 e 1 é que dará origem a uma célula, ou seja, o espaço livre dentro de cada célula será obtido através da interseção de um quadrado unitário e uma elipse. Ao final, a união de todas as células alocadas corretamente em suas posições dará origem ao espaço livre.

Inicialmente, todos os segmentos existentes nas linhas da Figura 7 foram numerados (Figura 10), com as devidas informações geométricas na Tabela 2.

Figura 10 - Numeração dos segmentos de reta.



Fonte: Autor.

Tabela 2 - Informações geométricas sobre os segmentos de reta do exemplo.

LINHA Q (Teste)					
Segmento	Comprimento	Coordenadas Iniciais		Coordenadas Finais	
		X inicial	Y inicial	X final	Y final
1	31,4	2161,3	1648,3	2174,2	1619,7
2	25,6	2174,2	1619,7	2199,8	1619,1
3	13,1	2199,8	1619,1	2209,4	1628,1
4	22,5	2209,4	1628,1	2230,1	1619,4
LINHA P (Referência)					
1	18,2	2154,8	1646,9	2165,2	1632,0
2	17,6	2165,2	1632,0	2169,4	1614,9
3	18,5	2169,4	1614,9	2186,6	1622,0
4	12,6	2186,6	1622,0	2199,2	1622,0
5	18,1	2199,2	1622,0	2216,1	1628,4
6	14,4	2216,1	1628,4	2223,4	1616,0
7	14,5	2223,4	1616,0	2237,8	1613,8

Fonte: Autor.

De posse dos dados numéricos apresentados na Tabela 2, verifica-se que a aplicação da Distância de *Fréchet* nas duas curvas irá produzir um diagrama espaço livre composto por 28 células: $EL_{4 \times 7} = [0,4] \times [0,7]$. Introduzindo-os nas Equações 8 e 9, obtêm-se as coordenadas dos segmentos de reta em função da parametrização. Nota-se que foram exibidos apenas alguns segmentos na Tabela 3, necessários para a compreensão do exemplo.

Ao empregar a Equação 10 proposta por Shahbaz (2013), é necessário, além dos parâmetros supracitados, a introdução da variável discrepância. Como exemplo, retorna-se à Figura 8, onde o diagrama espaço livre foi gerado utilizando uma discrepância ε . Para a realização dos cálculos, este valor ε foi numericamente igual a 12. Alguns exemplos das equações de elipses, formadas nas interações entre um segmento de reta da curva de referência e um segmento da curva de teste, são apresentados na Tabela 4.

Tabela 3 - Coordenadas de alguns segmentos de reta após a parametrização, conforme equações 8 e 9.

LINHA Q (Teste)		
Segmento	Coordenadas	
	X	Y
1	$12,9x' + 2161,2$	$-28,7x' + 1648,3$
2	$25,6x' + 2174,2$	$-0,6x' + 1619,7$
LINHA P (Referência)		
1	$10,4y' + 2154,8$	$-14,9y' + 1646,9$
2	$4,2y' + 2165,2$	$-17,1y' + 1632,0$
3	$17,1y' + 2169,4$	$7,0y' + 1614,9$
4	$12,6y' + 2186,6$	$0,0y' + 1621,9$

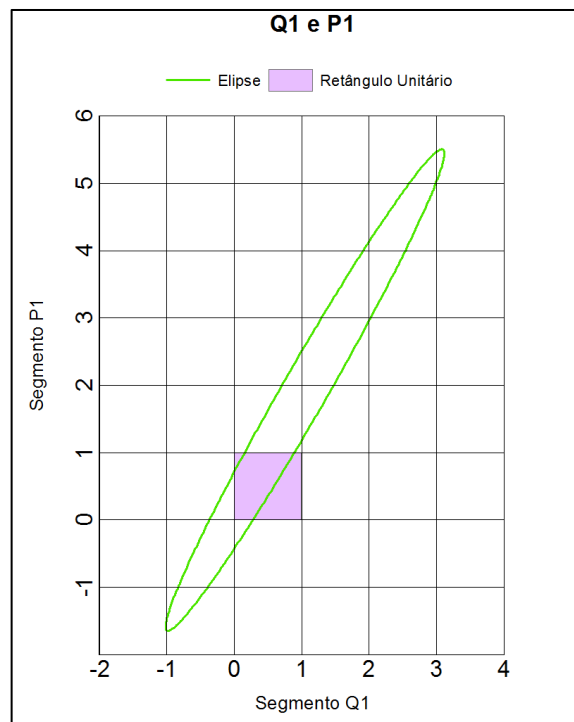
Fonte: Autor.

Tabela 4 - Equações das elipses formadas em algumas células do diagrama espaço livre, conforme equação 10.

Segmentos		Equação da Elipse
Q	P	
1	1	$985,96 x'^2 + 331,24 y'^2 - 1120,7 x'y' + 86,8 x' - 92,7 y' + 43,8 \leq 144$
2	1	$665,36 x'^2 + 331,24 y'^2 - 548,6 x'y' + 1022,5 x' - 1213,4 y' + 1117,4 \leq 144$
1	2	$985,96 x'^2 + 309,76 y'^2 - 1089,4 x'y' - 1033,9 x' + 590,7 y' + 280,5 \leq 144$
2	2	$665,36x'^2 + 309,76 y'^2 - 234,9 x'y' + 473,9 x' - 498,8 y' + 233,4 \leq 144$
1	3	$985,96 x'^2 + 342,25 y'^2 - 41,5 x'y' - 2123,3 x' - 189,3 y' + 1182,1 \leq 144$
2	3	$665,36x'^2 + 342,25 y'^2 - 869,0 x'y' + 239,0 x' - 230,8 y' + 45,6 \leq 144$
1	4	$985,96 x'^2 + 158,76 y'^2 - 327,0 x'y' - 2164,8 x' + 639,8 y' + 1335,9 \leq 144$
2	4	$665,36x'^2 + 158,76 y'^2 - 646,9 x'y' - 630,0 x' + 312,8 y' + 158,0 \leq 144$

Fonte: Autor.

Figura 11 - Elipse gerada da interação entre os segmentos Q1 e P1.

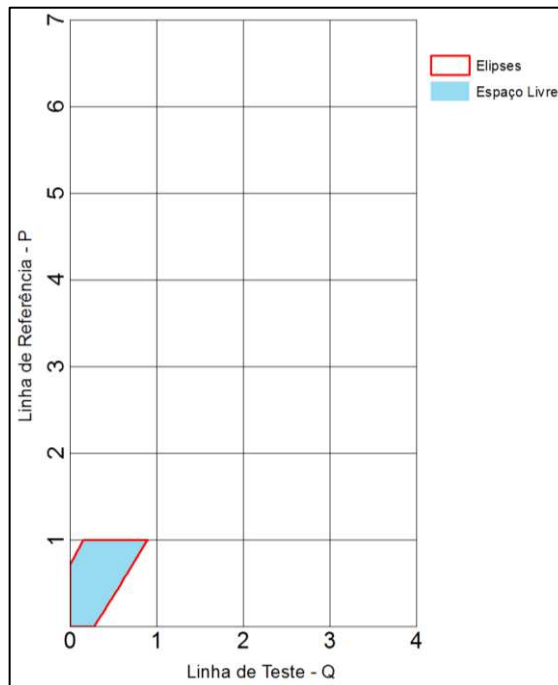


Fonte: Autor.

De posse das expressões matemáticas da tabela 4, as elipses são desenhadas representando toda a relação entre o par de segmentos em análise. Empregando a equação referente ao segmento de reta Q_1 e P_1 , obtêm-se o resultado exposto na Figura 11.

Posteriormente ao traçado da elipse, é necessário a extração, apenas, da parte relativa à parametrização, ou seja, local onde o x' e y' estão compreendidos entre os valores 0 e 1. Na Figura 11, essa região é delimitada pelo retângulo unitário de cor magenta. Esta parte da elipse estará presente no diagrama espaço livre, em sua posição correspondente, dando origem à célula representativa da interação entre os segmentos Q_1 e P_1 . A Figura 12 demonstra o início da construção do diagrama espaço livre com essa célula já preenchida.

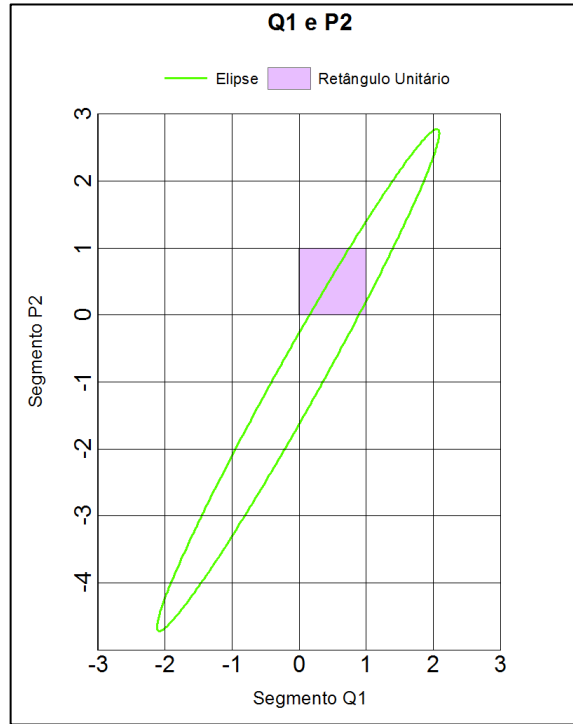
Figura 12 - Início da construção do diagrama espaço livre.



Fonte: Autor.

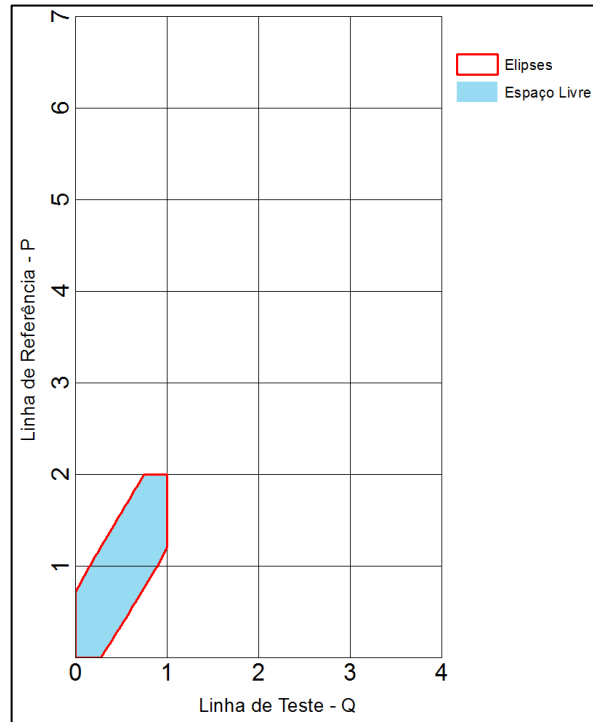
Refazendo o procedimento a partir do processo de traçado da elipse entre dois pares de segmento, e utilizando dessa vez, os segmentos de reta Q_1 e P_2 , alcançou-se o resultado apresentado na Figura 13.

Figura 13 - Elipse gerada da interação entre os segmentos Q_1 e P_2 .



Fonte: Autor.

Figura 14 - Construção do diagrama espaço livre.



Fonte: Autor.

O retângulo unitário exibido em magenta na Figura 13, como já foi mencionado anteriormente, indica a porção referente ao intervalo entre 0 e 1 para os valores de x' e y' . Entretanto, deve-se atentar à localização que essa célula irá possuir ao inseri-la no diagrama espaço livre. A Figura 14 demonstra seu posicionamento correto no prosseguimento da construção do diagrama.

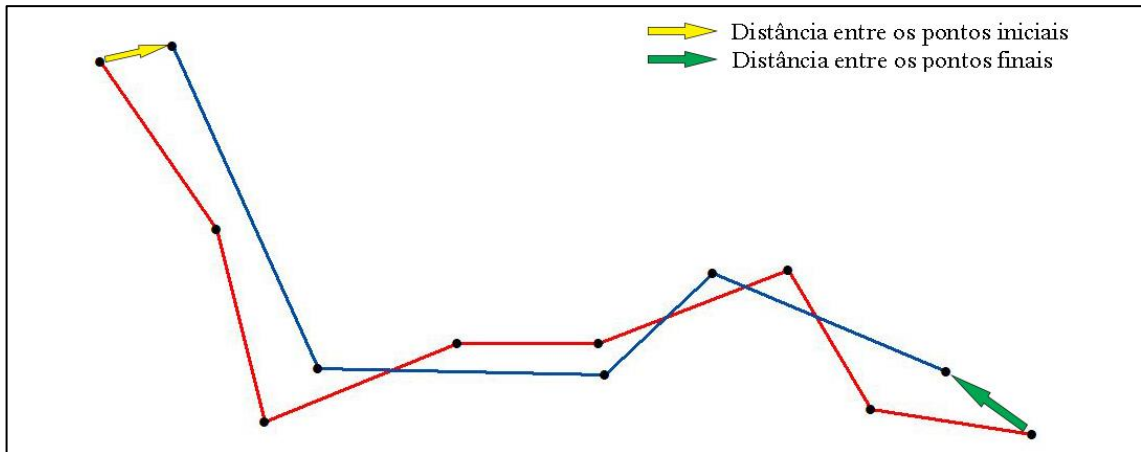
Essas etapas são repetidas várias vezes, alterando os segmentos e suas interações, até todo o preenchimento do diagrama espaço livre apresentado na Figura 8. Elas são realizadas também nas células que estão em branco, como a do segmento Q_3 e P_1 . Nelas também há a criação da elipse através da equação 9 recomendada por Shahbaz (2013), porém a região de interesse, devido a parametrização, não faz interseção com a figura geométrica desenhada.

Como já relatado, o problema de cálculo se difere do problema de decisão por não haver uma discrepância preexistente, sendo obrigatória a realização de iterações até o resultado final. É assumido que o valor inicial de discrepância é igual a zero e implementa-se toda a metodologia a fim de atestar a escolha de tal valor. Caso as curvas não sejam consideradas similares, é necessário que o valor da discrepância sofra um aumento e as etapas devem ser executadas novamente.

Segundo Alt & Godau (1995), existem os valores críticos que são usados para dar início ao problema de cálculo, em vez de começar com a discrepância igual a zero, poupando tempo e aumentando a eficiência das operações realizadas. Como sugestão para valores críticos, estes autores indicam o uso da distância entre os pontos iniciais das curvas em análise, bem como a distância entre os pontos finais delas. Visto que, ao se traçar a linha de similaridade no diagrama espaço-livre, é obrigatória a condição de que o primeiro e o último par de vértices sejam pertencentes à região do espaço-livre.

Essas recomendações de possíveis valores críticos são representadas pelas setas existentes na Figura 15, empregando as mesmas curvas da Figura 7.

Figura 15 - Sugestões de valores críticos a serem adotados para solucionar o problema de otimização da Distância de *Fréchet*.



Fonte: Autor.

5 METODOLOGIA

O presente trabalho propõe desenvolver estratégias para introduzir a Distância de *Fréchet* no controle de qualidade de produtos cartográficos empregando feições lineares. O fluxograma da Figura 16 apresenta o fluxo das etapas ordenadas do processo.

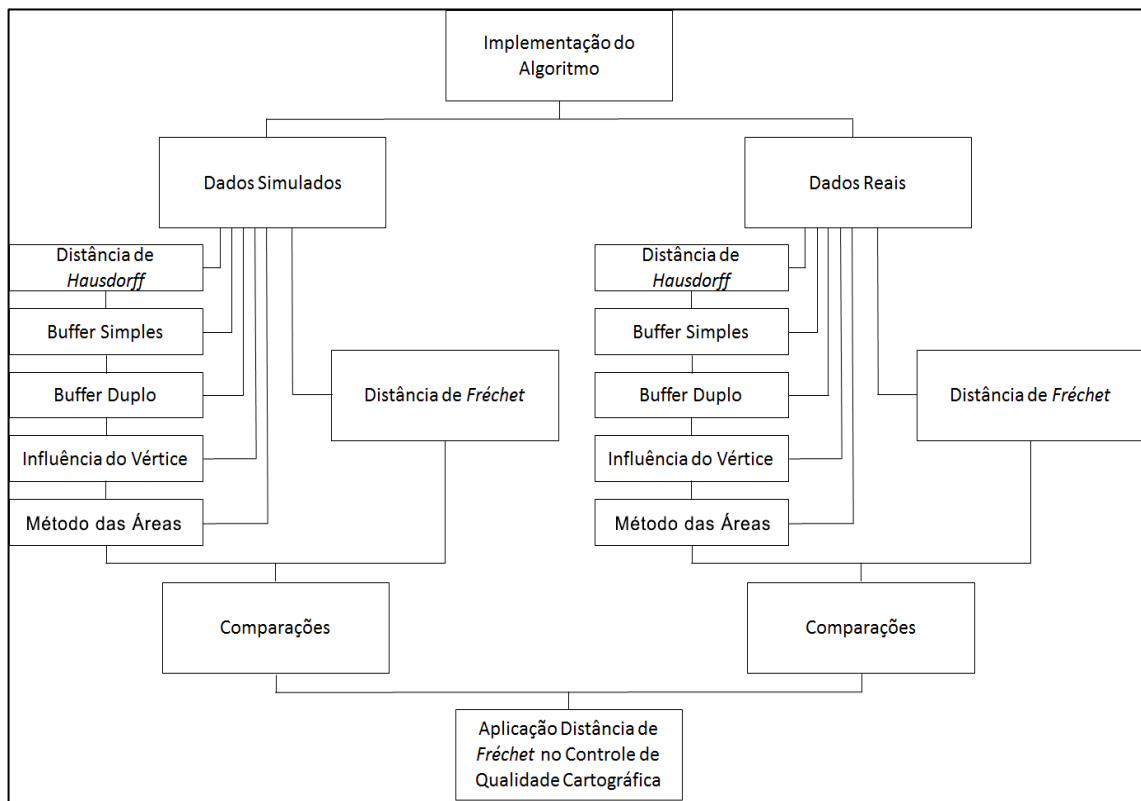
A métrica de *Fréchet* foi implementada através do algoritmo no software livre de programação Scilab 6.0.1 (Apêndice 1). Os métodos da Distância de *Hausdorff*, *Buffer* Simples, *Buffer* Duplo, Influência do Vértice e o Método das Áreas descritos em Santos et al. (2015) foram executados no software ArcGIS.

Realizaram-se dois tipos de experimentos na metodologia empregada: dados simulados e dados reais. Primeiro, aplicaram-se os métodos de avaliação da acurácia posicional em um grupo de dados simulados, composto por linhas de teste e de referência criadas em um software de Desenho Assistido por Computador.

No segundo experimento, a aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares ocorreu em um conjunto de dados reais, referente a rodovias e ruas de um município. Os dados de teste foram coletados da base de dados do projeto colaborativo *OpenStreetMap* e os dados de referência através de um levantamento topográfico com sistema GNSS.

Ao final, compararam-se todas as discrepâncias encontradas pelos métodos de análise da acurácia posicional que utilizam feições lineares, a fim de validar os resultados obtidos pela Distância de *Fréchet* e a consequente aplicação desta métrica no controle de qualidade cartográfica.

Figura 16 - Fluxograma representativo da metodologia proposta.



Fonte: Autor.

5.1 Aplicação da Distância de *Fréchet* no Controle de Qualidade Cartográfica

A execução da Distância de *Fréchet* na análise da acurácia posicional de feições lineares cumpre as seguintes etapas:

1. Determinar os valores críticos: Distância entre os vértices iniciais de cada linha, e a distância entre seus vértices finais;
2. Gerar os diagramas espaço livre referentes aos valores críticos;
3. Analisar os diagramas, verificando a possibilidade de se traçar a linha de similaridade no espaço livre, do primeiro ao último par de vértices, sem interrupção.
4. Se a condição da etapa 3 não for cumprida, deve-se realizar uma iteração nos valores até encontrar uma distância que produza um diagrama espaço livre satisfatório. Essa distância será o valor da discrepância (ϵ) resultante da Distância de *Fréchet*.

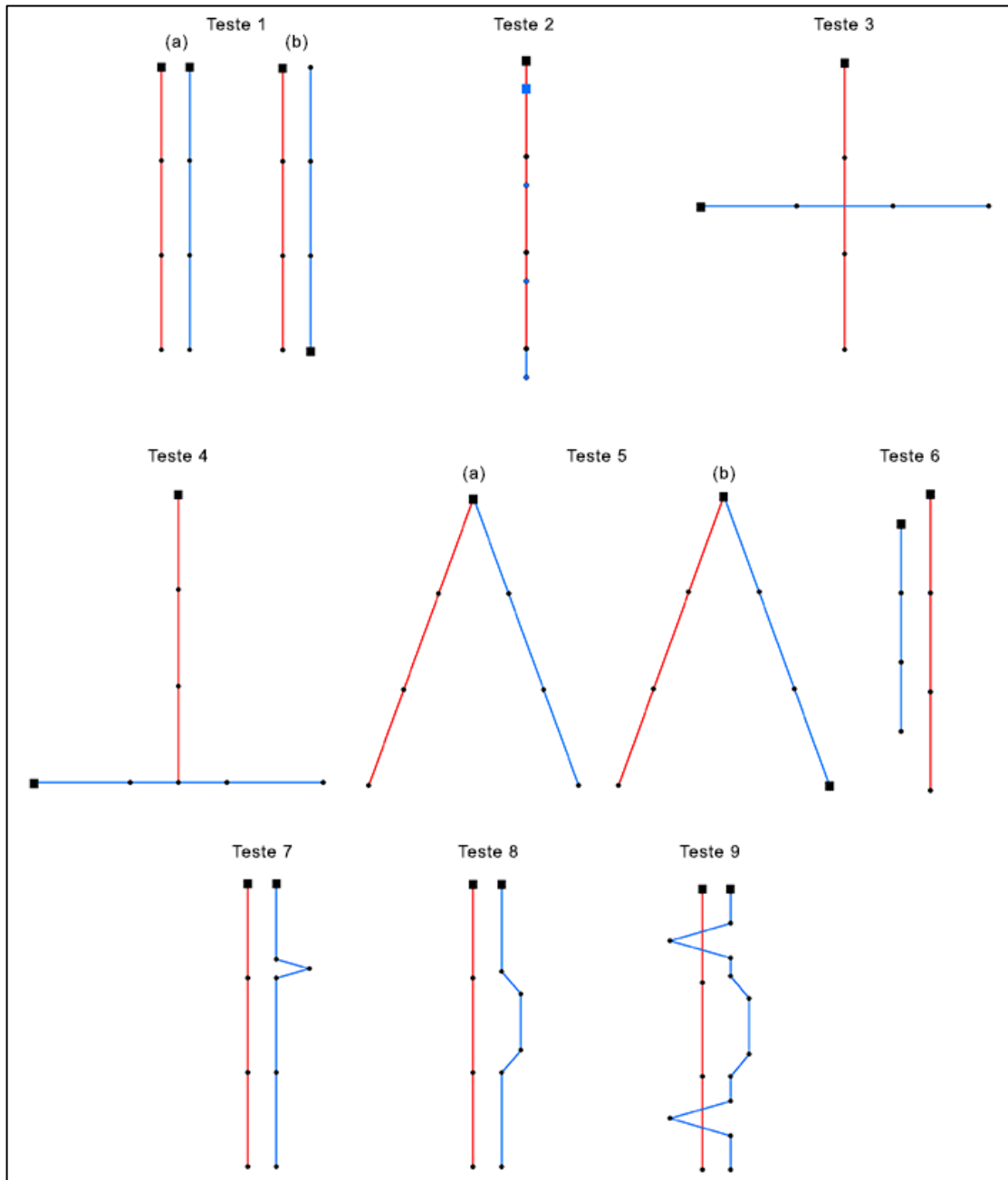
5. Classificar o produto cartográfico de acordo com o Decreto nº 89.817, atendendo as duas exigências: 90% das discrepâncias devem ser menores ou iguais ao valor do PEC e; o RMS da amostra deve ser menor ou igual ao valor do EP para a classe e escala utilizada.

5.2 Experimento com Dados Simulados

O grupo de dados utilizado conteve 9 pares de linhas artificiais, elaboradas no software AutoCAD. Em alguns dos testes, o mesmo par de linhas foi manuseado duas vezes, com a finalidade de averiguar o efeito provocado pela mudança na orientação da feição linear de teste. Conforme Mozas & Ariza (2008), tais exemplos simulam erros que podem acontecer na realidade como variações ocasionadas por ruídos aleatórios, deslocamentos sistemáticos e diferenças posicionais dos pontos iniciais e finais das linhas. Salienta-se que as distâncias utilizadas para reproduzir tais erros foram definidas de forma arbitrária. Desse modo, este experimento não visa a classificação dos dados conforme com o Decreto nº 89.817, portanto não se adota nenhuma escala.

As linhas de referência (Linhas P) foram representadas pela cor vermelha, e as linhas de teste (Linhas Q) pela cor azul. Os pontos iniciais de cada feição linear foram caracterizados por quadrados, diferenciando-os dos demais vértices a fim de demonstrar a orientação das linhas. A Figura 17 apresenta todo o conjunto de linhas artificiais.

Figura 17 - Conjunto de linhas artificiais de referência (em vermelho) e de teste (em azul).



Fonte: Autor.

As linhas de teste de número 1 a 5 possuíam 300 metros de comprimento e um total de 4 vértices cada. Posteriormente, a linha de teste sofreu modificações, alterando seu comprimento e a quantidade de vértices, como mostra a Tabela 5.

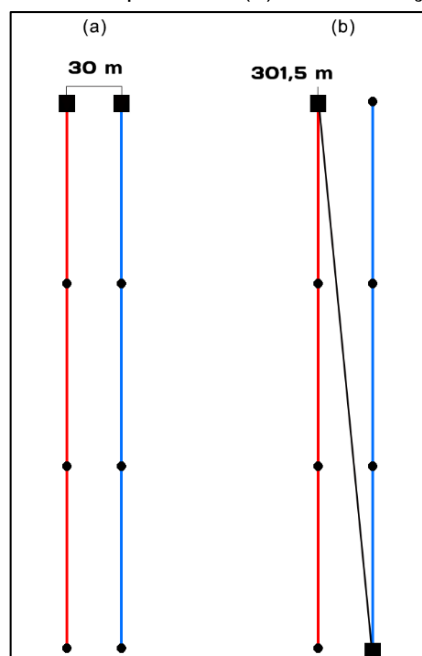
Tabela 5 - Informações das linhas artificiais de referência (em vermelho) e de teste (em azul).

ID	Comprimento (m)		Número de Vértices	
	Referência	Teste	Referência	Teste
1	300	300	4	4
2	300	300	4	4
3	300	300	4	4
4	300	300	4	4
5	300	300	4	4
6	300	200	4	4
7	300	352,8	4	6
8	300	314,6	4	7
9	300	510,7	4	12

Fonte: Autor.

O primeiro teste apresentou duas linhas idênticas, paralelas entre si, reproduzindo um erro de translação, onde a linha de teste sofreu um deslocamento de 30 metros (Figura 18.a). Neste experimento, ocorreu a alteração do vértice inicial e final da feição linear de teste, afim de estudar o efeito gerado pela modificação em sua direção (Figura 18.b). Desse modo, a distância entre o início de cada linha passou a ser de 301,5 metros.

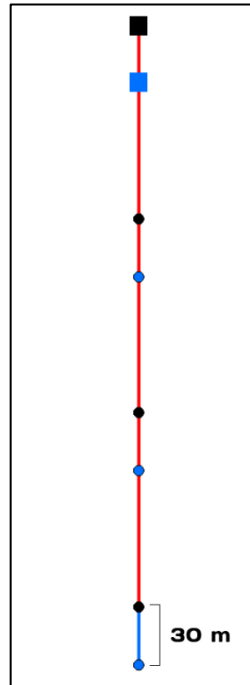
Figura 18 - Teste 1: Retas paralelas (a) e sua variação de direção (b).



Fonte: Autor.

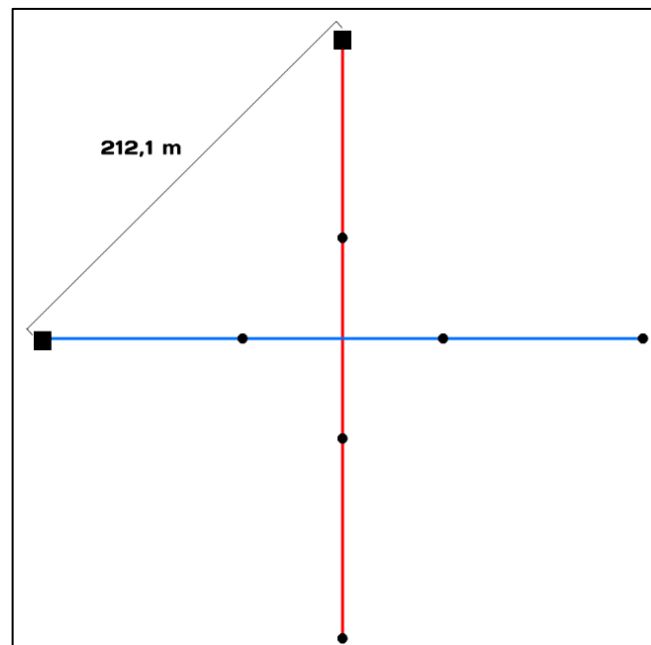
No segundo teste, a feição linear de referência era sobreposta à de teste, cuja qual se deslocou na mesma intensidade do teste anterior (30 metros). Entretanto, tal deslocamento ocorreu na direção em que as linhas se encontram, ou seja, na vertical (Figura 19). Neste exemplo, exclusivamente, os vértices da linha de teste estão na cor azul com a finalidade de evitar confusões entre os demais.

Figura 19 - Teste 2: Deslocamento longitudinal.



Fonte: Autor.

Figura 20 - Teste 3: Retas perpendiculares em seus centros.

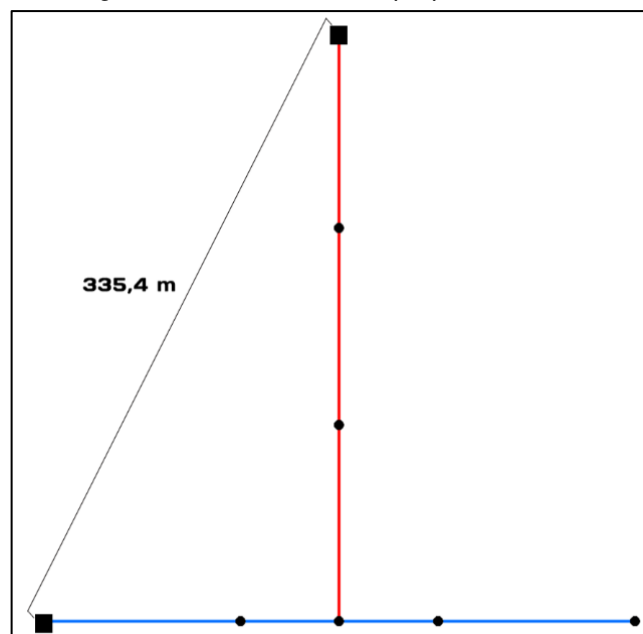


Fonte: Autor.

O teste 3 considerou duas linhas perpendiculares entre si com a interseção ocorrendo exatamente em seus centros, simulando um erro de rotação de 90° (Figura 20). A distância entre os vértices iniciais foi de 212,1 metros.

O teste número 4 possui uma semelhança com o anterior, em virtude da condição de perpendicularidade entre as feições lineares. Entretanto, neste exemplo, um vértice da extremidade da linha de referência é que tangencia o centro da linha de teste como demonstra a Figura 21. Os pontos iniciais das linhas estão distanciados em 335,4 metros.

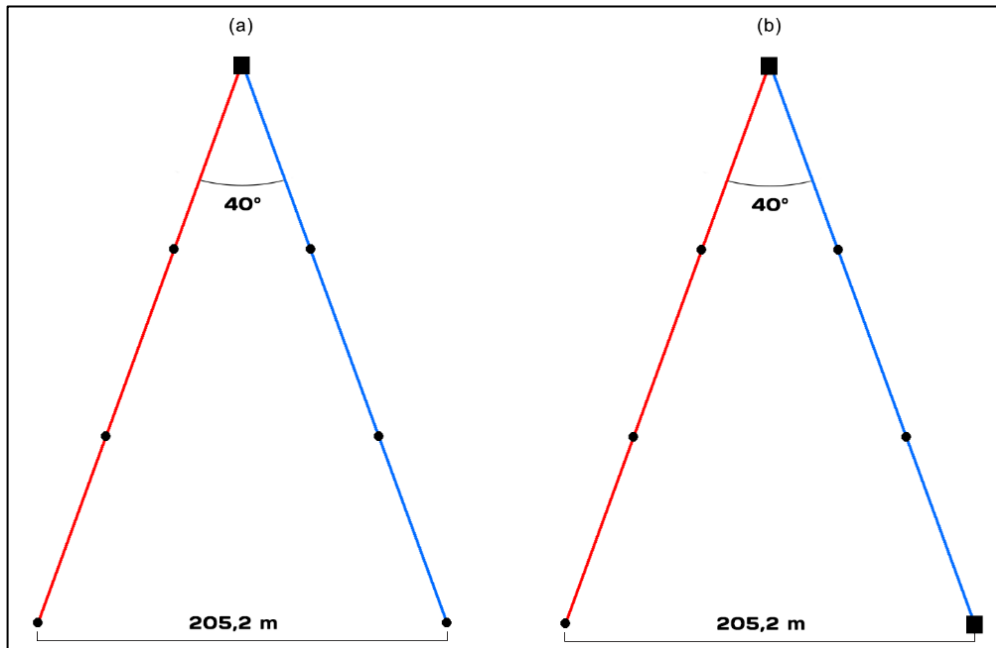
Figura 21 - Teste 4: Retas perpendiculares.



Fonte: Autor.

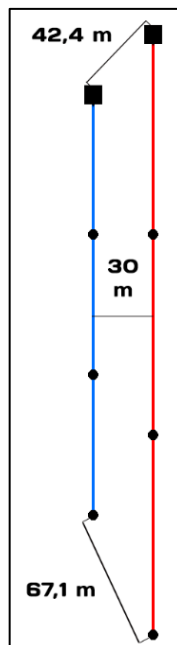
O quinto teste também representou um erro de rotação. O experimento é composto por duas feições lineares que formam um ângulo de 40° entre si e possuem o vértice inicial em comum. A Figura 22.a apresenta essa situação, mostrando que as linhas são simétricas em relação ao ponto compartilhado. Na variação desse estudo (Figura 22.b), o vértice inicial e final da linha de teste foram trocados, alterando a direção da linha de teste. Desse modo, os pontos iniciais de cada feição linear passaram a se distanciar em 300 metros (comprimento da linha).

Figura 22 - Teste 5: Retas rotacionadas (a) e sua variação de direção (b).



Fonte: Autor.

Figura 23 - Teste 6: Retas com escalas diferentes.



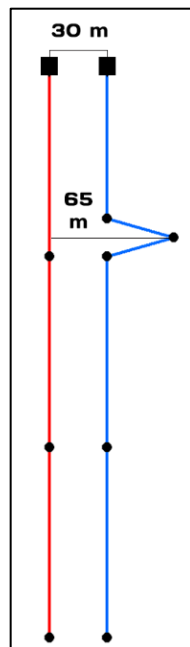
Fonte: Autor.

Diferentemente dos outros testes compostos por duas feições lineares de mesmo comprimento, o experimento número 6 possui uma linha de teste menor, com a dimensão de 200 metros. Tal diferença foi necessária para simular um erro de escala e uma incerteza na determinação dos pontos finais e iniciais. Esse caso é similar ao teste 1, onde as duas feições em análise eram paralelas com uma distância de 30

metros entre si. Porém, neste teste 6, os vértices iniciais de cada linha estiveram afastados em 42,4 metros e os finais em 67,1 metros (Figura 23).

O teste 7 simulou a presença de um erro pontual (*outlier*) na linha de teste, com um deslocamento de 65 metros em relação à linha de referência, como mostra a Figura 24. Essa falha fez com que a feição linear de teste possuísse 352,8 metros e seis vértices.

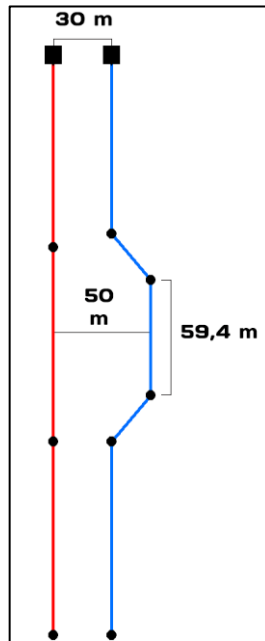
Figura 24 - Teste 7: Erro pontual.



Fonte: Autor.

O exemplo número 8 é relativamente parecido com o anterior, porém, replicou-se um erro pontual (*outlier*) que manteve um certo comprimento na feição linear de teste (Figura 25). O erro ocasionou, em uma região específica, um afastamento de 50 metros entre as linhas, que permaneceu por uma extensão de 59,4 metros, deixando a linha de teste com 6 vértices e 314,6 metros de comprimento.

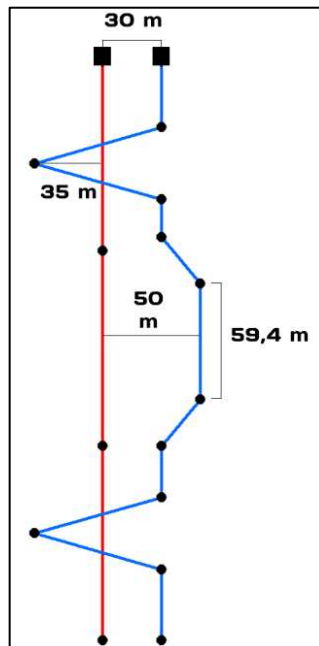
Figura 25 - Teste 8: Erro pontual mantido por uma distância.



Fonte: Autor.

O teste 9 representou uma situação onde ocorreu a combinação dos erros presentes nos dois últimos exemplos: erros pontuais e longitudinais. A única diferença existente foi que as linhas, neste teste 9, se interceptaram. Dessa forma, a feição linear de teste apresentou um comprimento de 510,7 metros e 12 vértices (Figura 26).

Figura 26 - Teste 9: Combinação dos erros presentes nos testes 7 e 8.



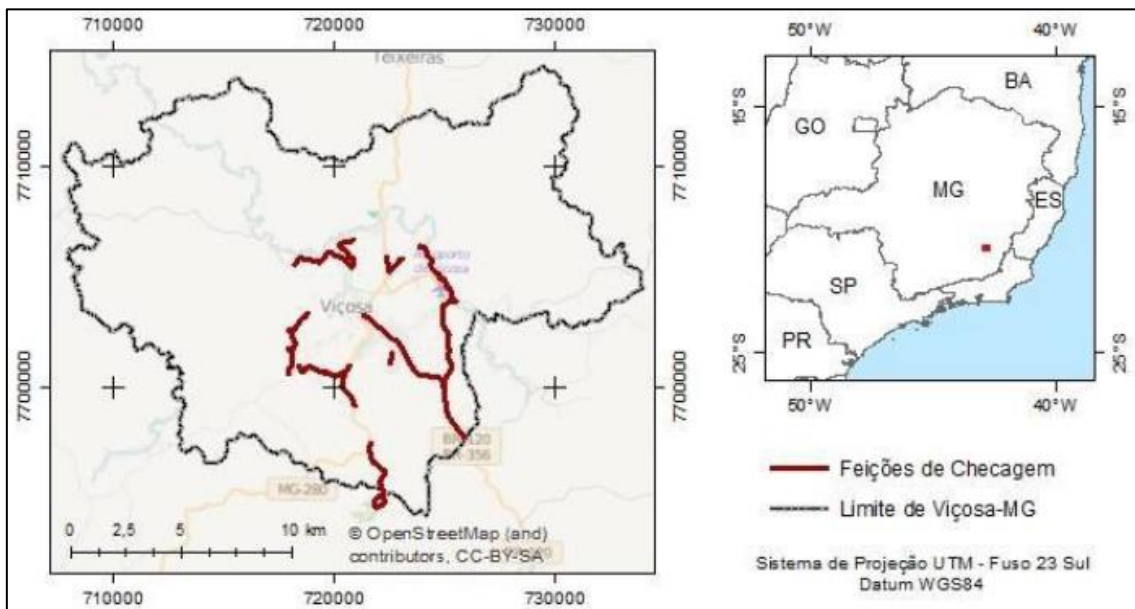
Fonte: Autor.

5.3 Experimento com Dados Reais

5.3.1 Área de Estudo

A área de estudo situa-se na cidade de Viçosa, na Zona da Mata, estado de Minas Gerais. Se encontra na região central desse município, sendo delimitada pelas latitudes $20^{\circ}43'S$ e $20^{\circ}50'S$, e longitudes $42^{\circ}49'W$ e $42^{\circ}56'W$, como mostra a Figura 27.

Figura 27 - Localização do município de Viçosa-MG e suas delimitações juntamente com as feições lineares de checagem.



Fonte: Cruz & Santos (2016).

5.3.2 Materiais Utilizados

- Base de dados de rodovias do *OpenStreetMap* (OSM) no formato *shapefile* referente à cidade de Viçosa-MG, disponibilizados gratuitamente pela companhia GEOFABRIK, no datum *World Geodetic System* (WGS) de 1984;
- Base de dados de rodovias levantadas com sistema GNSS de dupla frequência da marca Leica, modelo GPS 900CS, no formato *shapefile* relativo ao município de Viçosa-MG, obtida de Santos et al. (2015), no datum *World Geodetic System* (WGS) de 1984, na projeção Universal Transversa de Mercator (UTM) zona 23 Sul. Após processados, estes dados apresentaram uma precisão posicional planimétrica entre 15 e 50 centímetros.

A GEOFABRIK é uma companhia alemã que disponibiliza dados do *OpenStreetMap* para o mundo inteiro, através de downloads gratuitos em seu site. Por meio desse serviço, foi possível a extração dos dados de rodovias e ruas referentes ao município de Viçosa-MG, os quais serviram como feições lineares de teste.

Utilizando o software ArcGIS para manipulação dos dados cartográficos, adicionou-se essa base de dados de teste do *OpenStreetMap* juntamente com a base de referência GNSS, adquiridas de Santos et al. (2015). Foi selecionada uma amostra contendo 15 pares de feições lineares de checagem. Destaca-se que, no âmbito acadêmico relacionado ao controle de qualidade cartográfica, não há uma conformidade acerca do número de elementos em uma amostra, especialmente quando a análise da acurácia posicional emprega feições do tipo linha.

Posteriormente, realizou-se a simplificação das linhas de referência, removendo vértices redundantes e preservando a sua forma essencial. Foi inserida a tolerância de 0,1 metros, que determina o grau dessa simplificação. Tal valor é utilizado em todo o presente trabalho, o qual emprega apenas uma casa decimal em suas análises. Para isso, executou-se a ferramenta *Simplify* da guia *ArcToolbox* presente no ArcGis.

Essa operação foi necessária em virtude do excessivo número de vértices existente nas feições lineares de referência e na dificuldade encontrada para implementar um algoritmo capaz de processar a Distância de *Fréchet* para uma extensa quantidade de pontos. As informações sobre o comprimento e o número de vértices das feições utilizadas se encontram na Tabela 6.

Tabela 6 - Informações das feições lineares de checagem.

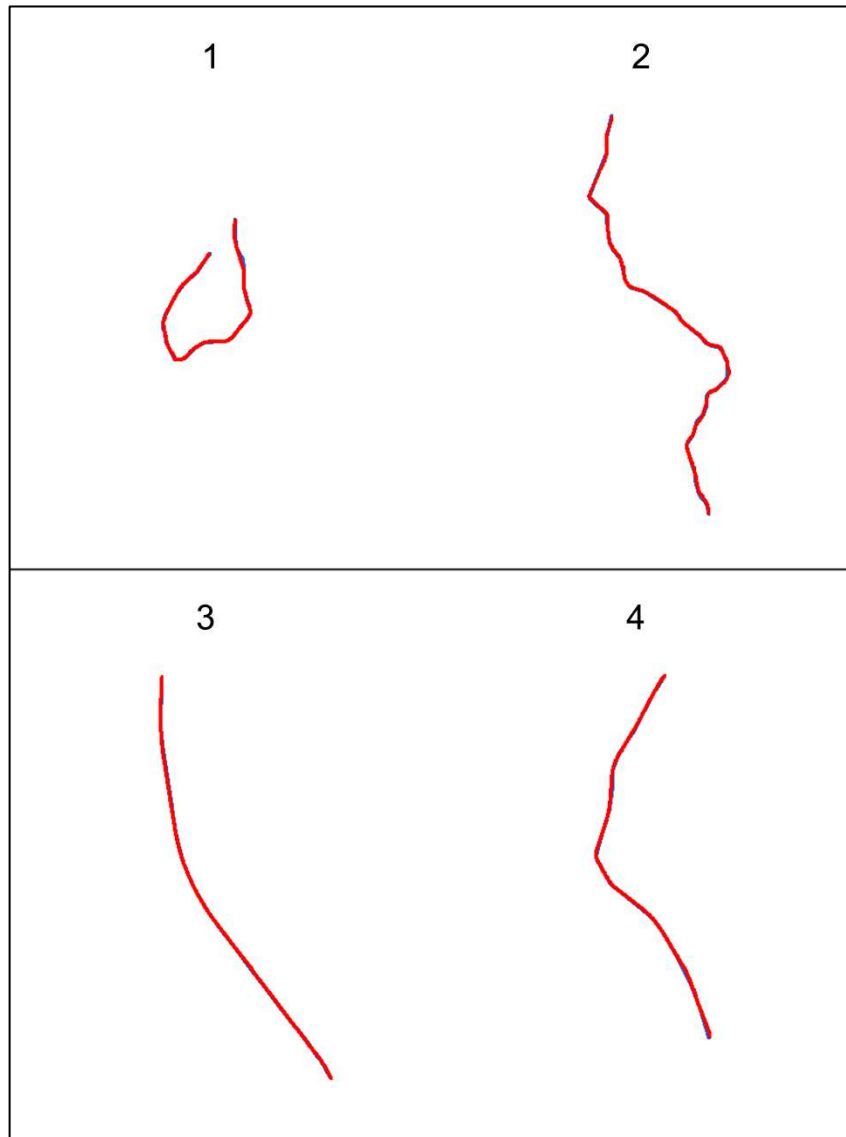
ID	Comprimento (m)		Número de Vértices	
	Referência	Teste	Referência	Teste
1	1750,3	1759,2	168	39
2	2756,7	2748,9	278	59
3	2521,4	2514,7	84	32
4	2284,1	2283,4	117	26
5	4035,1	4047,8	172	72
6	2791,3	2793,5	352	71
7	1347,0	1342,7	148	28
8	5517,6	5942,5	364	262
9	2781,2	2816,3	203	58
10	1810,5	1827,8	120	42
11	1651,3	1648,8	131	64
12	674,7	673,9	59	10
13	1574,4	1576,3	148	52
14	1424,3	1441,8	184	50
15	1287,3	1288,4	155	43

Fonte: Autor.

As Figura 28, 29 e 30 apresentam todo o conjunto de linhas reais, possibilitando a visualização de suas formas geométricas. As feições lineares de referência continuaram sendo representadas pela cor vermelha, e as feições de teste pela cor azul. Nota-se que as linhas de referência estão sobre as linhas de teste.

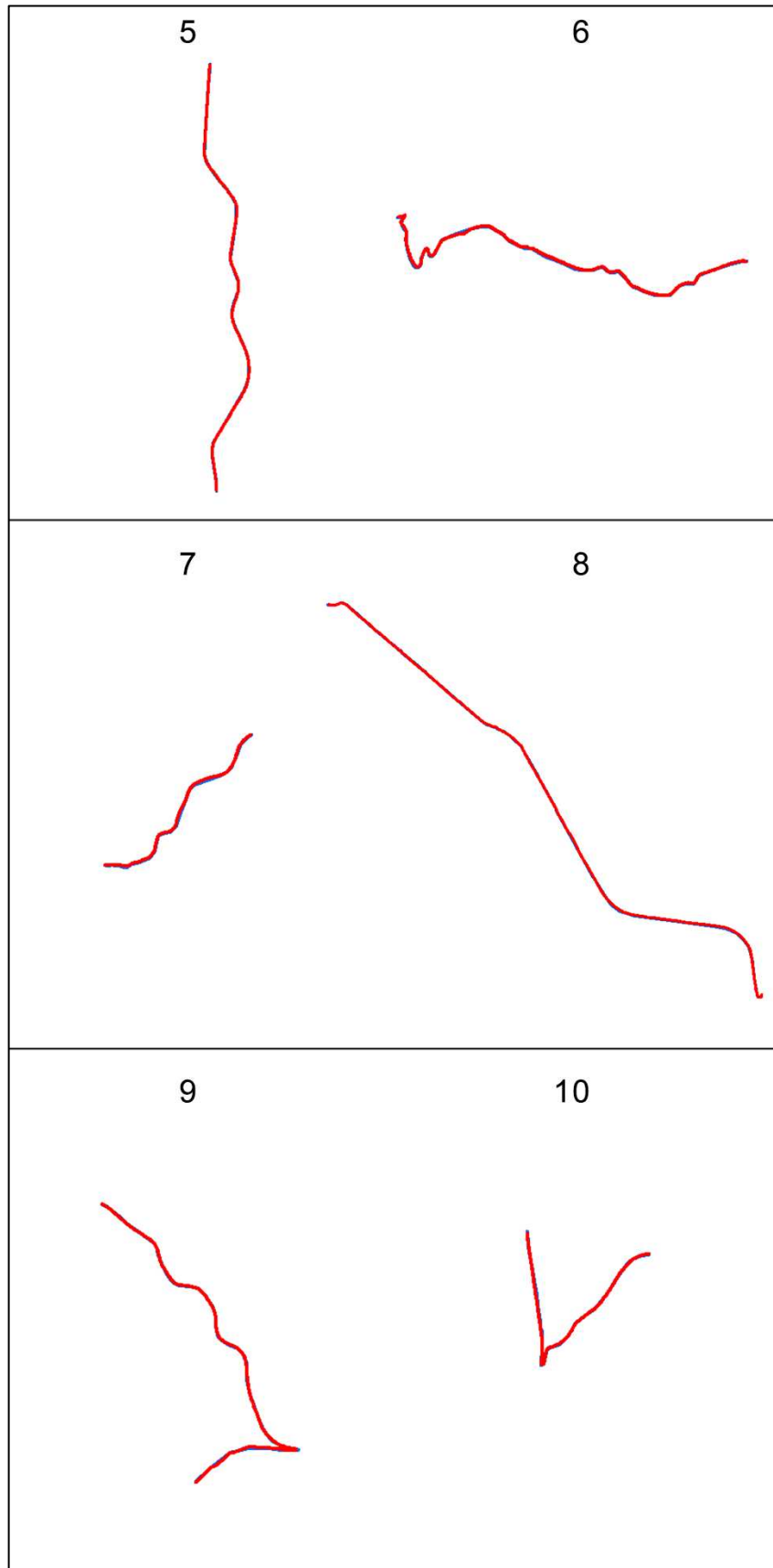
Devido ao tamanho e a escala dos pares de linhas, não foi possível a representação dos vértices existentes. Ressalta-se também que todas as feições possuem o vértice inicial localizado na extremidade mais ao norte da linha, tanto para as feições de referência quanto para as de teste. Desse modo, todos os pares de linhas possuem o mesmo sentido de ordenação dos vértices.

Figura 28 - Pares de linhas do número 1 ao 4, do experimento com dados reais.



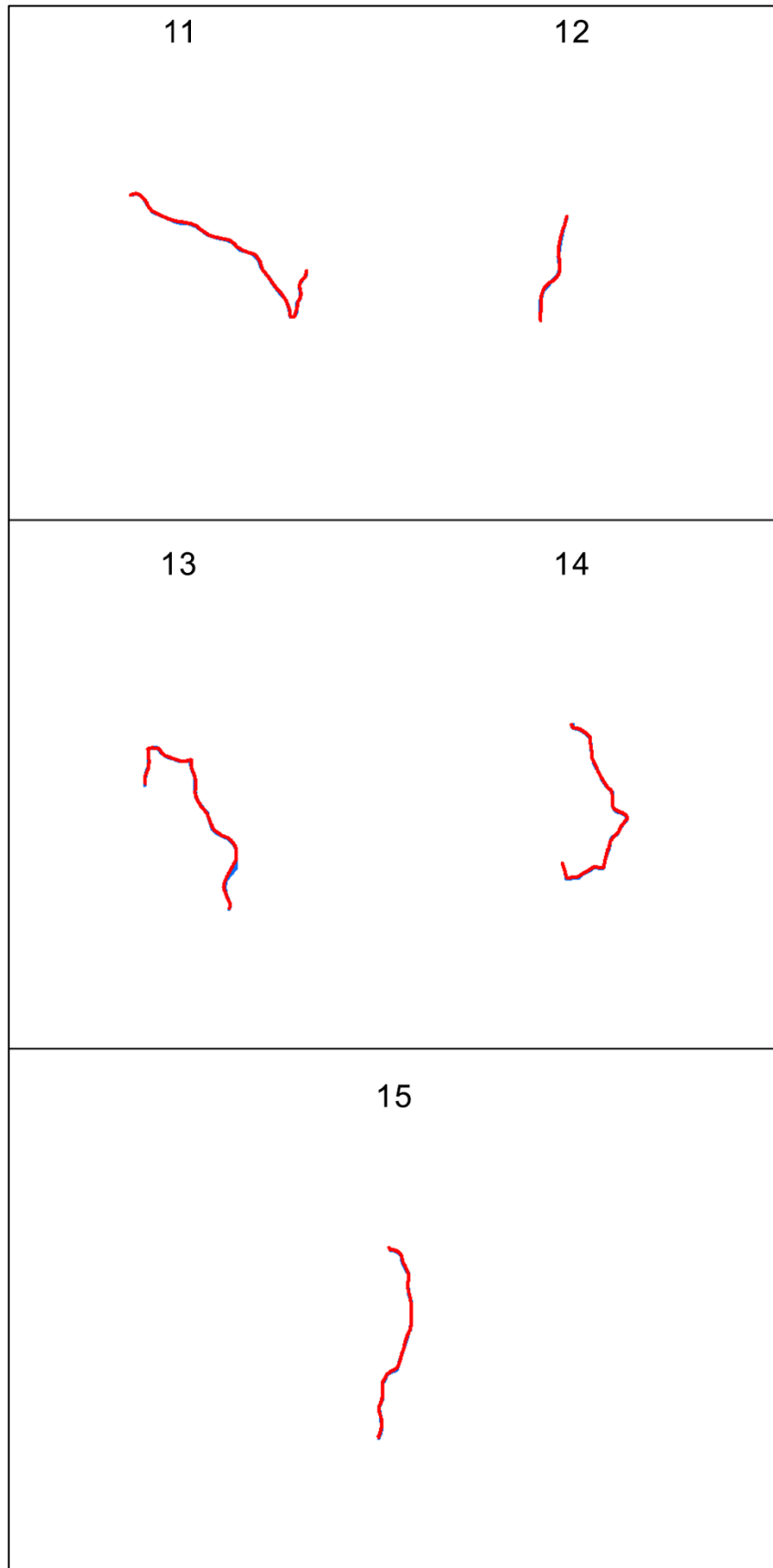
Fonte: Autor.

Figura 29 - Pares de linhas do número 5 ao 10, do experimento com dados reais.



Fonte: Autor.

Figura 30 - Pares de linhas do número 11 ao 15, do experimento com dados reais.



Fonte: Autor.

6 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este tópico apresenta os resultados obtidos por meio dos experimentos realizados no presente trabalho. Primeiro, serão exibidas as informações referentes aos testes empregando dados simulados, sucessivamente os testes utilizando dados reais.

Como descrito na fundamentação teórica deste estudo e abordado por Shahbaz (2013), o método da Distância de *Fréchet* gera o diagrama espaço livre referente ao par de linhas analisado. Os diagramas são compostos por elipses e pelos, propriamente ditos, espaços livres, que são áreas formadas no interior dessas elipses.

Caso as feições lineares em análise sejam homólogas para determinado valor de distância, será possível traçar a linha de similaridade, no espaço livre, desde o primeiro par de vértices até o último, sem que haja interrupções, ou seja, haverá uma sessão de elipses interligadas do início ao fim do diagrama.

Nos diagramas que serão mostrados a seguir, as elipses estão representadas pela cor azul escuro, o espaço livre preenchido pela cor azul claro, e a linha de similaridade por um traçado na cor vermelha. Frisa-se que, neste trabalho, empregou-se apenas uma casa decimal para as análises.

6.1 DADOS SIMULADOS

6.1.1 Teste 1 – Retas paralelas

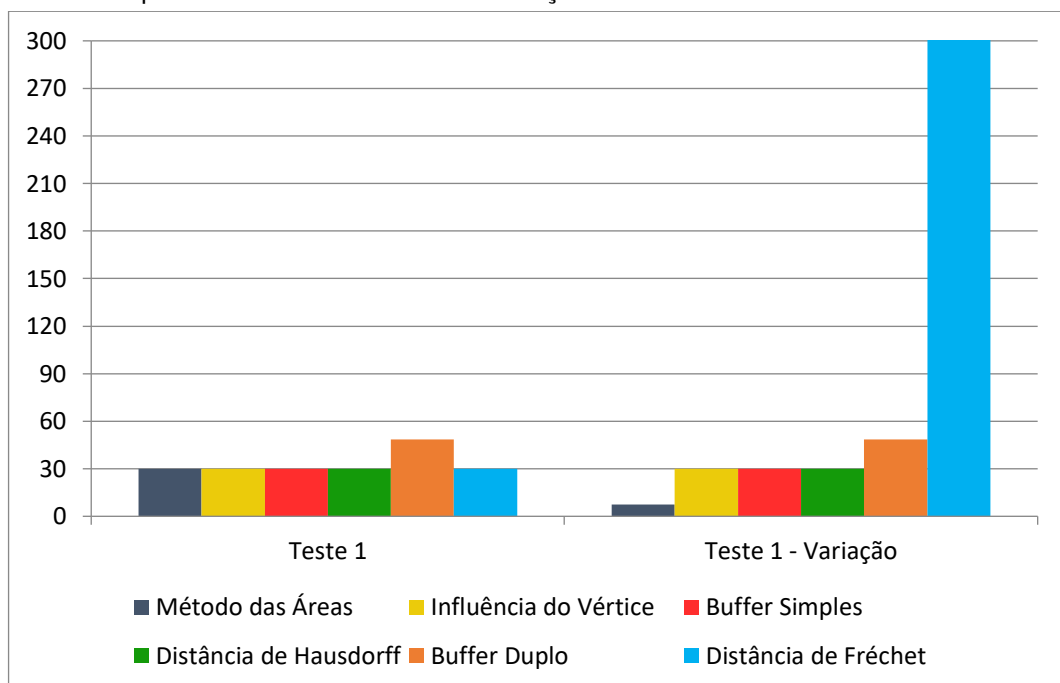
A Tabela 7 e o gráfico da Figura 31 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste 1 e em sua variação. Quatro métodos (*Buffer Simples*, *Influência do Vértice*, *Distância de Hausdorff* e *Método das Áreas*) apresentaram a menor discrepância para o experimento um, 30 metros, sendo este o valor da distância existente entre a linha de referência e a linha de teste. O *Buffer Simples* atingiu um percentual de 100% para a discrepância resultante de 30 metros, pois qualquer valor inferior a esse aplicado reduziu a porcentagem à zero, não atingindo os 90% necessários. O *Buffer Duplo* obteve a maior resultante (48,6 metros), utilizando a largura ideal de 31 metros.

Tabela 7 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 1 e em sua variação.

Métodos	Discrepâncias (m)	
	Teste 1	Teste 1 - Variação
Método das Áreas	30	7,5
Influência do Vértice	30	30
<i>Buffer Simples</i>	30	30
Distância de <i>Hausdorff</i>	30	30
<i>Buffer Duplo</i>	48,6	48,6
Distância de <i>Fréchet</i>	30,1	301,6

Fonte: Autor.

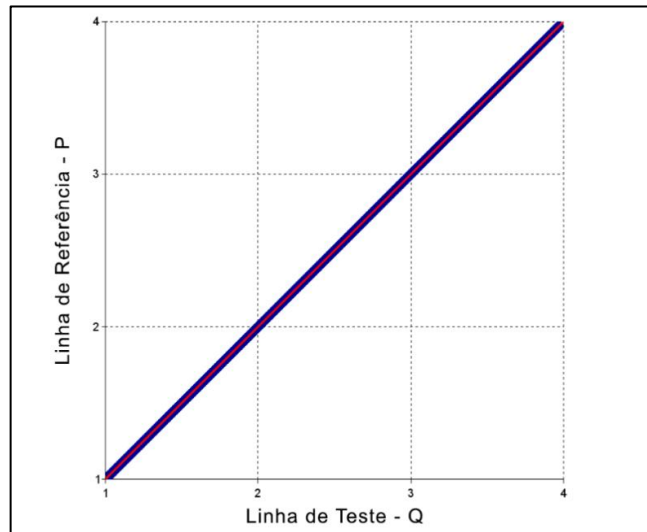
Figura 31 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 1 e em sua variação.



Fonte: Autor.

A Distância de *Fréchet* alcançou uma discrepância de 30,1 metros e o diagrama espaço livre é exibido na Figura 32. O valor de 0,1 metros a mais no valor da discrepância usando a métrica de *Fréchet* em relação à maioria dos outros métodos foi devido ao seu princípio metodológico, que explicita a necessidade de uma distância necessária para que uma linha compreenda totalmente a outra linha durante todo o percurso, do primeiro ao último vértice. Desse modo, foi possível traçar uma linha contínua de similaridade do início ao fim do diagrama.

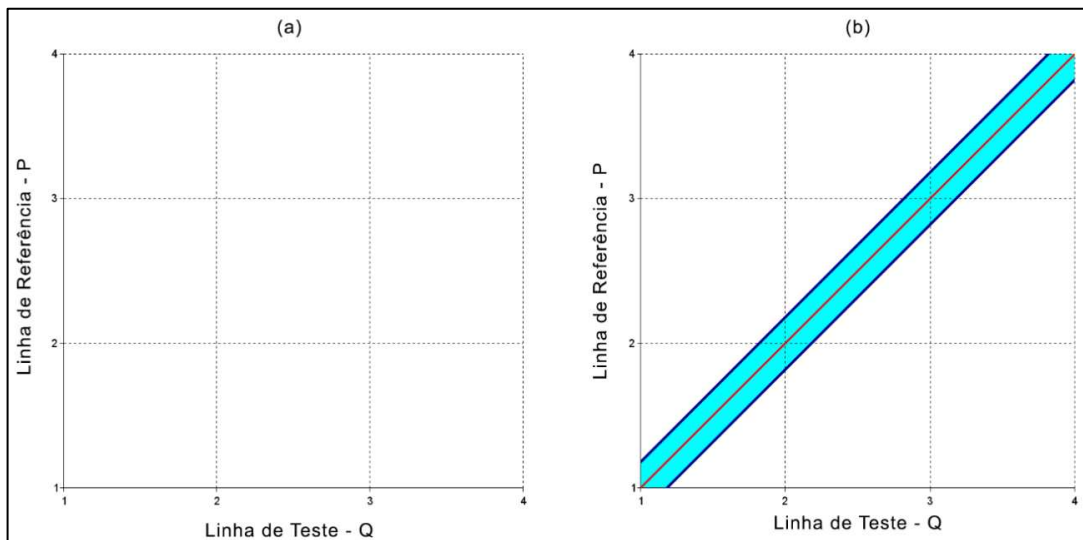
Figura 32 - Diagrama espaço livre do teste 1 utilizando a discrepância de 30,1 metros.



Fonte: Autor.

Utilizando valores de distâncias diferentes (25 m) de 30,1 metros, obteve-se alterações no diagrama. Ao usar valores menores, o espaço livre deixou de existir, conseqüentemente não foi possível estabelecer o traçado da linha de similaridade e o diagrama ficou totalmente em branco (Figura 33.a). Já na aplicação de distâncias maiores (35 m), o espaço livre foi ampliado simetricamente à linha de similaridade (Figura 33.b), devido à condição de paralelismo do exemplo.

Figura 33 - Diagramas espaço livre do teste 1 usando distâncias de 25 (a) e 35 metros (b).

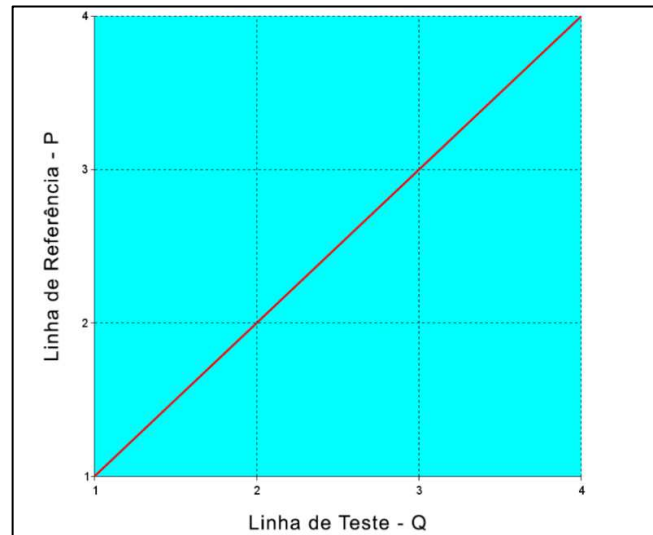


Fonte: Autor.

Ao efetuar a troca de posição entre o ponto inicial e o ponto final da linha de teste (Figura 19.a), a Distância de *Fréchet* e o Método das Áreas obtiveram uma nova discrepância enquanto os outros métodos não sofreram alterações. A discrepância alcançada pelo Método das Áreas foi $\frac{1}{4}$ do valor antigo, pois sua metodologia

determina que os pontos iniciais de ambas as retas sejam ligados, bem como os vértices finais, formando uma área diferente da encontrada na aplicação anterior. Já a métrica de *Fréchet*, resultou em 301,6 metros, dez vezes maior do que a discrepância encontrada anteriormente por este mesmo método. Dessa forma, o espaço livre preencheu o diagrama por inteiro como demonstra a Figura 34.

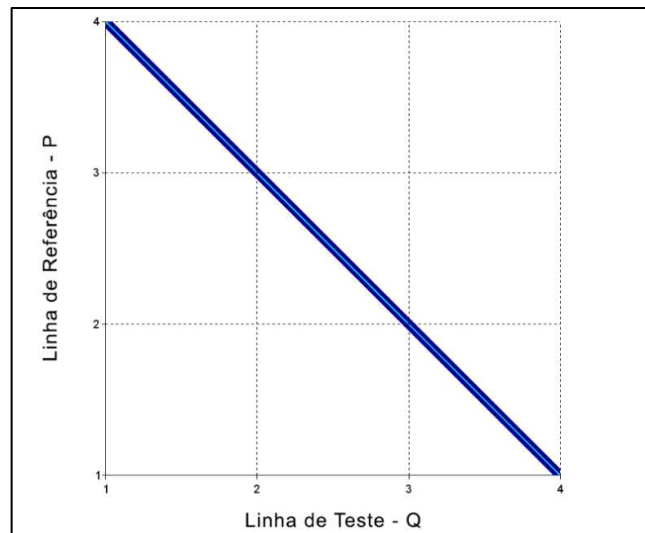
Figura 34 - Diagrama espaço livre da variação do teste 1 utilizando a discrepância de 301,6 metros.



Fonte: Autor.

Quando a métrica de *Fréchet* foi aplicada com uma distância de 30,1 metros (discrepância obtida na utilização deste método no teste 1), o espaço livre da Figura 32 sofreu um espelhamento (Figura 35) e, conseqüentemente, não possuiu mais a linha de similaridade.

Figura 35 - Diagrama espaço livre da variação do teste 1 usando uma distância de 30,1 metros.



Fonte: Autor.

6.1.2 Teste 2 – Deslocamento longitudinal

A Tabela 8 e o gráfico da Figura 36 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste 2. Como as linhas de teste e de referência são colineares, não se formou um polígono entre elas, fazendo com que o Método das Áreas apresentasse a discrepância de 0 metros. Relativo ao *Buffer Duplo*, a disposição das feições nesse experimento não possibilitou o cálculo da largura ideal a ser aplicada neste método. Assim, o *Buffer Duplo* foi executado com a largura de 0,1 metros (menor valor permitido), resultando também na mesma discrepância encontrada pelo Método das Áreas (0 metros). A Distância de *Fréchet* apresentou o maior valor de todos, repetindo os mesmos 30,1 metros do teste 1.

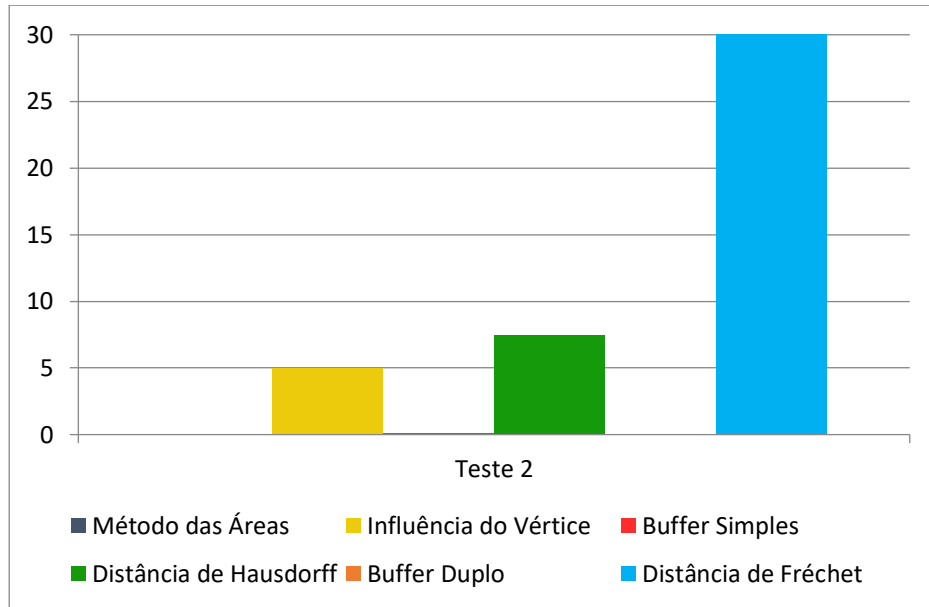
Nota-se que o erro presente no teste 2 é o mesmo do teste número 1: deslocamento de 30 metros da linha de teste em relação a linha de referência. A diferença está na direção em que ele foi aplicado. Desse modo, observa-se que, quando há um afastamento na mesma direção das linhas, este erro pode ser parcialmente encoberto pelo método de avaliação empregado, como ocorreu com o *Buffer Simples*, minimizando a discrepância encontrada. Mozas & Ariza (2018) mostrou que o *Buffer Simples* teve o mesmo comportamento para um caso idêntico, ocultando o deslocamento existente.

Tabela 8 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 2.

Métodos	Discrepâncias (m)
Método das Áreas	0
Influência do Vértice	5
<i>Buffer Simples</i>	0,1
Distância de <i>Hausdorff</i>	7,5
<i>Buffer Duplo</i>	0
Distância de <i>Fréchet</i>	30,1

Fonte: Autor.

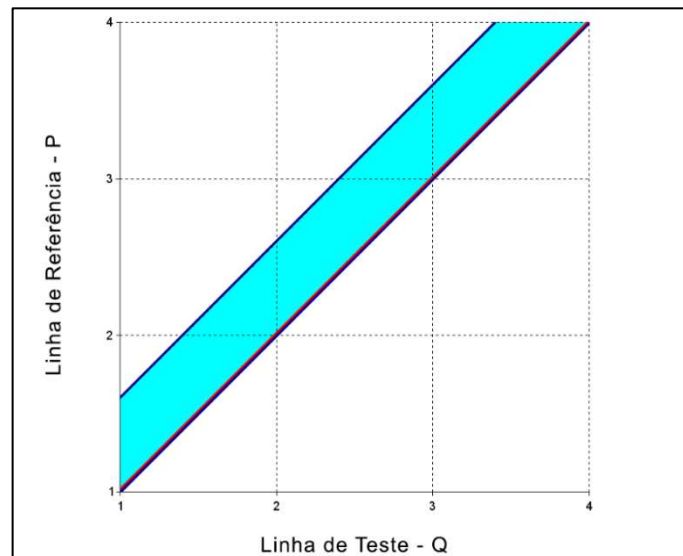
Figura 36 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 2.



Fonte: Autor.

A Distância de *Fréchet* gerou o diagrama espaço livre da Figura 37. Semelhante ao do experimento 1, o espaço livre deste diagrama possui o mesmo formato que o anterior, entretanto, além de ser mais largo, ele não ocupa a diagonal central da imagem, estando levemente deslocado.

Figura 37 - Diagrama espaço livre do teste 2 utilizando a discrepância de 30,1 metros.



Fonte: Autor.

6.1.3 Teste 3 – Retas perpendiculares em seus centros

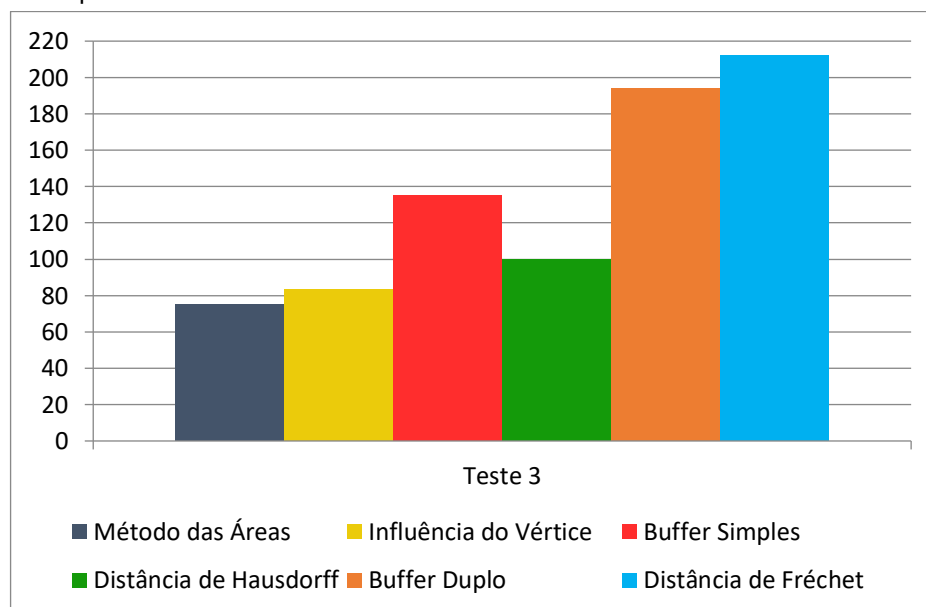
A Tabela 9 e o gráfico da Figura 38 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste número 3. O Método das Áreas resultou no menor valor de discrepância (75 metros), enquanto a Distância de *Fréchet* apresentou a maior discrepância entre elas (212,2 metros). O *Buffer* considerado ideal para aplicação do *Buffer Duplo* foi de 123,5 metros, resultando em uma discrepância de 193,9 metros.

Tabela 9 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 3.

Métodos	Discrepâncias (m)
Método das Áreas	75
Influência do Vértice	83,3
<i>Buffer</i> Simples	135
Distância de <i>Hausdorff</i>	100
<i>Buffer Duplo</i>	193,9
Distância de <i>Fréchet</i>	212,2

Fonte: Autor.

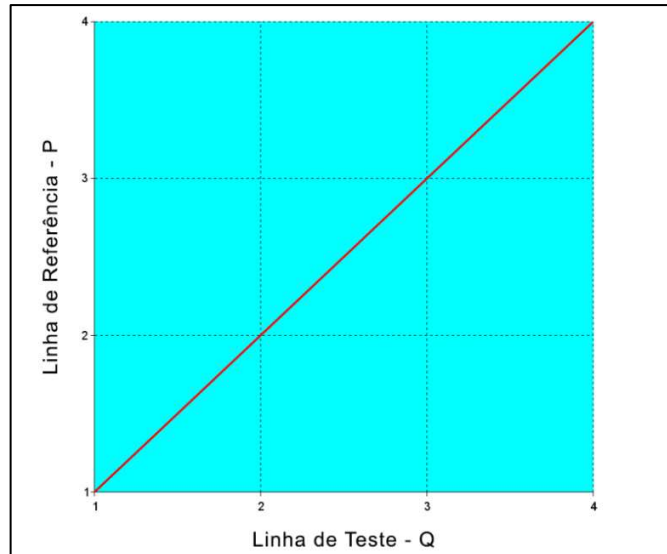
Figura 38 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 3.



Fonte: Autor.

O diagrama espaço livre resultante do teste 3 (Figura 39) foi idêntico ao obtido no teste 1 com variação, no qual o espaço livre preencheu o diagrama por inteiro, permitindo o traçado da linha de similaridade.

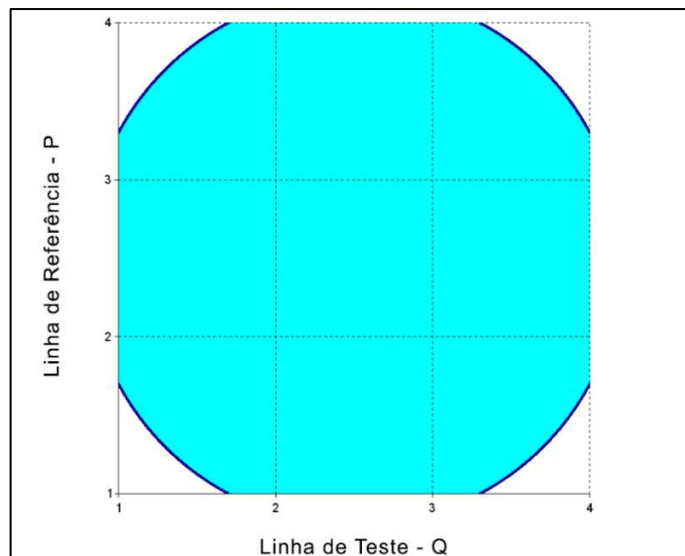
Figura 39 - Diagrama espaço livre do teste 3 utilizando a discrepância de 212,2 metros.



Fonte: Autor.

Executando o método de *Fréchet* com uma distância de 170 metros, menor do que a discrepância encontrada neste teste, observou-se que o espaço livre se tornou um círculo concêntrico ao diagrama (Figura 40), não existindo a linha de similaridade.

Figura 40 - Diagrama espaço livre do teste 3 usando uma distância de 170 metros.



Fonte: Autor.

6.1.4 Teste 4 – Retas perpendiculares

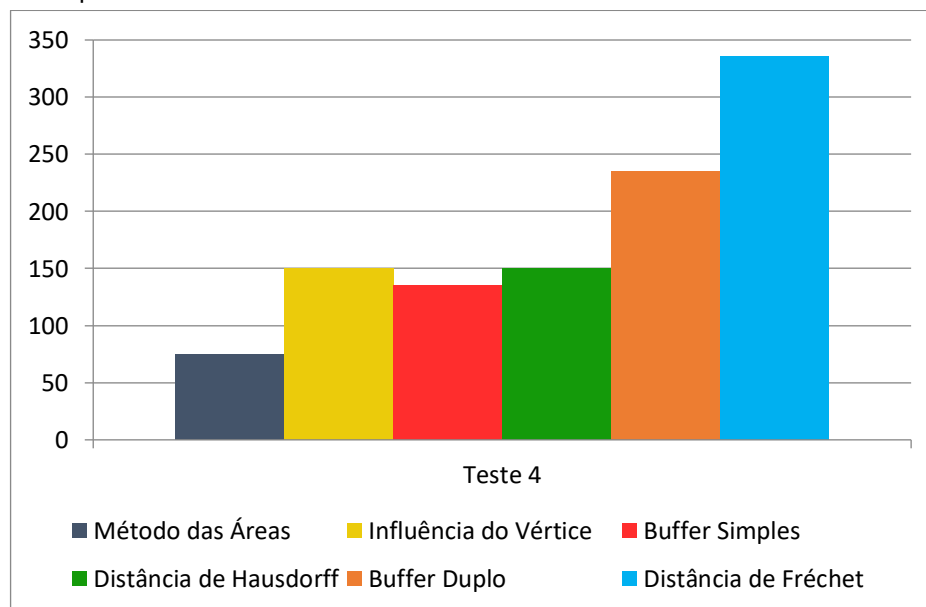
A Tabela 10 e o gráfico da Figura 41 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste 4. As discrepâncias obtidas pelo Método das Áreas e *Buffer Simples* foram iguais às encontradas no experimento anterior (75 e 135 metros respectivamente). A largura ideal empregada no *Buffer Duplo*, para este caso, foi de 149,7 metros, obtendo a discrepância de 235,4 metros. Novamente a Distância de *Fréchet* apresentou o maior valor de discrepância (335,5 metros).

Tabela 10 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 4.

Métodos	Discrepâncias (m)
Método das Áreas	75
Influência do Vértice	150
<i>Buffer Simples</i>	135
Distância de <i>Hausdorff</i>	150
<i>Buffer Duplo</i>	235,4
Distância de <i>Fréchet</i>	335,5

Fonte: Autor.

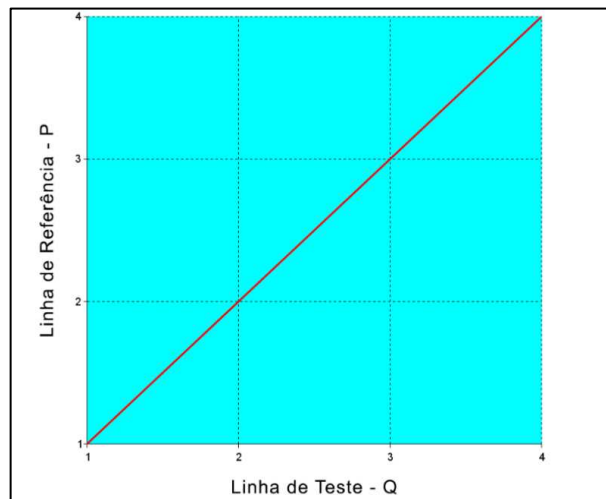
Figura 41 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 4.



Fonte: Autor.

Diferentemente do teste 3, a distância entre os pontos finais de cada feição linear não é igual a distância entre os pontos iniciais. Sendo assim, a maior distância é que foi analisada para o uso da Distância de *Fréchet*, visto que possibilitou toda a trajetória entre as linhas, atendendo a condição de similaridade entre os vértices. O diagrama espaço livre, gerado pela aplicação desse método usando a discrepância de 335,5 metros, também foi todo preenchido pelo espaço livre, como apresentado na Figura 42.

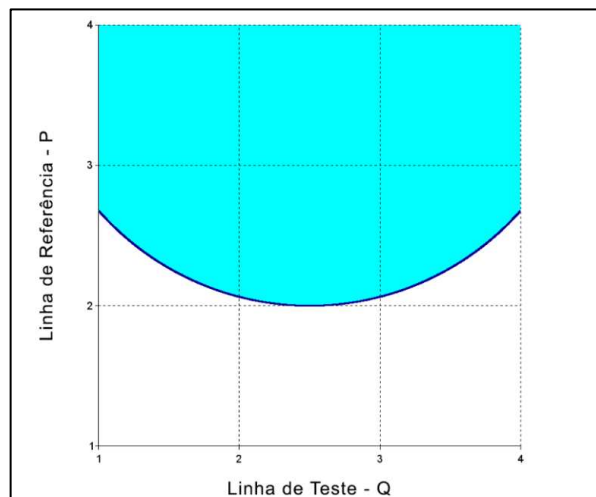
Figura 42 - Diagrama espaço livre do teste 4 utilizando a discrepância de 335,5 metros.



Fonte: Autor.

Ao executar a métrica de *Fréchet* com uma distância menor (200 metros), o espaço livre tomou a forma de um semicírculo (Figura 43). Formato esse proveniente da disposição das linhas de referência e teste, as quais são perpendiculares entre si, mas não se cruzam.

Figura 43 - Diagrama espaço livre do teste 4 usando uma distância de 200 metros.



Fonte: Autor.

6.1.5 Teste 5 – Retas rotacionadas

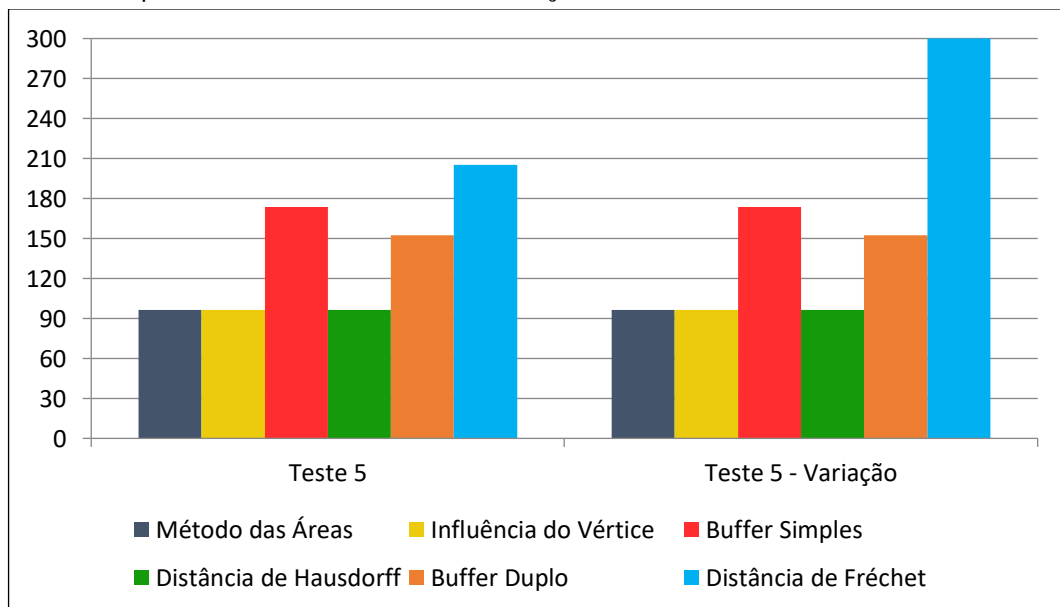
A Tabela 11 e o gráfico da Figura 44 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste 5 e sua variação. A Influência do Vértice, Distância de *Hausdorff* e Método das Áreas apresentaram a menor discrepância entre eles (96,4 metros). A largura considera ideal para execução do *Buffer Duplo* foi de 96,9 metros, que resultou em uma discrepância de 152,2 metros. A Distância de *Fréchet* continuou sendo responsável pelo maior valor obtido, 205,3 metros.

Tabela 11 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 5 e em sua variação.

Métodos	Discrepâncias (m)	
	Teste 5	Teste 5 - Variação
Método das Áreas	96,4	96,4
Influência do Vértice	96,4	96,4
<i>Buffer Simples</i>	173,6	173,6
Distância de <i>Hausdorff</i>	96,4	96,4
<i>Buffer Duplo</i>	152,2	152,2
Distância de <i>Fréchet</i>	205,3	300,1

Fonte: Autor.

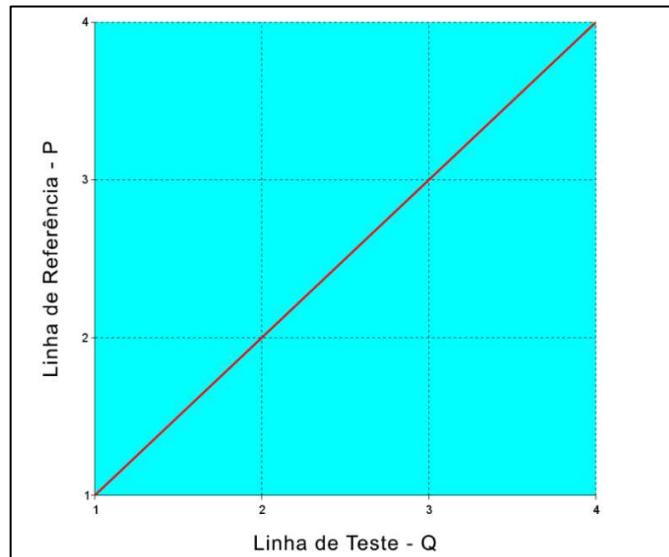
Figura 44 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 5 e em sua variação.



Fonte: Autor.

A discrepância alcançada na aplicação da métrica de *Fréchet* é referente a distância entre os vértices finais das linhas de teste e de referência (205,2 metros), que é a distância máxima existente entre as linhas. O diagrama gerado foi idêntico aos resultantes dos testes 3 e 4, sendo totalmente preenchido pelo espaço livre (Figura 45).

Figura 45 - Diagrama espaço livre do teste 5 utilizando a discrepância de 205,3 metros.

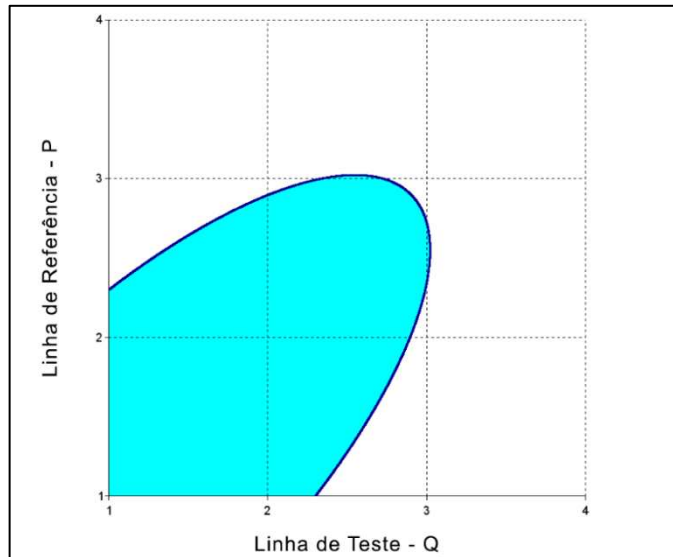


Fonte: Autor.

Executando o método da Distância de *Fréchet* com o valor de 130 metros, obteve-se o diagrama apresentado na Figura 46. O espaço livre não satisfaz a condição de englobar o canto inferior esquerdo (interação entre os primeiros vértices de cada linha) e o canto superior direito (interação entre os últimos vértices de cada feição) do diagrama, não sendo possível o traçado da linha de similaridade.

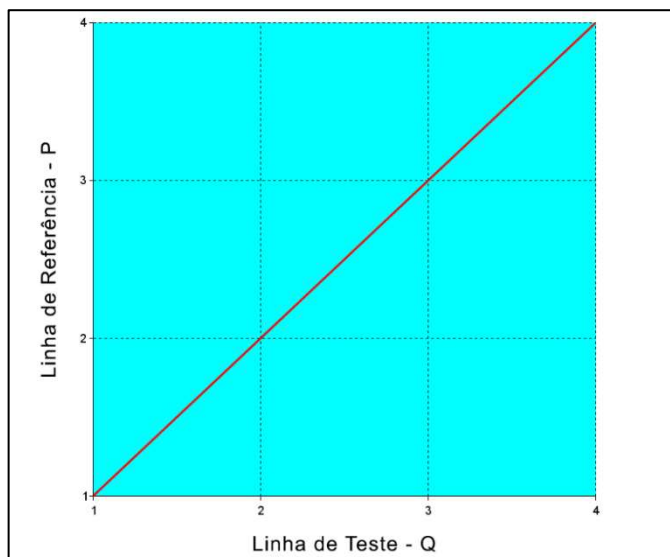
Alterando a localização do ponto inicial com a do ponto final na linha de teste (variação do teste 5), observou-se que somente a métrica de *Fréchet* teve uma mudança em seu resultado, apresentando a discrepância de 300,1 metros, com a adição de 94,8 metros da encontrada no teste 5 sem modificação. Isso demonstrou a sensibilidade que o método possui em relação ao posicionamento e ordenação dos vértices analisados. O diagrama espaço livre resultante é exposto na Figura 47.

Figura 46 - Diagrama espaço livre do teste 5 usando uma distância de 130 metros.



Fonte: Autor.

Figura 47 - Diagrama espaço livre da variação do teste 5 utilizando a discrepância de 300,1 metros.

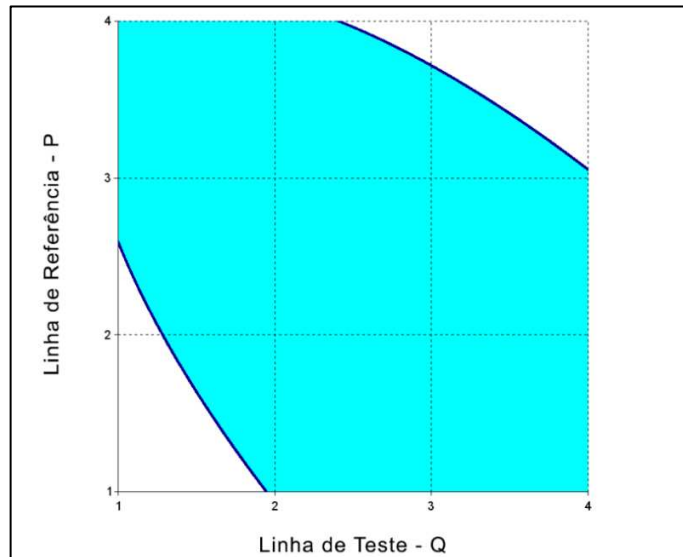


Fonte: Autor.

Ressalta-se que a discrepância de 300,1 metros foi obtida por ser o próximo valor maior do que 300 metros (comprimento da linha) empregando-se uma casa decimal conforme foi adotado neste trabalho.

Executou-se a Distância de *Fréchet* na variante do teste 5, adotando uma distância de 205,3 metros (discrepância obtida no início do teste 5). Obteve-se o diagrama espaço livre da Figura 48.

Figura 48 - Diagrama espaço livre da variação do teste 5 usando uma distância de 205,3 metros.



Fonte: Autor.

6.1.6 Teste 6 – Retas com escalas diferentes

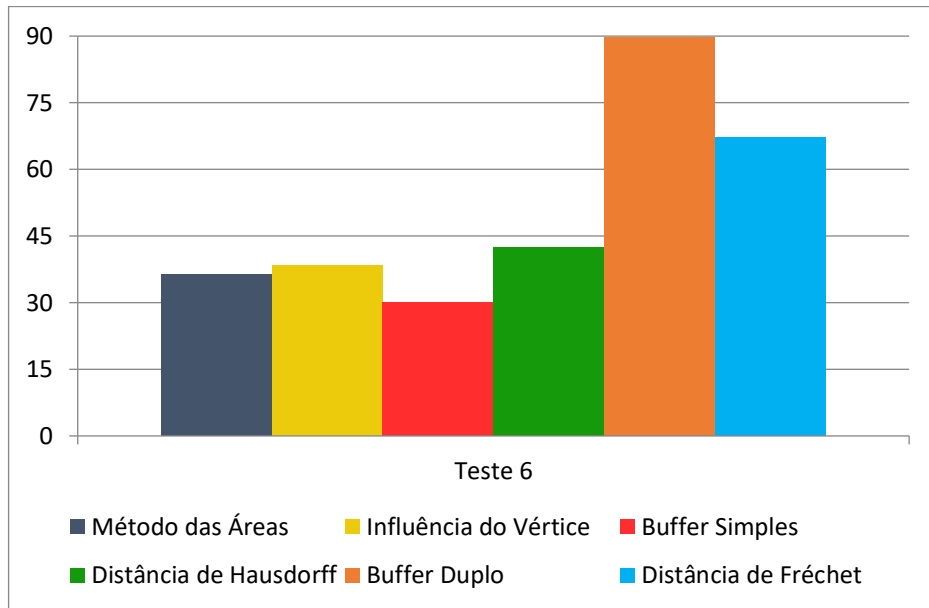
A Tabela 12 e o gráfico da Figura 49 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste 6. O *Buffer Simples* resultou na menor discrepância entre todos os métodos dessa seção: 30 metros. Assim como no teste 1, qualquer outro valor inferior, reduziria a porcentagem à zero, não atingindo os 90% requisitados. A maior discrepância foi obtida pelo *Buffer Duplo*, que utilizou a largura ideal de 43,1 metros e obteve a discrepância no valor de 89,8 metros.

Tabela 12 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 6.

Métodos	Discrepâncias (m)
Método das Áreas	36,4
Influência do Vértice	38,3
<i>Buffer Simples</i>	30
Distância de <i>Hausdorff</i>	42,4
<i>Buffer Duplo</i>	89,8
Distância de <i>Fréchet</i>	67,2

Fonte: Autor.

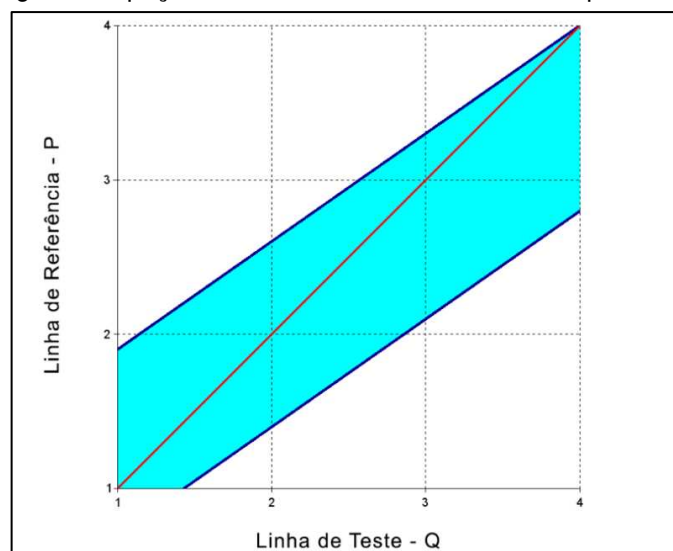
Figura 49 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 6.



Fonte: Autor.

A Distância de *Fréchet*, segunda maior discrepância, resultou em 67,2 metros. O diagrama espaço livre desse teste (Figura 50) tem uma semelhança com os que foram gerados nos experimentos 1 e 2, possuindo um formato retangular. As diferenças consistem na largura e inclinação do espaço livre dentro do diagrama. Observa-se que a característica retangular é devido ao paralelismo existente entre as feições lineares de referência e de teste.

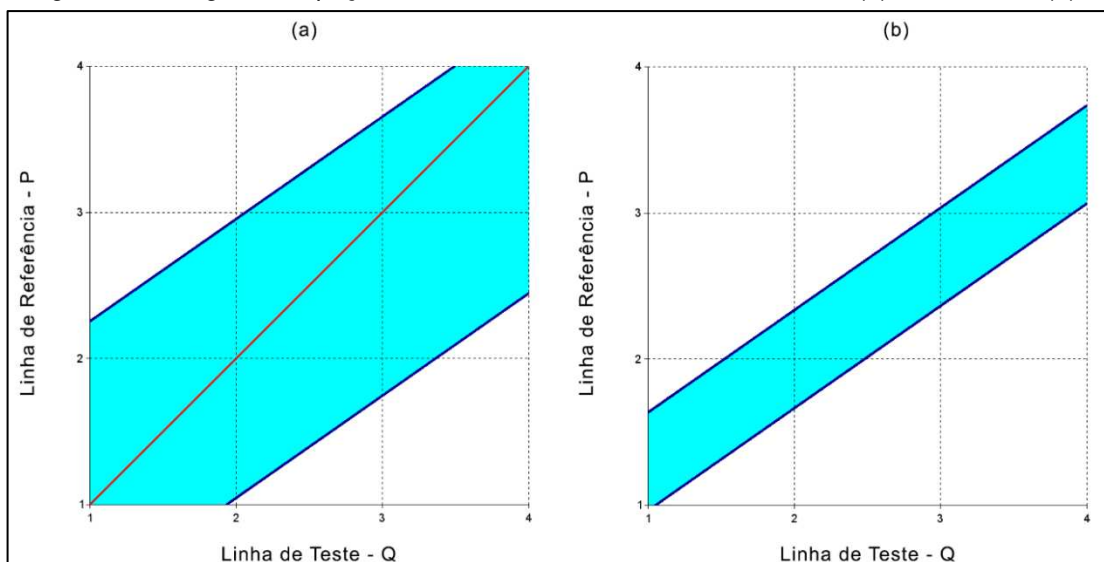
Figura 50 - Diagrama espaço livre do teste 6 utilizando a discrepância de 67,2 metros.



Fonte: Autor.

No emprego de distâncias maiores e menores do que 67,2 metros, foram obtidos os diagramas exibidos na Figura 51. Ao executar a métrica de *Fréchet* com uma distância de 80 metros, notou-se que o espaço livre foi ampliado, aumentando sua largura (Figura 51.a). Já na aplicação de 45 metros, observou-se que o espaço livre reduziu a sua inclinação e largura, não sendo mais possível a presença da linha de similaridade (Figura 51.b). A interação entre os primeiros vértices continuou ocorrendo de forma satisfatória, porém não houve mais relação entre os últimos pontos de cada feição linear.

Figura 51 - Diagrama espaço livre do teste 6 usando distâncias de 80 (a) e 45 metros (b).



Fonte: Autor.

6.1.7 Teste 7 – Erro pontual

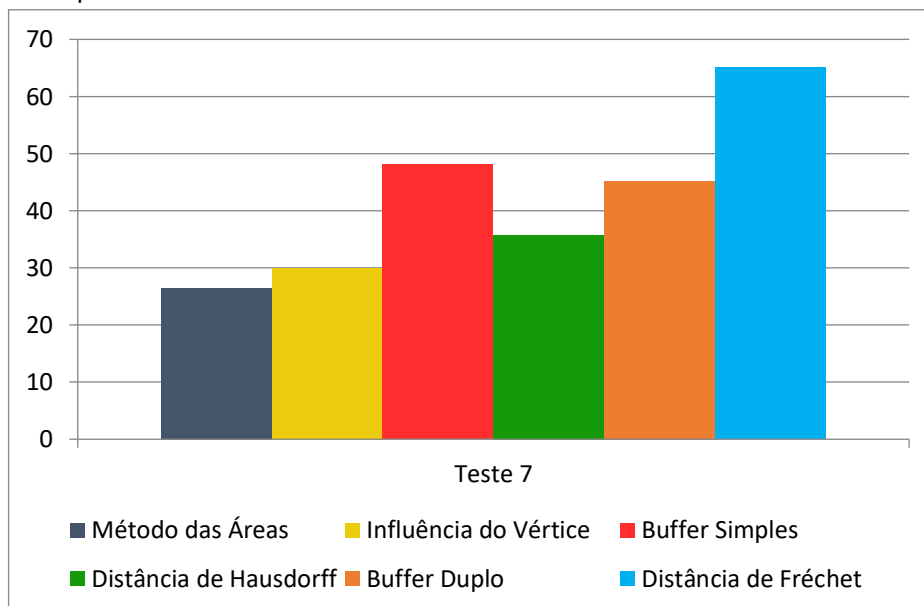
A Tabela 13 e o gráfico da Figura 52 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste número 7. O Método das Áreas resultou na menor discrepância encontrada de 26,5 metros. A largura ideal aplicada no método do *Buffer Duplo* foi de 33,7 metros. O valor mais elevado de discrepância foi obtido por meio da Distância de *Fréchet* (65,1 metros).

Tabela 13 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 7.

Métodos	Discrepâncias (m)
Método das Áreas	26,5
Influência do Vértice	30
<i>Buffer</i> Simples	48,1
Distância de <i>Hausdorff</i>	35,8
<i>Buffer</i> Duplo	45,2
Distância de <i>Fréchet</i>	65,1

Fonte: Autor.

Figura 52 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 7.

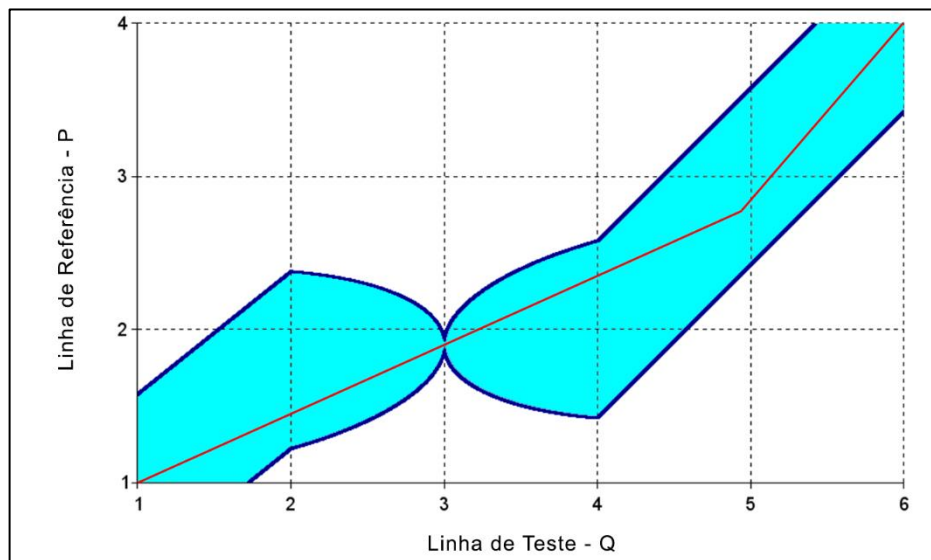


Fonte: Autor.

Nota-se que o teste 7 é semelhante ao teste 1, adicionando-se a presença de um erro pontual. Naquele primeiro teste, o *Buffer* Duplo havia obtido a maior discrepância, diferentemente de agora, na qual o erro atual fez com o valor fosse reduzido de forma contraditória. A Influência do Vértice não sofreu nenhuma alteração com o surgimento dessa incerteza, mantendo os mesmos 30 metros de discrepância.

A Figura 53 demonstra o diagrama espaço livre gerado pela métrica de *Fréchet* aplicado ao teste 7. Nele, há um pequeno espaço que permite apenas a passagem da linha de similaridade.

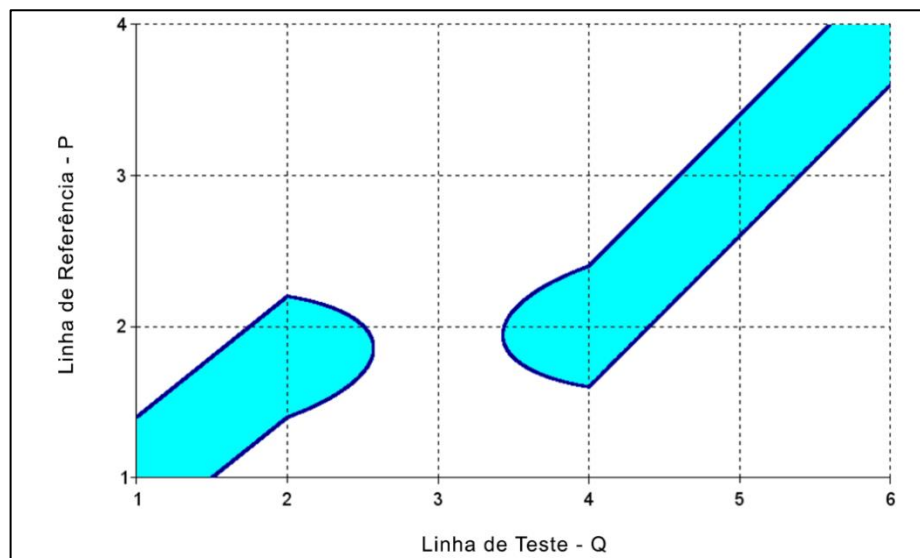
Figura 53 - Diagrama espaço livre do teste 7 utilizando a discrepância de 65,1 metros.



Fonte: Autor.

Executando a Distância de *Fréchet* com uma distância de 50 metros, formou-se o diagrama espaço livre da Figura 54. É importante observar que tanto o canto inferior esquerdo quanto o superior direito do diagrama estão contidos dentro de um espaço livre, representando a interação existente entre os pontos iniciais de cada linha para este valor utilizado, bem como em seus vértices finais. Entretanto, tal diagrama apresenta dois espaços livres distintos, os quais não possuem ligação entre si. Dessa forma, não foi possível desenhar a linha de similaridade.

Figura 54 - Diagrama espaço livre do teste 7 usando uma distância de 50 metros.

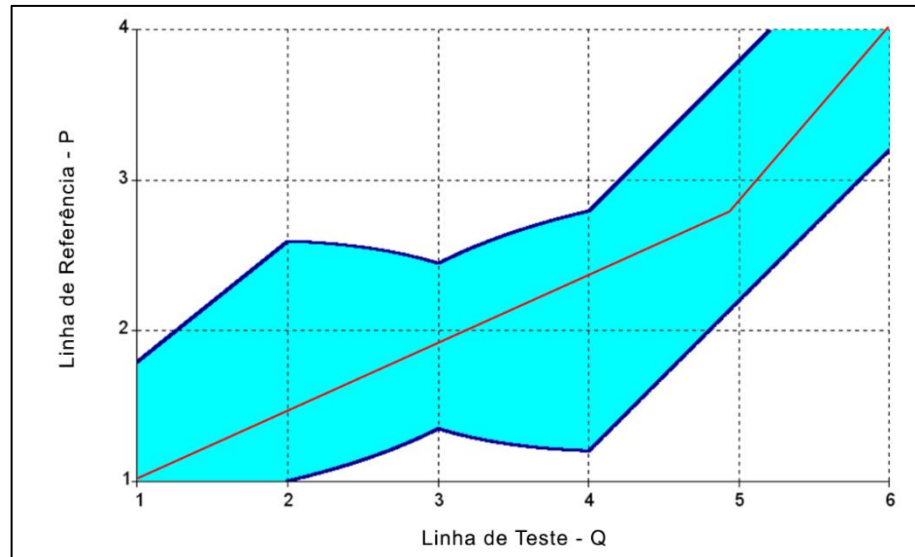


Fonte: Autor.

Ao empregar uma distância de 85 metros, a Distância de *Fréchet* gerou o diagrama da Figura 55. Conforme esperado, o espaço livre (Figura 53) sofreu uma

expansão por inteiro, não existindo mais aquela estreita região próxima a interação entre os vértices 2 da linha de referência e 3 da linha de teste.

Figura 55 - Diagrama espaço livre do teste 7 usando uma distância de 85 metros.



Fonte: Autor.

6.1.8 Teste 8 – Erro pontual mantido por uma distância

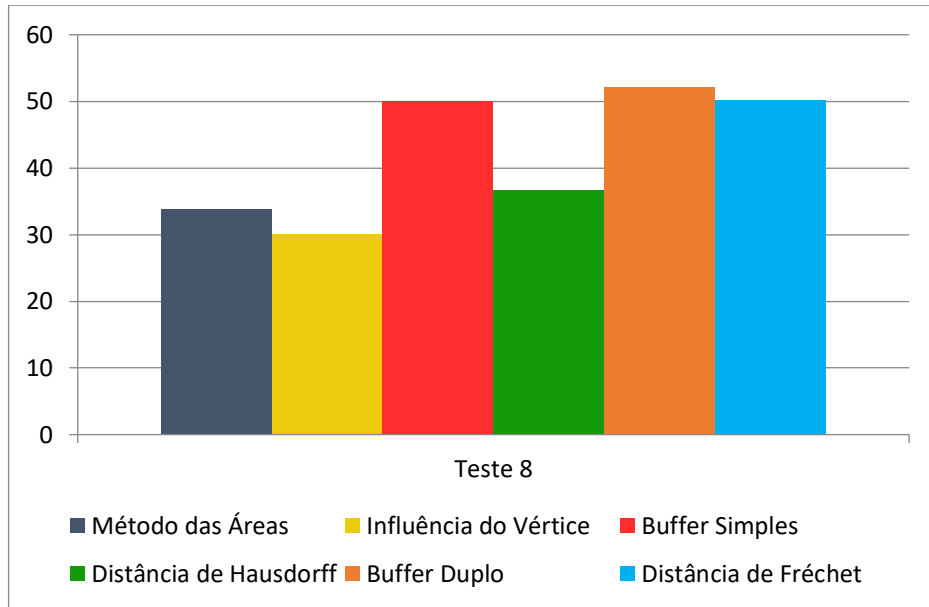
A Tabela 14 e o gráfico da Figura 56 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste 8. Neste experimento, a Influência do Vértice foi quem apresentou o menor valor de discrepância: 30,1 metros. Já o *Buffer Duplo* resultou em 52,1 metros, a maior entre elas. Para este método, utilizou-se a largura ideal de 35,8 metros. Em relação ao *Buffer Simples*, qualquer outro valor inferior aos 50 metros utilizado reduziu a porcentagem à zero, não atingindo os 90% necessários.

Tabela 14 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 8.

Métodos	Discrepâncias (m)
Método das Áreas	33,9
Influência do Vértice	30,1
<i>Buffer Simples</i>	50
Distância de <i>Hausdorff</i>	36,7
<i>Buffer Duplo</i>	52,1
Distância de <i>Fréchet</i>	50,1

Fonte: Autor.

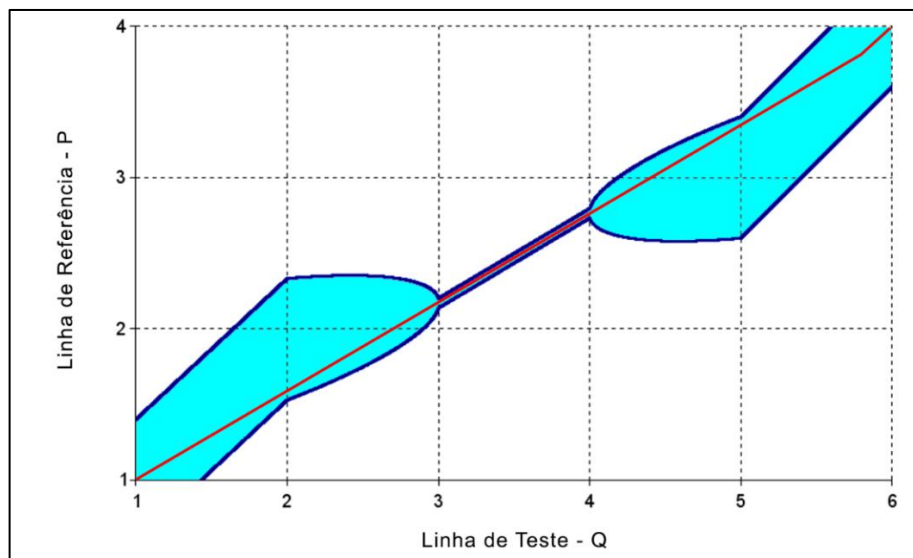
Figura 56 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 8.



Fonte: Autor.

O uso do método da Distância de *Fréchet* apontou o valor de 50,1 metros como resposta e gerou o diagrama espaço livre da Figura 57. A diferença do diagrama obtido neste experimento com o diagrama do teste anterior (Figura 53), está na pequena faixa do espaço livre que surgiu entre os vértices 2 e 3 da linha de referência e os vértices 3 e 4 da linha de teste. Essa porção se refere ao erro que se estendeu por alguns metros, diferentemente do exemplo 7. Essa faixa suporta apenas o traçado da linha de similaridade.

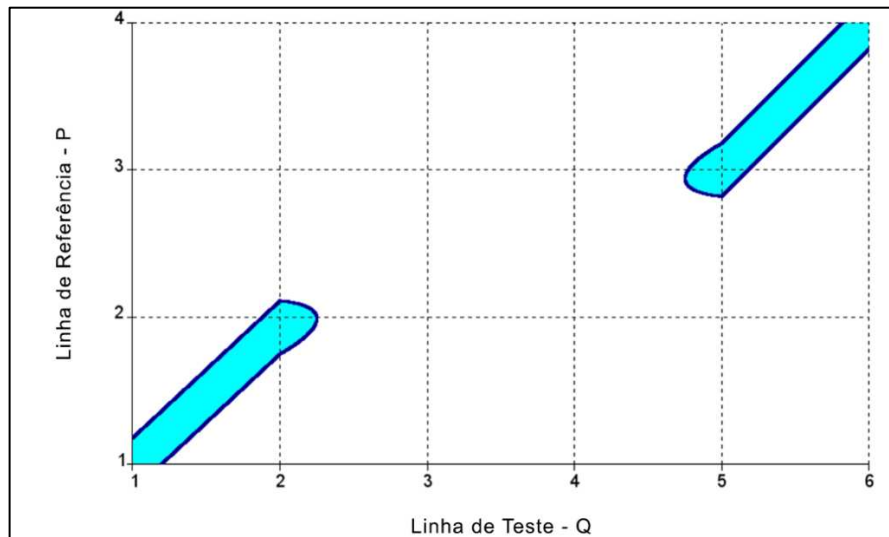
Figura 57 - Diagrama espaço livre do teste 8 utilizando a discrepância de 50,1 metros.



Fonte: Autor.

Aplicando a métrica de *Fréchet* com valores de distâncias diferentes de 50,1 metros, obteve-se novos diagramas. Ao usar um valor menor (35 metros), o espaço livre perdeu a estreita faixa que possuía em sua região central, originando dois pequenos espaços livres sem conectividade, sendo impossível a existência da linha de similaridade como mostra a Figura 58. Este caso teve o mesmo comportamento apresentado no teste anterior número 7.

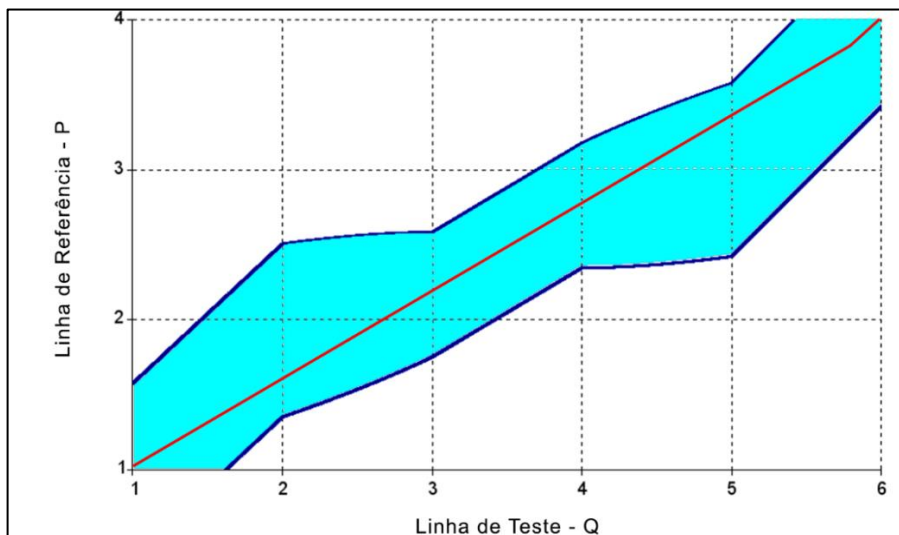
Figura 58 - Diagrama espaço livre do teste 8 usando uma distância de 35 metros.



Fonte: Autor.

Já no emprego de uma distância maior (65 metros), o espaço livre sofreu uma ampliação, permanecendo com a presença da linha de similaridade e indicando que, para esse valor, as linhas continuaram sendo consideradas homólogas. O diagrama espaço livre gerado (Figura 59) também foi semelhante ao existente no teste 7.

Figura 59 - Diagrama espaço livre do teste 8 usando uma distância de 65 metros.



Fonte: Autor.

6.1.9 Teste 9 – Combinação dos erros presentes nos testes 7 e 8

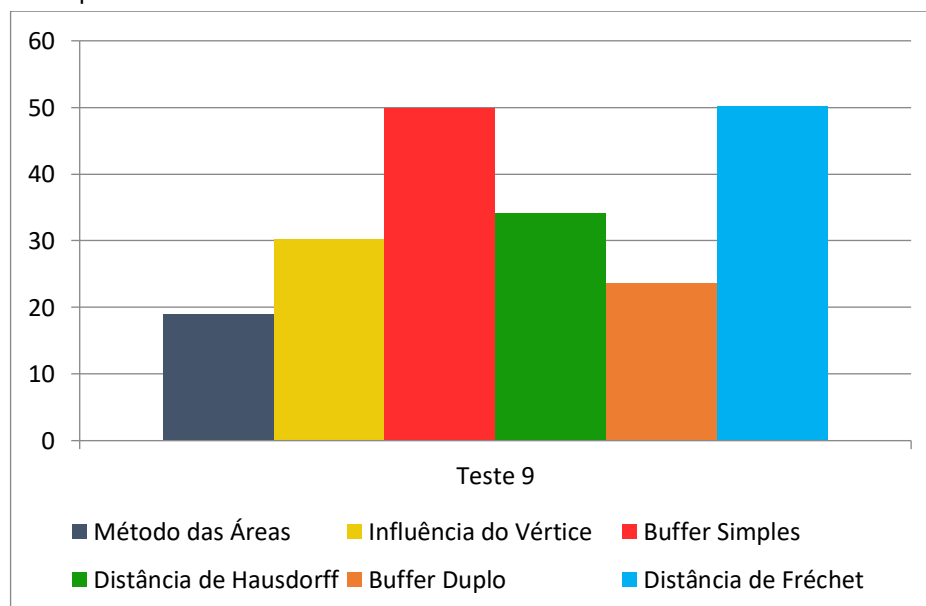
A Tabela 15 e o gráfico da Figura 60 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares no teste 9. O Método das Áreas resultou no menor valor de discrepância (18,9 metros), enquanto a Distância de *Fréchet* apresentou a maior discrepância (50,1 metros). O *Buffer* considerado ideal para aplicação do *Buffer Duplo* foi de 34,1 metros, obtendo a discrepância de 23,6 metros.

Tabela 15 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 9.

Métodos	Discrepâncias (m)
Método das Áreas	18,9
Influência do Vértice	30,3
<i>Buffer</i> Simples	50
Distância de <i>Hausdorff</i>	34,2
<i>Buffer Duplo</i>	23,6
Distância de <i>Fréchet</i>	50,1

Fonte: Autor.

Figura 60 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados no teste 9.

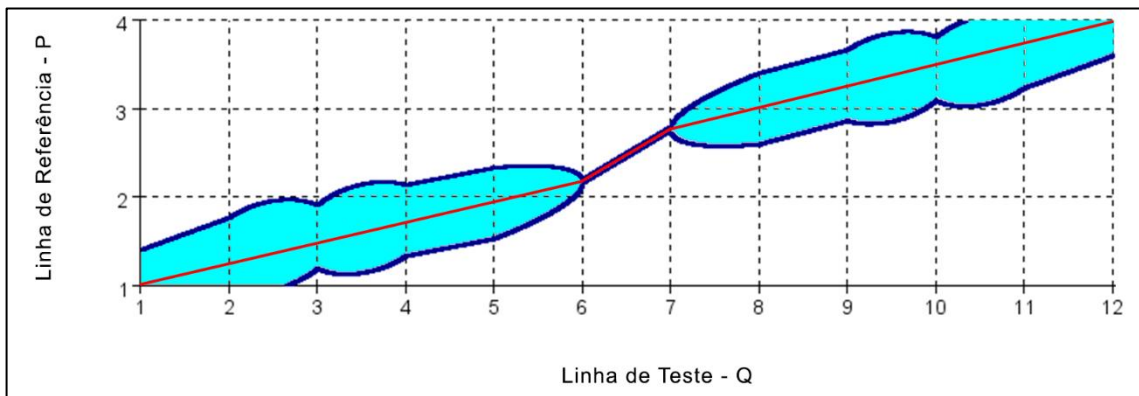


Fonte: Autor.

Nota-se que a Distância de *Fréchet* e o *Buffer* Simples apresentaram as mesmas discrepâncias do experimento 8.

A Figura 61 demonstra o diagrama espaço livre gerado pela métrica de *Fréchet* aplicado ao teste 9. Nele é possível observar a semelhança com o diagrama exibido no teste anterior em virtude da presença de um erro que permanece por uma certa extensão, responsável pela formação de uma faixa estreita na imagem, o qual permite o traçado da linha de similaridade.

Figura 61 - Diagrama espaço livre do teste 9 utilizando a discrepância de 50,1 metros.



Fonte: Autor.

Utilizando distâncias menores e maiores do que 50,1 metros no método da Distância de *Fréchet*, o diagrama espaço livre continuaria com o mesmo comportamento apresentado nos testes anteriores 7 e 8. No primeiro caso, o diagrama iria conter dois espaços livres distintos, sem conectividade. Já no segundo, o espaço livre iria ser ampliado em sua totalidade. Desse modo, não se executou a métrica de *Fréchet* para esses casos.

6.1.10 Discussão

Perante os experimentos com dados simulados, percebe-se que:

- a) A Distância de *Fréchet* depende da orientação das linhas. Os testes número 1 e número 5, com suas respectivas variações, demonstraram a importância de se considerar o sentido e direção das feições lineares. Observou-se que, ao trocar a posição do ponto inicial com o ponto final da linha de teste, mudando a sua direção, houve alterações também nas discrepâncias encontradas por esse método.
- b) A Distância de *Fréchet* é sensível a *outliers*. O experimento número 7 retratou a vulnerabilidade deste método quando a linha de teste

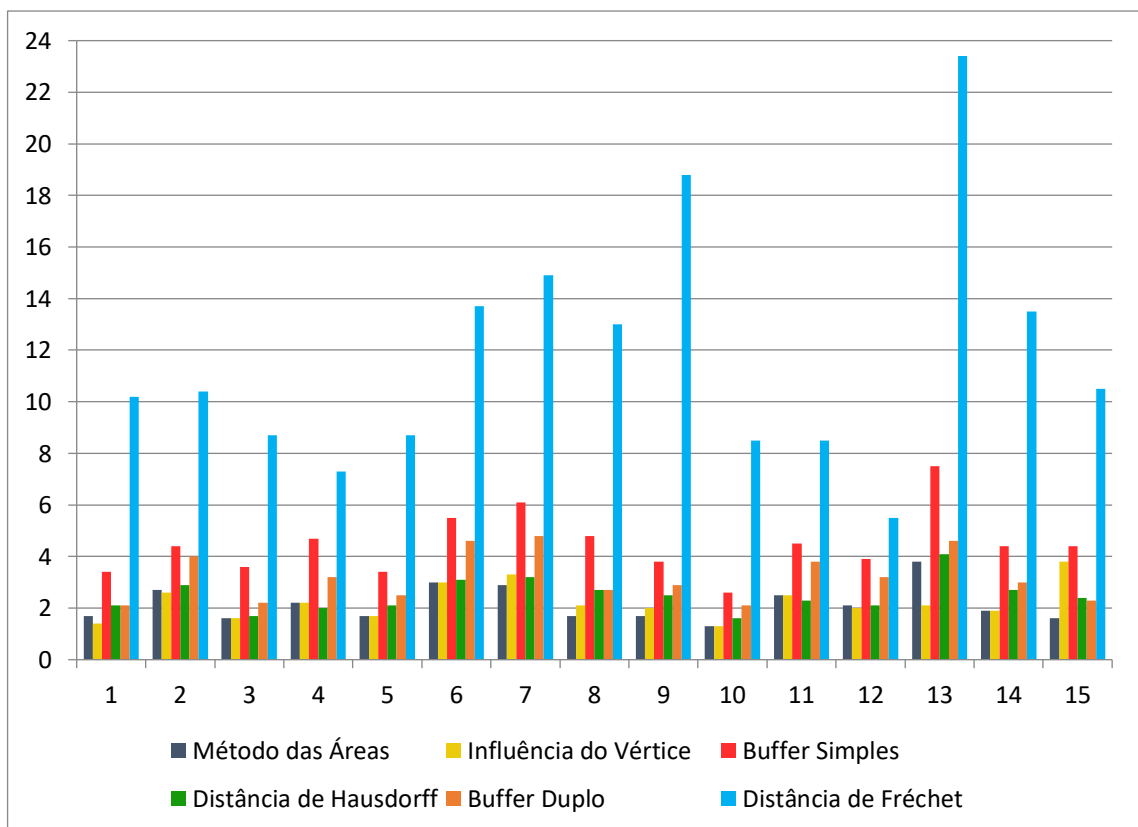
apresentou um vértice afastado dos demais. Os testes número 8 e 9 também corroboraram para essa afirmação;

- c) A Distância de *Fréchet* obtém a máxima das menores distâncias. A aplicação desse método possui uma etapa similar à existente na metodologia da Distância de *Hausdorff*, que calcula a média das menores distâncias entre cada vértice de uma linha até a outra, e vice-versa.

6.2 DADOS REAIS

O gráfico da Figura 62 e a Tabela 16 mostram os resultados encontrados por meio da aplicação dos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares em 15 pares de linhas utilizados nos experimentos com dados reais.

Figura 62 - Gráfico das discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados nos pares de linhas do experimento com dados reais.



Fonte: Autor.

Tabela 16 - Discrepâncias obtidas pelos métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares aplicados nos pares de linhas do experimento com dados reais.

Pares de Linhas	Discrepâncias (m)					
	Método das Áreas	Influência do Vértice	Buffer Simples	Distância de Hausdorff	Buffer Duplo (Largura Ideal)	Distância de Fréchet
1	1,7	1,4	3,4	2,1	2,1 (1,4)	10,2
2	2,7	2,6	4,4	2,9	4,0 (2,5)	10,4
3	1,6	1,6	3,6	1,7	2,2 (1,4)	8,7
4	2,2	2,2	4,7	2,0	3,2 (2,0)	7,3
5	1,7	1,7	3,4	2,1	2,5 (1,6)	8,7
6	3,0	3,0	5,5	3,1	4,6 (2,9)	13,7
7	2,9	3,3	6,1	3,2	4,8 (3,1)	14,9
8	1,7	2,1	4,8	2,7	2,7 (1,7)	13,0
9	1,7	2,0	3,8	2,5	2,9 (2,0)	18,8
10	1,3	1,3	2,6	1,6	2,1 (1,4)	8,5
11	2,5	2,5	4,5	2,3	3,8 (2,5)	8,5
12	2,1	2,1	3,9	2,1	3,2 (2,0)	5,5
13	3,8	3,8	7,5	4,1	4,6 (2,9)	23,4
14	1,9	2,0	4,4	2,7	3,0 (2,0)	13,5
15	1,6	1,9	4,4	2,4	2,3 (1,4)	10,5

Fonte: Autor.

A Distância de *Fréchet* resultou nas maiores discrepâncias em todos os pares de linhas investigados, enquanto o Método das Áreas obteve, na maioria dos casos, as menores. Destaca-se os resultados dos pares de número 9 e 13, obtidos por meio da métrica de *Fréchet*. Eles apresentaram valores bem acima da média, principalmente o 13º par, que teve uma discrepância de 23,4 metros.

Analisando a disposição da linha de teste e de referência que compõem o par número 13 (Figura 30), nota-se que há um grande afastamento entre elas, na parte inferior das feições. Como a Distância de *Fréchet* obtém a máxima das menores distâncias, esse distanciamento elevou o resultado encontrado, sendo responsável pela alta discrepância obtida. Fato este que demonstra a sensibilidade que a Distância

de *Fréchet* possui em relação a ruídos. Já na Distância de *Hausdorff*, obtém-se a média das menores distâncias entre os vértices de uma linha a outra, amortizando os valores discrepantes que venham a surgir, como os *outliers* por exemplo.

O produto analisado foi submetido à classificação após a execução de todos os seis métodos utilizados neste trabalho, conforme as estatísticas apresentadas na Tabela 17. Pode-se observar que a métrica de *Fréchet* foi a mais restritiva, limitando o uso do produto cartográfico para certas finalidades em virtude da classificação atingida. Ela foi a única metodologia que enquadrou o produto investigado em uma escala menor, 1:30.000, ao mesmo tempo em que todos os outros métodos o classificaram na escala 1:10.000.

As classificações realizadas foram baseadas na norma brasileira de acurácia posicional, estabelecida pelo Decreto nº 89.817. Tal norma é composta de tolerâncias e exigências destinadas à primitiva gráfica ponto. Como no Brasil não há diretrizes voltadas ao uso de feições lineares, foi utilizado tal decreto como base para classificação. Ressalta-se que a escala de 1:30.000, menor obtida entre os métodos, é a mais adequada para os dados empregados.

Em relação aos diagramas espaço livre, estes foram gerados para todos os pares de linhas do experimento contendo dados reais. Entretanto, somente os diagramas dos três primeiros pares são apresentados na Figura 63. A produção desses diagramas foi mais trabalhosa e demandou muito mais tempo, comparados aos que foram produzidos nos testes empregando linhas artificiais. Fato este, consequência do alto número de vértices existentes, o formato geométrico e o comprimento das feições lineares analisadas.

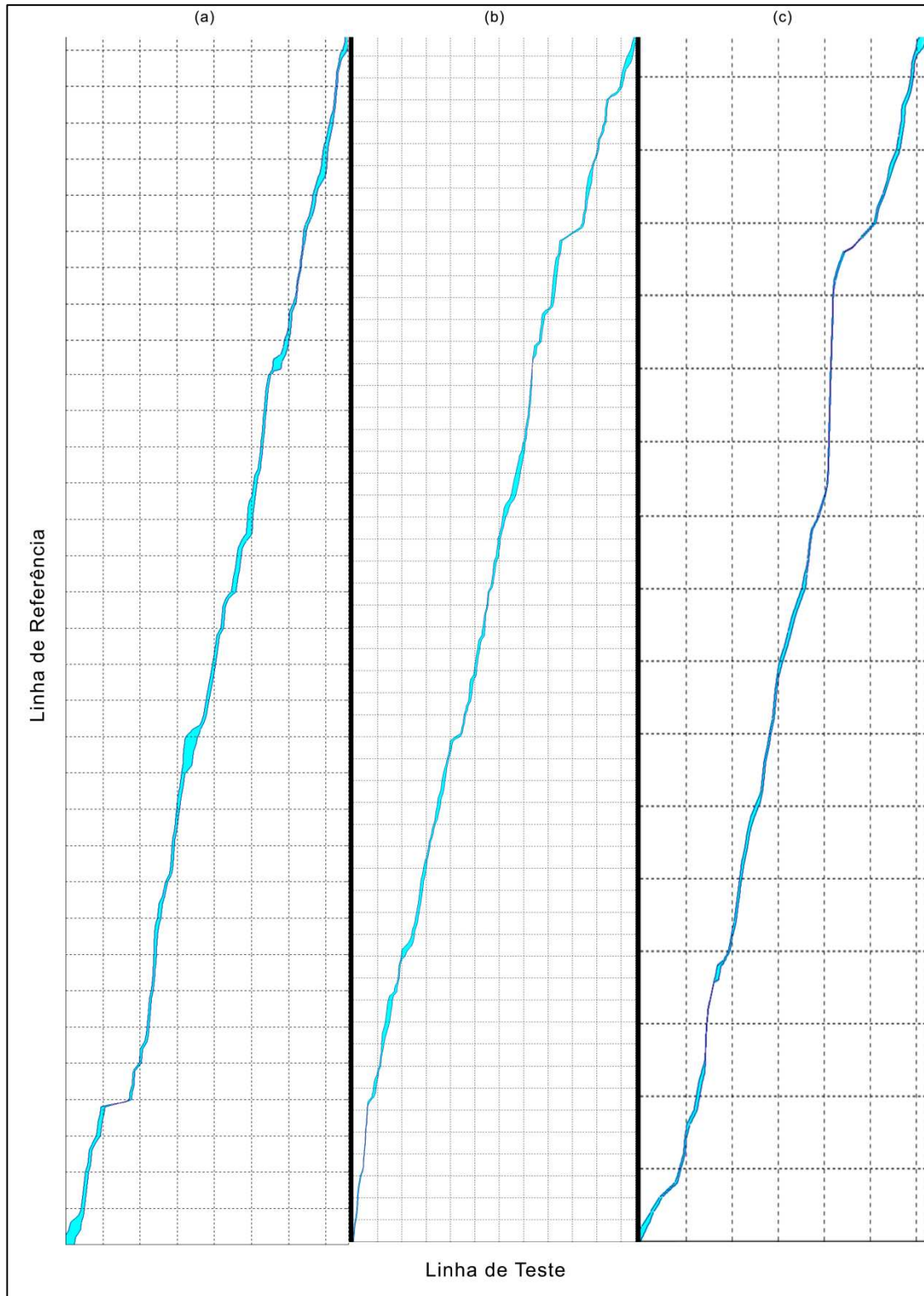
Nota-se que, devido a essa quantidade de pontos, os diagramas apresentados na Figura 63 tiveram que ser reduzidos a uma escala menor, não sendo possível a visualização da linha de similaridade e nem a análise das interações entre cada vértice presente nas duas linhas. Além disso, cada par de linhas conteve um número diferente de vértices, resultando em diagramas com tamanhos variados. É importante salientar que, na saída gráfica do software Scilab 6.0.1, é possível realizar uma ampliação em qualquer parte desejada do diagrama, permitindo uma investigação com melhor nitidez e foco.

Tabela 17 - Resultados estatísticos das classificações do produto empregando os métodos de avaliação da acurácia posicional em feições lineares, baseando-se no Decreto nº 89.817/ET-ADGV.

Método das Áreas			
CLASSE B - ESCALA 1:10.000		PEC: 5 m / EP: 3 m	
RMS: 2,3 m	Discrepância Média: 2,2 m	Discrepância Máxima: 3,8 m	Discrepância Mínima: 1,3 m
Influência do Vértice			
CLASSE B - ESCALA 1:10.000		PEC: 5 m / EP: 3 m	
RMS: 2,3 m	Discrepância Média: 2,2 m	Discrepância Máxima: 3,8 m	Discrepância Mínima: 1,3 m
Buffer Simples			
CLASSE C - ESCALA 1:10.000		PEC: 8 m / EP: 5 m	
RMS: 4,6 m	Discrepância Média: 4,5 m	Discrepância Máxima: 7,5 m	Discrepância Mínima: 2,6 m
Distância de Hausdorff			
CLASSE B - ESCALA 1:10.000		PEC: 5 m / EP: 3 m	
RMS: 2,6 m	Discrepância Média: 2,5 m	Discrepância Máxima: 4,1 m	Discrepância Mínima: 1,6 m
Buffer Duplo			
CLASSE B - ESCALA 1:10.000		PEC: 5 m / EP: 3 m	
RMS: 3,3 m	Discrepância Média: 3,2 m	Discrepância Máxima: 4,8 m	Discrepância Mínima: 2,1 m
Distância de Fréchet			
CLASSE C - ESCALA 1:30.000		PEC: 24 m / EP: 15 m	
RMS: 12,6 m	Discrepância Média: 11,7 m	Discrepância Máxima: 23,4 m	Discrepância Mínima: 5,5 m

Fonte: Autor.

Figura 63 - Diagramas espaço livre gerados pelo par de linhas 1 utilizando a discrepância de 10,2 metros (a), par de linhas 2 empregando 10,4 metros (b) e par de linhas 3 aplicando 8,7 metros (c).



Fonte: Autor.

Os diagramas espaço livre exibiram todas as interações entre as linhas, do início ao fim. Observando-os, é possível visualizar os trechos onde ocorreu muita distinção entre os segmentos homólogos. Tal recurso gráfico permite avaliações setoriais entre duas feições lineares, possibilitando uma análise visual direcionada a um ponto específico ou a uma região de interesse. Essa ferramenta também auxilia na detecção e investigação de *outliers*, a fim de julgar se os dados irão permanecer ou não no conjunto.

Os resultados encontrados na execução dos testes com dados simulados e no experimento com dados reais estão dentro das expectativas para a aplicação do método da Distância de *Fréchet*. Esperava-se que o uso da métrica de *Fréchet* resultasse em discrepâncias mais altas, o que ocorreu em quase todos os casos, e que houvesse a detecção de ruídos em consequência do seu princípio metodológico. Obter a maior discrepância não é sinônimo de um resultado melhor, mas demonstra a moderação que esse método impõe ao se comparar e analisar duas feições lineares homólogas.

Os altos valores de discrepância também podem ser frutos da forma geométrica das feições. A geometria de uma linha está associada à ordenação dos vértices, que é uma peculiaridade do método da Distância de *Fréchet*. Desse modo, se a linha de teste possuir um formato diferente da linha de referência, a métrica de *Fréchet* irá acusar essa diferença.

6.3 DISTÂNCIA DE FRÉCHET NO CONTROLE DE QUALIDADE CARTOGRÁFICA

Conforme apresentado na fundamentação teórica (item 4.2.6), a Distância de *Fréchet* pode ser utilizada para resolver dois tipos de caso, denominados problema de decisão e problema de cálculo. Em concordância com Shahbaz (2013), a primeira situação consiste em averiguar se duas linhas são homólogas ou não, para um determinado valor de distância. Já na segunda, deve-se analisar duas feições lineares e descobrir uma distância mínima para que elas sejam consideradas similares. Para isso, diversas iterações devem ser realizadas até que se obtenha o valor ideal.

No presente trabalho, foi possível verificar que o valor ideal referente ao problema de cálculo pode ser obtido através das seguintes etapas:

1. Calcular a distância entre os vértices iniciais da linha de referência e da linha de teste (df1);
2. Calcular a distância entre os vértices finais da linha de referência e da linha de teste (df2);
3. Calcular a menor distância de cada vértice da linha de referência em relação à linha de teste. Obter o maior valor entre todas as menores distâncias calculadas (df3);
4. Calcular a menor distância de cada vértice da linha de teste em relação à linha de referência. Obter o maior valor entre todas as menores distâncias calculadas (df4);
5. Obter a maior distância entre df1, df2, df3 e df4, atribuindo o valor a dx;
6. A Distância de *Fréchet* é definida pelo próximo valor maior a dx, utilizando o número de casas decimais desejado.

Diferentemente da metodologia de aplicação da métrica de *Fréchet* utilizada na resolução dos experimentos deste trabalho (item 5.1), essa nova proposta acrescenta o valor da Distância de *Hausdorff* aos valores críticos propostos por Alt & Godau (1995). As Tabelas 18 e 19 apresentam as distâncias obtidas a partir da execução dessa nova metodologia, relativas aos experimentos com dados simulados e dados reais, respectivamente.

Tabela 18 - Distâncias exigidas na nova metodologia proposta para a Distância de *Fréchet*, referentes aos testes com dados simulados.

Testes	df (m)	df1 (m)	df2 (m)	df3 (m)	df4 (m)	dx (m)
Teste 1	30,1	30	30	30	30	30,1
Teste 2	30,1	30	30	30	30	30,1
Teste 3	212,2	212,1	212,1	150	150	212,2
Teste 4	335,5	335,4	150	300	150	335,5
Teste 5	205,3	0	205,2	192,8	192,8	205,3
Teste 6	67,2	42,4	67,1	67,1	30	67,2
Teste 7	65,1	30	30	30	65	65,1
Teste 8	50,1	30	30	50	50	50,1
Teste 9	50,1	30	30	30,8	50	50,1

Fonte: Autor.

Tabela 19 - Distâncias exigidas na nova metodologia proposta para a Distância de *Fréchet*, referente ao experimento com dados reais.

Pares de Linhas	df (m)	df1 (m)	df2 (m)	df3 (m)	df4 (m)	dx (m)
1	10,2	6,2	4,0	5,3	10,1	10,2
2	10,4	1,8	6,2	10,3	8,7	10,4
3	8,7	8,6	2,5	8,6	4,5	8,7
4	7,3	3,9	6,9	7,2	6,9	7,3
5	8,7	6,9	8,6	5,2	8,6	8,7
6	13,7	4,6	5,4	13,6	6,6	13,7
7	14,9	2,7	14,8	14,8	7,5	14,9
8	13,0	9,1	8,6	12,4	12,9	13,0
9	18,8	2,4	6,9	6,9	18,7	18,8
10	8,5	8,3	2,9	3,8	8,4	8,5
11	8,5	6,6	1,6	7,7	8,4	8,5
12	5,5	1,0	1,9	5,4	3,8	5,5
13	23,4	8,9	2,4	22,9	23,3	23,4
14	13,5	14,8	2,1	10,3	13,4	13,5
15	10,5	10,4	2,7	10,4	7,3	10,5

Fonte: Autor.

7 CONCLUSÃO

Este trabalho procurou investigar o desempenho e a viabilidade de se utilizar a Distância de *Fréchet* na análise da acurácia posicional de feições lineares junto ao controle de qualidade cartográfica. Diante dos resultados, verificamos que os objetivos foram alcançados com sucesso. A métrica de *Fréchet* obteve discrepâncias condizentes com as situações propostas, e na maioria dos casos, foram os maiores valores entre os métodos de análise, mostrando o seu alto grau de restritividade. É importante frisar que esse método também pode resultar em uma investigação equivocada, visto que seus resultados são diretamente influenciados por valores discrepantes, como ruídos e *outliers*.

Desse modo, ao executar a Distância de *Fréchet*, deve-se investigar a discrepância resultante. Com o apoio do diagrama espaço livre, deve-se também analisar o(s) trecho(s) de onde ela é proveniente, auxiliando na identificação de *outliers*.

O experimento com dados simulados possibilitou atestar a grande sensibilidade desta métrica em relação aos erros introduzidos, os quais tiveram seus comportamentos detectados, sem apresentar omissões. Além disso, pode-se confirmar a resposta deste método em função do sentido das linhas em análise (ordenação dos vértices).

No experimento empregando dados reais, as discrepâncias resultantes da Distância de *Fréchet* foram as maiores em todos os 15 pares de linhas. Na aplicação deste método, o produto foi classificado como classe D na escala 1:30.000 no PEC-PCD, enquanto as outras metodologias propostas por Santos et al. (2015) classificou o mesmo produto nas classes B e C da escala 1:10.000. Assim, a escala referente ao método de *Fréchet* foi considerada a mais adequada para o uso dessas informações.

O diagrama espaço livre é um dos principais atrativos no uso da Distância de *Fréchet*. Esse recurso gráfico permite a análise visual de todas as interações existentes entre as duas linhas para uma determinada distância, possibilitando

uma investigação mais profunda em pontos e regiões específicas de interesse. Entretanto, exigiu-se muito tempo e houve grande dificuldade em sua geração, quando o experimento utilizando dados reais foi executado, em virtude da alta quantidade de vértices existentes nas linhas. Um diagrama espaço livre, referente a duas feições lineares com cem vértices cada uma, por exemplo, pode possuir até cerca de dez mil interações entre os segmentos e vértices existentes.

Recomenda-se novos estudos sobre a Distância de Fréchet, focados na geração dos diagramas espaço livre, incorporados, principalmente, a um ambiente de Sistema de Informações Geográficas (SIG). Um SIG possibilita a manipulação de dados que contêm informações espaciais e proporciona a execução de várias etapas (fluxo de atividades) de forma automatizada. Da mesma forma, sugere-se a elaboração de mais estudos referentes ao controle de qualidade cartográfica empregando feições do tipo linha, sobretudo no que diz respeito à distribuição espacial e o tamanho amostral.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABBAS, I.; **Base de Données Vectorielles et Erreur Cartographique. Problèmes Posés ParLe Controle Ponctuel.** Une Méthode Alternative Fondée Sur La Distance de Hausdorff: Le Controle Linéaire. Paris, France: Université Denis-Diderot, 1994.

ACI.; Associação de Cartografia Internacional. **Multilingual dictionary of technical terms in cartography.** Rudolf Muller International Booksellers, 1984.

ALT, H., GODAU, M.; Computing the Fréchet Distance Between Two Polygonal Curves. **International Journal of Computational Geometry & Applications**, v. 5, p. 75-91, 1995.

ARIZA, F. J.; **Calidad en la producción cartográfica.** Editorial RAMA. Madrid. Capítulo 6, 2002.

ARIZA, F.J., ATKINSON, A.D.; Analysis of Some Positional Accuracy Assessment Methodologies. **Journal of Surveying Engineering**, 134 (2). American Society of Civil Engineers: 45–54, 2008.

BLAKEMORE, M.; Part 4: Mathematical, algorithmic and data structure issues: Generalisation and error in spatial databases.” **Cartographica: The International Journal for Geographic Information and Geovisualization**, 21(2-3), 131–39, 1984.

BRASIL, Decreto nº 89.817 de 20 de Junho de 1984. **Normas Técnicas da Cartografia Nacional.** Brasil, 1984. Retirado de: http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/decreto/1980-1989/D89817.htm. Acessado em 07/04/2018.

CRUZ, D. T., SANTOS, A. D. P.; Controle de qualidade posicional do sistema rodoviário do OpenStreetMap na região central de Viçosa-MG. **VI Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação.** Recife, PE, 2016.

CRUZ, D. T., SANTOS, A. D. P.; Análise da acurácia posicional planimétrica da hidrografia numérica extraída do MDS SRTM banda X na região do Pantanal Mato-Grossense. **Anais 6º Simpósio de Geotecnologias no Pantanal.** Cuiabá, MT, p. 124-132, 2016.

CRUZ, D. T., SILVA, P. L., FONSECA, I. G. R., SANTOS, A. D. P.; Comparação de metodologias na aplicação do método buffer duplo para análise de acurácia posicional por feições lineares. **Anais do VII Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação**. Recife, PE, p. 196-204, 2018.

CUNHA, M. M., SECATTO, G. Z., GALINDO, J. R. F., SANTOS, A. P.; Proposta de um método de avaliação da acurácia posicional baseado na modificação do Buffer Simples. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 4, p. 1193-1218, 13 dez. 2019.

DEVILLERS, R., JEANSOULIN, R.; J. Spatial data quality: concepts. **Fundamentals of spatial data quality**. p. 34-42, 2006.

DSG. **Especificação Técnica Para Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais (ET-ADGV)**. Brasil, 2011. Retirado de: http://www.geoportal.eb.mil.br/images/PDF/ET_ADGV_Vs_2_1_3.pdf. Acessado em 09/04/2016.

DSG. **Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG)**. Brasil, 2016. Retirado de: http://www.geoportal.eb.mil.br/images/PDF/ET_CQDG_1a_edicao_2016.pdf. Acessado em 15/05/2016.

FONSECA, I. G. R.; **Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional Utilizando Feições Lineares**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, Brasil, 2018.

GALO, M., CAMARGO, P. de O.; Utilização do GPS no controle de qualidade de cartas. **Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário**. Florianópolis, SC, p. 41-48, 1994.

GALO, M., ALUIR P. D. P., FRANCE M. F.; O Uso De Feições No Controle De Qualidade Em Cartografia. **XIX Congresso Brasileiro de Cartografia**. Porto Alegre, Brasil, 2001.

GONÇALVES, G. A., MITISHITA, E. A.; O Uso da Distância de Hausdorff como Medida de Similaridade em Sistemas Automáticos de Atualização Cartográfica. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 22, n. 4, p. 719-735, 2016.

GOODCHILD, M. F., HUNTER, G. J.; A simple positional accuracy measure for linear features. **International journal of geographical information science**, 11(3), 299-306, 1997.

HABIB, A., MORGAN, M., KIM, E. M., CHENG, R.; Linear features in photogrammetric activities. **ISPRS Congress**, Istanbul, Turkey, p. 610, 2004.

HAR-PELED, S.; New similarity measures between polylines with applications to morphing and polygon sweeping. **Discrete & Computational Geometry**, v. 28, n. 4, p. 535-569, 2002.

ISO 19.113. **Geographic Information – Quality Principles**. 2002.

ISO 19.157. **Geographic information - Data quality**. 2013.

ISO 8.402 NBR. **Gestão da Qualidade e Garantia da Qualidade – Terminologia**. Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 1994.

JIANG, M., XU, Y., ZHU, B.; Protein structure–structure alignment with discrete Fréchet distance. **Journal of bioinformatics and computational biology**. v. 6, n. 01, p. 51-64, 2008.

LA VEGA, P. G., ARIZA, F. J., MOZAS, A. T.; **Models for positional accuracy assessment of linear features: 2D and 3D cases**. *Survey Review*, 48, 347-360, 2016.

LUGNANI, J. B.; Estimativa de Qualidade de Feições Digitalizadas - Um Novo Método. **Revista Brasileira de Cartografia** 39, 1986.

MASRY, S. E., LEE Y. C., GAUTHIER J. R. R.; **Accuracy and Time Comparisons of Digital Maps**. An international test. **International archives of photogrammetry**, 493-539, 1980.

MERCHANT, D. C.; Spatial Accuracy Standards for Large Scale Line Maps. **Technical Papers of the American Congress on Surveying and Mapping**. v.1, 222-231, 1982.

MIKHAIL, E., ACKERMAN, F.; **Observations and Least Squares**. University Press of America, p. 497, 1976.

MONICO, J. F. M., DAL PÓZ, A. P., GALO, M., SANTOS, M. C., OLIVEIRA, L. C.; Acurácia e Precisão: Revendo os Conceitos de Forma Acurada. **Boletim de Ciências Geodésicas**. Curitiba, PR, v. 15, n. 3, p. 469-483, 2009.

MOZAS, A.T.; **Control de La Calidad Posicional Em Cartografia Por Elementos Lineales**. Jaén: Universidad de Jaén, Spain, 2008.

MOZAS, A. T., ARIZA, F. J.; Principales métodos de control posicional por elementos lineales. Comparación mediante su aplicación a líneas sintéticas. **GeoFocus. Revista Internacional de Ciencia y Tecnología de la Información Geográfica**, n. 8, p. 187-204, 2008.

MOZAS, A. T., ARIZA, F. J.; Methodology for positional quality control in cartography using linear features. **The cartographic journal**, v. 47, n. 4, p. 371-378, 2010.

MOZAS, A. T., ARIZA, F. J.; New method for positional quality control in cartography based on lines. A comparative study of methodologies. **International Journal of Geographical Information Science**. v. 25, n. 10, p. 1681-1695, 2011.

MOZAS, A. T., ARIZA, F. J.; **Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D**. Survey Review. 47, 195-201, 2015.

MOZAS, A. T., ARIZA, F. J.; Assessment of Displacements of Linestrings Based on Homologous Vertexes. **ISPRS International Journal of Geo-Information**, v. 7, n. 12, p. 473, 2018

NERO, M. A.; **Propostas Para O Controle de Qualidade de Bases Cartográficas Com Ênfase Na Componente Posicional**. Tese de Doutorado, Escola Politécnica da USP. São Paulo, SP, Brasil, 2005.

NOGUEIRA JUNIOR, J. B.; **Controle de Qualidade de Produtos Cartográficos: Uma Proposta Metodológica**. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia – UNESP. Presidente Prudente, SP. Brasil, 2003.

PERKAL, J.; **On epsilon lenght**. Bulletin de l'Academie Polonaise des Sciences, (4), p. 399–406, 1966.

SAITO, Y. K., VIANA, L. J. F., SILVA, S. R., FONSECA, I. G. R.; SANTOS, A. P.; Métodos Distância de Hausdorff e Influência do Vértice a partir da densificação de feições lineares. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 2, p. 598-618, 27 jun. 2019.

SANTOS, A. P.; **Avaliação Da Acurácia Posicional Em Dados Espaciais Com O Uso de Estatística Espacial**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, Brasil, 2010.

SANTOS, A. D. P., MEDEIROS, N. D. G., SANTOS, G. R., RODRIGUES, D. D.; Controle de Qualidade Posicional em Dados Espaciais Utilizando Feições Lineares. **Boletim de Ciências Geodésicas**. v. 21, n. 2, p. 233, 2015.

SANTOS, A. D. P., RODRIGUES, D. D., SANTOS, N. T., GRIPP JÚNIOR, J.; Avaliação da Acurácia Posicional em Dados Espaciais Utilizando Técnicas de Estatística Espacial: Proposta de Método e Exemplo Utilizando a Norma Brasileira. **Boletim de Ciências Geodésicas**. v. 22, n. 4, p. 630-650, 2016.

SHAHBAZ, K.; Applied similarity problems using Fréchet distance. **arXiv preprint arXiv:1307.6628**, 2013.

SHI, W. (2010). **Principles of Modeling Uncertainties in Spatial Data and Spatial Analyses**. CRC Press.

SRIRAGHAVENDRA, E.; KARTHIK, K.; BHATTACHARYYA, C.; Fréchet distance based approach for searching online handwritten documents. **Proceedings of the Ninth International Conference on Document Analysis and Recognition**. p.461-465, 2007.

TONG, X., SUN, T., FAN, J.; GOODCHILD, M. F.; SHI, W. A Statistical Simulation Model for Positional Error of Line Features in Geographic Information Systems (GIS). **International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation**. v. 21, p. 136-148, 2013.

TVEITE, H., LANGAAS, S.; An accuracy assessment method for geographical line data sets based on buffering. **International Journal of Geographical Information Science**, v. 13, n. 1, p. 27-47, 1999.

VIEIRA C. A. O., MATHER P. M., BORGES P. A. F.; Assessing the Positional Accuracy of Remotely Sensed Products. **5th International Symposium on Spatial Accuracy Assessment in Natural Resources and Environmental Sciences**. Melbourne, Australia, 2002.

APÊNDICE 1 – ALGORITMO DA DISTÂNCIA DE FRÉCHET NO SOFTWARE LIVRE SCILAB 6.0.1

No apêndice 1 é apresentado o algoritmo implementado na linguagem de programação Scilab para execução do método da Distância de *Fréchet*. O mesmo é capaz de gerar, por meio da vista gráfica do software, o diagrama espaço livre resultante da aplicação desta métrica.

```

clc
clear

xset("wdim",400,400);
xset("fpf"," ");

[fd,SST,Sheetnames,Sheetpos]=xls_open('referencia.xls') ;
[Value,TextInd]=xls_read(fd, Sheetpos) ;

matrizq = size(Value);
colunasq = matrizq(1,2);

for m=1:1:colunasq;
    if SST(m)=='POINT_X';
        colunaxq = m;
    end
end

for m=1:1:colunasq;
    if SST(m)=='POINT_Y';
        colunayq = m;
    end
end

linhasq = matrizq(1,1)
coordxq = Value(2:linhasq,colunaxq) ;
coordyq = Value(2:linhasq,colunayq) ;

[fd,SST,Sheetnames,Sheetpos]=xls_open('teste.xls')
[Value,TextInd]=xls_read(fd, Sheetpos) ;

matrizp = size(Value);
colunasp = matrizp(1,2);

for m=1:1:colunasp;
    if SST(m)=='POINT_X';
        colunaxp = m;
    end
end

```

```

for m=1:1:colunasp;
    if SST(m)=='POINT_Y';
        colunayp = m;
    end
end

linhasp = matrizp(1,1);
coordxp = Value(2:linhasp,colunasp) ;
coordyp = Value(2:linhasp,colunayp) ;

tamp=0;
tam_segp = linhasp-2;
for i=1:1:tam_segp
    segp(i) = sqrt((coordxp(i+1)-coordxp(i))^2+(coordyp(i+1)-coordyp(i))^2);
    tamp=tamp+segp(i);
end;

tamq=0;
tam_segq = linhasq-2;
for i=1:1:tam_segq;
    segq(i) = sqrt((coordxq(i+1)-coordxq(i))^2+(coordyq(i+1)-coordyq(i))^2);
    tamq=tamq+segq(i);
end;

epsilon = 50.1;

jmais=0;

for (j=1:1:tam_segq)
    imais=0;
    for (i=1:1:tam_segp)

        A(i,j) = segp(i)^2;
        B(i,j) = segq(j)^2;
        C(i,j) = -2*((coordxp(i+1)-coordxp(i))*(coordxq(j+1)-
coordxq(j))+
(coordyp(i+1)-coordyp(i))*(coordyq(j+1)-coordyq(j)));
        D(i,j) = 2*((coordxp(i)-coordxq(j))*(coordxp(i+1)-coordxp(i))+
(coordyp(i)-
coordyq(j))*(coordyp(i+1)-coordyp(i)));
        E(i,j) = -2*((coordxp(i)-coordxq(j))*(coordxq(j+1)-coordxq(j))+
(coordyp(i)-
coordyq(j))*(coordyq(j+1)-coordyq(j)));
        F(i,j) = (coordxp(i)-coordxq(j))^2+(coordyp(i)-coordyq(j))^2-epsilon^2; //

        function z=funz(x, y)
            z =
A(i,j)*(x+imais)^2+B(i,j)*(y+jmais)^2+C(i,j)*(x+imais)*(y+jmais)+D(i,j)*(x+imais)+
E(i,j)*(y+jmais)+F(i,j);
            endfunction
            grax=segp(i)/0.25;
            gray=segq(j)/0.25;

```

```

    datap = linspace(0-ormais, 1-ormais, int(grax));
    dataq = linspace(0-jormais, 1-jormais, int(gray));
    contour2d(datap, dataq, funz, [0,0], rect=[0,0,1,1], style=color("green"),
frameflag=3, axesflag=0);
    lines(0)
    a=get("current_axes")
    a.axes_visible="on"; // Tornando os eixos visíveis
    a.font_size=3; //Ajustando o tamanho da fonte dos rótulos dos tiques
    a.x_location="bottom"; //Ajustando a posição do eixo x para a parte
inferior
    a.data_bounds=[0,0,-1;tam_segq,tam_segq,1]; // Ajustando os valores
limites para as coordenadas x,y e z
    a.sub_tics=[0,0]; // Divisão de uma unidade no gráfico
    a.labels_font_color=0;
    a.grid=[0,0];
    a.box="off";
    title ('Diagrama Espaço Livre - Distância de Fréchet','fontsize',4);

    ormais = ormais-1;
end;
    jormais = jormais-1;
end;

```