

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA**

**FERNANDO GUSSÃO BELLON**

**ANÁLISE DA CAPACIDADE DE PLASTIFICAÇÃO DE  
VIGAS CASTELADAS DE AÇO SUJEITAS A FLEXÃO SIMPLES**

**VIÇOSA - MINAS GERAIS  
2021**

**FERNANDO GUSSÃO BELLON**

**ANÁLISE DA CAPACIDADE DE PLASTIFICAÇÃO DE  
VIGAS CASTELADAS DE AÇO SUJEITAS A FLEXÃO SIMPLES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Gustavo de Souza Veríssimo

Coorientadores: José Carlos Lopes Ribeiro  
José Luiz Rangel Paes

**VIÇOSA - MINAS GERAIS  
2021**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

B447a  
2021

Bellon, Fernando Gussão, 1993-  
Análise da capacidade de plastificação de vigas casteladas  
de aço sujeitas a flexão simples / Fernando Gussão Bellon. –  
Viçosa, MG, 2021.  
99 f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndice.

Orientador: Gustavo de Souza Veríssimo.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f. 92-95.

1. Vigas - Análise. 2. Análise plástica (Teoria das estruturas). 3. Método dos elementos finitos. 4. Flexão (Engenharia civil). 5. Teoria das estruturas - Métodos de aproximação. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. II. Título.

CDD 22. ed. 624.17723


**FERNANDO GUSSÃO BELLON**

**ANÁLISE DA CAPACIDADE DE PLASTIFICAÇÃO DE  
VIGAS CASTELADAS DE AÇO SUJEITAS A FLEXÃO SIMPLES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

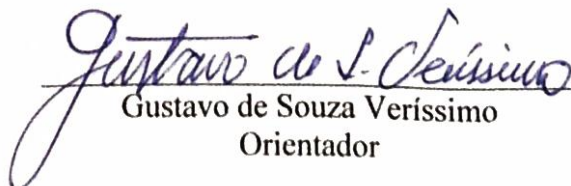
APROVADA: 08 de março de 2021.

Assentimento:



Fernando Gussão Bellon

Autor



Gustavo de Souza Veríssimo

Orientador

## AGRADECIMENTOS

---

Agradeço à minha família pelo apoio incondicional, mesmo nos tempos mais difíceis.

Ao professor Gustavo de Souza Veríssimo, orientador deste trabalho, por todo o conhecimento inestimável passado ao longo destes anos, pela contínua prontidão e disponibilidade para ajudar e pela orientação não limitada somente à pesquisa, mas também para a vida.

Aos coorientadores deste trabalho, professor José Carlos Lopes Ribeiro e professor José Luiz Rangel Paes, pela orientação e contribuições no trabalho, pela solicitude e pela amizade.

Ao professor Washington Batista Vieira pela atenção e pela contribuição no trabalho.

Aos demais professores, cujas vidas são dedicadas a usar de suas próprias experiências para transformar a vida de seus alunos.

Aos meus amigos, pela companhia na caminhada e por me ensinarem o valor de cultivar relações sinceras e verdadeiras.

À CAPES – Fundação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pela bolsa de mestrado e pelo suporte ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFV.

À Universidade Federal de Viçosa, pela acolhida e pelo apoio recebido nos momentos necessários.

## RESUMO

---

BELLON, Fernando Gussão, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2021. **Análise da capacidade de plastificação de vigas casteladas de aço sujeitas à flexão simples.** Orientador: Gustavo de Souza Veríssimo. Coorientadores: José Carlos Lopes Ribeiro e José Luiz Rangel Paes.

Nas últimas décadas, tem-se observado um ressurgimento do interesse pelos perfis castelados em diversos países, inclusive no Brasil. A partir daí, diversos estudos vêm sendo realizados visando verificar o comportamento dos perfis castelados sob diversas condições e com configurações geométricas distintas. Alguns estudos baseados em simulações numéricas indicaram que alguns perfis castelados, quando submetidos à flexão, não atingiam a plastificação total da seção transversal por momento fletor. Com base nos resultados desses estudos, chegou-se a propor que a capacidade de plastificação dos perfis alveolares fosse limitada a 90% do momento de plastificação teórico. Diante dessa proposição, levantou-se a hipótese de que, dependendo das esbeltezes das mesas e da alma de alguns perfis, poderia ocorrer um deslizamento relativo entre o banzo superior e o inferior do perfil, acompanhado da distorção das aberturas na alma, o que dificultaria a plastificação total da seção transversal, composta pelas duas seções T acima e abaixo das aberturas. Neste trabalho, esta hipótese foi testada por meio de simulações com modelos numéricos de elementos finitos. Foram analisadas 94 vigas casteladas, por meio de análise não linear pelo Método dos Elementos Finitos, variando-se a relação vão/altura da seção, esbeltez da alma e da mesa, tipo de carregamento e tipo de abertura. Todas as vigas que falharam por formação de mecanismo plástico atingiram valores muito próximos ao momento de plastificação, revelando que a hipótese inicial não é consistente. Ficou comprovado que, para a gama de características típicas dos perfis I laminados utilizados atualmente, os perfis castelados atingem a plastificação total da seção transversal. O estudo comprovou também que um modelo de cálculo baseado na hipótese de formação de um mecanismo Vierendeel, considerando a interação momento-cortante segundo o critério de von Mises, é capaz de estimar com boa aproximação a capacidade dos perfis castelados à flexão simples.

Palavras-chave: Vigas casteladas. Plastificação. Momento de plastificação. Flexão. Análise numérica.

## ABSTRACT

---

BELLON, Fernando Gussão, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March, 2021. **Analysis of the capacity of castellated steel beams subjected to in-plane bending to attain full cross section plasticity.** Adviser: Gustavo de Souza Veríssimo. Co-advisers: José Carlos Lopes Ribeiro and José Luiz Rangel Paes.

In the last decades, there has been a resurgence of interest in castellated beams in several countries, including Brazil. Since then, several studies have been carried out aiming to verify the behavior of castellated beams under different conditions and with different geometric configurations. Some studies based on numerical simulations indicated that some castellated beams, when submitted to flexure, did not reach the full cross section plasticity. Based on the results of these studies, some authors have proposed that the full sections yield strength of castellated beams be limited to 90% of the theoretical plastic bending moment. Given this proposition, was raised the hypothesis that for some beams, depending on the slenderness of the flanges and the web, a slip between the upper and lower halves of the beam could occur, accompanied by the distortion of the openings in the web, which would hamper the cross section, composed of the two T sections above and below the openings, attain full plasticity. In this work, this hypothesis was tested by means of simulations with finite element numerical models. 94 castellated beams were analyzed by means of non-linear analysis using the Finite Element Method, varying their span/depth ratio, slenderness of flange and web, configuration of loading and shape of opening. All beams that failed due to the formation of a plastic mechanism reached values very close to the plastic bending moment, revealing that the initial hypothesis is not consistent. It was found that, for the range of typical characteristics of the hot-rolled I shapes currently used, the castellated beams reach full section yield strength. The study also showed that a calculation model based on the hypothesis of formation of a Vierendeel mechanism, considering the moment-shear interaction according to the von Mises yield criterion, is able to estimate with good approximation the capacity of the castellated beams under in-plane bending.

Keywords: Castellated beams. Yield. Plastic moment. Bending. Numerical analysis.

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIATURAS

---

|            |   |
|------------|---|
| $A_t$      | área da seção transversal da seção tê   |
| $A_v$      | área de cisalhamento para a seção cheia                                       |
| $A_{v,0}$  | área de cisalhamento para a seção com abertura                                |
| $A_w$      | área efetiva de cisalhamento  |
| $a_0$      | maior largura da abertura, medida paralelamente ao eixo da viga               |
| $b_w$      | menor largura do montante de alma   |
| $b_f$      | largura da mesa   |
| $d$        | altura total da seção de um perfil I de alma cheia                            |
| $d_g$      | altura total da seção expandida de um perfil alveolar                         |
| $D_0$      | diâmetro da abertura circular   |
| $E$        | módulo de elasticidade do aço   |
| $F$        | força concentrada   |
| $F_u$      | força concentrada última  |
| $f_v$      | resistência ao escoamento do aço no cisalhamento                              |
| $f_y$      | resistência ao escoamento do aço  |
| $h_0$      | altura da abertura  |
| $h_p$      | altura da chapa expansora   |
| $h_t$      | altura do tê  |
| $I_t$      | momento de inércia da seção tê em relação ao seu eixo baricêntrico            |
| $k$        | taxa de expansão da seção alveolar (relação $d_g/d$ )                         |
| $L$        | comprimento do vão da viga  |
| $l_{eff}$  | comprimento efetivo da seção tê no alvéolo crítico                            |
| $l_{t,cr}$ | comprimento de flambagem da seção tê  |
| $m$        | razão entre o momento solicitante e o momento resistente na abertura          |
| $\bar{m}$  | razão entre o momento solicitante acoplado e o momento resistente na abertura |
| $M_{o,b}$  | momento fletor resistente da seção com abertura sujeita a flexão pura         |

|                   |  |
|-------------------|--|
| $M_{exp}$         | momento fletor de plastificação da seção determinado experimentalmente                       |
| $M_p$             | momento fletor de plastificação da seção de alma cheia                                       |
| $M_{pl0}$         | momento fletor de plastificação da seção de alma vazada                                      |
| $M_{Rk}$          | momento fletor resistente  |
| $M_{Rk,Vi}$       | momento fletor resistente acoplado   |
| $M_{Sk}$          | momento fletor solicitante   |
| $M_{t,Rk,\theta}$ | momento fletor resistente da seção tê no plano inclinado $\theta$ graus a partir da vertical |
| $MV_{Rk}$         | momento Vierendeel resistente da seção na abertura   |
| $M_{V,\theta}$    | momento Vierendeel solicitante no plano inclinado $\theta$ graus a partir da vertical        |
| $N_{o,b}$         | força normal resistente da seção com abertura  |
| $N_{Sk,\theta}$   | força normal solicitante no plano inclinado $\theta$ graus a partir da vertical              |
| $N_{t,Rk,\theta}$ | força normal resistente da seção tê no plano inclinado $\theta$ graus a partir da vertical   |
| $N_{t,b}$         | força normal resistente da seção tê  |
| $N_{t,cr}$        | força normal crítica de flambagem do tê  |
| $N_{t,pl}$        | força normal de plastificação do tê  |
| $p$               | passo (distância entre o centro de dois alvéolos adjacentes)                                 |
| $q_{max}$         | carregamento uniformemente distribuído máximo atingido na simulação numérica                 |
| $r$               | raio de curvatura na junção entre alma e mesa  |
| $t_f$             | espessura da mesa  |
| $t_w$             | espessura da alma  |
| $v$               | razão entre a força cortante solicitante e a força cortante resistente na abertura           |
| $\bar{v}$         | razão entre a força cortante resistente acoplada e a força cortante resistente na abertura   |
| $V_{pl}$          | força cortante de plastificação  |
| $V_{Rk}$          | força cortante resistente  |
| $V_{Rk,Vi}$       | força cortante resistente acoplada   |

|                   |   |
|-------------------|---|
| $V_{Sk}$          | força cortante solicitante  |
| $V_{Sk,\theta}$   | força cortante solicitante no plano inclinado $\theta$ graus a partir da vertical           |
| $V_{t,Rk,\theta}$ | força cortante resistente da seção tê no plano com inclinação $\theta$ a partir da vertical |
| $\bar{y}$         | distância do centro de gravidade do tê à superfície da mesa                                 |
| $y_a$             | distância do centro de gravidade do tê à borda do alvéolo                                   |
| $y_o$             | distância do centro de gravidade do tê ao eixo da viga                                      |
| $Z$               | módulo plástico da seção de alma cheia  |
| $Z_0$             | módulo plástico da seção no centro do alvéolo   |
| $\alpha$          | fator de imperfeição  |
| $\chi_t$          | fator de redução dependente da curva de flambagem do tê                                     |
| $\lambda_p$       | esbeltez limite de plastificação  |
| ELS               | Estado Limite de Serviço  |
| ELU               | Estado Limite Último  |
| FLD               | flambagem lateral com distorção   |
| FLT               | flambagem lateral com torção  |
| FMAC              | flambagem do montante de alma por compressão  |
| FMAV              | flambagem do montante de alma por cisalhamento  |
| FMP               | formação de mecanismo plástico  |
| MEF               | Método dos Elementos Finitos  |
| EMJS              | escoamento do montante de alma na junta soldada   |

# SUMÁRIO

---

|   |    |
|---|----|
| 1. INTRODUÇÃO.....  | 11 |
| 1.1. Considerações preliminares.....  | 11 |
| 1.2. Objetivos .....  | 13 |
| 1.2.1. Objetivo geral .....   | 13 |
| 1.2.2. Objetivos específicos.....   | 14 |
| 1.3. Justificativa .....  | 14 |
| 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....   | 15 |
| 2.1. Generalidades sobre as vigas alveolares .....  | 15 |
| 2.2. Nomenclatura .....   | 17 |
| 2.3. Padrões geométricos de castelação .....  | 18 |
| 2.4. Modos de falha dos perfis alveolares sujeitos a flexão simples .....                             | 19 |
| 2.5. Evolução dos estudos sobre a falha de perfis alveolares por formação de mecanismo plástico ..... | 22 |
| 3. METODOLOGIA.....   | 35 |
| 3.1. Considerações iniciais.....  | 35 |
| 3.2. O modelo numérico.....   | 35 |
| 3.2.1. Geometria do modelo .....  | 35 |
| 3.2.2. Propriedades do material .....   | 35 |
| 3.2.3. Condições de contorno .....  | 36 |
| 3.2.4. Sobreposição das seções shell .....  | 41 |
| 3.2.5. Malha de elementos finitos.....  | 44 |
| 3.3. Descrição da análise .....   | 46 |
| 3.4. Planejamento da simulação numérica .....   | 48 |
| 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO .....   | 53 |
| 4.1. Considerações gerais.....  | 53 |
| 4.2. Validação do modelo numérico.....  | 53 |
| 4.3. Resultados das análises numéricas.....   | 56 |
| 4.3.1. Considerações iniciais .....   | 56 |
| 4.3.2. Análise de vigas sujeitas à flexão pura .....  | 56 |
| 4.3.3. Análise das vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído .....                      | 58 |
| 4.3.4. Análise das vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão.....                           | 60 |
| 4.3.5. Casos especiais .....  | 63 |
| 4.4. Momento de plastificação .....   | 66 |
| 4.5. Avaliação do modelo analítico para Formação de Mecanismo Plástico .....                          | 67 |
| 4.5.1. Considerações iniciais .....   | 67 |
| 4.5.2. Flexão pura.....   | 67 |
| 4.5.3. Carregamento uniformemente distribuído.....  | 68 |
| 4.5.4. Força concentrada no centro do vão .....   | 69 |
| 4.6. Influência da geometria da seção na capacidade resistente.....                                   | 72 |
| 4.6.1. Seções padronizadas fabricadas no Brasil .....   | 72 |

|   |    |
|---|----|
| 4.6.2. Seções fictícias .....   | 78 |
| 4.6.3. Discussão geral.....   | 79 |
| 4.7. Ajuste do modelo analítico para o caso de força concentrada..... | 83 |
| 5. CONCLUSÕES .....   | 89 |
| 5.1. Considerações finais.....  | 89 |
| 5.2. Sugestões para estudos futuros.....                              | 90 |
| 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....                                   | 92 |
| 7. APÊNDICE .....   | 96 |

# 1. INTRODUÇÃO

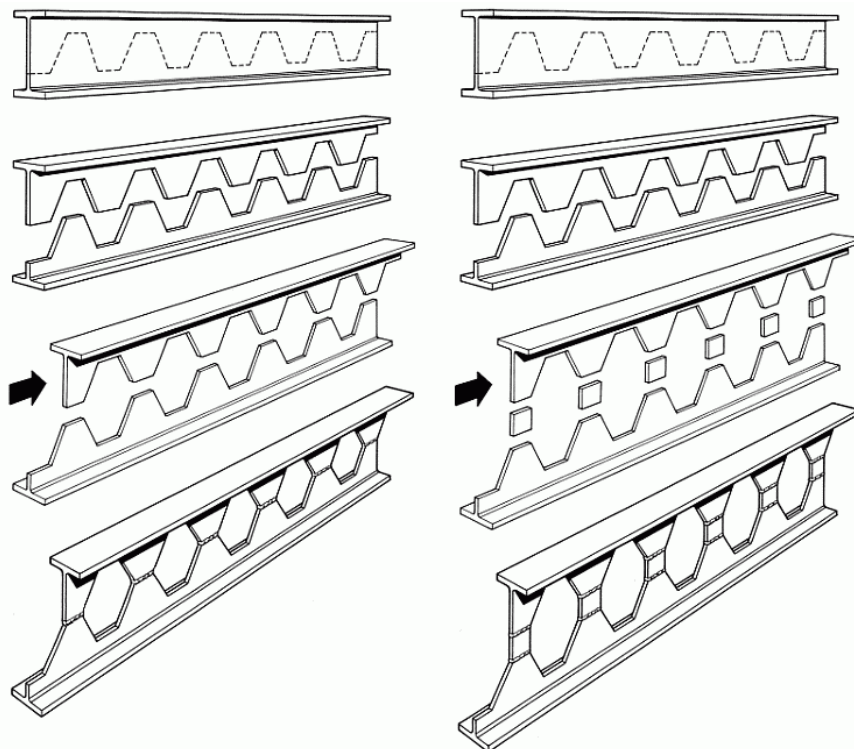
---

## 1.1. Considerações preliminares

A utilização de vigas casteladas teve início nos anos 1930, na Europa, como uma solução alternativa, na época, à falta de perfis laminados com determinadas dimensões que atendessem a necessidades específicas de projeto. Tal solução possibilitou, de forma simples, obter novos perfis com inércia superior aos perfis disponíveis naquele momento, sem aumento do consumo de material (CIMADEVILA, 2000).

As vigas casteladas normalmente são fabricadas a partir de perfis I de aço laminados, cortando-se longitudinalmente a alma do perfil segundo um traçado sinuoso padronizado, como mostrado na Figura 1, e soldando-se as duas metades obtidas após reposicioná-las adequadamente, de forma a obter um perfil com maior altura que o perfil original.

Figura 1 - Esquema da fabricação de vigas alveolares.

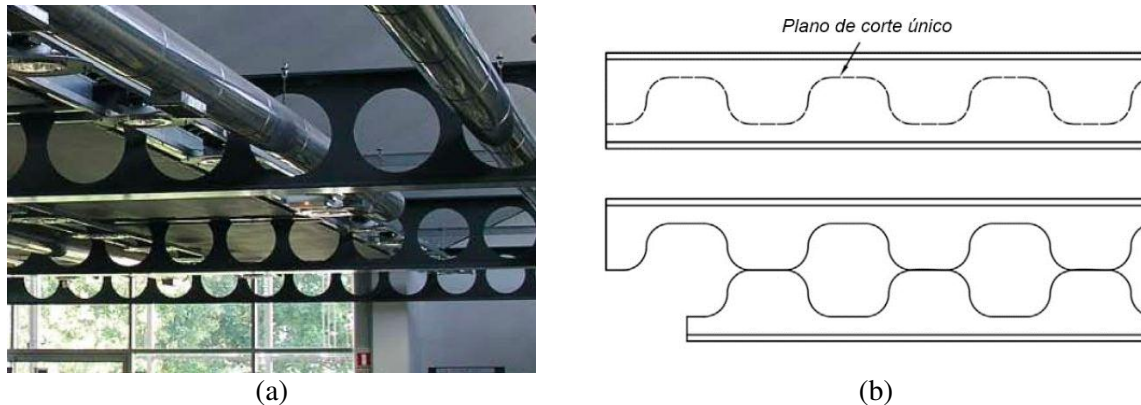


Fonte: GRÜNBAUER BV (2018).

Originalmente, as vigas obtidas pelo processo descrito foram chamadas de vigas casteladas, pelo fato de as metades do perfil cortado lembrarem as ameias das muralhas dos castelos medievais, e o processo de fabricação foi denominado “castelação”.

Com os avanços tecnológicos ocorridos nas últimas décadas, a possibilidade de se ter o corte automático controlado por computador viabilizou outros formatos de aberturas, mais complexos do que os formatos hexagonal e octogonal originalmente obtidos, dando origem a novas tipologias, como as vigas celulares (com aberturas circulares) e as vigas casteladas com cantos filetados (Figura 2), dentre outras.

Figura 2 - (a) vigas celulares; (b) vigas casteladas de cantos filetados.



Fonte: ArcelorMittal (2020), Wang *et. al.* (2014).

Atualmente é comum utilizar os termos “vigas alveolares” ou “perfis alveolares” para referir esses elementos estruturais, independentemente do formato das aberturas (ou alvéolos).

As vigas casteladas foram muito utilizadas entre os anos 1930 e 1960, mas caíram em desuso no final dos anos 1960, devido ao aumento do custo da mão de obra nos países desenvolvidos. No entanto, o grande avanço tecnológico na automação de corte e solda de aço ocorrido nas últimas décadas tem possibilitado fabricar esse tipo de perfil a custos competitivos. Este fenômeno motivou o ressurgimento do interesse pelos perfis alveolares, tendo em vista as vantagens estruturais e arquitetônicas que eles oferecem.

Na última década, foram desenvolvidas diversas pesquisas sobre vigas alveolares no Brasil, visando uma reavaliação dos modos de falha utilizando-se novas abordagens teóricas, numéricas e experimentais e considerando aços com maior resistência mecânica e perfis constituídos por chapas com espessura menor do que as utilizadas em meados do século XX. Dentre esses trabalhos, dois deles, focados no problema de Flambagem Lateral com Torção (FLT), baseados em simulações numéricas, indicaram que alguns perfis alveolares, quando submetidos à flexão, não atingem a plastificação total da seção transversal por momento fletor (BEZERRA, 2011; ABREU, 2011). Com base nos resultados desses estudos, os autores propuseram que a capacidade de plastificação dos perfis alveolares fosse limitada a 90% do

momento de plastificação teórico. Desde então, nenhum trabalho posterior confirmou ou refutou esta proposição.

Tendo em vista os resultados obtidos por Bezerra (2011) e Abreu (2011), como a dificuldade de atingir o momento de plastificação teórico ocorreu apenas para alguns perfis, levantou-se a hipótese de que, dependendo das esbeltezes das mesas e da alma, poderia ocorrer um deslizamento relativo do banzo superior em relação ao inferior, acompanhado da distorção das aberturas na alma, o que dificultaria a plastificação total da seção transversal, composta pelas duas seções tê acima e abaixo das aberturas na alma.

Analisando os trabalhos de Bezerra (2011) e Abreu (2011), observam-se dois fatos importantes:

- a) nem todos os perfis analisados pelos autores apresentaram capacidade reduzida em relação ao momento de plastificação teórico;
- b) para os perfis estudados pelos autores que não atingiram o momento de plastificação teórico, a redução variou em torno de uma média de 90%, ocorrendo casos de redução menor e maior do que esse valor;
- c) limitar o momento fletor resistente a 90% do momento de plastificação teórico para o estado-limite último de FLT significa uma penalização importante para o desempenho dos perfis alveolares, pois nos casos em que o perfil não sofre redução de resistência por problemas de instabilidade local ou global, a capacidade de plastificação ficaria obrigatoriamente limitada pela FLT.

Diante do exposto, julgou-se razoável avaliar criteriosamente o comportamento dos perfis alveolares à flexão, por meio de análise numérica com modelos de elementos finitos calibrados com resultados experimentais, a fim de verificar se sua capacidade de atingir a plastificação total da seção sofre, de fato, alguma redução e em que condições, com a expectativa de explicar o fenômeno e propor uma formulação de cálculo capaz de considerá-lo adequadamente.

## **1.2. Objetivos**

### ***1.2.1. Objetivo geral***

O objetivo geral deste trabalho consistiu em avaliar a capacidade de plastificação de vigas casteladas de aço sujeitas a flexão pura e flexão simples, via Método dos Elementos Finitos.

### 1.2.2. *Objetivos específicos*

Os objetivos específicos consistiram em:

- desenvolver e calibrar, com base em resultados experimentais, modelos de elementos finitos para simulação do comportamento estrutural de vigas alveolares, utilizando o *software* ABAQUS;
- comprovar se a limitação da capacidade de plastificação a 90% de  $M_{p/l0}$ , conforme proposta por Bezerra (2011) e Abreu (2011) é consistente e, se confirmada esta hipótese, avaliar quais parâmetros geométricos influenciam essa limitação;
- verificar a qualidade da resposta do modelo analítico inicialmente proposto por Delesques (1969) e posteriormente modificado por Silveira (2011) e Vieira, D. Z. (2015), para a predição da capacidade resistente de vigas casteladas frente ao ELU de Formação de Mecanismo Plástico;
- investigar possíveis influências que justifiquem os resultados conservadores encontrados nas simulações de vigas casteladas curtas realizadas por Valente (2018).

### 1.3. **Justificativa**

A ABNT NBR 8800:2008, norma brasileira que regulamenta o dimensionamento de estruturas de aço formadas por perfis soldados e laminados, não apresenta recomendações para vigas casteladas. Este fato, associado ao crescente interesse dos profissionais de arquitetura e engenharia pelos perfis alveolares, tem motivado a realização de diversos estudos visando a definição de novos modelos de cálculo e critérios de projeto para a verificação de Estados Limites Últimos (ELU) e Estados Limites de Serviço (ELS) aplicáveis aos perfis alveolares.

As pesquisas desenvolvidas permitem também um contínuo aprimoramento dos métodos analíticos disponíveis para o cálculo de vigas alveolares sujeitas a flexão. A possibilidade de realizar análises via Método dos Elementos Finitos (MEF) viabiliza obter, de forma econômica, um grande número de resultados que simulam com boa aproximação o comportamento real de um elemento estrutural. Assim, é possível realizar ajustes em métodos analíticos formulados com base nos conhecimentos teóricos, muitas vezes fundamentados em simplificações, através da análise estatística dos valores obtidos via MEF.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

---

### 2.1. Generalidades sobre as vigas alveolares

Do ponto de vista estrutural, os perfis alveolares apresentam como grande vantagem o aumento de inércia em relação ao perfil de alma cheia original, sem praticamente nenhum gasto adicional de aço. Também apresentam diversas vantagens sob o ponto de vista arquitetônico, tais como: permitem a integração das instalações prediais com a estrutura (Figura 2a); possibilitam melhor circulação do ar e passagem de luz do que os perfis I com alma cheia; sua configuração é esteticamente mais agradável que a do perfil de alma cheia.

As aberturas na alma ao longo do comprimento de um perfil castelado podem ser originadas tanto do processo de corte e solda de perfis laminados, como mostrado na Figura 1, como a partir do corte das aberturas diretamente em chapas que irão compor a alma de perfis soldados, como mostrado na Figura 3 (SAKIYAMA, 2018).

Figura 3 – Vigas casteladas soldadas.

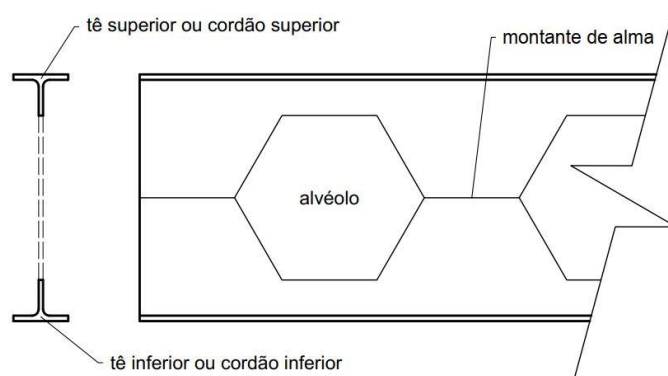


Fonte: Sakiyama (2018).

Na Figura 4 apresentam-se os elementos típicos de um perfil alveolar. As porções da seção acima e abaixo de um alvéolo são referidas, usualmente, como tê superior (ou cordão superior) e tê inferior (ou cordão inferior), respectivamente. O trecho de alma entre dois alvéolos adjacentes é chamado de “montante de alma”. A distância entre centros de alvéolos adjacentes é referida comumente como o “passo” da viga.

No caso das vigas obtidas a partir do processo de corte e solda de duas metades de um perfil I de aço laminado, como mostrado na Figura 4, ocorre naturalmente um aumento de altura da seção transversal do perfil, proporcionando um ganho de inércia e, conseqüentemente, de rigidez da seção.

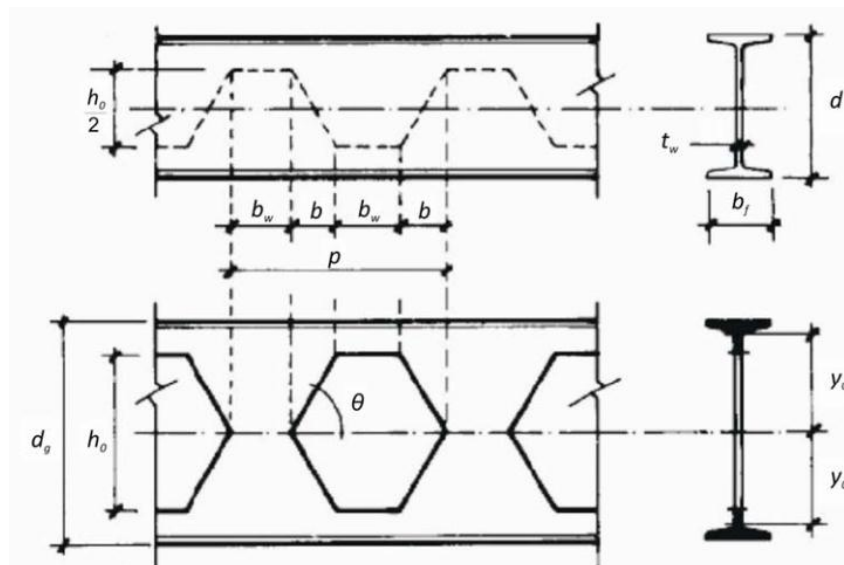
Figura 4 – Elementos típicos de um perfil alveolar.



Fonte: O autor.

Na Figura 5 são apresentados alguns elementos geométricos característicos de uma viga castelada com alvéolos hexagonais. Com esse padrão de corte, consegue-se o máximo aproveitamento do material, com perda praticamente nula.

Figura 5 – Elementos geométricos de uma viga castelada com alvéolos hexagonais.



Fonte: Leonart (1988), adaptado por Oliveira (2012).

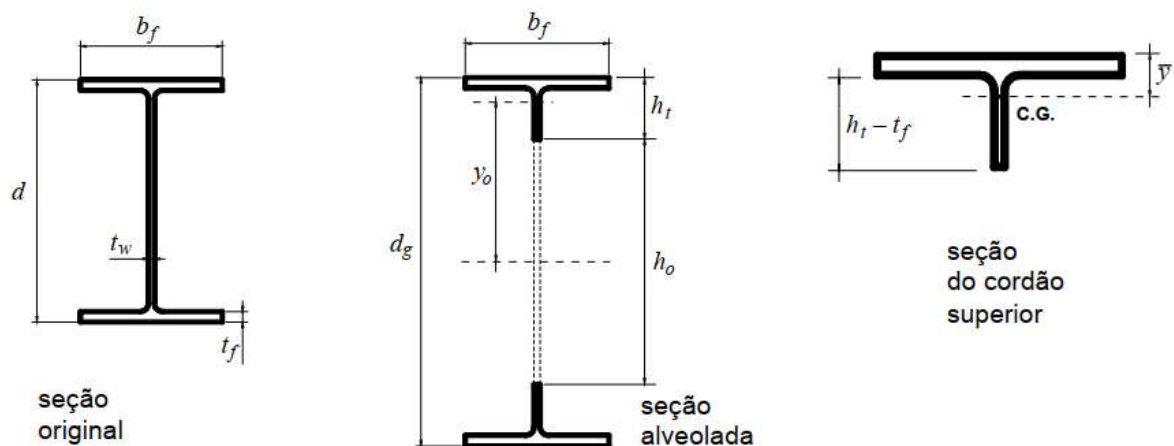
A relação entre a altura da seção expandida ( $d_g$ ), após o processo de castelação, e a altura do perfil original ( $d$ ) é referida comumente como *taxa de expansão*. Galambos *et. al.* (1975) demonstraram que a taxa de expansão ótima para vigas longas é de 1,5.

Uma descrição detalhada sobre o histórico das vigas alveolares, tipologias e processos de fabricação, pode ser encontrada em Oliveira (2012).

## 2.2. Nomenclatura

Na Figura 6 são exibidos os elementos típicos da seção de um perfil alveolar, bem como a nomenclatura das dimensões de interesse. Equações para o cálculo de algumas dessas variáveis são apresentadas por Oliveira (2012).

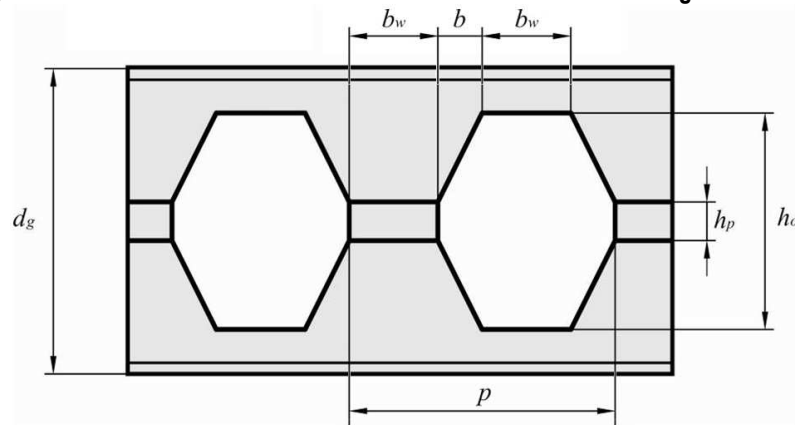
Figura 6 - Nomenclatura das dimensões da seção transversal das vigas alveolares.



Fonte: Veríssimo *et al.* (2010).

Na Figura 7, destacam-se algumas dimensões referentes às aberturas na alma para vigas casteladas. Eventualmente, para aumentar ainda mais a altura do perfil expandido, pode-se inserir uma chapa expansora retangular entre as duas metades cortadas do perfil original (elemento de altura  $h_p$  na Figura 7), obtendo-se um perfil castelado com alvéolos octogonais.

Figura 7 - Nomenclatura dos elementos relativos às aberturas das vigas casteladas.

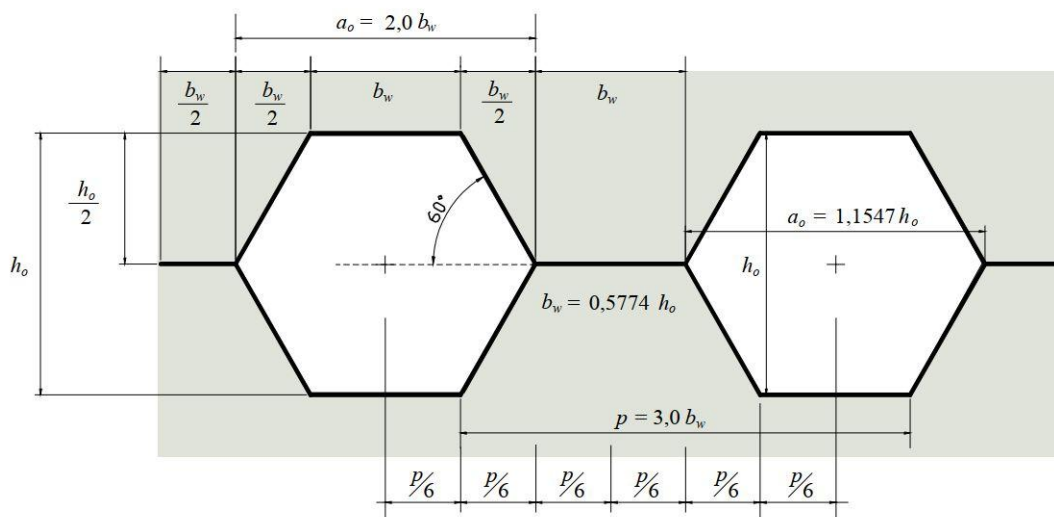


Fonte: Oliveira (2012).

### 2.3. Padrões geométricos de castelação

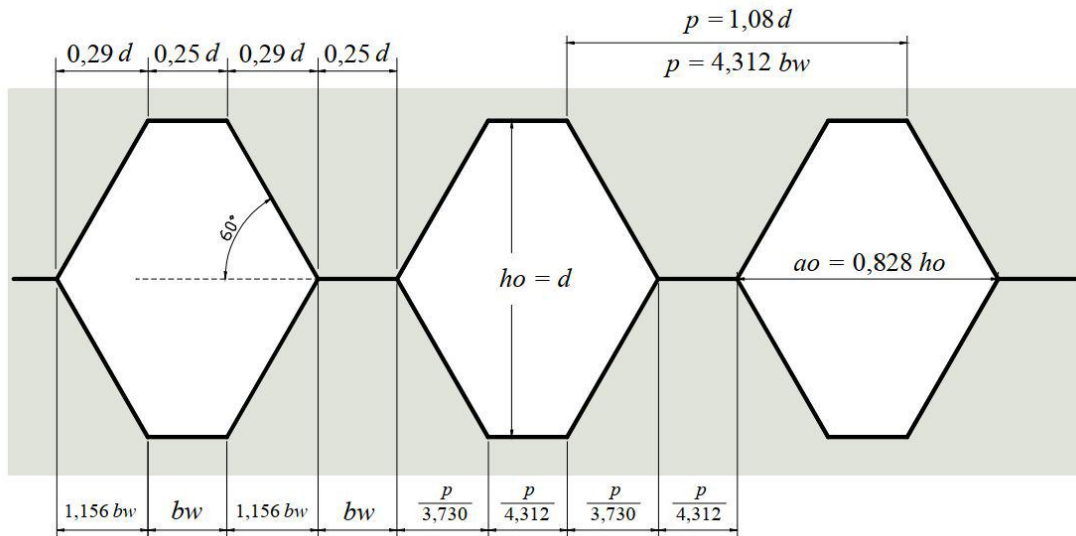
Para as vigas casteladas com aberturas hexagonais, alguns padrões geométricos se consolidaram ao longo do tempo, a saber: o padrão Litzka (Figura 8) e o padrão Anglo-Saxão (Figura 9).

Figura 8 - Geometria do padrão Litzka.



Fonte: Veríssimo *et al.* (2010).

Figura 9 - Geometria do padrão Anglo-Saxão.



Fonte: Veríssimo *et al.* (2010).

## 2.4. Modos de falha dos perfis alveolares sujeitos a flexão simples

Originalmente, os perfis alveolares foram criados para resolver um problema de viga, ou seja, de barras sujeitas a forças transversais ao seu eixo  $e$ , portanto, submetidas à flexão simples. A presença de aberturas na alma muda o comportamento estrutural do perfil em relação aos perfis convencionais de alma cheia, alterando não somente a importância relativa dos possíveis modos de falha, como também introduzindo a possibilidade de novos modos (KERDAL e NETHERCOT, 1984).

Os estudos experimentais disponíveis mostram que os modos de falha para vigas alveolares dependem principalmente da esbelteza dos elementos da seção transversal, da geometria das aberturas e da configuração do carregamento. Os modos de falha possíveis, assumindo carregamento cujo efeito gera momento fletor e força cortante no perfil, são os seguintes:

- formação de mecanismo plástico (FMP);
- flambagem lateral com torção (FLT);
- flambagem lateral com distorção (FLD);
- flambagem do montante de alma por cisalhamento (FMAV);
- flambagem do montante de alma por compressão (FMAC);
- escoamento do montante de alma na junta soldada (EMJS).

No presente trabalho, o modo de falha de interesse é a FMP, que é o modo diretamente relacionado ao momento de plastificação da seção.

Toprac e Cooke<sup>1</sup> (1959, *apud* KERDAL e NETHERCOT, 1984) foram os primeiros autores a descrever as etapas de plastificação que levam à formação de mecanismo plástico, para o caso de vigas casteladas solicitadas por momento fletor puro. Eles descreveram como, no trecho da viga sujeito apenas a momento fletor puro, a plastificação dos tês acima e abaixo das aberturas na alma ocorreu de maneira similar a uma viga de alma cheia, embora o espraçamento da plastificação em direção ao eixo central longitudinal da viga tenha sido impedido pela presença das aberturas, caracterizando o momento de formação da rótula plástica onde as seções têm estavam totalmente plastificadas.

Entretanto o primeiro autor a conceituar a formação de mecanismo plástico devido à ação de momento fletor e utilizar a teoria da plastificação na análise do comportamento de vigas casteladas foi Halleux (1967). Na Figura 10 são mostradas duas vigas casteladas que falharam por mecanismo plástico.

Conforme descrito por Demirdjian (1999), a capacidade máxima de uma viga castelada quando solicitada por flexão pura é definida como:

$$M_{pl0} = Z_0 f_y \quad (1)$$

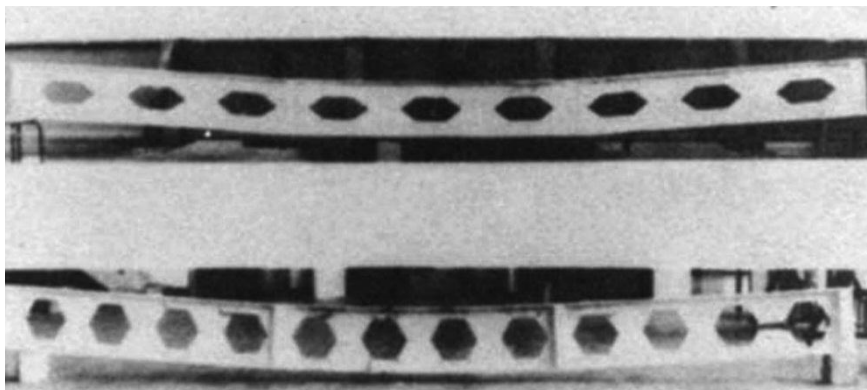
onde:

$M_{pl0}$  é o momento de plastificação da seção;

$Z_0$  é o módulo plástico da seção, tomado a partir do centro do furo na direção vertical;

$f_y$  é a resistência ao escoamento do aço.

**Figura 10 - Formação de mecanismo plástico por efeito do momento fletor.**



Fonte: Kerdal e Nethercot (1984).

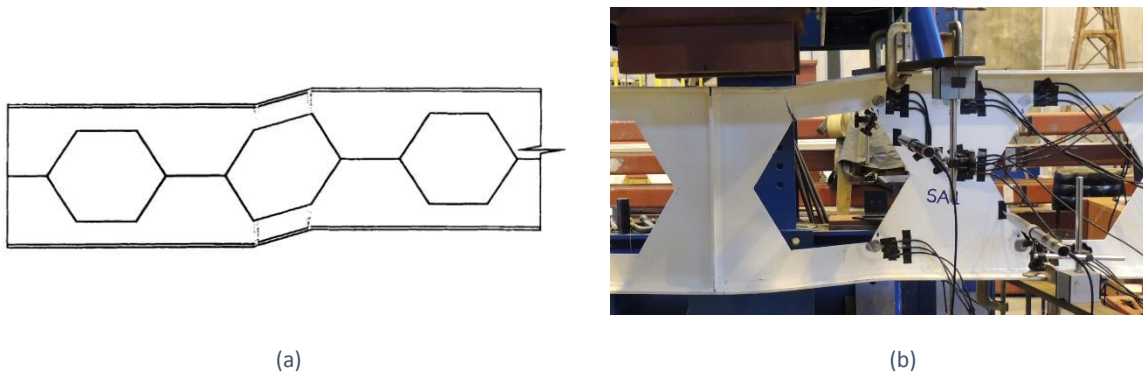
<sup>1</sup> TOPRAC, A. A.; COOKE, B. R. **An experimental investigation of openweb beams**, Welding Research Council Bulletin Series 47, 1959.

Em alguns casos, pode ocorrer de determinadas regiões da viga ficarem sujeitas, simultaneamente, à atuação de momento fletor e força cortante com valores importantes. Esse efeito combinado de momento fletor e força cortante implica na interação de tensões normais e de cisalhamento na seção transversal, podendo ocasionar outra forma de mecanismo plástico, geralmente referenciada na literatura como mecanismo Vierendeel.

Este mecanismo foi primeiramente relatado por Altfillisch *et al.*<sup>2</sup> (1957, *apud* KERDAL e NETHERCOT, 1984) e por Toprac e Cooke (1959, *apud* KERDAL e NETHERCOT, 1984). Halleux (1967) identificou o mecanismo e propôs um método para o cálculo deste modo de falha.

No mecanismo Vierendeel, tem-se a formação de rótulas plásticas nos quatro cantos da abertura sujeita à combinação crítica de momento e cortante, distorcendo esta região como um paralelogramo, como representado na Figura 11.

Figura 11 - Mecanismo Vierendeel.



Fonte: (a) Demirdjian (1999); (b) Foto por Gustavo Veríssimo.

A deformação diferencial notada no Mecanismo Vierendeel decorre de rotações localizadas nos cantos dos alvéolos provocadas por momentos secundários causados pela força cortante. O momento fletor global produzido pelo carregamento é comumente referido como momento primário, enquanto os momentos secundários, também conhecidos como momento Vierendeel, são consequências do cisalhamento nas seções em t<sub>ê</sub> nas extremidades das aberturas, e tem relação direta com o comprimento das aberturas (DEMIRDJIAN, 1999).

<sup>2</sup> ALTFILLISCH, M. D., COOKE, B. R. and TOPRAC, A. A. **An investigation of welded open-web expanded beams**. Journal of the American Welding Society, Welding Res. Supp., p. 77-88, 1957.

## 2.5. Evolução dos estudos sobre a falha de perfis alveolares por formação de mecanismo plástico

Sherbourne<sup>3</sup> (1966, *apud* DEMIRDJIAN, 1999) apresentou resultados experimentais de três vigas casteladas ensaiadas à flexão, que falharam por FMP, para as quais a relação entre o momento último experimental e o momento de plastificação calculado da seção variou de 1,043 a 1,113. No entanto Kerdal e Nethercot (1984), ao apresentarem os resultados do mesmo trabalho apresentaram valores entre 1,08 e 1,14. Como o trabalho original não se encontra disponível, não foi possível verificar quais dados estão corretos. Não obstante, em ambas as publicações as vigas ensaiadas atingiram 100% do momento de plastificação.

Halleux (1967) usou uma análise estática pelo método da energia para prever a carga última de vigas alveolares que falhariam por mecanismo Vierendeel. No entanto, ele negligenciou o efeito da força axial e do cisalhamento na resistência plástica a momento da seção t $\hat{e}$ , limitando a aplicação de seu método para casos onde a influência destas forças é pequena.

Delesques (1969) propôs a seguinte equação para a verificação de vigas alveolares sujeitas a momento fletor e força cortante:

$$M_{sk} + cV_{sk} \leq M_{pl0} \quad (2)$$

onde:

$$c = \frac{P}{6} \frac{y_0 y_a A_t}{I_t} \quad (3)$$

A equação (2) pode também ser expressa em função de tensões, da seguinte forma:

$$\frac{M_{sk}}{2 y_0 A_t} + \frac{V_{sk} y_a P}{12 I_t} \leq f_y \quad (4)$$

Hope e Sheikh<sup>4</sup> (1969, *apud* HOSAIN e SPEARS, 1973) apresentaram um método de interação para o cálculo da força resistente última de vigas casteladas relacionada ao modo de falha por Formação de Mecanismo Vierendeel. Foram os primeiros autores a apontar que, quando as quatro rótulas plásticas são completamente formadas em um painel, o ponto de inflexão do vão da seção t $\hat{e}$  não ocorre necessariamente no meio deste, como era assumido nas

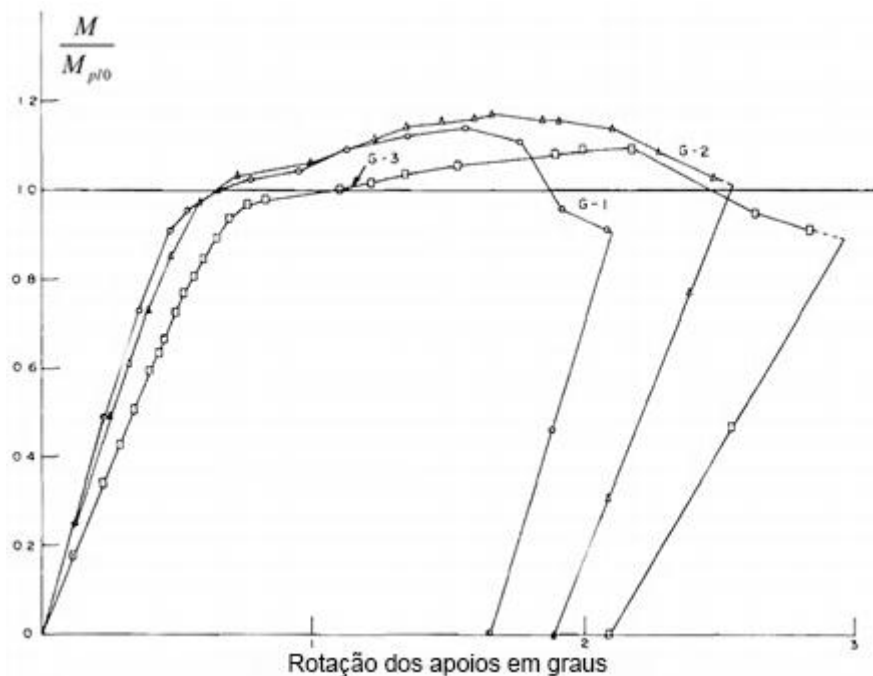
<sup>3</sup> SHERBOURNE, A. N. **The plastic behavior of castellated beams**. 2<sup>o</sup> Commonwealth Welding Conference. Institute Of Welding, No. C2, London. p. 1-5, 1966.

<sup>4</sup> HOPE, B. B., SHEIKH, M. A. **The design of castellated beams**. Transactions of Engineering Institute of Canada, vol. 12, n<sup>o</sup>. A-8, 1969.

aproximações teóricas. Seu método consistia no uso da curva de interação para a seção t $\hat{e}$  da viga analisada, obtida através da variação da linha neutra e plotagem dos valores de força normal e momento fletor resultantes. A comparação dos valores obtidos deste método com os valores experimentais disponíveis na época mostraram que os resultados eram bastante próximos na maioria dos casos.

Hosain e Speirs (1973) apresentaram valores da relação entre o momento experimental e o momento de plastificação das seções ensaiadas por eles, variando de acordo com a rotação da viga nos apoios. Os resultados são apresentados na Figura 12. Pode-se notar que o momento resistente obtido experimentalmente superou o momento de plastificação teórico.

Figura 12 - Gráfico da relação entre o momento experimental e de plastificação pela rotação da extremidade.



Fonte: Hosain e Speirs (1973).

Ao investigar os modos de falha de vigas casteladas disponíveis na literatura, Kerdal e Nethercot (1984) compararam os momentos experimentais ( $M_{exp}$ ) com a capacidade máxima do perfil no plano, expressa pelo momento de plastificação  $M_{p/0}$ . Tais momentos foram calculados tanto para a seção transversal com aberturas quanto para a seção transversal cheia (onde a alma não é interrompida por aberturas). Os resultados encontrados são apresentados na Tabela 1, cujas dimensões das seções são apresentadas na forma  $d_g \times b_f \times t_f \times t_w$ .

Analisando a Tabela 1, percebe-se que o momento último experimental não alcança o momento de plastificação da seção de alma cheia para nenhum dos casos. Quando comparado

com o momento de plastificação da seção vazada, o momento último experimental é, em diversos casos, ligeiramente superior e em poucos casos inferior. Kerdal e Nethercot (1984), ao analisarem as propriedades geométricas das vigas casteladas que falharam devido à formação de mecanismo Vierendeel, observaram que tal modo de falha é mais provável em vigas que apresentam uma combinação dos seguintes fatores: vão curto, grande comprimento de solda nos montantes de alma e seção t<sub>e</sub> de baixa altura.

**Tabela 1 - Momento resistente de cálculo e resultados experimentais de vigas que falharam por FMP.**

| Seção                      | k    | $M_{pl0}$<br>(10 <sup>2</sup> kN.m) | $M_p$<br>(10 <sup>2</sup> kN.m) | $M_{exp}$<br>(10 <sup>2</sup> kN.m) | $M_{exp}/M_{pl0}$ | $M_{exp}/M_p$ |
|----------------------------|------|-------------------------------------|---------------------------------|-------------------------------------|-------------------|---------------|
| 266,7 x 101,6 x 5,1 x 4,6  | 1,33 | 0,53                                | 0,60                            | 0,50                                | 0,95              | 0,83          |
| 297,9 x 100,3 x 5,1 x 4,8  | 1,50 | 0,56                                | 0,72                            | 0,58                                | 1,03              | 0,81          |
| 297,2 x 99,1 x 5,1 x 4,7   | 1,50 | 0,58                                | 0,71                            | 0,57                                | 0,99              | 0,81          |
| 295,9 x 100,3 x 5,2 x 4,4  | 1,50 | 0,59                                | 0,72                            | 0,61                                | 1,02              | 0,84          |
| 500 x 135 x 10,2 x 6,6     | 1,85 | 2,43                                | 2,98                            | 2,62                                | 1,08              | 0,88          |
| 500 x 135 x 10,2 x 5,5     | 1,85 | 2,46                                | 3,02                            | 2,52                                | 1,03              | 0,83          |
| 457,2 x 127 x 12,9 x 8,5   | 1,50 | 2,21                                | 2,68                            | 2,26                                | 1,02              | 0,84          |
| 605,5 x 143,7 x 11,1 x 7,2 | 1,50 | 3,53                                | 4,37                            | 3,49                                | 0,99              | 0,80          |
| 524,5 x 124,5 x 10,6 x 7,0 | 1,50 | 2,52                                | 3,14                            | 2,52                                | 1,00              | 0,80          |
| 266,7 x 101,6 x 9,8 x 6,3  | 1,50 | 0,82                                | 0,96                            | 0,85                                | 1,04              | 0,88          |
| 342,9 x 101,6 x 11,6 x 7,6 | 1,50 | 1,17                                | 1,40                            | 1,15                                | 0,99              | 0,82          |
| 228,6 x 76,2 x 9,6 x 5,8   | 1,50 | 0,54                                | 0,63                            | 0,59                                | 1,10              | 0,85          |
| 228,6 x 76,2 x 9,6 x 5,8   | 1,50 | 0,54                                | 0,63                            | 0,58                                | 1,08              | 0,92          |
| 228,6 x 76,2 x 9,6 x 5,8   | 1,50 | 0,54                                | 0,63                            | 0,61                                | 1,14              | 0,97          |
| 381 x 101,6 x 7,6 x 5,1    | 1,50 | 1,12                                | 1,42                            | 1,12                                | 1,00              | 0,79          |
| 381 x 101,6 x 7,6 x 5,1    | 1,50 | 1,50                                | 1,87                            | 1,58                                | 1,10              | 0,85          |

Fonte: Kerdal e Nethercot (1984).

O manual do *American Institute of Steel Construction* (AISC) que trata do projeto de vigas de aço e vigas mistas com aberturas na alma (DARWIN, 1990) apresenta uma curva de interação momento-cortante de forma cúbica, segundo a Eq. (5). Destaca-se que este método analítico foi baseado em estudos com aberturas retangulares, podendo conduzir a resultados insatisfatórios ao variar-se o tipo de abertura (TSAVDARIDIS e D’MELLO, 2012).

$$\left(\frac{V_{Sk}}{V_{Rk}}\right)^3 + \left(\frac{M_{Sk}}{M_{Rk}}\right)^3 = 1 \quad (5)$$

Demirdjian (1999) realizou análises via Método dos Elementos Finitos, baseando-se em resultados experimentais disponíveis, obtendo diversas curvas de interação momento-

cortante. Segundo o autor, a curva que melhor representou os valores obtidos foi a quadrática, segundo a Eq. (6).

$$\left(\frac{V_{Sk}}{V_{Rk}}\right)^2 + \left(\frac{M_{Sk}}{M_{Rk}}\right)^2 \leq 1 \quad (6)$$

Cimadevila *et al.* (2000) fizeram uma análise detalhada das tensões nos pontos críticos do tê, considerando o caso simplificado de uma viga sujeita a cargas pontuais atuando sob cada um dos montantes de alma. Tal estudo baseava-se majoritariamente no trabalho de Delesques (1969), obtendo o mesmo resultado para a seção crítica, mantendo, portanto, as equações (2) e (3) para a verificação de vigas sujeitas a momento fletor e a força cortante.

Cimadevila *et al.* (2000) frisam que tal resultado considera a hipótese de Halleux, que considera uma distribuição uniforme de tensões ao longo do tê. Ao quantificar a diferença entre a consideração de uma distribuição uniforme e variável de tensões, os autores concluíram que a hipótese de Halleux onera o dimensionamento em cerca de 20%.

Chung *et al.* (2001) compararam resultados experimentais com análises numéricas via Método dos Elementos Finitos para vigas com aberturas circulares. Visando alcançar uma formulação empírica prática para o dimensionamento de seções sujeitas ao mecanismo Vierendeel, os autores propuseram uma curva de interação momento-cortante descrita pela Eq. (7). Por fim, os autores destacam que o método proposto tende a ser conservador.

$$\left(\frac{V_{Sk}}{V_{Rk}}\right)^{2.5} + \left(\frac{M_{Sk}}{M_{Rk}}\right)^{2.5} \leq 1 \quad (7)$$

Ao investigar o comportamento de vigas alveolares com diferentes tipos de aberturas através de modelos de elementos finitos, Liu e Chung (2003) chegaram a diversas conclusões. Dentre elas, são relevantes para o presente trabalho as seguintes:

- o padrão de plastificação dos diferentes tipos de abertura é semelhante, ocorrendo em geral com a formação de rótulas plásticas em ambas as extremidades da seção tê, com exceção das seções com aberturas circulares e circulares alongadas (para estas, a posição das rótulas plásticas é variável);
- o parâmetro mais importante para avaliar o comportamento estrutural de vigas alveolares é a largura crítica da abertura (fator geométrico determinado de forma particular para cada tipo de abertura, sendo igual a  $b_w$  para o caso específico das vigas casteladas), pois ela controla a magnitude dos momentos Vierendeel locais agindo nas seções tê; além da largura crítica, a altura das aberturas controla a resistência à força

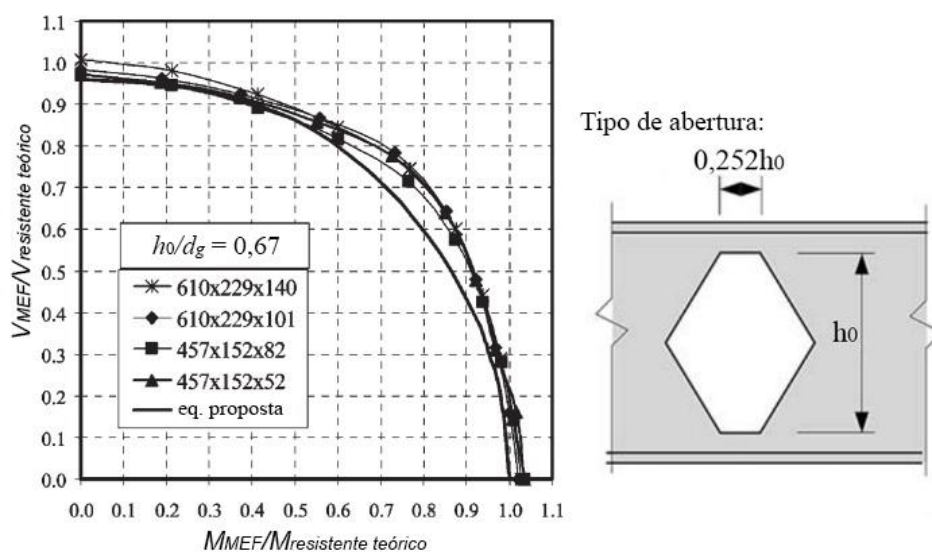
cortante e ao momento fletor da seção como um todo. Segundo os autores, os demais fatores geométricos das aberturas aparentemente não afetam o comportamento estrutural da seção;

- as curvas de interação momento-cortante de seções com diferentes tipos de aberturas e tamanhos são bastante similares, como o comportamento estrutural em geral.

Visando propor uma equação geral que permitisse a verificação de vigas alveolares com diferentes tipos de aberturas, Chung *et al.* (2003) utilizaram o Método dos Elementos Finitos para comparar o comportamento de oito tipos de aberturas com diferentes tamanhos. Embora todos os modelos apresentassem uma relação entre momento solicitante e resistente máxima coincidindo com a unidade, tal fato não se verificava para a relação entre força cortante solicitante e resistente, com valores que chegavam até a 0,18.

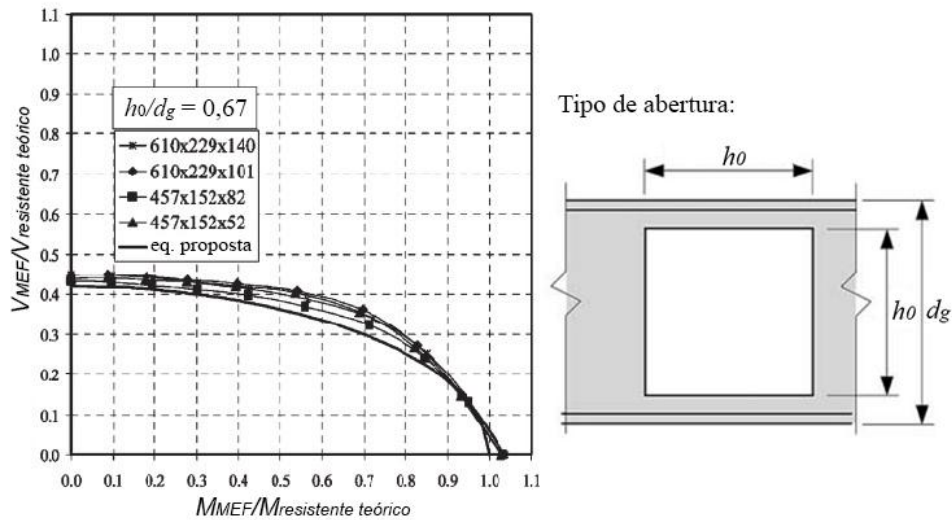
Tal variação tem origem nas diferentes proporções que o momento Vierendeel atinge para cada tipo de abertura. O momento Vierendeel, por sua vez, possui relação direta com o comprimento ao longo do qual se estende a seção t $\hat{e}$ . A influência desse fator é bastante visível nas curvas de interação momento-cortante, conforme se percebe ao comparar-se os resultados obtidos para aberturas hexagonais do tipo Anglo-Saxão (Figura 13) com aberturas quadradas (Figura 14), cujo comprimento de extensão da seção t $\hat{e}$  é quase quatro vezes superior ao citado anteriormente.

Figura 13 - Curva de interação momento-cortante para perfil com aberturas do tipo Anglo-Saxão.



Fonte: Chung *et al.* (2003), adaptada pelo autor.

Figura 14 - Curva de interação momento-cortante para perfil com aberturas quadradas.



Fonte: Chung *et al.* (2003), adaptada pelo autor.

A partir dos resultados obtidos, os autores propuseram uma nova equação de interação momento-cortante que leva em conta a redução da força cortante resistente devido ao efeito dos momentos Vierendeel que atuam nos alvéolos. Para tal, foi definida uma “força cortante resistente acoplada” ( $V_{Rk,Vi}$ ) que incorpora o efeito do mecanismo Vierendeel na força resistente da seção ao cisalhamento e é determinada com base nas curvas obtidas pelos autores nos ensaios numéricos. Assim, é definida também a razão da força cortante acoplada resistente segundo a equação (8):

$$\bar{v} = \frac{V_{Rk,Vi}}{V_{Rk}} \quad (8)$$

Considerando  $v = \frac{V_{Sk}}{V_{Rk}}$  e  $m = \frac{M_{Sk}}{M_{Rk}}$  (9, 10)

têm-se a curva geral de interação momento-cortante definida por:

$$\left(\frac{v}{\bar{v}}\right)^2 + \bar{m}^2 = 1, \text{ para } \bar{v} < \frac{2}{3} \quad (11)$$

$$\left(\frac{v - (\bar{v} - 2/3)}{2/3}\right)^2 + \bar{m}^2 = 1, \text{ para } \bar{v} \geq \frac{2}{3} \quad (12)$$

onde  $\bar{m}$  é razão do momento fletor resistente acoplado, expresso pela equação (13):

$$\bar{m} = \frac{M_{Rk,Vi}}{M_{Rk}} \quad (13)$$

Abreu (2011) realizou análise numérica de várias vigas celulares com comprimentos diversos, visando o estudo de FLT. Para algumas dessas vigas, de comprimento reduzido, observou-se que o modo de falha foi a formação de mecanismo plástico. No entanto, o momento de plastificação total da seção não era atingido, obtendo-se valores entre 90% e 95% de  $M_{p10}$ , mesmo no caso específico de vigas solicitadas exclusivamente por momento fletor. Por esta razão, a autora propôs, para efeito de dimensionamento, considerar o momento fletor resistente nominal igual a 90% do momento de plastificação da seção vazada, caso a esbeltez do perfil fosse inferior à esbeltez de plastificação,  $\lambda_p$ .

Bezerra (2011), investigando o momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas, através de análise numérica, obteve resultados semelhantes aos de Abreu (2011). Para vigas curtas submetidas a momento constante, atingia-se de 88% a 95% do momento de plastificação teórico. Segundo o autor, isto ocorria devido ao efeito da distorção da seção e a outros efeitos localizados.

Silveira (2011), baseando-se nos trabalhos de Delesques (1969) e Cimadevila *et al.* (2000) propôs modelos analíticos que englobavam diferentes tipos de aberturas, diferentemente dos trabalhos anteriores que consideravam um padrão único de castelação. Tais modelos analíticos foram corroborados com os resultados obtidos em modelos numéricos elaborados pela autora.

Conforme proposto por Silvera (2011), o Estado Limite Último de Formação de Mecanismo Plástico pode ser verificado de acordo com a Eq. (2), proposta por Delesques (1969), tendo como valores do parâmetro  $c$ :

$$- c = \frac{y_0 y_a b_w A_t}{2I_t} \text{ para vigas Litzka, Peiner e celulares;} \quad (14)$$

$$- c = \frac{\sqrt{3} y_0 y_a^2 A_t}{2I_t} \text{ para vigas padrão anglo-saxão.} \quad (15)$$

Erdal e Saka (2012), através de resultados experimentais, concluíram que quando o carregamento é aplicado diretamente sobre as aberturas circulares de uma viga celular, o comportamento estrutural na falha é controlado pelo mecanismo Vierendeel.

Tsavdaridis e D'Mello (2012), através de modelagem numérica utilizando o Método dos Elementos Finitos, avaliaram o comportamento de vigas alveolares com aberturas elípticas com diferentes ângulos de inclinação, comparando o resultado das curvas de interação momento-cortante com seções circulares e hexagonais com as curvas empíricas quadrática (Eq. 6) e cúbica (Eq. 5). Os autores concluíram que em geral ambas as curvas

superestimam a capacidade das vigas alveolares com aberturas circulares e hexagonais. Em todas as curvas de interação momento-cortante obtidas com análise via MEF apresentadas pelos autores, observa-se que a razão entre o momento solicitante e o momento resistente não atinge valores inferiores a 1 para os casos onde as vigas eram solicitadas somente por momento fletor.

Panedpojaman e Rongram (2014) compararam os métodos de cálculo para determinar a capacidade de perfis com aberturas circulares na alma com resultados de modelos numéricos. Propuseram uma nova curva de interação momento-cortante (Eq. 16), alegando que os métodos disponíveis eram conservadores:

$$\left(\frac{V_{Sk}/V_{Rk}}{0,92}\right)^2 + \left(\frac{M_{Sk}}{M_{Rk}}\right)^2 \leq 1 \quad (16)$$

De acordo com os autores, os valores do momento fletor e da força cortante resistentes indicados pela análise utilizando MEF foram cerca de 10% superiores aos valores teóricos, sugerindo que a Eq. (1) e a Eq. (17) são ambas conservadoras. A força cortante resistente teórica utilizada pelos autores baseava-se na prescrição da EN 1993-1-1, que é dada por:

$$V_{Rk} = V_{pl} = A_w (f_y / \sqrt{3}) \quad (17)$$

Panedpojaman e Rongram (2014) adotaram a área efetiva ao cisalhamento,  $A_w$ , dada por:

$$A_w = 2(h_t - t_f)t_w + t_f(t_w + 2r) \quad (18)$$

Além disso, os autores concluíram que a fórmula da curva de interação momento-cortante proposta por Chung *et al.* (2001) subestima a resistência em até 20%.

Wang *et al.* (2014), ao investigar o mecanismo Vierendeel em vigas alveolares fabricadas com corte senoidal, propuseram uma alteração na curva de interação de Chung *et al.* (2001), baseando-se nos resultados das análises numéricas realizadas. A curva de interação proposta foi:

$$\left(\frac{V_{Sk}}{V_{Rk,Vi}}\right)^{2,5} + \left(\frac{M_{Sk}}{M_{Rk}}\right)^{2,5} \leq 1 \quad (19)$$

onde  $V_{Rd,Vi}$  é a força de cisalhamento vertical que age na linha central da seção com abertura, e que causa a falha das seções t $\hat{e}$ , para o estado de cisalhamento puro, dada por:

$$V_{Rk,Vi} = \eta \cdot V_{Rk} \quad (20)$$

onde

$$\eta = p_1 \cdot \exp\left(-\frac{a_0}{p_2 \cdot h_0}\right) + p_3 \quad (0,75 \leq a_0 / h_0 \leq 3,05) \quad (21)$$

Na Eq. (21),  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  são parâmetros dependentes da taxa de expansão. Os valores destes parâmetros, em função da taxa de expansão  $k$ , são mostrados na Tabela 2:

**Tabela 2 - Valores dos parâmetros  $p_1$ ,  $p_2$  e  $p_3$  de acordo com a taxa de expansão  $k$ .**

|                         | <b><math>k</math></b> |            |            |            |
|-------------------------|-----------------------|------------|------------|------------|
|                         | <b>1,4</b>            | <b>1,5</b> | <b>1,6</b> | <b>1,7</b> |
| <b><math>p_1</math></b> | 2,004                 | 2,043      | 2,045      | 1,762      |
| <b><math>p_2</math></b> | 0,806                 | 0,727      | 0,675      | 0,739      |
| <b><math>p_3</math></b> | 0,226                 | 0,185      | 0,145      | 0,101      |

Fonte: Wang et al. (2014).

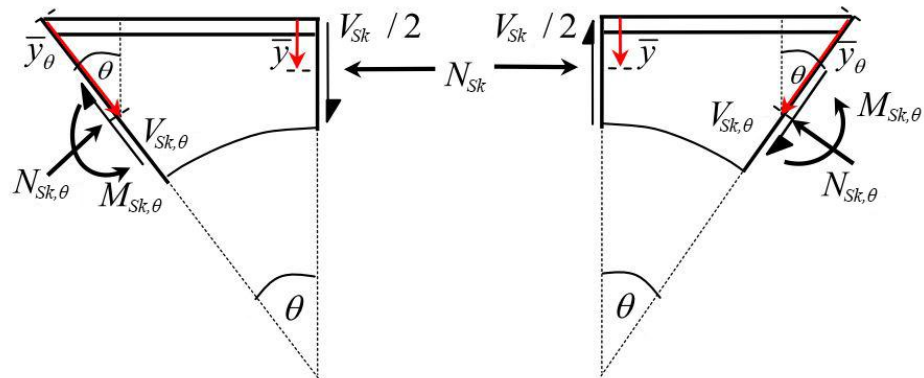
Observa-se também que nas curvas de interação plotadas de acordo com os resultados das análises via MEF, conforme a força cortante tendia a zero, o valor da relação entre o momento solicitante e o momento resistente para as várias aberturas e geometrias ensaiadas tendia a valores em torno de 1,04.

Panedpojaman *et al.* (2015) propuseram um novo critério que considera simultaneamente a força cortante, a força normal e o momento fletor que agem na seção tê de uma viga alveolar. Tal critério é expresso na equação (22):

$$\left(\frac{V_{Sk,\theta}}{V_{t,Rk,\theta}}\right)^2 + \left(\frac{N_{Sk,\theta}}{N_{t,Rk,\theta}}\right)^2 + \left(\frac{M_{V,\theta}}{M_{t,Rk,\theta}}\right)^2 \leq 1 \quad (22)$$

O ângulo  $\theta$ , tomado a partir de uma linha vertical que parte do centro da abertura, indica a seção crítica na falha devido ao mecanismo Vierendeel, como ilustrado na Figura 15. Tal seção varia de  $0^\circ$ , quando a viga é solicitada somente por momento fletor, a  $28^\circ$ , quando a solicitação é somente por força cortante. A fim de simplificar os cálculos, os autores adotaram que a seção tê crítica ocorre em um ângulo de  $25^\circ$  com a vertical.

Figura 15 - Forças locais na seção tê devido à ação do momento fletor e da força cortante global.



Fonte: Panedpojaman *et al.* (2015), adaptada pelo autor.

Reformulando a Eq. (22), é possível obter uma nova relação dada em função dos esforços globais:

$$\left(\frac{V_{Sk}}{V_{Rk}}\right)^2 + \left(\frac{M_{Sk}}{M_{Rk}}\right)^2 + \left(\frac{V_{Sk} l_{eff}}{MV_{Rk}}\right)^2 \leq 1 \quad (23)$$

onde:

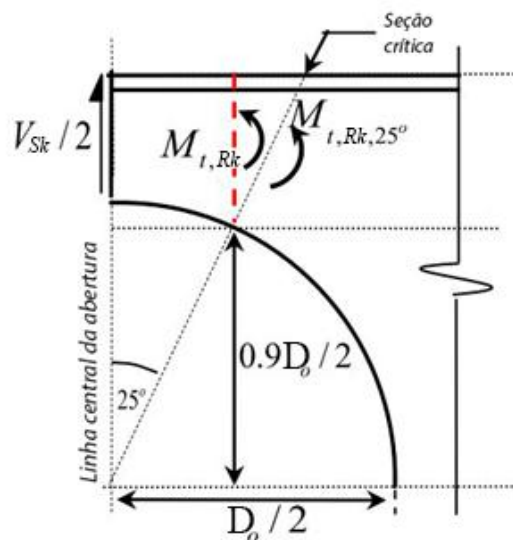
$l_{eff} = 0,45D_0$ , para aberturas circulares;

$l_{eff} = l_0 - 0,55D_0$ , para aberturas circulares alongadas;

$MV_{Rk}$  é o valor do momento Vierendeel resistente da seção na abertura, dado por  $4M_{t,Rk,25^\circ}$ .

Na Figura 16, ilustram-se os esforços utilizados para o cálculo da Eq. (22):

Figura 16 - Seção crítica para abertura circular.



Fonte: Panedpojaman *et al.* (2015), adaptada pelo autor.

Vieira, D. Z. (2015) comparou as formulações para o dimensionamento para formação de mecanismo Vierendeel propostas por Cimadevila *et al.* (2000) e Chung *et al.* (2001). Na formulação de Cimadevila *et al.* (2000), atualizada por Silveira (2011), o autor propôs a verificação dos perfis adotando o parâmetro  $c$  definido pela equação (15), independentemente do tipo de abertura.

Para a formulação de Chung *et al.* (2001), Vieira, D. Z. (2015) considerou três maneiras de considerar a área efetiva ao cisalhamento para o cálculo da força cortante resistente da seção. A primeira é a forma proposta no trabalho de Chung *et al.* (2003), onde a força cortante resistente é dada pela seguinte equação:

$$V_{Rk} = f_v A_{v0} \quad (24)$$

onde:

$$f_v = 0,577 f_y \quad (25)$$

$$A_{v0} = A_v - h_0 t_w \quad (26)$$

$$A_v = dt_w + 1,5t_f^2 \quad (27)$$

A segunda é a prescrita pela ABNT NBR 8800:2008, para o cálculo do esforço cortante de plastificação, em que a área efetiva ao cisalhamento é dada por:

$$A_w = 2h_t t_w \quad (28)$$

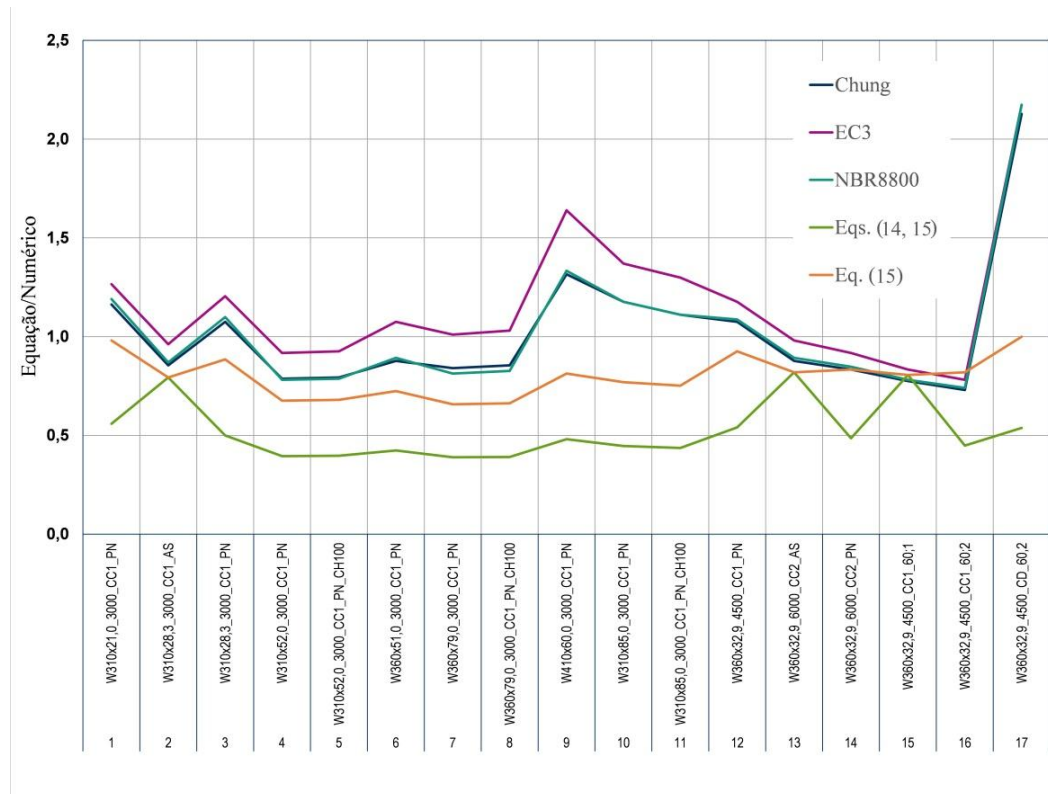
e

$$V_{Rk} = V_{pl} = 0,6 f_y A_w \quad (29)$$

A terceira é a prescrita pela EN 1993-1-1, conforme descrito anteriormente e expresso pelas Eqs. (17) e (18).

Utilizando os resultados numéricos obtidos por Vieira (2011), Vieira, D. Z. (2015) comparou a força solicitante com a resistente para cada hipótese de dimensionamento acima descrita. Os resultados obtidos foram representados graficamente, conforme se vê na Figura 17.

Figura 17 - Relação entre a resistência estimada com as equações e a determinadas pela simulação numérica para o modo de falha de FMP.



Fonte: Vieira, D. Z. (2015), adaptada pelo autor.

O autor concluiu que o método mais adequado para a verificação da formação de mecanismo Vierendeel seria utilizando a Eq. (30) com o parâmetro  $c_1$  dado pela Eq. (15), válido para qualquer configuração de abertura na alma, pois foi o modelo analítico que apresentou as melhores estimativas de resistência em relação à simulação numérica e sempre a favor da segurança.

$$\sqrt{M_{Sk}^2 + c_1^2 V_{Sk}^2} \leq M_{pl0} \quad (30)$$

A Eq. (30) pode ser escrita na forma de uma taxa de solicitação  $S_k/R_k$ , dividindo a parcela referente aos esforços solicitantes pela parcela referente à capacidade resistente, cuja expressão é dada pela Eq. (31):

$$\frac{S_k}{R_k} = \frac{\sqrt{M_{Sk}^2 + c_1^2 V_{Sk}^2}}{M_{pl0}} \quad (31)$$

Valente (2018) realizou um estudo cujo foco era o comportamento das vigas casteladas de aço sujeitas à falha por plastificação em situação de incêndio. Em seus modelos numéricos sob temperatura ambiente, observou algumas disparidades ao comparar os

resultados obtidos e os previstos pela formulação analítica definida na equação (30). Enquanto as vigas com relação  $L/d_g$  iguais a 20 apresentaram resultados numéricos bastante próximos aos teóricos, para vigas mais curtas tais resultados variavam consideravelmente. Valente (2018) conclui que a formulação analítica da Eq. (30) é conservadora para vigas curtas sujeitas a colapso por formação de mecanismo plástico.

## 3. METODOLOGIA

---

### 3.1. Considerações iniciais

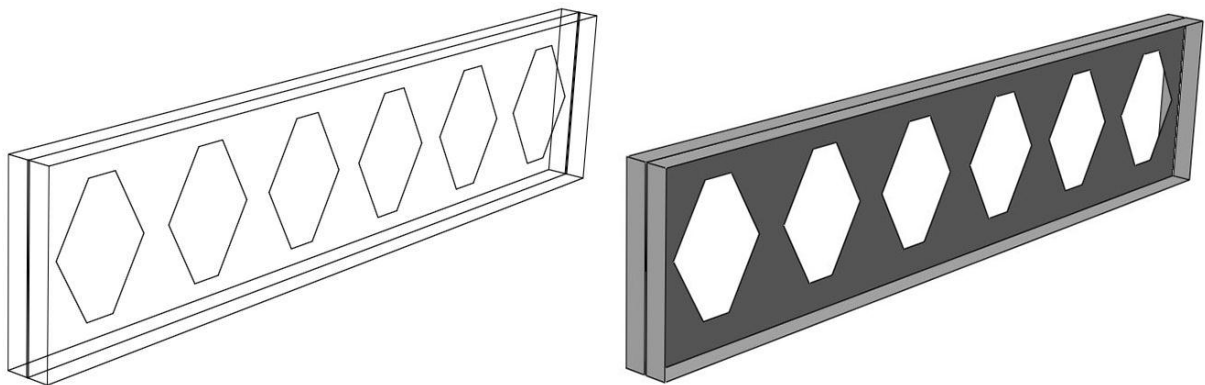
Para atingir os objetivos propostos, foram realizadas diversas simulações numéricas com o software ABAQUS, utilizando-se modelos de elementos finitos. Neste capítulo é apresentada a descrição do modelo numérico desenvolvido, dos algoritmos utilizados para a análise e das simulações previstas.

### 3.2. O modelo numérico

#### 3.2.1. Geometria do modelo

Como as vigas objeto deste estudo possuem dupla simetria, elaborou-se um modelo tridimensional de apenas metade da viga. Uma vez que o perfil I de aço é constituído de chapas de pequena espessura, utilizou-se um elemento de casca fina para discretizar o modelo. Na Figura 18 apresenta-se uma imagem de um dos modelos.

Figura 18 – Aspecto da geometria do modelo tridimensional gerado.



Fonte: O autor.

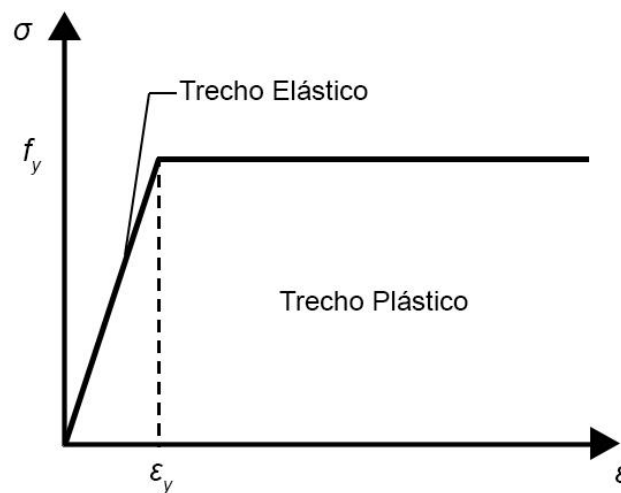
#### 3.2.2. Propriedades do material

Para a realização da análise de flambagem que será descrita no item 3.3, utilizou-se um modelo constitutivo elástico perfeito para o aço, com módulo de elasticidade longitudinal  $E = 200$  GPa e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ .

Para a análise não linear completa, embora seja possível utilizar um modelo constitutivo multilinear para o aço, que represente encruamento após o patamar de escoamento, estudos recentes envolvendo simulação numérica de perfis alveolares de aço tem demonstrado que as deformações atingidas no material não chegam a valores compatíveis com a fase de encruamento do aço. Vieira, W. B. (2015), Sakiyama (2018) e Grilo (2018) obtiveram bons resultados em suas análises numéricas, validadas com seus próprios experimentos, utilizando um modelo constitutivo elasto-plástico perfeito para representar o comportamento do aço.

Neste trabalho, foi adotado um modelo constitutivo elasto-plástico perfeito, bilinear, sem encruamento, como o representado na Figura 19, adotando-se as propriedades de um aço ASTM A572 Grau 50, com resistência ao escoamento igual a 345 MPa e resistência última de 450 MPa. Os valores de força resistentes descritos no Capítulo 4 foram calculados tendo como referência esses valores de resistência do aço.

Figura 19 - Esquema ilustrativo do modelo constitutivo elasto-plástico perfeito para o aço.



Fonte: O autor.

### 3.2.3. Condições de contorno

#### 3.2.3.1. Interação entre as partes do modelo

O software ABAQUS permite a fusão automática da geometria de diferentes partes do modelo, mantendo ou não o limite entre elas, caso tais partes apresentem contato umas com as outras. Se não existir contato, é necessário especificar o tipo de interação desejado após a fusão das partes.

No presente trabalho, a alma e os enrijecedores foram modelados em instâncias separadas, de modo que originalmente não há ligação entre eles. Com isso, caso essa ligação não for promovida individualmente de alguma forma, o enrijecedor não enrijece a alma nem é apoiado por ela, podendo sofrer instabilidade durante a aplicação do carregamento. Para simular a solda entre o enrijecedor e a alma da viga, foi usada uma restrição do tipo *tie*. Tal restrição liga duas diferentes superfícies garantindo que não haverá movimento relativo entre as mesmas.

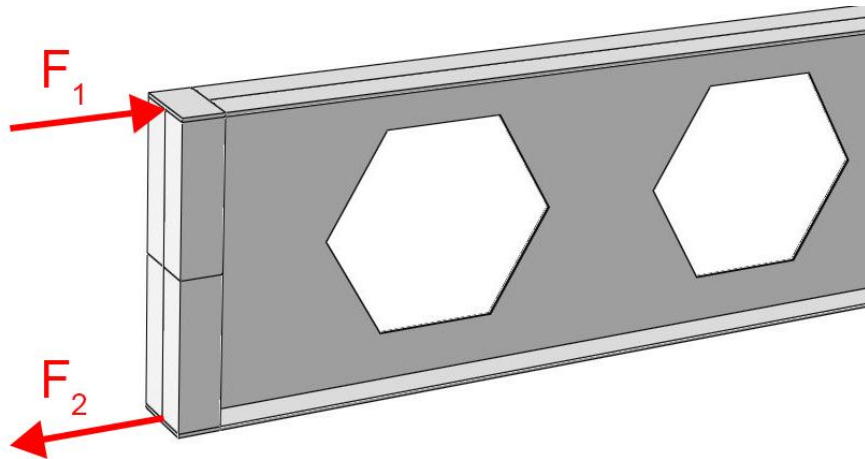
### 3.2.3.2. Carregamentos

Foram aplicados três tipos de carregamento: flexão pura, carregamento uniformemente distribuído e força concentrada no centro do vão.

#### 3.2.3.2.1. Flexão pura

Para simular o efeito da flexão pura, uma placa de grande espessura foi posicionada na extremidade da viga. Tal placa, pela sua grande rigidez, ao ser submetida a um binário de forças que atuava em suas extremidades, produzia flexão pura em toda a seção da viga. Na Figura 20 é ilustrada a forma de aplicação do binário na placa de extremidade.

Figura 20 - Esquema de aplicação do binário de forças visando flexão pura da viga, com  $F_1 = F_2$ .



Fonte: O autor.

Para evitar a concentração de tensões devido à aplicação de uma força concentrada num único ponto, e uniformizar os esforços na placa, optou-se por criar restrições do tipo *corpo rígido*, ligando o ponto de referência para aplicação da força à largura da mesa. Tal restrição permite que a translação da região escolhida esteja ligada diretamente à translação de um ponto de referência. Sendo assim, a posição relativa dos pontos que fazem parte do corpo

rígido definido são constantes durante toda a análise, e a força, mesmo aplicada pontualmente, passa a agir de modo distribuído em uma faixa próxima das extremidades da placa rígida.

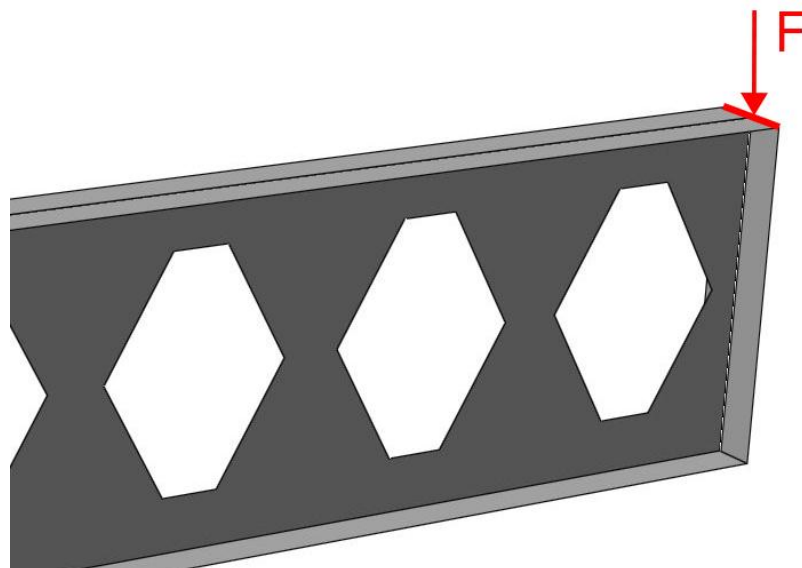
#### 3.2.3.2.2. Carregamento uniformemente distribuído

O carregamento uniformemente distribuído foi aplicado sobre a viga na forma de uma pressão, que é a forma com a qual o ABAQUS permite simular esse tipo de carregamento. Para delimitar a área sujeita à pressão, particionou-se a superfície da mesa superior da viga, criando uma faixa coincidente com a espessura da alma. Essa abordagem evita a aplicação de cargas em regiões da mesa que não possuem apoio, descartando o problema da flexão das abas da mesa superior.

#### 3.2.3.2.3. Força concentrada no centro do vão

Para evitar a concentração de tensões no ponto de aplicação da força concentrada no centro do vão, foi utilizada uma restrição de corpo rígido, conforme descrita em 3.2.3.2.1, simulando o efeito de um elemento rígido apoiado sobre a mesa na direção transversal ao eixo da alma, conforme mostrado na Figura 21. Sob a linha de aplicação da força no centro do vão foram colocados enrijecedores para impedir a flexão das abas da mesa e a instabilidade da alma.

Figura 21 - Aplicação de força concentrada sobre região definida como corpo rígido (destacada em vermelho).



Fonte: O autor.

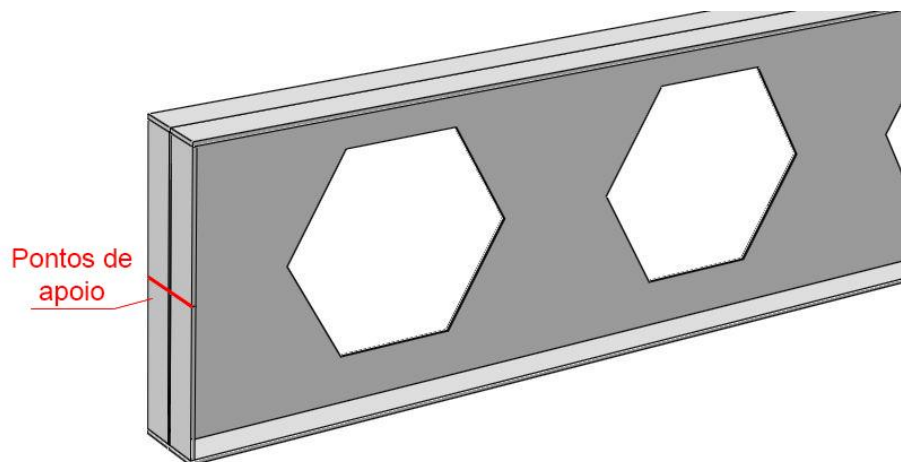
### 3.2.3.3. Condições de apoio e simetria

#### 3.2.3.3.1. Apoio

Os modelos criados simulavam o comportamento de uma viga biapoiada, com uma de suas extremidades livres para se movimentar na direção do eixo longitudinal. Como as vigas são simétricas, e apenas uma de suas metades foi modelada, o único apoio de fato modelado era impedido de mover-se transversalmente ao eixo da viga, enquanto o plano de simetria limitava o movimento global da viga no sentido de seu eixo longitudinal.

No caso das vigas sujeitas a flexão pura, a placa utilizada para transmissão do binário de forças à viga foi utilizada também como apoio. Nas vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído e força concentrada, enrijecedores foram posicionados na extremidade apoiada. Em ambos os casos, foi criada uma partição em meia altura da seção, tomando tal linha como apoio (Figura 22).

Figura 22 - Pontos de apoio dos modelos, impedindo a translação transversal ao eixo longitudinal da viga.

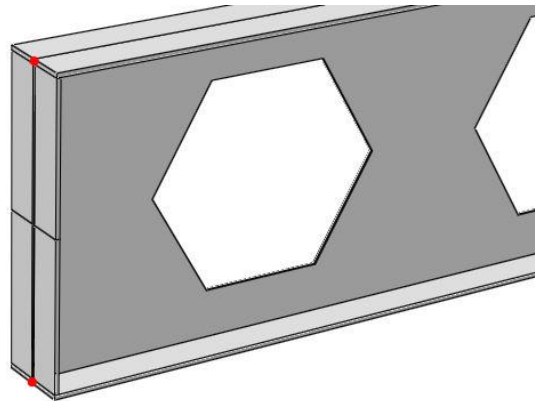


Fonte: O autor.

#### 3.2.3.3.2. Vínculo de garfo

Na extremidade apoiada da viga, foi estabelecido um vínculo de garfo, impedindo a torção e o deslocamento lateral da região escolhida. Tal região foi composta pelos pontos superior e inferior da alma no apoio, conforme ilustrado na Figura 23.

**Figura 23 - Destaque em vermelho das regiões escolhidas para simular o vínculo de garfo.**

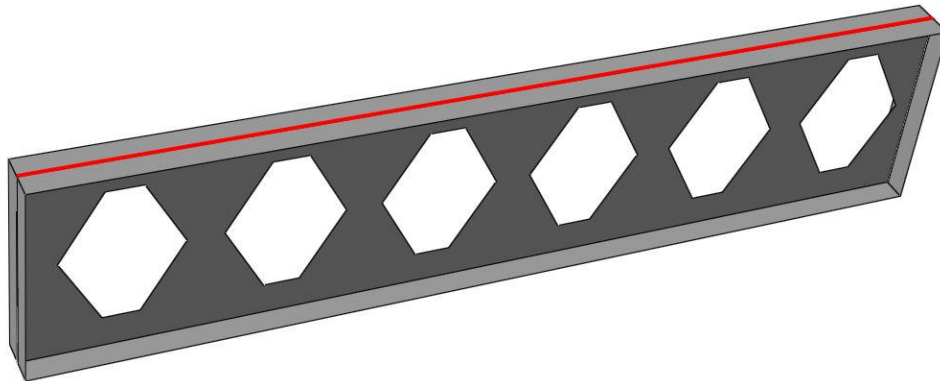


Fonte: O autor.

#### 3.2.3.3.3. Travamento lateral

Dada a natureza do carregamento e o comprimento de algumas das vigas modeladas, era possível a ocorrência de flambagem lateral por torção. Para evitar o desenvolvimento de FLT, optou-se por travar a parte superior da viga na direção transversal ao plano da alma por todo o seu comprimento, utilizando toda a linha na junção entre a alma e a mesa superior, conforme pode ser observado na Figura 24.

**Figura 24 - Destaque em vermelho da região escolhida para travar lateralmente as vigas.**



Fonte: O autor.

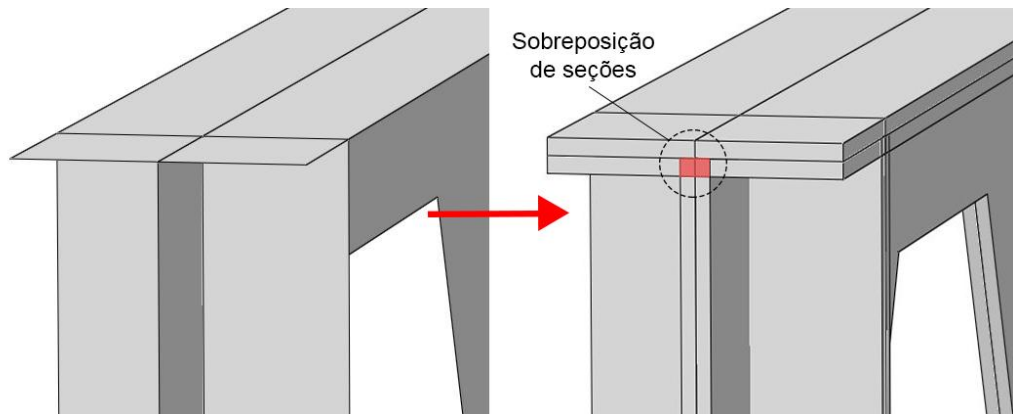
#### 3.2.3.3.4. Plano de simetria

Como o elemento de viga em estudo possui dupla simetria, modelou-se apenas metade da viga, dividindo-a por um plano de simetria perpendicular ao seu eixo que passa pelo centro do vão, para reduzir o esforço computacional. O plano de simetria utilizado tinha o deslocamento de seus pontos constituintes na direção do eixo da viga iguais a zero, bem como a rotação no eixo vertical e a rotação no eixo transversal com relação ao plano da alma.

### 3.2.4. Sobreposição das seções *shell*

Por padrão, a espessura das seções *shell* no ABAQUS é gerada simetricamente a partir da geometria desenhada. Conforme mostrado na Figura 25, caso não exista espaçamento entre as superfícies de referência, ocorrerá uma sobreposição de seções. Tal sobreposição é utilizada por alguns autores com o propósito de compensar a ausência do raio de concordância entre a alma e a mesa, existente nos perfis I laminados.

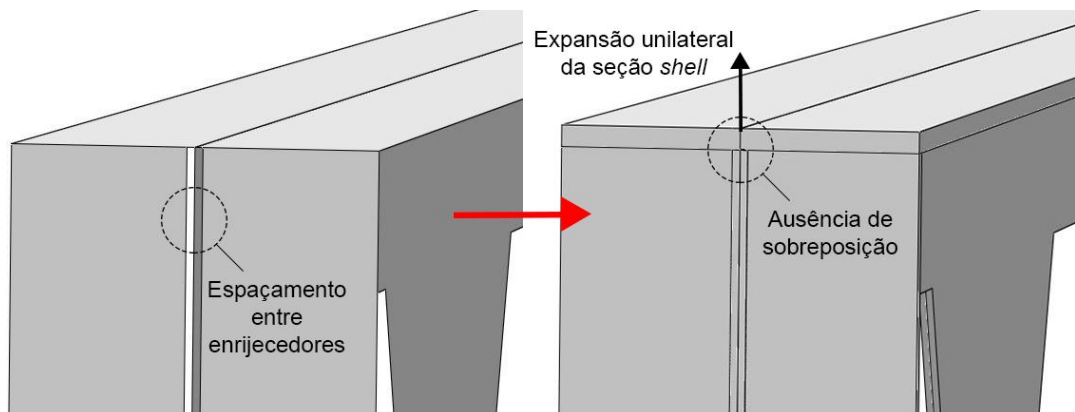
Figura 25 - Expansão das seções *shell* com sobreposição de seções.



Fonte: O autor.

Uma abordagem alternativa consiste em escolher manualmente o lado de expansão da seção *shell*, a partir da superfície de referência. Desta forma, seria possível evitar a sobreposição de seções, conforme ilustrado na Figura 26. No entanto, como o raio de concordância não é representado e também não existem seções sobrepostas que compensem sua ausência, é necessário aumentar a largura da mesa de tal forma que o módulo plástico da seção,  $Z$ , mantenha o mesmo valor, não influenciando no cálculo e verificação do momento de plastificação.

Figura 26 - Expansão da seção *shell* sem sobreposição de seções.



Fonte: O autor.

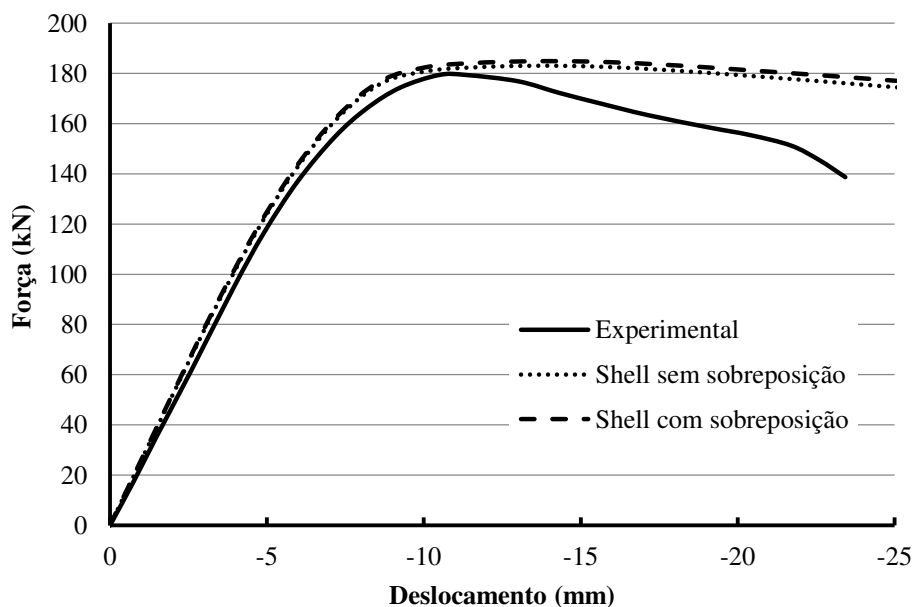
Um detalhe importante na modelagem é o posicionamento dos enrijecedores. Deve existir um espaço entre os mesmos igual à espessura da alma da viga, possibilitando sua expansão sem que os elementos se sobreponham, conforme ilustrado na Figura 26. No entanto, a ausência de contato entre as superfícies de referência dos enrijecedores e da alma torna necessário a definição manual da interação entre estes elementos, como já referido em 3.2.3.1.

Devido à ausência de estudos referentes à comparação dos métodos anteriormente descritos, foram elaborados alguns modelos para verificar se existe diferença significativa entre os mesmos e avaliar qual se adequa mais ao presente trabalho.

Tendo como referência a viga A2 ensaiada por Vieira, W. B. (2015) e as vigas A4 e B4 ensaiadas por Grilo (2018), cujo modo de falha foi plastificação pela formação de mecanismo Vierendeel, foram elaborados modelos respeitando as condições de ensaio relatadas. O tamanho médio dos elementos da malha de elementos finitos foi de 10 mm.

Na Figura 27 são apresentados os resultados obtidos da simulação da viga A2 de Vieira, W. B. (2015), com e sem sobreposição dos elementos *shell*.

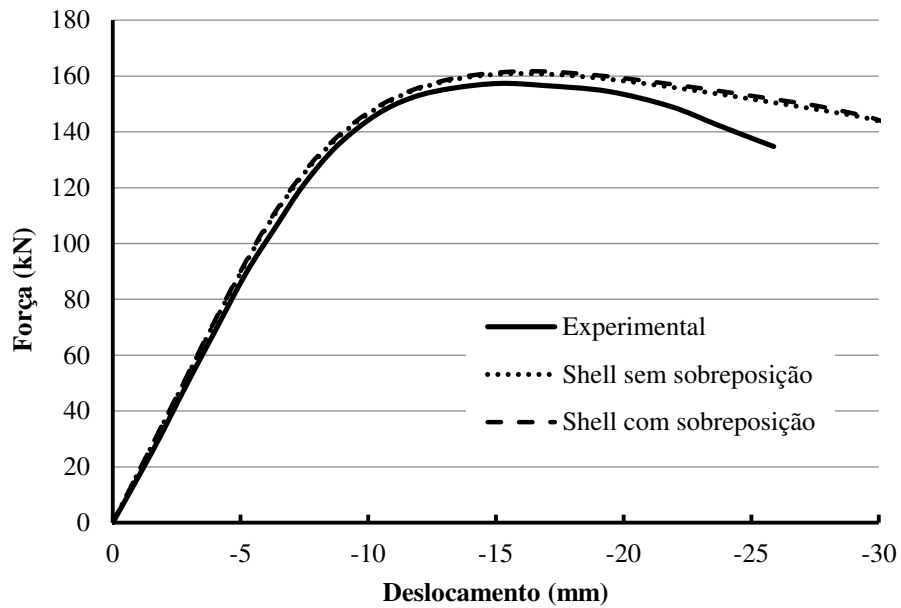
**Figura 27 - Comparação dos resultados numéricos com e sem sobreposição das superfícies dos elementos *shell* com os resultados experimentais para a viga A2 (VIEIRA, W. B. 2015).**



Fonte: O autor.

Na Figura 28 são apresentados os resultados obtidos da simulação da viga A4 de Grilo (2018), com e sem sobreposição dos elementos *shell*.

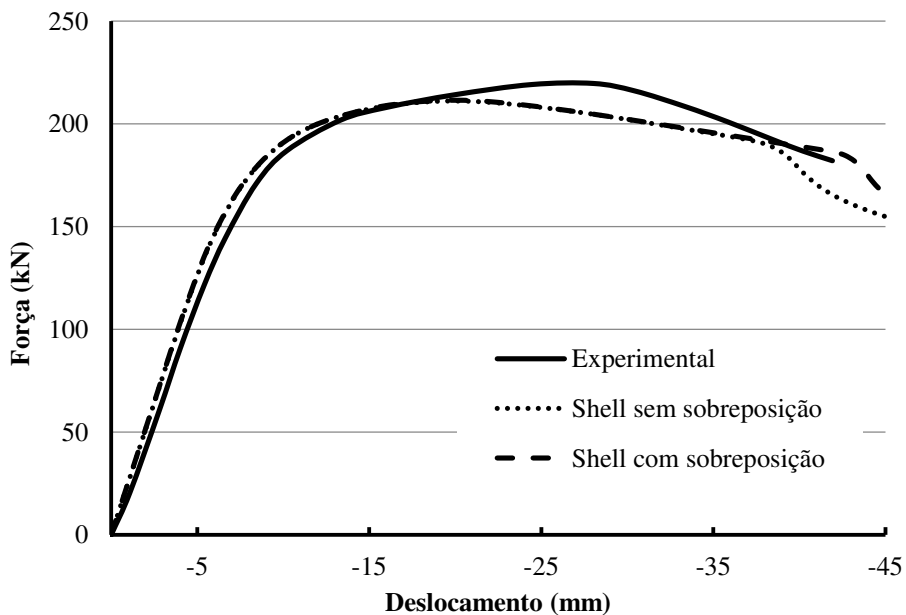
Figura 28 - Comparação dos resultados numéricos com e sem sobreposição das superfícies dos elementos *shell* com os resultados experimentais para a viga A4 (GRILO, 2018).



Fonte: O autor.

Na Figura 29 são apresentados os resultados obtidos da simulação da viga B4 de Grilo (2018), juntamente com os resultados experimentais.

Figura 29 - Comparação dos resultados numéricos com e sem sobreposição das superfícies dos elementos *shell* com os resultados experimentais para a viga B4 (GRILO, 2018).



Fonte: O autor.

Diantes dos resultados obtidos, como a diferença é irrelevante, optou-se pela modelagem sem a sobreposição de seções, aumentando-se a largura da mesa de modo a obter o mesmo valor do módulo plástico de uma viga que possui raio de concordância.

### **3.2.5. Malha de elementos finitos**

#### **3.2.5.1. Tipo de elemento e geração de malha**

No caso de modelos de vigas de aço, onde em geral a espessura dos elementos possui ordem de grandeza muito inferior às outras duas dimensões, é usual utilizar elementos *shell* para representar as chapas de aço, como nos trabalhos de Chung (2001), Grilo (2018) e Sakiyama (2018). Na fase preliminar deste trabalho, foram avaliados, também, alguns modelos com elementos sólidos C3D8 (hexaedro de oito nós). Os modelos com elementos sólidos, além de conduzir a resultados mais distantes dos experimentais, consumiam maior tempo de processamento, de tal forma que se tornava inviável sua utilização. Seguindo o procedimento já utilizado por diversos autores em trabalhos anteriores, optou-se pela utilização de elementos *shell*.

Em todos os modelos criados, foi adotado um elemento *shell* para o qual a geometria da casca é definida com base numa superfície de referência e a espessura do elemento é atribuída a espessura da chapa real. Foram utilizados, na modelagem, elementos S3 e S4, com 3 e 4 nós respectivamente, ambos com seis graus de liberdade por nó (três de translação e três de rotação). O ABAQUS, por padrão, considera cinco pontos de integração contidos na espessura do elemento quando se utiliza a regra de Simpson (SIMULIA, 2012), sendo tal configuração utilizada nas análises.

Embora o ABAQUS ofereça recursos para geração de uma malha estruturada, para os modelos utilizados neste trabalho adotou-se a geração de malha livre, que também conduz a bons resultados dependendo do nível de refinamento utilizado na malha, dando preferência para o uso de elementos S4.

#### **3.2.5.2. Estudo de refinamento de malha**

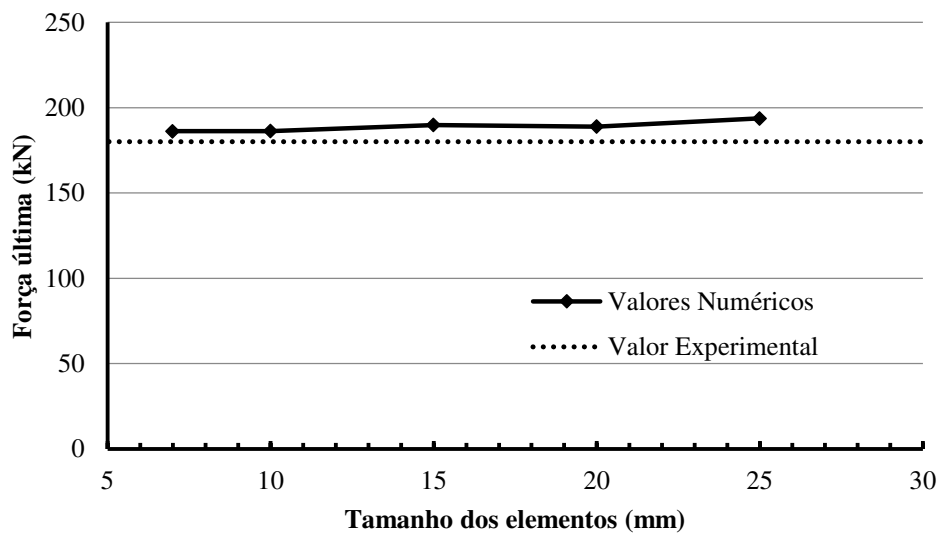
Para definir o tamanho dos elementos de malha mais adequados para o problema em causa, foi realizado um estudo de refinamento da malha, para o qual foram utilizadas como referência a viga A2, ensaiada por Vieira, W. B. (2015), e a viga A4, ensaiada por Grilo (2018). O modo de falha de ambos os experimentos foi a formação de mecanismo Vierendeel.

A viga A2 foi dimensionada de forma que seu modo de falha fosse a flambagem do montante de alma. Vieira, W. B. (2015) relata que a viga atingiu sua capacidade máxima, de 180 kN, sem deformações nos montantes de alma que caracterizassem o início da FMA, possuindo, entretanto, deformações nos alvéolos que indicavam a ocorrência de mecanismo Vierendeel.

A viga A4 também foi dimensionada visando a ocorrência de flambagem do montante de alma, apresentando, no entanto, colapso por formação do mecanismo Vierendeel. A carga máxima suportada pela viga foi de 158 kN.

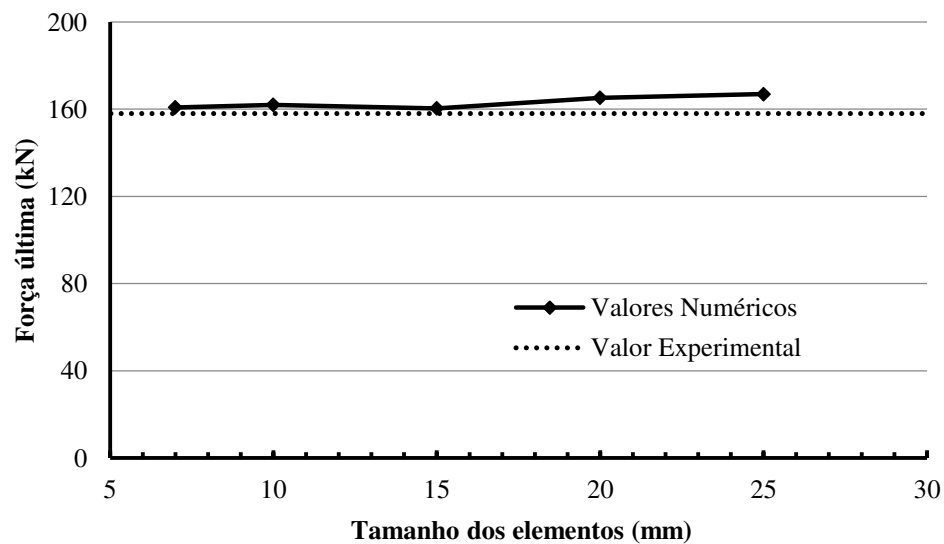
Os valores de força última obtidos na simulação numérica são mostrados na Figura 30 e na Figura 31, juntamente com a resposta experimental.

**Figura 30 - Valores de força última obtidos para diferentes tipos de malha para a viga A2 ensaiada por Vieira, W. B. (2015).**



Fonte: O autor.

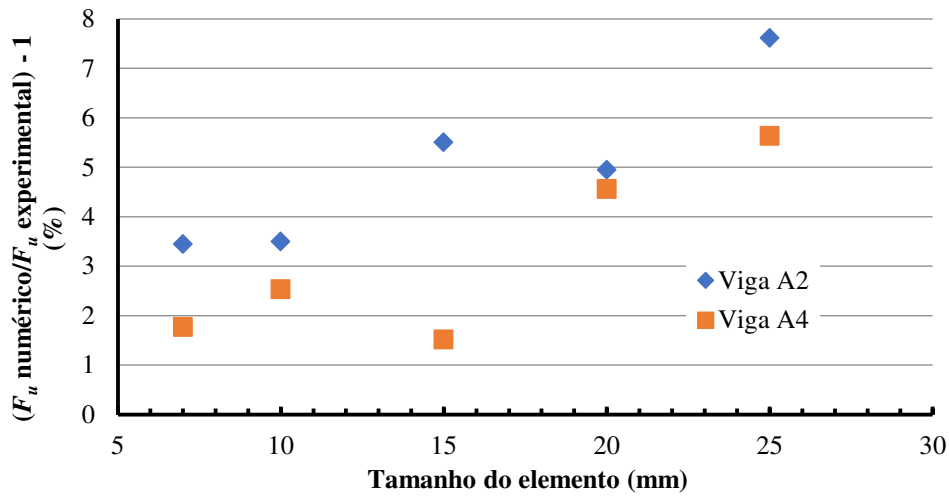
**Figura 31 - Valores de força última obtidos para diferentes tipos de malha para a viga A4 ensaiada por Grilo (2018).**



Fonte: O autor.

Na Figura 32 são apresentados os valores das diferenças entre os valores numéricos e os valores experimentais, para diferentes resoluções de malha.

Figura 32 - Erro obtido nos modelos numéricos em relação aos valores experimentais, para diferentes tamanhos de malha.



Fonte: O autor.

Em ambos os casos os resultados tendem a melhorar à medida que o tamanho médio dos elementos da malha diminui, apresentando o melhor resultado para a malha de 7 mm, com exceção do resultado obtido com malha de 15 mm para a viga A4. Entretanto, a malha de 15 mm coincidentemente apresentou FMA como modo de falha em ambos os casos, podendo justificar seus resultados fora da tendência dos demais.

Para o presente trabalho, foi adotada uma malha com elementos de tamanho médio de 10 mm, que apresentou bons resultados com tempo de processamento viável, coincidente com a malha utilizada nos trabalhos de Sakiyama (2018) e Grilo (2018).

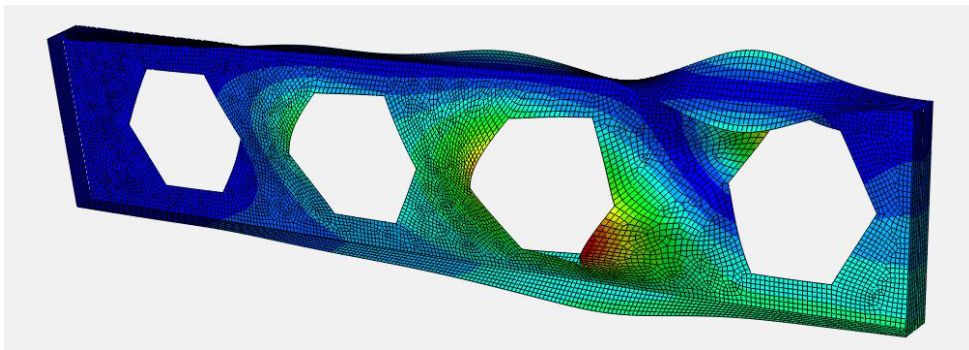
### 3.3. Descrição da análise

Como o objetivo deste trabalho é avaliar a capacidade de plastificação da seção de uma viga castelada, a simulação do comportamento da viga implica em carregá-la até seu limite de resistência. A viga pode falhar de vários modos, como descrito no capítulo 2, incluindo alguns que envolvem problemas de instabilidade. Os modos de falha por instabilidade estão fora do escopo deste trabalho. Portanto, é necessário adotar uma abordagem de análise que permita que o modelo seja capaz de reproduzir uma falha por instabilidade, caso ela ocorra, para que seja possível identificar os casos em que o modo de falha não é influenciado por algum fenômeno de instabilidade. Para isto, é necessário realizar inicialmente uma análise linearizada de flambagem, que permite identificar alguns modos de flambagem e suas respectivas cargas críticas. O ABAQUS disponibiliza um algoritmo para este fim, chamado de *perturbação linear do tipo buckle*. Este algoritmo permite obter os autovalores e os autovetores correspondentes, para a estrutura em análise. Os autovalores

representam o fator de carga para o qual ocorre a instabilidade e os autovetores o modo de flambagem. Obtidos os autovalores e os autovetores correspondentes, procura-se identificar o modo de flambagem de menor energia, cuja ocorrência é a mais provável. Então, exporta-se a deformada correspondente a este modo, que é o autovetor associado, para o modelo, para, então, proceder a uma análise não linear completa, que permite computar a carga última à qual o modelo é capaz de resistir.

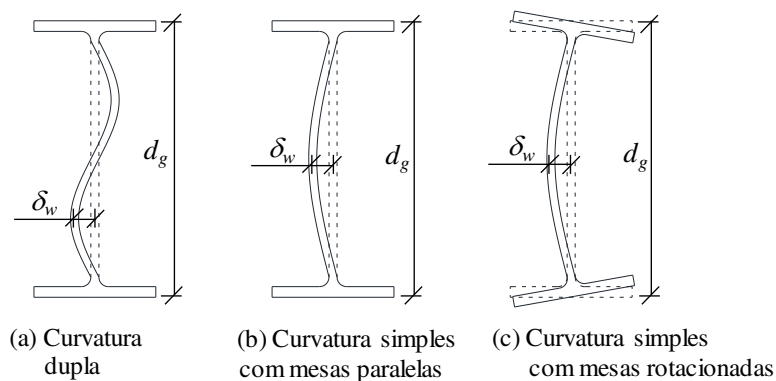
Para uma análise realista, e considerando que os perfis de aço possuem imperfeições geométricas que podem variar dentro de certos valores de tolerância de fabricação, é desejável que numa fase preliminar essas imperfeições sejam, de alguma forma, introduzidas no modelo. O algoritmo do ABAQUS que realiza a análise de flambagem fornece os deslocamentos correspondentes aos autovetores normalizados em relação à unidade, como representado na Figura 33. Assim, após executar a análise *buckle* e escolher o autovalor associado com o modo de flambagem de menor energia, utiliza-se de um artifício, segundo o qual multiplicam-se os deslocamentos correspondentes ao autovetor adotado por um valor de imperfeição inicial. Neste trabalho, para esta imperfeição foi adotada uma curvatura simples da alma da ordem de  $d_g/100$ , conforme representado na Figura 34b.

Figura 33 – Resultado de análise *buckle* executado no software ABAQUS.



Fonte: O autor.

Figura 34 – Tipos de imperfeições da alma observados em perfis I de aço (GRILO, 2018).



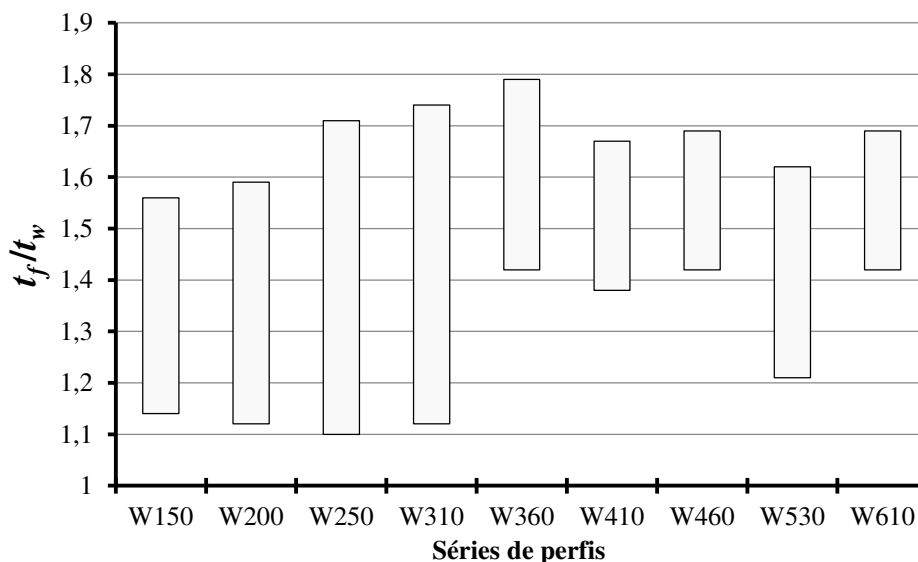
Fonte: Grilo (2018).

Para a realização da análise não linear completa dos modelos das vigas casteladas, dentre os vários algoritmos disponíveis no ABAQUS, utilizou-se o método de Riks modificado (método do comprimento de arco), pois este método permite obter estados de equilíbrio estático ao longo de um processo de carregamento incremental, mesmo que a estrutura sofra algum tipo de instabilidade durante o carregamento.

### 3.4. Planejamento da simulação numérica

Conforme descrito em 1.1, suspeitava-se que poderia ocorrer, em alguns casos, um deslizamento relativo entre os cordões superior e inferior das vigas alveolares sujeitas à flexão, causando a perda de planicidade das seções e influenciando no momento de plastificação. Para testar esta hipótese preliminar, procurou-se selecionar, dentre a gama de perfis laminados disponíveis atualmente, um conjunto de perfis que cobrisse uma ampla faixa de variação da relação  $t_f/t_w$ , que, de certa forma, traduz a diferença de rigidez entre a mesa e a alma numa mesma seção. Na Figura 35 é apresentada uma representação dos espectros de variação da relação  $t_f/t_w$  para as séries de perfis do catálogo da Gerdau (GERDAU, 2017).

Figura 35 – Espectro de variação da relação  $t_f/t_w$  nas séries de perfis da Gerdau.



Fonte: O autor.

Para cobrir o mais amplo espectro de variação da relação  $t_f/t_w$ , foram escolhidas três seções da série W310 representando os valores mínimo, médio e máximo de  $t_f/t_w$ . Posteriormente foram adicionados perfis das séries W250, W410, W530 e W610 para verificar se os resultados obtidos eram consistentes para diferentes valores de altura da seção

(apenas para as vigas submetidas à aplicação de força concentrada no centro do vão). Por fim, foram elaborados alguns modelos com seções fora de catálogo, tomando como base o perfil W310x21,0 com aberturas na alma segundo o padrão Litzka. Nesses perfis, variou-se a espessura da alma com valores não padrão, mantendo as demais dimensões do perfil fixas, originando oito seções distintas.

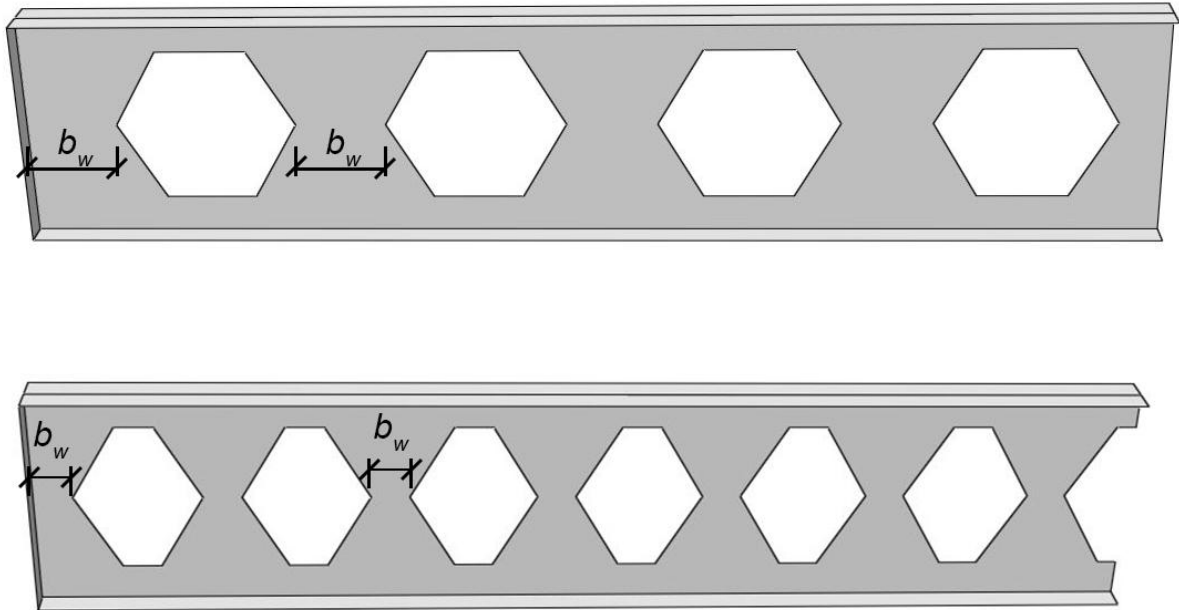
Foram elaborados modelos de vigas casteladas com dois tipos de aberturas diferentes: padrão Litzka e padrão Anglo-Saxão. Além disso, os modelos eram submetidos a diferentes configurações de carregamento: flexão pura, carregamento uniformemente distribuído e força concentrada no centro do vão.

Conforme a configuração do carregamento, foram necessárias adaptações na geometria dos modelos. Nos casos onde foi aplicado somente momento fletor uniforme (flexão pura), a extremidade apoiada da viga era ligada a uma placa, conforme descrito em 3.2.3.2.1. Para carregamento uniformemente distribuído, foram colocados enrijecedores apenas na região do apoio. Nos casos em que o carregamento consistiu de uma força concentrada aplicada no centro do vão, além dos enrijecedores nos apoios foi colocado um enrijecedor sob o ponto de aplicação da força, para evitar a ocorrência de instabilidade local da alma nessa região.

Também foram considerados diferentes comprimentos de viga, possibilitando avaliar o comportamento de vigas curtas, médias e longas. Para isso, inicialmente foram fixados os valores da relação  $L/d_g$  em 10, 17 e 24.

De forma geral, prezou-se por manter a distância entre a extremidade do apoio e a borda da abertura com valor igual a  $b_w$ . Além disso, o centro da viga deveria ser coincidente com o centro do alvéolo ou com o centro do montante de alma (no caso específico das vigas submetidas à aplicação de força concentrada no centro do vão, o centro da viga era necessariamente coincidente com o centro do montante de alma, evitando a aplicação de carga diretamente sobre uma abertura). Essa configuração é exibida na Figura 36. Porém, para satisfazer tais condições, os valores da relação  $L/d_g$  seriam ligeiramente diferentes dos pré-fixados, ajustando o centro do vão para o centro do alvéolo ou do montante de alma mais próximo ao comprimento  $L$  inicialmente determinado.

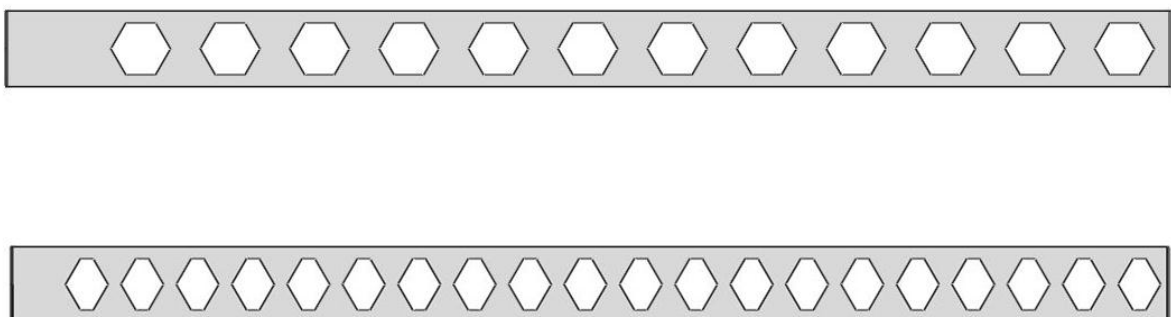
**Figura 36 - Configuração geométrica geral dos modelos numéricos, destacando a largura do montante de alma nos apoios.**



Fonte: O autor.

Para as vigas submetidas à aplicação de força concentrada no centro do vão, foram consideradas também os comprimentos correspondentes às relações  $L/d_g$  iguais a 5 e 30. Para esses valores, a distância entre a extremidade do apoio e a borda do primeiro alvéolo foi ajustada de forma a manter os valores exatos de comprimento determinados segundo a relação  $L/d_g$ , conforme ilustrado na Figura 37. Uma tabela contendo os valores de comprimento, número de alvéolos e valores exatos da relação  $L/d_g$  encontra-se no Apêndice.

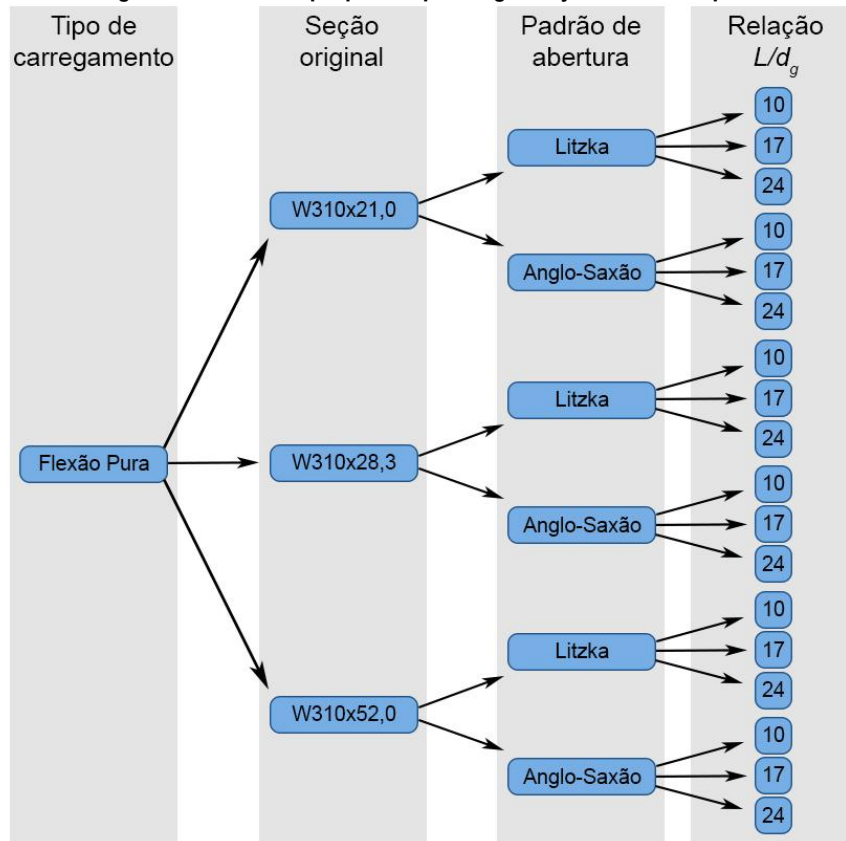
**Figura 37 - Configuração das vigas com largura do montante de alma no apoio diferente de  $b_w$ .**



Fonte: O autor.

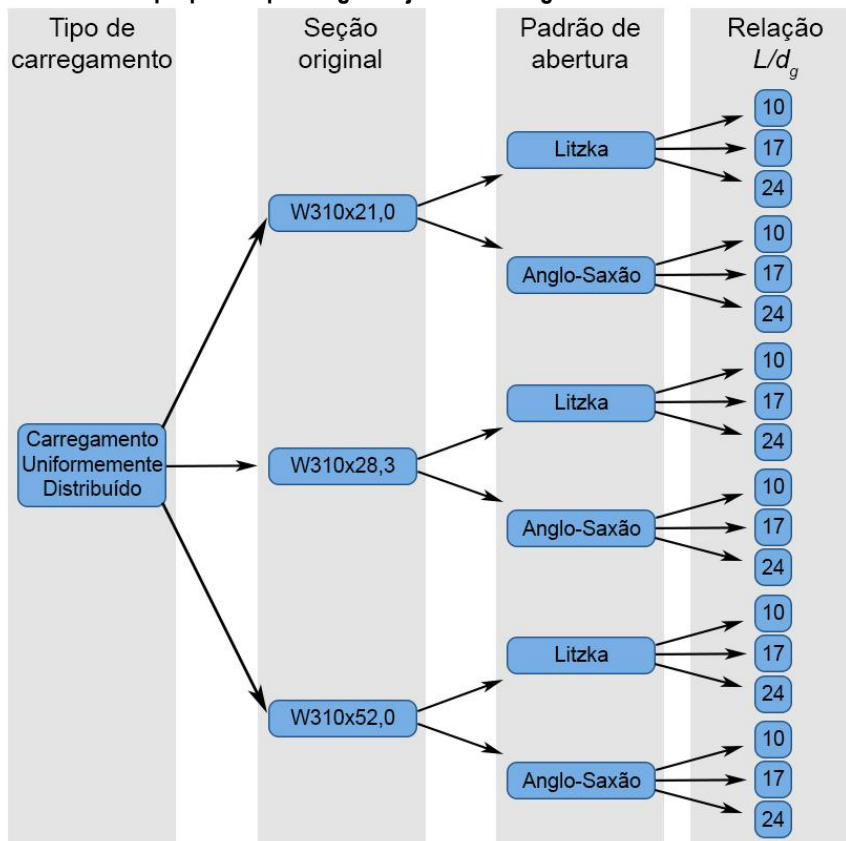
Nas figuras 38 a 41 são mostradas as diversas variáveis consideradas na elaboração dos modelos numéricos.

Figura 38 - Modelos propostos para vigas sujeitas a flexão pura.



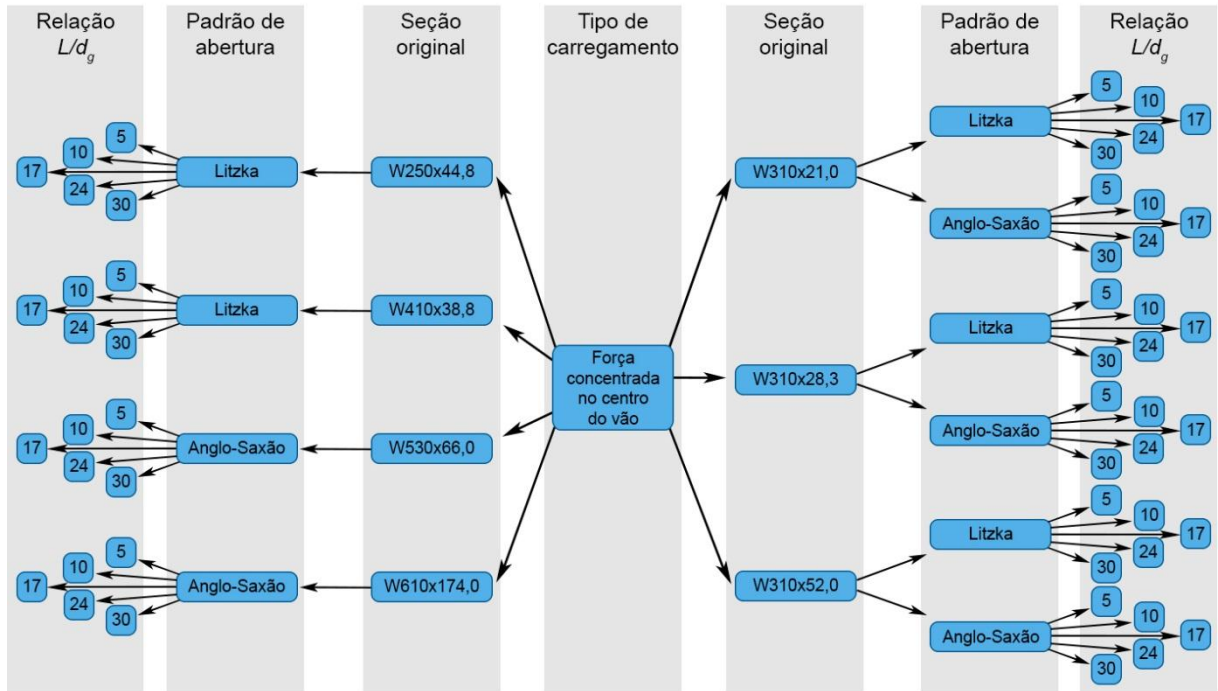
Fonte: O autor.

Figura 39 - Modelos propostos para vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído.



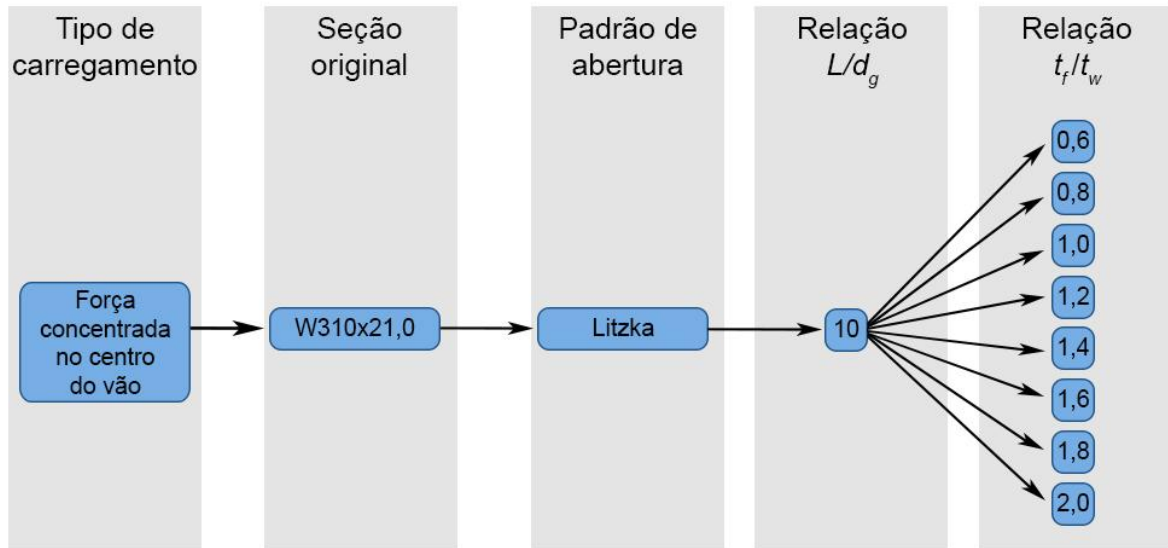
Fonte: O autor.

Figura 40 - Modelos propostos para vigas padrão sujeitas a força pontual no centro do vão.



Fonte: O autor.

Figura 41 - Modelos propostos para vigas fictícias sujeitas a força pontual no centro do vão.



Fonte: O autor.

## 4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

---

### 4.1. Considerações gerais

Os resultados apresentados foram dispostos seguindo a ordem dos objetivos específicos definidos em 1.2.2. Em 4.2 são apresentados os resultados obtidos nos ensaios realizados para a validação do modelo numérico. Em 4.3 são expostos todos os resultados obtidos nas análises numéricas realizadas, sendo tais resultados relacionados com os objetivos específicos nos itens 4.4, 4.5 e 4.6. Em 4.7 é apresentado um ajuste no modelo analítico para vigas sujeitas a força concentrada.

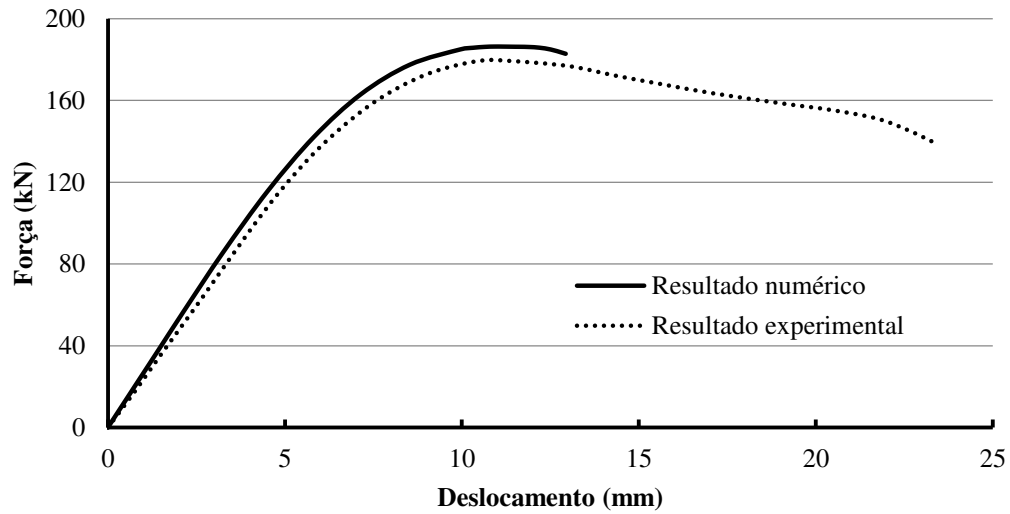
### 4.2. Validação do modelo numérico

A simulação numérica é uma alternativa aos ensaios de laboratório, que eventualmente são complexos e onerosos, permitindo a realização de um grande número de testes com baixo consumo de recursos. No entanto, para que seus resultados sejam válidos, é necessário que o modelo numérico represente com boa aproximação o comportamento da estrutura real. Sendo assim, é necessária a realização de uma validação do modelo, comparando-se os resultados numéricos com os obtidos experimentalmente.

Para validar o modelo, foram criados quatro modelos numéricos baseados em ensaios experimentais com características distintas. Devido à ausência de valores experimentais do módulo de elasticidade do aço para alguns dos experimentos tomados como referência, percebeu-se que o valor padrão de 200 GPa era superestimado, tendo sido ajustado em alguns dos modelos a fim de melhorar a coerência entre resultados.

O primeiro modelo simulado na etapa de validação foi a viga A2, ensaiada por Vieira, W. B. (2015), fabricada a partir do perfil laminado W310x21,0, dando origem a uma viga padrão Litzka. Esta viga foi projetada para falhar por FMA, mas no ensaio no laboratório o modo de falha observado foi a formação de mecanismo Vierendeel, o que tornou este caso útil para a validação do modelo numérico desenvolvido. Na Figura 42 são apresentadas a curva força-deslocamento do ensaio original e a da simulação numérica realizada com o modelo desenvolvido neste trabalho.

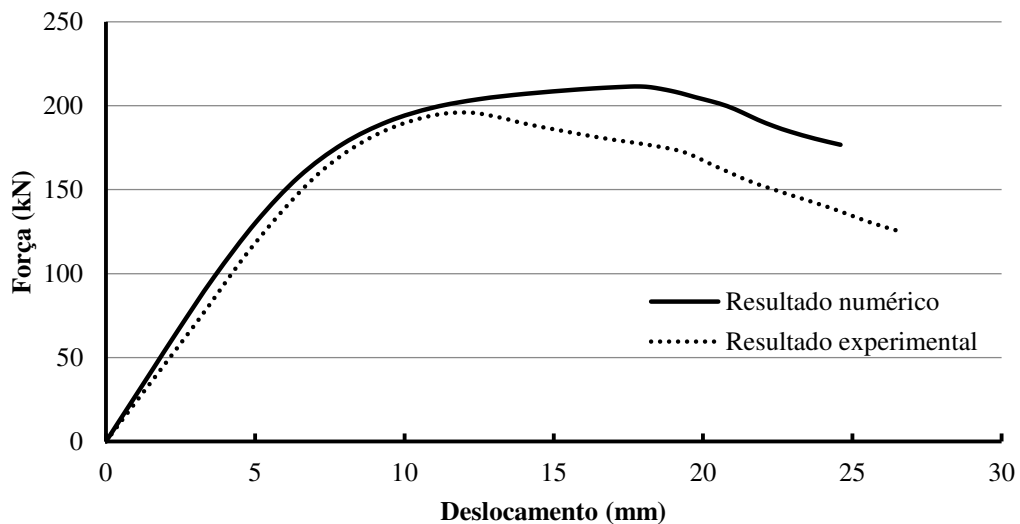
Figura 42 - Curvas força-deslocamento experimental e a obtida via MEF para a viga A2 de Vieira, W. B. (2015).



Fonte: O autor.

O segundo modelo simulado na etapa de validação foi a viga SA1, ensaiada por Sakiyama (2018), fabricada como perfil soldado (não possui raio de concordância entre alma e mesa), dando origem a uma viga padrão Litzka. Embora dimensionada para falhar por FMA, a viga falhou no ensaio devido à formação de mecanismo Vierendeel. Na Figura 43, mostramos a curva força-deslocamento do ensaio original com a obtida com a simulação numérica.

Figura 43 - Curvas força-deslocamento experimental e obtida via MEF para a viga SA1 de Sakiyama (2018).

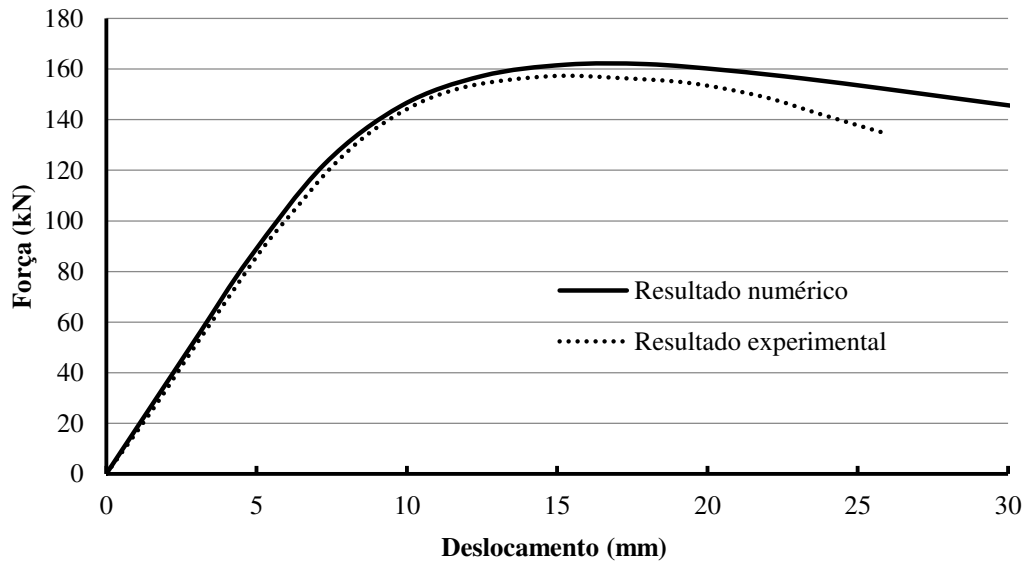


Fonte: O autor.

O terceiro modelo simulado na etapa de validação foi a viga A4, ensaiada por Grilo (2018), fabricada a partir do perfil laminado W310x21,0, porém com aberturas circulares. No ensaio de flexão no laboratório, esta viga também apresentou falha por formação de

mecanismo Vierendeel. Na Figura 44 são apresentadas a curva força-deslocamento experimental e a obtida da simulação numérica.

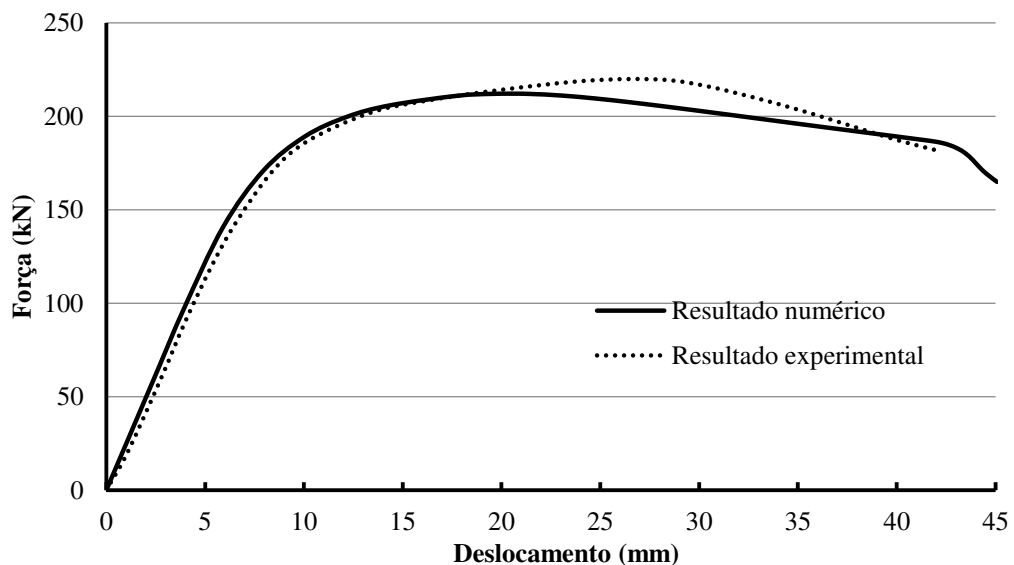
Figura 44 - Curvas força-deslocamento experimental e obtida via MEF para a viga A4 de Grilo (2018).



Fonte: O autor.

O quarto modelo simulado na etapa de validação foi a viga B4, ensaiada por Grilo (2018), fabricada a partir do perfil laminado W310x28,3, com aberturas circulares. Esta viga também falhou no ensaio de flexão devido à formação de mecanismo Vierendeel. Na Figura 45 são mostradas a curva força-deslocamento experimental e a obtida da simulação numérica.

Figura 45 - Curvas força-deslocamento experimental e obtida via MEF para a viga B4 de Grilo (2018).



Fonte: O autor.

Como fica evidente pelos resultados exibidos nas figuras 42 a 45, o modelo numérico desenvolvido foi capaz de representar de forma satisfatória um ensaio de flexão com vigas casteladas e celulares. Isso reforça o que já havia sido observado em trabalhos anteriores evidenciando a boa aproximação do comportamento de vigas celulares e casteladas de aço obtido via Método dos Elementos Finitos e o observado experimentalmente. Além disso, pontua-se que, em se tratando de plastificação da seção, o comportamento dos perfis alveolares é semelhante, independente da forma do alvéolo.

### **4.3. Resultados das análises numéricas**

#### ***4.3.1. Considerações iniciais***

Os valores apresentados nos resultados a seguir referem-se aos esforços obtidos nas análises via Método dos Elementos Finitos, comparados com os valores de resistência teóricos calculados com os modelos analíticos.

Entende-se por alvéolo crítico aquele no qual os valores de momento fletor e força cortante causam a maior tensão de von Mises no aço.

Os esforços no alvéolo crítico foram determinados a partir das reações de apoio nas extremidades da viga, obtidas da simulação numérica.

Nos casos em que foi necessário calcular o momento de plastificação e a força cortante de plastificação na seção do alvéolo, foram utilizadas as Eqs. (1) e (17), respectivamente. Para o cálculo da força cortante de plastificação, a área efetiva ao cisalhamento foi tomada como prescreve a NBR 8800:2008, como definido na Eq. (28).

#### ***4.3.2. Análise de vigas sujeitas à flexão pura***

A Tabela 3 contém os valores de momento fletor resistente obtidos dos modelos numéricos sujeitos a flexão pura e os resultados de momento fletor resistente calculados com a Eq. (1), bem como a relação entre eles.

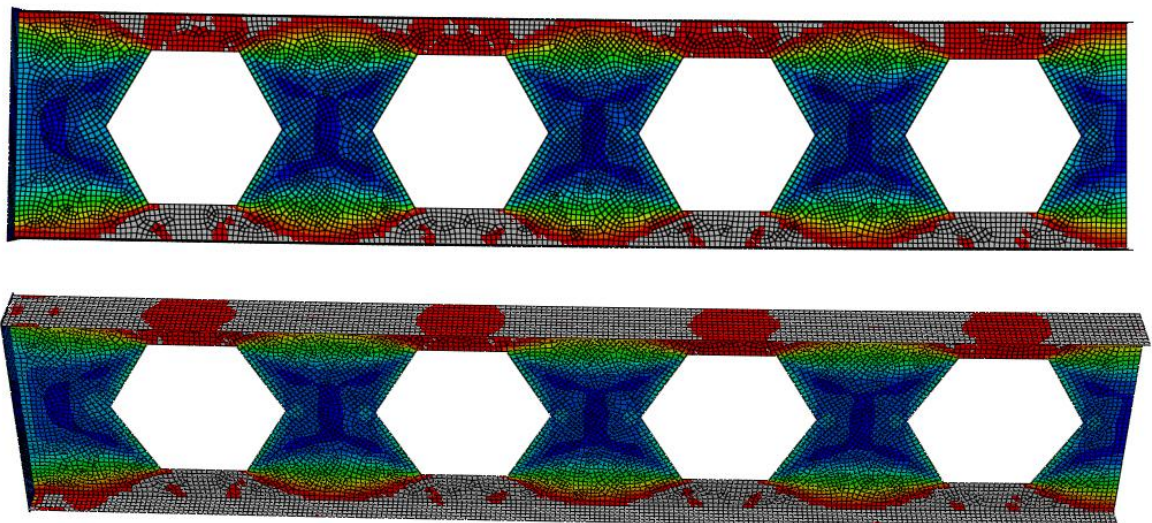
**Tabela 3 - Resultados numéricos e analíticos obtidos para os modelos sujeitos a flexão pura.**

| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | $M_{MEF}$ (kN.m) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------|----------------------|-------------------------------|
| Litzka             | W 310x21,0      | 10              | 141,279          | 141,626              | 0,998                         |
|                    |                 | 17              | 141,281          | 141,626              | 0,998                         |
|                    |                 | 24              | 141,279          | 141,626              | 0,998                         |
|                    | W 310x28,3      | 10              | 201,823          | 202,312              | 0,998                         |
|                    |                 | 17              | 201,829          | 202,312              | 0,998                         |
|                    |                 | 24              | 201,821          | 202,312              | 0,998                         |
|                    | W 310x52,0      | 10              | 423,530          | 424,521              | 0,998                         |
|                    |                 | 17              | 423,529          | 424,521              | 0,998                         |
|                    |                 | 24              | 423,529          | 424,521              | 0,998                         |
| Anglo-Saxão        | W 310x21,0      | 10              | 141,247          | 141,626              | 0,997                         |
|                    |                 | 17              | 141,250          | 141,626              | 0,997                         |
|                    |                 | 24              | 141,529          | 141,626              | 0,999                         |
|                    | W 310x28,3      | 10              | 201,804          | 202,312              | 0,997                         |
|                    |                 | 17              | 201,807          | 202,312              | 0,998                         |
|                    |                 | 24              | 201,806          | 202,312              | 0,997                         |
|                    | W 310x52,0      | 10              | 423,655          | 424,521              | 0,998                         |
|                    |                 | 17              | 423,665          | 424,521              | 0,998                         |
|                    |                 | 24              | 423,661          | 424,521              | 0,998                         |

Fonte: O autor.

As vigas sujeitas a flexão pura apresentam como modo de falha a plastificação total dos tês, conforme se pode observar na Figura 46. As regiões em cinza caracterizam onde o material atingiu a tensão de plastificação.

**Figura 46 – Distribuição das tensões de von Mises em um modelo sujeito a flexão pura, ao atingir a plastificação total dos tês.**



Fonte: O autor.

### 4.3.3. Análise das vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído

Na Tabela 4 são apresentados os resultados obtidos dos modelos numéricos submetidos a carregamento uniformemente distribuído, comparando os valores de força cortante e de momento fletor isoladamente, sem considerar qualquer interação entre ambos, com os valores de força resistente obtidos dos métodos analíticos. A seção crítica foi identificada observando a deformada do modelo exibida no software de elementos finitos, onde  $V_{MEF}$  e  $M_{MEF}$  são os esforços na seção crítica.

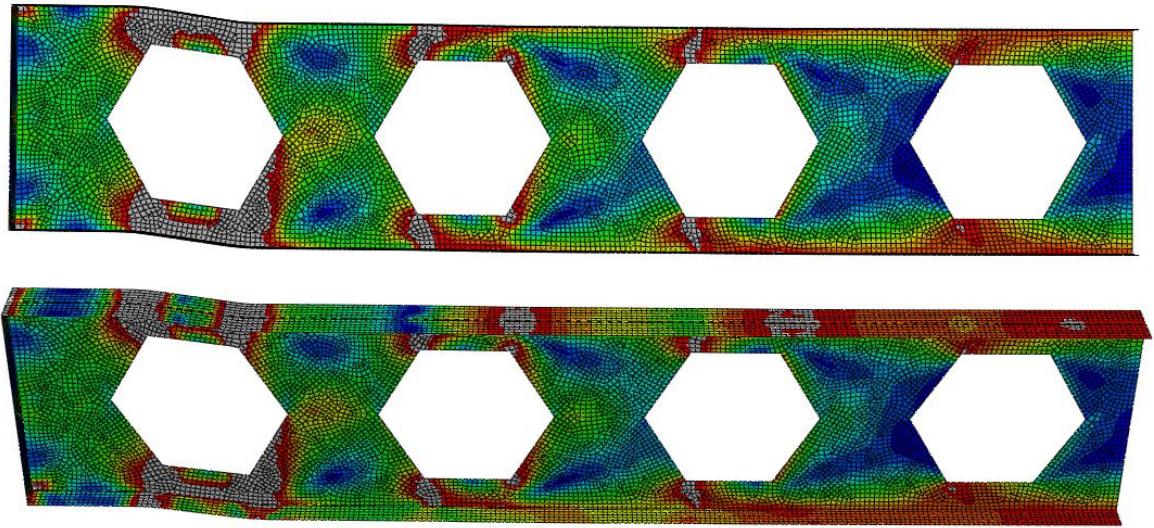
**Tabela 4 - Resultados numéricos e analíticos obtidos para os modelos sujeitos a carregamento uniformemente distribuído.**

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico       |                  | Calculado           |                      | $\frac{V_{MEF}}{V_{Eq. (17)}}$ | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ | Modo de falha |
|-------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|---------------|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$ (kN) | $M_{MEF}$ (kN.m) | $V_{Eq. (17)}$ (kN) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) |                                |                               |               |
| Litzka      | W 310x21,0      | 10              | 108,9          | 41,7             | 153,8               | 141,6                | 0,71                           | 0,29                          | FMP (M+V)     |
|             |                 | 17              | 5,3            | 143,1            | 153,8               | 141,6                | 0,03                           | 1,01                          | FMP (M)       |
|             |                 | 24              | 2,2            | 144,0            | 153,8               | 141,6                | 0,01                           | 1,02                          | FMP (M)       |
|             | W 310x28,3      | 10              | 142,9          | 56,9             | 184,5               | 202,3                | 0,77                           | 0,28                          | FMP (M+V)     |
|             |                 | 17              | 7,5            | 206,5            | 184,5               | 202,3                | 0,04                           | 1,02                          | FMP (M)       |
|             |                 | 24              | 0,0            | 208,0            | 184,5               | 202,3                | 0,00                           | 1,03                          | FMP (M)       |
|             | W 310x52,0      | 10              | 209,9          | 88,1             | 239,8               | 424,5                | 0,88                           | 0,21                          | FMP (M+V)     |
|             |                 | 17              | 201,9          | 81,2             | 239,8               | 424,5                | 0,84                           | 0,19                          | FMP (M+V)     |
|             |                 | 24              | 14,1           | 437,5            | 239,8               | 424,5                | 0,06                           | 1,03                          | FMP (M)       |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 10              | 0,0            | 143,7            | 153,8               | 141,6                | 0,00                           | 1,01                          | FMP (M)       |
|             |                 | 17              | 0,0            | 143,9            | 153,8               | 141,6                | 0,00                           | 1,02                          | FMP (M)       |
|             |                 | 24              | 1,5            | 144,1            | 153,8               | 141,6                | 0,01                           | 1,02                          | FMP (M)       |
|             | W 310x28,3      | 10              | 170,5          | 36,8             | 184,5               | 202,3                | 0,92                           | 0,18                          | FMP (M+V)     |
|             |                 | 17              | 0,0            | 207,8            | 184,5               | 202,3                | 0,00                           | 1,03                          | FMP (M)       |
|             |                 | 24              | 0,0            | 207,9            | 184,5               | 202,3                | 0,00                           | 1,03                          | FMP (M)       |
|             | W 310x52,0      | 10              | -              | -                | 239,8               | 424,5                | -                              | -                             | FMP + EMJS    |
|             |                 | 17              | 0,0            | 440,6            | 239,8               | 424,5                | 0,00                           | 1,04                          | FMP (M)       |
|             |                 | 24              | 4,4            | 441,2            | 239,8               | 424,5                | 0,02                           | 1,04                          | FMP (M)       |

Fonte: O autor.

Na Tabela 4, quando  $V_{MEF}$  é igual a zero é porque a seção crítica se deu no centro do vão, onde o cortante é nulo. Observando a Tabela 4, nota-se que a falha por formação de mecanismo Vierendeel em vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído só se manifestou para as vigas com relação  $L/d_g \leq 17$ . Na Figura 47 é mostrado um exemplo dos resultados, para o caso de uma viga curta sujeita a carregamento uniformemente distribuído, na qual o modo de falha foi a formação de mecanismo Vierendeel. O mecanismo ocorreu no alvéolo mais próximo ao apoio, onde a força cortante atinge o maior valor.

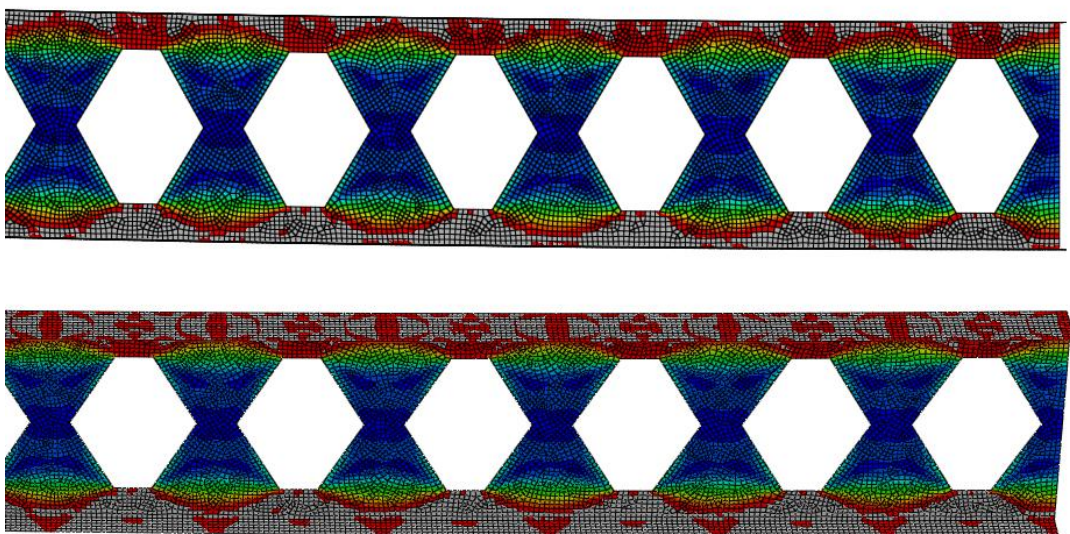
**Figura 47 - Distribuição das tensões de von Mises em um modelo de elementos finitos sujeito a carregamento uniformemente distribuído, com a formação de um mecanismo Vierendeel.**



Fonte: O autor.

Nas vigas mais longas, o efeito do momento fletor tende a prevalecer sobre o da força cortante, de modo que a falha tende a se dar por um mecanismo plástico caracterizado pela plastificação dos tês por tensões normais devidas ao momento fletor somente, acima e abaixo do alvéolo, sem influência relevante da força cortante. A Figura 48 contém um detalhe de uma viga longa sujeita a carregamento uniformemente distribuído da região próxima ao centro do vão, com as regiões em cinza evidenciando a ocorrência da plastificação dos tês de forma muito semelhante à observada nas vigas sujeitas a flexão pura.

**Figura 48 - Distribuição das tensões de von Mises em um modelo de elementos finitos sujeito a carregamento uniformemente distribuído, com a ocorrência de plastificação dos tês.**



Fonte: O autor.

### 4.3.4. Análise das vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão

#### 4.3.4.1. Perfis padrão

Nas tabelas 5 a 9 são apresentados os resultados obtidos nos modelos submetidos a uma força concentrada no centro do vão, com relações  $L/d_g$  correspondentes a 5, 10, 17, 24 e 30, respectivamente, obtidos da análise numérica. Apresentam-se também os valores obtidos segundo os métodos analíticos para o cálculo de força cortante e momento fletor resistentes, para as seções avaliadas.

Tabela 5 - Resultados para os modelos sujeitos a força concentrada no centro do vão, com relação  $L/d_g = 5$ .

| Padrão      | Perfil original | Relação $L/d_g$ | Numérico       |                  | Calculado           |                      | $\frac{V_{MEF}}{V_{Eq. (17)}}$ | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$ (kN) | $M_{MEF}$ (kN.m) | $V_{Eq. (17)}$ (kN) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) |                                |                               |
| Litzka      | W 250x44,8      | 5               | 168,7          | 129,4            | 201,2               | 306,5                | 0,84                           | 0,42                          |
|             | W 310x21,0      | 5               | 93,6           | 81,8             | 153,8               | 141,6                | 0,61                           | 0,58                          |
|             | W 310x28,3      | 5               | 125,0          | 111,4            | 184,5               | 202,3                | 0,68                           | 0,55                          |
|             | W 310x52,0      | 5               | 194,9          | 178,2            | 239,8               | 424,5                | 0,81                           | 0,42                          |
|             | W 410x38,8      | 5               | 170,4          | 196,0            | 254,2               | 361,3                | 0,67                           | 0,54                          |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 5               | 109,3          | 106,3            | 153,8               | 141,6                | 0,71                           | 0,75                          |
|             | W 310x28,3      | 5               | 148,5          | 147,3            | 184,5               | 202,3                | 0,80                           | 0,73                          |
|             | W 310x52,0      | 5               | -              | -                | 239,8               | 424,5                | FMP + EMJS                     | FMP + EMJS                    |
|             | W 530x66,0      | 5               | 333,6          | 562,1            | 465,1               | 757,2                | 0,72                           | 0,74                          |
|             | W 610x174,0     | 5               | -              | -                | 858,4               | 2697,3               | FMP + EMJS                     | FMP + EMJS                    |

Fonte: O autor.

Tabela 6 - Resultados para os modelos sujeitos a força concentrada no centro do vão, com relação  $L/d_g \approx 10$ .

| Padrão      | Perfil original | Relação $L/d_g$ | Numérico       |                  | Calculado           |                      | $\frac{V_{MEF}}{V_{Eq. (17)}}$ | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$ (kN) | $M_{MEF}$ (kN.m) | $V_{Eq. (17)}$ (kN) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) |                                |                               |
| Litzka      | W 250x44,8      | 10              | 134,5          | 227,3            | 201,2               | 306,5                | 0,67                           | 0,74                          |
|             | W 310x21,0      | 10              | 58,7           | 113,0            | 153,8               | 141,6                | 0,38                           | 0,80                          |
|             | W 310x28,3      | 10              | 81,4           | 159,8            | 184,5               | 202,3                | 0,44                           | 0,79                          |
|             | W 310x52,0      | 10              | 155,8          | 299,4            | 239,8               | 424,5                | 0,65                           | 0,71                          |
|             | W 410x38,8      | 10              | 112,3          | 284,5            | 254,2               | 361,3                | 0,44                           | 0,79                          |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 10              | 68,1           | 125,2            | 153,8               | 141,6                | 0,44                           | 0,88                          |
|             | W 310x28,3      | 10              | 95,0           | 178,0            | 184,5               | 202,3                | 0,51                           | 0,88                          |
|             | W 310x52,0      | 10              | 186,2          | 357,9            | 239,8               | 424,5                | 0,78                           | 0,84                          |
|             | W 530x66,0      | 10              | 209,9          | 668,4            | 465,1               | 757,2                | 0,45                           | 0,88                          |
|             | W 610x174,0     | 10              | 610,1          | 2279,4           | 858,4               | 2697,3               | 0,71                           | 0,85                          |

Fonte: O autor.

Tabela 7 - Resultados para os modelos sujeitos a força concentrada no centro do vão, com relação  $L/d_g \approx 17$ .

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico       |                  | Calculado           |                      | $\frac{V_{MEF}}{V_{Eq. (17)}}$ | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$ (kN) | $M_{MEF}$ (kN.m) | $V_{Eq. (17)}$ (kN) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) |                                |                               |
| Litzka      | W 250x44,8      | 17              | 87,4           | 268,6            | 201,2               | 306,5                | 0,43                           | 0,88                          |
|             | W 310x21,0      | 17              | 36,1           | 126,4            | 153,8               | 141,6                | 0,23                           | 0,89                          |
|             | W 310x28,3      | 17              | 50,6           | 180,4            | 184,5               | 202,3                | 0,27                           | 0,89                          |
|             | W 310x52,0      | 17              | 101,4          | 371,2            | 239,8               | 424,5                | 0,42                           | 0,87                          |
|             | W 410x38,8      | 17              | 69,6           | 320,6            | 254,2               | 361,3                | 0,27                           | 0,89                          |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 17              | 38,6           | 134,2            | 153,8               | 141,6                | 0,25                           | 0,95                          |
|             | W 310x28,3      | 17              | 54,1           | 191,5            | 184,5               | 202,3                | 0,29                           | 0,95                          |
|             | W 310x52,0      | 17              | 109,3          | 397,4            | 239,8               | 424,5                | 0,46                           | 0,94                          |
|             | W 530x66,0      | 17              | 118,9          | 716,0            | 465,1               | 757,2                | 0,26                           | 0,95                          |
|             | W 610x174,0     | 17              | 357,0          | 2521,4           | 858,4               | 2697,3               | 0,42                           | 0,93                          |

Fonte: O autor.

Tabela 8 - Resultados para os modelos sujeitos a força concentrada no centro do vão, com relação  $L/d_g \approx 24$ .

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico       |                  | Calculado           |                      | $\frac{V_{MEF}}{V_{Eq. (17)}}$ | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$ (kN) | $M_{MEF}$ (kN.m) | $V_{Eq. (17)}$ (kN) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) |                                |                               |
| Litzka      | W 250x44,8      | 24              | 63,4           | 282,3            | 201,2               | 306,5                | 0,31                           | 0,92                          |
|             | W 310x21,0      | 24              | 25,9           | 131,5            | 153,8               | 141,6                | 0,17                           | 0,93                          |
|             | W 310x28,3      | 24              | 36,3           | 187,9            | 184,5               | 202,3                | 0,20                           | 0,93                          |
|             | W 310x52,0      | 24              | 73,5           | 390,3            | 239,8               | 424,5                | 0,31                           | 0,92                          |
|             | W 410x38,8      | 24              | 50,0           | 334,4            | 254,2               | 361,3                | 0,20                           | 0,93                          |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 24              | 25,2           | 137,2            | 153,8               | 141,6                | 0,16                           | 0,97                          |
|             | W 310x28,3      | 24              | 35,3           | 195,9            | 184,5               | 202,3                | 0,19                           | 0,97                          |
|             | W 310x52,0      | 24              | 72,0           | 409,6            | 239,8               | 424,5                | 0,30                           | 0,96                          |
|             | W 530x66,0      | 24              | 77,7           | 732,0            | 465,1               | 757,2                | 0,17                           | 0,97                          |
|             | W 610x174,0     | 24              | 234,9          | 2597,1           | 858,4               | 2697,3               | 0,27                           | 0,96                          |

Fonte: O autor.

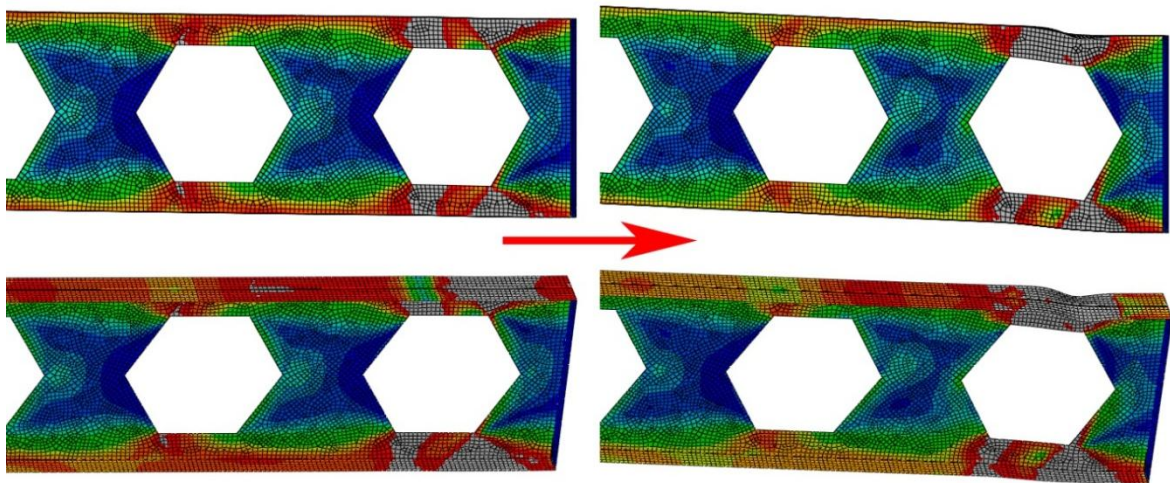
Tabela 9 - Resultados para os modelos sujeitos a força concentrada no centro do vão, com relação  $L/d_g \approx 30$ .

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico       |                  | Calculado           |                      | $\frac{V_{MEF}}{V_{Eq. (17)}}$ | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$ (kN) | $M_{MEF}$ (kN.m) | $V_{Eq. (17)}$ (kN) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) |                                |                               |
| Litzka      | W 250x44,8      | 30              | 50,1           | 288,6            | 201,2               | 306,5                | 0,25                           | 0,94                          |
|             | W 310x21,0      | 30              | 20,5           | 134,1            | 153,8               | 141,6                | 0,13                           | 0,95                          |
|             | W 310x28,3      | 30              | 28,6           | 191,5            | 184,5               | 202,3                | 0,16                           | 0,95                          |
|             | W 310x52,0      | 30              | 58,2           | 399,0            | 239,8               | 424,5                | 0,24                           | 0,94                          |
|             | W 410x38,8      | 30              | 39,5           | 340,9            | 254,2               | 361,3                | 0,16                           | 0,94                          |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 30              | 20,7           | 138,1            | 153,8               | 141,6                | 0,13                           | 0,97                          |
|             | W 310x28,3      | 30              | 29,0           | 197,0            | 184,5               | 202,3                | 0,16                           | 0,97                          |
|             | W 310x52,0      | 30              | 59,3           | 412,8            | 239,8               | 424,5                | 0,25                           | 0,97                          |
|             | W 530x66,0      | 30              | 63,9           | 736,2            | 465,1               | 757,2                | 0,14                           | 0,97                          |
|             | W 610x174,0     | 30              | 193,7          | 2620,3           | 858,4               | 2697,3               | 0,23                           | 0,97                          |

Fonte: O autor.

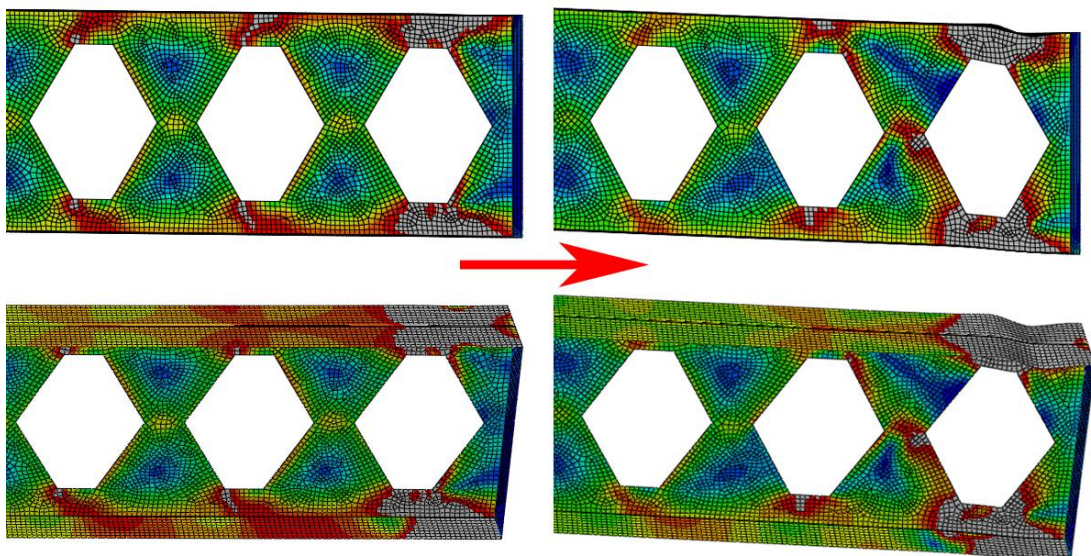
A plastificação dos modelos de elementos finitos sujeitos a força pontual no centro do vão se deu de maneira muito similar entre os modelos, apresentando uma pequena variação de acordo com a relação  $L/d_g$  e com as propriedades geométricas da seção. O alvéolo crítico é sempre o mais próximo ao centro do vão, onde a combinação do momento fletor e da força cortante atinge o valor máximo. Na Figura 49 e na Figura 50 são mostradas a evolução das tensões de von Mises de vigas Litzka e Anglo-Saxão, respectivamente. Foi comparado o passo de carga onde a viga atinge a carga máxima suportada com um passo posterior, onde as deformações são grandes o suficientes para evidenciar o efeito do mecanismo Vierendeel formado.

**Figura 49 - Distribuição das tensões de von Mises em um modelo de elementos finitos sujeito a força concentrada no centro do vão com padrão de abertura Litzka.**



Fonte: O autor.

**Figura 50 - Distribuição das tensões de von Mises em um modelo de elementos finitos sujeito a força concentrada no centro do vão com padrão de abertura Anglo-Saxão.**



Fonte: O autor.

#### 4.3.4.2. Perfis W310 fictícios

Na Tabela 10 são apresentados os resultados obtidos dos modelos numéricos submetidos a carga concentrada no centro do vão para perfis W310 fictícios com relação  $L/d_g \approx 10$ , variando-se a espessura da alma e mantendo-se as demais características da seção inalteradas, bem como a sua comparação com os valores obtidos de acordo com os métodos analíticos.

**Tabela 10 - Resultados para perfis W310 fictícios com relação  $L/d_g \approx 10$  variando a espessura da alma sujeitos a força concentrada.**

| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $t_f/t_w$ | Numérico       |                  | Calculado           |                      | $\frac{V_{MEF}}{V_{Eq. (17)}}$ | $\frac{M_{MEF}}{M_{Eq. (1)}}$ |
|--------------------|-----------------|-------------------|----------------|------------------|---------------------|----------------------|--------------------------------|-------------------------------|
|                    |                 |                   | $V_{MEF}$ (kN) | $M_{MEF}$ (kN.m) | $V_{Eq. (17)}$ (kN) | $M_{Eq. (1)}$ (kN.m) |                                |                               |
| Litzka             | W 310x21,0      | 0,6               | 77,1           | 148,5            | 286,5               | 181,3                | 0,27                           | 0,82                          |
|                    |                 | 0,8               | 67,3           | 129,6            | 214,9               | 159,9                | 0,31                           | 0,81                          |
|                    |                 | 1,0               | 61,3           | 118,1            | 171,9               | 147,0                | 0,36                           | 0,80                          |
|                    |                 | 1,2               | 57,1           | 110,0            | 143,3               | 138,5                | 0,40                           | 0,79                          |
|                    |                 | 1,4               | 54,2           | 104,4            | 122,8               | 132,3                | 0,44                           | 0,79                          |
|                    |                 | 1,6               | 51,7           | 99,7             | 107,5               | 127,8                | 0,48                           | 0,78                          |
|                    |                 | 1,8               | 49,7           | 95,7             | 95,5                | 124,2                | 0,52                           | 0,77                          |
|                    |                 | 2,0               | 48,0           | 92,4             | 86,0                | 121,3                | 0,56                           | 0,76                          |

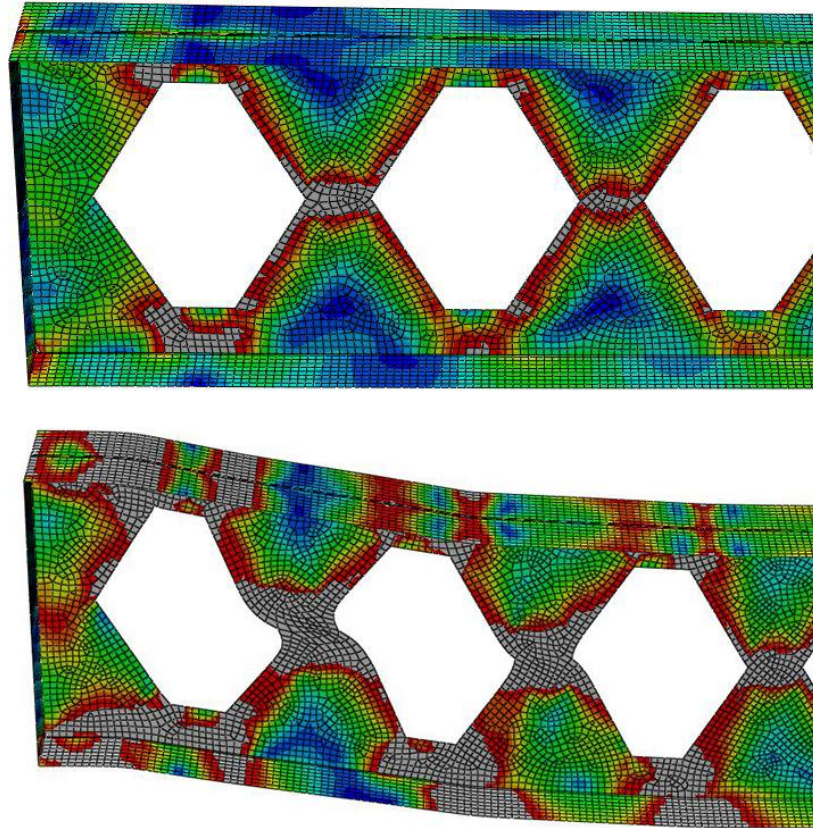
Fonte: O autor.

#### 4.3.5. Casos especiais

Conforme já mencionado, os modos de falha de interesse neste trabalho eram a plastificação total das seções t<sub>e</sub> e a formação de mecanismo Vierendeel. Porém, na análise dos modelos de elementos finitos, alguns casos apresentaram um acoplamento de dois modos de falha: FMP e EMJS. Para avaliar esse comportamento, são comparadas na Figura 51 e na Figura 52 as distribuições de tensões de von Mises dos modelos no momento em que a plastificação tem início e no momento em que a viga atinge a máxima carga suportada. Nessas figuras, as regiões em cinza indicam os locais onde o material atingiu a tensão de escoamento.

Para o modelo referente à viga W310x52,0, com padrão de abertura do tipo Anglo-Saxão, relação  $L/d_g \approx 10$  e sujeito a carregamento uniformemente distribuído, a plastificação do montante de alma ocorreu para 76,47% do carregamento máximo suportado ( $q_{max} = 136,52$  kN/m). Após a plastificação do montante de alma, foi observado o aumento significativo das deformações e a formação de rótulas plásticas nos alvéolos mais próximos do apoio, como pode ser visto na Figura 51.

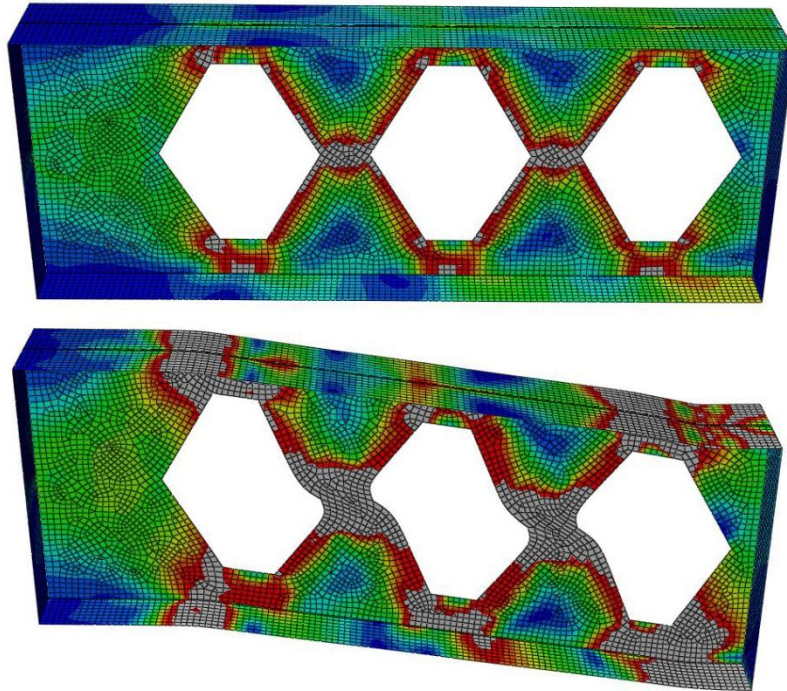
Figura 51 - Início e progressão da plastificação do montante de alma do modelo sujeito a carregamento uniformemente distribuído.



Fonte: O autor.

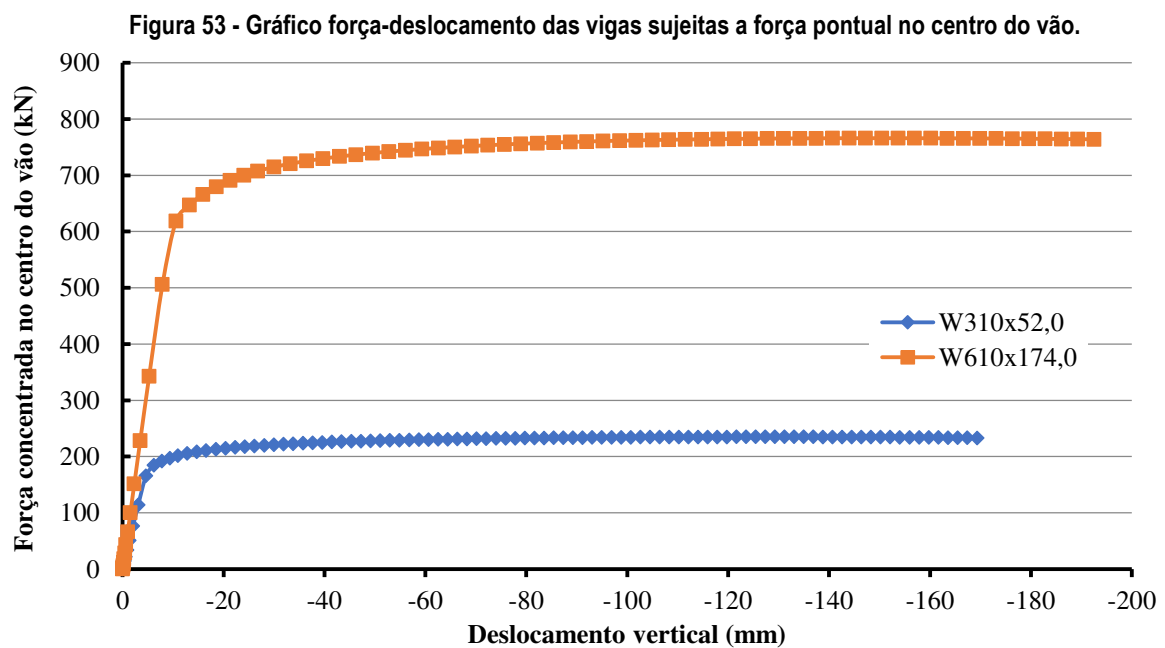
No caso dos modelos referentes às vigas W310x52,0 e W610x174,0, ambas com aberturas padrão Anglo-Saxão, relação  $L/d_g = 5$  e sujeitas a força concentrada no centro do vão, o comportamento observado foi bastante semelhante. Após a plastificação do montante de alma e o aumento das deformações, houve a formação de rótulas plásticas nos cantos do alvéolo mais próximo ao apoio e nos cantos dos alvéolos mais próximos ao centro do vão, como mostrado na Figura 52. Para a viga W310x52,0 a plastificação dos montantes de alma teve início com 78,47% da carga última ( $F_u = 469,98$  kN) e para a viga W610x174, com 80,80% da carga última ( $F_u = 1531,94$  kN).

Figura 52 - Início e progressão da plastificação do montante de alma do modelo sujeito a força concentrada no centro do vão.



Fonte: O autor.

Para ilustrar o comportamento dos modelos submetidos a força concentrada no centro do vão que apresentaram o acoplamento dos modos de falha FMP e EMJS, é mostrado na Figura 53 um gráfico força-deslocamento, considerando a força aplicada no centro do vão e o deslocamento do ponto de aplicação da carga. Percebe-se que existe um aumento na força ao longo do carregamento, que se mantém mesmo para altos valores de deslocamento do ponto central da viga.



Fonte: O autor.

Nestes casos, é difícil identificar uma seção crítica e, portanto, os esforços críticos. Por esta razão, os resultados para os modelos que apresentaram falha com acoplamento de FMA e EMJS não foram considerados nas análises.

Este fenômeno, do início da plastificação na região da emenda soldada, foi observado apenas para perfis curtos e com seção muito robusta.

#### **4.4. Momento de plastificação**

Tratando-se das vigas solicitadas por flexão pura, conforme exposto na Tabela 3 do item 4.3.2, os valores de momento fletor resistente obtidos nas análises numéricas via MEF foram praticamente iguais aos calculados com o modelo teórico ( $M_{pl0}$ ), com diferenças inferiores a 0,4%. A variação dos resultados mostra-se ínfima, independente da seção e do comprimento da viga, o que demonstra a coerência dos resultados.

No trabalho de Abreu (2011), os modelos solicitados por flexão pura apresentaram valores máximos para o momento de plastificação que variavam entre 10% abaixo e 5% acima do momento de plastificação calculado com os modelos analíticos. Tal variação aparentava ter alguma relação com o comprimento da viga. Já no trabalho de Bezerra (2011) os modelos numéricos atingiram resultados da ordem de 88% a 95% do momento de plastificação, no caso de vigas com vãos muito pequenos solicitadas por flexão pura.

Nas vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído, alguns dos modelos testados falharam por plastificação dos tês por tensões normais devidas majoritariamente ao momento fletor. Isto ocorre, na maioria dos casos, nas vigas longas, cujo alvéolo crítico foi o localizado mais próximo ao centro do vão, onde o momento é máximo e a força cortante é praticamente nula. Esses modelos também foram considerados para avaliar a capacidade das vigas alveolares de atingirem o momento de plastificação.

Conforme se observa na Tabela 4 do item 4.3.3, que contém os resultados das análises numéricas de vigas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído, nos casos em que a viga falha por plastificação dos tês (FMP M), o resultado numérico foi, em todos os casos, ligeiramente superior ao momento de plastificação, com variação máxima da ordem de 4%. Tais resultados reforçam o que já tinha sido observado nos modelos sob flexão pura, mostrando que as vigas atingem o momento de plastificação teórico.

Como se pode observar nos resultados numéricos apresentados, para todos os casos em que as vigas alveolares foram sujeitas a flexão pura ou carregamento uniformemente distribuído, e que o modo de falha foi a plastificação dos tês, as seções atingem valores muito

próximos do momento de plastificação teórico, evidenciando que a limitação da capacidade de plastificação integral proposta por outros autores não se sustenta. Ressalta-se que foram analisadas vigas com esbeltez de alma variando em toda a faixa típica das linhas de perfis laminados existentes.

## 4.5. Avaliação do modelo analítico para Formação de Mecanismo Plástico

### 4.5.1. Considerações iniciais

Para avaliar a qualidade da resposta do modelo analítico inicialmente proposto por Delesques (1969), cujas modificações levaram à sua forma atual, conforme destacado no trabalho de Vieira, D. Z. (2015), utilizou-se dos resultados de esforços críticos obtidos da análise numérica via MEF, aplicando-os na Eq. (30), cujo parâmetro  $c_1$  é dado pela Eq. (15).

$$\sqrt{M_{Sk}^2 + c_1^2 V_{Sk}^2} \leq M_{pl0} \quad (30)$$

$$c = \frac{\sqrt{3} y_0 y_a^2 A_t}{2 I_t} \quad (15)$$

A fim de simplificar a visualização dos resultados, foi separada nas tabelas a seguir a parcela da Eq. (30) referente aos esforços do modelo numérico (termo dentro da raiz quadrada), para compará-la diretamente com a parcela que representa a resistência segundo o modelo analítico, que neste caso é o momento de plastificação.

Essa comparação norteia a avaliação da qualidade da resposta do modelo analítico, já que, uma vez que o modelo numérico representa uma aproximação fiel do comportamento real de uma viga alveolar, espera-se que a falha do modelo numérico ocorra para esforços que, ao serem relacionados com a parcela referente aos esforços resistentes da equação (conforme expresso pela taxa de solitação  $S_k/R_k$  da Eq. 31), conduzirão a uma relação próxima à unidade.

### 4.5.2. Flexão pura

Devido à ausência de força cortante nos modelos sob flexão pura e a similaridade entre os valores analíticos e numéricos, conforme se vê na Tabela 3 do item 4.3.2 (análise de vigas sujeitas a flexão pura), é dispensável realizar a verificação segundo o critério da Eq. (31), uma vez que se compara diretamente o momento obtido da análise numérica com o momento de plastificação.

### 4.5.3. Carregamento uniformemente distribuído

Na Tabela 11 são apresentados os valores do esforço combinado, considerando o par momento-cortante na seção crítica, conforme a Eq. (30), e sua relação com o momento de plastificação, definida pela taxa de solitação  $S_k/R_k$  da Eq. (31).

Tabela 11 - Verificação dos resultados dos modelos sujeitos a carregamento distribuído segundo a equação (31).

| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico          |                     | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ |
|--------------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|------------------------------------|--|
|                    |                 |                 | $V_{MEF}$<br>(kN) | $M_{MEF}$<br>(kN.m) |                                    |  |
| Litzka             | W 310x21,0      | 10              | 108,9             | 41,7                | 148,7                              | <b>1,05</b>                              |
|                    |                 | 17              | 5,3               | 143,1               | 143,3                              | 1,01                                     |
|                    |                 | 24              | 2,2               | 144,0               | 144,0                              | 1,02                                     |
|                    | W 310x28,3      | 10              | 142,9             | 56,9                | 235,6                              | <b>1,16</b>                              |
|                    |                 | 17              | 7,5               | 206,5               | 206,9                              | 1,02                                     |
|                    |                 | 24              | 0,0               | 208,0               | 208,0                              | 1,03                                     |
|                    | W 310x52,0      | 10              | 209,9             | 88,1                | 563,7                              | <b>1,33</b>                              |
|                    |                 | 17              | 201,9             | 81,2                | 541,8                              | <b>1,28</b>                              |
|                    |                 | 24              | 14,1              | 437,5               | 439,1                              | 1,03                                     |
| Anglo-Saxão        | W 310x21,0      | 10              | 0,0               | 143,7               | 143,7                              | 1,01                                     |
|                    |                 | 17              | 0,0               | 143,9               | 143,9                              | 1,02                                     |
|                    |                 | 24              | 1,5               | 144,1               | 144,1                              | 1,02                                     |
|                    | W 310x28,3      | 10              | 170,5             | 36,8                | 275,4                              | <b>1,36</b>                              |
|                    |                 | 17              | 0,0               | 207,8               | 207,8                              | 1,03                                     |
|                    |                 | 24              | 0,0               | 207,9               | 207,9                              | 1,03                                     |
|                    | W 310x52,0      | 10              | -                 | -                   | 746,6                              | FMP + EMJS                               |
|                    |                 | 17              | 0,0               | 440,6               | 440,6                              | 1,04                                     |
|                    |                 | 24              | 4,4               | 441,2               | 441,4                              | 1,04                                     |

Fonte: O autor.

Conforme já discutido em 4.4, nos casos onde o esforço cortante é pequeno e o alvéolo crítico é o mais próximo ao meio do vão (em geral nos casos onde a relação  $L/d_g$  é igual ou superior a 17) a resistência calculada é muito próxima à estimada com a análise numérica, com variação máxima em torno de 4% favorável à segurança, e o modelo numérico atinge a totalidade do momento de plastificação teórico. Tal fato deve-se ao valor irrisório ou inexistente de força cortante, onde compara-se praticamente o momento do modelo numérico com o momento de plastificação.

Nos casos onde o esforço cortante é grande, e o alvéolo crítico encontra-se próximo ao apoio, a verificação apresenta grandes variações a favor da segurança, uma vez que os esforços alcançados no modelo numérico, que é a referência do comportamento real, são

superiores ao previsto pelo modelo analítico. Além disso, os valores sugerem que a resistência determinada numericamente tende a aumentar à medida que a esbeltez da alma diminui.

Por fim, percebe-se que em todas as análises realizadas com carregamento uniformemente distribuído, independente da configuração, o modelo analítico conduziu a resultados favoráveis à segurança, ora muito próximo do esperado, ora superiores aos previstos pelo modelo analítico por uma margem significativa.

#### 4.5.4. Força concentrada no centro do vão

Nas tabelas 12 a 16 são apresentados os resultados obtidos nos modelos submetidos a uma força concentrada no centro do vão, com relações  $L/d_g$  correspondentes a 5, 10, 17, 24 e 30, respectivamente, para o efeito combinado de momento fletor e força cortante, de acordo com a Eq. (31).

Ressalta-se que em todos os casos o alvéolo crítico foi o que se encontrava mais próximo do centro do vão, o que já era esperado, considerando o tipo de carga aplicada.

**Tabela 12 - Verificação dos resultados dos modelos com relação  $L/d_g = 5$  e sujeitos a carga pontual segundo a Eq. (31).**

| Padrão             | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico          |                     | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ |
|--------------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|------------------------------------|--|
|                    |                 |                 | $V_{MEF}$<br>(kN) | $M_{MEF}$<br>(kN.m) |                                    |  |
| <b>Litzka</b>      | W 250x44,8      | 5               | 168,7             | 129,4               | 406,1                              | 1,32                                     |
|                    | W 310x21,0      | 5               | 93,6              | 81,8                | 147,5                              | 1,04                                     |
|                    | W 310x28,3      | 5               | 125,0             | 111,4               | 229,0                              | 1,13                                     |
|                    | W 310x52,0      | 5               | 194,9             | 178,2               | 547,0                              | 1,29                                     |
|                    | W 410x38,8      | 5               | 170,4             | 196,0               | 401,1                              | 1,11                                     |
| <b>Anglo-Saxão</b> | W 310x21,0      | 5               | 109,3             | 106,3               | 178,4                              | 1,26                                     |
|                    | W 310x28,3      | 5               | 148,5             | 147,3               | 279,6                              | 1,38                                     |
|                    | W 310x52,0      | 5               | -                 | -                   | 665,6                              | FMP + EMJS                               |
|                    | W 530x66,0      | 5               | 333,6             | 562,1               | 959,8                              | 1,27                                     |
|                    | W 610x174,0     | 5               | -                 | -                   | 3896,5                             | FMP + EMJS                               |

Fonte: O autor.

Tabela 13 - Verificação dos resultados dos modelos com relação  $L/d_g \approx 10$  e sujeitos a carga pontual segundo a Eq. (31).

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico          |                     | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|------------------------------------|--|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$<br>(kN) | $M_{MEF}$<br>(kN.m) |                                    |  |
| Litzka      | W 250x44,8      | 10              | 134,5             | 227,3               | 382,0                              | 1,25                                     |
|             | W 310x21,0      | 10              | 58,7              | 113,0               | 136,7                              | 0,97                                     |
|             | W 310x28,3      | 10              | 81,4              | 159,8               | 206,2                              | 1,02                                     |
|             | W 310x52,0      | 10              | 155,8             | 299,4               | 510,3                              | 1,20                                     |
|             | W 410x38,8      | 10              | 112,3             | 284,5               | 366,3                              | 1,01                                     |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 10              | 68,1              | 125,2               | 153,8                              | 1,10                                     |
|             | W 310x28,3      | 10              | 95,0              | 178,0               | 234,1                              | 1,16                                     |
|             | W 310x52,0      | 10              | 186,2             | 357,9               | 609,9                              | 1,44                                     |
|             | W 530x66,0      | 10              | 209,9             | 668,4               | 828,6                              | 1,09                                     |
|             | W 610x174,0     | 10              | 610,1             | 2279,4              | 3656,9                             | 1,36                                     |

Fonte: O autor.

Tabela 14 - Verificação dos resultados dos modelos com relação  $L/d_g \approx 17$  e sujeitos a carga pontual segundo a Eq. (31).

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico          |                     | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|------------------------------------|--|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$<br>(kN) | $M_{MEF}$<br>(kN.m) |                                    |  |
| Litzka      | W 250x44,8      | 17              | 87,4              | 268,6               | 334,53                             | 1,09                                     |
|             | W 310x21,0      | 17              | 36,1              | 126,4               | 135,00                             | 0,95                                     |
|             | W 310x28,3      | 17              | 50,6              | 180,4               | 197,77                             | 0,98                                     |
|             | W 310x52,0      | 17              | 101,4             | 371,2               | 458,40                             | 1,08                                     |
|             | W 410x38,8      | 17              | 69,6              | 320,6               | 351,07                             | 0,97                                     |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 17              | 38,6              | 134,2               | 143,43                             | 1,01                                     |
|             | W 310x28,3      | 17              | 54,1              | 191,5               | 210,15                             | 1,04                                     |
|             | W 310x52,0      | 17              | 109,3             | 397,4               | 492,04                             | 1,16                                     |
|             | W 530x66,0      | 17              | 118,9             | 716,0               | 767,82                             | 1,01                                     |
|             | W 610x174,0     | 17              | 357,0             | 2521,4              | 3026,17                            | 1,12                                     |

Fonte: O autor.

**Tabela 15 - Verificação dos resultados dos modelos com relação  $L/d_g \approx 24$  e sujeitos a carga pontual segundo a Eq. (31).**

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico          |                     | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|------------------------------------|--|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$<br>(kN) | $M_{MEF}$<br>(kN.m) |                                    |  |
| Litzka      | W 250x44,8      | 24              | 63,4              | 282,3               | 317,2                              | 1,03                                     |
|             | W 310x21,0      | 24              | 25,9              | 131,5               | 135,8                              | 0,96                                     |
|             | W 310x28,3      | 24              | 36,3              | 187,9               | 196,7                              | 0,97                                     |
|             | W 310x52,0      | 24              | 73,5              | 390,3               | 436,3                              | 1,03                                     |
|             | W 410x38,8      | 24              | 50,0              | 334,4               | 349,8                              | 0,97                                     |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 24              | 25,2              | 137,2               | 141,1                              | 1,00                                     |
|             | W 310x28,3      | 24              | 35,3              | 195,9               | 203,9                              | 1,01                                     |
|             | W 310x52,0      | 24              | 72,0              | 409,6               | 451,9                              | 1,06                                     |
|             | W 530x66,0      | 24              | 77,7              | 732,0               | 754,1                              | 1,00                                     |
|             | W 610x174,0     | 24              | 234,9             | 2597,1              | 2820,9                             | 1,05                                     |

Fonte: O autor.

**Tabela 16 - Verificação dos resultados dos modelos com relação  $L/d_g = 30$  e sujeitos a carga pontual segundo a Eq. (31).**

| Padrão      | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | Numérico          |                     | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ |
|-------------|-----------------|-----------------|-------------------|---------------------|------------------------------------|--|
|             |                 |                 | $V_{MEF}$<br>(kN) | $M_{MEF}$<br>(kN.m) |                                    |  |
| Litzka      | W 250x44,8      | 30              | 50,1              | 288,6               | 310,4                              | 1,01                                     |
|             | W 310x21,0      | 30              | 20,5              | 134,1               | 136,8                              | 0,97                                     |
|             | W 310x28,3      | 30              | 28,6              | 191,5               | 196,9                              | 0,97                                     |
|             | W 310x52,0      | 30              | 58,2              | 399,0               | 427,8                              | 1,01                                     |
|             | W 410x38,8      | 30              | 39,5              | 340,9               | 350,4                              | 0,97                                     |
| Anglo-Saxão | W 310x21,0      | 30              | 20,7              | 138,1               | 140,7                              | 0,99                                     |
|             | W 310x28,3      | 30              | 29,0              | 197,0               | 202,4                              | 1,00                                     |
|             | W 310x52,0      | 30              | 59,3              | 412,8               | 441,8                              | 1,04                                     |
|             | W 530x66,0      | 30              | 63,9              | 736,2               | 751,1                              | 0,99                                     |
|             | W 610x174,0     | 30              | 193,7             | 2620,3              | 2773,1                             | 1,03                                     |

Fonte: O autor.

Analisando os resultados, percebe-se facilmente que, em geral, o modelo numérico alcançou valores de esforços críticos superiores ao previsto pelo modelo analítico, mostrando o caráter conservador da equação.

Além disso, nos casos em que o modelo numérico não alcança os valores analíticos esperados, tal diferença não supera 5%. Isso sugere que, mesmo nos casos mais desfavoráveis, a diferença entre o modelo numérico e o modelo analítico é pequena se considerados os coeficientes de ponderação previstos pela ABNT NBR 8800:2008.

A diferença entre os esforços obtidos do modelo numérico e a capacidade resistente obtida no modelo analítico é muito pequena para as vigas longas ( $L/d_g \geq 24$ ) e aumenta à medida que a relação  $L/d_g$  decresce.

Além da relação entre a variação dos resultados e a relação  $L/d_g$  citada no parágrafo anterior, é possível estabelecer também uma relação entre a amplitude de variação e a forma da seção transversal das vigas. A amplitude da variação, bastante visível na Tabela 12 e na Tabela 13, onde os valores da última coluna da tabela mais se distanciam da unidade, foi maior nos perfis mais compactos, sugerindo uma possível relação entre o caráter conservador do método analítico analisado e as características geométricas da seção.

Novamente destaca-se o caráter conservador do modelo analítico de Vieira, D. Z. (2015) para vigas curtas. Porém, à medida que as vigas tornam-se mais longas, os valores obtidos numericamente passam a ajustar-se com grande proximidade aos previstos analiticamente. Considerando que na grande maioria dos casos as vigas de aço possuem relação  $L/d_g \geq 20$ , a Eq. (30) produzirá resultados concordantes com a situação real.

## 4.6. Influência da geometria da seção na capacidade resistente

### 4.6.1. Seções padronizadas fabricadas no Brasil

A capacidade resistente obtida das análises numéricas, na maioria dos casos, foi superior à capacidade resistente calculada conforme a Eq. (30), principalmente em vigas curtas, semelhante ao que foi reportado por Valente (2018). Conforme explicitado em 4.5.4, existe uma aparente relação entre as características geométricas da seção e essa diferença entre os resultados.

Para testar a hipótese da relação entre as características geométricas das seções e os valores obtidos na verificação segundo o critério da Eq. (30), considerou-se um fator de forma  $\rho$  dado pela Eq. (32), que representa a relação entre a área da mesa e a área da alma das seções t $\hat{e}$ .

$$\rho = \frac{t_f b_f}{t_w h_t} \quad (32)$$

Nas tabelas 17 a 21 são apresentados os valores da taxa de solicitação  $S_k/R_k$  definida pela Eq. (31) e os fatores de forma correspondentes para cada tipo de seção, e nas figuras 54 a

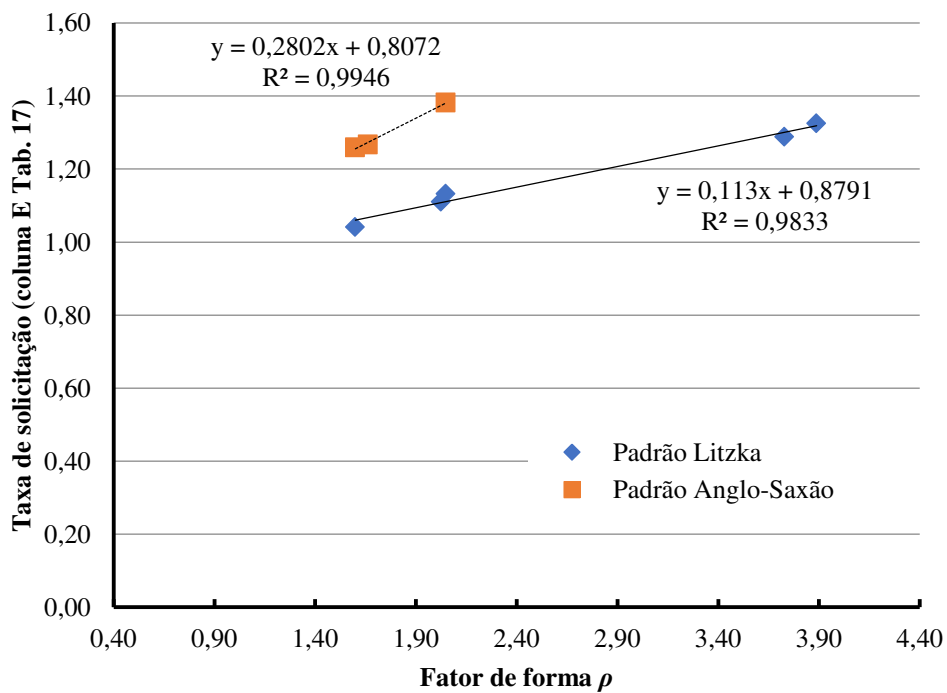
58 é apresentada uma representação gráfica da relação entre essas duas variáveis, para relações  $L/d_g$  correspondentes a 5, 10, 17, 24 e 30, respectivamente.

**Tabela 17 - Capacidade resistente obtido numericamente comparada com o fator de forma  $\rho$  para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão com  $L/d_g = 5$ .**

| A                  | B               | C               | D                                  | E  | F                                |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|--|----------------------------------|
| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ | $\rho = \frac{t_f b_f}{t_w h_t}$ |
| Litzka             | W 250x44,8      | 5               | 406,1                              | 1,32                                     | 3,89                             |
|                    | W 310x21,0      | 5               | 147,5                              | 1,04                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 5               | 229,0                              | 1,13                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 5               | 547,0                              | 1,29                                     | 3,73                             |
|                    | W 410x38,8      | 5               | 401,1                              | 1,11                                     | 2,02                             |
| Anglo-Saxão        | W 310x21,0      | 5               | 178,4                              | 1,26                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 5               | 279,6                              | 1,38                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 5               | -                                  | FMP + EMJS                               | 3,73                             |
|                    | W 530x66,0      | 5               | 959,8                              | 1,27                                     | 1,66                             |
|                    | W 610x174,0     | 5               | -                                  | FMP + EMJS                               | 3,31                             |

Fonte: O autor.

**Figura 54 - Relação entre a taxa de solicitação  $S_i/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão e  $L/d_g = 5$ .**



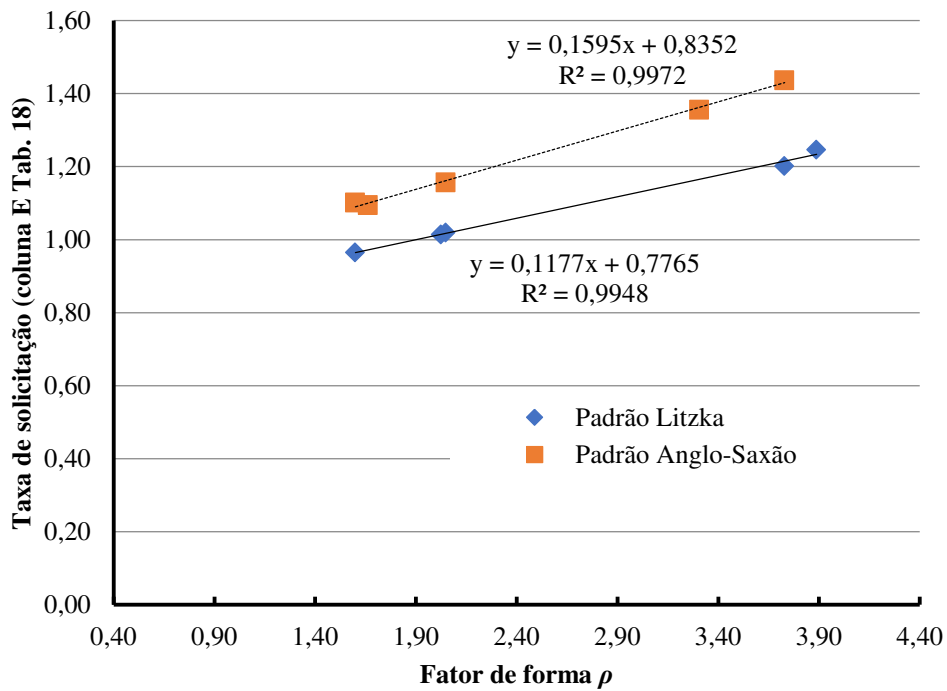
Fonte: O autor.

Tabela 18 - Capacidade resistente obtido numericamente comparada com o fator de forma  $\rho$  para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão com  $L/d_g \approx 10$ .

| A                  | B               | C               | D                                  | E  | F                                |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|--|----------------------------------|
| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ | $\rho = \frac{t_f b_f}{t_w h_t}$ |
| Litzka             | W 250x44,8      | 10              | 382,0                              | 1,25                                     | 3,89                             |
|                    | W 310x21,0      | 10              | 136,7                              | 0,97                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 10              | 206,2                              | 1,02                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 10              | 510,3                              | 1,20                                     | 3,73                             |
|                    | W 410x38,8      | 10              | 366,3                              | 1,01                                     | 2,02                             |
| Anglo-Saxão        | W 310x21,0      | 10              | 153,8                              | 1,10                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 10              | 234,1                              | 1,16                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 10              | 609,9                              | 1,44                                     | 3,73                             |
|                    | W 530x66,0      | 10              | 828,6                              | 1,09                                     | 1,66                             |
|                    | W 610x174,0     | 10              | 3656,9                             | 1,36                                     | 3,31                             |

Fonte: O autor.

Figura 55 - Relação entre a taxa de solicitação  $S_i/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão e  $L/d_g \approx 10$ .



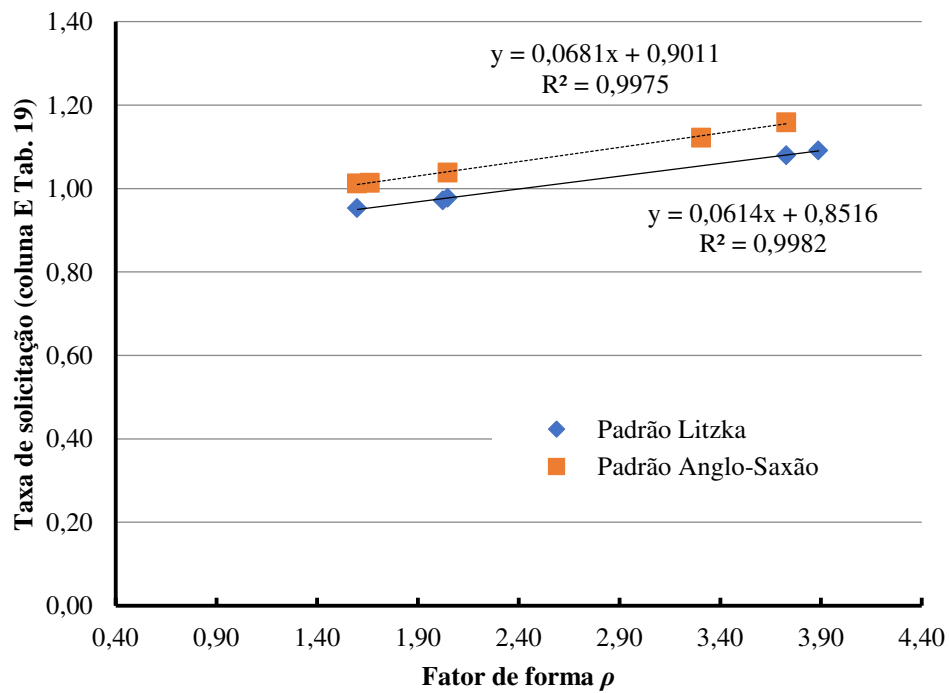
Fonte: O autor.

Tabela 19 - Capacidade resistente obtido numericamente comparada com o fator de forma  $\rho$  para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão com  $L/d_g \approx 17$ .

| A                  | B               | C               | D                                  | E  | F                                |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|--|----------------------------------|
| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ | $\rho = \frac{t_f b_f}{t_w h_t}$ |
| Litzka             | W 250x44,8      | 17              | 334,53                             | 1,09                                     | 3,89                             |
|                    | W 310x21,0      | 17              | 135,00                             | 0,95                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 17              | 197,77                             | 0,98                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 17              | 458,40                             | 1,08                                     | 3,73                             |
|                    | W 410x38,8      | 17              | 351,07                             | 0,97                                     | 2,02                             |
| Anglo-Saxão        | W 310x21,0      | 17              | 143,43                             | 1,01                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 17              | 210,15                             | 1,04                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 17              | 492,04                             | 1,16                                     | 3,73                             |
|                    | W 530x66,0      | 17              | 767,82                             | 1,01                                     | 1,66                             |
|                    | W 610x174,0     | 17              | 3026,17                            | 1,12                                     | 3,31                             |

Fonte: O autor.

Figura 56 - Relação entre a taxa de solicitação  $S_t/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão e  $L/d_g \approx 17$ .



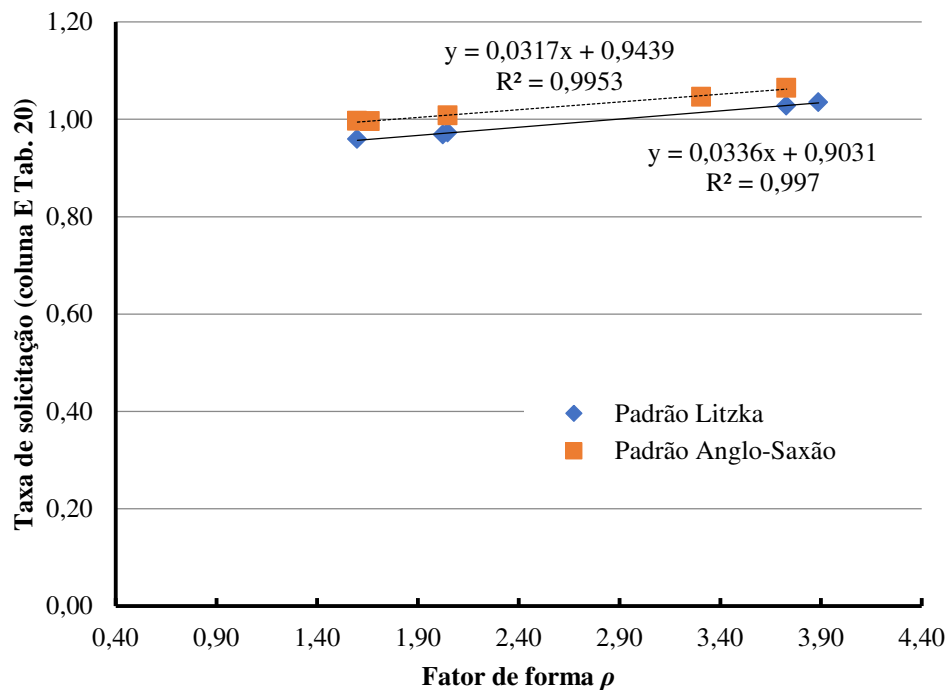
Fonte: O autor.

Tabela 20 - Capacidade resistente obtido numericamente comparada com o fator de forma  $\rho$  para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão com  $L/d_g \approx 24$ .

| A                  | B               | C               | D                                  | E  | F                                |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|--|----------------------------------|
| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ | $\rho = \frac{t_f b_f}{t_w h_t}$ |
| Litzka             | W 250x44,8      | 24              | 317,2                              | 1,03                                     | 3,89                             |
|                    | W 310x21,0      | 24              | 135,8                              | 0,96                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 24              | 196,7                              | 0,97                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 24              | 436,3                              | 1,03                                     | 3,73                             |
|                    | W 410x38,8      | 24              | 349,8                              | 0,97                                     | 2,02                             |
| Anglo-Saxão        | W 310x21,0      | 24              | 141,1                              | 1,00                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 24              | 203,9                              | 1,01                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 24              | 451,9                              | 1,06                                     | 3,73                             |
|                    | W 530x66,0      | 24              | 754,1                              | 1,00                                     | 1,66                             |
|                    | W 610x174,0     | 24              | 2820,9                             | 1,05                                     | 3,31                             |

Fonte: O autor.

Figura 57 - Relação entre a taxa de solicitação  $S_t/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão e  $L/d_g \approx 24$ .



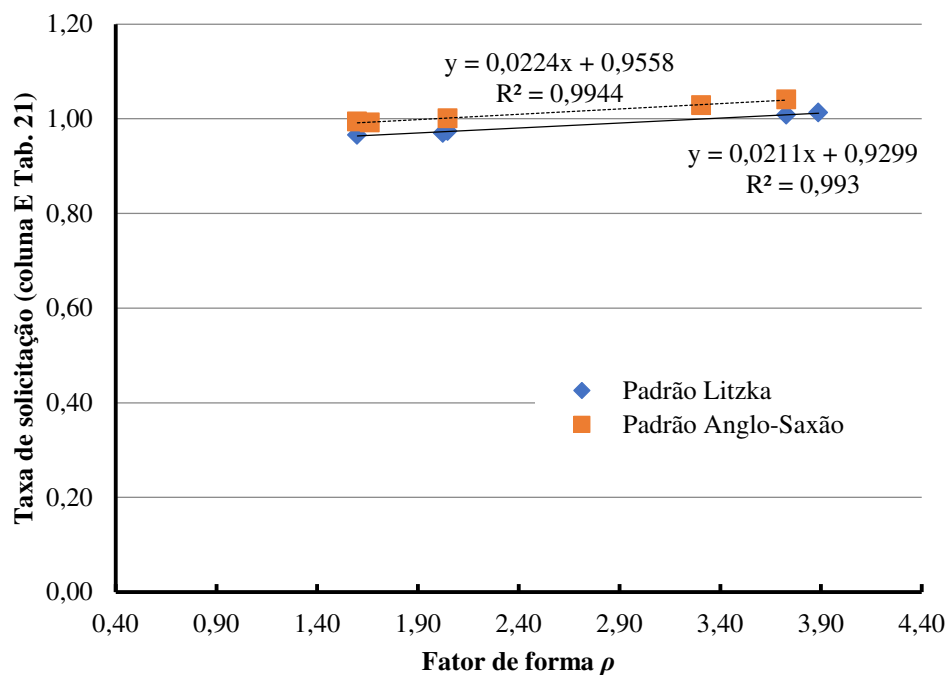
Fonte: O autor.

Tabela 21 - Capacidade resistente obtido numericamente comparada com o fator de forma  $\rho$  para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão com  $L/d_g = 30$ .

| A                  | B               | C               | D                                  | E  | F                                |
|--------------------|-----------------|-----------------|------------------------------------|--|----------------------------------|
| Padrão de abertura | Perfil Original | Relação $L/d_g$ | $\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | $\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ | $\rho = \frac{t_f b_f}{t_w h_t}$ |
| Litzka             | W 250x44,8      | 30              | 310,4                              | 1,01                                     | 3,89                             |
|                    | W 310x21,0      | 30              | 136,8                              | 0,97                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 30              | 196,9                              | 0,97                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 30              | 427,8                              | 1,01                                     | 3,73                             |
|                    | W 410x38,8      | 30              | 350,4                              | 0,97                                     | 2,02                             |
| Anglo-Saxão        | W 310x21,0      | 30              | 140,7                              | 0,99                                     | 1,60                             |
|                    | W 310x28,3      | 30              | 202,4                              | 1,00                                     | 2,05                             |
|                    | W 310x52,0      | 30              | 441,8                              | 1,04                                     | 3,73                             |
|                    | W 530x66,0      | 30              | 751,1                              | 0,99                                     | 1,66                             |
|                    | W 610x174,0     | 30              | 2773,1                             | 1,03                                     | 3,31                             |

Fonte: O autor.

Figura 58 - Relação entre a taxa de solicitação  $S_k/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão e  $L/d_g = 30$ .



Fonte: O autor.

A regressão linear indica a linearidade da relação entre o fator de forma  $\rho$  e a taxa de solicitação  $S_k/R_k$ , calculada com base nos valores obtidos nos modelos de elementos finitos. Além disso, a equação correspondente a cada regressão evidencia uma diminuição da inclinação da reta à medida que a relação  $L/d_g$  aumenta, de forma geral. Também se percebe que o comportamento é diferenciado para cada padrão de castelação, e que esta diferença diminui à medida que a relação  $L/d_g$  aumenta.

#### 4.6.2. Seções fictícias

Para confirmar o comportamento já observado nos modelos numéricos, conforme descrito em 4.6.1, foram testadas oito seções fictícias do tipo Litzka (escolhidas por apresentarem resultados mais críticos que as vigas Anglo-Saxão para o modo de falha de FMP), derivadas da seção W310x21,0, obtidas ao variar a espessura da alma, com relação  $L/d_g = 9,623$ .

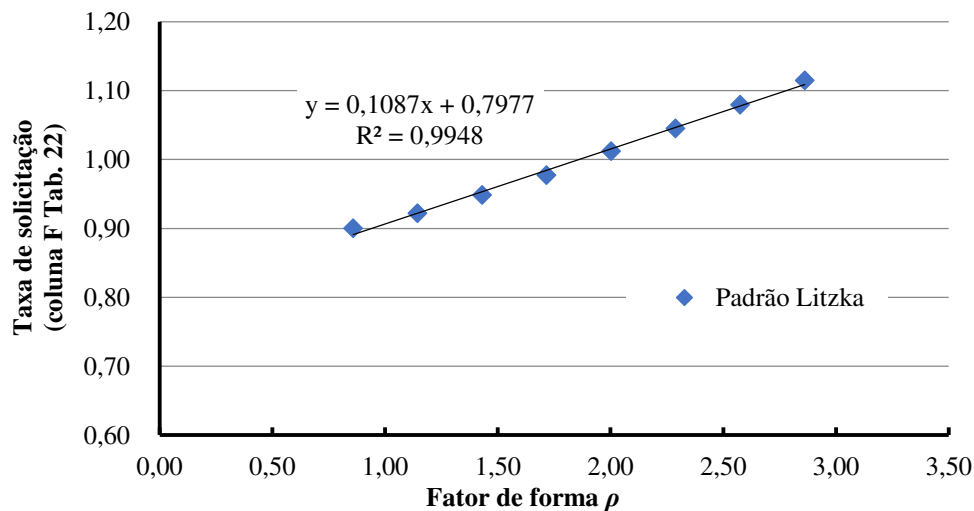
Na Tabela 22 estão presentes as relações  $t_f/t_w$ , os esforços máximos atingidos, a taxa de sollicitação  $S_k/R_k$  definida pela Eq. (31) e fator de forma  $\rho$  para cada seção criada. Na Figura 59 apresentam-se os dados da Tabela 22, acompanhados de uma análise de regressão linear.

**Tabela 22 - Capacidade resistente obtida numericamente comparada com o fator de forma  $\rho$  para os perfis W310 fictícios com força concentrada no centro do vão.**

| A<br>Padrão de abertura | B<br>Perfil Original | C<br>Relação $t_f/t_w$ | D<br>Esforço máximo na seção |                | E<br>$\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}$<br>(kN.m) | F<br>$\frac{\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2}}{M_{pl0}}$ | G<br>$\rho = \frac{t_f b_f}{t_w h_t}$ |
|-------------------------|----------------------|------------------------|------------------------------|----------------|---|---|---------------------------------------|
|                         |                      |                        | Cortante (kN)                | Momento (kN.m) |   |   |                                       |
| Litzka                  | W 310x21,0           | 0,6                    | 77,1                         | 148,5          | 133,64                                  | 0,90  | 0,86                                  |
|                         |                      | 0,8                    | 67,3                         | 129,6          | 119,47                                  | 0,92  | 1,14                                  |
|                         |                      | 1,0                    | 61,3                         | 118,1          | 111,98                                  | 0,95  | 1,43                                  |
|                         |                      | 1,2                    | 57,1                         | 110,0          | 107,53                                  | 0,98  | 1,72                                  |
|                         |                      | 1,4                    | 54,2                         | 104,4          | 105,58                                  | 1,01  | 2,00                                  |
|                         |                      | 1,6                    | 51,7                         | 99,7           | 104,16                                  | 1,05  | 2,29                                  |
|                         |                      | 1,8                    | 49,7                         | 95,7           | 103,36                                  | 1,08  | 2,57                                  |
|                         |                      | 2,0                    | 48,0                         | 92,4           | 103,03                                  | 1,11  | 2,86                                  |

Fonte: O autor.

**Figura 59 - Relação entre a taxa de sollicitação  $S_k/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para os modelos com seções fictícias e sujeitos a carga pontual.**



Fonte: O autor.

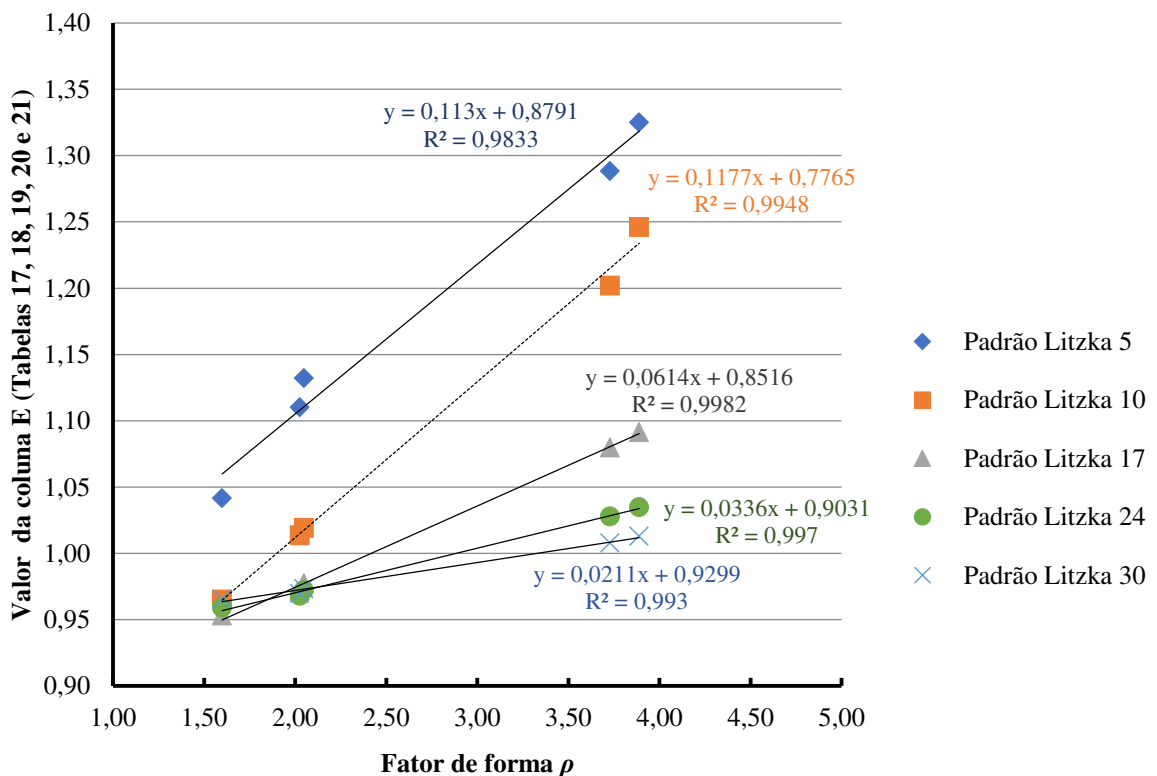
Os parâmetros relacionados no gráfico da Figura 59, dentro das condições de contorno e tipo de carregamento utilizado, apresentam claramente uma relação linear. Isso reforça os resultados encontrados para os perfis padronizados testados anteriormente, mostrando a influência clara da geometria da seção em sua resistência.

#### 4.6.3. Discussão geral

Observando os resultados obtidos para as vigas sujeitas a uma força concentrada no centro do vão, tanto no caso das seções catalogadas quanto para os perfis fictícios, nota-se que a taxa de solitação  $S_k/R_k$  definida pela Eq. (31) possui uma variação que se relaciona tanto com as características geométricas da seção quanto com a relação vão/altura da viga.

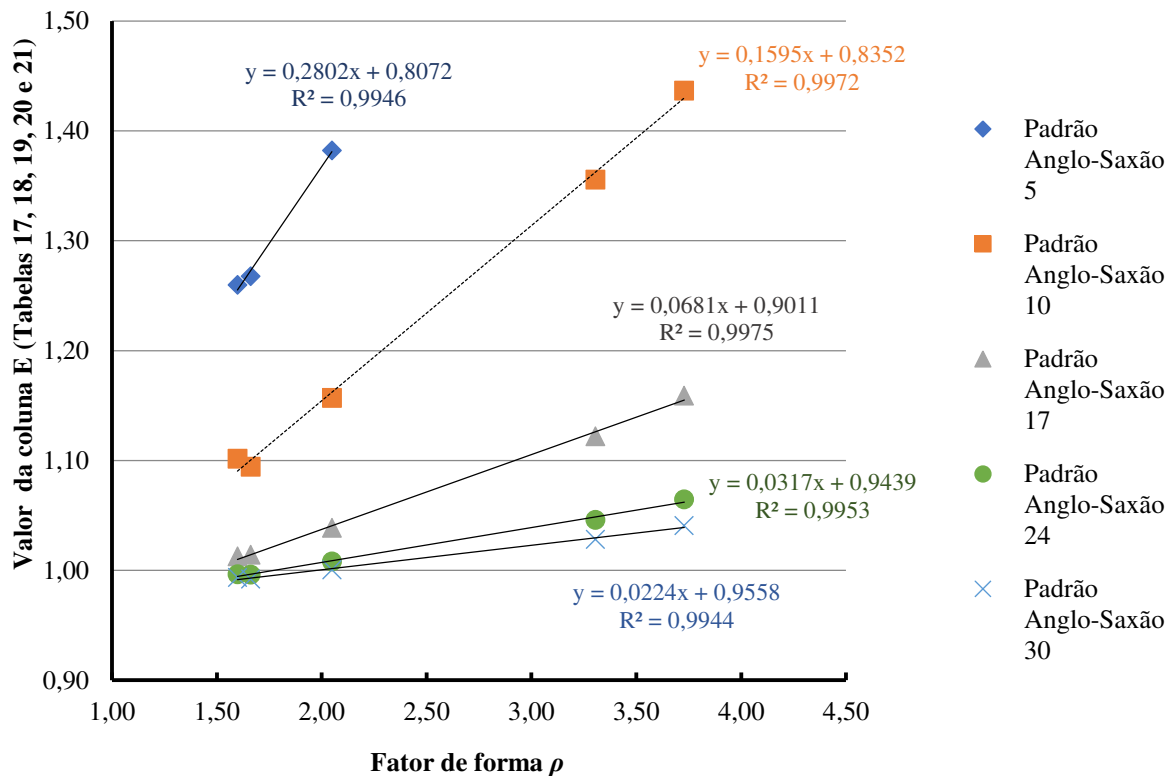
Tratando-se dos resultados obtidos segundo a Eq. (31), relacionados com o fator de forma  $\rho$  (Eq. 32), percebe-se a redução da inclinação para o padrão Litzka e Anglo-Saxão, de forma geral, na Figura 60 e na Figura 61, respectivamente.

Figura 60 - Relação entre a taxa de solitação  $S_k/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para vigas padrão Litzka sujeitas a força concentrada no centro do vão, com diferentes valores de  $L/d_g$ .



Fonte: O autor.

Figura 61 - Relação entre a taxa de solicitação  $S_k/R_k$  da Eq. (31) e o fator de forma  $\rho$  da Eq. (32), para vigas padrão Anglo-Saxão sujeitas a força concentrada no centro do vão, com diferentes valores de  $L/d_g$ .

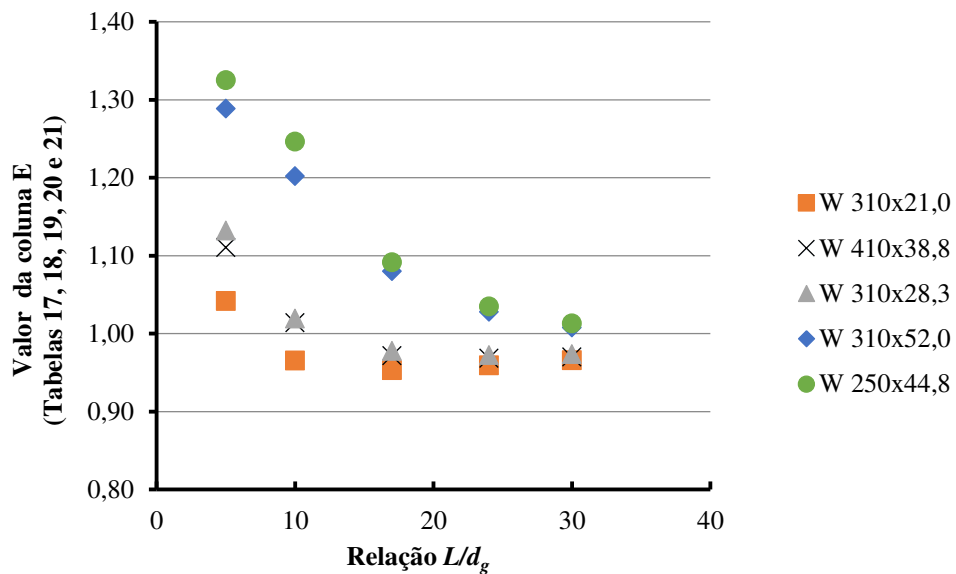


Fonte: O autor.

Percebe-se uma relação linear bem definida entre o fator de forma  $\rho$  (Eq. 32) e a taxa de solicitação  $S_k/R_k$  (Figura 60; Figura 61). As análises de regressão linear demonstram claramente que existe, em geral, uma diminuição da variação da taxa de solicitação  $S_k/R_k$ , à medida que o valor de  $L/d_g$  aumenta.

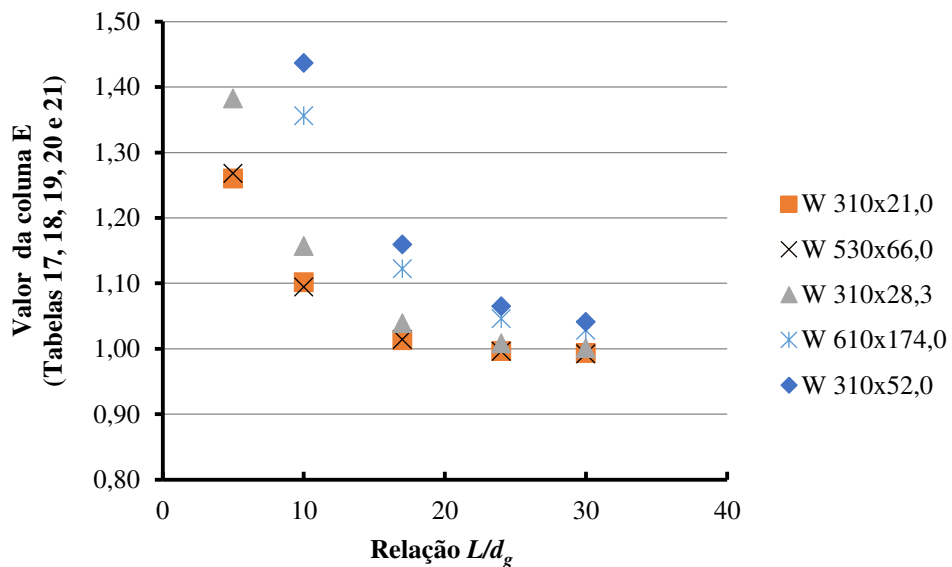
A taxa de solicitação  $S_k/R_k$  também pode ser comparada diretamente com a relação  $L/d_g$ . Na Figura 62 e na Figura 63 são mostradas as distribuições desses valores para as seções testadas com padrão Litzka e Anglo-Saxão, respectivamente. A legenda de ambos os gráficos dispõe as seções ordenadas em ordem crescente de acordo com o valor do fator de forma  $\rho$  (Eq. 32).

Figura 62 - Taxa de solicitação  $S_k/R_k$  versus a relação  $L/d_g$ , para vigas padrão Litzka sujeitas a força concentrada no centro do vão.



Fonte: O autor.

Figura 63 - Taxa de solicitação  $S_k/R_k$  versus a relação  $L/d_g$ , para vigas padrão Anglo-saxão sujeitas a força concentrada no centro do vão.



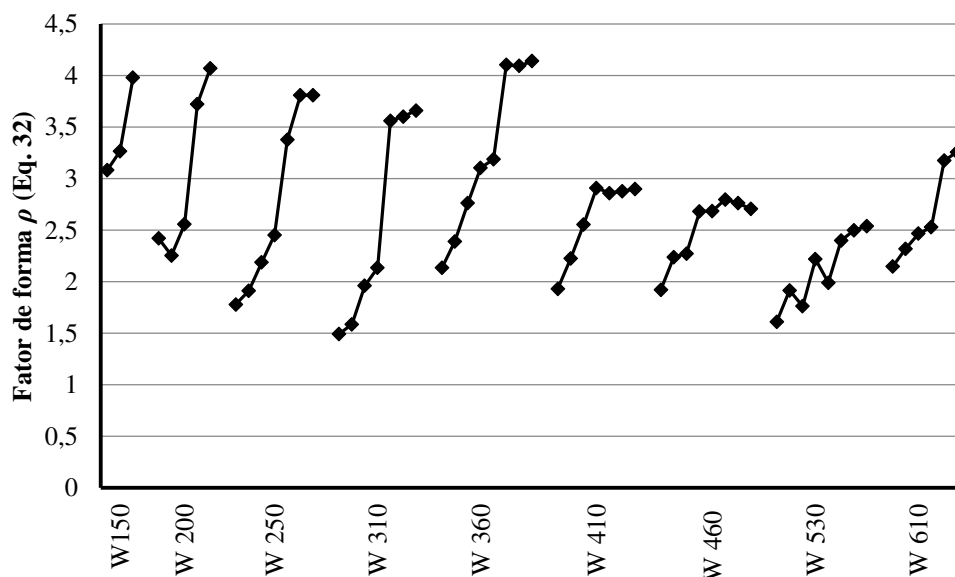
Fonte: O autor.

Conforme é evidenciado na Figura 62 e na Figura 63, a Eq. (30) apresenta resultados cada vez mais conservadores à medida que o comprimento das vigas diminui em relação a sua altura. Por outro lado, os resultados agrupam-se próximos à unidade para o maior valor de  $L/d_g$  testado, mostrando que a Eq. (30) é bastante fiel ao comportamento real das vigas longas, e que nestes casos o fator de forma  $\rho$  dado pela Eq. (32) pouco influencia na resposta obtida.

Nota-se na Figura 60 e na Figura 61 que existe um espectro de valores do fator de forma  $\rho$  em que a taxa de sollicitação  $S_k/R_k$  da Eq. (31) é inferior a 1, em sua maior parte no caso das vigas de padrão Litzka, significando que os esforços máximos obtidos nas análises via MEF são inferiores à capacidade resistente teórica prevista pelo modelo analítico. Percebe-se também que, no caso das vigas padrão Litzka os resultados obtidos via MEF inferiores aos valores de resistência teóricos ocorrem nas vigas curtas, médias e longas, com aproximadamente a mesma magnitude. Isso evidencia que, para vigas com fator de forma  $\rho$  pequeno (Eq. 32), ocorrerão resultados não-conservadores mesmo para vigas longas. Por outro lado, no padrão Anglo-Saxão existe uma variação sensível nos valores da taxa de sollicitação  $S_k/R_k$  dados pela Eq. (31) ao aumentar a relação  $L/d_g$  das vigas, mesmo para os menores valores do fator de forma testados.

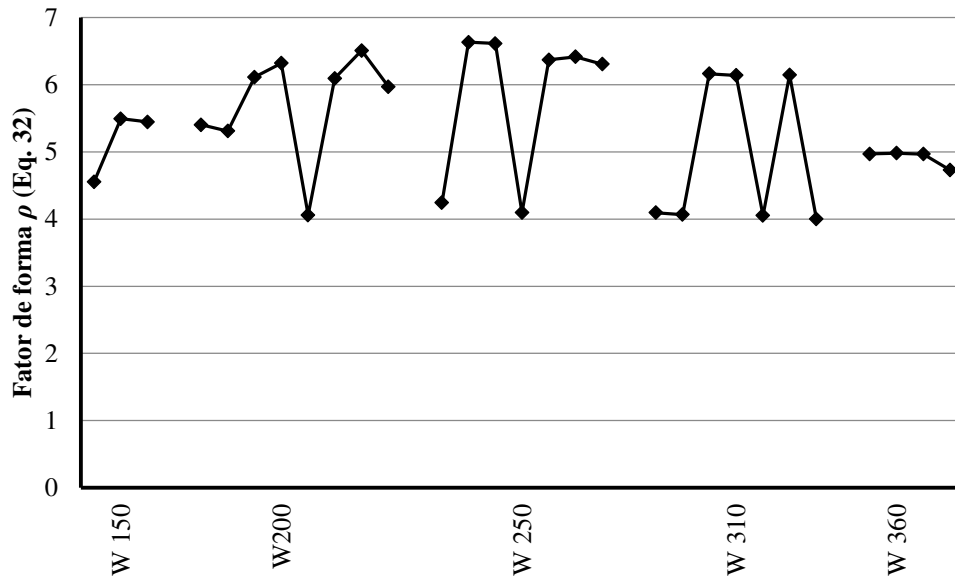
Dada a padronização dos perfis de aço existente, pode-se calcular os valores do fator de forma  $\rho$  dado pela Eq. (32) para todo um catálogo de perfis, para um mesmo padrão de castelação. Assumindo a taxa de expansão igual a 1,5, com aberturas do tipo Litzka e Anglo-Saxão, os valores do fator de forma para os perfis da Gerdau distribuem-se conforme exibido na Figura 64 para os perfis de viga, e na Figura 65 para os perfis de pilar (os pontos são ordenados segundo a massa linear dos perfis, aumentando da esquerda para a direita).

Figura 64 - Valores do fator de forma  $\rho$  (Eq. 32) para os perfis de viga (seções I) do catálogo analisado, considerando taxa de expansão igual a 1,5.



Fonte: O autor.

Figura 65 - Valores do fator de forma  $\rho$  (Eq. 32) para os perfis de pilares (seções H) do catálogo analisado, considerando taxa de expansão igual a 1,5.



Fonte: O autor.

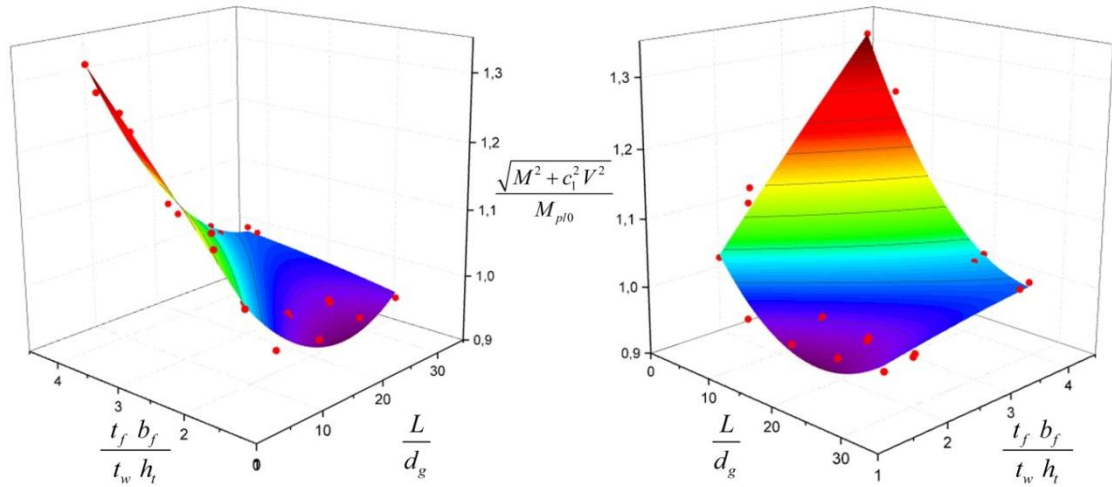
Dentre os perfis da Gerdau, o perfil com menor fator de forma é o W310x21,0. Este perfil foi um dos considerados nas simulações numéricas, tendo sido utilizado também nas análises para esbeltezes fictícias, conforme descrito em 3.4. Para esse perfil, o resultado mais desfavorável observado nas simulações numéricas foi inferior a 5% da resistência teórica. Constatou-se que essa pequena redução da capacidade resistente dos perfis com fator de forma  $\rho$  mais baixo dependem do padrão de castelação, sendo os resultados mais desfavoráveis relacionados ao padrão Litzka.

De qualquer forma, nos piores casos analisados, a redução da capacidade resistente para o modo de falha de FMP não superou 5%, uma diferença pequena, que pode facilmente ser controlada com um fator de segurança.

#### 4.7. Ajuste do modelo analítico para o caso de força concentrada

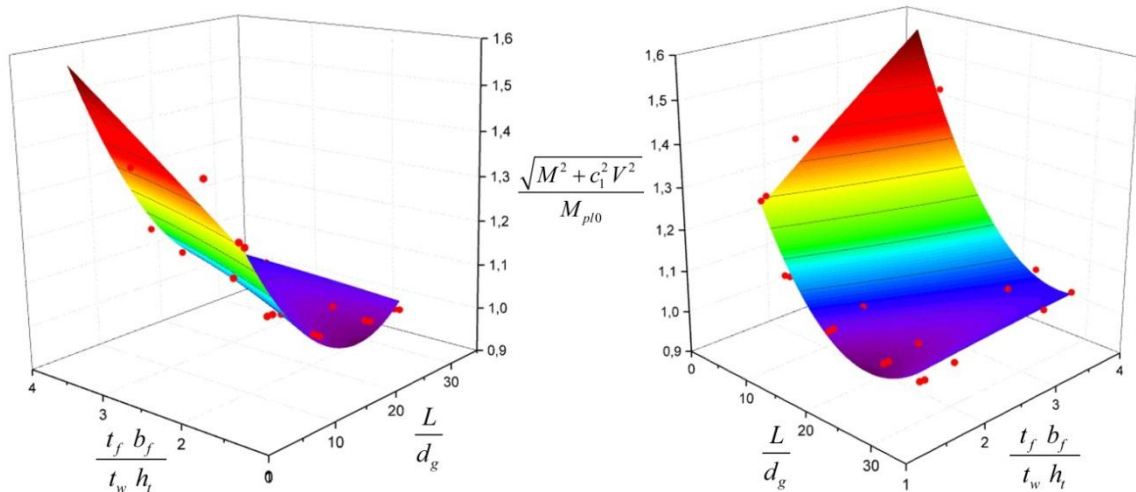
Com base nos resultados das verificações realizadas segundo o método analítico de Vieira, D. Z. (2015) para vigas sujeitas a carga concentrada no centro do vão e sua dependência de dois fatores – relação  $L/d_g$  e relação  $(t_f b_f)/(t_w h_t)$  – foram elaborados gráficos tridimensionais de dispersão dos resultados. De acordo com os pontos de dispersão, foi ajustada uma equação de regressão à superfície. Os gráficos de dispersão tridimensionais juntamente com as superfícies de regressão referentes aos valores obtidos para as vigas com padrão Litzka e Anglo-Saxão são exibidos na Figura 66 e na Figura 67, respectivamente.

Figura 66 - Gráfico 3D de dispersão dos valores obtidos nas análises de vigas padrão Litzka, com superfície de regressão ajustada.



Fonte: O autor.

Figura 67 - Gráfico 3D de dispersão dos valores obtidos nas análises de vigas padrão Anglo-Saxão, com superfície de regressão ajustada.



Fonte: O autor.

Para realizar o ajuste de uma superfície de regressão aos valores obtidos nas análises numéricas, foi utilizado o software OriginPro®. A equação de superfície escolhida para representar a superfície de regressão foi a Eq. (33), obtida do segundo grau completo do Triângulo de Pascal. O algoritmo de iteração utilizado foi a Regressão de Distância Ortogonal.

$$\omega = A_0 + A_1 x + A_2 y + A_3 x^2 + A_4 xy + A_5 y^2 \quad (33)$$

A regressão não linear de superfície foi realizada considerando a variável  $x$  correspondendo à relação  $L/d_g$ , a variável  $y$  correspondendo ao fator de forma  $\rho$  (Eq. 32) e o valor de  $z$  representando o resultado esperado para a verificação segundo o método de Vieira, D. Z. (2015). Substituindo-se esses parâmetros na Eq. (33), obtém-se a Eq. (34):

$$\omega = A_0 + A_1 \frac{L}{d_g} + A_2 \frac{t_f b_f}{t_w h_t} + A_3 \left( \frac{L}{d_g} \right)^2 + A_4 \frac{L}{d_g} \frac{t_f b_f}{t_w h_t} + A_5 \left( \frac{t_f b_f}{t_w h_t} \right)^2 \quad (34)$$

A Eq. (34) será referenciada daqui em diante como fator de ajuste  $\omega$ . Foram obtidos como parâmetros da Eq. (34) os valores da Tabela 23.

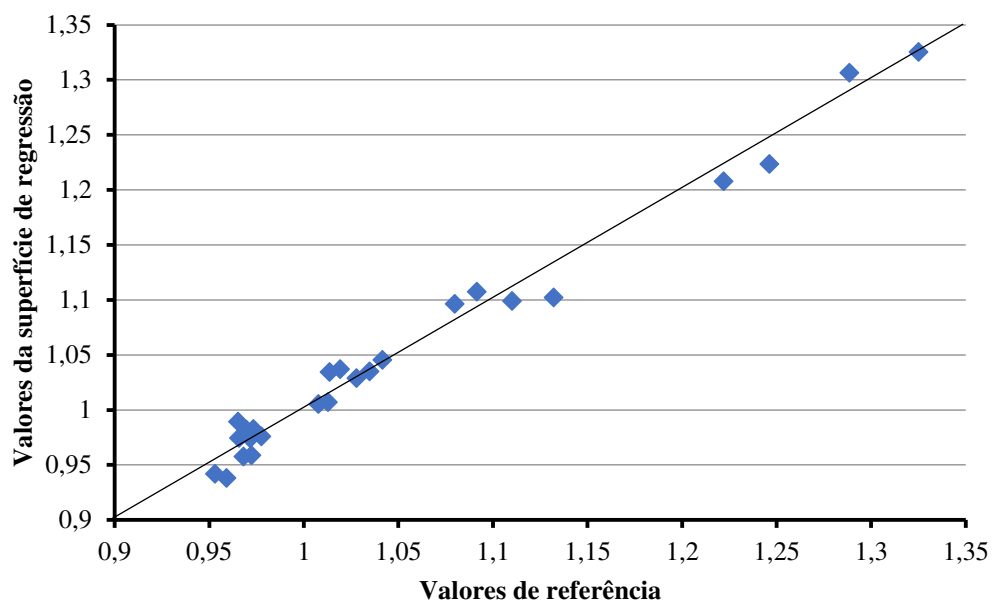
**Tabela 23 - Valores dos parâmetros da Eq. (34) para vigas com padrão de abertura Litzka e Anglo-Saxão.**

| Parâmetro      | Litzka   | Anglo-Saxão |
|----------------|----------|-------------|
|                | Valor    | Valor       |
| A <sub>0</sub> | 0,88585  | 1,14767     |
| A <sub>1</sub> | -0,01191 | -0,03452    |
| A <sub>2</sub> | 0,15472  | 0,18751     |
| A <sub>3</sub> | 0,00046  | 0,00097     |
| A <sub>4</sub> | -0,00432 | -0,00561    |
| A <sub>5</sub> | -0,00199 | -0,00166    |

Fonte: O autor.

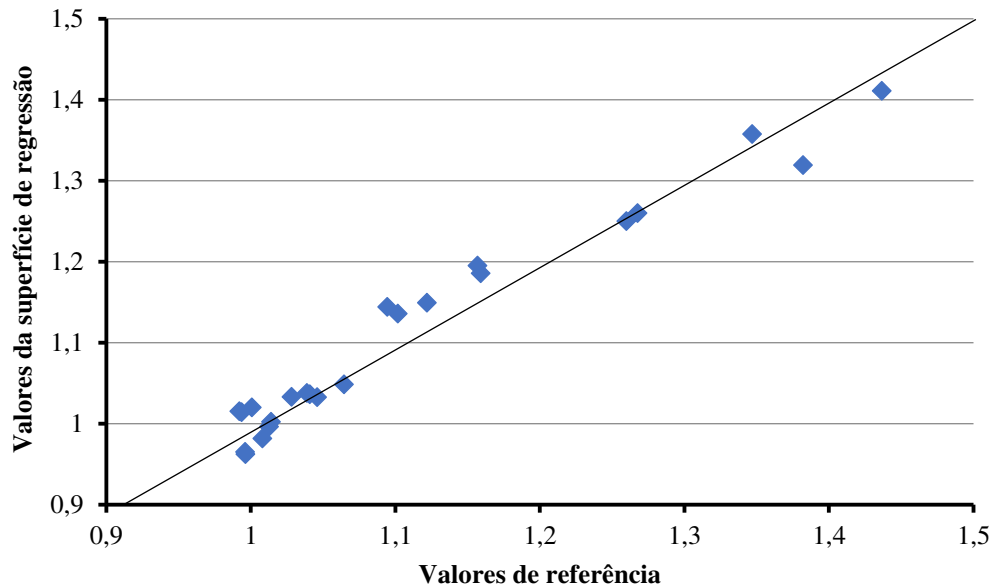
Para avaliar a qualidade da resposta da superfície de regressão não linear, é representada na Figura 68 e na Figura 69 a dispersão dos valores de referência para vigas com aberturas padrão Litzka e Anglo-Saxão, respectivamente, tomados a partir das taxas de solitação  $S_k/R_k$  e comparados com os valores do fator de ajuste  $\omega$  correspondentes. A linha diagonal dos gráficos da Figura 68 e da Figura 69 representa a reta que intercepta todos os pontos cuja ordenada e abcissa possuem o mesmo valor.

**Figura 68 - Gráfico de dispersão da comparação entre os valores de referência e os valores obtidos pelo fator de ajuste  $\omega$  para vigas com abertura padrão Litzka.**



Fonte: O autor.

Figura 69 - Gráfico de dispersão da comparação entre os valores de referência e os valores obtidos pelo fator de ajuste  $\omega$  para vigas com abertura padrão Anglo-Saxão.



Fonte: O autor.

Para avaliação quantitativa da qualidade da superfície de regressão, calcula-se o coeficiente de determinação,  $R^2$ , que mede o ajuste de um modelo estatístico aos valores de entrada. O coeficiente  $R^2$  é calculado segundo a Eq. (35), onde  $y_i$  é o valor de entrada,  $\bar{y}$  é a média dos valores de entrada e  $\hat{y}_i$  é o valor encontrado pela equação de regressão.

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2} \quad (35)$$

Para as vigas padrão Litzka, obteve-se  $R^2 = 0,982$ , enquanto para as vigas Anglo-Saxão obteve-se  $R^2 = 0,960$ . Os valores do coeficiente de determinação  $R^2$  calculados com a Eq. (35) confirmam o bom ajuste da superfície de regressão aos valores da taxa de solicitação  $S_k/R_k$ , que já havia sido observado na Figura 68 e na Figura 69.

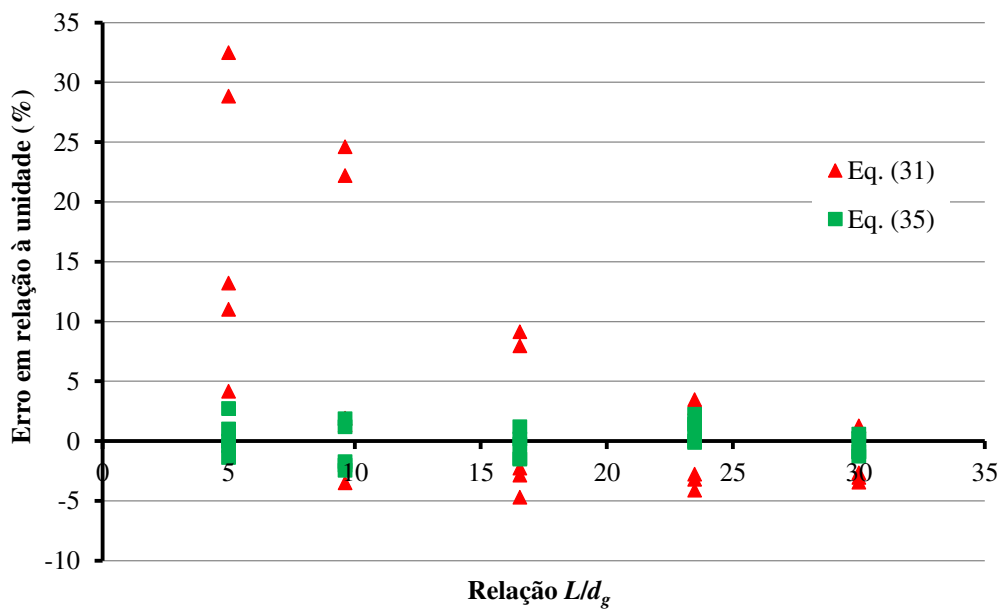
O fator de ajuste  $\omega$  considera a influência das relações geométricas  $L/d_g$  e  $(t_f b_f)/(t_w h_t)$  sobre a capacidade resistente à plastificação da viga castelada quando existe interação momento-cortante. O ajuste na equação original é realizado multiplicando o momento de plastificação  $M_{pl0}$  pelo valor do fator de ajuste  $\omega$ , dando ao modelo analítico a forma expressa na Eq. (35), sendo  $c_1$  dado pela Eq. (16).

$$\sqrt{M_{Sk}^2 + c_1^2 V_{Sk}^2} \leq \omega M_{pl0} \quad (35)$$

$$c_1 = \frac{\sqrt{3} y_0 y_a^2 A_t}{2I_t} \quad (16)$$

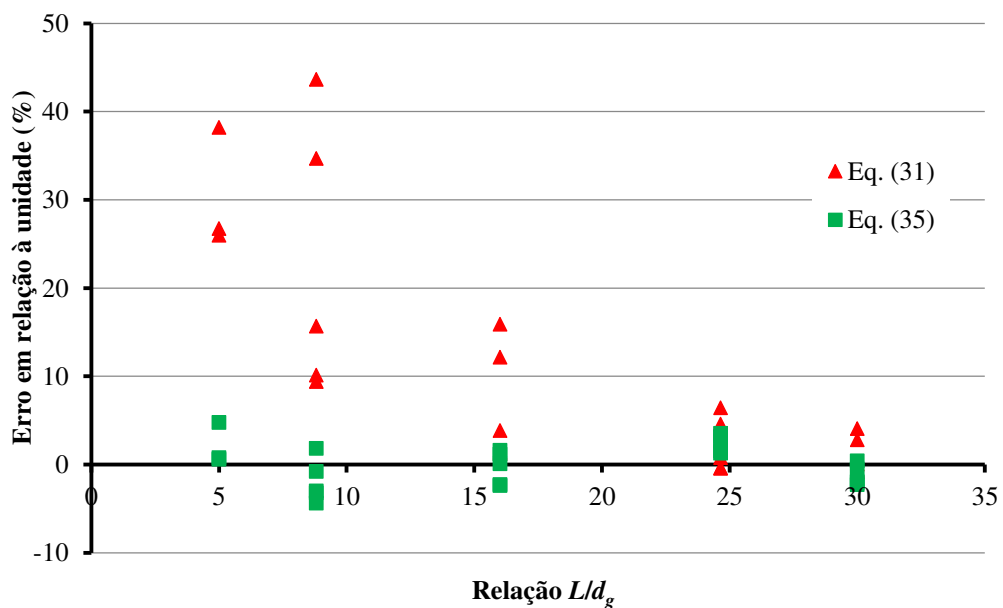
Para avaliar a qualidade do fator de ajuste  $\omega$  proposto, todos os valores obtidos nos modelos de elementos finitos foram recalculados utilizando a Eq. (35). A Figura 70 e a Figura 71 contêm gráficos relacionando o erro percentual do valor obtido na verificação segundo o método analítico de Vieira, D. Z. (2015) dado pela (Eq. 31) e o método analítico ajustado (Eq. 35) comparados com a relação  $L/d_g$ .

Figura 70 - Erro percentual em relação à unidade dos métodos analíticos, para perfis com padrão de abertura Litzka.



Fonte: O autor.

Figura 71 - Erro percentual em relação à unidade dos métodos analíticos, para perfis com padrão de abertura Anglo-Saxão.



Fonte: O autor.

Como se observa na Figura 70 e na Figura 71, o modelo de cálculo proposto neste trabalho, definido pela Eq. (35), apresenta de forma geral um erro inferior ao método analítico de Vieira, D. Z. (2015).

Conforme relatado em 4.3.5, devido aos casos em que as vigas apresentaram plastificação do montante de alma como modo de falha, não existiam pontos para o ajuste da superfície de regressão com fator de forma  $\rho$  e relação  $L/d_g$  condizentes com tais casos. Sendo assim, o fator de ajuste  $\omega$  não foi testado para vigas compactas (altos valores do fator de forma  $\rho$ ) com aberturas padrão Anglo-Saxão e relação  $L/d_g = 5$ .

Cabe ressaltar que: (a) o fator de ajuste  $\omega$  aplica-se somente para o caso de vigas biapoiadas submetidas exclusivamente a uma ou duas forças concentradas; (b) estimar a capacidade resistente de vigas casteladas sem considerar o fator de ajuste  $\omega$  é um procedimento conservador, em geral.

## 5. CONCLUSÕES

---

### 5.1. Considerações finais

Neste trabalho, foi investigada a capacidade de plastificação de vigas casteladas de aço sujeitas a flexão simples, visando testar a hipótese de que um deslizamento relativo entre os banzos superior e inferior da viga poderia fazer com que a viga não atingisse o momento de plastificação teórico. Essa hipótese foi testada a partir da simulação de 94 vigas casteladas por meio de análise não linear pelo Método dos Elementos Finitos com o auxílio do software ABAQUS, avaliando-se a influência de diversos fatores sobre o fenômeno da formação de mecanismo plástico, tais como a altura total do perfil, as esbeltezes da mesa e da alma, o comprimento do vão, a configuração do carregamento e a forma das aberturas.

O modelo numérico desenvolvido foi validado com resultados experimentais de outros autores, tendo os resultados numéricos apresentado muito boa concordância com os resultados experimentais, demonstrando que o modelo é capaz de reproduzir com boa aproximação o comportamento estrutural de um perfil alveolar de aço submetido à flexão.

Nos modelos solicitados por flexão pura, observou-se que, em todos os casos, os mesmos atingiram a totalidade do momento de plastificação, conforme previsto pelos modelos analíticos, com diferença inferior a 0,4%.

Nos modelos solicitados por carregamento uniformemente distribuído foi observada a ocorrência de mecanismo Vierendeel majoritariamente nas vigas curtas, enquanto nas vigas longas a falha ocorreu por plastificação dos tês, conforme esperado. No caso das vigas cujo modo de falha foi a plastificação dos tês, observou-se que o momento resistente último atingia o valor do momento de plastificação teórico, com diferença inferior a 4%. Nos casos das vigas curtas, que apresentaram falha por formação de mecanismo Vierendeel, observou-se que a Eq. (30) subestima a capacidade resistente da viga, e a diferença entre a resistência calculada e a obtida da análise numérica foi proporcional ao fator de forma  $\rho$  (Eq. 32).

Para as vigas solicitadas por força pontual, em que os alvéolos críticos eram sempre os mais próximos ao ponto de aplicação de força concentrada (maiores valores de força cortante e momento fletor simultaneamente), verificou-se uma variação considerável nos valores da relação entre a resistência numérica e a analítica, calculada com base na Eq. (31), sendo a diferença mais expressiva nas vigas mais curtas. Embora a variação dos resultados tenha sido grande, eles foram majoritariamente conservadores, com vigas atingindo valores resistentes 44% superiores aos calculados com o modelo analítico. Dos poucos modelos cuja resistência

obtida numericamente foi inferior à calculada com a Eq. (30), o modelo mais crítico apresentou resistência 4% inferior à analítica, uma diferença pequena que demonstra que o modelo analítico é capaz de estimar a capacidade resistente com boa aproximação. Foi estudado um fator de ajuste que, aplicado juntamente com a Eq. (30), possibilita estimar a capacidade de vigas curtas sob força concentrada com boa aproximação.

De acordo com os resultados obtidos, a limitação da capacidade resistente a  $0,9M_{p10}$  proposta por Bezerra (2011) e Abreu (2011) não se sustenta. Praticamente para todos os perfis analisados neste trabalho, os modelos atingiram 100% do momento de plastificação. Nos raros casos em que isto não ocorreu, a diferença foi irrelevante. Este fato também foi comprovado por Faria (2019), numa investigação realizada na mesma época que o presente trabalho. Não foram investigadas as razões pelas quais os modelos numéricos de Bezerra (2011) e Abreu (2011) não atingiam 100% da capacidade de plastificação para alguns perfis.

Na análise realizada, procurou-se cobrir toda a gama de seções de perfis I laminados usuais no mercado, bem como as situações de carregamento possíveis, de modo a verificar a performance da Eq. (30) sob as mais diversas condições. Os resultados obtidos demonstraram que o modelo analítico utilizado (Eq. 30) é capaz de estimar com boa aproximação a capacidade resistente de perfis alveolares para o modo de falha por FMP.

Verificou-se a existência de uma relação linear muito bem definida entre a taxa de solitação (Eq. 31) e o fator de forma  $\rho$  (Eq. 32). Esta relação linear apresentou resultados muito consistentes tanto para os perfis escolhidos do catálogo da Gerdau, quanto para os perfis fictícios propostos pelo autor.

Por fim, foi proposto um fator de ajuste para o método analítico de Vieira, D. Z. (2015). O fator de ajuste foi determinado por meio de uma regressão de superfície dos dados obtidos via MEF para as vigas sujeitas a força concentrada no centro do vão, tendo como variáveis a relação  $L/d_g$  e o fator de forma  $\rho$ . Dentro do espectro das variáveis avaliadas, o ajuste na equação levou a bons resultados, diminuindo de forma considerável a diferença entre a resistência estimada numericamente e a calculada com o modelo de cálculo proposto, permitindo assim um melhor aproveitamento do material.

## 5.2. Sugestões para estudos futuros

Como temas para estudos futuros, sugerem-se:

- investigar por que o modelo analítico utilizado para verificação da capacidade última (Eq. 30) produz resultados conservadores para as vigas curtas (com relação  $L/d_g < 20$ );

- avaliar os resultados produzidos pela Eq. (30) para vigas alveolares constituídas por perfis cujo fator de forma  $\rho$  dado pela Eq. (32) tenha valores inferiores aos estudados neste trabalho;
- determinar o fator de forma  $\rho$  limite para determinada relação  $L/d_g$ ;
- investigar a influência do fator de forma  $\rho$  na capacidade resistente de vigas curtas sujeitas a carregamento uniformemente distribuído;
- investigar uma formulação de cálculo da capacidade resistente de vigas alveolares para o modo de falha com acoplamento de FMP e EMJS;
- propor fatores de correção do método analítico de Vieira, D. Z. (2015) para vigas com aberturas padrão Peiner e vigas celulares, caso necessário.

## 6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

ABREU, L. M. P. **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2011.

ARCELORMITTAL. **ACB® and Angelina® beams – A new generation of beams with large web openings**. Luxemburgo, 2020.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800 - Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**. Rio de Janeiro, 2008.

BEZERRA, E. M. **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2011.

EN 1993-1-1. **Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings**. Comité Européen De Normalisation, Brussels, 2005.

CIMADEVILA, J. E.; GUTIÉRREZ, E. M.; RODRÍGUEZ, J. A. V. **Vigas Alveoladas**. A Coruna: Biblioteca Técnica Universitária, 2000.

CHUNG, K. F.; LIU, T. C. H.; KO, A. C. H. **Investigation on Vierendeel mechanism in steel means with circular web openings**. Journal of Constructional Steel Research 57, p. 467-490, 2001.

CHUNG, K. F.; LIU, C. H.; KO, A. C. H. **Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: an empirical design using a general moment-shear interaction curve**. Journal of Constructional Steel Research 59, p. 1177- 1200, 2003.

DARWIN, D. **Steel and Composite Beams With Web Openings**. American Institute of Steel Construction (AISC), 1990.

DELESQUES, R. **Le calcul des poutres ajourées**. Construction Métallique. n° 4-69, p. 41-51, 1969.

DEMIRDJIAN, S. **Stability of castellated beam webs**. Thesis (Master) - McGill University. Montreal, 1999.

ERDAL, F.; SAKA, M. P. **Ultimate load carrying capacity of optimally designed steel cellular beams**. Journal of Constructional Steel Research 80, p. 355-368, 2012.

FARIA, C. C. **Procedimentos para a determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas celulares de aço**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2019.

GALAMBOS, A. R.; HOSAIN, M. U.; SPEIRS, W. G. **Optimum expansion ratio of castellated steel beams**. Engineering Optimization 1, p. 213-225, 1975.

GERDAU. **Perfis estruturais Gerdau – tabela de bitolas**. Ouro Branco, 2017.

GRILO, L. **Formulação para determinação da força cortante resistente de flambagem do montante de alma em vigas celulares de aço**. Tese (doutorado) – Universidade Federal de Minas Gerais. Belo Horizonte, 2018.

GRÜNBAUER BV. **What are castellated beams?** Disponível em: <<http://grunbauer.nl/eng/wat.htm>>. Acesso em: 18 de novembro de 2018.

HALLEUX, P. **Limit analysis of castellated steel beams**. Acier-Stahl-Steel, 32, n° 3, p. 133-144, 1967.

HARPER, C.S. **Design in steel 4: Castellated & cellular beams**, British Steel Publications, 1994.

HOSAIN, M. U.; SPEIRS, W. G. **Experiments on castellated steel beams**. J. American Welding Society, Welding Research Supplement, 52:8, p. 329-342, 1973.

KERDAL, D.; NETHERCOT, D. A. **Failure modes for castellated beams**. Journal of Constructional Steel Research 4, p. 295-315, 1984.

LIU, T. C. H.; CHUNG, K. F. **Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: finite element investigation**. Journal of Constructional Steel Research 59, p. 1159-1176, 2003.

LLEONART, J. M. **Geometria de los perfiles alveolares**. Informes de La Construcción v. 40, p. 51-64, 1988.

OLIVEIRA, L. B. **Procedimentos para definição das características geométricas de vigas alveolares de aço para sistemas de piso e de cobertura**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2012.

PANEDPOJAMAN, P.; RONGRAM T. **Design equations for Vierendeel bending of steel beams with circular web openings**. Proceedings of the World Congress on Engineering 2014 Vol.II. Londres, U. K., 2014.

PANEDPOJAMAN, P.; THEPCHATRI, T.; LIMKATANYU, S. **Novel simplified equations for Vierendeel design of beams with (elongated) circular openings**. Journal of Constructional Steel Research 112, p. 10-21, 2015.

SAKIYAMA, E. K. H. **Estudo numérico-experimental da flambagem do montante de alma por cisalhamento em vigas casteladas soldadas**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2018.

SILVEIRA, E. G. **Avaliação do comportamento estrutural de vigas alveolares de aço com ênfase nos modos de colapso por plastificação**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2011.

SIMULIA. **Abaqus 6.12 Documentation**. Dassault Systems, Providence, RI, 2012.

TSAVDARIDIS, K. D.; D'MELLO, C. **Optimization of novel elliptically-based web opening shapes of perforated steel beams**. Journal of Constructional Steel Research 76, p. 39-53, 2012.

VALENTE, M. T. **Análise numérica do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço em situação de incêndio com ênfase nos modos de falha por plastificação**. Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2018.

VERÍSSIMO, G. S., PAES, J. L. R., FAKURY, R. H., RODRIGUES, F. C. **Estudo de vigas de aço alveolares fabricadas a partir de perfis laminados brasileiros**. Relatório de Pesquisa. Registro FAPEMIG: TEC-APQ-01429-08. Registro UFV: 30157258412. Outubro de 2010.

VIEIRA, W. B. **Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço com ênfase na flambagem do montante de alma**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2011.

VIEIRA, W. B. **Estudo numérico-experimental da flambagem do montante de alma em vigas casteladas de aço**. Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2015.

VIEIRA, D.Z. **Avaliação crítica de um modelo analítico para dimensionamento de vigas casteladas e aplicação ao projeto de um sistema de piso**. Trabalho final de curso. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2015.

WANG, P.; MA, Q.; WANG, X. **Investigation on Vierendeel mechanism failure of castellated steel beams with fillet corner web openings**. Engineering Structures 74, p. 44-51, 2014.

---

## 7. APÊNDICE

### PARÂMETROS DOS MODELOS NUMÉRICOS

Nas tabelas 24 a 27 são apresentados os parâmetros considerados em cada modelo numérico avaliado.

Tabela 24 - Parâmetros para os modelos submetidos a flexão pura.

| Série | Perfil    | Padrão de abertura | $L/d_g$ aproximado | Tipo de carregamento | Número total de alvéolos | Comprimento total | $L/d_g$ real |
|-------|-----------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------------|-------------------|--------------|
| W310  | W310x21,0 | Litzka             | 10                 | Flexão pura          | 8                        | 4373,805          | 9,623        |
|       |           |                    | 17                 | Flexão pura          | 14                       | 7522,945          | 16,552       |
|       |           |                    | 24                 | Flexão pura          | 22                       | 11721,797         | 25,791       |
|       |           | Anglo-Saxão        | 10                 | Flexão pura          | 13                       | 4329,870          | 9,527        |
|       |           |                    | 17                 | Flexão pura          | 23                       | 7602,270          | 16,727       |
|       |           |                    | 24                 | Flexão pura          | 34                       | 11201,910         | 24,647       |
|       | W310x28,3 | Litzka             | 10                 | Flexão pura          | 8                        | 4460,415          | 9,623        |
|       |           |                    | 17                 | Flexão pura          | 14                       | 7671,914          | 16,552       |
|       |           |                    | 24                 | Flexão pura          | 21                       | 11418,662         | 24,636       |
|       |           | Anglo-Saxão        | 10                 | Flexão pura          | 13                       | 4415,610          | 9,527        |
|       |           |                    | 17                 | Flexão pura          | 23                       | 7752,810          | 16,727       |
|       |           |                    | 24                 | Flexão pura          | 33                       | 11090,010         | 23,927       |
|       | W310x52,0 | Litzka             | 10                 | Flexão pura          | 8                        | 4575,895          | 9,623        |
|       |           |                    | 17                 | Flexão pura          | 14                       | 7870,539          | 16,552       |
|       |           |                    | 24                 | Flexão pura          | 21                       | 11714,291         | 24,636       |
|       |           | Anglo-Saxão        | 10                 | Flexão pura          | 13                       | 4529,930          | 9,527        |
|       |           |                    | 17                 | Flexão pura          | 23                       | 7953,530          | 16,727       |
|       |           |                    | 24                 | Flexão pura          | 34                       | 11719,490         | 24,647       |

Fonte: O autor.

Tabela 25 - Parâmetros para os modelos submetidos a carregamento uniformemente distribuído.

| Série | Perfil    | Padrão de abertura | $L/d_g$ aproximado | Tipo de carregamento         | Número total de alvéolos | Comprimento total | $L/d_g$ real |
|-------|-----------|--------------------|--------------------|------------------------------|--------------------------|-------------------|--------------|
| W310  | W310x21,0 | Litzka             | 10                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 8                        | 4373,805          | 9,623        |
|       |           |                    | 17                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 14                       | 7522,945          | 16,552       |
|       |           |                    | 24                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 22                       | 11721,797         | 25,791       |
|       |           | Anglo-Saxão        | 10                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 13                       | 4329,870          | 9,527        |
|       |           |                    | 17                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 23                       | 7602,270          | 16,727       |
|       |           |                    | 24                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 34                       | 11201,910         | 24,647       |
|       | W310x28,3 | Litzka             | 10                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 8                        | 4460,415          | 9,623        |
|       |           |                    | 17                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 14                       | 7671,914          | 16,552       |
|       |           |                    | 24                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 21                       | 11418,662         | 24,636       |
|       |           | Anglo-Saxão        | 10                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 13                       | 4415,610          | 9,527        |
|       |           |                    | 17                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 23                       | 7752,810          | 16,727       |
|       |           |                    | 24                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 33                       | 11090,010         | 23,927       |
|       | W310x52,0 | Litzka             | 10                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 8                        | 4575,895          | 9,623        |
|       |           |                    | 17                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 14                       | 7870,539          | 16,552       |
|       |           |                    | 24                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 21                       | 11714,291         | 24,636       |
|       |           | Anglo-Saxão        | 10                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 13                       | 4529,930          | 9,527        |
|       |           |                    | 17                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 23                       | 7953,530          | 16,727       |
|       |           |                    | 24                 | Carreg. Uniform. Distribuído | 34                       | 11719,490         | 24,647       |

Fonte: O autor.

Tabela 26 - Parâmetros para os modelos submetidos a carga pontual (parte 1).

| Série       | Perfil    | Padrão de abertura | $L/d_g$ aproximado | Tipo de carregamento | Número total de alvéolos | Comprimento total | $L/d_g$ real |
|-------------|-----------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------------|-------------------|--------------|
| W310        | W310x21,0 | Litzka             | 5                  | Carga pontual        | 4                        | 2272,500          | 5            |
|             |           |                    | 10                 | Carga pontual        | 8                        | 4373,805          | 9,623        |
|             |           |                    | 17                 | Carga pontual        | 14                       | 7522,945          | 16,552       |
|             |           |                    | 24                 | Carga pontual        | 20                       | 10672,084         | 23,481       |
|             |           |                    | 30                 | Carga pontual        | 24                       | 13635,000         | 30           |
|             |           | Anglo-Saxão        | 5                  | Carga pontual        | 6                        | 2272,500          | 5            |
|             |           |                    | 10                 | Carga pontual        | 12                       | 4002,630          | 8,807        |
|             |           |                    | 17                 | Carga pontual        | 22                       | 7275,030          | 16,007       |
|             |           |                    | 24                 | Carga pontual        | 34                       | 11201,910         | 24,647       |
|             |           |                    | 30                 | Carga pontual        | 40                       | 13635,000         | 30           |
|             | W310x28,3 | Litzka             | 5                  | Carga pontual        | 4                        | 2317,500          | 5            |
|             |           |                    | 10                 | Carga pontual        | 8                        | 4460,415          | 9,623        |
|             |           |                    | 17                 | Carga pontual        | 14                       | 7671,914          | 16,552       |
|             |           |                    | 24                 | Carga pontual        | 20                       | 10883,413         | 23,481       |
|             |           |                    | 30                 | Carga pontual        | 24                       | 13905,000         | 30           |
|             |           | Anglo-Saxão        | 5                  | Carga pontual        | 6                        | 2317,500          | 5            |
|             |           |                    | 10                 | Carga pontual        | 12                       | 4081,890          | 8,807        |
|             |           |                    | 17                 | Carga pontual        | 22                       | 7419,090          | 16,007       |
|             |           |                    | 24                 | Carga pontual        | 34                       | 11423,730         | 24,647       |
|             |           |                    | 30                 | Carga pontual        | 40                       | 13905,000         | 30           |
|             | W310x52,0 | Litzka             | 5                  | Carga pontual        | 4                        | 2377,500          | 5            |
|             |           |                    | 10                 | Carga pontual        | 8                        | 4575,895          | 9,623        |
|             |           |                    | 17                 | Carga pontual        | 14                       | 7870,539          | 16,552       |
|             |           |                    | 24                 | Carga pontual        | 20                       | 11165,184         | 23,481       |
| 30          |           |                    | Carga pontual      | 24                   | 14265,000                | 30                |              |
| Anglo-Saxão |           | 5                  | Carga pontual      | 6                    | 2377,500                 | 5                 |              |
|             |           | 10                 | Carga pontual      | 12                   | 4187,570                 | 8,807             |              |
|             |           | 17                 | Carga pontual      | 22                   | 7611,170                 | 16,007            |              |
|             |           | 24                 | Carga pontual      | 34                   | 11719,490                | 24,647            |              |
|             |           | 30                 | Carga pontual      | 40                   | 14265,000                | 30                |              |

Fonte: O autor.

Tabela 27 - Parâmetros para os modelos submetidos a carga pontual (parte 2).

| Série | Perfil     | Padrão de abertura | $L/d_g$ aproximado | Tipo de carregamento | Número total de alvéolos | Comprimento total | $L/d_g$ real |
|-------|------------|--------------------|--------------------|----------------------|--------------------------|-------------------|--------------|
| W250  | W250x44,8  | Litzka             | 5                  | Carga pontual        | 4                        | 1995,000          | 5            |
|       |            |                    | 10                 | Carga pontual        | 8                        | 3839,710          | 9,623        |
|       |            |                    | 17                 | Carga pontual        | 14                       | 6604,301          | 16,552       |
|       |            |                    | 24                 | Carga pontual        | 20                       | 9368,892          | 23,481       |
|       |            |                    | 30                 | Carga pontual        | 24                       | 11970,000         | 30           |
| W410  | W410x38,8  | Litzka             | 5                  | Carga pontual        | 4                        | 2992,500          | 5            |
|       |            |                    | 10                 | Carga pontual        | 8                        | 5759,565          | 9,623        |
|       |            |                    | 17                 | Carga pontual        | 14                       | 9906,452          | 16,552       |
|       |            |                    | 24                 | Carga pontual        | 20                       | 14053,339         | 23,481       |
|       |            |                    | 30                 | Carga pontual        | 24                       | 17955,000         | 30           |
| W530  | W530x66,0  | Anglo-Saxão        | 5                  | Carga pontual        | 6                        | 3937,500          | 5            |
|       |            |                    | 10                 | Carga pontual        | 12                       | 6935,250          | 8,807        |
|       |            |                    | 17                 | Carga pontual        | 22                       | 12605,250         | 16,007       |
|       |            |                    | 24                 | Carga pontual        | 34                       | 19409,250         | 24,647       |
|       |            |                    | 30                 | Carga pontual        | 40                       | 23625,000         | 30           |
| W610  | W610x174,0 | Anglo-Saxão        | 5                  | Carga pontual        | 6                        | 4620,000          | 5            |
|       |            |                    | 10                 | Carga pontual        | 12                       | 8137,360          | 8,807        |
|       |            |                    | 17                 | Carga pontual        | 22                       | 14790,160         | 16,007       |
|       |            |                    | 24                 | Carga pontual        | 34                       | 22773,520         | 24,647       |
|       |            |                    | 30                 | Carga pontual        | 40                       | 27720,000         | 30           |

Fonte: O autor.