

AIRTON LOPES AMORIM

**FUNÇÃO DE PRODUÇÃO AGREGADA E CRESCIMENTO
ECONÔMICO DE LONGO PRAZO DOS ESTADOS BRASILEIROS NO
PERÍODO DE 1980-2002: UMA ANÁLISE EMPÍRICA COM DADOS EM
PAINEL**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Viçosa, como parte
das exigências do Programa de Pós-
Graduação em Economia, para obtenção do
título de “Magister Scientiae”.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2008

AIRTON LOPES AMORIM

**FUNÇÃO DE PRODUÇÃO AGREGADA E CRESCIMENTO
ECONOMICO DE LONGO PRAZO DOS ESTADOS BRASILEIROS NO
PERÍODO DE 1980-2002: UMA ANÁLISE EMPÍRICA COM DADOS EM
PAINEL**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Viçosa, como parte
das exigências do Programa de Pós-
Graduação em Economia, para obtenção do
título de “Magister Scientiae”.

APROVADA: 27 fevereiro de 2008.

Silvia Harumi Toyoshima

Nelson da Silva

Marcelo José Braga

Mercio Botelho Faria

Geraldo Edmundo Silva Junior
(Orientador)

Dedico este trabalho a meus pais, pelo apoio que me deram em todos os momentos de minha vida .

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais pela orientação e pelo esforço em proporcionar aos filhos a educação necessária na busca por dias melhores.

Agradeço, também, a meus familiares e amigos pelos momentos felizes que me proporcionaram ao longo do mestrado e, principalmente, pelo apoio nos momentos difíceis em que a fraqueza e o sentimento de derrota, aos quais estamos sujeitos, nos abala, trazendo consigo o desejo de desistir. Nesses momentos lá estão os braços amigos a nos colocar de pé e nos apoiar na retomada do caminho.

Agradeço à Universidade Federal de Viçosa por me permitir avançar mais um passo no difícil, mas gratificante, caminho da formação profissional.

Agradeço, também, aos professores do Departamento de Economia desta Universidade pela dedicação e pela paciência que a mim despenderam tanto em sala de aula, como nas conversas nos corredores ou em seus gabinetes, momentos em que se mostravam como grandes amigos e pessoas verdadeiramente preocupadas com a formação de seus alunos. Agradeço também aos funcionários daquele Departamento, pelo apoio e atenção a mim dispensados.

Agradeço também a CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – pelo apoio financeiro.

BIOGRAFIA

Airton Lopes Amorim, filho de José Dias Amorim e Maria do Carmo Lopes Amorim, nasceu em Viçosa , Minas Gerais, em 23 de Abril de 1980.

Em 2000 iniciou a graduação em Ciências Econômicas pela Universidade Federal de Viçosa, tendo concluído o curso em 2004.

Em março de 2006, iniciou o Mestrado em Desenvolvimento Econômico e Políticas Públicas do Departamento de Economia, também da Universidade Federal de Viçosa. Em fevereiro de 2008 submeteu-se à defesa de sua dissertação.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE FIGURAS	x
RESUMO.....	xi
ABSTRACT.....	Xiii
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Considerações iniciais.....	1
1.2 O problema e sua importância.....	3
1.3 Hipótese do trabalho.....	6
1.4 Objetivos.....	6
2. TEORIAS DO CRESCIMENTO ECONOMICO.....	7
2.1. Modelo Harrod-Domar.....	7
2.2 Modelo Neoclássico do Crescimento econômico.....	12
2.3 Modelo Endógeno de crescimento econômico.....	19
2.4 Função de produção CES e crescimento econômico.....	21
2.5 Função de Produção agregada.....	24

2.5.1 Função de produção Cobb-Douglas.....	24
2.5.2 Função de produção CES.....	27
3. MODELO TEÓRICO.....	31
3.1. Modelo neoclássico de crescimento econômico com função de produção agregada CES.....	31
3.1.1 A dinâmica do modelo para alta elasticidade de substituição entre os fatores de produção.....	34
3.1.2 A dinâmica do modelo para baixa elasticidade de substituição entre os fatores de produção.....	37
3.2 Convergência no modelo.....	38
4. METODOLOGIA.....	40
4.1 A versão linearizada da função CES.....	40
4.2 Modelos para Dados em Painel.....	43
4.2.1 Estimação do modelo de Efeitos Fixos (EF).....	45
4.2.2 Estimação do modelo de Efeitos Aleatórios (EA).....	48
4.3 Testes estatísticos para os modelos de dados em painel.....	52
4.3.1 .Teste para efeito aleatório.....	52
4.3.2 .Teste de Hausman: Efeitos Fixos versus Efeitos Aleatórios.....	52
4.3.4. Teste de raiz unitária para dados em painel.....	54
4.4. Variáveis, fontes de dados e procedimentos.....	54
4.4.1 Variáveis.....	55
4.4.2. Procedimentos.....	56
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	57
5.1 Estatísticas descritivas para as variáveis utilizadas no estudo.....	58
5.2 Testes de raiz unitária.....	60
5.3. Resultado das estimativas para os estados.....	61
5.4. Dinâmica do crescimento dos estados brasileiros.....	64
5.5 Resultados das estimativas para as regiões.....	67

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	73
REFERENCIAS.....	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Estatísticas descritivas para as variáveis envolvidas no estudo, em relação ao Brasil e alguns estados aleatoriamente selecionados, 1980-2002.....	58
Tabela .2	Estatísticas descritivas para as variáveis envolvidas no estudo, em relação ao Brasil e alguns estados aleatoriamente selecionados, 1980-2002.....	59
Tabela 3	Teste de raiz unitária de Hadri para as variáveis utilizadas no estudo, 1981-200.....	60
Tabela 4	Teste de raiz unitária de Im, Pesaram e Shin (IPS) e Fisher ADF para as variáveis utilizadas no estudo, 1981-2002.....	61
Tabela 5	Estimativas da função de produção CES linear para os estados brasileiros, no período de 1981 a 2002.	62
Tabela 6	Estimativas dos parâmetros da função de produção CES linear para os estados brasileiros, no período de 1981 a 2002.....	64
Tabela 7	Estimativas da função de produção CES linear para as regiões brasileiras, no período de 1981 a 2002.....	68
Tabela 8	Estimativas dos parâmetros da função de produção CES linear para as regiões brasileiras, no período de 1981 a 2002.....	70

LISTA DE FIGURAS

Figura.1	Função de produção na forma intensiva.....	15
Figura 2.	Função de produção na forma intensiva com progresso tecnológico.....	17
Figura 3	Taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador com função de produção CES.....	35
Figura 4	Taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador com função de produção CES.....	36
Figura 5	Taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador com função de produção CES.....	38

RESUMO

AMORIM, Airton Lopes. M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2008. **Função de produção agregada e crescimento econômico de longo prazo dos estados brasileiros no período de 1980-2002: uma análise empírica com dados em painel.** Orientador: Geraldo Edmundo Silva Junior. Co-orientadores: Nelson da Silva e Mercio Botelho Faria.

Novos “fatos estilizados” sobre o crescimento econômico de longo prazo, vêm colocando em dúvida o uso convencional da especificação Cobb-Douglas, como representativa da tecnologia de produção agregada nas análises, teóricas e empíricas, sobre crescimento econômico. Diante dessa observação, uma alternativa possível, seria o uso de uma especificação mais geral, como por exemplo, a função CES. Motivado por essa possibilidade, o objetivo do presente trabalho, foi o de testar a especificação da função de produção agregada para uma amostra composta por 26 estados brasileiros, buscando avaliar se a função de elasticidade de substituição constante entre os fatores de produção, a CES, representaria de forma mais adequada a tecnologia de produção dos estados brasileiros, e verificar a consequência dessa hipótese para o crescimento econômico dos mesmos. Para isso, foi apresentado um modelo de crescimento econômico, nas linhas do modelo neoclássico, sem progresso técnico e com propensão a poupar exógena, com uma função de produção CES. A análise empírica foi realizada com base na técnica de dados em painel, para o período de 1980 a 2002. Os resultados sugeriram que a especificação CES seria a mais adequada para representar a função de

produção agregada da economia dos estados brasileiros, uma vez que o valor estimado da elasticidade de substituição dos fatores foi, estatisticamente, superior à unidade. O valor estimado de ρ , o parâmetro de substituição, foi negativo, indicando a possibilidade de crescimento endógeno para os estados brasileiros. Os resultados apontaram, também, para a importância de fatores não observados como a habilidade dos trabalhadores (não apenas medida pelos anos de escolaridade), aspectos culturais, entre outros, que teriam papel importante em explicar as variações no PIB dos estados. Por fim, Os testes para diferenças na elasticidade de substituição entre os fatores, permitiram verificar que, realmente, existe uma diferença na elasticidade de substituição para as diferentes regiões do Brasil. Diferença, que poderia estar associada ao acesso a novos métodos de produção, ou seja, à inovação.

ABSTRACT

AMORIM, Airton Lopes. M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2008. **Aggregate production function and long run economic growth of the Brazilian states over the period 1980-2002: an empirical analysis with panel data.** Adviser: Geraldo Edmundo Silva Junior. Co-Advisers: Nelson da Silva e Mercio Botelho Faria.

New "stylized facts" on long run economic growth are putting in doubt the conventional use of the Cobb-Douglas specification, as representative of the aggregate production technology in the analysis, theoretical and empirical, on economic growth. In this context, a possible alternative would be the use of a more general specification as, for instance, the CES function. Motivated by this possibility, the purpose of present work was to test whether a CES specification is more appropriate way to represent the aggregate production technology of the Brazilian states and, in affirmative case, to check the consequences of that hypothesis for the economic growth of the same ones. For this, a model of economic growth was presented, in the lines of the neoclassical model, without technical progress, with exogenous propensity to save and a CES production function. The empirical analysis was implemented with panel data technique. The sample was composed of 26 Brazilian states over the period 1980 to 2002. The results suggested that the CES specification would be the most appropriate to represent the aggregate production function of the economy of the Brazilian states, once the find value of the elasticity of substitution between capital and labor was more than

one. The find value to ρ , the substitution parameter, was negative, indicating the possibility of endogenous growth for the Brazilian states. The results showed, also, the importance of non observed features as, the workers' ability (not just measure by the years of education), cultural aspects, among other, what would have important share in explaining the differences in GDP of the states. Finally, the tests for the differences in the substitution elasticity among the factors allowed checking that there is, really, a difference in the substitution elasticity for the different areas of Brazil. Those differences could be associated to the access to new production methods, that is, to the innovation.

1 INTRODUÇÃO

1.1. Considerações iniciais

Duas questões em economia têm desafiado economistas ao longo de várias décadas. A primeira delas é entender porque alguns países, regiões, ou estados crescem mais que outros. A segunda é identificar os determinantes desse crescimento, como forma de orientar ações que possibilitem as outras economias alcançarem taxas mais elevadas de crescimento de sua renda *per capita*. Segundo Lucas (1988), as conseqüências dessas questões para o bem estar humano são simplesmente impressionantes, quando se começa a pensar nelas, é difícil pensar em alguma outra coisa.

Para autores como Snowdon e Vane (2005), a importância do crescimento econômico por longo período de tempo como base para a melhoria no bem-estar das pessoas não é um exagero.

“Até mesmo pequenas diferenças nas taxas de crescimento da renda *per capita*, se sustentadas durante vários períodos de tempo, levam a diferenças significativas no padrão de vida entre as economias. Dessa forma, o crescimento econômico

seria o principal mecanismo para gerar aumento na renda *per capita*, assim como para explicar as diferenças no padrão de vida observado entre os países” (SNOWDON E VANE, 2005, pág. 589).

Ao estudar o crescimento econômico dos países, regiões, ou estados de um mesmo país, os teóricos do crescimento econômico procuram conduzir suas análises por meio de uma estrutura lógica, que deve conter o que eles acreditam serem os principais fatores que podem explicar o crescimento de uma economia. De acordo com Ellery Jr. e Gomes (2003), uma maneira de se realizar esta tarefa consiste no uso de modelos matemáticos, que são construídos de forma que as hipóteses sejam bem explícitas, obrigando, dessa forma, os pesquisadores a manterem a coerência dos seus argumentos.

Além de explicitarem as hipóteses do modelo e seguir de forma coerente a argumentação apresentada, para Snowdon e Vane (2005), uma teoria convincente sobre o crescimento econômico de longo prazo, necessita ser consistente com os chamados “fatos estilizados” do crescimento, que emergiram da experiência histórica do crescimento econômico.

Kaldor (1961) foi quem propôs o que ele considerou serem as principais observações empíricas com as quais qualquer teoria do crescimento necessitava ser consistente. De acordo com aquele autor, os “fatos estilizados” são regularidades empíricas, que podem não ser rigorosamente exatas em qualquer lugar, durante todo o período de tempo, mas parecem condensar algumas características importantes. Estes “fatos estilizados” ajudariam a organizar as idéias, quase como um detetive que procura pistas antes de efetuar uma investigação meticulosa.

Em seu artigo de 1961, Kaldor listou algumas daquelas regularidades empíricas, ou tendências gerais. O primeiro fato listado dizia que o produto *per capita* cresce ao longo do tempo, e sua taxa de crescimento não tende a diminuir. O segundo fato dizia que a razão capital-trabalho exhibe crescimento contínuo. O terceiro fato afirmava que a taxa de retorno do capital é praticamente constante. O quarto fato dizia que a razão capital-produto é estável. O quinto que a participação do trabalho e do capital sobre a renda nacional permanece estável. E por fim, a taxa de crescimento do produto por trabalhador difere substancialmente entre os países. Estes fatos descreveriam uma espécie de crescimento equilibrado da economia, que se observa na realidade como uma tendência de longo prazo.

Ao explicar o crescimento de longo prazo das economias, diante de uma estrutura de equilíbrio, como a sugerida pelos “fatos estilizados”, grande parte dos modelos de crescimento econômico, assumem uma função de produção agregada representada pela especificação Cobb-Douglas, com dois fatores de produção, capital físico e trabalho, ou ainda, capital humano ajustado ao trabalho.

Segundo Duffy e Papagiorgiou (2000), a especificação Cobb-Douglas é uma especificação linearmente homogênea, que possui elasticidade de substituição constante. Uma vez que essa propriedade é consistente com um dos “fatos estilizados” sobre o crescimento econômico, a saber: o fato de que a participação do capital e do trabalho na renda seria relativamente constante ao longo do tempo, muitos autores não questionam o uso dessa especificação para estudar o crescimento econômico de longo prazo dos países.

1.2. Problema e sua importância

Um conjunto de novos “fatos estilizados” parece colocar em dúvida o uso convencional da especificação Cobb-Douglas como representativa da função de produção agregada, nos trabalhos teóricos e empíricos sobre crescimento econômico. De acordo com Jones (2003), quando tomados conjuntamente, estes novos fatos se colocam como desafios à moderna teoria do crescimento. Estes fatos são os seguintes:

1. Ao contrário da crença convencional, os pagamentos agregados ao capital e ao trabalho como parte do PIB não são constantes ao longo do tempo, e na realidade, a participação do capital mostra uma tendência significativa em muitos países e indústrias.

2. Estimativas da elasticidade de substituição entre capital e trabalho na produção, são frequentemente menores que a unidade. Estudos realizados por Hamermesh (1993) e Ántras (2001) ajudaram a documentar este fato. Estimativas apoiando este fato e que fazem distinção entre trabalho qualificado e não qualificado podem ser encontrados em Krusell, Ohanian, Rios-Rull e Violante (2000) e Caselli e Coleman (2000). Nenhum estudo individual é especialmente convincente, e até mesmo os resultados tomados como um todo não são conclusivos. Mas o resultado típico parece ser que a elasticidade de substituição entre capital e trabalho é menor que a unidade

3. O preço dos bens de capital na categoria equipamentos - computadores, ferramentas elétricas, turbinas, entre outros – têm caído em relação ao preço dos bens de

consumo não duráveis. Este fato foi documentado por Gordon (1990) e foi enfatizado mais recentemente em uma série de artigos incluindo Greenwood, Hercowitz e Krusell (1997) e Whelan (2001). A redução do preço relativo é tomada como uma evidência de uma taxa mais rápida de mudança tecnológica sendo incorporada nos bens de capital, do que nos bens de consumo. Este fenômeno vem sendo chamado de mudança tecnológica específica em investimento.

Ainda de acordo com Jones (2003), a presença de mudança tecnológica específica em investimento sugere que a função de produção deveria ser Cobb-Douglas. Entretanto, essa função de produção seria inconsistente com a tendência de uma maior participação do capital no PIB e, com a estimativa da elasticidade de substituição entre capital e trabalho menor que a unidade.

Se esses novos fatos parecem representar de maneira adequada a realidade econômica dos países, como alguns estudiosos do assunto têm tentado demonstrar, eles não deveriam ser desconsiderados nas teorias sobre o crescimento econômico. Assim, fazem-se necessárias novas teorias que expliquem esses fatos, ou ainda, especificações alternativas de funções de produção que sejam consistentes com a variação e tendência da participação do capital no PIB e com a estimativa da elasticidade de substituição entre capital e trabalho menor que a unidade.

Alguns trabalhos recentes, como, por exemplo, o de Duffy e Papageorgiou (2000) procuraram incorporar uma função de produção do tipo elasticidade de substituição constante (CES), em uma estrutura econômica do tipo neoclássica, procurando verificar as implicações dessa hipótese. A utilização dessa função deveu-se às seguintes razões. Em primeiro lugar, a função CES apresenta elasticidade de substituição constante, mas não necessariamente igual à unidade, como no caso da função Cobb-Douglas. Essa característica incorpora a possibilidade de que a elasticidade de substituição entre os fatores seja menor que a unidade. Em segundo lugar, a participação dos fatores de produção, capital e trabalho, na renda nacional, no caso dessa função, não é constata. A participação dos fatores de produção no PIB pode apresentar uma tendência, para determinados valores dos parâmetros dessa função, o que poderia ser consistente com a variação da participação do capital na renda nacional.

Duffy e Papageorgiou (2000) demonstraram ainda que, para certas parametrizações, a função CES admitia a possibilidade de crescimento endógeno de longo prazo. Esse crescimento surge quando o produto marginal dos fatores de produção não tende à zero no limite, quando esses fatores de produção crescem muito,

violando a condição de Inada (1963). Ao contrário disso, o produto marginal do capital atingiria, assintoticamente, algum limite baixo, mas maior que zero, eliminando assim a necessidade de qualquer tipo de progresso tecnológico exógeno como motor do crescimento econômico de longo prazo.

Motivados por essas observações e pela falta de esforços consideravelmente sérios para estimar outros tipos de funções de produção usando dados agregados de amostra *cross-section* para vários países, Duffy e Papagiorgiou (2000), e Duarte e Simões (2001) procuraram estimar uma função de produção do tipo CES e verificar se essa especificação seria empiricamente mais adequada do que a Cobb-Douglas na análise de crescimento econômico de longo prazo.

Os resultados encontrados por Duffy e Papagiorgiou (2000) permitiram a esses autores rejeitar a especificação Cobb-Douglas como função de produção agregada para uma amostra de 82 países, em favor da especificação CES e rejeitar a presença de crescimento econômico exógeno. Além disso, aqueles autores testaram a hipótese de Gollin (1998) de que países em diferentes estágios de desenvolvimento teriam diferentes participações do capital e trabalho na renda nacional, o que sugeriria *a priori*, que a elasticidade de substituição entre os fatores de produção poderia ser diferente para diferentes países, dependendo da acumulação de capital físico dos mesmos.

Os resultados daqueles autores corroboraram com a hipótese de Gollin (1998), uma vez que eles encontraram que para os países ricos, capital físico e capital humano ajustado pelo trabalho, são mais substituíveis do que para os países pobres. Resultados semelhantes também foram encontrados por Duarte e Simões (2001) para uma amostra concentrada nos países da Europa.

Nesse contexto é que se desenvolveu o presente trabalho. Entender o crescimento econômico dos estados brasileiros, assim como as disparidades econômicas entre os mesmos despertou e continua despertando o interesse em muitos pesquisadores. O propósito deste trabalho foi testar a especificação da função de produção agregada para a uma amostra composta por 26 estados brasileiros. Assim, buscou-se avaliar a seguinte questão: a tecnologia de produção dos estados brasileiros seria representada, de forma mais adequada, por uma função de produção CES do que por uma função de produção Cobb-Douglas?

Em caso afirmativo, poder-se-ia ter importantes conseqüências, no que diz respeito aos resultados dos estudos empíricos, acerca do crescimento econômico desses

estados, pois, se a elasticidade de substituição dos fatores fosse superior à unidade ($\sigma > 1$), haveria o potencial para crescimento endógeno.

1.3 Hipótese do trabalho

A função de elasticidade de substituição constante (CES) poderia ser uma especificação mais adequada para representar a função de produção agregada dos estados brasileiros, em decorrência da grande discrepância econômica apresentada pelos mesmos.

1.4 Objetivos

O presente trabalho teve como objetivo geral estudar o crescimento econômico de longo prazo dos estados brasileiros, no período compreendido entre 1980-2002, por meio de um modelo de crescimento econômico neoclássico, tendo a especificação CES (elasticidade de substituição constante) como especificação para a função de produção agregada, no lugar da tradicional especificação Cobb-Douglas.

Especificamente pretendeu-se:

- (a) Verificar se a função de produção CES seria uma especificação, empiricamente relevante, da função de produção agregada dos estados brasileiros;
- (b) Verificar a dinâmica do crescimento econômico de longo prazo dos estados brasileiros, sugerida pela estimativa do parâmetro ρ daquela função de produção agregada.
- (c) Testar a hipótese de que a elasticidade de substituição entre os fatores de produção varia de acordo com o nível de acumulação de capital dos estados brasileiro.

2. TEORIAS DO CRESCIMENTO ECONOMICO

Esse capítulo apresenta as principais teorias de crescimento econômico de longo prazo, procurando mostrar como elas se ajustam aos “fatos estilizados” sobre o crescimento, bem como suas principais “falhas”.

Posteriormente, procurou-se mostrar como algumas das “falhas” poderiam ser superadas por meio de uma teoria de crescimento na qual a função de produção agregada fosse a CES. Por fim, as funções de produção Cobb-Douglas e CES são comparadas e suas vantagens e desvantagens destacadas.

2.1. Modelo Harrod-Domar

Os estudos sobre crescimento econômico de longo prazo são motivados pela identificação dos determinantes da taxa de crescimento do produto real *per capita* dos países, bem como pela explicação de porque os países apresentam diferentes taxas de crescimento econômico.

Um dos primeiros modelos de crescimento econômico de longo prazo surgiu das teorias de Harrod (1939) e Domar (1946), ambas de inspiração keynesiana. Enquanto Keynes (1936) enfatizou o impacto do investimento sobre a demanda agregada, aqueles autores procuraram mostrar como o gasto com investimento aumentava a capacidade produtiva de uma economia, demonstrando seu efeito do lado da oferta.

O modelo Harrod-Domar, como ficou posteriormente conhecido, assumia que o produto de uma economia hipotética era gerado por uma função de produção do tipo Lenotief, isto é, uma tecnologia de produção com proporções fixas para os fatores de produção (razão capital/trabalho fixa) e uma razão capital/produto fixa. Assumia, também, que a força de trabalho crescia a uma taxa constante e exógena (n).

A renda agregada dessa economia hipotética era representada da seguinte forma:

$$Y_t = C_t + S_t \quad (2.1)$$

em que:

Y_t = PIB real no período t ;

C_t = Consumo no período t ; e

S_t = Poupança no período t .

O equilíbrio na economia requeria que toda poupança fosse investida, ou seja:

$$S_t = I_t \quad (2.2)$$

em que:

I_t = Investimento no período t .

Por suposição, a poupança total da economia era uma proporção (s) do PIB real no período t (Y_t), com $0 < s < 1$, como apresentado na equação abaixo:

$$S_t = sY_t \quad (2.3)$$

Substituindo-se a equação (2.2) em (2.1) tem-se que:

$$Y_t = C_t + I_t \quad (2.4)$$

No modelo Harrod-Domar para que a economia crescesse, eram necessárias adições líquidas ao estoque de capital, cuja evolução ao longo do tempo, por sua vez, era dada pela seguinte equação:

$$K_{t+1} = (1 - \delta)K_t + I_t \quad (2.5)$$

em que:

K_t = estoque de capital no período t ;

δ = taxa de depreciação do estoque de capital, com $0 < \delta < 1$;

Assumindo que o total de novos investimentos era determinado pelo total de poupança, a dinâmica do modelo era determinada pela evolução da acumulação de capital. Uma vez que $K_t = vY_t$ (v é uma proporção de Y_t , indicando que do total produzido uma parcela era investida, $0 < v < 1$) e $I_t = S_t$, a equação (2.5) podia ser reescrita como:

$$vY_{t+1} = (1 - \delta)vY_t + sY_t \quad (2.6)$$

Dividindo-se ambos os lados da equação (2.6) por v e simplificando a equação resultante tem-se:

$$Y_{t+1} - Y_t = \left[\left(\frac{s}{v} \right) - \delta \right] Y_t \quad (2.7)$$

Dividindo-se ambos os lados da equação (2.7) por Y_t , com $Y_t \neq 0$, tem-se:

$$\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = \left(\frac{s}{v} \right) - \delta \quad (2.8)$$

em que $\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t}$ é a taxa de crescimento do PIB.

Considerado $\frac{Y_{t+1} - Y_t}{Y_t} = g$ pode-se escrever a equação de crescimento econômico

do modelo Harrod-Domar da seguinte maneira:

$$g = \left(\frac{s}{v} \right) - \delta \quad (2.9)$$

Desconsiderando-se a taxa de depreciação e fazendo $\left(\frac{1}{v} \right) = a$, a equação (2.9) pode ser reescrita da forma:

$$g = sa \quad (2.10)$$

A equação (2.10) mostra que a taxa de crescimento do PIB (g) é determinada, conjuntamente, pelo produto da razão investimento-PIB, (s), e pelo produto médio do capital, (a), que são parâmetros exógenos e constantes no modelo.

Como o parâmetro a é determinado pela tecnologia de produção, esse modelo sugeria que o problema central do crescimento era aumentar os recursos destinados ao investimento, como observado por Snowdon e Vane (2005).

“Numa estrutura do tipo Harrod-Domar, se um país em desenvolvimento desejasse atingir uma taxa de crescimento da renda *per capita* de 2% ao ano (ou seja, dobrar o padrão de vida a cada 35 anos), e a população crescesse à taxa de 2% ao ano, então o planejador econômico necessitaria alcançar a meta da taxa de crescimento do PIB (g^*) igual a 4%. Assumindo um $v = 4$, isto implica que g^* somente poderia ser atingido com uma taxa de poupança igual a 16% ao ano, cabendo, então, ao planejador econômico elaborar políticas para atingir essa taxa de poupança” (SNOWDON E VANE, 2005, pág. 600).

Entretanto, de acordo com Solow (1994), esta construção apresenta duas “falhas”, ou conseqüências desagradáveis, nas palavras daquele autor. A primeira delas surge do seguinte raciocínio.

“Se o insumo trabalho necessário para cada unidade de produto estiver reduzindo-se à taxa m (o que equivale a

dizer que a produtividade do trabalho está aumentando à taxa m , por uma razão qualquer), o produto total deveria crescer à taxa $m+n$, ou então, a taxa de desemprego iria aumentar indefinidamente (se o crescimento fosse lento) ou a economia iria ficar sem trabalho (se o crescimento fosse rápido). Mas, a taxa de crescimento deve ser igual ao produto da razão poupança-investimento (s) e o produto médio do capital (a). As duas condições poderiam ser reconciliadas, somente se $sa = m + n$. No entanto, não existe razão pela qual os quatro parâmetros sejam iguais, uma vez que eles vêm de fontes totalmente não relacionadas” (SOLOW, 1994, pág. 46).

Dessa forma, a economia observada deveria passar a maior parte do seu tempo experimentando episódios prolongados de aumento ou redução nas taxas de desemprego e/ou períodos prolongados de aumento ou queda na utilização da capacidade produtiva. Diante disso, a possibilidade de se atingir crescimento estacionário com pleno emprego no modelo Harrod-Domar era muito remota. Somente em circunstâncias muito especiais uma economia permaneceria em equilíbrio com pleno emprego de capital e trabalho. O crescimento dessa economia cairia em uma situação denominada de “fio da navalha”, uma vez que a linha que separa o equilíbrio e o desequilíbrio seria muito tênue.

A segunda “falha” surge, por sua vez, da seguinte observação:

“Suponha que o primeiro problema possa ser evitado. Isso seria possível, por exemplo, em um país em desenvolvimento com uma grande quantidade de trabalho rural. Este país poderia, então, ter uma força de trabalho industrial crescendo a qualquer taxa exigida; as conseqüências de uma inadequação seriam vistas apenas pelo aumento ou redução da população rural. Tal economia poderia aumentar sua taxa de crescimento industrial de longo prazo, somente aumentando a sua quota de investimento” (SOLOW, 1994, pág. 46).

De acordo com Solow (1994), sob a influência do modelo Harrod-Domar, aquela política foi por vezes prescrita. Entretanto, ainda segundo este mesmo autor, se o desenvolvimento econômico fosse “tão fácil”, seria difícil compreender por que razão países mais pobres não seguem esse caminho para o crescimento rápido.

Uma das conclusões desse modelo é que dificilmente ocorreria crescimento econômico equilibrado com pleno emprego, e as economias capitalistas deveriam apresentar instabilidades econômicas a maior parte do tempo. Para autores como Barro e Sala-I-Martin (2000) essa conclusão deve-se, em grande parte, à suposição da não substituição entre os fatores de produção.

Quanto aos “fatos estilizados” do crescimento, o modelo Harrod-Domar se ajusta apenas a alguns deles. Por supor proporções fixas entre os fatores e entre capital e o produto, esse modelo cobria o fato de que a relação capital-trabalho cresce a taxas constantes e, o fato de que a participação dos fatores na renda seria constante. O fato de as economias apresentarem diferentes padrões de vida, ou diferente PIB real *per capita* poderia ser explicado, no modelo, por meio das diferenças entre a razão investimento-PIB dos países. Países com uma razão investimento-PIB elevada teriam uma renda maior do que países com baixa razão investimento-PIB.

2.2. Modelo neoclássico de crescimento

O modelo neoclássico de crescimento, ou modelo de Solow, ou ainda, modelo de Solow-Swan (pois seu desenvolvimento deveu-se aos trabalhos individuais de Solow (1956) e Swan (1956)), é um modelo de crescimento econômico de longo prazo que foca sua análise sobre quatro variáveis: produto real (Y), capital (K), trabalho (L) e a eficácia do trabalho ou avanço tecnológico (A), também conhecida como Produtividade Total dos Fatores (PTF). Este modelo incorpora todas as suposições do modelo Harrod-Domar, exceto a de proporções fixas.

A economia considerada neste modelo produz um único bem homogêneo, algumas vezes considerado como o Produto Interno Bruto do país (PIB). Outra hipótese do modelo é que a tecnologia é exógena, ou seja, a tecnologia disponível para as empresas não é afetada pelas ações das mesmas, incluindo os investimentos em Pesquisa e Desenvolvimento (JONES, 2000). Além disso, as pessoas poupam e

consomem uma fração constante de sua renda e gastam parte de seu tempo acumulando qualificações.

O modelo é desenvolvido por meio de duas equações fundamentais, uma função de produção e uma equação de acumulação de capital. A função de produção descreve como os insumos são combinados para gerar o produto (PIB). Essa função de produção pode assumir a seguinte forma:

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t). \quad (2.11)$$

De acordo com Romer (2006), duas características da função de produção (2.11) devem ser observadas. Em primeiro lugar, o tempo entra na função de forma indireta, por meio de K , L e A , e assim o avanço tecnológico seria captado no decorrer do tempo. Em segundo lugar, a variável, AL , é referida como eficiência do trabalho, e o progresso tecnológico representado, dessa forma, aumentaria apenas a produtividade do trabalho, sendo conhecido como *Harrod-neutral*. Dessa forma, assume-se que o trabalho vai aumentar, não em termos quantitativos, mas em termos qualitativos, ou seja, que fica mais eficiente.

A função de produção (2.11) deve satisfazer as seguintes suposições:

S1. A função de produção apresenta retornos constantes à escala, significando que, se cada um dos fatores produtivos for multiplicado por um fator λ , para todo $\lambda \geq 0$, o produto também será multiplicado pelo mesmo fator:

$$\lambda Y = F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L). \quad (2.12)$$

Esta propriedade implica que a equação (2.11) pode ser escrita em sua forma intensiva, bastando para tanto assumir um $\lambda = 1/AL$. Dessa forma:

$$y = \frac{Y}{AL} = F\left(\frac{K}{AL}, 1\right) = f(k) \quad (2.13)$$

em que:

y = produto por unidade efetiva de trabalho,

k = quantidade de capital por unidade efetiva de trabalho:

S2. Não há produto sem fatores de produção, ou seja, $f(0) = 0$. Essa suposição mostra que uma quantidade nula de qualquer um dos fatores implica em produto zero, de forma que o desenho da função de produção parte sempre da origem, ou seja, do ponto zero.

S3. O produto marginal do capital (e do trabalho), $f'(k)$, é positivo para todos os níveis da relação capital-trabalho, significando que a economia é produtiva.

$$PMg_k = \frac{\partial Y}{\partial K} > 0 \text{ e } PMg_L = \frac{\partial Y}{\partial L} > 0 \quad (2.14)$$

S4. O produto marginal do capital (e do trabalho) diminui quando o capital por trabalhador aumenta, ou seja, segue a *lei dos rendimentos marginais decrescentes*, significando que a cada unidade adicional de capital que se dá a um trabalhador, o produto gerado por esse trabalhador cresce menos, tal que:

$$\begin{aligned} PMg_k > 0 &\Leftrightarrow \frac{\partial Y}{\partial K} > 0 ; \frac{\partial PMg_k}{\partial K} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} < 0 \\ PMg_L > 0 &\Leftrightarrow \frac{\partial Y}{\partial L} > 0 ; \frac{\partial PMg_L}{\partial L} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} < 0 \end{aligned} \quad (2.15)$$

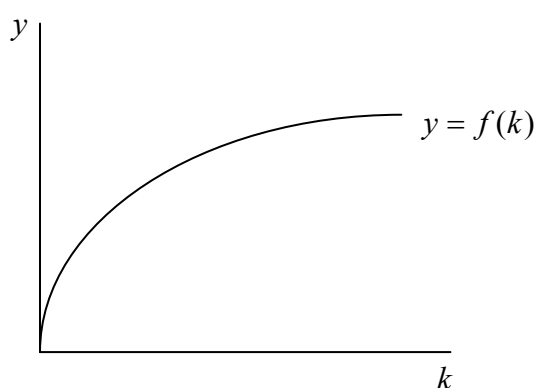
S5. Conforme k tende para infinito o produto marginal do capital tende para zero, isto é:

$$\lim_{K \rightarrow \infty} f'(k) = 0. \quad (2.16)$$

S6. Conforme k tende para zero, o produto marginal do capital tende para o infinito, isto é:

$$\lim_{K \rightarrow 0} f'(k) = \infty. \quad (2.17)$$

As suposições S5 e S6 são conhecidas, na literatura sobre crescimento econômico, como condições de Inada (1963). Elas estabelecem que o produto marginal do capital é elevado quando o estoque de capital é pequeno e que o produto marginal do capital é baixo, quando o estoque de capital torna-se muito grande. Dessa forma, essas condições garantem que a trajetória da economia não divirja. Uma função de produção satisfazendo as suposições S3, S4 e as condições de Inada (1963) é mostrada na Figura 1.



Fonte:Elaborado pelo autor

Figura 1-Função de produção na forma intensiva.

No modelo de Solow os níveis iniciais de capital, trabalho e conhecimento, por suposição, são dados e trabalho e capital crescem a taxas constantes:

$$\dot{L}_t = nL_t, \quad (2.18)$$

$$\dot{A}_t = gA_t, \quad (2.19)$$

em que n e g são parâmetros exógenos e o ponto sobre a variável denota a variação com relação ao tempo ($\dot{L} = dL/dt$). As equações (2.18) e (2.19) implicam que L e A crescem exponencialmente¹.

¹ O crescimento exponencial da força de trabalho, por exemplo, pode ser expresso por $L(t) = L(0) \times e^{nt}$; tirando o logaritmo natural de ambos os lados têm-se, $\ln L(t) = \ln L(0) + nt$ e derivando-se com relação ao tempo, resulta: $\frac{d \ln L(t)}{dt} = n$, ou, $\frac{\dot{L}_t}{L_t} = n$.

A segunda equação fundamental do modelo de Solow é uma equação que descreve como o capital se acumula. A variação do capital é dada pela equação a seguir:

$$\dot{K}_t = sY_t - \delta K_t \quad (2.20)$$

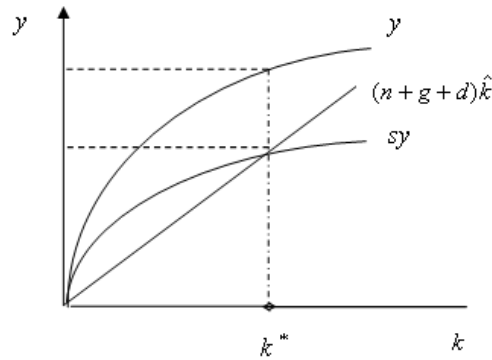
Esta equação mostra que a variação no estoque de capital, \dot{K}_t , é igual ao montante bruto investido, sY_t , menos o montante da depreciação, δK_t , que ocorre durante o processo produtivo. Os trabalhadores/consumidores poupam uma fração constante, s , de sua renda combinada de salários e alugueis. A economia é fechada, de modo que a poupança é igual ao investimento, e a única utilização do investimento nessa economia é a acumulação de capital. A depreciação do estoque de capital que ocorre durante a produção implica que uma fração constante, δ (com $0 < \delta < 1$) do estoque de capital se deprecia a cada período.

Uma vez que dois dos três fatores de produção, trabalho e conhecimento, são considerados como constantes e exógenos, o comportamento da economia é determinado pela evolução do estoque de capital. Para avaliar a dinâmica do modelo quanto à variação no PIB *per capita*, é conveniente focar sobre o estoque de capital por unidade de trabalho efetivo, o que pode ser operacionalizado fazendo $k = K/AL$. Para encontrar a variação de k no tempo basta derivar em relação ao tempo. Assim, tem-se:

$$\dot{k} = sf(k) - (n + g + \delta)k. \quad (2.21)$$

Essa equação tem um papel central no modelo desenvolvido por Solow (1956), pois estabelece que a taxa de variação do estoque de capital por unidade efetiva de trabalho é dada pela diferença entre o investimento atual por unidade de trabalho efetivo e o investimento por unidade de trabalho efetivo necessário para manter constante o montante de capital por trabalhador.

A Figura 2 mostra que, se o estoque de capital por unidade efetiva de trabalho estiver abaixo (acima) do nível estado estacionário k^* , o estoque aumentará (diminuirá) ao longo do tempo, uma vez que o montante de investimento é superior (inferior) as necessidades de formação de capital, e a economia converge para a situação de equilíbrio.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 2 - Função de produção na forma intensiva com progresso tecnológico.

Um aumento no nível de poupança (investimento) gera um deslocamento da curva sy para cima, resultando em um nível de capital por trabalho efetivo superior ao inicial, de maneira que o trabalhador passa a ser equipado com uma maior quantidade de capital, o que resulta na elevação de sua produtividade média, ou rendimento *per capita*. O produto por trabalhador ficará acima do obtido no nível inicial. Alcançando o novo nível de estado estacionário, a economia volta a crescer a uma taxa $(n + g + \delta)$.

Em suma, uma mudança na taxa de poupança tem um efeito de nível, mas não um crescimento efetivo, ou seja, ela muda a trajetória do crescimento balanceado da economia, mas não afeta a taxa de crescimento do produto por trabalhador sobre a trajetória de crescimento balanceado. “Na verdade, no modelo de Solow, apenas mudanças na taxa do progresso tecnológico têm efeito sobre o crescimento, e todas as outras mudanças têm apenas efeitos de nível” (ROMER, 2006).

O modelo de Solow (1956) admite dois tipos de crescimento: o transitório, que ocorre na ausência de progresso tecnológico e converge para um novo equilíbrio; e o continuado, que ocorre na presença de progresso tecnológico. Neste caso, o crescimento é continuado tanto para o produto por trabalhador, quanto para o estoque de capital por trabalhador, e ambos crescem a uma taxa igual à taxa de crescimento do progresso tecnológico.

A primeira “falha” do modelo Harrod-Domar foi superada pelo modelo neoclássico, permitindo-se a substituição entre os fatores de produção. Essa substituição tornou-se possível pela suposição de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas. Segundo Solow (1994), a suposição de substituição entre os fatores de produção se

ajusta bem às economias reais; a possibilidade de aumentar a razão produto-capital substituindo trabalho por capital é um mecanismo interessante, especialmente em longos períodos de tempo.

O mecanismo de ajustamento implicado por essa suposição é direto. Se $sa > m + n$, então, a quantidade de trabalho está se tornando escasso em relação ao capital, podendo-se esperar que a razão salário-renda aumente e as firmas minimizadoras de custo desejarem substituir trabalho por capital. Esse raciocínio vale para a situação inversa.

A segunda “falha” do modelo Harrod-Domar foi superada pelo modelo neoclássico, assumindo-se retornos decrescentes ao capital. Essa suposição, segundo Solow (1994), implica que a taxa de crescimento de longo prazo seria independente da taxa de investimento. No longo prazo, o efeito de um aumento na poupança sobre o produto é dado por:

$$\frac{\partial y^*}{\partial s} = f'(k^*) \frac{\partial k^*(s, n, g, \delta)}{\partial s} \quad (2.22)$$

em que:

y^* = nível de produto por unidade de trabalho efetivo sobre a trajetória de crescimento balanceado.

Assim, uma economia fechada que administra o aumento ou queda na taxa de investimento e mantém essa política, irá experimentar um aumento ou queda em sua taxa de crescimento, mas somente temporariamente. No longo prazo, a taxa de crescimento volta para seu valor de equilíbrio, isto é, a taxa de progresso tecnológico. O único efeito permanente de se manter a mudança no investimento seria o aumento no nível de produto *per capita*, mas não na taxa de crescimento desse produto.

Segundo Jones (2000), o modelo de Solow se ajusta bem a vários dos fatos estilizados. Ele gera diferenças na renda *per capita* entre os diferentes países; gera uma razão capital produto constante, implicando que K/Y seja constante e gera uma taxa de juros constante, dada pelo produto marginal do capital. Além disso, prevê que as economias apresentem crescimento sustentado da renda *per capita* na presença de progresso tecnológico.

2.3. O Modelo endógeno de crescimento

O modelo neoclássico não gera crescimento econômico de longo prazo na ausência de progresso tecnológico, e as diferenças na taxa de poupança e na taxa de crescimento populacional contribuem para explicar por que alguns países são ricos e outros pobres. No entanto, as melhorias tecnológicas ocorrem de modo exógeno, a uma taxa constante g , e as diferenças de tecnologia entre as economias não são explicadas.

Nos anos de 1980, com a retomada do interesse em pesquisas sobre crescimento econômico, surge a chamada Nova Teoria do Crescimento, ou Teoria de Crescimento Endógeno, impulsionada pelos trabalhos de Romer (1986) e Lucas (1988).

A motivação para estas pesquisas, para Snowdon e Vane (2005), foi o reconhecimento de que os determinantes do crescimento de longo prazo eram assuntos cruciais, mais importantes que a mecânica dos ciclos econômicos ou os efeitos contra cíclicos de políticas fiscais e monetárias. O reconhecimento da importância do crescimento de longo prazo foi somente o primeiro passo; para avançar, era necessário “escapar” do modelo neoclássico de crescimento e desenvolver modelos alternativos, onde o crescimento da renda *per capita* dependesse de decisões de investimento, em vez do progresso tecnológico não explicado. Assim, nesses modelos, a taxa de crescimento econômico de longo prazo era determinada dentro do modelo, daí, a denominação de modelos de crescimento endógeno.

Segundo Dias (1998), várias “classes” de modelos de crescimento endógeno foram propostas. Esses modelos se diferenciam, principalmente, pelas fontes de crescimento que consideram: externalidades associadas ao capital físico e humano e as inovações tecnológicas.

A primeira classe de modelos de crescimento endógeno surgiu da observação da ausência de convergência de renda *per capita* entre as economias, quando se levava em consideração uma amostra grande de países, ao contrario do que previa o modelo neoclássico. Para explicar a ausência de convergência, esses modelos pressupunham a existência de externalidades positivas (“*spillovers*”) associados à acumulação de capital físico (no caso do modelo de Romer (1986)) e de capital humano, (no caso do modelo de Lucas (1988)).

No modelo de Romer (1986), a existência de externalidades positivas associadas à acumulação de capital físico dava origem aos rendimentos crescentes em termos agregados na produção. Isso ocorria porque ao acumular capital físico, as firmas

acumulavam, também, conhecimento por meio de aprendizado pela prática, ou *learning by doing*, beneficiando outras firmas graças à circulação da informação, uma vez que o conhecimento era considerado um bem público.

O modelo de Lucas (1988), por sua vez, enfatizava o capital humano, considerando-o como a soma de capacidades incorporadas nos indivíduos que eram transformadas em eficiência produtiva. A essência do modelo consistia na existência de externalidades positivas associadas a este fator, ou seja, na consideração de que a elevação do grau de conhecimento dos membros de uma sociedade é potencializada pelo contato entre os membros dessa sociedade, fazendo com que a produtividade dos fatores utilizados na economia variasse com o nível médio de capital humano existente na mesma. Sendo a acumulação de capital humano fonte de rendimentos crescentes à escala, ela pode gerar um processo de crescimento endógeno.

A característica fundamental desses modelos é a ausência de restrições ao crescimento de longo prazo devido à presença de rendimentos não decrescentes (ou pelo menos constantes) no fator de produção acumulável (Solow 1994).

A segunda classe de modelos endógenos deu origem aos modelos conhecidos como AK, sendo o modelo de Rebelo (1991) um dos principais. A principal característica desse modelo está no fato de que a produtividade marginal do único fator acumulável ser constante. Essa suposição torna factível a possibilidade de crescimento de longo prazo sem que se tenha a necessidade de suportar progresso tecnológico crescendo a taxas constantes e exógenas. Suportar que o rendimento marginal do capital é constante, implica que o mesmo não reduz quando se acrescenta uma unidade adicional de capital na economia. Dessa forma, a taxa de crescimento da economia seria uma função crescente da taxa de investimento e políticas do governo que aumentassem permanentemente a taxa de investimento, aumentariam a taxa de crescimento dessa economia de modo permanente.

A terceira classe de modelos endógenos inclui os modelos que tentam explicar o crescimento de longo prazo por meio da modelagem explícita do comportamento da Pesquisa e do Desenvolvimento nas empresas, num contexto de concorrência monopolística, onde o objetivo fundamental é a busca permanente de rendas de monopólio permitidas pelo caráter excluível da vantagem tecnológica, que permitiriam menores custos de produção, ou a introdução de novos produtos ou processos produtivos.

A principal característica deste tipo de modelo é o tratamento do conhecimento tecnológico não como um bem público puro, mas como um bem que embora sendo não rival, é ao menos parcialmente excluível. Dessa forma, a inovação concede uma vantagem específica a quem a produz, na medida em que garante certo grau de monopólio e, conseqüentemente, um rendimento suplementar. Devido às melhorias trazidas pela inovação e a exclusividade que possui o inovador, ele poderia praticar um preço acima do custo marginal de produção (ou seja, o preço em concorrência perfeita), vantagem que constitui a motivação para o investimento em Pesquisa e Desenvolvimento.

De acordo com Dias (1998), este tipo de modelo pode ser considerado como “neoschumpetereano”, pela importância dada à inovação (e a destruição criativa) no processo de crescimento econômico. Um dos trabalhos pioneiros nessa classe de modelos foi o artigo de Romer (1990a) sendo seguido posteriormente pelos artigos de Grossman e Helpman (1991), Aghion e Howitt (1992) e Young (1993).

2.4. Função de produção CES e crescimento econômico

O modelo Harrod-Domar faz uso de uma função de produção do tipo proporções fixas ou Leontief e chega a algumas conclusões “desagradáveis”, nas palavras de Solow (1994). Dada a impossibilidade de substituição entre os fatores de produção, o crescimento equilibrado de longo prazo com pleno emprego dos fatores seria alcançado somente em situações muito especiais. As economias deveriam apresentar, na maioria das vezes, prolongados períodos de instabilidade, surgindo daí a observação feita por aqueles autores de que a economia capitalista seria inerentemente instável.

Para superar essa conclusão, que, segundo Solow (1994), não representaria a história da economia capitalista, os autores do modelo neoclássico assumiram a possibilidade de que os fatores de produção fossem substituídos no processo produtivo. Essa possibilidade permitiria que as firmas minimizadoras de custo ajustassem as quantidades de fatores utilizadas na produção, o que tornava possível o pleno emprego dos fatores.

Utilizando-se de uma função de produção do tipo Cobb-Douglas, função que permite a substituição entre os fatores de produção, os autores neoclássicos desenvolveram modelos de crescimento consistentes com o equilíbrio, reaproximando, dessa forma, sua teoria aos “fatos estilizados” do crescimento. A principal conclusão

desse modelo é que o crescimento de longo-prazo cessa se não houver progresso tecnológico, devido à presença de rendimentos decrescentes para os fatores acumuláveis: capital e trabalho. Assim, ao aumentar a quantidade de capital por trabalhador na economia, as unidades adicionais desse fator gerariam um retorno menor, de forma que no longo prazo a acumulação de capital se igualaria à taxa de depreciação e ao crescimento populacional, e o crescimento do produto *per capita* ou por trabalhador se tornaria nulo. No entanto, o produto total cresce devido ao incremento populacional.

Para reconciliar essa conclusão com o “fato estilizado” de que a taxa de crescimento do produto *per capita* ou por trabalhador apresenta crescimento continuado sem tendência a queda, os teóricos do modelo neoclássico assumiram progresso tecnológico crescendo a taxas constantes e que este seria o principal responsável pelo crescimento do produto *per capita* ou por trabalhador no longo prazo. Entretanto, a principal fonte de crescimento do modelo, o progresso tecnológico, não era explicada, o que fez com essa teoria sofresse inúmeras críticas.

Outra implicação desse modelo seria a convergência de renda *per capita* entre os países e/ou regiões. Essa implicação decorre da propriedade de rendimentos decrescentes aos fatores acumuláveis. Países ricos, ou seja, com uma grande quantidade de capital por trabalhador tenderiam a crescer menos que países e/ou regiões com menor estoque de capital por trabalhador. Como o retorno aos fatores tende a ser maior onde eles são escassos, haveria uma tendência de deslocamento dos fatores para aquelas regiões de forma que a renda *per capita* entre elas se igualasse no longo prazo.

Essas conclusões foram muito criticadas pelos teóricos do crescimento endógeno, tanto devido à ausência de convergência de renda *per capita* quando se analisava um conjunto maior de países, quanto pela falta de explicação do principal motor do crescimento econômico.

Os modelos de crescimento endógeno tentaram superar essas dificuldades inicialmente supondo a existência de externalidades que geravam rendimentos não decrescentes aos fatores acumuláveis, permitindo dessa forma que o crescimento surgisse de dentro do modelo, tanto pela acumulação de capital e as externalidades positivas geradas pela troca de conhecimento entre as firmas, quanto pelas externalidades positivas geradas pela troca de experiência entre as pessoas, o que contribuiria para aumentar o capital humano e a eficiência produtiva da economia.

Essas mudanças permitiam explicar a ausência de convergência em nível geral, uma vez que o crescimento dependia agora dos níveis médios de acumulação de capital físico e capital humano, que por sua vez, apresentavam retornos não decrescentes no agregado. Países ou regiões com maior nível médio de capital físico e capital humano poderiam crescer mais que os países com estoques baixos desses capitais, levando à divergência de renda a maior parte do tempo.

Posteriormente, os modelos endógenos passaram a preocupar-se diretamente com a fonte do crescimento econômico de longo prazo, ou seja, os gastos com Pesquisa e Desenvolvimento com a intenção de obter os retornos dessas atividades.

Apesar de afastarem-se da abordagem neoclássica, os modelos de crescimento endógeno, segundo Solow (2005), mantiveram uma estrutura muito semelhante àquela usada pelos neoclássicos. Tanto os modelos neoclássicos, quanto os modelos de crescimento endógeno fazem uso da função de produção Cobb-Douglas em suas análises teóricas e empíricas, o que se deve, como discutido anteriormente, ao ajustamento da mesma ao “fato estilizado” de que a participação dos fatores de produção na renda seria constante. Entretanto, essa suposição parece não ser sustentada pelas novas evidências, uma vez que o crescimento econômico e o processo de desenvolvimento das economias parecem ocorrer cada vez mais com a inclusão de capital, implicando que haveria uma tendência para maior participação desse fator na renda dos países.

Para superar essa “falha”, Duffy e Papagiorgiou (2000), Barro e Sala-i-Martin (2003), propuseram um modelo de crescimento econômico nas linhas neoclássicas com a função CES representando a função de produção agregada da economia. Essa estrutura permite que a elasticidade de substituição seja diferente da unidade, gerando dessa forma uma tendência a uma participação relativamente maior do capital na renda. Além disso, essa estrutura permite que diferentes países e/ou regiões tenham diferentes elasticidades de substituição entre os fatores de produção dependendo do nível de desenvolvimento dos mesmos. No entanto, talvez a principal vantagem do modelo seja a possibilidade de gerar crescimento endógeno potencial devido à função de produção agregada. Essa possibilidade não ocorre quando se utiliza uma função de produção do tipo Cobb-Douglas.

2.5. Função de produção agregada

Um dos grandes desafios com que se depara o teórico do crescimento econômico ou o pesquisador interessado em estudar o crescimento econômico de uma determinada economia é o de estimar funções de produção que descrevam, de forma coerente, o fenômeno que esteja sendo estudado. O desafio é ajustar a função de produção *a priori*, com base em idéias que o pesquisador tenha sobre a natureza daquilo que ele pretende estudar. Tais idéias devem ser formuladas em termos de hipóteses que, por sua vez, devem ser testadas por meio da função ajustada.

2.5.1. Função de produção Cobb-Douglas

Uma função de produção muito utilizada nos trabalhos empíricos e teóricos sobre crescimento econômico é a função Cobb-Douglas. Ela deve seu nome ao matemático Charles W. Cobb e ao economista Paul H. Douglas, que a desenvolveram nos anos de 1920. A função Cobb-Douglas pode ser representada da seguinte forma, supondo-se dois fatores de produção, a saber, capital e trabalho:

$$Y = AK^\alpha L^\beta \text{ com } A > 0, 0 < \alpha < 1 \text{ e } 0 < \beta < 1 \quad (2.23)$$

em que:

Y = produto;

A = parâmetro de eficiência tecnológica;

K = estoque de capital, com $K > 0$;

L = estoque de trabalho, com $L > 0$;

α e β = parâmetros de intensidade de insumo.

O parâmetro A é denominado de parâmetro de eficiência porque, para cada combinação dos insumos, quanto maior o valor desse parâmetro, maior o nível de produção. A intensidade dos insumos utilizados na produção é dada, então, pela razão α/β , ou seja, no caso de se utilizar capital e trabalho na produção, quanto maior o valor de α maior a quantidade de capital utilizada no processo produtivo e dessa forma diz-se que a produção é intensiva em capital, caso contrário diz-se que é intensiva em trabalho.

Essa função apresenta como principais características:

(a) Produtividade marginal dos fatores de produção: A produtividade marginal do capital e do trabalho é representada, respectivamente por:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1}L^{\beta} = \alpha \frac{Y}{K} \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \beta AK^{\alpha}L^{\beta-1} = \beta \frac{Y}{L}$$

com $\frac{\partial Y}{\partial K} > 0$ e $\frac{\partial Y}{\partial L} > 0$

(b) A derivada segunda da produtividade marginal do capital e trabalho, por sua vez, pode ser representada, respectivamente por:

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} = (\alpha - 1)\alpha \frac{Y}{K^2} \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} = (\beta - 1)\beta \frac{Y}{L^2}$$

com $\frac{\partial^2 Y}{\partial K^2} < 0$ e $\frac{\partial^2 Y}{\partial L^2} < 0$, ou seja, a função Cobb-Douglas apresenta rendimentos marginais positivos, mas decrescentes.

(c) Grau de retorno à escala ou grau de homogeneidade: O grau de retorno à escala dessa função é dado por $\lambda = \alpha + \beta$. Assim, a função Cobb-Douglas pode apresentar retornos crescentes a escala, caso $\lambda > 1$; retornos constantes a escala, caso $\lambda = 1$; ou retornos decrescentes a escala, caso $\lambda < 1$.

(d) Elasticidade de substituição: Segundo Sandroni (1999) a elasticidade de substituição dos fatores de produção é uma medida que serve para determinar o grau de facilidade ou dificuldade com que os produtores substituem um fator de produção por outro, diante do emprego dos mais diversos fatores de produção. A elasticidade de substituição para dois fatores de produção é encontrada quando se divide a mudança proporcional na relação

de combinação de dois fatores pela mudança proporcional na relação de suas produtividades marginais físicas. Um resultado alto indica um elevado índice de substituição entre os fatores considerados, enquanto um baixo valor revela uma baixa tendência à substituição.

A elasticidade de substituição entre os fatores é dada por:

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\frac{\Delta TMaST_{K,L}}{TMaST_{K,L}}} \geq 0 \quad (2.26)$$

em que:

$$\Delta\left(\frac{K}{L}\right) = \left(\frac{K_t}{L_t} - \frac{K_{t-1}}{L_{t-1}}\right);$$

$TMaST_{K,L}$ = Taxa Marginal de Substituição Técnica entre capital e trabalho. A elasticidade de substituição da função Cobb-Douglas é igual a 1.

Abaixo são apresentadas as principais vantagens e desvantagens dessa função de produção:

Vantagens

(i) Torna-se linear quando sujeita a transformação logarítmica. Isto é aplicando-se o logaritmo natural em (2.22) tem-se: $\ln(Y) = \ln(A) + \alpha \ln(K) + \beta \ln(L)$, o que torna fácil seu ajustamento, recorrendo-se ao método de mínimos quadrados ordinários.

(ii) As elasticidades parciais de produção são os próprios coeficientes.

(iii) Facilita a determinação dos tipos de retorno à escala.

(iv) Simplifica o cálculo das produtividades marginais, $\frac{\partial Y}{\partial K} = \alpha \frac{Y}{K}$; $\frac{\partial Y}{\partial L} = \beta \frac{Y}{L}$, uma vez

que ela é dada pelo produto do parâmetro de intensidade do insumo com o produto médio de cada insumo utilizado na produção.

(v) A função Cobb-Douglas ajusta-se bem ao “fato estilizado” de que a participação dos fatores de produção na renda é constante ao longo do tempo, característica essa satisfeita pelo elasticidade de substituição entre os fatores de produção que é unitária.

Desvantagens

(i) Impossibilidade de utilizar satisfatoriamente este tipo de função na descrição de fenômenos que englobem fases em que a produtividade marginal dos fatores seja crescente, decrescente e/ou constante, ou ainda positiva e negativa.

(ii) A elasticidade de produção é constante, não somente em relação a cada um dos fatores mas, também em relação ao conjunto deles.

(iii) Essa função não permite calcular elasticidades de substituição diferentes, uma vez que ela é constante e unitária. Dessa forma ela não permite testar a hipótese de que a elasticidade de substituição seja diferente para cada país, região ou estado dependendo do grau de desenvolvimento de cada um deles. Ou até mesmo diferenciar essa elasticidade de substituição entre os diferentes setores da economia.

2.5.2 Função de produção CES

Segundo Nadiri (2005) esforços consideráveis foram feitos na busca por uma forma mais geral para a função de produção. Essa forma deveria ser consistente com as propriedades da função de produção neoclássica, econometricamente estimável, de fácil interpretação dos resultados e que não exigisse muitas hipóteses restritivas.

Na busca por essa forma mais geral, Arrow et all (1961) propuseram uma função de produção com elasticidade de substituição constante, ou simplesmente CES. Essa especificação é mais geral e incorpora a função Linear, a Leontief e a Cobb-Douglas para determinados valores do parâmetro de substituição, ρ . A função CES proposta por aqueles autores é representada por:

$$Y = A \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho} \right]^{-1/\rho}, \text{ com } A > 0, 0 < \delta < 1 \text{ e } -1 \leq \rho \leq \infty \quad (2.27)$$

em que:

Y = produto interno bruto;

A = parâmetro de eficiência ou tecnologia;

δ = intensidade de insumo;

ρ = parâmetro de substituição; e

ν = parâmetro de retorno à escala.

Essa função de produção apresenta as seguintes características:

(a) Produtividade marginal dos fatores de produção: Os produtos marginais da função de produção CES para capital e trabalho são respectivamente:

$$\frac{\partial Y}{\partial K} = \delta A^{-\rho} \left(\frac{Y}{K} \right)^{1+\rho} \quad (2.28)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = (1 - \delta) A^{-\rho} \left(\frac{Y}{L} \right)^{1+\rho} \quad (2.29)$$

que são positivos, mas decrescentes para todo valor positivo de K e L .

(b) Retorno de escala ou grau de homogeneidade: O retorno a escala ou grau de homogeneidade da função para a função de produção CES é dado por:

$$F(\lambda K, \lambda L) = \lambda^\nu F(K, L) \quad (2.30)$$

ou seja, o parâmetro ν mede o grau de retorno a escala da função de produção CES, que pode ser crescente (caso $\nu > 1$), constante (caso $\nu = 1$), ou decrescente (caso $\nu < 1$).

(c) Elasticidade de substituição: A elasticidade de substituição da função CES é dada por:

$$\sigma = \frac{1}{(1 + \rho)} \quad (2.31)$$

ou seja, é um valor constante (daí o nome da função), mas não necessariamente igual à unidade como na função de produção Cobb-Douglas. A elasticidade de substituição da CES pode ser maior, menor ou igual à unidade, dependendo se o parâmetro de substituição, ρ , for menor, maior ou igual à zero, respectivamente.

Abaixo segue algumas vantagens e desvantagens da função CES em relação a função Cobb-Douglas:

Vantagens

(i) Essa função permite calcular elasticidades de substituição diferentes, uma vez que ela é constante mas não necessariamente unitária. Dessa forma, ela permite testar a hipótese de que a elasticidade de substituição seja diferente para cada país, região ou estado dependendo do grau de desenvolvimento de cada um deles. Ou até mesmo diferenciar essa elasticidade de substituição entre os diferentes setores da economia.

(ii) Se ajusta à observação de que a participação dos fatores de produção na renda não é absolutamente constante, mas sim relativamente constante, o que representaria de forma mais apropriada as características de crescimento econômico e desenvolvimento dos países.

(iii) Quando inserida no contexto de crescimento econômico, essa função gera crescimento endógeno potencial para determinado valor de ρ , caso que não se verifica quando se utiliza um função de produção do tipo Cobb-Douglas.

(iv) A função de produção CES é um caso mais geral, que tem como casos especiais a função Linear $Y = A[\delta K + (1 - \delta)L]$, quando $\rho \rightarrow -1$, ($\sigma = \infty$); a função Leontief $Y = A \min[\delta K, (1 - \delta)L]$, $\rho \rightarrow \infty$, ($\sigma = 0$); e a função Cobb-Douglas $Y = AK^\delta L^{(1-\delta)}$ quando $\rho \rightarrow 0$, ($\sigma = 1$). Dessa forma essa função permite testar hipóteses sobre a natureza da função de produção.

Desvantagens:

(i) Não torna-se linear quando sujeita a transformação logarítmica. Ou seja, se aplicar o logaritmo natural em (2.26), tem-se: $\ln(Y_{it}) = \ln(A_0) - \frac{v}{\rho} \log \left[\delta K_{it}^{-\rho} + (1-\delta)L_{it}^{-\rho} \right]$, o que dificulta seu ajustamento pelo método de mínimos quadrados ordinários lineares.

(ii) O cálculo das produtividades marginais torna-se mais complexo, uma vez que ele depende do parâmetro de eficiência A e do parâmetro de substituição entre os fatores, ρ .

(ii) A participação do capital na renda nacional é dada por $s_k = \frac{\delta K^{-\rho}}{\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}}$, o que torna mais complexa a interpretação da mesma, uma vez que ela depende dos valores de K (estoque de capital), L (estoque de trabalho), ρ (parâmetro de substituição) e do próprio δ . A participação do trabalho seria dada por $s_L = 1 - s_K$.

3. MODELO TEÓRICO

3.1 Modelo neoclássico de crescimento econômico com função de produção agregada CES

O modelo de crescimento econômico utilizado no presente trabalho foi inspirado no trabalho de Barro e Sala-i-Martin (2003), e faz uso da função de produção agregada com elasticidade de substituição constante (CES) para analisar as implicações dessa hipótese em termos de crescimento econômico, na ausência de progresso tecnológico.

A economia do modelo consiste de um único setor produzindo um único produto que pode ser usado para consumo ou investimento. Todo produto poupado é investido, dessa forma, de acordo com Snowdon e Vane (2005), a ausência de uma função investimento implica que as dificuldades keynesianas são eliminadas, de forma que poupança *ex ant* e investimento *ex ant* são sempre equivalentes. Não há um setor governamental e a economia é fechada, ou seja, não há transações internacionais.

Uma vez que o modelo diz respeito ao longo prazo, não há problemas keynesianos de estabilidade, isto é, a suposição de preços completamente flexíveis e neutralidade monetária. E por fim, a economia sempre estaria produzindo em seu nível de pleno emprego.

Dadas essas hipóteses, o modelo de crescimento foi construído com base em duas equações fundamentais: uma função de produção e uma equação de acumulação de capital. A função de produção dessa economia segue a especificação descrita abaixo, com capital (K) e trabalho (L) servindo como fatores de produção:

$$Y = A \left[\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho} \right]^{-\nu/\rho}, \text{ com } A > 0, \delta \in (0,1) \text{ e } \rho \geq -1 \quad (3.1)$$

em que:

Y= produto interno bruto (PIB);

K= estoque agregado de capital,

L= trabalho

A= parâmetro de eficiência²;

δ = intensidade de insumo;

ρ = parâmetro de substituição; e

ν = parâmetro de retorno à escala.

Assumindo que a função de produção exibe retornos constantes a escala, isto é, que $\nu = 1$, como é comum nos modelos teóricos e empíricos sobre crescimento, a função de produção pode ser escrita na forma de produto por trabalhador ou produto *per capita*. Como observado por Jones (2000), os “fatos estilizados” do crescimento econômico de longo prazo, que os modelos buscam explicar, envolvem o produto por trabalhador, ou produto *per capita*, logo:

$$y = f(k) = A \left[\delta k^{-\rho} + (1-\delta) \right]^{-1/\rho}, \text{ com } y \equiv Y/L \text{ e } k \equiv K/L \quad (3.2)$$

Da equação (3.2) pode-se deduzir uma equação para a produtividade marginal (*PMag*) do capital e para a produtividade média (*PMe*) desse mesmo faotr:

² Segundo Romer (2006), a constante A que entra na função de produção da forma como em (3.1) é conhecida como *Hicks-neutral*. Se esse parâmetro entra-se da forma $Y = F(AK, L)$ ela seria *aumentadora de capital* e se fosse $Y = F(K, AL)$ seria *aumentadora de trabalho* ou *Harrod-neutral*.

$$PMag_K = A\delta \left[\delta + (1-\delta)k^\rho \right]^{-(1+\rho)/\rho} \quad (3.3)$$

$$PMe_K = A \left[\delta + (1-\delta)k^\rho \right]^{-1/\rho} \quad (3.4)$$

ambas as equações são positivas e decrescentes em k , para todo valor de ρ .

No presente trabalho considera-se a força de trabalho no lugar da população econômica ativa (PEA), como é comum em muitos trabalhos sobre crescimento econômico de longo prazo. Nesse caso a suposição que se faz é que a força de trabalho cresce à mesma taxa do crescimento populacional, que por sua vez é constante e exógeno. Dessa forma, em qualquer período t , a força de trabalho é dada por:

$$L(t) = L(0) \times e^{nt} \quad (3.5)$$

em que:

$L(0)$ = população no tempo $t=0$,

N = taxa de crescimento populacional;

Por suposição a poupança é uma fração constante e exógena, s , com $0 < s < 1$ do PIB:

$$S = sY \quad (3.6)$$

A segunda equação fundamental do modelo é a equação da taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador, dada por:

$$\frac{\dot{k}}{k} = s \frac{f(k)}{k} - (n + \mu) \quad (3.7)$$

em que :

k = estoque de capital por trabalhador;

n = taxa de crescimento populacional; e

μ = taxa de depreciação.

Essa equação mostra que a taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador, é igual ao montante do investimento médio bruto, $sf(k)/k$, menos o montante da depreciação, μ (que ocorre durante o processo produtivo) e o aumento da força de trabalho, n .

Como a taxa de crescimento do produto por trabalhador depende da taxa de crescimento de k e o fator trabalho cresce à taxa exógena, para determinar o comportamento dessa economia (ou seja, o crescimento de longo prazo do produto por trabalho) basta analisar o comportamento da taxa de crescimento do capital.

Substituindo $f(k)/k$ da equação (3.4), na equação (3.7) tem-se a equação da taxa de crescimento do capital por trabalhador, com a função de produção CES:

$$\frac{\dot{k}}{k} = sA\delta \left[\delta + (1-\delta)^{\rho} k^{\rho} \right]^{-1/\rho} - (n + \mu) \quad (3.8)$$

Diferentemente da função de produção Cobb-Douglas padrão, a dinâmica da taxa de acumulação de capital, na função CES, depende da elasticidade de substituição e pode apresentar, basicamente, dois tipos.

3.1.1. A dinâmica do modelo para alta elasticidade de substituição

Um caso interessante relacionado à especificação CES ocorre quando $-1 \leq \rho < 0$ ($\sigma > 1$), ou seja, há um elevado grau de elasticidade de substituição entre capital e trabalho. Neste caso, existe potencial para crescimento endógeno de longo prazo, devido à tecnologia de produção, como observado por Jones e Manuelli (1990) e Rebelo (1991).

Na hipótese considerada, o limite do produto marginal e do produto médio do capital quando k tende a zero e a infinito é, respectivamente:

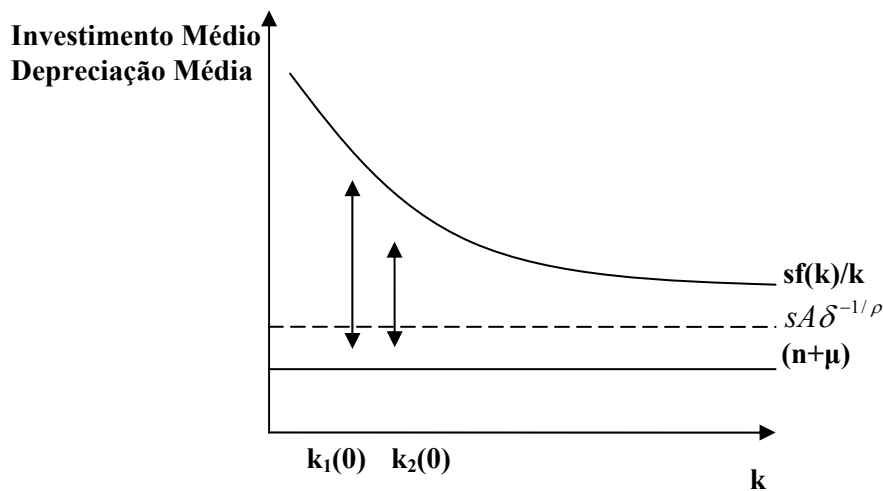
$$\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(k)}{k} = \infty \quad (3.9)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = A\delta^{-1/\rho} > 0 \quad (3.10)$$

O produto marginal e o produto médio aproximam-se de uma constante positiva, em vez de zero, quando k tende a infinito, violando uma das condições de Inada (1963). A curva $sf(k)/k$ é negativamente inclinada e tende para uma constante $sA\delta^{-1/\rho}$. Assim, no longo prazo, a taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador, k , torna-se:

$$\frac{\dot{k}}{k} = sA\delta^{-1/\rho} - (n + \mu) \quad (3.11)$$

A equação (3.11) mostra que a taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador é dada pela diferença entre a constante $sA\delta^{-1/\rho}$ e a soma da taxa de crescimento populacional e a taxa de depreciação do capital, $(n + \mu)$. Se a taxa de poupança for suficientemente alta, de forma que $sA\delta^{-1/\rho} > (n + \mu)$, a curva $sf(k)/k$ sempre se encontra acima da linha $(n + \mu)$, como mostrado na Figura 3.



Fonte: Elaborado pelo autor

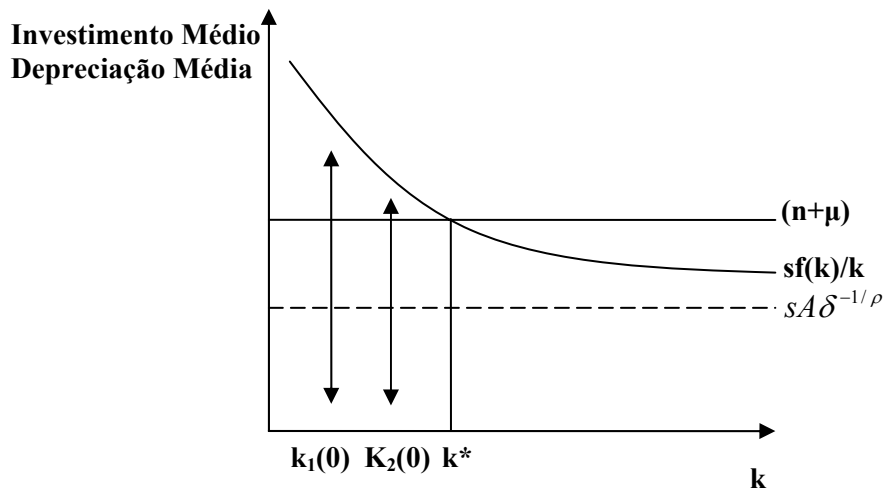
Figura 3 - Taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador com função de produção CES.

Neste caso, a função de produção CES gera crescimento endógeno de longo prazo, ou seja, no longo prazo não seria necessário a suposição de progresso tecnológico exógeno, crescendo a taxa constante para que a economia cresça a taxas constantes e

positivas. A taxa de crescimento do PIB por trabalhador é sempre positiva e seu valor de estado estacionário seria dado por:

$$\gamma^* = sA\delta^{-1/\rho} - (n + \mu) \quad (3.12)$$

No entanto, se a taxa de poupança não for suficientemente grande, de forma que $sA\delta^{-1/\rho} < (n + \mu)$, a curva $sf(k)/k$ intercepta a linha $(n + \mu)$ no valor de k^* de estado estacionário como no modelo neoclássico padrão, como mostrado na Figura 4.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 4 - Taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador com função de produção CES.

Segundo essa hipótese, as economias tendem para uma situação de equilíbrio com k^* , em que o estoque de capital por trabalhador e, o produto por trabalhador deixa de crescer, a não ser que haja progresso tecnológico, ou seja, crescimento exógeno. O que se pode perceber dessa discussão é que o crescimento endógeno potencial depende não apenas do parâmetro de substituição ρ , mas também da taxa de poupança, do valor de A e de δ .

3.1.2. A dinâmica do modelo para baixa elasticidade de substituição

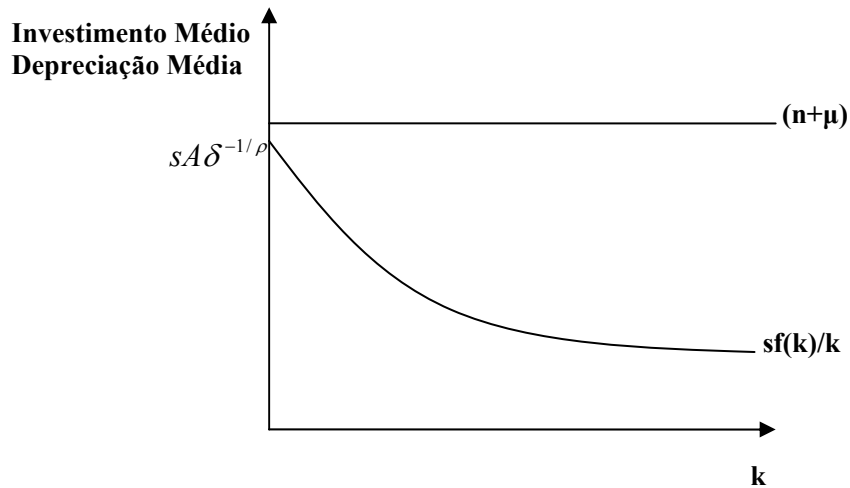
No caso em que $\rho \geq 0$ ($\sigma \leq 1$), ou seja, baixo grau de substituição entre os fatores de produção (caso que inclui a função de produção Cobb-Douglas), o Limite do produto marginal e do produto médio do capital, quando k tende a zero e a infinito são, respectivamente:

$$\lim_{k \rightarrow 0} f'(k) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{f(k)}{k} = A\delta^{-1/\rho} < \infty \quad (3.13)$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} f'(k) = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{f(k)}{k} = 0 \quad (3.14)$$

Como o produto marginal e o produto médio do capital por trabalhador tendem a zero quando k se aproxima de infinito, a condição de Inada (1963), é satisfeita e o modelo não gera crescimento endógeno. Se $\rho \geq 0$ e $sA\delta^{-1/\rho} > (n + \mu)$, então a curva $sf(k)/k$ intercepta a linha $(n + \mu)$ no valor de k^* de estado estacionário como no modelo neoclássico padrão, mostrado na figura 3.2.

No entanto, a violação da condição de Inada (1963), de que o limite do produto marginal seja igual a infinito quando k tende a zero pode causar problema. Se a taxa de poupança for muito baixa, de forma que $sA\delta^{-1/\rho} < (n + \mu)$, a curva $sf(k)/k$ inicia-se abaixo da linha $(n + \mu)$ e converge para zero quando k tende a infinito. Assim, essa curva não cruzaria a linha $(n + \mu)$ e não existiria estado estacionário com k positivo. Uma vez que a taxa de crescimento da economia sempre seria negativa, a economia estaria encolhendo ao longo do tempo e k tenderia a zero, como mostrado na Figura 5.



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 5 - Taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador com função de produção CES.

3.1.3. Convergência no Modelo

Como o produto médio do capital, $f(k)/k$ é uma função negativa de k para todo valor de ρ , a taxa de crescimento do estoque de capital por trabalhador também é uma função negativa de k . Portanto, o modelo de crescimento neoclássico com a função CES exibe a propriedade de convergência. Assim, para duas economias com parâmetros idênticos e níveis iniciais de capital por trabalhador $k(0)$ diferentes, elas tenderiam para o mesmo nível de produto *per capita*, ou seja, ocorreria o processo de *convergência absoluta*. Quando os parâmetros diferem entre as economias, o modelo prevê *convergência condicional*.

Assim como na função Cobb-Douglas, pode-se apresentar, para a função CES, uma equação para a velocidade de convergência (β) do produto por trabalhador na vizinhança da situação de equilíbrio.

$$\beta = -(x+n+\mu) \left[1 - \delta \left(\frac{sA}{x+n+\mu} \right)^{-\rho} \right] \quad (3.15)$$

Ao contrário dos modelos de crescimento que consideram uma função de produção agregada do tipo Cobb-Douglas, a velocidade de convergência, no caso da função CES, depende da taxa de poupança e do parâmetro tecnológico.

4. METODOLOGIA

Neste capítulo, apresenta-se a equação a ser estimada, obtida pela aplicação da técnica de expansão de Taylor de primeira ordem no logaritmo da função CES, considerando-se ρ na vizinhança de zero. Essa técnica foi inicialmente proposta por Kmenta (1967a) para uma função com dois fatores de produção e, posteriormente, ampliada para N fatores por Hoff (2002).

O modelo de estimação para dados em painel é descrito, apresentando a definição sobre o uso de modelos com Efeitos Fixos (EF) e Efeitos Aleatórios (EA), de forma a isolar os efeitos da heterogeneidade entre as seções cruzadas e reduzir as complicações advindas com a omissão de variáveis no modelo.

4.1 Linearização da função CES

A análise empírica iniciou-se com a especificação da função de produção agregada como uma equação não linear:

$$Y_{it} = A \left[\delta K_{it}^{-\rho} + (1-\delta)L_{it}^{-\rho} \right]^{-\nu/\rho} e^{\lambda t + \varepsilon_{it}}, \text{ com } A > 0, 0 < \delta < 1 \text{ e } \rho \geq -1$$

(4.1)

em que:

Y_{it} = PIB real para cada estado brasileiro em cada período de tempo;

A = parâmetro de eficiência;

δ = parâmetro que mede a intensidade de insumo;

K_{it} = estoque de capital utilizado por cada estado brasileiro em cada período de tempo;

L_{it} = estoque de trabalho utilizado por cada estado brasileiro em cada período de tempo;

ν = parâmetro de retorno à escala;

ρ = parâmetro de substituição;

λ = parâmetro que mede a tendência do PIB real ao longo do tempo, e

ε_{it} = termo de erro aleatório.

Por suposição A é *Hicks-Neutro* e cresce a taxas exógenas e constantes, isto é $A_t = A_0 \times e^{\lambda t}$. Nesse caso, A_0 seria o valor inicial desse parâmetro, e no contexto do presente trabalho indicaria o valor desse parâmetro para o ano de 1981.

Substituindo A por A_0 e aplicando-se logaritmo natural em ambos os lados da equação (4.1) tem-se:

$$\ln(Y_{it}) = \ln(A_0) + \lambda t - \frac{\nu}{\rho} \ln \left[\delta K_{it}^{-\rho} + (1-\delta)L_{it}^{-\rho} \right] + \varepsilon_{it} \quad (4.2)$$

Como se pode observar, a equação (4.2) não é linear nos parâmetros, indicando que a função CES não pode ser linearizada analiticamente, como ocorre com a função Cobb-Douglas. Dessa forma, estimar os parâmetros desta função envolve técnicas de estimação não linear, que são mais complexas e podem apresentar problemas de convergência, uma vez que a estimação desses parâmetros depende dos valores iniciais a eles atribuídos. Assim, se os valores iniciais não forem confiáveis, podem ocorrer problemas com a convergência das estimativas.

Entretanto, Kmenta (1967a) demonstrou que uma função CES com dois fatores de produção pode, para certos casos, dependendo da magnitude de ρ , ser aproximada por uma forma linear, utilizando-se para tanto, aproximação de séries de Taylor de segunda ordem. A função resultante dessa aproximação, por sua vez, pode ser estimada por técnicas de Mínimos Quadrados Ordinários lineares. Hoff (2002) demonstrou,

posteriormente, que uma função CES para N fatores de produção poderia ser aproximada por uma função linear, utilizando-se daquela mesma técnica.

Embora o uso de técnicas de estimação não linear pareça ser o método mais apropriado para estimar a especificação CES, no presente trabalho, seguindo Duffy e Papagiorgiou (2000) e Duarte e Simões (2001), optou-se por estimar a versão linearizada dessa função.

A versão linearizada da função CES foi considerada pelas seguintes razões. Em primeiro lugar, grande parte dos trabalhos empíricos sobre crescimento econômico, como por exemplo, o de Mankiw et al (1990), o de Barro e Sala-i-Martin (1995), entre outros, fazem uso de regressões de Mínimos Quadrados Ordinários (lineares), sob a suposição de uma especificação Cobb-Douglas para a função de produção agregada. Essa observação também é válida para vários trabalhos aplicados à economia brasileira, como, por exemplo, Ferreira e Ellery Jr. (1994), Azzoni (2001), Resende (2005).

Como um dos objetivos do presente trabalho foi verificar se a função CES representaria ou não, de forma mais adequada, a função de produção agregada para os Estados brasileiros, considerou-se adequado a utilização dessa técnica. Em segundo lugar, ao estimar a função de produção buscou-se, também, dividir a amostra de estados em pequenos grupos, dependendo do nível de desenvolvimento dos mesmos e verificar se elas apresentariam diferentes elasticidades de substituição, como sugerido pela hipótese de Gollin (1998). Novamente, o uso de técnicas lineares parece ser mais adequada do que as técnicas de estimação não linear.

A linearização da função CES é baseada em uma expansão de Taylor de segunda ordem da relação insumo produto representada pela equação (3.17). A linearização desta equação para ρ na vizinhança de zero resulta em:

$$\ln(Y_{it}) = \ln(A_0) + \lambda t + \nu \delta \ln(K_{it}) + \nu(1 - \delta) \ln(L_{it}) - \frac{1}{2} \nu \rho \delta (1 - \delta) [\ln(K_{it}) - \ln(L_{it})]^2 + \varepsilon_{it}$$

Uma vez que a teoria supõe que existam retornos constante a escala na produção, ou seja $\nu = 1$, a especificação linear pode ser escrita na forma de produto por trabalhador:

$$\ln(y_{it}) = \ln(A_0) + \lambda t + \delta \ln(k_{it}) - \frac{1}{2} \rho \delta (1 - \delta) [\ln(k_{it})]^2 + \varepsilon_{it} \quad (4.3)$$

em que: $y_{it} = \frac{Y_{it}}{L_{it}}$ e $k_{it} = \frac{K_{it}}{L_{it}}$.

Fazendo: $\ln(A_0) = \beta_0$; $\lambda = \beta_1$; $\delta = \beta_2$; $-\frac{1}{2}\rho\delta(1-\delta) = \beta_3$; $\ln(k_{it}) = x_{1it}$ e

$[\ln(k_{it})]^2 = x_{2it}$, tem-se a seguinte especificação da função de produção:

$$\ln(y_{it}) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 x_{1it} + \beta_3 x_{2it} + \varepsilon_{it} \quad (4.4)$$

a qual pode ser estimada por Mínimos Quadrados Ordinários lineares.

Após estimar essa especificação, os parâmetros da função CES podem ser obtidos da seguinte forma:

$$A_0 = e^{\beta_0}; \lambda = \beta_1; \delta = \beta_2; \rho = \frac{-2\beta_3}{\beta_2(1-\beta_2)}; \sigma = \frac{1}{1+\rho}.$$

O erro padrão associados aos parâmetros não lineares ρ e σ podem ser obtido usando-se técnicas de aproximação linear, ou método Delta³.

A equação (3.19), a equação a ser estimada, envolve a adição de um termo quadrático para a especificação log-log da função de produção Cobb-Douglas padrão. Se o coeficiente estimado β_3 não for significativamente diferente de zero, então nada poderá ser dito da estimativa de ρ e não poderá ser rejeitada a especificação Cobb-Douglas como caracterizando a relação insumo produto da economia.

4.2. Modelos para dados em painel

A estimação da equação (3.19) foi realizada seguindo os procedimentos para dados em painel. Segundo Gujarati (2006), dados em painel são combinações de dados em corte transversal (*cross-section*) com séries temporais, ou seja, nesse caso, a mesma unidade de corte transversal (uma família, uma empresa, um estado) é acompanhada ao longo do tempo. A utilização dessa técnica deve-se às vantagens que a mesma apresenta sobre as demais. Conforme ilustram Baltagi (2001) e Gujarati (2006), essas vantagens consistem nos seguintes aspectos: (I) permite a identificação da

³ Para mais detalhes sobre o método Delta ver Greene (2003), capítulo 6, pág. 109.

heterogeneidade individual, isto é, dados em painel sugerem que indivíduos, firmas, estados, são heterogêneos. De acordo com Baltagi (2001), estudos de séries temporais e *cross-section* não controlam esta heterogeneidade e correm o risco de obterem resultados viesados e (II) fornece uma amostra de tamanho maior, uma vez que combinam *cross-section* com séries temporais, apresentando maior variabilidade, menor risco de multicolinearidade entre as variáveis, maior grau de liberdade e maior eficiência nas estimações.

Segundo Greene (2003), um modelo geral para dados em painel pode ser representado da seguinte forma:

$$y_{it} = z_i \alpha + x'_{it} \beta + \varepsilon_{it}, \quad (4.5)$$

em que x_{it} é um vetor $1 \times k$ de variáveis exógenas, não incluindo o termo constante, que podem sofrer variações no tempo (t) e não nas seções cruzadas (i), ou sofrer variações em i e não em t , ou sofrer variações em i e t ; z_i mede a heterogeneidade, ou o efeito específico de cada grupo ou indivíduo, contendo um termo constante e um conjunto de variáveis não observadas, ou variáveis latentes, por suposição constantes em t ; ε_{it} é o termo de erro independente e identicamente distribuído (i.i.d) sobre t e i , com média zero e variância σ^2 e β e α são os parâmetros a serem estimados.

Dependendo das suposições que são feitas a respeito do termo z_i , os seguintes modelos poderão ser considerados:

- (i) se z_i contém somente o termo constante, então, o modelo de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) fornecerão estimadores consistentes e eficientes para o coeficiente comum α e para o vetor de inclinação β de coeficientes das variáveis exógenas. Nesse modelo, tem-se apenas regressão dos dados empilhados, sem levar em consideração as características das seções cruzadas e da série de tempo. Modelos com essas características são conhecidos na literatura como *pooled regression*;
- (ii) se z_i não for observado, mas correlacionado com x_{it} , o estimador de MQO será viesado e inconsistente, como consequência de variável omitida. Fazendo $\alpha_i = z'_i \alpha$, o modelo (4.6) passa a ser escrito como:

$$y_{it} = (\delta + \alpha_i) + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it}, \quad (4.6)$$

em que α_i é uma parte do intercepto, com todos os efeitos observados nas seções, e a constante δ indica uma parcela comum a todas as seções ou no tempo. Esse modelo é conhecido como Efeito Fixo (EF), pois α_i é uma constante específica para cada grupo de seção cruzada ou no tempo;

(iii) se z_i for não observado e não correlacionado com os regressores (x_{it}), ele é um componente do termo de erro e a equação (4.5) passa a ser reescrita como:

$$y_{it} = \delta + x'_{it}\beta + (\alpha_i + \varepsilon_{it}) \quad (4.7)$$

Neste caso, os estimadores de MQO são consistentes, embora ineficientes. Como α_i é um componente aleatório, o modelo é denominado de Efeito Aleatório (EA), ou seja, cada grupo de seção cruzada ou série no tempo apresenta uma variável aleatória que interfere nos resultados da regressão.

4.2.1 Estimação do modelo de Efeitos Fixos (EF)

No modelo de Efeitos Fixos, as diferenças entre os indivíduos ou as unidades de seção cruzada podem ser captadas pelas diferenças no termo constante, α_i . Cada α_i é tratado como um parâmetro desconhecido a ser estimado e, por suposição, correlacionado com x_{it} , ou seja, $\text{cov}(x_{it}, \alpha_i) \neq 0$.

O modelo pode ser representado pela seguinte equação de regressão:

$$y_i = X_i\beta + I\alpha_i + \varepsilon_i \quad (4.8)$$

em que:

y_i = variável dependente;

X_i = variáveis independentes;

I = vetor coluna de uns,

ε_i = o vetor de erros.

Em termos matriciais a equação pode ser representada por:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{bmatrix} \beta + \begin{bmatrix} i & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & i & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

ou:

$$y = [X \quad d_1 \quad d_2 \quad \cdots \quad d_n] \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} + \varepsilon, \quad (4.9)$$

em que d_i é uma variável *dummy* que identifica cada unidade de seção cruzada.

Considerando $D = [d_1 \quad d_2 \quad \cdots \quad d_n]$, em que D é uma matriz $nT \times n$, tem-se que:

$$y = X\beta + D\alpha + \varepsilon \quad (4.10)$$

A equação (4.10) mostra que para se levar em conta os diferentes interceptos pode-se recorrer às variáveis binárias. Esse modelo de estimação é conhecido na literatura como modelo de Mínimos Quadrados com Variáveis *Dummies* (MQVD). No entanto, uma desvantagem do modelo de variáveis binárias de Mínimos Quadrados é que ele “consome” um grande número de graus de liberdade quando o número de cortes transversais, N , é muito grande.

De acordo com o que foi exposto, uma regressão em que grande parte dos regressores sejam variáveis *dummies*, pode não ser muito atrativa pelo fato de reduzir os graus de liberdade do modelo. Para evitar esse problema, uma alternativa seria estimar os coeficientes com base nos desvios em torno da média das seções cruzadas, como indicado na equação abaixo:

$$(y_{it} - \bar{y}_{i\bullet}) = \beta'(x_{it} - \bar{x}_{i\bullet}) + (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_{i\bullet}) \quad (4.11)$$

em que: $\bar{y}_{i\bullet} = N^{-1} \sum_{t=1}^T y_{it}$; $\bar{x}_{i\bullet} = N^{-1} \sum_{t=1}^T x_{it}$; e $\bar{\varepsilon}_{i\bullet} = N^{-1} \sum_{t=1}^T \varepsilon_{it}$.

Após transformar as séries da variável endógena e das exógenas, basta usar MQO para encontrar os estimadores do coeficiente β . No entanto, o efeito individual α_i é eliminado. Esse tipo de procedimento é conhecido como transformação dentro do grupo (*within groups*) e o estimador dos coeficientes é chamado de estimador dentro do grupo.

Como se pode observar os efeitos fixos não são estimados diretamente. Eles são obtidos por meio da seguinte expressão:

$$\hat{\beta}_{EF} = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_{i\bullet})(x_{it} - \bar{x}_{i\bullet})' \right)^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_{i\bullet})(y_{it} - \bar{y}_{i\bullet}) \quad (4.12)$$

Segundo Verbeek (2000) citado em Gomes (2007), se todos os x_{it} forem independentes de todos os ε_{it} , o estimador de β por MQO será não-viesado e os N interceptos serão estimadores não viesados calculados por:

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i\bullet} - \bar{x}_{i\bullet}' \hat{\beta}_{EF}, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.13)$$

A matriz de covariância dos coeficientes estimados, os $\hat{\beta}^{is}$ é dada pela fórmula usual da covariância de mínimos quadrado aplicada ao modelo de diferença da média:

$$Var(\hat{\beta}_{EF}) = \sigma_\varepsilon^2 \left(\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (x_{it} - \bar{x}_{i\bullet})(x_{it} - \bar{x}_{i\bullet})' \right)^{-1} \quad (4.14)$$

e o estimador consistente de σ_ε^2 é obtido a partir da razão entre a soma de quadrados dos resíduos da estimação dentro de e $N(T-1)$, da forma a seguir:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{N(T-1)} \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (y_{it} - \bar{y}_{i\bullet} - (x_{it} - \bar{x}_{i\bullet})' \hat{\beta}_{EF})^2. \quad (4.15)$$

4.2.2 Estimação do modelo de Efeitos Aleatórios (EA)

Uma alternativa ao modelo de efeitos fixos, segundo Gujarati (2006), é o modelo de efeitos aleatórios. Nesse modelo, pressupõe-se que o intercepto de uma unidade é uma extração aleatória de uma população muito maior com um valor médio constante. Uma vantagem do modelo de efeitos aleatórios em relação ao modelo de efeitos fixos é que aquele é mais econômico em graus de liberdade do que este, já que não se tem que estimar N interceptos individuais. Somente é necessário estimar o valor médio do intercepto e sua variância.

Este modelo é mais adequado em situações em que o intercepto de cada unidade de corte transversal não é correlacionado com os regressores, ou seja, $\text{cov}(x_{it}, \alpha_i) = 0$.

Para Greene (2003) o modelo de Efeitos Aleatórios pode ser representado pela seguinte equação:

$$y_{it} = x'_{it}\beta + \alpha_{it} + \varepsilon_{it} \quad (4.16)$$

Em vez de tratar α_{it} como fixo, supõe-se que ele é uma variável aleatória com valor médio. Nesse caso, o intercepto para cada indivíduo seria representado por:

$$\alpha_{it} = \delta + \mu_i \quad (4.17)$$

em que:

μ_i = erro aleatório com média 0 e variância σ^2_{μ}

Substituindo-se (4.17) em (4.16) tem-se:

$$y_{it} = (\delta + \mu_i) + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it}$$

ou

$$y_{it} = \delta + x'_{it}\beta + (\mu_i + \varepsilon_{it}) \quad (4.18)$$

em que:

δ = média da heterogeneidade não observada; e

μ_i = termo de heterogeneidade aleatória específica para cada seção cruzada e constante no tempo. Nesse caso, o termo μ_i passa a ser uma variável gerada por um processo aleatório.

As pressuposições básicas do modelo são:

$$E[\varepsilon_{it} | X] = E[\mu_i | X] = 0;$$

$$E[\varepsilon_{it}^2 | X] = \sigma_\varepsilon^2;$$

$$E[\mu_i^2 | X] = \sigma_\alpha^2;$$

$$E[\varepsilon_{it}\mu_j | X] = 0 \text{ para todo } i, t \text{ e } j;$$

$$E[\varepsilon_{it}\varepsilon_{js} | X] = 0 \text{ se } t \neq s \text{ ou } i \neq j;$$

$$E[\mu_i\mu_j | X] = 0 \text{ se } i \neq j.$$

Fazendo $w_{it} = \mu_i + \varepsilon_{it}$ temos o modelo de componentes do erro em que,

$$E[w_{it}^2 | X] = \sigma_\mu^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

$$E[w_{it}w_{is} | X] = \sigma_\mu^2, \quad t \neq s$$

$$E[w_{it}w_{js} | X] = 0, \text{ para todo } t \text{ e } s \text{ se } i \neq j.$$

Segundo Wooldridge (2002) citado em Gomes (2007), assumindo-se que as condições, acima, são satisfeitas, a matriz de covariância dos erros pode ser representada da seguinte forma:

$$\Omega = E(w_i w_j') = \begin{bmatrix} \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \sigma_\alpha^2 & \dots & \sigma_\alpha^2 \\ \sigma_\alpha^2 & \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 & \dots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \sigma_\alpha^2 \\ \sigma_\alpha^2 & \vdots & \vdots & \sigma_\alpha^2 + \sigma_\varepsilon^2 \end{bmatrix}, \quad (4.19)$$

e pode ser escrita como

$$\Omega = \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I}_T + \sigma_\alpha^2 \mathbf{j}_T \mathbf{j}_T' \quad (4.20)$$

desde que $\mathbf{j}_T \mathbf{j}_T'$ seja uma matriz $T \times T$ de uns. Assumindo-se que i e j são independentes, a matriz (3.34) para o total das nT observações, pode ser escrita da seguinte maneira (Greene, 2003):

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Sigma & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \Sigma & \cdots & 0 \\ & & \ddots & \\ 0 & 0 & \cdots & \Sigma \end{bmatrix} = I_n \otimes \Sigma \quad (4.21)$$

em que \otimes representa o produto Kronecker.

Existem duas formas de se estimar o modelo de EA, dependendo do conhecimento, ou não, da estrutura de variância. Se a estrutura da variância for conhecida o modelo de Mínimos Quadrados Generalizados (MQG) é mais adequado para se estimar o modelo de EA, em caso contrário, torna-se mais adequado o uso do modelo de Mínimos Quadrados Generalizados Factíveis (MQGF).

De acordo com Gomes (2007) no modelo de MQG, inicialmente, necessita-se encontrar o vetor θ que pré-multiplicará a média aritmética da seção cruzada i da variável dependente e das independentes. Usando a matriz Ω , o vetor θ pode ser calculado por⁴,

$$\theta = 1 - \sqrt{\frac{\sigma_\varepsilon^2}{T\sigma_\sigma^2 + \sigma_\varepsilon^2}} \quad (4.22)$$

e a transformação das variáveis é obtida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} y_{it}^* &= y_{it} - \theta \bar{y}_{i\bullet} \\ \bar{x}_{it} &= x_{it} - \theta \bar{x}_{i\bullet}, \text{ para todos } X_k \\ \alpha^* &= 1 - \theta. \end{aligned}$$

Após as transformações, o coeficiente da equação, a seguir, será estimado usando MQO:

$$y_{it}^* = \alpha^* + x_{it}^* \beta^* - \varepsilon_{it}^* \quad (4.23)$$

O estimador de MQG para o vetor β apresentado por Greene (2003), é dado por

⁴ Se $\theta = 0$, o melhor é estimar os coeficientes usando um MQO. Se $\theta = 1$ e $\sigma_\varepsilon^2 = 0$ usar o modelo dentro de ou *within effect model* (www.indiana.edu/~statmath).

$$\hat{\beta} = (X'\Omega^{-1}X)^{-1}X'\Omega^{-1}y = \left(\sum_{i=1}^n X_i'\Omega^{-1}X_i \right)^{-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i'\Omega^{-1}y_i \right) \quad (4.24)$$

Se os componentes do termo de erro σ_α^2 e σ_ε^2 são desconhecidos, primeiro estima-se as variâncias, para em seguida obter a transformação das variáveis e os estimadores dos coeficientes por MQO.

O valor da variância do erro σ_ε^2 é obtido da Soma de Quadrados dos Resíduos (SQR) do modelo de efeitos dentro de ou dos desvios dos resíduos em relação a média do resíduo da seção cruzada, tal como segue:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{SQR_{dentro\ de}}{nT - n - k} = \frac{e'e_{dentro\ de}}{nT - n - k} = \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (\varepsilon_{it} - \bar{\varepsilon}_{i\bullet})^2}{nT - n - k}, \quad (4.25)$$

em que ε_{it} são os resíduos do modelo MQVD.

O $\hat{\sigma}_\alpha^2$ é obtido do modelo de efeitos entre os grupos, usando a média dos grupos para efetuar a regressão da seguinte forma:

$$\hat{\sigma}_\alpha^2 = \hat{\sigma}_{entre}^2 - \frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T}, \quad (4.26)$$

em que:

$$\hat{\sigma}_{entre}^2 = \frac{SQR_{entre}}{n - k}.$$

Após estimar os componentes da variância do termo de erro é preciso estimar θ usando $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ e $\hat{\sigma}_\alpha^2$ que será obtido por

$$\hat{\theta} = 1 - \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T\hat{\sigma}_\alpha^2 + \hat{\sigma}_\varepsilon^2}} = 1 - \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}{T\hat{\sigma}_{entre}^2}}. \quad (4.27)$$

De posse do fator de ponderação será efetuada a transformação das variáveis de acordo com o apresentado a seguir:

$$y_{it}^* = y_{it} - \hat{\theta} \bar{y}_{i\bullet}$$

$$\begin{aligned}\bar{x}_{it} &= x_{it} - \hat{\theta} \bar{x}_{i\cdot}, \text{ para todos } X_k \\ \alpha^* &= 1 - \hat{\theta}.\end{aligned}\tag{4.28}$$

Para estimar os coeficientes das variáveis exógenas é preciso estimar um modelo por MQO, usando as observações das variáveis transformadas.

4.3. Testes estatísticos para os modelos de dados em painel

4.3.1. Teste para efeitos aleatórios

Segundo Greene (2003), Breusch e Pagan (1980) desenvolveram um teste de multiplicador de Lagrange (LM) para testar o modelo de efeitos aleatórios com base nos resíduos. A hipótese nula desse teste é que a variância das seções cruzadas é zero.

$$\begin{aligned}H_0 &: \sigma_\mu^2 = 0 \\ H_1 &: \sigma_\mu^2 \neq 0\end{aligned}\tag{4.29}$$

Ao se rejeitar H_0 , assume-se que o modelo de efeitos aleatórios não é adequado. A estatística LM é obtida pela equação a seguir e segue uma distribuição Qui-quadrado com um grau de liberdade:

$$LM = \frac{nT}{2(T-1)} \left[\frac{T^2 \bar{e}' \bar{e}}{e'e} - 1 \right]^2 \sim \chi^2(1)\tag{4.30}$$

em que:

n = número de seções cruzadas;

T = número de anos;

e = vetor de resíduos do modelo de MQO;

\bar{e} = vetor da média dos resíduos de um grupo específico do modelo *pooled*.

4.3.2. Teste de Hausman: Efeitos Fixos versus Efeitos Aleatórios

Após encontrar os estimadores da equação especificada, usando o modelo de EF e o de EA, surge uma questão natural. Qual deles é o mais adequado? Gujarati (2006)

observa que a resposta para essa pergunta depende em grande parte da pressuposição que se faz sobre a provável correlação entre o componente de erro individual ou específico ao corte transversal, e os regressores x_i . Se a pressuposição for de que não há uma correlação entre eles, o modelo de efeitos aleatórios pode ser mais adequado, mas ao esperar que eles sejam correlacionados, então o modelo de efeitos fixos pode ser o indicado.

Hausman (1978), citado por Greene (2003), desenvolveu um teste estatístico para ajudar a escolher entre o modelo de Efeitos Fixos e o modelo de Efeitos Aleatórios. O teste de Hausman, como ficou conhecido, é usado para testar a ortogonalidade entre os efeitos aleatórios e os regressores. A idéia básica subjacente ao teste é a de que sob a hipótese nula de ausência de correlação, o modelo de MQO, MQVD e Mínimos Quadrados Generalizados (MQG) são consistentes, mas o MQO é ineficiente. A hipótese alternativa assume que o MQO é consistente, mas o MQG não é. Segundo Verbeek (2000), citado por Gomes (2007), na prática, o teste de Hausman procura avaliar se os estimadores de EF e EA são significativamente diferentes.

A estatística do teste é obtida a partir da seguinte equação:

$$W = (\hat{\beta}_{EA} - \hat{\beta}_{EF})' (\sum_{EF} - \sum_{EA})^{-1} (\hat{\beta}_{EA} - \hat{\beta}_{EF}) \quad (4.31)$$

em que:

$\hat{\beta}_{EA}$ = vetor de coeficientes estimados pelos EA;

$\hat{\beta}_{EF}$ = vetor de coeficientes estimados por EF;

\sum_{EF} e \sum_{EA} = matrizes de variância-covariância dos modelos de EF e EA, respectivamente.

Essa equação mostra que o teste de Hausman para a regressão de Efeitos Fixos e Efeitos Aleatórios é baseado em parte no vetor de coeficientes e em parte na matriz de variância-covariância assintótica dos coeficientes, que representam a inclinação dos modelos, ou seja, desconsidera-se o termo constante.

Sob a hipótese nula de que o estimador de EA é correto, a estatística W apresenta distribuição assintótica que se aproxima de uma distribuição *Qui-Quadrado* (χ^2) com $k-1$ graus de liberdade, em que k refere-se ao número de parâmetros estimados, excluindo o termo constante.

4.3.3. Teste de raiz unitária para dados em painel

Segundo Baltagi (2001) com o crescimento do uso de dados *cross-section* e temporais para estudar a paridade do poder de compra, o debate sobre a convergência e o *spillovers* de Pesquisa e Desenvolvimento, o foco da econometria de dados em painel vem mudando. Em vez de usar dados em painel para a análise usual de micro painéis, com N (número de países, regiões, estados) pequeno e T (período de tempo) pequeno, essa técnica tem sido usada para análises de macro painéis, ou seja, para N e T grandes.

Para avaliar a estacionaridade das séries foram criados alguns testes como o teste de Hadri, Teste de Im, Pesaran e Shin (IPS) e o teste *Augmented Dickey-Fuller* (ADF)⁵. Esses teste foram considerados na análise das séries de variáveis utilizadas no trabalho.

4.4 Variáveis, fontes de dados e procedimentos

O conjunto de variáveis utilizadas na estimação da função de produção agregada CES, assim como dos testes da hipótese de que a elasticidade substituição entre as regiões seria diferente, segue o padrão de uso das variáveis *proxies*, apropriadas em estudos relacionados com o crescimento econômico, em que o objetivo central é o de avaliar as evidências estatísticas dos possíveis determinantes e seus efeitos sobre o produto *per capita* ou sobre o produto por trabalhador.

A escolha das variáveis *proxies* utilizadas nas estimações foi norteada pela busca de dados que pudessem representar todos os Estados, no período de tempo estabelecido, de maneira a possibilitar a aplicação do modelo de dados em painel e a obtenção de medidas estatísticas condizentes com a realidade de cada um desses estados.

Os dados foram coletados do Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA), IPEAData, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e do Ministério do Trabalho e Emprego (MTE).

⁵ Para mais detalhes sobre o testes de Raiz unitárias para dados em painel ver Baltagi (2001) e a tese de doutorado de Gomes (2007).

4.4.1 Variáveis

A estimação da função de produção para 26 estados brasileiros no período 1980-2002, bem como a análise da dinâmica do crescimento econômico desses estados na trajetória para o longo prazo, requer a utilização das seguintes variáveis: Produto Interno Bruto real (Y), Estoque de Capital Físico da economia (K), Força de Trabalho (L). A combinação dos 26 estados com os 22 anos disponíveis fornece uma amostra de tamanho 572.

A escolha do período se justifica pela disponibilidade de informações. Em seguida, é apresentada uma breve descrição das variáveis utilizadas.

i) Produto real

A medida usada como produto real foi o Produto Interno Bruto (PIB) a preços constantes – em R\$ 1000 a preços de 2000 - Deflacionado pelo Deflator Implícito do PIB nacional, segundo os dados do IBGE, coletado junto ao IPEADData.

ii) Fator capital físico

A variável representativa do estoque de capital físico dos estados brasileiros foi o consumo de energia elétrica.

iii) Fator Trabalho

A *proxy* utilizada para essa variável foi o total de pessoas trabalhando no mercado formal, em cada um dos estados brasileiros, segundo as estatísticas da Relação Anual de Informações Sociais (RAIS) do MTE. A utilização da população ocupada como *proxy* para o fator trabalho deve-se a disponibilidade de dados. A série que continha dados para o período analisado foi a população ocupada, sendo que a população residente e até mesmo a PEA são obtidos somente para os anos censitários.

iv) Trabalho Qualificado

Nesta variável, a força de trabalho é ponderada pelos anos de escolaridade média da força de trabalho.

4.4.2. Procedimentos

Diante das observações apresentadas sobre o modelo econométrico proposto para avaliar as relações entre o conjunto de variáveis independentes e a variável dependente, o processo de escolha do modelo mais adequado para se estimar a função de produção agregada CES e seus parâmetros foi constituído pelos seguintes passos:

- a. Estimação da equação 3.19 por diferentes modelos, MQO (Mínimos Quadrados Ordinários), EF (Efeitos Fixos) e EA (Efeito Aleatórios), como forma de se comparar os resultados encontrados para os coeficientes e os parâmetros;
- b. Realização do teste estatístico de presença de heterogeneidade não observada entre os estados, e o teste de Hausman para escolha do modelo;
- c. Estimação dos parâmetros da função de produção CES e verificação da dinâmica de crescimento indicada por eles;
- d. Discussão dos resultados encontrados pelos diferentes modelos de estimação, enfatizando os casos em que os sinais dos coeficientes divergiam do esperado, com base na teoria econômica, além da ênfase nos pressupostos básicos de cada modelo;
- e. Construção de algumas variáveis *dummies* para testar a hipótese de Gollin (1998) de que a elasticidade de substituição pode ser diferente dependendo do nível de acumulação de capital dos países, regiões ou estados;

Para obter as estimativas dos coeficientes das regressões representativas dos vários modelos econométricos e para a viabilização dos diversos testes relacionados ao modelo de dados de painel, foram utilizados os *softwares* estatísticos Eviews 5.0 e Stata 9.

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A apresentação e discussão dos resultados foi elaborada seguindo-se algumas etapas, com o objetivo de explorar, ao máximo, os resultados da pesquisa, no que se refere à adequabilidade do modelo econométrico para representar as relações econômicas de interesse e contribuir, dessa forma, para a avaliação dos objetivos elaborados e para a aceitação ou não da hipótese do trabalho.

Para tanto, inicia-se com a apresentação e uma breve discussão das estatísticas descritivas e das condições de estacionaridade das variáveis. Em seguida, são apresentados os resultados das estimações e a análise dos coeficientes da função de produção CES, para 26 estados brasileiros, considerando-se as características específicas desses estados, ou seja, a heterogeneidade entre os mesmos. Discute-se o significado das estimativas dos parâmetros da função de produção agregada CES e a dinâmica do crescimento econômico sugerida por essas estimativas.

Por fim, apresentam-se os resultados para estimação da função de produção incluindo-se algumas variáveis *dummy* de regiões, como forma de se testar a hipótese de que a elasticidade de substituição entre os fatores de produção varia, de acordo com o nível de acumulação de capital em cada região.

5.1 Estatísticas descritivas das variáveis usadas no estudo

Os dados da Tabela 1 apresentam as estatísticas descritivas para o Produto Interno Bruto do Brasil e dos estados brasileiros, obtidas para o período de 1980 a 2002, sendo que a medida do desvio padrão se refere à dispersão entre os painéis, enquanto, a média, o valor mínimo e o valor máximo são obtidos considerando-se todos os painéis no tempo.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas para as variáveis envolvidas estudo, em relação ao Brasil e alguns estados selecionados, 1980-2002

	Produto Interno Bruto (R\$ Milhões)			
	Média	Máximo	Mínimo	Desvio Padrão
Brasil	34.364,26	372.880,90	376,65	63.811,80
Amazonas	15.218,49	21.146,90	8.456,12	3.403,91
Minas Gerais	86.285,96	106.168,70	53.391,65	16.301,55
Piauí	3.961,99	5.329,54	2.188,22	1.028,20
Rio Grande do Sul	72.071,01	88.246,69	43.741,72	13.387,42
Sergipe	5.938,02	8.022,81	4.875,16	802,47
São Paulo	317.136,40	372.880,90	200.617,10	53.027,31

Fonte: Resultados da pesquisa.

No período considerado, o PIB médio anual para o Brasil foi de R\$ 34,36 bilhões, com desvio padrão de R\$ 63,81 bilhões e uma amplitude total de R\$ 372,50 bilhões, o que mostra a elevada heterogeneidade entre os dados, devido, em parte, aos diferentes estágios em que se encontram as atividades produtivas – de extração e transformação mineral, agropecuária, agroindústria, indústria – em cada um dos estados brasileiros.

O estado de São Paulo apresentou o maior valor do PIB médio, R\$ 36 bilhões, cerca de quase 10 vezes o PIB médio brasileiro para o período. O estado com menor valor para o PIB médio foi o estado do Piauí com valor igual a R\$ 3,96 bilhões, valor este que foi cerca de 8,67 vezes menor que o valor do PIB médio brasileiro para o período e cerca de 80 vezes menor que o valor do PIB médio do estado de São Paulo.

A Tabela 2, por sua vez, apresenta algumas estatísticas referentes à força de trabalho e a escolaridade, para o Brasil, de um modo geral, e para os estados. A média anual de pessoas empregadas com carteira assinada, no Brasil, foi de 2,31 milhões de pessoas. O desvio padrão entre os Estados foi da ordem de 16,747 milhões pessoas, com

os valores mínimo e máximo alcançando 13,61 e 16.755,84 mil pessoas, respectivamente. A amplitude entre o maior e o menor valor médio foi da ordem de 16,74 milhões de pessoas no período em análise, refletindo, em parte, a elevada heterogeneidade do nível de absorção da força de trabalho em atividades produtivas legalmente registradas nos Estados.

Tabela 2 - Estatísticas descritivas para as variáveis envolvidas no estudo, em relação ao Brasil e a alguns estados selecionados, 1980-2002

Trabalho (Mil pessoas)				
	Média	Máximo	Mínimo	Desvio Padrão
Brasil	2.316,36	16.755,84	13,61	2.895,11
Amazonas	537,3403	815,283	294,157	139,8357
Minas Gerais	6.768,46	8.602,27	4.903,71	1.100,71
Piauí	1.045,50	1.429,74	739,55	204,11
Rio Grande do Sul	4.445,67	5.389,12	3.503,68	639,29
Sergipe	591,42	797,88	396,66	114,98
São Paulo	13.556,90	16.755,84	10.305,61	1.776,35

Escolaridade (Anos)				
	Média	Máximo	Mínimo	Desvio Padrão
Brasil	4,71	8,54	1,72	1,32
Amazonas	5,68	6,84	4,46	0,65
Minas Gerais	4,64	5,80	3,58	0,65
Piauí	2,88	4,04	1,72	0,75
Rio Grande do Sul	5,45	6,50	4,31	0,71
Sergipe	3,73	5,25	2,23	0,93
São Paulo	5,84	7,15	4,67	0,74

Fonte: Resultados da pesquisa.

Em relação aos anos de estudo, a média anual para o Brasil como um todo foi de 4,71 anos. A heterogeneidade entre os Estados também é elevada, com desvio padrão de 1,32 e amplitude total de 6,82 anos, com um mínimo de 1,72 anos e um máximo de 8,54 anos de estudo. Essa heterogeneidade indica que a diferença educacional entre os estados apresenta uma tendência a não se reduzir nos próximos anos, caso não sejam implantadas políticas públicas que mudem esse cenário.

Esses resultados permitem evidenciar a heterogeneidade que existe entre os estados brasileiros, heterogeneidade esta que tem raízes profundas e deve-se em grande parte, segundo Vesentini (1987) ao processo de industrialização e sua concentração geográfica no Sudeste, especialmente em São Paulo, o que criou um modelo de

organização espacial do tipo centro-periferia. Essa forma de organização do espaço geográfico esta relacionada a uma divisão inter-regional do trabalho, na qual o Sudeste do país especializou-se em produtos industrial e as demais regiões fornecem matérias-primas, gêneros agrícolas e mão-de-obra.

5.2 Testes de raiz unitária

Os resultados do teste de raiz unitária de Hadri são apresentados na Tabela 3. Todas as variáveis foram tomadas em logaritmo natural. O processo gerador da série assume estacionariedade, somente com intercepto e com intercepto e tendência. A suposição é que, no processo gerador das variáveis, o coeficiente de correlação ρ é comum a todos os Estados, além de assumir heteroscedasticidade, por conta das diferenças econômicas existentes entre os mesmos, como verificado na seção 4.1. A hipótese nula assume que a série em cada Estado é estacionária.

Tabela 3 - Teste de raiz unitária de Hadri para as variáveis utilizadas no estudo

Variável	Estatística da estacionariedade com intercepto (Z_{μ})	Valor da Probabilidade de H0	Estatística da estacionariedade com intercepto e Tendência (Z_{τ})	Valor da Probabilidade de H0	Hipótese da Variância
Ln (PIB)	15,5822	0,0000	6,75672	0,0000	Hetero
Ln (CEE)	15,1169	0,0000	10,3721	0,0000	Hetero
Ln (POC)	15,3020	0,0000	4,0999	0,0000	Hetero
Ln (AE)	16,3615	0,0000	5,69160	0,0000	Hetero

Fonte: resultados da pesquisa.

Nota: Hipótese H0: Estacionariedade.

Os resultados do Teste de Hadri permitiram concluir que as variáveis são não-estacionárias. A informação extraída deste teste é a de que o uso dessas variáveis no modelo poderia levar a regressões espúrias. Logo, buscou-se avaliar se outros fatores estariam influenciando na estacionariedade das séries, tais como: correlação serial distinta para cada Estado e/ou correlação contemporânea, além da heteroscedasticidade.

A Tabela 4 mostra os valores calculados para as estatísticas e a especificação dos modelos usados pelos testes de raiz unitária de Im, Pesaran e Shin (IPS) e Fischer ADF no processo de geração das séries.

Tabela 4 - Testes de raiz unitária de Im, Pesaran e Shin (IPS) e Fischer ADF para as variáveis utilizadas no estudo

Variável	Teste IPS			Teste Fischer ADF		
	Estatística	Valor da Prob. de H0	Especificar modelo	Estatística	Valor da Prob. de H0	Especificar modelo
Ln (PIB)	- 4,00658	0,0000	Inter e tend; Heter;	92,0113	0,0005	Inter e tend; Heter
Ln (CEE)	-5,87685	0,0000	Inter e tend; Heter;	124,8150	0,0000	Inter e tend; Heter
Ln (POC)	-2,48474	0,0065	Inter e tend; Heter;	77,6918	0,0120	Inter e tend; Heter
Ln (AE)	-6,78548	0,0000	Inter e tend; Heter;	140,8330	0,0000	Inter e tend; Heter

Fonte: resultados da pesquisa.

Nota: Hipótese H0: Não estacionaridade.

Os resultados dos testes de IPS e Fischer ADF mostraram que as séries são estacionárias tomando-se diferentes especificações e características dos erros para cada uma das equações usadas no processo gerador da série.

Diante dos resultados obtidos pelos testes, o passo seguinte foi estimar os coeficientes da função de produção CES linear e encontrar os parâmetros dessa função para os Estados brasileiros, com capital físico e trabalho servindo como fatores de produção.

5.3. Resultados das estimativas para os estados

A Tabela 5 apresenta os resultados das estimativas da equação 3.19, para os modelos de mínimos quadrados agrupados, efeitos fixos e efeitos aleatórios. A primeira coluna reporta os coeficientes do modelo de mínimos quadrados agrupados, sendo todos significativos, com exceção do termo constante. Entretanto, tais coeficientes podem ser viesados e inconsistentes, pois podem omitir características específicas não observadas dos estados, tais como: qualidade do solo, herança cultural herdada por alguns estados, que poderia influenciar na acumulação de poupança, capital físico e humano;

qualificação, aptidão, e habilidade dos trabalhadores (não somente medidas pela média de anos de estudo), entre outras. Características que, por sua vez, poderiam estar relacionadas com as variáveis explicativas do modelo.

Com o objetivo de verificar a importância potencial destas características específicas, ou a heterogeneidade não observada, foi estimado um modelo de efeitos fixos usando dados em painel para 26 estados brasileiros, no período de 1981 a 2002. Para decidir entre o modelo de estimação mais adequado, utilizou-se, inicialmente, o teste de Breusch-Pagan, que verifica a existência de efeitos não observáveis. O resultado deste teste permitiu rejeitar a hipótese nula da ausência de efeitos específicos, a um nível de 1% de significância. Diante da existência de efeitos específicos, foi realizado o teste de Hausman, que, por sua vez, permitiu rejeitar a hipótese nula de que a diferença entre os estimadores de efeitos aleatórios e os de efeitos fixos seja pequena. Esse resultado indica que o melhor modelo a ser utilizado é o de efeitos fixos; modelo que passa a ser analisado a seguir.

Tabela 5 - Estimativas da função de produção CES linear para os estados brasileiros, no período 1980 a 2002

VARIÁVEL	MQO	EF	EA
<i>Constante</i>	-5,0212 (3,2429)	- -	- -
<i>Tendência</i>	0,004183** (0,0016)	0,0157*** (0,0015)	0,0071*** (0,0011)
<i>Ln(Energia Elétrica)</i>	0,352264*** (0,0615)	0,2837*** (0,0451)	0,2650*** (0,0446)
<i>Ln(População Ocupada)</i>	0,619023*** (0,0649)	0,2438*** (0,0678)	0,5812*** (0,0537)
<i>[Ln(Energia/População Ocupada)]²</i>	-0,0765*** (0,0187)	-0,0522*** (0,0134)	-0,0383*** (0,0132)
<i>R² ajust.</i>	0,97562	0,99418	0,8533
<i>Obs.</i>	572	572	572
<i>Breushe Pagan</i>	LM = 1238, 73 ; (Prob. χ^2) = 0,0000		
<i>Hausman</i>	W = 78,47; (Prob. χ^2) = 0,0000		

Fonte: Resultados da pesquisa

Nota: *** Significativo a 1%; ** Significativo a 5%; * Significativo a 10%. Os valores entre parêntese referem-se aos erros padrão.

Todos os coeficientes estimados pelo modelo de efeitos fixos foram significativos do ponto de vista estatístico e apresentaram valores que satisfazem as condições impostas aos mesmos, como definido pela equação 3.17. O modelo ajustou-se bem aos dados, de forma que um percentual considerável de variações no logaritmo do PIB dos estados pode ser explicado por variações no logaritmo do consumo de energia elétrica, utilizado como *proxy* para o estoque de capital físico, por variações no logaritmo da força de trabalho e por variações no quadrado do logaritmo do estoque de capital físico por trabalhador.

No que se refere à relação entre o PIB dos estados e o estoque de capital, medido pelo consumo de energia elétrica, pôde-se verificar que quanto maior o estoque de capital físico de um estado, maior seu PIB. Além disso, um aumento de 1% no estoque de capital físico em um determinado estado, aumenta em 28,37% o PIB daquele estado. Esse resultado vem reforçar a idéia difundida pelos modelos de crescimento econômico de que países ou estados com um elevado estoque de capital, tendem a ter um PIB mais elevado do que aqueles com um reduzido estoque de capital. Surge daí, a necessidade dos formuladores da política econômica dos estados, incentivarem, de maneira responsável, a entrada de indústrias e empresas em seus estados.

A relação entre PIB e a população ocupada, também se mostrou positiva, como apontado pelas teorias de produção. Diante disso, pôde-se constatar que uma variação de 1% na população ocupada, ou seja, no total de pessoas trabalhando com carteira assinada, aumenta o PIB dos estados em 24,38%, em média.

A variável quadrado do logaritmo da divisão entre consumo de energia elétrica e a força de trabalho, não tem um significado econômico direto no logaritmo do PIB, como as variáveis estoque de capital físico e população ocupada. No entanto, ela tem um papel importante na estimativa da função CES. Como discutido em seção anterior, essa variável pode ser interpretada como um resíduo, que surge da aproximação da função CES, por meio da expansão de Taylor de primeira ordem. Este seria um resíduo em relação à função Cobb-Douglas, uma vez que a aproximação da função CES na vizinhança de ρ igual a zero, gera como melhor aproximação uma especificação Cobb-Douglas, mais um resíduo. Assim, caso o coeficiente relacionado ao quadrado do logaritmo do estoque de capital por trabalhador fosse significativo, a principal implicação seria a não aceitação da Função Cobb-Douglas, ou equivalente, à não rejeição da função CES.

Como o coeficiente relacionado ao quadrado do logaritmo da divisão entre consumo de energia elétrica e força de trabalho foi estatisticamente significativo, ao nível de 1% de significância, não se pode rejeitar a hipótese de que a função CES seja adequada para representar a função de produção dos estados brasileiros.

A comparação dos resultados obtidos pelo método de mínimos quadrados agrupados (primeira coluna da Tabela 5), com a regressão de efeitos fixos (segunda coluna), evidencia importantes características sobre a existência da heterogeneidade não observada. A inclusão dos efeitos fixos individuais reduziu o tamanho dos coeficientes relacionados ao logaritmo do consumo de energia e ao logaritmo da população ocupada. Por exemplo, enquanto na regressão de MQO agrupado a elasticidade do PIB dos estados, em relação ao estoque de capital e de trabalho, era de 35,22% e 61,90%, respectivamente, na regressão de efeitos fixos a elasticidade foi de 28,37% e 24,38%, respectivamente.

A Tabela 6, por sua vez, apresenta a estimativa dos parâmetros da equação 3.19, conforme foi apresentado no capítulo referente à metodologia. Novamente, a análise é baseada nos coeficientes do modelo de efeitos fixos.

Tabela 6 - Estimativa dos parâmetros da função de produção CES linear, para os estados brasileiros, no período de 1980 a 2002

PARÂMETROS	MQO	EF	EA
A_0	0,0065 (3,2429)	- -	- -
δ	0,3522*** (0,0615)	0,2837*** (0,0451)	0,2650*** (0,0446)
λ	0,0041** (0,0016)	0,0157*** (0,0015)	0,0071*** (0,0011)
ρ	-0,6814*** (0,0056)	-0,7962*** (0,0012)	-0,4209*** (0,0023)
ν	0,971287*** (0,0045)	0,5275*** (0,0022)	0,8462*** (0,0018)
σ	3,1387*** (0,4856)	4,9071*** (0,6624)	1,7267*** (0,0896)

Fonte: Resultados da pesquisa

Nota: *** Significativo a 1%; ** Significativo a 5%; * Significativo a 10%. Os valores entre parêntese referem-se aos erros padrão. O erro padrão dos coeficientes ρ e σ foram calculados pelo método Delta.

O parâmetro δ , segundo Arrow et al (1961), pode ser interpretado como um parâmetro de distribuição. No caso especial de uma função Cobb-Douglas, esse parâmetro corresponde à participação do capital na renda nacional. Entretanto, como observado por Duffy e Papagiorgiou (2000), a interpretação desse parâmetro, para o caso mais geral de uma função CES é mais complexa. Nesse caso, a participação do capital na renda, s_k , é dada pela razão $\frac{\delta K^{-\rho}}{\delta K^{-\rho} + (1-\delta)L^{-\rho}}$, que depende dos valores de K (estoque de capital), L (estoque de trabalho), ρ (parâmetro de substituição) e do próprio δ . Como $s_k \in [0,1]$, então $\delta \in [0,1]$, intervalo ao qual pertence o valor estimado de δ para o modelo de efeitos fixos. Por outro lado, uma vez que $\frac{\partial s_k}{\partial \delta} > 0$, tem-se que para valores dados de K, L e ρ , quanto mais elevado for delta, mais elevado será a participação do capital na renda nacional.

O parâmetro λ apresentou valor positivo e significativo, indicando que, de 1981 a 2002, o logaritmo do PIB dos estados brasileiros apresentou uma tendência crescente, ou seja, a cada ano o logaritmo do PIB aumentou em 0,0157 unidades. O parâmetro ν , foi estatisticamente diferente da unidade, indicando que a função de produção apresenta rendimentos decrescentes à escala.

O parâmetro ρ , por sua vez, apresentou um valor negativo e igual a -0,7962, economicamente significativo, dadas as restrições colocadas pela equação 3.17. A elasticidade de substituição entre capital e trabalho, associada a esse parâmetro foi de 4,9071%, indicando que a elasticidade de substituição entre os fatores de produção seria, estatisticamente, diferente da unidade, ao contrario da hipótese considerada quando a função de produção é do tipo Cobb-Douglas.

Estimativas realizadas para países, como as de Caselli e Coleman (2000) e Antràs (2001), parecem indicar que a elasticidade de substituição entre capital e trabalho é menor que a unidade. Diante disso, pode-se verificar a discrepância dos resultados encontrados para os estados brasileiros, o que poderia estar relacionado às variáveis utilizadas no trabalho, como por exemplo, o consumo de energia elétrica como *proxy* do capital físico, e a população ocupada como *proxy* do fator trabalho, que podem não representar de forma adequada a realidade econômica desses estados, influenciando nos resultados obtidos.

5.4. A Dinâmica do crescimento dos estados brasileiros

No capítulo referente à metodologia foi dito que quando $\rho < 0$, o modelo neoclássico de crescimento apresentaria potencial para crescimento endógeno devido à função de produção, uma vez que $\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = A\delta^{-1/\rho}$.

Isso significava que a economia estaria numa trajetória de crescimento econômico endógena, ou seja, no longo prazo não seria necessário a suposição de progresso tecnológico crescendo a taxas constantes, para que as economias apresentassem crescimento continuado de sua renda *per capita*.

Como o valor estimado para ρ foi igual a -0,7962, ou seja, menor que zero, significando que a elasticidade de substituição entre o capital e o trabalho seria superior à unidade, não foi possível rejeitar a hipótese de crescimento na ausência de progresso tecnológico, ou seja, existiria a possibilidade de crescimento endógeno para os estados brasileiros. Nesse caso, a economia desses estados *poderia* estar apresentando uma trajetória de crescimento endógena, gerada pela própria função de produção. Assim, o crescimento da renda *per capita* desses estados não cessaria, no longo prazo, pois a produtividade marginal do capital seria maior que zero.

Se o crescimento endógeno de longo prazo, dos estados brasileiros é possível, depende, neste caso, se o valor do produto marginal do capital por trabalhador, $A\delta^{-1/\rho}$, para cada estado é maior que a soma da taxa de crescimento populacional e a taxa de depreciação do estoque de capital, dividido pela taxa de poupança de cada estado, $A\delta^{-1/\rho} > \frac{n + \mu}{s}$, ou ainda, $sA\delta^{-1/\rho} > n + \mu$. No presente trabalho, não foram feitas estimativas para essas relações, dado a dificuldade de se encontrar dados que representasse de maneira adequada a taxa de poupança e o crescimento populacional de cada um dos estados considerados na amostra. Dessa forma, o que se pode inferir, dos resultados do trabalho, é a não rejeição da hipótese da possibilidade de crescimento endógeno da economia dos estados brasileiros, no período analisado. A constatação ou não dessa hipótese poderia ser feita por estudos posteriores.

Outra consideração a ser feita, diz respeito à limitação do modelo, no sentido de que ele se preocupa com as *causas próximas* do crescimento do PIB por trabalhador, mas não diz nada sobre as *causas últimas* do crescimento do PIB por trabalhador. Isso significa que o modelo, ao explicar as diferenças na taxa de crescimento entre os estados, se preocupa com a acumulação de capital físico e humano, com o aumento da

relação capital-trabalho, com a elevação do nível de escolaridade, com a taxa de crescimento da relação poupança-investimento dos estados e ainda, com a produtividade total dos fatores de produção. Como pôde ser visto pelas estimativas do modelo de efeitos fixos, a acumulação de capital físico e a população ocupada nos estados brasileiros explicam mais de 90% das variações no PIB desses estados, quando se utiliza a especificação CES para representar a função de produção agregada dos mesmos.

No entanto, esse modelo não permite responder à questões do tipo: Por que alguns estados acumularam mais capital que outros? Por que os estados apresentaram diferentes taxas de poupança-investimento no período? Questões, que levariam às *causas ultimas*⁶ do crescimento econômico, que por sua vez poderiam estar ligadas à fatores institucionais, culturais e políticos.

A política fiscal dos estados, por exemplo, poderia ser uma variável a ser considerada nos estudos sobre as *causas ultimas* do crescimento econômico dos estados brasileiros. Essas políticas têm o papel de estimular ou desestimular a acumulação de capital nesses estados. Não são poucos os casos de “guerra” fiscal entre estados no Brasil. Muitos oferecem incentivos, como por exemplo, a redução de encargos fiscais, para a instalação de indústrias e/ou empresas em seus estados. Questões como estas poderiam ser estudadas em trabalhos futuros relacionados ao crescimento econômico dos estados brasileiros.

5.5 Resultado das estimações para as regiões

Uma das razões para a não adequação da função Cobb-Douglas para representar a função de produção agregada, nos modelos empíricos de crescimento *cross-country*, seria o fato da mesma não permitir que a elasticidade de substituição variasse entre os países, em função do nível de acumulação de capital físico dos mesmos. Como discutido, anteriormente, a função CES não apresenta este problema, sendo esta característica apontada como uma das vantagens dessa função em relação à Cobb-Douglas.

Como os resultados da seção 4.2 apontaram para a não rejeição da especificação CES como especificação representativa da função de produção agregada para os estados brasileiros, era natural, verificar se a elasticidade de substituição entre capital e trabalho

⁶ Segundo Pessoa (2000) essa denominação deve-se a Maddison (1994).

poderia variar, dependendo do nível de acumulação de capital físico dos estados, realizando-se, dessa forma, um teste da Hipótese de Gollin (1998).

Uma vez que, no caso brasileiro existe uma forte concentração de estados com nível mais elevado de capital físico nas regiões Sudeste e Sul, enquanto os com menor nível de capital físico encontram-se nas regiões norte e nordeste, optou-se por criar quatro variáveis *dummy*, a saber: *dummy* Sudeste, *dummy* Sul, *dummy* Centro-Oeste e *dummy* Norte e comparar os coeficientes relacionados a cada uma dessas variáveis com o da região Nordeste, que foi considerado como valor de referência, por ser a região menos desenvolvida no Brasil.

Essa forma de se testar a hipótese de Gollin (1998), tem como vantagem a menor perda de graus de liberdade nos modelos, uma vez que seriam criadas apenas quatro variáveis *dummy*. Se fossem criadas variáveis *dummy* para cada um dos estados, incorrer-se-ia numa perda maior de graus de liberdade. Assim, essa forma de se testar a hipótese de Gollin (1998), pareceu mais adequada, de forma que a única modificação seria na interpretação dos resultados, onde se falaria agora em diferentes elasticidades de substituição entre capital e trabalho para as diferentes regiões do Brasil.

A Tabela 7, apresenta o resultado das estimativas para os métodos de estimação MQO, EF e EA, com o objetivo de se comparar aqueles resultados.

Tabela 7 - Estimativas da função de produção CES linear, para as regiões brasileiras, 1980 a 2002

VARIÁVEL	MQO	EF	EA
<i>Constante</i>	-3,5056 (2,9782)	- -	- -
<i>Tendência</i>	0,0034*** (0,0034)	0,0135*** (0,0018)	0,0058*** (0,0012)
<i>ln (Energia Elétrica)</i>	0,2783*** (0,0571)	0,2745*** (0,0467)	0,2691*** (0,0476)
<i>ln (População Ocupada)</i>	0,6954*** (0,05965)	0,2949*** (0,0691)	0,5660*** (0,0568)
<i>[ln(Energia/População Ocupada)]²</i>			
Sudeste	0,0460*** (0,0098)	0,1050*** (0,0351)	0,1421*** (0,0253)
Sul	0,0053***	0,0253	0,0668***

	(0,0014)	(0,0237)	(0,0253)
Centro-Oeste	0,0342*	0,0349	0,0131
	(0,0183)	(0,0261)	(0,0257)
Norte	0,0914***	0,0240**	0,0292***
	(0,0084)	(0,0261)	(0,0100)
Nordeste	-0,0799***	-0,0577***	-0,0516***
	(0,01738)	(0,01363)	(0,01395)
<i>R² ajust.</i>	0,9803	0,9623	0,9719
<i>Breush Pagan</i>	<i>LM</i> = 2438, 73 ;(<i>Prob. χ^2</i>) = 0,0000		
<i>Hausman</i>	<i>W</i> = 45,67; (<i>Prob. χ^2</i>) = 0,0000		
<i>Obs.</i>	572	572	572

Fonte: Resultados da pesquisa

Nota: *** Significativo a 1%; ** Significativo a 5%; * Significativo a 10%. Os valores entre parêntese referem-se aos erros padrão.

Novamente, foi realizado o teste de Hausman para verificar qual modelo melhor se adequaria aos dados, uma vez que, a estatística de Breush Pagan indicou a presença de efeitos específicos não observados, o que tornaria as estimas de MQO viesadas e inconsistentes, devido a omissão de variáveis explicativas. O teste de hausman permitiu rejeitar a hipótese nula de que a diferença entre os estimadores de efeitos aleatórios e os de efeitos fixos seja pequena, indicando que o melhor modelo a ser utilizado seria o de efeitos fixos.

Os coeficientes, com exceção dos relacionados à variável $[\ln(\text{Energia/População Ocupada})]^2$ para as regiões Sul e Centro-Oeste, foram todos estatisticamente significativos. A relação entre o PIB dos estados e o estoque de capital, medido pelo consumo de energia elétrica, apresentou-se, novamente, de forma positiva, indicando que quanto maior o estoque de capital físico de um estado, maior seu PIB. A resposta do PIB a um aumento de 1% no estoque de capital físico, foi de 27,45%.

A relação entre PIB e a população ocupada, também mostrou-se positiva, e a elasticidade do PIB em relação à essa variável foi de 29,49%. Esse percentual indica que uma variação de 1% na população ocupada, ou seja, no total de pessoas trabalhando com carteira assinada, aumenta o PIB dos estados em 29,49%, em média.

A Tabela 8 apresenta as estimativas para os parâmetros associados à equação 3.19. Embora o modelo que mais se ajuste aos dados seja o modelo de Efeitos Fixos, esta tabela também apresenta os valores dos coeficientes para o modelo de Efeitos Aleatórios como forma de se comparar aqueles resultados.

Tabela 8 - Estimativas dos parâmetros da função de produção CES linear, para as regiões brasileiras, no período de 1980 a 2002

PARÂMETROS	MQO	EF	EA
A_0	0,0300 (2,9782)	- -	- -
δ	0,2783*** (0,0571)	0,2745*** (0,0468)	0,2691*** (0,0476)
λ	0,0034*** (0,0014)	0,0135*** (0,0018)	0,0058*** (0,0012)
ν	0,9737*** (0,1167)	0,5695*** (0,1159)	0,8352*** (0,1044)
<i>Parâmetro de substituição</i>			
Sudeste	0,4629*** (0,0127)	1,4774*** (0,0156)	1,5584*** (0,0189)
Sul	0,0533*** (0,0056)	0,3560 (0,0034)	0,7326*** (0,0045)
Centro-Oeste	0,3441* (0,0023)	0,4911 (0,0018)	0,1437 (0,0045)
Norte	0,9197*** (0,0085)	0,3377** (0,0082)	0,3202*** (0,0059)
Nordeste	-0,8040*** (0,0174)	-0,8119*** (0,0136)	-0,5659*** -0,0139
<i>Elasticidade de substituição</i>			
Sudeste	0,6836*** (0,0652)	0,4037*** (0,0789)	0,3909*** (0,0956)
Sul	0,9494*** (0,0645)	0,7375 (0,5653)	0,5772*** (0,0564)
Centro-Oeste	0,7440*** (0,0562)	0,6707 (0,4189)	0,8744 (0,5634)
Norte	0,5209*** (0,0956)	0,7476*** (0,0098)	0,7574*** (0,0092)
Nordeste	5,1019 (4,0856)	5,3153 (4,1895)	2,3036 (2,0787)

Fonte: Resultados da pesquisa

Nota: *** Significativo a 1%; ** Significativo a 5%; * Significativo a 10%. Os valores entre parêntese referem-se aos erros padrão. O erro padrão dos coeficientes ρ e σ foram calculados pelo método Delta.

O valor de ρ foi negativo apenas para região Nordeste, indicando uma possível presença de crescimento endógeno gerado pela função de produção nessa região. No

entanto, esse coeficiente foi positivo para as demais regiões, contrariando a possibilidade de progresso tecnológico endógeno.

Os valores da elasticidade de substituição entre capital e trabalho para cada uma das regiões em que esse parâmetro foi significativo foram: Sudeste (0,4037) e Norte (0,7476). Esses valores mostram que a elasticidade de substituição entre os fatores de produção são diferentes da unidade como indicado caso a especificação do modelo fosse uma Cobb-Douglas. Dessa forma, pôde-se verificar que a elasticidade de substituição de capital por trabalhado apresentou valores diferentes para cada uma das regiões do Brasil, tendo a região Norte apresentado o maior valor para aquele parâmetro.

Os outros parâmetros não apresentaram mudanças significativas quando se acrescentou as variáveis *dummy* para cada uma das regiões. Uma suposição que se fez no presente trabalho foi a de que o parâmetro que indica a participação dos fatores na produção é o mesmo para cada estado, assim como é o mesmo o parâmetro que mede a tendência do logaritmo do PIB por trabalhador. É possível, que os valores desses parâmetros sejam diferentes para cada estado, ou ainda, que eles sejam semelhantes apenas para estados com estrutura produtiva semelhante. Essa hipótese poderia ser plausível para os estados brasileiros devido às discrepância econômicas entre os mesmos.

Uma vez testada e confirmada a hipótese de que existe uma diferença na elasticidade de substituição dos fatores de produção para as regiões do Brasil, cabe tecer alguns comentários sobre as razões pelas quais as regiões apresentariam valores diferentes para esses parâmetros. Para entender porque uma região apresenta uma elasticidade de substituição mais elevada do que outra região, deve-se procurar identificar os determinantes da elasticidade de substituição entre os fatores de produção.

Para Klump e Preissler (2000), uma das razões pelas quais a elasticidade de substituição foi negligenciada, ao longo do tempo, como um possível determinante do crescimento econômico deve-se a falta de clareza em se entender as razões econômicas responsáveis pela mudança na elasticidade de substituição e até mesmo, qual o significado da elasticidade de substituição entre os fatores. De La Grandville (1989), considerou a elasticidade de substituição como uma medida da eficiência do sistema produtivo e procurou verificar o papel que a mesma ocupava em explicar o milagre do crescimento econômico na Ásia. Yuhn (1991) considerou a elasticidade de substituição como um “menu de escolhas disponíveis para os empresários” e procurou demonstrar como as políticas do governo Coreano de manter o preço do capital artificialmente

abaixo de seu valor de mercado, poderia ter sido a razão básica para explicar a relativa alta da elasticidade de substituição agregada naquele país.

No entanto, de acordo com Klump e Preissler (2000), para se ter uma visão mais geral sobre a elasticidade de substituição deve-se recorrer a Hicks (1963), que foi quem tentou examinar mais de perto os determinantes da elasticidade de substituição. Hicks (1963), citado por Klump e Preissler (2000), pontuou três formas pelas quais a elasticidade de substituição entre os fatores de produção poderia ocorrer: com a substituição da produção inter-setorial, com a substituição intra-setorial de métodos de conhecimento ou com a inovação.

O modelo de crescimento do presente trabalho, cobre somente algumas dessas possibilidades. Por se tratar de um modelo agregado, ou seja, em que se trabalha com uma função de produção agregada, onde apenas um produto é produzido (PIB), o modelo cobre a possibilidade de substituição mediante a utilização de novos métodos de produção daquele bem, ou seja, por meio da inovação.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O surgimento de novos “fatos estilizados” sobre o crescimento econômico de longo prazo, vem colocando em dúvida o uso convencional da especificação Cobb-Douglas, como representativa da função de produção agregada nas análises, teóricas e empíricas, sobre crescimento econômico. Diante dessa observação, verificasse a necessidade de outras especificações alternativas. Uma alternativa possível seria o uso de uma especificação mais geral, por exemplo, a função CES, como se procurou mostrar ao longo deste trabalho.

O objetivo do presente trabalho, inspirado em Duffy e Papageorgiou (2000) e Duarte e Simões (2001), foi o de testar a especificação da função de produção agregada para a uma amostra composta por 26 estados brasileiros. Assim, buscou-se avaliar a seguinte questão: a tecnologia destes estados seria representada, de forma mais adequada, por uma função de produção CES do que por uma função de produção Cobb-Douglas? Em caso afirmativo, poder-se-ia ter importantes conseqüências, no que diz respeito aos resultados dos estudos empíricos, acerca do crescimento econômico desses estados, pois, se a elasticidade de substituição dos fatores fosse superior à unidade ($\sigma > 1$), haveria o potencial para crescimento endógeno.

Para tanto, foi exposto um modelo de crescimento econômico, nas linhas do modelo neoclássico, ou seja, sem progresso técnico e com propensão a poupar exógena, com uma função de produção CES, para concluir com esta hipótese que as economias

poderiam crescer mesmo na ausência de progresso técnico, ou seja, haveria crescimento endógeno potencializado pela função de produção. Esta situação foi comparada com a que ocorreria, caso a função de produção fosse do tipo Cobb-Douglas, sendo as conclusões relativas ao crescimento econômico bastante diferentes. Neste caso, somente haveria crescimento do produto *per capita* se houvesse progresso técnico, caso em que o crescimento seria exógeno.

A análise empírica da especificação da função de produção foi realizada com base na técnica de dados em painel, para o período de 1981 a 2002. Os resultados empíricos sugeriram que a especificação CES seria a mais correta para representar a função de produção agregada da economia dos estados brasileiros, uma vez que o valor estimado da elasticidade de substituição foi, estatisticamente, superior à unidade.

Os coeficientes foram estatisticamente significativos e apresentaram valores plausíveis do ponto de vista econômico. Uma vez que, o valor estimado de ρ foi negativo, pôde-se concluir que a elasticidade de substituição entre o capital e o trabalho foi superior à unidade, no período analisado. Além disso, não foi possível rejeitar a hipótese de crescimento na ausência de progresso técnico, ou seja, é possível crescimento endógeno.

Dessa forma, os resultados parecem evidenciar que a dinâmica de crescimento dos estados brasileiros, na trajetória para o longo prazo, segue as linhas do modelo de crescimento endógeno potencializado pela função de produção. Isso implica que no longo prazo, não seria necessário a presença de progresso tecnológico crescendo a taxas constante e exógena para que os estados continuassem a apresentar crescimento continuado de sua renda *per capita*.

Essa constatação leva a conclusão de que, as políticas econômicas poderiam ser importantes para gerar crescimento econômico de longo prazo nos estados, uma vez que o aumento da acumulação de capital, potencializado pelo aumento da razão poupança-investimento, poderia levar a maiores taxas de crescimento econômico no longo prazo. Daí a importância de políticas fiscais responsáveis e de políticas de estímulo a importação e exportação como forma de estimular à acumulação de capital físico e de gerar maiores taxas de crescimento econômico da renda *per capita*.

Os resultados apontaram para a importância de fatores não observados como a habilidade dos trabalhadores (não apenas medida pelos anos de escolaridade), aspectos culturais, entre outros, que teriam papel importante em explicar as variações no PIB dos estados.

Os testes para a diferença na elasticidade de substituição entre os fatores, permitiram verificar que realmente existe uma diferença na elasticidade de substituição para as diferentes regiões do Brasil. Diferença essa que poderia estar associada ao acesso a novos métodos de produção, ou seja, à inovação.

Por fim, deve-se levar em consideração a limitação do modelo em explicar as *causas ultimas* do crescimento do PIB dos estados brasileiros. Causas, que poderiam explicar de maneira mais adequada o diferencial de crescimento entre os mesmos. Além disso, deve-se considerar a dificuldade de se relacionar a elasticidade de substituição no crescimento econômico de longo prazo dos países, regiões e estados. Isso vem sendo considerado por trabalhos mais recentes sobre crescimento econômico e poderia ser uma boa área para pesquisas futuras.

REFERÊNCIAS

- AGHION, P., HOWITT, P. A Model of Growth through Creative Destruction. **Econometrica**. v. 60, p. 323 - 351, 1992.
- ARROW, K. L., CHENERY, H. B., MINHAS, B. S., SOLOW, R. M. Capital-Labor substitution and economic efficiency. **Review of Economics and Statistics**, v. 43, n. 3, p. 225-250, 1961.
- AZZONI, C R. Economic growth and regional income inequality in Brazil. **The Annals of Regional Science**, vol. 35, n. 1, pages 133-152, 2001.
- BALTAGI, B. H. Econometric Analysis of panel data. 2ª edição. New York: John Wiley & Sons, 2001. 293 p.
- BARRO, R. J., SALA-i-MARTIN, X. Economic growth. 2ª edição. Massachusetts: MIT Press, 2004. 654 p.
- BAUM, C. F. An introduction to modern econometrics using Stata. StataCorp LP. College Station, Texas, 2006.
- BILS, M., KLENOW, P. Does schooling cause growth or the way around ? Working paper, University of Rochester, 1996.
- BREUSCH, T. S., PAGAN, A.R. The Lagrange multiplier test and its applications to model specification in econometrics. **Review of Economic Studies**. n. 41, v.1. p.239-253. 1980.
- de LA GRANDVILLE, O. In quest of Slutsky Diamond. **American Economic Review**, v. 79. p. 468-481, 1989.

DIAS, J. S. Progresso técnico e crescimento econômico: algumas considerações teóricas. Departamento de Prospectiva e Planejamento, 1998. Disponível: < www.dpp.pt/pages/files/prog_tecnico.pdf >. Acesso em: 12/01/08.

DOMAR, E. D. Capital expansion, rate of growth, and employment. *Econometrica*, v. 14, n. 2, p. 137-147, Apr., 1946.

DUARTE, M. A. S., SIMÕES, M. C. N. A especificação da função de produção macroeconômica em estudos de crescimento econômico. *Estudos do GEMF*, n.10, 2001.

DUFFY, J., PAPAGEORGIU, C. A cross-country empirical investigation of the aggregate production function specification. *Journal of Economic Growth*. v.5, n.1, Março, 2000.

ELLERY JUNIOR, R. G., GOMES, V. Modelo de Solow, Resíduo de Solow e contabilidade do Crescimento. Textos para discussão interna. Universidade de Brasília. Março, 2003.

EVIIEWS 5. User's Guide. Quantitative Micro Software, LLC, 2004.

FERREIRA, P. C. G., ELLERY JUNIOR, R. G. Convergência entre a renda *per capita* dos estados brasileiros. *Revista de econometria*, v 16, n.1, p 83-104. Abril, 1996.

FERREIRA, P. C. G., ELLERY JUNIOR, R. G., GOMES, V. Produtividade agregada brasileira (1970-2000): declínio robusto e fraca recuperação. *Ensaio Econômico*. Rio de Janeiro, n.594, julho, 2005.

FERREIRA, P. C. G., MALLIAGROS, T. G. Impactos produtivos da infra-estrutura no Brasil: 1950-1995. *Pesquisa e Planejamento Econômico*. Rio de Janeiro, v.2, p 315-338, 1998.

GOLLIN, D. Getting income shares right: self-employment, unincorporated enterprise and the Cobb-Douglas hypothesis. Working paper. Williams College, 1998.

GOMES, S. M. Análise econométrica da produtividade total dos fatores na Amazônia Legal, 1990-2004. Viçosa, MG: DER/UFV, 2007. 224p. Tese (Doutorado em Economia Aplicada) – Universidade Federal de Viçosa, 2007.

GREENE, W. H. *Econometric Analysis*. 5ª edição. Pearson Education, Inc. Singapura, 2003.

GROSSMAN, G. M., HELPMAN, E. *Innovation and growth in the global economy*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1991.

GUJARATI, D. N. *Econometria básica*. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006. 846p.

HADRI, K. Testing for stationarity in heterogeneous panel data. *Econometrics journal*, v. 3, p. 148-161, 2000.

HALL, R. E, JONES, I. Why do some countries produce so much more output than others? *Quarterly Journal of Economics*, v. 114, p. 83-116, 1999.

HARROD, R. F. An essay in dynamic theory. *The Economic Journal*, v. 49, n. 193, p. 14-33. Mar., 1939.

HAUSMAN, J.A. Specification Tests in Econometrics. *Econometrica*, v. 46, p. 1251-1272, 1978.

HESTON, A., SUMMERS, R., ATEN, B. Penn World Table Version 6.2. Center for International Comparisons of Production, Income and Prices at the University of Pennsylvania. September, 2006.

HICKS, J. R. *The theory of wages*, 2ª edição. London: Macmillan, 1963

HOFF, A. The translog approximation of the Constant Elasticity of Substitution Production Function with more than two input variables. Danish Research Institute of Food Economics, 2000.

IBGE. *Contas Nacionais: Contas Regionais*, Rio de Janeiro: IBGE, 2001.

IM, K. S., PESARAN, M.H., SHIN, Y. Testing for unit roots in heterogeneous panels. *Journal of econometrics*. v.115, n.1, p.53-74, 2003.

INADA, K. I. On a two-sector model of economic growth: comments and a generalization. *Review of Economic Studies*, v. 30, p. 119-127, 1963.

INDIANA UNIVERSITY. The trustees of Indiana University. Disponível: <<http://www.indiana.edu/~statmath>>. Acesso em 10/01/08.

INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE). Banco de dados SIDRA. Disponível: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 14/12/07.

INSTITUTO DE PESQUISA ECONÔMICA APLICADA (IPEA). Banco de dados IPEADATA. Disponível: <<http://www.ipeadata.gov.br/ipeaweb.dll/ipeadata>>. Acesso em: 04/11/07.

JONES, C. I. *Introdução á teoria do crescimento econômico*. 7ª tiragem. Rio de Janeiro: Campus, 2000. 178p.

JONES, C. I. Growth, capital shares, and a new perspective on production functions Department of Economics, U. C. Berkeley and NBR, 2003.

JONES, L. E., MANUELLI, R. E. A convex model of equilibrium growth: theory and policy implications. *Journal of Political Economy*, vol.98, p.1008-1038, 1990.

KALDOR, N. Capital Accumulation and Economic Growth. In: LUTZ, F.A., HAGUE, D.C. (Eds.). *The Theory of Capital*. New York: St. Martin's Press, 177-222, 1961.

KARAGIANNIS, G., PALVIOS, T., PAPAGEORGIOU, C. Variable Elasticity of Substitution and Economic Growth: Theory and Evidence. In: Diebold, C., Kyrtsov, C. New Trends in Macroeconomics. Springer, Heidelberg, 2004.

KEYNES, J. M. A teoria geral do emprego, do juro e da moeda. 2ª edição. São Paulo: Nova Cultural, 1985, 333 p.

KHASNOBIS-GUHA, B; BARI, F. Sources of growth in South Asian economics. Birmingham: University of Birmingham. Asia Research Programme of the ERSC. Working paper N° 43, 2002.

KLUMP, R., PREISLER, H. CES production functions and economic growth. Scandinavia Journal of Economics, v.120, n.1, p. 41-56, 2000.

KMENTA, J. On estimation of the CES Production Function. International Economic Review, v.8, n.2, p. 180-189. June, 1967.

LUCAS, R. E.. On the mechanics of economic development. Journal of Monetary Economics, v.22, n.1, p.129-144, 1988.

MADDISON, A. Explaining the economic performance of nations, 1820-1989. IN BAUMOL, W. J., NELSON, R. R., WOLFF, E. N. (Ed.). Convergence of productivity. Oxford University Press, p. 20-61, 1994.

MANKIW, N., ROMER, D., WEIL, D. A contribution to the empirics of economic growth. Quarterly journal of economics, v.107, n.2, p. 407-37. May, 1992

MATEUS, A.M. Macroeconomia. Disponível: <http://docentes.fe.unl.pt/~amateus/eco_de_senvolvimento> Acesso em 02/12/07.

MENDES, S. M. Efeitos dos investimentos em infra-estrutura na produtividade total dos fatores agrícolas no Brasil: 1985 – 2004. Viçosa, MG: DER/UFV, 2005. 102p. Dissertação (Mestrado em Economia Aplicada) – Universidade Federal de Viçosa, 2005.

NADIRI, M. I. Producers Theory. In: ARROW, K.J., INTRILIGATOR, M. D. (Eds). Handbook of Mathematical Economics, Vol. III. Amsterdam: North-Holland. 2005.

PESSÔA, S . A experiência de crescimento das economias de mercado nos últimos 40 anos. Ensaios Econômicos da EPGE, n. 495, 2003.

PITCHFORD, J. D. Growth and elasticity of substitution. Economic Record, v. 36, p. 491-504, 1960.

PRESCOTT, E. C. Needed: a theory of total factor productivity. International Economic Review. V.39, p. 525-551, 1998.

REBELO, S. Long-run policy analysis and long-run growth. Journal of Political Economy, v.99, n. 3, p. 500-521. Jun., 1991.

- RESENDE, G. M. Testes de robustez e externalidades espaciais: o caso dos estados brasileiros e dos municípios mineiros. Belo Horizonte, MG: CEDEPLAR/UFMG, 2005. 97 p. Dissertação (Mestrado em Economia) – Universidade Federal de Minas Gerais, 2005.
- ROMER, D. Advanced macroeconomics. 3ª edição. New York: McGraw-Hill, 2006. 678p.
- ROMER, P. M. Endogenous Technological Change. *Journal of Political Economy*, v. 98, n. 5, pt. 2. Oct. 1990.
- ROMER, P. M. Increasing returns and long run growth. *Journal of Political Economy*, v.94, n. 5, p.1002-1037, 1986.
- ROMER, P. M. The origins of endogenous growth. *Journal of Economic Perspectives*, v.8, n.1, p.3-22, 1994.
- SANDRONI, P. Novíssimo dicionário de economia. 5ª edição. São Paulo: Best Seller, 1999. 650 p.
- SILVEIRA NETO, R. M. . Localização, Crescimento e Spillovers: Evidências para os Estados Brasileiros e Setores. In: XXIX Encontro Nacional de Economia, 2001, Salvador. Anais do XXIX Encontro Nacional de Economia, 2001.
- SNOWDON, B., VANE, H. R. Modern Macroeconomics: Its Origins, Development and Current State. Massachusetts: Edward Elgar, 2005. 722 p.
- SOLOW, R. M. A Contribution to the theory of Economic Growth. *The Quarterly Journal of Economics*, v. 70, n.1, p. 65-94, February, 1956.
- SOLOW, R. M. A skeptical note on the constancy of relative shares. *American Economic Review*, v. 48, n. 4, p. 618-631. Sept., 1958.
- SOLOW, R. M. Perspectives on growth Theory. *Journal of Political Economy*, v. 8, n. 1, p. 45-54, Winter, 1994.
- SOLOW, R. M. Reflections on Growth Theory. In: AGHION, P., DURLAUF, S. (Eds.). *Handbook of Economic Growth*, Vol. I. Massachusetts: North-Holland, p.3-10, 2005.
- SOLOW, R. M. Technical Change and the Aggregate Production Function. *Review of Economics and Statistics*, v. 39, n. 3, p. 312-320, 1957.
- SOUZA, M. R. P. Fatores Determinantes do Crescimento das Regiões - um Processo de Mensuração. Santa Catarina: Santa Catarina: PPEP/UFSC, 2004. 161p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção de Sistemas) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2004.
- SWAN, T. W. Economic growth and capital accumulation. *Economic Record*, v. 32, p. 334-361. November, 1956.

TAVARES, J. M., ATALIBA, F., CASTELAR, I. Mensuração da produtividade total dos fatores para os Estados brasileiros, sua contribuição ao crescimento do produto e a influência da educação: 1986-1998. In Revista Econômica do Nordeste, Fortaleza, v.32, n. Especial p.633-653, novembro 2001.

VERBEEK, M. A guide to Modern Econometrics. Chichester: John Wiley & Sons. 2000. 386p.

VESENTINI, J. W. Brasil, Sociedade e Espaço: Geografia do Brasil. 6ª edição. São Paulo: Ática, 1987. 272 p.

WOOLDRIDGE, J. M. Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data. MIT: 2002.

YUHN, K. Economic growth, technical change biases, and the elasticity of substitution: a test of the La Grandville hypothesis. Review of Economics and Statistics, v.73, n. 2, p.340-346, May, 1991.