

GISELE HORTA BARROSO MIRANDA

**ANÁLISE DE AMOSTRAGEM E INTERPOLAÇÃO NA GERAÇÃO
DE MDE**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de Magister Scientiae.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2017

Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade Federal
de Viçosa - Campus Viçosa

T

M672a
2017 Miranda, Gisele Horta Barroso, 1988-
 Análise de amostragem e interpolação na geração de MDE /
 Gisele Horta Barroso Miranda. - Viçosa, MG, 2017.
 xii, 65f. : il. ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: Nilcilene das Graças Medeiros.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.51 - 54.

1. Modelo Digital de Elevação. 2. Laser Scanner Terrestre. 3.
Amostragem - Análise. 4. Interpolação. 5. Controle de Qualidade
Cartográfica. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de
Engenharia Civil. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil. II.
Título.

CDD 22. ed. 620.4

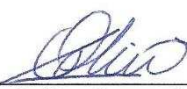
GISELE HORTA BARROSO MIRANDA

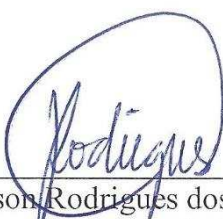
**ANÁLISE DE AMOSTRAGEM E INTERPOLAÇÃO NA GERAÇÃO
DE MDE**

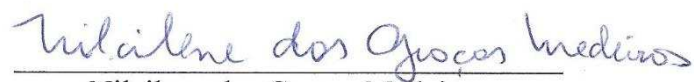
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 16 de fevereiro de 2017.


João Marcos Louzada


Julio Cesar de Oliveira


Gerson Rodrigues dos Santos
(Coorientador)


Nilcilene das Graças Medeiros
(Orientadora)

À minha querida avó -in memoriam- Júlia Floriano Horta
Aos meus pais, Ginésio e Maria da Conceição
À minha irmã Lorena Horta
Ao João Vítor

“Nunca deixe que lhe digam que não vale a pena
Acreditar no sonho que se tem
Ou que seus planos nunca vão dar certo
Ou que você nunca vai ser alguém...”

(Renato Russo)

AGRADECIMENTOS

Primeiramente à Deus, por tudo.

A todos os professores do Setor de Engenharia de Agrimensura e Cartografia, pelos ensinamentos e amizade.

A professora Nilcilene pela valiosa sugestão do tema de pesquisa, pela orientação excepcional, atenção, discussões e ensinamentos, além de muita compreensão nos momentos difíceis.

Ao meu coorientador professor Afonso pela amizade, paciência, encorajamento, incentivo e horas de ensinamentos.

Ao meu coorientador professor Gerson pelas sugestões, discussões e valiosas contribuições para este trabalho.

À universidade Federal de Viçosa, pelos conhecimentos adquiridos e infraestrutura disponibilizada.

À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela concessão da bolsa durante todo o período de realização desta pesquisa.

À Cilene e todos os funcionários que sempre me trataram de forma educada e amistosa durante toda a graduação e pós-graduação.

Aos meus queridos amigos que estiveram presente durante toda essa jornada, em especial, à Clarice e Carlos, Augusto, Márica, Edilene e professor Marcos Vinicius Sanches Abreu.

À minha querida avó Júlia -in memoriam-, que sempre acreditou em mim, me encorajando, incentivando e apoiando em todos os momentos de minha vida.

Aos meus pais, os primeiros a incentivarem meus estudos, torcendo e vibrando a cada conquista.

À minha irmã Lorena, por sua alegria contagiante e otimismo.

Ao João Vítor pelo carinho, paciência, companheirismo, compreensão e por esta sempre comigo em todos os momentos difíceis.

Muito obrigada a todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	viii
RESUMO	ix
ABSTRACT	xi
1. INTRODUÇÃO GERAL	1
1.1. Considerações Iniciais	1
1.2. Objetivos.....	3
1.2.1. Objetivo geral	3
1.2.2. Objetivos específicos	3
1.3. Justificativa.....	4
1.4. Apresentação	4
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	6
2.1. Modelo Digital de Elevação	6
2.2. Filtragem.....	7
2.3. Amostragem	9
2.4. Interpoladores	11
2.4.1. Inverse Distance Weight - IDW.....	13
2.4.2. Spline	14
2.4.3. Vizinho Natural	15
2.4.4. Triangulated Irregular Network - TIN	16
2.4.5. Krigagem	17
2.4.6. Topo To Raster	19
2.5. Controle de Qualidade Posicional	20
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	24
3.1. Área de Estudo	24
3.2. Materiais	24
3.3. Metodologia.....	25
3.3.1. Dados de Entrada – Varredura Laser	26
3.3.2. Processamento dos Dados e Filtragem Automática	26
3.3.3. Amostragem e Interpolação.....	28
3.3.4. Controle de Qualidade Posicional	30
4. RESULTADOS	31
4.1. Filtragem.....	31
4.2. Modelo Digital de Elevação de referência	32
4.3. Amostragem e Interpolação.....	33

4.4. Controle de Qualidade Posicional	33
5. CONCLUSÕES	49
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	51
APÊNDICE 1	55
APÊNDICE 2	56
APÊNDICE 3	57
APÊNDICE 4	58
APÊNDICE 5	62
APÊNDICE 6	64

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Tipos de amostragem espacial, (a) amostragem aleatória, (b) amostragem sistemática quadrada, (c) amostragem sistemática triangular e (d) amostragem sistemática hexagonal.....	10
Figura 2: Exemplo de Interpoladores Ajustado e Aproximado.....	12
Figura 3: Exemplo de polígono de Voronoi (Thiessen), em torno do ponto de interpolação.	15
Figura 4: Representação TIN (a) rede de triângulos irregulares, (b) superfície TIN.	16
Figura 5: Exemplo de Mapa de Krigagem.....	18
Figura 6: Área de estudo com vista superior (a), e fotografia da área com visada lateral, (b).	24
Figura 7: Fluxograma apresentando o passo-a-passo da metodologia proposta para o presente trabalho.....	25
Figura 8: Exemplo do Laser Scanning terrestre em uma das posições em campo.....	26
Figura 9: Alvo auxiliar para levantamento em campo.	27
Figura 10: Exemplo de alvo utilizado para auxiliar no levantamento de campo e concatenação da nuvem de pontos.....	27
Figura 11: Nuvem com 58 mil pontos após filtragem e recorte na região de interesse..	31
Figura 12: MDE de referência construído pelo interpolador Topo to Raster.....	32
Figura 13: Amostragem com 500 pontos: (A) Amostragem Aleatória, (B) Amostragem Sistemática Hexagonal, (C) Amostragem Sistemática Triangular, (D) Amostragem Sistemática Quadrada.	33
Figura 14: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Aleatória com 30 mil pontos.	34
Figura 15: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Sistemática Quadrada com 30 mil pontos.	35
Figura 16: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Sistemática Triangular com 30 mil pontos.	36
Figura 17: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Sistemática Hexagonal com 30 mil pontos.	37
Figura 18: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Aleatória.	44
Figura 19: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Quadrada.	45
Figura 20: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Triangular.	46
Figura 21: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Hexagonal.....	47

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: valores de planimetria e altimetria segundo o artigo 9º do Decreto Lei 89.817/84.	22
Tabela 2: Número de pontos e Redução em porcentagem do número de pontos total... 28	
Tabela 3: Resultados da amostragem Aleatória quanto classificação de cada interpolador empregado.	39
Tabela 4: Resultados da amostragem Sistemática Quadrada quanto classificação de cada interpolador empregado.	39
Tabela 5: Resultados da amostragem Sistemática Triangular quanto classificação de cada interpolador empregado.	40
Tabela 6: Resultados da amostragem Sistemática Hexagonal quanto classificação de cada interpolador empregado.	40
Tabela 7: Resultados da interpolação utilizando o interpolador IDW.....	41
Tabela 8: Resultados da interpolação utilizando o interpolador Spline.	41
Tabela 9: Resultados da interpolação utilizando o interpolador Vizinho Natural.....	42
Tabela 10: Resultados da interpolação utilizando o interpolador TIN.....	42
Tabela 11: Resultados da interpolação utilizando o interpolador Krigagem.....	43

RESUMO

MIRANDA, Gisele Horta Barroso, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2017. **Análise de Amostragem e Interpolação na Geração de MDE.** Orientadora: Nilcilene das Graças Medeiros. Coorientadores: Afonso de Paula dos Santos e Gerson Rodrigues dos Santos.

O presente trabalho propõe uma análise sobre métodos de amostragem e interpolação para a modelagem do terreno utilizando dados oriundos de levantamento Laser Scanner terrestre. Esta análise é fundamentada na proposta de se obter um Modelo Digital de Elevação (MDE) capaz de representar o terreno de forma mais fidedigna possível. A problemática consiste na manipulação da nuvem de pontos coletada no levantamento dos dados com esta tecnologia, a qual possui uma densa quantidade de pontos constituída por coordenadas tridimensionais requerendo uma grande demanda de recursos computacionais. Dessa forma, propõe-se nesta pesquisa avaliar diferentes tipos de amostragens da nuvem de pontos, a fim de encontrar uma amostra de tamanho ideal que seja capaz de representar o fenômeno de forma mais fidedigna possível. Bem como aplicar aos conjuntos amostrais, diferentes interpoladores e analisar a influência dos métodos de interpolação, para se obter resultados capazes de modelar o terreno com eficiência. Propõe-se ainda, para análise da eficiência avaliar a acurácia posicional de acordo com o padrão ET-CQDG e Decreto-lei nº 89.817/1984, dos MDEs gerados em relação à um MDE de referência obtido a partir do conjunto de dados originais (58 mil pontos) levantados em campo em uma área de 0,97 ha. Dentre as amostragens Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal para os dados utilizados, o melhor grid amostral foi o sistemático hexagonal, apresentando valores de RMS inferiores aos demais. Quanto as análises relacionadas a qualidade cartográfica dos interpoladores IDW, Spline, TIN, Vizinho Natural e Krigagem, os melhores interpoladores apontados pelos resultados foram TIN e Vizinho Natural que possuíram resultados idênticos e Krigagem que classificou diferentemente a amostragem Sistemática Hexagonal com 250 pontos dos demais. Em relação ao número de amostragem, os resultados mostraram que MDE's com classificações na escala 1:1.000 – Classe A, foram gerados, com até 250 pontos, em alguns casos. Nesse sentido o esforço computacional entre amostras de 250 pontos e 3 mil pontos é razoavelmente o mesmo, quando comparado às amostras de 50 mil e 30 mil pontos, portanto, para esta área de

estudo, é melhor utilizar de amostragens com redução de 94% do que amostras com redução de 99% visto que ambas resultaram em MDE's de boa qualidade.

ABSTRACT

MIRANDA, Gisele Horta Barroso, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, february 2017. **Sampling and Interpolation Analysis in DEM Generation**. Adviser: Nilcilene das Graças Medeiros. Co-advisers: Afonso de Paula dos Santos and Gerson Rodrigues dos Santos.

The present work proposes an analysis on sampling and interpolation methods for the terrain modeling using data from a Terrain Laser Scanner survey. This analysis is based on the proposal to obtain a Digital Elevation Model (DEM) capable of representing the terrain in the most reliable way possible. The problematic is the manipulation of the cloud of points collected in the data collection with this technology, which has a dense number of points consisting of three-dimensional coordinates requiring a great demand of computational resources. Thus, it is proposed in this research to evaluate different types of samplings of the cloud of points, in order to find a sample of ideal size that is able to represent the phenomenon in the most reliable way possible. As well as applying to the sample sets, different interpolators and to analyze the influence of the interpolation methods, to obtain results capable of modeling the terrain with efficiency. It is also proposed, for efficiency analysis, to evaluate the positional accuracy according to the ET-CQDG standard and Decree-Law no. 89.817 / 1984, of the DEMs generated in relation to a reference DEM obtained from the original data set (58 thousand points) raised in the field in an area of 0.97 ha. Among the Random, Square Systematics, Triangular Systematics and Hexagonal Systematics samplings, for the data used, the best sampling grid was the systematic hexagonal, presenting lower MSE values than the others. As for the analyzes related to the cartographic quality of the IDW, Spline, TIN, Natural Neighbor and Kriging interpolators, the best interpolators indicated by the results were TIN and Neighbor Natural that had identical results and Kriging that classified differently the Hexagonal Systematic sampling with 250 points of the others. Regarding the number of samples, the results showed that DEMs with 1:1,000 - Class A classifications were generated, with up to 250 points, in some cases. In this sense, the computational effort between samples of 250 points and 3,000 points is reasonably the same, when compared to samples of 50,000 and 30,000 points, therefore, for this area of study, it is better to use

samples with a 94% reduction than samples with a 99% reduction since both resulted in good quality DEMs.

1. INTRODUÇÃO GERAL

1.1. Considerações Iniciais

Desde os primórdios o homem teve necessidade de conhecer e retratar o ambiente em que vive. Dessa forma, sempre buscou uma maneira de conseguir inferir sobre o terreno para que, a partir de modelos terrestres, fosse possível representar parte da superfície, e assim, poder utilizar essa informação em diversas atividades. A aquisição de dados espaciais pode ser realizada a partir de vários métodos, como a execução de um levantamento topográfico, levantamento por GNSS, através de imagens orbitais, fotografias aéreas, etc.

Nos últimos anos, a tecnologia de varredura a Laser (Laser Scanner) tem sido utilizada em diferentes ciências, em especial nas ciências cartográficas e geodésicas.

Com esta tecnologia, as coordenadas espaciais dos objetos de interesse podem ser obtidas a partir das distâncias observadas entre os objetos e o equipamento, bem como as direções das observações no espaço (GONÇALES, 2007).

O resultado do levantamento ou varredura é conhecido como “nuvem de pontos”, sendo esta constituída por coordenadas tridimensionais, coletadas em curto espaço de tempo.

Vale ressaltar que a varredura Laser resulta em uma densa nuvem de pontos que é superior em relação ao volume de dados obtidos através de levantamentos topográficos ou fotogramétricos, sendo capaz de representar a superfície de forma quase contínua, mesmo sendo pontos discretos no espaço. Essa nuvem de pontos permite a obtenção de uma gama de informações espaciais, porém é necessário para seu processamento, hardware e software específicos.

Portanto, o problema que antes se resumia muitas vezes na escassez de dados para retratar e modelar o terreno, atualmente com a varredura a Laser, consiste numa grande quantidade de dados, oriundos da nuvem de pontos, que necessita de um processamento prévio de filtragem a fim de extrair as informações de interesse, além do alto custo computacional com arquivos demasiadamente grandes.

Assim, quando se possui um elevado conjunto de dados, ao invés de examinar toda a população o que é ideal, porém muitas vezes inviável, pode-se cogitar avaliar apenas uma pequena parte representativa (amostra) dessa população (NOGUEIRA JR., 2003).

Nesse sentido Nogueira Jr. et al. (2004) afirmam que o objetivo é obter resultados sobre a população a partir daqueles observados na amostra, sendo que o sucesso de uma análise estatística está diretamente relacionado com as formas de amostragem, o que justifica a necessidade de garantir que a amostra a ser utilizada seja obtida por processos adequados, tornando-se necessário o conhecimento da amostragem, tanto em tamanho, quanto em distribuição espacial, que melhor caracterize o fenômeno de estudo.

Segundo Yamamoto e Landim (2015), uma amostragem de determinada população pode ser classificada em três tipos gerais: amostragem sistemática, amostragem aleatória simples ou amostragem aleatória estratificada. Na amostragem sistemática tem-se os elementos da população distribuídos de forma estruturada seguindo uma regra, podendo ser quadrada, triangular ou hexagonal (WONG e LEE, 2005).

De acordo com LI et al. (2005) a reconstrução computacional da superfície terrestre é um processo de modelagem matemática realizado através da interpolação de um conjunto de pontos amostrados no terreno para geração de um modelo digital, com uma dada precisão de observação, densidade e distribuição, que são armazenados em uma determinada estrutura de dados.

A modelagem da topografia do terreno pode ser alterada dependendo do método de interpolação empregado para a geração do Modelo Digital de Elevação, de forma que a eficiência dos métodos de interpolação, está relacionada às suas qualidades de representação. Assim, segundo Fernandes e Menezes (2005) toda interpolação traduz uma incerteza no ponto estimado, é importante, portanto, saber qual interpolador induz menores incertezas. Existem diversos algoritmos de interpoladores como o Inverso da Distância (Inverse Distance Weight - IDW), Vizinho Natural, Spline, Triangulação (TIN), Krigagem, Topo to Raster, entre outros.

Nogueira Jr. (2003) afirma que um produto qualquer poderá ser identificado como satisfatório ou não para o fim a que se destina quando submetido a um teste de controle de qualidade. Dessa forma, é necessário submeter o produto gerado a um controle de qualidade para analisar a eficiência do mesmo.

No Brasil a avaliação do produto cartográfico é feita a partir do Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC) definido no Decreto-lei nº. 89.817 de 1984, que reúne um conjunto de parâmetros que regulam e norteiam os processos de determinação e quantificação da acurácia posicional de produtos cartográficos (Santos, 2010).

Assim, torna de grande interesse, pesquisas que visam encontrar soluções que contornem problemas no estabelecimento de MDE's utilizando dados por varredura a

Laser, quanto ao tratamento das informações relevantes do terreno, quanto as amostras da população que sejam capazes de representar o fenômeno de forma mais fidedigna possível, e na análise dos métodos de interpolação, a fim de obter resultados capazes de modelar o terreno com qualidade e eficiência.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo geral

O objetivo geral desta pesquisa consiste em analisar métodos de amostragem e interpolação na geração de Modelos Digitais de Elevação (MDE's) a partir de dados espaciais tridimensionais obtidos através de varredura Laser Scanner terrestre, considerando os aspectos quanto a diferentes amostragens, métodos de interpolação e controle de qualidade posicional.

1.2.2. Objetivos específicos

A partir do objetivo geral, destacam-se os seguintes objetivos específicos:

- Estabelecer um Modelo Digital de Elevação de referência através de dados Laser Scanner terrestre em um levantamento de campo da área de estudo em questão;
- Avaliar diferentes tipos de técnicas de amostragem da nuvem de pontos, como amostragem aleatória, sistemática quadrada, sistemática hexagonal e sistemática triangular, com diferentes números de pontos 3D para a geração de um modelo digital de elevação;
- Analisar o uso de diversos interpoladores como Inverso da Distância (IDW), Spline, Vizinho Natural, Triangulação e Krigagem em diferentes tipos de amostragem e números de pontos 3D para verificar a adequação dos MDE's gerados à realidade do terreno;
- Avaliar a acurácia posicional, a partir do MDE de referência, dos MDE's gerados com os diferentes métodos de interpolação e amostragem.

1.3. Justificativa

Esta pesquisa justifica-se pela necessidade de se obter uma amostra de tamanho adequado a geração de Modelos Digitais de Elevação, oriunda da densa nuvem de pontos obtidos em um levantamento com Laser Scanner terrestre, que permita modelar o terreno de forma fidedigna e que seja manipulável por hardwares e softwares acessíveis.

Uma vez que a nuvem de pontos é composta por uma grande quantidade de dados, sua utilização na íntegra pode ser inviável, devido à demanda de recursos computacionais compatíveis para processamento de elevado volume de dados. Na maioria das aplicações de um MDE, não há a necessidade de um adensamento elevado de dados para sua representação e a utilização de ferramentas de filtragem, amostragem e interpolação são de fundamental importância para a geração de produtos cartográficos de qualidade.

E em vista da diversidade de métodos utilizados para elaboração de MDE's, é importante encontrar interpoladores que gerem produtos de qualidade e que melhor representem a realidade do terreno em meio digital.

Justifica-se ainda pelo fato de que apesar da constante utilização dessa tecnologia relativamente nova, muitas vezes os dados da nuvem de pontos não são dispostos à um processamento adequado.

Outro aspecto importante ao qual justifica-se esta pesquisa é o fato de que os produtos gerados (Modelos Digitais de Elevação) são posteriormente utilizados para diversas finalidades os quais tornam-se alicerce de vários planejamentos, em termos territoriais. Dessa forma, é necessário um controle de qualidade cartográfica com o intuito de avaliar a eficiência do produto gerado quanto a um padrão de qualidade aceitável (SANTOS, 2010).

1.4. Apresentação

Este trabalho é apresentado em cinco tópicos, na ordem que segue:

1. Introdução Geral onde encontram-se descritos algumas características da nuvem de pontos obtida através de Laser Scanner terrestre e conceitos adotados para MDE's, objetivos gerais e específicos, justificativa e importância do presente estudo;

2. Revisão de Literatura onde inicialmente são apresentados conceitos de Modelos Digitais de Elevação e Modelos Digitais de Terreno empregados neste trabalho, seguido por métodos de Filtragem que explica brevemente o processamento da nuvem de pontos. Uma seção de Amostragem abordando conceitos de representatividade e distribuição espacial, seguida de uma seção de Interpoladores no qual são apresentados os interpoladores utilizados nesta pesquisa: Inverse Distance Weigth – IDW; Spline; Vizinho Natural; TIN; Krigagem; Topo to Raster e por fim algumas considerações são feitas a respeito do controle da qualidade posicional em MDE's;
3. Materiais e Métodos contém informação sobre a área de estudo, materiais utilizados e metodologia aplicada nesta pesquisa, desde o levantamento em campo utilizando Laser Scanner terrestre até o controle de qualidade posicional;
4. Resultados e Discussão, onde são apresentados os resultados e discutidos de acordo com os objetivos específicos, abordando aspectos como amostragem, interpoladores e qualidade cartográfica;
5. Conclusão e recomendações para trabalhos futuros são apresentadas as conclusões sobre toda a pesquisa com algumas recomendações para trabalhos futuros.

Documentos de apoio, estão apresentados no apêndice.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Modelo Digital de Elevação

A reconstrução computacional da superfície terrestre é um processo de modelagem matemática realizado através da interpolação de um conjunto de pontos amostrados no terreno para geração de um modelo digital, com uma dada precisão de observação, densidade e distribuição, que são armazenados em uma determinada estrutura de dados (LI et al.,2005).

Segundo Li et al. (2005), a introdução às técnicas matemáticas, numéricas e digitais para modelagem do terreno ocorreu em 1958 por Miller e Laflamme, definindo como “Modelo Digital de Terreno (MDT) a representação estatística da superfície contínua do terreno por um número de pontos selecionados com coordenadas X, Y, Z conhecidas”.

De acordo com Felgueiras (1987), um modelo digital de terreno (MDT) é um modelo matemático que representa o comportamento de um fenômeno a partir da distribuição espacial de alguma característica, como temperatura, relevo, densidade populacional, etc. O MDT é gerado a partir do processamento de uma amostragem de determinado fenômeno em uma região de interesse.

Ainda nessa linha de raciocínio, Li et al. (2005) afirmam que “MDT é um conjunto ordenado de pontos de dados amostrados que representam a distribuição espacial de vários tipos de informações sobre o terreno”. Sendo a expressão matemática representada pela Equação (1) abaixo:

$$K_p = f(u_p, v_p); K = 1, 2, 3, \dots, m; p = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1)$$

Onde: K_p é o valor do atributo do K -ésimo tipo de característica do terreno no ponto p ; (u_p, v_p) é o par de coordenadas planimétricas do ponto p ; m ($m \geq 1$) é o número total de tipos de informação do terreno; e n é o número total de pontos de amostragem.

Dessa forma quando na Equação (1), o termo “ m ” for igual a 1 ($m = 1$) unidade e a informação sobre o terreno for a elevação, então o resultado é a expressão matemática de um Modelo Digital de Elevação (MDE), sendo assim MDE é um subconjunto do MDT (LI et al.,2005).

Segundo Li et al. (2005), ao se utilizar apenas valores de elevação (Z), a partir de dados espaciais contidos nas amostras do terreno, o modelo pode ser denominado Modelo

Digital de Elevação (MDE), ou seja, modelos que representam a superfície do terreno imersa ou emersa.

Nessa mesma linha, Oliveira (2011) afirma que Modelo Digital de Superfície (MDS) é o modelo que considera a altitude como parâmetro sendo utilizado para “descrever a superfície topográfica representada pelas elevações do terreno e de qualquer objeto existente sobre ele, como cobertura vegetal, edificações e outras estruturas antrópicas”.

Os Modelos Digitais de Elevação (MDE's) consistem em uma das principais formas de representação do relevo que podem ser usados para extrair informações de declividade, orientação de vertentes e curvatura do terreno, considerados como informações espaciais de grande importância para análise da superfície terrestre (MARION et al., 2015).

Miceli et al. (2011) afirmam que um MDE pode fornecer informações espaciais de grande importância para a modelagem e análise da superfície terrestre, podendo ser obtido através de processos fotogramétricos, cartas topográficas e por sensores diversos.

Para a determinação de um MDE é necessário a obtenção de dados espaciais que representem a superfície a ser modelada, a partir de um conjunto de pontos de elevação conhecida. A representação da topografia através de modelagem digital em um sistema de informação geográfica, ocorre através da interpolação destes para um plano de informação. Este processo conta com uma série de recursos diferentes, desde a amostragem e filtragem até a interpolação onde cada interpolador apresenta vantagens e desvantagens, resultando no produto final um MDE capaz de representar o terreno em um ambiente digital (VALERIANO, 2004).

2.2. Filtragem

Normalmente ao se realizar levantamentos com a tecnologia de varredura Laser Scanner terrestre obtém-se pontos discretos que representam o relevo na forma de um MDS ou seja, os dados possuem informações de elevações do terreno e de objetos existentes sobre ele. Portanto, é necessário que os dados sejam submetidos a um processo de filtragem para obtenção do MDE.

Na geração de um MDE, o processo que visa detectar e eliminar pontos não pertencentes ao terreno, como vegetação, construções e outros objetos elevados é denominado de filtragem (DAL POZ, 2013). Dessa forma, o processo de filtragem trata-

se de um pós-processamento a ser realizado em escritório sobre os dados coletados em campo, a fim de refiná-los e obter uma representação do terreno coerente à realidade.

Como dito, os dados coletados em campo constituem uma amostra primária que é estabelecida por uma nuvem de pontos, que pode conter alvos indesejados comumente encontrados na área levantada. Estes alvos podem ser oriundos da vegetação, construções, sombra, edifícios, automóveis, entre outros, porém, deve-se procurar minimizá-los ao máximo uma que vez que estes atrapalham e inviabilizam o processamento dos dados, quando o objetivo é a obtenção de um MDE. Portanto, é necessário realizar sobre esta nuvem de pontos um processo de filtragem que minimize estes alvos indesejáveis (AFONSO, 2014).

Existem vários tipos de filtragem para tal finalidade, entre eles: automática, semi-automática e manual. Na filtragem automática da nuvem de pontos, o software separa os pontos que pertencem à superfície terrestre dos pontos oriundos de vegetações, ou construções antrópicas (como cercas). São exemplos de ferramentas computacionais que realizam este processo de filtragem: RISCANPRO, LASTOOLS.

Alguns equipamentos de varredura Laser coletam coordenadas X, Y e Z além da intensidade de reflectância, portanto algumas filtrações são realizadas utilizando a reflectância do alvo levantado, sendo assim, objetos que não possuem resposta espectral referente a vegetação e objetos não pertencentes ao terreno, tendem a serem removidos do conjunto de dados. Outra técnica de filtragem segue o princípio do trabalho de Vosselman (2000), que realiza a filtragem por declividade. Este método baseia-se na hipótese de que a variação de cota no terreno é suave, assim em uma diferença de altura considerável entre dois pontos, existe a probabilidade do mais alto entre eles não pertencer ao terreno (MORO e CENTENO, 2010).

Já a filtragem manual trata-se de um trabalho mais minucioso, porém oneroso visto que consiste em uma análise visual do conjunto de dados e a partir dessa análise encontrar cada alvo indesejável e em seguida, manualmente e individualmente, removê-lo do conjunto de dados. É uma forma de refinar o conjunto de dados, uma vez que a filtragem automática não garante que todos alvos indesejáveis sejam eliminados, podendo ainda restar algum resíduo que possa comprometer o resultado final.

Porém, ainda que a filtragem seja realizada de forma cuidadosa, podem ocorrer falhas devido a remoção ou eliminação de dados, essa perda de informação em determinada região pode comprometer estudos que posteriormente utilizem destes dados, como no caso de MDE's entre outros.

2.3. Amostragem

Segundo Li et al. (2005) para modelar a superfície do terreno, o primeiro passo é adquirir um conjunto de dados pontuais. Para isto, duas fases devem ser realizadas, a amostragem e a medição, sendo a amostragem referente à seleção da localização, enquanto a medição estabelece a determinação das coordenadas do local a ser modelado.

Dessa forma o processo de aquisição de dados amostrais capaz de representar ou caracterizar o comportamento de um fenômeno em estudo é denotado como amostragem, sendo que “a amostragem deve ser representativa do comportamento espacial do atributo” (FELGUEIRAS, 2001).

Assim, quando se possui um vasto conjunto de dados, ao invés de examinar toda a população, o que pode ser difícil ou impossível, pode-se cogitar avaliar apenas uma pequena parte (amostra) dessa população (NOGUEIRA JR., 2003).

Este processo de amostragem deve ser cuidadosamente considerado, pois o mesmo deve ser capaz de representar o fenômeno como um todo sem perda de informações que podem condenar a amostragem.

Existem dois casos em que a amostragem não é representativa, ou não consegue representar de forma correta o fenômeno estudado. O primeiro caso denominado subamostragem, trata-se de um conjunto amostral pequeno ou que não contenha a quantidade mínima de pontos para representar o fenômeno em estudo, com uma qualidade aceitável. O segundo caso é a amostragem inadequada que ocorre quando o conjunto de dados é extenso, mas mal distribuído ou mal localizado. Ambos os casos necessitam de muita atenção, uma vez que não é possível compensar uma amostragem não representativa por interpolação, comprometendo assim os resultados e a qualidade do produto gerado (FELGUEIRAS, 2001).

Uma amostragem de determinada população pode ser classificada em três tipos gerais: amostragem sistemática, amostragem aleatória simples ou amostragem aleatória estratificada (YAMAMOTO e LANDIM, 2015).

Segundo Wong e Lee (2005), a amostragem aleatória (Figura 1 – a) consiste em selecionar dados ou observações de um fenômeno de estudo ou população, sem seguir nenhuma regra ou estrutura pré-estabelecida, enquanto que a amostragem sistemática necessariamente seleciona um conjunto de dados ou observações do fenômeno estudado, a partir de certas regras definidas antecipadamente.

Na amostragem sistemática tem-se os elementos da população distribuídos de forma estruturada seguindo uma regra, podendo ser quadrada, triangular ou hexagonal (Figura 1- b, c, d - respectivamente) (WONG e LEE 2005).

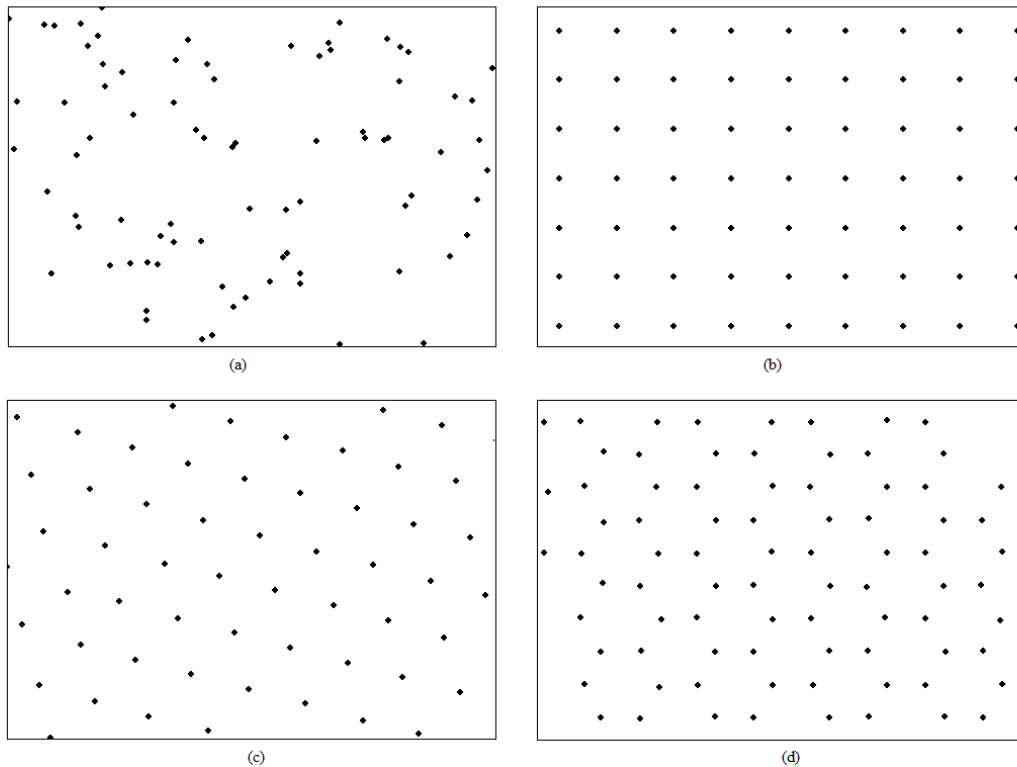


Figura 1: Tipos de amostragem espacial, (a) amostragem aleatória, (b) amostragem sistemática quadrada, (c) amostragem sistemática triangular e (d) amostragem sistemática hexagonal.

A amostragem sistemática pode ser realizada selecionando-se um primeiro elemento da população e os demais elementos amostrais serão selecionados sistematicamente em intervalos com certo comprimento, direção ou área (MARTINS, 2009).

Segundo Luiz (2009) pode-se afirmar que “O método da amostragem aleatória simples consiste na seleção de uma amostra de n elementos de um total populacional de N , de tal forma que qualquer possível amostra tenha a mesma probabilidade de ser escolhida”.

Já a amostragem aleatória estratificada trata-se de um processo no qual o total populacional é dividido em subpopulações (estratos) e a partir destes são selecionadas amostras, e pode ser considerada como uma variação de amostragem. É caracterizada por observações com certas características em comum agrupadas em diferentes grupos, necessita de conhecimento prévio das características dos estratos, garante uma maior

representatividade, podendo estar presente tanto na amostragem aleatória, quanto na sistemática (MARTINS, 2009).

A determinação do tamanho da amostra é um fator de extrema importância, pois o que se deseja saber é qual o menor tamanho da amostra a ser utilizado para geração do produto final que consiga ser representativo da população como um todo, livre de erros grosseiros (NOGUEIRA JR., 2003).

Ao se trabalhar com Laser Scanner é notável a problemática do processamento de dados da nuvem de pontos (MORO e CENTENO, 2010), uma vez que em meio a milhões de pontos coletados em campo, é necessário selecionar uma ou mais amostras, de tamanho aceitável, que seja computacionalmente viável e que possua representatividade, permitindo produtos finais de qualidade. Torna-se necessário assim, conhecimento da amostragem, tanto em tamanho, quanto em distribuição espacial, que melhor caracterize o fenômeno de estudo.

2.4. Interpoladores

PAVÃO et al. (2011) definem “Interpolação espacial como o procedimento para se estimar valores de propriedades de locais não amostrados, baseando-se em valores de dados observados em locais conhecidos”.

A interpolação espacial possui métodos que realizam a transformação de um conjunto de valores pontuais a partir de amostra de uma população, em uma superfície contínua na mesma escala dos valores da grandeza em análise (MATOS, 2008).

Segundo Li et al. (2005) os interpoladores são utilizados para a espacialização de dados pontuais, uma vez que um conjunto de dados discretos é transformado para uma superfície contínua onde é possível obter valores onde não se possui observações.

Pode-se dividir os métodos de interpolação em duas classes: determinísticos e probabilísticos; o primeiro utiliza apenas formulações matemáticas, ajusta a superfície ao conjunto de valores pontuais, considerando que os valores pontuais mais próximos devem se assemelhar mais que os valores pontuais distantes. Já no segundo método destaca-se a Geoestatística, fazendo uso de formulação matemática e estatística investigando a autocorrelação espacial dos valores pontuais (MATOS, 2008).

Dentro dessas duas classes os métodos podem ser divididos em métodos baseados no Local, Regiões e Globais. O primeiro considera alta correlação entre valores vizinhos para realizar a interpolação, sendo que cada ponto da superfície é estimado baseando-se

nos valores dos pontos amostrais mais próximos, sendo que a alteração de um valor afeta localmente os pontos próximos ao mesmo (PAVÃO et al., 2011); o segundo utiliza uma determinada região, que engloba vários pontos amostrais, de modo a estimar os valores de locais não amostrados para construir a superfície (GIACOMIN et al., 2014); enquanto que os “interpoladores globais consideram todos os pontos da área de estudo amostrada, permitindo assim, interpolar valores da função em qualquer ponto dentro do domínio dos dados originais, ou seja, a remoção ou adição de pontos afetará todo o mapa” (PAVÃO et al., 2011).

Existem ainda métodos de interpolação chamados de “ajustados” nos quais a superfície coincide exatamente com os pontos amostrados, e são chamados “aproximados” aqueles em que a superfície gerada não coincide necessariamente com os pontos amostrados como exemplificado na Figura 2 (GIACOMIN et al., 2014).

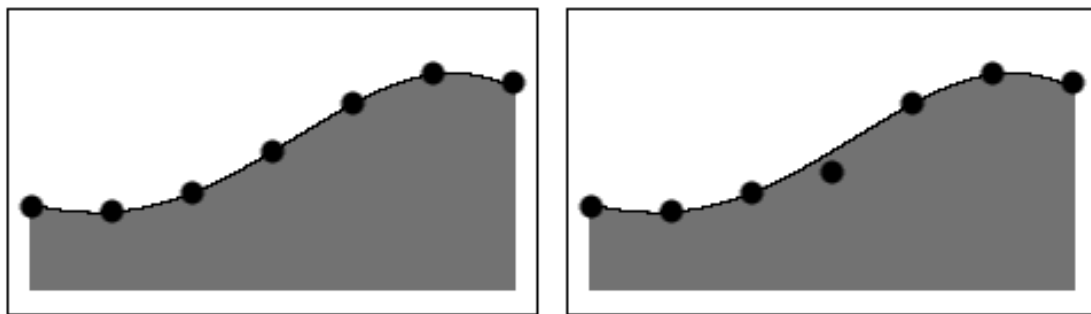


Figura 2: Exemplo de Interpoladores Ajustado e Aproximado.

A eficiência dos métodos de interpolação, está relacionada à sua qualidade de representação. Assim, segundo Fernandes e Menezes (2005) como toda interpolação traduz uma incerteza no ponto estimado, é importante, portanto, saber qual interpolador induz menores incertezas.

Muitas vezes os métodos de modelagem existentes são utilizados de maneira indiscriminada, sem uma avaliação crítica, podendo de certa forma comprometer alguns resultados e as análises efetuadas (FERNANDES e MENEZES, 2005).

Uma vez que a seleção da técnica de interpolação é fundamental para a geração do modelo digital de terreno, tendo em vista que existe uma gama de interpoladores capazes de obter esta modelagem, torna-se necessário que se apliquem testes a fim de verificar qual método de interpolação melhor se adequa ao terreno e obtêm melhores resultados para áreas de estudo. Dentre os interpoladores mais utilizados na literatura para tal finalidade tem-se: Inverse Distance Weight (IDW), Vizinho Natural, Spline, Triangulação (TIN), Krigagem e Topo To Raster.

2.4.1. Inverse Distance Weigth - IDW

O interpolador Inverse Distance Weigth – IDW, utiliza a combinação de todos os valores, de forma ponderada e inversamente proporcional à distância do ponto amostrado com o ponto a ser interpolado (MATOS, 2008). Dessa forma, este interpolador considera que pontos mais próximos têm valores similares e possuem maior influência sobre o valor a ser interpolado, enquanto que pontos mais distantes são independentes e exercem menos influência no resultado (GIACOMIN et al., 2014).

O cálculo da média é ponderado pela distância euclidiana entre o ponto a ser interpolado e seus vizinhos. Assim, normalmente, o peso atribuído à distância é ajustado por um expoente; dessa forma quanto maior o expoente, maior será a influência da distância (SOUZA et al., 2011). Este peso pode ser pré-determinado pelo usuário, sendo que ao se atribuir valores maiores, menor será a influência dos pontos mais distantes, enquanto que para valores menores, maior será a influência de pontos distantes sobre o ponto a ser estimado (ARAUJO et al., 2015).

Porém, quanto maior o valor atribuído ao peso, mais próximo o resultado é de uma interpolação com polígonos de Voronoi (Thiessen), “onde para a área em análise são criados polígonos, e a estes são atribuídos o valor do ponto correspondente assumindo que seja uma aproximação aceitável e que este seja valor constante dentro do polígono” (MATOS, 2008).

Os melhores resultados da interpolação são obtidos quando a amostragem é densa em relação à variação local que se está tentando simular, ao passo que se a amostragem for em número insuficiente ou com distribuição espacial inadequada à característica da superfície a ser modelada, os resultados podem não representar suficientemente a superfície desejada (ESRI, 2016).

O interpolador Inverse Distance Weigth – IDW, pode ser descrito através das Equações 2 e 3 (Marcuzzo et al., 2011):

$$Z(x) = \frac{\sum_{i=1}^n \omega_i \cdot Z(x_i)}{\sum_{i=1}^n \omega_i} \quad (2)$$

Onde:

- $Z(x)$ - é o valor do ponto que se deseja interpolar;
- n - é a quantidade de pontos próximos utilizados na interpolação do ponto x ;
- $Z(x_i)$ - é o valor do ponto x_i ;

- ω_i - é o peso do valor de x_i sobre o ponto x .

E o parâmetro ω_i é obtido por:

$$\omega_i = \frac{1}{h(x, x_i)^p} \quad (3)$$

Em que:

- $h(x, x_i)$ - é a distância entre o ponto x e o ponto x_i ;
- p - é o parâmetro de potência, geralmente igual a dois.

2.4.2. Spline

Segundo Matos (2008), interpoladores do tipo Spline consistem em conjunto de polinômios aplicáveis individualmente a um subconjunto de observações (pode ser utilizado em estruturas baseadas em redes triangulares ou quadrangulares). Este método permite a suavização da superfície, porém pode gerar ondulações não existentes nos dados originais, devido a forma com que os polinômios se ajustam para gerar a superfície. Podendo assim, apresentar valores anômalos na superfície gerada.

Ainda segundo Matos (2008), é chamada interpolação polinomial quando se ajusta uma superfície através de expressões polinomiais aos valores pontuais conhecidos onde os parâmetros são em geral estimados por mínimos quadrados.

Pavão et al., 2011 explicita que o interpolador Spline não utiliza um único polinômio de ordem elevada para realizar a modelagem, este realiza uma subdivisão da área a ser interpolada afim de utilizar diversos polinômios de menor grau.

De acordo com o ESRI (2016), este método de interpolação calcula os valores a partir de uma função matemática que minimiza a curvatura global da superfície.

Este interpolador é muito útil quando se trata de áreas com leve variação do terreno e suaves transições, porém tende a exagerar o valor dos pontos interpolados para áreas com mudanças bruscas em pequenas distâncias (MATOS, 2005).

Uma representação matemática de um interpolador polinomial está ilustrado na Equação (4) (ESRI, 2016):

$$S(x, y) = T(x, y) + \sum_{j=1}^n \lambda_j \cdot R(r_j) \quad (4)$$

Onde:

- $j = 1, 2, \dots, n$;

- n é o número de pontos;
- λ_j são coeficientes encontrados pela solução de um sistema de equações lineares;
- r_j é a distância desde o ponto (x, y) para o ponto j -ésimo;
- $T(x, y)$ é o torque e $R(r)$ é a rotação, ambos são definidos de forma diferente, dependendo da opção selecionada.

2.4.3. Vizinho Natural

O interpolador vizinho natural (Natural Neighbor) é um estimador determinístico local, pois apenas os efeitos locais são predominantes e não são realizadas inferências estatísticas sobre a variabilidade espacial do fenômeno, que realiza a interpolação somente para o interior do domínio dos dados não extrapolando valores” (MULER e FILHO 2015).

O algoritmo utilizado pelo interpolador Natural Neighbor utiliza-se de pesos obtidos através das áreas proporcionais dos polígonos de Voronoi (Thiessen) (Figura 3) vizinhos ao ponto não-amostrado, criando uma superfície contínua sem picos, depressões, cristas ou vales (SANTOS, 2015).

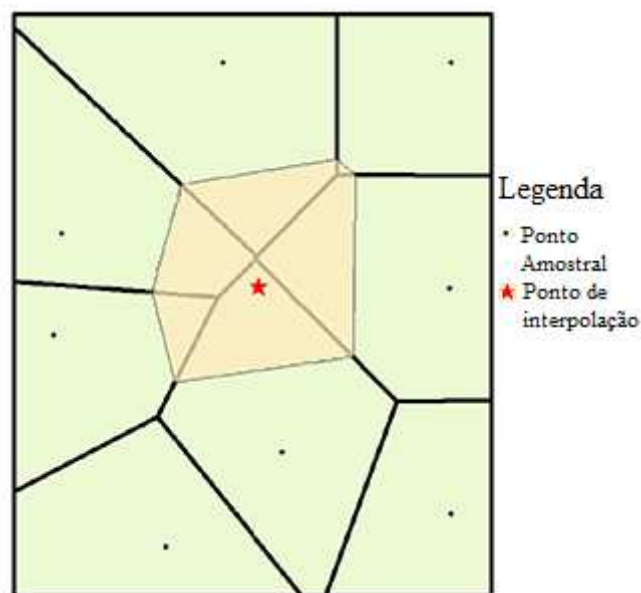


Figura 3: Exemplo de polígono de Voronoi (Thiessen), em torno do ponto de interpolação.
Fonte: ESRI (2015)

Este interpolador utiliza equação idêntica à do interpolador IDW, porém realiza de forma diferente o cálculo dos pesos assim como o método usado para selecionar o

subconjunto de pontos de dispersão utilizados para a interpolação (RIGHI e BASSO 2016).

2.4.4. Triangulated Irregular Network - TIN

Segundo Oliveira (2011) é denominada TIN uma rede triangular que corresponde a uma “estrutura topológica de dados vetoriais, no qual pontos (nós) com coordenadas planialtimétricas conhecidas são ligados por linhas (arestas) formando triângulos irregulares (o mais próximo possível de equiláteros) e contíguos”. Dessa forma, é possível obter uma estrutura de rede de triângulos a partir de qualquer padrão de distribuição amostral, seja regular ou irregular.

Dentre os métodos disponíveis para geração desses triângulos, a triangulação de Delaunay é a mais utilizada. Esta triangulação consiste em um conjunto de triângulos ligados, mas não sobrepostos, onde uma rede é formada por círculos circunscritos de cada triângulo e nenhum ponto da rede pode ser interior a estes (LI et al., 2005).

O método da Triangulação assume que o comportamento da variável é linear entre os pontos amostrados e procura gerar um conjunto ótimo de triângulos conectados para formar a superfície do terreno. Um dos métodos mais utilizados para realizar a triangulação é o método de Delaunay, que “segue o princípio de que pontos mais próximos influenciam mais do que os mais distantes, restringindo, porém, essa influência a três pontos mais próximos e ignorando os pontos restantes” (MATOS, 2008).

A Figura 4 apresenta uma representação de um TIN, sendo a Figura 4(a) uma rede de triângulos e a Figura 4(b) uma superfície TIN.

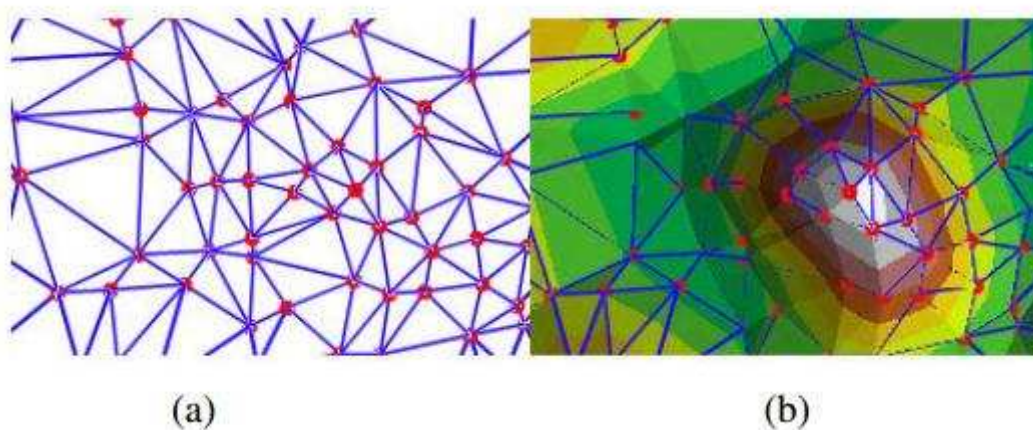


Figura 4: Representação TIN (a) rede de triângulos irregulares, (b) superfície TIN.
Fonte: Oliveira (2011)

2.4.5. Krigagem

Entende-se por Krigagem como uma técnica utilizada na geoestatística para estimar valores de propriedades em locais onde esta propriedade não foi medida, porém para sua aplicação é necessário que exista dependência espacial, dessa forma pode-se explicar a krigagem como um processo onde se estimam valores de propriedades espacialmente distribuídas, a partir de valores adjacentes independentes (VIEIRA, 2000).

Segundo Santos et al. (2011) é denominada Krigagem os preditores geoestatísticos que utilizam da vizinhança amostrada com o intuito de compreender que a estrutura de dependência espacial de um processo estocástico aperfeiçoa as predições, sem viés e com variância mínima.

A Krigagem se estabelece como um interpolador geoestatístico que leva em consideração as características espaciais de autocorrelação entre observações e as pondera em função da distância do ponto a interpolar a cada ponto de referência conhecido. O método consiste na obtenção de uma estimativa dos valores para um local, por determinação dos coeficientes de uma combinação linear dos valores amostrados, que pode ser usada para explicar a variação na superfície (MATOS, 2008).

De acordo com Ferreira et al. (2012), a principal diferença entre a Krigagem e outros métodos de interpolação é a forma como os pesos são atribuídos às diferentes amostras, onde estes são determinados a partir de uma análise espacial, baseada no semivariograma.

Santos (2010) define semivariograma como “uma ferramenta fundamental para descrever quantitativamente a variação no espaço de um fenômeno regionalizado”.

Nesse sentido, Matos e Candeias (2008) afirmam que “o reconhecimento do padrão de dependência espacial (ou continuidade), necessário à prática da Krigagem, requer a criação e a análise de semivariogramas, que descrevem a variância em função da distância entre pontos experimentais observados”.

Na literatura especializada encontram-se diversos tipos de Krigagem: Krigagem simples, Krigagem ordinária, Krigagem universal, Krigagem disjuntiva, Krigagem indicativa, coKrigagem, entre outras (CAMARGO, 1998; SANTOS, 2010).

Esta pesquisa limita-se somente ao estudo da qualidade posicional da Krigagem simples como interpolador para geração de MDE's. Sendo a Krigagem simples utilizada quando a média é assumida como estatisticamente constante para toda a área (FERREIRA et al., 2012).

Então, supondo-se que queira estimar valores de y , para qualquer local, x_0 , onde não se tem valores medidos e que a estimativa deva ser uma combinação linear dos valores medidos tem-se (SANTOS, 2010):

$$y(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i y(x_i) + \lambda_0 \quad (5)$$

Em que n é o número de valores medidos, $y(x_i)$ envolvidos na estimativa, λ_i são os pesos associados a cada valor medido, $y(x_i)$ e λ_0 é uma constante e conhecida.

Com base na equação (5), tomando $y(x_i)$ como realização do processo estocástico $Y(x_i)$ e sob condições de regularidade, a Krigagem é dada por (SANTOS, 2010):

$$\hat{Y}(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Y(x_i) + \lambda_0 \quad (6)$$

Sendo que, o preditor de Krigagem linear $\hat{Y}(x_0)$ é uma média ponderada, onde a forma em que são atribuídos os pesos é responsável pela otimalidade do mesmo.

Porém, de acordo com Ferreira et al. (2012) na realização da Krigagem, é necessário antes de tudo ajustar uma função ao semivariograma, com o intuito de estimar os parâmetros da dependência espacial, sendo que estes precisam ser estimados com precisão pois, uma vez que o modelo for ajustado de forma inapropriada, a Krigagem conterá erros de estimação que fornecerão informações distorcidas, sendo então o ajuste de semivariograma uma fase crucial na análise Geoestatística. Outra etapa importante quanto a interpolação por Krigagem é a análise exploratória dos dados, que fornece subsídios para a posterior avaliação da qualidade dos estimadores.

A Figura 5 exemplifica um mapa gerado a partir da interpolação por Krigagem.

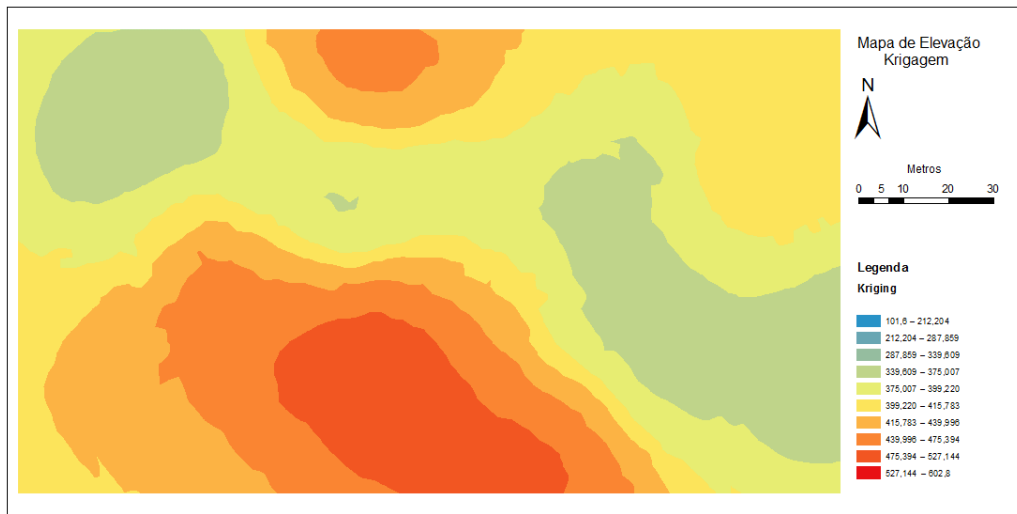


Figura 5: Exemplo de Mapa de Krigagem

2.4.6. Topo To Raster

O interpolador Topo To Raster foi desenvolvido por Hutchinson (1988, 1989, 1996, 2000, 2011), na Austrália e é baseado no algoritmo ANUDEM (Australian National University's Digital Elevation Model). Este modelo foi especificamente desenvolvido para gerar um MDE hidrograficamente condicionado (MDEHC) e obter uma melhor representação da característica anisotrópica do relevo (SAITO, 2011). A interpolação é baseada em diferenças finitas iterativas para gerar uma grade regular a partir de curvas de nível e/ou pontos cotados, possibilitando a imposição de linhas características tais como divisores de água e rede de drenagem (ESRI, 2016).

Segundo o ESRI (2016) a ferramenta Topo to Raster utiliza uma técnica iterativa de interpolação de diferenças finitas, trabalhando da mesma forma que os métodos de interpolação local, como interpolação ponderada à distância (IDW), sem perder a continuidade de superfície de métodos de interpolação global, como Krigagem. “É essencialmente uma técnica de Spline (Wahba, 1990) para a qual a penalidade de rugosidade é modificada para permitir que o DEM ajustado siga mudanças abruptas no terreno, tais como córregos, cumes e falésias” (ESRI, 2016).

O procedimento de interpolação com Topo to Raster utiliza-se de informações e características conhecidas das superfícies de elevação permitindo que vários dados de entrada sejam anexados ao processo, como curvas de nível, pontos cotados, delimitações de rios ou lagos, entre outros, que acabam por otimizar a resolução MDE, e melhor a qualidade do produto gerado (Hutchinson, 1989).

De acordo com Carmo et al., (2015) “a interpolação dos dados é feita utilizando a soma ponderada dos quadrados dos resíduos a partir dos dados de elevação da superfície representada pela grade amostral”.

Marcuzzo et al., (2011) afirmam que o módulo interpola os dados de elevação em uma grade regular, gerando grades sucessivamente menores, minimizando a soma de uma penalização de rugosidade e a soma dos quadrados dos resíduos.

Dessa forma este interpolador é melhor descrito com base em cada elevação em um determinado local dada pela Equação (7):

$$z_i = f(x_i, y_i) + w_i \varepsilon_i \quad (7)$$

Onde:

$f(x_i, y_i)$ é a função de interpolação, definida por uma função B-spline;

w_i é uma constante positiva que representa o erro de discretização do ponto i ;
 ε_i é uma amostra de uma variável aleatória de média zero e desvio padrão igual a um.

Assumindo que cada ponto está localizado aleatoriamente dentro da célula do modelo, a constante w_i é definida através da Equação (8):

$$w_i = \frac{hs_i}{\sqrt{12}} \quad (8)$$

Em que:

h - é o espaçamento da grade;

s_i - é a medida de inclinação da célula da grade associada com o ponto (x_i, y_i) .

A função $f(x_i, y_i)$ (Equação 9) é então estimada resolvendo uma aproximação na grade regular via método das diferenças finitas que minimiza:

$$\sum_{i=1}^n \left[\frac{(z_i - f(x_i, y_i))}{w_i} \right]^2 + \lambda J(f) \quad (9)$$

Onde:

J - é a função de suavização da função $f(x, y)$;

λ - é o parâmetro de suavização;

A constante w_i varia com cada iteração, em uma característica adaptativa local (locally adaptive feature) já que a cada iteração do programa um novo valor de inclinação é disponibilizado para cada célula da grade conforme o método iterativo avança.

2.5. Controle de Qualidade Posicional

De acordo com Egg (2012) diversos usuários utilizam-se de dados espaciais para diversas finalidades, estes dados, no entanto precisam estar acessíveis e compatíveis as necessidades relacionadas a escala e qualidade dos produtos gerados para contribuírem ao propósito empregado.

Existem vários fatores que determinam se um produto possui boa qualidade, se atende a determinadas especificações, se está dentro dos padrões exigidos; e no caso específico da representação do terreno, se o produto gerado é o mais fidedigno possível a realidade da superfície terrestre.

Neste contexto, busca-se um controle de qualidade em dados espaciais, uma vez que “não adianta gerar dados, sem que seja informada a incerteza associada a este dado e

para qual finalidade o mesmo pode ser utilizado” (EGG, 2012), “Esta incerteza pode se referir à qualidade da posição dos elementos/feições representados, dos atributos que os descrevem, de suas relações com demais elementos e também à realidade existente à época de sua construção” (OLIVEIRA, 2011).

Quando se trata de representação do relevo, é necessário, portanto, analisar a qualidade do produto gerado a partir dos dados levantados em campo. Isso envolve aspectos de Completude, Consistência Lógica, Acurácia Posicional, Acurácia Temática e Acurácia Temporal (ISO 19157, 2013).

Nogueira Jr. (2003) afirma que qualquer produto poderá ser identificado como satisfatório ou não para o fim a que se destina quando submetido a um teste de controle de qualidade. Assim, é necessário submeter o produto gerado ao controle de qualidade para analisar a eficiência do mesmo. Este mesmo autor ainda afirma que a qualidade dos produtos cartográficos deve ser garantida por leis e normas específicas que apresentem os parâmetros mínimos de qualidade necessários à satisfação das necessidades dos usuários.

No Brasil, o controle de qualidade posicional é realizado de acordo com as Instruções Reguladoras das Normas Técnicas da cartografia nacional, estabelecidas no Decreto-lei nº. 89.817 de 1984 (BRASIL, 1984; OLIVEIRA, 2011).

Em se tratando de atividades cartográficas, a acurácia posicional indica a “qualidade da posição planialtimétrica de uma grandeza medida ou parâmetro estimado, tomando-se como referência uma grandeza com qualidade posicional superior” (OLIVEIRA, 2011).

A discrepância posicional é a medida utilizada para comparar posicionalmente o produto avaliado. Esta discrepância pode ser descrita como a diferença entre a coordenada observada no produto cartográfico e a coordenada de referência para a componente planimétrica ou altimétrica, podendo ser descrita através da Equação (10) (SANTOS, 2010):

$$d_z = Z_{test} - Z_{ref} \quad (10)$$

Oliveira (2011) define o Root Mean Square ou RMS como a medida de acurácia que reúne os efeitos de tendência e precisão de uma grandeza, ou raiz quadrada do Erro Quadrático Médio (EQM) de uma amostra.

Segundo Rodrigues (2008) o RMS é dado como a raiz quadrada da discrepância entre as amostras, dividido pelo número de amostras subtraído de uma unidade, cuja Equação (11) é apresentada a seguir.

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (d_i)^2}{n-1}} \quad (11)$$

Onde: d_i é a discrepância entre a coordenada observada no produto cartográfico e a coordenada de referência para a componente planimétrica ou a discrepância entre a altitude observada no produto a ser avaliado e a altitude de referência ao se analisar a componente altimétrica e n é o número de amostras.

Nessa pesquisa será dada ênfase na acurácia posicional, que mostra o quão próximo um dado espacial está em relação à sua realidade no terreno, para tanto, procurou-se obedecer às normas ditadas pelo Decreto Lei 89.817 de 20 de junho de 1984, aliadas às especificações da ET-ADGV.

O Decreto-lei nº. 89.817 de 1984 (BRASIL, 1984) reúne um conjunto de parâmetros que regulam e norteiam os processos de determinação e quantificação da acurácia posicional de produtos cartográficos, neste são estabelecidos os valores de tolerância para o Padrão de Exatidão Cartográfica (PEC) e Erro Padrão (EP) para a planimetria e altimetria dos documentos cartográficos, segundo três classificações quanto à acurácia, podendo ser visto através da Tabela 1 (SANTOS, 2010).

A Tabela 1 apresenta os valores de planimetria e altimetria do PEC e EP para cada classe no padrão do Decreto-lei 89817/ET-ADGV.

Tabela 1: valores de planimetria e altimetria segundo o artigo 9º do Decreto Lei 89.817/84.

Classe	Planimetria		Altimetria	
	PEC	EP	PEC	EP
A	0.25 mm	0.15 mm	1/4 da equidistância	1/6 da equidistância
B	0.5 mm	0.3 mm	1/2 da equidistância	1/3 da equidistância
C	0.8 mm	0.5 mm	3/5 da equidistância	2/5 da equidistância

Fonte: Santos, (2010).

De acordo com Santos (2010), DSG (2010) e BRASIL (1984), para classificar um produto cartográfico quanto à sua qualidade posicional, deve-se atender duas condições:

- (i) 90% dos pontos bem definidos no produto cartográfico, quando testados no terreno, não deverão apresentar discrepância superior ao PEC para a escala e classe testada;
- (ii) a Raiz da Discrepância quadrática Média (RMS) deve ser menor ou igual ao EP (tolerância chamada de Erro Padrão), para a classe e escala testada.

Caso alguma dessas duas pressuposições falhe o produto não é classificado para a classe testada e em seguida o produto é disposto a novos testes para classes ou escalas inferiores (SANTOS, 2010).

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1. Área de Estudo

Inicialmente foi realizada a escolha da área de estudo com base nos pré-requisitos necessários para o desenvolvimento desta pesquisa. Esta área com 0,97 ha, encontra-se dentro da Universidade Federal de Viçosa, município de Viçosa – Minas Gerias, nas imediações das piscinas do departamento de Educação Física. Algumas características da área de estudo, como o solo nu, vegetação arbustiva e árvores de porte médio podem ser visualizadas através da Figura 6.



Figura 6: Área de estudo com vista superior (a), e fotografia da área com visada lateral, (b).

A escolha do local se deu devido a algumas características principais, como a variabilidade do relevo, constituída por regiões planas e de declividade acentuada, com cobertura vegetal diversificada.

As características acima citadas qualificaram a área selecionada como viável para esta pesquisa uma vez que, possui tanto regiões planas como de inclinações acentuadas, possibilitando a análise de diferentes aspectos em relação a amostragem e à adequação dos interpoladores na geração de um MDE.

3.2. Materiais

Os materiais utilizados no desenvolvimento desta pesquisa, no que se refere ao levantamento de campo bem como para o processamento dos dados são:

- Laser Scanner terrestre 3D, VZ-400 da RIEGL;
- Receptor Global Navigation Satellite System (GNSS) de duas frequências Javad Triumph-1;

- Software RiSCAN PRO 2.0 da RIEGL;
- Software ArcGis 10.2.

3.3. Metodologia

A Figura 7 ilustra um fluxograma das atividades que compõem a metodologia proposta.

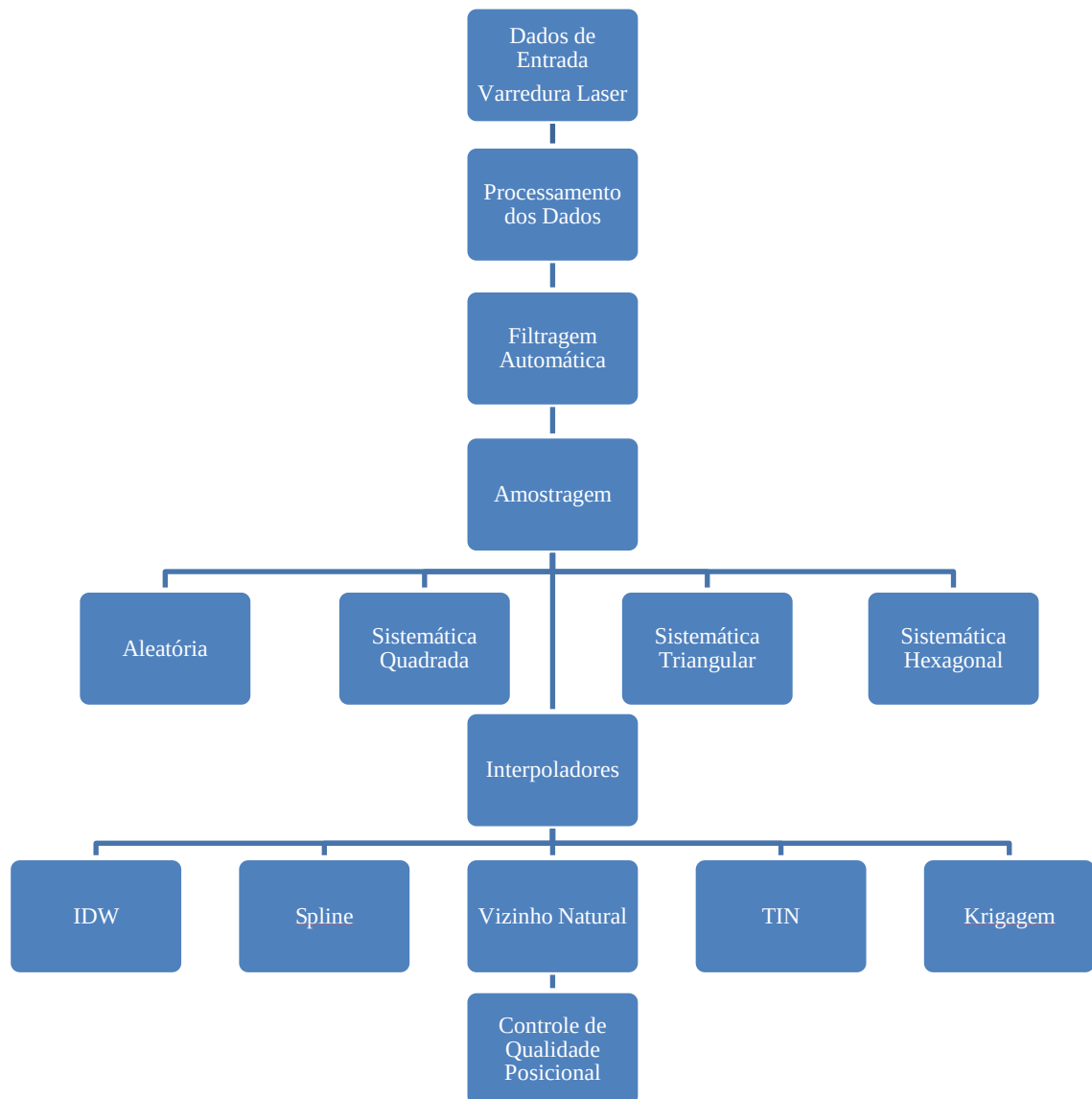


Figura 7: Fluxograma apresentando o passo-a-passo da metodologia proposta para o presente trabalho.

O fluxograma será explicado de forma detalhada nos tópicos a seguir.

3.3.1. Dados de Entrada – Varredura Laser

O levantamento dos dados em campo foi realizado com a utilização do aparelho Laser Scanner terrestre 3D RIEGL modelo VZ-400, que possui as seguintes características: ângulo varredura horizontal de 360°; alcance de até 600m; distância mínima de 1,5m; acurácia de 5mm; precisão de 3mm e uma taxa de medição de até 122000 pontos/seg.

Para recobrir toda a área de interesse, foi necessário estacionar o aparelho Laser Scanner em 5 posições diferentes (uma das posições pode ser vista na Figura 8).



Figura 8: Exemplo do Laser Scanning terrestre em uma das posições em campo.

Em cada posição utilizou-se do receptor GNSS Javad Triumph Ntrip para obter as coordenadas geodésicas das mesmas, visando a concatenação da nuvem de pontos no momento do processamento.

3.3.2. Processamento dos Dados e Filtragem Automática

A nuvem de pontos obtida em campo a partir dos cinco arquivos gerados pelas correspondentes posições de varredura, foi registrada com as coordenadas obtidas com o receptor GNSS. Em seguida procedeu-se a rotação das nuvens e por fim o ajustamento das mesmas no software RiSCANPRO. Para tanto, foram utilizadas as coordenadas rastreadas com o receptor GNSS, bem como os alvos pré-sinalizados em campo (Figura 9).



Figura 9: Alvo auxiliar para levantamento em campo.

Os alvos sinalizados (Figura 10) em campo foram dispostos de forma a auxiliar o levantamento e posteriormente, a partir de suas coordenadas, auxiliar na concatenação da nuvem de pontos de cada visada, em uma única densa nuvem de pontos que representa a área total de estudo.



Figura 10: Exemplo de alvo utilizado para auxiliar no levantamento de campo e concatenação da nuvem de pontos.

A concatenação da nuvem de pontos consiste em inicialmente realizar a junção/rotação de dois arquivos de varreduras com base nos alvos circulares, e em seguida, fazer a junção do restante dos arquivos de varredura fixando-os aos arquivos de nuvem já concatenada, até formar uma nuvem de pontos final contendo todo o levantamento realizado. Neste processo de concatenação, o software RiSCANPRO realiza “um ajuste fino automático, de modo que todas as nuvens de pontos estejam orientadas entre si, gerando vetores de ligações entre as nuvens, que são armazenados em uma camada nomeada polidata” (LOPES et al., 2016). Para obter um ajuste de boa qualidade, espera-se que se obtenha uma discrepância das posições dos pontos da nuvem, abaixo de

3 centímetros. Ao final, é gerada uma única nuvem de pontos planialtimétrico (X, Y e Z) resultante.

Com a nuvem de pontos devidamente processada, as coordenadas geodésicas foram transformadas em coordenadas locais e realizado o procedimento de filtragem, que para o presente trabalho, foi aplicada de forma automática pela função Terrain Filter já implementada no software RiSCANPRO. A filtragem foi dividida em duas etapas: na primeira etapa foi utilizado o Filtro OCTREE (filtro com estrutura de cubo), para minimizar a dispersão de cada conjunto de dados e diminuir a densidade de pontos. A segunda etapa consistiu em retirar alguns alvos indesejáveis que apresentassem uma resposta diferente da reflectância da vegetação local. Para isso foram aplicados os filtros de vegetation e mining objects do software RiSCANPRO, sobre a nuvem de pontos.

Como a varredura com o Laser Scanner foi realizada com giro de 360° foi necessário limitar os dados coletados, para definição da área de estudo, através de um recorte na nuvem de pontos que resultou num arquivo com 58 mil pontos, que foi exportado no formato “.LAS”, para posterior manipulação no ArcGIS.

3.3.3. Amostragem e Interpolação

O processo de amostragem deu-se inicialmente pela escolha do tamanho da amostra. A nuvem de pontos inicialmente continha 58 mil pontos (100% - sem redução) e a partir desta foram realizadas reduções sistemáticas do número de pontos conforme apresentado na Tabela 2.

Tabela 2: Número de pontos e Redução em porcentagem do número de pontos total.

Número de Pontos	Redução (%)	Densidade de Pontos (n° pts./m²)	Pontos a cada 100m²
50000	12,87	5,145	5,155
40000	30,30	4,116	4,124
30000	47,72	3,087	3,093
20000	65,15	2,058	2,062
10000	82,57	1,029	1,031
5000	91,29	0,515	0,515
4000	93,03	0,412	0,412
3000	94,77	0,309	0,309
2000	96,51	0,206	0,206
1000	98,26	0,103	0,103
500	99,13	0,051	0,052
250	99,56	0,026	0,026
100	99,83	0,010	0,010

Quando se realiza levantamentos de campo com equipamentos topográficos convencionais, geralmente a área de interesse é levantada utilizando poucos pontos de controle bem definidos que consigam representar a área como um todo. Assim, buscando uma relação entre o levantamento convencional e a amostragem da nuvem de pontos, optou-se pelo limiar final de 100 pontos, mesmo sendo uma redução considerável tratando-se da nuvem de pontos, pode representar um levantamento convencional realizado para a área em questão.

Em seguida, o total de pontos foi submetido a amostragens reduzidas com grids amostrais aleatórios, sistemáticos quadrados, sistemáticos triangulares e sistemáticos hexagonais. Todo o processamento foi realizado em ambiente ArcGis, resultando assim numa totalidade de 52 amostragens. A amostragem aleatória e sistemática quadrada foram realizadas com o auxílio de uma toolbox desenvolvida (Apêndice 1), enquanto que a amostragem sistemática triangular e hexagonal foram realizadas a partir de um plugin Generate Pattern of Repeating Shapes do ArcGis.

A interpolação se deu em ambiente ArcGis 10.2, onde foi construído um MDE de referência, que utilizou todos os 58 mil pontos. Este MDE foi utilizado para análise da qualidade dos interpoladores e das amostragens geradas posteriormente.

Na geração do MDE de referência, foi utilizado o interpolador Topo to Raster, com a média das distâncias entre os pontos de 50 centímetros. A escolha deste interpolador justifica-se pelos bons resultados apresentados para modelagem do terreno (GIACOMIN et al., 2014). Entretanto, “quando a quantidade de dados é grande, a maioria das técnicas de interpolação apresentam resultados similares” (FELGUEIRAS, 2001).

Em seguida foram aplicados os interpoladores a todas as amostragens separadamente: IDW, Spline, Vizinho Natural, TIN, Krigagem, com exceção da Krigagem todos os demais interpoladores foram realizados a partir de uma toolbox auxiliar desenvolvida no ArcGis (Apêndice 2). Resultando assim, para cada conjunto amostral (aleatória, sistemática, triangular e hexagonal) um total de 78 MDE's, em suma totalizando 312 MDE's com resolução espacial de 50 centímetros para análise como um todo.

3.3.4. Controle de Qualidade Posicional

O Controle de Qualidade Posicional foi realizado de acordo com o Decreto Lei 89.817. Primeiro, calculou-se a discrepância entre o MDE de teste e o MDE de referência (Apêndice 3), realizada a partir de uma subtração pixel a pixel entre os MDE's em questão (raster) resultando em uma amostra de avaliação de qualidade posicional com 30 mil pontos. Em seguida obteve-se os valores do RMS e consequentemente a qualidade posicional de acordo com a classificação da acurácia posicional pelo Decreto Lei 89.817.

Dessa forma, o MDE gerado é avaliado quanto a uma classe inicial, este produto deve atender aos requisitos: “90% dos pontos bem definidos no produto cartográfico, quando testados no terreno, não deverão apresentar erro superior ao PEC e a Raiz da Discrepância quadrática Médio (RMS) deve ser menor ou igual ao EP”; caso alguma dessas duas pressuposições falhe o produto é desclassificado para a classe testada e em seguida o produto é disposto a novos testes para classes inferiores (SANTOS, 2010). Para a realização da classificação do produto cartográfico gerado quanto ao Decreto Lei 89.817 foi utilizado um script em ArcGis (Apêndice 4).

4. RESULTADOS

A seguir serão apresentados os resultados obtidos quanto ao processo de amostragem, interpolação e controle de qualidade posicional de acordo a metodologia proposta nesta pesquisa.

4.1. Filtragem

Após a realização dos processos de registro, ajustamento e concatenação da nuvem de pontos, aplicou-se a filtragem a partir do Filtro Octree, seguido dos filtros de vegetação e de objeto, e em seguida foi realizado o recorte da área de interesse, para definir a área de estudo, como disposto na Figura 11.

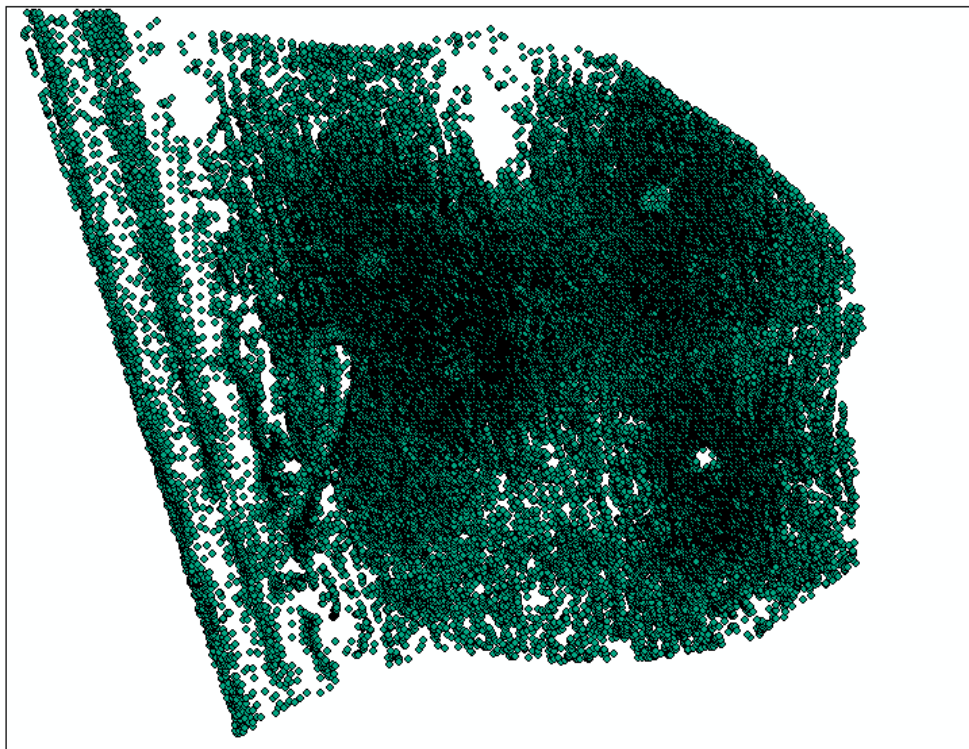


Figura 11: Nuvem com 58 mil pontos após filtragem e recorte na região de interesse.

Como dito anteriormente, o arquivo resultante da nuvem de pontos, constituiu-se de aproximadamente 58 mil pontos, que foram importados para o ArcGis no formato “.LAS”.

4.2. Modelo Digital de Elevação de referência

A partir do arquivo com os 58 mil pontos, gerou-se o MDE de referência (Figura 12) que foi utilizado posteriormente na análise de qualidade dos modelos gerados.

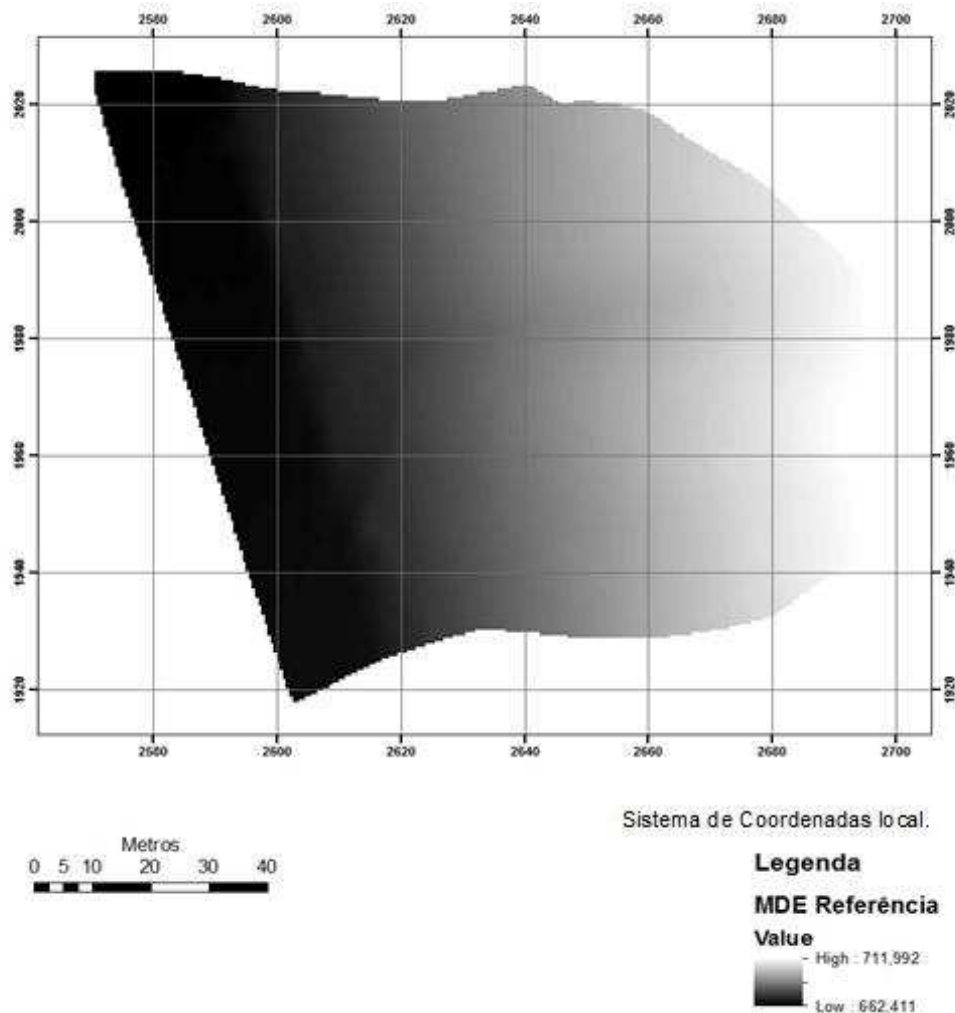


Figura 12: MDE de referência construído pelo interpolador Topo to Raster.

Para esta área de estudo o levantamento originou uma nuvem de pontos com poucos alvos indesejáveis como árvores e vegetação arbustiva, dessa forma a os dados brutos foram filtrados de forma automática com pequenos ajustes com a filtragem manual. Os dados resultantes após a filtragem permitiram uma representação adequada do terreno, gerando uma modelagem digital que caracterizou a área com qualidade aceitável.

4.3. Amostragem e Interpolação

Na etapa de amostragem, foram realizadas amostragens sistemáticas quadradas; sistemáticas hexagonais, sistemáticas triangulares e aleatórias de acordo com o número de pontos definidos na Tabela 2.

A Figura 13 representa um exemplo de amostragem para área de estudo com 500 pontos.

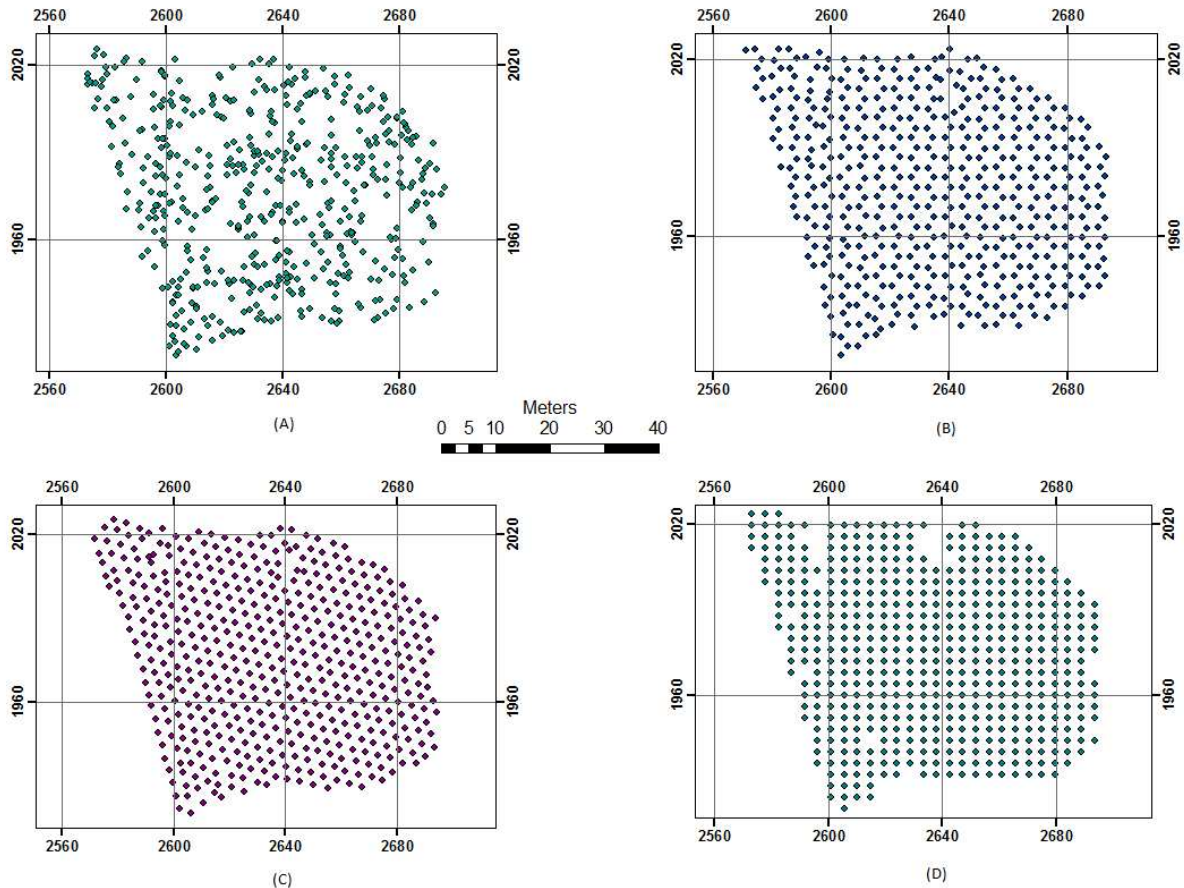


Figura 13: Amostragem com 500 pontos: (A) Amostragem Aleatória, (B) Amostragem Sistemática Hexagonal, (C) Amostragem Sistemática Triangular, (D) Amostragem Sistemática Quadrada.

Ao final das amostragens foram utilizados os interpoladores: IDW; Spline, TIN; Krigagem e Vizinho Natural, para a obtenção dos respectivos MDE's (Apêndice 5).

4.4. Controle de Qualidade Posicional

A análise da qualidade dos MDEs gerados, foi realizada a partir do cálculo da discrepância pixel a pixel entre os MDE's de teste e o MDE referência (Apêndice 6).

As discrepâncias são ferramentas importantes para as análises de controle de qualidade posicional, uma vez que os cálculos para classificação em controle de qualidade

são realizados através dos valores das discrepâncias. Para melhor visualizar estas discrepâncias, os gráficos em boxplot (Figura, 14, 15, 16 e 17) apresentam um exemplo de valores das discrepâncias em metros para amostragens Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal com um total de 30 mil pontos.

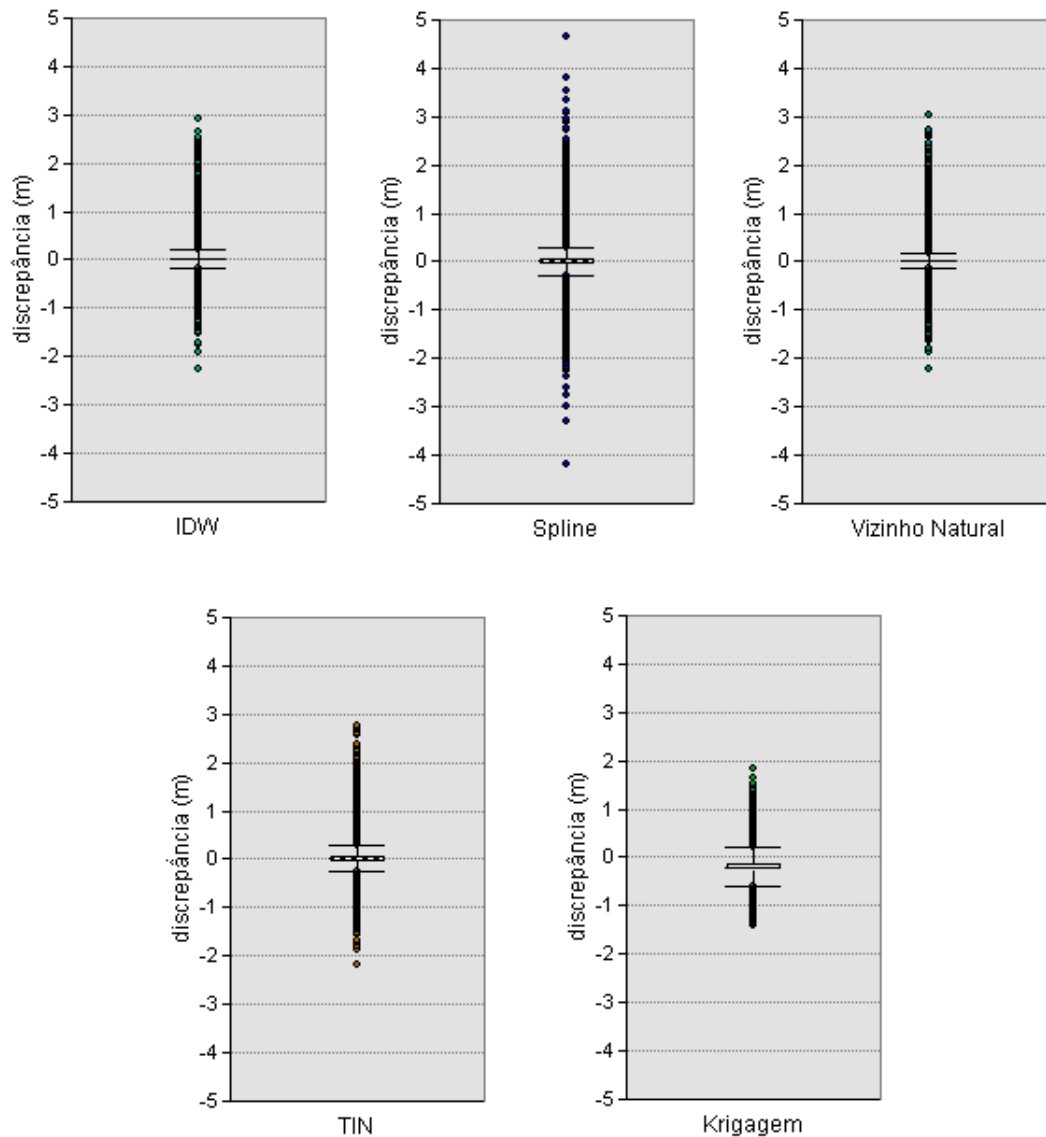


Figura 14: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Aleatória com 30 mil pontos.

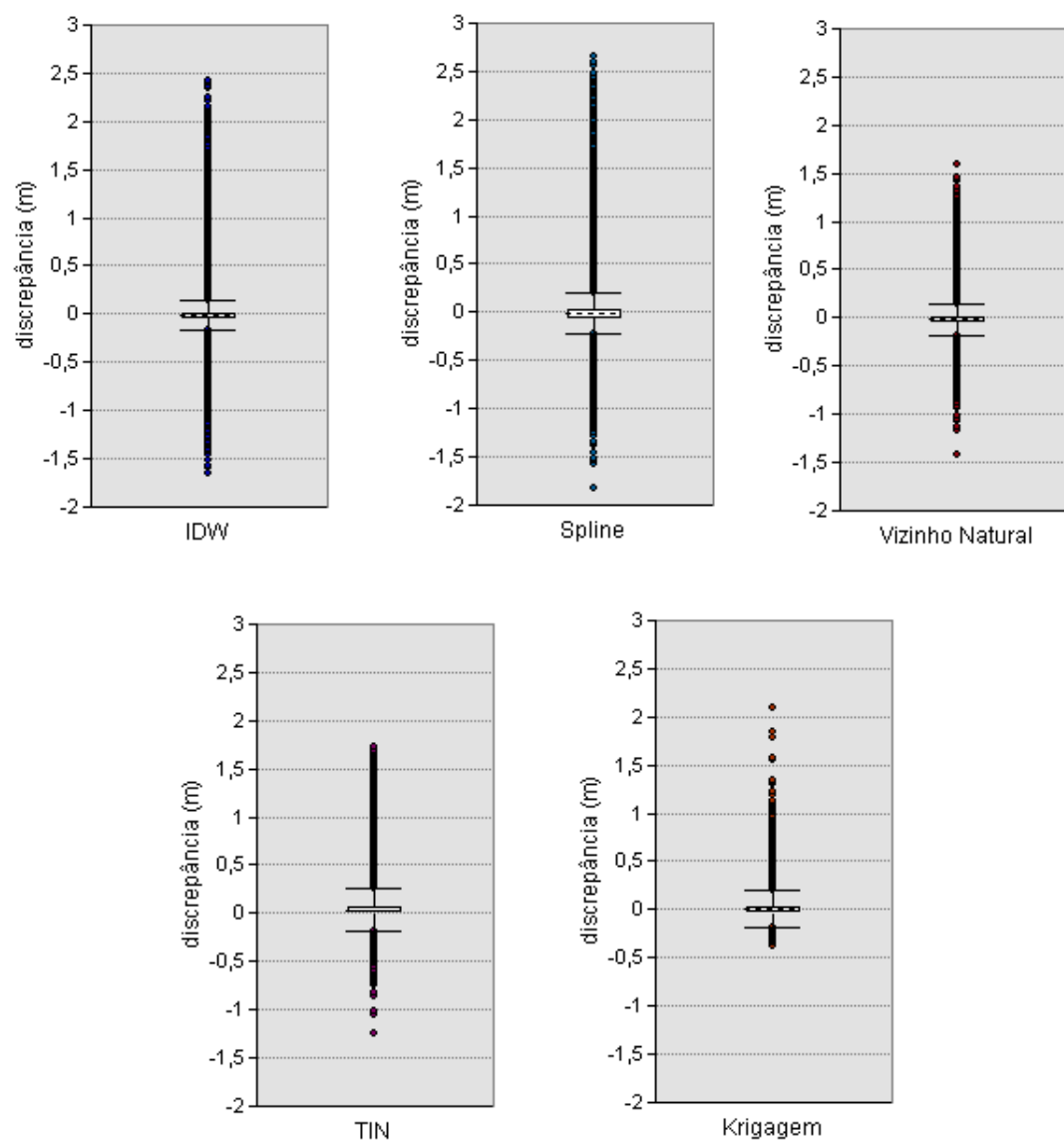


Figura 15: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Sistemática Quadrada com 30 mil pontos.

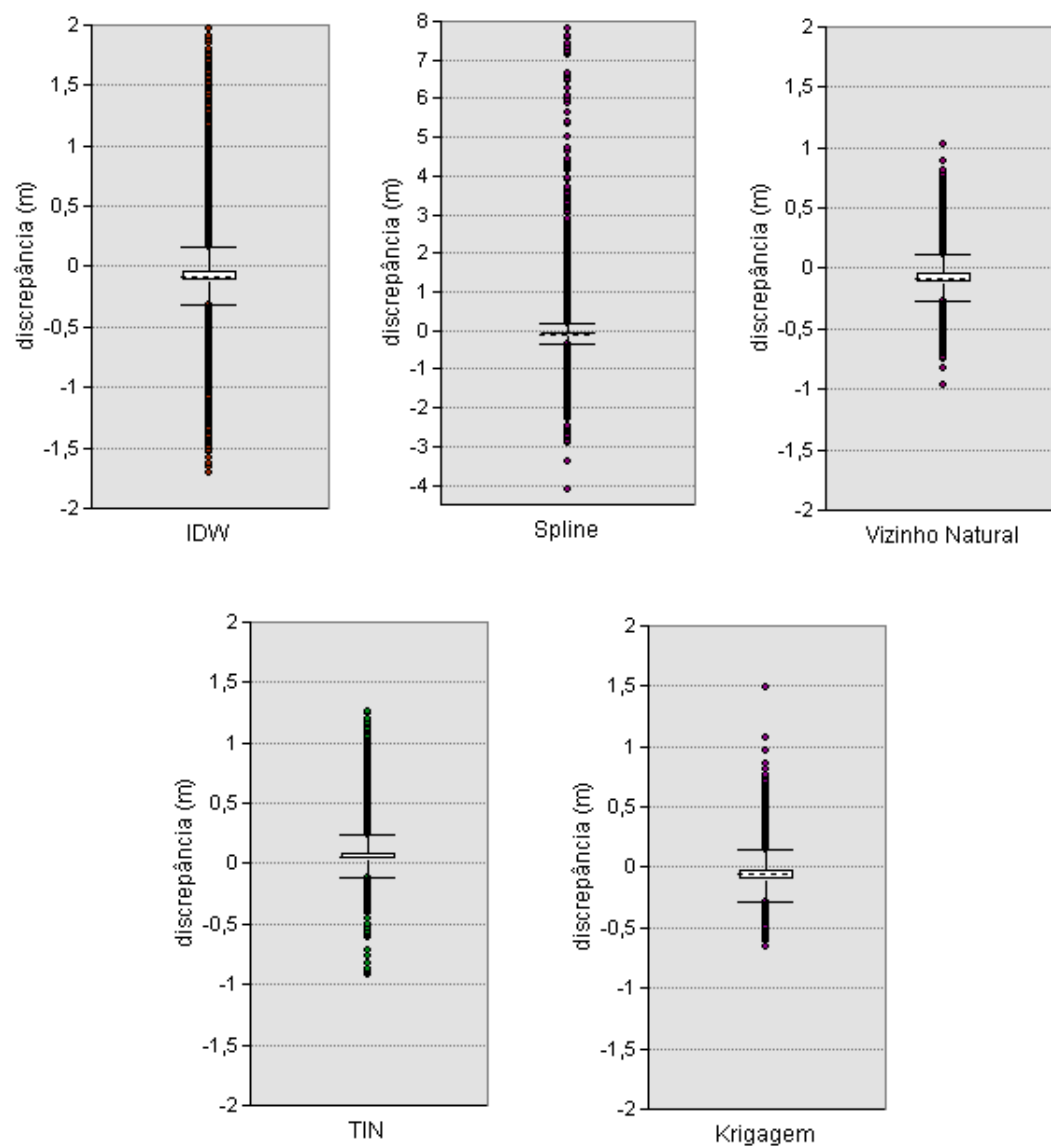


Figura 16: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Sistemática Triangular com 30 mil pontos.

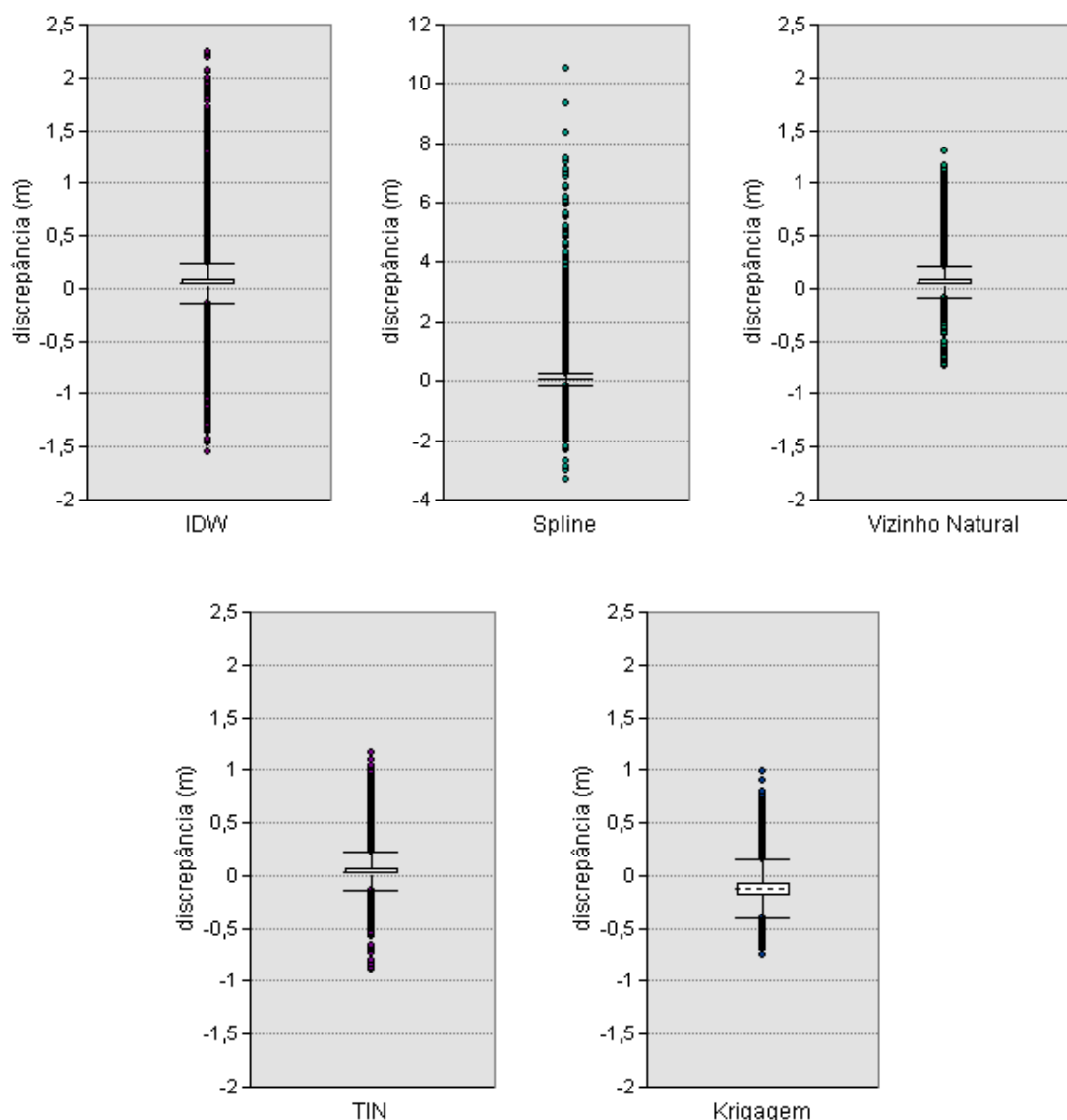


Figura 17: Boxplot das discrepâncias em metros para amostragem Sistemática Hexagonal com 30 mil pontos.

De acordo com os gráficos boxplot é possível analisar valores pertinentes sobre cada interpolador em cada tipo de amostragem, como valor mínimo e valor máximo, mediana e dispersão dos dados o que auxilia na análise do comportamento destes interpoladores, como o caso do interpolador Spline que apresenta, nas amostragens sistemática triangular e hexagonal, valores muito diferentes de intervalos de discrepância, quando comparado aos demais. É possível notar ainda, que em todas as amostragens o interpolador Krigagem possui menor dispersão dos dados, o que mostra através da amplitude do gráfico que este interpolador possui menor variação nas discrepâncias.

Portanto, de posse dos dados de discrepância é possível realizar o controle de qualidade posicional e para avaliação do mesmo foi aplicado o Decreto-lei nº 89.817 procurando atender aos dois requisitos básicos do PEC: “ (i) 90% dos pontos testados

devem possuir discrepâncias posicionais menores ou iguais ao valor do PEC; (ii) o RMS deve ser menor ou igual ao erro padrão (EP) ” (SANTOS et al., 2016).

A Tabela 3 apresenta os resultados da amostragem aleatória, enquanto que as Tabelas 4, 5 e 6, apresentam a amostragem sistemática quadrada, sistemática triangular e sistemática hexagonal respectivamente.

Os resultados apresentados nas Tabelas 3, 4, 5 e 6, informam o valor da média em metros das discrepâncias, RMS em metros das discrepâncias e a classificação quanto ao Decreto Lei para a escala 1:1000 referente a cada interpolador e número de pontos utilizado na amostragem.

Tabela 3: Resultados da amostragem Aleatória quanto classificação de cada interpolador empregado.

Número de Pontos	Aleatória														
	IDW			Spline			Vizinho Natural			TIN			Krigagem		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	0,058	0,202	A	0,060	0,281	A	0,058	0,205	A	0,017	0,213	A	0,058	0,205	A
40000	0,035	0,192	A	0,036	0,268	A	0,036	0,193	A	0,028	0,206	A	0,036	0,193	A
30000	0,021	0,187	A	0,021	0,264	A	0,021	0,185	A	0,027	0,198	A	0,021	0,185	A
20000	0,029	0,190	A	0,028	0,277	A	0,029	0,184	A	0,036	0,195	A	0,029	0,184	A
10000	0,112	0,235	A	0,106	0,339	B	0,113	0,221	A	0,023	0,213	A	0,113	0,221	A
5000	0,079	0,231	A	0,088	0,319	B	0,085	0,195	A	0,025	0,181	A	0,085	0,195	A
4000	0,031	0,225	A	0,046	0,365	B	0,038	0,183	A	0,028	0,189	A	0,038	0,183	A
3000	0,131	0,294	A	0,124	0,429	B	0,138	0,269	A	0,014	0,223	A	0,138	0,269	A
2000	0,059	0,308	B	0,067	0,324	B	0,072	0,201	A	-0,022	0,213	A	0,072	0,201	A
1000	0,134	0,460	B	0,082	0,414	B	0,144	0,298	A	0,031	0,267	A	0,144	0,298	A
500	0,043	0,546	C	0,059	0,403	B	0,092	0,306	B	-0,026	0,315	B	0,092	0,306	B
250	-0,017	0,673	-	-0,002	0,517	C	0,032	0,415	B	0,116	0,432	B	0,032	0,415	B
100	-0,163	1,284	-	-0,031	0,567	C	0,100	0,447	B	-0,039	0,432	B	0,100	0,447	B

Tabela 4: Resultados da amostragem Sistemática Quadrada quanto classificação de cada interpolador empregado.

Número de Pontos	Sistemática Quadrada														
	IDW			Spline			Vizinho Natural			TIN			Krigagem		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	-0,036	0,186	A	-0,031	0,218	A	-0,035	0,151	A	0,049	0,172	A	-0,019	0,115	A
40000	-0,023	0,177	A	-0,022	0,195	A	-0,022	0,144	A	0,048	0,168	A	-0,005	0,108	A
30000	-0,005	0,173	A	-0,002	0,198	A	-0,004	0,141	A	0,053	0,172	A	0,013	0,109	A
20000	0,028	0,172	A	0,030	0,194	A	0,029	0,141	A	-0,104	0,209	A	0,047	0,120	A
10000	0,101	0,200	A	0,104	0,222	A	0,103	0,181	A	-0,015	0,152	A	0,121	0,184	A
5000	-0,037	0,168	A	-0,035	0,191	A	-0,036	0,135	A	0,088	0,184	A	-0,015	0,140	A
4000	0,000	0,165	A	0,003	0,182	A	0,002	0,130	A	0,124	0,221	A	0,025	0,160	A
3000	0,061	0,182	A	0,063	0,204	A	0,064	0,153	A	-0,052	0,174	A	0,087	0,200	A
2000	-0,043	0,191	A	-0,044	0,187	A	-0,043	0,148	A	0,050	0,179	A	-0,018	0,191	A
1000	-0,065	0,240	A	-0,061	0,206	A	-0,059	0,172	A	0,033	0,191	A	-0,030	0,224	A
500	0,004	0,323	B	0,010	0,261	A	0,022	0,242	A	0,117	0,290	A	0,048	0,285	A
250	0,004	0,428	B	-0,026	0,277	A	0,017	0,330	B	0,113	0,365	B	0,015	0,329	B
100	0,038	0,681	-	0,012	0,409	B	0,046	0,395	B	0,137	0,425	B	0,044	0,409	B

Tabela 5: Resultados da amostragem Sistemática Triangular quanto classificação de cada interpolador empregado.

Número de Pontos	Sistemática Triangular														
	IDW			Spline			Vizinho Natural			TIN			Krigagem		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	0,091	0,199	A	0,105	0,386	B	0,096	0,156	A	0,064	0,128	A	-0,108	0,149	A
40000	0,091	0,199	A	0,104	0,322	B	0,096	0,155	A	0,064	0,128	A	-0,107	0,149	A
30000	-0,078	0,180	A	-0,068	0,313	B	-0,075	0,126	A	0,075	0,137	A	-0,063	0,115	A
20000	-0,061	0,171	A	-0,050	0,293	A	-0,057	0,116	A	0,101	0,160	A	-0,052	0,112	A
10000	-0,077	0,170	A	-0,069	0,275	A	-0,074	0,125	A	0,075	0,136	A	-0,058	0,128	A
5000	-0,034	0,146	A	-0,030	0,249	A	-0,030	0,108	A	0,048	0,148	A	-0,011	0,137	A
4000	-0,058	0,159	A	-0,050	0,194	A	-0,054	0,116	A	0,037	0,136	A	-0,032	0,157	A
3000	-0,032	0,150	A	-0,026	0,180	A	-0,027	0,110	A	0,070	0,157	A	-0,004	0,163	A
2000	-0,029	0,155	A	-0,022	0,153	A	-0,023	0,120	A	0,071	0,159	A	0,009	0,193	A
1000	0,019	0,199	A	0,027	0,151	A	0,030	0,154	A	-0,093	0,184	A	0,062	0,234	A
500	0,096	0,298	A	0,112	0,240	A	0,126	0,280	A	0,007	0,252	A	-0,060	0,272	A
250	0,046	0,401	B	0,062	0,252	A	0,090	0,352	B	-0,008	0,341	B	0,092	0,344	B
100	0,040	0,675	-	0,087	0,346	B	0,151	0,476	B	0,017	0,458	B	0,089	0,422	B

Tabela 6: Resultados da amostragem Sistemática Hexagonal quanto classificação de cada interpolador empregado.

Número de Pontos	Sistemática Hexagonal														
	IDW			Spline			Vizinho Natural			TIN			Krigagem		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	0,091	0,199	A	0,106	0,390	B	0,096	0,156	A	0,064	0,128	A	-0,108	0,149	A
40000	0,091	0,198	A	0,103	0,332	B	0,096	0,155	A	0,064	0,128	A	-0,108	0,149	A
30000	0,072	0,185	A	0,088	0,339	B	0,077	0,138	A	0,054	0,122	A	-0,118	0,161	A
20000	-0,069	0,174	A	-0,060	0,308	B	-0,065	0,121	A	0,084	0,142	A	-0,052	0,117	A
10000	-0,050	0,160	A	-0,040	0,250	A	-0,046	0,110	A	0,087	0,148	A	-0,032	0,115	A
5000	0,085	0,183	A	0,090	0,248	A	0,092	0,153	A	0,060	0,130	A	-0,102	0,179	A
4000	-0,053	0,162	A	-0,049	0,210	A	-0,048	0,115	A	0,008	0,129	A	-0,028	0,156	A
3000	-0,046	0,163	A	-0,043	0,157	A	-0,039	0,120	A	0,060	0,165	A	-0,019	0,164	A
2000	0,083	0,198	A	0,089	0,195	A	0,093	0,161	A	0,060	0,143	A	-0,092	0,220	A
1000	0,044	0,219	A	0,055	0,169	A	0,062	0,201	A	-0,052	0,219	A	0,089	0,237	A
500	-0,067	0,293	A	-0,058	0,179	A	-0,043	0,198	A	0,084	0,235	A	-0,021	0,257	A
250	0,007	0,411	B	0,025	0,216	A	0,047	0,250	A	-0,075	0,292	A	0,060	0,325	B
100	-0,111	0,914	-	-0,020	0,358	B	0,025	0,419	B	0,119	0,438	B	-0,011	0,429	B

As Tabelas 7, 8, 9, 10 e 11 apresentam os resultados da média em metros e RMS em metros de cada interpolador individualmente com relação ao MDE de referência inicial que foi gerado com todos os pontos da nuvem de pontos.

Tabela 7: Resultados da interpolação utilizando o interpolador IDW.

Número de Pontos	IDW											
	Sistemática Hexagonal			Sistemática Triangular			Sistemática Quadrada			Aleatória		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	0,091	0,199	A	0,091	0,199	A	-0,036	0,186	A	0,058	0,202	A
40000	0,091	0,198	A	0,091	0,199	A	-0,023	0,177	A	0,035	0,192	A
30000	0,072	0,185	A	-0,078	0,180	A	-0,005	0,173	A	0,021	0,187	A
20000	-0,069	0,174	A	-0,061	0,171	A	0,028	0,172	A	0,029	0,190	A
10000	-0,050	0,160	A	-0,077	0,170	A	0,101	0,200	A	0,112	0,235	A
5000	0,085	0,183	A	-0,034	0,146	A	-0,037	0,168	A	0,079	0,231	A
4000	-0,053	0,162	A	-0,058	0,159	A	0,000	0,165	A	0,031	0,225	A
3000	-0,046	0,163	A	-0,032	0,150	A	0,061	0,182	A	0,131	0,294	A
2000	0,083	0,198	A	-0,029	0,155	A	-0,043	0,191	A	0,059	0,308	B
1000	0,044	0,219	A	0,019	0,199	A	-0,065	0,240	A	0,134	0,460	B
500	-0,067	0,293	A	0,096	0,298	A	0,004	0,323	B	0,043	0,546	C
250	0,007	0,411	B	0,046	0,401	B	0,004	0,428	B	-0,017	0,673	-
100	-0,111	0,914	-	0,040	0,675	-	0,038	0,681	-	-0,163	1,284	-

A Tabela 7 apresenta os resultados do interpolador IDW de acordo com a aplicação das amostragens Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Observa-se por esse esquema que tanto a amostragem Sistemática Hexagonal quanto a Sistemática Triangular apresentam resultados bons com uma classificação “A” até 500 pontos, enquanto que a amostragem aleatória apresentou pior resultado com uma classificação “B” a partir de 2 mil pontos.

Tabela 8: Resultados da interpolação utilizando o interpolador Spline.

Número de Pontos	Spline											
	Sistemática Hexagonal			Sistemática Triangular			Sistemática Quadrada			Aleatória		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	0,106	0,390	B	0,105	0,386	B	-0,031	0,218	A	0,060	0,281	A
40000	0,103	0,332	B	0,104	0,322	B	-0,022	0,195	A	0,036	0,268	A
30000	0,088	0,339	B	-0,068	0,313	B	-0,002	0,198	A	0,021	0,264	A
20000	-0,060	0,308	B	-0,050	0,293	A	0,030	0,194	A	0,028	0,277	A
10000	-0,040	0,250	A	-0,069	0,275	A	0,104	0,222	A	0,106	0,339	B
5000	0,090	0,248	A	-0,030	0,249	A	-0,035	0,191	A	0,088	0,319	B
4000	-0,049	0,210	A	-0,050	0,194	A	0,003	0,182	A	0,046	0,365	B
3000	-0,043	0,157	A	-0,026	0,180	A	0,063	0,204	A	0,124	0,429	B
2000	0,089	0,195	A	-0,022	0,153	A	-0,044	0,187	A	0,067	0,324	B
1000	0,055	0,169	A	0,027	0,151	A	-0,061	0,206	A	0,082	0,414	B
500	-0,058	0,179	A	0,112	0,240	A	0,010	0,261	A	0,059	0,403	B
250	0,025	0,216	A	0,062	0,252	A	-0,026	0,277	A	-0,002	0,517	C
100	-0,020	0,358	B	0,087	0,346	B	0,012	0,409	B	-0,031	0,567	C

A Tabela 8 apresenta os resultados do interpolador Spline de acordo com a aplicação das amostragens Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Nota-se que este interpolador possui melhores resultados de classificação com a amostragem Sistemática Quadrada

enquanto que a amostragem Sistemática Hexagonal e Sistemática triangular possuem classificação contrária ao que normalmente é esperado, classificando dessa forma amostras com maiores números de pontos como “B” enquanto que amostras com menos números de pontos como “A”.

Tabela 9: Resultados da interpolação utilizando o interpolador Vizinho Natural.

Número de Pontos	Vizinho Natural											
	Sistemática Hexagonal			Sistemática Triangular			Sistemática Quadrada			Aleatória		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	0,096	0,156	A	0,096	0,156	A	-0,035	0,151	A	0,058	0,205	A
40000	0,096	0,155	A	0,096	0,155	A	-0,022	0,144	A	0,036	0,193	A
30000	0,077	0,138	A	-0,075	0,126	A	-0,004	0,141	A	0,021	0,185	A
20000	-0,065	0,121	A	-0,057	0,116	A	0,029	0,141	A	0,029	0,184	A
10000	-0,046	0,110	A	-0,074	0,125	A	0,103	0,181	A	0,113	0,221	A
5000	0,092	0,153	A	-0,030	0,108	A	-0,036	0,135	A	0,085	0,195	A
4000	-0,048	0,115	A	-0,054	0,116	A	0,002	0,130	A	0,038	0,183	A
3000	-0,039	0,120	A	-0,027	0,110	A	0,064	0,153	A	0,138	0,269	A
2000	0,093	0,161	A	-0,023	0,120	A	-0,043	0,148	A	0,072	0,201	A
1000	0,062	0,201	A	0,030	0,154	A	-0,059	0,172	A	0,144	0,298	A
500	-0,043	0,198	A	0,126	0,280	A	0,022	0,242	A	0,092	0,306	B
250	0,047	0,250	A	0,090	0,352	B	0,017	0,330	B	0,032	0,415	B
100	0,025	0,419	B	0,151	0,476	B	0,046	0,395	B	0,100	0,447	B

Na Tabela 9 são apresentados os resultados do interpolador Vizinho Natural de acordo com a aplicação das amostragens Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Semelhantemente ao interpolador TIN o interpolador Vizinho Natural possui como melhor resultado a amostragem Sistemática Hexagonal com classificação “A” até 250 pontos, enquanto a pior amostragem foi a Aleatória com classificação “B” a partir de 500 pontos.

Tabela 10: Resultados da interpolação utilizando o interpolador TIN.

Número de Pontos	TIN											
	Sistemática Hexagonal			Sistemática Triangular			Sistemática Quadrada			Aleatória		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	0,064	0,128	A	0,064	0,128	A	0,049	0,172	A	0,017	0,213	A
40000	0,064	0,128	A	0,064	0,128	A	0,048	0,168	A	0,028	0,206	A
30000	0,054	0,122	A	0,075	0,137	A	0,053	0,172	A	0,027	0,198	A
20000	0,084	0,142	A	0,101	0,160	A	-0,104	0,209	A	0,036	0,195	A
10000	0,087	0,148	A	0,075	0,136	A	-0,015	0,152	A	0,023	0,213	A
5000	0,060	0,130	A	0,048	0,148	A	0,088	0,184	A	0,025	0,181	A
4000	0,008	0,129	A	0,037	0,136	A	0,124	0,221	A	0,028	0,189	A
3000	0,060	0,165	A	0,070	0,157	A	-0,052	0,174	A	0,014	0,223	A
2000	0,060	0,143	A	0,071	0,159	A	0,050	0,179	A	-0,022	0,213	A
1000	-0,052	0,219	A	-0,093	0,184	A	0,033	0,191	A	0,031	0,267	A
500	0,084	0,235	A	0,007	0,252	A	0,117	0,290	A	-0,026	0,315	B
250	-0,075	0,292	A	-0,008	0,341	B	0,113	0,365	B	0,116	0,432	B
100	0,119	0,438	B	0,017	0,458	B	0,137	0,425	B	-0,039	0,432	B

A Tabela 10 apresenta os resultados do interpolador TIN de acordo com a aplicação das amostragens Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Para este interpolador a amostragem que sobressaiu foi a Sistemática Hexagonal com classificação “A” até 250

pontos, enquanto a pior amostragem foi a Aleatória com classificação “B” a partir de 500 pontos.

Tabela 11: Resultados da interpolação utilizando o interpolador Krigagem.

Número de Pontos	Krigagem											
	Sistemática Hexagonal			Sistemática Triangular			Sistemática Quadrada			Aleatória		
	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe	Média	RMS	Classe
50000	-0,108	0,149	A	-0,108	0,149	A	-0,019	0,115	A	0,058	0,205	A
40000	-0,108	0,149	A	-0,107	0,149	A	-0,005	0,108	A	0,036	0,193	A
30000	-0,118	0,161	A	-0,063	0,115	A	0,013	0,109	A	0,021	0,185	A
20000	-0,052	0,117	A	-0,052	0,112	A	0,047	0,120	A	0,029	0,184	A
10000	-0,032	0,115	A	-0,058	0,128	A	0,121	0,184	A	0,113	0,221	A
5000	-0,102	0,179	A	-0,011	0,137	A	-0,015	0,140	A	0,085	0,195	A
4000	-0,028	0,156	A	-0,032	0,157	A	0,025	0,160	A	0,038	0,183	A
3000	-0,019	0,164	A	-0,004	0,163	A	0,087	0,200	A	0,138	0,269	A
2000	-0,092	0,220	A	0,009	0,193	A	-0,018	0,191	A	0,072	0,201	A
1000	0,089	0,237	A	0,062	0,234	A	-0,030	0,224	A	0,144	0,298	A
500	-0,021	0,257	A	-0,060	0,272	A	0,048	0,285	A	0,092	0,306	B
250	0,060	0,325	B	0,092	0,344	B	0,015	0,329	B	0,032	0,415	B
100	-0,011	0,429	B	0,089	0,422	B	0,044	0,409	B	0,100	0,447	B

Na Tabela 11 são apresentados os resultados do interpolador Krigagem de acordo com a aplicação das amostragens Aleatória, Sistemática Quadrada, Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Percebe-se que neste caso o interpolador Krigagem resultou em boas classificações tanto para as amostragens Sistemática Hexagonal, Triangular e Quadrada, enquanto que a amostragem aleatória resultou na pior classificação com “B” a partir de 500 pontos.

Os resultados das Tabelas 3, 4, 5 e 6, foram representados em gráficos (Figuras 18, 19, 20 e 21) para melhor discussão dos resultados apresentados, estes gráficos relacionam o número de pontos e o respectivo RMS em metros obtido para cada amostragem (Amostragem Aleatória, Amostragem Sistemática Quadrada, Amostragem Sistemática Triangular e Sistemática Hexagonal).

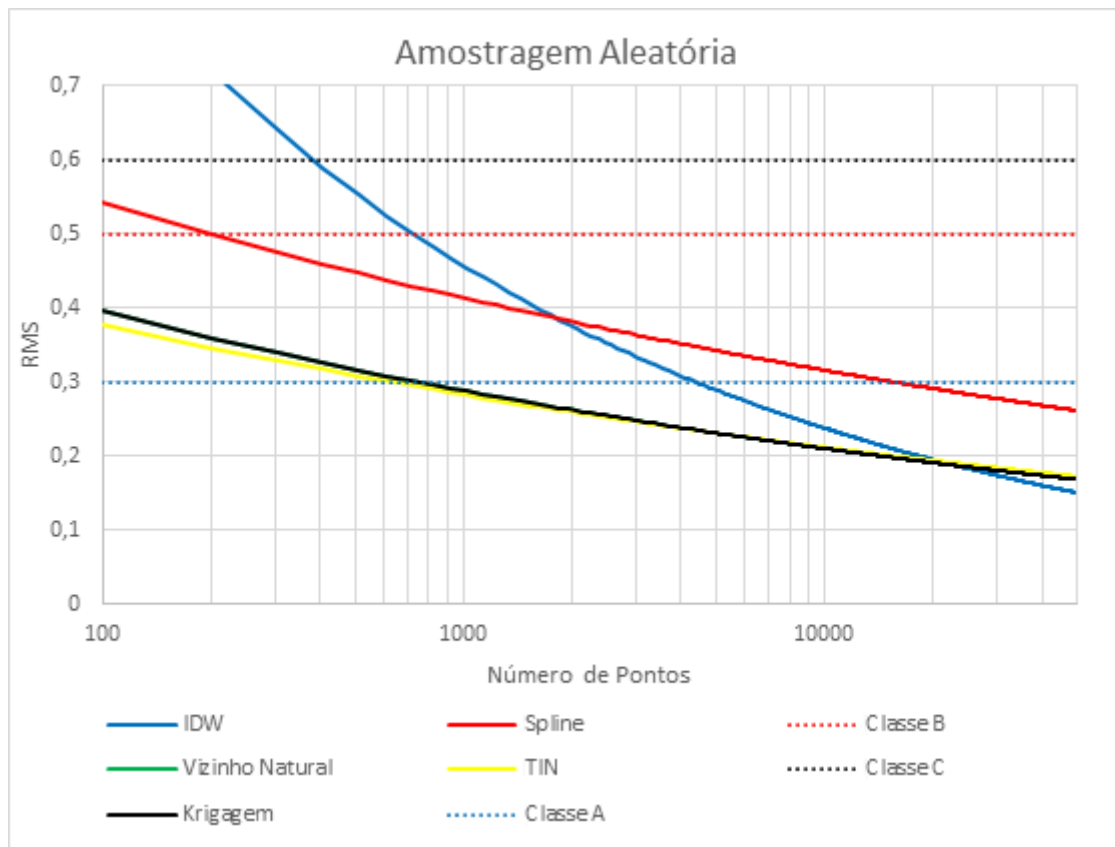


Figura 18: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Aleatória.

De acordo com os resultados da amostragem Aleatória apresentados pela Tabela 3 e no gráfico da Figura 18 acima, para os interpoladores IDW, Spline, Vizinho Natural, TIN e Krigagem, com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Observa-se que os interpoladores Krigagem, Vizinho Natural e TIN possuem a mesma classificação “A” até 1mil pontos, o que faz com que no gráfico acima os interpoladores TIN e Vizinho Natural coincidam. Quanto aos interpoladores IDW e Spline ambos possuíram uma classificação inferior quando comparados aos anteriores, porém o IDW ainda assim se sobressaiu com melhores valores, com classificação “A” até 3mil pontos, enquanto que o interpolador Spline a classificação “B” já começa a partir dos 10 mil pontos.

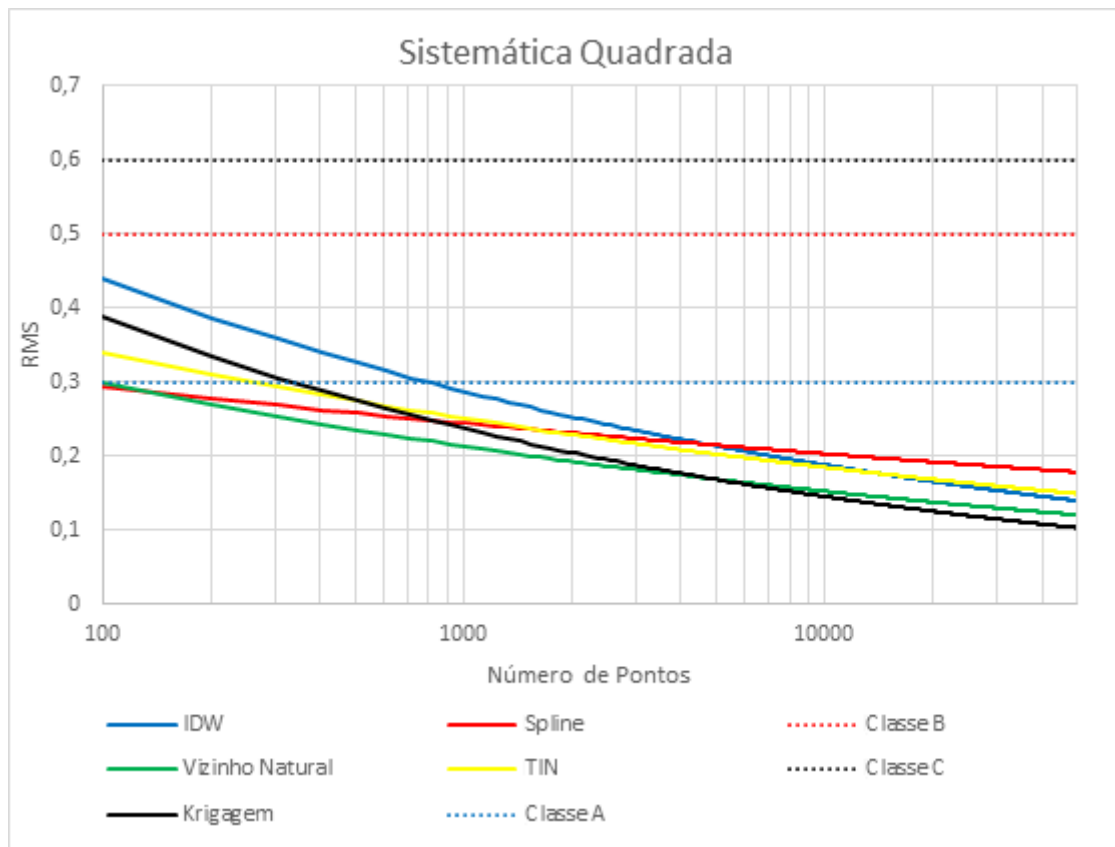


Figura 19: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Quadrada.

Segundo os resultados apresentados para amostragem Sistemática Quadrada na Tabela 4 e no gráfico da Figura 19 acima, para os interpoladores para os interpoladores IDW, Spline, Vizinho Natural, TIN e Krigagem, com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Pode-se perceber que o interpolador Spline possui melhor resultado com classificação “A” até 250 pontos seguido pelos interpoladores Krigagem, Vizinho Natural e TIN que apresentaram classificação “A” até 500 pontos. Para a amostragem sistemática quadrada o pior interpolador foi o IDW com classificação “B” começando pelos 500 pontos.

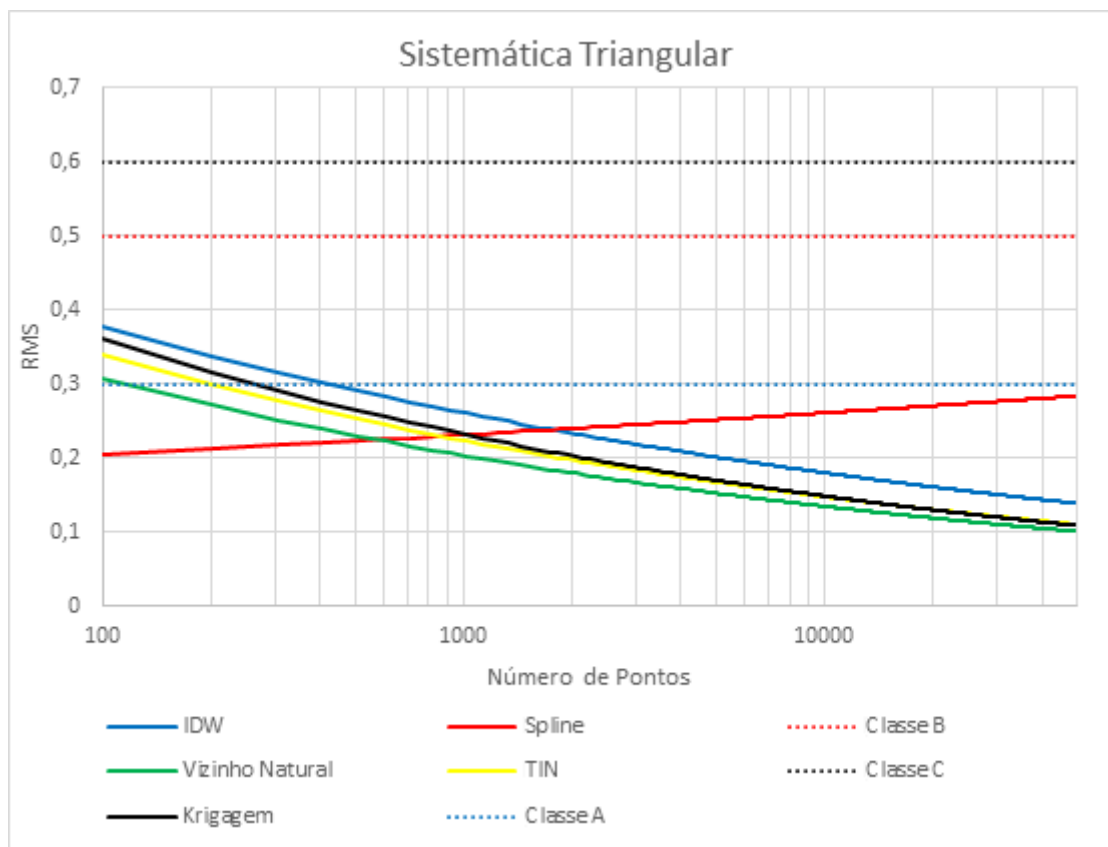


Figura 20: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Triangular.

Quanto aos resultados da amostragem Sistemática Triangular apresentados pela Tabela 5 e pelo gráfico da Figura 20 acima, para os interpoladores IDW, Spline, Vizinho Natural, TIN e Krigagem, com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Observa-se que os interpoladores IDW, TIN, Krigagem e Vizinho Natural apresentaram melhores resultados com classificação “A” até 500 pontos, porém diferem pelo fato de que o interpolador IDW não possui classificação para 100 pontos, enquanto que os restantes possuíram classificação “B”.

Quanto ao interpolador Spline a classificação para este tipo de amostragem resultou em uma classificação “B” para as amostras com maior quantidade de pontos 50mil até 30 mil, e classificação “A” para as amostras com 20 mil até 250 pontos, e voltando para a classificação “B” em 100 pontos, ao contrário dos demais interpoladores. Este fato pode ser explicado pela formulação deste interpolador, que consiste em um conjunto de polinômios aplicáveis individualmente a um subconjunto de observações que implica em superfícies suavizadas que podem gerar ondulações que não existem nos

dados originais. Assim, devido a forma com que os polinômios se ajustam a superfície podem haver valores anômalos.

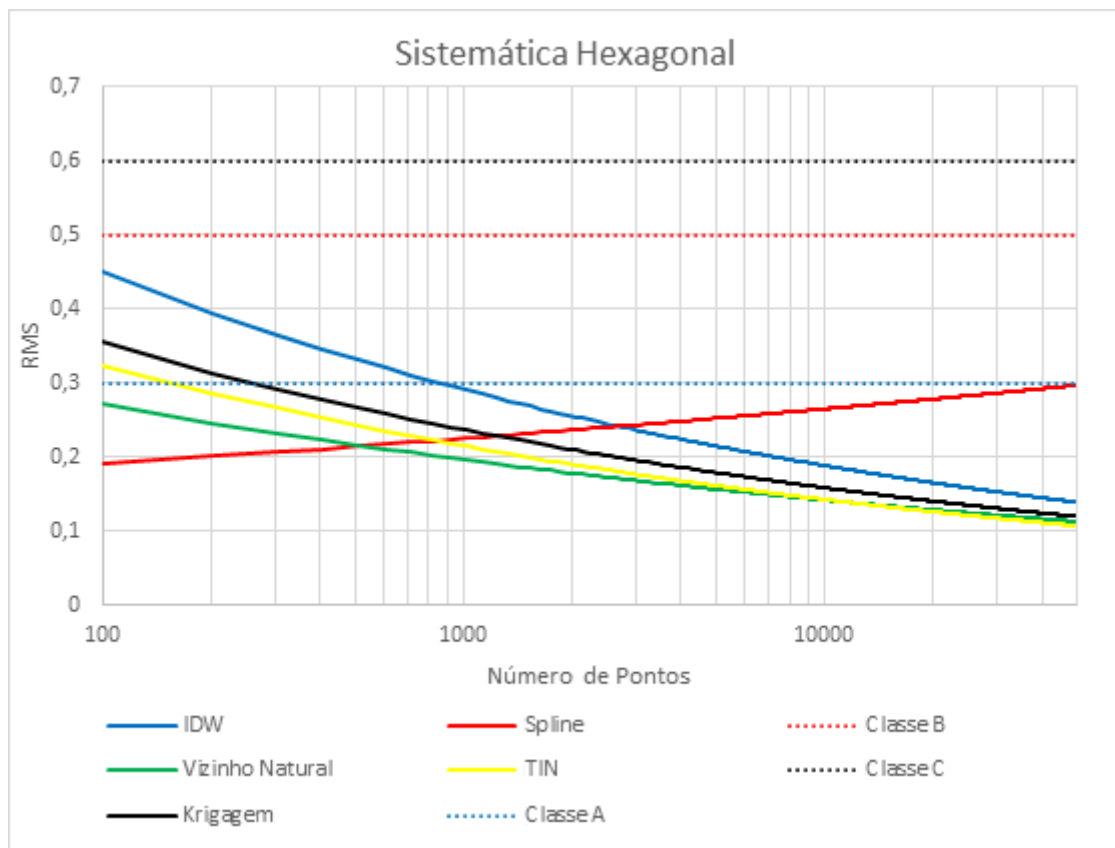


Figura 21: Gráfico representando o valor do RMS em metros das discrepâncias em relação Número de pontos para a Amostragem Sistemática Hexagonal.

De acordo com os resultados para a amostragem Sistemática Hexagonal apresentados na Tabela 6 e no gráfico da Figura 21 acima, para os interpoladores IDW, Spline, Vizinho Natural, TIN e Krigagem, com um total de 50 mil, 40 mil, 30 mil, 20 mil, 10 mil, 5 mil, 4 mil, 3 mil, 2 mil, 1 mil, 500, 250, 100 pontos (Tabela 2). Notavelmente os interpoladores TIN e Vizinho Natural possuíram melhores resultados com classificação “A” até 250 pontos, seguidos pelos interpoladores Krigagem e IDW com a mesma classificação até 500 pontos, com um diferencial que a Krigagem se sobressai por possuir classificação “B” para 100 pontos enquanto que o interpolador IDW não possui classificação.

Semelhante ao acontecido com a amostragem Sistemática Triangular, o interpolador Spline possui uma classificação diferentes dos demais. Este interpolador obtém inicialmente uma classificação “B” para as amostras com maior quantidade de

pontos 50mil até 20 mil, e classificação “A” para as amostras com 20 mil até 250 pontos, retornando para a classificação “B” em 100 pontos.

Existem casos em que a classificação é a mesma para todos os interpoladores testados sendo necessário recorrer aos valores do RMS presentes nas Tabelas 7, 8, 9, 10 e 11, onde o RMS com menor valor é o melhor, pois quanto menor o RMS melhor a modelagem do terreno.

Sendo assim, de acordo com os resultados apresentados, pode-se notar que o melhor grid amostral foi o da amostragem Sistemática Hexagonal, enquanto que os interpoladores que sobressaíram aos demais foram TIN e Vizinho Natural que possuíram resultados idênticos e Krigagem que classificou diferentemente a amostragem Sistemática Hexagonal com 250 pontos dos demais. Em relação ao número de pontos, percebe-se que MDE's com boas classificações são gerados com até 250 pontos em alguns casos, porém é necessário ressaltar que mesmo que a classificação para uma amostragem com poucos pontos esteja de acordo com os padrões de qualidade cartográfica, é necessário avaliar o RMS desta classificação, pois um MDE com o RMS melhor é mais confiável em termos de qualidade. Nesse sentido o esforço computacional entre amostras de 250 pontos e 3 mil pontos é razoavelmente o mesmo, quando comparado a amostras de 50 mil e 30 mil pontos, portanto é aconselhável a utilização de amostragem com mais pontos para a geração de MDE's de qualidade.

5. CONCLUSÕES

Mediante os resultados obtidos com a análise dos métodos de amostragem e interpolação empregados nesta pesquisa para modelagem digital de terreno utilizando dados de Laser Scanner terrestre, conclui-se que para as técnicas de amostragem o melhor grid amostral é o Hexagonal, uma vez que a amostragem Sistemática Hexagonal se sobressaiu as demais de acordo com os resultados apresentados. Sua aplicação apresentou resultados superiores em todos os interpoladores com exceção ao interpolador Spline. Ainda sobre as técnicas de amostragem, é possível notar que a amostragem aleatória na maioria dos casos (com exceção ao interpolador Spline) foi o pior grid amostral, possuindo sempre resultados piores que os demais grids.

Quanto as técnicas de interpolação, conclui-se que os melhores interpoladores foram TIN e Vizinho Natural que possuíram resultados idênticos e Krigagem que classificou diferentemente a amostragem Sistemática Hexagonal com 250 pontos dos demais.

É importante ressaltar que o interpolador Spline possui comportamento anômalo ao esperado. Espera-se normalmente que quanto maior o número de pontos em uma amostra melhor seja sua caracterização da variável em estudo, uma vez que melhor representaria a população como um todo, portanto, MDE's gerados a partir de amostras mais numerosas devem resultar em MDE's de melhor qualidade. No entanto, quando se trata do interpolador Spline o que ocorre é exatamente o inverso para os grids amostrais: Sistemático Hexagonal e Sistemático Triangular. Nota-se que para estes grids quanto maior o número de pontos em uma amostra, pior é a classificação resultante; enquanto que a medida que vão diminuindo o número de pontos das amostras, melhor é o resultado da classificação. Isto pode ser explicado pela formulação deste interpolador, que com quantidades pequenas de pontos é possível que os polinômios gerem superfícies mais suaves com modelagens mais adequadas, encontrando dificuldade em realizar a interpolação com maiores quantidades de informações.

Em relação aos valores de RMS, nota-se que com exceção à amostragem aleatória, todos os demais casos estudados para esta área, a partir de um limiar de 5 mil pontos amostrais o valor de RMS estabiliza abaixo de 0,2 metros atribuindo assim, classificação A aos MDE's testados. Dessa forma, ao utilizar de grande quantidade de dados para gerar modelos digitais de elevação, a depender da finalidade a qual se destina o produto gerado, não importa o design do grid amostral, da mesma forma que com exceção ao Spline, dentre os interpoladores estudados todos geraram MDE's fidedignos.

Como recomendações para trabalhos futuros tem-se a proposição de um estudo em outras áreas com diferentes configurações de relevo com o intuito de analisar o comportamento dos grids amostrais e interpoladores para diferentes tipos e formas de MDE's; bem como, analisar outras formas de avaliar a discrepância, não somente pixel a pixel, como cálculos de discrepância entre amostras de mesmo tamanho ou discrepâncias pontuais; analisar outra forma de validação dos resultados com MDE de referência, e incorporar aplicações estatísticas como forma de auxiliar na avaliação de qualidade do produto gerado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, F. C. S., **Monorrestituição de imagem de alta resolução QUICKBIRD ii apoiado no MDE obtido com dados do sistema Laser Scanner.** In: Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas da Universidade Federal do Paraná. Curitiba, 2005.

AFONSO, J. M. N. L. D., **Filtragem de nuvens de pontos para geração de Modelos Digitais do Terreno.** In: Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Informática 2º Semestre, 2013/2014.

ARAÚJO, C. F., MELLO, E. L., SILVA, B. B., MERCANTE, E., GOLIN, G. M., **Comparação de técnicas de interpolação para espacialização da precipitação pluvial na bacia do rio Piquiri (PR).** In: Anais XVII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, João Pessoa-PB, Brasil, 25 a 29 de abril de 2015.

BEIRÃO, C. C. B., **O potencial do Laser scanner terrestre para o inventário do patrimônio arquitetônico.** In: Dissertação de Mestrado em Cadastro Técnico Multifinalitário e Gestão Territorial, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2011.

CAMARGO, E. C. G., **GEOESTATÍSTICA: FUNDAMENTOS E APLICAÇÕES.** In: CAMARA, G.; MEDEIROS, J. S. Geoprocessamento em Projetos Ambientais. 2ª ed. São José dos Campos: INPE, 1998. Cap 5, 36p.

CENTENO, J. S., **Identificação de prédios a partir de dados altimétricos obtidos com laser scanner.** Departamento de Geomática - UFPR- Centro Politécnico - 81.531.990 Curitiba, sd.

DAL POZ, A. P., **Filtragem de dados de varredura a laser: Princípios e exemplos.** In: Anais XVI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 13 a 18 de abril de 2013, INPE.

EGG, G. C., **GERAÇÃO DE MODELOS DIGITAIS DE SUPERFÍCIE COMPOSTOS UTILIZANDO IMAGENS DO SENSOR PRISM/ALOS.** In: Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, Viçosa-Minas Gerais, 2012.

ENVIRONMENTAL SYSTEMS RESEARCH INSTITUTE (ESRI). In: ArcGIS Desktop v10.2 Help, 3D Analyst, 2016.

ET-ADGV - Especificação Técnica para a Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais, In: Infra-Estrutura Nacional De Dados Espaciais, Diretoria De Serviço Geográfico Do Exército – Dsg, 2009.

FELGUEIRAS, C. A., **Modelagem numerica de terreno.** In: CÂMARA, Gilberto; DAVIS, Clodoveu; MONTEIRO, Antônio Miguel Vieira (Ed.). Introdução à ciência da geoinformação. São José dos Campos: INPE, 2001. p. 38. (INPE-8081-PRE/3896).

FELGUEIRAS, C. A.; ERTHAL, G. J.; DIAS, L. A. V.; PAIVA, J. A. C.; CAMARA NETO, G., **Um sistema de modelagem digital de terreno para microcomputadores.** In: SEMINÁRIO INTEGRADO DE SOFTWARE E HARDWARE,14.; CONGRESSO NATIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 10., 1987, Salvador, BR. (campo ausente ou vazio: 'booktitle') 1987. p. 280-289. (INPE-4170-PRE/1067).

FELGUEIRAS, C. A.; URASHIMA, C. A.; SOARES, M. L. C. P., **Geração de modelos de grade triangular em ambiente de microcomputador.** In: SIMPÓSIO LATINO-AMERICANO EN PERCEPCION REMOTA,4.; REUNION PLENARIA SELPER,9.; CONFERENCIA SELPER SOBRE AVHRR,1., 1989, Bariloche, AR. (campo ausente ou vazio: 'booktitle') 1989. p. 8. (INPE-4974-PRE/1539).

FELGUEIRAS, C. A., **Modelagem Ambiental com Tratamento de Incertezas em Sistemas de Informação Geográfica: O Paradigma Geoestatístico por Indicação.** In: Tese de Doutorado em Computação Aplicada, INPE - São José dos Campos, 2001.

FERNANDES, M. C. & MENEZES, P. M. L., **Avaliação de métodos de geração de MDE para a obtenção de observações em superfície real: um estudo de caso no maciço da Tijuca-RJ.** In: Anais XII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, Goiânia, Brasil, 16-21, 2005, INPE, p. 2985-2992.

FERREIRA, I. O., SANTOS, G. R., RODRIGUES, D. D., **Estudo sobre a utilização adequada da Krigagem na representação computacional de superfícies batimétricas.** In: Revista Brasileira de Cartografia (2013) N0 65/5: 831-842 Sociedade Brasileira de Cartografia, Geodésia, Fotogrametria e Sensoriamento Remoto ISSN: 1808-0936

GIACOMIN, G., CARVALHO, M. B., SANTOS, A. P., MEDEIROS, N. G. M., FERRAZ, A. S., **Análise comparativa entre métodos interpoladores de modelos de superfícies.** In: Revista Brasileira de Cartografia, No 66/6: 1315-1329, 2014 (ISSN:1808-0936) – 2012.

GONÇALES, R., **Dispositivo de varredura laser 3d terrestre e suas aplicações na engenharia, com ênfase em túneis.** In: Dissertação de Mestre em Engenharia de Transportes, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

Hutchinson, M. F., A new procedure for gridding elevation and stream line data with automatic removal of spurious pits. Journal of Hydrology, 106, 1989.

INTERNATIONAL ORGANIZATION OF STANDARDIZATION, Geographic-ISO 19157: information – Data quality, Switzerland, 2013.

LI, Z., ZHU, Q. GOLD, C., **Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology.** Boca Raton: CRC press. 2005.

LUIZ, A. J. B., **Estatísticas agrícolas por amostragem auxiliadas pelo sensoriamento remoto.** In: INPE-15661-TDI/1437 INPE. São José dos Campos, 2009.

MARCUZZO, F. N., ANDRADE, L. R., MELO, D. C. R., **Métodos de Interpolação Matemática no Mapeamento de Chuvas do Estado do Mato Grosso**. In: Revista Brasileira de Geografia Física 04 – 2011.

MARION, F. A., SANTOS, E. B., HENDGES, E. R., **Análise de modelos digitais de elevação para modelagem do relevo no município de Francisco Beltrão – PR**. In: Rev. Geogr. Acadêmica v.9, n.2 ISSN 1678-7226, 2015.

MARTINS, V. A., **Amostragem probabilística e imagens de satélite para estimativa de área de citros**. In: INPE-16622-TDI/1596 São José dos Campos, 2009.

MATOS, J. L., **Fundamentos de Informação Geográfica**. Ed. Libel, Lisboa. 2008.

MATOS, R. C. M. & CANDEIAS, A. L. B., **Mapeamento de radiação solar fotossinteticamente ativa e interpoladores**. In: II Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnológicas da Geoinformação. Recife – PE, 2008.

MAUNE, D. F., **Digital elevation model technologies and applications: the DEM users manual**. [SI]: ASPRS (The imaging & Geospatial Information Society) 2001.

MICELI, B. S.; DIAS, F. M.; SEABRA, F. M.; SANTOS, P. R. A.; FERNANDES, M. C., **Avaliação Vertical De Modelos Digitais De Elevação (Mdes) Em Diferentes Configurações Topográficas Para Médias E Pequenas Escalas**. In: Revista Brasileira de Cartografia No 63/01, 2011. (ISSN 0560-4613).

MORO, R. C. e CENTENO, J. A. S., **Filtragem e Classificação de Nuvem de Pontos Para a Geração de Modelo Digital De Terreno**. In: III Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação Recife - PE, 2010 p. 000-005.

NBR 13.133 – **Execução de levantamento topográfico**. In: Associação Brasileira de Normas Técnicas. Rio de Janeiro, Maio, 1994.

NOGUEIRA JR., J. B., **Controle de qualidade de produtos cartográficos: uma proposta metodológica**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cartográfica) – UNESP, Campus Presidente Prudente, Presidente Prudente. 2003.

NOGUEIRA JR., J. B., MONICO, J. F. G., TACHIBANA, V. M., **Tamanho da amostra no controle de qualidade posicional de dados cartográficos**. In: Bol. Ciênc. Geod., sec. Artigos, Curitiba, v. 10, no 1, p.101-112, jan-jun, 2004.

OLIVEIRA, L. F., **Análise de modelos digitais de superfície gerados a partir de imagens do sensor PRISM/ALOS**. In: Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, Viçosa Minas Gerais, 2011.

PAVÃO, C. G., ROIG, H. L., MENEZES, P. H. B. J., FRANÇA, G. S. L. A., ALVES, R. R., **Metodologias de interpolação espacial aplicada a dados de espessura crustal na Bacia do Paraná**. In: Anais XV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, Curitiba, PR, Brasil, 30 de abril a 05 de maio de 2011.

RIGHI, E., BASSO, L. A., **Aplicação e análise de técnicas de interpolação para espacialização de chuvas.** Ambiência Guarapuava (PR) v.12 n.1 p. 101 - 117 Jan./Abr. 2016.

RODRIGUES, D. D., **Topografia: Planimetria para Engenheiros Agrimensores e Cartógrafos.** (em desenvolvimento). Notas de Aula. Universidade Federal de Viçosa. 2008.

SAITO, N. S., **Modelos digitais de elevação na sub-bacia hidrográfica do córrego horizonte, alegre-espírito santo.** In: Dissertação (Pós-Graduação em Ciências Florestais do Centro de Ciências Agrárias) Universidade Federal do Espírito Santo. Jerônimo Monteiro, Espírito Santo, 2011.

SANTOS, A. P., **Avaliação da Acurácia Posicional em Dados Espaciais com o uso da Estatística Espacial.** In: Dissertação para obtenção de grau Mestre em Engenharia Civil, viçosa, 2010.

SANTOS, A. P., RODRIGUES, D. D., SANTOS, N. T., GRIPP, J., **Avaliação da acurácia posicional em dados espaciais utilizando técnicas de estatística espacial: proposta de método e exemplo utilizando a norma brasileira.** In: Boletim de Ciências Geodésicas, Vol. 22, 2016.

SANTOS, G. R., OLIVEIRA, M. S., LOUZADA, J. M., SANTOS, A. M. R. T., **KRIGAGEM SIMPLES versus KRIGAGEM UNIVERSAL: QUAL O PREDITOR MAIS PRECISO?** In: Revista Energia na Agricultura ISSN 1808-8759 Botucatu, vol. 26, n.2, 2011, p.49-55.

SANTOS, G. R., **Hierarquização geométrica dos preditores geoestatísticos.** Tese (Doutorado em Estatística e Experimentação Agropecuária) – Setor de Ciências Exatas, Universidade Federal de Lavras, Lavras. 2010.

SOUZA, J. L. L. L., GOMES, T. S. Dias, R. S. OLIVEIRA, G. M. A., SANTOS, R. L., **Avaliação de métodos de interpolação aplicados à espacialização das chuvas no território identidade Portal do Sertão / Bahia.** In: Anais XV Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, Curitiba, PR, Brasil, 30 de abril a 05 de maio de 2011.

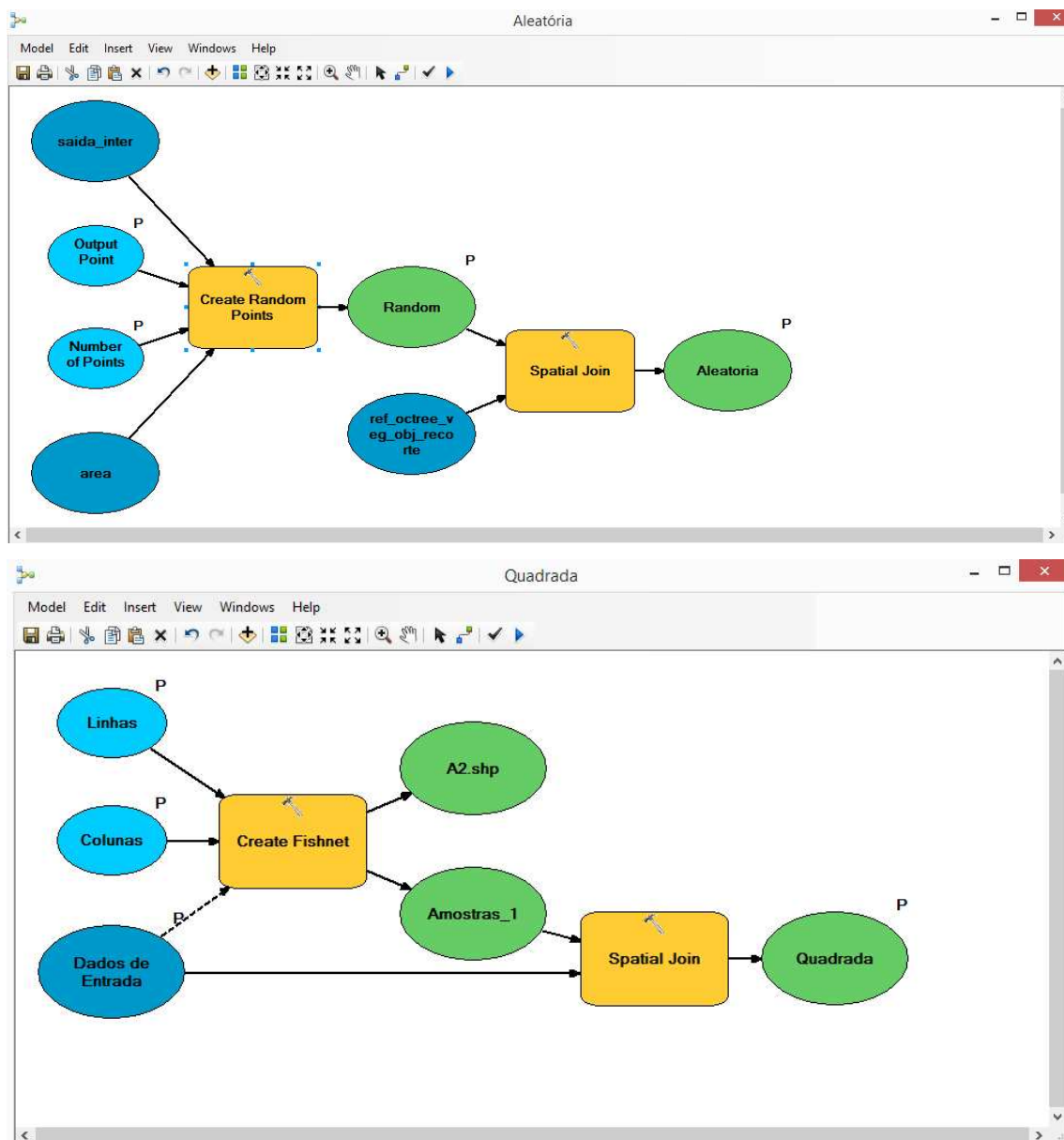
VALERIANO, M., **Modelo Digital De Elevação com dados SRTM disponíveis para a América Do Sul.** In: INPE-10550-RPQ/756, São José dos Campos, 2004.

VIEIRA, S. R., GEOESTATÍSTICA APLICADA A AGRICULTURA DE PRECISÃO. Disponível em:
<http://www.ufrrj.br/institutos/it/deng/varella/Downloads/IT190_principios_em_agricultura_de_precisao/livros/Capitulo_5.pdf> Campinas, 2000.

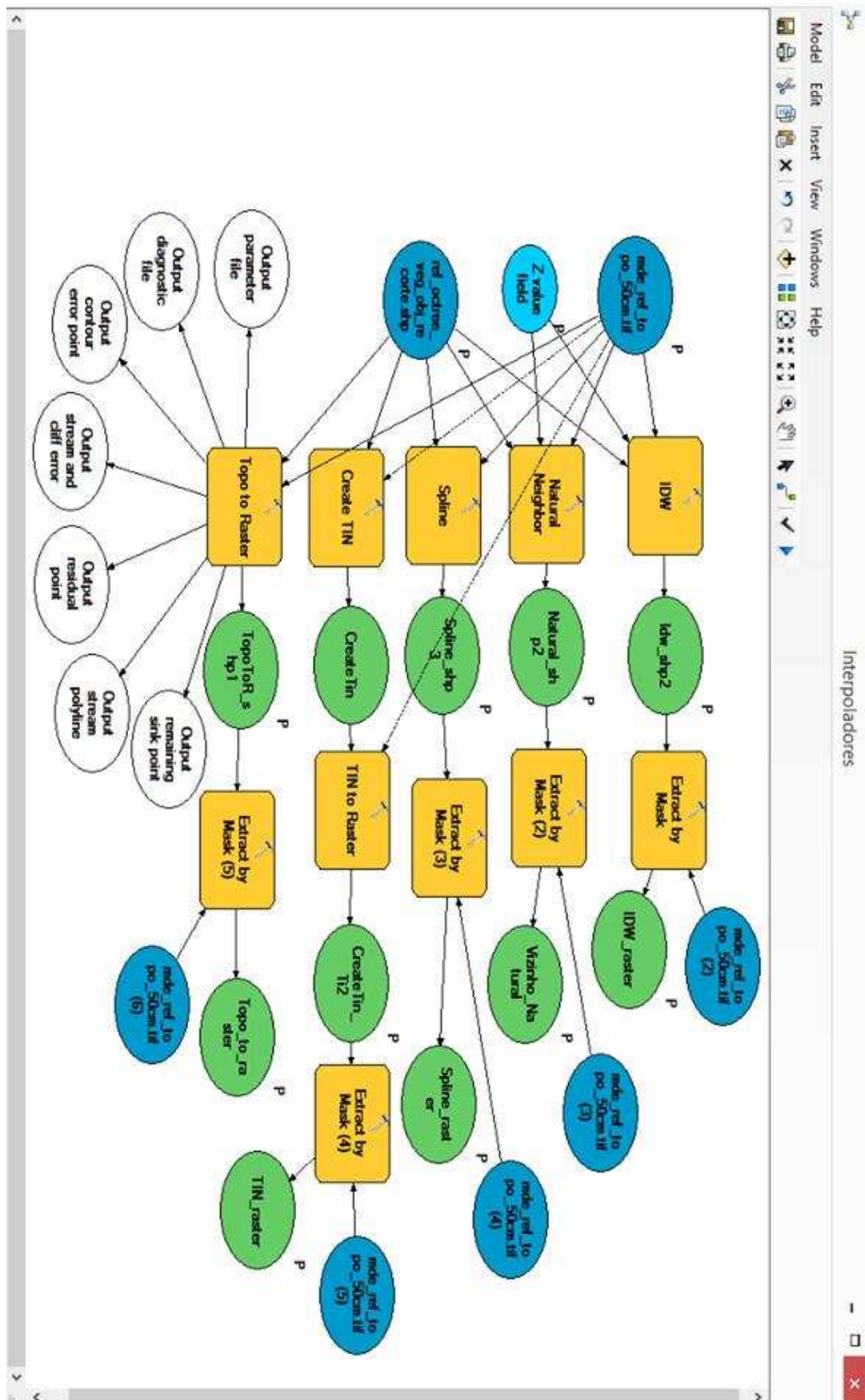
WONG, D.W.S., LEE, J., **Statistical analysis of geographic information with ArcView GIS and ArcGIS.** Editora John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2005.

YAMAMOTO, J. K., LANDIM, P. M. B., **GEOESTATÍSTICA, conceitos e aplicações.** Editora:Oficina de Textos, Edição Digital Inc., São Paulo; 2015.

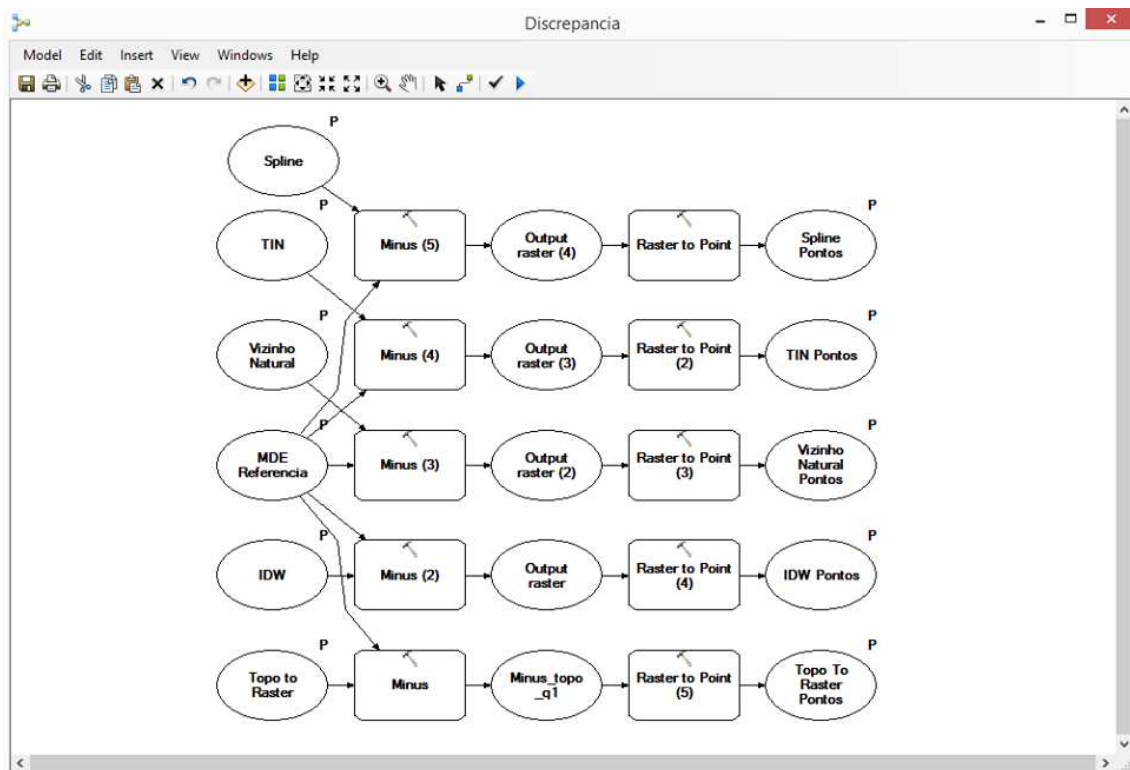
APÊNDICE 1



APÊNDICE 2



APÊNDICE 3



APÊNDICE 4

```
# Script criado por Afonso P. Santos - 2016
# O Script faz a classificação da acurácia posicional de acordo
com o padrão brasileiro (Decreto-lei 89.817/ET-ADGV)

# Import system modules
import sys, arcgisscripting
gp = arcgisscripting.create(9.3)

# Caixa de Campos no executavel
tabela = gp.GetParameterAsText(0)
campo = gp.GetParameterAsText(1) #this needs to be a numeric
field
escala = gp.GetParameterAsText(2) #this needs to be a double or
float
saida = gp.GetParameterAsText(3)

# criando o arquivo de saída
outfile = open(saida, "w")

# Preenchendo uma lista com os valores do campo
lista = []
searchRows = gp.searchcursor(tabela)
searchRow = searchRows.next()
while searchRow:
    searchRowValue = searchRow.getvalue(campo)
    if searchRowValue == None:
        pass #não adiciona valores nulos na lista
    else:
        lista.append(searchRowValue)
    searchRow = searchRows.next()
del searchRow
del searchRows

# Calcula o RMS das discrepâncias e as tolerâncias PEC e EP
comp = len(lista)
if comp== 0:
    arcpy.AddMessage("Todos valores são nulos. Saindo do
Script"); sys.exit()
else:
    lista_quad = [x**2 for x in lista]

    rms = (sum(lista_quad)/(comp-1))**0.5
    media = sum(lista)/comp

    pec_aa = 0.00028 * float(escala)
    pec_a = 0.0005 * float(escala)
```



```

pec_b = 0.0008 * float(escala)
pec_c = 0.001 * float(escala)
ep_aa = 0.00017 * float(escala)
ep_a = 0.0003 * float(escala)
ep_b = 0.0005 * float(escala)
ep_c = 0.0006 * float(escala)

# Calculando as porcentagens de valores menores que o PEC
soma_aa = 0
for x in lista:
    if (x<=pec_aa):
        soma_aa = soma_aa + 1

soma_a = 0
for x in lista:
    if (x<=pec_a):
        soma_a = soma_a + 1

soma_b = 0
for x in lista:
    if (x<=pec_b):
        soma_b = soma_b + 1

soma_c = 0
for x in lista:
    if (x<=pec_c):
        soma_c = soma_c + 1

p_aa = ((float(soma_aa) / float(comp)) * 100)
p_a = ((float(soma_a) / float(comp)) * 100)
p_b = ((float(soma_b) / float(comp)) * 100)
p_c = ((float(soma_c) / float(comp)) * 100)

# Classificação Decreto-lei/ET-ADGV
if (p_aa>=90 and rms<=ep_aa):
    r_aa = "Aprovado"
else:
    r_aa = "Reprovado"

if (p_a>=90 and rms<=ep_a):
    r_a = "Aprovado"
else:
    r_a = "Reprovado"

if (p_b>=90 and rms<=ep_b):
    r_b = "Aprovado"
else:
    r_b = "Reprovado"

```

```

if (p_c>=90 and rms<=ep_c):
    r_c = "Aprovado"
else:
    r_c = "Reprovado"

# escrevendo classificação nos Resultados
arcpy.AddMessage("Arquivo: " + tabela)
arcpy.AddMessage("===== Estatísticas =====")
arcpy.AddMessage("Escala = 1:" + str(escala))
arcpy.AddMessage("RMS = " + str(rms))
arcpy.AddMessage("Media = " + str(media))
arcpy.AddMessage("===== Decreto-lei =====")
arcpy.AddMessage("Classe A+ - PEC=" + str(pec_aa) + " - EP=" +
str(ep_aa))
arcpy.AddMessage("%di<PEC= " + str(p_aa) + " >> Resultado=" +
r_aa)
arcpy.AddMessage("-----")
arcpy.AddMessage("Classe A - PEC=" + str(pec_a) + " - EP=" +
str(ep_a))
arcpy.AddMessage("%di<PEC= " + str(p_a) + " >> Resultado=" +
r_a)
arcpy.AddMessage("-----")
arcpy.AddMessage("Classe B - PEC=" + str(pec_b) + " - EP=" +
str(ep_b))
arcpy.AddMessage("%di<PEC= " + str(p_b) + " >> Resultado=" +
r_b)
arcpy.AddMessage("-----")
arcpy.AddMessage("Classe C - PEC=" + str(pec_c) + " - EP=" +
str(ep_c))
arcpy.AddMessage("%di<PEC= " + str(p_c) + " >> Resultado=" +
r_c)
arcpy.AddMessage("-----")

#Escrevendo no arquivo
outfile.write("Arquivo: " + tabela + "\n")
outfile.write("===== Estatísticas =====\n")
outfile.write("Escala = 1:" + str(escala)+"\n")
outfile.write("RMS = " + str(rms)+"\n")
outfile.write("Media = " + str(media)+"\n")
outfile.write("===== Decreto-lei =====\n")
outfile.write("Classe A+ - PEC=" + str(pec_aa) + " - EP=" +
str(ep_aa)+"\n")
outfile.write("%di<PEC= " + str(p_aa) + " >> Resultado=" +
r_aa+"\n")
outfile.write("-----\n")
outfile.write("Classe A - PEC=" + str(pec_a) + " - EP=" +
str(ep_a)+"\n")

```

```

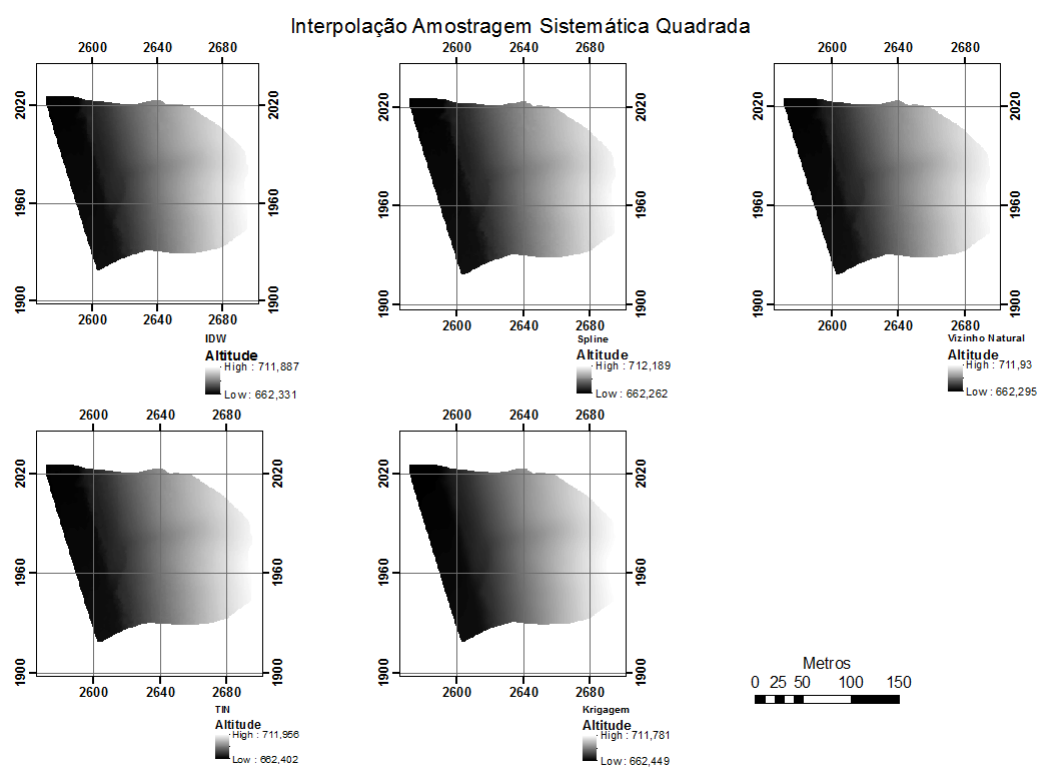
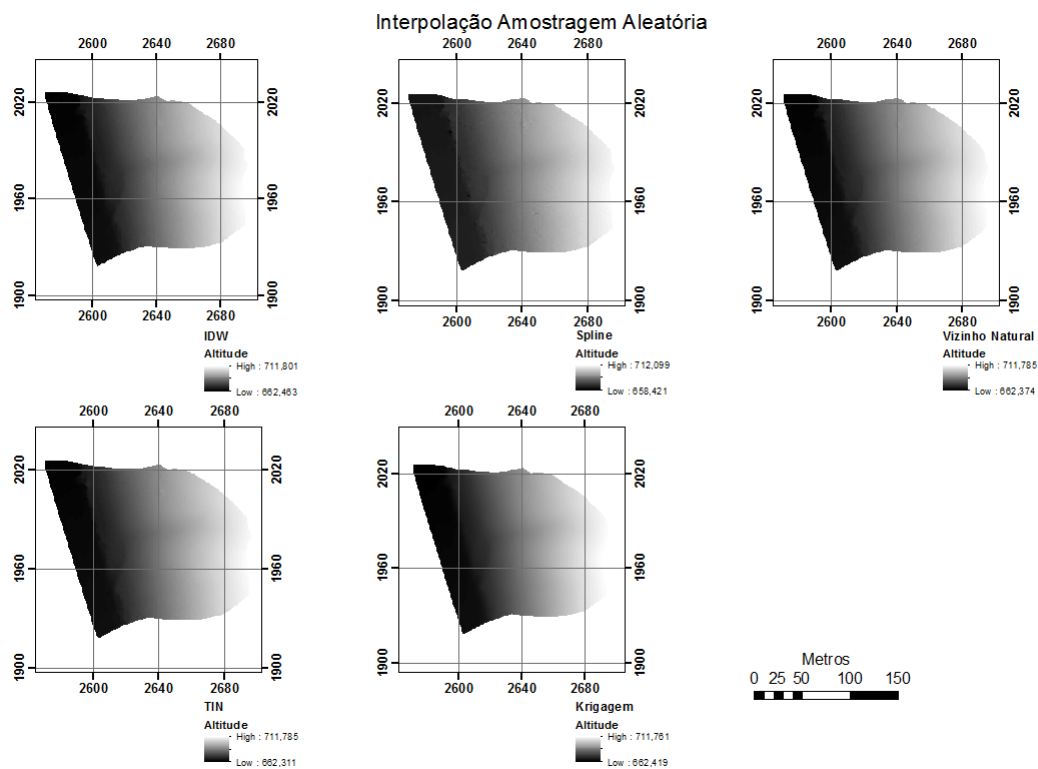
outfile.write("%di<PEC= " + str(p_a) + " >> Resultado=" +
r_a+"\n")
outfile.write("-----\n")
outfile.write("Classe B - PEC=" + str(pec_b) + " - EP=" +
str(ep_b)+"\n")
outfile.write("%di<PEC= " + str(p_b) + " >> Resultado=" +
r_b+"\n")
outfile.write("-----\n")
outfile.write("Classe C - PEC=" + str(pec_c) + " - EP=" +
str(ep_c)+"\n")
outfile.write("%di<PEC= " + str(p_c) + " >> Resultado=" +
r_c+"\n")
outfile.write("-----\n")

#fechando o arquivo
outfile.close()

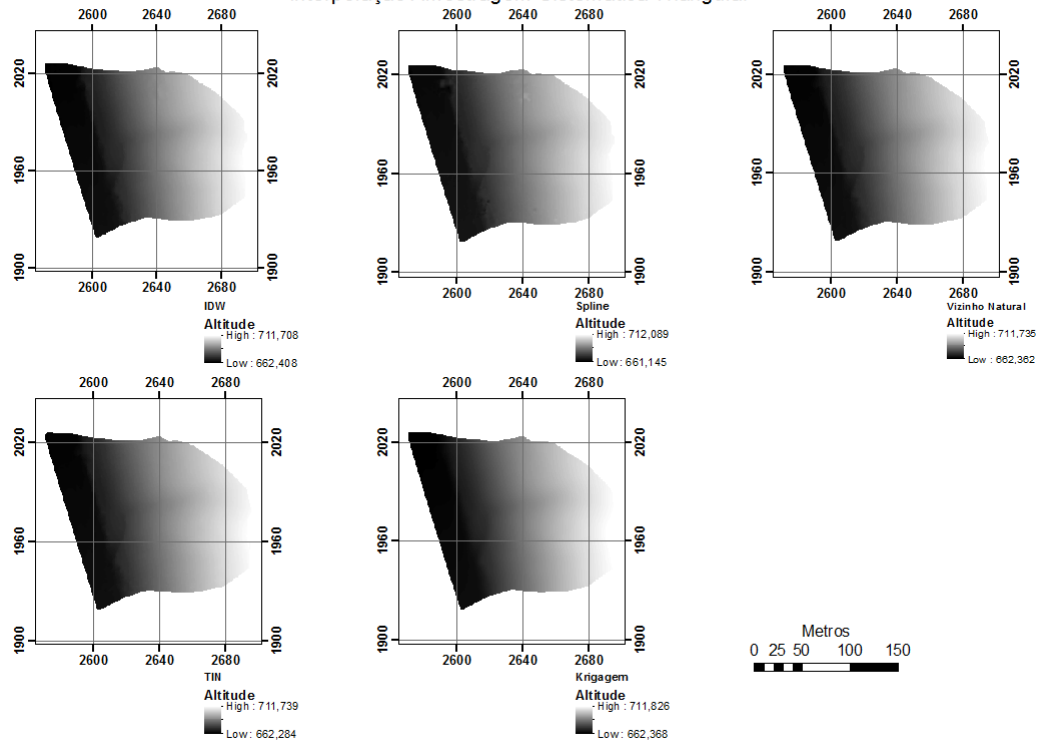
```

APÊNDICE 5

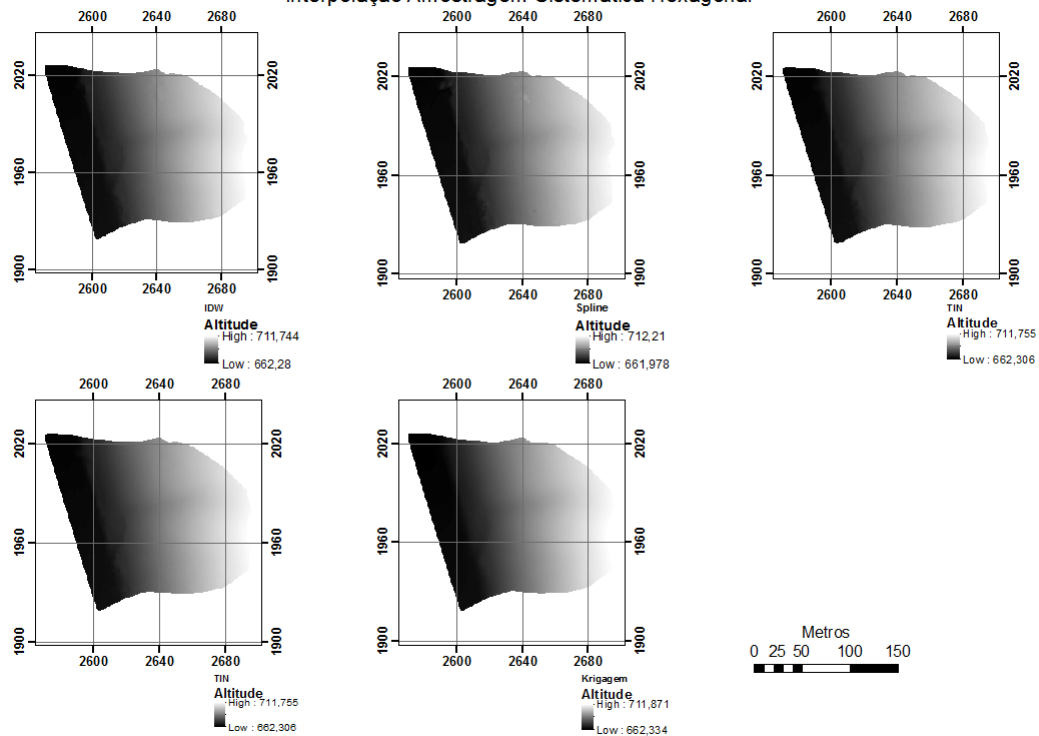
Exemplo de MDE's resultantes da aplicação dos interpoladores IDW, Spline, Vizinho Natural, TIN e Krigagem em amostras de 10 mil pontos.



Interpolação Amostragem Sistemática Triangular

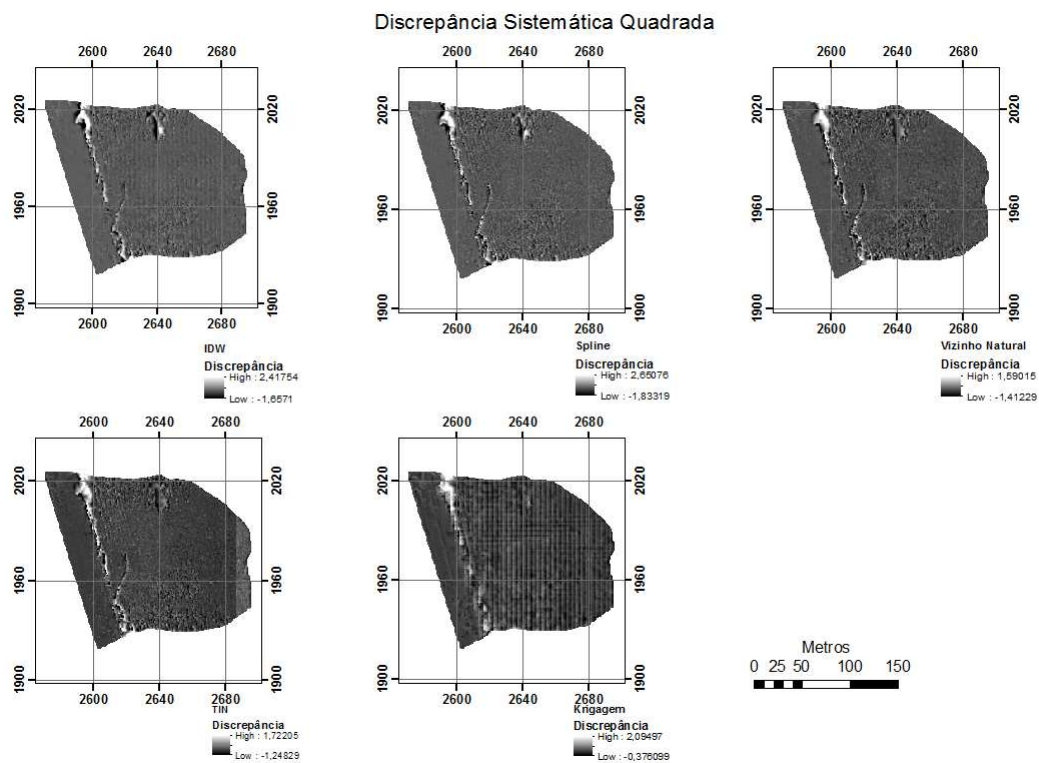
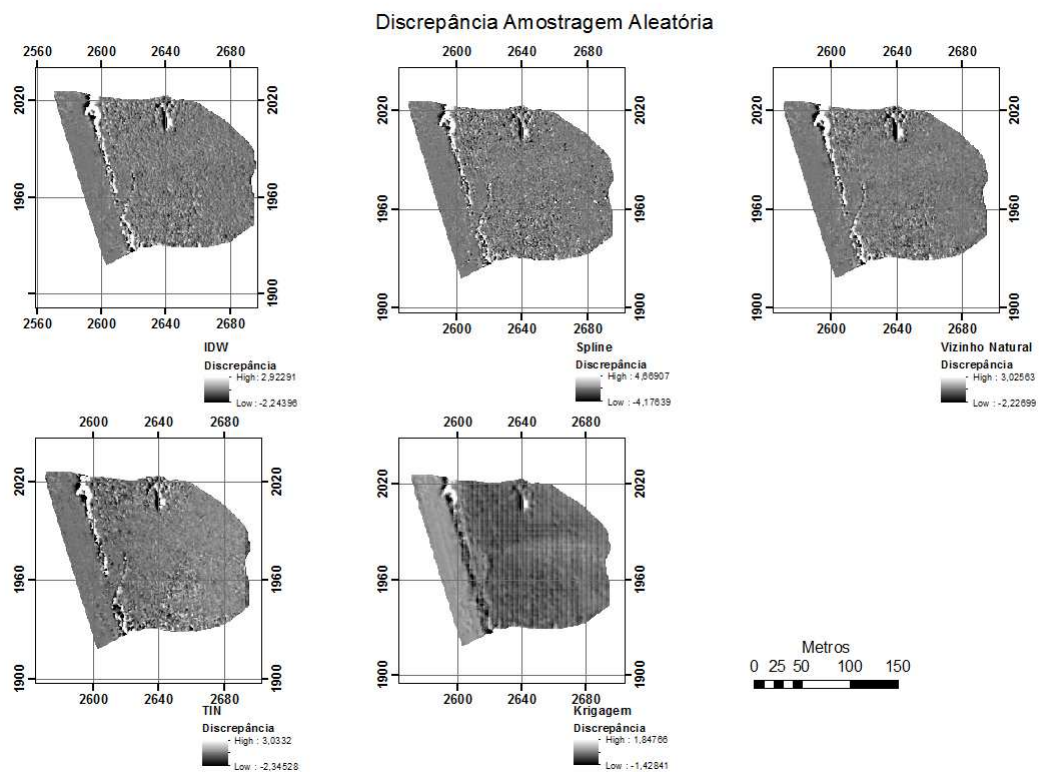


Interpolação Amostragem Sistemática Hexagonal

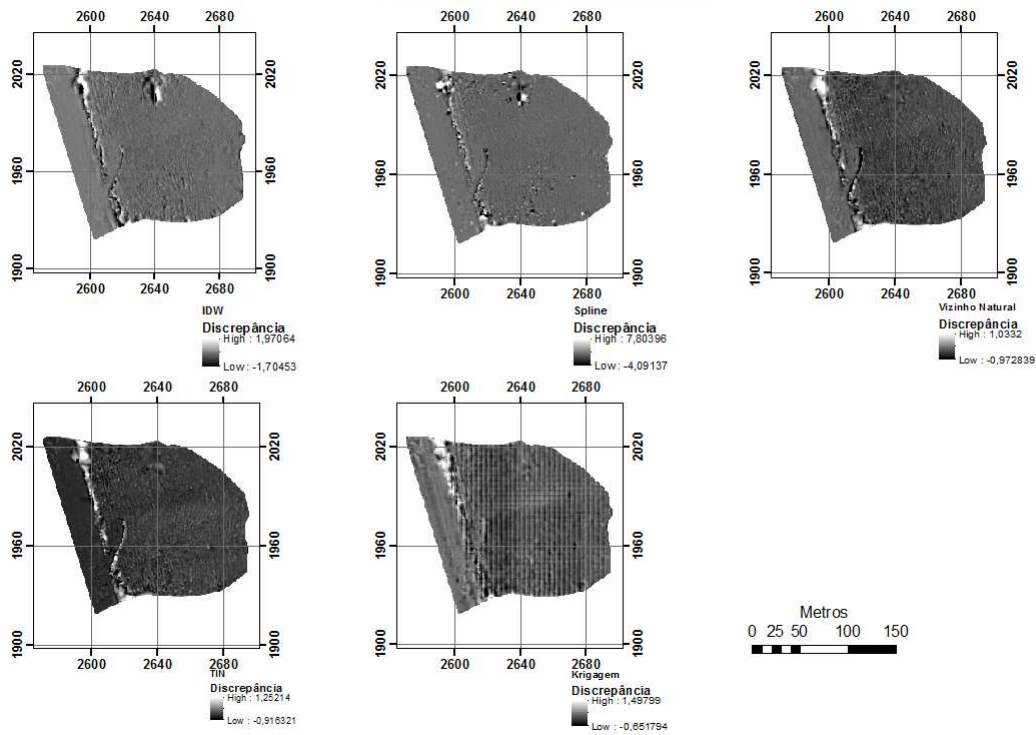


APÊNDICE 6

Exemplo de Discrepâncias para os interpoladores IDW, Spline, Vizinho Natural, TIN e Krigagem em amostras de 30 mil pontos.



Discrepância Sistemática Triangular



Discrepância Sistemática Hexagonal

