

PAÔLA PINTO CAZETTA

ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA TRATAR
O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE
PRETO E BRANCO

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2015

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

C386a
2015 Cazetta, Paôla Pinto, 1991-
 Abordagens heurísticas para tratar o problema do
 Caixeiro Viajante Preto e Branco / Paôla Pinto Cazetta. -
 Viçosa, MG, 2015.
 xviii, 134f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

 Inclui apêndices.
 Orientador : Luciana Brugiolo Gonçalves.
 Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
 Viçosa.
 Referências bibliográficas: f.130-134.

 1. Inteligência artificial. 2. Programação heurística.
 3. Algoritmos computacionais. I. Universidade Federal de
 Viçosa. Departamento de Informática. Programa de
 Pós-graduação em Ciência da Computação. II. Título.

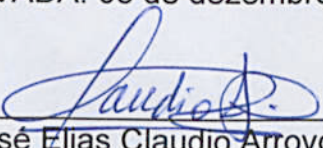
CDD 22. ed. 006.3

PAÔLA PINTO CAZETTA

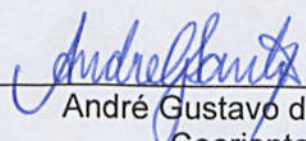
**ABORDAGENS HEURÍSTICAS PARA TRATAR O PROBLEMA
DO CAIXEIRO VIAJANTE PRETO E BRANCO**

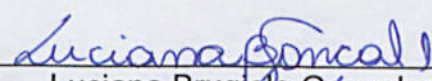
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 08 de dezembro de 2015.


José Elias Claudio Arroyo


Heleno do Nascimento Santos


André Gustavo dos Santos
Coorientador


Luciana Brugiolo Gonçalves
Orientadora

Dedico este trabalho aos meu queridos pais.

“Você tem que encontrar o que você ama!”
(Steve Jobs)

Agradecimentos

Mais uma etapa na minha vida foi concluída. Não foi nada fácil em meio a tantos eventuais, mas missão dada é missão cumprida.

Primeiramente, agradeço a **Deus** pela minha vida e saúde. Por um momento pensei que eu não ia ter mais forças. Mas minha fé foi maior e as dificuldades foram enfrentadas. Obrigada meu papai do céu, por nunca me abandonar!

Aos meus amados pais, **Eduardo** e **Maria de Fátima**, e ao meu querido irmão **Eduardo Jr.** que não mediram esforços para que este sonho pudesse ser realizado. É com muita satisfação que agradeço por tanto amor, carinho, incentivo, pelas inúmeras orações e sobretudo por compreender a minha ausência. Obrigada por dividirem comigo tanto os momentos de alegria quanto os momentos de tristeza. Vocês são o alicerce da minha vida.

Agradeço aos meus avós, tias(os) e primas(os) pelas palavras de incentivo, força e admiração. Mesmo me ausentando na maioria das datas comemorativas, eu tenho certeza que nossos corações nunca estiveram separados.

Minhas palavras de agradecimento também são dedicadas a uma pessoa muito especial, **Renan**, pelos ensinamentos, pelo grande carinho e sobretudo pela paciência nos momentos complicados. Obrigada pelo companheirismo e por sempre acreditar na minha capacidade. Sem você ao meu lado tudo seria mais difícil.

Agradeço também à professora **Luciana Brugiolo** pelos valiosos ensinamentos passados em cada reunião, pela paciência e auxílio sobretudo na reta final desta empreitada. Obrigada Lu! Agradeço também ao professor **André dos Santos**, por ter aceitado a embarcar conosco neste trabalho e pelas contribuições dadas. Vocês foram fundamentais para o desenvolvimento desta pesquisa.

Gostaria de dedicar meus agradecimentos também, ao professor **Stênio Soares** da UFJF, que muito contribuiu para este trabalho participando de algumas das nossas reuniões e, ao professor **Arroyo** pelas dicas quando o procurei, pelo incentivo para publicação, pela agradável e divertida companhia nos dois últimos eventos do SBPO. Que venham mais!

Aos meus **colegas** de mestrado, agradeço pelos encontros para estudo, pelas motivações, diversões e, é claro, pela boa companhia nas refeições diárias. Foram muitas risadas! Em especial eu agradeço ao Vinícius Jacob, Tales Mota, Felipe Faêda, Matheus Freitas, Cristiane Lana, Vanessa Pereira, Kátia Borges, Willian Reis, Vivian Aguiar e Gerardo Zárate pela disponibilidade para me auxiliar e sobretudo pela amizade.

A todos os **profissionais do DPI**, eu agradeço muitíssimo pela atenção. Em especial, ao **Altino** pela dedicação e compreensão desde a minha chegada no departamento.

Quero agradecer também, a quem me incentivou a ingressar no mestrado, o professor **Alex Machado**. Obrigada pelas palavras de persistência e amizade. Saudades da graduação!

Não poderia deixar de agradecer à **FAPEMIG**, pelo apoio financeiro, e ao **DTI** pelo auxílio à utilização do cluster da UFV. Recursos que muito colaboraram para o desenvolvimento desta pesquisa.

Enfim, eu agradeço a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram para o meu crescimento profissional e pessoal ao longo desta jornada.

Sumário

Lista de Figuras	ix
Lista de Tabelas	xiii
Resumo	xvii
Abstract	xviii
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 O problema e sua importância	2
1.2 Objetivos	3
1.3 Organização da dissertação	4
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 Problema do Caixeiro Viajante	5
2.2 Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco	5
2.2.1 Formulação Matemática	7
2.3 Trabalhos Relacionados	9
3 HEURÍSTICAS CONSTRUTIVAS E DE BUSCA LOCAL PARA O PCV-PB	12
3.1 Heurísticas Construtivas	12
3.1.1 Construção da solução parcial - 1ª Fase	13
3.1.2 Finalização da solução - 2ª Fase	21
3.2 Heurística de Viabilização	27
3.3 Heurísticas de Refinamento	28
3.3.1 Estruturas de Vizinhanças	28
3.3.2 <i>Variable Neighborhood Descent</i> (VND)	32
3.4 Resultados	34

3.4.1	Ambiente Computacional	34
3.4.2	Métrica para Avaliação dos Algoritmos	34
3.4.3	Problemas Teste	34
3.4.4	Heurísticas Construtivas	35
3.4.5	Heurísticas de Refinamento	42
4	METAHEURÍSTICAS APLICADAS AO PCV-PB	44
4.1	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i> (GRASP)	44
4.1.1	GRASP_VND_Lit	46
4.1.2	GRASP_VND_Lit*	46
4.1.3	GRASP_VND_Prop1	46
4.1.4	GRASP_VND_Prop2	46
4.2	<i>Iterated Local Search</i> (ILS)	47
4.2.1	ILS_VND_Prop1	49
4.2.2	ILS_VND_Prop2	50
4.3	<i>Simulated Annealing</i> (SA)	50
4.3.1	SA_VND_Prop1	53
4.3.2	SA_VND_Prop2	55
4.4	Resultados	55
4.4.1	Abordagens Heurísticas	57
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	68
5.1	Conclusões	68
5.2	Trabalhos Futuros	70
5.3	Publicação	70
Apêndice A Experimentos e Análises Estatística para Calibração e		
	Comparação dos Algoritmos	71
A.1	Calibração dos algoritmos	72
A.1.1	Algoritmos Construtivos	72
A.1.2	Algoritmos Baseados em Metaheurísticas	87
A.2	Verificação dos pressupostos da ANOVA para comparação estatística de algoritmos	107
A.2.1	Algoritmos Construtivos	107
A.2.2	Algoritmos Baseados em Metaheurísticas	108
Apêndice B Experimentos - Heurísticas Construtivas		110

Apêndice C Experimentos - VND	117
Apêndice D Experimentos - Abordagens Heurísticas	127
Referências Bibliográficas	130

Lista de Figuras

1.1	O PCV-PB em agendamentos de companhias aéreas.	3
1.2	O PCV-PB em telecomunicações.	3
2.1	A imagem à esquerda ilustra um grafo G e à direita uma solução viável s_0 conforme as restrições do PCV-PB.	6
2.2	Exemplo de rota do PCV-PB armazenada em um vetor.	7
3.1	Construção da solução do PCV-PB em duas fases.	13
3.2	Inserção do vértice v entre os vértices v_i e v_j por meio do procedimento de Inserção Tipo I, considerando o sentido horário da rota.	15
3.3	Inserção do vértice v entre os vértices v_i e v_j na rota por meio do procedimento de Inserção Tipo II, considerando o sentido horário da rota.	16
3.4	Remoção do vértice v_i por meio do procedimento de Remoção Tipo I, considerando o sentido horário da rota.	17
3.5	Remoção do vértice v_i por meio do procedimento de Remoção Tipo II, considerando o sentido horário da rota.	18
3.6	Exemplo do movimento 2-opt sobre uma rota.	19
3.7	Estratégia de construção B+P.	24
3.8	Estratégia de construção P+B.	25
3.9	Tratamento de uma inviabilidade preta.	27
3.10	Tratamento de uma inviabilidade branca.	28
3.11	Exemplo do movimento Realoca sobre uma rota.	29
3.12	Exemplo do movimento Troca sobre uma rota.	31
3.13	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para os nove algoritmos construtivos.	41
4.1	Exemplo do movimento 3-Opt sobre uma rota.	48
4.2	Exemplo do movimento Or-Opt sobre uma rota.	51

4.3	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as oito abordagens heurísticas.	61
4.4	Gráfico da evolução no tempo das soluções encontradas pela instância de id 21 para as oito heurísticas utilizadas.	63
4.5	Gráfico da evolução no tempo das soluções encontradas pela instância de id 26 para as oito heurísticas utilizadas.	64
4.6	Gráfico de probabilidade de alcance do alvo médio 11093,02 para a instância com id 21.	65
4.7	Gráfico de probabilidade de alcance do alvo difícil 10970,20 para a instância com id 21.	65
4.8	Gráfico de probabilidade de alcance do alvo médio 1237,48 para a instância com id 26.	66
4.9	Gráfico de probabilidade de alcance do alvo difícil 1223,80 para a instância com id 26.	67
A.1	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_US_IEP.	73
A.2	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_US_IEP.	74
A.3	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEP.	75
A.4	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_2opt_IEP.	76
A.5	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_IEP.	77
A.6	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_IEP.	78
A.7	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEP.	78
A.8	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_2opt_IEP.	79
A.9	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_IEP.	80
A.10	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_IEP.	81
A.11	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEB.	82

A.12	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_2opt_IEB.	83
A.13	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEB.	83
A.14	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_2opt_IEB.	84
A.15	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_IEB.	85
A.16	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_IEB.	86
A.17	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_IEB.	87
A.18	Gráfico de Médias e Intervalos LSD com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_IEB.	88
A.19	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit.	89
A.20	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Lit.	90
A.21	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit*.	91
A.22	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Lit*.	92
A.23	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop1.	93
A.24	Gráfico de resíduos versus observação. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop1.	94
A.25	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Prop1.	95
A.26	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.	96
A.27	Gráfico de resíduos versus observação. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.	97
A.28	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Prop2.	98
A.29	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1.	99

A.30	Gráfico de resíduos versus observação. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1.	99
A.31	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do ILS_VND_Prop1.	101
A.32	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2.	102
A.33	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do ILS_VND_Prop2.	103
A.34	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do SA_VND_Prop1.	104
A.35	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do SA_VND_Prop1.	105
A.36	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do SA_VND_Prop2.	106
A.37	Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do SA_VND_Prop2.	107
A.38	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da comparação dos algoritmos construtivos.	108
A.39	Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da comparação das abordagens heurísticas.	109

Lista de Tabelas

3.1	Heurísticas construtivas.	25
3.2	Abordagens VND e seus respectivos métodos de refinamento.	33
3.3	Características das instâncias.	36
3.4	Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas resumidas de resultados relacionadas aos construtivos.	37
3.5	Resultados parciais - Heurísticas construtivas B+P	38
3.6	Resultados parciais - Heurísticas construtivas P+B	39
3.7	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento de comparação dos algoritmos construtivos. Test statistic = 218,429. P-Value = 0,0.	41
3.8	Resultados parciais - Heurísticas de refinamento VND	43
4.1	Abordagens Heurísticas baseadas na metaheurística GRASP.	46
4.2	Descrição dos parâmetros do Algoritmo 12.	54
4.3	Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas e figuras de resultados relacionadas às abordagens heurísticas.	58
4.4	Resultados parciais referentes à qualidade das soluções.	59
4.5	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento de comparação das abordagens heurísticas. Test statistic = 130,112. P-Value = 0.	60
4.6	Características das instâncias selecionadas a partir da Tabela 3.3 para o experimento envolvendo o tempo computacional.	61
4.7	Resultados referentes ao tempo computacional.	62
4.8	Características das instâncias selecionadas a partir da Tabela 3.3 para o Experimento por Tempo.	62
A.1	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_US_IEP.	73
A.2	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_GENI_US_IEP. Test statistic = 301,95. P-Value = 0.	74
A.3	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEP.	74

A.4	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEP.	
	Test statistic = 304,031. P-Value = 0.	75
A.5	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_IEP. . .	76
A.6	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_GENI_IEP. Test sta-	
	tistic = 303,653. P-Value = 0.	77
A.7	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEP.	78
A.8	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEP.	
	Test statistic = 304,805. P-Value = 0.	79
A.9	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_IEP. . . .	79
A.10	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_LKH_IEP. Test sta-	
	tistic = 303,729. P-Value = 0.	80
A.11	Teste de variância. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEB.	81
A.12	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEB.	
	Test statistic = 75,0914. P-Value = 0,000000000005.	82
A.13	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEB.	82
A.14	Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do	
	C_LKH_2opt_IEB.	83
A.15	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEB.	
	Test statistic = 31,7518. P-Value = 0,00044041.	84
A.16	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_IEB. . .	85
A.17	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_GENI_IEB. Test	
	statistic = 66,3616. P-Value = 0,00000000002.	85
A.18	Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_IEB. . . .	86
A.19	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do C_LKH_IEB. Test sta-	
	tistic = 32,7888. P-Value = 0,000295555.	87
A.20	Teste de normalidade. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit.	88
A.21	Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do	
	GRASP_VND_Lit.	88
A.22	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit.	
	Test statistic = 206,054. P-Value = 0.	89
A.23	Teste de normalidade. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit*.	90
A.24	Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do	
	GRASP_VND_Lit*.	91
A.25	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit*.	
	Test statistic = 213,928. P-Value = 0.	91
A.26	Teste de normalidade. Experimento da calibração do	
	GRASP_VND_Prop1.	93

A.27	Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop1.	93
A.28	Tabela ANOVA referente à calibração dos parâmetros do algoritmo GRASP_VND_Prop1	94
A.29	Teste de normalidade. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.	96
A.30	Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.	96
A.31	Tabela ANOVA referente à calibração dos parâmetros do algoritmo GRASP_VND_Prop2	97
A.32	Teste de normalidade. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1.	98
A.33	Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1	99
A.34	Tabela ANOVA referente à calibração dos parâmetros do algoritmo ILS_VND_Prop1	100
A.35	Teste de normalidade. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2.	101
A.36	Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2.	101
A.37	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2. Test statistic = 119,221. P-Value = 0.	102
A.38	Teste de normalidade. Experimento da calibração do SA_VND_Prop1.	103
A.39	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do SA_VND_Prop1. Test statistic = 266,006. P-Value = 0.	104
A.40	Teste de normalidade. Experimento da calibração do SA_VND_Prop2.	105
A.41	<i>Kruskal-Wallis</i> . Experimento da calibração do SA_VND_Prop2. Test statistic = 201,319. P-Value = 0.	106
A.42	Teste de normalidade. Experimento da comparação dos algoritmos construtivos.	107
A.43	Teste de normalidade. Experimento da comparação das abordagens heurísticas.	108
B.1	Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas completas de resultados relacionadas aos construtivos.	110
B.2	Resultados dos construtivos C_GENI_US_IEP e C_GENI_2opt_IEP. Baseados na estratégia B+P.	112
B.3	Resultados dos construtivos C_GENI_IEP e C_LKH_2opt_IEP. Baseados na estratégia B+P.	113

B.4	Resultado do construtivo C_LKH_IEP. Baseado na estratégia B+P . . .	114
B.5	Resultados dos construtivos C_GENI_2opt_IEB e C_GENI_IEB. Baseados na estratégia P+B.	115
B.6	Resultados dos construtivos C_LKH_2opt_IEB e C_LKH_IEB. Baseados na estratégia P+B.	116
C.1	Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas de resultados relacionadas ao VND.	117
C.2	Resultados das abordagens VNDLit e VNDLit*. Etapa 1 do experimento.	119
C.3	Resultados das abordagens VND1 e VND2. Fase 1 do experimento. . . .	120
C.4	Resultados das abordagens VND3 e VND4. Fase 1 do experimento. . . .	121
C.5	Resultados das abordagens VND5 e VND6. Fase 1 do experimento. . . .	122
C.6	Resultados das abordagens VNDLit e VNDLit*. Fase 2 do experimento.	123
C.7	Resultados das abordagens VND1 e VND2. Fase 2 do experimento. . . .	124
C.8	Resultados das abordagens VND3 e VND4. Fase 2 do experimento. . . .	125
C.9	Resultados das abordagens VND5 e VND6. Fase 2 do experimento. . . .	126
D.1	Resultados referentes às soluções - Abordagens Heurísticas baseadas na metaheurística GRASP.	128
D.2	Resultados referentes às soluções - Abordagens Heurísticas baseadas nas metaheurísticas ILS e SA.	129

Resumo

CAZETTA, Paôla Pinto, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2015.
Abordagens Heurísticas para tratar o Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco. Orientadora: Luciana Brugiolo Gonçalves. Coorientador: André Gustavo dos Santos.

O Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco (PCV-PB) é uma generalização do Problema do Caixeiro Viajante (PCV), definido sobre um grafo onde os vértices são classificados como pretos ou brancos. Assim como o clássico PCV, o objetivo do PCV-PB é encontrar um ciclo hamiltoniano de custo mínimo, entretanto, duas restrições adicionais são consideradas. Enquanto que a restrição de cardinalidade restringe o número de vértices brancos entre dois vértices pretos consecutivos, a restrição de comprimento restringe a distância máxima entre os mesmos. Aplicações do PCV-PB podem ser observadas no escalonamento de aeronaves e em configurações de redes de telecomunicações. A proposta deste estudo é analisar diferentes estratégias heurísticas aplicadas para o PCV-PB. Heurísticas construtivas da literatura foram aperfeiçoadas e uma nova estratégia para a construção da solução foi apresentada. Neste contexto foi utilizado métodos como *Lin kernighan* e Inserção Específica de Brancos. Além disso, foram propostas abordagens heurísticas baseadas nas metaheurísticas GRASP, VND, ILS e SA. Diversos experimentos computacionais foram realizados para comparar a eficácia das abordagens. Os resultados garantem a aplicabilidade dos algoritmos propostos para o problema.

Abstract

CAZETTA, Paôla Pinto, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, December, 2015.
Heuristics Approaches for the Black and White Traveling Salesman Problem. Adviser: Luciana Brugiolo Gonçalves. Co-Adviser: André Gustavo dos Santos.

The Black and White Traveling Salesman Problem (TSP-BW) is a generalization of the Travelling Salesman Problem (TSP), set on a graph where the vertices are classified as black or white. As in the classical PCV, a solution of the TSP-BW is a Hamiltonian cycle of minimal cost. However, two additional constraints are considered. While the cardinality constraint limits the number of white vertices between two consecutive black vertices, the length constraint restricts the maximum distance therebetween. Applications of TSP-BW can be observed in aircraft scheduling and telecommunications network settings. The purpose of this study is to analyze different heuristic strategies applied to TSP-BW. Literature constructive heuristics have been improved and a new strategy for building the solution was presented. In this context it used methods such as Lin Kernighan and Inserção Específica de Brancos. Also, it has been proposed heuristic approaches based on metaheuristics GRASP, VND, ILS and SA. Several computational experiments were performed to compare effectiveness of approaches. The results ensure the applicability of the proposed algorithms to the problem.

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

O Problema do Caixeiro Viajante (PCV) é bastante conhecido por ser um dos problemas mais estudados da área de Pesquisa Operacional. Segundo Levitin [2011], pesquisas envolvendo o PCV vem sendo realizadas nos últimos 150 anos. Isso se deve às suas importantes aplicações reais, à sua descrição simples e por apresentar ligação com outros problemas de otimização combinatória.

O objetivo do PCV consiste em determinar o menor caminho a ser percorrido para visitar uma série de cidades as quais devem ser visitadas uma única vez. Além disso, o início e término do caminho deve ser a mesma cidade [Laporte, 1992]. Este problema pertence à classe NP-difícil [Garey & Johnson, 1979].

Na literatura, encontram-se diversas variações do clássico PCV, sendo uma delas conhecida como Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco (PCV-PB), abordada neste trabalho. Nesta variante, as cidades são divididas em dois grupos. Além das características clássicas do PCV, no problema tratado neste trabalho existem restrições que limitam o comprimento e a cardinalidade entre dois vértices consecutivos pertencentes a um desses grupos.

Para tratar tais problemas utilizam-se métodos de otimização. Os mesmos são divididos, de acordo com Talbi [2009], em dois grupos: métodos exatos e métodos aproximados. Os métodos exatos encontram a solução ótima do problema, porém isso se torna difícil quando envolve entradas de dados de grandes dimensões, onde o algoritmo, geralmente, não consegue resolver o problema em tempo satisfatório. Neste caso podem ser utilizados os métodos aproximados que encontram soluções de boa qualidade em um tempo computacional aceitável.

Na prática, os mercados industriais estão interessados, cada vez mais, em algoritmos aproximados por se mostrarem eficientes no tratamento de aplicações reais de problemas de otimização complexos em diferentes domínios: logística, bioinfor-

mática, biologia computacional, design de engenharia, redes, transporte, mineração de dados, finanças, negócios, entre outros. Assim, a otimização desempenha um papel importante no setor de produção em geral, e na redução de custos industriais [Talbi, 2009].

O propósito deste trabalho é utilizar algoritmos aproximados para tratar o PCV-PB.

1.1 O problema e sua importância

O Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco é uma generalização do clássico PCV, ambos pertencentes ao grupo de problemas de otimização combinatória.

O problema abordado consiste em definir um caminho, de menor distância, para visitar uma série de cidades, onde cada uma destas deve ser visitada somente uma vez. O caminho, obrigatoriamente, deve iniciar e terminar em uma mesma cidade. Além de respeitar as restrições clássicas do PCV, o PCV-PB está sujeito a duas outras restrições. Estas estão ligadas à principal característica do PCV-PB, a classificação de suas cidades em dois grupos: pretos ou brancos. Desse modo, as restrições de cardinalidade e comprimento estão associadas ao número máximo de cidades classificadas como brancas e ao comprimento máximo permitidos entre duas cidades pretas consecutivas, respectivamente.

Uma aplicação para o PCV-PB pode ser observada na programação de companhias aéreas. Durante o trajeto de um avião é preciso realizar algumas operações como paradas para manutenção da aeronave e paradas relacionadas ao embarque e desembarque de passageiros. Neste contexto, é importante para as companhias aéreas determinar uma sequência de voos que minimize o custo das operações. Além disso, é interessante limitar a distância entre as estações de manutenção e a quantidade de operações de embarques e desembarques entre duas destas estações [Talluri, 1998] [Mak & Boland, 2000]. Levando em consideração essas características, esse problema pode ser modelado como o PCV-PB. Os pontos de embarques e desembarques podem ser associados aos vértices brancos enquanto que as estações de manutenção podem ser associadas aos vértices pretos do PCV-PB. A Figura 1.1 ilustra esta aplicação.

Outra aplicação para o PCV-PB pode ser vista no campo das telecomunicações. Utilizando uma rede de fibra ótica, por exemplo, há dois ambientes que podem ser definidos: centros de distribuição de rede e estações de escritório que necessitam de acesso à rede. É importante estabelecer um circuito de menor distância e uma



Figura 1.1. O PCV-PB em agendamentos de companhias aéreas.

boa distribuição dos ambientes para que a estrutura forneça um serviço de rede com boa qualidade [Wasem, 1991] [Cosares et al., 1995]. Neste contexto, esse problema pode ser modelado como o PCV-PB, onde os centros ou dispositivos de distribuição de rede podem ser associados aos vértices pretos e as estações de escritório podem ser associadas aos vértices brancos. Esta aplicação está ilustrada na Figura 1.2.

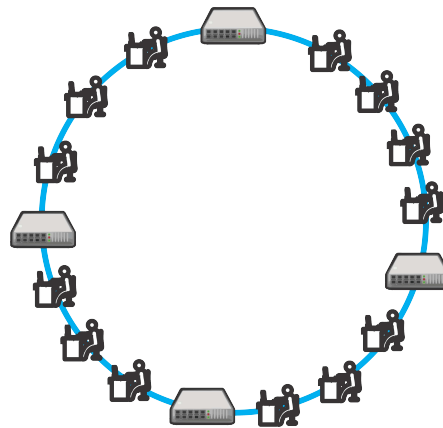


Figura 1.2. O PCV-PB em telecomunicações.

1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é analisar o desempenho de diferentes estratégias heurísticas para o tratamento do PCV-PB. Para isso, heurísticas simples e abordagens baseadas em metaheurísticas são propostas. Estas, juntamente com a

abordagem mais bem sucedida apresentada na literatura, são avaliadas a fim de verificar a qualidade das soluções e o tempo de execução.

Especificamente, os objetivos deste trabalho consistem em:

- Implementar a abordagem heurística mais bem sucedida da literatura que trata o PCV-PB;
- Propor novas abordagens heurísticas para este problema;
- Implementar cada uma das abordagens propostas;
- Fazer a calibração dos parâmetros utilizados nas estratégias implementadas;
- Realizar uma análise comparativa entre os resultados obtidos a partir das heurísticas propostas e os resultados da abordagem heurística da literatura.

1.3 Organização da dissertação

Esta dissertação é composta por cinco capítulos e quatro apêndices. Subsequente a esse capítulo introdutório, o Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica contendo definições e trabalhos relacionados ao PCV-PB.

No Capítulo 3 são apresentadas as heurísticas construtivas, de busca local e de viabilização das soluções utilizadas neste trabalho. Uma bateria de testes iniciais para avaliar esses métodos foi realizada estando nesse capítulo os resultados alcançados.

O Capítulo 4 descreve detalhadamente as abordagens heurísticas propostas que são baseadas em metaheurísticas. Além disso, esse capítulo apresenta os resultados e análises estatísticas que comparam as estratégias.

O último capítulo expõe as considerações finais sobre o trabalho desenvolvido enquanto que os apêndices A, B, C e D apresentam os experimentos e análises estatísticas para calibração e comparação dos algoritmos apresentados neste trabalho e tabelas completas de resultados alcançados no experimento realizado com as heurísticas.

Para finalizar, são colocadas as referências bibliográficas utilizadas neste trabalho.

Capítulo 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Problema do Caixeiro Viajante

O PCV é um clássico problema de otimização combinatória reconhecidamente NP-difícil [Garey & Johnson, 1979] de grande interesse teórico para os pesquisadores da área. De um modo geral, a motivação é oriunda de seu caráter desafiador. Seu objetivo é encontrar um circuito Hamiltoniano com a menor distância possível [Hoffman et al., 2013].

Na literatura há diversos trabalhos relacionados ao PCV que, para tratá-lo, utilizam algoritmos baseados em diferentes estratégias como Lin-Kernighan [Lin & Kernighan, 1973], *branch-and-bound* [Finke et al., 1984], busca tabu [Fiechter, 1994], otimização por colônia de formigas [Tsai et al., 2004], algoritmos genéticos [Yang et al., 2008], redes neurais [Masutti & de Castro, 2009], Relaxação Lagrangeana [Zamani & Lau, 2010] e *simulated annealing* [Geng et al., 2011].

Detalhes sobre a origem do clássico PCV e o histórico de desenvolvimento, desde décadas atrás, podem ser vistas em Applegate et al. [2006].

A próxima seção apresenta o Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco, uma variante do clássico PCV, que será o assunto desta dissertação.

2.2 Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco

Como descrito em Bourgeois et al. [2003], o PCV-PB pode ser definido sobre um grafo direcionado $G = (V, A)$ ou sobre um grafo não direcionado $G = (V, E)$, onde $V = \{v_o, v_1, v_2, \dots, v_{n-1}\}$ representa um conjunto de vértices, $A = \{(v_i, v_j) : v_i \text{ e}$

$v_j \in V, i \neq j\}$ um conjunto de arcos e $E = \{(v_i, v_j) : v_i \text{ e } v_j \in V, i < j\}$ um conjunto de arestas de G . O conjunto de vértices V é dividido em dois subconjuntos disjuntos onde $V = B \cup P$. O subconjunto B contém os vértices classificados como brancos, enquanto P contém os vértices classificados como pretos, sendo que $|P| \geq 2$. Para o caso de um grafo G não direcionado, as notações (v_i, v_j) e (v_j, v_i) representam a mesma aresta. Um valor d_{ij} associado à aresta (v_i, v_j) representa a distância entre os vértices v_i e v_j .

No PCV-PB busca-se definir um circuito ou um ciclo hamiltoniano de distância mínima em G , que respeite as restrições do problema clássico e também as restrições adicionais referentes a:

- Cardinalidade: a quantidade de vértices brancos entre dois vértices pretos consecutivos não pode ser superior a um número inteiro positivo definido como Q .
- Comprimento: a distância entre dois vértices pretos consecutivos não pode ultrapassar um número inteiro positivo definido como L .

A Figura 2.1, meramente ilustrativa, faz menção ao PCV-PB. À esquerda, há um grafo G completo e ponderado, onde os vértices pretos estão associados aos vértices $P = (v_1, v_4, v_6, v_7)$ e brancos associados a $B = (v_2, v_3, v_5, v_8, v_9, v_{10})$. Considerando as restrições de cardinalidade $Q = 3$ e comprimento $L = 11$, a partir de G , foi possível construir uma solução s_0 viável (imagem à direita) de custo 32.

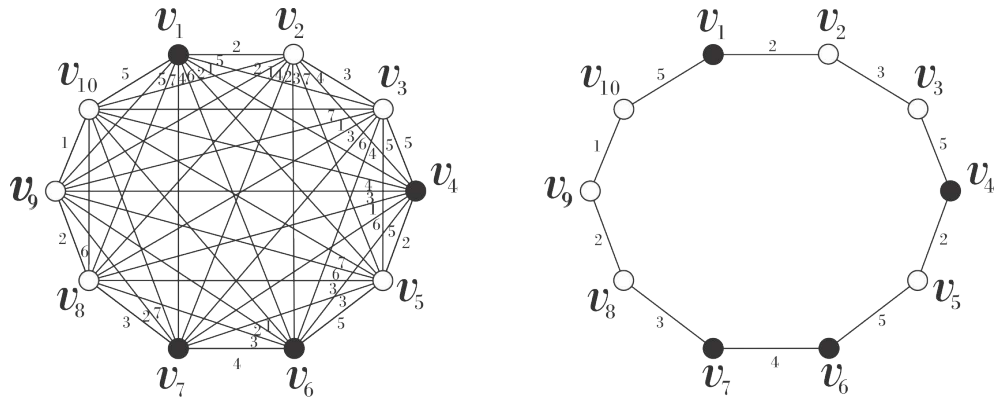


Figura 2.1. A imagem à esquerda ilustra um grafo G e à direita uma solução viável s_0 conforme as restrições do PCV-PB.

De acordo com Bourgeois et al. [2003], o PCV-PB se reduz ao PCV quando $Q = L = \infty$ e, portanto, o problema pertence à classe NP-difícil.

Para verificar, diretamente, se uma instância do problema não admite soluções viáveis, duas condições podem ser avaliadas:

1. $|B| > Q * |P|$: Se o número de vértices brancos for maior do que o número de vértices pretos multiplicado por Q , então a restrição de cardinalidade não pode ser satisfeita.
2. $c_{ij_1(i)} + c_{ij_2(i)} > L$: para todo $v_i \in B$, onde $v_{j_1(i)}$ e $v_{j_2(i)}$ são os dois vértices pretos mais próximos de v_i , se a soma do custo de v_i ao vértice preto v_{j_1} e v_{j_2} , representado por $c_{ij_1(i)}$ e $c_{ij_2(i)}$, respectivamente, for maior que o comprimento L significa que não existe um caminho que passe por v_i que seja capaz de satisfazer essa restrição.

Em termos computacionais, a solução do PCV-PB é armazenada em um vetor de inteiros denominado rota, onde cada elemento desse vetor representa um vértice (cidade). As informações sobre a solução são contidas em uma estrutura de registros criada para esse fim. São mantidas nesta estrutura a própria rota, o custo/distância total e um vetor de *status* que identifica se um dado vértice foi visitado ou não. Essa última informação é bastante útil durante a construção da solução. Na Figura 2.2 segue um exemplo de rota do PCV-PB correspondente à solução s_0 da Figura 2.1.

v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	v_8	v_9	v_{10}
-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	----------

Figura 2.2. Exemplo de rota do PCV-PB armazenada em um vetor.

2.2.1 Formulação Matemática

Esta seção descreve formalmente o Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco.

A formulação matemática para o PCV-PB assimétrico descrita nesta dissertação foi proposta por Maciel et al. [2005]. O problema é descrito como um Problema de Programação Linear Inteira e para compreendê-lo, algumas definições são esclarecidas inicialmente: os vértices pertencentes ao conjunto V , sendo que $|V| = n$, são numerados de 0 a $(n - 1)$ e considera-se como origem e destino da rota o vértice 0. Um arco $(v_i, v_j) \in A$ tem como origem o vértice $v_i \in V$ e $v_j \in V$ como vértice de chegada. Um conceito utilizado no contexto do PCV-PB é o de cadeia que se define como o conjunto de vértices e arestas entre dois vértices pretos consecutivos que também estão incluídos nela. Uma solução do PCV-PB apresenta $|P|$ cadeias. Assim, um conjunto de identificadores associados a cada uma das cadeias é representado por ϕ , significando que as arestas pertencentes a esta cadeia devem estar

associadas a um mesmo identificador. O modelo considera as variáveis binárias z_{ij} e x_{ij}^k , sendo que z_{ij} assume valor igual a 1 quando a aresta (v_i, v_j) de custo c_{ij} pertence à solução e assume valor 0, caso contrário. A variável x_{ij}^k assume valor igual a 1 se a aresta (v_i, v_j) de identificador k pertence à solução e assume valor 0, caso contrário. Há também a variável de fluxo, representada por $f_{ij} \geq 0$, indicando o fluxo que percorre a aresta (v_i, v_j) de forma a evitar subciclos.

O PCV-PB pode ser modelado pelas equações enumeradas de 2.1 até a 2.12.

$$F = \min \sum_{(v_i, v_j) \in A} c_{ij} \times z_{ij} \quad (2.1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{k \in \phi} \sum_{v_j \in V / \{v_i\}} x_{ij}^k = 1, \quad \forall v_i \in V \quad (2.2)$$

$$\sum_{k \in \phi} \sum_{v_j \in V / \{v_i\}} x_{ji}^k = 1, \quad \forall v_i \in V \quad (2.3)$$

$$\sum_{v_i \in V / \{v_j\}} x_{ij}^k = \sum_{v_l \in V / \{v_j\}} x_{jl}^k, \quad \forall v_j \in B, \forall k \in \phi \quad (2.4)$$

$$\sum_{(v_i, v_j) \in A} c_{ij} \times x_{ij}^k \leq L, \quad \forall k \in \phi \quad (2.5)$$

$$\sum_{(v_i, v_j) \in A} x_{ij}^k \leq Q + 1, \quad \forall k \in \phi \quad (2.6)$$

$$\sum_{v_i \in P e(v_i, v_j) \in A} x_{ij}^k = 1, \quad \forall k \in \phi \quad (2.7)$$

$$\sum_{v_l \in P e(v_j, v_l) \in A} x_{jl}^k = 1, \quad \forall k \in \phi \quad (2.8)$$

$$\sum_{i=0}^n f_{ij} - \sum_{i=0}^n f_{ji} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2.9)$$

$$f_{ij} \leq (n - 1) \times z_{ij}, \quad \forall (v_i, v_j) \in A \quad (2.10)$$

$$\sum_{k \in \phi} x_{ij}^k = z_{ij}, \quad \forall (v_i, v_j) \in A \quad (2.11)$$

$$x_{ij}^k, z_{ij} \in \{0, 1\}, f_{ij} \geq 0, \quad \forall (v_i, v_j) \in A, \forall k \in \phi \quad (2.12)$$

A função objetivo, expressa pela equação (2.1) busca minimizar o custo total de uma rota. O conjunto de restrições (2.2) garante, $\forall v_i \in V$, que somente uma aresta de um único identificador $k \in \phi$ parte do vértice $v_i \in V$. Em (2.3) garante-se

que somente uma aresta de um único identificador $k \in \phi$ chegue ao vértice $v_i \in V$. As restrições (2.4) garantem que a aresta que chega a v_j e a que parte deste vértice seja do mesmo identificador, para todo vértice branco ($v_j \in B$). Cada identificador $k \in \phi$ caracteriza uma cadeia e, portanto, o conjunto de restrições (2.5) relaciona-se ao somatório do custo das arestas de cada cadeia de identificador $k \in \phi$, cujo custo total deve ser menor ou igual ao comprimento limite L . Em (2.6), as restrições indicam que a soma do número de vértices brancos pertencentes a cada cadeia de identificador $k \in \phi$ deve ser menor ou igual à Q . Para maior esclarecimento, uma cadeia de identificador $k \in \phi$ formada por m vértices, terá $m - 2$ vértices brancos associados. O conjunto de restrições (2.7) garante que o vértice origem de cada cadeia com um identificador $k \in \phi$ seja um vértice preto. E, de forma semelhante, as restrições em (2.8) garantem que o vértice destino também seja um vértice $v \in P$. As restrições (2.9), (2.10) e 2.11 estão relacionadas ao fluxo e à formação de um ciclo hamiltoniano incluindo a origem. O conjunto de restrições 2.9 assegura a não formação de sub-rotas que não passam pela origem e 2.10 garante que, se $f_{ij} > 0$ para algum arco $(v_i, v_j) \in A$, então $z_{ij} = 1$. E, por último, as restrições 2.11 indicam que uma aresta presente na solução pode pertencer a apenas uma cadeia, assegurando a formação de uma única sub-rota contendo a origem. Seguindo a formulação, a solução obtida percorrerá todos os vértices uma única vez atendendo as restrições de cardinalidade e comprimento.

2.3 Trabalhos Relacionados

O Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco foi introduzido por Bourgeois et al. [2003]. Para tratá-lo, propuseram três heurísticas de construção chamadas por C1, C2 e C3, uma heurística de viabilização (F) e uma estratégia de melhoramento da solução (2-opt).

Os métodos construtivos de Bourgeois et al. [2003] possuem como base a heurística GENIUS desenvolvida por Gendreau et al. [1992] originalmente para o PCV. Esta heurística tem sido utilizada no tratamento de outros problemas de otimização como o Problema de Roteamento com Coleta e Entrega simultânea [Souza et al., 2011] e o Problema de Recobrimento de Rotas com Coleta de Prêmios [Silva, 2014].

Com o intuito de tratar o PCV-PB, Maciel et al. [2005] apresentaram diversas abordagens para tratá-lo. Inicialmente, foi proposto um modelo de Programação Linear Inteira (PLI) para o problema. A formulação foi resolvida pelo software GLPK para gerar soluções exatas. Contudo, foi possível resolver apenas instâncias

pequenas do problema.

Diante deste cenário, Maciel et al. [2005] passou a utilizar métodos aproximados para tratar o PCV-PB. Neste contexto, foram utilizadas as heurísticas construtivas C1, C2, C3 de Bourgeois et al. [2003] e proposto um construtivo randomizado (C3_R). Também foram propostas quatro buscas locais (BL1, BL2, BL3, BL4), além do método 2-opt apresentado por Bourgeois et al. [2003]. Depois que essas heurísticas foram definidas, estratégias mais sofisticadas foram apresentadas. Maciel et al. [2005] adotaram então, as metaheurísticas GRASP (*Greed Randomized Adaptive Search Procedure*), VNS (*Variable Neighborhood Search*) e VND (*Variable Neighborhood Descent*).

O método construtivo C3_R é baseado na heurística C3 de Bourgeois et al. [2003]. O método apresenta característica adaptativa e randomizada. No próximo capítulo detalhes desta heurística são apresentados.

Analisando os resultados do trabalho de Maciel et al. [2005], a abordagem GRASP_1 se sobressaiu entre as demais heurísticas propostas com relação à melhor solução encontrada. Esta abordagem envolve a metaheurística GRASP e VND, o método construtivo C3_R e todas as buscas locais citadas.

Outro trabalho da literatura é descrito em Ghiani et al. [2006]. Nele é proposta uma formulação de PLI para o PCV-PB não direcionado, uma classe de inequações válidas e um algoritmo *Branch-and-Cut*. O algoritmo exato foi definido com a finalidade de encontrar soluções ótimas para o problema. Os resultados computacionais mostraram que o algoritmo pode encontrar soluções exatas para instâncias do problema contendo até 100 vértices em um tempo computacional aceitável.

O modelo matemático apresentado em Ghiani et al. [2006] possui um número exponencial de restrições. Jiang et al. [2007] apresentaram um modelo de programação linear derivada de Gavish-Grave LP para o PCV-PB direcionado contendo $3n^2 + 2n$ restrições. O modelo proposto foi obtido por meio da redução do problema abordado para o clássico PCV assimétrico, adicionando n^2 restrições para tratar a cardinalidade e n^2 restrições para tratar o comprimento, fatores que caracterizam o PCV-PB.

Adotando uma outra classe de métodos de otimização, Bhattacharya et al. [2007] apresentaram um algoritmo aproximado para tratar o PCV-PB. O referido algoritmo constatou que, quando um valor máximo de vértices brancos aparecem entre dois vértices pretos consecutivos, o custo da solução do PCV-PB pode ser aproximada $(4 - \frac{3}{2k})$ vezes do custo da solução ótima, onde k indica a quantidade de nós brancos. Além disso, quando exatamente k vértices brancos aparecem em uma cadeia, o limite de aproximação pode ser ligeiramente melhorado para $(4 - \frac{15}{8k})$.

Para ser mais exato, o limite de aproximação pode ser melhorado para 2,5 quando k assume valor 2.

Mais recentemente, o trabalho de Muter [2015] apresenta uma formulação para o PCV-PB não direcionado e sua reformulação pela decomposição *Dantzig Wolfe*. O problema foi modelado como um problema multigrafo em que o conjunto de vértices é formado por vértices pretos e o conjunto entre dois pretos corresponde a caminhos viáveis compostos por vértices brancos. Para resolver seu Problema Linear foi projetado um algoritmo de geração de colunas. A proposta foi capaz de resolver instâncias do problema com até 80 vértices.

Com relação a problemas similares ao abordado, o trabalho de Meunier & Sarrabezolles [2013] apresenta uma generalização do PCV-PB conhecido, em inglês, por *The Multicolor Traveling Salesman Problem* (MTSP), Problema do Caixeiro Viajante Multicolor. O mesmo foi introduzido por Tresoldi et al. [2010] e definido por um Grafo em que seus vértices são particionados em um número arbitrário de subconjuntos de vértices. Cada subconjunto é identificado por uma cor. O objetivo do problema é encontrar um circuito hamiltoniano de menor custo que respeite a restrição de cardinalidade. Dessa forma, o número de vértices entre dois vértices associados à mesma cor está sujeito a um limite. Diferentemente do PCV-PB, o MTSP não apresenta a restrição de comprimento.

Capítulo 3

HEURÍSTICAS CONSTRUTIVAS E DE BUSCA LOCAL PARA O PCV-PB

Algoritmos heurísticos são métodos aproximados comumente utilizados para tratar problemas complexos envolvendo entradas de grande dimensão. Os métodos heurísticos são estratégias eficientes para encontrar soluções de boa qualidade a um custo computacionalmente aceitável. No entanto, não garantem a otimalidade das soluções obtidas e também não determinam quão perto estão da solução ótima [Talbi, 2009].

Esses métodos são divididos em dois grupos: heurísticas específicas e metaheurísticas. O primeiro grupo é composto por algoritmos desenvolvidos especificamente para um problema particular. Já as metaheurísticas são algoritmos de uso geral, podendo ser aplicadas para tratar qualquer problema de otimização.

Este capítulo descreve as heurísticas utilizadas para construção de soluções iniciais, viabilização de soluções e para o refinamento das mesmas.

3.1 Heurísticas Construtivas

A fase de construção da solução inicial é a etapa preliminar para o tratamento de um problema de otimização. Projetar e desenvolver uma estratégia eficiente de construção é de suma importância, pois o processo de otimização é aplicado sobre a solução inicial. Isso contribui para que o mesmo alcance uma boa solução rapidamente.

Para construir uma solução inicial do PCV-PB deve-se levar em conta que o conjunto de vértices do grafo é composto por cidades classificadas pela cor preta ou branca. Nesse contexto, as heurísticas construtivas abordadas neste trabalho são divididas em duas fases, cada uma responsável por um subconjunto de vértices. Na Figura 3.1 é esboçada essa construção.

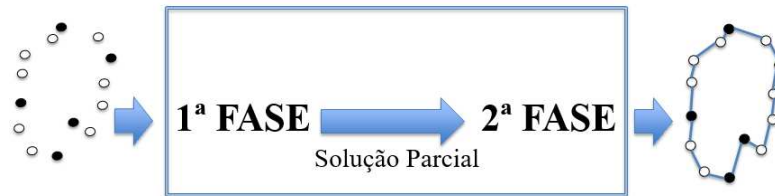


Figura 3.1. Construção da solução do PCV-PB em duas fases.

Em Bourgeois et al. [2003] e Maciel et al. [2005] é utilizada uma construção que trata os vértices brancos na primeira fase. A partir da solução parcial gerada, os vértices pretos são inseridos na rota de forma que as restrições do problema sejam respeitadas. Uma outra forma para gerar uma solução inicial, dada como proposta deste trabalho, consiste em considerar os vértices pretos primeiro para construir a solução parcial, depois efetua-se a inclusão dos brancos na rota. A principal diferença entre as duas estratégias descritas é que, quando os vértices pretos são utilizados na primeira fase, a solução parcial se apresenta como uma rota viável, o contrário de quando se inicia a construção pelos brancos. Isso se justifica pelo fato das restrições de cardinalidade e comprimento serem determinadas entre os vértices pretos na solução.

Nas seções a seguir encontram-se os detalhes das estratégias de construção da solução.

3.1.1 Construção da solução parcial - 1ª Fase

Esta seção apresenta heurísticas propícias para a construção de uma solução parcial do PCV-PB. Tais procedimentos são empregados na primeira fase da construção em diferentes abordagens construtivas.

Duas heurísticas podem ser utilizadas nesta fase: GENIUS ou Lin-Kernighan. Ambas serão descritas de forma geral, pois podem ser aplicadas tanto para a construção da solução parcial contendo somente vértices brancos quanto para solução parcial com, somente, vértices pretos.

- GENIUS

A heurística GENIUS foi introduzida por Gendreau et al. (1992) como um método construtivo dedicado ao clássico PCV. Essa heurística é composta por dois procedimentos independentes: GENI (*Generalized Insertion Procedure*) e US (*Unstringing and Stringing*). O primeiro envolve a construção de uma solução para o problema, e o segundo procedimento tem como propósito refinar a solução.

Os passos do GENI são descritos no Algoritmo 1. O mesmo está apresentado na sua forma geral, mas para a 1ª fase de construção da solução do PCV-PB, considera-se o conjunto B ou P , conjunto de vértices brancos ou pretos, respectivamente, ao invés de $V = B \cup P$. A primeira parte do procedimento (linhas de 4 a 9) seleciona, aleatoriamente, três elementos do conjunto de vértices V para serem incluídos na solução. Em seguida, para $\forall v \in V$ é construída uma vizinhança, representada por $N_p(v)$, onde são selecionados os p vizinhos mais próximos de v que pertencem à solução parcial s_0 . As vizinhanças são definidas pela função *gerarVizinhanca* (linha 12). Caso a solução parcial tenha menos que p vértices, todos que a constitui são definidos como vizinhos de v .

Algoritmo 1: GENI(p)

```

1  início
2       $s_0 \leftarrow \emptyset$ ;
3       $i \leftarrow 1$ ;
4      enquanto  $i \leq 3$  faça
5           $v_i \leftarrow \text{sortear}(V)$ ;
6           $s_0 \leftarrow \text{incluir}(v_i)$ ;
7           $V \leftarrow V - \{v_i\}$ ;
8           $i = i + 1$ ;
9      fim
10      $i \leftarrow 1$ ;
11     enquanto  $i \leq |V|$  faça
12          $N_p(v_i) \leftarrow \text{gerarVizinhanca}(p, s_0, V)$ ;
13     fim
14     enquanto  $|V| \geq 0$  faça
15          $v \leftarrow \text{sortear}(V)$ ;
16          $s_0 \leftarrow \text{inserir}(v, s_0, N_p(v))$ ;
17          $V \leftarrow V - \{v\}$ ;
18          $i \leftarrow 1$ ;
19         enquanto  $i \leq |V|$  faça
20              $N_p(v_i) \leftarrow \text{atualizarVizinhanca}(p, s_0, V)$ ;
21         fim
22     fim
23     retorna  $s_0$ ;
24 fim

```

Na segunda parte do Algoritmo 1 (linhas de 14 a 22), em cada iteração um vértice v não pertencente à solução é escolhido aleatoriamente e inserido na rota de acordo com o tipo da inserção e a orientação da rota que cause o menor incremento no custo da solução parcial. Logo, a vizinhança de cada vértice é atualizada (linha 20). Esse procedimento é executado até que todos os vértices estejam incluídos na solução.

Na linha 16 do Algoritmo 1, o procedimento de inserção de um dado vértice v pode ser efetuado de duas formas diferentes, e ambas são aplicadas considerando o sentido horário e anti-horário da rota. Para melhor compreensão considere que v_{i+1} e v_{i-1} sejam, nessa ordem, sucessor e antecessor de v_i , de acordo com o sentido da rota. A seguir, os dois tipos de inserção, Inserção Tipo I e Inserção Tipo II, são descritos.

ok Para inserir um vértice v por meio do processo de Inserção Tipo I, é preciso definir, inicialmente, os vértices v_i , v_j e v_k , sendo que $v_i \in N_p(v)$, $v_j \in N_p(v)$ e $v_k \in N_p(v_{i+1})$. Além disso, $v_i \neq v_j$, $v_k \neq v_i \neq v_j$ e v_k pertence ao caminho de v_j para v_i . Logo, as arestas (v_i, v_{i+1}) , (v_j, v_{j+1}) e (v_k, v_{k+1}) são removidas da rota e substituídas por (v_i, v) , (v, v_j) , (v_{i+1}, v_k) e (v_{j+1}, v_{k+1}) . Ao longo do processo o sentido dos caminhos $(v_{i+1}, \dots, v_j)$ e $(v_{j+1}, \dots, v_k)$ são invertidos.

A Figura 3.2 exemplifica o procedimento de Inserção Tipo I. Observe que as linhas pontilhadas da imagem à esquerda representam as arestas removidas, enquanto que as pontilhadas da imagem à direita determinam as arestas adicionadas na rota.

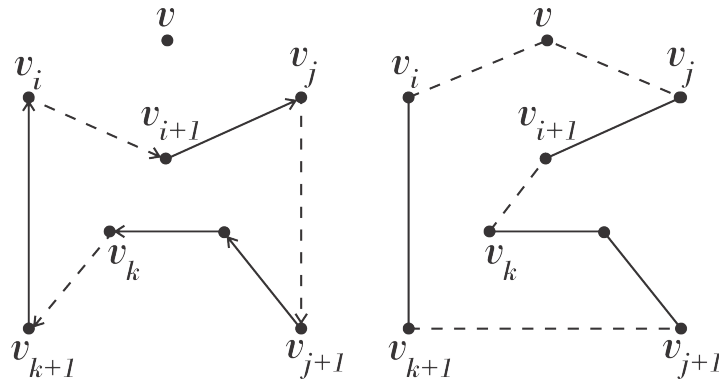


Figura 3.2. Inserção do vértice v entre os vértices v_i e v_j por meio do procedimento de Inserção Tipo I, considerando o sentido horário da rota.

Para inserir um vértice v por meio do processo de Inserção Tipo II, é preciso definir, inicialmente, os vértices v_i , v_j , v_k e v_l , sendo que $v_i \in N_p(v)$, $v_j \in N_p(v)$, $v_k \in N_p(v_{i+1})$ e $v_l \in N_p(v_{j+1})$. Além disso, $v_j \neq v_i$, $v_k \neq v_j$, $v_k \neq v_{j+1}$, $v_l \neq v_i$, $v_l \neq v_{i+1}$, v_k pertence ao caminho de v_j para v_i e v_l pertence ao caminho de v_i

para v_j . Logo, as arestas (v_i, v_{i+1}) , (v_{l-1}, v_l) , (v_j, v_{j+1}) e (v_{k-1}, v_k) são removidas da rota e substituídas por (v_i, v) , (v, v_j) , (v_l, v_{j+1}) , (v_{k-1}, v_{l-1}) e (v_{i+1}, v_k) . Ao longo do processo, o sentido dos caminhos $(v_{i+1}, \dots, v_{l-1})$ e $(v_l, \dots, v_j)$ são invertidos.

A Figura 3.3 exemplifica o procedimento de Inserção Tipo II.

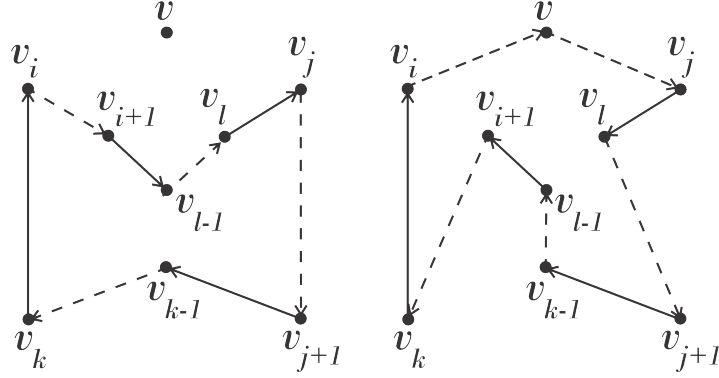


Figura 3.3. Inserção do vértice v entre os vértices v_i e v_j na rota por meio do procedimento de Inserção Tipo II, considerando o sentido horário da rota.

Como é possível observar nas descrições acima, a principal característica do GENI é a possibilidade de inserir um vértice v na rota entre outros dois vértices que não são necessariamente consecutivos. Contudo, após a inserção, esses dois vértices passam a ser adjacentes a v .

Finalizando a descrição da heurística GENIUS, o algoritmo US é classificado como um método de refinamento. A partir de uma solução inicial, esse algoritmo consiste em um mecanismo de remoção e reinserção de cada vértice presente na solução. Os passos do US podem ser vistos no Algoritmo 2.

A cada iteração do Algoritmo 2 (linhas de 4 a 14) os seguintes passos são executados: o vértice v_i é removido de forma que cause a maior redução no custo da solução. Em seguida, v_i é inserido por meio da função `inserir()` do algoritmo GENI. Tendo uma nova composição da solução, o custo de (s') é comparado com o custo da melhor solução (s^*) , na linha 7. Caso verdadeiro, as soluções envolvidas são atualizadas e a iteração é reiniciada, porém considera-se a nova solução inicial. Caso contrário, os procedimentos de remoção e reinserções são aplicados no próximo elemento da solução atual. Esse seguimento termina quando os n elementos da solução passam por esses passos sem obter melhorias.

A função `remover()`, na linha 5 do Algoritmo 2, consiste em duas formas para remover um vértice, e ambas consideram o sentido horário e anti-horário da rota. As duas formas, Remoção Tipo I e Remoção Tipo II, são apresentados a seguir.

Algoritmo 2: $US(s_0, p)$

```

1 início
2    $s^* \leftarrow s_0$ ;
3    $i \leftarrow 1$ ;
4   enquanto ( $i \leq n$ ) faça
5      $s' \leftarrow \text{remover}(v_i, s_0, N_p)$ ;
6      $s' \leftarrow \text{inserir}(v_i, s', N_p(v_i))$ ;
7     se ( $\text{custo}(s') < \text{custo}(s^*)$ ) então
8        $s^* \leftarrow s'$ ;
9        $s_0 \leftarrow s'$ ;
10       $i \leftarrow 1$ ;
11    senão
12       $i \leftarrow i + 1$ ;
13  fim
14  fim
15 fim
16 retorna  $s^*$ ;
    
```

Para remover um vértice v_i por meio do processo de Remoção Tipo I, é preciso definir, inicialmente, os vértices v_j e v_k , sendo que $v_j \in N_p(v_{i+1})$ e $v_k \in N_p(v_{i-1})$. Além disso, v_k pertence ao caminho de v_{i+1} a v_{j-1} . Logo, as arestas (v_{i-1}, v_i) , (v_i, v_{i+1}) , (v_k, v_{k+1}) e (v_j, v_{j+1}) são removidas da rota e substituídas por (v_{i-1}, v_k) , (v_{i+1}, v_j) e (v_{k+1}, v_{j+1}) . Ao longo do processo, o sentido dos caminhos $(v_{i+1}, \dots, v_k)$ e $(v_{k+1}, \dots, v_j)$ são invertidos.

A Figura 3.4 apresenta um exemplo do procedimento de Remoção Tipo I.

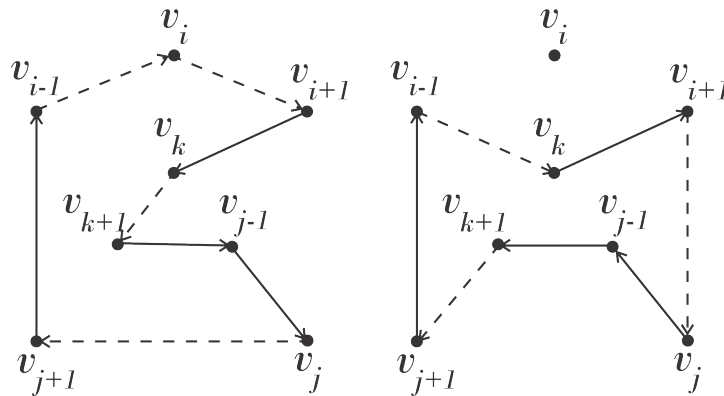


Figura 3.4. Remoção do vértice v_i por meio do procedimento de Remoção Tipo I, considerando o sentido horário da rota.

Para remover um vértice v_i por meio do processo de Remoção Tipo II, é preciso definir, inicialmente, os vértices v_j , v_k e v_l , sendo que $v_j \in N_p(v_{i+1})$, $v_k \in N_p(v_{i-1})$

e $v_l \in N_p(v_{k+1})$. Além disso v_k pertence ao caminho de v_{j+1} a v_{i-2} , v_l pertence ao caminho de v_j a v_{k-1} . Logo, as arestas (v_{i-1}, v_i) , (v_i, v_{i+1}) , (v_{j-1}, v_j) , (v_l, v_{l+1}) e (v_k, v_{k+1}) são removidas da rota e substituídas por (v_{i-1}, v_k) , (v_{l+1}, v_{j-1}) , (v_{i+1}, v_j) e (v_l, v_{k+1}) . Ao longo do processo o sentido dos caminhos $(v_{i+1}, \dots, v_{j-1})$, $(v_{l+1}, \dots, v_k)$ são invertidos.

A Figura 3.5 apresenta um exemplo do procedimento de Remoção Tipo II.

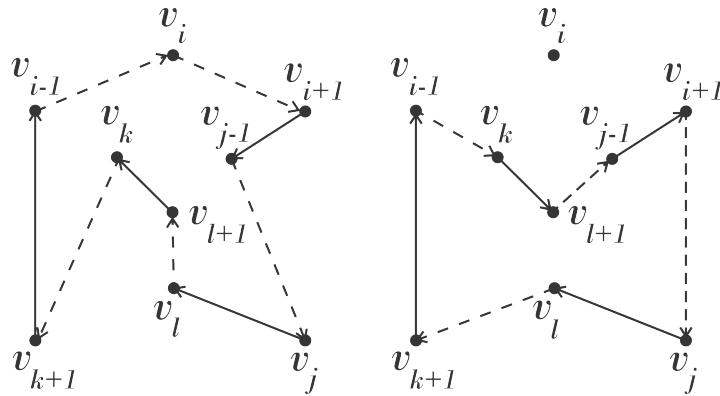


Figura 3.5. Remoção do vértice v_i por meio do procedimento de Remoção Tipo II, considerando o sentido horário da rota.

- Lin-Kernighan

Outra heurística utilizada para a primeira fase de construção foi a Lin-Kernighan, visto que a mesma se apresentava com grande capacidade para gerar bons resultados [Helsgaun, 2000]. Dessa forma, foi proposta a utilização dessa técnica que é descrita abaixo.

A Lin-Kernighan heuristic (LKH), introduzida por Lin & Kernighan [1973], é considerada um dos métodos mais eficientes para o PCV simétrico [Helsgaun, 2000]. Neste trabalho, as abordagens utilizam a heurística Lin-Kernighan da forma como foi implementada em Applegate et al. [2007] para construir uma solução do PCV-PB.

Para construir uma solução, a heurística Lin-Kernighan utiliza o método Quick Boruvka. De acordo com Applegate et al. [2003], o objetivo do método é encontrar uma Árvore Geradora Mínima. O procedimento inicia-se analisando cada vértice e conectando as arestas mais baratas a partir deste vértice a outro do grafo. As arestas já adicionadas não são consideradas novamente. Os agrupamentos são unidos até abranger todos os vértices. A rota gerada não apresenta tanta qualidade

se comparada a uma estratégia gulosa, mas a Lin-Kernighan é composta também pelo método k -opt como estratégia para o melhoramento da solução. A partir da solução gerada, a ideia é executar a heurística k -opt várias vezes atribuindo valores ascendentes para k durante o seu procedimento com o intuito de explorar um espaço de busca maior. O método k -opt consiste em substituir k arestas da rota por outras k arestas. Assim, a cada iteração do algoritmo sucessivos movimentos, iniciado com $k = 2$, são realizados. Isso é feito enquanto soluções melhores forem encontradas. Quando isso não for mais possível, considera-se $k = k + 1$. Esse processo continua até que um critério de parada seja satisfeito.

Inspirado na ideia original da heurística Lin-Kernighan, na literatura encontram-se possibilidades de refinamento para esse algoritmo. Uma dessas pode ser vista em Helsgaun [2000].

Como uma alternativa ao US utilizada no GENIUS, foi proposta a utilização da estrutura de vizinhança 2-Optimal ou 2-Opt [Croes, 1958] para o refinamento logo após à primeira fase de construção. O método 2-Opt é um método clássico na literatura.

A ideia do 2-opt consiste em quebrar o circuito a ser percorrido em duas partes e reconectá-lo de uma forma diferente.

A Figura 3.6 mostra o movimento ocasionado pela estrutura de vizinhança 2-opt em uma dada rota. Observe que as arestas (v_i, v_{i+1}) e (v_j, v_{j+1}) são removidas e a reconexão da rota foi estabelecida pelas arestas (v_i, v_j) e (v_{i+1}, v_{j+1}) .

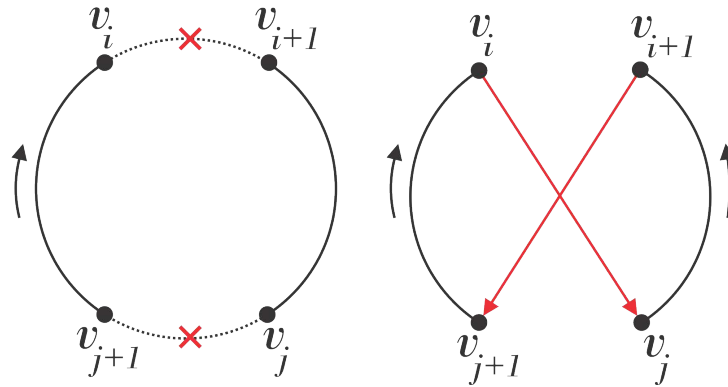


Figura 3.6. Exemplo do movimento 2-opt sobre uma rota.

Dessa forma, a vizinhança 2-opt (chamada de Viz_2opt) consiste no conjunto formado por todas as soluções possíveis, considerando cada v_i e v_j não consecutivos de uma solução inicial.

O procedimento de busca local associado à Viz_2opt pode ser visto pelo Algoritmo 3.

Algoritmo 3: BL_2opt(s)

```

1 início
2    $s^* \leftarrow s$ ;
3    $i \leftarrow 1$ ;
4   enquanto ( $i \leq n - 2$ ) faça
5      $j \leftarrow 1$ ;
6     enquanto ( $j \leq n$ ) faça
7       se ( $v_{j+1} \neq v_i$ ) então
8          $s' \leftarrow \text{removerAresta}((v_i, v_{i+1}), (v_j, v_{j+1}), s)$ ;
9          $s' \leftarrow \text{inserirAresta}((v_i, v_j), (v_{i+1}, v_{j+1}), s')$ ;
10         $s' \leftarrow \text{inverterSentidoAresta}((v_{i+1}, v_j), s')$ ;
11        se ( $\text{custo}(s') < \text{custo}(s^*)$ ) então
12           $s^* \leftarrow s'$ ;
13           $s \leftarrow s'$ ;
14           $i \leftarrow 0$ ;
15          interrompa;
16        fim
17      fim
18       $j = j + 1$ ;
19    fim
20     $i = i + 1$ ;
21  fim
22  retorna  $s^*$ ;
23 fim

```

Para melhor compreendê-lo, considere $\text{custo}()$ uma função que retorna o custo da solução. O BL_2opt recebe uma solução inicial por parâmetro, a qual será refinada. Para cada combinação de duas arestas não adjacentes, remove estes segmentos (linha 8) e reconstrói a solução por meio da inserção de novas arestas (linha 9) e a inversão de sentido de uma parte da rota (linha 10). Na linha 11 é realizada uma verificação se a solução vizinha s' é melhor do que a melhor solução s^* . Caso verdadeiro, atualiza-se s^* (linha 12) e a solução de partida s (linha 13) para o procedimento. Nesse caso, o processo é interrompido (linha 15) e o procedimento é reiniciado sobre a nova solução s . Caso contrário, analisa-se a próxima combinação de arestas.

Da forma como este procedimento foi implementado, esse método de busca local é classificado como First Improvement Method, em português, Método da Primeira Melhor.

3.1.2 Finalização da solução - 2ª Fase

A partir da solução parcial construída na fase inicial, independente do método, a segunda fase da construção é realizada com o propósito de complementar a rota para o PCV-PB. Essa última etapa pode ser efetuada por meio de duas heurísticas propostas para o problema: Inserção Específica de Pretos (IEP), quando os vértices brancos são visitados na 1ª fase de construção; ou Inserção Específica de Brancos (IEB), quando os vértices pretos são visitados na 1ª fase. A primeira, IEP, foi utilizada na literatura [Maciel et al., 2005] para inserir os vértices pretos na rota. Já a heurística IEB é uma proposta que está relacionada com a inclusão dos vértices brancos na rota. Ambas abordagens são baseadas em uma heurística clássica para o PCV conhecida por Inserção Mais Barata [Reinelt, 1994]. A seguir, os procedimentos citados são descritos.

- Inserção Específica de Pretos (IEP)

A estratégia IEP pode ser vista no Algoritmo 4. A partir de uma solução composta somente por vértices brancos, a estratégia funciona da seguinte forma: inicialmente, seleciona-se de forma aleatória um vértice branco da solução parcial (linha 2). O passo seguinte é associar ao elemento escolhido o vértice preto mais próximo (linha 3) e inseri-lo (linha 4) onde cause o menor incremento do custo da solução (à direita ou à esquerda). A partir deste ponto, a solução é percorrida (tanto no sentido horário, linha 5, quanto no sentido anti-horário, linha 6) enquanto as restrições de cardinalidade e comprimento estejam satisfeitas. Quando estas não forem mais respeitadas, o vértice preto mais próximo do último vértice branco percorrido deve ser inserido de forma que a cadeia formada respeite as restrições de cardinalidade e comprimento do PCV-PB.

A IEP determina, durante o seu procedimento (nas linha 5 e 6), uma lista de candidatos (LC) contendo todos os vértices pretos fora da solução. A partir dela é construída uma lista restrita de candidatos (LRC). O critério que define quais vértices vão pertencer a LRC é baseado na qualidade dos vértices. Esse critério é estabelecido pela fórmula $c_{min} \leq c \leq c_{min} + \alpha * (c_{max} - c_{min})$, no qual c equivale ao acréscimo na qualidade da solução corrente com a inserção do vértice preto. O parâmetro α controla o grau de aleatoriedade da etapa de construção e seu valor varia no intervalo $[0,1]$. O quanto mais próximo de zero, mais guloso é o processo de seleção do vértice a ser inserido na rota. Em contrapartida, quanto mais próximo de 1, mais aleatória será a escolha. São incluídos na LRC os vértices cujos custos

Algoritmo 4: IEP(s_0, α, P)

```

1  início
2  |  $v_b \leftarrow \text{sortear}(s_0)$ ;
3  |  $v_p \leftarrow \text{verticeMaisProximo}(v_b, P)$ ;
4  |  $s_0 \leftarrow \text{insercaoSimples}(v_p)$ ;
5  |  $s' \leftarrow \text{insercaoPercorrerSHorario}(\alpha, P)$ ;
6  |  $s'' \leftarrow \text{insercaoPercorrerSAntiHorario}(\alpha, P)$ ;
7  | se ( $\text{viavel}(s')$  e  $\text{viavel}(s'')$ ) então
8  | |  $s_0 \leftarrow \text{menorCusto}(s', s'')$ ;
9  | | retorna  $s_0$ ;
10 | senão
11 | | se ( $\text{viavel}(s')$ ) então
12 | | |  $s_0 \leftarrow s'$ ;
13 | | | retorna  $s_0$ ;
14 | | senão
15 | | | se ( $\text{viavel}(s'')$ ) então
16 | | | |  $s_0 \leftarrow s''$ ;
17 | | | | retorna  $s_0$ ;
18 | | | senão
19 | | | |  $s_0 \leftarrow \text{menorCusto}(s', s'')$ ;
20 | | | |  $s_0 \leftarrow \text{viabilizar}(s_0)$ ;
21 | | | | se ( $\text{viavel}(s_0)$ ) então
22 | | | | | retorna  $s_0$ ;
23 | | | | senão
24 | | | | | retorna  $-1$ ;
25 | | | | fim
26 | | | fim
27 | | fim
28 | fim
29 fim

```

de inserção estão no intervalo. Por fim, a escolha do vértice que será adicionado à rota é realizada de forma aleatória entre aqueles que estão na LRC.

O procedimento de inserção dos vértices pretos, descrito nos dois parágrafos anteriores, é realizado, repetidas vezes, até que todos os vértices estejam inseridos ou até que não seja possível formar mais cadeias que respeitem as restrições.

A heurística termina quando não se conseguir iniciar uma nova cadeia. Caso isso aconteça, se o último vértice branco foi atingido e ainda existam vértices pretos não incluídos na solução, esses são inseridos ao final da cadeia na ordem a causar o menor acréscimo possível no custo da solução. Qualquer abordagem construtiva que fizer uso da IEP não garante a viabilidade da solução gerada.

- Inserção Específica de Brancos (IEB)

Com relação à heurística IEB proposta, o Algoritmo 5 apresenta o seu funcionamento.

Algoritmo 5: $IEB(\alpha, s, B)$

```

1  início
2  |  $listaBrancos \leftarrow B$ ;
3  |  $viavel \leftarrow false$ ;
4  | enquanto ( $listaBrancos \neq \emptyset$ ) faça
5  | |  $LC \leftarrow listaBrancos$ ;
6  | | for (cada elemento  $i \in LC$ ) do
7  | | | for (cada posicao  $j$  entre dois elementos da rota) do
8  | | | | se (inserção de  $i$  é mais barata e viável) então
9  | | | | |  $posicao_i \leftarrow j$ ;
10 | | | | |  $viavel \leftarrow true$ ;
11 | | | | fim
12 | | | end
13 | | | se ( $viavel == false$ ) então
14 | | | |  $IEBcomplementar(\alpha, s_0, listaBrancos)$ ;
15 | | | | interrompa;
16 | | | senão
17 | | | |  $listaPosicao \leftarrow listaPosicao + \{posicao_i\}$ ;
18 | | | fim
19 | | end
20 | | se ( $viavel == false$ ) então
21 | | | interrompa;
22 | | senão
23 | | |  $LRC \leftarrow melhoresElementos(LC, listaPosicao)$ ;
24 | | |  $v \leftarrow sortear(LRC)$ ;
25 | | |  $s_0 \leftarrow inserir(v, listaPosicao)$ ;
26 | | |  $listaBrancos = listaBrancos - \{v\}$ ;
27 | | fim
28 | fim
29 | retorna  $s_0$ ;
30 fim
```

Em cada iteração, um vértice branco é adicionado à solução (linhas de 4 a 28). O passo inicial (linha 5) é alocar os vértices brancos na lista de candidatos (LC). Em seguida, é necessário determinar a inserção mais barata, ou seja, a posição que cause o menor incremento no custo total da solução (linhas de 6 a 19). A inserção definida deve respeitar as restrições do PCV-PB. Caso contrário, o Algoritmo 5 chama o procedimento $IEBcomplementar$ que será descrito adiante, e o algoritmo é

interrompido (linhas 15 e 21). Dando continuidade, a posição determinada como a mais barata é armazenada na lista *listaPosicao* com referência ao vértice i (linha 17). Finalizada esta etapa, os melhores elementos da LC são alocados para a lista restrita de candidatos (LRC) na linha 23. A escolha desses vértices é realizada por meio de um critério que verifica a qualidade da solução. A partir da LRC, o elemento a ser adicionado na solução é escolhido de forma aleatória (linha 24). Esses passos são executados até que a lista de vértices brancos fique vazia ou até que o Algoritmo 5 seja interrompido.

O critério de qualidade mencionado acima é o mesmo utilizado pela estratégia IEP, dado pela inequação $c_{min} \leq c \leq c_{min} + \alpha * (c_{max} - c_{min})$.

A função IEBcomplementar corresponde a uma adaptação do Algoritmo 5. A diferença está exatamente na linha 8, onde a verificação de viabilidade é removida. Dessa forma, a inserção mais barata envolvendo os vértices brancos na solução parcial constrói uma solução inviável.

Conhecido o funcionamento das heurísticas que compõem as etapas de construção de uma solução inicial, é plausível compreender as abordagens construtivas utilizadas nesta dissertação.

De forma geral, os algoritmos construtivos são divididos em dois grupos conforme a estratégia de construção utilizada. A primeira estratégia, chamado por B+P, é composto pelos métodos que tratam os vértices brancos antes dos pretos. Na Figura 3.7 é possível verificar essa estratégia para construir uma solução do PCV-PB.

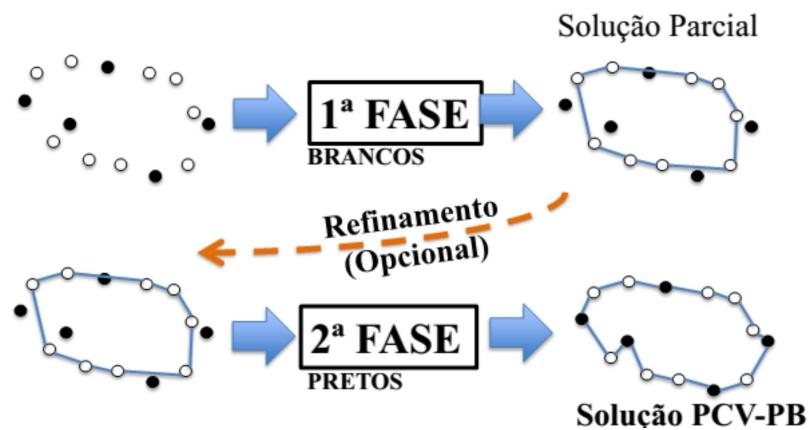


Figura 3.7. Estratégia de construção B+P.

A outra estratégia de construção, P+B, trabalha inicialmente com os vértices pretos e, em seguida, com os brancos. Na Figura 3.8 é possível verificar essa

estratégia para construir uma solução do PCV-PB.

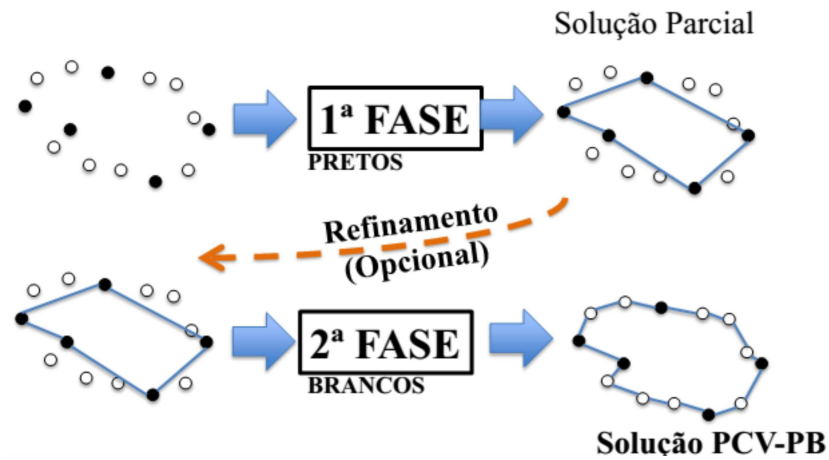


Figura 3.8. Estratégia de construção P+B.

A Tabela 3.1 apresenta as heurísticas construtivas. Na primeira coluna encontra-se as estratégias de construção associadas a ordem de visitação dos subconjuntos de vértices do PCV-PB. Partindo dessa informação, a segunda e quarta coluna apresentam a heurística aplicada na 1ª e 2ª fase de construção. Na terceira coluna encontra-se o refinamento utilizado, quando houver. É importante observar que o símbolo “-” indica que nenhum refinamento intermediário foi utilizado. Na última coluna segue as denominações das abordagens construtivas compostas por “C” (de construtivo) seguido do nome das heurísticas adotadas: C_[1ª fase]_[refinamento]_[2ª fase].

Tabela 3.1. Heurísticas construtivas.

Estratégia de construção	1ª fase	Refinamento (se houver)	2ª fase	Heurística Construtiva
B+P	GENI	US	IEP	C_GENI_US_IEP
		2-op		C_GENI_2opt_IEP
		-		C_GENI_IEP
	LKH	2-opt		C_LKH_2opt_IEP
		-		C_LKH_IEP
		-		-
P+B	GENI	2-opt	IEB	C_GENI_2opt_IEB
		-		C_GENI_IEB
		2-opt		C_LKH_2opt_IEB
	LKH	-		C_LKH_IEB
		-		-
		-		-

O Algoritmo 6 representa um procedimento genérico para todas as heurísticas construtivas que serão descritas a seguir. Por meio deste, torna-se mais legível as

duas fases que compõe o processo de construção de uma solução para o PCV-PB adicionada da etapa intermediária quando for o caso.

Algoritmo 6: $C_ [1^a \text{ fase}]_ [\text{refinamento}]_ [2^a \text{ fase}](\alpha)$

```

1 início
2    $s_0 \leftarrow 1^a \text{ fase}();$ 
3    $s_0 \leftarrow \text{refinamento}(s_0);$  // se houver
4    $s \leftarrow 2^a \text{ fase}(s_0, \alpha);$ 
5   retorna  $s;$ 
6 fim
```

A primeira heurística construtiva utilizada nesta dissertação, $C_GENI_US_IEP$, é a reprodução da heurística $C3_R$ proposta por Maciel et al. [2005]. Esse procedimento é uma extensão do método construtivo apresentado por Bourgeois et al. [2003] para construir uma solução do PCV-PB. É importante deixar claro que a segunda fase dessa heurística corresponde à inclusão dos vértices pretos, portanto é nessa segunda etapa que se deve considerar as restrições de cardinalidade e comprimento estabelecidas pelo problema abordado. As melhorias do construtivo do trabalho de Bourgeois et al. [2003] que deram origem à $C_GENI_US_IEP$ estão associadas à característica adaptativa e randômica. A adaptação é vista no critério de escolha dos vértices a serem inclusos na LRC, onde a qualidade do vértice é relativa à solução corrente. A característica randômica está associada a escolha aleatória de um vértice da LRC a ser inserido na solução. Desse modo, a construção $C_GENI_US_IEP$ é classificada como estocástica.

A segunda heurística construtiva, nomeada por $C_GENI_2opt_IEP$, é uma variação da heurística anterior, onde o método de melhoramento US é substituído pelo refinamento 2-opt.

O construtivo C_GENI_IEP é a terceira abordagem utilizada. Observe que esse não possui refinamento intermediário. Essa composição foi considerada com a finalidade de verificar o impacto de um método de melhoramento antes mesmo de gerar uma solução completa do PCV-PB.

Como proposta, a quarta abordagem construtiva, denominada por $C_LKH_2opt_IEP$, está relacionada à heurística LKH. A utilização do refinamento 2-opt faz jus ao uso da mesma nas abordagens anteriores.

Uma variante do construtivo anterior, é o construtivo C_LKH_IEP caracterizado pela ausência do refinamento 2-opt. Mais uma vez, o impacto do método de refinamento na fase inicial do construtivo é avaliado.

Conforme a Tabela 3.1 e com relação à estratégia P+B, há quatro heurísticas construtivas que seguem estruturas similares às heurísticas baseadas na construção B+P, exceto a que utiliza o algoritmo US. Além disso, deve-se levar em consideração que, ao iniciar a construção pelos vértices pretos, a solução parcial obtida é uma rota viável conforme as restrições do PCV-PB.

3.2 Heurística de Viabilização

Existe a possibilidade da fase construtiva gerar uma solução inviável, ou seja, que não respeita as restrições de cardinalidade e comprimento características do PCV-PB. Para tratar tal ocorrência, este trabalho utiliza heurística de viabilização propostas no trabalho de Bourgeois et al. [2003].

Dada a definição do problema abordado, dois tipos de inviabilidade da solução podem ser vistas: inviabilidade preta e inviabilidade branca. A inviabilidade preta ocorre quando alguma cadeia pertencente à solução apresenta comprimento maior do que o permitido, L . A inviabilidade branca ocorre quando o número de vértices brancos em alguma cadeia ultrapassa a quantidade máxima Q .

A heurística de viabilização tenta eliminar, inicialmente, a inviabilidade preta por meio da inserção de outro vértice preto na cadeia inviável. O novo membro é retirado de outro segmento da solução, se possível. A Figura 3.9 ilustra um exemplo desse procedimento. Nesse exemplo, considere $Q = 6$ e $L = 15$. O comprimento da cadeia (v_a, v_h) em (1) ultrapassa o limite permitido. Logo, para viabilizá-la, o vértice v_i foi realocado para a cadeia, como visto em (3), contribuindo para a formação de duas novas cadeias que cumprem a restrição de cardinalidade imposta.

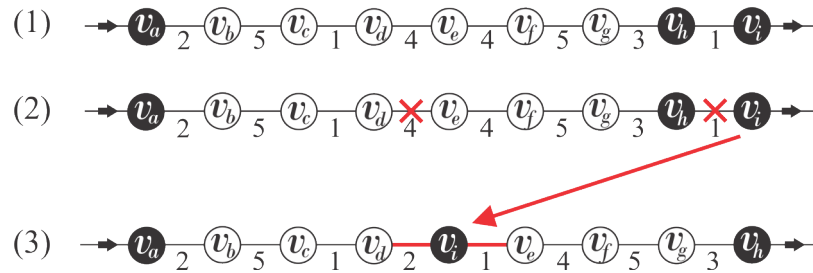


Figura 3.9. Tratamento de uma inviabilidade preta.

Em seguida, a heurística de viabilização trata a inviabilidade branca. A ideia é remover os vértices brancos em excesso e realocá-los, se possível, em outra cadeia composta por no máximo $(Q - 1)$ vértices brancos. Um exemplo é visto na Figura 3.10, considerando-se $Q = 5$ e $L = 25$. Observe que a cadeia (v_a, v_h) em (1) viola

a restrição de cardinalidade. Para tratá-la, um dado vértice v_d foi removido de seu segmento atual e adicionado na cadeia seguinte (v_h, v_i) sem violar as restrições.

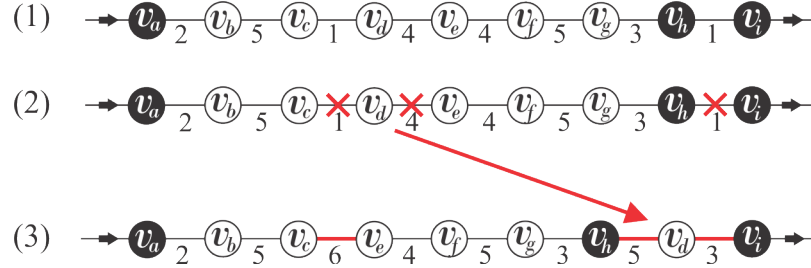


Figura 3.10. Tratamento de uma inviabilidade branca.

É importante ressaltar que a viabilização com relação ao comprimento pode provocar uma inviabilidade branca. Nesse caso, ao tratá-la, é preciso medir seus movimentos para evitar outra ocorrência da inviabilidade preta.

Em ambos procedimentos, se não for possível viabilizar a solução, a heurística é interrompida.

3.3 Heurísticas de Refinamento

As heurísticas de refinamento, também chamadas de busca local, são técnicas aplicadas a fim de melhorar a qualidade das soluções em problemas de otimização. A partir de uma solução inicial s , é explorada sua vizinhança na busca por uma solução s' melhor do que a atual. Para determinar um vizinho de uma solução s é preciso definir um movimento que modifique a solução para que os vizinhos de s sejam gerados e analisados. Esse movimento define a estrutura de vizinhança.

3.3.1 Estruturas de Vizinhanças

Os próximos tópicos apresentam a descrição das estruturas de vizinhança utilizadas nesta dissertação e denominadas por Realoca, US, Troca e 2-opt. É importante ressaltar que tais estruturas são propostas no trabalho de Maciel et al. [2005], sendo chamadas, respectivamente, por BL1, BL2, BL3 e BL4

As heurísticas de refinamento elaboradas a partir dessas estruturas de vizinhanças também são detalhadas a seguir.

3.3.1.1 Vizinhaça Realoca

Essa estrutura de vizinhaça é baseada na heurística de melhoramento Relocation [Laporte et al., 2000], um procedimento simples e bastante aplicado em problemas de roteamento de veículos. A realocação aqui apresentada é efetuada sobre um único vértice por vez, sendo realizada dentro da própria rota. Especificamente, a realocação de um vértice branco v é restrita à cadeia que v pertence.

A Figura 3.11 apresenta um exemplo do movimento associado à estrutura Realoca em uma solução fictícia do PCV-PB. Observe que o vértice v_d , que faz parte da cadeia 2, é inserido entre as cidades v_f e v_g , na mesma cadeia.

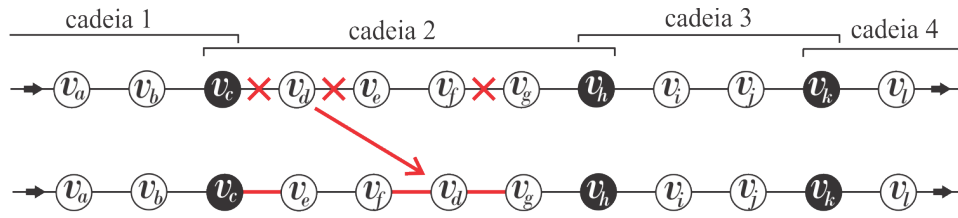


Figura 3.11. Exemplo do movimento Realoca sobre uma rota.

A vizinhaça Realoca, chamada por `Viz_Realoca`, consiste no conjunto formado por todos os vizinhos de uma solução s resultantes do movimento descrito.

Basicamente, a busca local Realoca baseada na vizinhaça Realoca consiste em "reorganizar" cada cadeia da solução no sentido de minimizar a distância entre as cidades que ali estão e, conseqüentemente, minimizar o comprimento total da rota.

O Algoritmo 7 apresenta os passos da busca local Realoca. Considere $|P|$ e $|B|$ o número de vértices pretos e brancos da solução s , respectivamente. A função $cardinalidade(cadeia_i)$ retorna a quantidade de vértices brancos que a $cadeia_i$ possui. O procedimento básico da busca local é aplicado, individualmente, em cada cadeia (linha 5) que apresenta cardinalidade maior ou igual a dois (linha 6), condição mínima para realizar o movimento. A etapa principal consiste em verificar o custo da rota ao realocar cada um dos vértices brancos, pertencentes à cadeia, em todas as possíveis posições dessa sub-rota (linha 9-17). Para cada realocação, o custo da solução gerada s' é comparado com o da melhor solução atual s^* (linha 12). Caso verdadeiro, e se s' não violar as restrições do PCV-PB, a melhor solução é atualizada.

Algoritmo 7: BL_Realoca(s)

```

1 início
2    $s^* \leftarrow s$ ;
3    $i \leftarrow 1$ ;
4    $totalCadeia \leftarrow |P|$ ;
5   enquanto ( $i \leq totalCadeia$ ) faça
6     se ( $cardinalidadeBranca(cadeia_i) \geq 2$ ) então
7        $j \leftarrow 1$ ;
8        $totalVertice \leftarrow cardinalidadeBranca(cadeia_i)$ ;
9       enquanto ( $j \leq totalVertice$ ) faça
10         $v \leftarrow j$ -ésimo vértice branco da  $cadeia_i \in s$ ;
11         $s' \leftarrow$  realocação de  $v$  de forma a causar o maior decremento
            no custo de  $s'$  mantendo a viabilidade;
12        se ( $custo(s') < custo(s^*)$ ) então
13           $s^* \leftarrow s'$ ;
14        fim
15         $j \leftarrow j + 1$ ;
16      fim
17    fim
18     $i \leftarrow i + 1$ ;
19  fim
20  retorna  $s^*$ ;
21 fim

```

3.3.1.2 Vizinhaça US

Essa estrutura de vizinhaça, como o próprio nome indica, apresenta sua diretriz semelhante ao procedimento US, etapa de refinamento da heurística construtiva GENIUS. Sua descrição encontra-se no início deste capítulo. É importante recordar que na fase construtiva, esta vizinhaça é utilizada no refinamento da solução parcial, composta por apenas vértices brancos. Mas, ao aplicá-la na solução completa é necessário que os movimentos de melhora satisfaçam as restrições de cardinalidade e comprimento do PCV-PB.

O procedimento US pode ser visto no Algoritmo 2 da Seção 3.1.1 deste capítulo, levando em consideração que a linha 6 será composta por mais uma verificação. Conforme mencionado, é preciso verificar, nesse ponto, se a solução gerada s' é viável. Essa busca local é caracterizada como Método da Primeira Melhora.

Nesta dissertação, quando se referir à vizinhaça US e ao seu procedimento de busca local dá-se o nome Viz_US e BL_US, respectivamente.

3.3.1.3 Vizinhaça Troca

A estrutura de vizinhaça Troca segue os princípios da técnica de Swap [Corberán et al., 2002], definido como um procedimento trivial e eficaz.

Seu funcionamento consiste em trocas simples entre duas cidades (vértices) da rota. A Figura 3.12 ilustra o movimento característico da estrutura de vizinhaça Troca sobre uma solução fictícia do PCV-PB. Nesse exemplo, o vértice v_f passa a ocupar a posição do vértice v_k e vice-versa.

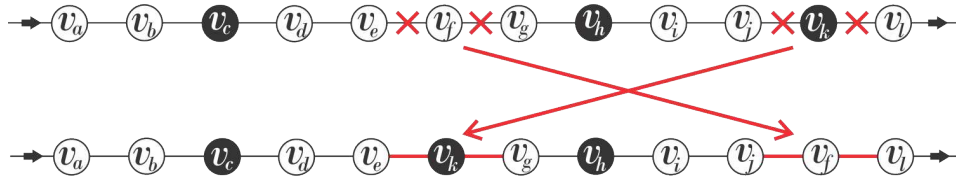


Figura 3.12. Exemplo do movimento Troca sobre uma rota.

O procedimento de busca local com base na estrutura de vizinhaça Troca, analisa todas as trocas possíveis entre dois vértices distintos, independente da cadeia que pertencem e/ou da cor associada aos vértices. Por meio do Algoritmo 8 é possível compreender esse método.

Todas as soluções geradas por meio do movimento Troca, a partir de uma solução s , formam a vizinhaça de s . Assim, o nome atribuído a esse conjunto é Viz_Troca.

Para cada vértice v_i pertencente à solução (linha 5), realiza a operação swap (linha 8) entre v_i e cada um dos outros vértices localizados depois dele na rota, controlado pela linha 7. Dessa forma, os comandos de 7-14 armazenam em s^* a melhor troca. Logo, na linha 15 verifica-se se foi possível refinar a solução durante o seguimento iterativo anterior. Caso verdadeiro, a solução de partida s é atualizada e o procedimento é reiniciado. Caso contrário, o procedimento é retomado a partir do vértice seguinte v_{i+1} , pertencente à solução.

3.3.1.4 Vizinhaça 2-opt

A estrutura de vizinhaça 2-opt, apresentada na Seção 3.1.1, é também utilizada na fase de refinamento das soluções do PCV-PB. É importante ressaltar que o procedimento de busca local, quando utilizado em uma solução do PCV-PB, apresenta, na linha 10 do Algoritmo 3, mais uma verificação com relação à viabilidade da solução. Isso é justificável, pois no construtivo C_GENI_2opt_IEP, a BL_2opt é aplicada na solução composta por apenas vértices brancos (solução parcial).

Algoritmo 8: BL_Troca(s)

```

1  início
2  |  $s^* \leftarrow s$ ;
3  |  $i \leftarrow 1$ ;
4  |  $melhorou \leftarrow false$ ;
5  | enquanto ( $i \leq n - 1$ ) faça
6  | |  $j \leftarrow i + 1$ ;
7  | | enquanto ( $j \leq n$ ) faça
8  | | |  $s' \leftarrow swap(v_i, v_j, s)$ ;
9  | | | se ( $custo(s') < custo(s^*)$  e viavel( $s'$ ) então
10 | | | |  $s^* \leftarrow s'$ ;
11 | | | |  $melhorou \leftarrow true$ ;
12 | | fim
13 | |  $j \leftarrow j + 1$ ;
14 | fim
15 | se ( $melhorou$ ) então
16 | |  $s \leftarrow s^*$ ;
17 | |  $i \leftarrow 1$ ;
18 | |  $melhorou \leftarrow false$ ;
19 | senão
20 | |  $i \leftarrow i + 1$ ;
21 | fim
22 fim
23 retorna  $s^*$ ;
24 fim

```

3.3.2 Variable Neighborhood Descent (VND)

A metaheurística Variable Neighborhood Descent é uma técnica de refinamento introduzida por Mladenović & Hansen [1997]. Sua concepção é explorar o espaço de soluções por meio de sucessivas estruturas de vizinhança, onde são aceitas somente soluções de melhora.

A heurística VND utilizada neste trabalho pode ser vista no Algoritmo 9. O VND toma como partida uma solução s e um conjunto N contendo uma quantidade max de estruturas de vizinhanças. Em cada iteração do algoritmo (linhas de 3 a 11), aplica-se uma busca local baseada na vizinhança N_k sobre a solução s (linha 4). Obtendo o ótimo local, a mesma é passada por um critério de aceitação (linha 5) de acordo com a função objetivo do problema. Caso s' seja aceita, a rotina é reiniciada partindo da primeira estrutura de vizinhança indicada por $k = 1$ (linha 7). Caso contrário, a busca local a ser aplicada na solução atual passa a ser a próxima vizinhança N_{k+1} (linha 9). Esse procedimento termina quando soluções de melhora

não forem mais encontradas pelas *max* estruturas de vizinhança preestabelecidas. Ao final do algoritmo, tem-se a melhor solução obtida dentre todas as buscas [Talbi, 2009].

Algoritmo 9: VND(s, N)

```

1 início
2    $k \leftarrow 1$ ;
3   enquanto  $k \leq \max$  faça
4     Encontrar o melhor vizinho  $s' \in N_k(s)$ ;
5     se ( $\text{custo}(s') < \text{custo}(s)$ ) então
6        $s \leftarrow s'$ ;
7        $k \leftarrow 1$ ;
8     senão
9        $k \leftarrow k + 1$ ;
10    fim
11  fim
12  retorna  $s$ ;
13 fim
```

Assim como na literatura [Maciel et al., 2005], este trabalho utiliza o VND como módulo de busca local a ser incorporada nas heurísticas propostas para o PCV-PB.

Para um melhor aproveitamento das estruturas de vizinhança visando resultados com maior qualidade, foi realizado um ajuste na heurística VND da literatura [Maciel et al., 2005] no que diz respeito aos métodos de refinamento utilizados. Para isso, com base nas estruturas de vizinhança apresentadas neste capítulo, foram propostas diferentes combinações de métodos de refinamento para serem utilizadas pela heurística VND. Nesse contexto, a Tabela 3.2 apresenta as abordagens VND e seus respectivos métodos de refinamento.

Tabela 3.2. Abordagens VND e seus respectivos métodos de refinamento.

Abordagem	Composição
VNDLit	Viz_Realoca, BL_US, Viz_Troca, Viz_2opt e BL_2opt.
VNDLit*	Viz_Realoca, Viz_Troca, Viz_2opt e BL_2opt.
VND1	BL_Realoca, BL_US, BL_Troca e BL_2opt.
VND2	BL_Realoca, BL_Troca, BL_2opt e BL_US.
VND3	BL_Realoca, BL_Troca e BL_2opt.
VND4	Viz_Realoca, Viz_US, Viz_Troca e Viz_2opt.
VND5	Viz_Realoca, Viz_Troca, Viz_2opt e Viz_US.
VND6	Viz_Realoca, Viz_Troca e Viz_2opt.

3.4 Resultados

Para uma comparação inicial das heurísticas de construção e refinamento, uma primeira bateria de testes foi realizada.

3.4.1 Ambiente Computacional

Para a realização dos testes computacionais, todos os algoritmos foram implementados na linguagem C, compilados com gcc 4.3.4 e executados em uma máquina com processador Intel(R) Xeon(R) X5650 @ 2.66GHz e 24 GB de RAM DDR3 1333 MHz. Para análise estatística dos parâmetros de cada algoritmo utilizado, foi adotado o software Statgraphics Centurion XVI (versão trial).

3.4.2 Métrica para Avaliação dos Algoritmos

A métrica mais comum na literatura para comparar e avaliar o desempenho de métodos heurísticos é o Relative Percentage Deviation (RPD), em português, Desvio Percentual Relativo [Vallada et al., 2008]. A medida é vista na Equação 3.1, onde f_{metodo} é o valor da função objetivo obtido pelo algoritmo a ser comparado e f_{melhor} é a melhor solução obtida pelo algoritmo da literatura.

$$RPD(\%) = \frac{f_{metodo} - f_{melhor}}{f_{melhor}} * 100 \quad (3.1)$$

Além desse fator, outra métrica a ser utilizada é o valor do tempo de processamento dos algoritmos, que também será observado durante a comparação dos métodos.

3.4.3 Problemas Teste

Um conjunto de problemas teste (instâncias) para PCV-PB foi gerado para avaliar a eficiência das heurísticas propostas, uma vez que as instâncias para o PCV-PB utilizadas na literatura não foram localizadas.

Para gerar os problemas teste foram utilizadas como base as instâncias do Problema do Caixeiro Viajante com Agrupamentos, disponibilizadas no site do grupo Labic da UFF (<http://labic.ic.uff.br/Instance/index.php>).

As instâncias foram geradas de acordo com o procedimento detalhado por Maciel et al. [2005]. Foram criadas instâncias onde a quantidade de vértices pretos

foi definida em 20% ou 30% do total de vértices. O valor da cardinalidade limite Q foi calculado a partir da equação $Q = |B|/|P| + c$ em que $|B|$ é a quantidade de vértices brancos, $|P|$ a quantidade de pretos e c uma constante que pode receber valor 5 ou 10, como sugerido em Maciel et al. [2005]. O comprimento máximo de uma cadeia é calculado por $L = z.\gamma/|P|$ onde z é o custo da solução encontrada a partir da execução do algoritmo GENIUS considerando $Q = L = \infty$ e γ assumindo valores no intervalo $[1,75; 4]$ conforme o trabalho de Maciel et al. [2005]. A Tabela 3.3 mostra alguns dos fatores descritos e as características das instâncias obtidas.

Na primeira coluna da Tabela 3.3 tem-se a identificação das instâncias. As demais colunas apresentam, nesta ordem, as seguintes informações: a quantidade de vértices, a quantidade de vértices pretos, a quantidade de vértices brancos, o valor de γ , z , Q e L respectivamente. Observe que γ e z são valores que contribuíram para a definição de uma característica da instância. Ao todo foram geradas 30 instâncias contendo a maior destas 262 vértices e a menor 51 vértices.

3.4.4 Heurísticas Construtivas

Para que as heurísticas construtivas pudessem ser comparadas, cada uma delas passou por um experimento computacional para a calibração do parâmetro α , grau de aleatoriedade utilizado pelo algoritmo IEP e IEB. Por meio de análises estatísticas, foi possível verificar o melhor valor para α . A descrição dos experimentos de calibração encontra-se no Apêndice A, onde foi estabelecido $\alpha = 0,2$ para o algoritmo C_LKH_IEB e $\alpha = 0$ para os demais algoritmos construtivos, lembrando que, como os algoritmos não são determinísticos, mesmo para $\alpha = 0$, eles foram executados mais de uma vez devido à sua inicialização randômica.

Depois do ajuste, um novo ciclo de testes computacionais foi realizado. Cada algoritmo construtivo foi executado 30 vezes para cada uma das instâncias. Para compreender os resultados obtidos, a Tabela 3.4 contém a descrição dos identificadores utilizados nos quadros de resultados.

Os resultados parciais dos testes computacionais foram divididas em dois grupos, de acordo com a estratégia de construção utilizada devido à limitação de espaço para demonstrar todos os resultados lado a lado. Mas a comparação realizada envolveu todos os algoritmos construtivos. A Tabela 3.5 e Tabela 3.6 apresentam os resultados obtidos pelos algoritmos que adotaram a estratégia de construção B+P e a construção P+B, respectivamente.

Tabela 3.3. Características das instâncias.

id	n	$ P $	$ B $	γ	z	Q	L
1	51	10	41	2,00	574	9	114
2	51	10	41	3,50	574	14	200
3	51	10	41	1,75	574	9	100
4	51	15	36	4,00	574	12	153
5	51	15	36	3,00	574	7	114
6	76	15	61	2,00	977	9	130
7	76	15	61	3,50	977	14	227
8	76	15	61	1,75	977	9	113
9	76	22	54	4,00	977	12	177
10	76	22	54	3,00	977	7	133
11	100	20	80	2,00	51680	14	5168
12	100	20	80	3,50	51680	9	9044
13	100	20	80	1,75	51680	14	4522
14	100	30	70	4,00	51680	12	6890
15	100	30	70	3,00	51680	7	5168
16	200	40	160	2,00	29584	9	1479
17	200	40	160	3,50	29584	14	2588
18	200	40	160	1,75	29584	14	1294
19	200	60	140	4,00	29584	7	1972
20	200	60	140	3,00	29584	12	1479
21	200	40	160	2,00	29504	14	1475
22	200	40	160	3,50	29504	9	2581
23	200	40	160	1,75	29504	14	1290
24	200	60	140	4,00	29504	7	1966
25	200	60	140	3,00	29504	12	1475
26	262	52	210	2,00	3629	14	139
27	262	52	210	3,50	3629	9	244
28	262	52	210	1,75	3629	14	122
29	262	78	184	4,00	3629	7	186
30	262	78	184	3,00	3629	12	139

Considerando a estratégia B+P, as análises comparativas são inicialmente realizadas entre os algoritmos C_GENI_US_IEP, C_GENI_2opt_IEP e C_GENI_IEP. Por meio da última linha da Tabela 3.5 é possível observar que o primeiro algoritmo obteve RPD menor, mas deve-se levar em consideração que os três construtivos obtiveram este resultado em uma mesma grandeza. Além disso, o tempo gasto pelo primeiro procedimento foi de quase 13 vezes mais do que os outros dois algoritmos. Diante disso, conclui-se que o refinamento intermediário BL_US requer um alto custo computacional para pouca melhora. O método 2-opt não colaborou com os resultados quando combinado com essas heurísticas. Entre-

Tabela 3.4. Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas resumidas de resultados relacionadas aos construtivos.

Identificador	Descrição
id	Identificação da instância.
n	Tamanho da instância.
suc	Número de sucesso na busca por soluções viáveis em 30 execuções.
viab	Número de vezes que o viabilizador foi solicitado em 30 execuções.
t	Tempo médio em segundos(s) de 30 execuções.
RPD	Diferença percentual(%) entre a solução média obtida e a melhor solução encontrada pelo algoritmo construtivo da literatura.
Média	Média dos resultados.

tanto, o mesmo foi utilizado pelos outros construtivos diante do seu baixo custo computacional.

Avaliando a média dos resultados dos algoritmos C_LKH_2opt_IEP e C_LKH_IEP, é possível notar a ineficiência do método de refinamento 2-opt combinado com esta heurística. Em média, o C_LKH_IEP apresenta-se com RPD menor, apesar de próximo ao do C_LKH_2opt_IEP. Quanto ao tempo, ambas abordagens apresentam processamento rápido por consumirem apenas 0,01 segundos. Comparando a abordagem C_LKH_IEP com as três primeiras da Tabela 3.5, é verificado que o algoritmo proposto se sobressaiu em relação ao da literatura [Maciel et al., 2005]. Analisando os dois melhores algoritmos, em média, a qualidade das soluções melhoraram de 13,01% para 11,51% distantes da melhor solução dada como referência em um tempo de processamento quase 280 vezes mais rápido.

No contexto da estratégia de construção P+B, as análises são realizadas em cima dos resultados apresentados na Tabela 3.6. Observando a última linha da tabela, os algoritmos C_GENI_2opt_IEB e C_GENI_IEB apresentam resultados equivalentes tanto em relação à qualidade das soluções quanto para o tempo computacional. No mesmo segmento, os algoritmos C_LKH_2opt_IEB e C_LKH_IEB também apresentam soluções com qualidade bem próximas com tempo computacional semelhante para ambos. Dessa forma, certifica-se, mais uma vez, o insucesso do método 2-opt aplicado nestas circunstâncias. Em outro ângulo, comparando as abordagens puras, C_GENI_IEB e C_LKH_IEB, é possível observar que os resultados também são parecidos, apresentando, em média, RPD de -18,64% e -18,53% e tempo de processamento de 0,24 e 0,21 segundos, respectivamente.

Tabela 3.5. Resultados parciais - Heurísticas construtivas B+P

id	n	B + P																			
		C_GENI_US_IEP				C_GENI_2opt_IEP				C_GENI_IEP				C_LKH_2opt_IEP				C_LKH_IEP			
		suc	viab	t	RPD	suc	viab	t	RPD	suc	viab	t	RPD	suc	viab	t	RPD	suc	viab	t	RPD
1	51	25	13	0,09	19,13	24	14	0,02	16,38	28	12	0,02	18,05	28	8	0,00	11,56	25	9	0,00	10,04
2	51	30	0	0,09	6,43	30	0	0,02	7,50	30	0	0,02	6,66	30	0	0,00	7,73	30	0	0,00	7,56
3	51	27	22	0,09	24,73	20	24	0,02	21,96	17	24	0,02	21,99	21	24	0,00	16,31	19	24	0,00	16,67
4	51	30	0	0,07	9,56	30	0	0,01	9,05	30	0	0,01	10,41	30	0	0,00	7,24	30	0	0,00	8,70
5	51	30	0	0,06	11,07	30	0	0,01	11,10	30	0	0,01	10,22	30	1	0,00	11,56	30	1	0,00	12,86
6	76	21	17	0,26	14,76	18	14	0,04	13,09	15	18	0,04	14,95	23	18	0,00	19,85	18	20	0,00	16,62
7	76	29	3	0,29	8,95	30	0	0,04	8,42	29	1	0,04	9,09	30	3	0,00	5,19	28	4	0,00	5,55
8	76	16	20	0,28	15,48	21	16	0,04	12,34	18	19	0,04	15,83	18	15	0,00	6,52	16	17	0,00	4,77
9	76	30	0	0,18	11,05	30	0	0,03	8,93	30	0	0,03	11,29	30	0	0,00	6,24	30	0	0,00	6,01
10	76	29	4	0,19	11,01	30	1	0,03	10,21	29	1	0,03	10,69	30	0	0,00	10,01	30	0	0,00	11,38
11	100	28	2	0,45	13,92	30	1	0,07	14,87	30	1	0,07	12,91	30	0	0,00	14,82	30	0	0,00	11,76
12	100	16	16	0,48	18,40	14	19	0,07	18,89	12	20	0,07	18,19	11	23	0,00	22,07	9	23	0,00	21,87
13	100	29	1	0,48	14,70	29	2	0,07	16,30	30	1	0,07	13,45	30	0	0,00	13,39	30	0	0,00	14,87
14	100	21	18	0,33	10,63	24	10	0,06	7,37	28	6	0,06	6,78	19	18	0,00	11,11	17	18	0,00	8,74
15	100	15	19	0,35	11,66	25	8	0,06	12,76	27	8	0,06	14,12	16	20	0,00	19,89	17	20	0,00	13,69
16	200	15	15	4,26	5,99	17	13	0,32	7,03	14	16	0,33	11,91	26	4	0,00	6,43	28	3	0,00	5,82
17	200	29	2	4,60	11,73	30	2	0,33	13,46	30	1	0,33	11,52	30	0	0,01	11,24	30	1	0,01	11,91
18	200	30	0	3,68	10,86	29	2	0,33	13,23	29	2	0,33	11,61	30	1	0,00	11,07	29	1	0,00	10,27
19	200	26	4	3,31	15,40	27	3	0,26	12,93	27	3	0,27	14,48	29	1	0,01	11,64	30	0	0,01	11,94
20	200	30	0	3,77	13,59	30	0	0,27	17,43	30	0	0,27	14,62	30	0	0,02	14,56	30	0	0,02	15,03
21	200	28	2	4,01	13,30	27	3	0,33	15,02	30	0	0,33	15,66	30	0	0,01	13,47	30	0	0,00	13,76
22	200	20	11	4,16	10,26	17	16	0,33	8,56	19	16	0,33	9,42	25	10	0,00	9,17	26	6	0,00	7,06
23	200	28	2	5,01	8,69	28	2	0,33	10,47	30	0	0,33	9,52	30	0	0,00	9,77	30	0	0,00	10,97
24	200	28	4	3,36	9,53	28	3	0,27	11,88	25	6	0,27	12,97	28	2	0,01	9,72	28	2	0,01	9,62
25	200	30	0	3,05	20,22	30	0	0,27	20,49	30	0	0,27	21,43	30	0	0,02	18,55	30	0	0,01	18,16
26	262	30	0	9,91	9,68	30	0	0,62	13,47	28	2	0,61	11,87	30	0	0,02	12,79	30	0	0,01	12,46
27	262	15	16	8,83	10,14	15	23	0,62	22,12	16	18	0,62	16,83	9	25	0,02	10,48	10	24	0,02	11,37
28	262	30	0	8,93	12,64	28	3	0,62	10,75	27	3	0,61	10,95	29	1	0,02	11,25	29	1	0,01	10,43
29	262	17	14	7,06	16,70	22	9	0,49	16,88	19	11	0,48	15,41	20	11	0,03	13,88	24	7	0,03	12,68
30	262	30	0	5,74	20,17	30	0	0,49	20,26	30	0	0,49	20,21	28	3	0,03	13,90	29	2	0,03	14,06
Média		25,40	6,83	2,78	13,01	25,77	6,27	0,22	13,44	25,57	6,30	0,22	13,43	26,00	6,27	0,01	12,05	25,73	6,10	0,01	11,55

Tabela 3.6. Resultados parciais - Heurísticas construtivas P+B

id	n	P + B															
		C_GENI_2opt_IEB				C_GENI_IEB				C_LKH_2opt_IEB				C_LKH_IEB			
		suc	viab	t	RPD	suc	viab	t	RPD	suc	viab	t	RPD	suc	viab	t	RPD
1	51	30	0	0,00	10,08	30	0	0,00	10,08	30	0	0,00	10,08	30	0	0,00	10,08
2	51	30	0	0,00	-2,12	30	0	0,00	-2,12	30	0	0,00	-2,12	30	0	0,00	-2,12
3	51	0	30	0,00	-	0	30	0,00	-	0	30	0,00	-	0	30	0,00	-
4	51	30	0	0,00	-14,60	30	0	0,00	-14,60	30	0	0,00	-14,60	30	0	0,00	-14,60
5	51	30	0	0,00	-9,47	30	0	0,00	-9,47	30	0	0,00	-9,47	30	0	0,00	-9,47
6	76	30	0	0,01	-9,98	30	0	0,01	-10,18	30	0	0,01	-9,80	30	0	0,01	-7,76
7	76	30	0	0,01	-10,38	30	0	0,01	-10,42	30	0	0,01	-10,32	30	0	0,01	-9,47
8	76	30	0	0,01	-13,14	30	0	0,01	-13,16	30	0	0,01	-12,89	30	0	0,01	-11,17
9	76	30	0	0,01	-18,83	30	0	0,01	-18,77	30	0	0,00	-19,13	30	0	0,01	-19,13
10	76	30	0	0,01	-15,57	30	0	0,01	-15,59	30	0	0,00	-15,86	30	0	0,00	-15,86
11	100	30	0	0,04	-17,97	30	0	0,04	-18,07	30	0	0,03	-16,05	30	0	0,03	-16,05
12	100	30	0	0,04	-10,64	30	0	0,04	-10,16	30	0	0,03	-6,60	30	0	0,03	-6,60
13	100	30	0	0,04	-16,23	30	0	0,04	-17,35	30	0	0,03	-13,68	30	0	0,03	-13,68
14	100	30	0	0,04	-26,69	30	0	0,04	-26,82	30	0	0,02	-26,05	30	0	0,02	-26,05
15	100	30	0	0,04	-22,70	30	0	0,04	-22,38	30	0	0,02	-21,67	30	0	0,02	-21,67
16	200	30	0	0,32	-19,32	30	0	0,31	-19,56	30	0	0,29	-19,39	30	0	0,30	-19,39
17	200	30	0	0,32	-20,65	30	0	0,32	-20,66	30	0	0,30	-21,06	30	0	0,29	-21,06
18	200	30	0	0,32	-21,11	30	0	0,32	-20,90	30	0	0,29	-21,31	30	0	0,30	-21,31
19	200	30	0	0,32	-26,55	30	0	0,32	-26,39	30	0	0,26	-27,01	30	0	0,26	-27,01
20	200	30	0	0,32	-31,38	30	0	0,32	-31,23	30	0	0,26	-32,82	30	0	0,26	-32,70
21	200	30	0	0,33	-19,12	30	0	0,32	-18,82	30	0	0,30	-19,57	30	0	0,30	-19,57
22	200	30	0	0,32	-20,08	30	0	0,32	-20,23	30	0	0,30	-20,37	30	0	0,30	-20,37
23	200	30	0	0,33	-20,06	30	0	0,32	-20,19	30	0	0,31	-20,99	30	0	0,30	-20,99
24	200	30	0	0,31	-28,32	30	0	0,32	-27,91	30	0	0,26	-28,41	30	0	0,25	-28,46
25	200	30	0	0,32	-29,42	30	0	0,32	-29,31	30	0	0,26	-30,36	30	0	0,26	-30,36
26	262	30	0	0,78	-23,37	30	0	0,79	-23,57	30	0	0,72	-23,31	30	0	0,72	-23,25
27	262	30	0	0,79	-23,21	30	0	0,78	-23,01	30	0	0,71	-23,54	30	0	0,71	-23,08
28	262	30	0	0,77	-24,52	30	0	0,78	-24,28	30	0	0,72	-24,43	30	0	0,71	-24,34
29	262	30	0	0,74	-28,32	30	0	0,73	-28,09	30	0	0,63	-29,11	30	0	0,63	-28,62
30	262	30	0	0,74	-27,04	30	0	0,74	-27,21	30	0	0,64	-27,42	30	0	0,64	-27,38
Média		29,00	1,00	0,24	-18,64	29,00	1,00	0,24	-18,63	29,00	1,00	0,21	-18,53	29,00	1,00	0,21	-18,33

Comparando os dois grupos de algoritmos, em média, os construtivos B+P apresentam soluções com qualidade medidas em 12,70%, enquanto que para os construtivos P+B este valor foi de -18,53%, significando que as soluções encontradas por essa última estratégia são, em geral, melhores do que as tomadas como referência. Quanto ao tempo médio de processamento, a primeira estratégia gastou 0,64 segundos e a proposta 0,23 segundos. Portanto, a proposta consumiu, em média, menos da metade do tempo da estratégia da literatura. Diante deste cenário, fica perceptível que os construtivos baseados na estratégia P+B tiveram um bom desempenho em relação aos fatores analisados.

Além disso, em relação ao sucesso na construção de soluções viáveis e no número de vezes que a heurística de viabilização foi requisitada, conforme as Tabelas 3.5 e 3.6, a estratégia proposta também se destaca. A média da quantidade de soluções viáveis obtidas pelos algoritmos baseados na estratégia B+P foi de 25,69, enquanto que este número para os algoritmos P+B foi de 29 de um total de 30 execuções. A viabilização foi utilizada em torno de 6,36 vezes pelos primeiro grupo de algoritmos, enquanto que para os algoritmos baseados na estratégia P+B este valor foi reduzido para 1 vez.

Diante dos diversos números observados, pode-se concluir que a inversão da ordem de construção classificada por construção P+B foi mais eficiente. Em geral, os algoritmos da Tabela 3.6 demonstraram um comportamento similar, mas por conta da neutralidade do refinamento 2-opt e pelo tempo computacional, a heurística construtiva C_LKH_IEB foi utilizada pelas abordagens heurísticas propostas nesta dissertação.

As tabelas completas referentes aos resultados desse experimento computacional encontram-se no Apêndice B.

Para validar os resultados obtidos pelas duas estratégias de construção e verificar se as diferenças são estatisticamente significativas, as pressuposições da ANOVA foram verificadas inicialmente para que a Análise de Variância (ANOVA) paramétrica pudesse ser aplicada no experimento. Estes detalhes encontram-se no Apêndice A.1.10, onde é visto que as mesmas foram violadas. Um método alternativo, chamado por teste de Kruskal-Wallis foi aplicado. Dessa forma, o mesmo foi utilizado como mostrado na Tabela 3.7. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05. Portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os algoritmos, no nível de confiança considerado de 95%.

Para identificar onde estão os contrastes entre os algoritmos (tratamentos) foi realizado um teste de Comparações Múltiplas. A Figura 3.13 mostra o gráfico de médias resultante do teste de Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD

Tabela 3.7. *Kruskal-Wallis*. Experimento de comparação dos algoritmos construtivos. *Test statistic* = 218,429. *P-Value* = 0,0.

<i>algorithm</i>	<i>identifier</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
C_GENI_US_IEP	A	30	209,783
C_GENI_2opt_IEP	B	30	211,517
C_GENI_IEP	C	30	209,883
C_LKH_2opt_IEP	D	30	176,733
C_LKH_IEP	E	30	169,583
C_GENI_2opt_IEB	F	30	42,2
C_GENI_IEB	G	30	42,2167
C_LKH_2opt_IEB	H	30	58,1333
C_LKH_IEB	I	30	99,45

com nível de confiança de 95% para os tratamentos testados. Por questão de espaço, os algoritmos seguem a identificação apresentada na segunda coluna da Tabela 3.7. Na figura 3.13 é possível ver que existe diferença significativa entre os algoritmos, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, muito embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. Por meio desta representação gráfica é possível perceber a grande diferença entre as estratégias de construção com relação à qualidade das soluções, onde os algoritmos construtivos baseados na estratégia proposta P+B obteve destaque.

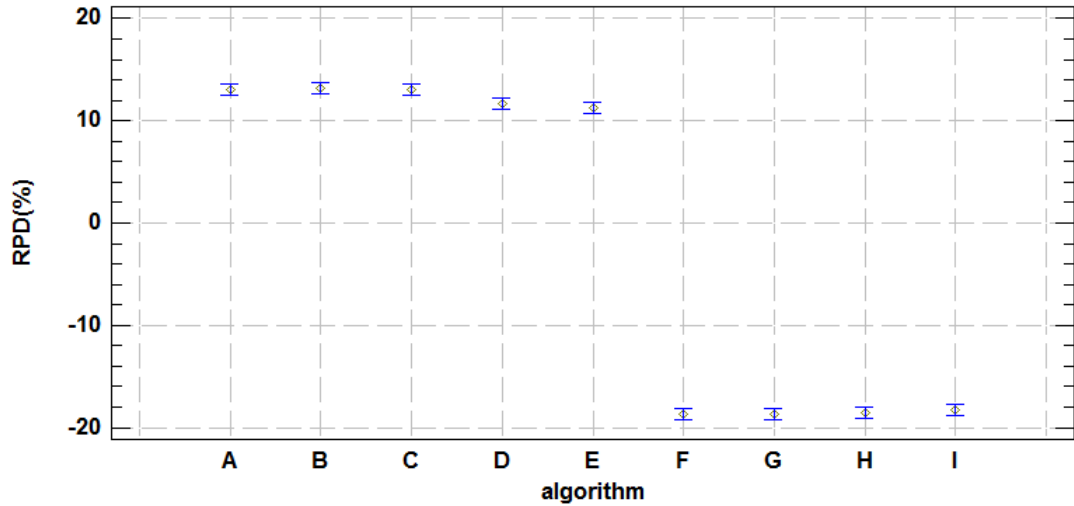


Figura 3.13. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para os nove algoritmos construtivos.

3.4.5 Heurísticas de Refinamento

O experimento ocorreu em duas etapas, sendo que para ambas a solução de partida foi gerada pela heurística construtiva C_LKH_IEB. Na primeira delas, as abordagens foram executadas até atingir a sua conclusão regular, mas diante dos contrastes dos resultados obtidos, não foi possível identificar a melhor abordagem VND considerando a qualidade das soluções e o tempo de processamento. Dessa forma, para a segunda etapa foi determinado um tempo limite de processamento para os algoritmos baseado no tempo médio de execução da primeira. Os detalhes desse experimento encontram-se no Apêndice C. Nessa seção, a Tabela 3.8 apresenta os resultados parciais da segunda etapa de testes, onde é possível definir a melhor abordagem VND.

Dado um tempo máximo de execução para as heurísticas, o tempo Médio visto na última linha da Tabela 3.8, foi de 5,49 segundos. Quanto à qualidade das soluções, a Média do RPD classifica as abordagens da melhor para a pior, nesta ordem: VND2 (2,01%), VND5 (2,61%), VNDLit (3,29%), VND1 (3,41%), VNDLit* (4,03%), VND6 (4,04%) e VND3 (4,05%).

Diante desses resultados, é possível verificar que a abordagem de refinamento VND2 se sobressaiu entre as demais. Portanto, a mesma foi utilizada pelas abordagens heurísticas propostas neste trabalho.

Tabela 3.8. Resultados parciais - Heurísticas de refinamento VND

id	n	VNDLit		VNDLit*		VND1		VND2		VND3		VND4		VND5		VND6	
		t	RPD	t	RPD	t	RPD	t	RPD	t	RPD	t	RPD	t	RPD	t	RPD
1	51	0,16	4,61	0,21	3,58	0,15	5,45	0,17	3,30	0,21	3,82	0,19	4,57	0,19	3,26	0,21	3,94
2	51	0,18	1,76	0,21	4,00	0,17	2,02	0,17	1,87	0,21	3,90	0,20	3,20	0,19	2,71	0,21	3,58
3	51	0,17	6,03	0,21	3,36	0,17	5,80	0,17	1,90	0,21	3,00	0,19	4,93	0,20	2,60	0,21	3,06
4	51	0,18	1,21	0,21	5,43	0,18	1,10	0,19	1,32	0,21	5,19	0,19	2,56	0,20	2,62	0,21	5,47
5	51	0,18	1,23	0,21	5,32	0,18	1,15	0,18	1,26	0,21	5,19	0,20	2,41	0,20	2,72	0,21	5,52
6	76	0,41	3,28	0,55	3,46	0,43	2,57	0,40	2,12	0,55	3,39	0,44	3,51	0,44	2,45	0,55	3,29
7	76	0,48	1,93	0,55	3,49	0,47	1,99	0,44	1,85	0,55	3,62	0,44	2,71	0,45	2,60	0,54	3,59
8	76	0,34	5,17	0,55	3,40	0,30	6,00	0,40	2,37	0,55	3,32	0,44	3,53	0,44	2,21	0,55	3,42
9	76	0,42	1,05	0,55	2,78	0,43	0,99	0,46	0,77	0,55	2,64	0,43	2,00	0,43	1,46	0,55	2,73
10	76	0,44	0,77	0,55	2,45	0,45	0,89	0,43	0,88	0,55	2,39	0,43	2,07	0,44	1,48	0,55	2,59
11	100	1,00	2,90	1,30	3,02	1,03	3,27	1,06	1,92	1,29	3,06	1,27	2,27	1,19	2,02	1,29	3,05
12	100	0,66	15,06	1,30	4,79	0,96	10,04	1,08	4,44	1,30	5,26	1,27	10,01	1,21	5,08	1,29	5,20
13	100	1,01	2,51	1,30	2,16	1,03	2,35	1,07	1,08	1,30	2,27	1,27	1,22	1,20	1,30	1,29	2,34
14	100	1,09	2,44	1,30	1,97	0,99	3,16	0,96	1,26	1,30	1,96	1,24	2,96	1,26	1,37	1,30	1,76
15	100	0,98	3,43	1,30	2,13	0,92	3,47	1,04	0,74	1,30	2,22	1,23	2,62	1,27	1,69	1,30	1,86
16	200	7,48	5,10	9,64	5,71	7,05	5,87	7,83	3,18	9,60	5,89	9,43	5,67	9,50	3,24	9,62	5,74
17	200	8,63	1,93	9,60	4,90	8,44	1,39	7,30	1,61	9,60	4,60	9,49	3,38	9,34	2,22	9,59	4,93
18	200	8,40	2,15	9,62	5,37	8,80	1,89	7,35	2,05	9,58	5,14	9,38	3,46	9,37	2,85	9,59	5,30
19	200	8,39	1,85	9,61	4,50	7,49	3,21	7,77	1,72	9,62	4,70	9,49	3,80	9,46	2,45	9,62	4,50
20	200	7,97	1,21	9,67	4,10	7,60	1,43	7,88	1,28	9,61	4,06	9,47	2,57	9,39	2,08	9,61	4,11
21	200	8,48	1,81	9,64	4,79	8,01	2,11	7,21	1,54	9,59	4,45	9,33	3,11	9,35	2,16	9,60	4,54
22	200	6,19	8,16	9,63	5,45	6,38	7,51	7,68	3,33	9,53	5,69	9,39	6,11	9,29	4,05	9,54	5,72
23	200	7,85	2,46	9,66	4,79	7,79	2,43	7,41	2,05	9,57	4,78	9,28	3,13	9,32	2,34	9,56	4,79
24	200	7,78	3,03	9,57	4,88	7,37	4,11	7,53	2,45	9,58	4,80	9,26	4,29	9,31	2,70	9,62	4,73
25	200	8,04	1,73	9,66	4,01	7,92	1,78	7,30	1,61	9,58	4,12	8,98	2,71	9,13	2,26	9,61	3,97
26	262	13,51	2,54	14,76	4,26	12,44	2,76	12,24	2,18	14,70	4,38	13,88	4,60	13,58	3,49	14,74	4,38
27	262	10,57	5,73	14,58	4,22	7,77	7,97	11,25	3,46	14,65	4,53	13,85	6,28	13,51	3,77	14,73	4,62
28	262	13,59	2,12	14,60	3,97	11,98	2,98	12,51	1,97	14,70	4,13	13,88	3,91	13,91	3,00	14,64	4,10
29	262	12,58	3,73	14,60	4,87	11,01	4,90	11,70	3,16	14,89	4,93	13,78	5,72	13,87	3,70	14,86	4,81
30	262	12,96	1,72	14,83	3,79	12,40	1,68	12,05	1,66	14,84	3,94	13,83	3,37	13,87	2,37	14,85	3,66
Média		5,00	3,29	6,00	4,03	4,68	3,41	4,77	2,01	6,00	4,05	5,74	3,76	5,72	2,61	6,00	4,04

Capítulo 4

METAHEURÍSTICAS APLICADAS AO PCV-PB

Metaheurísticas são estratégias inteligentes para escapar de mínimos locais em espaços de busca de soluções [Gendreau & Potvin, 2010]. Esse tipo de procedimento visa produzir um resultado satisfatório para um problema complexo, porém sem qualquer garantia de otimalidade. A natureza das metaheurísticas é guiar métodos básicos para tratar problemas de otimização.

Neste capítulo são descritas estratégias baseadas em três metaheurísticas, Greedy Randomized Adaptive Search Procedure, Iterated Local Search e Simulated Annealing, para tratar o Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco.

4.1 *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (GRASP)*

A metaheurística Greedy Randomized Adaptive Search Procedure foi introduzida por Feo & Resende [1995] e consiste em um procedimento iterativo composto por duas fases: construção e busca local. O Algoritmo 10 representa o procedimento GRASP. A primeira fase é responsável por construir uma solução viável por meio de um algoritmo guloso, adaptativo e randomizado (linha 5). Em seguida, a viabilidade da solução gerada é explorada na fase de busca local (linha 6) até que um ótimo local seja encontrado. O passo seguinte é verificar se a solução encontrada é melhor do que a melhor conhecida. O procedimento descrito (linhas de 4 a 11) é repetido um dado número de iterações predefinido. O resultado final é a melhor solução encontrada nas iterações do GRASP. Observe que os parâmetros de entrada

do Algoritmo 10 consiste em α , grau de aleatoriedade do algoritmo construtivo, e $nIteracoes$ como o número máximo de iterações do GRASP.

Algoritmo 10: GRASP($\alpha, nIteracoes$)

```

1 início
2    $custo(s^*) \leftarrow \infty$ ;
3    $i \leftarrow 1$ ;
4   enquanto ( $i \leq nIteracoes$ ) faça
5      $s \leftarrow construtivo(\alpha)$ ;
6      $s' \leftarrow buscaLocal(s)$ ;
7     se ( $custo(s') < custo(s^*)$ ) então
8        $s^* \leftarrow s'$ ;
9     fim
10     $i = i + 1$ ;
11  fim
12  retorna  $s^*$ ;
13 fim
```

Em cada passo da fase de construção, um elemento é inserido na solução parcial até que a mesma se torne completa. Essa rotina envolve a criação de uma lista de candidatos, cujos elementos são avaliados conforme uma função gulosa onde os melhores candidatos passam a pertencer à lista restrita de candidatos (LRC). Logo, o elemento a ser incluído na solução é escolhido aleatoriamente entre os que compõem a LRC [Talbi, 2009].

A característica randômica do GRASP permite que soluções diferentes sejam construídas ao longo das iterações executadas. Além disso, toda vez que um vértice é inserido na solução, o valor da função de avaliação é recalculado e a LRC é atualizada. Esse último segmento está associado à característica adaptativa do GRASP.

O procedimento de busca local é baseado em uma estrutura de vizinhança com o intuito de encontrar soluções melhores do que a solução construída inicialmente.

Neste trabalho a metaheurística VND é utilizada como módulo de busca local. Quatro abordagens da metaheurística GRASP foram implementadas combinando diferentes estratégias de construção e busca local VND. Na Tabela 4.1 são apresentadas as diferentes abordagens baseadas na nesta metaheurística. Os detalhes das abordagens GRASP são apresentadas nas próximas seções.

Tabela 4.1. Abordagens Heurísticas baseadas na metaheurística GRASP.

Heurística	Construtivo	Busca Local
GRASP_VND_Lit	C_GENI_US_IEP	VNDLit
GRASP_VND_Lit*	C_GENI_US_IEP	VNDLit*
GRASP_VND_Prop1	C_LKH_IEB	VND2
GRASP_VND_Prop2	C_LKH_IEB e C_GENI_IEB	VND2

4.1.1 GRASP_VND_Lit

Entre as abordagens heurísticas presentes na literatura para tratar o PCV-PB, o procedimento GRASP combinado com o algoritmo VND proposto por Maciel et al. [2005] se destacou pela qualidade das soluções. Essa dissertação apresenta a reprodução dessa abordagem, denominada aqui por GRASP_VND_Lit com a finalidade de compará-la às abordagens heurísticas propostas.

Considerando o Algoritmo 10, o GRASP_VND_Lit utilizou o construtivo C_GENI_US_IEP (linha 5) e o refinamento VND (linha 6). Lembrando que os métodos que compõe a heurística VND da literatura são: Viz_Realoca, BL_US, Viz_Troca, Viz_2opt e BL_2opt.

4.1.2 GRASP_VND_Lit*

A partir dos resultados oriundos da heurística anterior, foi observado um alto custo computacional em relação ao tempo médio de processamento. Analisando os métodos do algoritmo GRASP_VND_Lit, foi verificado que a busca local BL_US foi a responsável por esse resultado [Cazetta & Gonçalves, 2014]. Dessa forma, uma proposta desta dissertação foi remover essa vizinhança do VND. Para essa abordagem heurística deu-se o nome GRASP_VND_Lit*.

4.1.3 GRASP_VND_Prop1

Também baseada no Algoritmo 10, esta variação do GRASP tem como proposta a utilização do construtivo C_LKH_IEB (linha 5) e da heurística VND2 (linha 6), como método de busca local. Ambas técnicas se destacaram nos testes iniciais desta dissertação, como apresentadas na Seção 3.4 do Capítulo 3.

4.1.4 GRASP_VND_Prop2

Esta proposta GRASP é baseada na heurística anterior. A abordagem GRASP_VND_Prop2 apresenta como diferencial da GRASP_VND_Prop1 a uti-

lização de dois métodos construtivos que mostraram desempenho próximos. São eles: C_LKH_IEB e C_GENI_IEB. Assim, o método de construção utilizado pelo GRASP é sistematicamente trocado em cada iteração, visando uma maior diversidade na solução de partida.

4.2 *Iterated Local Search (ILS)*

A metaheurística Iterated Local Search é constituída basicamente por um procedimento iterativo de busca local. Este método é composto por quatro etapas classificadas, a saber: (a) Construção da solução inicial, (b) Busca Local, (c) Procedimento de Perturbação, e (d) Critério de Aceitação [Lourenço et al., 2010].

De acordo com Talbi [2009], a partir de uma solução inicial, um procedimento de busca local é aplicado na solução com o objetivo de refiná-la. Feito isso, a cada iteração do algoritmo ILS perturba-se a solução atual e aplica-se a busca local na solução alterada. A solução encontrada é submetida a um critério de aceitação. Caso a solução seja aceita, esta se torna a solução de partida para a próxima iteração. Caso contrário, utiliza-se a melhor solução obtida até o momento. Este procedimento é finalizado quando o número máximo de iterações for alcançado.

Diferentemente da metaheurística GRASP, a ILS utiliza o algoritmo construtivo apenas uma vez, já que o procedimento de perturbação da solução permite explorar outras regiões do espaço de busca.

Esta dissertação apresenta duas abordagens baseadas na metaheurística ILS para tratar o PCV-PB: ILS_VND_Prop1 e ILS_VND_Prop2.

Como mencionado anteriormente, a ILS possui um procedimento de perturbação da solução. Para ambas abordagens ILS, a perturbação é baseada no movimento 3-Optimal ou por 3-Opt [Lin, 1965]. Nesta perturbação, três arestas não consecutivas são selecionadas aleatoriamente e removidas da solução atual. Em seguida, verifica-se o custo da reconexão dos fragmentos de todas as maneiras possíveis. A solução é reconstruída conforme a ligação mais barata entre os vértices envolvidos. A Figura 4.1 apresenta um exemplo da aplicação do método 3-Opt em uma dada solução. Considerando a primeira rota da sequência apresentada na Figura 4.1, com a remoção das três arestas (v_i, v_{i+1}) , (v_j, v_{j+1}) e (v_k, v_{k+1}) , quatro configurações de movimento para reconexão são testadas. O melhor movimento, ou seja, aquele que gera uma solução de menor custo será efetuado. Observando que o movimento deve gerar uma solução viável. Caso isso não aconteça, aplica-se o algoritmo de viabilização. Se isso ainda não for suficiente, a rota será mantida na forma original.

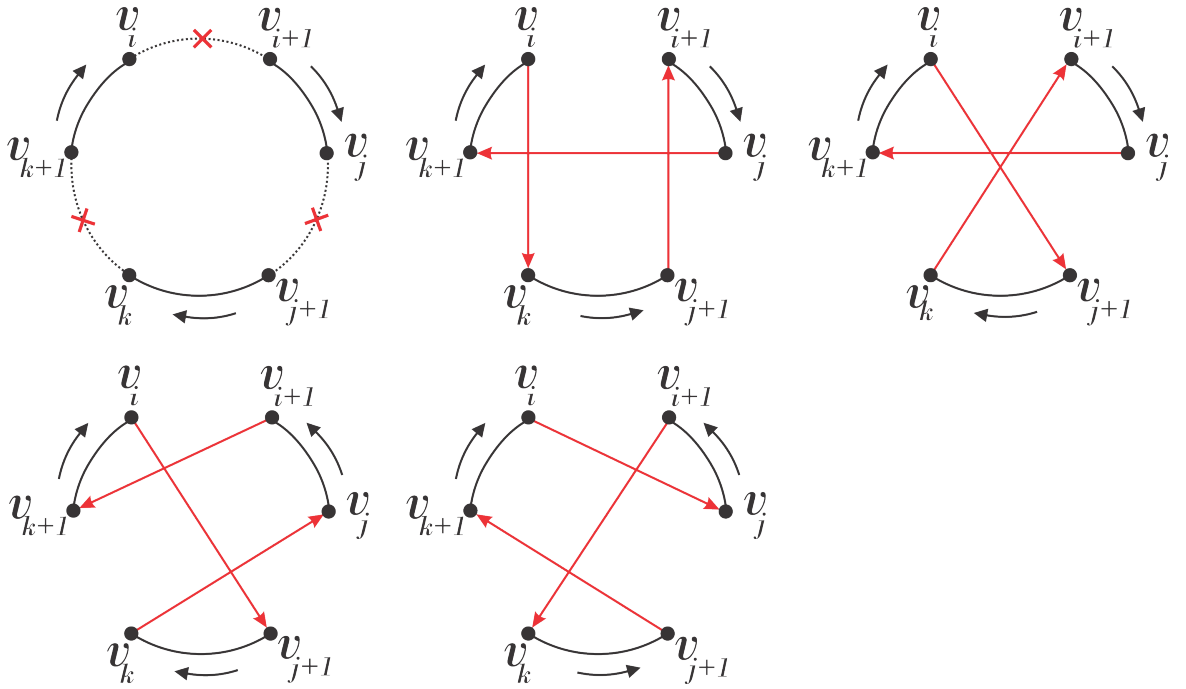


Figura 4.1. Exemplo do movimento 3-Opt sobre uma rota.

Conhecido o procedimento de perturbação, a estrutura dos procedimentos propostos é apresentada pelo Algoritmo 11, cujos parâmetros de entrada são: número máximo de tentativas de construção da solução inicial viável ($nTentativas$), número máximo de iterações sem melhora ($itSM$) como critério de parada do ILS e o valor que define o grau de aleatoriedade da estratégia de construção (α).

O primeiro passo do algoritmo envolve a obtenção de uma solução (linha 2). Como já mencionado, não é possível garantir a viabilidade da solução gerada. Por isso, foi definido um número máximo de tentativas ($nTentativas$) para se obter uma solução viável (linhas de 3 a 7). Caso o algoritmo não consiga gerar uma solução viável, o mesmo é interrompido. Considerando que uma solução viável s foi gerada, nas linhas de 9-22 são executadas as demais etapas do ILS. Na linha 9, a heurística VND, estratégia que combina buscas locais, é executada.

Em cada iteração do ILS (linhas de 12 a 21), inicialmente é chamada a função *pertub_3_opt* (linha 13). Após o movimento de perturbação, o VND é chamado novamente (linha 14).

O critério de aceitação verifica o custo da solução. Como o PCV-PB é um problema de minimização, se a solução corrente s'' tiver custo menor do que o custo da melhor solução (linha 15), essa solução é aceita e armazenada em s^* . Caso haja atualização, o número de iterações sem melhora do ILS é reiniciado e, na próxima iteração, a perturbação é aplicada nessa nova solução. Caso contrário, o número de

Algoritmo 11: ILS($nTentativas, itSM, \alpha$)

```

1 início
2    $s_0 \leftarrow construtivo(\alpha)$ ;
3    $tentativa \leftarrow 1$ ;
4   enquanto ( $tentativa \leq nTentativas$  e  $viavel(s_0) = false$ ) faça
5      $s_0 \leftarrow construtivo(\alpha)$ ;
6      $tentativa \leftarrow tentativa + 1$ ;
7   fim
8   se ( $viavel(s_0) = true$ ) então
9      $s \leftarrow VND(s_0)$ ;
10     $s^* \leftarrow s$ ;
11     $iteracao \leftarrow 1$ ;
12    enquanto ( $iteracao \leq itSM$ ) faça
13       $s' \leftarrow pertub\_3\_opt(s^*)$ ;
14       $s'' \leftarrow VND(s')$ ;
15      se ( $custo(s'') < custo(s^*)$ ) então
16         $s^* \leftarrow s''$ ;
17         $iteracao \leftarrow 1$ ;
18      senão
19         $iteracao \leftarrow iteracao + 1$ ;
20    fim
21  fim
22  retorna  $s^*$ ;
23 senão
24   retorna  $-1$ ;
25 fim
26 fim

```

iterações é incrementado. O ILS termina quando o algoritmo realizar $itSM$ iterações sem atualizar a solução s^* .

4.2.1 ILS_VND_Prop1

Seguindo a estrutura do Algoritmo 11, a primeira abordagem ILS, chamada aqui por ILS_VND_Prop1, utiliza heurísticas de construção e refinamento baseadas na literatura [Maciel et al., 2005]. Dessa forma, o Algoritmo 11 faz uso do construtivo C_GENI_US_IEP (linhas 2 e 5) e do refinamento VNDLit* (linha 9 e 14). Observe que a estrutura de vizinhança US não está incluída nessa estratégia de refinamento (ver seção 3.4.5). O motivo está relacionado ao alto tempo de processamento da mesma, notado logo no início dos testes computacionais conforme podem ser vistos em Cazetta & Gonçalves [2014].

4.2.2 ILS_VND_Prop2

A segunda proposta envolvendo a heurística ILS, também segue a estrutura do Algoritmo 11. Porém, a mesma adota o construtivo C_LKH_IEB (linha 5) e a heurística VND2 (linha 6). Ambas técnicas se destacaram nos testes iniciais desta dissertação como apresentado na Seção 3.4 do Capítulo 3.

4.3 *Simulated Annealing (SA)*

A metaheurística Simulated Annealing foi proposta por Kirkpatrick et al. [1983] e trata-se de um procedimento de busca local probabilístico. Seu funcionamento é associado a uma operação chamada recozimento, relacionada à termodinâmica. Tal operação consiste em aquecer o sistema até atingir uma alta temperatura para então diminuí-la em etapas lentas até que o estado de equilíbrio seja alcançado.

Dada uma solução inicial e uma temperatura elevada, o SA consiste em várias iterações até atingir uma dada temperatura mínima. Em cada iteração, uma quantidade de soluções vizinhas é gerada a partir da solução corrente até que uma condição de equilíbrio seja atingida. O vizinho é avaliado, atribuindo a Δ a diferença do valor da função objetivo deste para a solução corrente. Se $\Delta \leq 0$, significa que a solução avaliada é melhor, assim a solução vizinha é aceita. Caso contrário, a solução é aceita com uma probabilidade envolvendo a temperatura corrente e a variação Δ . Nesse procedimento, dá-se, no início, um grau maior de liberdade para o SA e, à medida que a temperatura se aproxima de zero, o algoritmo se comporta como um método de descida, uma vez que diminui a probabilidade de se aceitar movimentos de piora [Talbi, 2009]. Esse é o procedimento básico da metaheurística SA.

Diferente da estratégia GRASP e ILS, a metaheurística SA aceita movimentos de piora. Essa estratégia permite a SA fugir de mínimos locais durante o processo de otimização.

Esta dissertação apresenta duas abordagens baseadas na metaheurística SA para tratar o PCV-PB: SA_VND_Prop1 e SA_VND_Prop2. Ambas abordagens são diferenciadas pelo método utilizado para calcular a temperatura inicial.

Tanto para o Algoritmo SA quanto para os procedimentos de ajuste da temperatura inicial, utiliza-se um método para gerar vizinhos de uma solução chamado *gerarVizinho_OrOpt*. Este método é baseado na estratégia conhecida por Or-Opt [Or, 1976] cuja concepção geral é remover k clientes consecutivos de uma rota e, em seguida, reinseri-los em outra posição dessa mesma rota. Para o PCV-PB adotou-se

$k = 2$ e, para exemplificar esta operação, um exemplo de movimento pode ser visto na Figura 4.2.

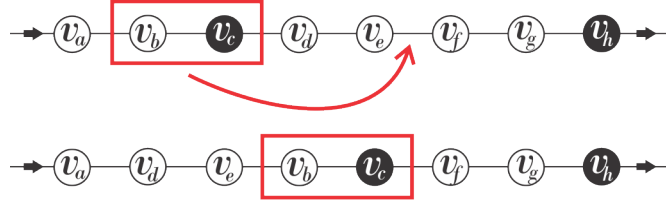


Figura 4.2. Exemplo do movimento Or-Opt sobre uma rota.

A partir dessas informações, segue a descrição do procedimento *gerarVizinho_OrOpt*: um vértice da rota é sorteado e, de acordo com o valor definido para k , o vértice em sequência a esse também é selecionado. Logo, uma nova posição da rota é sorteada para incluir o segmento de k vértices nessa nova posição. Posteriormente, a viabilidade da solução é analisada e, caso a mesma seja violada, aplica-se a heurística de viabilização. Contudo, é importante deixar claro que há possibilidade de não se obter um vizinho viável.

O procedimento SA pode ser visto no Algoritmo 12. Inicialmente, a temperatura inicial é ajustada pela função *ajusteTemperaturaInicial* (linha 2). Essa função retorna também a melhor solução encontrada durante o processo de ajuste para que o SA inicie de uma solução boa. Na linha 5, o número máximo de tentativas sem sucesso do SA é calculado de acordo com a fórmula apresentada. Baseado na fórmula do termo geral de uma Progressão Geométrica (PG) e nos dados disponíveis como taxa de resfriamento da temperatura, temperatura inicial e temperatura final, foi possível chegar à expressão $((\log(t_{min}/t_0)/\log(\theta)) + 1)$ para descobrir o número de temperaturas que serão configuradas no SA. Portanto, *numMaxTentativas* é definido por uma porcentagem (*taxaTent*) da quantidade de temperaturas (iterações) do SA. Esse valor será utilizado como um dos critérios de parada do algoritmo. Na linha 6, o número de vizinhos (*numVizinhos*) representa a quantidade de soluções geradas em cada configuração de temperatura. Esse número é definido proporcionalmente à quantidade de vértices referente a uma instância do PCV-PB.

Nas linhas de 8 a 39 encontra-se o principal procedimento iterativo do SA. Para cada temperatura, soluções vizinhas de s são geradas pelo método *gerarVizinho_OrOpt* (linha 12) e as soluções aceitas são contabilizadas. Cada vizinho candidato passa por uma análise, de forma que a diferença entre o seu custo e o custo da solução corrente é armazenada em Δ (linha 13). Caso $\Delta < 0$ significa que o vizinho, s' , é melhor do que s . Nesse caso, a solução é aceita (linha 15)

Algoritmo 12: $SA(\alpha, maxConst, \gamma, \beta, \theta, t_{min}, taxaTent, taxaViz, taxaAceit)$

```

1  início
2   $t_0, s \leftarrow ajusteTemperaturaInicial(\alpha, maxConst, \gamma, \beta, taxaViz);$ 
3   $t_{atual} \leftarrow t_0;$ 
4   $s^* \leftarrow s;$ 
5   $numMaxTentativas \leftarrow taxaTent * ((\log(t_{min}/t_0)/\log(\theta)) + 1);$ 
6   $numVizinhos \leftarrow taxaViz * |V|;$ 
7   $tentativa \leftarrow 0;$ 
8  enquanto ( $t_{atual} > t_{min}$  e  $tentativa < numMaxTentativas$ ) faça
9       $i \leftarrow 1;$ 
10      $aceito \leftarrow 0;$ 
11     enquanto ( $i \leq numVizinhos$ ) faça
12          $s' \leftarrow gerarVizinho\_OrOpt(s);$ 
13          $\Delta \leftarrow custo(s') - custo(s);$ 
14         se ( $\Delta < 0$ ) então
15              $aceito \leftarrow aceito + 1;$ 
16              $s \leftarrow VND(s');$ 
17             se ( $custo(s) < custo(s^*)$ ) então
18                  $s^* \leftarrow s;$ 
19                  $tentativa \leftarrow 0;$ 
20             fim
21         senão
22              $r \leftarrow sortear([0...1]);$ 
23             se ( $r < e^{-\Delta/t_{atual}}$ ) então
24                  $aceito \leftarrow aceito + 1;$ 
25                  $s \leftarrow VND(s');$ 
26                 se ( $custo(s) < custo(s^*)$ ) então
27                      $s^* \leftarrow s;$ 
28                      $tentativa \leftarrow 0;$ 
29                 fim
30             fim
31         fim
32      $i \leftarrow i + 1;$ 
33     fim
34      $taxa \leftarrow aceito/numVizinhos;$ 
35     se ( $taxa < taxaAceit$ ) então
36          $tentativa \leftarrow tentativa + 1;$ 
37     fim
38      $t_{atual} \leftarrow \theta * t_{atual};$ 
39 fim
40 retorna  $s^*;$ 
41 fim

```

e um procedimento de refinamento da solução é aplicado em s' . Esse consiste na heurística VND2, definida como a melhor estratégia na Seção 3.4.5 do Capítulo 3. Na linha 18 atualiza-se s^* caso a solução refinada apresente menor custo e a variável *tentativa* é reinicializada significando que houve sucesso na busca por soluções melhores do que a melhor registrada. Ainda sobre a verificação da linha 14, caso $\Delta \geq 0$, a solução vizinha candidata pode ser aceita (linha 24), mas neste caso com probabilidade $e^{-\Delta/t_{atual}}$ (linha 23). Um valor aleatório r é definido na linha 22. Caso o mesmo seja inferior à probabilidade de aceitação, a solução de pior custo é aceita e o procedimento de refinamento da solução é aplicado em s' (linha 25). A solução s' é comparada com s^* na linha 26. Caso s' apresente menor custo, atualiza-se s^* e a variável *tentativa* é reinicializada indicando a obtenção de uma solução melhor. Ao final das análises de *numVizinhos*, a taxa de soluções aceitas é calculada (linha 34) para ser comparada com a taxa mínima de aceitação (linha 35) dada como parâmetro de entrada. Caso a mesma não alcance o exigido, a variável *tentativa* é incrementada (linha 36) contabilizando as iterações sequenciais sem sucesso do SA. Essa estratégia interrompe o algoritmo quando não encontrar soluções melhores após *numMaxTentativas* tentativas (linha 8), por conta da baixa probabilidade de aceitação de movimento. Além desse critério de parada, quando a temperatura atual atingir ou estiver abaixo da temperatura mínima, o mesmo é também interrompido. Para finalizar, o algoritmo retorna a melhor solução encontrada durante o processo de otimização (linha 40).

O Algoritmo 12 utiliza uma variedade de parâmetros que devem ser analisados com cautela. A Tabela 4.2 apresenta esses parâmetros. Os quatro primeiros são utilizados pelo procedimento *ajusteTemperaturaInicial*. O θ está relacionado à atualização da temperatura em cada iteração do SA, e t_{min} representa um dos critérios de parada do principal laço de repetição do algoritmo SA. Os dois próximos parâmetros são fatores utilizados para calcular o número máximo de tentativas do SA (*numMaxTentativas*) e o número de vizinhos (*numVizinhos*) que serão gerados em cada iteração do SA. E o último parâmetro, *taxaAceit*, corresponde a uma verificação em que o SA está sujeita, relacionada ao critério de parada adicionado no algoritmo.

4.3.1 SA_VND_Prop1

Embasada no Algoritmo 12, a primeira abordagem SA, denominada por SA_VND_Prop1, adota uma determinada estratégia para ajuste da temperatura inicial. Para este fim, a proposta é utilizar o Algoritmo 13 (linha 2) baseado na

Tabela 4.2. Descrição dos parâmetros do Algoritmo 12.

Parâmetro	Descrição
α	Grau de aleatoriedade.
$maxConst$	Número máximo de tentativas para a construção de uma solução viável.
γ	Taxa de aceitação de soluções vizinhas do <i>ajusteTemperaturaInicial</i> .
β	Taxa de aquecimento da temperatura.
θ	Taxa de resfriamento da temperatura.
t_{min}	Temperatura mínima/final.
$taxaTent$	Taxa de tentativa na aceitação de soluções.
$taxaViz$	Taxa de geração de soluções vizinhas.
$taxaAceit$	Taxa de aceitação de soluções vizinhas do SA.

estratégia Metropolis [Youssef et al., 2001], o qual simula o procedimento de reconhecimento da temperatura. Partindo de uma temperatura baixa, um número constante de movimentos são realizados sobre a solução corrente, onde cada um desses são avaliados podendo ser aceito como movimento de melhora ou piora. Nesse último caso, o movimento está condicionado a uma probabilidade de ser aceito. A cada iteração, a temperatura passa por um aquecimento e o procedimento termina quando uma determinada taxa de soluções forem aceitas. A temperatura registrada no final do procedimento é configurada como a temperatura inicial do algoritmo SA.

Considerando o Algoritmo 13, na linha 7 uma solução inicial s é construída pelo algoritmo C_LKH_IEB. Enquanto a taxa de soluções aceitas não atingir o exigido (linha 40), as rotinas que compreendem as linhas 10 a 39 são executadas e a temperatura é aquecida em uma proporção geométrica (linha 43). Caso a solução s apresentar-se inviável, há um número máximo de construções ($maxConst$) permitidas para que o procedimento obtenha uma solução viável. Além disso, em cada uma dessas tentativas utiliza-se um construtivo diferente, permitindo uma diversificação nas soluções de partida. A escolha dos construtivos C_LKH_IEB e C_GENI_IEB deve-se ao seu bom desempenho apresentado na Seção 3.4.4 do Capítulo 3. Um número fixo de vizinhos de s são gerados (linhas 24 a 39) por meio do procedimento *gerarVizinho_Oropt* (linha 25) e as melhores soluções são armazenadas em s^* . Para cada vizinho, a variação (Δ) do valor da função objetivo entre o vizinho e a solução corrente (linha 26) é calculada. Caso $\Delta < 0$, significa que houve uma melhora, portanto, a solução é aceita (linha 28) e comparada com a melhor solução registrada (linha 29). Se apresentar-se melhor, atualiza-se s^* . Caso $\Delta \geq 0$, a solução tem uma probabilidade de ser aceita (linha 34), situação semelhante ao do

do Algoritmo 12. Se aceita, a variável associada é atualizado na linha 35. Aceitas $\gamma * numVizinhos$ soluções, o Algoritmo 13 retorna t_0 e s^* (linha 46) associadas à temperatura e solução inicial que serão utilizadas pelo Algoritmo 12.

4.3.2 SA_VND_Prop2

Também embasada no Algoritmo 12, a segunda abordagem SA, denominada SA_VND_Prop2, utiliza uma estratégia para ajuste da temperatura inicial diferente da abordagem SA_VND_Prop1. Para este fim, a proposta é utilizar o Algoritmo 14 que consiste em explorar a vizinhança da solução de partida para depois calcular a temperatura baseada na taxa de aceitação de soluções e no custo da melhor e pior solução obtida. A vantagem desse procedimento está na definição antecipada de uma taxa de vizinhos que serão visitados.

O Algoritmo 14 constrói uma solução por meio do C_LKH_IEB (linha 2). Caso essa solução não seja viável, há um número máximo de tentativas (*maxConst*) para se obter uma solução viável (linhas de 3 a 7). A partir da solução construída, define-se o custo mínimo (linha 8) e o custo máximo (linha 9) iniciais, e o número de soluções vizinhas que será gerado a partir da solução inicial (linha 12). Para cada solução candidata, formada pelo método *gerarVizinho_OrOpt*, verifica-se o seu custo e atualiza-se o *custoMin* (linha 16) ou o *custoMax* (linha 20) baseado nessa solução. Caso a solução apresente-se melhor, atualiza-se s^* . No final desse procedimento, a variação entre o custo mínimo e máximo é calculada e armazenada em Δ . A partir da fórmula relacionada à probabilidade utilizada nos algoritmos anteriores, neste algoritmo considerou-se $e^{-\Delta/t_0} = \gamma$. Conhecido os valores de Δ e γ , a temperatura inicial é definida na linha 26. Para terminar, o Algoritmo 14 retorna t_0 e s^* associadas à temperatura e solução inicial que serão utilizadas pelo Algoritmo 12.

4.4 Resultados

Para a realização dos testes computacionais envolvendo as abordagens heurísticas foi utilizada uma máquina com configuração Intel i7 4.00GHz e 32 GB de RAM, sistema operacional linux.

Diante desse ambiente computacional e da série de testes necessários, as análises iniciais para a calibração e comparação dos algoritmos foram realizadas sobre o valor da função objetivo obtido pelas abordagens heurísticas. A métrica para ava-

Algoritmo 13: $\text{ajusteTemperaturaInicial_1}(\alpha, \text{maxConst}, \gamma, \beta, \text{taxaViz})$

```

1  início
2  |  $\text{numVizinhos} \leftarrow \text{taxaViz} * |V|;$ 
3  |  $\text{continua} \leftarrow \text{true};$ 
4  |  $\text{tentativa} \leftarrow 1;$ 
5  |  $\text{aux} \leftarrow 0;$ 
6  |  $t_0 \leftarrow 1;$ 
7  |  $s \leftarrow C\_LKH\_IEB(\alpha);$ 
8  |  $s^* \leftarrow s;$ 
9  | enquanto (continua) faça
10 |   enquanto ( $\text{tentativa} \leq \text{maxConst}$  e  $\text{viavel}(s) = \text{false}$ ) faça
11 |     |  $\text{opcao} \leftarrow (\text{aux} \bmod 2);$ 
12 |     | seleccione opcao faça
13 |       | caso 0  $s \leftarrow C\_LKH\_IEB(\alpha);$ 
14 |       | caso 1  $s \leftarrow C\_GENI\_IEB(\alpha);$ 
15 |     | fim
16 |     |  $\text{aux} \leftarrow \text{aux} + 1;$ 
17 |     |  $\text{tentativa} \leftarrow \text{tentativa} + 1;$ 
18 |   fim
19 |   se  $\text{custo}(s) < \text{custo}(s^*)$  então
20 |     |  $s^* \leftarrow s;$ 
21 |   fim
22 |    $\text{aceito} \leftarrow 0;$ 
23 |    $i = 1;$ 
24 |   enquanto ( $i \leq \text{numVizinhos}$ ) faça
25 |     |  $s' \leftarrow \text{gerarVizinho\_OrOpt}(s);$ 
26 |     |  $\Delta = \text{custo}(s') - \text{custo}(s);$ 
27 |     | se ( $\Delta < 0$ ) então
28 |       |  $\text{aceito} \leftarrow \text{aceito} + 1;$ 
29 |       | se  $\text{custo}(s') < \text{custo}(s^*)$  então
30 |         |  $s^* \leftarrow s';$ 
31 |       | fim
32 |     | senão
33 |       |  $r \leftarrow \text{sortear}([0...1]);$ 
34 |       | se ( $r < e^{-\Delta/t_0}$ ) então
35 |         |  $\text{aceito} \leftarrow \text{aceito} + 1;$ 
36 |       | fim
37 |     | fim
38 |     |  $i = i + 1;$ 
39 |   fim
40 |   se ( $\text{aceito} \geq \gamma * \text{numVizinhos}$ ) então
41 |     |  $\text{continua} \leftarrow \text{false};$ 
42 |   senão
43 |     |  $t_0 \leftarrow \beta * t_0;$ 
44 |   fim
45 | fim
46 | retorna  $(t_0, s^*);$ 
47 fim

```

Algoritmo 14: $\text{ajusteTemperaturaInicial_2}(\alpha, \text{maxConst}, \gamma, \text{taxaViz})$

```

1 início
2    $s \leftarrow C\_LKH\_IEB(\alpha)$ ;
3    $tentativa \leftarrow 1$ ;
4   enquanto ( $tentativa \leq \text{maxConst}$  e  $\text{viavel}(s) = \text{false}$ ) faça
5      $s \leftarrow C\_LKH\_IEB(\alpha)$ ;
6      $tentativa \leftarrow tentativa + 1$ ;
7   fim
8    $\text{custoMin} \leftarrow \text{custo}(s)$ ;
9    $\text{custoMax} \leftarrow \text{custo}(s)$ ;
10   $s^* \leftarrow s$ ;
11   $i \leftarrow 1$ ;
12   $\text{numVizinhos} \leftarrow \text{taxaViz} * |V|$ ;
13  enquanto ( $i \leq \text{numVizinhos}$ ) faça
14     $s' \leftarrow \text{gerarVizinho\_OrOpt}(s)$ ;
15    se ( $\text{custo}(s') < \text{custoMin}$ ) então
16       $\text{custoMin} \leftarrow \text{custo}(s')$ ;
17       $s^* \leftarrow s'$ ;
18    senão
19      se ( $\text{custo}(s') \geq \text{custoMax}$ ) então
20         $\text{custoMax} \leftarrow \text{custo}(s')$ ;
21      fim
22    fim
23     $i \leftarrow i + 1$ ;
24  fim
25   $\Delta \leftarrow (\text{custoMax} - \text{custoMin})$ ;
26   $t_0 \leftarrow \Delta / \ln(1/\gamma)$ ;
27  retorna ( $t_0, s^*$ );
28 fim

```

liação dos algoritmos e os problemas teste utilizados foram os mesmos apresentados na Seção 3.4.2 e 3.4.3 do Capítulo 3, respectivamente.

4.4.1 Abordagens Heurísticas

Para que as abordagens heurísticas pudessem ser comparadas, cada uma delas passou por um experimento computacional para a calibração dos seus parâmetros. A descrição dos experimentos de calibração encontra-se na Seção A.1.2 do Apêndice A, onde foram estabelecidos os seguintes valores: $\alpha = 0,2$ e $nIteracoes = 100$ para os algoritmos GRASP_VND_Lit e GRASP_VND_Lit*; $\alpha = 0,8$ e $nIteracoes = 100$ para os algoritmos GRASP_VND_Prop1 e GRASP_VND_Prop2; $\alpha = 0,3$ e

$itSM = 100$ para os algoritmos ILS_VND_Prop1 e ILS_VND_Prop2; $\alpha = 0,7$, $\gamma = 0,95$, $\beta = 1,1$, $\theta = 0,99$, $taxaTent = 0,04$, $taxaViz = 0,3$ e $taxaAceit = 0,06$ para o algoritmo SA_VND_Prop1; $\alpha = 0,3$, $\gamma = 0,85$, $\theta = 0,99$, $taxaTent = 0,04$, $taxaViz = 0,1$ e $taxaAceit = 0,04$ para o algoritmo SA_VND_Prop2.

Para compreender as tabelas e figuras que apresentam os resultados, a Tabela 4.3 contém a descrição dos identificadores utilizados.

Tabela 4.3. Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas e figuras de resultados relacionadas às abordagens heurísticas.

Identificador	Descrição
GVL	GRASP_VND_Lit
GVL*	GRASP_VND_Lit*
GVP1	GRASP_VND_Prop1
GVP2	GRASP_VND_Prop2
IVP1	ILS_VND_Prop1
IVP2	ILS_VND_Prop2
SVP1	SA_VND_Prop1
SVP2	SA_VND_Prop2
id	Identificação da instância.
n	Tamanho da instância.
t	Tempo médio em segundos(s) de 15 execuções.
RPD	Diferença percentual(%) entre a solução média obtida e a melhor solução encontrada pela abordagem heurística da literatura (GRASP_VND_Lit).
Média	Média dos resultados.

Considerando as soluções obtidas pelas abordagens heurísticas, a Tabela 4.4 exibe os resultados alcançados. Por meio da média do RPD, na última linha da tabela, é possível observar que a heurística GRASP_VND_Lit, proposta pela literatura, sobressaiu-se entre as baseadas na metaheurística GRASP, obtendo soluções a 0,50%, em média, distantes da melhor solução encontrada por essa abordagem, que é a literatura. Observe que a GRASP_VND_Lit* apresentou RPD médio de 3,82%, um valor alto que aponta o importante papel do refinamento BL_US, quando combinado com os outros métodos de melhoramento utilizados por essa heurística.

Analisando as estratégias baseadas na metaheurísticas ILS, é visto que a ILS_VND_Prop2 encontrou soluções melhores, estando distante 0,18%, em média, da melhor solução tomada como referência. Comparando essa heurística com a GRASP_VND_Lit, é visto que houve um melhoramento de cerca de 64% na qualidade das soluções, graças à estratégia proposta ILS_VND_Prop2.

Comparando as últimas duas heurísticas da Tabela 4.4, é possível verificar RPD médio próximos, com uma pequena vantagem para a SA_VND_Prop2, apresentando soluções a 0,15%, em média, distantes da solução de referência. Observe que esse valor coloca essa estratégia lado a lado com a heurística SA_VND_Prop1 e ILS_VND_Prop2.

Tabela 4.4. Resultados parciais referentes à qualidade das soluções.

id	n	GRASP				ILS		SA	
		GVL	GVL*	GVP1	GVP2	IVP1	IVP2	SVP1	SVP2
1	51	0,01	1,49	0,03	0,02	0,39	0,02	0,01	0,05
2	51	0,00	1,72	0,07	0,03	0,66	0,00	0,00	0,09
3	51	0,01	1,03	0,00	0,01	0,22	0,00	0,00	0,01
4	51	0,01	1,48	0,02	0,02	0,34	0,01	0,00	0,02
5	51	0,01	1,40	0,01	0,01	0,25	0,01	0,00	0,02
6	76	0,23	3,12	0,16	0,17	0,57	0,12	0,16	0,21
7	76	0,10	2,03	0,29	0,27	0,70	0,06	0,00	0,07
8	76	0,23	2,85	0,16	0,19	0,70	0,15	0,18	0,20
9	76	0,00	3,20	1,12	0,36	0,71	0,00	0,00	0,01
10	76	0,11	3,25	0,53	0,19	0,70	0,02	0,00	0,05
11	100	0,01	1,53	1,18	0,60	0,14	0,00	0,00	0,00
12	100	0,39	3,50	0,15	0,15	0,91	0,29	0,15	0,38
13	100	0,02	1,46	1,01	0,61	0,37	0,00	0,00	0,00
14	100	0,42	2,81	1,55	1,30	0,71	0,11	0,06	0,12
15	100	0,36	3,06	1,55	1,33	0,97	0,16	0,08	0,10
16	200	1,21	6,31	1,35	1,46	1,47	0,21	0,21	0,15
17	200	0,65	4,62	1,33	1,33	1,60	0,36	0,33	0,27
18	200	0,68	4,43	1,13	1,33	1,39	0,39	0,32	0,17
19	200	1,12	5,82	1,25	1,45	1,79	0,49	0,45	0,51
20	200	0,45	4,94	1,48	1,39	1,41	0,15	0,03	0,13
21	200	0,59	4,75	1,44	1,28	1,58	0,32	0,29	0,18
22	200	1,13	5,91	1,30	1,34	1,13	0,12	0,13	0,11
23	200	0,66	4,64	1,26	1,35	1,59	0,33	0,54	0,12
24	200	1,11	5,55	1,36	1,51	1,60	0,49	0,81	0,46
25	200	0,39	5,00	1,46	1,46	1,66	0,08	0,22	0,13
26	262	0,65	4,82	1,31	1,39	1,33	0,28	0,45	0,18
27	262	2,07	7,78	2,37	2,53	2,26	0,60	0,56	0,26
28	262	0,69	4,70	1,39	1,34	1,40	0,22	0,52	0,19
29	262	0,92	5,95	2,93	2,24	1,41	0,23	0,55	0,11
30	262	0,62	5,44	2,02	1,45	1,54	0,24	0,63	0,22
Média		0,50	3,82	1,04	0,94	1,05	0,18	0,22	0,15

Para validar os resultados obtidos e verificar se as diferenças são estatisticamente significativas, as pressuposições da ANOVA foram verificadas inicialmente para que a Análise de Variância (ANOVA) paramétrica pudesse ser aplicada no experimento. Esses detalhes encontram-se na Seção A.2.2 do Apêndice A, a saber que a primeira suposição verificada foi violada. Portanto, um método alternativo chamado teste de Kruskal-Wallis foi aplicado. Dessa forma, o mesmo foi utilizado como mostrado na Tabela 4.5. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto há uma diferença estatisticamente significativa entre os algoritmos, no nível de confiança que é considerado de 95%.

Para identificar onde estão os contrastes entre os algoritmos foi realizado um

Tabela 4.5. *Kruskal-Wallis*. Experimento de comparação das abordagens heurísticas. *Test statistic* = 130,112. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
GVL	30	101,583
GVL*	30	219,817
GVP1	30	141,683
GVP2	30	136,533
IVP1	30	160,883
IVP2	30	68,6167
SVP1	30	69,45
SVP2	30	65,4333

teste de Comparações Múltiplas. A Figura 4.3 mostra o gráfico de médias resultante do teste de Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD com nível de confiança de 95% para os tratamentos testados. Na figura é possível ver que existe diferença significativa entre os algoritmos, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. Por meio dessa representação gráfica é possível perceber uma diferença estatisticamente significativa entre o algoritmo B (GRASP_VND_Lit*) para os demais, colocando-o em última posição da melhor para a pior estratégia. Os algoritmos GVP1, GVP2 e IVP1 (GRASP_VND_Prop1, GRASP_VND_Prop2 e ILS_VND_Prop1, respectivamente), não apresentam diferença estatisticamente significativa entre si, apresentando desempenho similares em relação às soluções encontradas. Para concluir as análises, os algoritmos GVL, IVP1, SVP1 e SVP2, associadas à GRASP_VND_Lit, ILS_VND_Prop2, SA_VND_Prop1 e SA_VND_Prop2, respectivamente, não apresentam, entre si, diferença estatisticamente significativa em relação à qualidade das soluções. Todavia, o algoritmo SA_VND_Prop2 apresenta a menor média.

As tabelas completas contendo os resultados desse experimento podem ser vistas no Apêndice D.

Para avaliação do tempo de processamento das estratégias, uma nova bateria de testes foi realizada. Isso foi necessário devido a mudanças não programadas no ambiente de execução. Nessa nova bateria, um grupo de instâncias foi selecionado de forma que abrangesse a diversidade dos problemas teste. O mesmo pode ser visto na Tabela 4.6. A saber, cada instância foi executada 15 vezes para cada abordagem.

Os resultados obtidos encontram-se na Tabela 4.7. Observando o tempo médio apresentado na última linha da tabela, é possível verificar que entre as abordagens baseadas na metaheurística GRASP, a GRASP_VND_Lit* registrou o menor

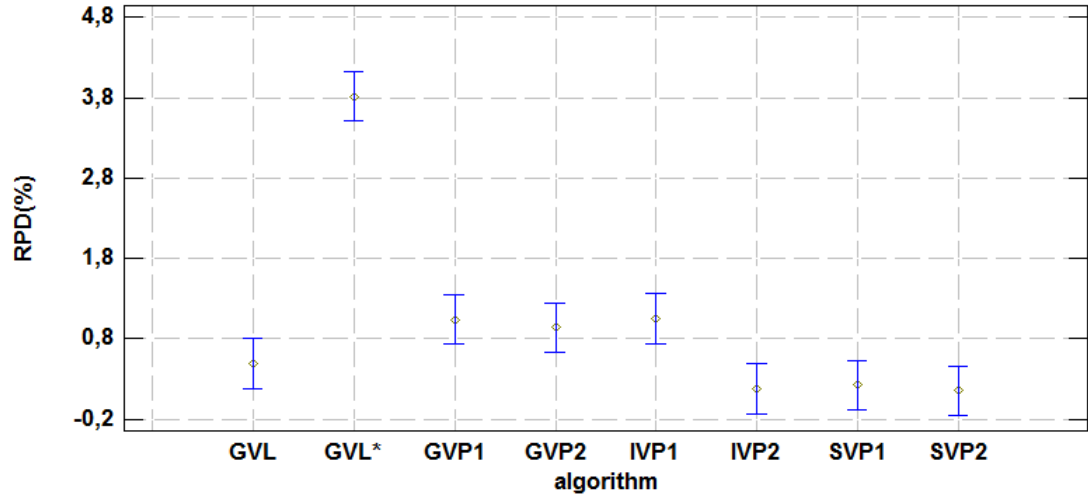


Figura 4.3. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as oito abordagens heurísticas.

Tabela 4.6. Características das instâncias selecionadas a partir da Tabela 3.3 para o experimento envolvendo o tempo computacional.

id	n	$ P $	$ B $	γ	z	Q	L
4	51	15	36	4,00	574	12	153
5	51	15	36	3,00	574	7	114
9	76	22	54	4,00	977	12	177
10	76	22	54	3,00	977	7	133
14	100	30	70	4,00	51680	12	6890
15	100	30	70	3,00	51680	7	5168
19	200	60	140	4,00	29584	7	1972
20	200	60	140	3,00	29584	12	1479
29	262	78	184	4,00	3629	7	186
30	262	78	184	3,00	3629	12	139

tempo, 28,54 segundos. Já a GRASP_VND_Lit, proposta na literatura, demandou um tempo maior, cerca de 114,57 segundos, portanto, 4 vezes mais do que primeira. Isso reafirma que o refinamento BL_US requer bastante tempo para processamento.

Analisando as abordagens baseadas na metaheurística ILS, é visto a rapidez da ILS_VND_Prop1, consumindo, em média, 0,81 segundos. Enquanto que a ILS_VND_Prop2 utilizou cerca de 42,85 segundos.

Já as heurísticas SA_VND_Prop1 e SA_VND_Prop2, registraram, em média, 744,11 e 262,15 segundos, respectivamente. Comparadas com as demais, estas demandaram alto custo computacional. Para se ter ideia, a primeira estratégia SA gasta, em média, 918 vezes mais do que a estratégia ILS_VND_Prop1. Diante des-

nas análises, a proposta ILS_VND_Prop1 apresentou-se com melhor desempenho quando se trata do tempo computacional.

Tabela 4.7. Resultados referentes ao tempo computacional.

id	n	GRASP				ILS		SA	
		GVL	GVL*	GVP1	GVP2	IVP1	IVP2	SVP1	SVP2
4	51	3,87	0,96	2,82	2,59	0,03	2,11	6,95	4,92
5	51	3,87	0,94	2,73	2,67	0,03	1,87	8,52	4,34
9	76	11,60	2,78	5,69	5,95	0,08	5,21	22,87	12,69
10	76	10,15	2,58	6,13	5,95	0,09	4,30	25,32	16,43
14	100	24,37	4,96	10,75	11,52	0,15	10,79	105,69	50,21
15	100	24,30	4,77	11,26	11,70	0,17	11,88	87,79	52,56
19	200	171,08	42,56	93,25	91,68	1,18	70,82	1208,00	420,28
20	200	172,25	45,12	80,35	82,35	0,95	75,27	930,85	357,95
29	262	298,84	87,20	146,29	157,12	3,00	128,62	2544,14	915,39
30	262	425,38	93,53	153,41	153,56	2,43	117,58	2500,92	786,78
Média		114,57	28,54	51,27	52,51	0,81	42,85	744,11	262,15

É importante ressaltar que, das quatro abordagens mais eficientes em relação à qualidade das soluções, a que registrou menor tempo de processamento foi a heurística ILS_VND_Prop2. Em média, ela gasta menos que a metade do tempo de processamento do algoritmo proposto na literatura denominado por GRASP_VND_Lit.

Por fim, as análises sobre as abordagens estabelecem a melhor estratégia para tratar o PCV-PB conforme o objetivo desejado: qualidade ou tempo.

Foi realizado um outro tipo de experimento para verificar o comportamento dos algoritmos ao longo do tempo. Foram utilizadas duas instâncias de grande porte, como apresentadas na Tabela 4.8, executadas uma vez até atingir o limite de tempo estabelecido, de duas horas. Tempo este que é superior ao maior tempo registrado na tabela de resultados relacionada a esse fator.

Tabela 4.8. Características das instâncias selecionadas a partir da Tabela 3.3 para o Experimento por Tempo.

id	n	$ P $	$ B $	γ	z	Q	L
21	200	40	160	2,00	29504	14	1475
26	262	52	210	2,00	3629	14	139

A Figura 4.4 mostra a evolução no tempo das soluções encontradas pela instância de id 21 para as oito abordagens heurísticas. Observe que o algoritmo GRASP_VND_Lit* se apresentou com menor qualidade. O ILS_VND_Prop1 partiu de uma boa solução comparado aos demais algoritmos e apresentou-se melhor até por volta de 80 segundos. A partir desse tempo, os algoritmos ILS_VND_Prop2

e SA_VND_Prop2 se tornaram competitivos com o ILS_VND_Prop1. Considerando 15 segundos de execução, é visto um brusco melhoramento do GRASP_VND_Prop1, ficando em segundo lugar após o ILS_VND_Prop1, mas estendido esse tempo para 7200 segundos, o algoritmo se manteve estável e bem similar ao GRASP_VND_Prop2 enquanto que os outros melhoraram. O Algoritmo da literatura, GRASP_VND_Lit, apresentou um melhoramento gradual, perdendo no início apenas para o ILS_VND_Prop1, porém, a partir dos 15 segundos, outros algoritmos o ultrapassaram até que em torno de 5000 segundos ele se apresenta melhor do que o SA_VND_Prop1 e pior do que o ILS_VND_Prop1, ILS_VND_Prop2 e SA_VND_Prop2. O gráfico permite a colocação de diversas observações, essas são as principais.

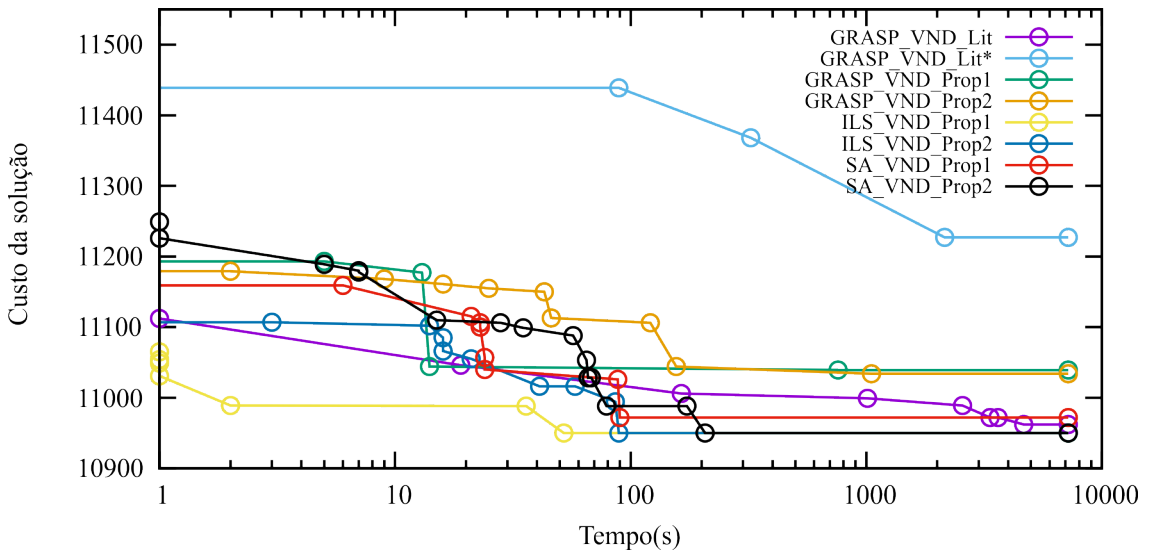


Figura 4.4. Gráfico da evolução no tempo das soluções encontradas pela instância de id 21 para as oito heurísticas utilizadas.

A Figura 4.5 mostra a evolução no tempo das soluções encontradas pela instância de id 26 para as oito abordagens heurísticas. Para essa instância, o comportamento dos algoritmos foi parecido com o apresentado no gráfico referente à instância de id 21. Observe que o algoritmo GRASP_VND_Lit* se apresentou com menor qualidade. O ILS_VND_Prop1 partiu de uma boa solução comparado aos demais algoritmos e apresentou-se melhor até por volta de 900 segundos, melhor do que o tempo registrado pela instância anterior. A partir desse tempo, o mesmo ficou competitivo com os algoritmos ILS_VND_Prop2 e SA_VND_Prop2. Entre 7 a 250 segundos de execução, é visto que o algoritmo ILS_VND_Prop2 se manteve como o segundo melhor algoritmo. O Algoritmo da literatura, GRASP_VND_Lit,

apresentou uma queda brusca no início e uma estabilidade a partir dos 800 segundos ficando em sexta posição do melhor para o pior no final das execuções.

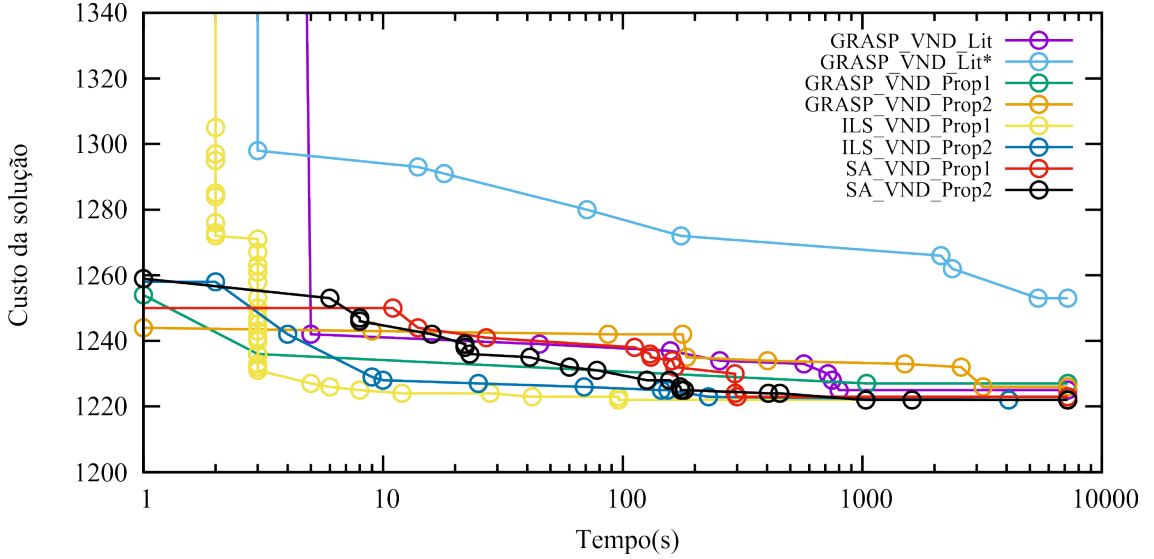


Figura 4.5. Gráfico da evolução no tempo das soluções encontradas pela instância de id 26 para as oito heurísticas utilizadas.

O último experimento realizado consiste em uma análise de desempenho empírico para avaliar probabilisticamente as abordagens heurísticas. Assim, foi capturado os tempos de processamento que cada heurística requer para atingir um valor da função objetivo definido como alvo. Quando o PCV-PB (problema de minimização) encontra uma solução que seja menor ou igual ao valor alvo, registra-se se o tempo de execução da heurística e interrompe o seu procedimento. Caso o valor alvo não seja alcançado, a heurística terminará após uma quantidade de tempo pré-definida. Este tempo é calculado bem acima do tempo computacional médio observado para as instâncias que farão parte desse experimento.

Para esse teste, os melhores algoritmos em relação a qualidade das soluções foram executados 100 vezes para cada umas das instâncias selecionadas. Diante dos resultados, os tempos foram colocados em ordem crescente numa lista Q . Para cada tempo t foi associado a probabilidade $p_i = (i - 1/2)/100$, onde i representa a ordem que t aparece na lista ordenada Q . Para terminar, foi realizado a plotagem dos gráficos a partir dos pontos (t_i, p_i) .

As instâncias selecionadas para o experimento são as apresentadas na Tabela 4.8, escolhidas por serem de grande porte. Para cada instância, foi definido um alvo de qualidade média e difícil. O primeiro alvo consiste no custo médio das soluções médias obtidas pelas abordagens heurísticas e o alvo de qualidade difícil consiste no

valor relacionado à menor média entre as abordagens consideradas.

Os resultados obtidos pela execução da instância com id 21 são apresentados na Figura 4.6 e Figura 4.7.

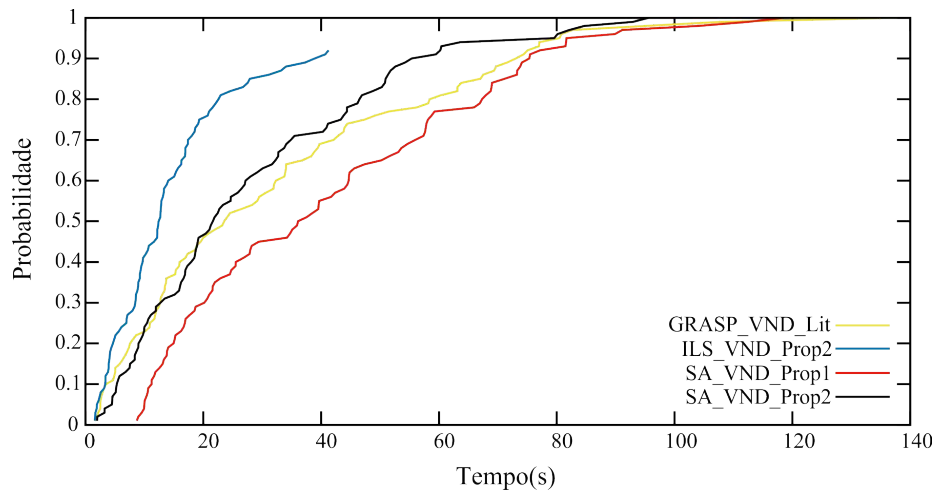


Figura 4.6. Gráfico de probabilidade de alcance do alvo médio 11093,02 para a instância com id 21.

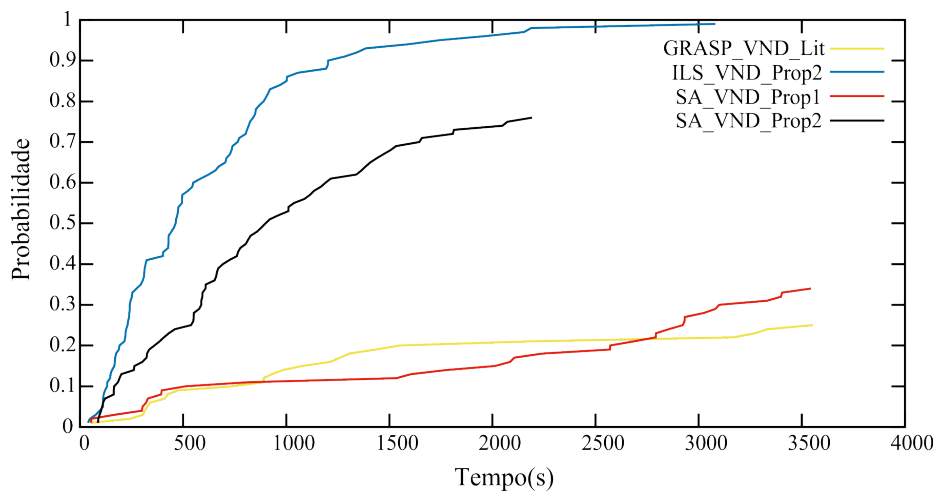


Figura 4.7. Gráfico de probabilidade de alcance do alvo difícil 10970,20 para a instância com id 21.

Na primeira é possível observar que as heurísticas GRASP_VND_Lit, SA_VND_Prop1 e SA_VND_Prop2 possuem maior probabilidade de encontrar a solução alvo de qualidade média, porém considerando uma probabilidade de 90% do algoritmo alcançar a solução alvo, o ILS_VND_Prop2 atinge este valor em aproximadamente 40 segundos, enquanto as demais estratégias precisam de 60 a 80 segundos para alcançar este mesmo percentual. Na Figura 4.7, a heurística

ILS_VND_Prop2 apresenta maior probabilidade de encontrar a solução alvo difícil. Observe que enquanto essa quase atinge 100%, a SA_VND_Prop2 tem uma probabilidade aproximada de 70% e as demais em torno de 20% a 30%.

Os resultados referentes a este mesmo experimento, considerando a instância id 26, são apresentados na Figura 4.8 e Figura 4.9. Observe que o alcance do alvo médio dessa instância, visto na Figura 4.8, apresenta um panorama similar ao da instância com id 21 (Figura 4.6). Já na Figura 4.9, as heurísticas ILS_VND_Prop2 e SA_VND_Prop2 apresentam maior probabilidade de encontrarem a solução alvo difícil definida. Além disso, as estratégias fizeram em menor tempo. A SA_VND_Prop1 apresenta probabilidade de aproximadamente 40% e a heurística da literatura uma probabilidade muito baixa, entre 0% e 0,1%.

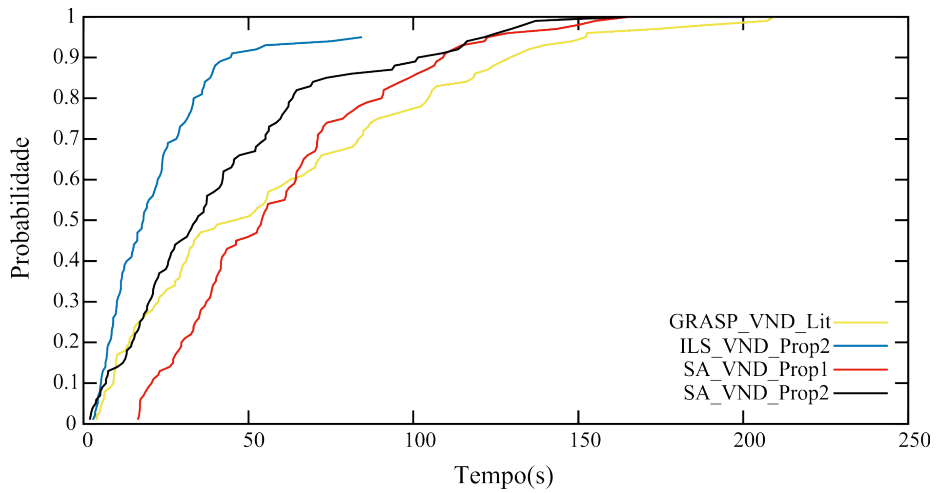


Figura 4.8. Gráfico de probabilidade de alcance do alvo médio 1237,48 para a instância com id 26.

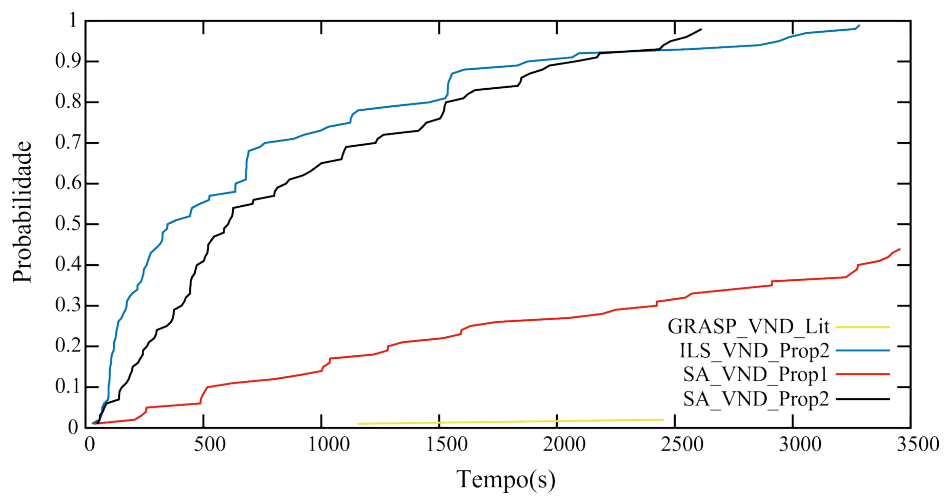


Figura 4.9. Gráfico de probabilidade de alcance do alvo difícil 1223,80 para a instância com id 26.

Capítulo 5

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo descreve as considerações finais deste trabalho apresentando as conclusões obtidas após o seu desenvolvimento, as possibilidades para trabalhos futuros sobre o PCV-PB e as contribuições deixadas para a sociedade científica.

5.1 Conclusões

Esta dissertação formaliza a pesquisa desenvolvida sobre o Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco (PCV-PB), uma generalização do clássico Problema do Caixeiro Viajante (PCV).

O PCV-PB é definido sobre um grafo em que os vértices são particionados em vértices pretos e brancos. O objetivo do problema é encontrar um ciclo hamiltoniano de custo mínimo, como no PCV, mas considerando restrições adicionais relacionadas à cardinalidade e ao comprimento. A restrição de cardinalidade restringe o número de vértices brancos entre dois vértices pretos, enquanto que a restrição de comprimento está relacionado à distância máxima entre dois vértices pretos consecutivos.

Para tratar o PCV-PB, uma nova estratégia de construção foi proposta, denominada por P+B, onde a visitação dos vértices inicia-se pelos vértices pretos, diferente da estratégia contida na literatura. Este trabalho apresentou nove algoritmos para construção da solução. As estruturas de vizinhança utilizadas são métodos clássicos apresentados em Maciel et al. [2005]. A diferença está na forma como as mesmas foram utilizadas. Por meio de testes computacionais, as heurísticas de construção baseadas na estratégia P+B se destacaram pelos resultados obtidos em comparação à estratégia da literatura. Duas delas, baseadas no procedimento GENI e Lin-Kernighan, respectivamente, e complementadas pela estratégia Inserção Específica de Brancos, foram utilizadas na maioria das abordagens heurísticas

propostas. Experimentos computacionais definiram os seguintes métodos de refinamento a serem guiados pela heurística VND: BL_Realoca, BL_Troca, BL_2opt e BL_US.

As heurísticas GRASP e VND utilizadas na literatura foram aperfeiçoadas neste trabalho. Além destas metaheurísticas, heurísticas baseadas em ILS e SA foram propostas para tratar o PCV-PB.

Por meio de análises estatísticas, foi visto que a heurística da literatura, GRASP_VND_Lit, e as propostas ILS_VND_Prop2, SA_VND_Prop1 e SA_VND_Prop2 apresentaram desempenho similares, ao considerar apenas a qualidade das soluções obtidas. Todavia, o algoritmo SA_VND_Prop2 apresentou a menor média. Quanto aos resultados relativos ao tempo computacional, foi visto que o algoritmo ILS_VND_Prop1, também proposto neste trabalho, é o mais rápido. E, dentre os quatros melhores quanto à qualidade das soluções, o algoritmo ILS_VND_Prop2 é o mais rápido. O mesmo gastou, em média, menos que a metade do tempo de processamento do algoritmo proposto na literatura, GRASP_VND_Lit. Dessa forma, a abordagem ILS_VND_Prop2, baseada na metaheurística Iterated Local Search, se sobressaiu dentre as demais quanto à qualidade e tempo.

Quanto aos resultados obtidos na análise empírica para avaliar probabilisticamente as melhores heurísticas em relação a qualidade das soluções, foi visto que para o alcance do alvo médio, as heurísticas GRASP_VND_Lit e as propostas baseadas no Simulated Annealing obtiveram maior probabilidade, entretanto a abordagem da literatura demandou maior tempo, enquanto que proposta ILS_VND_Prop2 atingiu cerca de 90% mais rápido do que as demais. Em relação ao alvo difícil, nem todas as abordagens apresentaram probabilidade alta. Dando destaque para as heurísticas propostas ILS_VND_Prop2 e SA_VND_Prop2.

Com estes resultados, conclui-se que os algoritmos construtivos baseados na estratégia de construção proposta se destacaram pela eficiência nos dois fatores analisados: qualidade e tempo. Sobre as abordagens baseadas em metaheurísticas, algumas delas apresentaram-se competitivas em relação à qualidade das soluções obtidas e melhores em relação ao tempo computacional, estando à frente uma heurística baseada na metaheurística Iterated Local Search.

5.2 Trabalhos Futuros

Para trabalhos futuros envolvendo o Problema do Caixeiro Viajante Preto e Branco pode-se tentar otimizar as estratégias propostas que demandam maior tempo de processamento, reproduzir e testar o modelo matemático proposto mais recentemente [Muter, 2015] e estudar outras estratégias híbridas para tratar o PCV-PB.

5.3 Publicação

Durante o desenvolvimento da pesquisa aqui apresentada foi possível produzir um artigo completo para o XLVI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (SBPO) em 2014 [Cazetta & Gonçalves, 2014], e um pôster para o XLVII SBPO de 2015 [Cazetta et al., 2015]. Portanto, esta dissertação encontra-se parcialmente publicada para a comunidade científica.

Apêndice A

Experimentos e Análises Estatística para Calibração e Comparação dos Algoritmos

Este apêndice descreve o experimento realizado para a calibração dos algoritmos utilizados neste trabalho e as análises estatística realizadas para comparar os algoritmos.

Os resultados obtidos nos experimentos são submetidos à Análise de Variância (ANOVA) paramétrica ou ao Kruskal-Wallis Test, complementados pelo teste de Comparações Múltiplas. Para que os resultados da ANOVA paramétrica tenham validade, é preciso verificar três principais suposições dessa análise: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. Quando ao menos uma delas forem violadas, uma alternativa não paramétrica é utilizar o teste de Kruskal-Wallis.

Ainda sobre a verificação dos pressupostos da ANOVA, o experimento é composto, principalmente, pelos teste de normalidade, igualdade de variância e a plotagem dos resíduos. Para compreendê-los, a seguir, algumas instruções são apresentadas.

A verificação da normalidade realizada sobre os resíduos, foi feita pelo teste de Shapiro-Wilk W. O valor de interesse para este teste está na coluna P-Value das tabelas que serão apresentadas. Um valor para P-Value $\geq 0,05$ indica que não se rejeita a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. O nível de significância deste teste é de 95%.

Para a verificação da igualdade de variância, foi realizado o teste de Levene. O valor de interesse está na coluna P-Value das tabelas que serão apresentadas. Um

valor para P-Value $> 0,05$ indica que não há diferença estatisticamente significativa entre os desvios padrões. O nível de significância deste teste é de 95%.

Sobre as informações fornecidas pelo ANOVA e pelo teste de Kruskal-Wallis, o valor de interesse também é o P-Value. Uma vez que P-Value $< 0,05$, há uma diferença estatisticamente significativa de um tratamento para outro, com um nível de confiança de 95%.

O teste de Comparações Múltiplas identifica os níveis dos fatores que se diferem, permitindo assim, definir qual configuração (tratamento) é melhor. Para isso, foi utilizado o teste de Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD (Honestly Significant Difference) com nível de confiança de 95%.

A.1 Calibração dos algoritmos

Para um melhor desempenho dos algoritmos apresentados nesta dissertação, foi realizado um ajuste nos valores de seus parâmetros. Com essa finalidade, utilizou-se um experimento computacional baseado na metodologia Desenho de Experimentos (DOE) [Montgomery, 2006], onde cada fator é um parâmetro controlado. Esta, permite a análise de uma número significativo de combinações de grandezas, obtendo, assim, o melhor valor para cada parâmetro dos algoritmos.

Os experimentos foram realizados sobre as 30 instâncias do problema definidas nesta dissertação. Para cada configuração, foram realizadas 30 repetições, onde cada repetição apresentou o resultado de todas as instâncias utilizadas. Portanto, os dados de entrada para análise estatística compreende na média do RPD(%) computado em cada repetição de todas as configurações. Essa medida foi considerada como a variável de resposta nos experimentos estatísticos.

A.1.1 Algoritmos Construtivos

Para os algoritmos construtivos foi analisado o parâmetro α que controla o grau de aleatoriedade do algoritmo. Os valores testados foram: $\alpha \in \{0; 0, 1; 0, 2; 0, 3; 0, 4; 0, 5; 0, 6; 0, 7; 0, 8; 0, 9; 1\}$. Totalizando assim em onze configurações ou tratamentos.

As próximas seções descrevem as análises realizadas sobre os resultados obtidos no experimento de cada um dos algoritmos construtivos.

A.1.1.1 C_GENI_US_IEP

No experimento da calibração do algoritmo C_GENI_US_IEP, a Tabela A.1 e a Figura A.1 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela A.2. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.2. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_GENI_US_IEP.

Tabela A.1. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_US_IEP.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,930307	0,0

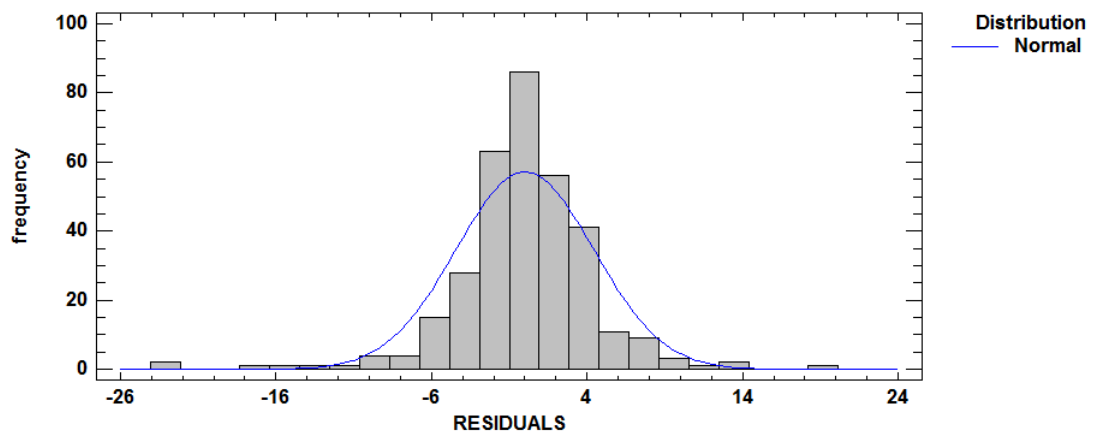


Figura A.1. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_US_IEP.

A.1.1.2 C_GENI_2opt_IEP

No experimento da calibração do algoritmo C_GENI_2opt_IEP, a Tabela A.3 e a Figura A.3 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que

Tabela A.2. *Kruskal-Wallis.* Experimento da calibração do C_GENI_US_IEP. *Test statistic* = 301,95. *P-Value* = 0.

Configuration	Sample Size	Average Rank
0	30	15,8333
0,1	30	45,1667
0,2	30	75,7667
0,3	30	106,333
0,4	30	140,133
0,5	30	171,833
0,6	30	205,333
0,7	30	241,033
0,8	30	262,817
0,9	30	264,55
1	30	291,7

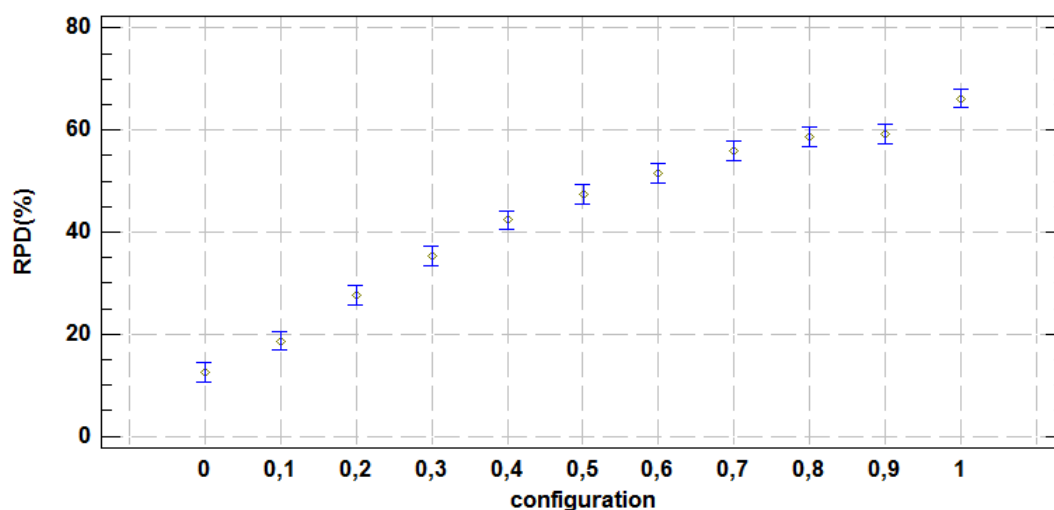


Figura A.2. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_US_IEP.

os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela A.4. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Tabela A.3. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEP.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,963721	0,00000665182

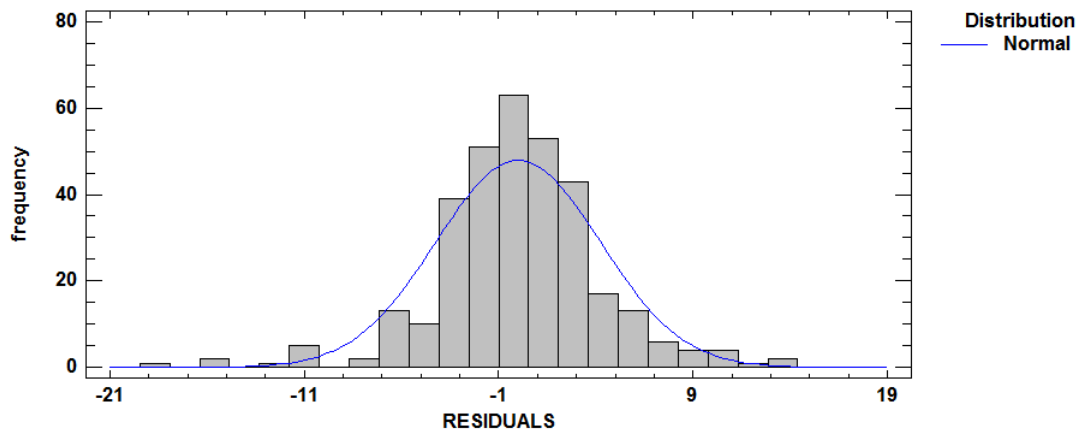


Figura A.3. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEP.

Tabela A.4. *Kruskal-Wallis*. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEP. *Test statistic* = 304,031. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	15,7667
0,1	30	45,2333
0,2	30	75,7333
0,3	30	105,967
0,4	30	137,983
0,5	30	173,9
0,6	30	201,517
0,7	30	244,317
0,8	30	255,967
0,9	30	276,2
1	30	287,917

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.4. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_GENI_2opt_IEP.

A.1.1.3 C_GENI_IEP

No experimento da calibração do algoritmo C_GENI_IEP, a Tabela A.5 e a Figura A.5 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi

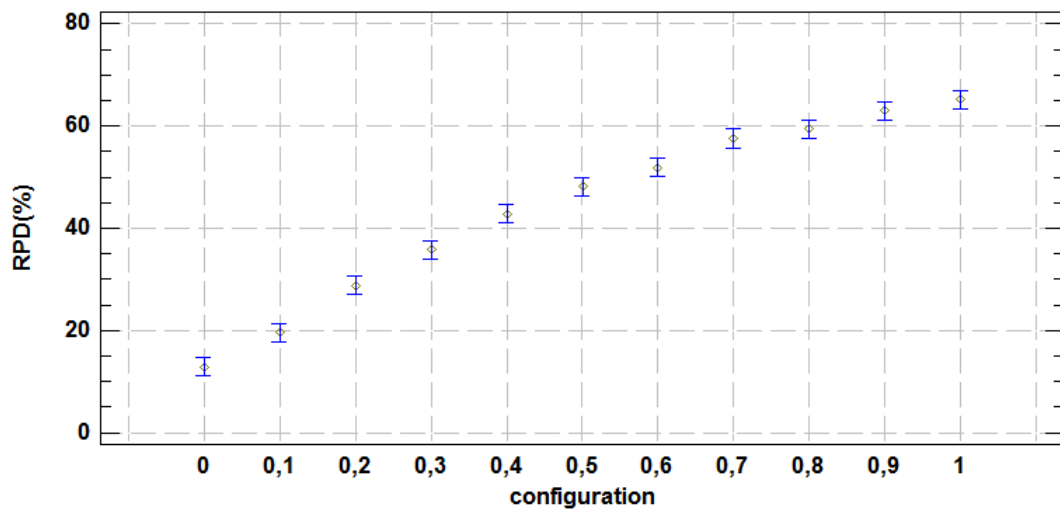


Figura A.4. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_2opt_IEP.

violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela A.6. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.6. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_GENI_IEP.

Tabela A.5. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_IEP.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,974437	0,0148461

A.1.1.4 C_LKH_2opt_IEP

No experimento da calibração do algoritmo C_LKH_2opt_IEP, a Tabela A.7 e a Figura A.7 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela A.8. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto,

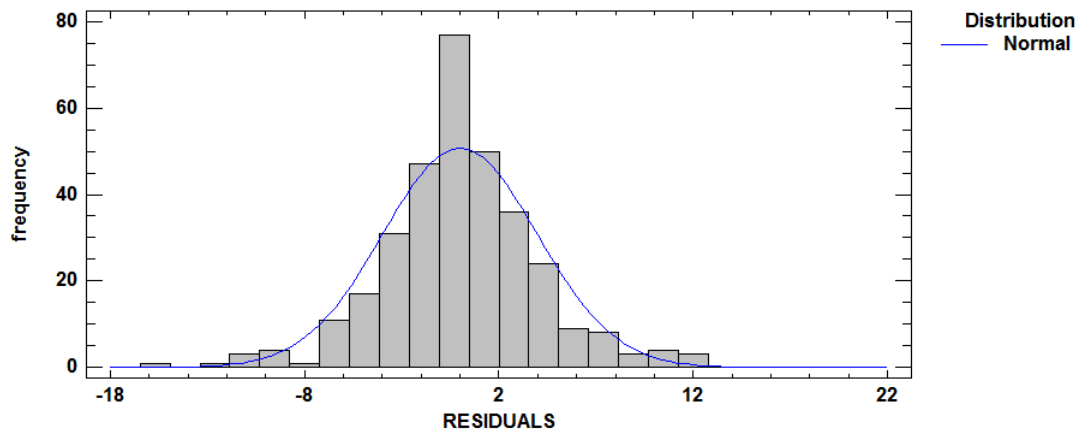


Figura A.5. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_IEP.

Tabela A.6. *Kruskal-Wallis*. Experimento da calibração do C_GENI_IEP. *Test statistic* = 303,653. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	15,5333
0,1	30	45,4667
0,2	30	75,7333
0,3	30	106,567
0,4	30	140,733
0,5	30	165,4
0,6	30	214,833
0,7	30	244,75
0,8	30	247,55
0,9	30	265,917
1	30	298,017

há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.8. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_LKH_2opt_IEP.

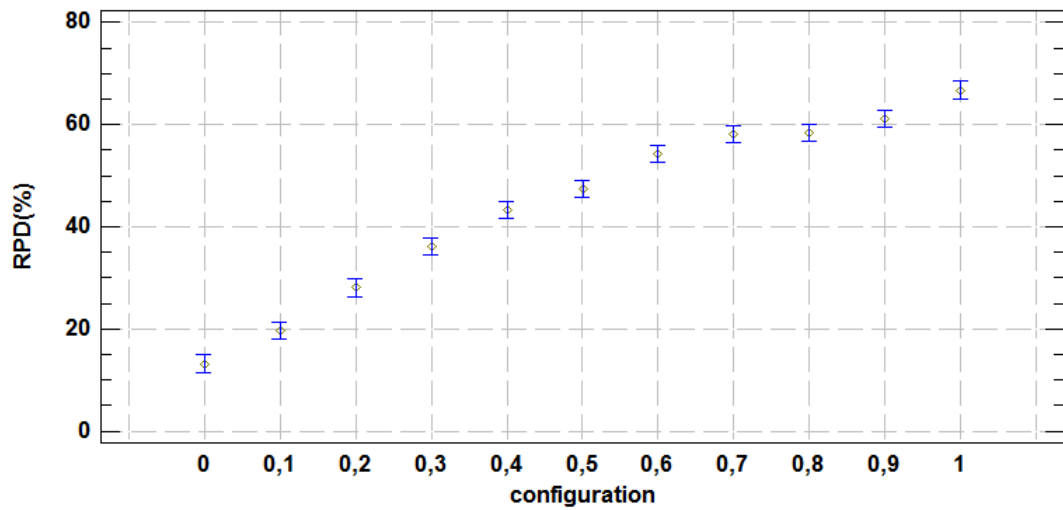


Figura A.6. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_IEP.

Tabela A.7. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEP.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,966821	0,0000902825

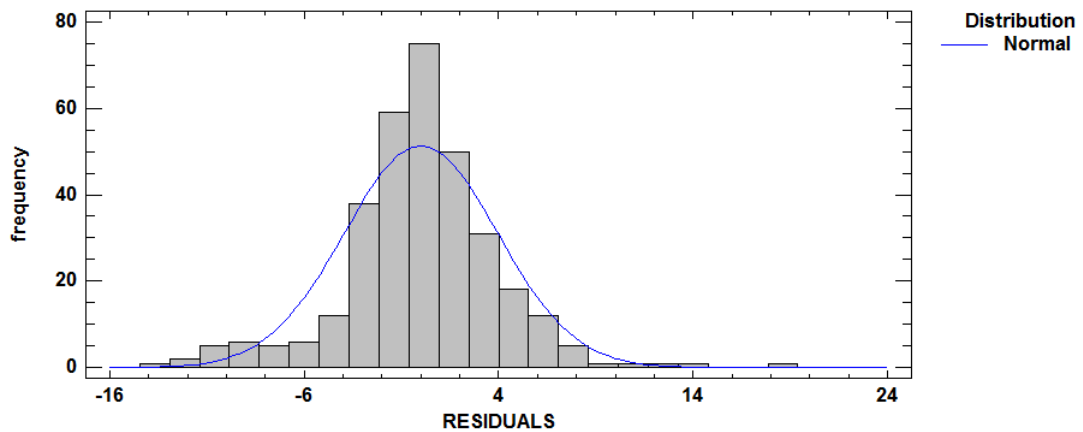


Figura A.7. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEP.

A.1.1.5 C_LKH_IEP

No experimento da calibração do algoritmo C_LKH_IEP, a Tabela A.9 e a Figura A.9 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela

Tabela A.8. *Kruskal-Wallis.* Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEP. *Test statistic* = 304,805. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	15,5
0,1	30	45,5
0,2	30	75,5
0,3	30	105,633
0,4	30	137,883
0,5	30	169,417
0,6	30	212,983
0,7	30	239
0,8	30	259,55
0,9	30	263,883
1	30	295,65

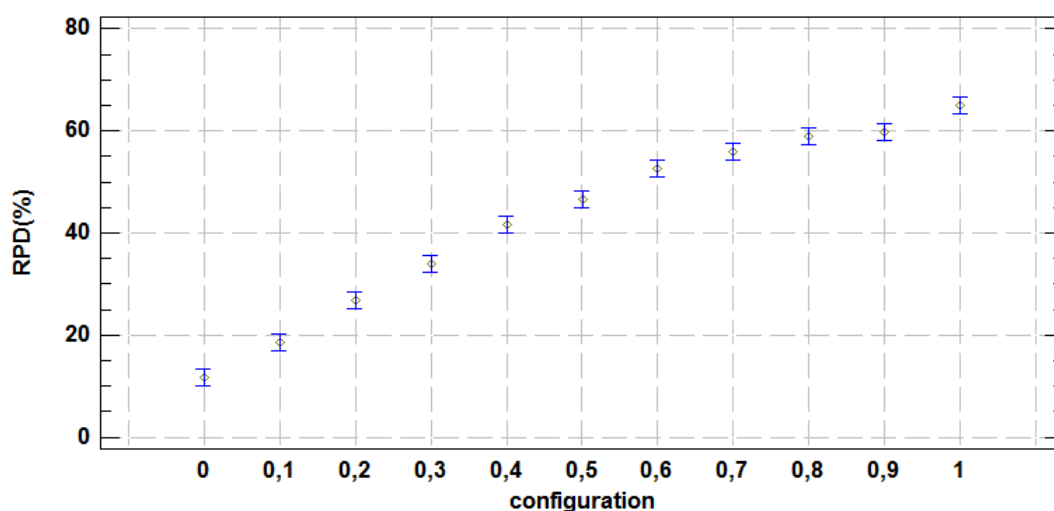


Figura A.8. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_2opt_IEP.

A.10. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Tabela A.9. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_IEP.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,970905	0,00176978

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.10. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos

intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_LKH_IEP.

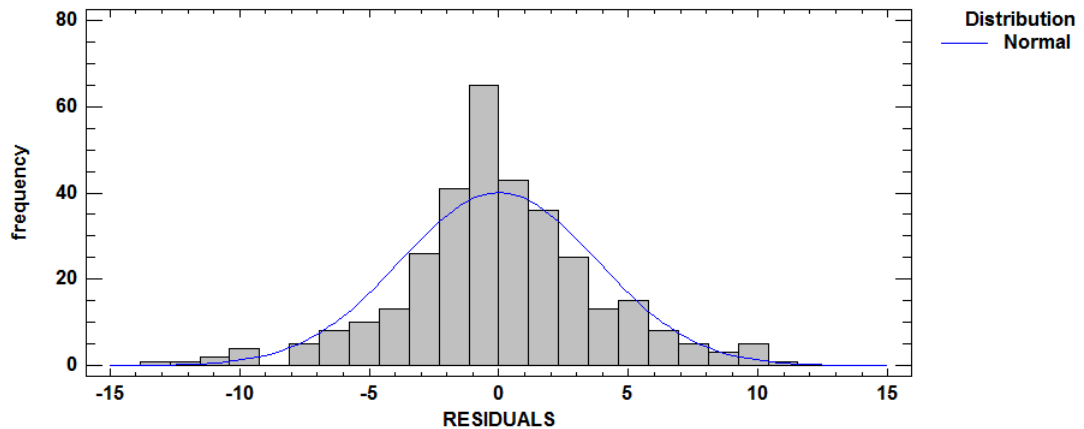


Figura A.9. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_IEP.

Tabela A.10. *Kruskal-Wallis*. Experimento da calibração do C_LKH_IEP. *Test statistic* = 303,729. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	15,5
0,1	30	45,5667
0,2	30	75,5
0,3	30	105,85
0,4	30	137,2
0,5	30	173,283
0,6	30	209,8
0,7	30	244,283
0,8	30	245,883
0,9	30	275,933
1	30	291,7

A.1.1.6 C_GENI_2opt_IEB

No experimento da calibração do algoritmo C_GENI_2opt_IEB, a Tabela A.11 e a Figura A.11 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado

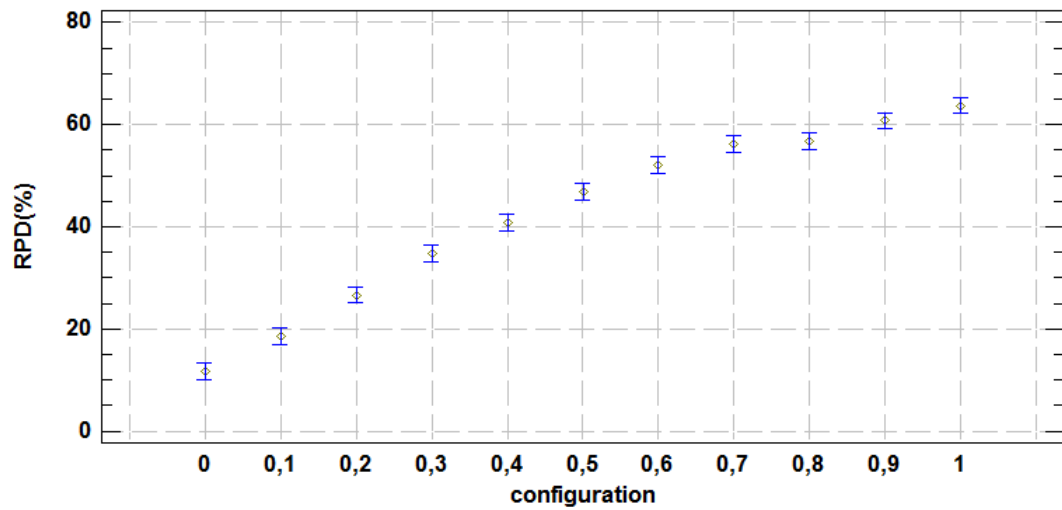


Figura A.10. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_IEP.

na Tabela A.12. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.12. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_GENI_2opt_IEB.

Tabela A.11. Teste de variância. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEB.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,960378	0,0000003

A.1.1.7 C_LKH_2opt_IEB

No experimento da calibração do algoritmo C_LKH_2opt_IEB, a Tabela A.13 e a Figura A.13 fornecem indícios suficientes para que se possa afirmar que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Segundo a Tabela A.14, há uma diferença estatisticamente significativa entre os desvios padrões. Portanto, esta suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela A.15. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto,

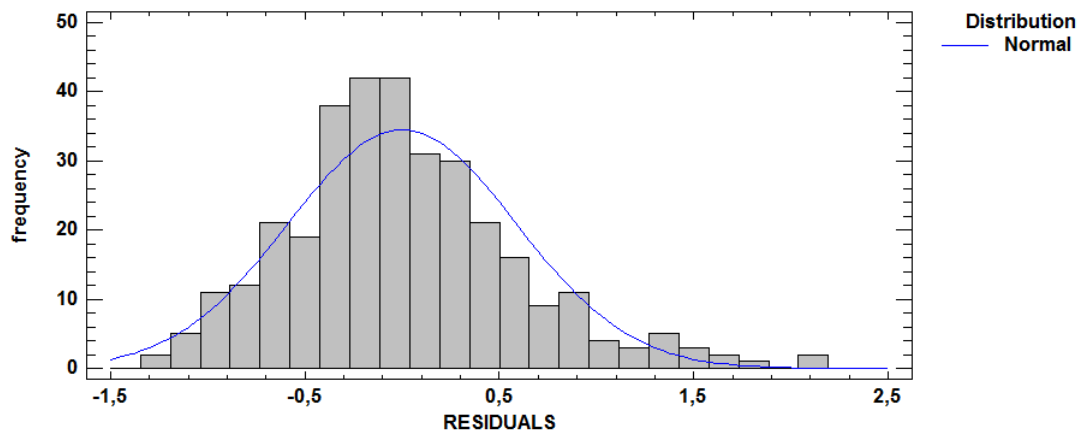


Figura A.11. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEB.

Tabela A.12. *Kruskal-Wallis*. Experimento da calibração do C_GENI_2opt_IEB. **Test statistic** = 75,0914. **P-Value** = 0,000000000005.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	58,65
0,1	30	125,967
0,2	30	168,7
0,3	30	129,083
0,4	30	168,933
0,5	30	158,667
0,6	30	194,967
0,7	30	207,067
0,8	30	235,45
0,9	30	182,267
1	30	190,75

há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Tabela A.13. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEB.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,987195	0,787548

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.14. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre algumas configurações, pois há três intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou

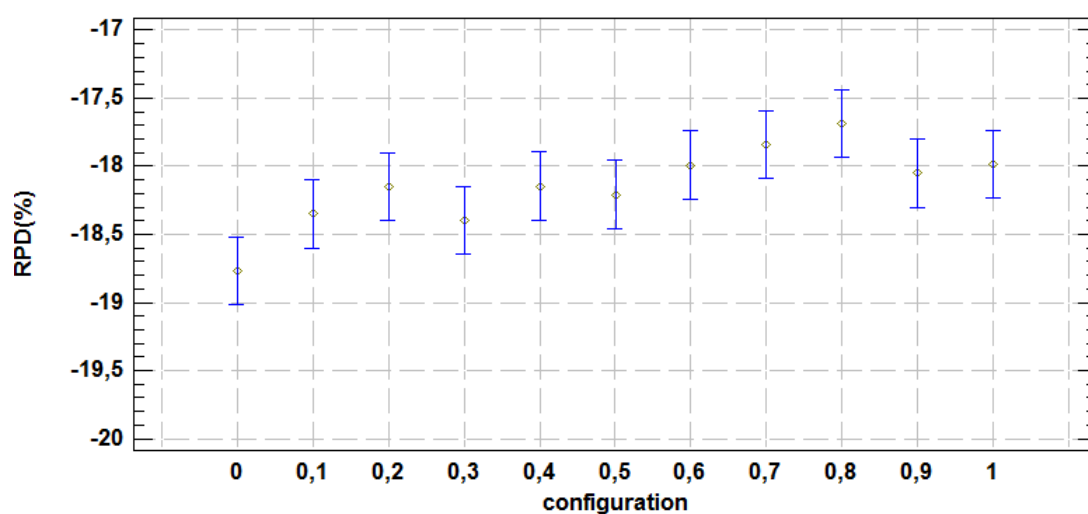


Figura A.12. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_2opt_IEB.

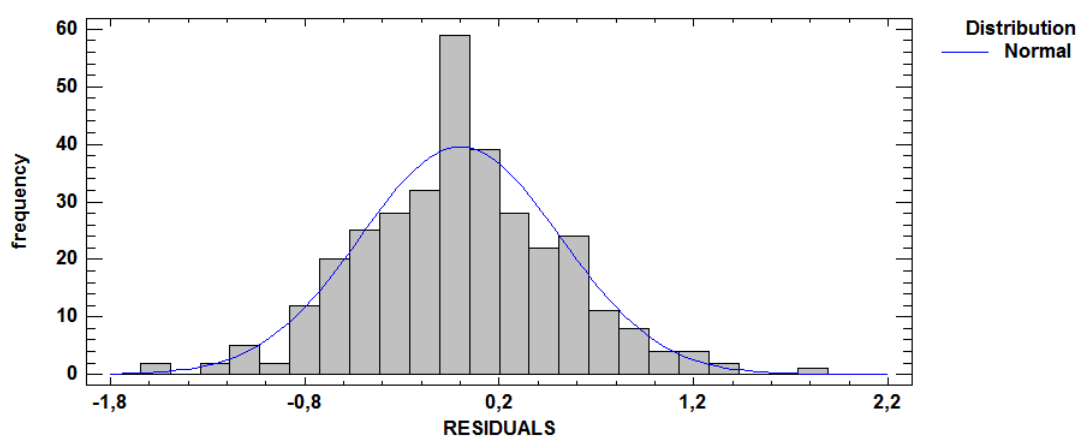


Figura A.13. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEB.

Tabela A.14. Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEB.

	<i>Test</i>	<i>P-Value</i>
<i>Levene's</i>	6,98542	0,000000001

resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_LKH_2opt_IEB.

Tabela A.15. *Kruskal-Wallis.* Experimento da calibração do C_LKH_2opt_IEB. *Test statistic* = 31,7518. *P-Value* = 0,00044041.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	100,3
0,1	30	159,717
0,2	30	146,65
0,3	30	138,367
0,4	30	147,783
0,5	30	172,933
0,6	30	194,75
0,7	30	195,617
0,8	30	207,933
0,9	30	178,183
1	30	178,267

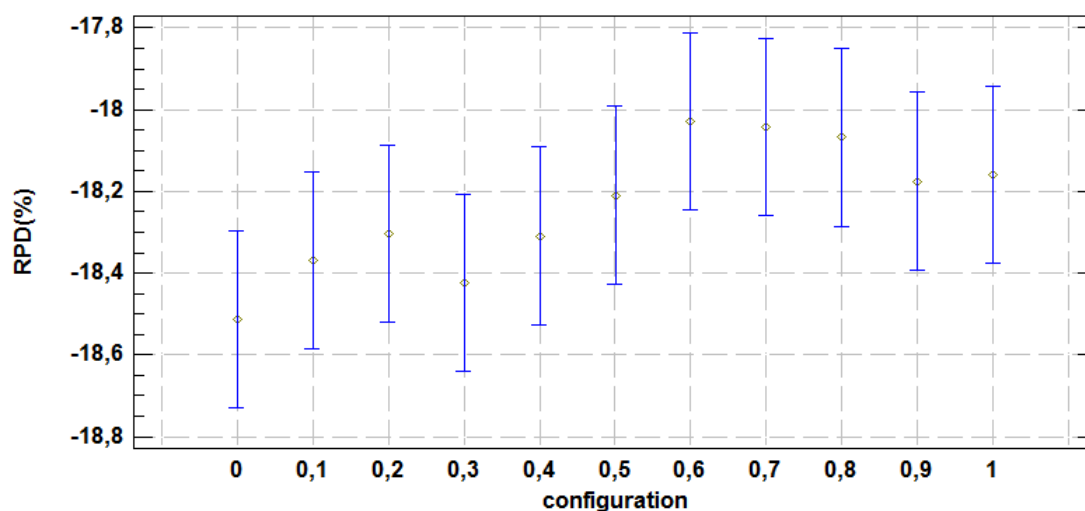


Figura A.14. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_2opt_IEB.

A.1.1.8 C_GENI_IEB

No experimento da calibração do algoritmo C_GENI_IEB, a Tabela A.16 e a Figura A.15 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela A.17. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.16. Nela é

possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_GENI_IEB.

Tabela A.16. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_GENI_IEB.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,970286	0,00116786

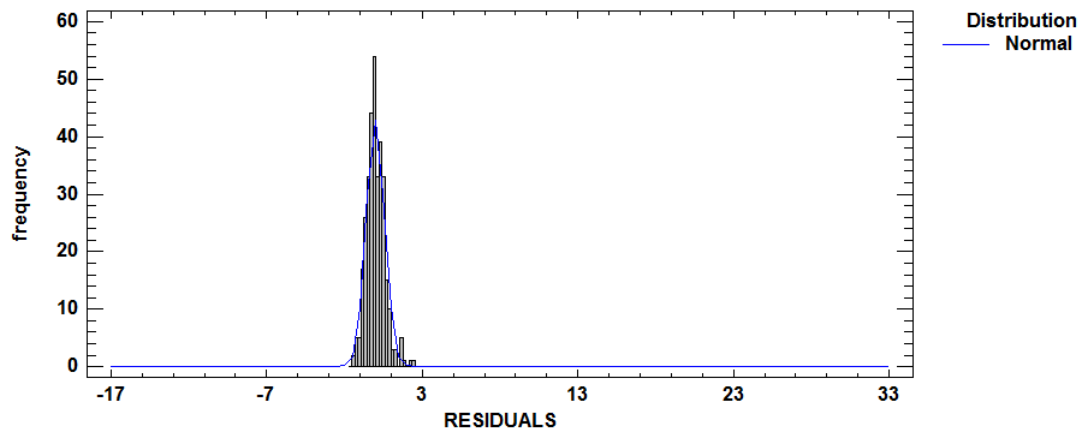


Figura A.15. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_GENI_IEB.

Tabela A.17. *Kruskal-Wallis*. Experimento da calibração do C_GENI_IEB. *Test statistic* = 66,3616. *P-Value* = 0,0000000002.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	57,65
0,1	30	122,05
0,2	30	139,033
0,3	30	159,333
0,4	30	184,683
0,5	30	178,733
0,6	30	186,433
0,7	30	190,517
0,8	30	217,683
0,9	30	199,967
1	30	184,417

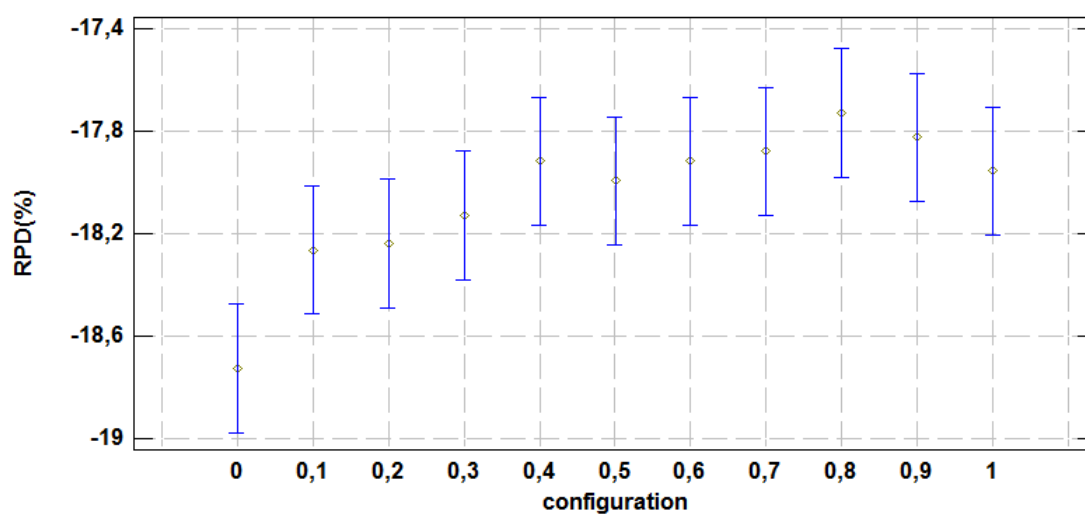


Figura A.16. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_GENI_IEB.

A.1.1.9 C_LKH_IEB

No experimento da calibração do algoritmo C_LKH_IEB, a Tabela A.18 e a Figura A.17 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Portanto, a primeira suposição da ANOVA foi violada, por isso foi realizado o teste de Kruskal-Wallis como mostrado na Tabela A.19. O P-Value, que é o valor de interesse, é menor do que 0,05, portanto, há uma diferença estatisticamente significativa entre os níveis do fator estudado, no nível de confiança considerado de 95%.

Os contrastes entre as configurações são mostrados na Figura A.18. Nela é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. A configuração que apresentou resultados com melhor média corresponde a $\alpha = 0,2$. Portanto, este foi o valor definido para α do C_LKH_IEB.

Tabela A.18. Teste de normalidade. Experimento da calibração do C_LKH_IEB.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,969854	0,000866388

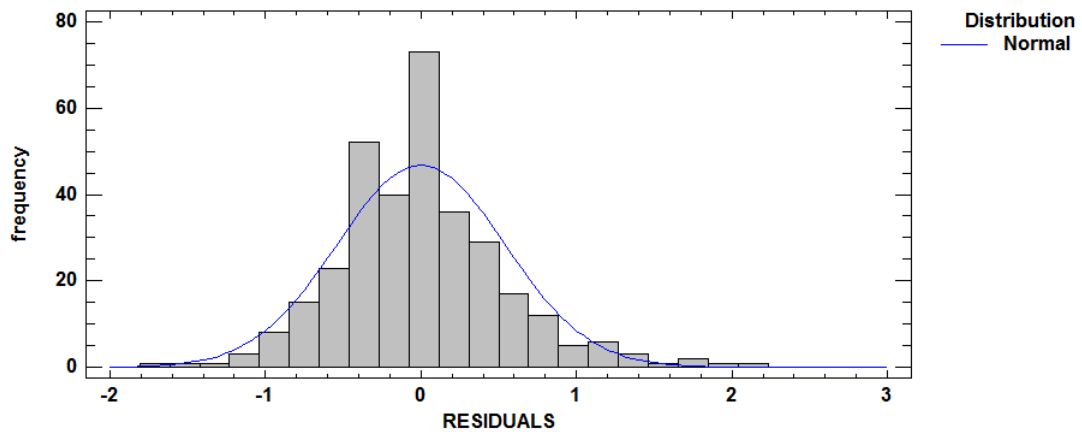


Figura A.17. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do C_LKH_IEB.

Tabela A.19. *Kruskal-Wallis*. Experimento da calibração do C_LKH_IEB. *Test statistic* = 32,7888. *P-Value* = 0,000295555.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
0	30	115,883
0,1	30	138,55
0,2	30	125,55
0,3	30	163,133
0,4	30	151,067
0,5	30	163,267
0,6	30	197,817
0,7	30	206,117
0,8	30	211,283
0,9	30	171,417
1	30	176,417

A.1.2 Algoritmos Baseados em Metaheurísticas

Essa seção descreve os experimentos e as análises realizadas para a calibração dos parâmetros das abordagens baseadas em metaheurísticas.

A.1.2.1 GRASP_VND_Lit

Para o algoritmo GRASP_VND_Lit foram analisados dois parâmetros: α e $nIteracoes$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados: $\alpha \in \{0,2; 0,4; 0,6\}$ e $nIteracoes \in \{30; 65; 100\}$. Para definir as configurações a serem testadas utilizou-se técnicas de Designs de superfície de resposta que destinam-se a determinar as configurações ideais dos fatores experimentais. Ao todo foram testadas nove configurações de parâmetros.

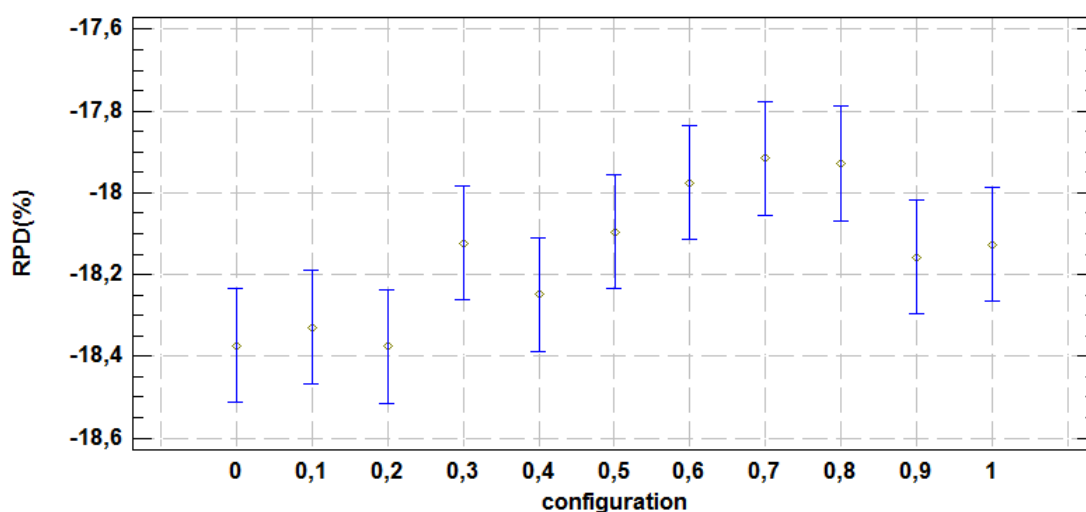


Figura A.18. Gráfico de Médias e Intervalos LSD com nível de confiança de 95% para as onze configurações do C_LKH_IEB.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.20 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.19 fornecem indícios suficientes para que se possa afirmar que os resíduos vêm de uma distribuição normal. A Tabela A.21 corresponde ao teste de igualdade de variância. Como pode ser visto, o P-Value é menor do que 0,05, portanto, não foi verificada a igualdade de variância. Uma alternativa não-paramétrica para o caso onde a ANOVA paramétrica não pode ser aplicada é o teste de Kruskal Wallis. Os resultados desse teste estão especificados na Tabela A.22. Uma vez que o valor-P do teste, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos tratamentos para outro, com um nível de confiança de 95%.

Tabela A.20. Teste de normalidade. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,97965	0,209902

Tabela A.21. Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit.

	<i>Test</i>	<i>P-Value</i>
	<i>Levene's</i>	5,92159
		0,0000006

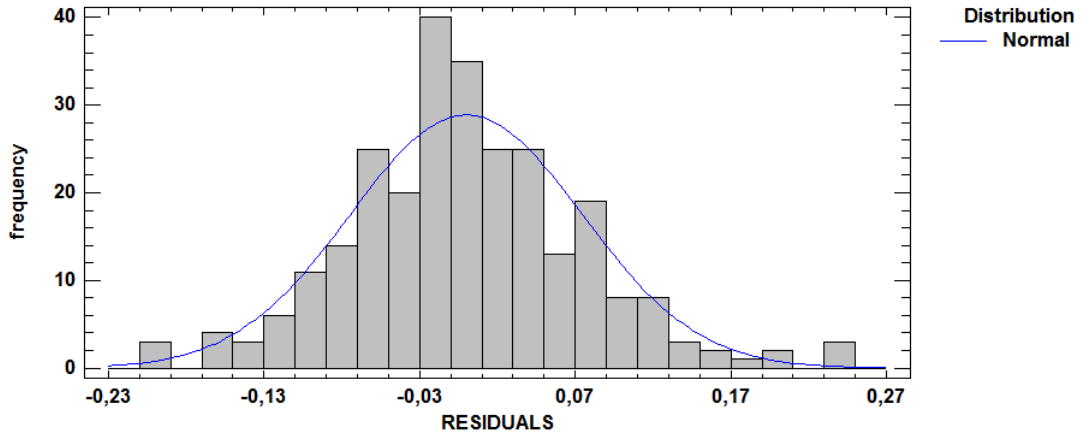


Figura A.19. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit.

Tabela A.22. *Kruskal-Wallis.* Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit. **Test statistic** = 206,054. **P-Value** = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
1	30	167,4
2	30	230,583
3	30	228,867
4	30	49,5167
5	30	136,867
6	30	166,8
7	30	23,8
8	30	89,1333
9	30	126,533

O teste de Kruskal Wallis não especifica quais versões são diferentes entre si, de tal modo que foi realizado um teste de Comparações Múltiplas para comparar cada par de médias com um nível de confiança de 95%. O mesmo pode ser visto na Figura A.20. Ela mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD com nível de confiança de 95%. Como há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras, existe diferença significativa entre as configurações. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 5 e 7 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo GRASP_VND_Lit a configuração 7 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,2$ e $nIteracoes = 100$.

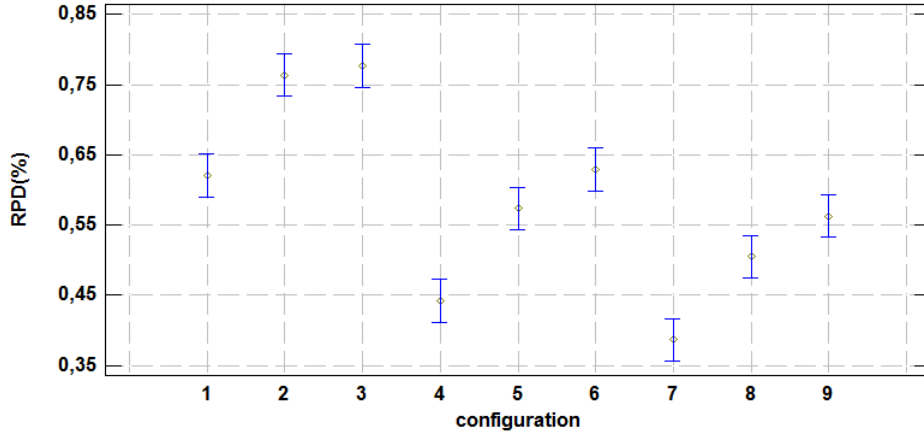


Figura A.20. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Lit.

A.1.2.2 GRASP_VND_Lit*

Para o algoritmo GRASP_VND_Lit* também foram analisados dois parâmetros: α e $nIteracoes$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados: $\alpha \in \{0,2; 0,4; 0,6\}$ e $nIteracoes \in \{30; 65; 100\}$. Para definir as configurações a serem testadas utilizou-se técnicas de Designs de superfície de resposta que destinam-se a determinar as configurações ideais dos fatores experimentais. Ao todo foram testadas nove configurações de parâmetros.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica, para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.23 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.21 fornecem indícios suficientes para que se possa afirmar que os resíduos vêm de uma distribuição normal. A Tabela A.24 corresponde ao teste de igualdade de variância. Como pode ser visto, o P-Value é menor do que 0,05, portanto, não foi verificada a igualdade de variância. Uma alternativa não-paramétrica para o caso onde a ANOVA paramétrica não pode ser aplicada é o teste de Kruskal Wallis. Os resultados deste teste estão especificados na Tabela A.25. Uma vez que o valor-P do teste, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos tratamentos para outro, com um nível de confiança de 95%.

Tabela A.23. Teste de normalidade. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit*.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,990704	0,958192

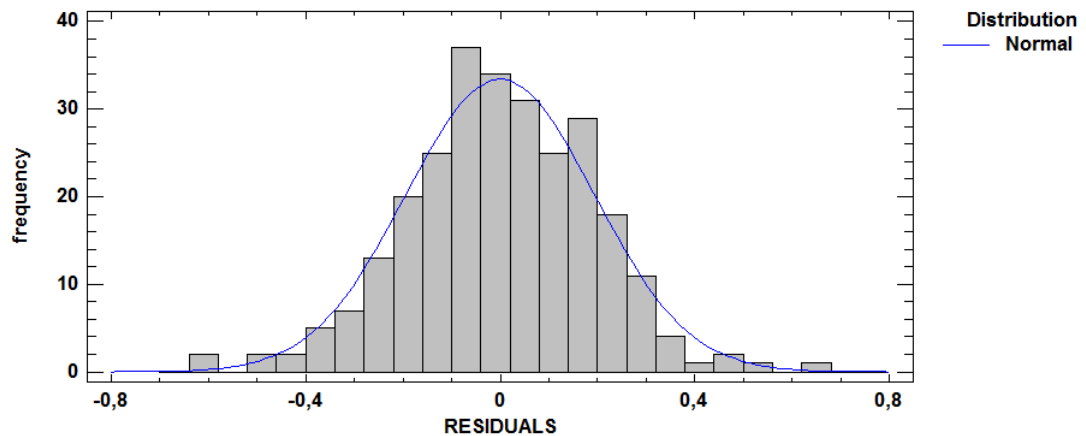


Figura A.21. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit*.

Tabela A.24. Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit*.

	<i>Test</i>	<i>P-Value</i>
<i>Levene's</i>	2,2142	0,0268160

Tabela A.25. *Kruskal-Wallis*. Experimento da calibração do GRASP_VND_Lit*. *Test statistic* = 213,928. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
1	30	178,817
2	30	233,917
3	30	236,433
4	30	64,7333
5	30	126,817
6	30	160,85
7	30	24,5833
8	30	78,2
9	30	115,15

O teste de Kruskal Wallis não especifica quais versões são diferentes entre si, de tal modo que foi realizado um teste de Comparações Múltiplas para comparar cada par de médias com um nível de confiança de 95%. O mesmo pode ser visto na Figura A.22. Ela mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD com nível de confiança de 95%. Como há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras, existe diferença significativa

entre as configurações. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 4 e 6 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo GRASP_VND_Lit* a configuração 7 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,2$ e $nIteracoes = 100$.

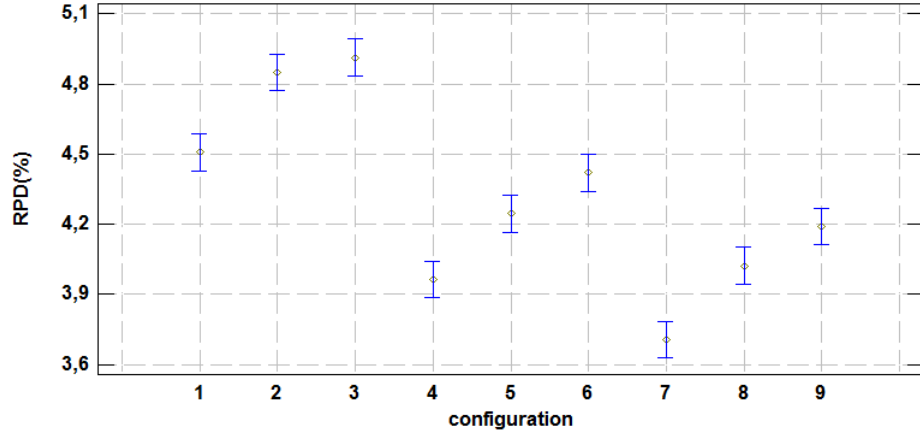


Figura A.22. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Lit*.

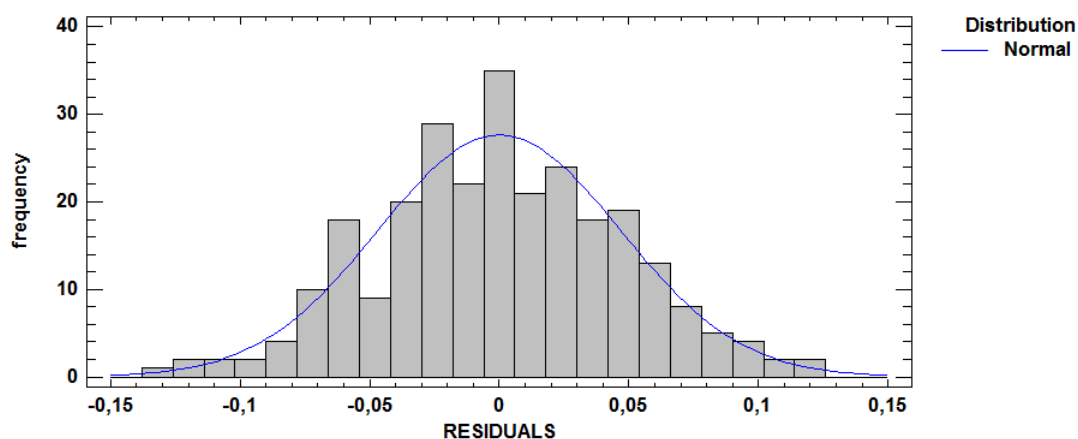
A.1.2.3 GRASP_VND_Prop1

Para o algoritmo GRASP_VND_Prop1 também foram analisados dois parâmetros: α e $nIteracoes$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados: $\alpha \in \{0,4; 0,6; 0,8\}$ e $nIteracoes \in \{30; 65; 100\}$. Para definir as configurações a serem testadas utilizou-se técnicas de Designs de superfície de resposta que destinam-se a determinar as configurações ideais dos fatores experimentais. Ao todo foram testadas nove configurações de parâmetros.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica, para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.26 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.23 fornecem indícios suficientes para que se possa afirmar que os resíduos vêm de uma distribuição normal. A Tabela A.27 corresponde ao teste de igualdade de variância. A independência dos resíduos na ANOVA, significa que os erros ou resíduos não são correlacionados, e é verificada pela plotagem dos resíduos versus a ordem de observação. Para que os dados sejam considerados independentes não pode ser possível verificar qualquer tendência. A plotagem de resíduos é mostrada na Figura A.24.

Tabela A.26. Teste de normalidade. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop1.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,983066	0,465078

**Figura A.23.** Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop1.**Tabela A.27.** Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop1.

	<i>Test</i>	<i>P-Value</i>
<i>Levene's</i>	1,78553	0,08007

A Tabela A.28 mostra o resultado da ANOVA referente à calibração do GRASP_VND_Prop1. O teste-F na tabela ANOVA irá testar se há qualquer diferença significativa entre as médias do RPD (variável de resposta) encontradas por cada uma das nove configurações utilizadas na calibração do GRASP_VND_Prop1. Esta tabela decompõe a variação total entre todas as observações, na variação devido ao efeito dos tratamentos e na variação devida ao acaso ou resíduos (veja coluna “Fonte da Variação”). O número de graus de liberdade (veja coluna “Graus de Liberdade”) dos tratamentos é igual a $I - 1$, onde I é o número de tratamentos utilizados. No caso, $I = 9$ configurações, sendo o número de graus de liberdade associado aos tratamentos igual a 8. Já o número de graus de liberdade associados aos resíduos é igual a $I(J - 1)$, onde J é o número de repetições. No caso, $J = 30$ repetições o que dá um total de 261 graus de liberdade. A coluna “Quadrados Médios” corresponde ao quociente entre a soma de quadrados pelo grau de liberdade da respectiva fonte de variação. O valor de F, que neste caso é igual a 157,65, é o quociente entre o quadrado médio dos tratamentos pelo quadrado médio dos resíduos. Uma vez que

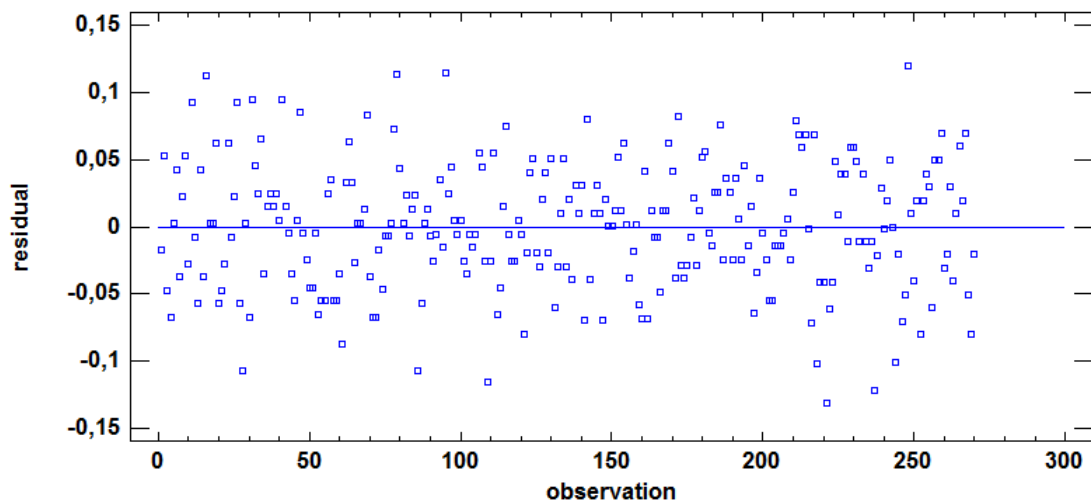


Figura A.24. Gráfico de resíduos versus observação. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop1.

o valor-P do teste-F, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos conjuntos de parâmetros testados para o GRASP_VND_Prop1 para outro conjunto, com um nível de confiança de 95%.

Tabela A.28. Tabela ANOVA referente à calibração dos parâmetros do algoritmo GRASP_VND_Prop1

Fonte da Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrados Médios	Valor de F	Valor-P
Tratamentos	2,83741	8	0,354676	157,65	0,0000
Resíduos	0,587207	261	0,00224983		
Total	3,42462	269			

A ANOVA mostrou que há diferença significativa entre as configurações, mas não especifica qual configuração é a melhor ou não especifica onde estão os contrastes entre os tratamentos. Então, um teste de Comparações Múltiplas foi realizado para este fim. A Figura A.25 mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD (Honestly Significant Difference) com nível de confiança de 95% para as configurações testadas no algoritmo GRASP_VND_Prop1. Nessa figura é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 4 e 6 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo GRASP_VND_Prop1 a configuração 9 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,8$ e $itSM$

= 100.

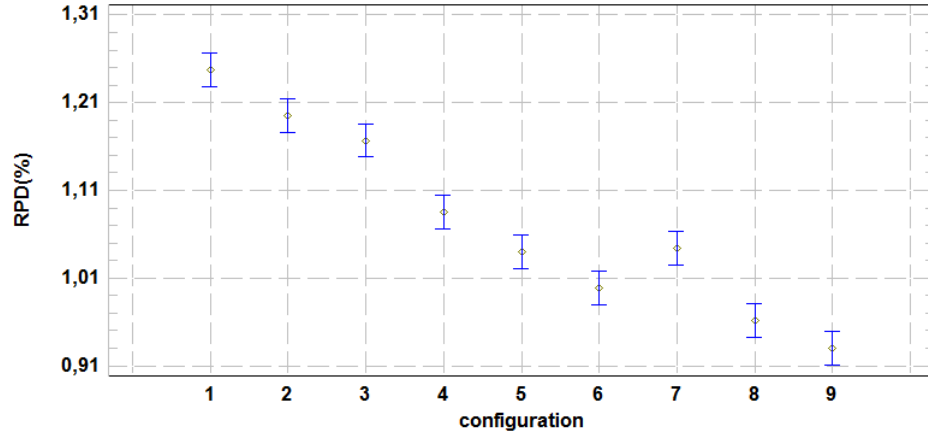


Figura A.25. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Prop1.

A.1.2.4 GRASP_VND_Prop2

Para o algoritmo GRASP_VND_Prop2 também foram analisados dois parâmetros: α e $nIteracoes$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados: $\alpha \in \{0,4; 0,6; 0,8\}$ e $nIteracoes \in \{30; 65; 100\}$. Para definir as configurações a serem testadas utilizou-se técnicas de Designs de superfície de resposta que destinam-se a determinar as configurações ideais dos fatores experimentais. Ao todo foram testadas nove configurações de parâmetros.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica, para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.29 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.26 fornecem indícios suficientes para que se possa afirmar que os resíduos vêm de uma distribuição normal. A Tabela A.30 corresponde ao teste de igualdade de variância. A independência dos resíduos na ANOVA, significa que os erros ou resíduos não são correlacionados, e é verificada pela plotagem dos resíduos versus a ordem de observação. Para que os dados sejam considerados independentes não pode ser possível verificar qualquer tendência. A plotagem de resíduos é mostrada na Figura A.27.

A Tabela A.31 mostra o resultado da ANOVA referente à calibração do GRASP_VND_Prop2. O teste-F na tabela ANOVA irá testar se há qualquer diferença significativa entre as médias do RPD (variável de resposta) encontradas por cada uma das nove configurações utilizadas na calibração do GRASP_VND_Prop2.

Tabela A.29. Teste de normalidade. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,98067	0,275424

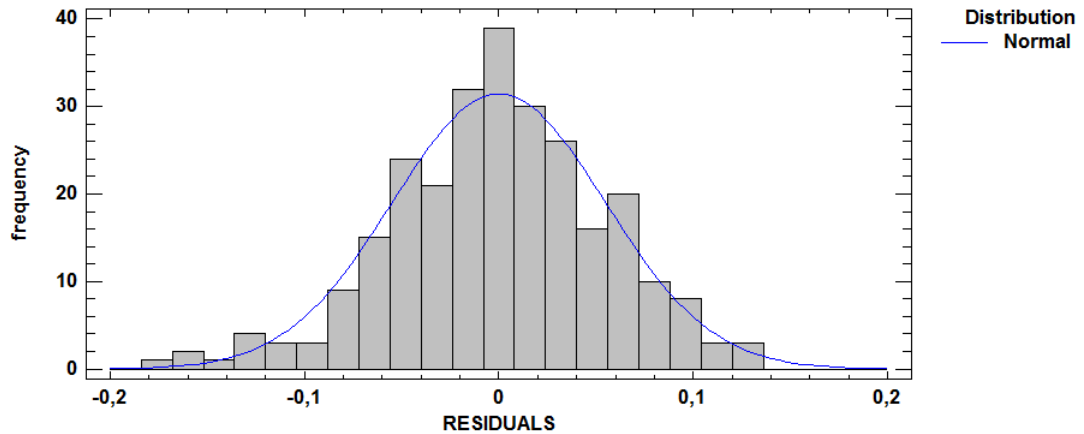


Figura A.26. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.

Tabela A.30. Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.

	<i>Test</i>	<i>P-Value</i>
<i>Levene's</i>	1,22945	0,281901

Esta tabela decompõe a variação total entre todas as observações, na variação devido ao efeito dos tratamentos e na variação devida ao acaso ou resíduos (veja coluna “Fonte da Variação”). O número de graus de liberdade (veja coluna “Graus de Liberdade”) dos tratamentos é igual a $I - 1$, onde I é o número de tratamentos utilizados. No caso, $I = 9$ configurações, sendo o número de graus de liberdade associado aos tratamentos igual a 8. Já o número de graus de liberdade associados aos resíduos é igual a $I(J - 1)$, onde J é o número de repetições. No caso, $J = 30$ repetições o que dá um total de 261 graus de liberdade. A coluna “Quadrados Médios” corresponde ao quociente entre a soma de quadrados pelo grau de liberdade da respectiva fonte de variação. O valor de F, que neste caso é igual a 132,88, é o quociente entre o quadrado médio dos tratamentos pelo quadrado médio dos resíduos. Uma vez que o valor-P do teste-F, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos conjuntos de parâmetros testados para o GRASP_VND_Prop2 para outro conjunto, com um nível de confiança de 95%.

A ANOVA mostrou que há diferença significativa entre as configurações, mas

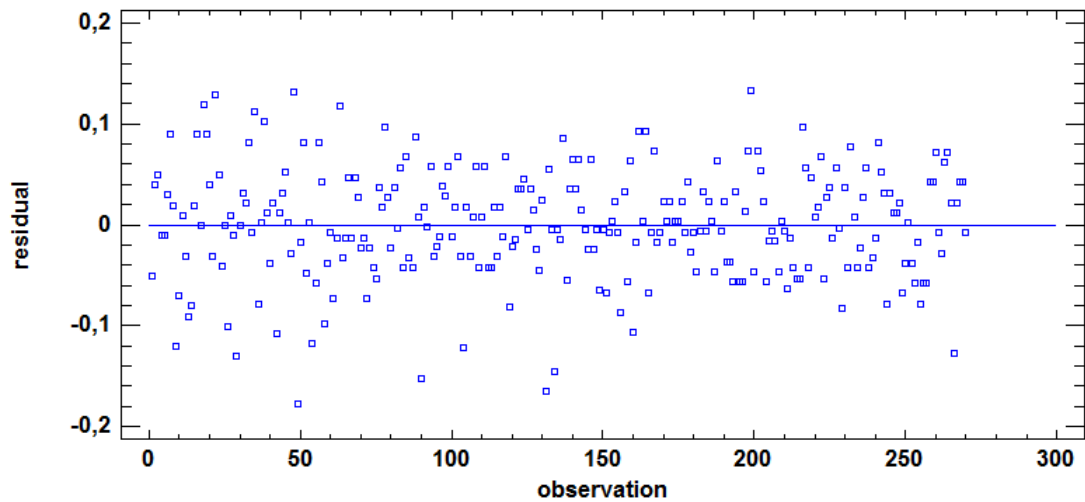


Figura A.27. Gráfico de resíduos versus observação. Experimento da calibração do GRASP_VND_Prop2.

Tabela A.31. Tabela ANOVA referente à calibração dos parâmetros do algoritmo GRASP_VND_Prop2

Fonte da Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrados Médios	Valor de F	Valor-P
Tratamentos	3,28821	8	0,411026	132,88	0,0000
Resíduos	0,807333	261	0,00309323		
Total	4,09554	269			

não especifica qual configuração é a melhor ou não especifica onde estão os contrastes entre os tratamentos. Então, um teste de Comparações Múltiplas foi realizado para este fim. A Figura A.28 mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD (Honestly Significant Difference) com nível de confiança de 95% para as configurações testadas no algoritmo GRASP_VND_Prop2. Nessa figura é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 4 e 8 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo GRASP_VND_Prop2 a configuração 9 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,8$ e $itSM = 100$.

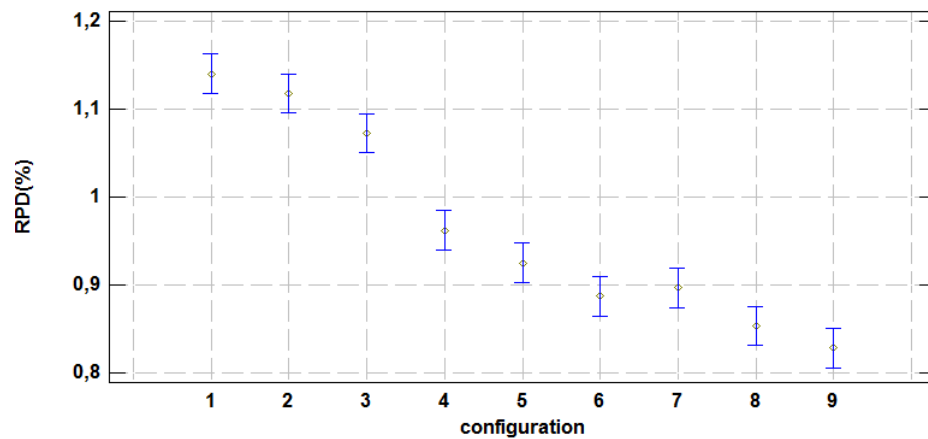


Figura A.28. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do GRASP_VND_Prop2.

A.1.2.5 ILS_VND_Prop1

Para o algoritmo ILS_VND_Prop1 foram analisados dois parâmetros: α e $itSM$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados: $\alpha \in \{0,3; 0,5; 0,7\}$ e $itSM \in \{30; 65; 100\}$. Para definir as configurações a serem testadas a partir desses intervalos propostos, técnicas de Designs de superfície de resposta foram utilizadas. Ao todo foram testadas nove configurações de parâmetros.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica, para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.32 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.29 fornecem indícios suficientes para que se possa afirmar que os resíduos vêm de uma distribuição normal. A Tabela A.33 corresponde ao teste de igualdade de variância. A independência dos resíduos na ANOVA, significa que os erros ou resíduos não são correlacionados, e é verificada pela plotagem dos resíduos versus a ordem de observação. Para que os dados sejam considerados independentes não pode ser possível verificar qualquer tendência. A plotagem de resíduos é mostrada na Figura A.30.

Tabela A.32. Teste de normalidade. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,977027	0,0914956

A Tabela A.34 mostra o resultado da ANOVA referente à calibração do ILS_VND_Prop1. O teste-F na tabela ANOVA irá testar se há qualquer diferença significativa entre as médias do RPD (variável de resposta) encontradas por cada

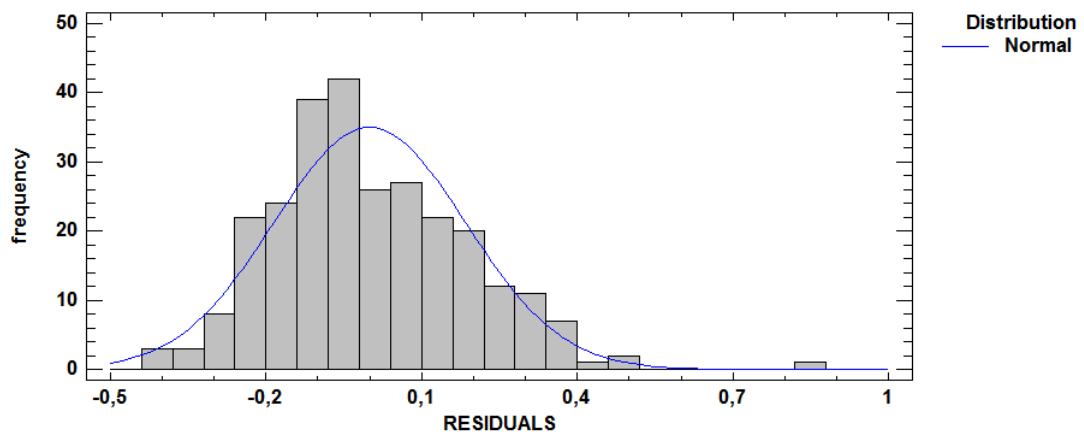


Figura A.29. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1.

Tabela A.33. Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1

	<i>Test</i>	<i>P-Value</i>
<i>Levene's</i>	1,85444	0,0675432

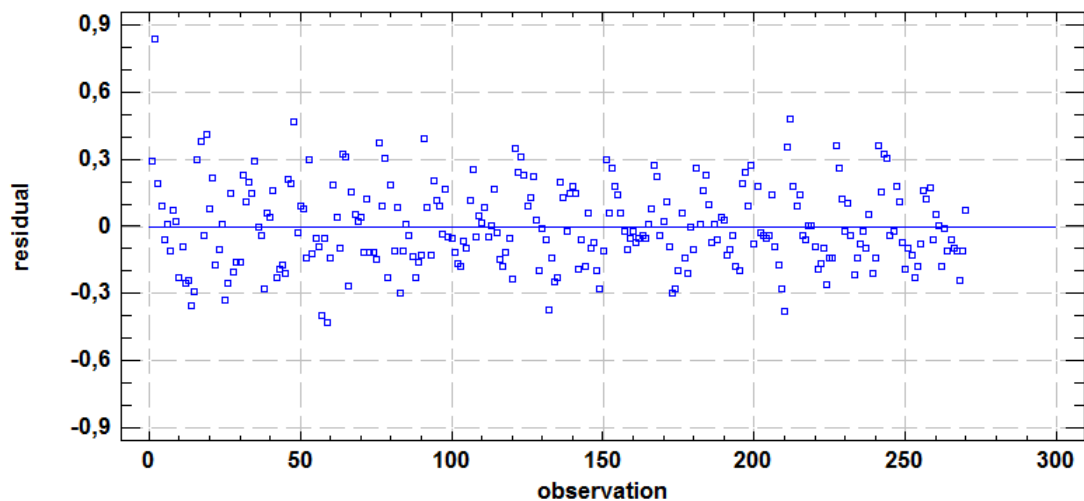


Figura A.30. Gráfico de resíduos versus observação. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop1.

uma das nove configurações utilizadas na calibração do ILS_VND_Prop1. Esta tabela decompõe a variação total entre todas as observações, na variação devido ao efeito dos tratamentos e na variação devida ao acaso ou resíduos (veja coluna “Fonte da Variação”). O número de graus de liberdade (veja coluna “Graus de Liberdade”) dos tratamentos é igual a $I - 1$, onde I é o número de tratamentos utilizados. No caso, $I = 9$ configurações, sendo o número de graus de liberdade associado aos tra-

tamentos igual a 8. Já o número de graus de liberdade associados aos resíduos é igual a $I(J - 1)$, onde J é o número de repetições. No caso, $J = 30$ repetições o que dá um total de 261 graus de liberdade. A coluna “Quadrados Médios” corresponde ao quociente entre a soma de quadrados pelo grau de liberdade da respectiva fonte de variação. O valor de F, que neste caso é igual a 94,22, é o quociente entre o quadrado médio dos tratamentos pelo quadrado médio dos resíduos. Uma vez que o valor-P do teste-F, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos conjuntos de parâmetros testados para o ILS_VND_Prop1 para outro conjunto, com um nível de confiança de 95%.

Tabela A.34. Tabela ANOVA referente à calibração dos parâmetros do algoritmo ILS_VND_Prop1

Fonte da Variação	Soma de Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrados Médios	Valor de F	Valor-P
Tratamentos	26,526	8	3,31575	94,22	0,0000
Resíduos	9,18476	261	0,0351906		
Total	35,7108	269			

A ANOVA mostrou que há diferença significativa entre as configurações, mas não especifica qual configuração é a melhor ou não especifica onde estão os contrastes entre os tratamentos. Então, um teste de Comparações Múltiplas foi realizado para este fim. A Figura A.31 mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD (Honestly Significant Difference) com nível de confiança de 95% para as configurações testadas no algoritmo ILS_VND_Prop1. Nessa figura é possível ver que existe diferença significativa entre as configurações, pois há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 3 e 4 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo ILS_VND_Prop1 a configuração 7 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,3$ e $itSM = 100$.

A.1.2.6 ILS_VND_Prop2

Para o algoritmo ILS_VND_Prop2 foram analisados dois parâmetros: α e $itSM$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados: $\alpha \in \{0,3; 0,5; 0,7\}$ e $itSM \in \{30; 65; 100\}$. Para definir as configurações a serem testadas utilizou-se técnicas de Designs de superfície de resposta que destinam-se a determinar as configurações ideais dos fatores experimentais. Ao todo foram testadas nove configurações de parâmetros.

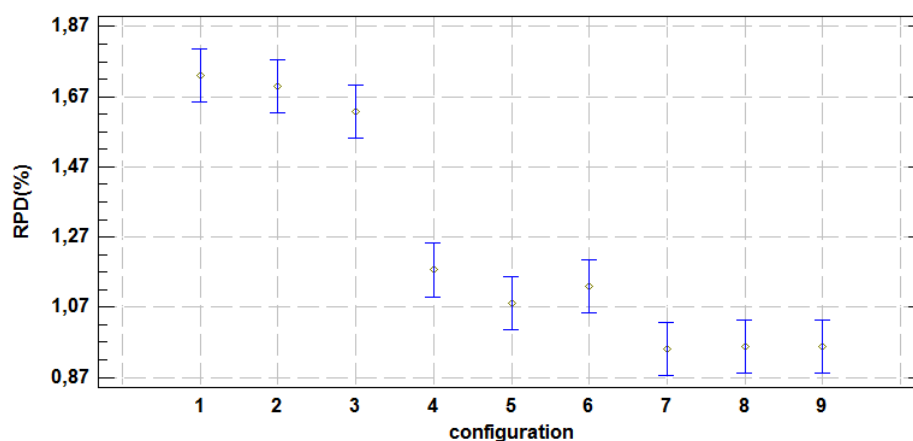


Figura A.31. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do ILS_VND_Prop1.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica, para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.35 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.32 fornecem indícios suficientes para que se possa afirmar que os resíduos vêm de uma distribuição normal. A Tabela A.36 corresponde ao teste de igualdade de variância. Como pode ser visto, o P-Value é menor do que 0,05, portanto não foi verificada a igualdade de variância. Uma alternativa não-paramétrica para o caso onde a ANOVA paramétrica não pode ser aplicada é o teste de Kruskal Wallis. Os resultados deste teste estão especificados na Tabela A.37. Uma vez que o valor-P do teste, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos tratamentos para outro, com um nível de confiança de 95%.

Tabela A.35. Teste de normalidade. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,979737	0,215081

Tabela A.36. Teste de igualdade de variância. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2.

	<i>Test</i>	<i>P-Value</i>
<i>Levene's</i>	2,91079	0,00397882

O teste de Kruskal Wallis não especifica quais versões são diferentes entre si, de tal modo que foi realizado um teste de Comparações Múltiplas para comparar

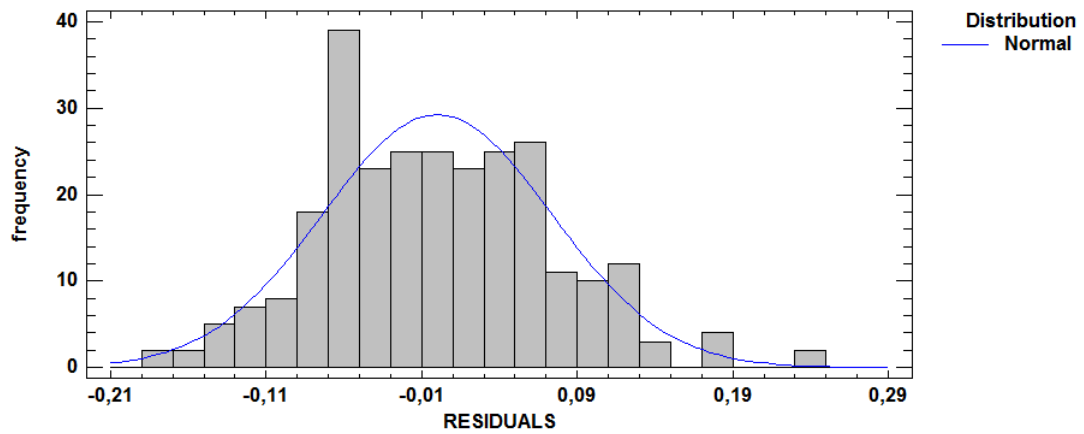


Figura A.32. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2.

Tabela A.37. *Kruskal-Wallis.* Experimento da calibração do ILS_VND_Prop2. *Test statistic* = 119,221. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
1	30	202,883
2	30	203,433
3	30	211,2
4	30	98,0833
5	30	121,767
6	30	125,65
7	30	79,7833
8	30	82,25
9	30	94,45

cada par de médias com um nível de confiança de 95%. O mesmo pode ser visto na Figura A.33. Ela mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD com nível de confiança de 95%. Como há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras, existe diferença significativa entre as configurações. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 3 e 4 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo ILS_VND_Prop2 a configuração 7 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,3$ e $itSM = 100$.

A.1.2.7 SA_VND_Prop1

Para o algoritmo SA_VND_Prop1 foram analisados sete parâmetros: α , γ , β , θ , $taxaTent$, $taxaViz$, $taxaAceit$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados:

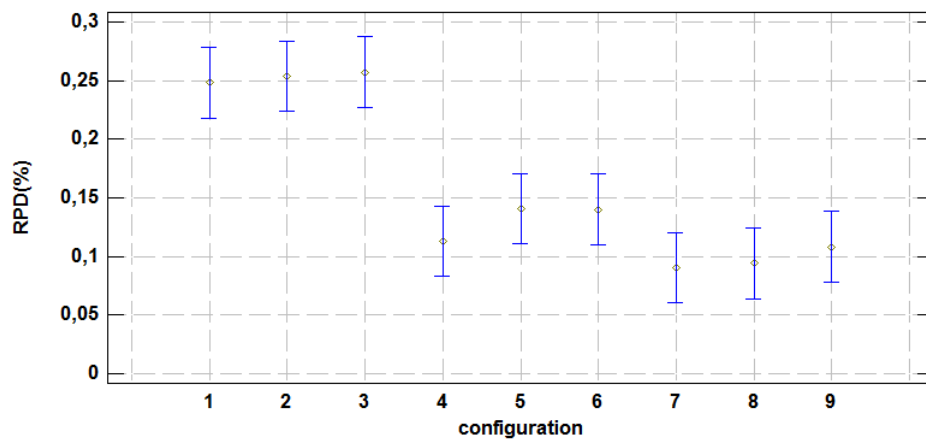


Figura A.33. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do ILS_VND_Prop2.

$\alpha \in \{0,3; 0,5; 0,7\}$, $\gamma \in \{0,75; 0,85; 0,95\}$, $\beta \in \{1,1; 1,25; 1,4\}$, $\theta \in \{0,9; 0,945; 0,99\}$, $taxaTent \in \{0,01; 0,025; 0,04\}$, $taxaViz \in \{0,1; 0,2; 0,3\}$ e $taxaAceit \in \{0,04; 0,05; 0,06\}$. As configurações a serem testadas foram definidas por meio de testes empíricos. Ao todo foram testadas dez configurações de parâmetros.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica, para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.38 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.34 rejeitam a ideia de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Uma alternativa não-paramétrica para o caso onde a ANOVA paramétrica não pode ser aplicada é o teste de Kruskal Wallis. Os resultados deste teste estão especificados na Tabela A.39. Uma vez que o valor-P do teste, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos tratamentos para outro, com um nível de confiança de 95%.

Tabela A.38. Teste de normalidade. Experimento da calibração do SA_VND_Prop1.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,911755	0,0

O teste de Kruskal Wallis não especifica quais versões são diferentes entre si, de tal modo que foi realizado um teste de Comparações Múltiplas para comparar cada par de médias com um nível de confiança de 95%. O mesmo pode ser visto na Figura A.35. Ela mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD com nível de confiança de 95%. Como há

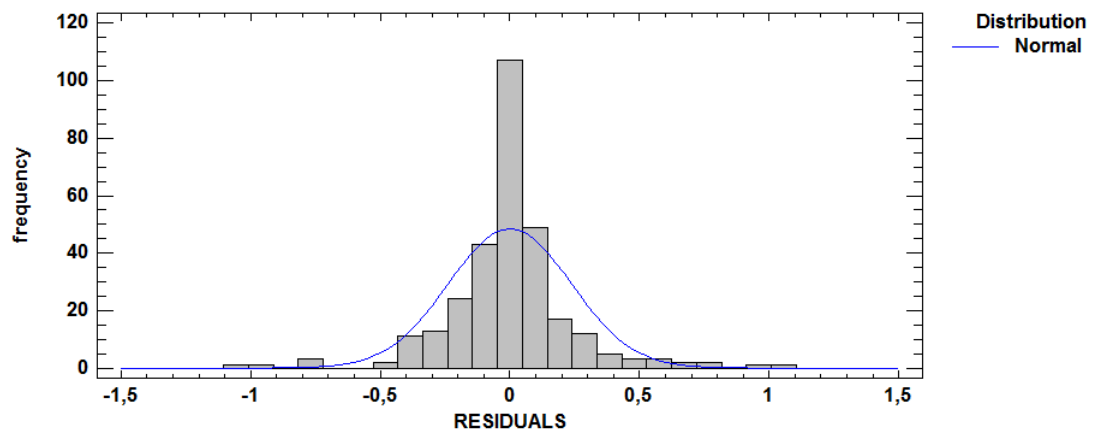


Figura A.34. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do SA_VND_Prop1.

Tabela A.39. *Kruskal-Wallis.* Experimento da calibração do SA_VND_Prop1. *Test statistic* = 266,006. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
1	30	132,083
2	30	82,5667
3	30	197,2
4	30	75,4333
5	30	232,867
6	30	31,4167
7	30	285,5
8	30	200,9
9	30	209,767
10	30	57,2667

diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração que seja estatisticamente melhor que todas as outras, existe diferença significativa entre as configurações. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 5 e 6 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo SA_VND_Prop1 a configuração 6 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,7$, $\gamma = 0,95$, $\beta = 1,1$, $\theta = 0,99$, $taxaTent = 0,04$, $taxaViz = 0,3$ e $taxaAceit = 0,06$.

A.1.2.8 SA_VND_Prop2

Para o algoritmo SA_VND_Prop2 foram analisados seis parâmetros: α , γ , θ , $taxaTent$, $taxaViz$, $taxaAceit$. Os seguintes conjuntos de valores foram testados: $\alpha \in \{0,3; 0,5; 0,7\}$, $\gamma \in \{0,75; 0,85; 0,95\}$, $\theta \in \{0,9; 0,945; 0,99\}$, $taxaTent \in$

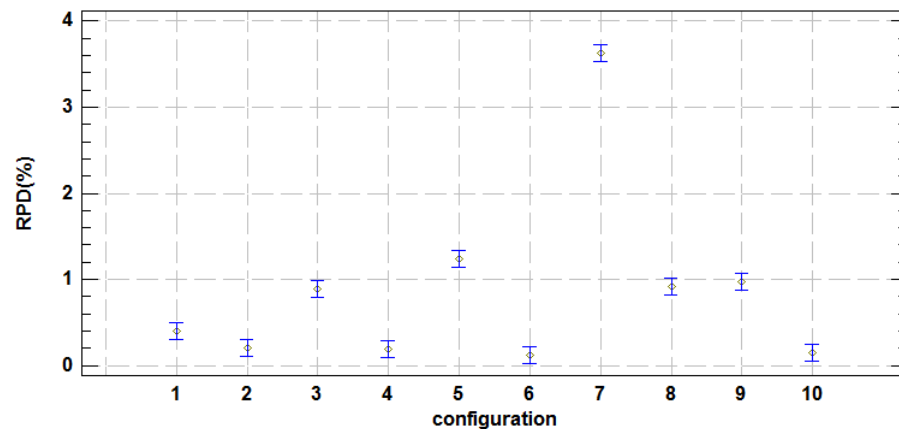


Figura A.35. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do SA_VND_Prop1.

$\{0,01; 0,025; 0,04\}$, $taxaViz \in \{0,1; 0,2; 0,3\}$ e $taxaAceit \in \{0,04; 0,05; 0,06\}$. As configurações a serem testadas foram definidas por meio de testes empíricos. Ao todo foram testadas dez configurações de parâmetros.

Inicialmente foram verificadas as três principais suposições da ANOVA paramétrica, para que os resultados fornecidos pelo teste tenham validade: normalidade, igualdade de variância (ou homoscedasticidade) e independência dos resíduos. A Tabela A.40 e o histograma de resíduos mostrado na Figura A.36 rejeitam a ideia de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Uma alternativa não-paramétrica para o caso onde a ANOVA paramétrica não pode ser aplicada é o teste de Kruskal Wallis. Os resultados deste teste estão especificados na Tabela A.41. Uma vez que o valor-P do teste, que é o valor de interesse, é menor que 0,05, há uma diferença estatisticamente significativa de um dos tratamentos para outro, com um nível de confiança de 95%.

Tabela A.40. Teste de normalidade. Experimento da calibração do SA_VND_Prop2.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,939553	0,0

O teste de Kruskal Wallis não especifica quais versões são diferentes entre si, de tal modo que foi realizado um teste de Comparações Múltiplas para comparar cada par de médias com um nível de confiança de 95%. O mesmo pode ser visto na Figura A.37. Ela mostra o gráfico de médias resultante do teste Tukey da Diferença Honestamente Significativa HSD com nível de confiança de 95%. Como há diversos intervalos que não se sobrepõem, embora não haja uma única configuração

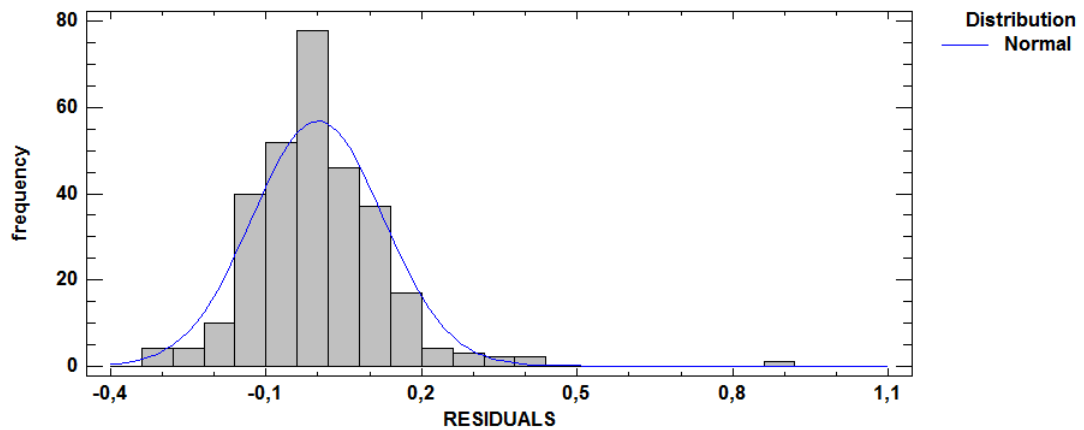


Figura A.36. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da calibração do SA_VND_Prop2.

Tabela A.41. *Kruskal-Wallis.* Experimento da calibração do SA_VND_Prop2. *Test statistic* = 201,319. *P-Value* = 0.

<i>Configuration</i>	<i>Sample Size</i>	<i>Average Rank</i>
1	30	109,217
2	30	109,217
3	30	271,883
4	30	247,617
5	30	184,833
6	30	107,833
7	30	175,25
8	30	20,4167
9	30	171,9
10	30	106,833

que seja estatisticamente melhor que todas as outras, existe diferença significativa entre as configurações. Por exemplo, há diferença significativa entre as configurações 7 e 8 porque os respectivos intervalos não se sobrepõem. Para o algoritmo SA_VND_Prop2 a configuração 8 apresentou a melhor média e corresponde aos valores $\alpha = 0,3$, $\gamma = 0,85$, $\theta = 0,99$, $taxaTent = 0,04$, $taxaViz = 0,1$ e $taxaAceit = 0,04$.

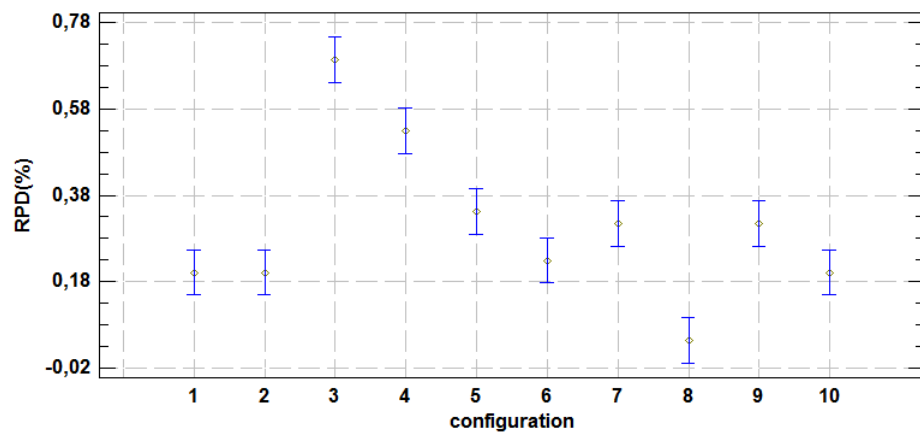


Figura A.37. Gráfico de Médias e Intervalos HSD de Tukey com nível de confiança de 95% para as nove configurações do SA_VND_Prop2.

A.2 Verificação dos pressupostos da ANOVA para comparação estatística de algoritmos

Essa seção descreve as análises realizadas para a verificação dos pressupostos da ANOVA, primeiro passo do procedimento de comparação estatística dos algoritmos. A seguir, a verificação é realizada envolvendo os algoritmos construtivos, depois os algoritmos baseados em metaheurísticas.

A.2.1 Algoritmos Construtivos

Nesta seção estão os testes realizados para a comparação dos algoritmos construtivos que foram apresentados na Seção 3.1 do Capítulo 3. Os testes apresentados aqui correspondem à verificação dos pressupostos da ANOVA. A Tabela A.42 e a Figura A.38 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Logo, a primeira suposição da ANOVA foi violada, portanto a ANOVA não pode ser aplicada.

Tabela A.42. Teste de normalidade. Experimento da comparação dos algoritmos construtivos.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,884094	0,0

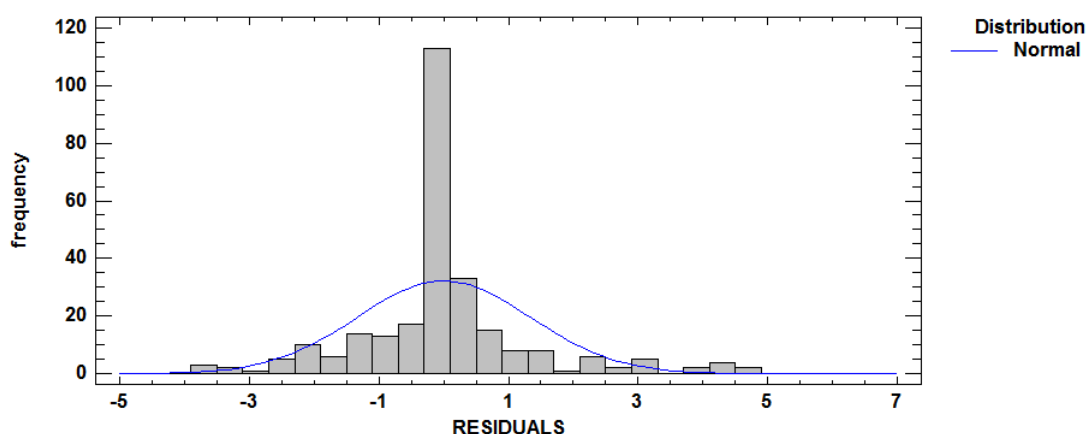


Figura A.38. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da comparação dos algoritmos construtivos.

A.2.2 Algoritmos Baseados em Metaheurísticas

Nesta seção estão os testes realizados para a comparação das abordagens heurísticas que foram apresentados no Capítulo 4. Os testes apresentados aqui correspondem à verificação dos pressupostos da ANOVA. A Tabela A.43 e a Figura A.38 fornecem indícios suficientes para rejeitar a hipótese de que os resíduos vêm de uma distribuição normal. Logo, a primeira suposição da ANOVA foi violada, portanto a ANOVA não pode ser aplicada.

Tabela A.43. Teste de normalidade. Experimento da comparação das abordagens heurísticas.

<i>Test</i>	<i>Statistic</i>	<i>P-Value</i>
<i>Shapiro-Wilk W</i>	0,924678	0,0

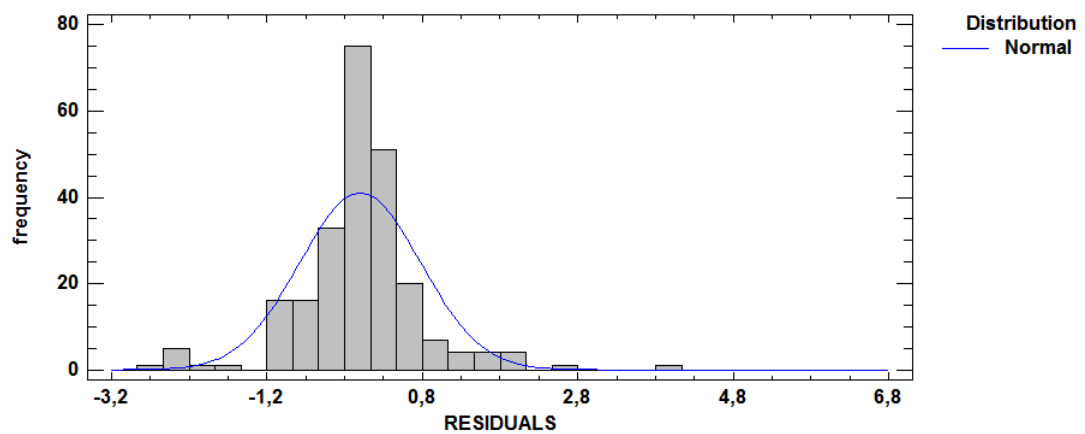


Figura A.39. Histograma e Distribuição Normal para os resíduos. Experimento da comparação das abordagens heurísticas.

Apêndice B

Experimentos - Heurísticas Construtivas

Este apêndice apresenta todos os dados referentes aos resultados obtidos pelos algoritmos construtivos descritos no Capítulo 3. Para melhor compreendê-los, a Tabela B.1 apresenta a descrição dos identificadores utilizados nas tabelas de resultados.

Tabela B.1. Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas completas de resultados relacionadas aos construtivos.

Identificador	Descrição
id	Identificação da instância.
n	Tamanho da instância.
RefSol	Melhor solução encontrada pelo algoritmo construtivo da literatura.
suc	Número de sucesso na busca por soluções viáveis em 30 execuções.
viab	Número de vezes que o viabilizador foi solicitado em 30 execuções.
melhor	Melhor solução em 30 execuções.
média	Solução média em 30 execuções.
tempo	Tempo médio em segundos(s) de 30 execuções.
RPD	Diferença percentual (%) entre a solução média obtida e a melhor solução encontrada pelo algoritmo construtivo da literatura.
Média	Média dos resultados.

Devido à quantidade de dados, os algoritmos baseados na estratégia B+P não puderam ser apresentados na mesma tabela. O mesmo aconteceu para a estratégia P+B. Os resultados podem ser vistos nas Tabelas B.2, B.3, B.4, B.5 e B.6. O

números em **negrito** simbolizam que o seu valor é menor ou igual ao RefSol de acordo com a função objetivo do problema PCV-PB.

Tabela B.2. Resultados dos construtivos C_GENI_US_IEP e C_GENI_2opt_IEP. Baseados na estratégia B+P.

id	n	RefSol	B + P											
			C_GENI_US_IEP						C_GENI_2opt_IEP					
			suc	viab	melhor	média	tempo	RPD	suc	viab	melhor	média	tempo	RPD
1	51	499,18	25	13	512,85	594,70	0,09	19,13	24	14	504,04	580,97	0,02	16,38
2	51	500,54	30	0	491,81	532,74	0,09	6,43	30	0	475,61	538,06	0,02	7,50
3	51	523,01	27	22	523,01	652,38	0,09	24,73	20	24	529,03	637,84	0,02	21,96
4	51	546,95	30	0	554,92	599,22	0,07	9,56	30	0	554,12	596,47	0,01	9,05
5	51	533,32	30	0	533,05	592,37	0,06	11,07	30	0	534,26	592,54	0,01	11,10
6	76	667,52	21	17	676,80	766,04	0,26	14,76	18	14	689,85	754,91	0,04	13,09
7	76	656,92	29	3	669,09	715,71	0,29	8,95	30	0	656,29	712,21	0,04	8,42
8	76	690,12	16	20	679,31	796,92	0,28	15,48	21	16	694,63	775,25	0,04	12,34
9	76	727,22	30	0	735,70	807,56	0,18	11,05	30	0	733,90	792,19	0,03	8,93
10	76	698,94	29	4	727,05	775,88	0,19	11,01	30	1	700,10	770,29	0,03	10,21
11	100	30543,60	28	2	31420,60	34795,97	0,45	13,92	30	1	30496,90	35086,15	0,07	14,87
12	100	30013,30	16	16	33398,00	35535,61	0,48	18,40	14	19	33168,40	35681,38	0,07	18,89
13	100	29933,40	29	1	30948,60	34332,65	0,48	14,70	29	2	31205,60	34812,35	0,07	16,30
14	100	34999,50	21	18	33257,40	38718,97	0,33	10,63	24	10	33458,80	37577,85	0,06	7,37
15	100	33041,50	15	19	33257,40	36893,29	0,35	11,66	25	8	33257,40	37258,77	0,06	12,76
16	200	16062,20	15	15	15998,90	17023,69	4,26	5,99	17	13	16143,20	17191,74	0,32	7,03
17	200	15631,90	29	2	15468,50	17465,51	4,60	11,73	30	2	15448,70	17735,34	0,33	13,46
18	200	15679,80	30	0	15510,00	17382,07	3,68	10,86	29	2	15636,00	17754,45	0,33	13,23
19	200	16813,40	26	4	16851,80	19402,54	3,31	15,40	27	3	17193,40	18987,05	0,26	12,93
20	200	17709,60	30	0	16582,80	20116,07	3,77	13,59	30	0	18453,50	20797,08	0,27	17,43
21	200	15342,40	28	2	15261,40	17382,90	4,01	13,30	27	3	16141,80	17646,51	0,33	15,02
22	200	16260,60	20	11	15921,70	17929,10	4,16	10,26	17	16	16057,10	17652,38	0,33	8,56
23	200	15617,40	28	2	15320,70	16973,96	5,01	8,69	28	2	15653,90	17252,61	0,33	10,47
24	200	17155,40	28	4	17148,90	18791,00	3,36	9,53	28	3	16716,90	19193,54	0,27	11,88
25	200	17145,90	30	0	17356,50	20612,52	3,05	20,22	30	0	16481,50	20658,40	0,27	20,49
26	262	1755,12	30	0	1706,10	1924,99	9,91	9,68	30	0	1771,41	1991,57	0,62	13,47
27	262	1800,39	15	16	1810,08	1982,92	8,83	10,14	15	23	1893,51	2198,70	0,62	22,12
28	262	1781,15	30	0	1752,83	2006,22	8,93	12,64	28	3	1741,63	1972,64	0,62	10,75
29	262	1907,98	17	14	1851,54	2226,61	7,06	16,70	22	9	1909,21	2230,05	0,49	16,88
30	262	1837,00	30	0	1855,19	2207,54	5,74	20,17	30	0	1863,09	2209,21	0,49	20,26
Média			25,40	6,83	11292,75	12684,59	2,78	13,01	25,77	6,27	11358,79	12754,62	0,22	13,44

Tabela B.3. Resultados dos construtivos C_GENI_IEP e C_LKH_2opt_IEP. Baseados na estratégia B+P.

id	n	RefSol	B + P											
			C_GENI_IEP						C_LKH_2opt_IEP					
			suc	viab	melhor	média	tempo	RPD	suc	viab	melhor	média	tempo	RPD
1	51	499,18	28	12	504,04	589,28	0,02	18,05	28	8	495,47	556,89	0,00	11,56
2	51	500,54	30	0	475,61	533,87	0,02	6,66	30	0	525,02	539,21	0,00	7,73
3	51	523,01	17	24	517,24	638,02	0,02	21,99	21	24	545,44	608,29	0,00	16,31
4	51	546,95	30	0	560,14	603,90	0,01	10,41	30	0	546,95	586,52	0,00	7,24
5	51	533,32	30	0	534,26	587,83	0,01	10,22	30	1	554,66	594,97	0,00	11,56
6	76	667,52	15	18	687,03	767,30	0,04	14,95	23	18	679,74	800,03	0,00	19,85
7	76	656,92	29	1	674,87	716,65	0,04	9,09	30	3	647,11	691,03	0,00	5,19
8	76	690,12	18	19	689,67	799,40	0,04	15,83	18	15	686,25	735,13	0,00	6,52
9	76	727,22	30	0	707,06	809,30	0,03	11,29	30	0	715,56	772,57	0,00	6,24
10	76	698,94	29	1	703,87	773,67	0,03	10,69	30	0	679,91	768,86	0,00	10,01
11	100	30543,60	30	1	30841,90	34487,49	0,07	12,91	30	0	29834,40	35069,38	0,00	14,82
12	100	30013,30	12	20	32331,20	35471,91	0,07	18,19	11	23	33880,60	36636,07	0,00	22,07
13	100	29933,40	30	1	30592,90	33959,61	0,07	13,45	30	0	31087,00	33941,38	0,00	13,39
14	100	34999,50	28	6	32861,10	37373,22	0,06	6,78	19	18	32221,40	38887,94	0,00	11,11
15	100	33041,50	27	8	32780,50	37706,55	0,06	14,12	16	20	32221,40	39612,94	0,00	19,89
16	200	16062,20	14	16	16822,50	17974,50	0,33	11,91	26	4	15859,50	17094,54	0,00	6,43
17	200	15631,90	30	1	15686,10	17432,84	0,33	11,52	30	0	15917,30	17389,08	0,01	11,24
18	200	15679,80	29	2	16041,70	17499,81	0,33	11,61	30	1	15626,40	17415,87	0,00	11,07
19	200	16813,40	27	3	16864,30	19247,85	0,27	14,48	29	1	17008,00	18770,73	0,01	11,64
20	200	17709,60	30	0	18262,90	20298,72	0,27	14,62	30	0	16899,40	20288,12	0,02	14,56
21	200	15342,40	30	0	15478,90	17745,69	0,33	15,66	30	0	15988,10	17409,39	0,01	13,47
22	200	16260,60	19	16	15921,40	17791,65	0,33	9,42	25	10	16242,80	17751,27	0,00	9,17
23	200	15617,40	30	0	15478,90	17104,34	0,33	9,52	30	0	15982,10	17142,77	0,00	9,77
24	200	17155,40	25	6	16680,70	19381,03	0,27	12,97	28	2	17296,40	18822,96	0,01	9,72
25	200	17145,90	30	0	16887,80	20820,96	0,27	21,43	30	0	18578,80	20325,92	0,02	18,55
26	262	1755,12	28	2	1757,08	1963,49	0,61	11,87	30	0	1777,72	1979,67	0,02	12,79
27	262	1800,39	16	18	1879,85	2103,36	0,62	16,83	9	25	1859,02	1988,99	0,02	10,48
28	262	1781,15	27	3	1756,31	1976,27	0,61	10,95	29	1	1824,83	1981,46	0,02	11,25
29	262	1907,98	19	11	1973,39	2201,99	0,48	15,41	20	11	1956,42	2172,88	0,03	13,88
30	262	1837,00	30	0	1876,90	2208,18	0,49	20,21	28	3	1695,34	2092,33	0,03	13,90
Média			25,57	6,30	11294,34	12718,96	0,22	13,43	26,00	6,27	11327,77	12780,91	0,01	12,05

Tabela B.4. Resultado do construtivo C_LKH_IEP. Baseado na estratégia B+P

id	n	RefSol	B+P					
			C_LKH_IEP					
			suc	viab	melhor	média	tempo	RPD
1	51	499,18	25	9	496,34	549,29	0,00	10,04
2	51	500,54	30	0	526,54	538,39	0,00	7,56
3	51	523,01	19	24	534,77	610,21	0,00	16,67
4	51	546,95	30	0	546,95	594,53	0,00	8,70
5	51	533,32	30	1	555,52	601,93	0,00	12,86
6	76	667,52	18	20	679,74	778,46	0,00	16,62
7	76	656,92	28	4	662,30	693,37	0,00	5,55
8	76	690,12	16	17	677,71	723,05	0,00	4,77
9	76	727,22	30	0	715,13	770,91	0,00	6,01
10	76	698,94	30	0	728,99	778,48	0,00	11,38
11	100	30543,60	30	0	29834,40	34135,24	0,00	11,76
12	100	30013,30	9	23	33098,20	36578,62	0,00	21,87
13	100	29933,40	30	0	31087,00	34383,49	0,00	14,87
14	100	34999,50	17	18	32221,40	38056,95	0,00	8,74
15	100	33041,50	17	20	32221,40	37565,28	0,00	13,69
16	200	16062,20	28	3	15859,50	16996,35	0,00	5,82
17	200	15631,90	30	1	15723,90	17493,21	0,01	11,91
18	200	15679,80	29	1	15802,60	17289,54	0,00	10,27
19	200	16813,40	30	0	17008,00	18821,41	0,01	11,94
20	200	17709,60	30	0	16899,40	20371,69	0,02	15,03
21	200	15342,40	30	0	15988,10	17453,94	0,00	13,76
22	200	16260,60	26	6	15671,50	17409,37	0,00	7,06
23	200	15617,40	30	0	15982,10	17330,23	0,00	10,97
24	200	17155,40	28	2	16856,70	18805,36	0,01	9,62
25	200	17145,90	30	0	18578,80	20259,69	0,01	18,16
26	262	1755,12	30	0	1776,16	1973,75	0,01	12,46
27	262	1800,39	10	24	1809,84	2005,18	0,02	11,37
28	262	1781,15	29	1	1760,60	1966,87	0,01	10,43
29	262	1907,98	24	7	1840,18	2149,95	0,03	12,68
30	262	1837,00	29	2	1701,20	2095,33	0,03	14,06
Média			25,73	6,10	11261,50	12659,34	0,01	11,55

Tabela B.5. Resultados dos construtivos C_GENI_2opt_IEB e C_GENI_IEB. Baseados na estratégia P+B.

id	n	RefSol	P + B											
			C_GENI_2opt_IEB						C_GENI_IEB					
			suc	viab	melhor	média	tempo	RPD	suc	viab	melhor	média	tempo	RPD
1	51	499,18	30	0	549,51	549,51	0,00	10,08	30	0	549,51	549,51	0,00	10,08
2	51	500,54	30	0	489,90	489,90	0,00	-2,12	30	0	489,90	489,90	0,00	-2,12
3	51	523,01	0	30	-	-	0,00	-	0	30	-	-	0,00	-
4	51	546,95	30	0	467,10	467,10	0,00	-14,60	30	0	467,10	467,10	0,00	-14,60
5	51	533,32	30	0	482,83	482,83	0,00	-9,47	30	0	482,83	482,83	0,00	-9,47
6	76	667,52	30	0	600,19	600,93	0,01	-9,98	30	0	578,15	599,54	0,01	-10,18
7	76	656,92	30	0	578,15	588,74	0,01	-10,38	30	0	580,62	588,50	0,01	-10,42
8	76	690,12	30	0	578,15	599,46	0,01	-13,14	30	0	580,62	599,29	0,01	-13,16
9	76	727,22	30	0	583,63	590,29	0,01	-18,83	30	0	583,63	590,69	0,01	-18,77
10	76	698,94	30	0	578,39	590,12	0,01	-15,57	30	0	578,39	589,98	0,01	-15,59
11	100	30543,60	30	0	24024,00	25054,60	0,04	-17,97	30	0	23985,00	25023,33	0,04	-18,07
12	100	30013,30	30	0	25466,30	26819,57	0,04	-10,64	30	0	25466,30	26964,39	0,04	-10,16
13	100	29933,40	30	0	24024,00	25076,47	0,04	-16,23	30	0	23985,00	24739,13	0,04	-17,35
14	100	34999,50	30	0	25058,60	25659,12	0,04	-26,69	30	0	25058,60	25612,28	0,04	-26,82
15	100	33041,50	30	0	24978,70	25541,88	0,04	-22,70	30	0	25041,40	25647,98	0,04	-22,38
16	200	16062,20	30	0	12722,00	12959,76	0,32	-19,32	30	0	12684,30	12920,05	0,31	-19,56
17	200	15631,90	30	0	12091,20	12404,14	0,32	-20,65	30	0	12091,20	12402,41	0,32	-20,66
18	200	15679,80	30	0	12091,20	12369,79	0,32	-21,11	30	0	12324,20	12402,53	0,32	-20,90
19	200	16813,40	30	0	11950,90	12350,26	0,32	-26,55	30	0	11984,60	12376,88	0,32	-26,39
20	200	17709,60	30	0	11851,00	12152,50	0,32	-31,38	30	0	11851,00	12179,03	0,32	-31,23
21	200	15342,40	30	0	12330,00	12408,39	0,33	-19,12	30	0	12217,10	12454,57	0,32	-18,82
22	200	16260,60	30	0	12939,20	12994,81	0,32	-20,08	30	0	12611,40	12970,48	0,32	-20,23
23	200	15617,40	30	0	12273,20	12485,31	0,33	-20,06	30	0	12217,10	12463,95	0,32	-20,19
24	200	17155,40	30	0	11964,80	12297,21	0,31	-28,32	30	0	12022,40	12367,32	0,32	-27,91
25	200	17145,90	30	0	11812,80	12101,56	0,32	-29,42	30	0	11847,30	12120,66	0,32	-29,31
26	262	1755,12	30	0	1328,59	1344,94	0,78	-23,37	30	0	1323,75	1341,51	0,79	-23,57
27	262	1800,39	30	0	1344,44	1382,52	0,79	-23,21	30	0	1357,56	1386,15	0,78	-23,01
28	262	1781,15	30	0	1319,93	1344,44	0,77	-24,52	30	0	1319,93	1348,75	0,78	-24,28
29	262	1907,98	30	0	1344,39	1367,70	0,74	-28,32	30	0	1322,03	1372,07	0,73	-28,09
30	262	1837,00	30	0	1301,56	1340,21	0,74	-27,04	30	0	1299,62	1337,09	0,74	-27,21
Média			29,00	1,00	8866,37	9117,73	0,24	-18,64	29,00	1,00	8858,64	9116,82	0,24	-18,63

Tabela B.6. Resultados dos construtivos C_LKH_2opt_IEB e C_LKH_IEB. Baseados na estratégia P+B.

id	n	RefSol	P + B											
			C_LKH_2opt_IEB						C_LKH_IEB					
			suc	viab	melhor	média	tempo	RPD	suc	viab	melhor	média	tempo	RPD
1	51	499,18	30	0	549,51	549,51	0,00	10,08	30	0	549,51	549,51	0,00	10,08
2	51	500,54	30	0	489,90	489,90	0,00	-2,12	30	0	489,90	489,90	0,00	-2,12
3	51	523,01	0	30	-	-	0,00	-	0	30	-	-	0,00	-
4	51	546,95	30	0	467,10	467,10	0,00	-14,60	30	0	467,10	467,10	0,00	-14,60
5	51	533,32	30	0	482,83	482,83	0,00	-9,47	30	0	482,83	482,83	0,00	-9,47
6	76	667,52	30	0	600,19	602,08	0,01	-9,80	30	0	600,19	615,75	0,01	-7,76
7	76	656,92	30	0	588,35	589,09	0,01	-10,32	30	0	588,35	594,70	0,01	-9,47
8	76	690,12	30	0	600,19	601,18	0,01	-12,89	30	0	600,19	613,03	0,01	-11,17
9	76	727,22	30	0	588,08	588,08	0,00	-19,13	30	0	588,08	588,08	0,01	-19,13
10	76	698,94	30	0	588,08	588,08	0,00	-15,86	30	0	588,08	588,08	0,00	-15,86
11	100	30543,60	30	0	25641,50	25641,50	0,03	-16,05	30	0	25641,50	25641,50	0,03	-16,05
12	100	30013,30	30	0	28031,40	28031,40	0,03	-6,60	30	0	28031,40	28031,40	0,03	-6,60
13	100	29933,40	30	0	25839,20	25839,20	0,03	-13,68	30	0	25839,20	25839,20	0,03	-13,68
14	100	34999,50	30	0	25880,90	25880,90	0,02	-26,05	30	0	25880,90	25880,90	0,02	-26,05
15	100	33041,50	30	0	25880,90	25880,90	0,02	-21,67	30	0	25880,90	25880,90	0,02	-21,67
16	200	16062,20	30	0	12948,40	12948,40	0,29	-19,39	30	0	12948,40	12948,40	0,30	-19,39
17	200	15631,90	30	0	12339,20	12339,20	0,30	-21,06	30	0	12339,20	12339,20	0,29	-21,06
18	200	15679,80	30	0	12339,20	12339,20	0,29	-21,31	30	0	12339,20	12339,20	0,30	-21,31
19	200	16813,40	30	0	12272,30	12272,30	0,26	-27,01	30	0	12272,30	12272,30	0,26	-27,01
20	200	17709,60	30	0	11896,60	11896,60	0,26	-32,82	30	0	11896,60	11918,57	0,26	-32,70
21	200	15342,40	30	0	12339,20	12339,20	0,30	-19,57	30	0	12339,20	12339,20	0,30	-19,57
22	200	16260,60	30	0	12948,40	12948,40	0,30	-20,37	30	0	12948,40	12948,40	0,30	-20,37
23	200	15617,40	30	0	12339,20	12339,20	0,31	-20,99	30	0	12339,20	12339,20	0,30	-20,99
24	200	17155,40	30	0	12272,30	12281,65	0,26	-28,41	30	0	12272,30	12272,30	0,25	-28,46
25	200	17145,90	30	0	11896,60	11940,53	0,26	-30,36	30	0	11896,60	11940,53	0,26	-30,36
26	262	1755,12	30	0	1346,02	1346,02	0,72	-23,31	30	0	1346,02	1347,13	0,72	-23,25
27	262	1800,39	30	0	1376,63	1376,63	0,71	-23,54	30	0	1376,63	1384,92	0,71	-23,08
28	262	1781,15	30	0	1346,02	1346,02	0,72	-24,43	30	0	1346,02	1347,61	0,71	-24,34
29	262	1907,98	30	0	1351,93	1352,59	0,63	-29,11	30	0	1351,93	1361,89	0,63	-28,62
30	262	1837,00	30	0	1329,03	1333,33	0,64	-27,42	30	0	1320,90	1334,10	0,64	-27,38
Média			29,00	1,00	9192,04	9194,17	0,21	-18,53	29,00	1,00	9191,76	9196,41	0,21	-18,33

Apêndice C

Experimentos - VND

Nesse apêndice encontra-se as tabelas de resultados contendo todas as informações obtidas no experimento relacionado às abordagens VND. A Tabela C.1 apresenta a descrição dos rótulos utilizados nas tabelas de resultados.

Tabela C.1. Descrição dos identificadores utilizados nas tabelas de resultados relacionadas ao VND.

Identificador	Descrição
id	Identificação da instância.
n	Tamanho da instância.
<i>best</i>	Melhor solução encontrada entre todas as abordagens VND.
suc	Número de sucesso na busca por soluções viáveis em 30 execuções.
média	Solução média em 30 execuções.
melhor	Melhor solução em 30 execuções.
t	Tempo médio em segundos(s) de 30 execuções.
RPD	Diferença percentual (%) entre a solução média obtida e a melhor solução (<i>best</i>) encontrada entre todos os construtivos.
Média	Média dos resultados.

Pela grande quantidade de dados providos do experimento, ambas etapas de testes apresentam quatro tabelas. As três primeiras colunas dessas tabelas são idênticas, pois referem-se à identificação da instância, quantidade de vértices da instância e a solução *best* encontrada entre todas as abordagens VND, respectivamente.

As Tabelas C.2, C.3, C.4 e C.5 são os primeiros resultados obtidos do experimento. Analisando a Média do RPD presente na última linha dessas tabelas, as abordagens podem ser classificadas da melhor para a pior nesta ordem: VND4

(1,57%), VNDLit (1,70%), VND1 (1,73%), VND5 (1,75%), VND2 (1,86%), VND6 (6,88%), VNDLit* (6,94%) e VND3 (7,02%).

Quanto ao tempo médio de processamento, as mesmas são classificadas do menor para o maior: VNDLit* (0,22s), VND3 (0,29s), VND6 (0,29s), VND2 (5,44s), VND1 (7,59s), VNDLit (7,85s), VND5 (11,29s) e VND4 (15,84s).

Como pode ser observado nessas classificações, em geral, as abordagens que obtiveram soluções com boa qualidade, consumiram um alto custo de processamento. Analogamente, as abordagens que processaram mais rápidas, não conseguiram soluções boas em comparação com as demais. Diante desse cenário, a solução foi restringir o tempo de processamento para todas as abordagens.

Para definir o tempo máximo como um dos critérios de parada dos algoritmos, calculou-se, para cada instância do PCV-PB, o tempo médio considerando todas as abordagens da etapa 1 do experimento. Em seguida, para cada grupo de instâncias do mesmo tamanho, calculou-se a média do tempo médio. Portanto, instâncias de tamanho 51, 76, 100, 200 e 262, tiveram tempo máximo de processamento de 0,21, 0,55, 1,31, 9,74 e 15,06 segundos, respectivamente.

As Tabelas C.6, C.7, C.8 e C.9 mostram os resultados obtidos na etapa 2 do experimento, onde as análises finais são descritas na Seção 3.4.5 do Capítulo 3.

Tabela C.2. Resultados das abordagens VNDLit e VNDLit*. Etapa 1 do experimento.

id	n	best	VNDLit					VNDLit*				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	436,87	446,73	0,25	2,54	30	451,91	474,07	0,00	8,82
2	51	429,12	30	430,86	436,15	0,21	1,64	30	443,91	461,90	0,00	7,64
3	51	436,87	30	436,87	446,47	0,30	2,20	30	451,13	476,74	0,00	9,13
4	51	428,87	30	428,98	434,83	0,22	1,39	30	452,78	463,77	0,00	8,14
5	51	428,87	30	428,98	434,76	0,24	1,37	30	452,78	463,71	0,00	8,12
6	76	553,22	30	553,63	560,56	0,89	1,33	30	572,17	590,87	0,01	6,81
7	76	545,97	30	545,97	556,45	0,71	1,92	30	569,77	581,35	0,01	6,48
8	76	553,63	30	554,15	560,68	0,77	1,27	30	575,60	592,02	0,01	6,94
9	76	551,12	30	552,77	557,07	0,59	1,08	30	567,84	577,19	0,00	4,73
10	76	552,21	30	552,21	557,23	0,61	0,91	30	567,00	576,60	0,00	4,42
11	100	22191,30	30	22435,20	22608,54	1,55	1,88	30	22922,40	23514,45	0,03	5,96
12	100	22652,30	30	22652,30	23287,21	3,07	2,80	30	23793,90	24950,77	0,03	10,15
13	100	22355,00	30	22410,50	22568,01	1,81	0,95	30	22922,40	23598,65	0,03	5,56
14	100	22862,90	30	22862,90	23187,65	1,85	1,42	30	23187,50	23946,93	0,02	4,74
15	100	22862,90	30	22862,90	23140,22	1,91	1,21	30	23187,50	23865,42	0,02	4,38
16	200	11239,80	30	11274,90	11548,14	14,84	2,74	30	11913,30	12230,43	0,30	8,81
17	200	11118,50	30	11118,50	11263,61	11,43	1,31	30	11682,00	11914,02	0,30	7,15
18	200	11065,10	30	11147,60	11257,94	11,01	1,74	30	11689,70	11944,70	0,30	7,95
19	200	11204,10	30	11204,10	11359,39	14,48	1,39	30	11850,40	11986,48	0,26	6,98
20	200	11074,90	30	11116,50	11215,31	7,90	1,27	30	11528,40	11813,97	0,26	6,67
21	200	11127,60	30	11127,60	11269,55	11,70	1,28	30	11672,50	11978,99	0,30	7,65
22	200	11246,70	30	11249,90	11527,18	14,69	2,49	30	11929,80	12223,21	0,30	8,68
23	200	11117,30	30	11151,30	11287,24	11,76	1,53	30	11706,90	11989,28	0,30	7,84
24	200	11192,40	30	11209,60	11366,70	14,70	1,56	30	11638,50	11991,34	0,26	7,14
25	200	11074,90	30	11098,40	11226,02	8,89	1,36	30	11466,00	11718,10	0,26	5,81
26	262	1229,07	30	1243,95	1257,82	20,02	2,34	30	1283,76	1307,85	0,74	6,41
27	262	1259,86	30	1259,86	1284,51	23,96	1,96	30	1307,18	1342,83	0,76	6,59
28	262	1232,06	30	1232,06	1255,25	19,13	1,88	30	1282,96	1307,62	0,75	6,13
29	262	1255,88	30	1255,88	1289,35	22,08	2,67	30	1307,45	1338,79	0,68	6,60
30	262	1238,83	30	1249,76	1259,30	14,04	1,65	30	1287,44	1308,71	0,67	5,64
Média			30,00	7869,50	7981,66	7,85	1,70	30,00	8155,50	8384,36	0,22	6,94

Tabela C.3. Resultados das abordagens VND1 e VND2. Fase 1 do experimento.

id	n	best	VND1					VND2				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	436,87	448,56	0,27	2,97	30	436,87	445,90	0,23	2,35
2	51	429,12	30	430,86	435,85	0,23	1,57	30	430,86	436,23	0,21	1,66
3	51	436,87	30	436,87	446,05	0,31	2,10	30	437,85	448,08	0,27	2,56
4	51	428,87	30	428,98	434,80	0,23	1,38	30	428,98	434,99	0,23	1,43
5	51	428,87	30	428,98	434,02	0,25	1,20	30	428,98	435,71	0,26	1,59
6	76	553,22	30	553,63	562,39	0,91	1,66	30	553,22	562,10	0,69	1,60
7	76	545,97	30	550,51	557,13	0,65	2,04	30	550,60	556,62	0,57	1,95
8	76	553,63	30	554,15	559,45	0,85	1,05	30	553,63	560,04	0,65	1,16
9	76	551,12	30	552,77	555,40	0,58	0,78	30	551,60	555,35	0,57	0,77
10	76	552,21	30	552,57	558,10	0,61	1,07	30	552,57	556,52	0,55	0,78
11	100	22191,30	30	22410,50	22627,54	1,55	1,97	30	22410,50	22613,85	1,46	1,90
12	100	22652,30	30	22652,30	23446,19	2,45	3,50	30	22783,80	23520,68	1,60	3,83
13	100	22355,00	30	22410,50	22735,81	1,60	1,70	30	22410,50	22619,06	1,40	1,18
14	100	22862,90	30	22862,90	23195,91	1,83	1,46	30	22862,90	23146,91	1,14	1,24
15	100	22862,90	30	22862,90	23134,64	1,71	1,19	30	22862,90	23172,92	1,10	1,36
16	200	11239,80	30	11283,70	11538,42	14,14	2,66	30	11312,70	11605,61	7,95	3,25
17	200	11118,50	30	11159,20	11275,04	11,29	1,41	30	11200,10	11296,69	8,99	1,60
18	200	11065,10	30	11172,90	11259,47	11,89	1,76	30	11152,60	11305,48	7,96	2,17
19	200	11204,10	30	11204,10	11343,88	11,82	1,25	30	11236,70	11389,08	8,92	1,65
20	200	11074,90	30	11074,90	11210,78	10,02	1,23	30	11140,00	11236,47	7,56	1,46
21	200	11127,60	30	11188,20	11286,79	11,42	1,43	30	11170,60	11295,15	8,67	1,51
22	200	11246,70	30	11246,70	11526,12	15,18	2,48	30	11369,30	11572,33	9,24	2,90
23	200	11117,30	30	11117,30	11255,99	10,25	1,25	30	11154,30	11297,72	9,04	1,62
24	200	11192,40	30	11241,10	11375,27	13,19	1,63	30	11242,60	11396,22	8,24	1,82
25	200	11074,90	30	11074,90	11204,00	9,15	1,17	30	11117,00	11236,77	8,00	1,46
26	262	1229,07	30	1241,59	1254,26	18,18	2,05	30	1242,71	1255,18	13,58	2,12
27	262	1259,86	30	1265,33	1283,37	24,12	1,87	30	1268,66	1288,94	13,75	2,31
28	262	1232,06	30	1244,80	1256,42	16,55	1,98	30	1240,19	1256,60	13,59	1,99
29	262	1255,88	30	1258,30	1286,29	21,69	2,42	30	1271,45	1292,67	12,54	2,93
30	262	1238,83	30	1251,43	1259,60	14,75	1,68	30	1253,08	1259,94	14,19	1,70
Média			30,00	7871,66	7991,58	7,59	1,73	30,00	7887,59	8001,66	5,44	1,86

Tabela C.4. Resultados das abordagens VND3 e VND4. Fase 1 do experimento.

id	n	best	VND3					VND4				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	452,39	473,91	0,00	8,78	30	435,64	446,20	0,49	2,42
2	51	429,12	30	444,45	465,30	0,00	8,43	30	429,12	435,30	0,48	1,44
3	51	436,87	30	455,84	476,10	0,00	8,98	30	437,38	444,58	0,56	1,76
4	51	428,87	30	452,78	464,12	0,00	8,22	30	428,87	432,15	0,54	0,76
5	51	428,87	30	455,38	464,30	0,00	8,26	30	428,87	433,89	0,51	1,17
6	76	553,22	30	575,18	588,94	0,01	6,46	30	553,22	560,04	1,41	1,23
7	76	545,97	30	563,81	577,34	0,01	5,75	30	546,46	556,10	1,13	1,86
8	76	553,63	30	574,26	588,55	0,02	6,31	30	553,63	560,20	1,38	1,19
9	76	551,12	30	570,21	579,67	0,01	5,18	30	551,12	555,46	1,26	0,79
10	76	552,21	30	570,21	579,65	0,01	4,97	30	552,21	558,26	1,21	1,10
11	100	22191,30	30	22904,10	23480,05	0,04	5,81	30	22435,20	22588,29	2,60	1,79
12	100	22652,30	30	23423,50	25101,32	0,05	10,81	30	22783,80	23244,38	4,10	2,61
13	100	22355,00	30	22974,30	23520,86	0,04	5,22	30	22435,20	22525,22	3,06	0,76
14	100	22862,90	30	23237,80	24008,55	0,04	5,01	30	22862,90	23107,63	3,07	1,07
15	100	22862,90	30	23237,80	24064,65	0,03	5,26	30	22862,90	23145,99	2,89	1,24
16	200	11239,80	30	11835,60	12265,21	0,38	9,12	30	11278,10	11512,12	30,41	2,42
17	200	11118,50	30	11666,90	11956,68	0,38	7,54	30	11121,00	11260,43	25,26	1,28
18	200	11065,10	30	11735,50	11957,83	0,38	8,07	30	11152,50	11282,11	26,12	1,96
19	200	11204,10	30	11737,20	11989,26	0,36	7,01	30	11260,10	11355,72	28,58	1,35
20	200	11074,90	30	11547,00	11709,77	0,33	5,73	30	11079,90	11221,01	24,02	1,32
21	200	11127,60	30	11576,90	11970,94	0,39	7,58	30	11152,50	11280,73	24,55	1,38
22	200	11246,70	30	11938,90	12258,89	0,40	9,00	30	11276,60	11464,16	28,34	1,93
23	200	11117,30	30	11755,10	11964,30	0,39	7,62	30	11123,60	11277,24	23,46	1,44
24	200	11192,40	30	11822,20	12011,37	0,34	7,32	30	11245,10	11343,09	23,27	1,35
25	200	11074,90	30	11550,30	11740,77	0,35	6,01	30	11114,60	11200,69	21,67	1,14
26	262	1229,07	30	1287,96	1308,95	0,96	6,50	30	1240,54	1252,83	39,11	1,93
27	262	1259,86	30	1315,07	1349,48	0,98	7,11	30	1262,23	1287,53	44,66	2,20
28	262	1232,06	30	1263,97	1312,08	0,97	6,49	30	1235,58	1254,01	38,74	1,78
29	262	1255,88	30	1305,75	1337,16	0,92	6,47	30	1273,14	1292,77	38,71	2,94
30	262	1238,83	30	1283,82	1308,33	0,85	5,61	30	1238,83	1257,13	33,75	1,48
Média			30,00	8150,47	8395,81	0,29	7,02	30,00	7878,36	7971,18	15,84	1,57

Tabela C.5. Resultados das abordagens VND5 e VND6. Fase 1 do experimento.

id	n	best	VND5					VND6				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	436,87	446,03	0,40	2,38	30	449,88	471,96	0,00	8,34
2	51	429,12	30	429,12	435,27	0,43	1,43	30	446,28	460,10	0,00	7,22
3	51	436,87	30	437,84	447,21	0,39	2,37	30	449,54	472,33	0,00	8,12
4	51	428,87	30	428,87	433,45	0,55	1,07	30	450,40	463,97	0,00	8,18
5	51	428,87	30	428,87	433,03	0,53	0,97	30	457,37	465,12	0,00	8,45
6	76	553,22	30	553,22	559,68	1,00	1,17	30	564,52	590,38	0,01	6,72
7	76	545,97	30	546,46	555,59	1,04	1,76	30	568,70	580,40	0,01	6,31
8	76	553,63	30	553,63	562,19	1,10	1,55	30	564,52	589,52	0,02	6,48
9	76	551,12	30	554,69	556,37	1,03	0,95	30	567,43	577,64	0,01	4,81
10	76	552,21	30	552,41	557,94	0,97	1,04	30	567,43	577,86	0,01	4,64
11	100	22191,30	30	22191,30	22590,13	2,27	1,80	30	22775,60	23442,58	0,05	5,64
12	100	22652,30	30	22783,80	23490,22	2,03	3,70	30	23352,20	24954,95	0,05	10,17
13	100	22355,00	30	22410,50	22663,95	2,36	1,38	30	22775,60	23513,73	0,04	5,18
14	100	22862,90	30	22862,90	23140,52	1,67	1,21	30	23306,90	24050,37	0,04	5,19
15	100	22862,90	30	22862,90	23124,20	1,80	1,14	30	23306,90	24027,87	0,04	5,10
16	200	11239,80	30	11239,80	11520,31	17,88	2,50	30	11831,40	12243,46	0,40	8,93
17	200	11118,50	30	11130,90	11277,50	19,72	1,43	30	11576,90	11964,64	0,40	7,61
18	200	11065,10	30	11196,20	11291,12	20,06	2,04	30	11576,90	11960,75	0,39	8,09
19	200	11204,10	30	11217,60	11358,61	19,22	1,38	30	11765,10	12009,66	0,35	7,19
20	200	11074,90	30	11149,40	11254,55	20,34	1,62	30	11519,30	11737,54	0,34	5,98
21	200	11127,60	30	11154,80	11276,17	18,76	1,34	30	11656,90	11905,52	0,40	6,99
22	200	11246,70	30	11283,20	11504,14	18,27	2,29	30	11973,20	12221,93	0,43	8,67
23	200	11117,30	30	11196,20	11306,12	18,33	1,70	30	11613,00	11905,63	0,39	7,09
24	200	11192,40	30	11252,80	11393,48	17,37	1,80	30	11748,10	11992,68	0,33	7,15
25	200	11074,90	30	11139,30	11242,70	18,96	1,52	30	11551,10	11766,62	0,36	6,25
26	262	1229,07	30	1246,25	1257,24	28,93	2,29	30	1268,59	1308,24	0,98	6,44
27	262	1259,86	30	1261,28	1289,63	24,01	2,36	30	1311,14	1348,16	1,01	7,01
28	262	1232,06	30	1242,61	1253,67	26,52	1,75	30	1273,63	1312,85	0,97	6,56
29	262	1255,88	30	1278,53	1292,84	24,00	2,94	30	1319,51	1340,58	0,92	6,74
30	262	1238,83	30	1250,75	1258,24	28,88	1,57	30	1282,85	1303,89	0,88	5,25
Média			30,00	7875,77	7992,40	11,29	1,75	30,00	8129,03	8385,37	0,29	6,88

Tabela C.6. Resultados das abordagens VNDLit e VNDLit*. Fase 2 do experimento.

id	n	best	VNDLit					VNDLit*				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	435,64	455,73	0,16	4,61	30	443,67	451,22	0,21	3,58
2	51	429,12	30	430,86	436,68	0,18	1,76	30	439,43	446,30	0,21	4,00
3	51	436,87	30	437,38	463,23	0,17	6,03	30	442,00	451,56	0,21	3,36
4	51	428,87	30	428,98	434,07	0,18	1,21	30	448,78	452,16	0,21	5,43
5	51	428,87	30	428,98	434,14	0,18	1,23	30	449,51	451,68	0,21	5,32
6	76	553,22	30	553,63	571,38	0,41	3,28	30	566,68	572,39	0,55	3,46
7	76	545,97	30	546,44	556,53	0,48	1,93	30	555,54	565,00	0,55	3,49
8	76	553,63	30	554,15	582,26	0,34	5,17	30	562,76	572,42	0,55	3,40
9	76	551,12	30	552,24	556,92	0,42	1,05	30	562,61	566,43	0,55	2,78
10	76	552,21	30	552,57	556,47	0,44	0,77	30	560,42	565,75	0,55	2,45
11	100	22191,30	30	22435,20	22834,26	1,00	2,90	30	22760,50	22861,37	1,30	3,02
12	100	22652,30	30	23237,20	26063,36	0,66	15,06	30	22979,30	23738,36	1,30	4,79
13	100	22355,00	30	22435,20	22916,14	1,01	2,51	30	22727,00	22837,28	1,30	2,16
14	100	22862,90	30	22862,90	23421,56	1,09	2,44	30	23059,50	23312,60	1,30	1,97
15	100	22862,90	30	22862,90	23646,50	0,98	3,43	30	23059,50	23349,43	1,30	2,13
16	200	11239,80	30	11432,80	11813,37	7,48	5,10	30	11752,20	11881,28	9,64	5,71
17	200	11118,50	30	11193,40	11332,80	8,63	1,93	30	11514,50	11663,18	9,60	4,90
18	200	11065,10	30	11065,10	11303,19	8,40	2,15	30	11574,30	11659,11	9,62	5,37
19	200	11204,10	30	11255,60	11411,02	8,39	1,85	30	11552,10	11708,73	9,61	4,50
20	200	11074,90	30	11083,80	11208,78	7,97	1,21	30	11421,70	11528,87	9,67	4,10
21	200	11127,60	30	11205,30	11329,17	8,48	1,81	30	11515,00	11660,54	9,64	4,79
22	200	11246,70	30	11303,60	12164,79	6,19	8,16	30	11751,30	11859,36	9,63	5,45
23	200	11117,30	30	11197,40	11391,21	7,85	2,46	30	11511,50	11649,36	9,66	4,79
24	200	11192,40	30	11192,40	11531,47	7,78	3,03	30	11598,50	11738,89	9,57	4,88
25	200	11074,90	30	11111,90	11265,97	8,04	1,73	30	11419,20	11518,95	9,66	4,01
26	262	1229,07	30	1240,91	1260,33	13,51	2,54	30	1268,86	1281,37	14,76	4,26
27	262	1259,86	30	1280,24	1332,08	10,57	5,73	30	1299,80	1313,02	14,58	4,22
28	262	1232,06	30	1243,66	1258,20	13,59	2,12	30	1266,68	1280,97	14,60	3,97
29	262	1255,88	30	1276,94	1302,68	12,58	3,73	30	1307,23	1317,03	14,60	4,87
30	262	1238,83	30	1247,77	1260,13	12,96	1,72	30	1278,16	1285,77	14,83	3,79
Média			30,00	7902,84	8169,81	5,00	3,29	30,00	8054,94	8151,35	6,00	4,03

Tabela C.7. Resultados das abordagens VND1 e VND2. Fase 2 do experimento.

id	n	best	VND1					VND2				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	435,64	459,36	0,15	5,45	30	437,84	450,01	0,17	3,30
2	51	429,12	30	430,86	437,80	0,17	2,02	30	429,12	437,16	0,17	1,87
3	51	436,87	30	437,38	462,23	0,17	5,80	30	436,87	445,16	0,17	1,90
4	51	428,87	30	428,98	433,58	0,18	1,10	30	428,98	434,54	0,19	1,32
5	51	428,87	30	428,98	433,79	0,18	1,15	30	428,98	434,28	0,18	1,26
6	76	553,22	30	554,15	567,46	0,43	2,57	30	553,63	564,97	0,40	2,12
7	76	545,97	30	545,97	556,81	0,47	1,99	30	545,97	556,10	0,44	1,85
8	76	553,63	30	555,73	586,84	0,30	6,00	30	553,63	566,77	0,40	2,37
9	76	551,12	30	552,24	556,58	0,43	0,99	30	552,24	555,34	0,46	0,77
10	76	552,21	30	552,57	557,15	0,45	0,89	30	552,57	557,09	0,43	0,88
11	100	22191,30	30	22435,20	22916,37	1,03	3,27	30	22410,50	22616,58	1,06	1,92
12	100	22652,30	30	23197,90	24927,03	0,96	10,04	30	22686,30	23656,96	1,08	4,44
13	100	22355,00	30	22435,20	22879,86	1,03	2,35	30	22410,50	22595,63	1,07	1,08
14	100	22862,90	30	22862,90	23584,98	0,99	3,16	30	22862,90	23151,53	0,96	1,26
15	100	22862,90	30	22862,90	23655,74	0,92	3,47	30	22862,90	23032,26	1,04	0,74
16	200	11239,80	30	11418,40	11899,45	7,05	5,87	30	11365,10	11596,95	7,83	3,18
17	200	11118,50	30	11149,10	11273,04	8,44	1,39	30	11207,70	11297,60	7,30	1,61
18	200	11065,10	30	11134,30	11274,48	8,80	1,89	30	11130,90	11291,88	7,35	2,05
19	200	11204,10	30	11253,20	11563,52	7,49	3,21	30	11228,10	11396,49	7,77	1,72
20	200	11074,90	30	11111,90	11233,36	7,60	1,43	30	11093,10	11216,16	7,88	1,28
21	200	11127,60	30	11193,20	11362,56	8,01	2,11	30	11130,40	11299,48	7,21	1,54
22	200	11246,70	30	11460,80	12091,05	6,38	7,51	30	11379,10	11620,75	7,68	3,33
23	200	11117,30	30	11163,00	11387,11	7,79	2,43	30	11184,00	11345,33	7,41	2,05
24	200	11192,40	30	11192,40	11652,43	7,37	4,11	30	11253,30	11466,11	7,53	2,45
25	200	11074,90	30	11111,90	11272,28	7,92	1,78	30	11119,70	11252,73	7,30	1,61
26	262	1229,07	30	1236,06	1262,97	12,44	2,76	30	1229,07	1255,82	12,24	2,18
27	262	1259,86	30	1273,97	1360,27	7,77	7,97	30	1271,45	1303,44	11,25	3,46
28	262	1232,06	30	1236,99	1268,74	11,98	2,98	30	1233,66	1256,35	12,51	1,97
29	262	1255,88	30	1280,36	1317,45	11,01	4,90	30	1278,70	1295,60	11,70	3,16
30	262	1238,83	30	1251,28	1259,62	12,40	1,68	30	1252,97	1259,34	12,05	1,66
Média			30,00	7906,12	8149,80	4,68	3,41	30,00	7883,67	8006,95	4,77	2,01

Tabela C.8. Resultados das abordagens VND3 e VND4. Fase 2 do experimento.

id	n	best	VND3					VND4				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	444,16	452,28	0,21	3,82	30	437,69	455,57	0,19	4,57
2	51	429,12	30	437,30	445,86	0,21	3,90	30	431,72	442,84	0,20	3,20
3	51	436,87	30	442,66	449,96	0,21	3,00	30	440,36	458,41	0,19	4,93
4	51	428,87	30	440,42	451,11	0,21	5,19	30	435,41	439,84	0,19	2,56
5	51	428,87	30	441,26	451,12	0,21	5,19	30	431,75	439,20	0,20	2,41
6	76	553,22	30	561,85	571,96	0,55	3,39	30	560,46	572,65	0,44	3,51
7	76	545,97	30	560,49	565,73	0,55	3,62	30	553,96	560,79	0,44	2,71
8	76	553,63	30	566,34	572,03	0,55	3,32	30	556,41	573,18	0,44	3,53
9	76	551,12	30	560,48	565,69	0,55	2,64	30	555,59	562,15	0,43	2,00
10	76	552,21	30	559,61	565,41	0,55	2,39	30	555,23	563,63	0,43	2,07
11	100	22191,30	30	22775,60	22869,43	1,29	3,06	30	22435,20	22695,95	1,27	2,27
12	100	22652,30	30	23299,50	23844,28	1,30	5,26	30	23330,70	24920,20	1,27	10,01
13	100	22355,00	30	22760,50	22861,56	1,30	2,27	30	22355,00	22627,65	1,27	1,22
14	100	22862,90	30	23059,50	23312,02	1,30	1,96	30	22878,00	23540,41	1,24	2,96
15	100	22862,90	30	23059,50	23370,66	1,30	2,22	30	22862,90	23462,89	1,23	2,62
16	200	11239,80	30	11743,60	11901,37	9,60	5,89	30	11595,60	11877,63	9,43	5,67
17	200	11118,50	30	11512,00	11630,29	9,60	4,60	30	11361,80	11494,43	9,49	3,38
18	200	11065,10	30	11493,60	11634,07	9,58	5,14	30	11263,90	11447,83	9,38	3,46
19	200	11204,10	30	11553,40	11730,45	9,62	4,70	30	11467,60	11629,93	9,49	3,80
20	200	11074,90	30	11472,60	11524,32	9,61	4,06	30	11208,70	11359,19	9,47	2,57
21	200	11127,60	30	11518,90	11622,64	9,59	4,45	30	11231,10	11473,99	9,33	3,11
22	200	11246,70	30	11735,30	11886,91	9,53	5,69	30	11613,30	11933,61	9,39	6,11
23	200	11117,30	30	11513,50	11649,15	9,57	4,78	30	11265,50	11465,22	9,28	3,13
24	200	11192,40	30	11603,60	11729,64	9,58	4,80	30	11431,10	11672,72	9,26	4,29
25	200	11074,90	30	11441,70	11531,54	9,58	4,12	30	11257,10	11375,21	8,98	2,71
26	262	1229,07	30	1267,19	1282,85	14,70	4,38	30	1266,27	1285,63	13,88	4,60
27	262	1259,86	30	1294,73	1316,92	14,65	4,53	30	1297,87	1339,01	13,85	6,28
28	262	1232,06	30	1271,83	1282,95	14,70	4,13	30	1252,13	1280,26	13,88	3,91
29	262	1255,88	30	1308,91	1317,83	14,89	4,93	30	1303,23	1327,76	13,78	5,72
30	262	1238,83	30	1277,76	1287,62	14,84	3,94	30	1258,46	1280,58	13,83	3,37
Média			30,00	8065,93	8155,92	6,00	4,05	30,00	7963,14	8151,95	5,74	3,76

Tabela C.9. Resultados das abordagens VND5 e VND6. Fase 2 do experimento.

id	n	best	VND5					VND6				
			suc	melhor	média	t	RPD	suc	melhor	média	t	RPD
1	51	435,64	30	435,64	449,85	0,19	3,26	30	445,72	452,83	0,21	3,94
2	51	429,12	30	429,12	440,77	0,19	2,71	30	433,73	444,46	0,21	3,58
3	51	436,87	30	440,94	448,22	0,20	2,60	30	442,64	450,23	0,21	3,06
4	51	428,87	30	431,85	440,13	0,20	2,62	30	450,41	452,33	0,21	5,47
5	51	428,87	30	431,85	440,54	0,20	2,72	30	450,41	452,54	0,21	5,52
6	76	553,22	30	556,09	566,76	0,44	2,45	30	562,97	571,40	0,55	3,29
7	76	545,97	30	555,17	560,18	0,45	2,60	30	559,94	565,59	0,54	3,59
8	76	553,63	30	555,73	565,85	0,44	2,21	30	564,14	572,57	0,55	3,42
9	76	551,12	30	554,51	559,17	0,43	1,46	30	561,35	566,17	0,55	2,73
10	76	552,21	30	555,23	560,39	0,44	1,48	30	563,11	566,51	0,55	2,59
11	100	22191,30	30	22435,20	22638,51	1,19	2,02	30	22760,50	22867,74	1,29	3,05
12	100	22652,30	30	22842,10	23802,62	1,21	5,08	30	23295,40	23831,18	1,29	5,20
13	100	22355,00	30	22435,20	22644,95	1,20	1,30	30	22760,50	22878,41	1,29	2,34
14	100	22862,90	30	22862,90	23175,96	1,26	1,37	30	23059,50	23265,72	1,30	1,76
15	100	22862,90	30	22862,90	23249,51	1,27	1,69	30	23074,50	23289,01	1,30	1,86
16	200	11239,80	30	11360,00	11603,66	9,50	3,24	30	11678,40	11884,48	9,62	5,74
17	200	11118,50	30	11187,10	11365,78	9,34	2,22	30	11591,70	11667,18	9,59	4,93
18	200	11065,10	30	11193,50	11380,58	9,37	2,85	30	11515,40	11651,76	9,59	5,30
19	200	11204,10	30	11347,10	11478,96	9,46	2,45	30	11585,50	11708,52	9,62	4,50
20	200	11074,90	30	11197,00	11304,84	9,39	2,08	30	11406,10	11530,37	9,61	4,11
21	200	11127,60	30	11192,50	11367,56	9,35	2,16	30	11482,80	11632,96	9,60	4,54
22	200	11246,70	30	11446,80	11702,52	9,29	4,05	30	11697,30	11890,36	9,54	5,72
23	200	11117,30	30	11260,50	11377,25	9,32	2,34	30	11529,90	11650,28	9,56	4,79
24	200	11192,40	30	11261,90	11494,38	9,31	2,70	30	11592,20	11721,93	9,62	4,73
25	200	11074,90	30	11184,10	11325,74	9,13	2,26	30	11404,30	11514,22	9,61	3,97
26	262	1229,07	30	1256,57	1272,00	13,58	3,49	30	1267,86	1282,87	14,74	4,38
27	262	1259,86	30	1291,21	1307,31	13,51	3,77	30	1298,92	1318,10	14,73	4,62
28	262	1232,06	30	1246,18	1269,06	13,91	3,00	30	1263,79	1282,52	14,64	4,10
29	262	1255,88	30	1286,11	1302,31	13,87	3,70	30	1304,18	1316,25	14,86	4,81
30	262	1238,83	30	1261,39	1268,20	13,87	2,37	30	1276,11	1284,16	14,85	3,66
Média			30,00	7911,88	8045,45	5,72	2,61	30,00	8062,64	8152,09	6,00	4,04

Apêndice D

Experimentos - Abordagens Heurísticas

Neste apêndice encontram-se as tabelas contendo todos os resultados relativos às soluções obtidas pelas abordagens heurísticas. Os resultados foram divididos em duas tabelas devido ao espaço disponível. A Tabela D.1 está associada às estratégias baseadas nas metaheurísticas GRASP e a Tabela D.2 faz menção às heurísticas ILS e SA.

A saber, a solução tomada como referência para medir a qualidade das soluções foi a melhor solução da abordagem heurística da literatura [Maciel et al., 2005], GRASP_VND_Lit, obtida durante o experimento para a sua calibração.

Tabela D.1. Resultados referentes às soluções - Abordagens Heurísticas baseadas na metaheurística GRASP.

id	n	best	GRASP_VND_Lit			GRASP_VND_Lit*			GRASP_VND_Prop1			GRASP_VND_Prop2		
			melhor	média	RPD	melhor	média	RPD	melhor	média	RPD	melhor	média	RPD
1	51	435,40	435,40	435,43	0,01	437,11	441,87	1,49	435,40	435,53	0,03	435,40	435,49	0,02
2	51	428,87	428,87	428,87	0,00	431,72	436,23	1,72	428,87	429,18	0,07	428,87	429,00	0,03
3	51	436,87	436,87	436,91	0,01	438,27	441,37	1,03	436,87	436,89	0,00	436,87	436,93	0,01
4	51	428,87	428,87	428,92	0,01	429,53	435,21	1,48	428,87	428,96	0,02	428,87	428,94	0,02
5	76	428,87	428,87	428,90	0,01	428,98	434,89	1,40	428,87	428,90	0,01	428,87	428,92	0,01
6	76	552,46	553,22	553,74	0,23	561,61	569,72	3,12	553,22	553,33	0,16	553,22	553,40	0,17
7	76	545,97	545,97	546,52	0,10	549,20	557,05	2,03	545,97	547,54	0,29	545,97	547,47	0,27
8	76	552,46	552,46	553,71	0,23	558,16	568,23	2,85	553,22	553,32	0,16	553,22	553,50	0,19
9	76	544,37	544,37	544,37	0,00	554,09	561,77	3,20	546,50	550,46	1,12	544,37	546,32	0,36
10	76	549,57	549,57	550,20	0,11	562,10	567,46	3,25	552,21	552,51	0,53	549,57	550,64	0,19
11	100	22139,10	22139,10	22140,84	0,01	22243,00	22478,00	1,53	22234,50	22399,36	1,18	22191,30	22272,08	0,60
12	100	22593,90	22593,90	22683,00	0,39	22939,10	23384,14	3,50	22593,90	22628,45	0,15	22593,90	22628,34	0,15
13	100	22139,10	22139,10	22144,32	0,02	22243,00	22461,58	1,46	22139,10	22363,44	1,01	22139,10	22274,89	0,61
14	100	22507,20	22507,20	22602,17	0,42	22854,70	23139,66	2,81	22757,70	22856,49	1,55	22593,10	22798,86	1,30
15	100	22507,20	22507,20	22589,12	0,36	22858,20	23196,99	3,06	22680,30	22856,73	1,55	22532,70	22807,22	1,33
16	200	11102,60	11132,80	11237,26	1,21	11520,80	11802,71	6,31	11136,40	11252,82	1,35	11213,10	11265,21	1,46
17	200	10950,10	10971,10	11021,14	0,65	11299,90	11455,47	4,62	11042,60	11095,26	1,33	11044,10	11095,87	1,33
18	200	10950,10	10969,10	11024,79	0,68	11260,50	11435,33	4,43	11028,30	11073,69	1,13	11044,10	11095,94	1,33
19	200	11053,00	11117,90	11176,61	1,12	11529,90	11696,83	5,82	11109,20	11191,43	1,25	11108,70	11213,71	1,45
20	200	10935,30	10935,80	10984,04	0,45	11303,20	11475,99	4,94	11042,30	11096,65	1,48	11042,70	11086,76	1,39
21	200	10950,10	10950,10	11014,98	0,59	11343,40	11469,92	4,75	11051,20	11107,84	1,44	11028,30	11090,69	1,28
22	200	11108,50	11149,30	11234,40	1,13	11585,60	11765,56	5,91	11169,20	11253,08	1,30	11145,40	11257,59	1,34
23	200	10950,10	10950,40	11022,63	0,66	11298,30	11458,56	4,64	11044,10	11088,36	1,26	11034,50	11097,71	1,35
24	200	11053,00	11117,60	11175,89	1,11	11337,60	11666,55	5,55	11158,70	11203,17	1,36	11158,70	11220,20	1,51
25	200	10935,30	10935,30	10978,45	0,39	11332,10	11482,44	5,00	11042,30	11094,48	1,46	11042,70	11095,22	1,46
26	262	1221,57	1225,07	1229,51	0,65	1263,82	1280,45	4,82	1227,33	1237,58	1,31	1230,30	1238,59	1,39
27	262	1228,30	1241,81	1253,67	2,07	1287,71	1323,90	7,78	1244,16	1257,44	2,37	1238,76	1259,33	2,53
28	262	1221,57	1225,96	1229,95	0,69	1260,34	1278,99	4,70	1232,04	1238,58	1,39	1230,73	1238,00	1,34
29	262	1228,16	1234,37	1239,47	0,92	1279,27	1301,21	5,95	1253,82	1264,16	2,93	1243,46	1255,71	2,24
30	262	1220,04	1221,52	1227,66	0,62	1268,70	1286,37	5,44	1234,78	1244,70	2,02	1231,80	1237,69	1,45
Média			7772,30	7803,92	0,50	7942,00	8061,82	3,82	7811,06	7857,34	1,04	7799,76	7848,01	0,94

Tabela D.2. Resultados referentes às soluções - Abordagens Heurísticas baseadas nas metaheurísticas ILS e SA.

id	n	best	ILS_VND_Prop1			ILS_VND_Prop2			SA_VND_Prop1			SA_VND_Prop2		
			melhor	média	RPD	melhor	média	RPD	melhor	média	RPD	melhor	média	RPD
1	51	435,40	435,40	437,08	0,39	435,40	435,50	0,02	435,40	435,46	0,01	435,40	435,61	0,05
2	51	428,87	428,87	431,71	0,66	428,87	428,87	0,00	428,87	428,87	0,00	428,87	429,27	0,09
3	51	436,87	436,87	437,84	0,22	436,87	436,87	0,00	436,87	436,87	0,00	436,87	436,90	0,01
4	51	428,87	428,87	430,32	0,34	428,87	428,91	0,01	428,87	428,88	0,00	428,87	428,96	0,02
5	76	428,87	428,98	429,93	0,25	428,87	428,91	0,01	428,87	428,89	0,00	428,87	428,95	0,02
6	76	552,46	553,22	555,61	0,57	552,46	553,14	0,12	552,46	553,34	0,16	552,46	553,61	0,21
7	76	545,97	545,97	549,76	0,70	545,97	546,28	0,06	545,97	545,99	0,00	545,97	546,33	0,07
8	76	552,46	552,46	556,34	0,70	552,46	553,30	0,15	552,46	553,45	0,18	552,46	553,56	0,20
9	76	544,37	544,37	548,24	0,71	544,37	544,37	0,00	544,37	544,37	0,00	544,37	544,44	0,01
10	76	549,57	549,57	553,44	0,70	549,57	549,68	0,02	549,57	549,58	0,00	549,57	549,84	0,05
11	100	22139,10	22139,10	22170,32	0,14	22139,10	22139,10	0,00	22139,10	22139,10	0,00	22139,10	22139,10	0,00
12	100	22593,90	22593,90	22799,13	0,91	22593,90	22659,38	0,29	22593,90	22627,17	0,15	22593,90	22680,06	0,38
13	100	22139,10	22139,10	22220,97	0,37	22139,10	22139,10	0,00	22139,10	22139,10	0,00	22139,10	22139,10	0,00
14	100	22507,20	22507,20	22667,92	0,71	22507,20	22532,83	0,11	22507,20	22519,94	0,06	22507,20	22533,47	0,12
15	100	22507,20	22507,20	22726,07	0,97	22507,20	22542,24	0,16	22507,20	22525,01	0,08	22507,20	22529,58	0,10
16	200	11102,60	11141,40	11266,19	1,47	11102,60	11126,22	0,21	11109,00	11125,42	0,21	11102,60	11119,01	0,15
17	200	10950,10	11029,30	11125,81	1,60	10950,10	10988,99	0,36	10950,40	10986,04	0,33	10950,40	10979,84	0,27
18	200	10950,10	10988,90	11102,64	1,39	10950,10	10992,38	0,39	10950,40	10985,44	0,32	10950,10	10968,76	0,17
19	200	11053,00	11135,40	11251,08	1,79	11053,00	11107,49	0,49	11053,00	11102,75	0,45	11053,00	11109,47	0,51
20	200	10935,30	10987,60	11089,59	1,41	10935,30	10951,91	0,15	10935,30	10938,65	0,03	10935,30	10949,13	0,13
21	200	10950,10	11010,70	11123,33	1,58	10950,10	10984,86	0,32	10950,40	10982,36	0,29	10950,40	10970,20	0,18
22	200	11108,50	11133,80	11233,90	1,13	11108,50	11121,63	0,12	11108,50	11122,95	0,13	11108,50	11120,87	0,11
23	200	10950,10	11034,10	11124,22	1,59	10950,10	10986,62	0,33	10950,40	11009,72	0,54	10950,40	10963,61	0,12
24	200	11053,00	11141,60	11230,36	1,60	11053,00	11107,65	0,49	11084,60	11142,24	0,81	11053,00	11104,12	0,46
25	200	10935,30	10999,60	11117,30	1,66	10935,30	10943,83	0,08	10935,30	10959,67	0,22	10935,30	10949,12	0,13
26	262	1221,57	1228,46	1237,83	1,33	1221,57	1225,01	0,28	1221,57	1227,04	0,45	1221,57	1223,80	0,18
27	262	1228,30	1234,31	1256,01	2,26	1228,30	1235,62	0,60	1228,30	1235,18	0,56	1228,30	1231,50	0,26
28	262	1221,57	1225,71	1238,64	1,40	1221,57	1224,30	0,22	1224,12	1227,92	0,52	1221,57	1223,91	0,19
29	262	1228,16	1232,97	1245,45	1,41	1228,16	1230,97	0,23	1229,42	1234,91	0,55	1228,16	1229,46	0,11
30	262	1220,04	1225,97	1238,77	1,54	1220,04	1222,93	0,24	1221,86	1227,78	0,63	1220,04	1222,69	0,22
Média			7784,70	7846,53	1,05	7763,27	7778,96	0,18	7764,76	7778,80	0,22	7763,30	7776,47	0,15

Referências Bibliográficas

- Applegate, D.; Cook, W. & Rohe, A. (2003). Chained lin-kernighan for large traveling salesman problems. *INFORMS Journal on Computing*, 15(1):82–92.
- Applegate, D. L.; Bixby, R. E.; Chvátal, V. & Cook, W. J. (2006). *The traveling salesman problem: a computational study*. Princeton University Press.
- Applegate, D. L.; Bixby, R. E.; Chvátal, V. & Cook, W. J. (2007). Concorde tsp solver. Disponível em <http://www.tsp.gatech.edu/concorde>, acessado 23-Novembro-2014.
- Bhattacharya, B.; Hu, Y. & Kononov, A. (2007). Approximation algorithms for the black and white traveling salesman problem. In *Computing and Combinatorics*, pp. 559–567. Springer.
- Bourgeois, M.; Laporte, G. & Semet, F. (2003). Heuristics for the black and white traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, 30(1):75–85.
- Cazetta, P. & Gonçalves, L. B. (2014). Uma abordagem ils para tratar o problema do caixeiro viajante preto e branco. XLVI SBPO.
- Cazetta, P.; Gonçalves, L. B. & dos Santos, A. G. (2015). Análise comparativa de algoritmos heurísticos para o problema do caixeiro viajante preto e branco. XLVII SBPO.
- Corberán, A.; Fernández, E.; Laguna, M. & Martí, R. (2002). Heuristic solutions to the problem of routing school buses with multiple objectives. *Journal of the operational research society*, 53(4):427–435.
- Cosares, S.; Deutsch, D. N.; Saniee, I. & Wasem, O. J. (1995). Sonet toolkit: A decision support system for designing robust and cost-effective fiber-optic networks. *Interfaces*, 25(1):20–40.

- Croes, G. A. (1958). A method for solving traveling-salesman problems. *Operations Research*, 6(6):791–812.
- Feo, T. A. & Resende, M. G. (1995). Greedy randomized adaptive search procedures. *Journal of global optimization*, 6(2):109–133.
- Fiechter, C.-N. (1994). A parallel tabu search algorithm for large traveling salesman problems. *Discrete Applied Mathematics*, 51(3):243–267.
- Finke, G.; Claus, A. & Gunn, E. (1984). A two-commodity network flow approach to the traveling salesman problem. *Congressus Numerantium*, 41:167–178.
- Garey, M. R. & Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability-A Guide to the Theory of NP-Completeness*. Macmillan Higher Education.
- Gendreau, M.; Hertz, A. & Laporte, G. (1992). New insertion and postoptimization procedures for the traveling salesman problem. *Operations Research*, 40(6):1086–1094.
- Gendreau, M. & Potvin, J.-Y. (2010). *Handbook of metaheuristics*, volume 2. Springer.
- Geng, X.; Chen, Z.; Yang, W.; Shi, D. & Zhao, K. (2011). Solving the traveling salesman problem based on an adaptive simulated annealing algorithm with greedy search. *Applied Soft Computing*, 11(4):3680–3689.
- Ghiani, G.; Laporte, G. & Semet, F. (2006). The black and white traveling salesman problem. *Operations Research*, 54(2):366–378.
- Helsgaun, K. (2000). An effective implementation of the lin-kernighan traveling salesman heuristic. *European Journal of Operational Research*, 126(1):106–130.
- Hoffman, K. L.; Padberg, M. & Rinaldi, G. (2013). Traveling salesman problem. In *Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, pp. 1573–1578. Springer.
- Jiang, H.; Zhang, X.; Li, M. & Che, H. (2007). Using gavish-grave lp to formulate the directed black and white traveling salesman problem. In *Computational Science-ICCS 2007: 7th International Conference*, pp. 293–298. Springer.
- Kirkpatrick, S.; Gelatt, C. D. & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *science*, 220(4598):671–680.

- Laporte, G. (1992). The traveling salesman problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59(2):231–247.
- Laporte, G.; Gendreau, M.; Potvin, J.-Y. & Semet, F. (2000). Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem. *International transactions in operational research*, 7(4-5):285–300.
- Levitin, A. V. (2011). *Introduction to Design & Analysis of Algorithms*. Addison-Wesley, 3 edição.
- Lin, S. (1965). Computer solutions of the traveling salesman problem. *Bell System Technical Journal*, 44(10):2245–2269.
- Lin, S. & Kernighan, B. W. (1973). An effective heuristic algorithm for the traveling-salesman problem. *Operations research*, 21(2):498–516.
- Lourenço, H. R.; Martin, O. C. & Stutzle, T. (2010). Iterated local search: Framework and applications. In Gendreau, M. & Potvin, J.-Y., editores, *Handbook of metaheuristics*, volume 2, pp. 363–397. Springer.
- Maciel, A. C. M.; Martinhon, C. A. & Ochi, L. S. (2005). Heurísticas e metaheurísticas para o problema do caixeiro viajante branco e preto. XXXVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional.
- Mak, V. & Boland, N. (2000). Heuristic approaches to the asymmetric travelling salesman problem with replenishment arcs. *International Transactions in Operational Research*, 7(4-5):431–447.
- Masutti, T. A. & de Castro, L. N. (2009). A self-organizing neural network using ideas from the immune system to solve the traveling salesman problem. *Information Sciences*, 179(10):1454–1468.
- Meunier, F. & Sarrabezolles, P. (2013). Multicolor traveling salesman problem: approximation and feasibility. HAL-archives-ouvertes.fr.
- Mladenović, N. & Hansen, P. (1997). Variable neighborhood search. *Computers & Operations Research*, 24(11):1097–1100.
- Montgomery, D. C. (2006). *Design and Analysis of Experiments*. John Wiley & Sons.

- Muter, I. (2015). A new formulation and approach for the black and white traveling salesman problem. *Computers & Operations Research*, 53:96–106.
- Or, I. (1976). Traveling salesman-type combinatorial problems and their relation to the logistics of regional blood banking. Xerox University Microfilms.
- Reinelt, G. (1994). The traveling salesman: computational solutions for TSP applications. Springer-Verlag.
- Silva, R. (2014). Metaheurística aplicada ao problema de recobrimento de rotas com coleta de prêmios. Dissertação de mestrado, Universidade Federal Fluminense.
- Souza, M. J. F.; Mine, M. T.; Silva, M. S. A.; Ochi, L. S. & Subramanian, A. (2011). A hybrid heuristic, based on iterated local search and genius, for the vehicle routing problem with simultaneous pickup and delivery. *International Journal of Logistics Systems and Management*, 10(2):142–157.
- Talbi, E.-G. (2009). Metaheuristics: from design to implementation, volume 74. John Wiley & Sons.
- Talluri, K. T. (1998). The four-day aircraft maintenance routing problem. *Transportation Science*, 32(1):43–53.
- Tresoldi, E.; Wolfler-Calvo, R. & Borne, S. (2010). Solving the multicolor tsp. 24th European Conference on Operational Research (EURO XXIV).
- Tsai, C.-F.; Tsai, C.-W. & Tseng, C.-C. (2004). A new hybrid heuristic approach for solving large traveling salesman problem. *Information Sciences*, 166(1):67–81.
- Vallada, E.; Ruiz, R. & Minella, G. (2008). Minimising total tardiness in the m-machine flowshop problem: A review and evaluation of heuristics and metaheuristics. *Computers & Operations Research*, 35(4):1350–1373.
- Wasem, O. J. (1991). An algorithm for designing rings for survivable fiber networks. *Reliability, IEEE Transactions on*, 40(4):428–432.
- Yang, J.; Wu, C.; Lee, H. P. & Liang, Y. (2008). Solving traveling salesman problems using generalized chromosome genetic algorithm. *Progress in Natural Science*, 18(7):887–892.
- Youssef, H.; Sait, S. M. & Adiche, H. (2001). Evolutionary algorithms, simulated annealing and tabu search: a comparative study. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 14(2):167–181.

- Zamani, R. & Lau, S. K. (2010). Embedding learning capability in lagrangean relaxation: An application to the travelling salesman problem. *European Journal of Operational Research*, 201(1):82–88.