

PATRÍCIA LÚCIO DOS SANTOS BORGES

**GEOMETRIA E ARTE: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO E
DA CRIATIVIDADE, UMA CONVERGÊNCIA POSSÍVEL**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

B732g
2023
Borges, Patrícia Lúcio dos Santos, 1995-
Geometria e arte: desenvolvimento do pensamento
geométrico e da criatividade, uma convergência possível /
Patrícia Lúcio dos Santos Borges. – Viçosa, MG, 2023.
1 dissertação eletrônica (114 f.): il. (algumas color.).

Inclui anexos.

Inclui apêndice.

Orientador: Marli Duffles Donato Moreira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Matemática, 2023.

Inclui bibliografia.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2023.540>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Matemática (Ensino fundamental) - Estudo e ensino.
2. Geometria na arte. 3. Geometria - Estudo e ensino.
4. Criatividade. I. Moreira, Marli Duffles Donato, 1960-
II. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de
Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação em
Ciências e Matemática. III. Título.

CDD 22. ed. 510.7


PATRÍCIA LÚCIO DOS SANTOS BORGES

GEOMETRIA E ARTE: DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO E DA CRIATIVIDADE, UMA CONVERGÊNCIA POSSÍVEL


Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 10 de abril de 2023.

Assentimento:

Documento assinado digitalmente
 PATRÍCIA LUCIO DOS SANTOS BORGES
Data: 11/09/2023 10:38:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Patrícia Lúcio dos Santos Borges
Autora

Documento assinado digitalmente
 MARLI DUFFLES DONATO MOREIRA
Data: 11/09/2023 14:09:31-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Marli Duffles Donato Moreira
Orientadora

AGRADECIMENTOS

Mais uma vez, completo uma etapa importante da minha vida, para dar início a um novo ciclo. Foi um período difícil, de incertezas e medos, mas que com as pessoas certas ao meu lado e muita persistência, chega ao fim com êxito. Hoje posso dizer que me orgulho do caminho que venho trilhando e das escolhas que tomei para chegar até aqui. Então agradeço, primeiramente, a Deus, que me conduziu até aqui. E também a todas as pessoas que de alguma forma contribuíram na minha caminhada.

Agradeço imensamente aos meus pais, Rosana e Marcelo, que apesar da distância física em alguns momentos, estiveram ao meu lado em todos os momentos desta jornada. Me proporcionando apoio e amor incondicional, acreditando no meu potencial e respeitando minhas limitações e meu tempo. Devo tudo que sou a vocês, obrigada por nunca medirem esforços para ver meu sucesso. Ao meu irmão Rodrigo, a quem sempre tive imensa admiração e amor, agradeço por ser inspiração desde sempre. Agradeço pelas nossas conversas e por sempre tentar me incentivar a ser mais forte e resistente.

Agradeço às minhas avós, Olinda e Naide, que ficam em minha memória, num lugar especial e único, com a lembrança do amor que me proporcionaram a cada encontro, cada abraço e a cada palavra. Espero conseguir orgulhar vocês. Ao meu avô, Zuca, meu eterno agradecimento por tudo que você representou em minha vida, obrigada por acreditar em mim.

Um agradecimento especial a minha avó Naide, por sempre acreditar que eu poderia ser muito mais, por me receber sempre com palavras de amor e exaltação. Eu jamais esquecerei cada palavra que foi dita, e todo amor que eu senti durante minha vida ao seu lado. Sua voz vive em mim, me lembrando o quanto eu mereço o melhor.

Agradeço ao Pablo, por estar ao meu lado nessa caminhada, sempre com muita paciência, calma e amor. Por ser meu parceiro nos momentos de felicidade e ainda mais nos momentos difíceis. Obrigada por me ajudar a crescer e a ser uma pessoa melhor.

Às minhas irmãs de alma, que fazem parte da minha história, Dani e Lulu. Aquelas que me ensinaram o real significado de amizade. Vocês são a família que eu escolhi e me orgulho disso. Obrigada pela rede de apoio e por ser meu porto seguro.

Aos meus amigos, em especial, Aline, Angela, Denis, Jaci, Lucas, Matheus, Nivaldo e Paula, que sem eles, eu não teria chegado até aqui. Obrigada por me ouvirem, apoiarem e me acolherem da forma mais leve e bonita possível. Agradeço também, aos amigos que se fizeram presentes durante minha vida, que torceram e acreditaram em mim em cada etapa.

À minha orientadora, Marli, só tenho gratidão e admiração. Se não fosse ela, me incentivando desde a graduação e acreditando que sou capaz, nada disso teria acontecido. Obrigada por todas conversas de incentivo, por me ajudar a acreditar em mim e por respeitar o meu tempo. Você é minha inspiração como profissional e como mulher.

Agradeço também, a Universidade Federal de Viçosa, pela oportunidade de mais uma formação, pela excelência de ensino e por me proporcionar vivências incríveis e muito crescimento profissional e pessoal. Obrigada também, a todos funcionários que fazem seu trabalho com excelência, para que a universidade funcione da melhor forma possível, o trabalho de vocês é essencial.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Por fim, eu gostaria de agradecer novamente a Deus pelo dom da vida, por me possibilitar mais uma vez a realização de um sonho e me dar forças para conquistá-lo. Agradeço também, por tudo que me proporcionou, pela minha família e por me rodear de pessoas incríveis que fazem da minha caminhada mais leve.

“Pintar é um estrondoso choque de mundos opostos predestinados a criar juntos, na luta e a partir dela, um novo mundo que se chama obra.”

Wassily KANDINSKY

RESUMO

BORGES, Patrícia Lúcio dos Santos, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, abril de 2023. **Geometria e Arte: desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade, uma convergência possível.** Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira.

O objetivo desta pesquisa é investigar as potencialidades de atividades artísticas no contexto do ensino da matemática para o desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade dos alunos. É de extrema importância, no cenário mundial em que vivemos, o estudante se reconhecer em seu contexto histórico e cultural, ser crítico, reflexivo e criativo. E, para isso, este trabalho constrói-se a partir do enfoque pedagógico da Geometria e Arte, utilizando materiais visuais, incentivando o aluno a ser o próprio autor de seu conhecimento, desenvolvendo a autonomia e o trabalho colaborativo. Foram realizadas sete oficinas com alunos do Ensino Fundamental - Anos Finais, de uma escola pública de Minas Gerais. Os dados desta pesquisa, de natureza exploratória e de abordagem qualitativa, foram coletados a partir de diário de campo, registros produzidos pelos alunos e entrevistas. Foram realizadas, também, atividades avaliativas de acordo com o Modelo de Van Hiele e Testes de Criatividade Matemática. Os resultados apontaram que a arte traz contribuições relevantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico e criativo dos estudantes. Como parte deste estudo apresento, em anexo, um produto educacional destinado a professores da educação básica na forma de caderno didático.

Palavras-chave: Educação Matemática. Ensino Fundamental - Anos Finais. Van Hiele. Criatividade. Pensamento geométrico.

ABSTRACT

BORGES, Patrícia Lúcio dos Santos, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, April, 2023. **Geometry and Art: development of geometric thinking and creativity, a possible convergence.** Adviser: Marli Duffles Donato Moreira.

The aim of this research is to investigate the potential of artistic activities in the context of teaching mathematics for the development of geometric thinking and creativity of the students. It is extremely important, in the world scenario in which we live, for students to recognize themselves in their historical and cultural context, to be critical, reflective and creative. And, for that, this work is built from the pedagogical approach of Geometry and Art, using visual materials, encouraging the student to be the author of his own knowledge, developing autonomy and collaborative work. Seven workshops were held with students from Elementary School - Final Years, from a public school in Minas Gerais. The data of this research, of exploratory nature and of qualitative approach, were collected from field diary, records produced by the students and interviews. Evaluative activities were also carried out according to the Van Hiele Model and Mathematical Creativity Tests. The results showed that art brings relevant contributions to the development of students' geometric and creative thinking. As part of this study, I present, in annex, an educational product aimed at basic education teachers in the form of a didactic notebook.

Keywords: Mathematics Education. Elementary School - Final Years. Van Hiele. Creativity. Geometric thinking.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Cidade Velha (1902)	30
Figura 2 Composição VIII (1923)	31
Figura 3: Composição X (1939)	31
Figura 4: Amarelo-Vermelho-Azul (1925)	34
Figura 5: Quadrados com círculos concêntricos (1913)	35
Figura 6: Delicada Tensão (1923)	44
Figura 7: Padlet criado no primeiro encontro	45
Figura 8: Desenhos dos participantes	46
Figura 9: Montanha azul (1908)	50
Figura 10: Complexo-Simples (1939)	51
Figura 11: Movimento I (1935)	52
Figura 12: Pequeno mundo II (1922)	52
Figura 13: Desenhos dos alunos utilizando a técnica do pontilhismo	53
Figura 14: Respostas do questionário de avaliação das oficinas	55
Figura 15: Divisões feitas por <i>A</i>	58
Figura 16: Divisões feitas por <i>G</i>	58
Figura 17: Divisões feitas por <i>J</i>	59
Figura 18: Divisões feitas por <i>T</i>	59
Figura 19: Atividade de <i>A</i>	60
Figura 20: Atividade de <i>G</i>	60
Figura 21: Atividade de <i>J</i>	60
Figura 22: Atividade de <i>T</i>	61
Figura 23: Desenhos feitos pelos participantes	64
Figura 24: Mural de artes	65
Figura 25: Desenho ilustrativo do desafio	66
Figura 26: Recado de <i>A</i>	67
Figura 27: Recado de <i>J</i>	67
Figura 28: Recado de <i>G</i>	67

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Subdivisões dos tipos de linhas.	33
Quadro 2: Organização das oficinas	41
Quadro 3: Resultado Teste de Van Hiele - inicial	43
Quadro 4: Questões propostas pelos participantes	47
Quadro 5: Questões propostas no formulário	55
Quadro 6: Resultado Teste de Van Hiele - final	62
Quadro 7: Questões propostas sobre a obra “Amarelo vermelho azul”	63
Quadro 8: Resultado Teste de Van Hiele - comparativo	70
Quadro 9: Categorias de questões elaboradas	72
Quadro 10: Fluência, flexibilidade e originalidade de cada participante	73
Quadro 11: Categorias das produções	74
Quadro 12: Fluência, flexibilidade e originalidade atividade de divisão de área	75

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO	11
1.1	Minha experiência	11
1.2	O problema do ensino de Matemática, especificamente da Geometria	13
1.3	Questão da pesquisa	15
1.4	Objetivos do trabalho	15
2.	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	19
2.1.	Teoria de Van Hiele: desenvolvimento do pensamento geométrico	19
2.2.	Desenvolvimento da criatividade	22
2.3.	Arte como recurso pedagógico para o ensino da geometria	24
2.4.	Enculturação matemática	26
3.	A GEOMETRIA NA OBRA DE KANDINSKY	29
3.1.	Wassily Kandinsky: Abstracionismo, a liberdade da arte	29
3.2.	A geometria presente nas obras de Kandinsky	32
4.	METODOLOGIA	36
5.	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	40
5.1.	Oficina 1: Arte abstrata	42
5.2.	Oficina 2: Criatividade	45
5.3.	Oficina 3: Ponto e Reta	49
5.4.	Oficina 4: Reta e ângulos	53
5.5.	Oficina 5: Polígonos e Plano	56
5.6.	Oficina 6: Área e Perímetro	57
5.7.	Oficina 7: Exposição Artística e encerramento	61
6.	RESULTADOS	68
6.1.	Desenvolvimento do pensamento geométrico	68
6.2.	Desenvolvimento da criatividade matemática	71
7.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	77
	REFERÊNCIAS	80
	ANEXOS	83

1. INTRODUÇÃO

1.1 Minha experiência

Minha primeira experiência com a matemática foi no Ensino Fundamental - Anos Iniciais. Eu estudava em uma escola da rede de ensino SESI, em Timóteo, Minas Gerais. Pelo que me lembro, nessa etapa, as atividades relacionadas à matemática, em sua maioria, eram propostas através de exercícios lúdicos, que prendiam a atenção dos alunos e nos envolviam com bastante afetividade positiva. Em casa, sempre tive muito incentivo de meus pais nessa área; meu pai por ter um amor à matemática e, minha mãe, por ter passado dificuldade com a disciplina, não queriam que eu e meu irmão sentíssemos a aversão que minha mãe sentiu desde criança. Com isso, meus pais sempre incentivaram brincadeiras e jogos que envolviam matemática e ciências em geral, fazendo com que desde cedo eu me apegasse muito a essa ciência.

No Ensino Fundamental - Anos Finais, as coisas começaram a mudar. Passei a frequentar uma escola maior, em que as aulas, em geral, eram dadas de forma tradicional e ali começavam a aparecer dificuldades na aprendizagem da matemática. O que me ajudou a não desanimar, nessa época, e, posteriormente, foi o incentivo dos meus pais com jogos científicos e conversas animadas sobre o assunto. Por ter desenvolvido esse sentimento bom em relação à matemática, sempre gostei de estudar e me esforçava bastante para entender os conteúdos apresentados na escola. Sempre que podia, ajudava meus colegas de sala a estudar para as provas e fazer as tarefas, principalmente quando o assunto era geometria, algo que eu tinha bastante facilidade na época.

Concluí o Ensino Médio no Colégio São Francisco Xavier, em Ipatinga, uma cidade vizinha à minha, com uma distância aproximada de 20 quilômetros. Nessa época, eu ficava na escola das 7 às 19 horas. Pela manhã, cursava o ensino regular e, à tarde, participava do cursinho pré-vestibular. Nos tempos livres, dava aula particular de matemática para meus colegas. Foi quando percebi o meu gosto para lecionar. Naqueles momentos, me sentia bem em perceber que podia auxiliar alguém a entender melhor os conteúdos matemáticos. No terceiro ano do ensino médio, ainda não tinha convicção do curso que escolheria profissionalmente. Tinha

dúvidas entre Engenharia Civil, por ser a área que meu pai dava aulas na faculdade da região, e Matemática, pelo meu gosto desde a infância e por gostar da ideia de ser professora.

Enfim, em 2013, fui aprovada para o curso de Matemática na Universidade Federal de Viçosa e, por mais que gostasse de lecionar, escolhi a modalidade bacharelado, pois, quando caloura, foi o que escutava ser o melhor a fazer. Como ainda não entendia direito a diferença entre as modalidades bacharelado e licenciatura, fiz a opção pelo que ouvia dizer. Um ano depois, surgiu a oportunidade de participar do PIBID (Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência) mas, para isso, teria que trocar o curso para a licenciatura. Conversei com alguns professores e decidi tentar e foi através desse programa que se fortaleceu o meu amor pela docência.

Durante a graduação, passei dificuldades em algumas matérias e diversas vezes pensei em desistir. O curso de matemática exige muito do aluno. Neste período, participei de projetos como o Programa de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID), Olimpíada Viçosense de Matemática (OVM), Programa de Iniciação Científica Jr. (PIC-OBMEP), e também de congressos, simpósios, cursos de aperfeiçoamento, seminários, palestras que contribuíram para minha formação e que me fizeram sentir motivada a continuar no curso para seguir na profissão docente.

Participei do PIBID por três anos e, através dele, pude desenvolver vários projetos com metodologias diferenciadas para o ensino. Desde meu primeiro ano no programa, reparei que uma das maiores dificuldades dos alunos era aprender geometria. Então, com a ajuda da professora que acompanhava na escola, fiz meu primeiro projeto que relacionava Geometria, Arte e Natureza. Pudemos perceber que os alunos começaram a construir significado para os conteúdos estudados, e a participação dos estudantes, em geral, melhorou bastante. Desenvolvi, também, um projeto de iniciação científica em uma escola pública municipal de Viçosa. Neste projeto, eu e um colega de curso realizamos o trabalho *Geometria dos meus olhos* que consistia em ensinar a geometria através da arte. Nesse projeto, aplicamos, inicialmente, um teste para avaliar o nível do conhecimento geométrico dos alunos. Percebemos, então, os conceitos da Geometria em que havia maiores dificuldades. A partir disso, começamos a realizar atividades diferenciadas utilizando a Arte para

ensinar os conteúdos geométricos. No final do projeto, percebemos que os alunos conseguiram entender melhor a matéria e passaram a gostar mais das aulas de matemática. Então, percebi que a dificuldade dos alunos na aprendizagem de geometria estava ligada à metodologia utilizada para ensinar em sala de aula.

Após a graduação, decidi continuar minha qualificação profissional ingressando no Mestrado em Educação em Ciências e Matemática e prosseguir a minha pesquisa no ensino da geometria em articulação com a arte.

1.2 O problema do ensino da Matemática, especificamente, da Geometria

A matemática é de extrema importância e valor para o desenvolvimento social, tecnológico e cultural da sociedade contemporânea e, desta forma, a apropriação de seus conceitos é um direito e necessidade de todos, desempenhando um papel fundamental na educação escolar.

No entanto, apesar do reconhecimento da relevância de seu papel social, o ensino da matemática tem se mostrado insuficiente para grande parte dos estudantes, e não tem alcançado o objetivo quanto ao seu desenvolvimento intelectual. O que acontece nas salas de aula é um ensino mecânico e repetitivo, que faz pouco sentido para os estudantes, tornando a matemática cada vez mais distante e mais abstrata.

Este problema no ensino da matemática ocorre há muitos anos, segundo Ponte (1994, p. 3) “O que se passa na aula de Matemática resulta num jogo sem qualquer sentido para os alunos”. Assim, o ensino da matemática tem provocado exclusão, não abrangendo todos os estudantes. Segundo Moreira (2016, p. 23), “o currículo escolar da escola básica tem sido desenhado a partir da necessidade de formar matemáticos e outros profissionais da área das ciências exatas”, tornando o ensino da disciplina mecanizado e impessoal. Não contempla todos os alunos, gerando uma afetividade negativa e um desinteresse por parte dos alunos em aprender matemática, por não fazer sentido para eles.

De fato, segundo dados do Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) de 2018, o Brasil está estagnado no desempenho educacional por quase uma década, sendo a matemática seu quadro mais crítico: apenas 32%

dos estudantes brasileiros que realizaram a prova atingiram o nível mínimo de desempenho na disciplina.

Em se tratando do ensino da geometria, este tem sido um tópico de preocupação nas últimas décadas. Apesar de, por muito tempo, a Geometria ter ocupado lugar de destaque para o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e formação intelectual das pessoas instruídas, a partir do século XX, com o Movimento da Matemática Moderna, o ensino da matemática passou por modificações. O Movimento da Matemática Moderna teve como ideia central, segundo Pavanello (1993), adaptar o ensino da matemática às novas concepções surgidas nesta ciência. Foram lançados os primeiros livros didáticos de matemática escritos de acordo com a nova orientação, em que está presente a preocupação com as estruturas algébricas e com ênfase na linguagem dos conjuntos.

Segundo Lorenzato (1995), apesar da proposta da Matemática Moderna de algebrizar a geometria não ter dado certo no Brasil, ela conseguiu eliminar o modelo anterior, criando lacunas nas práticas pedagógicas.

O que se tem percebido é que os alunos têm uma grande dificuldade na aprendizagem da geometria, e alguns dos motivos para essa defasagem é a falta de associação da matemática a outras áreas de conhecimento nas aulas, tornando o conteúdo de mais difícil compreensão. Além disso, o fato de que, muitas vezes, o ensino da geometria é deixado de lado também pelos professores.

Para Pavanello (1993), o ensino da geometria tem sido deixado de lado pelas últimas décadas, sendo essa uma situação mundial. Esse abandono não ocorreu por não ser importante na formação do aluno. O abandono do ensino da geometria é uma tendência geral que foi acentuada após a publicação da Lei 5692/71 (BRASIL, 1971), que concedia às escolas o poder de decisão sobre as disciplinas lecionadas.

Segundo Lorenzato (1995), existem duas razões principais para que o ensino da Geometria fosse relegado a segundo plano. Um deles é a exagerada importância desempenhada pelo livro didático, que normalmente trazia os conteúdos de geometria nos últimos capítulos, aumentando a chance de não dar tempo de ser estudado. Além da forma como os livros apresentavam a geometria como um conjunto de propriedades, nomes e fórmulas, sem nenhum vínculo com outras áreas

de conhecimento, consequência do Movimento da Matemática Moderna. A outra razão é o fato de muitos professores não terem o conhecimento necessário para ensinar geometria e afirmarem não se sentirem seguros na apresentação de tais conteúdos, fazendo com que muitos adiem a apresentação de tópicos geométricos.

As mudanças propostas pelo Movimento da Matemática Moderna não tiveram uma preparação adequada no Brasil no sentido das transformações curriculares sugeridas. Desta forma, muitos professores deixaram de incluir a geometria em seus planos de ensino (MOREIRA, 2010, p.2).

Visto isso, é necessário o uso de estratégias pedagógicas para reverter esse quadro, de forma a envolver os estudantes na aprendizagem de geometria, dando espaço ao diálogo entre professor-aluno e conteúdo-aluno, com intenção de melhorar a compreensão dos conteúdos geométricos e favorecer a autonomia intelectual e o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo do aluno.

1.3 Questão da pesquisa

Esse trabalho se propõe a investigar quais as contribuições da Arte no ensino da Geometria para alunos do Ensino Fundamental ano finais. Buscamos responder à seguinte pergunta:

Que contribuições a arte pode trazer ao ensino da geometria, para o desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade matemática dos estudantes da escola básica?

1.4 Objetivos do trabalho

Esta pesquisa busca utilizar a arte para o ensino da geometria e para o desenvolvimento do pensamento criativo, através de uma abordagem mais humanizada e contextualizada do ensino. Pretendemos ensinar a matemática de maneira não tecnicista, através de metodologias diferenciadas para favorecer a uma aprendizagem com sentido e significado, instigando e incentivando o pensamento criativo e autônomo dos alunos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é um documento de caráter normativo que norteia o que deve ser ensinado aos alunos ao longo da Educação Básica, assegurando seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, de acordo

com o Plano Nacional de Educação (PNE). A BNCC (2018) sugere contextualizar os conteúdos curriculares, apresentando os mesmos de forma a torná-los significativos, com base na realidade e tempo nos quais os aprendizados estão situados, não necessariamente contexto do cotidiano, mas também de outras áreas do conhecimento, através da interdisciplinaridade, e da própria história da Matemática.

O ensino de geometria pode ir muito além de provas, problemas e enunciados, dando espaço para a interdisciplinaridade. Ensinar matemática tem a ver, também, com oportunizar a apropriação de seus objetos de forma crítica, e quem sabe, possibilitar que os docentes através de novos recursos experimentem metodologias alternativas.

É necessário dar significado aos conceitos matemáticos quando direcionados para o ensino, procurando trazê-los, sempre que possível, para o contexto social dos alunos. Assim, a apropriação dos conceitos por parte dos estudantes, possibilitará que os mesmos atribuam “ressignificados” ao que foi aprendido e produzir, quem sabe, espaços para uma matemática crítica, em que haja diálogo entre professor-aluno, conteúdo-aluno e matemática-meio social.

De acordo com Lorenzato (2006), a criança realiza suas primeiras experiências quando vê, olha e manuseia com a ajuda da linguagem, mas principalmente com a ajuda da percepção espacial ao seu redor, iniciando suas descobertas, ao identificar uma figura pelo formato, de forma mais interativa. Assim percebe-se a importância de instigar a criança a construir, tocar, dando mais significado ao ensino e aprendizagem da geometria.

Diante disso, esse trabalho tem como objetivo geral investigar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos do Ensino Fundamental - Anos Finais a partir de uma abordagem artística, utilizando obras que têm nas formas geométricas a principal característica, dando ao aluno autonomia para “criar” sua própria matemática.

Além do desenvolvimento do pensamento geométrico, acreditamos que a Arte, aliada com a Geometria, pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento criativo dos estudantes. A criatividade é uma habilidade que, nos

últimos tempos, vem sendo mais discutida quanto à sua importância no desenvolvimento do ser humano na atualidade. Conforme a BNCC (2018, p.14),

No novo cenário mundial, reconhecer-se em seu contexto histórico e cultural, comunicar-se, ser criativo, analítico-crítico, participativo, aberto ao novo, colaborativo, resiliente, produtivo e responsável requer muito mais do que o acúmulo de informações. Requer o desenvolvimento de competências para aprender a aprender, saber lidar com a informação cada vez mais disponível, atuar com discernimento e responsabilidade nos contextos das culturas digitais, aplicar conhecimentos para resolver problemas, ter autonomia para tomar decisões, ser proativo para identificar os dados de uma situação e buscar soluções, conviver e aprender com as diferenças e as diversidades.

O desenvolvimento da criatividade gera no aluno mais autoconfiança e interesse pelo conteúdo, sem contar que a criatividade é uma habilidade indiscutivelmente importante para o progresso humano e uma ferramenta que auxilia na resolução de problemas em todas áreas da atividade humana (GONTIJO, 2019; ALENCAR, 1990).

Ao trabalhar com esse enfoque pedagógico, interligando Geometria e Arte, com materiais visuais e incentivando o estudante a ser autor de seu conhecimento, também pretende-se desenvolver a autonomia do aluno, o trabalho colaborativo entre a turma, tornando a matemática, especificamente a geometria, um objeto de estudo mais próximo e interessante.

Este estudo também pretendeu desenvolver um produto educacional com as atividades realizadas nas oficinas que possa ser utilizado por professores do Ensino Fundamental - Anos Finais.

Para responder à questão proposta na pesquisa, procuramos alcançar os seguintes objetivos específicos:

- 1) Descrever os procedimentos metodológicos utilizados nas oficinas, as atividades e explicações realizadas durante os encontros com os alunos do Ensino Fundamental - Anos Finais de uma escola pública de Minas Gerais.
- 2) Analisar a receptividade e interesse dos participantes em relação às atividades propostas.

- 3) Analisar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos a partir da participação nas oficinas.
- 4) Analisar o desenvolvimento do pensamento criativo dos alunos a partir da participação nas oficinas.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, descrevo os referenciais teóricos utilizados para a elaboração da proposta didática apoiada em quatro perspectivas: (2.1) A Teoria do Desenvolvimento do Pensamento Geométrico de Van Hiele; (2.2) Desenvolvimento da Criatividade; (2.3) A Arte como recurso pedagógico; e (2.4) Enculturação Matemática de Bishop. Discorro sobre cada uma destas perspectivas teóricas a partir de sua adequabilidade para a realização da pesquisa.

2.1 Teoria de Van Hiele: desenvolvimento do pensamento geométrico

O Modelo de Van Hiele foi desenvolvido pelo casal de professores holandeses, Dina van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, a partir das dificuldades que seus alunos apresentavam no aprendizado de geometria. Seus trabalhos investigavam o desenvolvimento do pensamento geométrico e seus resultados começaram a ser publicados em 1957. Porém, Dina morreu após a publicação de seus trabalhos iniciais, sendo assim, Pierre desenvolveu a teoria (MOREIRA, 2010).

O modelo de Van Hiele foi prontamente adotado pela União Soviética, que reformulou seu currículo de geometria nos anos 60. Apenas após Hans Freudenthal, orientador dos Van Hiele, publicar seu livro “Mathematics as an Educational Task”, em 1973, chamando a atenção sobre o trabalho do casal, é que o modelo ficou conhecido em outros países. Em 1974, o modelo foi apresentado pela primeira vez no continente americano, pelo professor, Izaak Wirszup, em um encontro anual do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM).

Segundo Lopes e Nasser (2004), o modelo de van Hiele sugere que a principal razão para as dificuldades na aprendizagem de geometria é que muitas vezes o nível de pensamento geométrico dos alunos e o conteúdo apresentado pelos professores não se encontram alinhados.

Dessa forma, cabe aos professores uma avaliação de seus alunos e uma melhor seleção das atividades que se enquadram no nível de desenvolvimento do pensamento geométrico dos mesmos para que possam progredir nos níveis de raciocínio geométrico. Assim, o modelo apresenta um instrumento de avaliação do

nível de pensamento geométrico do aluno e um caminho para amenizar as dificuldades do processo de ensino. Atribui destaque ao papel do professor no processo de ensino e de aprendizagem.

Van Hiele identificou algumas características que o Modelo deve seguir, como forma de um roteiro quanto à metodologia a ser aplicada (MOREIRA, 2010):

- 1 - Ordem: o progresso do aluno segue uma ordem invariável, ou seja, para o aluno passar para o nível seguinte precisa ter passado pelos anteriores, não sendo possível o aluno saltar níveis;
- 2 - Adjacência: o que era essencial a um nível não será mais nos níveis seguintes;
- 3 - Distinção: cada nível possui seus próprios símbolos linguísticos e seu próprio sistema de relações conectando esses símbolos;
- 4 - Separação: duas pessoas em níveis diferentes não se entendem.

O modelo é dividido em cinco níveis (de 0 a 4) de pensamento da compreensão geométrica dos alunos, como consta a seguir (LOPES; NASSER, 2004):

Nível 0 – Visualização: Os alunos entendem as figuras globalmente, ou seja, as figuras são entendidas por sua aparência, mas ainda não são capazes de explicá-las claramente por suas propriedades. Os objetos de pensamento são as formas e como se apresentam. O aluno pode aprender o vocabulário geométrico, reproduzir as figuras, identificar formas etc.

Nível 1 – Análise: Os alunos são capazes de reconhecer as propriedades das figuras, como as características que as definem. Porém ainda não especificam inter-relações entre figuras ou propriedades.

Nível 2 – Classificação: Os alunos são capazes de classificar as figuras por suas propriedades, mas ainda não trabalham em um sistema matemático formal. Os alunos começam a pensar, por exemplo, nas condições necessárias para que um quadrilátero seja um quadrado.

Nível 3 – Dedução: Os alunos entendem a geometria como um sistema dedutivo, começam a trabalhar com declarações abstratas e tirar conclusões mais na lógica do que na intuição. Raciocinam formalmente no contexto de um sistema matemático completo. Nesse nível, um aluno já pode construir provas e percebe a possibilidade de desenvolver uma prova de mais de uma forma.

Nível 4 – Rigor: Nesse nível os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para geometria com alto grau de rigor, comparam sistemas baseados em diferentes axiomas, as geometrias não-euclidianas podem ser entendidas.

Esta teoria de ensino sugere que um aluno que está em um nível de desenvolvimento do pensamento geométrico não consegue compreender o conteúdo de níveis à frente do seu sem que antes passe por todo o desenvolvimento dos níveis intermediários. A passagem de um nível para outro não se dá naturalmente, sendo essa a explicação para a questão que muitos alunos não alcançam os níveis mais avançados de pensamento geométrico. É necessária uma intervenção pedagógica apropriada do professor. Além disso, segundo Van Hiele, o crescimento etário não induz automaticamente ao crescimento dos níveis de pensamento geométrico.

Segundo Freudenthal (1971), a matéria não pode ser bem assimilada e não fica retida na memória por muito tempo, caso o ensinamento ocorra a um nível acima ao do estudante. O professor deve possibilitar aos alunos que construam caminhos para a resolução de problemas desde seu início, sem apresentar ideias prontas.

Para Serrazina (1996), o teste descreve um modelo de aprendizagem com uma visão global, no sentido de que as figuras e propriedades não são abstrações isoladas; gradual, pois considera que o pensamento geométrico é construído gradualmente; e construtivo, que pressupõe que o aluno deverá construir seus próprios conceitos. O modelo constitui numa teoria do ensino e da aprendizagem de geometria, com uma abordagem cognitiva e pedagógica destacando o papel do professor no processo de ensino e de aprendizagem de Geometria, para primeiramente identificar o nível de aprendizagem dos alunos, e posteriormente definir os tópicos e a maneira como seriam abordados.

Para progredir de nível, Van Hiele identificou cinco fases de aprendizagem que é necessário que o aluno experimente:

A primeira fase é de **informação** sobre os objetos de estudo. A seguir, na fase de **orientação dirigida**, os estudantes exploram o tópico de estudo através de atividades que o professor selecionou e ordenou cuidadosamente. Na fase de **explicação**, os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas que foram observadas. Já na fase de **orientação livre**, os alunos procuram soluções próprias para as tarefas mais complicadas. Finalmente, na fase de **integração**, o aluno revê e resume o que aprendeu, formando uma visão geral do

sistema de objetos e relação do nível atingido. (NASSER; TINOCO, 2006, p. 80)

Nesta pesquisa utilizamos o Modelo de Van Hiele com os alunos participantes, identificando o nível de pensamento geométrico dos mesmos para abordar os conteúdos desenvolvidos nas oficinas realizadas.

2.2 Desenvolvimento da criatividade

Diariamente lidamos com situações que exigem a utilização da habilidade criativa e, em todos os momentos da história, a criatividade foi fundamental para promover o progresso humano. Em um mundo em que vivemos em constante mudança e incerteza, a criatividade é de grande importância para a sobrevivência e adaptação, para lidar com os desafios sociais, econômicos, tecnológicos, fornecendo condições para que os indivíduos apresentem soluções inovadoras tanto para problemas pessoais quanto sociais.

A criatividade, por muitos anos, foi uma habilidade pouco valorizada, de forma que a padronização das coisas foi aumentando. Além disso, por muito tempo, foi vista como uma característica inata ou característica apenas dos chamados gênios da humanidade, porém “estudos empíricos têm contribuído com novas formas de enxergar a criatividade e apresentam concepções que superam as visões dominantes no senso comum” (GONTIJO, 2019, p. 20). Dessa forma, as pesquisas vêm discutindo de que forma pode ser desenvolvida e estimulada a criatividade.

Segundo Gontijo (2019), nos últimos tempos, as políticas educacionais de diversos países têm incluído nos currículos, além do ensino dos conhecimentos científicos, o ensino de outros tipos de saberes que contribuem para o desenvolvimento das capacidades humanas, assim como a criatividade. No Brasil, a BNCC (2018) também faz referência ao ensino da criatividade no ensino básico em suas competências gerais para educação básica.

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas. (p. 9)

No âmbito escolar é muito comum que se desconsidere as capacidades criativas dos alunos ao transmitir um conhecimento já pronto, de forma mecânica e oferecendo pouco espaço para autonomia e criatividade por parte dos estudantes. Porém o desenvolvimento dessa competência é de reconhecida importância para o desenvolvimento dos alunos para que se tornem pessoas com maior capacidade de apresentar soluções inovadoras para os problemas encontrados nos diversos contextos em que se inserem.

Para atender a essas demandas, o trabalho da escola deve ser mais do que apenas transmitir conhecimentos; as escolas devem implementar estratégias e ações que estimulem o potencial criativo, trabalhando a motivação interna dos alunos, ensinando maneiras de utilizar esses conhecimentos de forma mais crítica e criativa: “[...] a criatividade necessita não apenas de iluminação e de inspiração; ela necessita também de muito trabalho, treino prolongado, atitude criativa, padrões perfeccionistas.” (WECHSLER, 1998, p. 26).

São muitos os conceitos e definições de criatividade, enfatizando diferentes aspectos mas, nesse trabalho, utilizaremos a definição de Gontijo (2006):

Na matemática a criatividade é a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que essas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns. Esta capacidade pode ser empregada tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos, seja textualmente, numericamente, graficamente ou na forma de uma sequência de ações. (p. 4)

Alencar (1990) também descreve a criatividade matemática como sendo a união de quatro características principais:

A capacidade criativa em Matemática também deve ser caracterizada pela abundância ou quantidade de ideias diferentes produzidas sobre um mesmo assunto (fluência), pela capacidade de alterar o pensamento ou conceber diferentes categorias de respostas (flexibilidade), por apresentar respostas infrequentes ou incomuns (originalidade) e por apresentar grande quantidade de detalhes em uma ideia (elaboração). Assim, para estimular o desenvolvimento da criatividade, deve-se criar um clima que permita aos alunos

apresentar fluência, flexibilidade, originalidade e elaboração em seus trabalhos (ALENCAR, 1990, apud GONTIJO, 2020, p. 155).

Fleith (2002) apresenta algumas sugestões de estratégias a serem assumidas pelo professor para que este favoreça o processo criativo:

(a) Dar ao aluno oportunidades de escolha (...); (b) ajudar ao aluno a lidar com o erro (...); (c) valorizar produtos e ideias criativas; (d) prover oportunidades para que o aluno se consciencialize do seu potencial criativo (...); (e) cultivar o senso de humor na sala de aula; (f) apresentar indivíduos criativos como modelos; (g) ser acessível ao aluno fora de sala de aula; (h) ressaltar os pontos fortes do aluno; (i) prover oportunidades para o aluno obter conhecimento pessoal acerca das suas habilidades, interesses e estilos de aprendizagem; (j) fornecer ao aluno feedback informativo sobre o seu desempenho; (l) expor o aluno a diversas áreas do conhecimento, estilos de ensino e formas de avaliação; (m) encorajar o aluno a registrar suas ideias; (n) compartilhar experiências pessoais relacionadas ao conteúdo ministrado; (o) criar um espaço para a divulgação do trabalho do aluno no contexto escolar e extraescolar; e (p) considerar os comentários e sugestões dos alunos. (FLEITH, 2002, p. 34, apud OLIVEIRA; ALBURQUERQUE; GONTIJO, 2012)

Dessa forma, o professor deve oportunizar que os alunos desenvolvam sua fluência, flexibilidade e originalidade, fazendo da sala de aula um ambiente em que os alunos possam se sentir confortáveis para questionar e ousar em suas hipóteses de resolução de problemas e se expressar sem medo. Algumas características que favorecem a criatividade nas escolas, segundo Gontijo (2007), são as realizações de atividades centradas nos interesses dos alunos. Deve-se manter um alto nível de interação entre professor e alunos, desenvolver vários tipos de estratégias de aprendizagem para que assim os estudantes possam escolher sua própria estratégia e manter participação ativa nas atividades propostas.

2.3 Arte como recurso pedagógico para o ensino de geometria

A Arte e a Matemática se fazem presentes na história desde os primórdios da humanidade. Na pré-história, manifestações culturais e matemáticas são apresentadas em pinturas rupestres que indicam contagens, e desenhos nas paredes que possivelmente representam histórias sobre o cotidiano e narrativas míticas sobre suas crenças. Em períodos mais recentes da história, podemos

constatar pinturas de telas e esculturas que utilizam, mesmo que de forma implícita, a matemática, ao vermos o uso das proporções, da razão áurea e as simetrias.

A matemática e a arte nunca estiveram em campos antagônicos, pois desde sempre caminharam juntas, aliando razão e sensibilidade. Na verdade, podemos observar a influência mútua de uma sobre a outra desde os primeiros registros históricos de ambas. As duas áreas sempre estiveram intimamente ligadas, desde as civilizações mais antigas, e são inúmeros os exemplos de sua interação. (KAUFMAN & NUNES, 2015, p. 20-21)

Desta forma, a utilização da arte no ensino da geometria tem como objetivo desenvolver uma abordagem pedagógica mais humanística e o desenvolvimento da criatividade. A matemática, apesar de se fazer presente na sociedade, percebida assumidamente como essencial ao desenvolvimento, e ser parte do funcionamento da civilização ocidental, e uma ciência aplicável na física, nas engenharias e em outras áreas, é trabalhada na escola de forma tecnicista e descontextualizada, muito teórica. Sendo assim, o ensino da matemática requer metodologias diferenciadas para alcançar os alunos de maneira efetiva para uma aprendizagem significativa: “[...] trazer a “realidade” para os alunos de matemática possibilita dar significados aos conteúdos matemáticos e, com isso, promover o interesse dos alunos para sua aprendizagem [...]” (KNIJNIK & DUARTE, 2009, p. 881).

A principal tarefa de um educador deve ser preparar as novas gerações para o mundo em que terão de viver. Proporcionar-lhes um ensino competente/eficiente, para que adquiram as destrezas e as habilidades necessárias para seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade. (KAUFMAN & NUNES, 2015, p. 10)

Segundo Kaufman e Nunes (2015), a educação tradicional tem se baseado na repetição de modelos, memorização e formalismo exagerados, com pouquíssimo espaço para a criatividade, desenvolvimento do raciocínio, descoberta, sensibilidade, intuição, visualização e a percepção, associando o ensino e aprendizagem mais a sofrimento e repetição do que a prazer e criação.

A geometria tem a característica de ser perceptível no meio social, nas formas das cidades, na natureza, construções etc. Aliá-la às atividades artísticas e lúdicas pode tornar ainda mais instigante a aprendizagem, visto que tal abordagem favorece a interdisciplinaridade. Desta forma, trabalhar com este enfoque pedagógico,

utilizando a arte como base, permite ao aluno experimentar a matemática de forma mais significativa.

A arte não é apenas básica, mas fundamental na educação de um país que se desenvolve [...]. Não é possível uma educação intelectual, formal ou informal, sem a arte, porque é impossível o desenvolvimento do pensamento divergente, do pensamento visual e do conhecimento presentacional que caracterizam a arte. Se pretendemos uma educação não apenas intelectual, mas principalmente humanizadora, a necessidade da arte é ainda mais crucial para desenvolver a percepção e a imaginação, para capturar a realidade circundante e desenvolver a capacidade criadora necessárias à modificação desta realidade. (BARBOSA, 1991, p. 4-5, apud KAUFMAN & NUNES, 2015, p. 16)

Assim sendo, trabalhar a geometria a partir da arte de um artista que tem nas formas geométricas a principal marca de suas obras, incentivando produções artísticas, trazendo o conteúdo para o contexto social do aluno, dando autonomia para o estudante recriar a matemática através de suas obras, auxilia na ressignificação e melhor compreensão dos conteúdos estudados, além de favorecer o desenvolvimento do pensamento crítico, criativo, a sensibilidade e a autonomia intelectual.

2.4 Enculturação matemática

A enculturação matemática é, segundo Bishop (1991), um processo de envolvimento dos alunos com a cultura matemática com a apropriação dos objetos matemáticos construídos ao longo dos tempos:

As interações também variam de acordo com as diferenças de personalidade e interesses das crianças. Não existem duas crianças idênticas e, portanto, as maneiras como interagem serão diferentes. Como resultado, duas pessoas nunca desenvolverão uma concepção idêntica de sua cultura compartilhada. A aprendizagem cultural é, portanto, um ato de re-criação por parte de cada pessoa. Cada jovem e cada nova geração de jovens re-cria os símbolos e valores culturais de sua cultura, “vive” e os validam em sua vida, e depois, se envolve com a próxima geração que, por sua vez, re-cria, redefine, e portanto, os “re-vive”. (BISHOP, 1991, p. 88, *tradução nossa*)

Dessa forma, a partir da premissa de que todos os estudantes são diferentes, cada um com suas particularidades, cada um se apropria dos conceitos matemáticos

de acordo com seu interesse e da sua própria maneira, dando a tais conceitos o devido valor individual num processo de re-criação daquele objeto matemático.

Bishop propõe o ensino da matemática sob uma perspectiva cultural e inclusiva, transferindo o foco para o desenvolvimento dos alunos e para a apropriação da forma matemática de interagir com mundo, considerando o interesse individual de cada aluno, na contramão do formato tradicional e excludente do ensino da matemática.

A educação matemática não deve encorajar somente a atividade matemática, mas também oferecer as experiências de reflexão sobre a matemática. Além disso, um treinamento matemático pode certamente beneficiar aqueles que têm sucesso, o que educacionalmente ele oferece aos que não têm? Aqueles que não se tornaram matemáticos profissionais não precisam de treinamento matemático, mas eles precisam de educação matemática que, em uma democracia, os empodera a entender e, no final das contas, a avaliar as atividades dos matemáticos em todas as esferas da vida. Competência sem perspectiva reflexiva não é educação. (BISHOP, 2008, p. 157, apud MOREIRA, 2016, *tradução nossa*)

A matemática deve ser percebida como um conhecimento gerado culturalmente, em que as diferenças culturais e sociais devem ser respeitadas e valorizadas. Assim, Bishop (1991) critica a uniformização do ensino da matemática. A proposta de Bishop é que os alunos sejam envolvidos pela forma matemática de olhar e compreender o mundo à sua volta.

Segundo o autor, não há dois estudantes iguais, dessa forma, mesmo que a mensagem enviada seja a mesma, a mensagem recebida nunca será igual pois são receptores diferentes. É o indivíduo que aprende e produz o significado da mensagem recebida, sendo assim, a personalidade e meio social de cada um interfere no significado da mensagem recebida, ou seja, o desenvolvimento de cada aluno se dá a partir de uma experiência única.

Talvez pareça estranho, ou ao menos desnecessário, ter um “nível” social chamado indivíduo, mas acho mais importante reconhecer que, ao ver a educação matemática como um processo social, é o indivíduo que negocia, integra e faz o sentido dos diferentes valores das mensagens existentes. A criança não chega à escola como um recipiente vazio, ou nem mesmo com nada a oferecer para o sistema educacional. (BISHOP, 1991, p. 15, *tradução nossa*)

Para Bishop (1991), a matemática é uma ciência pancultural, ou seja, está presente na história de diferentes civilizações. Há registros históricos de diferentes tipos de sistemas de medição, numeração, geometrias, que foram sendo criadas a partir das necessidades e das tecnologias presentes naquele contexto e sociedade e que foi se estendendo por diferentes grupos sociais.

No entanto, Bishop defende que o acervo matemático que temos hoje, advindo de um fenômeno pancultural, convergência de várias culturas de diferentes civilizações, foram originados de seis atividades universais, sendo elas: contagem, localização, medição, desenho, jogo e explicação. E tais atividades continuam, ainda hoje, dando origem a novos conceitos matemáticos.

O currículo matemático escolar deve favorecer o desenvolvimento pleno dos alunos, sendo assim, para Bishop (1991), essas seis atividades devem fazer parte do currículo escolar de matemática, destacando o papel dos professores como os principais responsáveis de enculturação matemática de seus estudantes.

Neste sentido, as oficinas foram construídas para que os alunos tivessem a oportunidade de desenvolver atividades matemáticas, especificamente, o desenho, mas também a contagem e a explicação.

3 A GEOMETRIA NA OBRA DE KANDINSKY

Neste capítulo, descrevo brevemente sobre quem foi o artista Wassily Kandinsky. Discorro sobre sua vida, sua ligação com a arte, e a geometria presente em seus trabalhos.

3.1 Wassily Kandinsky: Abstracionismo, a liberdade da arte

Wassily Kandinsky, pioneiro do movimento Abstracionista, foi um dos maiores pintores do século XX. Fez parte, ao lado de Piet Mondrian e Kazimir Malevich do chamado “trio sagrado da abstração”.

Kandinsky nasceu em Moscou, Rússia, no dia 5 de dezembro de 1866. Devido à separação de seus pais, passou grande parte de sua infância em Odessa, na Ucrânia, sendo educado por sua tia. Quando criança, amava pintar, sendo inspirado pelo pôr do sol e a intensidade das cores de Moscou.

Apesar de sua formação no curso de Direito pela Universidade de Moscou, onde também lecionou entre 1886 e 1896, demonstrou grande interesse e inclinação para as Artes. Em 1895, durante uma exposição de pintores impressionistas franceses, ficou deslumbrado com as obras de Claude Monet. Em 1896, mudou-se para Munique, Alemanha, com sua então esposa Anya Chimiakin, para se dedicar ao estudo da pintura, na Academia de Arte de Munique. No começo de sua carreira artística, Kandinsky deu preferência pela pintura de paisagens ao ar livre, fundindo cores e formas, mostrando nitidamente sua influência do movimento pós-impressionista (Figura 1).

Figura 1: Cidade Velha (1902)



Fonte: <https://www.wikiart.org>¹

Segundo Hylla Rebay (1946), algo mágico aconteceu em um entardecer, em que Kandinsky via apenas os valores das formas e suas cores, não reconhecendo o “objeto” pintado; dessa forma ficou preso não somente na beleza, mas também na fluidez de sua pintura. Levou aproximadamente dois anos para concretizar sua descoberta, mas ainda assim, usava objetos como inspiração para a organização das formas e valores como elemento estrutural, já dominando as abstrações.

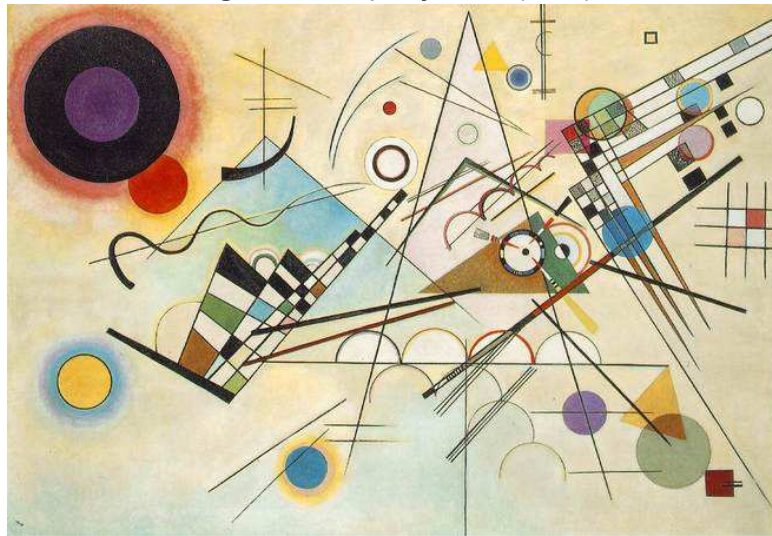
Wassily Kandinsky se aproxima, então, de outros pintores, iniciando seus experimentos na pintura, se inspirando nas decorações do folclore bávaro e russo, com cores intensas e muitas formas. Ajuda a fundar a associação de artistas “A Falange”, em busca da luta pela nova arte, questionando a arte tradicional.

A partir daí suas telas começam a perder definições e contornos figurativos, transparecendo toques musicais e salientando as tendências abstratas, com caráter emotivo (Figura 2). Kandinsky era um homem místico e religioso, amante das teorias metafísicas e utilizava as interações entre a música e as artes plásticas como ferramenta criativa. Acreditava numa arte inovadora que trouxesse valores internos:

Uma notação deve ser encontrada para este tipo de poesia que mostre a linha do tom exatamente como a notação o faz na música. A questão da possibilidade e dos limites da poesia abstrata é complicada. Deve-se apenas mencionar aqui que a arte abstrata deve contar com uma forma mais precisa do que a arte representativa, e que a pura questão da forma é no primeiro caso essencial e, no segundo, muitas vezes imaterial. Eu discuti essa mesma diferença em relação ao uso do ponto. Como já foi dito acima, o ponto é o silêncio. (KANDINSKY, 1926, p. 101, *tradução nossa*)

¹<https://www.wikiart.org/pt/wassily-kandinsky/all-works#!#filterName=all-paintings-chronologically,resultType:masonry>

Figura 2: Composição VIII (1923)



Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

Kandinsky publica o livro “A Espiritualidade da Arte” sobre sua teoria das cores e a influência psicológica causada por elas, obra que causa impacto no universo artístico. Ele se tornou um dos pioneiros mais atacados, e apesar disso, manteve-se firme em suas convicções, apesar de toda crença tradicional contrária às suas ideias.

Figura 3: Composição X (1939)



Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

Kandinsky estudou a dimensão do espaço aberto em contraste com o valor das cores e a extensão das formas, assim como a direção da reta e a intensidade do

ponto. Também escreveu sobre as teorias e técnicas elementares que utilizava em suas obras.

O pintor não precisa mais exibir um limão para pintar a beleza de um amarelo intenso; ou procurar o céu para contrastá-lo com o adorável azul; nem deve, em qualquer parte, caçar motivos terrenos antes de ter permissão para pintar. À vontade, ele agora pode organizar formas e cores no branco virgem, pureza estética de um determinado espaço, que é sua tela; de modo a enriquecer sua beleza sem perturbar seu encanto, ele agora está livre para seguir uma evolução superior além da pretensão de faz-de-conta. (REBAY, 1946, p. 10, *tradução nossa*)

Com a Primeira Guerra Mundial, Kandinsky deixa a Alemanha. Em 1921, volta à Alemanha, e recebe o convite para lecionar em Bauhaus, escola alemã de design, arte e arquitetura, onde ficou até seu fechamento pelo governo nazista em 1933. Em 1933, depois de ter sido acusado de pintar uma obra imprópria, foi declarado “artista degenerado” e toda sua produção entre 1926 e 1933 desapareceu. Após o fechamento de Bauhaus, muda-se com sua mulher para a França, onde permaneceu até sua morte em 1944.

3.2 A geometria presente nas obras de Kandinsky

Kandinsky é um artista com um grande conjunto de obras. Uma de suas características mais marcantes é a utilização de objetos geométricos nas suas composições. A partir dos elementos geométricos e suas ressonâncias interiores, Kandinsky produz suas obras para que cada observador possa, de forma única, absorver e interiorizar a obra.

No final do século XIX, a humanidade vivia em um período em que a ciência se encontrava em crise, a partir da Teoria de Relatividade de Einstein, se concluiu que “não existe uma simultaneidade universal dos acontecimentos e sim simultaneidades relativas” (DE MORAES, 2020, p. 4). Desta forma, o mundo absoluto no qual buscavam criar a partir da ciência, se viu abalado.

Assim como a ciência, a pintura para Kandinsky reivindica o poder de descobrir e descrever o universo microscópico e o macroscópico com suas leis matemáticas e formas abstratas, por meio de uma analogia com o sensível objetivado, não na sua representação conceitual, mas sim, na linguagem formal da pintura abstrata (MENON, 2014, p. 134).

Kandinsky utilizava de objetos geométricos para a representação de emoções e sentimentos, sendo que a arte é aberta para diversas interpretações, de acordo com o observador.

A perspectiva do artista seria a construção de uma geometria que pudesse dar emoção ao quadro, sendo capaz de criar impactos. Nesse sentido, Kandinsky vê em elementos básicos da construção do espaço matemático (ponto, linha e plano) uma possibilidade de retirar a descrição direta do que é visto e criar uma nova forma de olhar a realidade. Um real que acontece pelos sentimentos. (MORAES, 2020, p. 46)

Para o artista, o ponto é como o zero, o início e o silêncio, que “esconde diferentes propriedades ‘humanas’” (KANDINSKY, 1926, p. 25).

Já a linha, é filha do ponto, “é o rastro do ponto em movimento [...]. Produz-se aqui o salto do estático para o dinâmico” (KANDINSKY, 1926, p. 57) e o círculo representa a neutralidade, uma força consciente de si mesma. A linha possui suas subdivisões, de acordo com sua forma, sendo que cada tipo, possui um significado interior ao ser humano (Quadro 1).

Quadro 1: Subdivisões dos tipos de linhas.

Tipologia de Linha	Ressonância Interior
Reta Horizontal	Calma e imobilidade
Reta Vertical	Silêncio e estagnação
Reta Diagonal	Expressividade e dinamismo
Retas Livres	Desequilíbrio
Reta Angular Aguda	Ansiedade
Reta Angular reta	Precisão
Reta Angular obtusa	Temor
Retas Quebradas Complicadas	Instabilidade
Curva simples	Neutralidade
Linhas onduladas	Conforme a predominância da força específica que se encontra em cada linha.
Linhas combinadas	

Fonte: Retirado de (DE MORAES, 2020, p.58)

E o plano é a “superfície material destinada a suportar o conteúdo da obra” (KANDINSKY, 1926, p. 115), e apresenta força sobre os elementos primários. Pode trazer o equilíbrio (no plano quadrado), ou uma tensão subjetiva (em planos de formatos diferentes do quadrado).

Dentre as obras deste artista, selecionamos algumas para as oficinas, de forma que fosse possível a utilização das mesmas nas atividades, a partir dos conceitos geométricos e da arte de Kandinsky.

Para o estudo de retas e polígonos, utilizamos a obra Amarelo-Vermelho-Azul (Figura 4): Pintura a óleo, feita com cores primárias, em que o lado esquerdo é composto por linhas retas e quebradas, retângulos e quadrados, e, o lado direito, composto por linhas curvas e círculos. Representando a expressividade e a neutralidade.

Figura 4: Amarelo-Vermelho-Azul (1925)



Fonte: <https://www.wikiart.org>

Para a oficina de criatividade, utilizamos a obra “Quadrados com círculos concêntricos” (Figura 5), que é um estudo sobre como as cores combinadas de diferentes formas são percebidas. Segundo Kandinsky (1996, p. 153, apud CARVALHO, 2019, p.16), “A cor é o teclado, os olhos são as harmonias, a alma é o piano com muitas cordas. O artista é a mão que toca, tocando uma tecla ou outra, para causar vibrações na alma”.

Figura 5: Quadrados com círculos concêntricos (1913)



Fonte: <https://www.wikiart.org>

A partir desta obra, foi possível trabalhar conceitos geométricos importantes como círculos concêntricos, centro, raio e diâmetro. Pudemos, igualmente, trabalhar a flexibilidade, mostrando a diversidade de opções criadas a partir de círculos e com a utilização das cores primárias e secundárias.

4 METODOLOGIA

Este capítulo destina-se a descrever os procedimentos metodológicos utilizados para a realização dessa pesquisa, fundamentando-a em relação aos objetivos de investigação. Segundo Prodanov e Freitas,

A Metodologia é compreendida como uma disciplina que consiste em estudar, compreender e avaliar os vários métodos disponíveis para a realização de uma pesquisa acadêmica. A Metodologia, em um nível aplicado, examina, descreve e avalia métodos e técnicas de pesquisa que possibilitam a coleta e o processamento de informações, visando ao encaminhamento e à resolução de problemas e/ou questões de investigação. (PRODANOV; FREITAS, 2013, p. 14)

Dessa forma, a metodologia adotada nesta pesquisa busca alcançar o objetivo de verificar as contribuições do uso de Arte para o desenvolvimento do pensamento geométrico e criativo dos alunos do Ensino Fundamental anos finais de uma escola pública de Teixeiras.

Essa é uma pesquisa qualitativa, pois visa coletar os dados nas interações sociais e analisá-los subjetivamente pelo pesquisador, sem se preocupar com dados estatísticos ou medir unidades, preocupando-se com o fenômeno, o processo do estudo. Segundo Rodrigues e Limena (2006, p. 90), a abordagem qualitativa é adequada:

Quando não emprega procedimentos estatísticos ou não tem, como objetivo principal, abordar o problema a partir desses procedimentos. É utilizada para investigar problemas que os procedimentos estatísticos não podem alcançar ou representar, em virtude de sua complexidade. Entre esses problemas, poderemos destacar aspectos psicológicos, opiniões, comportamentos, atitudes de indivíduos ou de grupos. Por meio da abordagem qualitativa, o pesquisador tenta descrever a complexidade de uma determinada hipótese, analisar a interação entre as variáveis e ainda interpretar os dados, fatos e teorias.

É, também, uma pesquisa de caráter exploratório que, de acordo com Prodanov e Freitas (2013, p. 52), tem como finalidade “facilitar a delimitação do tema da pesquisa; orientar a fixação dos objetivos e a formulação das hipóteses ou descobrir um novo tipo de enfoque para o assunto”.

Foram utilizados, como instrumentos de coleta de dados, (i) os testes de Van Hiele, para avaliar o desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes;

(ii) os testes de criatividade, para analisar a originalidade, flexibilidade e fluência dos alunos nas atividades propostas; e (iii) produções dos alunos realizadas a partir das atividades propostas nas oficinas. O objetivo dos testes não é comparar os alunos entre si, mas o desenvolvimento individual de cada aluno ao longo das oficinas. Ambos os testes foram realizados no início e ao final da pesquisa com os alunos participantes.

Também foi utilizado o diário de campo, que segundo Macedo (2010, p. 134),

Além de ser utilizado como instrumento reflexivo para o pesquisador, o gênero diário é, em geral, utilizado como forma de conhecer o vivido dos atores pesquisados, quando a problemática da pesquisa aponta para a apreensão dos significados que os atores sociais dão à situação vivida. O diário é um dispositivo na investigação, pelo seu caráter subjetivo, intimista.

Além disso, foram realizados questionários com todos os participantes da pesquisa para ter um retorno da opinião sobre o trabalho desenvolvido nas oficinas, de forma que o aluno pudesse se expressar livremente a respeito da experiência.

Utilizamos gravações das oficinas, por meio do Google Meet, como meio de registro e observação das oficinas, com a permissão dos participantes. Segundo Prodanov e Freitas (2013, p. 103),

A técnica de observação pode ser muito útil para a obtenção de informações. Mais do que perguntar, podemos constatar um comportamento. Sua utilização como técnica tem algumas importantes restrições a serem consideradas, desde a falta de objetividade do observador até a dificuldade de prever o momento da ocorrência de um determinado fato para ser observado.

Os dados foram organizados com o objetivo de responder à questão de pesquisa sobre a contribuição do uso da arte para o ensino de geometria e para o desenvolvimento da criatividade dos estudantes.

Assim, esta pesquisa desenvolveu-se com alunos do Ensino Fundamental - Anos Finais de uma escola da Rede Pública Estadual do Município de Teixeira, Minas Gerais. A escola atende alunos do Ensino Fundamental - Anos Iniciais, Ensino Fundamental - Anos Finais e Ensino Médio.

A escolha pela Escola Estadual Doutor Mariano da Rocha foi devido à disponibilidade da escola e pelo interesse em participar dos projetos ofertados pela Universidade Federal de Viçosa.

O convite aos participantes foi realizado em abril de 2021, de maneira geral aos alunos das turmas dos 8^{os} anos do Ensino Fundamental da Escola, quando explicamos como seriam as oficinas e o projeto de pesquisa. O convite foi feito pela pesquisadora, durante as aulas online e a participação dos estudantes foi voluntária e sem atribuição de notas.

Em março de 2020, a COVID-19 foi caracterizada pela Organização Mundial de Saúde como uma pandemia, o que acarretou medidas de isolamento social para evitar o contágio da população. Todos os setores foram afetados e as escolas se viram obrigadas a suspender as aulas presenciais, adotando o modelo de ensino remoto emergencial.

Os alunos da Escola Estadual onde esta pesquisa foi realizada, no período da pandemia, participavam de aulas online pelo Google Meet. A frequência às aulas remotas não era obrigatória, portanto as turmas ficavam, na maior parte das vezes, com poucos alunos. Segundo um professor de Matemática da Escola, as turmas, frequentemente, contavam com menos de 60% de participação dos alunos. Esse problema deveu-se, em grande parte, pela ausência de acesso à internet nas casas dos estudantes e pela falta de recursos digitais disponíveis.

Os estudantes da escola realizavam, em casa, os Planos de Estudos Tutorados (PET) fornecidos pelo Governo Estadual de Minas Gerais. Os PETs, muitas das vezes, se mostravam pouco eficientes e com conteúdo limitado, o que desestimulava a participação dos alunos.

Em função da pandemia, as oficinas foram realizadas de forma remota e, pelos motivos expostos anteriormente, houve pouca adesão dos alunos. Os participantes da pesquisa foram quatro estudantes do 8^o ano do Ensino Fundamental II da Escola, na faixa etária de 13 a 14 anos, idade adequada para tal série, sendo três meninas e um menino. Os participantes não foram identificados com seu próprio nome para preservar o anonimato; utilizamos uma letra para a identificação dos estudantes.

O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) foi aceito pelos responsáveis dos alunos e o Termo de Assentimento (TA) foi entregue e aceito por todos os participantes da pesquisa. Esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE 39930820.9.0000.5153).

5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Inicialmente as oficinas foram planejadas para ocorrerem de forma presencial, em horário extra turno, na escola escolhida pelas pesquisadoras. Porém, com o início da pandemia, os encontros foram adaptados para a modalidade remota. Com isso, algumas atividades que haviam sido planejadas não puderam ser realizadas e outras sofreram alterações para a modalidade remota.

As oficinas ocorreram no sistema remoto, utilizando recursos digitais como o Google Sala de Aula, Whatsapp e Google Meet. Os encontros aconteceram às quintas-feiras, no decorrer de sete semanas, em horário extra turno, tendo sido realizado o 1º encontro em 10/06/2021. As atividades foram programadas para acontecerem em cinquenta minutos mas todas duraram aproximadamente uma hora.

Aconteceram sete oficinas com atividades propostas a partir das obras do artista abstracionista Wassily Kandinsky para o ensino dos conceitos geométricos e o desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade matemática. Como já referido, o convite para participação nas oficinas foi realizado a partir da apresentação da pesquisa em um dia letivo, durante a aula online do professor de Matemática na turma do 8º ano da Escola Estadual.

As oficinas ocorreram uma vez por semana, no período da manhã, com adesão constante dos participantes. Em apenas uma das oficinas a participante A não pode comparecer devido a uma consulta médica. A aluna justificou a ausência e perguntou o que havia sido proposto no encontro para que ela pudesse realizar em casa e enviar, posteriormente, por Whatsapp.

Em julho/2021, antes do início das férias escolares, os participantes foram questionados se gostariam de ter férias das oficinas e voltarmos com os encontros juntamente às aulas da escola; preferiram não fazer essa interrupção nos encontros. O aluno T alegou que as oficinas estavam muito divertidas, então gostaria de continuar de forma ininterrupta.

Nas oficinas, utilizamos algumas ferramentas digitais², como o geoplano online (simulador do geoplano), que possibilita a representação de figuras geométricas e investigações sobre propriedades das figuras planas, e o Padlet, ferramenta online que permite a criação de um mural virtual dinâmico e interativo para partilhar conteúdos multimídia.

Em todos os encontros, os estudantes foram incentivados a participarem e se expressarem sobre as atividades propostas, expondo dúvidas, pontos positivos e negativos que observassem.

Na última oficina, realizamos um levantamento das atividades realizadas, para verificar as contribuições do trabalho envolvendo arte e criatividade para o ensino de geometria.

O quadro 2 apresenta as sete oficinas realizadas detalhando suas características.

Quadro 2: Organização das oficinas

Oficina	Tema	Objetivos	Atividade	Materiais utilizados
1	Arte Abstrata	Introduzir a biografia do artista Kandinsky e realização do primeiro teste da pesquisa.	<ul style="list-style-type: none"> • Teste de Van Hiele 	<ul style="list-style-type: none"> • Slide de fotos das obras do artista • Teste no Google Forms
2	Criatividade	Apresentar algumas obras do artista e discutir os elementos geométricos presentes nas obras.	<ul style="list-style-type: none"> • Releitura dos quadros de Kandinsky • Teste de criatividade: cada um deveria criar questões de geometria a partir de suas próprias obras 	<ul style="list-style-type: none"> • Lápis de cor • Papel • Esquadro • Compasso • Régua
3	Ponto, linhas retas e curvas	Apresentar o conteúdo sobre pontos e retas através da obra de Kandinsky.	Fazer desenhos através da técnica do pontilhismo	<ul style="list-style-type: none"> • Lápis de cor • Canetinha colorida • Papel • Régua

² <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>
<https://pt-br.padlet.com/dashboard>
<https://classroom.google.com/u/0/h?hl=pt-BR>
<https://meet.google.com/>

				<ul style="list-style-type: none"> • Barbante
4	Reta e ângulos	Apresentar o conteúdo sobre retas e ângulos através da obra de Kandinsky.	<ul style="list-style-type: none"> • A partir de obras do artista Kandinsky, conceituar ângulos agudos, retos, obtusos • Após observar as obras, com auxílio do geoplano online, mostrar as propriedades dos ângulos alternos externos e internos 	<ul style="list-style-type: none"> • Slide de fotos das obras do artista • Geoplano online • Palito de churrasco
5	Plano e Polígonos	Apresentar o conteúdo sobre plano, polígonos e não polígonos através da obra “Amarelo, vermelho e azul”.	<ul style="list-style-type: none"> • Fazer desenho inspirado em Kandinsky, utilizando polígonos vistos durante a oficina 	<ul style="list-style-type: none"> • Slide de fotos das obras do artista • Geoplano online
6	Área e perímetro	<ul style="list-style-type: none"> • Apresentar o conteúdo área e perímetro de polígonos identificados nas obras de Kandinsky; • Realizar teste de criatividade sobre divisão de área no geoplano online. 	<ul style="list-style-type: none"> • Teste de criatividade em atividade no geoplano online 	<ul style="list-style-type: none"> • Geoplano online
7	Exposição artística	<ul style="list-style-type: none"> • Oficina de encerramento. 	<ul style="list-style-type: none"> • Exposição dos desenhos dos alunos no mural do Padlet criado pela turma 	<ul style="list-style-type: none"> • Padlet

Fonte: autoria própria

A seguir, serão descritas detalhadamente as sete oficinas realizadas e suas atividades.

5.1 Oficina 1: Arte abstrata

No primeiro encontro, iniciamos com a apresentação da pesquisadora e dos participantes, dos objetivos da pesquisa e das oficinas que seriam propostas, bem como a importância da participação dos alunos.

Ao iniciar a primeira oficina, foi reservado um tempo para o Teste de Van Hiele. Antes de solicitar aos alunos que fizessem o teste, foram explicados os

objetivos do mesmo. Duas participantes, *A* e *J*, já haviam realizado o teste por terem explorado antecipadamente o Google Sala de Aula (espaço virtual criado como suporte para o trabalho na semana anterior ao início da pesquisa).

O quadro 3 apresenta as notas dos participantes no primeiro teste de Van Hiele realizado. O teste (Anexo 3) é composto por quinze questões fechadas, tendo cada questão o valor de um ponto (nota máxima = 15).

Quadro 3: Resultado Teste de Van Hiele - inicial

Nome do participante	Nota no teste de Van Hiele	% acerto
<i>A</i>	7	46,7
<i>G</i>	8	53,3
<i>J</i>	10	66,7
<i>T</i>	4	26,7

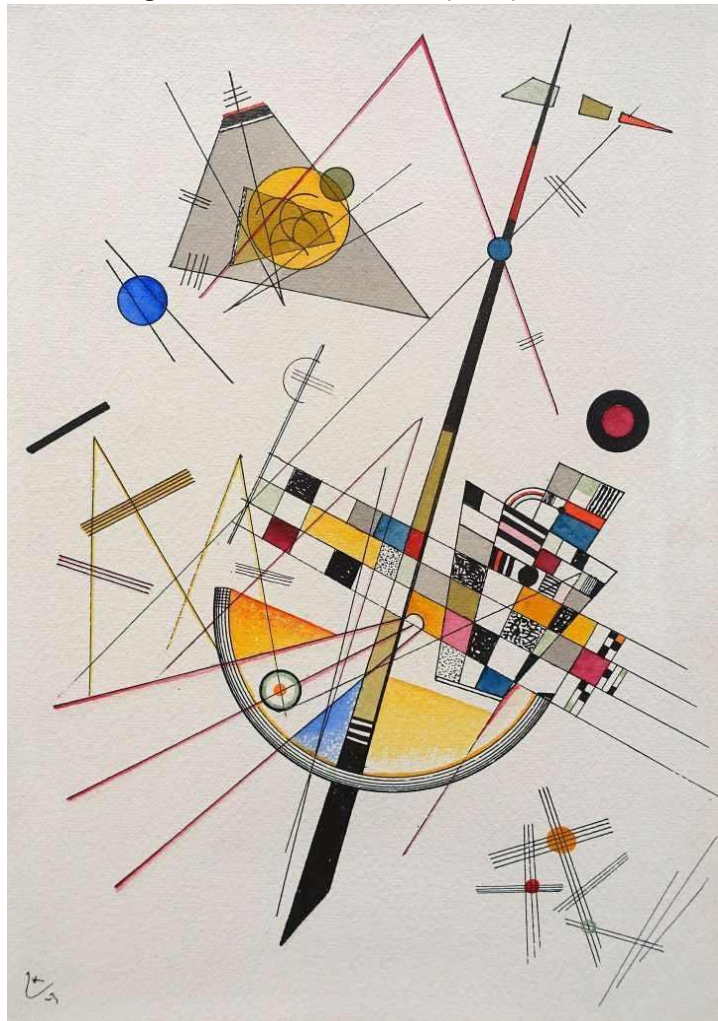
Fonte: Autoria própria

Realizamos, após o teste, uma introdução à pesquisa, em que expusemos a relação histórica e cultural entre a Arte e a Matemática; falamos sobre pinturas rupestres e métodos de contagem mais antigos. Foram expostas, também, algumas obras artísticas com proporções matemáticas e noção de profundidade. Durante todo o processo, os alunos foram questionados sobre as obras e o que percebiam de elementos matemáticos.

Antes de exibir as obras de Wassily Kandinsky, fizemos uma introdução sobre a vida do artista e sua relação com a Arte. Em seguida, vimos algumas de suas principais obras, como “Amarelo-vermelho-azul” e “Delicada tensão” (Figura 6), em que os alunos apontaram as formas geométricas, ângulos retângulos e retas concorrentes representadas nas telas.

Nas obras expostas, cada aluno tinha uma interpretação e sentimento diferente, eles falaram livremente sobre a visão deles em relação às pinturas. Inicialmente os alunos estavam tímidos, com uma certa resistência em falar na oficina, apenas *G* e *T* falavam quando questionados sobre algo.

Figura 6: Delicada Tensão (1923)



Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

Neste encontro, criamos um mural no Padlet para apresentação inicial, em que os participantes foram convidados a expressarem-se livremente para a turma e colocar uma foto, caso se sentissem à vontade para isso.

No mural criado (Figura 7), todos os quatro participantes aceitaram escrever, de forma livre, uma breve apresentação, com seu nome e idade.

Figura 7: Padlet criado no primeiro encontro.



Fonte: dados da pesquisa

Ao final desta primeira oficina, exibimos um vídeo³ de aproximadamente dois minutos apresentando o artista Wassily Kandinsky pintando uma de suas obras. Em seguida, solicitamos aos alunos que, inspirados nas obras do artista abstracionista, fizessem suas próprias obras, utilizando elementos geométricos conhecidos.

5.2 Oficina 2: Criatividade

A segunda oficina teve como objetivo o desenvolvimento da criatividade matemática. A partir dos desenhos feitos pelos alunos na atividade da semana anterior (Figura 8), deveriam formular questões matemáticas/geométricas relacionadas ao próprio trabalho. Após essa etapa, as questões foram trocadas para que cada um resolvesse as perguntas propostas pelo colega (Quadro 4).

Inicialmente, os participantes foram questionados se haviam feito seus desenhos. Apenas *J* não tinha realizado a tarefa “por falta de criatividade”. Com a fala da participante, aproveitamos para conversar sobre a criatividade e o desenvolvimento dessa habilidade. Enquanto ocorria a explicação da atividade que se seguiria, *J* fez seu desenho.

³ https://www.youtube.com/watch?v=OWQ-bPnjX_4&ab_channel=EderCorbetta

Nesse encontro, os alunos contaram que haviam formado um grupo no whatsapp para discutir sobre as oficinas e perguntaram se poderiam adicionar a pesquisadora. A partir de então, o grupo criado tornou-se um dos meios de comunicação e ferramenta de desenvolvimento das atividades no decorrer da pesquisa.

Figura 8: Desenhos dos participantes



Fonte: dados da pesquisa

A figura 8 apresenta os desenhos dos alunos (na primeira linha, desenhos dos participantes *A* e *G* e, na segunda linha, *J* e *T*). Em todos os desenhos feitos por eles, podemos notar as figuras geométricas em destaque, quadriláteros, círculos, triângulos, retas e curvas.

O desenho feito por *T* é o que apresenta mais originalidade, no sentido de diferenciar-se dos demais desenhos, com a inspiração a partir das obras de Kandinsky. *A* criou um desenho com originalidade ao representar as nuvens em formato triangular. *G* demonstrou criatividade ao ilustrar uma história utilizando figuras geométricas. *J* entregou um desenho em preto e branco, em que expressa seus sentimentos. Utilizou de figuras geométricas para ilustrar suas preocupações e emoções, inspirando-se na história do artista Kandinsky, que acreditava na capacidade da arte de demonstrar emoções e valores interiores.

Quadro 4: Questões propostas pelos participantes.

por A	Respostas dos participantes
1- O que você vê de geometria na obra?	<i>T:</i> Eu vejo muita criatividade e imaginação em cada obra.
	<i>J:</i> Vejo figuras geométricas como triângulos, círculos, quadrados.
	<i>G:</i> Formas geométricas, retas perpendiculares, segmentos de reta, retas paralelas, ângulos.
2- Essa obra possui ângulos retos (de 90°) ?	<i>T:</i> Sim, possui diversos ângulos retos de 90° e muitas outras retas de mais e menos de 90°.
	<i>J:</i> Sim, estão presentes nas janelas da casa, na porta..
	<i>G:</i> Sim, na casa, árvore
3- Possui que tipo de retas?	<i>T:</i> Possui retas obtusas, paralelas e reversas
	<i>J:</i> possui retas paralelas, reversas, obtusas
	<i>G:</i> Segmentos de retas, paralelas e perpendiculares.

por G	Respostas dos participantes
1- Quais formas e ângulos são possíveis identificar?	<i>T:</i> As formas que eu identifiquei foram círculos, quadrados, triângulos, retângulos, retas obtusas, paralelas e reversas
	<i>A:</i> Ângulos retos, ângulos obtusos e agudos.
	<i>J:</i> Triângulos, retângulos, quadrados, ângulos retos, obtusos e agudos
2- Onde podemos encontrar ângulos retos?	<i>T:</i> Podemos encontrar em quinas de mesas, na porta, e num piso
	<i>A:</i> No castelo, na espada.
	<i>J:</i> No castelo, no navio, na espada
3- Quantas figuras de 4 lados são possíveis encontrar	<i>T:</i> No desenho tem mais de 30 figuras de quatro lados
	<i>A:</i> Eu consegui encontrar 24 figuras de 4 lados.
	<i>J:</i> Eu encontrei 22

por J	Respostas dos participantes
1- Você consegue enxergar a matemática nessa imagem?	<i>T:</i> Sim, eu vejo figuras geométricas na menina e nos pássaros
	<i>A:</i> Sim

por <i>J</i>	Respostas dos participantes
	G: Participante ausente ⁴
2- Que sentimento você acha que a pessoa que desenhou está tentando expressar?	T: Eu vejo que a pessoa naquele momento está com a mente cansada e com dúvidas
	A: Tristeza, medo, desespero, insegurança.
	G: Participante ausente
3- Que formas geométricas você vê ?	T: Triângulos, quadrados, retângulos, círculos, retas obtusas e paralelas.
	A: Triângulos, quadrados, retângulos.
	G: Participante ausente

por <i>T</i>	Respostas dos participantes
1- Quais foram as formas geométricas que foram utilizadas no seu desenho?	J: Retângulos, círculos, triângulos
	A: Círculos, triângulos, retângulos
	G: Participante ausente
2- Quantas retas e ângulos há no desenho?	J: Encontrei 19 retas, e inúmeros ângulos
	A: Encontrei 17 retas e 36 ângulos
	G: Participante ausente
3- Quais formas foram criadas no seu desenho?	J: Figuras geométricas, retas, ângulos...
	A: Retas paralelas, concorrentes, círculos e figuras geométricas.
	G: Participante ausente

Fonte: dados da pesquisa

Esperava-se que as questões propostas pelos participantes tivessem um nível de dificuldade maior, correspondente ao ano escolar que estavam cursando, o 8º ano do Ensino Fundamental II. Então, com o objetivo de aprofundar a análise matemática dos desenhos, após os participantes responderem às perguntas propostas pelos colegas, fizemos uma discussão sobre as questões e quais outros tipos de perguntas poderiam ser feitas a partir dos desenhos que foram expostos e, assim, respostas mais completas e específicas quanto à geometria foram

⁴ A participante G se ausentou no decorrer da oficina em razão de queda de energia, impossibilitando sua participação durante um momento da atividade.

elaboradas.

Enquanto analisávamos a geometria do desenho feito por G, um dos participantes disse que a figura apresentava retas reversas. Quando questionei o que eram retas reversas, falaram que era a mesma coisa que as retas concorrentes. Esse conceito foi assim exposto por todos os participantes presentes na oficina.

Ao final da oficina, os alunos contaram sobre suas inspirações e sentimentos para a criação do desenho. A relatou que sentiu medo de não estar fazendo certo e de não estar bom o suficiente. J enviou um áudio pelo whatsapp explicando o que estava sentindo em relação ao momento que vivenciava, as inseguranças e medos que sentia em razão da pandemia refletidos no desenho sem cor:

A porta é a mente da pessoa e o colorido preto seria a luz de ter a mente em paz, sem problemas sem nada essas coisas, e os pássaros representam os problemas vindo, sentimentos, essas coisas e a menina é o resultado disso tudo, que é como a pessoa se sente com isso tudo. (áudio enviado por J).

5.3 Oficina 3: Ponto e Reta

A terceira oficina teve como tema “pontos e retas”. Iniciamos o encontro perguntando aos alunos o que entendiam como ponto, para que a partir deste entendimento pudéssemos trabalhar os conceitos geométricos. Perguntamos “o que é um ponto?” e “sua dimensão”. Apenas J respondeu; falou que o ponto é o começo de alguma coisa, e que não tem nenhuma dimensão.

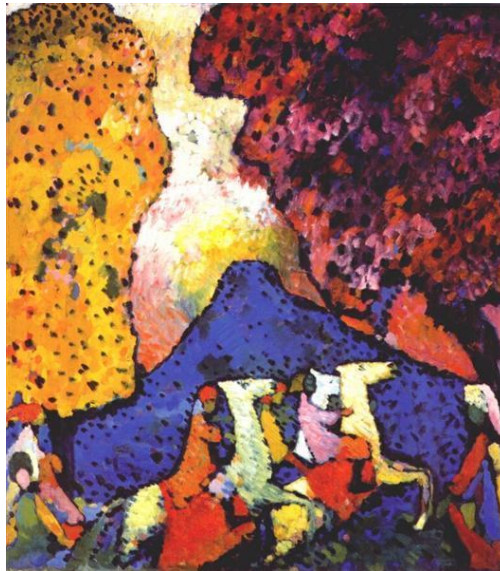
Com essa conversa pudemos perceber que o conceito de ponto e reta não estavam bem formados para os estudantes.

Então, falamos sobre o ponto não possuir forma nem dimensão, sendo assim um objeto adimensional. Perguntamos, também, “o que é uma reta”. Inicialmente, falaram que a reta tem começo e fim. Retomamos o conceito de reta, segmento de reta, semi reta. Conceituamos as retas paralelas, concorrentes, perpendiculares, coincidentes, linhas curvas. G comentou que os polígonos são figuras fechadas formadas por segmentos de retas.

Trabalhamos nessa primeira etapa conceituando juntos e demonstrando através de recursos digitais, como um aplicativo de desenho, do computador, e a mesa digitalizadora.

A partir dos conceitos discutidos, mostramos algumas obras de Kandinsky para que os alunos falassem quais elementos que tínhamos acabado de estudar podiam ser vistos nas pinturas. Iniciamos com a pintura Montanha azul (Figura 9) que é constituída basicamente de linhas curvas e pontos.

Figura 9: Montanha azul (1908)



Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

Passamos, então, para uma pintura em que os alunos perceberam muitos segmentos de retas, retas paralelas e concorrentes (Figura 10).

Figura 10: Complexo-Simples (1939)

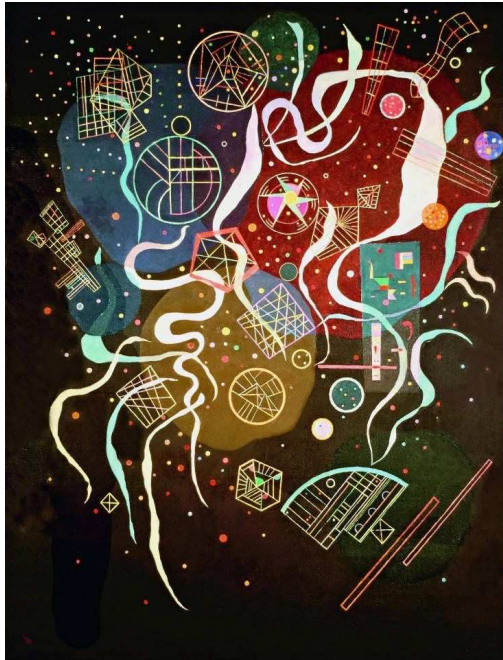


Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

Nesse momento, os participantes foram apontando para as partes da pintura nas quais estava representada a geometria que havíamos acabado de conversar. Citaram os polígonos utilizados para as imagens de fundo. Conseguiram reconhecer linhas curvas, retas paralelas. A comentou sobre os lados do quadrado serem paralelos; T apontou sobre os ângulos de quadrados e retângulos, que medem 90° . Quando o losango foi mencionado, os alunos não lembravam, então, a partir da pintura de Kandinsky, expliquei sobre as propriedades dos paralelogramos. G percebeu a pintura feita a partir de pontos, e, a partir desta constatação, falei sobre a técnica do pontilhismo.

A partir da pintura “Movimento I” (Figura 11), conversamos sobre os polígonos convexos e não convexos, e sobre os elementos das circunferências. Neste momento, pudemos perceber que o conceito de convexo e não convexo ainda estava confuso para os alunos. A respeito das circunferências, eles se lembraram dos conceitos de raio e diâmetro e sobre a diferença entre círculos e circunferências.

Figura 11: Movimento I (1935)



Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

Considerando a obra “Pequeno mundo II” (Figura 12), os alunos apontaram ângulos, e classificaram os tipos de ângulos.

Figura 12: Pequeno mundo II (1922)



Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

Ao final desta oficina, assistimos a um vídeo⁵ de um desenho sendo desenvolvido a partir do pontilhismo. Durante o vídeo, os alunos foram apontando a geometria que encontravam no processo. Ao final do vídeo, propusemos aos alunos que fizessem uma obra utilizando a técnica do pontilhismo, além de retas e linhas curvas, inspirados nas obras de Kandinsky.

5.4 Oficina 4: Reta e Ângulos

Iniciamos a quarta oficina apreciando as obras criadas pelos participantes utilizando o pontilhismo. Cada participante explicou um pouco sobre o seu desenho e o motivo em que se inspirou. *T* disse que usou só as cores primárias para fazer sua obra. *G* disse que seu desenho representava sua imaginação e sua vida, que sente que por mais que o mundo esteja em pedaços, ela sempre vive no seu próprio universo, repleto de leituras e músicas. *A* e *J* se queixaram por não terem o material necessário, dizendo que não conseguiram chegar no resultado que desejavam por não terem acesso a canetinhas de tinta, apenas alguns lápis de colorir.

Na figura 13, temos o desenho dos alunos, em ordem, sendo os de *T* e *J* na primeira linha, e na segunda linha, de *A* e de *G*.

Figura 13: Desenhos dos alunos utilizando a técnica do pontilhismo



Fonte: dados da pesquisa

⁵ <https://www.youtube.com/watch?v=pQqU5zIP7UQ>

Para auxiliar na compreensão dos conceitos, reforçando a diferença entre retas reversas e concorrentes, utilizamos palitos de churrasco para representação de retas. Para a representação do plano, foram utilizadas folhas de papel A4. Lembrava sempre aos participantes que o que vemos é sempre uma representação dos conceitos; que esses objetos matemáticos, na verdade, são abstratos e não existem objetos infinitos no mundo real que possam representar uma reta ou um plano.

Com os palitos de churrasco colados nas folhas de papel A4 foi possível mostrar melhor que as retas reversas também não se encontravam e não são paralelas, estão em planos diferentes. Mostramos, também, as retas paralelas a partir dos palitos, colados em uma mesma folha de papel.

Para continuar a conversa da oficina anterior, sobre retas e ângulos, utilizamos o geoplano online para que os alunos conseguissem entender melhor o que são ângulos congruentes, complementares, suplementares e ângulos opostos pelo vértice.

Após as explicações utilizando o geoplano online⁶, apresentamos outras obras do artista Kandinsky para que pudessem apontar a geometria que percebiam nas imagens (classificando as retas, os ângulos, os tipos de linhas e os polígonos).

Na semana da quarta oficina, foi realizado um questionário através do Google Forms, para que os alunos avaliassem as atividades que estavam sendo realizadas, de forma anônima. A primeira pergunta foi em relação a nota que os alunos davam às oficinas, sendo zero a menor nota, de insatisfação e cinco a maior nota, de satisfação. A segunda questão era um espaço aberto para que escrevessem, livremente, sugestões, opiniões, críticas e elogios.

Apenas um participante não respondeu ao questionário. Em relação à nota, todos os respondentes avaliaram com a nota cinco (nota máxima) as oficinas que tinham sido realizadas até o momento. Na segunda questão, os alunos expuseram livremente sobre sua relação com a geometria, e como aprender a Matemática através da Arte tem auxiliado na sua compreensão. Relataram uma experiência bastante positiva com a participação nas oficinas.

⁶ <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

Na figura 14 temos as respostas recolhidas do questionário.

Figura 14: Respostas do questionário de avaliação das oficinas

Eu gosto bastante das aulas, nelas relembro e aprendo novas coisas. Gosto tanto das aulas que nem vejo o tempo passar.
Eu particularmente estou adorando, estou aprendendo coisas que ainda não tive a oportunidade de aprender na escola. A Patrícia é muito calma e paciente, uma ótima pessoa, estou adorando trabalhar com ela.
Geometria é uma matéria bem complexa, que não entra tão fácil na minha cabeça. Mas com as aulas da professora Patrícia, mostrando a geometria com arte, o aprendizado fica mais fácil e bem divertido!! Gosto muito das aulas delas.

Fonte: dados da pesquisa

5.5 Oficina 5: Polígonos e Plano

Começamos a quinta oficina conversando com os participantes sobre o que tinham aprendido nos encontros anteriores. Enviamos um formulário com perguntas sobre os conceitos que havíamos discutido (Quadro 5). *J* não respondeu ao questionário por problemas com a internet. Só conseguiu entrar na chamada da aula trinta minutos após o início.

Quadro 5: Questões propostas no formulário

Questões propostas	Respostas dos participantes
1- O que é um plano?	A: Uma figura lisa/plana.
	G: Plano é uma figura plana que não faz curva, é formada por retas.
	T: É uma superfície plana
2- O que é um polígono?	A: Figuras planas fechadas.
	G: Polígonos são figuras fechadas formadas por retas.
	T: É uma figura formada pelo mesmos números de lados e ângulos
3- Qual a diferença entre polígono e linha poligonal?	A: O polígono é fechado e a linha poligonal elas formam os polígonos.
	G: Polígono é uma figura fechada formada por várias linhas retas e linha poligonal são linhas retas que podem formar uma figura fechada ou não.
	T: Polígono é uma linha poligonal fechada já a linha poligonal

	é a sucessão de segmentos consecutivos e não colineares
4- A soma dos ângulos internos de todos polígonos são iguais?	A: Não, é preciso fazer uma expressão: $S: (n - 2) \cdot 180$, onde n é o número de lados.
	G: Não, depende do número de lados do polígono.
	T: Não, pois cada ângulo tem a soma diferente do outro ângulo
5- A soma dos ângulos externos de um polígono são sempre iguais?	A: Sim, 360°
	G: Sim, sempre tem que dar 360 graus.
	T: Não pois cada ângulo tem sua soma externa diferente
6- Quantas diagonais um quadrilátero possui? E um pentágono?	A: 2 e o pentágono 5
	G: Um quadrilátero 2, e 5 pentágono
	T: Quadrilátero possui 4 lados e o pentágono possui 5 lados

Fonte: dados da pesquisa

Após os participantes responderem às questões propostas, conversamos sobre cada uma das atividades, para revisar os conceitos e tirar as dúvidas que ainda permaneciam.

Utilizando o geoplano online⁷, explicamos as questões, fazendo demonstrações de polígonos, da soma de seus ângulos internos e externos, polígonos regulares e suas características, tudo de forma visual. Para melhor entendimento, os alunos acessaram o site utilizado para o geoplano, para que pudessem fazer as modificações que quisessem, para entenderem melhor, principalmente a questão relativa à soma dos ângulos internos e externos dos polígonos.

Nesta oficina, os participantes foram questionados se gostariam que as oficinas tivessem uma pausa, visto que naquela semana entrariam de férias na escola; eles quiseram dar continuidade ao trabalho, no mesmo horário, semanalmente.

Em seguida, foi proposta outra atividade com base na obra de Kandinsky “Amarelo vermelho azul” de 1925 (Figura 4):

⁷ <https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

- 1) Formule quantas questões geométricas você pensar a respeito dessa obra envolvendo os conceitos discutidos no encontro de hoje.
- 2) Faça sua obra utilizando triângulos, quadriláteros, pentágonos, hexágonos e heptágonos, linha poligonal aberta, linhas curvas e circunferências.

5.6 Oficina 6: Área e Perímetro

Na sexta oficina, iniciamos com uma conversa sobre área e perímetro dos polígonos e do círculo. Quando questionados sobre o que é área e perímetro, *J* respondeu que área é a parte interna da figura e *A* respondeu que o perímetro é o contorno da figura.

Quando planejamos inicialmente essa oficina para o modo presencial, tínhamos preparado para fazer uma atividade utilizando barbante e retalhos de tecido. Como não foi possível, mais uma vez utilizamos o geoplano online para melhor visualização.

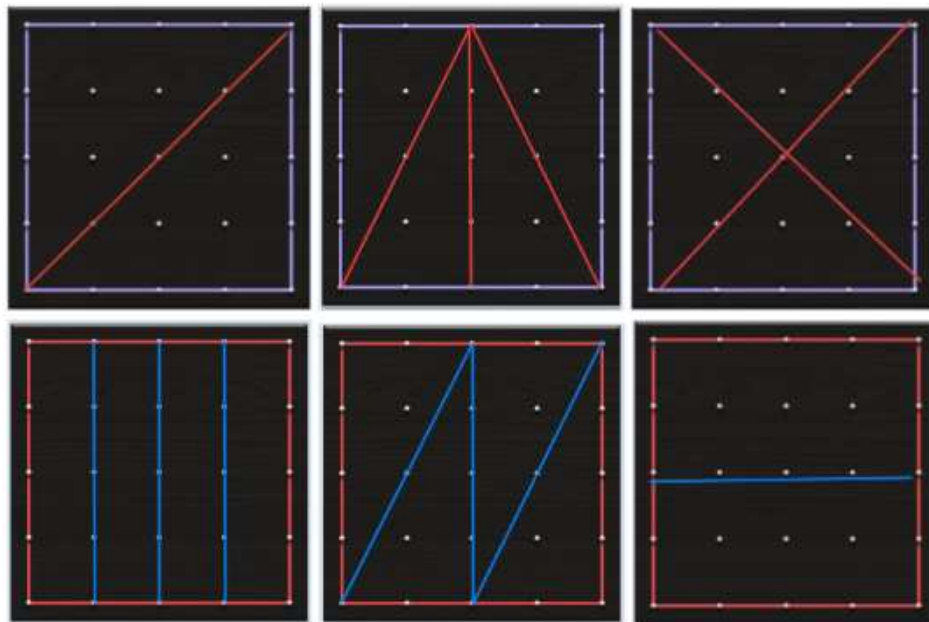
Começamos conversando sobre a área do triângulo e *G* lembrou da fórmula. Aproveitando o triângulo, conseguimos mostrar sobre a altura, lembrando que a altura sempre tem que ser perpendicular à base relativa ao vértice considerado. Mostramos, também, a área do trapézio e a partir das ferramentas do geoplano online, foi possível demonstrar porque a área do trapézio é dada por aquela fórmula já memorizada.

O outro polígono mostrado foi o paralelogramo. Então, primeiro apresentamos as propriedades dos paralelogramos, sobre os ângulos internos, congruência dos lados opostos. Os participantes não lembravam dessas propriedades, então conseguimos mostrá-las a partir do manuseio das “elásticos” do geoplano. Foi possível notar que paralelogramos eram o tema de maior dificuldade dos alunos.

Depois de lembrarmos sobre área de alguns polígonos, propusemos uma atividade sobre área que utilizava o geoplano online. Dos quatro participantes, apenas um tinha computador, os outros participavam das aulas pelo celular. Então, nesse momento, tiveram que minimizar a aba do Google Meet para abrir o navegador do celular no site que seria realizada a próxima atividade: “No geoplano

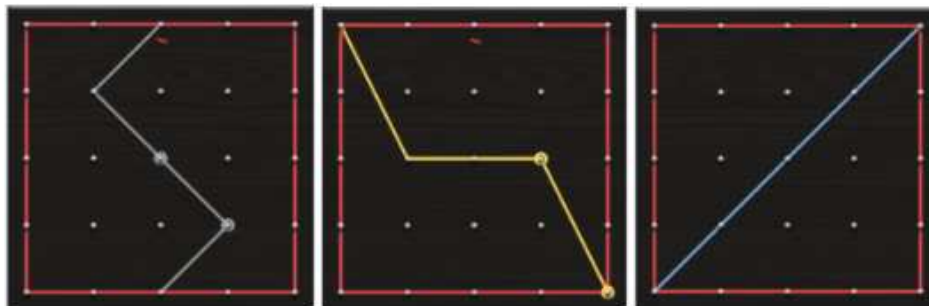
virtual, quero que vocês dividam a área de um quadrado, buscando fazer o maior número de formas de divisão de área possíveis.” Para essa atividade, demos aproximadamente 10 minutos para pensarem nas formas de divisão e enviarem os prints das formas que cada um havia construído. Para que um não visse a maneira que o outro havia feito, pedi para que me enviassem no privado, para eu ir analisando se a divisão proposta fazia sentido (figuras 15, 16, 17 e 18).

Figura 15: Divisões feitas por A



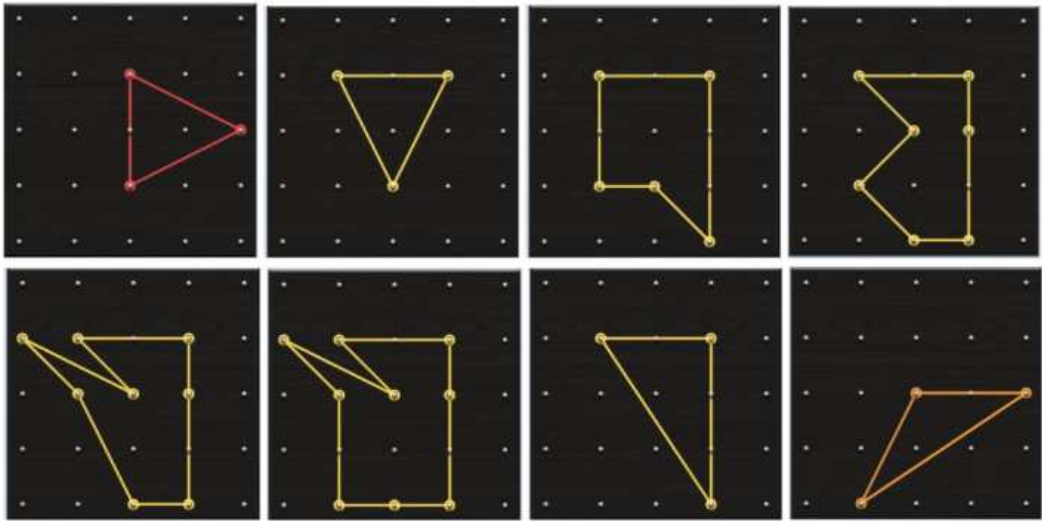
Fonte: dados da pesquisa

Figura 16: Divisões feitas pela participante G



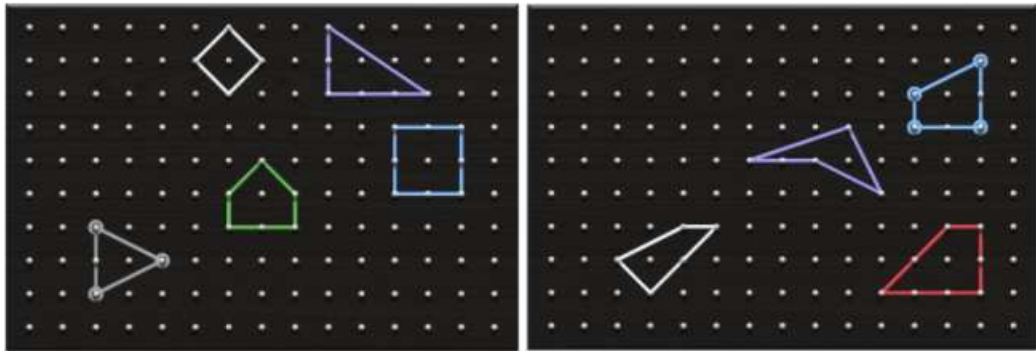
Fonte: dados da pesquisa

Figura 17: Divisões feitas pela participante J



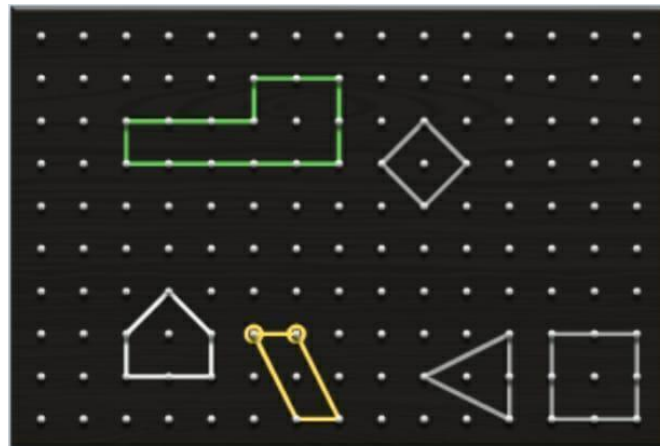
Fonte: dados da pesquisa

Figura 20: Atividade de G



Fonte: dados da pesquisa

Figura 21: Atividade de J



Fonte: dados da pesquisa

Figura 22: Atividade de T



Fonte: dados da pesquisa

Após o envio das soluções dos alunos, discutimos sobre as formas de divisão de área para além da divisão comumente utilizada, dividindo a figura com uma reta em seu centro. Discutimos também, quais alterações cada participante notou ao mudarmos o polígono em torno de um ponto, realizado na segunda atividade.

A partir dessas atividades, conseguimos discutir o conhecimento geométrico dos alunos relacionados aos conceitos de área e perímetro de polígonos, bem como a criatividade dos estudantes, observando a flexibilidade, originalidade e fluência. Os alunos sentiram-se confortáveis em trazer novas maneiras de visualizar o problema, enxergando o erro como uma forma de crescimento ao invés da imposição do medo e vergonha de expor suas ideias. Segundo Mann (2006, p.238) “a essência da matemática é pensar criativamente, e não simplesmente chegar à resposta correta”.

Ao final da oficina, lembrei aos alunos sobre a atividade passada na quinta oficina, para que pudéssemos conversar sobre as questões no encontro da semana seguinte.

5.7 Oficina 7: Exposição artística e encerramento

A sétima e última oficina, foi um encontro de encerramento, em que os alunos foram convidados a exporem suas obras no Padlet, criando um título para cada obra criada durante as oficinas. Nesse encontro, os alunos também escreveram recados,

de forma livre, para falarem sobre suas experiências durante esse período compartilhado.

Inicialmente, fizemos o agradecimento pela participação dos estudantes e conversamos um pouco sobre as oficinas passadas e as atividades que foram realizadas. Neste momento, A agradeceu pela oportunidade em participar das oficinas e mostrou interesse em continuar com as atividades semanais.

Após a introdução, enviei o formulário com o teste de Van Hiele para que pudessem refazê-lo para coletarmos os dados da pesquisa em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico. O tempo gasto foi em torno de 30 minutos para finalizar todas as questões.

O quadro 6, a seguir, apresenta as notas dos participantes na segunda realização do teste de Van Hiele (15 questões fechadas, cada questão com valor de um ponto). Houve uma melhora em relação às notas dos participantes *G* e *T*. Todos os participantes, neste momento, encontram-se no mesmo nível de pensamento geométrico.

Quadro 6: Resultado Teste de Van Hiele - final

Nome do participante	Nota no teste de Van Hiele	% acerto
<i>A</i>	7	46,7
<i>G</i>	10	66,7
<i>J</i>	10	66,7
<i>T</i>	7	46,7

Fonte: Autoria própria

Quando os participantes finalizaram o teste, demos início à oficina. Os alunos mostraram os seus desenhos utilizando polígonos e as respostas às questões propostas sobre uma obra de Kandinsky.

Na figura 23, observamos os desenhos dos alunos em ordem: na primeira linha, de *T* e de *A* e, na segunda linha, de *J* e de *G*.

Figura 23: Desenhos feitos pelos participantes

Fonte: dados da pesquisa

No quadro 7, apresentamos as perguntas elaboradas pelos participantes a respeito da obra de Kandinsky “Amarelo vermelho azul”.

Quadro 7: Questões propostas sobre a obra “Amarelo vermelho azul”

Participante	Questão proposta
A	1) É possível identificar linhas curvas nessa obra?
	2) É possível identificar quadriláteros na obra?
	3) Quantos círculos você consegue observar na figura?
G	1) É possível encontrar polígonos? Quais?
	2) Quais são os tipos de ângulos que encontramos na obra?
	3) Na obra existem linhas curvas?
J	1) A imagem aparenta ter mais linhas retas ou curvas?
	2) Quais tipos de retas você observa na imagem?
	3) Qual polígono você mais vê na imagem?
	4) Cite 3 polígonos que você vê na imagem.

Participante	Questão proposta
	5) Você enxerga mais a arte ou a geometria nessa imagem?
<i>T</i>	1) Há paralelogramos nessa obra?
	2) Existem retas concorrentes?
	3) Quais tipos de ângulos representados nesta obra?

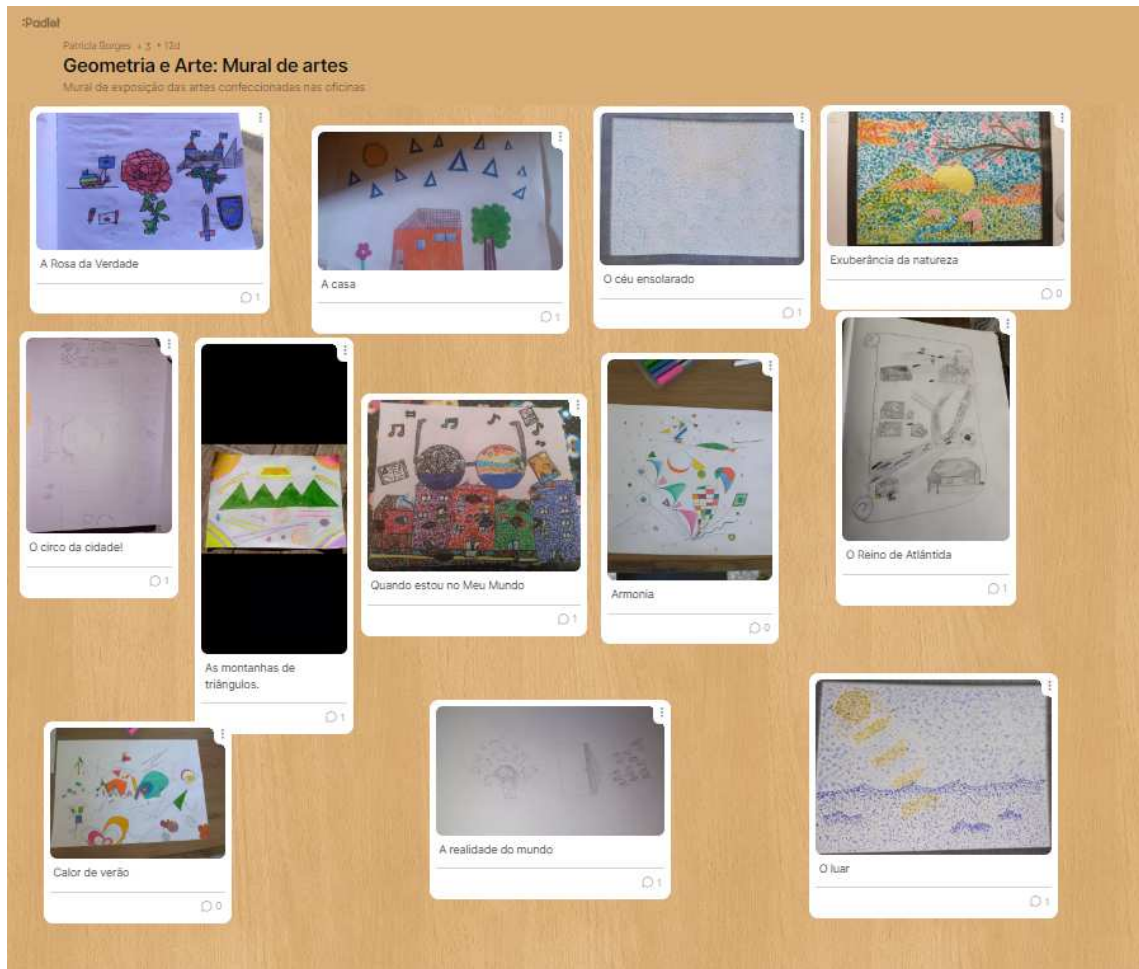
Fonte: dados da pesquisa

Ao receber as perguntas, discutimos sobre as questões propostas. Pudemos perceber que, em relação à elaboração de perguntas, os alunos ainda continuam com certa dificuldade de criar questões diferentes, sobre outras vertentes da geometria ou mais elaboradas. Acreditamos que isso é um reflexo de como a matemática vem sendo ensinada nas escolas, de forma que os alunos são incentivados a apenas responder às questões que são propostas, e normalmente seguindo um padrão, sem o incentivo do desenvolvimento da criatividade.

Quando a oficina foi planejada para ser realizada de forma presencial, pensamos em fazer uma exposição na escola, em que os desenhos seriam dispostos num mural no qual todos pudessem apreciar os trabalhos feitos pelos colegas. Como não foi possível o modo presencial, utilizamos o site Padlet (Figura 24) para a criação de um mural online, interativo, no qual os alunos fizeram a exposição de seus desenhos da forma desejada, podendo alterar os tamanhos, títulos e a ordem. No site, todos participantes fizeram alterações simultâneas, e o mural ficou disponível para acesso livre⁸.

⁸ <https://pt-br.padlet.com/patriciaborges2/m7n0d650z550549s>

Figura 24: Mural de artes

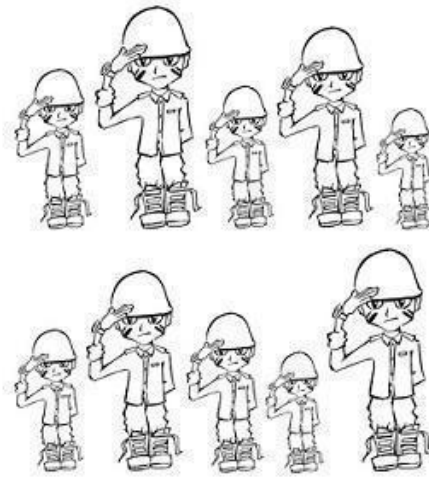


Fonte: dados da pesquisa

Após a criação do mural de exposição, propusemos um desafio final no qual o pensamento criativo matemático precisava ser acionado. O desafio consistia na seguinte pergunta: “Em um batalhão com 10 soldados, como fazer para organizá-los em 5 filas, com 4 soldados em cada fila?”.

O desafio consistia em uma atividade em que os alunos precisam exercitar tanto conceitos matemáticos, relacionados às formas e polígonos, quanto a criatividade matemática para que pudessem pensar numa solução diferente para o problema.

Figura 25: Desenho ilustrativo do desafio

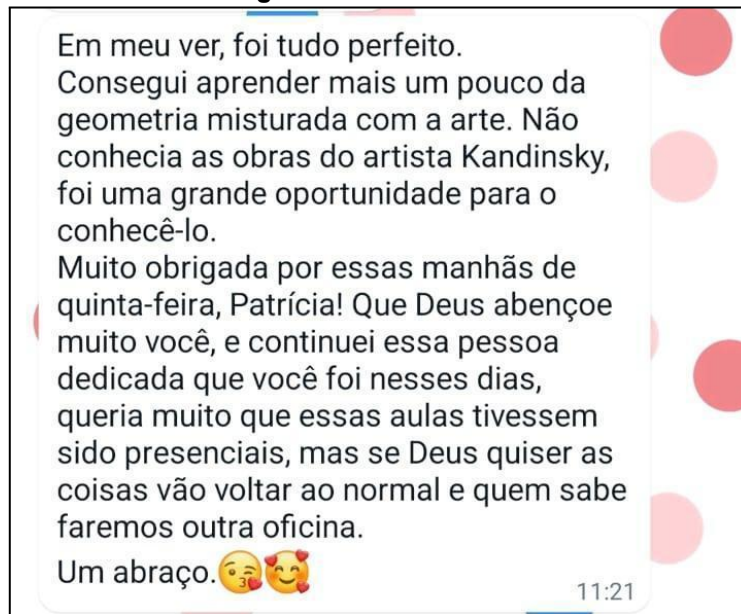


Fonte: Site “Clubes de Matemática da OBMEP”⁹

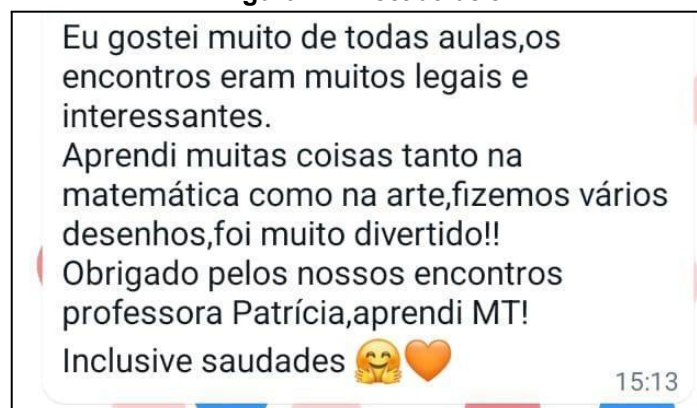
Cada participante pensou sobre a questão individualmente, e à medida em que chegavam a alguma solução, enviavam-nos pelo whatsapp, em particular. G pensou em dispor os soldados em um quadrado, porém, dessa maneira, não ficariam 5 soldados por fila. A participante A primeiro desenhou um pentágono, por ser um polígono de cinco vértices; em seguida, completou com os soldados que faltavam para completar os dez, formando então, uma estrada, com um soldado em cada ponta.

Ao final, fizemos o agradecimento pela participação nas oficinas e pedimos também para escreverem livremente um pequeno texto, contando sua experiência nos encontros, sua opinião sobre as obras de Kandinsky e o que aprenderam durante esse período. G enviou uma foto de seu caderno (Figura 28), e os outros dois participantes mandaram mensagem pelo whatsapp Figuras 26 e 27).

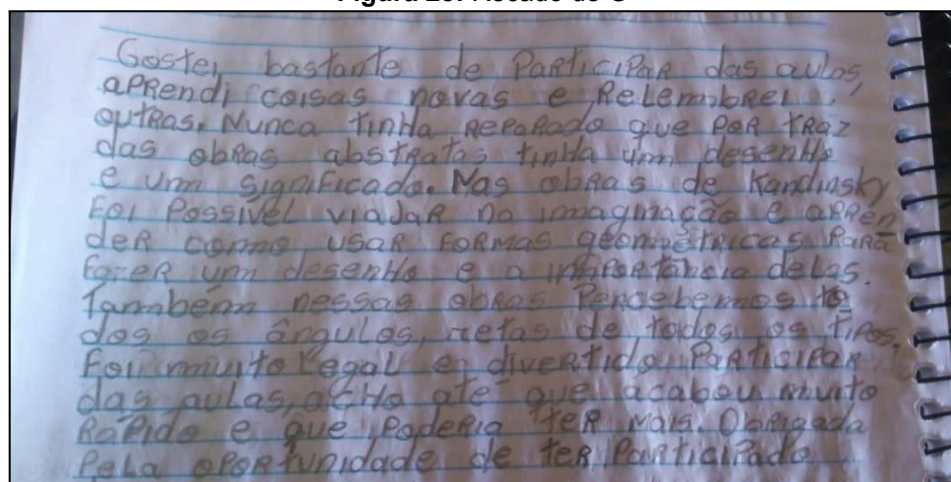
⁹ <http://clubes.obmep.org.br/blog/probleminha-soldados-em-fila/>

Figura 26: Recado de A

Fonte: dados da pesquisa

Figura 27: Recado de J

Fonte: dados da pesquisa

Figura 28: Recado de G

Fonte: dados da pesquisa

6 RESULTADOS

Esta seção tem como objetivo discutir os resultados obtidos a partir da pesquisa em relação ao desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade matemática dos participantes e, desta forma, avaliar as contribuições da Arte no ensino da matemática, numa perspectiva cultural.

A experiência pedagógica dos participantes nas oficinas mostrou-se um processo bem sucedido de enculturação matemática. Conforme Moreira (2016, p. 24),

A enculturação matemática tem como alvo a iniciação dos alunos na cultura matemática partilhada, nos seus conceitos, seus símbolos e seus valores. Esse processo interpessoal adquire uma feição particular para cada aluno e ocorre, essencialmente, na atividade pessoal do estudante em interação com o professor e os seus colegas de classe.

O depoimento de G ao final da experiência sinaliza este resultado positivo no envolvimento dos alunos com a cultura matemática trabalhada no decorrer das oficinas:

Gostei bastante de participar das aulas, aprendi coisas novas e lembrei outras. Nunca tinha reparado que por traz das obras abstratas tinha um desenho e um significado. Nas obras de Kandinsky foi possível viajar na imaginação e aprender como usar formas geométricas para fazer um desenho e a importância delas. Também nessas obras percebemos todos os ângulos, retas de todos os tipos. Foi muito legal e divertido participar das aulas, acho até que acabou muito rápido e que poderia ter mais. Obrigada pela oportunidade de ter participado. (Figura 28)

6.1 Desenvolvimento do pensamento geométrico

No primeiro encontro foi realizado o teste de Van Hiele para verificar os níveis de pensamento geométrico dos participantes da pesquisa. O teste foi composto de 15 questões, cinco questões referentes a cada um dos três primeiros níveis, sendo eles, nível 0 (Visualização), 1 (Análise) e 2 (Classificação). A escolha por fazer o teste referente a estes níveis deu-se em razão da escolaridade dos participantes da pesquisa. Segundo Nasser e Tinoco (2006, p. 78), “vários pesquisadores preferem considerar os dois últimos níveis como um só nível: o da dedução formal. Van Hiele

concorda que é muito difícil atingir o quinto nível no ensino fundamental ou médio, o que se verifica também nas nossas experiências”. Dessa forma, como os participantes da pesquisa cursavam o 8º ano do Ensino Fundamental II, consideramos apenas os três níveis iniciais.

(...) a melhor maneira de identificar em que nível de van Hiele cada um de nossos alunos está raciocinando é propondo atividades como essas, e observando como eles raciocinam ao respondê-las. No entanto, sabemos que isso não é simples de ser feito numa turma completa, e com tão poucas aulas dedicadas à Geometria. A saída então é aplicar testes desenvolvidos por pesquisadores, para avaliar o desempenho em atividades características de cada nível. Como a maioria das questões são de múltipla escolha, em alguns casos, o resultado não traduz o nível real em que se encontra o aluno. Mas, em geral, os testes indicam com confiança os níveis de cerca de 90% dos alunos de uma amostra. (NASSER; TINOCO, 2006, p. 82)

Com a aplicação do primeiro teste, como apresentado no Quadro 3: “Resultado Teste de Van Hiele inicial”, foi possível observar que nenhum dos alunos alcançou o Nível 2 - Classificação. Um dos participantes encontrava-se no nível 0 - Visualização (entendem as figuras globalmente, por sua aparência, mas ainda não conseguem entender suas propriedades) e três estavam no nível 1 - Análise (reconhecem as propriedades das figuras como características que as definem, mas ainda não especificam as inter-relações entre figuras ou propriedades).

Após esse teste, na primeira oficina foi realizada a técnica de tempestade de ideias para ver o que os alunos lembravam de seus estudos anos escolares anteriores, suas preferências e dúvidas e logo após, mostramos as obras do artista Kandinsky. Nesse momento, foi possível notar que tinham dificuldades para entender as diferenças entre as posições das retas e as diferenças entre segmentos, retas e semirretas; além de não se lembrarem das propriedades das figuras geométricas.

A partir da primeira atividade proposta, na segunda oficina, percebemos que o entendimento deles sobre geometria encontrava-se muito limitado, pois as perguntas foram todas muito genéricas, sem aprofundamento em conceitos matemáticos que estudaram até o momento na escola. Além disso, com as respostas dadas às questões elaboradas pelos próprios participantes, conseguimos perceber algumas dificuldades quanto às nomenclaturas e conceitos, como “retas obtusas”, “retas reversas”, ao falar “figuras de 4 lados” ao invés de nomear como quadriláteros e não

sabiam diferenciar os conceitos de retas e linhas. Isto nos mostra características do pensamento geométrico correspondente ao nível 0 (Visualização), descrito por Van Hiele. Na próxima oficina, os alunos já tinham compreendido melhor as posições das retas e algumas propriedades dos quadrados e retângulos, que foram descrevendo de acordo com as atividades que realizavam.

Na quarta oficina, foi possível observar, durante a apresentação de obras de Wassily Kandinsky, que a compreensão a respeito do conceito de retas e linhas tinha sido esclarecida. A partir das obras de arte, os participantes conseguiram identificar de forma correta as linhas que as imagens apresentavam. A partir de uma obra analisada, *G* comentou que, por ter visualizado uma navegação, as retas apresentadas provavelmente seriam reversas caso fosse uma obra tridimensional, porém por ser uma imagem plana, elas eram concorrentes. Este comentário mostra certo domínio no conceito das posições das retas e a representação dos objetos matemáticos.

Na última oficina, os participantes realizaram novamente o teste de Van Hiele para verificarmos o desenvolvimento do pensamento geométrico de cada um (Quadro 6: "Resultado Teste de Van Hiele - final").

Quadro 8: Resultado Teste de Van Hiele - comparativo

Nome do participante	% acerto inicial	% acerto final
<i>A</i>	46,7	46,7
<i>G</i>	53,3	66,7
<i>J</i>	66,7	66,7
<i>T</i>	26,7	46,7

Fonte: Autoria própria

Estes resultados apontam para um progresso em relação ao pensamento geométrico, visto que no teste final todos os participantes alcançaram o nível 1 - Análise e a porcentagem de acertos realizados por *G* e *T* aumentaram.

O progresso de níveis não ocorre num período muito curto de tempo. É necessário o amadurecimento nas estratégias, objetos de estudo e linguagem características daquele nível. As pesquisas já desenvolvidas mostram que isso leva alguns meses. Mas é claro que isso é muito subjetivo: depende da experiência de cada aluno, de aspectos sociais, de inter-relacionamento entre alunos e entre estes e o professor, do número de aulas de geometria por semana, e principalmente, se o ensino está adaptado ao nível de van Hiele correspondente. (NASSER; TINOCO, 2006, p. 80)

Como as oficinas ocorreram num período curto de tempo, sendo realizados apenas sete encontros, sabemos que para um resultado ainda melhor, seria necessário um acompanhamento mais prolongado e focado, durante um período de tempo maior. Porém, a partir das oficinas, pudemos observar que houve um desenvolvimento significativo do pensamento geométrico dos participantes.

Além do desenvolvimento do pensamento geométrico, também observamos que a afetividade em relação ao estudo de geometria teve uma melhora significativa. Foi realizado um questionário anônimo, entre as oficinas, em que um dos participantes descreve sua dificuldade com a geometria, mas que a forma com que foi apresentada, a partir da arte, seu aprendizado ficou mais fácil e divertido: “Geometria é uma matéria bem complexa, que não entra tão fácil na minha cabeça. Mas, com as aulas da professora Patrícia, mostrando a geometria com arte, o aprendizado fica mais fácil e bem divertido!! Gosto muito das aulas delas” (Figura 14).

6.2 Desenvolvimento da criatividade matemática

Este tópico tem como objetivo discutir os resultados obtidos a partir da pesquisa em relação ao desenvolvimento do pensamento criativo dos participantes. Para isso, analisaremos as quatro habilidades citadas por Alencar (1990) que são a fluência (quantidade diferente de ideias produzidas), flexibilidade (apresentar ideias de pontos de vista diferentes), a originalidade (apresentar ideias incomuns) e a elaboração (apresentar detalhes em uma ideia).

No primeiro encontro explicamos o significado de criatividade e sua importância no desenvolvimento da sociedade. A partir da conversa inicial, A, sem hesitação, falou que não tem criatividade, reforçando o mito de que a pessoa nasce

com a habilidade da criatividade, sem a possibilidade de desenvolvimento, e nessa conversa demonstrou receio e vergonha de mostrar suas atividades do dia a dia.

Na segunda oficina, os alunos foram convidados a confeccionarem uma obra própria com elementos da geometria, como mostra a Figura 8: “Desenhos dos participantes” e em seguida elaborar questões geométricas a partir de suas próprias obras, como mostra o quadro 4: “Questões propostas pelos participantes”.

A análise da criatividade em Matemática fundamentou-se em Balka (1974, apud Oliveira, 2013), considerando fluência, flexibilidade e originalidade. Atribui-se um ponto a cada produção realizada (fluência), um ponto a cada produção que não seja usual no meio dos participantes (originalidade) e um ponto a cada produção que não tenha a mesma origem de outra, ou seja, que não tenha similaridade de assunto (flexibilidade).

Identificamos então, categorias nas questões elaboradas, na segunda oficina, de acordo com um padrão de semelhança, demonstrados no quadro a seguir.

Quadro 9: Categorias de questões elaboradas

	Questões propostas	Considerações
1	<ul style="list-style-type: none"> • O que você vê de geometria na obra? • Você consegue enxergar a matemática nessa imagem? 	Perguntas relacionadas a matemática de forma geral
2	<ul style="list-style-type: none"> • Essa obra possui ângulos retos (de 90°) ? • Onde podemos encontrar ângulos retos? 	Perguntas sobre ângulos retos
3	<ul style="list-style-type: none"> • Possui que tipo de retas? • Quantas retas e ângulos há em seu desenho? 	Perguntas sobre retas
4	<ul style="list-style-type: none"> • Quais formas e ângulos são possíveis identificar? • Que formas geométricas você vê ? • Quais foram as formas geométricas que foram utilizadas no seu desenho? • Quais formas foram criadas no seu desenho? 	Perguntas sobre formas geométricas
5	<ul style="list-style-type: none"> • Quantas figuras de 4 lados são possíveis encontrar 	
6	<ul style="list-style-type: none"> • Que sentimento você acha que a pessoa que desenhou está tentando expressar? 	Pergunta diferente das demais, porém sem relação direta com a geometria

Fonte: dados da pesquisa

Após classificar as categorias das questões, analisamos as questões produzidas por cada participante, de acordo com as especificações descritas acima.

Quadro 10: Fluência, flexibilidade e originalidade de cada participante

Participante	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
A	3	3	0
G	3	3	1
J	3	2	1
T	3	2	0

Fonte: dados da pesquisa

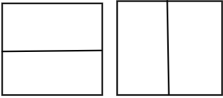
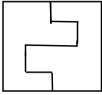
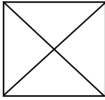
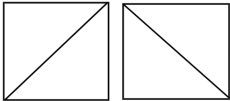
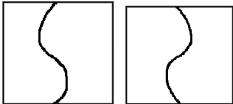
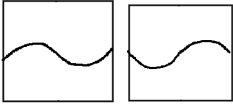
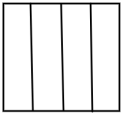
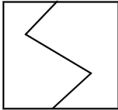
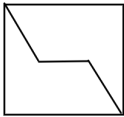
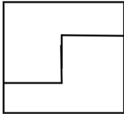
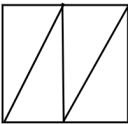
Nesta oficina, é possível notar que, em geral, os alunos não tinham muita habilidade em relação à elaboração; fizeram o mínimo de questões propostas, e pouca originalidade, mantendo-se nas perguntas mais frequentes e diretas relacionadas à imagem que serviu como ponto de partida da atividade.

Também analisamos os desenhos feitos pelos participantes, de modo a analisar não a beleza do desenho em si, mas o desenvolvimento em relação à utilização dos objetos matemáticos que poderiam ser utilizados. Para esta atividade, pedimos que fizessem um desenho utilizando os elementos geométricos que tinham conhecimento. Observamos então, as figuras geométricas que foram dispostas por eles para formarem seus desenhos.

Na oficina 6, em que o assunto foi área e perímetro, demos um tempo para os participantes pensarem em formas de dividirem a área de um quadrado de quantas maneiras diferentes eles conseguissem. Cada um fez individualmente, enviaram suas propostas de forma privada para que os outros participantes não tivessem acesso à sua solução.

Para fazer a análise desta atividade, consideramos novamente fluência, flexibilidade e originalidade, atribuindo pontos de acordo com essas habilidades. Identificamos as categorias nas produções dos alunos, de acordo com um padrão de semelhança, demonstrados no quadro a seguir.

Quadro 11: Categorias das produções

	Divisões propostas
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

Fonte: dados da pesquisa

Após identificar as categorias das divisões das áreas dos quadrados, analisamos as produções de cada participante, de acordo com as especificações descritas.

Quadro 12: Fluência, flexibilidade e originalidade - atividade de divisão de área

Participante	Fluência	Flexibilidade	Originalidade
A	6	6	4
G	3	3	2
J	4	4	2
T	8	4	4

Fonte: dados da pesquisa

Os testes realizados em relação ao desenvolvimento da criatividade dos participantes, não tem intuito de comparar os alunos entre si, mas o desenvolvimento individual de cada aluno de um teste para o outro.

Ao analisarmos o desenvolvimento da flexibilidade, fluência e originalidade dos participantes em relação a atividade proposta na oficina 2 comparativamente com a oficina 6, podemos notar que todos tiveram um desempenho melhor.

A criatividade na matemática é uma ferramenta muito pouco explorada nas aulas regulares da disciplina, o que faz com que os alunos não tenham costume de fazer alguns tipos de atividades que os deixem mais livres para utilizar o conhecimento adquirido, o que mostra a importância de incentivar a criação nas aulas de matemática.

Em relação à elaboração de problemas, as atividades realizadas sugerem que esse tipo de atividade deve ser mais explorada para que os alunos consigam pensar em perguntas menos óbvias e pensem em perguntas mais contextualizadas e bem elaboradas.

Observando os desenhos realizados pelos alunos, também conseguimos notar melhoria em relação à criatividade e à utilização dos objetos geométricos para a confecção. A comentou na última oficina que as atividades desenvolvidas a

ajudaram a ter menos medo de realizar suas tarefas, o que ajudou a fazer seus desenhos com mais facilidade e participar mais das aulas.

Nas atividades realizadas nas últimas oficinas, percebemos que eles se sentiram mais motivados a persistir para o desenvolvimento da atividade, revelando maior desempenho e se mostrando mais criativos e participativos. Percebemos, então, a partir dos resultados apresentados, que a arte pode auxiliar no desenvolvimento das habilidades necessárias para se tornarem criativos e proativos.

Quando se traz campos de conhecimento distintos, traz também a possibilidade de juntar conceitos com percepções, trabalhar o cognitivo e o afetivo. A arte faz essa conexão entre a afetividade e a matemática. Segundo Deleuze e Guattari (1992)

O objetivo da arte, com os meios do material, é arrancar o percepto das percepções do objeto e dos estados de um sujeito perceptante, arrancar o afecto das afecções, como passagem de um estado a um outro. Extrair um bloco de sensações, um puro ser de sensações. (DELEUZE; GUATTARI, 1992, p.217)

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse trabalho, no âmbito do Mestrado em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa, se propôs a responder a seguinte questão: "Que contribuições a arte pode trazer ao ensino da geometria, para o desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade matemática dos estudantes da escola básica?". Esta pesquisa teve como objetivo geral desenvolver o pensamento crítico, criativo e a autonomia intelectual dos estudantes, favorecendo também a interdisciplinaridade.

Para alcançar tal objetivo, foram realizadas sete oficinas com atividades artísticas para o estudo de geometria, fundamentadas na enculturação matemática proposta por Bishop, utilizando o modelo de van Hiele para auxiliar na avaliação do desenvolvimento do pensamento geométrico e estratégias propostas por Gontijo para favorecer a criatividade matemática dos participantes.

Inicialmente, as oficinas foram pensadas para serem desenvolvidas de forma presencial, em uma escola pública do município de Teixeiras-MG, porém, no início do ano de 2020 deu-se a pandemia de COVID-19 e tivemos que modificar as oficinas para a forma remota. Isso trouxe algumas dificuldades, limitando um pouco as atividades que haviam sido pensadas e formuladas para serem feitas presencialmente. Isso acarretou também, na redução da quantidade de alunos participantes, visto que muitos desses tinham problemas relacionados à internet de qualidade e ao acesso a um computador ou celular para assistirem às aulas. Além disso, também não foi possível expandir as oficinas para outros níveis escolares.

A frequência dos alunos nas aulas regulares durante a pandemia tiveram uma queda considerável, mas, nas oficinas realizadas durante os sete encontros, obtivemos uma ótima adesão em relação a assiduidade dos participantes, visto que ocorreu apenas uma falta justificada no decorrer das oficinas. Isso sugere que as atividades realizadas motivaram os alunos a participarem ativamente dos encontros, procurando saber o que foi trabalhado durante a ausência deles para que realizassem a atividade.

Os resultados apresentados nesta pesquisa, sugerem que a Arte no ensino da Matemática, ajuda não só no desenvolvimento do pensamento geométrico e do

pensamento criativo, mas também na afetividade positiva em relação à disciplina. Isto interessa pois, quando o aluno se sente instigado com o aprendizado, torna o processo muito mais leve e produtivo, fazendo com que as aulas de matemática deixem de ser um tópico desagradável e se torne interessante e divertido.

A partir da minha experiência e das pesquisas em educação matemática, quando os alunos se sentem envolvidos afetivamente na aprendizagem de matemática, são muitas as contribuições para esse processo ensino-aprendizagem. Neste sentido, não se justifica um modelo didático formal e lógico, destituído de contextos com as experiências, que não se conecte com as vivências dos alunos. Uma das importâncias do conhecimento é a possibilidade de leitura do mundo, responder às demandas cotidianas do cidadão e da sociedade.

Assim, vejo que esta pesquisa possibilitou uma ressignificação da minha prática profissional, como professora, de forma a buscar relacionar o conhecimento científico com vivências dos estudantes, trabalhando o aspecto cognitivo e o afetivo, concomitantemente. A arte permite aliar a razão e a emoção, como sugerem Kaufman e Nunes (2015) e auxilia no desenvolvimento do pensamento crítico e criativo dos estudantes.

A utilização da Arte para o ensino, possibilita uma abordagem pedagógica mais humanizada, que instiga o pensamento criativo e traz a possibilidade de aprendizagem de forma mais interessante, tornando a Matemática mais agradável aos olhos dos alunos, como apontam os resultados da presente pesquisa. Além disso, percebemos que a arte pode ser uma aliada para o desenvolvimento da criatividade, habilidade que se mostra cada vez mais importante para o desenvolvimento humano.

A partir destes resultados, sustentamos que a utilização da Arte para o ensino da Geometria pode ser uma estratégia eficiente, auxiliando no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e também na afetividade em relação à matemática.

Espera-se que esta pesquisa contribua para a prática docente na escola básica, incentivando e influenciando outros professores a utilizarem a Arte em suas

aulas, e que apresentem a Matemática como atividade humana criativa, auxiliando também no desenvolvimento da criatividade dos alunos.

As perspectivas futuras em relação a este trabalho são de ampliar o estudo para outras séries escolares, presencialmente, podendo então fazer o uso de outros instrumentos, utilizando obras de outros artistas que têm a geometria como elemento característico de sua arte, como Mondrian, Robert Delaunay, Amy Giacometti, Hélio Oiticica, entre outros.

REFERÊNCIAS

- ANTONIAZZI, Helena Maria et al. **Matemática e Arte: uma associação possível**. 2005.
- BISHOP, Alan J. **The social construction of meaning – A significant development for mathematics education? *For the Learning of Mathematics*, 5, 24-28, 1985.**
- BISHOP, Alan J. ***Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education***. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- DELEUZE, Gilles; GUATTARI, Felix. **O que é a filosofia?**. Rio de Janeiro: Editora, v. 34, p. 81-109, 1992.
- DE OLIVEIRA, Deire Lucia; DE ALBUQUERQUE, Leila Cunha; GONTIJO, Cleyton Hércules. **Criatividade matemática: alguns elementos na divisão de quadrados**. 2012.
- DE MORAES, João Carlos Pereira. **A teoria da forma de Kandinsky: uma compreensão artística e subjetiva de elementos geométricos**. Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 16, n. 35, p. 45-60, 2020
- FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Fazendo arte com a matemática**. Penso Editora, 2015.
- FERNANDES, Alcione Marques; GONZÁLEZ, Fredy Enrique; MARTINS, Berlane Silva. Pesquisas em Educação Matemática: a História, a Arte e a Etnomatemática em Análise. **Perspectivas da Educação Matemática**, v. 14, n. 34, p. 1-20, 2021.
- FONSECA, Regina Célia Veiga. **Metodologia do Trabalho Científico**. Curitiba, PR: IESDE Brasil, 2012.
- FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules. **Pensamento crítico e criativo em Matemática em diretrizes curriculares nacionais**. Ensino em Re-Vista, p. 956-978, 2020.
- FONSECA, Mateus Gianni. **Construção e validação de instrumento de medida de criatividade no campo da matemática para estudantes concluintes da educação básica**. 2015. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília.
- FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules; SOUZA, Juliana Campos Sabino. **Criatividade no campo da matemática: como identificar e medir?** In: 4º SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Ilhéus: 2015, p. 2306-2311.
- GARCÊS, Soraia Fernandes. **A Multidimensionalidade da Criatividade: A pessoa, o processo, o produto e o ambiente criativo no ensino superior**. 2014.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio**. 2007. 194 f. Tese (Doutorado em Psicologia) – Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília.

GONTIJO, Cleyton Hércules; SILVA, Erondina Barbosa; CARVALHO, Rosália Policarpo Fagundes. **A criatividade e as situações didáticas no ensino e aprendizagem da matemática**. Linhas críticas, Brasília, v. 18, n. 35, p. 29-46, 2012.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em Matemática**. Linhas Críticas, Brasília, v. 12, n. 23, 2006.

GONTIJO, Cleyton Hércules; SILVA, Erondina Barbosa da; CARVALHO, Rosália Policarpo Fagundes de. **A criatividade e as situações didáticas no ensino e aprendizagem da matemática**. 2012.

GONTIJO, Cleyton Hercules; CARVALHO, Alexandre Tolentino de Carvalho; FONSECA, Mateus Gianni; FARIAS, Mateus Pinheiro de. (2019). **Criatividade em Matemática: conceitos, metodologias e avaliação**. Brasília: Editora Universidade de Brasília, 2019.

GONTIJO, Cleyton Hércules; FONSECA, Mateus Gianni ; CARVALHO, A. T. ; SILVA, Fabiana Barros de Araújo; FARIAS, Mateus Pinheiro. **Criatividade em Matemática: lições da pesquisa**. 1. ed. Curitiba: EDITORA CRV, 2019.

HAMAZAKI, Adriana Clara; SAMESHIMA, Dumara Coutinho Tokunaga. **O Ensino da Geometria Sob a Ótica dos Van Hiele**. 2004.

KALEFF, Ana Maria; HENRIQUES, Almir de Souza; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme. **Desenvolvimento do pensamento geométrico–o modelo de van Hiele**. Bolema. Rio Claro, v. 10, p. 21-30, 1994.

KANDINSKY, Wassily. **Ponto e linha sobre o plano**. Walter Gropius and L. Moholy-Nagy, 1926.

KNIJNIK, Gelsa; DUARTE, C. **Entrelaçamentos e dispersões de enunciados no discurso da educação matemática: um estudo sobre a importância de trazer a ‘realidade’ para as aulas de matemática**. Anais da 32ª Reunião Anual da Anped, 2009.

LOPES, Maria Laura M. Leite; NASSER, Lilian. **Geometria na Era da Imagem e do Movimento**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ, 1996.

LOPES, Maria Laura M. Leite; NASSER, Lilian. **Curso básico de geometria: enfoque didático**. Rio de Janeiro: Editora UFRJ. Projeto Fundação, 2004.

MACEDO, Roberto Sidnei. **Etnopesquisa Crítica, Etnopesquisa-Formação**. Brasília: LiberLivro 2010.

MANN, Eric L. **Creativity: The essence of mathematics**. Journal for the Education of the Gifted, v. 30, n. 2, p. 236-260, 2006.

MOREIRA, Marli Duffles Donato. **Matemática@XXI: Conexões Surpreendentes**. Tese de Doutorado, Universidade do Porto, Portugal, 2016.

MOREIRA, Marli Duffles Donato. **Revistando Euclides para o ensino de áreas: uma proposta para as licenciaturas**. 2010. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.

NASSER, Lilian; Tinoco, Lucio. **Curso Básico de Geometria - Enfoque Didático**. Rio de Janeiro: UFRJ/projeto Fundação, 2006.

NUNES, Célia Barros; DOS SANTOS COSTA, Manoel; TALHER, Marianne Santos. **As dimensões da criatividade no contexto da resolução de problemas matemáticos**. Ensino em Re-Vista, p. 1195-1216, 2019.

NUNES, Katia Regina Ashton. **Estela e o projeto fazendo arte com a Matemática**. Boletim GEPEM, 2016.

OTAVIANO, Alessandra Barbosa Nunes; ALENCAR, Eunice Maria Lima Soriano de; FUKUDA, Cláudia Cristina. **Estímulo à criatividade por professores de Matemática e motivação do aluno**. Psicologia Escolar e Educacional, v. 16, n. 1, p. 61-69, 2012.

PINHEIRO, Sandra; VALE, Isabel. **Criatividade e Matemática: Um caminho partilhado. Ensinar e Aprender Matemática com Criatividade dos 3 aos 12 anos**, p. 30-39, 2013.

PONTE, João Pedro. **Uma disciplina condenada ao insucesso?** Noesis, nº 32, p. 24 - 26, 1994.

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e Técnicas da Pesquisa e do Trabalho Acadêmico**. Rio Grande do Sul: Universidade Feevale, 2013.

RODRIGUES, Maria Lucia; LIMENA, Maria Margarida Cavalcanti (Orgs.). **Metodologias multidimensionais em Ciências Humanas**. Brasília: Líber Livros Editora, 2006. 175p.

SEMMER, Simone. **Matemática e Arte**. Dia a Dia Educação, 2007.

SILVA, Alessandra Pereira da. **Matemática na arte: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG)**. 2013.

SILVA, Alessandra Pereira da. **Matemática na Arte: uma proposta de ensino envolvendo a pintura e a geometria no ensino fundamental**. 2014

WECHSLER, S. M. **Criatividade: descobrindo e encorajando**. São Paulo: Editora Psy, 1998.

ZALESKI FILHO, Dirceu et al. **Arte e matemática em Mondrian**. 2009.

ANEXOS

- 1)** Termo de Assentimento (TA)
- 2)** Termo de Consentimento (TCLE)
- 3)** Teste de Van Hiele

1) Termo de Assentimento (TA)

TERMO DE ASSENTIMENTO

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa “**Geometria e Arte: desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade, uma convergência possível**”. Nesta pesquisa pretendemos ensinar Geometria no Ensino Fundamental II através da Arte, além do pensamento geométrico desenvolver também o pensamento criativo, protagonismo e autonomia dos estudantes. O motivo que nos leva a estudar a Arte como recurso para o ensino da geometria é que melhore a aprendizagem e a relação dos alunos com os conteúdos geométricos.

A participação nessa pesquisa consistirá em participar das nove oficinas que serão desenvolvidas no decorrer de dois meses. Nesses encontros serão desenvolvidas atividades relacionadas a Arte para o ensino de Geometria, com o objetivo de desenvolver o pensamento geométrico e criativo dos participantes. Serão realizados dois testes no início e no fim da pesquisa. Sendo um dos testes o Teste de Van Hiele, com questões fechadas, e o outro será o teste de criatividade a partir das atividades desenvolvidas nas oficinas. Será realizada uma entrevista com dois alunos sorteados para a percepção da opinião do trabalho desenvolvido.

Serão utilizados recursos como fotos e gravações das oficinas como coleta de dados, porém a identidade dos participantes será resguardada através de borrões nos rostos caso apareçam em alguma imagem e mudança dos nomes para nomes fictícios mantendo a privacidade e confidencialidade de cada participante na pesquisa.

Esclarecemos que os possíveis **riscos** que o(a) participante se submete ao participar da pesquisa são de constrangimento por se sentir exposto, ou ainda sentir sua escola exposta em algumas situações. Poderá ocorrer também desconforto e inibição em prestar as informações solicitadas.

Para **minimizar os riscos**, informamos que os nomes dos participantes e da escola serão omitidos e substituídos por nomes fictícios para evitar eventuais constrangimentos. Assim, sua privacidade será preservada e a escola não terá a imagem exposta. As perguntas do questionário e da entrevista serão de cunho pedagógico. Em caso de desconforto o(a) participante poderá se negar a dar qualquer tipo de informação ou mesmo desistir da pesquisa a qualquer momento, sem a necessidade de explicar o motivo. Por fim, esclarecemos que durante a pesquisa o(a) participante terá a liberdade de fazer qualquer pergunta ou questionamento relacionado ao estudo.

Acreditamos que a pesquisa trará **benefícios** especificamente para o(a) participante, enquanto estudante do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) da Escola

Básica, por colaborar no processo de aprendizagem da geometria e no desenvolvimento da criatividade. Para a escola, vislumbramos o benefício de proporcionar uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem de seus alunos(as). O estudo também trará contribuição para o campo de pesquisa “Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática”, linha do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática ao qual está vinculado. Além disso, o conhecimento produzido pela pesquisa pode contribuir para o direcionamento de ações voltadas para o ensino de matemática nas escolas. Além disso, a participação no projeto promoverá habilidades socioafetivas e cognitivas nos alunos participantes o que favorece o seu desenvolvimento pessoal.

Para participar deste estudo, seu responsável legal deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Sua participação não implicará em **nenhum custo**, nem receberá qualquer benefício financeira, ou seja, sua participação é voluntária. Apesar disso, diante de eventuais danos, identificados e comprovados, decorrentes da pesquisa, você tem assegurado o direito à **indenização**. Além disso, caso surja algum custo não previsto, decorrente da pesquisa, você tem assegurado o direito ao **ressarcimento**.

Você tem garantida plena liberdade de recusar-se a participar ou seu responsável legal de retirar o consentimento ou interromper sua participação, em qualquer fase da pesquisa, sem necessidade de comunicado prévio. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que você é atendido(a) pelo pesquisador. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar. Seu nome ou o material que indique sua participação não serão liberados sem a permissão de seu responsável legal. Este termo de assentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, na avenida Peter Henry Rolfs, s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900, Departamento de Matemática (DMA) e a outra será fornecida a você.

Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa. Depois desse tempo, os mesmos serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo e confidencialidade, atendendo à legislação brasileira, em especial, à Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, e utilizarão as informações somente para fins acadêmicos e científicos.

Eu, _____,
contato _____, fui informado(a) dos objetivos da pesquisa “**Geometria e Arte: desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade, uma convergência possível**” de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar

novas informações e o meu responsável legal poderá modificar sua decisão sobre minha participação se assim o desejar. Já assinado o termo de consentimento por meu responsável legal, declaro que concordo em participar desta pesquisa. Recebi uma via deste termo de assentimento e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer as minhas dúvidas.

Nome do Pesquisador Responsável: Profa. Dra. Marli Duffles Donato Moreira

Endereço: Prédio das Licenciaturas, sala 314. Av. PH Rolfs, s/n – Campus Universitário - CEP: 36570-900 Viçosa/MG

Telefone: (31) 3612-2862

E-mail: marliddmoreira@ufv.br

Nome da Pesquisadora Mestranda: Patrícia Lúcio dos Santos Borges

Telefone: (31) 9 9665-1664

E-mail: patricia.borges@ufv.br

Em caso de discordância ou irregularidades sob o aspecto ético desta pesquisa, você poderá consultar:

CEP/UFV – Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos

Universidade Federal de Viçosa

Edifício Arthur Bernardes, piso inferior

Av. PH Rolfs, s/n – Campus Universitário

Cep: 36570-900 Viçosa/MG

Telefone: (31)3612-2316

Email: cep@ufv.br

www.cep.ufv.br

Viçosa, _____ de _____ de 20____.

2) Termo de Consentimento (TCLE)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(A) participante _____, sob sua responsabilidade, está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa “**Geometria e Arte: desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade, uma convergência possível**”. Nesta pesquisa pretendemos ensinar Geometria no Ensino Fundamental II através da Arte, além do pensamento geométrico desenvolver também o pensamento criativo, protagonismo e autonomia

dos estudantes. O motivo que nos leva a estudar a Arte como recurso para o ensino da geometria é que melhore a aprendizagem e a relação dos alunos com os conteúdos geométricos.

A participação nessa pesquisa consistirá em participar das nove oficinas que serão desenvolvidas no decorrer de dois meses. Nesses encontros serão desenvolvidas atividades relacionadas a Arte para o ensino de Geometria, com o objetivo de desenvolver o pensamento geométrico e criativo dos participantes. Serão realizados dois testes no início e no fim da pesquisa. Sendo um dos testes o Teste de Van Hiele, com questões fechadas, e o outro será o teste de criatividade a partir das atividades desenvolvidas nas oficinas. Será realizada uma entrevista com dois alunos sorteados para a percepção da opinião do trabalho desenvolvido.

Serão utilizados recursos como fotos e gravações das oficinas como coleta de dados, porém a identidade dos participantes será resguardada através de borrões nos rostos caso apareçam em alguma imagem e mudança dos nomes para nomes fictícios mantendo a privacidade e confidencialidade de cada participante na pesquisa.

Esclarecemos que os possíveis **riscos** que o(a) participante se submete ao participar da pesquisa são de constrangimento por se sentir exposto, ou ainda sentir sua escola exposta em algumas situações. Poderá ocorrer também desconforto e inibição em prestar as informações solicitadas.

Para **minimizar os riscos**, informamos que os nomes dos participantes e da escola serão omitidos e substituídos por nomes fictícios para evitar eventuais constrangimentos. Assim, sua privacidade será preservada e a escola não terá a imagem exposta. As perguntas do questionário e da entrevista serão de cunho pedagógico. Em caso de desconforto o(a) participante poderá se negar a dar qualquer tipo de informação ou mesmo desistir da pesquisa a qualquer momento, sem a necessidade de explicar o motivo. Por fim, esclarecemos que durante a pesquisa o(a) participante terá a liberdade de fazer qualquer pergunta ou questionamento relacionado ao estudo.

Acreditamos que a pesquisa trará **benefícios** especificamente para o(a) participante, enquanto estudante do Ensino Fundamental (6º ao 9º ano) da Escola Básica, por colaborar no processo de aprendizagem da geometria e no desenvolvimento da criatividade. Para a escola, vislumbramos o benefício de proporcionar uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem de seus alunos(as). O estudo também trará contribuição para o campo de pesquisa “Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática”, linha do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática ao qual está vinculado. Além disso, o conhecimento produzido pela pesquisa pode contribuir para o direcionamento de ações voltadas para o ensino de matemática nas escolas. Além disso, a participação no projeto promoverá habilidades socioafetivas e cognitivas nos alunos participantes o que favorece o seu desenvolvimento pessoal.

A participação neste estudo não implicará em **nenhum custo**, nem receberá qualquer benefício financeiro, ou seja, a participação é voluntária. Apesar disso, diante de eventuais danos, identificados e comprovados, decorrentes da pesquisa, ele tem assegurado o direito à **indenização**. Além disso, caso surja algum custo não previsto, decorrente da pesquisa, o(a) participante tem assegurado o direito ao **ressarcimento**.

O(A) participante tem garantida plena liberdade de recusar-se a participar ou o(a) Sr.(a) de retirar seu consentimento e interromper a participação do voluntário sob sua responsabilidade, em qualquer fase da pesquisa, sem necessidade de comunicado prévio. A participação dele(a) é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que é atendido(a) pelo pesquisador. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição e do participante quando finalizada. O(A) participante não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar. O nome ou o material que indique a participação do voluntário não serão liberados sem a sua permissão.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, na avenida Peter Henry Rolfs, s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900, Departamento de Matemática (DMA) e a outra será fornecida ao Sr.(a). Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa, e depois desse tempo serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a identidade do participante com padrões profissionais de sigilo e confidencialidade, atendendo à legislação brasileira, em especial, à Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, e utilizarão as informações somente para fins acadêmicos e científicos.

Eu, _____, contato _____, responsável pelo participante _____, autorizo sua participação e declaro que fui informado(a) dos objetivos da pesquisa “Geometria e Arte: desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade: uma convergência possível” de maneira clara e detalhada e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão se assim o desejar. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer minhas dúvidas.

Nome do Pesquisador Responsável: Profa. Dra. Marli Duffles Donato Moreira

Endereço: Prédio das Licenciaturas, sala 314. Av. PH Rolfs, s/n – Campus Universitário - CEP: 36570-900 Viçosa/MG

Telefone: (31) 3612-2862

E-mail: marliddmoreira@ufv.br

Nome da Pesquisadora Mestranda: Patrícia Lúcio dos Santos Borges

Telefone: (31) 9 9665-1664

E-mail: patricia.borges@ufv.br

Em caso de discordância ou irregularidades sob o aspecto ético desta pesquisa, você poderá consultar:

CEP/UFV – Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos
 Universidade Federal de Viçosa
 Edifício Arthur Bernardes, piso inferior
 Av. PH Rolfs, s/n – Campus Universitário
 Cep: 36570-900 Viçosa/MG
 Telefone: (31)3899-2492
 Email: cep@ufv.br
 www.cep.ufv.br

Viçosa, _____ de _____ de 20____.

Assinatura do Responsável Legal pelo Participante

Assinatura do Pesquisador

3) Teste de Van Hiele

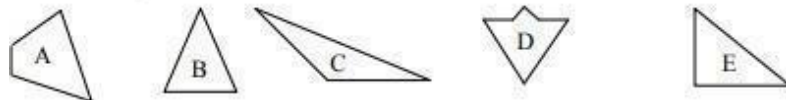
Teste de Van Hiele

O teste é composto por 15 questões fechadas.

Ao começar:

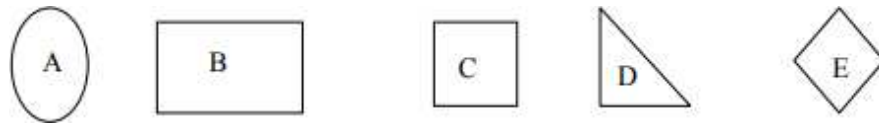
1. Leia cada questão cuidadosamente.
2. Pense em qual é a alternativa correta.
Só há uma alternativa correta para cada questão.

1. Quais são triângulos? *



- a) Somente A
- b) Somente E
- c) Somente B, C e E
- d) Somente B e C
- e) Todos são triângulos

2. Quais são os quadrados? *



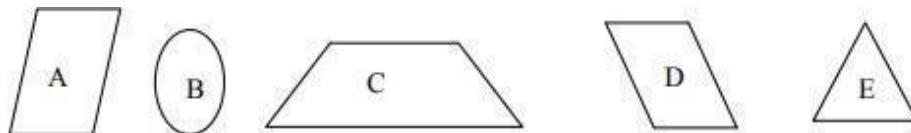
- Nenhum é triângulo
- Somente B e C
- Somente D
- Somente C e E
- Somente C

3. Quais são os retângulos? *



- Somente A
- Somente B
- Somente A e C
- Somente A e B
- Todos são retângulos

4. Quais figuras são paralelogramos? *



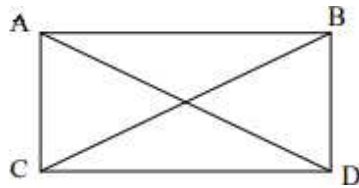
- Nenhum é paralelogramo
- Somente C e D
- Somente A, C e D
- Somente A
- Somente A e D

5. Quais são os pares de retas paralelas: *

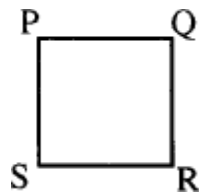


- Somente E e B
- Somente D
- Somente A
- Somente A e C
- Todas são paralelas

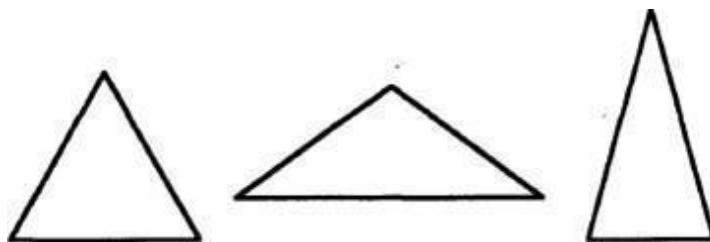
6. No retângulo ABCD, as linhas AD e BC são chamadas de diagonais. Assinale a afirmativas verdadeira para todos os retângulos:



- a) Têm 4 ângulos retos.
 - b) Têm lados opostos paralelos.
 - c) Têm diagonais de mesmo comprimento.
 - d) Têm os 4 ângulos iguais.
 - e) Todas são verdadeiras
7. Seja o quadrado a seguir. Qual relação é verdadeira para todos quadrados? *



- a) [PR] e [RS] têm o mesmo comprimento.
 - b) As diagonais são perpendiculares.
 - c) [PS] e [QR] são perpendiculares.
 - d) [PS] e [QS] têm o mesmo comprimento.
 - e) A medida do ângulo Q é maior do que a do ângulo R.
8. Todo triângulo isósceles tem dois lados iguais. Assinale a afirmativa verdadeira sobre os ângulos do triângulo isósceles:



- a) Pelo menos um dos ângulos mede 60° .
 - b) Um dos ângulos mede 90° .
 - c) Dois ângulos têm a mesma medida.
 - d) Todos os três ângulos têm a mesma medida.
 - e) Nenhuma das afirmativas é verdadeira.
9. Qual das afirmativas abaixo é característica de todos paralelogramos *
- a) Possui ângulos opostos congruentes: 2 ângulos agudos e 2 ângulos obtusos.
 - b) Possui todos ângulos congruentes
 - c) Possui quatro lados iguais
 - d) Possui lados opostos diferentes
 - e) Nenhuma das alternativas é verdadeira para nenhum paralelogramos

10. Assinale a alternativa em que não é um exemplo de um quadrilátero cujas diagonais não tem o mesmo comprimento.
- Trapézio retângulo
 - Losango
 - Paralelogramo
 - Quadrado
 - Nenhuma das alternativas

11. Assinale quais figura(s) que pode(m) ser considerada(s) retângulos: *



- Somente A e B são retângulos
 - Somente A, B e C são retângulos
 - Somente A é retângulo
 - Somente C é retângulo
 - Todos são retângulos
12. Qual afirmativa é verdadeira? *
- Todas as propriedades dos retângulos são propriedades de todos os quadrados.
 - Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os retângulos.
 - Todas as propriedades dos retângulos são propriedades de todos os paralelogramos.
 - Todas as propriedades dos quadrados são propriedades de todos os paralelogramos.
 - Nenhuma das alternativas de (A) a (D) é verdadeira.
13. O que é que todos os retângulos têm e que alguns paralelogramos não têm? *
- Lados opostos iguais.
 - Diagonais iguais.
 - Lados opostos paralelos.
 - Ângulos opostos iguais.
 - Nenhuma das alternativas

14. Considere as afirmações e assinale a alternativa correta: *

(I) A figura X é um retângulo.

(II) A figura X é um triângulo.

- Se I é verdadeira, então II é verdadeira.
- Se I é falsa, então II é verdadeira.
- I e II não podem ser ambas verdadeiras.
- I e II não podem ser ambas falsas.
- II é falsa, então I é verdadeira.

- 15.** Assinale a afirmativa que relaciona corretamente as propriedades dos retângulos e dos quadrados
- a) Qualquer propriedade dos quadrados é também válida para os retângulos.
 - b) Uma propriedade dos quadrados nunca é propriedade dos retângulos.
 - c) Qualquer propriedade dos retângulos é também válida para os quadrados.
 - d) Uma propriedade dos retângulos nunca é propriedade dos quadrados.
 - e) Nenhuma das afirmativas anteriores.

GEOMETRIA E ARTE

DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO
GEOMÉTRICO E DA CRIATIVIDADE

*Patrícia Lúcio dos Santos Borges
Marli Duffles Donato Moreira*

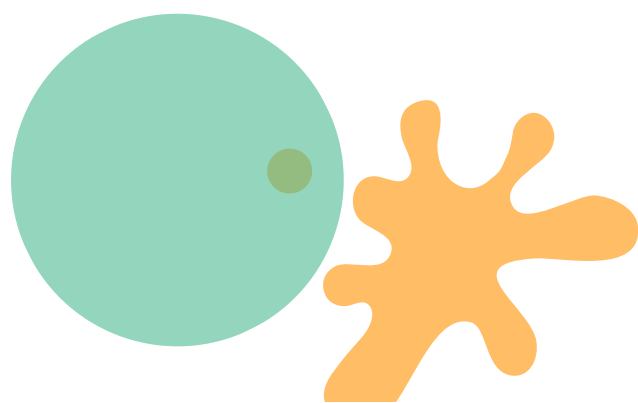
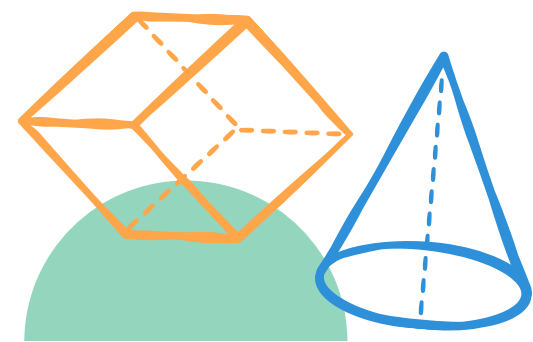


ABRIL 2023

Índice

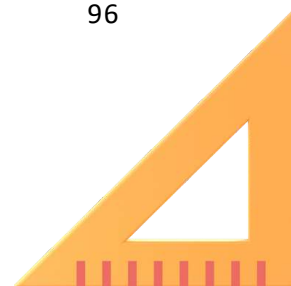
1. Apresentação.....	1
2. Discussão teórica.....	3
2.1. Desenvolvimento do pensamento geométrico	
2.2. Desenvolvimento da criatividade	
2.3. Arte como recurso pedagógico	
2.4. Enculturação Matemática	
3. Wassily Kandinsky.....	7
4. Atividades propostas.....	9
5. Reflexões.....	15
Referências.....	16

CAPA: trabalhos realizados pelos participantes das oficinas





1. APRESENTAÇÃO



Prezados/as professores/as,

Meu nome é Patrícia Lúcio S. Borges, sou professora de Matemática na Educação Básica há três anos. Desde então, leciono para o Ensino Fundamental - Anos Finais em uma escola particular de Viçosa, Minas Gerais.

Este trabalho é um Produto Educacional vinculado à dissertação de mestrado intitulada “**Geometria e Arte: Desenvolvimento do pensamento geométrico e da criatividade, uma convergência possível**” do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa (UFV) sob a orientação da Profa. Dra. Marli Duffles D. Moreira.

Este caderno didático apresenta minha experiência durante a pesquisa na intenção de propor a utilização da arte para o ensino da geometria visando o desenvolvimento da criatividade dos estudantes da educação básica, com o intuito de tornar o processo de aprendizagem mais instigante e favorecer a interdisciplinaridade. Além disso, acreditamos que a arte pode ser uma aliada para o desenvolvimento da criatividade, habilidade que se mostra cada vez mais importante para o desenvolvimento humano.

Durante a pesquisa, foram realizadas sete oficinas com alunos do Ensino Fundamental - Anos Finais de uma escola pública de Minas Gerais, com atividades artísticas com o intuito de favorecer o desenvolvimento da criatividade e do pensamento geométrico.

Este caderno didático está organizado da seguinte forma; inicialmente apresentamos uma breve discussão teórica:

- (i) Teoria de Van Hiele: desenvolvimento do pensamento geométrico
- (ii) Desenvolvimento da criatividade
- (iii) A arte como recurso pedagógico
- (iv) Enculturação Matemática



Em seguida, fazemos uma breve apresentação do artista abstracionismo, Wassily Kandinsky, artista cujas obras foram utilizadas para a produção das oficinas e das atividades realizadas.



Fonte: Retirado do site <https://www.wikiart.org>

A partir disso, apresentamos sugestões de oficinas pedagógicas com propostas de atividades, utilizando de materiais visuais, incentivando o aluno a ser o autor de seu conhecimento, desenvolvendo a autonomia e o trabalho colaborativo, favorecendo o desenvolvimento da criatividade e do pensamento geométrico.

Os resultados obtidos na pesquisa nos apontam que a utilização da Arte para o ensino da Geometria pode ser uma estratégia eficiente, auxiliando no desenvolvimento do pensamento geométrico dos estudantes e também na afetividade em relação à matemática.

Esperamos que este trabalho contribua para a prática docente, incentivando e influenciando professores a utilizarem a Arte em suas aulas, e que mostrem a Matemática para além da abordagem tecnicista, auxiliando também no desenvolvimento da criatividade dos alunos.

Viçosa, 10 de abril de 2023.

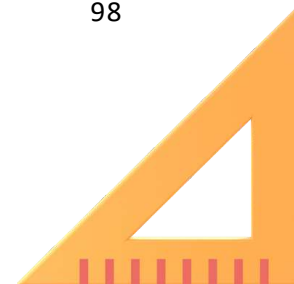
As autoras





2. DISCUSSÃO TEÓRICA

Nesta seção, descrevemos os referenciais teóricos utilizados para a elaboração da proposta didática.



2.1. Desenvolvimento do pensamento geométrico

O Modelo de Van Hiele sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico foi desenvolvido por um casal de professores holandeses, Dina van Hiele-Geldof e Pierre Van Hiele, a partir das dificuldades que seus alunos apresentavam no aprendizado de geometria.

O modelo de Van Hiele é dividido em cinco níveis (de 0 a 4) de pensamento geométrico, como descrito a seguir:

Nível	Características
Nível 0 – Visualização	Os alunos entendem as figuras por sua aparência, mas ainda não são capazes de explicá-las claramente por suas propriedades.
Nível 1 – Análise	Os alunos são capazes de reconhecer as propriedades das figuras, como as características que as definem. Porém ainda não especificam inter-relações entre figuras ou propriedades.
Nível 2 – Classificação	Os alunos são capazes de classificar as figuras por suas propriedades, mas ainda não trabalham em um sistema matemático formal.
Nível 3 – Dedução	Os alunos entendem a geometria como um sistema dedutivo e começam a tirar conclusões mais na lógica do que na intuição. Conseguem construir provas.
Nível 4 – Rigor	Os alunos estudam diversos sistemas axiomáticos para geometria com alto grau de rigor, comparam sistemas baseados em diferentes axiomas, as geometrias não-euclidianas podem ser entendidas.

Esta teoria sugere que um aluno que está em um determinado nível de desenvolvimento do pensamento geométrico não consegue compreender o conteúdo de níveis à frente ao seu sem que antes passe por todo o desenvolvimento dos níveis intermediários. Essa é a explicação para a questão que muitos alunos não alcancem os níveis mais avançados de pensamento geométrico, sem uma intervenção pedagógica apropriada do professor.



2.2. Desenvolvimento da criatividade

No âmbito escolar é muito comum que se desconsidere as capacidades criativas dos alunos ao transmitir um conhecimento já pronto. Porém, essa competência é de extrema importância para o desenvolvimento dos alunos de forma integral, para que se tornem pessoas com maior capacidade de crítica e de apresentar soluções inovadoras para os problemas cotidianos. O desenvolvimento da criatividade também gera no aluno mais autoconfiança e interesse pelo conteúdo. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) aponta para a importância do desenvolvimento da criatividade no âmbito escolar.

Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas (BNCC, 2018, p. 9).

Segundo Gontijo (2006, p. 4):

Na matemática a criatividade é a capacidade de apresentar diversas possibilidades de soluções apropriadas para uma situação-problema, de modo que essas focalizem aspectos distintos do problema e/ou formas diferenciadas de solucioná-lo, especialmente formas incomuns. Esta capacidade pode ser empregada tanto em situações que requeiram a resolução e elaboração de problemas como em situações que solicitem a classificação ou organização de objetos e/ou elementos matemáticos em função de suas propriedades e atributos[...] (GONTIJO, 2006, p. 4).

Dessa forma, o professor deve oportunizar que os alunos sejam capazes de desenvolver sua fluência (quantidade de ideias diferentes sobre um mesmo assunto), flexibilidade (capacidade de conceber diferentes categorias de respostas) e originalidade (apresentar respostas infrequentes), fazendo da sala de aula um ambiente em que os alunos sintam-se confortáveis para questionar e ousar em suas hipóteses de resolução de problemas. Segundo Gontijo (2007), algumas características que favorecem a criatividade nas escolas são atividades centradas nos interesses dos alunos; interação entre professor e alunos; exposição de diferentes tipos de estratégias de aprendizagem e a manutenção da participação ativa nas atividades propostas.



2.3. Arte como recurso pedagógico

A Arte e a Matemática se fazem presentes na história das sociedades desde os primórdios da humanidade. Na pré-história, manifestações culturais e matemáticas estavam presentes em pinturas rupestres que indicavam contagens, e desenhos nas paredes que possivelmente representavam histórias sobre o cotidiano e crenças da época. Mais à frente no tempo, podemos observar que as pinturas de telas e esculturas utilizavam, mesmo que de forma implícita, a matemática, no uso das proporções, da razão áurea e das simetrias.

A matemática e a arte nunca estiveram em campos antagônicos, pois desde sempre caminharam juntas, aliando razão e sensibilidade. Na verdade, podemos observar a influência mútua de uma sobre a outra desde os primeiros registros históricos de ambas. As duas áreas sempre estiveram intimamente ligadas, desde as civilizações mais antigas, e são inúmeros os exemplos de sua interação. (FAINGUELERNT e NUNES, 2015, p. 20-21)

Desta forma, a utilização da arte nesta pesquisa tem como objetivo desenvolver uma abordagem pedagógica mais humanizada (menos tecnicista). A matemática, apesar de se fazer presente na sociedade, percebida assumidamente como essencial ao desenvolvimento, e ser parte da civilização ocidental, é trabalhada na escola de forma muito teórica e automatizada. Sendo assim, o ensino da matemática requer metodologias diferenciadas para alcançar os alunos de maneira efetiva para uma aprendizagem significativa, de forma a instigar o pensamento, “[...] trazer a “realidade” para os alunos de matemática possibilita dar significados aos conteúdos matemáticos e, com isso, promover o interesse dos alunos para sua aprendizagem [...]” (KNIJNIK & DUARTE, 2009, p. 881).

Além do desenvolvimento do pensamento geométrico, acreditamos que a Arte possa também ser uma aliada com a Geometria para o desenvolvimento do pensamento criativo dos estudantes. Essa competência, nos últimos tempos, vem sendo muito discutida quanto à sua importância no desenvolvimento do ser humano no cenário mundial.



2.4. Enculturação Matemática

Alan Bishop (2004) critica a forma atual de ensino da matemática. Segundo o autor, o ensino tem ocorrido de maneira impessoal, não valorizando as individualidades dos alunos, sem afetividade, homogeneizada, como se todos os alunos aprendessem da mesma forma, e tecnicista, onde os componentes socioculturais da matemática são desvalorizados em relação ao domínio de técnicas.

O desenvolvimento de cada aluno se dá de forma única, ou seja, é o indivíduo que aprende e produz significado do que lhe foi ensinado. Então, é necessário uma abordagem que busque conexões, trazendo os conceitos para o contexto social dos alunos, possibilitando a atribuição de sentidos pessoais e dando espaço para uma matemática crítica e criativa.

Bishop (1991) propõe a enculturação matemática como pedagogia a partir de uma perspectiva cultural e inclusiva, transferindo o foco para o desenvolvimento dos alunos e para a apropriação da forma matemática de interagir com mundo, considerando o interesse individual de cada aluno.

A educação matemática não deve encorajar somente a atividade matemática, mas também oferecer as experiências de reflexão sobre a matemática. Além disso, um treinamento matemático pode certamente beneficiar aqueles que têm sucesso, o que educacionalmente ele oferece aos que não têm? Aqueles que não se tornaram matemáticos profissionais não precisam de treinamento matemático, mas eles precisam de educação matemática que, em uma democracia, os empodera a entender e, no final das contas, a avaliar as atividades dos matemáticos em todas as esferas da vida. (BISHOP, 2008, p.157)

Segundo o autor, a matemática é uma ciência pancultural, ou seja, está presente na história de diferentes civilizações, e desenvolve-se de acordo com as necessidades dos povos. Existem, desta forma, seis atividades universais - contar, localizar, medir, desenhar, jogar e explicar - que devem fazer parte do currículo escolar de matemática, destacando o papel dos professores como os principais responsáveis pela enculturação matemática de seus alunos, favorecendo seu desenvolvimento pleno.





3. WASSILY KANDINSKY



Wassily Kandinsky, pioneiro do movimento abstracionista, foi um dos maiores pintores do século XX. Fez parte, ao lado de Piet Mondrian e Kazimir Malevich do chamado “trio sagrado da abstração”.

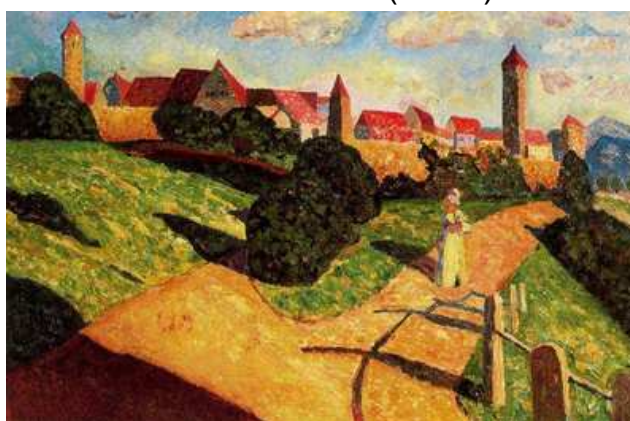
Nasceu em Moscou, Rússia, no dia 5 de dezembro de 1866. Quando criança, amava pintar, sendo inspirado pelo pôr do sol e a intensidade das cores de Moscou.

Apesar de sua formação no curso de Direito, sempre demonstrou grande interesse e inclinação para as Artes. Em 1896, mudou-se para Munique, Alemanha, para dedicar-se ao estudo da pintura, onde estudou na Academia de Arte de Munique.

No começo de sua carreira artística, Kandinsky deu

preferência pela pintura de paisagens ao ar livre, fundindo cores e formas, mostrando nitidamente sua influência do movimento pós-impressionista.

Cidade Velha (1902)



Fonte: <https://www.wikiart.org>

Suas telas começam, posteriormente, a perder definições e contornos figurativos, transparecendo toques musicais e salientando as tendências abstratas, com caráter emotivo. Era um homem místico e religioso, amante das teorias metafísicas e utilizava as interações entre a música e as artes plásticas como ferramenta criativa. Acreditava numa arte inovadora que trouxesse valores internos.



Uma notação deve ser encontrada para este tipo de poesia que mostre a linha do tom exatamente como a notação o faz na música. A questão da possibilidade e dos limites da poesia abstrata é complicada. Deve-se apenas mencionar aqui que a arte abstrata deve contar com uma forma mais precisa do que a arte representativa, e que a pura questão da forma é no primeiro caso essencial e, no segundo, muitas vezes imaterial. Eu discuti essa mesma diferença em relação ao uso do ponto. Como já foi dito acima, o ponto é o silêncio. (KANDINSKY, 1926, p.101)



Kandinsky publicou livros sobre sua teoria das cores e a influência psicológica causada por elas, sobre a dimensão do espaço aberto em contraste com o valor das cores e a extensão das formas, assim como a direção da reta e a intensidade do ponto, causando impacto no universo artístico.

A partir dos elementos geométricos e suas ressonâncias interiores, Kandinsky produzia suas obras para que cada observador pudesse, de forma única, absorver e interiorizar a obra.

Para o artista, o ponto é como o zero, o início e o silêncio, que “esconde diferentes propriedades ‘humanas’.” (1926). Já a linha, é filha do ponto, “é o rastro do ponto em movimento [...]”. Produz-se aqui o salto do estático para o dinâmico” (1926) e o círculo representa a neutralidade, uma força consciente de si mesma. A linha possui suas subdivisões, de acordo com sua forma, sendo que cada tipo, possui um significado interior ao ser humano. E o plano é a “superfície material destinada a suportar o conteúdo da obra” (1926), e apresenta força sobre os elementos primários. Pode trazer o equilíbrio (no plano quadrado), ou uma tensão subjetiva (em planos de formatos diferentes do quadrado).

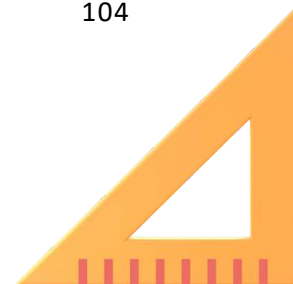
Com a Primeira Guerra Mundial, Kandinsky deixa a Alemanha. Em 1921, volta à Alemanha, e recebe o convite para lecionar em Bauhaus, escola alemã de design, arte e arquitetura, onde lecionou até seu fechamento pelo governo nazista em 1933. Em 1933, depois de ter sido acusado de pintar uma obra imprópria, foi declarado “artista degenerado” e toda sua produção entre 1926 e 1933 desapareceu. Após o fechamento de Bauhaus, muda-se com sua mulher para a França, onde permaneceu até sua morte em 1944.





4. ATIVIDADES PROPOSTAS

Atividade 1: Ponto e linhas



Objetivos:

- Identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre pontos, linhas retas e linhas curvas;
- Apresentar o artista abstracionista Wassily Kandinsky e sua relação com a geometria.

Materiais:

- Folha de papel, lápis, borracha, canetinha e régua.

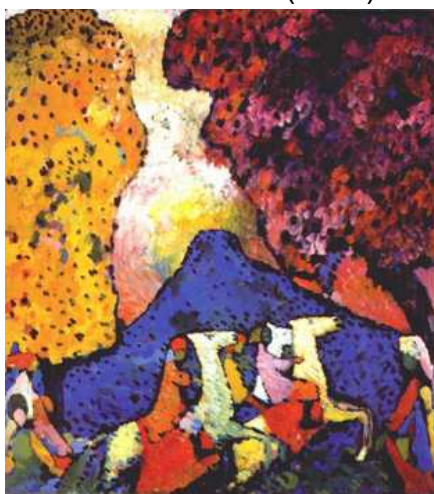
Desenvolvimento:

Iniciar com uma breve apresentação de quem foi Kandinsky e como suas obras foram perdendo definições e contornos.

Logo após, fizemos uma conversa com os alunos para entender o que eles sabem sobre o assunto. A partir do que foi discutido, introduzimos a conceito geométrico do que é o ponto, da diferença entre as linhas e as retas.

Antes de passarmos a proposta da atividade, mostramos obras de Kandinsky que mostrava a utilização de pontos para a execução da obra e passamos a ideia do artista a respeito do que é um ponto e o que é a linha, que pra ele o ponto é o início e a linha “é o rastro do ponto em movimento [...]” (KANDINSKY, 1926, p. 57).

Montanha azul (1939)



Complexo simples (1939)



Proposta de atividade: Utilize sua criatividade para fazer um desenho, se inspirando nas obras de Kandinsky, utilizando a técnica do pontilhismo.



Atividade 2: Retas e ângulos

Objetivos:

- Apresentar os conteúdos sobre retas e ângulos através da obra de Kandinsky;
- Apresentar algumas propriedades dos ângulos a partir do geoplano online.

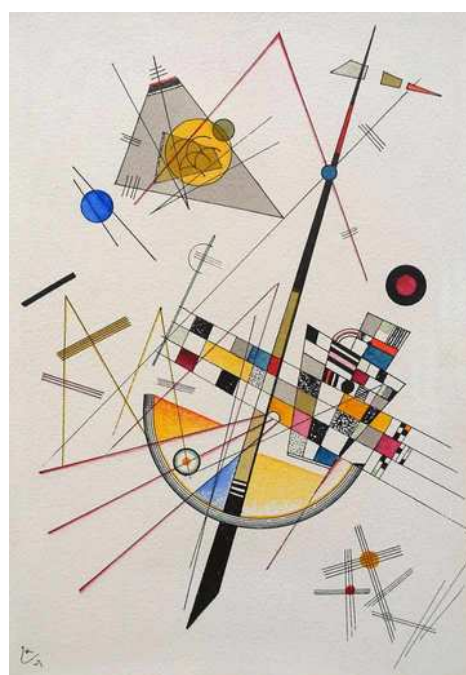
Materiais:

- Slide de fotos das obras do artista e Geoplano online

Pequeno mundo II (1922)



Delicada tensão (1923)



Desenvolvimento:

Iniciamos a oficina perguntando aos alunos o que eles sabiam de retas, das posições das retas e sobre ângulos. Depois, apresentamos algumas obras de Kandinsky e pedimos aos alunos para identificarem retas paralelas, perpendiculares e concorrentes e encontrem ângulos retos, agudos, obtusos, e depois conceitue cada um desses conceitos, a partir do que eles entendiam.



Utilizando o geoplano online, explicamos as questões iniciais, fazendo demonstrações de polígonos, da soma de seus ângulos internos e externos, polígonos regulares e suas características, tudo de forma visual.

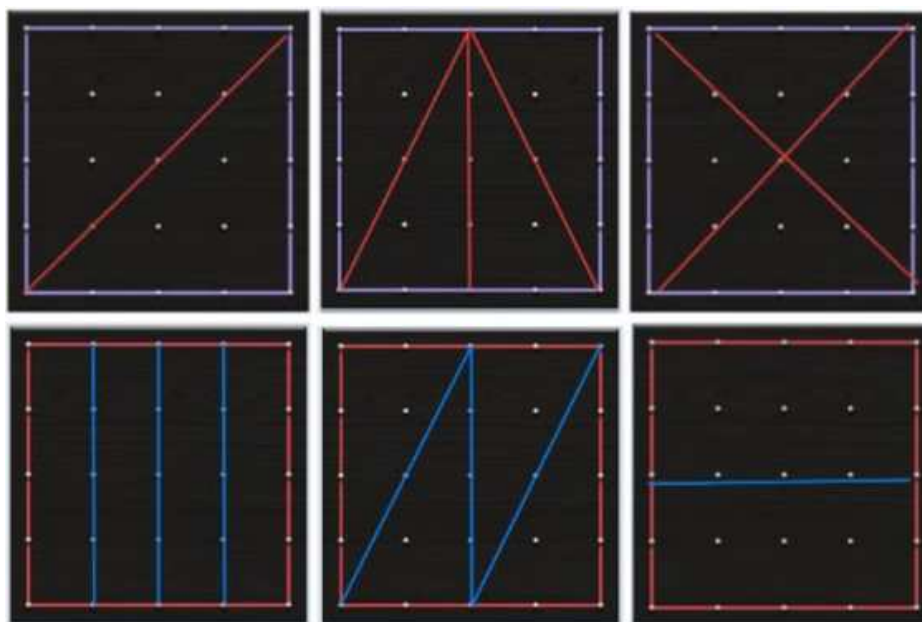
Para melhor entendimento, os alunos acessaram o site utilizado para o Geoplano, para que pudessem fazer as modificações que quisessem, para entenderem melhor.

GeoPlano online

<https://apps.mathlearningcenter.org/geoboard/>

Atividade proposta:

Faça sua obra, inspirada em Kandinsky, utilizando os polígonos estudados, linhas poligonais, círculos, retas etc. Em seguida, classifique/nomeie os objetos geométricos utilizados em sua obra.



Trabalhos realizados pelos estudantes



Atividade 3: Polígonos

Objetivos:

- Apresentar os conteúdos sobre polígonos convexos e não convexos através da obra de Kandinsky;
- Apresentar algumas propriedades dos polígonos a partir do geoplano online.

Materiais:

- Lápis de cor, papel, esquadro, compasso e régua

Desenvolvimento:

Iniciamos essa oficina com uma atividade para cada aluno responder individualmente algumas perguntas.

Questões propostas:
<ol style="list-style-type: none"> 1) O que é um plano? 2) O que é um polígono? 3) Qual a diferença entre linha poligonal e polígono? 4) A soma dos ângulos internos de todos os polígonos são iguais? 5) A soma dos ângulos externos de um polígono são sempre iguais? 6) Quantas diagonais possui um quadrilátero? E um pentágono?

Após cada aluno responder a atividade, apresentamos a obra "Amarelo, vermelho e azul (1925)", e identificamos com os estudantes os polígonos presente na obra e diferenciamos entre convexos e não convexos.



Utilizando o geoplano online, explicamos as questões iniciais, fazendo demonstrações de polígonos, da soma de seus ângulos internos e externos, polígonos regulares e suas características, tudo de forma visual. Para melhor entendimento, os alunos acessaram o site utilizado para o Geoplano, para que pudessem fazer as modificações que quisessem, para entenderem melhor.



Atividade 4: Criatividade matemática

Objetivos:

- Incentivar a criatividade matemática dos estudantes a partir da elaboração de problemas;
- Relembrar os conceitos aprendidos durante as aulas.

Materiais:

- Lápis, papel e borracha.

Desenvolvimento:

Iniciamos a oficina apresentando algumas obras do artista, a cada obra abrimos espaço para a discussão sobre os elementos geométricos presentes na pintura e o que cada obra representava para cada um.

Quadrados com círculos concêntricos (1913)



Composição X (1939)



Atividade proposta: a partir da obra que foi criada por você, elabore o máximo de questões matemáticas que você quiser, com conceitos já estudados, para que seus colegas possam responder no próximo encontro.



Atividade 5: Área e perímetro

Objetivos:

- Incentivar a criatividade matemática dos estudantes a partir de uma atividade que exerce a fluência, flexibilidade e originalidade;
- Relembrar conceitos e a diferença entre área e perímetro de figuras planas.

Materiais:

- Geoplano online.

Desenvolvimento:

Iniciamos a oficina com uma conversa sobre área e perímetro dos polígonos e do círculo. Quando planejamos essa oficina para o modo presencial, tínhamos preparado para fazer uma atividade utilizando barbante e retalhos de tecido. Como não foi possível, utilizamos novamente o geoplano online para melhor visualização.

Depois de lembrarmos sobre área de alguns polígonos, propusemos duas atividades em que os alunos utilizaram o geoplano online, cada um em seu dispositivo (seja celular ou computador).

Para cada atividade, demos aproximadamente 10 minutos para resolverem e enviarem os prints das formas que cada um havia construído.

A primeira atividade tem o intuito de compreensão das formas de divisão de área. A segunda atividade é interessante para os alunos verem que apesar de todos polígonos encontrados tenham apenas um ponto interno (prego do geoplano), os perímetros e áreas desses polígonos variam.

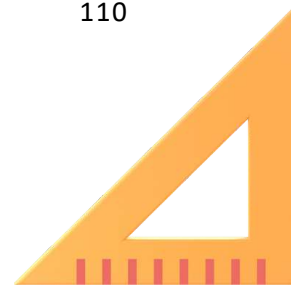
Atividades propostas:

- 1) No geoplano virtual, façam a divisão da área de um quadrado, buscando fazer o maior número de formas de divisão de área possíveis.
- 2) Desenhe polígonos diferentes unindo os pontos de modo que dentro de cada polígono permaneça somente um ponto. Busque desenhar o maior número de polígonos diferentes possíveis.





5. REFLEXÕES



A partir da minha experiência e da teoria sobre o ensino, quando os alunos se sentem envolvidos afetivamente na aprendizagem de matemática, são muitas as contribuições para esse processo de ensino-aprendizagem. Para isso, é necessário abrir mão de um formato tecnicista de ensino e distante das vivências dos alunos. O conhecimento traz a possibilidade de leitura do mundo e de responder às demandas cotidianas do cidadão e da sociedade.

Este trabalho tem a intenção de contribuir para a construção de uma nova sala de aula, em que os alunos se sintam acolhidos e envolvidos no processo de aprendizagem de matemática. Por tanto, pudemos constatar, nesta pesquisa, que a Arte juntamente à Matemática, auxilia o desenvolvimento do pensamento geométrico e do pensamento criativo dos participantes e, também, na promoção de uma afetividade positiva em relação à Matemática. Este resultado é muito positivo, pois quando o aluno se sente instigado com o aprendizado, torna o processo muito mais leve e produtivo, fazendo com que as aulas de matemática deixem de ser uma experiência desagradável e se torne interessante e divertida.

Espera-se que este trabalho contribua para a prática docente, incentivando e influenciando outros professores a utilizarem da Arte em suas aulas, e que mostrem a Matemática envolvida num contexto cultural, auxiliando no desenvolvimento da criatividade de seus alunos.

Obras de outros artistas que têm a geometria como marca de sua arte, como Mondrian, Robert Delaunay, Amy Giacomelli, Hélio Oiticica, entre outros, podem ser usadas nas oficinas em escolas públicas e particulares. Outros conteúdos matemáticos, para além da geometria plana, podem ser explorados, ampliando a utilização da arte como auxílio no ensino da matemática, como, por exemplo, o estudo de sequências, razão e proporção, entre outros assuntos.





REFERÊNCIAS



ANTONIAZZI, Helena Maria et al. **Matemática e Arte: uma associação possível.** 2005.

BISHOP, Alan J. **The social construction of meaning – A significant development for mathematics education? For the Learning of Mathematics,** 5, 24-28, 1985.

BISHOP, Alan J. **Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education.** The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

DE MORAES, João Carlos Pereira. **A teoria da forma de Kandinsky: uma compreensão artística e subjetiva de elementos geométricos.** Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas, v. 16, n. 35, p. 45-60, 2020

FAINGUELERNT, Estela Kaufman; NUNES, Katia Regina Ashton. **Fazendo arte com a matemática.** Penso Editora, 2015.

FONSECA, Mateus Gianni; GONTIJO, Cleyton Hércules. **Pensamento crítico e criativo em Matemática em diretrizes curriculares nacionais.** Ensino em Revista, p. 956-978, 2020.

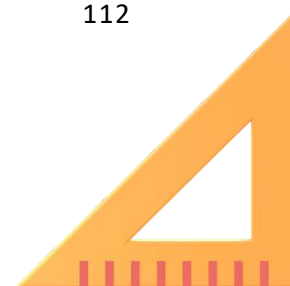
FONSECA, Mateus Gianni. **Construção e validação de instrumento de medida de criatividade no campo da matemática para estudantes concluintes da educação básica.** 2015. 104 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de Brasília, Brasília.

GONTIJO, Cleyton Hércules. **Estratégias para o desenvolvimento da criatividade em Matemática.** Linhas Críticas, Brasília, v. 12, n. 23, 2006.





REFERÊNCIAS



GONTIJO, Cleyton Hércules. **Relações entre criatividade, criatividade em matemática e motivação em matemática de alunos do ensino médio.** 2007. 194 f. Tese (Doutorado em Psicologia) – Instituto de Psicologia, Universidade de Brasília, Brasília.

HAMAZAKI, Adriana Clara; SAMESHIMA, Dumara Coutinho Tokunaga. **O Ensino da Geometria Sob a Ótica dos Van Hiele.** 2004.

KALEFF, Ana Maria; HENRIQUES, Almir de Souza; FIGUEIREDO, Luiz Guilherme. **Desenvolvimento do pensamento geométrico—o modelo de van Hiele.** Bolema. Rio Claro, v. 10, p. 21-30, 1994.

KANDINSKY, Wassily. **Ponto e linha sobre o plano.** Walter Gropius and L. Moholy-Nagy, 1926.

KNIJNIK, Gelsa; DUARTE, C. **Entrelaçamentos e dispersões de enunciados no discurso da educação matemática: um estudo sobre a importância de trazer a ‘realidade’ para as aulas de matemática.** Anais da 32ª Reunião Anual da Anped, 2009.

MOREIRA, Marli Duffles Donato. **Revistando Euclides para o ensino de áreas: uma proposta para as licenciaturas.** 2010. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro.





Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Graduada em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Professora de Matemática desde 2020. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV).

Doutora em Ensino e Divulgação das Ciências - Especialidade em Ensino das Ciências - pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal (2016). Bacharel e Licenciada em Matemática pela Universidade Santa Úrsula (1999). Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2010). Professora Adjunta da Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Matemática e Professora/Orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, (PPGECM/UFV). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV).



