

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

CAROLINA GROSSI DE PAIVA

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR
EXTREMO EM PÓRTICOS CONSIDERANDO A FLEXÃO NA DIREÇÃO DE
MENOR RIGIDEZ DO PILAR**

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2021**

CAROLINA GROSSI DE PAIVA

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR
EXTREMO EM PÓRTICOS CONSIDERANDO A FLEXÃO NA DIREÇÃO DE
MENOR RIGIDEZ DO PILAR**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Diôgo Silva de Oliveira

Coorientadores: José Carlos Lopes Ribeiro
Leonardo Gonçalves Pedroti

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2021**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

Paiva, Carolina Grossi de, 1994-
P149a Análise do comportamento estrutural da ligação viga-pilar
2021 extremo em pórticos considerando a flexão na direção de menor
rigidez do pilar / Carolina Grossi de Paiva. – Viçosa, MG, 2021.
121 f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: Diôgo Silva de Oliveira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f. 78-80.

1. Análise estrutural (Engenharia). 2. Ancoragem
(Engenharia de estruturas). 3. Concreto armado - Produtos.
4. Vigas. 5. Pórticos. 6. Pórticos estruturais. I. Universidade
Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia Civil. Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil. II. Título.

CDD 22. ed. 624.1

Bibliotecário(a) responsável: Renata de Fatima Alves CRB6/2578

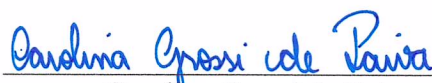
CAROLINA GROSSI DE PAIVA

**ANÁLISE DO COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DA LIGAÇÃO VIGA-PILAR
EXTREMO EM PÓRTICOS CONSIDERANDO A FLEXÃO NA DIREÇÃO DE
MENOR RIGIDEZ DO PILAR**

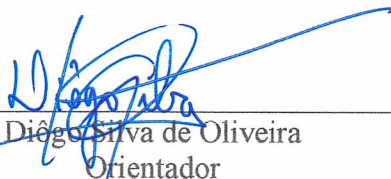
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 23 de junho de 2021.

Assentimento:



Carolina Grossi de Paiva
Autora



Diêgo Silva de Oliveira
Orientador

*Aos meus pais, Cristina e Toninho (in memoriam),
que sempre estiveram ao meu lado e são os meus
maiores exemplos de vida.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela oportunidade do mestrado, pelas pessoas que colocou em meu caminho e por ter me conferido condições para realizá-lo da melhor forma possível.

Aos meus pais, Cristina e Toninho por todo amor, carinho, fé e compreensão, e por nunca deixarem de acreditar em mim.

Ao Rafael, pelo companheirismo, amor, carinho, por sempre me incentivar a dar o melhor de mim e me apoiar em minhas decisões.

Ao Prof. Diôgo, pela paciência, dedicação, confiança em mim e em meu trabalho. Seu apoio e seus ensinamentos foram fundamentais para a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. José Carlos pelo conhecimento, confiança e conselhos.

Ao Prof. Pedroti pela disponibilidade e pelas contribuições ao trabalho.

À Universidade Federal de Viçosa, ao Departamento de Engenharia Civil, demais professores e funcionários por me proporcionaram boas condições para a realização do trabalho.

Aos meus amigos, em especial a Ana Carolina pela amizade, apoio e companheirismo, inclusive para abrir o LABENGE quase todas as manhãs, e ao Matheus, meu companheiro da sala 120, sempre disposto a ajudar.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

RESUMO

PAIVA, Carolina Grossi, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, junho de 2021. **Análise do comportamento estrutural da ligação viga-pilar extremo em pórticos considerando a flexão na direção de menor rigidez do pilar.** Orientador: Diôgo Silva de Oliveira. Coorientadores: José Carlos Lopes Ribeiro e Leonardo Gonçalves Pedroti.

As ligações viga-pilar são regiões denominadas descontínuas e, portanto, devem ser dimensionadas pelo método de bielas e tirantes. No entanto, além dessas ligações não serem verificadas em projetos usuais, observa-se uma deficiência de estudos considerando casos em que a viga gera flexão na direção de menor inércia do pilar. Neste trabalho foi analisado o comportamento estrutural de ligações viga-pilar extremo de pórticos de concreto armado considerando essa situação. Foram avaliadas as ancoragens das armaduras positiva e negativa, a configuração do fluxo de tensões no concreto e o modelo de bielas e tirantes. Para isso, foram desenvolvidos modelos numéricos em elementos finitos, de pórticos variando dimensões para a viga e o pilar. Foram consideradas situações com e sem a presença de grampos de ancoragem. Foi constatado que modelos com flexão na direção de maior rigidez do pilar apresentaram maior resistência que quando fletidos na menor rigidez, o que confirma a necessidade de se considerar a rigidez do pilar para a correta determinação dos esforços nas vigas. A armadura negativa apresentou deformações de tração elevadas somente em alguns casos de flexão na direção de maior rigidez do pilar sendo que esses valores não foram significativos ao longo do prolongamento após o gancho. Para todos os casos, a armadura positiva se mostrou comprimida junto ao apoio e os grampos não foram solicitados à tração da maneira esperada e não influenciaram o resultado. Conclui-se que existe uma superestimação dessa armadura pelos critérios normativos, uma vez que não se considera redução da mesma quando se tem momento negativo na ligação. Os modelos de bielas e tirantes apresentaram boa correlação com os valores numéricos, indicando valores a favor da segurança para os momentos negativos na ligação.

Palavras-chave: Ligação viga-pilar. Ancoragem. Modelagem numérica. Modelo de bielas e tirantes.

ABSTRACT

PAIVA, Carolina Grossi, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, June, 2021. **Analysis of the structural behavior of exterior beam-column joints in frames considering bending towards lower column stiffness.** Adviser: Diôgo Silva de Oliveira. Co-advisers: José Carlos Lopes Ribeiro and Leonardo Gonçalves Pedroti.

The beam-column joints are called discontinuous regions and, therefore, must be dimensioned by the strut and tie method. However, in addition to these joints not being verified in usual projects, there is a lack of studies considering cases in which bending occurs towards the lower inertia of the column. In this study, the structural behavior of exterior beam-column joints in reinforced concrete frames was analyzed. The positive and negative reinforcements anchorages, the stress flow configuration in the concrete and the strut and tie model were evaluated. For this, numerical models in finite elements were developed, considering frames with different dimensions for the beam and the column. Situations with and without the presence of anchorage clamps were considered. It was found that models with bending towards column higher stiffness showed greater strength, which confirms the need to consider the column stiffness to the correct determination of efforts in the beam. The negative reinforcement showed high tensile strain only in some cases of bending towards column higher stiffness, and these values were not significant along the extension of the hook. In all cases, the positive reinforcement close to the support was compressed, the clamps were not requested in tension as expected and did not influence the result. It is concluded that there is an overestimation of this reinforcement by the normative criteria, since it is not considered a reduction of it when there is a negative moment in the joint. The strut and tie models showed good correlation with the numerical values, indicating values in favor of safety for the negative moments in the joint.

Keywords: Beam-column joint. Anchorage. Numerical modeling. Strut and tie model.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
1.1	GENERALIDADES	9
1.2	OBJETIVOS.....	10
1.2.1	<i>Objetivo Geral.....</i>	<i>10</i>
1.2.2	<i>Objetivos Específicos.....</i>	<i>10</i>
1.3	JUSTIFICATIVA.....	10
1.4	METODOLOGIA	11
1.5	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	12
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
2.1	LIGAÇÕES VIGA-PILAR.....	13
2.2	COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR EXTREMO.....	14
2.3	MÉTODO DE BIELAS E TIRANTES	18
2.4	DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO DAS LIGAÇÕES VIGA-PILAR.....	20
2.5	ANCORAGEM	24
2.5.1	<i>Ancoragem das armaduras de tração nas seções de apoio.....</i>	<i>26</i>
2.5.2	<i>Comprimento de ancoragem</i>	<i>27</i>
2.6	TIPOS DE RUPTURA.....	29
2.6.1	<i>Ruptura por esmagamento do concreto</i>	<i>29</i>
2.6.2	<i>Ruptura por escoamento da armadura longitudinal.....</i>	<i>30</i>
2.6.3	<i>Ruptura por ancoragem insuficiente.....</i>	<i>30</i>
2.6.4	<i>Ruptura por fendilhamento.....</i>	<i>30</i>
2.7	RIGIDEZ DA LIGAÇÃO.....	31
3	DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO.....	32
3.1	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS	32
3.1.1	<i>Modelo constitutivo para o concreto.....</i>	<i>32</i>
3.1.2	<i>Modelo constitutivo para o aço.....</i>	<i>35</i>
3.2	CALIBRAÇÃO	36
3.2.1	<i>Haach (2005).....</i>	<i>36</i>
3.3	SÉRIE DE LIGAÇÕES A SEREM ANALISADAS	43

3.3.1	<i>Definição da geometria</i>	43
3.3.2	<i>Dimensionamento e detalhamento</i>	44
3.3.3	<i>Características do modelo de elementos finitos</i>	52
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	54
4.1	COMPORTAMENTO GLOBAL	54
4.2	DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS	63
4.2.1	<i>Efeito do grampo</i>	67
4.3	FLUXO DE TENSÕES NO CONCRETO E MODELO DE BIELAS E TIRANTES	71
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
5.1	CONCLUSÕES GERAIS.....	76
5.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	77
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	78
	APÊNDICE A – DADOS ADICIONAIS DA CALIBRAÇÃO	81
	APÊNDICE B – DIMENSIONAMENTO	86
	APÊNDICE C – RESULTADOS ADICIONAIS	92

1 INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

As ligações viga-pilar são regiões que merecem destaque nos projetos de estruturas de concreto armado, uma vez que apresentam mudança brusca de geometria e possuem um complexo fluxo de tensões, não se comportando de modo semelhante aos elementos que une. Além disso, são regiões denominadas descontínuas, em que as hipóteses básicas de Bernoulli, de distribuição linear de deformações, não permanecem válidas (SCHLAICH; SCHAFER, 1984).

Anteriormente à fissuração, essas regiões podem ser avaliadas considerando a estrutura na fase elástico-linear de deformações, por meio da Lei de Hooke. No entanto, para as seções fissuradas se faz necessária uma análise mais complexa, através de modelos de bielas e tirantes, que de maneira simplificada representam o fluxo interno de tensões na região (SCHLAICH; SCHAFER; JENNEWEIN, 1987). Exige-se assim um cuidado especial no seu dimensionamento, que deve ser realizado pelo método de bielas e tirantes.

Apesar disso, usualmente as ligações são negligenciadas nos projetos estruturais, não tendo sua resistência verificada. No entanto, diversos autores afirmam que são frequentemente a região mais crítica, quando comparadas às vigas e pilares a partir dos quais são formadas (ALLAM; ELBAKRY; ARAB, 2018; ALVA, 2004; BARBOSA, 1997; HAACH, 2005; KUANG; WONG, 2006; PARK; PAULAY, 1988; PAULAY; PRIESTLEY, 1992; SILVA, 2013).

O comportamento das ligações viga-pilar é influenciado por diversos parâmetros como ancoragem, propriedades geométricas do nó, carga axial no pilar, resistência do concreto, grau de confinamento, efeito da laje, presença de vigas transversais e arranjo da armadura (HAACH, 2005).

A situação de flexão na direção de menor rigidez do pilar pode tornar a ligação mais crítica, principalmente no que se refere à ancoragem. Dessa forma, neste trabalho propõe-se o estudo do comportamento das ligações viga-pilar extremo de pórticos de concreto armado com flexão na direção de menor rigidez do pilar.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é a realização da análise do comportamento estrutural de ligações viga-pilar extremo de pórticos de concreto armado considerando a situação de flexão na direção de menor rigidez do pilar.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos são:

- a) Análise da ancoragem da armadura positiva;
- b) Análise da ancoragem da armadura negativa;
- c) Análise da influência da rigidez da ligação sob carregamento monotônico;
- d) Obter a configuração do fluxo de tensões no concreto;
- e) Validação do modelo de bielas e tirantes para a ligação viga-pilar.

1.3 Justificativa

Os estudos encontrados na literatura (ALLAM; ELBAKRY; ARAB, 2018; ALVA, 2004; ASSIS JÚNIOR, 2005; BARBOSA, 1997; HAACH, 2005; KUANG; WONG, 2006; MARQUES; JIRSA, 1975; MEGGET, 2003; SOROUSHIAN; CHOI, 1991; ZHANG, 2017) com relação às ligações viga-pilar extremo consideram apenas o pilar flexionando na maior inércia ou com inércia igual em ambas as direções, não sendo avaliadas as situações de flexão na sua menor inércia, situação esta que pode não oferecer comprimento de ancoragem adequado e ainda ser crítica quanto à plastificação devido ao pequeno comprimento de engastamento da viga no pilar.

Nos projetos de estruturas em concreto armado em que não se tem comprimento de ancoragem suficiente é comum aumentar a área de armadura a fim de compensar a falta da ancoragem. No entanto, são escassos trabalhos demonstrando a efetividade desse tipo de detalhamento e demonstrando como se dá a distribuição de tensões nesse comprimento de ancoragem.

Uma vez que a ABNT NBR 6118:2014 estabelece que a armadura positiva deve ser suficiente para ancoragem da biela comprimida devido à força cortante, é interessante avaliar qual é a real necessidade dessa armadura uma vez que esta região se encontra comprimida pelo momento fletor negativo.

Com relação à armadura negativa, não é usual nos projetos de estruturas, a extensão da armadura da viga no pilar, o que pode dificultar os processos de armação e concretagem. Dessa forma, é importante analisar como se dá a distribuição de tensões ao longo do comprimento do traspasse no tramo do pilar, verificando as tensões de tração ao longo dessa armadura.

Além disso, nos projetos de pórticos com ligação viga-pilar considera-se o monolitismo, ou seja, que a ligação é rígida e a transferência de esforços da viga para o pilar se dá pela rigidez desses elementos. No entanto, devido ao pequeno comprimento de engastamento da viga no pilar é necessário verificar se isso efetivamente ocorre ou se há plastificação, gerando uma ligação semirrígida.

Com vistas ao modelo de bielas e tirantes, apesar de a ABNT NBR 6118:2014 trazer aspectos relacionados à verificação com o método de bielas e tirantes, a mesma não trata da obtenção do modelo e da geometria das bielas e nós. Dessa forma, é interessante a validação dos modelos de bielas e tirantes por meio da modelagem numérica.

1.4 Metodologia

A metodologia empregada para a realização desta pesquisa consistiu nas seguintes etapas:

- a) Realização de uma revisão bibliográfica sobre o assunto, buscando uma melhor compreensão do comportamento das ligações viga-pilar e identificando as principais contribuições de pesquisas anteriores.
- b) Calibração da modelagem numérica através de ensaios experimentais de referência.
- c) Definição de uma série de modelos de ligações a serem representados numericamente através do *software Abaqus*.
- d) Dimensionamento e detalhamento dos modelos.
- e) Modelagem numérica de ligações viga de cobertura-pilar extremo considerando a situação de momento de fechamento, analisando detalhamentos de ganchos e grampos horizontais, e diferentes dimensões da viga e do pilar, bem como seus respectivos modelos de bielas e tirantes.
- f) Análise dos resultados.

1.5 Organização do trabalho

A presente dissertação está dividida em cinco capítulos:

No capítulo 1, introduz-se de maneira resumida o assunto de ligações viga-pilar, apresenta-se o objetivo, a justificativa e a metodologia do trabalho.

No capítulo 2, apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre as ligações viga-pilar, com ênfase nas ligações externas. Aborda-se aspectos relevantes para um melhor entendimento sobre o tema: tipos de ligação, comportamento sob carregamento monotônico, dimensionamento, ancoragem, ruptura e rigidez.

No capítulo 3, apresentam-se aspectos do modelo numérico. Inicialmente aborda-se sobre as propriedades dos materiais considerados, com seus respectivos modelos constitutivos. Em seguida, apresenta-se a pesquisa experimental utilizada para calibração do modelo. E por último, as características dos modelos numéricos propostos.

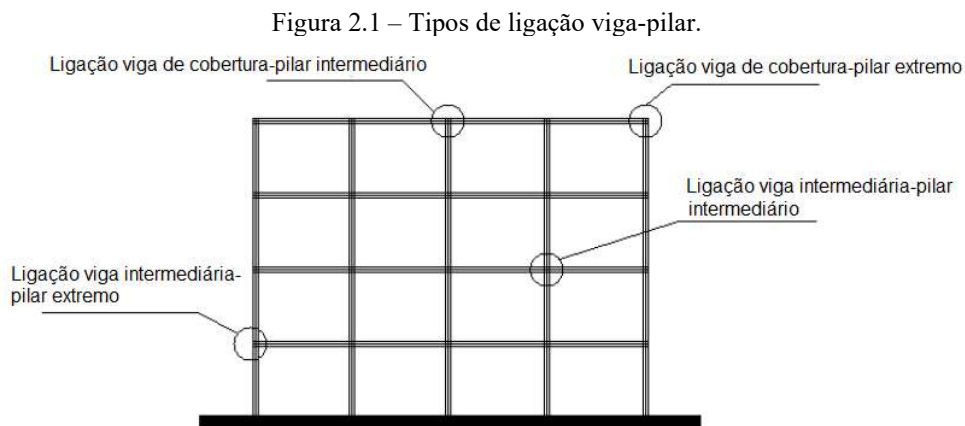
No capítulo 4, apresentam-se os resultados obtidos a partir dos modelos numéricos desenvolvidos e a discussão dos mesmos.

No capítulo 5, apresentam-se as considerações finais do trabalho e sugestões para trabalhos futuros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Ligações viga-pilar

As ligações viga-pilar, também denominadas, nós de pórtico, são regiões responsáveis pela união solidária entre vigas e pilares nas estruturas de concreto armado. Na Figura 2.1 apresentam-se os diferentes tipos de ligações viga-pilar.



Fonte: Adaptado de Silva, 2013.

Nos nós de pórtico ocorre a mudança de direção do eixo da estrutura, o que provoca alteração na direção dos esforços internos, e conseqüentemente, modificação na distribuição de tensões na seção. A distribuição de tensões se torna complexa, caracterizando uma região descontínua, na qual não são válidas as hipóteses de Bernoulli, de distribuição linear de deformações (SCHLAICH; SCHÄFER; JENNEWEIN, 1987). As regiões descontínuas não podem ser calculadas pela teoria de vigas e requerem um cuidado especial.

Em projetos usuais é comum negligenciar esse comportamento e não ser verificada a resistência da ligação. No entanto, diversos autores como Allam, Elbakry e Arab (2018); Alva (2004); Barbosa (1997); Haach (2005); Kuang e Wong (2006); Park e Paulay (1988); Paulay e Priestley (1992); Silva (2013) indicam que os nós de pórtico são frequentemente as regiões mais críticas do sistema estrutural, possuindo resistência inferior à da viga e do pilar.

Os requisitos necessários para o funcionamento satisfatório de uma ligação viga-pilar em uma estrutura de concreto armado, segundo Park e Paulay (1988) são:

- a) uma ligação deve apresentar comportamento semelhante em serviço ao dos elementos que une;

- b) uma ligação deve ter uma resistência que corresponda pelo menos às combinações de carga mais adversas que possam ser suportadas pelos elementos adjuntos;
- c) normalmente a resistência da ligação não deve governar a da estrutura e seu comportamento não deve impedir o desenvolvimento da resistência dos membros adjuntos;
- d) facilidade de construção e acesso para lançamento e adensamento do concreto.

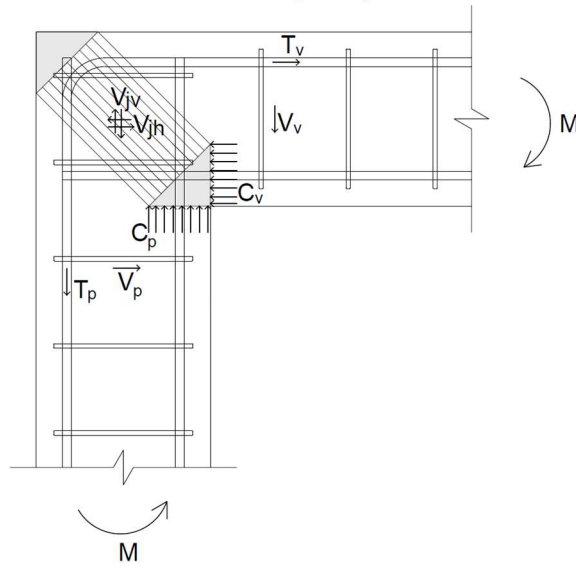
2.2 Comportamento das ligações viga-pilar extremo

Nas estruturas, os pórticos estão submetidos à ação de esforços gravitacionais e esforços laterais de caráter cíclico, oriundos da ação do vento ou de ações sísmicas. O tipo de carregamento afeta consideravelmente a demanda estrutural das ligações. Para estruturas submetidas somente a cargas gravitacionais, o critério de projeto é a resistência sob cargas monotônicas sem inversão de esforço. Nos casos em que a estrutura se encontra sob carregamento cíclico, ocorre perda de rigidez e eficiência da ancoragem. A aderência fica prejudicada devido à fadiga provocada pelo carregamento alternado. E, portanto, não apenas a resistência, mas também a ductilidade dos elementos estruturais governa o dimensionamento (HAACH, 2005).

Os esforços solicitantes na ligação dependem das combinações de ações da viga e do pilar, podendo estar submetida a diferentes conjuntos de esforços. Quando submetidas a solicitações cíclicas alternadas, as ligações sofrem ciclos de abertura e fechamento. Durante ciclos de abertura atuam momentos fletores tracionando as fibras internas (momento positivo) e em ciclos de fechamento, momentos fletores tracionando as fibras externas (momento negativo).

Neste trabalho, será estudada apenas a solicitação de momento de fechamento para ligações submetidas a cargas gravitacionais. Os esforços solicitantes no nó para tal situação podem ser avaliados considerando os esforços atuantes na Figura 2.2. Neste caso, o momento fletor gera compressão da diagonal da ligação e as forças de cisalhamento horizontal e vertical dentro do nó são obtidas respectivamente pela Equação 1 e Equação 2.

Figura 2.2 – Forças solicitantes na ligação para momento de fechamento.



Fonte: o autor.

Equilíbrio horizontal:

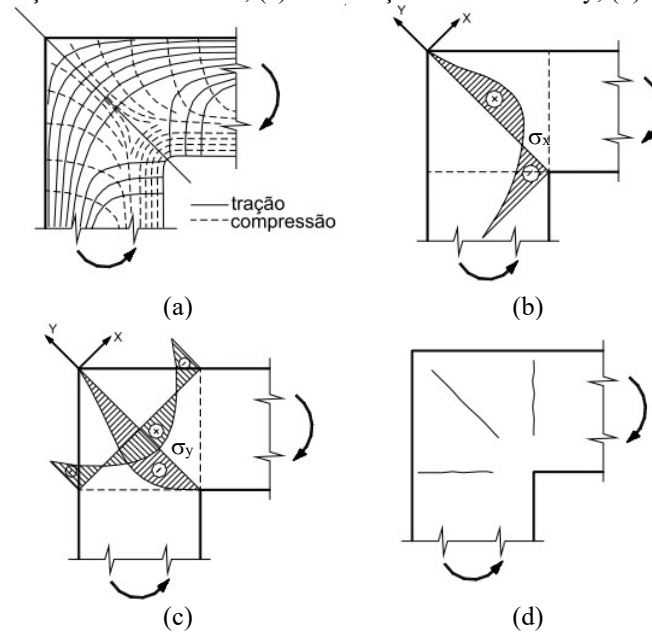
$$V_{jh} = C_v - V_p = T_v \quad \text{Equação 1}$$

Equilíbrio vertical:

$$V_{jv} = C_p - V_v = T_p \quad \text{Equação 2}$$

A ligação está submetida a um momento fletor negativo, que traciona as fibras externas. As trajetórias de tensões principais são apresentadas na Figura 2.3a, e a distribuição de tensões ao longo das diagonais são observadas nas Figura 2.3b e c. As tensões de tração se desenvolvem ao longo do perímetro externo da ligação e as tensões de compressão permanecem mais concentradas no vértice interno. Essas tensões de compressão são elevadas, podendo gerar esmagamento do concreto. Na Figura 2.3d tem-se a configuração fissurada da ligação (SILVA; GIONGO, 2000).

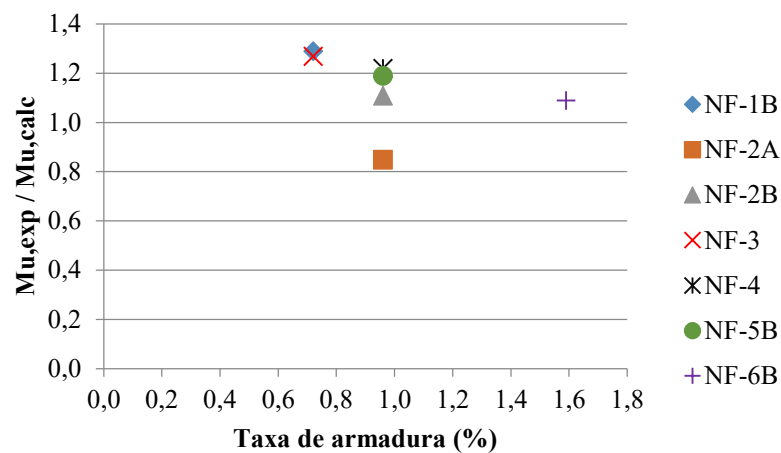
Figura 2.3 - Nó de pórtico submetido a momento fletor negativo: (a) trajetória de tensões principais; (b) distribuição de tensões em x; (c) distribuição de tensões em y; (d) fissuras.



Fonte: Silva e Giongo, 2000.

Barbosa (1997) ensaiou doze modelos de ligações viga de cobertura-pilar extremo submetidas a momento negativo. Na Figura 2.4 tem-se o gráfico que mostra a eficiência das ligações, a qual é representada pelas relações $M_{u,exp}/M_{u,calc}$ ($M_{u,exp}$ é o momento último obtido experimentalmente e $M_{u,calc}$ é o momento teórico calculado) em função das taxas geométricas de armadura. As ligações denominadas NF-5B e NF-6B possuíam mísulas no canto interno do nó. Nota-se que quase todos os nós apresentaram resistência adequada, com $M_{u,exp}/M_{u,calc}$ maior que a unidade. Resultados semelhantes foram obtidos por Mayfield et al. (1971).

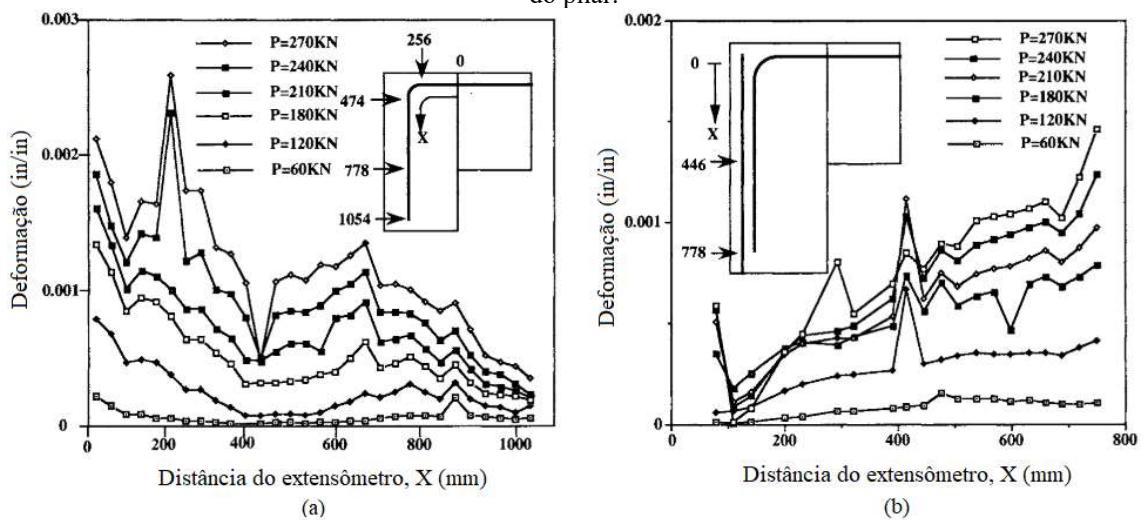
Figura 2.4 - Eficiência do nó como função da taxa de armadura para momentos de fechamento.



Fonte: Adaptado de Barbosa, 1997.

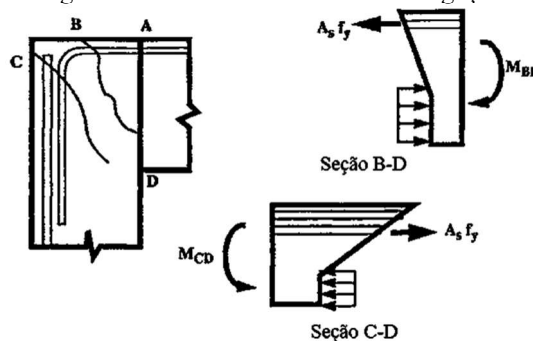
Luo et al. (1994) ensaiaram 27 ligações viga de cobertura-pilar extremo, submetidas a carregamento monotônico e momento negativo, e avaliaram o efeito do detalhamento da armadura no comportamento dessas ligações. A distribuição de deformações ao longo das barras principais da viga (Figura 2.5a) e do pilar (Figura 2.5b) foi obtida para diferentes carregamentos. Para pequenos carregamentos a tensão na armadura do pilar reduziu gradualmente à medida que a armadura superior da viga entrou na ligação. Neste caso, a carga última alcançou apenas cerca de 85% da capacidade à flexão dos membros adjacentes. Uma vez que as barras do pilar terminam no topo do mesmo, Luo et al. (1994) afirmaram que estas não foram eficientes em resistir ao momento ao longo da diagonal da ligação na seção C-D (Figura 2.6). Dessa forma, somente as barras da viga contribuem para a resistência à flexão. Além disso, uma vez que ocorre a fissuração, conforme visto nos cortes das seções B-D e C-D mostrados na Figura 2.6, a área de concreto resistente também reduz. É importante observar que a tensão de tração no trecho do gancho se dá pela transferência de tensões da armadura do pilar para a armadura da viga, no trecho da emenda por traspasse.

Figura 2.5 – Distribuição de deformações ao longo do comprimento das barras: (a) na barra da viga; (b) na barra do pilar.



Fonte: Luo et al., 1994.

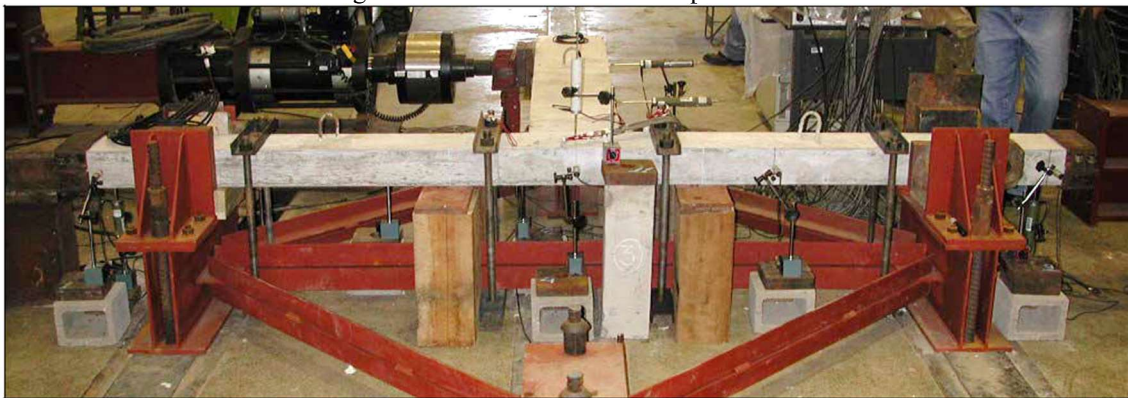
Figura 2.6 – Resistência à flexão na ligação.



Fonte: Luo et al., 1994.

Haach (2005) ensaiou ligações viga intermediária-pilar extremo sob ação de carga monotônica a fim de estudar a influência da força normal no seu comportamento estrutural. O detalhamento adotado para a ligação consta de ganchos na armadura superior e ancoragem reta na face inferior da viga. Um dos modelos ensaiados é apresentado na Figura 2.7, com todo o aparato de ensaio. O autor ensaiou modelos com três valores de forças normais, 400 kN, 300 kN e 250 kN, maiores detalhes deste estudo serão apresentados posteriormente. Os modelos atingiram ruína por esmagamento da biela do nó e as armaduras transversais dentro da ligação não apresentaram influência na resistência do nó, uma vez que apresentaram pequenas deformações.

Figura 2.7 – Ensaio de modelo experimental



Fonte: Haach, 2005.

Em estudos sobre a influência de elevadas forças axiais no pilar, Haach, El Debs e El Debs (2014) confirmaram que a resistência da ligação é fortemente influenciada pela carga axial do pilar. O padrão de fissuração obtido pelos autores mostrou que elevadas cargas axiais tornaram a ligação menos dúctil, fazendo com que não surjam muitas fissuras, adiando a deformação dos estribos dentro do nó e rompendo o cobrimento da ligação. Apesar disso, a força normal melhorou as condições de aderência para as barras da viga.

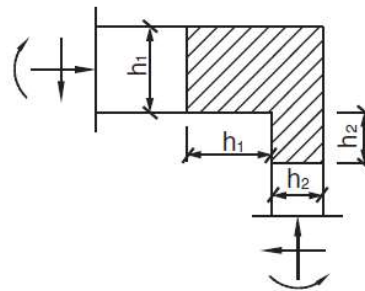
2.3 Método de bielas e tirantes

O modelo de bielas e tirantes é uma generalização da analogia da treliça clássica, idealizada por Ritter e Mörsh no início do século XX. Os campos de tensão de compressão são absorvidos por bielas estrategicamente posicionadas, as tensões de tração são absorvidas por tirantes e na ligação entre os mesmos surgem os nós. No entorno dos nós existe uma região denominada zona nodal, a qual é responsável pela transmissão de esforços entre as bielas e os

tirantes. Para combater as tensões de tração, são posicionadas barras ou feixes de barras de aço, idealizando os tirantes. Com isso, define-se um modelo de treliça idealizado capaz de resistir e transmitir os esforços internos no elemento estrutural (SCHLAICH; SCHÄFER; JENNEWEIN, 1987).

A subdivisão da estrutura, em regiões contínuas (B) e descontínuas (D), pode ser feita considerando-se as trajetórias de tensões nas proximidades das regiões descontínuas. O Princípio de *Saint-Venant* indica que as tensões devido a carga axial e à flexão se aproximam de uma distribuição linear a uma distância aproximadamente igual a altura h do elemento, distante da descontinuidade. Por esta razão, considera-se que as regiões descontínuas se estendem por uma distância h da seção em que a carga ou mudança de geometria ocorre (ABNT NBR 6118, 2014; ACI 318, 2019), como pode ser observado na Figura 2.8.

Figura 2.8 – Região descontínua em um nó de pórtico.



Fonte: Adaptado de ABNT NBR 6118:2014.

Segundo Schlaich, Schäfer e Jennewein (1987), a geometria do modelo deve estar relacionada à distribuição de tensões elásticas como um requerimento básico da segurança da estrutura. Isso porque a resistência à tração do concreto é apenas uma pequena parcela da resistência à compressão. Logo, se os tirantes não forem posicionados em todas as regiões solicitadas, a peça pode sofrer fissuração excessiva, ter o estado limite de serviço atingido, e até mesmo ir ao colapso por tração.

O ângulo entre o eixo de qualquer biela e qualquer tirante entrando em uma região nodal, segundo o ACI 318 (2019) deve ser no mínimo 25° . Já a ABNT NBR 6118:2014, exige que as bielas tenham ângulo de inclinação em relação ao eixo da armadura longitudinal entre $29,68^\circ$ e $63,43^\circ$. Com relação aos modelos que devem ser utilizados, a ABNT NBR 6118:2014 não apresenta definições para a sua obtenção, trazendo apenas aspectos relacionados à verificação da resistência das bielas, tirantes e nós do modelo.

A grande dificuldade de se aplicar o método de bielas e tirantes está na definição do modelo de treliça, o qual pode ser obtido através de experiência prática, processo de caminhamento das cargas, ou por meio da modelagem numérica em elementos finitos.

A utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF) permite entender com melhor aproximação a localização do fluxo de tensões dentro do elemento estrutural em análise. Dessa maneira, o MEF pode ser essencial para a definição de modelos de bielas e tirantes, auxiliando na escolha das melhores posições para a disposição das armaduras resistentes. Santos (2006) afirma que ao utilizar métodos numéricos, como o MEF, pode-se estimar as tensões elásticas e suas direções principais, o que permite uma direta determinação do modelo. As bielas podem ter as direções das linhas médias dos campos de compressão e os tirantes as linhas médias dos campos de tração. Tais direções podem também ser determinadas de acordo com os centros de gravidade dos diagramas de tensão.

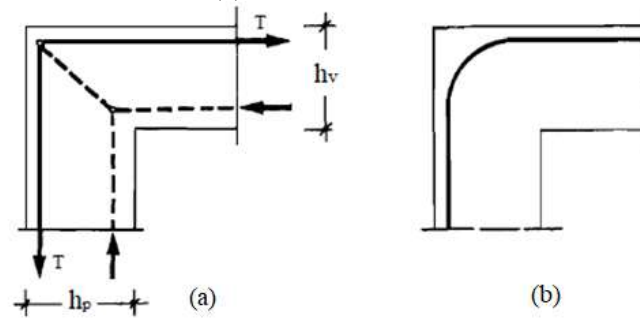
Alguns modelos de bielas e tirantes propostos na literatura, para ligações viga-pilar, serão apresentados a seguir, conjuntamente com seus respectivos detalhamentos de armadura. Destaca-se que estes modelos diferem para ligações em que as dimensões da viga e do pilar são aproximadamente iguais, ou quando diferem muito.

2.4 Dimensionamento e detalhamento das ligações viga-pilar

A ABNT NBR 6118:2014 determina que os nós de pórtico sejam projetados pelo método de bielas e tirantes, uma vez que a resistência do conjunto depende da resistência à tração do concreto e da disposição da armadura considerada no dimensionamento.

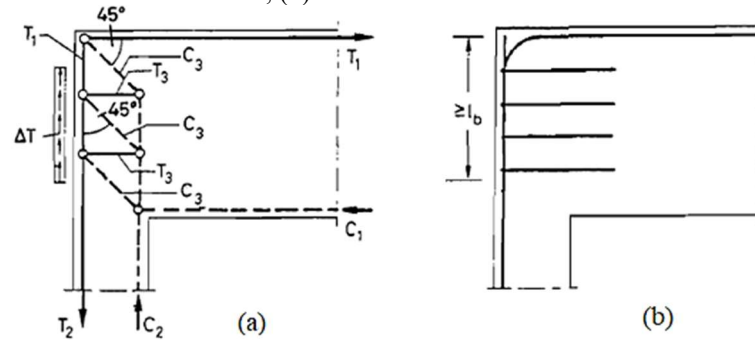
Modelos de detalhamento para as ligações viga de cobertura-pilar extremo são sugeridos por diversos autores. Schlaich e Schäfer (1991) sugerem para o dimensionamento de ligações viga de cobertura-pilar extremo, com altura da viga e do pilar aproximadamente iguais ($h_v \cong h_p$), o modelo de bielas e tirantes e o detalhamento apresentados na Figura 2.9. Para a situação em que a altura da viga é muito maior que a altura do pilar ($h_v \gg h_p$) o modelo e o detalhamento sugeridos são apresentados na Figura 2.10.

Figura 2.9 – Ligação com $h_v \cong h_p$ e momento fletor tracionando as fibras externas: (a) modelo de bielas e tirantes; (b) detalhamento da armadura.



Fonte: Adaptado de Schlaich e Schäfer, 1991.

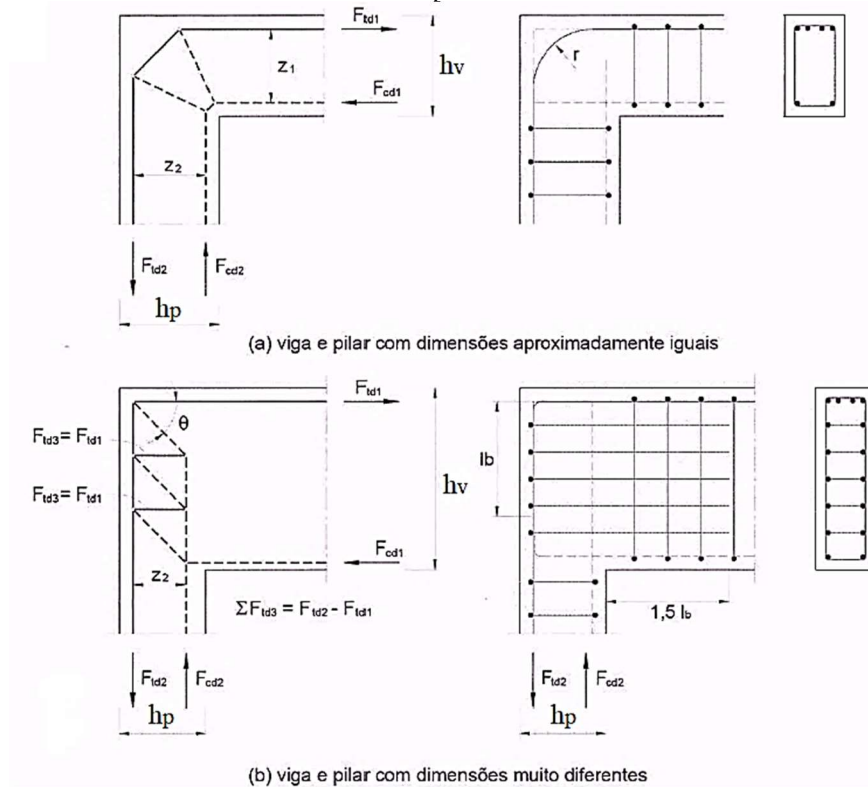
Figura 2.10 – Ligação com $h_v \gg h_p$ e momento fletor tracionando as fibras externas: (a) modelo de bielas e tirantes; (b) detalhamento da armadura.



Fonte: Schlaich e Schäfer, 1991.

Bueno e Kimura (2015) apresentam modelos de bielas e tirantes refinados e sugestões de detalhamento para nós de pórtico com dimensões de vigas e pilares aproximadamente iguais e para dimensão da viga relativamente maior que o pilar ($h_v/h_p < 1,5$), conforme a Figura 2.11.

Figura 2.11 – Sugestão de modelo de bielas e tirantes e detalhamento para nó de pórtico com a face interna comprimida.



Fonte: Adaptado de Bueno e Kimura, 2015.

Com relação ao diâmetro da dobra do gancho, para evitar o fendilhamento, Leonhardt e Mönnig (1978) sugerem um diâmetro necessário para a dobra, dado pela Equação 3.

$$d_{b,nec} \geq 2,48 \frac{f_{yk}}{f_{ck}} \phi \sqrt{\frac{\phi}{e}} \quad \text{Equação 3}$$

sendo:

ϕ - diâmetro das barras;

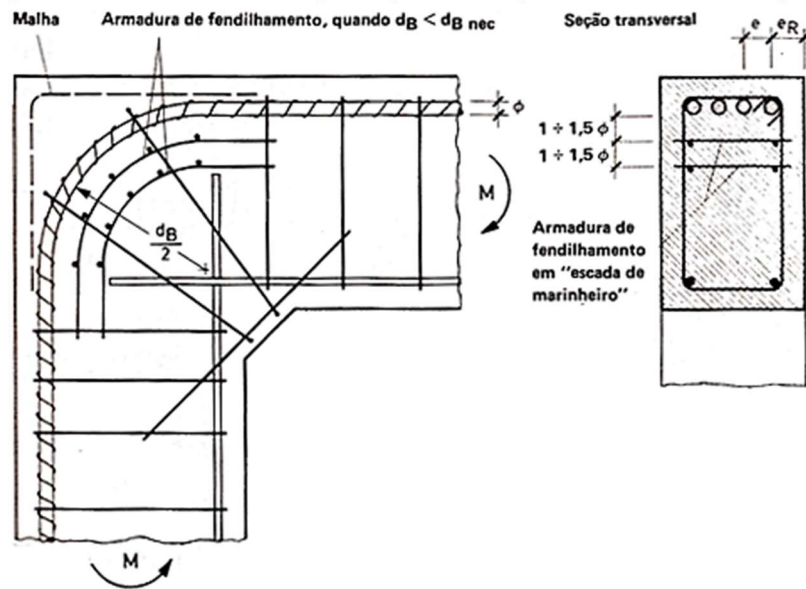
e - espaçamento entre os eixos das barras ou a distância e_R do eixo da barra mais externa ao bordo (Figura 2.12), sendo $e_R \geq 3\phi$ e ≥ 3 cm.

De maneira semelhante, a ABNT NBR 6118:2014 define o diâmetro interno de curvatura de uma barra de armadura longitudinal dobrada, como em nós de pórtico, não podendo este ser inferior a 10ϕ para aço CA-25, 15ϕ para aço CA-50 e 18ϕ para aço CA-60. Essa curvatura visa evitar que a pressão devido à mudança de direção das barras cause o fendilhamento do concreto.

Um detalhamento sugerido por Leonhardt e Mönnig (1978) é apresentado na Figura 2.12 para a ligação sujeita a momento negativo. No caso do diâmetro da dobra ser menor que o

necessário deve-se adicionar também uma armadura de fendilhamento no interior da curvatura da armadura principal, a qual é composta de barras retas dispostas perpendicularmente ao plano de dobramento, do lado da concavidade da barra (FUSCO, 2013; LEONHARDT; MÖNNIG, 1978).

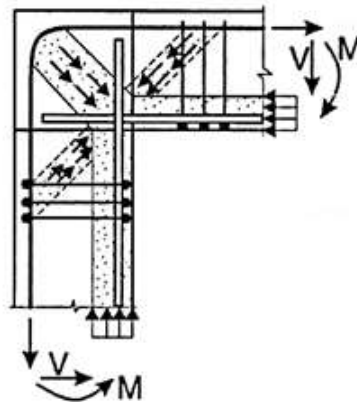
Figura 2.12 – Detalhamento sugerido para nós de pórtico sob momento negativo.



Fonte: Leonhardt e Mönnig, 1978.

Fusco (2013) sugere o arranjo apresentado na Figura 2.13, o qual se assemelha ao detalhamento proposto por Leonhardt e Mönnig (1978) na Figura 2.12, no entanto, sem a inclusão da armadura de fendilhamento.

Figura 2.13 – Arranjo de armadura para nós de pórtico.



Fonte: Fusco, 2013.

2.5 Ancoragem

A ancoragem das barras da armadura dos elementos estruturais tem a função de garantir a transferência integral das forças a que estão submetidas ao concreto. Segundo a ABNT NBR 6118:2014 todas as barras devem ser ancoradas por meio de aderência e/ou de dispositivos mecânicos.

A aderência é o que permite o funcionamento do concreto armado como elemento estrutural, sendo um mecanismo de transferência de tensões que garante a compatibilidade de deformações entre o aço e o concreto. Na ausência de aderência, as barras da armadura deslizariam dentro da massa de concreto e não estariam submetidas aos esforços de tração. A ancoragem por aderência ocorre quando os esforços são ancorados por meio de um comprimento reto ou com grande raio de curvatura, seguido ou não de gancho.

Em regiões onde ocorrem deformações elásticas e plásticas se impõe uma forte demanda à transferência de tensões por aderência, sendo as ligações viga-pilar uma das regiões mais severas (PAULAY; PRIESTLEY, 1992). Os nós de pórtico externos são problemáticos quanto à ancoragem devido à falta de comprimento suficiente. Nos casos de flexão na direção de menor rigidez do pilar a situação se torna ainda mais complexa.

A capacidade das ligações viga de cobertura-pilar extremo para suportar deformações plásticas até a resistência de projeto sem sofrer degradação da resistência, segundo Zhang (2017), depende da ancoragem adequada da armadura longitudinal e da quantidade de armadura dentro da ligação para confinar o concreto e prevenir expansão lateral para elevados níveis de deformação.

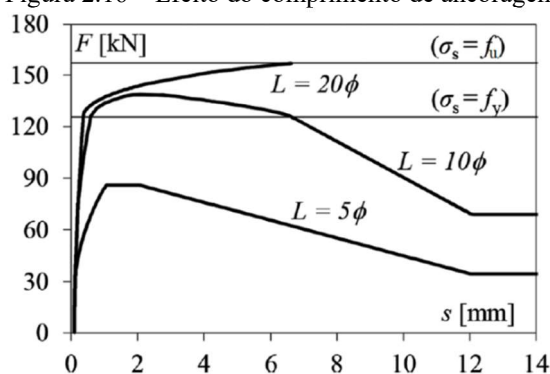
De acordo com Assis Júnior (2005) e Haach (2005), em ligações viga intermediária-pilar extremo, a ação da força normal no pilar até certa intensidade é benéfica para a ancoragem das barras tracionadas, uma vez que aumenta o confinamento na região nodal, melhorando as condições de aderência.

Marques e Jirsa (1975) avaliaram a capacidade de ancoragem das barras longitudinais da viga, em ligações viga intermediária-pilar extremo submetidas a carregamento monotônico, sendo a armadura instrumentada conforme a Figura 2.14.

do trecho de retorno, uma vez que os ganchos não permitem a passagem dos esforços adiante para eventuais prolongamentos da barra.

Costa, Providência e Dias (2016) analisaram modelos de ancoragem para ligações viga-pilar. O efeito do comprimento de ancoragem no comportamento global, considerando-se concreto com resistência de 30 MPa, barras com $\phi = 20$ mm, e gancho a 90° é apresentado na Figura 2.16. Foram avaliados comprimentos de ancoragem de 5ϕ , 10ϕ e 20ϕ . Para o menor comprimento de ancoragem a ruptura ocorreu ainda no regime elástico por arrancamento, o comprimento intermediário apresentou ruptura também por arrancamento após a barra ter escoado. Por fim, para o maior comprimento de ancoragem, ocorreu a ruptura da barra após atingir a resistência última do aço.

Figura 2.16 – Efeito do comprimento de ancoragem.



Fonte: Adaptado de Costa, Providência e Dias, 2016.

2.5.1 Ancoragem das armaduras de tração nas seções de apoio

A ABNT NBR 6118:2014 prevê que os esforços de tração junto aos apoios de vigas simples ou contínuas devem ser resistidos por armaduras longitudinais que atendam a mais severa das seguintes condições:

- para momentos positivos, as armaduras obtidas pelo dimensionamento da seção;
- em apoios extremos, para garantir a ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração $F_{sd} = (a_l/d)V_d + N_d$, sendo V_d a força cortante no apoio e N_d a força de tração eventualmente existente;
- em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ($A_{s,v\tilde{a}o}$), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ($M_{v\tilde{a}o}$), de modo que:

- $A_{s,apoio} \geq 1/3 (A_{s,v\tilde{a}o})$, se M_{apoio} for nulo ou negativo e de valor absoluto $|M_{apoio}| \leq 0,5M_{v\tilde{a}o}$;
- $A_{s,apoio} \geq 1/4 (A_{s,v\tilde{a}o})$, se M_{apoio} for negativo e de valor absoluto $|M_{apoio}| > 0,5M_{v\tilde{a}o}$.

Além disso, nos casos b) e c), em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores:

- $l_{b,nec}$ (comprimento de ancoragem necessário);
- $(r + 5,5\phi)$, sendo r é o raio de curvatura dos ganchos;
- 60 mm.

2.5.2 Comprimento de ancoragem

O comprimento de ancoragem básico, l_b , definido pela ABNT NBR 6118:2014 é o comprimento reto de uma barra de armadura passiva necessário para ancorar a força limite $A_s f_{yd}$ nessa barra, admitindo-se uma resistência de aderência uniforme. No caso da armadura efetiva existente ($A_{s,ef}$) ser superior à armadura calculada ($A_{s,calc}$), o comprimento de ancoragem pode ser reduzido para o comprimento de ancoragem necessário ($l_{b,nec}$), dado pela Equação 4.

$$l_{b,nec} = \alpha l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq l_{b,min} \quad \text{Equação 4}$$

sendo:

α - igual a 1,0 para barras sem gancho; 0,7 para barras tracionadas com gancho ou quando houver barras transversais soldadas e 0,5 quando houver barras transversais soldadas e gancho;

$l_{b,min}$ - maior valor entre $0,3 l_b$, 10ϕ e 100 mm.

Em apoios extremos, no entanto, é comum que o comprimento disponível dentro do apoio ($l_{b,disp}$) seja insuficiente para alojar o comprimento de ancoragem necessário, ou seja, $l_{b,nec} > l_{b,disp}$. Dessa forma, deve-se diminuir a tensão nas barras estendidas até o apoio através do aumento da área de armadura nos apoios ($A_{s,anc}$), como mostrado pela Equação 5.

$$A_{s,anc} = \alpha \frac{l_b}{l_{b,disp}} \cdot A_{s,calc} \quad \text{Equação 5}$$

Quando o número de barras que se estendem até o apoio é elevado e/ou o comprimento de ancoragem disponível não é suficiente, pode-se utilizar grampos como uma alternativa para evitar o congestionamento de barras na região de apoio. Araújo (2014) recomenda a adoção de grampos horizontais (Figura 2.17) de modo a complementar a área de armadura necessária e diminuir a tensão nas barras no apoio. Os grampos devem ser dimensionados para a força mínima F_{Sd} dada pela Equação 6 e devem ter área total dada pela Equação 7. O comprimento de ancoragem dos grampos, a partir da face do apoio é o comprimento de ancoragem básico, dado pela Equação 2.

$$F_{Sd} = R_{Sd} \left(1 - \frac{l_{b,disp}}{l_{b,nec}} \right) \quad \text{Equação 6}$$

$$A_{s,grampo} = \frac{F_{Sd}}{f_{yd}} \quad \text{Equação 7}$$

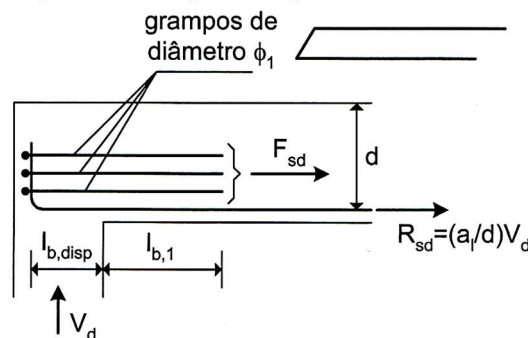
sendo:

R_{Sd} - força total na armadura longitudinal de tração que chega ao apoio;

$A_{s,grampo}$ - área de armadura total dos grampos.

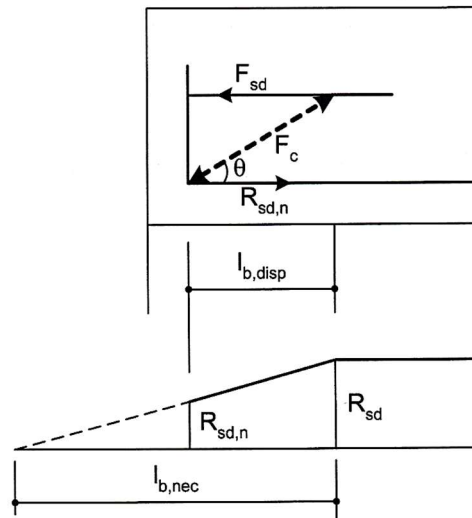
A Equação 6 é obtida com base no modelo de bielas e tirantes representado na Figura 2.18, considerando-se que a força não ancorada é $R_{Sd,n}$, a qual é transferida por bielas de compressão aos grampos. A resultante de tração nos grampos é F_{Sd} , que deve ser igual à força não ancorada.

Figura 2.17 – Grampos de ancoragem em apoios de extremidade de pequena largura.



Fonte: Araújo, 2014.

Figura 2.18 – Modelo de bielas e tirantes para ancoragem com grampos em apoios de extremidade.



Fonte: Araújo, 2014.

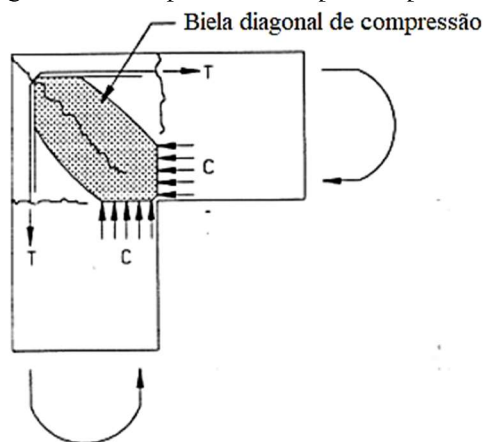
2.6 Tipos de Ruptura

Os diferentes tipos de ruptura das ligações viga de cobertura-pilar extremo submetidas a carregamentos monotônicos são apresentados a seguir.

2.6.1 Ruptura por esmagamento do concreto

Este tipo de ruptura é normalmente resultado do esmagamento da biela de compressão dentro do nó e acontece quando a resistência à compressão do concreto é menor do que a força de compressão atuando na ligação. A diagonal de compressão é apresentada na Figura 2.19.

Figura 2.19 – Ruptura da biela por compressão.



Fonte: Adaptado de Zhang, 2017.

2.6.2 Ruptura por escoamento da armadura longitudinal

O escoamento da armadura longitudinal ocorre após a formação de rótulas plásticas na face da viga contígua à ligação. Ao escoar, a armadura se deforma, permitindo uma ruptura dúctil, sendo, portanto, preferível.

2.6.3 Ruptura por ancoragem insuficiente

Este tipo de ruptura é resultante da deterioração da aderência das barras longitudinais ancoradas no nó. As fissuras na superfície da ligação penetram gradualmente no concreto, reduzindo a aderência entre a armadura e o concreto, o que leva a um deslizamento gradual das barras dentro da ligação (ZHANG, 2017).

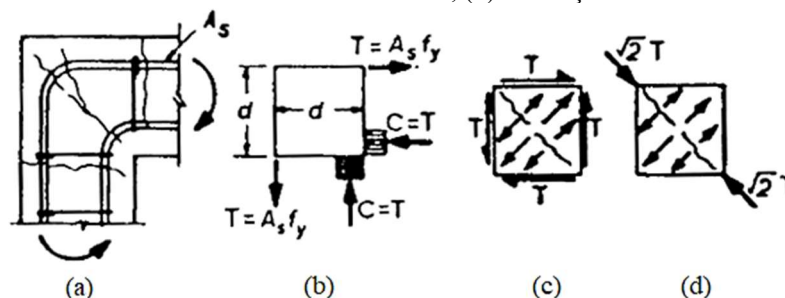
Megget (2003) afirma que nas ligações viga de cobertura-pilar extremo, a ausência do pilar superior faz com que as armaduras superiores da viga não tenham uma boa ancoragem. Podendo-se esperar então que ocorra falha na aderência e deslizamento das barras quando se tem pequenos comprimentos de ancoragem.

De acordo com Zhang (2017) o uso de grampos horizontais é sugerido para fornecer capacidade de suporte para as barras ancoradas.

2.6.4 Ruptura por fendilhamento

A ruptura por fendilhamento é resultado de elevadas tensões de tração na região da dobra da armadura, gerando fissuração, conforme mostrado na Figura 2.20. A fim de evitar a ruptura por fendilhamento deve-se utilizar um raio de dobramento da barra suficientemente grande conforme sugerido por Fusco (2013) e Leonhardt e Mönnig (1978). Ou no caso de o raio de dobramento ser inferior ao recomendado deve-se dispor de uma armadura capaz de absorver os esforços de tração.

Figura 2.20 – Ações em ligações com momento de fechamento: (a) fissuras típicas; (b) forças internas; (c) fissura devido à cortante; (d) fissuração.



Fonte: Park e Paulay, 1988.

2.7 Rigidez da ligação

Quando se admite o engastamento entre viga e pilar, considera-se a ligação perfeitamente rígida (monolítica) na análise estrutural, não sendo assim consideradas rotações relativas entre a viga e o pilar conectados. Esse comportamento, no entanto, difere do comportamento real, em que as ligações apresentam engastamento parcial. Devido a esse comportamento semirrígido, as ligações viga-pilar influenciam a redistribuição de momentos ao longo dos elementos de concreto.

Alva e El Debs (2013) afirmam que para estruturas de concreto armado, o deslizamento relativo da armadura de flexão dentro do nó gera uma rotação no engaste na interface da ligação. E, em regiões descontínuas, o escorregamento das barras em seções fissuradas também produz rotações relativas entre a viga e o pilar.

Santos, Silva e Alva (2018) verificaram por meio de um modelo analítico que as ligações do pavimento de cobertura apresentam rigidez inferior às dos pavimentos intermediários, o que está relacionado às menores taxas de armadura nas vigas da cobertura. Assim, a existência de ligações menos rígidas gera situações mais críticas para a estabilidade global da estrutura, e também para as armaduras dos pilares.

A consideração das ligações como perfeitamente rígidas gera um dimensionamento contra a segurança no meio do vão, uma vez que a transmissão de momentos para o pilar será parcial, menor que a considerada no dimensionamento e assim, as vigas estarão submetidas a maiores momentos fletores no meio do vão. Ao admitir as ligações como rígidas, superestima-se a rigidez das ligações e, assim, subestimam-se os deslocamentos da estrutura (ALVA; EL DEBS, 2013; SANTOS; SILVA; ALVA, 2018).

3 DESENVOLVIMENTO DO MODELO NUMÉRICO

Neste capítulo são apresentados os critérios para a calibração e modelagem em elementos finitos de ligações viga-pilar extremo. A modelagem foi realizada por meio do *software* Abaqus (SIMULIA, 2012).

3.1 Propriedades dos materiais

As propriedades dos materiais utilizados no modelo numérico são de grande importância para o comportamento do modelo, principalmente suas características elásticas e plásticas. No modelo de elementos finitos desenvolvido foi considerado o comportamento não linear do aço e do concreto.

3.1.1 Modelo constitutivo para o concreto

As propriedades não-lineares do concreto foram consideradas através do *Concrete Damaged Plasticity* (CDP), disponível no Abaqus. Esse modelo de dano acoplado à plasticidade do concreto é uma modificação do critério de Drucker-Prager feita por Lubliner et al. (1989) e Lee e Fenves (1998) (KMIECIK; KAMIŃSKI, 2011).

Este modelo fornece uma capacidade geral para modelagem do concreto e outros materiais quase frágeis em todos os tipos de estruturas, sendo utilizado para aplicações em que o concreto está submetido a condições arbitrárias de carregamento. O modelo leva em consideração a degradação da rigidez do concreto induzida por deformações plásticas tanto na tração quanto na compressão. Além disso, também considera efeitos de recuperação da rigidez sob carregamento cíclico (SIMULIA, 2012).

Os dados de entrada que definem o modelo CDP são: parâmetros elásticos do concreto, parâmetros plásticos, relação tensão *versus* deformação para o concreto comprimido, relação tensão *versus* deformação para o concreto tracionado e as variáveis de dano para o concreto comprimido e tracionado. No trabalho em questão, as variáveis de dano não foram utilizadas.

Os parâmetros elásticos do concreto são o módulo de elasticidade (Equação 8) e o coeficiente de Poisson (ν), os quais foram obtidos segundo recomendações do CEB-FIP (2012).

$$E_{ci} = E_{c0} \alpha_E \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad \text{Equação 8}$$

sendo:

E_{ci} - módulo de elasticidade tangente inicial do concreto, obtido aos 28 dias (em MPa);

$E_{c0} = 21,5 \cdot 10^3$ MPa;

f_{cm} - resistência a compressão média do concreto (em MPa);

$\alpha_E = 1,0$ para agregados quartzosos.

Os parâmetros plásticos são o ângulo de dilatância (ψ), a excentricidade (ϵ), a relação entre a resistência à compressão biaxial e uniaxial (σ_{b0}/σ_{c0}), o fator de forma (K) e o parâmetro de viscosidade (μ). Foram utilizados os valores recomendados no manual do Abaqus (SIMULIA, 2012) e também por Kmiecik e Kamiński (2011), conforme apresentado na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Parâmetros plásticos do CDP.

ψ	ϵ	σ_{b0}/σ_{c0}	K	μ
36°	0,1	1,16	2/3	0

A curva de compressão do concreto que apresentou melhor convergência foi obtida a partir do modelo proposto por Wee, Chin e Mansur (1996). Os autores avaliaram quatro modelos de outros autores e propuseram uma melhoria ao modelo de Carreira e Chu (1985), o qual não apresentava boa representação da porção descendente da curva. Dessa forma, foi mantida a equação original para a porção ascendente (Equação 9) da curva e foram introduzidos dois fatores de correção na equação da porção descendente (Equação 10). Com isso o modelo apresentou boa correlação para ser usado tanto em concreto de resistência normal quanto para concretos de alta resistência. Além disso, Wee, Chin e Mansur (1996) também propuseram uma equação para o módulo de elasticidade tangente inicial (Equação 11).

$$f = f_0 \left[\frac{\beta \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^\beta} \right] \quad \text{Equação 9}$$

$$f = f_0 \left[\frac{k_1 \beta \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)}{k_1 \beta - 1 + \left(\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \right)^{k_2 \beta}} \right] \quad \text{Equação 10}$$

$$E_{it} = 10200(f_0)^{1/3} \quad \text{Equação 11}$$

sendo:

β - parâmetro do material, dependente da forma do diagrama tensão-deformação, dado pela Equação 12;

$k_1 = 1,0$ para $f \leq 50$ MPa ou dado pela Equação 13 para $50 \leq f \leq 120$ MPa;

$k_2 = 1,0$ para $f \leq 50$ MPa ou dado pela Equação 14 para $50 \leq f \leq 120$ MPa;

ε_0 - deformação para a tensão máxima de compressão obtida do CEB-FIP (2012).

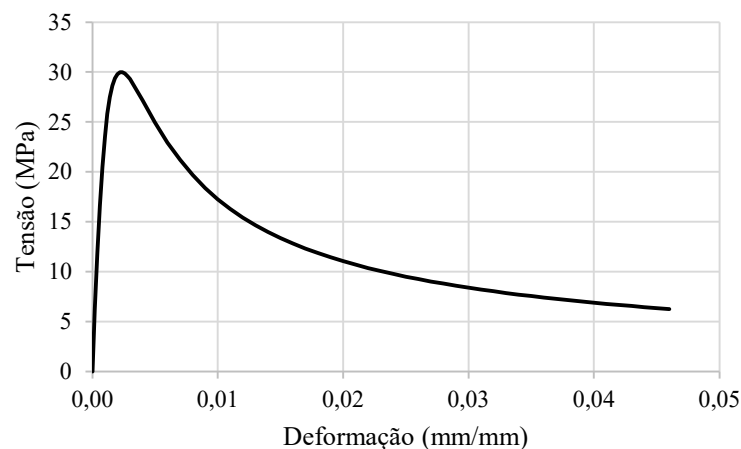
$$\beta = \frac{1}{1 - \left(\frac{f_0}{\varepsilon_0 E_{it}}\right)} \quad \text{Equação 12}$$

$$k_1 = \left(\frac{50}{f_0}\right)^3 \quad \text{Equação 13}$$

$$k_2 = \left(\frac{50}{f_0}\right)^{1,3} \quad \text{Equação 14}$$

Dessa forma, para o concreto considerado neste trabalho, com $f_0 = 30$ MPa, a curva de compressão é apresentada na Figura 3.1.

Figura 3.1 – Curva de compressão do concreto, modelo de Wee, Chin e Mansur (1996).



A curva do concreto tracionado foi obtida de acordo com o modelo de Hordijk (1991), o qual foi desenvolvido com base em experimentos com diferentes tipos de concretos. Consiste em um modelo tensão *versus* abertura de fissuras governado por uma equação exponencial (Equação 15).

$$\frac{\sigma}{f_t} = \left[1 + \left(c_1 \frac{w}{w_c} \right)^3 \right] \exp\left(-c_2 \frac{w}{w_c}\right) - \frac{w}{w_c} (1 + c_1^3) \exp(-c_2) \quad \text{Equação 15}$$

sendo:

$$c_1 = 3;$$

$$c_2 = 6,93;$$

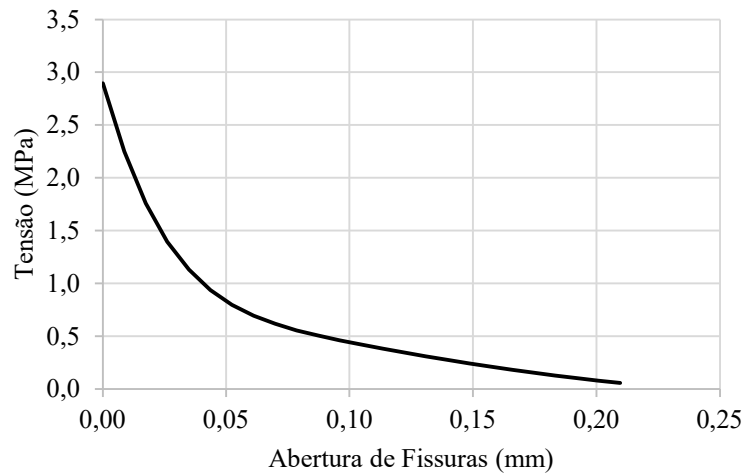
w_c - abertura de fissuras crítica, obtida pela Equação 16.

$$w_c = 5,14 \frac{G_f}{f_t} \quad \text{Equação 16}$$

O autor não define uma formulação específica para a obtenção da tensão de tração (f_t) e para a energia de fratura (G_f), dessa forma, utilizou-se nesse trabalho com os valores recomendados pelo CEB-FIP (2012).

Até a resistência de tração, o comportamento do concreto é elástico linear. A partir disso, a tensão decai de acordo com a curva apresentada na Figura 3.2.

Figura 3.2 – Curva de tração do concreto, modelo de Hordijk (1991).



3.1.2 Modelo constitutivo para o aço

O aço é um material homogêneo e isotrópico, com comportamento semelhante à tração e à compressão. O material apresenta comportamento elástico linear até a tensão de escoamento (f_y) ser atingida, a partir da qual sofre deformações plásticas. O módulo de elasticidade foi considerado de 210 GPa e o coeficiente de Poisson de 0,3.

O comportamento tensão x deformação adotado para os aços da armadura são apresentados na Figura 3.3 e Figura 3.4, respectivamente para o aço CA-50 e CA-60.

Figura 3.3 – Curva de tensão x deformação adotada para o aço CA-50.

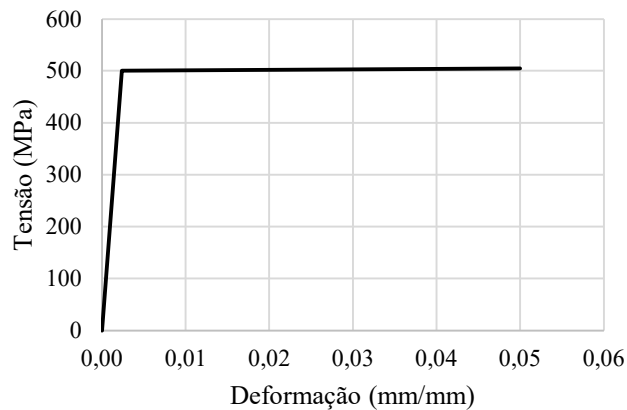
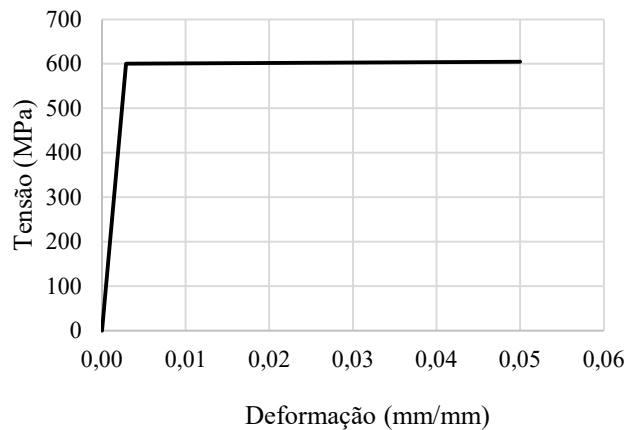


Figura 3.4 – Curva de tensão x deformação adotada para o aço CA-60.



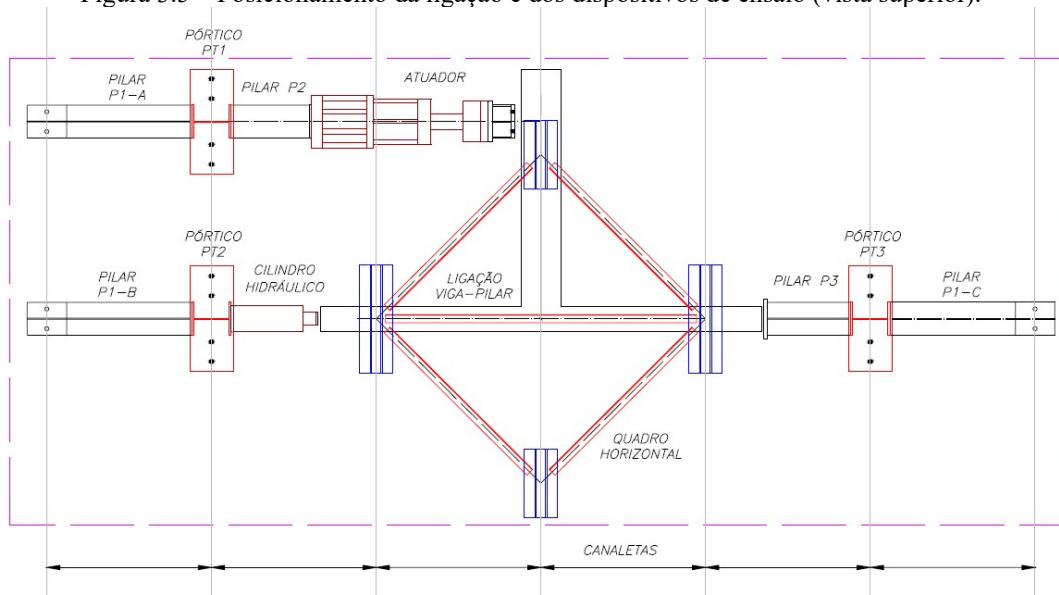
3.2 Calibração

3.2.1 Haach (2005)

3.2.1.1 Dados do ensaio experimental

A calibração do modelo em elementos finitos foi realizada tendo como referência os ensaios experimentais de ligações viga-pilar de Haach (2005). O autor estudou a influência da força normal no comportamento estrutural de nós de pórtico externos de concreto armado sob ação de carga monotônica. O ensaio constituiu na aplicação de uma força normal no pilar até a intensidade desejada, mantendo-a constante a partir daí, então se aplica uma força na viga até a ruína. No caso, foram definidas três intensidades de força normal, 400, 300 e 250 kN, sendo os modelos nomeados respectivamente de N400, N300 e N200. O esquema do ensaio é apresentado na Figura 3.5.

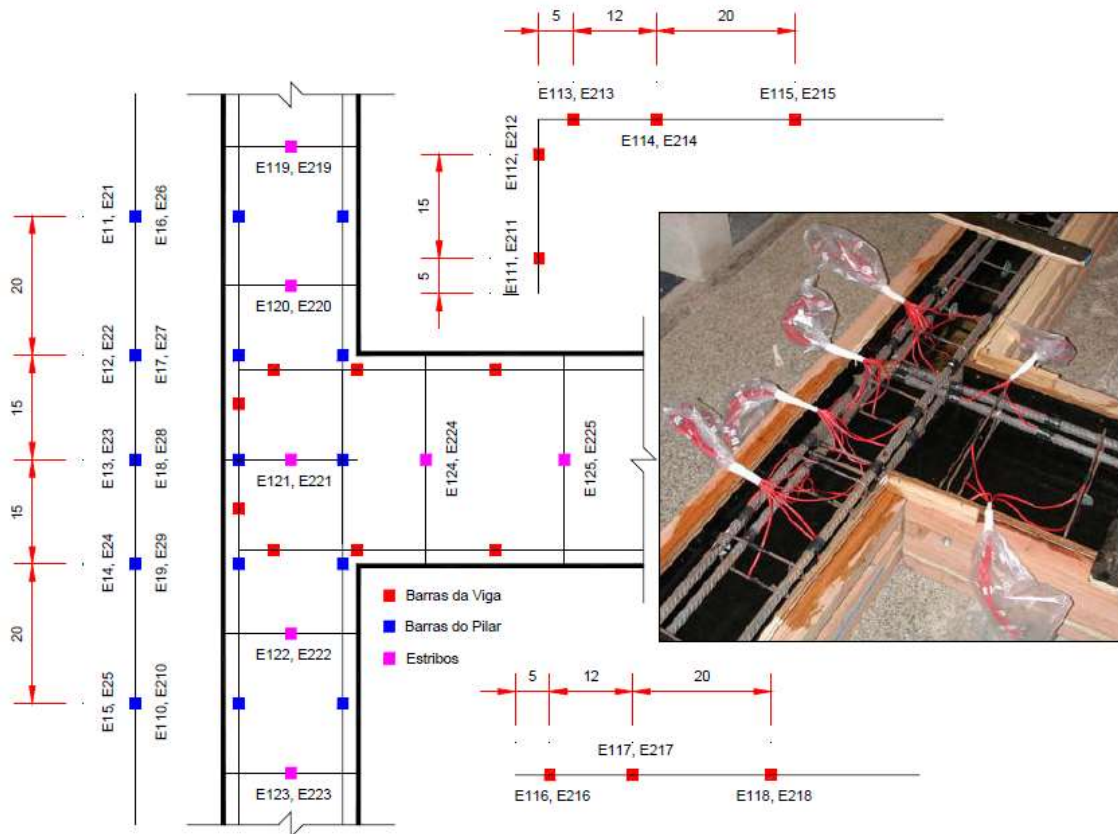
Figura 3.5 – Posicionamento da ligação e dos dispositivos de ensaio (vista superior).



Fonte: Haach, 2005.

Para medir as deformações nas barras das armaduras da ligação Haach (2005) utilizou extensômetros elétricos posicionados conforme mostrado na Figura 3.6.

Figura 3.6 – Posicionamento dos extensômetros.



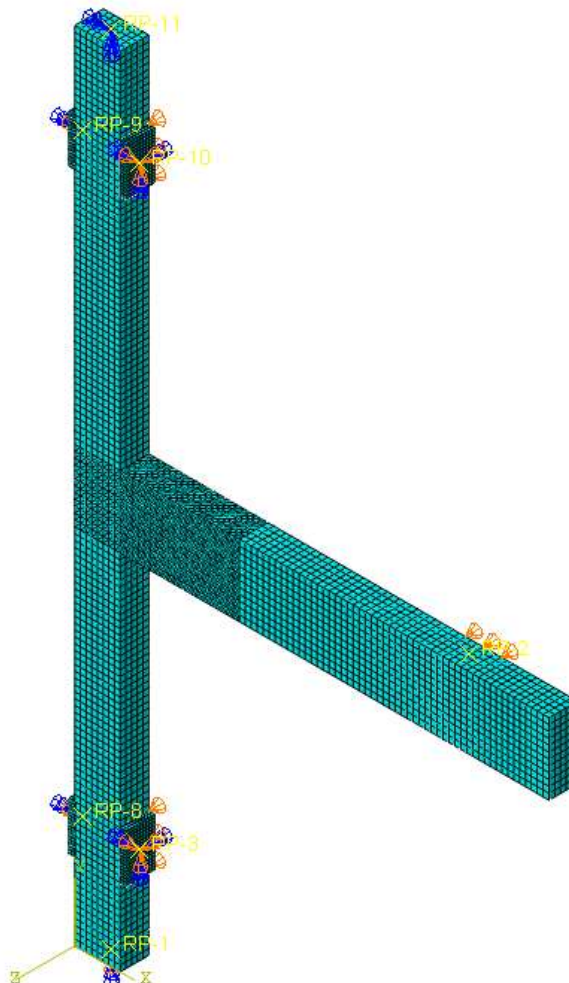
Fonte: Haach, 2005.

3.2.1.2 Dados do modelo numérico

O modelo de elementos finitos desenvolvido para a ligação é apresentado na Figura 3.7. De modo a representar o aparato de fixação utilizado no ensaio foram utilizadas quatro chapas de contenção laterais, adotadas de material elástico-linear, as quais foram consideradas engastadas. O contato entre as chapas e o pilar foi representado por meio de uma interação do tipo *hard contact*. Nos pontos de apoio do pilar e da viga, ou seja, onde se posicionaram os calços de sustentação, foi impedido apenas o deslocamento na direção do mesmo.

A base do pilar foi engastada, e nos pontos de atuação de força, na viga e no pilar, foram consideradas rótulas. Todas as condições de contorno e restrições foram aplicadas em *reference points* conectados à superfície em questão por *coupling*. Em um primeiro *step* foi aplicada no topo do pilar uma carga axial concentrada, e em um segundo *step* foi prescrito um deslocamento vertical, o qual representa o carregamento aplicado na viga.

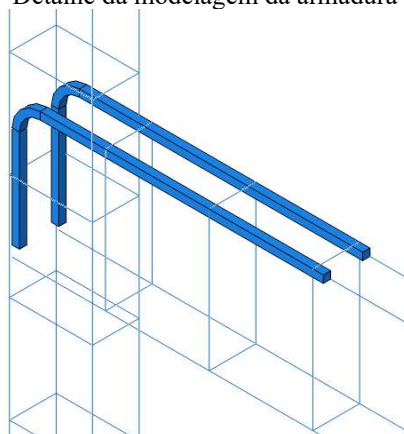
Figura 3.7 – Modelo numérico da ligação viga-pilar ensaiada por Haach (2005).



A armadura superior da viga, ou seja, a armadura principal da ligação foi modelada por meio de elementos sólidos nas proximidades da ligação, dentro da região descontínua e ao longo da viga se fez uma transição para elementos lineares, sendo estas conectadas por *coupling*. As demais armaduras foram consideradas por meio de elementos lineares. Um detalhe das armaduras na modelagem pode ser observado na Figura 3.8. Para as barras lineares a interação entre a armadura e o concreto foi considerada por meio de uma restrição do tipo *embedded*.

As barras sólidas foram modeladas com seção quadrada. A definição da dimensão do lado foi definida de modo a se manter a mesma área de seção transversal. Foi utilizada uma restrição do tipo *tie*, representando uma aderência perfeita. Foram testados modelos de contato para simular a interação entre a armadura e o concreto, os quais representaram adequadamente modelos de barras isoladas, em situação de arrancamento. No entanto, não foi possível obter convergência quando o modelo de contato foi considerado para as barras da ligação viga-pilar. Somente foi possível atingir convergência por meio da interação do tipo *tie*.

Figura 3.8 – Detalhe da modelagem da armadura da ligação.



Quanto à malha de elementos finitos, para o concreto na região da ligação foram utilizados elementos finitos sólidos tetraédricos do tipo C3D10, o qual possui interpolação quadrática para os deslocamentos, com dez nós e três graus de liberdade por nó. Nas demais regiões o concreto foi representado por meio de elementos finitos sólidos hexaédricos do tipo C3D8R, assim como na armadura sólida e nas chapas de apoio. Este tipo de elemento possui interpolação linear para os deslocamentos, com oito nós, três graus de liberdade por nó e integração reduzida. Essa ligação entre elementos com interpolação quadrática e linear gera uma malha não conforme, no entanto, isso é corrigido pelo *software* através da inserção de um *tie* conectando os elementos das malhas.

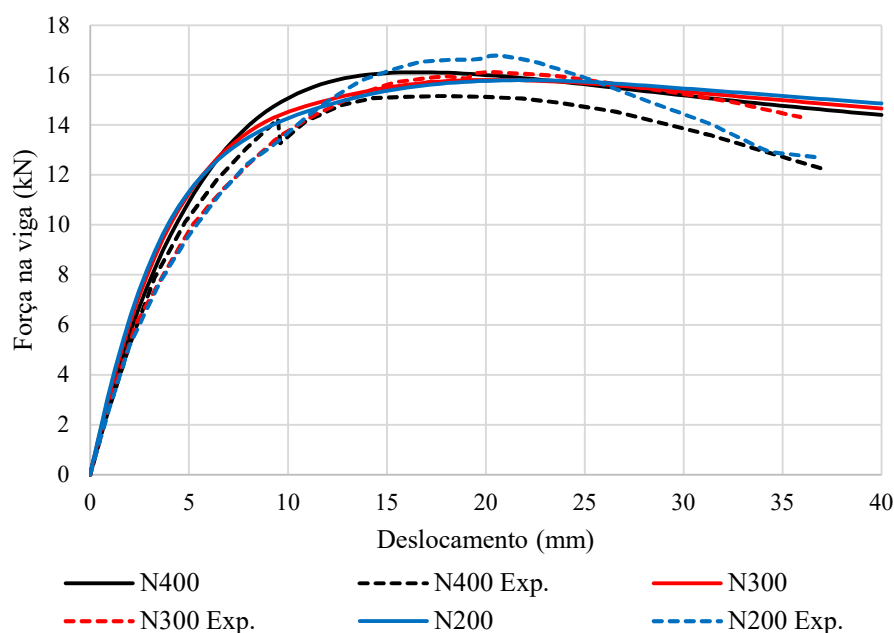
Para as armaduras lineares foram adotados elementos de treliça T3D2 com dois nós e três graus de liberdade por nó. Todos os elementos utilizados se encontram no Manual do Abaqus (SIMULIA, 2012).

Foi realizado um estudo da malha, sendo testadas malhas com tamanho 10, 20, 25, 30 e 40 mm, sendo os melhores resultados obtidos com dimensão máxima de 25 mm para os elementos de concreto, atingindo uma melhor velocidade de processamento e melhor convergência com os resultados experimentais.

3.2.1.3 Resultados

Através da modelagem numérica dos três modelos, com carga axial de 400 kN (N400), 300 kN (N300) e 250 kN (N200), foram obtidas as curvas de força *versus* deslocamento apresentadas na Figura 3.9, juntamente com as curvas obtidas experimentalmente por Haach (2005).

Figura 3.9 – Curva força x deslocamento.



Além disso, em cada um dos modelos foram analisadas também as deformações da armadura longitudinal do pilar na região nodal e as deformações da armadura longitudinal da viga. Os resultados obtidos a partir do modelo numérico são apresentados, juntamente com as curvas experimentais, da Figura 3.10 até a Figura 3.13, para o modelo N300. De modo

semelhante, os resultados obtidos para os modelos N400 e N200 são apresentados no Apêndice A.

Figura 3.10 – Deformações da armadura longitudinal do pilar *versus* força no pilar na região nodal (Modelo N300).

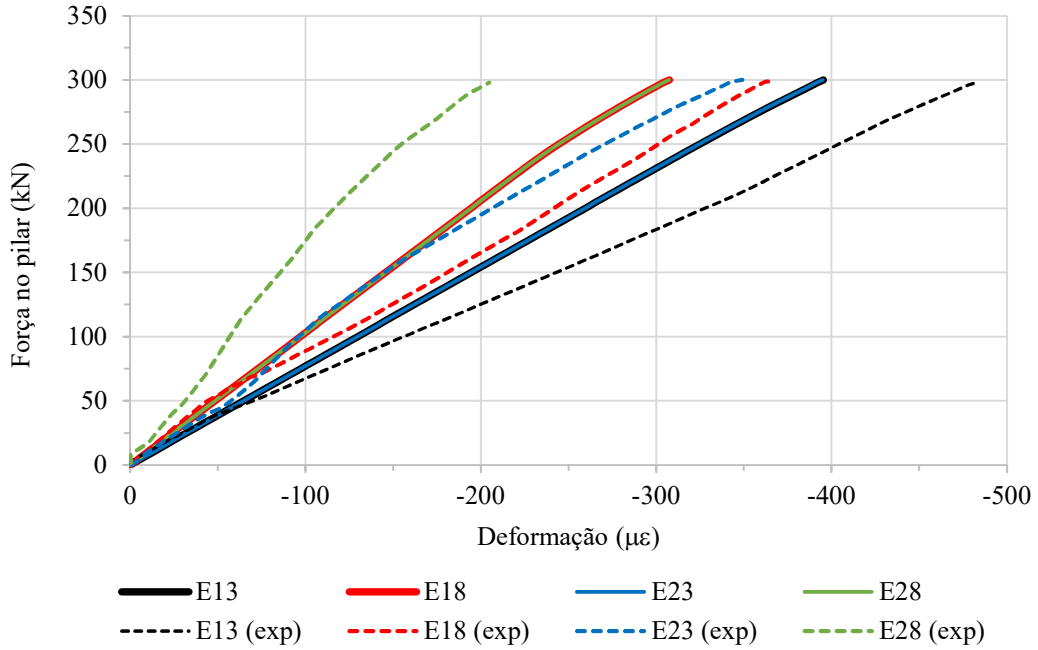


Figura 3.11 – Deformações da armadura longitudinal do pilar *versus* força na viga na região nodal (Modelo N300).

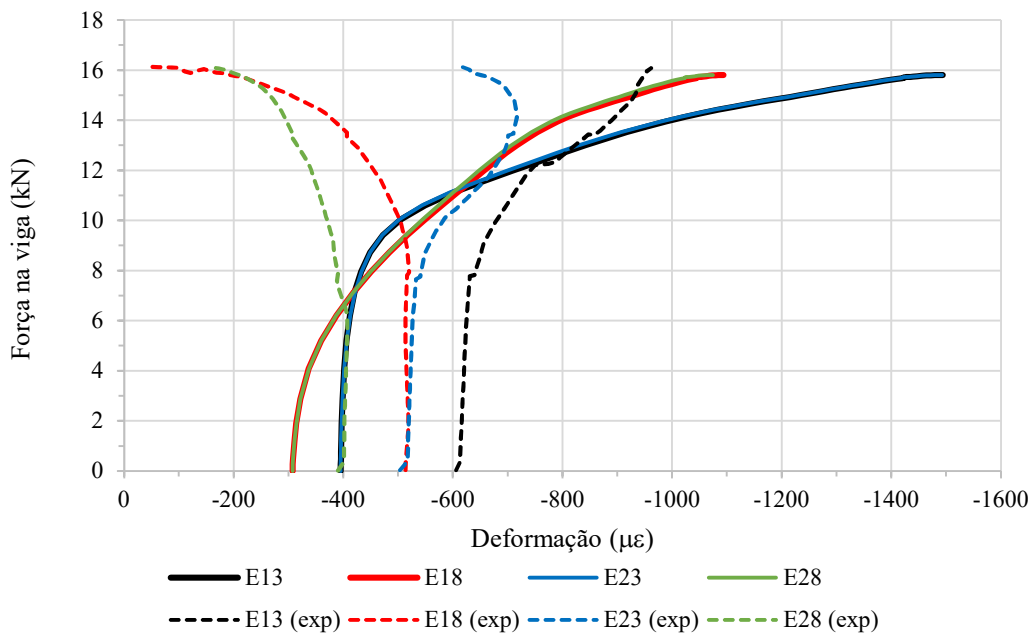


Figura 3.12 – Deformações da armadura longitudinal inferior da viga (Modelo N300).

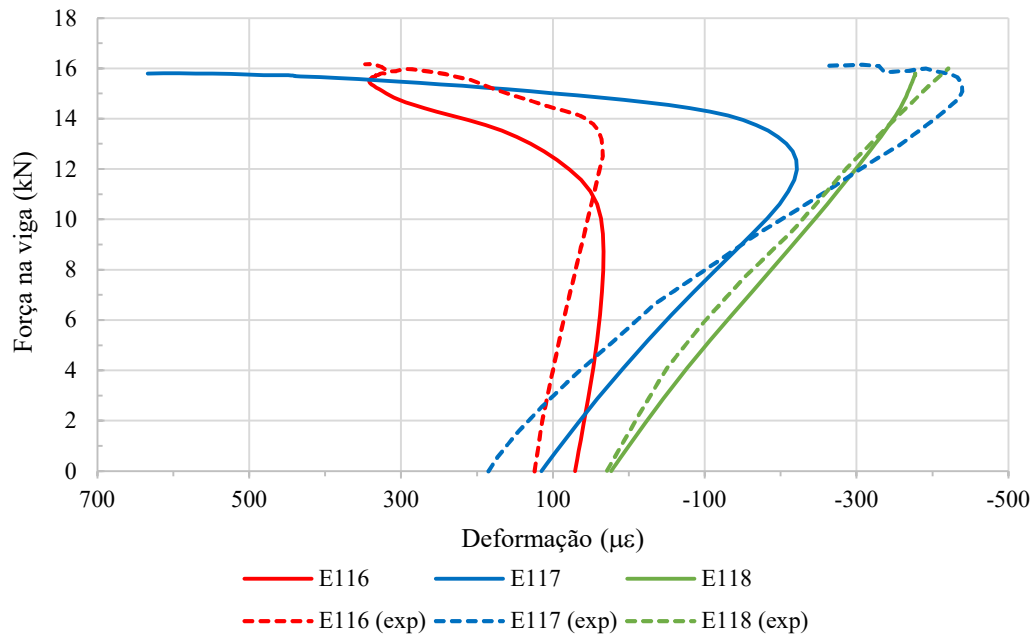
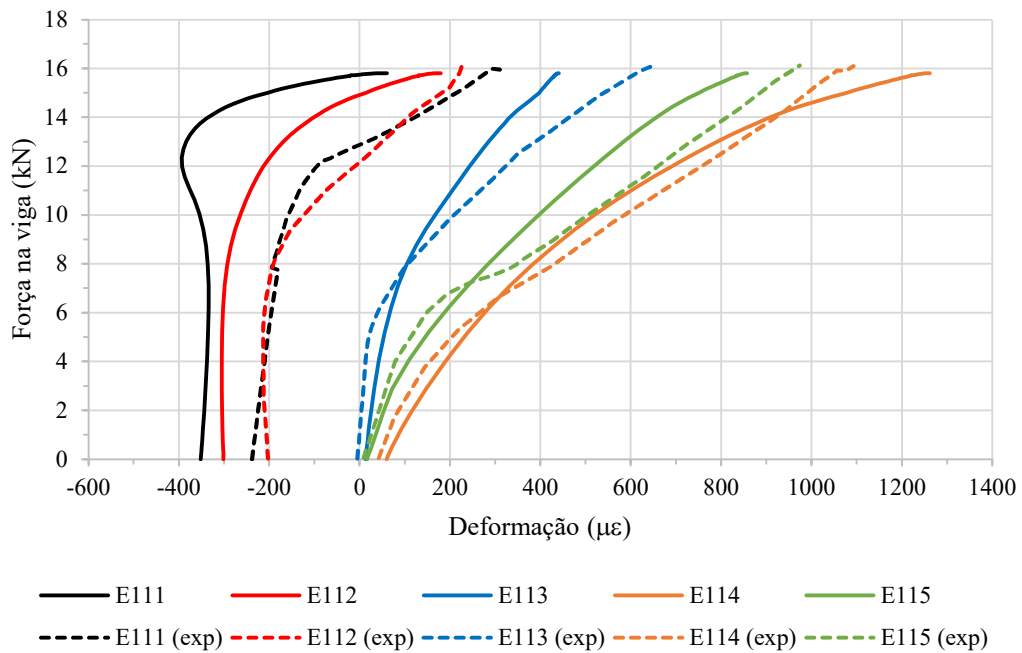


Figura 3.13 - Deformações da armadura longitudinal superior da viga (Modelo N300).



Os resultados obtidos representam satisfatoriamente a tendência do comportamento nos modelos analisados. Destaca-se que através da modelagem da armadura superior da viga por meio de elementos sólidos, foi possível inclusive verificar o comportamento da mesma ao passar de comprimida a tracionada (Extensômetros E111 e E112) ao longo do carregamento aplicado. Esse comportamento não tinha sido captado quando se testou elementos lineares para

a armadura superior da viga. Assim, uma vez que o comportamento foi satisfatório as modelagens seguintes utilizaram parâmetros semelhantes para a análise das ligações viga-pilar avaliadas neste trabalho.

3.3 Série de ligações a serem analisadas

3.3.1 Definição da geometria

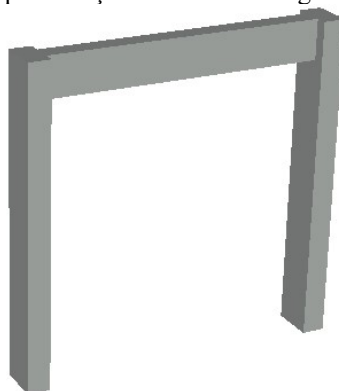
Os pórticos ensaiados foram obtidos a partir da definição de algumas vigas e pilares usuais de edifícios. Assim, foram formados pórticos, arbitrariamente com quatro diferentes dimensões de vigas, 15x30, 15x40, 15x50 e 15x60. Os vãos adotados foram respectivamente de 3, 4, 5 e 6 metros e os pilares possuem altura de 2,80 metros. Uma representação tridimensional genérica é apresentada na Figura 3.14. A nomenclatura dos modelos foi definida conforme mostrado na Tabela 3.2, contendo as dimensões dos pilares, a altura da viga, seguido da letra G quando houver a presença de grampos no modelo. Em sua maioria os pórticos foram formados considerando a flexão na direção de menor rigidez do pilar, mas com vistas a se ter uma comparação, foram considerados também modelos com flexão na direção de maior rigidez do pilar.

Tabela 3.2 – Dimensões dos pórticos.

Modelo	Pilar		Viga		Vão (m)	Modelo	Pilar		Viga		Vão (m)
	b*	h*	b*	h*			b*	h*			
P15/25V30G	15	25	15	30	3	P20/40V40G	20	40	15	40	4
P15/30V30G	15	30	15	30	3	P30/20V40	30	20	15	40	4
P15/40V30G	15	40	15	30	3	P40/20V40	40	20	15	40	4
P20/20V30	20	20	15	30	3	P15/30V50G	15	30	15	50	5
P20/25V30	20	25	15	30	3	P15/40V50G	15	40	15	50	5
P20/30V30	20	30	15	30	3	P20/30V50G	20	30	15	50	5
P20/40V30	20	40	15	30	3	P20/40V50G	20	40	15	50	5
P25/20V30	25	20	15	30	3	P30/20V50G	30	20	15	50	5
P30/20V30	30	20	15	30	3	P40/20V50G	40	20	15	50	5
P40/20V30	40	20	15	30	3	P15/30V60G	15	30	15	60	6
P15/25V40G	15	25	15	40	4	P15/40V60G	15	40	15	60	6
P15/30V40G	15	30	15	40	4	P20/30V60G	20	30	15	60	6
P15/40V40G	15	40	15	40	4	P20/40V60G	20	40	15	60	6
P20/20V40G	20	20	15	40	4	P30/20V60G	30	20	15	60	6
P20/30V40G	20	30	15	40	4	P40/20V60	40	20	15	60	6

* Dimensões em cm.

Figura 3.14 – Representação tridimensional genérica do pórtico.



3.3.2 Dimensionamento e detalhamento

O dimensionamento da viga foi realizado por equilíbrio da seção e o dimensionamento do pilar com o auxílio do *software* Oblíqua 1.0 (MARINO et al., 2001), desenvolvido na Universidade Federal do Paraná (UFRR), o qual realiza a verificação de seções de concreto armado submetidas a flexão composta oblíqua. Além disso, foi realizada a verificação da ligação por meio do método de bielas e tirantes.

Adotou-se um concreto com resistência de 30 MPa, classe de agressividade I e, portanto, cobrimento nominal de 25 mm. Foram desconsiderados no dimensionamento os coeficientes de redução da resistência e de majoração das solicitações. Além disso, também foi alterado o coeficiente de modificação (k_{mod}), que limita o valor máximo de tensão nos elementos estruturais e que tem a função de considerar a influência de outros fatores que interferem na resistência do concreto e não foram anteriormente considerados na determinação da resistência. Este coeficiente surge da combinação de três fatores, segundo a Equação 17.

$$k_{mod} = k_{mod,1}k_{mod,2}k_{mod,3} \quad \text{Equação 17}$$

sendo:

$k_{mod,1}$ - coeficiente que leva em consideração o efeito deletério do tempo de atuação do carregamento na resistência do concreto. Rüsç demonstrou que a resistência de longo prazo é da ordem de 75% da resistência obtida em ensaio rápido.

$k_{mod,2}$ - coeficiente que considera a maturação do concreto, a qual aumenta a resistência do concreto em cerca de 20% com o tempo.

$k_{mod,3}$ - coeficiente que considera a diferença entre a resistência do concreto da estrutura e a resistência medida nos corpos de prova, sendo a primeira 95% da segunda.

Desse modo, combinando esses coeficientes é obtido o coeficiente de modificação que representa a relação entre a resistência à compressão do concreto nas condições reais de ações na estrutura, $k_{mod} = 0,75 \cdot 1,20 \cdot 0,95 = 0,85$. No entanto, no caso em questão somente se aplica a utilização do $k_{mod,3}$ e, portanto, $k_{mod} = 0,95$.

Optou-se por um dimensionamento no limite dos domínios 2/3, com um máximo aproveitamento de ambos os materiais, o aço atingindo deformações de 10‰ e o concreto 3,5‰. Para isso, obteve-se para cada uma das vigas dos pórticos a posição de linha neutra correspondente a esta situação. A partir disso, calculou-se o momento resistente para a situação com base na Equação 18.

$$M_R = R_{cc} \cdot z \quad \text{Equação 18}$$

sendo:

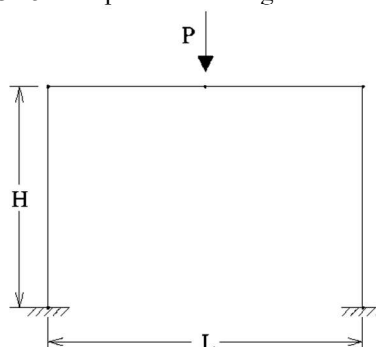
R_{cc} – resultante de compressão no concreto.

z – braço de alavanca.

Considerando-se então uma situação intermediária entre uma condição de viga apoiada e perfeitamente engastada nas extremidades, tem-se que o momento no apoio está compreendido entre 0 e $PL/8$, onde P é a força concentrada no meio do vão e L é o vão da viga (Figura 3.15). A situação mais crítica para o dimensionamento da viga neste caso ocorre quando se tem momento nulo no apoio, restando assim um momento $PL/4$ no vão. Igualando-se o $PL/4$ ao momento resistente calculado anteriormente, é possível obter a carga P que ao ser aplicada no pórtico gera tal condição.

No vão a viga foi dimensionada para o momento M_R , obtido pela Equação 18, esperando-se assim que a mesma estivesse superdimensionada em relação ao apoio. O pilar e a armadura superior da viga foram dimensionados para a carga P , aplicada no meio do vão, conforme esquema da Figura 3.15, sendo os esforços obtidos com o *software* Ftool.

Figura 3.15 – Esquema de carregamento do pórtico.



Os detalhes do dimensionamento da viga e do pilar, incluindo as planilhas utilizadas, podem ser encontrados no Apêndice B, bem como as planilhas e detalhes da verificação dos nós de pórticos pelo método de bielas e tirantes, de acordo com as recomendações da ABNT NBR 6118:2014.

O modelo de bielas e tirantes foi obtido conforme recomendações de pesquisadores e o critério estabelecido pela ABNT NBR 6118:2014, de que o ângulo entre as bielas e o eixo da armadura longitudinal deve estar entre $29,68^\circ$ e $63,43^\circ$. Na Figura 3.16 exemplifica-se o modelo de bielas para alguns dos nós de pórticos analisados, mostrando-se a geometria de suas bielas e nós. As bielas são representadas por linhas tracejadas, os tirantes por linhas contínuas e as zonas nodais em cinza. A geometria das bielas e nós foi obtida por processo iterativo, definindo-se inicialmente uma espessura constante para as bielas, sendo estas posteriormente ajustadas de acordo com o cálculo, de modo a se disponibilizar as maiores áreas de concreto para os elementos mais solicitados, visando atingir a máxima capacidade resistente de cada modelo.

As características do modelo de bielas e tirantes variam de acordo com a proporção entre as dimensões da viga e do pilar, a situação mostrada na Figura 3.16 é típica de geometrias em que o pilar e a viga possuem alturas com dimensões próximas. E o modelo na Figura 3.17 representa uma situação em que a altura da viga (h_v) é superior à altura do pilar (h_p).

Figura 3.16 – Modelo de bielas e tirantes com $h_v/h_p = 1,25$: (a) treliça unifilar; (b) geometria de bielas e nós.

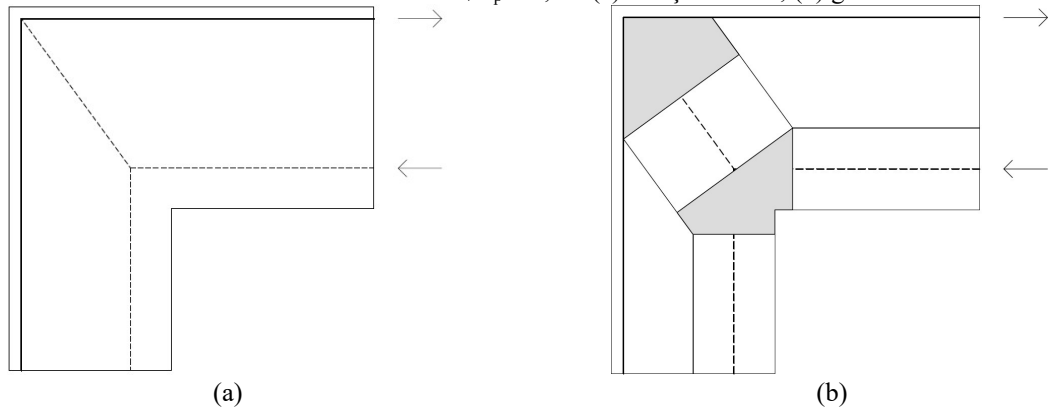
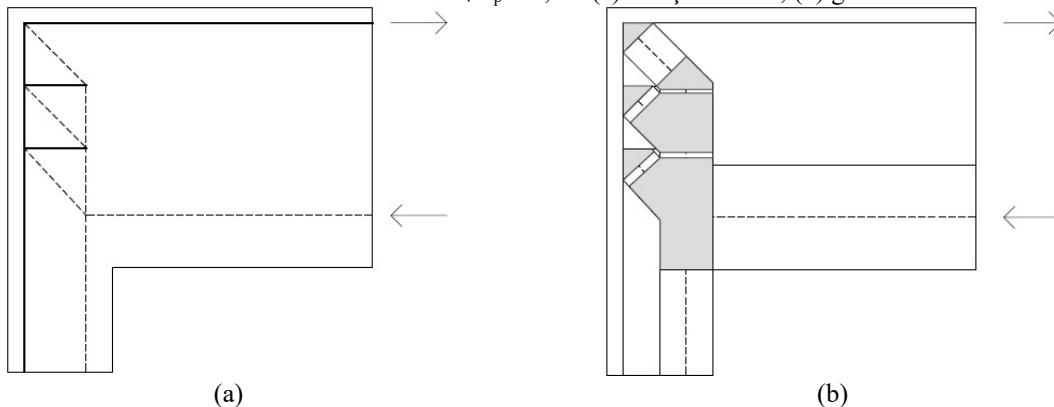


Figura 3.17 – Modelo de bielas e tirantes com $h_v/h_p = 2,50$: (a) treliça unifilar; (b) geometria de bielas e nós.



Na Tabela 3.3 tem-se um resumo dos valores teóricos obtidos para os pórticos analisados que compreendem os momentos atuantes no pilar, o momento resistente na viga utilizado no dimensionamento da armadura do vão, a força no meio do vão, correspondente à condição de viga apoiada e os esforços por ela gerados na viga na condição semi-engastada, conforme já explicado anteriormente. Um diagrama de esforços genérico para o pórtico é apresentado na Figura 3.18. Além disso, tem-se a relação entre as alturas da viga e do pilar (h_v/h_p) e o momento resistente da ligação, obtido pela verificação do nó através do modelo de bielas e tirantes. Por fim, tem-se a relação entre os momentos solicitante e resistente no nó, sendo ambos momentos teóricos. Apenas em um dos casos o momento solicitante foi superior ao resistente.

Os detalhamentos das vigas e pilares de cada um dos pórticos analisados são apresentados na Tabela 3.4. Como foi citado anteriormente, a armadura superior foi modelada parcialmente por meio de elementos sólidos de seção quadrada, com mesma área de seção transversal da barra. Dessa forma, tem-se na tabela os valores do lado da barra considerados (l_{barra}) em cada caso.

Não foram dispostas armaduras horizontais adicionais no modelo devido ao dimensionamento pelo método de bielas e tirantes para se manter um detalhamento usual e com o entendimento de que as armaduras já existentes, dispostas na região da ligação são suficientes para absorver os esforços. Para isso, foi realizada uma correlação entre essas armaduras, que pode ser verificada no Apêndice B, na Tabela B.5, onde verifica-se que as áreas de armadura usualmente detalhadas são superiores às necessárias pelos modelos de bielas e tirantes.

Figura 3.18 – Diagrama de esforços genérico do pórtico.

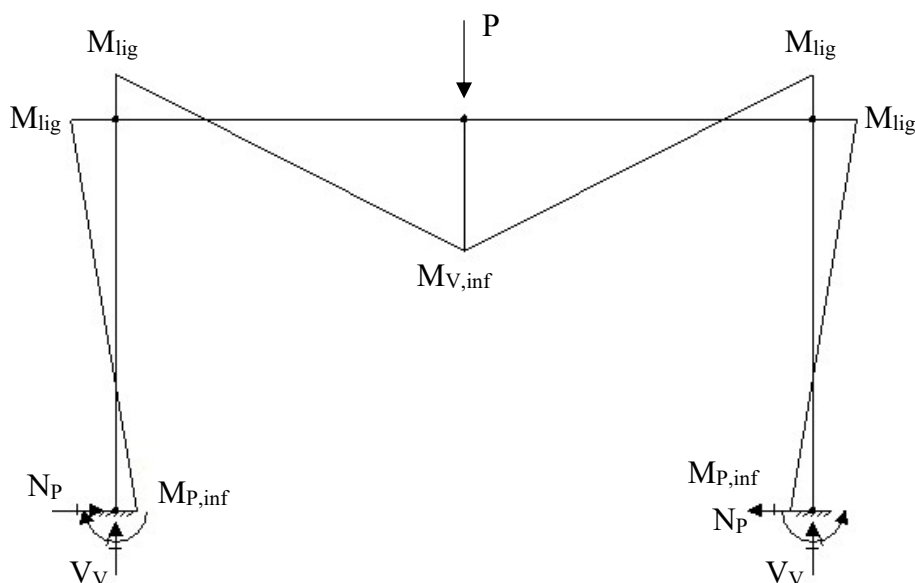


Tabela 3.3 – Resumo dos dados dos pórticos.

Pórtico	Momento inf. pilar – $M_{P,inf}$ (kN.m)	Normal pilar – N_P (kN)	Momento resistente viga (kN.m)	Força - P (kN)	Momento inf. viga – $M_{V,inf}$ (kN.m)	Momento ligação – M_{lig} (kN.m)	Força cortante viga – V_V (kN)	h_v/h_p	Momento resistente ligação (kN.m)	Relação entre momento solicitante e resistente na ligação
P15/25V30G	3,8	33,1	49,7	66,2	42,0	7,7	33,1	2,00	19,52	39%
P15/30V30G	4,3	33,1	49,7	66,2	41,0	8,7	33,1	2,00	19,52	45%
P15/40V30G	5,2	33,1	49,7	66,2	39,3	10,3	33,1	2,00	19,52	53%
P20/20V30	5,7	33,1	49,7	66,2	38,3	11,4	33,1	1,50	26,14	44%
P20/25V30	6,4	33,1	49,7	66,2	36,9	12,7	33,1	1,50	26,14	49%
P20/30V30	6,9	33,1	49,7	66,2	35,8	13,9	33,1	1,50	26,14	53%
P20/40V30	7,8	33,1	49,7	66,2	34,1	15,6	33,1	1,50	26,14	60%
P25/20V30	7,7	33,1	49,7	66,2	34,2	15,4	33,1	1,20	45,74	34%
P30/20V30	9,1	33,1	49,7	66,2	31,3	18,4	33,1	1,00	51,08	36%
P40/20V30	10,6	33,1	49,7	66,2	28,1	21,6	33,1	0,75	78,59	27%
P15/25V40G	4,9	48,7	97,4	97,4	87,6	9,8	48,7	2,67	18,07	54%
P15/30V40G	5,6	48,7	97,4	97,4	86,1	11,3	48,7	2,67	18,07	63%
P15/40V40G	7,0	48,7	97,4	97,4	83,5	13,9	48,7	2,67	18,07	77%
P20/20V40G	7,8	48,7	97,4	97,4	81,7	15,7	48,7	2,00	36,50	43%
P20/30V40G	10,1	48,7	97,4	97,4	77,1	20,3	48,7	2,00	36,50	56%
P20/40V40G	11,8	48,7	97,4	97,4	73,7	23,7	48,7	2,00	36,50	65%
P30/20V40	14,9	48,7	97,4	97,4	67,4	30,0	48,7	1,33	50,91	59%
P40/20V40	19,0	48,7	97,4	97,4	58,9	38,5	48,7	1,00	148,95	26%
P15/30V50G	6,5	64,3	160,9	128,7	147,9	13,0	64,3	3,33	18,09	72%
P15/40V50G	8,2	64,3	160,9	128,7	144,4	16,4	64,3	3,33	18,09	91%
P20/30V50G	12,6	64,3	160,9	128,7	135,7	25,2	64,3	2,50	40,17	63%

Continuação da Tabela 3.3 – Resumo dos dados dos pórticos.

Pórtico	Momento inf. pilar – $M_{P,inf}$ (kN.m)	Normal pilar – N_P (kN)	Momento resistente viga (kN.m)	Força - P (kN)	Momento inf. viga – $M_{V,inf}$ (kN.m)	Momento ligação – M_{lig} (kN.m)	Força cortante viga – V_V (kN)	h_v/h_p	Momento resistente ligação (kN.m)	Relação entre momento solicitante e resistente na ligação
P20/40V50G	15,1	64,3	160,9	128,7	130,5	30,4	64,3	2,50	40,17	76%
P30/20V50G	20,2	64,3	160,9	128,7	120,2	40,7	64,3	1,67	94,25	43%
P40/20V50G	28,0	64,3	160,9	128,7	104,1	56,8	64,3	1,25	177,92	32%
P15/30V60G	7,1	80,2	240,4	160,3	226,3	14,2	80,2	4,00	17,79	80%
P15/40V60G	9,1	80,2	240,4	160,3	222,3	18,2	80,2	4,00	17,79	102%
P20/30V60G	14,4	80,2	240,4	160,3	211,5	28,9	80,2	3,00	40,23	72%
P20/40V60G	17,8	80,2	240,4	160,3	204,8	35,7	80,2	3,00	40,23	89%
P30/20V60G	24,8	80,2	240,4	160,3	190,5	49,9	80,2	2,00	93,56	53%
P40/20V60	37,0	80,2	240,4	160,3	165,3	75,2	80,2	1,50	122,19	62%

Tabela 3.4 – Resumo do detalhamento dos pórticos.

Pórtico	Pilar					Viga													
	Arm. long.		Arm transv.			Arm. inferior				Grampos			Arm. superior					Arm. transv.	
	Nº	ϕ (mm)	ϕ (mm)	e (cm)	Estribo Suplementar	Nº	ϕ (mm)	L _{gancho} (cm)	R _{gancho} (mm)	Nº	ϕ (mm)	L (cm)	Nº	ϕ (mm)	I _{barra} (mm)	L _{traspasse} (cm)	R _{gancho} (mm)	ϕ (mm)	e (cm)
P15/25V30G	4	10	5,0	12	NÃO	4	12,5	10,0	31,25	3	6,3	32,0	2	6,3	5,58	36,0	47,25	5,0	15
P15/30V30G	4	10	5,0	12	NÃO	4	12,5	10,0	31,25	3	6,3	32,0	2	8,0	7,09	38,5	60,00	5,0	15
P15/40V30G	6	10	5,0	12	SIM	4	12,5	10,0	31,25	3	6,3	32,0	2	8,0	7,09	38,0	60,00	5,0	15
P20/20V30	4	10	5,0	12	NÃO	4	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	6,3	5,58	52,0	47,25	5,0	15
P20/25V30	4	10	5,0	12	NÃO	4	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	10,0	8,86	38,0	75,00	5,0	15
P20/30V30	4	10	5,0	12	NÃO	4	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	10,0	8,86	46,5	75,00	5,0	15
P20/40V30	6	10	5,0	12	SIM	4	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	10,0	8,86	46,0	75,00	5,0	15
P25/20V30	4	10	5,0	12	NÃO	4	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	10,0	8,86	46,0	75,00	5,0	15
P30/20V30	4	10	5,0	12	NÃO	4	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	10,0	8,86	54,0	75,00	5,0	15
P40/20V30	6	10	5,0	12	SIM	4	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	12,5	11,08	52,0	93,75	5,0	15
P15/25V40G	4	10	5,0	12	NÃO	6	12,5	10,0	31,25	3	10,0	32,0	2	6,3	5,58	32,0	47,25	5,0	20
P15/30V40G	4	10	5,0	12	NÃO	6	12,5	10,0	31,25	5	8,0	32,0	2	8,0	7,09	36,5	60,00	5,0	20
P15/40V40G	6	10	5,0	12	SIM	6	12,5	10,0	31,25	3	10,0	32,0	2	8,0	7,09	36,0	60,00	5,0	20
P20/20V40G	4	10	5,0	12	NÃO	6	12,5	10,0	31,25	3	6,3	32,0	2	8,0	7,09	40,0	60,00	5,0	20
P20/30V40G	4	12,5	5,0	15	NÃO	6	12,5	10,0	31,25	3	6,3	32,0	2	10,0	8,86	48,3	75,00	5,0	20
P20/40V40G	6	12,5	5,0	15	SIM	6	12,5	10,0	31,25	3	6,3	32,0	2	10,0	8,86	50,0	75,00	5,0	20
P30/20V40	4	12,5	5,0	15	NÃO	6	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	12,5	11,08	50,0	93,75	5,0	20
P40/20V40	6	10	5,0	12	SIM	6	12,5	10,0	31,25	-	-	-	2	12,5	11,08	64,0	93,75	5,0	20
P15/30V50G	4	12,5	5,0	15	NÃO	4	16,0	12,8	40,00	8	10,0	40,0	2	6,3	5,58	40,3	47,25	5,0	20
P15/40V50G	6	10	5,0	12	SIM	4	16,0	12,8	40,00	8	10,0	40,0	2	8,0	7,09	34,0	60,00	5,0	20
P15/40V50	6	10	5,0	12	SIM	4	16,0	12,8	40,00	-	-	-	2	8,0	7,09	34,0	60,00	5,0	20
P20/30V50G	6	12,5	5,0	15	SIM	4	16,0	12,8	40,00	7	8,0	40,0	2	10,0	8,86	40,0	75,00	5,0	20
P20/40V50G	6	12,5	5,0	15	SIM	4	16,0	12,8	40,00	5	10,0	40,0	2	10,0	8,86	50,0	75,00	5,0	20
P30/20V50G	6	12,5	5,0	15	SIM	4	16,0	12,8	40,00	4	6,3	40,0	2	12,5	11,08	52,0	93,75	5,0	20

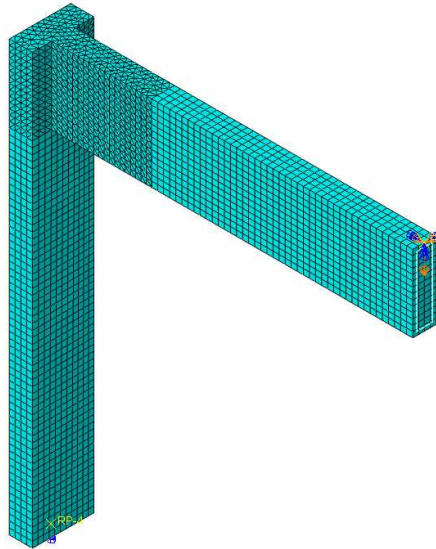
Continuação da Tabela 3.4 – Resumo do detalhamento dos pórticos.

Pórtico	Pilar					Viga													
	Arm. long.		Arm. transv.			Arm. inferior				Grampos			Arm. superior					Arm. transv.	
	Nº	ϕ (mm)	ϕ (mm)	e (cm)	Estribo Suplementar	Nº	ϕ (mm)	L _{gancho} (cm)	R _{gancho} (mm)	Nº	ϕ (mm)	L (cm)	Nº	ϕ (mm)	l _{barra} (mm)	L _{traspasse} (cm)	R _{gancho} (mm)	ϕ (mm)	e (cm)
P40/20V50G	6	12,5	5,0	15	SIM	4	16,0	12,8	40,00	1	6,3	40,0	3	12,5	11,08	50,0	93,75	5,0	20
P15/30V60G	6	12,5	5,0	15	SIM	4	20,0	16,0	50,00	9	10,0	50,0	2	6,3	5,58	30,0	47,25	5,0	20
P15/40V60G	4	12,5	5,0	15	SIM	4	20,0	16,0	50,00	9	10,0	50,0	2	8,0	7,09	30,0	60,00	5,0	20
P20/30V60G	4	12,5	5,0	15	SIM	4	20,0	16,0	50,00	5	10,0	50,0	2	10,0	8,86	38,0	75,00	5,0	20
P20/40V60G	4	12,5	5,0	15	SIM	4	20,0	16,0	50,00	5	10,0	50,0	2	10,0	8,86	43,2	75,00	5,0	20
P20/40V60	4	12,5	5,0	15	SIM	4	20,0	16,0	50,00	-	-	-	2	10,0	8,86	43,2	75,00	5,0	20
P30/20V60G	6	12,5	5,0	15	SIM	4	20,0	16,0	50,00	2	8,0	50,0	2	12,5	11,08	52,0	93,75	5,0	20
P40/20V60	4	12,5	5,0	15	SIM	4	20,0	16,0	50,00	-	-	-	3	12,5	11,08	54,0	93,75	5,0	20

3.3.3 Características do modelo de elementos finitos

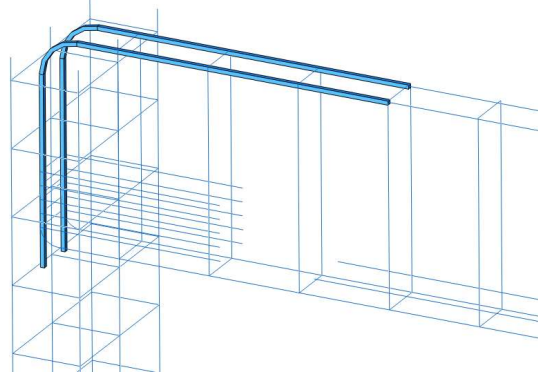
Foram definidos modelos de elementos finitos tridimensionais. Devido à condição de simetria dos pórticos, visando reduzir o custo computacional, realizou-se a modelagem de metade do pórtico, conforme Figura 3.19. Na base do pilar e no centro da viga foram inseridos *reference points*, sendo o primeiro no centro e o segundo no topo. Ambos foram conectados à superfície por meio de uma restrição do tipo *coupling*. Nos *reference points* foram inseridas as condições de contorno, sendo a base do pilar engastada e, no centro da viga aplicado o esforço por meio de um deslocamento. Para o deslocamento foi utilizado um *automatic step* do tipo *static general*. Como método de convergência foi utilizado o padrão do Abaqus, com Full Newton.

Figura 3.19 – Modelo de ligação viga-pilar extremo.



A armadura superior da viga, foi modelada por meio de elementos sólidos nas proximidades da ligação, dentro da região descontínua, sendo o restante da barra considerada de forma linear (Figura 3.20). A parte sólida foi conectada à parte linear por meio de uma restrição do tipo *coupling*. A interação aço-concreto foi considerada através de uma restrição do tipo *tie* para as barras sólidas e uma restrição do tipo *embedded* nas armaduras lineares, representando uma aderência perfeita.

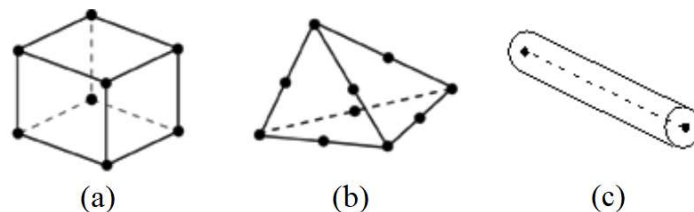
Figura 3.20 – Modelagem da armadura do pórtico na região da ligação.



Além disso, um dos pórticos foi modelado de duas formas, primeiramente considerando-se a armadura superior sólida como nos demais modelos, e posteriormente considerando-se a armadura inferior como sólida.

Para a viga, o pilar e a armadura sólida foram utilizados elementos hexaédricos de oito nós (Figura 3.21a) do tipo C3D8R. Na região da ligação foram utilizados elementos tetraédricos de dez nós (Figura 3.21b) do tipo C3D10 e elementos de treliça de dois nós (Figura 3.21c) do tipo T3D2 para as demais armaduras.

Figura 3.21 – Tipos de elementos finitos utilizados: (a) elemento hexaédrico de 8 nós; (b) elemento tetraédrico de 10 nós; (c) elemento linear de 2 nós.



Fonte: Adaptado de SIMULIA (2012).

Na malha de elementos finitos foram adotadas diferentes dimensões características de acordo com as dimensões do modelo e com o elemento em questão. Na viga e no pilar foram utilizados elementos de 40 mm. Na ligação foram utilizados elementos com tamanho igual ao da armadura sólida no contato entre a armadura e o concreto, e nas extremidades externas da ligação elementos de 30 mm nos modelos com vigas de 30 e 40 cm de altura e 35 mm nos modelos com vigas de 50 e 60 cm de altura. Nas armaduras sólidas a dimensão foi definida entre duas a três vezes o valor da lateral da barra, assumindo valores de 15, 20 e 25 mm. Quanto aos elementos lineares para representar as barras as dimensões adotadas foram de 20 e 30 mm.

O estudo da malha foi realizado na calibração e então procurou-se manter a mesma proporcionalidade entre o tamanho do elemento e as dimensões dos modelos que foram adotados na calibração.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Comportamento global

Os resultados da força máxima obtida em cada um dos modelos estudados são apresentados na Figura 4.1 e na Tabela 4.1, através da relação com a rigidez na ligação. Pode-se observar que, assim como esperado, à medida que se aumenta a inércia do pilar em relação à viga, tem-se um aumento da força máxima. Isso ocorre devido à variação da rigidez da ligação e do pilar, que passam a contribuir com a rigidez à flexão do conjunto. Na maioria dos casos aqui estudados tem-se o pilar flexionando na direção de menor inércia, o que gera um menor engastamento parcial. Comparando-se dois modelos com mesmas dimensões do pilar e da viga, alterando-se a direção de flexão do pilar, como é o caso dos modelos P20/40V30 e P40/20V30, observa-se que a força atingida foi de 181,65 e 243,43 kN, respectivamente, o que corresponde a uma força 34,0% maior no segundo caso, devido à maior contribuição oferecida pelo pilar.

Isso mostra a importância da consideração da rigidez dos elementos conectados à extremidade das vigas. A consideração das ligações como perfeitamente rígidas gera um dimensionamento contra a segurança no meio do vão, uma vez que a transmissão de momentos para o pilar será sempre parcial, e assim, as vigas estarão submetidas a maiores momentos fletores no meio do vão. Ao admitir as ligações como rígidas, superestima-se a rigidez das ligações e, assim, subestimam-se os deslocamentos da estrutura (ALVA; EL DEBS, 2013; SANTOS; SILVA; ALVA, 2018).

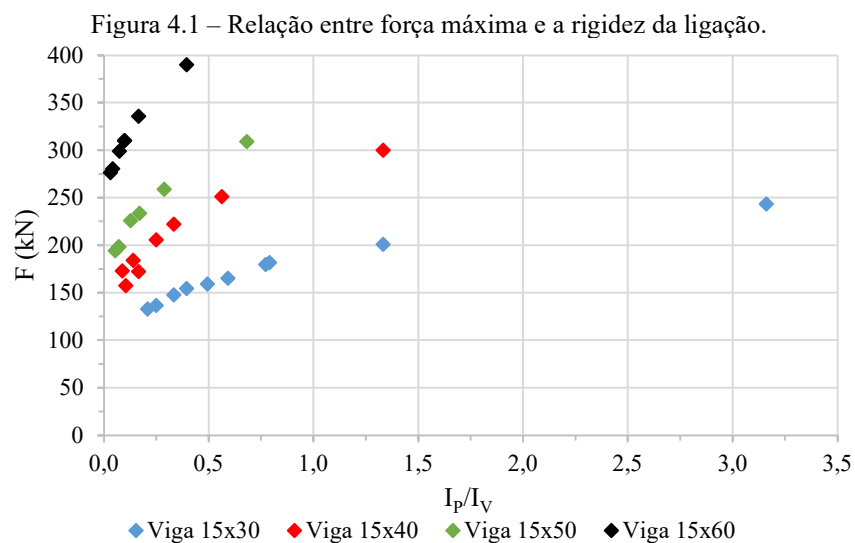


Tabela 4.1 – Força máxima obtida em cada um dos modelos estudados.

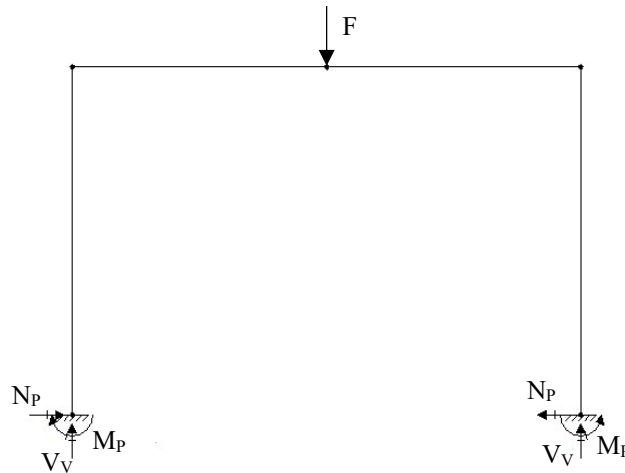
Modelo	I_p/I_v	F (kN)	Modelo	I_p/I_v	F (kN)
P15/25V30G	0,21	132,74	P30/20V40	0,56	251,16
P15/30V30G	0,25	136,66	P40/20V40	1,33	300,03
P15/40V30G	0,33	147,55	P15/30V50G	0,05	194,04
P20/20V30	0,40	154,30	P15/40V50G	0,07	198,14
P20/25V30	0,49	159,18	P15/40V50	0,07	198,14
P20/30V30	0,59	165,15	P20/30V50G	0,13	225,93
P20/40V30	0,79	181,65	P20/40V50G	0,17	233,48
P25/20V30	0,77	179,51	P30/20V50G	0,29	258,87
P30/20V30	1,33	200,82	P40/20V50G	0,68	309,16
P40/20V30	3,16	243,43	P15/30V60G	0,03	276,53
P15/25V40G	0,09	172,83	P15/40V60G	0,04	280,33
P15/30V40G	0,11	157,58	P20/30V60G	0,07	299,07
P15/40V40G	0,14	184,20	P20/40V60G	0,10	310,16
P20/20V40G	0,17	172,22	P20/40V60	0,10	310,13
P20/30V40G	0,25	205,63	P30/20V60G	0,17	335,52
P20/40V40G	0,33	222,20	P40/20V60	0,40	389,96

De modo a analisar o momento na ligação, foram obtidos através do *reference point* na base do pilar, as reações de apoio (Tabela 4.2), a partir das quais foi possível calcular o momento na ligação pelo somatório de momentos no ponto. O esquema dos esforços é mostrado na Figura 4.2.

Tabela 4.2 – Esforços na base do pilar.

Modelo	Momento - M_P (kN.m)	Força cortante - V_V (N)	Força normal - N_P (N)	Modelo	Momento - M_P (kN.m)	Força cortante - V_V (N)	Força normal - N_P (N)
P15/25V30G	11,0	11,4	66,4	P30/20V40	44,7	46,9	125,6
P15/30V30G	13,5	13,9	68,3	P40/20V40	71,0	71,0	150,0
P15/40V30G	18,3	18,9	73,8	P15/30V50G	14,7	15,9	97,0
P20/20V30	19,3	20,0	77,1	P15/40V50G	17,3	18,5	99,1
P20/25V30	20,1	20,5	79,6	P15/40V50	17,3	18,5	99,1
P20/30V30	23,3	23,7	82,6	P20/30V50G	32,8	36,1	113,0
P20/40V30	30,2	30,5	90,8	P20/40V50G	37,3	40,6	116,7
P25/20V30	27,3	27,8	89,8	P30/20V50G	49,4	53,6	129,4
P30/20V30	34,5	34,2	100,4	P40/20V50G	77,8	81,7	154,6
P40/20V30	51,0	48,2	121,7	P15/30V60G	19,2	21,7	138,3
P15/25V40G	11,7	12,3	86,4	P15/40V60G	22,2	24,9	140,2
P15/30V40G	12,5	12,9	78,8	P20/30V60G	34,9	39,5	149,5
P15/40V40G	17,0	17,8	92,4	P20/40V60G	44,3	50,4	155,1
P20/20V40G	18,5	19,6	86,1	P20/40V60	44,0	50,1	155,1
P20/30V40G	26,9	28,6	102,8	P30/20V60G	56,1	62,4	167,8
P20/40V40G	37,6	39,9	111,1	P40/20V60	94,9	104,0	195,0

Figura 4.2 – Esquema de esforços no pórtico.



Além disso, foi realizada uma correlação entre a força última do modelo numérico e um modelo de barras considerando uma penalização da rigidez devido à fissuração da estrutura, de acordo com a Equação 19 e a Equação 20, conforme indicado pela ABNT NBR 6118:2014. Para isso, foi utilizado o *software* Ftool, obtendo-se os momentos no pórtico.

$$EI_{sec,v} = 0,4E_{ci}I_c \quad \text{Equação 19}$$

$$EI_{sec,p} = 0,8E_{ci}I_c \quad \text{Equação 20}$$

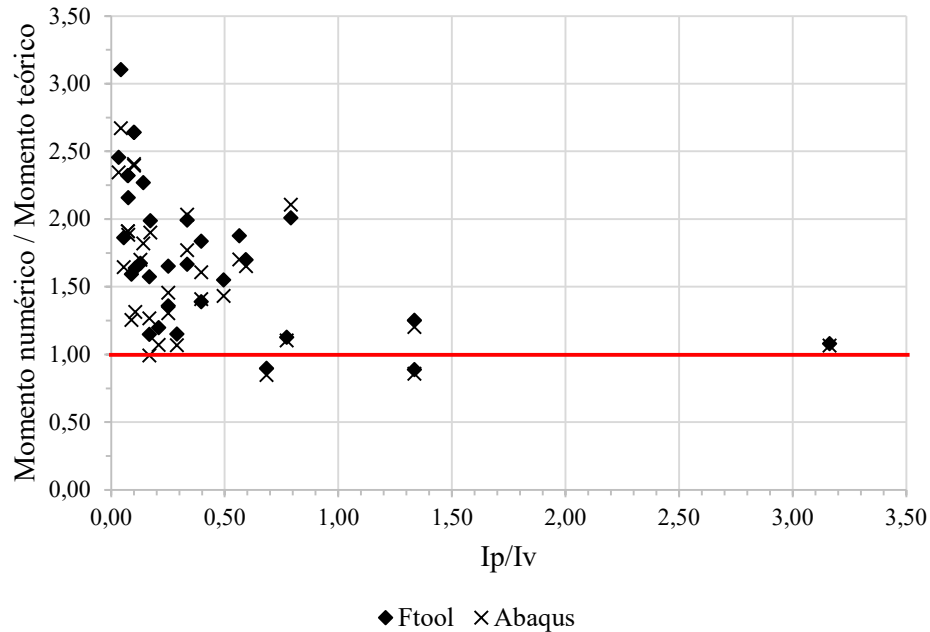
É importante lembrar que apesar de o momento obtido pelo Ftool ser proveniente de uma análise elástico-linear, essa hipótese é permitida pela ABNT NBR 6118:2014, do ponto de vista de projeto. Além disso, na verificação da capacidade resistente da ligação pelo método de bielas e tirantes também foi utilizada uma força proveniente de uma análise elástico-linear.

Os valores dos momentos obtidos pela análise no Ftool, bem como pelo cálculo a partir das reações de apoio no Abaqus e o momento resistente obtido através do método de bielas e tirantes (MBT) são apresentados na Tabela 4.3. Além disso, tem-se na Figura 4.3 um comparativo entre os momentos numérico e teórico na ligação, onde fica visível a proximidade entre os momentos obtidos pelo Abaqus e pelo Ftool, e fica claro que em sua maioria os modelos atingiram momentos superiores aos previstos pelo método de bielas e tirantes e, portanto, a favor da segurança. Mesmo nos casos em que este não foi atingido os valores foram próximos aos previstos. Barbosa (1997) e Mayfield et al. (1971) também estudaram esse tipo de ligação e concluíram que para essa situação, de momento de fechamento, quase todos os nós tiveram resistência adequada, com relação maior que a unidade.

Tabela 4.3 – Correlação entre os momentos numérico e resistente teórico.

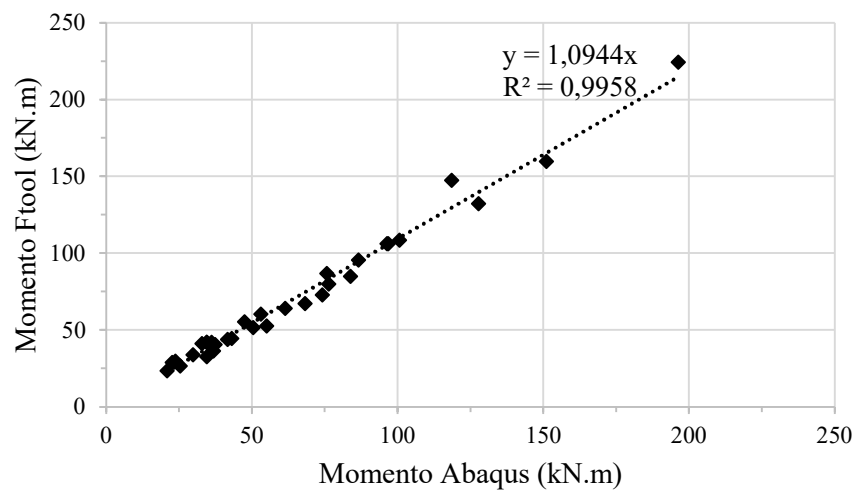
Modelo	I_P/I_V	Momento apoio - Ftool (kN.m)	Momento apoio - Abaqus (kN.m)	Momento resistente ligação - MBT (kN.m)	M_{Ftool}/M_{Abaqus}	M_{Ftool}/M_{MBT}	M_{Abaqus}/M_{MBT}
P15/25V30G	0,21	23,4	20,9	19,5	1,12	1,20	1,07
P15/30V30G	0,25	26,5	25,4	19,5	1,04	1,36	1,30
P15/40V30G	0,33	32,5	34,5	19,5	0,94	1,67	1,77
P20/20V30	0,40	36,3	36,8	26,1	0,99	1,39	1,41
P20/25V30	0,49	40,5	37,4	26,1	1,08	1,55	1,43
P20/30V30	0,59	44,4	43,2	26,1	1,03	1,70	1,65
P20/40V30	0,79	52,5	55,1	26,1	0,95	2,01	2,11
P25/20V30	0,77	51,6	50,5	45,7	1,02	1,13	1,10
P30/20V30	1,33	64,0	61,4	51,1	1,04	1,25	1,20
P40/20V30	3,16	84,8	83,8	78,6	1,01	1,08	1,07
P15/25V40G	0,09	28,8	22,7	18,1	1,27	1,59	1,26
P15/30V40G	0,11	29,6	23,7	18,1	1,25	1,64	1,31
P15/40V40G	0,14	41,0	32,9	18,1	1,25	2,27	1,82
P20/20V40G	0,17	41,9	36,2	36,5	1,16	1,15	0,99
P20/30V40G	0,25	60,3	53,1	36,5	1,14	1,65	1,45
P20/40V40G	0,33	72,7	74,2	36,5	0,98	1,99	2,03
P30/20V40	0,56	95,5	86,6	50,9	1,10	1,88	1,70
P40/20V40	1,33	132,2	127,8	148,9	1,03	0,89	0,86
P15/30V50G	0,05	33,7	29,8	18,1	1,13	1,86	1,64
P15/40V50G	0,07	42,0	34,6	18,1	1,22	2,32	1,91
P15/40V50	0,07	42,0	34,5	18,1	1,22	2,32	1,91
P20/30V50G	0,13	67,2	68,3	40,2	0,98	1,67	1,70
P20/40V50G	0,17	79,9	76,3	40,2	1,05	1,99	1,90
P30/20V50G	0,29	108,4	100,6	94,2	1,08	1,15	1,07
P40/20V50G	0,68	159,6	151,1	177,9	1,06	0,90	0,85
P15/30V60G	0,03	43,7	41,7	17,8	1,05	2,46	2,34
P15/40V60G	0,04	55,2	47,5	17,8	1,16	3,10	2,67
P20/30V60G	0,07	86,8	75,8	40,2	1,15	2,16	1,88
P20/40V60G	0,10	106,2	96,8	40,2	1,10	2,64	2,41
P20/40V60	0,10	106,2	96,3	40,2	1,10	2,64	2,39
P30/20V60G	0,17	147,3	118,6	93,6	1,24	1,57	1,27
P40/20V60	0,40	224,3	196,3	122,2	1,14	1,84	1,61

Figura 4.3 – Comparativo entre os momentos numérico e teórico no apoio.



A correlação entre os momentos na ligação, obtidos através do Abaqus e do Ftool, pode ser observada na Figura 4.4, onde se tem a linha de tendência linear, a equação que correlaciona os momentos e o R^2 . Pela equação linear de tendência observa-se que os valores do Ftool foram cerca de 9,44% maiores, o que está a favor da segurança quando se considera a previsão de momentos na ligação, e apresenta uma correlação muito boa, com $R^2 = 0,9958$. Assim, a consideração da degradação de rigidez da ABNT NBR 6118:2014 foi satisfatória, mostrando adequada distribuição entre os momentos no pórtico.

Figura 4.4 – Correlação entre os momentos na ligação obtidos no Abaqus e no Ftool.



Nos modelos analisados foi possível observar basicamente dois diferentes comportamentos para as curvas de força *versus* deslocamento, sendo que em todas elas fica

claro o seu comportamento não linear. A maioria dos modelos apresentaram curvas como a da Figura 4.5. Nestes casos, ao atingir o momento de plastificação da armadura positiva no meio do vão da viga, inicia-se também a plastificação do concreto devido ao giro da seção que diminui a borda comprimida. Tem-se assim, uma ruína dúctil, representada por grandes deslocamentos, e que é um comportamento desejável para as vigas. Na Figura 4.6 tem-se as deformações nas barras da armadura inferior da viga no centro do vão no momento do carregamento de pico, onde se nota que a armadura já sofreu escoamento.

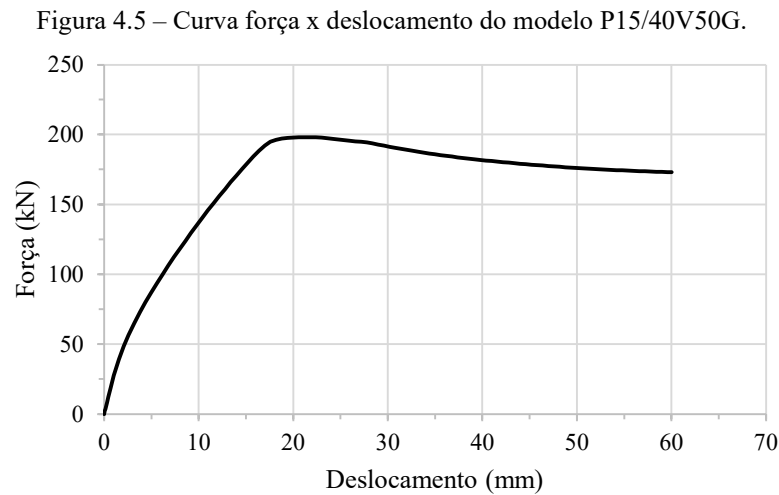
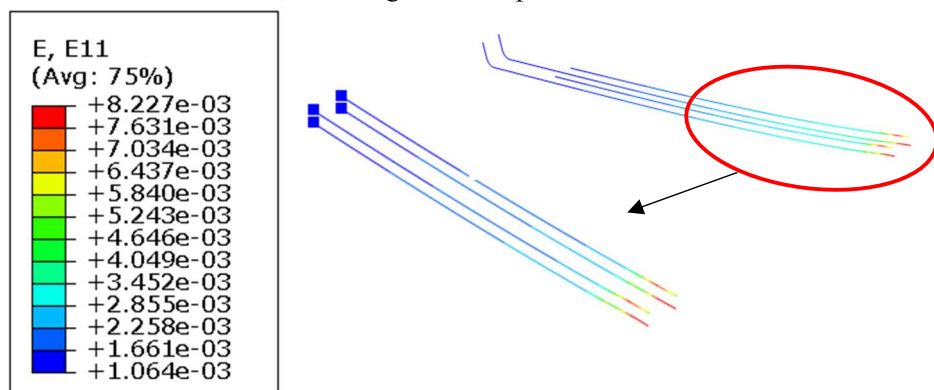


Figura 4.6 – Deformações nas barras da armadura inferior da viga no centro do vão no momento do carregamento de pico.



Na Figura 4.7, tem-se uma situação em que a estrutura apresenta pequeno deslocamento associado à força máxima, quando comparado ao caso anterior. Apesar de também ser uma situação de ruína dúctil, tem-se menor aviso da estrutura. Esta configuração foi obtida predominantemente nas situações de flexão na direção de maior rigidez do pilar, quando o pilar apresentou inércia maior que a viga, gerando o escoamento da armadura superior da viga nas

proximidades do apoio (Figura 4.8). Associado a isso, tem-se também o efeito da plastificação da armadura inferior da viga no meio do vão.

As curvas força *versus* deslocamento de todos os modelos estudados podem ser observadas no Apêndice C.

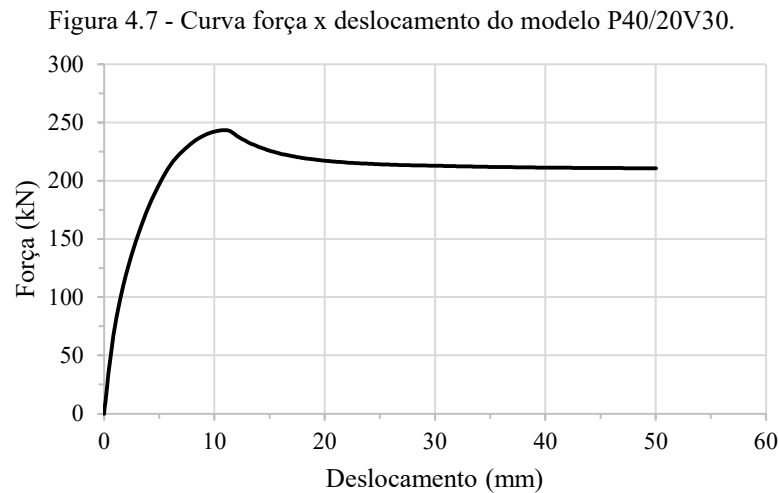
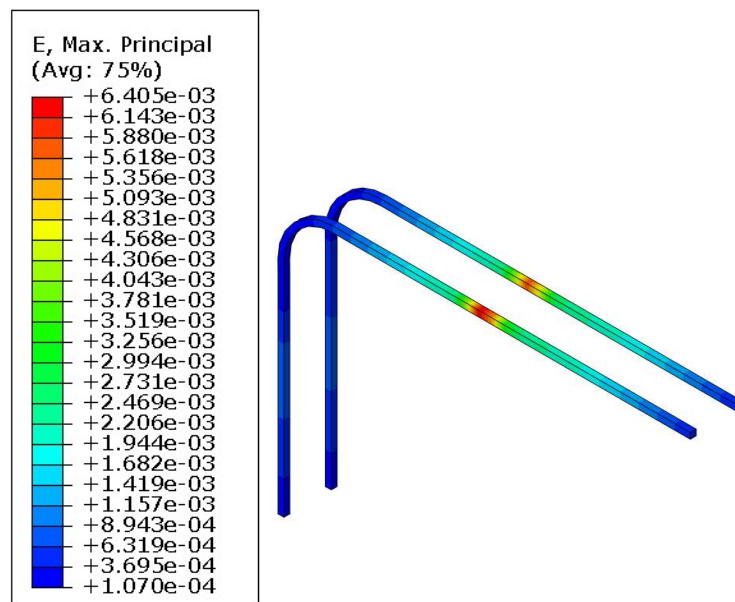


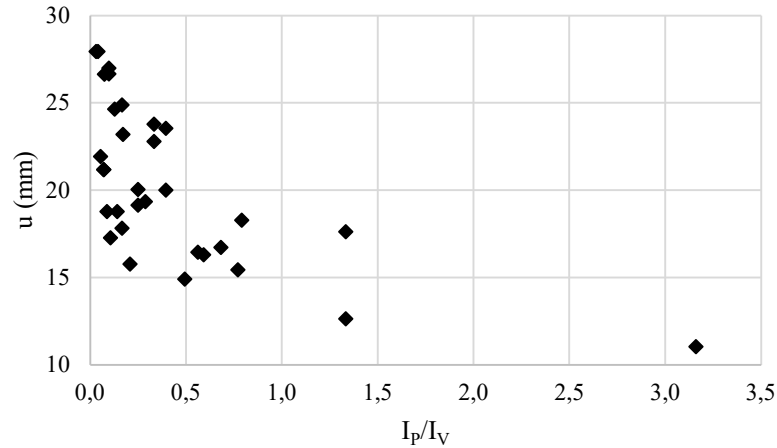
Figura 4.8 – Deformações na armadura superior da viga, junto à ligação, no momento do carregamento de pico.



O gráfico apresentado na Figura 4.9 apresenta a relação entre o deslocamento no centro do vão no instante do carregamento de pico e a inércia relativa entre o pilar e a viga. Observa-se que para valores de inércia do pilar em relação à inércia da viga mais elevados, tem-se menores deslocamentos, isso ocorre devido à rigidez estar relacionada ao inverso do

deslocamento. Dessa forma, pórticos com ligações mais rígidas apresentam menores deslocamentos no centro do vão, o que é um comportamento esperado.

Figura 4.9 – Deslocamento no centro do vão no instante do carregamento de pico.



A magnitude das deformações plásticas é indicada pelo Abaqus através do parâmetro PEMAG, o qual é uma medida escalar da deformação plástica acumulada em um ponto da estrutura. Nos modelos estudados, a avaliação do PEMAG foi realizada para o instante do carregamento de pico. Nas situações de flexão na direção de menor rigidez do pilar ocorreu predominantemente a plastificação no centro do vão, seguida da plastificação da face externa do pilar, como é o caso do modelo mostrado na Figura 4.10. Nos casos com a viga de menor altura ($h = 30$ cm) ocorreram também plastificações na interface entre a viga e o pilar, como mostrado na Figura 4.11.

Nas situações de flexão na direção de maior rigidez do pilar, ocorreu predominantemente a situação mostrada na Figura 4.12, em que a plastificação ocorreu no centro do vão e na ligação, tanto internamente quanto na interface entre a viga e o pilar.

Figura 4.10 – Magnitude das deformações plásticas no modelo P15/40V50G.

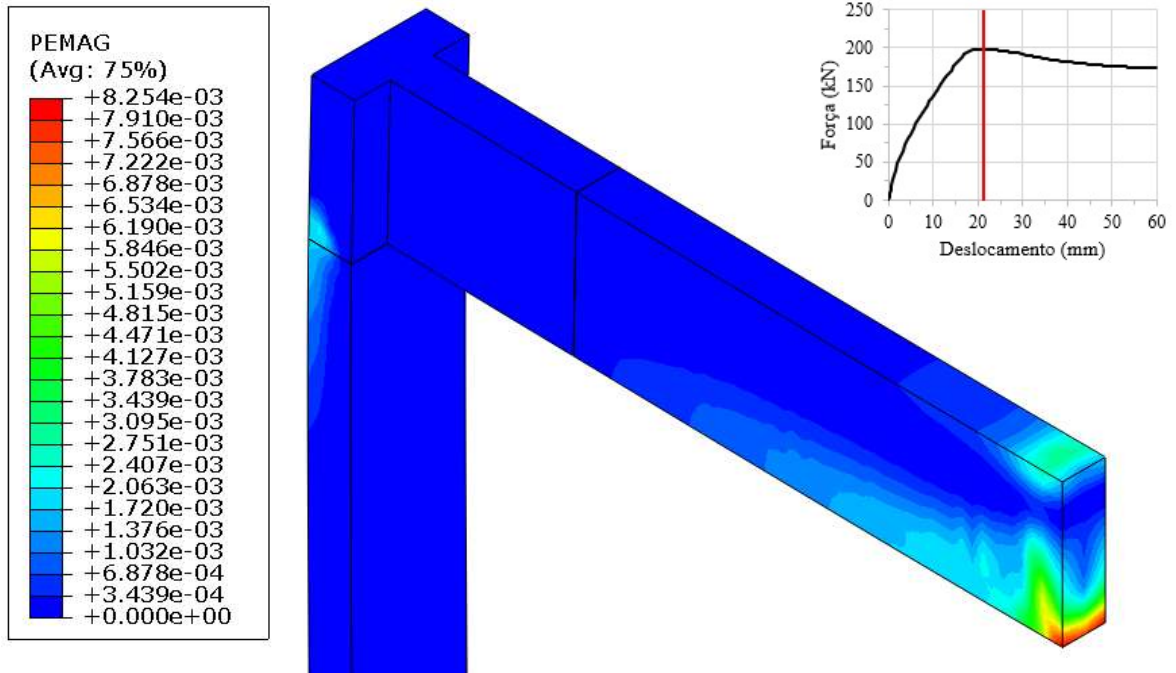


Figura 4.11 – Magnitude das deformações plásticas no 1

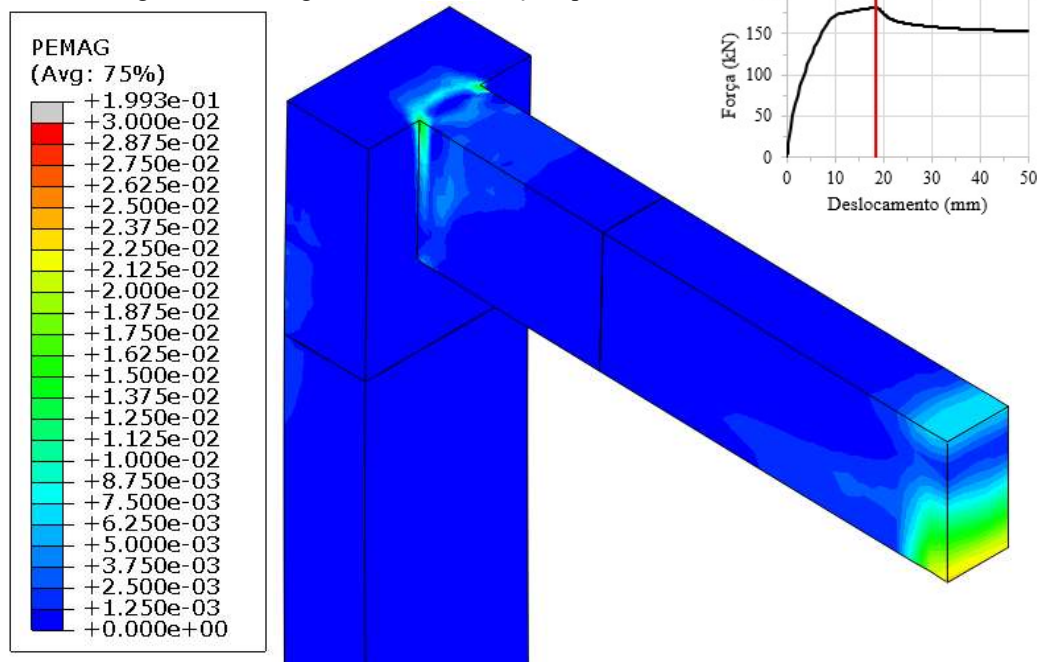
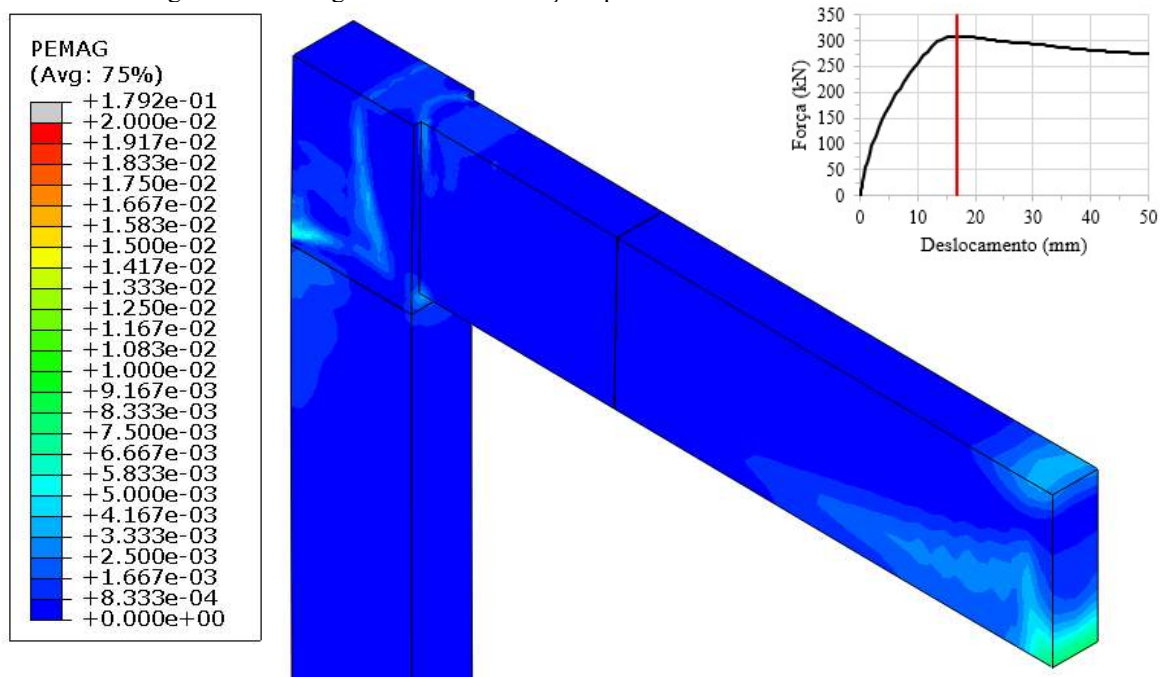


Figura 4.12 – Magnitude das deformações plásticas no modelo P40/20V50G.



4.2 Deformações nas armaduras

Quanto às deformações nas barras da armadura da viga e do pilar, são apresentados os gráficos (Figura 4.13 e Figura 4.14) correspondentes a dois modelos que representam os comportamentos mais frequentes. Nestes gráficos foram destacados por meio de uma linha vertical amarela o deslocamento correspondente à força de pico do modelo, e em laranja a deformação correspondente à ruptura convencional, no valor de 10‰ para as armaduras.

Na Figura 4.13 tem-se as deformações nas barras do modelo P15/40V50G, para o qual foi apresentada na Figura 4.5 a curva de força *versus* deslocamento. A armadura inferior no centro do vão da viga atinge primeiramente o escoamento, mantido o esforço tem-se uma elevação também das deformações da armadura externa do pilar. A armadura superior na região do apoio se mantém com deformações muito baixas. Nos pontos 1, 2, 3 e 4 representados no gráfico, as deformações não apresentam diferença significativa com as do ponto 7, representada pela linha verde. As deformações nos grampos e na armadura inferior da viga na região do apoio serão analisadas com mais detalhes posteriormente. Os gráficos das deformações nas armaduras de todos os modelos são apresentados no Apêndice C.

Para o modelo P40/20V30 com curva força *versus* deslocamento apresentada na Figura 4.7 tem-se as deformações mostradas na Figura 4.14, onde se observa que tanto a armadura inferior no centro do vão quanto a armadura superior da viga (no ponto 3) atingiram o

escoamento, sendo que a ruptura convencional foi atingida primeiramente no centro do vão. Os demais pontos avaliados nas demais barras da armadura não atingiram deformações significantes, sendo importante destacar que no detalhamento deste modelo não foram necessários grampos de ancoragem.

É importante considerar que mesmo nos casos em que a armadura superior atingiu elevadas tensões, a mesma não foi transmitida ao longo do gancho. Deve-se lembrar aqui que no modelo foi adotada aderência perfeita, mas demonstrando adequado comportamento conforme calibração previamente realizada e, mesmo assim, as deformações no prolongamento do gancho foram praticamente nulas. Haach (2005) ao estudar ligações viga intermediária-pilar extremo, de modo semelhante, verificou que as dobras das barras da viga dentro do tramo do pilar absorviam parte das tensões de compressão do pilar, não sendo solicitadas por flexão da viga até a proximidade de ruína. Nos estudos de Luo et al. (1994) com ligações viga de cobertura-pilar extremo também foi observado que as tensões de tração no trecho do gancho se deram pela transferência de tensões da armadura do pilar para a armadura da viga, no trecho da emenda por traspasse.

Além disso, Allam, Elbakry e Arab (2018), Marques e Jirsa (1975) e Nilsson² (1973, apud Fusco, 2013) também constataram que os ganchos não permitem a passagem dos esforços adiante para eventuais prolongamentos da barra, sendo a ancoragem realizada no trecho reto e no gancho, assim, maiores estudos devem ser desenvolvidos.

Quanto à ruptura dos modelos, pode-se dizer que esta ocorreu devido a um efeito conjunto, sendo uma ruptura do concreto pela plastificação da armadura. A plastificação da armadura no centro do vão eleva a linha neutra da seção, reduzindo a região comprimida. Assim, em alguns modelos a armadura atingiu a ruptura convencional, atingindo deformação de 10‰ e em outros este valor não chegou a ser atingido, mas já foi observado o decaimento da força, indicando que ocorreu esmagamento do concreto.

² NILSSON, I. H. E. **Reinforced concrete corners and joints subjected to bending moment**. Document D7: 1973. National Swedish Building Research. Stockholm, 1973.

Figura 4.13 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/40V50G.

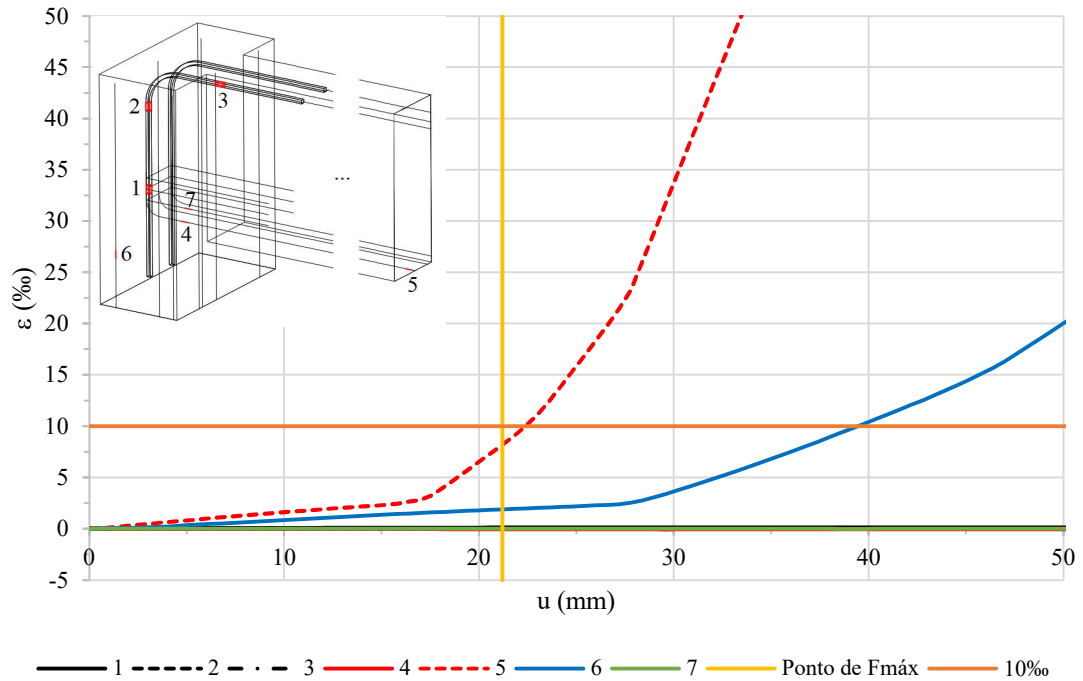
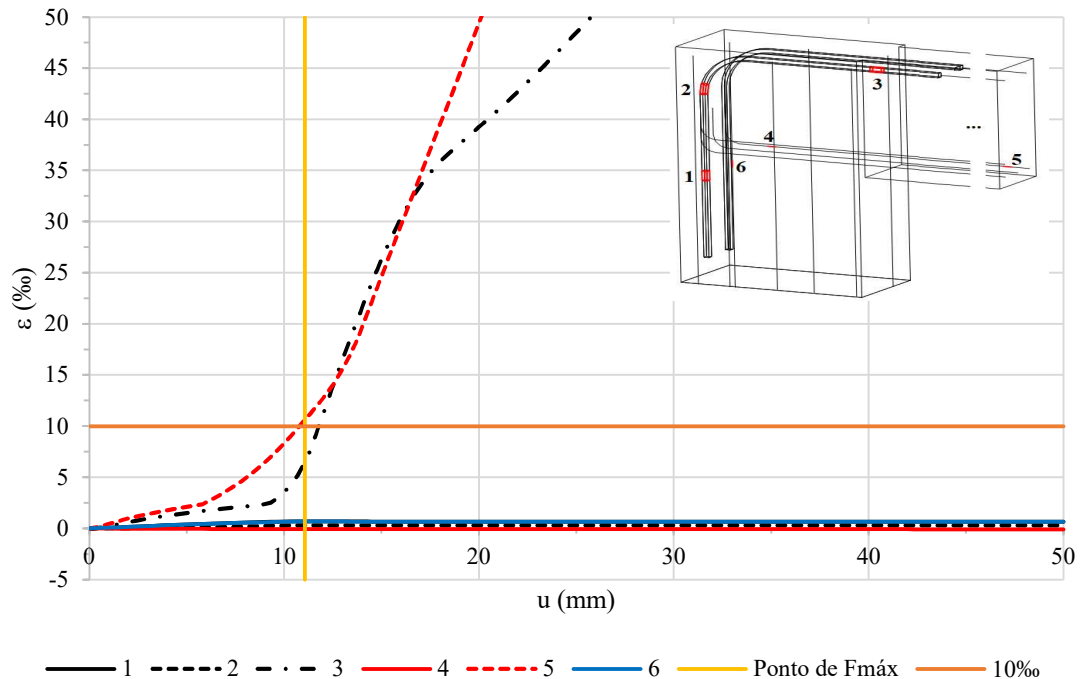


Figura 4.14 - Deformações nas barras da armadura do modelo P40/20V30.



Analisando de modo mais detalhado a armadura inferior da viga na região do apoio, ou seja, a região da ancoragem da armadura positiva de tração, foi obtido o gráfico da Figura 4.15, onde se avaliou a deformação dessa armadura no instante do carregamento de pico e 10 mm após o deslocamento correspondente ao pico. Observa-se que em todos os pórticos avaliados

neste trabalho, a armadura inferior se encontra comprimida na região do apoio. Na Figura 4.16 tem-se as deformações na armadura inferior na região do apoio no modelo P20/40V50G, no momento do carregamento de pico, em que além de notar compressão na armadura no trecho reto junto à ligação, observa-se que o trecho reto após o gancho absorveu tensões da face tracionada externa do pilar.

Figura 4.15 – Deformações na armadura inferior na região do apoio no instante do pico de carregamento e 10 mm após o deslocamento correspondente ao pico.

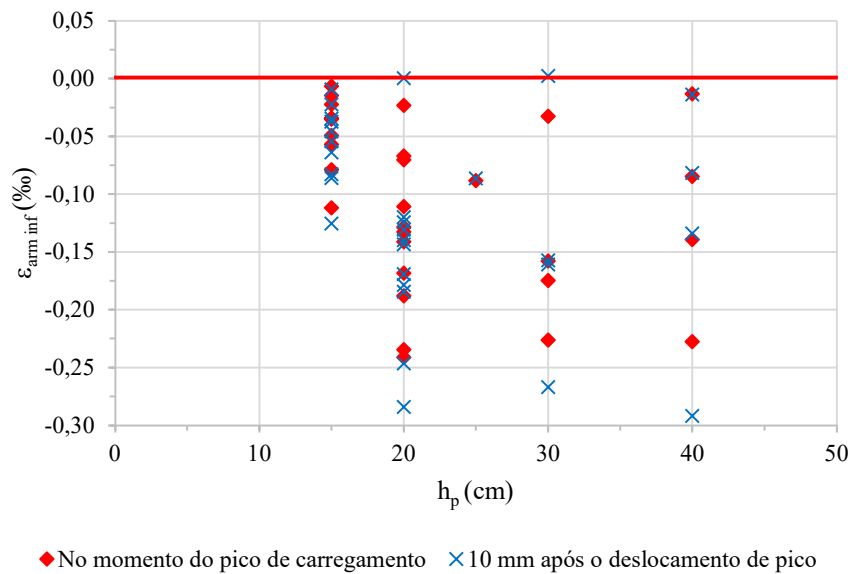
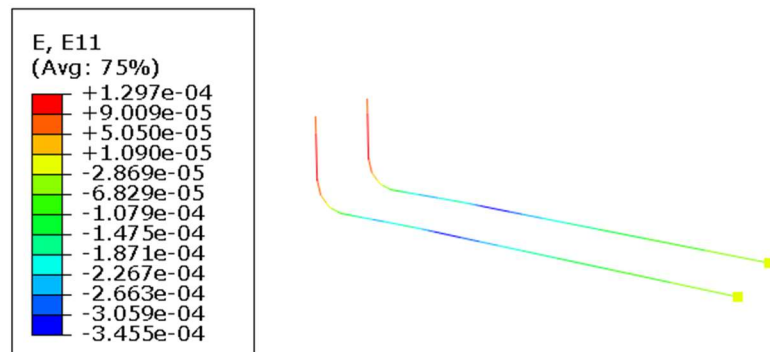
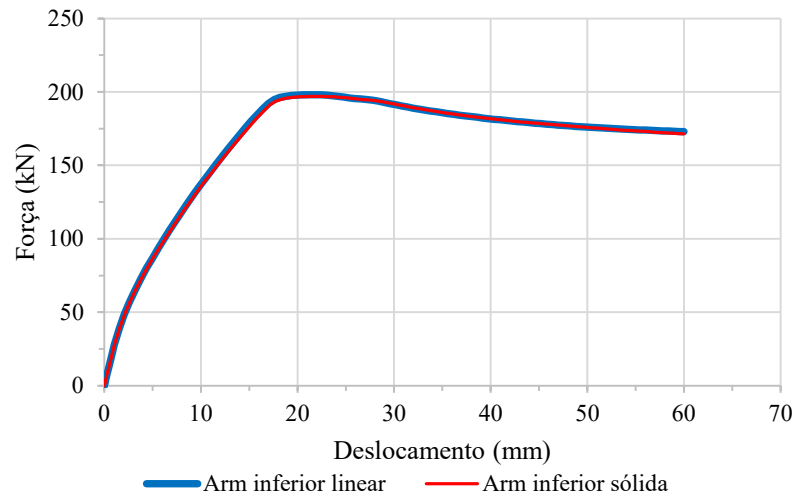


Figura 4.16 – Deformações na armadura inferior da viga na região do apoio no modelo P20/40V50G.



De modo a consolidar este resultado, propôs-se a modelagem de um dos pórticos com a armadura inferior sólida, mostrando que a modelagem com a representação dessa armadura como linear representou satisfatoriamente o seu comportamento. Como esperado, os resultados obtidos foram praticamente os mesmos, conforme pode ser observado na Figura 4.17.

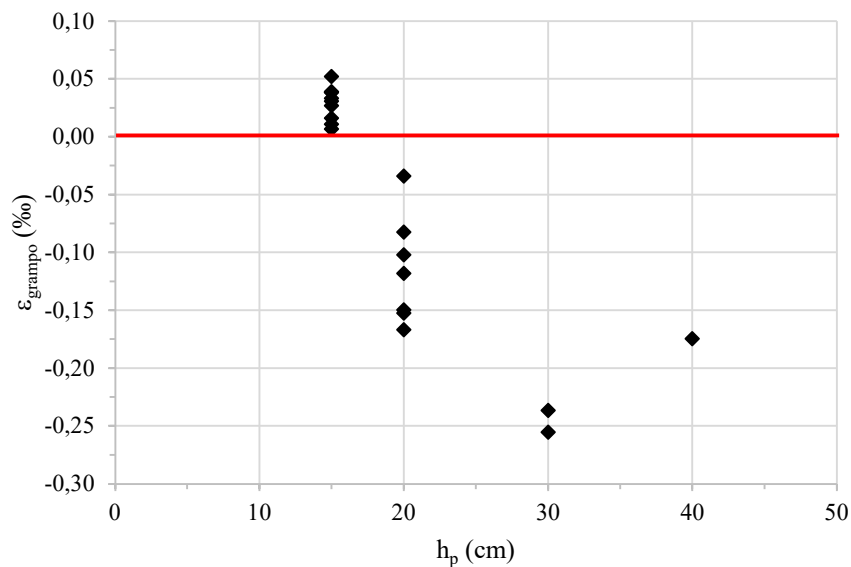
Figura 4.17 – Curva força x deslocamento do modelo P15/40V50G com armadura inferior linear e sólida.



4.2.1 Efeito do grampo

Como visto na Figura 4.13, as deformações obtidas nos grampos de ancoragem foram muito pequenas e a armadura inferior da viga na região do apoio se encontrou comprimida (Figura 4.15). Assim, de modo a melhor analisar a situação dos grampos tem-se na Figura 4.18 a deformação obtida nos grampos *versus* a altura do pilar (h_p), considerando a deformação no instante do carregamento de pico. É importante destacar aqui que nem todos os modelos tiveram grampos em seu detalhamento. Nota-se que em muitos casos os grampos se encontravam comprimidos e nos casos em que houve tração, as deformações nos mesmos não chegaram a atingir valores significativos.

Figura 4.18 – Deformações nos grampos de ancoragem no instante do carregamento de pico.



Além disso, uma vez que a armadura inferior se encontra comprimida, podemos observar que nos casos em que existe alguma tração nos grampos, esta deve estar associada a tensões de tração transversal provenientes dos campos de tensão de compressão das bielas e seu espreadimento de tensões (Figura 4.19), e não da ancoragem da armadura de flexão da viga no apoio. Na Figura 4.20 pode-se observar os vetores das tensões de tração.

Figura 4.19 – Tensões mínimas principais.

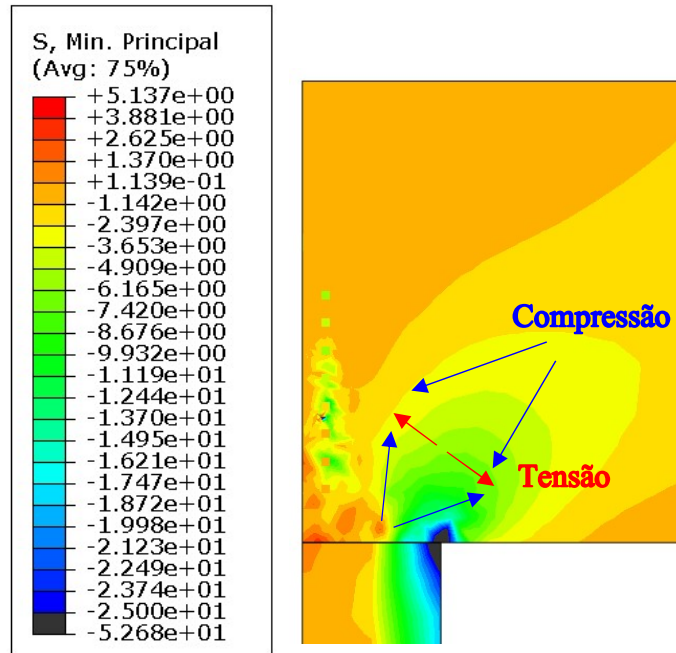
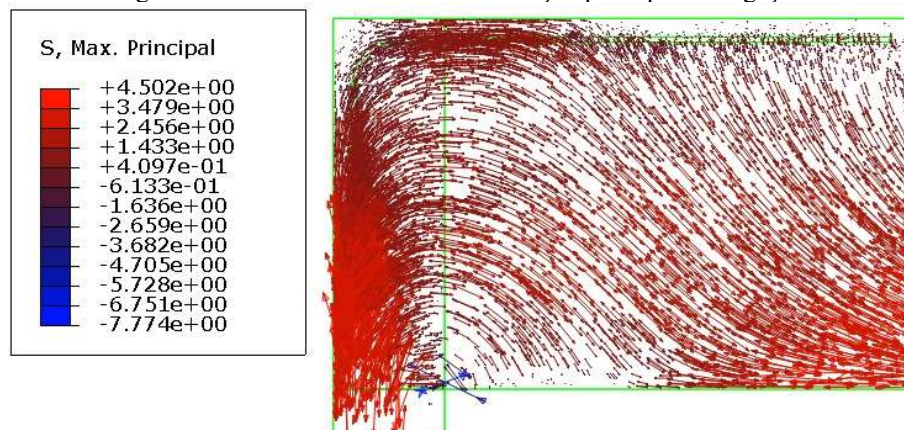


Figura 4.20 – Vetores das tensões de tração principais na ligação.



Propôs-se a alteração de dois modelos, com a retirada dos grampos de ancoragem em situações nos quais eles se faziam necessários a partir de critérios da ABNT NBR 6118:2014 e havia elevada densidade de grampos no detalhamento, sendo estes os modelos P15/40V50G e P20/40V60G. O critério de detalhamento na ancoragem exigia, respectivamente, 8 ϕ 10 mm e

5 ϕ 10 mm. Assim, estes foram modelados com e sem os grampos de ancoragem. É importante destacar aqui que não foi realizada nenhuma outra modificação ao detalhamento dos modelos. As curvas de força *versus* deslocamento dos dois modelos são mostradas respectivamente, na Figura 4.21 e na Figura 4.22, onde se observa que nos modelos em questão não houve alteração da curva em nenhum dos dois casos, sugerindo o desenvolvimento de novas pesquisas. Na Figura 4.23 e na Figura 4.24 tem-se as deformações das barras da armadura inferior na região do apoio (ponto 4) e no grampo (ponto 7). Nota-se que praticamente não houve alteração na deformação no ponto 4 após a retirada dos grampos dos modelos.

Figura 4.21 – Curva força x deslocamento do modelo P15/40V50 com e sem grampos de ancoragem.

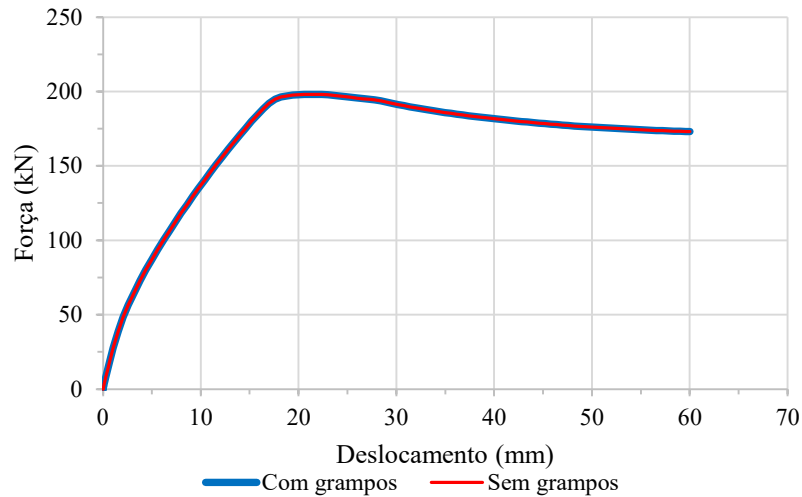


Figura 4.22 - Curva força x deslocamento do modelo P20/40V60 com e sem grampos de ancoragem.

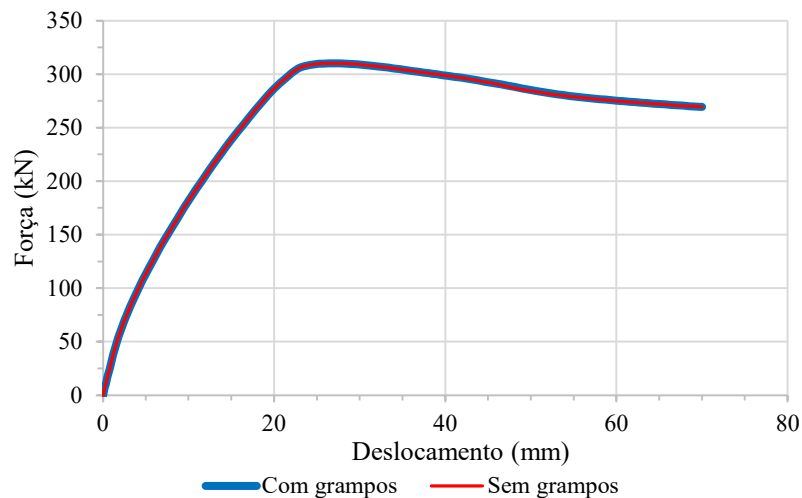


Figura 4.23 – Deformações nas barras da armadura inferior da viga e no grampo, modelo P15/40V50.

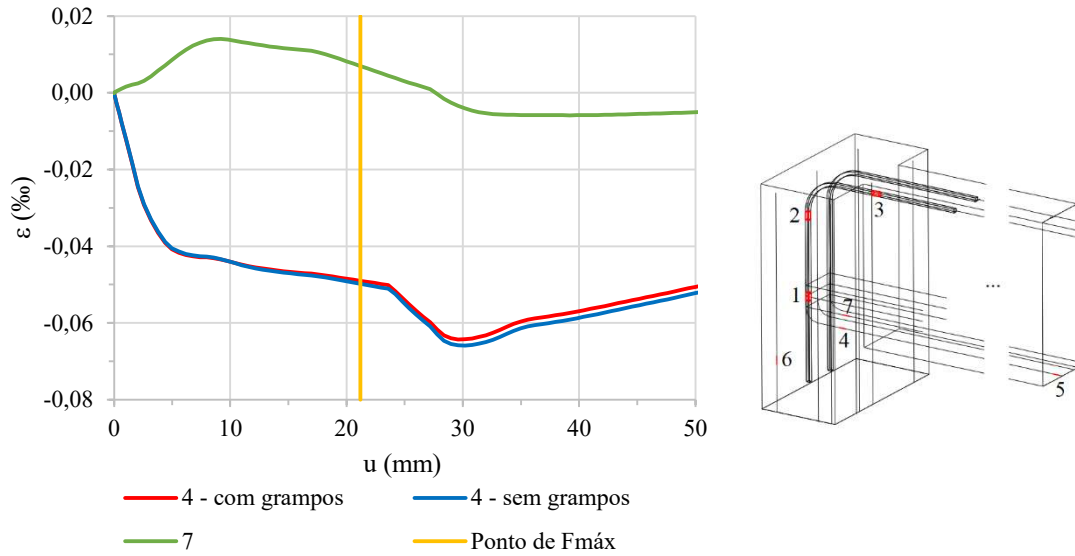
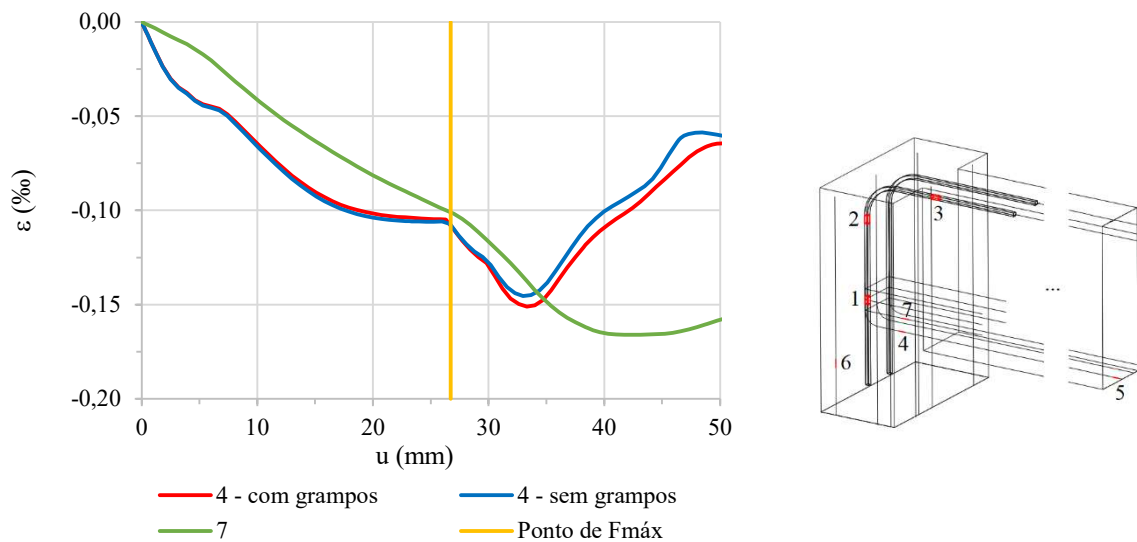


Figura 4.24 – Deformações nas barras da armadura inferior da viga e no grampo, modelo P20/40V60.



Em seus estudos, Soroushian e Choi (1991) avaliaram a ancoragem reta de barras em ligações viga-pilar extremo e concluíram que existe um conservadorismo dos comprimentos de ancoragem especificados na condição confinada dessas ligações. Neste estudo, apesar da consideração de aderência perfeita, observa-se a mesma tendência de comportamento, a armadura de tração na região do apoio permaneceu comprimida e os grampos praticamente não trabalharam a tração, em sua maioria estando também comprimidos, mostrando a necessidade de mais estudos na área. O benefício do confinamento no cálculo do comprimento de ancoragem permanece não sendo considerado pelos elementos normativos atuais.

4.3 Fluxo de tensões no concreto e modelo de bielas e tirantes

As tensões no concreto foram avaliadas apenas na região da ligação, que é a região de interesse deste trabalho. As tensões mínimas principais de cinco modelos com relações h_v/h_p respectivamente de 1,0, 2,0, 2,5, 3,33 e 4,0, são apresentadas em corte da ligação da Figura 4.25 até a Figura 4.29, para o instante do carregamento de pico. Em todos os modelos fica evidente que a região com tensões de compressão mais elevadas é a zona nodal no canto interno da ligação. Além disso, observa-se a existência da biela na face interna do pilar e algumas bielas ao longo da ligação, o que será visto com mais detalhes adiante.

Figura 4.25 - Tensões mínimas principais no modelo P30/20V30.

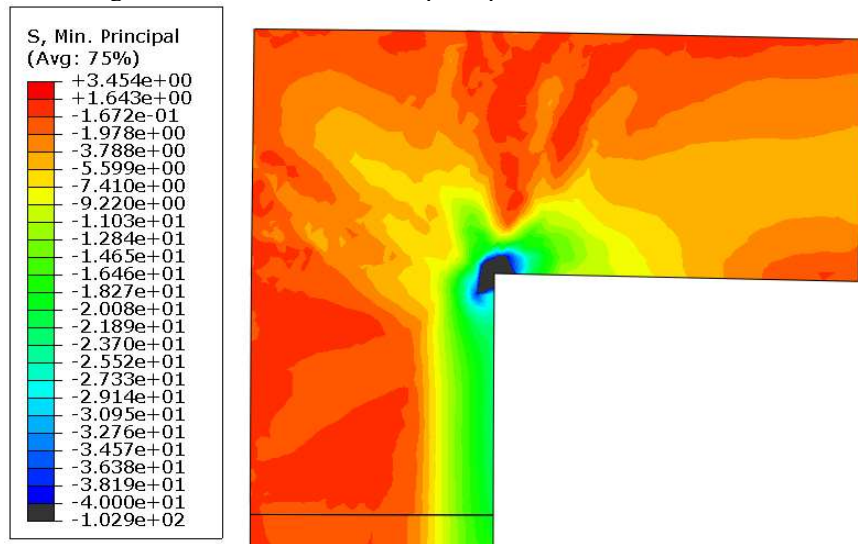


Figura 4.26 – Tensões mínimas principais no modelo P15/25V30G.

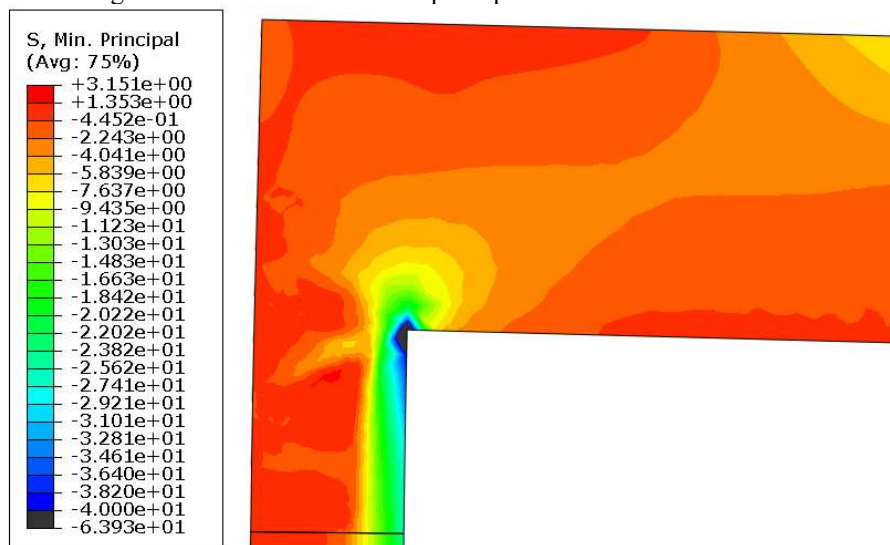


Figura 4.27 - Tensões mínimas principais no modelo P20/40V50G.

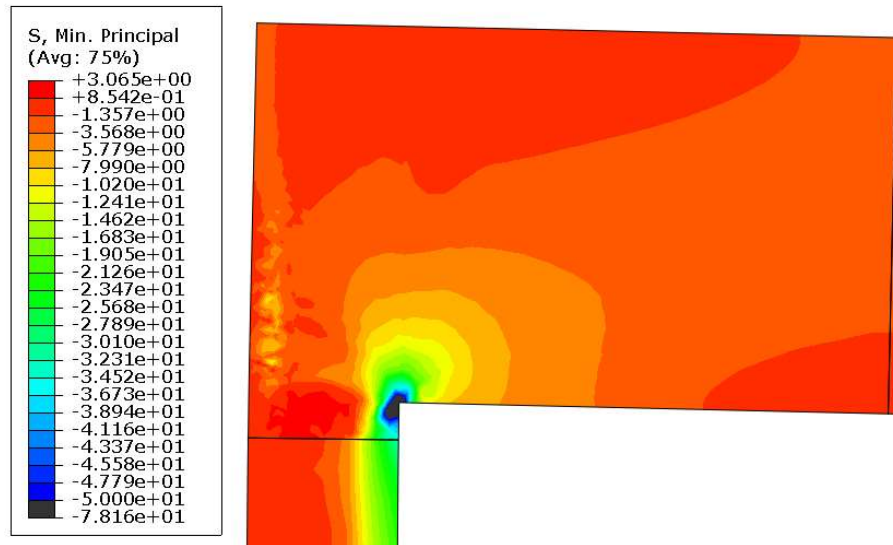


Figura 4.28 - Tensões mínimas principais no modelo P15/40V50G.

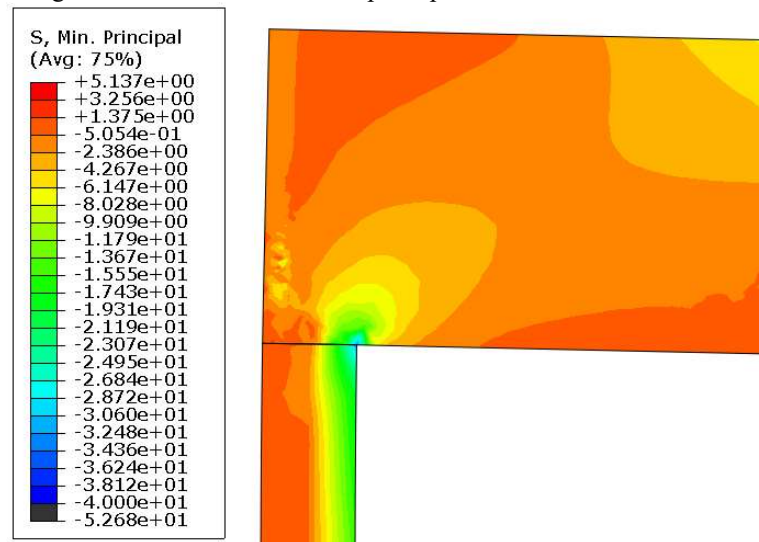
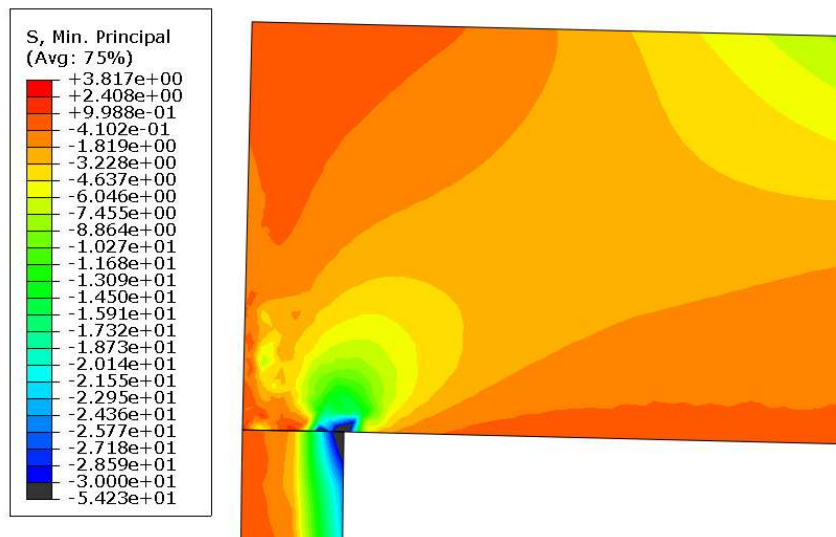


Figura 4.29 - Tensões mínimas principais no modelo P15/30V60G.



A partir das figuras anteriormente citadas é possível observar a formação das bielas de compressão na região da ligação, mas isso fica ainda mais claro para a obtenção dos modelos de bielas e tirantes ao observar o fluxo de tensões pela sua representação vetorial. Estes são apresentados juntamente com a geometria obtida para o modelo de bielas e tirantes proposto para a ligação, de modo a validar os modelos. Nestes modelos não são inclusos bielas e tirantes referentes ao esforço cortante da viga. Tem-se na Figura 4.30 até a Figura 4.34, respectivamente, modelos com relação h_v/h_p de 1,0, 2,0, 2,5, 3,33 e 4,0. O modelo de bielas e tirantes representado a partir da treliça unifilar de cada um dos modelos pode ser observado no Apêndice C.

Figura 4.30 – Modelo P30/20V30 com $h_v/h_p = 1,0$: (a) Fluxo de tensões; (b) Modelo de bielas e tirantes.

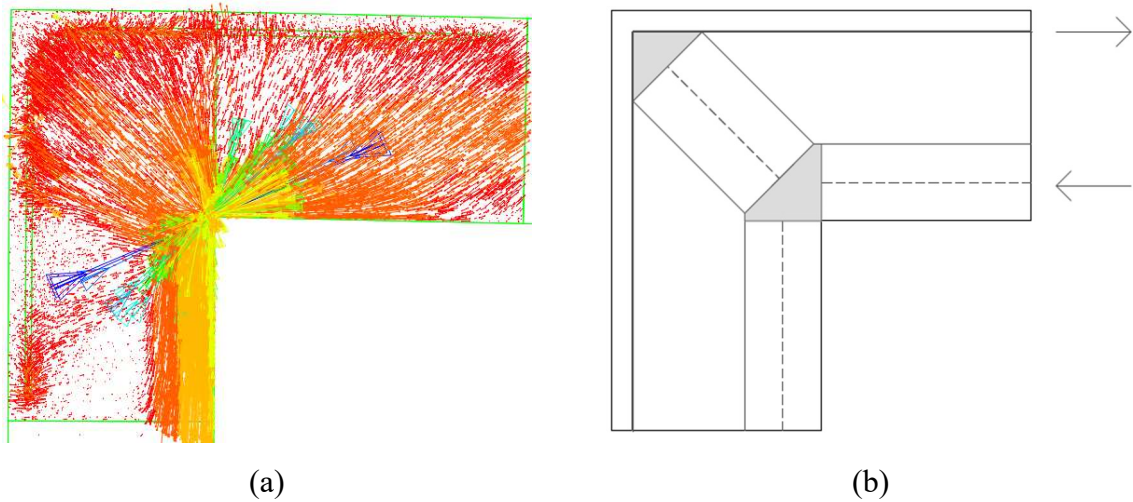


Figura 4.31 – Modelo P15/25V30G com $h_v/h_p = 2,0$: (a) Fluxo de tensões; (b) Modelo de bielas e tirantes.

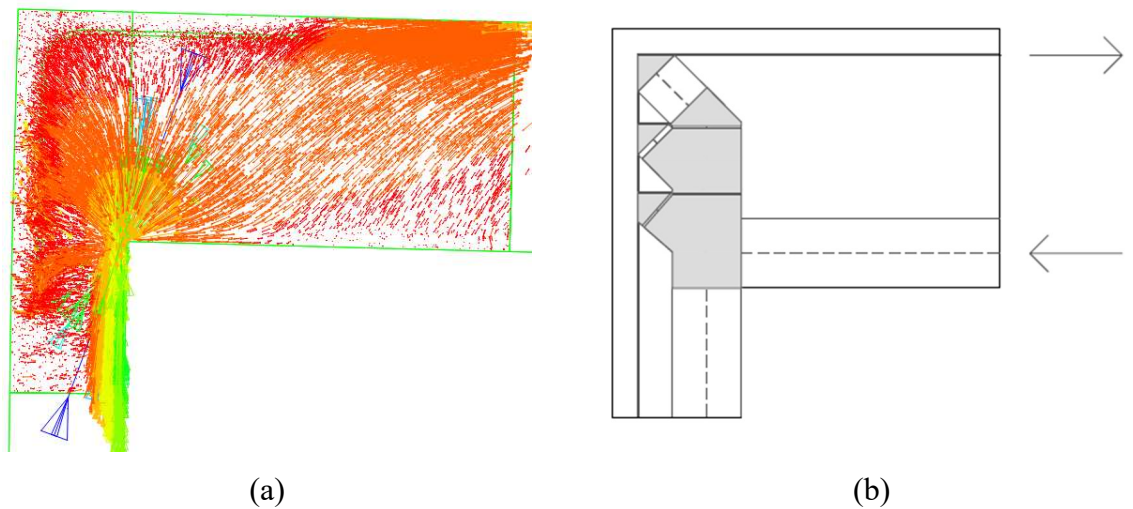


Figura 4.32 – Modelo P20/40V50G com $h_v/h_p = 2,5$: (a) Fluxo de tensões; (b) Modelo de bielas e tirantes.

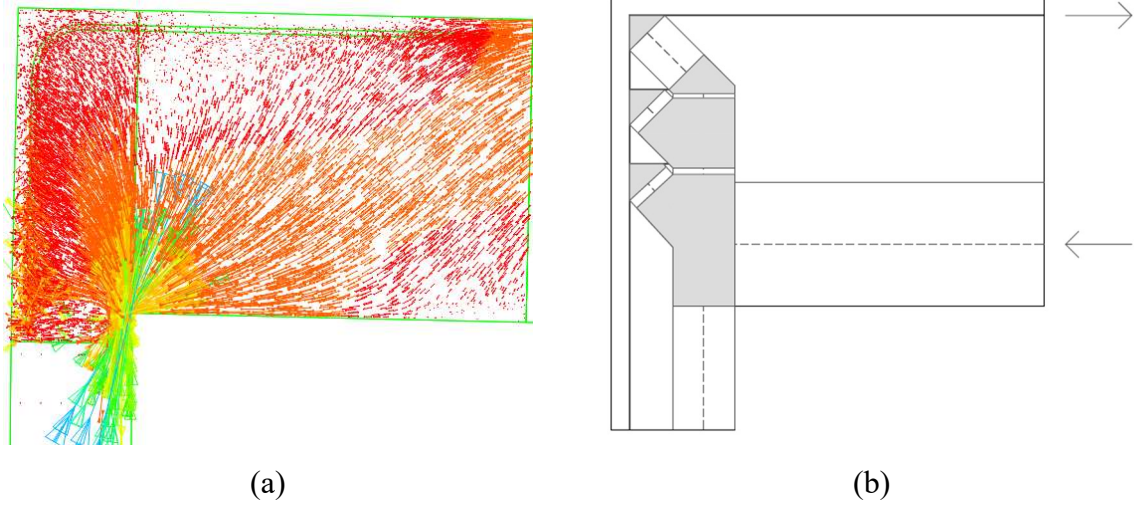


Figura 4.33 – Modelo P15/40V50G com $h_v/h_p = 3,33$: (a) Fluxo de tensões; (b) Modelo de bielas e tirantes.

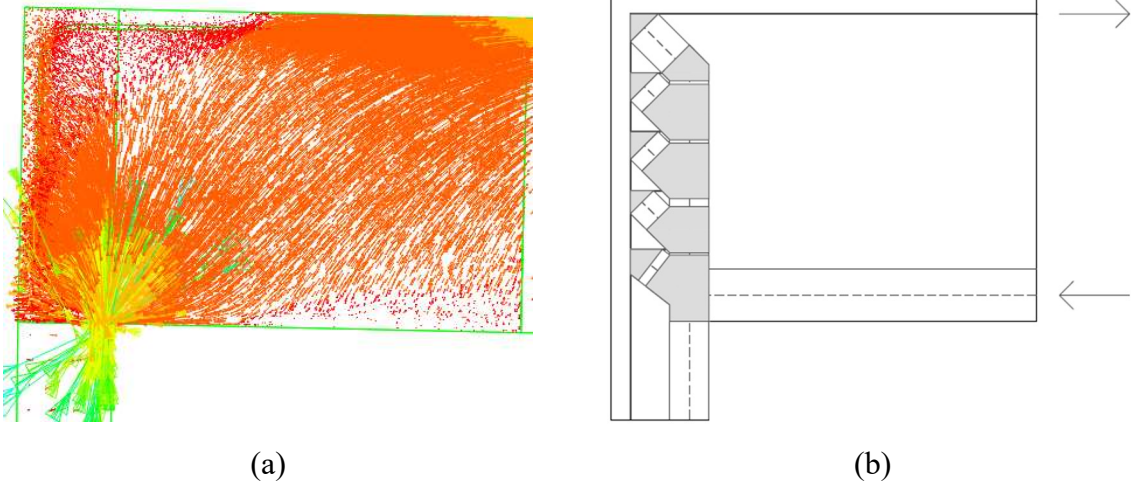
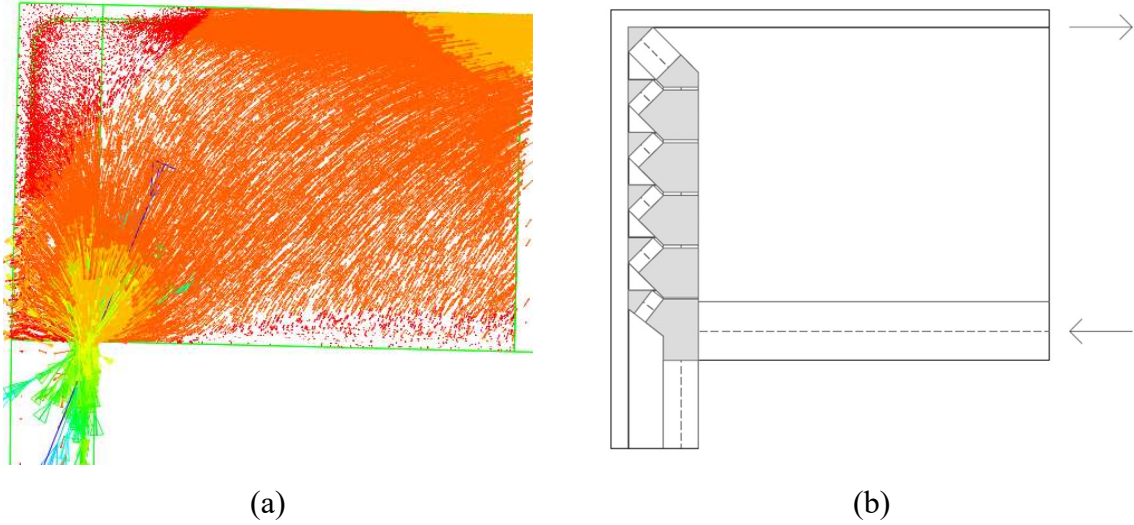


Figura 4.34 – Modelo P15/30V60G com $h_v/h_p = 4,0$: (a) Fluxo de tensões; (b) Modelo de bielas e tirantes.



É possível observar claramente que existe uma elevada concentração de tensões de compressão na zona nodal no canto interno da ligação. Fica claro também a existência da biela comprimida na face interna do pilar, bem como uma biela diagonal proveniente da força cortante na viga. A ABNT NBR 6118:2014 prevê uma determinada armadura mínima na ancoragem nos apoios extremos para garantir a ancoragem desta diagonal de compressão, como visto no item 2.5.1. No entanto, a região é fortemente confinada pela ação do momento fletor, não sendo obtidos esforços de tração nas barras da armadura inferior da viga na região, como visto anteriormente.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

5.1 Conclusões gerais

Ao analisar o comportamento estrutural das ligações viga-pilar extremo de pórticos de concreto armado, foi possível observar que ao aumentar a inércia do pilar em relação à da viga, tem-se aumento da força máxima atingida pelos modelos. Dessa forma, os modelos com flexão na direção de maior rigidez do pilar apresentaram maior força última, sendo assim, de grande importância a consideração da rigidez dos elementos aos quais a viga está conectada para que haja correta consideração dos esforços no dimensionamento das estruturas.

Apesar de os modelos com flexão na direção de menor rigidez do pilar apresentarem menor carga última, esses tiveram maiores deslocamentos verticais no centro do vão, apresentando ruptura mais dúctil, ou seja, com maior aviso da estrutura.

Nas ligações com flexão na direção de menor rigidez do pilar a plastificação do concreto ocorreu predominantemente no centro do vão e na face externa do pilar. Nos casos da viga com menor altura ocorreu também plastificação na interface entre a viga e o pilar. Já nas ligações com flexão na direção de maior rigidez do pilar foram observadas plastificações no centro do vão e na ligação, tanto internamente quanto na interface entre a viga e o pilar.

A armadura superior da viga, apresentou, na maior parte dos modelos, pequenos valores de tensões de tração, atingindo tensões consideráveis somente em alguns casos em que a flexão ocorre na direção de maior rigidez do pilar. Isso se deve ao fato de se ter uma ligação mais rígida, capaz de transmitir mais esforços ao pilar, gerando uma maior solicitação dessa armadura. Mesmo nesses casos, não foram observados valores de deformações significativos ao longo do gancho e do prolongamento do mesmo no tramo do pilar.

Com relação à armadura positiva, foi observado que a mesma se encontrou comprimida na região do apoio em todos os casos e os grampos de ancoragem adotados não foram solicitados à tração da maneira esperada, apresentando, na maioria dos casos, tensões de compressão. Além disso, a retirada dos grampos de ancoragem dos modelos não gerou alteração dos resultados. Portanto, existe uma superestimação dessa armadura pelos critérios normativos, uma vez que em nenhum momento se considera redução da mesma quando se tem momento negativo na ligação. Esse conservadorismo dos elementos normativos já havia sido citado também por Soroushian e Choi (1991).

A partir dos modelos avaliados foi possível validar os modelos de bielas e tirantes gerados inicialmente através do processo de caminhamento das cargas, por meio da modelagem numérica em elementos finitos, mostrando que os modelos criados inicialmente foram satisfatórios. Além disso, os mesmos haviam sido utilizados na verificação da capacidade resistente das ligações. Posteriormente, ao realizar a correlação entre o momento resistente teórico da ligação e o momento solicitante obtido, foi possível concluir que em sua maioria os modelos tiveram capacidade superior à teórica. Ainda, foi possível concluir que a aproximação da degradação de rigidez considerada pela ABNT NBR 6118:2014 apresenta uma boa correlação, sendo adequada para prever a distribuição entre os momentos no pórtico.

Neste estudo, as ligações viga de cobertura-pilar extremo com flexão na direção de menor rigidez do pilar apresentaram resultado satisfatório a partir dos dimensionamentos teóricos realizados, não sendo o elemento crítico para a ruptura dos pórticos para as situações de momento negativo e aplicação de esforços de forma monotônica.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Com base nas observações realizadas ao longo do desenvolvimento deste trabalho, são dispostas algumas sugestões para trabalhos futuros, visando a continuidade ao estudo:

- a) Desenvolvimento de ensaios experimentais a partir de alguns modelos deste estudo;
- b) Desenvolvimento de modelos com ligações com vigas excêntricas ao eixo do pilar e realizar o estudo de seu comportamento por meio de simulação numérica e de ensaios experimentais;
- c) Avaliação da contribuição gerada pela presença da laje às ligações;
- d) Avaliação do efeito gerado pela presença de vigas transversais;
- e) Avaliação do efeito gerado pela consideração das cargas horizontais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318-19**: Building code requirements for structural concrete. Farmington Hills, MI, 2019. 623 p.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: Projeto de estruturas de concreto: Procedimento. Rio de Janeiro, 2014. 238 p.

ALLAM, S. M.; ELBAKRY, H. M. F.; ARAB, I. S. E. Exterior reinforced concrete beam column joint subjected to monotonic loading. **Alexandria Engineering Journal**, v. 57, n. 4, p. 4133–4144, 2018.

ALVA, G. M. S. **Estudo teórico-experimental do comportamento de nós de pórtico de concreto armado submetidos a ações cíclicas**. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2004.

ALVA, G. M. S.; EL DEBS, A. L. H. C. Moment-rotation relationship of RC beam-column connections: Experimental tests and analytical model. **Engineering Structures**, v. 56, p. 1427–1438, 2013.

ARAÚJO, J. M. **Projeto Estrutural de Edifícios de Concreto Armado**. 3. ed. Rio Grande, RS: Dunas, 2014.

ASSIS JÚNIOR, E. C. **Análise numérica da ancoragem em ligações do tipo viga-pilar de extremidade**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2005.

BARBOSA, L. A. G. **Nós de pórticos de concreto de alta resistência**. Dissertação (Mestrado em Estruturas) – Faculdade de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, 1997.

BUENO, S.; KIMURA, A. **ABNT NBR 6118:2014 Comentários e exemplos de aplicação**. 1. ed. São Paulo: IBRACON, 2015.

CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. **ACI Journal**, v. 82-72, p. 797-804, 1985.

COSTA, R.; PROVIDÊNCIA, P.; DIAS, A. Anchorage models for reinforced concrete beam-column joints under quasi-static loading. **ACI Structural Journal**, v. 113, n. 3, p. 503–514, 2016.

FUSCO, P. B. **Técnica de armar as estruturas de concreto**. 2. ed. São Paulo: Pini, 2013.

HAACH, V. G. **Análise teórico-experimental da influência da força normal em nós de pórtico externos de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2005.

HAACH, V. G.; EL DEBS, A. L. H. D. C.; EL DEBS, M. K. Influence of high column axial loads in exterior R/C beam-column joints. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 18, n. 2, p. 558–565, 2014.

INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. **CEB-FIP model code 2010**: first complete draft, v. 1. Lausanne, Switzerland, 2012.

HORDIJK, D. A. **Local approach to fatigue of concrete**. Thesis – Technische Universiteit Delft, Delft, 1991.

KMIECIK, P.; KAMIŃSKI, M. Modelling of reinforced concrete structures and composite structures with concrete strength degradation taken into consideration. **Archives of Civil and Mechanical Engineering**, v. 11, n. 3, p. 623–636, 2011.

KUANG, J. S.; WONG, H. F. Effects of beam bar anchorage on beam-column joint behaviour. **Structures and Buildings**, v. 159, n. 2, p. 115–124, 2006.

LEE, J.; FENVES, G. L. Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures. **Journal of Engineering Mechanics**, v. 124, n. 8, p. 892–900, 1998.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto, volume 3: princípios básicos sobre a armação de estruturas de concreto armado**. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

LUBLINER, J.; OLIVER, J.; OLLER, S.; OÑATE, E. A plastic-damage model for concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 25, n. 3, p. 299–326, 1989.

LUO, Y. H.; DURRANI, A. J.; BAI, S.; YUAN, J. Study of reinforcing detail of tension bars in frame corner connections. **ACI Structural Journal**, v. 91, n. 4, p. 486–496, 1994.

MARINO, M. A.; SCHEER, S.; OLIVEIRA, M. F. F.; ZANDORÁ, C. A. W. **Oblíqua 1.0: Flexão Composta Oblíqua**. Universidade Federal do Paraná, UFPR, 2001. (<http://www.cesec.ufpr.br/concretoarmado>).

MARQUES, J. L. G.; JIRSA, J. O. A study of hooked bar anchorages in beam-column joints. **ACI Journal**, v. 72, n. 5, p. 198–209, 1975.

MAYFIELD, B. et al. Corner joint details in structural lightweight concrete. **ACI Journal**, v. 68, n. 5, p. 366–372, 1971.

MEGGET, L. M. The seismic design and performance of reinforced concrete beam-column knee joints in buildings. **Earthquake Spectra**, v. 19, n. 4, p. 863–895, 2003.

PARK, R.; PAULAY, T. **Estruturas de concreto reforçado**. 1. ed. México: Limusa, 1988.

PAULAY, T.; PRIESTLEY, M. J. N. **Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings**. United States of America: Wiley, 1992.

SANTOS, J. B.; SILVA, T. J.; ALVA, G. M. S. Influência da rigidez das ligações viga-pilar na análise estrutural de edifícios em concreto armado. **Revista IBRACON de Estruturas e Materiais**, v. 11, n. 4, p. 834–855, 2018.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K. Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models. **The Structural Engineer**, v. 69, n. 6, p. 113–125, 1991.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K.; JENNEWEIN, M. Toward a Consistent Design of Structural Concrete. **PCI Journal**, v. 32, n. 3, p. 74–150, 1987.

SCHLAICH, J.; SCHAFER, K. Towards a Consistent Design of Reinforced Concrete Structures. **IABSE Congress**, v. 12, p. 887–894, 1984.

SILVA, M. F. A. **Desenvolvimento de modelo analítico para determinação da resistência ao cisalhamento de nós de pórtico externos de concreto armado**. 2013. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2013.

SILVA, R. C.; GIONGO, J. S. **Modelos de bielas e tirantes aplicados a estruturas de concreto armado**. 1. ed. São Carlos: EESC-USP, 2000.

SIMULIA. **Abaqus analysis user's manual**. Providence, USA, 2012.

SOROUSHIAN, P.; CHOI, K. B. Analytical evaluation of straight bar anchorage design in exterior joints. **ACI Structural Journal**, v. 88, n. 2, p. 161–168, 1991.

WEE, T. H.; CHIN, M. S.; MANSUR, M. A. Stress-strain relationship of high-strength fiber concrete in compression. **Journal of Materials in Civil Engineering**, v. 8, n. 2, p. 70–76, 1996.

ZHANG, N. **Seismic performance and shear strength of reinforced concrete beam-column knee joints**. Thesis (Doctor of Philosophy in Civil Engineering) – Hong Kong University of Science and Technology, Hong Kong, 2017.

APÊNDICE A – DADOS ADICIONAIS DA CALIBRAÇÃO

Neste apêndice se encontram os resultados obtidos através da calibração com os modelos experimentais N400 e N200 de Haach (2005). Os resultados para o modelo N300 são apresentados no item 3.2.1.3 Para o modelo N300 são apresentados nas Figura A.1 a Figura A.4. E para o modelo N200 nas Figura A.5 a Figura A.8.

Figura A.1 - Deformações da armadura longitudinal do pilar *versus* força no pilar na região nodal (Modelo N400).

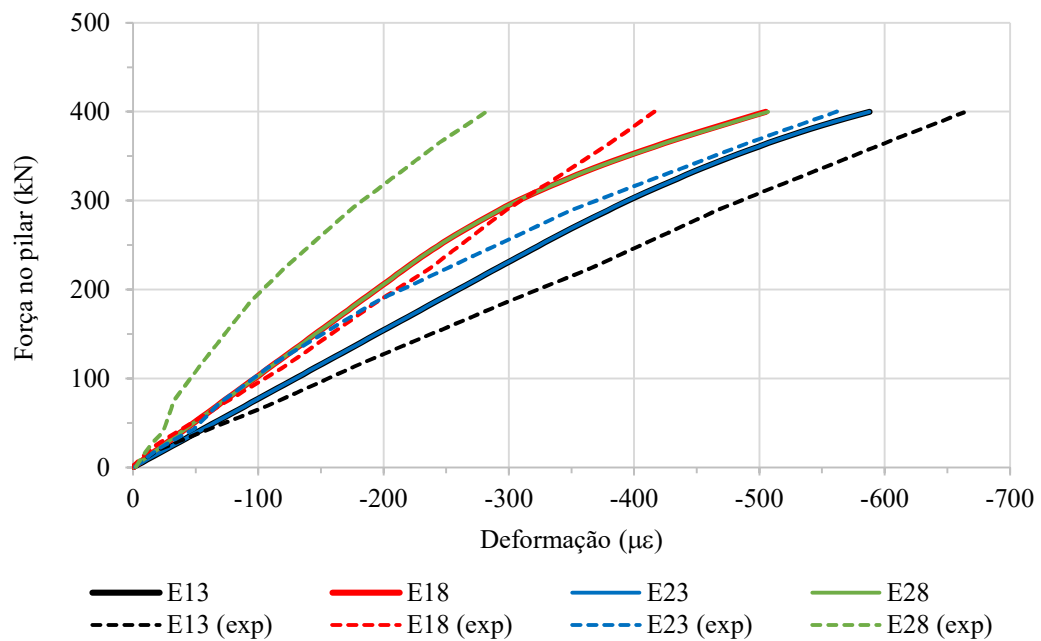


Figura A.2 - Deformações da armadura longitudinal do pilar *versus* força na viga na região nodal (Modelo N400).

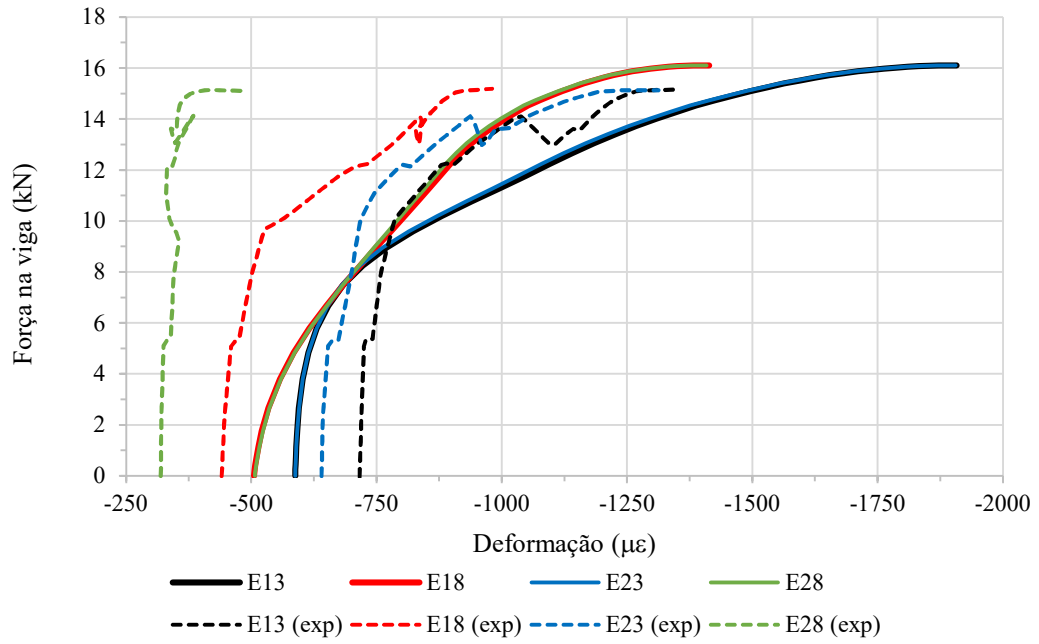


Figura A.3 - Deformações da armadura longitudinal inferior da viga (Modelo N400).

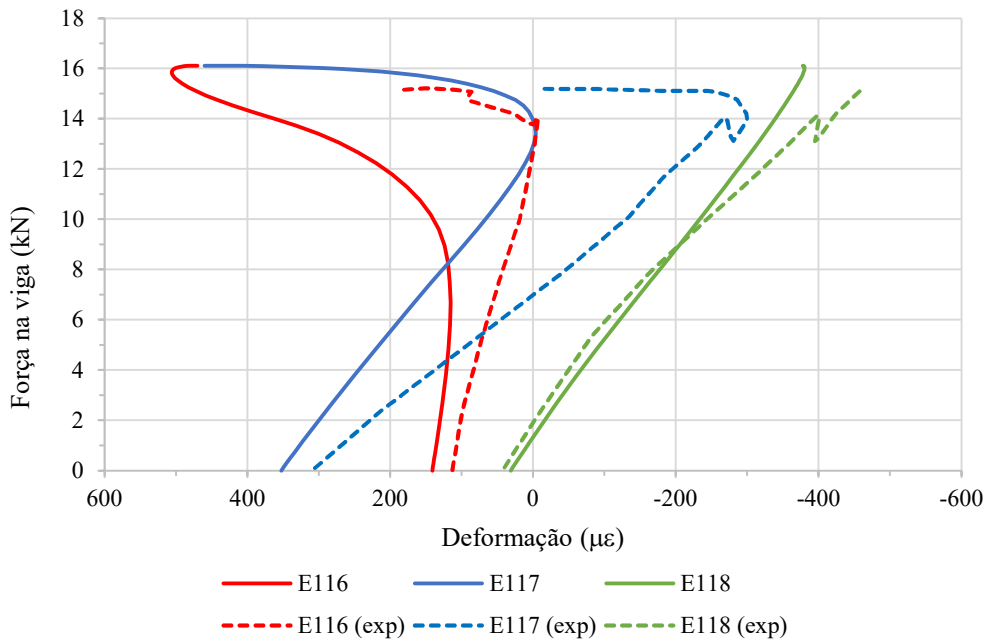


Figura A.4 - Deformações da armadura longitudinal superior da viga (Modelo N400).

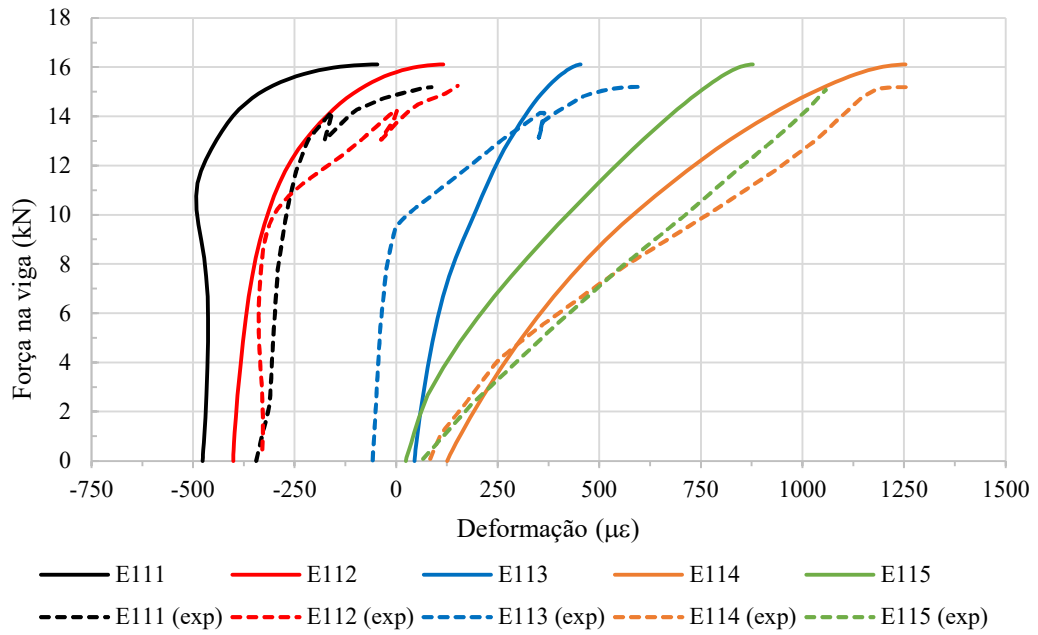


Figura A.5 - Deformações da armadura longitudinal do pilar *versus* força no pilar na região nodal (Modelo N200).

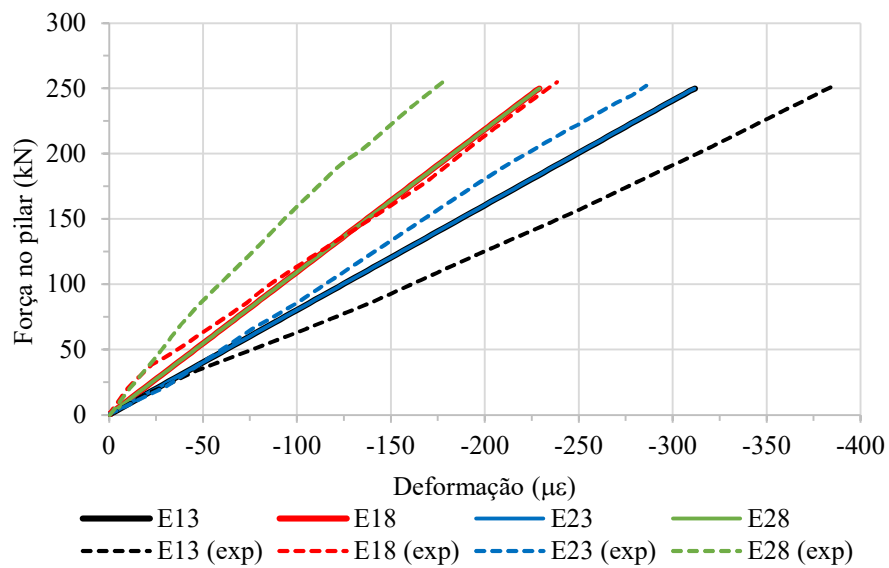


Figura A.6 - Deformações da armadura longitudinal do pilar *versus* força na viga na região nodal (Modelo N200).

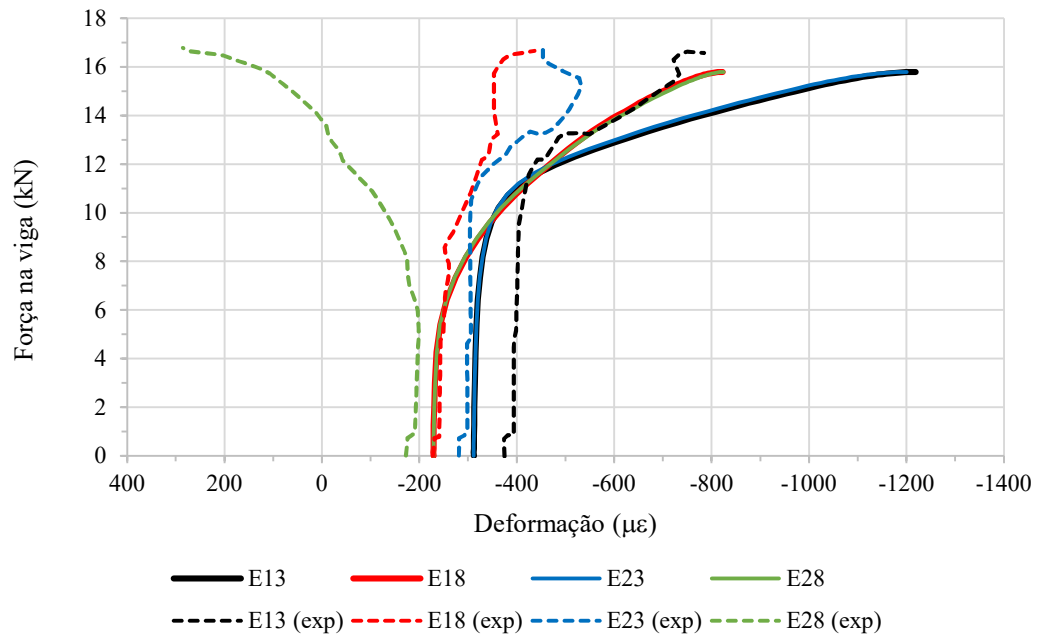


Figura A.7 - Deformações da armadura longitudinal inferior da viga (Modelo N200).

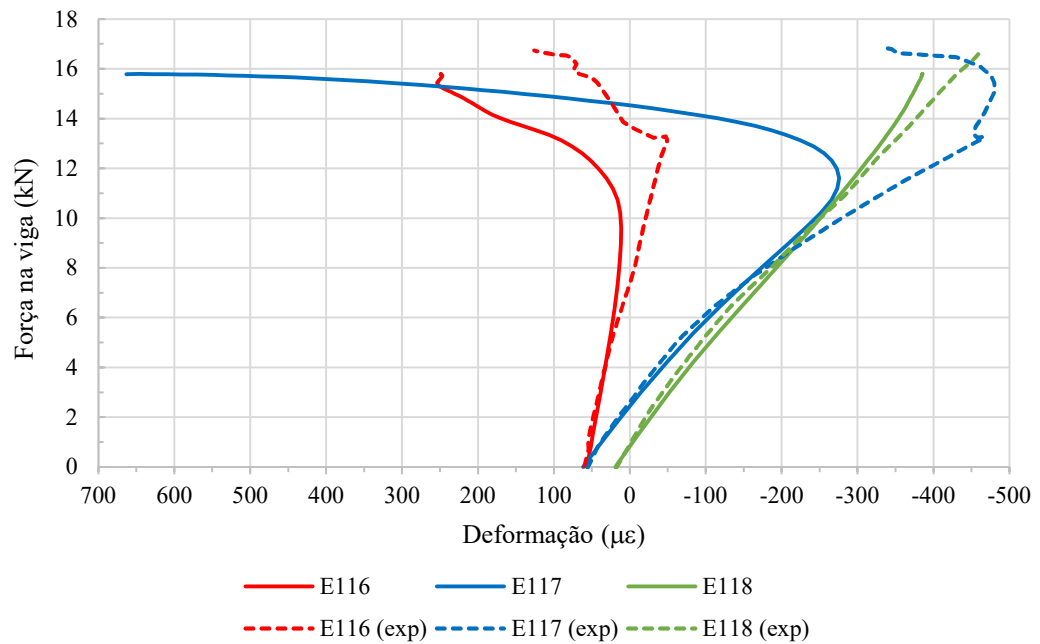
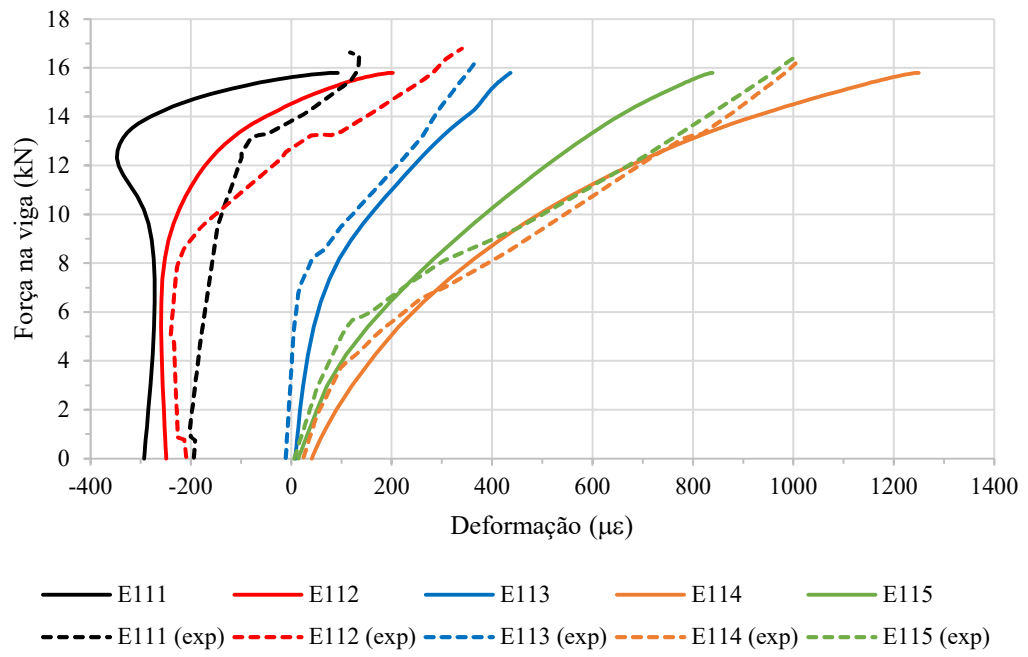


Figura A.8 - Deformações da armadura longitudinal superior da viga (Modelo N200).



APÊNDICE B – DIMENSIONAMENTO

O dimensionamento das vigas foi realizado através do equilíbrio da seção conforme planilha apresentada na Tabela B.1, sendo levados em consideração os parâmetros prescritos pela ABNT NBR 6118:2014. Obteve-se inicialmente a posição de linha neutra (x) para o esforço considerado, e com isso o braço de alavanca (z). A partir disso foi possível por equilíbrio obter a área de armadura necessária na seção (A_{st}). Além disso, também foi realizada a verificação para o momento mínimo (M_{min}). Esse processo foi realizado para o momento negativo na região do apoio ($M_{S,sup}$) e para o momento positivo no meio do vão ($M_{R,inf}$). O dimensionamento da armadura transversal da viga foi realizado através do modelo de cálculo I da ABNT NBR 6118: 2014.

Na Tabela B.2 tem-se a planilha de detalhamento das armaduras da viga. A retirada das barras de serviço foi realizada por meio do diagrama de momentos fletores decalado, sendo que optou-se por realizar a retirada de barras de serviço apenas para vigas com comprimento maior ou igual a 4 metros. Foram realizadas todas as verificações de ancoragem da armadura de tração no apoio, e nos casos em que o comprimento de ancoragem necessário ($l_{b,nec}$) não foi atendido, foram adicionados grampos de ancoragem, conforme o item 2.5. Em todos os casos foi realizada a dobra da armadura superior da viga dentro da ligação e prolongadas por comprimento igual ao comprimento de traspasse (l_{ot}).

Quanto ao dimensionamento dos pilares, foi utilizada a planilha da Tabela B.3, juntamente com o *software* Obliqua 1.0, cuja interface é mostrada na Figura B.1. O momento mínimo de 1ª ordem (M_{Imin}) foi obtido de modo a se considerar o efeito das imperfeições locais nos pilares, e o momento total máximo no pilar foi calculado de acordo com o método do pilar-padrão com curvatura aproximada, ambos estabelecidos na ABNT NBR 6118: 2014. No Obliqua a seção de concreto submetido a flexão foi verificada para um dado detalhamento, obtendo-se a envoltória de momentos resistentes do pilar. Com relação à armadura transversal, esta foi adotada respeitando-se as prescrições da ABNT NBR 6118: 2014.

Tabela B.1 - Planilha de dimensionamento das vigas.

Dimensionamento da viga						
Pórtico	P40/20V50	b =	15	h =	50	d = 45
M_{R,inf} (kN.m) =	160,93	M_{S,sup} (kN.m) =	56,8	V_S (kN) =	64,3	
Armadura inferior						
Considerando $M_R = R_{cc.z} = R_{st.z}$ e que $M_R \geq M_S$, portanto $R_{cc.z} \geq M_S$:						
$ax^2 + bx + c = 0$, sendo x a posição da linha neutra						
a =	-13,68	b =	1539	c =	-16093	
Δ =	1487912,04	x' =	11,67	x'' =	100,83	
Portanto,	x =	11,67		z =	40,33	
x/d =	0,259	→	Domínio 2-3	ε_c (‰) =	3,5	→ OK
Sendo, $M_{\min} = 0,8W_0.f_{ctm}$:	M_{min} (kN.m) =	9,46	A_{s,min} (cm²) =	0,47		
Sendo, $M_S = M_R = R_{st.z} = (f_{st}.A_{st}).z$:	A_{st} (cm²) =	7,98				
	φ_l (mm)	6,3	8	10	12,5	16
A_s (cm²) =	7,98	→	25,6	15,9	10,2	6,5
	A_{s,ef} (cm²) =	8,11	8,05	8,64	8,59	8,04
Portanto, adota-se:	4	φ	16			
A_{s,ef} (cm²) =	8,044	a_h (mm) =	22,8	a_v (mm) =	20	
b_{min} (cm) =	19,24	→	Mais de uma camada			
Armadura superior						
a =	-13,68	b =	1539	c =	-5680	
Δ =	2057711,4	x' =	3,82	x'' =	108,68	
Portanto,	x =	3,82		z =	43,47	
x/d =	0,085	→	Domínio 2	ε_c (‰) =	0,93	→ OK
Sendo, $M_{\min} = 0,8W_0.f_{ctm}$:	M_{min} (kN.m) =	7,85	A_{s,min} (cm²) =	0,36		
Sendo, $M_S = M_R = R_{st.z} = (f_{st}.A_{st}).z$:	A_{st} (cm²) =	2,61				
	φ_l (mm)	6,3	8	10	12,5	16
A_s (cm²) =	2,61	→	8,4	5,2	3,3	2,1
	A_{s,ef} (cm²) =	2,81	3,02	3,14	3,68	4,02
Portanto, adota-se:	3	φ	12,5			
A_{s,ef} (cm²) =	3,681	a_h (mm) =	22,8	b_{nec} (cm) =	13,31	→ OK
Armadura transversal						
V_{R2} (kN) =	534,6	→	OK	V_c (kN) =	117,5	V_{sw} (kN) = -53,2
A_{sw,min}/s (cm²/m) =	1,74	s_{máx} =	27	A_{sw}/s (cm²/m) =	0	
(A_{sw}/s)_{adotado} (cm²/m) =	1,74	→	φ_l (mm)	5	6,3	
			s (cm) =	22,5	35,9	
Portanto, adota-se:	5	c /	20			

Tabela B.2 – Planilha de detalhamento das vigas.

Detalhamento da armadura da viga												
Viga	Seção	ϕ_i	$A_{s,calc}$ (cm ²)	$A_{s,ef}$ (cm ²)	$l_{b,nec}$ (cm)	$l_{b,min}$ (cm)	$l_{b,adot}$ (cm)	$l_{b,disp}$ (cm)	a_l (cm)	$A_{s,apoio,min}$ (cm ²)	$A_{s,anc}$ (cm ²)	
P40/20	Vão	16	7,98	8,044	28	16	28	35	45	2,68	4,47	
V50	Apoio	12,5	2,61	3,681	25	13	25	35		-	1,86	
Armadura inferior												
Raio interno da curvatura dos ganchos (mm) =					40		Comp. gancho =			12,8		
Barras prolongadas até o apoio:				2	ϕ	16	$A_{s,ef,apoio}$ (cm ²) =			4,02		
Barras retiradas de serviço:				2	ϕ	16	$A_{s,ef,apoio} > A_{s,apoio,min}$:			OK		
$A_{s,grampo}$ (cm ²) =			0,45	→	ϕ_{grampo}	5	6,3	8				
							1,1	0,7	0,4			
							$A_{s,ef, grampo}$ (cm ²) =			0,78	0,62	1,01
Portanto, adota-se:		ϕ_{grampo}	1	ϕ	6,3	Comp. grampo (cm) =			40			
Armadura superior da viga prolongada no tramo do pilar												
Raio interno da curvatura da armadura superior dobrada em nó de pórtico (mm) =					93,75							
Barras emendadas na mesma seção (%):				150	$\alpha_{ot} =$	2	$l_{ot,min}$ (cm) =		20,5			
Distância livre entre barras emendadas (mm):				12,50	l_{ot} (cm) =		50					

Figura B.1 - Interface do software Obliqua.

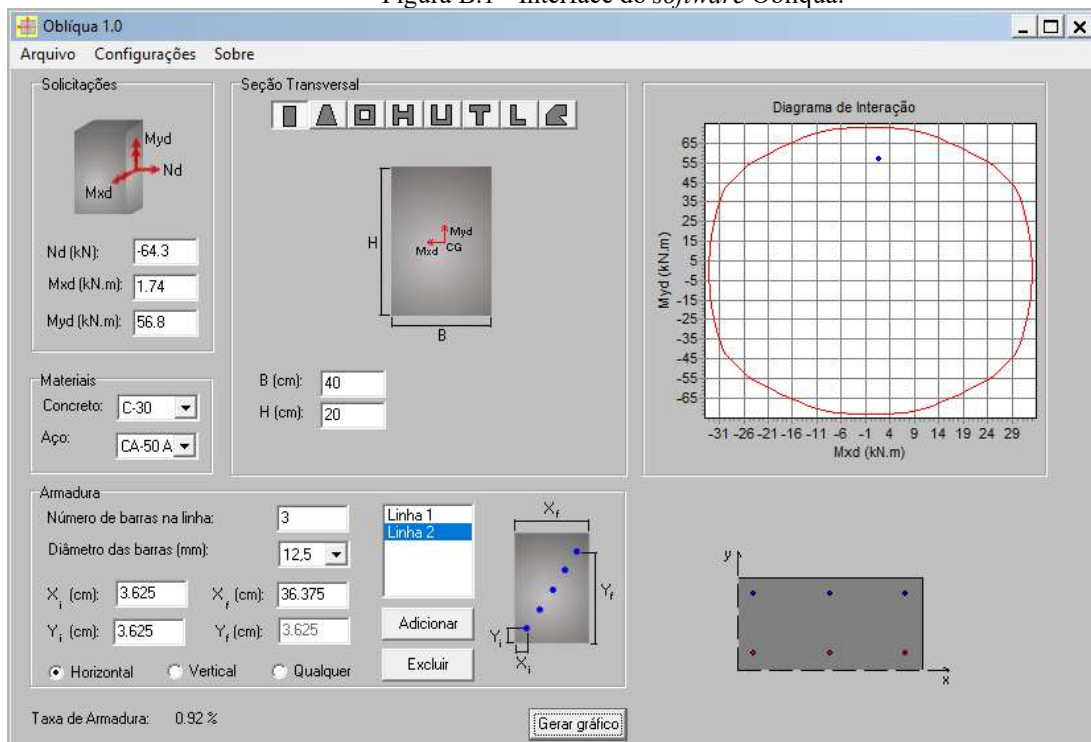


Tabela B.3 - Planilha de dimensionamento dos pilares pelo Oblíqua.

Dimensionamento do pilar								
Pórtico	P40/20V50	b =	40	h =	20	A (cm²) =	800	
M_{y,A} (kN.m) =	56,8	M_{y,B} (kN.m) =	28	N_p (kN.m) =	64,3	L_e (m) =	2,8	
Armadura longitudinal								
Sendo, $M_{1,min} = N (0,015 + 0,03.h)$:								
M_{1,min,x} (kN.m) =	1,74	M_{1,min,y} (kN.m) =	1,35					
Sendo, $M_{tot} = \alpha_b M_{1,A} + N(l_e^2/10)(1/r) \geq M_{1,A}$:								
1/r =	0,025	M_{tot} (kN.m) =	56,80	$\alpha_b =$	0,403	n =	0,0268	
Assim, considera-se:								
M_x (kN.m) =	1,74	M_y (kN.m) =	56,80					
A_{s,min} (cm²) =	3,2	A_{s,máx} (cm²) =	64	A_{s,ef} (cm²) =	7,36			
Por meio do <i>software</i> Oblíqua, tem-se:								
ϕ_l (mm) =	12,5	Nº de barras na linha:	3	Nº de linhas:	2			
Linha 1:	x_i (cm) =	3,625	x_f (cm) =	36,375	y_i (cm) =	16,375	y_f (cm) =	16,375
Linha 2:	x_i (cm) =	3,625	x_f (cm) =	36,375	y_i (cm) =	3,625	y_f (cm) =	3,625
s_{min} (mm) =	22,8	s_{máx} (mm) =	400	s_x (mm) =	164	s_y (mm) =	128	
Armadura transversal								
ϕ (mm) =	5	s_{máx} (cm) =	15	→	5	c /	15	
Estribos Suplementares: SIM → 5 c / 15								

Na Tabela B.4 tem-se a planilha de verificação dos nós de pórticos pelo método de bielas e tirantes. No caso é avaliada a ligação do modelo P40/20V50, que teve sua geometria mostrada na Figura 3.16. Os parâmetros adotados seguem as prescrições da ABNT NBR 6118:2014. Foi considerada uma força F unitária atuando na viga e para essa situação foram obtidos os esforços nas barras da treliça (F_S), com o auxílio do *software* Ftool, para assim poder efetuar a análise dos esforços resistentes. Para o cálculo foi utilizada a área das bielas e nós, a qual foi definida como sendo a largura da biela multiplicada pela largura da viga. Assim, com base na área e na tensão resistente (f_c), obteve-se a força resistida (F_R) pelas bielas e nós, definindo-se o elemento crítico (biela ou nó), o qual determinou a capacidade do modelo como um todo (F_{lim}). Por fim, obteve-se o momento máximo resistente na ligação (M_{lim}).

Tabela B.4 – Planilha de verificação dos nós de pórticos pelo método de bielas e tirantes.

Verificação do nó de pórtico							
Pórtico	P40/20V50	$b_v =$	15	$h_v =$	50	$h_p =$	40
$h_v/h_p =$	1,25	$F_{lim} \text{ (kN)} =$	480,9	$d \text{ (cm)} =$	37	$M_{lim} \text{ (kN.m)} =$	177,9
Bielas							
Tipo de biela:		Prismática	→	$f_c \text{ (kN/cm}^2\text{)} =$	2,24	$F_{lim} \text{ (kN)} =$	480,9
Id.	$F_s \text{ (kN)}$	$e \text{ (cm)}$	Área (cm^2)	$F_R \text{ (kN)}$	$F_{m\acute{a}x} \text{ (kN)}$		
B1	1,0	20	300	673,2	673,2		
B2	1,4	20	300	673,2	480,9		
B3	1,7	35	525	1178,1	693,0		
Nós							
Tipos de nós:		CCC	CTT	CCT	TTT	$F_{lim} \text{ (kN)} =$	480,9
$f_c \text{ (kN/cm}^2\text{)} =$		2,24	1,58	1,90	1,58		
Id.	Tipo de nó	Elem.	$F_s \text{ (kN)}$	$e \text{ (cm)}$	Área (cm^2)	$F_R \text{ (kN)}$	$F_{m\acute{a}x} \text{ (kN)}$
N1	CTT	B3	1,7	35	525	831,6	489,2
		B1	1,0	20	300	673,2	673,2
N2	CCC	B2	1,4	20	300	673,2	480,9
		B3	1,7	35	525	1178,1	693,0

Nos modelos não foram dispostas armaduras adicionais provenientes de dimensionamento da ligação pelo método de bielas e tirantes, uma vez que na prática de projetos isso não é realizado, mantendo-se assim, um detalhamento usual. No entanto, buscou-se uma correlação entre as armaduras horizontais já existentes, dispostas na região da ligação e a armadura necessária prevista pelo método de bielas e tirantes. Assim, foram somadas e comparadas as áreas necessárias para os tirantes horizontais em cada modelo, com o total das áreas de armadura de estribos no interior da ligação, grampos e da armadura inferior da viga prolongada no apoio, obtendo-se a correlação mostrada na Tabela B.5. Portanto, as armaduras existentes são superiores às necessárias, e apesar de elas não estarem uniformemente distribuídas ao longo da altura da ligação, mostra que já se tem muita armadura disposta na ligação e a inclusão de outra armadura geraria um maior congestionamento de barras na região, podendo prejudicar o adensamento do concreto e causar ninhos de concretagem, além de se deixar de ter um detalhamento usual.

Tabela B.5 – Correlação entre as armaduras necessárias e dispostas na região da ligação.

Modelo	Tirantes horizontais no interior da ligação - MBT					Área total disposta / Área necessária total	Verificação
	Área necessária total (cm ²)	Área estribos (cm ²)	Área grampos (cm ²)	Área armadura inf. viga (cm ²)	Área total (cm ²)		
P15/25V30G	1,34	0,79	1,87	4,91	7,57	11,29	OK
P15/30V30G	1,52	0,79	1,87	4,91	7,57	9,95	OK
P15/40V30G	1,80	1,18	1,87	4,91	7,96	8,84	OK
P20/20V30	1,04	0,79	0,00	4,91	5,70	5,48	OK
P20/25V30	1,15	0,79	0,00	4,91	5,70	4,95	OK
P20/30V30	1,26	0,79	0,00	4,91	5,70	4,52	OK
P20/40V30	1,42	1,18	0,00	4,91	6,09	4,29	OK
P25/20V30	0,00	0,79	0,00	4,91	5,70	-	OK
P30/20V30	0,00	0,79	0,00	4,91	5,70	-	OK
P40/20V30	0,00	0,79	0,00	4,91	5,70	-	OK
P15/25V40G	1,74	1,18	4,71	3,68	9,57	16,50	OK
P15/30V40G	1,98	1,18	5,03	3,68	9,89	14,98	OK
P15/40V40G	2,46	1,77	4,71	3,68	10,16	12,39	OK
P20/20V40G	1,96	1,18	1,87	3,68	6,73	6,87	OK
P20/30V40G	2,54	1,18	1,87	3,68	6,73	5,30	OK
P20/40V40G	2,96	1,77	1,87	3,68	7,32	4,94	OK
P30/20V40	2,00	1,18	0,00	3,68	4,86	2,43	OK
P40/20V40	0,00	1,18	0,00	3,68	4,86	-	OK
P15/30V50G	2,40	1,18	12,56	4,02	17,76	29,60	OK
P15/40V50G	3,04	2,36	12,56	4,02	18,94	24,92	OK
P20/30V50G	2,72	1,77	7,04	4,02	12,83	9,43	OK
P20/40V50G	3,28	1,77	7,85	4,02	13,64	8,32	OK
P30/20V50G	2,04	1,18	2,50	4,02	7,70	3,77	OK
P40/20V50G	0,00	1,18	0,62	4,02	5,82	-	OK
P15/30V60G	2,75	2,36	14,13	6,28	22,77	41,39	OK
P15/40V60G	3,50	2,36	14,13	6,28	22,77	32,52	OK
P20/30V60G	3,54	2,36	7,85	6,28	16,49	13,97	OK
P20/40V60G	4,38	2,36	7,85	6,28	16,49	11,29	OK
P30/20V60G	2,22	1,57	2,01	6,28	9,86	4,44	OK
P40/20V60	3,34	1,57	0,00	6,28	7,85	2,35	OK

APÊNDICE C – RESULTADOS ADICIONAIS

Neste apêndice se encontram resultados adicionais dos modelos numéricos. As curvas de força x deslocamento para cada um dos modelos estudados são apresentadas nas Figura C.1 à Figura C.30. Na sequência, nas Figura C.31 à Figura C.62, tem-se os gráficos com as deformações das armaduras para cada um dos modelos. E por fim, nas Figura C.63 à Figura C.78 tem-se os modelos de bielas e tirantes propostos, na forma de treliça unifilar, para cada um dos modelos.

Figura C.1 – Curva força x deslocamento do modelo P15/25V30G.

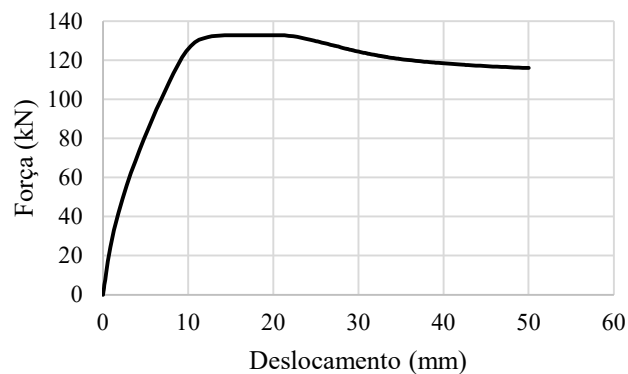


Figura C.2 – Curva força x deslocamento do modelo P15/30V30G.

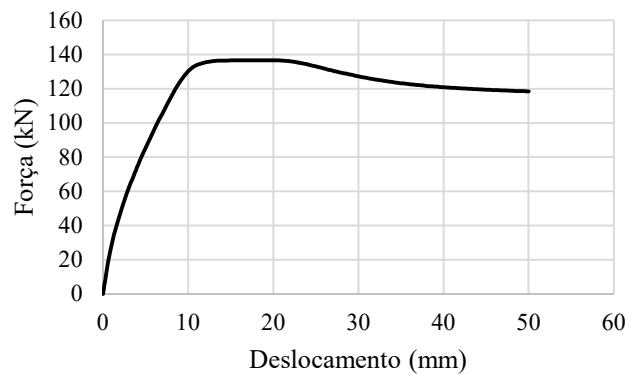


Figura C.3 – Curva força x deslocamento do modelo P15/40V30G.

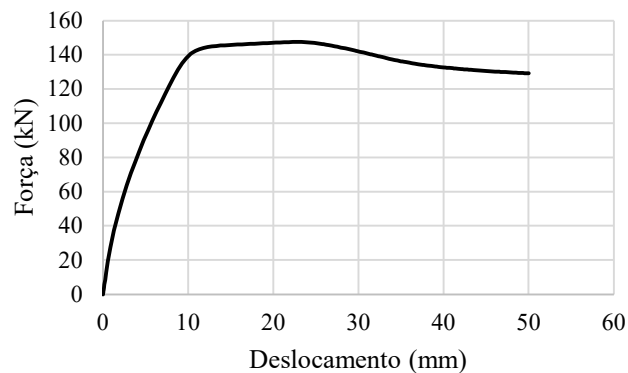


Figura C.4 – Curva força x deslocamento do modelo P20/20V30.

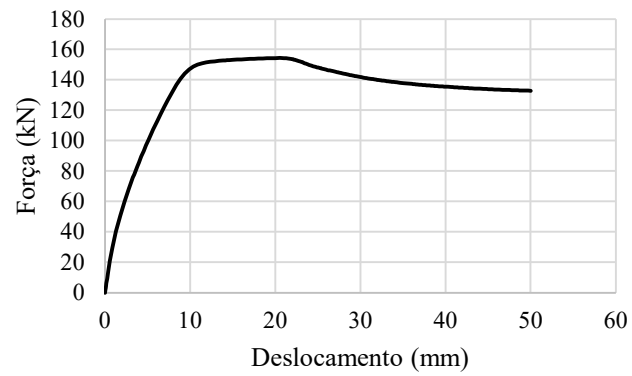


Figura C.5 – Curva força x deslocamento do modelo P20/25V30.

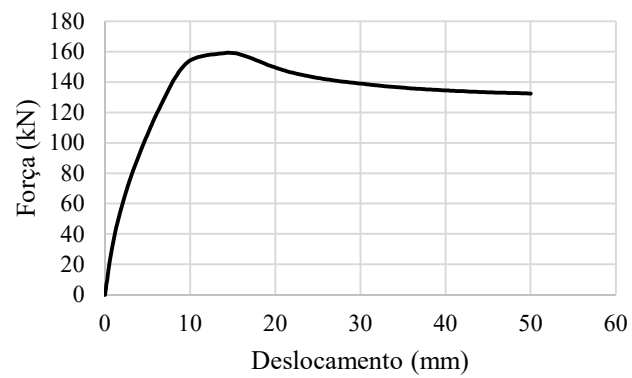


Figura C.6 – Curva força x deslocamento do modelo P20/30V30.

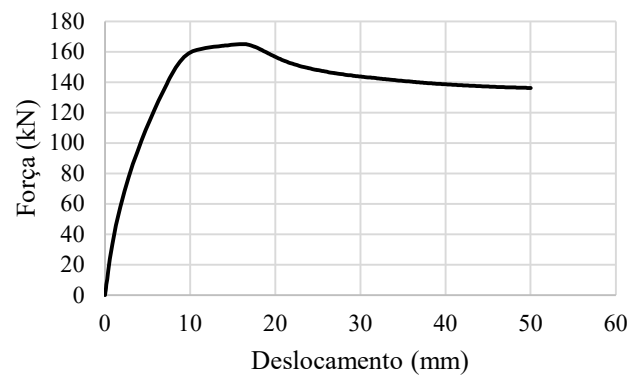


Figura C.7 – Curva força x deslocamento do modelo P20/40V30.

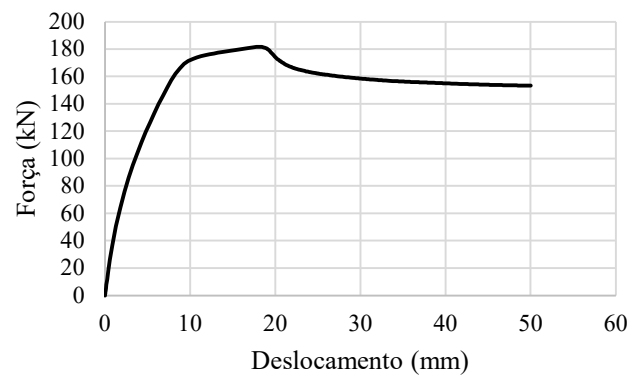


Figura C.8 – Curva força x deslocamento do modelo P25/20V30.

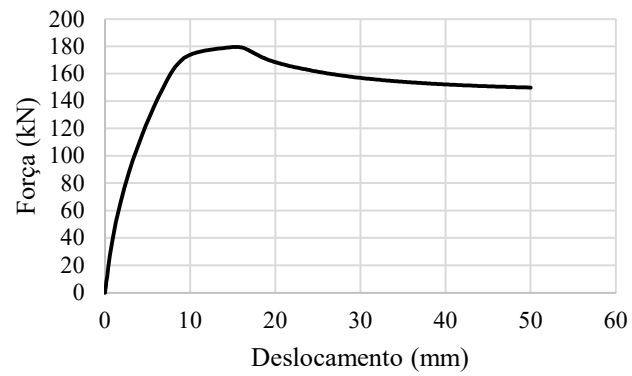


Figura C.9 – Curva força x deslocamento do modelo P30/20V30.

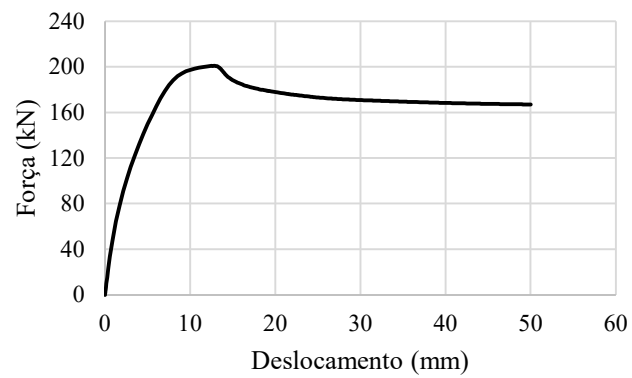


Figura C.10 – Curva força x deslocamento do modelo P40/20V30.

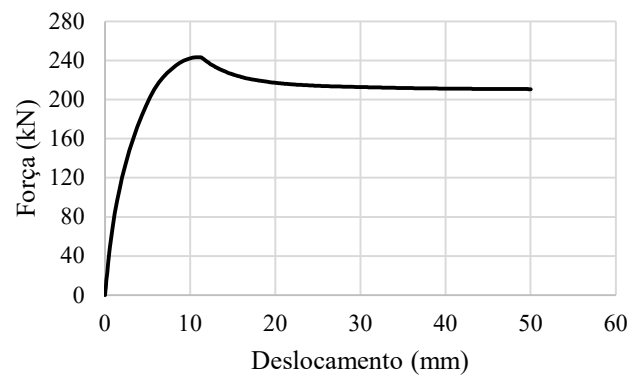


Figura C.11 – Curva força x deslocamento do modelo P15/25V40G.

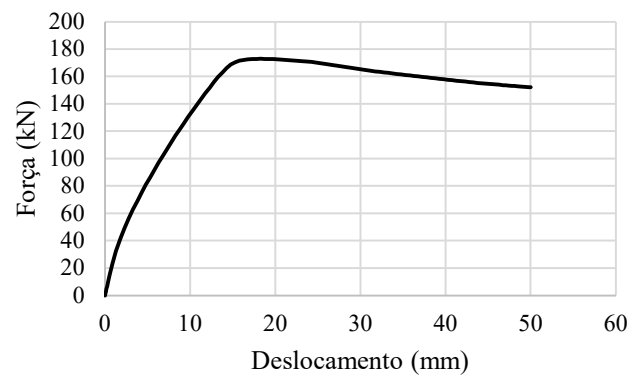


Figura C.12 – Curva força x deslocamento do modelo P15/30V40G.

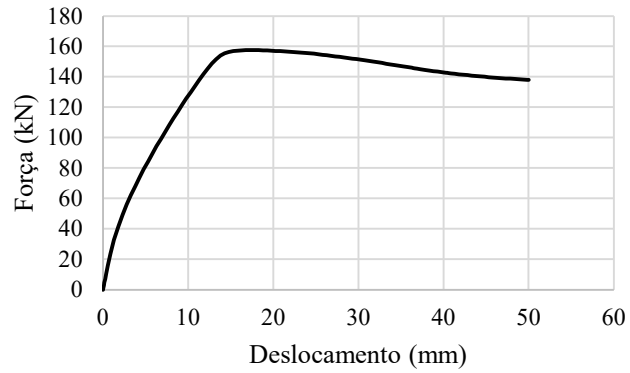


Figura C.13 – Curva força x deslocamento do modelo P15/40V40G.

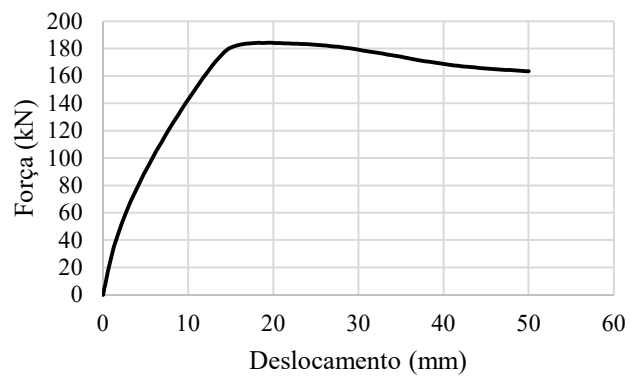


Figura C.14 – Curva força x deslocamento do modelo P20/20V40G.

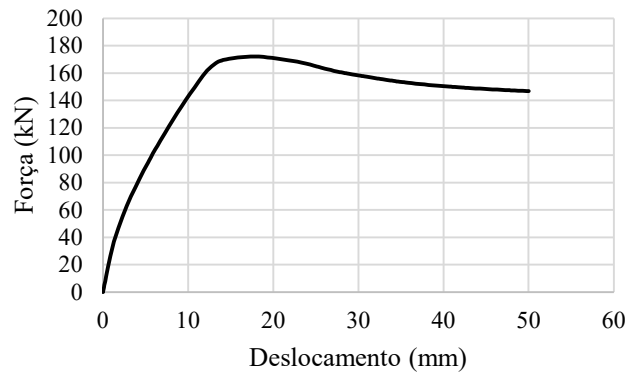


Figura C.15 – Curva força x deslocamento do modelo P20/30V40G.

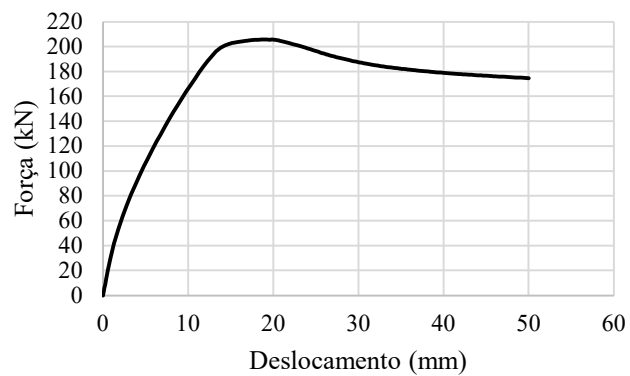


Figura C.16 – Curva força x deslocamento do modelo P20/40V40G.

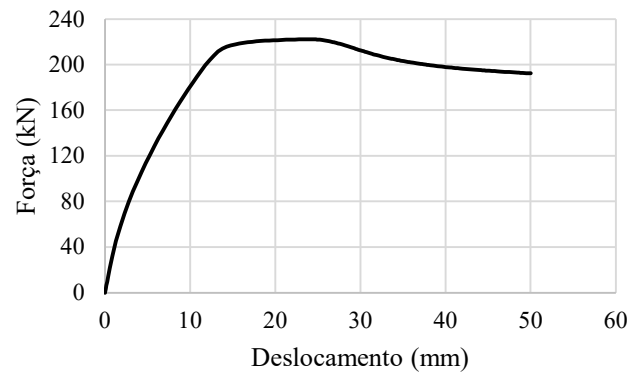


Figura C.17 – Curva força x deslocamento do modelo P30/20V40.

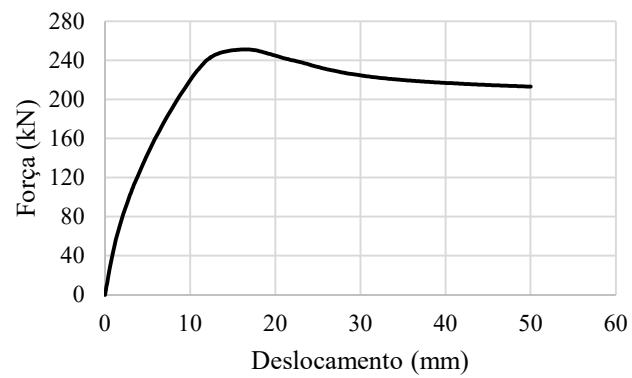


Figura C.18 – Curva força x deslocamento do modelo P40/20V40.

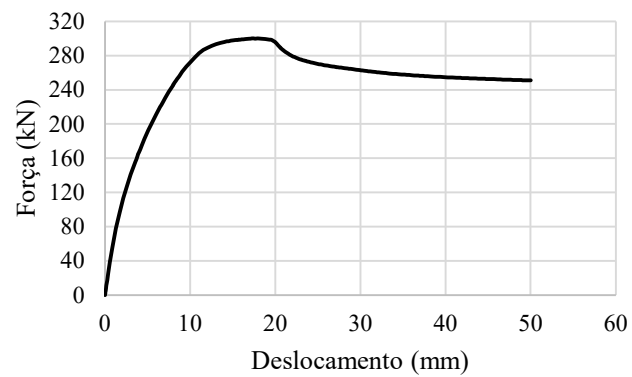


Figura C. 19 – Curva força x deslocamento do modelo P15/30V50G.

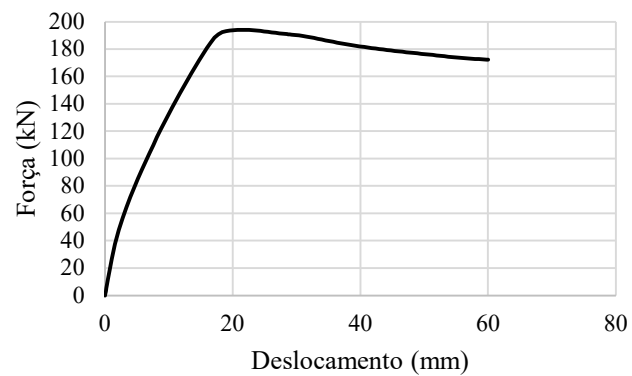


Figura C.20 – Curva força x deslocamento do modelo P15/40V50G.

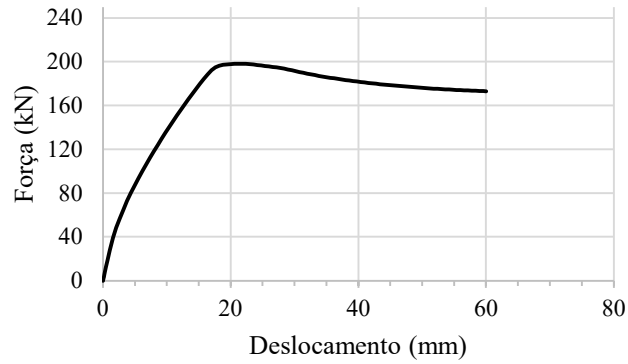


Figura C.21 – Curva força x deslocamento do modelo P20/30V50G.

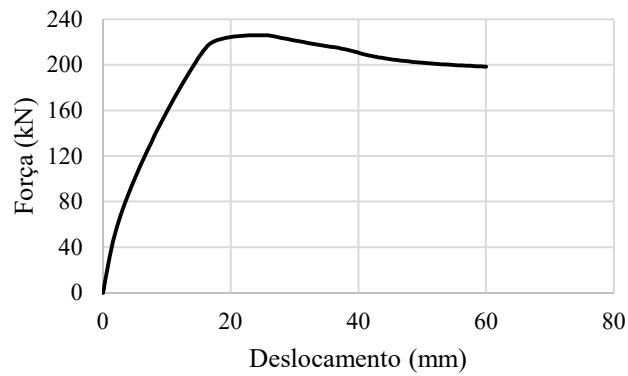


Figura C.22 – Curva força x deslocamento do modelo P20/40V50G.

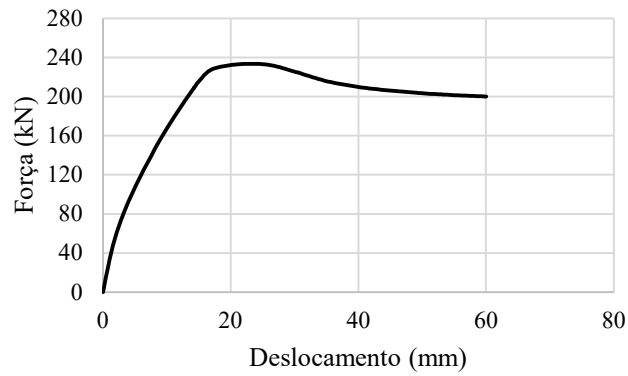


Figura C.23 – Curva força x deslocamento do modelo P30/20V50G.

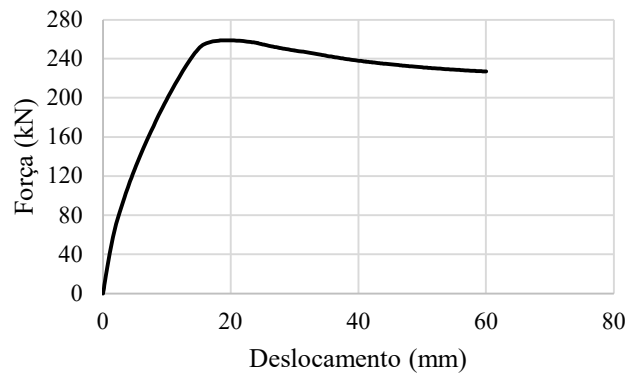


Figura C.24 – Curva força x deslocamento do modelo P40/20V50G.

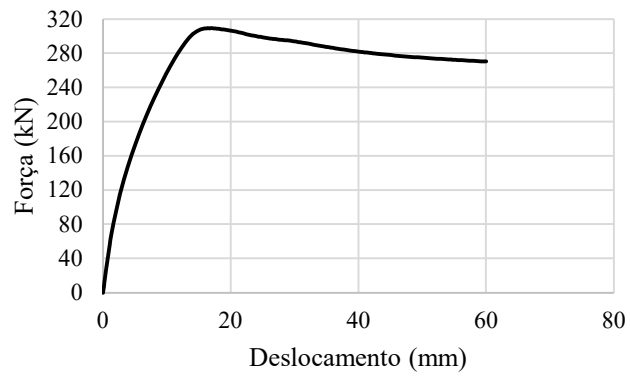


Figura C.25 – Curva força x deslocamento do modelo P15/30V60G.

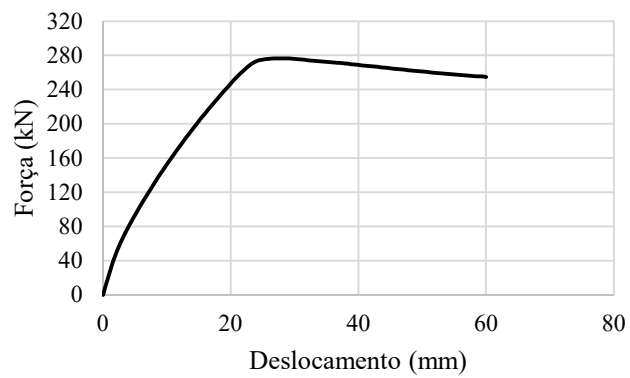


Figura C. 26 – Curva força x deslocamento do modelo P15/40V60G.

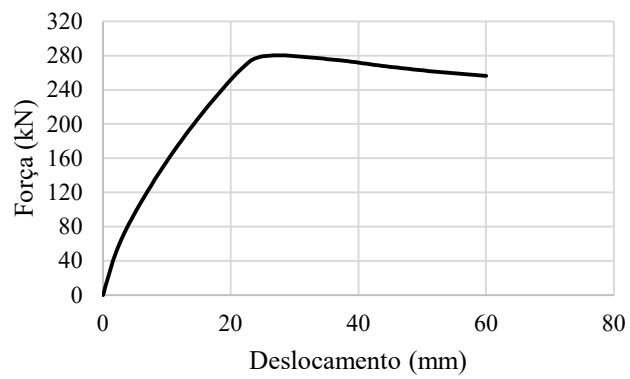


Figura C.27 – Curva força x deslocamento do modelo P20/30V60G.

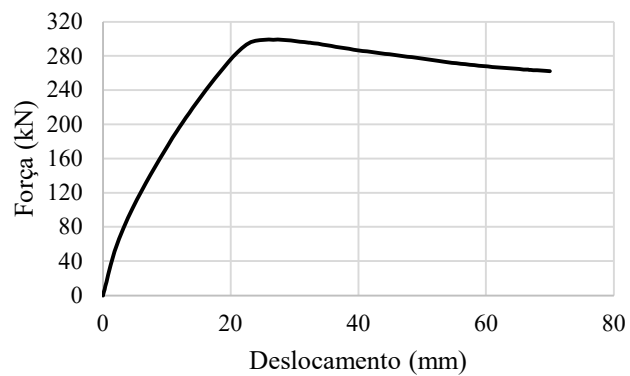


Figura C.28 – Curva força x deslocamento do modelo P20/40V60G.

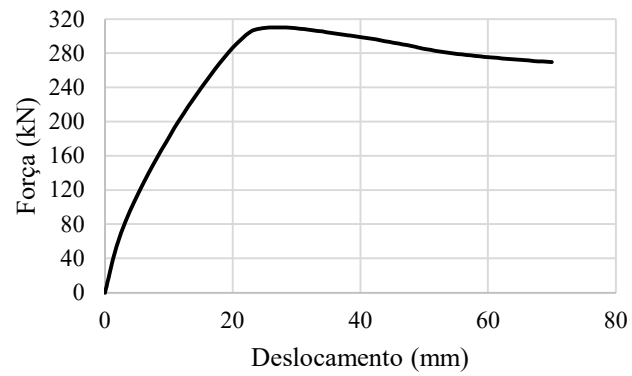


Figura C.29 – Curva força x deslocamento do modelo P30/20V60G.

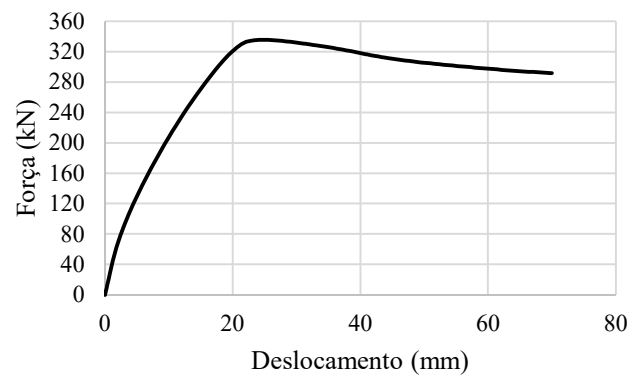


Figura C.30 – Curva força x deslocamento do modelo P40/20V60.

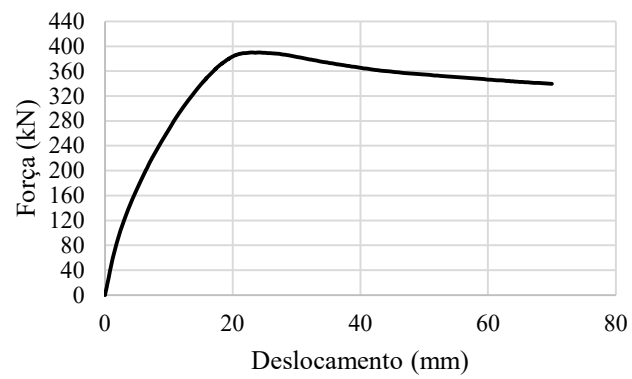


Figura C.31 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/25V30G.

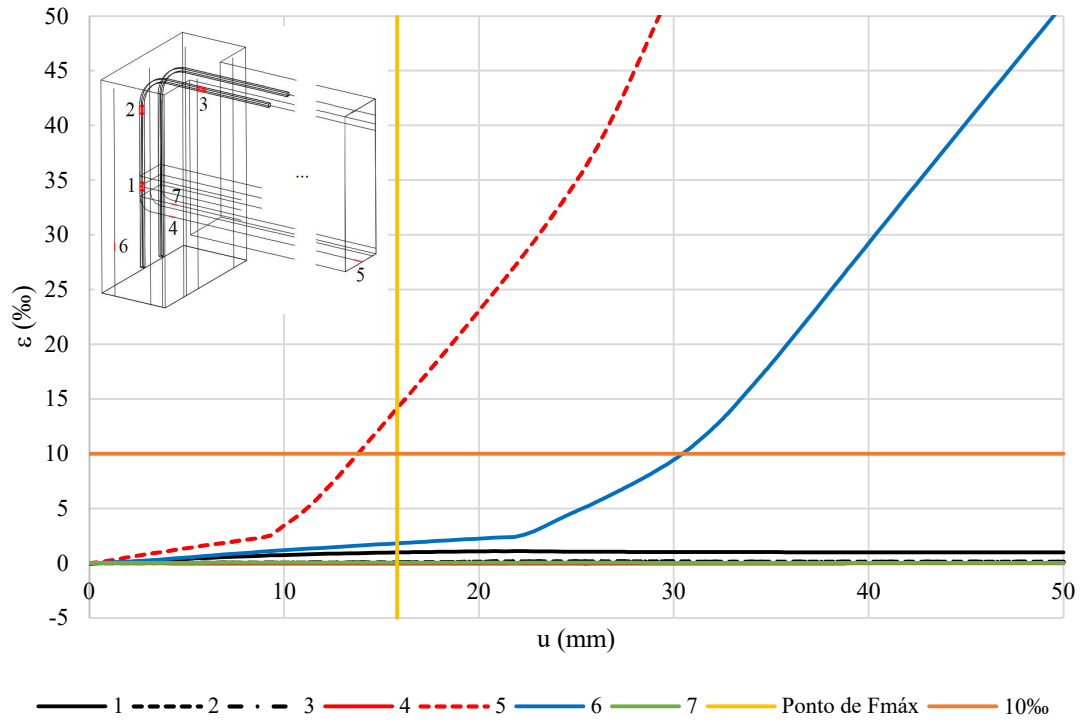


Figura C.32 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/30V30G.

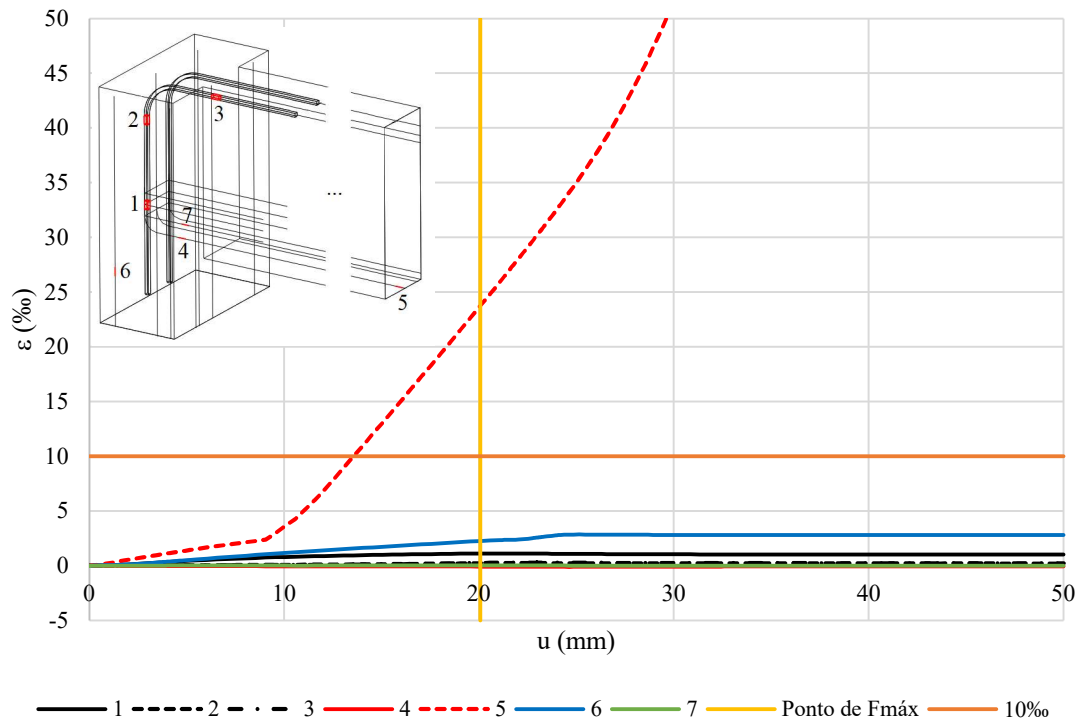


Figura C.33 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/40V30G.

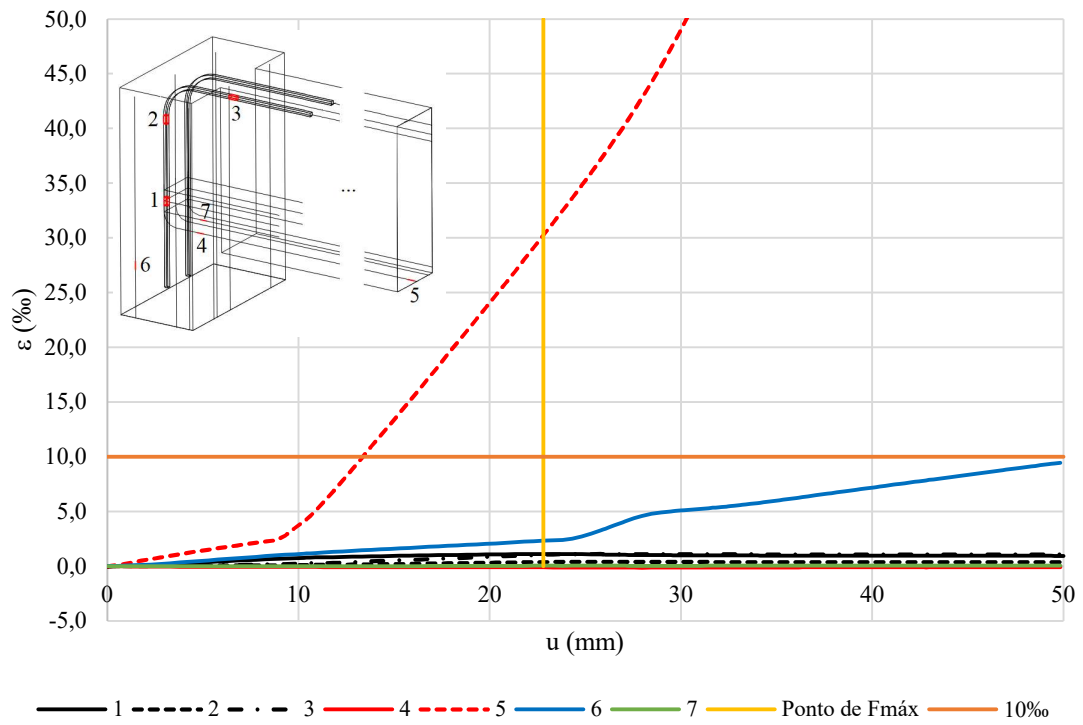


Figura C.34 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/20V30.

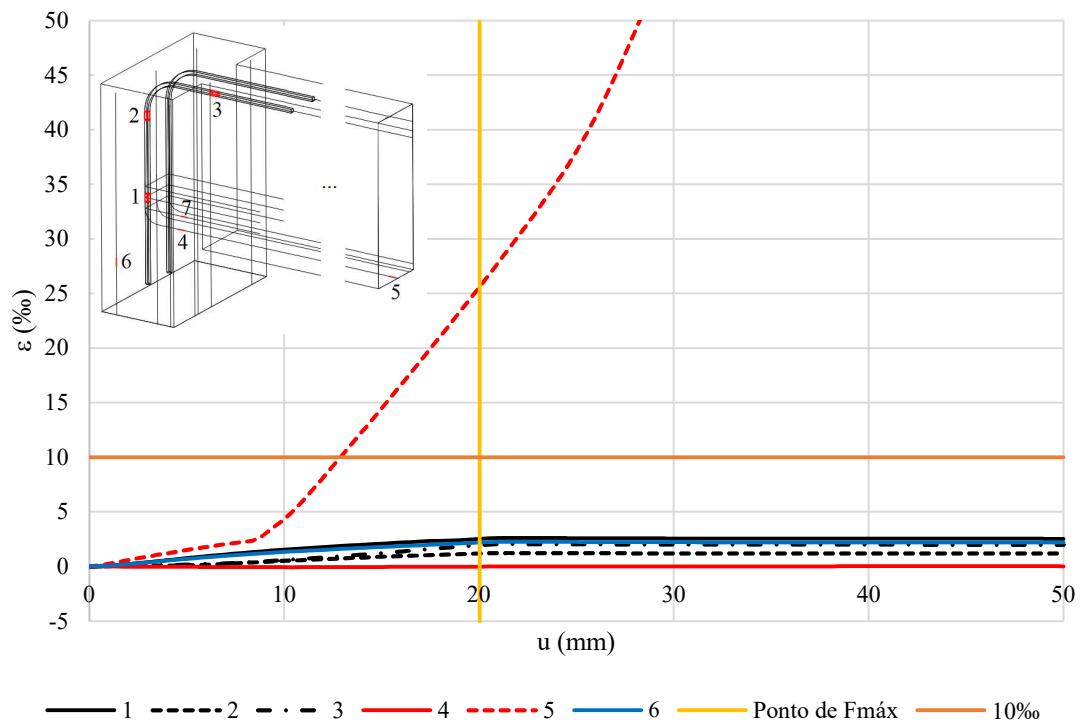


Figura C.35 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/25V30.

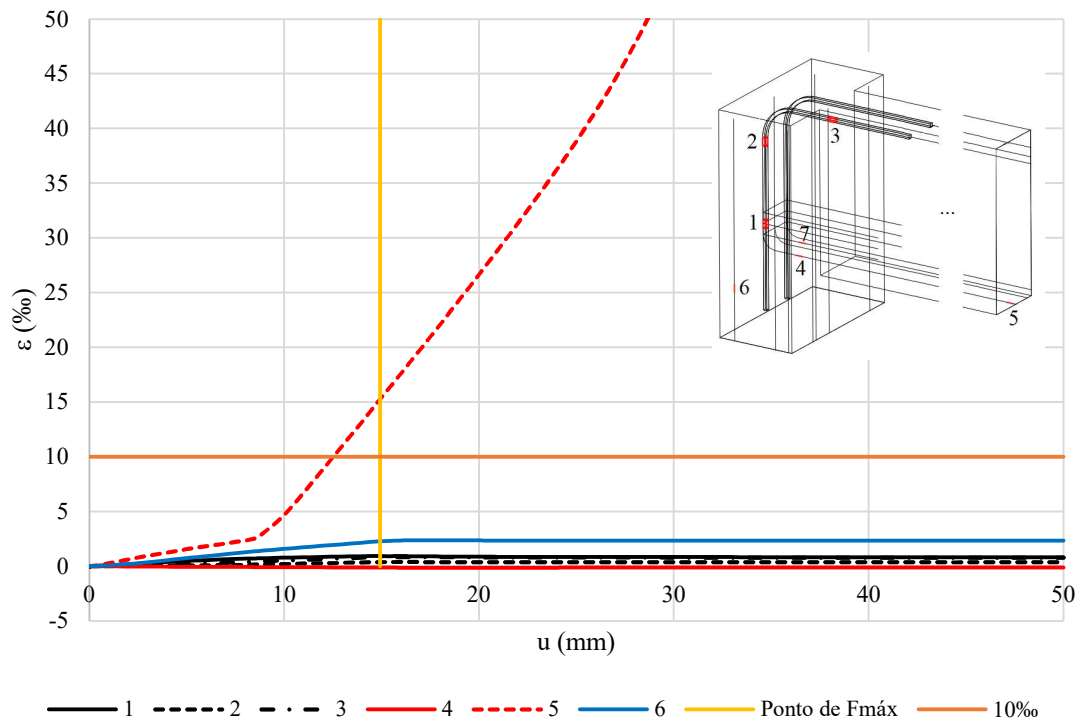


Figura C.36 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/30V30.

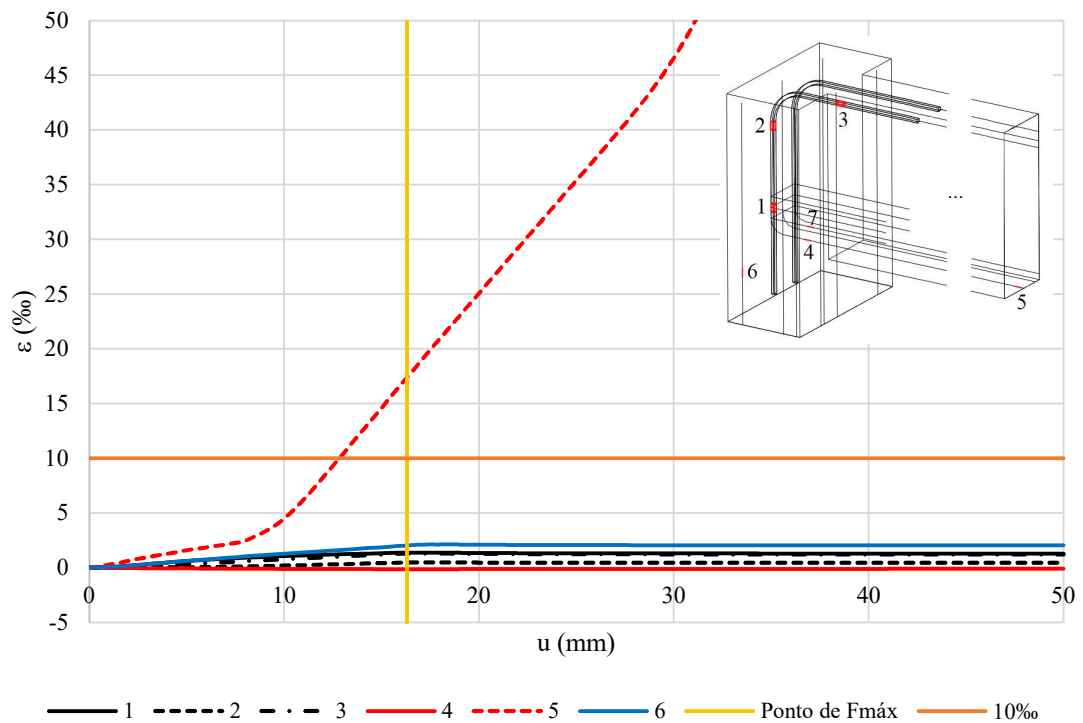


Figura C.37 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/40V30.

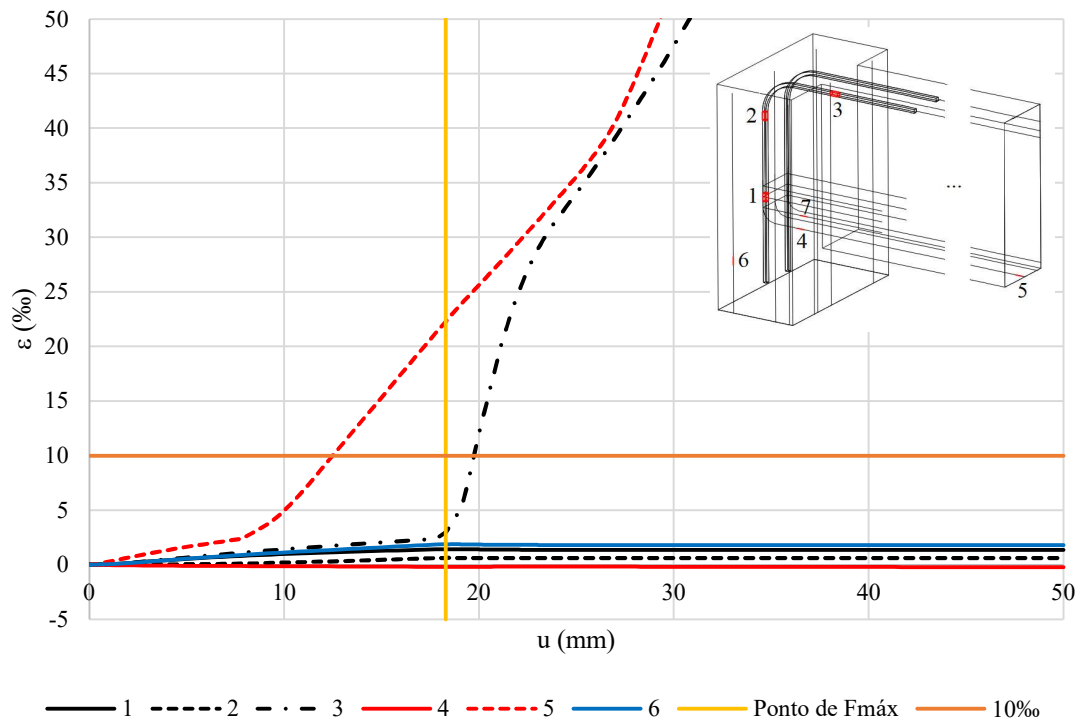


Figura C.38 – Deformações nas barras da armadura do modelo P25/20V30.

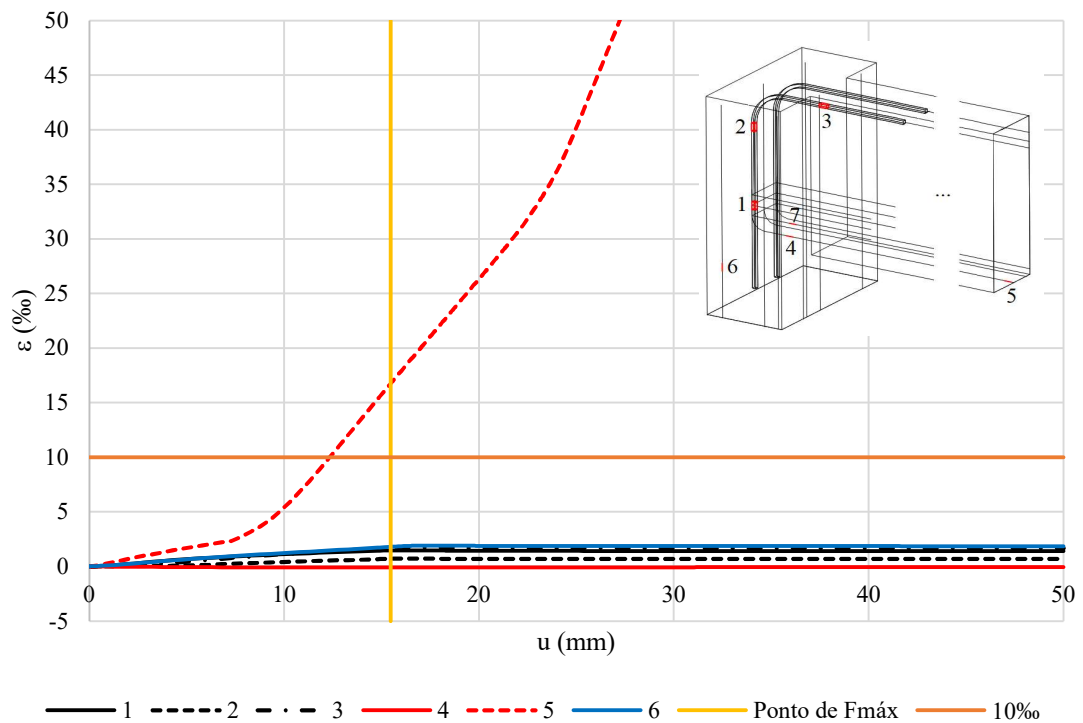


Figura C.39 – Deformações nas barras da armadura do modelo P30/20V30.

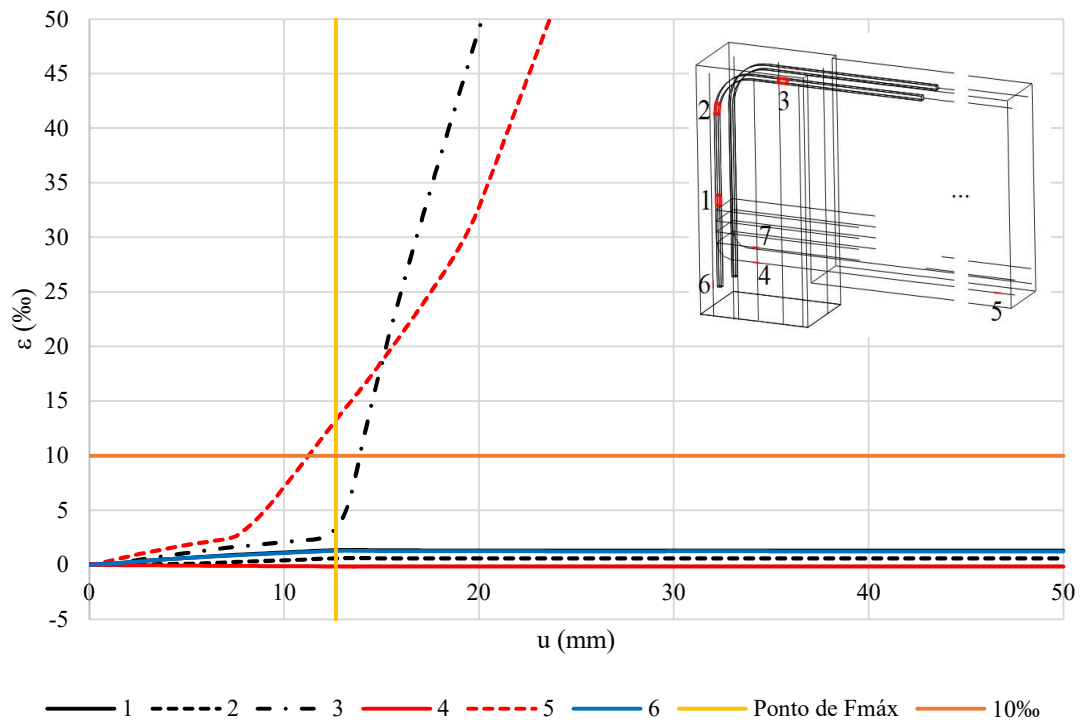


Figura C.40 – Deformações nas barras da armadura do modelo P40/20V30.

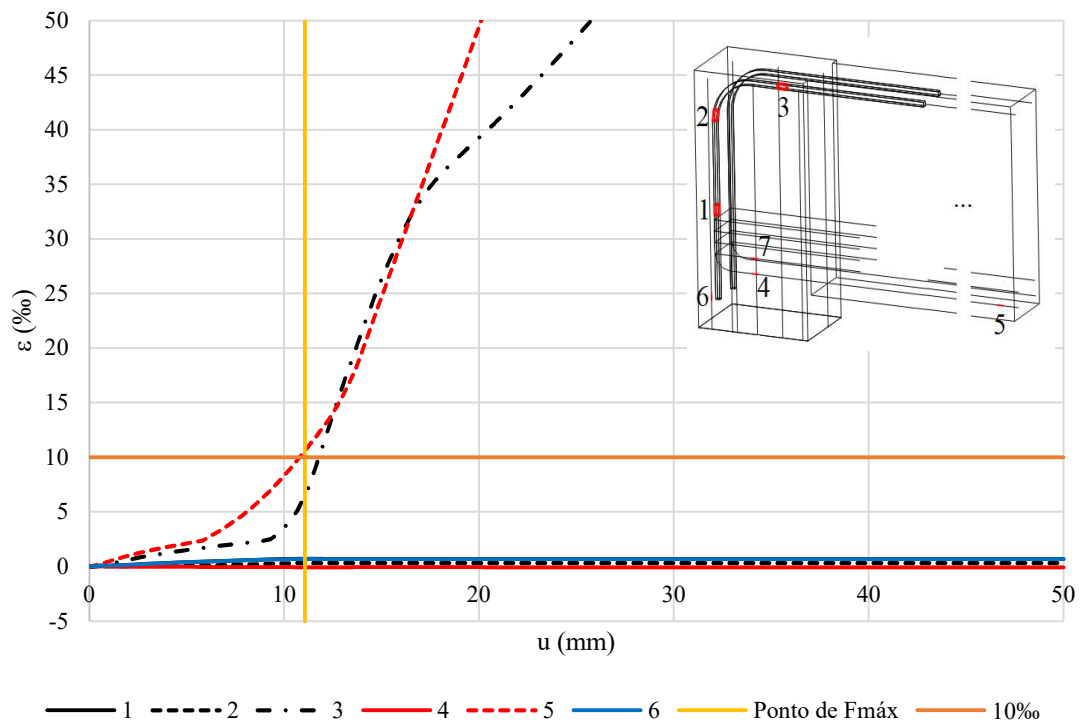


Figura C.41 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/25V40G.

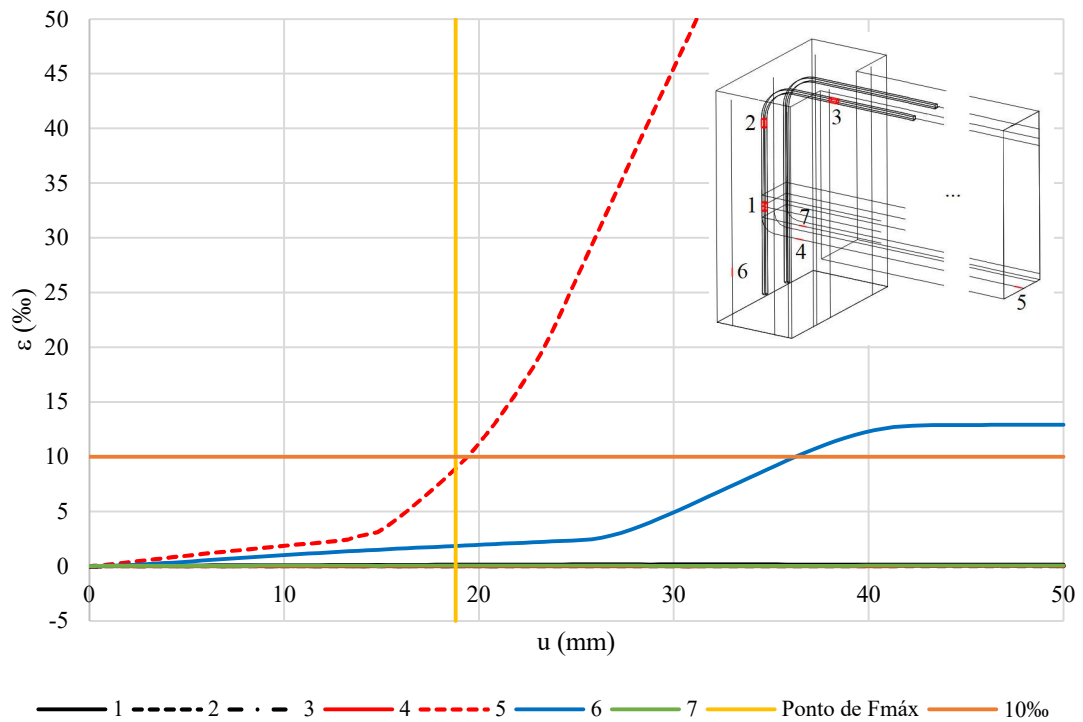


Figura C.42 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/30V40G.

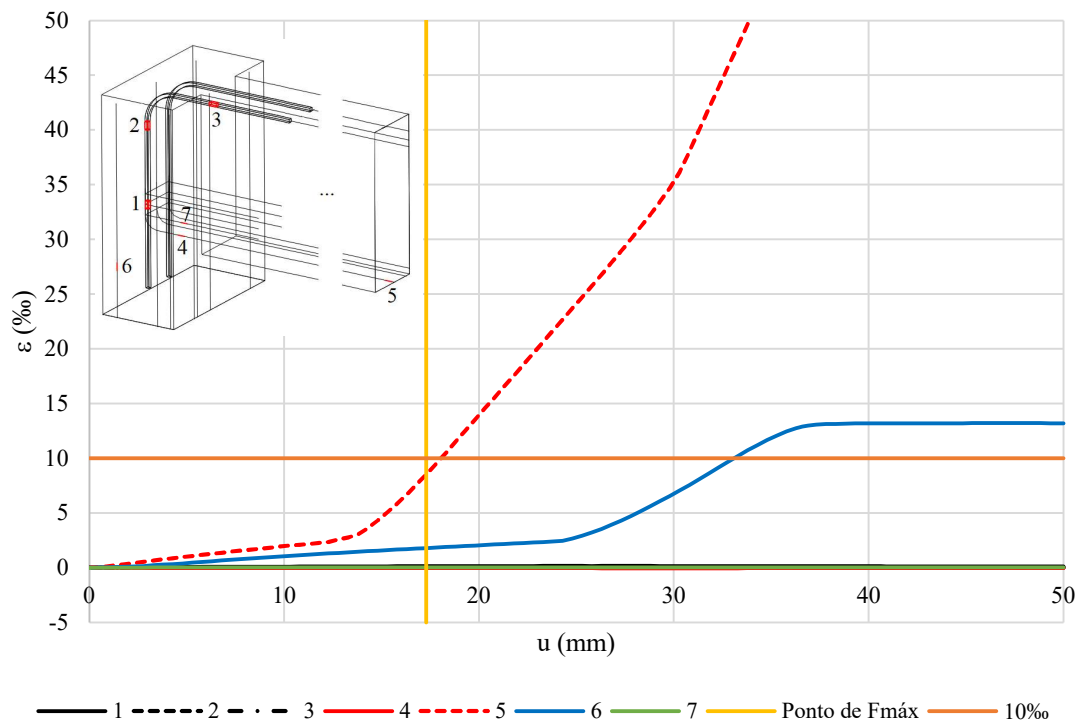


Figura C.43 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/40V40G.

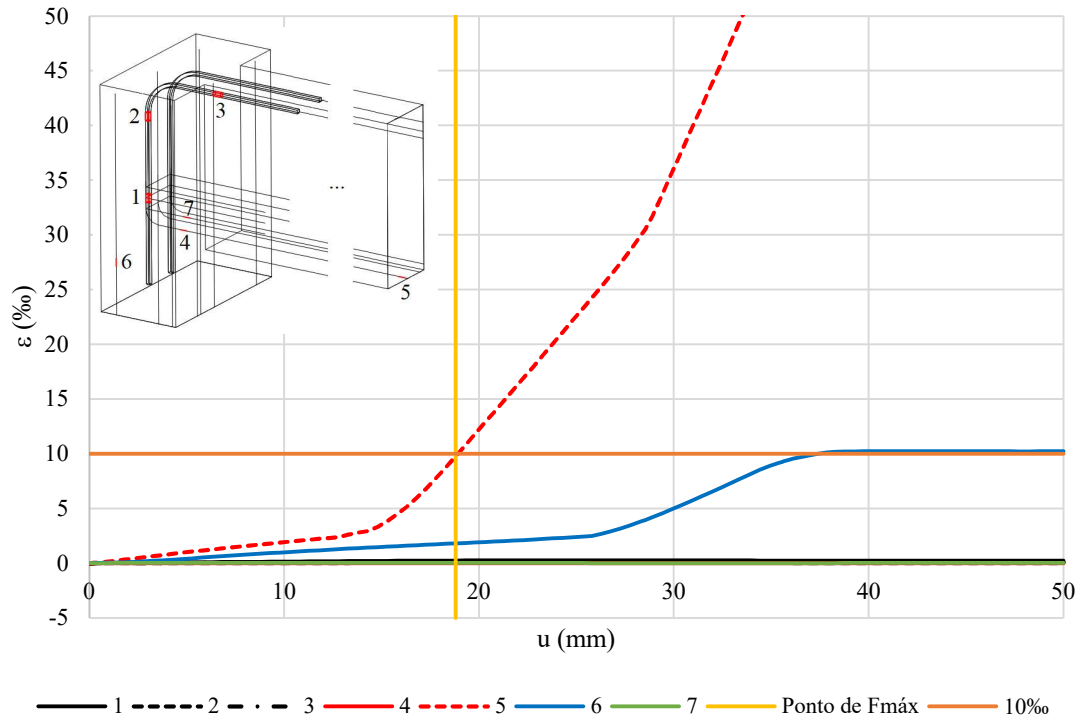


Figura C.44 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/20V40G.

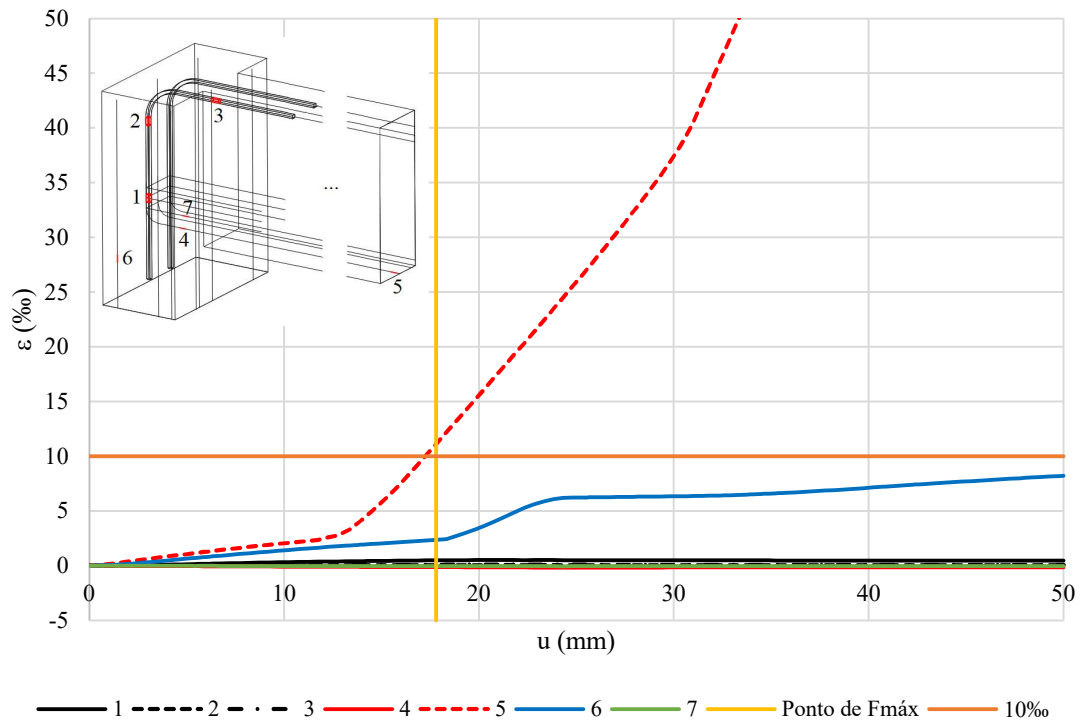


Figura C.45 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/30V40G.

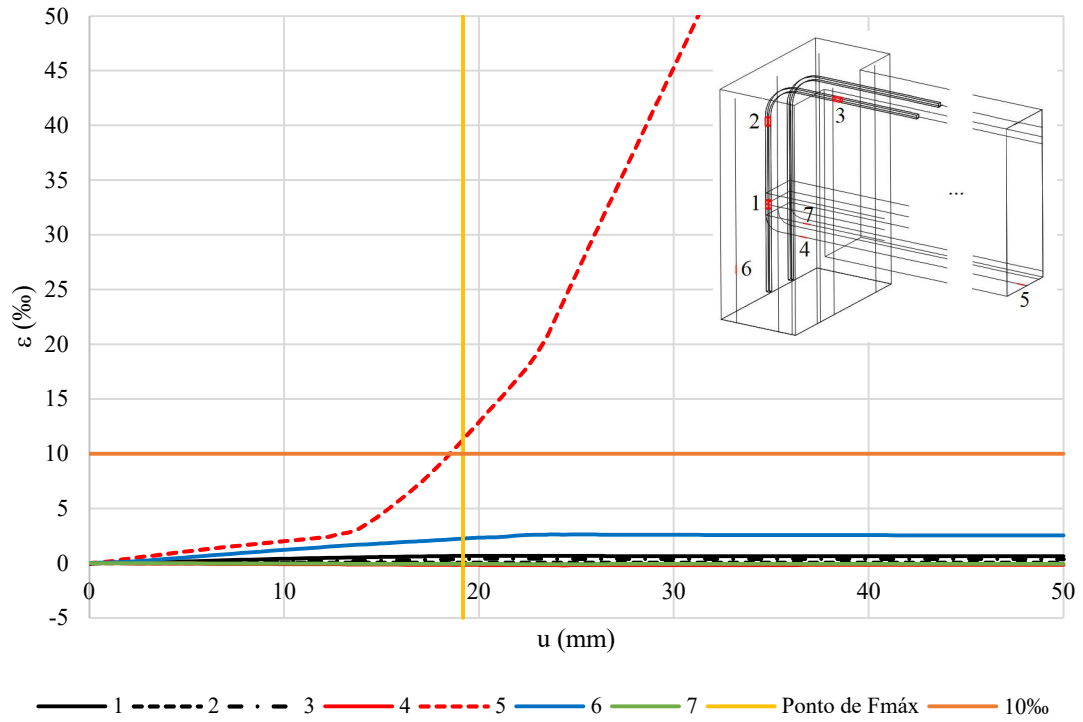


Figura C.46 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/40V40G.

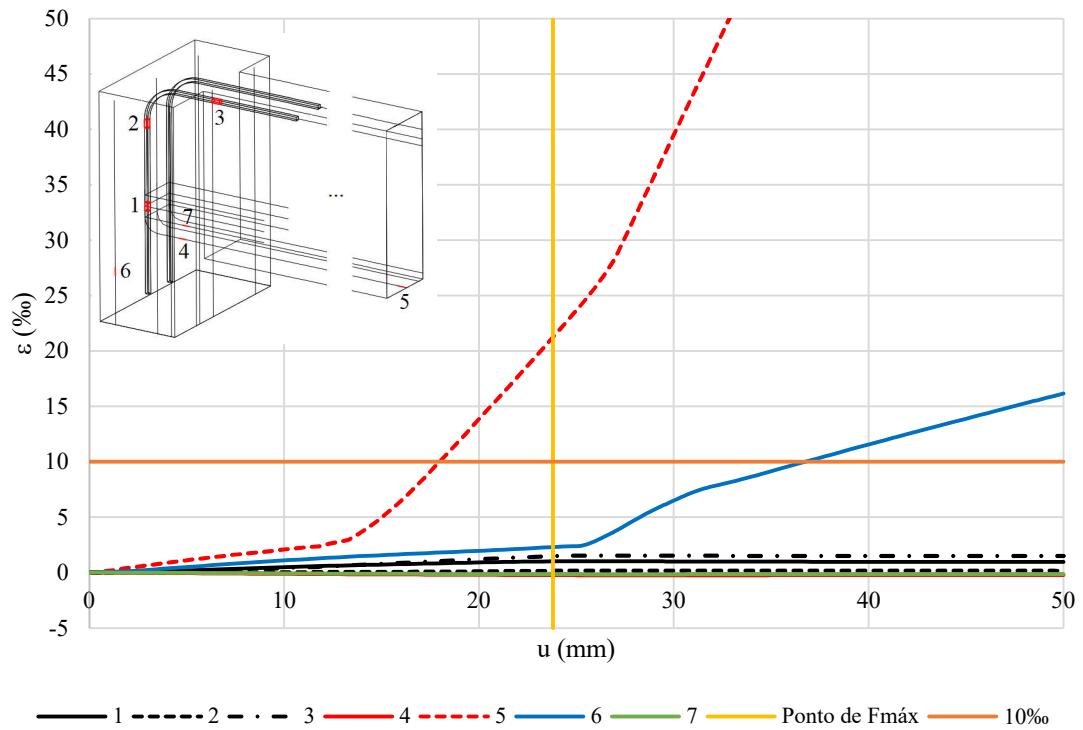


Figura C.47 – Deformações nas barras da armadura do modelo P30/20V40.

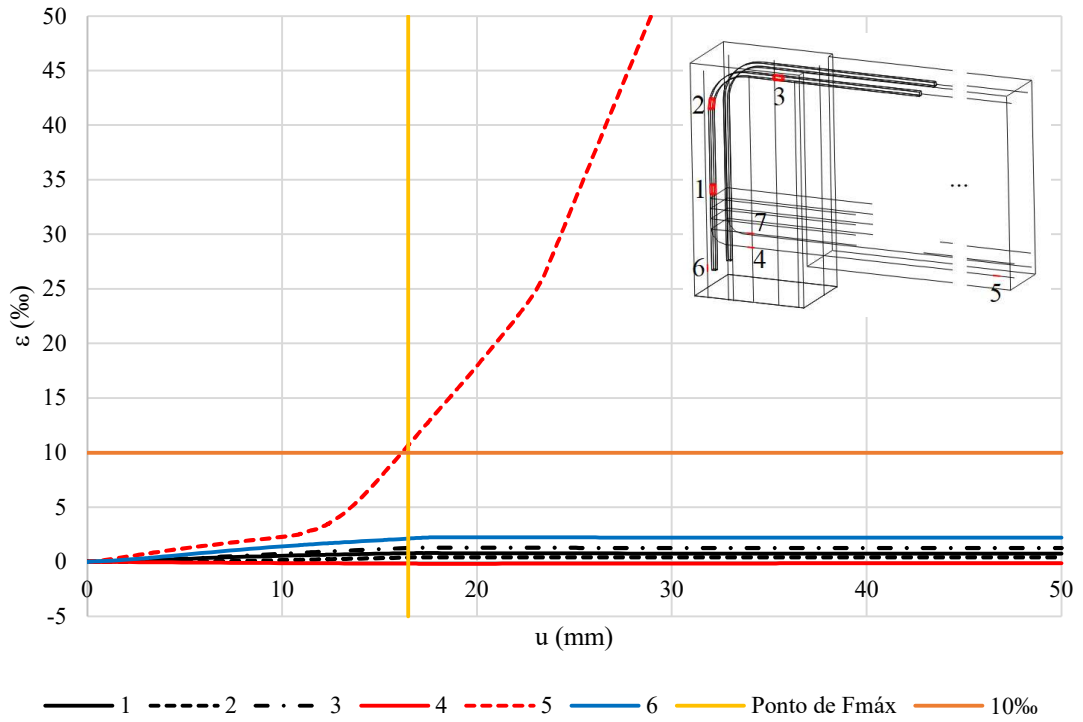


Figura C.48 – Deformações nas barras da armadura do modelo P40/20V40.

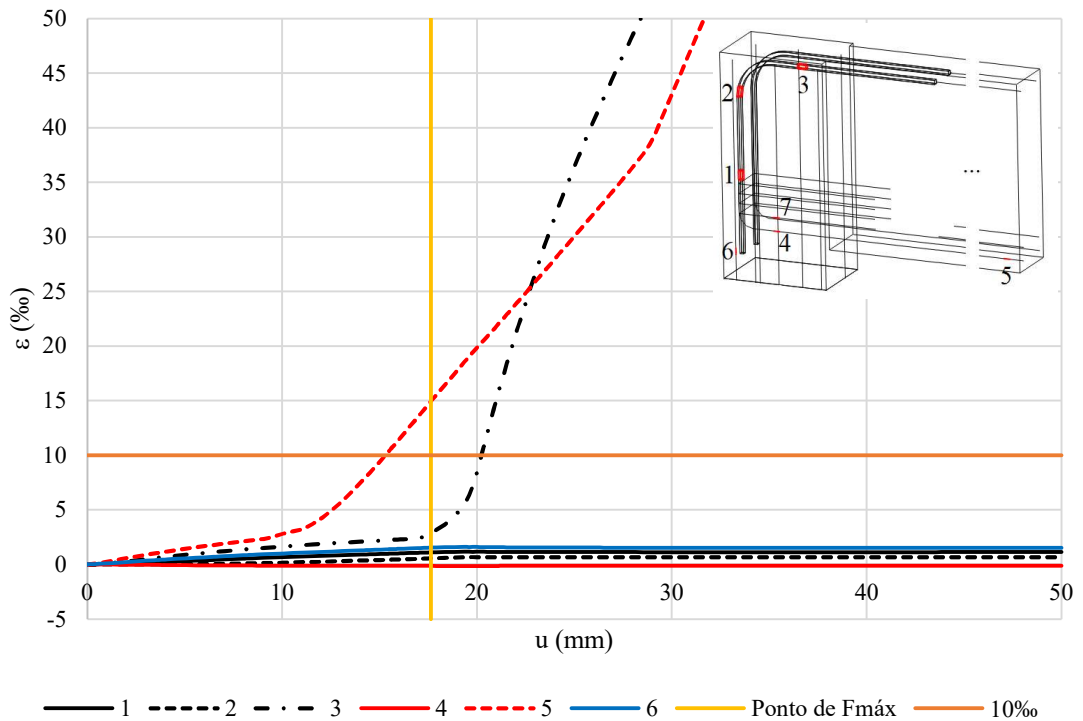


Figura C. 49 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/30V50G.

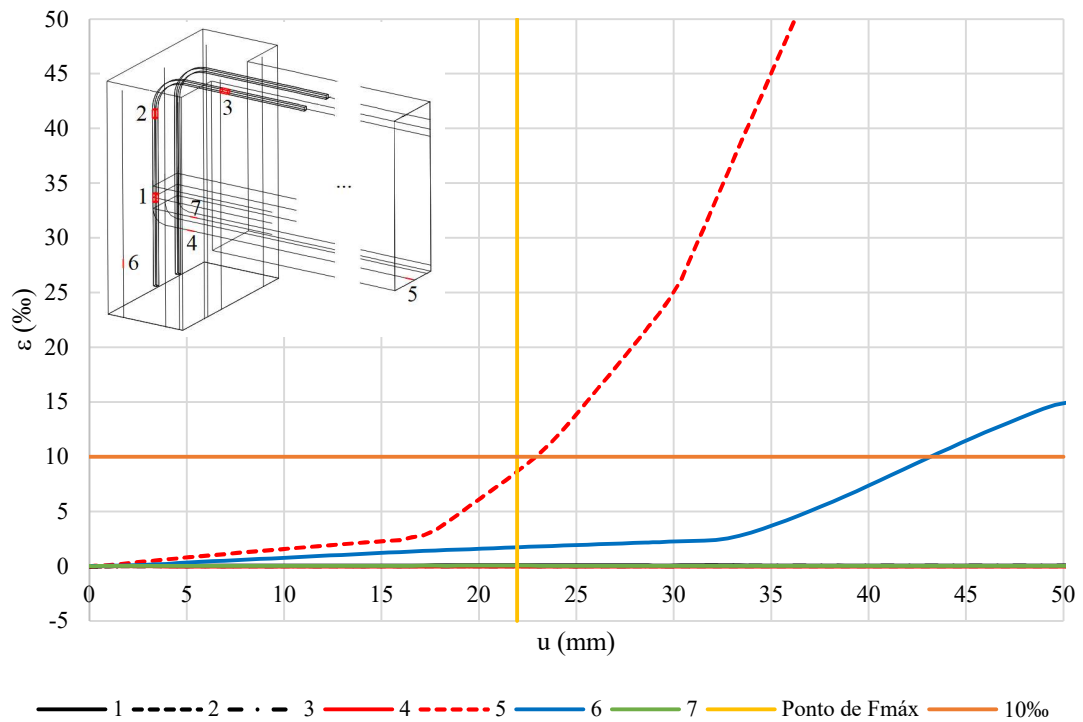


Figura C.50 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/40V50G.

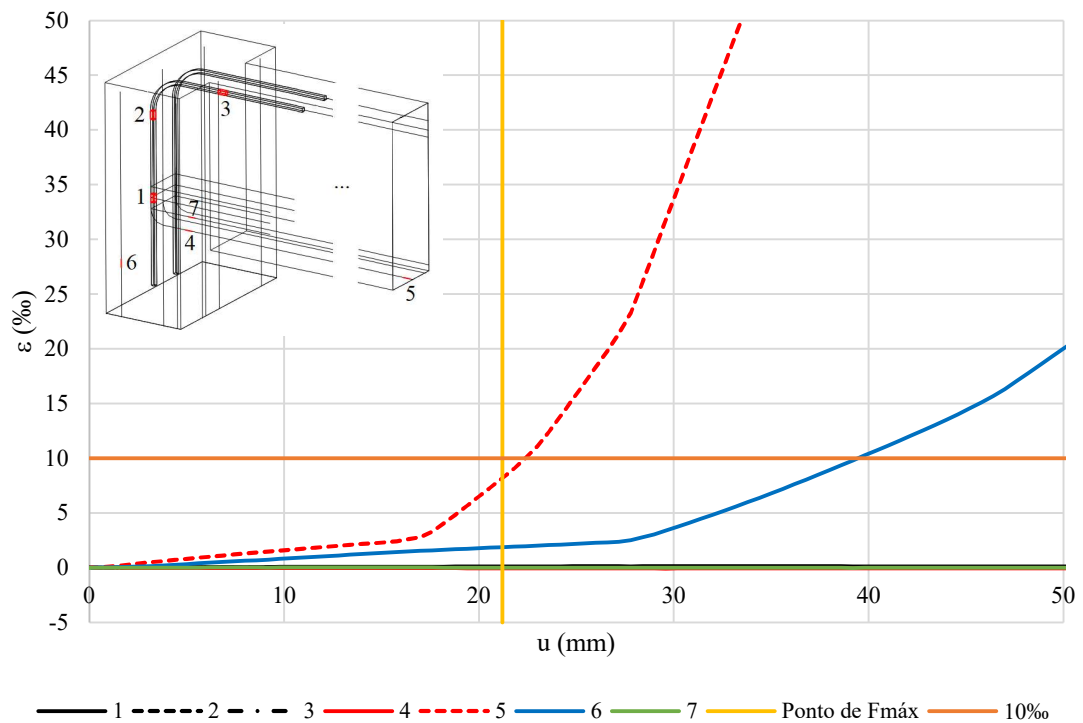


Figura C.51 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/40V50.

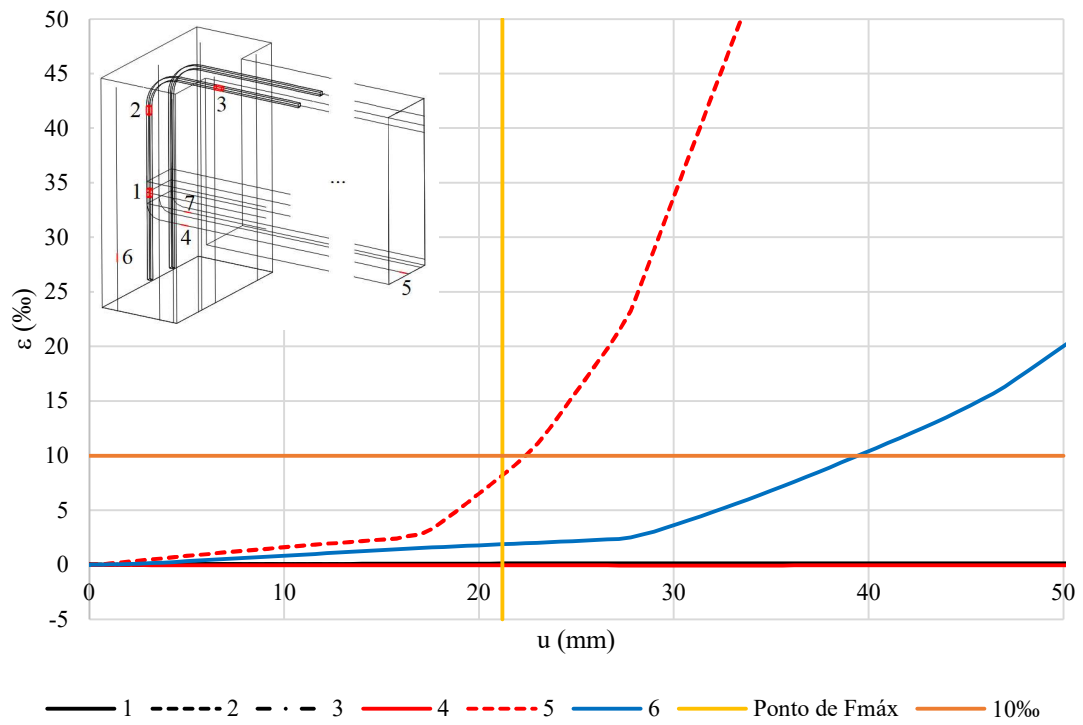


Figura C.52 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/30V50G.

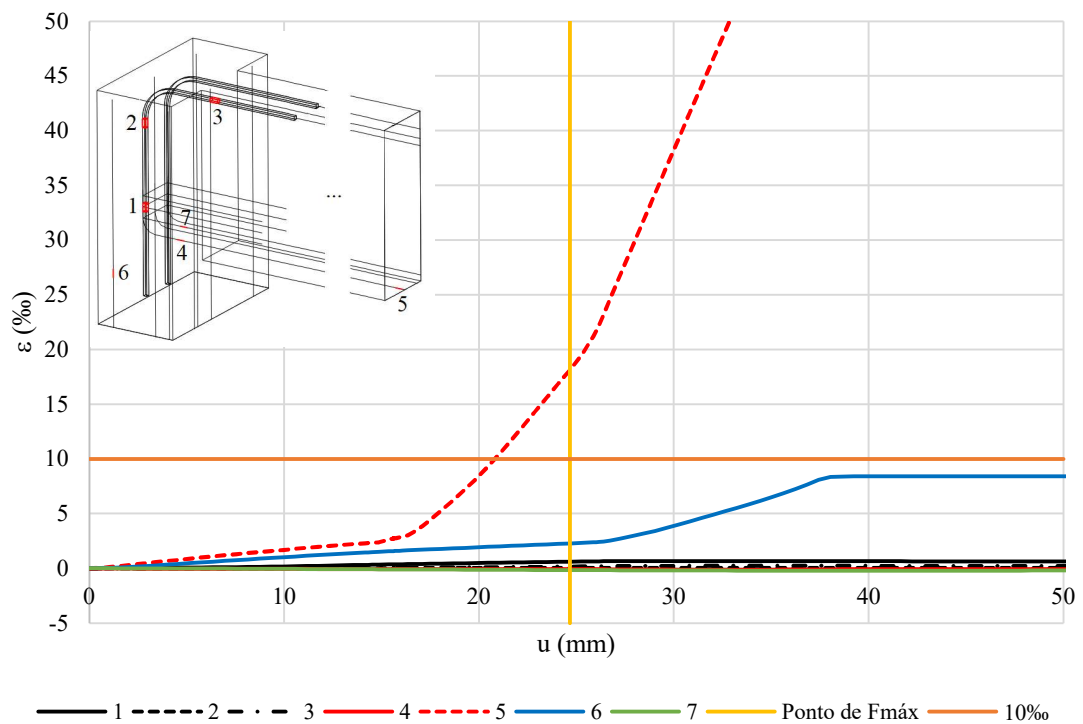


Figura C.53 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/40V50G.

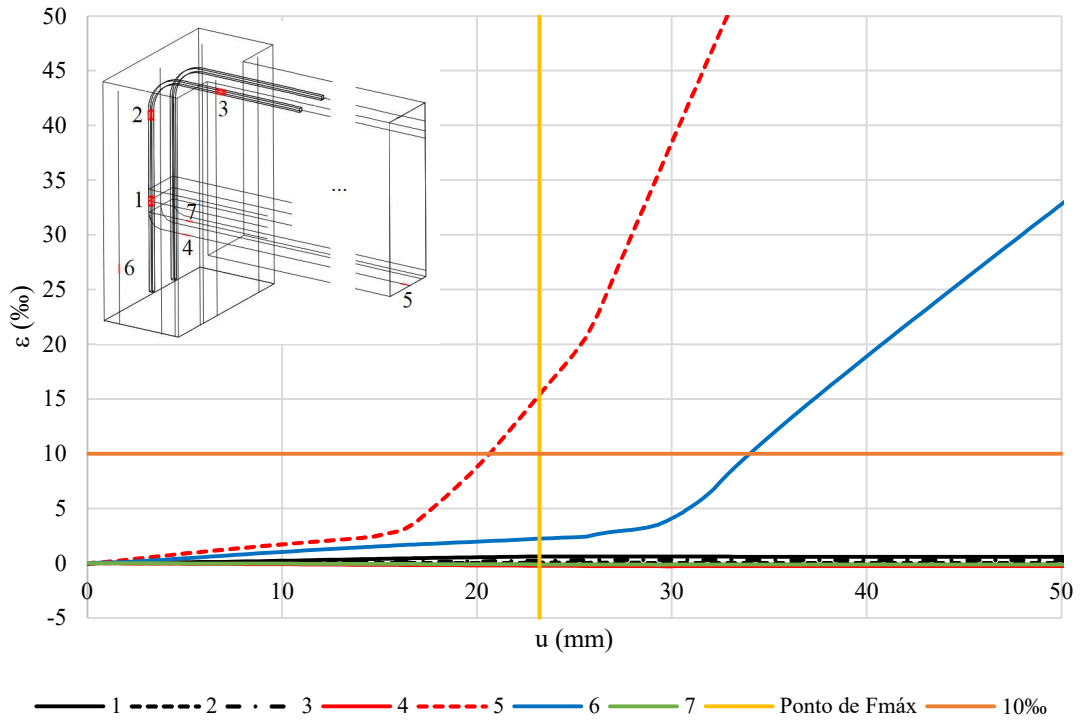


Figura C. 54 – Deformações nas barras da armadura do modelo P30/20V50G.

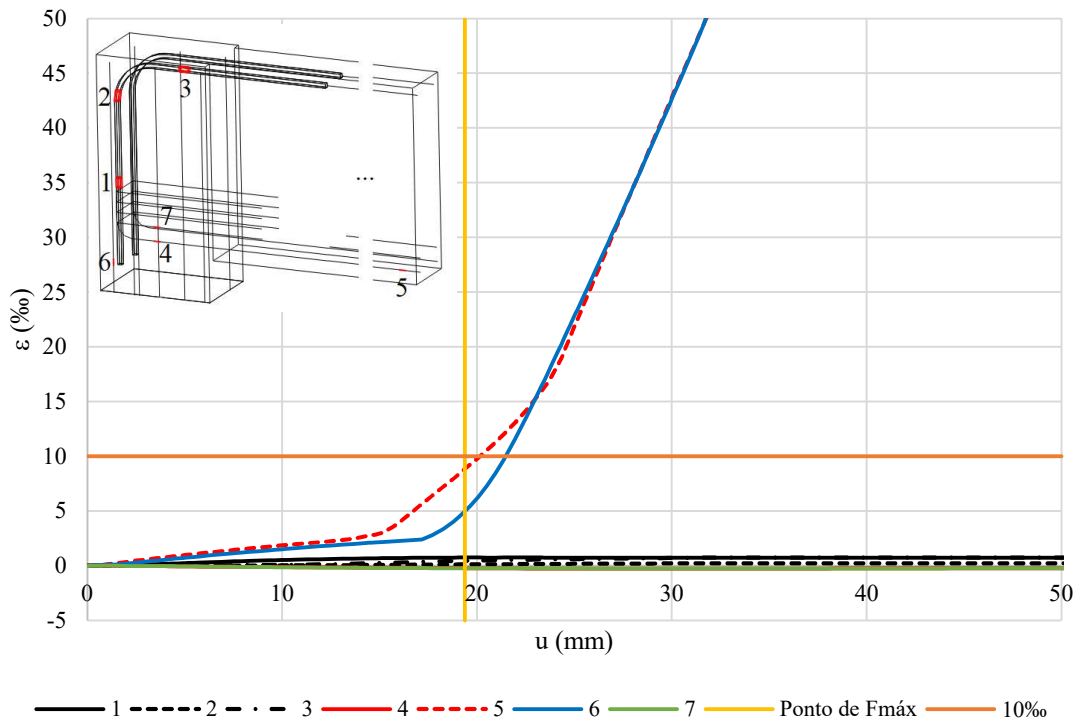


Figura C.55 – Deformações nas barras da armadura do modelo P40/20V50G.

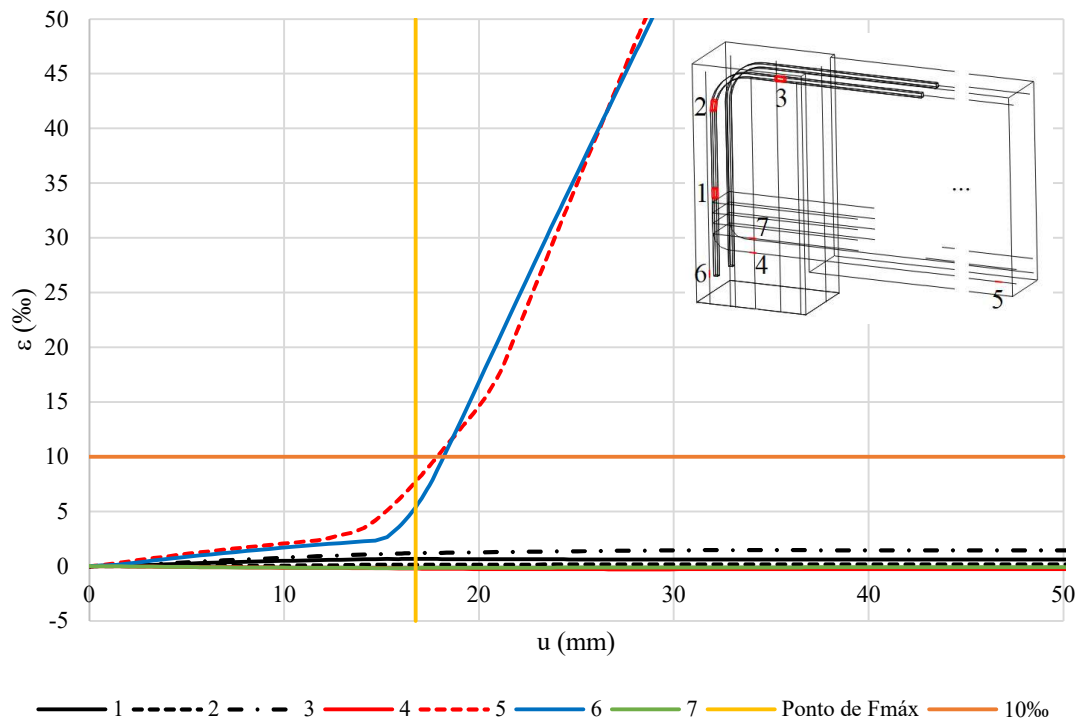


Figura C.56 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/30V60G.

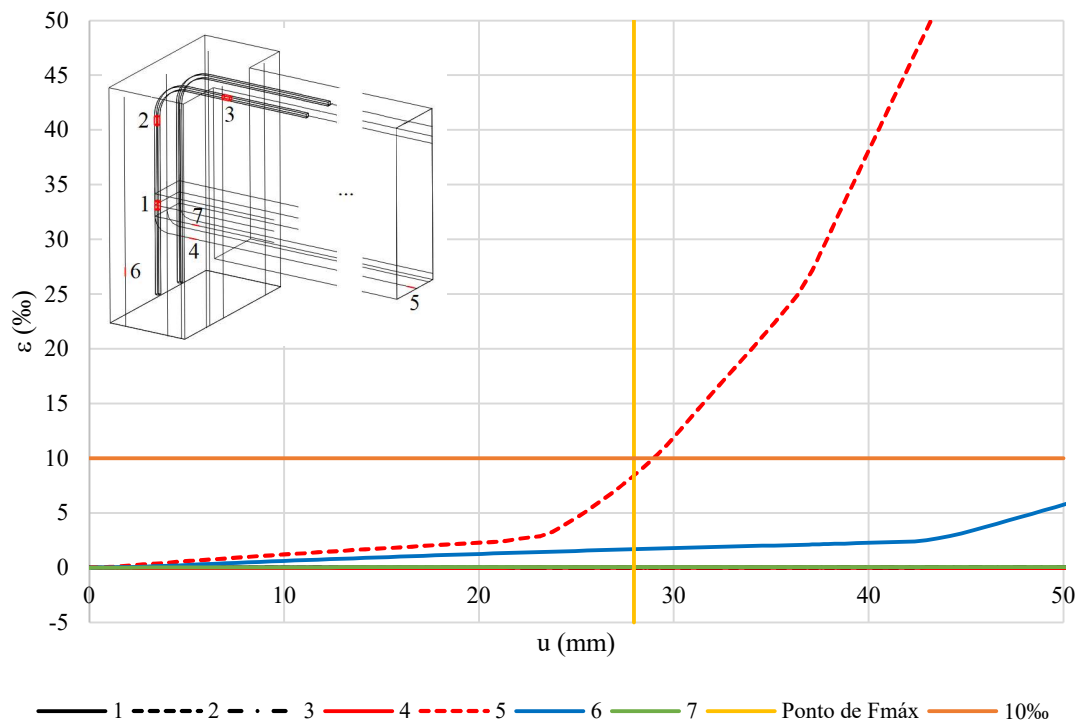


Figura C.57 – Deformações nas barras da armadura do modelo P15/40V60G.

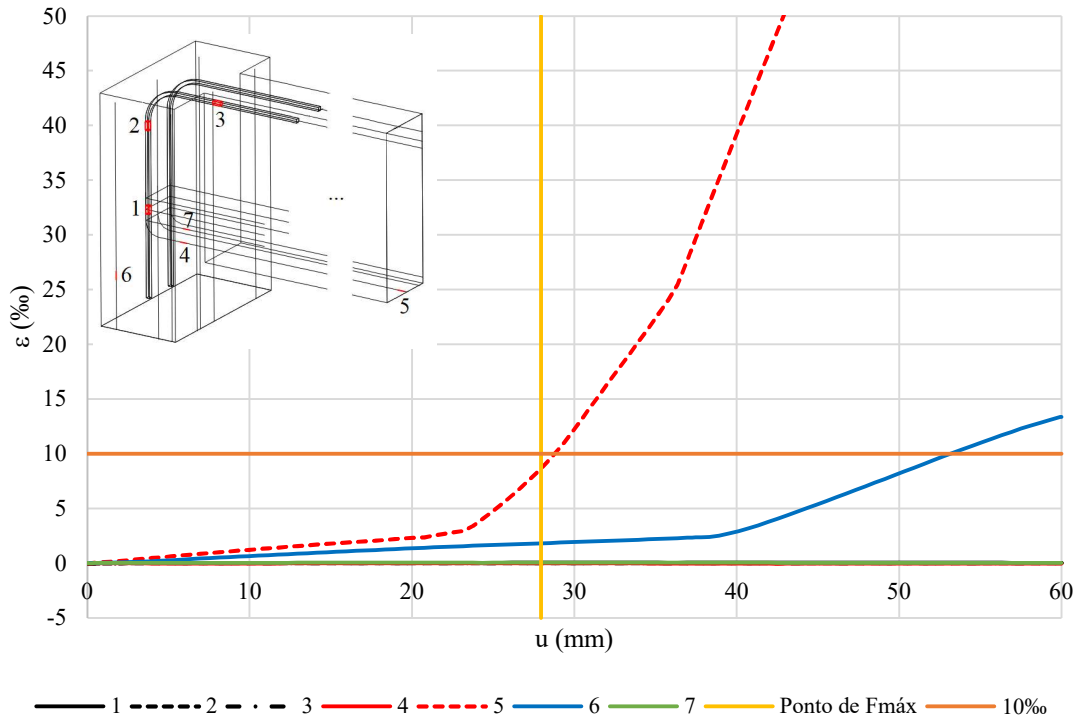


Figura C.58 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/30V60G.

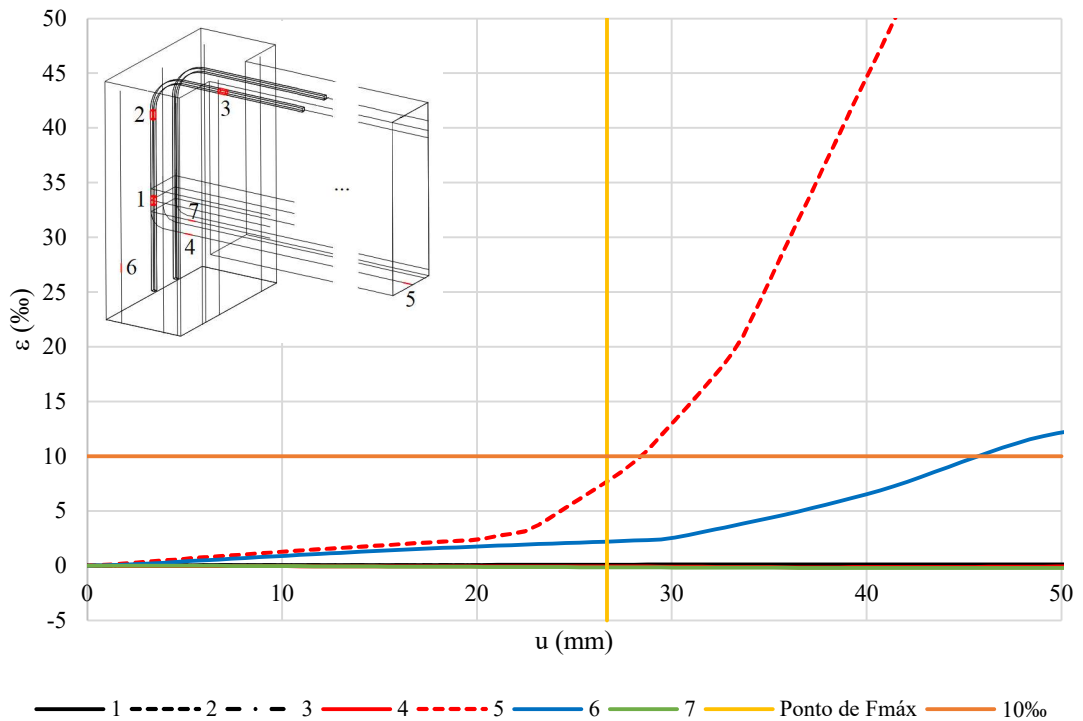


Figura C.59 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/40V60G.

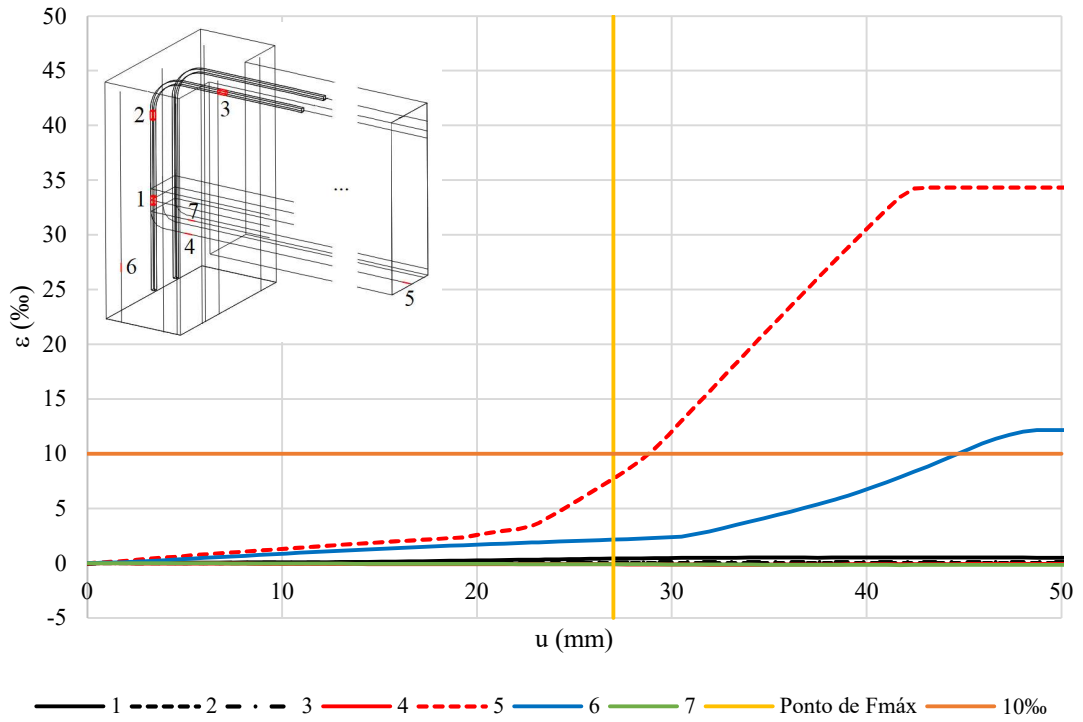


Figura C.60 – Deformações nas barras da armadura do modelo P20/40V60.

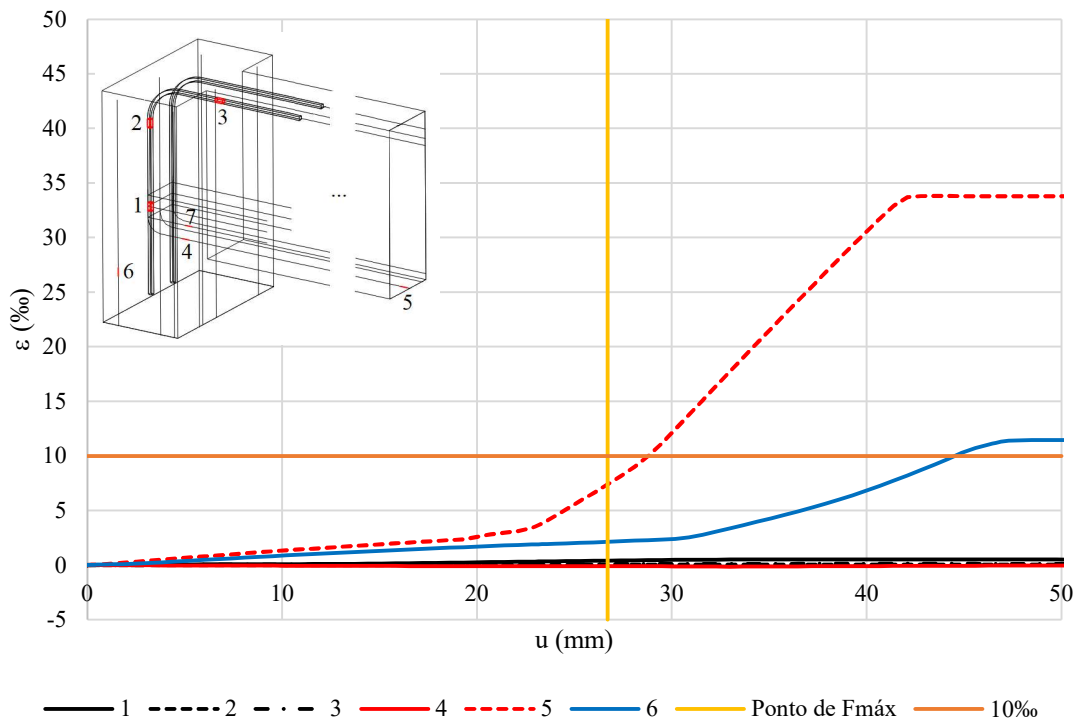


Figura C.61 – Deformações nas barras da armadura do modelo P30/20V60G.

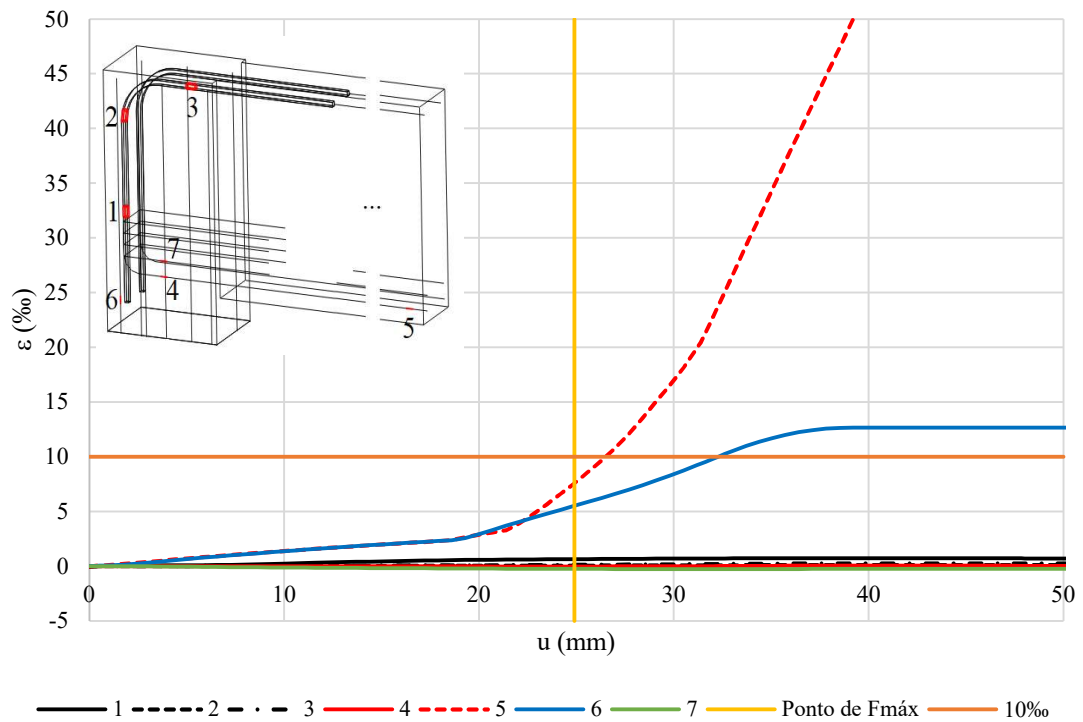


Figura C.62 – Deformações nas barras da armadura do modelo P40/20V60.

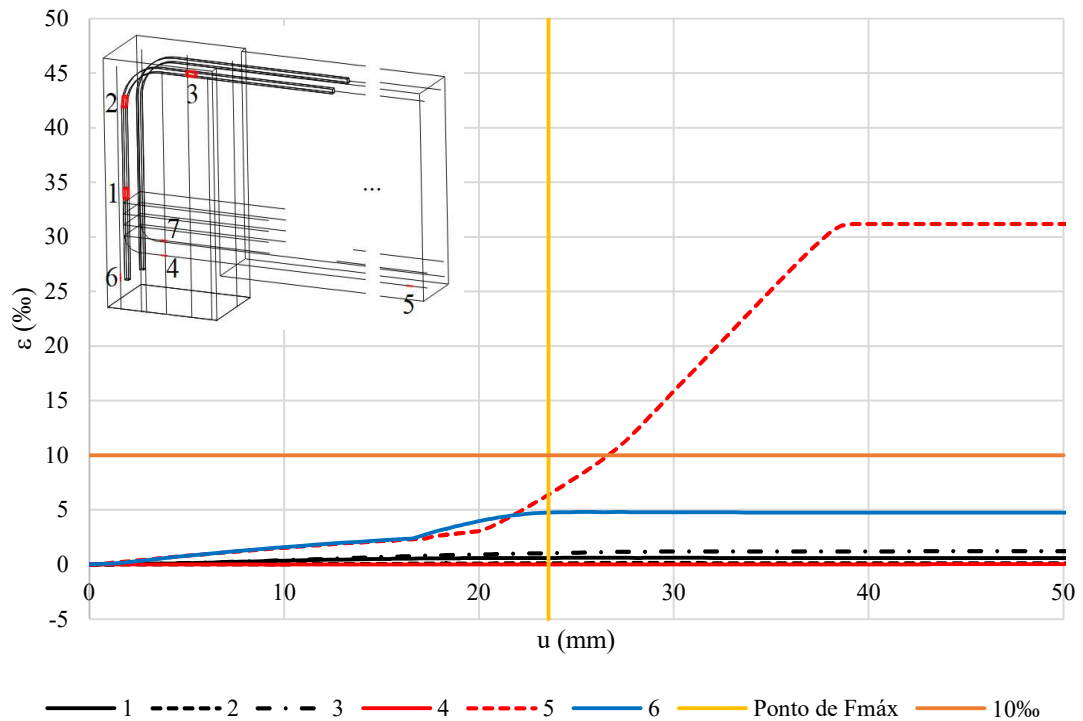


Figura C63 – Modelo de bielas e tirantes para P15/25V30G, P15/30V30G e P15/40V30G.

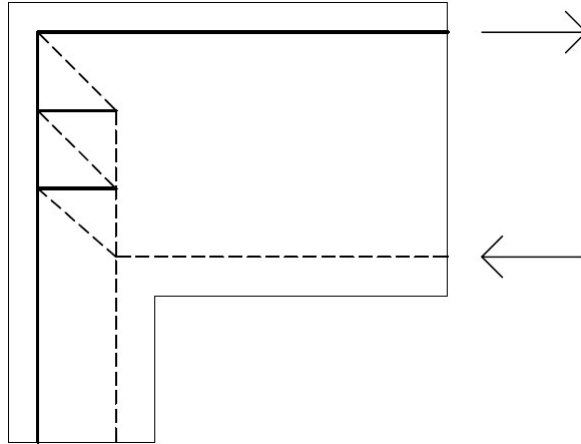


Figura C.64 – Modelo de bielas e tirantes para P20/20V30, P20/25V30, P20/30V30 e P20/40V30.

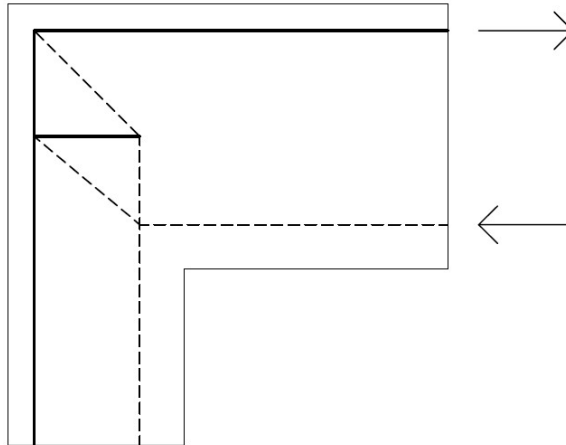


Figura C.65 – Modelo de bielas e tirantes para P25/20V30.

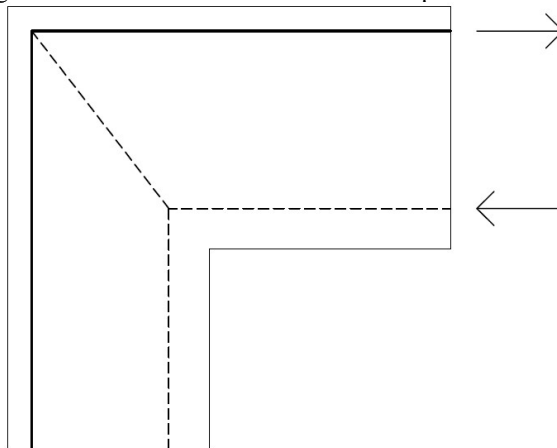


Figura C.66 - Modelo de bielas e tirantes para P30/20V30.

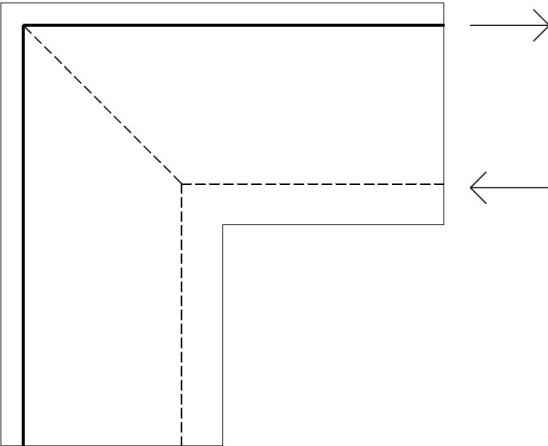


Figura C.67 - Modelo de bielas e tirantes para P40/20V30.

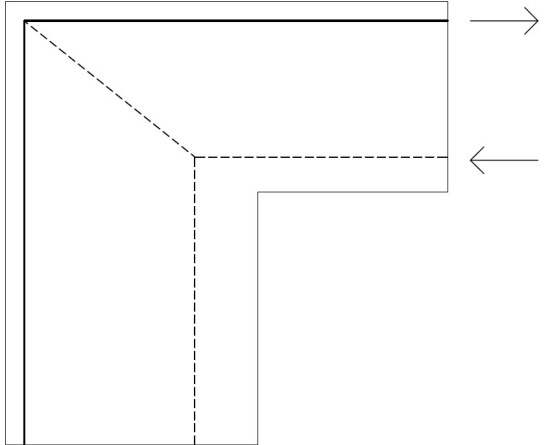


Figura C.68 - Modelo de bielas e tirantes para P20/20V40G, P20/30V40G e P20/40V40G.

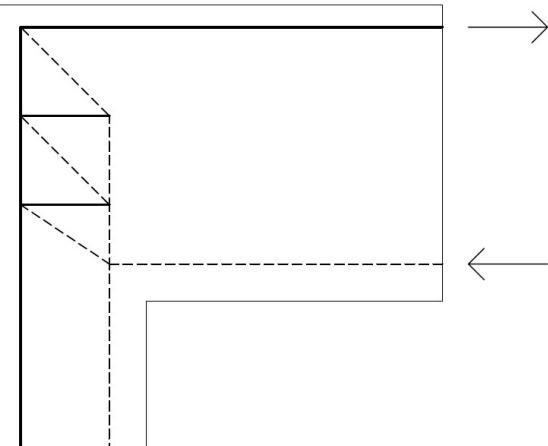


Figura C.69 – Modelo de bielas e tirantes para P30/20V40.

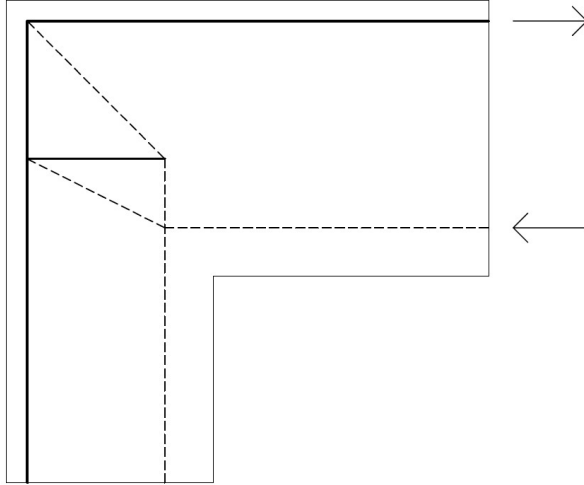


Figura C.70 – Modelo de bielas e tirantes para P40/20V40.

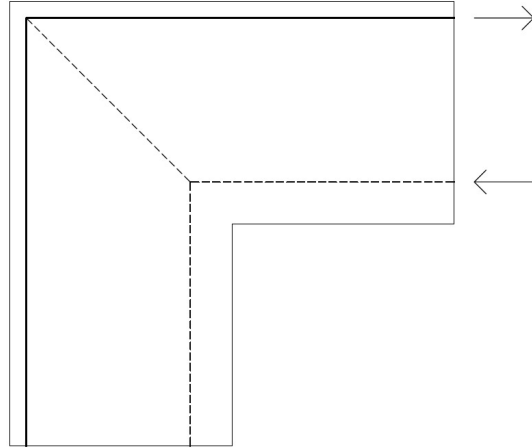


Figura C.71 – Modelo de bielas e tirantes para P15/30V50G e P15/40V50G.

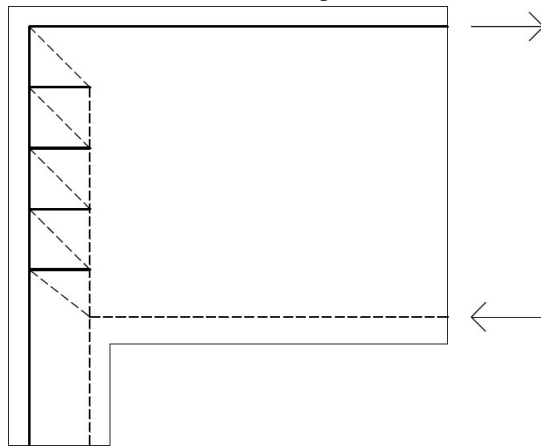


Figura C.72 – Modelo de bielas e tirantes para P20/30V50G e P20/40V50G.

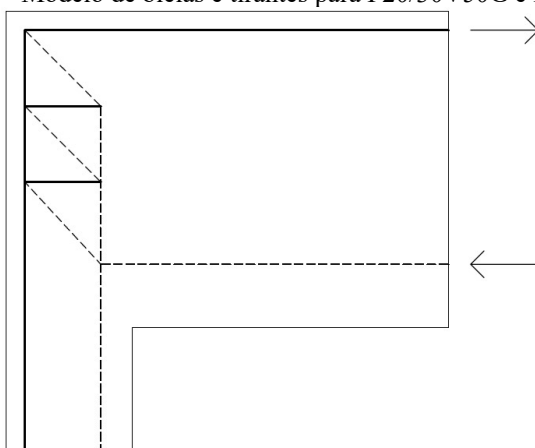


Figura C.73 – Modelo de bielas e tirantes para P30/20V50G.

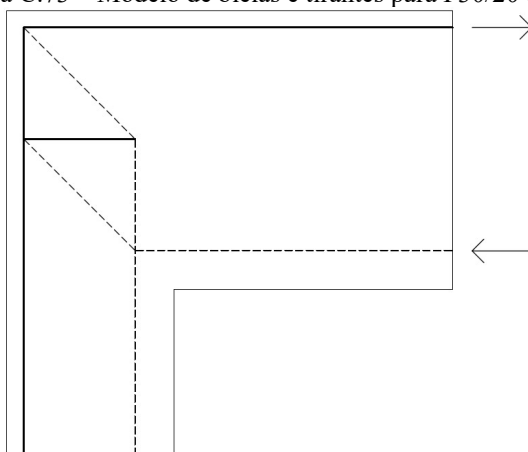


Figura C.74 – Modelo de bielas e tirantes para P40/20V50G.

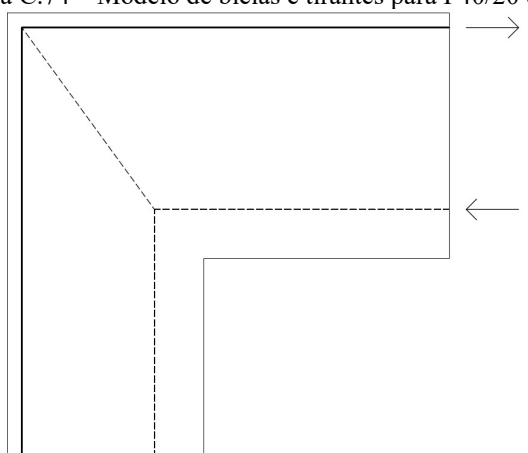


Figura C.75 – Modelo de bielas e tirantes para P15/30V60G e P15/40V60G.

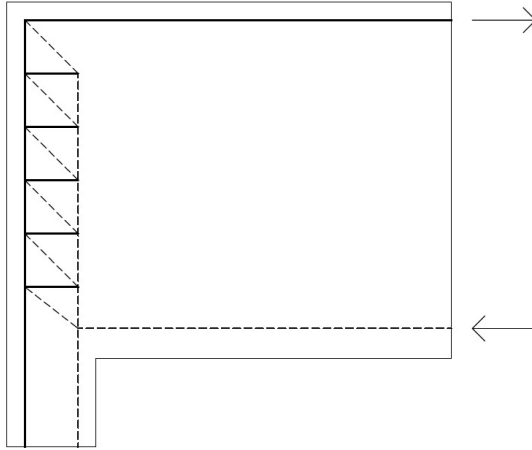


Figura C.76 – Modelo de bielas e tirantes para P20/30V60G e P20/40V60G.

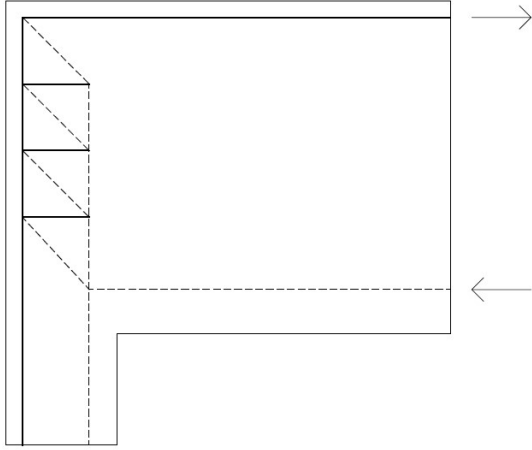


Figura C.77 – Modelo de bielas e tirantes para P30/20V60G.

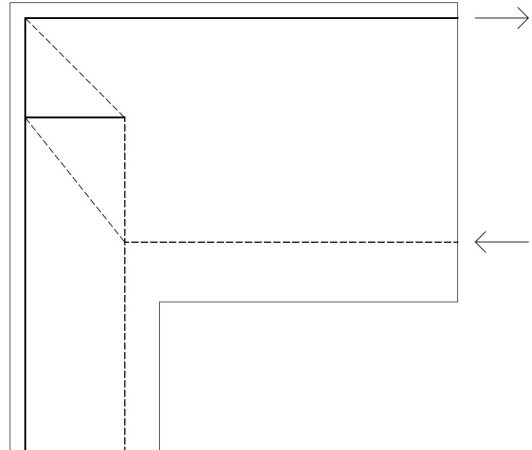


Figura C.78 – Modelo de bielas e tirantes para P40/20V60.

