

THIAGO MARTINS MELO

ESTUDO SOBRE A ELETRODINÂMICA DE ISOLANTES  
TOPOLÓGICOS E METAMATERIAIS

Tese apresentada à Universidade  
Federal de Viçosa, como parte das  
exigências do Programa de Pós-  
Graduação em Física, para obtenção  
do título de *Doctor Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2016

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

M528e  
2016

Melo, Thiago Martins, 1984-  
Estudo sobre a eletrodinâmica de isolantes topológicos e metamateriais / Thiago Martins Melo. – Viçosa, MG, 2016.  
xi,126f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: Winder Alexander de Moura Melo.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.114-126.

1. Eletrodinâmica. 2. Materiais isolantes. 3. Ondas eletromagnéticas. 4. Guias de ondas. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Física. Programa de Pós-graduação em Física. II. Título.

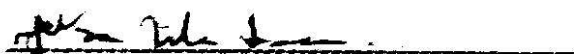
CDD 22 ed. 537.6

THIAGO MARTINS MELO

ESTUDO SOBRE A ELETRODINÂMICA DE ISOLANTES TOPOLÓGICOS E  
METAMATERIAIS

Tese apresentada à Universidade  
Federal de Viçosa, como parte das  
exigências do Programa de Pós-  
Graduação em Física Aplicada, para  
obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

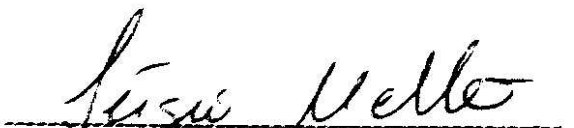
APROVADA: 19 de dezembro de 2016.



Jakson Miranda Fonseca  
(Coorientador)



André Luiz Mota



Sérgio Luís de Abreu Mello



Joaquim Bonfim Santos Mendes



Winder Alexander de Moura Melo  
(Orientador)

À minha família e meus amigos.

# Agradecimentos

Primeiramente, à minha mãe Elaine, ao meu avô Joãozito (*in memoriam*) e tio Pedrinho, vocês são as pessoas que alicerçaram incondicionalmente com pilares de amor, incentivo e confiança tudo o que envolveu a construção materializada neste trabalho.

A todos os meu amigos, em especial aos da minha cidade, Coronel Fabriciano, pelos longos anos de sólida amizade e as amizades feitas na UFV e na cidade de Viçosa, por todos os intensos momentos vividos dentro e fora das quatro pilastras.

À Gerusia Bicalho por ter sido parte importante da minha vida e pelo apoio que me foi dado.

Ao professor Winder A. Moura Melo, pela orientação em todas as etapas acadêmicas que atravessei, desde a graduação, passando pelo mestrado e por fim, no doutorado sintetizado nesta tese. Foram de grande aprendizado e crescimento científico esses anos de trabalho e convivência.

Aos professores Jakson M. Fonseca e Afrânio R. Pereira pela co-orientação.

Ao amigo e companheiro de pesquisa Davidson Viana pelas produtivas discussões e parcerias em trabalhos. Da mesma forma, agradeço ao amigo Sylvestre Carvalho pela cooperação.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Física que contribuíram direta e indiretamente com a realização do meu doutorado e com toda a minha trajetória na UFV.

À UFV pela oportunidade de vivenciar uma universidade com tamanha estrutura, riqueza de material humano e integração entre todos os tipos de pessoas. Foi uma experiência ímpar estudar em uma universidade tão mineira e ao mesmo tempo tão cosmopolita.

Após os quase doze anos fazendo da UFV a minha segunda casa, valorizo ainda mais o meu estado, Minas Gerais, além da visão mais ampla de mundo e sociedade que me foi proporcionada.

À cidade de Viçosa pelo acolhimento, pelas pessoas amistosas e solícitas dessa cidade que me cativou pela simplicidade e por tudo o que eu vivi nesse lugar.

Ao povo brasileiro, que apesar de todas as dificuldades, possibilitou-me de estudar em uma universidade pública de qualidade da graduação ao doutorado.

À Rita Gabriela, que apareceu poeticamente na minha vida durante a fase mais difícil de produção desta tese e me deu muito apoio e carinho na reta final. Mais uma vez, obrigado por tudo, meu amor.

A todas as pessoas que conheci nos meses que precederam a conclusão deste trabalho e que, de alguma maneira, contribuíram para a sua realização.

À CAPES pelo aporte financeiro.

# Sumário

<b>Resumo</b>	<b>ix</b>
<b>Abstract</b>	<b>x</b>
<b>1 Introdução e Motivação</b>	<b>1</b>
1.1 Isolantes Topológicos . . . . .	1
1.2 Metamateriais e Plasmons Polaritons Superficiais . . . . .	6
<b>2 Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais</b>	<b>16</b>
2.1 Efeito Hall Quântico e Ordem Topológica . . . . .	16
2.2 Isolantes Topológicos Bidimensionais . . . . .	18
<b>3 Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico</b>	<b>25</b>
3.1 Isolantes Topológicos Tridimensionais . . . . .	25
3.2 O Efeito Magnetoelétrico Topológico . . . . .	29
<b>4 Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais</b>	<b>36</b>
4.1 Guia de Onda Tipo <i>Slab</i> com uma Frequência de Corte Topológica . . . . .	36
4.2 Sobre o Limiar do Efeito Magnetoelétrico Topológico . . . . .	42
<b>5 Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares</b>	<b>44</b>
5.1 Respostas Elétrica e Magnética Artificiais . . . . .	44
5.2 Índice de Refração Negativo . . . . .	50

<b>6 Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Hall de Spin Fotônico em Metamateriais</b>	<b>58</b>
6.1 Plasmons Polaritons Superficiais: Propriedades Gerais . . . . .	58
6.2 Algumas Técnicas de Excitação de Plasmons Polaritons Superficiais . . . . .	67
6.3 O Efeito Hall de Spin Fotônico . . . . .	70
6.4 Observação do Efeito Hall de Spin Fotônico em Metamateriais . . . . .	80
<b>7 Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico</b>	<b>84</b>
7.1 Metasuperfície Composta por Antenas-V como um Meio Efetivo para Propagação de Plasmons Polaritons Superficiais . . . . .	84
7.2 Acoplamento de Plasmons Polaritons Superficiais ao Efeito Hall de Spin Fotônico . . . . .	96
<b>8 Conclusões e Perspectivas</b>	<b>101</b>
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>114</b>

# Unidades, Notações e Convenções

- Nos capítulos referentes ao efeito magneto-elétrico topológico e à investigação sobre ondas eletromagnéticas guiadas por isolantes topológicos, o Sistema Gaussiano de Unidades foi convenientemente utilizado. Com isso, os campos elétrico e magnético possuem mesma dimensão.

- O Sistema Internacional (SI) de Unidades foi adotado nos capítulos em que são abordados plasmons polaritons superficiais e nos estudos acerca da dinâmica dessas excitações em uma metasuperfície.

- Derivadas espaciais (coordenadas  $x$ ,  $y$  e  $z$ ) e temporais ( $t$ ) são denotadas por  $\partial_{x,y,z}$  e  $\partial_t$  respectivamente.

- Os índices tensoriais são representados por letras gregas ( $\mu$  e  $\nu$  são exemplos) e assumem valores de 0 a 3. É utilizada a convenção de Einstein, na qual um monômio de índices repetidos denota a soma sobre estes índices.

- Quadrivetores possuem as formas: covariante  $x_\mu = (x_0, -\vec{x})$  e contravariante  $x^\mu = (x_0, \vec{x})$ , nos quais, a métrica de Minkowski ( $\eta_{\mu\nu}$ , assinatura  $\eta_{00} = 1$  e  $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = -1$ ,  $\eta^{\mu\nu} = 0 \forall \mu \neq \nu$ ) funciona como abaixadora ou elevadora de índices de modo que  $x_\mu = \eta_{\mu\nu}x^\nu$ .

- O símbolo de Levi-Civita denotado por  $\epsilon_{ijk}$  no espaço tridimensional é totalmente antissimétrico, de forma que, se a permutação de índices for par, seu resultado é +1, se for ímpar -1 e  $\epsilon_{ijk} = 0$ , caso contrário.

- Demais convenções e notações são descritas ao longo do texto.

# Lista de Siglas

- IT: Isolante topológico.
- MTM: Metamaterial.
- EM: Eletromagnética.
- CC: Condição de contorno.
- PPS: Plasmon polariton superficial.
- MTS: Metasuperfície.
- EHSF: Efeito Hall de spin fotônico.
- EHQ: Efeito Hall quântico.
- EB: Estado de borda.
- SRT: Simetria de reversão temporal.
- PQ: Poço quântico.
- ISO: Interação spin-órbita.
- ZB: Zona de Brillouin.
- ES: Estado de superfície.
- EMT: Efeito magneto-elétrico topológico.
- OE: Óptico-eletrônico.
- FB: Fase de Berry.
- TCT: Teoria de campo topológica.
- SRR: *Split ring resonators*.
- IMD: Interface metal/dielétrico.
- IMSD: Interface metasuperfície/dielétrico.
- CCF: Condição de correspondência de fase.

- FG: Feixe gaussiano.
- DT: Desvio transverso.
- MAT Momento angular total.
- CEU: Célula unitária.
- RA: Refração anômala.

# Resumo

MELO, Thiago Martins, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2016. **Estudo Sobre a Eletrodinâmica de Isolantes Topológicos e Metamateriais**. Orientador: Winder Alexander Moura Melo. Co-orientadores: Jakson Miranda Fonseca, Afrânio Rodrigues Pereira.

Nesta tese são apresentados estudos teóricos acerca da eletrodinâmica de isolantes topológicos (ITs) e metamateriais (MTMs). São investigadas as principais propriedades de ondas eletromagnéticas (EMs) confinadas unidimensionalmente por um guia de onda do tipo *slab*, cujas paredes são ITs tridimensionais (ITs-3D). Os resultados mostram que, nesse ambiente, a radiação é sujeita à uma frequência de corte com estabilidade topológica, que por sua vez é relacionada com o comprimento de penetração dos estados metálicos no *bulk* do material. Tal frequência pode ser interpretada como um limiar de influência da fase ITa sobre as ondas EMs propagantes no sistema. Na parte referente à MTMs, foi estudada a dinâmica de plasmons polaritons superficiais (PPSs) em uma metasuperfície (MTS) que exibe o efeito Hall de spin fotônico (EHSF). Foi proposto um modelo que aproxima a MTS de um meio efetivo, do qual obteve-se a relação de dispersão e grandezas relacionadas ao confinamento longitudinal e transversal dos modos de PPSs. Utilizando a abordagem proposta para a MTS, foram calculadas as quantidades associadas ao EHSF fundamentando-se nas recentes verificações experimentais do referido efeito. Em seguida, a sinergia entre características fotônicas e plasmônicas foi explorada investigando-se a excitação de PPSs através do EHSF induzido pela MTS.

# Abstract

MELO, Thiago Martins Melo, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, december. 2016 **Study on the Electrodynamics of Topological Insulators and Metamaterials**. Adviser: Winder Alexander Moura Melo. Co-Advisers: Jakson Miranda Fonseca e Afrânio Rodrigues Pereira.

In this thesis, it is presented theoretical studies about topological insulators (TIs) and metamaterials (MTMs). We investigate the main properties of electromagnetic (EM) waves unidimensionally confined by a slab type waveguide, whose walls are tridimensional TIs (3D-TIs). The results show that, in this environment, radiation is subjected to a cutoff frequency with topological stability, which is related to the penetration depth of metallic states in the material bulk. Such frequency may be interpreted as a threshold of influence of the TI phase over the propagating EM waves in the system. As for the MTMs, was studied the dynamics of surface plasmons polaritons (SPPs) in a metasurface (MTS), which shows the photonic spin Hall effect (PSHE). A model was proposed to approach the MTS as an effective medium, of which we have obtained the relation of dispersion and quantities related to the longitudinal and transversal confinement of the SPPs modes. Using this approximation, were calculated the quantities associated to the PSHE, basing on the recent experimental verifications of the aforementioned effect. Then, the synergy between photonic and plasmonic characteristics was explored by investigating SPPs excitations through the PSHE induced by the MTS.

# Capítulo 1

## Introdução e Motivação

São apresentadas neste capítulo, as principais motivações que conduziram a investigação de alguns efeitos emergentes da interação entre a luz e os recém-explorados ITs e MTMs. Sendo esse último, em intercessão com Plasmônica. ITs e MTMs exibem peculiares propriedades EMs que, ao serem manipuladas, possibilitam inúmeros avanços em tecnologias baseadas no controle de graus de liberdade eletrodinâmicos e fotônicos em pequenas escalas de comprimento. Além das diversas aplicações práticas que podem decorrer dos estudos realizados nesta tese, o interesse pelas versáteis Teorias de Campo no âmbito da Física da Matéria Condensada constitui um fim em si mesmo, devido à abrangência de fenômenos que são descritos via tal área da Física Teórica.

### 1.1 Isolantes Topológicos

A descoberta de estados topológicos da matéria proporcionou um novo tipo de classificação para determinados sistemas de matéria condensada. Efeitos como o transporte eletrônico spin-dependente sem dissipação, carga e estatística fracionária são caracterizados pela ordem topológica vigente em meios que exibem estados metálicos em suas fronteiras. Essas propriedades viabilizam desenvolvimentos em spintrônica, óptica e computação quântica, áreas essas, de fundamentais interesses no atual cenário tecnológico [1, 2]. Vale registrar que no ano de apresentação desta tese, Thouless, Kosterlitz e Haldane foram laureados com o Prêmio Nobel de Física, em reconhecimento às suas

## 1. Introdução e Motivação

---

descobertas relacionadas às transições de fases topológicas [3].

Na bem sucedida teoria de Landau-Ginzburg, fases quânticas da matéria são descritas em termos de violações em simetrias adjacentes. Um exemplo é o alinhamento de spins em sistemas magnéticos, cuja ordem ferromagnética é advinda da quebra da simetria de rotação [4]. No entanto, a descoberta do efeito Hall quântico (EHQ) na década de 1980 comprovou a existência de uma ordem e de estados topologicamente distintos dos estados conhecidos até então [5–7].

O EHQ caracteriza-se pela propagação unidirecional de estados metálicos nas bordas de sistemas eletrônicos bidimensionais, com a condição de que um campo magnético externo perpendicular seja aplicado (figura 1.1 (b)). Com isso, no *bulk* desses sistemas, as órbitas eletrônicas são discretizadas e os estados possuem um *gap* de energia, apresentando-se como isolantes ordinários (figura 1.1 (a)). Porém, em suas fronteiras, os orbitais não se fecham, o que proporciona canais de propagação com condutância quantizada em múltiplos inteiros ou racionais de  $e^2/h$  ( $e$  é carga do elétron e  $h$  é a constante de Planck) [8]. A descrição topológica se dá pela correspondência entre as propriedades do

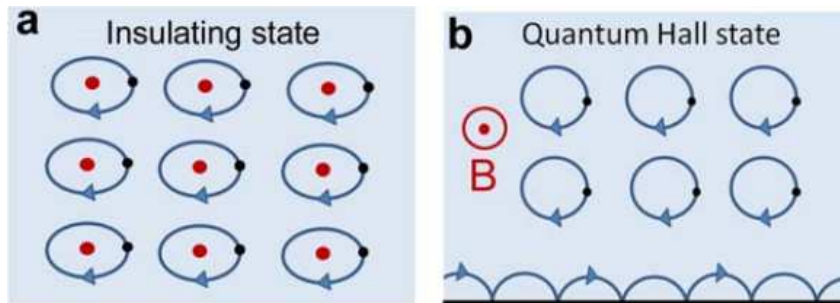


Figura 1.1: (a) Elétrons ligados aos orbitais em isolantes. (b) *Bulk* isolante e estados sem *gap* de energia em um sistema que apresenta EHQ. O campo magnético externo ( $B$ ) discretiza as órbitas eletrônicas. Nas bordas, esses orbitais não se fecham e canais de condução são estabelecidos. (Fonte: [9].)

interior e as bordas do sistema. Ao invés de ser caracterizado por um parâmetro de ordem local, o *bulk* é descrito por um invariante topológico, que por sua vez relaciona-se com o número de estados quirais robustos sem *gap* existentes em suas extremidades. Nesses sistemas, Hamiltonianas que mantêm o *gap* de energia no *bulk* frente a pequenas perturbações

## 1. Introdução e Motivação

---

são ditas pertencerem à mesma classe topológica [5]. Tal classificação é assegurada pelo teorema de Gauss-Bonnet, no qual classifica superfícies segundo o *genus* ( $g$ , números de buracos) que essas possuem. Superfícies com mesmo  $g$  podem ser suavemente deformadas umas nas outras, caso contrário, não são topologicamente equivalentes [10]. Na figura 1.2 são ilustrados alguns exemplos.

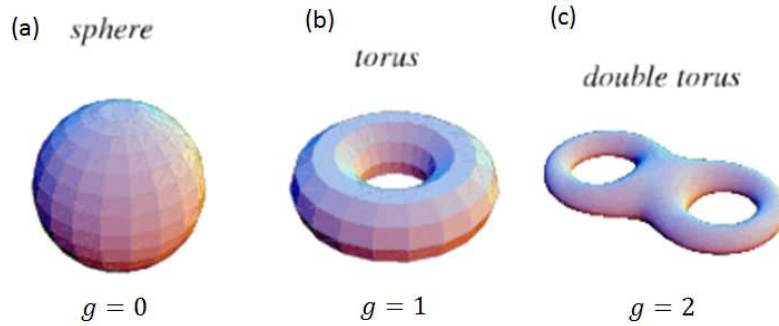


Figura 1.2: Classificação topológica de *manifolds* segundo o *genus*. (a) A esfera possui  $g = 0$  por não conter buracos. (b) Toro  $g = 1$ . (c) Bi-toro  $g = 2$ . (Fonte: [11].)

ITs também possuem estados de borda (EB) sem *gap* de energia e um *bulk* isolante, analogamente ao EHQ. No entanto, ITs constituem um estado topológico distinto dos sistemas que manifestam o referido efeito, principalmente por dois fatores determinantes: os EB em são protegidos por simetria de reversão temporal (SRT) (o que não acontece no EHQ devido à necessidade do campo magnético externo) e são spin-polarizados [13]. Nos anos de 2006 e 2007, essa fase eletrônica foi verificada em poços quânticos (PQs) do composto  $HgTe/CdTe$  e então denominado de IT bidimensional (IT-2D) [14]. O IT-2D é descrito por outro tipo invariante topológico, no qual a correspondência *bulk*-bordas também é levada em conta [12]. A figura 1.3 ilustra o material e os EB exibidos em sua fase topológica.

A intensa interação spin-órbita (ISO) existente nos PQs do  $HgTe/CdTe$  desempenha um papel semelhante ao do campo magnético externo no EHQ ao separar espacialmente os canais de condução. Além disso, a ISO preserva a SRT dos EB de maneira que esses sejam helicais, ou seja, têm direção de propagação correlacionada com a polarização

## 1. Introdução e Motivação

---

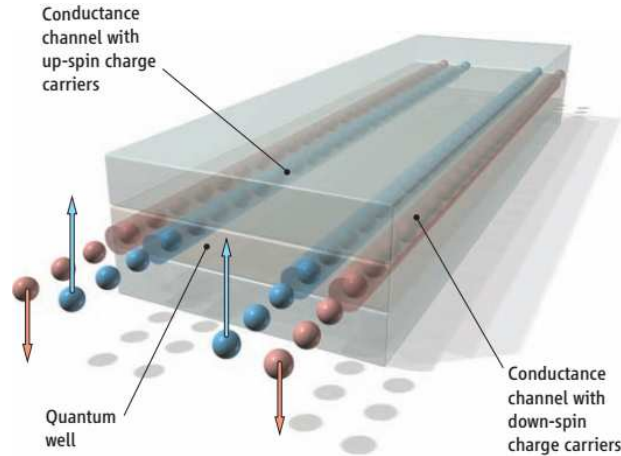


Figura 1.3: IT-2D no EHQS. As camadas superiores e inferiores são de  $CdTe$ , enquanto que a camada do meio é de  $HgTe$ . Os EB spin-polarizados se propagam nas extremidades das interfaces  $HgTe/CdTe$ . (Fonte: [14].)

de spin (figura 1.3). Esse grau de liberdade adicional potencializa o uso de ITs-2D para armazenamento e processamento de dados em nível quântico [1].

No ano de 2007 foi verificado experimentalmente que ligas do tipo  $Bi_{1-x}Sb_x$ , com  $0,07 < x < 0,22$ , se comportam como ITs tridimensionais (ITs-3D) [15]. Nesses materiais, estados metálicos com características topológicas foram mapeados através da técnica ARPES (*angle resolve photon emission spectroscopy*) [16]. Também devido à uma intensa ISO, as bandas de valência e de condução dos componentes do  $Bi_{1-x}Sb_x$  exibem um colapso para determinados pontos da zona de Brillouin (ZB) [17]. Tais características permitem a existência de estados de superfície (ES) sem *gap* de energia e protegidos por SRT. No ano de 2009, ES foram encontrados nos compostos estequiométricos  $Bi_2Se_3$ ,  $Bi_2Te_3$ ,  $Bi_2Te_3$  e  $Sb_2Te_3$ , nos quais ficaram conhecidos como ITs-3D da segunda geração [18].

Em ITs-3D, a correlação entre momento e spin manifesta-se em qualquer direção na superfície do material, ou seja, os ES propagam-se arbitrariamente com a polarização de spin sendo perpendicular ao movimento. Com isso, esses estados não podem ser medidos por experimentos de transporte eletrônico, pois, a superfície do IT-3D não apresenta bordas (figura 1.4 (a)). Os ES em ITs-3D são do tipo férmions de Dirac sem massa e podem ser sondados quando a SRT é violada na superfície do material. Isso pode

## 1. Introdução e Motivação

---

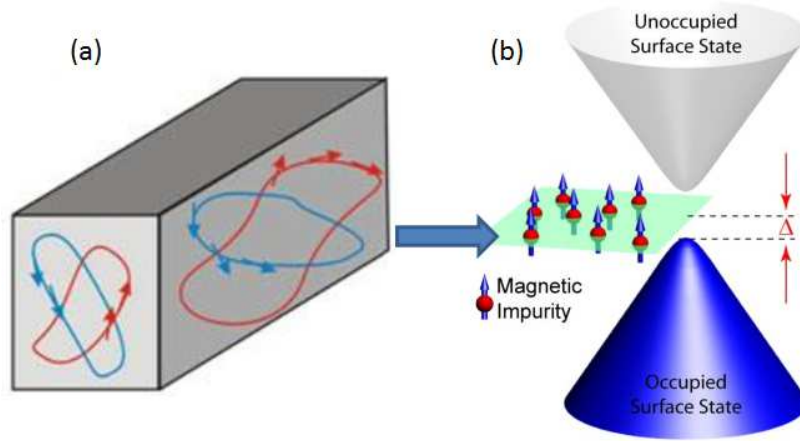


Figura 1.4: (a) ES em um IT-3D. Os spins dos estados metálicos são polarizados perpendicularmente à direção do momento. (b)  $Gap$  ( $\Delta$ ) aberto na superfície por uma impureza magnética. Os cones de Dirac são separados pela impureza, o que permite a sondagem por transporte eletrônico dos ES. (Fontes: [19, 20])

ser feito por meio da abertura de um  $gap$  através de um campo magnético aplicado ou cobrindo-a com um filme magnético. Dessa forma, os cones de Dirac são separados na dispersão da energia (figura 1.4) e os ES podem ser detectados via canais de condução estabelecidos [10, 21–23].

Nas condições descritas acima e na presença de campos EMs, as superfícies dos ITs-3D exibem respostas EMs quantizadas em termos da constante de estrutura fina,  $\alpha = e^2/\hbar c$ , onde  $c$  é a velocidade da luz. Essas respostas são caracterizadas pelo efeito magneto-elétrico topológico (EMT), no qual um campo elétrico gera uma magnetização e um campo magnético gera uma polarização. Tal efeito incorpora a ordem topológica que vigora no *bulk* do material e propriedades EMs exóticas emergem desses materiais [10, 23].

Na presente tese, o Capítulo 2 é dedicado ao EHQ juntamente com suas características topológicas, em seguida descrevemos o IT-2D e suas principais propriedades. No Capítulo 3 são abordados os ITs-3D e o EMT em maiores detalhes. Nossos estudos sobre as propriedades de ondas EMs guiadas na presença do EMT são apresentados no Capítulo 4, onde obtemos uma conexão entre ordem topológica, condições de confinamento e propagação da radiação em um guia de onda com paredes ITas-3D, além de um limiar

para a manifestação do EMT.

## 1.2 Metamateriais e Plasmons Polaritons Superficiais

A progressiva compreensão das propriedades de propagação da luz e dos aspectos de sua interação com a matéria, tem proporcionado notórios desenvolvimentos nas áreas de nanotecnologia e fotônica. Essencialmente, quaisquer dispositivos que utilizem de mecanismos ópticos ou óptico-eletrônicos (OEs), possuem suas funcionalidades fundamentadas no controle de características transportadas pela luz em meios materiais que, por meio de elementos processadores, traduzem esses sinais em aplicações específicas. No atual panorama tecnológico, a busca por novos materiais que possibilitem a manipulação de ondas EMs e de excitações OEs em escalas de comprimento cada vez menores, instaura-se como um paradigma.

Encapamento óptico (*optical cloaking*) de um objeto o tornando invisível à radiação, índice de refração negativo, superlentes planas praticamente livres de aberrações e resolução de imagens abaixo do limite de difração da luz. Essas são propriedades exóticas e com grande potencial prático, mas que não são encontradas em meios materiais naturais. No entanto, estes surpreendentes efeitos já são realidade para uma nova classe de materiais artificiais: os chamados metamateriais. Etimologicamente, na palavra “metamaterial”, o prefixo “meta” significa “além”. Portanto, o referido termo foi designado para esses materiais, nos quais manifestam propriedades EMs que não são usualmente encontradas na matéria ordinária e compostos convencionais [24, 26, 27].

Mas quais são exatamente as características que tornam os MTMs de tão grande interesse? MTMs são, em geral, estruturalmente formados por arranjos de elementos metálicos ressonantes e espalhadores de luz. Além disso, suas dimensões típicas estão em escala de subcomprimento de onda da radiação EM operante. Dessa forma, o sistema como um todo pode ser considerado macroscopicamente uniforme. Mediante essas condições,

## 1. Introdução e Motivação

---

os componentes unitários dos MTMs se assemelham aos átomos e moléculas na interação entre ondas EMs e a matéria comum, agindo como “meta-átomos” e “meta-moléculas”. Por meio de ajustes em seus parâmetros estruturais, o comportamento da luz pode ser flexivelmente manipulado em diferentes configurações de MTMs [24, 28].

Um dos efeitos mais promissores previsto para ser alcançado por MTMs, o *optical cloaking*, foi obtido em [29] para frequências EMs na faixa de micro-ondas ( $\sim 10^{10}$ Hz). A configuração utilizada é mostrada na figura 1.5. Esse MTM é composto por cilindros dielétricos concêntricos preenchidos com anéis ressonantes feitos de cobre (*Cu*). Os pa-

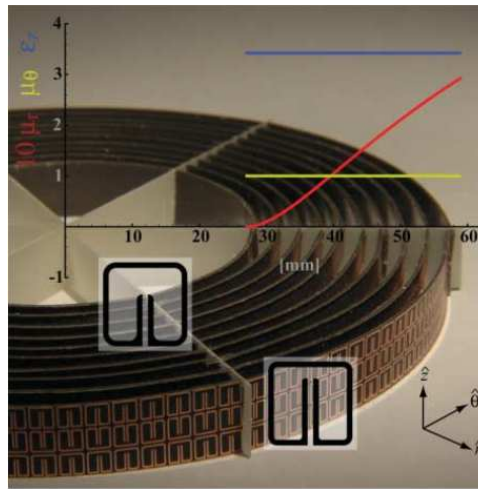


Figura 1.5: MTM composto de cilindros dielétricos concêntricos com anéis ressonantes como elementos unitários. O comportamento espacial da permissividade ( $\epsilon$ ) e da permeabilidade ( $\mu$ ), obtidas via óptica de transformação, são mostrados para cada direção especificada em coordenadas cilíndricas. (Fonte: [29].)

râmetros geométricos do arranjo, tais como, dimensões específicas e periodicidade dos anéis, foram fixados de forma a atender a prescrição da óptica de transformação para a permissividade elétrica e permeabilidade magnética [30]. Dessa forma, foi alcançado um perfil espacial anisotrópico da resposta EM do MTM.

O objeto recoberto pelo MTM da figura 1.5 consiste de um cilindro metálico inserido no centro da estrutura. As figuras 1.6 (a)-(d) mostram os padrões de campo elétrico na ausência e na presença do MTM respectivamente. O gradiente espacial obtido nas propriedades dielétricas do MTM é tal que, ao se aproximarem do raio interno do MTM,

## 1. Introdução e Motivação

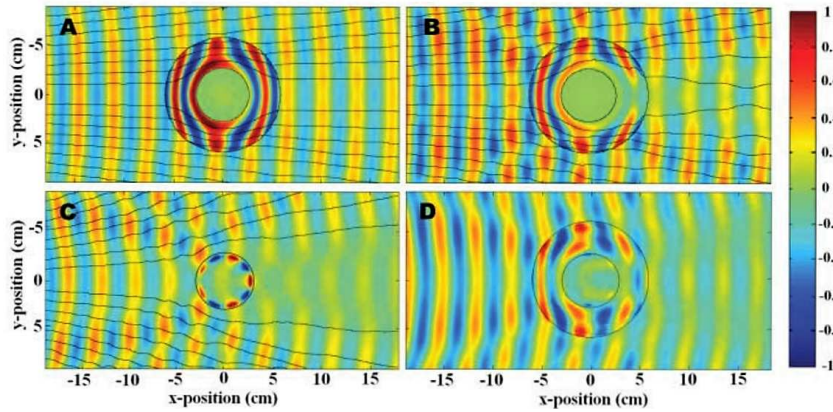


Figura 1.6: Distribuição espacial da intensidade de campo elétrico no espaço. (a) e (c) são resultados de simulação e medidas experimentais, respectivamente. Padrão do campo para o cilindro sem o MTM. O campo apresenta fortes distorções devido ao cilindro. As linhas indicam a direção do fluxo de energia. (b) e (d) Simulação e medidas experimentais. Distribuição do campo com o cilindro encapado pelo MTM. As ondas EM contornam o MTM e se reformam no lado oposto, correspondendo, essencialmente, ao campo elétrico no espaço livre. (Fonte: [29].)

as frentes de onda sofrem um atraso em relação ao espaço livre. Isso implica em uma compressão no comprimento de onda da radiação e, ao contornar o arranjo, coincide em fase com as ondas EMs externas, o que resulta na invisibilidade do cilindro a micro-ondas.

Recentemente, MTSs onde índices de refração ( $n$ ) negativos foram alcançados, ofereceram a possibilidade de resolver imagens abaixo do limite de difração da luz [31, 32]. Essa restrição é causada pelas ondas EMs evanescentes confinadas às vizinhanças do objeto. Portanto, essas não contribuem para a formação da imagem. No entanto, em MTMs exibindo  $n < 0$ , as componentes atenuadas de Fourier [33] são restauradas e, juntamente com os modos propagantes, recobrem eficientemente a imagem plana do objeto em subcomprimento de onda (maiores detalhes são tratados na Seção 5.2).

MTMs com  $n < 0$  agem como superlentes planas que não carregam as limitações das lentes convencionais. Tal funcionalidade possibilita expandir abruptamente o poder de sondagem da microscopia óptica. Resoluções em escalas diversas são alcançadas de acordo com o arranjo utilizado. Portanto, precisões cada vez maiores na produção de imagens torna-se, basicamente, uma questão de se confeccionar MTMs com configurações estruturais otimizadas.

## 1. Introdução e Motivação

Em [31], superlentes produzindo imagens em subcomprimento de onda, foram obtidas de um MTM composto de filmes finos de prata (*Ag*) em substratos de lâminas dielétricas. Os filmes de *Ag*, além de restaurarem as componentes evanescentes da radiação, as convertem em componentes propagantes em campo óptico próximo. A figura 1.7 (a) mostra o princípio de funcionamento e as imagens produzidas por esse MTM. Na fi-

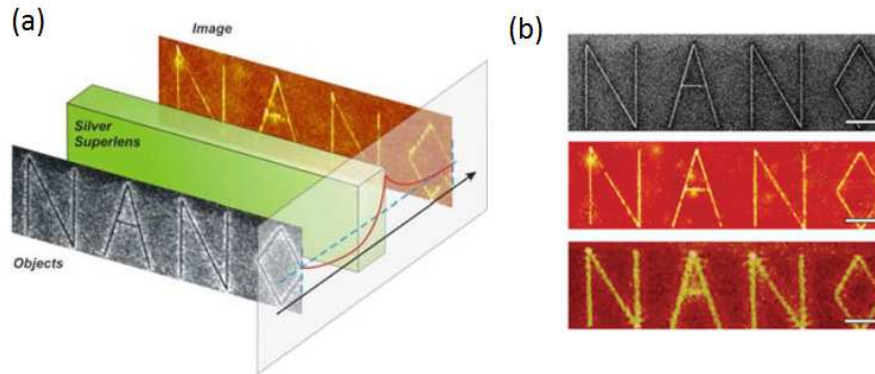


Figura 1.7: MTM como uma superlente de campo óptico próximo. (a) Componentes atenuadas sendo recuperadas e formando a imagem do objeto com resolução abaixo do limite de refração. (b) Acima: imagem do objeto via feixe de íons focados. A barra possui um comprimento de  $40\text{ nm}$ . Meio: imagem via microscopia de força atômica (MFA) [34] com a superlente. A linha tem um comprimento de  $89\text{ nm}$ . Abaixo: imagem de MFA sem a superlente. O comprimento da barra é cerca de  $320\text{ nm}$ . (Fonte: [31].)

gura 1.7 (b) são mostradas imagens do objeto obtidas com e sem o MTM. O comprimento de onda operante na obtenção das imagens está na faixa do ultravioleta ( $\sim 300\text{ nm}$ ), evidenciando a resolução abaixo do limite de difração da imagem produzida pelo MTM como uma superlente.

Em um trabalho ainda mais recente (ver referência [35]), imagens holográficas foram produzidas operando-se próximo ao infravermelho (comprimento de onda  $\sim 600\text{ nm}$ ). Para isso, foi utilizada uma MTS ultrafina constituída de nanoantenas. As diversas aplicações em microscopia óptica, consolidam os MTMs como dispositivos de grande interesse para formação de imagens com alta resolução.

MTSs compostas por nanoantenas condutoras e por dielétricos superficialmente nanoestruturados, podem atuar no armazenamento e processamento de informações ul-

## 1. Introdução e Motivação

trarrápidas. Isso torna plausível o advento de circuitos essencialmente fotônicos. Em [36],

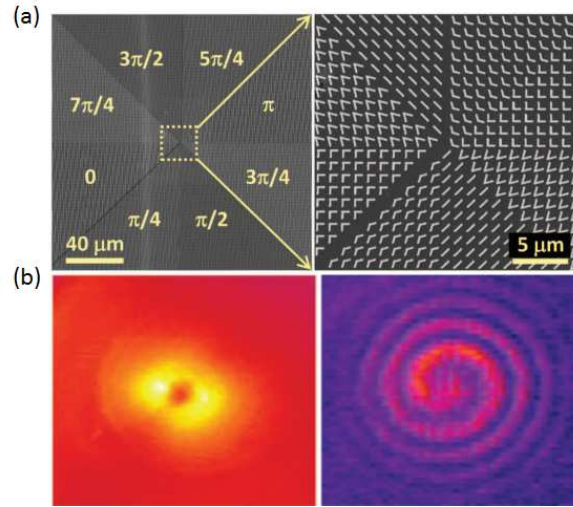


Figura 1.8: (a) Esquerda: Imagem realizada por microscopia eletrônica de varredura na MTS composta por nanoantenas. Direita: Imagem ampliada da parte central. Os desvios de fase e dimensões típicas são indicadas na figura. (b) Perfis de intensidade das configurações adquiridas pelo feixe EM. Esquerda: Feixe com carga topológica unitária. Direita: Configuração do tipo vórtice devido à interferência com um feixe Gaussiano. (Fonte: [36]).

através de uma MTS com um gradiente de fase variando de forma azimutal no intervalo  $[0, 2\pi]$ , configurações de luz com carga topológica não trivial [10] e de forma helicoidal, foram obtidas de um feixe EM incidente com polarização linear. A figura 1.8 (a) ilustra a MTS utilizada.

Ao interagir com a MTS descrita acima, um desvio de fase do tipo espiral é introduzido na luz incidente, gerando um feixe transmitido com carga topológica unitária, como mostrado na figura 1.8 (b). Nessa mesma figura é exibido o perfil de vórtice da intensidade EM, cujo padrão se dá pela interferência com um feixe EM Gaussiano (detalhes sobre este tipo de feixe são encontrados na Seção 6.3). Configurações EMs como as da 1.8 (b), também podem ser utilizadas para induzir rotações em partículas eletricamente carregadas e na codificação de informações por sistemas ópticos de comunicação [37, 38].

Da mesma forma que o crescente interesse pelas propriedades EMs exóticas dos MTMs, na intensa exploração atual das conexões entre óptica e eletrônica funcionalidades, destaca-se o campo da Plasmônica [39, 40]. No qual objetiva-se o controle de modos EMs

## 1. Introdução e Motivação

---

integrados às excitações eletrônicas. Nesse sentido, o principal objeto de estudo dessa área fundamenta-se na dinâmica de PPSs [39, 41]. Essas excitações consistem no acoplamento entre ondas EMs e oscilações coletivas dos elétrons de condução na superfície de metais em interfaces com dielétricos. As figuras 1.9 (a) e (b) ilustram a estrutura dos modos de PPSs e seu confinamento a uma nanoestrutura de metal respectivamente.

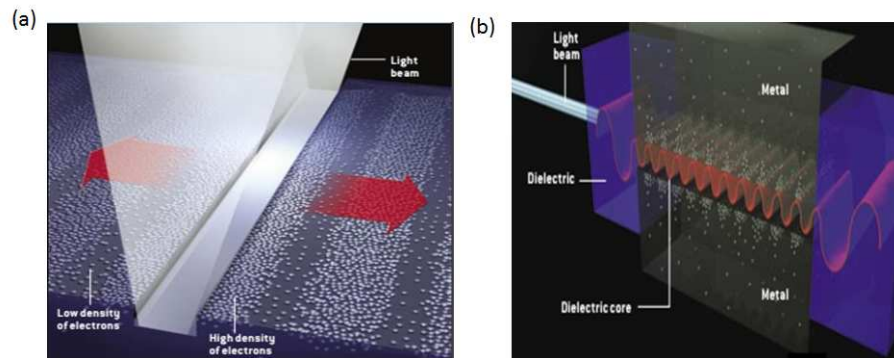


Figura 1.9: (a) Ondas EMs se acoplam às oscilações na densidade de carga eletrônica e se propagam na superfície do metal. As setas vermelhas indicam a direção de propagação dos PPSs. (b) Modos de PPSs excitados em uma nanoestrutura. (Fonte: [40]).

A natureza confinante dos PPSs à interface de propagação, permite concentrar campos EMs em pequenas escalas de comprimento. Atualmente, diversos dispositivos utilizam dessa característica no processamento de informações OEs. Entre outros, circuitos integrados, células fotovoltaicas e moduladores de sinais ópticos são alguns exemplos [42]. A figura 1.10 ilustra um circuito baseado em PPSs guiados por nanoestruturas metálicas.

A indução controlada de PPSs pode propiciar relevantes avanços em áreas como a Microbiologia e Biomedicina. Isso vem sendo comprovado por meio de propriedades plasmônicas de nanopartículas que, devido ao confinamento do campo EM, podem ativar quimicamente moléculas orgânicas individualmente [44, 45]. Uma interessante utilização das propriedades de modos localizados de PPSs como biossensores foi reportada em [46]. O processo consistiu em recobrir nanoesferas de *Au* com uma proteína e imobilizá-las em um filme fino de vidro. Em seguida, as nanoesferas imobilizadas são aproximadas de outras funcionalizadas com um tipo de DNA (*deoxyribonucleic acid*) [47] e essas se

## 1. Introdução e Motivação

---

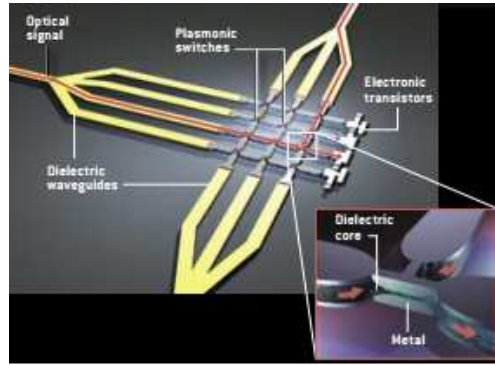


Figura 1.10: Circuito plasmônico utilizando a indução direcionada de PPSs no processamento de informações. *Transistors* são integrados ao sistema para amplificação dos sinais OEs [43].(Fonte: [40]).

conectam. Dessa forma, ocorre um desvio no espectro da intensidade de espalhamento dos PPSs localizados, como mostrado na figura 1.11. Através de ajustes na frequência da radiação, pôde-se monitorar a dinâmica de hibridização do DNA [47] presente no sistema.

Com o alto grau de controle das propriedades da luz proporcionados por MTMs, efeitos plasmônicos e fotônicos podem se manifestar sinergicamente nesses materiais. PPSs direcionalmente dependentes da helicidade da luz foram gerados em uma MTS, cuja estrutura consiste de nanoaberturas com um gradiente de fase constante [48]. O arranjo é ilustrado na figura 1.12.

Na interação com a MTS da figura 1.12, a radiação incidente sofre uma difração anômala atendendo, ao mesmo tempo, a condição de excitação de PPSs na interface com um dielétrico. A presença do gradiente de fase na MTS introduz uma correlação entre as ordens de difração das ondas EMs e a helicidade dos fótons. Logo, a direção de propagação dos PPSs depende diretamente da polarização do feixe EM que incide sobre a MTS. A situação é ilustrada na figura 1.13. As figuras 1.14 (a) e (b) mostram, para helicidades opostas, imagens obtidas de campo óptico afastado dos modos induzidos com as respectivas simulações no arranjo.

Especificamente, a conexão entre propriedades fotônicas e plasmônicas não usuais encontradas em MTMs, foi a motivação central na escolha do tema e dos desenvolvimentos na parte referente à MTMs e PPSs desta tese. Nos Capítulos 5 e 6 são levantadas as

## 1. Introdução e Motivação

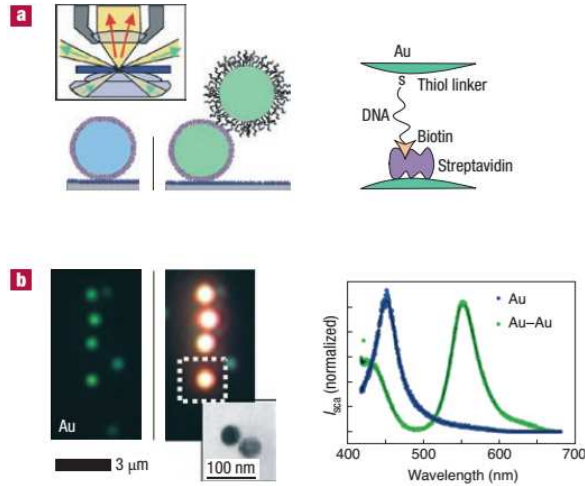


Figura 1.11: PPSs em nanoesferas de  $Au$  como biosensores. (a) *In box*: Luz incidente no sistema induzindo PPSs localizados que são detectados por uma sonda. Esquerda: Nanopartícula única e ligada a um par através do DNA. Direita: Esquema e especificações dos compostos e proteínas utilizadas para ligação via DNA [47]. (b) Esquerda: Imagem das nanoesferas não-ligadas e ligadas pelo DNA. Direita: Desvio no espectro causado pela hibridização do DNA. (Fonte: [46].)

características essenciais de MTMs e PPSs, bem como alguns efeitos EMs peculiares alcançados pelo primeiro. O Capítulo 7 contém as propostas e estudos teóricos sobre a dinâmica de PPSs em uma MTS que exhibe o EHSF, juntamente com acoplamento dessas excitações com o efeito anteriormente citado.

## 1. Introdução e Motivação

---

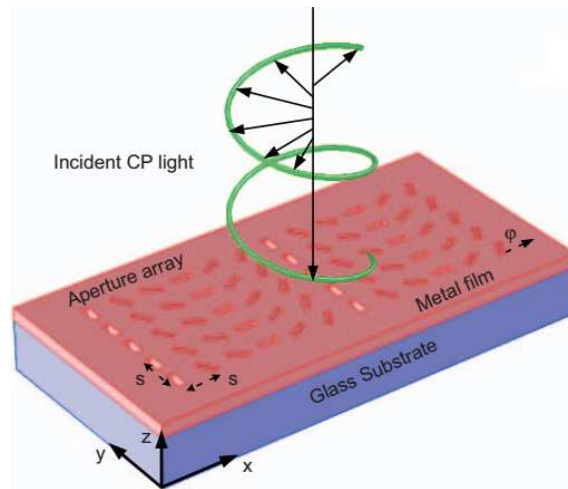


Figura 1.12: Feixe incidente com polarização circular (CP, indicado na figura) na MTS constituída de nanoaberturas. (Fonte: [48].)

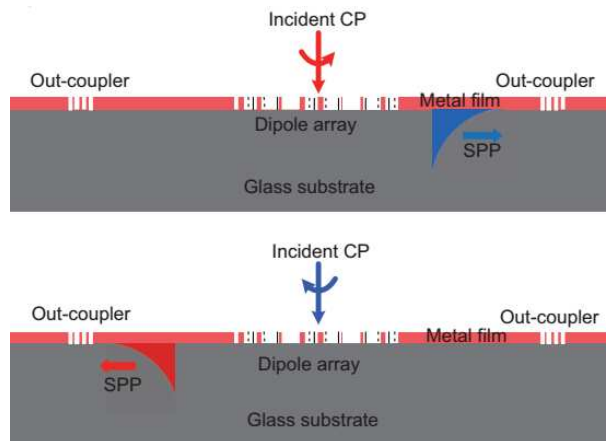


Figura 1.13: Modos de PPSs direcionalmente dependentes da helicidade da luz que atinge a MTS. As nanoaberturas funcionam como dipolos irradiando ondas EMs. *Out couplers* são usados para prolongar a propagação dos PPSs. Invertendo-se a polarização do feixe incidente, as direções de propagação dos modos também são invertidas. (Fonte: [48].)

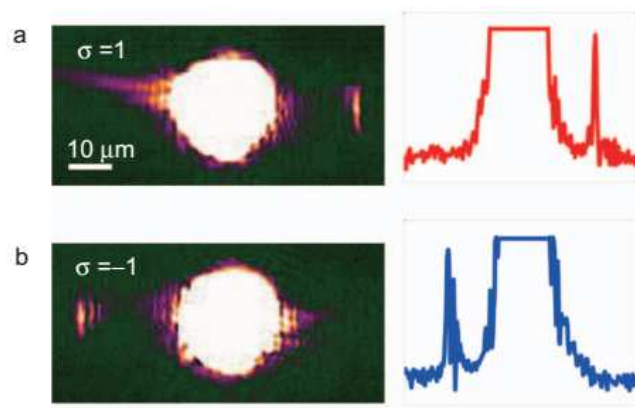


Figura 1.14: Imagens e simulações dos PPSs propagantes na interface. As regiões centrais de alta intensidade nas imagens (simulações) correspondem aos máximos da difração. Os modos de PPSs estão à direita (esquerda) nas imagens (simulações). (a) Direita: Modo excitado para polarização circular direita ( $\sigma = 1$ ). Esquerda: Simulação correspondente. (b) Direita: Modo induzido para polarização circular esquerda ( $\sigma = -1$ ). Direita: Simulação correspondente. (Fonte: [48].)

# Capítulo 2

## Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

Neste capítulo são apresentadas as características essenciais que levaram à previsão teórica e advento dos materiais que, devido aos estados de borda (EB) serem topologicamente protegidos por SRT juntamente com um *bulk* isolante, ficaram conhecidos como ITs bidimensionais (ITs-2D). Na Seção 2.1 são revisadas as principais propriedades do EHQ em conexão com a ordem topológica que garante sua robustez. Os princípios físicos desse efeito fundamentam a descrição dos ITs-2D, que por sua vez são abordados na seção seguinte.

### 2.1 Efeito Hall Quântico e Ordem Topológica

O EHQ foi a primeira manifestação de uma ordem topologicamente não-trivial da matéria. Tal efeito serviu de base para a recente obtenção do EHQS, que por sua vez, caracteriza os ITs-2D. A quantização da condutância transversal ( $\sigma_{xy}$ ) em sistemas eletrônicos bidimensionais, na presença de um forte campo magnético externo perpendicular caracteriza o EHQ. Nesse ambiente, as órbitas eletrônicas são quantizadas e correspondem à níveis de energia de Landau,  $E_m = (m + 1/2)\hbar\omega_c$ , sendo  $\omega_c$  a frequência de ciclotron e  $m$  um inteiro [49–51].

Quando  $N$  níveis de Landau são ocupados com o restante vazio, um *gap* separa

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

---

esses estados, analogamente a um isolante ordinário. Contudo, devido ao não fechamento dos orbitais eletrônicos (ver figura 1.1), as extremidades do material apresentam estados metálicos sem *gap* de energia. Os EB possuem robustas propriedades de transporte, uma vez que não são espalhados por impurezas e propagam-se sem dissipação de energia.  $\sigma_{xy}$  nesses sistemas são discretizadas de acordo com:

$$\sigma_{xy} = N \frac{e^2}{h}, \quad N = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

EB sujeitos à condutância quantizada segundo (2.1), são ditos apresentarem efeito Hall quântico inteiro (EHQI). A quantização de  $\sigma_{xy}$ , reflete a riqueza dos EBs do material, na qual foram obtidas medidas com precisão de até uma parte em  $10^9$  [10, 23].

A ordem topológica que vigora entre os EB no EHQ, tem origem na fase de Berry (FB) [?, 52] adquirida pelos estados ( $|u_m(\vec{k})\rangle$ ) da Hamiltoniana de Bloch ( $\mathcal{H}(\vec{k})$ ) [17] do sistema, quando esses são adiabaticamente transportados em torno do espaço dos parâmetros. Nesse caso, a FB pode ser dada em termos de:

$$n = \sum_{m=1}^N \int \mathcal{F}_m \frac{d^2k}{2\pi} = \sum_{m=1}^N \int (\langle \partial_{k_1} u_m | \partial_{k_2} u_m \rangle - \langle \partial_{k_2} u_m | \partial_{k_1} u_m \rangle) \frac{d^2k}{2\pi}, \quad (2.2)$$

onde a curvatura ( $\mathcal{F}_m$ ) e a conexão ( $\mathcal{A}_m$ ) de Berry são respectivamente dadas por:

$$\mathcal{F}_m = \nabla \times \mathcal{A}_m, \quad (2.3)$$

$$\mathcal{A}_m = i \langle u_m | \nabla_k | u_m \rangle. \quad (2.4)$$

Na equação (6.44),  $\sum_{m=1}^N$  denota a soma sobre todos os estados ocupados na estrutura de bandas e a integral é performada sobre uma superfície fechada.  $n$  é um invariante topológico, que por sua vez, relaciona-se com a classificação de superfícies advindas do mapeamento dos momentos  $\vec{k}$  (definidos em um toro,  $g = 1$ ) do cristal em  $\mathcal{H}(\vec{k})$ . Assim, estruturas de bandas com *gap* são classificadas segundo classes de equivalência entre  $\mathcal{H}(\vec{k})$  que, podem ser suavemente perturbadas sem fechar o *gap* de energia. Nesse sentido, os EBs no EHQ são protegidos pela topologia do *bulk*.

Thouless, Kohmoto, Nightingale e Den Nijs (TKNN) mostraram que ao quantizar  $\sigma_{xy}$  por meio da fórmula de Kubo, obtém-se uma forma idêntica à (6.44), com a condição

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

de que  $n \leftrightarrow N$  [54, 55]. Logo,  $\sigma_{xy}$  assume a forma:

$$\sigma_{xy} = n \frac{e^2}{h}. \quad (2.5)$$

$n$  é conhecido como invariante TKNN e também como número de Chern [7, 56], sendo esse último largamente utilizado em teorias de campo topológicas (TCTs) e topologia algébrica [57]. A existência dos EB é sustentada em interfaces entre sistemas topologicamente distintos como, por exemplo, entre o vácuo (topologicamente trivial,  $n = 0$ ) e um material que apresenta EHQI. Com isso,  $n$  sofre uma mudança abrupta na interface e EB sem *gap* se formam entre as bandas de energia, como ilustrado na figura 2.1.

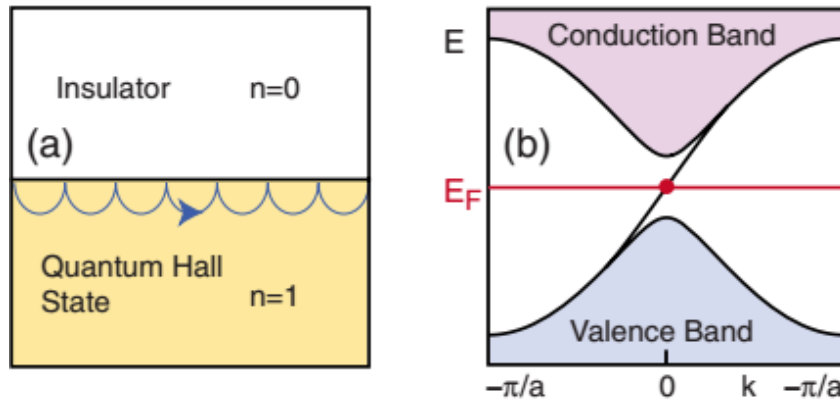


Figura 2.1: Estado Hall quântico. (a) Propagação dos EB em uma interface entre o vácuo e um sistema apresentando EHQI com  $n = 1$ . (b) EB interligando bandas de energia.  $E_F$  é o nível de Fermi e  $\pm\pi/a$  são momentos associados à zona de Brillouin [17]. (Fonte: [10].)

## 2.2 Isolantes Topológicos Bidimensionais

ITs-2D são caracterizados por apresentarem EHQS que, ao contrário do EHQ, possui simetria SRT. No EHQS, estados metálicos com spins (1/2) opostos se contra propagam nas bordas do material, no qual a ordem topológica é advinda da ISO na qual esses EB estão sujeitos. Nesse caso, o invariante TKNN anula-se e o sistema possui classificação topológica do tipo  $\mathcal{Z}_2$  [10, 23, 58].

O EHQS pode ser interpretado como sendo duas réplicas do EHQ (ver seção anterior) apresentando canais quirais de condução separados espacialmente nas bordas do

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

material. Esses canais podem ser simbolicamente representados pela equação  $2 = 1 + 1$ , onde cada algarismo 1 denota quiralidades distintas. Já no EHQS, devido à existência de EB spin-polarizados (estados helicais) protegidos por SRT, os graus de liberdade são duplicados:  $4 = 2 + 2$ . Nessa equação, cada algarismo 2 corresponde à diferentes helicidades [21]. Uma comparação entre o EHQS e o EHQ é mostrada na figura 2.2. Diferentemente do EHQ, cuja separação espacial dos EB é causada por um campo mag-

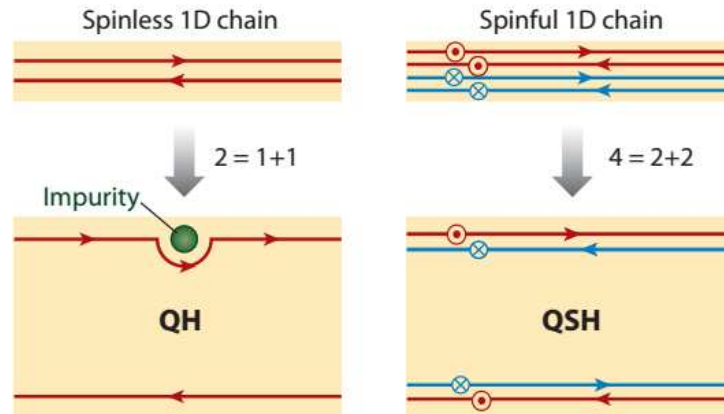


Figura 2.2: Comparação entre o EHQ e o EHQS. Esquerda superior: EHQ. Os canais de condução 1D, não possuem polarização de spin. Esquerda inferior: Graus de liberdade ( $2 = 1+1$ ) no EHQ. Os EB contornam impurezas não-magnéticas devido à ordem topológica no sistema. Direita superior: EHQS. Os canais de condução 1D são spin-polarizados. Os círculos com  $x$  e pontos vermelhos no interior, representam *spin down* e *spin up* respectivamente. Direita inferior: Graus de liberdade ( $4 = 2 + 2$ ) no EHQS. Os estados helicais também são robustos frente à desordens não-magnéticas. (Fonte: [49].)

nético externo, no EHQS, tal separação é devida à ISO, o que preserva a SRT. O Teorema de Krammers, garante a existência de estados no mínimo duplamente degenerados quando a Hamiltoniana do sistema conserva a SRT [22, 23, 59]. Como consequência, na presença de ISO, a correspondência entre *bulk* e bordas no EHQS também possui propriedades topológicas não-triviais.

Como mencionado anteriormente, ITs-2D apresentam EHQS, onde a ordem topológica é descrita em termos do grupo  $\mathcal{Z}_2$ , com os EB protegidos por SRT. Nessa classificação, o invariante topológico relevante ( $\nu$ ) possui apenas dois valores possíveis,  $\nu = 0$  ou  $1$ , com  $0$  e  $1$  correspondendo à isolantes triviais e ITs-2D respectivamente. Uma das formulações

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

---

matemáticas para  $\nu$  em  $\mathcal{Z}_2$  é descrita em termos de:

$$(-1)^\nu = \prod_{j=1}^4 \delta_j, \quad (2.6)$$

onde:

$$\delta_j = \frac{\text{Pf}[w(\Lambda_j)]}{\sqrt{\text{Det}[w(\Lambda_j)]}} = \pm 1, \quad (2.7)$$

na qual:

$$w_{mn}(\vec{k}) = \langle u_m(\vec{k}) | \Theta | u_n(\vec{k}) \rangle, \quad (2.8)$$

são as matrizes construídas a partir dos estados de Bloch  $u_{m,n}(\vec{k})$ . A SRT é denotada pelo operador  $\Theta$ , que por sua vez é dado por:

$$\Theta = e^{i\pi S/\hbar} C. \quad (2.9)$$

Na equação acima,  $S$  e  $C$  são os operadores de spin e de conjugado complexo respectivamente.  $\Theta$  tem a propriedade  $\Theta^2 = -1$ , o que descreve os estados degenerados de Kramers. Assim, Hamiltonianas de Bloch pertencentes à mesma classe topológica, rotulada por  $\nu$ , devem obedecer a relação:

$$\Theta \mathcal{H}(\vec{k}) \Theta^{-1} = \mathcal{H}(-\vec{k}). \quad (2.10)$$

Em (2.11),  $\text{Pf}$  e  $\text{Det}$  denotam o Pfaffian [10, 58] e o determinante das matrizes unitárias  $w_{mn}(\vec{k})$ .  $\Lambda_j$  são pontos na ZB onde os estados degenerados  $\vec{k}$  e  $-\vec{k}$  coincidem (região na qual o *gap* se anula). Mais detalhes sobre outras formulações de  $\nu$  e casos em que o cristal apresenta simetrias extras como, por exemplo, conservação da componente perpendicular de spin ou simetria de inversão, podem ser encontradas nas referências [58, 60].

A variação de  $\nu$  em uma interface entre um isolante trivial e o EHQS, relaciona-se com o número de pares de Kramers ( $N_K$ ) dos modos que intercedem  $E_F$  existente entre as bandas de energia do sistema, sendo tal relação da forma:

$$N_K = \Delta\nu \text{ mod } 2, \quad (2.11)$$

onde  $\text{mod } 2 = 0 (1)$  o resultado é par (ímpar). Dependendo do espectro de  $\mathcal{H}(\vec{k})$  próxima às bordas do material, pode haver estados que residem no interior do *gap* de energia que,

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

atravessam  $E_F$  de duas maneiras distintas entre os pontos  $\Gamma_{a,b}$  na ZB. Uma delas é quando esses estados se conectam aos pares, nesse caso, perturbações podem eliminar os EB, uma vez que esses irão se localizar em torno de  $E_F$ . A outra possibilidade é quando os EB atravessam  $E_F$  um número ímpar de vezes. Isso implica em robustez frente a pequenas perturbações pois, haverá interligamentos acessíveis a esses estados entre as bandas de valência e condução. Ambas situações são ilustradas na figura 2.3.

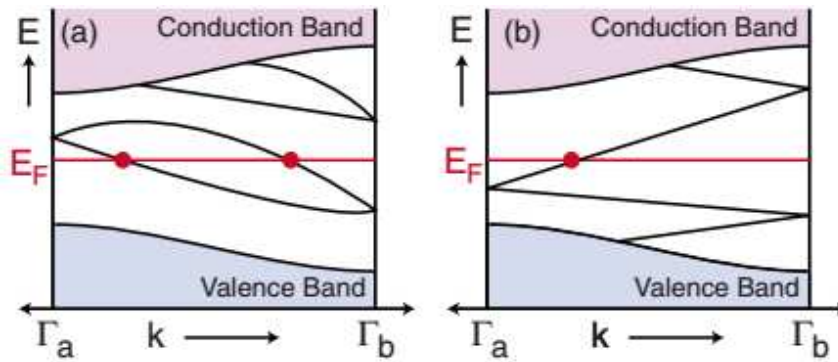


Figura 2.3: Estados no interior do *gap* de energia. (a) Número par de EB atravessando  $E_F$ . (b) Número ímpar de EB cruzando  $E_F$ . Esses estados não são espalhados por perturbações. (Fonte: [10].)

Em 2006, Bernevig, Hughes e Zhang (BHZ) realizaram a previsão teórica da manifestação do EHQS em estruturas de  $HgTe/CdTe$  [10, 23, 61]. Um ano depois, por meio de experimentos de transporte elétrico, foram verificadas as primeiras assinaturas do EHQS nesses materiais [62].  $Hg_{1-x}Te/Cd_xTe$  pertencem a uma classe de semicondutores [17] com forte ISO, condição essa, de extrema relevância para detecção do EHQS.

A estrutura do  $HgTe/CdTe$  consiste de um filme fino de  $HgTe$  entre duas lâminas de  $CdTe$  (ver figura 2.4) (b), os EB do EHQS foram observados em poços quânticos (PQs) nas bordas dessas interfaces. Similarmente a outros semicondutores, os EB na banda de condução do  $CdTe$  têm simetria do tipo-*s*, enquanto que na banda de valência, os EB possuem simetria do tipo-*p* [17]. Já no  $HgTe$ , os níveis *p* residem acima dos níveis *s*. Os ordenamentos dos níveis de energia da estrutura de bandas dos respectivos compostos, são mostrados na figura 2.4 (a).

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

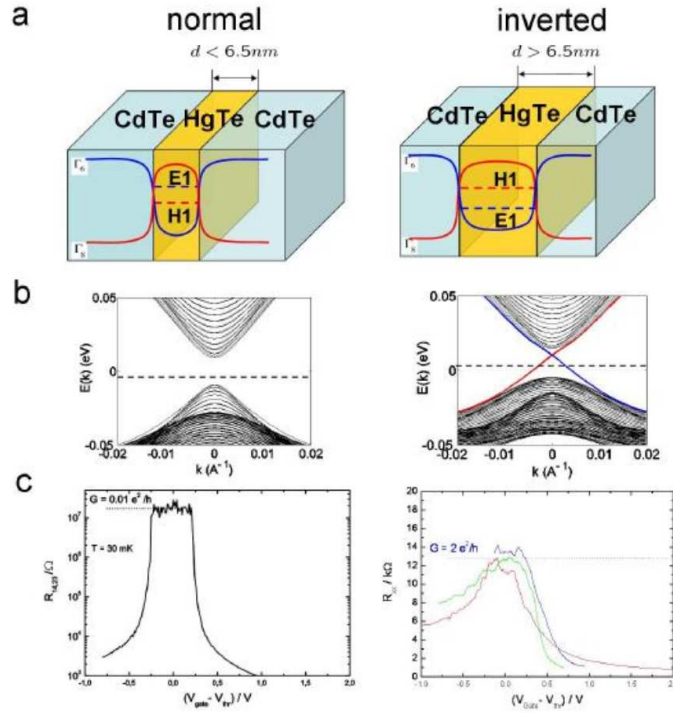


Figura 2.4: (a) Bandas de energia relevantes para o EHQS no  $HgTe/CdTe$ . Esquerda: Bandas com ordenamento normal em  $d < d_c$ .  $\Gamma_6$  e  $\Gamma_8$  denotam a bandas com paridade do tipo- $p$  e tipo- $s$  respectivamente.  $E_1$  e  $H_1$  são as sub-bandas no PQ. Direita: Bandas e sub-bandas com ordenamento invertido em  $d > d_c$ . (b) Espectro de energia nos PQs. Esquerda: Estrutura dos níveis de energia tipicamente de um isolante trivial no PQ quando  $d < d_c$ . Direita: Estados de borda com degenerescência de Krammers no  $gap$ . As cores vermelho e azul indicam polarizações de spin opostas. (c) Medidas da resistência nos PQs para diversas voltagens aplicadas. Esquerda: *Plateau* de resistência para uma espessura fixa do PQ. Direita: *Plateaus* de resistência para várias espessuras, as formas idênticas demonstram que a condução é feita somente pelos EB. (Fonte: [63].)

Quando a espessura ( $d$ ) do filme de  $HgTe$  está abaixo de valor crítico,  $d_c \approx 6.5 \text{ nm}$ , a estrutura 2D das bandas de energia apresentam um ordenamento normal. No entanto, para  $d > d_c$ , as bandas e conseqüentemente as subbandas no PQ são invertidas e, a separação entre essas é uma função de  $d$ . Tais situações são ilustradas na figura 2.4 (a). Em  $d = d_c$ , essas bandas se cruzam e o  $gap$  de energia é anulado, o que implica na existência dos EB metálicos protegidos por SRT, como mostrado na figura 2.4 (b). Essa inversão de paridade é responsável pela transição de fase quântica entre um isolante trivial e um IT-2D. Na figura 2.4 (c) são exibidas medidas da resistividade Hall ( $\sigma_{xy}^{-1}$ ) para

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

amostras de  $HgTe/CdTe$  com  $d < d_c$  e  $d > d_c$  respectivamente [10, 23, 62]. Essas medidas foram feitas para diferentes dimensões das estruturas de  $HgTe/CdTe$ . O comportamento dos *plateaus* na figura 2.4 (c) indica uma condução elétrica predominantemente devida aos EB [63].

O modelo BHZ descreve através de uma Hamiltoniana efetiva ( $\mathcal{H}_{BHZ}$ ) o espectro de energia, os EB e do *bulk* do IT-2D  $HgTe/CdTe$  [61]. Nessa descrição são levados em conta os parâmetros geométricos dos PQs da estrutura, assim como as ISO mais intensas entre bandas de valência e condução relevantes. Tais considerações levaram à:

$$\mathcal{H}_{BHZ}(k) = \begin{bmatrix} h(k) & 0 \\ 0 & h^*(k) \end{bmatrix} \quad h(k) = \epsilon(k)\mathcal{I}_{2 \times 2} + d_i \sigma^i, \quad (2.12)$$

onde  $\mathcal{I}_{2 \times 2}$  é a matriz identidade,  $\sigma^i$  são as matrizes de Pauli [21, 22] e

$$\epsilon(k) = C - D(k_x^2 + k_y^2), \quad (2.13)$$

$$d_i = (Ak_x, -Ak_y, M(k)), \quad (2.14)$$

$$M(k) = M - B(k_x^2 + k_y^2), \quad (2.15)$$

onde  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$  e  $M$  dependem da geometria do PQ, faixas de valores para esses parâmetros podem ser encontrados na referência [23]. No *bulk* do sistema, a dispersão da energia é da forma:

$$E_{\pm}(k) = \epsilon(k) \pm \sqrt{A^2(k_x^2 + k_y^2) + M^2(k)}. \quad (2.16)$$

Na dispersão acima,  $+$  e  $-$  denotam as bandas de condução e valência respectivamente.  $M$  é um termo de massa relacionado ao *gap* de energia, que por sua vez é dado por  $2M$ . No regime  $M/B > 0$ , as soluções de  $\mathcal{H}_{BHZ}$  descrevem os EB no EHQS.

Como pode ser notado da figura 2.4, os EB possuem uma dispersão linear no interior do *gap*. Com isso, um modelo efetivo para as bordas do material foi elaborado fundamentando-se na Hamiltoniana de Dirac para férmions não-massivos, que por sua vez:

$$\mathcal{H}_{Dirac} = -i\hbar v_F \vec{\sigma} \cdot \vec{\nabla}, \quad (2.17)$$

## 2. O Efeito Hall Quântico e Isolantes Topológicos Bidimensionais

---

onde  $v_F$  é a velocidade de Fermi [17]. Para os EB do  $HgTe/CdTe$ ,  $v_F = A/\hbar \sim 10^5 m/s$ . Detalhes sobre as soluções de (2.12) e (2.17) são encontradas nas referências [10,21–23,61].

# Capítulo 3

## Isolantes Topológicos

## Tridimensionais e o Efeito

## Magnetoelétrico Topológico

ITs-3D também apresentam estados metálicos protegidos por SRT, com uma ordem topológica vigente descrita de maneira semelhante aos ITs-2D, apesar de serem estruturalmente distintos. Na presença de campos EMs e mediante a violação da SRT na superfície de um IT-3D, uma corrente Hall é excitada e um efeito magnetoelétrico de origem topológica é exibido por esse material. Neste capítulo, respectivamente nas Seções 3.1 e 3.2, revisamos as principais propriedades de ITs-3D e de sua resposta EM topológica. Tal resposta constitui o plano de fundo do estudo realizado nesta tese acerca de ondas EMs guiadas pelo referido IT.

### 3.1 Isolantes Topológicos Tridimensionais

Fases ITas-3D foram pioneiramente verificadas em ligas do tipo  $Bi_{1-x}Sb_x$ . Posteriormente, compostos como  $Bi_2Se_3$ ,  $Bi_2Te_3$  e  $Bi_2Te_3$ , além de também possuírem uma intensa ISO, relevaram-se mais vantajosos ao exibirem o caráter IT-3D: esses materiais apresentam ordem topológica à temperatura ambiente, alto grau de pureza e descrição por meio de modelos efetivos [15,18]. Especificamente, destacamos o  $Bi_2Se_3$ , no qual sua

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

interação com ondas EMs confinadas é um dos objetos de estudo desta tese. A estrutura eletrônica do  $Bi_2Se_3$  é mais simples do que a do restante de sua classe, o que o credencia melhor para fins mais práticos [64]. A figura 3.1 ilustra alguns detalhes da estrutura cristalina do referido IT-3D.

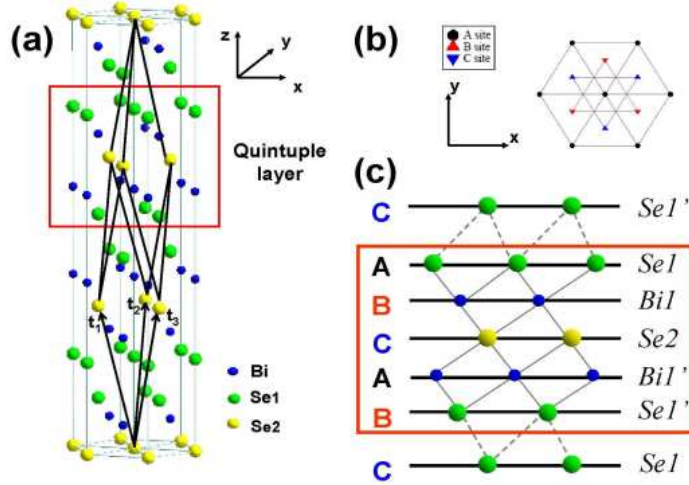


Figura 3.1: Estrutura cristalina do  $Bi_2Se_3$ . (a) Lâmina quintupla (LQ)  $Se1 - Bi1 - Se2 - Bi1' - Se1'$  destacada em vermelho.  $\vec{t}_{1,2,3}$  são vetores de rede [17]. (b) Rede triangular formada em uma LQ, denotadas por  $A, B$  e  $C$ . (c) Visão lateral da LQ ao longo de  $z$ . (Fonte: [10].)

Similarmente ao que acontece em PQs de  $HgTe/CdTe$ , a forte ISO no  $Bi_2Se_3$  induz uma transição de fase quântica, provocando a inversão de bandas nos pontos  $\Gamma$  da ZB. Isso ocorre quando o parâmetro  $\lambda$  no termo de ISO ( $\lambda \vec{L} \cdot \vec{S}$ , onde  $\vec{L}$  e  $\vec{S}$  são os momentos angulares orbital e de spin respectivamente) da Hamiltoniana atômica é maior do que um valor crítico,  $\lambda > \lambda_c$ . Esse processo de inversão da paridade dos níveis eletrônicos, leva à formação de ES do tipo férmions de Dirac sem massa no  $Bi_2Se_3$  [15, 23, 64]. O mesmo efeito é responsável pela fase topológica no restante dos ITs-3D da segunda geração.

A figura 3.2 (a)-(d) mostra resultados de cálculo *ab initio* evidenciando a densidade de ES existentes nestes ITs-3D [10, 23]. Os ES mostrados na figura 3.2 (também denominados de cones de Dirac) residem na fronteira 2D dos ITs-3D. Esses estados são helicais, no sentido de que os spins dos elétrons são perpendiculares às direções de movimento (figura 3.2 (e)), formando uma textura de spins no espaço dos momentos, como ilustrado na figura 3.2 (f). Além disso, ES  $\vec{k}$  e  $-\vec{k}$ , possuem spins opostos devido à SRT

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

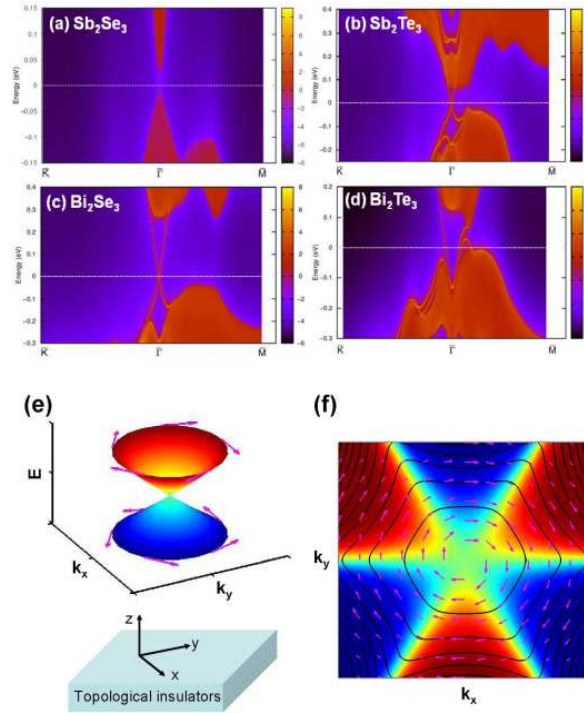


Figura 3.2: Dispersão da energia em pontos próximos à  $\Gamma$ , polarização e textura helical dos spins na superfície dos ITs-3D. (a) Dispersão de um composto isolante trivial para fins de comparação. (b)-(d) Espectro de energia dos ITs-3D da segunda geração. O  $Bi_2Se_3$  apresenta somente um cone de Dirac. (e) Polarização de spins no topo da superfície de um IT-3D. (f) Textura helical de spins evidenciando a degenerescência de Krammers dos ES. As cores vermelha e azul denotam as energias e *gap* no *bulk* respectivamente. (Fonte: [23].)

(figura 3.2 (f)), como exigido pelo Teorema de Krammers.

Como mencionado na seção anterior, a descrição do EHQS no IT-2D  $HgTe/CdTe$  em termos de  $\nu$  possui uma generalização para três dimensões. A formulação para ITs-3D é descrita por quatro invariantes topológicos:  $\nu_0$ ,  $\nu_1$ ,  $\nu_2$  e  $\nu_3$  ( $\nu_{0,1,2,3} = \text{mod } 2$ ) sendo que, cada um desses equivale a um ponto  $\Gamma$  na ZB que preserva SRT [10, 15, 23, 64]. Somente  $\nu_0$  é robusto frente a perturbações. Logo,  $\nu_0 = 0$  é associado à isolantes triviais e  $\nu_0 = 1$  descreve a fase IT.  $\nu_0 = 0$  e  $\nu_0 = 1$  correspondem, respectivamente, a um número par (IT fraco) e ímpar (IT forte) de pontos de Dirac com degenerescência de Krammers englobados pelo círculo de Fermi na superfície de Brillouin. Ambas situações são ilustradas na figura 3.3. De maneira similar à (2.6), o invariante topológico  $\nu_0$  é dado em termos de:

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

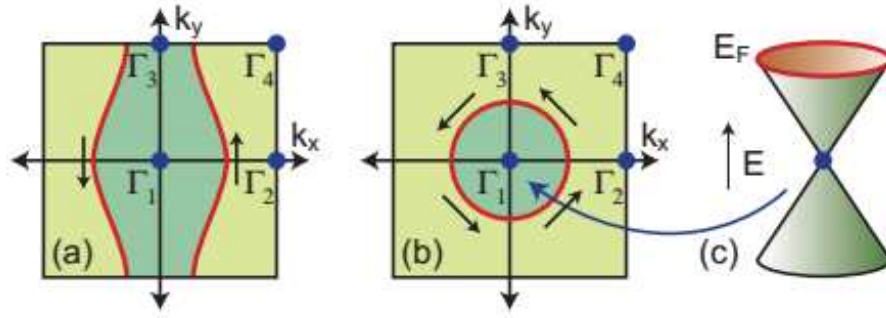


Figura 3.3: Pontos de Dirac englobados pelos círculos de Fermi na superfície de Brillouin. (a) IT fraco. (b) IT forte. (c) Cone de Dirac caracterizando os ES (ver também figura 3.2 (b)-(d)). (Fonte: [10].)

$$(-1)^{\nu_0} = \prod_{j=1}^8 \delta_j, \quad (3.1)$$

onde  $\delta_j$  é dado pela equação (2.11). Na presença de simetrias adicionais, o cálculo de  $\nu_0$  é relativamente facilitado para ITs-3D [10, 15].

ITs-3D possuem uma descrição em baixas energias e longos comprimentos de onda, analogamente ao modelo BHZ para ITs-2D. Considerando simetrias de inversão e rotação  $C_3$  em torno de  $z$  e somente termos de máximo ordem quadrática em  $\vec{k}$ , a Hamiltoniana efetiva dos ITs-3D é da forma:

$$\mathcal{H}_{ef}(k) = \epsilon_0(k)\mathcal{I}_{4 \times 4} + \begin{bmatrix} \mathcal{M}(k) & A_1 k_z & 0 & A_2 k_- \\ A_1 k_z & -\mathcal{M}(k) & A_2 k_- & 0 \\ 0 & A_2 k_+ & \mathcal{M}(k) & -A_1 k_z \\ A_2 k_+ & 0 & -A_1 k_z & -\mathcal{M}(k) \end{bmatrix}, \quad (3.2)$$

onde  $\epsilon_0(k) = C + D_1 k_z^2 + D_2 k_\perp^2$ ,  $\mathcal{I}_{4 \times 4}$  é a matriz identidade  $4 \times 4$ ,  $\mathcal{M}(k) = M - B_1 k_z^2 - B_2 k_\perp^2$ ,  $k_\pm = k_x \pm i k_y$  e  $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$ .  $A_{1,2}$ ,  $B_{1,2}$ ,  $C$  e  $D_{1,2}$  são parâmetros determinados pelo ajuste do espectro de energia de  $\mathcal{H}_{ef}(k)$  à cálculos *ab initio* [18, 23, 65].  $M, B_{1,2} > 0$  caracteriza o regime IT.

Os ES dos ITs-3D são descritos por uma Hamiltoniana do tipo de Dirac para férmions-2D sem massa, analogamente à (2.12) para os EB do  $HgTe/CdTe$ . Sendo tal

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

---

modelo:

$$\mathcal{H}_{ES}(k_x, k_y) = C + A_2(\sigma^x k_y - \sigma^y k_x). \quad (3.3)$$

Para os ES,  $v_F = A_2/\hbar \sim 10^5 m/s$ .  $\mathcal{H}_{ES}$  descreve ES com um número ímpar de cones de Dirac com degenerescência de Kramers, topologicamente no regime  $\nu_0 = 1$  e protegidos por SRT [18, 23].

ITs-3D exibem propriedades EMs exóticas quando a SRT é mantida no *bulk* e, ao mesmo tempo, violada em sua superfície. Nessa situação, os ES adquirem um *gap* de energia, o que leva a um EHQ na superfície do IT-3D. Isso implica em manifestações macroscopicamente mensuráveis através da resposta EM dos ITs-3D. Tais respostas carregam as características topológicas dos ES, conduzindo ao efeito magnetoelétrico topológico (EMT) e introduzindo uma série de modificações no comportamento da luz ao interagir com os ITs-3D [10, 23, 66].

## 3.2 O Efeito Magnetoelétrico Topológico

Essencialmente, o EMT consiste em uma magnetização induzida por um campo elétrico e de uma polarização gerada por um campo magnético. Sendo tal resposta EM quantizada em termos da constante de estrutura fina ( $\alpha = e^2/\hbar c$ ) e advinda da fase topológica dos ES em ITs-3D. No âmbito microscópico, o EMT origina-se do EHQ na superfície do IT-3D, quando a SRT é quebrada nessa região e preservada no *bulk* [10, 23, 66].

Como discutido na Seção 2.1, elétrons superficiais sujeitos a um campo magnético perpendicular (violando a SRT), apresentam orbitais eletrônicos discretizados implicando em níveis de energia de Landau (NEL). Sendo que, para férmions de Dirac, há sempre um NEL que possui energia de ponto zero. Como  $\sigma_{xy}$  aumenta de  $e^2/h$  quando  $E_F$  atravessa um NEL, a quantização de  $\sigma_{xy}$  associada aos EB quirais é semi-inteira:

$$\sigma_{xy} = \left(n + \frac{1}{2}\right) \frac{e^2}{h}. \quad (3.4)$$

No caso de um IT-3D com essa forma de quebra da SRT, como as partes superior e inferior da superfície do IT são necessariamente conectadas, essas compartilham um único modo

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

quiral com quantização inteira (figura 3.4 (a)). Se a superfície do IT-3D é recoberta por

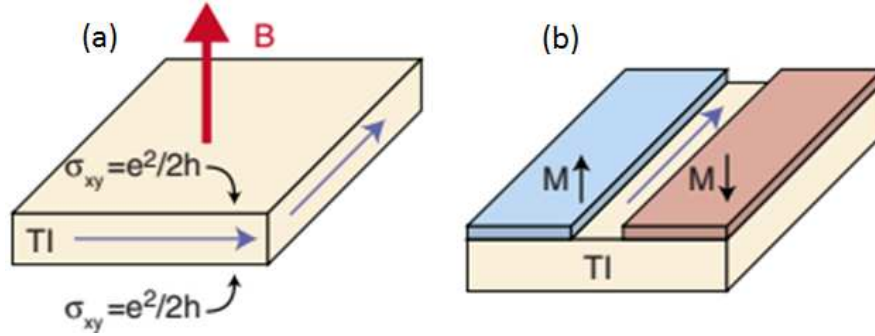


Figura 3.4: EHQ superficial. (a) Partes superior e inferior da superfície do IT-3D compartilhando um único modo quiral. (b) Paredes de domínio magnético possibilitando medidas por transporte elétrico dos EB. (Fonte: [10]).

um filme magnético fino dando origem a uma parede de domínio, quando  $E_F$  residir dentro do *gap* gerado pela interação de troca local, a quantização de  $\sigma_{xy}$  será também em termos de  $e^2/2h$ . Dessa forma, os estados metálicos podem ser sondados por experimentos de transporte, pois, o sistema passa a apresentar bordas. Essas consequências da quebra da SRT podem ser obtidas acrescentando-se um termo de massa do tipo  $m\sigma^z$  (ímpar sob reversão temporal) à  $\mathcal{H}_{Dirac}$  (equação 2.17), na qual descreve os ES dos ITs-3D [?, 10, 15, 23].

Os fenômenos EMs associados ao EMT são descritos por uma teoria de campo topológica (TCT) do tipo Chern-Simons [66, 67, 71]. A Lagrangiana efetiva ( $\mathcal{L}_{ef}$ ) desta TCT é dada pelo modelo de Maxwell usual ( $\mathcal{L}_{Maxwell}$ ) [68, 70] acrescido de um termo topológico  $\mathcal{L}_\theta$ , que por sua vez, tem a mesma estrutura do termo que descreve a dinâmica do áxion em Física de Partículas [69].  $\mathcal{L}_{ef}$  possui a forma:

$$\mathcal{L}_{ef} = \mathcal{L}_{Maxwell} + \mathcal{L}_\theta = \frac{1}{8\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{1}{c} A_\mu J^\mu + \frac{\alpha\theta}{16\pi^2} F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu}, \quad (3.5)$$

cujas ação efetiva correspondente é:

$$S_{ef} = \int \mathcal{L}_{ef} d^4x, \quad (3.6)$$

onde  $d^4x$  é o elemento de volume em  $(3+1)D$ . Em (3.5),  $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$  é o tensor eletromagnético,  $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\alpha\beta}$  é o tensor dual a  $F_{\mu\nu}$  e  $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$  é o símbolo de Levi-

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

---

Civita. Sendo que  $F_{oi} = -E^i$  e  $-F^{ij} = \epsilon^{ijk} B^k$ , onde  $E^i$  e  $B^k$  são os campos elétrico e magnético respectivamente.  $A^\mu = (\phi, \vec{A})$  é o 4-vetor potencial, no qual  $\phi$  e  $\vec{A}$  são os potenciais escalar e vetorial.  $J^\mu = (\rho, \vec{J})$  é a 4-corrente contendo as densidades de carga ( $\rho$ ) e corrente elétrica ( $\vec{J}$ ) [68, 70].

Ao contrário da teoria axiônica, onde o campo  $\theta$  é uma variável dinâmica, em ITs  $\theta$  assume um valor constante,  $\theta = \pi$ . Já em um isolante trivial,  $\theta = 0$ . No entanto, quando um *gap* se abre na superfície do IT por meio de uma quebra na SRT, ocorre uma variação em  $\theta$  na interface com um isolante trivial.  $\Delta\theta$  relaciona-se com  $\sigma_{xy}$  da seguinte maneira:

$$\sigma_{xy} = \frac{\Delta\theta}{\pi} \frac{e^2}{2h}. \quad (3.7)$$

Através de métodos perturbativos, pode-se mostrar que  $\theta$  é obtido de maneira semelhante à fórmula de Kubo para o cálculo de  $\sigma_{xy}$  [71]. Sendo que  $\theta/\pi$  é idêntico à  $\nu_0$ , o que caracteriza um IT forte quando  $\theta = \pi$  ( $\nu_0 = 1$ ) e, conseqüentemente, garante a estabilidade do EMT.

O EMT é sustentado pela corrente Hall ( $\vec{J}_H$ ) excitada na superfície do IT quando um campo  $\vec{E}$  é aplicado paralelamente a essa. Considerando o termo topológico em (3.6),  $J_H$  e a densidade de carga Hall ( $\rho_H$ ) podem ser obtidas via:

$$\frac{\delta S_\theta}{\delta A_\mu} = j_H^\mu = \frac{\alpha\theta}{2\pi} \epsilon^{\mu\nu\tau} \partial_\nu A_\tau, \quad (3.8)$$

onde  $S_\theta = \int \mathcal{L}_\theta d^4x$  e  $j_H^\mu = (\rho_H, \vec{J}_H)$ , explicitamente:

$$\vec{J}_H = \pm\theta \frac{\alpha c}{2\pi} (\hat{n} \times \vec{E}). \quad (3.9)$$

Da conservação da carga na superfície do IT e da lei de Faraday [68, 72]:

$$\partial_t \rho_H = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J}_H = \mp\theta \frac{\alpha c}{2\pi} (\hat{n} \cdot \partial_t \vec{B}), \quad (3.10)$$

onde  $\pm$  refere-se ao sinal da magnetização do filme na superfície ou ao sentido do campo  $\vec{B}$  perpendicularmente aplicado para a quebra da SRT.  $\hat{n}$  é um vetor unitário normal à superfície do IT. De (6.53) obtém-se:

$$\rho_H = \mp\theta \frac{\alpha c}{2\pi} (\hat{n} \cdot \vec{B}). \quad (3.11)$$

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

$\rho_H$  e  $\vec{J}_H$  equivalem à densidades de carga e corrente ligadas [68, 72, 73] à superfície do IT, de maneira que,  $\vec{J}_H$  corresponde a uma magnetização ( $\vec{M}$ ) com dependência direta no campo  $\vec{E}$ :

$$\vec{M} = \mp\theta \frac{\alpha c}{2\pi} \vec{E}. \quad (3.12)$$

Já  $\rho_H$ , corresponde a uma polarização ( $\vec{P}$ ) proporcional ao campo  $\vec{B}$ :

$$\vec{P} = \pm\theta \frac{\alpha c}{2\pi} \vec{B}. \quad (3.13)$$

Uma ilustração do EMT é mostrada na figura 3.5 para um IT coberto por um filme magnético e com geometria cilíndrica. O campo  $\vec{E}$  externo induz  $\vec{J}_H$ , essa gera um campo

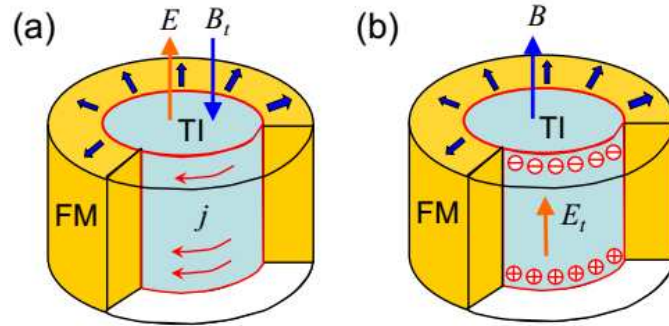


Figura 3.5: EMT em um IT cilíndrico. A magnetização do filme magnético (FM, setas azuis) aponta para fora do IT. (a) O campo  $\vec{E}$  externo induz  $\vec{J}$  em torno do IT.  $\vec{J}$  gera um campo  $\vec{B}$  correspondente à magnetização dada por (3.12). (b) Campo  $\vec{B}$  induzindo uma polarização tipo (3.13). As cargas acumuladas nas partes inferior e superior ( $\rho_H$ ) do IT são proporcionais à  $\vec{B}$ . (Fontes: [23, 71].).

$\vec{B}$  sendo equivalente à magnetização topológica (3.12) (figura 3.5 (a)). Já o campo externo  $\vec{B}$  (variável no tempo) produz um campo  $\vec{E}$  paralelo à superfície do IT, o que induz  $\vec{J}_H \perp \vec{J}_H$ . Dessa maneira, uma carga Hall ( $\rho_H$ ) é acumulada nas extremidades do IT e uma polarização topológica (3.13) (figura 3.5 (b)) é gerada. Essas considerações são válidas para uma geometria qualquer de ITs.

As equações de Maxwell mantêm a sua forma na presença do EMT (maiores detalhes são tratados no Capítulo 4), porém, as propriedades do material se modificam. Tais modificações podem ser lidas em termos das equações constitutivas para os campos deslocamento elétrico ( $\vec{D}$ ) e magnético ( $\vec{H}$ , incluindo magnetização), respectivamente

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

têm-se:

$$\begin{cases} \vec{D} = \epsilon \vec{E} + 4\pi \vec{P} \pm \frac{\alpha\theta}{\pi} \vec{B} \\ \vec{H} = \frac{1}{\mu} \vec{B} - 4\pi \vec{M} \mp \frac{\alpha\theta}{\pi} \vec{E}. \end{cases} \quad (3.14)$$

Em (3.14),  $\vec{P}$  e  $\vec{M}$  denotam a polarização e magnetização do material.

O EMT resulta em manifestações EMs diversas quando a luz interage com ITs-3D. Pseudo partículas constituídas por pares de carga elétrica-monopolo magnético, denominadas de *dyons* podem ser induzidas nesses sistemas [74]. Uma carga  $q$  colocada a uma distância  $d$  de um IT-3D fazendo interface com um isolante trivial, induz  $\vec{J}_H$  que circula na superfície do IT devido a configuração de campo  $\vec{E}$  gerada por  $q$ . A figura 3.6

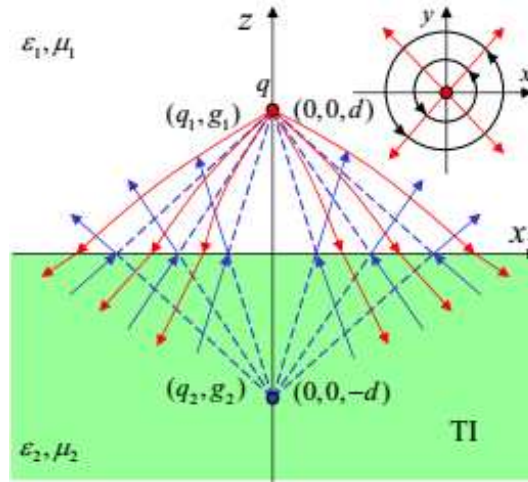


Figura 3.6: Carga elétrica nas proximidades de um IT-3D plano induzindo um . As setas vermelhas (azuis) indicam o campo  $\vec{E}$  ( $\vec{B}$ ). Direita superior: Componentes do campo  $\vec{E}$  na superfície do IT. Os círculos pretos indicam a circulação de  $\vec{J}_H$ . (Fonte: [74].).

ilustra a situação para um IT-3D plano.  $(\epsilon_1, \mu_1)$  e  $(\epsilon_2, \mu_2)$  são a permissividade elétrica e permeabilidade magnética do isolante trivial (localizado em  $z > 0$ ) e do IT (em  $z < 0$ ) respectivamente. O campo  $\vec{E}$  no espaço em torno desse sistema pode ser calculado via método das imagens [68, 72]. De acordo com esse método, em  $z < 0$ ,  $\vec{E}$  é dado pela carga efetiva  $q/\epsilon_1$  (fixada em  $z = d$ ) e por uma carga imagem ( $q'$ ) em  $z = -d$ . Em  $z > 0$ ,  $\vec{E}$  é obtido por  $q/\epsilon_1$  e  $q'$  em  $z = -d$ . Através das condições de contorno (CC) na interface

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

( $z = 0$ ), encontra-se:

$$q' = \frac{1}{\epsilon_1} \frac{(\epsilon_1 - \epsilon_2)(1/\mu_1 + 1/\mu_2 - (\alpha\theta/\pi)^2)}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)(1/\mu_1 + 1/\mu_2 + (\alpha\theta/\pi)^2)} q. \quad (3.15)$$

Enquanto que campo  $\vec{B}$ , pode ser descrito em termos de monopolos magnéticos imagens ( $g$ ). Em  $z < 0$ ,  $\vec{B}$  é dado por um  $g_1$  cuja localização é  $z = d$ , já para  $z > 0$ ,  $\vec{B}$  é obtido de  $g_2$  em  $z = -d$ . Das CC em  $z = 0$ , obtém-se:

$$g_1 = -g_2 = \frac{\alpha\theta/\pi}{(\epsilon_1 + \epsilon_2)(1/\mu_1 + 1/\mu_2 + (\alpha\theta/\pi)^2)} q. \quad (3.16)$$

O campo descrito por (3.16) é idêntico ao campo  $\vec{B}$  gerado por  $\vec{J}_H$  na superfície do IT. A situação pode ser interpretada como se no interior do IT ocorresse a excitação de um *dyon*. Isso devido à presença de  $q$  em suas proximidades. *Dyons* possuem uma estatística fracionária que pode vir a ser sondada experimentalmente através do EMT em ITs-3D [74].

As rotações de Kerr ( $\theta_K$ ) e Faraday ( $\theta_F$ ) também são afetadas pelo EMT.  $\theta_K$  e  $\theta_F$  são, respectivamente, os ângulos de rotação do plano de polarização da luz refletida e transmitida por uma superfície em que a SRT é violada. Em uma configuração do tipo da figura 3.7, para o IT-3D  $Bi_2Se_3$ ,  $\theta_K$  e  $\theta_F$  também exibem quantização topológica em termos de  $\alpha$  [75]. Das equações de Maxwell juntamente com as relações constitutivas

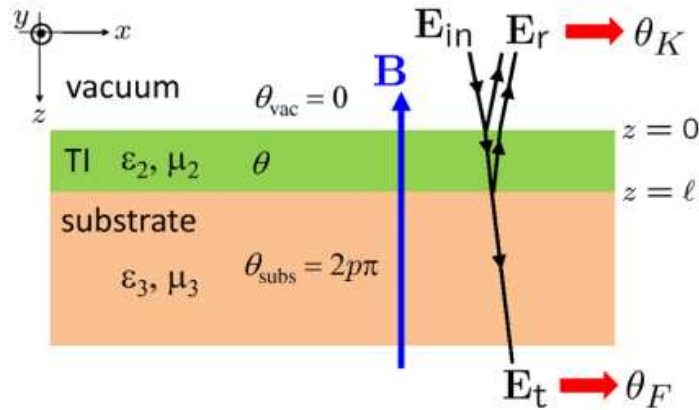


Figura 3.7: Filme fino de  $Bi_2Se_3$  (com espessura  $l$ ) sobre um substrato de isolante trivial.  $\theta_{vac} = 0$  caracteriza o vácuo.  $\vec{E}_{in}$ ,  $\vec{E}_r$  e  $\vec{E}_t$  são, respectivamente, os campos elétricos da luz incidente, refletida e transmitida pelo IT. (Fonte: [75].).

modificadas pelo EMT (equação (3.14)), são encontrados:

$$\tan \theta_K = \frac{\pm 2(\theta/\pi)\alpha\sqrt{\epsilon_3/\mu_3}}{\epsilon_2/\mu_2 - \epsilon_3/\mu_3 + (\theta/\pi)^2\alpha^2}, \quad (3.17)$$

### 3. Isolantes Topológicos Tridimensionais e o Efeito Magnetoelétrico Topológico

---

$$\tan \theta_F = \frac{\pm(\theta/\pi)\alpha}{\sqrt{\epsilon_2/\mu_2} + \sqrt{\epsilon_3/\mu_3}}. \quad (3.18)$$

Nas equações (3.17) e (3.18),  $(\epsilon_2, \mu_2)$  e  $(\epsilon_3, \mu_3)$  são as constantes dielétricas do IT e do isolante trivial (caracterizado genericamente por  $\theta = 2p\pi$ , onde  $p$  é um inteiro) respectivamente.

Outras manifestações do EMT podem ser encontradas nas referências [10,23,76,77]. O capítulo seguinte é dedicado ao estudo teórico realizado o guiamento de ondas EMs por ITs-3D na presença do EMT. Através de uma geometria simples para um guia de onda, nossos resultados apontam características gerais para o comportamento radiação nesse sistema.

# Capítulo 4

## Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

Apresentamos neste capítulo, nossos estudos acerca de algumas propriedades apresentadas por ondas EMs sob a influência do EMT. Consideramos um guia de onda com paredes ITas-3D e investigamos a dinâmica da radiação. Nossos resultados demonstram que os modos admitidos pelo guia de onda carregam a rizeza do EMT. Isso é possível devido a uma frequência de corte topológica. Tal frequência é relacionada com o comprimento de penetração dos ES no *bulk* dos ITs-3D e com o parâmetro que define a fase IT. Os desenvolvimentos teóricos obtidos indicam a plausibilidade de se sondar propriedades microscópicas de ITs-3D via características macroscópicas de ondas EMs.

### 4.1 Guia de Onda Tipo *Slab* com uma Frequência de Corte Topológica

O sistema no qual estudamos o confinamento de ondas EMs na presença do EMT consiste de um guia de onda tipo *slab*, cujas paredes são a superfície de um IT-3D. Con-

## 4. Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

sideramos o *slab* com uma abertura  $L$  ao longo do eixo  $x$ , que por sua vez é a direção de confinamento e uma extensão infinita ao longo das direções  $y$  e  $z$ , como ilustrado na figura 4.1. Consideramos um campo magnético externo perpendicularmente aplicado às paredes

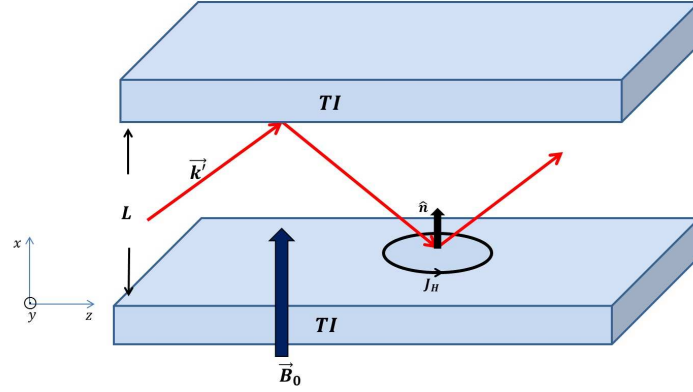


Figura 4.1: Guia de onda *slab* com abertura  $L$  e paredes ITas-3D.  $\vec{k}'$  é o vetor de onda de um modo propagante. O interior do *slab* ( $0 < x < L$ ) é preenchido com um isolante trivial, que por simplicidade consideramos como sendo o vácuo. Ao ser induzida,  $\vec{J}_H$  circula na interface IT/vácuo.  $\hat{n}$  é um vetor unitário perpendicular à superfície que aponta na direção do campo magnético externamente aplicado,  $\vec{B}_0$ . (Fonte: [78].)

do guia de onda (figura 4.1). Dessa forma, o *gap* necessário para os ES constituírem  $\vec{J}_H$  é introduzido.

A ação (3.6) que descreve a dinâmica de ondas EMs juntamente com o EMT é obtida da TCT dada em termos de (3.5). Em notação vetorial, a ação correspondente toma a forma:

$$\mathcal{S} = \frac{1}{8\pi} \int \left( \epsilon \vec{E}^2 - \frac{1}{\mu} \vec{B}^2 \right) d^4x + \frac{\theta}{2\pi} \frac{\alpha}{2\pi} \int \vec{E} \cdot \vec{B} d^4x. \quad (4.1)$$

Da variação funcional de (4.1) obtemos as equações de Maxwell [68, 72] quando o EMT é exibido<sup>1</sup>:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho_H}{\epsilon} \quad (4.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (4.3)$$

<sup>1</sup>A polarização e a magnetização usuais do IT-3D foram desprezadas. Além disso, consideramos o caso em que  $\mu$  e  $\epsilon$  são com boa aproximação constantes. Medidas da resposta EM de ITs em regime dispersivo podem ser encontradas na referência [79]. Nesse regime, o EMT é destruído devido às excitações eletrônicas no material, como será discutido na seção seguinte.

#### 4. Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

---

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \partial_t \vec{B}, \quad (4.4)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J}_H + \frac{\mu\epsilon}{c} \partial_t \vec{E}. \quad (4.5)$$

As equações (4.4) e (4.5) podem ser desacopladas via aplicação do rotacional, o que leva às equações de onda inhomogêneas:

$$(\nabla^2 - \frac{\mu\epsilon}{c^2} \partial_t^2) \vec{E} = -\frac{1}{\epsilon} \vec{\nabla} \rho_H - \frac{\mu}{c} \partial_t \vec{J}_H. \quad (4.6)$$

$$(\nabla^2 - \frac{\mu\epsilon}{c^2} \partial_t^2) \vec{B} = \mu \vec{\nabla} \times \vec{J}_H. \quad (4.7)$$

A maioria dos estudos acerca do EMT consideram  $\rho_H$  e  $\vec{J}_H$  como sendo perfeitamente concentrados à superfície dos ITs [10, 23, 74, 75], por meio de uma distribuição  $\delta(\vec{r})$  de Dirac [33]. A abordagem aqui adotada leva em conta o comprimento de penetração ( $l$ ) dos ES no *bulk* do IT. Com isso,  $\rho_H$  e  $\vec{J}_H$  são dadas por:

$$\rho_H = -\frac{\alpha\theta}{\pi l} (\hat{n} \cdot \vec{B}), \quad (4.8)$$

$$\vec{J}_H = \frac{\alpha\theta}{\pi l} (\hat{n} \times \vec{E}). \quad (4.9)$$

Tipicamente,  $l$  reside em torno de  $2 \text{ nm}$  para o  $Bi_2Se_3$  [80, 81].

O guia de onda considerado confina a radiação na direção  $x$ , com os modos permitidos propagando-se livremente ao longo de  $z$ . Portanto, as soluções das equações de Maxwell são do tipo:

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(x) e^{i(kz - \omega t)} \\ \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}(x) e^{i(kz - \omega t)}. \end{cases} \quad (4.10)$$

Inserindo os campos  $(\vec{E}, \vec{B})$  acima em (4.4) e (4.5), as equações para os campos transversos são obtidas:

$$E_x = \frac{i}{\mu\epsilon\omega^2 - c^2k^2} [c^2k\partial_x E_z + c\omega\partial_y B_z + \mu c\omega\theta'(\hat{n} \times \vec{E})_x], \quad (4.11)$$

#### 4. Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

---

$$E_y = \frac{i}{\mu\epsilon\omega^2 - c^2k^2} [c^2k\partial_y E_z - c\omega\partial_x B_z + \mu c\omega\theta'(\hat{n} \times \vec{E})_y], \quad (4.12)$$

$$B_x = \frac{i}{\mu\epsilon\omega^2 - c^2k^2} [c^2k\partial_x B_z - \mu\epsilon c\omega\partial_y E_z + \mu c^2k\theta'(\hat{n} \times \vec{E})_y], \quad (4.13)$$

$$B_y = \frac{i}{\mu\epsilon\omega^2 - c^2k^2} [c^2k\partial_x E_z + \mu\epsilon c\omega\partial_y B_z + \mu c^2k\theta'(\hat{n} \times \vec{E})_x], \quad (4.14)$$

onde  $\theta' \equiv \frac{\alpha\theta}{\pi l}$  e  $\hat{n} = \hat{x}$ . De (4.11)-(4.14) e das equações escalares de Maxwell ((4.2) e (4.3)) são obtidas as relações para as componentes longitudinais dos campos, sendo essas (no *slab* considerado,  $\partial_y = 0$ ):

$$\partial_x^2 E_z(x) + \left(\frac{\mu\epsilon}{c^2}\omega^2 - k^2\right) E_z(x) - \frac{\theta'}{\epsilon}\partial_x B_z(x) - \mu\theta'^2 E_z(x) = 0, \quad (4.15)$$

$$\partial_x^2 B_z(x) + \left(\frac{\mu\epsilon}{c^2}\omega^2 - k^2\right) B_z(x) + \mu\theta'\partial_x E_z(x) = 0. \quad (4.16)$$

Ao desacoplar (4.15) e (4.16) encontramos equações de ordens mais altas para  $E_z(x)$  e  $B_z(x)$ . Adotando esse procedimento para  $B_z(x)$ , tem-se que:

$$\left[\partial_x^4 + 2\left(\frac{\mu\epsilon}{c^2}\omega^2 - k^2 - \frac{\mu}{\epsilon}\theta'^2\right)\partial_x^2 + \left(\frac{\mu\epsilon}{c^2}\omega^2 - k^2\right)\left(\frac{\mu\epsilon}{c^2}\omega^2 - k^2 - \frac{\mu}{\epsilon}\frac{\omega}{kc}\theta'^2\right)\right] B_z(x) = 0. \quad (4.17)$$

Da solução de (4.17),  $E_z(x)$  pode ser obtida de (4.16). Fazendo  $\theta = 0$  em (4.11)-(4.17), as equações padrões para guias de ondas usuais são recuperadas. A solução de (4.17) tem a forma geral:

$$B_z(x) = B_1 e^{-\gamma_+ x} + B_2 e^{-\gamma_- x}, \quad (4.18)$$

sendo válida na região  $x > L$ , para  $x < 0$  os sinais nas exponenciais de (4.18) são invertidos, de maneira que a solução permanece finita.  $B_1$  e  $B_2$  são as amplitudes fixadas do campo.  $\gamma_{\pm}$  é o vetor de onda na direção de confinamento:

$$\gamma_{\pm} = \left( k^2 - \frac{\mu\epsilon}{c^2}\omega^2 + \frac{\mu}{\epsilon}\theta'^2 \pm \frac{\sqrt{\mu c^5 \theta'^2 k (2\epsilon c^3 k^3 + \mu c^3 \theta'^2 k - \epsilon c^2 k^2 \omega - 2\mu \epsilon^2 c k \omega^2 + \mu \epsilon^2 \omega^3)}}{\epsilon c^4 k} \right)^{1/2}. \quad (4.19)$$

#### 4. Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

Para encontrarmos uma relação que explicitasse a dispersão dos modos admitidos pelo *slab*, foi utilizada a equação de onda para o campo  $\vec{B}$ . No modelo aqui proposto, (4.7) tem a forma:

$$(\nabla^2 - \frac{\mu\epsilon}{c^2}\partial_t^2)\vec{B} = \mu\vec{\nabla} \times [\theta'(\hat{n} \times \vec{E})]. \quad (4.20)$$

Considerando a componente longitudinal da equação acima e inserindo a solução (4.18) na mesma, nota-se que  $\gamma_{\pm}$  deve satisfazer:

$$\gamma_+^2 + \gamma_-^2 - k^2 + \frac{\mu\epsilon}{c^2}\omega^2 = 0, \quad (4.21)$$

da qual encontramos que:

$$\frac{kc}{\omega} = \sqrt{\mu\epsilon} \left[ 1 - \left( \frac{\omega_{\theta}}{\omega} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad \omega_{\theta} = \frac{2c}{\pi\epsilon} \frac{\alpha\theta}{l}. \quad (4.22)$$

Da relação acima percebe-se que, para  $\omega < \omega_{\theta}$ , as ondas EMs não se propagam através das paredes do guia:  $k$  torna-se imaginário e a radiação é drasticamente atenuada ao longo das interfaces vácuo/IT ( $x = 0, L$ ). Somente ondas EMs com  $\omega > \omega_{\theta}$  possuem dispersão no interior das paredes do guia, como mostrado na figura 4.2 para o IT-3D  $Bi_2Se_3$ . Portanto,  $\omega_{\theta}$  é uma frequência de corte topológica advinda do EMT na superfície do IT.

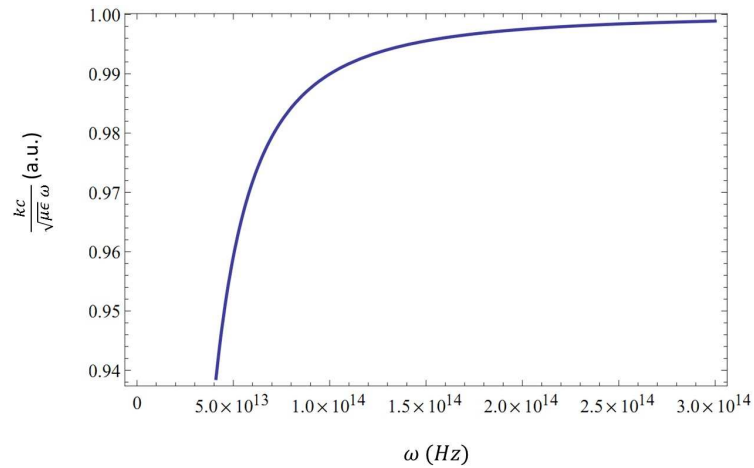


Figura 4.2: Vetor de onda normalizado ( $\frac{kc}{\sqrt{\mu\epsilon}\omega}$ ) em unidades arbitrárias (a.u.) como função de  $\omega$ . Para o  $Bi_2Se_3$ :  $l \approx 2\text{ nm}$ ,  $\epsilon = 100$  e  $\mu = 1$  [75], logo,  $\omega_{\theta} \approx 10^{13}$  Hz. A partir desse valor, a radiação se propaga no interior das paredes do guia. (Fonte: [78].)

#### 4. Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

É importante ressaltar que  $\omega_\theta$  depende de  $l$ . Isso indica que o sistema investigado pode ser um aparato útil para determinar o comprimento de penetração dos ES em ITs-3D.

O vetor de onda na direção de confinamento pode ser expressado como uma função de  $\omega$  e, ao percorrer a mesma parte do espectro da figura 4.2,  $\gamma_\pm(\omega)$  possui a forma geral:

$$\gamma_\pm(\omega) = \xi(\omega) \pm i\tau(\omega), \quad (4.23)$$

onde  $\xi(\omega)$  e  $\tau(\omega)$  relacionam-se com a atenuação e propagação de ao longo de  $x$ , respectivamente. A figura 4.3 mostra os comportamentos das partes real e imaginária de (4.23). Da figura 4.3, nota-se que  $\xi(\omega) \neq 0$  abaixo de  $(\omega_\theta)$ . Logo, a radiação não adentra as

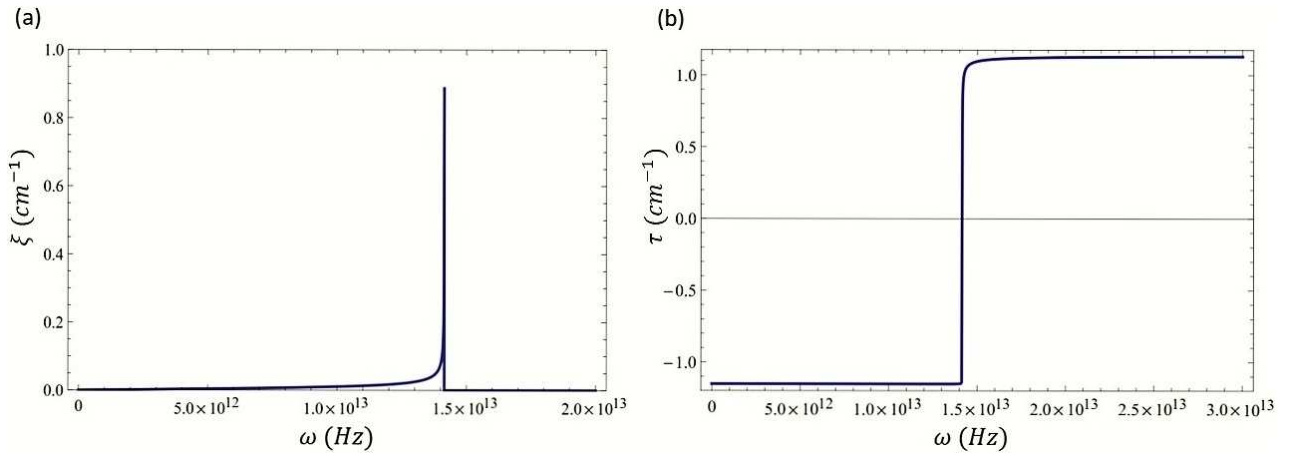


Figura 4.3: Componentes evanescente e oscilatória de  $\gamma_+(\omega)$ . Em  $\omega_\theta \approx 10^{13}$ , (a)  $\xi(\omega)$  anula-se e (b)  $\tau(\omega)$  muda abruptamente de sinal. Tais comportamentos indicam um forte confinamento da radiação ao interior do guia de onda para  $\omega < \omega_\theta$ . (Fonte: [78].)

paredes do guia e ocorre um eficiente confinamento das mesmas. Nesse regime, as ondas EMs são refletidas no interior do *slab* com as CC na interface ( $(\vec{E}_{vac}, \vec{B}_{vac})$  denotam os campos no vácuo):

$$\begin{cases} \hat{n} \cdot (\vec{E}_{vac} - \epsilon \vec{E}_{TI}) = \rho_H \\ \hat{n} \times (\vec{B}_{vac} - \frac{\vec{B}_{TI}}{\mu}) = \vec{J}_H. \end{cases} \quad (4.24)$$

As imposições (4.24) sobre os campos, juntamente com a condição de onda estacionária requer que em  $0 < x < L$ ,  $k_x$  seja discretizado de acordo com a geometria do guia, ou seja,  $k_x = n\pi/L$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ). Devido à atenuação em torno de  $\omega_\theta$ , o comprimento

#### 4. Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

---

de penetração da radiação ( $\xi^{-1}$ ) decresce rapidamente de valor para  $\omega \approx \omega_\theta$ . Quando  $\omega > \omega_\theta$ ,  $\xi(\omega)$  anula-se, ao mesmo tempo em que  $\tau(\omega)$  muda abruptamente de sinal. Isso implica na transmissão das ondas EMs em direção ao *bulk* do IT que constitui as paredes do guia e efeitos de *bulk* passam a predominar. Esses resultados estão de acordo com dados ópticos experimentais reportados nas referências [79, 81], onde verificou-se a dependência da reflectividade e condutividade de ITs-3D com excitações no *bulk* para  $\omega \gtrsim 10^{13}$  Hz.

Façamos agora uma breve análise acerca dos modos transversos de polarização. Para o modo transversal magnético (TM) [68, 72],  $B_z(x) = 0$  e de (4.15) e (4.16) obtém-se:

$$\partial_x^2 E_z(x) + \left( \frac{\mu\epsilon}{c^2} \omega^2 - k^2 - \mu\theta'^2 \right) E_z(x) = 0, \quad \partial_x E_z(x) = 0. \quad (4.25)$$

Da equação (4.25) e das considerações anteriores, o modo TM possui  $\omega_\theta$  com as mesmas características do caso de ondas EMs com polarização arbitrária. Já para o modo transversal elétrico (TE), no qual  $E_z(x) = 0$ , tem-se as relações:

$$\partial_x^2 B_z(x) + \left( \frac{\mu\epsilon}{c^2} \omega^2 - k^2 \right) B_z(x) = 0, \quad \partial_x B_z(x) = 0. \quad (4.26)$$

A relação acima implica que, no modo TE [68, 72], a radiação não é sujeita a uma frequência de corte de caráter topológico. Isso é devido à  $\vec{J}_H$  se anular para esse modo:

$$\vec{J}_H^{TE} = \theta'(\hat{n} \times \vec{E}) = \theta'[-E_z(x)\hat{y}] = \vec{0}. \quad (4.27)$$

Portanto, os modos TEs são afetados unicamente pelas frequências de corte usuais:  $\omega_m = m\pi c/L$  ( $m = 1, 2, 3, \dots$ ).

## 4.2 Sobre o Limiar do Efeito Magnetoelétrico Topológico

Para  $\omega \lesssim$  THz, tem sido verificado experimentalmente em ITs-3D que,  $\epsilon(\omega)$  é praticamente constante para tal faixa do espectro EM [75, 79, 81]. Além disso, foram observadas significativas rotações de Kerr em filmes finos de  $Bi_2Se_3$  em baixas temperaturas para esses mesmos valores de  $\omega$  [82]. Logo, perdas no material são pequenas neste regime

#### 4. Propriedades de Ondas Eletromagnéticas Guiadas por Isolantes Topológicos Tridimensionais

---

de  $\omega$ . No entanto, quando  $\omega \gtrsim 10$  THz as perdas e dispersão no IT tornam-se relevantes. Essas constatações têm sido detalhadas em medidas do espectro de absorção de ITs-3D evidenciando o crescimento de  $\epsilon(\omega)$  para tais frequências [79, 81].

Nossos resultados mostram que  $\omega_\theta \approx 10$  THz para o  $Bi_2Se_3$ . Portanto, a abordagem adotada aplica-se bem ao caso no qual o IT não apresenta efeitos dispersivos. Abaixo de  $\omega_\theta$ , as ondas EMs se propagam no interior do guia de onda mantendo  $\rho_H$  e  $\vec{J}_H$  nas interfaces vácuo/IT. Nessa região, a dinâmica da radiação guiada é essencialmente ditada pelos ES e é praticamente livre de influência do *bulk* do material. Como previsto nos desenvolvimentos da seção anterior, para  $\omega > \omega_\theta$ , as ondas EMs são transmitidas através das paredes do *slab*, o que é corroborado pelas verificações experimentais descritas no parágrafo anterior.

Além da possibilidade de ser utilizada como uma sondagem indireta do comprimento de penetração  $l$  dos ES no *bulk*,  $\omega_\theta$  apresenta-se como uma medida do limiar da influência do EMT sobre a radiação interagente com o IT. Acima de  $\omega_\theta$ , o EMT é suprimido pelas excitações no *bulk* material. A inibição do efeito é manifestada pelo não-confinamento das ondas EMs ao interior do guia de onda.

# Capítulo 5

## Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

Destacamos neste capítulo, as principais propriedades e efeitos EMs não usuais manifestados por MTMs. São discutidas as características estruturais que permitem a estes materiais possuírem respostas EMs não encontradas em meios convencionais. Como consequência, esses arranjos apresentam eletrodinâmica efetiva, magnetismo artificial amplificado e índice de refração negativo.

### 5.1 Respostas Elétrica e Magnética Artificiais

Entre 1996 e 2000 foram publicados uma série de trabalhos nos quais, estruturas metálicas em configurações periódicas foram estudadas com o objetivo de se obter efeitos eletrodinâmicos artificiais em regime de micro-ondas. Tais arranjos foram os precursores dos MTMs desenvolvidos recentemente.

Em [89], Pendry *et al.* investigaram a resposta EM de um arranjo tridimensional formado por fios condutores finos. O sistema é ilustrado na figura 5.1. Na presença de campos EMs, o arranjo apresenta efeitos eletrodinâmicos manipuláveis através de ajustes em seus parâmetros. Coletivamente, os elétrons livres na estrutura da figura 5.1, estão “diluídos” no arranjo e, ao mesmo tempo, restritos à fronteira física delimitada pelos fios. Com isso, a densidade de elétrons disponíveis para condução ( $\rho$ ) [17] é reduzida propor-

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

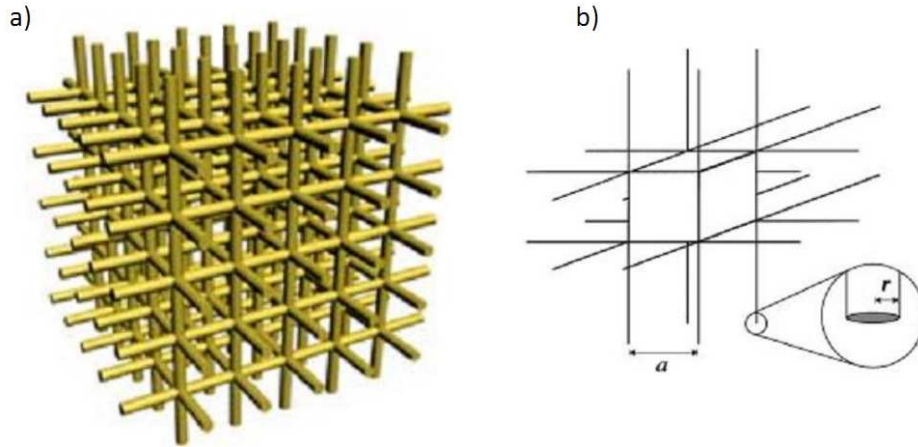


Figura 5.1: (a) Arranjo periódico de fios metálicos em uma rede cúbica possui raio  $r$  e espaçamento de rede  $a$ . (b) Célula unitária denotando as dimensões relevantes. (Fontes: [24, 83].)

cionalmente à fração do espaço ocupado pelo fio. Logo,  $\rho$  do arranjo é dada em termos de seu valor efetivo:  $\rho_{ef} = \rho \frac{\pi r^2}{a^2}$ . A corrente elétrica excitada em um fio isoladamente,  $I = \pi r^2 e \rho v$  (onde  $e$  é o valor carga elétrica do elétron e  $v$  é a velocidade dos elétrons no fio), gera um campo magnético ( $\vec{B}$ ) em pontos ( $R$ ) do espaço em torno dos fios. O módulo de  $\vec{B}$  pode ser obtido via lei de Ampere, resultando em:

$$B(R) = \mu_0 \frac{\pi r^2 e \rho v}{2\pi R}, \quad (5.1)$$

onde  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vácuo. O vetor potencial ( $\vec{A}$ ) é obtido da relação  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  [72], logo, o módulo de  $\vec{A}$  é:

$$A(R) = \frac{\mu_0 \pi r^2 e \rho v}{2\pi} \ln \left( \frac{a}{R} \right), \quad (5.2)$$

As equações (5.1) e (5.2) se aplicam no limite  $r \ll a$  e podem deduzidas através da relação entre  $\vec{B}$ ,  $I$  e a indutância ( $L$ ) [68] dos fios estimada em [24]:

$$L = \mu_0 \frac{\int_r^{a/\sqrt{\pi}} H(R) dR}{\pi r^2 e \rho v} \approx \frac{\mu_0}{2\pi} \ln \left( \frac{a}{r} \right), \quad (5.3)$$

onde  $a/\sqrt{\pi}$  é o raio equivalente de uma célula unitária da estrutura. A validade das equações (5.1)-(5.3) é corroborada por cálculos computacionais realizados no mesmo trabalho, ao se obter a relação de dispersão numérica das ondas EMs na rede. A auto-indutância

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

dos fios provoca um aumento da inércia dos portadores de carga disponíveis, com efeito, a massa efetiva ( $m_{ef}$ ) [17] dos elétrons aumenta. Em uma região onde existe um campo EM, o momento linear ( $\vec{p}$ ) de uma partícula carregada como o elétron é modificado:  $\vec{p} = m\vec{v} + e\vec{A}$  [84], por meio dessa relação,  $m_{ef}$  pode ser obtida, na qual resulta em:

$$m_{ef} = \frac{\mu_0 \pi r^2 e^2 \rho}{2\pi} \ln\left(\frac{a}{r}\right). \quad (5.4)$$

O resultado (5.4) leva a uma mudança significativa na eletrodinâmica da estrutura como um todo. Os parâmetros geométricos foram fixados em  $a \sim mm$  e  $r \sim \mu m$  de maneira que, não há efeitos de difração para ondas que se propagam nas frequências de interesse e a estrutura se comporta como um meio efetivo. Para fios de *Al*, a frequência limite a partir da qual as ondas EMs são transmitidas através do arranjo, ou seja, a frequência de plasma ( $\omega_p$ )<sup>1</sup> efetiva ( $\omega_p^{ef}$ ) do sistema, é seis ordens de grandeza menor do que  $\omega_p$  do próprio *Al* ( $\sim 10^{15} Hz$  [85]). Esse efeito é devido à  $\omega_p^{ef}$  englobar a mudança causada pela auto-indutância no valor da  $m_{ef}$ . Sendo  $\omega_p^{ef}$  dado por:

$$(\omega_p^{ef})^2 = \frac{e^2 \rho_{ef}}{\epsilon_0 m_{ef}} = \frac{2\pi c^2}{a^2 \ln(a/r)}, \quad (5.5)$$

onde  $\epsilon_0$  e  $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$  são a permissividade e a velocidade da luz no vácuo respectivamente e para o *Al*,  $\rho \sim 10^{29} m^{-3}$  [85], valores nos quais levam a  $\omega_p^{ef} \sim 10^9 Hz$ . Vale ressaltar que  $\omega_p^{ef}$  depende apenas dos parâmetros geométricos do arranjo, implicando em uma resposta EM ajustável em termos de sua permissividade efetiva ( $\epsilon_{ef}$ ). Levando em conta a condutividade ( $\sigma$ ) finita dos fios no arranjo, a indutância dada por (5.3) é modificada de acordo com:  $L \rightarrow L + \frac{\sigma \pi r^2}{i\omega}$ . Com isso, obtém-se  $\epsilon_{ef}(\omega)$  da forma do modelo de Drude [17, 39, 85]:

$$\epsilon_{ef}(\omega) = 1 - \frac{(\omega_p^{ef})^2}{\omega(\omega + i\Gamma_{ef})}, \quad (5.6)$$

onde  $\Gamma_{ef}^2 = \frac{\epsilon_0 a^2}{\pi r^2 \sigma} (\omega_p^{ef})^2$  é o fator de perda efetiva na estrutura. O comportamento de  $\epsilon_{ef}(\omega)$  é o mesmo da figura 5.2, onde é mostrado a função dielétrica para uma estrutura constituída de fios de *Ag* [24, 86]. Deduções mais precisas para (5.5) e (5.6) foram obti-

<sup>1</sup>Para valores de  $\omega$  próximos de  $\omega_p$  de um metal, na interface com um dielétrico, a luz incidente se acopla com modos de oscilação dos elétrons de condução, induzindo PPSs. As propriedades gerais dessas excitações são detalhadas no Capítulo 6

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

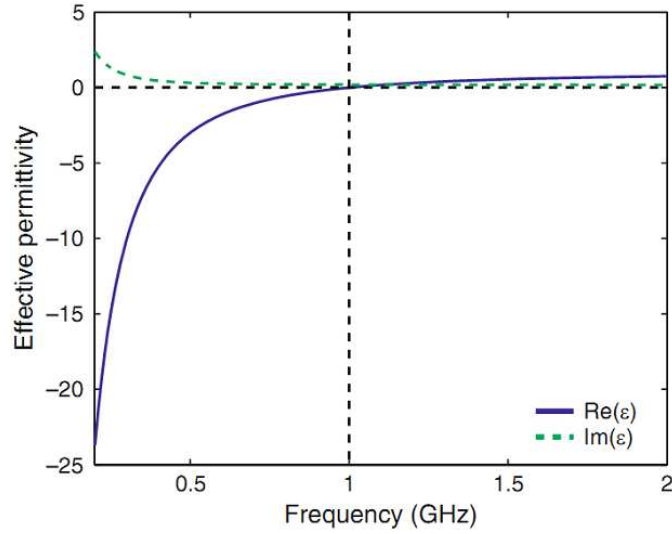


Figura 5.2: Partes real ( $Re(\epsilon)$ ) e imaginária ( $Im(\epsilon)$ ) de  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , os valores dos parâmetros geométricos do arranjo são:  $a = 40\text{ mm}$  e  $r = 5\text{ }\mu\text{m}$ . Para a estrutura feita de fios de Ag,  $\Gamma_{ef} \approx 0,02\omega_p^{ef}$ . (Fonte: [24].)

das em [87] e [88].  $\epsilon_{ef}(\omega) < 0$  controlável em  $\omega$  abaixo do infravermelho ( $\sim 10^{14}\text{Hz}$ ) é uma propriedade desejável para sistemas metálicos. Nessas frequências, a parte imaginária de  $\epsilon(\omega)$ , na qual é responsável pelas perdas no material e conseqüentemente pelo confinamento EM, tem valores significativos para a maioria dos metais [17, 39, 85].

As previsões teóricas descritas acima foram confirmadas experimentalmente em [89], por meio de um arranjo tridimensional de fios finos de tungstênio recobertos por  $Au$ . A estrutura e suas dimensões típicas são mostradas na figura 5.3. No arranjo da figura 5.3, medidas dos coeficientes de reflexão e transmissão indicaram uma frequência limiar em torno de  $9,0\text{ GHz}$  para  $\omega_p^{ef}$ , confirmando a característica efetiva da eletrodinâmica do sistema.

No trabalho reportado em [90], foi proposta uma configuração metálica formada por anéis ressonantes (*split-ring resonators* (SRRs)), que se tornou o protótipo de vários MTMs atualmente estudados e fabricados. Foi previsto que os SRRs apresentam um significativo magnetismo artificial, com  $\mu_{ef}(\omega)$  adquirindo valores negativos para algumas faixas de  $\omega$ . A figura 5.4 (a) ilustra o SRR. Tal dispositivo é composto por dois anéis metálicos concêntricos com aberturas em lados opostos. O MTM composto por esses

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

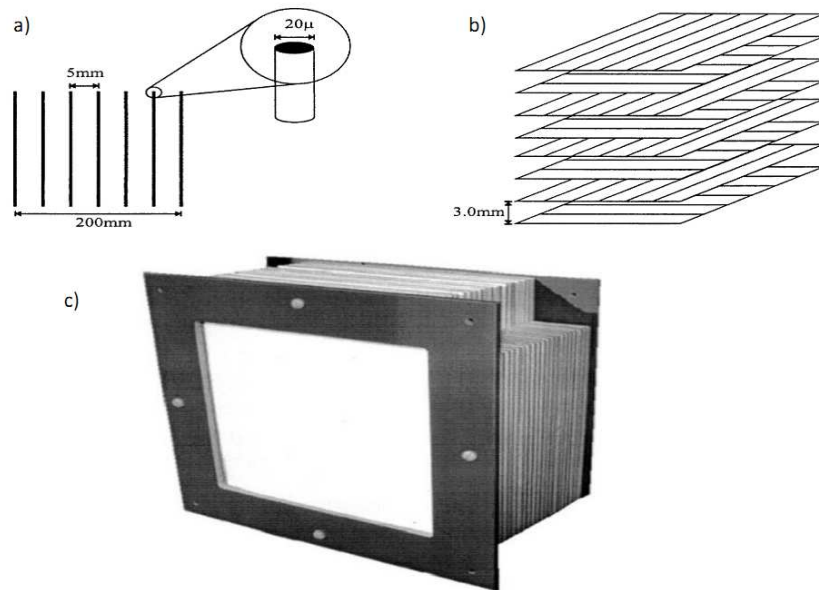


Figura 5.3: (a) Diâmetro e espaçamento entre os fios na célula unitária juntamente com o comprimento total. (b) Orientações dos fios e distância entre as camadas de poliestireno que os contém. (c) Fotografia do aparato que contém o arranjo de fios metálicos em placas sobrepostas de poliestireno. (Fonte: [89])

SRRs é homogêneo e isotropicamente obtido, preenchendo-se uma célula unitária cúbica com um desses anéis em cada face, como indicado na figura 5.5(a). Com a incidência de ondas EMs, o campo magnético paralelo ao eixo dos SRRs induz correntes elétricas nos anéis, resultando em momento magnético nos mesmos (figura 5.5)(b)).

As aberturas dos SRRs agem como capacitores acumulando cargas elétricas em suas bordas e concentrando a energia EM em uma pequena região do espaço. Logo, o SRR é equivalente ao circuito da figura 5.4(b) [97]. O fato dos *gaps* nos SRRs serem opostos tende a cancelar o momento de dipolo elétrico resultante. Isso faz com que o magnetismo da estrutura seja dominante. Em adição, uma forma desejavelmente ressonante é alcançada para resposta magnética do sistema. Calculando a capacitância entre as aberturas dos SRRs e, levando em conta a relação entre o campo magnético médio em uma célula unitária e as correntes elétricas nos mesmos,  $\mu_{ef}(\omega)$  encontrado é dado por:

$$\mu_{ef}(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\Gamma\omega}, \quad (5.7)$$

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

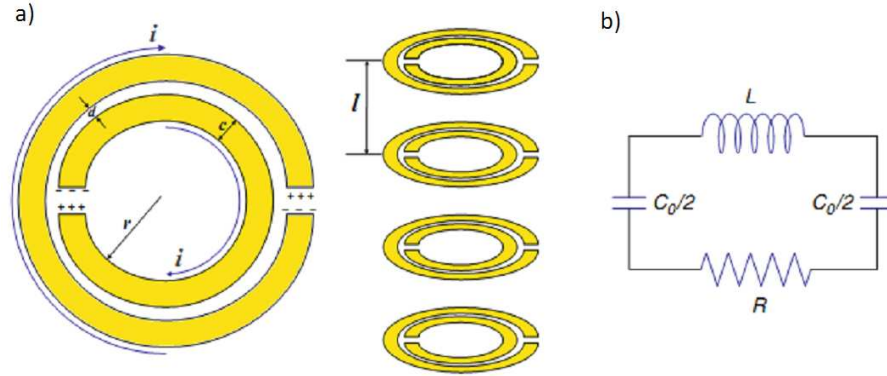


Figura 5.4: (a) SRR e parâmetros geométricos relevantes.  $c$  e  $d$  são a espessura e espaçamento entre os anéis respectivamente,  $r$  é o raio interno do primeiro anel e  $l$  é a distância entre as lâminas que contêm os SRRs. Uma corrente elétrica induzida (denotada por  $i$  na figura) circula em torno dos anéis, ao mesmo tempo, cargas elétricas opostas se acumulam nas bordas das aberturas, o que dá um caráter capacitivo à estrutura. (b) Modelo de circuito equivalente ao SRR.  $L$  denota a indutância,  $C_0$  a capacitância e  $R$  a resistência do SRR. (Fonte: [24].)

onde:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{3lc_0^2}{\pi \ln(2c/d)r^3}}. \quad (5.8)$$

Em (5.7),  $F = \frac{\pi r^2}{a^2}$  é a fração do espaço ocupada pelo SRR na célula unitária e  $\Gamma = \frac{2l}{\mu_0 \sigma r}$  é o fator de amortecimento relacionado à resistividade ( $\sigma^{-1}$ ) dos SRRs.  $c_0$  é a velocidade da luz no vácuo.

Da forma de  $\mu_{ef}(\omega)$  em (5.7), a resposta magnética efetiva pode ser controlada por meio dos parâmetros geométricos do arranjo, analogamente à  $\epsilon_{ef}(\omega)$  na estrutura da figura 5.1. As dimensões dos SRRs são da ordem de subcomprimento de onda EM, logo, o MTM magnético também se comporta como um meio efetivo. As partes real e imaginária de  $\mu_{ef}(\omega)$  são mostradas na figura 5.6(a). Pouco tempo depois de publicados os resultados teóricos discutidos acima, Smith *et al.* em [91] observaram as manifestações magnéticas descritas acima, com  $\omega \sim \text{GHz}$ . O caráter ressonante da estrutura é evidenciado nas medidas realizadas da potência EM transmitida através do SRR (figura 5.6(b)).

Em geral, na matéria comum, o magnetismo é “mascarado” devido à intensidade maior da resposta elétrica (para muitos materiais,  $\mu \approx 1$ ). A inibição do caráter magnético é ainda mais pronunciado na faixa de GHz [24, 73]. Portanto, o intenso magnetismo

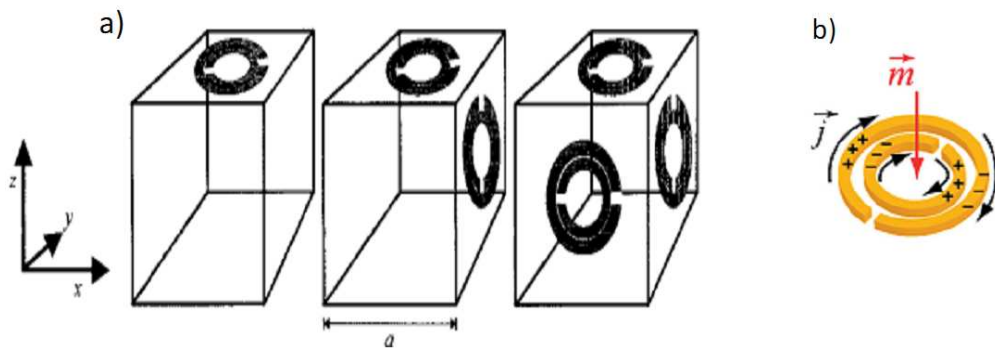


Figura 5.5: (a) Construção de uma célula unitária para um MTM com rede cúbica a partir dos SRRs. Fonte: [90] (b) Momento de dipolo magnético resultante de um SRR na célula unitária. (Fonte: [26].)

artificial alcançado pelas estruturas descritas acima no mesmo regime de  $\omega$ , torna esses MTMs particularmente interessante para confecção de dispositivos baseados em magnetização [24, 86, 138, 139]. Além disso, a peculiar propriedade de  $n < 0$  foi obtida com grande êxito em configurações de MTMs compostos por SRRs.

## 5.2 Índice de Refração Negativo

Dos efeitos não usuais que os MTMs descritos até aqui possuem, a que tem atraído mais atenção devido à sua peculiaridade é a manifestação de  $n < 0$ . É dessa característica artificial que derivam as aplicações tecnológicas mais repercussivas dos MTMs como o *optical cloaking*, as superlentes planas e imagens com precisão de subcomprimento de onda.

As consequências sobre a radiação EM devido à um meio com  $n < 0$  foram pioneiramente demonstrados por Veselago em [92]. Dentre outros, foi previsto que materiais com essa característica apresentariam uma refração anômala, efeito Doppler reverso e radiação de Cherenkov inversa [68]. Para um material alcançar  $n < 0$ ,  $\epsilon$  e  $\mu$  devem ser simultaneamente negativos [99]. Nos parágrafos seguintes são examinadas em alguns detalhes as bases teóricas e experimentais que sustentam tais previsões.

Realisticamente, o índice de refração dos materiais em geral possui uma parte

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

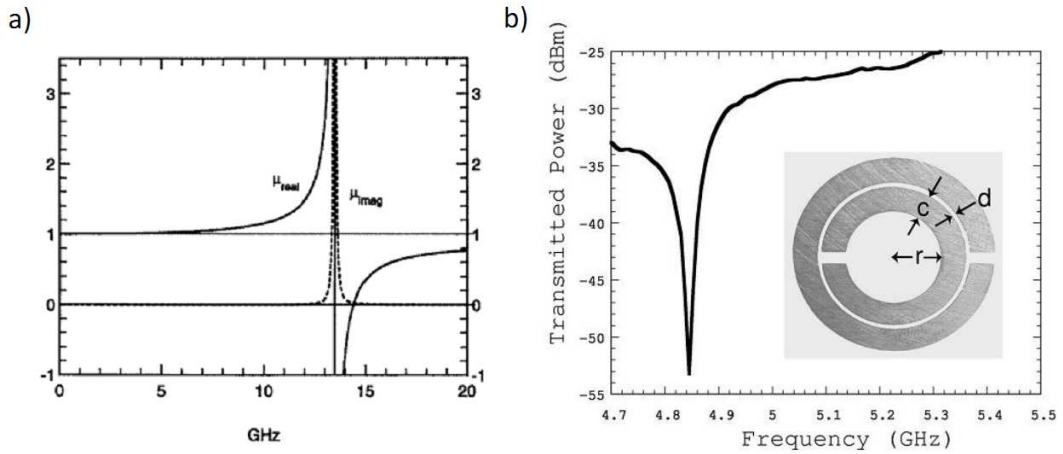


Figura 5.6: (a) Caráter ressonante de  $\mu_{ef}(\omega)$  com valores negativos na faixa de GHz. Fonte: [90]. (b) Curva de ressonância da potência transmitida (medida em decibéis, *dB*) para um SRR constituído de *Cu*. Os parâmetros geométricos do SRR são da mesma ordem de grandeza consideradas em (a). Uma forte ressonância é observada para um valor de frequência em torno de 4,84 GHz. (Fonte: [91].)

real e uma parte imaginária:  $n(\omega) = n'(\omega) + in''(\omega)$ , onde  $n(\omega) = \pm\sqrt{\epsilon(\omega)\mu(\omega)}$ . A parte real de  $n$  relaciona-se com o grau de propagação e intensidade das ondas EMs no meio. Já a parte imaginária de  $n$  está associada com as perdas da radiação através do material [68, 73]. Para materiais transparentes como a água e o vidro,  $\epsilon$  e  $\mu$  são ambos positivos, assim,  $n$  tem uma forma simples dada por  $n = +\sqrt{\epsilon\mu}$ . Nesse caso, para uma faixa razoável de frequências,  $n$  pode ser considerado constante. Já em meios que apresentam anisotropias, como os cristais,  $n$  é descrito por meio de tensores, uma vez que a resposta EM varia direcionalmente no material [17, 68, 73, 85]. Em metais,  $\epsilon(\omega)$  pode assumir valores negativos implicando em  $n(\omega)$  com parte imaginária. Em um meio dispersivo no qual  $\epsilon$  e  $\mu$  são negativos, ou seja, sem perda de generalidade, um meio do tipo:  $\epsilon = -1 + i\delta_1$  e  $\mu = -1 + i\delta_2$ , onde  $0 < \delta_1 \ll 1$  e  $0 < \delta_2 \ll 1$ . Com isso, para  $n$  é obtido que:

$$n = \pm\sqrt{(1 - \delta_1\delta_2) - i(\delta_1 + \delta_2)} \approx \pm\left[1 - i\frac{\delta_1\delta_2}{2}\right]. \quad (5.9)$$

Considerando que ondas EMs planas se propagam no material em uma direção qualquer, os campos EMs oscilantes são proporcionais ao fator  $e^{i(n\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$ . Nota-se então que, para

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

causalidade ser obedecida [68, 73], a parte imaginária de  $n$  deve ser positiva. Logo, o sinal – deve ser escolhido em (5.9) de forma que, esses materiais englobem perdas e tenham  $\epsilon$  e  $\mu$  negativos simultaneamente. Isso que implica em  $n < 0$  e nos efeitos EMs decorrentes dessa resposta atípica à radiação [24, 86, 137].

A primeira proposta de um MTM que posteriormente foi fabricado e constatado  $n < 0$  foi sugerida por Smith *et al.* no ano 2000 [91]. Foi demonstrado que, uma configuração periódica formada por SRRs juntamente com fios metálicos finos exhibe  $\epsilon_{ef}(\omega)$  e  $\mu_{ef}(\omega)$  simultaneamente negativos. As dimensões dos SRRs do arranjo também foram considerados na escala de subcomprimento de onda EM. Na estrutura, os componentes unitários são dispostos bidimensionalmente, com o MTM sendo formado por camadas de MTSs sobrepostas, como ilustrado na figura 5.7. A partir da relação:

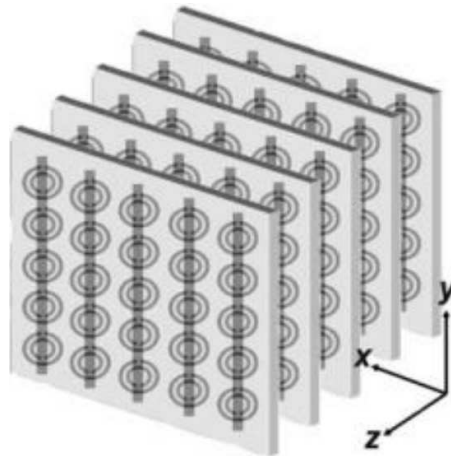


Figura 5.7: MTM anisotrópico formado por MTSs sobrepostas compostas de SRRs e fios condutores finos. (Fonte: [137].)

$$\omega = \frac{ck}{\sqrt{\epsilon(\omega)\mu(\omega)}}, \quad (5.10)$$

onde  $c$  é a velocidade da luz no vácuo e utilizando-se de métodos computacionais [93], a dispersão das ondas EMs foi obtida para o campo magnético (aqui denotado por  $\vec{H}$ ) polarizado paralelamente ( $\vec{H}_{\parallel}$ ) e perpendicularmente ( $\vec{H}_{\perp}$ ) ao eixo dos SRRs, como mostrado nas figuras 5.8 (a) e (b) (nas duas situações o campo elétrico está polarizado no

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

plano dos SRRs). O *gap* na dispersão da figura 5.8(a) é devido à  $\mu_{ef}(\omega) < 0$ , pois, neste

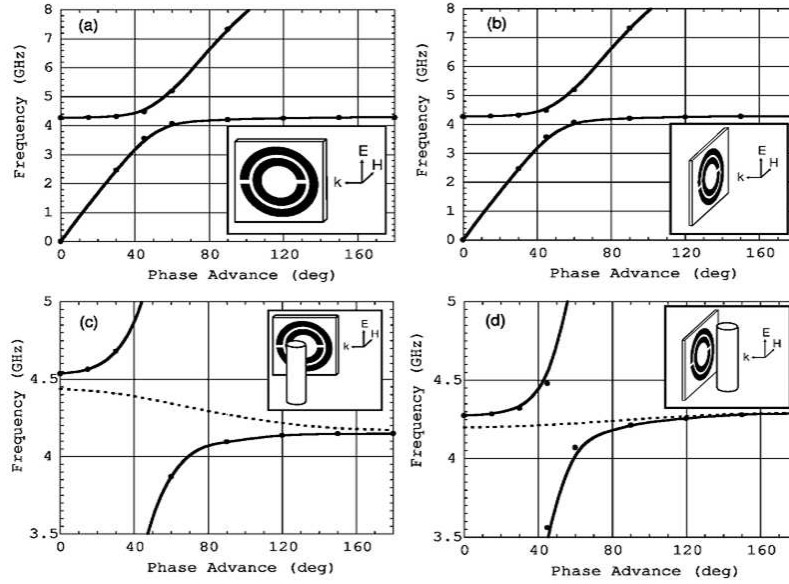


Figura 5.8: Relações de dispersão mostrando a variação da frequência em termos do avanço de fase ( $kd$ , onde  $d$  é o espaçamento de rede) das ondas EMs no MTM. (a) e (b) Dispersão para  $\vec{H}_{\parallel}$  e  $\vec{H}_{\perp}$ , respectivamente. MTM formado somente por SRRs. (c) e (d) Relação de dispersão na presença do fio metálico fino em cada SRR,  $\vec{H}_{\parallel}$  e  $\vec{H}_{\perp}$  na sequência. (Fonte: [91].)

modo de polarização, a resposta magnética do SRR é dominante e  $\epsilon_{ef}(\omega)$  é positivo e varia lentamente. Nota-se que para  $\vec{H}_{\parallel}$ ,  $\mu_{ef}(\omega)$  é negativo na faixa de GHz, como previsto por Pendry e colaboradores para um MTM magnético. Já na figura 5.8(b), o *gap* é gerado por  $\epsilon_{ef}(\omega) < 0$ , uma vez que resposta magnética é pequena para  $\vec{H}_{\perp}$ , com  $\mu_{ef}(\omega)$  sendo positivo e variando lentamente.

Ao acoplar a cada SRR um fio metálico fino possuindo  $\epsilon_{ef}(\omega) < 0$  no mesmo regime de frequências em que  $\mu_{ef}(\omega) < 0$ , o MTM resultante dessa combinação produz  $\epsilon_{ef}(\omega)$  e  $\mu_{ef}(\omega)$  negativos simultaneamente. Logo,  $n < 0$  foi alcançado para uma região pertencente à faixa de micro-ondas do espectro EM. As relações de dispersões mostradas nas figuras 5.8 (c) e (d) respectivamente para  $\vec{H}_{\parallel}$  e  $\vec{H}_{\perp}$  exibem *gaps* devidos à  $n < 0$  no MTM. A presença do fio metálico fino em cada célula unitária introduz modos de radiação

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

nos *gaps* entre as “bandas de luz” permitindo, assim, a propagação de ondas EMs nessa região.

Ainda no ano de 2000, Pendry reportou em [94] uma demonstração teórica de que MTMs com  $n < 0$  podem constituir lentes tipo *slab* perfeitas. A partir desses dispositivos, a imagem bidimensional de um objeto poderia ser resolvida sem a restrição imposta pelo limite de difração [121]. Em um ambiente com  $\epsilon$  e  $\mu$  simultaneamente negativos, todas as componentes de Fourier [68, 121] do campo EM podem ser focadas pelo MTM. Considerando um interface mostrada na figura 5.9 e  $z$  como eixo das lentes, nessa direção no meio com  $n < 0$  tem-se que:

$$k'_z = i\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - \mu\epsilon(\omega/c)^2}, \quad \mu\epsilon(\omega/c)^2 < k_x^2 + k_y^2, \quad (5.11)$$

descreve ondas EM atenuadas ao longo da propagação no meio em que  $n < 0$ . Através das CC, obtém-se:

$$t = \frac{2\mu k_z}{\mu k_z + k'_z}, \quad (5.12)$$

$$r = \frac{\mu k_z - k'_z}{\mu k_z + k'_z}, \quad (5.13)$$

$$t' = \frac{2k'_z}{\mu k_z + k'_z}, \quad (5.14)$$

$$r' = \frac{k'_z - \mu k_z}{\mu k_z + k'_z}, \quad (5.15)$$

onde  $t'$  ( $t$ ) e  $r'$  ( $r$ ) são os coeficientes de transmissão e reflexão no meio com  $n < 0$  respectivamente. Considerando processos múltiplos de espalhamento das ondas EMs nas duas interfaces da figura 5.9, foi mostrado que através da segunda interface, tais eventos resultam nos seguintes coeficientes da luz transmitida ( $T$ ) e refletida ( $R$ ):

$$T = \lim_{\mu \rightarrow -1, \epsilon \rightarrow -1} \frac{2\epsilon k_z}{\epsilon k_z + k'_z} \frac{2k'_z}{k'_z + \epsilon k_z} \times \frac{\exp(ik'_z d)}{1 - \left(\frac{k'_z - \epsilon k_z}{k'_z + \epsilon k_z}\right)^2 \exp(2ik'_z d)} = \exp(-ik_z d), \quad (5.16)$$

$$R = \lim_{\mu \rightarrow -1, \epsilon \rightarrow -1} \left[ r + \frac{tt' r' \exp(2ik'_z d)}{1 - r'^2 \exp(2ik'_z d)} \right] = 0. \quad (5.17)$$

Logo,  $T$  e  $R$  evidenciam que as ondas evanescentes advindas do meio externo são reforçadas pelos processos de transmissão através do meio com  $n < 0$ , como ilustrado na figura 5.9(b).

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

Portanto, em MTMs com  $n < 0$ , ondas EMs evanescentes contribuem para formação da imagem resultando em resolução além do limite de difração da luz. Essas conclusões não violam causalidade ou conservação de energia, uma vez que ondas EMs atenuadas não transportam energia [92, 94].

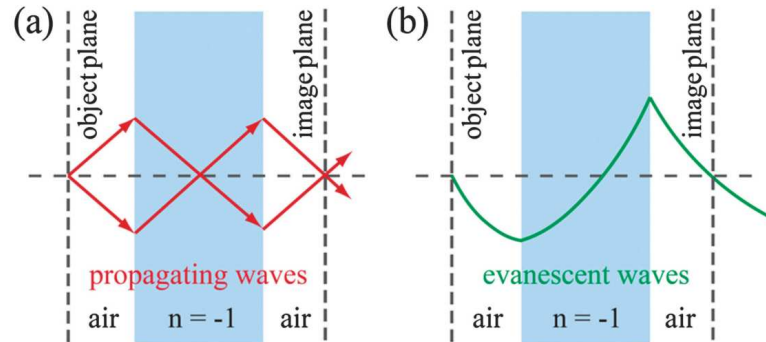


Figura 5.9: Esquema de uma “superlente” plana feita de um MTM com  $n < 0$ . (a) Ondas propagantes divergentes sendo focadas pelo MTM. (b) Ondas evanescentes reforçadas pela transmissão através do MTM. (Fonte: [26]).

Em 2001, Shelby, Smith e Schultz reportaram em [96] dados que comprovaram experimentalmente  $n < 0$  na região de micro-ondas. O arranjo no qual observou-se esse efeito foi justamente um MTM composto por SRRs e fios metálicos finos, sendo ambos com dimensões na escala de subcomprimento de onda EM, como proposto nos trabalhos discutidos anteriormente. No MTM onde  $n < 0$  foi medido, os SRRs e os fios condutores são dispostos bidimensionalmente em lados opostos de um substrato fino constituído de fibra de vidro (*circuit board*). As células unitárias são repetidas periodicamente, formando uma configuração anisotrópica tipo prisma, a estrutura deste MTM é mostrada na figura 5.10. As verificações de  $n < 0$  foram feitas através de medidas diretas da potência transmitida do feixe de ondas EMs pelo ângulo de refração, como mostra a figura 5.11(a). Para uma frequência de operação em torno de 10 GHz, um valor acentuado na potência transmitida é evidenciado em aproximadamente  $61^\circ$ , o que corresponde à  $n = -2,7 \pm 0.1$ . Na figura 5.11 (b),  $n < 0$  é observado para frequências da ordem de 10 GHz. Nas medidas das figura 5.11 (a) e (b) uma amostra dielétrica foi usada como experimento de referência nas medidas da potência EM transmitida.

## 5. Metamateriais: Propriedades e Efeitos Eletromagnéticos Peculiares

---

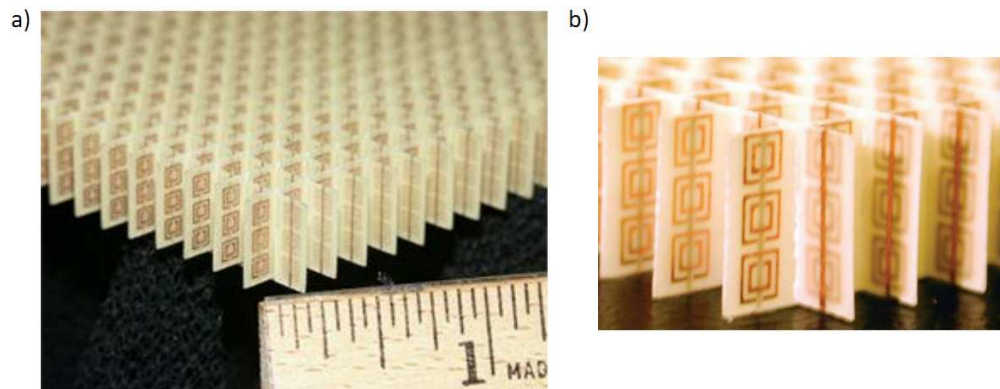


Figura 5.10: (a) Imagem da estrutura de SRRs com uma régua em centímetros como escala. (b) Imagem aproximada da estrutura mostrando a disposição dos SRRs e fios metálicos no MTM. (Fontes: [96,98].)

O trabalho experimental brevemente discutido acima “corroeu” as contra-intuitivas previsões teóricas de Veselago acerca dos efeitos EMs em meios com  $n < 0$ . Além da proposta de Pendry *et. al.*, na qual indicou-se especificamente em qual tipo de MTM e em qual regime de frequência  $n < 0$  seria obtido. Tais verificações experimentais tornaram plausíveis as promissoras aplicações tecnológicas potencialmente advindas dessa propriedade.

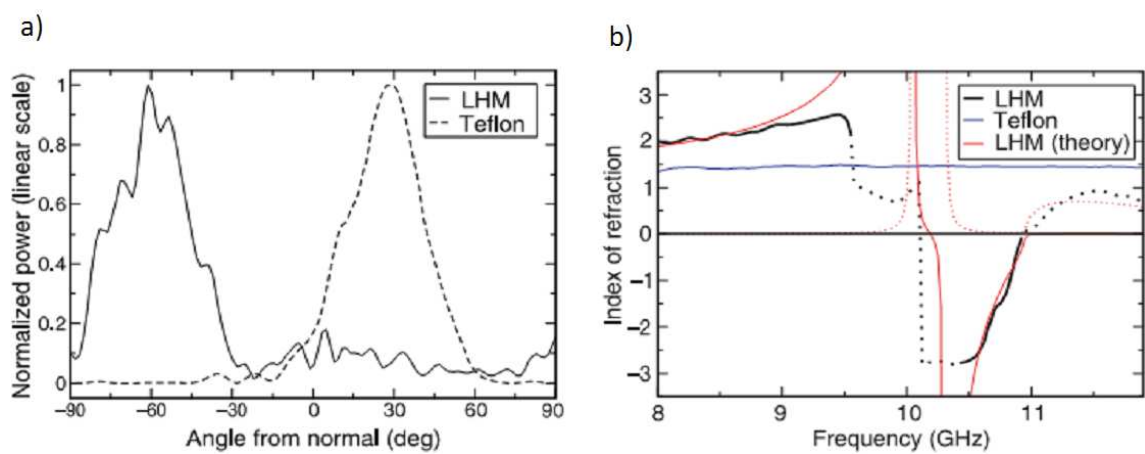


Figura 5.11: Verificação experimental de  $n < 0$  no MTM (LHM). (a) Potência transmitida pelo ângulo de refração. O pico em torno de  $61^\circ$  corresponde à  $n = -2,7 \pm 0.1$  para uma frequência próxima de 10 GHz. (b)  $n$  pela frequência da radiação operante. Curva teórica e pontos experimentais. Valores negativos de  $n$  são observados para alguns valores de frequência na escala de micro-ondas. (Fontes: [24, 99].)

## Capítulo 6

# Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Hall de Spin Fotônico em Metamateriais

PPSs e o EHSF em MTMs são os principais objetos de estudo deste trabalho no que se refere à junção entre características plasmônicas e EMs desses materiais. Especificamente foram investigados modos de PPSs em uma MTS que exibe EHSF e também a indução dessas excitações via tal efeito. São discutidas neste capítulo, as propriedades gerais de PPSs e o EHSF, juntamente com a sua verificação experimental em uma MTS composta por nanoantenas metálicas.

### 6.1 Plasmons Polaritons Superficiais: Propriedades Gerais

O principal interesse nas enormes potencialidades tecnológicas das áreas de plasmônica e fotônica, reside na crescente capacidade de manipular ondas EMs e excitações OEs em pequenas escalas de comprimento. No processo de interação entre a luz e os elétrons livres em metais, as distâncias de confinamento podem ser tipicamente menores do que o comprimento de onda da radiação operante. A indução controlável de PPSs permite concentrar e guiar campos EMs abaixo do limite de difração da luz [39, 101, 102].

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

Essencialmente, PPSs são modos híbridos entre ondas EMs e oscilações eletrônicas. Os modos resultantes desse acoplamento, além de se propagarem em interfaces dielétrico/metal (IMD) são confinados às vizinhanças de seu ambiente de propagação. Para descrever a dinâmica e as propriedades básicas de PPSs, consideremos uma IMD plana, de acordo com a figura 6.1. Os campos EMs que constituem os PPSs devem sa-

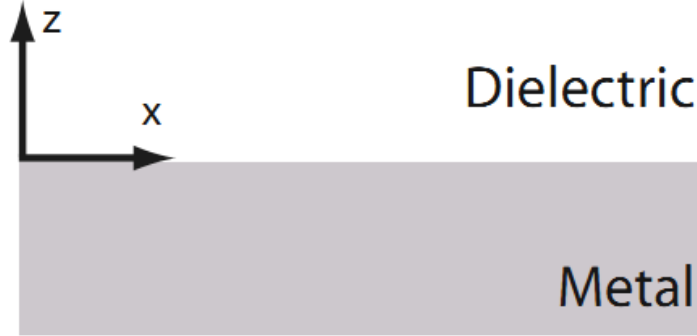


Figura 6.1: Interface ( $z = 0$ ) plana entre dielétrico ( $z > 0$ ) e condutor ( $z < 0$ ). (Fonte: [39].)

tisfazer as equações de Maxwell macroscopicamente, pois, esses são médias dos campos microscópicos, nas quais são performadas sobre distâncias muito maiores do que as distâncias típicas nas quais esses últimos variam rapidamente. Na ausência de densidades de carga e corrente externas, as equações macroscópicas de Maxwell têm a forma:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0, \quad (6.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (6.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}, \quad (6.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \partial_t \vec{D}. \quad (6.4)$$

Nas equações acima,  $\vec{D}$ ,  $\vec{H}$ ,  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  representam os campos deslocamento dielétrico, magnético, elétrico e indução (ou densidade de fluxo) magnética respectivamente,  $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$  é velocidade da luz no vácuo, onde  $\epsilon_0$  é permissividade elétrica e  $\mu_0$  a permeabilidade magnética, ambos do vácuo. Considerando os meios que compõem IMD como sendo lineares, isotrópicos e não-magnéticos, as relações constitutivas para os campos  $\vec{D}$  e  $\vec{H}$  são:  $\vec{D} = \epsilon_0\epsilon\vec{E}$  e  $\vec{H} = \mu_0\mu\vec{B}$ , onde  $\epsilon$  e  $\mu$  são a permissividade elétrica do dielétrico ou do metal.

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

Quando a resposta EM do meio de propagação varia lentamente em distâncias comparáveis ao comprimento de onda da radiação, a variação espacial de  $\epsilon(r)$  pode ser desprezada, levando em conta essa aproximação e desacoplando as equações (6.3) e (6.4), para o campo  $\vec{E}$  (o campo  $\vec{H}$  possui uma equação análoga) obtém-se a seguinte equação de onda:

$$(\nabla^2 - \frac{\epsilon\mu}{c^2}\partial_t^2)\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{0}, \quad (6.5)$$

Assumindo uma dependência temporal harmônica dos campos EMs, as soluções da equação acima são do tipo:  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t}$  e  $\vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}(\vec{r})e^{-i\omega t}$ .

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{-i\omega t} \\ \vec{B}(\vec{r}, t) = \vec{B}(\vec{r})e^{-i\omega t}. \end{cases} \quad (6.6)$$

Considerando que os modos dos PPSs excitados se propagam na direção  $x$  e são confinados à interface na direção  $z$ , os campos EMs associados têm a forma:

$$\begin{cases} \vec{E}(z, t) = \vec{E}(z)e^{i(k_{pps}x - \omega t)} \\ \vec{B}(z, t) = \vec{B}(z)e^{i(k_{pps}x - \omega t)}, \end{cases} \quad (6.7)$$

onde  $k_{pps} = k_x$  é o vetor de onda do PPS na direção de propagação. Uma vez que  $\partial_y = 0$ , inserindo essas soluções nas equações (6.3) e (6.4), obtém-se:

$$\partial_z E_y = -i\mu_0\omega H_x, \quad (6.8)$$

$$\partial_z E_x - ik_{pps}E_z = i\mu_0\omega H_y, \quad (6.9)$$

$$ik_{pps}E_y = -i\mu_0\omega H_z, \quad (6.10)$$

$$\partial_z H_y = i\epsilon_0\epsilon\omega E_x, \quad (6.11)$$

$$\partial_z H_x - ik_{pps}E_z = -i\epsilon_0\epsilon\omega E_y, \quad (6.12)$$

$$ik_{pps}H_y = -i\epsilon_0\epsilon\omega E_z. \quad (6.13)$$

O sistema de equações acima admite dois conjuntos de soluções que, fisicamente, correspondem às polarizações de campo EM: o modo transversal magnético (TM), no qual  $H_z = 0$  com  $E_x$ ,  $E_z$  e  $H_y$  não-nulos e ao modo transversal elétrico (TE), onde  $E_z = 0$ ,

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

implicando em  $H_x$ ,  $H_z$  e  $E_y$  diferentes de zero. No modo TM, as componentes do campo elétrico são:

$$E_x = -i \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon \omega} \partial_z H_y, \quad (6.14)$$

$$E_z = -\frac{k_{pps}}{\epsilon_0 \epsilon \omega} H_y. \quad (6.15)$$

A componente  $H_y$ , é uma solução da equação de onda para o campo magnético e, na geometria considerada, tem a forma de uma equação de Helmholtz [33, 68], sendo essa:

$$[\partial_z^2 + (\epsilon k_0^2 - k_{pps}^2)] H_y = 0, \quad (6.16)$$

onde  $k_0 = \omega/c$  é o vetor de onda da radiação EM no vácuo. Os campos EMs são obtidos aplicando as equações (6.14)-(6.16) nos dois lados da interface localizada em  $z = 0$ . Logo, as soluções são:

$$H_y^{d,m}(z) = A_{d,m} e^{ik_{pps}x} e^{\mp k_z^{d,m}z}, \quad (6.17)$$

$$E_x(z) = \pm i A_{d,m} \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_{d,m} \omega} k_z^{d,m} e^{ik_{pps}x} e^{\mp k_z^{d,m}z}, \quad (6.18)$$

$$E_z(z) = -A_{d,m} \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_{d,m} \omega} k_{pps} e^{ik_{pps}x} e^{\mp k_z^{d,m}z}, \quad (6.19)$$

onde  $A_{d,m}$  é amplitude de campo,  $k_z^{d,m} \perp k_{pps}$  é a componente do vetor de onda perpendicular à interface. Os sobrescritos  $d$  e  $m$  denotam essas grandezas no dielétrico e no metal respectivamente. Nas equações (6.17-6.19) o sinal  $+$  ( $-$ ) é adotado para  $k_z^d$  ( $k_z^m$ ), em  $z > 0$  ( $z < 0$ ). Já em (6.18), o sinal  $+$  ( $-$ ) antecede  $iA_d$  ( $iA_m$ ). Os comprimentos de penetração no dielétrico e no metal são dados por:

$$L_z = \frac{1}{\Im\{k_z^{d,m}\}}. \quad (6.20)$$

$L_z$  é o comprimento transversal do modo e representa uma medida do confinamento dos PPSs à interface de propagação.

As CC demandam que os campos EMs paralelos à interface ( $E_x$  e  $H_y$ ) sejam contínuos, logo,  $A_d = A_m$  em  $z = 0$ . Além disso, obtém-se:

$$\frac{k_z^m}{\epsilon_m} + \frac{k_z^d}{\epsilon_d} = 0. \quad (6.21)$$

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

A equação acima é conhecida como a condição de PPS. Uma vez que os modos de PPSs são confinados à interface e decaem de maneira evanescente na direção  $z$ , pela convenção de sinais nas exponenciais das equações (6.17)-(6.19), deve-se ter  $\Re[k_z^{d,m}] > 0$ . Tal condição implica que  $\Re[\epsilon_m < 0]$  quando  $\epsilon_d > 0$ . Na faixa  $10^{14} < \omega < 10^{16}$ Hz (infravermelho ao visível), a maioria dos metais e dielétricos satisfazem esses requerimentos acerca de  $\epsilon_{m,d}$ . Logo, o modo TM é permitido para as ondas EMs associadas aos PPSs na IMD.

Para o modo TE, as equações para os campos EMs são:

$$H_x = i \frac{1}{\mu_0 \omega} \partial_z E_y, \quad (6.22)$$

$$H_z = - \frac{k_{pps}}{\mu_0 \omega} E_y, \quad (6.23)$$

com a equação de onda:

$$[\partial_z^2 + (\epsilon k_0^2 - k_{pps}^2)] E_y = 0. \quad (6.24)$$

Logo, as soluções para os campos EMs são dadas por:

$$E_y^{d,m}(z) = A_{d,m} e^{ik_{pps}x} e^{\mp k_z^{d,m}z}, \quad (6.25)$$

$$H_x(z) = \mp i A_{d,m} \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_{d,m} \omega} k_z^{d,m} e^{ik_{pps}x} e^{\mp k_z^{d,m}z}, \quad (6.26)$$

$$H_z(z) = A_{d,m} \frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_{d,m} \omega} k_{pps} e^{ik_{pps}x} e^{\mp k_z^{d,m}z}, \quad (6.27)$$

na equação (6.26), o sinal  $+$  ( $-$ ) antecede  $iA_d$  ( $iA_m$ ). Da condição de continuidade dos campos  $E_y$  e  $H_x$  na interface, tem-se que:

$$A_{d,m}(k_z^d + k_z^m) = 0. \quad (6.28)$$

A condição de PPS (equação (6.21)) demanda que  $k_z^{d,m} > 0$ , com isso, a igualdade em (6.28) só é verdadeira se  $A_{d,m} = 0$ . Fisicamente, isso significa que modos TEs não são admitidos na interface de propagação. Portanto, PPSs podem existir unicamente para os modos TMs.

Da condição que impõe a restrição de existência de PPSs ao modo TM e inserindo  $H_y^{d,m}(z)$  na equação de onda (6.16), encontra-se:

$$(k_z^{d,m})^2 = k_{pps}^2 - \epsilon_{d,m} k_0^2, \quad (6.29)$$

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

que, juntamente com a condição de PPS (equação (6.21)), (6.29) implica na relação de dispersão dos PPSs:

$$k_{pps}(\omega) = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_d \epsilon_m(\omega)}{\epsilon_d + \epsilon_m(\omega)}}. \quad (6.30)$$

Levando em conta perdas na superfície metálica,  $\epsilon_m(\omega) = \epsilon'(\omega) + i\epsilon''(\omega)$ . Essas dissipações estão relacionadas com a parte complexa de  $\epsilon_m(\omega)$ , resultando em  $k_{pps}(\omega)$  também complexo para o espectro de excitação de PPSs. O comprimento de onda do PPS ( $\lambda_{pps}$ ) é o inverso da parte real do vetor de onda na direção de propagação, ou seja:

$$\lambda_{pps} = 2\pi / \Re\{k_{pps}\}. \quad (6.31)$$

Analogamente à componente transversal ( $k_z^{d,m}$ ),  $\Im\{k_{pps}\}$  relaciona-se com o comprimento de propagação dos modos de PPSs ( $L_{pps}$ ) na interface:

$$L_{pps} = 2\pi / \Im\{k_{pps}\}. \quad (6.32)$$

A figura 6.2 mostra um panorama geral da estrutura dos PPSs, ilustrando o confinamento dos campos EMs associados e o comprimento de propagação do modo na interface.

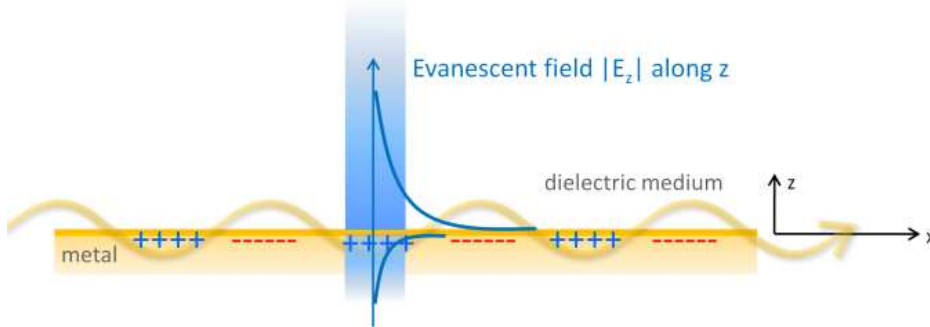


Figura 6.2: Representação esquemática dos campos EMs e do caráter evanescente da radiação na direção perpendicular à direção de propagação. + e - denotam as regiões com baixa e alta densidade de elétrons livres que oscilam coletivamente com a onda EM associada aos PPSs na interface.  $\lambda_{pps}$  e  $L_{pps}$  também são representados na figura. (Fonte: [105])

Em certos regimes de  $\omega$ , algumas propriedades ópticas dos metais podem ser descritas razoavelmente pelo modelo de Drude (ou modelo de plasma) [17, 39, 100, 101, 104].

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

Nesse modelo é feita uma abordagem microscópica da dinâmica dos elétrons livres em termos de um *background* clássico da radiação, o que limita a sua aplicabilidade a uma faixa do espectro EM. Em metais alcalinos, esses valores de frequências podem alcançar o ultravioleta ( $\sim 10^{16}$ Hz). Para valores maiores de frequência ocorrem transições eletrônicas entre bandas de energia, tornando o modelo de Drude impreciso [103]. Da equação de movimento para os elétrons se deslocando amortecidamente sobre o *core* de íons positivos, obtém-se a função dielétrica  $\epsilon_m(\omega)$ :

$$\epsilon_m(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\Gamma\omega}, \quad (6.33)$$

onde:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n_e e^2}{m_{ef}}}, \quad (6.34)$$

é a frequência de plasmon característica e, para  $\omega > \omega_p$ , o metal se torna transparente à radiação, onde  $\omega_p \sim 10^{16}$ Hz para a maioria dos metais.  $n_e$  é a densidade de elétrons e  $m_{ef}$  é a massa efetiva na qual esses portadores de cargas se movem. Na equação (6.33),  $\epsilon_\infty$  é a constante dielétrica associada à polarização residual devido ao *core* de íons positivos (geralmente,  $1 \leq \epsilon_\infty \leq 10$ ).  $\Gamma$  é a taxa de amortecimento, na qual é o inverso do tempo médio entre espalhamentos ( $\tau$ ) elétron-elétron e elétron-fônon,  $\Gamma = 1/\tau$  [39, 101].

A natureza híbrida dos PPSs entre uma onda EM superficial e modos de vibração dos elétrons de condução é implicitamente englobada pela função dielétrica do metal, na qual, em sua dedução, leva-se em conta o movimento periódico dos elétrons sob ação dos campos EMs. No caso em que a frequência de colisão com a rede é desprezível ( $\Gamma \rightarrow 0$ ), a função dielétrica do metal se reduz a:

$$\epsilon_m(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (6.35)$$

levando a uma relação de dispersão para os PPSs do tipo:

$$\omega^2 = \frac{1}{2} [c^2 k_{pps}^2 + \epsilon_d \omega_p^2 - \sqrt{c^4 k_{pps}^4 - 2c^2 \epsilon_d \omega_p^2 + (\epsilon_d^2 - 4)\omega_p^2}]. \quad (6.36)$$

A relação acima é ilustrada na figura 6.3 para interfaces ar ( $\epsilon = 1$ )/metal e dielétrico (sílica,  $\epsilon_d = 2,25$ )/metal. Nota-se que,  $k_{pps}$  diverge quando a frequência da radiação

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

operante alcança o valor:

$$\omega_{ps} = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + \epsilon_d}}, \quad (6.37)$$

que por sua vez é a frequência de plasmon superficial (PS) do metal. Em  $\omega_{ps}$ , a excitação se torna essencialmente eletrostática, com  $v_g^{pps} = d\omega/dk_{pps} \rightarrow 0$ , onde  $v_g^{pps}$  é a velocidade de grupo. Isso se deve ao comportamento não-dispersivo adquirido para grandes valores de  $k_{pps}$ , o que “mascara” o caráter eletrodinâmico dos PPSs. Essas excitações são longitudinais e não se acoplam com as ondas EMs incidentes, podendo ser induzidas somente de forma mecânica [39, 101, 104].

Na figura 6.3, a curva crescente a partir de  $\omega_p$  é a dispersão da luz no interior do metal. Para a radiação incidente com  $\omega > \omega_p$ , o metal se torna transparente e excitações tipicamente de *bulk* podem emergir, como plasmons volumétricos (analogamente aos PSs, esses modos são longitudinais e não se acoplam com a radiação EM) e fônons polaritons [17, 39, 85, 100]. Já no regime  $\omega < \omega_p$ , as ondas EMs não se propagam no *bulk*, sendo que no *gap* ( $\omega_{ps} < \omega < \omega_p$ ), não há dispersão na interface devido à  $k_{pps}$  ser puramente imaginário, resultando em modos de PPSs puramente atenuados na direção em que se propagam. Na região de excitação dos PPSs,  $\omega < \omega_{ps}$ ,  $k_{pps}$  é sempre maior do que  $k_0$ .

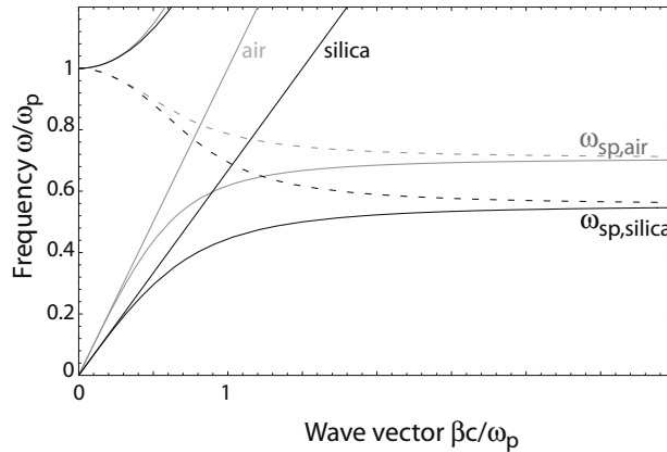


Figura 6.3: Relação de dispersão na ausência de perdas de PPSs em interfaces ar/metal ( $\epsilon_{ar} = 1$ ) de dielétrico/metal ( $\epsilon_d = 2.25$ ), curvas em cinza e preto respectivamente.  $\omega$  e  $k_{pps}$  são normalizados com  $\omega_p$ . As curvas pontilhadas representam a componente imaginária de  $k_{pps}$ . As retas inclinadas são as linhas de luz no ar e na sílica. (Fonte: [39].)

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

Como os campos EMs são confinados de maneira evanescente à interface, pelo menos uma das componentes do vetor de onda do PPS é imaginário ( $k_z^{d,m}$ ), como descrito na equação (6.29). Logo, a componente na direção perpendicular ( $k_{pps}$ ) é maior do que  $k_0$ , com a maioria da densidade de energia EM concentrada na interface.

Em termos da interação entre as cargas superficiais e os campos EMs que constituem os PPSs,  $k_{pps} > k_0$  significa que, o modo de PPS excitado possui momento  $\hbar\vec{k}_{pps}$  (onde  $\hbar$  é constante de Planck normalizada) maior do que o momento do fóton incidente ( $\hbar\vec{k}_0$ ). Isso se deve à natureza híbrida do PPS e ao seu confinamento à superfície do metal na interface. Esse conjunto de fatores permite confinar e manipular ondas EMs em escala abaixo do limite de difração da luz ( $\Delta x$ ),  $\Delta x \approx 2\pi/\Delta k_x = \lambda_0/2$  (onde  $\Delta k_x = 4\pi/\lambda_0$  é o máximo espalhamento de  $k_x$  na direção  $x$ ), pois,  $k_{pps} > k_0 \Rightarrow \lambda_{pps} < \lambda_0$ .

A localização da energia EM resulta em reduções nos valores de  $L_z$  e de  $L_{pps}$ . Em uma interface ar/Ag, para uma frequência operante de  $\omega \sim 10^{14}$ Hz,  $L_z \sim \mu m$  e  $L_{pps} \sim 1000\mu m$ . Já para  $\omega \sim 10^{15}$ Hz,  $L_z \sim 100\mu m$  e  $L_{pps} \sim 10\mu m$  tipicamente [39,104]. A figura

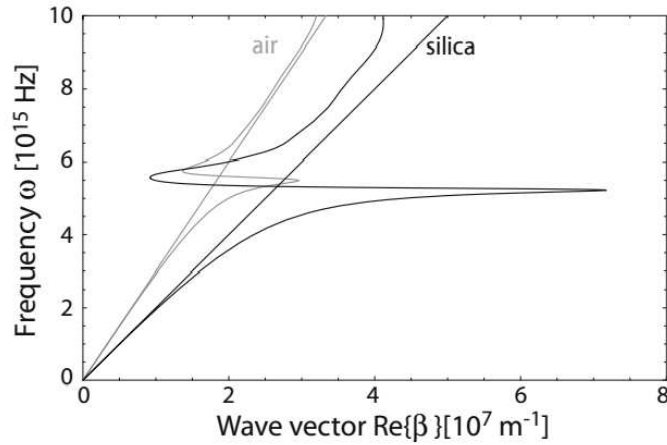


Figura 6.4: Relação de dispersão considerando perdas Ôhmicas. As curvas em cinza e preto são para as interfaces ar/Ag e sílica/Ag respectivamente. As retas inclinadas são as linhas de luz no ar e na sílica. (Fonte: [39].)

6.4 mostra a relação de dispersão no caso de interfaces ar/Ag e sílica/Ag. Metais como Ag e Au são bons materiais para constituírem interfaces para propagação, pois apresentam baixa absorção em frequências na faixa do visível e próximo ao infravermelho. Nota-se que

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

o valor máximo de  $k_{pps}$  é limitado pela absorção no metal e na região  $\omega_{ps} < \omega < \omega_p$ , modos de PPSs são permitidos devido aos efeitos da dissipação na dispersão das excitações.

Tanto no caso real de perdas no metal (figura 6.4), quanto na situação ideal (figura 6.3), o acoplamento característico entre as ondas EMs e oscilações eletrônicas coletivas resulta em  $k_{pps} > k_0$  na IMD. Portanto, acoplar diretamente a radiação incidente a tais modos não é possível para nenhum valor de  $\omega$  quando  $\Gamma \rightarrow 0$ , devido à curva de dispersão dos PPSs residir do lado direito do cone de luz. Já na presença de dissipação, no regime  $\omega_{ps} < \omega < \omega_p$ , o acoplamento direto torna-se possível, uma vez que  $k_{pps}$  diminui com o aumento da absorção, fazendo com que a dispersão passe a se localizar à esquerda do cone de luz. No entanto, não há excitação direta de PPSs para  $\omega < \omega_{ps}$ , correspondendo a uma vasta faixa de frequências em que, a princípio, não são acessíveis diretamente para um feixe de luz propagar PPSs [39, 101, 102, 104]. Logo, técnicas de excitação OEs são empregadas para induzir PPSs no regime de  $\omega$  anteriormente citado, algumas delas são discutidas na próxima seção.

### 6.2 Algumas Técnicas de Excitação de Plasmons Polaritons Superficiais

Para que ocorra correspondência de fase entre a radiação e PPSs, várias técnicas OEs são empregadas com o objetivo de se obter a propagação e detecção desses modos. As técnicas mais utilizadas são: mecanismos de acoplamento de prisma, acoplamento de grade (AG), excitação via feixes ópticos altamente focados (EFAF) [39, 101, 104]. As duas principais técnicas de acoplamento de prisma, as chamadas configurações de Kreschmann (CK) e de Otto (CO) são ilustradas na figura 6.5. A CK e a CO contornam a condição  $k_x^0 < k_{pps}$  para a projeção do vetor de onda incidente na interface de propagação,  $k_x^0 = k \text{sen} \theta$ , onde  $\theta$  é o ângulo de incidência da radiação. O feixe de luz proveniente do prisma (geralmente feito de vidro) possui momento no plano dado por:  $k_x^0 = k \sqrt{\epsilon_p} \text{sen} \theta$ , onde  $\epsilon_p$  é permissividade elétrica do prisma. Logo,  $\epsilon_p$  e  $\theta$  podem ser ajustados de maneira que a

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

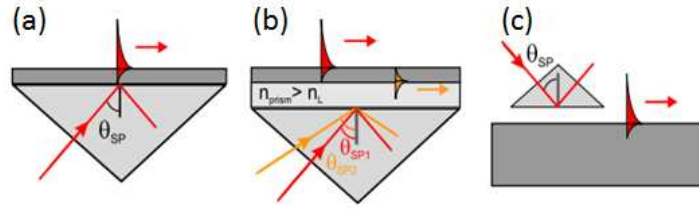


Figura 6.5: Mecanismos de acoplamento de prisma. (a) e (b) são configurações de Kreschmann e (c) é a configuração de Otto. (Fonte: [101].)

condição de correspondência de fase (CCF),  $k_{pps} = k_x^0$ , seja satisfeita [101, 106, 107].

Ambos os mecanismos da figura 6.5, utilizam a reflexão total atenuada (RTA) para excitação de PPSs. Na figura 6.5 (a) é representada uma CK, onde um filme fino de metal (FFM) é depositado sobre o prisma e quando  $\theta$  é maior do que o ângulo crítico ( $\theta_C$ ) ocorre RTA. Com isso, os campos evanescentes fora prisma, para alguns valores de espessura do FFM tunelam e excitam PPSs na interface ar/metal. A figura 6.5 (b) também é uma CK, porém, uma lâmina dielétrica com  $\epsilon_d < \epsilon_p$  é deposita entre o prisma e o FFM, de forma que também ocorra uma indução ressonante na interface interna.

A figura 6.5 (c) ilustra uma CO, onde há um *gap* de ar entre o prisma e o metal. Nessa configuração, a CCF é alcançada por RTA através do tunelamento dos campos EMs atenuados no *gap* de ar entre o prisma e o metal. A CO é preferencialmente utilizada quando não é desejável o contato direto entre o prisma e o FFM, mas possui a desvantagem de na prática ser difícil manter estável o *gap* entre ar e metal.

A técnica AG utiliza a difração da luz em estruturas periódicas para que a CCF seja atendida. Essas estruturas podem ser arranjos com geometrias diversas de rugosidades (*grooves*) ou defeitos topológicos (buracos) em superfícies metálicas [108, 109]. A figura 6.6 ilustra uma grade unidimensional de ranhuras em um FFM, que por sua vez compõe uma interface com um dielétrico qualquer. A estrutura possui um espaçamento de rede  $a$ . Ao incidir no arranjo, o vetor de onda da luz no plano é superposto ao vetor de onda difratado, resultando em:  $k_x = k \sin \theta \pm 2m\pi/a$ , onde  $2\pi/a$  é o vetor da rede recíproca [17, 85] e  $m = \pm 1, \pm 2, \dots$  é a ordem da difração. Por meio de ajustes estruturais no sistema, a CCF pode ser satisfeita e modos de PPSs podem ser excitados no arranjo. Se a estrutura for

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

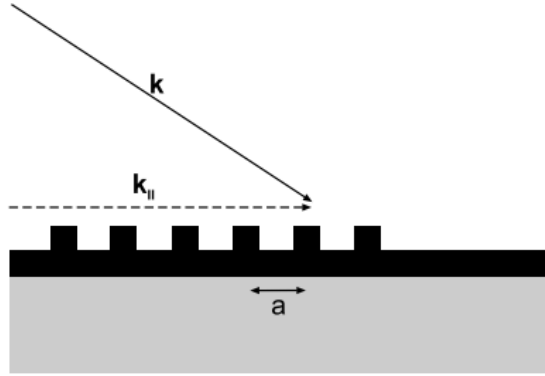


Figura 6.6: CCF através da técnica AG para uma estrutura unidimensional de *grooves* com espaçamento de rede  $a$ . (Fonte: [39].)

composta de ondulações não-periódicas, a CCF tem a forma geral:  $k_{pps} = k \sin \theta \pm \Delta k$ , onde  $\Delta k$  é o incremento no momento devido ao espalhamento por algum elemento superficial. Além de se propagarem na superfície rugosa, PPSs podem ser espalhados pelos *grooves* na superfície metálica podendo se acoplarem ao cone de luz e decaírem em fótons [110].

Na figura 6.7 (a) é mostrada uma imagem obtida por microscopia eletrônica de varredura (MEV) [111] em um arranjo periódico de buracos em um filme fino de *Au* suportado por um substrato de vidro. A figura 6.7 (b) exibe o espectro de transmissão da radiação. Os picos correspondem à interação entre a radiação incidente (*laser*) e os modos de PPSs, como mostrado nas figuras 6.8 (a) e (b).

A EFAF é análoga às técnicas de acoplamento de prisma, no sentido de que o feixe de luz usado para gerar PPSs, também passa por um dielétrico antes de incidir sobre a interface de propagação por meio de RTA. Na EFAF, um microscópio de alta abertura numérica, com a objetiva imersa em óleo e em contato com o substrato dielétrico, foca o feixe EM com grande espalhamento angular de maneira que  $\theta > \theta_C$  [112]. Dessa forma, vários ângulos que atendem a CCF são obtidos.

A figura 6.9 ilustra um aparato experimental da técnica de EFAF e o mapa de intensidade dos campos EMs dos PPSs. Em 6.9 (a) são representados feixes Gaussianos<sup>1</sup>

---

<sup>1</sup>Feixes Gaussianos são pacotes de onda colimados com momentos ( $\vec{k}$ ) em torno de um valor central ( $\vec{k}_c$ ). Mais detalhes são descritos na Seção 3.3, onde feixes Gaussianos foram utilizados na obtenção do EHSF.

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

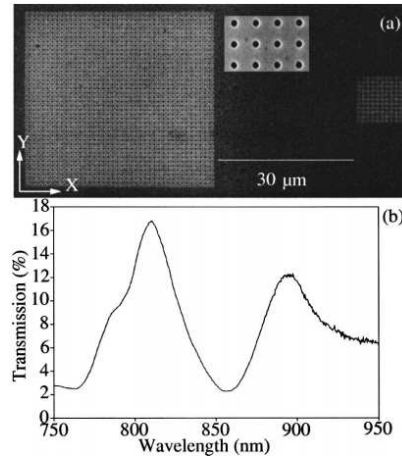


Figura 6.7: (a) Arranjo de buracos em um filme fino de  $Au$  em um substrato de vidro. A estrutura menor à direita é usada como "arranjo-fonte", lançando PPSs que se propagam na estrutura maior à esquerda. (b) Espectro de transmissão. Os máximos correspondem aos modos induzidos. (Fonte: [110].)

altamente focados na faixa do visível, polarizados na horizontal e provenientes da objetiva imersa em óleo. O feixe incide em  $\theta > \theta_C$  sobre o substrato de vidro que constitui uma interface com o filme de  $Ag$ .

Na EFAF, os PPSs são induzidos em um área localizada em torno do foco da lente, com o ângulo de espalhamento delimitando a esfera de referência. Como os PPSs são excitados em várias direções em torno de uma pequena área, ocorre a formação dominante de um padrão de onda estacionário de PPSs. Uma sonda posicionada acima da interface  $Ag/ar$  faz uma varredura lateral coletando imagens dos PPSs e um mapa de intensidade dos campos EMs é gerado, como mostrado na figura 6.9 (b). O mapa de intensidade da figura 6.9 (c) é de uma interface vidro/ar utilizada para fins de comparação.

### 6.3 O Efeito Hall de Spin Fotônico

Como discutido no Capítulo 2, o EHQ caracteriza-se por órbitas eletrônicas circulares quantizadas em sistemas bidimensionais devido à aplicação de um campo magnético externo perpendicular. Isso resulta em uma condutividade transversal discretizada em termos de  $e^2/h$ . Classicamente, tal efeito aparece como uma corrente elétrica ortogonal

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

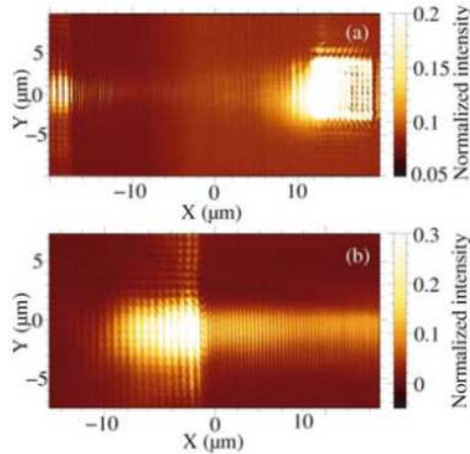


Figura 6.8: (a) Imagem da estrutura da figura 6.7 quando o *laser* é focado no arranjo menor. (b) Imagem detalhada da figura 6.8 (a) mostrando os PPSs se propagando na estrutura maior da esquerda. (Fonte: [110].)

aos campos magnéticos e elétricos aplicados, o denominado efeito Hall. Já o efeito Hall quântico de spin (EHQS), resultante da ISO, manifesta-se como o transporte de spins opostos por EB propagando-se em direções opostas.

No caso da luz, o acoplamento entre o grau de liberdade de spin (descrito em termos de seu estado de polarização) e de momento angular orbital produz, fenomenologicamente, algo totalmente análogo ao EHQS: o efeito Hall de spin fotônico (EHSF) [113–116]. Assim como no EHQS, a ISO induz um deslocamento transversal spin-dependente na direção de propagação da luz. A manipulação e controle do EHSF possibilita relevantes avanços na área da Fotônica, por meio do processamento ultrarrápido das informações carregadas pela helicidade da luz em escala nanométrica. Nesse sentido, MTMs constituem ambientes propícios para tal fim, uma vez que, várias propriedades da radiação EM podem ser drasticamente modificadas e manipuladas por meio de ajustes estruturais no arranjo [117, 118].

O EHSF foi recentemente observado em MTMs constituídos por redes periódicas de elementos espalhadores de radiação. Os componentes que formam esses materiais possuem dimensões em subcomprimento de onda EM e, através de um gradiente de fase produzido no arranjo. Dessa maneira, uma quebra na simetria axial do sistema é introduzida, o que

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

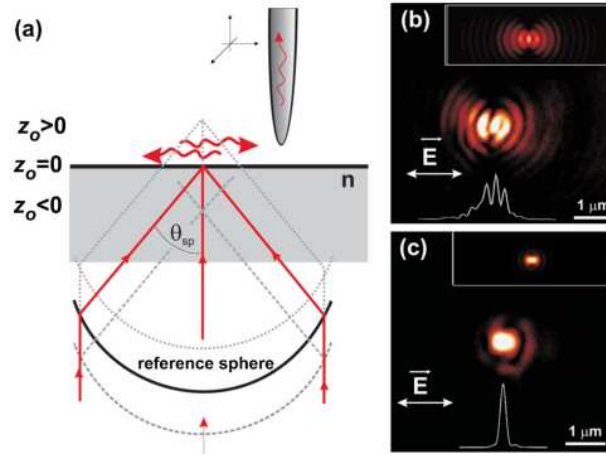


Figura 6.9: (a) Esquema do aparato experimental da EFAF. A objetiva imersa em óleo e delimitada pela esfera de referência na figura está em contato com o substrato de vidro em  $z_0 < 0$ . A interface Ag/ar localiza-se em  $z_0 = 0$  e a sonda de detecção dos PPSs é posicionada em  $z_0 > 0$ . (b) e (c) são mapas da intensidade dos PPSs excitados em torno da região focal nas interfaces Ag/ar e vidro/ar (usado para efeito de comparação) respectivamente. (Fonte: [112].)

induz o EHSF nessa escala de comprimento [117, 118]. Antes de descrever em maiores detalhes a obtenção do EHSF em MTMs, façamos uma breve revisão acerca da teoria e dos princípios físicos determinantes para que o referido efeito ocorra.

Ao se propagar em uma trajetória curva em um meio inhomogêneo, ou ao refletir/refratar em uma interface, a variação temporal no momento da luz produz uma rotação em seu estado de polarização, de forma que, a transversalidade é mantida em relação à direção de propagação. Com isso, uma ISO é produzida com a rotação do estado de polarização sendo dependente da helicidade luz, de onde origina-se o EHSF [113, 114]. Tal efeito pode ser considerado como sendo puramente geométrico, devido à influência da fase de Berry adquirida sobre a trajetória da luz [119].

Do modelo semi-clássico que descreve ondas de Bloch para elétrons em um campo EM, uma prescrição para o caso fotônico pode ser feita, de forma que o EHSF é obtido de um tratamento análogo [113, 120]. Considerando um pacote de ondas EMs com  $\vec{k}$  centrado em  $\vec{k}_c$  e posição centrada em  $\vec{r}_c$  (denominada de “centro de gravidade” (CG) do feixe), a Lagrangiana que rege a dinâmica desse sistema é ( $\hbar = c = 1$ , nas equações referentes à

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

energia e momento do feixe):

$$\mathcal{L} = -k_c^2 + \vec{k}_c \cdot \dot{\vec{r}}_c + \vec{\Lambda}_{\vec{k}} \cdot \dot{\vec{k}}_c. \quad (6.38)$$

No modelo acima, o termo  $k_c^2$  é a energia associada ao momento,  $\vec{k}_c \cdot \dot{\vec{r}}_c$  refere-se ao acoplamento entre momento e velocidade do pacote ( $\dot{\vec{r}}_c$ ) e  $\vec{\Lambda}_{\vec{k}} \cdot \dot{\vec{k}}$  descreve a ISO, na qual:

$$\vec{\Lambda}_{\vec{k}} = -ie_{\alpha\vec{k}}^\dagger \vec{\nabla}_{\vec{k}} e_{\alpha\vec{k}}, \quad (6.39)$$

é a conexão de Berry para o caso fotônico.  $e_{\alpha\vec{k}}$  (sendo  $e_{\alpha\vec{k}}^\dagger$  o seu conjugado) é o vetor polarização e  $\alpha = \pm 1$  denota as polarizações circular direita (+1) e esquerda (-1), assim como os spins dos fótons,  $\sigma \longleftrightarrow s = \pm 1$  [22]. De (6.38) obtém-se as equações de movimento para o feixe EM:

$$\dot{\vec{r}}_c = v(\vec{r}_c) \frac{\vec{k}_c}{k_c} + \dot{\vec{k}}_c \times (e_c |\vec{\Omega}_{\vec{k}}| e_c), \quad (6.40)$$

$$\dot{\vec{k}}_c = -[\vec{\nabla} v(\vec{r}_c)] k_c, \quad (6.41)$$

$$|\dot{e}_c\rangle = -i \dot{\vec{k}}_c \cdot \vec{\Lambda}_{\vec{k}_c}. \quad (6.42)$$

Onde  $v(\vec{r}_c) = 1/n(\vec{r}_c)$  é o valor da velocidade luz no meio inhomogêneo,  $n(\vec{r})$  é o índice de refração.  $|e_c\rangle = [e_+, e_-]^T$  ( $T$  denota a matriz transversa) é o estado de polarização do feixe de luz. Na equação (6.40), o termo:

$$\vec{\Omega}_{\vec{k}} = \vec{\nabla} \times \vec{\Lambda}_{\vec{k}} = \sigma_3 \frac{\vec{k}}{k^3}, \quad (6.43)$$

é a curvatura de Berry e  $\sigma_3$ , com  $diag(1, -1)$ , é a matriz de Pauli para fótons [21, 22]. O segundo termo na equação (6.40) adiciona uma componente transversa à velocidade nas equações de movimento do pacote de onda, resultando em uma deflexão spin-dependente na trajetória da luz, o que caracteriza EHSF. A equação (6.41) descreve a variação no momento do pacote de onda e é dependente da inhomogeneidade do meio<sup>2</sup>. A equação (6.42) descreve a evolução temporal de  $|e\rangle$ , na qual relaciona-se com:

$$\Theta_B = \int_S \vec{\Omega}_{\vec{k}} \cdot d\vec{S}_{\vec{k}} = \oint \vec{\Lambda}_{\vec{k}} \cdot d\vec{k}. \quad (6.44)$$

<sup>2</sup>Na aproximação paraxial, onde  $\lambda \rightarrow 0$ , o caminho óptico ( $\mathcal{C}(\vec{r})$ ) percorrido pelos raios de luz, relaciona-se com  $n(\vec{r})$  de acordo com a equação da *eikonal*:  $[\vec{\nabla} \mathcal{C}(\vec{r})]^2 = n^2(\vec{r})$  [121]

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

$\Theta_B$  é a fase de Berry (FB). Tal fase é incorporada pelo sistema além da fase dinâmica, quando esse passa por mudanças adiabáticas em um caminho fechado no espaço dos parâmetros. A solução para (6.42) incorpora a FB adquirida pelo estado de polarização:

$$|e_c(t)\rangle = \exp(\pm i\Theta)[e_c^+(0), e_c^-(0)]^T. \quad (6.45)$$

Como pôde ser notado de (6.43), a curvatura de Berry advinda de (6.39) manifesta-se como um campo gerado por um monopolo localizado na origem no espaço dos momentos (definidos em uma esfera de raio  $\vec{k}$ , ver figura 6.10). Tal objeto possui origem topológica, com isso se devendo ao transporte paralelo [70] de  $|e\rangle$  em torno de uma região da esfera- $\vec{k}$ , fazendo com que um um ângulo sólido ( $\Theta_B$ ) seja circunscrito nesse espaço [119]. Como efeito resultante, o monopolo topológico produz uma ação real sobre o movimento dos fótons, agindo como um campo de força geométrico. Essa geometrodinâmica ditada pela curvatura e pela FB adquirida pela luz constitui a essência do EHSF. A figura 6.10 ilustra a situação descrita.

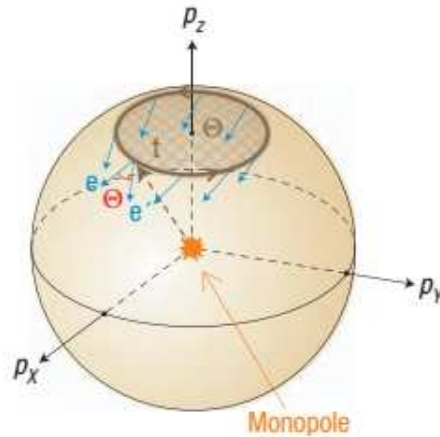


Figura 6.10: Representação do transporte paralelo de  $|e\rangle$  em torno de uma região na esfera- $\vec{k}$  ( $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ ). A trajetória no espaço dos momentos engloba  $\Theta$  associada ao monopolo topológico na origem. (Fonte: [119].)

O desvio transversal spin-dependente na trajetória da luz no EHSF pode ser obtido da conservação do momento angular total (MAT) do feixe EM, quando esse é espalhado na interface entre dois meios (figura 6.11). A densidade de MAT do pacote de onda EM

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

é a soma de um termo orbital com um termo intrínseco de spin, ou seja:

$$\vec{j}_c = \vec{r}_c \times \vec{k}_c + (e_c |\sigma_3| e_c) \frac{\vec{k}_c}{k_c}. \quad (6.46)$$

Na equação (6.46), vale ressaltar que o momento angular orbital é bem definido somente

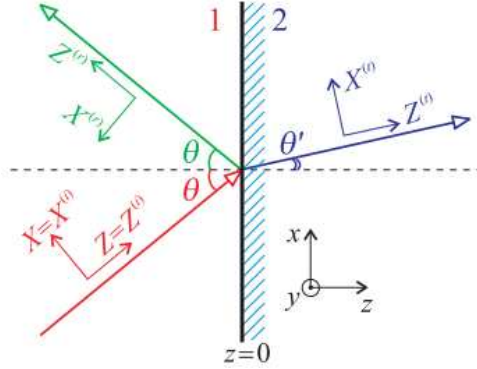


Figura 6.11: Incidência, reflexão e refração do feixe Gaussiano e seus respectivos ângulos em relação à normal. As coordenadas utilizadas também são indicadas na figura. (Fonte: [114].)

quando  $\vec{r}_c$  é especificado, isso leva a uma distribuição de vetores de onda em torno de  $\vec{k}_c$  e, conseqüentemente, à  $\Theta_B$  englobada pelo feixe EM. O MAT é relacionado com  $\vec{j}_c$ :  $\vec{J}_c = N\vec{j}_c$ , onde  $N = E/\omega_c$  é o número de fótons contido no feixe. Respectivamente,  $E$  e  $\omega_c$  são a energia total e a frequência na qual o pacote EM está centrado. O sistema possui simetria de rotação em torno de  $z$  (ver figura 6.11), logo, a componente  $j_z$  se conserva, de acordo com (daqui em diante, o subíndice  $c$  será omitido com o intuito de não sobrecarregar as notações):

$$j_z^i = R^2 j_z^r + T^2 \frac{\mu_1 n_2 \cos \theta'}{\mu_2 n_1 \cos \theta} j_z^t. \quad (6.47)$$

Em (6.47), os sobre índices  $i$ ,  $r$  e  $t$  rotula o pacote incidente e suas componentes refletida e transmitida respectivamente. Na sequência,  $R, T = |\vec{E}^{r,t}|/|\vec{E}^i|$  são os coeficientes de Fresnel para reflexão e transmissão,  $\mu_{1,2}$  e  $n_{1,2}$  são a permeabilidade magnética e o índice de refração dos meios [68, 72, 114].  $\theta$  e  $\theta'$  são os ângulos de incidência e transmissão.

Na obtenção dos desvios transversos spins-dependentes da luz via (6.47), a transmissão e a reflexão do FG foram tratadas como sendo processos oriundos de um padrão

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

de interação multi-fotônico, ou seja, o “plano de fundo” da descrição é essencialmente clássico. Já em [113], esses processos foram abordados semi-classicamente, de forma que, cada fóton refrata ou é refletido com certa probabilidade. Essa consideração limita a descrição do EHSF, aplicando-se somente aos casos particulares em que o feixe incidente apresenta polarização linear ou circular. A abordagem discutida nesta tese e tratada em maiores detalhes em [114], aplica-se para o caso mais geral onde feixe pode possuir uma polarização elíptica qualquer [121].

Como discutido anteriormente, para que o EHSF ocorra, o feixe deve ter momento e CG em torno de  $\vec{k}_c$  e  $\vec{r}_c$ . Logo, o pacote de onda EM incidente pode ser representado por um feixe com perfil espacial Gaussiano, possuindo a forma geral:

$$E(x, y, z, t) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp \left[ -\frac{r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[ -ik \frac{r^2}{2R(z)} \right] \exp[i\phi(z)] \exp i(kz - \omega t). \quad (6.48)$$

Na equação (6.48),  $E_0$  é a amplitude do campo elétrico do feixe Gaussiano (FG) [121–123].  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_R)^2}$  é o comprimento do FG (“*spot size*”) na medida em que esse se propaga ao longo de  $z$ .  $w_0 = \sqrt{\frac{2z_R}{k}}$  é o comprimento mínimo do FG (“*beam waist*”) e  $z_R$  é o comprimento de Rayleigh, no qual representa a distância na qual o FG ainda permanece colimado.  $R(z) = z[1 + (z_R/z)^2]$  é o raio de curvatura descrevendo a frente de onda do FG.  $\phi(z)$  é a fase de Guoy sendo essa, a fase adicional acumulada ao longo da propagação e relaciona-se com a velocidade de fase das ondas no feixe [121–123]. A representação geométrica e a forma do FG são ilustradas na figura 6.12.

Na descrição do EHSF em [114] foi considerado um FG confinado somente à direção  $y$ , com seu CG possuindo polarização elíptica e uma componente de campo na direção  $z$  linearmente dependente de  $y$ . Dessa forma, a transversalidade do FG é localmente mantida. A componente em  $z$  do FG é advinda da expansão da primeira exponencial na equação (6.48) em torno de  $w(z_R)$ , ou seja, adota-se a aproximação em que  $y$  é comparável ao comprimento e à curvatura do FG em  $z_R$ . Além disso, são consideradas distâncias significativamente maiores do que o comprimento de onda operante. Portanto, o FG

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

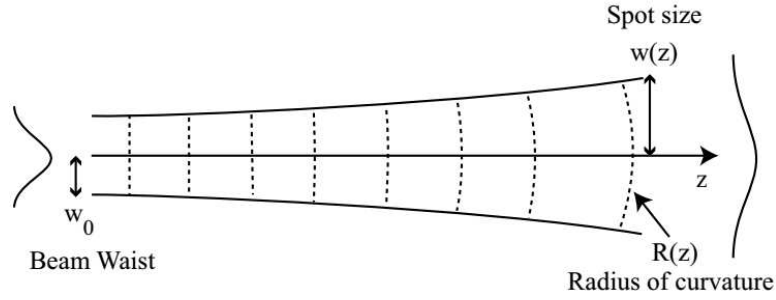


Figura 6.12: Representação esquemática de um FG ao longo de sua propagação. (Fonte: [123].)

incidente em uma interface do tipo da figura 6.11, adquire a forma:

$$\vec{E}^i = A \frac{\hat{e}_X + m(\hat{e}_y - yB\hat{e}_Z)}{\sqrt{1 + |m|^2}} \exp\left(ikZ + \frac{ikBy^2}{2}\right), \quad (6.49)$$

onde  $\hat{e}_X$ ,  $\hat{e}_y$  e  $\hat{e}_Z$  são vetores unitários em coordenadas no feixe,  $m$  é um parâmetro relacionado ao grau de polarização elíptica [121–123],  $|e\rangle = \hat{e}_X + m(\hat{e}_y/\sqrt{1 + |m|^2})$  é a polarização no CG ( $y = 0$ ) do FG.  $A$  é a amplitude do feixe e, na aproximação considerada,  $B$  ( $|B|y \ll 1$ ) é o parâmetro associado à curvatura e ao comprimento característico do FG. Os feixes refletido e refratado são obtidos aplicando-se as CC na interface ao campo (6.49), nas quais são dadas por:

$$\hat{n} \cdot \vec{D} = 0, \quad (6.50)$$

$$\hat{n} \cdot (\vec{B}_1 - \vec{B}_2) = 0, \quad (6.51)$$

$$\hat{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = \vec{0}, \quad (6.52)$$

$$\hat{n} \times \vec{H} = \vec{0}. \quad (6.53)$$

Nas equações acima,  $\hat{n}$  é um vetor unitário perpendicular à interface,  $\vec{D}$ ,  $\vec{B}$  e  $\vec{H}$  são os campos deslocamento elétrico, indução e campo magnético respectivamente. As relações entre esses campos e (6.49) são obtidas das equações de Maxwell ((6.1)-(6.4)). Logo, para o campo  $\vec{E}^a$  dos feixes refletido e transmitido encontra-se:

$$\vec{E}^a = \frac{A^a S^a}{\sqrt{1 + |m|^2}} \left\{ \left[ 1 + \frac{m^a By}{\rho^a \sin\theta'} (\cos\theta - \rho^a \cos\theta') \right] \hat{e}_{X^a} + \left[ m^a + \frac{B^a y}{\rho^a \sin\theta} (\cos\theta' - \rho^a \cos\theta) \right] \hat{e}_y \right\} + \quad (6.54)$$

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

$$+ \frac{A^a S^a}{\sqrt{1 + |m|^2}} \left[ -m^a B^a y \hat{e}_{Z^a} \times \exp \left( ik^a Z^a + \frac{ik^a B^a y^2}{2} \right) \right],$$

onde  $a = r, t$ ,  $S^{r,t} = R \operatorname{sgn}(R_{\parallel}), T$ ,  $\rho^{r,t} = R_{\perp}/R_{\parallel}$ ,  $T_{\perp}/T_{\parallel}$ ,  $m^a = \rho^a m$ .  $\theta$  é o ângulo de incidência e  $\theta'$  o ângulo de refração.  $A^a$  e  $B^a$  são obtidos a partir das CC. Os coeficientes de Fresnel [68, 72] para ondas polarizadas paralelamente e perpendicularmente ao plano incidência, na refração ( $T_{\parallel, \perp}$ ) e reflexão ( $R_{\parallel, \perp}$ ) são dados por:

$$T_{\parallel} = \frac{2\epsilon_1 n_2 \cos \theta}{\epsilon_2 n_1 \cos \theta + \epsilon_1 n_2 \cos \theta'}, \quad (6.55)$$

$$T_{\perp} = \frac{2\mu_2 n_1 \cos \theta}{\mu_2 n_1 \cos \theta + \mu_1 n_2 \cos \theta'}, \quad (6.56)$$

$$R_{\parallel} = 1 - \frac{\cos \theta'}{\cos \theta} T_{\parallel}, \quad (6.57)$$

$$R_{\perp} = T_{\perp} - 1. \quad (6.58)$$

Aplicando os campos (6.49) e (6.54) juntamente com os coeficientes de Fresnel em (6.47), os desvios transversos (DTs,  $\delta_{\parallel, \perp}^{a\pm} y$ ) spin-dependentes associados à conservação do MAT são obtidos:

$$\delta_{\parallel}^{a\pm} y = \pm \frac{(\cos \theta' - \rho^a \cos \theta)}{k \operatorname{sen} \theta}, \quad (6.59)$$

$$\delta_{\perp}^{a\pm} y = \pm \frac{(\cos \theta' - \rho^{a^{-1}} \cos \theta)}{k \operatorname{sen} \theta}. \quad (6.60)$$

Adicionalmente, na aproximação  $|B|y \ll 1$ , os campos descritos por (6.54) podem ser decompostos em termos de uma superposição de dois FGs com polarização circular do tipo (6.12):

$$\vec{E}^a = |e\rangle^{a+} \vec{E}^{a+} + |e\rangle^{a-} \vec{E}^{a-}, \quad (6.61)$$

onde:

$$|e\rangle^{a\pm} = \frac{(1 \mp im^a)}{\sqrt{2(1 + |m^a|^2)}}. \quad (6.62)$$

Explicitamente, os campos superpostos em (6.61) são dados por:

$$\vec{E}_{\parallel, \perp}^{a\pm} = A^a S^a \frac{\hat{e}_{X^a} \pm i(\hat{e}_y - yB\hat{e}_{Z^a})}{\sqrt{2}} \exp \left[ ik^a Z^a + \frac{ik^a B^a (y + \delta_{\parallel, \perp}^{a\pm} y)^2}{2} \right]. \quad (6.63)$$

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

Os DTs descritos pelas equações (6.59) e (6.60) são referentes ao CG dos FGs, desvios esses, opostos para polarizações circulares opostas. Sendo que, o grau de polarização circular aumenta linearmente com o distanciamento ( $y$ ) do centro do feixe. Portanto, a luz transmitida e refletida se divide em dois feixes que transportam, perpendicularmente à direção de propagação, fótons com spins e momentos contrários nas bordas dos FGs. Essa é a uma manifestação direta do EHSF, evidenciando a influência da  $\Theta_B$  na propagação da luz.

Em [119] foi reportada a primeira observação direta do EHSF. O efeito foi obtido incidindo um *laser* (FG) em um ângulo rasante à superfície interna de um cilindro de vidro, no qual a luz segue uma trajetória helicoidal devido às reflexões totais internas. O caminho helicoidal induz a ISO responsável pelo EHSF via  $\Theta_B$ , como discutido anteriormente. A figura 6.13 ilustra o aparato experimental utilizado na detecção do EHSF.

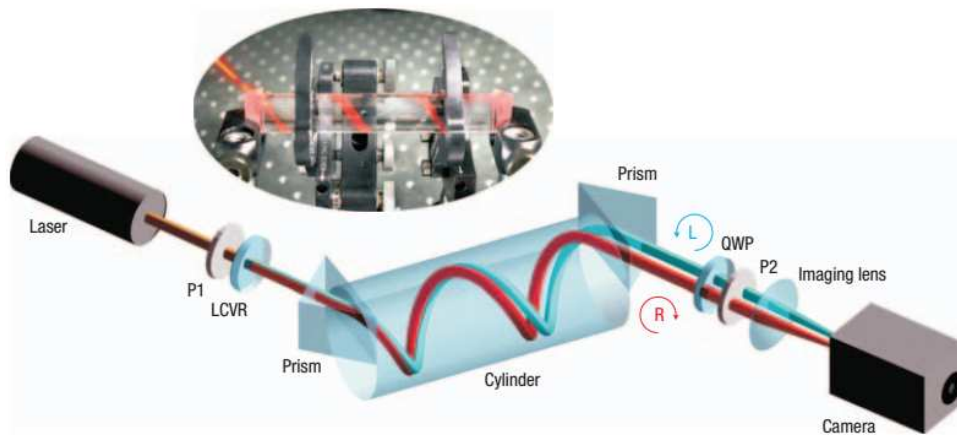


Figura 6.13: Configuração experimental da detecção do EHSF em uma trajetória helicoidal.  $P_1$  e  $P_2$  representam polarizadores. Um LCVR (*liquid crystal variable retarder*) é usado para gerar troca entre os modos de polarização e um QWP *quarter wave plate* mede os parâmetros ópticos da luz propagante. A intensidade do feixe é gravada em uma câmera. (Fonte: [119].)

O EHSF também foi observado em medidas quânticas fracas utilizando tecnologia de múltiplas reflexões [124], o que requer um alto grau de controle e precisão nos experimentos. No entanto, nesses ambientes e na configuração da figura 6.13, a ISO possui, geralmente, baixa intensidade. Por outro lado, devido à versatilidade que os MTMs

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

apresentam no controle de propriedades associadas à luz, esses têm se revelado bastante eficientes na obtenção do EHSF, como será discutido na seção seguinte.

### 6.4 Observação do Efeito Hall de Spin Fotônico em Metamateriais

O aumento da ISO na propagação da luz tem como consequência direta a amplificação do EHSF. Isso pode ser alcançado introduzindo-se mudanças de fase abruptas no estado de polarização do feixe EM. MTMs revelaram-se altamente eficientes no controle de parâmetros fotônicos, o que os tornaram a principal via de obtenção do EHSF de grande intensidade.

Em [117] foi reportado um significativo EHSF em um MTM formado por uma rede periódica de antenas em forma de “V” constituídas de *Au*. A escolha de antenas-V para compor a MTS é estratégica, pois esses dispositivos permitem que a luz espalhada tenha polarização ajustavelmente diferente da luz incidente. Isso se deve aos vários modos de excitação EM que são alcançados nas antenas por meio de ajustes geométricos [36]. Desvios de fase de 0 a  $2\pi$  são obtidos pelo estado de polarização, permitindo um completo controle da frente de onda do feixe EM e uma amplificação da ISO.

As antenas do MTM são depositadas em um substrato dielétrico com um gradiente de fase ( $\vec{\nabla}\Phi$ ), ou seja, com aberturas variáveis por unidade de comprimento ao longo de sua distribuição na superfície. Na figura 6.14 (a) é mostrada uma imagem feita por MEV da MTS, juntamente com sua dimensão típica. A célula unitária do MTM é composta por oito antenas-V, com  $\vec{\nabla}\Phi$  constante ao longo da direção horizontal na superfície. Com a variação do comprimento e da orientação das antenas, diversas condições de ressonância são obtidas, implicando em mudanças de trajetória dependentes do estado de polarização. Logo, a ISO é intensificada na dinâmica da luz ao interagir com o MTM.

O aparato experimental utilizado em [117] na obtenção e detecção do EHSF é ilustrado na figura 6.14 (b). Nas figuras 6.14 (c) e (d), cada *pixel* na imagem são detecções

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

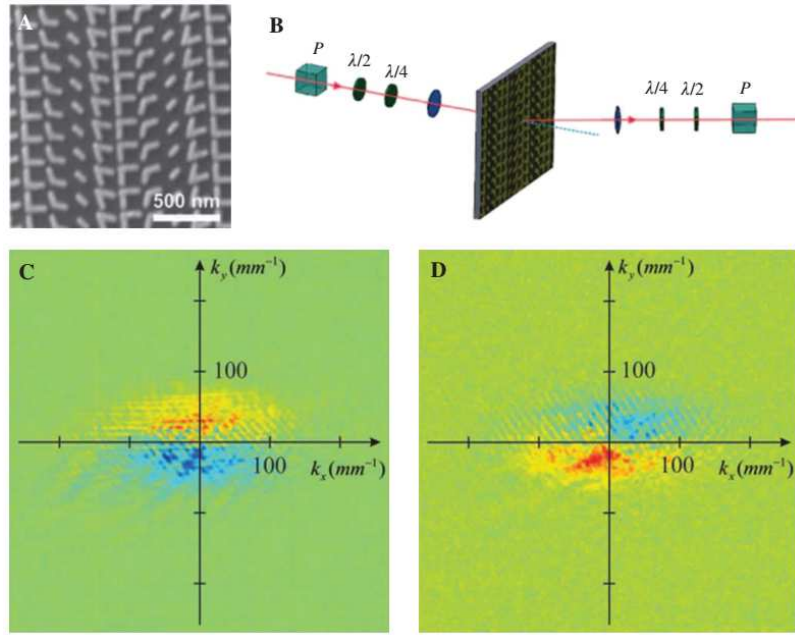


Figura 6.14: (a) Imagem de MEV da MTS com uma dimensão típica do arranjo. (b) Representação esquemática do aparato experimental.  $\lambda/2$  e  $\lambda/4$  representam o *half-wave plate* (muda a direção da luz linearmente polarizada) e o *quarter-wave plate* (converte a luz com polarização linear para circular) [68, 121].  $P$  é um polarizador com um alto grau de extinção [68, 121]. (c) Observação do EHSF no espaço dos momentos para o feixe incidente com polarização ao longo da direção de  $\vec{\nabla}\Phi$  (fixada em  $x$ ). (d) EHSF para o feixe polarizado perpendicularmente à  $\vec{\nabla}\Phi$  (ao longo de  $y$ ). (Fonte: [117].)

dos parâmetro de Stokes ( $S_z = I_{\sigma^+} - I_{\sigma^-} / I_{\sigma^+} + I_{\sigma^-}$ , onde  $I_{\sigma^\pm}$  é intensidade da luz com polarização circular direita (esquerda)) para polarização do feixe incidente ao longo de  $x$  e  $y$  respectivamente. Ao ser refratado pela MTS, fótons com polarizações circulares opostas, apresentam momentos transversos opostos, o que caracteriza o EHSF.

Além da corrente fotônica spin-transversa, o DT do CG de um FG (ver seção anterior) no espaço real também foi observado em [117]. Tal deslocamento também é correlacionado com o spin da luz e origina-se da forte ISO introduzida pelo  $\vec{\nabla}\Phi$  na MTS. As figuras 6.15 (a) e (b) ilustram a rotação do plano de polarização da luz induzida pela trajetória curva e o DT spin-dependente. A figura 6.16 mostra os DTs medidos na MTS para uma faixa de comprimentos de onda (na região do visível) da radiação incidente, com três valores de  $|\vec{\nabla}\Phi|$  fixados na MTS. Nessas medidas, o FG foi alternado periodicamente

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

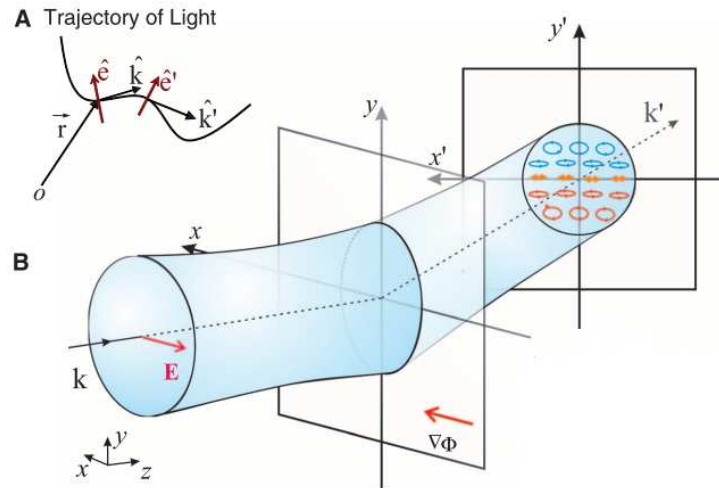


Figura 6.15: (a) Rotação no plano de polarização induzida pela trajetória curva seguida pela luz. (b) Representação esquemática do DT spin dependente sofrido pelos fótons do feixe refratado pela MTS. (Fonte: [117].)

entre os estados de polarização circular direita e esquerda.

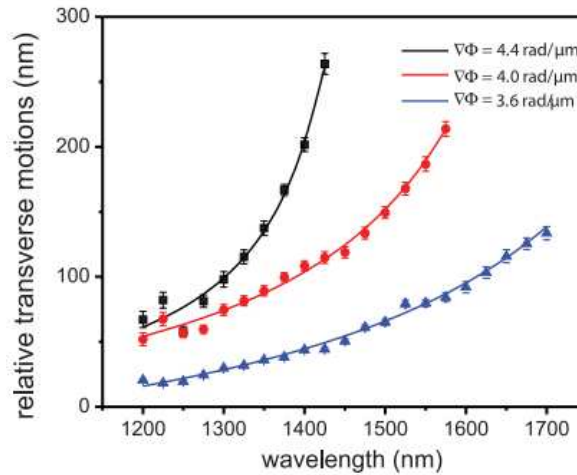


Figura 6.16: DTs do feixe refratado pela MTS com o comprimento de onda incidente. Três valores de  $|\vec{\nabla}\Phi|$  foram fixados nas medidas. (Fonte: [117].)

Recentemente, diferentes manifestações do EHSF foram observadas em MTMs baseados em dielétricos, onde uma estrutura inhomogênea e anisotrópica foi confeccionada com um *laser* obtendo *grooves* em escala nanométrica sobre superfície de sílica [118]. Na referência [125], em uma configuração análoga foi reportado um EHSF “gigante”, com DTs da ordem de centímetros para FGs com comprimento de onda em torno de  $600 \text{ nm}$ .

## 6. Plasmons Polaritons Superficiais e o Efeito de Spin Hall Fotônico em Metamateriais

---

Devido à flexibilidade no controle do spin da luz, MTMs têm se mostrados promissores e com enorme potencial de aplicações em nanofotônica por meio da obtenção do EHSF. No capítulo seguinte, apresentamos uma proposta para acoplar a dinâmica de PPSs ao EHSF, com o objetivo de se acrescentar graus de liberdade spin-dependentes aos campos EMs que constituem os PPSs.

# Capítulo 7

## Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

Neste capítulo são apresentados estudos acerca da dinâmica de PPSs em uma MTS que exhibe o EHSF. A Seção 7.1 contém a proposta de um modelo no qual a MTS foi tratada como um meio efetivo e, através do cálculo da resposta elétrica coletiva do arranjo, foram investigadas as propriedades de propagação dos modos excitados que são compartilhados pelas células unitárias da estrutura. Já na Seção 7.2, baseando-se nessa abordagem, foi estudado como PPSs em uma superfície metálica incorporam as características do EHSF, ao serem induzidos por um FG sob a influência do referido efeito.

### 7.1 Metasuperfície Composta por Antenas-V como um Meio Efetivo para Propagação de Plasmons Polaritons Superficiais

No intuito de descrever a dinâmica de PPSs constituídos por campos EMs que incorporem o EHSF, foi considerada a indução desse efeito através de uma MTS constituída

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

por antenas-V semelhante à descrita na seção anterior. A ideia básica consistiu em utilizar o FG refratado pela MTS para gerar PPSs em um FFM. Com isso, os PPSs gerados no sistema carregam, em seu campo EM, as propriedades dos DTs spin-dependentes ao longo de sua propagação.

Como descrito na Seção 3.1, uma vez que a condição de modo TM e (6.21) são atendidas juntamente com a CCF, PPSs são induzidos e se propagam na IMD. Para acoplar o EHSF à tais excitações, abordou-se um sistema consistido de uma MTS do tipo da figura 6.14, com um FFM na base inferior do substrato (também de sílica), onde as antenas-V são depositadas. A configuração é esquematizada na figura 7.1. O sistema aqui

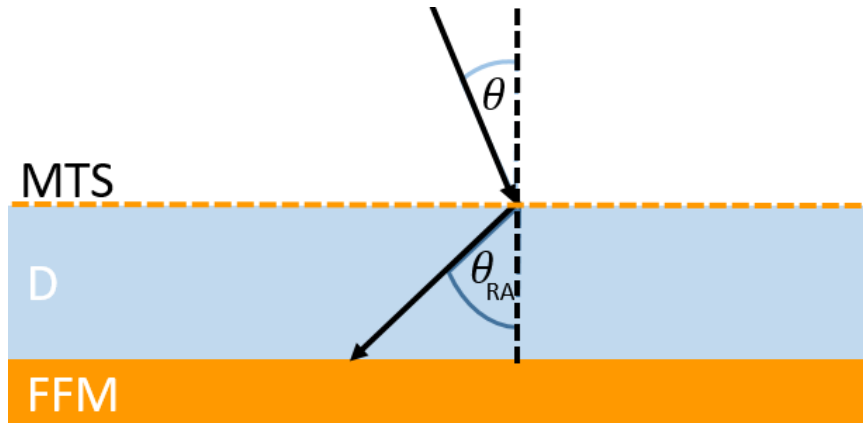


Figura 7.1: MTS suportada por um substrato dielétrico (D) e FFM acoplado. O FG incide em ângulo  $\theta$  e sofre uma RA, que por sua vez é indicada na figura pelo ângulo  $\theta_{RA}$ .

estudado foi concebido de maneira que, um FG incide sobre a MTS e ao ser transmitido sofre o EHSF. Na faixa de frequências de interesse, o FG refratado excita PPSs na IMD carregando as características do EHSF em seu campo EM.

Na Seção 3.3 foram descritas as bases teóricas do EHSF em termos da geometrodinâmica ditada pela FB adquirida por um FG, na situação em que esse incide em uma interface entre dois meios. Em termos do momento angular, ao ser transmitido através de uma interface, o MAT do FG é conservado, de onde os DTs são obtidos. Em nossa abordagem, aproximamos a MTS de um meio efetivo, ou seja, levamos em conta a resposta EM coletiva do arranjo. Isso foi feito por meio do cálculo da permissividade elétrica efetiva dependente da frequência ( $\epsilon_{ef}(\omega)$ ) das células unitárias (CEUs) na MTS. Nessa

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

aproximação, o formalismo via conservação do MAT torna-se aplicável para obtenção dos DTs spins-dependentes do FG que, em nossa proposta, se acoplam aos PPSs excitados na superfície do FFM. Ao modelarmos  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , demonstramos uma maneira de se investigar os modos coletivos de PPSs induzidos na interface MTS/dielétrico, nos quais, suas principais propriedades são apresentadas nesta seção. Para encontrar  $\epsilon_{ef}(\omega)$  da MTS, partimos das equações de Maxwell e, através da equação de onda para o vetor potencial, obtemos primeiramente a permissividade elétrica de cada antena-V ( $\epsilon_V(\omega)$ ), contabilizando sua variação ao longo do comprimento dessas. Após isso, adotamos como  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , o valor médio sobre a extensão de cada antena, pesada com as respectivas frações de ocupação nas CEUs.

Dependendo da orientação do campo  $\vec{E}$  da onda EM incidente, modos simétricos e antissimétricos de corrente elétrica ( $\vec{J}$ ) podem ser excitados nos braços das antenas (figura 7.2). Em uma orientação arbitrária, a radiação incidente induz modos híbridos na antena, de maneira que, o campo  $\vec{E}$  espalhado possua amplitude, polarização e perfil de fase manipuláveis por meio dos parâmetros geométricos das antenas.

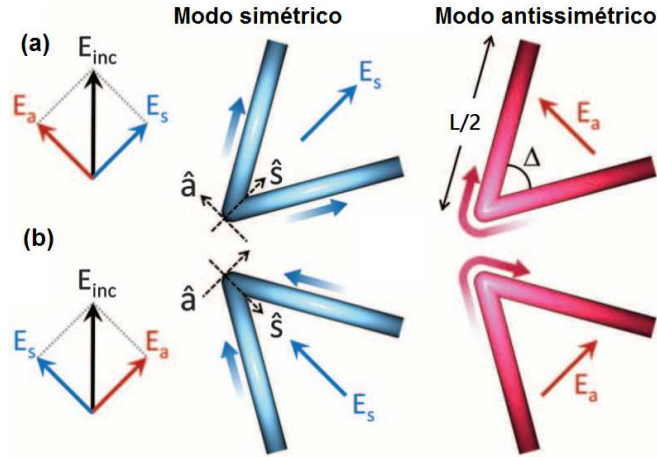


Figura 7.2: Modos de  $\vec{J}$  excitados nas antenas-V. Nas figuras, as cores mais claras em cada braço indicam maiores intensidades de  $\vec{J}$ .  $L/2$  e  $\Delta$  são o comprimento de cada braço e abertura das antenas, respectivamente. (a) Modo simétrico. O campo elétrico ( $\vec{E}_{inc}$ ) incide sobre o eixo de simetria ( $\hat{s}$ ) da antena. Logo,  $\vec{J}$  é mais intenso na região central de cada braço. (b) Modo antissimétrico.  $\vec{E}_{inc}$  está sobre o eixo  $\hat{a}$ , o que gera  $\vec{J}$  mais intensa na região próxima à junção dos braços das antenas. (Figura modificada da referência [36].)

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

---

Os modos de corrente elétrica produzidos nas antenas geram campos EMs no espaço em torno dessas. Como a corrente elétrica varia ao longo da antena, o campo  $\vec{E}$  em um ponto do espaço é a soma coerente de todos os campos gerados pelos elementos de corrente. As equações de Maxwell para os campos EMs espalhados pelas densidades de cargas ( $\rho$ ) e corrente ( $\vec{J}$ ) induzidas nas antenas são ( $\mu$  e  $\epsilon$  são os parâmetros dielétricos do meio) são:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon}, \quad (7.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (7.2)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B}, \quad (7.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{J} + \mu \epsilon \partial_t \vec{E}. \quad (7.4)$$

Em termos dos potenciais, os campos  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  são dados por:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi - \partial_t \vec{A}, \quad (7.5)$$

$$\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}, \quad (7.6)$$

onde  $\phi$  é potencial escalar e  $\vec{A}$  o vetor potencial. Substituindo os campos (7.5) e (7.6) no calibre de Lorenz ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{A} + \mu \epsilon \partial_t \phi = 0$ ) em (7.1) e (7.4), obtém-se as equações de onda para os potenciais (assumindo uma dependência temporal harmônica):

$$\left( \nabla^2 + \mu \epsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) \phi = -\frac{\rho}{\epsilon}, \quad (7.7)$$

$$\left( \nabla^2 + \mu \epsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) \vec{A} = -\mu \vec{J}. \quad (7.8)$$

As equações acima são do tipo-Helmholtz, cujas soluções podem ser encontradas via função de Green ( $G(\vec{r}, t)$ ) para o problema. Concentremos na solução de 7.8, cuja a parte espacial de  $G(\vec{r}, t)$  é  $G(\vec{r}) = \frac{e^{-ikr}}{4\pi r}$  [68], logo:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int \vec{J}(\vec{r}') \frac{e^{-ik|\vec{r}-\vec{r}'|}}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3 r', \quad (7.9)$$

onde  $|\vec{r} - \vec{r}'|$  é a distância do elemento de  $\vec{J}$  ao ponto do espaço no qual  $\vec{A}(\vec{r})$  é gerado.

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

A antena e os pontos de observação estão contidos no plano  $(x, z)$  fixado em  $y = 0$ . Os braços de cada antena possuem comprimentos iguais  $(L/2)$  e um deles reside propositalmente sobre o eixo  $z$ . A abertura da antena é dada pelo ângulo  $\Delta$  que, ao longo da CEU, varia de acordo com  $\vec{\nabla}\Phi$  na MTS. As coordenadas ao longo da antena e de um elemento de  $J$  são, na sequência,  $l$  e  $l'$ . Foi convenicionado que as coordenadas da parte sobre o eixo  $z$  como sendo positivas e a junção entre os dois braços na origem, assim,  $\vec{J} = J\hat{l}$ , onde  $\hat{l}$  é um vetor unitário. No Apêndice B, a geometria da antena é descrita em maiores detalhes.

Utilizamos da aproximação de fio fino (AFF) nas antenas, na qual  $\vec{J}$  não varia na direção azimutal e é essencialmente superficial, o que leva à  $r' = a$  (raio de um braço da antena) e  $J = J(l')$ . Com isso,  $|\vec{r} - \vec{r}'|$  pode ser dada em termos de uma distância efetiva  $(R_\beta)$  [126–128]:

$$R_\beta(x, z, l') = \sqrt{a^2 + (z + l' \cos \beta)^2 + (x - l' \sin \beta)^2}. \quad (7.10)$$

O ângulo  $\beta$  que parametriza  $R_\beta$  localiza em qual parte da antena um elemento de  $J$  reside, sendo  $\beta = 0$  quando  $l$  e  $l'$  estão no mesmo braço e  $\beta = \Delta$  caso contrário.

Nas considerações acima, o vetor potencial radiado por todas as contribuições de  $J(l')$  toma a forma:

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \vec{J}(\vec{l}') \frac{e^{-ikR_\beta}}{R_\beta} dl', \quad (7.11)$$

além disso, para (7.8) tem-se:

$$\left( \partial_l^2 + \partial_x^2 + \mu\epsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \vec{J}(\vec{l}') \frac{e^{-ikR_\beta}}{R_\beta} dl' = -\mu \vec{J}(\vec{l}). \quad (7.12)$$

Para encontrar uma expressão visando a obtenção de  $\epsilon_V$  e conseqüentemente  $\epsilon_{ef}$ , projeta-se a equação de onda (7.12) na antena fazendo  $(\square \vec{A} = -\mu \vec{J}) \cdot \hat{l}$ , onde  $\square \equiv \partial_l^2 + \partial_x^2 + \mu\epsilon \frac{\omega^2}{c^2}$ .

A expressão obtida é:

$$\begin{aligned} & \left( \partial_l^2 + \mu\epsilon_V \frac{\omega^2}{c^2} \right) \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J(l') \frac{e^{-ikR_\beta}}{R_\beta} d\vec{l}' \cdot \hat{l} + \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J(l') e^{-ikR_\beta} \left( -\frac{k^2}{R_\beta^3} + \frac{3ik}{R_\beta^4} + \frac{3}{R_\beta^5} \right) (l' \sin \beta)^2 d\vec{l}' \cdot \hat{l} = \\ & = -\mu \vec{J}(l) \cdot \hat{l}. \end{aligned} \quad (7.13)$$

Os detalhes na dedução da equação acima podem ser encontrados no Apêndice B. Para

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

---

diferenciar as contribuições de cada parte da antena, a inclusão de uma função degrau  $(\Theta(l))$  [33] em (7.13) far-se-á necessária. Logo, valorando (7.13) na antena fazendo  $z = l$  e  $x = 0$ , tal equação pode ser escrita na forma compacta:

$$\begin{aligned} & \left( \partial_l^2 + \mu \epsilon_V \frac{\omega^2}{c^2} \right) \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J(l') G(l, l', \Delta) [\Theta_{\beta=0}(l') + \Theta_{\beta=\Delta}(-l') \cos \Delta] dl' + \\ & + \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J(l') H(l, l', \Delta) [\Theta_{\beta=0}(l') + \Theta_{\beta=\Delta}(-l') \cos \Delta] dl' = -\mu J(l) [\Theta_{\beta=0}(l) + \Theta_{\beta=\Delta}(-l)], \end{aligned} \quad (7.14)$$

onde  $G(l, l', \Delta) = \Re \{ e^{-ikR_\beta(l, l')} / R_\beta(l, l') \}$  e  $H(l, l', \Delta)$  é a parte real do termo que multiplica  $J(l')$  no integrando do segundo membro no lado esquerdo de (7.13).  $\Theta(l) = 1 \forall l \geq 0$  e  $\Theta(l) = 0 \forall l < 0$ , tal que,  $\Theta_{\beta=0, \Delta}(\pm l')$  age sobre  $G(l, l', \Delta)$  e  $H(l, l', \Delta)$  distinguindo as contribuições de cada braço da antena. Para obter as contribuições do braço oposto, utilizamos das seguintes propriedades de simetria das antenas-V:  $\Delta \rightarrow -\Delta$ ,  $\vec{J} \rightarrow -\vec{J}$ ,  $l \rightarrow -l$  e  $l' \rightarrow -l'$  [126–128].

O passo seguinte foi discretizar a equação de onda (7.14) levando em conta a variação ponto a ponto da resposta elétrica da antena. O método utilizado foi baseado em procedimentos similares aos utilizados nas referências [126–129], nas quais, através da discretização e resolução numérica das equações de Pocklington e de Hallén, foram encontradas a corrente elétrica variável ao longo de antenas lineares e em formato “V”, além do campo EM espalhado por esses dispositivos.

Considerando as partes reais de (7.14), a variável de integração e o ponto de observação na antena como sendo  $l_i$  e  $l_j$  respectivamente, discretizando (7.14) tem-se a equação matricial:

$$\left[ D^{(2)} + \mu \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon_V \right] G(l_i, l_j, \Delta) \Theta'(l_i) P \tilde{J}(l_i) + H(l_i, l_j, \Delta) \Theta'(l_i) P \tilde{J}(l_i) = -\mu P \tilde{J}(l_i) [\Theta(l_i) + \Theta(-l_i)], \quad (7.15)$$

onde:

$$\Theta'(l_i) = \Theta_{\beta=0}(l_i) + \Theta_{\beta=\Delta}(-l_i) \cos \Delta. \quad (7.16)$$

Na equação (7.15),  $D^{(2)}$  é a matriz derivada segunda  $(\partial_l^2)$ , com dimensão  $N \times N$  e advinda do método de diferença finita [129].  $N$  é o número total de pontos em que a antena é

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

discretizada, de forma que,  $L = [l_n, l_{-n+1}, \dots, l_n]$ , com  $N = 2n + 1$  pontos e  $\delta = L/N$  é o passo na discretização de  $L$ .  $\epsilon_V$  é uma matriz  $N \times N$ , na qual contém em seus elementos os valores da permissividade elétrica variável ao longo da antena.  $G(l_i, l_j, \Delta)$  e  $H(l_i, l_j, \Delta)$  são matrizes também  $N \times N$ , cujos elementos são mapeados em linhas  $i$  e colunas  $j$ .  $\tilde{J}(l_i)$  é a matriz coluna (dimensão  $N$ ) corrente elétrica e  $P$  é a matriz projeção, que por sua vez projeta  $\tilde{J}(l_i)$  somente nas extremidades da antena, de acordo com a condição de contorno adotada sobre a corrente. Os procedimentos de modelagem das matrizes na equação (7.15) podem ser encontradas no Apêndice B.

Após algumas manipulações algébricas matriciais em (7.15), a expressão encontrada para a matriz  $\epsilon_{ij}^V$  foi:

$$\epsilon_{ij}^V(\omega) = -\frac{c^2}{\mu\omega^2}D^{(2)} + \left\{ \frac{(l_i \text{sen}\Delta)^2}{\mu} \left[ \frac{c \cos(\frac{\omega}{c}R_{ij})}{\omega R_{ij}^3} - \frac{c \text{sen}(\frac{\omega}{c}R_{ij})}{\omega R_{ij}^4} - \frac{c^2 \cos(\frac{\omega}{c}R_{ij})}{\omega^2 R_{ij}^5} \right] - \frac{c^2}{\omega^2} \right\} \mathcal{P} \left[ \frac{\cos(\frac{\omega}{c}R_{ij})}{R_{ij}} \Theta'(l_i) \right]^{-1}, \quad (7.17)$$

onde  $P\tilde{J}(P\tilde{J})^{-1} = \mathcal{P}$  é a matriz unitária com elementos nulos em suas extremidades. Todos os termos contendo  $R_{ij} = R(l_i, l_j, \Delta)$  denotam a forma dos elementos dispostos em matrizes  $N \times N$ . Basicamente, para obter numericamente os elementos de  $\epsilon_{ij}^V$ , considerou-se  $\mu = 1$  (materiais com fraca resposta magnética [39, 73]),  $\omega$  e  $\Delta$  foram fixados e, para cada  $l_i$ , foram varridos os valores de  $l_j$  ao longo do comprimento da antena. Adotamos as CC sobre os extremos dos braços das antenas desprezando efeitos de borda:  $J(\pm L/2) = J(\pm L/2N) = 0$ , o que justifica o uso da matriz  $P$ . Portanto, nas matrizes que figuram o termo  $R_{ij}$ , os elementos  $R_{11}$ ,  $R_{N,1}$ ,  $R_{1,N}$  e  $R_{NN}$  também se anulam. Logo,  $\epsilon_{11}^V = \epsilon_{N,1}^V = \epsilon_{1,N}^V = \epsilon_{NN}^V = 0$ , ou seja, a resposta elétrica é desprezada nesses pontos. Os valores de  $\omega$  percorridos estão na faixa otimizada de excitação de PPSs, de forma que, ao sofrer o EHSF na MTS, a luz refratada se acopla aos modos de PPSs no FFM (ver figura 7.1).

O procedimento acima foi aplicado para cada antena-V, ou seja, para cada valor de  $\Delta$  na CEU, que por sua vez é ilustrada na figura 7.3. A MTS abordada aqui possui um gradiente de fase constante, analogamente ao da MTS descrita na seção anterior, na qual o EHSF foi obtido e detectado experimentalmente. Consideramos uma CEU de

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico



Figura 7.3: CEU da MTS formada por antenas-V com um gradiente de fase constante. (Fonte: [36].)

comprimento  $10 \mu m$  e constituída por oito antenas com intervalos de abertura  $\pi/4$  de forma que,  $\Delta$  tenha valores dentro da faixa 0 a  $2\pi$ . Antenas com  $\Delta \neq 0, \pi$  e  $\Delta = 0, \pi$  foram fixadas com  $L = 0.2 \mu m$  e metade desse comprimento respectivamente. Para todas as antenas,  $a = 10 nm$ . A discretização adotada foi  $N = 200$  com um passo de  $\delta = L/N$ .

De posse dos valores numéricos dos elementos da matriz (8), para cada  $\omega$  e  $\Delta$ , obteve-se  $\epsilon_{ef}(\omega)$  performando uma média dos valores de  $\epsilon_{ij}^V(\omega)$  sobre a extensão de cada antena-V, considerando a fração de ocupação das antenas na área total ( $A$ ) da CEU. Tal procedimento é semelhante ao adotado no cálculo de  $\mu_{ef}(\omega)$  em [90] (ver Seção 5.1), na qual a resposta magnética efetiva de um MTM foi obtida por meio de médias dos campos EMs sobre a estrutura periódica do MTM. Além disso, no cálculo de  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , consideramos um termo complexo do tipo de Drude, no qual é relacionado à absorção em metais. Dessa forma, a abordagem adotada também leva em conta a dissipação ao longo da MTS. A resposta elétrica efetiva da CEU foi modelada e calculada através de:

$$\epsilon_{ef}(\omega) = \sum_{j,j'=1}^N \sum_{\Delta} \left[ \frac{\epsilon_V^{\Delta}(l_{j,j'}, \omega) l_{j,j'}}{L_{\Delta}} + \Im \left\{ i \frac{\sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega} \right\} \right] F_{\Delta}. \quad (7.18)$$

Em (7.18),  $\sum_{j,j'=1}^N$  denota a soma feita sobre os elementos de comprimento ( $l_{j,j'}$ ) de cada braço da antena e  $\sum_{\Delta}$  sobre cada antena-V com abertura  $\Delta$ .  $L_{\Delta}$  e  $F_{\Delta} \approx \frac{4aL_{\Delta}}{A}$  são o comprimento total e a fração ocupada por cada antena no plano da CEU respectivamente.  $\Im \left\{ i \frac{\sigma(\omega)}{\epsilon_0 \omega} \right\}$  é a parte complexa do modelo de Drude em termos da condutividade óptica,  $\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\Gamma^{-1}\omega}$ , onde  $\sigma_0 = \epsilon_0 \Gamma^{-1} \omega_p^2$ .

As antenas-V na MTS foram consideradas constituídas de Au, no qual apresenta  $\omega_p \approx 1,66 \times 10^{16}$  Hz [39, 104]. As figuras 7.4 (a) e (b) mostram os comportamentos das partes real e complexa de  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , onde os valores de  $\omega$  varridos estão entre  $\omega = 100 THz$  e  $\omega = 4,0 \times 10^{15}$  Hz. Nesse intervalo, as antenas ainda retêm suas características

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

metálicas, ao mesmo tempo em que o modelo de Drude permanece aplicável para uma faixa razoável do espectro de excitação de PPSs (ver Seção 6.1). Na figura 7.4,  $\Re\{\epsilon_{ef}(\omega)\}$

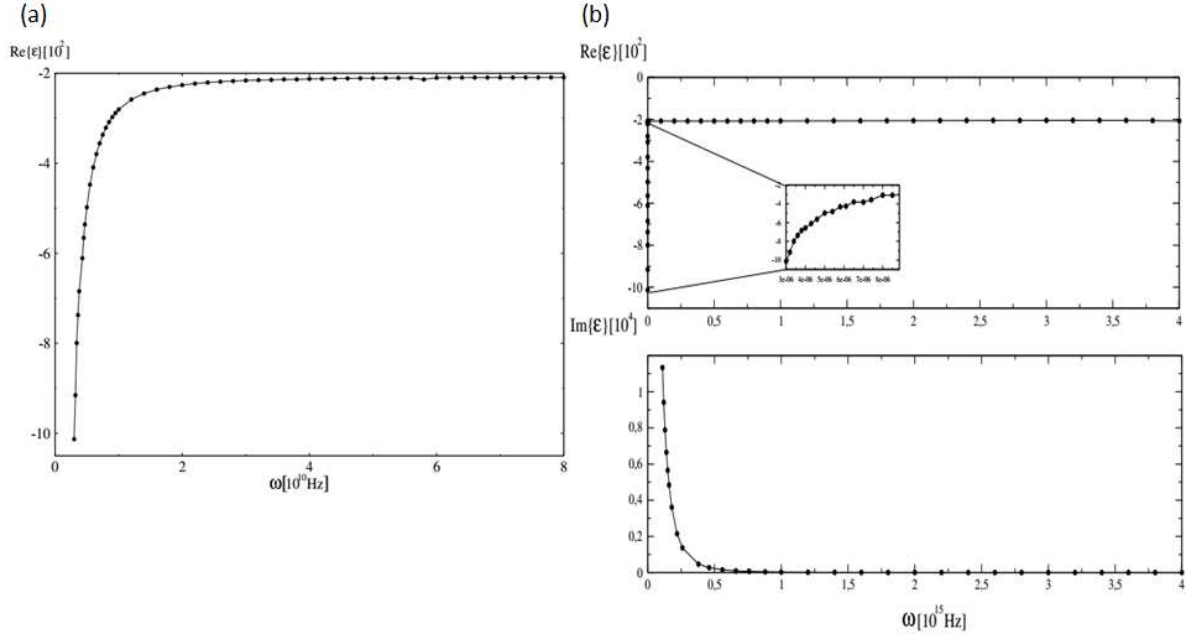


Figura 7.4: Respostas elétrica efetiva da MTS. (a) Valores de  $\Re\{\epsilon_{ef}\}$  na região inferior do espectro EM. (b) Acima: Parte real de  $\epsilon_{ef}(\omega)$ . Os valores negativos e o comportamento de  $\Re\{\epsilon_{ef}\}$  implicam em uma resposta elétrica coletiva tipicamente metálica da MTS. *In box* é mostrado um *zoom* indicando a região mostrada em (a). Abaixo: Parte imaginária de  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , que por sua vez é responsável pelas perdas efetivas ao longo da MTS.

descreve a polarização efetiva da MTS, enquanto que  $\Im\{\epsilon_{ef}(\omega)\}$  é relacionada às perdas Ôhmicas na mesma. Nota-se que a resposta elétrica efetiva, reproduz, em âmbito coletivo, o comportamento metálico individual de cada antena. Isso indica a validade de se abordar a MTS como um meio efetivo.

Ao caracterizar a MTS por  $\epsilon_{ef}(\omega)$ , considera-se uma interface MTS/dielétrico (IMSD), na qual foram investigadas algumas propriedades de propagação dos PPSs excitados ao longo das CEUs. Na IMSD, obteve-se a relação de dispersão efetiva dos PPSs através de (6.30) e (7.18), das quais segue que:

$$k_{pps}^{ef}(\omega) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_{ef}(\omega)\epsilon_d}{\epsilon_{ef}(\omega) + \epsilon_d}}, \quad (7.19)$$

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

com a componente perpendicular à IMSD sendo dada por:

$$[k_z^{ef,d}(\omega)]^2 = [k_{pps}^{ef}(\omega)]^2 - \epsilon_{ef,d}(\omega) \left(\frac{\omega}{c}\right)^2, \quad (7.20)$$

onde  $k_z^{ef,d}(\omega)$  é o vetor de onda transversal na MTS (dielétrico). A equação (7.19) descreve excitações coletivas de PPSs na MTS, ou seja, cada antena-V sustenta modos de PPSs e esses são compartilhados pelas CEUs na estrutura, analogamente à eletrodinâmica regida pela geometria do arranjo tridimensional de fios finos descrita na Seção 5.1. Como foram incorporados efeitos de dissipação ao modelo da MTS, na IMSD,  $k_{pps}^{ef}(\omega)$  possui componentes real e complexa. A primeira relaciona-se com o comprimento de onda das excitações coletivas, enquanto que a última é relacionada ao caráter evanescente dos modos ao longo da IMSD.

A figura 7.5 mostra a relação de dispersão efetiva (7.19) dos PPSs compartilhados pelas antenas-V na IMSD. As frequências varridas estão na faixa  $10^{14} \lesssim \omega \lesssim 4 \times 10^{15}$  Hz. Verifica-se que esses modos exibem um comportamento tipicamente plasmônico, ou seja,  $k_{pps}^{ef} > k_0 = \omega/c$  para todo espectro de excitação percorrido. Para que os modos da

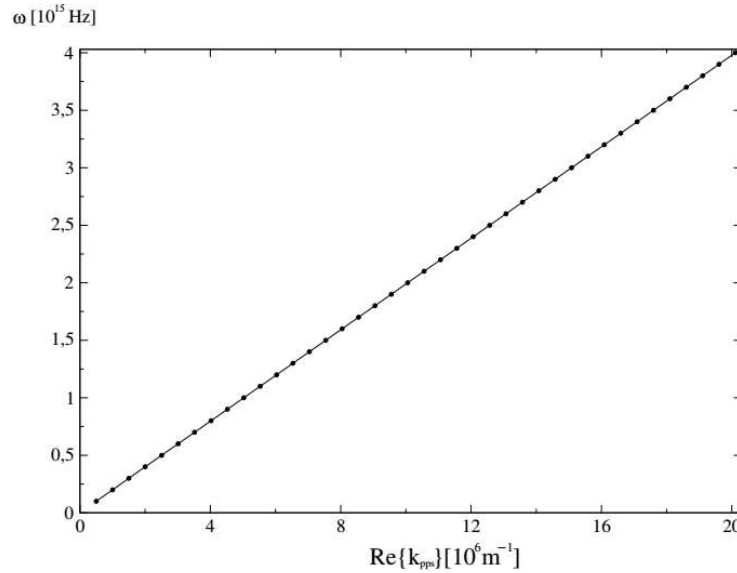


Figura 7.5: Dispersão da energia ( $\omega$ ) com o momento efetivo dos PPSs ( $k_{pps}^{ef}$ ) na IMSD. Foi considerada a “janela do espectro” na qual a condição de plasmon (Seção 6.1) é atendida ao mesmo tempo em que o modelo de Drude permanece aplicável.

figura 7.5 sejam induzidos na IMSD, a CCF dos modos de PPSs pode ser artificialmente

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

---

alcançada através de algumas das técnicas de excitação de PPSs descritas na Seção 6.2. Por questões práticas, o acoplamento de prisma por meio da CO é a mais indicada para tal fim, uma vez que não há contato entre o agente emissor de radiação e a MTS. Além disso, o espalhamento da radiação através do prisma permite que uma área maior de incidência na MTS seja obtida.

Na proposta aqui apresentada, abordou-se PPSs excitados coletivamente nas CEUs, levando em conta efeitos de perdas por dissipação Ôhmica nas antenas-V. Portanto, esses modos são longitudinal e transversalmente atenuados ao longo da IMSD. Os comprimentos de propagação e transversal efetivos são respectivamente dados por:

$$L_{ef} = 1/\Im\{k_{pps}^{ef}\}, \quad (7.21)$$

$$L_z^{ef} = 1/\Im\{k_z^{ef}\}, \quad (7.22)$$

onde (7.22) foi obtido de (7.20). Para determinada faixa do espectro de excitação,  $L_{ef}$  e  $L_z^{ef}$  apresentam valores tais que, os modos são otimizada e confinados ao longo e perpendicularmente à IMSD, como será discutido a seguir.

Na figura 7.6 (a) são mostrados valores de  $L_{ef}$  para a mesma faixa de  $\omega$  varrida em (6.30). Nota-se que para a parte inferior do espectro de excitação,  $L_{ef}$  possui valores relativamente altos e decresce fortemente com o aumento de  $\omega$ . Nessa região, isso é devido ao caráter predominantemente plasmônico das antenas metálicas e pela dissipação ao longo da propagação. Em  $\omega \approx 0,5 \times 10^{15}$  Hz,  $L_{ef}$  atinge um valor mínimo e depois passa a crescer com  $\omega$ , uma vez que a densidade de energia EM associada às excitações aumenta. Nesse regime,  $\omega$  se aproxima das condições de ressonância das antenas individualmente, sendo as ressonâncias de primeira ordem  $L_{\Delta}/2 \approx \lambda_0/2n_d$  para o modo simétrico e  $L_{\Delta} \approx \lambda_0/2n_d$  para o modo antissimétrico [126,128]. Além desses, ordens mais altas e modos híbridos são alcançados [126–128], pois foram considerados campos EMs com orientações arbitrárias em relação às antenas. Logo, ao atingir essas condições de ressonância, modos coletivos de PPSs são fortemente confinados às antenas, o que implica no mínimo alcançado por  $L_{ef}$ . Por outro lado, analisando a figura 7.6 (b), vemos que o confinamento transversal dos

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

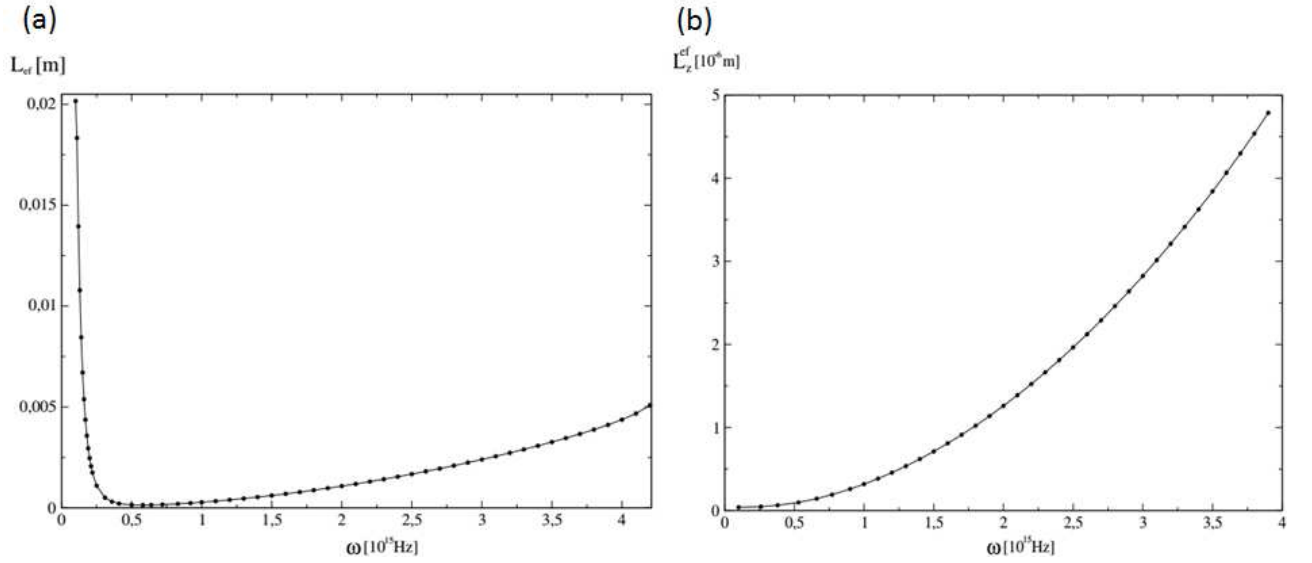


Figura 7.6: (a) Comprimentos de propagação efetivos dos modos de PPSs.  $L_{ef}$  diminui com  $\omega$  até  $\omega \approx 0,5 \times 10^{15}$  Hz devido à condição de ressonância da antena. Em torno desse valor em diante,  $L_{ef}$  cresce com  $\omega$ , uma vez que a densidade de energia EM dos modos aumenta. (b) Comprimentos transversais dos modos.  $L_z^{ef}$  aumenta com  $\omega$ , fazendo com que o confinamento perpendicular diminua na medida em que  $\omega \rightarrow \omega_p$  e as antenas se tornarem praticamente transparente à radiação incidente.

PPSs diminui com o aumento de  $\omega$ . Isso é devido à aproximação cada vez maior do valor de  $\omega_p$  característico das antenas, levando a uma transmissão mais significativa dos campo EMs através da IMSD e ao crescimento de  $L_z^{ef}$ . Entre  $\omega \approx 0,2 \times 10^{15}$  Hz e  $\omega \approx 10^{15}$  Hz há uma região de interseção otimizada tanto para o confinamento longitudinal, quanto para o transversal. Já na região onde  $\omega > 10^{15}$  Hz, pelos motivos descritos anteriormente, ocorre um aumento de  $L_{ef}$  e, ao mesmo tempo, uma redução no confinamento transversal dos modos, até que esses sejam completamente desvanecidos da IMSD.

Os modos de PPSs na IMSD aqui investigados são, ao longo de sua extensão de propagação e confinamento transversal, compartilhados pelas antenas-V nas CEUs. Sendo assim, a relação de dispersão dada por (7.19) e mostrada na figura 7.5, descreve um efeito coletivo excitado nas antenas. Tal efeito emerge da indução de modos locais de PPSs comuns às antenas na MTS, os quais não são objetos de estudos específicos desta tese. Detalhes acerca de PPSs locais em nanofios e outras nanoestruturas, podem ser

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

---

encontrados nas referências [101, 102, 131]

### 7.2 Acoplamento de Plasmons Polaritons Superficiais ao Efeito Hall de Spin Fotônico

Nesta seção é apresentada uma conexão entre a abordagem da MTS como um meio efetivo e a excitação de PPSs no FFM (ver figura 7.1) via EHSF. Para isso, foram obtidos os DTs spin-dependentes do FG refratado pela IMSD. Essa característica é incorporada aos campos EMs dos modos induzidos no FFM quando a CCF é atendida.

A presença do gradiente de fase na MTS modifica a trajetória que a luz percorreria ao se propagar em um meio usual. Tal efeito se deve às propriedades modais das antenas-V, nas quais introduzem uma fase extra no caminho óptico do feixe EM incidente [117, 118, 125]. Portanto, a lei de Snell [68, 72] deve possuir uma formulação geral que englobe os efeitos decorrentes da interação entre a radiação e a MTS. Essa generalização foi obtida em [36], onde foram reportadas medidas da reflexão e refração anômalas da luz causada pelo gradiente de fase em uma MTS do mesmo tipo da figura 6.14.

No sistema aqui abordado, o FG é refratado do meio efetivo para o dielétrico que compõe a IMSD e, após ser transmitido, atinge o FFM. Logo, a lei de Snell generalizada possui a forma:

$$n_d \text{sen} \theta' - n_{ef}(\omega) \text{sen} \theta = \frac{\lambda_0}{2\pi} |\vec{\nabla} \Phi|, \quad (7.23)$$

onde  $n_{ef}(\omega) \approx \sqrt{\epsilon_{ef}(\omega)}$  é o índice de refração efetivo da MTS,  $\theta'$  e  $\theta$  são os ângulos de refração e incidência respectivamente.  $\lambda_0$  é o comprimento de onda no vácuo. Para encontrar  $\theta'(\omega)$  e conseqüentemente os DTs, fixou-se  $|\vec{\nabla} \Phi| = 0,44 \text{ rad}/\mu\text{m}$  nas CEUs<sup>1</sup> e  $\theta = \pi/6$ . Após isso,  $\omega$  foi varrido na mesma faixa em que PPSs são induzidos no sistema. Os valores de  $\theta'(\omega)$  obtidos são mostrados na figura 7.7. A figura 7.7 mostra que o FG refratado sofre uma refração anômala (RA, denotada pelo ângulo  $\theta_{RA}$ ) ao interagir com a MTS, analogamente ao efeito obtido em [36]. A figura 7.1 ilustra esse comportamento,

---

<sup>1</sup> $|\vec{\nabla} \Phi| = 0,44 \text{ rad}/\mu\text{m}$  é um dos valores fixados em [117] na comprovação experimental do EHSF. Tal valor corresponde às aberturas de cada antena-V na CEU abordada em nossas considerações.

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

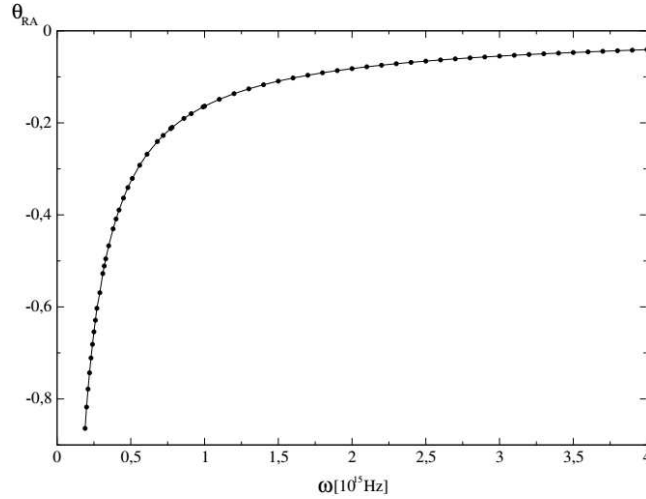


Figura 7.7: Ângulo de refração descrevendo a RA da luz transmitida através da MTS. No espectro mostrado na figura,  $\theta_{RA}$  é fortemente influenciado pelos modos de PPSs na MTS.

onde  $\theta'(\omega) < 0$  para o espectro de excitação de PPSs na MTS.  $\theta'(\omega) = \theta_{RA}(\omega) \rightarrow 0$  para  $\omega > 4,0 \times 10^{15}$  Hz, nesse caso, a RA é devida à  $\vec{\nabla} \Phi$  predominantemente, uma vez que os modos induzidos na IMSD são fracamente confinados nesse regime de frequência.

A partir de  $\theta'(\omega)$  foi obtido  $|\delta y_{\parallel, \perp}^{\pm}(\omega)|$  do FG (cuja estrutura de campo EM é dada pela equação (6.54)) inserindo  $\epsilon_{ef}(\omega)$  encontrado para MTS (ver seção anterior) em (6.59) e (6.60). Explicitamente, os DTs são dados pelas equações<sup>2</sup>:

$$\delta_{\parallel}^{t\pm} y(\omega) = \pm \frac{\cos \theta'(\omega) - \rho_{ef}^t(\omega) \cos \theta}{\frac{\omega}{c} \sin \theta}, \quad (7.24)$$

$$\delta_{\perp}^{t\pm} y(\omega) = \pm \frac{\cos \theta'(\omega) - [\rho_{ef}^t(\omega)]^{-1} \cos \theta}{\frac{\omega}{c} \sin \theta}, \quad (7.25)$$

nas quais:

$$\rho_{ef}^t(\omega) = \frac{[\epsilon_{ef}(\omega)]^{1/2} \cos \theta + \sqrt{\epsilon_d} \epsilon_{ef}(\omega) \cos \theta'(\omega)}{[\epsilon_{ef}(\omega)]^{1/2} \cos \theta + \sqrt{\epsilon_d} \cos \theta'(\omega)} \sqrt{\epsilon_d} [\epsilon_{ef}(\omega)]^{1/2}. \quad (7.26)$$

Na figura 7.8 são mostrados, ambos em módulo,  $\delta y_{\parallel}^{\pm}(\omega)$  e  $\delta y_{\perp}^{\pm}(\omega)$  do FG transmitido sob a influência do meio efetivo, evidenciando o EHSF causado pela MTS. Da figura 7.8 (a)

<sup>2</sup>Nas equações (7.8)-(7.26)  $\mu_{ef} = \mu_d \approx 1$ , ou seja, tanto a MTS quanto o substrato dielétrico apresentam fraca resposta magnética. Logo,  $n_{ef,d} \approx \sqrt{\epsilon_{ef,d}}$  [39, 73].

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

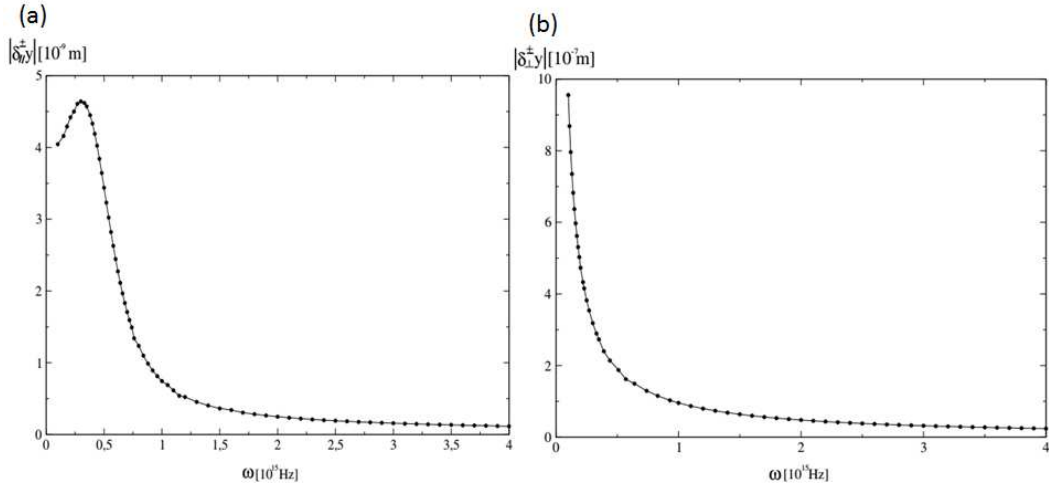


Figura 7.8: DTs do FG transmitido através da MTS. (a)  $|\delta y_{\parallel}^{\pm}(\omega)|$  apresenta um crescimento até um valor próximo à  $0,2 \times 10^{15}$  Hz, a partir do qual passa a decrescer. (b)  $|\delta y_{\perp}^{\pm}(\omega)|$  possui valores significativamente maiores do que  $|\delta y_{\parallel}^{\pm}(\omega)|$ , apresentando valores significativos em  $\omega \approx 0,2 \times 10^{15}$  Hz.

nota-se que  $\delta y_{\parallel}$  possui valores duas ordens de grandeza menores do que  $\delta y_{\perp}$  para o mesmo espectro percorrido. Isso se deve à projeção do campo  $\vec{E}$  do FG sobre as antenas-V ser menor nesse estado de polarização, logo, o EHSF é menos intenso comparativamente. Também é observado que, para  $10^{14} < \omega \lesssim 0,2 \times 10^{15}$  Hz, ocorre um aumento em  $\delta y_{\parallel}$ , o que pode ser devido ao acúmulo de fase mais efetivo no FG causado pelos modos excitados nas antenas nessa faixa de  $\omega$ . De  $\omega \approx 0,5 \times 10^{15}$  Hz em diante,  $\delta y_{\parallel}$  decresce. Já para a polarização perpendicular, os DTs apresentam valores significativamente maiores,  $\delta y_{\perp} \sim 100$  nm para  $\omega$  em torno de  $0,5 \times 10^{15}$  Hz, como mostrado na figura 7.8 (b). Ambos DTs decrescem na medida em que  $\omega$  se afasta das frequências de ressonância das antenas, acarretando na redução do EHSF.

Após ser refratado e ao mesmo atender a CCF, PPSs podem ser induzidos na interface plana com o metal. Portanto, essas excitações irão incorporar em seu campo EM, as propriedades do EHSF carregadas pelo feixe transmitido. Na IMD, os campos EMs que constituem o pacote de onda incidente estarão sujeitos à condição modal TM às CC de plasmon (Seção 6.1). Aplicando tais imposições sobre o FG, cuja forma geral é

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

dada por (6.61), para o campo  $\vec{E}$  dos modos excitados na superfície metálica encontra-se:

$$\vec{E}_{\parallel,\perp}^{pps\pm}(x, y, z) = A_{d,m} \frac{\sqrt{T_{\parallel}^2 + T_{\perp}^2}}{\sqrt{2}} \mp i(\hat{e}_x - yB_{d,m}\hat{e}_z) \frac{1}{\sqrt{2}} \exp \left[ ik_{pps}x + \frac{ik_{pps}B_{d,m}(y + \delta_{\parallel,\perp}^{a\pm}y)^2}{2} \right] e^{-k_z^{d,m}z}, \quad (7.27)$$

onde  $A_{d,m}$  e  $B_{d,m}$  são coeficientes do campo (7.27) no dielétrico e no metal. Esses coeficientes são determinados via CC na IMD.

É importante ressaltar que, em (7.27),  $T_{\parallel,\perp}$  e  $\delta_{\parallel,\perp}^{\pm}y$  dependem diretamente das grandezas relacionadas à resposta EM efetiva da MTS que causa o EHSF. Isso torna possível controlar a intensidade do EHSF sobre os modos de PPSs por meio de ajustes nos parâmetros que determinam as características EMs da MTS. Como efeito resultante, os PPSs excitados transportam, além das propriedades OEs inerentes à sua estrutura, as informações adicionais contidas nos fótons com DTs spin-dependentes mostrados na figura 7.8.

Por fim, a relação de dispersão dos PPSs gerados pelo FG na IMD ( $k_{pps}^{imd}(\omega)$ ) é encontrada inserindo-se  $\epsilon_m(\omega)$  em (6.30), ou seja:

$$k_{pps}^{imd}(\omega) = n_d \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon_m(\omega)\epsilon_d}{\epsilon_m(\omega) + \epsilon_d}}, \quad (7.28)$$

onde:

$$\epsilon_m = 1 + \frac{\sigma(\omega)}{\epsilon_0\omega}. \quad (7.29)$$

Por questão de simplicidade, consideramos que o substrato dielétrico que suporta a MTS tem uma espessura maior do que  $L_z^{ef}$  no regime em que as excitações na MTS são altamente confinados à mesma. Dessa forma, esses modos são independentes dos modos induzidos na IMSD. Na figura 7.9 é mostrada a relação de dispersão (7.28) e a linha de luz no dielétrico,  $k_d = n_d \frac{\omega}{c}$ . Como se trata de uma interface plana, o amortecimento dos PPSs é contínuo, portanto, a relação de dispersão na IMD tem forma semelhante a da figura 6.4.  $\omega_{ps}$  do FFM reside em torno de  $10^{16}$ Hz, enquanto que  $\omega_p \approx 2 \times 10^{16}$ Hz. Logo, a indução direta de alguns modos é obtida quando  $\omega_{ps} < \omega < \omega_p$ . Para  $\omega < \omega_{ps}$ , PPSs podem ser induzidos via CO, de forma que a CCF seja alcançada.

## 7. Dinâmica de Plasmons Polaritons Superficiais em uma Metasuperfície e Acoplamento ao Efeito Hall de Spin Fotônico

---

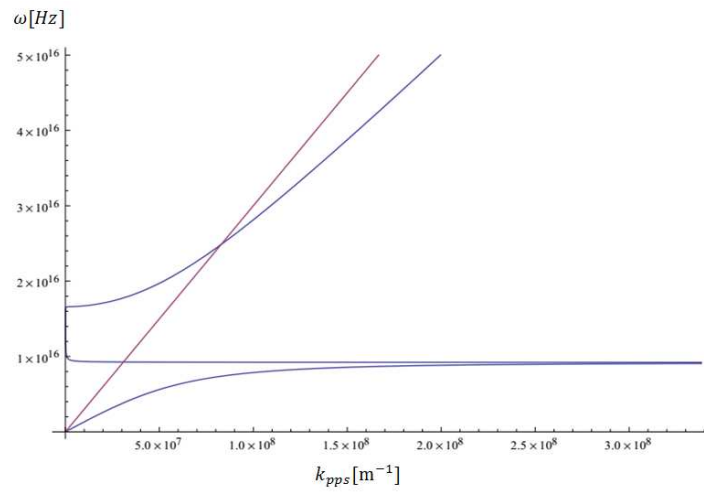


Figura 7.9: Relação de dispersão dos PPSs excitados na IMD (curva azul) e linha de luz no dielétrico (em roxo). A dissipação contínua na interface plana limita  $k_{pps}^{imd}$  a um valor máximo.

# Capítulo 8

## Conclusões e Perspectivas

Foram discutidas as exóticas propriedades exibidas por ITs e MTMs, juntamente com a relevância e as potencialidades tecnológicas que esses materiais possuem. A ordem topológica e a robustez dos EB e ES protegidos por SRT em ITs-2D e 3D possibilitam vários desenvolvimentos em spintrônica, óptica e computação quântica. Essas aplicações são plausíveis devido aos estados eletrônicos transportarem carga e spin correlacionados. Em MTMs, a versatilidade no controle de graus de liberdade fotônicos levam à respostas EMs e eletrodinâmica efetivas nestes meios artificiais. Tal ambiente se mostra propício para investigação e manipulação das propriedades OEs transportadas por PPSs.

A proposta teórica sobre o guiamento de ondas EMs por ITs-3D apresentada nesta tese revela que, uma frequência de corte com estabilidade topológica, limita o espectro de modos que se propagam ao longo do *slab*. Essa frequência depende do termo  $\theta$  (caracterizando o regime IT forte) e do comprimento de penetração  $l$  dos ES no *bulk*. Dessa forma, o guia de onda estudado pode ser um aparato útil para sondar a grandeza microscópica  $l$ , por meio de  $\omega_\theta$ , cuja manifestação é macroscópica. Além disso,  $\omega_\theta$  revela-se como uma medida do limiar da influência do EMT sobre a dinâmica da radiação que interage com ITs-3D.

O trabalho descrito acima foi publicado no periódico indicado na referência [78]. O estudo de ondas EMs confinadas por ITs-3D foi estendido para um guia de onda retangular levando em conta a atenuação de  $\vec{J}_H$  nas paredes [132], um artigo sobre esse último está

## 8. Conclusões e Perspectivas

---

em fase de preparação. Pretende-se abordar outras configurações tais como: guias de onda do tipo cilíndrico, cabos coaxiais, cavidades ressonantes etc [68,72,73]. Usualmente, nessas geometrias, os modos EMs permitidos se diferem da geometria retangular em alguns aspectos, o que pode levar à novas propriedades da radiação ao substituir os materiais normalmente utilizados nas configurações citadas por ITs-3D.

Nos estudos acerca da dinâmica de PPSs em uma MTS composta por antenas-V, o modelo proposto para  $\epsilon_{ef}(\omega)$  reproduz, em âmbito coletivo, características tipicamente plasmônicas de cada antena individualmente. Ao interagir com a luz, uma vez atingida a CCF, as CEUs abrigam modos compartilhados de PPSs excitados nas antenas. Esses modos possuem regime de alto confinamento longitudinal e transversal no intervalo  $5 \times 10^{14}\text{Hz} \lesssim \omega \lesssim 2 \times 10^{15}\text{Hz}$ . A partir de  $\omega \approx 2 \times 10^{15}\text{Hz}$  em diante, o campo EM se concentra fracamente nas antenas e a transmissão da radiação através da MTS passa a prevalecer.

Ao atravessar a MTS, o FG refrata de forma anômala (caracterizada por  $\theta_R < 0$ ). Os modos coletivos de PPSs ao longo da MTS exercem efeito sobre a RA até  $\omega \approx 10^{15}\text{Hz}$ . A partir desse valor, esse tipo de refração é devida à  $\vec{\nabla}\Phi$  somente, pois o confinamento dos campos EMs associados às excitações plasmônicas diminui significativamente. Os DTs spin-dependentes do FG caracterizando o EFHS foram calculados levando em conta a influência do meio efetivo por meio de  $\epsilon_{ef}(\omega)$ . Os valores máximos dos DTs ocorrem para  $\omega$  em torno da ressonância nas antenas. Isso demonstra uma forte correlação entre os modos de PPSs na IMSD e o EHSF.

A indução de PPSs na IMD através do feixe refratado pela MTS indica que, o campo EM dos modos induzidos incorpora os DTs da luz incidente no FFM, o que revela o acoplamento entre o EHSF e a excitação de PPSs. Tal mecanismo possui grande potencial nanotecnológico ao conectar propriedades fotônicas e plasmônicas: uma quantidade significativa de informações OEs pode ser processada por dispositivos cuja funcionalidade é baseada no controle de PPSs via EHSF. Dessa forma, graus de liberdade spin-dependentes são manipuláveis por meio de parâmetros associados à MTS.

## 8. Conclusões e Perspectivas

---

Os resultados descritos nos parágrafos acima estão sendo inseridos em um trabalho visando a publicação dos mesmos. Como continuidade desses estudos, pretende-se investigar o acoplamento entre PPSs através do EHSF e emissores quânticos (EQs) [133] distribuídos ao longo da IMSD. Como os campos EMs desses modos podem ser altamente concentrados em uma pequena região do espaço, efeitos como a super-radiância, troca coerente de fótons e emaranhamento entre estados de EQs podem ser mediados por PPSs [134–136]. Além disso, a proposta apresentada nesta tese permite associar à esses efeitos, as informações contidas nos DTs spin-dependentes e acrescentadas à dinâmica dos EQs.

# Apêndice A - Ondas Eletromagnéticas em Condutores e seu Confinamento a um Guia de Onda Metálico

Neste apêndice são mostradas algumas características exibidas por campos EMs nas mediações de paredes condutoras. Também são apresentadas propriedades de propagação da radiação confinada a um guia de onda metálico com geometria retangular. As referências [68, 72, 73] serviram de base.

## Ondas Eletromagnéticas em Paredes Condutoras

Antes descrevermos modos EMs guiados em maiores detalhes, analisemos o comportamento de ondas EMs próximas à uma superfície e adentro do condutor que constitui um guia de onda qualquer, cujo interior é vácuo. Nas paredes metálicas, em resposta aos campos EMs, as cargas livres se movem de maneira a produzir densidades de carga e corrente que tendem a cancelar  $(\vec{E}, \vec{B})$  no interior do metal. Para o guia com paredes perfeitamente condutoras, as CC são:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{n} \cdot \vec{E} = \rho_S, \\ \hat{n} \times (\vec{E} - \vec{E}_c) = \vec{0}, \\ \hat{n} \cdot (\vec{B} - \vec{B}_c) = 0, \\ \hat{n} \times \vec{B} = \vec{J}_S, \end{array} \right. \quad (\text{A.1})$$

## Apêndice A - Ondas Eletromagnéticas em Condutores e Confinamento a um Guia de Onda Metálico

---

onde  $\hat{n}$  é um vetor unitário normal à superfície e  $\vec{E}_c$  ( $\vec{B}_c$ ) denota o campo elétrico (magnético) dentro do condutor.  $\rho_S$  e  $\vec{J}_S$  são as cargas e correntes superficiais respectivamente.

Se as paredes do guia de onda são Ôhmicas,  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$  ( $\sigma$  é a condutividade finita do metal) e não há uma corrente puramente superficial. Logo, a CC sobre o campo  $\vec{B}$  é:

$$\hat{n} \times (\vec{B} - \vec{B}_c) = \vec{0}. \quad (\text{A.2})$$

No lado da interface imediatamente fora do condutor, podem ser consideradas unicamente a existência dos campos  $\vec{E}_\perp$  e  $\vec{B}_\parallel$ , do qual os campos dentro do condutor são obtidos. A condição (A.2) implica que  $\vec{B}_\parallel = \vec{B}_\parallel^c$ , logo, desprezando a corrente de deslocamento no interior do metal, das equações vetoriais de Maxwell (equações (4.4) e (4.5)):

$$\vec{E}_c \approx \frac{1}{\sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B}_c, \quad (\text{A.3})$$

$$\vec{B}_c = -\frac{i}{\mu_c \omega} \vec{\nabla} \times \vec{E}_c, \quad (\text{A.4})$$

nas quais é assumida uma dependência temporal harmônica dos campos:

$$\begin{cases} \vec{E}_c(\vec{r}, t) = \vec{E}_c(\vec{r})e^{-i\omega t}, \\ \vec{B}_c(\vec{r}, t) = \vec{B}_c(\vec{r})e^{-i\omega t}. \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

A variação espacial perpendicular dos campos próximos à superfície é muito maior do que a variação paralela à mesma. Portanto, nesse caso, as derivadas em relação à coordenadas paralelas podem ser desprezadas. Considerando um vetor unitário e a coordenada adentro do condutor como sendo, respectivamente,  $-\hat{n}$  e  $\xi$ , as equações (A.3) e (A.4) assumem as formas:

$$\vec{E}_c \approx -\frac{1}{\sigma} \hat{n} \times \partial_\xi \vec{B}_c, \quad (\text{A.6})$$

$$\vec{B}_c \approx \frac{i}{\mu_c \omega} \hat{n} \times \partial_\xi \vec{E}_c, \quad (\text{A.7})$$

Ao serem combinadas, as equações acima levam à:

$$\begin{cases} \partial_\xi^2 (\hat{n} \times \vec{B}_c) + \frac{2i}{\delta} (\hat{n} \times \vec{B}_c) \approx 0, \\ (\hat{n} \cdot \vec{B}_c) \approx 0, \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

## Apêndice A - Ondas Eletromagnéticas em Condutores e Confinamento a um Guia de Onda Metálico

---

onde  $\delta = \left(\frac{2}{\mu_c \sigma \omega}\right)^{1/2}$ . A segunda equação em (A.8) mostra que, dentro do condutor, o campo  $\vec{B}$  é paralelo à superfície. A solução para  $\vec{B}_c$  tem a forma:

$$\vec{B}_c = \vec{B}_{\parallel} e^{-\xi/\delta} e^{i\xi/\delta}, \quad (\text{A.9})$$

onde  $\vec{B}_{\parallel}$  é o campo fora imediatamente fora do condutor, advindo da CC (A.2).  $\delta$  é comprimento de penetração do campo no condutor, ou seja, para  $\xi = \delta$ ,  $B_c$  possui um decaimento tipicamente proporcional à  $e^{-1}$ . O campo  $\vec{E}_c$  pode ser obtido de (A.6), onde:

$$\vec{E}_c \approx \sqrt{\frac{\mu_c \omega}{2\sigma}} (1 - i)(\hat{n} \times \vec{B}_{\parallel}) e^{-\xi/\delta} e^{i\xi/\delta}. \quad (\text{A.10})$$

Das soluções (A.9) e (A.10) nota-se que, dentro das paredes condutoras, os campos são paralelos à superfície, se propagam perpendicularmente à mesma e dependem unicamente da componente paralela do campo  $\vec{B}$ . Além disso, possuem um decaimento exponencial, são defasados e a amplitude de  $\vec{B}_c$  é significativamente maior do que a do campo  $\vec{E}_c$ . Tais considerações são válidas para um guia de onda com paredes condutoras com geometria arbitrária.

## Guia de Onda Metálico com Geometria Retangular

Consideremos um guia de onda com paredes perfeitamente condutoras, em uma geometria retangular e com vácuo em seu interior, como ilustrado na figura 8.1. As CC sobre os campos  $(\vec{E}, \vec{B})$  são dadas por (A.5).

Os campos EMs são confinados às direções  $x$  e  $y$  e se propagam ao longo de  $z$ . Logo, levando em conta ondas monocromáticas e com dependência temporal harmônica,  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  são do tipo:

$$\begin{cases} \vec{E}(x, y, z, t) = \vec{E}_0(x, y) e^{i(kz - \omega t)}, \\ \vec{B}(x, y, z, t) = \vec{B}_0(x, y) e^{i(kz - \omega t)}. \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

onde  $\vec{E}_0(x, y)$  ( $\vec{B}_0(x, y)$ ) é a amplitude de campo elétrico (magnético) dependente das direções de confinamento. No caso genérico, os campos em (A.11) podem possuir componentes

## Apêndice A - Ondas Eletromagnéticas em Condutores e Confinamento a um Guia de Onda Metálico

---

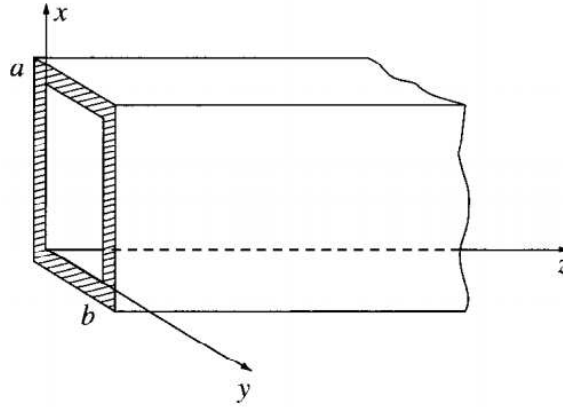


Figura 8.1: Guia de onda retangular com paredes condutoras.  $x$  e  $y$  são as direções de confinamento, com interfaces vácuo/metal em  $x = 0, a$  e  $y = 0, b$ .  $z$  é a direção de propagação. (Fonte: [72]).

longitudinais, ou seja:

$$\begin{cases} \vec{E}_0 = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} + E_z \hat{z}, \\ \vec{B}_0 = B_x \hat{x} + B_y \hat{y} + B_z \hat{z}. \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Das relações acima juntamente com a forma dos campos (A.11) inseridos nas equações vetoriais de Maxwell livre de fonte ((4.4) e (4.5)), tem-se que:

$$E_x = \frac{i}{(\omega/c)^2 - k^2} (k \partial_x E_z + \omega \partial_y B_z), \quad (\text{A.13})$$

$$E_y = \frac{i}{(\omega/c)^2 - k^2} (k \partial_y E_z - \omega \partial_x B_z), \quad (\text{A.14})$$

$$B_x = \frac{i}{(\omega/c)^2 - k^2} [k \partial_x B_z - (\omega/c)^2 \partial_y E_z], \quad (\text{A.15})$$

$$B_y = \frac{i}{(\omega/c)^2 - k^2} [k \partial_y B_z + (\omega/c)^2 \partial_x E_z]. \quad (\text{A.16})$$

Inserindo (A.13)-(A.14) nas equações escalares (6.1) (também livre de fonte) e (6.2), as equações diferenciais para as componentes longitudinais de  $\vec{E}$  e  $\vec{B}$  são obtidas:

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \omega^2/c^2 - k^2) E_z = 0 \quad (\text{A.17})$$

$$(\partial_x^2 + \partial_y^2 + \omega^2/c^2 - k^2) B_z = 0. \quad (\text{A.18})$$

## Apêndice A - Ondas Eletromagnéticas em Condutores e Confinamento a um Guia de Onda Metálico

---

No modo TE,  $E_z(x) = 0$  e a CC escalar em (A.5) sobre  $\vec{B}$  demanda que  $\partial_x B_z = \partial_y B_z = 0$  nas interfaces. Com isso, a solução é obtida de (A.18):

$$B_z(x, y) = B_0 \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \quad (\text{A.19})$$

onde  $k_x = m\pi/a$  ( $m = 0, 1, 2, \dots$ ) e  $k_y = n\pi/a$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ) são os vetores de onda nas direções de confinamento. A relação de dispersão é encontrada inserindo a solução (A.22) em (A.18), da qual segue que:

$$\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 = k^2 + \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2, \quad (\text{A.20})$$

Da relação acima, nota-se que o modo TE possui submodos com frequências de corte dadas por:

$$\omega_{mn} = \pi c \sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{a}\right)^2} \quad (\text{A.21})$$

Já no modo TM,  $B_z(x) = 0$ , com a CC sobre  $\vec{E}$  impondo  $E_z(x) = 0$  nas interfaces. Logo, de (A.17) tem-se que:

$$E_z(x, y) = E_0 \text{sen}\left(\frac{m\pi}{a}x\right) \text{sen}\left(\frac{n\pi}{b}y\right), \quad (\text{A.22})$$

onde  $m, n = 1, 2, 3, \dots$ . A relação de dispersão e as frequências de corte (obtidas inserindo (A.22) em (A.17)) no modo TM têm a mesma forma do modo TE, diferindo somente nos valores iniciais de  $m$  e  $n$  (modos fundamentais).

# Apêndice B - Geometria da Antena-V e Obtenção da Permissividade Elétrica Efetiva da Metasuperfície

Neste apêndice é discutida a geometria das antenas-V que compõem a MTS. Além disso, as modelagens matriciais e as manipulações algébricas utilizadas na obtenção de  $\epsilon_{ef}(\omega)$  são mostradas em maiores detalhes.

## Geometria da Antena-V

A figura 8.2 ilustra esquematicamente a geometria de uma antena-V, além de  $\vec{J}$  induzida pelo campo  $\vec{E}$  incidente e o potencial  $\vec{A}(\vec{r})$  em um ponto na superfície da antena. Foi utilizada a AFF, na qual  $L \ll a$  e  $L \ll \lambda$ , onde  $L$  e  $a$  são o comprimento total e o raio das antenas respectivamente. Nessa aproximação,  $\vec{J}$  pode ser considerada como sendo puramente axial [126–128].

Conforme a AFF, as correntes elétricas nas antenas-V são essencialmente axiais. A distância entre um elemento de corrente e um ponto no plano de observação  $(x, z)$ , pode ser dada em termos de uma distância efetiva parametrizada pelo ângulo  $\beta$ :

$$R_\beta(x, z, l') = |\vec{r}' - \vec{r}| = \sqrt{a^2 + (z + l' \cos \beta)^2 + (x - l' \sin \beta)^2}, \quad (\text{B.1})$$

onde  $(-l' \cos \beta, l' \sin \beta)$  são as coordenadas  $(x', z')$  nas antenas. Quando considerado sobre

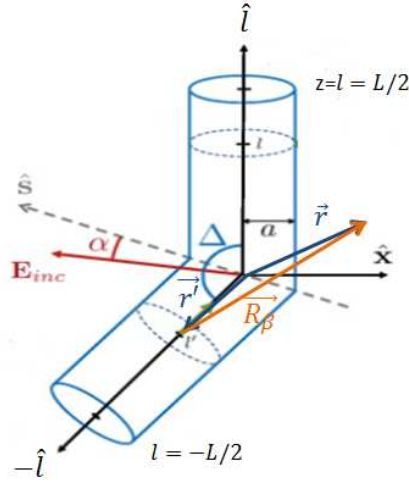


Figura 8.2: Geometria de uma antena-V.  $E_{inc}$  em direção arbitrária faz um ângulo  $\alpha$  (arbitrário) com o eixo de simetria da antena.  $\vec{r}$  e  $\vec{r}'$  são coordenadas do ponto de observação e do elemento de corrente respectivamente.  $R_\beta = |\vec{r} - \vec{r}'|$  é distância efetiva na AFF. (Figura modificada da referência [126]).

as antenas ( $x = 0$  e  $z = l$ ),  $R_\beta$  tem a forma:

$$R_\beta(l', l) = |\vec{r}' - \vec{r}| = \sqrt{a^2 + (l + l' \cos \beta)^2 + (l' \sin \beta)^2}. \quad (\text{B.2})$$

No plano da MTS, a fração de ocupação efetiva por uma antena-V é aproximadamente dada por:

$$F_\Delta \approx \frac{4aL\Delta}{A}, \quad (\text{B.3})$$

onde  $2aL$  e  $A$  são as áreas de uma antena (figura 8.2) e da CEU respectivamente (figura 7.3).

## Obtenção da Permissividade Elétrica Efetiva na Metasuperfície

A equação de onda (7.12) valorada nas antenas-V é dada por:

$$\left( \partial_l^2 + \partial_x^2 + \mu\epsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) \frac{\mu}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J(\vec{l}') \frac{e^{-ikR_\beta}}{R_\beta} d\vec{l}' \cdot \hat{l} = -\mu \vec{J}(\vec{l}) \cdot \hat{l}, \quad (\text{B.4})$$

cujos termos  $\partial_x^2(e^{-ikR_\beta}/R_\beta)$  é:

$$\partial_x^2 \left( \frac{e^{-ikR_\beta}}{R_\beta} \right) = (l' \sin \beta)^2 \left[ -k^2 \frac{\cos(kR_\beta)}{R_\beta^3} + ik^2 \frac{\sin(kR_\beta)}{R_\beta^3} + 3k \frac{\sin(kR_\beta)}{R_\beta^4} + \right] \quad (\text{B.5})$$

## Apêndice B - Obtenção da Permissividade Elétrica Efetiva da Metasuperfície

$$+3ik \frac{\cos(kR_\beta)}{R_\beta^4} + 3 \frac{\cos(kR_\beta)}{R_\beta^5} + 3i \frac{\sin(kR_\beta)}{R_\beta^5} \Big].$$

São contabilizadas somente as partes reais de (B.5), logo, (7.12) é dada por:

$$\left( \partial_l^2 + \mu \epsilon \frac{\omega^2}{c^2} \right) \frac{1}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J(l') \frac{\cos(kR_\beta)}{R_\beta} \cos \beta + \frac{1}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} J(l') \left[ -k^2 \frac{\cos(kR_\beta)}{R_\beta^3} + 3k \frac{\sin(kR_\beta)}{R_\beta^4} + \right. \\ \left. + 3 \frac{\cos(kR_\beta)}{R_\beta^5} \right] (l' \sin \beta)^2 \cos \beta dl' = -J(l). \quad (\text{B.6})$$

Ao discretizar a equação de onda, temos que (as constantes foram incorporadas às matrizes e usamos  $k = \omega/c$ ):

$$\left[ D^{(2)} + \mu \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \epsilon_{ij}^V \right] \left[ \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} R_{ij}\right)}{R_{ij}} \Theta'(l_i) \right] P \tilde{J}(l_i) + (l_i \sin \Delta)^2 \left[ - \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} R_{ij}\right)}{R_{ij}^3} + \frac{\omega}{c} \frac{\sin\left(\frac{\omega}{c} R_{ij}\right)}{R_{ij}^4} + \right. \\ \left. \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} R_{ij}\right)}{R_{ij}^5} \right] P \tilde{J}(l_i) \Theta'(l_i) = -P \tilde{J}(l_i), \quad (\text{B.7})$$

onde  $\tilde{J}(l_i)$  é a matriz coluna (dimensão  $N$ ) corrente elétrica.  $P$  projeta  $J$  na extremidades da antena,  $P$  deve possuir a propriedade  $P \tilde{J} (P \tilde{J})^{-1} = \mathcal{P}$ . Tal matriz é a identidade com elementos nulos em suas extremidades, de acordo com as condições adotadas sobre  $J$ :  $J(\pm L/2) = J(\pm L/2N) = 0$ .  $\mathcal{P}$  tem a forma:

$$\mathcal{P}_{N \times N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & 0 \\ \vdots & & & \dots & \dots & \dots & & & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 1 & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.8})$$

Multiplicando sequencialmente (B.7) pelas matrizes inversas  $[P \tilde{J}(l_i)]^{-1}$  e  $\left[ \frac{\cos\left(\frac{\omega}{c} R_{ij}\right)}{R_{ij}} \Theta'(l_i) \right]^{-1}$ , obtemos a equação para  $\epsilon_{ij}^V(\omega)$ :

$$\epsilon_{ij}^V(\omega) = -\frac{c^2}{\mu \omega^2} D^{(2)} + \left\{ \frac{(l_i \sin \Delta)^2}{\mu} \left[ \frac{c \cos\left(\frac{\omega}{c} R_{ij}\right)}{\omega R_{ij}^3} - \frac{c \sin\left(\frac{\omega}{c} R_{ij}\right)}{\omega R_{ij}^4} - \right. \right.$$

## Apêndice B - Obtenção da Permissividade Elétrica Efetiva da Metasuperfície

$$-\frac{c^2 \cos(\frac{\omega}{c} R_{ij})}{\omega^2 R_{ij}^5} \left] - \frac{c^2}{\omega^2} \right\} \mathcal{P} \left[ \frac{\cos(\frac{\omega}{c} R_{ij})}{R_{ij}} \Theta'(l_i) \right]^{-1}, \quad (\text{B.9})$$

Em (8), a forma de  $D^{(2)}$  é advinda do método das diferenças finitas [126, 127, 129]:

$$D_{N \times N}^{(2)} = \left( \delta^{-2} - \frac{k^2}{2} \right) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & & \dots & 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & & \dots & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

onde  $k = \omega/c$ . Os termos contendo  $R_{ij}$  denotam a forma dos elementos alocados em linhas  $i$  e colunas  $j$  em matrizes  $N \times N$ . A matriz  $\epsilon_{ij}^V$  (também de dimensão  $N \times N$ ) contém a resposta elétrica que varia ponto a ponto em cada braço da antena. Os elementos  $\epsilon_{i \neq j, j}^V$  são as respostas devido ao campo criado em  $i$  sobre um ponto situado em  $j$ , enquanto que  $\epsilon_{i=j, j}^V$  são as repostas elétricas no mesmo braço da antena. Devido às propriedades de simetria das antenas:  $\epsilon_{ij}^V = \epsilon_{ji}^V$ , ou seja,  $\epsilon_{ij}^V$  é uma matriz simétrica.

Por questão de simplicidade, além da AFF, adotamos as CC sobre as antenas excluindo efeitos de borda. Tais condições desconsideram a corrente elétrica nas extremidades das antenas. Com isso, a resposta elétrica também se anula nesses pontos.  $\epsilon_{ij}^V$

## Apêndice B - Obtenção da Permissividade Elétrica Efetiva da Metasuperfície

possui a forma genérica:

$$\epsilon_{ij}^V = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^V & \epsilon_{12}^V & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \epsilon_{1N}^V \\ \epsilon_{21}^V & \epsilon_{22}^V & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \epsilon_{2N}^V \\ \vdots & \cdots & \epsilon_{33}^V & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \vdots \\ \vdots & & & \cdots & \cdots & \cdots & & & & \vdots \\ \epsilon_{N-1,1}^V & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \epsilon_{N-1,N}^V \\ \epsilon_{N1}^V & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \epsilon_{NN}^V \end{bmatrix}, \quad (\text{B.11})$$

onde  $\epsilon_{11}^V = \epsilon_{N1}^V = \epsilon_{1N}^V = \epsilon_{NN}^V = 0$ .

A construção de todas as matrizes que figuram na equação (8), assim como os cálculos de  $\epsilon_{ij}^V$ ,  $\epsilon_{ef}(\omega)$  e das grandezas decorrentes nos desenvolvimentos desta parte da tese, foram feitos com a ajuda do software *MATHEMATICA*<sup>®</sup>. Os procedimentos seguidos na obtenção dos resultados são explicados ao longo do Capítulo 7.

# Referências Bibliográficas

- [1] F. Ortmann, S. Roche, S. O. Valenzuela, L. W. Molenkamp, A. K. Geim. “*Topological Insulators: Fundamentals and Perspectives*”, Stephan Roche, First Edition (2015).
- [2] T. M. Schmidt, R. H. Miwa, and A. Fazio. “*Ultrafast spin-polarization control of Dirac fermions in topological insulators*”, Phys. Rev. B **93**, 155426 (2016).
- [3] T. Commissariat, “*David Thouless, Duncan Haldane and Michael Kosterlitz win 2016 Nobel Prize for Physics*”. Disponível em: <http://physicsworld.com/cws/article/news/2016/oct/04/2016-nobel-prize-for-physics>.
- [4] P.M. Chaikin and T.C. Lubensky, “*Principles of condensed matter physics*”, Cambridge University Press, (1995).
- [5] D.J. Thouless, “*Topological Quantum Numbers in Nonrelativistic Physics*”, World Scientific (1998).
- [6] S.C. Zhang, “*Topological states of quantum matter*”, Physics **1**, 6 (2008).
- [7] X.G. Wen, “*Quantum Field Theory of Many-Body Systems - From the Origin of Sound to an Origin of Light and Electrons*”, Oxford University Press, (2004).
- [8] Y. K. Kato, R. C. Myers, A. C. Gossard, D. D. Awschalom, “*Observation of the spin Hall effect in semiconductors*”, Science **306**, 5703 (2004).
- [9] C. L. Kane and E. J. Mele. “*A new spin on the insulating state*”, Science **314** 1692 (2006).

## Referências Bibliográficas

---

- [10] M. Z. Hasan “*Colloquium: Topological insulators*”, *Reviews of Modern Physics* **82** 30458 (2010).
- [11] <http://mathworld.wolfram.com/CompactManifold.html>
- [12] C. Kane and J. Moore, “*Topological insulators*”, *Physics World*, february, 32 (2011).
- [13] J.E. Moore, “*The birth of topological insulators*”, *Nature* **464**, 194 (2010).
- [14] M. König, et. al., “*Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells*”, *Science* **318**, 766 (2007).
- [15] M.Z. Hasan and J. E. Moore, “*Three-dimensional topological insulators*”, *Annu. Rev. Cond. Matt. Phys.* **2**, 55 (2011).
- [16] T. M. Schmidt, R. H. Miwa, and A. Fazzio. “*Spin texture and magnetic anisotropy of Co impurities in Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub> topological insulators*”, *Physical Review B* **84**, 245418 (2011).
- [17] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, “*Solid State Physics*”, Brookes Cole, (1976).
- [18] H. Zhang, C. X. Liu, X. L. Qi, X. Dai, Z. Fang, and S. C. Zhang, “*Topological insulators in Bi<sub>2</sub>Se<sub>3</sub>, Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> and Sb<sub>2</sub>Te<sub>3</sub> with a single Dirac cone on the surface*”, *Nature* **5**, 438 (2009).
- [19] <https://www-ssrl.slac.stanford.edu/research/highlightsarchive/topologicalinsulator.html>
- [20] Y. L. Chen, et. al., “*Massive dirac fermion on the surface of a magnetically doped topological insulator*”, *Science* **329**, 659 (2010).
- [21] L. H. Ryder, “*Quantum Field Theory*”, Cambridge Univ. Press, New York, Second Edition, (1996).
- [22] J.J. Sakurai, “*Advanced Quantum Mechanics*”, Addison-Wesley Publishing Company Inc. (1967).

## Referências Bibliográficas

---

- [23] X.L. Qi and S.C. Zhang, “*Topological insulators and superconductors*”, Rev. Mod. Phys. **83**, 1057 (2011).
- [24] W. Cai and V. Shalev, “*Optical Metamaterials: Fundamentals and Applications*”, Springer, New York, (2010).
- [25] L. Billings, “*Metamaterial world*”, Nature **500**, 138 (2008).
- [26] Y. Liu and X. Zhang, “*Metamaterials: A new frontier of science and technology*”, Chem. Soc. Rev. **40**, 4773 (2011).
- [27] N. Zheludev, “*The road ahead for metamaterials*”, Science **328**, 582 (2010).
- [28] L. Solymar, E. Shamonina, *Waves in Metamaterials*, New York, Oxford University Press (2009).
- [29] D. Shurig, et. al., “*Mematerial electromagnetic cloack at microwave frequencies*”, Science **314**,977 (2006).
- [30] J. B. Pendry, D. Schurig, D. R. Smith, “*Controlling electromagnetic fields*” Science **312**, 1780 (2006).
- [31] X. Zhang and Z. Liu, “*Superlenses to Overcome the Diffraction Limit*”, Nature Materials **7**, 435 (2008).
- [32] N. Yu and F. Capasso, “*Flat optics with designer metasurface*”, Nature Materials **13**, 139 (2014).
- [33] G. B. Arfen, H. J. Weber, F. E. Harris, “*Mathematical Methods for Physicist*”, Academic Press Elsevier, (2013).
- [34] M. Galuzzi, et. al., “*Space-resolved quantitative mechanical measurements of soft and supersoft materials by atomic force microscopy*”, NPG Asia Materials **8**, 327 (2016).
- [35] X. Ni, A. V. Kildshev, “*Metasurface holograms for visible light*”, Nature Communications **4**, 2807 (2014).

## Referências Bibliográficas

---

- [36] N. Fu, P. Genevet, M. A. Kats, F. Aieta, J. P. Tetienne, F. Capasso, Z. Gaburro, “*Light propagation with phase discontinuities: General laws of reflection and refraction*”, Science **334**, 333 (2014).
- [37] H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, H. RubinszteinDunlop, “*Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity*”, Phys. Rev. Lett. **75**, 826 (1995).
- [38] G. Gibson, et al., “*Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum*”, Opt. Express **12**, 5448 (2004).
- [39] S. A. Maier, “*Plasmonics: Fundamentals and Applications*”, Springer, New York (2007).
- [40] H. A. Atwater, “*The promise of plasmonics*”, Scientific American **296**, 56 (2007).
- [41] W. L. Barnes, A. Dereux and T. W. Ebbesen, “*Surface plasmon subwavelength optics*”, Nature **424**, 824 (2003).
- [42] N. Yu and F. Capasso, “*From metamaterials to metadevices*”, Nature Materials **11**, 917 (2012).
- [43] P. Sahatiya, “*Single electron transistor*”, International Journal of Scientific and Engineering Research **4**, 269 (2013).
- [44] J. A. Schuller, E. S. Bernard, W. Cai, Y. C. Jun, J. S. White and M. L. Brongersman, “*Plasmonic for extreme light concentration*”, Nature Materials **9**, 193 (2010).
- [45] C. Genet, T. W. Ebbesen, “*Light in tiny holes*”, Nature Materials **445**, 39 (2007).
- [46] J. N. Anker, W. P. Hall, O. Lindraes, N. C. Shah, J. Zhao, R. P. Duyne, “*Biosensing with plasmonic nanosensors*”, Nature Materials **7**, 442 (2008).

## Referências Bibliográficas

---

- [47] B. M. Reinhard, S. Sheikholeslami, A. Mastroianni, A. P. Alivisatos and J. Liphardt, “*Use of plasmon coupling to reveal the dynamics of DNA bending and cleavage by single EcoRV restriction enzymes*”. Proc. Natl Acad. Sci. USA **104**, 2667 (2007).
- [48] L. Huang, et. al., “*Helicity dependent directional surface plasmon polariton excitation using a metasurface with interfacial phase discontinuity*”, Light: Science and Applications **2**, 70 (2013).
- [49] J. Maciejko, T. L. Hughes and S. Zangh, “*The quantum spin Hall effect*”, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **2**, 31 (2011).
- [50] B.A. Bernevig and S.C. Zhang, “*Quantum spin Hall effect*”, Phys. Rev. Lett. **96**, 106802 (2006).
- [51] K.V. Klitzing, G. Dorda and M. Pepper, “*New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance*”, Phys. Rev. Lett. **45**, 494 (1980).
- [52] M. V. Berry, “*Some Geometric Phases*”, Lectures at CERN, february (1993).
- [53] M. V. Berry, “*Quantal phase factors accompanying adiabatic changes*”, Proc. R. Soc. Lond. A **392**, 45 (1984).
- [54] M. Konig, et. al., “*The quantum spin Hall effect: Theory and experiment*”, J. Phys. Soc. Jap. **3**, 77 (1982).
- [55] D.J. Thoules, M. Kohmoto, P. Nightingale and M. den Nijs, “*Quantized Hall conductance in a two-dimensional periodic potential*”, Phys. Rev. Lett. **49**, 405 (1982).
- [56] M. Kolodrubetz, “*Measuring the second Chern number from nonadiabatic effects*”, Phys. Rev. Lett. **117**, 015301 (2016).
- [57] M. Nakahara, “*Geometry, topology and physics*”, A. Hilger (1990).

## Referências Bibliográficas

---

- [58] C.L. Kane and E.J. Mele, “ $Z_2$  Topological Order and the Quantum Spin Hall Effect”, Phys. Rev. Lett. **95**, 146802 (2005).
- [59] P. H. E. Meijer, “A group theoretical proof of Kramer’s theorem”, Physica **26** 61 (1960).
- [60] J.E. Moore and L. Balents, “Topological invariants of time-reversal-invariant band structure”, Phys. Rev. B **75**, 121306 (2007).
- [61] B. A. Bernevig, T. L. Hughes, S. C. Zhang, “Quantum spin Hall effect and topological phase transition in HgTe quantum wells”, Science **314**, 1757 (2006).
- [62] M. König, et. al., “Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells”, Science, **318**, 766 (2007).
- [63] X. L. Qi and S. C. Zhang, “Quantum spin Hall insulator state in HgTe quantum wells”, Physics Today, **63**, 33 (2010).
- [64] Y. Xia, et. al., “Observation of a large gap topological insulator class with a single Dirac cone on the surface”, Nature, **5**, 398 (2009).
- [65] C. X. Liu, et. al., “Oscillatory crossover from two-dimensional to three-dimensional topological insulators”, Phys. Rev. B, **81**, 041307 (2010).
- [66] A. Karch, “Electric-magnetic duality and topological insulators”, Phys. Rev. Lett. **103**, 171601 (2009).
- [67] A. M. Essin, J. E. Moore and D. Vanderbilt, “Magnetoelectric polarizability and axion electrodynamics in crystalline insulators”, Phys. Rev. Lett. **102**, 146805 (2009).
- [68] J. D. Jackson, “Classical Electrodynamics”, Wiley, New York, Third Edition (1999).
- [69] A. G. Nikitin and O. Kuriksha, “Symmetries of field equations of axion electrodynamics”, Physical Review D **86**, 025010 (2012).

## Referências Bibliográficas

---

- [70] H. C. Ohanian and R. Ruffini, “*Gravitation and Spacetime*”, Cambridge University Press, Third Edition (2012).
- [71] X. L. Qi, T. L. Hughes and S. C. Zhang, “*Topological field theory of time-reversal invariant insulators*”, Phys. Rev. B **78**, 195424 (2008).
- [72] D. J. Griffiths, “*Introduction to Electrodynamics*”, Prentice Hall, Third Edition, (1999).
- [73] L. D. Landau, E. M. Lifshitz, L. P. Pitaevskii, “*Electrodynamics of Continuous Media*”, Pergamon, New York, (1984).
- [74] X. Qi, R. Li, J. Zang, S. Zhang, “*Inducing a magnetic monopole with topological surface states*”, Science **323**, 1184 (2009).
- [75] J. Maciejko, X. Qi, H. D. Drew, S. Zhang, “*Topological Quantization in Units of the Fine Structure Constant*”, Physical Review Letters **105**, 166803 (2010).
- [76] J. M. Fonseca, [?], Tese de Doutorado, Departamento de Física, Universidade Federal de Viçosa, (2012).
- [77] J. M. Fonseca, W. A. Moura-Melo, A. R. Pereira, “*Geometrically induced electric polarization in conical topological insulators*”, Journal of Applied Physics, **111**, Issue 6, p. 064913-064913-4 (2012).
- [78] T.M. Melo, D.R. Viana, W.A. Moura-Melo, J.M. Fonseca, A.R. Pereira, “*Topological cutoff frequency in a slab waveguide: Penetration length in topological insulators walls*”, Physics Letters A **380**, 973 (2016).
- [79] A. A. Reijnders, et. al., “*Optical evidence of surface state suppression in Bi-based topological insulators*”, Phys. Rev. B **89**, 075138 (2014).
- [80] W. Zhang, R. Yu, H. J. Zhang, X. Dai and Z. Fang, “*First-principles studies of the three-dimensional strong topological insulators  $Bi_2Te_3$ ,  $Bi_2Se_3$  and  $Sb_2Te_3$* ”, New J. Phys. **12**, 065013 (2013).

## Referências Bibliográficas

---

- [81] J. Linder, T. Yokoyama, and A. Sudbø, “*Anomalous finite size effects on surface states in the topological insulator  $Bi_2Se_3$* ”, Phys. Rev. B **80**, 205401 (2009).
- [82] R. V. Aguilar, et. al., “*Terahertz response and colossal Kerr rotation from the surface states of the topological insulator  $Bi_2Se_3$* ”, Phys. Rev. Lett. **108**, 087403 (2012).
- [83] J. B. Pendry, A. J. Holden, W. J. Stewart, and I. Youngs, “*Extremely low frequency plasmons in metallic meso structures*”, Phys. Rev. Lett. **76**, 4773 (1996).
- [84] H. Goldstein, C. Poole and J. Sakfo, “*Classical Mechanics*”, Addison Wesley, Third Edition, (2000).
- [85] C. Kittel, “*Introduction to Solid State Physics*”, Wiley, New Jersey, Eight Edition, (2005).
- [86] L. Solymar, E. Shamonina, “*Waves in Metamaterials*”, Oxford University Press Inc., New York, (2009).
- [87] A. K. Sarychev, V. M. Shalaev, [Comment on paper “*Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures*”, JB Pendrey, et. al., Phys. Rev Lett. **76**, 4773 (1996)], arXiv:cond-mat/0103145 (2001).
- [88] Sarychev AK, Shalaev VM, “*Electrodynamics of Metamaterials*”, World Scientific, First Edition (2007).
- [89] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, “*Low frequency plasmons in thin wire structures*”, J. Phys. Condens. Matter, **10**, 4785 (1998).
- [90] J. B. Pendry, A. J. Holden, D. J. Robbins, and W. J. Stewart, “*Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena*”, IEEE Trans. Microw. Theory Tech. **47**, 2075, (1999).
- [91] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, “*Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity*”, Phys. Rev Lett. **84**, 4184, (2000).

## Referências Bibliográficas

---

- [92] V.G. Veselago, “*The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$* ”, Sov. Phys. USPEKHI **10**, 509 (1968).
- [93] The MAFIA Collaboration, Release 4.0, F. Ebeling *et al.*, MAFIA User Guide, (1996).
- [94] J. B. Pendry, “*Negative refraction makes perfect lenses*”, Phys. Rev Lett. **85**, 3966, (2000).
- [95] M. Born and E. Wolf, “*Principles of Optics: Electromagnetic Theory of Propagation, Interference and Diffraction of Light*”, Cambridge University Press, New York, Seventh (Expanded) Edition, (1999).
- [96] R. A. Shelby, D. R. Smith and S. Schultz, “*Experimental verification of negative index refraction*”, Science **292**, 77, (2001).
- [97] J. D. Baena, et. al., “*Equivalent-circuit models for split-ring resonators and complementary split-ring resonators coupled to planar transmission lines*”, IEEE Trans. Microw. Theory Tech. **53**, 1451, (2005).
- [98] Disponível em: <http://marconisociety.org/>
- [99] D. R. Smith, J. B. Pendry, M. C. K. Wiltshire, “*Metamaterials and negative refractive index*”, Science **305**, 788 (2004).
- [100] V. M. Agranovich, A. A. Maradudin, “*Surface Polaritons: Electromagnetic Waves at Surfaces and Interfaces*”, North Holland Publishing Company, Amsterdam, New York, Oxford, (1982).
- [101] A. V. Zayats and I. I. Smolyaninov, “*Near-field photonics: Surface plasmons polaritons and localized surface plasmons*”, Journal of Optics A: Pure and Applied Optics **5**, 16 (2003).
- [102] A. V. Zayats, I. I. Smolyaninov, A. A. Madudin, “*Nano-optics of surface plasmon polaritons*”, Physics Reports **408**, 131 (2005).

## Referências Bibliográficas

---

- [103] R. L. Olmon, et. al., “*Optical dielectric function of gold*”, Phys. Rev. B **86**, 235147 (2012).
- [104] J. M. Pitarke, V. M. Silkin, E. V. Chulkov and P. M. Echenique, “*Theory of surface plasmons and surface plasmons polaritons*”, Rep. Prog. Phys. **70**, 1 (2007).
- [105] A. Trugler, “*Optical Properties of Metallic Nanoparticles*”, Institut für Physik, Fachbereich Theoretische Physik (2011).
- [106] A. Z. Otto, “*Excitation of nonradiative surface plasma waves in silver by the method of frustrated total reflection*”, Physik **216**, 398 (1968).
- [107] E. Kretschmann and H. Raether, “*Radiative decay of non radiative surface plasmons excited by light*”, Z. Naturforsch **23**, 2135 (1968).
- [108] E. S. Park, G. Lee, S. H. Song, C. H. Oh and P. S. Kim, “*Resonant coupling of surface plasmons to radiation modes by use of dielectric gratings*”, Opt. Lett. **28**, 1870 (2003).
- [109] H. L. Offerhaus, et. al., “*Creating focused plasmons by noncollinear phasematching on functional gratings*”, Opt. Lett. **5**, 2144 (2005).
- [110] E. Davaux, T. W. Ebbesen, J. C. Weeber and A. Dereux, “*Launching and decoupling surface plasmons via micro-gratings*”, Appl. Phys. Lett. **83**, 4936 (2003).
- [111] K. D. Parry, J. C. Weeber and A. Dereux, “*Scanning electron microscopy: an introduction*”, Appl. Phys. Lett. **13**, 40 (2000).
- [112] A. Bouhelier, et. al., “*Surface plasmon interference excited by tightly focused laser beams*”, Opt. Lett. **32**, 2535 (2007).
- [113] M. Onoda, S. Murakami and N. Nagaosa, “*Hall effect of light*”, Phys. Rev. Lett. **93**, 083901 (2004).

## Referências Bibliográficas

---

- [114] K. Y. Bliokh and Y. P. Bliokh, “*Conservation of angular momentum, transverse shift, and spin Hall effect in reflection and refraction of an electromagnetic wave packet*”, Phys. Rev. Lett. **96**, 073903 (2006).
- [115] Y. Qin, Y. Li, H. Y. He, and Q. H. Gong, “*Measurement of spin Hall effect of reflected light*”, Opt. Lett. **34**, 2551 (2009).
- [116] Y. Qin, Y. Li, X. B. Feng, Z. P. Liu, H. Y. He, Y. F. Xiao, and Q. H. Gong, “*Spin Hall effect of reflected light at the air-uniaxial crystal interface*”, Opt. Express **18**, 16832 (2010).
- [117] X. Yin, Z. Ye, J. Rho, Y. Wang, X. Zhang, “*Photonic spin Hall effect at metasurfaces*”, Science **339**, 1405 (2013).
- [118] Y. Lee, et. al., “*Observation of photonic spin Hall effect with phase singularity at dielectric metasurfaces*”, Opt. Express **23**, 1767 (2015).
- [119] K. Y. Bliokh, A. Niv, V. Kleiner, and E. Hasman, “*Geometrodynamics of spinning light*”, Nat. Photon. **2**, 748 (2008).
- [120] Y. Qin, Y. Li, H. Y. He, and Q. H. Gong, “*Semiclassical dynamics of electron wave packet states with phase vortices*”, Phys. Rev. Lett. **99**, 190404 (2007).
- [121] M. Born and E. Wolf, “*Principles of Optics*”, Cambridge University Press, Seventh Edition (1999).
- [122] J. Alda, “*Laser and Gaussian Beam and Transformation*”, Encyclopedia of Optical Engineering (2003). Disponível em: <http://users.unimi.it/aqm/wp-content/uploads/JAlda-2003.pdf>
- [123] E. J. Galvez, “*Gaussian Beams*”, Colgate University (2009). Disponível em: <http://www.colgate.edu/portaldata/imagegallerywww/98c178dc-7e5b-4a04-b0a1-a73abf7f13d5/imagegallery/gaussian-beams.pdf>

## Referências Bibliográficas

---

- [124] O. Hosten and P. Kwiat, “*Observation of the spin Hall effect of light via weak measurements*”, Science **319**, 787 (2008).
- [125] O. Hosten and P. Kwiat, “*Giant photonic spin Hall effect in momentum space in a structured metamaterial with spatially varying birefringence*”, Light: Science and Applications **4**, 290 (2015).
- [126] O. Hosten and P. Kwiat, “*Modeling nanoscale V-shaped antennas for the design of optical phased arrays*”, Phys. Rev. B **85**, 155457 (2012).
- [127] S. J. Orfanidis, “*Electromagnetics Waves and Antenas*”, Rutgers University (2004).  
Disponível em: <http://www.ece.rutgers.edu/orfanidi/ewa/>
- [128] C. A. Balanis, “*Antenna Theory, Analysis and Design*”, Wiley, New York, (1982).
- [129] D. R. Wilton and C. M. Butler, “*Efficient Numerical Techniques for Solving Pocklington’s Equation and their Relationships to Other Methods*”, IEEE Trans. Antennas Propagat. **83**, 24 (1976).
- [130] D. R. Wilton and C. M. Butler, “*Efficient Numerical Techniques for Solving Pocklington’s Equation and their Relationships to Other Methods*”, IEEE Trans. Antennas Propagat. **83**, 24 (1976).
- [131] S. Sun, H. T. Chen, W. J. Zheng and G. Y. Guo, “*Observation of photonic spin Hall effect with phase singularity at dielectric metasurfaces*”, Opt. Express **21**, 14591 (2015).
- [132] D. R. Viana, [?], Tese de Doutorado, Departamento de Física, Universidade Federal de Viçosa, (2015).
- [133] A. Delga, J. Feist, J. B. Abad, and F. J. G. Vidal, “*Quantum emitters near a metal nanoparticle: Strong coupling and quenching*”, Phys. Rev. Lett. **112**, 253601 (2014).

## Referências Bibliográficas

---

- [134] A. G. Tudela, P. A. Huidobro, L. M. Moreno, C. Tejedor and F. J. G. Vidal, “*Theory of strong coupling between quantum emitters and propagating surface plasmons*”, Phys. Rev. Lett. **110**, 126801 (2013).
- [135] P. Torma and W. L. Barnes, “*Strong coupling between surface plasmon polaritons and emitters: a review*”, Rep. Prog. Phys. **78** 013901 (2015).
- [136] A. E. Chang, A. S. Sørensen, P. R. Hemmer and M. D. Lukin, “*Quantum optics with surface plasmons*”, Phys. Rev. Lett. **97**, 053002 (2006).
- [137] K. Aydin *et al.*, “*Experimental Observation of True Left-Hand Transmission Peaks in Metamaterials*”, Optics Letters **29**, 2623, (2004).
- [138] E. Shamonina and L. Solymar, “*Diamagnetic Properties of Metamaterials: A Magnostatic Analogy*”, Eur. Phys. J. B **41**, 307, (2004).
- [139] E. N. Economou, Th. Koschny and C. M. Soukoulis, “*Strong Diamagnetic Response in Split-Ring Resonator Metamaterials: Numerical Study and Two Loop Model*”, Phys. Rev. B **77**, 092401, (2008).
- [140] K. O’Brien, H. Shuchowski, J. Rho, A. Salandrino, B. Kante, X. Yin and X. Zhang, “*Predicting Nonlinear Properties of Metamaterials from the Linear Response*”, Nat. Mat. **14**, 379, (2015).
- [141] S. Tang, D. J. Cho, H. Xu, W. R. Shen and L. Zhou, “*Nonlinear Responses in Optical Metamaterials: Theory and Experiment*”, Opt. Express **19**, 18283, (2011).