

FÁBIO SANTOS NASCIMENTO

**ESTUDO DAS PROPRIEDADES TÉRMICAS E MAGNÉTICAS DE GELOS DE
SPIN RETANGULARES**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2014

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

N244e
2014 Nascimento, Fábio Santos, 1981-
Estudo das propriedades térmicas e magnéticas de gelos de
spin retangulares / Fábio Santos Nascimento. – Viçosa, MG,
2014.
vi, 61f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Orientador: Afrânio Rodrigues Pereira.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.54-61.

1. Materiais magnéticos. 2. Gelos de spin. 3. Monopolos
magnéticos. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de
Física. Programa de Pós-graduação em Física. II. Título.

CDD 22. ed. 538.4

FÁBIO SANTOS NASCIMENTO

**ESTUDO DAS PROPRIEDADES TÉRMICAS E MAGNÉTICAS DE GELOS DE
SPIN RETANGULARES**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 25 de março de 2014.



**Winder Alexander de M. Melo
(Coorientador)**



João Paulo Sinnecker



Jorlandio Francisco Felix



André Avelino Pasa



**Afrânio Rodrigues Pereira
(Orientador)**

Agradecimentos

Agradeço a todos os professores e demais funcionários do DPF/UFV pela participação na minha formação acadêmica. Especialmente, ao professor Afrânio pelo apoio, incentivo, confiança e orientação. Aos professores Mól e Winder também pela orientação e esclarecimentos. Ao professor Robert Stamps por ter me recebido e orientado tão bem durante minha permanência na Universidade de Glasgow na Escócia. A todos os estudantes da pós-graduação pela boa convivência. Aos amigos distantes (Junior, Diego, Sergio) e aos próximos (Angélica, Priscila, Herman, Saulo, Davidson, Renan, Thiago, Jader, Eduardo, Emerson, Anderson) que direto e/ou indiretamente me ajudaram nesses últimos anos. Especialmente, Herman e Saulo, grandes amigos, irmãos de consideração, pela amizade que perdura desde o início da graduação. A minha namorada Sara que com todo seu carinho tem me acompanhado nessa trajetória. Aos meus pais (João e Magnólia) e irmão (Thiago) pelo carinho, apoio, atenção, por serem a base da pessoa que sou hoje e por terem contribuído em todas as coisas que tenho conquistado até hoje. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo auxílio financeiro. Adicionalmente, agradeço ao Programa de doutorado sanduíche no exterior (PDSE) pela oportunidade que tive de realizar parte desse trabalho na Escócia, em colaboração com a Universidade de Glasgow.

Sumário

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
1 Introdução	1
2 Gelos de Spin	4
2.1 Gelo de Água	5
2.2 Gelo de Spin	6
2.3 Monopolos Magnéticos em Gelos de Spin	10
2.4 Gelo de Spins Artificiais	12
3 GSA – Rede Retangular	19
3.1 Modelo	19
3.2 Estado Fundamental	22
3.3 Excitações e deconfinamento de monopolos	25
3.4 Termodinâmica	29
4 GSA – Rede quadrada com spins rotacionados	32
4.1 Modelo	32
4.2 Estado Fundamental	34
4.3 Termodinâmica	37
4.4 Efeito de Forma	41
5 GSA – Efeitos de Campo	43

5.1	Modelo	43
5.2	Histerese	46
5.3	Desmagnetização	49
6	Conclusão	52
	Referências bibliográficas	61

Resumo

NASCIMENTO, Fábio Santos, D. Sc., Universidade Federal de Viçosa, Março, 2014.
Estudo das propriedades térmicas e magnéticas de gelos de spin retangulares.
Orientador: Afrânio Rodrigues Pereira. Coorientadores: Lucas Álvares da Silva Mól e Winder Alexander de Moura Melo.

Neste trabalho estudamos duas diferentes geometrias para gelos de spin artificiais: a rede retangular e uma rede quadrada modificada. Na rede quadrada usual, o estado fundamental é somente duplamente degenerado e, conseqüentemente, as excitações são monopolos magnéticos ligados por cordas energéticas (monopolos de Nambu). Entretanto, para conseguir monopolos livres (similar aos monopolos de Dirac), é importante anular a tensão na corda. Isso pode ser obtido por planejar sistemas anisotrópicos com um grande número de estados fundamentais degenerados. Nós mostramos que um tipo especial da rede retangular e da rede quadrada modificada podem suportar estados fundamentais com essas características. Assim, para essas geometrias, observamos transições de estado fundamental, monopolos magnéticos deconfinados e outras propriedades em função do parâmetro de controle de anisotropia.

Abstract

NASCIMENTO, Fábio Santos, D. Sc., Universidade Federal de Viçosa, March, 2014.
Study of the thermal and magnetic properties of rectangular spin ices. Adviser:
Afrânio Rodrigues Pereira. Co-advisers: Lucas Álvares da Silva Mól and Winder Alexander
de Moura Melo.

In this work we have studied two different types of geometries for artificial spin ices: the rectangular and a modified square lattices. In the usual square lattice, the ground state is only two-fold degenerate and consequently, the excitations are magnetic monopoles connected by energetic strings (Nambu monopoles). Therefore, to get free monopoles (more similar to Dirac monopoles), it is important to release the string. It should be obtained by planning anisotropic systems with a large number of degenerate ground states. We show that a special kind of rectangular lattice and a modified square lattice can support ground states with these desirable characteristics. Hence, for these geometries we observe ground states transitions, deconfined magnetic monopoles and other properties as a function of the anisotropy control parameter.

Capítulo 1

Introdução

Gelo de spin [1, 2, 3] é uma classe de materiais magnéticos que tem despertado um crescente interesse da comunidade científica nas duas últimas décadas [4, 5, 6, 7, 8, 9]. Esse material se destaca por apresentar um desordenamento na orientação dos spins similar ao desordenamento observado para as posições dos hidrogênios no gelo da água, o qual provoca uma degenerescência de estados fundamentais que, por sua vez, gera uma mesma entropia residual nesses dois materiais [3]. Gelo de água e de spin são sistemas frustrados que compartilham de uma mesma geometria [10, 11, 2, 3]. Nesse caso, a geometria do sistema força a frustração, por isso o sistema é dito apresentar frustração geométrica.

O exemplo clássico de frustração geométrica é a rede triangular com spins tipo *Ising*¹ interagindo antiferromagneticamente (veja Figura 1.1). A interação antiferromagnética prefere spins vizinhos anti-alinhados. Entretanto, quando os spins ocupam os vértices de um triângulo, os três spins não podem estar todos antiparalelos. Por isso, desde que a interação entre um par de spins seja satisfeita, o terceiro spin terá inevitavelmente uma de suas interações frustrada. Isso adiciona um grau de liberdade no sistema, que resulta na degenerescência do estado fundamental. Por outro lado, na rede quadrada, a mesma interação pode ser plenamente satisfeita para todos os pares de spins primeiros vizinhos. Dessa maneira, pode-se concluir que a origem da frustração na rede triangular é puramente geométrica.

Frustração em física decorre da incapacidade de minimizar a energia global e, simultaneamente, satisfazer todas as interações do sistema. Isso degenera o estado fundamental, como observado na rede triangular, e, também, pode gerar novos estados da matéria. No caso magnético, por exemplo, além dos gelos de spin, podemos citar os vidros e líquidos de spin. Nos vidros de spin [12, 13, 14], em baixas temperaturas, os spins congelam aleatoriamente, sem mostrar ordenamento magnético de longo alcance. Enquanto que nos denominados líquidos de

¹O modelo de Ising consiste em descrever os momentos de dipolos magnéticos dos spins atômicos por uma variável de spin de dois estados ($\text{spin}=\pm 1/2$) que interage apenas com seus primeiros vizinhos. O modelo de Ising foi proposto por Wilhelm Lenz em 1920 e resolvido analiticamente em uma dimensão por Ising em 1925. Em duas dimensões, o modelo de Ising foi resolvido apenas em 1944 por Onsager.

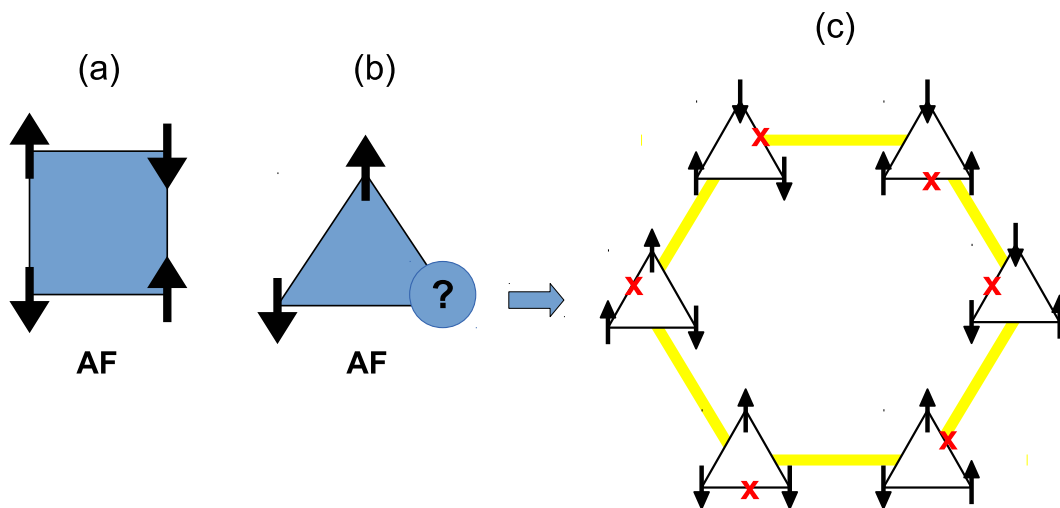


Figura 1.1: Frustração geométrica em rede quadrada e triangular. (a) Considerando interações antiferromagnéticas entre os spins tipo Ising, observamos que na rede quadrada todas as interações entre primeiros vizinhos podem ser simultaneamente satisfeitas. (b) Enquanto na rede triangular, desde que um par de spins tenha sua interação satisfeita, inevitavelmente, o terceiro spin terá uma de suas interações frustrada. Note que a geometria é a responsável pela frustração e, conseqüentemente, pela degenerescência de estado fundamental na rede triangular. (c) Enquanto na rede quadrada o sistema é apenas duplamente degenerado, na rede triangular, existem 6 configurações possíveis.

spin [15, 16, 17], os spins continuam a flutuar mesmo nas temperaturas mais baixas também falhando em apresentar qualquer tipo de ordenamento. Adicionalmente, o conceito de frustração pode estar relacionado a diversos outros fenômenos não-magnéticos, que vão de supercondutores de alta temperatura crítica [18, 19, 20, 21], ao comportamento de ferritas usadas em diversas aplicações tecnológicas em microeletrônica [22] e em diferentes processos biológicos [23, 24]. Entretanto, um ponto interessante é que a frustração geométrica é mais facilmente visualizada e estudada em sistemas magnéticos, que fornecem uma oportunidade única para estudos dos efeitos de frustração devido a relativa facilidade de seu controle.

Em alguns casos, a frustração pode ser tão intensa que induz o aparecimento de fenômenos novos e complexos. Por exemplo, gelos de spin suportam excitações exóticas [7], tais como monopolos magnéticos emergentes com características semelhantes aos monopolos de Dirac [25] ou de Nambu [26], dependendo basicamente da geometria da rede. Essas características já têm sido verificadas teoricamente [27, 28, 29, 30] e experimentalmente [31, 32, 33, 34] em um número significativo de trabalhos. Entretanto, do ponto de vista da aplicação tecnológica, muitos estudos ainda se concentram na possibilidade de controlar e explorar o transporte dessas excitações tipo cargas magnéticas [35, 36].

Atualmente, os estudos dos gelos de spin tomaram dois rumos distintos, de um lado se tem os gelos de spin naturais e do outro os artificiais. O primeiro é consequência de alguns

cristais terem seus momentos magnéticos ocupando os sítios de uma rede frustrada. Esse é o caso dos gelos de spin natural, cujos íons magnéticos formam uma rede de tetraedros interligados. O estudo experimental da frustração sobre esses sistemas é bastante difícil, pois os gelos de spin naturais não permitem um completo mapeamento das configurações de spins nas amostras. Isso dificulta o estudo estatístico do fenômeno da frustração. Wang e colaboradores [6] construíram os gelos de spin artificiais, e, com isso, deram uma nova maneira de, experimentalmente, estudar frustração. Gelos de spin artificiais são constituídos de nanoilhas com dimensões suficientemente pequenas a ponto de garantir um único domínio magnético por ilha e se comportar efetivamente como macro-spins tipo Ising. Entretanto, devido ao momento magnético envolvido ser da ordem de alguns milhões de vezes maior que aqueles do gelo de spin natural, as nanoilhas interagem mais fortemente entre si e tem menos tendência a inverter sua orientação. Como consequência desse forte acoplamento, os gelos de spin artificiais são estáveis em temperatura ambiente, enquanto que os gelos de spin naturais a estabilidade somente aparece em temperaturas abaixo de 1 K. Além disso, os gelos de spin artificiais permitem um excelente controle da geometria e do comprimento dos momentos magnéticos, bem como do nível e do tipo de desordem que podem ser inseridos nesses materiais, e tem, ainda, a vantagem de possibilitar a sondagem dos momentos magnéticos individuais por microscopia de força magnética [6, 37, 38].

Estruturamos essa tese da seguinte maneira: No capítulo seguinte faremos uma revisão dos materiais gelos de spin e estenderemos os conceitos aos gelos de spins artificiais que, em contraste ao gelo de spin natural, são construídos em laboratório por meio de processos de litografia. No capítulo 3, apresentamos os resultados e discussões para o gelo de spin artificial retangular, modelo proposto nessa tese. No capítulo 4, propomos um segundo modelo, que foi um projeto iniciado em colaboração com o grupo de magnetismo da Universidade de Glasgow, onde permaneci por cinco meses durante o doutorado sanduíche. Nesse modelo, estudamos os gelos de spin em rede quadrada, o qual pode ser visto como um caso particular da rede retangular, em função do parâmetro extra que rotaciona os spins de um ângulo α em relação aos eixos x e y . Nesses dois últimos capítulos, discutimos as propriedades gerais dos modelos propostos, transição de estado fundamental e algumas propriedades da termodinâmica do sistema. Já no capítulo 5, estudamos os efeitos da aplicação de campos magnéticos externos sobre os modelos propostos, onde, também, consideramos parâmetros experimentais para as simulações. Conclusões e perspectivas são abordadas no capítulo 6.

Capítulo 2

Gelos de Spin

Em geral, a interação entre spins pode gerar um comportamento cooperativo bem diferente do que o observado quando eles são isolados ou independentes um do outro. Esse é o caso dos materiais ferromagnéticos, antiferromagnéticos e outros mais complexos tais como vidros, líquidos e gelos de spin. Nos ferromagnetos, a energia é minimizada quando os spins ficam na mesma direção ($\uparrow\uparrow$), enquanto nos antiferromagnetos os spins tendem a ficar antiparalelos ($\uparrow\downarrow$). Consequentemente, o estado fundamental de um material ferromagnético tem uma magnetização espontânea mesmo na ausência de um campo magnético aplicado, enquanto o antiferromagneto apresenta um estado ordenado com magnetização total nula. A princípio, uma interação que pode ser esperada ter um papel importante nesse ordenamento é a interação dipolar, onde dois dipolos magnéticos $\vec{\mu}_1$ e $\vec{\mu}_2$ separados por uma distância \vec{r} tem uma energia igual a

$$E = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left[\vec{\mu}_1 \cdot \vec{\mu}_2 - \frac{3}{r^2} (\vec{\mu}_1 \cdot \vec{r})(\vec{\mu}_2 \cdot \vec{r}) \right],$$

a qual depende da separação e do grau de alinhamento entre os dipolos. Entretanto, estimando a energia entre dois momentos magnéticos de módulo $\mu \approx 1 \mu_B$ e separados por $r \approx 1 \text{ \AA}$ na configuração ($\uparrow\uparrow$), encontramos $\mu^2/4\pi r^3 \sim 10^{-23} \text{ J}$, que implica em temperaturas da ordem de 1 K ($E = k_B T$, k_B é a constante de Boltzmann). Uma vez que muitos materiais se ordenam em temperaturas muito mais altas, por exemplo, a temperatura de Curie¹ para o ferro é de 1043 K, 627 K para o níquel e 1388 K para o cobalto. O ordenamento observado nesses materiais magnéticos não podem ser entendidos pela interação dipolar. A explicação do ordenamento de longo alcance foi dado por Heisenberg. Ele observou que, na verdade, o ordenamento magnético de longo alcance se deve a interação de troca J , que é um fenômeno quântico associado a interação eletrostática. Basicamente, ela resulta da sobreposição e simetrização das funções de onda do elétron. Apesar da interação de troca

¹As propriedades magnéticas de um material são reduzidas com o aumento da temperatura. Para cada substância ferromagnética existe uma temperatura específica na qual o material “perde” completamente seu ferromagnetismo, comportando-se como um material puramente paramagnético. Essa temperatura é chamada ponto de Curie ou temperatura de Curie.

ser comumente derivada para dois elétrons, ela se aplica entre todos átomos vizinhos. Isso motivou o hamiltoniano de Heisenberg (ou hamiltoniano de troca):

$$H = - \sum_{\langle ij \rangle} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j$$

onde a constante J_{ij} é a integral de troca e o símbolo $\langle ij \rangle$ significa pares de primeiros vizinhos. Essa abordagem contribuiu na elaboração dos modelos magnéticos básicos estudados até hoje, levando ao ferromagnetismo ($J > 0$) e antiferromagnetismo ($J < 0$). Pode-se ainda considerar materiais mais complexos, por exemplo, vidros de spin, que são modelados por um termo de troca aleatório J_{ij} . Entretanto, existem materiais em que a temperatura de Curie é tão baixa que a interação dipolo-dipolo domina a interação de troca. Conseqüentemente, um modelo para esses materiais necessita incluir no mínimo a interação de troca de primeiros vizinhos mais a interação dipolar de longo alcance. Esse é o caso dos materiais gelos de spin naturais conhecidos. Antes de fazermos uma discussão detalhada dos gelos de spin que é o tema principal dessa tese, na próxima seção será feita uma breve discussão do gelo da água. Isso permitirá um melhor entendimento da analogia existente entre esses materiais.

2.1 Gelo de Água

Em 1933, Giauque e colaboradores [10, 39] fizeram medidas da entropia do gelo de água e observaram a existência de uma entropia de ponto-zero, ou entropia residual. Contudo, apenas em 1935, Pauling [11] explicou microscopicamente e estimou com notável precisão a entropia residual ao considerar apenas as múltiplas escolhas em alocar as ligações de hidrogênio nas moléculas de H_2O . Na estrutura cristalina do gelo temos que cada átomo de oxigênio se conecta aos quatro átomos de oxigênio mais próximos e entre cada par de oxigênios mais próximos se encontra um íon de hidrogênio (próton), um esquema ilustrativo dessa ligação pode ser vista na figura 2.1(a). O comprimento das ligações oxigênio-oxigênio é de 2,75 Å, o qual é mais que o dobro da distância da ligação oxigênio-hidrogênio que é de 1,00 Å. Conseqüentemente, o próton não se posiciona no centro da ligação entre os dois oxigênios, e necessariamente se posiciona mais próximo de um dos oxigênios. Um outro ponto é que as ligações oxigênio-oxigênio passam pelos vértices de um tetraedro centrado no oxigênio, e como resultado de uma rede mais extensa se observa a rede de tetraedros interligados, como ilustrado na figura 2.1(b).

Note que as posições dos íons de hidrogênios ilustrados nas figuras 2.1(a)-(b) obedecem uma regra local onde cada íon de oxigênio tem dois de hidrogênio mais próximos e dois mais distantes. Essa ordem na estrutura cristalina do gelo ficou conhecida como regra do gelo e foi proposta por Bernal e Fowler [40] como a configuração de mais baixa energia do gelo de

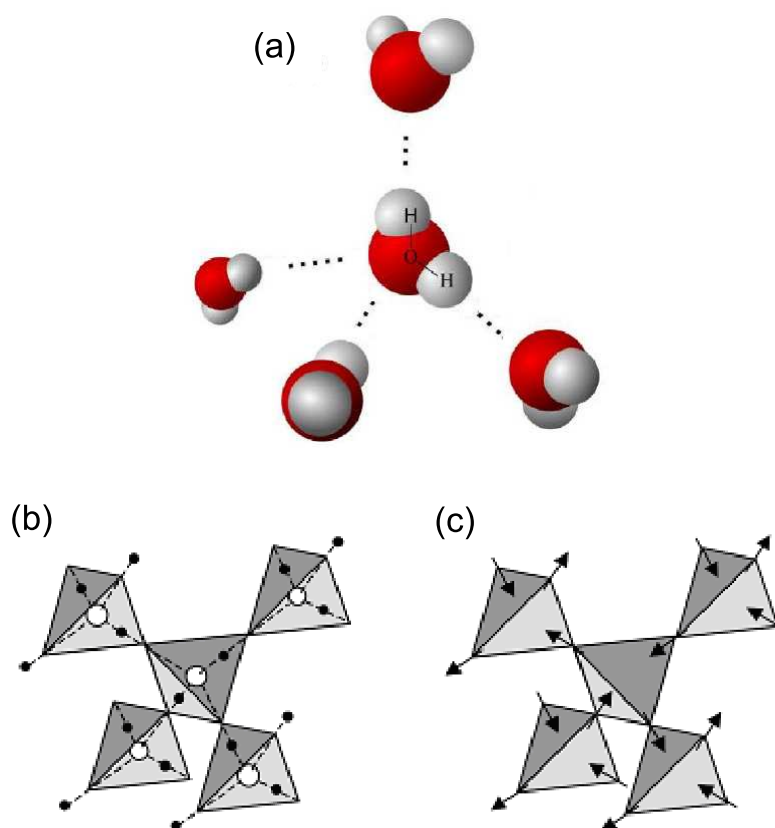


Figura 2.1: (a) Ilustração da estrutura tetraédrica do gelo da água respeitando a regra do gelo, onde se encontra dois hidrogênios próximos e dois distantes de cada oxigênio. (b) Estrutura cristalina do gelo da água expandida até cinco tetraedros vizinhos e (c) mostra essa mesma configuração mapeada para o gelo de spin.

água. Partindo desse princípio, Pauling notou que apenas 6 configurações das 16 possíveis de alocar os prótons no tetraedro, respeitam os estados de energia mais baixo (regra do gelo). Com isso, ele estimou que o número de configurações, respeitando a regra do gelo, pode ser aproximada pelo valor $W = (6/16)^{N/2} 2^N$, onde N é o número de hidrogênios no sistema e $N/2$ é o número de tetraedros. Assim, a degenerescência de estado fundamental gera uma entropia residual de $S_0/N = 1/N \ln W = 1/2 \log 3/2 = 1,68 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Esse é um valor muito próximo daquele observado experimentalmente por Giauque e colaboradores [10, 39].

2.2 Gelo de Spin

O modelo de Pauling para a configuração dos prótons no gelo pode ser completamente mapeado para sistemas magnéticos. Esse mapeamento foi inicialmente proposto por Anderson [41] em 1956, mas somente com o trabalho experimental de Harris e colaboradores [2] em 1997, que a analogia entre gelo de água e gelo de spin foi realmente firmada. A condição dois perto e dois longe que os átomos de hidrogênio assumem para satisfazer a regra do gelo, pode

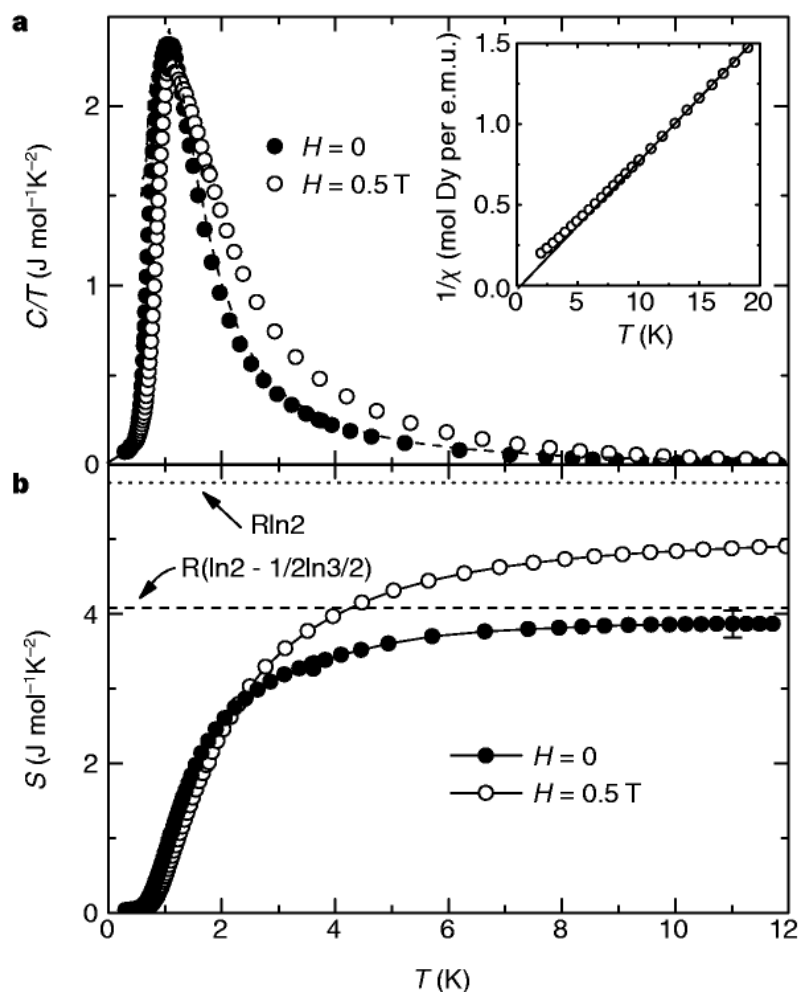


Figura 2.2: (a) Calor específico dividido por temperatura e (b) entropia do composto $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$. Esses resultados mostram que o $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ apresenta uma entropia residual que concorda com a entropia estimada por Pauling para o gelo da água, $R(\ln 2 - (1/2) \ln(3/2))$. Sobreposto aos dados experimentais do calor específico, a linha tracejada é o resultado de simulações de Monte Carlo à campo zero de um sistema contendo 2048 spins. A entropia foi obtida por integrar C/T de 0,2 a 12 K. Na inserção, mostra a suscetibilidade (M/H) do $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ em um campo de 0,02 T. Figura retirada da referência [3].

ser mapeada para a condição de dois spins apontando para o centro e dois apontando para fora do centro de cada tetraedro, como mostrado na figura 2.1(c). Por isso, para enfatizar essa analogia, os materiais magnéticos que respeitam a regra do gelo como estados de energia mais baixo são apropriadamente chamados de gelos de spin.

O primeiro material magnético provado, experimentalmente, respeitar a característica gelo de spin, foi o titanato de disprósio $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ [3]. A evidência experimental nesse caso foi a medida de uma entropia residual S_0 aproximadamente igual a de Pauling S_P ($S_0 \approx S_P = (1/2) \log 3/2$). A figura 2.2 mostra os resultados experimentais obtidos por Ramirez e colaboradores [3] que os levaram a concluir que o titanato de disprósio realmente faz parte dessa nova classe de materiais magnéticos. A figura 2.2(a) mostra a curva do calor

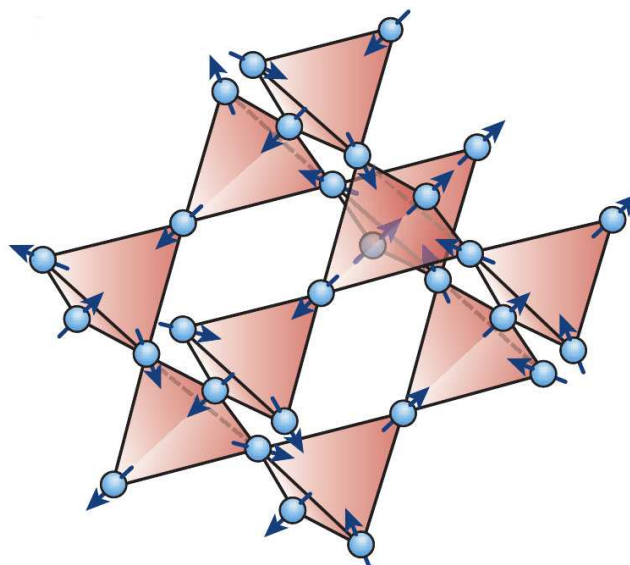


Figura 2.3: Configurações de spins para o gelo de spin natural. Os spins se posicionam sobre os vértices da rede pirocloro e são restritos a apontarem ao longo do eixo direcionado para o centro dos tetraedros. Figura retirada da referência [8].

específico dividido pela temperatura $C(T)/T$ em função da temperatura para o $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ pulverizado [3], enquanto a figura 2.2(b) mostra a diferença de entropia obtida ao integrar $C(T)/T$ do regime de congelamento ($T_1 = 300$ mK) ao regime paramagnético ($T_2 = 12$ K). Na fase paramagnética, um sistema de dois estados deve apresentar uma entropia $R \ln 2$, onde $R = 8,314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ é a constante dos gases. Entretanto, Ramirez e colaboradores [3] observaram que o $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ apresenta uma entropia de apenas de $3,9 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$, inferior ao valor $R \ln 2 \approx 5,76 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$. A diferença entre esses valores é de $1,86 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1} \approx 0,22 R$ que está bem próximo da estimativa de Pauling $0,202 R$.

Outros compostos gelos de spin conhecidos são $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ e $\text{Ho}_2\text{Sn}_2\text{O}_7$ [2, 8, 4]. As propriedades magnéticas desses materiais se devem, basicamente, aos átomos terras-raras Dy^{3+} e Ho^{3+} . Esses íons magnéticos residem nos vértices da rede pirocloro, que é uma rede de tetraedros interligados nos vértices (veja figura 2.3). Em temperaturas inferiores a 200 K para o $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ e 300 K para o $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$, a anisotropia cristalina do material força os spins a se alinharem preferencialmente para o centro dos tetraedros vizinhos, como ilustrado na figura 2.3. Conseqüentemente, esses spins se comportam como spins tipo Ising [4]. Além disso, os íons terras-raras nesses materiais apresentam uma energia de troca tão pequena e a temperatura Curie tão baixa, aproximadamente 1,9 K para o $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ [2] e 0,5 K para o $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$ [3], que a interação dipolo-dipolo domina a interação de troca [42]. Assim, as propriedades desses compostos devem ser descritas por um modelo que, no mínimo, inclui a interação de troca para os pares de primeiros vizinhos $\langle ij \rangle$ e a interação dipolar de longo

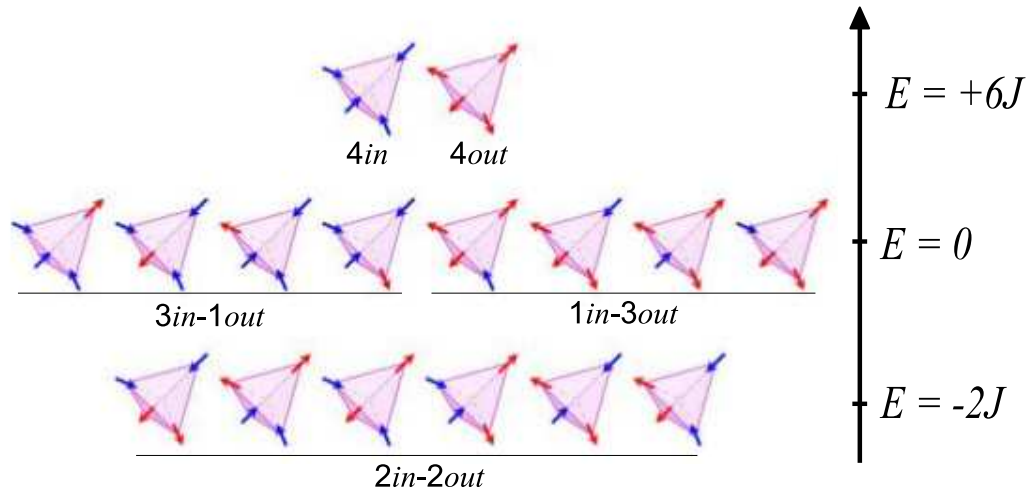


Figura 2.4: As 16 configurações de spins possíveis para o tetraedro. As configurações estão separadas por níveis de energia contabilizadas para interação de troca com spins ferromagnéticos. As setas em azul representam spins apontando para dentro e as em vermelho são os spins apontando para fora do tetraedro.

alcance entre todos os spins:

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} \hat{e}_i \cdot \hat{e}_j S_i S_j + Da^3 \sum_{i>j} \left[\frac{\hat{e}_i \cdot \hat{e}_j}{|\mathbf{r}_{ij}|^3} - \frac{3(\hat{e}_i \cdot \mathbf{r}_{ij})(\hat{e}_j \cdot \mathbf{r}_{ij})}{|\mathbf{r}_{ij}|^5} \right] S_i S_j \quad (2.1)$$

Os momentos magnéticos $\vec{\mu}_i$ residindo sobre os sítios i da rede pirocloro apontam ao longo do eixo Ising local \hat{e}_i e são modelados como spins tipo Ising $\vec{\mu}_i = \mu S_i \hat{e}_i$, onde $S_i = \pm 1$ e $\mu \approx 10\mu_B$. A distância entre spins é medida por r_{ij} , $a \approx 3,54 \text{ \AA}$ é a distância entre primeiros vizinhos no pirocloro, J é a constante de troca e $D = \mu_0 \mu^2 / (4\pi a^3)$ é a constante de acoplamento da interação dipolar. Na figura 2.2(a), sobreposto a curva do calor específico, a linha tracejada mostra o excelente acordo obtido dos resultados da simulação de Monte Carlo, quando comparado com os resultados experimentais para o $\text{Dy}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$. Estes resultados numéricos corroboraram a ideia de uma interação dipolar dominante nos materiais gelos de spin.

Como consequência da interação dipolar ser dominante nos gelos de spin, a interação efetiva entre primeiros vizinhos tem que ser ferromagnética. De fato, se fosse o caso de interações antiferromagnética, o sistema não seria frustrado [8]. No entanto, sabemos que a frustração é a propriedade que diferencia os gelos de spin de magnetos usuais [5], pois, em geral, ela degenera o estado fundamental do sistema [43, 44]. Isso pode ser melhor visualizado na a figura 2.4, onde mostra as 16 configurações de vértices possíveis para o tetraedro da rede pirocloro. As configurações estão separadas e agrupadas por níveis de energia considerando interações ferromagnéticas entre spins. Observamos que as configurações de menor energia satisfazem a regra do gelo ($2in - 2out$), ao passo que as configurações ($4in$) ou ($4out$) são as mais energéticas. Note que se fosse o caso de interações antiferromagnética, as configurações

($4in$) ou ($4out$) é que seriam de menor energia e o sistema não seria frustrado, pois todos os pares de spins teriam suas interações simultaneamente satisfeitas. Consequentemente, não apresentaria degenerescência de estado fundamental, nem entropia residual.

2.3 Monopolos Magnéticos em Gelos de Spin

O trabalho de Castelnovo e colaboradores [7], publicado na Nature em 2008, abriu uma nova linha de pesquisa nos materiais gelos de spin. Sem perda de generalidade, eles mostraram que excitações ($3in - 1out$) ou ($3out - 1in$) (veja figura 2.4) sobre o estado fundamental nos gelos de spin, violam a regra do gelo e comportam-se como monopolos magnéticos emergentes. Para isso, eles fizeram uma abordagem considerando o momento de dipolo magnético como um par de cargas magnéticas opostas, rígidas, como um haltere (*dumbbells*), e as duas formas de atribuir cargas sobre o haltere representam as duas orientações do dipolo original. As cargas são quantitativamente determinadas por $q = \pm\mu/a_d$, em que a_d é a distância entre íons magnéticos vizinhos.

As Figuras 2.5(a)-(d) ilustram dois tetraedros vizinhos da rede pirocloro do ponto de vista dos dipolos magnéticos e da representação de halteres. Considerando a carga total no centro do tetraedro α como sendo $Q_\alpha = \sum_{i \in \alpha} q_i$, a regra do gelo, que consiste em dois dipolos apontando para dentro e dois para fora do centro do tetraedro (figura 2.5(a)), é interpretada como o encontro de 2 polos norte e 2 polos sul no centro do tetraedro (figura 2.5(c)), resultando em carga residual nula, $Q_\alpha = 0$. Entretanto, considerando agora um estado excitado, em particular, considerando a excitação mais simples que implica na inversão de um dipolo (veja a figura 2.5(b)), teremos a quebra da neutralidade magnética local e geração de um par monopolo-antimonopolo vizinhos com carga magnética líquida $Q_\alpha = \pm 2\mu/a_d$ nos centros dos dois tetraedros adjacentes, como está ilustrado na figura 2.5(d). Do ponto de vista magnético, o centro do tetraedro se torna uma fonte ou sumidouro de fluxo magnético, isto é, efetivamente, um monopolo magnético. Assim, os múltiplos estados fundamentais obedecendo a regra do gelo são caracterizados por carga nula. Enquanto as violações da regra do gelo são reconhecidos como monopolos magnéticos. O mais interessante é que o monopolo pode ser separado do antimonopolo por simples inversão de spins adjacentes, e, partindo do princípio que esse procedimento pode ser repetido indefinidamente, os monopolos magnéticos são efetivamente livres para mover por toda a rede. Esse processo gera uma cadeia de spins invertidos em relação ao estado fundamental (veja figura 2.5(e)). Essa cadeia é comumente chamada de corda de Dirac. Entretanto, isso pode ser “abuso” de linguagem, pois nos gelos de spin a “corda” de dipolos é observável e isso não se encaixa na definição de Dirac. Por outro lado, a corda é não-energética, pois ela assume a função de localmente restaurar a regra

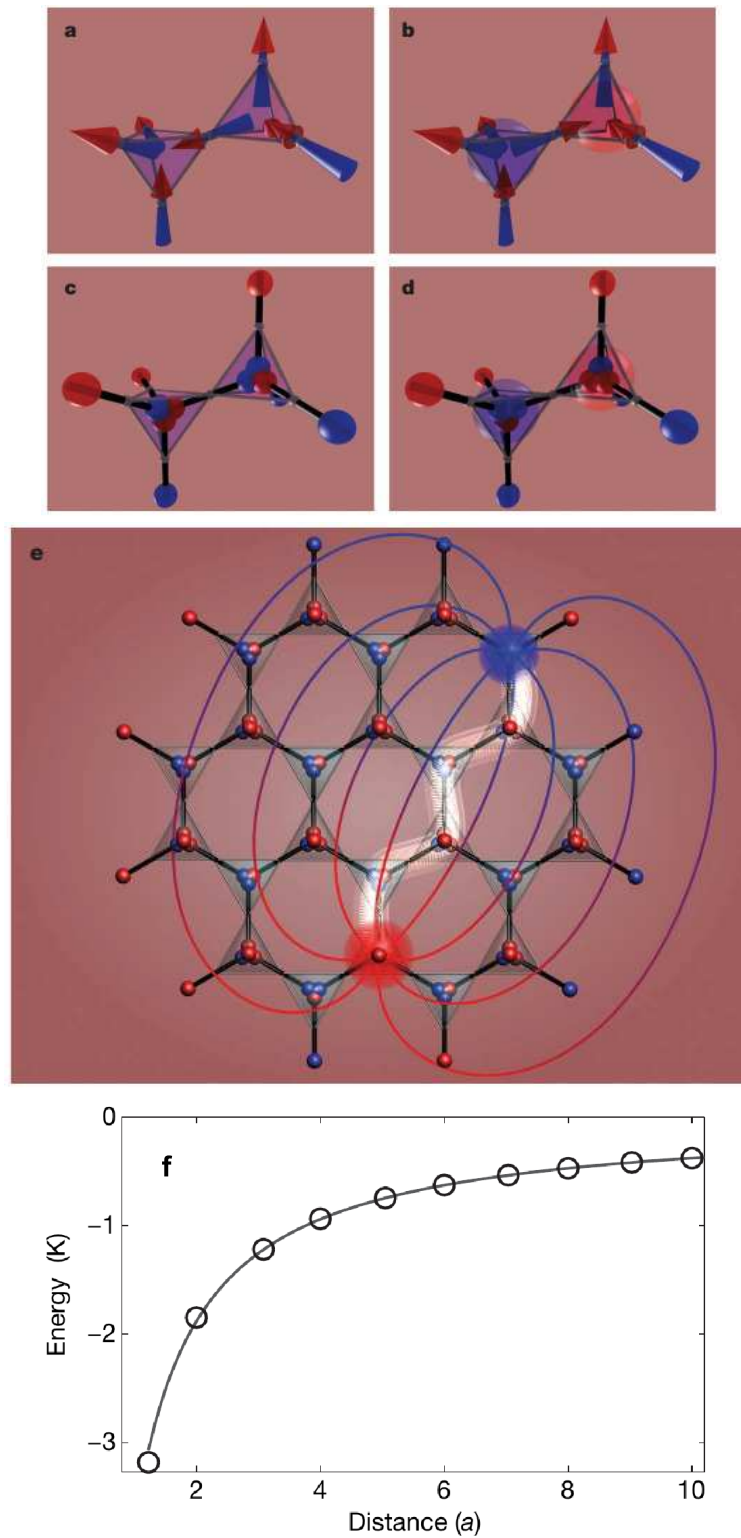


Figura 2.5: Ilustração do estado fundamental (a) obedecendo a regra do gelo e em (b) a criação do par monopolo-antimonopolo por inverter o spin entre os dois tetraedros. (c)-(d) ilustram o mesmo caso anterior, porém, agora, do ponto de vista da fracionalização dos dipolos magnéticos. (e) Excitações tipo monopolo magnético podem ser separadas criando uma corda de Dirac ligando os polos. (f) Comparação da energia tipo Coulomb $-\mu_0 q_m^2 / (4\pi r)$ (linha sólida) com resultados numéricos da equação 2.1 que descreve a interação entre dipolos nos gelos de spin. Figuras extraídas da referência [7].

do gelo à medida que os monopolos são separados. Assim, a energia necessária para separar os monopolos até o infinito é finita, uma vez que esses monopolos interagem somente via interação Coulombina (veja figura 2.5(f)) [45].

2.4 Gelo de Spins Artificiais

Uma abordagem alternativa foi proposta por Wang *et al.* [6] para investigar frustração geométrica, fracionalização de dipolos e excitações tipo monopolos magnéticos em materiais que eles chamaram de gelos de spin artificiais. Gelos de spin artificiais são redes bidimensionais de nanoilhas ferromagnéticas fabricadas por litografia de feixe eletrônico e arranjadas numa configuração que apresenta frustração geométrica. As configurações frequentemente estudadas são as geometrias quadrada [6, 46, 47, 48] e kagome [33, 34, 49, 36, 50], essas geometrias estão ilustradas na Figura 2.6(a)-(b), respectivamente.

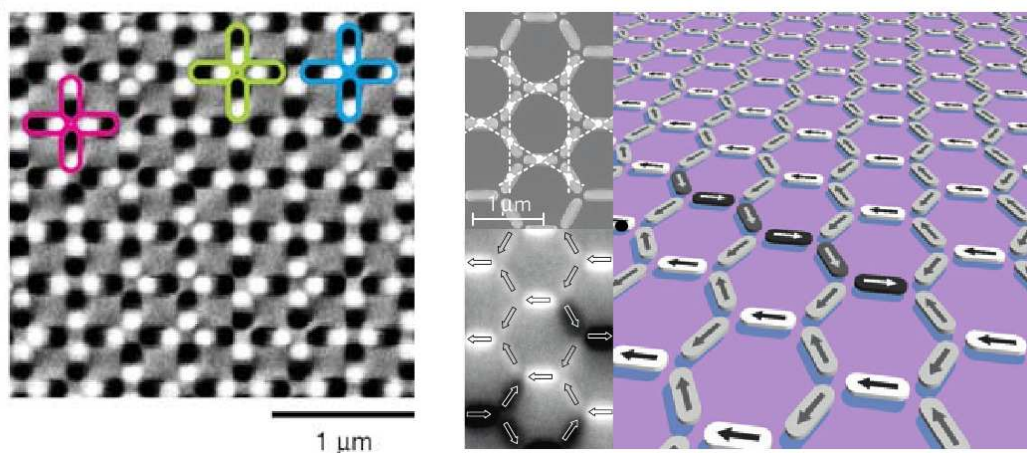


Figura 2.6: (a) Microscopia de força magnética dos gelo de spin em rede quadrada [6] e (b) em rede honeycomb, também citada como kagome [34].

As nanoilhas são as peças básicas dos materiais gelos de spin. Apesar da forma e tamanho das ilhas variarem de maneira significativa em diferentes resultados experimentais disponíveis na literatura, as dimensões das nanoilhas são em torno de $300\text{nm} \times 100\text{nm} \times 25\text{nm}$. Em geral, elas são constituídas de permalloy que é uma liga metálica composta com 70% a 90% de níquel (Ni) e o restante basicamente de ferro (Fe). A principal vantagem de usar permalloy na construção das ilhas é que ele possui uma anisotropia cristalina efetivamente nula. Logo, a anisotropia de forma de cada ilha força os momentos magnéticos alinharem ao longo do maior comprimento e as nanoilhas se comportam basicamente como um monodomínio (podendo ser interpretada como um macro-spin tipo Ising) cuja interação entre eles é predominantemente dipolar. Outra característica do permalloy é a permeabilidade magnética elevada. Considerando a magnetização do permalloy igual a $M = 8,6 \times 10^5 \text{ A m}^{-1}$ e a

nanoilha com volume $V = 7,5 \times 10^5 \text{ nm}^3$, isso gera um momento magnético da ordem de $\mu = MV = 6,5 \times 10^{-16} \text{ A m}^2$ por ilha, isso equivale a $7,0 \times 10^7$ magnetos de Bohr. Devido a esse momento magnético excessivamente grande, a escala de energia devido a interação dipolar é $\sim 10^5 \text{ K}$ e, dessa forma, excitações térmicas não podem induzir reversão da magnetização das nanoilhas. Logo, esses materiais são considerados atérmicos [6, 51]. Isso não é algo ruim, pois é justamente a estabilidade à temperatura ambiente que permite a obtenção de imagens dos microestados do sistema, isto é, visualização de momentos magnéticos individuais através de técnicas como microscopia de força magnética (MFM). Além disso, o controle da forma, tamanho e espaçamento das ilhas podem ser sondados por microscopia de força atômica.

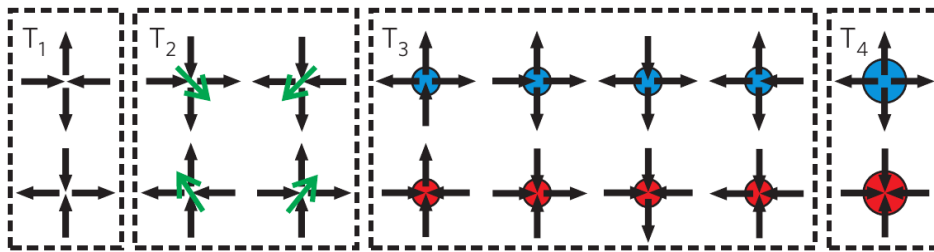


Figura 2.7: As 16 possibilidades de configuração dos momentos magnéticos para o vértice do gelo de spin artificial em rede quadrada. As configurações estão agrupadas por topologia, onde T_1 e T_2 satisfazem a regra do gelo com carga residual nula, enquanto que as topologias T_3 e T_4 são violações da regra do gelo e carregam cargas ± 2 e ± 4 , respectivamente. Além disso, as topologias estão ordenadas por níveis de energia, tal que T_1 é menos energética do que T_2 e a energia de $T_2 < T_3 < T_4$ [46].

Apesar da liberdade de arranjar as nanoilhas em quaisquer geometria, o gelo de spin em rede quadrada é considerado o análogo mais próximo do gelo de spin em materiais reais. De fato, assim como no gelo de spin natural, a rede quadrada contém 4 spins em cada vértice e isso gera 16 configurações possíveis para o vértice. Considerando a nanoilha como um dipolo ideal e interações dipolares entre os quatro dipolos que compõem o vértice da rede quadrada, observa-se que as 16 configurações podem ser agrupadas em 4 topologias como ilustrado na Figura 2.7. As configurações de mais baixa energia são as que satisfazem a regra do gelo ($2in - 2out$). Elas estão ilustradas na Figura 2.7 como sendo as topologias T_1 e T_2 . Note que em contraste ao gelo de spin natural, onde as topologias respeitando a regra do gelo formam uma única topologia, nos gelos de spin em rede quadrada elas são separadas em dois grupos de energia, sendo que a topologia T_1 é menos energética que a topologia T_2 . Entretanto, essa diferença de energia depende fortemente do tamanho das nanoilhas. Isso é mostrado em nossa simulação micromagnética usando o pacote OOMMF-*Object Oriented MicroMagnetic Framework*² [52] e assumindo as configurações de vértice da rede quadrada (veja figura 2.8).

²OOMMF é um código computacional de domínio público, disponibilizado pela ITL/NIST, que, usando elementos finitos resolve a equação Landau-Lifshitz-Gilbert, $\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -\gamma \vec{M} \times \vec{H}_{eff} + \frac{\alpha}{M_s} \vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t}$, onde γ é o fator giromagnético, M_s é magnetização de saturação e H_{eff} representa um campo magnético efetivo.

Quando os elementos são ilhas isoladas como feito por Wang e colaboradores [6], os estados de energia mínima obedecem a configuração T_1 . Quando conectamos as ilhas ao centro do vértice, o estado de menor energia muda para a configuração T_2 . Vale ressaltar que é justamente a diferença de energia (ou falta de degenerescência) entre as configurações obedecendo a regra do gelo, que impede que os monopolos magnéticos se movimentem livremente nos gelos de spin artificiais em rede quadrada. Como veremos, essas diferenças são tão fundamentais na dinâmica do sistema, que as excitações emergentes no gelo de spin natural são denominadas

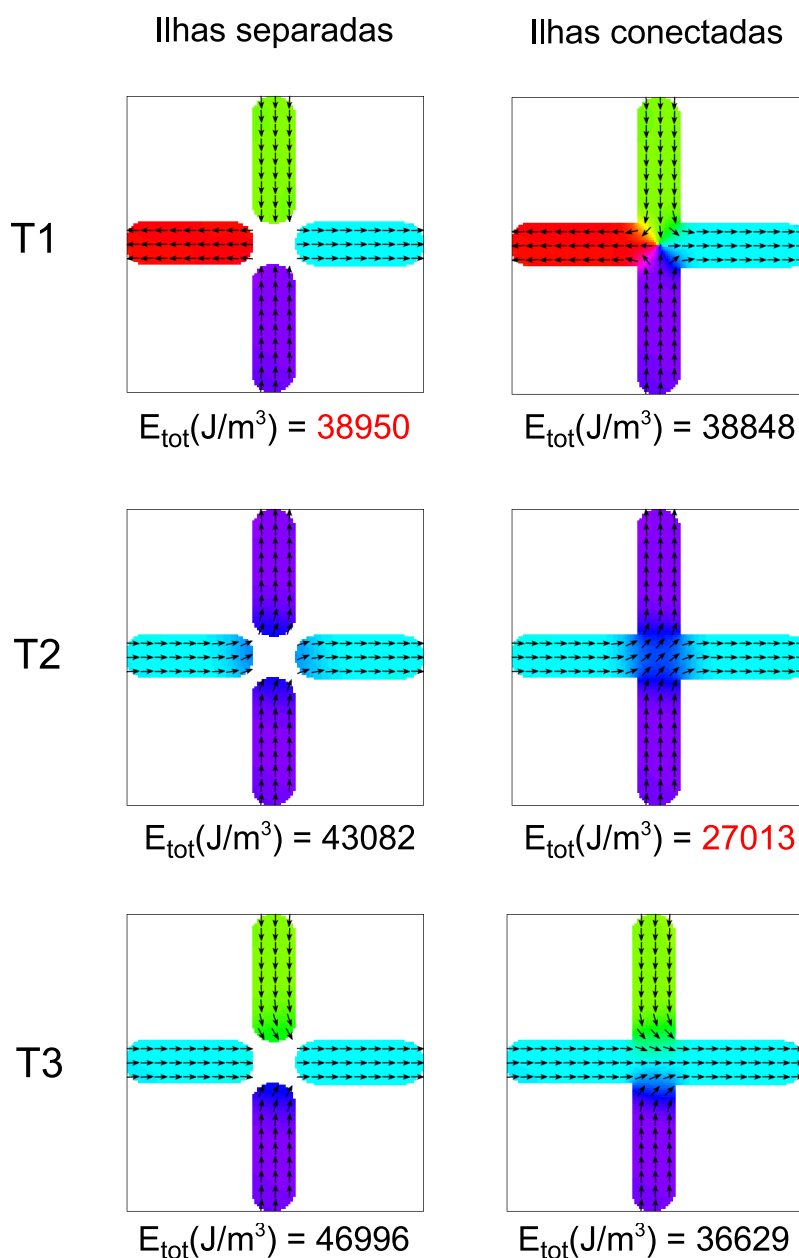


Figura 2.8: Simulação micromagnética realizada em OOMMF das configurações de vértice nas topologias T_1 , T_2 e T_3 . Consideramos nanoilhas separadas e conectadas, com dimensões de 300nm de comprimento, por 100nm de largura e 25nm de espessura. Para cada configuração obtivemos a energia total dividida pelo volume total das nanoilhas.

tipo monopolos de Dirac (deconfinados), enquanto na rede quadrada são tipo monopolos de Nambu (confinados) [27, 28, 29].

Antes de explicar com mais detalhes a diferença entre os monopolos de Dirac e Nambu, vale a pena ampliar o modelo de cargas do gelo de spin natural [7] para os gelos de spin artificiais. Mól e colaboradores [27] foram os primeiros a considerar esse mapeamento. Para isso, devemos considerar o modelo de halteres, onde um par de monopolos magnéticos opostos $q = \pm\mu/l$ ocupam as extremidades da nanoilha de comprimento l . Entretanto, nos gelos de spin artificiais, diferente dos naturais, μ não é uma quantidade fundamental de um átomo magnético, e sim, dado pela magnetização de saturação M_s do volume da nanoilha ferromagnética. Assim, a carga $q = \mu/l$, na verdade, é dada por $q = M_s V/l = M_s t w$ e pode ser continuamente ajustada pela escolha do material e das dimensões t e w , sendo elas a largura e espessura da nanoilha, respectivamente. Agora, podemos definir a carga residual em um vértice α do gelo de spin artificial como múltiplos inteiros da carga q , $Q_\alpha = \sum_{i \in \alpha} q_i$ [46, 53, 54], ou, alternativamente, pelo número de spins apontando para dentro menos o número de spins apontando para fora do vértice. Conseqüentemente, as topologias respeitando a regra do gelo, T_1 e T_2 , possuem carga residual nula. Enquanto as topologias T_3 e T_4 , onde a regra do gelo é violada, originam uma carga magnética efetiva Q diferente de zero: T_2 carrega carga residual $\pm 2q$, enquanto T_3 carrega carga residual $\pm 4q$.

O estado fundamental do gelo de spin em rede quadrada é bem conhecido teoricamente. Devido ao fato de T_0 ser a topologia de menor energia, logo, ela deve estar presente de forma dominante na configuração de estado fundamental. A figura 2.9 ilustra os dois estados possíveis que podem ser construídos com as configurações de spins na topologia T_1 . Assim, o estado fundamental do gelo de spin em rede quadrada é duplamente degenerado e apresenta um ordenado de longo alcance com ordenamento antiferromagnético dos spins primeiros vizinhos.

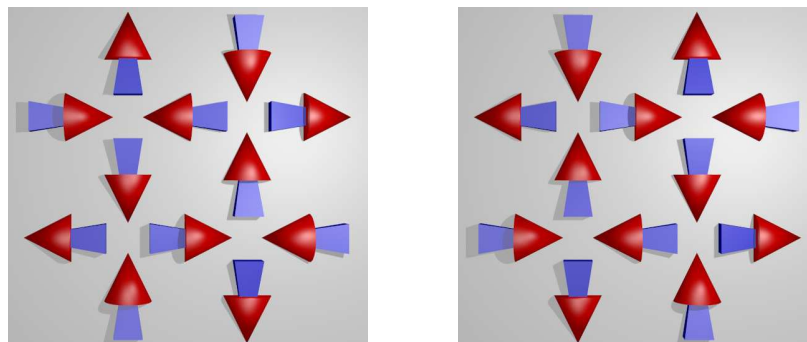


Figura 2.9: Esquema ilustrativo das duas possíveis configurações de estado fundamental para o gelo de spin artificial em rede quadrada.

Simulações de Monte Carlo mostram que uma termalização seria capaz de minimizar a energia do sistema até um dos dois estados fundamentais ilustrados na figura 2.9. Entretanto,

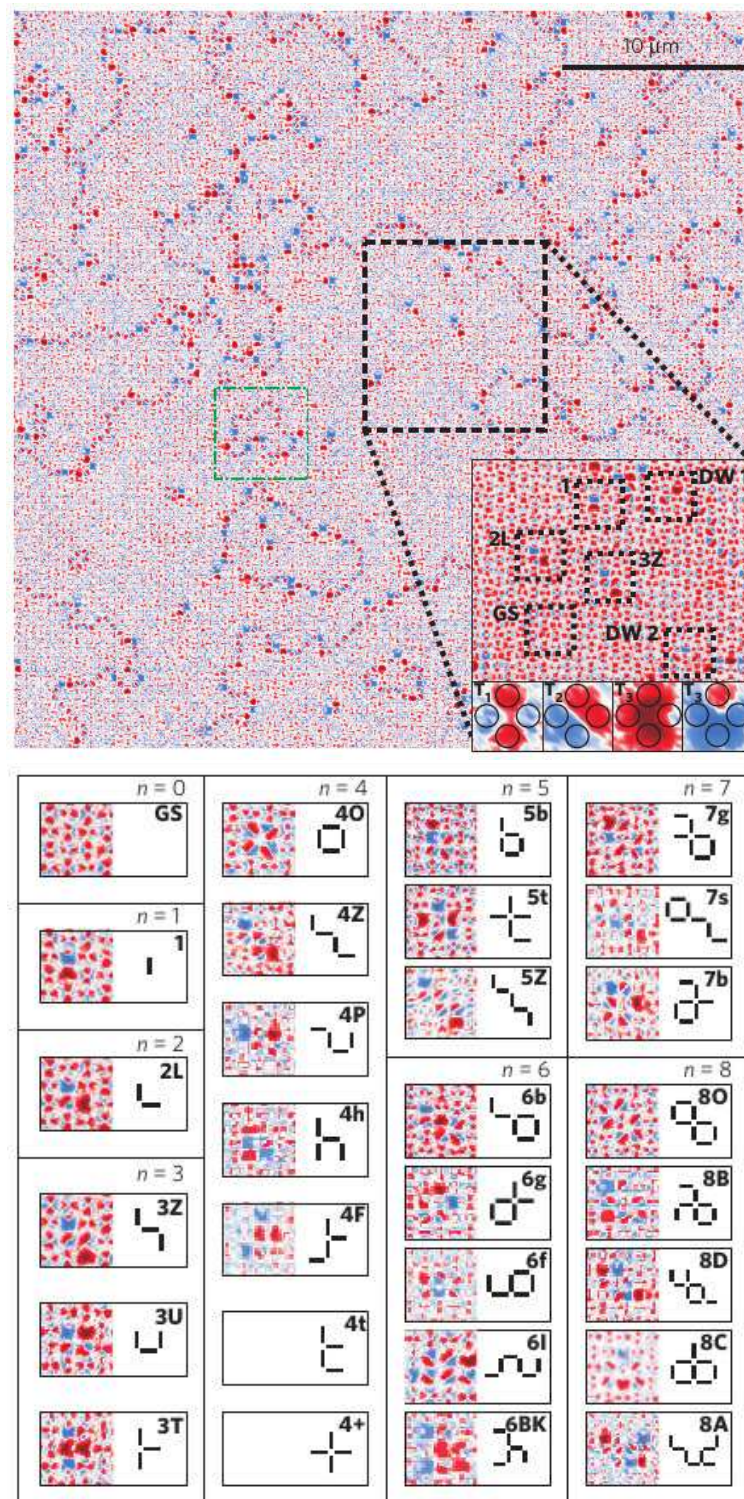


Figura 2.10: A imagem de cima mostra o resultado experimental da MFM do gelo de spin artificial crescido por Morgan e colaboradores [46]. Eles aplicaram protocolo de desmagnetização durante o crescimento das nanoilhas e esse procedimento resultou em estados com grandes domínios no estado fundamental, onde pode ser observado uma infinidade de excitações elementares que foram destacadas na figura de baixo e foram nomeadas com base numa mnemônica associada à forma do defeito e no número de dipolos invertidos em relação ao estado fundamental [46].

do ponto de vista experimental, agitações térmicas não são acessíveis e nenhum estado com ordenamento de longo alcance foi observado experimentalmente. Apesar de alguns trabalhos já explorarem uma termodinâmica real para os gelos de spin artificiais [50, 55, 56], ainda o método mais comum para embutir desordens "controladas" no sistema consiste na aplicação de protocolos de desmagnetização [6, 57, 58, 33, 49, 46]. Normalmente a desmagnetização segue o seguinte protocolo: as amostras são rotacionadas no plano normal à superfície enquanto um campo magnético externo cuja intensidade é reduzida à zero, a uma certa taxa, é aplicado sobre a amostra. Inicialmente o campo deve ser suficientemente forte para polarizar a amostra na direção do campo. À medida que a intensidade do campo é reduzida, os momentos magnéticos sucessivamente desacoplam do campo e são guiados pelas interações magnetostáticas locais [6, 59, 51]. Na prática, a reversão de magnetização de uma nanoilha se dá pela emissão de uma parede de domínio [53, 54, 61]. Uma vez que a parede de domínio é emitida, ela se propaga rapidamente para a outra extremidade da ilha. Entretanto, entender o processo de reversão de magnetização de uma nanoilha não é trivial. Estudos do movimento de paredes de domínios em nanoilhas de permalloy foram feitos para os vértices da rede "honeycomb" e mostraram que as paredes movem à velocidades de 100 m/s em um campo aplicado de apenas 1 mT [60]. Isso corresponde a um tempo de propagação da ordem de 10 ns, esse tempo é muito curto para que as paredes sejam observadas experimentalmente. Um estudo mais detalhado sobre diferentes tamanhos e formas para as nanoilhas nos gelos de spin artificial em rede quadrada foi feita por Wysin *et al.* [62].

Realmente, desmagnetização pode prover uma termodinâmica efetiva nestes sistemas magnéticos [51]. Entretanto, somente estados com ordenamento de curto alcance tem sido observado experimentalmente. Morgan e colaboradores [46] obtiveram bons resultados, isto é, estados muito perto do estado fundamental com ordenamento de longo alcance, fazendo um processo de termalização durante a fabricação das nanoilhas [63]. Com isso, eles puderam observar grandes domínios de estado fundamental cujo contorno é populado por vértices na topologia T_2 e T_3 . Um estudo teórico mais detalhado da formação de paredes de domínios nos gelos de spin artificiais em rede quadrada pode ser encontrado na referência [64]. Morgan e colaboradores detectaram uma diversidade de excitações elementares sobre o estado fundamental. Eles nomearam esses defeitos (ou excitações) em função do número de momentos invertidos e uma mnemônica associada à forma do defeito (veja figura 2.10). Por exemplo, a excitação de mais baixa energia sobre o estado fundamental é a inversão de um único spin sobre o estado fundamental (excitação tipo 1). O curioso é observar que o segundo estado excitado sobre o sistema não é a inversão de dois dipolos de forma a construir a excitação $2L$. Ao invés disso, faz-se necessário a inversão de quatro dipolos em forma de loop para gerar o segundo estado excitado do sistema, essa configuração é classificada como 4O na figura 2.10.

A inversão de um único dipolo sobre o estado fundamental (excitação tipo 1) cria uma

par de monopolo-antimonopolo separados por um espaçamento de rede a . A inversão de mais um dipolo, tal como na excitação $2L$, separa os monopolos de mais um a . O par de monopolos podem continuar a ser separados como ilustrado na figura 2.11. Este processo pode ser realizado sem gerar cargas adicionais no sistema, entretanto modifica a rede da topologia T_1 para a topologia T_2 . Este processo cria uma cadeia de spins (“corda”) apontando da carga negativa ($3out - 1in$) para a carga positiva ($3in - 1out$). Na rede quadrada, a corda é energética, em contraste ao gelo de spin natural onde os monopolos são ligados por cordas não-energéticas. Isso acontece porque o custo energético da topologia T_2 é maior do que T_1 e essa diferença de energia é adicionada ao custo energético da excitação separando os monopolos. Essa é a diferença fundamental entre os monopolos de Dirac e o de Nambu: os monopolos de Dirac são ligados por uma corda não-energética, enquanto no de Nambu a corda é energética. Mól e colaboradores [27] mostraram que esse custo energético tem um termo usual tipo Coulomb $1/R$ e, adicionalmente, uma contribuição proporcional ao tamanho da corda $X(R)$, onde R é a distância entre os monopolos. Isso será revisado com mais detalhes no próximo capítulo, onde, com base no trabalho de Mól e colaboradores [27], analisaremos o custo energético para a separação dos monopolos na rede retangular e, no limite de rede quadrada, reproduziremos os resultados obtidos por Mól e colaboradores.

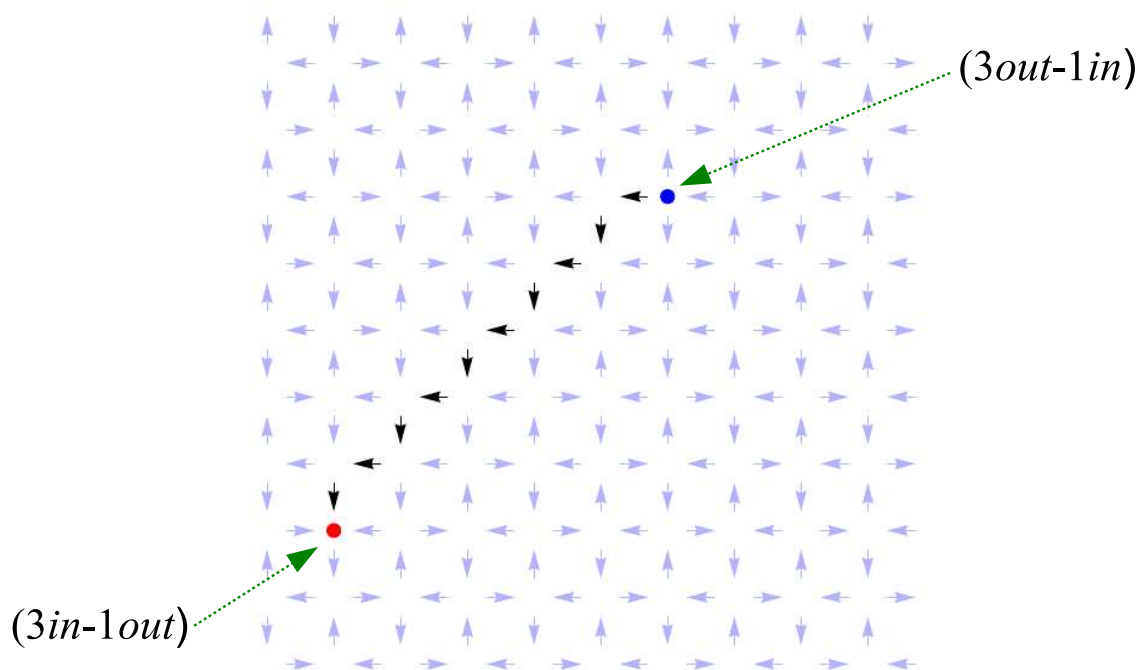


Figura 2.11: Separação diagonal de um par monopolo-antimonopolo na rede quadrada. Vetores em preto representam os dipolos invertidos em relação ao estado fundamental.

Capítulo 3

GSA – Rede Retangular

Enquanto o gelo de spin artificial (GSA) na rede kagome apresenta estado fundamental clássico altamente degenerado e excitações magnéticas similares aos monopolos magnéticos de Dirac [7, 34, 25]. O GSA em rede quadrada não exibe um estado fundamental degenerado, devido as duas topologias que obedecem a regra do gelo terem energias diferentes [6]. A principal razão para essa diferença de energia se deve à falta de equivalência nas distâncias das seis ligações possíveis entre os quatro spins pertencentes ao vértice da rede quadrada (figura 3.4(a)). Como consequência, a rede quadrada provê um tipo diferente de excitação tipo monopolo magnético: um par de monopolo-antimonopolo tipo de Nambu [65, 28, 26], no qual as cargas opostas estão efetivamente interagindo por meio da Lei de Coulomb usual, mais um termo potencial de confinamento linear, esse último sendo relacionado a uma excitação tipo corda ligando os monopolos [27, 65].

Neste trabalho nós mostramos que o problema relacionado à falta de equivalência na energia das ligações em um GSA em rede quadrada pode ser reduzido por fabricar amostras com uma mudança intencional nos espaçamentos de rede horizontal e vertical (veja figuras 3.1(a) – (d)). Realmente, tais deformações podem ajustar as taxas das interações entre elementos vizinhos resultando em um ordenamento magnético diferente no sistema, como mostrado por Li e colaboradores [66].

3.1 Modelo

A figura 3.1(d) ilustra alguns estados nessa geometria retangular. A distribuição de setas é um esquema ilustrativo da distribuição de nanoilhas. Em nosso modelo, tratamos as nanoilhas como um dipolo ideal (puntiforme), onde, basicamente, a interação entre eles é de longo alcance e essencialmente dipolar. Em geral, essa é uma boa aproximação no caso de parâmetro de rede grande, onde as interações de troca são muito pequenas e desprezíveis. Esse é o caso

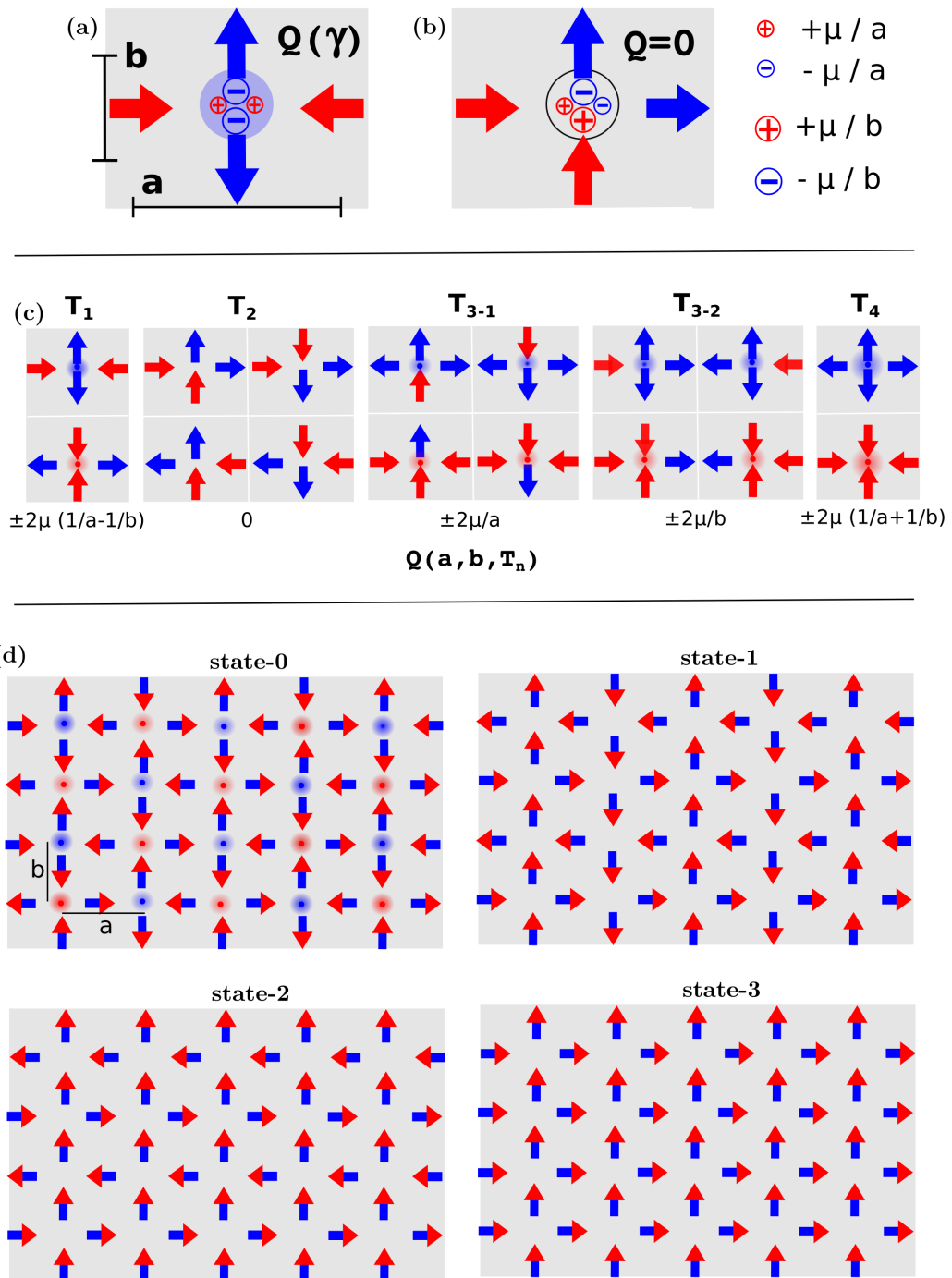


Figura 3.1: A rede retangular. Aqui, a e b são os espaçamentos de rede horizontal e vertical, respectivamente. As setas representam as orientações dos spins. Em (a) e (b) ilustramos as topologias T_0 e T_1 e a carga residual devido a fracionalização de dipolos. Em (c) mostra as 16 configurações possíveis para os momentos magnéticos nos vértices e as cinco topologias distintas e as cargas magnéticas residuais obtidas considerando o modelo de cargas. Em (d) mostramos configurações em que denominamos de *state* – 0, a configuração de dipolos do estado fundamental do gelo de spin em rede quadrada, e de *state* – 1, o estado fundamental para $a/b > \sqrt{3}$. Apresentamos também outras configurações as quais denominamos como *state* – 2 e *state* – 3.

de boa parte dos trabalhos experimentais em que a separação entre a nanoilhas é de algumas centenas de nanômetros, resultando em cada nanoilha ser magneticamente acoplado a outra nanoilha somente pela interação dipolar. A importância da interação dipolar de longo alcance para as correlações tem sido tópico de investigações como pode ser visto em [43, 67, 44, 68]. Assim, representando as nanoilhas por spins tipo Ising \vec{S}_i , podemos descrever o sistema através da seguinte Hamiltoniana:

$$H_{SI} = \frac{Da^3}{2} \sum_{i \neq j} \left[\frac{\vec{S}_i \cdot \vec{S}_j}{r_{ij}^3} - \frac{3(\vec{S}_i \cdot \vec{r}_{ij})(\vec{S}_j \cdot \vec{r}_{ij})}{r_{ij}^5} \right], \quad (3.1)$$

onde $\vec{S}_i = \sigma \vec{e}_i$ com $\sigma = \pm 1$ e \vec{e}_i define a orientação do spin, $D = \mu_0 \mu^2 / 4\pi a^3$ é a constante de acoplamento dipolar com μ_0 sendo a permeabilidade magnética do vácuo, μ o momento magnético de cada spin ($\sim 10^7 \mu_B$), e a sendo relacionado ao parâmetro de rede, a soma passa por todos os pares de spin i e j definindo o vetor \vec{r}_{ij} e a distância r_{ij} é medida em unidades de a .

Cada sítio (x_i, y_i) da rede é caracterizado pelos parâmetros de rede a e b . Em geral, fixamos o parâmetro b e estudamos as diferentes redes variando a . Para ficar mais geral, definimos o parâmetro $\gamma = a/b$. Assim, quando $a = b$ ($\gamma = 1$), temos a rede quadrada [6, 46, 27, 28]. Em cada sítio da rede retangular atribuímos dois spins, um na horizontal e o outro na vertical, como ilustrado na figura 3.1. Os spins são tipo Ising, portanto, assumem apenas valores ± 1 , e estão posicionados exatamente à meio parâmetro de rede. Assim, representando os spins por \vec{S}_i , duas variáveis de spins são definidas: $\vec{S}_1 = \pm(1, 0)$, localizada em $\vec{r}_1 = (ax_i + a/2, by_i)$, e $\vec{S}_2 = \pm(0, 1)$, localizada em $\vec{r}_2 = (ax_i, by_i + b/2)$.

Em cada vértice da rede retangular existem 16 possibilidades de configurações de momentos magnéticos que podem ser caracterizados por cinco topologias diferentes $T_1, T_2, T_{3-1}, T_{3-2}$ e T_4 (veja figura 3.1(c)). Vale lembrar que a rede quadrada admite somente quatro topologias. Realmente, para o caso particular no qual $\gamma = 1$, as topologias T_{3-1} e T_{3-2} têm a mesma energia e podem ser agrupadas em uma única topologia T_3 . Entretanto, desde que $\gamma \neq 1$, elas têm diferentes energias e cargas. Por exemplo, considerando $\gamma > 1$ (ou de maneira equivalente $a > b$), vértices na topologia T_{3-2} têm mais carga do que vértices na topologia T_{3-1} . Essa diferença tem consequência importante sobre a interação das cargas. Outra diferença importante entre os casos $\gamma \neq 1$ e a rede quadrada ($\gamma = 1$) é a emergência de cargas magnéticas residuais mesmo para a topologia T_1 , a qual obedece a regra do gelo. Embora o modelo de cargas não possa ser simplesmente transportado ao GSA em rede quadrada (devido ao fato de não descrever o sistema quantitativamente), ele pode nos ajudar a entender qualitativamente algumas diferenças entre o GSA em rede quadrada e retangular. Devido a anisotropia de rede, os spins horizontais devem fixar cargas magnéticas opostas (em vértices adjacentes) dadas por $q_h = \pm\mu/a$. Por outro lado, os spins verticais são representados

por cargas magnéticas opostas $q_v = \pm\mu/b$. Portanto, em um vértice (x_i, y_i) configurado na topologia T_1 , podemos associar uma carga residual com módulo $Q = \pm|2\mu/a - 2\mu/b|$ (veja figura 3.1(a) – (c)). Obviamente, a carga residual presente em T_1 desaparece para a rede quadrada, onde $a = b$. Note que a topologia T_2 , a qual também obedece a regra do gelo, não exibe uma carga residual diferente de zero (figura 3.1(b)); entretanto ela tem um momento magnético residual, não presente na topologia T_1 . As propriedades dos vértices obedecendo a regra do gelo (carga para T_1 ou momento magnético efetivo (“SPIN”) para T_2) pode representar papéis importantes no estado fundamental da rede retangular. Isso pode eventualmente levar a existência de um balanço dos valores de cargas e “SPIN” de forma que as energias dessas duas topologias tornam-se iguais para um particular valor de a/b , causando um estado fundamental degenerado. Na figura 3.1(c) a carga residual Q no vértice é mostrada como uma função dos parâmetros de rede a e b .

3.2 Estado Fundamental

Sobre uma rede quadrada ($\gamma = 1$), a topologia T_1 é mais energeticamente favorável do que todas as outras. Consequentemente, o estado fundamental de um gelo de spin artificial em rede quadrada tem uma configuração com todos os vértices obedecendo a regra do gelo com topologia T_1 , como ilustrado na configuração *state* – 0 da figura 3.1(d). Neste caso, o estado fundamental é somente duplamente degenerado. Entretanto, ele também é válido para um apreciável intervalo de valores ($\gamma \neq 1$) do GSA retangular. Além do mais, as energias das topologias T_1 e T_2 aproximam-se para um mesmo valor quando configuramos os spins sobre uma geometria retangular tal que $\gamma \rightarrow 0,556$ ou $\gamma \rightarrow 1,797$. Podemos observar isso de duas maneiras distintas, uma é através da figura 3.2, onde mostramos a energia total das topologias T_1 e T_2 em função do parâmetro γ e, com isso, podemos, por uma simples observação, estimar os valores em que ocorre a transição da topologia de menor energia. Analiticamente, os mesmos valores também podem ser obtidos ao abrir a expressão para a diferença de energia (ΔE) entre um vértice na topologia T_1 e um vértice na topologia T_2

$$\Delta E = H_{ij}(T_2) - H_{ij}(T_1)$$

que, em função de γ , resulta na seguinte expressão

$$\Delta E = 4 \left(1 + \frac{1}{\gamma^3} + \frac{24\gamma}{(1 + \gamma^2)^{5/2}} \right), \quad (3.2)$$

que, ao impormos $\Delta E = 0$, novamente, encontramos as duas taxas especiais que podem degenerar o estado fundamental do sistema, $\gamma = 0,566$ e $\gamma = 1,797$. Além disso, note que esses resultados propõem uma mudança de estado fundamental no sistema, onde para uma faixa de γ se tem um estado fundamental composto pela topologia T_1 (possuindo cargas

residuais nos vértices) e para uma outra faixa de γ deve-se observar um estado fundamental dominado por T_2 (possuindo magnetização residual nos vértices (“SPIN”)).

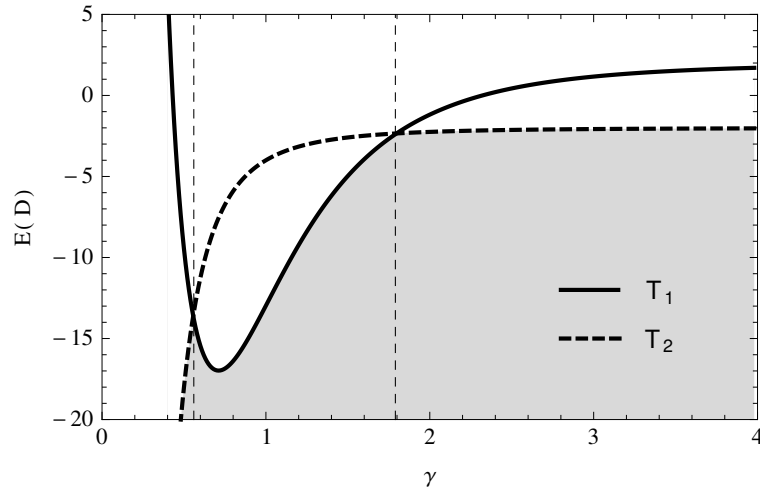


Figura 3.2: Energia total devido a interação dipolar para os 4 dipolos que compõem o vértice da rede retangular e configurado nas topologia T_1 e T_2 em função do parâmetro γ .

Observe que os valores de γ para os quais se espera a transição de estado fundamental não podem ser obtidos por uma simples análise de vértices, pois interações de longo alcance estão presentes. Pela mesma razão, nem toda configuração obtida da topologia T_2 pode ser um estado fundamental. Para ilustrar isso, na figura 3.1(d) propomos três configurações que obedecem a topologia T_2 : *state* – 1, com magnetização total nula; *state* – 2, com magnetização ao longo da direção vertical e *state* – 3, magnetizado ao longo da direção diagonal. A configuração *state* – 0 respeita a topologia T_1 . Na figura 3.3(a), mostramos a curva típica da energia por spin (equação 3.1) em função de γ para os quatro diferentes estados descritos anteriormente (veja figura 3.1(d)). Esses resultados são baseados numa rede contendo 800 spins e permitem obter os valores críticos de γ na transição. Entretanto, para conseguirmos valores mais precisos, fizemos uma análise de escala de tamanho finito (veja figura 3.3(b)) e encontramos $\gamma_{c1} = 0,57707(2) \approx 1/\sqrt{3}$ e $\gamma_{c2} = 1,73287(5) \approx \sqrt{3}$. Assim, existem duas transições de estado fundamental equivalentes na rede retangular. *state* – 0 (veja figura 3.1(d)) é o estado fundamental de uma rede quadrada (e também de uma rede retangular para $\gamma_{c1} < \gamma < \gamma_{c2}$) com todos os vértices na topologia T_1 ; *state* – 1 é o estado fundamental de uma rede retangular com $\gamma < \gamma_{c1}$ ou $\gamma > \gamma_{c2}$ com todos os vértices na topologia T_2 . As outras configurações que também obedecem a regra do gelo com T_2 não são estados fundamentais, pois têm energia mais alta do que o *state* – 1. Portanto, o estado fundamental da rede retangular é um estado com carga residual em cada vértice, mas com carga líquida nula ou um estado com magnetização residual em cada vértice (“SPIN”), mas com magnetização líquida zero.

Uma argumentação simples pode levar às quantidades aproximadas acima: por substituir

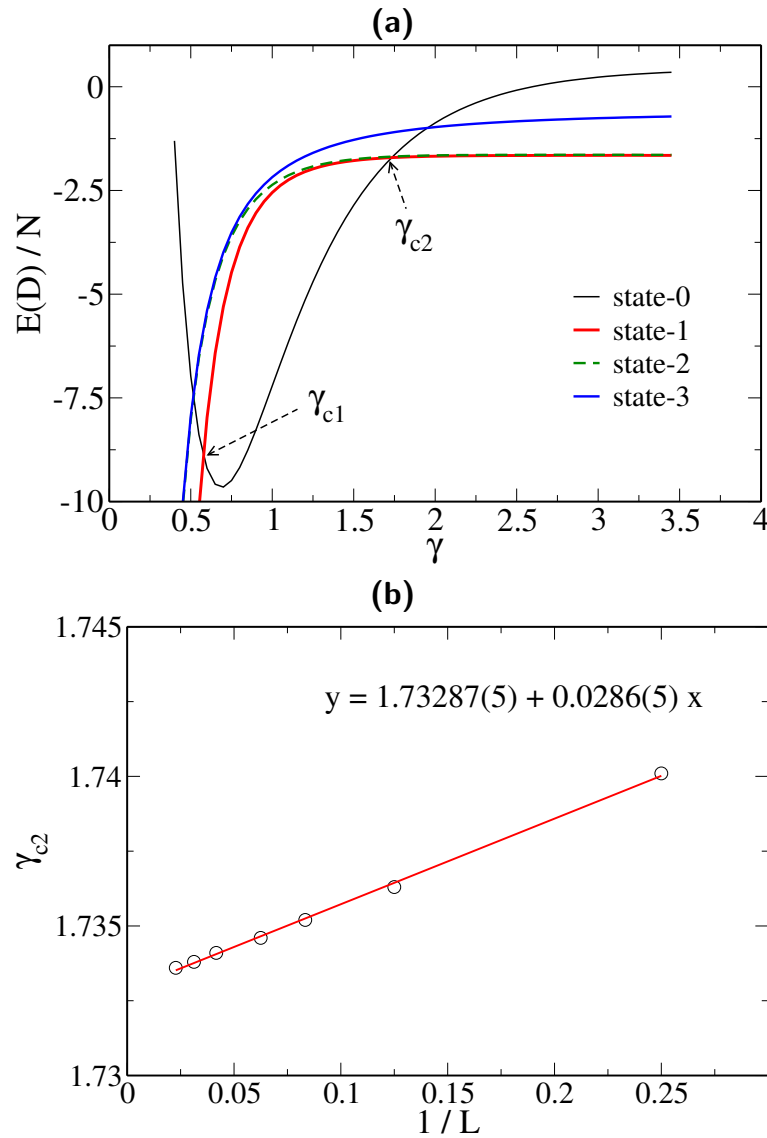


Figura 3.3: (a) Energia total devido a interação dipolar de uma rede contendo 800 spins no *state* – 0 (curva sólida em preto), *state* – 1 (curva sólida em vermelho), *state* – 2 (curva tracejada em verde) e *state* – 3 (curva sólida em azul) em função do parâmetro γ .

os momento magnético líquido da nanoilha por um dipolo puntual no centro dela, pode-se observar que para qualquer vértice de uma rede quadrada (figura 3.4(a)), a distância b entre os dois spins adjacentes apontando ao longo da mesma direção é maior do que a distância $\sqrt{2}b/2$ entre os dois spins adjacentes apontando na direção perpendicular. Entretanto, se a rede é deformada para uma forma retangular, as linhas conectando os spins apontando na direção perpendicular forma um losango com um comprimento diagonal mais curto b e um comprimento diagonal mais longo a . Para o caso especial $\gamma = \sqrt{3}$ ou $\gamma = 1/\sqrt{3}$, a distância entre spins apontando ao longo de direções diferentes se tornam iguais à distância entre um dos pares de spins apontando ao longo da mesma direção (figura 3.4(b)). Então, para este caso especial, as energias das diferentes configurações de spins se tornam degeneradas. O GSA foi dessa forma transportado para uma rede triangular.

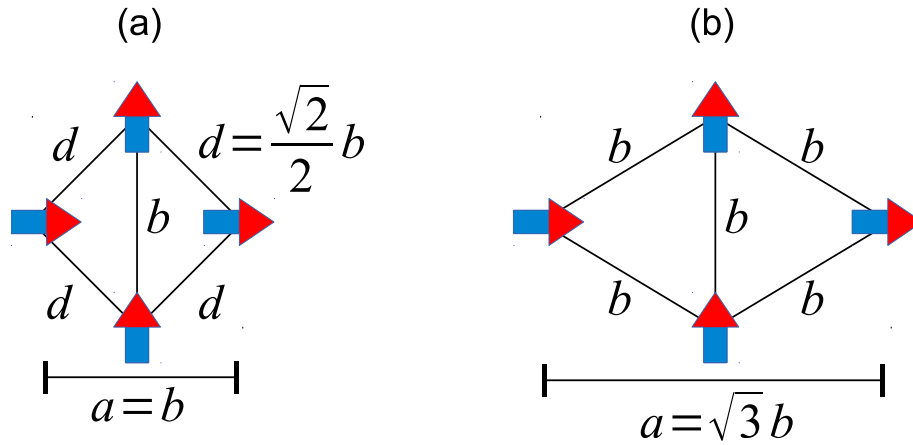


Figura 3.4: Ilustração da falta de equivalência das distâncias entre spins no vértice da rede quadrada (a) e no vértice da rede retangular (b) quando $a = \sqrt{3}b$.

Observamos que a configuração de estado fundamental sobre a rede retangular depende do parâmetro γ . Entretanto, devido a simetria rotacional da hamiltoniana, o processo de “comprimir” ou “esticar” a rede são equivalentes. Realmente, os parâmetros γ_{c1} e γ_{c2} são apenas o inverso do outro, observe que é suficiente rotacionar a amostra por um ângulo $\pi/2$ para passar de γ para $1/\gamma$. Por essa razão, devemos considerar somente $\gamma \geq 1$. Dessa forma, para $1 < \gamma < \gamma_{c2}$, o estado fundamental da rede retangular assume a mesma configuração do GSA em rede quadrada (*state* = 0), como ilustrado na figura 3.1(d). Em particular, por esta razão, o estado fundamental exibe um interessante ordenamento de cargas Q positivas e negativas sobre os vértices. Essas cargas residuais são energeticamente mais favoráveis do que ‘SPINS’ residuais sobre a topologia T_2 .

Por outro lado, para $\gamma > \gamma_{c2}$, a anisotropia de rede força o sistema a assumir um estado fundamental modificado (*state* = 1) o qual está também ilustrado na figura 3.1(d). Nesse intervalo de γ , os ‘SPINS’ residuais são mais energeticamente favoráveis do que as cargas residuais da topologia T_1 . O balanço entre cargas residuais locais e ‘SPINS’ residuais locais deve ser eventualmente estabilizado (do ponto de vista energético) quando $\gamma = \gamma_{c2}$, fazendo essas duas topologias se tornarem degeneradas.

3.3 Excitações e deconfinamento de monopolos

A inversão de um único spin (por exemplo, entre os vértices adjacentes i e $i + 1$) viola a regra do gelo, gerando um estado excitado que pode ser interpretado como um excesso de cargas magnéticas opostas posicionadas em i e $i + 1$. Isso é um par de defeitos similar a uma quase-partícula com as características de um monopolo magnético. O sistema pode ser preenchido por várias excitações elementares, como ilustrado na figura 2.10 para o GSA

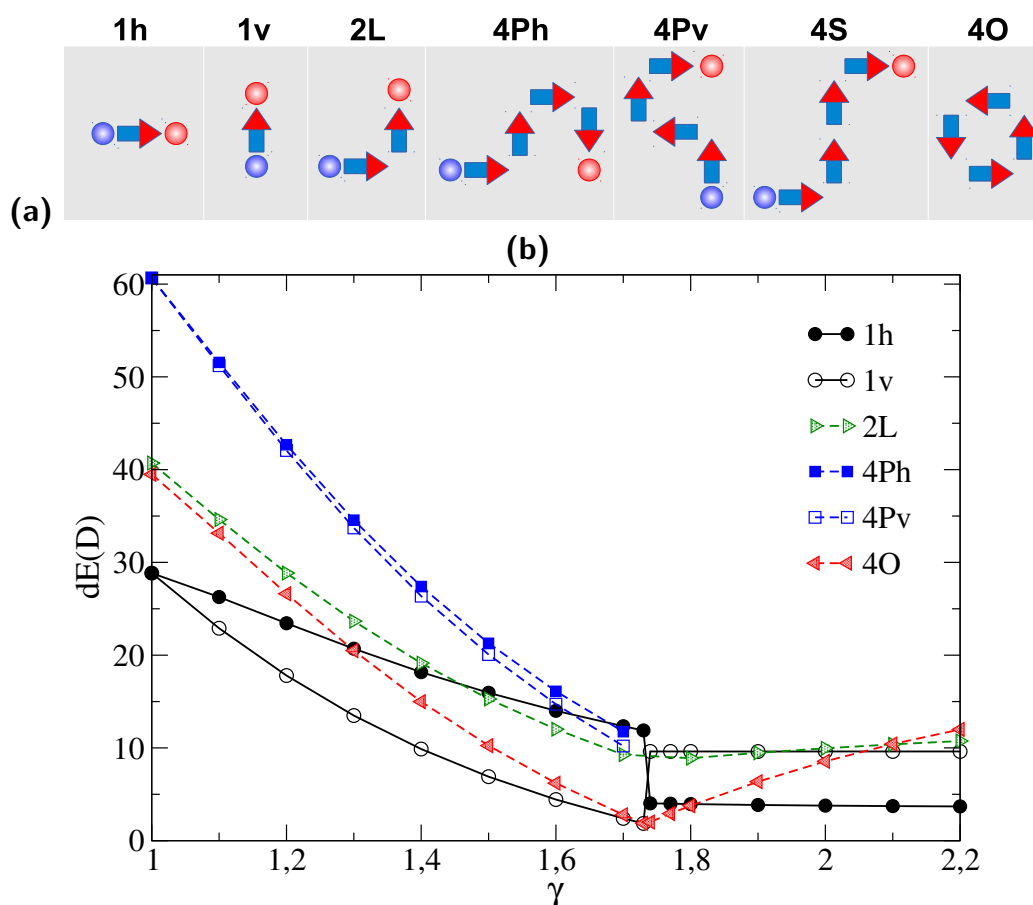


Figura 3.5: (a) Algumas excitações de baixa energia com as respectivas distribuição de cargas e seus símbolos mnemônicos. Consideramos que somente os dipolos desenhados foram invertidos em relação ao estado fundamental. (b) Mostra a energia dessas excitações em função do parâmetro γ .

em rede quadrada. Entretanto, existe uma pequena diferença que introduz um novo fator na classificação: a separação das cargas magnéticas ao longo da horizontal e vertical tem energias diferentes. Como um exemplo, as excitações mais simples são simbolizadas por $1h$ e $1v$, representando duas cargas opostas separadas por um espaçamento de rede ao longo da horizontal e vertical, respectivamente (excitação $1v$ cria dois vértices adjacentes na topologia T_{3-1} e excitação $1h$ cria dois vértices adjacentes na topologia T_{3-2}). Entretanto, os monopolos podem ser separados adicionalmente, gerando um estado excitado onde observamos uma corda de dipolos que passa por vértices obedecendo a regra do gelo. Na figura 3.5(a), apresentamos algumas dessas excitações, e, na figura 3.5(b), mostramos o custo energético dessas excitações em função de γ . O comportamento do custo energético em função de γ não é trivial, mas, em geral, para $\gamma < \gamma_{c2}$ nós observamos que o custo energético do defeito diminui à medida que a rede é “esticada”. Observe que não mostramos as energias das excitações $4Ph$ e $4Pv$ para $\gamma > \gamma_{c2}$ ($state - 1$), pois essas excitações geram a topologia T_4 no processo de separação dos monopolos e isso, além de gerar cargas extras na rede, viola a ideia de monopolos separados

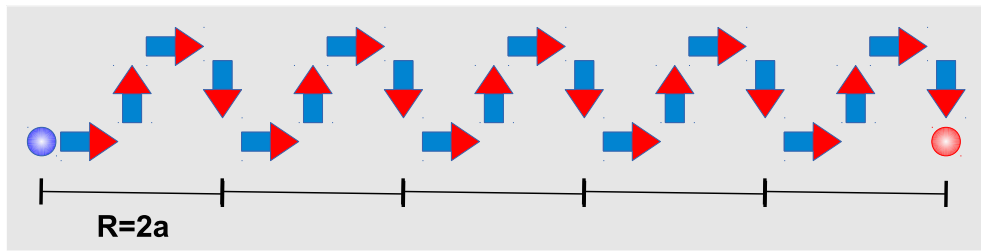


Figura 3.6: Consideramos o estado fundamental na configuração *state* – 0 e ilustramos uma possível separação horizontal dos monopolos através de sucessivas aplicações da excitação $4Ph$.

somente por configurações obedecendo a regra do gelo.

Baseado no trabalho realizado por Mól e colaboradores [27] para o GSA em rede quadrada, realizamos, para a rede retangular, medidas do custo energético para a separação do par monopolo-antimonopolo. Mól e colaboradores [27, 65] propuseram que a expressão mais geral para o custo total de um par monopolo-antimonopolo separados por uma distância R é a soma do termo Coulombiano (proporcional a $1/R$), um termo proporcional ao comprimento da corda conectando os monopolos ($X(R)$) e um termo constante associado com a energia de criação do par. Matematicamente, expressamos o potencial da seguinte forma:

$$V(R) = \frac{q(\phi, \gamma)}{R} + \kappa(\phi, \gamma)X + c(\phi, \gamma), \quad (3.3)$$

onde o parâmetro q é uma medida do produto das cargas do par monopolo-antimonopolo, o parâmetro κ é uma medida da tensão na corda ligando os monopolos e c é uma constante. Esses parâmetros têm uma pequena dependência sobre a direção (horizontal, vertical ou diagonal) na qual os monopolos são separados [65] e, por isso, adicionamos o ângulo ϕ em que a linha juntando o par monopolo-antimonopolo faz com o eixo- x da rede. Porém, antes de mostrar os resultados, faremos uma discussão mais detalhada sobre como eles foram obtidos. Primeiro, vale notar que o potencial $V(R)$ é simplesmente a energia de cada configuração de spins menos a energia do estado fundamental. Um ponto importante é como as configurações de spin se modificam com a separação dos monopolos. Ressaltamos que usamos as excitações mostradas na figura 3.5(a) como os blocos constituintes da corda que separa os monopolos. Note também que o mesmo bloco deve ser repetido para separações adicionais. A figura 3.6 mostra um exemplo em que os monopolos foram separados na horizontal após 5 aplicações da excitação $4Ph$. Assim, sobre o *state* – 0, usamos as excitações $4Ph$, $4Pv$ e $2L$ para separações na horizontal, vertical e diagonal, respectivamente. Entretanto, sobre o *state* – 1, usamos as excitações $1h$, $1v$ e $4S$ para as mesmas separações. Note que o comprimento da corda X se relaciona com a distância R entre os monopolos: $1h$, $R = a$ e $X = a$; $1v$, $R = b$ e $X = b$; $4Ph$, $R = 2a$ e $X = 2a + 2b$; $4Pv$, $R = 2b$ e $X = 2a + 2b$; $2L$, $R = \sqrt{a^2 + b^2}$ e $X = a + b$; $4S$, $R = 2\sqrt{a^2 + b^2}$ e $X = 2a + 2b$. Um outro ponto importante a ser observado

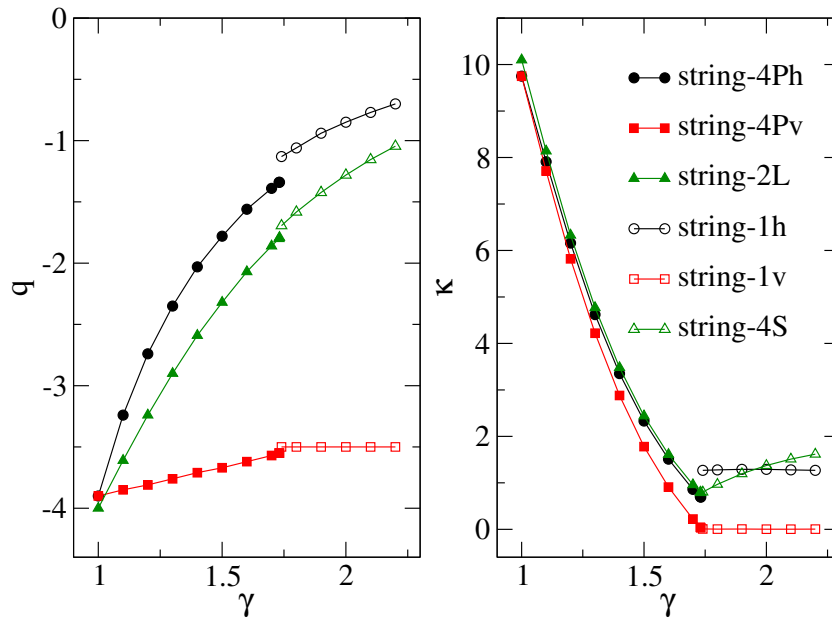


Figura 3.7: Os parâmetros q (esquerda) e κ (direita) em função de γ . Círculos, quadrados e triângulos são os resultados quando os monopolos são separados ao longo das direções horizontal, vertical e diagonal, respectivamente.

é que, na rede quadrada, a corda liga um par de monopolos iguais em módulo (topologia T_3), enquanto na rede retangular a corda sempre tem em suas extremidades um vértice tipo T_{3-1} e um tipo T_{3-2} para excitações sobre o $state - 0$. Então, neste caso, a constante q é o produto de diferentes tipos de monopolos ($q = q_{T_{3-1}}q_{T_{3-2}}$). Para excitações sobre o $state - 1$, a complicação é reduzida pois os monopolos podem ser separados ao longo de uma linha reta horizontal ou vertical, nesse caso, usamos as excitações $1h$ e $1v$ na separação dos monopolos. Além disso, somente um tipo de monopolo precisa ser considerado (interação entre vértices T_{3-1} ou T_{3-2} , dependendo se a separação é horizontal ou vertical).

A figura 3.7 mostra a dependência dos parâmetros q e κ em função de γ . O parâmetro q para $1 < \gamma_{c2}$ é $q = q_{T_{3-1}}q_{T_{3-2}}$ desde que, como discutido acima, os monopolos gerados pelas cordas $4Ph$, $4Pv$ e $2L$ são descritos pelas topologias T_{3-1} e T_{3-2} . Esta quantidade tem uma clara dependência sobre γ (a dependência esperada do modelo de halteres é $1/\gamma$ como pode ser visto na figura 3.1(c)); entretanto, para cada forma da corda, uma diferente dependência é observada. Esta característica não é completamente entendida até o momento. A tensão na corda é quase a mesma para estas três formas de corda nessa região e diminui à medida que γ aumenta, mostrando somente uma pequena anisotropia que cresce com o aumento de γ . Para $\gamma > \gamma_{c2}$, a corda é uma sequência de vértices adjacentes com topologia T_2 . Nesse caso, o modelo de cargas descreve bem a dependência das cargas sobre γ . Realmente, para as cordas $1h$ e $4S$, os monopolos estão na topologia T_{3-1} e, dessa forma, pode-se esperar uma dependência $1/\gamma^2$, como realmente é. Para a corda $1v$, os monopolos estão na topologia T_{3-2} e nenhuma dependência em γ deveria ser esperada para a carga q , como observado na figura

3.7(a). A tensão na corda é constante nessa região para cordas $1h$ e $1v$ e ela aumenta com o aumento de γ para a corda $4S$. Então, para uma rede retangular com $\gamma \geq \gamma_{c2}$, os monopolos tornam-se deconfinados para separação ao longo da direção vertical, ao passo que ainda existe uma pequena, mas finita, tensão na corda para separações ao longo da direção horizontal.

3.4 Termodinâmica

Aqui nós executamos técnicas de Monte Carlo para obter a termodinâmica do sistema definido pela hamiltoniana 3.1. O processo de medição na técnica de Monte Carlo é realizado sobre as configurações estatisticamente mais relevantes, acessadas pelo sistema a uma dada temperatura. Usamos o algoritmo de Metrópolis para guiar o sistema sobre as configurações mais prováveis. O algoritmo de Metrópolis pode ser descrito da seguinte forma: escolha uma configuração inicial para o sistema (aleatória por exemplo); calcule a energia E_i correspondente a essa configuração; escolha um sítio da rede (de forma aleatória ou sequencial) e proponha uma nova direção para o spin deste sítio; calcule a energia do novo estado geral E_f e a diferença de energia $\Delta E = E_f - E_i$; gere um número aleatório p escolhido uniformemente ente 0 e 1; se $p < \exp[\Delta E/k_B T]$, aceite a alteração proposta para o spin e faça $E_i = E_f$, caso contrário, continue com a mesma configuração; volte ao terceiro passo e repita o procedimento.

Nesse algoritmo sempre se aceita que o sistema mude de estado caso a energia do estado atual Ω seja maior do que a energia de um estado tentativa Ω' ; se a diferença de energia for maior do que zero ($\Delta E = E(\Omega') - E(\Omega) > 0$), a mudança de estado se processará de acordo com a probabilidade de Boltzmann $\exp[-\Delta E/k_B T]$, onde k_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura. Um passo de Monte Carlo (pMC) é definido como N repetições desse processo, sendo N o número de spins na rede. O pMC é uma medida do tempo de simulação de fundamental importância, pois, inicialmente, as configurações são geradas longe do equilíbrio e somente à medida que o sistema evolui temporalmente é que tende a ocupar as configurações mais próximas do equilíbrio, as quais podem ser usadas para a média dos observáveis. A determinação correta do número de pMC que o sistema necessita para atingir o equilíbrio é de fundamental importância para se obter resultados confiáveis, pois as configurações durante o transiente inicial, o qual chamamos de tempo de termalização, devem ser descartadas para garantir que o sistema esteja em equilíbrio.

No cálculo das interações dipolares consideramos cada spin interagindo com todos os outros dentro de um raio igual a metade do comprimento da rede. Condição de contorno periódica foi implementada e nosso procedimento Monte Carlo consiste do algoritmo de Metrópolis descrito anteriormente [69]. Em nossas simulações, 10^4 passos de Monte Carlo mostraram-se suficiente para alcançar a configuração de equilíbrio e usamos de $10^4 - 10^6$ passos de Monte Carlo para

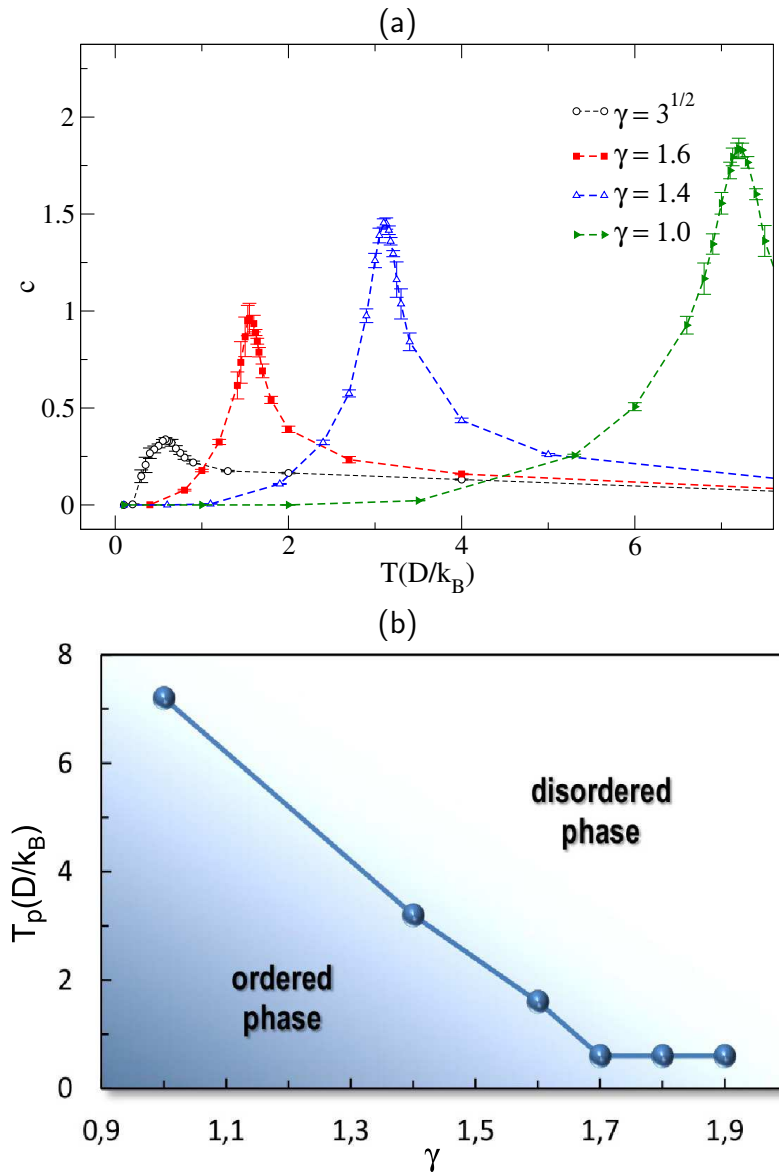


Figura 3.8: (a) Calor específico em função da temperatura para diferentes valores de γ . (b) Temperatura do pico do calor específico em função de γ [29].

obter médias termodinâmicas. Todos os resultados mostrados aqui foram obtidos para redes contendo $N = 800$ spins. Com isso, na figura 3.8(a), mostramos o gráfico do calor específico,

$$c_v = \frac{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2}{k_B N T^2}, \quad (3.4)$$

em função da temperatura e de γ . As barras de erros foram estimados do desvio padrão $\sigma = \sqrt{\langle c_v^2 \rangle - \langle c_v \rangle^2}$ sobre 10 amostras. Observamos que a curva do calor específico apresenta um pico em uma temperatura T_p bem específica. Além disso, como mostrado na figura 3.8(b), podemos ver que a temperatura onde o pico se encontra depende do parâmetro γ . Para $1 < \gamma < \gamma_{c2}$, T_p diminui monotonicamente com o aumento de γ . Entretanto, para $\gamma > \gamma_{c2}$, a temperatura do pico permanece constante. Em geral o pico no calor específico indica que o sistema passa por uma transição de fase. De fato, podemos esperar que para temperaturas

baixas, o sistema esteja em um de seus estados fundamentais, que já foi mencionado ser ordenado, ao passo que para temperaturas altas, o sistema deve se encontrar numa fase puramente aleatória. Entretanto, um estudo mais detalhado da natureza da transição ainda se faz necessário. Um estudo nessa linha foi feito por Silva e colaboradores [28], onde eles mostraram que, para a rede quadrada ($\gamma = 1$), a altura do pico do calor específico diverge de forma logarítmica com o tamanho da rede.

Capítulo 4

GSA – Rede quadrada com spins rotacionados

A liberdade de arranjar as nanoilhas em quaisquer geometria tem permitido investigar teoricamente e experimentalmente gelos de spin artificiais em quaisquer estrutura e isso tem despertado um grande interesse da comunidade científica. Nessa tese, nós temos concentrado esforços na procura de gelos de spin artificiais (GSA) com excitações tipo monopolos magnéticos ligados por cordas não-energéticas. Embora, esse seja o caso da rede kagome e do GSA retangular estudado no capítulo anterior, lá se observa cargas magnéticas mesmo no estado fundamental e, de um modo geral, isso dificulta a análise e interpretação dos resultados dessas excitações e suas interações. Além disso, devido a anisotropia da rede retangular, a tensão na corda é efetivamente reduzida a zero apenas na direção de menor comprimento da rede retangular. Aqui, nesse capítulo, propomos um segundo modelo para um GSA em que as topologias obedecendo a regra do gelo também são degeneradas. Entretanto, preserva um estado fundamental sem carga residual nos vértices.

4.1 Modelo

O modelo consiste em modificar o gelo de spin em rede quadrada de tal forma que todas as nanoilhas sejam rotacionados de um mesmo ângulo α (veja figura 4.1). Devido ao caráter anisotrópico da interação dipolar, o procedimento de rotacionar os spins modifica a interação que cada dipolo exerce em seus primeiros vizinhos. Observe que na rede quadrada convencional ($\alpha = 0$) as interações que cada dipolo faz com seus primeiros vizinhos são equivalentes. Entretanto, essa isotropia é perdida para $\alpha \neq 0$. Outra característica que adicionamos ao modelo estudado neste capítulo é a consideração do modelo de halteres proposto por Castelnovo e colaboradores [7]. Assim, em contraste ao capítulo anterior onde consideramos as nanoilhas como dipolos puntiformes, aqui, modelamos as nanoilhas por um par de cargas

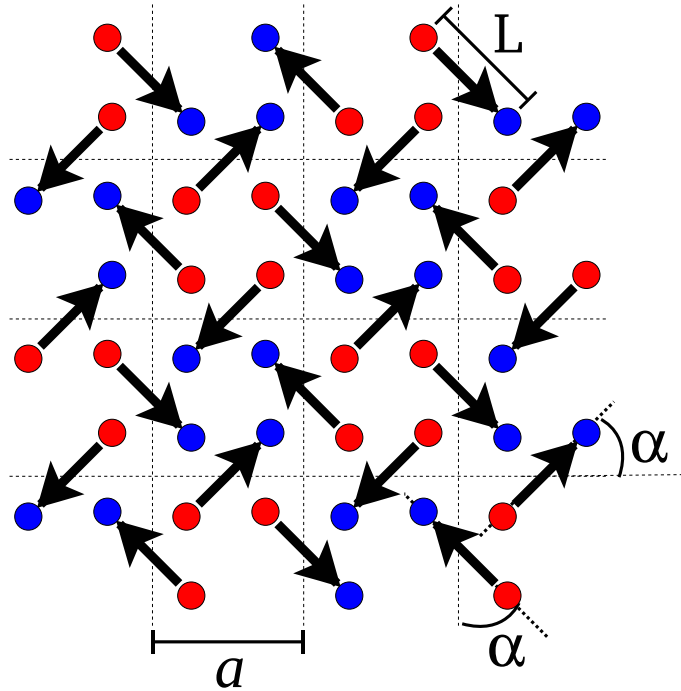


Figura 4.1: Esquema do GSA quadrado com spins rotacionados. As setas representam a orientação das nanoilhas fazendo um ângulo α em referência ao eixo fácil alinhados com os eixos cartesianos x e y , L representa o comprimento da nanoilha e a o espaçamento de rede.

magnéticas opostas $q = \pm\mu/L$, em que L representa o comprimento do dipolo ou, em outras palavras, o tamanho da nanoilha. Vale ressaltar que o uso de dipolos puntiformes podem ser efetivos somente para explicar sistemas artificialmente frustrados com espaçamento de rede relativamente grande. Considerando o modelo de halteres, esperamos correções nos resultados justificadas pelo tamanho finito das nanoilhas. No entanto, a hamiltoniana do sistema deve ser modificada, pois, nesse modelo, os constituintes do sistema são cargas magnéticas que interagem com todas as outras por um potencial Coulombiano:

$$H = \frac{K}{2} \sum_{i \neq j} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}, \quad (4.1)$$

onde $K = \mu_0/4\pi$ e r_{ij} é a distância entre a carga i a carga j . Entretanto, em nossas simulações adotamos unidades naturais e conseqüentemente $K = 1$.

Usando o potencial Coulombiano (equação 4.1), calculamos a energia total do sistema composto pelos 4 dipolos que compõe o vértice e fizemos isso para as 16 configurações possíveis. Relembrando, o GSA retangular separa em 5 topologias as 16 configurações possíveis para o vértice. Entretanto, o GSA em rede quadrada com spins rotacionados preserva as 4 topologias e as cargas residuais já conhecidas para o GSA quadrado comum (veja figura 4.2(a)). Note que isso é válido para qualquer valor de α , apesar das energias das topologias serem fortemente dependentes do parâmetro α , como mostrado na figura 4.2(b). Além disso, podemos observar

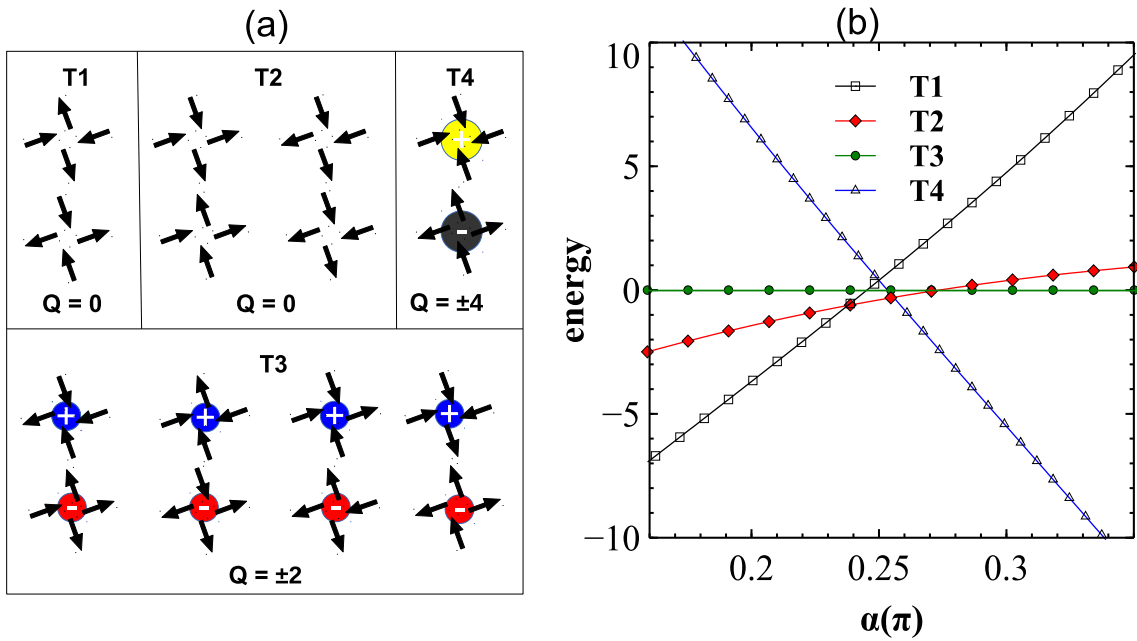


Figura 4.2: (a) as 16 possíveis configurações de vértices do GSA quadrado com spins rotacionados agrupados por topologias. T_1 e T_2 obedecem a regra do gelo (*2in-2out*) e os vértices em T_3 e T_4 carregam excitações tipo cargas magnéticas residuais, sendo que a carga associada a T_4 é maior do que aquela associada a T_3 . (b) mostra a dependência da energia das topologias em função do parâmetro α .

que as topologias T_1 e T_2 , as quais respeitam a regra do gelo, degeneram em $\alpha \approx 0,23$ e que para valores de $0,23 < \alpha < 0,27$ a topologia T_2 passa a ser a topologia de menor energia do sistema.

Apesar da análise de vértices fornecer resultados bem limitados do sistema, uma vez que a análise se restringe a apenas quatro dipolos, essa análise é robusta para identificar mudanças no comportamento geral do sistema e com isso prevemos uma transição de estado fundamental, que será discutida em mais detalhe na próxima seção.

4.2 Estado Fundamental

Enquanto a topologia T_1 for energeticamente mais favorável do que T_2 , o estado fundamental do nosso modelo deve ser aquele duplamente degenerado, já conhecido e discutido do GSA em rede quadrada. A configuração GS1 na figura 4.3 mostra esse estado fundamental para um sistema contendo $N = 760$ spins e uma rotação $\alpha = 0,15\pi$. Um padrão de cores é desenhado nos vértices da rede para facilitar a identificação das topologias. Observamos um ordenamento da topologia T_1 e, deslocado de meio parâmetro de rede nas direções x e y , há o ordenamento da topologia T_4 . Note que não existe tal ordenamento da topologia T_4 quando $\alpha = 0$, porém para $\alpha \neq 0$, devemos considerá-la. Note também que os centros dos vértices formam uma

rede triangular (veja figura 4.1).

Apenas conhecendo a topologia de menor energia não é necessariamente trivial obter a configuração de dipolos que construirá o estado fundamental de um sistema maior (contendo mais dipolos dos que os 4 existentes no vértice). O estado fundamental GS2 para $\alpha = 0,25\pi$ mostrado na figura 4.3, por exemplo, foi obtido por um método conhecido como *annealing*. Esse método consiste de resfriar o sistema lentamente até que uma configuração de energia total mínima seja alcançada. Para isso, usamos basicamente cálculo de Monte Carlo. A temperatura foi reduzida de $4,0D/k_B$ para $0,1D/k_B$ em passos de $0,1D/k_B$. Observe que poderíamos esperar uma configuração contendo somente a topologia T_2 , visto que, da análise de vértice, essa topologia passa a ser energeticamente mais favorável do que T_1 . No entanto, observamos uma configuração com uma mistura das topologias T_2 e T_3 .

É interessante discutir um pouco mais sobre o padrão assumido pela configuração GS2. A figura 4.4(a) mostra a configuração de dipolos para GS2 com o padrão de cores representando a distribuição de cargas. Podemos observar que as diagonais da configuração GS2 são preenchidas por uma sequência de cargas de módulo $|Q| = 2$ e alternando entre positiva e negativa, enquanto no centro da rede existe uma carga de módulo $|Q| = 4$. O padrão de magnetização para GS2 pode ser visto na figura 4.4(b). Cada seta mostra a magnetização em cada vértice ν e foi calculado por

$$\vec{M}_\nu = \sum_{i \in \nu} \vec{\mu}_i. \quad (4.2)$$

É interessante observar como as linhas de parede de domínios separam os quatro domínios triangulares e o vórtice presente no centro da estrutura. Esse padrão é uma configuração de estado fundamental típica de filmes finos ferromagnéticos em escalas de microns a submicrons [70, 71, 72, 73]. Essa configuração minimiza a energia por formar uma magnetização em torno de um centro no qual a magnetização aponta para fora do plano para evitar uma singularidade e forma um vórtice que pode apontar tanto para cima quanto para baixo do plano da amostra. Essa configuração é muito estável.

A figura 4.5 mostra como a energia por spin dos estados GS1 e GS2 variam em função de α . O sistema analisado contém $N = 760$ spins e $L = 0,6a$. Esse procedimento nos permite obter o ângulo específico $\alpha_c = 0,212\pi$ no qual ocorre a transição de estado fundamental. GS1 é o estado fundamental do GSA quadrado e válido também para $\alpha < \alpha_c$; GS2 é o estado obtido por termalização para $\alpha = 0,25\pi$ e válido para $\alpha > \alpha_c$. Vale ressaltar que realizamos a termalização para diferentes valores de α e, essencialmente, observamos apenas os dois padrões de estado fundamental ilustrados na figura 4.3, GS1 e GS2. Note também que esses resultados reforçam a robustez da análise de vértices no que se refere a transição de estado fundamental. Entretanto, devido a interação de longo alcance, faz-se necessário evoluir a energia para diferentes tamanhos de rede e de uma análise de escala finita para

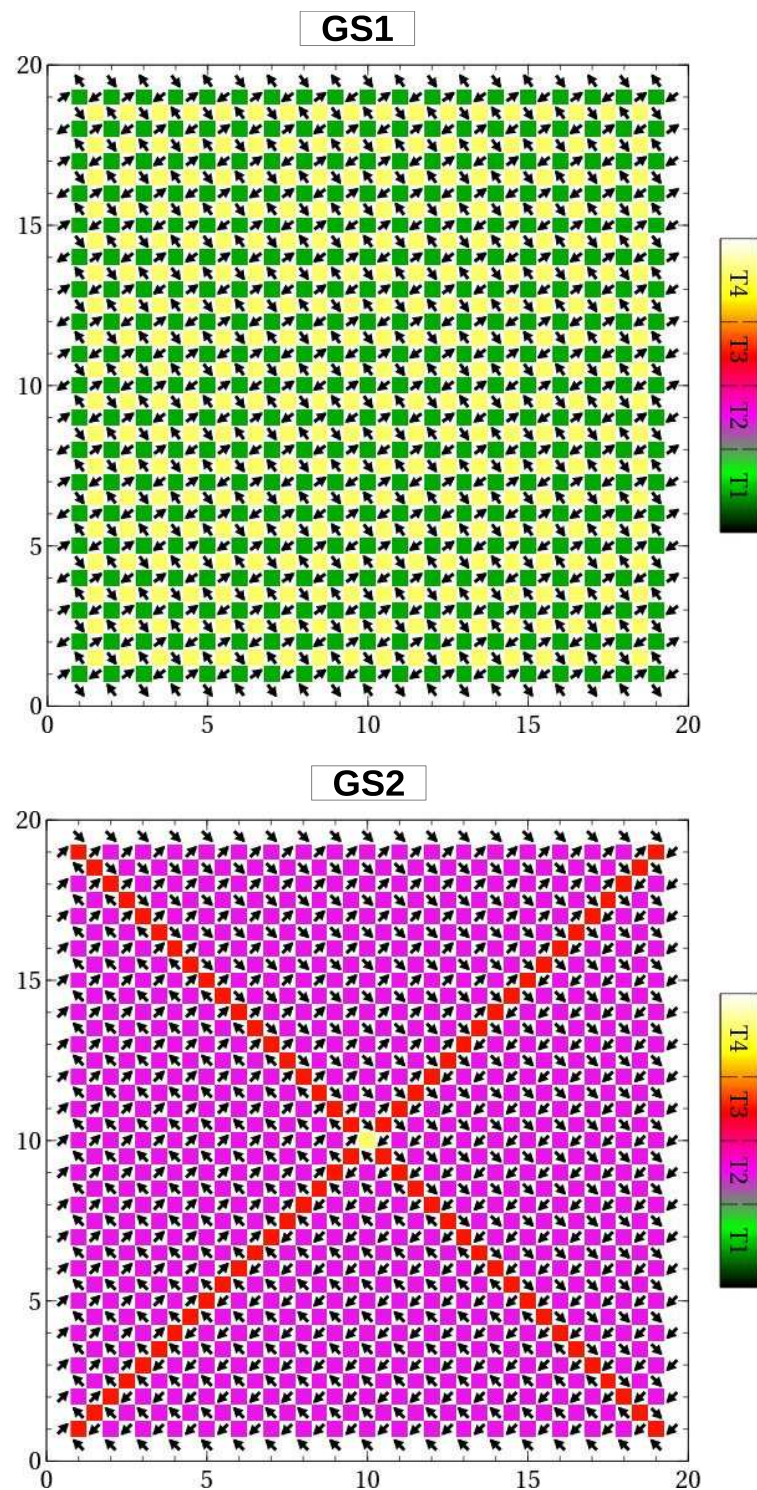


Figura 4.3: Estado fundamental obtido por *annealing* para o GSA quadrado com spins rotacionados. O estado GS1 é válido para qualquer $\alpha < \alpha_c$ e GS2 para $\alpha > \alpha_c$. O padrão de cores representa a topologia observada no vértice, tal que as cores verde, violeta, vermelho e amarelo simbolizam as topologias T_1 , T_2 , T_3 e T_4 , respectivamente.

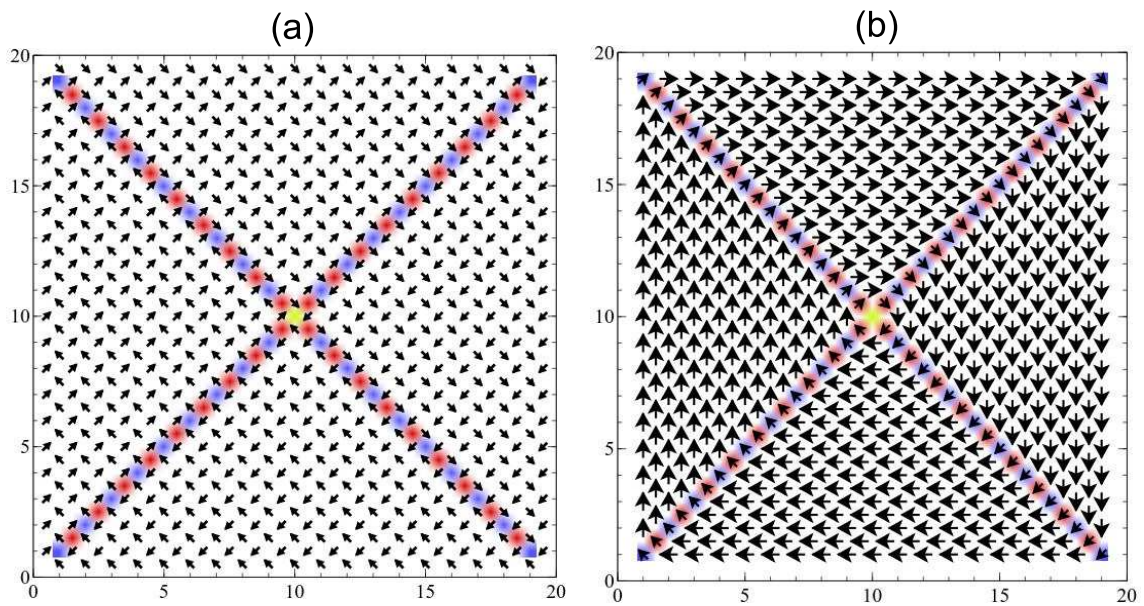


Figura 4.4: (a) mostra a configuração de dipolos e em (b) a magnetização residual em cada vértice para o estado fundamental GS2. O padrão de cores representa as cargas residuais nos vértices, tal que as cores azul, vermelho, amarelo e preto estão associadas às cargas $+2$, -2 , $+4$ e -4 , respectivamente.

obter o α_c com maior precisão. Essa análise não foi feita e todos os resultados aqui se concentram em uma rede contendo $N = 760$ spins. O tamanho de rede, ou seja, o número de spins usado aqui está na mesma ordem de muitos trabalho experimentais disponíveis na literatura, por isso não buscamos os resultados no limite termodinâmico. A figura 4.5(b) mostra como α_c varia em função do comprimento L do dipolo. De um modo geral, observamos que a energia por spin do GS2 é maior quando o comprimento do dipolo é maior, e converge para o valor da energia dipolar quando o comprimento do dipolo tende a zero. Obviamente, a convergência dos resultados entre modelo dipolar e cargas reforça a validade dos nossos resultados e, conseqüentemente, evidencia a diferença entre esses dois modelos ao considerar um tamanho finito para os dipolos representando as nanoilhas do GSA.

4.3 Termodinâmica

Aqui usamos novamente técnicas de Monte Carlo para obter médias termodinâmicas do sistema definido pela hamiltoniana 3.1. No entanto, condição de contorno aberta foi implementada e a interação de longo alcance foi evoluída de tal forma que cada spin interage com todos os outros da rede. O procedimento de Monte Carlo constitui do algoritmo de Metrópolis descrito no capítulo anterior que, lembrando, um spin da rede é escolhido aleatoriamente e invertido com uma probabilidade pesada pelo fator de Boltzmann. Usamos 10^3 pMC para alcançar a configuração de equilíbrio e até 10^5 pMC para conseguir médias termodinâmicas. Em geral,

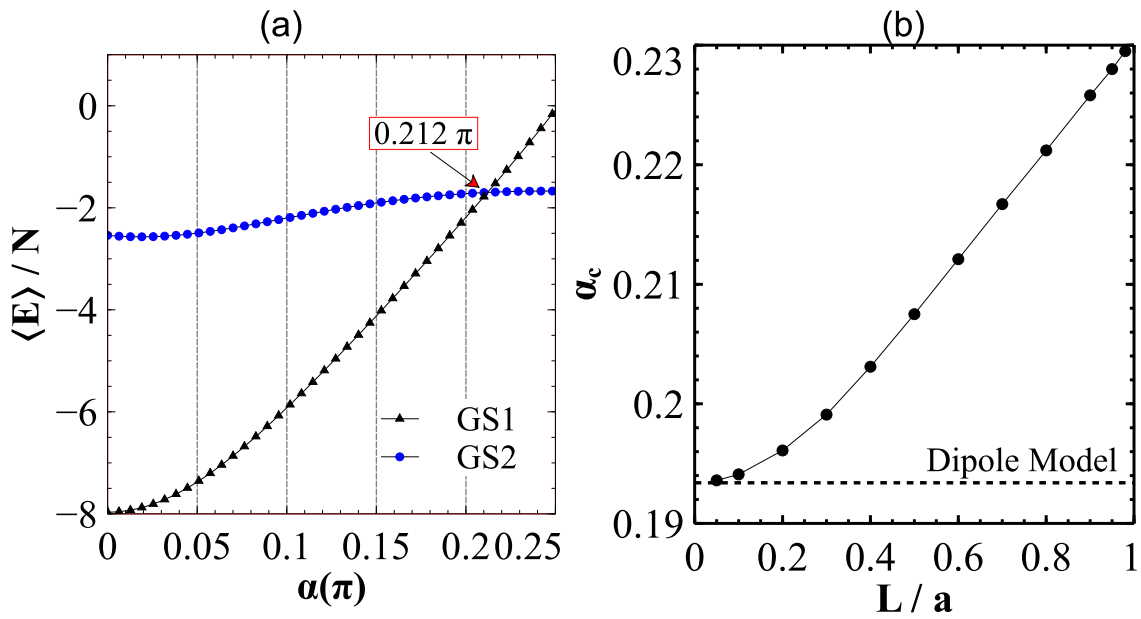


Figura 4.5: (a) mostra a energia total por spin das estados GS1 e GS2 para um sistema contendo $N = 760$ spins. A energia é evoluída em função de α e esse procedimento permite obter o $\alpha_c = 0,212\pi$ onde se tem a transição de estado fundamental. (b) mostra como α_c varia com o comprimento do dipolo e mostra a convergência dos resultados para o modelo de halteres com L muito pequeno e quando consideramos dipolos puntiformes.

consideramos uma rede contendo 760 dipolos, onde cada dipolo foi modelado na representação de halteres com cargas separadas por $L = 0,6a$.

Uma medida básica a ser extraída dos cálculos numérico é o calor específico, que pode ser definido simplesmente pela variância da energia dividida pelo quadrado da temperatura, $c(T) = (\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2) / k_B T^2$. Barras de erro foram estimadas do desvio padrão sobre 5 amostras. A figura 4.6(a) mostra o resultado do calor específico em função da temperatura e para diferentes valores de α obtido do procedimento acima. Observa-se que para cada valor de α , existe apenas um pico no calor específico que caracteriza a transição ordem-desordem do sistema. Obviamente, estudo mais detalhado da transição de fase se faz necessário, como aquele feito por Silva e colaboradores [28], onde se considera $\alpha = 0$ e se observa que o calor específico diverge logicamente na temperatura do pico T_p . Aqui, observamos que essa temperatura tem forte dependência com o parâmetro α e de tal forma que T_p é gradualmente reduzida quando $0 \leq \alpha \leq 0,21\pi$, porém, para $0,21\pi \leq \alpha \leq 0,25\pi$, T_p é gradualmente aumentado até o valor limite $T_p \approx 2,15D/k_B$.

Na figura 4.6(b) nós mostramos a curva das densidades de topologias em função da temperatura. Basicamente observamos o comportamento das topologias em dois valores de α bem específicos $\alpha = 0,21\pi$ e $\alpha = 0,22\pi$. Esses valores são bem próximos da transição de estado fundamental e caracteriza o sistema para os dois casos. Em temperaturas baixas, observamos que para $\alpha \leq 0,21\pi$ as topologias T_3 e T_4 são efetivamente reduzidas a zero, permanecendo

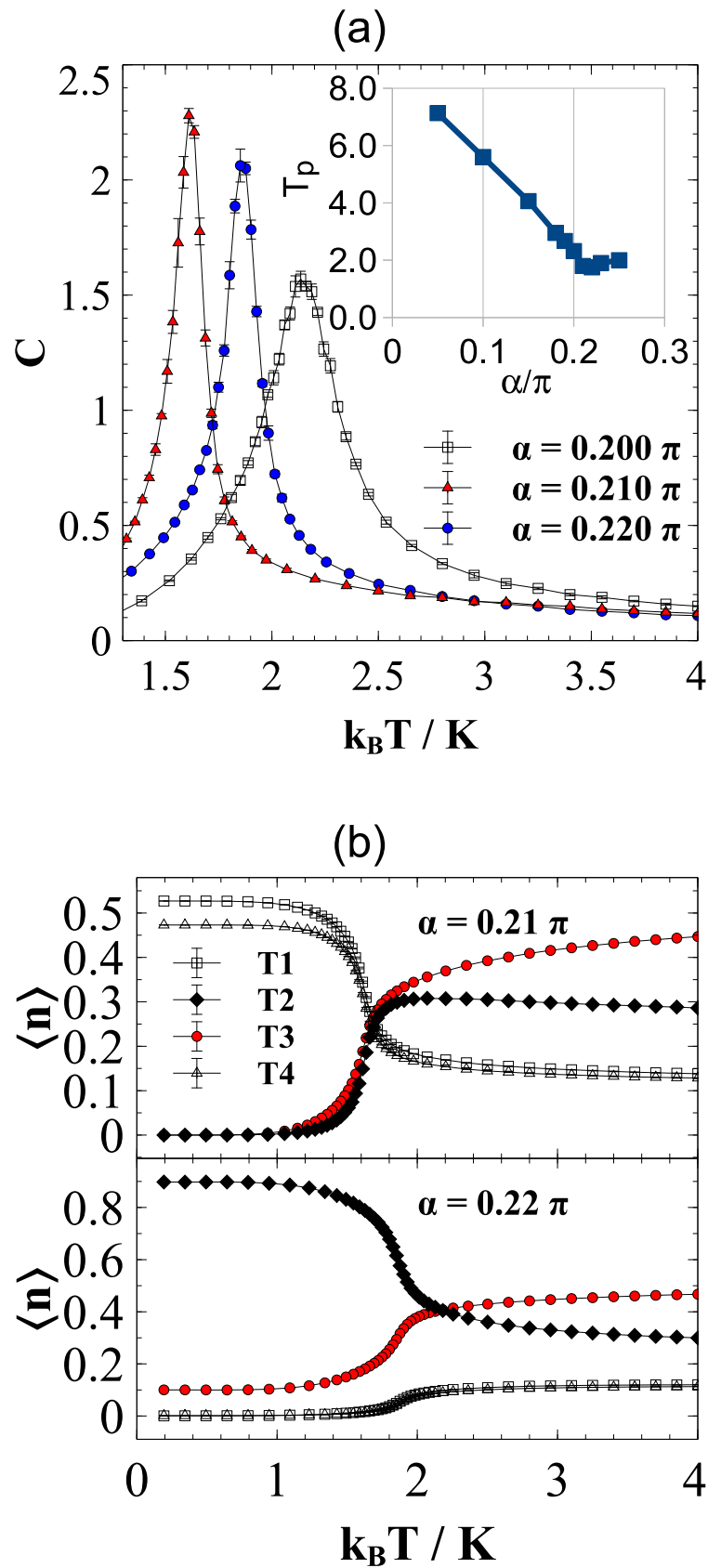


Figura 4.6: (a) Calor específico em função da temperatura. Para cada valor de α , apenas um pico na curva do calor específico é observado. (b) mostra como as densidades de topologia variam com a temperatura para $\alpha = 0,21\pi$, abaixo da transição de estado fundamental, e $\alpha = 0,22\pi$, acima da transição.

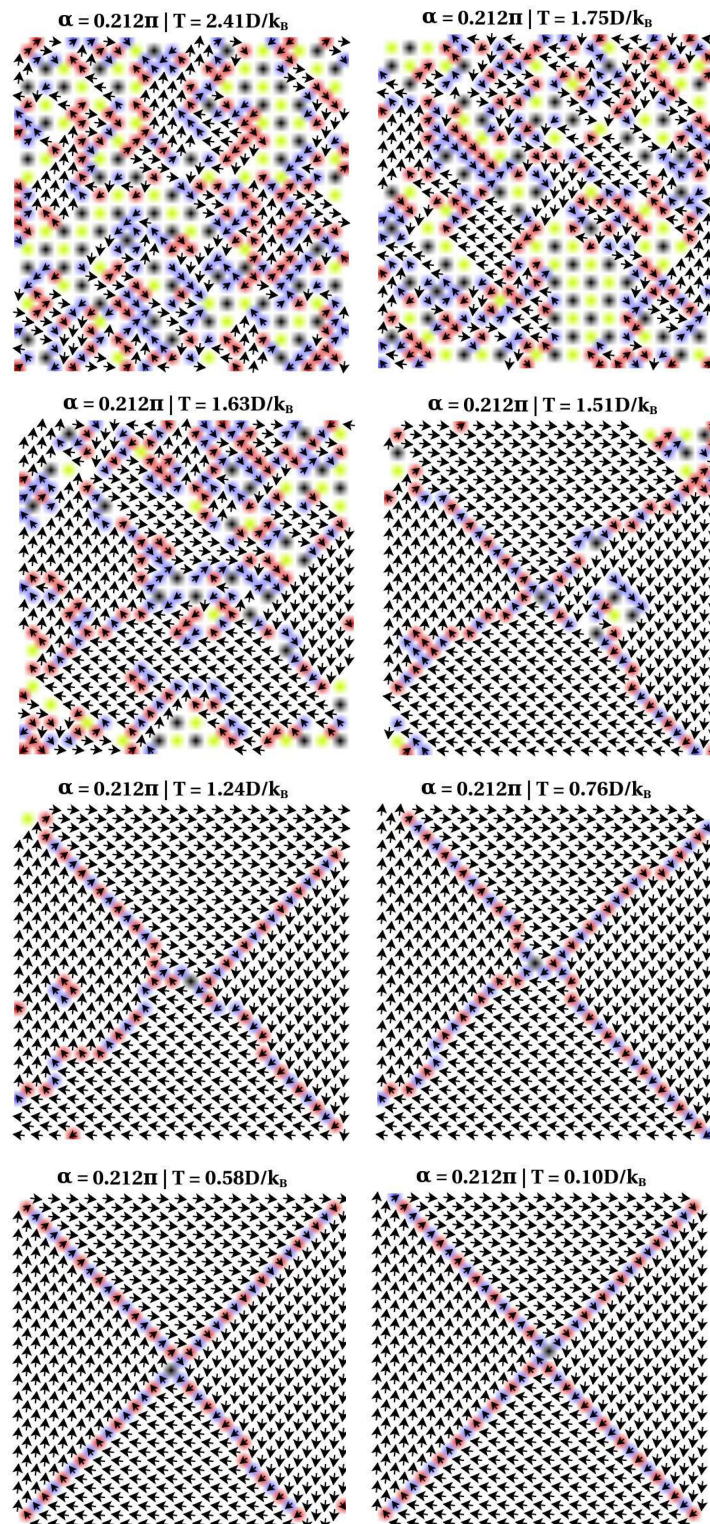


Figura 4.7: Resultado da magnetização em diferentes temperaturas quando o sistema é submetido a um *annealing*. O parâmetro $\alpha = 0,212$ foi escolhido por ser o mais próximo, dentro da precisão que estudamos neste trabalho, do ponto onde ocorre a transição de estado fundamental.

no sistema somente as topologias T_1 e T_4 e organizadas como mostrado em GS1 na figura 4.3. Agora, no caso de $\alpha \geq \alpha_c$, as topologias T_1 e T_4 é que são efetivamente reduzidas a zero, permanecendo no sistema as topologias T_2 e T_3 , sendo que a densidade de T_3 é muito menor do que T_2 , pois como podemos observar em GS2 na figura 4.3, T_3 só aparece nas diagonais da rede. Em temperaturas altas, $T \gg T_p$, os dois sistemas apresentam um comportamento geral muito semelhante. A fim de ilustrar a evolução do sistema quando este caminha para o estado fundamental, extraímos várias configurações de dipolos em diferentes temperaturas de um *annealing* com $\alpha = 0,212\pi$ (o valor de α escolhido, em princípio, é o mais próximo da transição de estado fundamental) e mostramos na figura 4.7 o resultado encontrado para a magnetização do sistema em função das respectivas temperaturas.

4.4 Efeito de Forma

Vimos que para $\alpha > \alpha_c$ o GSA quadrado com spins rotacionados tem como estado fundamental o padrão de Landau (veja figura 4.4). Nessa seção, estendemos esse mesmo modelo para uma rede retangular e analisamos como as diferentes proporções da rede retangular modifica o estado fundamental do sistema. O estado fundamental foi obtido por termalização e restringimos a análise para $\alpha = 0,25\pi$. O padrão de Landau é composto por quatro paredes de domínios e, em princípio, se montarmos um sistema retangular tal que o comprimento de uma dimensão seja o dobro da outra, $Lx/Ly = 2$. Poderíamos esperar um estado fundamental agora composto por sete paredes de domínios, ou no caso de $Lx/Ly = 3$ teríamos dez paredes de domínios. Consequentemente, poderíamos sempre esperar um número de paredes de domínios igual $4 + 3(Lx/Ly - 1)$. Realmente esse é o caso, como pode ser visto do resultado da simulação mostrado na figura 4.8(a), para o caso de $Lx/Ly = 4$. Observe que o número de vórtices é igual a proporção Lx/Ly . Entretanto, isso não é sempre verdade, e o padrão encontrado depende inclusive do perímetro da rede e não somente da anisotropia de forma. Por exemplo, na figura 4.8(b), mantivemos a proporção $Lx/Ly = 4$, mas reduzimos Ly de 15 (figura 4.8(a)) para 10 e com isso obtemos somente três vórtices. Na figura 4.8(c), ainda mantivemos a proporção $Lx/Ly = 4$, mas reduzimos Ly de 10 para 5 e com isso observamos apenas um estado magnetizado na direção do eixo- x . O padrão de magnetização com vórtices é desfeito completamente. Os padrões observados na figura 4.8 são frequentemente observados em filmes finos magnéticos de Permalloy [74, 75, 76, 77], onde as diferentes estruturas magnéticas podem ser observadas dependendo do tamanho, forma, espessura, microestruturas e história magnética do filme.

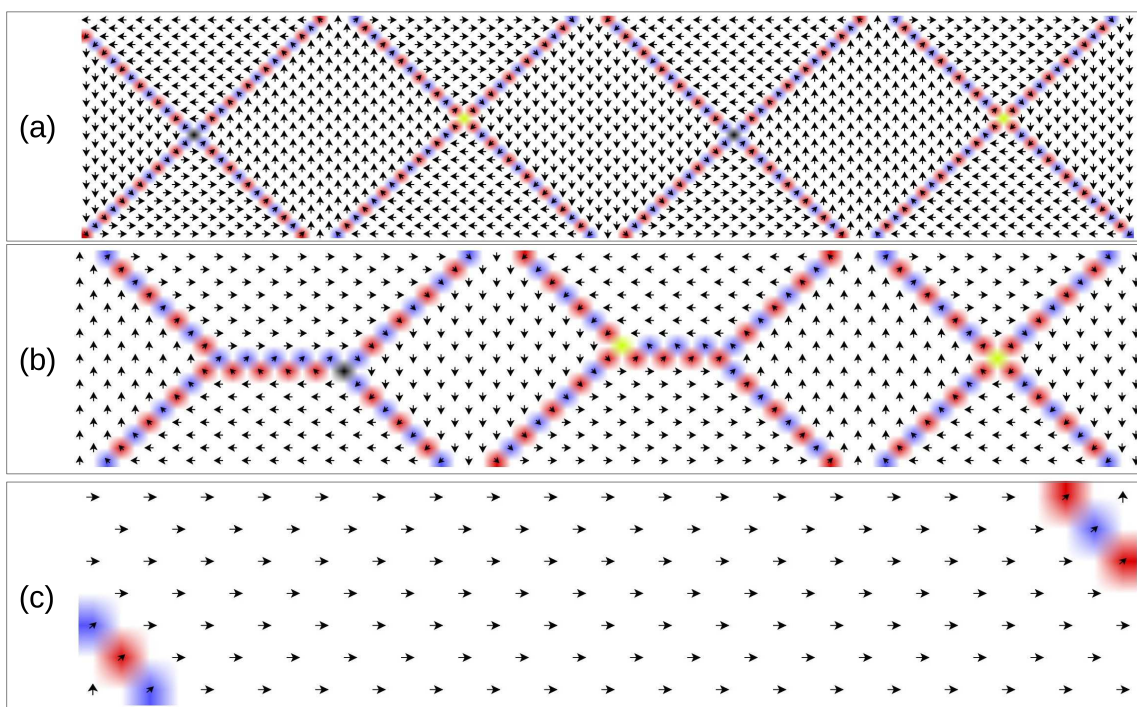


Figura 4.8: Estado fundamental obtido por *annealing* para as redes retangulares com as mesmas proporções Lx/Ly , mas com diferentes tamanhos Ly , em (a) $Ly = 15$, (b) $Ly = 10$ e (c) $Ly = 5$.

Capítulo 5

GSA – Efeitos de Campo

Nos dois últimos capítulos, discutimos as principais características de dois modelos propostos para um GSA com regra do gelo degenerada. Adicionalmente, estudamos a termodinâmica desses modelos que foi útil para entender qualitativamente as propriedades termodinâmicas desses materiais. Entretanto, experimentalmente, não é possível estudar o calor específico de um sistema artificialmente frustrado nas temperaturas necessárias para que efeitos térmicos ativem desordens na orientação das nanoilhas, pois a ilha derreteria em temperatura tão alta (acima de 10^5 K). Por isso, na prática, usa-se protocolos de desmagnetização para gerar desordens controladas no sistema. Assim, para explorar o comportamento coletivo que surge em resposta ao campo aplicado, nesse capítulo, investigamos as propriedades magnéticas que protocolos, tais como histerese e desmagnetização à campo constante, geram sobre os modelos propostos nos capítulos anteriores.

5.1 Modelo

Neste capítulo, buscamos aproximar nossos resultados numéricos dos resultados experimentais. Para isso, consideramos os parâmetros experimentais do trabalho recentemente publicado por Pollard e colaboradores [48] onde eles estudaram a propagação e nucleação de cargas magnéticas nos GSA em geometria quadrada. Eles fabricaram redes 14×14 (veja figura 5.1), contendo 420 nanoilhas de dimensões $300 \text{ nm} \times 100 \text{ nm} \times 30 \text{ nm}$ com parâmetro de rede $a = 450 \text{ nm}$. Eles obtiveram a curva de histerese para polarizações na direção [11]. Adicionalmente, eles extraíram de seus experimentos o campo crítico médio $\langle H_c \rangle$ de 320 Oe e o desvio padrão de 60 Oe modelado por uma distribuição Gaussiana. O campo crítico H_c (ou campo de troca) é o campo requerido para reverter a magnetização da nanoilha e, como erros são inevitáveis na prática, desordens associadas a qualquer imperfeição no processo de fabricação das nanoilhas são modelados por uma distribuição Gaussiana para o campo crítico cujo valor médio é H_c . Obviamente, na ausência de desordem, todas as ilhas têm o mesmo

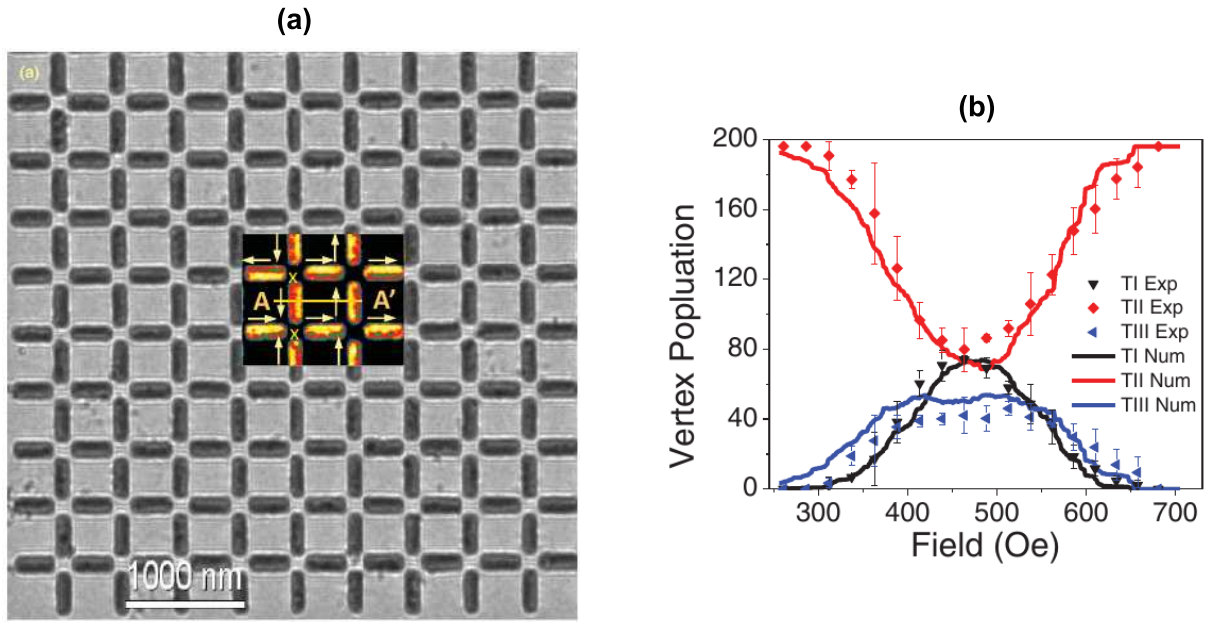


Figura 5.1: (a) Seção típica da rede gelo de spin artificial quadrado com 420 nanoilhas construída por Pollard e colaboradores [48]. (b) Resultado experimental e numérico da população de vértices em função do campo aplicado. Essas figuras foram extraídas da referência [48].

campo crítico.

Os parâmetros experimentais descritos no parágrafo anterior serão usados como padrão nas simulações feitas neste capítulo. Isso, além de permiti que os resultados de nossas simulações para a rede quadrada sejam comparados com os resultados experimentais de Pollard e colaboradores [48], também, possibilita que os modelos propostos nessa tese sejam analisados dentro dos parâmetros experimentais. Estudamos o GSA em rede retangular (Modelo I (figura 5.2(a))) com a razão entre os parâmetros de rede $\gamma = a/b = 1,732$ e o GSA com spins rotacionados (Modelo II (figura 5.2(b))) com $\alpha = 0,25\pi$. Condição de contorno aberta foi implementada nos dois casos e, similar ao que foi feito no capítulo anterior, modelamos as nanoilhas por um par de cargas magnéticas opostas de magnitude $q = \pm\mu/L$, em que L representa o tamanho da nanoilha e μ é o momento magnético que, considerando propriedades gerais do permalloy e geometria retangular para as dimensões das nanoilhas do trabalho de Pollard e colaboradores, gera $\mu \approx 7 \times 10^{-16} \text{ A m}^2$. Como descrito no parágrafo anterior, vamos considerar $L = 300 \text{ nm}$, conseqüentemente, simulamos sistemas com cargas magnéticas de magnitude $|q_m| \approx 2 \times 10^{-9} \text{ A m}$. O campo magnético gerado pela carga q_m é dado pela lei Coulomb $\vec{B}(\vec{r}) = \mu_0 q_m \vec{r} / 4\pi r^3$.

Para entendermos como ocorre a dinâmica no GSA devido a aplicação de campo magnético externo $\vec{H} = h\hat{\theta}$, note que os seguintes argumentos são válidos: no caso de campos fracos (h pequeno), a configuração de spins não é afetada, ao passo que h grande domina a interação e os spins simplesmente seguem o campo. Isso acontece porque uma nanoilha tem

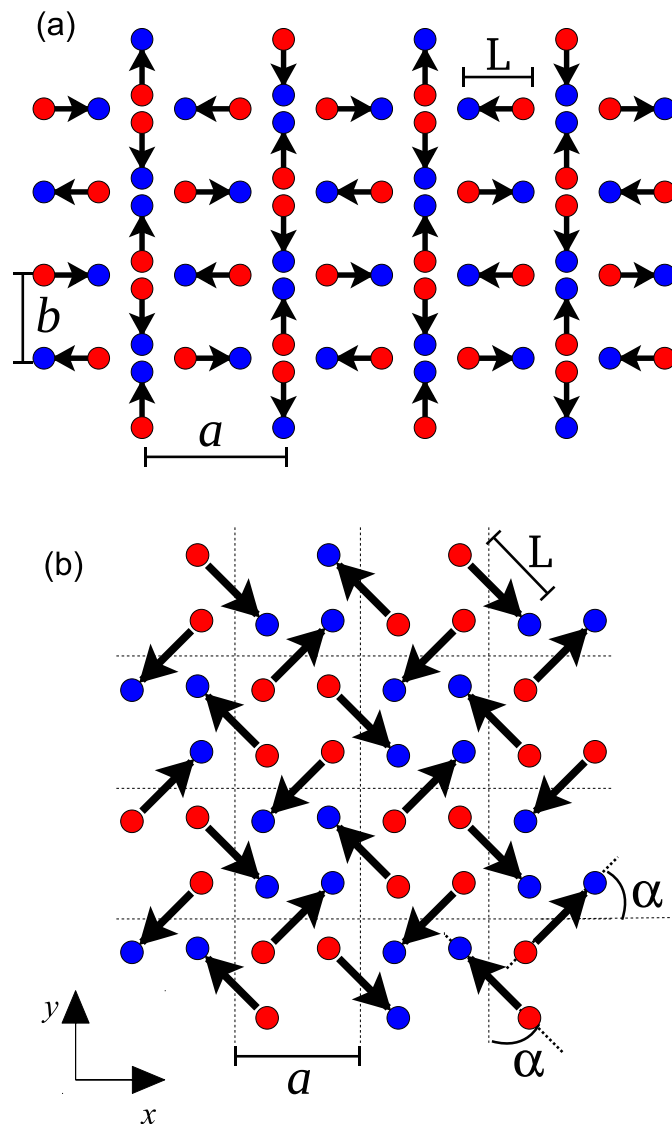


Figura 5.2: Esquema ilustrativo do GSA retangular (Modelo I) e do GSA quadrado com spins rotacionados (Modelo II).

sua magnetização revertida quando a projeção do campo local ao longo do eixo da ilha excede o campo H_c . Assim, a condição para reverter a magnetização de uma nanoilha \vec{S}_i pode ser matematicamente expressa por:

$$-\vec{H}_{tot}^{(i)} \cdot \vec{S}_i > H_c^{(i)}, \quad (5.1)$$

onde o campo total, $\vec{H}_{tot}^{(i)} = \vec{H} + \vec{H}_{int}^{(i)}$, sobre \vec{S}_i , é a soma do campo externo \vec{H} e do campo Coulombiano resultante de todas as cargas magnéticas q_j

$$\vec{H}_{int}^{(i)} = \sum_j q_j \frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}^3}.$$

Vale ressaltar que nos resultados numéricos do trabalho de Pollard e colaboradores, eles consideraram apenas a aproximação de dipolo pontual para as nanoilhas e, nesse caso, o campo

interno é calculado pela soma do campo de todos os outros dipolos da rede que é dado pela fórmula usual:

$$\vec{H}_{int}^{(i)} = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_j \left(\frac{3\vec{r}_{ij}(\vec{\mu}_j \cdot \vec{r}_{ij})}{r_{ij}^5} - \frac{\vec{\mu}_j}{r_{ij}^3} \right).$$

O procedimento de relaxação para um dado campo externo segue o modelo proposto por Budrikis e colaboradores [78, 79, 80]. O algoritmo consiste de escolher aleatoriamente um spin e caso esse spin escolhido respeite o critério 5.1, ele terá sua orientação invertida. Esse procedimento é repetido até que não sobre nenhum outro spin que possa ser invertido, em outras palavras, até que o sistema atinja o estado estacionário. Em seguida, o campo externo \vec{H} pode ser modificado e o procedimento de relaxação deve ser executado novamente. Normalmente, a maneira como o campo externo varia com o tempo segue um protocolo bem específico. Nas próximas seções, mostraremos os resultados para os protocolos comumente aplicados nos estudos de GSA, o primeiro é o que mantém a direção do campo constante e investiga os diferentes estados de magnetização obtidos pelo ciclo de histerese e o segundo é a desmagnetização com a fonte de campo girando em torno do eixo perpendicular ao plano da amostra.

5.2 Histerese

Para gerar o ciclo de histerese, um campo externo $\vec{H} = h\hat{\theta}$ é aplicado com intensidade h_p suficientemente forte para polarizar a amostra ao longo da direção $\hat{\theta}$, então, a intensidade é gradualmente reduzida até $-h_p$ onde a amostra se encontrará polarizada na direção oposta $-\hat{\theta}$, e, finalmente, a intensidade do campo é gradualmente aumentada até o sistema alcançar o estado inicial. Relembrando que adotamos os parâmetros experimentais do trabalho de Pollard e colaboradores e que eles realizaram simulações considerando dipolos ideais, em contraste aos nossos resultados, que considera o modelo de halteres e carrega informação a respeito do tamanho das nanoilhas. A fim de comparar esses dois modelos, na figura 5.3 mostramos os resultados da histerese para a rede quadrada. Na figura 5.3(a) é apresentado o ciclo de histerese onde medimos m_x e m_y que são as componentes x e y da magnetização média, respectivamente. A direção do campo aplicado foi fixada em $\theta = 45^\circ$. Já as figuras 5.3(b)-(c) mostram a densidade de vértices em função do campo aplicado para o modelo de dipolos ideais e o modelo de halteres. Os valores apresentados foram obtidos da média sobre 10 amostras independentes e as barras de erros foram obtidas do desvio padrão. Esses resultados podem ser comparados com os resultados experimentais de Pollard e colaboradores apresentados na figura 5.1(b). Observe que no modelo de halteres (figura 5.3(c)) temos que, na média, o máximo da topologia T_1 se encontra muito próximo do mínimo da topologia T_2 e isso mostra ser mais consistente com os resultados experimentais do que aqueles obtidos para o modelo

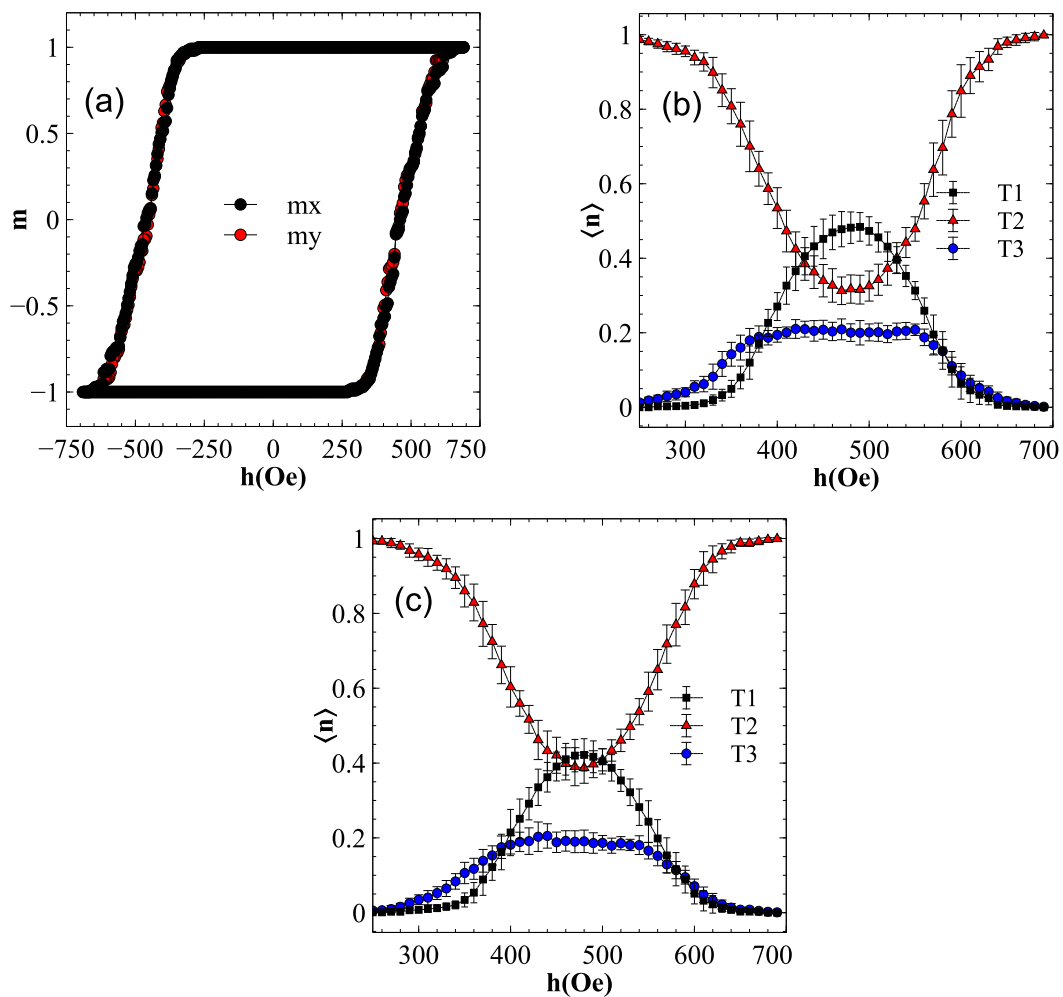


Figura 5.3: (a) Curva de histerese para o GSA em rede quadrada. m_x e m_y representam a projeção da magnetização média ao longo dos eixo- x e y , respectivamente. A direção do campo aplicado foi de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo- x . A densidade de topologias em função do campo aplicado foi medida para o modelo de dipolos ideais (b) e para o modelo de halteres (c).

de dipolos ideais (figura 5.3(b)).

Devido aos bons resultados para a rede quadrada, adotamos o modelo de halteres como modelo padrão e investigamos a histerese e a população de vértices para o GSA retangular (Modelo I) e para o GSA em rede quadrada com spins girados (Modelo II). Enquanto no Modelo I, a direção do campo foi fixada em $\theta = 45^\circ$, para o Modelo II, $\theta = 0^\circ$ (eixo- x). As figuras 5.4(a) e (b) mostram a densidade de topologias para os dois modelos, respectivamente. A figura 5.4(c) mostra, para o Modelo I, uma configuração típica da distribuição de dipolos e a figura 5.4(d) mostra, para esse mesmo estado, a magnetização em cada vértice (veja equação 4.2). Essas configurações foram obtidas da histerese para um estado em que a magnetização total normalizada $m = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ fosse inferior a 10^{-1} , isso ocorreu para campos de intensidade aproximadamente 450 Oe. E, o padrão de cores representa as cargas

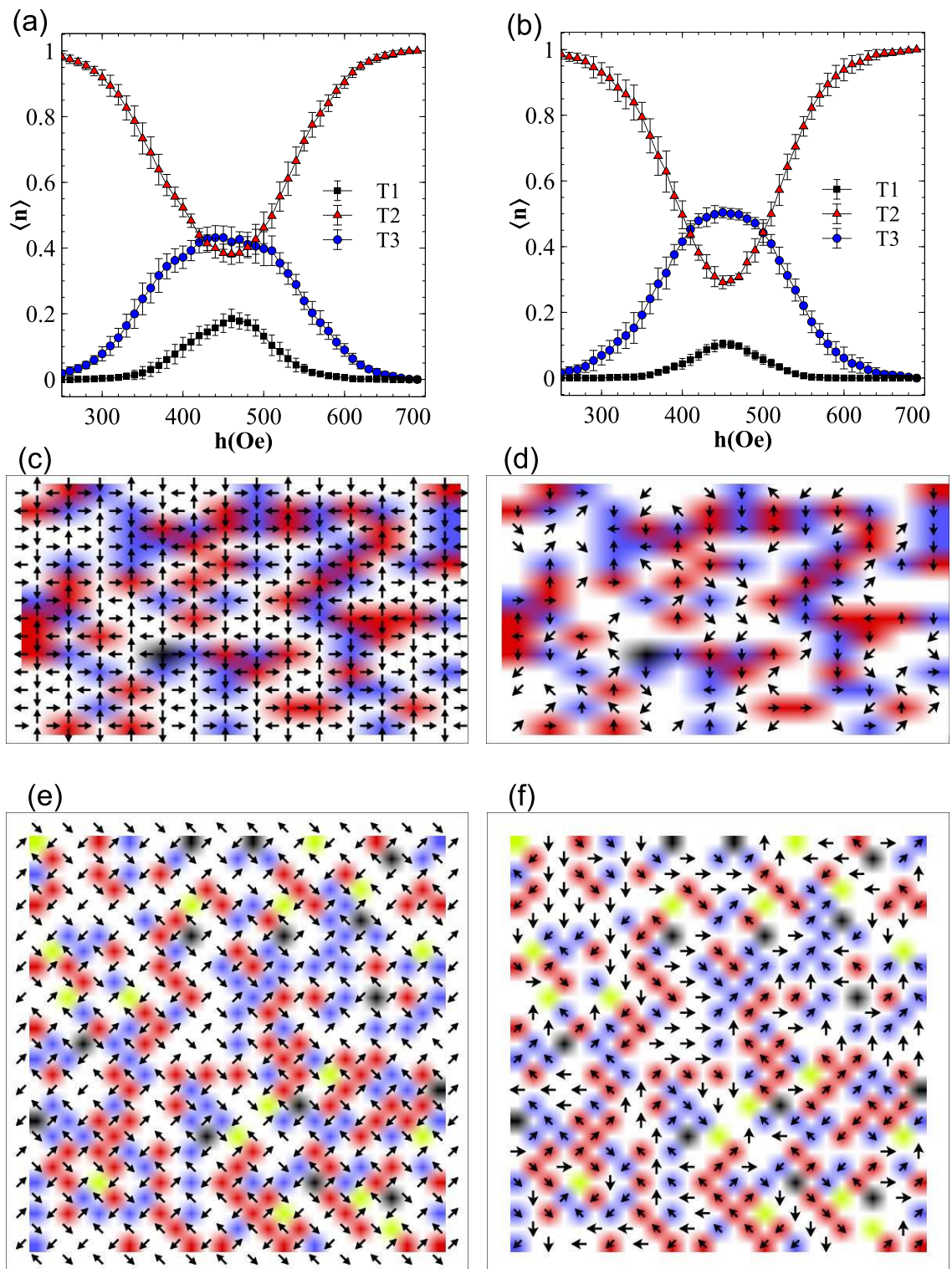


Figura 5.4: (a) e (b) mostram a densidade de topologias para os Modelos I e II, respectivamente. (c) mostra, para o Modelo I, uma configuração típica de dipolos para um estado desmagnetizado obtida da histerese e em (d) mostra a magnetização no vértice, devido aos quatro dipolos que compõem o vértice. O padrão de cores representa a carga residual associada com cada topologia. (e) e (f) mostram os estados desmagnetizados observados para o Modelo II.

magnéticas residuais nos vértices e segue o mesmo padrão adotado no capítulo anterior. Já as figuras 5.4(e)-(f) mostram os estados desmagnetizados resultantes do Modelo II. Com isso, podemos ver que apesar da histerese ser eficiente para desmagnetizar os dois modelos, esse protocolo não é capaz de gerar as configurações de estado fundamental observadas na figura 3.1 para o Modelo I e na figura 4.4 para o Modelo II, dos capítulos anteriores.

5.3 Desmagnetização

O protocolo usado nessa seção segue o trabalho experimental feito por Wang e colaboradores [81], onde eles analisaram diferentes protocolos de desmagnetização para o GSA em rede quadrada. Eles concluíram que a combinação de rotação do campo magnético com alternância da polaridade do campo produz uma desmagnetização mais efetiva [9]. Assim, baseado nesse protocolo, aplicamos em nossas simulações um campo inicial de 700 Oe e em seguida o campo foi gradualmente reduzido a 0 Oe a passos de 10 Oe. Entretanto, em cada passo, a polaridade do campo é invertida e a amostra é rotacionada à amplitude do campo constante em torno do eixo normal à superfície por 50 rotações completas. Um esquema do protocolo está ilustrado na figura 5.5.

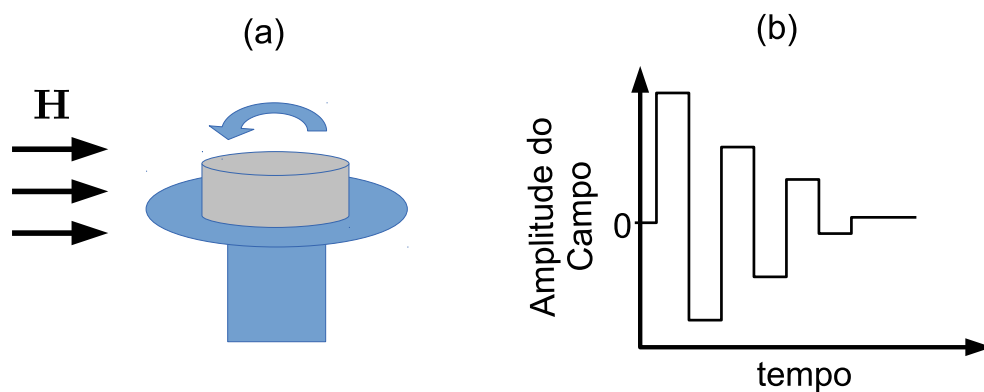


Figura 5.5: Esquema ilustrativo do protocolo de desmagnetização com amostra em rotação (a) e da variação da amplitude do campo externo em função do tempo (b).

As figuras 5.6(a)-(b) mostram a população de vértices em função da intensidade do campo externo aplicado nos Modelos I e II, respectivamente. Barras de erros foram obtidas do desvio padrão sobre 5 amostras. Podemos perceber três fases bem definidas em função da intensidade dos campos. Primeiro é o regime de campos altos e apenas a topologia T_2 está presente no sistema. Nesse regime, o campo externo é suficientemente forte para sempre deixar a rede completamente magnetizada na direção do campo. O segundo regime é o de campos baixos, onde a densidade de topologias estabiliza, pois o campo não consegue mais induzir dinâmica na rede. O terceiro regime é o de campos intermediários. Essa é a fase onde se

espera que a dinâmica imposta pela aplicação de campos externos, mais o comportamento coletivo dos constituintes da rede, possam conduzir o sistema à configurações próximas do estado fundamental. Após o procedimento de desmagnetização, geramos as imagens da rede e obtivemos as configurações de magnetização no vértice (veja equação 4.2) e configuração de cargas. Os resultados estão apresentados nas figuras 5.6(c)-(d) que são para os Modelos I e II, respectivamente. No caso do Modelo I, rede retangular, observamos que a magnetização aponta preferencialmente ao longo do menor comprimento da rede. No Modelo II, apesar de observarmos vários domínios com a magnetização apontando na mesma direção, o protocolo não é capaz de reduzir o sistema aos 4 domínios triangulares que compõe o estado fundamental (veja figura 4.4). Assim, esse protocolo também não é capaz de conduzir o sistema para o estado fundamental. É interessante notar que no caso limite de um estado puramente aleatório, a fração das topologias deve assumir os seguintes valores: $T1 = 2/16 = 0,125$, $T2 = 4/16 = 0,25$ e $T3 = 8/16 = 0,5$. Os resultados das nossas simulações mostram estar fora desse regime.

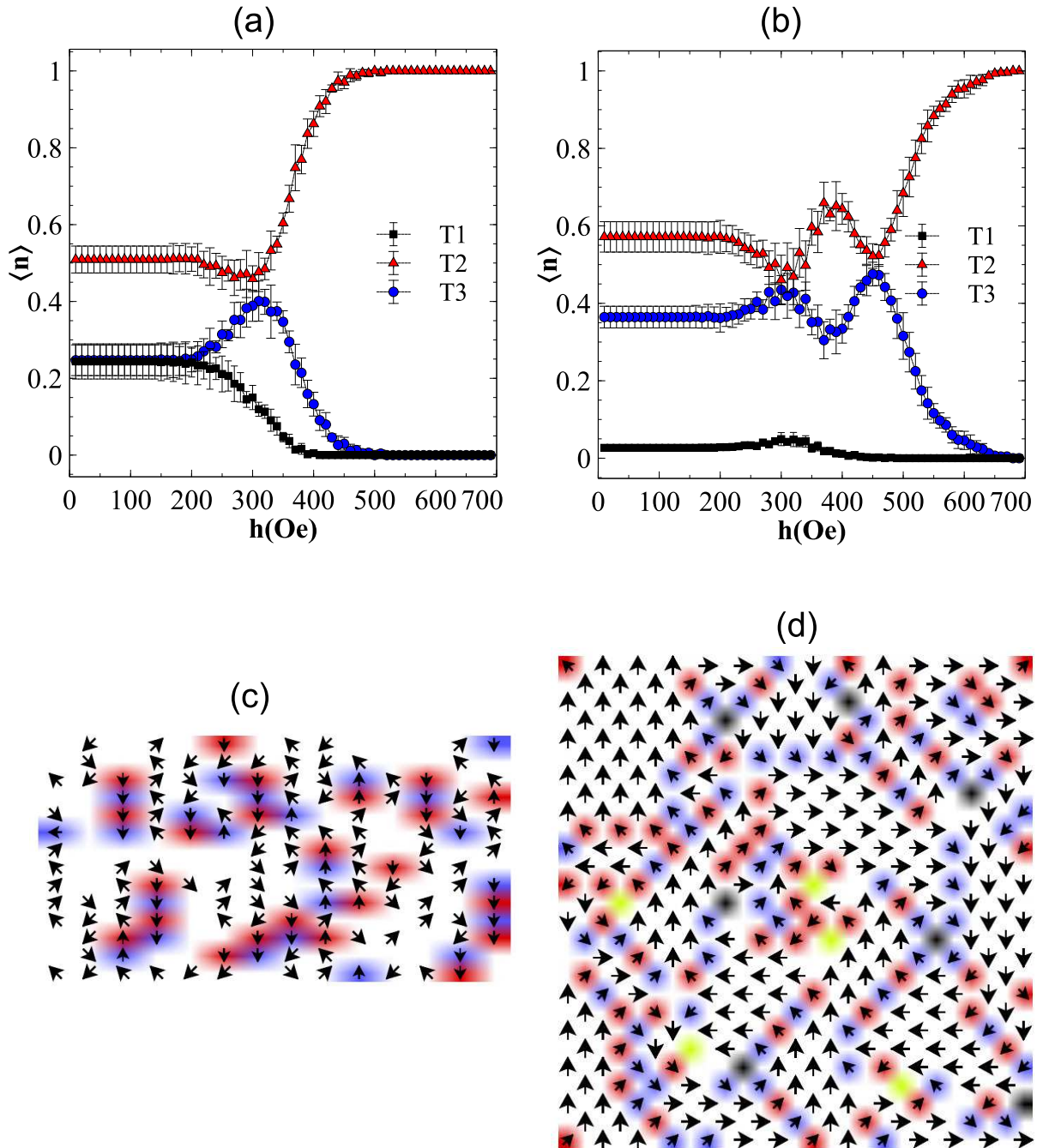


Figura 5.6: Densidade de topologias durante a desmagnetização do GSA retangular (Modelo I) e do GSA quadrado com spins rotacionados (Modelo II) são mostrados nas figuras (a) e (b), respectivamente. (c) mostra uma configuração de magnetização por vértice típica obtida após a desmagnetização do Modelo I e em (d) é o resultado para o Modelo II.

Capítulo 6

Conclusão

Em conclusão, nós temos usado o modelo dipolar tipo Ising e o modelo de halteres (ou de cargas) para investigar as propriedades termodinâmicas e magnéticas de sistemas gelos de spins artificiais sobre diferentes redes. Os resultados caracterizam a dinâmica do sistema em função dos parâmetros geométricos da rede e mostram que a mudança na geometria do sistema pode ser uma forma simples e efetiva para controlar tanto a dinâmica das excitações do sistema quanto o estado fundamental.

Neste trabalho, foram propostos dois modelos de rede possível para um gelo de spin artificial que, em essência, são modificações do gelo de spin artificial em rede quadrada, mas, com os parâmetros corretos, permitem a degenerescência da regra do gelo. Um modelo é o gelo de spin retangular, onde propriedades do sistema foram analisadas em função da razão entre os parâmetros de rede horizontal a e vertical b , $\gamma = a/b$. O segundo modelo é o gelo de spin quadrado com spins rotacionados onde, também, diferentes propriedades foram analisadas em função do parâmetro α que estabelece a rotação dos spins.

Investigamos alguns aspectos da termodinâmica dos modelos propostos nesse trabalho. Um resultado imediato é o estado fundamental obtido através de um “annealing” - processo de resfriamento realizado lentamente permitindo o sistema se organizar num estado de energia mínima. Ao variar a taxa entre os espaçamentos de rede horizontal e vertical $\gamma = a/b$ na rede retangular, nossos resultados mostram a existência de uma transição de estado fundamental em $\gamma = \sqrt{3}$. Na rede quadrada com spins rotacionados também observamos uma transição de estado fundamental em $\alpha \approx 0,212\pi$. Um ponto importante a ser observado é que na transição o sistema apresenta uma degenerescência de estados fundamentais e isso aumenta a frustração do sistema, permitindo maior mobilidade para os monopolos, possibilitando inclusive o deconfinamento. Uma outra questão interessante é em relação a configuração de vértices no estado fundamental. Para a rede retangular, por exemplo, observamos um estado fundamental que apresenta cargas residuais nos vértices. Isso era conhecido somente para a rede honeycomb. No caso da rede quadrada com spins girados, a configuração de estado fundamental é o

padrão de Landau. Esse é um resultado interessante, pois apesar do padrão de Landau ser bastante conhecido e encontrados em filmes finos de permalloy, nunca tinha sido observado ou relacionado à sistemas gelos de spins artificiais.

Aplicamos dois processos de desmagnetização nos modelos propostos. Um protocolo foi realizado à direção de campo constante, onde obtivemos o ciclo de histerese, o segundo protocolo foi com o campo girando em torno da amostra. Nos dois casos, consideramos parâmetros experimentais reais e analisamos como a população de vértices responde ao campo aplicado. Assim, como se observa em outras redes, tais como o gelo de spin em rede quadrada e honeycomb, os resultados dos nossos modelos também mostram que esses protocolos não são eficientes para conduzir o sistema para o estado fundamental. Isso foi verificado através da construção de imagens das configurações de dipolos resultantes do processo de desmagnetização.

Finalmente, vale mencionar que parte desse trabalho resultou em um artigo publicado no *New Journal of Physics* 14, 115019 (2012) [29], e, sem vínculo direto com os resultados abordados nessa tese, podemos citar as demais publicações: *New Journal of Physics* 14, 015008 (2012) [28]; *Physics Letters A*, 376 3469 (2012) [82]; *Appl. Phys. Lett.* 104, 092402 (2014) [83]. Em fase de preparação, podemos mencionar os resultados dos capítulos 4 e 5, onde discute os gelos de spin quadrado com spins girados.

Referências Bibliográficas

- [1] A. P. Ramirez. Strongly geometrically frustrated magnets. *Annu. Rev. Mater. Sci.*, 24:453, 1994.
- [2] M. J. Harris, S. T. Bramwell, D. F. McMorrow, T. Zeiske, and K. W. Godfrey. Geometrical frustration in the ferromagnetic pyrochlore $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$. *Phys. Rev. Lett.*, 79:2554, 1997.
- [3] A. P. Ramirez, A. Hayashi, R. J. Cava, R. Siddharthan, and B. S. Shastry. Zero-point entropy in 'spin ice'. *Nature*, 399:333, 1999.
- [4] S. T. Bramwell and M. J. P. Gingras. Spin ice state in frustrated magnetic pyrochlore. *Science*, 294:1495, 2001.
- [5] S. T. Bramwell, M. J. Harris, B. C. d. Hertog, M. J. P. Gingras, J. S. Gardner, D. F. McMorrow, A. R. Wildes, A. L. Cornelius, J. D. M. Champion, R. G. Melko, and T. Fennell. Spin correlations in $\text{Ho}_2\text{Ti}_2\text{O}_7$: A dipolar spin ice system. *Phys. Rev. Lett.*, 87:047205, 2001.
- [6] R. F. Wang, C. Nisoli, R. S. Freitas, J. Li, W. McConville, B. J. Cooley, M. S. Lund, N. Samarth, C. Leighton, V. H. Crespi, and P. Schiffer. Artificial 'spin ice' in a geometrically frustrated lattice of nanoscale ferromagnetic islands. *Nature*, 439:303, 2006.
- [7] C. Castelnovo, R. Moessner, and S. L. Sondhi. Magnetic monopoles in spin ice. *Nature*, 451:42, 2008.
- [8] L. Balents. Spin liquids in frustrated magnets. *Nature*, 464:199, 2010.
- [9] C. Nisoli, R. Moessner, and P. Schiffer. Colloquium: Artificial spin ice: Designing and imaging magnetic frustration. *Rev. Mod. Phys.*, 85:1473, 2013.
- [10] W. F. Giauque and Muriel F. Ashley. Molecular rotation in ice at 10° K. free energy of formation and entropy of water. *Phys. Rev.*, 43:81, 1933.
- [11] Linus Pauling. The structure and entropy of ice and of other crystals with some randomness of atomic arrangement. *J. Am. Chem. Soc.*, 57:2680, 1935.

- [12] D. Gaulin, J. N. Reimers, T. E. Mason, J. E. Greedan, and Z. Tun. Spin freezing in the geometrically frustrated pyrochlore antiferromagnet $Tb_2Mo_2O_7$. *Phys. Rev. Lett.*, 69:3244, 1992.
- [13] M. J. P. Gingras, C. V. Stager, N. P. Raju, B. D. Gaulin, and J. E. Greedan. Static critical behavior of the spin-freezing transition in the geometrically frustrated pyrochlore antiferromagnet $Y_2Mo_2O_7$. *Phys. Rev. Lett.*, 78:947, 1997.
- [14] J. S. Gardner, B. D. Gaulin, S. H. Lee, C. Broholm, N. P. Raju, and J. E. Greedan. Glassy statics and dynamics in the chemically ordered pyrochlore antiferromagnet $Y_2Mo_2O_7$. *Phys. Rev. Lett.*, 83:211, 1999.
- [15] J. S. Gardner, S. R. Dunsiger, B. D. Gaulin, M. J. P. Gingras, J. E. Greedan, R. F. Kiefl, M. D. Lumsden, W. A. MacFarlane, N. P. Raju, J. E. Sonier, I. Swainson, and Z. Tun. Cooperative paramagnetism in the geometrically frustrated pyrochlore antiferromagnet $Tb_2Ti_2O_7$. *Phys. Rev. Lett.*, 82:1012, 1999.
- [16] Y.-J. Kao, M. Enjalran, A. G. Del Maestro, H. R. Molavian, and M. J. P. Gingras. Understanding paramagnetic spin correlations in the spin-liquid pyrochlore $Tb_2Ti_2O_7$. *Phys. Rev. B*, 68:172407, 2003.
- [17] H. R. Molavian, M. J. P. Gingras, and B. Canals. Dynamically induced frustration as a route to a quantum spin ice state in $Tb_2Ti_2O_7$ via virtual crystal field excitations and quantum many-body effects. *Phys. Rev. Lett.*, 98:157204, 2007.
- [18] M. W. Long. Topological frustration can lead to superconductivity. *J. Phys.: Condens. Matter*, 3:6387, 1991.
- [19] M. Hanawa, Y. Muraoka, T. Sakakibara, T. Yamaura, and Z. Hiroi. Superconductivity at 1 K in $Cd_2Re_2O_7$. *Phys. Rev. Lett.*, 87:187001, 2001.
- [20] T. Yildirim. Origin of the 150 – K anomaly in $LaFeAsO$: Competing antiferromagnetic interactions, frustration, and a structural phase transition. *Phys. Rev. Lett.*, 101:057010, 2008.
- [21] Q. Si and E. Abrahams. Strong correlations and magnetic frustration in the high T_c iron pnictides. *Phys. Rev. Lett.*, 101:076401, 2008.
- [22] Y. Yamamoto, H. Tanaka, and T. Kawai. The control of cluster-glass transition temperature in spinel-type $ZnFe_2O_{4-\delta}$ thin film. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 40:L545, 2001.
- [23] H. Frauenfelder, P.G. Wolynes, and R. H. Austin. Biological physics. *Rev. Mod. Phys.*, 71:S419, 1999.

- [24] H. M. Harreis, C. N. Likos, and H. Löwen. Azimuthal frustration and bundling in columnar dna aggregates. *Biophys. J.*, 84:3607, 2003.
- [25] P. A. M. Dirac. Quantised singularities in the electromagnetic field. *Proc. Roy. Soc. A*, 133:60, 1931.
- [26] Y. Nambu. Strings, monopoles, and gauge fields. *Phys. Rev. D*, 10:4262, 1974.
- [27] L. A. Mól, R. L. Silva, R. C. Silva, A. R. Pereira, W. A. Moura-Melo, and B. V. Costa. Magnetic monopole and string excitations in two-dimensional spin ice. *J. Appl. Phys.*, 106:063913, 2009.
- [28] R. C. Silva, F. S. Nascimento, L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo, and A. R. Pereira. Thermodynamics of elementary excitations in artificial magnetic square ice. *New J. Phys.*, 14:015008, 2012.
- [29] F. S. Nascimento, L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo, and A. R. Pereira. From confinement to deconfinement of magnetic monopoles in artificial rectangular spin ices. *New J. Phys.*, 14:115019, 2012.
- [30] R. C. Silva, R. J. C. Lopes, L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo, G. M. Wysin, and A. R. Pereira. Nambu monopoles interacting with lattice defects in two-dimensional artificial square spin ice. *Phys. Rev. B*, 87:014414, 2013.
- [31] S. T. Bramwell, S. R. Giblin, S. Calder, R. Aldus, D. Prabhakaran, and T. Fennell. Measurement of the charge and current of magnetic monopoles in spinice. *Nature*, 461:956, 2009.
- [32] H. D. Zhou, S. T. Bramwell, J. G. Cheng, C. R. Wiebe, G. Li, L. Balicas, J. A. Bloxson, H. J. Silverstein, J. S. Zhou, J. B. Goodenough, and J. S. Gardner. High pressure route to generate magnetic monopole dimers in spin ice. *Nature Communications*, 478:2, 2011.
- [33] S. Ladak, D. E. Read, G. K. Perkins, L. F. Cohen, and W. R. Branford. Direct observation of magnetic monopole defects in an artificial spin-ice system. *Nature Physics*, 6:359, 2010.
- [34] E. Mengotti, L. J. Heyderman, A. F. Rodríguez, F. Nolting, R. V. Hügli, and H.-B. Braun. Real-space observation of emergent magnetic monopoles and associated dirac strings in artificial kagome spin ice. *Nature Physics*, 7:68, 2011.
- [35] S. J. Blundell. Monopoles, magnetricity and the stray field from spin ice. *Phys. Rev. Lett.*, 108:147601, 2012.
- [36] W. R. Branford, S. Ladak, D. E. Read, K. Zeissler, and L. F. Cohen. Emerging chirality in artificial spin ice. *Science*, 335:1597, 2012.

- [37] S. T. Bramwell. Condensed-matter physics: Great moments in disorder. *Nature*, 439:273, 2006.
- [38] J. Li, X. Ke, S. Zhang, D. Garand, C. Nisoli, P. Lammertand, V. H. Crespi, and P. Schiffer. Comparing artificial frustrated magnets by tuning the symmetry of nanoscale permalloy arrays. *Phys. Rev. B*, 81:092406, 2010.
- [39] W. F. Giauque and J. W. Stout. The entropy of water and the third law of thermodynamics. the heat capacity of ice from 15 to 273°k. *J. Am. Chem. Soc.*, 58:1144, 1936.
- [40] J. D. Bernal and R. H. Fowler. A theory of water and ionic solution, with particular reference to hydrogen and hydroxyl ions. *J. Chem. Phys.*, 1:515, 1933.
- [41] P. W. Anderson. Ordering and antiferromagnetism in ferrites. *Phys. Rev.*, 102:1008, 1956.
- [42] R. Siddharthan, B. S. Shastry, A. P. Ramirez, A. Hayashi, R. J. Cava, and S. Rosenkranz. Ising pyrochlore magnets: Low-temperature properties, “ice rules,” and beyond. *Phys. Rev. Lett.*, 83:1854, 1999.
- [43] G. Möller and R. Moessner. Magnetic multipole analysis of kagome and artificial spin-ice dipolar arrays. *Phys. Rev. B*, 80:140409, 2009.
- [44] G.-W. Chern, P. Mellado, and O. Tchernyshyov. Two-stage ordering of spins in dipolar spin ice on the kagome lattice. *Phys. Rev. Lett.*, 106:207202, 2011.
- [45] C. Castelnovo, R. Moessner, and S. L. Sondhi. Thermal quenches in spin ice. *Phys. Rev. Lett.*, 104:107201, 2010.
- [46] J. P. Morgan, A. Stein, S. Langridge, and C. H. Marrows. Thermal ground-state ordering and elementary excitations in artificial magnetic square ice. *Nature Physics*, 7:75, 2010.
- [47] V. Kapaklis, U. B. Arnalds, A. Harman-Clarke, E. T. Papaioannou, M. Karimipour, P. Korolis, A. Taroni, P. C. W. Holdsworth, S. T. Bramwell, and B. Hjorvarsson. Melting artificial spin ice. *New J. Phys.*, 14:035009, 2012.
- [48] S. D. Pollard, V. Volkov, and Y. Zhu. Propagation of magnetic charge monopoles and dirac flux strings in an artificial spin-ice lattice. *Phys. Rev. B*, 85:180402, 2012.
- [49] A. Schumann, B. Sothmann, P. Szary, and H. Zabel. Charge ordering of magnetic dipoles in artificial honeycomb patterns. *Appl. Phys. Lett.*, 97:022509, 2010.

- [50] A. Farhan, P. M. Derlet, A. Kleibert, A. Balan, R. V. Chopdekar, M. Wyss, L. Anghinolfi, F. Nolting, and L. J. Heyderman. Exploring hyper-cubic energy landscapes in thermally active finite artificial spin-ice systems. *Nat. Phys.*, 9:375, 2013.
- [51] Cristiano Nisoli, Jie Li, Xianglin Ke, D. Garand, Peter Schiffer, and Vincent H. Crespi. Effective temperature in an interacting vertex system: Theory and experiment on artificial spin ice. *Phys. Rev. Lett.*, 105:047205, 2010.
- [52] M. J. Donahue and D. G. Porter. OOMMF User's Guide, Version 1.0 *Interagency Report NISTIR 6376* National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD (Sept 1999) <http://math.nist.gov/oommf/>.
- [53] S. Ladak, D. Read, T. Tyliczszak, W. R. Branford, and L. F. Cohen. Monopole defects and magnetic coulomb blockade. *New J. Phys.*, 13:023023, 2011.
- [54] S. Ladak, D. E. Read, W. R. Branford, and L. F. Cohen. Direct observation and control of magnetic monopole defects in an artificial spin-ice material. *New J. Phys.*, 13:063032, 2011.
- [55] J. M. Porro, A. Bedoya-Pinto, A. Berger, and P. Vavassori. Exploring thermally-induced states in square artificial spin ice arrays. *New J. Phys.*, 15:055012, 2013.
- [56] J. P. Morgan, J. Akerman, A. Stein, C. Phatak, R. M. L. Evans, S. Langridge, and C. H. Marrows. Real and effective thermal equilibrium in artificial square spin ices. *Phys. Rev. B*, 87:024405, 2013.
- [57] E. Mengotti, L. J. Heyderman, A. F. Rodríguez, A. Bisig, L. Le Guyader, F. Nolting, and H. B. Braun. Building blocks of an artificial kagome spin ice: Photoemission electron microscopy of arrays of ferromagnetic islands. *Phys. Rev. B*, 78:144402, 2008.
- [58] Y. Qi, T. Brintlinger, and J. Cumings. Direct observation of the ice rule in an artificial kagome spinice. *Phys. Rev. B*, 77:094418, 2008.
- [59] J. Li, S. Zhang, J. Bartell, C. Nisoli, X. Ke, P. E. Lammert, V. H. Crespi, and P. Schiffer. Comparing frustrated and unfrustrated clusters of single-domain ferromagnetic islands. *Phys. Rev. B*, 82:134407, 2010.
- [60] Y. Shen, O. Petrova, P. Mellado, S. Daunheimer, J. Cumings, and O. Tchernyshyov. Dynamics of artificial spin ice: Continuous honeycomb network. *New J. Phys.*, 14:035022, 2012.

- [61] S. Ladak, S. K. Walton, K. Zeissler, T. Tyliczszak, D. E. Read, W. R. Branford, and L. F. Cohen. Disorder-independent control of magnetic monopole defect population in artificial spin-ice honeycombs. *New J. Phys.*, 14:045010, 2012.
- [62] G. M. Wysin, W. A. Moura-Melo, L. A. S. Mól, and A. R. Pereira. Dynamics and hysteresis in square lattice artificial spin-ice. *New J. Phys.*, 15:04529, 2013.
- [63] J. Cumings. Frustrated magnets: Artificial ice goes thermal. *Nature Physics*, 7:7, 2011.
- [64] Z. Budrikis, K. L. Livesey, J. P. Morgan, J. Akerman, A. Stein, S. Langridge, C. H. Marrows, and R. L. Stamps. Domain dynamics and fluctuations in artificial square ice at finite temperatures. *New J. Phys.*, 14:035014, 2012.
- [65] L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo, and A. R. Pereira. Conditions for free magnetic monopoles in nanoscale square arrays of dipolar spin ice. *Phys. Rev. B*, 82:054434, 2010.
- [66] Y. Li, T. X. Wang, H. Y. Liu, X. F. Dai, and G. D. Liu. Geometry effect on the magnetic ordering of geometrically frustrated rectangular and triangular magnets. *Phys. Lett. A*, 375:1548, 2011.
- [67] N. Rougemaille, F. Montaigne, B. Canals, A. Duluard, D. Lacour, M. Hehn, R. Belkhou, O. Fruchart, S. El Moussaoui, A. Bendounan, and F. Maccherozzi. Artificial kagome arrays of nanomagnets: A frozen dipolar spin ice. *Phys. Rev. Lett.*, 106:057209, 2011.
- [68] L. A. S. Mól, A. R. Pereira, and W. A. Moura-Melo. Comment on geometry effect on the magnetic ordering of geometrically frustrated rectangular and triangular magnets [phys. lett. a 375 (13)]. *Phys. Lett. A*, 375:2680, 2011.
- [69] G. T. Barkema and M. E. J. Newman. Monte carlo simulation of ice models. *Phys. Rev. E*, 57:1155, 1998.
- [70] J. Raabe, C. Quitmann, C. H. Back, F. Nolting, S. Johnson, and C. Buehler. Quantitative analysis of magnetic excitations in landau flux-closure structures using synchrotron-radiation microscopy. *Phys. Rev. Lett.*, 94:217204, 2005.
- [71] Markus Weigand, Bartel Van Waeyenberge, Arne Vansteenkiste, Michael Curcic, Vitalij Sackmann, Hermann Stoll, Tolek Tyliczszak, Konstantine Kaznatcheev, Drew Bertwistle, Georg Woltersdorf, Christian H. Back, and Gisela Schütz. Vortex core switching by coherent excitation with single in-plane magnetic field pulses. *Phys. Rev. Lett.*, 102:077201, 2009.

- [72] Thomas Kamionka, Michael Martens, André Drews, Benjamin Krüger, Ole Albrecht, and Guido Meier. Influence of temperature on the gyrotropic eigenmode of magnetic vortices. *Phys. Rev. B*, 83:224424, 2011.
- [73] Hauke H. Langner, Lars Bocklage, Toru Matsuyama, and Guido Meier. Inductive detection of magnetic vortex gyration. *Phys. Rev. B*, 87:064420, 2013.
- [74] Jian-Gang Zhu, Youfeng Zheng, and Xiangdong Lin. Micromagnetics of small size patterned exchange biased permalloy film elements (invited). *J. Appl. Phys.*, 81:4336, 1997.
- [75] Helmut Kronmüller Riccardo Hertel. Irreversible magnetization processes in a soft magnetic platelet. *Physica B*, 275:1, 2000.
- [76] Kaixuan Xie, Xiaopu Zhang, Weiwei Lin, Peng Zhang, and Hai Sang. Magnetization splitting in landau and diamond-domain structures: Dependence on exchange interaction, anisotropy, and size. *Phys. Rev. B*, 84:054460, 2011.
- [77] S. Hankemeier, R. Frömter, N. Mikuszeit, D. Stickler, H. Stillrich, S. Pütter, E. Y. Vedmedenko, and H. P. Oepen. Magnetic ground state of single and coupled permalloy rectangles. *Phys. Rev. Lett.*, 103:147204, 2009.
- [78] Z. Budrikis, P. Politi, and R. L. Stamps. Vertex dynamics in finite two-dimensional square spin ices. *Phys. Rev. Lett.*, 105:017201, 2010.
- [79] Z. Budrikis, P. Politi, and R. L. Stamps. Diversity enabling equilibration: Disorder and the ground state in artificial spin ice. *Phys. Rev. Lett.*, 107:217204, 2011.
- [80] Z. Budrikis, J. P. Morgan, J. Akerman, A. Stein, P. Politi, S. Langridge, C. H. Marrows, and R. L. Stamps. Disorder strength and field-driven ground state domain formation in artificial spin ice: Experiment, simulation, and theory. *Phys. Rev. Lett.*, 109:037203, 2012.
- [81] R. F. Wang, J. Li, W. McConville, C. Nisoli, X. Ke, J. W. Freeland, V. Rose, M. Grimsditch, P. Lammert, V. H. Crespi, and P. Schiffer. Demagnetization protocols for frustrated interacting nanomagnet arrays. *J. Appl. Phys.*, 101:09J104, 2007.
- [82] F. S. Nascimento, L. A. S. Mól, A. R. Pereira, and W. A. Moura-Melo. Erratum to comment on geometry effect on the magnetic ordering of geometrically frustrated rectangular and triangular magnets [phys. lett. a 375 (13)]. *Phys. Lett. A*, 376:3469, 2012.
- [83] C. I. L. Araujo, R. C. Silva, I. R. B. Ribeiro, F. S. Nascimento, J. F. Felix, S. O. Ferreira, L. A. S. Mól, W. A. Moura-Melo, and A. R. Pereira. Magnetic vortex crystal formation

in the antidot complement of square artificial spin ice. *Appl. Phys. Lett.*, 104:092402, 2014.