

**ALVARO CARNEIRO COELHO**

**RECOMENDAÇÕES PARA OTIMIZAÇÃO DA SUPERESTRUTURA DE PONTES  
EM CONCRETO PROTENDIDO E PONTES MISTAS DE AÇO E CONCRETO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Diôgo Silva de Oliveira

Coorientador: Carol Ferreira Rezende Santos

**VIÇOSA - MINAS GERAIS  
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

C672r  
2023  
Coelho, Alvaro Carneiro, 1993-  
Recomendações para otimização da superestrutura de  
pontes em concreto protendido e pontes mistas de aço e concreto  
/ Alvaro Carneiro Coelho. – Viçosa, MG, 2023.  
1 dissertação eletrônica (304 f.): il. (algumas color.).

Orientador: Diôgo Silva de Oliveira.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,  
Departamento de Engenharia Civil, 2023.

Inclui bibliografia.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2024.040>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Otimização estrutural. 2. Pontes . 3. Construção mista.  
4. Concreto protendido. 5. Aço - Estruturas. I. Oliveira, Diôgo  
Silva de, 1988-. II. Universidade Federal de Viçosa.  
Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 22. ed. 624.25


**ALVARO CARNEIRO COELHO**

**RECOMENDAÇÕES PARA OTIMIZAÇÃO DA SUPERESTRUTURA DE PONTES  
EM CONCRETO PROTENDIDO E PONTES MISTAS DE AÇO E CONCRETO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.


APROVADA: 19 de dezembro de 2023.

Assentimento:

Documento assinado digitalmente  
 **ALVARO CARNEIRO COELHO**  
Data: 19/02/2024 20:52:10-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Alvaro Carneiro Coelho**  
Autor

Documento assinado digitalmente  
 **DIOGO SILVA DE OLIVEIRA**  
Data: 20/02/2024 17:17:20-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Diôgo Silva de Oliveira**  
Orientador

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço primeiramente a Deus, fonte de inspiração e força, por me guiar ao longo desta jornada acadêmica.

Agradeço aos meus pais Joel e Sheila, cujo amor, apoio e sacrifício tornaram possível a realização deste trabalho.

À minha esposa Marilene, pelo constante incentivo e compreensão durante os momentos desafiadores.

A minha irmã Aline, meus tios Giovani e Sara e demais familiares pelo apoio e confiança.

A meu orientador Diôgo e minha coorientadora Carol, cuja orientação, sabedoria e paciência foram fundamentais para o sucesso desta pesquisa.

Aos amigos do LaBIM, que tornaram a jornada acadêmica mais significativa e produtiva, agradeço pela colaboração, amizade e momentos compartilhados.

Agradeço ao DNIT pelo apoio financeiro concedido, o qual viabilizou a realização desta pesquisa.

À coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio.

Minha mais profunda gratidão a todos os que, de uma forma ou de outra, contribuíram para esta conquista. Este trabalho não teria sido possível sem o apoio, amor e orientação de cada um de vocês.

## RESUMO

COELHO, Alvaro Carneiro, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2023. **Recomendações para otimização da superestrutura de pontes em concreto protendido e pontes mistas de aço e concreto.** Orientador: Diôgo Silva de Oliveira. Coorientadora: Carol Ferreira Rezende Santos.

A otimização estrutural é crucial na engenharia civil, especialmente quando se trata de projetos de pontes tendo em vista o alto valor econômico dessas estruturas. O aumento do tráfego rodoviário tem aumentado a demanda de construção ou reparação das pontes já existentes, dessa forma, a busca por estruturas otimizadas vem se tornando cada vez mais frequente. Apesar de vários trabalhos existentes na literatura, a grande maioria busca a otimização sem considerar aspectos normativos de projeto. Dessa forma, esse estudo propõe uma abordagem abrangente, focada em pontes com longarinas pré-moldadas protendidas e pontes mistas de aço e concreto, incorporando todas as verificações normativas brasileiras. Foram modeladas 152 pontes via elementos finitos, abrangendo vãos de 20, 30 e 40 metros, variáveis como alturas, espaçamentos, larguras de balanço e espessuras de laje também foram consideradas. O estudo também explorou a influência do uso e da distância entre transversinas / diafragmas, bem como a resistência do concreto adotado ( $f_{ck}$ ). A análise permitiu a geração de curvas correlacionando o consumo de armadura ativa, armadura passiva e consumo de concreto para o caso das pontes pré-moldadas protendidas e de aço estrutural e armadura passiva para as pontes mistas de aço e concreto, levando à determinação das alturas ideais para longarinas e lajes, além de espaçamentos e larguras otimizados. Esses resultados visam não apenas otimizar o consumo de materiais, mas também simplificar as fases de projeto e orçamentação de novas estruturas, promovendo eficiência e sustentabilidade no cenário de pontes. A abordagem integral do estudo, que vai além da simples otimização estrutural, destaca-se pela consideração de múltiplos parâmetros normativos, proporcionando uma contribuição significativa para a engenharia de pontes e estruturas.

**Palavras-chave:** Otimização, pontes, pontes mistas, concreto protendido, aço.

## ABSTRACT

COELHO, Alvaro Carneiro, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2023. **Recommendations for optimization of the superstructure of prestressed concrete bridges and composite steel and concrete bridges.** Adviser: Diôgo Silva de Oliveira. Co-Adviser: Carol Ferreira Rezende Santos.

Structural optimization is crucial in civil engineering, especially for bridge projects given the high economic value of these structures. The increase in road traffic has heightened the demand for the construction or repair of existing bridges, making the pursuit of optimized structures increasingly common. Despite various existing works in the literature, the majority focus does not consider normative parameters in the optimization process. Thus, this study proposes a comprehensive approach, focusing on bridges with prestressed precast longitudinal beams and composite steel and concrete bridges, incorporating all Brazilian regulatory checks. Using 152 finite element models, spans of 20, 30, and 40 meters, variables such as heights, spacings, overhang widths, and slab thicknesses were considered. The study also explored the influence of the use and spacing between diaphragms, as well as the adopted concrete strength ( $f_c$ ). The analysis allowed the generation of curves correlating the consumption of active steel, passive steel, and concrete for prestressed precast bridge beams and structural steel and passive steel for composite steel and concrete bridges, leading to the determination of ideal heights for beams and slabs, as well as optimized spacings and widths. These results aim not only to optimize material consumption but also to simplify the design and budgeting phases of new structures, promoting efficiency and sustainability in the bridge scenario. The study's comprehensive approach, extending beyond simple structural optimization, stands out for considering multiple regulatory parameters, providing a significant contribution to bridge and structural engineering.

**Keywords:** Optimization, bridges, composite bridges, prestressed concrete, steel

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Fluxograma da metodologia do estudo de otimização.	16
Figura 2 - Fluxograma do estudo de otimização.	31
Figura 3 - Seção transversal genérica do tabuleiro utilizado no estudo de otimização.	32
Figura 4 - Seção transversal das longarinas adotadas no estudo de otimização.	33
Figura 5 - Malha de elementos finitos.	35
Figura 6 - Consumos de armadura (kg) e concreto ( $m^3$ ) nas longarinas em função da altura (cm).	39
Figura 7 - Taxas de armadura nas longarinas ( $Kg/m^3$ ) em função da altura (cm).	41
Figura 8 – Consumo de armaduras passivas e ativas (Kg) em função do vão dividido pelo espaçamento entre eixos das longarinas “a” (m/m) e do vão dividido pela altura h (m/m).	43
Figura 9 - Consumo total de armadura por vão ( $Kg/m$ ) em função do vão dividido pelo espaçamento entre eixos das longarinas “a” (m/m) e do vão dividido pela altura h (m/m).	44
Figura 10 - Consumo de armadura (Kg) e consumo de concreto ( $m^3$ ) x Espessura da laje (cm).	45
Figura 11 - Taxas de armadura ( $Kg/m^3$ ) x Espessura da laje (cm).	45
Figura 12 - Taxa total de armadura ( $Kg/m^3$ ) x Espessura da laje (cm).	47
Figura 13 - Consumo total de armaduras (Kg) em função da espessura da laje (cm) e do espaçamento entre eixos das longarinas (m).	47
Figura 14 - Consumos de armadura nas longarinas (kg) x altura da longarina (cm).	48
Figura 15 - Consumos de armadura na laje (kg) x altura da longarina (cm).	49
Figura 16 – Consumos total de armadura somando a armadura das longarinas e a armadura da laje x altura da longarina (cm).	49
Figura 17 - Taxa total de consumo de armadura ( $Kg/m^3$ ) x Altura da longarina (cm).	50
Figura 18 - Consumo de armadura (kg) nas longarinas (a) e nas lajes (b) x Balanço de extremidade "ab" (cm).	51
Figura 19 - Consumo total de armadura (a) em kg e taxa total de armadura (b) em $kg/m^3$ em função do balanço de extremidade “ab” (cm).	52

Figura 20 - Consumo total de armadura (kg) para distâncias fixas e distâncias variáveis entre longarinas x Relação $ab/a$ .	52
Figura 21 - Consumo de armadura nas longarinas e na laje por metro (kg/m) em função da relação $ab/a$ e da altura da longarina (m).	53
Figura 22 - Consumo total de armadura por metro (kg/m) em função da relação $ab/a$ e da altura da longarina (m).	55
Figura 23 - Consumos de armaduras (kg) e concreto ( $m^3$ ) nas longarinas, nas lajes e totais em função do número de transversinas.	56
Figura 24 - Fluxograma para determinação das dimensões ótimas.	58
Figura 25 - Largura definidas para os tabuleiros das pontes.	60
Figura 26 – Metodologia do trabalho.	72
Figura 27 - Fluxograma do estudo preliminar.	73
Figura 28 - Fluxograma do estudo de otimização.	75
Figura 29 - Consumo de aço estrutural das longarinas em ( $kN/m^2$ ) x relação vão da ponte/espacamento entre longarinas ( $L/a$ ) x relação vão da ponte/altura da longarina.	77
Figura 30 - Tipologia do tabuleiro.	77
Figura 31 - Vista longitudinal das pontes estudadas com vãos de 20, 30 e 40 metros.	78
Figura 32 - Modelo em Elementos Finitos.	80
Figura 33 - Relação entre os momentos negativos x relação $ab/a$ para pontes com 4, 5, 6, e 7 longarinas.	83
Figura 34 - Momentos Fletores no centro do vão x relação $ab/a$ .	84
Figura 35 - Relação entre momentos positivos e negativos x espessura da laje (cm) x $f_{ck}$ do concreto (MPa).	85
Figura 36 - Relação entre os momentos positivos e negativos para relações $ab/a$ de 0,20 e 0,35 x vão (m).	86
Figura 37 - a) Peso de aço estrutural por $m^2$ ( $kN/m^2$ ) x Relação $ab/a$ ; b) Peso de armadura nas lajes por $m^2$ ( $Kg/m^2$ ) x Relação $ab/a$ .	87
Figura 38 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $KN/m^2$ ) e Peso de armadura na laje ( $Kg/m^2$ ) x vão (m).	89

Figura 39 - Peso médio das longarinas ( $\text{Kg/m}^2$ ) (a) e peso de armadura passiva na laje (b) em função do vão dividido pelo espaçamento "a" entre longarinas" e da relação L/h.	90
Figura 40 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) e Peso de armadura na laje ( $\text{Kg/m}^2$ ) x Espessura da laje (cm).	92
Figura 41 - Peso médio das longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) (a) e peso de armadura na laje (b) em função do o espaçamento "a" entre longarinas e da espessura da laje (m).	93
Figura 42 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) e Peso de armadura na laje por $\text{m}^2$ ( $\text{Kg/m}^2$ ) x $f_{ck}$ (MPa).	94
Figura 43 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) e Peso de amadura passiva na laje por $\text{m}^2$ ( $\text{Kg/m}^2$ ) x Espaçamento entre diafragmas.	96
Figura 44 - Fluxograma para determinação das dimensões ótimas.	97
Figura 45 - Larguras definidas para os tabuleiros das pontes.	98

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Variáveis consideradas para o estudo de otimização. ....	17
Tabela 2 – Variáveis consideradas em cada estudo de otimização.....	34
Tabela 3 – Carregamentos impostos no modelo numérico. ....	36
Tabela 4 - Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes pré- moldadas protendidas. ....	38
Tabela 5 - Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização. ....	60
Tabela 6 - Carregamentos impostos no modelo numérico. ....	80
Tabela 7 - Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as longarinas. ....	81
Tabela 8 - Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as lajes e pré-lajes. ....	82
Tabela 9 - Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização. ....	99

# SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO GERAL .....	12
1.1	INTRODUÇÃO.....	12
1.2	OBJETIVOS .....	14
1.2.1	OBJETIVO GERAL.....	14
1.2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	14
1.3	JUSTIFICATIVA.....	14
1.4	METODOLOGIA.....	15
1.5	ESTRUTUA DA DISSERTAÇÃO .....	17
1.6	REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS .....	19
2	OTIMIZAÇÃO DE SEÇÕES DE PONTES EM LONGARINAS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADAS E PROTENDIDAS .....	25
2.1	INTRODUÇÃO.....	28
2.2	METODOLOGIA.....	30
2.2.1	TIPOLOGIA DO TABULEIRO.....	32
2.2.2	MODELO NUMÉRICO.....	34
2.2.3	DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÕES .....	36
2.3	RESULTADOS .....	39
2.3.1	CONSUMOS EM FUNÇÃO DA: ALTURA DA LONGARINA, COMPRIMENTO DO VÃO E DISTÂNCIA ENTRE LONGARINAS .....	39
2.3.2	INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA LAJE DE CONCRETO .....	44
2.3.3	INFLUÊNCIA DA LARGURA DA LAJE EM BALANÇO.....	48
2.3.3.1	CONSIDERANDO A DISTÂNCIA ENTRE LONGARINAS VARIÁVEL.....	48
2.3.3.2	CONDIDERANDO A DISTÂNCIA FIXA ENTRE LONGARINAS .....	51
2.3.3.3	CONSUMO DE ARMADURA EM FUNÇÃO DA RELAÇÃO $ab/a$ E DA ALTURA DA LONGARINA .....	53
2.3.4	INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE TRANSVERSINAS .....	55
2.4	APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE OTIMIZAÇÃO.....	57
2.5	CONCLUSÃO .....	61
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	64
3	OTIMIZAÇÃO DE PONTES MISTAS DE AÇO E CONCRETO.....	67
3.1	INTRODUÇÃO.....	70

3.2 METODOLOGIA.....	72
3.2.1 ESTUDO PRELIMINAR.....	72
3.2.2 ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO .....	74
3.2.3 TIPOLOGIA DO TABULEIRO.....	77
3.2.4 MODELO NUMÉRICO.....	79
3.2.5 VERIFICAÇÕES DE PROJETO .....	81
3.3 RESULTADOS .....	82
3.3.1 ESTUDO PRELIMINAR.....	82
3.3.1.1 INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS BALANÇOS .....	82
3.3.1.2 VALIDAÇÃO DA RELAÇÃO $a_b/a$ .....	84
3.3.2 ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO .....	86
3.3.2.1 INFLUÊNCIA DOS BALANÇOS .....	86
3.3.2.2 INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO VÃO DA PONTE .....	88
3.3.2.3 INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA LAJE .....	91
3.3.2.4 INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO ( $f_{ck}$ ) .....	93
3.3.2.5 INFLUÊNCIA DOS DIAFRAGMAS .....	95
3.4 APLICAÇÃO .....	96
3.5 CONCLUSÕES.....	99
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	102
4 CONCLUSÃO GERAL.....	105
4.1 CONCLUSÕES.....	105
4.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	106
APÊNDICE A .....	107
APÊNDICE B.....	162
APÊNDICE C.....	180

## **1 INTRODUÇÃO GERAL**

### **1.1 INTRODUÇÃO**

As pontes, desempenham um papel fundamental no contexto do transporte terrestre, ao facilitarem a circulação de pessoas e mercadorias, exercendo impacto direto na atividade econômica de um determinado país. É incontestável que as pontes representam construções de elevado valor agregado, destacando-se a necessidade de estabelecer um equilíbrio entre o volume de tráfego, as cargas suportadas e os custos associados à sua edificação. Com o intuito de otimizar esses elementos, têm sido conduzidos estudos de otimização, visando identificar soluções que proporcionem um maior benefício econômico. Nesse cenário, as pontes compostas por múltiplas longarinas têm se destacado como uma alternativa relevante.

No Brasil, apenas sob responsabilidade do Departamento Nacional de Infraestrutura e Transporte (DNIT) existem mais de 6650 pontes cadastradas no Sistema de Gerenciamento de Obras de Arte (SGO) (DNIT, 2021), dentre as quais, as pontes com longarinas em concreto armado, longarinas de concreto protendido e as pontes mistas de aço e concreto totalizam 73% das pontes sobre responsabilidade do DNIT.

O aumento do fluxo de tráfego rodoviário implica na demanda por novas construções de pontes ou no reforço/ampliação das estruturas já existentes. Diante desse contexto, surge a necessidade de desenvolver modelos de pontes com sistemas estruturais otimizados, visando assegurar a realização de obras mais economicamente viáveis. Diante dessas considerações, pesquisas têm sido conduzidas para investigar parâmetros ótimos aplicáveis a projetos de pontes, com o objetivo de minimizar o consumo de material e, obter uma redução nos custos associados à estrutura. Estudos como os Gonçalves et al. (2018), Junior e Mouço (2018), Martins, Carvalho e Castro (2019) e Spessatto, Lazzari, Lazzari (2020) comparam sistemas estruturais em concreto armado e concreto protendido, buscando a melhor solução de acordo com o vão analisado. Já os trabalhos Ahsan, Rana e Ghani (2012), Furtado (2018), Mota, Mota e Gondim (2018), Resende (2018) e Thomaz (2002), Knight (2003), Pinho e Bellei (2020), BCSA (2010), Toma e Maeda (2011), Fabeane, Kripka e Pravia (2017), Ferraz (2009), Lebet e Hirt (2013), e Gocál

e Dursová (2012) buscam estabelecer alturas ideais para longarinas, tanto de concreto pré-moldado protendido quanto longarinas para pontes mistas de aço e concreto, assim como a relação ideal entre o espaçamento entre longarinas e o balanço lateral da laje do tabuleiro. Além desses estudos, Martí et al. (2013), Kaveh; Maniat; Arab Naeini (2016) e Pedro et al. (2017) propuseram a utilização de algoritmos para otimização em pontes, demonstrando o grande interesse no tema.

Destacam-se também os trabalhos de Leonhardt (1979), CAI et al. (2007), Fulgêncio; Paula; Azevedo (2014) e Alves (2010) que analisaram a influência do uso das transversinas ou diafragmas.

Apesar da extensa literatura a respeito da otimização de pontes, ainda são necessárias diretrizes mais específicas para se obter um projeto final com dimensões otimizadas e que atenda a todos os parâmetros normativos, uma vez que a grande maioria dos trabalhos, focam na otimização sem considerar aspectos práticos de projeto, como parâmetros normativos de detalhamento, por exemplo. Dessa forma, esse trabalho propõe um estudo de otimização focada em pontes com longarinas pré-moldadas protendidas e pontes mista de aço e concreto, onde são realizadas todas as verificações normativas exigidas pelas normas brasileiras, obtendo-se curvas baseadas em seções otimizadas que correlacionam o consumo de armadura ativa, armadura passiva e consumo de concreto para o caso das pontes com longarinas pré-moldadas protendidas assim como o consumo de aço estrutural para as longarinas das pontes mistas de aço e concreto.

Para realização do estudo foram realizadas 152 modelagens via elementos finitos, sendo 76 modelagens para pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido e 76 modelagens para as pontes mistas de aço e concreto. Foram consideradas pontes com vãos variando entre 20, 30 e 40 metros, com variações nas alturas das longarinas, no espaçamento entre longarinas, na largura do balanço e na espessura da laje. Também se avaliou a influência do uso e da distância entre as transversinas/diafragmas e a influência do  $f_{ck}$  do concreto adotado.

A partir das curvas obtidas, foi possível determinar as alturas ideais para as longarinas e as lajes, bem como o espaçamento entre elas e a largura do balanço lateral do tabuleiro, visando a otimização do consumo de materiais, esperando-se,

assim, facilitar as etapas de projeto e orçamentação de novas estruturas.

## **1.2 OBJETIVOS**

### **1.2.1 OBJETIVO GERAL**

O objetivo geral desse trabalho foi determinar dimensões ótimas para otimização de tabuleiros de pontes em longarinas de concreto pré-moldado protendido e mistas de aço e concreto, visando a redução do consumo de materiais.

### **1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

Os seguintes objetivos específicos são listados a seguir:

- Determinação das relações ótimas vão/altura para longarinas em concreto pré-moldado protendido em pontes com vãos de 20 a 40 metros;
- Determinação das relações ótimas vão/altura para longarinas mistas em aço e concreto em pontes com vãos de 20 a 40 metros;
- Obtenção das relações ótimas do número de longarinas/vão/largura do balanço do tabuleiro que otimizam o consumo de materiais tanto para pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido quanto para pontes mistas em aço e concreto;
- Obtenção da espessura ótima da laje do tabuleiro para pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido e para pontes mistas em aço e concreto;
- Verificar a influência do  $f_{ck}$  das lajes nas pontes mistas de aço e concreto;
- Verificação da necessidade ou não da utilização de transversinas no meio do vão nas pontes com longarinas de concreto protendido;
- Verificação da influência do espaçamento entre diafragmas nas pontes mistas de aço e concreto.

## **1.3 JUSTIFICATIVA**

Nas últimas décadas, o Brasil tem experimentado um expressivo aumento no tráfego rodoviário. Esse crescimento está diretamente relacionado ao desenvolvimento econômico e ao aumento da mobilidade da população. O acréscimo no número de veículos e na demanda por transporte rodoviário requer a construção

de novas pontes e a manutenção das já existentes. Isso torna fundamental a busca por soluções que otimizem a eficiência e reduzam os custos envolvidos na construção e manutenção de estruturas de pontes.

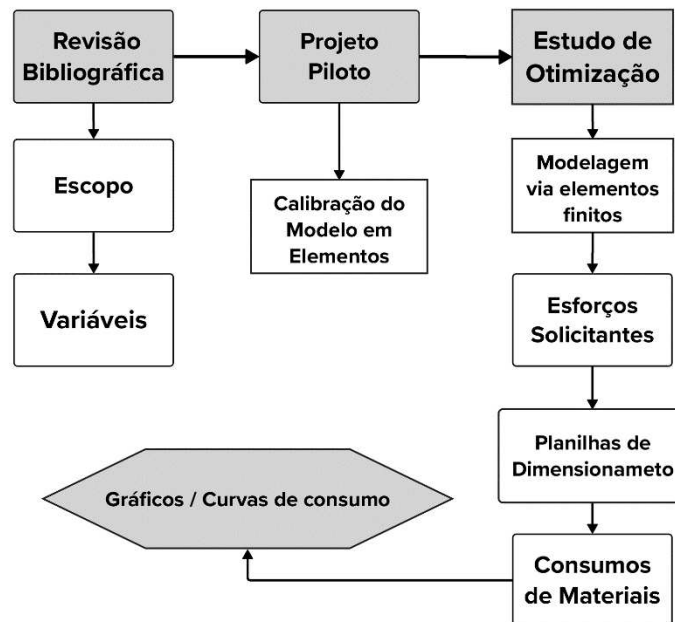
O projeto e a construção de pontes são empreendimentos de alto custo, não somente em termos financeiros, mas também em recursos naturais, como aço e concreto. A otimização de pontes é crucial para garantir que esses recursos sejam utilizados de forma eficiente e sustentável. Isso não apenas reduz os custos de construção e manutenção, mas também minimiza o impacto ambiental associado a essas estruturas.

Apesar dos estudos anteriores que abordaram parâmetros ótimos para projetos de pontes, ainda há uma carência de diretrizes específicas que possam ser prontamente aplicadas na prática. Os estudos existentes geralmente se concentram na otimização de estruturas em relação a variáveis específicas. Neste contexto, esta pesquisa propõe desenvolver diretrizes mais detalhadas, seguindo as normas brasileiras, capazes de fornecer soluções específicas para projetos de pontes, resultando em estruturas com dimensões otimizadas e que podem ser efetivamente construídas, uma vez que atendem aos requisitos normativos de projeto.

#### **1.4 METODOLOGIA**

O trabalho foi dividido em duas partes: a primeira dedicou-se à otimização das seções das pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido, enquanto a segunda concentrou-se na otimização das seções de pontes mistas de aço e concreto. A Figura 1 resume a metodologia utilizada para a condução do estudo, que seguiu procedimentos semelhantes em ambas as etapas.

Figura 1 - Fluxograma da metodologia do estudo de otimização.



Em cada uma das fases, iniciou-se com uma revisão bibliográfica abrangente para compreender os estudos relacionados à otimização de pontes com longarinas de concreto pré-moldado protendido e também à otimização de pontes mistas de aço e concreto. Em seguida, definiu-se o escopo de cada estudo e identificaram-se as variáveis que seriam avaliadas em cada um deles.

Uma vez que as variáveis foram definidas, prosseguiu-se com o desenvolvimento de projetos-piloto baseados em análises de elementos finitos. Utilizou-se o software *CSiBridge v23.0.0* para essa finalidade, permitindo a obtenção dos esforços solicitantes tanto nas longarinas quanto no tabuleiro das pontes. Comparativamente, confrontaram-se os resultados dos esforços obtidos por meio do software com cálculos analíticos para a mesma estrutura. Isso possibilitou a calibração do modelo, que serviu de base para o estudo de otimização.

Com o modelo calibrado, iniciou-se o estudo de otimização, propondo diversas variações de pontes conforme especificado na Tabela 1. Tanto para o estudo das pontes com longarinas pré-moldadas protendidas quanto para o estudo das pontes mistas de aço e concreto foram realizadas a modelagem de 76 pontes. Após as modelagens, os esforços solicitantes obtidos para as longarinas e para as lajes eram inseridos em uma planilha Excel na qual eram dimensionados e verificados quanto ao Estado Limites Último (ELU) e ao Estado Limite de Serviço (ELS) seguindo as

recomendações das normas brasileiras. Caso todas verificações e critérios fossem atendidos obtinha-se o consumo de armadura passiva, armadura ativa e consumo de concreto para as pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido. Para as pontes mistas de aço e concreto obtinha-se o consumo de aço estrutural das longarinas e o consumo de armadura passiva e concreto para a laje.

Tabela 1 - Variáveis consideradas para o estudo de otimização.

Variável	Pontes pré-moldadas	Pontes Mistas
Altura da longarina/ comprimento do vão	X	X
Número de longarina / distância entre longarinas	X	X
Largura da laje em balanço	X	X
Distância entre transversinas / diafragmas	X	X
Espessura da laje de concreto	X	X
Varição do $f_{ck}$ da laje		X

Com base nos dados de consumo de materiais, construíram-se curvas que estabeleceram correlações entre os consumos e as dimensões adotadas para as pontes, possibilitando a determinação das dimensões ótimas com o objetivo de reduzir o consumo de material.

## 1.5 ESTRUTUA DA DISSERTAÇÃO

Essa dissertação foi estruturada em capítulos. O primeiro capítulo contém uma introdução geral aos conceitos que serão explorados ao longo da dissertação, os objetivos da pesquisa, a justificativa do tema de pesquisa, uma breve metodologia do trabalho realizado e uma explicação da estrutura adotada para este trabalho.

Os Capítulos 2 e 3 foram concebidos como artigos, o que significa que são trabalhos independentes que possuem resumo, introdução, metodologia, resultados, aplicação dos resultados, conclusões e referências bibliográficas. O Capítulo 2 trata-se de um estudo sobre a otimização de seções de pontes em longarinas de concreto pré-moldado protendido, cujo objetivo foi de obter parâmetros que conduzissem a seções otimizadas visando a redução do consumo de armadura passiva e armadura ativa tanto nas longarinas quanto na laje. O Capítulo 3 é um estudo semelhante ao proposto no capítulo 2, considerando pontes mistas de aço e concreto, onde o objetivo do estudo foi obter seções ótimas nas quais o consumo de aço estrutural das

longarinas e a armadura utilizada nas lajes fossem otimizados visando o menor consumo de material.

O capítulo final é uma conclusão geral do trabalho apresentado nos capítulos anteriores. O Capítulo 4 inclui considerações finais e propostas para pesquisas futuras.

Por fim, são apresentados 3 Apêndices, contendo no primeiro um exemplo de cálculo dos consumos das armaduras passivas e ativas, além do concreto para as longarinas pré-moldadas protendidas. No segundo é apresentado a planilha com um exemplo de cálculo para uma laje para as pontes com longarinas pré-moldadas protendida e no terceiro é apresentado a planilha com um exemplo de cálculo e verificações para as longarinas e para a laje das pontes mistas de aço e concreto.

## 1.6 REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO. **Bridge Welding Code**. Washington, 2015.

AASHTO. **AASHTO LRFD - Bridge Design Specifications**. Washington, DC, set. 2017.

ABNT. **NBR 6123 - Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro: jun. 1988.

ABNT. **NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro: mar. 2003.

ABNT. **NBR 7480 - Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificações**. Rio de Janeiro: 2007.

ABNT. **NBR 8800 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro: 2008.

ABNT. **NBR 7188 - Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro: 2013a.

ABNT. **NBR 7188 - Carga móvel rodoviária e de pedestre em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro: 2013b.

ABNT. **NBR 5884 - Perfil I Estrutural Soldado por Arco Elétrico - Requisitos gerais**. 2013c.

ABNT. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: 2014.

ABNT. **NBR 9062 - Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro: [s.n.].

ABNT. **NBR 6120 - Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro: 2019.

ABNT. **NBR 7483 - Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido - Especificação**. Rio de Janeiro: 2020a.

ABNT. **NBR 15980 - Perfis laminados de aço para uso estrutural - Dimensões e tolerância**. Rio de Janeiro: 2020b.

ABNT. **NBR 16694 - Projeto de pontes rodoviárias de aço e mistas de aço e concreto**. Rio de Janeiro: 2020c.

ABNT. **NBR 7187- Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto**. Rio de Janeiro: 2021a.

ABNT. **NBR 7187 - Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto**. Rio de Janeiro: 2021b.

AHSAN, R.; RANA, S.; GHANI, S. N. Cost Optimum Design of Posttensioned I-Girder Bridge Using Global Optimization Algorithm. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 2, p. 273–284, fev. 2012.

AISC. **Specification for Structural Steel Buildings**. Chicago: [s.n.].

ALVES, M. S. **Avaliação da distribuição transversal de cargas em tabuleiros de pontes em vigas múltiplas, com e sem transversinas internas**. Salvador, 2010.

ASTM. **ASTM A193 B7 - Specification for high tensile bolts, screws, stud bolts, threads rods, anchor bolts and other externally threaded fasteners**. 2020.

BCSA. **Stell Bridges - A Practical Approach to Design for Efficient Fabrication and Construction**. [s.l: s.n.]. Disponível em: <[www.SteelConstruction.org](http://www.SteelConstruction.org)>.

CAI, C. S. et al. Diaphragm Effects of Prestressed Concrete Girder Bridges: Review and Discussion. **Structural Design and Construction**, v. 12, n. 3, p. 161–167, 2007.

CAVALCANTE, G. H. F. **Contribuição ao estudo da influência de transversinas no comportamento de sistemas estruturais de pontes**. Maceió: Universidade Federal de Alagoas, 2016.

CEN. **EN 1994-1-1: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings**. Brussels: dez. 2004.

CEN. **Corrosion of metals and alloys - Corrosivity of atmospheres - Classification, determination and estimation (ISO 9223:2012)**. 2012.

DNER. **Manual de projeto de obras de arte especiais. Manual 698**. Rio de Janeiro, 1996.

DNIT. **DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES.**

**Sistema de Gerenciamento de Obras de Arte - SGO.** Disponível em:

<<https://www.gov.br/dnit/pt-br/servicos/sistemas-gerenciais/sgo>>. Acesso em: 10 nov. 2021.

FABEANE, R.; KRIPKA, M.; PRAVIA, Z. M. C. COMPOSITE BRIDGES: STUDY OF PARAMETERS TO OPTIMIZED DESIGN. **International Journal of Bridge Engineering (IJBE)**, v. 5, n. 2, p. 1–20, 2017.

FERRAZ, A. M. S. **Dimensionamento óptimo de pontes mistas rodoviárias de pequeno vão.** Porto: [s.n.]. Disponível em: <<http://www.fe.up.pt>>.

FHWA. **Load and Resistance Factor Design (LRFD) for Highway Bridge Superstructures - Reference Manual.** , jul. 2015a.

FHWA. **Steel Bridge Design Handbook: Selecting the Right Bridge Type.** , dez. 2015b.

FULGÊNCIO, J. P. O. R.; PAULA, F. A. DE; AZEVEDO, C. P. B. Análise do Uso de Vigas Transversinas em Pontes de Concreto Armado. **VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, p. 10, 21 maio 2014.

FURTADO, J. J. H. C. **Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado.** Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.

GOCÁL, J.; DURŠOVÁ, A. Optimisation of transversal disposition of steel and concrete composite road bridges. **Procedia Engineering**, v. 40, p. 125–130, 2012.

GONÇALVES, C. DE S. et al. Comparativo técnico entre o dimensionamento de longarinas em concreto armado e concreto protendido. **X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, p. 10, 9 maio 2018.

JUNIOR, A. T. D. S.; MOUÇO, D. L. **Análise comparativa entre longarinas pré-moldadas de concreto armado e protendido para pontes rodoviárias.** **X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas.** Rio de Janeiro, 9 maio 2018.

KAVEH, A.; MANIAT, M.; ARAB NAEINI, M. Cost optimum design of post-tensioned concrete bridges using a modified colliding bodies optimization algorithm. **Advances in Engineering Software**, v. 98, p. 12–22, 1 ago. 2016.

KNIGHT, R. P. Economical Steel Plate Girder Bridges. **Engineering Journal**, p. 89–93, 2003.

LEBET, J.-P.; HIRT, M. A. **Steel Bridges - Conceptual and Structural Design of Steel and Steel-Concrete Composite Bridges**. (EPFL Press, Ed.), 2013.

LEONHARDT, F. **CONSTRUÇÕES DE CONCRETO - VOLUME VI: Princípios Básicos da Construção de Pontes de Concreto**. Rio de Janeiro: [s.n.]. v. 6

MARTÍ, J. V. et al. Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. **Engineering Structures**, v. 48, p. 342–352, mar. 2013.

MARTINS, G. A.; CARVALHO, D. I.; CASTRO, B. C. DE. **Custo das longarinas em concreto protendido: Estudo de caso da ponte sobre o ribeirão Brejo Comprido na cidade de Palmas - TO**. CONTECC. Palmas , 17 set. 2019.

MENDES, G. A. R. **Solução Ótima para Tabuleiro de Pontes Rodoviárias com Vigas Tipo I Pré-moldadas e Protendidas**. Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2018.

MOGA, C. et al. Concrete shrinkage stresses and thermal effects in the composite girders according to Eurocodes. **16th International Multidisciplinary Scientific GeoConference** , p. 501–508, 2016.

MOTA, J. E.; MOTA, M. M. C.; GONDIM, J. J. **Estudo de Viga Pré-Moldada Tipo I para Tabuleiro de Pontes Rodoviárias até 30m**. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas Rio de Janeiro, 9 maio 2018.

NMM. **Abordagem sobre a evolução na construção de pontes metálicas**. Lisboa, nov. 2010.

ODROBIŇÁK, J. Influence of web slenderness on bending capacity of composite steel and concrete girder. **ECCS European Convention for Constructional Steelwork**, v. B, p. 1281–1286, 31 ago. 2011.

PCI. **Precast Prestressed Concrete BRIDGE DESIGN MANUAL - 3rd Edition, Second Release, August 2014**. , 2014. Disponível em: <<http://www.pci.org>>

PEDRO, R. L. et al. An efficient approach for the optimization of simply supported steel-concrete composite I-girder bridges. **Advances in Engineering Software**, v. 112, p. 31–45, 1 out. 2017.

PINHO, F. O.; BELLEI, I. H. **Manual de Pontes e Viadutos em Vigas Mistas**. Rio de Janeiro, 2020.

PINHO, M. F.; REGIS, P. DE A.; ARAÚJO, É. DA R. Tabuleiros de pontes em vigas pré-moldadas protendidas com continuidade - Aspectos de projeto e construção. **Anais do 51º Congresso Brasileiro do Concreto - CBC2009**, p. 15, 2009.

RESENDE, D. **Projeto e Cálculo de uma viga em concreto protendido**. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 14 mar. 2018.

SÁLES, J. J.; MALITE, M.; GONÇALVES, R. M. **Ligações em estruturas de aço**. São Carlos, ago. 1994.

SCHMÖGEL, S.; SCHMITZ, R. J. Comparação de projetos padronizados para pontes em concreto armado e mistas aço-concreto. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 13, n. 4, p. 183–194, 25 mar. 2022.

SILVA NICOLETTI, R. et al. Pontes mistas de aço e concreto em seção caixão com protensão externa: procedimentos de cálculo e de projeto. 2020.

SILVA, P. DA F. et al. Efeitos da Mudança da NBR 7188:2013 nos Projetos de Pontes. Estudo de Caso: Projeto de Recuperação da Ponte sobre o Rio Correias na BR 101/SC. **VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, p. 8, 2014.

SOUZA, V. J. L. DE. **Contribuição ao projeto e dimensionamento da superestrutura de pontes rodoviárias em vigas mistas de aço e concreto**. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2012.

SPESSATTO, R. P.; LAZZARI, P. M.; LAZZARI, P. M. **Dimensionamento e Estudo Comparativo de Materiais de uma Viga de Ponte Rodoviária em Concreto Armado e Concreto Protendido**. **Anais do 62º Congresso Brasileiro do Concreto CBC2020**. Florianópolis - SC, 1 set. 2020.

THOMAZ, E. C. S. **Concreto Protendido. Notas de Aula. IME**, 2002.

TOMA, S.; MAEDA, J. Optimum Girder Height and Minimum Sectional Area of highway Composite Girder Bridge. 2011.

WANG, G.-M. et al. Experimental Research of the Time-Dependent Effects of Steel–Concrete Composite Girder Bridges during Construction and Operation Periods.

**Materials**, v. 13, n. 9, p. 2123, 3 maio 2020.

## **2 OTIMIZAÇÃO DE SEÇÕES DE PONTES EM LONGARINAS DE CONCRETO PRÉ-MOLDADAS E PROTENDIDAS**

## RESUMO

A otimização de estruturas é essencial no contexto da engenharia civil, a fim de se obter estruturas mais econômicas e sustentáveis. Quando se fala de pontes, a otimização da estrutura torna-se fundamental tendo em vista a magnitude desses projetos. Embora vários estudos busquem encontrar parâmetros ideais a fim de encontrar soluções que visem a redução do consumo de materiais, ainda são necessários diretrizes mais específicas em projetos de pontes. Esse trabalho, possui uma ampla abordagem com objetivo de fornecer curvas baseadas em seções otimizadas de pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido, nas quais todas as verificações exigidas pelas normas brasileiras são verificadas, resultando em soluções equivalentes a um projeto real. Para isso, foi realizado um estudo correlacionando os consumos de armadura passiva e ativa de 76 pontes em concreto pré-moldado protendido, modeladas em elementos finitos. Essas pontes variaram em vãos de 20 a 40 metros, apresentando diferentes espaçamentos entre longarinas, alturas e relações entre a largura da laje em balanço do tabuleiro e o espaçamento entre longarinas. A análise também incluiu pontes com diferentes espessuras de lajes e quantidades de transversinas, resultando em curvas que relacionam o consumo de armadura passiva, armadura ativa e concreto com as variáveis estudadas. Essas curvas proporcionam informações para a construção de tabuleiros com seções otimizadas do ponto de vista do consumo de materiais. Entre os resultados, destaca-se que, de maneira geral, o espaçamento entre longarinas exerceu uma influência mais significativa no consumo de materiais em comparação com a altura das longarinas, longarinas mais altas tendem a utilizar mais armadura ativa enquanto que longarinas mais baixas tendem a aumentar o consumo de armadura passiva, lajes mais espesas tendem a reduzir o consumo de armaduras, e a utilização de transversinas no meio do vão, também tendem a reduzir o consumo de armaduras. Esse estudo contribui não apenas para o entendimento das relações entre parâmetros estruturais, mas também oferece orientações valiosas para a eficiência no consumo de materiais em projetos de pontes com longarinas pré-moldadas protendidas.

**Palavras-chave:** Otimização, pontes, concreto, pré-moldado, concreto protendido

## ABSTRACT

Structure optimization is essential in the context of civil engineering to achieve more economical and sustainable structures. When it comes to bridge structures, optimizing the design becomes crucial given the magnitude of these projects. While various studies aim to identify ideal parameters for solutions that reduce material consumption in bridge projects, more specific guidelines are still needed. This work takes a comprehensive approach with the goal of providing curves based on optimized sections of bridges with precast prestressed concrete girders, ensuring compliance with Brazilian standards and resulting in solutions equivalent to real projects. To achieve this, a study was conducted correlating the consumption of passive and active steel in 76 precast prestressed concrete bridges modeled using finite element analysis. These bridges varied in spans from 20 to 40 meters, featuring different spacing between girders, heights, and ratio between the width of the cantilever deck slab and the spacing between girders. The analysis also considered bridges with different slab thicknesses and quantities of transverse beams, resulting in curves that correlate the consumption of passive steel, active steel, and concrete with the studied variables. These curves provide crucial information for constructing decks with optimized sections from the perspective of material consumption. Among the results, it is noteworthy that, overall, the spacing between girders had a more significant influence on material consumption compared to the height of the girders. Higher girders tend to use more active steel, while lower girders tend to increase steel consumption. Thicker slabs tend to reduce steel consumption, and the use of transverse beams in the middle of the span also tends to reduce steel consumption. This study contributes not only to understanding the relationships between structural parameters but also provides valuable guidance for material efficiency in projects involving precast prestressed concrete girder bridges.

**Keywords:** *Optimization, bridges, concrete, precast concrete.*

## 2.1 INTRODUÇÃO

As pontes em vigas pré-moldadas constituem sistemas estruturais, comumente em vãos bi-apoiados, compostos por longarinas com ou sem transversinas servindo como suporte para as lajes, que irão receber os carregamentos do tráfego. As longarinas se apoiam sobre travessas sem transmissão de momentos fletores, por meio de aparelhos de apoio elastoméricos. As travessas, por sua vez, se apoiam sobre pilares que levam as cargas à fundação (Cavalcante, 2016).

A utilização de vigas pré-moldadas de concreto na construção de pontes teve início na década de 30, mas seu desenvolvimento significativo ocorreu a partir da década de 50, acompanhando os avanços na tecnologia de protensão e métodos de transporte e montagem (Pinho; Regis; Araújo, 2009). No Brasil, o sistema construtivo que emprega longarinas pré-moldadas protendidas representa aproximadamente 20% das mais de 6650 pontes registradas no Sistema de Gerenciamento de Obras de Arte (SGO) do Departamento Nacional de Infraestrutura e Transporte (DNIT, 2021), evidenciando sua importância e ampla utilização.

De acordo com o PCI (2014) as pontes em vigas I de concreto protendido são particularmente adequadas para pontes rodoviárias de médio alcance (20 a 60 metros), devido ao seu peso próprio moderado, eficiência estrutural, facilidade de fabricação, rápida construção, custo inicial reduzido, longa expectativa de vida e manutenção simplificada, incluindo a substituição do tabuleiro.

Nos últimos anos, com o aumento do tráfego rodoviário global, a construção de novas pontes tornou-se mais frequente para atender à crescente demanda. Além da necessidade de novas rodovias, muitas rodovias já existentes precisam ser expandidas. No Brasil, de acordo com Silva et al. (2014), a maioria das pontes na malha rodoviária federal data da década de 60 e não atende satisfatoriamente ao atual volume de tráfego nem à magnitude das cargas dos veículos que as transpõe.

Conseqüentemente, muitas pontes enfrentam a necessidade de reforços, ampliações no tabuleiro ou até mesmo substituições completas. De acordo com Mendes (2018), pontes e viadutos desempenham um importante papel na infraestrutura rodoviária, dado o seu alto custo e a exigência de um planejamento minucioso. Nesse contexto, torna-se evidente a necessidade de projetos otimizados.

Quando se trata de sistemas estruturais de pontes, mesmo pequenos detalhes ou ajustes no arranjo ou no detalhamento podem resultar em economias significativas, considerando a magnitude dessas obras. Portanto, a busca por soluções eficientes se torna fundamental.

Frente a esse cenário, estudos a respeito de parâmetros ótimos para projetos de pontes vêm sendo realizados com o intuito de minimizar o consumo de material e, conseqüentemente, obter uma redução no custo das estruturas. Estudos como os de Gonçalves et al. (2018), Junior e Mouço (2018), Martins; Carvalho; Castro (2019) e Spessatto, Lazzari, Lazzari (2020) propõem a comparação entre os sistemas estruturais em concreto armado e concreto protendido, verificando qual seria a melhor solução a dependendo do vão analisado. A partir dos trabalhos de Ahsan; Rana; Ghani (2012), Furtado (2018), Mota; Mota; Gondim (2018), Resende (2018) e Thomaz (2002) é possível obter parâmetros de relacionados a configurações ótimas, como alturas das longarinas entre  $15,8 \leq L/h \leq 20,2$ , assim com o espaçamento ótimo entre a longarinas variando entre 2,30 m e 3,40 m, enquanto o balanço lateral deve ser menor que 0,4 vezes o espaçamento entre longarinas. Já Alves (2010), CAI et al. (2007), Fulgêncio; Paula; Azevedo (2014) e Leonhardt (1979), analisaram a influência do uso das transversinas. Além desses estudos, Kaveh; Maniat; Arab Naeini (2016), Martí et al. (2013) e Pedro et al. (2017) propuseram a utilização de algoritmos para otimização em pontes, demonstrando o grande interesse no tema.

Apesar da extensa pesquisa em busca de parâmetros ideais para otimizar projetos de pontes e reduzir o consumo de material, resultando em economia de custos, ainda persiste a necessidade de diretrizes mais específicas que possibilitem a criação de projetos com dimensões otimizadas e economicamente eficientes. Muitos dos estudos existentes se concentram na otimização de estruturas em relação a variáveis específicas. No entanto, este trabalho adota uma abordagem diferente, com o objetivo de fornecer curvas baseadas em seções otimizadas de longarinas em concreto pré-moldado protendido, nas quais todas verificações exigidas pelas normas brasileiras sejam atendidas, de forma que cada resultado obtido no estudo de otimização represente uma ponte que atenda a todos os requisitos normativos sendo, portanto, uma estrutura equivalente e um projeto real e possível de ser construída. Essas curvas indicam as alturas ideais para as longarinas e as lajes, bem como o espaçamento entre elas e a largura do balanço lateral do tabuleiro, visando a

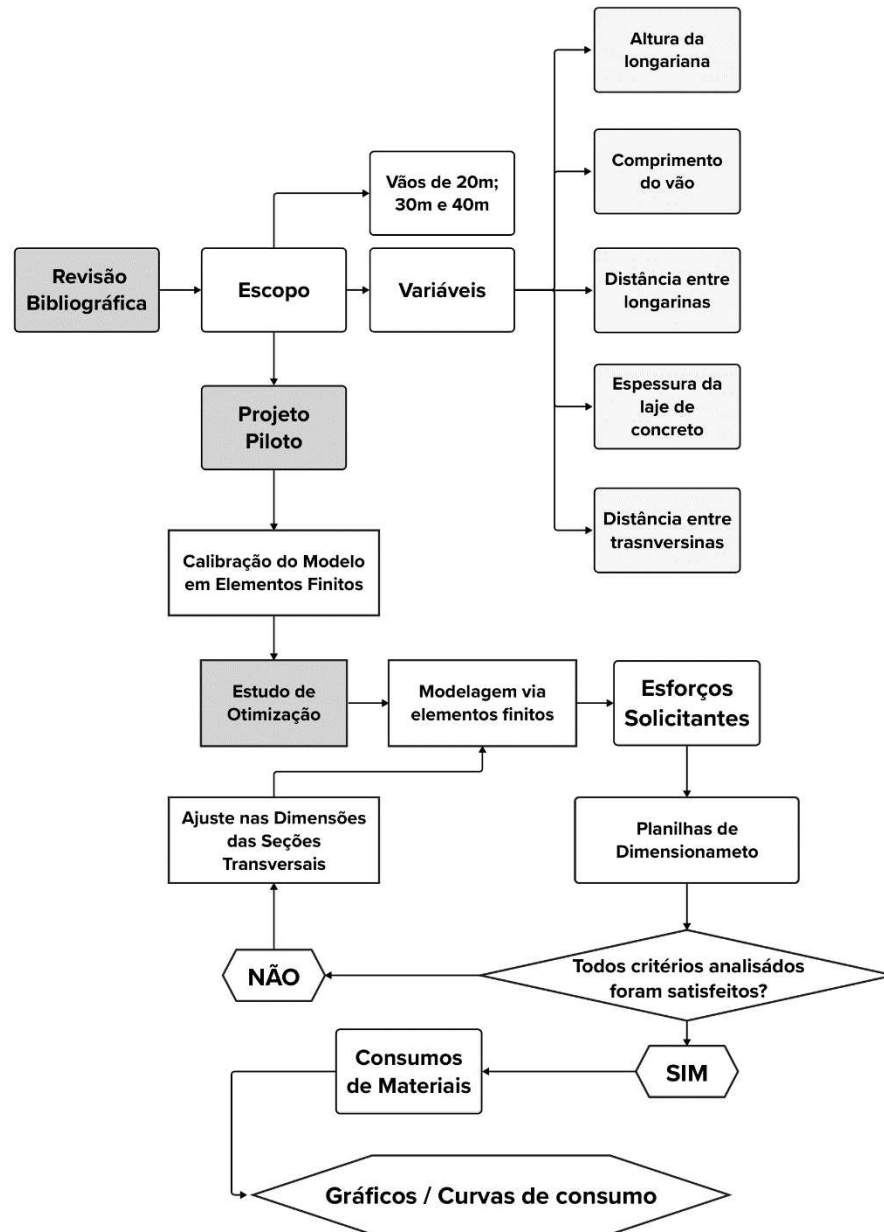
otimização dos consumos de armaduras ativas e passivas. Esta abordagem proporciona um novo nível de precisão na busca por soluções econômicas e eficazes no contexto da engenharia de pontes.

Para a obtenção das curvas, foram consideradas pontes com vãos variando entre 20, 30 e 40 metros, com variações nas alturas das longarinas, no espaçamento entre longarinas, na largura do balanço e na espessura da laje. Também se avaliou a influência do uso e da distância entre as transversinas. O estudo incluiu a modelagem por meio de modelos numéricos em elementos finitos e o dimensionamento de 76 diferentes variações de pontes com longarinas pré-moldadas protendidas.

## **2.2 METODOLOGIA**

Na Figura 2 está resumida a metodologia utilizada no desenvolvimento desse trabalho, a qual pode ser dividida em 3 etapas: revisão bibliográfica, projeto piloto, estudo de otimização.

Figura 2 - Fluxograma do estudo de otimização.



Inicialmente, realizou-se uma revisão bibliográfica, com o intuito de compreender os estudos relacionados à otimização de pontes que fazem uso de longarinas de concreto pré-moldado protendido. A partir dessa revisão, definiu-se o escopo do projeto e determinou-se as variáveis a serem analisadas.

Em seguida, desenvolveu-se um modelo piloto de ponte utilizando o software CSiBridge v23.0.0, baseado em Elementos Finitos. Por meio desse modelo, foram obtidos dados sobre os esforços atuantes nas longarinas e nas lajes da ponte. Esses resultados foram então comparados com os valores obtidos através de cálculos

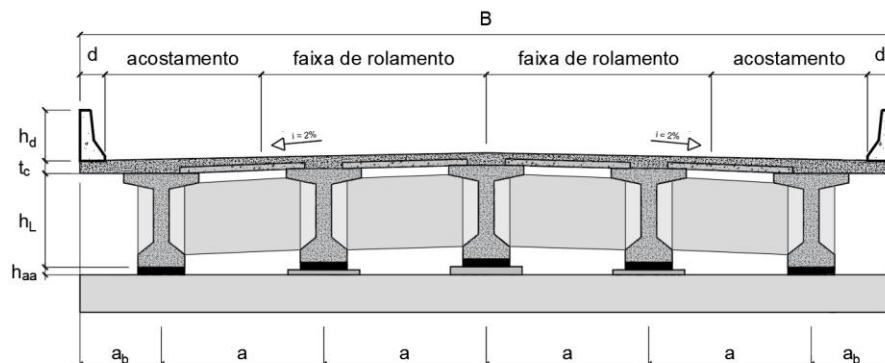
analíticos para a mesma ponte, a fim de calibrar e verificar a precisão do modelo numérico.

Com o modelo de Elementos Finitos devidamente calibrado, a pesquisa prosseguiu para a etapa de estudo de otimização. Nesse estágio, foram modeladas e dimensionadas um total de 76 diferentes variações de pontes. O principal objetivo era determinar as relações ideais entre o vão e a altura das pontes, especialmente aquelas com vãos variando entre 20 e 40 metros. Além disso, buscou-se identificar as relações ideais entre o número de longarinas, o vão e a largura do tabuleiro, bem como avaliar a influência da espessura da laje. Foi também considerada a necessidade de utilizar ou não transversinas no meio do vão. O resultado almejado foi a obtenção de curvas que permitissem correlacionar o consumo de armadura ativa, armadura passiva e concreto com as diferentes dimensões adotadas nas pontes, identificando assim, quais seriam as seções mais econômicas.

### 2.2.1 TIPOLOGIA DO TABULEIRO

O estudo de otimização foi conduzido em pontes com longarinas pré-moldadas protendidas e laje de concreto armado, abrangendo vãos de 20 m, 30 m e 40 m. O tabuleiro utilizado no estudo pertence à classe I-B, sem passeio, com duas faixas de rolamento de 3,60m cada, dois acostamentos de 2,50m e duas defensas com 0,40m, totalizando uma largura (B) de 13,00 metros, conforme especificações do Manual de Projeto de Obras de Arte Especiais (DNER, 1996) e ilustrado na Figura 3.

Figura 3 - Seção transversal genérica do tabuleiro utilizado no estudo de otimização.



Fonte: Adaptado de DNER (1996).

Para as longarinas, foram utilizadas seções I pré-moldadas conforme mostrado na Figura 4-a. Para vãos de 20, 30 e 40 metros, a espessura da alma (e) foi adotada

como 20 cm, 30 cm e 40 cm, respectivamente. As variações na altura da longarina ( $h_L$ ) foram realizadas apenas modificando a altura das almas ( $h_a$ ). Na Tabela 2 são apresentados os parâmetros do tabuleiro adotado no estudo, sendo destacado em negrito as variáveis adotadas em cada um deles.

A laje do tabuleiro foi construída utilizando pré-lajes e uma capa de concreto moldada no local. Após a cura do concreto, as pré-lajes foram consideradas parte integrante da seção transversal do tabuleiro, resultando em uma laje maciça de concreto armado com formato retangular. Essa laje foi considerada trabalhando em conjunto com as longarinas, formando uma seção composta com uma largura colaborante ( $b_f$ ) (Figura 4-b). A classe de agressividade adotada para o estudo foi a CAA II, conforme a NBR 6118 (ABNT, 2014). Portanto, os cobrimentos mínimos para as armaduras ativas e passivas foram definidos como 30 mm e 35 mm para as vigas, e 25 mm para as lajes, de acordo com o Item 7.4 da NBR 6118 (ABNT, 2014). Além disso, tanto para as longarinas quanto para as lajes, adotou-se o concreto com resistência de 35 MPa em todos os casos analisados.

Figura 4 - Seção transversal das longarinas adotadas no estudo de otimização.

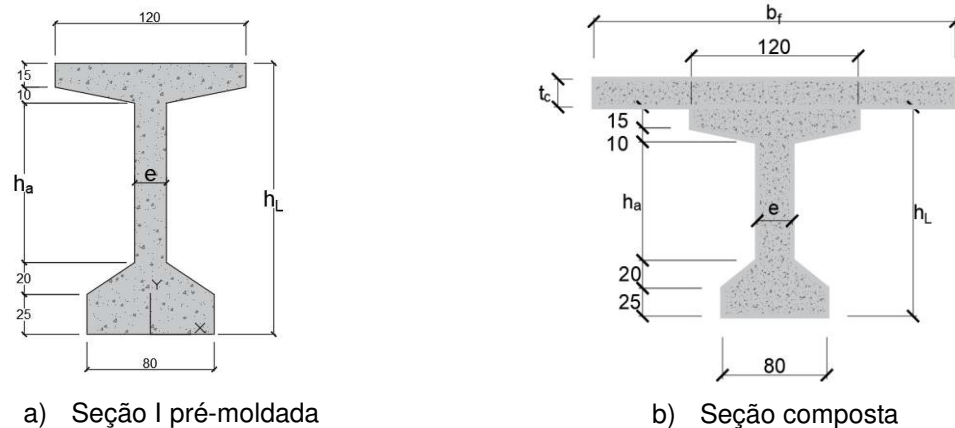


Tabela 2 – Variáveis consideradas em cada estudo de otimização.

Estudo	Largura do tabuleiro (m)	Vão (m)	Altura da longarina (cm)	Número de longarinas	Espaçamento entre longarinas (cm)	Largura da laje em balanço "ab" (cm)	Relação ab/a	Espessura da laje (cm)	Número de transversinas	Espaçamento entre transversinas (m)						
Altura da longarina, comprimento do vão e distância entre longarinas	13	20	$110 \leq h \leq 200$	4	360	110	0,31	20	2	10						
				5	270		0,41									
				7	180		0,61									
		9	135	0,81												
		30	$170 \leq h \leq 260$	4	360		0,31									
				5	270		0,41									
				6	216		0,51									
		40	$230 \leq h \leq 350$	7	180		0,61									
				4	360		0,31									
				5	270		0,41									
		Influência da espessura da laje	13	30 m	170		5				270	110	0,41	18	2	10
							5						0,41			
5	0,41					25										
30 m	170			4	360	0,31	18									
				4		0,31	20									
				4		0,31	25									
Influência da largura da laje em balanço	13	30	$170 / 200 / 230 / 260$	5	295	60	0,20	20	2	10						
				5	270	110	0,41									
				5	260	130	0,50									
				5	245	160	0,65									
				5	295	60	0,20									
	13	30	170	5	295	110	0,37	20	2	10						
	14			5	295	110	0,37									
	14,8	30	170	5	295	150	0,51	20	2	10						
	14,8			5	295	150	0,51									
Influência do número de transversinas	13	30	17	5	270	110	0,41	20	0	30						
				5	270		0,41		1	15						
				5	270		0,41		2	10						
				5	270		0,41		3	7,5						

Além das longarinas e das lajes, foram incorporadas duas transversinas no vão intermediário, juntamente com as transversinas de apoio. O propósito dessas transversinas é contribuir para a redistribuição de cargas, ajudar no combate os esforços de torção e aprimorar a estabilidade da estrutura durante o processo de construção e utilização. As transversinas foram dimensionadas com uma espessura de 25 cm e uma altura 25 cm menor em comparação com a altura das longarinas.

## 2.2.2 MODELO NUMÉRICO

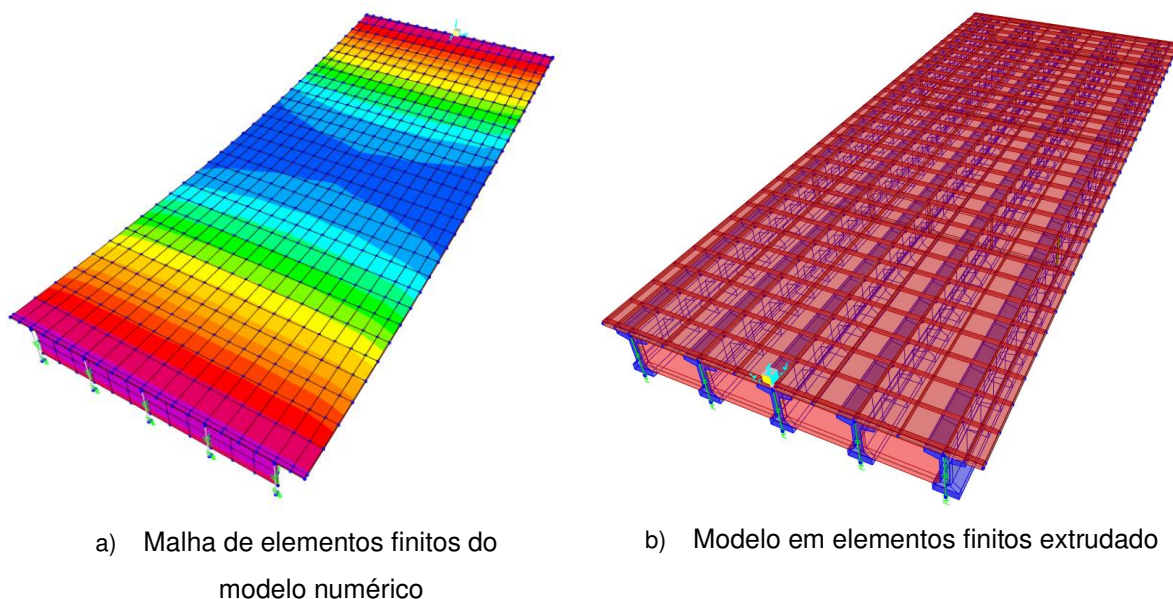
Para modelagem da ponte utilizou-se o software *CSiBridge v23.0.0*, o qual utiliza o Método dos Elementos Finitos (MEF) para realização da análise estrutural. O software também possibilita o dimensionamento da estrutura segundo diferentes normas internacionais, no entanto, essa funcionalidade não foi utilizada nesse projeto, pois as normas brasileiras não estão implementadas no programa.

O *CSiBridge* utiliza os conceitos de superfície de influência para a determinação de esforços solicitante devido à carga móvel. Os esforços podem ser obtidos ponto a ponto segundo a malha proposta pelo usuário, em que a precisão dos esforços e deslocamentos numéricos depende da discretização da malha de

elementos finitos. A Figura 5 apresenta um modelo tridimensional modelado através do *CSiBridge*, as longarinas e a laje do tabuleiro foram discretizadas com elementos a cada 1,00 metros.

No modelo proposto, longarinas pré-moldadas foram discretizadas como elementos de barra (frame) e o tabuleiro por elementos de casca do tipo *shell thin* (casca fina). As transversinas também foram modeladas utilizando elementos tipo *shell*, que é um padrão do software. Na Figura 5-a é representada a malha de elementos finitos do modelo numérico, em que os elementos de casca do tabuleiro e das transversinas foram discretizados com dimensões máximas de 1000 mm x 1000 mm, já a Figura 5-b representa o modelo de forma extrudada.

Figura 5 - Malha de elementos finitos.



Todas as longarinas foram consideradas apoiadas sobre aparelhos de apoio Elastoméricos, simulados a partir de elementos de mola com o deslocamento na direção z (vertical) restrito (consideração de rigidez axial infinita). Os movimentos nas direções x e y não foram impedidos. Para essas direções admitiu-se molas com de rigidez com valor de 30 KN/cm. Além disso, a rigidez à torção das longarinas foi reduzida para 0,01% da constante torcional original. Essa diminuição foi estrategicamente escolhida devido ao impacto significativo na redução dos esforços de torção nas longarinas, resultando em uma diminuição correspondente no consumo de armadura. Já as transversinas foram admitidas com espessura de 25 cm e altura de 25 cm menores que a altura da longarina. Em todos os casos, admitiu-se um

concreto com resistência de 35 MPa e aço CA50 para as armaduras, tanto para as longarinas quanto para a laje e para as transversinas.

Na Tabela 3 são resumidos os carregamentos considerados no modelo numérico, incluindo o peso próprio do concreto (longarina, lajes e transversinas), a pavimentação, o recapeamento, o peso das barreiras do tipo New Jersey e o carregamento móvel. Para o carregamento móvel, adotou-se o trem-tipo TB-450 conforme as diretrizes da NBR 7188 (ABNT, 2013a). Não foram incorporados no modelo numérico os esforços devido à protensão, mas esses valores foram calculados e seus efeitos foram contemplados na planilha de dimensionamento. Da mesma forma, os esforços resultantes da retração, fluência e variação de temperatura foram calculados de maneira analítica, utilizando o modelo proposto por (MOGA et al., 2016). Não foram considerados os esforços devido ao vento.

Tabela 3 – Carregamentos impostos no modelo numérico.

Peso Próprio do concreto ( $\gamma = 25 \text{ KN/m}^2$ )	*	
Barreira do tipo New Jersey	5,08	kN/m
Pavimentação	2,40	kN/m <sup>2</sup>
Recapeamento	2,00	kN/m <sup>2</sup>
Carga móvel	TB-450	
Sobrecarga na etapa de construção	2,00	kN/m <sup>2</sup>

\*Valores calculados automaticamente pelo software a partir das dimensões adotadas.

### 2.2.3 DIMENSIONAMENTO E VERIFICAÇÕES

No estudo de otimização foi conduzido o dimensionamento das longarinas e das lajes. As longarinas foram verificadas em seis etapas, sendo elas: etapa de protensão, içamento, concretagem da laje e transversinas, revestimento, início e final da operação da ponte. Já para o dimensionamento das lajes foram consideradas duas etapas, a primeira, construtiva, em que as longarinas e pré-lajes (pré-moldadas) devem resistir ao peso próprio do concreto fresco e à sobrecarga de construção, e a segunda etapa, em que a laje consolidada às longarinas devem resistir ao peso próprio, peso da pavimentação e defensas, carga móvel e impacto nas defensas (lajes em balanço).

Foram realizadas verificações para os Estados Limites Últimos e Estados Limites de Utilização onde foram observadas as recomendações das normas brasileiras NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR 7187 (ABNT, 2021a), NBR 7188 (ABNT, 2013a), NBR 7480 (ABNT, 2007), NBR 7483 (ABNT, 2020), NBR 8681 (ABNT, 2003) e NBR 9062 (ABNT, 2017). Na Tabela 4 são resumidas as verificações realizadas.

Para o dimensionamento das longarinas, foram consideradas as etapas de protensão, içamento, concretagem das lajes e transversinas, e inicialmente foram inseridas as propriedades do concreto, da armadura passiva e do aço de protensão, em seguida, a seção era desenhada no software AutoCAD, de onde eram retiradas todas as propriedades geométricas, tanto da viga, quanto da seção composta, onde considerava-se a longarina trabalhando em conjunto com a laje. Posteriormente, determinava-se o traçado dos cabos e o engrossamento no apoio. Em seguida as planilhas eram alimentadas com os resultados dos esforços obtidos através do software CSiBridge, além dos esforços de retração, fluência e variação de temperatura obtidos através do modelo proposto por (MOGA et al., 2016) possibilitando assim estimar a força de protensão, considerada limitada, e estimar suas perdas, em seguida verificava-se se a protensão adotada atendia a todos os limites estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014) para o Estado Limite Último (ELU) e para o Estado Limite de Serviço (ELS). Após a verificação da protensão, foram dimensionadas as armaduras de flexão, de cisalhamento e de torção, e em seguida averiguava-se se as mesmas passavam pelos critérios de fadiga. Por fim, era realizada a verificação quanto à deformação excessiva, tanto para o ato da protensão quanto no tempo infinito, e comparados com os valores máximos estabelecidos pela NBR 6118 (ABNT, 2014), já que em várias situações, a flecha excessiva foi determinante no dimensionamento das longarinas. Caso a seção adotada atendesse a todos os critérios analisados após todos os dimensionamento e verificações, calculava-se o quantitativo das armaduras passivas, ativas e o consumo de concreto para as longarinas.

Para dimensionar as lajes, inicialmente eram inseridas as propriedades do concreto e da armadura adotada seguido das dimensões da laje. Em seguida, as planilhas foram alimentadas com os esforços obtidos através da análise realizada no software CSiBridge, a partir dos quais era calculada a armadura necessária para resistir a esses esforços. Após a determinação das armaduras, a mesma era verificada ao esforço cortante, à fadiga e ao estado limite de abertura de fissuras. Após essa

série de verificações, caso todos os critérios fossem aprovados, obtinha-se então o consumo de aço e concreto para a laje.

Tabela 4 - Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes pré-moldadas protendidas.

a) Definição do traçado dos cabos de protensão;
b) Comprimento de engrossamento da alma da viga junto ao apoio;
c) Esforços solicitantes em cada etapa construtiva, sendo elas: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Protensão;</li> <li>• Içamento.</li> <li>• Concretagem das lajes e transversinas;</li> <li>• Revestimento e barreiras;</li> <li>• Início da operação da ponte;</li> <li>• Final da operação da ponte.</li> </ul>
d) Esforços devido a retração da laje;
e) Esforços devido à variação de temperatura na laje;
f) Determinação da força de protensão <ul style="list-style-type: none"> <li>• ELU – Ato da protensão</li> <li>• ELS – Protensão Limitada</li> </ul>
g) Cálculo das perdas de protensão <ul style="list-style-type: none"> <li>• Perdas imediatas           <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Atrito do cabo/bainha</li> <li>○ Acomodação da ancoragem</li> <li>○ Encurtamento elástico do concreto</li> </ul> </li> <li>• Perdas progressivas           <ul style="list-style-type: none"> <li>○ Retração</li> <li>○ Fluência</li> <li>○ Relaxação do aço</li> </ul> </li> </ul>
h) Dimensionamento da armadura longitudinal da longarina;
i) Dimensionamento da armadura transversal;
j) Dimensionamento da armadura de torção;
k) Fadiga da armadura longitudinal e do concreto;
l) Fadiga da armadura transversal;
m) Verificação da flecha;
n) Estabilidade lateral da viga pré-moldada no içamento

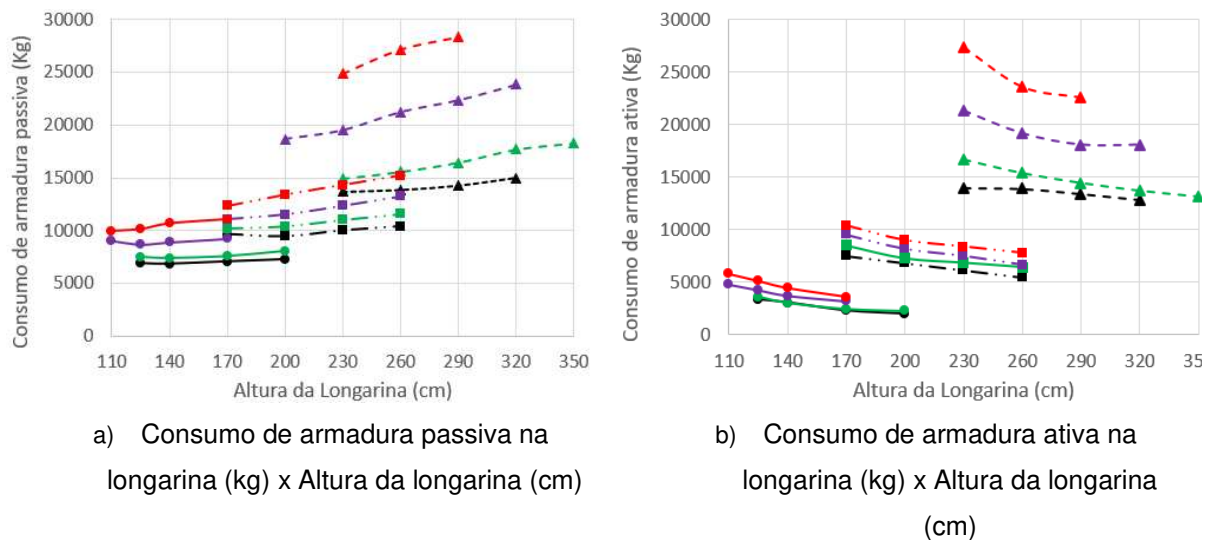
## 2.3 RESULTADOS

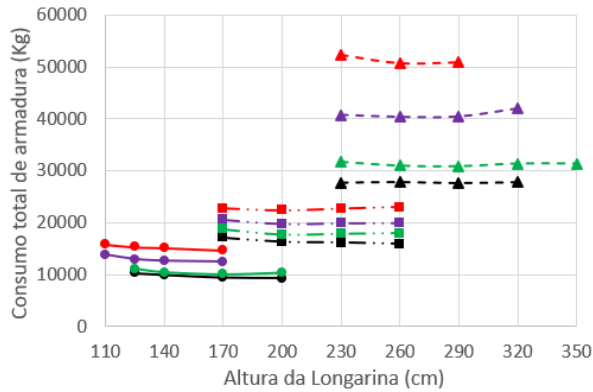
### 2.3.1 CONSUMOS EM FUNÇÃO DA: ALTURA DA LONGARINA, COMPRIMENTO DO VÃO E DISTÂNCIA ENTRE LONGARINAS

Considerando que diferentes comprimentos de vão, espaçamento e alturas das longarinas influenciam diretamente no consumo de materiais nas longarinas, foi proposto um estudo onde avaliou-se a influência desses parâmetros no consumo de armadura passiva, armadura ativa e o consumo de concreto. A fim de verificar a influência desses parâmetros e correlacioná-los com os seus consumos, foram avaliadas 48 pontes com vãos variando de 20, 30 e 40 metros, e cujas variações dos espaçamentos entre longarinas e suas alturas estão apresentados na Tabela 2.

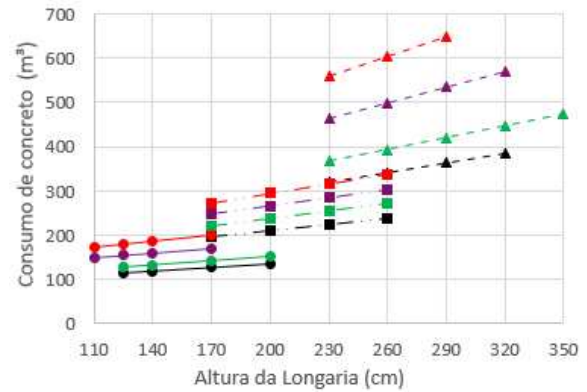
A partir dos resultados encontrados com o dimensionamento foi possível gerar gráficos correlacionando os consumos de armadura passiva, armadura ativa, e o consumo de concreto utilizado nas longarinas de acordo com sua altura e com o espaçamento entre seus eixos, conforme são apresentados na Figura 6.

Figura 6 - Consumos de armadura (kg) e concreto (m<sup>3</sup>) nas longarinas em função da altura (cm).





c) Consumo total de armadura na longarina (kg) x Altura da longarina (cm)



d) Consumo de concreto nas longarinas (m³) x Altura da longarina (cm)

- Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 360cm    ■ Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 360cm
- ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 360cm    ● Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 270cm
- Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 270cm    ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 270cm
- Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 180cm    ■ Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 216cm
- ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 180cm    ● Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 135cm
- Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 180cm    ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 135cm

Ao analisar a Figura 6 observa-se para todos os vão estudados, que para uma altura fixa de longarina, seja ela qual for, tanto o consumo de armadura (passiva, ativa e total) quanto o consumo de concreto são maiores quanto menor o espaçamento entre os eixos das longarinas, ou seja, a medida em que mais longarinas são adicionadas ao sistema, esse apresenta uma tendência de aumento de consumo. Como todos os pontos no gráfico foram gerados a partir de configurações que atenderam a todos os requisitos de projeto, observou-se que para situações em que a distância entre os eixos das longarinas é menor, é possível obter longarinas com menores alturas. Utilizar mais longarinas, de menor altura e menos espaçadas apresenta um consumo maior, mas pode ser uma opção quando se tem limitação da altura de construção da superestrutura.

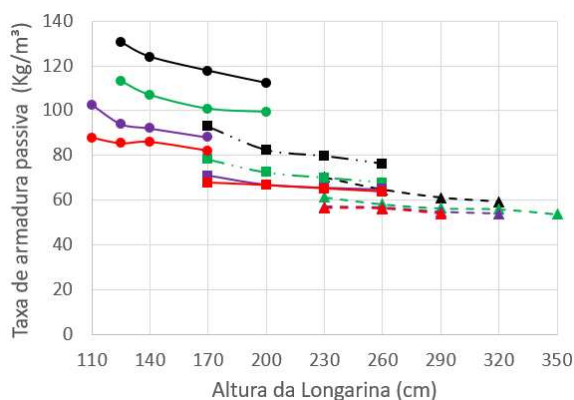
Já ao analisar de maneira individual cada espaçamento entre eixos, nota-se que ao aumentar a altura da longarina, tem-se o aumento do consumo de armadura passiva (Figura 6-a). Uma possível causa desse aumento seria a elevação do peso próprio da longarina, e conseqüente um aumento nos esforços solicitantes. De maneira oposta, o consumo de armadura ativa (Figura 6-b) decresce a medida em que se aumenta a altura da longarina. Com o aumento da inércia da seção transversal,

a força de protensão necessária para atingir o nível de protensão desejado passa a ser menor.

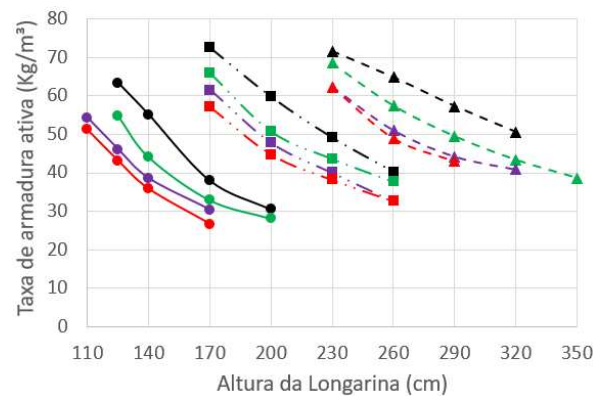
Além dos consumos individuais de armadura passiva e armadura ativa, pode-se verificar o consumo total de armadura na longarina (ver Figura 6-c), assim nota-se que quanto maior o número de longarinas utilizadas no sistema, maior será o consumo de aço total necessário. Pode-se observar também que para todos os vão estudados em um mesmo espaçamento o consumo total de armadura na longarina não sofre grandes alterações. O consumo de concreto também é um importante fator a ser observado, conforme pode ser visto na Figura 6-d, o aumento do número e altura das longarinas eleva o consumo de concreto como um todo.

Além do consumo, uma métrica que também pode ser analisada é a taxa de armadura, correlacionando o consumo de armadura em quilos pelo volume de concreto utilizado nas longarinas, em função da altura das longarinas, conforme ilustrado na Figura 7.

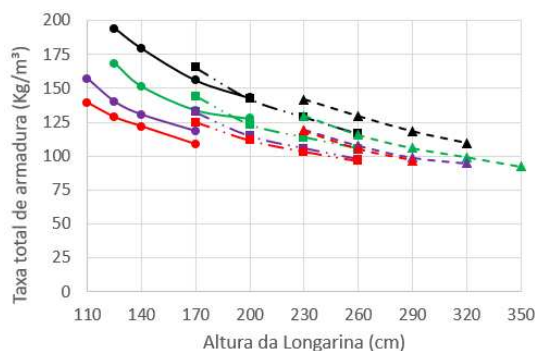
Figura 7 - Taxas de armadura nas longarinas (Kg/m<sup>3</sup>) em função da altura (cm).



a) Taxa de armadura passiva na longarina  
(Kg/m<sup>3</sup>) x Altura da longarina (cm)



b) Taxa de armadura ativa na longarina  
(Kg/m<sup>3</sup>) x Altura da longarina (cm)



c) Taxa total de armadura na longarina  
(kg/m<sup>3</sup>) x Altura da longarina (cm)

- Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 360cm
- Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 360cm
- ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 360cm
- Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 270cm
- Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 270cm
- ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 270cm
- Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 180cm
- Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 216cm
- ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 180cm
- Vão de 20 m - Esp. entre eixos = 135cm
- Vão de 30 m - Esp. entre eixos = 180cm
- ▲ Vão de 40 m - Esp. entre eixos = 135cm

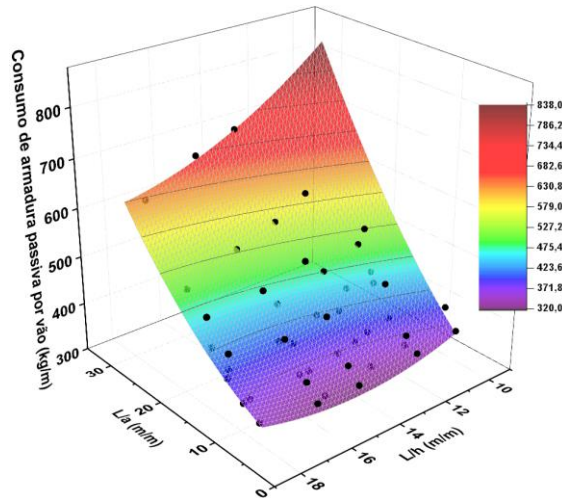
Ao observar a Figura 7, percebe-se que diferentemente do consumo, as taxas de armadura passiva, armadura ativa e armadura total são menores a medida em que o espaçamento entre longarinas é reduzido. Tal inversão pode ser explicada devido a quantidade de aço utilizada em cada longarina, visto que, ao se utilizar mais longarinas na estrutura, a armadura utilizada para combater os esforços devido ao momento fletor e ao esforço cortante tende ser menor, atingindo, para alguns casos, a armadura mínima preconizada pela NBR 6118 (ABNT, 2014). Ademais os esforços devido à torção tendem a serem menores, necessitando assim de menos armadura para combatê-los. Desse modo, a utilização de mais longarinas no sistema faz com que o volume de concreto total acrescido acaba sendo maior que a quantidade de aço, ocasionando assim uma redução na taxa de armadura.

Dessa forma, nota-se que de uma maneira geral, independentemente do vão adotado, quando se comparara o consumo de armadura nas longarinas para uma mesma altura, quanto menor o espaçamento entre seus eixos, ou seja, quanto maior o número de longarinas, maior é o consumo de armadura, tanto passiva quanto ativa e, conseqüentemente, o consumo total. Além disso, para todos os vãos estudados notou-se que quando se analisa separadamente o consumo de armadura passiva, nota-se uma tendência do mesmo se elevar a medida em que a altura da longarina aumenta, situação oposta ao que ocorre para o consumo de armadura ativa, onde o aumento da altura da longarina acarreta em uma diminuição do consumo. Outra observação pode ser feita com relação as taxas de aços obtidas no estudo, onde notou-se que em todas as situações propostas, as taxas diminuía a medida em que se aumentava a altura e a quantidade de longarinas no sistema.

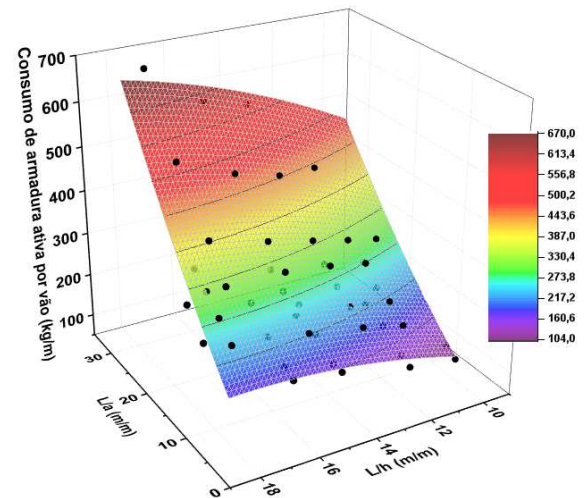
Com base nos resultados obtidos a partir dos dimensionamentos para pontes com vãos de 20 a 40 metros, foram geradas duas curvas correlacionando os consumos de armadura passiva e armadura ativa com os espaçamentos entre eixos das longarinas por vão e a altura da longarina. Essas relações podem ser observadas na Figura 8. Para essa análise, adotou-se o vão da ponte dividido pela altura da longarina, em um dos eixos, enquanto no outro dividiu-se o vão da ponte pela distância entre os eixos das longarinas. Além disso, as equações das superfícies geradas por cada curva foram determinadas, conforme as equações (1) e (2) para os consumos de armadura passiva e armadura ativa respectivamente, onde a equação (1) resultou

em um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,83, enquanto que a equação (2) apresentou um  $R^2$  de 0,87.

Figura 8 – Consumo de armaduras passivas e ativas (Kg) em função do vão dividido pelo espaçamento entre eixos das longarinas “a” (m/m) e do vão dividido pela altura h (m/m).



a) Consumo de armadura passiva por vão (Kg/m) x Vão da ponte dividido pelo espaçamento entre eixos das longarinas (m/m) x vão / altura da longarina (m/m)



b) Consumo de armadura ativa por vão (Kg/m) x Vão da ponte dividido pelo espaçamento entre eixos das longarinas (m/m) x vão / altura da longarina (m/m)

$$C_{ap} = 610 + \left[ \left( \frac{L}{4 \cdot a} \right) \cdot \left( \frac{L}{a} + 84 \right) \right] + \left[ \left( \frac{2 \cdot L}{h} \right) \cdot \left( \frac{L}{h} - 26 \right) \right] - \left( \frac{L^2}{a \cdot h} \right) \quad (1)$$

$$C_{aa} = -230 + \left[ \left( \frac{0,16 \cdot L}{a} \right) \cdot \left( \frac{L}{a} + 25 \right) \right] + \left[ \left( \frac{1,25 \cdot L}{h} \right) \cdot \left( 32 - \frac{L}{h} \right) \right] + \left( \frac{0,6 \cdot L^2}{a \cdot h} \right) \quad (2)$$

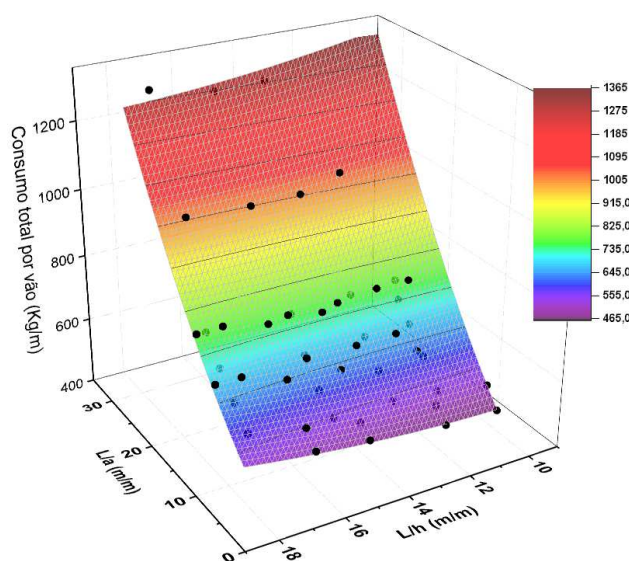
Sendo:

- $C_{ap}$  o consumo de armadura passiva por vão nas longarinas em kg/m;
- $C_{aa}$  o consumo de armadura ativa por vão nas longarinas em kg/m;
- a o espaçamento entre os eixos das longarinas (m);
- L o vão da ponte (m);
- h a altura da longarina (m).

Além das curvas de consumo das armaduras passivas e ativas também foi obtida a curva onde o consumo total é obtido correlacionando o vão da ponte pelo espaçamento entre eixos das longarinas além da relação do vão com a altura da

longarina e a equação que rege o comportamento da curva, conforme podem ser vistos na Figura 9 e na Equação (3), a qual possui um  $R^2$  de 0,97 respectivamente.

Figura 9 - Consumo total de armadura por vão (Kg/m) em função do vão dividido pelo espaçamento entre eixos das longarinas “a” (m/m) e do vão dividido pela altura h (m/m).



$$C_{at} = 350 + \left[ \left( \frac{L}{4 \cdot a} \right) \cdot \left( \frac{L}{a} + 84 \right) \right] + \left[ \left( \frac{2 \cdot L}{h} \right) \cdot \left( \frac{L}{h} - 26 \right) \right] - \left( \frac{L^2}{a \cdot L} \right) \quad (3)$$

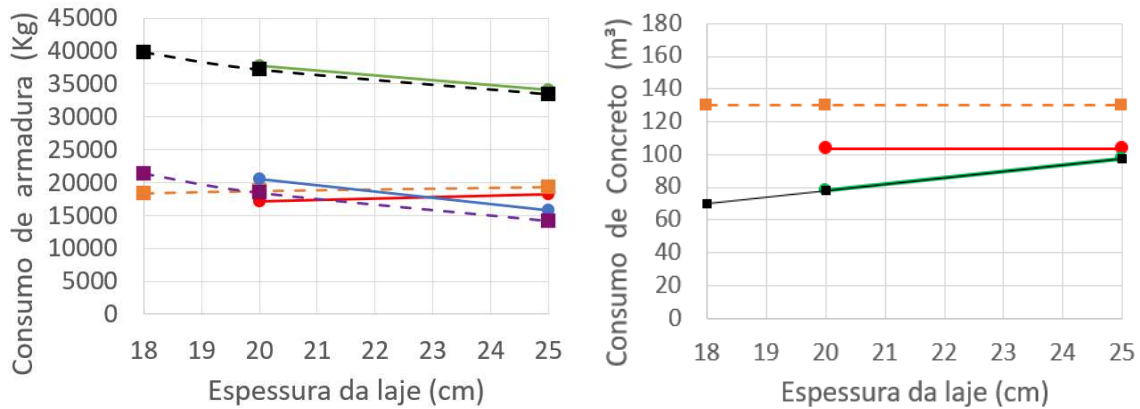
Sendo  $C_{at}$  o consumo total de armadura por vão em Kg/m;

### 2.3.2 INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA LAJE DE CONCRETO

Outro estudo realizado teve como objetivo verificar a influência da espessura da laje nos consumos de armadura e concreto, tanto nas longarinas quanto na laje, conforme ilustrado na Figura 10. Nesse estudo, o vão foi fixado, assim como a altura das longarinas e a distância entre a longarina mais externa e a extremidade da laje, conforme apresentado na Tabela 2.

As variáveis consideradas compreenderam a espessura da laje, variando entre 18 cm, 20 cm e 25 cm, sendo 18 cm o valor mínimo especificado no item 9.1.1.b da NBR 7187 (ABNT, 2021a) para lajes maciças destinadas à passagem de tráfego rodoviário e o espaçamento entre longarinas, também apresentados na Tabela 2.

Figura 10 - Consumo de armadura (Kg) e consumo de concreto (m³) x Espessura da laje (cm).



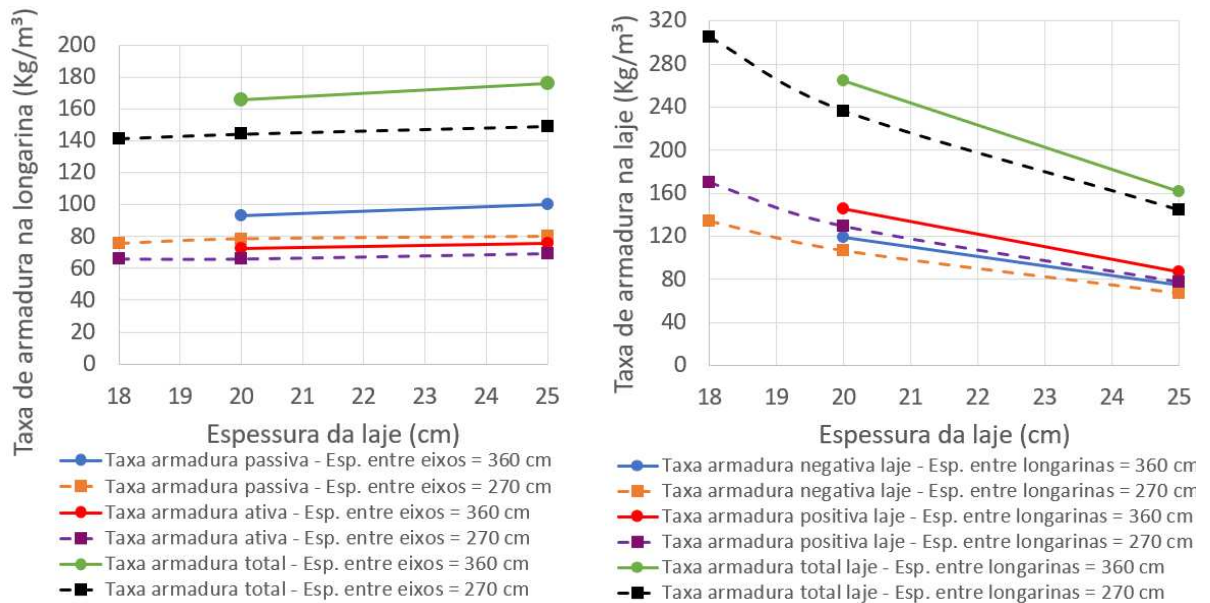
a) Consumo de armadura (Kg) x Espessura da laje (cm)

b) Consumo de concreto (Kg) x Espessura da laje (cm)

- Longarinas - Esp. entre eixos = 360 cm
- Laje - Esp. entre eixos = 360 cm
- Longarina + Laje - Esp. entre eixos = 360 cm
- Longarinas - Esp. entre eixos = 270 cm
- Laje - Esp. entre eixos = 270 cm
- Longarina + Laje - Esp. entre eixos = 270 cm

Além dos consumos, avaliou-se para as longarinas as taxas de armadura ativa e armadura passiva e a taxa total de armadura em função da espessura da laje de concreto (Figura 11-a). Já para laje foi possível avaliar as taxas de armaduras positivas, negativas e a taxa total de armadura a medida em que se variava a espessura (Figura 11-b).

Figura 11 - Taxas de armadura (Kg/m³) x Espessura da laje (cm).



a) Taxa de armadura nas longarinas (Kg/m³) x espessura da laje (cm)

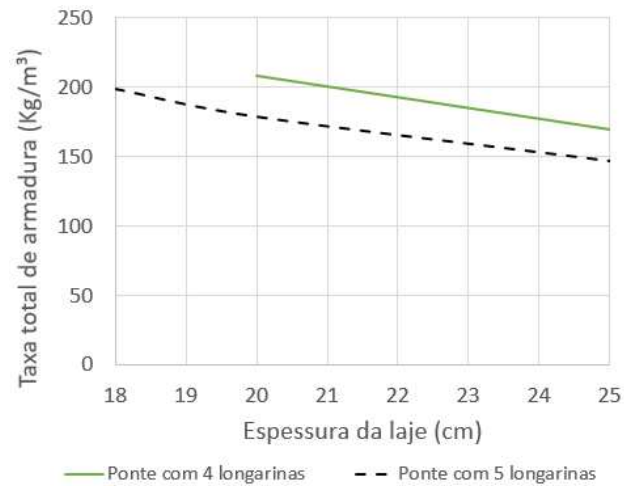
b) Taxa de armadura na laje (Kg/m³) x espessura da laje (cm)

Inicialmente, cabe observar que, nos estudos conduzidos com quatro longarinas, não se puderam obter resultados quando a espessura da laje foi estabelecida em 18 cm, uma vez que, durante o processo de dimensionamento, a laje não atendeu aos critérios de verificação de fadiga, resultando na exclusão desses resultados. Ao analisar a Figura 10-a, é perceptível um leve aumento no consumo total de armadura nas longarinas, enquanto nas lajes, o aumento da espessura resultou em uma redução do consumo de armadura. Observa-se também uma redução de aproximadamente 16% no consumo total de armadura em lajes com espessura de 25 cm frente as lajes com espessura de 18cm.

Uma abordagem mais apropriada para investigar a influência da espessura da laje no consumo de armadura pode ser realizada por meio da análise da taxa de armadura em relação ao volume de concreto. Conforme ilustrado na Figura 11-a, observa-se que, no caso das longarinas, tanto para as armaduras ativas quanto para as armaduras passivas, a variação da espessura da laje não resulta em mudanças significativas na taxa de armadura necessária. Isso ocorre devido à estabilidade do consumo de aço, que não apresenta variações substanciais, e ao fato de que o consumo de concreto nas longarinas permanece constante ao longo deste estudo. Por outro lado, ao analisar a taxa de armadura na laje (Figura 11-b), observa-se uma redução significativa à medida que a espessura da laje aumenta, tanto para as armaduras negativas quanto para as armaduras positivas. Como consequência, a taxa total de armadura também diminui, uma vez que, além da redução no consumo de aço conforme a espessura da laje aumenta (Figura 10-a), ocorre um aumento no consumo de concreto ao utilizar lajes com espessuras maiores (Figura 10-b).

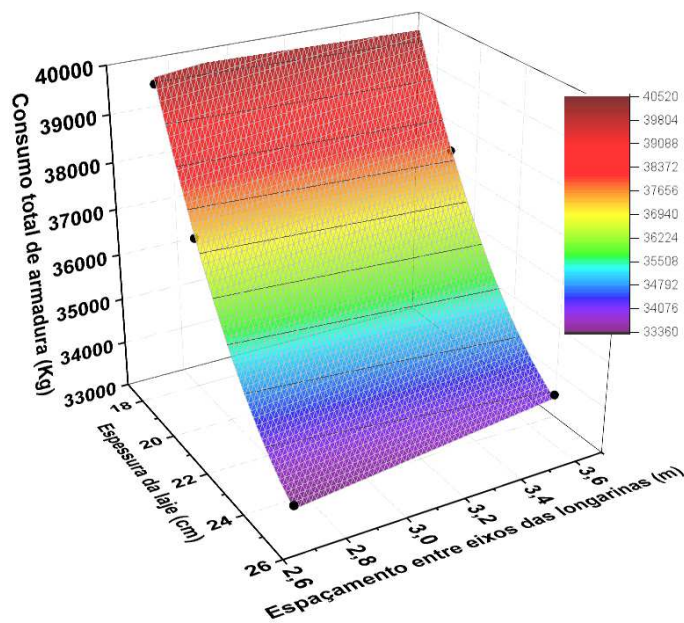
Na Figura 12 é apresentada a taxa total de armadura, que é obtida somando-se o consumo de armadura das longarinas e da laje em função da espessura da laje. É evidente que o aumento da espessura da laje resultou em uma redução na taxa de consumo de armaduras. Adicionalmente, observa-se que o sistema composto por quatro longarinas resultou em uma taxa de armadura superior quando comparado ao sistema com cinco longarinas.

Figura 12 - Taxa total de armadura (Kg/m<sup>3</sup>) x Espessura da laje (cm).



Outra maneira de se avaliar o consumo total de armadura para pontes com diferentes alturas de laje pode ser feita a partir da Figura 13, onde o consumo de armadura é dado por quilo, enquanto que o espaçamento entre as longarinas e espessura da laje são alterados. Por essa análise é possível notar que a redução na espessura da laje acarretou em um aumento no consumo total de armadura no sistema, já o espaçamento entre longarinas teve menor importância nesse consumo. Além disso, a superfície proposta na Figura 13 é descrita pela Equação (4), a qual possui um R<sup>2</sup> de 0,99.

Figura 13 - Consumo total de armaduras (Kg) em função da espessura da laje (cm) e do espaçamento entre eixos das longarinas (m).



$$C_{at} = 90000 - (4300 \cdot t_c) + (78,4 \cdot t_c^2) + (700 \cdot a) \quad (4)$$

Sendo:

- $C_{at}$  o consumo total de armadura em Kg;
- $t_c$  a espessura da laje em cm.
- $a$  o espaçamento entre eixos das longarinas (m);

### 2.3.3 INFLUÊNCIA DA LARGURA DA LAJE EM BALANÇO

Avaliou-se a influência da largura do balanço da laje, relacionada à distância entre o eixo da longarina externa até a extremidade do tabuleiro. O estudo foi dividido em duas etapas. Na primeira, foi mantida uma largura de tabuleiro (B) fixa, variando a distância entre as longarinas (a). Na segunda etapa, a distância entre os eixos das longarinas (a) foi fixada, enquanto o balanço da laje (ab) variou à medida que a largura do tabuleiro (B) aumentou. Em ambas as etapas, o vão foi fixado em 30 metros, com 5 longarinas de 30 cm de espessura de alma e concreto de  $f_{ck}$  35 MPa. A laje, em todos os casos, tinha 20 cm de espessura e concreto com resistência de 35 MPa.

#### 2.3.3.1 CONSIDERANDO A DISTÂNCIA ENTRE LONGARINAS VARIÁVEL

Na primeira etapa, com uma largura de tabuleiro (B) fixa em 13,0 metros, variou-se a distância entre o eixo da longarina mais externa e a extremidade da laje (ab), assim como a altura da longarina conforme apresentado na Tabela 2.

Os resultados permitiram a obtenção dos consumos de armadura passiva, armadura ativa e armadura total nas longarinas (Figura 14) e do consumo das armaduras positivas, negativas e totais da laje (Figura 15).

Figura 14 - Consumos de armadura nas longarinas (kg) x altura da longarina (cm).

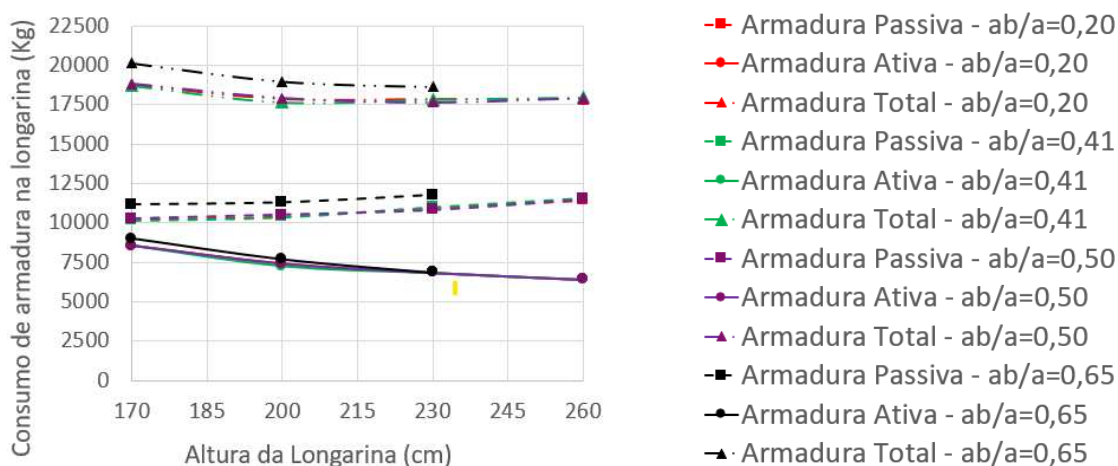
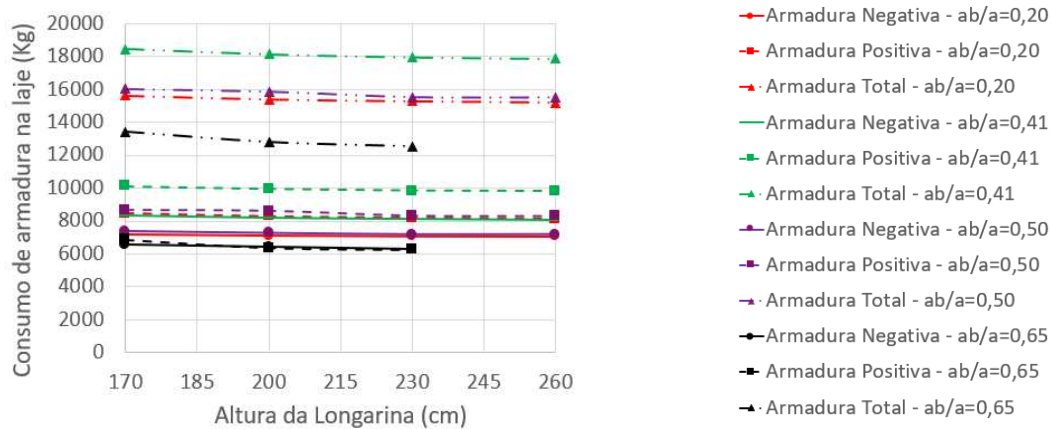


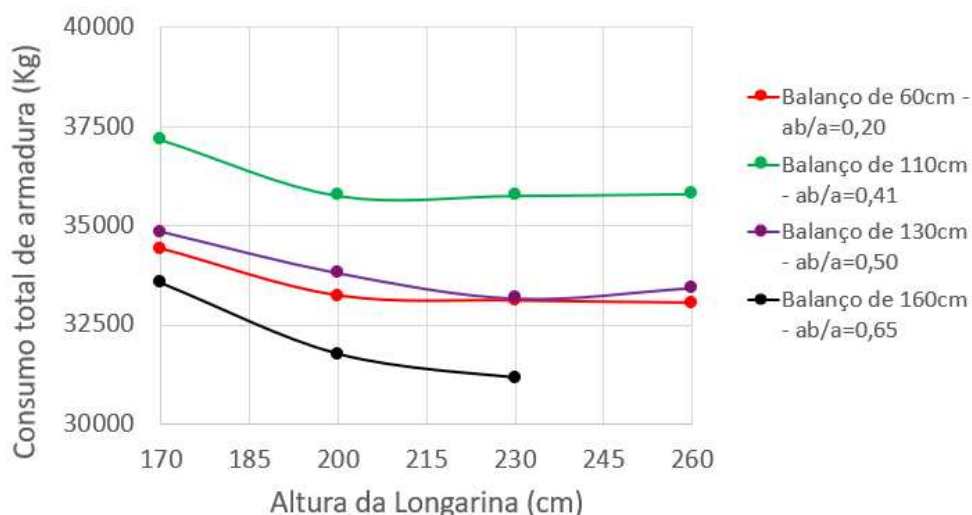
Figura 15 - Consumos de armadura na laje (kg) x altura da longarina (cm).



Como demonstra a Figura 14, para as longarinas, o consumo de armadura passiva aumentou com a altura da longarina em todos os casos analisados, ao contrário do consumo da armadura ativa, que apresentou uma curva descendente com o aumento da altura das longarinas. Notou-se que, para as relações  $a_b/a$  de 0,20, 0,50 e 0,41, o consumo de armadura ativa e passiva, assim como o consumo total de armadura, foram praticamente iguais. Já para a relação  $a_b/a=0,65$ , em todos os casos, houve um consumo superior, devido ao aumento do esforço torçor gerado pelo aumento do balanço, exigindo mais armadura para resistir a esse esforço.

Analisando o consumo de armadura na laje (Figura 15), observou-se que, ao contrário das longarinas, a relação  $a_b/a=0,65$  resultou em um menor consumo tanto para a armadura negativa quanto para a armadura positiva, sendo a relação que demandou menos armadura passiva nas lajes. Os balanços de 110 cm resultaram no maior consumo entre as análises.

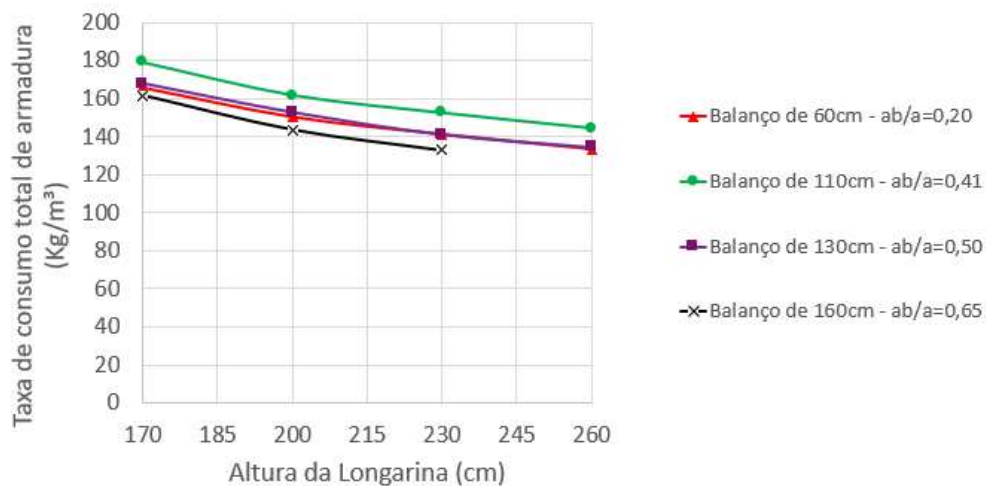
Figura 16 – Consumos total de armadura somando a armadura das longarinas e a armadura da laje x altura da longarina (cm).



A partir da Figura 16, é possível analisar o consumo total de armadura na longarina e na laje. Observou-se que, mesmo com a relação  $ab/a=0,65$  apresentando um maior consumo de armadura nas longarinas, quando considerado o consumo das armaduras na laje, essa relação resulta em um menor consumo de aço para o sistema estrutural como um todo. Além disso, entre as alturas de longarinas estudadas, as pontes com longarinas de 230 cm apresentaram o menor consumo de armadura em todos os balanços analisados.

À medida que a altura da longarina aumenta, o consumo de concreto também aumenta. Portanto, outra maneira de avaliar a influência dos balanços é através da taxa de armadura em relação ao consumo de concreto, conforme mostrado na Figura 17.

Figura 17 - Taxa total de consumo de armadura ( $\text{Kg}/\text{m}^3$ ) x Altura da longarina (cm).



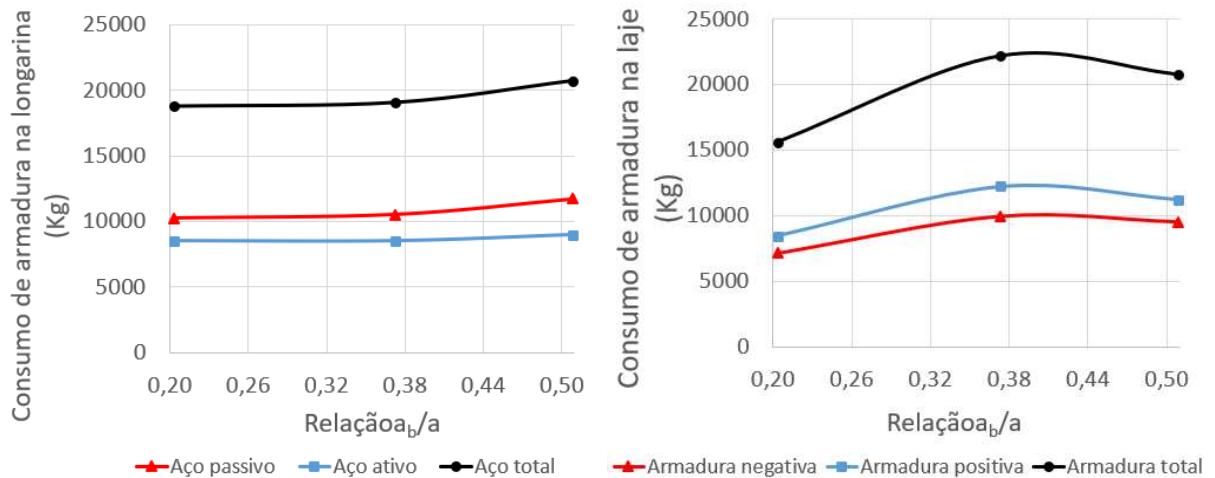
Observou-se que, semelhante ao consumo total, a menor taxa de consumo de armadura foi alcançada quando a relação  $ab/a=0,65$  foi adotada, independentemente da altura da longarina. Além disso, notou-se uma tendência de redução na taxa de consumo de armadura à medida que a altura da longarina aumenta. Entretanto, essa redução se relaciona ao aumento da altura e do volume de concreto, visto que o consumo de aço tende a atingir seu mínimo em alturas próximas de 230 cm, em todas as relações  $ab/a$  estudadas. Também é importante considerar que longarinas muito altas podem dificultar a execução e gerar esforços extras, elevando o consumo de aço e concreto na estrutura.

### 2.3.3.2 CONSIDERANDO A DISTÂNCIA FIXA ENTRE LONGARINAS

Para a segunda etapa do estudo sobre a influência do balanço, a distância entre os eixos das longarinas ( $a$ ) foi mantida constante, de modo que a variação do balanço se deu a medida em que se variava a largura do tabuleiro ( $B$ ). A altura da longarina foi fixada em 170 cm e o espaçamento entre os eixos foi de 295 cm. Já o tabuleiro teve larguras de 13 m, 14 m e 14,8 m (conforme Tabela 2).

Analogamente à primeira etapa, foram obtidos os consumos de armadura passiva, armadura ativa e armadura total nas longarinas (Figura 18-a), bem como o consumo das armaduras positivas e negativas e totais para laje (Figura 18-b).

Figura 18 - Consumo de armadura (kg) nas longarinas (a) e nas lajes (b) x Balanço de extremidade "ab" (cm).



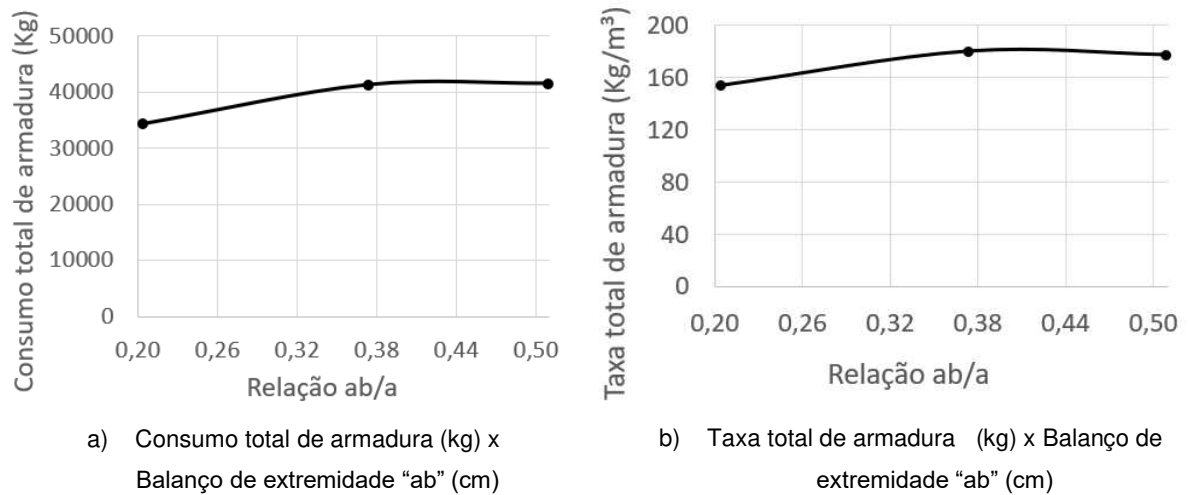
a) Consumo de armadura na longarina (kg) x Balanço de extremidade "ab" (cm)

b) Consumo de armadura na laje (kg) x Balanço de extremidade "ab" (cm)

Ao examinar os resultados relativos às longarinas, nota-se que o aumento da relação  $a_b/a$  não influenciou o consumo de armadura ativa, mas houve um ligeiro aumento no consumo da armadura passiva para relações  $a_b/a$  superiores a 0,37. Quanto ao consumo de armadura na laje, observa-se a relação  $a_b/a = 0,37$  apresentou um ponto de maior consumo dentre os casos analisados, tanto para a armadura negativa quanto para a armadura positiva, gerando assim um aumento considerável no consumo de armadura quando comparado a relação  $a_b/a$  de 0,20, a qual apresentou o menor consumo dentre os casos estudados.

Pode-se também avaliar o consumo total de armadura assim como a taxa total de armadura, conforme apresentado na Figura 19-a e Figura 19-b, respectivamente.

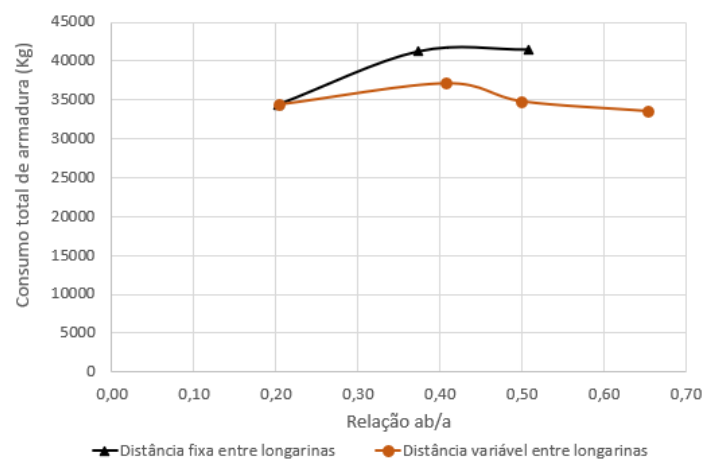
Figura 19 - Consumo total de armadura (a) em kg e taxa total de armadura (b) em kg/m<sup>3</sup> em função do balanço de extremidade “ab” (cm).



Avaliando o consumo total de armadura e a taxa total de armadura, notamos que a relação  $a_b/a$  de 0,20 apresenta os resultados mais baixos. Além disso, observa-se um aumento de aproximadamente 15% na taxa total de armadura ao transitar das relações  $a_b/a$  de 0,20 para 0,37, até que se alcance uma tendência de estabilização para relações mais elevadas, como ilustrado na Figura 19-b.

Com base nas duas etapas do estudo, é possível realizar uma comparação do consumo total de armadura em função das relações  $a_b/a$  em cada etapa. Como na primeira etapa a altura da longarina foi uma variável estudada e na segunda etapa foi mantida constante, a análise será focada apenas nos casos com longarinas de altura de 170 cm, conforme apresentado na Figura 20.

Figura 20 - Consumo total de armadura (kg) para distâncias fixas e distâncias variáveis entre longarinas x Relação  $a_b/a$ .

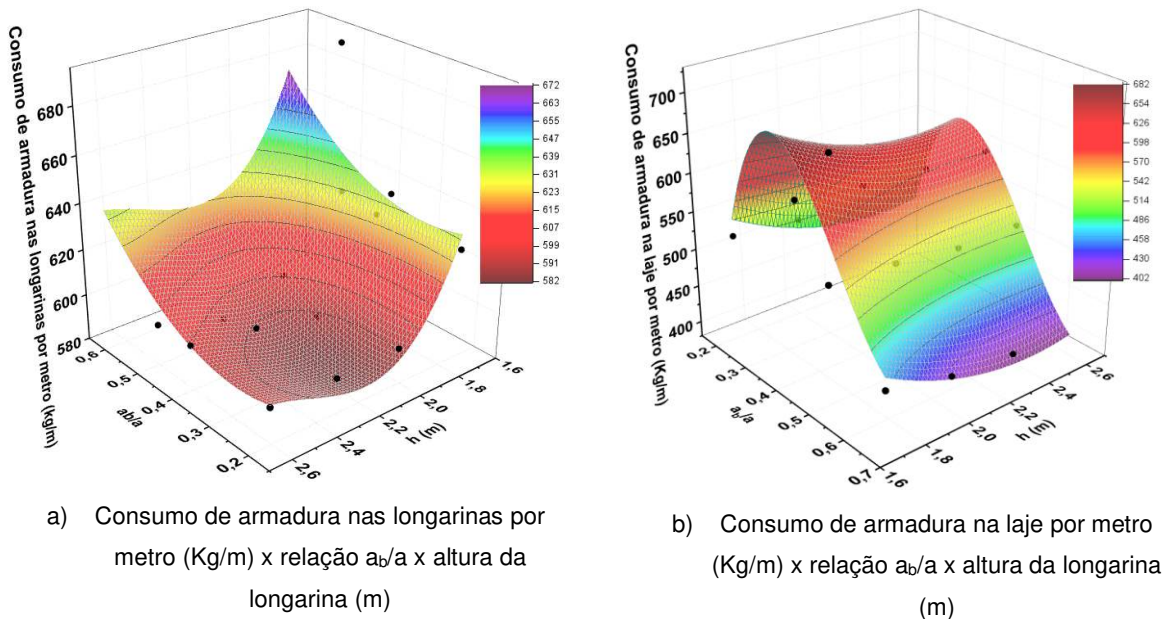


Na Figura 20, observa-se que ao manter a distância entre os eixos das longarinas "a" fixa, o consumo de armadura foi superior que nos casos onde a mesma foi variada. Esse fenômeno pode ser explicado pelo aumento do peso próprio do sistema devido ao alargamento do tabuleiro, refletindo também em um maior consumo global de armadura quando a largura da laje é aumentada.

### 2.3.3.3 CONSUMO DE ARMADURA EM FUNÇÃO DA RELAÇÃO $a_b/a$ E DA ALTURA DA LONGARINA

Com base nos resultados do estudo sobre a influência dos balanços, considerando as duas etapas, é possível criar uma superfície que relaciona o consumo de armadura nas longarinas e na laje com a relação  $a_b/a$  e a altura das longarinas, onde o consumo de armadura é obtido para cada metro de vão, conforme pode ser visto na Figura 21. Além disso, obteve-se também as equações das superfícies geradas por cada curva, conforme as equações (5) e (6) para os consumos de armadura nas longarinas e na laje respectivamente, onde tanto a equação (5) quanto a equação (6) apresentaram um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,79.

Figura 21 - Consumo de armadura nas longarinas e na laje por metro (kg/m) em função da relação  $a_b/a$  e da altura da longarina (m).



$$C_{along} = 3133 + \left[ \frac{10 \cdot a_b}{a} \cdot \left( \frac{31 \cdot a_b}{a} - 19 \right) \right] + [5 \cdot h \cdot [(-37 \cdot h^2) + (268 \cdot h) - 640]] \quad (5)$$

$$C_{alaje} = 273 + \left[ \frac{200 \cdot a_b}{a} \cdot \left( \frac{51 \cdot a_b^2}{a^2} - \frac{80 \cdot a_b}{a} + 37 \right) \right] + [25 \cdot h \cdot (5 \cdot h - 24)] \quad (6)$$

Sendo:

- $C_{along}$  o consumo de armadura nas longarinas em kg/m;
- $C_{alaje}$  o consumo de armadura na laje em kg/m;
- $\frac{a_b}{a}$  a relação entre a largura do balanço e a distância entre eixos das longarinas;
- $h$  a altura da longarina (m).

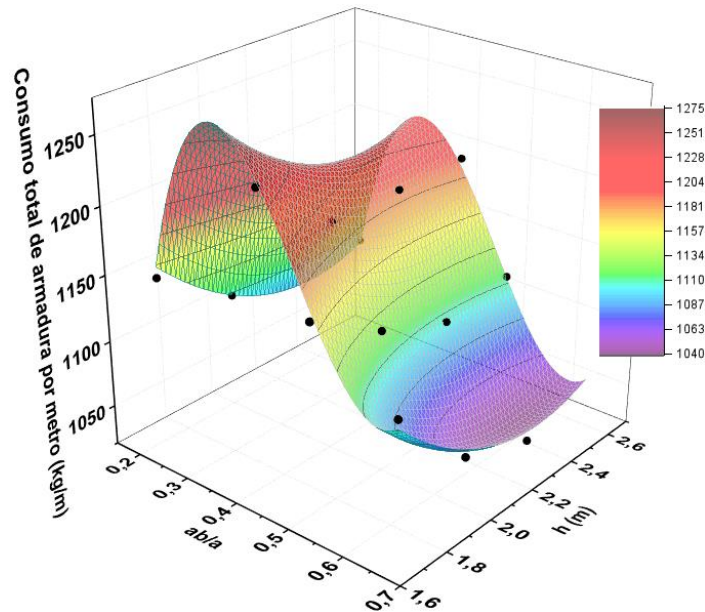
Ao examinar a Figura 21, nota-se que para as longarinas existe uma região onde os consumos de armadura são mínimos, sendo essa compreendida na faixa onde a altura das longarinas corresponde a  $2,1 \text{ m} \leq h \leq 2,5 \text{ m}$  e a relação  $a_b/a$  corresponde a  $0,2 \leq a_b/a \leq 0,4$ .

No que diz respeito ao consumo de armadura nas lajes, nota-se uma forte influência da relação  $a_b/a$ . Na faixa em que a relação  $a_b/a$  é de 0,40, o consumo de armadura nas lajes é mais elevado. À medida que a relação  $a_b/a$  se aproxima de 0,20 ou de 0,60, o consumo de aço nas lajes diminui. No entanto, como a relação  $a_b/a$  de 0,60 não resulta em valores mínimos para as longarinas, é necessário analisar o consumo total de armadura, somando-se o consumo de armadura nas longarinas com o consumo de armadura das lajes, e correlacioná-los com a relação  $a_b/a$  e a altura das longarinas.

A relação do consumo total armadura por metro em função da relação  $a_b/a$  e da altura da longarina é apresentada na Figura 22, enquanto a equação (7) descreve o comportamento da superfície e possui um  $R^2$  de 0,98.

Portanto, o comportamento em relação a relação  $a_b/a$  é semelhante ao observado na análise das lajes, onde a relação  $a_b/a$  de 0,40 resulta em um maior consumo, e à medida que  $a_b/a$  se aproxima de 0,60 ou de 0,20 o consumo tende a diminuir.

Figura 22 - Consumo total de armadura por metro (kg/m) em função da relação  $ab/a$  e da altura da longarina (m).



$$C_{atotal} = 1000 + \left[ \frac{25 \cdot a_b}{a} \cdot \left( \frac{52 \cdot a_b^2}{a^2} - \frac{743 \cdot a_b}{a} + 320 \right) \right] + [10 \cdot h \cdot (16 \cdot h - 75)] \quad (7)$$

Sendo  $C_{atotal}$  o consumo total de armadura por metro em kg/m;

### 2.3.4 INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE TRANSVERSINAS

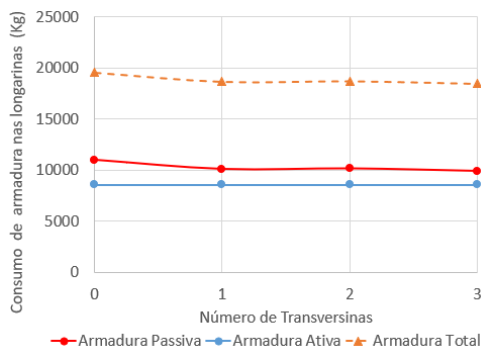
Conforme Leonhardt (1979), o uso de transversinas é recomendado para pontes com mais de duas longarinas, pois contribuem para a distribuição das cargas e previnem torções durante a construção, como observado por CAI et al. (2007). No entanto, o uso de transversinas também acarreta em aumento de custos e tempo de execução, o que pode impactar na eficiência construtiva. A NBR 7187 (ABNT, 2021a) não especifica a necessidade de transversinas nos apoios ou regiões intermediárias.

Sendo assim, a utilização ou não de transversinas no meio do vão, assim como a distância entre elas foi estudada e verificou-se quanto à sua interferência nos esforços solicitantes na estrutura e impactos na economia da obra. Para a pesquisa, foi selecionada uma ponte com um vão de 30 metros, composta por cinco longarinas de 170 cm de altura e alma de 30 cm. O tabuleiro possui um balanço de 110 cm e espessura de 20 cm, enquanto as transversinas têm 145 cm de altura e espessura de 25 cm. O concreto utilizado em todas as partes da estrutura possui resistência de 35 MPa. Foram estudados quatro modelos, variando o número de transversinas de 0, 1,

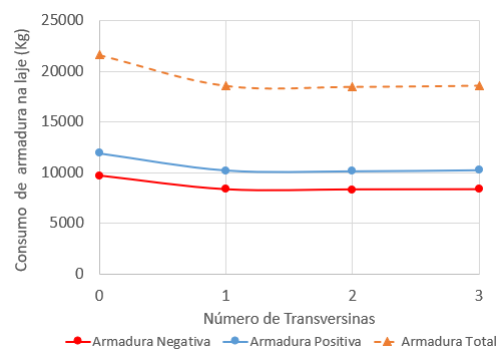
2 e 3, além da presença de transversinas nos apoios. Os números e distâncias das transversinas são detalhados na Tabela 2.

Nesse estudo, foram avaliados nas longarinas os consumos e taxas de armaduras ativas, passivas e totais em função do número de longarinas, conforme pode ser visualizado na Figura 23-a. Assim como os consumos de armaduras positivas, negativas e totais para laje (Figura 23-b).

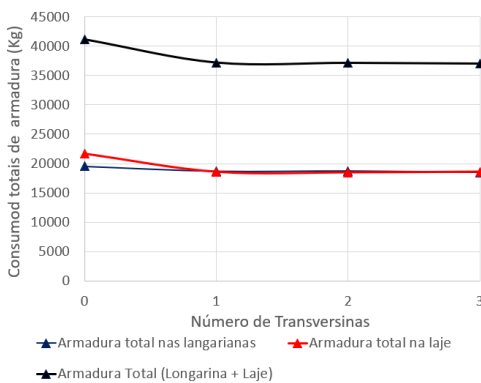
Figura 23 - Consumos de armaduras (kg) e concreto (m<sup>3</sup>) nas longarinas, nas lajes e totais em função do número de transversinas.



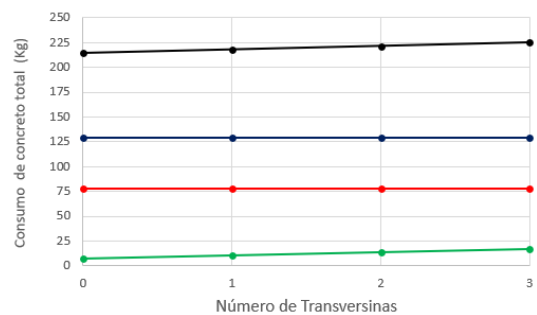
a) Consumo de armadura na longarina (kg) x Número de transversinas



b) Consumo de armadura na laje (kg) x Número de transversinas



c) Consumo total de armadura (kg) x Número de transversinas



d) Consumo total de concreto (m<sup>3</sup>) x Número de transversinas

Com base nos resultados apresentados na Figura 23-a, observa-se que o consumo de armadura ativa foi constante em todos os casos analisados, enquanto o consumo de armadura passiva foi aproximadamente 10% maior quando nenhuma transversina foi utilizada em comparação com os demais casos, nos quais, o consumo de armadura passiva foi praticamente idêntico nas situações com 1, 2 e 3 transversinas.

Ao examinar os resultados retratados na Figura 23-b, verifica-se um comportamento semelhante ao da Figura 23-a. Na ausência de transversinas intermediárias, o consumo de armadura foi superior em relação aos demais casos, tanto no que se refere à armadura positiva quanto à armadura negativa. Conseqüentemente, o consumo total de armaduras na laje para a situação sem transversinas foi 16,5% superior à média dos demais casos, que não demonstraram variações significativas de consumo entre si. Já ao comparar o consumo total de armaduras entre o caso em que nenhuma transversina foi utilizada e os demais (Figura 23-c), observa-se que a presença de pelo menos uma transversina resulta em uma redução do consumo de aço superior a 10%.

Dessa forma, nota-se que, apesar de aumentar o tempo de execução e adicionar alguns custos construtivos extras, a inclusão de pelo menos uma transversina melhora o comportamento estrutural ao aprimorar a distribuição de cargas transversais no tabuleiro. Na ausência de transversinas, a laje é o único elemento responsável por distribuir os esforços transversais, o que a torna mais solicitada e exige mais armadura. Quando pelo menos uma transversina está presente, ocorre uma redução significativa no consumo de armaduras, tanto nas longarinas quanto na laje.

## **2.4 APLICAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE OTIMIZAÇÃO**

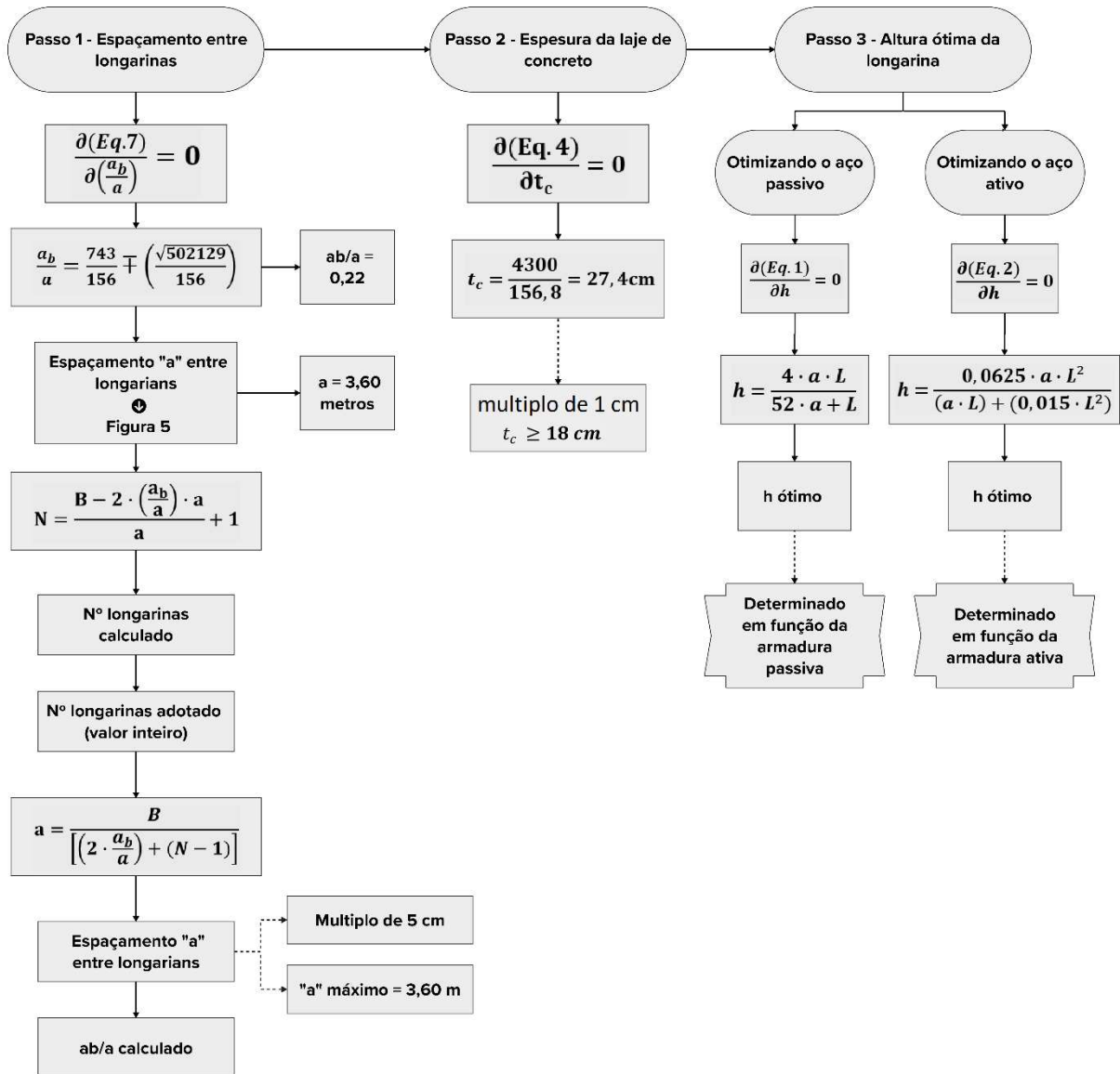
Com base nos resultados das curvas obtidas, torna-se viável determinar as dimensões ideais, incluindo alturas, espaçamentos entre os eixos das longarinas, larguras dos balanços e espessuras das lajes, de modo a minimizar o consumo de armadura.

A obtenção dessas dimensões ótimas segue um processo de três etapas distintas. Inicialmente, a partir das curvas resultantes, são determinadas as relações  $a_b/a$  e os valores ideais para o espaçamento “a” entre eixos das longarinas, obtendo-se assim o número de longarinas. Em seguida, com base na largura do tabuleiro a depender de sua classe (Figura 25), são definidos o número de longarinas, o espaçamento entre elas e a largura do balanço. A segunda etapa, concentra-se na determinação da espessura da laje. Por fim, na terceira etapa, a altura das longarinas é ajustada de acordo com o objetivo da otimização, podendo variar conforme a ênfase

seja direcionada para a minimização do consumo de armadura passiva ou da minimização do consumo de armadura ativa.

Para uma melhor visualização do processo, a Figura 24 ilustra um fluxograma detalhado que guia a obtenção das dimensões ideais.

Figura 24 - Fluxograma para determinação das dimensões ótimas.



Primeiramente, busca-se o valor ideal da relação  $a_b/a$  que resulta no menor consumo de armadura total, tanto para as longarinas quanto para as lajes, podendo ser obtido ao derivar a Equação (7) em função da relação  $a_b/a$  e a igualando a zero, obtendo-se assim a Equação (8). Isso leva à determinação do valor ótimo de  $a_b/a$ , cujo valor ótimo obtido é de 0,22. Em seguida, observando a Figura 6, verifica-se que o espaçamento mais adequado entre as longarinas, minimizando o consumo de

armadura, seja passiva, ativa ou total, será sempre o máximo possível a depender, da verificação das pré-lajes. Como para as situações avaliadas o maior espaçamento possível obtido foi 3,60 metros, sugere-se esse valor como sugestão inicial de menor consumo, caso a pré-laje não resista aos esforços solicitantes, pode-se trabalhar com valores inferiores a esse.

$$\frac{a_b}{a} = \frac{743}{156} \mp \left( \frac{\sqrt{502129}}{156} \right) \rightarrow \frac{a_b}{a} = 0,22 \text{ ou } \frac{a_b}{a} = 9,31 \rightarrow \frac{a_b}{a} \text{ adotado} = 0,22 \quad (8)$$

Com base nesses dois valores encontrados, determina-se o número ideal de longarinas em relação à largura B do tabuleiro. É importante observar que a quantidade de longarinas deve ser um valor inteiro. Portanto, o valor de "a" é recalculado e convencionalmente ajustado para ser um múltiplo de 5 cm. Por fim, a relação  $a_b/a$  é recalculada. Deve-se destacar que espaçamentos "a" maiores do que 3,60 metros resultam em aumentos dos esforços na pré-laje e dos esforços de torção nas longarinas, o que, por sua vez, demanda maior consumo de armadura. Assim, a utilização de espaçamentos superiores a 3,60 metros não é recomendada para fins de otimização.

Após determinar a distância entre longarinas "a" e a largura do balanço "a<sub>b</sub>" do tabuleiro, Equação (4) é utilizada para determinar a espessura da laje. Isso é alcançado ao derivar a equação em relação à espessura da laje e igualar a derivada a zero (Equação (9)), resultando na espessura de laje que corresponde ao ponto de menor consumo de armadura na laje. A espessura determinada, representada por "t<sub>c</sub>", deve ser múltipla de 1 cm e, de acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2021a), deve atender a um valor mínimo de 18 cm.

$$t_c = \frac{4300}{156,8} = 27,4 \text{ cm} \quad (9)$$

Finalmente, após a definição dos espaçamentos entre longarinas e a espessura da laje, é necessário proceder com a determinação da altura ideal da longarina para o vão desejado. Portanto, ao derivar a Equação (1) em relação à variável "h" e igualá-la a zero, é possível obter a altura da longarina que minimiza o consumo de armadura passiva (Equação (10)), caso deseje obter a altura ótima focada no menor consumo de armadura ativa, deve-se derivar a Equação (2) em relação a variável h, também igualando-a a zero, obtendo-se assim a Equação (11) que resulta na altura ideal para

o menor consumo de armadura ativa para as configurações específicas da ponte analisada.

$$\frac{\partial(Eq. 1)}{\partial h} = 0 \rightarrow h_{passivo} = \frac{4 \cdot a \cdot L}{52 \cdot a + L} \quad (10)$$

$$\frac{\partial(Eq. 2)}{\partial h} = 0 \rightarrow h_{ativo} = \frac{0,0625 \cdot a \cdot L^2}{(a \cdot L) + (0,015 \cdot L^2)} \quad (11)$$

Para exemplificar a aplicação das equações, foram calculadas as dimensões ótimas de pontes das classes I-A e I-B, com e sem passeio, de acordo com o manual do DNER (DNER, 1996), cujas dimensões são apresentadas na Figura 25. Os vãos adotados no exemplo variam entre 20m, 25m, 30m, 35m e 40m.

Figura 25 - Largura definidas para os tabuleiros das pontes.

OAE - Pista simples												
Classe	Unidades (m)	Guarda corpo	Passeio	Defensa	Acostamento	Faixa 1	Faixa 2	Acostamento	Defensa	Passeio	Guarda corpo	Total
I-B	Com passeio	0,15	1,50	0,40	2,50	3,60	3,60	2,50	0,40	1,50	0,15	<b>16,30</b>
I-B	Sem passeio			0,40	2,50	3,60	3,60	2,50	0,40			<b>13,00</b>
OAE - Pista dupla												
Classe	Unidades (m)	Guarda corpo	Passeio	Defensa	Acost. Int.	Faixa 1	Faixa 2	Acost. Ext.	Defensa	Passeio	Guarda corpo	Total
I-A ou 0	Com passeio			0,40	1,00	3,60	3,60	3,00	0,40	1,50	0,15	<b>13,65</b>
I-A ou 0	Sem passeio			0,40	1,00	3,60	3,60	3,00	0,40			<b>12,00</b>

Fonte: Adaptado de DNIT (1996).

Os resultados resumidos das dimensões ideais encontradas para cada uma das pontes analisadas estão disponíveis na Tabela 5.

Tabela 5 - Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização.

Classe	Vão (m)	Largura do Tabuleiro (m)	ab/a inicial	"a" inicial (m)	Nº longarinas calculado	Nº long. adotado	"a" calc. (m)	ab/a calc.	t <sub>c</sub> calc. (cm)	h passivo ótimo (m)	h ativo ótimo (m)
IB – com passeio	20	16,30	0,22	3,60	5,09	5	3,70	0,20	27	1,39	1,16
	25	16,20	0,22	3,60	5,09	5	3,70	0,20	27	1,70	1,42
	30	16,30	0,22	3,60	5,09	5	3,70	0,20	27	2,00	1,67
	35	16,30	0,22	3,60	5,09	5	3,70	0,20	27	2,28	1,92
	40	16,30	0,22	3,60	5,09	5	3,70	0,20	27	2,55	2,15
IB – sem passeio	20	13,00	0,22	3,60	4,17	4	3,80	0,21	27	1,40	1,16
	25	13,00	0,22	3,60	4,17	4	3,80	0,21	27	1,71	1,42
	30	13,00	0,22	3,60	4,17	4	3,80	0,21	27	2,00	1,68

	35	13,00	0,22	3,60	4,17	4	3,80	0,21	27	2,29	1,92
	40	13,00	0,22	3,60	4,17	4	3,80	0,21	27	2,56	2,16
IA ou 0 – com passeio	20	13,65	0,22	3,60	4,35	5	3,10	0,20	27	1,37	1,14
	25	13,65	0,22	3,60	4,35	5	3,10	0,20	27	1,66	1,39
	30	13,65	0,22	3,60	4,35	5	3,10	0,20	27	1,95	1,64
	35	13,65	0,22	3,60	4,35	5	3,10	0,20	27	2,21	1,87
	40	13,65	0,22	3,60	4,35	5	3,10	0,20	27	2,47	2,09
IA ou 0 – sem passeio	20	12,00	0,22	3,60	3,89	4	3,50	0,21	27	1,39	1,15
	25	12,00	0,22	3,60	3,89	4	3,50	0,21	27	1,69	1,41
	30	12,00	0,22	3,60	3,89	4	3,50	0,21	27	1,98	1,66
	35	12,00	0,22	3,60	3,89	4	3,50	0,21	27	2,26	1,90
	40	12,00	0,22	3,60	3,89	4	3,50	0,21	27	2,52	2,13

Após a realização do estudo e da obtenção das dimensões ótimas, pode-se comparar o resultado com os parâmetros propostos por Thomaz (2002), onde o autor sugere que a altura da longarina deve obedecer a relação estabelecida pela Equação (12) enquanto a relação  $ab/a$  deve ser inferior a 0,40.

$$h_{longarina} = 0,00025 \cdot L^2 + 0,02064 \cdot L + 0,75464 \quad (12)$$

Ao aplicar a Equação (12) para as pontes com vãos de 20, 25, 30, 35 e 40 metros, obtém-se alturas propostas para as longarinas de 1,27m, 1,43m, 1,60m, 1,78m e 1,98m, respectivamente. Dessa forma, ao se comparar com as alturas obtidas no estudo de otimização, nota-se que os valores propostos por Thomaz (2002), são valores intermediário ao obtidos quando se prioriza a minimização do consumo de armadura passiva e das alturas obtidas ao priorizar a minimização da armadura ativa, demonstrando que o estudo está condizendo com a literatura.

## 2.5 CONCLUSÃO

No decorrer desse estudo, determinou-se configurações e dimensões ótimas para pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido, visando uma redução do consumo de aço. Os resultados destacaram a importância da otimização estrutural, pois a simples modificação de parâmetros permitiu obter estruturas mais econômicas. A relevância deste estudo advém da abordagem abrangente utilizada no

dimensionamento e validação das pontes, que seguiu todas as normas pertinentes a esse tipo de projeto. Isso o diferencia de outras pesquisas que costumam analisar poucos parâmetros para otimização. Portanto, os resultados obtidos oferecem diretrizes práticas valiosas para o dimensionamento de pontes com longarinas de concreto pré-moldado protendido, com aplicabilidade direta na engenharia de pontes, possibilitando a construção de estruturas seguras, pois partiram de ponto de projeto verificados pela normativa brasileira e economicamente vantajosas, pois priorizam o menor consumo de material.

Com base nos resultados obtidos, as seguintes conclusões podem ser extraídas:

- Verificou-se que a utilização de menos longarinas mais espaçadas entre si, tendem a apresentar menores consumos tanto de armadura passiva quanto de armadura ativa, e conseqüentemente menor consumo total de armadura;
- Observou-se que longarinas com menores alturas acarretam na redução de armadura passiva, no entanto demandam um maior consumo de armadura ativa, enquanto que longarinas mais altas necessitam de mais armaduras passivas e menos armaduras ativas, uma vez que a excentricidade do local de aplicação da força de protensão em relação ao centro de gravidade tende a ser maior;
- As alturas ótimas para as longarinas pré-moldadas protendidas, variaram na faixa entre  $14,3 \leq L/h \leq 16,2$  quando a otimização consumo de armadura passiva é priorizada, e entre  $17,26 \leq L/h \leq 19,10$  quando a prioridade é menor consumo de armadura ativa. Ficando dentro da faixa ideal de alturas de longarinas proposta por Thomaz (2002) que é de  $15,78 \leq L/h \leq 20,20$ ;
- Lajes com espessuras maiores, apesar de um maior consumo de concreto tentem a apresentar uma redução do consumo de armaduras, sendo a espessuras de 27 cm a que apresenta o melhor resultado;
- Lajes com espessuras de 27 cm reduzem o consumo de armadura em até 17% quando comparadas ao consumo de armadura das lajes com 18 cm (menor espessura permitida pela NBR 7187 (ABNT, 2021a));

- Verificou-se que a relação entre o comprimento do balanço e a distância entre as longarinas,  $a_b/a$  próximas a 0,20 apresentaram os menores consumos totais de armadura;
- Recomenda-se utilizara pelo menos uma transversina no meio do vão, além de reduzir o consumo de armadura em aproximadamente 10% a transversina contribui com o sistema estrutural aumentando melhorando a distribuição transversal de esforços no tabuleiro.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABNT. **NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro: mar. 2003.
- ABNT. **NBR 7480 - Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado - Especificações**. Rio de Janeiro: 2007.
- ABNT. **NBR 7188 - Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro: 2013.
- ABNT. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: 2014.
- ABNT. **NBR 9062 - Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado**. Rio de Janeiro: [s.n.].
- ABNT. **NBR 7483 - Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido- Especificação**. Rio de Janeiro: 2020.
- ABNT. **NBR 7187- Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto**. Rio de Janeiro: 2021.
- AHSAN, R.; RANA, S.; GHANI, S. N. Cost Optimum Design of Posttensioned I-Girder Bridge Using Global Optimization Algorithm. **Journal of Structural Engineering**, v. 138, n. 2, p. 273–284, fev. 2012.
- ALVES, M. S. **Avaliação da distribuição transversal de cargas em tabuleiros de pontes em vigas múltiplas, com e sem transversinas internas**. Salvador, 2010.
- CAI, C. S. et al. Diaphragm Effects of Prestressed Concrete Girder Bridges: Review and Discussion. **Structural Design and Construction**, v. 12, n. 3, p. 161–167, 2007.
- CAVALCANTE, G. H. F. **Contribuição ao estudo da influência de transversinas no comportamento de sistemas estruturais de pontes**. Maceió: Universidade Federal de Alagoas, 2016.
- DNER. **Manual de projeto de obras de arte especiais. Manual 698**. Rio de Janeiro, 1996.

DNIT. **DEPARTAMENTO NACIONAL DE INFRAESTRUTURA DE TRANSPORTES.**

**Sistema de Gerenciamento de Obras de Arte - SGO.** Disponível em:

<<https://www.gov.br/dnit/pt-br/servicos/sistemas-gerenciais/sgo>>. Acesso em: 10 nov. 2021.

FULGÊNCIO, J. P. O. R.; PAULA, F. A. DE; AZEVEDO, C. P. B. Análise do Uso de Vigas Transversinas em Pontes de Concreto Armado. **VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, p. 10, 21 maio 2014.

FURTADO, J. J. H. C. **Otimização de Longarinas de Pontes em Concreto Armado.** Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2018.

GONÇALVES, C. DE S. et al. Comparativo técnico entre o dimensionamento de longarinas em concreto armado e concreto protendido. **X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, p. 10, 9 maio 2018.

JUNIOR, A. T. D. S.; MOUÇO, D. L. **Análise comparativa entre longarinas pré-moldadas de concreto armado e protendido para pontes rodoviárias. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas.** Rio de Janeiro, 9 maio 2018.

KAVEH, A.; MANIAT, M.; ARAB NAEINI, M. Cost optimum design of post-tensioned concrete bridges using a modified colliding bodies optimization algorithm. **Advances in Engineering Software**, v. 98, p. 12–22, 1 ago. 2016.

LEONHARDT, F. **CONSTRUÇÕES DE CONCRETO - VOLUME VI: Princípios Básicos da Construção de Pontes de Concreto.** Rio de Janeiro: [s.n.]. v. 6

MARTÍ, J. V. et al. Design of prestressed concrete precast road bridges with hybrid simulated annealing. **Engineering Structures**, v. 48, p. 342–352, mar. 2013.

MARTINS, G. A.; CARVALHO, D. I.; CASTRO, B. C. DE. **Custo das longarinas em concreto protendido: Estudo de caso da ponte sobre o ribeirão Brejo Comprido na cidade de Palmas - TO. CONTECC.** Palmas , 17 set. 2019.

MENDES, G. A. R. **Solução Ótima para Tabuleiro de Pontes Rodoviárias com Vigas Tipo I Pré-moldadas e Protendidas.** Fortaleza: Universidade Federal do Ceará, 2018.

MOGA, C. et al. Concrete shrinkage stresses and thermal effects in the composite girders according to Eurocodes. **16th International Multidisciplinary Scientific GeoConference** , p. 501–508, 2016.

MOTA, J. E.; MOTA, M. M. C.; GONDIM, J. J. **Estudo de Viga Pré-Moldada Tipo I para Tabuleiro de Pontes Rodoviárias até 30m. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**Rio de Janeiro, 9 maio 2018.

PCI. **Precast Prestressed Concrete BRIDGE DESIGN MANUAL - 3rd Edition, Second Release, August 2014.** , 2014. Disponível em: <<http://www.pci.org>>

PEDRO, R. L. et al. An efficient approach for the optimization of simply supported steel-concrete composite I-girder bridges. **Advances in Engineering Software**, v. 112, p. 31–45, 1 out. 2017.

PINHO, M. F.; REGIS, P. DE A.; ARAÚJO, É. DA R. Tabuleiros de pontes em vigas pré-moldadas protendidas com continuidade - Aspectos de projeto e construção. **Anais do 51º Congresso Brasileiro do Concreto - CBC2009** , p. 15, 2009.

RESENDE, D. **Projeto e Cálculo de uma viga em concreto protendido.** Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 14 mar. 2018.

SILVA, P. DA F. et al. Efeitos da Mudança da NBR 7188:2013 nos Projetos de Pontes. Estudo de Caso: Projeto de Recuperação da Ponte sobre o Rio Correias na BR 101/SC. **VII Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas**, p. 8, 2014.

SPESSATTO, R. P.; LAZZARI, P. M.; LAZZARI, P. M. **Dimensionamento e Estudo Comparativo de Materiais de uma Viga de Ponte Rodoviária em Concreto Armado e Concreto Protendido. Anais do 62º Congresso Brasileiro do Concreto CBC2020.** Florianópolis - SC, 1 set. 2020.

THOMAZ, E. C. S. **Concreto Protendido. Notas de Aula. IME**, 2002.

### **3 OTIMIZAÇÃO DE PONTES MISTAS DE AÇO E CONCRETO**

## RESUMO

As pontes mistas de aço e concreto surgiram na década de 1930 como uma alternativa para a construção de pontes, sendo muito utilizada em situações onde necessitava-se de uma construção rápida. Com o aumento do tráfego rodoviário, a necessidade de novas pontes vem se tornando cada vez maior, e as pontes mistas de aço e concreto tem ganhado importância nesse cenário. Visto que estruturas dessa magnitude demandam um alto valor econômico, diversos estudos vêm sendo realizados em busca de parâmetros que minimizem o consumo de material e, conseqüentemente, otimizem o custo. Neste trabalho é proposto um estudo onde é avaliada a influência do vão, da altura e do espaçamento entre as longarinas, assim como a influência desse espaçamento em relação à largura da laje em balanço nos consumos de aço estrutural para as longarinas e em armadura para as lajes. Também foi avaliada a influência da espessura da laje e da resistência característica do concreto, assim como o espaçamento entre os diafragmas e como esses parâmetros influenciam nos consumos de material. Para obtenção dos resultados, foram modeladas 76 pontes mistas de aço e concreto em elementos finitos, com vãos variando de 20 a 40 metros, das quais, após o dimensionamento e verificações seguindo todas as recomendações normativas, foram obtidos os consumos de aço estrutural e da armadura passiva. A partir desses consumos foram geradas curvas que correlacionam o consumo de material com as variáveis empregadas, e, a partir dessas curvas, foi possível determinar dimensões ótimas a serem adotadas nas pontes visando a otimização do consumo de material. Dentre os principais resultados obtidos, pode-se destacar a que a faixa ótima para a altura das longarinas varia entre  $16,7 \leq L/h \leq 21,1$ , a utilização de espaçamentos maiores entre longarinas favorece a redução de consumo de aço estrutural, no entanto aumenta o consumo de armadura nas lajes, lajes mais espessas tendem a reduzir o consumo de armadura, enquanto que a resistência do concreto ( $f_{ck}$ ) não exerce influência significativa assim como o espaçamento entre diafragmas.

**Palavras-chave:** Otimização, pontes, pontes mistas, aço, concreto.

## ABSTRACT

Composite highway bridges emerged in the 1930s as an alternative for bridge construction, particularly in situations requiring rapid construction. With the increase in road traffic, the demand for new bridges has been steadily rising, and composite highway bridges have gained significance in this scenario. Since structures of this magnitude entail a high economic cost, numerous studies have been conducted to identify parameters that minimize material consumption and optimize costs. This study proposes an evaluation of the influence of span, height, and spacing between girders, as well as the impact of this spacing concerning the width of the cantilever slab, on the consumption of structural steel for the girders and passive steel for the slabs. The study also assesses the influence of slab thickness and characteristic concrete strength, along with the spacing between stiffeners, and how these parameters affect material consumption. A total of 76 composite highway bridges were modeled using finite element analysis, with spans length (L) ranging from 20 to 40 meters. Following design and checks in accordance with all normative recommendations, consumption values for structural steel and passive steel were determined. From these consumption values, curves correlating material consumption with employed variables were generated. Based on these curves, optimal dimensions were determined for bridges, aiming to optimize material consumption. Among the main results obtained, it can be highlighted that the optimal range for the height (h) of the girders varies between  $16,7 \leq L/h \leq 21,1$ . The use of larger spacings between girders favors the reduction of structural steel consumption but increases the consumption of steel in the slabs. Thicker slabs tend to decrease steel consumption, while the concrete strength ( $f_{ck}$ ) does not exert a significant influence, as well as the spacing between diaphragms.

**Keywords:** *Optimization, bridges, composite bridges, steel, concrete.*

### 3.1 INTRODUÇÃO

As pontes mistas de aço e concreto consistem em estruturas formadas a partir da associação de uma laje de concreto armado moldada in loco ou pré-moldada e as longarinas metálicas, resultando em uma seção mista. O trabalho conjunto entre a viga de aço e a laje do tabuleiro é possível a partir dos conectores de cisalhamento posicionados na interface aço-concreto, os quais, ao limitar o livre deslizamento relativo, definem o grau de interação entre a viga de aço e a laje de concreto (Pinho e Bellei, 2020), (CEN, 2004).

A seção mista apresenta maior vantagem do que a seção formada a partir de um único material. Entre as principais vantagens, destaca-se a maior eficiência da seção transversal resultante do maior aproveitamento da capacidade resistente de cada material. Além da vantagem descrita, a maior velocidade construtiva, dispensa de fôrmas e escoramentos, redução do peso próprio e do volume da estrutura correspondem a outras vantagens apresentadas na literatura (Silva et al., 2020), (NMM, 2010), (Souza, 2012); (Ferraz, 2009), (Schmogel e Schmitz, 2022).

Dentro do contexto de pontes, as primeiras pontes mistas datam de 1930, no entanto, seu uso somente tornou-se difundido após a segunda guerra mundial (Sáles, Malite e Gonçalves, 1994), (Pedro et al., 2017), (Pinho e Bellei, 2020) e (Wang et al., 2020), o que foi possível dado o avanço na ciência dos materiais e nas largas campanhas experimentais que permitiram identificar dos modos de falha das seções mistas.

O projeto de pontes envolve uma série de decisões que vão desde a definição do esquema estrutural até o dimensionamento dos elementos em si. Nas pontes mistas com eixo reto sobre múltiplas longarinas, é possível variar o número de longarinas, permitindo ajustar a altura e a distância entre elas, a quantidade de diafragmas, que resulta no enrijecimento transversal, a espessura e a resistência da laje de concreto. Cada solução adotada resultará em uma dada distribuição de esforços solicitantes que impactará diretamente no consumo de materiais.

Nesse contexto, um projeto econômico de ponte mista pressupõe a minimização do consumo de aço e concreto utilizado na estrutura. Estudos direcionados a identificação dos parâmetros que mais influenciam no consumo de

materiais em projeto de pontes têm sido realizados ao longo dos anos com intuito de minimizar o consumo de material e conseqüentemente obter redução no custo da estrutura. Segundo com Knight (2003), o número de longarinas, sua altura e o espaçamento entre elas e sua altura são os parâmetros que mais influenciam no consumo de aço estrutural e concreto.

Diversos trabalhos indicam que para uma seção ótima, a altura da longarina deve estar compreendida entre  $1/18 < L/h < 1/30$ , enquanto o espaçamento ideal deve ser 2,5 m a 3,5m (Knight, 2003), (Pinho e Bellei, 2020), (BCSA, 2010), (Toma e Maeda, 2011), (Fabeane; Kripka e Pravia, 2017), (Ferraz, 2009), (Lebet e Hirt, 2013), (Gogál e Dursová, 2012). Os balanços devem ter comprimento da ordem de 28% a 35% do comprimento do vão entre longarinas, sendo limitado a 1,5 metros para minimizar custos e não devendo exceder 2,5m (FHWA, 2015a). Além desses parâmetros, a espessura da alma do perfil e a espessura da laje, a resistência a do concreto e a influência dos diafragmas, mesmo que em menor proporção, também influenciam no consumo de materiais, correspondendo a parâmetros comumente investigados nos estudos de otimização (Odrobiňák, 2011), (Knight, 2003), (FHWA, 2015b).

Os estudos de otimização existentes na literatura fornecem conclusões apenas em termos de comparação entre um parâmetro e outro e não fornece subsídios que permitam o rápido dimensionamento dos elementos estruturais do tabuleiro de uma ponte mista e nem a estimativa do consumo de materiais. Diferente desses, esse trabalho teve como o objetivo a proposição de curvas baseadas em seções otimizadas de longarinas metálicas, nas quais são indicadas para uma dada configuração de projeto a altura da longarina e da laje que poderiam ser adotadas, assim como, para a configuração adotada, os consumos de aço estrutural, armadura passiva e de concreto.

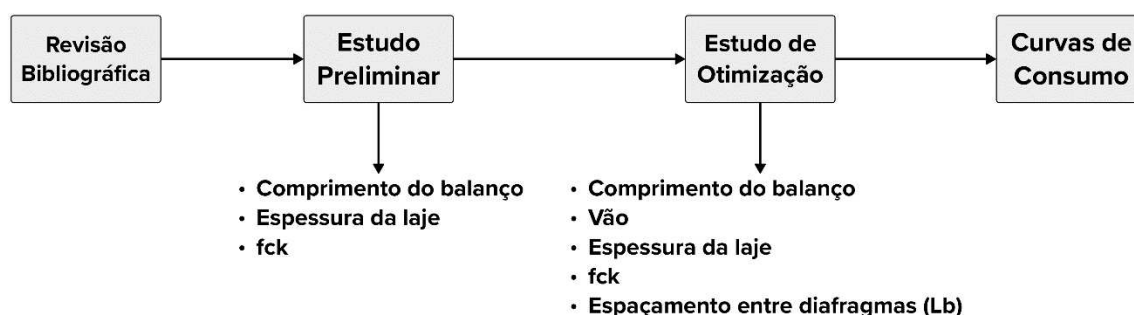
Para a produção das curvas, foram admitidas variações no espaçamento entre longarinas e entre diafragmas, altura dos perfis, comprimento dos balanços e espessura da laje de concreto. Para cada variação, foi realizado o dimensionamento das longarinas metálicas e da laje de concreto e a estimativa do consumo de materiais. O dimensionamento das longarinas foi conduzido de modo que a relação entre a capacidade resistente/esforço solicitante estivesse compreendida entre 3 a 5%,

resultando assim em uma longarina com seção otimizada. O estudo resultou no dimensionamento total de 76 pontes mistas de aço e concreto, em que os esforços foram obtidos a partir de modelos numéricos em elementos finitos. Diferente dos estudos conduzidos na literatura, os esforços adicionais induzidos pela retração e fluência do concreto e pela variação de temperatura no tabuleiro (uniforme e gradiente), comumente desconsiderados nos estudos de otimização, foram simulados numericamente e considerados no dimensionamento da longarina e laje de concreto. Com os resultados espera-se facilitar as etapas de projeto e orçamentação de novas estruturas.

## 3.2 METODOLOGIA

Na Figura 26 está resumida a metodologia utilizada no desenvolvimento desse trabalho, a qual pode ser dividida em quatro etapas: revisão bibliográfica, estudo preliminar, estudo de otimização e estimativa do consumo de materiais.

Figura 26 – Metodologia do trabalho.



### 3.2.1 ESTUDO PRELIMINAR

No contexto de redução de custos com mão de obra, uma prática comum na construção de tabuleiros de ponte, é o uso de armaduras contínuas, de modo a evitar a utilização de barras com diferentes bitolas e, conseqüentemente, as emendas. Nesse sentido, é comum que o dimensionamento das armaduras negativas e positivas do tabuleiro seja feito a partir dos maiores valores de momento fletor negativo e positivo, respectivamente.

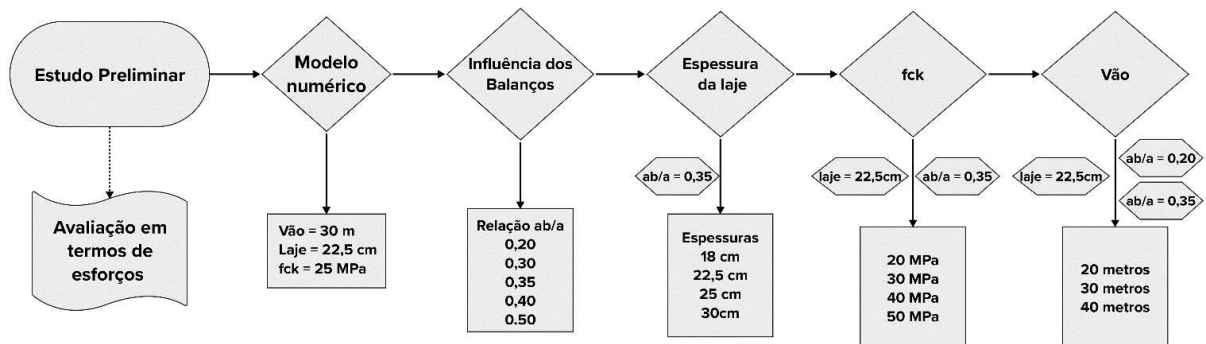
O estudo preliminar foi conduzido com os objetivos de investigar as relações entre a largura do tabuleiro em balanço e a distância entre longarinas (relação  $a_b/a$ )

que resultassem em valores de momentos positivos e negativos transversais na laje mais uniformes possíveis. Dessa forma, evita-se que em determinadas áreas as armaduras estejam superdimensionadas, resultando em desperdício de material. Após a identificação das relações  $a_b/a$  que resultassem em momentos mais uniformes, foi investigado se as relações ótimas ainda se manteriam caso outras variáveis, como a influência da espessura da laje, a resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ) e o comprimento do vão, fossem variadas. Contribuindo assim, juntamente com as recomendações normativas, técnicas e trabalhos científicos, para a definição da faixa de trabalho das variáveis a serem avaliadas no estudo de otimização.

O estudo preliminar foi conduzido apenas em termos de esforços solicitantes, onde foram considerados os efeitos dos pesos próprios da laje, das defensas, da pavimentação e recapeamento, bem como o carregamento móvel. A influência da relação comprimento dos balanços/distância entre longarinas na distribuição de momento fletor na laje de concreto e nas longarinas metálicas foi avaliada para as relações  $a_b/a = 0,2, 0,3, 0,35, 0,4$  e  $0,5$ . Para a relação  $a_b/a = 0,35$ , foram conduzidos estudos adicionais relacionados a resistência e espessura da laje de concreto ( $f_{ck}$ ), quantidade de longarinas e comprimento do vão da ponte. Do estudo preliminar foi observado que a relação  $a_b/a$  igual a  $0,3$  foi a que forneceu melhor distribuição de momentos na laje de concreto e, portanto, tal relação, foi adotada nas pontes avaliadas no estudo de otimização. Mais detalhes sobre o estudo preliminar serão apresentados no item 3.3.1.

Assim o estudo preliminar resultou no estudo das variáveis indicadas no fluxograma ilustrado na Figura 27.

Figura 27 - Fluxograma do estudo preliminar.



### 3.2.2 ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO

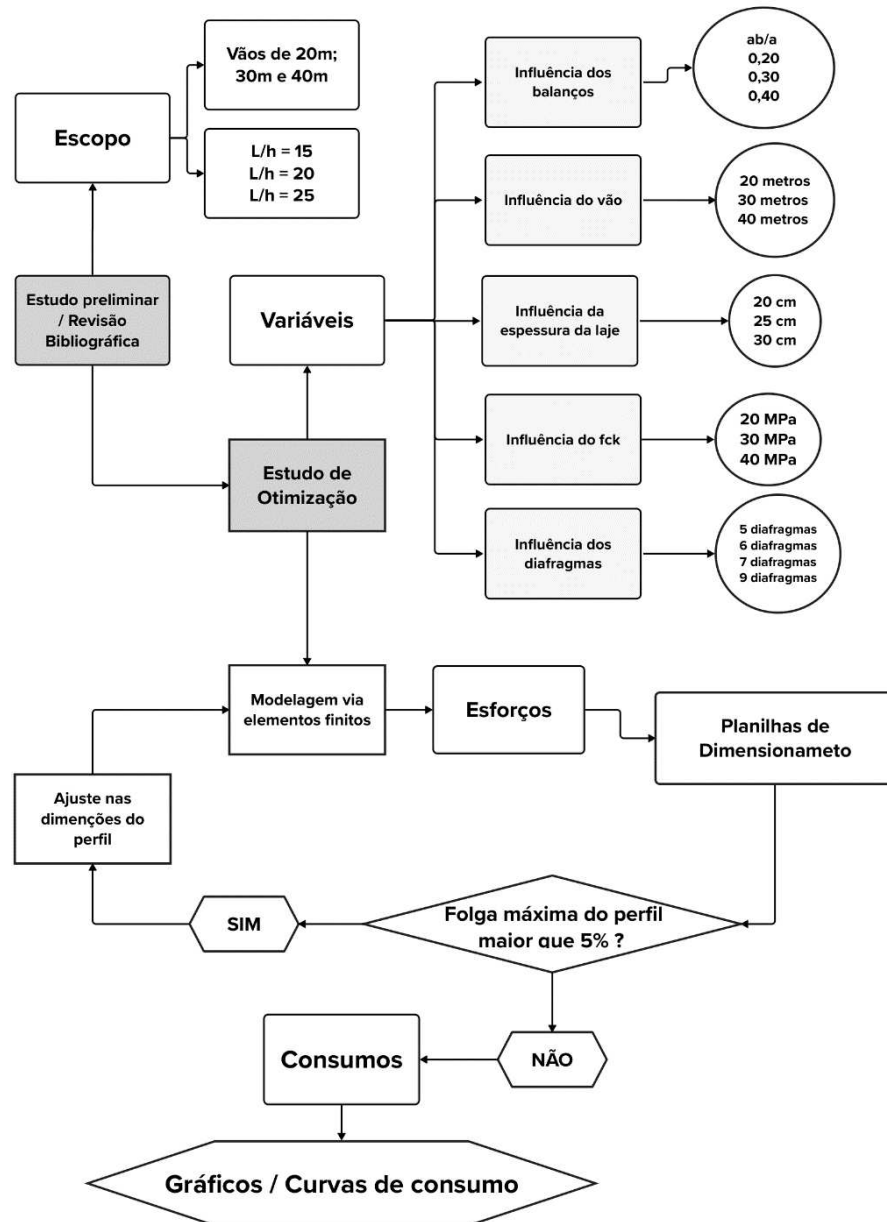
A partir do estudo preliminar e das referências bibliográficas foi determinado que o escopo do estudo de otimização seria conduzido em pontes biapoiadas com tabuleiro com largura de 13 metros, em que as variáveis estudadas foram: o comprimento dos balanços, altura e distância entre longarinas, vão da ponte, espessura e resistência da laje de concreto e o espaçamento entre diafragmas.

Na Figura 28 está ilustrada a metodologia utilizada no estudo de otimização. Para o comprimento do vão admitiu-se os comprimentos de 20m, 30m e 40m. Para altura das longarinas foram avaliadas as relações  $L/h=15$ ,  $L/h=20$  e  $L/h=25$ . Para o comprimento dos balanços foram admitidas as relações entre o comprimento do balanço/distância entre longarinas de 0,20, 0,30 e 0,40. Para analisar a influência da espessura das lajes, adotou-se lajes com alturas de 20 cm, 25 cm e 30 cm. A influência da resistência característica do concreto ( $f_{ck}$ ) foi avaliada para concretos com 20 MPa, 30 MPa e 40 MPa. Por fim avaliou-se a influência da quantidade/espaçamento entre diafragmas, onde foram estudadas pontes com 5, 6, 7 e 9 diafragmas.

Para o dimensionamento das longarinas e das lajes utilizou-se uma planilha Microsoft Excel, na qual, inicialmente foram inseridos os dados da seção transversal da ponte a ser dimensionada, assim como as propriedades dos materiais a utilizados nas longarinas e na laje de concreto. Em seguida, eram inseridas as dimensões do perfil utilizado e suas propriedades geométricas eram automaticamente calculadas pela planilha, e verificadas quando aos critérios normativos exigidos pelas normas brasileiras.

Determinadas as dimensões a serem estudadas gerava-se o modelo numérico através do software CSiBridge, e após o processamento eram inseridos os esforços obtidos devido ao momento fletor, esforço cortante e a força normal nas longarinas, além das tensões nas faces superiores e inferiores da laje de concreto e nas mesas superiores e inferiores devido aos efeitos da retração e temperatura. Possibilitando assim que fossem feitas todas as verificações necessárias para as longarinas, considerando tanto a seção isolada durante a fase de construção (içamento e concretagem) quanto a seção mista de aço e concreto durante fase de utilização.

Figura 28 - Fluxograma do estudo de otimização.



Após realizar todas as verificações, caso a taxa de solicitação das longarinas esteja contida no intervalo pré-estabelecido de 95% a 100% da capacidade resistiva da seção transversal, procedia-se à determinação do peso de aço das longarinas, bem como à quantidade de conectores e enrijecedores necessários no projeto. Isso permitia obter o consumo total de aço estrutural para as configurações adotadas. Entretanto, se algum desses critérios não fosse atendido, a estrutura era reavaliada e reprocessada a fim de obter os novos esforços solicitantes, buscando verificar se todos os critérios poderiam ser cumpridos. O redimensionamento consistiu em ajustar a largura e/ou a espessura da mesa superior ou inferior, de acordo com a situação

analisada, até atingir a taxa de utilização estabelecida ou as dimensões mínimas recomendadas nas normas de projeto.

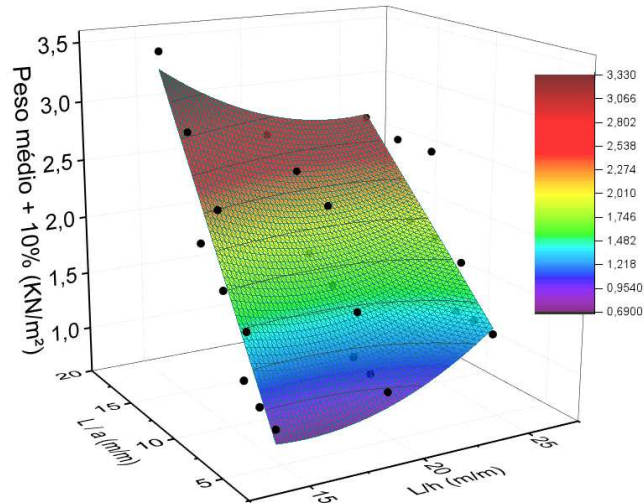
Em seguida, procedeu-se ao dimensionamento e à verificação das lajes de concreto. Para isso, os esforços obtidos através da análise realizada no software CSiBridge foram inseridos na planilha. Foram considerados os esforços devido ao momento fletor, tanto na direção longitudinal quanto na direção transversal do tabuleiro, os esforços cortantes e os deslocamentos da laje. Com base nesses dados, foi possível calcular a área de armadura necessária para combater os esforços solicitantes.

Após a determinação das armaduras necessárias, foram realizadas verificações. Primeiramente, verificou-se a resistência das armaduras à fadiga e do concreto à compressão. Além disso, foram analisados os estados limites de serviço, incluindo as flechas imediatas e diferidas no tempo, bem como a abertura e formação de fissuras. Para as pré-lajes, as verificações incluíram as armaduras longitudinais, o esforço cortante e os estados limites de serviço de deformação excessiva e fissuração. Finalmente, realizou-se a verificação do cisalhamento longitudinal da laje de concreto com base no modelo de bielas e tirantes.

Após a conclusão de todas essas etapas de verificação e dimensionamento, e caso todos os critérios fossem aprovados, foram obtidos os consumos de aço e concreto necessários para a laje.

A partir do estudo de otimização, foi estimado o consumo de concreto, armadura passiva e aço estrutural do tabuleiro para cada uma das 76 configurações de pontes estudadas. Cabe ressaltar, que cada ponto na curva de consumo está associado a uma seção otimizada de longarina. Na Figura 29 é ilustrado uma das curvas de consumo obtidas, em que o consumo/m<sup>2</sup> de aço estrutural é dado em função da relação comprimento do vão da ponte/altura da longarina (L/h) e de variáveis geométricas da ponte, como comprimento do vão e espaçamento entre longarinas. As demais curvas serão apresentadas no item 3.3.2.

Figura 29 - Consumo de aço estrutural das longarinas em (kN/m<sup>2</sup>) x relação vão da ponte/espaçamento entre longarinas (L/a) x relação vão da ponte/altura da longarina.

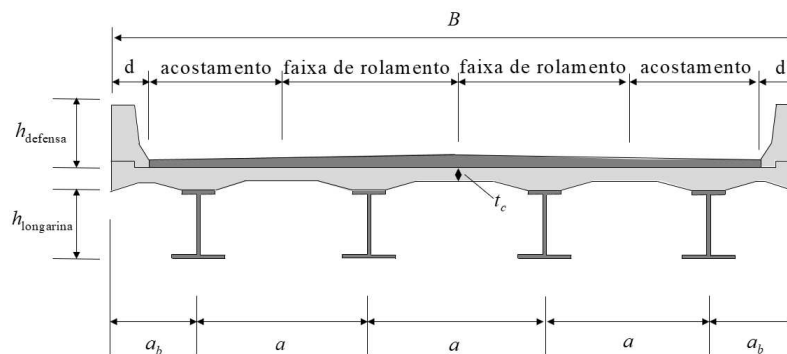


### 3.2.3 TIPOLOGIA DO TABULEIRO

Os estudos preliminar e de otimização foram conduzidos em pontes mistas biapoiadas compostas por longarinas metálicas em perfis de alma cheia e laje de concreto. A ligação entre a laje e o perfil metálico foi feita a partir de conectores do tipo *Stud-Bolt*. Por simplificação, os diafragmas foram admitidos com perfil de alma cheia e seção transversal I.

A seção transversal do tabuleiro está ilustrada na Figura 30 (classe I-B do Manual de Projetos de Obra de Arte Especiais, DNER, 1996) e é composta por duas faixas de rolamento de 3,6 m, sem passeio, dois acostamentos de 2,5 m e duas defensas do tipo New Jersey com 0,4 m de largura, totalizando uma largura de 13 m.

Figura 30 - Tipologia do tabuleiro.



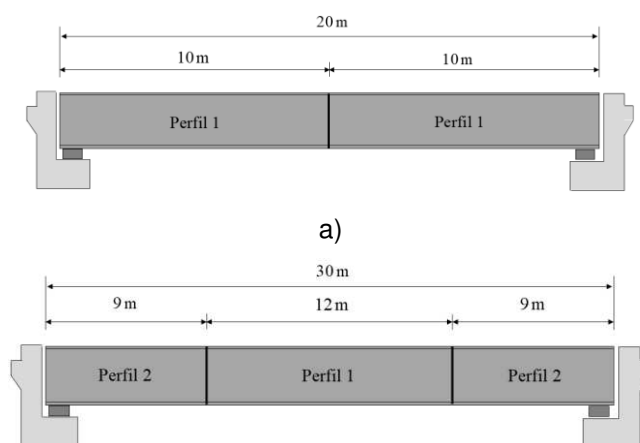
A laje do tabuleiro foi composta por pré-lajes e uma capa de concreto moldada *in loco*. Após a cura do concreto, essas pré-lajes foram consideradas parte integrante

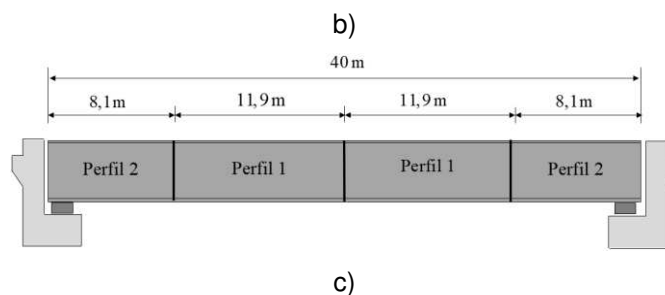
da seção transversal do tabuleiro, resultando em uma laje maciça de concreto armado de formato retangular. Em todos os casos investigados, admitiu-se ambiente atmosférico pouco agressivo com classificação C1 de acordo com a ISO 9223 (CEN, 2012), e perfil pintado. Para especificação do cobrimento das armaduras, adotou-se um cobrimento de 25,0 mm (classe de agressividade CAA-II).

No estudo de otimização foram estudadas pontes com vãos de 20 m, 30 m e 40 m. As longarinas da ponte de 20 metros foram admitidas com 2 trechos de 10 metros, em que o mesmo perfil foi admitido nos dois trechos. Nas pontes de 30 e 40 metros foi utilizado mais de um tipo de perfil por longarina, conforme ilustrado na Figura 31. Para o vão de 30 metros, foram utilizados um perfil P1 de 12,0 metros e dois perfis P2 de 9,0 metros. Para as pontes com vãos de 40 metros, foram empregados dois perfis P1 de 11,9 metros e dois perfis P2 de 8,1 metros. As longarinas internas e externas foram admitidas com mesma seção transversal.

Quando as longarinas são compostas por mais de um tipo de perfil é recomendado, por questões de construtibilidade, que a variação ocorra apenas em relação às larguras das mesas inferior e superior. Dessa forma, a espessura da alma e das mesas dos perfis P1 e P2 foram similares. No caso da alma, a espessura adotada correspondeu a menor espessura comercial de modo a respeitar a condição de que os perfis fossem classificados como *semi-compactos* segundo a NBR 8800 (ABNT, 2008). Para atender a tal classificação, o índice de esbeltez ( $\lambda$ ), relação entre a altura ( $h$ ) e espessura da alma ( $t_w$ ) –  $(h/t_w)$ , deve ser superior ao parâmetro de esbeltez limite para seções compactas ( $\lambda_p$ ) e inferior à esbeltez limite para seções esbeltas ( $\lambda_r$ ), ou seja,  $\lambda_p \leq h/t_w \leq \lambda_r$ .

Figura 31 - Vista longitudinal das pontes estudadas com vãos de 20, 30 e 40 metros.





### 3.2.4 MODELO NUMÉRICO

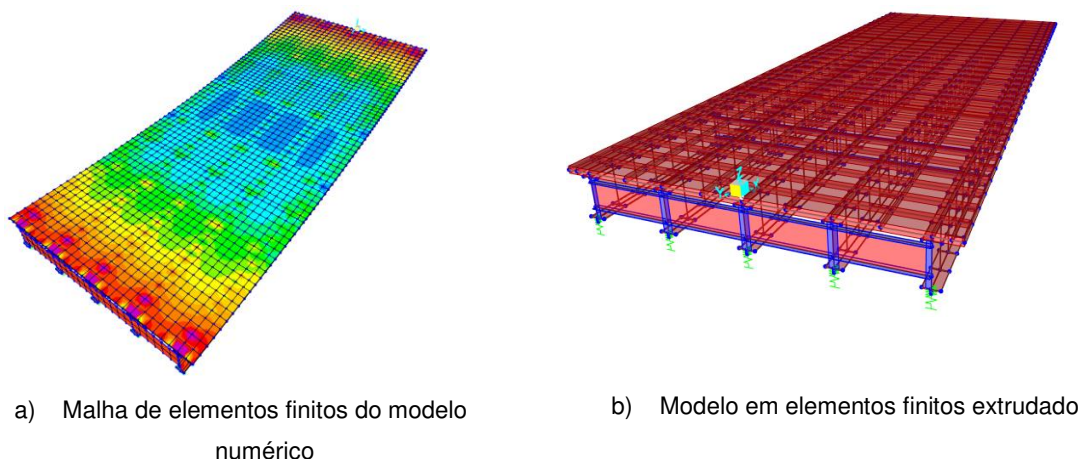
Os esforços solicitantes utilizados nos estudos preliminar e de otimização foram determinados via Método dos Elementos Finitos (MEF) a partir de modelos numéricos desenvolvidos no software *CSiBridge v.23.0.0*. A escolha desse software foi baseada na facilidade de concepção da estrutura e para aplicação do carregamento. Além da análise estrutural, o *CSiBridge* também pode ser utilizado no dimensionamento dos elementos estruturais, no entanto, tal funcionalidade não foi utilizada no trabalho, pois, até o momento, os requisitos das normas brasileiras de dimensionamento não estão disponíveis no software.

No modelo numérico, a laje de concreto, longarinas e os diafragmas foram discretizados a partir de elementos de casca (*shell thin*) com dimensões máximas de 1500 mm x 1000 mm. Todas as longarinas foram consideradas apoiadas sobre aparelhos de apoio do tipo Neoprene Fretado com dimensões de 500 mm x 600 mm e 114mm de altura. Os aparelhos de apoio foram simulados a partir de elementos de mola com o deslocamento na direção z (vertical) restrito, que implica na consideração de uma rigidez axial infinita. Para as direções x e y admitiu-se molas, para cargas dinâmicas, com rigidezes de 2632 kN/m. Os diafragmas foram admitidos com perfil I de alma cheia com mesas superiores e inferiores de 200 mm e 250 mm de largura e espessuras de 12,5 mm e 16 mm respectivamente, alma com espessura de 16 mm e altura de 70% da altura da longarina. Com exceção da altura da alma dos diafragmas, as demais dimensões permaneceram constantes nos modelos avaliados.

Na Figura 32 é apresentada uma vista do modelo numérico. Para a laje de concreto, foram admitidos concreto com resistência  $f_{ck}$  de 30 MPa e aço CA50 para a armadura passiva. Para as longarinas, diafragmas, emendas e enrijecedores admitiu-se o aço ASTM A588. O modelo de fluência e retração GL2000 foi admitido no modelo

numérico. Ainda, admitiu-se variação uniforme de temperatura de  $\pm 15$  °C e gradiente de temperatura.

Figura 32 - Modelo em Elementos Finitos.



Na Tabela 6 são resumidos os carregamentos admitidos no modelo numérico, os quais foram: peso próprio da estrutura metálica (longarina e diafragmas), peso próprio do concreto fresco, peso próprio das lajes pré-moldadas, pavimentação e recapeamento, o peso das barreiras do tipo New Jersey, retração e fluência, sobrecarga de construção, aceleração e frenagem, variação de temperatura e para a carga móvel adotou-se o trem-tipo TB-450 conforme a NBR 7188 (ABNT, 2013b).

Tabela 6 - Carregamentos impostos no modelo numérico.

Peso Próprio da estrutura metálica	*	
Peso Próprio do concreto fresco	*	
Peso Próprio das lajes pré-moldadas	1,88	kN/m <sup>2</sup>
Pavimentação	3,00	kN/m <sup>2</sup>
Recapeamento	2,00	kN/m <sup>2</sup>
Retração e Fluência	**	
Sobrecarga de construção	2,00	kN/m <sup>2</sup>
Carga móvel	TB-450	
Barreira do tipo New Jersey	5,62	kN/m
Aceleração e frenagem	0,2	kN/m <sup>2</sup>
Variação uniforme de temperatura	$\pm 15$	°C

\*Valores calculados automaticamente pelo software a partir das dimensões adotadas.

\*\* Obtidos a partir do modelo GL2000.

### 3.2.5 VERIFICAÇÕES DE PROJETO

No estudo de otimização foi conduzido a verificação das longarinas metálicas, lajes e pré-lajes. As longarinas metálicas foram verificadas nas etapas de içamento, construtiva e de utilização. As pré-lajes foram verificadas quando às etapas de içamento e construtiva. Após a cura da capa do concreto, a pré-laje passou a integrar a seção transversal da laje e foi verificada para a fase de utilização. Na verificação dos elementos citados foram observadas as recomendações das normas brasileiras NBR 5884 (ABNT, 2013c), NBR 6118 (ABNT, 2014), NBR6120 (ABNT, 2019), NBR 6123 (ABNT, 1988), NBR 7188 (ABNT, 2013), NBR 8681 (ABNT, 2003), NBR 8800 (ABNT, 2008), NBR 15980 (ABNT, 2020b), NBR 16694 (ABNT, 2020c) e também internacionais AASHTO (AASHTO, 2017), (FHWA, 2015a), AISC (AISC, 2016), AWS D1.5 (AASHTO, 2015), Eurocode 4 (CEN, 2004), ASTM A193 B7 (ASTM, 2020).

As verificações conduzidas para as longarinas nas fases de içamento, construtiva e de utilização estão resumidas na Tabela 7. Na Tabela 8 são resumidas as verificações conduzidas para as lajes e pré-lajes.

Tabela 7 - Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as longarinas.

<b>Seção Isolada de aço</b>	<b>Seção mista de aço e concreto</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Flambagem lateral por torção</li> <li>• Flambagem local da mesa</li> <li>• Flambagem local da alma</li> <li>• Cisalhamento da alma</li> <li>• Flexão local da mesa</li> <li>• Escoamento local da alma</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tensão de compressão na mesa superior</li> <li>• Tensão de tração na mesa inferior</li> <li>• Cisalhamento da alma</li> <li>• Esmagamento da laje de concreto</li> <li>• Dimensionamento da solda de composição</li> <li>• Fadiga na solda de composição</li> <li>• Conectores de cisalhamento</li> <li>• Fadiga dos conectores de cisalhamento</li> <li>• Enrijecedores de apoio</li> <li>• Enrijecedores transversais intermediários</li> <li>• Fadiga da solda dos enrijecedores</li> <li>• Cargas localizadas</li> <li>• ELS: flecha e contra flecha</li> </ul>

Tabela 8 - Verificações consideradas no estudo de otimização das pontes mistas de aço e concreto para as lajes e pré-lajes.

<b>Seção Isolada de aço</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Fadiga das armaduras longitudinais</li> <li>• Compressão do concreto</li> <li>• Esforço cortante</li> <li>• Momento de fissuração</li> <li>• Flecha elástica imediata</li> <li>• Flecha elástica imediata no estágio II</li> <li>• Flecha diferida no tempo</li> <li>• Momento de fissuração</li> <li>• Abertura de fissura</li> <li>• Fluxo de cisalhamento máximo</li> <li>• Verificação da biela comprimida</li> <li>• Verificação do tirante</li> <li>• Armadura transversal mínima</li> <li>• Comprimento de ancoragem</li> </ul>

### **3.3 RESULTADOS**

#### **3.3.1 ESTUDO PRELIMINAR**

##### **3.3.1.1 INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DOS BALANÇOS**

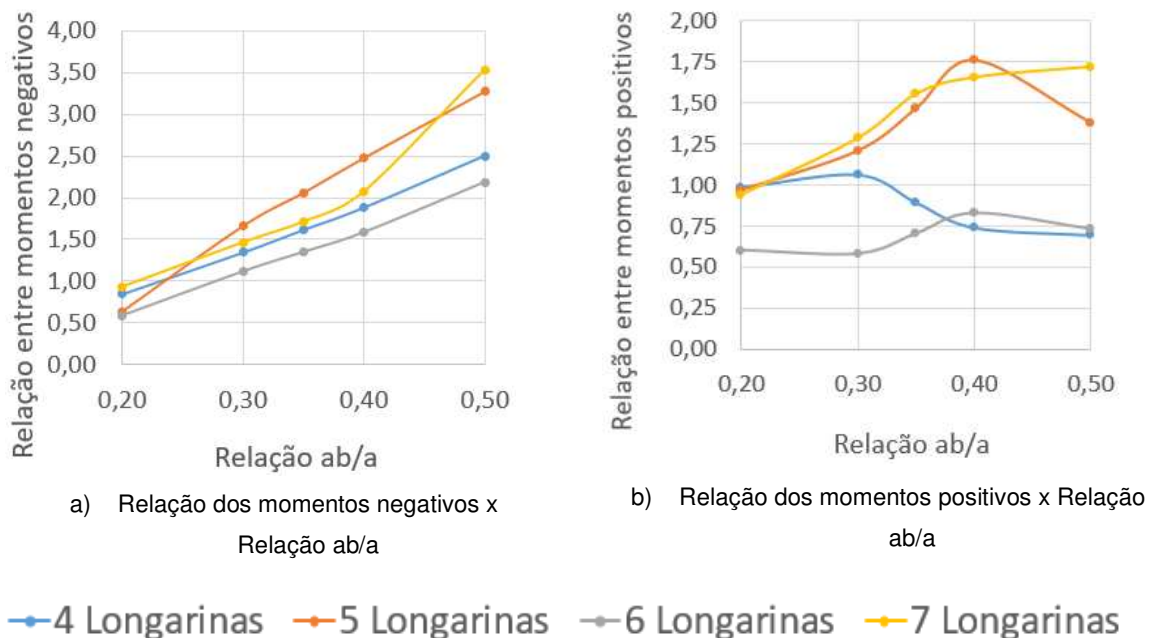
A influência dos balanços nos momentos fletores das lajes foi investigado em pontes com 4, 5, 6 e 7 longarinas para diferentes relações  $a_b/a$  (0,20, 0,30, 0,35, 0,40 e 0,50). No estudo, variou-se os valores de  $a_b$  e  $a$ . A ponte avaliada possui vão fixo de 30 metros, laje com espessura de 22,5 cm e concreto com resistência característica de 30 MPa. A largura do tabuleiro ( $B$ ) foi mantida fixa em 13,0 metros para todas as relações  $a_b/a$  estudadas.

Em todos os casos analisados, foram comparadas as relações entre os momentos transversais negativos (sobre as longarinas) e positivos (entre longarinas). Para a análise dos momentos negativos, dividiu-se o momento negativo sobre a longarina de extremidade pelo momento negativo mais discrepante entre as demais longarinas. Já para os momentos positivos, dividiu-se o valor do maior momento

positivo obtido no vão entre a longarina de extremidade e a longarina subsequente pelo valor do momento positivo com a maior diferença em relação ao primeiro.

A partir dos dados obtidos é possível observar o comportamento das relações momentos negativos à medida em que a relação  $ab/a$  é alterada (Figura 33-a). Na Figura 33-b é ilustrado a relação entre momentos positivos para as diferentes relações  $ab/a$ .

Figura 33 - Relação entre os momentos negativos x relação  $ab/a$  para pontes com 4, 5, 6, e 7 longarinas.

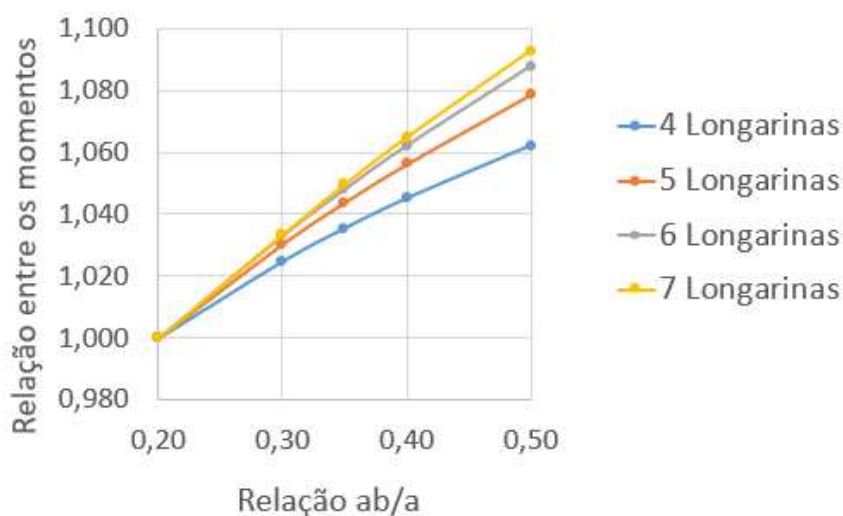


A partir da Figura 33-a é possível observar que à medida que a relação  $ab/a$  aumenta, ocorre aumento da diferença entre o momento negativo da longarina de extremidade e os demais momentos negativos. Tal comportamento era esperado, pois, o aumento do comprimento do balanço provoca maior impacto sobre o momento negativo da longarina de extremidade. Para relações  $ab/a$  superiores a 0,35, a diferença entre os momentos negativos pode superar 100%.

Com relação aos momentos positivos, Figura 33-b, verifica-se que, para relações  $ab/a$  menores que 0,35, a diferença entre os momentos positivos analisados foi inferior a 50%. Observa-se, portanto, que para relações de  $0,20 \leq ab/a \leq 0,35$  ocorre maior uniformização dos momentos positivos e negativos. Assim, a faixa indicada pode ser considerada uma faixa ótima de trabalho, sendo a relação  $ab/a$  de 0,30 a que apresentou o melhor resultado.

Além da relação entre os momentos, é ilustrado na Figura 34 o momento máximo na direção longitudinal obtido no centro do vão da longarina e a variação desse à medida em que se altera o comprimento do balanço. No eixo vertical da Figura 34 é ilustrada a relação entre o momento máximo para a relação  $a_b/a$  investigada pelo momento máximo correspondente a relação  $a_b/a$  igual à 0,2. Da Figura 34 observa-se que o momento fletor no meio do vão aumenta com o aumento da relação  $a_b/a$ , no entanto, esse aumento é pouco significativo, não atingindo 10%. Para a relação  $a_b/a$  menor que 0,35 a diferença máxima é da ordem de 5%. Assim, para a faixa  $0,20 \leq a_b/a \leq 0,35$ , a variação do momento positivo com a variação da relação  $a_b/a$  pode ser desconsiderada, corroborando assim para a faixa de trabalho de  $0,20 \leq a_b/a \leq 0,35$ .

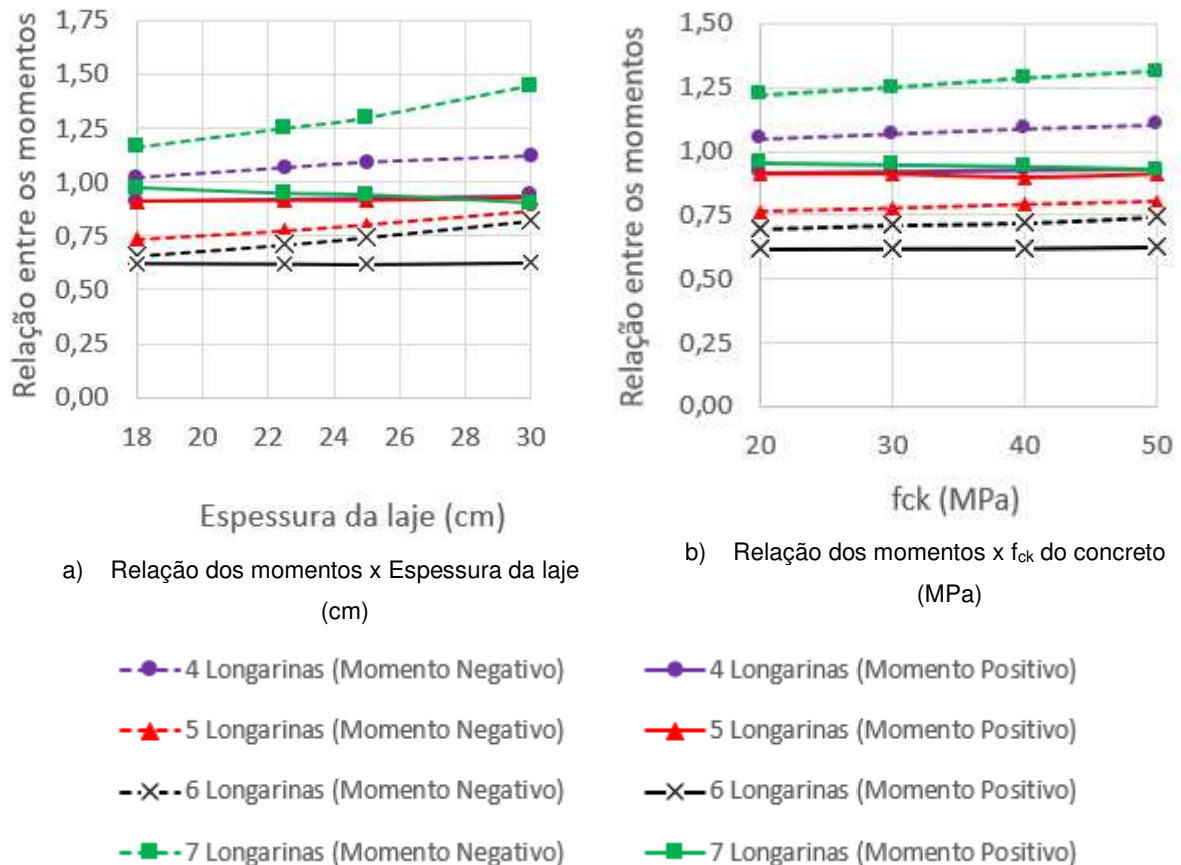
Figura 34 - Momentos Fletores no centro do vão x relação  $a_b/a$ .



### 3.3.1.2 VALIDAÇÃO DA RELAÇÃO $a_b/a$

No item anterior foi observado que para relações  $0,20 \leq a_b/a \leq 0,35$  a distribuição dos momentos fletores possui comportamento linear. Novos estudos foram conduzidos a fim de verificar se a faixa indicada permanece válida caso ocorra a variação de outros parâmetros, como a espessura da laje ( $t_c$ ), a resistência do concreto ( $f_{ck}$ ) e o comprimento do vão da ponte ( $L$ ), foram conduzidos. Assim, foi realizado um novo estudo para pontes com 4, 5, 6 e 7 longarinas, com comprimento de 30 metros e relação  $a_b/a$  de 0,35. Para a influência da espessura da laje de concreto avaliou-se valores de 18 cm, 22,5 cm, 25 cm e 30 cm. Para a influência da resistência da laje de concreto ( $f_{ck}$ ) admitiu-se valores de 20 MPa, 30 MPa, 40 MPa e 50 MPa. Os resultados obtidos foram resumidos na Figura 35.

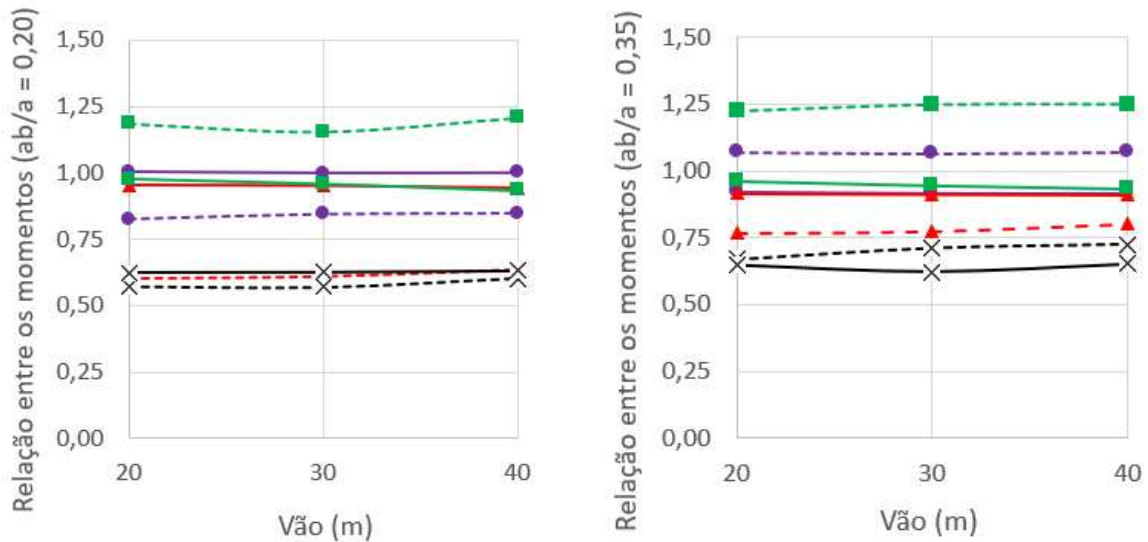
Figura 35 - Relação entre momentos positivos e negativos x espessura da laje (cm) x  $f_{ck}$  do concreto (MPa).



Verificou-se a partir da Figura 35 que as relações entre momento, tanto para os momentos negativos quanto para os momentos positivos, não sofreram alterações significativas ao se alterar a espessura da laje nem com a mudança do  $f_{ck}$ . Dessa forma, infere-se que a faixa obtida anteriormente, onde  $0,20 \leq ab/a \leq 0,35$  permanece válida.

Outro parâmetro avaliado foi a relação entre momentos para pontes com diferentes vãos. Estudou-se pontes com vãos de 20 m, 30 m e 40 m, com 4, 5, 6 e 7 longarinas. Ressalta-se que, além da relação  $ab/a = 0,35$ , também se analisou pontes com relações  $ab/a = 0,20$ . Os resultados obtidos são expostos na Figura 36, onde nota-se que, ao alterar os vãos, as relações entre os momentos positivos e as relações entre os momentos negativos não sofrem mudanças significativas. Desse modo, pode-se concluir que, para pontes com vão entre 20 e 40 metros, independentemente do vão adotado, a faixa proposta anteriormente, onde  $0,20 \leq ab/a \leq 0,35$ , permanece válida.

Figura 36 - Relação entre os momentos positivos e negativos para relações  $a_b/a$  de 0,20 e 0,35 x vão (m).



a) Relação dos momentos para  $a_b/a = 0,20$  x vão (m)

b) Relação dos momentos para  $a_b/a = 0,35$  x vão (m)

- 4 Longarinas (Momento Negativo)
- ▲- 5 Longarinas (Momento Negativo)
- ×- 6 Longarinas (Momento Negativo)
- 7 Longarinas (Momento Negativo)

- 4 Longarinas (Momento Positivo)
- ▲- 5 Longarinas (Momento Positivo)
- ×- 6 Longarinas (Momento Positivo)
- 7 Longarinas (Momento Positivo)

### 3.3.2 ESTUDO DE OTIMIZAÇÃO

#### 3.3.2.1 INFLUÊNCIA DOS BALANÇOS

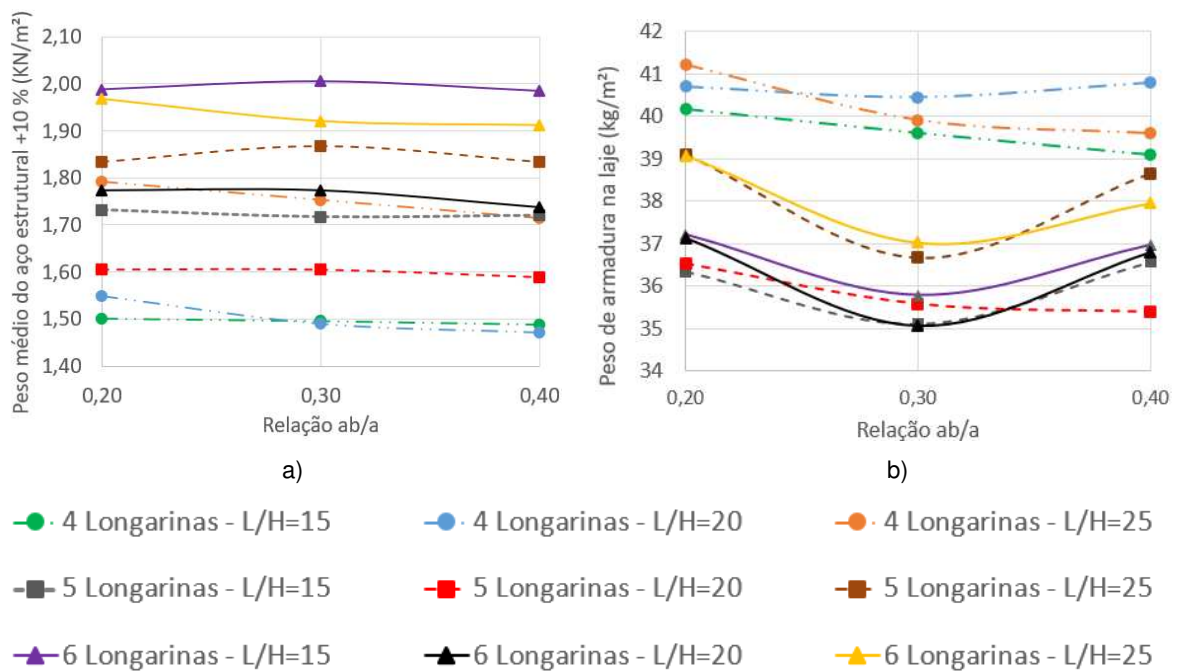
Os balanços desempenham um papel significativo no comportamento global das pontes. Desse modo, a compreensão da influência do comprimento dos balanços na distribuição dos esforços solicitantes e deslocamentos é essencial para a otimização de projetos de pontes, afetando no consumo de materiais e maximizando a eficiência estrutural, garantindo a segurança e o desempenho adequando da estrutura.

Para avaliação da influência do comprimento dos balanços ( $a_b$ ) no consumo de aço estrutural das longarinas e da armadura passiva nas lajes, foram modeladas 27 pontes com vão (L) de 30 metros e tabuleiro com 13,0 metros de largura. No estudo foram admitidas pontes com 4, 5 e 6 longarinas, com alturas (h) de 200 cm, 150 cm e

120 cm, obedecendo assim, relações  $L/h$  de 15, 20 e 25. Para todas as situações foram avaliadas pontes com relação entre comprimento dos balanços/espaçamento entre longarinas ( $a_b/a$ ) de 0,20, 0,30 e 0,40.

Na Figura 37-a e na Figura 37-b são resumidos o peso médio de aço estrutural das longarinas e aço passivo nas lajes por projeção da ponte (comprimento x largura), respectivamente. Os pesos foram ponderados de 10% a fim de considerar o peso dos diafragmas e demais dispositivos de fixação.

Figura 37 - a) Peso de aço estrutural por  $m^2$  ( $kN/m^2$ ) x Relação  $a_b/a$ ; b) Peso de armadura nas lajes por  $m^2$  ( $Kg/m^2$ ) x Relação  $a_b/a$ .



Em todos os casos analisados, a relação  $a_b/a$  não apresentou uma influência significativa no consumo de aço estrutural (Figura 37-a). O inverso foi observado para as lajes, em que a relação  $a_b/a$  tem uma influência considerável no consumo de armadura nas lajes (Figura 37-b). Em termos de armadura passiva, a relação  $a_b/a$  de 0,30 foi a que apresentou o menor consumo. Além disso, para as lajes observa-se que com 6 longarinas houve menor consumo de armadura passiva por metro quadrado do que nas pontes com 4 longarinas. O comportamento observado pode ser explicado pelo fato de que com menor número de longarinas ocorrer melhor distribuição dos momentos positivos e negativos nas lajes, fazendo com que o consumo de aço seja reduzido. Destaca-se que tal conclusão é coerente com os resultados obtidos no

estudo preliminar apresentado no item 3.3.1 e de acordo com as indicações propostas pelo (FHWA, 2015a).

Com relação a variável  $L/h$ , a relação  $L/h$  igual 20 foi a que apresentou menor consumo de aço. As relações  $L/h$  iguais a 25 resultam em perfis de menor altura, que implica em menor inércia e menor capacidade resistente à flexão. Assim como nos perfis com  $L/h$  igual a 25, os perfis com  $L/h$  igual a 15 resultaram em maior consumo de aço devido à necessidade de atender aos requisitos de dimensão mínima de norma, como por exemplo a proporcionalidade entre do tamanho das mesas em relação à altura da longarina, conforme especificado no NBR 16694 (ABNT, 2020c).

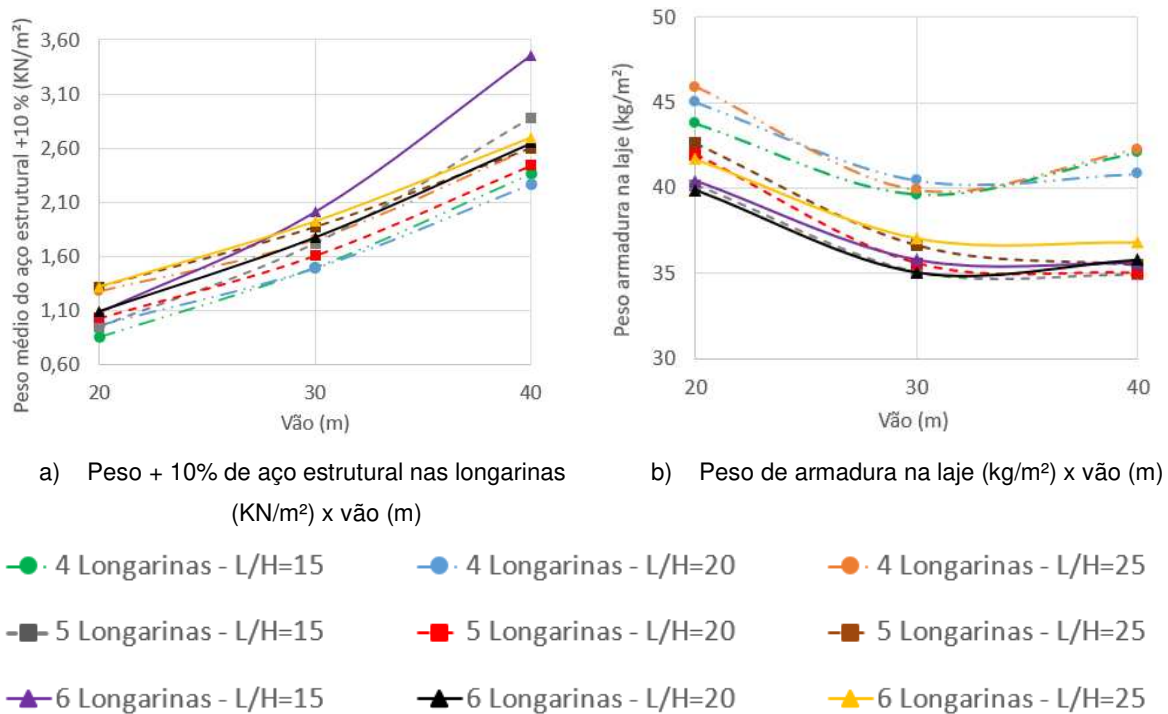
Tendo em vista os resultados obtidos com a análise da influência dos balanços, onde o mesmo apresentou menores consumo para relações  $ab/a$  de 0,30, para os outros parâmetros estudados como a influência dos vãos, espessura da laje,  $f_{ck}$  do concreto e da influência dos diafragmas, para relação  $ab/a$  será adotado o valor fixo de 0,30.

### **3.3.2.2 INFLUÊNCIA DO COMPRIMENTO DO VÃO DA PONTE**

Além disso, o número de longarinas e a distância entre elas também exercem influência no consumo de aço estrutural e no consumo de armadura passiva, de modo que o aumento no número de longarinas associado à redução do espaçamento entre elas, tende a possibilitar redução da altura dos perfis, pois menor parcela do carregamento será suportado por cada longarina. Desse modo nota-se que tanto o comprimento do vão quanto o número de longarinas são fatores cruciais a serem considerados no projeto, a fim de determinar a altura adequada das longarinas e assegurar o desempenho adequado da estrutura.

A influência do comprimento do vão da ponte no consumo de aço estrutural das longarinas e no consumo de armadura passiva das lajes está ilustrada na Figura 38. O estudo foi conduzido em pontes com largura de 13 metros e vãos de 20, 30 e 40 metros. Para cada um desses vãos, foram estudadas pontes com 4, 5 e 6 longarinas, de modo que os espaçamentos entre seus eixos fossem, respectivamente, 361,10 cm, 282,60 cm e 232,10 cm. Além disso, manteve-se as proporções de  $L/h = 15$ ,  $L/h = 20$  e  $L/h = 25$ .

Figura 38 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) e Peso de armadura na laje ( $\text{Kg/m}^2$ ) x vão (m).



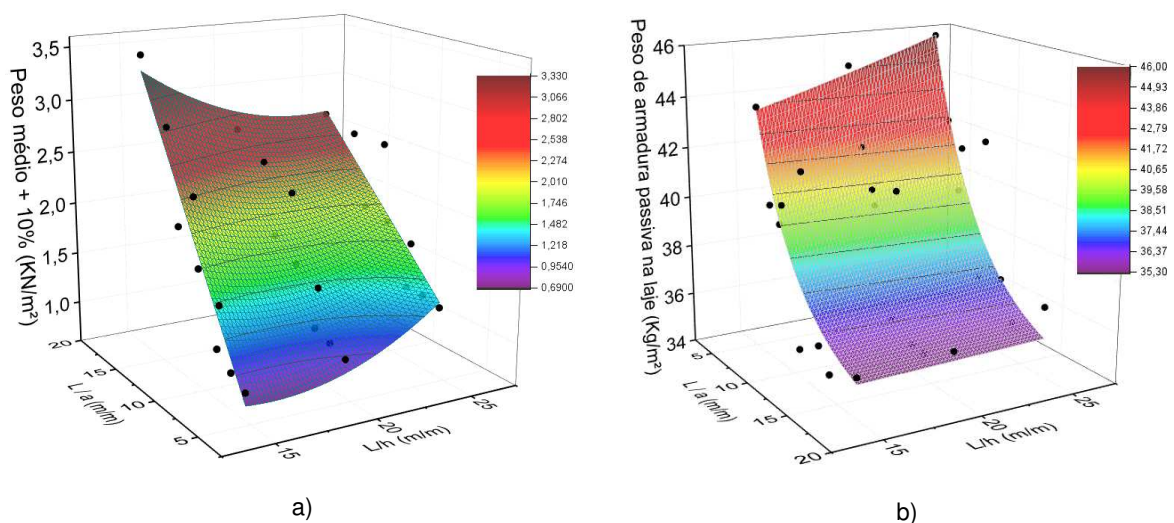
Da Figura 38-a observa-se que o consumo de aço estrutural por  $\text{m}^2$  aumenta com o aumento do comprimento do vão e que essa relação não é linear. Tal comportamento era esperado em função do aumento do momento solicitante nas longarinas, o que implica na necessidade de se utilizar perfis com maior inércia. Com o enrijecimento do tabuleiro, ocorre redução dos esforços solicitantes na laje de concreto resultando em redução do consumo de armadura passiva (Figura 38-b).

Com relação ao espaçamento entre longarinas, foi observado um ligeiro aumento no consumo de aço estrutural com a redução do espaçamento entre elas. O espaçamento de 3,6 m resultou em menor consumo de aço estrutural para as relações  $L/h = 15$  e  $L/h = 20$ . Por outro lado, dentre as configurações estudadas, para uma mesma relação  $L/h$  a configuração com 6 longarinas foi a que forneceu maiores consumos de aço estrutural. Tal comportamento deve-se à necessidade dos perfis atenderem aos requisitos mínimos normativos quanto a seção transversal. Assim, soluções envolvendo espaçamento entre longarinas da ordem de 2 a 2,5 m devem ser evitadas, pois conduzem ao maior consumo de aço estrutural.

Nas pontes com vãos de 20 metros, o consumo de armadura passiva na laje foi superior as demais configurações, o que é explicado pela adoção de armaduras mínimas. Nesse contexto, à medida que o vão é ampliado, a área total da ponte também cresce, resultando em uma diminuição proporcional da taxa de aço por metro quadrado, quando analisada.

A partir dos resultados obtidos com os dimensionamentos das pontes, com vãos variando de 20 a 40 metros, foram geradas duas superfícies de correlação como ilustrado na Figura 39. A primeira superfície relaciona o peso de aço estrutural nas longarinas em KN/m<sup>2</sup>, obtido pela relação peso total das longarinas e a área em planta do tabuleiro, com as relações L/h e L/a. A segunda superfície relaciona o peso de armadura passiva na laje em Kg/m<sup>2</sup> com as relações comprimento do vão/espaçamento entre eixos das longarinas (L/a) e comprimento do vão/altura das longarinas (L/h). Essas correlações são apresentadas na Figura 39-a e na Figura 39-b, respectivamente. Além disso, foram obtidas as equações correspondentes a cada superfície, designadas como Equação (13) e Equação (14). A Equação (13) apresentou um coeficiente de determinação (R<sup>2</sup>) de 0,86, enquanto a Equação (14) demonstrou um R<sup>2</sup> de 0,74.

Figura 39 - Peso médio das longarinas (Kg/m<sup>2</sup>) (a) e peso de armadura passiva na laje (b) em função do vão dividido pelo espaçamento "a" entre longarinas e da relação L/h.



$$P_{ae} = 0,75 + 0,37 \left( \frac{L}{a} \right) - 0,2 \left( \frac{L}{h} \right) + 7,86 \cdot 10^{-3} \left( \frac{L}{h} \right)^2 - 0,01 \left( \frac{L^2}{a \cdot h} \right) \quad (13)$$

$$P_{al} = 34,44 + 20 \cdot e^{\left(\frac{-L/a + L/h}{5} + \frac{L/h}{45}\right)} \quad (14)$$

Sendo:

- $P_{ae}$  o peso médio de aço estrutural + 10% nas longarinas em KN/m<sup>2</sup>;
- $P_{al}$  o peso de armadura na laje em Kg/m<sup>2</sup>;
- $a$  o espaçamento entre os eixos das longarinas (m);
- $L$  o vão da ponte (m);
- $h$  a altura da longarina (m).

### 3.3.2.3 INFLUÊNCIA DA ESPESSURA DA LAJE

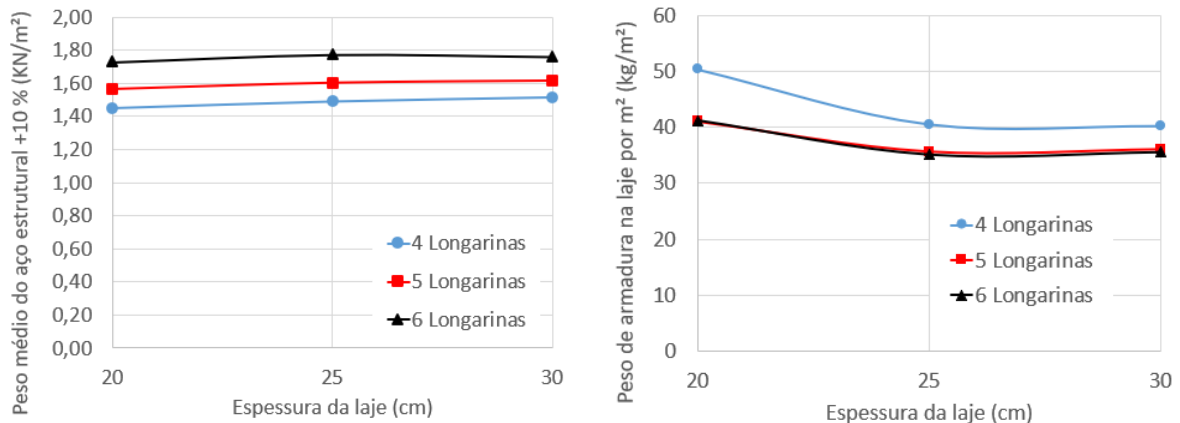
A influência da espessura da laje no consumo de aço estrutural das longarinas e no consumo de armadura passiva nas lajes também foi avaliada. O estudo foi conduzido em pontes com vão de 30,0 m, largura de 13 metros, diafragmas espaçados de 5,88 m, longarinas com altura de 150 cm (relação  $L/h = 20$ ), relação entre a largura do balanço e a distância entre as longarinas ( $ab/a$ ) de 0,30 e concreto com resistência de 30 MPa. No estudo foram admitidas pontes com 4, 5 e 6 longarinas que resultou em espaçamento entre perfis de 361,10 cm, 282,60 cm e 232,10 cm, respectivamente. Como variável adotou-se a espessura da laje variando entre de 20 cm, 25 cm e 30cm.

Do estudo, foi possível visualizar a variação no consumo de aço estrutural e no consumo de armadura passiva com a espessura da laje de concreto, Figura 40. Da Figura 40-a, observa-se relação quase constante entre o consumo de aço estrutural e a espessura da laje. Assim, pode-se concluir que a espessura da laje de concreto exerce influência pouco significativa no consumo de aço estrutural as longarinas. Para todas as espessuras estudadas, nota-se que em relação a solução com 4 longarinas, o consumo de aço estrutural aumentou em torno de 15% e 27% para as soluções com 5 e 6 longarinas, respectivamente.

Com relação ao consumo de armadura passiva, as pontes com 4 longarinas apresentaram o maior consumo, o que esperado em função do maior espaçamento entre longarinas. Ao se analisar a Figura 40-b observa-se o consumo de armadura passiva para a laje com espessura de 20 cm foi cerca de 20% superior ao consumo obtido para a laje de 25 cm e 30 cm. Entre as espessuras de 25 e 30 cm não foi observado variação no consumo de armadura passiva. A redução no consumo de armadura pode ser explicada pelo aumento da rigidez do tabuleiro ao se aumentar a

espessura da laje de concreto. Desse modo, dentro dos pontos analisados, pode-se concluir que a espessura de 25 cm é a que conduz a melhores resultados, pois resulta no menor consumo de armadura passiva, quando comparado as lajes menos espessas, e utiliza menos concreto, quando comparados a lajes mais espessas.

Figura 40 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) e Peso de armadura na laje ( $\text{Kg/m}^2$ ) x Espessura da laje (cm).

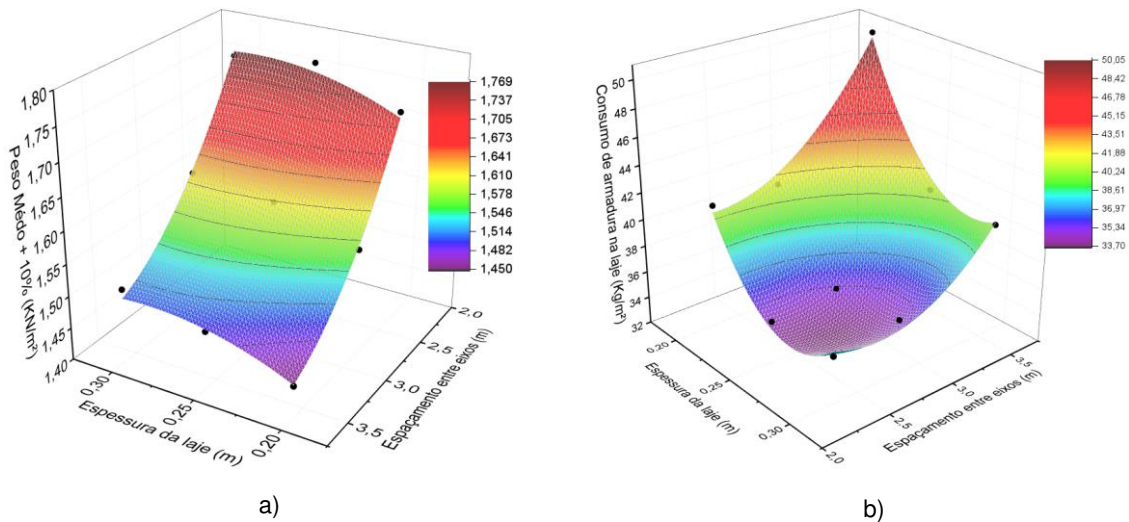


a) Peso médio + 10% de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) x Espessura da laje (cm)

b) Peso de armadura na laje ( $\text{Kg/m}^2$ ) x Espessura da laje (cm)

Assim como na avaliação da influência dos vãos, obteve-se a superfície que relaciona o peso de aço estrutural nas longarinas em  $\text{KN/m}^2$  com a espessura da laje ( $t_c$ ) e a distância ( $a$ ) entre as longarinas e a superfície que relaciona o peso de armadura passiva com a espessura da laje de concreto e a distância entre longarinas ( $L/a$ ), conforme ilustrado nas Figura 41-a e na Figura 41-b, respectivamente. As equações que descrevem as superfícies são a Equação (15) e a Equação (16). A Equação (15), que descreve a primeira superfície, apresentou um coeficiente de determinação ( $R^2$ ) de 0,99, enquanto a Equação (16), que está relacionada à segunda superfícies, demonstrou um  $R^2$  de 0,95.

Figura 41 - Peso médio das longarinas (KN/m<sup>2</sup>) (a) e peso de armadura na laje (b) em função do espaçamento "a" entre longarinas e da espessura da laje (m).



$$P_{ae} = 2,52 - t_c (7 \cdot t_c - 4) + a (0,1 \cdot a - 0,8) \quad (15)$$

$$P_{al} = 155 + t_c (1500 \cdot t_c - 710) + a (5,9 \cdot a - 20) - (38 \cdot t_c \cdot a) \quad (16)$$

Sendo:

- $P_{ae}$  o peso médio de aço estrutural + 10% nas longarinas em KN/m<sup>2</sup>;
- $P_{al}$  o peso de armadura na laje em Kg/m<sup>2</sup>;
- $a$  o espaçamento entre os eixos das longarinas (m);
- $t_c$  a espessura da laje (cm).

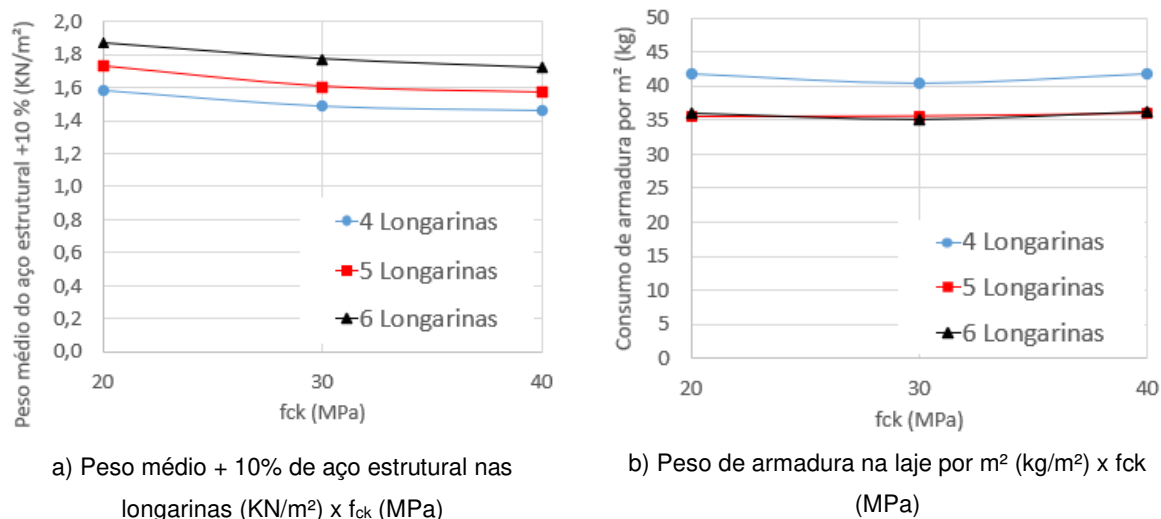
### 3.3.2.4 INFLUÊNCIA DA RESISTÊNCIA DO CONCRETO ( $f_{ck}$ )

Além dos estudos sobre a influência dos balanços, do comprimento do vão e da espessura da laje de concreto, também foi investigado a influência da resistência do concreto ( $f_{ck}$ ) no consumo de aço estrutural e armadura passiva na laje. No estudo foram avaliadas pontes com 30 metros comprimento, tabuleiro com largura de 13 metros e relação  $a_b/a$  de 0,30. Avaliou-se pontes com 4, 5 e 6 longarinas com altura fixa de 150 cm. Em todos casos analisados, a espessura admitida para a laje foi baseada nos resultados do item 3.3.2.3 sendo de 25 cm. As resistências admitidas para a laje de concreto ( $f_{ck}$ ) foram de 20MPa, 30 MPa e 40 MPa.

Segundo a ABNT NBR 16694 (2020), deve-se utilizar no tabuleiro concretos com resistência mínima de 30 MPa. Apesar da recomendação, optou-se por estudar

a resistência de 20 MPa por se tratar de um estudo investigativo. Dos resultados foi possível observar relacionar o peso de aço estrutural e o peso de armadura passiva com a resistência do concreto das lajes, conforme apresentado na Figura 42.

Figura 42 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) e Peso de armadura na laje por  $\text{m}^2$  ( $\text{Kg/m}^2$ ) x  $f_{ck}$  (MPa).



Com relação ao aço estrutural (Figura 42-a), nota-se que o consumo sofre uma ligeira redução quando a resistência do concreto varia de 20 MPa a 30 MPa. Ao se aumentar a resistência do concreto de 30 para 40 MPa, a variação no consumo de aço é quase imperceptível.

Para a armadura passiva, a variação no consumo de aço em função da variação na resistência do concreto é ainda menos significativa (Figura 42-b) quando a resistência varia de 20 MPa para 30 MPa. Na variação de 30 para 40 MPa, o consumo de aço passivo sofre um ligeiro aumento.

Em termos globais nota-se que a variação no consumo de aço estrutural e de armadura passiva com a variação da resistência de concreto não é significativa, o que está condizente com as conclusões obtidas no estudo preliminar (item 3.3.1.2) no qual não houve alteração dos momentos na laje em função da variação da resistência do concreto. Acredita-se que tal fato está relacionado à elevada rigidez da laje de concreto, de modo, que a variação da resistência do concreto não exerce impacto tão significativo sobre o sistema.

### 3.3.2.5 INFLUÊNCIA DOS DIAFRAGMAS

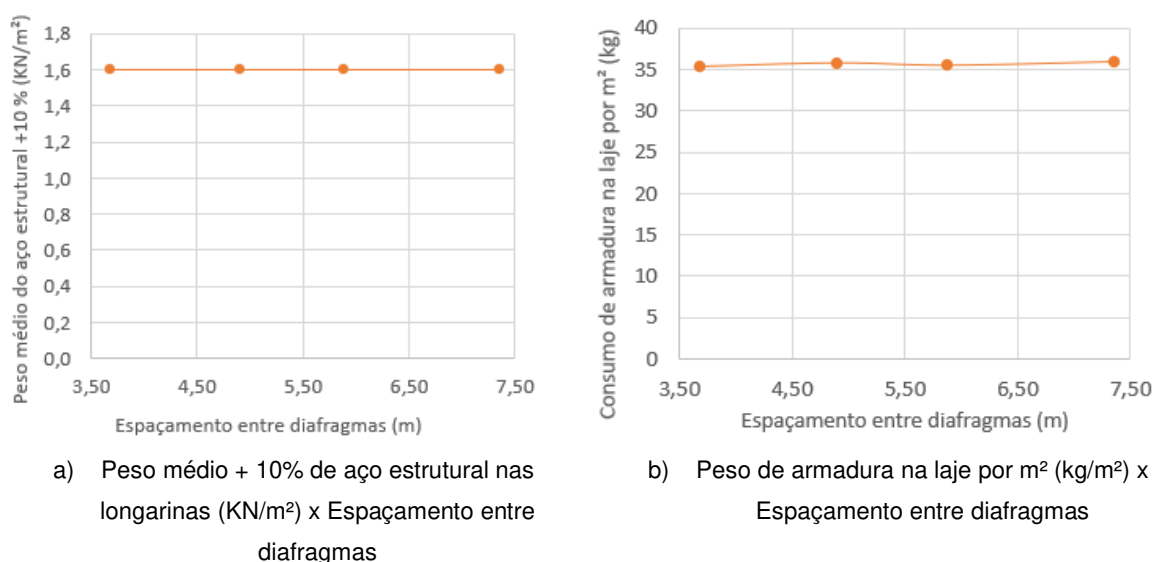
Os diafragmas possuem como função principal o travamento lateral das longarinas, sendo de extrema importância durante a etapa de concretagem do tabuleiro. Após a concretagem do tabuleiro, os diafragmas continuam contribuindo positivamente para o sistema, sobretudo em relação à resposta estrutural do sistema. Dado as solicitações, os diafragmas estão comumente submetidos à flexão e ao esforço cortante. Em termos de comportamento, os diafragmas contribuem para o aumento da capacidade resistente da ponte, permitindo melhor distribuição de cargas entre o conjunto de longarinas e contribuindo para a estabilidade lateral da ponte. Assim, obtém-se melhor resposta em relação às ações dinâmicas, além da redução dos deslocamentos laterais

Vários estudos foram conduzidos para avaliar a influência dos diafragmas no comportamento global de pontes mistas. Contudo, o enfoque predominante centrou-se na contribuição desses diafragmas para o comportamento global da estrutura. Nenhum desses estudos abordou a influência da presença dos diafragmas no consumo de materiais da superestrutura. Neste documento, avaliamos a influência dos diafragmas no consumo de aço para a estrutura e armadura passiva na laje. Ressalta-se a importância de investigar o impacto do espaçamento entre esses elementos. Ao compreender como a presença e disposição dos diafragmas afetam o consumo de aço, torna-se possível otimizar o projeto estrutural, visando uma utilização mais eficiente dos materiais e redução dos custos de construção.

Para isso, analisou-se quatro pontes com cinco longarinas, com vão de 30 metros e tabuleiro com largura de 13 metros. A altura das longarinas foi fixada em 150 cm e espaçamento entre elas de 282,60 cm e um balanço lateral de 84,8 cm, resultando assim uma relação  $L/h = 20$  e uma relação  $ab/a$  de 0,30. Para a laje do tabuleiro admitiu-se espessura de 25 cm com concreto de resistência característica de 30 MPa. Com relação à distribuição dos diafragmas, foram avaliadas pontes com 5, 6, 7 e 9 diafragmas, incluindo os de apoios. Tais quantidades resultaram em espaçamentos da ordem de 7,35 m, 5,88 m, 4,90 m e 3,68 m, respectivamente. Todos os casos obedeceram ao espaçamento máximo de 7,50 metros recomendado na NBR 16694 (ABNT, 2020), item 7.4.1.

A partir dos resultados apresentados na Figura 43 é possível relacionar o peso de aço estrutural e o peso de armadura passiva da laje de concreto com o espaçamento entre diafragmas. Nota-se que a distância entre diafragmas não exerce influência significativa no consumo de armadura passiva e aço estrutural, tal comportamento deve-se ao fato de que a redução do espaçamento entre os diafragmas não contribuiu para aumento da rigidez da estrutura e nem houve mudança significativa na redistribuição de esforços. Assim, pode-se adotar a recomendação normativa de espaçamento máximo de 7,5 metros.

Figura 43 - Peso médio de aço estrutural nas longarinas ( $\text{KN/m}^2$ ) e Peso de amadura passiva na laje por  $\text{m}^2$  ( $\text{Kg/m}^2$ ) x Espaçamento entre diafragmas.

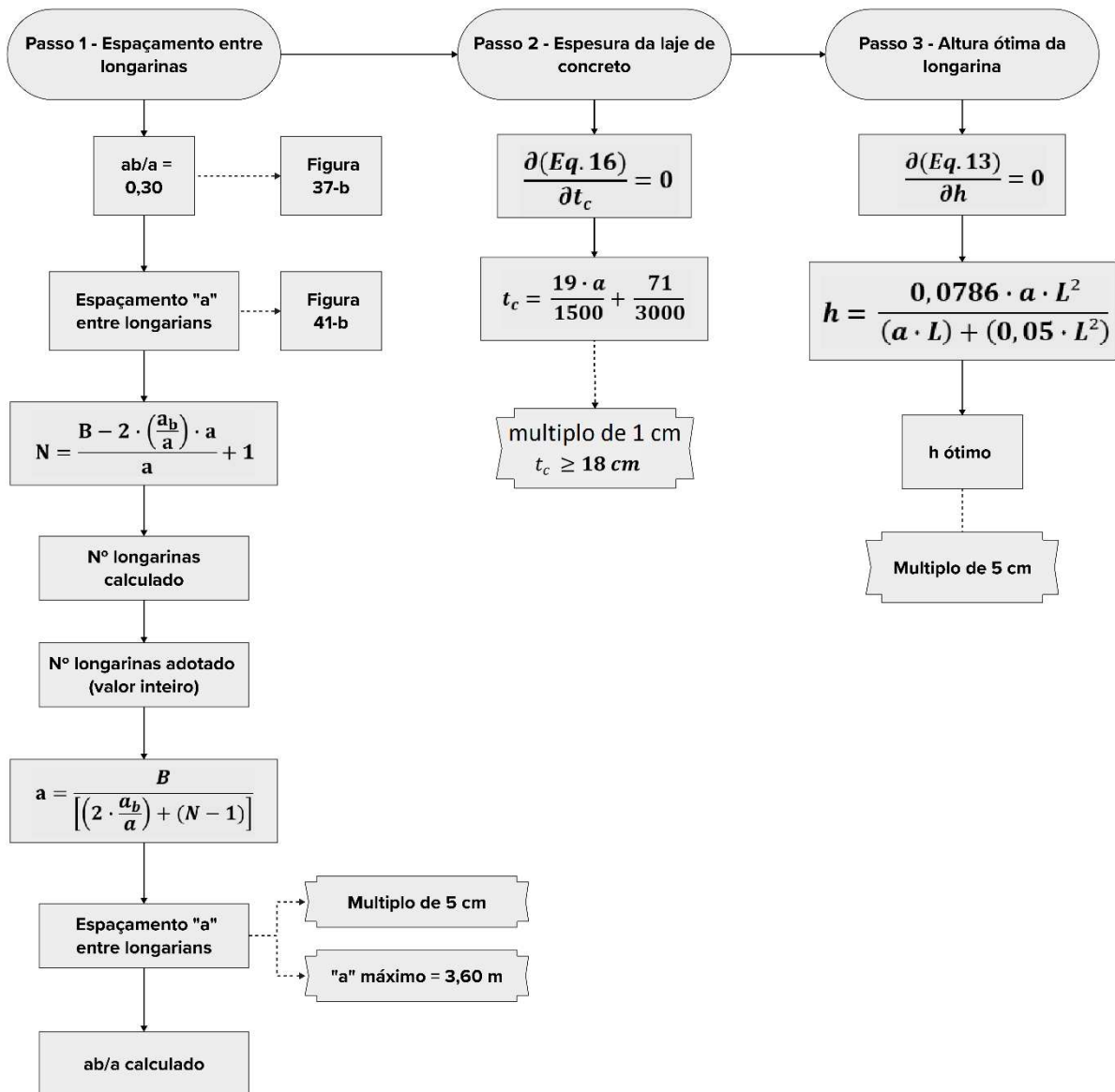


### 3.4 APLICAÇÃO

Com base nas curvas e equações obtidas no item 3.3, é possível determinar as alturas ótimas, os espaçamentos entre os eixos das longarinas e as espessuras das lajes que conduzem a mínimos consumos de aço estrutural e de armaduras passivas nas lajes.

A obtenção das configurações ótimas das pontes pode ser dividida em três etapas, onde na primeira determina-se o espaçamento entre longarinas “a” e a largura do balanço “ab” e conseqüentemente a quantidade de longarinas. Em seguida é determinada a espessura da laje a ser adotada e pôr fim à altura ideal para a longarina, conforme apresentado na Figura 44.

Figura 44 - Fluxograma para determinação das dimensões ótimas.



Inicialmente adota-se a relação  $a_b/a = 0,30$ , uma vez que essa resultou no menor consumo de materiais (Figura 37-b). Como a espessura da laje não exerce influência significativa no consumo de aço estrutural (Figura 40-a), define-se o espaçamento entre longarinas "a" com base nos resultados do gráfico da Figura 41-b. A partir dos valores da relação  $a_b/a$  determina-se o número de longarinas a ser adotado de acordo com a largura do tabuleiro (B). Como o número de longarinas deve ser um valor inteiro, o valor de "a" deve ser recalculado, adotando-o como múltiplo de 5 cm, ao final, ajusta-se o valor de "ab/a". Para não fugir ao escopo investigado no trabalho, o espaçamento entre longarinas deve ser inferior a 3,60 metros, pois os

esforços nas pré lajes aumentam consideravelmente com o aumento de  $a$ , não sendo recomendado utilizar espaçamentos superiores a esse.

Em seguida, de posse do espaçamento entre longarinas “ $a$ ”, utiliza-se a Equação (16) para determinação da espessura da laje, derivando-a em função da espessura da laje e a igualando a zero, obtendo-se a Equação (17), dessa forma, obtêm a espessura de laje ( $t_c$ ) que representa o ponto de menor consumo de armadura na laje. A espessura obtida deve ser múltipla de 1 cm e deve ter seu valor mínimo de 18 cm de acordo com a NBR 7187 (ABNT, 2021b).

$$t_c = \frac{19 \cdot a}{1500} + \frac{71}{3000} \quad (17)$$

Com os espaçamentos entre longarinas, vão e espessura da laje estabelecidos, deve-se determinar a altura da longarina que resulta no menor consumo de aço. Assim, ao derivar a Equação (13) em função da altura “ $h$ ” e igualar a zero, obtêm-se a Equação (18), a partir da qual determina-se a altura de longarina que resulta no menor consumo de aço estrutural. Após a definição da altura, deve-se definir a seção transversal (espessura e largura das chapas) de modo que atenda às recomendações critérios normativos.

$$h = \frac{0,0786 \cdot a \cdot L^2}{(a \cdot L) + (0,05 \cdot L^2)} \quad (18)$$

Como exemplo de aplicação, utilizou-se a metodologia desenvolvida na definição das configurações que resultam em menor consumo materiais para as pontes de classes I-A e I-B com passeio e sem passeio, do manual do DNER (DNER, 1996). No escopo foram avaliadas pontes com vãos de 20m, 25m, 30m, 35m e 40m, cujas medidas são apresentadas na Figura 45. As configurações ótimas definidas para cada tipologia são apresentadas de forma resumida na Tabela 9.

Figura 45 - Larguras definidas para os tabuleiros das pontes.

OAE - Pista simples												
Classe	Unidades (m)	Guarda corpo	Passeio	Defensa	Acostamento	Faixa 1	Faixa 2	Acostamento	Defensa	Passeio	Guarda corpo	Total
I-B	Com passeio	0,15	1,50	0,40	2,50	3,60	3,60	2,50	0,40	1,50	0,15	<b>16,30</b>
I-B	Sem passeio			0,40	2,50	3,60	3,60	2,50	0,40			<b>13,00</b>
OAE - Pista dupla												
Classe	Unidades (m)	Guarda corpo	Passeio	Defensa	Acost. Int.	Faixa 1	Faixa 2	Acost. Ext.	Defensa	Passeio	Guarda corpo	Total
I-A ou 0	Com passeio			0,40	1,00	3,60	3,60	3,00	0,40	1,50	0,15	<b>13,65</b>
I-A ou 0	Sem passeio			0,40	1,00	3,60	3,60	3,00	0,40			<b>12,00</b>

Fonte: Adaptado de DNIT (1996).

A partir das dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização onde foi utilizado as normas brasileiras para realizar todo o dimensionamento da estrutura, nota-se que os resultados obtidos são semelhantes aos propostos na literatura. Uma vez que as relações  $ab/a$  indicadas na Tabela 9 estão dentro da faixa de 0,28 a 0,35 de acordo com o FHWA (2015) e com o AASHTO (2017). Quanto ao espaçamento entre longarinas os resultados desse trabalho estão na mesma faixa apontada nos estudos Lebet e Hirt (2013) quanto pelo FHWA (2015). Além disso, observa-se que as alturas ótimas encontradas para as longarinas variam entre  $15,4 \leq L/h \leq 22,2$  sendo que esse parâmetro é altamente utilizado como recomendação prática de dimensionamento.

Tabela 9 - Dimensões ótimas obtidas através do estudo de otimização.

Classe	Vão (m)	Largura do Tabuleiro (m)	ab/a adot.	"a" adot. (m)	Nº longarinas calc.	Nº longarinas adot.	"a" calcu. (m)	ab/a calc.	t <sub>c</sub> calc. (cm)	h (m)
IB – com passeio	20	16,30	0,3	3,20	5,49	5	3,50	0,33	28	1,30
	25	16,30	0,3	3,20	5,49	5	3,50	0,33	28	1,50
	30	16,30	0,3	3,20	5,49	5	3,50	0,33	28	1,80
	35	16,30	0,3	3,20	5,49	5	3,50	0,33	28	1,90
	40	16,30	0,3	3,20	5,49	5	3,50	0,33	28	2,10
IB – sem passeio	20	13,00	0,3	3,20	4,46	4	3,60	0,31	28	1,30
	25	13,00	0,3	3,20	4,46	4	3,60	0,31	28	1,60
	30	13,00	0,3	3,20	4,46	4	3,60	0,31	28	1,18
	35	13,00	0,3	3,20	4,46	4	3,60	0,31	28	2,00
	40	13,00	0,3	3,20	4,46	4	3,60	0,31	28	2,20
IA ou 0 – com passeio	20	13,65	0,3	3,20	4,67	5	3,00	0,28	27	1,10
	25	13,65	0,3	3,20	4,67	5	3,00	0,28	27	1,30
	30	13,65	0,3	3,20	4,67	5	3,00	0,28	27	1,50
	35	13,65	0,3	3,20	4,67	5	3,00	0,28	27	1,70
	40	13,65	0,3	3,20	4,67	5	3,00	0,28	27	1,80
IA ou 0 – sem passeio	20	12,00	0,3	3,20	4,15	4	3,30	0,32	28	1,20
	25	12,00	0,3	3,20	4,15	4	3,30	0,32	28	1,50
	30	12,00	0,3	3,20	4,15	4	3,30	0,32	28	1,70
	35	12,00	0,3	3,20	4,15	4	3,30	0,32	28	1,80
	40	12,00	0,3	3,20	4,15	4	3,30	0,32	28	2,00

\* "adot." = adotado; "calc." = calculado.

### 3.5 CONCLUSÕES

No estudo foram investigadas a influência dos principais parâmetros do tabuleiro no consumo de aço estrutural e armadura passiva. As variáveis investigadas foram as influências dos balanços, do comprimento do vão, da altura da longarina, da espessura da laje de concreto e sua resistência além da influência dos diafragmas. Diversas dimensões e configurações estruturais foram investigadas em busca dos parâmetros ótimos para pontes mistas de aço e concreto. Os resultados obtidos mostram que é possível parametrizar a seção da ponte e a partir disso correlacionar as diversas variáveis estudadas.

A principal contribuição desse trabalho deve-se à obtenção de curvas, a partir de seções ótimas que relacionam o menor consumo de materiais com a geometria da ponte, permitindo a parametrização do projeto e a rápida estimativa do consumo de material. Cabe destacar que as curvas foram construídas a partir de seções dimensionadas e verificadas em conformidade com todas as normas pertinentes ao dimensionamento de pontes mistas de aço e concreto, levando em consideração múltiplos critérios em vez de um único. Portanto, os resultados obtidos têm aplicação direta como diretrizes práticas para o dimensionamento de pontes mistas de aço e concreto.

Com base nos resultados obtidos, as seguintes conclusões podem ser extraídas:

- Verificou-se que a relação entre o comprimento do balanço e a distância entre as longarinas,  $ab/a$ , não exerceu uma influência considerável no consumo de aço estrutural. No entanto, relações  $ab/a=0,30$  resultaram em menores consumos de armadura passiva nas lajes.
- A utilização de sistemas com maiores espaçamentos entre longarinas reduz o consumo de aço estrutural. No entanto, ao aumentar o espaçamento para valores superiores a 3,5 metros, as lajes e as pré-lajes necessitam de seções mais robustas, resultando em um maior consumo de armadura na laje.
- A altura ótima da longarina varia com o vão, aumentando a medida em que o vão aumenta, conseqüentemente aumentando o consumo de aço

estrutural para maiores vãos, no entanto, vãos maiores podem resultar em menores consumos de armadura nas lajes.

- As alturas ótimas para as longarinas encontram-se na faixa de  $16,7 \leq L/h < 21,1$ .
- A espessura adotada para a laje não influencia de modo significativo no consumo de aço das longarinas. Entretanto, lajes com dimensões entre 25 cm e 30 cm apresentam uma redução do consumo armadura.
- Não houve influência significativa da resistência do concreto nos consumos de aço estrutural nem de armadura nas lajes, uma vez que devido a rigidez da laje, a variação da resistência do concreto não exerceu impacto significativo no sistema de modo a alterar o comportamento dos esforços solicitantes.
- A redução do espaçamento entre os diafragmas, para valores menores que os preconizados pela norma, não influenciou no consumo de aço, uma vez que o aumento do número de diafragmas adotados não foi suficiente para aumentar de forma significativa a rigidez estrutural e a redistribuição de esforços.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AASHTO. **Bridge Welding Code**. Washington, 2015.

AASHTO. **AASHTO LRFD - Bridge Design Specifications**. Washington, DC, set. 2017.

ABNT. **NBR 6123 - Forças devidas ao vento em edificações**. Rio de Janeiro: jun. 1988.

ABNT. **NBR 8681 - Ações e segurança nas estruturas - Procedimento**. Rio de Janeiro: mar. 2003.

ABNT. **NBR 8800 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro: 2008.

ABNT. **NBR 7188 - Carga móvel rodoviária e de pedestre em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas**. Rio de Janeiro: 2013a.

ABNT. **NBR 5884 - Perfil I Estrutural Soldado por Arco Elétrico - Requisitos gerais**. 2013b.

ABNT. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento**. Rio de Janeiro: 2014.

ABNT. **NBR 6120 - Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro: 2019.

ABNT. **NBR 15980 - Perfis laminados de aço para uso estrutural - Dimensões e tolerância**. Rio de Janeiro: 2020a.

ABNT. **NBR 16694 - Projeto de pontes rodoviárias de aço e mistas de aço e concreto**. Rio de Janeiro: 2020b.

ABNT. **NBR 7187 - Projeto de pontes, viadutos e passarelas de concreto**. Rio de Janeiro: 2021.

AISC. **Specification for Structural Steel Buildings**. Chicago: [s.n.].

ASTM. **ASTM A193 B7 - Specification for high tensile bolts, screws, stud bolts, threads rods, anchor bolts and other externally threaded fasteners.** 2020.

BCSA. **Stell Bridges - A Practical Approach to Design for Efficient Fabrication and Construction.** [s.l: s.n.]. Disponível em: <[www.SteelConstruction.org](http://www.SteelConstruction.org),>.

CEN. **EN 1994-1-1: Eurocode 4: Design of composite steel and concrete structures-Part 1-1: General rules and rules for buildings.** Brussels: dez. 2004.

CEN. **Corrosion of metals and alloys - Corrosivity of atmospheres - Classification, determination and estimation (ISO 9223:2012).** 2012.

DNER. **Manual de projeto de obras de arte especiais. Manual 698.** Rio de Janeiro, 1996.

FABEANE, R.; KRIPKA, M.; PRAVIA, Z. M. C. COMPOSITE BRIDGES: STUDY OF PARAMETERS TO OPTIMIZED DESIGN. **International Journal of Bridge Engineering (IJBE)**, v. 5, n. 2, p. 1–20, 2017.

FERRAZ, A. M. S. **Dimensionamento óptimo de pontes mistas rodoviárias de pequeno vão.** Porto: [s.n.]. Disponível em: <<http://www.fe.up.pt>>.

FHWA. **Load and Resistance Factor Design (LRFD) for Highway Bridge Superstructures - Reference Manual.** , jul. 2015a.

FHWA. **Steel Bridge Design Handbook: Selecting the Right Bridge Type.** , dez. 2015b.

GOCÁL, J.; DURŠOVÁ, A. Optimisation of transversal disposition of steel and concrete composite road bridges. **Procedia Engineering**, v. 40, p. 125–130, 2012.

KNIGHT, R. P. Economical Steel Plate Girder Bridges. **Engineering Journal**, p. 89–93, 2003.

LEBET, J.-P.; HIRT, M. A. **Steel Bridges - Conceptual and Structural Design of Steel and Steel-Concrete Composite Bridges.** (EPFL Press, Ed.), 2013.

NMM. **Abordagem sobre a evolução na construção de pontes metálicas.** Lisboa, nov. 2010.

ODROBIŇÁK, J. Influence of web slenderness on bending capacity of composite steel and concrete girder. **ECCS European Convention for Constructional Steelwork**, v. B, p. 1281–1286, 31 ago. 2011.

PEDRO, R. L. et al. An efficient approach for the optimization of simply supported steel-concrete composite I-girder bridges. **Advances in Engineering Software**, v. 112, p. 31–45, 1 out. 2017.

PINHO, F. O.; BELLEI, I. H. **Manual de Pontes e Viadutos em Vigas Mistas**. Rio de Janeiro, 2020.

SÁLES, J. J.; MALITE, M.; GONÇALVES, R. M. **Ligações em estruturas de aço**. São Carlos, ago. 1994.

SCHMÖGEL, S.; SCHMITZ, R. J. Comparação de projetos padronizados para pontes em concreto armado e mistas aço-concreto. **Revista Destaques Acadêmicos**, v. 13, n. 4, p. 183–194, 25 mar. 2022.

SILVA NICOLETTI, R. et al. Pontes mistas de aço e concreto em seção caixão com protensão externa: procedimentos de cálculo e de projeto. 2020.

SOUZA, V. J. L. DE. **Contribuição ao projeto e dimensionamento da superestrutura de pontes rodoviárias em vigas mistas de aço e concreto**. São Carlos: Universidade Federal de São Carlos, 2012.

TOMA, S.; MAEDA, J. Optimum Girder Height and Minimum Sectional Area of highway Composite Girder Bridge. 2011.

WANG, G.-M. et al. Experimental Research of the Time-Dependent Effects of Steel–Concrete Composite Girder Bridges during Construction and Operation Periods. **Materials**, v. 13, n. 9, p. 2123, 3 maio 2020.

## 4 CONCLUSÃO GERAL

### 4.1 CONCLUSÕES

A presente pesquisa, voltada para a otimização de pontes, revelou configurações e dimensões ideais tanto para pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido quanto para pontes mistas de aço e concreto, visando reduzir o consumo de materiais. Os resultados destacaram a importância da otimização estrutural, permitindo a obtenção de estruturas mais econômicas.

Ressalta-se também a abordagem abrangente adotada no dimensionamento e validação das pontes, ao diferenciar-se de outras pesquisas, que muitas vezes exploram poucos parâmetros para otimização, este estudo forneceu diretrizes práticas valiosas, considerando a conformidade com as exigências de projeto e detalhamento das normas brasileiras. Além disso, a obtenção de curvas a partir de seções ótimas, correlacionando o menor consumo de materiais com a geometria da ponte, representa uma contribuição significativa, oferecendo estimativas rápidas e eficientes do consumo de material e consolidando a aplicabilidade direta dessas conclusões no campo da engenharia de pontes, tanto para estruturas de concreto pré-moldado protendido quanto para pontes mistas de aço e concreto.

Com base nos resultados obtidos, pode-se destacar conclusões:

- Verificou-se que a utilização de menos longarinas mais espaçadas entre si, tendem a apresentar menores consumos tanto para as longarinas de concreto pré-moldado protendido quanto para as pontes mistas. Ressalta-se, no entanto, que para espaçamentos superiores a 3,5 metros, as lajes e as pré-lajes necessitam de seções mais robustas;
- As alturas ótimas para as longarinas pré-moldadas protendidas, variam na faixa entre  $14,3 \leq L/h \leq 16,2$ , enquanto que para longarinas das pontes mistas de aço e concreto a altura ótima encontra-se na faixa de  $16,7 \leq L/h \leq 21,1$ ;
- Observou-se para as pontes pré-moldadas, que longarinas de menor altura demandam menor consumo de armadura passiva, entretanto ocorre um aumento da armadura ativa.

- A espessura da laje tende a não influenciar de forma significativa no consumo de armadura passiva e ativa nas longarinas pré-moldadas protendidas nem no consumo de aço estrutural nas pontes mistas.
- Verificou-se que a relação entre o comprimento do balanço e a distância entre as longarinas,  $a_b/a$  próximas a 0,22 apresentaram os menores consumos totais de armadura para as pontes com longarinas em concreto pré-moldado protendido, enquanto que para as pontes mistas de aço e concreto recomenda-se uma relação  $a_b/a$  de 0,30,
- Para as pontes com longarinas pré moldadas protendidas, recomenda-se utilizar pelo menos uma transversina no centro do vão, enquanto que para as pontes mistas, a recomendação é de se utilizar diafragmas a cada 7,50 metros visto que é o maior espaçamento permitido por norma.
- A alteração da resistência do concreto, não resultou em alterações significativas nos consumos das pontes mistas de aço e concreto.

## 4.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

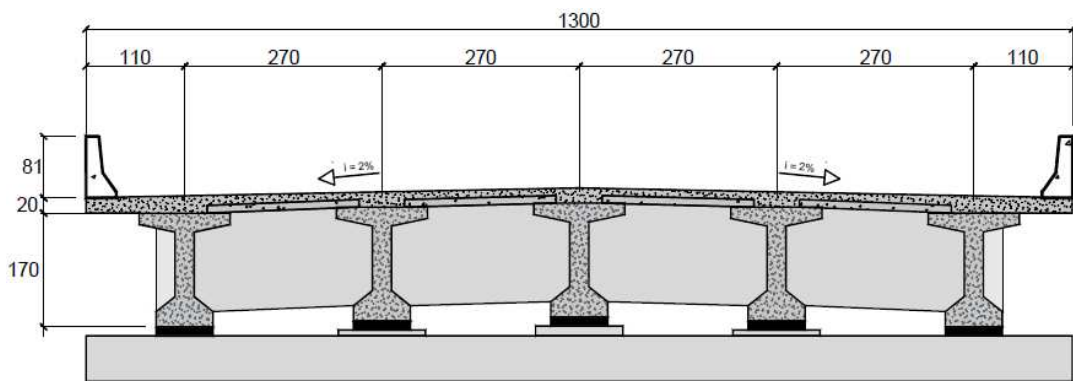
A partir dos resultados e das conclusões obtidas com o trabalho, foi possível observar alguns parâmetros que podem ser investigados em trabalhos futuros afim de complementar esse estudo:

- Diferentes larguras de tabuleiro;
- Outras variações de seção transversal para as longarinas pré-moldadas protendidas;
- Outros espaçamentos entre longarinas para verificação da influência da espessura da laje;
- Perfis com almas esbeltas para pontes mistas;
- Pontes com diafragmas do tipo “K” e do tipo “X”;
- Outras tipologias estruturais (vigas em concreto armado, pontes em viga caixão, pontes penseis e estaiadas, dentre outros.

# **APÊNDICE A**

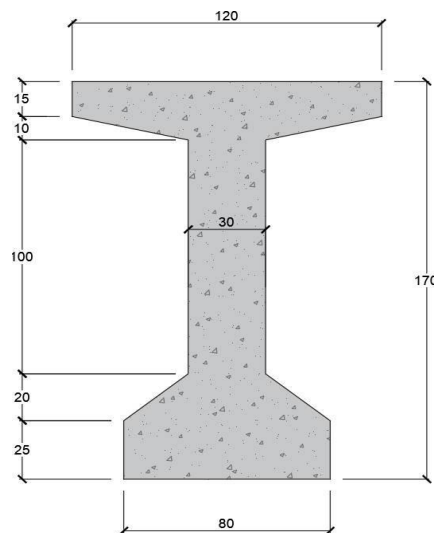
## **Planilha de dimensionamento de longarina pré-moldada protendida**

O apêndice A contém a planilha de dimensionamento de uma longarina pré-moldada protendida de uma ponte com vão de 30 metros, composta por 5 longarinas, com espaçamento entre eixos das longarinas de 270 cm e balanço lateral de 110 cm. A altura da longarina adotada no exemplo é de 170 cm e a espessura da laje de 20 cm. A seção transversal da ponte é apresentada na Figura A.2, enquanto que as dimensões da longarinas são mostradas na Figura A.2.



Dimensões em centímetros

**Figura A.1 - Seção transversal da ponte exemplificada**



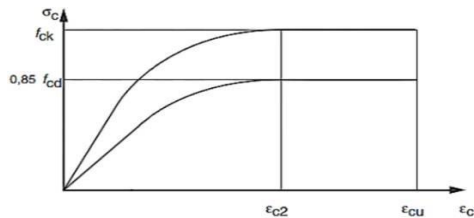
**Figura A.2 Seção transversal da longarina**

# 1 Propriedades dos materiais

## 1.1 Concreto

### 1.1.1 Idade superior a 28 dias

ABNT NBR 6118:2014	CAAmbiental	CAA II
Cobrimentos mínimos (mm)	Laje	30
	Viga/Pilar	35
Itens: 6.4; 7.4, 8.2, 12.3 e 17.3	fck (MPa)	35
$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$ $f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$ $f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$ $E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$ $E_{cs} = \alpha_i \cdot E_{ci}$ $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$ $\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse $\alpha = 1,2$ para seções T  $\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$ Para $f_{ck} \leq 50$ MPa: $n=2$  $G_c = \frac{E_{cs}}{2,4}$	fctk,m (MPa)	3,21
	fctk,inf (MPa)	2,247
	fctk,sup (MPa)	4,173
	s (CPV-ARI)	0,2
	$\alpha$ (Seções T)	1,2
	$\alpha \cdot f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,70
	$\alpha_E$ (agregado)	1,00
	Eci (GPa)	33,13
	$\alpha_i$ (Seções T)	0,9
	Ecs (GPa)	29,40
	$\nu$	0,20
	G (GPa)	12,25
	ec2	0,20%
	ecu	0,35%
Coefficiente de dilatação térmica	$\alpha$ (/°C)	0,00001

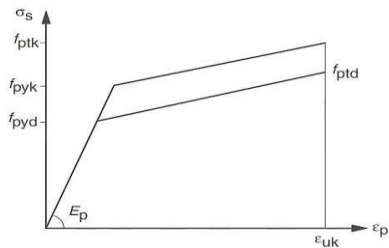


### 1.1.2 Idade inferior a 28 dias

ABNT NBR 6118:2014	Idade j (dias)	14
Itens: 6.4; 7.4, 8.2, 12.3 e 17.3	s (CPV-ARI)	0,2
$f_{ckj} = \beta_1 \cdot f_{ck}$ $\beta_1 = \exp \{ s [ 1 - (28/t)^{1/2} ] \}$ $f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$ $f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$ $f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$ $E_{ci}(t) = \left[ \frac{f_c(t)}{f_c} \right]^{0,5} \cdot E_{ci}$	fckj (MPa)	32
	fctkj,m (MPa)	3,04
	fctkj,inf (MPa)	2,126
	fctkj,sup (MPa)	3,949
	$\alpha$ (Seções T)	1,2
	$\alpha \cdot f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,55
	$\alpha_E$ (agregado)	1,00
	Ecij (GPa)	31,79
	Ecsj (GPa)	27,02
	$\alpha_i$ (Seções T)	0,9
Ecs (GPa)	27,99	

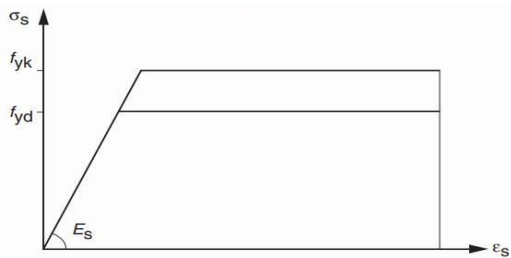
### 1.1 Aço prontesão

ABNT NBR 6118:2014	Cordoalha	
Itens: 8.4; 9.6	$E_p$ (GPa)	200,00
$\sigma_{pi}(P\acute{o}s - tracionadas, RB) \leq \begin{cases} 0,74f_{ptk} \\ 0,82f_{pyk} \end{cases}$ $f_{pyk} = 0,90f_{ptk}, \text{ para a\c{c}os RB}$ $\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci}}$	$\alpha_{p28}$	6,04
	$\alpha_{pj}$	6,29
	$f_{ptk}$ (MPa)	1900
	$f_{pyk}$ (MPa)	1710
	$\sigma_{pi}$ (MPa)	1402,2
	Cordoalha	7 fios
	$\phi_{cordoalha}$ (mm)	12,7
	Massa nominal cordoalha (Kg/1000m)	792
ABNT NBR 7483:2020	$A_{cordoalha}$ (mm <sup>2</sup> )	100,90
Catálogo Freyssinet 2015	$\phi_{bainha}$ (mm)	55
	$\delta$ (m)	0,006
Deslizamento cunha	$\mu$	0,24
Coefficientes de atrito	K	0,002
Deformação última	euk	3,50%



### 1.2 Aço Arm. Passiva

ABNT NBR 6118:2014	CA-50	
Itens: 8.3	$f_{yk}$ (MPa)	500
ABNT NBR 7480:2007	$E_s$ (GPa)	210
$\alpha_s = \frac{E_s}{E_{ci}}$	$\alpha_{s28}$	6,34
	$\alpha_{sj}$	6,61
	CA-60	
	$f_{yk}$ (MPa)	600
Coeficiente de ponderação da resistência	$\gamma_s$	1,15
	$\gamma_s$ (Esp. Cons.)	1,15
	$\gamma_s$ (Excep.)	1



## 2 Propriedades geométricas das seções transversais

### 2.1 Seção inicial

Viga pré-moldada	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865
	Perímetro (m)	6,36
	h <sub>long.</sub> (m)	1,70
	h <sub>alma</sub> (m)	1,00
	y <sub>i1</sub> (m) (-)	-0,87
	y <sub>s1</sub> (m)	0,8300
	I <sub>x1</sub> (m <sup>4</sup> )	0,3045
	W <sub>i1</sub> (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,35
	W <sub>s1</sub> (m <sup>3</sup> )	0,37
	b <sub>sup</sub> (m)	1,2
	I <sub>y</sub> (m <sup>4</sup> )	0,0426
	m1 (m)	1,20
	t1 (m)	0,17
	m2 (m)	1,18
	t2 (m)	0,30
m3 (m)	0,80	
Timoshenco (1985) cap.5	t3 (m)	0,35
$J = \frac{1}{3} m t^3$ $J = \frac{1}{3} \sum m_i t_i^3$	J1 (m <sup>4</sup> )	0,0020
	J2 (m <sup>4</sup> )	0,0106
	J3 (m <sup>4</sup> )	0,0114
	J (m <sup>4</sup> )	0,0240

### 2.2 Seção composta

Viga pré-moldada + laje moldada in loco	Ac2 (m <sup>2</sup> )	1,355
Os concretos devem ser os mesmos	Perímetro (m)	9,2623
	y <sub>i2</sub> (m) (-)	-1,2063
	y <sub>s2</sub> (m)	0,6937
	y <sub>s2</sub> * (m)	0,4937
	I <sub>x2</sub> (m <sup>4</sup> )	0,5813
	W <sub>i2</sub> (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,48
	W <sub>s2</sub> (m <sup>3</sup> )	0,84
	b <sub>w</sub> laje (m)	2,45
	t (m) (laje)	0,2
	t <sub>prel</sub> (m) (pré-laje)	0,08
	h <sub>laje+long.</sub> (m)	1,90
	b mesa (m)	1,20
	b <sub>w</sub> alma (m)	0,3

### 2.3 Vão da viga

Comprimento da viga	L (m)	30
Número de longarinas	N°	5

#### 2.4 Tabuleiro

Largura do Tabuleiro	$B_{\text{tabuleiro}}$ (m)	13
Espessura do tabuleiro	t (m) (laje)	0,2
Largura do balanço	$B_e$ (m)	0,5

#### 2.4 Transversina

Número de Transversinas	n° transversina	4
Altura da Transversina	$h_{\text{transversina}}$ (m)	1,45
Largura da transversina	$b_{\text{transversina}}$ (m)	0,25
Volume de concreto por transversinas (m <sup>3</sup> )	$V_{\text{conc.transv}}$ (m <sup>3</sup> )	3,48

### 3 Traçado dos cabos

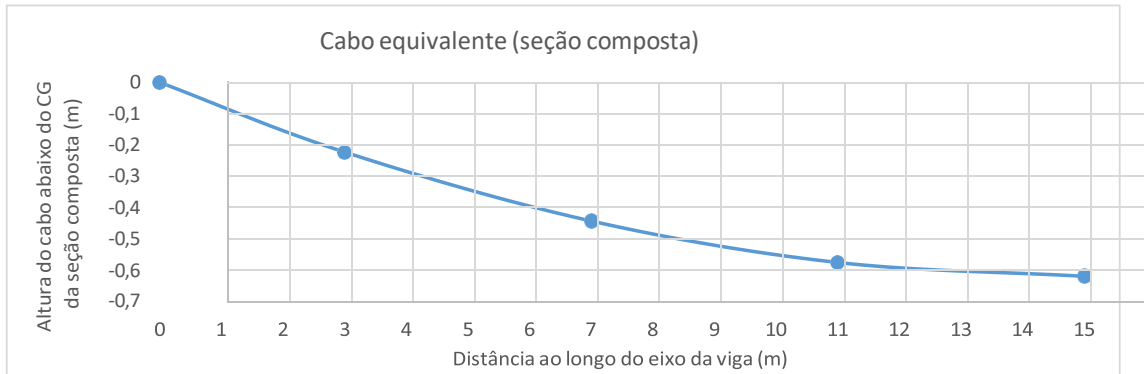
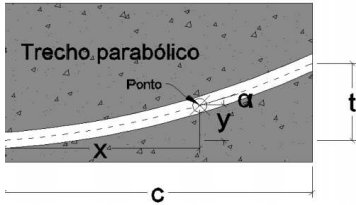
#### 3.1 Espaçamentos verticais mínimos

ABNT NBR 6118:2014	Entre cabos	
Item 18.6 $a_v \geq \begin{cases} \phi_{bainha} \\ 5cm \end{cases}$	$\phi_{bainha}$ (cm)	5,50
	$a_v$ (cm)	5,5
Cobrimento $A_p$	$c_{mín}$ (cm)	3
Diâmetro estribo	$\phi_{estribo}$ (cm)	10
$d'$ protensão	$d'p$ (mm)	250
Catálogo Freyssinet 2015	Entre ancoragens	
	E (cm)	39,5

#### 3.2 Excentricidades dos cabos de protensão

$y(x) = \frac{t}{c^2} \cdot x^2$ $\tan \alpha = \frac{dy}{dx} \therefore \tan \alpha(x) = \frac{2t}{c^2} \cdot x$	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
	x (m)	0	3	7	11	15
	ep 1 cabo 2 (m)	0	-0,2232	-0,4436	-0,576	-0,62
	ep 2 cabo2 (m)	-0,3363	-0,5595	-0,7799	-0,912	-0,9563
	$d'$ ep2 (m)	0,87	0,6468	0,4264	0,2941	0,25
	$\alpha$	0,184	0,148	0,099	0,050	0,000

Esquema de variáveis da parábola



#### 3.3 Excentricidade da armadura passiva (seção composta)

ABNT NBR 61181:2014	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Item 7.4	x (m)	0	3	7	11	15
$c_{mín} A_s$ (mm)	$e2A_s$ (m)	-1,1063	-1,1063	-1,1063	-1,106	-1,1063
40,0	$d'$ (m)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

## 4 Engrossamento da alma junto ao apoio

Catálogo Freyssinet (2015)

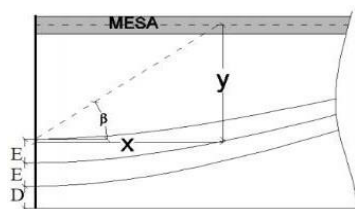
### 4.1 Comprimento engrossamento

Altura até 1/2 laje	hvigia (m)	1,8
Catálogo Freyssinet (2015)	Modelo	27k13
	E (m)	0,395
	D (m)	0,353
Item 9.6.2 NBR 6118	$\beta$ (rad)	0,588003
Inclinação inicial cabo	$\alpha$ (rad)	0,184
Dist. cabo até 1/2 laje	y (m)	0,657
Comprimento mínimo	x (m)	1,54
Comprimento adotado	x adot (m)	1,6

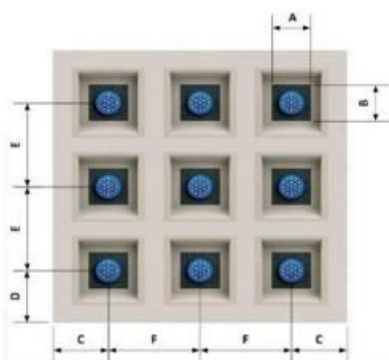
### 4.2 Largura do Engrossamento

Cat.Freyssinet	C (m)	0,235
Largura mínima	b mín (m)	0,47
Largura adotada	b adot (m)	0,50

Esquema das diâncias x e y para regularização das tensões a partir da inclinação inicial do cabo



Distâncias mínimas ancoragens de acordo com o Catálogo Freyssinet (2015)



Dimensões das ancoragens

Modelo	Dimensões					
	A	B	C	D	E	F
1K13	100	100	80	120	140	140
2K13	120	120	90	135	150	150
4K13	160	120	110	165	180	160
6K13	160	190	120	180	195	225
7K13	160	190	135	203	195	225
9K13	200	200	150	225	230	230
12K13	240	240	170	255	270	270
15K13	270	270	195	293	300	300
19K13	300	300	210	315	330	330
27K13	350	350	235	353	395	395

## 5 Esforços solicitantes em cada etapa construtiva

### 5.1 Etapas construtivas

Etapa		Idade (dias)		Seção	Esforço em cada etapa
1	Protensão	j	14	inicial	Mg1, P0
2	Içamento	x	28	inicial	Mg1, Px
3	Concretagem laje + transv.	w (x+10)	38	inicial	Mg1, Mg2, Mqc, Pw
4	Revestimento + barreiras	z (=w+28)	66	composta	Mg1, Mg2, Mg3, Mqc, Pz
5	Início da operação da ponte	k (=z+28)	94	composta	Mg1, Mg2, Mg3, Mq+, Pk
6	Final da operação da ponte	$\infty$	$\infty$	composta	Mg1, Mg2, Mg3, Mq+, P $\infty$

Observação: o içamento será feito com cabos na vertical, será menos crítico que a etapa 3 Mg1      Peso próprio da longarina  
Mg2      Concretagem da laje e transversinas  
Mg3      Pavimentação e defensas  
Mqc      Sobrecarga de equipamentos e pessoas para concretagem da laje Mq+      Trem tipo, valores máximos  
Mq-      Trem tipo, valores mínimos

### 5.2 Cargas distribuídas na longarina

g1 (kN/m)	21,63
g2 (kN/m)	
g3 (kN/m)	
qc (kN/m)	5,20

### 5.3 Esforços Solicitantes sem Coeficiente de Impacto

Seção		S1	S2	S3	S4	S5
x (m)		0	3	7	11	15
Momentos fletores (kN.m)	Mg1 (kNm)	0,0	875,8	1740,8	2259,8	2432,8
	Mg2 (kNm)	0,0	1433,0	2875,1	3762,2	4017,0
		0,0	557,2	1134,2	1502,4	1584,2
	Mg3 (kNm)	0,00	503,94	1022,02	1339,62	1434,58
	Mqc (kNm)	0,00	210,60	418,60	543,40	585,00
	Mq+ (kNm)	0,00	1138,23	2125,32	2696,66	2917,67
Mq- (kNm)	0,00	94,60	-252,57	-366,90	-335,96	

Trecho		S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Força Cortante (kN)	V <sub>g1</sub> (kN)	324,38	259,50	173,00	86,50
	V <sub>g2</sub> (kN)	560,46	433,27	293,84	138,84
		236,09	173,77	120,84	52,34
	V <sub>g3</sub> (kN)	207,17	164,83	107,91	63,62
	V <sub>q+</sub> (kN)	499,68	387,60	297,83	232,41
	V <sub>q-</sub> (kN)	-54,44	-95,62	-144,00	-162,69

Trecho		S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Momento Torçor (kNm)	T <sub>g</sub> (kN)	54,37	51,09	39,57	26,39
	T <sub>q+</sub> (kN)	121,90	114,92	96,37	87,47
	T <sub>q-</sub> (kN)	-61,09	-65,81	-83,26	-54,75

#### 5.4 Cálculo do Coeficiente de Impacto - CI

ABNT NBR 7188:2013

$$CI = CIV \cdot CNF \cdot CIA$$

$$CIV = \begin{cases} 1,35 & \text{se } L \leq 10,0m \\ 1 + 1,06 \left( \frac{20}{L + 50} \right) & \text{se } 10 < L \leq 200m \end{cases}$$

$$CNF = 1 - 0,05(n - 2) \geq 0,9$$

$$CIA = \begin{cases} 1,25, \text{ para obras em concreto ou mistas} \\ 1,15, \text{ para obras em aço} \end{cases}$$

Vão da ponte	L (m)	30
Número de faixas	n	2
Coef. Impacto Vertical	CIV	1,27
Coef. Núm. de faixas	CNF	1
Cosiderar CIA?	CIA	não
Coef. Impacto Adicional	CIA	1
Coef. Impacto	CI	1,27

#### 5.5 Esforços Solicitantes Com Coeficiente de Impacto

Seção		S1	S2	S3	S4	S5
x (m)		0	3	7	11	15
Momentos fletores (kN.m)	Mg1 (kNm)	0	876	1741	2260	2433
	Mg2 (kNm)	0	557	1134	1502	1584
	Mg3 (kNm)	0	504	1022	1340	1435
	Mqc (kNm)	0	211	419	543	585
	Mq+ (kNm)	0	1440	2689	3411	3691
	Mq- (kNm)	0	120	-320	-464	-425

Trecho		S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Força Cortante (kN)	V <sub>g1</sub> (kN)	324	260	173	87
	V <sub>g2</sub> (kN)	236	174	121	52
	V <sub>g3</sub> (kN)	207	165	108	64
	V <sub>q+</sub> (kN)	632	490	377	294
	V <sub>q-</sub> (kN)	-69	-121	-182	-206

Trecho		S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Momento Torçor (kNm)	T <sub>g</sub> (kN)	54	51	40	26
	T <sub>q+</sub> (kN)	154	145	122	111
	T <sub>q-</sub> (kN)	-77	-83	-105	-69

## 6 Determinação dos esforços de retração diferencial e variação de temperatura da laje

### 6.1 Dados

Área laje (mesa colaborante)	Acml (m <sup>2</sup> )	0,49
Área laje (concr. fresco)	Acml (m <sup>2</sup> )	0,34
Dist. De Nc ao centróide	z (m)	0,594
Módulo de elasticidade secante	Ecs (GPa)	29,40
Coeficiente de fluência (adotar)	$\varphi(\infty, z)$	1,845
NBR 6118:2014 Item 11.4.2.1: var. não uniforme entre laje e viga	$\Delta T^-$ (°C)	-5
	$\Delta T^+$ (°C)	7
Coeficiente de expansão térmica	$\alpha$ (/°C)	0,00001

### 6.2 Esforços devido à retração da laje

Modelo de Moga et al. (2019)

$$N_m = -N_c = \varepsilon_c \cdot E_c \cdot A_c$$

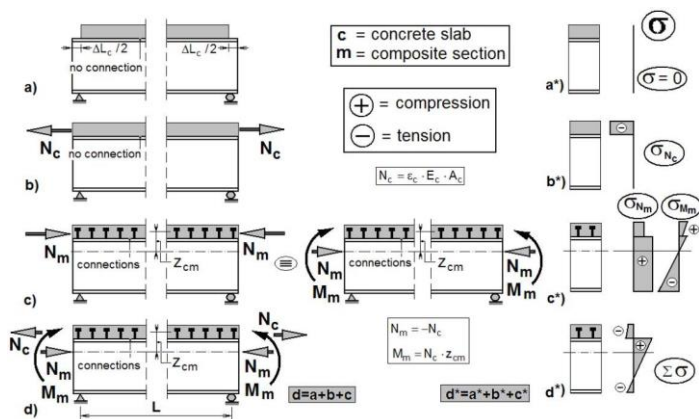
$$M_m = N_m \cdot z_{cm}$$

$$E_c = \frac{n_o}{n_s} E_{cm} \quad n_s = n_L$$

EN 1994-1-1:2004 Item 5.4.2.2.

$$n_L = n_0 \cdot (1 + \psi_L \cdot \varphi(t, t_0))$$

EN 1994-1-1:2004 Item 5.4.2.2.	$\psi$	0,55
Relação Ecs,viga / Ecs,laje	no	1
Coeficiente de homog. Mecânica	ns	2,015
Módulo com efeito da fluência	Ec (Gpa)	14,59
Retração da laje (adotar)	$\varepsilon_c(\infty, z)$	3,68E-05
Normal tração laje	Nc (kN)	182,7
Normal compressão viga composta	Nr (kN)	-182,7
Momento na viga composta	Mr(kNm)	108,5



### 6.3 Esforços devido à retração térmica da laje

Modelo de Moga et al. (2019)

$$N_{c,\Delta T} = -N_{m,\Delta T} = -\varepsilon_{c,\Delta T} \cdot E_{cm} \cdot A_c$$

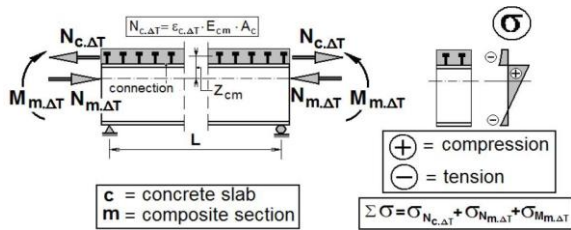
$$M_{m,\Delta T} = N_{m,\Delta T} \cdot z$$

#### 6.4 Encolhimento da Laje

Esforços devido à retração térmica	$\varepsilon_c \Delta T$	-0,00005
Normal tração laje	$N_{c,\Delta T}$ (kN)	720
Normal compressão viga composta	$N_{\Delta T}$ (kN)	-720
Momento na viga composta	$M_{\Delta T}$ (kNm)	427,7

#### 6.5 Dilatação da laje

Esforços devido à retração térmica	$\varepsilon_c \Delta T$	0,00007
Normal compressão laje	$N_{c,\Delta T}$ (kN)	-1009
Normal tração viga composta	$N_{\Delta T}$ (kN)	1009
Momento na viga composta	$M_{\Delta T}$ (kNm)	-598,8



## 7 Determinação da força de protensão

### 7.1 Ato da protensão

NBR 6118:2014	$\sigma_{t\_ato} =$	$\leq 1,2 \cdot f_{ctm,j}$ (MPa)	3,64	ELU - Ato	Borda superior viga
Item 17.2.4	$\sigma_{c\_ato} =$	$\leq 0,7 \cdot f_{ck}$ (MPa)	-22,55	ELU - Ato	Borda inferior viga

### 7.2 ELS - Protensão limitada

NBR 6118:2014	$\sigma_{t\_serv} =$	$\leq 1,2 \cdot f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,70	ELS - F	Borda inferior viga
Item 13.4	$\sigma_{t\_serv} =$	$\leq 0$ (MPa)	0,00	ELS - D	Borda inferior viga
CEB - FIB 1990	$\sigma_{c\_serv} =$	$\leq 0,6 \cdot f_{ck}$ (MPa)	-21,00	ELS - CE	Borda superior laje

### 7.3 Combinação de ações

Combinação Frequente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{g i,k} + \Psi_1 \cdot F_{q 1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} \cdot F_{q j,k}$$

Combinação Quase-permanente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{g i,k} + \sum_{j=1}^n \Psi_{2j} \cdot F_{q j,k}$$

Combinação Rara

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{g i,k} + F_{q 1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{1j} \cdot F_{q j,k}$$

### 7.4 Estimativa das perdas

Perdas imediatas	10%
Perdas progressivas	20%
Perdas totais	30%

### 7.5 Estimativa Perda por idade

Idade (dias)		% Prot. Estimada
j	14	0,90
z	66	0,83
k	94	0,80
$\infty$	10000	0,70

### 7.6 Força de protensão estimada por cordoalha

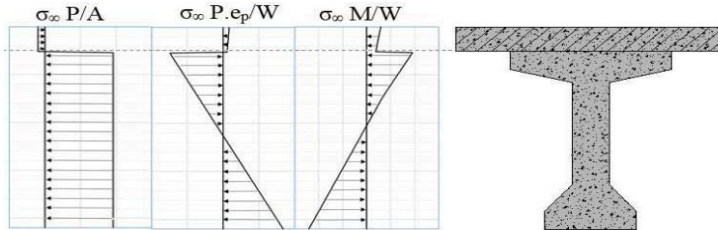
Acordoalha (mm <sup>2</sup> )	100,90
$\sigma_{pi}$ (MPa)	1402
Pi (kN)	141,5
Pj (kN)	127,3
Pz (kN)	117,4
Pk (kN)	113,2
P $\infty$ (kN)	99,0

### 7.7 Cálculo das tesões na seção composta

$$\sigma = \frac{P_z}{A_1} - \frac{(P_z - P_\infty)}{A_2} + \frac{P_z \cdot e_{p1}}{W_1} - \frac{(P_z - P_\infty) \cdot e_{p2}}{W_2} - \frac{M_{g1}}{W_1} - \frac{M_{g2}}{W_1} - \frac{M_{g3}}{W_2} - \frac{\psi_i M_q}{W_2} + \frac{N_r}{A_2} - \frac{M_r}{W_2} + \frac{\psi_i N_{\Delta T}}{A_2} - \frac{\psi_i M_{\Delta T}}{W_2} \leq \sigma_t \text{ ou } \geq \sigma_c$$

Observações:

A idade  $z$  representa o momento de mudança da seção pré-moldada para a seção composta; Para o cálculo da de tensões na altura da laje, as parcelas emolduradas devem ser suprimidas; Os módulos de inércia  $W$  devem ser correspondentes à fibra para o cálculo da tensão; Para o cálculo da de  $P_{\infty}$  deve-se isolar o mesmo na equação.



### 7.8 Cálculo da força de protensão

Estratégia: Calcula-se  $P_{\infty}$  para ELS-D e ELS-F isolando  $P_{\infty}$  na equação. Depois faz-se as demais verificações

$$P_{\infty} \geq \frac{\left( \sigma_t + \frac{M_{g1}}{W_1} + \frac{M_{g2}}{W_1} + \frac{M_{g3}}{W_2} + \frac{\tilde{\sigma}_i M}{W_2} - \frac{N_r}{A_2} + \frac{M_r}{W_2} - \frac{\sigma_i N_{\Delta}}{A_2} + \frac{\tilde{\sigma}_i M_{\Delta T}}{W_2} \right)}{\left( \frac{x}{A_1} - \frac{(x-1)}{A_2} + \frac{x e_{p1}}{W_1} - \frac{(x-1) e_{p2}}{W_2} \right)}$$

#### 7.9.1 ELS- D na Borda Inferior da Viga

##### Comb. Quase Permanente

Comb.Quase.Perm.	Seção:	S5
Requisito	$\sigma_t \leq 0$ (MPa)	0,00
Dados seção	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865
	Ac2 (m <sup>2</sup> )	1,355
	Wi1 (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,350
	Wi2 (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,482
Estimativa Pz	$x = Pz / P_{\infty}$	1,186
Esforços na seção	Mg1 (KNm)	2432,81
	Mg2 (KNm)	1584,21
	Mg3 (KNm)	1434,58
	Mq+ (KNm)	3690,86
	Nr (kN)	-183
	Mr(kNm)	108
	N <sub>ΔT</sub> (kN)	-720
	M <sub>ΔT</sub> (kNm)	428
Excentricidade da protensão	ep1 (m)	-0,62
	ep2 (m)	-0,96
Tab.6-NBR 8681-2003	$\psi_2$ (q móvel)	0,30
Tab.6-NBR 8681-2003	$\psi_2$ ( $\Delta T$ )	0,30
Estimativa $P_{\infty}$	$P_{\infty}$ (kN) $\geq$	<b>-5715,26</b>

#### [ELS- FF Borda Inferior da Viga Comb. Frequente

Comb.Frequente	Seção:	S5
Requisito	$\sigma_t \leq \alpha \cdot f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,70
Dados seção	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865
	Ac2 (m <sup>2</sup> )	1,355
	Wi1 (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,350

	Wi2 (m³) (-)	-0,482
Estimativa Pz	x = Pz / P <sub>∞</sub>	1,19
Esforços na seção	Mg1 (KNm)	2432,81
	Mg2 (KNm)	1584,21
	Mg3 (KNm)	1434,58
	Mq+ (KNm)	3690,86
Excentricidade da protensão	ep1 (m)	-0,62
	ep2 (m)	-0,96
Tab.6-NBR 8681-2003	ψ1 (q móvel)	0,50
	ψ2 (ΔT)	0,30
Estimativa P <sub>∞</sub>	P <sub>∞</sub> (kN) ≥	<b>-5322,58</b>

#### Escolha da área de Armadura Ativa

Catálogo Freyssinet 2015	P <sub>∞</sub> nec. (kN)	<b>-5715,3</b>
	Pi (kN)	-8164,7
	N cord, calc	57,7
	φ <sub>cordoalha</sub> (mm)	12,7
	Acordoalha (mm²)	100,9
	Ap (cm²), nec	58,23
	N cord, adot	<b>20</b>
	n (cabos)	<b>3</b>
	Ap (cm²), adot	<b>60,5</b>
	Verificação	<b>OK</b>

#### 7.9.1 Protensão nas datas a partir da armadura adotada

	P (n cabos) (kN)
Pi (kN) (macaco)	-8489
Pj (kN)	-7640
Pz (kN)	-7046
Pk (kN)	-6791
P <sub>∞</sub> (kN)	<b>-5942</b>

#### 7.10 Verificações no ato da protensão

$$\sigma_{ato} = P_j \cdot \left( \frac{1}{A_1} + \frac{e_{p1}}{W_1} \right) - \frac{M_{g1}}{W_1} \leq \bar{\sigma}_t \text{ ou } \geq \bar{\sigma}_c$$

##### 7.10.1 ELU - FF na Borda Superior da Viga

ABNT NBR 6118:2014	Seção:	S5
Item 17.2.4.3 ( fctk,inf mais crítico)	σ <sub>t_ato</sub> ≤ 1,2.fctm (MPa)	3,64
Dados seção pré-moldada	Ac1 (m²)	0,865
	Ws1 (m³)	0,37
	ep1 (m)	-0,62
Esforços no ato da protensão	Mg1 (KNm)	2432,8125
	Pj (kN)	-7640
Coeficientes ponderadores	γ <sub>f</sub>	1,0
	γ <sub>p</sub>	1,1
Verificação	σ <sub>t</sub> (MPa)	-2,14
	Verificação	<b>OK</b>

### 7.10.2 ELU - CE na Borda Inferior da Viga

ABNT NBR 6118:2014	Seção:	S5
Item 17.2.4.3	$\sigma_{c\_ato} \leq 0,7 \cdot f_{ck,j}$ (MPa)	-22,55
Dados seção pré-moldada	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865
	Wi1 (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,35
	ep1 (m)	-0,62
Esforços no ato da protensão	Mg1 (KNm)	2432,8
	Pj (kN)	-7640,0
Coeficientes ponderadores	$\gamma_f$	1,0
	$\gamma_p$	1,1
Verificação	$\sigma_c$ (MPa)	-17,65
	Verificação	<b>OK</b>

### 7.16 Verificações em serviço

$$\sigma = \frac{P_z}{A_1} - \frac{(P_z - P_\infty)}{A_2} + \frac{P_z \cdot e_{p1}}{W_1} - \frac{(P_z - P_\infty) \cdot e_{p2}}{W_2} - \frac{M_{g1}}{W_1} - \frac{M_{g2}}{W_1} - \frac{M_{g3}}{W_2} - \frac{\psi_i M_q}{W_2} + \frac{N_r}{A_2} - \frac{M_r}{W_2} + \frac{\psi_i N_{\Delta T}}{A_2} - \frac{\psi_i M_{\Delta T}}{W_2} \leq \sigma_t$$

### ELS - Compressão Borda Superior da Laje

	Seção:	S5
Verif. do CEB-FIB 1990 (Comb. Rara) NBR 6118:2014	$\sigma_c = \leq 0,6 \cdot f_{ck}$ (MPa)	-21,0
Esforços tempo infinito	Pz (kN)	-7046
	P <sub>∞</sub> (kN)	-5942
	Mg3 (KNm)	1434,5775
	Mq+ (KNm)	3690,856219
Dados seção composta (laje)	Ac2 (m <sup>2</sup> )	1,355
	ep2 (m)	-0,9563
	Ws2 (m <sup>3</sup> )	0,84
Verificação	$\sigma_c$ (MPa)	-6,56
	Verificação	<b>OK</b>

### ELS - Compressão Borda Superior da Viga

	Seção:	S5
Verif. do CEB-FIB 1990 (Comb. Rara) NBR 6118:2014	$\sigma_c = \leq 0,6 \cdot f_{ck}$ (MPa)	-21
	Pz (kN)	-7045,8
	P <sub>∞</sub> (kN)	-5942,2
	Mg1 (KNm)	2432,8125
	Mg2 (KNm)	1584,2126
	Mg3 (KNm)	1434,5775
	Mq+ (KNm)	3690,856219
	Nr (kN)	-183
	Mr(kNm)	108
	N <sub>ΔT</sub> (kN)	-720
Esforços tempo infinito	M <sub>ΔT</sub> (kNm)	428
	Tab.6-NBR 8681-2003	$\psi_1 (\Delta T)$
	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865
	Ac2 (m <sup>2</sup> )	1,355
	ep1 (m)	-0,62

Dados da seção composta no tempo infinito	ep2 (m)	-0,9563
	ys1 (m)	0,83
	lx1 (m4)	0,3045
	ys2* (m)	0,4937
	lx2 (m4)	0,5813
Verificação	oc (MPa)	-12,30
		<b>OK</b>

## 8 Cálculo das perdas imediatas de Protensão

### 8.1 Protensão Inicialmente adotada

Pi (kN)	-8489
Ap (cm²), adot	60,5
σpi (kN/m²)	-1402200

### 8.2 Perda por atrito cabo/bainha

ABNT NBR 6118:2014	Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Item 9.6.3.3.2.2	x (m)	0	3	7	11	15
$P(x) = P_i \cdot e^{-(\mu \cdot \Sigma \alpha + K \cdot x)}$	α	0,184	0,148	0,099	0,050	0,000
	Σα	0,000	0,036	0,085	0,134	0,184
	K	0,002	0,002	0,002	0,002	0,002
	μ	0,24	0,24	0,24	0,24	0,24
P após perda por atrito	Pμ (kN)	-8489	-8365	-8202	-8041	-7882

### 8.3 Perda por acomodação na ancoragem

Cholfe e Bonilha (2016) Item 4.3.2.2 (pág 157)

Aplica-se apenas a decaimento linear e único trecho curvo, sem trechos retos e  $x \leq L_{\text{viga}}/2$ .

$$x = \sqrt{\frac{\delta \cdot E_p \cdot A_p}{\tan \alpha}}$$

Se  $x \leq L/2$ :

$$\Delta P_{\delta x=0} = 2 \cdot \tan \alpha \cdot x$$

$$\Delta P_{\delta x} = \Delta P_{\delta x=0} - \tan \alpha \cdot x$$

$$P_{\delta x} = P_{\mu x} - \Delta P_{\delta x}$$

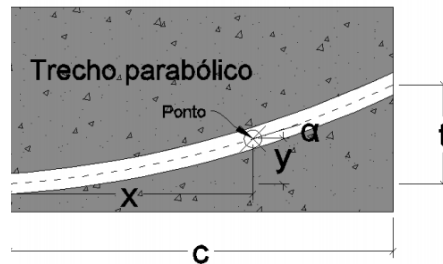
Se  $x > L/2$

$$\Delta P_{x=L/2} = \frac{1}{L/2} \left( \delta \cdot E_p \cdot A_p - \tan \alpha \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^2 \right)$$

$$\Delta P_{\delta x=0} = 2 \cdot \tan \left(\frac{L}{2}\right) \cdot x + \Delta P_{x=L/2}$$

$$\Delta P_{\delta x} = \Delta P_{\delta x=0} - \tan \alpha \cdot x$$

$$P_{\delta x} = P_{\mu x} - \Delta P_{\delta x}$$



Ep(GPa)	200,00				
δ (m)	0,006				
Ap (cm²), adot	60,5				
L/2 (m)	15,0				
tan α (kN/m)	41,0				
x acom (m)	13,31				
ΔP (x=L/2)	0,00				
ΔP (x=0)	1091,7				
Seção	S1	S2	S3	S4	S5

Corrigir Pδ conforme valor de x

Seção	S1	S2	S3	S4	S5
x (m)	0	3	7	11	15
P <sub>i</sub>	-7397	-7520	-7684	-7848	-7882

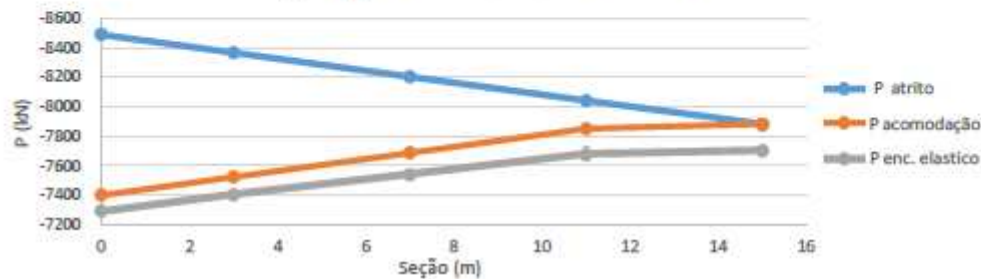
#### 8.4 Perda por encurtamento elástico do concreto

ABNT NBR 6118:2014	Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Item 9.6.3.3.2.1	x (m)	0	3	7	11	15
$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p \cdot (\sigma_{cp} + \sigma_{cg}) \cdot (n - 1)}{2n}$ <p>Tensões no concreto na altura do cabo de protensão</p> $\sigma_{cp} = P \cdot \left( \frac{1}{A_c} + \frac{ep^2}{I_c} \right)$ $\sigma_{cg} = \frac{Mg \cdot lep}{I_c}$ $\Delta P_{enc} = \Delta\sigma_p \cdot A_p$	apj	6,29	6,29	6,29	6,29	6,29
	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865	0,865	0,865	0,865	0,865
	Ix1 (m <sup>4</sup> )	0,3045	0,3045	0,3045	0,3045	0,3045
	n	3	3	3	3	3
	Ap (cm <sup>2</sup> ), adot	60,5	60,5	60,5	60,5	60,5
	P <sub>(i+j)</sub> (kN)	-7397	-7520	-7684	-7848	-7882
	ep (m)	0	-0,223	-0,444	-0,576	-0,620
	Mg1 (kNm)	0	876	1741	2260	2433
	σ <sub>cp</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	-8552	-9924	-13851	-17622	-19063
	σ <sub>cg</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	0	642	2536	4274	4954
	Δσ <sub>p</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	-17936	-19468	-23730	-27996	-29593
	ΔPε (kN)	-108,6	-117,9	-143,7	-169,5	-179,2

#### 8.5 Perdas imediatas totais

Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
x (m)	0	3	7	11	15
P <sub>(μ+δ+ε)</sub> (kN)	-7288,6	-7402,4	-7540,6	-7678,9	-7703,2
σ <sub>p</sub> (μ+δ+ε) (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,3E+06	-1,3E+06
ΔP <sub>(μ+δ+ε)</sub> /P <sub>i</sub>	14,14%	12,80%	11,17%	9,54%	9,26%

Força de protensão após perdas imediatas



## 9 Cálculo das perdas progressivas de Protensão

De acordo com o ABNT NBR 6118:2014 Item 9.6.3.4.4, para situações em que o carregamento permanente é aplicado parceladamente em idades diferentes deve-se usar o Metodo Geral para considerar a simultaneidade dos efeitos de retração, fluência e relaxação do aço.

### 9.1 Método Geral

CEB-FIP (1978) apud Cholfe e Bonilha (2016) (págs. 191 e 205)

$$\Delta\sigma_{P,c+s}(t, t_0) = \frac{[\varepsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p + \alpha_p \cdot \varphi(t, t_0) \cdot (\sigma_{c,P0} + \sigma_{c,g}) + \alpha_p \cdot \sum_i [\Delta\sigma_{c,gi} \cdot \varphi(t, t_i)]}{[1 - \alpha_p \cdot (\sigma_{c,P0} / \sigma_{P0}) \cdot (1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{2})]}$$

Calcula-se a fluência para cada parcela de carregamento permanente acrescida para intervalo de tempo entre a aplicação da carga até a data considerada.

### 9.2 Determinação da Fluência

Anexo A da ABNT NBR 6118:2014

Idade e espessura fictícia

$$t = \alpha \sum_i \frac{T_i + 10}{30} \Delta t_{ef,i} \quad h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{u_{ar}}$$

$$\gamma = 1 + \exp(-7,8 + 0,1U)$$

Coefficiente de Fluência

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_a + \varphi_{f\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty} \beta_d$$

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_0)}{f_c(t_\infty)} \right]$$

$$f_{ckj} = \beta_1 \cdot f_{ck} \quad \beta_1 = \exp\{s [1 - (28/t)^{1/2}]\} \quad (\text{Item 12.3.3 da ABNT NBR 6118:2014})$$

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \cdot \varphi_{2c}$$

$\varphi_{1c}$  (%) Tabela A.1 (ABNT NBR 6118:2014)

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad \beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D}$$

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113;$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23;$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183;$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931$$

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70}$$

**9.2.1 Coeficiente de fluência para diferentes parcelas de carregamento permanente e intervalos**

Idade	∞			w	z		k		
	Mg1	Mg2	Mg3	Mg1	Mg1	Mg2	Mg1	Mg2	Mg3
Coef. Idades	$\varphi(\infty, t_0)$	$\varphi(\infty, w)$	$\varphi(\infty, z)$	$\varphi(w, t_0)$	$\varphi(z, t_0)$	$\varphi(z, w)$	$\varphi(k, t_0)$	$\varphi(k, w)$	$\varphi(k, z)$
$\alpha$	3	3	3	3	3	3	3	3	3
Ti (°C)	20	20	20	20	20	20	20	20	20
ti real	14	38	66	14	14	38	14	38	66
tf real	10000	10000	10000	38	66	66	94	94	94
ti fic	42	114	198	42	42	114	42	114	198
tf fic	10000	10000	10000	114	198	198	282	282	282
s	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2
$\beta_{1t_0=}$	0,920	1,029	1,072	0,920	0,920	1,029	0,920	1,029	1,072
$\beta_{1t=}$	1,209	1,209	1,209	1,029	1,072	1,072	1,095	1,095	1,095
$f_{c(t_0)}/f_{c(t=\infty)}$	0,762	0,851	0,887	0,895	0,858	0,959	0,841	0,939	0,979
$\varphi_a$	0,191	0,119	0,090	0,084	0,113	0,032	0,128	0,048	0,017
Ac (m <sup>2</sup> )	0,865	1,355	1,355	0,865	1,355	1,355	0,865	1,355	1,355
u <sub>ar</sub> (m)	6,36	9,2623	9,2623	6,36	9,2623	9,2623	6,3623	9,2623	9,2623
U	70	70	70	70	70	70	70	70	70
$\gamma$	1,449	1,449	1,449	1,449	1,449	1,449	1,449	1,449	1,449
h <sub>fic</sub> (m)	0,39	0,42	0,42	0,39	0,42	0,42	0,39	0,42	0,42
$\varphi_{1c}$ (%)	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50	2,50
$\varphi_{2c}$	1,37	1,35	1,35	1,37	1,35	1,35	1,37	1,35	1,35
$\varphi_{f\infty}$	3,43	3,38	3,38	3,43	3,38	3,38	3,43	3,38	3,38
A	293	303	303	293	303	303	293	303	303
B	823	857	857	823	857	857	823	857	857
C	602	632	632	602	632	632	602	632	632
D	11366	11757	11757	11366	11757	11757	11366	11757	11757
$\beta_{f(t)}$	0,971	0,969	0,969	0,508	0,568	0,568	0,625	0,615	0,615
$\beta_{f(t_0)}$	0,387	0,499	0,568	0,387	0,383	0,499	0,387	0,499	0,568
$\varphi_{d\infty}$	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4
$\beta_{d(t-t_0)}$	0,995	0,995	0,995	0,648	0,779	0,675	0,839	0,790	0,675
$\varphi(t, t_0)$	<b>2,587</b>	<b>2,105</b>	<b>1,845</b>	<b>0,755</b>	<b>1,050</b>	<b>0,533</b>	<b>1,277</b>	<b>0,755</b>	<b>0,446</b>

**9.3 Determinação da retração**

Anexo A da ABNT NBR 6118:2014

$$\epsilon_{CS}(t, t_0) = \epsilon_{CS\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)]$$

$$\epsilon_{CS\infty} = \epsilon_{1s} \epsilon_{2s}$$

$\epsilon_{1s}$  Tabela A.1

$$\epsilon_{2s} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20,8 + 3h_{fic}}$$

$$\beta_s(t) = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E}$$

$$A = 40;$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8;$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7;$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8;$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8;$$

### 9.3.1 Retração em diferentes idades

Coef.\Idades	w	z	k	$\infty$
$\alpha$	1	1	1	1
Ti (°C)	20	20	20	20
t <sub>o real</sub>	14	14	14	14
t <sub>final real</sub>	38	66	94	10000
t <sub>o fic</sub>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>14</b>	<b>14</b>
t <sub>fic</sub>	<b>38</b>	<b>66</b>	<b>94</b>	<b>10000</b>
Ac (m <sup>2</sup> )	0,865	1,355	1,355	1,355
u <sub>ar</sub> (m)	6,36	9,2623	9,2623	9,2623
U	70	70	70	70
$\gamma$	1,449	1,449	1,449	1,449
h <sub>fic</sub> (m)	0,39	0,42	0,42	0,42
$\epsilon_{1s}$	6,20E-04	6,20E-04	6,20E-04	6,20E-04
$\epsilon_{2s}$	0,804	0,796	0,796	0,796
$\epsilon_{cs\ inf}$	4,99E-04	4,93E-04	4,93E-04	4,93E-04
A	40	40	40	40
B	45	47	47	47
C	37	37	37	37
D	275	303	303	303
E	77	91	91	91
B <sub>s(t)</sub>	0,123	0,158	0,196	1,002
B <sub>s(t<sub>o</sub>)</sub>	0,061	0,055	0,055	0,055
$\epsilon_{cs}(t, t_0)$	<b>3,08E-05</b>	<b>5,09E-05</b>	<b>6,95E-05</b>	<b>4,67E-04</b>

### 9.4 aplicação do Método Geral

$$\Delta\sigma_{P,c+s}(t, t_0) = \frac{[\epsilon_{cs}(t, t_0) \cdot E_p + \alpha_p \cdot \varphi(t, t_0) \cdot (\sigma_{c,p0} + \sigma_{c,g}) + \alpha_p \cdot \sum_i [\Delta\sigma_{c,gi} \cdot \varphi(t, t_i)]]}{[1 - \alpha_p \cdot (\sigma_{c,p0} / \sigma_{p0}) \cdot (1 + \frac{\varphi(t, t_0)}{2})]}$$

$$\sigma_{c,gi} = \frac{Mg_i \cdot ep}{Ic}$$

$$\sigma_{c,p0} = P \cdot \left( \frac{1}{Ac} + \frac{ep^2}{Ic} \right)$$

#### 9.4.1 Perda de protensão devido à fluência em conjunto com a Retração

	Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Dados concreto	Ep(GPa)	2,0E+08	2,0E+08	2,0E+08	2,0E+08	2,0E+08
	$\alpha_{p28}$	6,04	6,04	6,04	6,04	6,04
Retração no intervalo entre to e a idade considerada.	$\varepsilon_{sc}(w, t_0)$	3,08E-05	3,08E-05	3,08E-05	3,08E-05	3,08E-05
	$\varepsilon_{sc}(z, t_0)$	5,09E-05	5,09E-05	5,09E-05	5,09E-05	5,09E-05
	$\varepsilon_{sc}(k, t_0)$	6,95E-05	6,95E-05	6,95E-05	6,95E-05	6,95E-05
	$\varepsilon_{sc}(\infty, t_0)$	4,67E-04	4,67E-04	4,67E-04	4,67E-04	4,67E-04
Fluência entre cada etapa de acréscimo de Mgi até o tempo final considerado.	$\varphi(\infty, t_0)$	2,587	2,587	2,587	2,587	2,587
	$\varphi(\infty, w)$	2,105	2,105	2,105	2,105	2,105
	$\varphi(\infty, z)$	1,845	1,845	1,845	1,845	1,845
	$\varphi(w, t_0)$	0,755	0,755	0,755	0,755	0,755
	$\varphi(z, t_0)$	1,050	1,050	1,050	1,050	1,050
	$\varphi(z, w)$	0,533	0,533	0,533	0,533	0,533
	$\varphi(k, t_0)$	1,277	1,277	1,277	1,277	1,277
	$\varphi(k, w)$	0,755	0,755	0,755	0,755	0,755
	$\varphi(k, z)$	0,446	0,446	0,446	0,446	0,446
Dados da seção	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865	0,865	0,865	0,865	0,865
	Ic1 (m <sup>4</sup> )	0,305	0,305	0,305	0,305	0,305
	ep1 (m)	0,00	-0,22	-0,44	-0,58	-0,62
	Ic2 (m <sup>4</sup> )	0,58	0,58	0,58	0,58	0,58
	ep2 (m)	-0,34	-0,56	-0,78	-0,91	-0,96
Parcelas de Carregamento Permanente	Mg1 (kNm)	0,00	875,813	1740,81	2259,813	2432,813
	Mg2 (kNm)	0	557,218	1134,24	1502,421	1584,213
	Mg3 (kNm)	0	503,938	1022,02	1339,623	1434,578
P após Per. Imediadas	P <sub>0 (imed.)</sub> (kN)	-7289	-7402	-7541	-7679	-7703
Tensões no concreto na altura do cabo de protensão devido a cada efeito em separado	$\sigma_{cp0}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8426	-9769	-13592	-17241	-18630
	$\sigma_{cg}$ (kN/m <sup>2</sup> )	0	642	2536	4274	4954
	$\sigma_{cg2}$ (kN/m <sup>2</sup> )	0	536	1522	2358	2606
	$\sigma_{cg3}$ (kN/m <sup>2</sup> )	0	485	1371	2102	2360
Tensão prot. Inicial	$\sigma_{pi}$ (kN/m <sup>2</sup> )	1,4E+06	1,4E+06	1,4E+06	1,4E+06	1,4E+06
Perda de protensão devido à retração e fluência, por idade, por seção	$\Delta\sigma_{p,cs,w}$	-41124	-43537	-49833	-55741	-57823
	$\Delta\sigma_{p,cs,z}$	-60282	-62334	-69211	-76195	-78869
	$\Delta\sigma_{p,cs,k}$	-74416	-75299	-80732	-86866	-89329
	$\Delta\sigma_{p,cs,\infty}$	-207776	-204099	-204113	-207308	-209166
Perda de protensão porcentagem devido à fluência e retração	$\Delta\sigma_{p,cs}/\sigma_{po,w}$	-2,93%	-3,10%	-3,55%	-3,98%	-4,12%
	$\Delta\sigma_{p,cs}/\sigma_{po,z}$	-4,30%	-4,45%	-4,94%	-5,43%	-5,62%
	$\Delta\sigma_{p,cs}/\sigma_{po,k}$	-5,31%	-5,37%	-5,76%	-6,19%	-6,37%
	$\Delta\sigma_{p,cs}/\sigma_{po,\infty}$	-14,82%	-14,56%	-14,56%	-14,78%	-14,92%

#### 9.5 Perda por Relaxação do Aço

ABNT NBR 6118:2014

Item 9.6.3.4.5

**9.5.1 Coeficiente de Relaxação Pura**

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15}$$

$$\Psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{Pi}}$$

$$\sigma_{Pi} = \sigma_{p0} + \Delta\sigma_{p0}$$

$$\psi(t_{\infty}, t_0) \cong 2,5 \psi_{1000}$$

$$\sigma_{p0} = \frac{P_0}{A_p}$$

$$\Delta\sigma_{p0} = \Sigma M_g \cdot \frac{e_p}{I_c} \cdot \alpha_p$$

$$\Delta\sigma_{pr}(\infty) = \Psi_{\infty} \cdot \sigma_{Pi}$$

	Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Tensão de Protensão após perdas imed.	$\sigma_{p0}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,3E+06	-1,3E+06
	$\sigma_{p0}/f_{ptk}$	0,634	0,644	0,656	0,668	0,670
Tabela 8.4 NBR 6118	$\psi_{1000}$	1,70	1,82	1,97	2,11	2,14
Idades de cada etapa	t <sub>0</sub>	14	14	14	14	14
	t <sub>w</sub>	38	38	38	38	38
	t <sub>z</sub>	66	66	66	66	66
	t <sub>k</sub>	94	94	94	94	94
Coeficiente de Relaxação Pura em cada idade em cada seção (porcentagem)	$\Psi(w, t_0)$	1,57	1,68	1,81	1,94	1,97
	$\Psi(z, t_0)$	1,76	1,88	2,03	2,18	2,21
	$\Psi(k, t_0)$	1,88	2,01	2,17	2,33	2,36
	$\Psi(\infty, t_0)$	4,26	4,56	4,92	5,28	5,34
Ep/Ep	$\alpha_{p28}$	6,04	6,04	6,04	6,04	6,04
Tensão inicial de Protensão devido à protensão e à carga permanente	$\sigma_{pi,w}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
	$\sigma_{pi,z}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
	$\sigma_{pi,k}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
	$\sigma_{pi,\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
Variação da tensão de protensão devido à relaxação pura	$\Delta\sigma_{p,r,w}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-18883	-20449	-22274	-24147	-24435
	$\Delta\sigma_{p,r,z}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-21206	-22917	-24810	-26742	-27010
	$\Delta\sigma_{p,r,k}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-22621	-24388	-26287	-28232	-28478
	$\Delta\sigma_{p,r,\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-51282	-55288	-59592	-64001	-64558

**9.5.2 Relaxação Relativa**

Cholfe e Bonilha (2016) item 4.4.3.2 (págs. 200)

Considera o efeito simultâneo entre retração/fluência/relaxação

$$\Delta\sigma_{pr}(\infty), rel = \Delta\sigma_{pr}(\infty) \cdot [1 - 2 \cdot \left( \frac{|\Delta\sigma_p(\infty)_{c+s}|}{\sigma_{Pi}} \right)]$$

	Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Variação de tensão devido à relaxação pura por idade e seção.	$\Delta\sigma_{p,r,w}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-18883	-20449	-22274	-24147	-24435
	$\Delta\sigma_{p,r,z}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-21206	-22917	-24810	-26742	-27010
	$\Delta\sigma_{p,r,k}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-22621	-24388	-26287	-28232	-28478
	$\Delta\sigma_{p,r,\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-51282	-55288	-59592	-64001	-64558
	$\Delta\sigma_{p,cs,w}$	-41124	-43537	-49833	-55741	-57823

Variação de tensão devido à retração e fluência por idade e seção.	$\Delta\sigma_{p,c,s,z}$	-60282	-62334	-69211	-76195	-78869
	$\Delta\sigma_{p,c,s,k}$	-74416	-75299	-80732	-86866	-89329
	$\Delta\sigma_{p,c,s,\infty}$	-207776	-204099	-204113	-207308	-209166
Tensão inicial de Protensão devido à protensão e à carga permanente	$\sigma_{p,i,w}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
	$\sigma_{p,i,z}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
	$\sigma_{p,i,k}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
	$\sigma_{p,i,\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06	-1,2E+06
Perda devido à relaxação relativa por idade e seção.	$\Delta\sigma_{p,rel,w}$	-17593	-18988	-20469	-21981	-22161
	$\Delta\sigma_{p,rel,z}$	-19082	-20568	-21996	-23416	-23527
	$\Delta\sigma_{p,rel,k}$	-19825	-21361	-22785	-24187	-24269
	$\Delta\sigma_{p,rel,\infty}$	-33581	-36689	-39520	-42120	-42216
Perda devido à relaxação relativa por idade e seção (pocentagem)	$\Delta\sigma_{p,rel,w}/\sigma_{p,i}$	-1,25%	-1,35%	-1,46%	-1,57%	-1,58%
	$\Delta\sigma_{p,rel,z}/\sigma_{p,i}$	-1,36%	-1,47%	-1,57%	-1,67%	-1,68%
	$\Delta\sigma_{p,rel,k}/\sigma_{p,i}$	-1,41%	-1,52%	-1,62%	-1,72%	-1,73%
	$\Delta\sigma_{p,rel,\infty}/\sigma_{p,i}$	-2,39%	-2,62%	-2,82%	-3,00%	-3,01%

#### 9.6 Soma das Perdas Progressivas

Perdas devido à retração, fluência e relaxação, por idade e por seção. (kN/m <sup>2</sup> )	Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
	$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)w}$	-58717	-62525	-70302	-77722	-79984
	$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)z}$	-79364	-82903	-91207	-99612	-102396
	$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)k}$	-94240	-96660	-103517	-111053	-113597
	$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)\infty}$	-241357	-240788	-243633	-249428	-251383

## 10 Soma das Perdas Imediatas

Perdas por Atrito, Delizamento de Ancoragem e Encurtamento Elástico do Concreto Resumo das perdas imediatas em cada seção:

Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5	
$P_{(\mu+\delta+\epsilon)}$ (kN)	-7289	-7402	-7541	-7679	-7703	
$\sigma p_{(\mu+\delta+\epsilon)}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1203935,439	-1222727	-1245563,99	-1268397,15	-1272413,54	Estimado
$\Delta P_{(\mu+\delta+\epsilon)}/P_i$	<b>14,14%</b>	<b>12,80%</b>	<b>11,17%</b>	<b>9,54%</b>	<b>9,26%</b>	<b>10,00%</b>

### 10.1 Soma das Perdas Progressivas

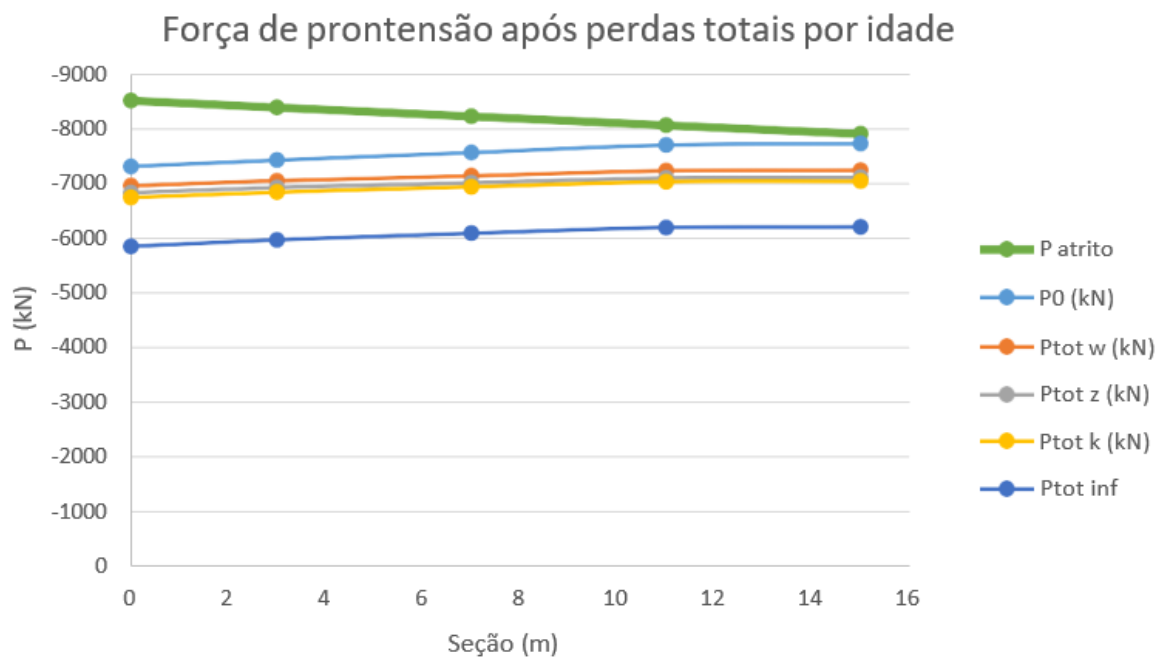
Perdas por Fluência, Retração e Relaxação do Aço Resumo das perdas progressivas por idade e por seção:

Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5	
$P_i$ (kN)	-8489	-8489	-8489	-8489	-8489	
$\sigma p_i$ (kN/m <sup>2</sup> )	-1402200	-1402200	-1402200	-1402200	-1402200	
$A_p$ (cm <sup>2</sup> ), adot	60,5	60,5	60,5	60,5	60,5	
$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)w}$	-58717	-62525	-70302	-77722	-79984	
$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)z}$	-79364	-82903	-91207	-99612	-102396	
$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)k}$	-94240	-96660	-103517	-111053	-113597	
$\Delta\sigma_{(p,r,c,s)\infty}$	-241357	-240788	-243633	-249428	-251383	
$\sigma_{(p,r,c,s)w}$	-1343483	-1339675	-1331898	-1324478	-1322216	
$\sigma_{(p,r,c,s)z}$	-1322836	-1319297	-1310993	-1302588	-1299804	
$\sigma_{(p,r,c,s)k}$	-1307960	-1305540	-1298683	-1291147	-1288603	
$\sigma_{(p,r,c,s)\infty}$	-1160843	-1161412	-1158567	-1152772	-1150817	
$P_{(p,r,c,s)w}$	-8133	-8110	-8063	-8018	-8005	
$P_{(p,r,c,s)z}$	-8008	-7987	-7937	-7886	-7869	
$P_{(p,r,c,s)k}$	-7918	-7904	-7862	-7817	-7801	
$P_{(p,r,c,s)\infty}$	-7028	-7031	-7014	-6979	-6967	
$\Delta P_{(p,r,c,s)w}/P_i$	4,19%	4,46%	5,01%	5,54%	5,70%	
$\Delta P_{(p,r,c,s)z}/P_i$	5,66%	5,91%	6,50%	7,10%	7,30%	
$\Delta P_{(p,r,c,s)k}/P_i$	6,72%	6,89%	7,38%	7,92%	8,10%	
$\Delta P_{(p,r,c,s)\infty}/P_i$	17,21%	17,17%	17,38%	17,79%	17,93%	

### 10.2 Soma perdas totais

Resumo das perdas de protensão totais por idade e por seção:

Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5	
x (m)	0	3	7	11	15	
$\Delta P_{tot w}/P_i$	<b>18,33%</b>	<b>17,26%</b>	<b>16,18%</b>	<b>15,09%</b>	<b>14,96%</b>	Estimado
$\Delta P_{tot z}/P_i$	<b>19,80%</b>	<b>18,71%</b>	<b>17,68%</b>	<b>16,65%</b>	<b>16,56%</b>	<b>17,00%</b>
$\Delta P_{tot k}/P_i$	<b>20,86%</b>	<b>19,69%</b>	<b>18,55%</b>	<b>17,46%</b>	<b>17,36%</b>	<b>20,00%</b>
$\Delta P_{tot \infty}/P_i$	<b>31,35%</b>	<b>29,97%</b>	<b>28,55%</b>	<b>27,33%</b>	<b>27,18%</b>	<b>30,00%</b>
$P_0$ (kN)	-7289	-7402	-7541	-7679	-7703	
$P_{tot w}$ (kN)	-6933	-7024	-7115	-7208	-7219	
$P_{tot z}$ (kN)	-6808	-6900	-6988	-7076	-7083	
$P_{tot k}$ (kN)	-6718	-6817	-6914	-7007	-7015	



## 11 Verificações em E. L. Serviço e e ELU-Ato da Protensão

### 11.1 ELU - Ato da protensão

NBR 6118:2014	$\sigma_{t\_ato} =$	$\leq 1,2 \cdot f_{ctm,j}$ (MPa)	3,64	ELU - Ato	Borda superior viga
Item 17.2.4	$\sigma_{c\_ato} =$	$\leq 0,7 \cdot f_{ck}$ (MPa)	-22,6	ELU - Ato	Borda inferior viga

### 11.2 ELS - Protensão limitada

NBR 6118:2014	$\sigma_{t\_serv} =$	$\leq 1,2 \cdot f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,696	ELS - F	Borda inferior viga
Item 13.4	$\sigma_{t\_serv} =$	$\leq 0$ (MPa)	0	ELS - D	Borda inferior viga
CEB - FIB 1978	$\sigma_{c\_serv} =$	$\leq 0,6 \cdot f_{ck}$ (MPa)	-21,0	ELS - CE	Borda superior laje

### 11.3 Combinação de ações

Combinação Frequente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{g,i,k} + \Psi_1 \cdot F_{q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} \cdot F_{qj,k}$$

Combinação Quase-permanente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{g,i,k} + \sum_{j=1}^n \Psi_{2j} \cdot F_{qj,k}$$

Combinação Rara

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{g,i,k} + F_{q1,k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{1j} \cdot F_{qj,k}$$

### 11.4 Força de efetivas protensão após perdas

	Item/Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Força de protensão efetiva por seção.	P <sub>totj</sub> (kN)	-7288,6	-7402,4	-7540,6	-7678,9	-7703,2
	P <sub>tot w</sub> (kN)	-6933,2	-7023,9	-7115,0	-7208,4	-7219,0
	P <sub>tot z</sub> (kN)	-6808,2	-6900,5	-6988,5	-7075,8	-7083,3
	P <sub>tot k</sub> (kN)	-6718,1	-6817,2	-6914,0	-7006,6	-7015,5
	P <sub>tot ∞</sub> (kN)	-5827,4	-5944,7	-6065,7	-6168,8	-6181,3

### 11.5 Dados

	Seção:	S1	S2	S3	S4	S5
Propriedades geométricas da seção pré-moldada e seção composta	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,87	0,87	0,87	0,87	0,87
	Ac2 (m <sup>2</sup> )	1,36	1,36	1,36	1,36	1,36
	Wi1 (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35	-0,35
	Wi2 (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48
	Ws1 (m <sup>3</sup> )	0,367	0,367	0,367	0,367	0,367
	Ws2 (m <sup>3</sup> )	0,838	0,838	0,838	0,838	0,838
	Ix2 (m <sup>4</sup> )	0,5813	0,5813	0,5813	0,5813	0,5813
Borda sup. Viga	ys2* (m)	0,4937	0,4937	0,4937	0,4937	0,4937
Esforços solicitantes	Mg1 (KNm)	0	876	1741	2260	2433
	Mg2 (KNm)	0	557	1134	1502	1584
	Mg3 (KNm)	0	504	1022	1340	1435
	Mqc (KNm)	0	211	419	543	585
	Mq+ (KNm)	0	1440	2689	3411	3691
	Nr (kN)	-183	-183	-183	-183	-183
	Mr (kNm)	108	108	108	108	108
	N <sub>ΔT</sub> (kN)	-720	-720	-720	-720	-720

	M <sub>ΔT</sub> (kNm)	428	428	428	428	428
Excentricidades da protensão	ep,eq1 (m)	0,00	-0,22	-0,44	-0,58	-0,62
	ep,eq2 (m)	-0,34	-0,56	-0,78	-0,91	-0,96

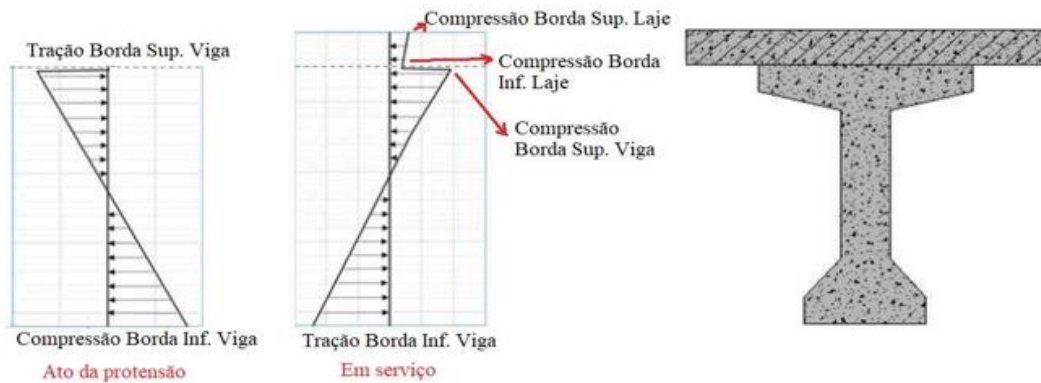
**11.6 Cálculo das tesões na seção composta**

Em Serviço

$$\sigma = \frac{P_z}{A_1} - \frac{(P_z - P_\infty)}{A_2} + \frac{P_z \cdot e_{p1}}{W_1} - \frac{(P_z - P_\infty) \cdot e_{p2}}{W_2} - \frac{M_{g1}}{W_1} - \frac{M_{g2}}{W_1} - \frac{M_{g3}}{W_2} - \frac{\sigma_i M}{W_2} + \frac{N_r}{A_2} - \frac{M_r}{W_2} + \frac{\sigma_i N_\Delta}{A_2} - \frac{\sigma_i M_{\Delta T}}{W_2} \leq \sigma_t \text{ ou } \geq \sigma_c$$

No Ato da Protensão

$$\sigma_{ato} = P_0 \cdot \left( \frac{1}{A_1} + \frac{e_{p1}}{W_1} \right) - \frac{M_{g1}}{W_1} \leq \bar{\sigma}_t \text{ ou } \geq \bar{\sigma}_c$$



**11.6.1 ELS-Descompressão (Comb. Quase Permanente) - Tração máxima da Borda inferior da viga**

	Seção:	S1	S2	S3	S4	S5
Limite Tração	$\sigma_t \leq 0$ (MPa)	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Tab. 6 NBR 8681	$\psi_2$ (q)	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
	$\psi_2$ ( $\Delta T$ )	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
Tensões por idade, por seção (- compressão)	$\sigma_{tj}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8426	-10776	-13302	-15056	-15600
	$\sigma_{tw}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8015	-8324	-8671	-8979	-9155
	$\sigma_{tz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-7780	-7058	-6339	-5993	-5945
	$\sigma_{tk}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-7544	-5986	-4556	-3791	-3603
	$\sigma_{t\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-6265	-4329	-2557	-1587	-1332
Verificação	$\sigma_{tj} \leq 0$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{tw} \leq 0$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{tz} \leq 0$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{tk} \leq 0$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{t\infty} \leq 0$	OK	OK	OK	OK	OK

**11.6.2 ELS-Formação de Fissuras (Comb. Frequente) - Tração na Borda Inferior da Viga**

	Seção:	S1	S2	S3	S4	S5
Limite Tração	$\sigma_t \leq 1,2 \cdot f_{ct,inf}$ (kN/m <sup>2</sup> )	2696	2696	2696	2696	2696
Tab. 6 NBR 8681	$\psi_1$ (q)	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
	$\psi_2$ ( $\Delta T$ )	0,30	0,30	0,30	0,30	0,30
	$\sigma_{tj}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8426	-10776	-13302	-15056	-15600

Tensões por idade, por seção (- compressão)	$\sigma_{tw}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8015	-7785	-7570	-7531	-7607
	$\sigma_{tz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-7780	-6971	-6165	-5767	-5702
	$\sigma_{tk}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-7544	-5389	-3440	-2375	-2071
	$\sigma_{t\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-6265	-3732	-1441	-171	200
Verificação	$\sigma_{tj} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{tw} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{tz} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{tk} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{t\infty} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK

### 11.6.3 ELS-Compressão Excessiva (Comb. rara) -Compressão na Borda Superior da Viga

Seção:		S1	S2	S3	S4	S5
Limite Compressão	$\sigma_c = \leq 0,6 \cdot f_{ck}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-21000	-21000	-21000	-21000	-21000
Tab. 6 NBR 8681	$\psi I (\Delta T)$	0,50	0,50	0,50	0,50	0,50
Tensões por idade, por seção (- compressão)	$\sigma_{cj}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8426	-6441	-4344	-2983	-2518
	$\sigma_{cw}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8015	-8327	-8599	-8754	-8690
	$\sigma_{cz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8098	-8519	-8915	-9154	-9110
	$\sigma_{ck}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8504	-9989	-11285	-12039	-12200
	$\sigma_{c\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-8101	-9759	-11221	-12070	-12262
Verificação	$\sigma_{cj} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{cw} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{cz} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{ck} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
		OK	OK	OK	OK	OK

### 11.6.4 ELS-Compressão Excessiva (Comb. rara) - Compressão na Borda Superior da Laje

Seção:		S1	S2	S3	S4	S5
Limite Compressão	$\sigma_c = \leq 0,6 \cdot f_{ck}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-21000	-21000	-21000	-21000	-21000
Tensões por idade, por seção (- compressão)	$\sigma_{cz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	0	-853	-1719	-2247	-2410
	$\sigma_{ck}$ (kN/m <sup>2</sup> )	30	-2314	-4442	-5694	-6144
	$\sigma_{c\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	330	-2252	-4606	-5988	-6480
Verificação	$\sigma_{cz} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{ck} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{c\infty} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK

### 11.6.5 ELS-Compressão Excessiva (Comb. rara) -Compressão na Borda Inferior da Laje

Seção:		S1	S2	S3	S4	S5
Limite Compressão	$\sigma_c = \leq 0,6 \cdot f_{ck}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-21000	-21000	-21000	-21000	-21000
Tensões por idade, por seção (- compressão)	$\sigma_{cz}$ (kN/m <sup>2</sup> )	0	-428	-868	-1138	-1218
	$\sigma_{ck}$ (kN/m <sup>2</sup> )	41	-1629	-3146	-4037	-4358
	$\sigma_{c\infty}$ (kN/m <sup>2</sup> )	444	-1400	-3082	-4068	-4420
Verificação	$\sigma_{cz} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{ck} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK
	$\sigma_{c\infty} \leq \text{limite}$	OK	OK	OK	OK	OK

## 11.7 Verificações no ato da protensão

### 11.7.1 ELU - Formação de Fissuras -Tração na Borda Superior da Viga

Seção:		S1	S2	S3	S4	S5
	$\gamma_p$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
	$\gamma_f$ favoravel	0,9	0,9	0,9	0,9	0,9
Limite tração	$\sigma_{ato} \leq 1,2 \cdot f_{ctm}$ (kN/m <sup>2</sup> )	3645	3645	3645	3645	3645
Tração na seção no ato da protensão	$\sigma$ (kN/m <sup>2</sup> )	-9269	-6608	-3829	-2049	-1444
	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>

### 11.7.2 ELU - Compressão Excessiva -Compressão na Borda Inferior da Viga

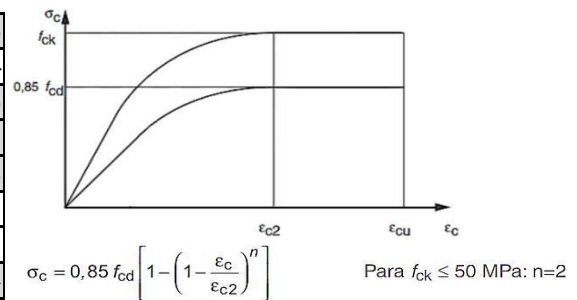
Seção:		S1	S2	S3	S4	S5
	$\gamma_p$	1,10	1,10	1,10	1,10	1,10
	$\gamma_f$ favoravel	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Limite compressão	$\sigma_{ato} \leq 0,7 \cdot f_{ckj}$ (MPa)	-22552	-22552	-22552	-22552	-22552
Compressão na seção no ato da protensão	$\sigma$ (kN/m <sup>2</sup> )	-9269	-12104	-15130	-17207	-17855
	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>

## 12 Dimensionamento da armadura de flexão

### 12.1 Preparação dos dados dos materiais

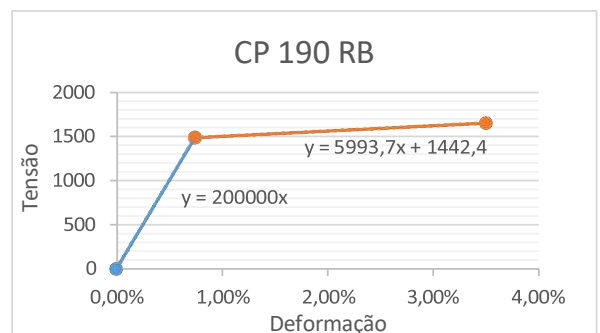
#### 12.1.1 Concreto

NBR 6118:2014	fck (MPa)	35
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_c$	1,4
Resistência concreto	fcd (MPa)	25
	fctk,sup (MPa)	4,17
	Eci (GPa)	33
Deformações limites do concreto	ec2	0,20%
	ecu	0,35%
Ep/Ec	$\alpha_{p28}$	6,04



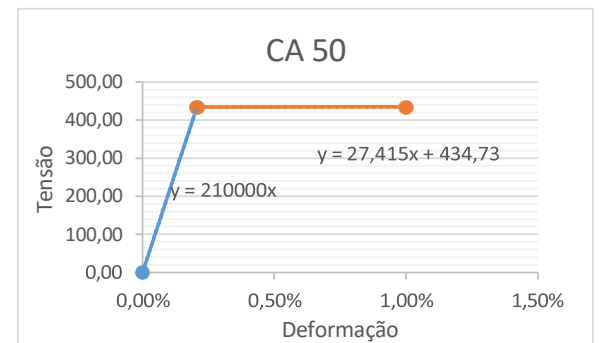
#### 12.1.2 Armadura Ativa

NBR 6118:2014	Ep(GPa)	200
Itens: 8.4; 9.6	fptk(MPa)	1900
	fpyk(MPa)	1710
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_s$	1,15
Resistências limites	fpyd(MPa)	1487
	fptd(MPa)	1652
Deformações limites	epyd	0,74%
	epud	3,50%



#### 12.1.3 Armadura Passiva

NBR 6118:2014	f <sub>yk</sub>	500
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_s$	1,15
		0,00
Res. Cálculo	f <sub>yd</sub>	435
		435
Módulo Elast.	E <sub>s</sub> (GPa)	210
Deformações limites	e <sub>yd</sub>	0,207%
		1,00%



### 12.2 Combinação Normal Última

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} G_i + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{qj} Q_j$$

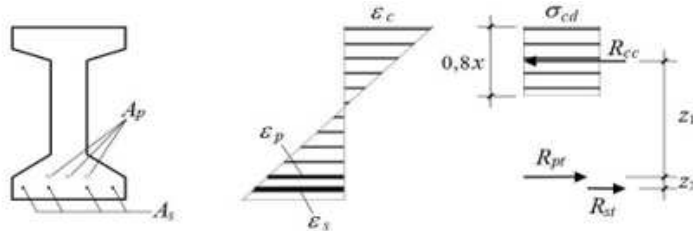
Tab.2 NBR 8681:03	$\gamma_g$	1,35
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q$	1,5
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q (\Delta T)$	1,2
Tabela 11.1 NBR 6118:2014	$\gamma_{p,fav}$	0,9
	$\gamma_{p,desf}$	1,2
Tab. 6 NBR 8681:03	$\psi_0 (\Delta T)$	0,6

### 12.3 Dados das seções

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Mesa superior (laje)	b <sub>w</sub> laje (m)	2,45	2,45	2,45	2,45	2,45
Mesa superior (viga)	b <sub>sup</sub> (m)	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
Espessura da laje	t (m) (laje)	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Altura total seção	h laje+long. (m)	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9
Número cabos	n	3	3	3	3	3
Área seção composta	Ac2 (m²)	1,355	1,355	1,355	1,355	1,355
Inércia sec. composta	Ix2 (m4)	0,5813	0,5813	0,5813	0,5813	0,5813
Mód. Inér. Borda Inf.	Wi2 (m³) (-)	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48
Excentr. Cabo Prot.	ep2 (m)	-0,34	-0,56	-0,78	-0,91	-0,96
Dist. Cabo da borda	d'ep2 (m)	0,87	0,65	0,43	0,29	0,25
Excentr. As Passiva	eAs (m)	-1,1063	-1,1063	-1,1063	-1,1063	-1,1063
Dist. As da borda	d' (m)	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1
Alt. Útil (Refer. Ap)	d1 (m)	1,03	1,2532	1,473644	1,605911	1,65
Alt. Útil (Refer. As)	d2 (m)	1,8	1,8	1,8	1,8	1,8
Protensão infinito	P <sub>tot ∞</sub> (kN)	-5827	-5945	-6066	-6169	-6181
Protensão de cálculo	P <sub>d∞</sub> (kN)	-5245	-5350	-5459	-5552	-5563
Área protensão	Ap (cm²)	60,5	60,5	60,5	60,5	60,5
Momentos fletores atuantes na seção	Mg1 (kNm)	0	875,8125	1740,813	2259,813	2432,813
	Mg2 (kNm)	0	557,2182	1134,244	1502,421	1584,213
	Mg3 (kNm)	0	503,9382	1022,02	1339,623	1434,578
	Mq+ (kNm)	0	1440	2689	3411	3691
	Mr(kNm)	108	108	108	108	108
	M <sub>ΔT</sub> (kNm)	428	428	428	428	428
Comb. Normal Última	Msd (kNm)	454	5229	9748	12459	13350

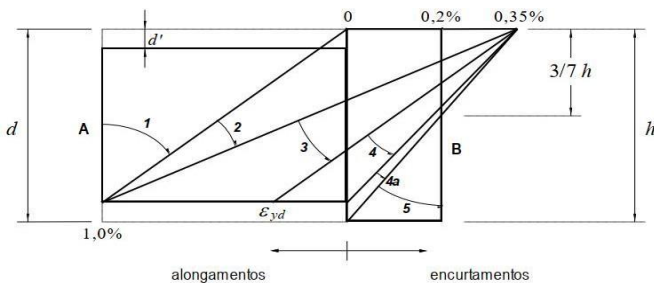
12.4 Equilíbrio da seção



$$M_{sd} = R_{cc} \cdot z = 0,8x \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot \sigma_{cd} \cdot (0,4x + 0,4x)$$

$$R_{cc} = R_{pt} + R_{st}$$

12.4.1 Domínios de deformação



12.5 Cálculo de Rcc

Aplica-se apenas para linha neutra na laje

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Linha neutra	x (m) (supor)	0,05	0,15	0,20	0,22	0,23
Verificação	LN	Laje	Laje	Laje	Viga	Viga
Verificação	x/d	0,046	0,122	0,135	0,139	0,141
Domínio 2 ou 3	Domínio	2	2	2	2	2
Deformação As	ε <sub>ys</sub>	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010
Deform. Concreto	ε <sub>c</sub>	0,0003	0,0009	0,0012	0,0014	0,0015

Tensão Concreto	$\sigma_{cd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	5313	15142	18202	19457	19849
Braço alavanca Ap Rcc1	z1 (m)	0,93	1,15	1,37	1,51	1,55
Braço alavanca Ap Rcc2	z1 (m)	1,01	1,19	1,39	1,52	1,56
Rcc1 laje	Rccd1 (kN)	489,2	4535,2	7097,2	3891,4	3969,8
Rcc2 (laje+viga)	Rccd2 (kN)	0,00	0,00	0,00	4352,25	4623,43
Resultante compressão	Rccd,tot (kN)	489,2	4535,2	7097,2	8243,6	8593,2
Momento resistente	Mrd	455,0	5230,0	9749,0	12460,0	13351,0
Verificação	Mrd >= Msd	Ok	Ok	Ok	Ok	Ok

### 12.6 Verificação da armadura ativa

$$P_{nd} = P_d + \alpha_p A_p \sigma_{cPd} \quad \epsilon_{pt} = \epsilon_p + \epsilon_{pn}$$

$$\epsilon_{pn} = \frac{P_{nd}}{E_p A_p} \quad \sigma_{cPd1} = \frac{P_d}{A_{ch}} + \frac{P_d \times e_p^2}{I_h}$$

### 12.7 Pré-alongamento

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
$\sigma_c$ na altura de Ap	$\sigma_{cpd1}$ (kN/m <sup>2</sup> )	-4891,0	-6829,7	-9741,7	-12045,0	-12857,8
P de Neutralização	Pnd (kN)	-5741,941	-5812,79	-5919,22	-6003,4	-6033,1
Pré-alongamento	$\epsilon_{pn}$	0,0047	0,0048	0,0049	0,0050	0,0050

### 12.8 Resultante de tração devido à protensão

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Deformação de Flexão	$\epsilon_p$	0,0051	0,0065	0,0079	0,0088	0,0090
Deformação Total	$\epsilon_{pt}$	0,0098	0,0113	0,0128	0,0137	0,0140
Tensão da Ap	$\sigma_{pt}$ (kN/m <sup>2</sup> )	1501310	1510198	1519156	1524632	1526465
Result. de Protensão	Rpt	9088,9	9142,7	9197,0	9230,1	9241,2
Verificação	Rpt >= Rcc	OK	OK	OK	OK	OK

### 12.9 Cálculo da Armadura Passiva

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Result. de As necess.	Rst (kN)	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Deformação As		0,0100	0,0100	0,0100	0,0100	0,0100
Tensão da As	$\sigma_{st}$ (kN/m <sup>2</sup> )	434783	434783	434783	434783	434783
Área necessária	Ast (cm <sup>2</sup> )	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0

### 12.10 Armadura Mínima

ABNT NBR 6118:2014

Item 17.3.5.2

$$M_{d,min} = 0,8 \cdot W_0 \cdot f_{ctk,sup}$$

$$x = \frac{d - \sqrt{d^2 - 2M_{d,min}/0,85 \cdot f_{cd} \cdot b_t}}{0,8}$$

$$A_{s,min} = \frac{M_{d,min}}{f_{yd} \cdot (d - 0,4x)}$$

taxa mínima absoluta de 0,15 %

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Momento mínimo	Md,mín (kNm)	1608,7	1608,7	1608,7	1608,7	1608,7
Linha neutra	x (m)	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02
Armadura mínima	Asmín (cm <sup>2</sup> )	20,65	20,65	20,65	20,65	20,65

**12.11 Armadura Passiva Adotada**

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Armadura Necessária	Ast (cm <sup>2</sup> )	<b>20,7</b>	<b>20,7</b>	<b>20,7</b>	<b>20,7</b>	<b>20,7</b>
Bitola Adotada	φ (mm)	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>	<b>20</b>
Armadura adotada	n barras	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>7</b>	<b>7</b>
	As,efet (cm <sup>2</sup> )	<b>22,0</b>	<b>22,0</b>	<b>22,0</b>	<b>22,0</b>	<b>22,0</b>

**12.12 Armadura de Pele**

Taxa mínima (%) NBR 6118:2014		0,10% Ac,alma
Armadura Necessária	As,pele (cm <sup>2</sup> )	<b>3,00</b>
Armadura adotada	φ (mm)	<b>10</b>
	n barras	<b>4</b>
Armadura efetiva	As,efet (cm <sup>2</sup> )	<b>3,14</b>
	Verificação	<b>OK</b>

### 13 Dimensionamento da Armadura Transversal de Cisalhamento por trechos da viga

#### 13.1 Preparação dos dados

##### 13.1.1 Dados Concreto

NBR 6118:2014	fck (MPa)	35,0
	fctk,inf (MPa)	2,2
	fctk,m (MPa)	3,21
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_c$	1,4
Resistência de cálculo	fcd (MPa)	25,0
	fctd (MPa)	1,6

##### 13.1.2 Dados da Armadura Ativa e Passiva

NBR 6118:2014	fyk (MPa)	500
	fpyk (MPa)	1710
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_s$	1,15
Resistência de cálculo	fyd (MPa)	435
	fpyd (MPa)	1487,0

#### 13.2 Combinação Normal Última

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} G_i + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{oj} Q_j$$

Tab.2 NBR 8681:03	$\gamma_g$	1,35
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q$	1,5
Tab.11.1 NBR 6118	$\gamma_{p,fav}$	0,9

#### 13.3 Consideração do efeito favorável da Protensão

ABNT NBR 6118:2014

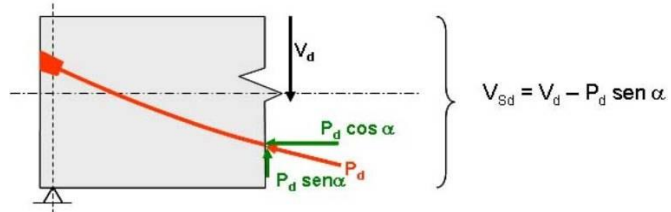
Item 17.4.1.2.3

$$A_p \cdot f_{pyd} + A_s \cdot f_{yd} \geq V_{sd}$$

Hanai (2005)

$$V_p = P \cdot \text{sen } \alpha$$

$$V_{ef,d} = \gamma_g \cdot V_g + \gamma_q \cdot V_q + \gamma_p \cdot V_p$$



	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Efeito Favorável	Considerar Vp	<b>sim</b>	<b>sim</b>	<b>sim</b>	<b>sim</b>
Força cortante solicitante no trecho	Vgk (kN)	767,6	598,1	401,8	202,5
	Vqk (kN)	632,1	490,3	376,8	294,0
	Vsd (kN)	1984,5	1542,9	1107,5	714,3
Armadura de flexão no trecho	Ap (cm <sup>2</sup> )	60,5	60,5	60,5	60,5
	As (cm <sup>2</sup> )	22,0	22,0	22,0	22,0
	Ap*fpyd+As*fyd	9958,2	9958,2	9958,2	9958,2
	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>
Inclinação cabo	$\alpha_{cabo}$ (rad)	0,184	0,148	0,099	0,050

Força Protensão	P $\infty$ (kN)	-5827	-5945	-6066	-6169
	Pd $\infty$ (kN)	-5245	-5350	-5459	-5552
Cort. devido a P $\infty$	Vp (kN)	<b>959,1</b>	<b>787,4</b>	<b>538,9</b>	<b>275,0</b>
Cortante efetiva	Vsd,ef (kN)	<b>1025,4</b>	<b>755,5</b>	<b>568,6</b>	<b>439,3</b>

### 13.4 Verificação da biela comprimida

#### 13.4.1 Modelo II

ABNT NBR 6118:2014

Item 17.4.2.3

$$V_{rd2} = 0,54 \cdot f_{cd} \cdot \alpha_{v2} \cdot b_w \cdot d \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \text{sen}^2 \theta$$

$$b_{w,ef} = b_w - \frac{1}{2} \sum \emptyset \quad \alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Inclinação biela	$\theta$ biela (graus)	30	30	30	30
Inclinação estribo	$\alpha$ estribo (graus)	90	90	90	90
Largura alma	$b_w$ (m)	0,3	0,3	0,3	0,3
Altura total viga	$h$ (m)	1,9	1,9	1,9	1,9
Dist. Ap da Borda Inf.	$d'$ prot (m)	0,87	0,6468	0,4263556	0,294089
Altura útil seção	$d$ (m)	1,52	1,52	1,52	1,605911
Diâmetro bainha	$\emptyset$ (bainha) (m)	0,06	0,06	0,06	0,06
Largura efet.	$b_{w,efet}$ (m)	0,273	0,273	0,273	0,273
Coefficiente ajuste	$\alpha_{v2}$	0,86	0,86	0,86	0,86
Resist. Biela	$V_{rd2}$ (kN)	2082,3	2082,3	2082,3	2200,0
Verificação	$V_{rd2} \geq V_{sd}$	OK	OK	OK	OK

### 13.5 Cálculo da armadura transversal

$$V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$$

$V_c = V_{c1} (1 + M_0 / M_{Sd,m\acute{a}x}) < 2V_{c1}$  na flexo-compressão, com:

$V_{c1} = V_{c0}$  quando  $V_{Sd} \leq V_{c0}$

$V_{c1} = 0$  quando  $V_{Sd} = V_{Rd2}$ , interpolando-se linearmente para valores intermediários.

$$V_{c0} = 0,6 \cdot f_{ctd} \cdot b_w \cdot d$$

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) 0,9 d f_{ywd} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \text{sen} \alpha$$

$$\sigma_c = \frac{M_0}{W_i} = \gamma_p \left( \frac{P_\infty}{A_c} + \frac{P_\infty \cdot \emptyset}{W_i} \right)$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Mecanismo. Complem.	$V_{c0}$ (kN)	398,9	398,9	398,9	421,4
Excentric. Prot.	$e_p$ (m)	-0,34	-0,56	-0,78	-0,91
Prop. Geométricas	$A_{c2}$ (m <sup>2</sup> )	1,36	1,36	1,36	1,36
Seção	$W_{i2}$ (m <sup>3</sup> ) (-)	-0,48	-0,48	-0,48	-0,48
Mom. Anula Compr.	$M_0$ (kNm)	3629,0	4896,2	6199,3	7039,0
Mom. Solic. Trecho	$M_{sd,m\acute{a}x}$ (kNm)	5229,1	9748,2	12458,8	13350,3
Mecanismo. Complem.	$V_{c1}$ (kN)	202,5	254,2	290,0	337,3
Mecanismo. Complem.	$V_c$ (kN)	343,0	381,8	434,2	515,1
Cortante resist. Asw	$V_{sw}$ (kN)	682,4	373,7	134,4	-75,8
Armadura Trasv.	$A_{sw}/s$ (cm <sup>2</sup> /m)	6,62	3,63	1,30	-0,70

### 13.6 Armadura mínima

ABNT NBR 6118:2014

Item 17.4.1.1.1

$$\rho_{s,min} = \frac{A_{sw,min}}{s} \geq \frac{0,2 f_{ctm} \cdot b_{wm} \cdot \text{sen} \alpha}{f_{ywk}}$$

## Espaçamentos mínimos Item 18.3.3.2

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi_t \begin{cases} \geq 5 \text{ mm} \\ \leq \frac{b_w}{10} \end{cases} \\ S_{t,longitudinal,m\acute{a}x} \begin{cases} \leq 0,6d \leq 30 \text{ cm, se } V_{sd} \leq 0,67V_{rd2} \\ \leq 0,3d \leq 20 \text{ cm, se } V_{sd} > 0,67V_{rd2} \end{cases} \\ S_{t,transversal,m\acute{a}x} \begin{cases} \leq d \leq 80 \text{ cm, se } V_{sd} \leq 0,2V_{rd2} \\ \leq 0,6d \leq 35 \text{ cm, se } V_{sd} > 0,2V_{rd2} \end{cases} \end{array} \right.$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Armadura mínima	Asw,mín/s (cm <sup>2</sup> /m)	3,85	3,85	3,85	3,85
Armadura necessária	Asw,adot/s (cm <sup>2</sup> /m)	<b>6,62</b>	<b>3,85</b>	<b>3,85</b>	<b>3,85</b>
Escolha do estribo	n ramos	2	2	2	2
	φ (mm)	10	10	10	10
	As,estribo (cm)	1,57	1,57	1,57	1,57
	s (cm)	23	33	33	33
Armadura efetiva	Asw,efet/s (cm <sup>2</sup> /m)	<b>6,83</b>	<b>4,76</b>	<b>4,76</b>	<b>4,76</b>
	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>

## 14 Dimensionamento da Armadura Transversal de Torção por trechos da viga

### 14.1 Preparação dos dados

#### 14.1.1 Dados Concreto

NBR 6118:2014	fck (MPa)	35,0
	fctk,inf (MPa)	2,2
	fctk,m (MPa)	3,21
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_c$	1,4
Resistência de cálculo	fcd (MPa)	25,0
	fctd (MPa)	1,6

#### 14.1.2 Dados da Armadura Ativa e Passiva

NBR 6118:2014	fyk (MPa)	500
	fpyk (MPa)	1710
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_s$	1,15
Resistência de cálculo	fyd (MPa)	435

#### 14.1.3 Combinação Normal Última

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} G_i + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{oj} Q_j$$

Tab.2 NBR 8681:03	$\gamma_g$	1,35
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q$	1,5

#### 14.1.4 Preparação dos dados geométricos da seção

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Mesa superior	m1 (m)	1,20	1,20	1,20	1,20
	t1 (m)	0,17	0,17	0,17	0,17
Alma	m2 (m)	1,18	1,18	1,18	1,18
	t2 (m)	0,50	0,30	0,30	0,30
Mesa inferior	m3 (m)	0,80	0,80	0,80	0,80
	t3 (m)	0,35	0,35	0,35	0,35
Inércia Torção mesa sup.	J1 (m4)	0,0020	0,0020	0,0020	0,0020
Inércia Torção alma	J2 (m4)	0,0492	0,0106	0,0106	0,0106
Inércia Torção mesa inf	J3 (m4)	0,0114	0,0114	0,0114	0,0114
Inércia Torção seção	J (m4)	0,0626	0,0240	0,0240	0,0240

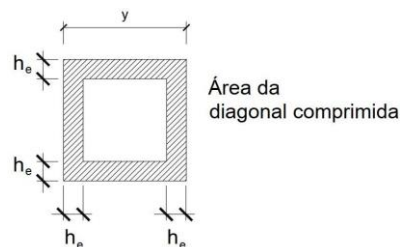
ABNT NBR 6118:2014

Item 17.5.1.4.1

$$h_e \leq \frac{A}{u} \quad h_e \geq 2c_1$$

Caso  $A/u$  resulte menor que  $2c_1$

$$h_e = A/u \leq b_w - 2c_1$$



d' da armadura extremidade	c1 (m)	0,05	0,05	0,05	0,05
Área mesa sup.	A1 (m²)	0,204	0,204	0,204	0,204
Perímetro mesa sup.	u1 (m)	2,74	2,74	2,74	2,74
Área alma	A2 (m²)	0,59	0,35	0,35	0,35
Perímetro alma	u2 (m)	3,36	2,96	2,96	2,96

Área mesa inf.	A3 (m <sup>2</sup> )	0,28	0,28	0,28	0,28
Perímetro inf.	u3 (m)	2,30	2,30	2,30	2,30
Espessura parede mesa sup.	he1 (m)	0,070	0,070	0,070	0,070
Área média mesa sup.	Ae1 (m <sup>2</sup> )	0,113	0,113	0,113	0,113
Espessura parede alma	he2 (m)	0,100	0,100	0,100	0,100
Área média alma	Ae2 (m <sup>2</sup> )	0,432	0,216	0,216	0,216
Espessura parede mesa inf.	he3 (m)	0,100	0,100	0,100	0,100
Área média mesa inf.	Ae3 (m <sup>2</sup> )	0,175	0,175	0,175	0,175

#### 14.2 Consideração da parcela de torção por retângulo da seção

ABNT NBR 6118:2014

Item 17.5.1.4.2

$$T_{Sdi} = T_{Sd} \frac{a_i^3 b_i}{\sum a_i^3 b_i}$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Momento torçor solicitante no trecho	Tg (kN)	54,3685	51,0894	39,5737	26,3928
	Tq+ (kN)	154,206663	145,3727	121,91007	110,6497
	Tq- (kN)	-77,275055	-83,25016	-105,3301	-69,26077
Mom. torçor de cálculo	Tsd (cm <sup>2</sup> )	304,7	287,0	236,3	201,6
Mom. Torçor mesa sup.	Tsd,1 (cm <sup>2</sup> )	9,6	23,5	19,3	16,5
Mom. Torçor alma	Tsd,2 (cm <sup>2</sup> )	239,5	126,9	104,5	89,1
Mom. Torçor mesa inf.	Tsd,3 (cm <sup>2</sup> )	55,7	136,6	112,5	96,0

#### 14.3 Verificação da biela comprimida

ABNT NBR 6118:2014

Item 17.5.1.5

$$T_{Rd2} = 0,50 \alpha_{v2} f_{cd} A_e h_e \sin 2\theta \quad \alpha_{v2} = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad 30^\circ \leq \theta \leq 45^\circ$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Inclinação biela	$\theta_{biela}$ (graus)	37	37	37	37
Coeficiente ajuste	$\alpha_{v2}$	0,86	0,86	0,86	0,86
Resist. biela mesa sup.	Trd2,1 (kN)	81,7	81,7	81,7	81,7
Resist. biela alma	Trd2,2 (kN)	446,4	223,2	223,2	223,2
Resist. biela mesa inf.	Trd2,3 (kN)	180,8	180,8	180,8	180,8
Verificação mesa sup.	Trd2,1 >= Tsd,1	OK	OK	OK	OK
Verificação alma	Trd2,2 >= Tsd,2	OK	OK	OK	OK
Verificação mesa inf.	Trd2,3 >= Tsd,3	OK	OK	OK	OK

#### 14.4 Cálculo da armadura transversal

$$T_{Rd3} = (A_{90} / s) f_{ywd} 2A_e \cotg \theta$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Armadura mesa sup.	A90/s,1	0,73	1,80	1,48	1,27
Armadura alma	A90/s,2	4,80	5,09	4,19	3,58
Armadura mesa inf.	A90/s,3	2,76	6,77	5,57	4,75
Escolha do estribo	$\phi$ (mm)	10	10	10	10
	As,estribo (cm <sup>2</sup> )	0,79	0,79	0,79	0,79
	s (cm)	32	23	28	33
Armadura trasnversal efetiva	Asw,efet/s (cm <sup>2</sup> /m)	4,91	6,83	5,61	4,76
	Verificação	OK	OK	OK	OK

### 14.5 Cálculo da armadura longitudinal

$$T_{Rd4} = (A_{sl}/u_e) 2A_e f_{ywd} \operatorname{tg} \theta$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Armadura mesa sup.	Asl/ue,1	<b>1,29</b>	<b>3,17</b>	<b>2,61</b>	<b>2,23</b>
Armadura alma	Asl/ue,2	<b>8,46</b>	<b>8,97</b>	<b>7,38</b>	<b>6,30</b>
Armadura mesa inf.	Asl/ue,3	<b>4,86</b>	<b>11,92</b>	<b>9,81</b>	<b>8,37</b>
barras no perímetro da mesa superior	n	2	3	3	2
	φ (mm)	12,5	12,5	12,5	12,5
	Asw,efet/s (cm <sup>2</sup> /m)	<b>2,45</b>	<b>3,68</b>	<b>3,68</b>	<b>2,45</b>
	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>
barras no perímetro da alma	n	5	5	4	4
	φ (mm)	16	16	16	16
	Asw,efet/s (cm <sup>2</sup> /m)	<b>10,05</b>	<b>10,05</b>	<b>8,04</b>	<b>8,04</b>
	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>
barras no perímetro da mesa inferior	n	3	6	5	5
	φ (mm)	16	16	16	16
	Asw,efet/s (cm <sup>2</sup> /m)	<b>6,03</b>	<b>12,06</b>	<b>10,05</b>	<b>10,05</b>
	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>

## 15 Verificação da fadiga da armadura longitudinal e concreto

### 15.1.1 Preparação dos dados

	Seção:	S1	S2	S3	S4	S5
Propriedades geométricas da seção	Ac1 (m <sup>2</sup> )	0,865	0,865	0,865	0,865	0,865
	Ix1 (m <sup>4</sup> )	0,3045	0,3045	0,3045	0,3045	0,3045
	Ac2 (m <sup>2</sup> )	1,355	1,355	1,355	1,355	1,355
	Ix2 (m <sup>4</sup> )	0,5813	0,5813	0,5813	0,5813	0,5813
	ys1 (m)	0,83	0,83	0,83	0,83	0,83
	ys2 (m)	0,6937	0,6937	0,6937	0,6937	0,6937
	ys2* (m)	0,4937	0,4937	0,4937	0,4937	0,4937
Excentricidade das armaduras	ep1 (m)	0	-0,2232	-0,443644	-0,5759111	-0,62
	ep2 (m)	-0,3363	-0,5595	-0,779944	-0,9122111	-0,9563
	eAs (m)	-1,1063	-1,1063	-1,1063	-1,1063	-1,1063
Força de protensão nas idades z e infinito	Pz (kN)	-6808	-6900	-6988	-7076	-7083
	P∞ (kN)	-5827	-5945	-6066	-6169	-6181
Área das armaduras	Ap (cm <sup>2</sup> )	60,5	60,5	60,5	60,5	60,5
	As (cm <sup>2</sup> )	22,0	22,0	22,0	22,0	22,0
Bitola das armaduras	φs (mm)	20	20	20	20	20
	φp (mm)	12,7	12,7	12,7	12,7	12,7
Esforços solicitantes no tempo infinito	Mg1 (kNm)	0	875,8125	1740,813	2259,8125	2432,8125
	Mg2 (kNm)	0	557,2182	1134,244	1502,4213	1584,2126
	Mg3 (kNm)	0	503,9382	1022,02	1339,6231	1434,5775
	Mq+ (kNm)	0	1439,865	2688,529	3411,26921	3690,85622
	Mq- (kNm)	0	119,6709	-319,506	-464,13002	-424,985099
	Nr (kN)	-183	-183	-183	-183	-183
	Mr(kNm)	108	108	108	108	108
	NΔT(kNm)	-720	-720	-720	-720	-720
	MΔT(kNm)	428	428	428	428	428

### 15.1.2 Dados Fadiga

ABNT NBR 6118:2014

Item 23.5

Combinação Frequente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{qjk}$$

Tab.7 NBR 8618:2003	ψ <sub>1</sub>	0,5
Item 23.5.3	γ <sub>f</sub>	1,0
	γ <sub>c</sub>	1,4
	γ <sub>s</sub>	1,0
	ξ	0,4
Tabela 23.2	Δf <sub>pd,fad</sub> (MPa)	110,0
	Δf <sub>sd,fad</sub> (MPa)	190,0
Item 23.5.3	α <sub>p28</sub>	10,0
	α <sub>s28</sub>	10,0
Item 23.5.4.1	f <sub>cd,fad</sub> (MPa)	11,3

**15.2 Fadiga Armadura**

ABNT NBR 6118:2014

Item 23.5.3

$$\eta_s \cdot \gamma_f \cdot \Delta\sigma_s \leq \Delta f_{ds,fad} \quad \eta_s = \frac{1 + \frac{A_p}{A_s}}{1 + \frac{A_p}{A_s} \sqrt{\frac{\phi_s}{\phi_p}}} \geq 1$$

Verificação no Estádio I (Seção antente ao ELS-F)  
Cavalcante (2019) Cap. 3, pág 81

$$\Delta\sigma_p \text{ ou } \Delta\sigma_s = \alpha_s \cdot \frac{\sigma_1 \Delta M_q \cdot e}{I_c}$$

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Coef. Ajuste. Ader.	$\eta_s$	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2
Var. Tensão $A_p$	$\eta_s \gamma_f \Delta\sigma_p$ (MPa)	0,00	7,49	23,78	35,83	39,89
Verificação	Fadiga $A_p$	OK	OK	OK	OK	OK
Var. Tensão $A_s$	$\eta_s \gamma_f \Delta\sigma_s$ (MPa)	0,00	14,80	33,73	43,45	46,15
Verificação	Fadiga $A_s$	OK	OK	OK	OK	OK

**15.3 Fadiga Concreto**

ABNT NBR 6118:2014

Item 23.5.4

$$f_{cd,fad} = 0,45 f_{cd}$$

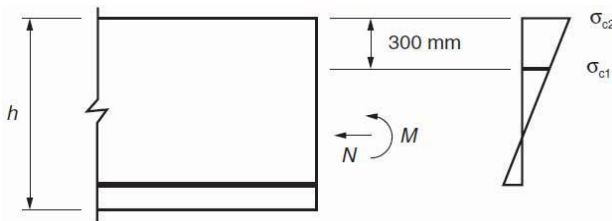
$$\eta_c \cdot \gamma_f \cdot \sigma_{c,m\acute{a}x} \leq f_{cd,fad} \quad \eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5(|\sigma_{c1}|/|\sigma_{c2}|)}$$

Cálculo das tensões no concreto, no Estádio I

$$\sigma_c = \frac{P_z}{A_1} - \frac{(P_z - P_{\infty})}{A_2} + \frac{P_z \cdot e_{p1}}{W_1} - \frac{(P_z - P_{\infty}) \cdot e_{p2}}{W_2} - \frac{M_{g1}}{W_1} - \frac{M_{g2}}{W_1} - \frac{M_{g3}}{W_2} - \frac{\psi_i M_q}{W_2}$$

$\sigma_{c1}$  - Menor valor a menos de 30cm da borda sup.

$\sigma_{c2}$  - Maior valor a menos de 30cm da borda sup.



**15.3.1 Tensões no concreto na faixa alta da laje**

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Borda inferior laje	$\sigma_{c1}$ (MPa)	0,44	-0,23	-0,66	-0,97	-1,10
Borda superior laje	$\sigma_{c2}$ (MPa)	0,33	-0,61	-1,21	-1,64	-1,82
Máxima	$\sigma_{c,m\acute{a}x}$ (MPa)	0,33	-0,61	-1,21	-1,64	-1,82
Coef. Ajuste.	$\eta_c$	1,2	0,8	0,8	0,8	0,8
Verificação	$\eta_c \gamma_f  \sigma_{c,m\acute{a}x} $	0,4	0,5	1,0	1,4	1,5
	Fadiga $\sigma$	OK	OK	OK	OK	OK

### 15.3.2 Tensões no concreto na altura da viga

	Seção	S1	S2	S3	S4	S5
Distância de $\sigma_1$ da LN	$\gamma \sigma_1$ (m)	0	0,1937	0,1937	0,1937	0,1937
a 30 cm ou LN viga	$\sigma_1$ (MPa)	-7,15	-7,79	-8,28	-8,60	-8,67
Borda super. Viga	$\sigma_2$ (MPa)	-7,43	-8,59	-9,65	-10,29	-10,43
Máxima	$\sigma_{c,máx}$ (MPa)	-7,43	-8,59	-9,65	-10,29	-10,43
Coef. Ajuste.	$\eta_c$	1,0	1,0	0,9	0,9	0,9
Verificação	$\eta_c \gamma_f  \sigma_{c,máx} $	7,3	8,2	9,0	9,5	9,6
	Fadiga $\sigma$	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>

## 16 Verificação da fadiga da armadura transversal

### 16.1.1 Preparação dos Dados da seção

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Altura útil seção	d (m)	1,52	1,52	1,52	1,605911
Inclinação Biela	$\theta_{biela}$ (graus)	30,00	30,00	30,00	30,00
Inclinação Estribo	$\alpha_{estribo}$ (graus)	90	90	90	90
Esforços solicitantes	Vg1 (kN)	324,375	259,5	173	86,5
	Vg2 (kN)	236,0867	173,7748	120,8405	52,3419
	Vg3 (kN)	207,1741	164,8252	107,9117	63,6168
	Vq+ (kN)	632,1013985	490,3135	376,7596	293,9927
	Vq- (kN)	-68,860275	-120,96	-182,157	-205,801
Resist. Aço	$f_{yd}$ (MPa)	435	435	435	435
V resistido por Asw	$V_{sw}$ (kN)	682,4	373,7	134,4	-75,8
Contrib. Protensão	$V_p$ (kN)	<b>959</b>	<b>787</b>	<b>539</b>	<b>275</b>

### 16.1.2 Dados Fadiga

ABNT NBR 6118:2014

Item 23.5.3

Correção da Inclinação da Biela Modelo II

$$\operatorname{tg} \theta_{corr} = \sqrt{\operatorname{tg} \theta} \leq 1$$

$$V_{sw} = (A_{sw} / s) 0,9 d f_{ywd} (\cotg \alpha + \cotg \theta) \operatorname{sen} \alpha$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Correção de $\theta$	$\theta_{corrigido}$ (graus)	37,23	37,23	37,23	37,23
Correção de Asw	$A_{sw}/s, corr$ (cm <sup>2</sup> /m)	5,55	5,55	5,55	5,26
Conforme detalhado	$A_{sw}/s, efet$ (cm <sup>2</sup> /m)	6,83	5,55	5,55	5,26
Redução de 50%Vc	$0,5 * V_c$ (kN)	171,5	190,9	217,1	257,5

### 16.2 Combinação Frequente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{qik} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} F_{qjk}$$

Tab.7 NBR 8681:2003	$\psi_1$	0,5
Item 23.5.3	$\gamma_f$	1,0
	$\gamma_c$	1,4
	$\gamma_s$	1,0
Tabela 23.2	$\Delta f_s, fad$ (MPa)	85,0

### 16.2 Fadiga Estribo

Cavalcante (2019) Cap. 3, pág 85

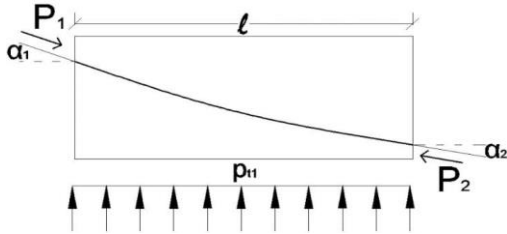
$$\sigma_{sw} = \frac{(V - 0,5V_c)}{0,9d} \cdot \frac{s}{A_{sw}}$$

	Trecho	S1-S2	S2-S3	S3-S4	S4-S5
Contantes máximas e mínimas	$V_{smáx}$ (kN)	1084	843	590	349
	$V_{smín}$ (kN)	768	598	402	202
Contantes efetivas	$V_{smáx,efet}$ (kN)	125	56	51	74
	$V_{smín,efet}$ (kN)	0	0	0	0
Tensões máximas e mínimas stribos	$\sigma_{sw,máx}$ (MPa)	0,0	0,0	0,0	0,0
	$\sigma_{sw,mín}$ (MPa)	0,0	0,0	0,0	0,0
Variação de tensões	$\Delta \sigma_{sw}$ (MPa)	0,0	0,0	0,0	0,0
Verificação	Fadiga Asw	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>

## 17 Verificação da Deformação Excessiva

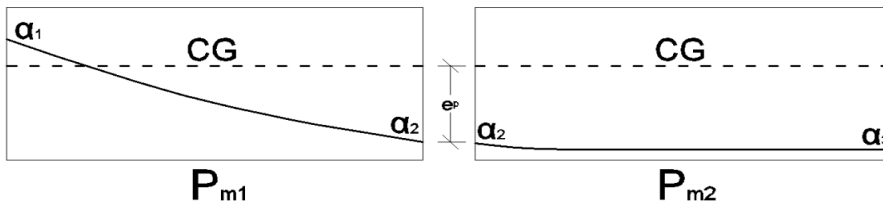
### 17.1 Carregamento equivalente de protensão

Determinação da flecha devido à protensão ABNT NBR 6118:2014 Item 11.3.3.5 Hanai (2006) e Kaestner (2015)



$$p_{t,i} = \frac{P_{m,i}(\text{tg } \alpha_1 - \text{tg } \alpha_2)}{l_i}$$

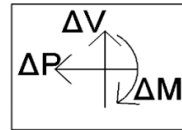
$$P_{m,i} = \frac{P_i + P_{i+1}}{2}$$



$$\Delta P = |P_{m,i}| - |P_{m,i+1}|$$

$$\Delta V = (|P_{m,i}| - |P_{m,i+1}|) \cdot \text{tg } \alpha_2$$

$$\Delta M = |P_{m,i} \cdot e_p| - |P_{m,i+1} \cdot e_p|$$



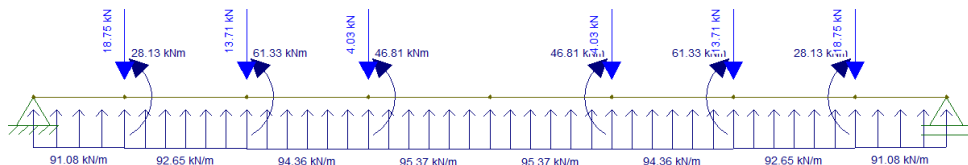
	Item\Seção	S1	S2	S3	S4	S5
	x (m)	0	3	7	11	15
Inclinação cabo	$\alpha$ (rad)	0,184	0,148	0,099	0,050	0,000
Excentricidade cabo	ep1 (m)	0	-0,223	-0,444	-0,576	-0,620
Prot. Perdas Imedi.	P0 (kN)	-7289	-7402	-7541	-7679	-7703
Prot. média trecho	Pm  (kN)		7346	7472	7610	7691
Carga distribuida	pt (kN/m)		91,08	92,65	94,36	95,37
Cortante	$\Delta V$ (kN)	-1366,26	-18,75	-13,71	-4,03	0
Momento	$\Delta M$ (kNm)	0,00	-28,13	-61,33	-46,81	0

### 17.2 Verificação da Flecha

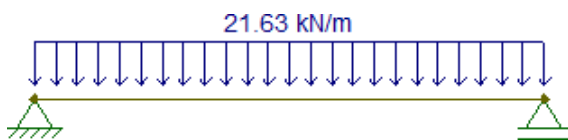
Cálculo das flechas imediatas (Elástica) Seção no Estádio I (Viga antende ao ELS-F) ABNT NBR 6118:2014 Item 17.3.2.1.3

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot I_c$$

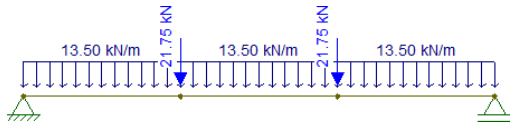
Prontesão



Peso próprio ato



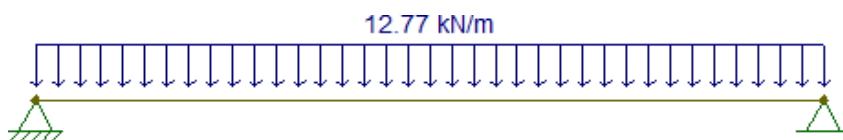
Concretagem laje + transversinas



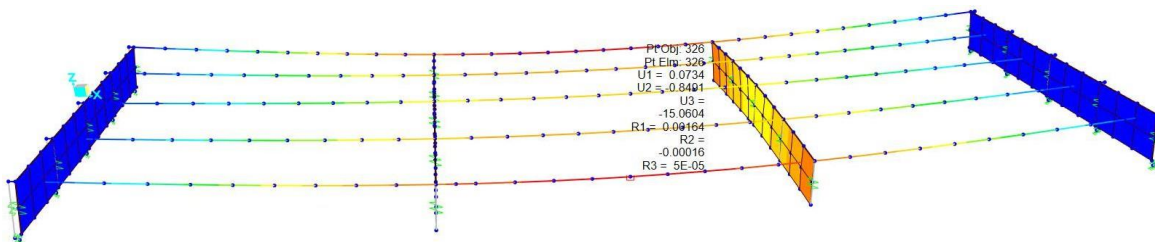
Retração laje



Defensas e reapartamento



Flecha devido à carga móvel - CSIBRIDGE



Temperatura



### 17.2.1 Combinação Quase Permanente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{gi,k} + \sum_{j=1}^n \Psi_{2j} \cdot F_{qj,k}$$

### 17.2.2 Flecha diferida

ABNT NBR 6118:2014 Item 17.3.2.1.3

$$f_{\infty} = f_o(1 + \phi)$$

	Flecha\Seção	S5
f (peso próprio)	fg1 (ato) (mm)	-25,47
f (protensão)	fP0 (ato) (mm)	110,00
f (laje+trasnsv)	fg2k (mm)	-18,23
f (pav+defensa)	fg3k (mm)	-15,04
f (retração)	fg,retr.z (mm)	-1,1363
f (carga móvel)	fq (mm)	-15,0604
f (temperatura ΔT-)	fΔT- (mm)	-5,373
Módulo Elast. Concr.	Ecs (GPa)	29,40
Inércia seção	Ix1 (m4)	0,3045
	Ix2 (m4)	0,5813
Coef. Fluência	φ(t,t0 )	2,59
Tab. 6 NBR 8618:03	ψ2	0,3
Vão Viga	L (m)	30
Tab. 13.3 - NBR 6118	flim (L/250) (mm)	-120
f total ato protensão	ftot,ato (mm)	84,53
Verificação	Verif. f (ato)	<b>OK</b>
f total infinito	ftot,∞ (mm)	-107,95
Verificação	Verif. f (ato)	<b>OK</b>
Flecha total ato protensão / flecha limite		<b>0,70</b>
Flecha total infinito / flecha limite		<b>0,90</b>

## 18 Armadura de Cisalhamento Laje/Viga

### 18.1 Dados

#### 18.1.1 Preparação dos dados

Resis. Aço	$f_{yk}$ (MPa)	500
Tab. 12.1 NBR 6118	$\gamma_s$	1,15
Resis. Cálculo Aço	$f_{yd}$ (MPa)	435
Resis. Compr. Concr.	$f_{ck}$ (MPa)	35
Resis. Traç. Concr.	$f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,25
Tab. 12.1 NBR 6118	$\gamma_c$	1,4
Resis. Cál. Compr.	$f_{cd}$ (MPa)	25
Resis. Calc. Traç.	$f_{ctd}$ (MPa)	1,60
Momentos fletores atuantes na seção do centro do vão	Mg1 (kNm)	2432,81
	Mg2 (kNm)	1584,21
	Mg3 (kNm)	1434,58
	Mq+ (kNm)	3690,86
	$N_{\Delta T+}$ (kN)	1009

#### 18.1.2 Combinação Normal Última

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} G_i + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{oj} Q_j$$

Tab.2 NBR 8681:03	$\gamma_g$	1,35
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q$	1,5
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q (\Delta T)$	1,2
Tabela 11.1 NBR 6118:2014	$\gamma_{p,fav}$	0,9
	$\gamma_{p,desf}$	1,2
Tab. 6 NBR 8681:03	$\psi_0 (\Delta T)$	0,6

## 18.2 Verificação da tensão de cisalhamento

ABNT NBR 9062:2017

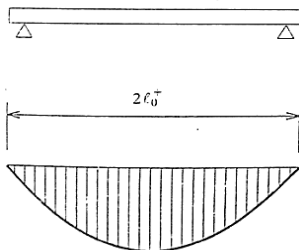
Item 6.3

$$\tau_{sd} \leq \beta_s \frac{f_{yd} A_s}{b_s} + \beta_c f_{ctd} < 0,25 f_{cd}$$

$$\tau_{sd} = \frac{F_{Tnd}}{a_v \times b}$$

El Debs (2017)

Elemento simplesmente apoiado



Caso 1

Caso 2

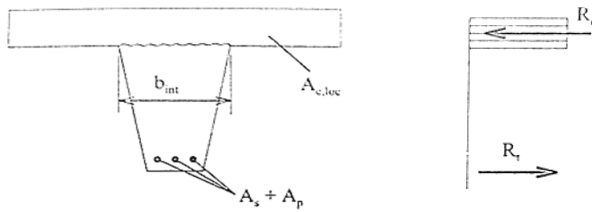
$$R_t = R_c < R_{c,loc}$$

$$R_t = R_c > R_{c,loc}$$

$$F_{hd} = R_c$$

$$F_{hd} = R_{c,loc}$$

$R_{c,loc}$  – valor de referência da resultante de compressão na parte do concreto moldado no local, que vale  $0,85 f_{cd} A_{c,loc}$ ;



	Trecho	S4-S5
Mesa colab. Laje	b,laje (m)	2,45
Interface laje/viga	b, interf. (m)	1,2
Espessura laje	t (m) (laje)	0,2
Estribo Cortante	s (cm)	33
	n ramos	2
	$\phi$ (mm)	10
Armadura suplementar	s (cm)	15
	n ramos	4
	$\phi$ (mm)	10
Área estribo cort.	As1 (mm <sup>2</sup> )	1,57
Área estribo sup.	As2 (mm <sup>2</sup> )	3,14
Taxa arm. Costura	$\rho$ (%)	0,214
Braço de alavanca	z (m)	1,557
Cortante devido a Mg e Mq	Rccd,tot (kN)	8283
Cortante devido a $\Delta T+$	$N_{\Delta T+,d}$ (kN)	726
Comb. Normal Última	Fhd	9010
Altura Linha Neutra	xLN (m)	0,233
Dist.Entre Mom.Nulo	av (m)	30
Cisalh. Solic.	$\tau_{sd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	501
Tabela 10 NBR 9062:2017	$\beta_s$	0,04
	$\beta_c$	0,31
Cisalh. Resistente	$\tau_{rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	544
Verificação	$\tau_{rd} > \tau_{sd}$	<b>OK</b>

## 19 Estabilidade Lateral de Viga Pré-moldada

Modelo de El Debs (2017) pág 209 e Timoshenko (1961) pág 267

$$q_{crit} = k \frac{\sqrt{(E_{cs} I_y)(G_c J_c)}}{l^3}$$

### 19.1 Preparação dos dados

Pro. Concreto	Ecs (GPa)	29,40
	Gc (GPa)	12,25
Inércia Flexão Lat.	Iy (m <sup>4</sup> )	0,0426
Inércia Torção	Jc (m <sup>4</sup> )	0,024019
Vão viga	L (m)	30
Peso próprio	qpp (kN/m)	21,6
PP concr. Laje	glaje (kN/m)	0,0
Carga utiliz. Concr.	qsobr. (kN/m)	5,2

### 19.2 Combinação de Construção

ABNT NBR 8681:2003

Item 5.1.3.2

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \right]$$

ABNT NBR 9062:2017

Amplificação dinâmica Item 5.3.2

$$g_{eq,d} \geq \gamma_f \cdot \beta_a \cdot g_k$$

Tab. 2 e 5 NBR 8681	$\gamma_g$	1,25
	$\gamma_q$	1,3
It.5.3.2 NBR 9062	$\beta_a$	1,4
	$\gamma_f$	1,3
Carga cálculo	qd (kN/m)	46,1

### 19.3 Determinação da carga distribuída crítica

El Debs (2017) pág 209	k	28,8
	q crit (kN/m)	648
qcrit $\geq$ qd	Verificação	<b>OK</b>

## 20 Consumo de Materiais

### 20.1 Consumo de Concreto

Elemento	Consumo (m <sup>3</sup> )
Longarinas	129,75
Laje	78,00
Transversina	13,92
TOTAL	221,67

### 20.2 Armadura Ativa adotada por longarina

Acordoalha (mm <sup>2</sup> )	100,9
Nº cordoalhas	20
nº cabos	3
Ap (cm <sup>2</sup> )	60,54
Comp. unit. (m)	36
Total cordoalhas	60
Comp. Total (m)	2160

### 20.3 ELU-M - Armadura Passiva adotada (meia longarina)

Seção	φ (mm)	Nº de barras	Comp. Unitário (m)	Comp. Total (m)
S1-S2	20	7	3,00	21,00
S2-S3	20	7	4,00	28,00
S3-S4	20	7	4,00	28,00
S4-S5	20	7	4,00	28,00

φ (mm)	Comp. Total (m)	Comp. Total + 10% (m)	Peso (kg)
5.0	0	0	0
6.3	0	0	0
8.0	0	0	0
10.0	0	0	0
12.5	0	0	0
16.0	0	0	0
20.0	105	116	285
22.0	0	0	0
25.0	0	0	0

### 20.4 ELU-M - Armadura de Pele (meia longarina)

φ (mm)	Nº de barras	Comp. Unitário (m)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
5.0	0	0	0	0
6.3	0	0	0	0
8.0	0	0	0	0
10.0	4	15	60	37,02
12.5	0	0	0	0
16.0	0	0	0	0
20.0	0	0	0	0
22.0	0	0	0	0
25.0	0	0	0	0

### 20.5 ELU-V - Armadura Transversal (meia longarina)

Seção	$\phi$ (mm)	Nº de Estibos	Comp. Unitário (m)	Comp. Total (m)
S1-S2	10	15	4,22	63,30
S2 - S3	10	13	4,22	54,86
S3 - S4	10	13	4,22	54,86
S4 - S5	10	13	4,22	54,86

$\phi$ (mm)	Nº de estribos	Comp. total (m)	Peso (kg)
5.0	0	0	0
6.3	0	0	0
8.0	0	0	0
10.0	54	227,88	140,60
12.5	0	0	0
16.0	0	0	0
20.0	0	0	0
22.0	0	0	0
25.0	0	0	0

### 20.6 ELU-T - Armadura Transversal (meia longarina)

Seção	$\phi$ (mm)	Nº de Estibos	Comp. Unitário (m)	Comp. Total (m)
S1-S2	10	11	4,22	46,42
S2 - S3	10	18	4,22	75,96
S3 - S4	10	15	4,22	63,30
S4 - S5	10	13	4,22	54,86

$\phi$ (mm)	Nº de estribos	Comp. total (m)	Peso (kg)
5.0	0	0	0
6.3	0	0	0
8.0	0	0	0
10.0	57	240,54	148,41
12.5	0	0	0
16.0	0	0	0
20.0	0	0	0
22.0	0	0	0
25.0	0	0	0

### 20.7 ELU-T - Armadura Longitudinal por longarina

Seção	Local	$\phi$ (mm)	Nº de Barras	Comp. Unitário (m)	Comp. Total (m)
S1-S2	Mesa sup.	12,5	2	3,00	6,00
	alma	16	5		15,00
	Mesa inf.	16	3		9,00
S2 - S3	Mesa sup.	12,5	3	4,00	12,00
	alma	16	5		20,00
	Mesa inf.	16	6		24,00
S3 - S4	Mesa sup.	12,5	3	4,00	12,00
	alma	16	4		16,00

	Mesa inf.	16	5		20,00
S4 - S5	Mesa sup.	12,5	2	4,00	8,00
	alma	16	4		16,00
	Mesa inf.	16	5		20,00

$\phi$ (mm)	Nº de barras	Comp. Total (m)	Peso (kg)
5.0	0	0	0
6.3	0	0	0
8.0	0	0	0
10.0	0	0	0,00
12.5	10	38	36,594
16.0	37	140,00	220,92
20.0	0	0	0
22.0	0	0	0
25.0	0	0	0

#### 20.8 Consumo de aço para meia longarina

	$\phi$ (mm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Armadura Passiva	5.0	0	0
	6.3	0	0
	8.0	0	0
	10.0	768,96	474,45
	12.5	38,00	36,594
	16.0	140,00	220,92
	20.0	115,50	285
	22.0	0	0
	25.0	0	0
	Total		1016,79
Armadura Ativa	12,7	1080,00	855,36
Consumo de concreto (m <sup>3</sup> )	110,84		277087,50

#### 20.9 Consumo de aço total de aço em UMA longarina

	$\phi$ (mm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Armadura Passiva	5.0	0	0
	6.3	0	0
	8.0	0	0
	10.0	1537,92	948,90
	12.5	76,00	73,188
	16.0	280,00	441,84
	20.0	231	570
	22.0	0	0
	25.0	0	0
	Total		2033,57
Armadura Ativa (m)	12,7	2160,00	1710,72
Consumo de concreto (m <sup>3</sup> )	221,67		554175,00

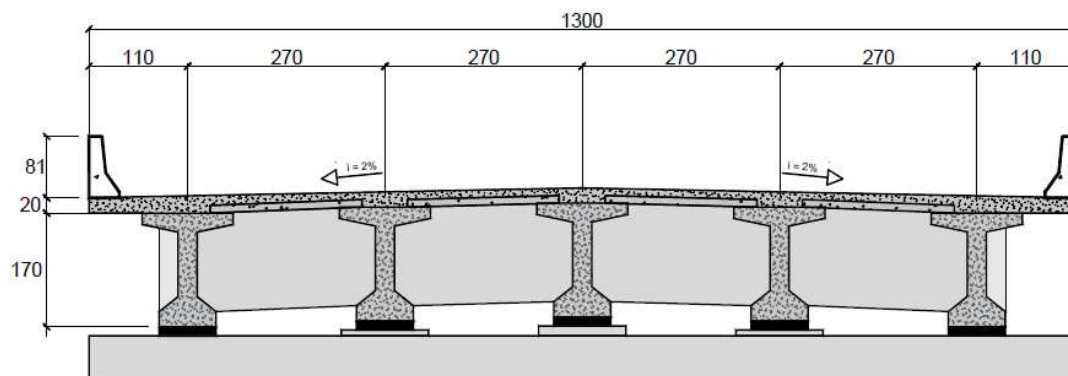
## 20.10 Consumo de aço total de aço nas longarina 5 longarinas

	$\phi$ (mm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Armadura Passiva	5.0	0	0
	6.3	0	0
	8.0	0	0
	10.0	7689,6	4744,48
	12.5	380	365,94
	16.0	1400	2209,2
	20.0	1155	2848
	22.0	0	0
	25.0	0	0
	Total		
Armadura Ativa (m)	210,0	10800,00	8553,60
Consumo de concreto (m <sup>3</sup> )	221,67		554175,00

# **APÊNDICE B**

**Planilha de  
dimensionamento da laje e  
da pré laje - ponte com  
longarina pré-moldada  
protendida**

O apêndice B contém a planilha de dimensionamento referente a laje e as pré-lajes da ponte apresentada no Apêndice A. A laje em questão foi adotada com uma espessura constante de 20 cm, enquanto que as pré-lajes foram consideradas com uma espessura de 7 cm. A seção transversal da ponte é apresentada na Figura B.1.



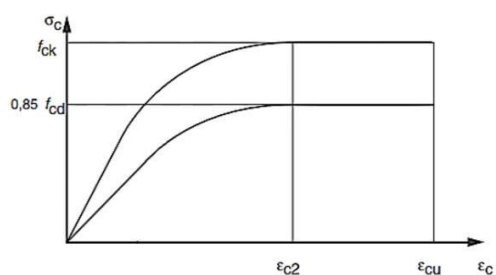
Dimensões em centímetros

**Figura B.1 - Seção transversal da ponte exemplificada**

## 1. Propriedades dos materiais

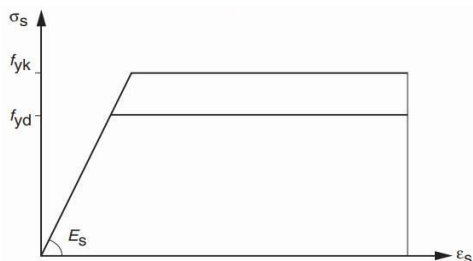
### 1.1 Concreto

ABNT NBR 6118:2014	CAAmbiental	CAA III
Itens: 6.4; 7.4 e 8.2, 17.3	fck (MPa)	35
$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3}$ $f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m}$ $f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m}$ $E_{ci} = \alpha_E \cdot 5600 \sqrt{f_{ck}}$ $\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0$ $\alpha_E = 1,0$ para granito e gnaisse $\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$ Para $f_{ck} \leq 50$ MPa: $n=2$	fctm (MPa)	3,21
	fctk,inf (MPa)	2,247
	fctk,sup (MPa)	4,173
	$\alpha_E$ (agregado)	1,00
	Eci (GPa)	33,13
	$\alpha_i$	0,9
	Ecs (GPa)	29,40
	ec2	0,20%
	ecu	0,35%



### 1.2 Aço Arm. Passiva

ABNT NBR 6118:2014	CA-50	
Itens: 8.3	fyk (MPa)	500
ABNT NBR 7480:2007	Es (GPa)	210
$\alpha = \frac{E_s}{E_{ci}}$	$\alpha_s$	6,34
	CA-60	
	fyk (MPa)	600
	Es (GPa)	210



## 2 Dimensões da Laje

Tabela 7.2 NBR 6118:2014

Cobrimento (CAAI)	c (m)	0,025
-------------------	-------	-------

### 2.1 Laje central

Espessura total laje	$t_{\text{laje}}$ (m)	0,2
Espessura no apoio	$t_{\text{apoio}}$ (m)	0,45
Vão livre	$L_{\text{vão}}$ (m)	1,5
Vão teórico	$L_{\text{vão,t}}$ (m)	1,62

Item 14.6.2.4 NBR 6118:2014

$$\ell_{\text{ef}} = \ell_0 + a_1 + a_2$$

$$a_1 \text{ e } a_2 \leq \frac{b_{\text{apoio}}}{2} \text{ ou } 0,3t_{\text{laje}}$$

### 2.2 Laje balanço

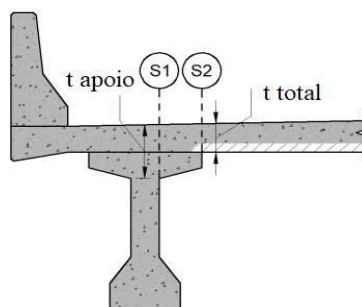
Espessura total	$t_{\text{bal}}$ (m)	0,2
Vão livre	$L_{\text{bal}}$ (m)	0,5
Vão teórico	$L_{\text{bal,t}}$ (m)	0,56

### 2.3 Defesa

Altura defesa	h def (m)	0,87
---------------	-----------	------

### 2.4 Pré-lajes

Mesa sup. Longarina	$b_{\text{sup}}$ (m)	1,2
Espessura pré-laje	$t_{\text{prel}}$ (m)	0,07
Largura pré-laje	$b_{w,\text{prel}}$ (m)	0,5
Vão livre pré-laje	$L_{\text{prel}}$ (m)	1,50
Vão teórico pré-laje	$L_{\text{prel,t}}$ (m)	1,57



### 3 Esforços solicitantes

#### 3.1 Coeficiente de impacto

ABNT NBR 7188:2013

$$CI = CIV \cdot CNF \cdot CIA$$

$$CIV = \begin{cases} 1,35 & \text{se } L \leq 10,0m \\ 1 + 1,06 \left( \frac{20}{L + 50} \right) & \text{se } 10 < L \leq 200m \end{cases}$$

$$CNF = 1 - 0,05(n - 2) \geq 0,9$$

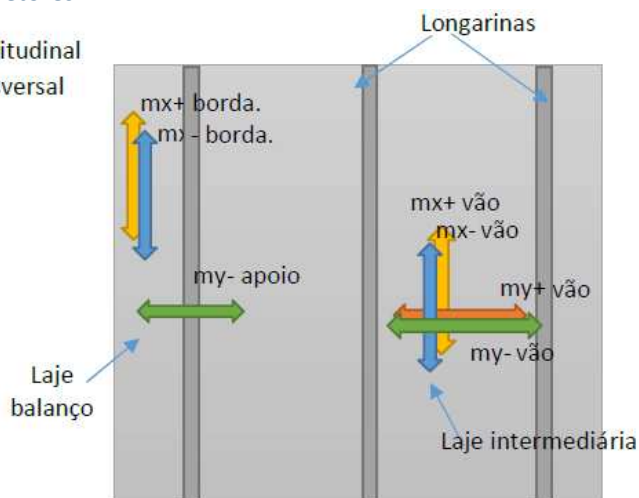
$$CIA = \begin{cases} 1,25, & \text{para obras em concreto ou mistas} \\ 1,15, & \text{para obras em aço} \end{cases}$$

Vão da ponte	L (m)	30
Número de faixas	n	2
Coef. Impacto Vertical	CIV	1,27
Coef. Número de faixas	CNF	1
Considerar CIA?	CIA	<b>não</b>
Coef. Impacto Adicional	CIA	1
Coef. Impacto	CI	1,27

#### 3.2 Momentos fletores

x - direção longitudinal

y - direção transversal



#### 3.3 Seção laje centro do vão

Mpp centro vão	$M+_{y,v\tilde{a}o}$	Mgy (kNm/m)	3,91
	$M+_{x,v\tilde{a}o}$	Mgx (kNm/m)	7,23

Consideração do CI		Sem CI	Com CI	
M carga móvel no centro do vão	$M+_{y,v\tilde{a}o}$	Mqy+ (kNm/m)	24,83	31,41
	$M-_{y,v\tilde{a}o}$	Mqy- (kNm/m)	-22,30	-28,21
M carga móvel no centro do vão	$M+_{x,v\tilde{a}o}$	Mqx+ (kNm/m)	16,64	21,05
	$M-_{x,v\tilde{a}o}$	Mqx- (kNm/m)	-4,65	-5,88

### 3.4 Seção apoio laje em balanço

ABNT NBR 7187:2013 Item 5.2.3

Mpp apoio	$M^-_{y,apoio}$	Mgy (kNm/m)	-8,46
-----------	-----------------	-------------	-------

Consideração do CI		Sem CI	Com CI
M carga móv. Apoio		Mqy+ (kNm/m)	2,01
	$M^-_{y,apoio}$	Mqy- (kNm/m)	-32,42

M impacto na defesa (efeito no apoio)	Fimp (kN)	100,00
	himp (m)	0,97
	Midy (kNm/m)	-39,75

### 3.5 Seção extremidade da laje

Mpp borda	$M^+_{x,borda}$	Mgx (kNm/m)	6,67
-----------	-----------------	-------------	------

Consideração do CI		Sem CI	Com CI
M carga móv. Borda	$M^+_{x,borda}$	Mqx+ (kNm/m)	16,79
	$M^-_{x,borda}$	Mqx- (kNm/m)	-7,21

### 3.6 Força cortante

V permanente S1	Vg1 (kN/m)	27,2967
V permanente S2	Vg2 (kN/m)	7,0435

Consideração do CI		Sem CI	Com CI
V variável S1	Vq1+ (kN/m)	19,7253	25,0
V variável S2	Vq2+ (kN/m)	25,367	32,1

### 3.7 Pré-laje

Sobrecarga utilização	$q_{util.}$ (kN/m <sup>2</sup> )	2,0
Espessura pré-laje	t prel (m)	0,07
Largura pré-laje	bw,prel (m)	0,5
Vão teórico	Lprel,t (m)	1,57
Espessura Laje	t laje (m)	0,2
Peso Cocreto fresco	$\gamma_{concr.}$ (kN/m <sup>3</sup> )	25
Peso próprio	$g_{pp}$ (kN/m)	0,88
Concreto fresco	gcf (kN/m)	1,63
Sobrecarga utilização	$q_{util.}$ (kN/m)	1,00
Momento Peso próprio	$M_{pp}$ (kNm)	0,27
Momento Concr. Fresco	$M_{cf}$ (kNm)	0,50
Momento q utilização	$M_{util}$ (kNm)	0,31
Cortante Peso próprio	$V_{pp}$ (kNm)	0,69
Cortante Concr. Fresco	$V_{cf}$ (kNm)	1,28
Cortante q utilização	$V_{util}$ (kNm)	0,79

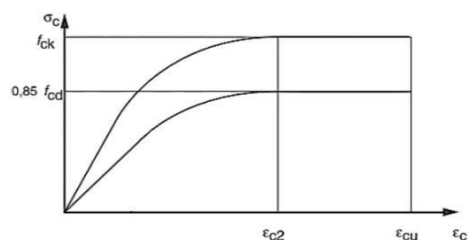
## 4 Dimensionamento Armaduras ELU

### 4.1 Dados

### 4.2 Preparação dos dados dos materiais

#### 4.2.1 Concreto

NBR 6118:2014	f <sub>ck</sub> (MPa)	35
Tabela 12.1 NBR	γ <sub>c</sub>	1,4
Resistência concreto	f <sub>cd</sub> (MPa)	25
Deformações limites do concreto	ε <sub>c2</sub>	0,20%
	ε <sub>cu</sub>	0,35%



$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad \text{Para } f_{ck} \leq 50 \text{ MPa: } n=2$$

#### 4.2.2 Armadura Passiva

NBR 6118:2014	f <sub>yk</sub>	500
Tabela 12.1 NBR	γ <sub>s</sub>	1,15
Res. Cálculo	f <sub>yd</sub>	435
Módulo Elast.	E <sub>s</sub> (MPa)	210
Deformações limites	ε <sub>yd</sub>	0,207%
	ε <sub>su</sub>	1,00%

### 4.3 Combinação Normal Última

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} G_i + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{0j} Q_j$$

Tab.2 NBR 8681:03	γ <sub>g</sub> (desfavorável)	1,35
Tab.2 NBR 8681:03	γ <sub>g</sub> (favorável)	1
Tab.5 NBR 8681:03	γ <sub>q</sub>	1,5

### 4.4 Combinação Excepcional

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + F_{Q,exc} + \gamma_q \sum_{j=1}^n \psi_{0j,ef} F_{Qj,k}$$

Tab.2 NBR 8681:03	γ <sub>g</sub>	1,1
Tab.5 NBR 8681:03	γ <sub>q</sub>	1
Tab.5 NBR 8681:03	ψ <sub>0,ef</sub>	0,7

Armadura positiva

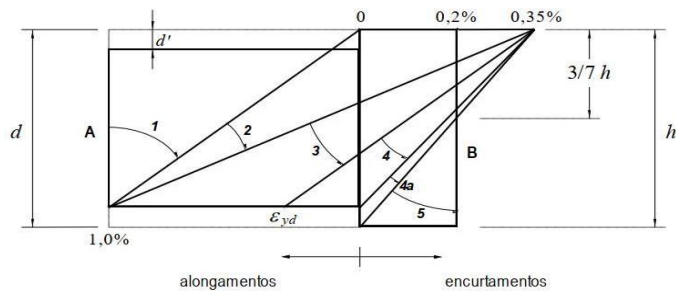
### 4.5 Dados da seção

	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Mom. Carga Perm.	M <sub>g</sub> (kNm/m)	3,91	7,23	3,91	7,23	-8,46	6,67	6,67
Mom. Carga Variável	M <sub>q+</sub> (kNm/m)	31,41	21,05				21,24	
Mom. Carga Variável	M <sub>q-</sub> (kNm/m)			-28,21	-5,88	-32,42		-9,12
Mom. Impacto Defesa	M <sub>q,imp.</sub> (kNm/m)					-39,75		
Msd (valor absoluto)	Msd	<b>52,39</b>	<b>41,33</b>	<b>38,40</b>	<b>1,59</b>	<b>71,75</b>	<b>40,86</b>	<b>7,02</b>
Largura faixa laje	b <sub>w</sub> (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
Espessura laje	t laje (m)	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20	0,20
Cobrimento	c (m)	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
Espessura pré-laje	t prel (m)	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07	0,07
Altura armadura	d' (m)	0,032	0,102	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032
Altura útil laje	d (m)	0,17	0,10	0,17	0,17	0,17	0,17	0,17

#### 4.6 Cálculo da armadura

$$M_{sd} = R_{cc} \cdot z = 0,8x \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot \sigma_{cd} (d - 0,4x)$$

$$R_{cc} = R_{st}$$



	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Linha neutra	x (m) ( <b>supor</b> )	0,021	0,028	0,017	0,003	0,027	0,018	0,003
Verificação	x/d	0,127	0,286	0,103	0,019	0,160	0,106	0,015
Domínio 2 ou 3	Domínio	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>2</b>
Deformação As	$\epsilon_{ys}$	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	0,010	1,010
Deform. Concreto	$\epsilon_c$	0,0015	0,0040	0,0011	0,0002	0,0019	0,0012	0,0153
Tensão Concreto	$\sigma_{cd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	19653	21250	17342	3837	21205	17775	21250
Braço de alavanca As	z (m)	0,16	0,09	0,16	0,17	0,16	0,16	0,17
Resultante compressão	R <sub>ccd</sub> (kN)	334,8	477,1	239,0	9,6	456,6	254,3	42,5
Momento resistente	M <sub>rd</sub>	53,4	41,4	38,5	1,6	71,8	40,9	7,1
Verificação	M <sub>rd</sub> >= M <sub>sd</sub>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>	<b>Ok</b>

##### 4.6.1 Cálculo da armadura

	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Result. de As necess.	R <sub>st</sub> (kN)	334,8	477,1	239,0	9,6	456,6	254,3	42,5
Tensão da As	$\sigma_{st}$ (kN/m <sup>2</sup> )	434783	434783	434783	434783	434783	434783	434783
Área necessária	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> /m)	7,7	11,0	5,5	0,2	10,5	5,8	1,0

##### 4.6.2 Armadura Mínima

ABNT NBR 6118:2014	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Tabela 17.3 e 19.1	$\rho_{\min}$	0,164	0,164	0,164	0,164	0,164	0,164	0,164
	$\rho_s$	0,110	0,110	0,110	0,110	0,164	0,110	0,110
	A <sub>s,min</sub> (cm <sup>2</sup> /m)	2,20	2,20	2,20	2,20	3,28	2,20	2,20

##### 4.6.3 Armadura Adotada

	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Armadura Necessária	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> )	<b>7,7</b>	<b>11,0</b>	<b>5,5</b>	<b>2,2</b>	<b>10,5</b>	<b>5,8</b>	<b>2,2</b>
Bitola Adotada	$\phi$ (mm)	<b>12,5</b>	<b>12,5</b>	<b>12,5</b>	<b>12,5</b>	<b>12,5</b>	<b>12,5</b>	<b>12,5</b>
Espaçamento calculado	s (máximo)	<b>15,5</b>	<b>11,0</b>	<b>20,0</b>	<b>20,0</b>	<b>11,5</b>	<b>20,0</b>	<b>20,0</b>
Espaçamento adotado	s (adot)	<b>7,2</b>	<b>9,2</b>	<b>7,2</b>	<b>16,6</b>	<b>11,4</b>	<b>14,7</b>	<b>14,7</b>
Verificação espaçamento adotado		<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>	<b>OK</b>
Armadura adotada	A <sub>s,efet</sub> (cm <sup>2</sup> /m)	<b>17,0</b>	<b>13,4</b>	<b>17,0</b>	<b>7,4</b>	<b>10,8</b>	<b>8,4</b>	<b>8,4</b>
	Nº de barras por m	<b>13,8</b>	<b>10,9</b>	<b>13,8</b>	<b>6,0</b>	<b>8,8</b>	<b>6,8</b>	<b>6,8</b>

## 5 Verificação da força cortante

### 5.1 Dados Concreto

Resis. Tração Concreto	fctk,inf (MPa)	2,25
Tabela 12.1 NBR 6118	$\gamma_c$	1,4

### 5.2 Combinação Normal Última

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} G_i + \gamma_{q1} Q_1 + \sum_{j=2}^n \gamma_{qj} \psi_{oj} Q_j$$

Tab.2 NBR 8681:03	$\gamma_g$	1,35
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q$	1,5

### 5.3 Dados seção

	Seção	Seção 1	Seção 2
Cortante Carga Perm.	Vg (kN/m)	27,3	7,0
Cortante Carga Var.	Vq+ (kN/m)	25,0	32,1
Largura faixa Laje	b <sub>w</sub> (m)	1	1
Espessura Laje	t (laje)	0,45	0,2
Altura útil laje	d (m)	0,36	0,17
Armadura flexão	A <sub>s</sub> (cm <sup>2</sup> /m)	16,98	16,98

### 5.4 Verificação

Item 19.4 da ABNT NBR 6118:2014

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d}, \text{ não maior que } |0,02|$$

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_c$$

$$k = |1,6 - d|$$

	Seção	Seção 1	Seção 2
Cortante Solic. Cálculo	V <sub>sd</sub> (kN/m)	<b>74,3</b>	<b>57,6</b>
Tensão Cis. Resistente	$\tau_{rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	401,2	401,2
Taxa armadura flexão	$\rho_1$ (m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )	0,0047	0,0101
Coeficiente item 19.4	k	1,24	1,43
Contante Resist. Cálculo	V <sub>rd1</sub> (kN/m)	<b>248,7</b>	<b>154,9</b>
V <sub>rd1</sub> ≥ V <sub>sd</sub>	Verificação	<b>OK</b>	<b>OK</b>

## 6 Verificação Fadiga na Laje

### 6.1 Dados Fadiga

ABNT NBR

6118:2014Item

23.5

Combinação Frequente

$$F_{d,ser} = \sum_{i=1}^m F_{qik} + \Psi_1 F_{q1k} + \sum_{j=2}^n \Psi_{2j} F_{qjk}$$

Tab.7 NBR 8681:2003	$\Psi_1$	0,8
Item 23.5.3	$\gamma_c$	1,4
	$\gamma_f$	1,0
Tabela 23.2	$\Delta f_{sd,fad}$ (MPa)	190,0
Item 23.5.3	$\alpha_s$	10,0
Item 23.5.4.1	$f_{cd,fad}$ (MPa)	11,25

### 6.2 Fadiga

Armadura ABNT

NBR 6118:2014

Item 23.5.3

$$\gamma_f \cdot \Delta \sigma_s \leq \Delta f_{ds,fad}$$

Verificação no Estádio II (Seção Fissurada) Cavalcante (2019) Cap. 3, pág 81

$$x_{II} = \frac{-\alpha_e A_{s,ef} + \sqrt{(\alpha_e A_{s,ef})^2 + 2b_w \alpha_e A_{s,ef} d}}{b_w}$$

$$I_{II} = \frac{b_w x_{II}^3}{3} + \alpha_e A_{s,ef} (d - x_{II})^2$$

$$\Delta \sigma_s = \alpha_s \cdot f_1 \frac{\Delta M_q \cdot (d - x_{II})}{I_{II}}$$

	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Armadura flexão	As (m <sup>2</sup> /m)	1,70E-03	1,34E-03	1,70E-03	7,38E-04	1,08E-03	8,36E-04	8,36E-04
Altura útil	d (m)	0,168	0,098	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168
Largura de referência	b <sub>w</sub> (m)	1	1	1	1	1	1	1
Linha Neutra Estádio II	x <sub>II</sub> (m)	0,060	0,040	0,060	0,043	0,050	0,045	0,045
Inércia Estádio II	I <sub>II</sub> (m <sup>4</sup> )	2,70E-04	6,63E-05	2,70E-04	1,42E-04	1,92E-04	1,57E-04	1,57E-04
Momento C. Perman.	M <sub>g</sub> (kNm/m)	3,91	7,23	3,91	7,23	-8,46	6,67	6,67
Momento Máximo	M <sub>q+</sub> (kNm/m)	31,41	21,05	31,41	21,05	2,01	21,24	21,24
Momento Mínimo	M <sub>q-</sub> (kNm/m)	-28,21	-5,88	-28,21	-5,88	-32,42	-9,12	-9,12
Var. Tensão As	$\gamma_f \Delta \sigma_s$ (MPa)	189,99	189,99	189,99	189,99	169,23	189,99	189,99
Verificação	Fadiga As	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK

### 6.3 Fadiga Concreto

ABNT NBR 6118:2014 Item 23.5.4

$$f_{cd,fad} = 0,45 f_{cd}$$

$$\eta_c \cdot \gamma_f \cdot \sigma_{c,m\acute{a}x} \leq f_{cd,fad} \quad \eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5(|\sigma_{c1}|/|\sigma_{c2}|)}$$

Cálculo das tensões no concreto, no Estádio I

$$\sigma_{c,m\acute{a}x} = \frac{(M_g + \sum F_1 \cdot M_{q,m\acute{a}x}) \cdot x_{II}}{I_{II}}$$

$\sigma_{c1}$  - Tensão de compressão na LN (menor valor a menos de 30cm da borda sup.)

$\sigma_{c1}$  - Tensão de compressão na borda superior da laje (maior valor a menos de 30cm da borda sup.)

	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Tensões no concreto para a Combinação Frequente	$\sigma_{c1}$ (MPa)	0	0	0	0	0	0	0
	$\sigma_{c2}$ (MPa)	-6,50	-14,35	-6,50	-7,29	1,80	-6,83	-6,83
	$\sigma_{c,m\acute{a}x}$ (MPa)	-6,50	-14,35	-6,50	-7,29	0,00	-6,83	-6,83
Coef. Ajuste.	$\eta_c$	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
Verificação	$\eta_c \gamma_f  \sigma_{c,m\acute{a}x} $	4,3	9,6	4,3	4,9	0,0	4,6	4,6
	Fadiga $\sigma_c$	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK

## 7 Verificação Abertura da fissuras

### 7.1 Dados

	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Linha Neutra Estádio II	$x_{II}$ (m)	0,060	0,040	0,060	0,043	0,050	0,045	0,045
Inércia Estádio II	$I_{II}$ (m <sup>4</sup> )	2,7E-04	6,6E-05	2,7E-04	1,4E-04	1,9E-04	1,6E-04	1,6E-04
Momento C. Perman.	$M_g$ (kNm/m)	3,9	7,2	3,9	7,2	-8,5	6,7	6,7
Momento C. Móvel	$M_q$ (kNm/m)	31,4	21,0	-28,2	-5,9	-32,4	21,2	-9,1
Bitola armadura	$\phi$ (mm)	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5	12,5
Armadura flexão	$A_{s,efet}$ (cm <sup>2</sup> /m)	16,98	13,37	16,98		10,76	8,36	8,36
Item 9.3.2 NBR 6118	$\eta_1$	2,25	2,25	2,25	2,25	2,25	2,25	2,25
Cobrimento	$c$ (m)	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
Altura útil	$d$ (m)	0,168	0,098	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168
Lagura faixa laje	$b_w$ (m)	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Resis. tração concreto	$f_{ctm}$ (MPa)	3,21	3,21	3,21	3,21	3,21	3,21	3,21
Módulo Armadura	$E_s$ (GPa)	210	210	210	210	210	210	210

Combinação Frequente

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + \psi_1 F_{Q_{1,k}} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Q_{j,k}}$$

Tab.6 NBR 8681:2003	$\psi_1$	0,5
---------------------	----------	-----

### 7.2 Cálculo da abertura de fissuras

ABNT NBR 6118:2014

Item 17.3.3.2

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \frac{3\sigma_{si}}{f_{ctm}}$$

$$w_k = \frac{\phi_i}{12,5\eta_1} \frac{\sigma_{si}}{E_{si}} \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

$$\sigma_{si} = \alpha_s \cdot \frac{(M_g + \psi_1 M_q) \cdot (d - x_{II})}{I_{II}}$$

	Seção	Vão y (+)	Vão x (+)	Vão y (-)	Vão x (-)	Eng.bal. y (-)	Borda x (+)	Borda x (-)
Item 17.3.3.2: $E_s/E_c$	$\alpha_s$	15	15	15	15	15	15	15
Tensão Amadura	$\sigma_{si}$ (kN/m <sup>2</sup> )	117192	234867	60924	56751	227310	202851	24735
Área a 7,5 $\phi$ de As	Ac <sub>ri</sub> (m <sup>2</sup> )	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125
Taxa de As em Ac <sub>ri</sub>	$\rho_{ri}$ (m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )	0,0136	0,0107	0,0136	0,0059	0,0086	0,0067	0,0067
Fissur. não sistemática	$w_{k1}$ (mm)	0,03	0,11	0,01	0,01	0,10	0,08	0,00
Fissuração sistemática	$w_{k2}$ (mm)	0,08	0,21	0,04	0,09	0,25	0,28	0,03
Tab.13.4 NBR 6118/14	$w_{k,lim}$ (mm)	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3	0,3
Menor entre $w_{k1}$ e $w_{k2}$	Verificação	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK

## 8 Dimensionamento Armaduras ELU - Pré-laje

### 8.1 Dados

#### 8.2 Preparação dos dados dos materiais

##### 8.2.1 Concreto

NBR 6118:2014	fck (MPa)	35
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_c$	1,4
Resistência concreto	fcd (MPa)	25
Deformações limites do concreto	ec2	0,20%
	ecu	0,35%

##### 8.2.2 Armadura Passiva

NBR 6118:2014	fyk	500
Tabela 12.1 NBR	$\gamma_s$	1,15
Res. Cálculo	fyd	435
Módulo Elast.	Es (MPa)	210
Deformações limites	$\epsilon_{yd}$	0,207%
	$\epsilon_{su}$	1,00%

### 8.3 Combinação Normal Última - Construção

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \right]$$

Tab.2 NBR 8681:03	$\gamma_g$	1,25
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q$	1,3

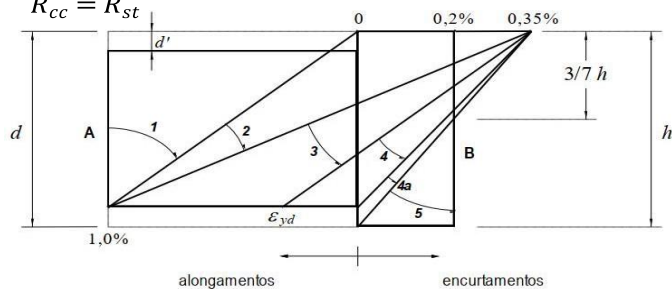
### 8.4 Dados da seção

Momento Peso próprio	Mpp (kNm)	0,27
Momento Concr. Fresco	Mcf (kNm)	0,50
Momento q utilização	Mutil (kNm)	0,31
Momento de Cálculo	Msd (kNm)	<b>1,39</b>
Largura pré-laje	bw,prel (m)	0,50
Espessura pré-laje	t prel (m)	0,07
Cobrimento	c (m)	0,025
Altura armadura	d' (m)	0,031
Altura útil laje	d (m)	0,039

### 8.5 Verificação da Resultante de Compressão

$$M_{sd} = R_{cc} \cdot z = 0,8x \cdot b_w \cdot 0,85 \cdot \sigma_{cd} (d - 0,4x)$$

$$R_{cc} = R_{st}$$



Domínio 3	$x/d$ limite	0,45
Linha Neutra máxima	$x$ (m)	0,017
Deformação As	$\epsilon_{ys}$	0,010
4.6 Cálculo da armadura	$\epsilon_c$	0,0082
Tensão Concreto	$\sigma_{cd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	21250
Braço de alavanca As	$z$ (m)	0,032
Resultante compressão	$R_{ccd}$ (kN)	148,2
Momento resistente	$M_{rd}$	<b>4,7</b>
Verificação	$M_{rd} \geq M_{sd}$	<b>OK</b>

#### 8.6 Verificação da armadura

Result. de As necess.	$R_{st}$ (kN)	148,2
Tensão da As	$\sigma_{st}$ (kN/m <sup>2</sup> )	434783
Área necessária	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	3,41
As existente	$A_{s,exist}$ (cm <sup>2</sup> )	8,49
$A_s \geq A_{s,exist}$	Verificação	<b>OK</b>

## 9 Verificação da força cortante - Pré-laje

### 9.1 Dados Concreto

Resis. Tração Concreto	$f_{ctk,inf}$ (MPa)	2,25
Tabela 12.1 NBR 6118	$\gamma_c$	1,4

### 9.2 Combinação Normal Última - Construção

$$F_d = \sum_{i=1}^m \gamma_{gi} F_{Gi,k} + \gamma_q \left[ F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n \psi_{0j,ef} F_{Qj,k} \right]$$

Tab.2 NBR 8681:03	$\gamma_g$	1,25
Tab.5 NBR 8681:03	$\gamma_q$	1,3

### 9.3 Dados seção

Cortante Peso próprio	$V_{pp}$ (kNm)	0,686875
Cortante Concr. Fresco	$V_{cf}$ (kNm)	1,28
Cortante q utilização	$V_{util}$ (kNm)	0,785
Largura Pré-Laje	$b_{w,prel}$ (m)	0,5
Espessura Pré-Laje	$t_{prel}$	0,07
Altura útil Pré-Laje	$d$ (m)	0,04
Armadura flexão	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	8,49

### 9.4 Verificação

Item 19.4 da ABNT NBR 6118:2014

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} k (1,2 + 40 \rho_1) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd1}$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = f_{ctk,inf} / \gamma_c$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w d}, \text{ não maior que } 0,02$$

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_c$$

$$k = |1,6 - d|$$

Cortante Solic. Cálculo	$V_{sd}$ (kN)	<b>3,5</b>
Tensão Cis. Resistente	$\tau_{rd}$ (kN/m <sup>2</sup> )	401,2
Taxa armadura flexão	$\rho_1$ (m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )	0,0438
Coefficiente item 19.4	$k$	1,56
Contante Resist. Cálculo	$V_{rd1}$ (kN)	<b>35,8</b>
$V_{rd1} \geq V_{sd}$	Verificação	<b>OK</b>

## 10 Verificação Abertura da fissuras Pré-laje

### 10.1 Dados

Momento Peso próprio	M <sub>pp</sub> (kNm)	0,27
Momento Concr. Fresco	M <sub>cf</sub> (kNm)	0,50
Momento q utilização	M <sub>util</sub> (kNm)	0,31
Espessura pré-laje	t <sub>prel</sub> (m)	0,07
Altura útil	d (m)	0,039
Lagura faixa laje	b <sub>w</sub> (m)	0,5
Item 9.3.2 NBR 6118	η <sub>1</sub>	2,25
Cobrimento	c (m)	0,025
Armadura flexão	A <sub>s</sub>	8,49
Bitola armadura	φ (mm)	12,5
Resis. tração concreto	f <sub>ctm</sub> (MPa)	3,21
Módulo Armadura	E <sub>s</sub> (GPa)	210

Combinação Frequente

$$F_{d,uti} = \sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + \psi_1 F_{Q_{1,k}} + \sum_{j=2}^n \psi_{2j} F_{Q_{j,k}}$$

Tab.6 NBR 8681:2003	ψ <sub>1</sub>	0,5
---------------------	----------------	-----

### 10.2 Cálculo da abertura de fissuras

ABNT NBR 6118:2014

Item 17.3.3.2

$$w_k = \frac{\phi_i \sigma_{si} 3\sigma_{si}}{12,5\eta_1 E_{si} f_{ctm}}$$

$$w_k = \frac{\phi_i \sigma_{si}}{12,5\eta_1 E_{si}} \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right)$$

$$\sigma_{si} = \alpha_s \cdot \frac{(M_g + \psi_1 M_q) \cdot (d - x_{II})}{I_{II}}$$

Verificação no Estádio II (Seção Fissurada)

Cavalcante (2019) Cap. 3, pág 81

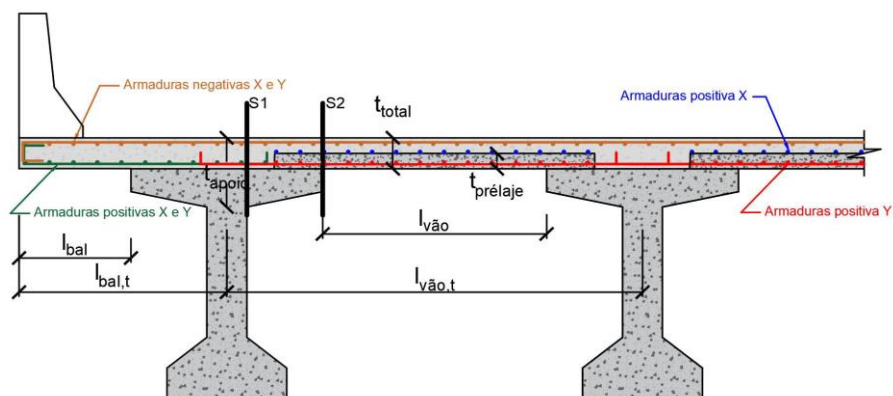
$$x_{II} = \frac{-\alpha_e A_{s,ef} + \sqrt{(\alpha_e A_{s,ef})^2 + 2b_w \alpha_e A_{s,ef} d}}{b_w}$$

$$I_{II} = \frac{b_w x_{II}^3}{3} + \alpha_e A_{s,ef} (d - x_{II})^2$$

Item 17.3.3.2: Es/Ec	α <sub>s</sub>	15
Linha Neutra Estadio II	x <sub>II</sub> (m)	0,026
Inércia Estádio II	I <sub>II</sub> (m <sup>4</sup> )	5,0E-06
Tensão Amadura	σ <sub>si</sub> (kN/m <sup>2</sup> )	36094
Área a 7,5φ de A <sub>s</sub>	A <sub>cri</sub> (m <sup>2</sup> )	0,022
Taxa de A <sub>s</sub> em Acri	ρ <sub>ri</sub> (m <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )	0,038
Fissur. não sistemática	w <sub>k1</sub> (mm)	0,00
Fissuração sistemática	w <sub>k2</sub> (mm)	0,01
Tab.13.4 NBR 6118/14	w <sub>k,lim</sub> (mm)	0,3
Menor entre w <sub>k1</sub> e w <sub>k2</sub>	Verificação	OK

## 10 Consumo de Material

### 10.1 Dados da Seção Transversal



L tabuleiro (m)	13
Vão (m)	30
t <sub>total</sub> (cm)	20
t <sub>prélaje</sub> (cm)	8
tw alma (cm)	30
Nº Longarinas	5
l <sub>bal,t</sub> (cm)	110
Mesa sup. (cm)	120
l <sub>bal</sub> (cm)	50
l <sub>vão,t</sub> (cm)	270
l <sub>vão</sub> (cm)	150

### 10.1 Laje-ELU-M

Seção	φ (mm)	Comprimento unit. (m)	Nº barras	Comprimento total (m)
Vão y (+)	12,5	14,41	417	6008,97
Vão x (+)	12,5	36,63	105	3846,15
Vão y (-)	12,5	11,88	417	4953,96
Vão x (-)	12,5	36,63	64	2344,32
Eng.bal. y (-)	12,5	2,59	265	685,03
Borda x (+)	12,5	36,63	18	659,34
Borda x (-)	12,5	36,63	18	659,34
Pré-laje				

	φ (mm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Armadura Negativa	8,0	0	0
	10,0	0	0
	12,5	8642,645	8322,86714
	16,0	0	0
	20,0	0	0
	22,0	0	0
	25,0	0	0
Total			8322,87

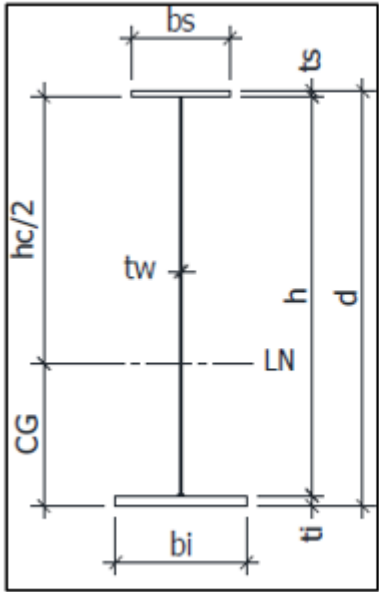
	$\phi$ (mm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Armadura Positiva	8,0	0	0
	10,0	0	0
	12,5	10514,46	10125,425
	16,0	0	0
	20,0	0	0
	22,0	0	0
	25,0	0	0
	Total		

	$\phi$ (mm)	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Armadura Passiva	8,0	0	0
	10,0	0	0
	12,5	19157,11	18448,2921
	16,0	0	0
	20,0	0	0
	22,0	0	0
	25,0	0	0
	Total		
Consumo de concreto (m <sup>3</sup> )		78,00	195000,00

# **APÊNDICE C**

## **Planilha de dimensionamento e verificação das pontes mistas de aço e concreto**

O apêndice C contém a planilha de dimensionamento referente a ponte mista de aço e concreto, incluindo o dimensionamento das longarinas metálicas e da laje e pré-lajes. Nesse exemplo é apresentado o roteiro de cálculo de uma ponte com vão de 30 metros, com 5 longarinas metálicas espaçadas entre si 2,826 metros e balanço lateral de 0,848 metros. As dimensões do perfil são apresentadas na Figura C.1.

	Dimensão	Perfil 1	Perfil 2
	tw (mm):	12,5	12,5
d (mm):	1500	1500	
ts (mm):	22,4	22,4	
ti (mm):	31,5	31,5	
bs (mm):	460	460	
bi (mm):	570	460	
tw' (mm):	12,5	12,5	
ts' (mm):	22,4	22,4	
ti' (mm):	31,5	31,5	
h (mm):	1446	1446	

**Figura C.1 – Dimensão do perfil metálico adotado no exemplo**

## 1- CONSIDERAÇÕES INICIAIS

As células em verde corresponde aos parâmetros de entrada fornecidos pelo usuário. As células em azul são calculadas automaticamente.

### 1.1. Seção transversal

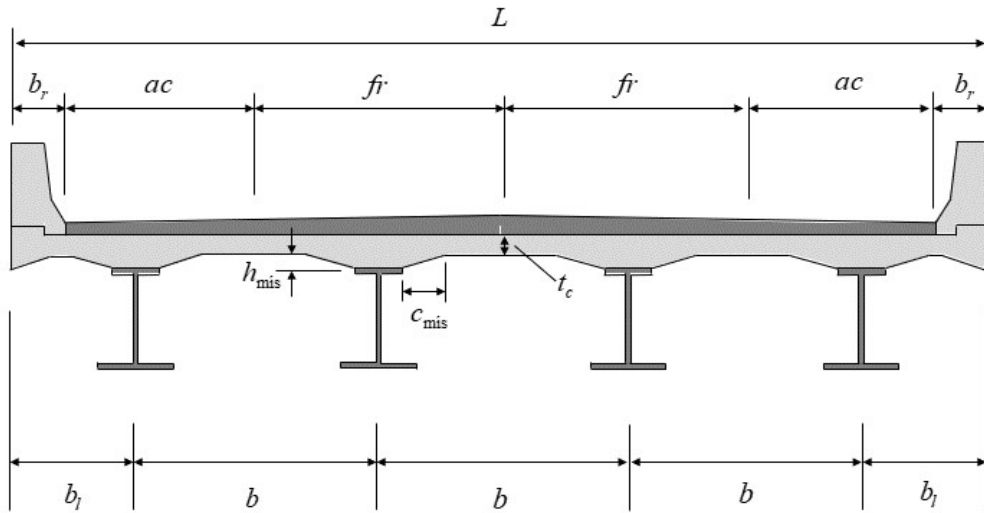


Figura 1 - Seção transversal

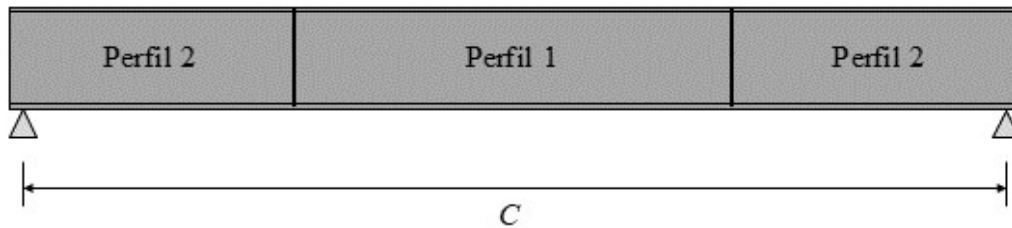
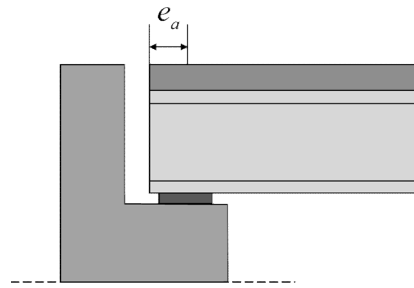


Figura 2 - Vista Longitudinal

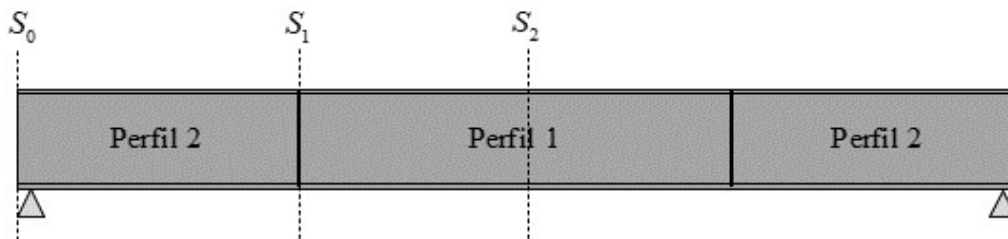
L (m):	30	Comprimento da ponte
nf:	2	Número de faixas
fr (m):	3,6	Largura da faixa de rolamento
ac (m):	2,5	Largura do acostamento
NL:	5	Número de longarinas
b (m):	2,826	Vão entre longarinas ( $1.1 \leq b \leq 4.9$ m ou $2.5 < b < 3$ m item 5.5.1 [1])
B (m):	13,0	Largura da ponte
bl (m):	0,848	Comprimento do balanço
bl/b	0,30	Relação entre o balanço (bl) e a distância entre longarinas (b)
tc (m):	0,225	Espessura laje $> (18;(S+3)/30;15)$ cm - AASHTO 9.7.1.1/NBR7187 9.1.1
er (m):	0,125	Espessura média do revestimento asfáltico
hpre(m):	0,075	Altura da pré laje de concreto
cmis (m):	0,35	Espessura mísica da pré-laje de concreto
Ab (m <sup>2</sup> ):	0,225	Área das barreiras do tipo New Jersey
lbr (m):	0,4	Largura das barreiras do tipo New Jersey

## 1.2. Aspectos do projeto



ea (m):	0,30
C (m):	29,4
Cmáx (m):	11,9

Distância entre o início da ponte e o centro do apoio  
 Vão efetivo  $C' = C - 2ea$  (NBR 16694 - 7.1)  
<sup>1</sup> Comprimento padrão das chapas ( $12 - 0.1 = 11.9$  m)



NT:	3
Qt P1:	1
Qt P2:	2
Lp1 (m):	11,90
Lp2 (m):	9,05

Número de trechos  
 Qt de perfil na longarina  
 Qt de perfil na longarina  
 Comprimento do perfil 1  
 Comprimento do perfil 2

Ne:	2
S1 (m):	8,75
S2 (m):	14,70
S3 (m):	20,65

Quantidade de emendas  
 Posição da emenda 1  
 Trecho contínuo  
 Posição da emenda 2

Ct1 (mm):	600
Ct2 (mm):	600

Comprimento das talas na região de emendas (S1)  
 Comprimento das talas na região de emendas (S2)

Amb:	C1
Proteção:	s
$\Delta$ esp (mm):	0

Classificação do ambiente atmosférico (ISO 9223)  
 (S) - perfis pintados / (N) perfis não-pintado  
 espessura

### - Durabilidade do concreto:

CAA:	II	Classe de agressividade ambiental
cl (mm):	25	Cobrimento lajes inferior
cl2 (mm):	25	Cobrimento face superior das lajes
cp (mm):	25	Cobrimento pré-laje superior e inferior

$\eta_0 = 7,5$  Coeficiente carga de curta duração  
 $\eta_f = 22,4$  Coeficiente carga de longa duração NBR 8800:2008 (item O.1.2.1)  
 $\eta_0 = \frac{E}{E_{cs}} \quad \eta_f = 3 \cdot \eta_0$

-Enrijecedores transversais intermediários:

Lb/5	Lb/4	Lb/3
1176	1470	1960

a1 (mm):	1960	Distância entre enrijecedores D0-D1 (Lb/5)
a2(mm):	1960	Distância entre enrijecedores D1-D2 (Lb/4)
a3 (mm):	1960	Distância entre enrijecedores D2-D3 (Lb/3)
eet (mm):	12,5	Espessura dos enrijecedores transversais
let (mm):	150	Largura dos enrijecedores transversais
te (mm):	22	Espessura dos enrijecedores de apoio
be (mm):	200	Largura dos enrijecedores de apoio

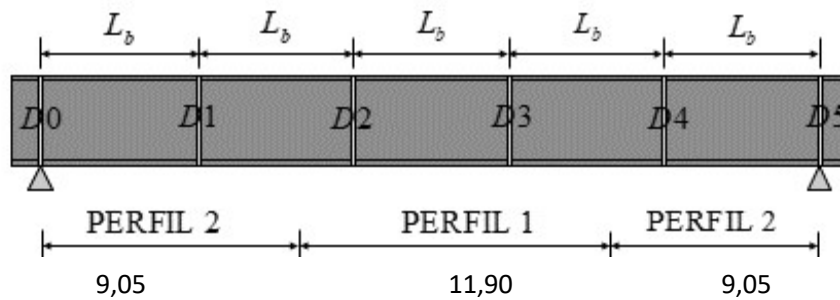


Figura 1-5: Posição dos diafragmas e enrijecedores

- Diafragmas:

Qt:	6
Lb (mm):	5880
D0 (mm):	300
D1 (mm):	6180
D2 (mm):	12060
D3 (mm):	17940
D4 (mm):	23820
D5 (mm):	29700
D6 (mm):	-

Se (m): 1000 Espaço entre escoramentos

**1.2. Materiais**

- Capa de concreto:

$E_{cs} = 0.85E_{ci}$   
 $E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}}$

Tipo:	Laje pré-moldada com capa moldada in loco	
fck (MPa):	30	Resistência característica à compressão $f_{ck} \geq 30\text{MPa}$ (NBR16694 - 4.5.1)
fc <sub>m</sub> (MPa):	32	Resistência média à compressão do concreto aos 28 dias
E <sub>ci</sub> (MPa):	30672	Módulo de elasticidade (NBR8800 - 4.5.3.1)
E <sub>cs</sub> (MPa):	26838	26000 Módulo de elasticidade secante (NBR8800 - 4.5.3.1)
$\gamma_c$ (kN/m <sup>3</sup> ):	25	Peso específico do concreto armado (NBR16694 - 6.1.1)
$\gamma_c$ :	1,4	Coefficiente ponderação da resistência
$\alpha_c$ :	9,10E-06	Coefficiente de dilatação do concreto

- Pré-laje:

fck (MPa):	40	Resistência característica à compressão $f_{ck} \geq 30\text{MPa}$ (NBR16694 - 4.5.1)
E <sub>a</sub> (MPa):	210000	
E <sub>ci</sub> (MPa):	35418	
E <sub>cs</sub> (MPa):	31876	
bp (mm)	500	

- Longarina:

Aço:	A588	Aço resistente à corrosão
f <sub>y</sub> (MPa):	345	Resistência ao escoamento
f <sub>u</sub> (MPa):	480	Resistência à ruptura
E (MPa):	200000	Módulo de elasticidade
$\nu$ :	0,3	Poisson
G (MPa):	76923	Módulo de elasticidade transversal
$\gamma_a$ (kN/m <sup>3</sup> ):	78,6	Peso específico do aço
$\gamma_{a1}$ :	1,1	Coefficiente ponderação do aço
$\gamma_{a2}$ :	1,35	Coefficiente ponderação do aço

- Revestimento asfáltico:

$\gamma_r$ (kN/m <sup>3</sup> ):	24	Peso específico (NBR16694 - 6.1.2)
----------------------------------	----	------------------------------------

- Conectores de cisalhamento:

Tipo	Stud Bolt	NBR16694 item 4.3
Aço:	ASTM A108-Grau 1020	
f <sub>ysb</sub> (MPa):	345	Tensão de escoamento
f <sub>usb</sub> (MPa):	415	Tensão de ruptura
h <sub>sb</sub> (mm):	75	Altura do conector
d <sub>sb</sub> (mm):	18	Diâmetro do conector
A <sub>sb</sub> (mm <sup>2</sup> ):	254	Área do conector
A (mm):	50	Alongamento mínimo
R <sub>g</sub> :	1	Efeito de grupos de conectores (NBR8800 O.4.2.1.2)
R <sub>p</sub> :	1	Posição dos conectores (NBR8800 O.4.2.1.2)

- Enrijecedores:

Aço:	A588
fysb (MPa):	345
fusb (MPa):	485
Ee (MPa):	200000

Aço resistente à corrosão  
Tensão de escoamento  
Tensão de ruptura  
Módulo de elasticidade

- Solda:

Tipo:	ASW E70
f'w (MPa):	485
$\gamma_w$ :	1,35

Tipo/Classe  
Resistencia à ruptura do material da solda  
Coeficiente de ponderação da solda

- Armadura passiva:

Tipo:	CA-50
fysb (MPa):	500
fusb (MPa):	650
Ep (MPa):	210000
$\eta_i$ :	2,25
$\gamma_s$ :	1,15

Tensão de escoamento  
Tensão de ruptura  
Módulo de elasticidade  
Índice de conformação da armadura passiva  
Coeficiente de ponderação

- Perfis transversinas apoio:

Perfil:	CVS 300 x 47
A (mm <sup>2</sup> ):	6050
ry (mm):	45,8
fy (MPa):	345
fu (Mpa):	415

Perfil do banzo superior  
Área perfil  
raio de giração perfil  
Tensão de escoamento  
Tensão de ruptura

Perfil:	L152.5 x 9.5
A (mm <sup>2</sup> ):	2812
ry (mm):	47,8
rn (mm):	30,2
fy (MPa):	345
fu (Mpa):	480
E (MPa):	200000

Perfil banzo inferior  
Área perfil  
raio de giração perfil  
Raio menor  
Tensão de escoamento  
Tensão de ruptura  
Módulo de elasticidade

Perfil:	L 127 x 9.5
A (mm <sup>2</sup> ):	2330
ry (mm):	39,4
rn (mm):	25,1
fy (MPa):	350
fu (Mpa):	450
E (MPa):	200000

Diagonais (cantoneira)  
Área do perfil  
Raio de giração em torno de x  
raio de giração do perfil  
Tensão de escoamento do perfil  
Tensão de ruptura do perfil

- Perfis transversinas intermediário:

Perfil:	L152.5 x 9.5	Perfil banzo superior/inferior
A (mm <sup>2</sup> ):	2812	Área perfil
ry (mm):	47,8	raio de giração perfil
rn (mm):	30,2	Raio menor
fy (MPa):	345	Tensão de escoamento
fu (Mpa):	480	Tensão de ruptura
E (MPa):	200000	Módulo de elasticidade

Perfil:	L127 x 9.5	Perfil diagonais
A (mm <sup>2</sup> ):	2330	Área perfil
ry (mm):	39,4	raio de giração perfil
rn (mm):	25,1	Raio menor
fy (MPa):	345	Tensão de escoamento
fu (Mpa):	480	Tensão de ruptura
E (MPa):	200000	Módulo de elasticidade

- Chapas emendas:

Material:	A588 G50
fy (MPa):	350
fu (MPa):	485
Ec (M)a):	200000

- Parafuso:

Material:	ASTM A325	
fy (MPa):	635	
fu (MPa):	825	
dp (mm):	27	
db,1 (mm):	27	mesa superior
db,2 (mm):	27	mesa inferior
db,3 (mm):	27	alma

- Aparelho de apoio:

a (mm):	500	Largura
b(mm):	600	Comprimento
h (mm):	114	Espessura total
Esp camadas	11	Espessura da camada de elastômetro
Qt camadas:	7	Quantidade de camadas de elastômetro
Esp. Chapas:	4	Espessura das chapas de aço
Qt chapas:	8	Quantidade de chapas de aço
Esp. Total:	82	Espessura total das camadas de elastômetro
Fvad (kN):	3000	Carga vertical admissível

R/cam -comp:	0,002	Rotação por camada largura
Dh <sub>máx</sub> (mm)	57	Deslocamento horizontal máximo
R/cam - lar:	0,0012	Rotação por camada comprimento
Fhad (kN):	208,5	Força horizontal máxima resistente
G (MPa):	1	Módulo de elasticidade transversal
k (kN/m):	2632	Coefficiente de rigidez k para cargas dinâmicas

### 1.3. Literatura

#### ABNT

- NBR5884:2013 - Perfil I estrutural de aço soldado por arco elétrico - Requisitos gerais
- NBR6118:2014 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento
- NBR6120:2019 - Cargas para cálculo de estruturas de edificações
- NBR6123:1988: - Forças devido ao vento em edificações
- NBR7188:2013 Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas
- NBR8681:2003 - Ações e segurança em estruturas - Procedimento
- NBR 8800:2008 - Projeto de estruturas de aço e estruturas mistas de aço e concreto de edifícios
- NBR15980:2011 - Perfis laminados de aço para uso estrutural - Dimensões e tolerâncias
- NBR 16694:2020 - Projeto de pontes rodoviárias de aço e mistas de aço e concreto

#### NORMAS INTERNACIONAIS

- AASHTO (2014) - Bridges design specifications. 7ª ed, 2014.
- FHWA-NCI-15-047 (2015) - Load and Resistance Factor Design (LRFD) for Highway Bridges Superstructures. Reference Manual.
- AISC (2013) - Steel Manual 13th Edition. 2013.
- AWS D1.5(2015) - Bridges welding code. 2015.
- EUROCODE 4-2. Design of composite steel and concrete structures: General rules and rules for bridges. 2004.
- ASTM A193 B7 - Specification for high tensile bolts, screws, stud bolts, threads rods, anchor bolts and other externally threaded fasteners. 2020.

#### DIVERSOS

- Catai, Evandro. Análise dos efeitos de retração e fluência em vigas mistas. Dissertação de mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São paulo. 2005, 166p.
- FWHA-NHI-15-044 - Engineering for Structural Stability in Bridge Construction (2015)
- Ionnayis, V; Aristidis, I (2014). Design of Steel-Concrete composite bridges to Eurocode. CC Press. 1ed, 2014, 473p.
- Lebet et al (2015). Steel Bridges: Conceptual and structural design of steel and steel-concrete composite bridges. 1ed, 2013,576p.
- CENTRO BRASILEIRO DA CONSTRUÇÃO EM AÇO (CBCA). "Pontes e viadutos em vigas mistas" – 2ª edição, 2021
- Moga et al. Concrete shrinkage stresses and thermal effects in the composite girders according to Eurocodes. Green Design and Sustainable Architecture. 2016.

## 2. AÇÕES

As ações a serem consideradas no projeto estão descritas na NBR16694 item 6.

### 2.1. Ações permanentes

#### 2.1.1 Ação vertical: Peso da estrutura metálica

Na fase de içamento, o carregamento atuante sobre as longarinas foi estimado a partir de sua seção transversal e do peso específico do aço. Na fase construtiva e de utilização, o carregamento teórico foi obtido a partir da seção transversal das longarinas com acréscimo de 10% a fim de considerar o peso das transversinas e demais elementos de aço. A carga adicional devido aos escoramentos (Pesc) usados nos balanços foi admitida com valor de 0,2 kN/m<sup>2</sup> (distribuída sobre o tabuleiro).

- Fase 0: Içamento:

$$G_{1C} = \frac{1,05 \cdot (n_1 \cdot A_1 \cdot L_1 + n_2 \cdot A_2 \cdot L_2) \cdot \gamma_a}{L}$$

G1C (kN/m): 3,7 Carregamento na fase de içamento

- Fases 1 e 2: construtiva e utilização

$$G_1 = \frac{1,1 \cdot (n_1 \cdot A_1 \cdot L_1 + n_2 \cdot A_2 \cdot L_2) \cdot \gamma_a}{B} + \frac{0,2 \cdot B}{NL}$$

Pesc (kN/m<sup>2</sup>): 0,2 Carregamento devido aos escoramentos  
 G1 (kN/m): 4,3 Carregamento devido ao peso próprio  
 g1 (kN/m<sup>2</sup>): 1,7 Peso por m<sup>2</sup> calculado de estrutura metálica

Pest (kN/m<sup>2</sup>): 1,65 Peso por m<sup>2</sup> de estrutura metálica estimado a partir do manual CBCA (2021)  
 → peso calculado > peso estimado

#### 2.1.2 Ação vertical: Peso da laje de concreto

O peso próprio da laje de concreto foi obtido considerando as espessuras da capa moldada in loco e a das lajes premoldadas e o peso específico do concreto.

$$g_2 = \gamma_c \cdot (t_c + h_{pre})$$

$$G_2 = \frac{\gamma_c \cdot (h_{pre} + t_c) \cdot B}{NL}$$

g2(kN/m<sup>2</sup>): 7,5 Peso por m<sup>2</sup> da laje de concreto (tc+hmis)  
 G2(kN/m): 19,5 Peso por m da laje de concreto (tc+hmis)

### 2.1.3 Ação vertical: Peso das defensas

O peso próprio das defensas do tipo New Jersey por m<sup>2</sup> foi obtido a partir do peso específico do concreto, da área da seção transversal e da largura das barreiras.

$$g_3 = \frac{\gamma_c \cdot A_b}{l_{br}}$$

g3(kN/m<sup>2</sup>): 0,4 PP das barreiras do tipo New Jersey

$$G_3 = \frac{2 \cdot \gamma_c \cdot A_b}{NL}$$

G3(kN/m): 2,3 PP das barreiras do tipo New Jersey

### 2.1.4 Ação vertical: Peso do revestimento asfáltico

O peso próprio do revestimento por m<sup>2</sup> foi obtido a partir do peso específico ( $\gamma_r$ ) e da espessura ( $e_r$ ) do revestimento asfáltico.

$$g_4 = \gamma_r \cdot e_r$$

$$G_4 = \frac{\gamma_r \cdot e_r \cdot B}{NL}$$

G4(kN/m<sup>2</sup>): 3 PP da pavimentação

G4(kN/m): 7,8

### 2.1.5 Ação vertical: Peso do recapeamento

A NBR16694:2020 item 6.1.2 recomenda a consideração de uma carga de 2,0 kN/m<sup>2</sup> a fim de considerar um possível recapeamento.

G5 (kN/m<sup>2</sup>): 2 Carga devido recapeamento (NBR 16694 - 6.1.2)

G5 (kN/m): 4,88

### 2.1.5 Ação horizontal: Retração e fluência

#### Deformação de retração e coeficiente de fluência:

O modelo GL2000 foi utilizado para obtenção da deformação total devido à retração e do coeficiente de fluência da capa de concreto.

t0 (dias): 28 Idade de aplicação do carregamento

Tempo (anos): 50

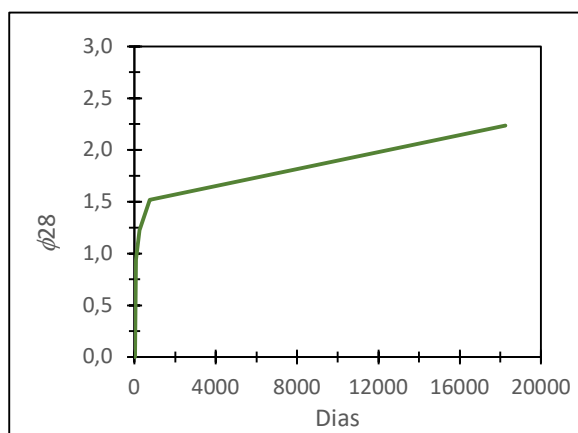
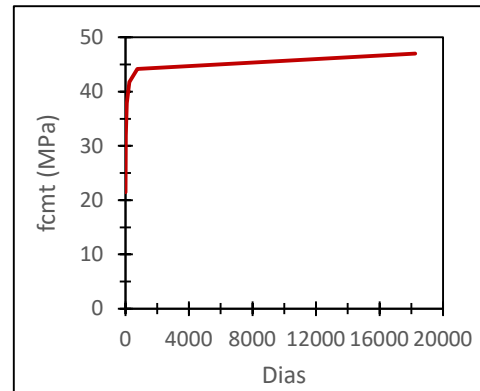
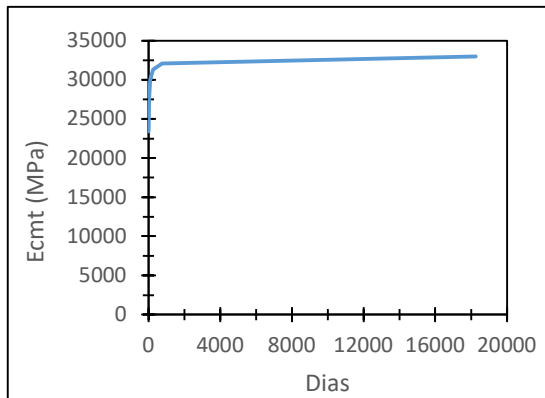
Umidade relativa (%): 80

Início da retração (dias): 7 Dias de cura úmida

V/S:	110
Tipo de cimento:	II
k :	0,75
s :	0,40
$\beta e(h)$ :	1,000
fcmt0 (MPa):	32,0
Ecmt0 (MPa)	26838
$\Phi$ (tr)	0,938
$\beta(h)$ :	0,52
$\epsilon_{sh}$ (mm/mm):	0,0007

Indicar o tipo de cimento (I - CPI ou CPII)/(II - CPIII ou CPIV)/( III - CPV)

t (dias)	$\beta e$ (h)	fcmt (MPa)	Ecmt (MPa)	$\beta(t-tr)$	$\epsilon_{sh}$ (mm/mm)	$\phi_{28}$ (t,t0)	J(t,t0)
7	0,82	21,5	23415,2	0,00	0	-	-
28	1,00	32,0	27824,5	0,12	0,000040	0,00	0,000037
84	1,09	37,9	29970,0	0,22	0,000076	0,94	0,000072
252	1,14	41,8	31293,9	0,38	0,000129	1,22	0,000083
756	1,18	44,2	32088,2	0,58	0,000197	1,52	0,000094
18250	1,21	47,0	32978,1	0,96	0,000325	2,24	0,000121



• em 50 anos:

$\epsilon_{sh}$ (mm/mm):	3,3E-04
$\phi_{28}$ (t,t0):	2,24

$$f_{cmt} = \beta_e^2 \cdot f_{cm28}$$

$$E_{cmt} = 3500 + 4300\sqrt{f_{cmt}}$$

$$\beta_e^2 = \exp\left[\frac{s}{2} \cdot \left(1 - \sqrt{\frac{28}{t}}\right)\right]$$

$$\varepsilon_{sh} = \varepsilon_{shu} \cdot \beta(h) \cdot \beta(t - t_r)$$

$$\varepsilon_{shu} = 900k \cdot \left(\frac{30}{f_{cm28}}\right)^{0,5} \cdot 10^{-6}$$

$$\beta(h) = (1 - 1,18 \cdot h^4)$$

$$\beta(t - t_r) = \left[\frac{(t - t_r)}{(t - t_r) + 0,12 \cdot (V / S)^2}\right]^{0,5}$$

$$J(t, t_0) = \frac{1}{E_{cmt0}} + \frac{\varphi_{28} \cdot (t, t_0)}{E_{cm28}}$$

$$\varphi_{28}(t, t_0) = \Phi(t_r) \cdot \left[ 2 \cdot \frac{(t - t_0)^{0,3}}{(t - t_0)^{0,3} + 14} + \left(\frac{7}{t_0}\right)^{0,5} \cdot \left(\frac{(t - t_0)}{(t - t_0) + 7}\right)^{0,5} + 2,5 \cdot (1 - 1,086h^{0,2}) \cdot \left(\frac{(t - t_0)}{(t - t_0) + 0,12 \cdot (V / S)^2}\right)^{0,5} \right]$$

$$\Phi(t_r) = \begin{cases} 1 & t_0 = t_r \\ \left[1 - \left(\frac{(t_0 - t_r)}{(t_0 - t_r) + 0,12 \cdot (V / S)^2}\right)^{0,5}\right]^{0,5} & t_0 > t_r \end{cases}$$

O modelo utilizado para a consideração do efeito da retração e fluência nos esforços solicitantes foi o proposto por Monga et al (2016) e será apresentado no item de verificação da seção mista. Outros modelos para consideração da retração, deformação lenta e variação de temperatura nas vigas mistas podem ser encontrados em Catai (2005). Para aplicação do modelo apresentado em Moga et al (2016), é necessário definir o coeficiente de fluência, a deformação total de retração e o coeficiente de retração, os quais foram obtidos segundo as recomendações apresentadas nos itens 5.4.2.2 do EN4-2, 8.2.11 da ABNT NBR 6118:2014.

$$\eta_r = \eta_0 \cdot (1 + 0,55 \cdot \varphi_{28}(t, t_0))$$

$\varphi(t, t_0) =$	2	Coeficiente de fluência (NBR6118 8.2.11)
$\varphi(t, t_0) =$	2,24	Coeficiente de fluência calculado GL2000
$\varphi(t, t_0) =$	2,24	Coeficiente de fluência adotado
$\varepsilon_{sh} =$	0,00025	Deformação total de retração (NBR6118 Anexo A ou item 8.2.11)
$\varepsilon_{sh} =$	3,3E-04	Deformação total de retração calculado GL2000
$\varepsilon_{sh} =$	3,3E-04	Deformação total de retração adotado
$\eta_r =$	16,6	Coeficiente de retração EN4 5.4.2.2
$\eta_0 =$	7,5	Coeficiente de curta duração NBR 8800 O.1.2.1

$$\eta_r = \eta_0 \cdot (1 + 0,55 \cdot \varphi_r)$$

## 2.2. Ações variáveis

### 2.2.1. Ação vertical: carga móvel

P (kN):	75
Q (kN/m <sup>2</sup> ):	5

$$CIV = \begin{cases} 1,35, & \text{se } C \leq 10 \text{ m} \\ 1 + 1,06 \cdot \left( \frac{20}{C + 50} \right), & \text{se } 10 \text{ m} < C \leq 200 \text{ m} \end{cases}$$

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (\eta_f - 2) \geq 0,9$$

CIV:	1,27	Coef. de impacto vertical (NBR 7188 - 5.1.2.1)
CNF:	1,00	Coef. de número de faixas (NBR 7188 - 5.1.2.2)
CIA:	1,25	Coef. de impacto adicional (NBR 7188 - 5.1.2.3)

### 2.2.2. Ação vertical: sobrecarga pedetres

qp (kN/m <sup>2</sup> ):	0	Carga dos passeios (NBR 7188 item 5.1.1) Caso exista passeio adotar 3kN/m <sup>2</sup>
--------------------------	---	---

### 2.2.3. Ação vertical: sobrecarga de construção

qc (kN/m <sup>2</sup> ):	2	Sobrecarga de construção (NBR 16694 - 6.2.2)
Qc (kN/m):	5,2	

### 2.2.4. Ação horizontal: Frenagem e aceleração

$$H_f = 0,25 \cdot B_{ef} \cdot L \cdot CNF \geq 135 \text{ kN}$$

$$H_f = 0,25(B - 3 - 2b_r) \cdot (C' - 6) \cdot CNF \geq 135 \text{ kN}$$

Hf (kN):	135	Força horizontal (NBR 7188 - 5.2.1)
Hx (kN/longarina):	27	

### 2.2.5. Ação horizontal: variação de temperatura

$\Delta T_{enc}$ (°C):	-5,4
$\Delta T_{dil}$ (°C):	12

### 2.2.6. Ação horizontal: Vento

$$V_k = V_0 \cdot S_1 \cdot S_2 \cdot S_3$$

$$q = 0.613 \cdot V_k^2$$

$$F_{an} = C_{an} \cdot q \cdot k$$

$$F_a = C_a \cdot q$$

V0 (m/s):	45	Velocidade básica do vento (NBR6123 - 5.1)
S1:	1	Fator topográfico (NBR6123 - 5.2)
S2:	0,84	Fator rugosidade (NBR6123 - 5.3)
S3:	1,1	Fator estatístico (NBR6123 - 5.4)
Vk (m/s):	41,6	Velocidade característica do vento (NBR6123 - 4.2)
q (kN/m <sup>2</sup> ):	1,06	Pressão dinâmica do vento (NBR6123 - 4.2)
K:	0,81	Fator redução (C/d) (NBR6123 tab11)
Ca:	2,1	Coeficiente de força (NBR6123 tab.12)
Ø:	1,00	Índice de área exposta (NBR6123 - 7.5 - pag 27)
b/h:	1,88	
η:	0,4	Fator proteção (NBR6123 fig.8 pag 29)
Can:	5,3	Reticulados planos múltiplos (NBR 6123 - 7.6.1 - pag 27)
Fan (kN/m <sup>2</sup> ):	4,6	Força de arrasto lateral de N reticulados (NBR6123 - 7.6.2)

### 2.3. Ciclos de fadiga

$$VMDF = VMD \cdot tp$$

$$p = \begin{cases} 1 & se, \eta f = 1 \\ 0.85 & se, \eta f = 2 \\ 0.8 & se, \eta f \geq 3 \end{cases}$$

$$MDPF = VMDF \cdot p$$

$$n = \begin{cases} 1 & se \leq 12 \text{ m} \\ 2 & se > 12 \text{ m} \end{cases}$$

$$N_c = 365 \cdot VUP \cdot MDPF \cdot n$$

VUP (anos):	75	Vida útil de projeto para a fadiga (NBR 16694 A.4)
Classe rodovia:	II	Classificação segundo o DNIT
VMD (c/dia):	1000	Consultar PNCT do DNIT para determinar o VMD (c/dia)
tp :	0,15	tráfego pesado (AASHTO - tab.C3.6.1.4.2-1 pag3-32)
VMDP (/dia):	150	Volume médio diário de tráfego pesado
p :	0,85	tráfego pesado/faixa (AASHTO - tab.3.6.1.4.2-1 pag3-32)
MDPF (/dia):	128	Média diária de tráfego pesado/faixa
n :	1	Ciclos/passagem (AASHTO tab.6.6.1.2.5-2 pag6-50)
Nc :	3,5E+06	Número de ciclos para fadiga em 75 anos
N:	2,0E+06	Número de ciclos segundo a NBR16694

## 2.4. Combinação de ações

As combinações de ações estão apresentadas na NBR16694:2020 item 6.4.

### 2.4.1. Estados limites últimos (ELU): Combinações últimas de construção

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{g1} \cdot F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} \cdot F_{qi,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \cdot \psi_{0j,ef} \cdot F_{Qj,k}) \quad \text{NBR16694-6.4}$$

- **Comb1:** Peso Próprio (G1)  
1.15G1
- **Comb2:** Peso Próprio (G1+G2) + Sobrecarga de construção (qc) + vento (W)  
1.15G1 + 1.25G2 + 1.3qc + 1.2 · 0.6W
- **Comb3:** Peso Próprio (G1+G2) + Sobrecarga de construção (qc) + Vento (W)  
1.15G1 + 1.25G2 + 1.3 · 0.7qc + 1.2W

### 2.4.2. Estados limites últimos (ELU): Combinações últimas normais

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{g1} \cdot F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} \cdot F_{qi,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \cdot \psi_{0j} \cdot F_{Qj,k}) \quad \text{NBR16694-6.4}$$

$\psi_{0W}$ :	0,6
$\psi_{0T}$ :	0,6
$\psi_{0M}$ :	0,7

- **Comb4:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Carga Móvel (qM-AVP) + Temperatura (T) + Vento (W)  
1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 0.6 · 1.2T + 0.6 · 1.2W

- **Comb5:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T-AVP) + Vento (W)  
 $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 \cdot 1.5qM + 1.2T + 0.6 \cdot 1.2W$
- **Comb6:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T) + Vento (W-AVP)  
 $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 \cdot 1.5qM + 0.6 \cdot 1.2T + 1.2W$
- **Comb7:** PP (G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T (conectores de cisalhamento))  
 $1G3 + 1(G4+G5) + 1.2R + 1.2T$

### 2.4.3. Estados limites de serviço (ELS): Combinações de serviço

#### - Combinação frequente de serviço:

$$F_d = \sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + \psi_1 \cdot F_{q_{1,k}} + \sum_{j=2}^n (\psi_{2j} \cdot F_{Q_{j,k}})$$

NBR16694-6.4

$\psi_{1W} =$	0,3	$\psi_{2W} =$	0
$\psi_{1t} =$	0,5	$\psi_{2t} =$	0,3
$\psi_{1m} =$	0,5	$\psi_{2m} =$	0,3

$\Delta_{lim}(mm):$	L/1000	Passagem de pedestres
$\Delta_{lim}(mm):$	L/800	Carga móvel com impacto

- **Comb8:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM-AVP) + Temperatura (T)  
 $G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + 0.3T$
- **Comb9:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T-AVP)  
 $G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.3qM + 0.5T$

#### - Combinação rara de serviço:

$$F_d = \sum_{i=1}^m F_{G_{i,k}} + F_{q_{1,k}} + \sum_{j=2}^n (\psi_{1j} \cdot F_{Q_{j,k}})$$

NBR8800-4.7.7.3.4

$\Delta_{lim}(mm):$	L/1000	Passagem de pedestres
$\Delta_{lim}(mm):$	L/800	

- **Comb10:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM-AVP) + Temperatura (T)  
 $G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T$
- **Comb11:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T-AVP)  
 $G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T$

**Conector**

- **Comb12:** PP (G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM-AVP) + Temperatura (T)  
G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T
- **Comb13:** PP (G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T-AVP)  
G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T

**2.7.4. Combinação frequente de fadiga**

- Conectores de cisalhamento (AASHTO-6.10.10.2):

- **Comb12:** Carga Móvel (qM)  
 $\Delta f_{ad} = \psi_{1,fad} \cdot qM$        $\psi_1 = \begin{cases} 1.5 & \text{para MDPF} \geq 960 \text{ caminhões por dia} \\ 0.75 & \text{para MDPF} < 960 \text{ caminhões por dia} \end{cases}$

- NBR16694 - A2.1: Solda - Tensões normal e cisalhante no metal base

São considerados apenas os efeitos decorrentes das cargas permanentes e móvel. Não deve ser considerados os efeitos decorrentes da variação da temperatura (AASHTO tab3.4.1.1).

$$F_{d,fad} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 \sum_{j=1}^n F_{Qj,k}$$

$\psi_{1fad} =$	1,5	MDPF $\geq$ 960 caminhões/dia
$\psi_{1fad} =$	0,75	MDPF < 960 caminhões/dia

- **Comb13:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM)  
G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + GR +  $\psi_1 \cdot qM$

$\leq 0.66 f_y$	Tensões normais	NBR16694 A2.2
$\leq 0.4 f_y$	Tensões de cisalhamento	

### 3 - PROPRIEDADES GEOMÉTRICAS

#### 3.1. Seção transversal dos perfis de aço

Serão utilizados dois perfis ao longo do vão, conforme ilustra a Figura 3-1.

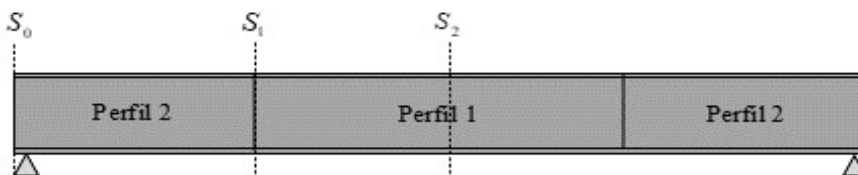


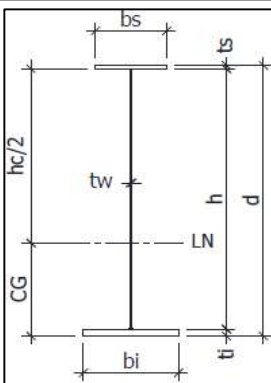
Figura 3-1: Disposição dos perfis na longarina.

#### Dimensões:

Caso sejam adotadas duas ou mais seções transversais, por questões de construtibilidade, é recomendado variar apenas as larguras das mesas superior e inferior dos perfis.

No caso de perfis não pintados, é necessário descontar das espessuras das chapas as sobre-espessuras necessárias à formação da pátina.

$\Delta t_w$  (mm):  (0) pintados / (sobresspessura) não-pintados

	Dimensão	Perfil 1	Perfil 2
	tw (mm):		12,5
d (mm):		1500	1500
ts (mm):		22,4	22,4
ti (mm):		31,5	31,5
bs (mm):		460	460
bi (mm):		570	460
tw' (mm):		12,5	12,5
ts' (mm):		22,4	22,4
ti' (mm):		31,5	31,5
h (mm):		1446	1446

Critérios		P1	P2
tw (mm) $\geq$	8	12,5	12,5
d (mm) $\geq$	980	1500	1500
d (mm) $\leq$	1500	1500	1500
H (mm) $\geq$	1176	1800	1800
ts (mm) $\geq$	19	22	22
bs (mm) $\geq$	345,9	460	460
hw/tw $\leq$	150	115,7	115,7
bs/2t $\leq$	12	10,267857	10,2678571
bi/2t $\leq$	12	9,047619	7,3015873
bs $\geq$	241	460	460
bi $\geq$	241	570	460

- ok** ABNT NBR 16694 item 7.3:  $t_w \geq 8$
- ok** Recomendação prática: perfil de aço  $L/30 \leq d \leq L/20$
- ok** Altura da seção mista
- ok** Recomendação prática
- ok** AASHTO C6.10.3.4-1:  $b_s \geq L_i / 85$
- ok** ABNT NBR16694 item 12.1: sem enrijecedor longitudinal
- ok** Largura máxima AASHTO 6.10.2.2-1 e NBR16694 - 12.1:  $b_f / t_f \leq 24$
- ok** Largura mínima AASHTO 6.10.2.2-2 e NBR16694 - 12.1:  $b_f \geq h/6$

ts (mm) ≥	14	22	22	ok	Espessura mínima (AASHTO 6.10.2.2-3 e ABNT NBR16694 item 12.1): $t_f \geq 1.1 t_w$ Recomendação LRFD (2014) item 6.3.4.4.3: $t_f \leq 76$ mm
ti (mm) ≥	14	31,5	31,5	ok	
tf (mm) ≤	76	31,5	31,5	ok	
$1/9 \leq I_{yc}/I_{yt} \leq 9$		ok	ok	ok	
$(A_{fmenor} + t_w \cdot h_w) / A_{fmaior} \geq 1$		1,6	1,9586094	ok	

### 3.2. Propriedades geométricas do perfil de aço

	P1	P2	
A (mm <sup>2</sup> ):	4,6E+04	4,3E+04	
Peso (kN/m):	3,64	3,37	
Peso (kN/m <sup>2</sup> ):	1,29	1,19	
CG (mm):	632	681	
Ix (mm <sup>4</sup> ):	1,78E+10	1,64E+10	
Ws (mm <sup>3</sup> ):	2,1E+07	2,0E+07	
Wi (mm <sup>3</sup> ):	2,8E+07	2,4E+07	
rx (mm):	620	618	
Iy (mm <sup>4</sup> ):	6,7E+08	4,4E+08	
wy (mm <sup>4</sup> ):	2,3E+06	1,9E+06	
ry (mm):	120	101	
Ypl (mm):	448,5	587	LNP em relação a mesa inferior
Zx (mm <sup>3</sup> ):	2,62E+07	2,45E+07	Módulo de resistência plástico
J (mm <sup>4</sup> ):	8,6E+06	7,5E+06	Constante de torção da seção transversal
Cw:	2,9E+14	2,3E+14	NBR8800 G2.2 Nota2
Peso médio + 10% (kN/m <sup>2</sup> ):	1,471		Peso estimado com base na seção transversal dos perfis
Peso estimado (kN/m <sup>2</sup> ):	1,65		Peso estimado com base no CBCA
	10,8%		

#### 3.2.1. Propriedades: mesa superior comprimida

	P1	P2	
hc (mm):	1692	1593	2x a altura da alma comprimida a partir do CG
hp (mm):	2,1E+03	1,8E+03	2x a altura da alma comprimida a partir do Ypl
Iyc (mm <sup>4</sup> ):	1,8E+08	1,8E+08	Inércia em Y mesa comprimida
Iyt (mm <sup>4</sup> ):	4,9E+08	2,6E+08	Inércia em Y mesa tracionada
Ac (mm <sup>2</sup> ):	13829	13622	Área comprimida (mesa + 1/3 alma)
ryT (mm):	115	116	Raio de giração (mesa + 1/3 alma)
Iyc/Iyt:	0,37	0,71	
$1/9 \leq I_{yc}/I_{yt} \leq 9$	ok	ok	ok NBR8800 - tab.G.1 (nota 9)
As (mm <sup>2</sup> ):	10304	10304	Área da mesa superior
Ai (mm <sup>2</sup> ):	17955	14490	Área da mesa inferior

$$(A_{fmenor} + t_w \cdot h_w) / A_{fmaior} \geq 1 \quad \begin{array}{cc} 1,6 & 2,0 \end{array} \quad \text{ok} \quad \text{NBR8800 - tab.G.1 (nota 9)}$$

dT (mm):	637	606	Seção T comprimida
IdT (mm <sup>4</sup> ):	1,6E+09	1,4E+09	
AdT (mm <sup>2</sup> ):	20880	20258	
rxc (mm):	278	261	
ryc (mm):	93,3	94,7	

Classificação perfil (NBR8800 tabG.1):

	P1	P2	
$\lambda_r$ (alma):	137	137	Perfil I monossimétrico (NBR 8800 - tab.G.1)
$\lambda$ :	135	127	Perfil I monossimétrico (NBR 8800 - tab.G.1)
$\lambda_p$ (alma):	55,0	66,3	Perfil I monossimétrico (NBR 8800 - tab.G.1)

Condição perfil:

**P1 - Alma não esbelta (NBR8800 AnexoG)**  
**P2 - Alma não esbelta (NBR8800 AnexoG)**

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w} \quad \lambda_r = 5,7 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_p = \frac{\frac{h_c}{h_p} \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}}{(0,54 \frac{M_{pl}}{M_r} - 0,09)} \leq \lambda_r \quad M_r = f_y \cdot W$$

$$M_{pl} = Z \cdot f_y$$

**3.2.2. Propriedades: mesa superior tracionada**

	P1	P2	
Ws (mm <sup>3</sup> ):	2,1E+07	2,0E+07	Módulo elástico superior (tracionado)
Wi (mm <sup>3</sup> ):	2,8E+07	2,4E+07	Módulo elástico inferior (comprimido)
hc' (mm):	1200	1300	2x a altura da alma comprimida a partir do CG
hp' (mm):	834	1111	2x a altura da alma comprimida a partir do Ypl
Ac' (mm <sup>2</sup> ):	20455	17198	Área comprimida (mesa + 1/3 alma)
ryT' (mm):	154	122	Raio de giração área comprimida (mesa inf+1/3alma)
Acc' (mm <sup>2</sup> ):	25456	22613	Área comprimida (mesa + alma)
ryc' (mm):	138	106	Raio de giração área comprimida (mesa inf+alma)
Iyc' (mm <sup>4</sup> ):	4,9E+08	2,6E+08	Inércia em Y mesa comprimida
Iyt' (mm <sup>4</sup> ):	1,8E+08	1,8E+08	Inércia em Y mesa tracionada
Iyc'/Iyt':	2,68	1,41	

$$1/9 \leq I_{yc} / I_{yt} \leq 9$$

ok ok

NBR8800 - tab.G.1 (nota 9)

Classificação perfil (NBR8800 tabG.1):

	P1	P2	
Perfil:	MS	MS	MS - Monossimétrico
Mpl (kNm):	9037	8437	
Mr (kNm):	7074	6905	
$\lambda_p$ (alma):	96,3	86,7	Perfil I monossimétrico (NBR 8800 - tab.G.1)
$\lambda_r$ (alma):	137	137	Perfil I monossimétrico (NBR 8800 - tab.G.1)
$\lambda$ :	96	104	Perfil I monossimétrico (NBR 8800 - tab.G.1)

Condição perfil:

**P1:** P1 - Alma não esbelta (NBR8800 AnexoG)  
**P2:** P2 - Alma não esbelta (NBR8800 AnexoG)

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w} \quad \lambda_r = 5,7 \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$\lambda_p = \frac{\frac{h_c}{h_p} \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}}{(0,54 \frac{M_{pl}}{M_r} - 0,09)} \leq \lambda_r$$

$$M_r = f_y \cdot W$$

$$M_{pl} = Z \cdot f_y$$

### 3.3. Largura efetiva

A largura efetiva (bef) foi calculada segundo as recomendações apresentadas no item O.2.2 da NBR8800:2008, em que bef é dada como o menor dos seguintes valores:

$$b_{ef} \leq \begin{cases} 2 \cdot C / 8 \\ 2 \cdot b / 2 \\ bl + b / 2 \end{cases}$$

tc (mm): 225  
 hmís (mm): 75

bef (mm) ≤ 3675  
 2826  
 2261  
 bef (mm) = 2261

Largura efetiva (NBR8800 O.2.2.1)

### 3.4. Propriedades geométricas da seção mista

Segundo o item O.1.1.2 da NBR8800:2008, seções com  $h/t_w < 3.76 \cdot \text{raiz}(E/f_y)$  podem ser dimensionadas usando as propriedades plásticas da seção mistas. Para relações  $h/t_w > 3.76 \cdot \text{raiz}(E/f_y)$  deve-se utilizar as propriedades elásticas da seção mista.

	P1	P2
h (mm):	1446	1446

$$\frac{h}{t_w} \leq 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \rightarrow \text{propriedades plásticas}$$

$$\frac{h}{t_w} > 3,76 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}} \rightarrow \text{propriedades elásticas}$$

As propriedades geométricas da seção foram calculadas com base nos coeficientes de carga de curta e longa duração, indicados na NBR8800 O.1.2.1. Para cálculo das propriedades da seção transversal devido à retração e variação de temperatura foram utilizados os coeficientes recomendados na EN4 item 5.4.2.2.

$\eta_0 =$	7,5	Coefficiente de homogeneização para carga de curta duração
$\eta_L =$	22,4	Coefficiente de homogeneização para carga de longa duração

$\varphi_r =$	2,24	Coefficiente de fluência (NBR6118 8.2.11)
$\varepsilon_r =$	0,00033	Deformação de retração (NBR6118 8.2.11)
$\eta_r =$	16,6	Coefficiente de homogeneização para retração

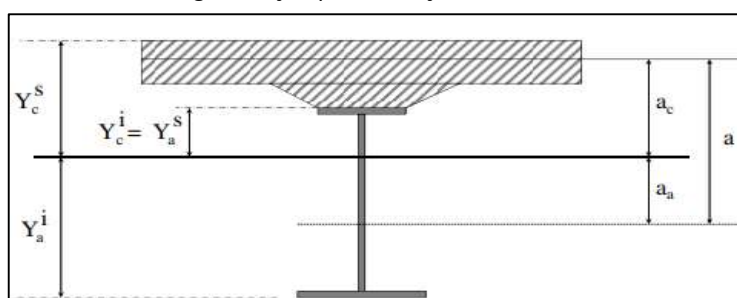


Figura 3-2: Seção transversal esquemática

	Propriedades elásticas da seção					
	Curta Duração		Longa Duração		Retração	
	P1	P2	P1	P2	P1	P2
Y <sub>ai</sub> (mm):	1261	1299	979	1030	1052	1100
a <sub>a</sub> (mm):	629	618	348	349	420	419
Y <sub>cs</sub> (mm):	539	501	821	770	748	700
Y <sub>ci</sub> (mm):	314	276	596	545	523	475
Y <sub>as</sub> (mm):	239	201	521	470	448	400
a <sub>c</sub> (mm):	427	388	708	657	636	587

	LN no P	LN no P	LN no P	LN no P	LN no P	LN no P
As <sub>m</sub> (mm <sup>2</sup> ):	114602	111137	69091	65626	76949	73484
I <sub>xM</sub> (mm <sup>4</sup> ):	4,9E+10	4,3E+10	3,5E+10	3,2E+10	3,8E+10	3,5E+10
W <sub>cs</sub> (mm <sup>3</sup> ):	9,1E+07	8,7E+07	4,3E+07	4,1E+07	5,1E+07	4,9E+07
W <sub>ci</sub> (mm <sup>3</sup> ):	1,6E+08	1,6E+08	5,9E+07	5,8E+07	7,4E+07	7,3E+07
W <sub>as</sub> (mm <sup>3</sup> ):	2,0E+08	2,2E+08	6,7E+07	6,7E+07	8,6E+07	8,7E+07
W <sub>ai</sub> (mm <sup>3</sup> ):	3,9E+07	3,3E+07	3,6E+07	3,1E+07	3,7E+07	3,1E+07

$$\eta_0 = \frac{E}{Ecs}$$

$$\eta_L = 3\eta_0$$

$$\eta_r = \eta_0 \cdot (1 + 0.55 \cdot \varphi(t, t_0))$$

$$aa = Y_{ai} - CG$$

$$Y_{cs} = tc + hm_{is} + h - Y_{ai}$$

$$Y_{ai} = \left[ \frac{\frac{bef}{\eta} \cdot tc \cdot \left( h + hm_{is} + \frac{tc}{2} \right) + A \cdot CG}{\frac{bef}{\eta} \cdot tc + A} \right]$$

$$Y_{ci} = h + hm_{is} - Y_{ai}$$

$$Y_{as} = d - Y_{ai}$$

$$ac = hm_{is} + \frac{tc}{2} + d - Y_{ai}$$

$$Asm = tw \cdot h + bs \cdot ts + bi \cdot ti + \frac{bef \cdot tc}{\eta}$$

$$I_{xt(i)} \leq \begin{cases} Ix + A \cdot aa^2 + \frac{bef}{\eta} \cdot \frac{tc^3}{12} + \frac{bef \cdot tc \cdot ac^2}{\eta} & , se Y_{ai} \leq d \\ Ix + A \cdot aa^2 + \frac{bef}{\eta} \cdot \frac{tc^3}{12} + \frac{bef \cdot tc}{\eta} \cdot \left( d + hm_{is} + \frac{tc}{2} - Y_{ai} \right)^2 & se Y_{ai} > d \end{cases}$$

$$W_{cs} = \frac{I_{xtr}}{Y_{cs}}$$

$$W_{ci} = \frac{I_{xtr}}{Y_{ci}}$$

$$W_{as} = \frac{I_{xtr}}{Y_{as}}$$

$$W_{ai} = \frac{I_{xtr}}{Y_{ai}}$$

ID	$\eta_0$	$\eta_L$	$\eta_r$
IxM	IxM0	IMxL	IxMr
Wcs	Wcs0	WcsL	Wcsr
Wci	Wci0	WciL	Wcir
Was	Was0	WasL	Wasr
Wai	Wai0	WaiL	Wair

## 4 - ESFORÇOS SOLICITANTES

### 4.1. Carga permanente e variável de construção analítico

O momento fletor e esforço cortante solicitante devido às ações permanentes e variável de construção nas posições de interesse foram calculados com base na equação abaixo:

$$M_{G_i}(x) = G_i \cdot \frac{x}{2} \cdot (C - x)$$

$$M_{Q_c}(x) = Q_c \cdot \frac{x}{2} \cdot (C - x)$$

$$Q_{G_i}(x) = G_i \cdot \left( \frac{C}{2} - x \right)$$

$$Q_{Q_c}(x) = Q_c \cdot \left( \frac{C}{2} - x \right)$$

em que  $G_i$  corresponde à carga por metro em cada longarina.

*- Emendas e meio do vão:*

Analítico							
Ação	Carga	M (kN/m)			Q (kN)		
		S0 (m)	S1 (m)	S3 (m)	S0 (m)	S1 (m)	S2 (m)
	(kN/m)	0	8,75	14,70	0	8,75	14,70
G1	4,3	0	393	469	64	26	0
G2	19,5	0	1762	2107	287	116	0
G3	2,3	0	203	243	33	13	0
G4	7,8	0	705	843	115	46	0
G5	4,9	0	441	527	72	29	0
Qc	5,2	0	470	562	76	31	0

*- Diafragmas:*

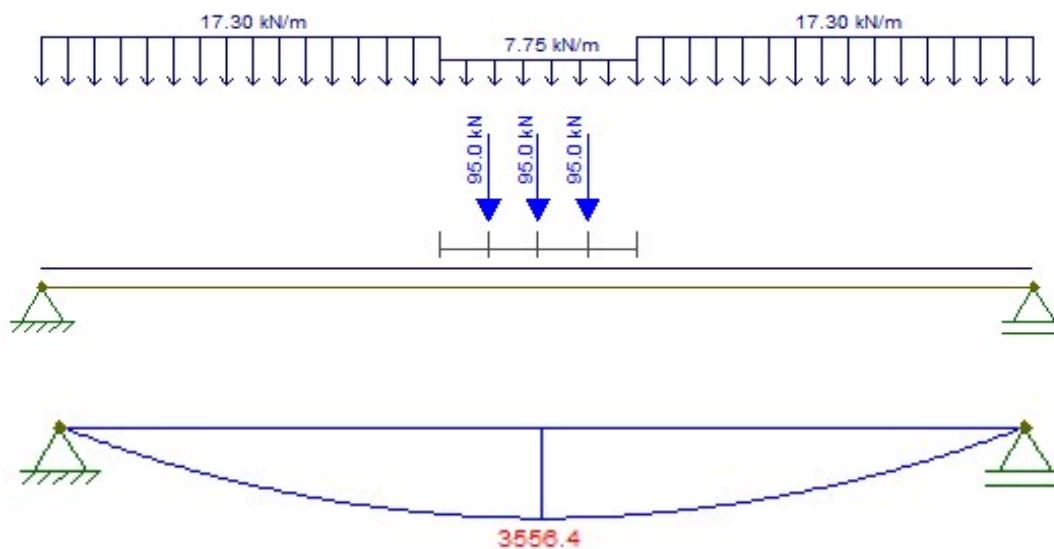
Analítico								
Ação	Q (kN)							
	D0	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
	0	6,2	12,1	17,9	23,8	29,7	-	-
G1	64	37	11	-14	-40	-65		
G2	287	166	51	-63	-178	-293		
G3	33	19	6	-7	-21	-34		
G4	115	66	21	-25	-71	-117		
G5	72	42	13	-16	-45	-73		
Qc	76	44	14	-17	-47	-78		

## 4.2. Carga móvel analítico

### 4.2.1. Engesser-Courbon

x (m)	Cota	Longarinas			
		1	2	3	4
0,85	a	0,6	0,4	0,2	0
3,67	b	0,4	0,3	0,2	0,1
6,50	c	0,2	0,2	0,2	0,2
9,33	d	0	0,1	0,2	0,3
<b>y = a'x + b'</b>					
	a'	-0,07	-0,04	0,00	0,04
	b'	0,66	0,43	0,20	-0,03
D1 (m):		9,33	12,15	0,00	0,85
<b>P (kN):</b>					
		79	54	30	6
<b>QAA (kN/m):</b>					
		6,21	6,78	-	-
<b>QBB (kN/m):</b>					
		14,1	12,2	-	-

d1 (m):	0,9
d2 (m):	2,9
D2 (m):	3,4



Para a longarina de extremidade:

- Carga homogeneizada sem coeficientes:

QAA = QBB (kN/m):	14,1
P (kN):	63,1

$$Q_{AA} = Q_{BB} = Q_M$$

$$P_M = P - \frac{(Q_{BB} - Q_{AA}) \cdot 6}{3}$$

- Esforços máximos:

Esforços máximos na longarina de extremidade obtido a partir do Método de Engesser-Courbon, sem considerar os fatores de distribuição propostos na AASHTO 2014. Os esforços foram obtidos com base na equação de linha de influência.

Analítico									
Esforço	Seção:	D0	D1	S1	D2	S2	D3	D4	D5
	x (m):	0,0	6,2	8,75	12,1	14,70	17,9	23,8	29,7
M	Ma (x)	0	829	1068	1251	1296	1228	761	-152
	Mb(x)	0	864	1078	1229	1249	1212	801	-87
	Mc(x)	0	1012	1274	1474	1523	1449	937	-63
	M	0	1840	2342	2725	2819	2678	1698	-215
Q	QM	387	269	225	174	137	96	34	-
	QMN	-	39	65	103	137	183	280	393

$$Ma(x) = \begin{cases} 0 & x=0 \\ Pm_M \cdot \frac{x}{C} \cdot \left( 3C - 3x - 1,5 \cdot \frac{C}{x} \right) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$Mb(x) = \begin{cases} 3 \cdot Pm_M \cdot \frac{x}{C} \cdot (C - x - 1,5) & x \leq \frac{C}{2} \\ 3 \cdot Pm_M \cdot \frac{(C-x)}{C} \cdot (x - 1,5) & \text{caso contrário} \end{cases}$$

$$Mc(x) = Qm_M \cdot \frac{x}{2} \cdot (C - x)$$

$$Mcm = \begin{cases} Mc(x) + Mb(x) & Mb(x) \geq Ma(x) \\ Mc(x) + Mb(x) & Mb(x) < Ma(x) \text{ e } x \leq 1,5m \\ Mc(x) + Ma(x) & Mb(x) < Ma(x) \text{ e } x > 1,5m \end{cases}$$

$$Q_M(x) = \left[ Qm_Q \cdot \frac{C-x}{2} \cdot \left( 1 - \frac{x}{C} \right) + \frac{3Pm_Q}{C} \cdot (C - x - 1,5m) \right]$$

$$Q_{MN}(x) = \left[ \frac{Qm_Q \cdot x^2}{2C} + \frac{3Pm_Q}{C} \cdot (x - 1,5m) \right]$$

**4.2.2. Fator de distribuição da carga móvel - AASTHO (2014)**

Para aplicação dos fatores de ponderação para distribuição da carga móvel previsto na AASHTO 2014 devem ser atendidos os seguintes requisitos:

$$1,1m \leq b \leq 4,9m$$

$$0,11m \leq t_c \leq 0,30m$$

$$6m \leq C \leq 73m$$

$$NL \geq 4$$

$$0,0042m^4 \leq K_g \leq 2,91m^4$$

b (m):	2,826	ok
tc (m):	0,23	ok
C (m):	29,4	ok
NL:	5	ok
Kg (mm4):	3,5E-01	ok

$$T = \left( \frac{K_g}{12 \cdot C \cdot t_c^3} \right)^{0,1}$$

T = 7,8E-01

Tado = 1,02

T pode ser tomado como 1,02 (Tabela 4.6.2.2.1- 3, AASHTO (2014))

Número de faixas	m
1	1,2
2	1
3	0,85
>3	0,65

Longarina de extremidade						
NL	NL > 3		NL = 3		Seção rígida	
Nf	1	2	1	2	1	2
FMI	0,49	0,70	0,49	0,81	-	
FME	0,75	0,65	0,63		1,02132	1,19
FQI	0,73	0,89	0,63		-	
FQE	0,75	0,67	0,63		1,02132	1,05

Nf = Número de faixas carregadas  
 FD momento longarina interna  
 FD do momento longarina externa  
 FD do cortante longarina interna  
 FD do cortante longarina externa

$$FMI = 0,06 + \left( \frac{b}{4,3} \right)^{0,4} \cdot \left( \frac{b}{C} \right)^{0,3} \cdot \left( \frac{K_g}{12 \cdot C \cdot t_c^3} \right)^{0,1}$$

$$FMI = 0,075 + \left( \frac{b}{2,9} \right)^{0,6} \cdot \left( \frac{b}{C} \right)^{0,2} \cdot \left( \frac{K_g}{12 \cdot C \cdot t_c^3} \right)^{0,1}$$

0,84  
1,06

$$FQI = 0,36 + \left( \frac{b}{7,6} \right)$$

FM:	0,84
FQ:	1,05

$$FME = m \cdot a$$

$$FQI = 0,2 + \frac{b}{3,7} - \left( \frac{b}{10,7} \right)^{2,0}$$

$$FME = e \cdot FMI$$

$$e = 0,77 + \frac{de}{2,8}$$

$$FQE = m \cdot a$$

$$FQE = e \cdot FQI$$

$$e = 0,6 + \frac{de}{3}$$

$$R = \frac{N b}{N L} + \frac{X_{ext} \cdot \sum_{i=1}^{N b} e}{\sum_{i=1}^{N L} x^2}$$

C (m): 29,4

- Momento:

QmM (kN/m<sup>2</sup>): 12,6

PmM (kN): 100,8

- Cortante:

QmQ (kN/m<sup>2</sup>): 15,8

PmQ (kN): 126,1

- Esforços máximos:

Esforços máximos na longarina obtido a partir da metodologia de fatores de distribuição de carga da AASHTO (2014). Os esforços foram obtidos com base na equação de linha de influência.

Analítico									
Esforço	Seção:	D0	D1	S1	D2	S2	D3	D4	D5
		x (m):	0,0	6,2	8,75	12,1	14,70	17,9	23,8
M	Ma (x)	0	1325	1707	2000	2071	1963	1216	-243
	Mb(x)	0	1381	1724	1965	1996	1938	1281	-87
	Mc(x)	0	904	1138	1317	1361	1295	837	-56
	M	0	2285	2862	3317	3433	3259	2118	-143
Q	QM	591	424	361	284	228	163	61	-23
	QMN	0	70	114	175	228	298	439	599

#### 4.4. Resumo esforços numéricos

Sem ponderação:

Esforços:	M (kNm)			V (kN)			
Seção:	S0	S1	SC	S0	S1	SC	
x (m):	0	8,75	14,70	0,0	8,75	14,70	
G1	0	395	472	60	26	0	Beam
G2	0	1763	2086	276	112	10	Beam
G3	0	238	271	48	13	1	Girder
G4	0	715	847	112	444	2	Girder
G5	0	476	564	75	30	1	Girder
qM	0	1208	1434	25	85	122	Girder
qmn	0	-190	-241	253	158	122	Girder
qc	0	470	589	78	32	3	Beam
R	429	1151	1150	166	1,4	1	Beam
T+	-90	-236	-235	42	1,0	0	Beam
T-	39	105	104	18	0,4	0,2	Beam

Esforços:	Força Horizontal - P (KN)			???			
Seção:	S0	S1	SC	S0	S1	SC	
x (m):	0	8,75	14,70	0,0	8,75	14,70	
R	-493	-1347	-1338				Beam
T+	103	269	264				Beam
T-	-44	-119	-118				Beam

- Diafragmas:

Esforços:	V (kN)							
Seção:	D0	D1	D2	D3	D4	D5	D6	
x (m):	0,3	6,18	12,06	17,94	23,82	29,70	-	
G1	60	40	15	15	40	60		Beam
G2	276	171	57	57	171	276		Beam

G3	48	27	14	14	27	48	Girder
G4	112	66	22	22	66	112	Girder
G5	75	44	14	14	44	75	Girder
qM	25	70	115	150	186	253	Girder
qmn	253	186	150	115	70	25	Girder
qc	78	48	16	16	48	78	Beam
R	166	46	6	6	46	166	Beam
T+	42	9,4	1,5	2	9	42	Beam
T-	18	4,32	0,53	1	4	18	Beam

### 4.3. Comparação entre esforços numéricos e analíticos

- *Carga permanente:*

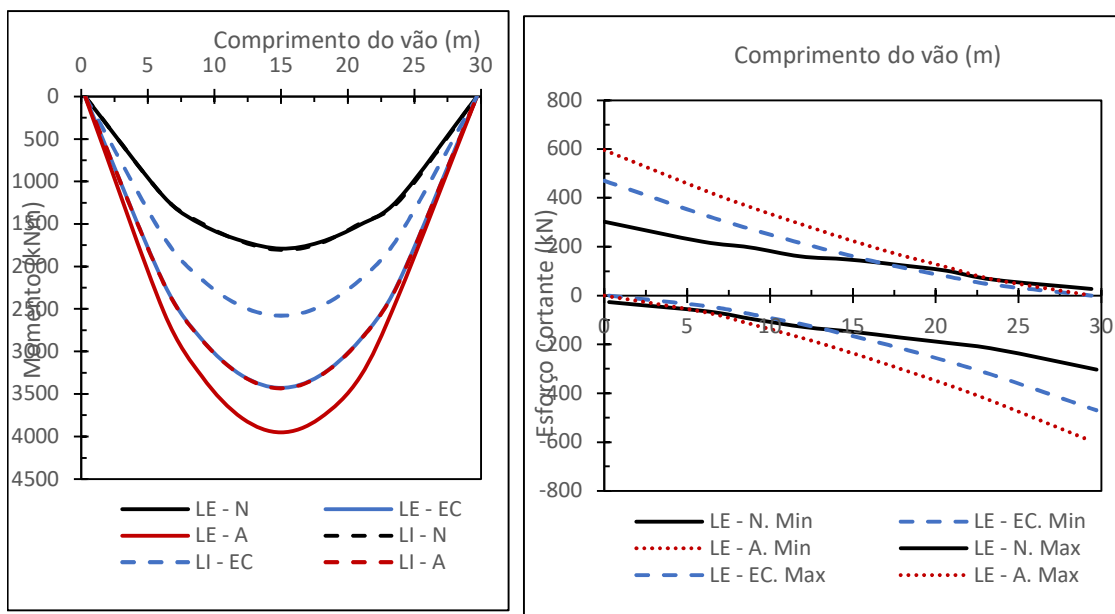
	Q (kN)			M (kNm)		
	o	o	DR (%)	Analítico	o	DR (%)
G1	63,9	60	7,4	469	472	-0,5
G2	286,7	276	3,8	2107	2086	1,0
G3	33,1	48	-31,1	243	271	-10,4
G4	114,7	112	2,4	843	847	-0,4
G5	71,7	75	-3,9	527	564	-6,6

- *Carga móvel:*

Seção	o	o	DR (%)	Analítico	o	DR (%)
S0: 0	387	25	1433%	0	0	-
S2: 14.7 m	137	122	12%	2819	1434	97%

Comparação resultados analíticos e numéricos:

interna de esforços, por esse motivo, os resultados numéricos serão os esforços utilizados na verificação da longarina.



**Esforços com carga móvel ponderada:**

CIV:	1,27
CNF:	1,00
CIA:	1,25

Coef. de impacto vertical (NBR 7188 - 5.1.2.1)
Coef. de número de faixas (NBR 7188 - 5.1.2.2)
Coef. de impacto adicional (NBR 7188 - 5.1.2.3)

**- Apoio e Emendas:**

Esforços:	M (kN/m)			Q (kN)		
	S0	S1	S2	S0	S1	S2
Seção:	0	8,75	14,7	0	8,75	14,7
x (m):	0	8,75	14,7	0	8,75	14,7
G1	0	395	472	60	26	0
G2	0	1763	2086	276	112	12
G3	0	238	271	48	13	2
G4	0	715	847	112	444	3
G5	0	476	564	75	30	2
qM	0	1913	2271	40	134	194
qmn	-	-	-	-	250	194
qc	0	48	589	78	32	3
R	429	1151	1150	166	1	1
T+	-90	-236	-235	42	1	0
T-	39	105	104	18	0	0

**- Diafragmas:**

Esforços:	Q (kN)						
	D0	D1	D2	D3	D4	D5	D6
Seção:	0	6,2	12,1	17,9	23,8	29,7	-
x (m):	0	6,2	12,1	17,9	23,8	29,7	-
G1	60	40	15	15	40	60	0
G2	276	171	57	57	171	276	0
G3	48	27	14	14	27	48	0
G4	112	66	22	22	66	112	0
G5	75	44	14	14	44	75	0
qM	479	350	271	204	103	43	0
qmn	42	103	204	271	307	479	0
qc	78	48	16	16	48	78	0
R	166	46	6	6	46	166	0
T+	42	9	2	2	9	42	0
T-	18	4	1	1	4	18	0

## 5. VERIFICAÇÃO DO PERFIL

### 5.1. Fase 0: Içamento

- Comb1: Peso Próprio (G1)  
1.15G1C

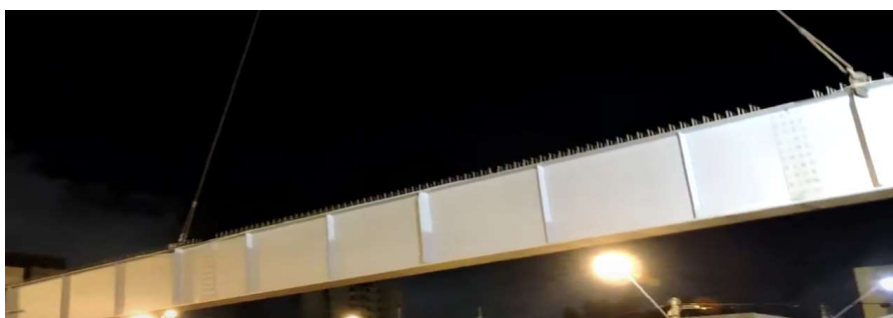


Fig 4.1: Caso 1 - Içamento: viga isolada sem contraventamento. Famsteel (2021), acesso 06/05/2021.



Fig 4.2: Caso 2 - Içamento: viga com contraventamento. Famsteel (2021), acesso 06/05/2021.

#### 5.1.1. Esforços solicitantes

$\gamma_{G1}$ :	1,15
Caso:	2 (1) Sem contraventamento / (2) Com contraventamento
S (m):	7,5 Posição do içamento: recomendado L/4 (FHWA-15-044 7.5.2)
$\alpha$ :	90 Cabo a 90° do eixo da viga
Lb (mm):	5880 <b>INDICAR espaçamento entre contraventamentos</b>

	Ação vertical		
	P1	P2	
x (m):	9,1	7,5	<b>P2: Mesa superior tracionada</b>
Mz (kNm):	-65	-103	Posição da seção avaliada
σ <sub>xs-sd</sub>   (MPa):	3,6	5,9	Momento devido ao peso próprio em L/4
σ <sub>xi-sd</sub>   (MPa):	2,6	4,9	Mesa superior tracionada
			Mesa inferior comprimida

$$M_{zm} = \frac{g_{li} \cdot L^2}{32} \quad \sigma_{xi-sd} = 1,15 \cdot \frac{M_z}{W_{i(i)}} \quad \sigma_{xs-sd} = 1,15 \cdot \frac{M_z}{W_{s(i)}}$$

### 5.1.2. Cálculo do momento resistente de cálculo (Mrd):

NBR 8800 - Anexo G

γ<sub>a1</sub>: 1,1

a) ELU: Flambagem lateral por torção (FLT) - NBR8800 G2.1:

Cb:	1	Fator modificação diagrama momento (NBR8800 - 5.4.2.3)
E (MPa):	200000	
f <sub>y</sub> (MPa):	345	
L <sub>b</sub> (mm):	5880	Comprimento destravado

	P1	P2
C <sub>w</sub> :	1,0E+11	8,2E+10
α <sub>y</sub> :	2,68	1,41
β <sub>3</sub> :	302	112
β <sub>1</sub> :	0,004	0,004
β <sub>2</sub> :	7,22	3,27

λ <sub>p</sub> :	42,4	42,4
λ <sub>r</sub> :	84,5	65,3
λ:	42,5	55,3

Condição:	λ <sub>p</sub> < λ < λ <sub>r</sub>	λ <sub>p</sub> < λ < λ <sub>r</sub>
M <sub>cr</sub> (kNm):	24108	7514
M <sub>r</sub> (kNm):	6809	5808
M <sub>pl</sub> (kNm):	9037	8437

M1 (kNm):	9028	6955	λ <sub>p</sub> < λ < λ <sub>r</sub>
M2 (kNm):	9037	7514	λ > λ <sub>r</sub>

Mrd (kNm):	8207,6	6322,4
------------	--------	--------

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda \leq \lambda_p$$

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \cdot \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda > \lambda_r$$

$$\lambda = \frac{L_b}{r_{yc}}$$

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_{yc} \cdot J \cdot \beta_1} \cdot \sqrt{\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + 27 \cdot C_w \cdot \beta_1^2}}$$

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) \cdot W_c}{EJ}$$

$$\beta_2 = 5,2 \cdot \beta_1 \cdot \beta_3 + 1$$

$$\beta_3 = 0,45 \cdot \left(d - \frac{t_{fs} + t_{fi}}{2}\right) \cdot \left(\frac{\alpha_y - 1}{\alpha_y + 1}\right)$$

$$\alpha_y = \frac{I_{yc}}{I_{yt}}$$

$$C_w = \frac{\left(d - \frac{t_{fs} + t_{fi}}{2}\right)^2}{12} \cdot \left(\frac{t_{fi} \cdot b_{fi}^3 \cdot t_{fs} \cdot b_{fs}^3}{t_{fi} \cdot b_{fi}^3 + t_{fs} \cdot b_{fs}^3}\right)$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_b^2} \cdot \left[ \beta_3 + \sqrt{\beta_3^2 + \frac{C_w}{I_y} \cdot (1 + 0,039 \cdot \frac{J \cdot L_b^2}{C_w})} \right]$$

$$M_r = (f_y - \sigma_r) \cdot W_c \leq f_y \cdot W_t$$

$$M_{pl} = Z \cdot f_y$$

b) ELU: Flambagem local da mesa (FLM) - NBR8800 G2.2:

	P1	P2
$\lambda_p$ :	9,1	9,1
kc:	0,37	0,37
$\lambda_r$ :	16,7	16,7
$\lambda$ :	9,0	7,3
Condição:	$\lambda < \lambda_p$	$\lambda < \lambda_p$
Mcr (kNm):	23056	30198
Mr (kNm):	6809	5808
Mpl (kNm):	9037	8437
Mrd (kNm):	8216	8216

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda \leq \lambda_p$$

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \cdot \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \quad \text{se } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda > \lambda_r$$

$$\lambda = \frac{b}{t}$$

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\lambda_r = 0,95 \cdot \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r) / k_c}}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \quad \text{em que } 0,35 \leq k_c \leq 0,76$$

$$\sigma_r = 0,3 \cdot f_y$$

$$M_{cr} = \frac{0,90 \cdot E \cdot k_c \cdot W_c}{\lambda^2}$$

$$M_r = (f_y - \sigma_r) \cdot W_c$$

$$M_{pl} = Z \cdot f_y$$

c) ELU: Flambagem local da alma - NBR8800 G2.2:

	P1	P2
$\lambda_r$ :	137,2	137,2
$\lambda_p$ :	96,3	86,7
$\lambda$ :	96,0	104,0
Mpl (kNm):	9037	8437
Mr (kNm):	7074	6905

Condição:  $\lambda < \lambda_p$      $\lambda_p < \lambda < \lambda_r$

Mrd (kNm): 8216 7195

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda \leq \lambda_p$$

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \cdot \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \quad \text{se } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

Consultar anexo H se  $\lambda > \lambda_r$

d) Momento resistente de cálculo (Mrd):

	P1	P2
FLM →	8216	8216

### 5.1.3. Verificação (Msd):

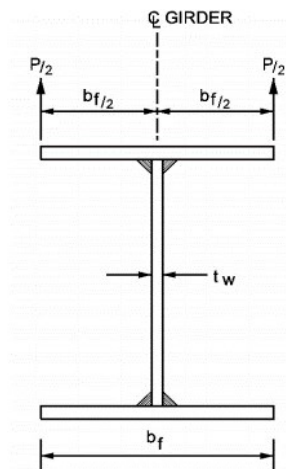
	P1	P2	
x (mm):	9,05	7,50	
Msd/Mrd:	0,01	0,02	ok

### 5.1.4. Cisalhamento alma (NBR8800 5.4.3.1):

Vsd (kN):	47,6	<b>Carga concentrada no P2</b>
a (mm)=	1960	Distância entre enrijecedores
kv:	7,7	NBR8800 5.4.3.1.1
Vpl (kN):	3881	NBR8800 5.4.3.1.2
	P1	
$\lambda_p$ :	73,6	
$\lambda_r$ :	91,7	
$\lambda$ :	115,7	
Vrd (kN):	1770,7	ok - Vrd > Vsd
		NBR8800 5.4.3.1.1

### 5.1.5. Forças concentradas no içamento

- Flexão local da mesa (NBR8800 5.7.2):



S (m):	7,5	Distância entre a extremidade e o ponto de aplicação da força
Prd (kN):	983,0	
Psd (kN):	63,0	

$$62,0 \geq 983,0 \quad \text{ok}$$

$$\frac{P_{sd}}{2} = \gamma_{g1} \cdot \frac{g_1 \cdot L}{2 \cdot 2}$$

$$P_{Rd} = \begin{cases} P_{Rd} = \frac{6,25 \cdot t_f^2 \cdot f_y}{\gamma_{a1}} & \text{se } S \geq 10 \cdot t_f \\ P_{Rd} = \frac{6,25 \cdot t_f^2 \cdot f_y}{2 \cdot \gamma_{a1}} & \text{se } S < 10 \cdot t_f \end{cases} \quad \text{NBR8800 5.7.2.2}$$

$$P_{Rd} \geq P_{sd}$$

- Escoamento local da alma (NBR8800 5.7.3):

S (m):	7,5	Distância entre a extremidade e o ponto de aplicação da força
ln (mm):	0	Comprimento da força na direção longitudinal da viga
Frd (kN):	242	
Fsd (kN):	63,0	

$$242 \geq 63,0 \quad \text{ok}$$

$$F_{Rd} = \begin{cases} F_{Rd} = \frac{1,10 \cdot (5 \cdot k + l_n) \cdot f_y \cdot t_w}{\gamma_{a1}} & \text{se } S \geq d \\ F_{Rd} = \frac{1,10 \cdot (2,5 \cdot k + l_n) \cdot f_y \cdot t_w}{\gamma_{a1}} & \text{se } S < d \end{cases}$$

## 5.2. Fase 1: Concretagem

A verificação foi feita para a longarina de extremidade.

### 5.2.1. Esforços solicitantes

Combinação última de construção:

$$F_d = \sum_{i=1}^m (\gamma_{gi} F_{Gi,k}) + \gamma_{q1} F_{Q1,k} + \sum_{j=2}^n (\gamma_{qj} \psi_{0j,ef} F_{Qj,k})$$

- **Comb2:** Peso Próprio (G1+G2) + Sobrecarga de construção (qc) + Vento (W)  
 $1.15G1 + 1.25G2 + 1.3qc + 1.2 \cdot 0.6W$
- **Comb3:** Peso Próprio (G1+G2) + Sobrecarga de construção (qc) + Vento (W)  
 $1.15G1 + 1.25G2 + 1.3 \cdot 0.7qc + 1.2W$

**5.2.1.1. Ação vertical:**

Condição: 1  
Lb (mm): 5880

(1) Apenas as transversinas / (2) travamento intermediário  
Distância entre transversinas

Tabela 1 - Esforços solicitantes carregamento vertical								
	S0 - P2 : x= 0 m			S1 - P2: x=8,75 m			S2 - P1 : x=14,7 m	
	Q (kN)	$\tau_a$ (MPa)	M (kNm)	$\sigma_{sa}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)	M (kNm)	$\sigma_{sa}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
G1	60	3,3	395	19,3	14,0	472	23,0	16,7
G2	276	15,3	1763	86,0	62,5	2086	101,7	74,0
qc	78	4,3	48	2,3	1,7	589	28,7	20,9

$\gamma_{G1}$ : 1,15  
 $\gamma_{G2}$ : 1,25  
 $\gamma_{qc}$ : 1,3  
W: 1,2  
 $\psi_{qc}$ : 0,7  
 $\psi_{0W}$ : 0,6

$$\text{COMB1} \rightarrow \sigma_{sa-sd} (\text{MPa}) = \gamma_{G1} \cdot \sigma_{sa} + \gamma_{G2} \cdot \sigma_{sa} + \gamma_{qc} \cdot \sigma_{sa}$$

$$\text{COMB2} \rightarrow \sigma_{sa-sd} (\text{MPa}) = \gamma_{G1} \cdot \sigma_{sa} + \gamma_{G2} \cdot \sigma_{sa} + \gamma_{qc} \cdot \sigma_{sa} \cdot \psi_c$$

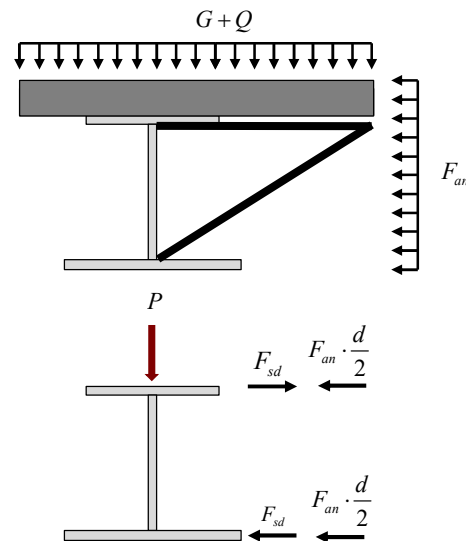
	Tensões de cálculo devido às ações verticais			
	P1		P2	
	COMB1	COMB2	COMB1	COMB2
$\sigma_{sa-sd}$ (MPa):	191,0	179,8	132,7	131,8
$\sigma_{ai-sd}$ (MPa):	138,9	130,7	96,5	95,8

**5.2.1.2. Ação horizontal**

Durante a cura do concreto, o vento e a carga vertical que atua nos balanços irão provocar ações laterais nas longarinas de extremidade e devem ser consideradas na verificação dessas.

### i) Balanços

Os efeitos da torção nas longarinas de extremidade, devido à carga que atua nos balanços, foram considerados segundo as prescrições apontadas na AASHTO item 6.10.8.3.



	P1	P2	
h(mm):	1446	1446	Altura da alma
Wfs(mm <sup>3</sup> ):	8,6E+05	8,6E+05	Módulo elástico do flange superior
Wfi(mm <sup>3</sup> ):	3,0E+06	2,4E+06	Módulo elástico do flange inferior
ryT(mm):	115	116	Raio de giração da seção comprimida

Lb(m):	5,88	Comprimento destravado
Sd(mm)	1000	Espaçamento entre a estrutura de apoio
P(kN/m):	38,4	Força vertical
Fw(kN/m)	3,43	Força lateral devido ao vento

	S1 - P2: x=8,75 m		S2 - P1 : x=14,7 m		
	COMB1	COMB2	COMB1	COMB2	
MTsd(kNm/m)	6,10	5,82	6,10	5,82	Momento torçor
Fsd(kN/m):	4,22	4,03	4,22	4,03	Força devido ao momento torçor
My-sd(kNm):	23,1	28,2	23,1	28,2	Momento em torno de y
σls1-sd(MPa):	26,8	32,7	26,8	32,7	<b>ok: ≤ 0.6fy</b> Tensão normal flange superior
σli1-sd(MPa):	9,7	11,8	7,8	9,5	<b>ok: ≤ 0.6fy</b> Tensão normal flange inferior

$$P = (\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{qc} \cdot qc) \cdot (b_l + \frac{b}{2})$$

$$MT_{sd}(kNm/m) = \gamma_{G1} \cdot \frac{G_1 \cdot b_l^2}{2} + \gamma_{G2} \cdot \frac{G_2 \cdot b_l^2}{2} + \gamma_{qc} \cdot \frac{qc \cdot b_l^2}{2}$$

$$F_w(kN/m) = F_{an} \cdot \frac{d}{2}$$

$$F_{sd} (kN / m) = \frac{MT}{d}$$

$$\text{COMB1} \rightarrow M_{1y-sd} (kNm) = \frac{F_{sd} \cdot L_b^2}{10} + \frac{1.2 \cdot F_w \cdot L_b^2}{10}$$

$$\text{COMB2} \rightarrow M_{2y-sd} (kNm) = \frac{F_{sd} \cdot L_b^2}{10} + \frac{1.2 \cdot 0.6 \cdot F_w \cdot L_b^2}{10}$$

$$\sigma_{ls1-sd} (kN/m^2) = \frac{M_{y-sd}}{W_{fs}}$$

$$\sigma_{li1-sd} (kN/m^2) = \frac{M_{y-sd}}{W_{fi}}$$

• Verificação dos efeitos de 2º ordem:

	P1	P2	
Lp (mm):	2760	2781	Comprimento limite para $\sigma = f_y$
Lb (mm):	4452	5382	<b>NÃO OK</b> Comprimento destravado limite para 1º ordem

→ **Lbes < Lb - não ok: amplificar tensão normal**

	P1		P2		
	COMB1	COMB2	COMB1	COMB2	
$\sigma_{cr}$ (MPa):	750,3		761,7		
$\beta_i$ :	1,1	1,1	1,0	1,0	
$\sigma_{ls-sd}$ (MPa):	30,6	37,3	27,6	33,6	<b>ok: <math>\leq 0.6f_y</math></b>
$\sigma_{li-sd}$ (MPa):	8,9	10,8	9,9	12,1	<b>ok: <math>\leq 0.6f_y</math></b>

$$L_b \leq 1.2 \cdot L_p \cdot \sqrt{\frac{C_b \cdot 1}{\sigma / f_y}} \quad r_i = \sqrt{\frac{I_{yT}}{A_T}}$$

$$L_p = r_i \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

### 5.2.2. Cálculo do momento solicitante - Msd (NBR8800 - Anexo G)

	P1		P2	
	COMB1	COMB2	COMB1	COMB2
Ms-sd (kNm):	4543	4679	3273	3393
Mi-sd (kNm):	4166	4220	2959	3011

	P1	P2
Msd (kNm):	4679	3393

### 5.2.2. Cálculo do momento resistente de cálculo - Mrd (NBR8800 - Anexo G)

$\gamma_{a1}$ : 1,1

- ELU: Flambagem local da alma (FLA) - NBR8800 G2.2:

	P1	P2
$\lambda_r$ :	137	137
$\lambda_p$ :	55	66
$\lambda$ :	135	127

Mr (kNm)	7074	6905
Mpl (kNm)	9037	8437
Mrd (kNm):	8216	7670

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda \leq \lambda_p$$

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \cdot \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \quad \text{se } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

Anexo H: NBR8800:2008

se  $\lambda > \lambda_r$

$$\lambda = \frac{h_c}{t_w}$$

$$\lambda_p = \frac{\frac{h_c}{t_w} \cdot \sqrt{\frac{E}{F_y}}}{(0,54 \cdot \frac{M_{pl}}{M_r} - 0,09)^2} \leq \lambda_r$$

$$\lambda_r = 5,70 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

- ELU: Flambagem lateral por torção (FLT) - NBR8800 G2.1:

Cb: 1  
 Lb (mm): 5880  
 E (MPa): 200000  
 fy (MPa): 345  
 G (MPa): 7,7E+04  
 $\gamma_{a1}$ : 1,1

Fator modificação diagrama momento (NBR8800 - 5.4.2.3)

	P1	P2
lyc/lyt:	0,37	0,71
B1:	0,0029	0,0032
B2:	-3,5	-0,9
B3:	-302	-112
Cw:	2,9E+14	2,3E+14

$\lambda_p$ :	42,4	42,4
$\lambda_r$ :	119	118
$\lambda$ :	63,0	62,1

NBR8800 T.G.1

Mr (kNm)	4952	4834
Mpl (kNm):	9037	8437
Mcr (kNm):	16457	15931

Condição:	$\lambda_p < \lambda < \lambda_r$	$\lambda_p < \lambda < \lambda_r$
Mrd (kNm):	7214	6815

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda \leq \lambda_p$$

$$M_{Rd} = \frac{C_b}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \cdot \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda_p < \lambda < \lambda_r$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \leq \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda > \lambda_r$$

$$\lambda = \frac{L_b}{r_{yc}}$$

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\lambda_r = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_{yc} \cdot J \cdot \beta_1} \cdot \sqrt{\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 + 27 \cdot C_w \cdot \beta_1^2}}$$

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r) \cdot W_c}{EJ}$$

$$\beta_2 = 5,2 \cdot \beta_1 \cdot \beta_3 + 1$$

$$\beta_3 = 0,45 \cdot \left( d - \frac{t_{fs} + t_{fi}}{2} \right) \cdot \left( \frac{\alpha_y - 1}{\alpha_y + 1} \right)$$

$$\alpha_y = \frac{I_{yc}}{I_{yt}}$$

$$C_w = \frac{\left( d - \frac{t_{fs} + t_{fi}}{2} \right)^2}{12} \cdot \left( \frac{t_{fi} \cdot b_{fi}^3 \cdot t_{fs} \cdot b_{fs}^3}{t_{fi} \cdot b_{fi}^3 + t_{fs} \cdot b_{fs}^3} \right)$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \cdot \pi^2 \cdot E \cdot I_y}{L_b^2} \cdot \left[ \beta_3 + \sqrt{\beta_3^2 + \frac{C_w}{I_y} \cdot \left( 1 + 0,039 \cdot \frac{J \cdot L_b^2}{C_w} \right)} \right]$$

$$M_r = (f_y - \sigma_r) \cdot W_c \leq f_y \cdot W_t$$

$$M_{pl} = Z \cdot f_y$$

- ELU: Flambagem local da mesa (FLM) - NBR8800 G2.2:

	P1	P2
kc:	0,37	0,37
$\lambda_p$ :	9,1	9,1
$\lambda_r$ :	17	17
$\lambda$ :	10,3	10,3
Mr (kNm):	4952	4834
Mcr (kNm):	13018	12708
Mpl (kNm):	9037	8437
Mrd (kNm):	7663	7183

NBR8800 F2.2 -  $0.35 \leq kc \leq 0.76$

$$M_{Rd} = \frac{M_{pl}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda \leq \lambda_p$$

$$M_{Rd} = \frac{1}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ M_{pl} - (M_{pl} - M_r) \cdot \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \quad \text{se } \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r$$

$$M_{Rd} = \frac{M_{cr}}{\gamma_{a1}} \quad \text{se } \lambda > \lambda_r$$

$$\lambda = \frac{b}{t}$$

$$\lambda_p = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$\lambda_r = 0,95 \cdot \sqrt{\frac{E}{(f_y - \sigma_r) / k_c}}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} \quad \text{em que } 0,35 \leq k_c \leq 0,76$$

$$\sigma_r = 0,3 \cdot f_y$$

$$M_{cr} = \frac{0,90 \cdot E \cdot k_c \cdot W_c}{\lambda^2}$$

$$M_r = (f_y - \sigma_r) \cdot W_c$$

$$M_{pl} = Z \cdot f_y$$

- Momento resistente de cálculo (Mrd):

	P1	P2
FLA →	8216	7670
FLT →	7214	6815
FLM →	7663	7183
<b>Mrd (kNm):</b>	<b>7214</b>	<b>6815</b>

$$M_{sd} + M_{fl-sd} \leq M_{rd}$$

$$M_{fl-sd} = \text{maior} \begin{cases} \sigma_{ls-sd} \cdot W_s \\ \sigma_{li-sd} \cdot W_i \end{cases}$$

	P1	P2	
x (mm):	14,70	8,75	
<b>Msd/Mrd:</b>	0,6	0,5	<b>ok</b>

#### 5.2.4. Flambagem da alma por compressão (NBR8800 item 5.7.6):

$$F_{Rd} = \frac{24 \cdot t_w^3}{\gamma_{a1} \cdot h} \cdot \sqrt{E \cdot f_y}$$

Frd (kN):	122,4	
Fsd (kN):	514,5	
Fsd/Frd:	4,20	<b>Não ok: colocar enrijecedores</b>

O dimensionamento dos enrijecedores é apresentado na aba 9.

#### 5.2.5. Cisalhamento alma (NBR8800 5.4.3.1):

a (mm):	1960	Distância entre enrijecedores	
kv:	7,7	NBR8800 5.4.3.1.1	
Vpl (kN):	3881,3	NBR8800 5.4.3.1.2	
	P1	P2	
$\lambda_p$ :	73,6	73,6	
$\lambda_r$ :	91,7	91,7	
$\lambda$ :	115,7	115,7	
Vrd (kN):	1770,7	NBR8800 5.4.3.1.1	
Vsd (kN):	514,5		
Vsd/Vrd:	0,29	<b>ok - Vrd &gt; Vsd</b>	

#### 5.2.6. Enrugamento da alma

ln (mm):	0	o comprimento da força na direção longitudinal da longarina ou o comprimento do aparelho de apoio para o caso da reação de apoio
S (mm):	1000	Distância entre o ponto de aplicação da força e a extremidade da viga
d (mm):	1500	Altura do perfil
tf (mm):	22	Espessura da mesa carregada
tw (mm):	12,5	Espessura da alma
$\gamma_a 1$ :	1,1	

Frd (kN)	1042	
Fsd (kN):	514,5	
Fsd /Frd	0,49	<b>ok</b>

$$F_{sd} = 1,15G1 + 1,25G2 + 1,3G3$$

$$F_{Rd} = \begin{cases} \frac{0,66 \cdot t_w^2}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ 1 + 3 \cdot \left( \frac{l_n}{d} \right) \cdot \left( \frac{t_w}{t_f} \right)^{1,5} \right] \cdot \sqrt{\frac{E \cdot f_y \cdot t_f}{t_w}} & \text{se } S \geq \frac{d}{2} \\ \frac{0,33 \cdot t_w^2}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ 1 + 3 \cdot \left( \frac{l_n}{d} \right) \cdot \left( \frac{t_w}{t_f} \right)^{1,5} \right] \cdot \sqrt{\frac{E \cdot f_y \cdot t_f}{t_w}} & \text{se } S < \frac{d}{2} \text{ e } \frac{l_n}{d} \leq 2 \\ \frac{0,33 \cdot t_w^2}{\gamma_{a1}} \cdot \left[ 1 + \left( \frac{4 \cdot l_n}{d} - 0,2 \right) \cdot \left( \frac{t_w}{t_f} \right)^{1,5} \right] \cdot \sqrt{\frac{E \cdot f_y \cdot t_f}{t_w}} & \text{se } S < \frac{d}{2} \text{ e } \frac{l_n}{d} > 2 \end{cases}$$

### 5.2.7. Flambagem lateral da alma

$$\frac{h/t_w}{l/b_f} > 2,3 \text{ ou } 1,7$$

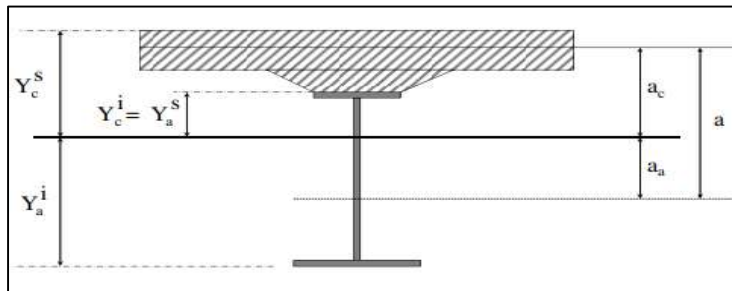
h/tw:	115,7	
l/bf:	12,8	
(h/tw) / (l/bf):	9,1	<b>&gt; 2.3 → Não é necessário verificar a flambagem lateral</b>

**6. Verificação: Viga mista de aço e concreto**

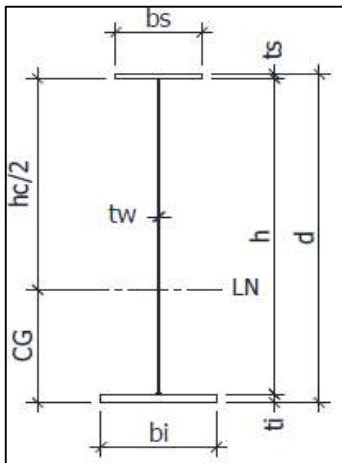
**6.1. Dados**

	P1	P2	
Seção:	MS	MS	S - Simétrico / MS - Monosimétrico
$\lambda_p$ :	90,5	90,5	
$\lambda_r$ :	137,2	137,2	
$h/tw$ :	115,7	115,7	P1 e P2: Vigas mistas compactas - NBR8800 O.1.1.2
	$\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$	$\lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r$	

Vigas mistas semi-compactas - Dimensionamento NBR8800 Anexo O - item O.1.1.2: propriedades elásticas da seção mista



	Mista - CD		Mista - LD		Retração (Moga et al)	
	P1	P2	P1	P2	P1	P2
	$\eta\theta$ :	7	$\eta L$ :	22	$\eta r$ :	16,6
Yai (mm):	1261	1299	979	1030	1052	1100
aa (mm):	629	618	3,5E+02	349	420	419
Ycs (mm):	539	501	821	770	748	700
Yci (mm):	314	276	596	545	523	475
Yas (mm):	239	201	521	470	448	400
ac (mm):	427	388	708	657	636	587
Asm (mm <sup>2</sup> ):	1,1E+05	1,1E+05	6,9E+04	6,6E+04	7,7E+04	7,3E+04
IxM (mm <sup>4</sup> ):	4,9E+10	4,3E+10	3,5E+10	3,2E+10	3,8E+10	3,5E+10
Wcs (mm <sup>3</sup> ):	9,1E+07	8,7E+07	4,3E+07	4,1E+07	5,1E+07	4,9E+07
Wci (mm <sup>3</sup> ):	1,6E+08	1,6E+08	5,9E+07	5,8E+07	7,4E+07	7,3E+07
Was (mm <sup>3</sup> ):	2,0E+08	2,2E+08	6,7E+07	6,7E+07	8,6E+07	8,7E+07
Wai (mm <sup>3</sup> ):	3,9E+07	3,3E+07	3,6E+07	3,1E+07	3,7E+07	3,1E+07



Perfil	P1	P2
d (mm):	1500	1500
A (mm <sup>2</sup> ):	46335	42870
CG (mm):	632	681
Ix (mm <sup>4</sup> ):	1,8E+10	1,6E+10
Ws (mm <sup>3</sup> ):	2,1E+07	2,0E+07
Wi (mm <sup>3</sup> ):	2,8E+07	2,4E+07
h (mm):	1446	1446
tw' (mm):	12,5	12,5
bs (mm):	460	460
bi (mm):	570	460
ts' (mm):	22,4	22,4
ti' (mm):	31,5	31,5

**6.2. Tensão resistente**

$\gamma_{a1}$ :	1,1
$\gamma_c$ :	1,4
$f_{ck}$ (MPa):	30,0
$f_y$ (MPa):	345,0

i) Tração e compressão nas mesas (NBR8800 - 4.8.2):

VER ITEM A.2.2 NBR16694

$$\sigma_{rd} = \frac{f_y}{\gamma_{a1}}$$

ii) Cisalhamento na alma do perfil (NBR8800 - 5.4.3):

$$\tau_{rd} = \frac{0,6 \cdot f_y}{\gamma_{a1}}$$

iii) Compressão na laje de concreto (NBR8800 - O1.1.3):

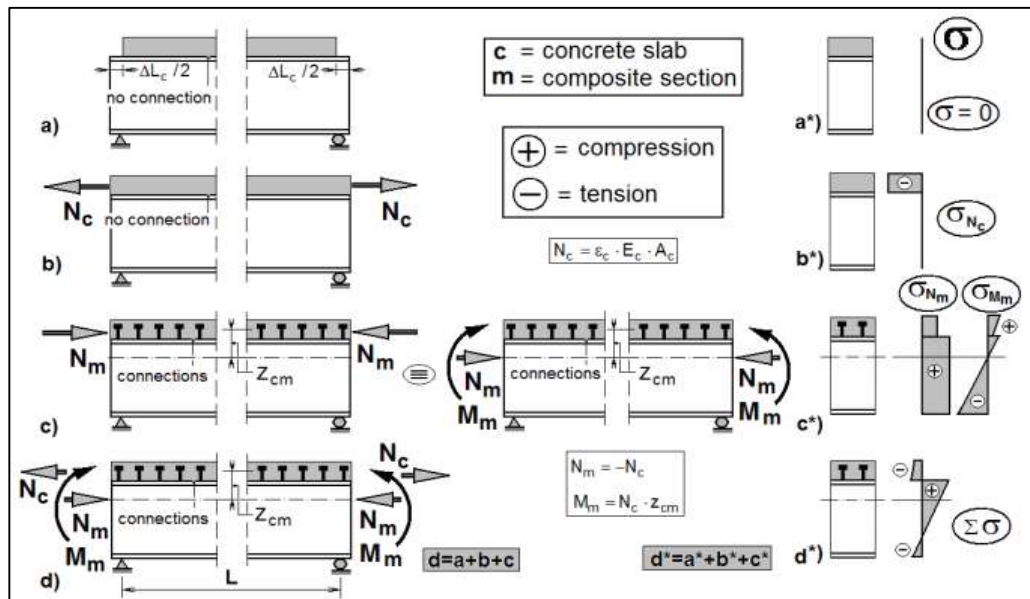
$$f_{cd} = \frac{0,85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c}$$

Tensão resistente (MPa)		
Perfil	P1	P2
$\sigma_{rds}$ (MPa):	313,6	313,6
$\sigma_{rdi}$ (MPa):	313,6	313,6
$\tau_{rd}$ (MPa):	188,2	188,2
$f_{cd}$ (MPa):	18,2	18,2

Mesa superior  
Mesa inferior  
Cisalhamento da alma  
Face superior laje

**6.2. Retração e fluência**

O efeito da retração na seção mista foi calculado conforme o modelo descrito em Moga et al (2016).



$\varphi_r$ :	2,24	Coefficiente de fluência (NBR6118 Anexo A ou item 8.2.11)
$\varepsilon_c$ :	0,00033	Deformação total de retração (NBR6118 Anexo A ou item 8.2)
Ecs (MPa):	26838	Módulo de elasticidade secante aos 28 dias
$\eta_r$ :	16,6	Coefficiente de retração EN4 5.4.2.2
$\eta\theta$ :	7,5	Coefficiente de curta duração NBR 8800 O.1.2.1

$$N_c = -N_m = \varepsilon_c \cdot E_{cs} \cdot b_c \cdot t_c \cdot \frac{\eta_0}{\eta_r}$$

$$M_{m(r)i} = N_m \cdot a_{c(r)i}$$

$$\sigma_c = \frac{N_{c(r)i}}{A_{ci}} + \frac{1}{\eta_r} \cdot \left( \frac{N_{m(r)i}}{A_{m(r)i}} + \frac{M_{m(r)i} \cdot z}{I_{m(r)i}} \right)$$

$$\sigma_a = \frac{N_{m(r)i}}{A_{m(r)i}} + \frac{M_{m(r)i} \cdot z}{I_{m(r)i}}$$

ou:

$$\sigma_{cs} = \varepsilon_r \cdot E_a \cdot \frac{A_a}{\eta_r \cdot A_{m(\eta_r)}} \cdot \left[ 1 - \frac{A_{m(\eta_r)} \cdot a_{a(\eta_r)}}{W_{c(\eta_r)}^s} \right]$$

$$\sigma_{ci} = \varepsilon_r \cdot E_a \cdot \frac{A_a}{\eta_r \cdot A_{m(\eta_r)}} \cdot \left[ 1 - \frac{A_{m(\eta_r)} \cdot a_{a(\eta_r)}}{W_{c(\eta_r)}^i} \right]$$

$$\sigma_{as} = -\varepsilon_r \cdot E_a \cdot \frac{A_c}{\eta_r \cdot A_{m(\eta_r)}} \cdot \left[ 1 + \frac{A_{m(\eta_r)} \cdot a_{c(\eta_r)}}{W_{a(\eta_r)}^s} \right]$$

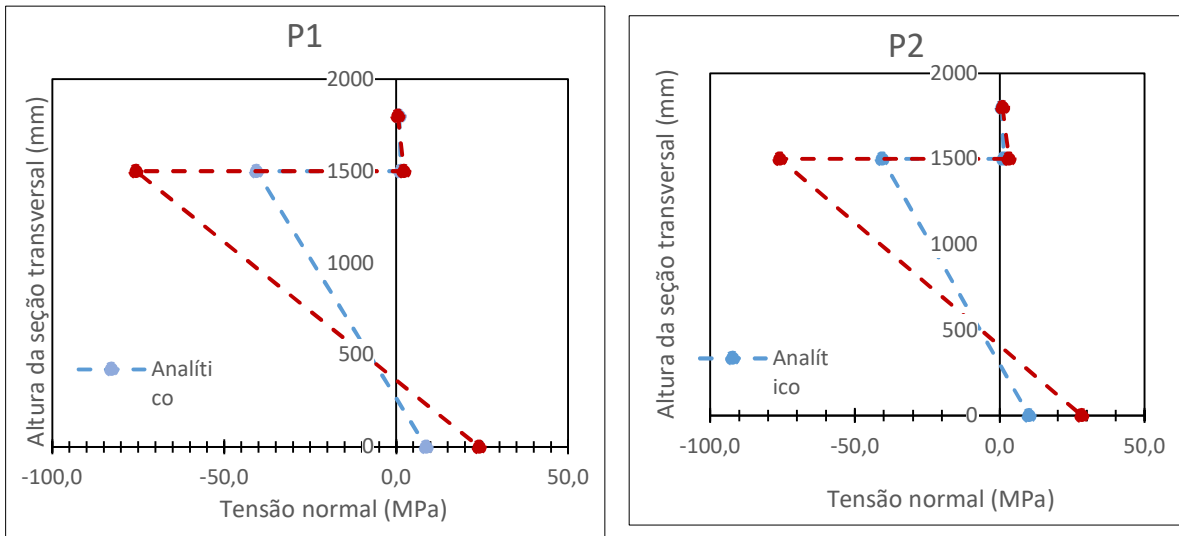
$$\sigma_{ai} = -\varepsilon_r \cdot E_a \cdot \frac{A_c}{\eta_r \cdot A_{m(\eta_r)}} \cdot \left[ 1 - \frac{A_{m(\eta_r)} \cdot a_{c(\eta_r)}}{W_{a(\eta_r)}^s} \right]$$

	Analítico		Numérico		
	P1	P2	P1/P2		
Nm (kN):	1990		-1347	-248%	Força devido à retração (Beam)
Mm (kNm):	1265,4	1168,2	1151	10%	Momento devido à retração (Beam)

As tensões analíticas foram obtidas com base nas equações analíticas. Os valores de tensão foram retirados diretamente do modelo numérico.

	Tensão analítica				Tensão numérica			
	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
P1	0,9	1,3	-40,6	8,7	0,5	2,2	-75,6	24,1
P2	0,7	1,3	-40,6	10,1	1,0	3,2	-75,9	28,2

Comparação tensões numéricas x analíticas								
	P1				P2			
	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
Analítica	0,9	1,3	-40,6	8,7	0,7	1,3	-40,6	10,1
Numérica	0,5	2,2	-75,6	24,1	1,0	3,2	-75,9	28,2
	86%	-40%	-46%	-75%	-13%	-58%	-47%	-64%



→ Escolher entre as tensões numéricas ou analíticas Tensões numéricas

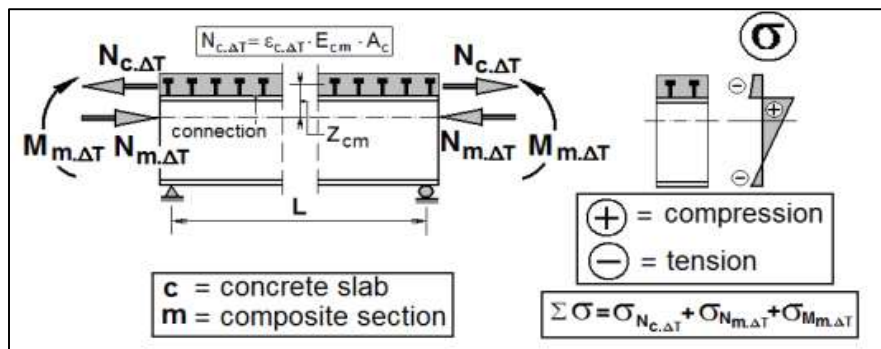
		Tensões de projeto			
		$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
P1		0,5	2,2	-75,6	24,1
P2		1,0	3,2	-75,9	28,2

### 6.3. Variação de temperatura

O modelo de Moga et al (2016) será utilizado na estimativa das tensões analíticas devido à variação de temperatura.

$\Delta T_{enc}$ (°C):	-5,4	Encurtamento da laje de concreto
$\Delta T_{dil}$ (°C):	12	Dilatação da laje de concreto
$\alpha$ :	0,00001	Coefficiente de dilatação EN1-5 Tab.C.1
$\eta\theta$ :	7,5	Coefficiente de curta duração NBR 8800 O.1.2.1

\*Calculado em relação às temperatura médias das capitais brasileiras.



$$\varepsilon_{c,\Delta T} = \alpha_T \cdot \Delta T_M$$

$$N_{c,\Delta T} = -N_{m,\Delta T} = -\varepsilon_{c,\Delta T} \cdot E_{cm} \cdot A_c$$

$$E_{cm} = E_{cs}$$

$$\sigma_c = \frac{N_{c,\Delta T}}{A_c} + \frac{1}{\eta_0} \cdot \left( \frac{N_{m,\Delta T}}{A_m} + \frac{M_{m,\Delta T} \cdot z}{I_m} \right)$$

$$\sigma_a = \frac{N_{m,\Delta T}}{A_m} + \frac{M_{m,\Delta T} \cdot z}{I_m}$$

ou:

$$\sigma_{cs} = \pm \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_a \cdot \frac{A_a}{\eta_0 \cdot A_{m(\eta_0)}} \cdot \left[ 1 - \frac{A_{m(\eta_0)} \cdot a_{a(\eta_0)}}{W_{c(\eta_0)}^s} \right]$$

$$\sigma_{ci} = \pm \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_a \cdot \frac{A_a}{\eta_0 \cdot A_{m(\eta_0)}} \cdot \left[ 1 - \frac{A_{m(\eta_0)} \cdot a_{a(\eta_0)}}{W_{c(\eta_0)}^i} \right]$$

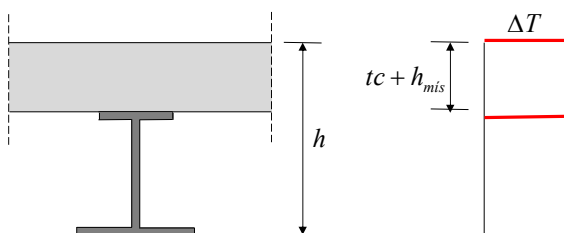
$$\sigma_{as} = \pm \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_a \cdot \frac{A_c}{\eta_0 \cdot A_{m(\eta_0)}} \cdot \left[ 1 + \frac{A_{m(\eta_0)} \cdot a_{c(\eta_0)}}{W_{a(\eta_0)}^s} \right]$$

+

$$\sigma_{ai} = \pm \alpha_T \cdot \Delta T \cdot E_a \cdot \frac{A_c}{\eta_0 \cdot A_{m(\eta_0)}} \cdot \left[ 1 - \frac{A_{m(\eta_0)} \cdot a_{c(\eta_0)}}{W_{a(\eta_0)}^s} \right]$$

### Esforços:

Os esforços devido à variação não-uniforme de temperatura obtidos a partir do modelo de Moga et al (2016) e a do modelo numérico são comparados em sequência. No modelo numérico foi utilizado o gradiente de temperatura ilustrado abaixo.



ΔTdil (°C):	12,0
ΔTenc (°C):	-5,4
tc (mm):	225
hmis (mm):	75
bf (mm):	2261
Ecs (MPa):	26838
αm=	9,60E-06

	Analítico				Numérico	
	P1		P2		P1/P2	
	ΔTenc (°C)	ΔTdil (°C)	ΔTenc (°C)	ΔTdil (°C)	ΔTenc (°C)	ΔTdil (°C)
εcΔt:	-0,00005	0,00012	-0,00005	0,00012	-0,00005	0,00012
Nm,Δt (kN):	-983	2185	-983	2185	-119	269
Mc,Δt (kNm):	420	-933	382	-848	105	-236
	3,2E-01	2,0E+00	-7,4E-01	1,5E+00		

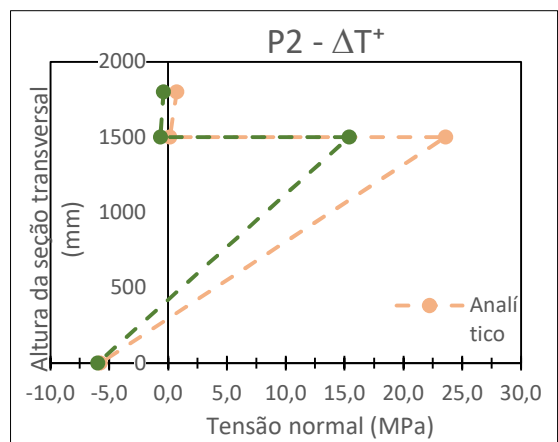
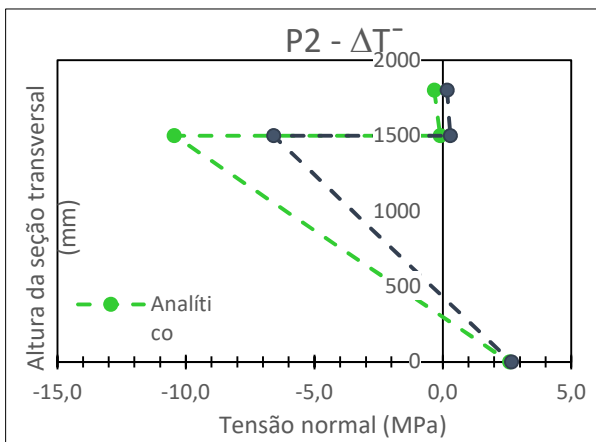
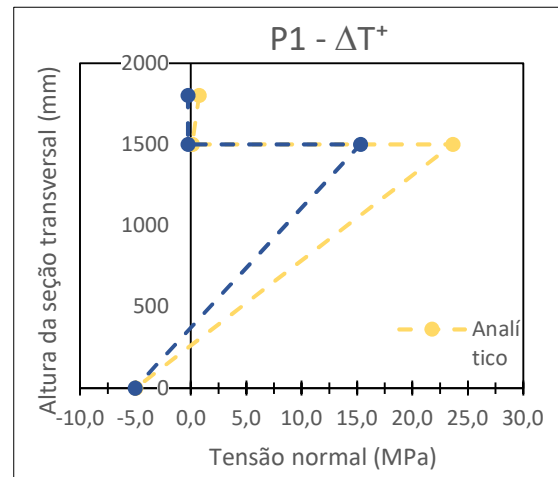
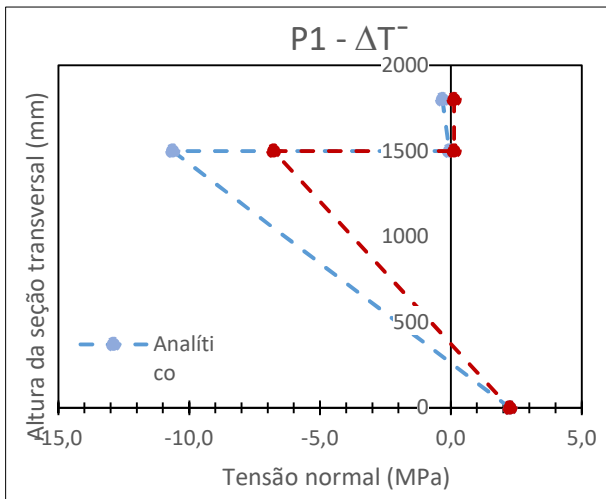
Comparação entre as tensões numéricas e analíticas:

$\Delta T_{enc}$  (°C) TG-negativoLC

	Tensão analítica				Tensão numérica			
	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
P1	-0,3	-0,1	-10,6	2,2	0,1	0,1	-6,8	2,2
P2	-0,3	-0,1	-10,4	2,6	0,2	0,3	-6,6	2,7
	1800	1500	1500	0	1800	1500	1500	0

$\Delta T_{dil}$  (°C) TG-Positive

	Tensão analítica				Tensão numérica			
	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
P1	0,7	0,1	23,6	-5,0	-0,3	-0,3	15,3	-5,0
P2	0,7	0,1	23,6	-5,8	-0,4	-0,7	15,4	-6,0



→ Escolher entre as tensões numéricas ou analíticas Tensões numéricas

		Tensões de projeto			
		$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ci}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
P1	$\Delta T_{enc}$ (°C)	0,1	0,1	-6,8	2,2
	$\Delta T_{dil}$ (°C)	-0,3	-0,3	15,3	-5,0
P2	$\Delta T_{enc}$ (°C)	0,2	0,3	-6,6	2,7
	$\Delta T_{dil}$ (°C)	-0,4	-0,7	15,4	-6,0

#### 6.4. Vento

Como a laje de concreto endurecida promove o travamento contínuo do flange superior, o vento irá provocar apenas a flexão do flange inferior das longarinas. Desse modo, as tensão de compressão e tração no flange inferior serão dadas por:

Lb (mm): 5880

Fw (kN/m): 3,4

Mw (kNm): 11,9

Wbi (mm<sup>3</sup>): 1,7E+06 1,1E+06

$\sigma_{fiW}$  (MPa): 7,0 10,7

$$F_w (kN / m) = F_{an} \cdot \frac{d}{2} \quad \sigma_{fiW} = \pm \frac{M_w}{W_{bi}}$$

$$M_w (kN / m) = \frac{F_w \cdot L_b^2}{10} \quad W_{bi} = \frac{t_i \cdot b_i^2}{6}$$

#### 6.5. Tensões solicitantes

Ações	Perfil 2				Perfil 1	
	x = 0m		x = 8,75 m		x = 14,7 m	
	(kN)	(MPa)	(kN)	(MPa)	(kN)	(MPa)
G1	60	3,3	26	1,4	0	0
G2	276	15,3	112	6,2	12	0,0006768
G3	48	2,7	13	0,7	2	9,998E-05
G4	112	6,2	444	24,6	3	0,0001435
G5	75	4,1	30	1,6	2	9,561E-05
qM	42	2,3	134	7,4	194	10,7
R	166	9,2	1	0,1	1	0,1
T	18	1,0	1	0,1	0	0,0

Ações	Perfil 2 x = 8,75 m				
	Ms1 (kNm)	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ic}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
G1	395	-	-	-19,7	16,4
G2	1763	-	-	-88,1	73,3
G3	238	-0,3	-0,2	-3,5	7,8
G4	715	-0,8	-0,6	-10,6	23,3
G5	476	-0,5	-0,4	-7,1	15,6

qM	1913	-3,0	-1,6	-8,9	57,4
R	-	0,0	0,0	-75,9	28,2
T	-	-0,4	-0,7	-6,6	2,7
W	-	-	-	-	10,7
Perfil 1 x = 14,7 m					
Ações	Ms2 (kNm)	$\sigma_{sc}$ (MPa)	$\sigma_{ic}$ (MPa)	$\sigma_{as}$ (MPa)	$\sigma_{ai}$ (MPa)
G1	472	-	-	-23,0	16,7
G2	2086	-	-	-101,7	74,0
G3	271	-0,3	-0,2	-4,0	7,6
G4	847	-0,9	-0,6	-12,6	23,7
G5	564	-0,6	-0,4	-8,4	15,8
qM	2271	-3,4	-2,0	-11,1	58,6
R	-	0,0	0,0	-75,6	24,1
T	-	-0,3	-0,3	-6,8	2,2
W	-	-	-	-	7,0

$\psi_{0W}$ :	0,6
$\psi_{0T}$ :	0,6
$\psi_{0M}$ :	0,7
$\gamma_{a1}$ :	1,1
$\gamma_{c1}$ :	1,4

Ações	$\gamma$
G1	1,25
G2	1,35
G3	1,3
G4	1,35
G5	1,35
qM	1,5
R	1,2
T	1,2
W	1,2

$$\tau = \frac{V}{h \cdot t_w}$$

$$\sigma_{as} = \begin{cases} \frac{M_{G1/G2}}{W_s} \\ \frac{M_{G3/G4/G5}}{W_{aiL}} \\ \frac{M_{qM}}{W_{as0}} \end{cases} \quad \sigma_{ai} = \begin{cases} \frac{M_{G1/G2}}{W_i} \\ \frac{M_{G3/G4/G5}}{W_{aiL}} \\ \frac{M_{qM}}{W_{ai0}} \end{cases}$$

$$\sigma_{cs} = \begin{cases} \frac{M_{G3/G4/G5}}{\eta_L \cdot W_{csL}} \\ \frac{M_{qM}}{\eta_L \cdot W_{csL}} \end{cases} \quad \sigma_{ci} = \begin{cases} \frac{M_{G3/G4/G5}}{\eta_L \cdot W_{ciL}} \\ \frac{M_{qM}}{\eta_L \cdot W_{ciL}} \end{cases}$$

**6.5.1. COMB4**

- **Comb4:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Carga Móvel (qM-AVP) + Temperatura (T) + Vento (W)  
 $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 0.6 \cdot 1.2T + 0.6 \cdot 1.2W$

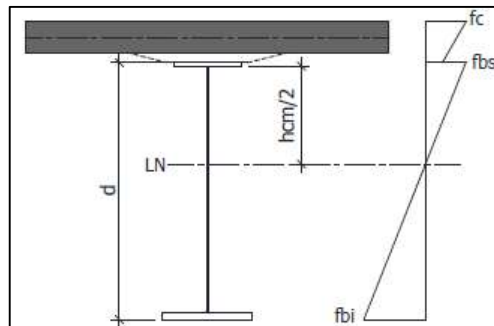


Fig 6.3: Distribuição de tensões

Face superior da laje de concreto:

$$\sigma_{cs-sd} = 1.3 \cdot \frac{M_{G3}}{\eta_L \cdot W_{csL}} + 1.35 \cdot \frac{M_{G4} + M_{G5}}{\eta_L \cdot W_{csL}} + 1.2 \cdot \sigma_{csR} + 1.5 \cdot \frac{M_{qM}}{\eta_0 \cdot W_{cs0}} + 0,6 \cdot 1.2 \cdot \sigma_{csT}$$

Face inferior da laje de concreto:

$$\sigma_{ci-sd} = 1.3 \cdot \frac{M_{G3}}{\eta_L \cdot W_{ciL}} + 1.35 \cdot \frac{M_{G4} + M_{G5}}{\eta_L \cdot W_{ciL}} + 1.2 \cdot \sigma_{ciR} + 1.5 \cdot \frac{M_{qM}}{\eta_0 \cdot W_{ci0}} + 0,6 \cdot 1.2 \cdot \sigma_{ciT}$$

Mesa superior do perfil:

$$\sigma_{as-sd} = 1.25 \cdot \frac{M_{G1}}{W_s} + 1.35 \cdot \frac{M_{G2}}{W_s} + 1.3 \cdot \frac{M_{G3}}{W_{asL}} + 1.35 \cdot \frac{M_{G4} + M_{G5}}{W_{asL}} + 1.2 \cdot \sigma_{asR} + 1.5 \cdot \frac{M_{qM}}{W_{as0}} + 0,6 \cdot 1.2 \cdot \sigma_{asT}$$

Mesa inferior do perfil:

$$\sigma_{ai-sd} = 1.25 \cdot \frac{M_{G1}}{W_i} + 1.35 \cdot \frac{M_{G2}}{W_i} + 1.3 \cdot \frac{M_{G3}}{W_{aiL}} + 1.35 \cdot \frac{M_{G4} + M_{G5}}{W_{aiL}} + 1.2 \cdot \sigma_{aiR} + 1.5 \cdot \frac{M_{qM}}{W_{ai0}} + 0,6 \cdot 1.2 \cdot \sigma_{aiT} + 0,6 \cdot 1.2 \cdot \sigma_{aiW}$$

### Seção S0: Perfil 2

$$\tau_{sd} = \frac{1}{h \cdot t_w} \cdot (1.25 \cdot V_{G1} + 1.35 \cdot V_{G2} + 1.3 \cdot V_{G3} + 1.35 \cdot V_{G4} + 1.35 \cdot V_{G5} + 1.5 \cdot V_{qM} + 1.2 \cdot V_R)$$

		P1	P2
COMB4	σ <sub>cs-sd</sub> (MPa):	-7,6	-6,8
	σ <sub>ci-sd</sub> (MPa):	-4,9	-4,4
	σ <sub>as-sd</sub> (MPa):	-312,1	-281,2
	σ <sub>ai-sd</sub> (MPa):	307,5	311,7
	τ <sub>sd</sub> (MPa):	16,1	56,6

\* A tensão cisalhante provocada pela variação de temperatura foi desconsiderada nos cálculos devido ao seu pequeno valor.

### **6.5.2. COMB5**

- **Comb5:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T-VP) + Vento (W)  
1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 · 1.5qM + 1.2T + 0.6 · 1.2W

		P1	P2
COMB5	σ <sub>cs-sd</sub> (MPa):	-6,2	-5,7
	σ <sub>ci-sd</sub> (MPa):	-4,1	-4,0
	σ <sub>as-sd</sub> (MPa):	-310,3	-280,4
	σ <sub>ai-sd</sub> (MPa):	282,2	287,1
	τ <sub>sd</sub> (MPa):	11,3	55,6

\* A tensão cisalhante provocada pela variação de temperatura foi desconsiderada nos cálculos devido ao seu pequeno valor.

### **6.5.3. COMB6**

- **Comb6:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T) + Vento (W-VP)  
1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 · 1.5qM + 0.6 · 1.2T + 1.2W

		P1	P2
	σ <sub>cs-sd</sub> (MPa):	-6,1	-5,5
	σ <sub>ci-sd</sub> (MPa):	-4,0	-3,7

\* A tensão cisalhante provocada pela variação de temperatura foi

COMB6	$\sigma_{as-sd}$ (MPa):	-307,1	-277,2	desconsiderada nos cálculos devido ao seu pequeno valor.
	$\sigma_{ai-sd}$ (MPa):	284,5	291,0	
	$\tau_{sd}$ (MPa):	11,3	55,6	

### 6.6. Verificação

	COMB4		COMB5		COMB6		
	P1	P2	P1	P2	P1	P2	
	SD/RD	SD/RD	SD/RD	SD/RD	SD/RD	SD/RD	
$\sigma_{cs-sd}$ (MPa):	0,42	0,37	0,34	0,31	0,33	0,30	ok
$\sigma_{ci-sd}$ (MPa):	0,27	0,24	0,22	0,22	0,22	0,20	ok
$\sigma_{as-sd}$ (MPa):	1,00	0,90	0,99	0,89	0,98	0,88	ok
$\sigma_{ai-sd}$ (MPa):	0,98	0,99	0,90	0,92	0,91	0,93	ok
$\tau_{sd}$ (MPa):	0,09	0,30	0,06	0,30	0,06	0,30	ok

## 7 - Conectores de cisalhamento

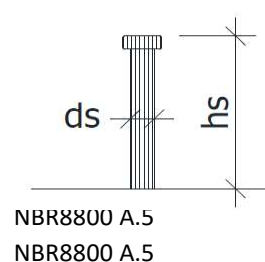
Os conectores de cisalhamento devem atender aos requisitos apresentados nas seguintes normas:

- NBR16694 itens 4.3 e A3.1
- AWS D1.1
- NBR 8800 itens O.4 e O.5

De acordo com a AASHTO 2014 item 6.10.10.1.2 os conectores devem ser determinados para satisfazer a fadiga e depois verificados para o estado limite último.

### 7.1. Resistência do conector tipo Pino com cabeça - Stud Bolt:

Aço conector:	ASTM A108-Grau 1020
hsb (mm):	75
dsb (mm):	18
ts (mm):	22,4
fysb (MPa):	345
fusb (MPa):	415
Asb (mm <sup>2</sup> ):	254



#### Requisitos:

hsb/dsb:	4,17 ≤ 4	ok	NBR8800 O.4.1
dsb (mm):	18,00 < 2ts	ok	NBR8800 O.4.2
hcon (mm):	150,00 > 50 mm	ok	NBR8800 O.4.2

#### I) Resistência à fadiga:

AASHTO (2014) 6.10.10.8	VUP (anos):	75	Vida útil de projeto
	VMD (c/dia):	1000	Volume médio de tráfego
	MDPF (/dia):	128	Média diária de tráfego pesado/faixa
	Nc:	3,5E+06	Número de ciclos em 75 anos

#### - requisitos para determinação da resistência à fadiga:

Segundo o item A2.2 da NBR16694:2020 a resistência à fadiga dos conectores calculada segundo o anexo A da referida norma, só é válida caso as tensões normais e cisalhantes no metal base sejam inferiores a  $0.66f_y$  e  $0.4f_y$ , respectivamente.

$\psi_{lfad}$ : 0,75

Fase utilização:  $T = \infty$

- COMB13:  $G_1 + G_2 + G_3 + G_4 + G_5 + G_R + y_1 \cdot q_M$

	P2	P1		
x (m):	0	8,75	14,7	
$\sigma_{ai}$ (MPa):	0	208	206	ok : < 0.66 fy
$\tau_a$ (MPa):	33,2	40,1	8,0	ok : < 0.4fy

- Faixa admissível de variação de tensões ( $\sigma_{SR}$ ):

$\sigma_{SR}$  (MPa): 45

$$\sigma_{SR} = \begin{cases} 238 - 29,5 \cdot \text{Log}(N_c) & \text{se } N_c \leq 6.6 \cdot 10^6 \\ 38 \text{ MPa} & \text{se } N_c > 6.6 \cdot 10^6 \end{cases}$$

AASHTO 6.10.10.2  
NBR16694 item A.6

- Força resistente do pino à fadiga ( $Z_r$ ):

$$Z_r = \sigma_{SR} \cdot d_{sb}^2$$

$Z_r$  (kN/stud): 15

NBR16694 A.6

## II) Resistência última de cálculo

fck (MPa): 30

Ec (MPa): 30672

$\gamma_{sb}$ : 1,25

Rg: 1

Rp: 1

- ELU - Esmagamento do concreto (NBR 8800 O.4.2.1.1):

$$Q_{Rd} = \frac{1}{2} \frac{A_{cs} \sqrt{f_{ck} E_c}}{\gamma_{cs}}$$

$Q_{rd1}$  (kN): 97,6

- ELU - Cisalhamento do conector (NBR 8800 O.4.2.1.1):

$$Q_{Rd} = \frac{R_g \cdot R_p \cdot A_{cs} \cdot f_{ucs}}{\gamma_{cs}}$$

$Q_{rd2}$  (kN): 84,5

$Q_{rd}$  (kN): 84,5 / Stud

## 7.2. Verificações

	Requisitos	Adotado		
cap(mm):	50	50	ok	Comprimento de apoio mínimo das pré-lajes
emint (mm)	72	100	ok	Espaçamento mínimo transversal entre conectores
eminl (mm)	108	140	ok	Espaçamento longitudinal mínimo entre conectores
Emáxl (mm)	600	600	ok	Espaçamento máximo longitudinal (AASHTO 6.10.10.1.2)
bcob (mm):	34	40	ok	Cobrimento mínimo lateral (AASHTO 6.10.10.1.3)

### I) verificação à fadiga

- Combinação frequente de fadiga (NBR 16694 6.4):

$\Delta Fd = 0,75 \text{ QM}$

$$F_{d,fad} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 \sum_{j=1}^n F_{Qj,k}$$

→ 0 m a 8,75 m

Qs0-sd (kN): 40

Smáx (mm):	600	Smáx < 60 cm (AASHTO 6.10.10.1.2)
bs (mm):	460	Largura mesa superior do perfil 2
Ct (mm):	600	Comprimento das talas na região de emendas
Ls0-s1 (mm):	8750	Comprimento entre a seção S0 e S1

|qh<sub>q</sub> (kN/m): 18 Fluxo de cisalhamento longitudinal devido à carga variável

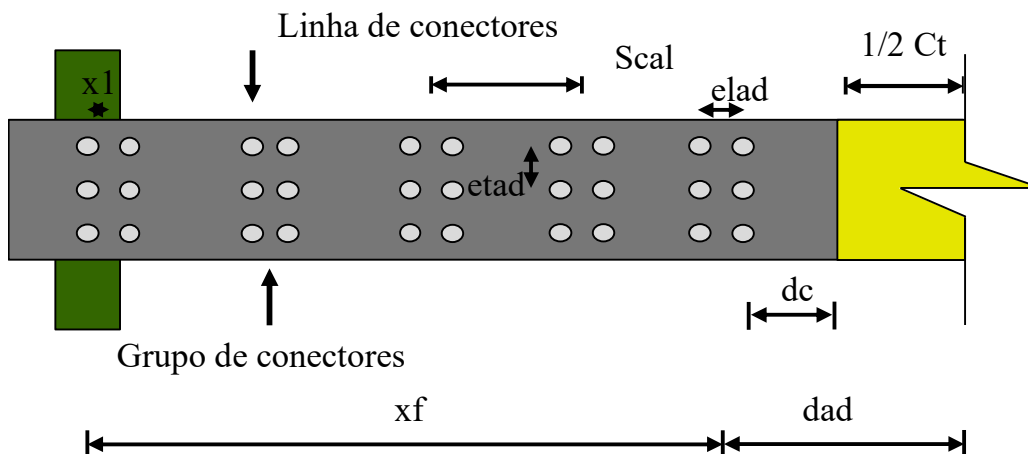
$$q_{hq0-1} = \frac{\psi_{1fad} \cdot V_M \cdot t_c \cdot b_{ef}}{\eta_0} \cdot \frac{a_c}{I_{xM0}}$$

Nº Cmáx/L:	3,0	Número máximo de conectores por linha
Nº Cad/L:	3,0 <b>ok</b>	Número adotado de conectores por linha

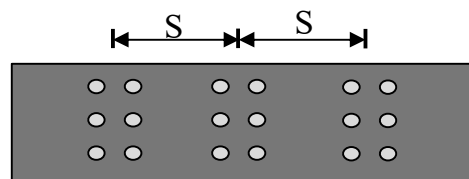
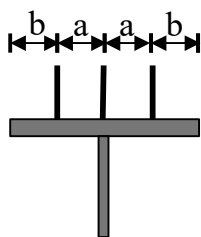
Sad (mm):	268 <b>ok - S &lt; 600</b>	Espaçamento adotado
ncnec:	1,0	Nº de conectores por linha com base no espaçamento adotado
Nº L/G:	1,0	Linhas por grupos de conectores
NG:	33 <b>200% de Fo</b>	Número de grupos de conector no trecho

dc (mm):	60	Distância entre o início da tala e a primeira linha de conectores
dad (mm):	360	Distância entre os centros da tala e do grupo de conectores
Scal (mm):	262 <b>ok - S &lt; 600</b>	Espaçamento com base nos conectores e no comprimento da tala

Nº C/T:	99	Número total de conectores no trecho
S (mm):	262	Espaçamento final
x1 (mm):	0	Posição do centroíde da primeira linha de conectores
Xf (mm):	8390	Posição do centroíde do ultimo grupo de conectores no trecho



a (mm):	100
b (mm):	130
S (mm):	262
elad (mm):	140



→ 8,75 m a 20,65 m

Qs2 (kN):	134
Qs2N (kN):	250

Smáx (mm) <	600	Espaçamento máximo < 60 cm (AASHTO 6.10.10.1.2)
bs (mm):	460	Comprimento mesa superior do perfil 1
Ct1 (mm):	600	Comprimento da tala1
Ct2 (mm):	600	Comprimento da tala2
Ls1-s2 (mm):	11900	Comprimento do perfil 1

qh <sub>q</sub> (kN/m):	171,6	Fluxo de cisalhamento CM
-------------------------	-------	--------------------------

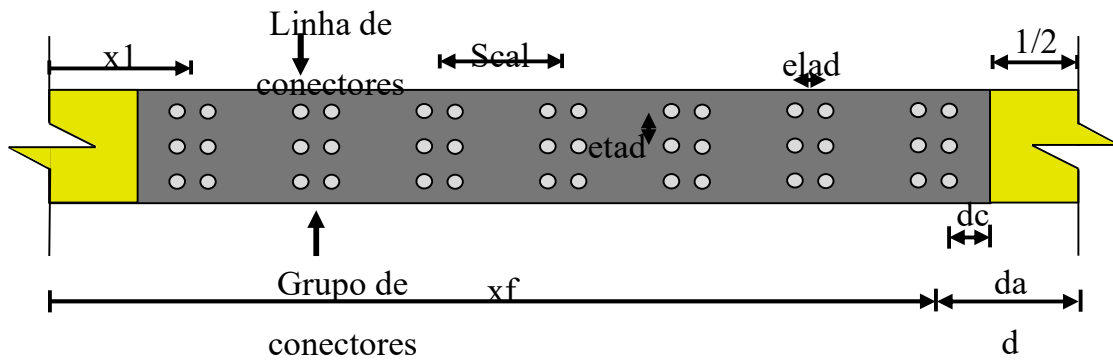
$$q_{hq1-2} = \frac{\psi_{1fad} \cdot (Q + QN) \cdot t_c \cdot b_{ef} \cdot a_c}{\eta_0 \cdot I_{xM0}}$$

Nº Cmáx/L:	5,0	Número máximo de conectores por linha
Nº Cad/L:	1,0 <b>ok</b>	Número adotado de conectores por linha

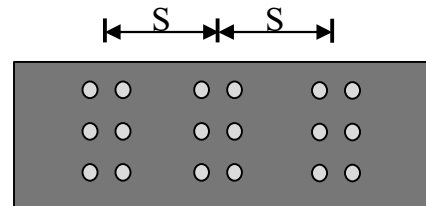
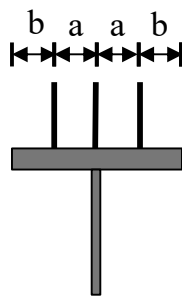
Sad (mm):	250 <b>ok - S &lt; 600</b>	Espaçamento adotado
ncnec:	3,0	Nº de conectores por linha com base no espaçamento adotado
Nº L/G:	3	Linhas por grupos de conectores
NG:	48 <b>0% de Folga</b>	Número de grupos de conector no trecho

dc (mm):	60	<b>420</b> Distância entre o início da tala e a primeira linha de conectores
dad (mm):	1000	Distância entre os centroídes das talas e dos grupo de conectores
Scal (mm):	<b>226</b> <b>ok - S &lt; 600</b>	Espaçamento com base nos conectores e no comprimento da tala

Nº C/T:	144	Número total de conectores no trecho
S (mm):	226	Espaçamento final
x1 (mm):	9250,0	Posição do centroíde da primeira linha de conectores
Xf (mm):	20150	Posição do centroíde do ultimo grupo de conectores no trecho

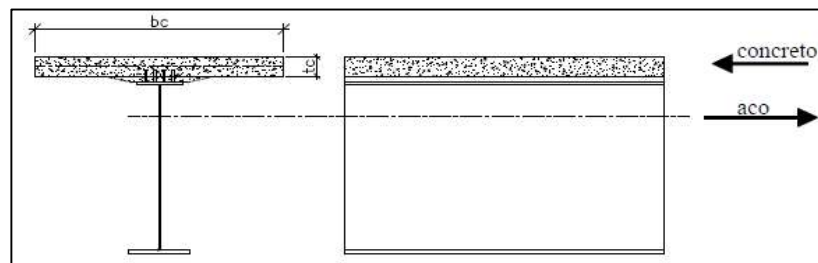


a (mm):	100
b (mm):	130
S (mm):	226
elad (mm):	140



## II) verificação à resistência última

Nas pontes mistas, a laje e a capa de concreto estão em condição de interação total. A verificação para a condição de interação total deve ser feita considerando a menor força horizontal correspondente à plastificação total do aço e da laje de concreto na largura  $b_{ef}$ .



- Resistência última do aço (interação total) -  $F_{h,sd1}$ :

$$F_{h,sd1} = A \cdot f_y$$

- Resistência última da laje de concreto (interação total) -  $F_{h,sd2}$ :

$$F_{h,sd2} = 0,85 \cdot f_{ck} \cdot b_{ef} \cdot t_c$$

$F_{h,sd1}$ (kN):	14790
$F_{h,sd2}$ (kN):	12972
$F_{rh}$ (kN):	12972
Nº cmín it:	308

Total de conectores necessários em toda longarina

Nº de con:	3 Nº de conectores por seção
esp3 (mm):	286 espaçamento considerando Nº conectores por seção

<b>x1 (mm):</b>	0	Posição do centroíde da primeira linha de conectores
<b>Xf (mm):</b>	20150	Posição do centroíde do ultimo grupo de conectores no trecho

Nº cmin: 342 Nº conectores fadiga

→ Nº cf > Nº cmin Interação Total

Nº de conectores necessários para combater a fadiga é maior do que a quantidade para garantir a condição de interação total.

**III) ELU: Fluxo de cisalhamento**

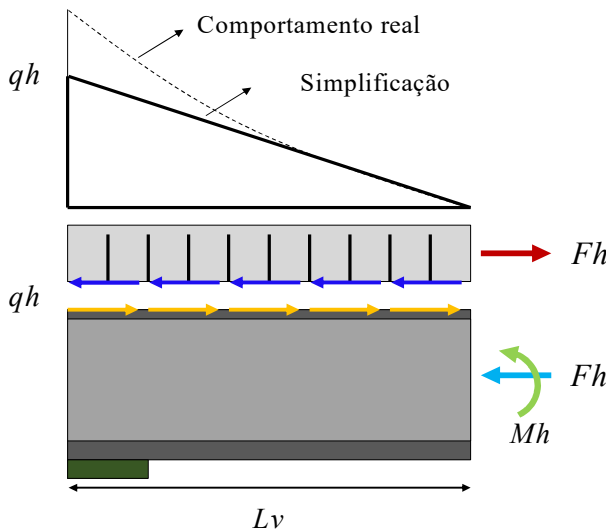
O fluxo resistente nos trechos são dados por:

tc+hpre (mm):	300
bef (mm):	2261
qhrds0-s1 (kN/m):	946
qh-rds1-s2 (kN/m):	1014

$$q_{h-rd} = \frac{n \cdot Q_{rd}}{e_l}$$

**a) Região de ancoragem**

Segundo a EN4-1-1 item 6.6.2.4 é necessário verificar se há conectores suficientes nas extremidades do vão para suportar o cisalhamento longitudinal devido às variações de temperatura e retração. A norma define que a verificação deve ser feita em uma distância Lv do apoio a qual pode ser tomada igual a bef. De acordo com EN 4-1-1 item 6.6.2.4 (3), o fluxo de cisalhamento nas extremidades das lajes devido à retração e variação de temperatura pode ser admitido como:



$$Nm \rightarrow Nc,s \text{ ou } Nc, \Delta t$$

$$Mm = Nm \cdot ac$$

$$Fh = \sigma_a \cdot A = \left[ \frac{Nm}{A_m} + \frac{Mm}{I_{xM}} \cdot aa \right] \cdot A$$

$$qh = \frac{2 \cdot Fh}{b_{ef}}$$

- Mm: calculado em relação ao CG da seção mista
- CG: centro de gravidade da seção de aço isolada
- ac: distância entre o centroide da seção mista e o perfil
- aa: distância entre o CG do perfil e o centroide da seção mista
- qh: fluxo de cisalhamento longitudinal
- $\sigma_a$ : tensão normal no perfil

	P2		
	Retração	$\Delta T_{enc}$ (°C)	$\Delta T_{dil}$ (°C)
Sentido do fluxo de cisalhamento:	→ ←	→ ←	← →
$\sigma_{as}$ (MPa):	-75,8765	-6,6	15,4
$\sigma_{ai}$ (MPa):	28,233	2,7	-6,0
Fh (kN):	816,9	65,9	159,5
qh (kN/m):	723	58	141

→ 0 m a 8,75 m

Fluxo: ← →

- Comb4: 1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 0.6 · 1.2T + 0.6 · 1.2W
- Comb5: 1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 · 1.5qM + 1.2T + 0.6 · 1.2W

$\psi_{0T}$ : 0,6  
 $\psi_{0m}$ : 0,7

	P2			
	$\gamma$	COMB4		COMB5
		Q (kN)	qh-sd (kN/m)	qh-sd (kN/m)
G3:	1,3	48	30	30
G4:	1,35	112	72	72
G5:	1,35	75	48	48
qM:	1,5	40	37	26
R	0	-	0	0
GT:	1,2	-	102	169
qh-sd total:			287	344

qh-sd/qh-rd: 0,36 **ok**

$$qh = \frac{(Q_3 + Q_4 + Q_5) \cdot \frac{bc \cdot tc}{\eta_L} \cdot ac}{IxML}$$

$$qh = \frac{qM \cdot \frac{bc \cdot tc}{\eta_0} \cdot ac}{IxM0}$$

Fluxo: → ←

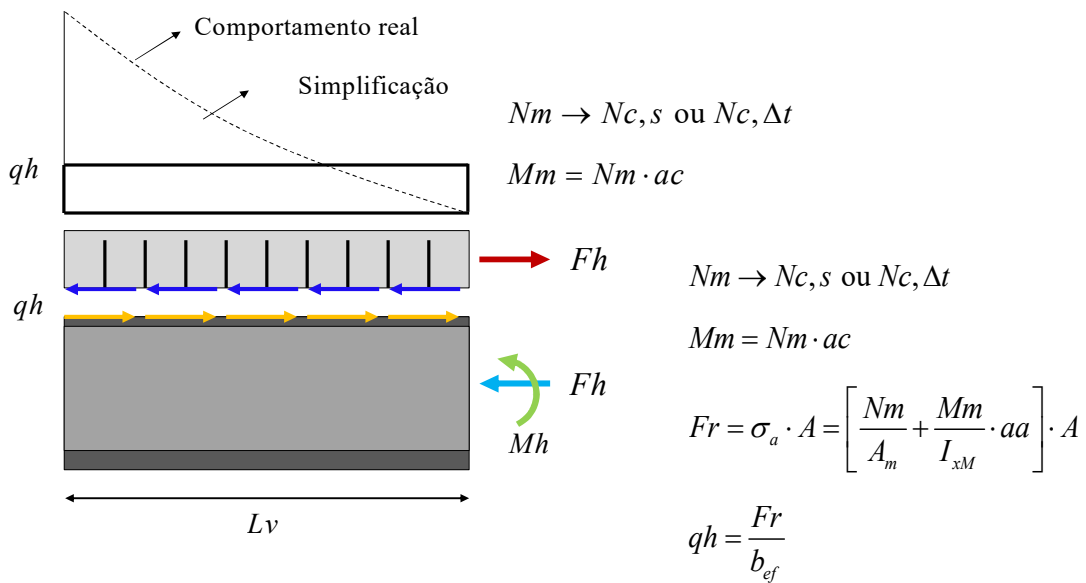
- Comb7: PP (G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
1G3 + 1(G4+G5) + 1.2R + 1.2T

P2			
Comb7			
	$\gamma$	Q (kN)	qh-sd (kN/m)
G3:	1	48	23
G4:	1	112	53
G5:	1	75	35
qM:	0	40	0
R	1,2	-	-867
GT:	1,2	-	-70
qh-sd total:			-826

qh-sd/qh-rd: 0,87 ok

**b) Vão**

Ao longo do vão, admite-se que fluxo possui distribuição uniforme, com  $L_v = \text{bef}$ .



	P1		
	Retração	$\Delta T_{enc}$ (°C)	$\Delta T_{dil}$ (°C)
Sentido do fluxo de cisalhamento:	→ ←	→ ←	← →
$\sigma_{as}$ (MPa):	-75,6	-6,8	15,3
$\sigma_{ai}$ (MPa):	24,1	2,2498	-5,0
Fr (kN):	829	72	163
qh (kN/m):	367	32	72

→ 8,75 m a 14,7 m

Fluxo: ← →

- Comb4:  $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 0.6 \cdot 1.2T + 0.6 \cdot 1.2W$
- Comb5:  $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 \cdot 1.5qM + 1.2T + 0.6 \cdot 1.2W$

	P1			
		COMB4	COMB5	
	$\gamma$	Q (kN)	qh-sd (kN/m)	qh-sd (kN/m)
G3:	1,3	13	8	8
G4:	1,35	444	277	277
G5:	1,35	30	18	18
qM:	1,5	384	343	240
R	0	-	0	0
GT:	1,2	-	52	87
qh-sd total:			698	630

$\psi_{0T}$ : 0,6  
 $\psi_{0m}$ : 0,7

qh-sd/qh-rd: 0,69 **ok**

Fluxo: → ←

- Comb7: PP (G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
 $1G3 + 1(G4+G5) + 1.2R + 1.2T$

	COMB7		
	$\gamma$	Q (kN)	qh-sd (kN/m)
G3:	1	13	6
G4:	1	444	211
G5:	1	30	14
qM:	0	0	0
R	1,2	-	-440
GT:	1,2	-	-38
qh-sd total:			-247

qh-sd/qh-rd: 0,24 **ok**

#### IV) ELS: Fluxo de cisalhamento

Prd,s (kN): 63,4 Prd,s (kN): 0.75 x Prd

qrds0-s1 (kN/m): 709  
 qrds1-s2 (kN/m): 760

## a) Região de ancoragem

→ 0 m a 8,75 m

Fluxo: ← →

- Comb12: G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T
- Comb13: G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T

	P2			
			COMB12	COMB13
	$\gamma$	Q (kN)	qh-sd (kN/m)	qh-sd (kN/m)
G3:	1	48	23	23
G4:	1	112	53	53
G5:	1	75	35	35
qM:	1	40	19	9
R	1	-	0	0
GT:	1	-	71	141
qh-sd total:			201	262

$\psi_{1T}$ : 0,5  
 $\psi_{1m}$ : 0,5

qh-sd/qh-rd: 0,37 ok

$$qh = \frac{(Q_3 + Q_4 + Q_5) \cdot \frac{bc \cdot tc}{\eta_L} \cdot ac}{IxML}$$

$$qh = \frac{qM \cdot \frac{bc \cdot tc}{\eta_0} \cdot ac}{IxM0}$$

Fluxo: → ←

- Comb12: G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T
- Comb13: G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T

	P2			
			COMB12	COMB13
	$\gamma$	Q (kN)	qh-sd (kN/m)	qh-sd (kN/m)
G3:	1	48	23	23
G4:	1	112	53	53
G5:	1	75	35	35
qM:	0	40	0	0
R	1	-	-723	-723
GT:	1	-	-29	-58
qh-sd total:			-640	-670

qh-sd/qh-rd: 0,94 ok

## b) Vão

Ao longo do vão, admite-se que fluxo possui distribuição uniforme, com  $L_v = b_{ef}$ .

	P1		
	Retração	$\Delta T_{enc}$ (°C)	$\Delta T_{dil}$ (°C)
Sentido do fluxo de cisalhamento:	→ ←	→ ←	← →
$\sigma_{as}$ (MPa):	-75,6	-6,8	15,3
$\sigma_{ai}$ (MPa):	24,1	2,2498	-5,0
Fr (kN):	829	72	163
qhf (kN/m):	367	32	72

→ 8,75 m a 29,4 m

Fluxo: ← →

- Comb12:  $G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T$
- Comb13:  $G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T$

$\psi_{1T}$ : 0,5  
 $\psi_{1m}$ : 0,5

	P1			
	COMB12		COMB13	
	$\gamma$	Q (kN)	qh-sd (kN/m)	qh-sd (kN/m)
G3:	1	13	6	6
G4:	1	444	205	205
G5:	1	30	14	14
qM:	1	384	177	89
R	1	-	0	0
GT:	1	-	36	72
qh-sd total:			438	386
qh-sd/qh-rd:		0,58	ok	

Fluxo: → ←

- Comb12:  $G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T$
- Comb13:  $G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T$

	COMB12		COMB13	
	$\gamma$	Q (kN)	qh-sd (kN/m)	qh-sd (kN/m)
G3:	1	13	6	6
G4:	1	444	211	211
G5:	1	30	14	14
qM:	0	0	0	0
R	1	-	-367	-367
GT:	1	-	-16	-32
qh-sd total:			-151	-167

qh-sd/qh-rd: 0,22 ok

**IV) Quadro resumo:**

	0 m a 8,75 m		8,75 m a 29,4 m	
	fadiga	Cisa.	fadiga	Cisa.
Nº Cad/L:	1,0	3	1	3
Nº L/G:	3,0	1	3	1
Scal (mm):	262	286	226	286
NG:	33	31	48	42
qh (kN/m):	967	885	1122	885

Adotado	
0 m a 8,75 r	8,75 m a 29,4 m
1	1
3	3
262,1875	226
33	48

Trecho 1: 0 a 8,75 m → Usar 33 grupos de 3 studs (3 linhas com 1 studs em cada) com diâmetro de 18 mm afastados de 262 mm, totalizando 99 studs

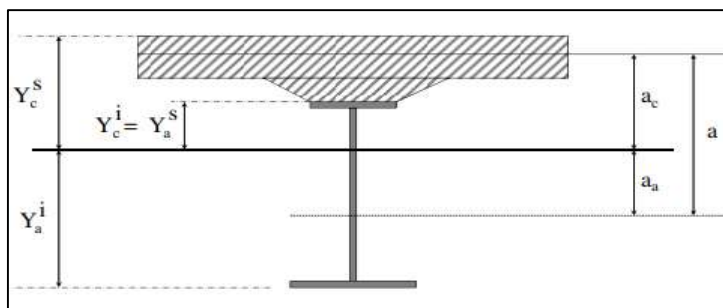
Trecho 2: 8,75 m a 20,65 m → Usar 48 grupos de 3 studs (3 linhas com 1 studs em cada) com diâmetro de 18 mm afastados de 225 mm, totalizando 144 studs

**número total de conectores: 342 studs**

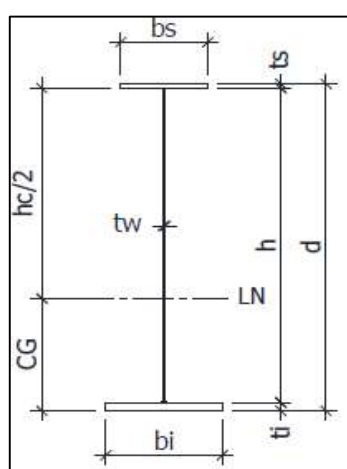
## 8. Verificação: flecha

A avaliação do ELS será feito conforme as recomendações apresentadas no anexo C da NBR 16694.

### 8.1. Dados



	Mista - CD		Mista - LD		Retração (Moga et al)	
	P1	P2	P1	P2	P1	P2
	$\eta\theta :$		$\eta L :$		$\eta r :$	
		7,5		22,4		16,6
Yai (mm):	1261	1299	979	1030	1052	1100
aa (mm):	629	618	348	349	420	419
Ycs (mm):	539	501	821	770	748	700
Yci (mm):	314	276	596	545	523	475
Yas (mm):	239	201	521	470	448	400
ac (mm):	427	388	708	657	636	587
Asm (mm <sup>2</sup> ):	1,1E+05	1,1E+05	6,9E+04	6,6E+04	7,7E+04	7,3E+04
IxM (mm <sup>4</sup> ):	4,9E+10	4,3E+10	3,5E+10	3,2E+10	3,8E+10	3,5E+10
Wcs (mm <sup>3</sup> ):	9,1E+07	8,7E+07	4,3E+07	4,1E+07	5,1E+07	4,9E+07
Wci (mm <sup>3</sup> ):	1,6E+08	1,6E+08	5,9E+07	5,8E+07	7,4E+07	7,3E+07
Was (mm <sup>3</sup> ):	2,0E+08	2,2E+08	6,7E+07	6,7E+07	8,6E+07	8,7E+07
Wai (mm <sup>3</sup> ):	3,9E+07	3,3E+07	3,6E+07	3,1E+07	3,7E+07	3,1E+07



Perfil	P1	P2		
d (mm):	1500	1500		
A (mm <sup>2</sup> ):	46335	42870		
CG (mm):	632	681	$\psi 1v =$	0,3
Ix (mm <sup>4</sup> ):	1,8E+10	1,6E+10	$\psi 1t =$	0,5
Ws (mm <sup>3</sup> ):	2,1E+07	2,0E+07	$\psi 1m =$	0,5
Wi (mm <sup>3</sup> ):	2,8E+07	2,4E+07	$\psi 2v =$	0
h (mm):	1446	1446	$\psi 2t =$	0,3
tw' (mm):	12,5	12,5	$\psi 2m =$	0,3
bs (mm):	460	460		
bi (mm):	570	460		
ts' (mm):	22,4	22,4		
ti' (mm):	31,5	31,5		

## 8.2. Propriedades geométricas

Para simplificação do cálculo analítico foi adotado a inércia média ponderada das seções da viga.

P1		P2	
Lp	np	Lp	np
11,9	1	9,05	2

Inércia		P1	P2	PM
Perfil	I <sub>xm</sub> (mm <sup>4</sup> ):	1,8E+10	1,6E+10	1,7E+10
Curta duração	I <sub>xM</sub> (mm <sup>4</sup> ):	4,9E+10	4,3E+10	4,6E+10
	ac (mm):	4,3E+02	3,9E+02	4,0E+02
Longa duração	I <sub>xML</sub> (mm <sup>4</sup> ):	3,5E+10	3,2E+10	3,3E+10
	ac (mm):	7,1E+02	6,6E+02	6,8E+02
Retração	I <sub>xMR</sub> (mm <sup>4</sup> ):	3,8E+10	3,5E+10	3,6E+10
	ac (mm):	6,4E+02	5,9E+02	6,1E+02

$$I_{x_m} = \frac{I_{x_1} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + I_{x_2} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

$$a_c = \frac{a_{c1} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + a_{c2} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

$$I_{xM_{0m}} = \frac{I_{xM_{01}} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + I_{xM_{02}} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

$$a_{c0} = \frac{a_{c01} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + a_{c02} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

$$I_{xM_{Lm}} = \frac{I_{xM_{L1}} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + I_{xM_{L2}} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

$$a_{cL} = \frac{a_{cL1} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + a_{cL2} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

$$I_{xM_{rm}} = \frac{I_{xM_{r1}} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + I_{xM_{r2}} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

$$a_{cr} = \frac{a_{cr1} \cdot n_{p1} \cdot L_{p1} + a_{cr2} \cdot n_{p2} \cdot L_{p2}}{n_{p1} \cdot L_{p1} + n_{p2} \cdot L_{p2}}$$

### 8.3.1 Flecha analítica devido à variação de temperatura e retração

	Retração		$\Delta T_{enc}$ (°C)		$\Delta T_{dil}$ (°C)		
	P1	P2	P1	P2	P1	P2	
$\sigma_{as}$ (MPa)	-75,6	-75,9	-6,8	-6,6	15,3	15,4	
$\sigma_{ai}$ (MPa)	24,1	28,2	2,2	2,7	-5,0	-6,0	
$\epsilon_t$	-3,8E-04	-3,8E-04	-3,4E-05	-3,3E-05	7,7E-05	7,7E-05	curvatura
$\epsilon_b$	1,2E-04	1,4E-04	1,1E-05	1,3E-05	-2,5E-05	-3,0E-05	k <sup>+</sup>
x	362,4	406,8	373,9	432,3	-371,8	-420,6	k <sup>-</sup>
k	3,3E-07	3,5E-07	3,0E-08	3,1E-08	-4,1E-08	-4,0E-08	

Ações	q (kN/m)	Analítico		MEF		
		x (m):		x (m):		
		8,75 Δ1 (mm)	14,7 Δ2 (mm)	8,75 Δ1 (mm)	14,7 Δ2 (mm)	
G1	4,3	10,1	12,5	10,7	13,0	
G2	19,5	45,3	56,0	47,4	57,7	
G3	2,3	2,7	3,3	2,4	2,9	
G4	7,8	9,3	11,5	7,0	8,4	
G5	5,2	6,2	7,7	4,6	5,6	
qc	5,2	12,1	14,9	13,4	16,3	
R	-	13,3	35,9	31,3	37,0	
ΔT <sup>+</sup>	-	-1,5	-4,4	-6,4	-7,6	
ΔT <sup>-</sup>	-	1,2	3,3	2,8	3,4	
qM:	12,6	-13,5	-14,6	-2,0	-2,4	qM <sup>+</sup>
pM:	101	17,4	18,1	12,4	15,1	qM <sup>-</sup>

$$\Delta_{1/2} = \frac{G_{1/2} \cdot x}{24 \cdot E_a \cdot Ix_m} \cdot (L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3)$$

$$\Delta_{3/4/5} = \frac{G_{3/4/5} \cdot x}{24 \cdot E_a \cdot IxM_{Lm}} \cdot (L^3 - 2 \cdot L \cdot x^2 + x^3)$$

$$\Delta_{qM} = \frac{5qM \cdot \frac{L^4}{8} + PM \cdot L^3 + PM(L-3) \cdot [3L^2 - (L-3)^2]}{48 \cdot E_a \cdot Ix_{m0}}$$

$$\Delta_{r/\Delta T} = -\frac{k \cdot x^2}{2}$$

### 8.3.2 Combinações

#### - Combinação Frequente:

- **Comb8:** PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM-AVP) + Temperatura (GT)  
G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + 0.3T

#### • Comb9:

- PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T-AVP)  
G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.3qM + 0.5T

$$\Delta_{lim} \leq \frac{L}{1000}$$

#### - Combinação Rara:

#### • Comb10:

- PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM-AVP) + Temperatura (T)  
G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T

#### • Comb11:

- PP (G1+G2+G3+G4+G5) + Retração (GR) + Carga Móvel (qM) + Temperatura (T-AVP)  
G1 + G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T

$$\Delta_{lim} \leq \frac{L}{800}$$

	Analítico		Numérico		DR	
	$\Delta t$ (mm)		$\Delta t$ (mm)			
x (m):	8,75	14,7	8,75	14,7	8,75	14,7
COMB8	89,2	129,6	103,2	118,7	13,6%	-9,2%
COMB9	88,7	129,6	104,2	119,9	14,9%	-8,1%
COMB10	91,4	132,1	102,8	118,2	11,1%	-11,7%
COMB11	90,0	131,9	105,2	121,1	14,4%	-9,0%

• Contra-flecha

	Analítico		Numérico	
	$\Delta t$ (mm)		$\Delta t$ (mm)	
x (m):	8,75	14,7	8,75	14,7
Cf (mm):	86,9	126,9	103,4	124,6

Sugestão: adotar contra-flecha igual a flexa devido à carga permanente

	Analítico: $\Delta f = \Delta t - \Delta_{lim}$		
	$\Delta f$ (mm)		$\Delta_{lim}$ (mm)
	8,75	14,7	
COMB8	2,3	2,7	<b>30</b> ok: $D_f \leq D_{lim}$
COMB9	1,8	2,7	
COMB10	4,5	5,2	<b>37,5</b> ok: $D \leq D_{lim}$
COMB11	3,2	5,0	

	Numérico		
	$\Delta f$ (mm)		$\Delta_{lim}$ (mm)
	8,75	14,7	
COMB8	-0,1	-5,9	<b>30</b> ok: $D_f \leq D_{lim}$
COMB9	0,8	-4,8	
COMB10	-0,6	-6,4	<b>37,5</b> ok: $D \leq D_{lim}$
COMB11	1,9	-3,6	

8.4. Diagrama de contra-flecha - CP

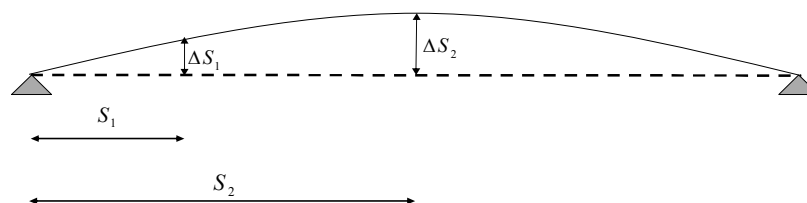


Figura 8-1: Diagrama de contra-flecha

$\Delta s_1$ (mm):	103,4	Contra-flecha numérica na seção S1
$\Delta s_2$ (mm):	124,6	Contra-flecha numérica na seção S2
$\Delta_{sad1}$ (mm):	110	Contra-flecha adotada na seção S1
$\Delta_{sad2}$ (mm):	130	Contra-flecha adotada na seção S2

## 9. Enrijecedores

### 9.1. Ações

- Comb3:  $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 0.6 \cdot 1.2T$
- Comb4:  $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 \cdot 1.5qM + 1.2T$

$$\psi_{0t} = 0,6$$

$$\psi_{0m} = 0,7$$

	$\gamma$	QS0 (kN)	QD1 (kN)	QS2 (kN)	QD2 (kN)	QS3 (kN)
x (m):		0	6,2	8,75	12,1	14,7
G1	1,25	60	40	15	15	0
G2	1,35	276	171	57	57	10
G3	1,30	48	27	14	14	1
G4	1,35	112	66	22	22	2
G5	1,35	75	44	14	14	1
qM	1,50	479	350	271	204	194
qN	0,00	42	103	204	271	194
R	1,20	166	46	6	6	1
T	1,20	18	4	1	1	0
Resd	Comb3:	1692	1047	577	477	311
	Comb4:	1485	890	456	385	385

### 9.2. Enrijecedores de apoio (S0)

Os enrijecedores transversais necessários para resistir a forças localizadas devem ser dimensionados de acordo com os itens 5.7.9 e 5.3 da ABNT NBR 8800:2008.

- Chapa do enrijecedor (de cada lado da alma):

be1 (mm) $\geq$	147	Largura do enrijecedor (NBR 8800 5.7.9.5)
be2 (mm) $\geq$	100	Largura do enrijecedor (AASHTO 6.10.11.2.2)
be3 (mm) $\geq$	115	Largura do enrijecedor (AASHTO 6.10.11.2.2)
be4 (mm) $\leq$	214	
be5 (mm) $\leq$	285	Largura do enrijecedor (NBR 8800 5.7.9.5)

$$100 \leq be < 214$$

be (mm): 213 **ok** Largura adotada do enrijecedor

te1 (mm) $\geq$	18,4	Espessura do enrijecedor (AASHTO 6.10.11.2.2)
te2 (mm) $\geq$	11,2	Espessura do enrijecedor (NBR 8800 5.7.9.5)
te3 (mm) $\geq$	14,2	Espessura do enrijecedor (NBR 8800 5.7.9.5)

te (mm): 19 **ok** Espessura do enrijecedor adotada

$\lambda_{etlim}$ : 12

$\lambda_{et}$ : 11,2 **ok:  $\lambda_{et} < \lambda_{etlim}$**

a: 1,3 **ok** Item 6.5.7.3 da AASHTO (2014)  
ber (mm): 460 **ok**

$$50\text{mm} + \frac{h}{30} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \cdot b - \frac{t_w}{2} \\ \frac{b_s}{4} \end{array} \right\} \leq b_{et} \leq \left\{ \begin{array}{l} \frac{b - t_w}{2} - 10\text{mm} \\ 15 \cdot t_{et} \end{array} \right.$$

$$\lambda_{e\text{lim}} = \frac{b_e}{t_e} \leq 0,48 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

$$t_{et} \geq \left\{ \begin{array}{l} \frac{b_{et}}{0,48 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}} \\ 0,5 \cdot t_i \\ \frac{b_{et}}{15} \end{array} \right.$$

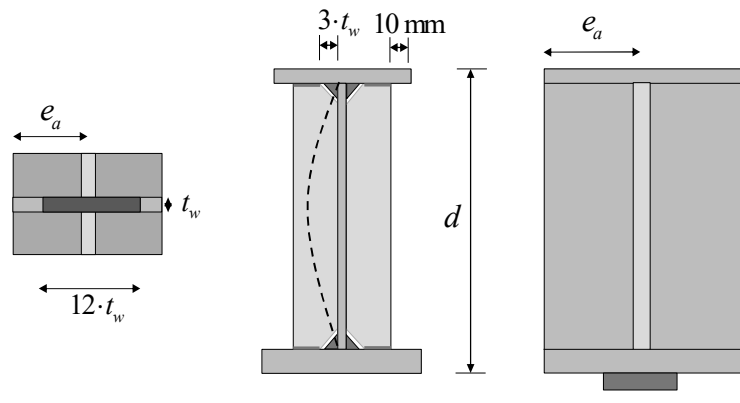


Figura 9.1 : Enrijecedor de apoio.

$A_c$  (mm<sup>2</sup>): 9960 Área da seção transversal enrijecedor (NBR8800 - 5.7.9.4)  
 $I_c$  (mm<sup>4</sup>): 1,2E+08 Inércia enrijecedor  
 $r_c$  (mm): 111 Raio de giração do enrijecedor

$$A_c = 2 \cdot b_{et} \cdot t_{et} + 12 t_w \cdot t_w$$

$$I_c = \frac{12 \cdot t_w \cdot t_w^3 + t_{et} \cdot (2 \cdot b_{et})^3}{12}$$

$$r_c = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}}$$

- Verificação da pressão do contato:

$\gamma_{a2}$ :	1,35
$l_r$ (mm):	37,5
$F_{c,rd}$ (kN):	3063,4
$F_{sd}/F_{c,rd}$ :	0,55 <b>ok - Resd &lt; Rerd</b>

recorte na alma ( $3t_w$ )

Esmagamento do enrijecedor item 6.6.2

$$F_{c,rd} = \frac{1,8 \cdot t_{et} \cdot 2 \cdot (b_{et} - 3 \cdot t_w) \cdot f_y}{\gamma_{a2}}$$

- Verificação da resistência à compressão:

$$\lambda_0 = \frac{0,75 \cdot d}{r_c \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{E}} \quad \text{NBR 8800 5.7.9.3}$$

$$\chi = \begin{cases} 0,658 \cdot \lambda_0^2 & \text{se } \lambda_0^2 \leq 1,5 \\ \frac{0,877}{\lambda_0^2} & \text{se } \lambda_0^2 > 1,5 \end{cases} \quad \text{NBR 8800 5.3}$$

$$N_{c,Rd} = \frac{\chi \cdot f_y \cdot A_g}{\gamma_{a1}} \quad \text{NBR 8800 5.7.9.3}$$

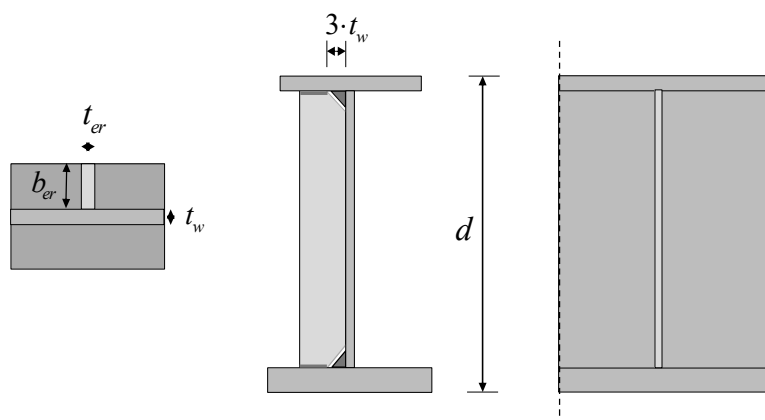
$\gamma_{a1}$ :	1,1
$\lambda_0$ :	0,13
$\chi$ :	0,99
$N_{c,rd}$ (kN):	3100
$F_{sd}/N_{c,rd}$ :	0,55 <b>ok - Resd &lt; Rerd</b>

• Enrijecedor de apoio: 2 chapas de 19 mm x 212,75 mm

### 9.3. Enrijecedores transversais intermediários entre diafragmas

#### 9.3.1 Avaliação dos enrijecedores transversais intermediários

Os enrijecedores transversais foram admitidos como singelos, ou seja, em apenas em um lado da alma. Por questões construtivas, os enrijecedores localizados na posição dos diafragmas foram posicionados nos dois lados da alma.



- Verificação: Enrijecedores transversais (NBR8800 5.4.3)

$$\frac{2 \cdot h \cdot t_w}{b_s \cdot t_s + b_i \cdot t_i} \leq 2,5 \quad \text{ok}$$

$\gamma_{a1}$ : 1,1  
 $k_v$ : 5  
 $A_w$  (mm<sup>2</sup>): 18076

Sem enrijecedores transversais NBR8800 5.4.3  
 Área da alma

$$V_{rd} = \begin{cases} \frac{0.6 \cdot f_y \cdot A_w}{\gamma_{a1}} & \text{se } \frac{h}{t_w} \leq 1.1 \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \\ \frac{1.1}{\frac{h}{t_w}} \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \cdot \frac{0.6 \cdot f_y \cdot A_w}{\gamma_{a1}} & \text{se } \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} < \frac{h}{t_w} \leq 1.37 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \\ 1.24 \cdot \left[ \frac{1.1}{\frac{h}{t_w}} \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \right]^2 \cdot \frac{0.6 \cdot f_y \cdot A_w}{\gamma_{a1}} & \text{se } \frac{h}{t_w} > 1.37 \cdot \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{f_y}} \end{cases}$$

$\lambda_2$  (mm): 120,0  
 $\lambda_{p2}$  (mm): 59,2  
 $\lambda_{r2}$  (mm): 73,8  
 $V_{rd}$  (kN): 1105

$V_{sd}/V_{rd}$ : 1,53 → Colocar enrijecedores transversais

#### Dimensionamento dos enrijecedores transversais

a) Enrijecedores intermediários: trecho1 D0-D1 (0 a 6,18 m)

$L_b$  (mm): 5880  
 $a_{lim}$  (mm): 2250  
 $a_1$  (mm): 1960 **ok  $\geq 200$  mm e  $< 1.5D$**   
 $a_1/h$ : 1,36 **ok -  $a_1/h < 1.5$**  NBR12664 12.1 e AASHTO 6.10.9.3  
 $k_{v1}$ : 7,7 NBR8800

$V_{rd}$  (kN): 1707 NBR 8800 item 5.4.3  
 $V_{sd}/V_{rd}$ : 0,99 **ok**

$$k_v = \begin{cases} 5,0 & \text{para almas sem enrijecedores, para } \frac{a}{h} > 3 \text{ ou para } \frac{a}{h} > \left[ \frac{260}{h/t_w} \right]^2 \\ 5 + \frac{5}{(a/h)^2} & \text{para os outros casos} \end{cases}$$

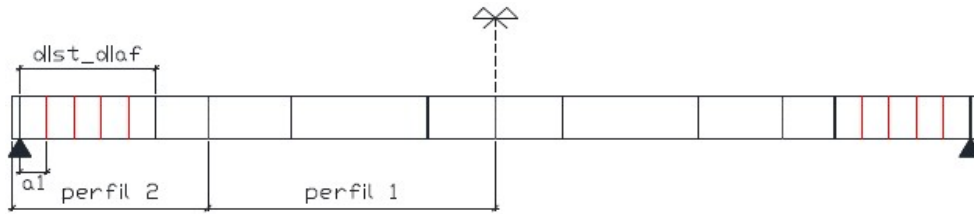


Figura 9.2 : Distribuição dos enrijecedores trecho 1

- Espaçamento enrijecedores transversais: 1960 mm
- Quantidade de enrijecedores transversais no trecho: 2

b) Enrijecedores transversais: trecho2 D1-D2 (6,18 m a 12,06 m)

Lb (mm):	5880		
a2lim (mm)	4500		
a2 (mm):	1960	<b>ok ≥ 200 mm e &lt; 3.0D</b>	Distância entre enrijecedores
a2/h:	1,36	<b>ok - a1/h &lt; 3.0</b>	NBR 12664 12.1 e AASHTO 6.10.9.1
kv2:	7,7		NBR 8800

Vrd (kN):	1707	
Vsd/Vrd:	0,61	<b>ok</b>

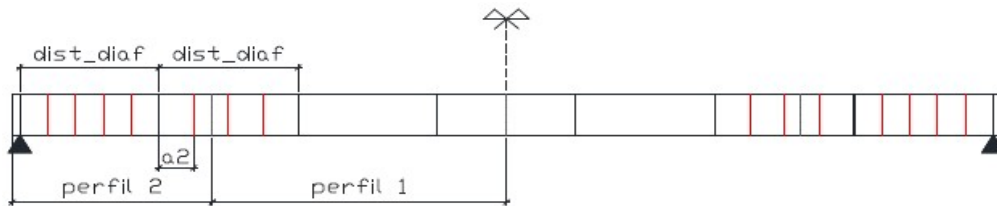


Figura 9.3 : Distribuição enrijecedores trecho 2

- Espaçamento enrijecedores transversais: 1960 mm
- Quantidade de enrijecedores transversais no trecho: 2

c) Enrijecedores transversais: trecho3 D2-D3 (6,18 m a 12,06 m)

Lb (mm):	5880		
a3lim (mm)	4500		
a3 (mm):	1960	<b>ok ≥ 200 mm e &lt; 3.0D</b>	Distância entre enrijecedores
a3/h:	1,36	<b>ok - a1/h &lt; 3.0</b>	NBR12664 12.1 e AASHTO 6.10.9.1
kv3:	7,7		NBR8800

Vrd (kN):	1707	
Vsd/Vrd:	0,28	<b>ok</b>

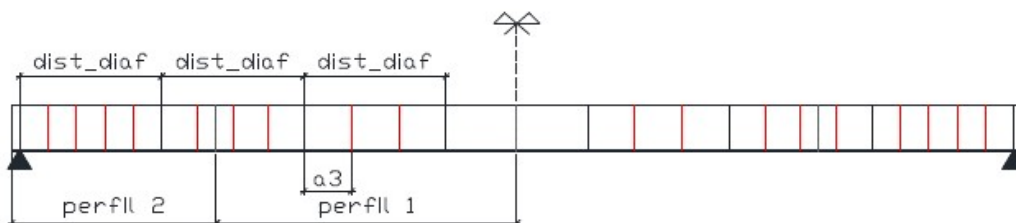


Figura 9.4 : Distribuição enrijecedores trecho 3

- Espaçamento enrijecedores transversais: 1960 mm
- Quantidade de enrijecedores transversais no trecho: 2

### 9.3.2. Dimensionamento dos enrijecedores transversais intermediários

Segundo o item 5.4.3.1.3 da NBR8800, os enrijecedores transversais intermediários devem ser soldados à alma e às mesas do perfil, podendo, entretanto, do lado da mesa tracionada, ser interrompidos de forma que a distância entre os pontos mais próximos das soldas entre mesa e alma e entre enrijecedor e alma fique entre  $4t_w$  e  $6t_w$ . No entanto, no item 6.10.11 da AASHTO (2014) é recomendado que os enrijecedores usados na região dos diafragmas sejam soldados nas mesas superior e inferior do perfil. Estudos na literatura mostraram que a interrupção dos enrijecedores não é benéfica do ponto de vista de fadiga, pois pode conduzir ao desenvolvimento de trincas de fadiga na alma dos perfis. Assim, optou-se por não interromper os enrijecedores transversais intermediários.

98		214	Recomendações AASHTO 6.10.11.1.2, NBR 8800 5.4.3.1.3 e admitindo borda mínima de 10 mm para retorno a solda.
115	$\leq b_{et} \text{ (mm)} \leq$	304	
147			

bet-ad (mm): 200 **ok**

11,2	$\leq t_{et} \text{ (mm)} \leq$	30,7	NBR 8800 5.4.3.1.3
------	---------------------------------	------	--------------------

tet (mm):	19	
$\lambda_{etlim}$ :	12	NBR 8800 5.4.3.1.3
$\lambda_{et}$ :	10,5	<b>ok: <math>\lambda_{et} &lt; \lambda_{etlim}</math></b>

$$\left. \begin{array}{l} 50\text{mm} + \frac{h}{30} \\ \frac{b_s}{4} \end{array} \right\} \leq b_{et} < \left\{ \begin{array}{l} \frac{b_s - t_w}{2} - 1 \\ 16 \cdot e_{et} \end{array} \right.$$

$$\lambda_{et} \leq 0.48 \cdot \sqrt{\frac{E}{f_y}}$$

- Momento de inércia mínimo dos enrijecedores transversais intermediários:

- Enrijecedores apenas em um lado da alma

j:	0,50	NBR 8800 5.4.3.1.3
Istmin (mm <sup>3</sup> ):	1,9E+06	
Ist:	5,1E+07	<b>ok</b>

- Chapas de 19 mm x 200 mm

$$j = \begin{cases} 0.5 & \text{se } \frac{2.5}{\left[\frac{a_1}{h}\right]^2} - 2 < 0.5 \\ \frac{2.5}{\left[\frac{a_1}{h}\right]^2} & \text{, caso contrário} \end{cases}$$

$$I_{et} = \frac{b_{et}^3 \cdot t_{et}}{3} \geq I_{etmin}$$

$$I_{etmin} = a_1 \cdot [t_w]^2 \cdot j$$

#### 9.4. Enrijecedores nos diafragmas

Vsd1 (kN):	1047,2
Vsd2 (kN):	577,3
Vsd3 (kN):	577,3
Vsd4 (kN):	476,8
Vsd5 (kN):	385,2

Cortante no diafragma 1

Vrd (kN):	1105
-----------	------

→ Na região dos diafragmas adotar enrijecedores nos dois lados da alma com 19 mm de espessura e 200 mm de largura.

A espessura e largura definitivas dos enrijecedores dos diafragmas serão determinadas na verificação das ligações do diafragma com a longarina.

#### 9.5. Desenhos enrijecedores

Em sequência são ilustrados as tipologias de enrijecedores utilizados nas longarinas metálicas.

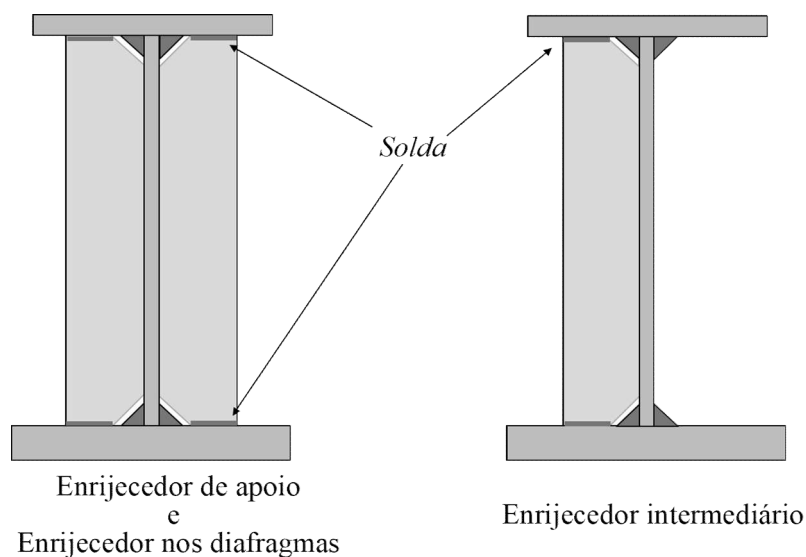


Figura 9.6 : Configuração dos enrijecedores

## 9.6. Enrijecedor longitudinal

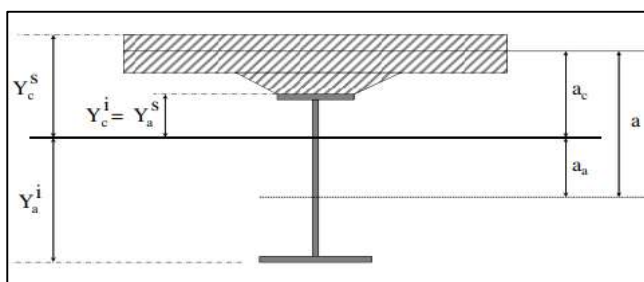
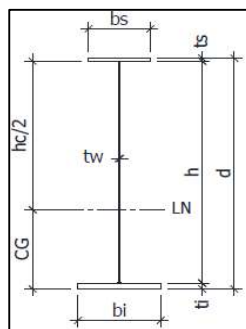
- Verificação:

h/tw:  **$h/tw \leq 150 \rightarrow$  Alma sem enrijecedor longitudinal - NBR 16694 (2020) item 12.1**

## 10. Solda de composição dos perfis

### Dados:

Perfil	P1	P2
d (mm):	1500	1500
A (mm <sup>2</sup> ):	46335	42870
CG (mm):	632	681
I <sub>x</sub> (mm <sup>4</sup> ):	1,8E+10	1,6E+10
W <sub>s</sub> (mm <sup>3</sup> ):	2,1E+07	2,0E+07
W <sub>i</sub> (mm <sup>3</sup> ):	2,8E+07	2,4E+07
h (mm):	1446	1446
tw' (mm):	13	13
bs (mm):	460	460
bi (mm):	570	460
ts' (mm):	22	22
ti' (mm):	32	32



	Mista - CD		Mista - LD		Retração	
	P1	P2	P1	P2	P1	P2
$\eta$	7	7	22	22	17	17
Y <sub>ai</sub> (mm):	1261	1299	979	1030	1052	1100
aa (mm):	629	618	348	349	420	419
Y <sub>cs</sub> (mm):	539	501	821	770	748	700
Y <sub>ci</sub> (mm):	314	276	596	545	523	475
Y <sub>as</sub> (mm):	239	201	521	470	448	400
ac (mm):	427	388	708	657	636	587
A <sub>sm</sub> (mm <sup>2</sup> ):	1,1E+05	1,1E+05	6,9E+04	6,6E+04	7,7E+04	7,3E+04
I <sub>xM</sub> (mm <sup>4</sup> ):	4,9E+10	4,3E+10	3,5E+10	3,2E+10	3,8E+10	3,5E+10
W <sub>cs</sub> (mm <sup>3</sup> ):	9,1E+07	8,7E+07	4,3E+07	4,1E+07	5,1E+07	4,9E+07
W <sub>ci</sub> (mm <sup>3</sup> ):	1,6E+08	1,6E+08	5,9E+07	5,8E+07	7,4E+07	7,3E+07
W <sub>as</sub> (mm <sup>3</sup> ):	2,0E+08	2,2E+08	6,7E+07	6,7E+07	8,6E+07	8,7E+07
W <sub>ai</sub> (mm <sup>3</sup> ):	3,9E+07	3,3E+07	3,6E+07	3,1E+07	3,7E+07	3,1E+07
tc (mm):		225				
h <sub>pre</sub> (m):		75				
bef (mm) =		2261				
cm <sub>is</sub> (mm):		350				
Solda de filete		Arco submerso (ASW)				

## 10.1. Combinações

A solda de composição dos perfis deve ser avaliada com base nas combinação última normal. Dado o número de ações variáveis, obtém-se as combinações apresentadas em sequência. A verificação da solda deve obedecer as recomendações apresentadas na NBR 8800 item 6.2.

- ELU: Combinação Normal:

- Comb4:  $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 0.6 \cdot 1.2T + 0.6 \cdot 1.2W$
- Comb5:  $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 \cdot 1.5qM + 1.2T + 0.6 \cdot 1.2W$
- Comb6:  $1.25G1 + 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 0.7 \cdot 1.5qM + 0.6 \cdot 1.2T + 1.2W$

$\psi_{0W}$ :	0,6	Vento
$\psi_{0T}$ :	0,6	Temperatura
$\psi_{0M}$ :	0,7	Carga móvel
$\gamma_2$ :	1,35	

## 10.2 Esforços solicitantes:

Os esforços solicitantes nos cordões de solda foram obtidos a partir do somatório dos fluxos de cisalhamento provocado pelas ações atuantes. O fluxo de cisalhamento provocado por cada ação, exceto para retração e variação de temperatura, foi obtido a partir do esforço cortante na região dos apoios. Os fluxos de cisalhamentos provocados pela retração e pela variação de temperatura nas extremidades foram admitidos constantes ao longo do vão, os quais, foram estimados a partir da integração das tensões normais na seção transversal da longarina.

- Momento estático:

		P2		
perfil	Qs (mm3):	8,32E+06		Mesa superior
	Qi (mm3):	9,64E+06		Mesa inferior
viga mista - LD	QMLs (mm3):	2,05E+07		Mesa superior
	QMLi (mm3):	1,47E+07		Mesa inferior
CD	QM0s (mm3):	2,98E+07		Mesa superior
	QM0i (mm3):	1,86E+07		Mesa inferior

- Tensões e fluxos de cisalhamento devido à retração e à variação de temperatura:

		P2			
		Retração	$\Delta T_{enc}$ (°C)	$\Delta T_{dil}$ (°C)	
		→ ←	→ ←	← →	
Sentido do fluxo na mesa superior					lw (m): 2,3
$\sigma_{sc}$ (MPa):		1,0	0,2	0,0	
$\sigma_{ic}$ (MPa):		0,0	0,0	0,0	
$\sigma_{sa}$ (MPa):		-75,9	-6,6	15,4	
$\sigma_{ia}$ (MPa):		28,2	2,7	-6,0	
F1 (kN):		-530	-25	159	Mesa superior
F2 (kN):		409	39	-87	Mesa inferior

→ Pior situação: Fluxos na direção dos fluxos gerados pelas cargas permanentes

$$q_{sd} = \frac{F}{l_w}$$

$$F_1 = \frac{(\sigma_{cs} + \sigma_{ci})}{2} \cdot b \cdot t_c + \sigma_{as} \cdot b_s \cdot t_s$$

$$F_2 = \sigma_{ai} \cdot b_i \cdot t_i$$

Obs: Por simplificação foi considerado que as tensões decorrentes da retração e da temperatura são constantes ao longo da espessura das mesas superior e inferior do perfil.

Fluxo de cisalhamento						γ
QS0 (kN)	q (kN/m)					
	Mesa sup		Mesa inf			
	← →	→ ←	← →	→ ←	→ ←	
G1	60	30,2	-	35,0	-	1,25
G2	276	140,2	-	162,5	-	1,35
G3	48	31,1	-	22,4	-	1,30
G4	112	72,6	-	52,2	-	1,35
G5	75	48,4	-	34,8	-	1,35
qM	42	28,9	-	18,0	-	1,50
R	-	0,0	-235	181	0	1,20
T	-	70,2	-11	17	-38	1,20

	qsd (kN/m)	
	Mesa sup	Mesa inf
COMB3	558,5	674,3
COMB5	545,5	666,2
COMB5	545,5	579,4

$$q_{sd} = \frac{(Q_{1/2}) \cdot \left[ b \cdot t \cdot \left( d - CG - \frac{t}{2} \right) \right]}{I_x}$$

$$q_{sdL} = \frac{(Q_{3/4/5}) \cdot \left[ b \cdot t \cdot \left( d - Y_{ai} - \frac{t}{2} \right) + \frac{(b_{ef} \cdot t_c)}{\eta} \cdot [d + e_c - Y_{ai}] \right]}{I_{xML}}$$

$$q_{sdM} = \frac{Q_M \cdot \left[ b \cdot t \cdot \left( d - Y_{ai} - \frac{t}{2} \right) + \frac{(b_{ef} \cdot t_c)}{\eta} \cdot [d + e_c - Y_{ai}] \right]}{I_{xM}}$$

### 10.3 Dimensões mínimas

- Perna mínima de uma solda de filete (AASHTO tabela 6.13.3.4.1):

Maior espessura do metal base	dwmín (mm)
≤ 19 mm	6
> 19 mm	8

	Perfil 1	Perfil 2	
ts' (mm):	22,4	22,4	
tw' (mm):	12,5	12,5	
bi' (mm):	31,5	31,5	
	31,5		→ Perna mínima de 8 mm

#### 10.3.1 Dimensionamento

- Tensão admissível na solda (Fvs):

Classe:	ASW E70	NBR 16694 item 4.4
fw (MPa):	485	
γw2:	1,35	

$$F_{w,rd} = \frac{0.6 \cdot f_w \cdot A_w}{\gamma_{w2}}$$

$$q_{w,rd} = \frac{0.6 \cdot f_w \cdot 0.707 \cdot w}{\gamma_{w2}}$$

- Perna da solda:

$$w = \frac{q_{w,rd} \cdot 1.35}{2 \cdot 0.6 \cdot f_w \cdot 0.707}$$

Solda nos dois lados da alma

ws (mm):	2,5	Filete solda - mesa superior
wi (mm):	3,0	Filete solda - mesa inferior
dwsnec (mm):	8	
dwinec (mm):	8	

**Mesa superior:** → Usar filete de 8 mm na solda da mesa superior com a alma

**Mesa inferior:** → Usar filete de 8 mm na solda da mesa inferior com a alma

## 11. Verificação à fadiga: Soldas

### 11.1. Considerações:

- Dados:

VUP:	75	
Nc:	3,5E+06	Número de ciclos por fadiga (AASHTO)
N:	2,0E+06	Número de ciclos por fadiga (NBR16694 Tabela 5)
Nf:	3,5E+06	Número de ciclos por fadiga adotado

- Combinação frequente de fadiga (NBR 16694 item A.2):

$$F_{d,fad} = \sum_{i=1}^m F_{Gi,k} + \psi_1 \sum_{j=1}^n F_{Qj,k} \quad \text{item A.4}$$

$\psi_{1fad}$ : 0,75 Utilização dos coeficientes da AASHTO (2014))

- Verificações:

i) Verificação das soldas à fadiga (NBR 16694 Item 2.3)

FQj,k : Ação variável devido apenas à carga móvel  
 $\psi_{1fad}$ : 0,75  
 $\Delta Fd = 0,75 qM$

$$\Delta f_{ad} = \frac{\psi_1 \cdot Ms_2}{W_i}$$

ii) Requisitos do metal base (NBR 16694 Item 2.2)

FQj,k : Ação variável devido à carga móvel  
 $\psi_{1fad}$ : 0,75  
 $Fd = G1+G2+G3+G4+G5+R+\psi_1qM$

$$\sigma \leq 0.66 f_y$$

$$\tau \leq 0.4 f_y$$

### 11.2. Verificação do metal base: fase utilização

Comb: G1+G2+G3+G4+G5+R+ $\psi_1qM$

ID	Ms2 (kNm)	QS0 (kN)	$\sigma_{ai}$ (MPa)	$\tau_a$ (MPa)
G1	472	60	16,7	3,3
G2	2086	276	74,0	15,3
G3	271	48	7,6	2,7
G4	847	112	23,7	6,2
G5	564	75	15,8	4,1
qM	2271	42	58,6	2,3
R	-	429	24,1	-

$\sigma_{ia-sd}$  (MPa): 181,8

$\tau_{a-sd}$  (MPa): 33,3

$f_y$  (MPa): 345

$\sigma$ : 181,8 MPa ≤ 227,7 MPa - ok

$\tau$ : 33,3 MPa ≤ 138 MPa - ok

$$\sigma_{sd} = \frac{M_{G1} + M_{G2}}{W_i} + \frac{M_{G3} + M_{G4} + M_{G5} + M_r}{\eta_L \cdot W_{aiL}} + \psi_1 \cdot \sigma_{qM}$$

$$\tau_{sd} = \frac{(V_{G1} + V_{G2}) \cdot Q}{I \cdot t_w} + \frac{(V_{G3} + V_{G4} + V_{G5}) \cdot Q_M}{I_{mM} \cdot t_w} + \psi_1 \cdot \frac{(V_{qM}) \cdot Q_0}{I_{m0} \cdot t_w}$$

### 11.3. Solda de composição das longarinas

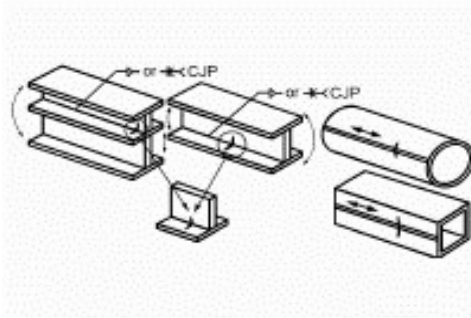
- Seção avaliada: S2

- Limite admissível da faixa de variação de tensões ( $\sigma_{TH}$  - NBR 16694 Tabela A.1):

Descrição:

Seção 3.1

3.1 Metal-base e metal da solda em barras sem acessórios, compostas de chapas ou perfis ligados por soldas longitudinais contínuas de penetração total, com extração de raiz e contrassolda, ou por soldas contínuas de filete



Categoria:

B

Cf:

1,2E+10

$\sigma_{TH}$  (MPa):

110

- Faixa admissível de variação de tensões (NBR 16694 - Item A.4):

$$\sigma_{SR} = \left( \frac{327 \cdot C_f}{N} \right)^{0,333} \geq \sigma_{TH}$$

$\sigma_{SR}$  (MPa):

110,0

- Verificação:

Ms2 (kNm):

2271 Momento fletor solicitante na seção S2 devido à carga móvel

$\sigma_{sd-S2}$  (MPa):

43,9 Tensão normal solicitante seção S2

110 MPa > 43,9 MPa

**ok -  $\sigma_{SR} \geq \sigma_{sd-S2}$**

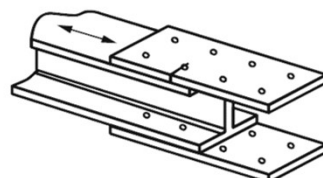
### 11.4. Emenda das longarinas

- Limite admissível da faixa de variação de tensões ( $\sigma_{TH}$  - NBR 16694 Tabela A.1):

Descrição: Seção 2.2

2.2 Metal-base na seção líquida em juntas com parafusos de alta resistência calculados com base em resistência por contato, porém com fabricação e instalação atendendo a todos os requisitos aplicáveis às ligações por atrito, com furação realizada através de broqueamento

Nota: Ver condição 2.3 para furos puncionados; ver condição 2.5 para cantoneiras ou seções T conectadas a chapas gusset ou chapas de ligação



Categoria: B  
Cf: 1,2E+10  
 $\sigma_{TH}$  (MPa): 110

- Faixa admissível de variação de tensões (NBR 16694 - Item A.4):

$\sigma_{SR}$  (MPa): 110,0

- Verificação:

Ms1 (kNm): 1913 Momento fletor solicitante na seção S1 devido à carga móvel  
 $\sigma_{sd-S2}$  (MPa): 43,0 Tensão normal solicitante seção S1

110 MPa > 43 MPa

ok -  $\sigma_{SR} \geq \sigma_{sd-S1}$

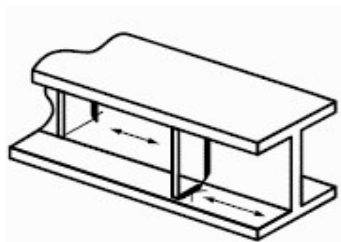
#### 11.5. Solda dos enrijecedores de apoio

Verificação conduzida na região de momento máximo, na base do cordão de solda.

- Limite admissível da faixa de variação de tensões ( $\sigma_{TH}$  - NBR 16694 Tabela A.1):

Descrição: Seção 4.1

4.1 Metal-base no pé da solda de filete entre o enrijecedor e a mesa, e na solda transversal de filete entre o enrijecedor e a alma  
NOTA Inclui soldas similares em enrijecedores de contato e chapas de conexão



Categoria:	C'
Cf:	4,4E+09
$\sigma_{TH}$ (MPa):	83

- Faixa admissível de variação de tensões (NBR 16694 - Item A.4):

$\sigma_{SR}$ (MPa):	83,0
----------------------	------

- Verificação:

Ms2 (kNm):	2271
$\sigma_{sd-S2}$ (MPa):	43,9

Momento fletor solicitante na seção S2 devido à carga móvel

Tensão normal solicitante seção S2

83 MPa > 43,9 MPa

**ok -  $\sigma_{SR} \geq \sigma_{sd-S2}$**

## 12. VERIFICAÇÃO DO TABULEIRO

### 12.1. Dados:

tc+hpre (mm):	300	Espessura da laje + Altura da pré laje de concreto
bef (mm):	2261	Largura efetiva
b (mm):	2826	Vão entre longarinas (1.1 < b < 4.9 m ou 2.5 < b < 3 m item 5.5.1 [1])
bl (mm):	848	Comprimento do balanço
cl (mm):	25	Cobrimento lajes inferior
fcd (MPa):	21	Resistência característica à compressão $f_{ck} > 30\text{MPa}$ (NBR16694 - 4.5.1)
f <sub>yd</sub> (MPa):	314	
bw (mm):	1000	
d (mm):	275	tc+hpre-cl
fct,m (MPa):	3	$0.3 \cdot f_{ck}^{2/3}$
fctk,sup (MPa):	3,8	$1.3 \cdot f_{ct,m}$
cl2 (mm):	25,0	cobrimento face superior das lajes
d'' (mm):	275	

- Requisitos fadiga: Tabela 23.2 da ABNT NBR6118 (2014)

Barras retas ou dobradas com:	Diâmetro							
	10	13	16	20	22	25	32	40
$D \geq 25\phi$	190	190	190	185	180	175	165	150
$D < 25\phi$	105	105	105	105	100	95	90	85

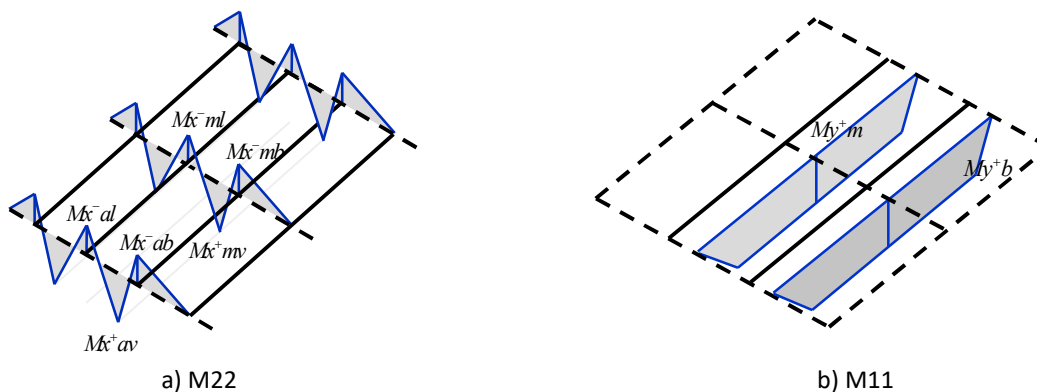
Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração de estruturas de concreto armado				
	Classe de agressividade	Verificação	Abertura limite (mm)	Combinação
CA	CAA I	ELS-W wk	0,4	Combinação frequente
	CAA II e CAA III		0,3	
	CAA IV		0,2	

	Pontes rodoviárias		
	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
qM	0,7	0,5	0,3
T	0,6	0,5	0,3

ABNT NBR 8681 (2003)

### 12.2. Esforços

Na Figura 12-1 são ilustradas a distribuição dos momentos fletores utilizados no dimensionamento da laje.

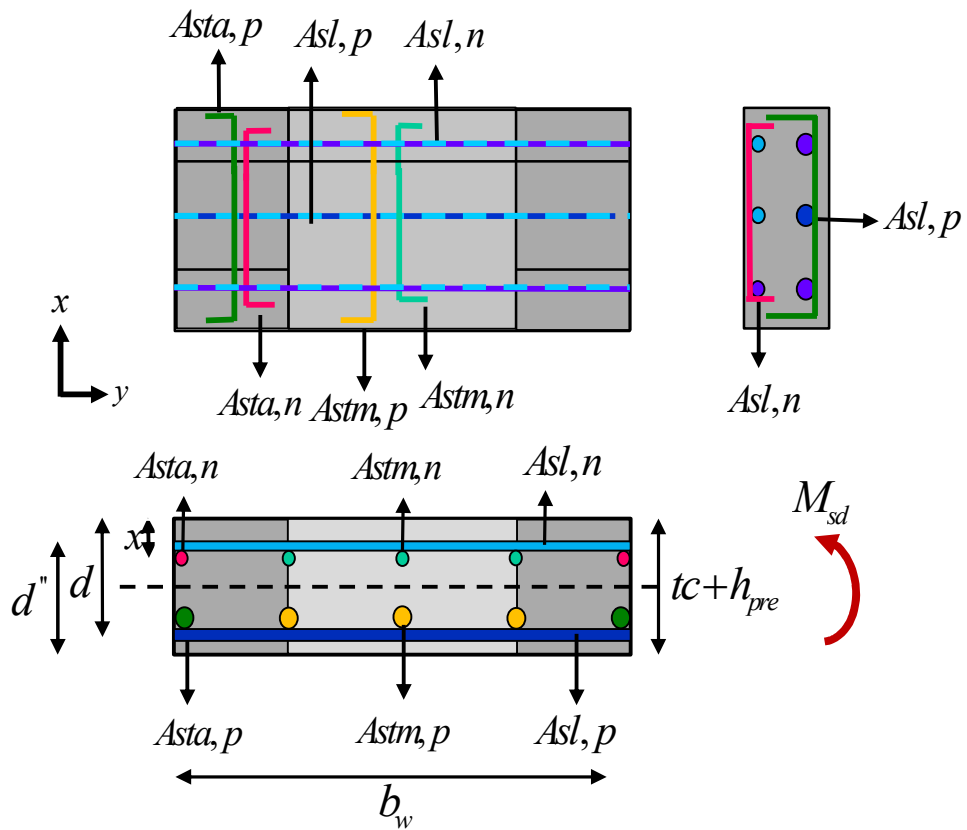
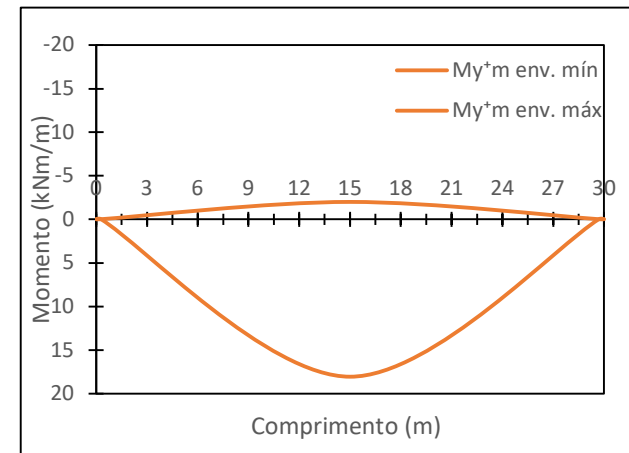
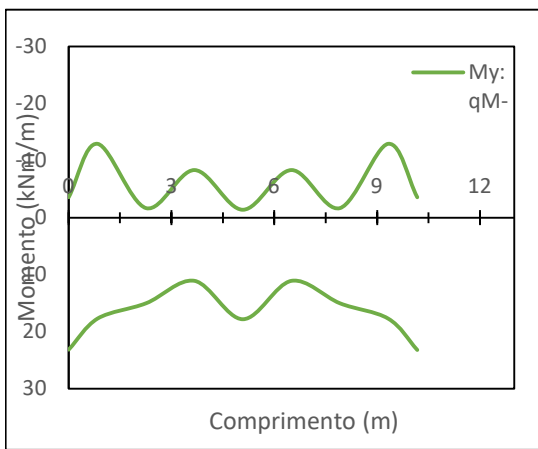
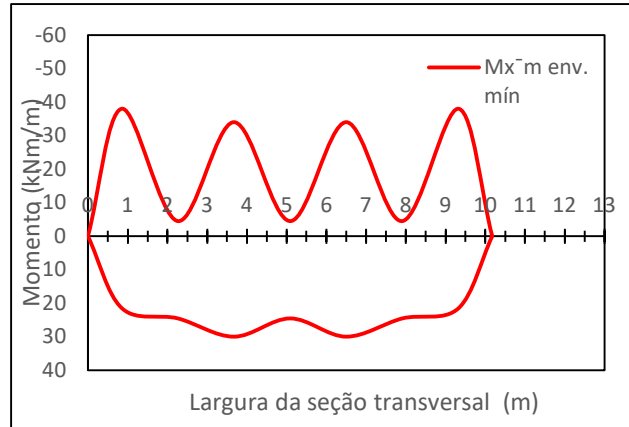
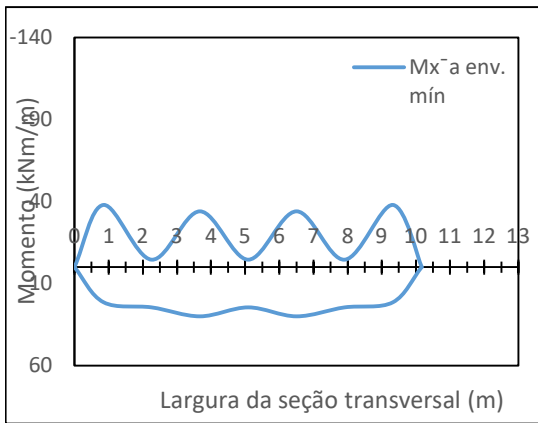


	M22					
	Mx <sup>-</sup> ab (kNm/m)	Mx <sup>-</sup> al (kNm/m)	Mx <sup>+</sup> av (kNm/m)	Mx <sup>-</sup> mb (kNm/m)	Mx <sup>-</sup> ml (kNm/m)	Mx <sup>+</sup> mv (kNm/m)
G2	-4,1	-6,2	3,1	-4,1	-6,2	3,1
G3	-4,8	-3,0	0,3	-4,8	-3,0	0,3
G4	-1,8	-3,7	2,9	-1,8	-3,7	2,9
G5	-1,2	-2,5	2,0	-1,2	-2,5	2,0
qM <sup>+</sup>	21,5	30,0	24,5	21,5	30,0	24,5
qM <sup>-</sup>	-38,0	-34,0	-4,5	-38,0	-34,0	-4,5
R	16,3	-11,7	18,0	16,3	-11,7	18,0
GT <sup>+</sup>	-5,0	-2,4	4,6	-5,0	-2,4	4,6
GT <sup>-</sup>	2,1	-2,3	1,2	2,1	-2,3	1,2

	M11			
	My <sup>+</sup> b (kNm/m)	My <sup>+</sup> m (kNm/m)	My <sup>-</sup> b (kNm/m)	My <sup>-</sup> m (kNm/m)
G2	0,5	0,7	0,0	0,0
G3	2,4	2,5	0,0	0,0
G4	6,0	5,7	0,0	0,0
G5	3,9	3,8	0,0	0,0
qM	29,8	25,8	-9,2	-7,0
R	16,4	15,9	-7,2	0,0
GT	4,6	3,4	-1,9	-1,4

- Mx<sup>-</sup>ab: Momento em x negativo nos balanços na região dos apoios  
 Mx<sup>-</sup>al: Momento em x negativo nas longarinas internas na região dos apoios  
 Mx<sup>+</sup>av: Momento em x positivo entre as longarinas na região dos apoios  
 Mx<sup>-</sup>mb: Momento em x negativo nos balanços no meio do vão  
 Mx<sup>-</sup>ml: Momento em x negativo nas longarinas internas no meio do vão  
 Mx<sup>+</sup>mv: Momento em x positivo entre longarinas no meio do vão  
 My<sup>+</sup>b: Momento em y positivo nos balanços  
 My<sup>+</sup>m: Momento em y positivo entre longarinas  
 My<sup>-</sup>b: Momento em y negativo nos balanços  
 My<sup>-</sup>m: Momento em y negativo entre longarinas

Ações	$\gamma$	$\gamma$	$\psi_{0W}$ :	
G1	1,25	1	$\psi_{0T}$ :	0,6
G2	1,35	1	$\psi_{0M}$ :	0,6
G3	1,3	1	$\gamma_{a1}$ :	0,7
G4	1,35	1	$\gamma_{c1}$ :	1,1
G5	1,35	1		1,4
qM	1,5	0		
R	1,2	1		
T	1,2	0		



### 12.3. Armadura positiva

#### 12.3.1. Armadura transversal positiva na região dos apoios (direção x) - Asta,p

COMBL1: PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
 $1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 1.2 \cdot 0.6T$

COMBL2: PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
 $1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5 \cdot 0.7qM + 1.2T$

	$\gamma$	$M_{x^{+av}}$ (kNm/m)	COMBL1	COMBL2		
G2	1,35	3,1	4,1	4,1	$\psi_{0W}$ :	0,6
G3	1,3	0,3	0,3	0,3	$\psi_{0T}$ :	0,6
G4	1,35	2,9	3,9	3,9	$\psi_{0M}$ :	0,7
G5	1,35	2,0	2,6	2,6		
R	1,2	18,0	21,6	21,6		
qM	1,5	24,5	36,8	25,7		
GT-	1,2	1,2	0,9	1,4		
Msd (kNm/m):			70	60		

Msd (kNm/m): 70

a : 5,8E+03  
 b: -4,0E+06  
 c: 7,0E+07  
 x1/d: 2,45 x: 0,07 **ok**  
 x2/d: 0,07

Ast,s (mm<sup>2</sup>/m): 836

Md,min (kNm/m): 45,2

a : 5,8E+03  
 b: -4,0E+06  
 c: 4,5E+07  
 x1/d: 2,48 x: 0,04 **ok**  
 x2/d: 0,04

Ast,mrdmin (mm<sup>2</sup>/m): 533

Ast,0.15% (mm<sup>2</sup>/m): 450 0,15%

Asl,min1 (mm<sup>2</sup>/m): 229 20% da armadura longitudinal positiva

Asl,min2 (mm<sup>2</sup>/m): 90 0,90%

Asl,min3 (mm<sup>2</sup>/m): 266 0.5% da armadura mín

Ast,min (mm<sup>2</sup>/m): 533

$$A_{st,p} > A_{st,min} \rightarrow A_{st,p} \text{ (mm}^2\text{/m)} = 836$$

$$\phi_{l,max} \text{ (mm): } 37,5$$

$$\phi_l \text{ (mm): } 16,0$$

$$s_{m\acute{a}x} \text{ (mm)} \leq \begin{matrix} 200 \\ 600 \\ 450 \\ 457 \end{matrix} \quad \begin{matrix} \text{ABNT NBR6118 (2014) item 20.1} \\ \text{AASHTO (2014)} \end{matrix}$$

$$s_{m\acute{a}x} \text{ (mm)} : 200$$

$$s_{calc} \text{ (mm): } 240,6$$

$$s_{adot} \text{ (mm): } 200,0 \text{ ok}$$

$$l_x \text{ (mm): } 9,1 \quad \text{Comprimento de distribui\c{c}\~{a}o da armadura}$$

$$n^{\circ} \text{ de barras: } 46$$

$$\text{Comp. da As (m): } 13,0 \quad \text{comprimento da armadura por barra}$$

Foi admitido que as barras se estendem até os balanços.

• Armadura transversal positiva nos trechos 1 e 3 (Asta,p - direção x):  $\rightarrow$  46 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 13 m a cada 200 mm.

### 12.3.2. Armadura transversal positiva no meio do vo (direção x) - Astm,p

$$\text{COMBL3} \rightarrow \text{PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)} \\ 1.35G_2 + 1G_3 + 1.35(G_4+G_5) + 1.2R + 1.5q_M + 1.2 \cdot 0.6T$$

$$\text{COMBL4} \rightarrow \text{PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)} \\ 1.35G_2 + 1G_3 + 1.35(G_4+G_5) + 1.2R + 1.5 \cdot 0.7q_M + 1.2T$$

	$\gamma$	$M_{x^+av}$ (kNm/m)	COMBL3	COMBL4	
G2	1,35	3,1	4,1	4,1	$\psi_{0W} :$ 0,6
G3	1	0,3	0,3	0,3	$\psi_{0T} :$ 0,6
G4	1,35	2,9	3,9	3,9	$\psi_{0M} :$ 0,7
G5	1,35	2,0	2,6	2,6	
R	1,2	18,0	21,6	21,6	
qM+	1,5	24,5	36,8	25,7	
GT-	1,2	1,2	0,9	1,4	
Msd (kNm/m):			71	61	

$$\text{Msd (kNm/m): } 71$$





$$A_{sl,s} > A_{sl,min} \rightarrow A_{st,s} \text{ (mm}^2\text{/m)} = 1144$$

$$\phi l, max \text{ (mm): } 37,5$$

$$\phi l \text{ (mm): } 16$$

$$s_{m\acute{a}x} \text{ (mm)} \leq \begin{matrix} 200 \\ 600 \\ 450 \\ 457 \end{matrix} \quad s_{m\acute{a}x} \text{ (mm): } 200$$

$$s_{calc} \text{ (mm): } 175,8$$

$$s_{adot} \text{ (mm): } 175,0 \text{ ok}$$

$$l_x \text{ (m): } 11,3$$

Comprimento de distribuição da armadura

$$n^{\circ} \text{ de barras: } 65$$

$$\text{Comp. da As (m): } 30,0$$

comprimento da barra

• Armadura longitudinal positiva ( $A_{sl,p}$  - direção x):  $\rightarrow$  65 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 30 m a cada 175 mm.

#### 12.3.4. Armadura longitudinal positiva nos balanços (direção y) - $A_{slb,p}$

$$\text{COMBL5} \rightarrow \text{PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)} \\ 1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 1.2 \cdot 0.6T$$

$$\text{COMBL6} \rightarrow \text{PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)} \\ 1.35G2 + 1G3 + 1.3(G4+G5) + 1.2R + 1.5 \cdot 0.7qM + 1.2T$$

$$\psi_{0W} : 0,6$$

$$\psi_{0T} : 0,6$$

$$\psi_{0M} : 0,7$$

	$\gamma$	$M_{y^+b}$ (kNm/m)	COMBL5	COMBL6
G2	1,35	0,5	0,6	0,6
G3	1,30	2,4	3,1	3,1
G4	1,35	6,0	8,1	8,1
G5	1,35	3,9	5,3	5,3
qM+	1,50	29,8	44,7	31,3
R	1,20	16,4	19,7	19,7
GT-	1,20	4,6	3,3	5,5
Msd (kNm/m):			77	67

$$\text{Msd (kNmm/m): } 77,2$$

$$a : 5,8E+03$$

$$b : -4,0E+06$$

$$c : 7,7E+07$$

$$x1/d : 2,45$$

$$x : 0,07 \text{ ok}$$

$$x2/d : 0,07$$

Asl,s (mm <sup>2</sup> /m):	921		
Md,min (kNm/m):	45,2		
a :	5,8E+03		
b:	-4,0E+06		
c:	4,5E+07		
x1/d:	2,48	x:	0,04 <b>ok</b>
x2/d:	0,04		
Asl,mrdmin (mm <sup>2</sup> /m)	533	Md,min	
Asl,0.15% (mm <sup>2</sup> /m):	450	0,15%	
Asl,min1 (mm <sup>2</sup> /m):	169	20% da armadura transversal nos apoios ou no meio do vão	
Asl,min2 (mm <sup>2</sup> /m):	90	0,90%	
Asl,min3 (mm <sup>2</sup> /m):	266	0.5% da armadura mín	
Asl,min (mm <sup>2</sup> /m):	533		
Asl,s > Asl,min → Ast,s (mm <sup>2</sup> /m) =	921		
$\phi l,max$ (mm):	37,5		
$\phi l$ (mm):	16		
smáx (mm) ≤	200 600 450 457	smáx (mm) :	200
scalç (mm):	218,2		
sadot (mm):	200	<b>ok</b>	
lx (m):	0,85	Comprimento de distribuição da armadura	
nº de barras:	5		
Comp. da As (m):	30	comprimento da barra	

- Armadura longitudinal positiva nos balanços (Aslb,p - direção y): → 5 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 30 m a cada 200 mm.

## 12.4. Armadura negativa

### 12.4.1. Armadura transversal negativa na região dos apoios (direção x) - Asta,n

Os balanços e os apoios intermediários foram admitidos com a mesma armadura positiva.

$$\text{COMBL7} \rightarrow \text{PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)} \\ 1.35\text{G2} + 1.3\text{G3} + 1.35(\text{G4} + \text{G5}) + 1\text{R} + 1.5\text{qM} + 1.2 \cdot 0.6\text{T}$$

COMBL8 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
 1.35G2 + 1.3G3+1.3(G4+G5) + 1R + 1.5 · 0.7qM + 1.2T

ψ0W : 0,6  
 ψ0T : 0,6  
 ψ0M : 0,7

γ	Mx <sup>-</sup> ab (kNm/m)	COMBL7	COMBL8
1,35	-4,1	-6	-6
1,3	-4,8	-6	-6
1,35	-1,8	-2	-2
1,35	-1,2	-2	-2
1	16,3	16	16
1,5	-38,0	-57	-40
1,2	-5,0	-4	-6
Msd (kNm/m):		-60	-45

γ	Mx <sup>-</sup> al (kNm/m)	COMBL7	COMBL8
1,35	-6,2	-8	-8
1,3	-3,0	-4	-4
1,35	-3,7	-5	-5
1,35	-2,5	-3	-3
1,2	-11,7	-14	-14
1,5	-34,0	-51	-36
1,2	-2,3	-2	-3
Msd (kNm/m):		-87	-73

Msd (kNm/m): 87

a : 5,8E+03  
 b: -4,0E+06  
 c: 8,7E+07  
 x1/d: 2,44      x: 0,08      **ok**  
 x2/d: 0,08

Asl,s (mm<sup>2</sup>/m): 1045

Md,min (kNm/m): 45,2  
 a : 5,8E+03  
 b: -4,0E+06  
 c: 4,5E+07  
 x1/d'': 2,48      x: 0,04      **ok**  
 x2/d'': 0,04

Asl,mrdmin (mm<sup>2</sup>/m) 533      Md,min  
 Asl,0.15% (mm<sup>2</sup>/m): 450      0,15%

Ast,min (mm<sup>2</sup>/m): 532,7

Asta,n > Asta,nmin - Asta,n (mm<sup>2</sup>/m) = 1045

φl,max (mm): 37,5  
 φl (mm): 16,0

smáx (mm) ≤ 200  
 600  
 450  
 457  
 scalc (mm): 192,4      smáx (mm) : 200

sadot (mm): 192,0 **ok**

lx (m): 9,1 comprimento da faixa de distribuição da armadura (comprimento perfil 2)

nº de barras: 48,0

Comp. da As (m): 15 comprimento estimado por barra

• Armadura transversal negativa nos trechos 1 e 3 (Asta,n - direção x): → 48 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 14,58 m a cada 192 mm

#### 12.4.2. Armadura transversal negativa no meio do vão (direção x) - Astm,n

COMBL9 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
1.35G2 + 1.3G3+1.35(G4+G5) + 1R + 1.5qM + 1.2 · 0.6T

COMBL10 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
1.35G2 + 1.3G3+1.35(G4+G5) + 1R + 1.5 · 0.7qM + 1.2T

$\psi_{0W}$  : 0,6

$\psi_{0T}$  : 0,6

$\psi_{0M}$  : 0,7

$\gamma$	$Mx^{-mb}$ (kNm/m)	COMBL9	COMBL10
1,35	-4,1	-5,5	-5,5
1,3	-4,8	-6,2	-6,2
1,35	-1,8	-2,4	-2,4
1,35	-1,2	-1,6	-1,6
1	16,3	16,3	16,3
1,5	-38,0	-57,0	-39,9
1,2	-5,0	-3,6	-6,0
Msd (kNm/m):		-60	-45

$\gamma$	$Mx^{-ml}$ (kNm/m)	COMBL9	COMBL10
1,35	-6,2	-8,3	-8,3
1,3	-3,0	-3,8	-3,8
1,35	-3,7	-5,0	-5,0
1,35	-2,5	-3,4	-3,4
1	30,0	30,0	30,0
1,5	-34,0	-51,0	-35,7
1,2	-2,4	-1,7	-2,9
Msd (kNm/m):		-43	-29

Msd (kNm/m): 60

a : 5,8E+03

b: -4,0E+06

c: 6,0E+07

x1/d: 2,46

x2/d: 0,06

x: 0,06 **ok**

Asl,s (mm<sup>2</sup>/m): 712

Md,min (kNm/m): 45,2

a : 5,8E+03

b: -4,0E+06

c: 4,5E+07

x1/d'': 2,48

x2/d'': 0,04

x: 0,04 **ok**

Asl,mrdmin (mm<sup>2</sup>/m): 533

Md,min

Asl,0.15% (mm<sup>2</sup>/m): 450 0,15%

Ast,min (mm<sup>2</sup>/m): 532,7

Ast,s > Ast,min → Astm,n (mm<sup>2</sup>/m) = 712

$\phi l, max$  (mm): 37,5

$\phi l$  (mm): 16,0

smáx (mm) ≤ 

200
600
450
457

 smáx (mm) : 200

scal (mm): 282,3

sadot (mm): 200,0 **ok**

lx (m): 11,9 comprimento da faixa de distribuição da armadura (comprimento perfil 1)

nº de barras: 60,0

Comp. da As (m): 15 comprimento estimado por barra

• Armadura transversal negativa no trecho 2 (Astm,n - direção x): → 60 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 14,58 m a cada 200 mm

#### 12.4.3. Armadura longitudinal negativa (direção y) - Asl,n

COMBL11 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
1(G2+G3+G4+G5) + 1R + 1.5qM + 1.2 · 0.6T

COMBL12 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
1(G2+G3+G4+G5) + 1R + 1.5 · 0.7qM + 1.2T

My <sup>-</sup> b (kNm/m)	
COMBL11	COMBL12
-22	-19

Msd (kNm/m): 22

a : 5,8E+03

b: -4,0E+06

c: 2,2E+07

x1/d'': 2,50

x2/d'': 0,02

x: 0,02 **ok**

Asl,cal (mm<sup>2</sup>/m): 261

Md,min (kNm/m):	45,2		
a :	5,8E+03		
b:	-4,0E+06		
c:	4,5E+07		
x1/d'':	2,48	x:	0,04 <b>ok</b>
x2/d'':	0,04		

Asl,mrdmin (mm <sup>2</sup> /m)	533	Md,min	
Asl,0.15% (mm <sup>2</sup> /m):	450	0,15%	

Asl,min1 (mm <sup>2</sup> /m):	209	20% da armadura transversal
Asl,min2 (mm <sup>2</sup> /m):	90	0,90%
Asl,min3 (mm <sup>2</sup> /m):	266	0.5% da armadura mín

Asl,min (mm<sup>2</sup>/m): 533

Asl,min > Asl,cal → Asl,s (mm<sup>2</sup>/m) = 533

$\phi l,max$  (mm): 37,5  
 $\phi l$  (mm): 16,0

smáx (mm) ≤	200	smáx (mm) :	200
	600		
	450		
	457		

scalp (mm): 377,4  
 sadot (mm): 200,0 **ok**

lx (m): 13,0 largura da ponte  
 nº de barras: 65,0 Comprimento da barra  
 Comp. da As (m): 30

- Armadura longitudinal negativa (Asl,n - direção y): → 65 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 30 m a cada 200 mm

### 12.5. Armadura máxima

As máx (mm<sup>2</sup>): 12000 4% da seção de concreto

	x: 0 m	x: 15m	
st,p (mm <sup>2</sup> ):	836	847	
st,n (mm <sup>2</sup> ):	1045	712	
	1881	1559	<b>ok: Asmáx &gt; Astotal</b>

## 12.6. Verificação à fadiga

armaduras e concreto do tabuleiro deverá ser utilizado a combinação frequente de serviço, com  $\psi_1 = 0.8$  e  $\psi_2 = 0.3$  (item 23.5 ABNT NBR 6118 (2014)).

### Combinação frequente de fadiga

COMBL13 → (G2 + G3 + G4 + G5) + 0.8qM + 0.3 · T  
COMBL14 → (G2 + G3 + G4 + G5) + 0qM + 0T

Mx <sup>-</sup> ab,máx (kNm/m)	-43,8	31,9
Mx <sup>-</sup> ab,min (kNm/m)	-11,9	
Mx <sup>-</sup> al,máx (kNm/m)	-43,2	27,9
Mx <sup>-</sup> al,mín (kNm/m)	-15,3	
Mx <sup>-</sup> mb,máx (kNm/m)	-43,8	31,9
Mx <sup>-</sup> mb,min (kNm/m)	-11,9	
Mx <sup>-</sup> ml,máx (kNm/m)	-43,8	31,9
Mx <sup>-</sup> ml,mín (kNm/m)	-11,9	
Mx <sup>+</sup> a,máx (kNm/m)	28,1	20,0
Mx <sup>+</sup> a,min (kNm/m)	8,2	
Mx <sup>+</sup> m,máx (kNm/m)	28,1	20,0
Mx <sup>+</sup> m,min (kNm/m)	8,2	
My <sup>+</sup> b,máx (kNm/m)	34,3	21,7
My <sup>+</sup> b,min (kNm/m)	12,7	
My <sup>+</sup> m,máx (kNm/m)	12,8	4,6
My <sup>+</sup> m,min (kNm/m)	8,2	
My <sup>-</sup> b,máx (kNm/m)	4,8	17,6
My <sup>-</sup> b,min (kNm/m)	12,8	
My <sup>-</sup> m,máx (kNm/m)	7,1	5,6
My <sup>-</sup> m,min (kNm/m)	12,7	

### 12.6.1. Verificação das armaduras longitudinais negativas

$$\gamma_f \Delta \sigma_{s_s} \leq \Delta f_{sd, fad}$$

$$\Delta \sigma_{s_s} = \alpha_e \frac{\Delta M_{red, freq}(d - x_{II})}{I_{II}}$$

$$x_{II} = \frac{-\alpha_e A_{s, ef} + \sqrt{(\alpha_e A_{s, ef})^2 + 2b_w \alpha_e A_{s, ef} d}}{b_w}$$

$\Delta \sigma_s$  (MPa): 190

Tabela 23.2 da ABNT NBR 6118 (2014)

$A_{s,ef,adot}$  (mm<sup>2</sup>/m): 1005,3  
 $\alpha_e$ : 10,0  
 $x_{II}$  (mm): 65,0

ABNT NBR 6118:2014  
 Posição da linha neutra no estágio II de seção retangular sem arm longitudinal de compressão

$I_2$  (mm<sup>4</sup>): 5,35E+08  
 $\Delta\sigma_s$  (MPa): 69 **ok**

Inércia no estágio II, desprezando-se as armaduras de compressão

### 12.6.2. Verificação das armaduras transversais negativas

$$\gamma_f \Delta\sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad}$$

$$\Delta\sigma_s = \alpha_e \frac{\Delta M_{red,req}(d - x_{II})}{I_{II}}$$

$$x_{II} = \frac{-\alpha_e A_{s,ef} + \sqrt{(\alpha_e A_{s,ef})^2 + 2b_w \alpha_e A_{s,ef} d}}{b_w}$$

- Apoio:

$\Delta\sigma_{fad}$  (MPa): 190 ABNT NBR (6118 : 2014)

$A_{s,ef,adot}$  (mm<sup>2</sup>/m): 1047,2

$\alpha_e$ : 10,0  
 $x_{II}$  (mm): 66,1

ABNT NBR 6118:2014  
 Posição da linha neutra no estágio II de seção retangular sem arm longitudinal de compressão

$I_2$  (mm<sup>4</sup>): 5,53E+08  
 $\Delta\sigma_s$  (MPa): 120 **ok: D<sub>fag</sub> > D<sub>s</sub>**

Inércia no estágio II, desprezando-se as armaduras de compressão

$$\gamma_f \Delta\sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad}$$

- Vão:

$\Delta\sigma_{fad}$  (MPa): 190 ABNT NBR (6118 : 2014)

$A_{s,ef,adot}$  (mm<sup>2</sup>/m): 1005,3

$\alpha_e$ : 10,0  
 $x_{II}$  (mm): 65,0

$I_2$  (mm<sup>4</sup>): 5,35E+08  
 $\Delta\sigma_s$  (MPa): 125

$$\gamma_f \Delta\sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad}$$

### 12.6.3. Verificação das armaduras longitudinais positivas

$$\gamma_f \Delta \sigma_{s_s} \leq \Delta f_{sd, fad}$$

$$\Delta \sigma_{s_s} = \alpha_e \frac{\Delta M_{x_{ed, freq}}(d - x_{II})}{I_{II}}$$

$$x_{II} = \frac{-\alpha_e A_{s, ef} + \sqrt{(\alpha_e A_{s, ef})^2 + 2b_w \alpha_e A_{s, ef} d}}{b_w}$$

$\Delta \sigma_{f, ad}$  (MPa): 190 ABNT NBR (6118 : 2014)

$A_{s, ef, adot}$  (mm<sup>2</sup>/m): 1148,9

$\alpha_e$ : 10,0

ABNT NBR 6118:2014

$x_{II}$  (mm): 68,8

Posição da linha neutra no estágio II de seção retangular sem arm longitudinal de compressão

$I_2$  (mm<sup>4</sup>): 5,97E+08

Inércia no estágio II, desprezando-se as armaduras de compressão

$\Delta \sigma_s$  (MPa): 75 **ok: D<sub>fag</sub> > D<sub>s</sub>**

$$\gamma_f \Delta \sigma_{s_s} \leq \Delta f_{sd, fad}$$

### 12.6.4. Verificação das armaduras transversais positivas

$$\gamma_f \Delta \sigma_{s_s} \leq \Delta f_{sd, fad}$$

$$\Delta \sigma_{s_s} = \alpha_e \frac{\Delta M_{x_{ed, freq}}(d - x_{II})}{I_{II}}$$

$$x_{II} = \frac{-\alpha_e A_{s, ef} + \sqrt{(\alpha_e A_{s, ef})^2 + 2b_w \alpha_e A_{s, ef} d}}{b_w}$$

- Apoio:

$\Delta \sigma_{f, ad}$  (MPa): 190 ABNT NBR (6118 : 2014)

$A_{s, ef, adot}$  (mm<sup>2</sup>/m): 1005,3

$\alpha_e$ : 10,0

ABNT NBR 6118:2014

$x_{II}$  (mm): 65,0

Posição da linha neutra no estágio II de seção retangular sem arm longitudinal de compressão

$I_2$  (mm<sup>4</sup>): 5,35E+08

Inércia no estágio II, desprezando-se as armaduras de compressão

$\Delta \sigma_s$  (MPa): 78 **ok: D<sub>fag</sub> > D<sub>s</sub>**

$$\gamma_f \Delta \sigma_{s_s} \leq \Delta f_{sd, fad}$$

- Vão:

	190	ABNT NBR (6118 : 2014)
$\Delta\sigma_{fad}$ (MPa):	1005,3	
$A_{s,ef,adot}$ (mm <sup>2</sup> /m):	10,0	ABNT NBR 6118:2014
$\alpha_e$ :	65,0	Posição da linha neutra no estágio II de seção retangular sem arm longitudinal de compressão
$x_{II}$ (mm):		
	5,35E+08	Inércia no estágio II, desprezando-se as armaduras de compressão
$I_2$ (mm <sup>4</sup> ):	78	<b>ok: D<sub>fag</sub> &gt; D<sub>s</sub></b>
$\Delta\sigma_s$ (MPa):		

$$\gamma_f \Delta\sigma_s \leq \Delta f_{sd,fad}$$

**12.6.5. Resumo**

Esforço	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>-</sup> al	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>-</sup> ml	Mx <sup>+</sup> a	Mx <sup>+</sup> m	My <sup>+</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> b	My <sup>-</sup> m
(kNm/m)	31,9	27,9	31,9	31,9	20,0	20,0	21,7	4,6	17,6	5,6
$A_{s,ef,adot}$ (	1047,2	1047,2	1005,3	1005,3	1005,3	1005,3	1148,9	1148,9	1005,3	1005,3
$x_{II}$ (mm):	66,1	66,1	65,0	65,0	65,0	65,0	68,8	68,8	65,0	65,0
$I_2$ (mm <sup>4</sup> ):	5,53E+08	5,53E+08	5,35E+08	5,35E+08	5,35E+08	5,35E+08	5,97E+08	5,97E+08	5,35E+08	5,35E+08

**12.7. Verificação do concreto à compressão**

Na verificação do concreto à compressão deve-se atender à seguinte equação:

$$\eta_c \cdot \gamma_f \cdot \sigma_{c,max} \leq f_{cd,fad}$$

sendo

$$f_{cd,fad} = 0,45 f_{cd}$$

$$\eta_c = \frac{1}{1,5 - 0,5 (|\sigma_{c1}| / |\sigma_{c2}|)}$$

onde

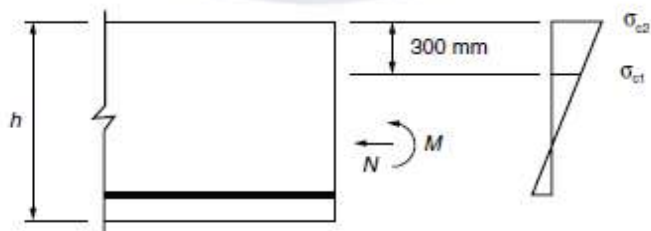
$\eta_c$  é um fator que considera o gradiente de tensões de compressão no concreto;

$|\sigma_{c1}|$  é o menor valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a combinação relevante de cargas (Figura 23.1);

$|\sigma_{c2}|$  é o maior valor, em módulo, da tensão de compressão a uma distância não maior que 300 mm da face sob a mesma combinação de carga usada para cálculo de  $|\sigma_{c1}|$  (Figura 23.1).

$$|\sigma_{c1}| = \frac{M_{x,min,fq} \cdot (x_{II} - 300)}{I_{II}}$$

$$|\sigma_{c2}| = \frac{M_{x,max,fq} \cdot x_{II}}{I_{II}}$$



$f_{cd,fad}$  (MPa): 9,0

$$f_{cd,fad} = 0.45 \cdot f_{ck} / 1.4$$

Esforço	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>-</sup> al	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>-</sup> ml	Mx <sup>+</sup> a	Mx <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> b	My <sup>-</sup> m
Máx	43,8	43,2	43,8	43,8	28,1	28,1	34,3	12,8	4,8	7,1
Mín	11,9	15,3	11,9	11,9	8,2	8,2	12,7	8,2	12,8	12,7
As,ef,a dot l	1047	1047	1005	1005	1005	1005	1149	1149	1005	1005
xii(mm):	66,1	66,1	65,0	65,0	65,0	65,0	68,8	68,8	65,0	65,0
I2 (mm <sup>4</sup> ):	5,5E+08	5,5E+08	5,3E+08	5,3E+08	5,3E+08	5,3E+08	6,0E+08	6,0E+08	5,3E+08	5,3E+08
σc1 (MPa):	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
σc2 (MPa):	5,23	5,16	5,32	5,32	3,42	3,42	3,96	1,47	0,59	0,86
ηc:	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67	0,67
ηc · γf · σc,n	3,49	3,44	3,54	3,54	2,28	2,28	2,64	0,98	0,39	0,57
verificação	ok	ok	ok	ok	ok	ok	ok	ok	ok	ok

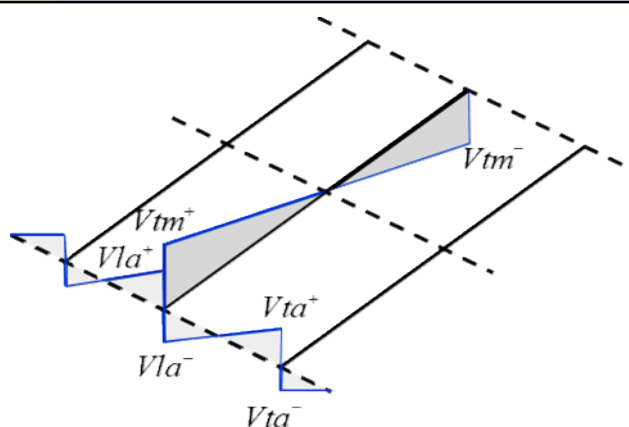
## 12.8. Verificação do concreto à tração

longitudinais e no concreto comprimido, assim, a verificação à tração do concreto pode ser desconsiderada.

## 12.9. Dimensionamento quanto ao esforço cortante

### 12.9.1. Resumo dos esforços cortantes

	V (kN)					
	Vta <sup>+</sup> (kN)	Vta <sup>-</sup> (kN)	Vla <sup>+</sup> (kN)	Vla <sup>-</sup> (kN)	Vtm <sup>+</sup> (kN)	Vtm <sup>-</sup> (kN)
G2	5,27					
G3	17					
G4	40,0					
G5	22,0					
qM <sup>+</sup>	101,0					
qM <sup>-</sup>	-101,0					
R	110,0					
GT+	31,2					
GT-	21,66					



### 12.9.2. Lajes sem armadura para força cortante

As prescrições para verificação da necessidade de estribos na laje de concreto são apresentadas no item

- esforço solicitante:

COMBL15 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
 $1.35G2 + 1.3G3 + 1.35(G4+G5) + 1.2R + 1.5qM + 1.2 \cdot 0.6T$

COMBL16 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
 $1.35G2 + 1.3G3 + 1.3(G4+G5) + 1.2R + 1.5 \cdot 0.7qM + 1.2T$

Vsd							
COMBL15				COMBL16			
Vta <sup>+</sup> (kN)	Vta <sup>-</sup> (kN)	Vla <sup>+</sup> (kN)	Vla <sup>-</sup> (kN)	Vta <sup>+</sup> (kN)	Vta <sup>-</sup> (kN)	Vla <sup>+</sup> (kN)	Vla <sup>-</sup> (kN)
116				176,3			

- força resistente de cálculo:

$$V_{sd} \leq V_{Rd1}$$

$$V_{Rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40\rho_1) + 0,15\sigma_{cp}] \cdot b_w \cdot d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq |0,02|$$

$$\sigma_{cp} = \frac{N_{sd}}{A_c}$$

$\tau_{rd}$  (kN): Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento

$f_{ctd}$ : Resistência à tração do concreto

$f_{ctd}$  (Mpa): 1,45

$\tau_{rd}$  (kN): 0,36

k: 1,33

50% da armadura inferior chega ao apoio

	Asta,p	Astm,p
(mm <sup>2</sup> /m)	1005	1005
$\rho_1$ :	0,00	0,00
Vrd1 (kN):	177,6	177,6

- verificação:

	Asta,p	Astm,p
Vsd (kN):	176,3	176,3
Vsd/Vrd1:	0,99	0,99
verificação:	ok	ok

→ **Ok: não é necessário armar a laje ao esforço cortante**

## 12.10. Verificações nos estados limite de serviço

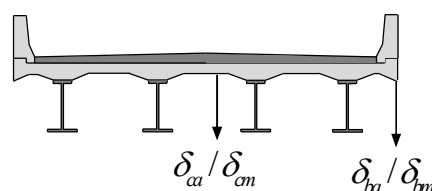
As seguintes verificações devem ser atendidas na verificação aos estados limites de serviço:

- Flecha elástica imediata
- Formação de fissuras
- Abertura de fissuras
- Flecha imediata no estágio II
- Flecha diferida no tempo

### 12.10.1. Resumo dos deslocamentos verticais

As flechas apresentadas abaixo foram obtidas com base no modelo numérico nos tempos  $t = 28$  dias e  $t = \infty$

	Apoio		Meio do vão	
	Borda (mm)	Centro (mm)	Borda (mm)	Centro (mm)
G2	-5,7	-2,9	-56,1	-87,7
G3	-0,4	-0,1	-3,1	-2,3
G4	-0,8	-0,5	-8,2	-8,4
G5	-0,6	-0,6	-5,4	-5,6
qM	-1,7	-1,4	-15,7	-14,0
R: $t=28$	0,0	0,0	0,0	0,0
R: $t=\infty$	-1,9	-2,1	-27,5	-37,0
GT+	0,4	0,4	5,6	7,6
GT-	-0,2	-0,2	-2,5	-3,4



ok: flecha menor que a flecha limite

### 12.10.2. Flecha elástica imediata

As envoltórias das flechas foram obtidas com base na combinação quase permanente de serviço.

$$F_{d,ser} = \sum F_{gi,k} + \sum \psi_{2j} F_{qj,k}$$

	$\psi_2$
qM	0,3
T	0,3

COMBL17 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
(G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.3qM + 0.3T)

	Apoio		Meio do vão	
	Borda	Centro	Borda	Centro
$\Delta l, t_{28}, \text{min (mm):}$	-9,4	-5,1	-89,21	-124,6
$\Delta l, t_{28}, \text{máx (mm):}$	-9,6	-5,3	-92,06	-128,5

Flecha mínima

Flecha máxima

### 12.10.3. Formação de fissuras

Para verificação do estado de formação de fissuras, determina-se o momento de fissuração da seção no estágio I ( $M_r$ ).

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

$$f_{ct} = 0,7 \cdot \left(0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}\right)$$

$$I = \frac{b_w \cdot (t_c + h_{pré})^3}{12}$$

It (mm <sup>4</sup> )	2,3E+09	
$\alpha$ :	1,5	
yt (mm):	150	yt : h/2
fct (MPa):	2,0	
Mr (kNm/m):	45,6	Momento de fissuração no estágio I

Os esforços solicitantes foram obtidos a partir da combinação rara de serviço (Md,rara).

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + F_{q1k} + \sum \psi_{1j} F_{qjk}$$

	$\psi_1$
qM	0,5
T	0,5

COMBL18 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
(G2 + G3 + G4 + G5 + R + qM + 0.5T)

COMBL19 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
(G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + T)

	COMBL18			COMBL19		
	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>-</sup> al	Mx <sup>+</sup> a	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>-</sup> al	Mx <sup>+</sup> a
Md (kNm)	-36,1	-62,1	51,3	-19,6	-46,3	39,6

	COMBL18			COMBL19		
	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>-</sup> ml	Mx <sup>+</sup> m	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>-</sup> ml	Mx <sup>+</sup> m
Md (kNm)	-36,1	-62,2	51,3	-19,6	-46,4	39,6

	COMBL18				COMBL19			
	My <sup>+</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> b	My <sup>-</sup> m	My <sup>+</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> b	My <sup>-</sup> m
	61,2	56,1	-17,3	-7,7	48,6	44,9	-13,7	-4,9

Mx <sup>-</sup> (kNm/m):	-62,2
Mx <sup>+</sup> (kNm/m):	51,3
My <sup>+</sup> (kNm/m):	61,2

a) verificação nos apoios:

	(kNm/m)		
Mx <sup>-</sup> ab	-36,1	I	Mr > Msd : seção estádio I
Mx <sup>-</sup> al	-62,1	II	Msd > Mr : seção estádio II
Mx <sup>+</sup> a	51,3	II	Msd > Mr : seção estádio II

b) verificação no meio da laje

	(kNm/m)		
Mx <sup>-</sup> mb	-36,1	I	Mr > Msd : seção estádio I
Mx <sup>-</sup> ml	-62,2	II	Msd > Mr : seção estádio II
Mx <sup>+</sup> m	51,3	II	Msd > Mr : seção estádio II
My <sup>+</sup> b	61,2	II	Msd > Mr : seção estádio II
My <sup>-</sup> b	-17,3	I	Mr > Msd : seção estádio I
My <sup>+</sup> m	56,1	II	Msd > Mr : seção estádio II
My <sup>-</sup> m	-7,7	I	Mr > Msd : seção estádio I

**12.10.4. Abertura de fissuras**

característico de abertura de fissuras ( $w_k$ ), é determinado para cada parte da região de envolvimento, é o menor obtido pelas expressões a seguir:

$$w_k \leq \begin{cases} \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{Si}}{E_p} \cdot \frac{3\sigma_{Si}}{f_{ct,m}} \\ \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{Si}}{E_p} \cdot \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

fct,m (MPa): 2,90

$$\rho_{ri} = \frac{A_{s,ef}}{A_{cri}}$$

$$A_{cri} = b_w \cdot [cl + 7,5 \cdot \phi_l + \phi_t + (n_c - 1) \cdot (ev + \phi_l)]$$

Os esforços solicitantes foram obtidos a partir da combinação frequente de serviço (Md,freq).

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \Sigma \psi_{2j} F_{qjk}$$

COMBL19 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
(G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.5qM + 0.3T)

COMBL20 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
(G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.3qM + 0.5T)

	COMBL19			COMBL20		
	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>-</sup> al	Mx <sup>+</sup> a	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>-</sup> al	Mx <sup>+</sup> a
Md (kNm)	-32,4	-44,7	38,8	-25,8	-38,3	34,1

	COMBL19			COMBL20		
	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>-</sup> ml	Mx <sup>+</sup> m	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>-</sup> ml	Mx <sup>+</sup> m
Md (kNm)	-16,1	-44,7	38,8	-9,5	-38,4	34,1

	COMBL19				COMBL20			
	My <sup>+</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> b	My <sup>-</sup> m	My <sup>+</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> b	My <sup>-</sup> m
Md (kNm)	45,4	42,5	-12,3	-3,9	40,4	38,0	-10,9	-2,8

a) verificação nos apoios:

A taxa de armadura passiva em relação à área da região de envolvimento (Acri) foi obtida a partir da área de aço adotada por metro linear de laje, considerando apenas uma camada de armadura longitudinal. A tensão de tração no centro de gravidade das armaduras foi determinada com base na posição da linha neutra no estádio II, admitindo a laje com seção retangular sem armaduras longitudinais de compressão.

$\alpha_e$ : 15,0  
wlim: 0,3

ABNT NBR 6118 (2014) item 17.3.3.2  
Tabela 13.4 da ABNT NBR 6118 (2014)

	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>-</sup> al	Mx <sup>+</sup> a	
Estádio	I	II	II	
Md (kNm)	-32	-45	39	
Asta (mm <sup>2</sup> /m)	1045	1045	836	
$\phi$ max (mm)	16	16	16	
s (mm)	192	192	200	
Asta,real (mm <sup>2</sup> /m)	1047	1047	1005	
Acri (mm <sup>2</sup> ):	145000	145000	145000	
$\rho_i$ :	0,7	0,7	0,7	
xII (mm):	78,6	78,6	77,2	
III (mm <sup>4</sup> ):	7,7E+08	7,7E+08	7,4E+08	
$\sigma_{Si}$ (MPa):	1,2E+02	1,7E+02	1,5E+02	Tensão de tração nas armaduras
wk1 (mm):	0,04	0,08	0,07	Valor característico da abertura de fissuras
wk2 (mm):	0,20	0,28	0,26	
wk (mm):	0,04	0,08	0,07	<b>ok: wklim &gt; wk</b>
	<b>ok</b>	<b>ok</b>	<b>ok</b>	

$$A_{sta,real} = \frac{b_w \cdot \pi \cdot d^2}{s \cdot 4} \quad x_{II} = \frac{-\alpha_e \cdot A_{s,ef} + \sqrt{(\alpha_e \cdot A_{s,ef})^2 + 2 \cdot b_w \cdot \alpha_e \cdot A_{s,ef} \cdot d}}{b_w}$$

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_{s,ef} \cdot (d - x_{II})^2$$

$$\sigma_{Si} = \alpha_e \cdot \frac{M_{d,freq} \cdot (d - x_{II})}{I_{II}}$$

b) verificação no meio do vão:

wlim: 0,3

	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>-</sup> ml	Mx <sup>+</sup> m	
Estágio	I	II	II	
Md (kNm)	-16	-45	34	
Asta (mm <sup>2</sup> /m)	712	712	847	
φ <sub>max</sub> (mm)	16	16	16	
s (mm)	200	200	200	
Asta,real (mm <sup>2</sup> /m)	1005	1005	1005	
Ac <sub>ri</sub> (mm <sup>2</sup> ):	1,5E+05	1,5E+05	1,5E+05	
ρ <sub>i</sub> :	0,7	0,7	0,7	
x <sub>II</sub> (mm):	-	77,2	77,2	
I <sub>II</sub> (mm <sup>4</sup> ):	-	7,4E+08	7,4E+08	
σ <sub>Si</sub> (MPa):	-	178,3	-136,1	Tensão de tração nas armaduras
wk <sub>1</sub> (mm):	-	0,09	0,05	Valor característico da abertura de fissuras
wk <sub>2</sub> (mm):	-	0,30	-0,23	
wk (mm):	-	0,09	-0,23	
	<b>ok</b>	<b>ok</b>		

	My <sup>+</sup> b	My <sup>-</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> m	
Estágio	II	I	II	I	
Md (kNm)	45	-45	42,5	34	
As <sub>l</sub> (mm <sup>2</sup> /m)	1144	533	1144	533	
φ <sub>max</sub> (mm)	16	16	16	16	
s (mm)	175	200	175	200	
Asta,real (mm <sup>2</sup> /m)	1149	1005	1149	1005	
Ac <sub>ri</sub> (mm <sup>2</sup> ):	1,5E+05	1,5E+05	1,5E+05	1,5E+05	
ρ <sub>i</sub> :	0,8	0,7	0,8	0,7	
x <sub>II</sub> (mm):	81,6	-	81,6	-	
I <sub>II</sub> (mm <sup>4</sup> ):	8,3E+08	-	8,3E+08	-	
σ <sub>Si</sub> (MPa):	159,5	-	149,2	-	Tensão de tração nas armaduras
wk <sub>1</sub> (mm):	0,07	-	0,06	-	Valor característico da abertura de fissuras
wk <sub>2</sub> (mm):	0,24	-	0,22	-	
wk (mm):	0,07	-	0,06	-	<b>ok: w<sub>klim</sub> &gt; wk</b>

### 12.10.5. Flecha imediata no estádio II (analítica)

Para as situações em que  $M_r < M_d$ , rara, deve-se determinar a flecha imediata no estádio II, a fim de considerar acréscimos de deslocamento ocorridos após a fissuração do elemento. A flecha imediata no estádio II é obtida a partir da rigidez equivalente da seção transversal, em que os esforços são determinados a partir das combinações quase permanentes de serviço.

α <sub>e</sub> :	7,8	
I <sub>c</sub> (mm <sup>4</sup> )	2,3E+09	Momento de inércia não fissurada
α :	1,5	
y <sub>t</sub> (mm):	150	y <sub>t</sub> : h/2
f <sub>ct</sub> (MPa):	2,9	
M <sub>r</sub> (kNm/m):	6,5E+07	Momento de fissuração
E <sub>cs</sub> · I <sub>c</sub>	6,0E+13	

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$$\alpha_e = \frac{E_{Si}}{E_{cs}}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t}$$

- Combinação quase-permanente de serviço:

$$F_{d,ser} = \Sigma F_{gi,k} + \Sigma \Psi_{2j} F_{qj,k}$$

	$\Psi_2$
qM	0,3
T	0,3

COMBL21 → PP (G2+G3+G4+G5) + Retração (R) + Temperatura (T)  
(G2 + G3 + G4 + G5 + R + 0.3qM + 0.3T)

	Mx <sup>-</sup> ab	Mx <sup>+</sup> a	Mx <sup>-</sup> mb	Mx <sup>+</sup> m	My <sup>+</sup> b	My <sup>-</sup> b	My <sup>+</sup> m	My <sup>-</sup> m
	I	II	I	II	II	I	II	I
Md,qp (kN)	-8,5	33,9	-8,5	33,9	39,5	-10,5	37,3	-7,1
xII (mm):	59,4	58,4	-	58,4	61,9	-	61,9	-
III(mm4):	4,5E+08	4,4E+08	-	4,4E+08	4,9E+08	-	4,9E+08	-
(EI) <sub>eq,t0</sub> :	6,0E+13	6,0E+13	6,0E+13	6,0E+13	6,0E+13	6,0E+13	6,0E+13	6,0E+13

- Flexa imediata no estágio II:

$$\Delta_{II,t28,max} = \frac{\Delta_{I,t28,max} \cdot E_{cs} \cdot I_c}{(EI)_{eq,t0}}$$

	Apoio		Meio do vão		
	Borda	Centro	Borda	Centro	
$\Delta_{I,t28}$ (mm):	-9,4	-5,1	-89,2	-124,6	Flexa mínima
	-9,6	-5,3	-92,1	-128,5	Flexa máxima
$\Delta_{II,t28}$ (mm):	-9,4	-5,1	-89,2	-124,6	Flexa mínima
	-9,6	-5,3	-92,1	-128,5	Flexa máxima

### 12.10.6. Flecha diferida no tempo

A flecha diferida no tempo, devido à fluência, pode ser estimada de maneira aproximada pela expressão dada no item 17.3.2.1.2 da ABNT NBR 6118 (2014). A favor da segurança a taxa de armadura de compressão ( $\rho'$ ) foi tomada igual a 0.

t0 (meses):	1	idade de aplicação de cargas de longa duração
t (meses):	608	tempo em que se deseja o valor da flecha diferida
$\varepsilon$ (t):	2,00	
$\varepsilon$ (t0):	0,68	
$\Delta\varepsilon$ :	1,32	
$\rho'$ :	0	taxa de armadura de compressão
$\alpha_f$ :	1,3	

$$\alpha_f = \frac{\Delta \xi}{1 + 50 \cdot \rho'}$$

$$\rho' = \frac{A_s'}{b \cdot d}$$

$$\Delta \xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = \begin{cases} 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} & t \leq 70 \text{ meses} \\ 2 & t > 70 \text{ meses} \end{cases}$$

Para as condições de aceitabilidade sensorial, as flechas-limite são dadas por:

$$\Delta_{\text{lim}} = \frac{l}{250}$$

em que  $l$  corresponde ao dobro da distância entre os pontos de verificação dos deslocamentos e os pontos considerados indeslocáveis.

$l_b$  (mm): 1696

comprimento  $l$  para os balanços

$l_c$  (mm): 2826

comprimento  $l$  para os deslocamento no meio do vão

A flecha final é dada por:

$$\Delta_{II,tf} = \Delta_{II,t28,\text{max}} \cdot (1 + \alpha_f)$$

	Analítico			
	Apoio		Meio do vão	
	Borda	Centro	Borda	Centro
$\Delta_{II,tf}$ (mm)	-21,8	-11,7	-207,2	-289,5
	-22,2	-12,3	-213,8	-298,5
$\Delta_{II,tf} / \Delta_{\text{lim}}$	3,2	1,0	30,5	25,6
	3,3	1,1	31,5	26,4
verificação	ok	ok	ok	ok

	Numérico			
	Apoio		Meio do vão	
	Borda	Centro	Borda	Centro
$\Delta_{II,tfn}$ (mm)	-9,9	-6,5	-103,3	-142,9
	-10,0	-6,7	-105,7	-146,2
	ok	ok	ok	ok

Os deslocamentos numéricos correspondem aos deslocamentos obtido no tempo  $t = \infty$ .

## 12.11. Verificação pré-laje

### Dados:

cap(mm): 50

Comprimento de apoio mínimo das pré-lajes

lpré (mm): 2466

Vão livre (tomado igual à distância entre pontos de içamento)

hpré (mm): 75

bp (mm): 500

CAA: II

fck (MPa):	40	
d (mm):	50	
fct,m (MPa):	4	$0.3 \cdot fck^{2/3}$
fctk,sup (MPa):	4,6	$1.3 \cdot fct,m$

$$l_{pré} = b - b_s + 2 \cdot c_{pré-laje}$$

Gpp (kN/m):	0,9	Carga devido ao peso próprio
Gcon (kN/m):	2,8	Carga devido ao peso da capa de concreto
qc1 (kN/m):	1,0	Sobrecarga devido a construção

- Combinação última de construção:

COMBL22	→	$1.25 \cdot Gpp$	(içamento)
COMBL23	→	$1.25 \cdot Gpp + 1.3 \cdot Gcon + 1.3 \cdot qc1$	(concretagem)

### 12.11.1. Armadura longitudinal positiva

As armaduras longitudinais das pré-lajes devem ser iguais ou superiores à calculada para a armadura transversal do tabuleiro.

Asta,p (mm <sup>2</sup> /m) =	836
Astm,p (mm <sup>2</sup> /m) =	847

	Msd (kNm/r)	Vsd (kN)
Concretagem	4,66	5,9

Msd (kNm/m):	4,7
--------------	-----

a :	3,9E+03		
b :	-4,9E+05		
c :	4,7E+06		
x1/d:	2,31	x:	0,21 <b>ok</b>
x2/d:	0,21		

Ast,s (mm <sup>2</sup> /m):	234
-----------------------------	-----

Md,min (kNm/m):	1,7
-----------------	-----

a :	3,9E+03		
b :	-4,9E+05		
c :	1,7E+06		
x1/d:	2,45	x:	0,07 <b>ok</b>
x2/d:	0,07		

Asl,mrdmin (mm <sup>2</sup> /m)	70	
Asl,0.15% (mm <sup>2</sup> /m):	56	0,15%
Asl,min (m <sup>2</sup> /m):	70	

Ast,s (mm <sup>2</sup> /m) =	234
------------------------------	-----

Ast,ad (mm <sup>2</sup> /m):	847
φl (mm):	16,0
sadot (mm):	200,0

ok: a área de armadura do tabuleiro é maior que a da pré-laje

lx (mm):	500,0
nº de barras:	3
Comp. da As (m):	0,60

comprimento de distribuição da armadura

comprimento da armadura por barra

• **Armadura longitudinal positiva das pré-lajes (Asl,p): → 3 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 0,6 m a cada 200 mm.**

### 12.11.2. Verificação ao cortante

As prescrições para verificação da necessidade de estribos na laje de concreto são apresentadas no item 19.1 da ABNT NBR 6118 (2014).

- força resistente de cálculo:

$$V_{rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1.2 + 40\rho_1)] \cdot b_w \cdot d$$

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c}$$

$$\gamma_c = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq |0,02|$$

τrd (kN): Tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento

fctd: Resistência à tração do concreto

fctd (Mpa)	1,75
τrd (kN):	0,44
k:	1
ρ1:	0,01

50% da armadura inferior não chega ao apoio

Vrd1 (kN): 17,3

ok: Vrd1 > Vsd

→ ok: não é necessário armar a laje ao esforço cortante

### 12.11.2. Verificações ao estado limite de serviço

As seguintes verificações devem ser conduzidas para verificação dos estados limites de serviço:

• Estado limite de deformação excessiva:

- Formação de fissura
- Flecha elástica imediata
- Flecha estágio II
- Flecha diferida no tempo

• Estado limite de formação de abertura de fissuras:

- Formação de fissura
- Abertura de fissuras

**a) Estado limite de deformações excessiva**

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

ABNT NBR 6118 (2014) item 17.3.1

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

It (mm <sup>4</sup> )	1,8E+07
$\alpha$ :	1,5
yt (mm):	37,5
fctm (MPa):	3,5
Mr (kNm/m):	2,5

yt : h/2

Momento de fissuração no estágio I

Msd,rara (kNm/m): 4,8

**Estádio II: seção fissurada**

a.1) Flecha imediata estágio I

$\psi_2$ : 0,3  $F_{qp} = \sum F_g + \psi_2 \cdot \sum F_q$

Combinação quase permanente q (kN/m): 4,1

$\delta_i = \frac{5}{384} \cdot \frac{q \cdot l_{vão}^4}{E_{cs} \cdot I_c}$   $\delta_i$  (mm): 4,1

a.2) Flecha estágio II

Combinação quase permanente:  $F_{qp} = \sum F_g + \psi_2 \cdot \sum F_q$

Msd,qp (kNm/m): 4,1

$\alpha$ e:	7,8
Ic (mm <sup>4</sup> )	1,8E+07
$\alpha$ :	1,5
yt (mm):	37,5
fct,m(MPa):	3,5
Mr (kNm/m):	2,5
Ecs · Ic	4,7E+11
xII (mm):	50
I <sub>II</sub> (mm <sup>4</sup> ):	2,06E+07
(EI) <sub>eq</sub> (mm <sup>4</sup> ):	4,7E+11
$\Delta$ II,t0 (mm):	4,1

Momento de inércia não fissurada

yt : h/2

$0,3 \cdot (f_{ck})^{2/3}$

Momento de fissuração

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,m} \cdot I_c}{y_t}$$

$$x_{II}^2 - \frac{2 \cdot E_s \cdot \alpha_e \cdot (d - x_{II})}{b_w} = 0$$

$$I_{II} = \frac{b \cdot x_{II}^3}{3} + E_s \cdot \alpha_e (d - x_{II})$$

$$\Delta_{II,t0,max} = \frac{\Delta_{I,t0,max} \cdot E_{cs} \cdot I_c}{(EI)_{eq,t0}}$$

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \cdot \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c$$

$$\alpha_e = \frac{E_{si}}{E_{cs}}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

### a.3) Flecha diferida no tempo

As prescrições para estimativa da flecha diferida no tempo estão mostradas no item 17.3.2.1.2.

$\Delta_{II,lim}(mm)$ : 9,9

ABNT NBR6118 (2014) tabela 13.2

$t_0$  (meses): 1

idade de aplicação de cargas de longa duração

$t$  (meses): 1

tempo em que se deseja o valor da flecha diferida

$\varepsilon(t)$ : 0,68

$\varepsilon(t_0)$ : 0,68

$\Delta\varepsilon$ : 0,00

$\rho'$ : 0

taxa de armadura de compressão

$\alpha_f$ : 0,0

$\Delta_{II,tf}(mm)$ : 4,1

**ok: flecha menor que a flecha limite**

$$\Delta_{II,tf} = \Delta_{II,t0,max} \cdot (1 + \alpha_f)$$

### b) Estado limite de fissuração

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct,inf} \cdot I_c}{y_t}$$

ABNT NBR 6118 (2014) item 17.3.1

$$f_{ct,inf} = 0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$I_t$  (mm<sup>4</sup>): 1,8E+07

$\alpha$ : 1,5

$y_t$  (mm): 37,5

$y_t$ : h/2

$f_{ct,inf}$  (MPa): 2,5

$M_r$  (kNm/m): 1,7

Momento de fissuração no estádio I

$M_{sd,rara}$  (kNm/m): 4,8

### **Estádio II: seção fissurada**

#### *b.1) Abertura de fissura*

As recomendações para verificação da abertura de fissura são apresentadas no item 17.3.3.2 da ABNT NBR 6118 (2014).

Os esforços solicitantes foram obtidos a partir da combinação frequente de serviço (Md,freq).

$$F_{d,ser} = \sum F_{gik} + \psi_1 F_{q1k} + \sum \psi_2 F_{qjk}$$

Msd,s (kNm/m): 4,15

wlim:	0,3
$\alpha_e$ :	15,0
fct,m (MPa):	3,5
Asta (mm <sup>2</sup> /m)	234
$\phi$ max (mm)	16
s (mm)	200
Asta,real (mm <sup>2</sup> /m)	503

ABNT NBR 6118 (2014) item 17.3.3.2

Acri (mm <sup>2</sup> ):	76500
$\rho_{ri}$ :	0,7
xII (mm):	27
III (mm <sup>4</sup> ):	7,3E+06
$\sigma_{Si}$ (MPa):	229,7
wk1 (mm):	0,12
wk2 (mm):	0,41
wk (mm):	0,12

ok: wklim > wk

$$w_k \leq \begin{cases} \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{Si}}{E_p} \cdot \frac{3\sigma_{Si}}{f_{ct,m}} \\ \frac{\phi_i}{12,5\eta_i} \cdot \frac{\sigma_{Si}}{E_p} \cdot \left( \frac{4}{\rho_{ri}} + 45 \right) \end{cases}$$

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$$

$$\rho_{ri} = \frac{A_{s,ef}}{A_{cri}}$$

$$A_{cri} = b_w \cdot [cl + 7,5 \cdot \phi_l + \phi_l + (n_c - 1) \cdot (ev + \phi_l)]$$

$$A_{sta,real} = \frac{b_w \cdot \pi \cdot d^2}{s \cdot 4}$$

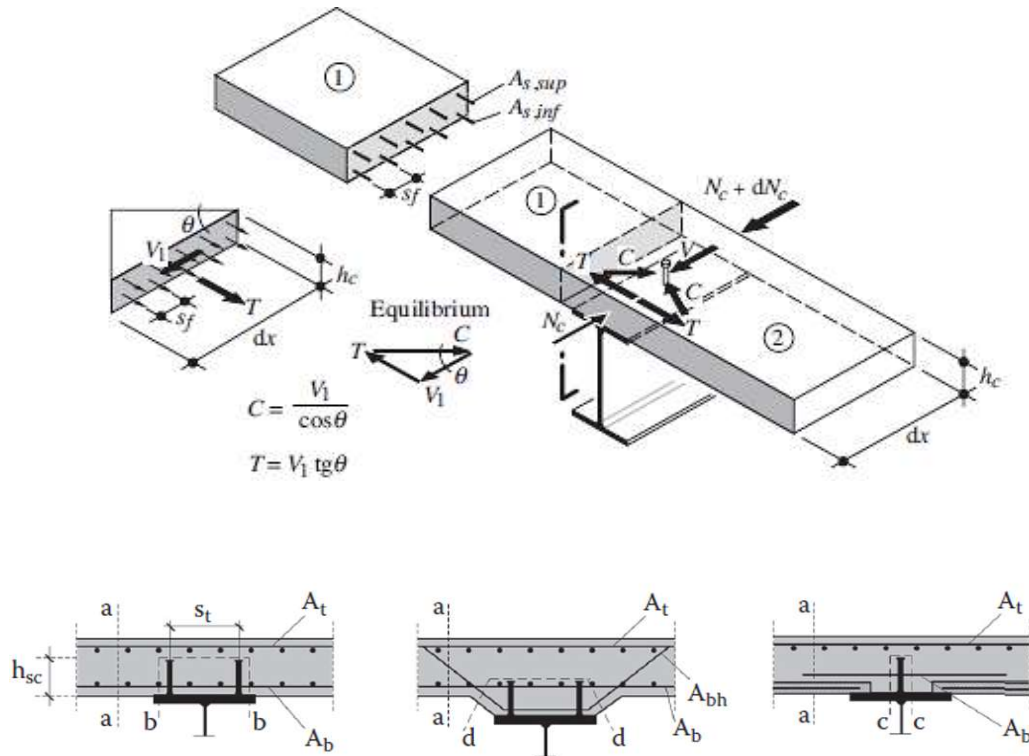
$$x_{II} = \frac{-\alpha_e \cdot A_{s,ef} + \sqrt{(\alpha_e \cdot A_{s,ef})^2 + 2 \cdot b_w \cdot \alpha_e \cdot A_{s,ef} \cdot d}}{b_w}$$

$$I_{II} = \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_{s,ef} \cdot (d - x_{II})^2$$

$$\sigma_{Si} = \alpha_e \cdot \frac{M_{d,freq} \cdot (d - x_{II})}{I_{II}}$$

**12.12. Verificação ao cisalhamento longitudinal da laje**

A verificação ao cisalhamento longitudinal da laje de concreto e a determinação da armadura de costura serão conduzidas com base no modelo de bielas (diagonal comprimida) e tirantes (armadura tracionada) ilustrada na figura 12-2.



Tipo de falha				
Asf / sf	A-A	B-B	C-C	D-D
		Ab + At	2Ab	2Ab

**12.12.1. Fluxo de cisalhamento na superfície de corte**

O fluxo solicitante será obtido com base na quantidade, espaçamento longitudinal e na resistência dos conectores

Qrd (kN): 84

**1) Superfície de corte A-A:**

Foi admitido que o máximo fluxo de cisalhamento ocorre a uma distância de Xc transversal ao eixo

Ai (mm²):	8,5E+05	Seção transversal da laje - longarina interna (distância longarinas)
Ae (mm²):	6,8E+05	Seção transversal da laje - longarina externa (1/2 distância entre l
Xc (mm):	0	Posição da seção A-A
Ac <sub>i,eff</sub> (mm²):	4,2E+05	
Ace <sub>eff</sub> (mm²):	4,2E+05	

Aci/Ai: 0,50  
Ace/Ae: 0,62

fa: 0,62

$$A_i = b_{ef} \cdot (t_c + h_{pré-laje})$$

$$A_e = \left(\frac{b_{ef}}{2} + bl\right) \cdot (t_c + h_{pré-laje})$$

$$A_{ci,eff} = \left(\frac{b_{ef}}{2} - Xc\right) \cdot (t_c + h_{pré-laje})$$

$$A_{ce,eff} \geq \begin{cases} \left(\frac{b_{ef}}{2} - Xc\right) \cdot (t_c + h_{pré-laje}) \\ (bl - Xc) \cdot (t_c + h_{pré-laje}) \end{cases}$$

$$fa \geq \begin{cases} A_{ci} / A_i \\ A_{ce} / A_e \end{cases}$$

**a) 0 m a 8,75 m**

Nº Cad/L:	3	
Nº L/G:	1	
Scal (mm):	262	
qh-sd (kN/m):	967	Fluxo total
qh-sd (A-A) (kN/m):	604	Fluxo na seção A-A

**b) 8,75 m a 20,65 m**

Nº Cad/L:	1	
Nº L/G:	3	
Scal (mm):	226	
qsd (kN/m):	1122	Fluxo total
qh-sd (A-A) (kN/m):	701	Fluxo na seção A-A

$$qsd = \frac{n \cdot Q_{rd}}{e_i}$$

$$qh - sd(A - A) = qsd \cdot fa$$

**II) Superfície de corte B-B:**

**a) 0 m a 8,75 m**

qh-sd (B-B) (kN/m): 967

b) 8,75 m a 20,65 m

qh-sd (B-B) (kN/m): 1122

**12.12.2. Verificação das bielas comprimidas**

v: 0,53  
 fcd (MPa): 18,2  
 θ (graus): 45,0  $45^\circ \geq \theta \geq 26.5^\circ$

	Corte A-A	Corte B-B		
	0 a 29,4 m	0 a 8,75 m	8,75 m a 20,65 m	
nc:	1,0	1,0	1,0	Número de conectores por seção
etad (mm):	100	100	100	Espaçamento transversal entre conector
Lv (mm):	300	168	168	Comprimento de corte
qc-rd (kN/m):	1443	808	808	Fluxo resistido pelas bielas comprimidas

0 a 8,75 m → 807 kN/m > 604kN/m **ok**  
 8,75 m a 20,65 m → 807 kN/m > 700kN/m **ok**

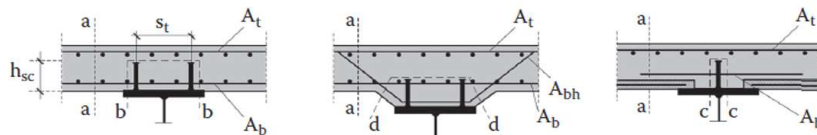
$$Lv_{A-A} = t_c + h_{pre}$$

$$Lv_{B-B} = (nc - 1) \cdot et + nc \cdot d_{sb} + 2 \cdot h_{sb}$$

$$q_{c-rd} = v \cdot f_{cd} \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\theta \cdot L_v$$

$$v = 0.6 \cdot \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right)$$

$$f_{cd} = \frac{0.85 \cdot f_{ck}}{\gamma_c}$$



→ **ok: Não há esmagamento do concreto nas bielas comprimidas**

**12.12.3. Cálculo armadura transversal**

θ (graus): 45,0  $45^\circ \geq \theta \geq 38.6^\circ$

	Corte A-A	Corte B-B	
	0 a 29,4 m	0 a 8,75 m	8,75 m a 20,65 m
qsd (kN/m):	701	967	1122
Ast (mm <sup>2</sup> /m):	1612	2223	2580
Ab (mm <sup>2</sup> /m):	1612	1112	1290

Abf (mm<sup>2</sup>/m): 1612

φ máx (mm): 32

smáx (mm): 400

Espaçamento máximo

φ ad (mm): 16

scal (mm): 125

sad (mm): 68

ok

ok

$$qh - sd = \frac{A_s \cdot f_{yd}}{s_t} \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta}$$

$$\frac{A_s}{s_t} \geq \frac{qh - sd_{(A-A \text{ ou } B-B)}}{f_{yd} \cdot \cot(\theta)}$$

#### 12.12.4. Armadura transversal mínima

	Corte A-A	Corte B-B	>	
Ast,min (mm <sup>2</sup> /m) :	262,9	147,2		60 150

Ast,min (mm <sup>2</sup> /m) :	262,9	262,9	ok: Abf > Ast,min
--------------------------------	-------	-------	-------------------

$$A_{st,min} = \frac{0,08 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{f_y} \cdot L_v \geq \begin{cases} 0,2\% \cdot A_{ci} \\ 150 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \end{cases}$$

#### 12.12.5. Comprimento de ancoragem

partir do eixo vertical do perfil de aço. O comprimento necessário foi calculado segundo as recomendações apresentadas no item 9.4.2.5 da ABNT NBR 6118:2018.

η1: 2,25

η2: 1

η3: 1

fbd (MPa) 1,45

Tensão de aderência no concreto

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot f_{ctd}$$

$$f_{ctd} = \frac{f_{ctk,inf}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{\gamma_c} = \frac{0,7 \cdot 0,3 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c}$$

$\eta_1 = 1$  para barras lisas

$\eta_1 = 1,4$  para barras entalhadas

$\eta_1 = 2,25$  para barras nervuradas

$\eta_2 = 1,0$  para situações de boa aderencia

$\eta_2 = 0,7$  para situações de má aderencia

$\eta_3 = 1,0$  para  $\phi < 32$  mm

$\eta_3 = (132 - \phi)/100$  para  $\phi \geq 32$  mm

lb (mm): 1201

Comprimento de ancoragem básico

$$\ell_b = \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}}$$

lbmin (mm) ≥

360,3  
160,0  
100,0

lbmin (mm): 360,3

$\ell_b$  = comprimento de ancoragem básico;

$A_{s,calc}$  = área da armadura calculada;

$A_{s,ef}$  = área da armadura efetiva.

$$\ell_{b,min} \geq \begin{cases} 0,3 \ell_b \\ 10 \phi \\ 100 \text{ mm} \end{cases} \quad (5)$$

$\alpha_{lado}$ : 1

$\alpha_1$ : 1

$\alpha_1$ : 0,7

Barras sem gancho

Barras com gancho

A<sub>sef</sub> (mm<sup>2</sup>/m): 1612

A<sub>scal</sub> (mm<sup>2</sup>/m): 2957

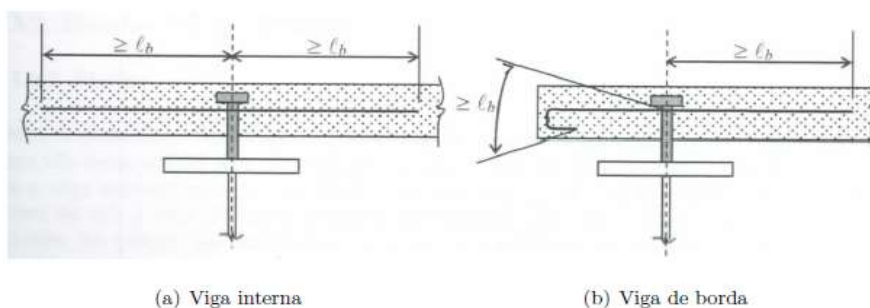
lb,nec (mm<sup>2</sup>/m): 2202

Área efetiva

Área calculada

$$\ell_{b,nec} = \alpha_1 \ell_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \geq \ell_{b,min}$$

$\ell_{b,nec}$  (mm): 2203



### 12.13. Resumo das armaduras

#### - Armaduras transversais:

- Armadura transversal positiva nos trechos 1 e 3 (Asta,p - direção x): → 46 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 13 m a cada 200 mm.
- Armadura transversal negativa nos trechos 1 e 3 (Asta,n - direção x): → 48 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 14,58 m a cada 192 mm
- Armadura transversal positiva no trecho 2 (Astm,p - direção x): → 60 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 13 m a cada 200 mm.
- Armadura transversal negativa no trecho 2 (Astm,n - direção x): → 60 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 14,58 m a cada 200 mm

#### - Armaduras longitudinal:

- Armadura longitudinal positiva nos balanços (Aslb,p - direção y): → 5 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 30 m a cada 200 mm.
- Armadura longitudinal positiva (Asl,p - direção x): → 65 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 30 m a cada 175 mm.

#### - Armadura da pré-laje:

- Armadura longitudinal positiva das pré-lajes (Asl,p): → 3 barras com diâmetro de 16 mm e comprimento de 0,6 m a cada 200 mm.

#### - Armadura de costura:

- Armadura transversal de costura: → 8 barras de 16 mm de diâmetro a cada 125 mm e comprimento total de 2,203 m.

Armadura transversal						
Trecho	+/-	$\phi$ (mm)	Comp. unitário(m)	Nº Barras	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Trecho 1	Positiva	16	13,00	46	598,00	943,64
	Negativa	16	14,58	48	699,84	1104,35
Trecho 2	Positiva	16	13,00	60	780,00	1230,84
	Negativa	16	14,58	60	874,80	1380,43
Trecho 3	Positiva	16	13,00	46	598,00	943,64
	Negativa	16	14,58	48	699,84	1104,35
TOTAL						6707,26

Armadura longitudinal						
+/-	Local	$\phi$ (mm)	Comp. unitário(m)	Nº Barras	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Positiva	Vão	16	30,00	65	1950,00	3077,10
	Balanço	16	30,00	10	300,00	473,40
Negativa	-	16	30,00	65	1950,00	3077,10
TOTAL						6627,60

Armadura pré laje + Armadura de Costura						
Tipo	$\phi$ (mm)	Comp. unitário(m)	Nº Barras	nº pré laje	Comp. Total (m)	Peso (kg)
Pré-laje	16,0	0,60	3	240	432,000	681,696
Costura	16,0	2,20	8	-	17,624	27,81
TOTAL						709,51

- Consumo total de armadura na laje é de 14045 kg

- Consumo total de armadura na laje é de 37 kg/m<sup>2</sup>