

RAFAEL PINHEIRO AMANTÉA

**NOVA METODOLOGIA PARA ANÁLISE ENERGÉTICO – EXERGÉTICA
DE SECADORES POR MEIO DE FUNÇÕES DE BASE RADIAL**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2012

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

A484n
2012

Amantéa, Rafael Pinheiro, 1982-

Nova metodologia para análise energético-exergética de
secadores por meio de funções de base radial / Rafael
Pinheiro Amantéa. - Viçosa, MG, 2012.
xx, 136f. : il. (algumas col.) ; 29cm.

Orientador: José Helvecio Martins.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.
Inclui bibliografia.

1. Grãos - Secagem - Modelos matemáticos.
2. Termodinâmica - Análise. 3. Simulação (Computadores).
4. Cálculos numéricos. I. Universidade Federal de Viçosa.
II. Título.

CDD 22. ed. 633.1

RAFAEL PINHEIRO AMANTÉA

**NOVA METODOLOGIA PARA ANÁLISE ENERGÉTICO – EXERGÉTICA
DE SECADORES POR MEIO DE FUNÇÕES DE BASE RADIAL**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do programa de Pós-Graduação em Engenharia Agrícola para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 29 de fevereiro de 2012.

Paulo Marcos de Barros Monteiro

Roberto Precci Lopes

Mauri Fortes
(Coorientador)

Wanyr Romero Ferreira

José Helvecio Martins
(Orientador)

*“... posso não concordar com nenhuma das palavras que você diz,
mas defenderei até a morte o seu direito de dizê-las...”*

Voltaire

Dedico.
À Minha esposa Marcela,
Aos meus pais Edson e Maria Beatriz,
e às minhas irmãs Alexandra e Ana Beatriz,
com Amor e Gratidão.

AGRADECIMENTOS

Ao professor e orientador José Helvecio Martins, por ter me recebido e orientado de forma atenciosa e dedicada.

Ao amigo, professor e orientador Mauri Fortes, pelo exemplo e excelência em conhecimento e pesquisa.

Aos professores que fizeram parte desta equipe, pelos ensinamentos e experiências compartilhadas.

A todos os colegas de pós-graduação que me receberam maravilhosamente e torceram por esta conquista.

Aos amigos do CEFET - OURO PRETO.

Ao CNPq, pela bolsa concedida, que foi fundamental para a realização deste trabalho.

Aos profissionais do IETEC e em especial aos diretores pelo apoio e incentivo.

Ao Antônio Carlos e à Consciente pela experiência prática.

À CIENCIAR e minha sócia, amiga e companheira de pesquisa Gisele Tessari.

A todos que de alguma forma contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS.....	viii
LISTA DE TABELAS.....	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiv
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xix
INTRODUÇÃO GERAL	1
<i>CAPÍTULO 1</i>	4
1.1. INTRODUÇÃO	7
1.2. METODOLOGIA	9
1.2.1. Modelo matemático unidimensional para o processo de secagem em camada espessa.....	9
1.2.2. Eficiências energéticas e exergéticas	12
1.2.3. Parâmetros de simulação e propriedades físicas de grãos de milho.....	15
1.2.4. Solução numérica por meio da técnica de funções de base radial (FBR)	17
1.2.5. Discretização da equação de vapor de água no ar	19
1.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	21
1.3.1. Resultados de validação do modelo e análise de sensibilidade.....	22
1.3.2. Análise de sensibilidade da secagem em camada espessa pela primeira e segunda lei da termodinâmica.....	27
1.3.3. Análise de engenharia das eficiências energéticas e exergéticas simuladas.....	33
1.4. CONCLUSÕES.....	37
1.5. REFERÊNCIAS.....	38

<i>CAPÍTULO 2</i>	42
2.1. INTRODUÇÃO	44
2.2. METODOLOGIA	45
2.2.1. Metodologia para análise do escoamento de ar em silos	45
2.2.2. O método de funções de base radial	47
2.2.3. Aplicação do método de funções de base radial ao problema de escoamento de ar em silos	48
2.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	53
2.3.1. Problema de referência (<i>benchmark</i>) unidimensional	53
2.3.2. Análise bidimensional do escoamento de ar em silos	54
2.4. CONCLUSÕES	57
2.5. REFERÊNCIAS	58
<i>CAPÍTULO 3</i>	60
3.1. INTRODUÇÃO	62
3.2. METODOLOGIA	64
3.2.1. Análise do escoamento de ar em silos	64
3.2.2. Modelagem de processos de secagem bidimensionais	66
3.2.3. O método de funções de base radial	70
3.2.4. Discretização das equações	72
3.2.5. Parâmetros e propriedades físicas de grãos de milho	75
3.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	76
3.3.1. Aplicação da técnica de funções de base radial a problemas convectivos de referência (<i>benchmark</i>)	76
3.3.2. Análise bidimensional do processo de secagem em camada espessa	78
3.4. CONCLUSÕES	90
3.5. REFERÊNCIAS	92

<i>CAPÍTULO 4</i>	96
4.1. INTRODUÇÃO	98
4.2. METODOLOGIA	100
4.2.1. Análise do escoamento de ar em silos	100
4.2.2. Modelagem de processos de secagem bidimensionais	102
4.2.3. O método de funções de base radial	106
4.2.4. Discretização das equações	109
4.2.5. Eficiências energéticas e exergéticas	111
4.2.6. Parâmetros e propriedades físicas de grãos de milho	114
4.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO	115
4.3.1. Testes de acurácia	115
4.3.2. Análise de sensibilidade das curvas de secagem.....	115
4.3.3. Efeito do teor inicial de água, velocidade e temperatura sobre as eficiências de primeira e segunda lei	121
4.3.4. Análise de engenharia das eficiências energéticas e exergéticas simuladas.....	125
4.4. CONCLUSÕES	130
4.5. REFERÊNCIAS	132
Conclusão Geral	136

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Efeito do teor de água inicial sobre a curva secagem.	22
Figura 2. Efeito de diferentes velocidades do ar sobre a curva de secagem.....	23
Figura 3. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a curva de teor médio de água da massa de grãos.	23
Figura 4. Efeito do teor de água inicial na temperatura do ar na saída do secador.	24
Figura 5. Efeito da velocidade do ar de secagem na temperatura do ar na saída do secador.....	25
Figura 6. Efeito da temperatura de secagem no ar de saída do secador. ...	25
Figura 7. Perfil espacial do teor de água na camada de grãos.	26
Figura 8. Perfil espacial de razão de umidade na camada de grãos.	26
Figura 9. Perfil espacial de temperatura do ar.	27
Figura 10. Perfil espacial de temperatura na camada de grãos.....	27
Figura 11. Efeito do teor de água inicial dos grãos na disponibilidade de saída.	28
Figura 12. Efeito da velocidade do ar de secagem na disponibilidade de saída do secador.....	29
Figura 13. Efeito do aumento da temperatura de secagem na disponibilidade de entrada.	30
Figura 14. Efeito do aumento da temperatura do ar de secagem na disponibilidade de saída do secador.	30
Figura 15. Efeito do teor de água inicial do produto nas eficiências de primeira lei.....	31

Figura 16. Efeito do teor de água inicial do produto nas eficiências de segunda lei.....	31
Figura 17. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.....	32
Figura 18. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.....	32
Figura 19. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.....	32
Figura 20. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.....	32
Figura 21. Esboço dos parâmetros de secagem.....	33
Figura 2-1. Solução do problema de referência (benchmark) unidimensional.	54
Figura 2-2. Erro médio quadrático obtido a cada iteração.	54
Figura 2-3. Solução unidimensional do escoamento de ar em uma massa de grãos.	55
Figura 2-4. Convergência do método iterativo para o problema unidimensional do escoamento de ar em uma massa de grãos.	55
Figura 2-5. Linhas de corrente para escoamento bidimensional.....	56
Figura 2-6. Campo de velocidade para escoamento bidimensional.....	56
Figura 2-7. Linhas de pressão para escoamento. Área = $0,5 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$	56
Figura 2-8. Linhas de pressão para escoamento. Área = $0,3 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$	56
Figura 2-9. Linhas de pressão para escoamento. Área = $0,15 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$	56
Figura 2-10. Efeito da variação da área de entrada na vazão.	57
Figura 3-1. Ilustração do problema de convecção pura.	77
Figura 3-2. Solução numérica para o problema convectivo proposto utilizando o número de pontos $N = 50 \times 50$	78
Figura 3-3. Solução analítica para o problema convectivo proposto.....	78

Figura 3-4. Solução numérica com características difusivas para o problema convectivo proposto para $Pe_x = Pe_y = 4$	78
Figura 3-5. Diagrama esquemático do secador.	80
Figura 3-6. Distribuição de nós utilizados para discretização do secador....	80
Figura 3-7. Linhas de corrente para escoamento bidimensional.....	81
Figura 3-8. Campo de velocidades para escoamento bidimensional.....	81
Figura 3-9. Linhas de pressão para escoamento bidimensional.	81
Figura 3-10. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 1 hora de secagem.....	83
Figura 3-11. Distribuição de umidade relativa do ar intergranular depois de 1 hora de secagem.....	83
Figura 3-12. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 1 hora de secagem.....	83
Figura 3-13. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 1 hora de secagem.....	83
Figura 3-14. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 5 horas de secagem.....	84
Figura 3-15. Distribuição de umidade relativa do ar intergranular depois de 5 horas de secagem.....	84
Figura 3-16. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 5 horas de secagem.....	85
Figura 3-17. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 5 horas de secagem.....	85
Figura 3-18. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 15 horas de secagem.....	86
Figura 3-19. Distribuição da umidade relativa do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.....	86
Figura 3-20. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.....	87

Figura 3-21. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 15 horas de secagem.....	87
Figura 3-22. Efeito do teor inicial de água dos grãos sobre a curva de secagem.....	88
Figura 3-23. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a curva de teor médio de água da massa de grãos.....	89
Figura 3-24. Efeito de diferentes vazões sobre a curva de secagem.	90
Figura 4-1. Efeito do teor de água inicial do produto sobre o comportamento da secagem.....	116
Figura 4-2. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre o comportamento da secagem.....	116
Figura 4-3. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre o comportamento da secagem.....	117
Figura 4-4. Efeito do teor de água inicial sobre a temperatura do ar à saída do secador.....	118
Figura 4-5. Efeito da velocidade do ar de secagem na temperatura do ar à saída do secador.....	118
Figura 4-6. Efeito da temperatura de secagem sobre a temperatura do ar à saída do secador.....	119
Figura 4-7. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 15 horas de secagem.....	120
Figura 4-8. Distribuição da umidade relativa do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.....	120
Figura 4-9. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.....	120
Figura 4-10. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 15 horas de secagem.....	120
Figura 4-11. Efeito do teor de água inicial dos grãos sobre a disponibilidade de saída.....	121

Figura 4-12. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre a disponibilidade de saída.....	122
Figura 4-13. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a disponibilidade na saída do secador.....	123
Figura 4-14. Efeito do teor de água inicial do produto sobre eficiências de primeira lei.....	123
Figura 4-15. Efeito do teor de água inicial do produto sobre eficiências de segunda lei.....	123
Figura 4-16. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.....	124
Figura 4-17. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.....	124
Figura 4-18. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.....	124
Figura 4-19. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.....	124
Figura 4-20. Esboço dos parâmetros de secagem	125

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades físicas do milho	15
Tabela 2 - Parâmetros termodinâmicos de entrada usados para as simulações de secagem.....	16
Tabela 3. Coeficientes para obtenção de soluções numéricas para as equações de secagem	20
Tabela 4 - Avaliação dos dados energéticos e exergéticos de secagem.....	36
Tabela 2-1. Coeficientes A e B para o milho debulhado	46
Tabela 2-2. Operadores FBR utilizados na Equação (2.13)	50
Tabela 2-3. Erro máximo e erro médio quadrático (RMS) obtido nas soluções da Equação (2.27) para diferentes valores de ξ	54
Tabela 3-1. Coeficientes A e B para grãos de milho.....	65
Tabela 3-2. Propriedades físicas de grãos de milho	75
Tabela 3-3. Condições de simulação utilizadas	79
Tabela 3-4. Parâmetros numéricos de simulação	79
Tabela 4-1. Coeficientes A e B para grãos de milho.....	101
Tabela 4-2. Propriedades físicas de grãos de milho	114
Tabela 4-3. Avaliação dos dados energéticos e exergéticos de secagem..	126

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	Descrição	Unidade
a	Área superficial da partícula ou grão	$m^2 \cdot m^{-3}$
c	Calor específico	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
h'	Coefficiente de transferência de calor	$W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$
h_{fg}	Calor de evaporação da água no grão	$J \cdot kg^{-1}$
h_g	Entalpia do vapor saturado	$J \cdot kg^{-1}$
I	Irreversibilidade	%
M	Teor médio de água do produto, base seca	$kg \cdot kg^{-1}$
\dot{Q}	Potência do aquecedor	W
P	Pressão	Pa
R	Constante do gás	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
S	Área da seção do secador	m^2
t	Tempo	s
T	Temperatura	K
V	Velocidade	$m \cdot s^{-1}$
W	Razão de umidade do ar	$kg \cdot kg^{-1}$
x	Coordenada espacial	m
y	Fração molar	mol
\bar{h}	Entalpia molar parcial	$J \cdot kg^{-1} \cdot mol^{-1}$
\bar{s}	Entropia molar parcial	$J \cdot kg^{-1} \cdot mol^{-1} \cdot K$
\bar{W}	$= W M_a / M_v$	-
\dot{m}	Vazão mássica	$kg \cdot s^{-1}$

Símbolos gregos

Símbolo	Descrição	Unidade
ρ	Massa específica	$kg \cdot m^{-3}$
ε	Porosidade	decimal
θ	Temperatura do produto	K
ψ	Exergia	$J \cdot kg^{-1}$
μ	Potencial químico	$J \cdot mol^{-1}$
η_1	Eficiência de primeira lei	-
η_2	Eficiência de segunda lei	-

Subscritos

Subscrito	Descrição
a	Ar seco
p	Produto
v	Vapor de água
w	Água líquida
s	Condição de secagem
amb	Ambiente externo ao secador

1	Ar ambiente
2	Ar aquecido, pré-secador
3	Ar pós-secador
d	Secagem, secador
h	Aquecimento
g	Global
0	Referência
00	Estado morto

RESUMO

AMANTÉA, Rafael Pinheiro, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2012. **Nova metodologia para análise energético – exergética de secadores por meio de funções de base radial.** Orientador: José Helvecio Martins. Coorientadores: Mauri Fortes e Marcio Arêdes Martins.

Este trabalho consiste de quatro capítulos. No primeiro capítulo apresenta-se a primeira e segunda lei da termodinâmica como ferramenta de análise e projeto de secadores de grãos e alimentos. O modelo usado na análise de secagem em camada espessa consiste de equações de conservação de massa e energia para o ar e para a massa de grãos, acopladas a uma equação de exergia para o ar de secagem. As eficiências energéticas e exergéticas foram definidas e discutidas a partir de pontos de vista práticos. Uma técnica numérica recente na literatura, funções de base radial, foi utilizada para obter soluções associadas a um sistema de equações diferenciais não lineares, de características puramente convectivas. Os resultados simulados com base na função de base radial cúbica mostraram excelente acurácia quando comparados a problemas de benchmark (equação de Burger) e dados experimentais disponíveis na literatura referentes a secagem em camada espessa. A partir dos resultados obtidos, um estudo paramétrico de sensibilidade foi feito envolvendo a temperatura e a velocidade intersticial de secagem. Verificou-se também o efeito do teor de água inicial dos grãos. As análises permitiram uma visão geral do fenômeno de secagem por meio de perfis temporais e espaciais das temperaturas do ar e dos grãos, razão de umidade do ar e análises energéticas e exergéticas do processo. Uma análise detalhada das eficiências de primeira e segunda lei é apresentada. O segundo capítulo apresenta uma metodologia para a obtenção dos campos de velocidade e pressão em silos de processamento de grãos. O estudo do perfil do fluxo de ar é de grande importância para convecção adequada e boa qualidade do produto seco. Um esquema numérico baseado em funções de base radial (FBR) é usado para resolver uma versão altamente não-linear e modificada da equação de Navier-

Stokes, aplicada ao fluxo de ar em meios porosos. A aproximação numérica para a solução é obtida por meio de uma versão modificada da aproximação FBR para a equação de difusão não-linear. Um esquema numérico simples, mas altamente eficaz, é proposto e demonstra-se que ele conduz a soluções altamente seguras e rápidas, tanto no caso de configurações geométricas unidimensionais quanto bidimensionais. No capítulo 3 apresenta-se um estudo de simulação de secadores utilizando um modelo bidimensional para secagem em camada espessa. Um sistema de secagem de milho foi simulado de modo a analisar seu comportamento temporal e espacial de secagem. A recente técnica de funções de base radial foi empregada para resolver um sistema de equações diferenciais parciais não-lineares, acoplado ao modelo de escoamento em meios porosos. Soluções de benchmark em duas dimensões foram obtidas ao utilizar o método de FBR para resolver a equação de convecção pura. Foram obtidos perfis espaciais de temperatura do ar de secagem e da massa de grãos, umidade relativa do ar intergranular e teor de água dos grãos. Um estudo paramétrico de sensibilidade foi feito envolvendo a temperatura e a velocidade intersticial de secagem. Ao final apresenta-se a integração de todos os capítulos para uma análise transiente e espacial energético-exergética do processo de secagem em camada espessa em duas dimensões. A modelagem até então apresentada e suas respectivas técnicas de solução, foram utilizadas para simular o processo de secagem. A metodologia para as análises energéticas e exergéticas foi expandida e aplicada para analisar o processo bidimensional de secagem em camada espessa. Um estudo paramétrico foi feito abrangendo as diferentes velocidades, temperaturas e teores de água dos grãos. Os resultados incluem perfis temporais e espaciais para as temperaturas do ar e da massa de grãos, umidade relativa e teor de água dos grãos. Mais especificamente, as variações temporais e espaciais de todos os parâmetros de secagem foram discutidas, assim como seus efeitos e suas eficiências energéticas e exergéticas associadas. Os dados resultantes mostram que este trabalho é de grande importância para os projetistas e pesquisadores de secagem. A metodologia apresentada

permite análises futuras envolvendo diferentes geometrias e tipos de secadores.

ABSTRACT

AMANTÉA, Rafael Pinheiro, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2012. **New methodology for energy and exergy analysis of dryers using radial basis function.** Adviser: José Helvecio Martins. Co-Advisers: Mauri Fortes and Marcio Arêdes Martins.

This work consists of four sections. The section one presents the use of the first and second laws of thermodynamics as a tool to the effective analysis and design of food and cereal grain dryers. The model used in the analysis of deep-bed grain drying consisted of mass and energy conservation equations for the air and grain bed, coupled to an equation for the drying air exergy. Energy and exergy efficiencies are defined and discussed from practical viewpoints. The numerical solutions of the associated non-linear coupled advection-dominated partial differential equations were obtained by means of a scheme based on the meshless radial basis function method. The simulated results, based on the cubic radial basis function, showed excellent accuracy when compared to the benchmark Burger's equation analytical solutions and experimental literature available data for deep-bed corn grain drying. Given these results, a parametric sensitivity study was undertaken involving corn drying air temperatures and interstitial velocities. The analyses allows a full view of the drying phenomena by presenting numerical temporal and spatial profiles of air and corn temperatures, bed moisture ratios, corn moisture content and related first and second law efficiencies. A detailed analysis of available first and second law drying efficiencies is presented. The second part presents a methodology for obtaining the pressure and velocity fields in grain processing bins. All types of dryers require knowledge of the air flow profile for adequate convection and good quality of the dried product. A numerical scheme based on radial basis functions (RBF) is used to solve the highly non-linear modified version of Navier-Stokes' equation, applied to air flow in bed porous media. The numerical approximation to the solution is obtained via a modified version of the RBF approximation for the non-linear diffusion equation. A simple, yet highly effective, numerical

scheme is thus presented and shown to lead to highly accurate and fast solutions to both one-dimensional and two-dimensional geometric configurations. A simulation study of dryers is presented in section three. A two dimensional deep bed drying model was applied. A corn drying system was simulated in order to analyze its temporal and spatial drying behavior. The recent radial basis function technique was employed to solve the associated non-linear set of differential partial equations. The numerical approximation to the velocity profile is obtained. Benchmark solutions were obtained solving the two dimensional advection equation. Spatial profiles for drying air temperature, corn temperature, relative humidity and moisture content are presented. A parametric sensitivity study was undertaken involving corn drying air temperatures and drying air velocities and initial bed moisture contents. In the last section a transient and spatial energy and exergy analysis of two dimensional deep-bed corn drying is presented. The methodology for the energetic and exergetic analysis was expanded and applied to analyze the two-dimensional deep-bed drying. A parametric study was carried on by spanning air temperature, interstitial velocity and initial bulk grain moisture contents. The results include time and spatial profiles for air and corn temperatures, bed relative humidity and most important, corn moisture content. More specifically, the temporal and spatial variations of all drying parameters are discussed as to their effects on the associated first and second law efficiencies. Therefore, this work should be of value to dryer designers and for future drying research objectives.

INTRODUÇÃO GERAL

Os processos de secagem de grãos cereais e de alimentos são grandes consumidores de energia e devem ser avaliados sob o ponto de vista econômico e de engenharia. Questões ligadas à velocidade e custo de secagem, qualidade e tecnologia necessárias exigem definições mais precisas de eficiência de secagem. Este trabalho trata de parte das questões da análise de compatibilidade termodinâmica entre ambiente e produto, ao levar em consideração a primeira e segunda lei da termodinâmica. Em outras palavras, a metodologia, em princípio, permite associar a melhor fonte térmica de calor ao secador, e, eventualmente, possibilita um estudo de viabilidade econômica de diferentes fontes de energia associada ao processo. A otimização do processo de secagem deve levar em consideração os seguintes aspectos:

- O produto e suas características associadas à secagem; a qualidade final desejada do produto.
- Conhecimento do processo de secagem do produto e possibilidade de modelagem.
- O tipo de secador (por exemplo: concorrente, contracorrente, fluxo cruzado, convectivo, dentre outros.).
- O tipo de energia a ser utilizada (elétrica bomba de calor, solar, ar ambiente, biomassa, carvão mineral, etc.).
- O tempo de residência do produto.
- Qualidade do produto final.
- Considerações ambientais e, de forma mais geral, de sustentabilidade.
- Mais especificamente, a otimização do tempo de residência do produto, tendo por base considerações de fenômenos de transporte, que incluem a modelagem do processo de secagem,

dadas as propriedades físicas, biológicas e de qualidade do produto final.

A modelagem de fontes energéticas depende de condições climáticas, custos, eficiência energética, eficiência exergética e do tipo de secador.

Assim, neste trabalho se propõe uma integração entre a modelagem a ser desenvolvida e o processo global de secagem.

O objetivo geral deste trabalho é apresentar uma nova metodologia para análise energética e exergética do processo de secagem de grãos por meio da primeira e da segunda lei da termodinâmica, utilizando-se uma técnica recente, funções de base radial, para solução das equações resultantes.

O conteúdo a ser apresentado nos quatro capítulos a seguir visa especificamente atingir as seguintes metas:

- Apresentar um esquema numérico unidimensional e bidimensional com base na técnica recente de funções de base radial para resolver as equações advectivas associadas à secagem em camada espessa.
- Efetuar testes de calibração utilizando soluções analíticas para problemas advectivos uni e bidimensionais.

Aplicar o método de FBR ao problema de escoamento de ar em silos, comparando a solução com problemas de referência (*benchmark*) e dados da literatura.

- Apresentar um modelo espacialmente discretizado para o processo de secagem de grãos em camada espessa em uma e duas dimensões que inclua os balanços de massa e energia acoplados às equações de exergia.
- Validar o modelo e sua solução numérica a partir de dados disponíveis na literatura para secagem em camada espessa.

- Apresentar uma análise de sensibilidade com objetivo de compreender as principais características do processo de secagem, levando em conta as eficiências energéticas e exergéticas.
- Apresentar uma nova metodologia para avaliar as eficiências de primeira e segunda lei do processo de secagem em camada espessa.

CAPÍTULO 1

ANÁLISE TRANSIENTE E ESPACIAL DO PROCESSO DE SECAGEM EM CAMADA ESPESSA UTILIZANDO A PRIMEIRA E SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA

RESUMO

Este trabalho utiliza a primeira e segunda lei da termodinâmica como ferramenta de análise e projeto de secadores de grãos e alimentos. O modelo usado na análise de secagem em camada espessa consiste de equações de conservação de massa e de energia para o ar e para a camada de grãos, acopladas a uma equação de exergia para o ar de secagem. As eficiências energéticas e exergéticas foram definidas e discutidas a partir de pontos de vista práticos. A técnica numérica com base em funções de base radial foi utilizada para obter soluções associadas a um sistema de equações diferenciais não lineares, com características puramente convectivas. Os resultados simulados com base na função de base radial cúbica mostraram excelente acurácia quando comparados a problemas usados como referências, neste caso a equação de Burger, e a dados experimentais disponíveis na literatura referentes à secagem em camada espessa. A partir dos resultados obtidos, um estudo paramétrico de sensibilidade foi realizado envolvendo a temperatura e a velocidade intersticial de secagem nas faixas de 30 a 70°C e 0,2 a 0,6 m.s⁻¹, respectivamente. Verificou-se também o efeito do teor de água inicial da camada de grãos nas faixas de 0,25 a 0,33 bs. As análises permitiram uma visão geral do fenômeno de secagem por meio de perfis temporais e espaciais das temperaturas do ar e dos grãos, teor de água dos grãos, razão de umidade do ar e análises energética e exergética do processo. Observou-se que a velocidade do ar de secagem é um fator dominante, afetando a velocidade de secagem e a eficiência energética e a exergética do processo nas condições investigadas. Uma análise detalhada da eficiência de primeira e de segunda lei da termodinâmica foi apresentada. Os baixos valores de

eficiência exergética recomendam o uso adequado de uma fonte externa de exergia ao secador.

Palavras chave. Secagem convectiva; Secagem de milho em camada espessa; Eficiência de secagem; Simulação de secagem; Eficiência exergética; Eficiência energética.

***TRANSIENT AND SPATIAL ENERGY AND EXERGY
ANALYSES OF DEEP-BED CORN DRYING***

ABSTRACT

This work addresses the use of the first and second laws of thermodynamics as a tool to the effective analysis and design of food and cereal grain dryers. The model used in the analysis of deep-bed grain drying consisted of mass and energy conservation equations for the air and grain bed, coupled to an equation for the drying air exergy. Energy and exergy efficiencies are defined and discussed from practical viewpoints. The numerical solutions of the associated non-linear coupled advection-dominated partial differential equations were obtained by means of a scheme based on the meshless radial basis function method. The simulated results, based on the cubic radial basis function, showed excellent accuracy when compared to the benchmark Burger's equation analytical solutions and experimental literature available data for deep-bed corn grain drying. Given these results, a parametric sensitivity study was undertaken involving corn drying air temperatures and interstitial velocities in the ranges of 30-70°C and 0.2-0.6 m.s⁻¹, respectively, and initial bed moisture contents ranging from 0.25 to 0.33 db. The analyses allows a full view of the drying phenomena by presenting numerical temporal and spatial profiles of air and corn temperatures, bed moisture ratios, corn moisture content and related first and second law efficiencies. The numerical results show that drying air velocity is the dominant factor affecting drying speed and energy and exergy efficiencies under the investigated conditions. A detailed analysis of available first and second law drying efficiencies is presented. The usual low values of the exergy efficiencies recommends adequate coupling of the external exergy source to the dryer requirements. Therefore, the resulting data show that this work should be of value to dryer designers and for drying research objectives.

Keywords. Convective drying; Deep bed corn drying; Drying efficiency; Drying simulation; Exergy efficiency; Energy efficiency.

1.1. INTRODUÇÃO

Nos tempos atuais percebe-se crescimento quase exponencial em Pesquisa e Desenvolvimento associado ao processo de secagem de produtos agrícolas numa escala global (MUJUMDAR, 2007). Taxas e custos de secagem, qualidade do produto e tecnologias relacionadas à secagem, são de suma importância devido às condições de mercado altamente dinâmicas. Um processo de secagem eficaz deve levar em consideração questões atreladas à sustentabilidade. Neste contexto, o acoplamento de análises energéticas e exergéticas são ferramentas importantes para a modelagem e otimização do processo de secagem.

Disponibilidade termodinâmica ou análise exérgica é uma metodologia usada para desenvolver e avaliar estratégias, tendo como base a primeira e segunda lei da termodinâmica (BEJAN, 1997; MORAN, 1989; SZARGUT et al., 1988; WARK, 1995). Por esta razão, o estado de referência ou, ambiente de referência, precisa ser definido (DINCER e SAHIN, 2004; MORAN, 1989; WALL, 1977). Ao contrário da energia, a exergia não está sujeita a uma lei de conservação. Irreversibilidades podem ocorrer em todos os processos naturais, consumindo ou destruindo exergia. A análise exérgica se torna, então, uma ferramenta essencial para o desenvolvimento e otimização de sistemas (DINCER e SAHIN, 2004), redução do custo operacional, conservação de energia, seleção de combustíveis e indicadores de níveis de poluição (AKPINAR 2004). Análises exérgicas têm sido aplicadas a diversos processos consumidores de energia (BEJAN, 1997; DINCER e AL-MUSLIM, 2001; AKDENIZ et al., 2002), sendo também utilizadas para avaliar os compromissos entre o consumo de energia e sustentabilidade (ROSEN e DINCER, 2001).

Análises energéticas de secagem em camada espessa têm sido extensivamente utilizadas (BROOKER et al., 1992; ZARE e CHEN, 2009; SUN et al., 1995). No entanto, análises exérgicas não são usuais em processos agrícolas e alimentícios, além de não serem mencionadas em livros clássicos sobre secagem (BROOKER et al., 1992; KEEY, 1972; STRUMILLO e LOPEZ-CACICEDO, 1987). Karackus et al (2002) e Akdeniz

et al. (2002) mostraram, por meio de uma análise exérgica, que a secagem é responsável por 68 % da quantidade de energia disponível em um processo de extrusão em pelotas. A literatura recente mostra aplicações do conceito de exérgia a diversas análises de secagem (FORTES e FERREIRA, 2004; DINCER e SAHIN, 2004; INABA et al., 2007; OZGENER e OZGENER, 2009; ALTA et al., 2010; PROMMAS et al., 2010a-b;). Contudo, a literatura mais recente disponível não se refere a modelos para análises exérgicas de processos de secagem discretizados no tempo e no espaço. Este é um dos objetivos deste trabalho.

A análise da secagem requer a solução de um conjunto de equações diferenciais parciais (EDP), dominadas pela advecção. Os métodos numéricos tradicionais de elementos, volumes e diferenças finitas freqüentemente requerem técnicas complexas de programação e refinamento de malha, principalmente quando aplicados a problemas em duas ou três dimensões e, ou, domínios complexos (FRANÇA et al., 1994; KANSA & HON, 2000; DEGHAN & TATARI, 2006). A complexidade da aplicação dos métodos já mencionados para EDPs hiperbólicas é conhecida na literatura (ZIENKIEWICZ & TAYLOR, 1991; HOFFMAN, 1992; LI et al., 2002). Recentemente, técnicas numéricas surgiram na literatura, tais como esquemas de elementos livres de Galerkin, interpolações locais e funções de base radial (FBR) (DEGHAN & TATARI, 2006). Dentre estes métodos, o método de funções de base radial vem ganhando a atenção cada vez mais de pesquisadores, devido à sua acurácia, simplicidade e facilidade de implementação (SANTOS et al., 2009; KANSA, 1990; SARRA, 2005; DEGHAN & TATARI, 2006).

Na literatura revista, não foi encontrada aplicação alguma de funções de base radial para resolver um sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas semelhantes às necessárias para simular o processo de secagem em camada espessa.

Tendo como base a literatura revista, os objetivos principais deste trabalho foram:

- Apresentar um modelo espacialmente discretizado para o processo de secagem de grãos em camada espessa unidimensional que

inclua os balanços de massa e energia acoplados às equações de exergia.

- Apresentar uma nova metodologia para avaliar as eficiências de primeira e segunda lei do processo de secagem em camada espessa.
- Apresentar um esquema numérico com base na técnica recente de funções de base radial para resolver as equações advectivas associadas à secagem em camada espessa.
- Validar o modelo e sua solução numérica a partir de dados disponíveis na literatura para secagem em camada espessa.
- Apresentar uma análise de sensibilidade com objetivo de compreender as principais características do processo de secagem, levando em conta as eficiências energéticas e exergéticas.

1.2. METODOLOGIA

1.2.1. Modelo matemático unidimensional para o processo de secagem em camada espessa

O modelo matemático unidimensional consiste de equações de massa, energia e secagem em camada fina, acopladas a uma equação de exergia para o ar de secagem. O modelo não requer uma equação de momentum. As equações têm origem nos trabalhos de Fortes (2004) e Fortes & Ferreira (2004). Com exceção da equação de exergia, as equações podem ser reduzidas à forma equivalente ao modelo de Zare & Chen (2009) e a uma expansão do modelo de Brooker et al. (1992). O desenvolvimento das equações inclui as seguintes considerações:

- O ar de secagem é uma mistura de gases ideais.
- As paredes do secador são adiabáticas.
- A expansão ou contração da camada de grãos submetida ao processo de secagem é desconsiderada.

- A condução de calor entre os grãos na camada é negligenciada.
- Consideram-se os grãos como fonte ou sumidouro de vapor, com gradientes de temperatura interna desprezíveis.
- A massa de grãos é uniformemente distribuída dentro do secador.

A equação de continuidade para o vapor de água no ar estabelece que a taxa de variação de massa dentro do volume de controle, e o fluxo líquido de massa, através da superfície de controle, seja igual à taxa de variação da quantidade de vapor gerado dentro do volume de controle devido à secagem. Desconsiderando os termos de acúmulo de vapor em relação aos outros termos, a equação de continuidade para o vapor de água contido no ar de secagem pode ser escrita da seguinte forma:

$$\varepsilon \rho_a \frac{\partial W}{\partial t} = -\varepsilon \rho_a V \frac{\partial W}{\partial x} - \rho_p \frac{\partial M}{\partial t} = -G_a \frac{\partial W}{\partial x} - \rho_p \frac{\partial M}{\partial t} \quad (1.1)$$

em que:

- W - Razão de umidade do ar (relação entre a quantidade de vapor presente em uma massa de ar úmido e a quantidade de ar seco), $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- t - Tempo, s;
- V - Velocidade do ar, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- M - Teor local médio de água do produto, base seca (relação entre a quantidade de água presente em uma massa produto úmido e essa mesma quantidade de massa completamente seca), $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- ρ_s - Massa específica do produto seco, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- ρ_a - Massa específica do ar seco, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

ε - Porosidade da massa de produto, decimal.

A primeira lei da termodinâmica aplicada ao ar de secagem estabelece que a taxa de variação de entalpia dentro do volume de controle, e o fluxo líquido de entalpia, através da superfície de controle, seja igual ao calor transferido pela massa de grãos. Desconsiderando os termos de acúmulo de entalpia em relação aos outros termos, obtém-se:

$$\rho_a \varepsilon \frac{\partial T}{\partial t} = -v \frac{\partial T}{\partial x} - \frac{h'a(T-\theta)}{(c_a + Wc_v)} \quad (1.2)$$

em que:

- h' - Coeficiente convectivo de transferência de calor, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$;
- a - Área superficial da partícula (área por unidade de volume da massa de grãos), $m^2 \cdot m^{-3}$;
- T - Temperatura do ar, K;
- θ - Temperatura do produto, K;
- c_a - Calor específico do ar seco, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$;
- c_v - Calor específico do vapor de água, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

A soma das entalpias necessárias para aquecer os grãos e evaporar a água no interior do grão é igual à quantidade de energia transferida por convecção do ar para os grãos.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{h'a(T-\theta)}{\rho_p(c_p + c_w M)} + \frac{[h_{fg} + c_v(T-\theta)]}{(c_p + c_w M)} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (1.3)$$

O parâmetro h_{fg} ($J \cdot kg^{-1}$) se refere ao calor latente de evaporação da água no grão e c_w se refere ao calor específico da água líquida.

Para resolver o sistema de equações (1.1), (1.2) e (1.3), escrito em termos de quatro variáveis dependentes W , T , θ e M , faz-se necessária a adição de uma equação para a taxa de secagem local, ou taxa de secagem

em camada fina. A taxa de secagem pode ser obtida por modelos empíricos, mecânicos ou termodinâmicos que permitem descrever o transporte de massa e de energia no interior dos grãos (FORTES & OKOS, 1981). Uma prática usual é assumir que um único grão ao secar se comporta como uma camada fina de grãos.

Neste trabalho, utilizou-se a equação de secagem em camada fina proposta por Troeger & Hukill (1971), para milho em grãos. A descrição dos parâmetros e o seu desenvolvimento podem ser encontrados detalhadamente em Troeger & Hukill (1971) e Brooker et al. (1974).

Para calcular o teor de água de equilíbrio utilizou-se a equação proposta por Brooker et al. (1974) descrita no Apêndice 2 deste trabalho.

As condições iniciais e de contorno necessárias para solução do sistema de equações são:

$$\text{Condição inicial: } \begin{cases} W(x,0) = W_{inicial} \\ T(x,0) = T_{inicial} \\ \theta(x,0) = \theta_{inicial} \\ M(x,0) = M_{inicial} \end{cases} \quad (1.4)$$

$$\text{Condição de contorno: } \begin{cases} W(0,t) = W_s \\ T(0,t) = T_s \end{cases} \quad (1.5)$$

1.2.2. Eficiências energéticas e exergéticas

Um dos objetivos deste trabalho foi obter expressões para as eficiências energéticas e exergéticas de secadores de grãos em camada espessa. As eficiências podem ser obtidas a partir das características termodinâmicas do ar de entrada e os perfis espaciais de secagem obtidos por meio das soluções numéricas. Desta forma não há necessidade de uma equação de exergia na forma discretizada.

Seguindo a notação feita por Wark (1995) no desenvolvimento da equação de exergia, o subscrito “0” é utilizado para identificar as propriedades termomecânicas e o subscrito “00” representa as propriedades do ambiente. Desta maneira o ambiente do secador é descrito pelas

propriedades intensivas T_0 , P_0 e μ_{00} , em que μ_{00} é o potencial químico do elemento no estado do ambiente conhecido.

A equação a seguir permite avaliar a exergia total, Ψ_{tot} , em processos psicrométricos e inclui os termos para o equilíbrio mecânico e termomecânico (MORAN, 1989; BEJAN, 1997; WARK, 1995).

$$\Psi_{tot} = \sum_i y_i (\bar{h}_i - T_0 \bar{s}_i - \mu_{i,00}) \quad (1.6)$$

em que:

- Ψ_{tot} - Exergia total, $J \cdot kg^{-1}$
- y_i - Fração molar do componente i, mol ;
- \bar{h}_i - Entalpia molar parcial, $J \cdot kg^{-1} \cdot mol^{-1}$;
- \bar{s}_i - Entropia molar parcial, $J \cdot kg^{-1} \cdot mol^{-1} \cdot K^{-1}$;
- μ_{00} - Potencial químico do iésimo elemento no estado do ambiente conhecido, $J \cdot mol^{-1}$.

Quando o ar ambiente se comporta como uma mistura de gases binários ideais, compostos de ar seco e vapor d'água, a Equação (1.6) leva à seguinte expressão para a exergia total (MORAN, 1989; BEJAN, 1997; WARK, 1995):

$$\Psi_{tot} = (c_a + W c_v) \left[T - T_0 - T_0 \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \right] + (1 + \bar{W}) R_a T_0 \ln \left(\frac{P}{P_0} \right) + R_a T_0 \left[(1 + \bar{W}) \ln \left(\frac{1 + \bar{W}_{00}}{1 + \bar{W}} \right) + \bar{W} \ln \left(\frac{\bar{W}}{\bar{W}_{00}} \right) \right] \quad (1.7)$$

Em que R_a é a constante do ar seco, R_v é a constante do vapor de água e \bar{W} se refere à massa molecular da razão de umidade. A umidade específica W se refere ao valor molar de \bar{W} por meio da equação $\bar{W} = 1,608W$. O último termo desta equação se refere a exergia química.

Dincer & Sahin (2004) apresentam expressões para eficiências energéticas e exergéticas em processos de secagem, sem considerar mudanças espaciais e temporais nos parâmetros de secagem. Contudo, as eficiências de primeira e segunda lei utilizadas para evaporar a água contida na camada de produto que está sendo secada dependem diretamente dos valores temporais e espaciais de temperatura e teor de água do produto. Este fato diferencia o tratamento neste trabalho de outros modelos apresentados na literatura (DINCER & SAHIN, 2004; FORTES, 2004).

Neste trabalho a eficiência energética é definida por:

$$\eta_1 = \frac{\text{Energia usada para evaporar água do grão}}{\text{Entalpia disponível (incorporada) ao ar de secagem}} \quad (1.8)$$

Assim, matematicamente, a eficiência energética entre os tempos t e $t+\Delta t$ é definida por:

$$\eta_1 = \frac{\rho_p S \int_0^{\Delta t} \int_0^x h_{fg} \frac{\partial M}{\partial t} dx dt}{\dot{m}_a [c_a (T_s - T_{amb}) + W_s (h_g(T_s) - h_g(T_{amb}))] \Delta t} \quad (1.9)$$

Em que S é a área da seção do secador, x é a espessura da camada de grãos, h_g é a entalpia do vapor saturado à temperatura de mistura, \dot{m}_a é a vazão mássica de ar seco, M é o teor de água médio do produto na seção do secador, T_s é a temperatura do ar de secagem, T_{amb} é a temperatura do ar ambiente e W_s é razão de mistura do ar se secagem. O ar de secagem tende a aumentar a temperatura do vapor oriundo da água do grão. A presente definição de eficiência energética não considera este fato devido ao foco do problema estar apenas na secagem.

A eficiência exergética pode ser definida por:

$$\eta_2 = \frac{\text{Exergia usada para evaporar água do grão}}{\text{Exergia de entrada no sistema}} \quad (1.10)$$

Matematicamente a eficiência exergética pode ser definida por:

$$\eta_2 = \frac{\rho_p S \int_0^{\Delta t} \int_0^x h_{fg} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) \frac{\partial M}{\partial t} dx dt}{\dot{m}_a \Delta H_a \Delta t} \quad (1.11)$$

Em que $\dot{m}_a \cdot \Delta H_a \cdot \Delta t$ se refere à disponibilidade (exergia) na entrada do secador, definida como a variação de entalpia do ar de secagem mostrada no denominador da Equação (1.11), devido ao uso de um combustível ou eletricidade. As equações (1.9) e (1.11) foram resolvidas numericamente.

1.2.3. Parâmetros de simulação e propriedades físicas de grãos de milho

Neste item, apresentam-se todos os parâmetros presentes nas simulações realizadas. A Tabela 1 contém as propriedades físicas do grão de milho associadas à secagem.

Tabela 1 - Propriedades físicas do milho

Propriedade ou parâmetro de secagem	Equação ou valor	Ref.
Calor específico do grão de milho seco	$c_p = 1122 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$	(1-2)
Calor latente de vaporização do grão (J.kg^{-1})	$H_{fg} = 2,326 \times 10^6$	(1-2)
Área do grão de milho por unidade de volume	$a = 784 \text{ m}^2 \text{ m}^{-3}$	(1-2)
Massa específica do grão seco	$\rho_p = 620 \text{ kg m}^{-3}$	(1-2)
Porosidade do grão de milho	$\varepsilon = 0,44$	(1-2)
Coefficiente de transferência de calor do grão	$h' = 31,5 \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-1}$	(1)

(1) Bakker-Arkema et al. (1978); (2) França et al. (1994).

A Tabela 2 contém os dados termodinâmicos utilizados nas simulações.

Tabela 2 - Parâmetros termodinâmicos de entrada usados para as simulações de secagem

Simulações realizadas	Parâmetros de secagem						
	T_s (°C)	W_s (kg/kg)	M_0 (bs)	W_0 (kg/kg)	T_0 (°C)	θ (°C)	V (m/s)
Condições simulação utilizadas por Brooker et al (1974)	50	0,006	0,33	0,006	15	15	0,083
Efeito da velocidade do ar de secagem.	50	0,006289	0,33	0,006289	20	20	0,2 0,4 0,6
Efeito da temperatura do ar de secagem.	35 50 70	0,006289	0,33	0,006289	20	20	0,2
Efeito do teor de água inicial dos grãos	50	0,006289	0,33 0,30 0,25	0,006289	20	20	0,2

O estado morto foi definido neste trabalho por $T_0 = 25^\circ\text{C}$, $P_0 = 101,3$ kPa (1 atm), $w_{00} = 0,011921\text{kg/kg}$, $\tilde{w}_{00} = 0,019165$, $y_{v,00} = 0,018804$ e $rh_0 = 60\%$.

As propriedades termodinâmicas utilizadas nas simulações incluem: $R_a = 287 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $R_v = 461 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $c_a = 1005 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $c_v = 1880 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $c_w = 4187 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$. Os demais dados termodinâmicos podem ser obtidos em livros clássicos de termodinâmica (WARK, 1995).

Tendo como base Brooker et al.(1974) a espessura da camada de grãos e a secção de área utilizados foram $x = 0,6096 \text{ m}$ e $S = 0,1090 \text{ m}^2$, respectivamente. As simulações foram feitas até que o teor médio de água fosse superior a 0,12 bs.

1.2.4. Solução numérica por meio da técnica de funções de base radial (FBR)

Este trabalho utiliza o recente método de funções de base radial para resolver o sistema não linear de equações diferenciais, que compõem o modelo proposto para simular a secagem em camada espessa.

Uma função de base radial (FBR) é uma função de valor real dependente apenas da distância entre $x \in R_d$ e um ponto fixo $x_j \in R_d$, conhecido como centro, dada pela seguinte expressão:

$$\phi_j(x) = \phi(x, x_j) = \phi(\|x - x_j\|) \quad (1.12)$$

A norma adotada neste trabalho é a distância Euclidiana. Cada FBR $\phi_j(x)$ é radialmente simétrica em relação ao centro x_j . Funções de base radial podem, efetivamente, interpolar funções. Para isto, considere $f(x)$ uma função definida em todos os pontos $x_i, i = 1, \dots, N$, assim $f(x_i) = f_i$. Definindo r_j como a norma Euclidiana, $r_j = \|x - x_j\|$, a aproximação de $f(x)$ por meio de uma FBR pode ser definida pela Equação (1.13).

$$f_-(x) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(\|x - x_j\|) \quad (1.13)$$

Desta maneira, nos pontos nodais $f_-(x_i) = f(x_i)$. Conseqüentemente, a solução do seguinte sistema de equações lineares é a expansão dos coeficientes λ_j , definida pela Equação (1.14).

$$\sum_{j=1}^n H_{i,j} \cdot \lambda_j = f_i \quad \text{ou} \quad H \cdot \lambda = f; \quad \forall H_{i,j} = \phi(\|x_i - x_j\|) \quad (1.14)$$

Seja $u(x_j, t)$ uma função dependente de um vetor espacial de dimensão n , $x = (x_1, x_2, \dots, x_d), \in \Omega \subset R_n$, e do tempo t . Em problemas unidimensionais, o vetor $x = x_j$ está associado ao número N de pontos de colocação, que coincidem com a coordenada x de interesse. Os coeficientes λ_j foram considerados como dependentes do tempo, ou seja, eles modificam a cada intervalo de tempo, de modo a satisfazer à equação de

interpolação em cada passo de tempo, conforme expresso pela Equação (1.15).

$$u(\mathbf{x},t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|) \quad (1.15)$$

Algumas funções de base radial típicas são citadas a seguir, de acordo com Fasshauer (2007).

Thin plate spline -
TPS: $\phi(r_j) = r_j^4 \log(r_j)$ (1.16)

Multiquádrica - MQ: $\phi(r_j) = \sqrt{c^2 + r_j^2}$ (1.17)

Cúbica: $\phi(r_j) = r_j^3$ (1.18)

Gaussiana: $\phi(r_j) = e^{-c^2 r_j^2}$ (1.19)

Nas funções Multiquádrica e Gaussiana, o parâmetro c é uma constante empírica e refere-se ao fator de forma.

O método de funções de base radial será aplicado para discretizar o sistema hiperbólico de equações, Equações (1.1), (1.2), e (1.3). Fazendo $u_k = u_k(\mathbf{x},t)$, como referência a qualquer variável dependente, a sua respectiva derivada parcial pode ser escrita na forma da Equação (1.20).

$$\frac{\partial u_k}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{j=1}^N \lambda_{kj}(t) \frac{\partial \phi(r_j)}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{j=1}^N \lambda_{kj}(t) \frac{\partial \phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|)}{\partial \mathbf{x}} \quad (1.20)$$

A expansão para três dimensões pode ser feita facilmente definindo r_j como na Equação (1.21).

$$r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2} \quad (1.21)$$

Por meio de um simples esquema de diferenças finitas as equações podem ser discretizadas no tempo (ZIENKIEWICZ & TAYLOR, 1991).

Mais explicitamente, a metodologia de FBR consiste em, primeiro, efetuar a discretização no tempo. A partir desta notação, todas as equações diferenciais podem ser escritas da seguinte forma:

$$\frac{\partial u_k(x,t)}{\partial t} = f(u_1, u_2 \cdots u_k \cdots u_N, t) = f(u, t) \quad (1.22)$$

A forma discretizada da Equação (1.22) se torna:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_k(x,t)}{\partial t} &\approx \frac{\Delta u_k(x,t)}{\Delta t} = \frac{u_k(x,t + \Delta t) - u_k(x,t)}{\Delta t} \approx \\ &\approx (1 - \Theta)f(u, t) + \Theta f(u, t + \Delta t); \quad \forall 0 \leq \Theta \leq 1 \end{aligned} \quad (1.23)$$

Classicamente, o esquema de Crank-Nicholson utiliza o valor de $\Theta = 0,5$, embora o valor de Θ possa ser, arbitrariamente, ajustado variando entre 0 e 1. Este ajuste é responsável por diferentes precisões nas soluções (HOFFMAN, 1992).

Utilizando a notação $u_k(x,t) = u_k(x, t^n) = u_k^n$ e $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, a Equação (1.23) pode ser reescrita como:

$$u_k^{n+1} - \Delta t \Theta f(u^{n+1}) \approx u_k^n + \Delta t (1 - \Theta) f(u^n) \quad (1.24)$$

Neste trabalho definiu-se a função $f(u)$ como:

$$f(u^{n+1}) = f(u_1^n) + f(u_2^n) + \cdots + f(u_k^{n+1}) + f(u_{k+1}^n) + \cdots \quad (1.25)$$

A função $u(x,t)$ é definida por:

$$u(x,t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(|x - x_j|) ; \quad \forall \alpha = \Theta \Delta t \text{ e } \beta = (1 - \Theta) \Delta t \quad (1.26)$$

1.2.5. Discretização da equação de vapor de água no ar

Por simplicidade, alguns passos do processo de discretização foram retirados devido à semelhança com o desenvolvimento apresentado anteriormente. A seguir, apresenta-se a discretização da Equação (1.1) por meio de funções de base radial:

$$\frac{W(t + \Delta t) - W(t)}{\Delta t} = \frac{-V}{\varepsilon} \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (1.27)$$

A discretização temporal da Equação (1.1) leva a:

$$W^{n+1} - W^n = -\beta \frac{V_a}{\varepsilon} \frac{\partial W^n}{\partial x} - \alpha \frac{V}{\varepsilon} \frac{\partial W^{n+1}}{\partial x} - \beta \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^n}{\partial t} - \alpha \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^{n+1}}{\partial t} \quad (1.28)$$

A Equação (1.28) permite escrever:

$$H_+ = \left(1 + \alpha \frac{V}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \right) W^{n+1} \quad (1.29)$$

$$H_- = \left(1 - \beta \frac{V}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x} \right) W^n \quad (1.30)$$

As duas equações anteriores permitem chegar a:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(x_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(x_{ij}) + C \quad (1.31)$$

em que:

$$C = -\beta \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^n}{\partial t} - \alpha \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^{n+1}}{\partial t} \quad (1.32)$$

A solução da Equação (1.31) permite obter uma aproximação numérica para $W(x,t)$ por meio de:

$$W(x,t) \approx \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(x, x_j) \quad (1.33)$$

Discretização das equações de entalpia para o ar de secagem e para o grão

Seguindo os desenvolvimentos propostos na seção anterior a Tabela 3 mostra diferentes valores de coeficientes para todas as aproximações necessárias para se obter as soluções numéricas das equações de secagem.

Tabela 3. Coeficientes para obtenção de soluções numéricas para as equações de secagem

Variável física	H_+	H_-	C
$W(x,t)$	$\left(1 + \alpha \frac{V}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x}\right) W^{n+1}$	$\left(1 - \beta \frac{V}{\varepsilon} \frac{\partial}{\partial x}\right) W^n$	$-\beta \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^n}{\partial t} - \alpha \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M^{n+1}}{\partial t}$
$T(x,t)$	$\left[\varepsilon + \alpha \left(\frac{h_a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + V \frac{\partial}{\partial x}\right)\right] T^{n+1}$	$\left[\varepsilon + \alpha \left(\frac{h_a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a} + V \frac{\partial}{\partial x}\right)\right] T^n$	$\frac{\Delta t \theta h' a}{c_a \rho_a + W c_v \rho_a}$
$\theta(x,t)$	$\left[\rho_s c_p + \alpha \left(h_a - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t}\right)\right] \theta^{n+1}$	$\left[\rho_s c_p - \beta \left(h_a - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t}\right)\right] \theta^n$	$\Delta t \left[h_a T + \rho_s (h_{fg} + c_v T) \frac{\partial M}{\partial t}\right]$
Solução	Resolver $\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(x_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(x_{ij}) + C$ para obter os coeficientes λ_j^{n+1} . Usar a Equação 1.26 para obter a solução no tempo t^{n+1} .		

1.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados das simulações aqui apresentadas tiveram por base os dados e propriedades físicas disponíveis em Brooker et al. (1974) e em Brooker et al. (1992) e os dados de França (1994) e Fortes e Ferreira (2004). A confiabilidade no método de funções de base radial (FBR) teve por base estudo preliminar envolvendo a solução da complexa equação de convecção pura.

O melhor ajuste obtido entre os dados simulados e os dados disponíveis em (BROOKER et al., 1974) foi alcançado utilizando função de base radial cúbica e desprezando os termos de acúmulo das equações de massa e entalpia do ar. Tais ajustes permitiram considerável redução no tempo computacional e soluções independentes de parâmetros empíricos.

Nas condições em que ocorria saturação a temperatura do ar foi ajustada para a temperatura de bulbo molhado.

As análises termodinâmicas aqui apresentadas têm como base os dados simulados que levam a eficiências energéticas, exergéticas e

disponibilidades do ar de secagem de entrada e saída do sistema de secagem em diferentes condições.

1.3.1. Resultados de validação do modelo e análise de sensibilidade

Nas Figuras 2, 3 e 4 apresentam-se os resultados de simulações feitas sob os efeitos de diferentes teores iniciais de água do produto, velocidades e temperaturas de secagem. As condições de secagem encontram-se na Tabela 2. Nota-se que, com o aumento do tempo de secagem, o efeito do teor de inicial água do produto tende a desaparecer. Quanto ao efeito de velocidade do ar de secagem, percebe-se um aumento da taxa de secagem com um aumento da velocidade. Destaca-se também a diminuição do efeito de velocidade a partir de $0,4 \text{ m.s}^{-1}$. Como era de se esperar, o aumento da temperatura do ar de secagem acarretou em um aumento na taxa de secagem.

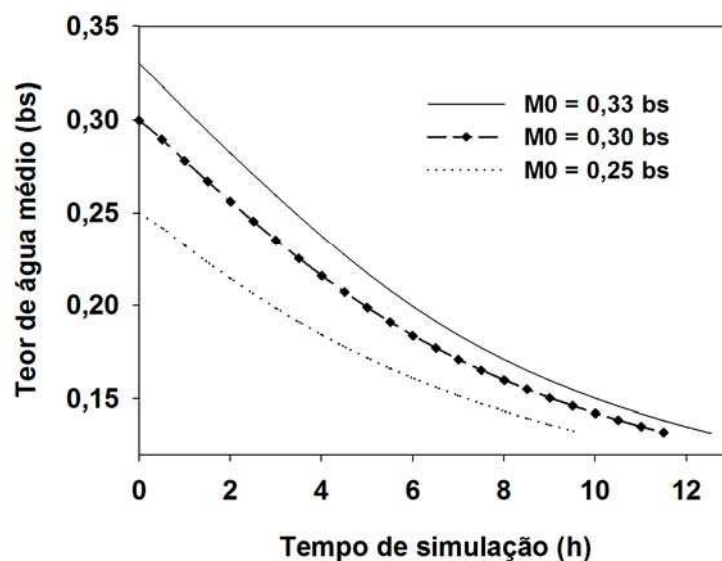


Figura 1. Efeito do teor de água inicial sobre a curva secagem.

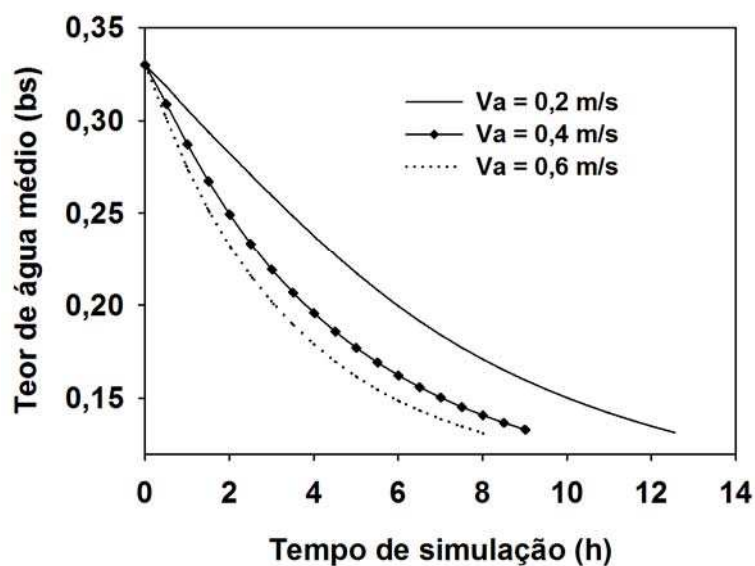


Figura 2. Efeito de diferentes velocidades do ar sobre a curva de secagem.

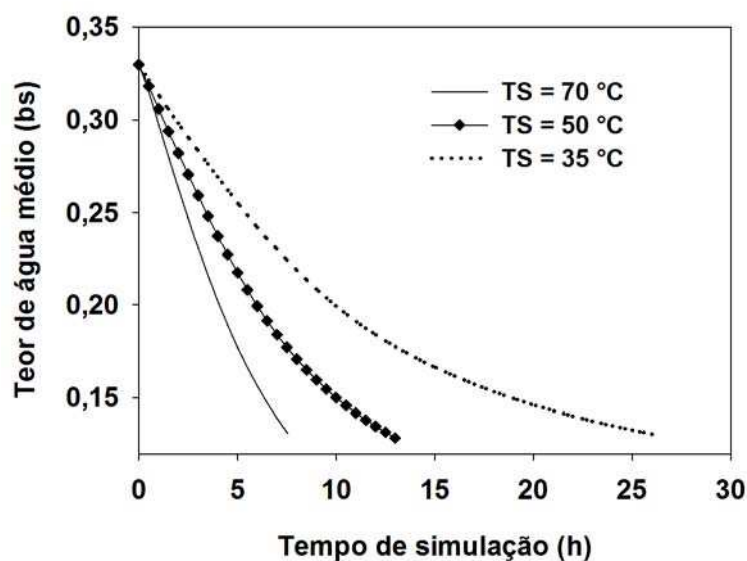


Figura 3. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a curva de teor médio de água da massa de grãos.

Nas Figuras de 4 a 7 mostram-se a influência dos parâmetros teor de água inicial do produto, velocidade do ar de secagem e temperatura de secagem, na temperatura do ar de saída. Nota-se que o uso de baixas

velocidades e temperaturas de secagem pode levar a temperaturas mais baixas que os valores iniciais, devido a efeitos de condensação: a temperatura de bulbo molhado pode alcançar valores inferiores às temperaturas iniciais da camada de grãos. Como fisicamente esperado, um aumento na temperatura e velocidade de secagem e a diminuição do teor de água inicial do produto levam a um rápido aumento da temperatura do ar de saída.

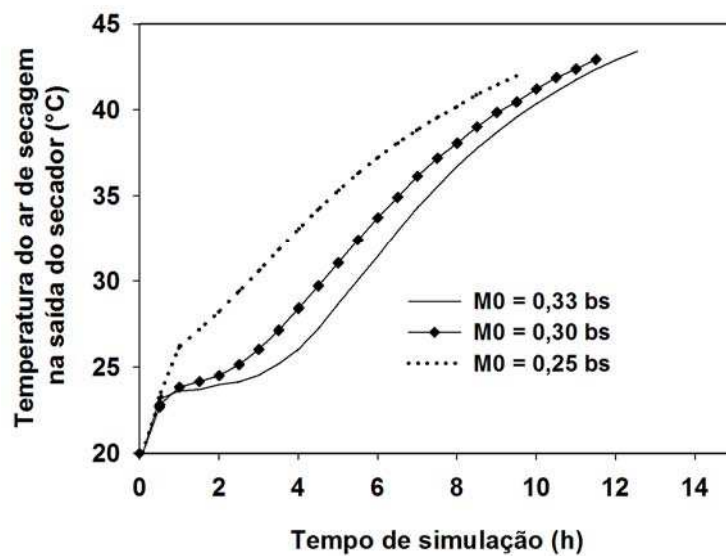


Figura 4. Efeito do teor de água inicial na temperatura do ar na saída do secador.

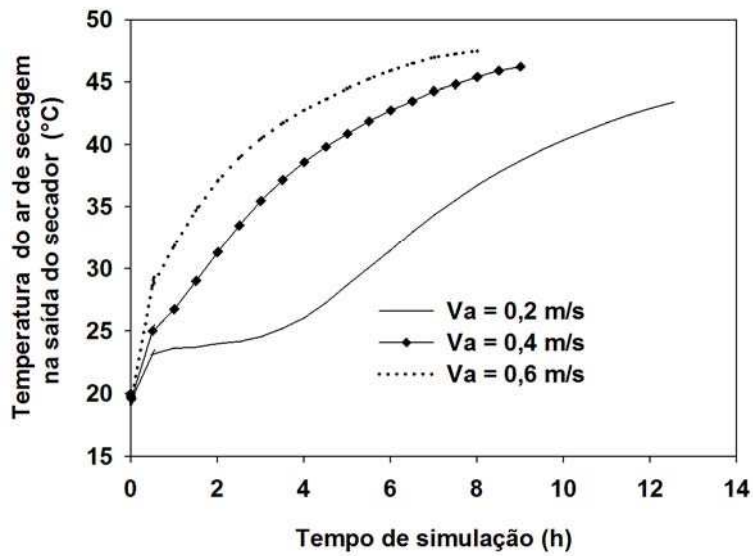


Figura 5. Efeito da velocidade do ar de secagem na temperatura do ar na saída do secador.

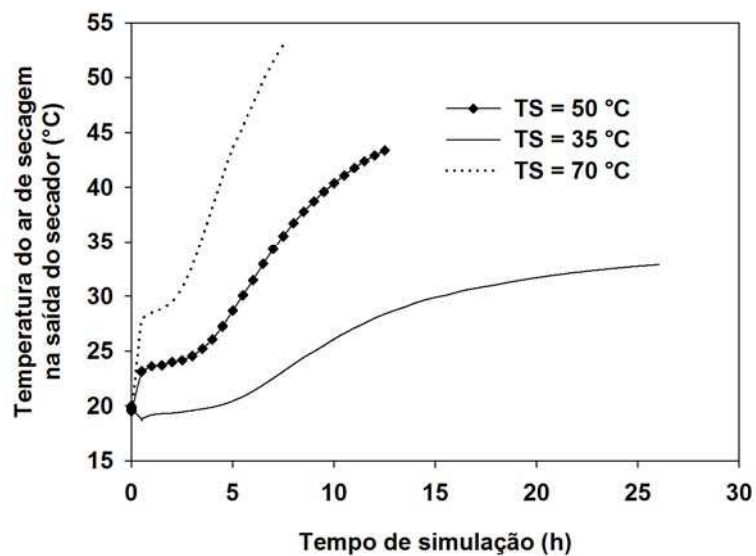


Figura 6. Efeito da temperatura de secagem no ar de saída do secador.

Uma comparação entre os dados simulados por funções de base radial cúbica e os dados obtidos de Brooker et al. (1974) (diferenças finitas) é apresentada nas Figuras 7, 8, 9 e 10. A concordância entre os dados é

excelente. Os perfis complexos refletem os comportamentos advectivos das temperaturas do ar e da camada de grãos e das frentes de secagem.

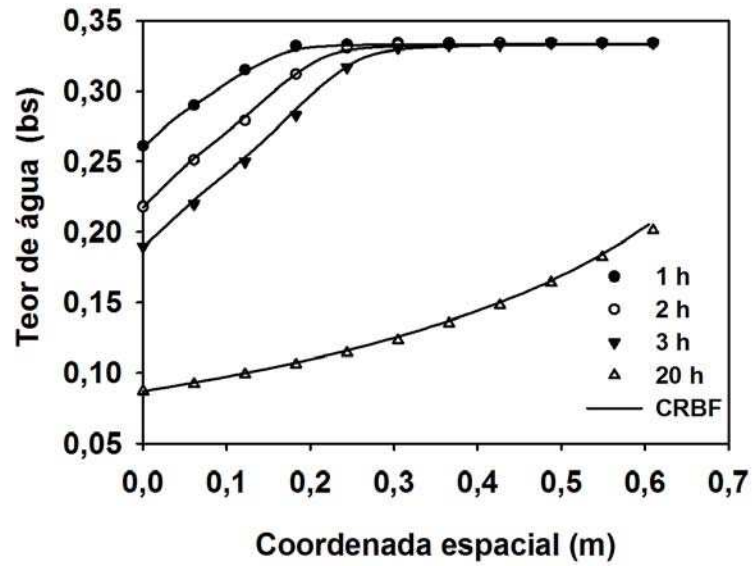


Figura 7. Perfil espacial do teor de água na camada de grãos.

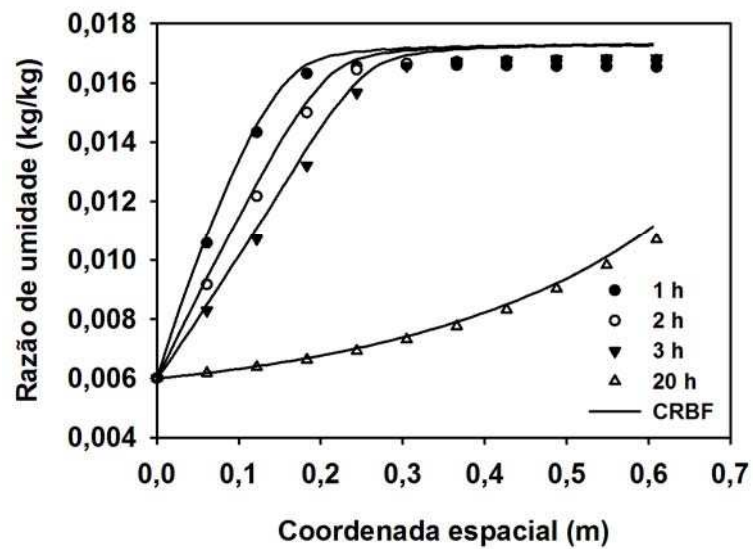


Figura 8. Perfil espacial de razão de umidade na camada de grãos.

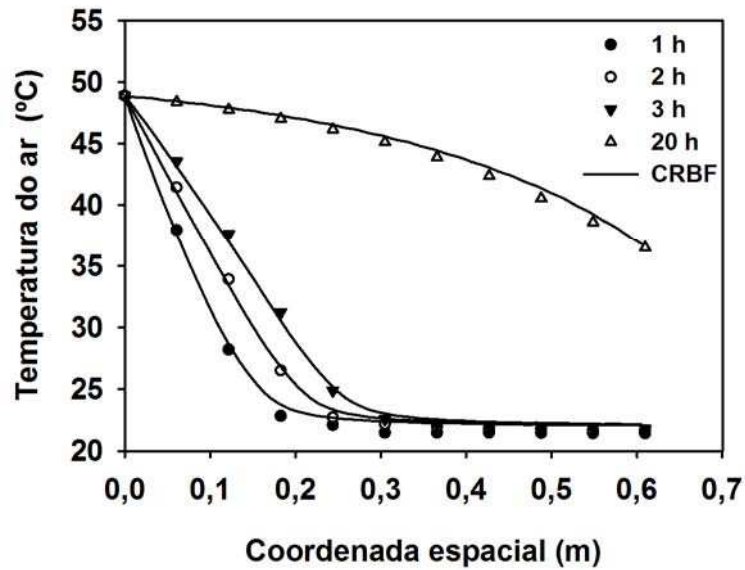


Figura 9. Perfil espacial de temperatura do ar.

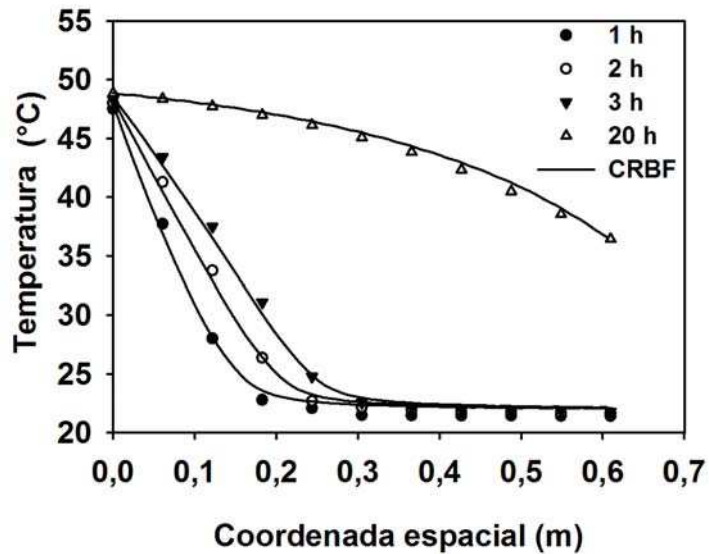


Figura 10. Perfil espacial de temperatura na camada de grãos.

1.3.2. Análise de sensibilidade da secagem em camada espessa pela primeira e segunda lei da termodinâmica

Neste item do presente trabalho apresenta-se um estudo da influência de alguns parâmetros controláveis nas eficiências energéticas e exergéticas. Na Figura 11 mostra-se a influência do teor de água inicial da massa de grãos nos valores temporais de disponibilidade na saída do secador.

Mantendo as condições de secagem constante tem-se a disponibilidade na entrada do secador. Os resultados simulados permitem afirmar que na medida em que o teor de água aumenta; maior é o uso da disponibilidade na entrada no secador devido às altas taxas de secagem. O efeito do teor de água inicial nas disponibilidades de saída é baixo.

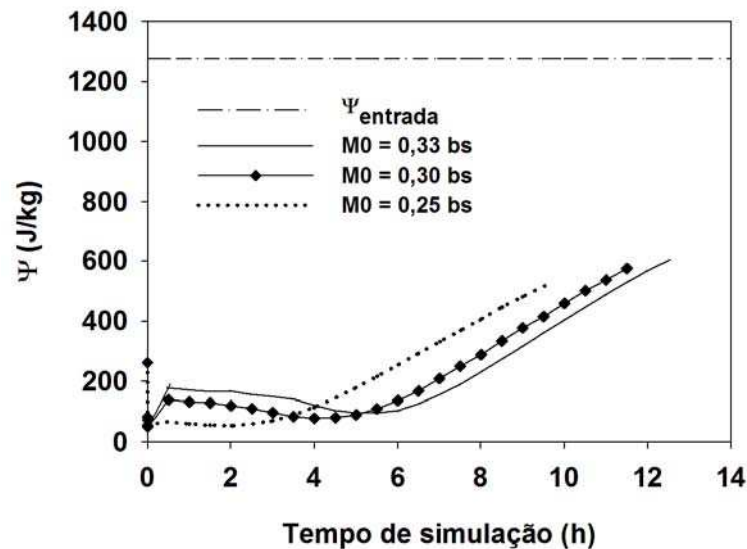


Figura 11. Efeito do teor de água inicial dos grãos na disponibilidade de saída.

Na Figura 12 é mostrado o efeito expressivo de mudança da velocidade do ar de entrada na disponibilidade de saída. Como esperado, o aumento da velocidade do ar de entrada provoca um aumento da disponibilidade na saída do secador. Em baixas velocidades, grande parte da disponibilidade é utilizada na secagem. Nas velocidades mais altas a disponibilidade é perdida para o ambiente, tornando necessário um compromisso entre o tempo de secagem, qualidade do produto, economia de energia, dentre outros.

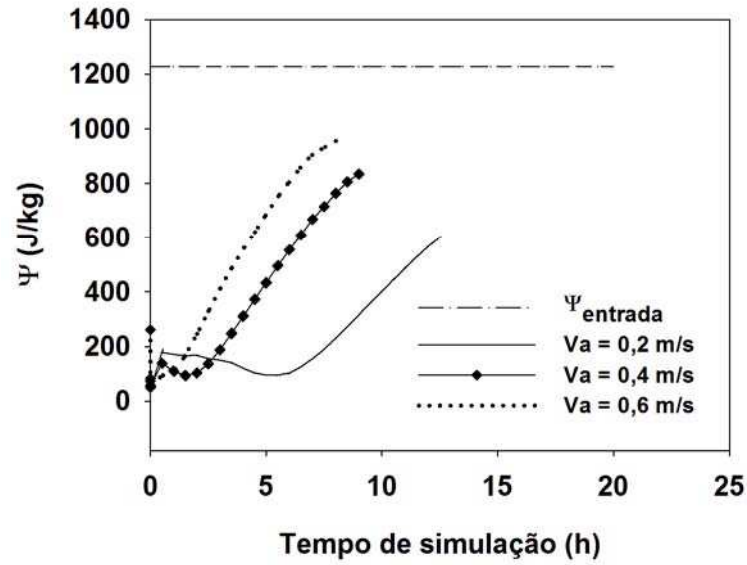


Figura 12. Efeito da velocidade do ar de secagem na disponibilidade de saída do secador.

Na Figura 13 mostra-se o aumento da disponibilidade de entrada associado ao aumento de temperatura. Baixa disponibilidade pode significar alta economia de energia, mas pode implicar em baixa disponibilidade para a secagem.

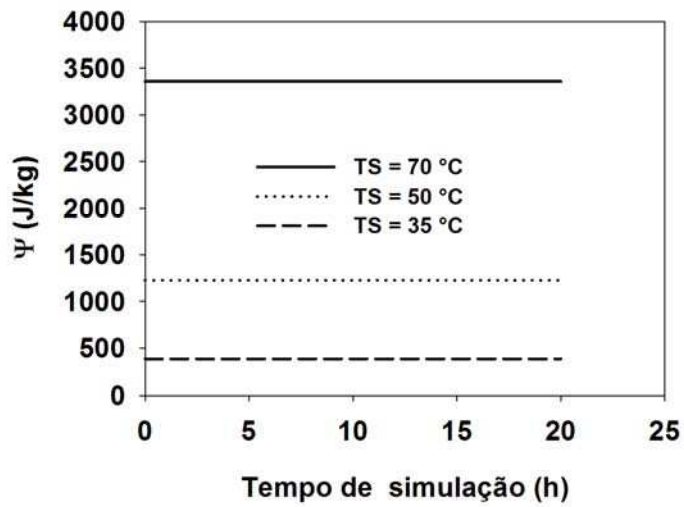


Figura 13. Efeito do aumento da temperatura de secagem na disponibilidade de entrada.

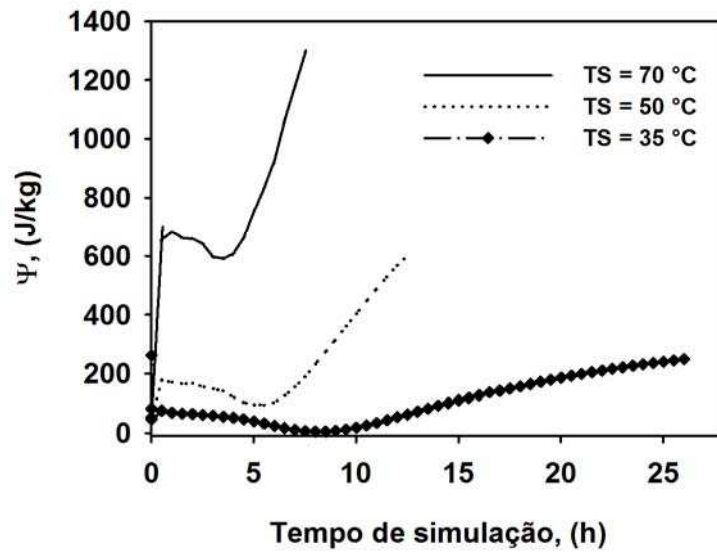


Figura 14. Efeito do aumento da temperatura do ar de secagem na disponibilidade de saída do secador.

As Figuras 15 a 20 foram usadas para ilustrar as análises das eficiências energéticas e exergéticas. Os resultados foram obtidos por meio da integração das eficiências instantâneas do início do processo de secagem até que o teor de água médio da massa de grãos atingisse 0,13 bs.

Nas Figuras 15 e 16 mostra-se o efeito do teor de água inicial da camada de grãos nas eficiências energéticas e exergéticas. Um aumento no teor de água inicial leva a um aumento das eficiências. Depois do início da secagem, as eficiências de primeira e segunda lei são baixas, devido ao uso da energia e exergia para, simultaneamente, aquecer e secar a massa de grãos. Com o aumento da temperatura da massa de grãos mais energia é utilizada para extrair água do grão e ocorre um aumento nas eficiências. As eficiências começam a decrescer quando a taxa de secagem diminui e o ar não é utilizado efetivamente para secar.

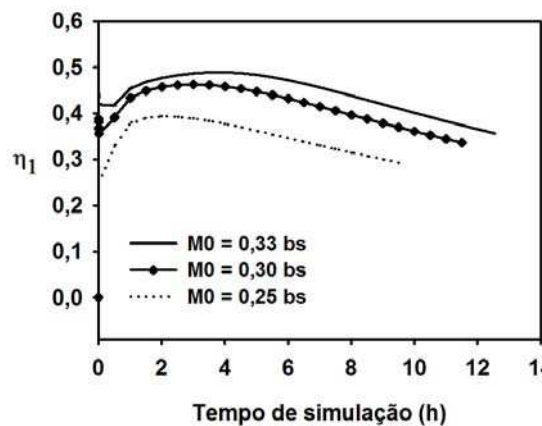


Figura 15. Efeito do teor de água inicial do produto nas eficiências de primeira lei.

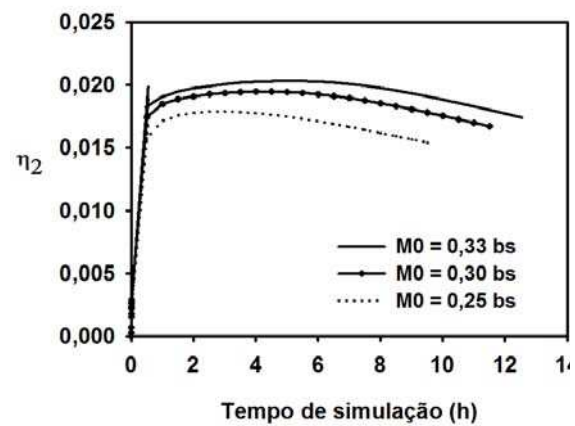


Figura 16. Efeito do teor de água inicial do produto nas eficiências de segunda lei.

O efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências pode ser visto nas Figuras 17 e 18. O deslocamento dos valores máximos das eficiências para os menores tempos de secagem mostram o expressivo efeito do aumento da velocidade do ar de secagem. É importante lembrar que as figuras apresentam os valores integrados das eficiências. Assim, o deslocamento dos picos de eficiência para a esquerda indica altas taxas de secagem e menores tempos de secagem.

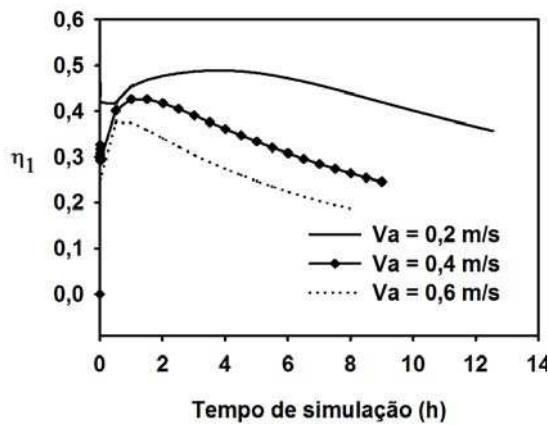


Figura 17. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.

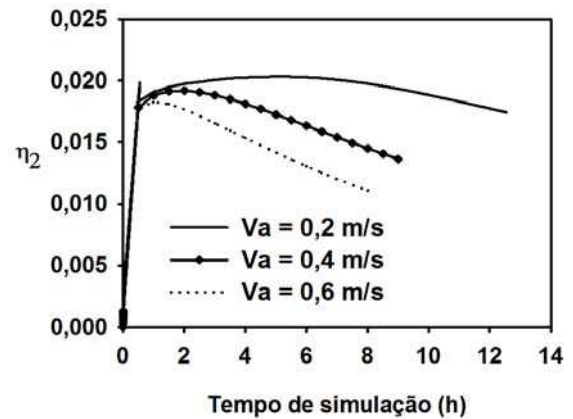


Figura 18. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.

Nas Figuras 19 e 20, ilustra-se o efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências energéticas e exergéticas. Como pode se notar, em baixas temperaturas, as eficiências energéticas alcançam valores próximos a 100%. Tal comportamento se deve a, praticamente, a todo o uso da entalpia disponível para evaporar água do grão e pequena parte da entalpia disponível para aquecer a massa de grãos. Novamente, as curvas de eficiência alcançam o máximo e param de aumentar quando a taxa de secagem começa a diminuir.

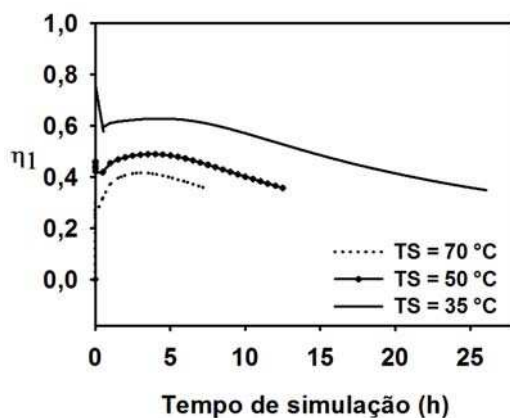


Figura 19. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.

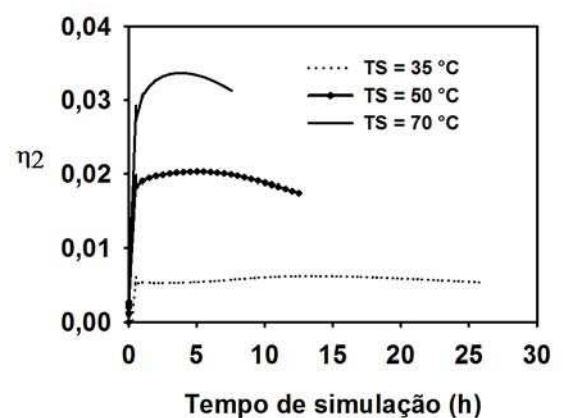


Figura 20. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.

1.3.3. Análise de engenharia das eficiências energéticas e exergéticas simuladas

Um questionamento importante deve ser feito: Como interpretar pelo ponto de vista da engenharia as eficiências de primeira e segunda lei e como utilizá-las para obter melhorias no projeto de secadores? Uma discussão a respeito deste tema é feita a seguir.

A Figura 21 mostra o esboço de alguns parâmetros de secagem e as eficiências associadas a eles, enquanto a Tabela 4 fornece dados quantitativos para as condições de secagem estudadas.

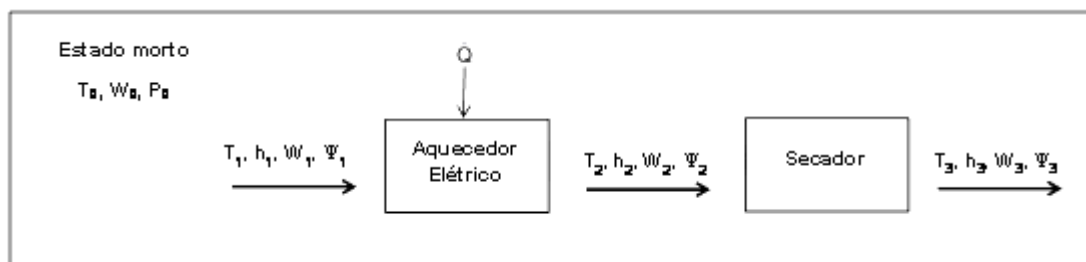


Figura 21. Esboço dos parâmetros de secagem

Nota-se, pela Figura 21, que um aquecedor elétrico (ou outro qualquer) aquece o ar a partir da condição predominante no ambiente, (1), segue para o secador, (2), e por fim o ar é descarregado novamente no ambiente, (3).

Eficiência energética de secagem:

- A partir dos conceitos de primeira lei, o processo envolve o aquecimento elétrico do ar de secagem a partir de sua condição ambiente, (1), a uma temperatura final desejada, (2), apresentando uma eficiência $\eta_{1,h}$, aproximadamente igual a 100%. A eficiência do secador $\eta_{1,d}$, mede quantidade de energia inserida, \dot{Q} , que é usada para evaporar água, não considerando degradação de entalpia. Para as condições de secagem estudadas, a eficiência do secador é, praticamente, constante é igual a aproximadamente 35%.

- A eficiência global, $\eta_{1,g}$, é igual a:

$$\eta_{1,g} = \eta_{1,h} \times \eta_{1,d} = 100\% \times 35\% = 35\%$$

- O coeficiente de extração de água (MEC_1 – Moisture extraction coefficient) é definido como a quantidade de água (kg) que evapora por unidade de energia (J). Esta eficiência de primeira lei é interpretada naturalmente em situações práticas do tipo: O produtor está interessado em conhecer a quantidade de água que o secador vai retirar da massa de grãos por cada unidade monetária paga (kg/R\$), isto é, por unidade de energia. O uso da unidade kg/kWh torna mais amena a interpretação do coeficiente MEC_1 . Assim, independentemente da temperatura de secagem, o processo de secagem para cada kWh gasto, vai secar, aproximadamente, 0,792 kg de 0,33 bs para 0,13 bs.

Eficiência de secagem de segunda lei:

- A partir dos conceitos de segunda lei, o processo envolve o aquecimento elétrico do ar de secagem de uma temperatura inicial, (1), para uma temperatura final desejada, (2), apresentando uma eficiência $\eta_{2,h}$, variando de, aproximadamente, 2,46% a 6,52%, aumentando com a temperatura.
- A eficiência do secador, $\eta_{2,d}$, mede a quantidade de exergia de entrada, Ψ_2 , que é utilizada para evaporar água, considerando degradação de energia:

$$\eta_{2,d} = \frac{\rho_p S \int_0^{\Delta t} \int_0^0 h_{fg} \left(1 - \frac{T_{0,abs}}{T_{abs}} \right) \frac{\partial M}{\partial t} dx dt}{\Psi_2}$$

Para as condições estudadas, a eficiência do secador varia de 21,6% a 47,6%, aproximadamente. A eficiência exérgica do secador aumenta com a temperatura de secagem.

- A eficiência global exérgica, definida pela Equação (1.11), é igual ao produto das eficiências de aquecimento e do secador.

- A literatura, de uma maneira geral, utiliza a definição de eficiência exergética como sendo a eficiência calculada por $\eta_{2,g}^*$, que é a razão entre as exergias de saída e entrada.
- Os baixos valores das eficiências exergéticas mostram que existe uma taxa grande de geração de entropia, como indicado pelos altos valores de irreversibilidade (I). A similaridade entre as duas formas de eficiência exergética global, mostrando que o processo de aquecimento consome grande parte da exergia. Deve-se notar que $\eta_{2,g}^*$ é menor que sua contraparte, que leva em conta apenas a energia gasta na evaporação da água. Destaca-se também que $\eta_{2,g}^*$ alcança altos valores, reafirmando que o aquecimento do ar de secagem é a principal causa de perda de exergia.

Considerações de engenharia envolvendo as eficiências de primeira e segunda lei:

Os comentários a seguir podem ser feitos considerando o uso adequado das eficiências apresentadas Tabela 4.

- A eficiência global de primeira lei mostra o quanto é gasto da energia colocada no sistema na evaporação de água. Porém, não mostra a degradação da energia e a condição de saída do ar de secagem.
- O coeficiente de extração de água (MEC) é bastante eficaz, mostra instantaneamente a quantidade de energia que vai extrair uma quantidade de massa de água definida. Este coeficiente é independente de leis termodinâmicas, refletindo-as.
- A análise exergética mostrou que o aquecimento do ar de secagem degrada drasticamente sua habilidade de produzir trabalho. A interpretação de eficiências exergéticas exige cuidado. A eficiência energética global mostra a quantidade de trabalho que é consumida no processo de evaporação. A eficiência exergética, mostra o alto efeito degenerativo do processo de secagem como um todo.

- Alta exergia de saída significa que mais energia está disponível para secagens posteriores, como em recirculação de secagem (FORTES, 2004) e indica também que o processo não é eficaz. Altas temperaturas de secagem, quando possíveis, oferecem as seguintes vantagens de segunda lei: é mais eficiente que em secagens a baixas temperaturas, mais sustentável, permite usar o ar de saída de maneira mais efetiva e permite menores tempos de residência.
- Baixas eficiências exergéticas no aquecimento do ar sugerem o uso de ar de baixa qualidade para secagem.

Tabela 4 - Avaliação dos dados energéticos e exergéticos de secagem

Parâmetros de eficiência de secagem	35 °C	50°C	70°C
Parâmetros e eficiências de primeira lei			
$H_1 = h_{au,1} \cdot \dot{m} \cdot \Delta t$	$8,82 \times 10^7$	$4,24 \times 10^7$	$2,55 \times 10^7$
$H_2 = h_{au,2} \cdot \dot{m} \cdot \Delta t$	$1,26 \times 10^8$	$7,84 \times 10^7$	$6,15 \times 10^7$
$Q = H_2 - H_1$	$3,74 \times 10^7$	$3,6 \times 10^7$	$3,6 \times 10^7$
$\eta_{1,h} = \frac{H_2 - H_1}{Q}$	100%	100%	100%
$\eta_{1,d} = \text{eq. (1.9)}$	34,88%	35,73%	35,36%
$\eta_{1,g} = \eta_{1,h} \times \eta_{1,d}$	$\approx 35\%$	$\approx 35\%$	$\approx 35\%$
$MEC = \frac{m_{fg}}{\Psi_2}$	(kg/J) $2,20 \times 10^{-7}$	$2,20 \times 10^{-7}$	$2,20 \times 10^{-7}$
	(kg/kWh) 0,792	0,792	0,792
Parâmetros e eficiências de segunda lei			
$\Psi_1 = \psi_1 \cdot \dot{m} \cdot \Delta t$	$6,36 \times 10^5$	$3,6 \times 10^5$	$1,84 \times 10^5$
$\Psi_2 = \psi_2 \cdot \dot{m} \cdot \Delta t$	$9,37 \times 10^5$	$1,44 \times 10^6$	$2,36 \times 10^6$
$\Psi_3 = \psi_3 \cdot \dot{m} \cdot \Delta t$	$2,16 \times 10^5$	$2,88 \times 10^5$	$5,20 \times 10^5$
$\eta_{2,h} = \frac{\Psi_2}{\Psi_1 + Q}$	2,46%	3,97%	6,52%
$\eta_{2,d}$	21,55%	43,50%	47,75%
$\eta_{2,g} = \eta_{2,h} \times \eta_{2,d} = \text{Eq. (1.11)}$	0,53%	1,73%	3,11%
$\eta_{2,d}^* = \frac{\Psi_3}{\Psi_2}$	64,68%	48,94%	38,56%

$I = \frac{Q + (\Psi_1 - \Psi_2)}{\Psi_1 + Q}$	97,54%	96,03%	93,48%
$\eta_{2,g}^* = \frac{\Psi_3}{\Psi_1 + Q}$	0,568%	0,792%	1,437%

1.4. CONCLUSÕES

As principais conclusões referentes a este trabalho são:

- Para este fim, desenvolveu-se um esquema de FBR para resolver um conjunto de equações não lineares dominadas pela advecção. O método mostrou-se eficiente e acurado diante dos dados da literatura.
- O modelo proposto pode ser usado para simular secadores de grãos. Simulações podem informar as condições mais adequadas do ar de secagem para otimizar as eficiências energéticas e exergéticas.
- O estudo paramétrico envolvendo os perfis temporais de energia e exergia, determinado pelas condições dominantes de secagem, estabeleceu uma visão importante para projetistas e pesquisadores.
- Uma abordagem prática de engenharia para a análise de secadores utilizando a primeira e a segunda lei da termodinâmica é apresentada. Mostram-se como interpretar as eficiências energéticas e exergéticas para se alcançar projetos com eficiências aceitáveis.

1.5. REFERÊNCIAS

- AKDENIZ, R.C., KARAKUS A.A., BOYAR, S., HEPBASLI, A., **Energy utilization in the Turkish feed industry: An application of a feed factory in Izmir, Turkey.** In Proc. 26th HAS-ATC Research and Development Conf., 34-35. January 15-16, Godollo, Hungary, 2002.
- AKPINAR, E.K., **Energy and exergy analysis of drying of red pepper slices in a convective type dryer.** International Communications in Heat and Mass Transfer 31 (8), 1165-1176, 2004
- AKPINAR, E.K., MIDILLI, A., BICER, Y., **The first and second law analysis of thermodynamics of pumpkin drying process.** Journal of Food Engineering 72, 320-331, 2006.
- ALTA, D., BILGILI, E., ERTEKIN, C., YALDIZ, O. **Experimental investigation of three different solar air heaters: Energy and exergy analyses.** Applied Energy, 87, 2953–2973, 2010.
- BAKKER-ARKEMA, F.W., BROOK, R.C., LEREW, L.E., **Cereal grain drying. In Advances of Cereal Science and Technology,** 1-90. Vol.II. American Association of Cereal Chemists, St Paul, MN, 1978.
- BEJAN, A. **Advanced Engineering Thermodynamics.** (2nd ed). Wiley, New York, NY. 1997
- BOZTOSUN, I., CHARAFI, A. **An analysis of the linear advection–diffusion equation using mesh-free and mesh-dependent methods.** Engineering Analysis with Boundary Elements 26, 889-895, 2002
- BROOKER, D.B.; BAKKER-ARKEMA, F.W.; HALL, C.W. **Cereal grain drying.** Westport: AVI, 1974.
- BROOKER, D.B., BAKER-ARKEMA, F.W., HALL, C.W., **Drying and Storage of Grains and Oilseeds.** The AVI Publishing Co, New York, NY, 1992.
- CORZO, O., BRACHO, N., VÁSQUEZ, A., PEREIRA, A., **Energy and exergy analyses of Thin-layer drying of coroba slices.** Journal of Food Engineering 20, 1188-1193, 2007.
- DEHGHAN, M., TATARI, M. **Determination of a control parameter in a one-dimensional parabolic equation using the method of radial basis functions.** Mathematical and Computer Modeling 44, 1160-1168, 2006.
- DINCER, I., AL-MUSLIM, H. **Energy and exergy efficiencies of reheat cycle steam power plants.** In Proc. ECOS'01, 331-338. Istanbul, Turkey, 2001

DINCER, I., SAHIN, A.Z. **A new model for thermodynamic analysis of a drying process.** International Journal of Heat and Mass Transfer 47, 645–652, 2004.

FORTES, M., FERREIRA, W.R. **Second law analysis of drying: - modeling and simulation of fluidized bed grain drying.** In 14th International Drying Symposium, 301-308. São Paulo, Brazil, 2004.

FORTES, M., OKOS, M.R., BARRETT, J.R. **Heat and mass transfer analysis of intra-kernel wheat drying and rewetting.** Journal of Agricultural Engineering Research 26, 109-125, 1981.

FORTES, M., OKOS, M.R. **Drying theories: their basis and limitations as applied to foods and grains.** In: Mujumdar, A.S (ed) Advances in Drying, Hemisphere, New York. , pp. 119-154, 1980.

FRANÇA, A.S., FORTES, M., HAGHIGHI, K. **Numerical simulation of intermittent and continuous deep-bed drying of biological materials.** Drying Technology 12, 1537-1560, 1994.

HARDY, R. **Multiquadratic equations of topography and other irregular surfaces.** Journal of Geophysical Research 76, 1905-1915, 1971.

HOFFMAN, J.D. **Numerical Methods for Engineers and Scientists.** Mc Graw-Hill Inc., New York, NY, 1992.

INABA, H. **Heat and mass transfer analysis of fluidized bed grain drying.** Memoirs of the Faculty of Engineering, Okayama University 41, 52-62, 2007

KANSA, E.J. **Multiquadrics - A scattered data approximation scheme with applications to computational fluid dynamics: I. Surface approximations and partial derivative estimates.** Computers and Mathematics with Applications 6-8 (19), 127-145, 1990.

KANSA, E.J., HON, Y.C. **Circumventing the ill-conditioning problem with multiquadric radial basis functions: applications to elliptic partial differential equations.** Computers and Mathematics with Applications 39(7/8), 123-137, 2000.

KARAKUS, A.A., BOYAR, S., AKDENIZ, R.C., HEPBASL, A. **An exergy analysis in a mixed feed industry: Evaluation of an extruder pellet line.** In Proc. EE&AE'2002 – International Scientific Conf. Rouse, Bulgaria. Available at: www.ru.acad.bg/baer/An_exergy_analysis.pdf. Accessed 10 March 2008, 2002.

KEEY, R.B. **Drying - Principles and Practice.** Pergamon Press, New York, NY, 1972.

KOC, M.B., BOZTOSUN, I., BOZTOSUN, D. **On the numerical solution of Black-Scholes equation.** In: International Workshop on Mesh Free

Methods. Available at: <http://www.math.ist.utl.pt/meshfree/boztosun.pdf> . Accessed 10 March 2008, 2003.

LI, J., HON, Y.C., CHEN, C.S. **Numerical comparisons of two meshless methods using radial basis functions.** Engineering Analysis with Boundary Elements 26, 205-225, 2002.

MORAN, M.J. **Availability analysis: A guide to efficient energy use.** ASME Press, New York, NY, 1989.

MUJUMDAR, A.S. **An overview of innovation in industrial drying: current status and R&D needs.** Transport in Porous Media 66, 3-18, 2007.

OZGENER, L., OZGENER, O. **Exergy Analysis of Drying Process: An Experimental Study in Solar Greenhouse.** Drying Technology, 27 (4), 580-586, 2009.

PROMMAS, R., RATTANADECHO, P., CHOLASEUK, D. **Energy and exergy analyses in drying process of porous media using hot air.** International Communications in Heat and Mass Transfer, 37, 372-378, 2010-a.

PROMMAS, R., KEANGIN, P., RATTANADECHO, P. **Energy and exergy analyses in convective drying process of multi-layered porous packed bed.** International Communications in Heat and Mass Transfer. doi: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.06.013, 2010-b.

ROSEN, M.A., DINCER, I. **Exergy as the confluence of energy, environment and sustainable development.** Exergy, an International Journal 1(1), 3-13, 2001.

SARRA, S.C. **Adaptive radial basis function methods for time dependent partial differential equations.** Applied Numerical Mathematics 54, 79-94, 2005.

SANTOS G T, SOUZA M C, FORTES M. **Use of radial basis functions for meshless numerical solutions applied to financial engineering barrier options.** Pesquisa Operacional; 29; 419-437, 2009.

STRUMILLO, C., LOPEZ-CACICEDO, C. **Energy aspects in drying.** In: **Handbook of Industrial Drying.** Marcel Dekker, New York, NY, 1987.

SUN, Y., PANTELIDES, C.C., CHALABI, Z.S. **Mathematical modeling and simulation of near-ambient grain drying.** Computers and Electronics in Agriculture 13, 243–271, 1995.

SYAHRUL, S., DINCER, I., HAMDULLAHPUR, F.. **Thermodynamic modeling of fluidized bed drying of moist particles.** International Journal of Thermal Sciences 42, 691-701, 2003.

SYAHRUL, S., HAMDULLAHPUR, F., DINCER, I. **Exergy analysis of fluidized bed drying of moist particles.** Exergy an International Journal 2, 87-98, 2002.

SZARGUT, J., MORRIS, D.R., STEWARD, F.R. **Exergy analysis of thermal, chemical and metallurgical processes.** Hemisphere, New York, NY, 1988.

TOPIC, R. **Mathematical model for exergy analysis of drying plants.** **Drying Technology** 13, 437-445, 1995.

WALL, G. **Exergy - A Useful Concept within Resource Accounting.** **Institutes of Theoretical Physics** Report No. 77-42, Gotenbourg, Sweden, 1977.

WARK, K. **Advanced Thermodynamics for Engineers.** McGraw-Hill, New York, NY, 1995.

ZARE, D., CHEN, G. **Evaluation of a simulation model in predicting the drying parameters for deep-bed paddy drying.** **Computers and Electronics in Agriculture** 68, 78–87, 2009.

ZIENKIEWICZ O. C, TAYLOR R. L. **The Finite Element Method.** Vol 2. Solid and Fluid Dynamics Dynamics and Non-linearity, 4th ed. New York: McGraw Hill, 1991.

CAPÍTULO 2

MODELAGEM DE SISTEMAS DE AERAÇÃO DE GRÃOS ARMAZENADOS EM SILOS UTILIZANDO UMA TÉCNICA MODIFICADA DE FUNÇÕES DE BASE RADIAL

RESUMO

O projeto de engenharia de silos de armazenagem e secadores depende muito do perfil esperado do fluxo de ar através da massa de grãos sob secagem. Silos inadequadamente projetados podem levar à deterioração de grãos, no caso de baixas vazões, ou requerer ventiladores superdimensionados. Todos os tipos de secadores requerem o conhecimento do perfil do fluxo de ar para convecção adequada e boa qualidade do produto seco. Este trabalho apresenta uma metodologia para a obtenção dos campos de velocidade e pressão em silos de armazenagem de grãos. Um esquema numérico baseado em funções de base radial (FBR) é usado para resolver uma versão altamente não-linear e modificada da equação de Navier-Stokes, aplicada ao fluxo de ar em meios porosos. A aproximação numérica para a solução é obtida por meio de uma versão modificada da aproximação FBR para a equação de difusão não-linear. Um esquema numérico simples, mas altamente eficaz, é proposto e demonstra-se que ele conduz a soluções seguras e rápidas, tanto no caso de configurações geométricas unidimensionais quanto nas bidimensionais. Embora a solução analítica unidimensional seja simples, as soluções bidimensionais são complexas e foram comparadas com dados de referência.

Palavras Chave: Métodos sem malha, campo de pressão, meios porosos, simulação.

*MODELING OF AERATION SYSTEMS FOR GRAIN STORED
IN VERTICAL BINS USING A MODIFIED TECHNIQUE OF
RADIAL BASIS FUNCTIONS*

ABSTRACT

The engineered design of grain storage bins and driers rely heavily on the expected air flow profile through the drying mass. Poorly aerated silos lead to grain spoilage or use of oversized fans. All types of dryers require knowledge of the air flow profile for adequate convection and good quality of the dried product. This work presents a methodology for obtaining the pressure and velocity fields in grain processing bins. A numerical scheme based on radial basis functions (RBF) is used to solve the highly non-linear modified version of Navier-Stokes' equation, applied to air flow in bed of porous media. The numerical approximation to the solution is obtained by a modified version of the RBF approximation for the non-linear diffusion equation. A simple, yet highly effective, numerical scheme is thus presented and shown to lead to highly accurate and fast solutions to both one-dimensional and two-dimensional geometric configurations. While the one dimensional analytical solution is simple, the two-dimensional solutions are complex and were compared against benchmark data.

Keywords: Meshless methods, pressure field, porous media, simulation.

2.1. INTRODUÇÃO

A modelagem do escoamento de ar em silos é uma importante ferramenta de auxílio ao controle da qualidade de produtos armazenados. Por meio de simulação numérica podem-se calcular os perfis de pressão e velocidade do ar, e assim as regiões de maior probabilidade de ocorrerem danos ao produto (BROOKER et al., 1992).

No caso de silos graneleiros, a resistência ao fluxo de ar depende principalmente da forma e tamanho do grão, impurezas presentes, forma de carregamento do silo e espessura da camada de grãos (KATCHATOURIAN & SAVICKI, 2004). Estudos recentes mostram o efeito destes parâmetros sobre o comportamento do perfil de escoamento de ar em silos em geral e, em particular, silos graneleiros (GARG & MAIER, 2006; NEETHIRAJAN et al., 2006; KATCHATOURIAN et al., 2009).

Os modelos matemáticos utilizados para simular o processo de escoamento de ar em silos consistem em equações diferenciais parciais não lineares. A inexistência de soluções analíticas para este tipo de problema exige que se obtenham soluções por meio de técnicas numéricas tradicionais como elementos finitos (RIBEIRO et al., 1983; FRANÇA et al., 1994; KATCHATOURIAN & BINELO, 2008) e diferenças finitas (BROOKER et al., 1974).

Os métodos numéricos tradicionais, volumes finitos, diferenças finitas e elementos finitos, quando aplicados a problemas que envolvem geometrias complexas, em duas ou três dimensões geralmente requerem técnicas complexas de programação e, ou, de refinamento de malha (KANSÁ & HON, 2000; DEHGHAN & TATARI, 2006). Recentemente, técnicas numéricas, que não requerem o uso de malhas, surgiram como alternativa aos métodos numéricos tradicionais (NGUYEN et al., 2008). Dentre estes métodos o método de funções de base radial, FBR, tem sido utilizado devido à sua acurácia, simplicidade e facilidade de implementação (YAO et al., 2011).

A técnica de funções de base radial foi utilizada pela primeira vez por Hardy (1971), para interpolar funções ou conjuntos de dados. A primeira

aplicação para a solução de equações diferenciais parciais foi feita por Kansa (1990). Desde então a FBR sofreu rápida expansão, devido à sua acurácia, quando comparada a outras técnicas numéricas. Atualmente, já se encontram disponíveis na literatura trabalhos que apresentam técnicas de discretização espacial para o método de FBR e programas computacionais para geração de nós (HON & MAO, 1998; SARRA, 2005; DRISCOLL & HERYUDONO, 2007; MA et al., 2007).

De acordo com a literatura revista não se encontraram trabalhos que utilizem o método de FBR para a solução de problemas de escoamento de ar em silos. Assim, os principais objetivos deste trabalho são:

- Apresentar uma metodologia eficaz e acurada que permita aplicar o método de FBR a problemas que envolvem equações diferenciais não lineares.
- Validar a metodologia por meio de soluções de referência (*benchmark*).
- Aplicar o método de FBR ao problema de escoamento de ar em silos, comparando a solução com problemas de referência (*benchmark*) e dados da literatura.

2.2. METODOLOGIA

2.2.1. Metodologia para análise do escoamento de ar em silos

O escoamento de um fluido incompressível, isotérmico e viscoso é governado por um sistema de equações de continuidade e de momentum (Navier-Stokes):

$$\nabla \cdot V = 0 \quad (2.1)$$

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 V \quad (2.2)$$

Em que V é o vetor velocidade ($m \cdot s^{-1}$); ρ é a massa específica ($kg \cdot m^{-3}$), t é o tempo (s); P a pressão (Pa) e μ viscosidade dinâmica ($Pa \cdot s$).

Fatores como, forma geométrica das partículas, zonas de porosidade na massa de grãos, grau de compactação da massa de grãos, presença de impurezas e diferentes teores de umidade do grão, podem influenciar na resistência ao fluxo de ar. Portanto, quando da solução de problemas de escoamento de ar em massas de grãos, a Equação (2.2), geralmente é substituída por uma função empírica do tipo, $V = f(|\nabla P|)$ que representa a equação não linear de momentum.

Shedd (1953) obteve a seguinte equação de correlação entre velocidade do ar e gradiente de pressão estática aplicável a diversos grãos em silos:

$$Q = A \left(\frac{\partial P}{\partial n} \right)^B \quad (2.3)$$

em que Q é a vazão volumétrica por unidade de área de piso ($m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$), $\partial P / \partial n$ é a perda de pressão estática por incremento de distância na direção do fluxo ($Pa \cdot m^{-1}$), A e B são parâmetros que dependem de ∇P e se aplicam a cada tipo de grão e a cada condição do produto armazenado.

A Tabela 2-1 apresenta os coeficientes A e B para o milho debulhado.

Tabela 2-1. Coeficientes A e B para o milho debulhado

Faixa de gradiente de pressão ($Pa \cdot m^{-1}$)	A ($\times 10^{-3}$)	B
0,000 – 8,175	1,451	0,950
8,175 – 20,438	1,713	0,867
20,438 – 57,225	2,297	0,768
57,225 – 163,500	3,017	0,702
Acima de 163,500	4,443	0,628
4,088 – 899,250	3,294*	0,680*

* Valores médios apresentados por Brooker et al. (1974)

Fonte: Shedd (1953).

Em um escoamento em meio poroso o gradiente de pressão (∇P) e o vetor velocidade (\vec{V}) são paralelos e em direções opostas.

$$\vec{V} = -K \nabla P \quad (2.4)$$

A equação da continuidade é dada por:

$$\nabla \cdot (\vec{V}) = 0 \quad (2.5)$$

Associando a Equação (2.4) à equação de continuidade, obtém-se a seguinte equação não linear de Laplace:

$$\nabla \cdot (K \nabla P) = 0 \quad (2.6)$$

em que $K = A |\nabla P|^{(B-1)}$.

Neste trabalho, as condições de contorno consideradas para o problema são:

- Dirichlet - A pressão é conhecida nas entradas e saídas de ar no silo.
- Neumann – Não há deslizamento nas paredes do silo ($\vec{V} = 0 \Rightarrow \nabla P = 0$, na direção normal à parede).

2.2.2. O método de funções de base radial

Uma função de base radial (FBR), $\phi_j(\mathbf{x}) = \phi(\mathbf{x}, \mathbf{x}_j) = \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|) = \phi(r_j)$, é uma função real cujo valor depende apenas da norma Euclidiana $r_j = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j\|$ ou da distância entre o nó $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}_d$ e um ponto fixo $\mathbf{x}_j \in \mathfrak{R}_d$ chamado centro. Cada FBR $\phi_j(\mathbf{x})$ é radialmente simétrica sobre um centro \mathbf{x}_j . A expansão para duas ou mais dimensões pode ser feita facilmente por

$$r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2}.$$

A seguir, alguns exemplos de funções de base radial (FASSHAUER, 2007):

Thin-Plate Spline (TPS):

$$\phi(r_j) = r_j^4 \log(r_j) \quad (2.7)$$

Multiquádrica (MQ):

$$\phi(r_j) = \sqrt{c^2 + r_j^2} \quad (2.8)$$

Cúbica:

$$\phi(r_j) = r_j^3 \quad (2.9)$$

Gaussiana:

$$\phi(r_j) = e^{-c^2 r_j^2} \quad (2.10)$$

Uma constante empírica c , está presente nas funções multiquádrica e gaussiana. O valor de c está diretamente relacionado com a acurácia destas funções. Encontrar um valor ótimo para esta constante não é uma tarefa trivial (GOTO et al., 2007), portanto, devido à simplicidade e não dependência de parâmetros empíricos este trabalho fez uso da FBR cúbica.

Considere-se $f(x)$ definida em todos os nós $x_i, i = 0, 1, \dots, N$, ou seja, $f(x_i) = f_i$. Uma aproximação de $f(x)$ por interpolação de FBR pode ser obtida pela Equação (2.11).

$$f(x) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(\|x - x_j\|) = \phi \cdot \lambda \quad (2.11)$$

A solução deste problema de incógnitas $\lambda_j (j = 1, \dots, N)$ leva a um sistema linear $H \cdot \lambda = f$, em que H pode ser definido como:

$$H_j = \phi(\|x - x_j\|), \quad j = 1, \dots, N \quad (2.12)$$

2.2.3. Aplicação do método de funções de base radial ao problema de escoamento de ar em silos

Consideremos a Equação (2.6), uma diferencial parcial, reescrita da seguinte forma:

$$K \Delta P + \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (x, y) \in \Omega = [0, 0.9] \times [0, 2] \quad (2.13)$$

Esta equação é definida no domínio $\Omega \subset \mathfrak{R}$, que apresenta as seguintes condições de contorno:

$$P = \text{pressão na entrada do silo}, \quad (x, y) \in \partial\Omega_1,$$

$$\frac{\partial P}{\partial n} = 0, \quad (x, y) \in \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_3 \cup \partial\Omega_5$$

$$P = \text{pressão na saída do silo}, \quad (x, y) \in \partial\Omega_3,$$

em que $\partial\Omega \in \{\partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2 \cup \partial\Omega_3 \cup \partial\Omega_4 \cup \partial\Omega_5\}$

$$\partial\Omega_1 = \{(x, y) : x = 0, 0 \leq y \leq 0.5\},$$

$$\partial\Omega_2 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 0.9, y = 0\},$$

$$\partial\Omega_3 = \{(x, y) : x = 0, 0.5 < y \leq 2\},$$

$$\partial\Omega_4 = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 0.9, y = 2\},$$

$$\partial\Omega_5 = \{(x, y) : x = 0.9, 0 \leq y \leq 2\}$$

A solução das Equações (2.13) consiste em aproximar uma solução para $P(x, y)$, por meio de uma expansão em funções de base radial, assim como feito para o problema de interpolação na Equação (2.11).

A matriz apresentada na Equação (2.12), ou matriz de colocação H , deve ser construída de modo a incluir a Equação (2.13) aos pontos de colocação da seguinte forma:

$$H = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix}, \quad (2.14)$$

em que

$$(h_i) = K_i \Delta P_i + \frac{\partial K_i}{\partial x} \frac{\partial P_i}{\partial x} + \frac{\partial K_i}{\partial y} \frac{\partial P_i}{\partial y}, \quad (x, x_j), (y, y_j) \in \Omega,$$

$$\begin{aligned}
(h_2) &= P_i, & (x, x_j), (y, y_j) &\in \partial\Omega_1, \\
(h_3) &= \frac{\partial P_i}{\partial y}, & (x, x_j), (y, y_j) &\in \partial\Omega_2, \\
(h_4) &= \frac{\partial P_i}{\partial x}, & (x, x_j), (y, y_j) &\in \partial\Omega_3, \\
(h_5) &= P_i, & (x, x_j), (y, y_j) &\in \partial\Omega_4, \\
(h_6) &= \frac{\partial P_i}{\partial y}, & (x, x_j), (y, y_j) &\in \partial\Omega_5,
\end{aligned}$$

O problema estará bem formulado se o sistema linear $H \cdot \lambda = y$, sendo y um vetor contendo $f(x_i)$, $x_i \in \Omega$, seguido de $g(x_i)$, $x_i \in \partial\Omega$, tenha solução única.

A Tabela 2-2 contém os operadores de funções de base radial (FBR) utilizados na Equação (2.13).

Bernal & Kindelan (2007) apresentaram uma solução ao problema de injeção de fluido não-newtoniano, em uma aplicação na indústria de plástico, utilizando o método de FBR. Utiliza-se um procedimento iterativo para linearizar uma equação de formato similar à Equação (2.13). Aplicando esta metodologia ao problema proposto neste trabalho, a Equação (2.13) se apresenta da seguinte forma:

$$K_i^{(n)} \Delta P^{(n+1)}_i + \frac{\partial K_i^{(n)}}{\partial x} \frac{\partial P_i^{(n+1)}}{\partial x} + \frac{\partial K_i^{(n)}}{\partial y} \frac{\partial P_i^{(n+1)}}{\partial y} = 0, \quad (2.15)$$

em que (n) se refere à iteração.

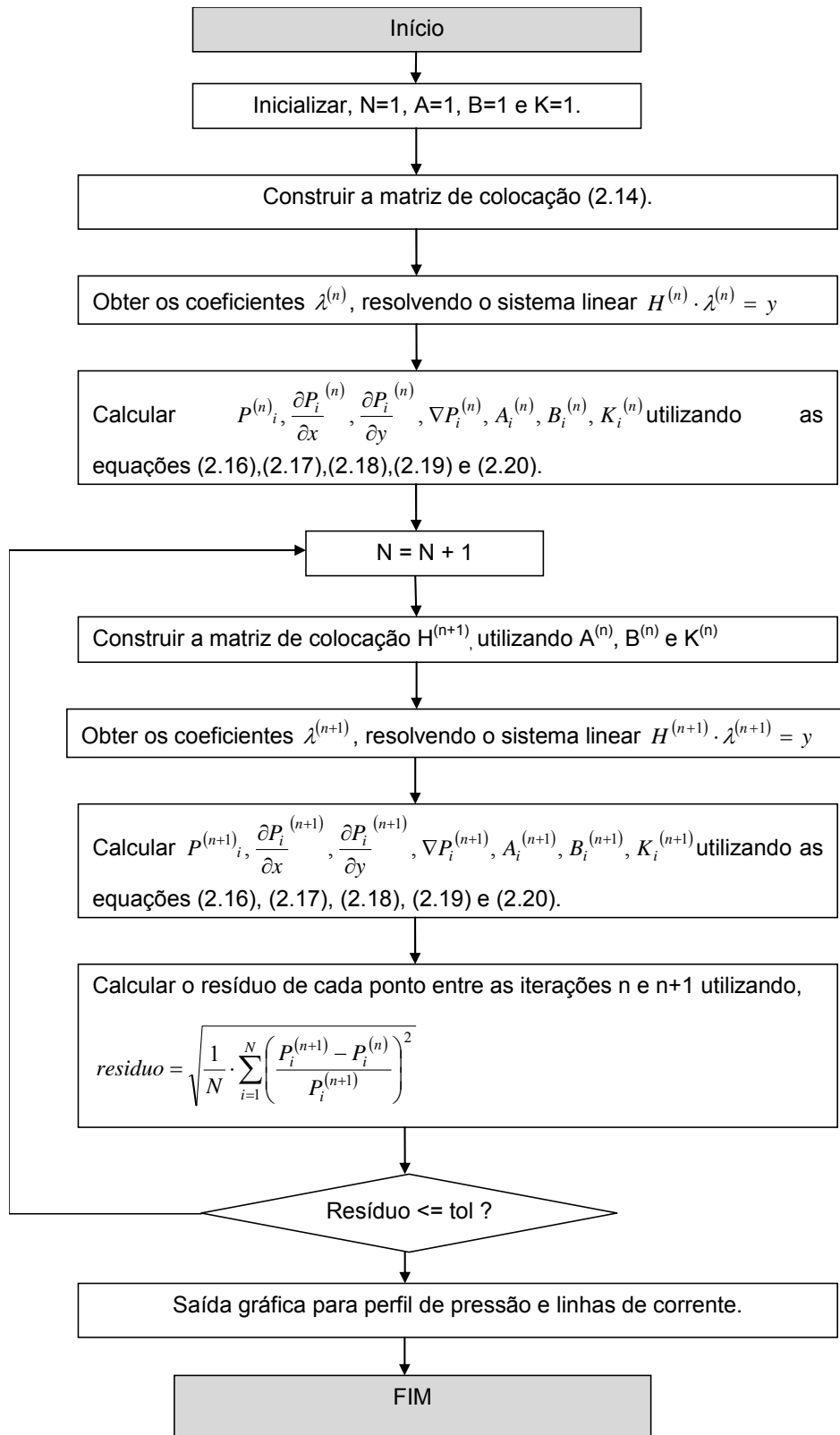
Tabela 2-2. Operadores FBR utilizados na Equação (2.13)

Operadores	Discretização em FBR	Equação
P_i	$\sum_{j=1}^N \lambda_j \phi_j(x_i)$	(2.16)
$\frac{\partial P_i}{\partial x}$	$\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_j(x_i)}{\partial x}$	(2.17)
$\frac{\partial P_i}{\partial y}$	$\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_j(x_i)}{\partial y}$	(2.18)

∇P_i	$\sqrt{\left(\frac{\partial P_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_i}{\partial y}\right)^2}$	(2.19)
K_i	$K_i = A_i \nabla P_i ^{(B_i-1)}$	(2.20)
ΔP_i	$\sum_{j=1}^N \lambda_j \left(\frac{\partial^2 \phi_j(x_i)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j(x_i)}{\partial y^2} \right)$	(2.21)
$\frac{\partial K_i}{\partial x}$	$(AB - A) \left[\left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial x} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{B-3}{2}} \times$ $\left[\left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial x} \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial x^2} \right) + \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial y} \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial y \partial x} \right) \right]$	(2.22)
$\frac{\partial K_i}{\partial y}$	$(AB - A) \left[\left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial x} \right)^2 + \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{B-3}{2}} \times$ $\left[\left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial x} \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial x \partial y} \right) + \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial y} \right) \cdot \left(\sum_{j=1}^N \lambda_j \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial y^2} \right) \right]$	(2.23)
$\frac{\partial \phi_{ij}}{\partial x}, \frac{\partial \phi_{ij}}{\partial y}$	$\frac{\partial \phi_j(x_j)}{\partial x}(x_i), \frac{\partial \phi_j(x_j)}{\partial y}(x_i)$	(2.24)
$\frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial y^2}$	$\frac{\partial^2 \phi_j(x_j)}{\partial x^2}(x_i), \frac{\partial^2 \phi_j(x_j)}{\partial y^2}(x_i)$	(2.25)
$\frac{\partial^2 \phi_{ij}}{\partial x \partial y}$	$\frac{\partial^2 \phi_j(x_j)}{\partial x \partial y}(x_i)$	(2.26)

Fonte: Bernal & Kindelan (2007).

O fluxograma a seguir mostra as principais rotinas do método de FBR implementadas neste trabalho para simular o escoamento de ar em silos.



2.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

2.3.1. Problema de referência (*benchmark*) unidimensional

A ausência de soluções analíticas para problemas bi e tridimensionais de perda de carga em meios porosos ou respectivos dados experimentais dificulta o processo de calibração e avaliação de técnicas numéricas apropriadas. Portanto, compararam-se as soluções apresentadas neste trabalho com as soluções de referência (*benchmark*) unidimensionais, similares à Equação 2.6, para efeito de validação do método de FBR proposto, com aplicação ao problema de perda de carga em silos. Inicialmente, analisou-se a equação:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\|\nabla P\|^\xi \right) \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad x \in [0,1] \quad (2.27)$$

As condições de contorno para solução da Equação (2.27) foram:

$$P(0) = 0; \quad P(1) = 1$$

A solução analítica da Equação (2.27) é:

$$P(x) = x \quad (2.34)$$

Embora a solução analítica seja simples, a Equação (2.27) é não linear. Resolveu-se este problema com 40 pontos igualmente distribuídos. Primeiramente, fez-se uma análise do parâmetro (expoente) ξ na Equação (2.27). A Tabela 2-3 mostra que os valores menores de ξ causam um aumento não-linear na solução numérica do problema proposto, e, conseqüentemente, aumentam o seu erro. O efeito da variação de ξ sobre os valores do erro máximo e do erro médio quadrático (RMS) pode ser notado na Figura 2-1 e nos dados contidos na Tabela 2-3. A convergência da solução numérica serve como indicador de acurácia do método de FBR, ao se usar a função de base radial cúbica. A Figura 2-2 mostra que o critério de parada ($\text{RMS} \leq 0,001$) foi atingido em apenas três iterações, usando o método iterativo proposto.

Tabela 2-3. Erro máximo e erro médio quadrático (RMS) obtido nas soluções da Equação (2.27) para diferentes valores de ξ

ξ	RMS	Erro máximo
1	0,001449	0,001813
2	0,000674	0,000879
3	0,000669	0,000879

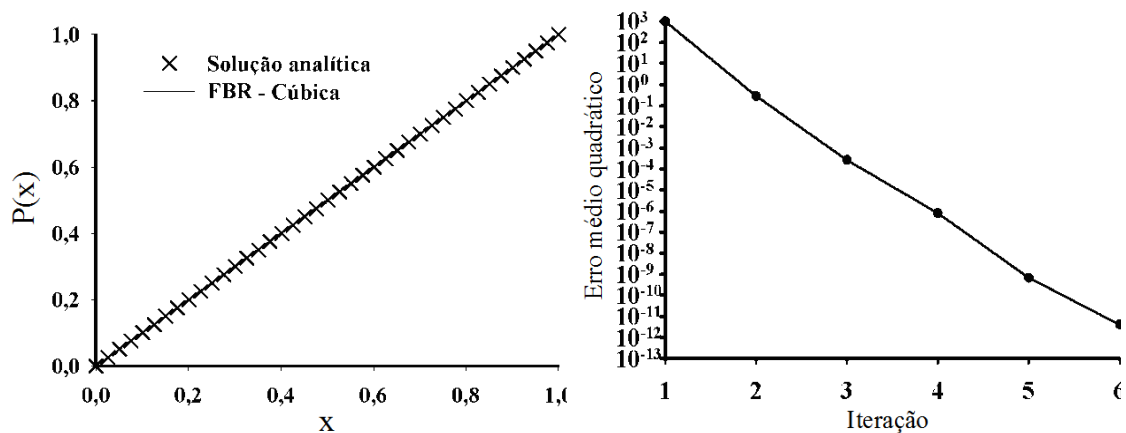


Figura 2-1. Solução do problema de Figura 2-2. Erro médio quadrático obtido referência (benchmark) a cada iteração. unidimensional.

2.3.2. Análise bidimensional do escoamento de ar em silos

Obtiveram-se soluções numéricas para os problemas uni e bidimensionais de perda de carga representados pela Equação 2.6. Em ambos os casos, o produto armazenado considerado foi grãos de milho. Para o problema em uma dimensão foram utilizados 30 pontos igualmente espaçados e para o problema bidimensional foi utilizada uma distribuição uniforme de 40×40 pontos. Como condição de contorno, a pressão na entrada da massa de grãos foi fixada em 5000 Pa em ambos os problemas.

As Figuras 2-3 e 2-4 referem-se à solução numérica obtida ao simular silos com fluxo unidimensional de ar. A Figura 2-4 mostra a rápida convergência do método proposto. De novo, vale citar que, apesar da

solução quase trivial, o método numérico de solução envolve a manipulação do módulo do gradiente da pressão elevado a uma potência fracionária.

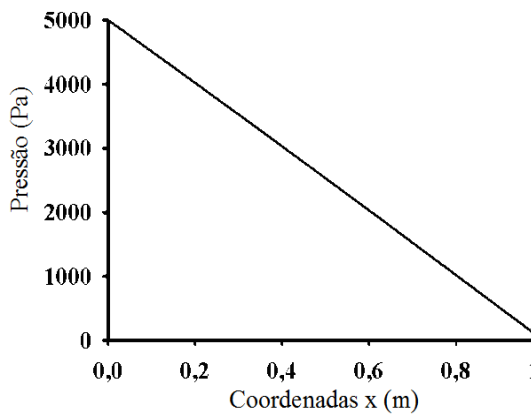


Figura 2-3. Solução unidimensional do escoamento de ar em uma massa de grãos.

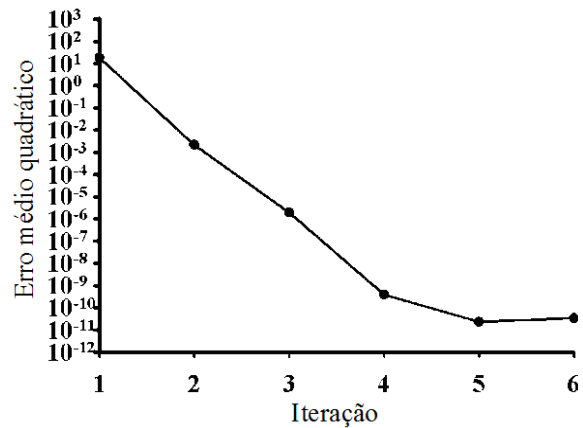


Figura 2-4. Convergência do método iterativo para o problema unidimensional do escoamento de ar em uma massa de grãos.

Nas Figuras 2-5, 2-6 e 2-7 apresentam-se os resultados obtidos da simulação do escoamento bidimensional em silos. A largura do silo simulado é 0,9 m e sua altura de 2,0 m. No eixo y, as coordenadas de 0 a 0,5 m representam a entrada de ar no silo. A pressão na entrada do silo foi fixada em 5000 Pa, que correspondeu a uma vazão volumétrica (específica) na entrada igual a $2,65 \text{ m}^3 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$. Utilizaram-se 40 pontos e o critério de término foi atingido em cinco iterações. Os dados obtidos comparam-se com os dados de França et al. (1994).

Nas Figuras 2-5 e 2-6 mostram-se as regiões de maior ventilação e também as regiões que oferecem risco à qualidade do produto. Observa-se que a parede direita do silo é uma região de baixa ventilação, conseqüentemente poderá ser uma área de risco no que se refere a qualidade do produto armazenado.

As figuras 2-7, 2-8 e 2-9 mostram linhas de pressão obtidas ao variar a área de entrada de ar no silo. As linhas de pressão permitem visualizar as perdas de carga ao longo do silo. Como era de se esperar, a região de maior perda de carga corresponde à região próxima à entrada do silo. A Figura 2-10 mostra a dependência não linear entre a vazão de ar e a área de entrada de ar, para uma mesma pressão na entrada.

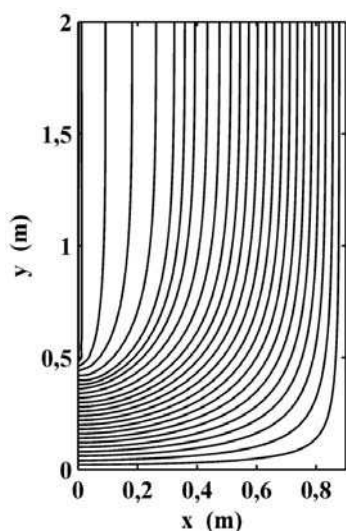


Figura 2-5. Linhas de corrente para escoamento bidimensional.

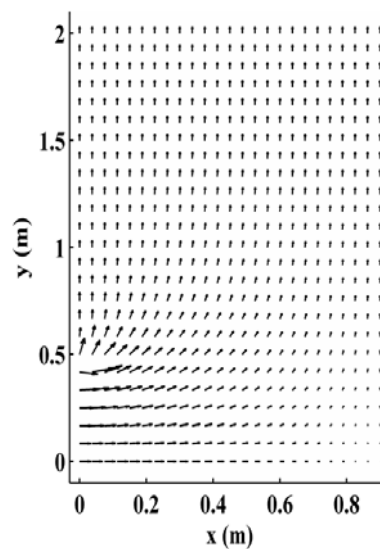


Figura 2-6. Campo de velocidade para escoamento bidimensional.

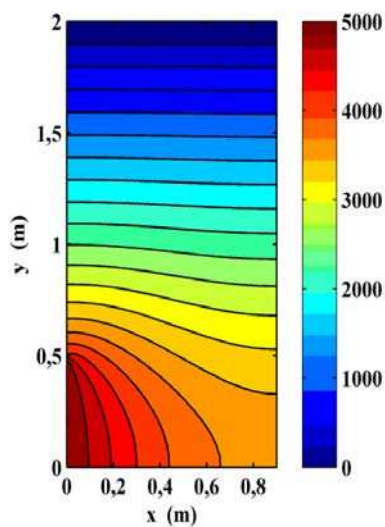


Figura 2-7. Linhas de pressão para escoamento. Área = $0,5 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$.

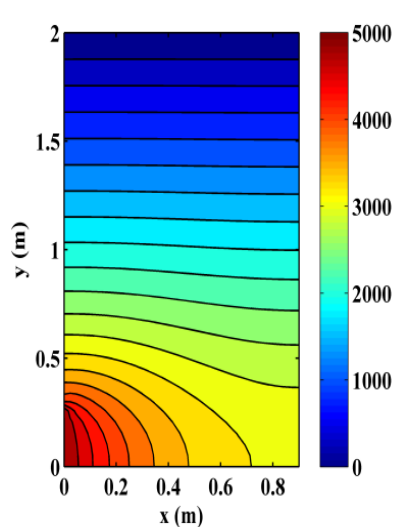


Figura 2-8. Linhas de pressão para escoamento. Área = $0,3 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$.

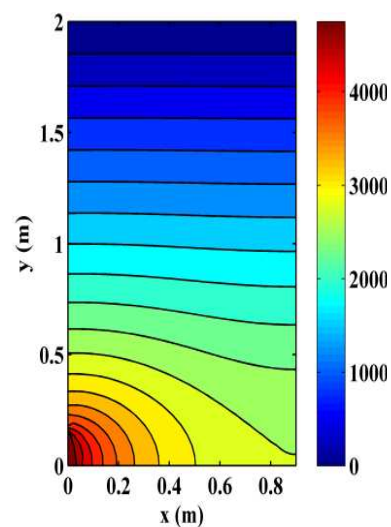


Figura 2-9. Linhas de pressão para escoamento. Área = $0,15 \text{ m}^2 \cdot \text{m}^{-1}$.

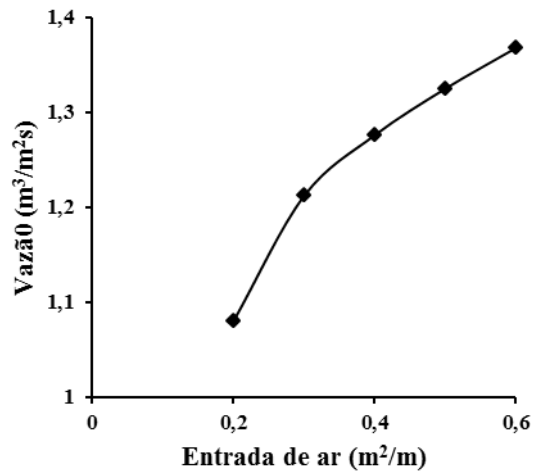


Figura 2-10. Efeito da variação da área de entrada na vazão.

2.4. CONCLUSÕES

A técnica proposta de linearização iterativa utilizando FBR mostrou-se de simples implementação, estável e acurada para a solução de problemas de equações não lineares de perda de carga em silos e em meios porosos similares, em geral. Os resultados permitem, a partir dos gráficos de isóbaras e de linhas de corrente, sugerir mudanças de configuração do silo para melhorar a distribuição de ar interna e, assim, evitar regiões de baixa aeração e risco de deterioração do produto. Assim, a metodologia proposta deverá ser de utilidade em projetos de unidades armazenadoras e secadores de grãos.

2.5. REFERÊNCIAS

BERNAL, F.; KINDELAN, M. **RBF meshless modeling of non-Newtonian Hele–Shaw flow**. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 31, 863-874, 2007.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying cereal grains**. AVI Publishing Co., Inc., Westport, CN, 1974

BROOKER, D.B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and storage of grains and oilseeds**. Westport: The AVI Publishing Company. New York, 1992.

DEGHAN, M.; TATARI, M. **Determination of a control parameter in a on dimensional parabolic equation using the method of radial basis functions**. *Mathematical and computer modeling*. 44, 1160-1168, 2006.

DRISCOLL, T. A.; HERYUDONO, A. R. H. **Adaptive residual subsampling methods for radial basis function interpolation and collocation problems**. *Computers and Mathematics with Applications*, 53, 927-939, 2007.

FASSHAUER, G. F. **Meshfree aproximation methods with Matlab**. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2007.

FRANÇA, A. S.; FORTES, M.; HAGHIGHI, K. **Numerical Simulation of Intermittent and Continuous deep-bed drying of Biological Materials**. 12, 1537-1560, 1994.

GARG, D.; MAIER, D. E. **Modeling non-uniform airflow distribution in large grain silos using Fluent**. 9th International Working Conference on Stored Product Protection. 15 a 18 de outubro. Campinas, Brasil, 2006.

GOTO, Y.; FEI, Z.; KAN, S.; KITA, E. **Options valuation by using radial basis function approximation**. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 31, 836-843, 2007.

HARDY, R. **Multiquadric equations of topography and other irregular surfaces**. *Journal of Geophysical Research*. 76, 1905-1915, 1971.

HON, Y. C.; MAO, X. Z. **An efficient numerical scheme for Burgers' equation**. *Applied Mathematics and Computation*. 95, 37-50, 1998.

KANSA, E. J. **Multiquadrics – A scattered data aproximation scheme with applications to computational fluid dynamics: I. Surface aproximations and partial derivative schemes**. *Comput. Math. Appl.* 19, 127-145, 1990.

- KANSA, E. J.; HON, Y. C. **Circumventing de Ill-Conditioning Problem with Multiquadric Radial Basis Functions: Applications do Elliptic Partial Differential Equations.** Computers and Mathematics with Applications, 39, 123-137, 2000.
- KATCHATOURIAN, O. A.; SAVICKI, D. L. **Mathematical Modelling of Airflow in an Aerated Soya Bean Store under Non-uniform Conditions.** Biosystems Engineering, 88. (2), 201-211, 2004.
- KATCHATOURIAN, O. A.; BINELO, M. O. **Simulation of three-dimensional airflow in grain storage bins.** Biosystems Engineering, 101. 225-238, 2008.
- KATCHATOURIAN, O. A.; TONIAZZO, N. A.; GORTYSHOV, Y. F. **Simulation of airflow in grain bulks under anisotropic conditions.** Biosystems Engineering, 104, 205-215, 2009.
- MA, J.; KRISHNASWAMI, P.; XIN, X. J. **A truly meshless pre- and post-processor for meshless analysis methods.** Advances in Engineering Software. 38, 9-30, 2007.
- NGUYEN, V. P.; RABCZUK, T.; BORDAS, S.; DUFLOT, M. **Meshless methods: A review and computer implementation aspects.** Mathematics and Computers in Simulation. 79, 763-813, 2008.
- NEETHIRAJAN, S.; KARUNAKARAN, C.; JAYAS, D.S.; WHITE, N. D. G. **X-ray Computed Tomography Image Analysis to explain the Airflow Resistance. Differences in Grain Bulks.** Biosystems Engineering. 94 (4), 545-555, 2006.
- RIBEIRO, C. A.; FORTES, M.; HARA, T. **Escoamento de ar em silos. [Airflow in silos.]** Revista Brasileira de Armazenamento, Viçosa, 891 (20), 28-31, 1983.
- SARRA, S. C. **Adaptive radial basis function methods for time dependent partial differential equations.** Applied Numerical Mathematics, 54, 79-94, 2005.
- SHEDD, C. K. **Resistance of grains and seeds to air flow.** Agricultural Engineering, 34 (9), 616-619, 1953.
- YAO, G.; SARLER, B.; CHEN, C. S. **A comparison of three explicit local meshless methods using radial basis functions.** Engineering Analysis with Boundary Elements, 35, 600-609, 2011.

CAPÍTULO 3

ANÁLISE BIDIMENSIONAL DE SECAGEM DE GRÃOS EM CAMADA FIXA POR MEIO DE FUNÇÕES DE BASE RADIAL

RESUMO

Este trabalho apresenta um estudo de simulação de secadores utilizando um modelo bidimensional para secagem em camada espessa. Foi incorporada ao modelo uma versão altamente não linear e modificada da equação de Navier Stokes para prever o perfil do escoamento dentro do secador. Um sistema de secagem de milho foi simulado de modo a analisar seu comportamento temporal e espacial de secagem. A recente técnica de funções de base radial foi empregada para resolver o conjunto associado de equações diferenciais parciais não-lineares. Uma aproximação numérica para obter os perfis de velocidade é obtida por meio de uma versão modificada da aproximação em funções de base radial. Soluções de benchmark em duas dimensões foram obtidas ao utilizar o método de FBR para resolver a equação de convecção pura. Foram obtidos perfis espaciais de temperatura do ar de secagem e dos grãos, umidade relativa do ar intergranular e teor de água dos grãos. Um estudo paramétrico de sensibilidade foi feito envolvendo a temperatura e a velocidade intersticial de secagem nas respectivas faixas de 50-90°C e 0,36-1,6 m.s⁻¹. Verificou-se também o efeito do teor de água inicial dos grãos nas faixas de 0,21 a 0,30 bs. Os dados resultantes nos permitem afirmar que a técnica de funções de base radial aplicada ao modelo proposto pode ser utilizada para estudos de projetos de secadores.

***ANALYSIS OF TWO-DIMENSIONAL FIXED-BED GRAIN
DRYING BY RADIAL BASIS FUNCTIONS***

ABSTRACT

This work presents a simulation study of dryers. A two dimensional deep bed drying model was applied. A highly non-linear modified version of Navier-Stokes' equation was incorporated to predict the flow pattern inside the dryer. A corn drying system was simulated in order to analyze its temporal and spatial drying behavior. The recent radial basis function technique was employed to solve the associated non-linear set of differential partial equations. The numerical approximation to the velocity profile is obtained via a modified version of the RBF approximation for the non-linear diffusion equation. Benchmark solutions were obtained solving the two dimensional advection equation. Spatial profiles for drying air temperature, corn temperature, relative humidity and moisture content are presented. A parametric sensitivity study was undertaken involving corn drying air temperatures and drying air velocities in the ranges of 50-90 °C and 0.36-1.6 m/s, respectively, and initial bed moisture contents ranging from 0.21 to 0.30 db. The resulting data allow us to affirm that radial basis function technique applied to drying modeling is a viable tool to dryers design and drying researchers.

3.1. INTRODUÇÃO

Secagem é uma operação unitária de grande interesse nas indústrias química, alimentícia e agrícola. Especificamente na indústria agrícola, o objetivo da secagem é a redução do teor de água dos produtos, com a finalidade de minimizar o desenvolvimento de fungos e insetos, prolongar o período de armazenamento e assegurar um produto de boa qualidade (SRIVASTAVA e JOHN 2002). A qualidade do produto é a base para determinar o seu uso final e valor comercial. Para minimizar o custo e preservar a qualidade dos grãos, há que se conhecerem as características de fenômenos inerentes de transporte de calor e massa no processo de secagem (MHIMID et al., 2000; CORZO et al., 2007).

Um estudo detalhado do processo de secagem pode ser feito por meio de modelos matemáticos. Simulações em computador possibilitam o uso eficiente dos secadores atuais e a inovação quanto ao projeto de novos secadores. (AREGBA et al., 2006; AREGBA e NADEU 2007).

Para que estes modelos apresentem resultados próximos à realidade, fenômenos físicos como variações na porosidade (MHIMID et al., 2000), encolhimento da camada de grãos (BENNAMOUN e BELHAMRI, 2008; RATTI e CAPRISTE, 2009) e condensação (SUN et al., 1995) foram estudados e incorporados aos modelos. Zare e Chen (2009) simularam a secagem de arroz em camada espessa com resultados simulados próximos aos resultados experimentais. Este fato aumenta a confiabilidade do modelo utilizado, permitindo que sejam feitos estudos complexos de secagem (FRANÇA et al., 1994; RATTI e MUJUMDAR, 1995; FORTES e FERREIRA, 2004) na ausência de dados experimentais.

Os modelos matemáticos usados para simular a secagem de grãos em camada espessa classificam-se em modelos transientes com discretização espacial, e modelos simplificados, como, por exemplo, modelos logarítmicos (AREGBA, 2006; AREGBA, 2007).

Os modelos transientes com discretização espacial envolvem o uso de sistemas de equações diferenciais parciais unidimensionais ou

multidimensionais não lineares com características puramente advectivas. O nível de complexidade é maior quando a modelagem com base nos modelos com discretizações espaciais-temporais envolve estruturas bi ou tridimensionais como no estudo do escoamento de ar em unidades secadoras (FRANÇA et al., 1994; GARG e MAIER, 2006; NEETHIRAJAN et al., 2006; KATCHATOURIAN et al., 2009).

A complexidade do problema levou a diferentes modelos de secagem de grãos e alimentos utilizando técnicas numéricas tradicionais como diferenças finitas (MANDAS e HABTE, 2002), elementos finitos (FRANÇA et al., 1994), volumes finitos (MHIMID et al., 2000) e redes neurais (KHOSHHAL et al., 2010).

Os métodos numéricos tradicionais, quando aplicados a problemas que envolvem geometrias complexas, em duas ou três dimensões geralmente requerem de técnicas complexas de programação e, ou, de refinamento de malha (KANSA & HON, 2000; DEGHAN e TATARI, 2006). Recentemente, técnicas numéricas, que não requerem o uso de malhas, surgiram como alternativa aos métodos numéricos tradicionais (NGUYEN et al., 2008). Dentre estes métodos o método de funções de base radial (FBR) tem sido utilizado devido à sua acurácia, simplicidade e facilidade de implementação (YAO et al., 2011). Outro aspecto apresentado pelo método de FBR é o bom comportamento do método diante de problemas com características convectivas. Hon e Mao (1998), Sarra (2005), Durmus et al. (2006) e Driscoll e Heryudono (2007) apresentaram soluções numéricas utilizando FBR em problemas puramente convectivos, problemas convectivos-difusivos com elevados números de Peclet e para a equação de Burger.

A técnica de funções de base radial foi utilizada pela primeira vez por Hardy (1971), para interpolar funções ou conjuntos de dados. A primeira aplicação para a solução de equações diferenciais parciais foi feita por Kansa (1990). Desde então a FBR sofreu rápida expansão, devido à sua acurácia, quando comparada a outras técnicas numéricas. Atualmente, já se encontram disponíveis na literatura trabalhos que apresentam técnicas de discretização espacial para o método de FBR e programas computacionais

para geração de nós (SARRA, 2005; DRISCOLL e HERYUDONO, 2007; MA et al., 2007; FLYER e LETHO, 2010).

No presente trabalho teve-se como objetivo global apresentar uma metodologia numérica de FBR para simular a secagem bidimensional de grãos em camada fixa, visando o projeto otimizado de secadores.

Os objetivos específicos consistem em, usando a técnica de funções de base radial:

- Analisar o problema não linear de escoamento bidimensional de ar em silos.
- Modelar e analisar o problema de secagem de milho em camada espessa, com discretização espacial-temporal.
- Efetuar testes de sensibilidade do modelo de comportamento do secador, de modo a identificar os efeitos das condições de secagem sobre os dados de projeto e possibilitar futuros estudos de otimização.

3.2. METODOLOGIA

3.2.1. Análise do escoamento de ar em silos

A modelagem físico-matemática do escoamento isotérmico do ar (ou qualquer fluido incompressível), em meios porosos, tais como massa de grãos armazenados em silos, consiste nas equações de continuidade e de momentum (equações de Navier-Stokes).

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho \frac{DV}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 V \quad (3.2)$$

em que:

- \vec{V} = Vetor velocidade, m.s⁻¹;
- ρ = Massa específica, kg.m⁻³;
- t = Tempo, s;
- P = Pressão, Pa;
- μ = Viscosidade dinâmica (Pa.s).

A resistência ao fluxo de ar depende, principalmente, da forma e tamanho dos grãos, de impurezas presentes na massa do produto, da forma de carregamento do silo e da espessura da camada de grãos (KATCHATOURIAN e SAVICKI, 2004; GARG e MAIER, 2006; NEETHIRAJAN et al., 2006; KATCHATOURIAN et al., 2009), havendo necessidade de se recorrer a expressões empíricas que permitam o tratamento numérico. Essas expressões substituem a equação de momentum (Equação 3.2) e, geralmente, tomam a forma funcional do tipo $V = f(|\nabla P|)$. Shedd (1953) obteve, experimentalmente, uma equação de correlação entre velocidade do ar e gradiente de pressão estática em uma massa de grãos armazenados em silos, aplicável a diversos tipos de grãos, descrita pela Equação (3.3).

$$Q = A \left(\frac{\partial P}{\partial n} \right)^B \quad (3.3)$$

em que:

- Q = Vazão volumétrica por unidade de área de piso do silo, $m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$;
- $\frac{\partial P}{\partial n}$ = Queda de pressão estática por incremento de distância na direção do fluxo, $Pa \cdot m^{-1}$;
- A, B = Parâmetros empíricos.

Os parâmetros A e B dependem do valor local do gradiente de pressão, ∇P , do tipo de grão e da condição do produto armazenado. A Tabela 3-1 contém os valores de A e B para grãos de milho.

Tabela 3-1. Coeficientes A e B para grãos de milho

Faixa de gradiente de pressão ($Pa \cdot m^{-1}$)	A ($\times 10^{-3}$)	B
0,000 – 8,175	1,451	0,950
8,175 – 20,438	1,713	0,867
20,438 – 57,225	2,297	0,768
57,225 – 163,500	3,017	0,702
Acima de 163,500	4,443	0,628

4,088 – 899,250	3,294*	0,680*
-----------------	--------	--------

* Valores médios apresentados por Brooker et al. (1974)
 Fonte: (Shedd, 1953).

Em um escoamento em meio poroso, o gradiente de pressão, ∇P , e o vetor velocidade, \vec{V} , são paralelos e atuam em direções opostas. Dessa forma, obtém-se a Equação (3.4).

$$\vec{V} = -K \nabla P \quad (3.4)$$

Associando a Equação (3.4) à equação de continuidade, $\nabla \cdot \vec{V} = 0$, obtém-se a seguinte equação não linear de Laplace:

$$\nabla \cdot (K \nabla P) = 0 \quad (3.5)$$

O parâmetro K é dado pela seguinte expressão:

$$K = A |\nabla P|^{(B-1)} \quad (3.6)$$

Neste trabalho, as condições de contorno consideradas para o problema foram:

- Dirichlet – Os valores de pressão são especificados nas entradas e saídas de ar do silo.
- Neumann – As paredes do silo são impermeáveis, ou seja, $\vec{V} = 0 \Rightarrow \nabla P = 0$, na direção normal à parede.

3.2.2. Modelagem de processos de secagem bidimensionais

O modelo bidimensional de secagem consiste em equações de conservação de massa e de energia, e uma equação de secagem em camada fina. As equações originadas do modelo geral proposto por Fortes (2004) e Fortes e Ferreira (2004) podem ser reduzidas a uma formulação que é equivalente ao modelo de Zare e Chen (2009) e a uma expansão do modelo unidimensional de Brooker et al. (1992).

No desenvolvimento das equações, as seguintes considerações foram feitas:

- (1) O ar de secagem é uma mistura de gases ideais.

- (2) As paredes do secador são adiabáticas.
- (3) Despreza-se a expansão ou contração da camada de grãos sob secagem.
- (4) A transmissão de calor entre os grãos por condução não é considerada.
- (5) Ao decorrer da secagem, cada grão se comporta como fonte ou sumidouro de vapor, com gradientes internos de temperatura e de teor de água desprezíveis.
- (6) A massa de grãos se distribui uniformemente dentro do secador.

Equação de continuidade para o vapor de água do ar

A equação de continuidade para o vapor de água no ar estabelece que a taxa de variação de massa dentro do volume de controle, e o fluxo líquido de massa, através da superfície de controle, é igual à taxa de variação da quantidade de vapor gerado dentro do volume de controle devido à secagem. Desconsiderando os termos de acúmulo de vapor em relação aos outros termos, a equação de continuidade para o vapor de água contido no ar de secagem pode ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{V} \cdot \nabla W = - \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (3.7)$$

em que:

- W - Razão de umidade do ar (relação entre a quantidade de vapor presente em uma massa de ar úmido e a massa de ar seco), $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- t - Tempo, s;
- V - Velocidade, $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- M - Teor local médio de água do produto, base seca (relação entre a quantidade de água presente em uma massa de produto úmido e a massa do produto completamente seco), $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- ρ_p - Massa específica do produto seco, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;
- ρ_a - Massa específica do ar seco, $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

ε - Porosidade da massa de produto, decimal.

Equação de energia para o ar de secagem

A primeira lei da termodinâmica aplicada ao ar de secagem estabelece que a taxa de variação de entalpia dentro do volume de controle e o fluxo líquido de entalpia, através da superfície de controle, é igual ao calor transferido da massa de grãos para o ar de secagem. Desconsiderando os termos de acúmulo de entalpia em relação aos outros termos, obtém-se:

$$\varepsilon \rho_a (c_a + W c_v) \vec{V} \cdot \nabla T = -h'a(T - \theta) \quad (3.8)$$

em que:

- V - Velocidade do ar seco, $m \cdot s^{-1}$;
- ε - Porosidade da massa de grãos, decimal;
- h' - Coeficiente convectivo de transferência de calor, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$;
- a - Área superficial da partícula (área por unidade de volume da massa de grãos), $m^2 \cdot m^{-3}$;
- T - Temperatura do ar, K ;
- θ - Temperatura do produto, K ;
- c_a - Calor específico do ar seco, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$;
- c_v - Calor específico do vapor de água, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

Equação de entalpia para o grão

A soma das entalpias necessárias para aquecer os grãos e evaporar a água no interior do grão é igual à quantidade de energia transferida por convecção do ar para os grãos.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{h'a(T - \theta)}{\rho_p (c_p + c_w M)} + \frac{[h_{fg} + c_v(T - \theta)]}{(c_p + c_w M)} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (3.9)$$

O parâmetro h_{fg} ($J \cdot kg^{-1}$) se refere ao calor latente de evaporação da água no grão e c_w se refere ao calor específico da água líquida.

Para resolver o sistema de Equações (3.7), (3.8) e (3.9), escrito em termos de quatro variáveis dependentes W, T, θ e M, faz-se necessária a

adição de uma equação para a taxa de secagem local, ou taxa de secagem em camada fina. A taxa de secagem pode ser obtida por meio de modelos empíricos, mecânicos ou termodinâmicos que permitem descrever o transporte de massa e de energia no interior dos grãos (FORTES e OKOS, 1981). Uma prática usual é assumir que um único grão ao secar se comporta como uma camada fina de grãos.

Neste trabalho, utilizou-se a equação de secagem em camada fina proposta por Thompson (1968), expressa na forma da Equação (3.10), com os parâmetros empíricos dados pelas Equações (3.11) e (3.12) para grãos de milho.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{M_e - M}{3600 [B^2 + (1/900)Ct]^{1/2}} = \frac{M_e - M}{g(t, T)} \quad (3.10)$$

$$B = -4,10497 + 0,008784T \quad (3.11)$$

$$C = 1,66209 \cdot 10^8 \exp(-5,9418 \cdot 10^{-2}T) \quad (3.12)$$

A função $g(t, T)$ é dependente do tempo de secagem, t , e da temperatura de secagem, T . O termo M_e é o teor de água de equilíbrio local em base seca. A equação de Henderson, modificada por Thompson (1968), foi utilizada para calcular o teor de água de equilíbrio do grão de milho.

$$M_e = \left[\frac{\ln(1 - H_r)}{-0,688(T - 223)} \right]^{1/2} \quad (3.13)$$

em que H_r é a umidade relativa do ar de secagem.

As condições iniciais e de contorno necessárias para a solução do sistema de equações proposto, são definidas, respectivamente, por:

$$\begin{cases} W(x, y, 0) = W_{inicial} \\ T(x, y, 0) = T_{inicial} \\ \theta(x, y, 0) = \theta_{inicial} \\ M(x, y, 0) = M_{inicial} \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} W(x_{entrada}, y_{entrada}, t) = W_s \\ T(x_{entrada}, y_{entrada}, t) = T_s \end{cases} \quad (3.15)$$

3.2.3. O método de funções de base radial

Este trabalho utiliza o recente método de funções de base radial para resolver o sistema não linear de equações diferenciais, que compõem o modelo, formado pelas Equações (3.7), (3.8), (3.9) e (3.10).

Uma função de base radial (FBR) é uma função de valor real dependente apenas da distância entre $x \in R_d$ e um ponto fixo $x_j \in R_d$, conhecido como centro, dada pela seguinte expressão:

$$\phi_j(x) = \phi(x, x_j) = \phi(\|x - x_j\|) \quad (3.16)$$

A norma adotada neste trabalho é a distância Euclidiana. Cada FBR $\phi_j(x)$ é radialmente simétrica em relação ao centro x_j . Funções de base radial podem, efetivamente, interpolar funções. Para isto, considere $f(x)$ uma função definida em todos os pontos $x_i, i = 1, \dots, N$, assim $f(x_i) = f_i$. Definindo r_j como a norma Euclidiana, $r_j = \|x - x_j\|$, a aproximação de $f(x)$ por meio de uma FBR pode ser definida pela Equação (3.17).

$$f_{\sim}(x) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(\|x - x_j\|) \quad (3.17)$$

Desta maneira, nos pontos nodais $f_{\sim}(x_i) = f(x_i)$. Conseqüentemente, a solução do seguinte sistema de equações lineares é a expansão dos coeficientes λ_j , definida pela Equação (3.18).

$$\sum_{j=1}^n H_{i,j} \cdot \lambda_j = f_i \quad \text{ou} \quad H \cdot \lambda = f; \quad \forall H_{i,j} = \phi(\|x_i - x_j\|) \quad (3.18)$$

Seja $u(x_j, t)$ uma função dependente de um vetor espacial de dimensão n , $x = (x_1, x_2, \dots, x_d), \in \Omega \subset R_n$, e do tempo t . Em problemas unidimensionais, o vetor $x = x_j$ está associado ao número N de pontos de colocação, que coincidem com a coordenada x de interesse. Os coeficientes

λ_j são considerados dependentes do tempo, ou seja, eles podem variar a cada intervalo de tempo, de modo que:

$$u(\mathbf{x},t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|) \quad (3.19)$$

Algumas funções de base radial típicas são citadas a seguir, de acordo com Fasshauer (2007).

Thin plate spline -
TPS: $\phi(r_j) = r_j^4 \log(r_j) \quad (3.20)$

Multiquádrica - MQ: $\phi(r_j) = \sqrt{c^2 + r_j^2} \quad (3.21)$

Cúbica: $\phi(r_j) = r_j^3 \quad (3.22)$

Gaussiana: $\phi(r_j) = e^{-c^2 r_j^2} \quad (3.23)$

Nas funções Multiquádrica e Gaussiana, o parâmetro c , denominado fator de forma, é uma constante empírica.

O método de funções de base radial é aplicado para discretizar o sistema hiperbólico de equações, Equações (3.7) a (3.10). Sendo $u_k = u_k(\mathbf{x},t)$ qualquer variável dependente, a sua respectiva derivada parcial pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial u_k}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{j=1}^N \lambda_{kj}(t) \frac{\partial \phi(r_j)}{\partial \mathbf{x}} = \sum_{j=1}^N \lambda_{kj}(t) \frac{\partial \phi(|\mathbf{x} - \mathbf{x}_j|)}{\partial \mathbf{x}} \quad (3.24)$$

A expansão para três dimensões pode ser feita facilmente definindo r_j como na Equação (3.25).

$$r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2} \quad (3.25)$$

Por meio de um simples esquema de diferenças finitas muitas equações diferenciais parciais podem ser discretizadas no tempo (ZIENKIEWICZ & TAYLOR, 1991). Mais especificamente, a metodologia de FBR consiste em, primeiro, efetuar a discretização no tempo. A partir desta

notação, todas as equações diferenciais podem ser escritas na seguinte forma:

$$\frac{\partial u_k(x,t)}{\partial t} = f(u_1, u_2 \dots u_k \dots u_N, t) = f(u, t) \quad (3.26)$$

A forma discretizada da Equação (3.26) se torna:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_k(x,t)}{\partial t} &\approx \frac{\Delta u_k(x,t)}{\Delta t} = \frac{u_k(x,t + \Delta t) - u_k(x,t)}{\Delta t} \approx ; \quad \forall 0 \leq \Theta \leq 1 \quad (3.27) \\ &\approx (1 - \Theta)f(u, t) + \Theta f(u, t + \Delta t) \end{aligned}$$

Classicamente, o esquema de Crank-Nicholson consiste em usar um valor de $\Theta = 0,5$, embora o valor de Θ possa ser, arbitrariamente, ajustado entre 0 e 1. Este ajuste é responsável por diferentes precisões nas soluções (HOFFMAN, 1992).

Utilizando a notação $u_k(x,t) = u_k(x, t^n) = u_k^n$ e $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, a Equação (3.27) pode ser reescrita como:

$$u_k^{n+1} - \Delta t \Theta f(u^{n+1}) \approx u_k^n + \Delta t (1 - \Theta) f(u^n) \quad (3.28)$$

Neste trabalho definiu-se a função $f(u)$ como sendo:

$$f(u^{n+1}) = f(u_1^n) + f(u_2^n) + \dots + f(u_k^{n+1}) + f(u_{k+1}^n) + \dots \quad (3.29)$$

A função $u(x,t)$ é definida por:

$$u(x,t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(|x - x_j|) ; \quad \forall \alpha = \Theta \Delta t \text{ e } \beta = (1 - \Theta) \Delta t \quad (3.30)$$

3.2.4. Discretização das equações

Neste item serão apresentadas as discretizações para as equações de momentum, massa e energia utilizando o método de funções de base radial.

Discretização da equação de momentum

Considere-se a equação diferencial parcial expressa pela Equação (3.5), reescrita na seguinte forma:

$$K\Delta P + \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (3.31)$$

Essa função é definida no domínio $\Omega \subset \mathfrak{R}$, e apresenta as seguintes condições de contorno:

$$\text{Pressão na entrada de ar no silo: } P = P_0 \quad (3.32)$$

$$\text{Gradiente de pressão nas paredes do silo: } \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (3.33)$$

$$\text{Pressão na saída de ar no silo: } P = P_s \quad (3.34)$$

A solução da Equação (3.31) consiste em aproximar uma solução para $P(x,y)$, por meio de uma expansão em funções de base radial, assim como foi proposto para o problema de interpolação na Equação (3.19).

A matriz de colocação deve ser construída de modo a incluir a Equação (3.31) aos pontos de colocação da seguinte forma:

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \left(K_k \Delta \phi_{k,j} + \frac{\partial K(\phi)}{\partial x} \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial x} + \frac{\partial K(\phi)}{\partial y} \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial y} \right) \quad (3.35)$$

A mesma metodologia é aplicada às condições de contorno expressas pelas Equações (3.32), (3.33) e (3.34).

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (3.36)$$

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial n} \quad (3.37)$$

Depois de obter λ pela solução do sistema linear composto pelas Equações (3.36) e (3.37), $P(x,y)$ pode ser obtido pelo simples produto expresso pela Equação (3.38).

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (3.38)$$

Discretização da equação de continuidade para o vapor de água

Por simplicidade, alguns passos do processo de discretização foram retirados devido à semelhança com a formulação apresentada anteriormente. Portanto a Equação (3.7), depois do processo de discretização em termos de funções de base radial, se torna:

$$-\frac{\rho_s}{\varepsilon\rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \left(\bar{u}_k \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial x} + \bar{v}_k \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial y} \right) \quad (3.39)$$

Depois de obter λ pela solução do sistema linear formado pela Equação (3.39), $W(x,y)$ pode ser obtido pelo simples produto dado pela Equação (3.40).

$$W_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (3.40)$$

Discretização da equação de energia para o ar de secagem

Tendo como base os desenvolvimentos apresentados nos dois itens precedentes, a discretização da equação de energia para o ar de secagem, Equação (3.8), é apresentada a seguir, expressa pelas Equações (3.41) e (3.42).

$$\frac{-h'a\theta_k}{\varepsilon\rho_a(c_a + W_k c_v)} = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \left[\frac{h'a\phi_{k,j}}{\varepsilon\rho_a(c_a + W_k c_v)} + \left(\bar{u}_k \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial x} + \bar{v}_k \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial y} \right) \right] \quad (3.41)$$

$$T_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (3.42)$$

Discretização da equação de energia para o grão

A metodologia proposta pelas Equações (3.27) a (3.31) será aplicada para integração temporal da Equação (3.9).

As expressões seguintes permitiram obter as soluções transientes da equação de energia:

$$H_+ = \left[\rho_s c_p + \alpha \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \theta^{n+1} \quad (3.43)$$

$$H_- = \left[\rho_s c_p - \beta \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \theta^n \quad (3.44)$$

$$C = \Delta t \left[haT + \rho_s (h_{fg} + c_v T) \frac{\partial M}{\partial t} \right] \quad (3.45)$$

Depois de obtidos os coeficientes λ , obtêm-se as temperaturas do produto, $\theta(t)$, a partir da Equação (3.47), por meio de:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(x_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(x_{ij}) + C \quad (3.46)$$

$$\theta_k(t) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (3.47)$$

3.2.5. Parâmetros e propriedades físicas de grãos de milho

A Tabela 3-2 contém os valores das propriedades físicas de grãos de milho, associadas ao processo de secagem, usadas nas simulações realizadas.

Tabela 3-2. Propriedades físicas de grãos de milho

Propriedade ou parâmetro de secagem	Equação ou valor	Ref.
Teor de água de equilíbrio, decimal, bs	Equação (3.13)	(3)
Calor específico do milho seco, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_p = 1122$	(1-3)
Calor específico do ar, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_a = 1013$	(1-3)
Calor específico do vapor, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_v = 1884$	(1-3)
Calor específico da água, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_w = 4185,8$	(1-3)
Calor latente de vaporização da água para o grão de milho, $J \cdot kg^{-1}$	$h_{fg} = 3638548 - 4000720M - 3529,08T$	(1-3)
Área do grão de milho por unidade de volume, $m^2 \cdot m^{-3}$	$a = 784$	(1-3)
Massa específica do grão de milho, $kg \cdot m^{-3}$	$\rho_p = 620$	(1-3)
Porosidade da camada de grãos, decimal	$\varepsilon = 0.44$	(1-3)
Coefficiente de transferência de calor, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	$h' = A C_a G_a \left(\frac{2r_0 G_a}{\mu_a} \right)^B$	(2)

(1) Bakker-Arkema et al. (1978); (2) Brooker et al. 1992 (3) França et al. (1994).

3.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.3.1. Aplicação da técnica de funções de base radial a problemas convectivos de referência (*benchmark*)

A ausência de soluções analíticas para problemas bi e tridimensionais de secagem ou respectivos dados experimentais dificulta o processo de calibração e avaliação de técnicas numéricas apropriadas.

A maioria dos processos físicos reais envolve convecção e difusão ou ambos, simultaneamente. Conseqüentemente, as características gerais de convecção pura, difusão pura e dispersão pura, são necessárias para o entendimento de soluções de equações diferenciais parciais.

Portanto, a utilização de problemas convectivos de referência (*benchmark*) bidimensionais, similares ao comportamento das equações envolvidas no processo de secagem torna-se necessária, para efeito de validação do método de FBR proposto.

A equação de advecção, ou convecção pura bidimensional, em regime permanente é representada pela seguinte equação, típica de problemas de propagação, e foi utilizada neste trabalho como referência:

$$\bar{u} \frac{\partial U}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} = 0 \quad (3.48)$$

em que:

U - Variável dependente.

x, y - Coordenadas espaciais, m.

\bar{u} , \bar{v} - Velocidades nas direções x e y, respectivamente, m/s.

A Figura 3-1 ilustra o problema proposto para a solução da equação de convecção pura. O campo de velocidades foi definido por, $\bar{u} = \cos(\alpha)$ e $\bar{v} = \sin(\alpha)$, sendo $\alpha = 45^\circ$. As condições de contorno foram dadas pelas Equações (3.49) e (3.50).

$$U = 0 \text{ para } (0 < x \leq 1; 0) \quad (3.49)$$

$$U = 1 \text{ para } (0; 0 < y \leq 1) \quad (3.50)$$

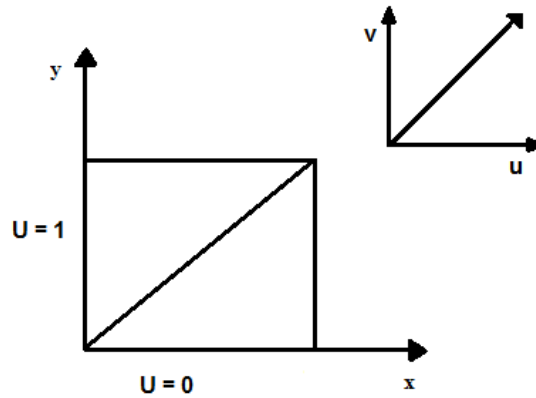


Figura 3-1. Ilustração do problema de convecção pura.

A inserção de termos difusivos na Equação (3.48) foi necessária para que o método de FBR se ajustasse de forma a apresentar soluções numéricas coerentes. Depois da inserção dos termos difusivos, a Equação (3.48) passa então a ter o formato indicado pela Equação (3.51).

$$\bar{u} \frac{\partial U}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} - \kappa \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} - \kappa \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0 \quad (3.51)$$

A partir da inserção dos termos, indicada pela Equação (3.51), utilizou-se o número de Peclet ($Pe_x = \frac{\bar{u}\Delta x}{\kappa}$, $Pe_y = \frac{\bar{v}\Delta y}{\kappa}$) como referência. Altos valores para o número de Peclet indicam soluções dominadas por termos convectivos (HOFFMAN, 1992). Portanto, o parâmetro κ foi ajustado em $\kappa = 2 \cdot 10^{-10}$, garantindo que as características de convecção pura fossem mantidas, conforme indicação do número de Peclet igual a $Pe_x = Pe_y = 1,3 \cdot 10^8$. O parâmetro de forma, c , presente na função de base radial multiquádrica foi ajustado a partir de experimentos numéricos, apresentando melhor resultado para $c = 1,0 \cdot 10^{-8}$.

As Figuras 3-2 e 3-3 representam, respectivamente, as soluções numéricas e analíticas. Pode-se observar que a solução numérica apresenta leve dispersão nas regiões com altos valores de gradiente. Contudo, a

solução numérica mostrou que o emprego dos termos difusivos não contaminou a solução com efeitos de falsa difusão, mantendo as características convectivas do problema. A falsa difusão é conhecida por apresentar soluções realísticas com dissipações nas regiões de com altos valores de gradiente, conforme ilustrado pela solução numérica apresentada na Figura 3-4.

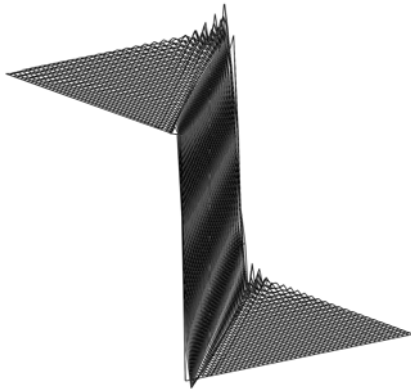


Figura 3-2. Solução numérica para o problema convectivo proposto utilizando o número de pontos $N = 50 \times 50$.

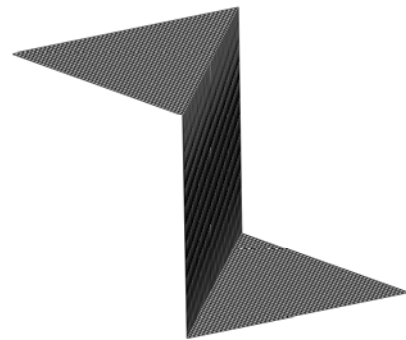


Figura 3-3. Solução analítica para o problema convectivo proposto.

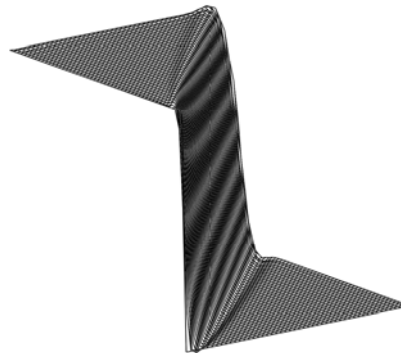


Figura 3-4. Solução numérica com características difusivas para o problema convectivo proposto para $Pe_x = Pe_y = 4$.

3.3.2. Análise bidimensional do processo de secagem em camada espessa

Simulação do escoamento bidimensional do escoamento de fluido

Os resultados das simulações aqui apresentadas tiveram por base os dados e propriedades físicas disponíveis em Brooker et al. (1974) e em Brooker et al. (1992) e os dados de França (1994) e Fortes & Ferreira (2004). A confiabilidade no método de funções de base radial (FBR) teve por base estudo preliminar envolvendo a solução da complexa equação de convecção pura. Efetuaram-se várias simulações, conforme as condições apresentadas na Tabela 3-3.

Depois de várias simulações visando encontrar o melhor coeficiente, ou função de forma, c , da função multiquádrica e compatibilidade de resultados, optaram-se pelos seguintes parâmetros numéricos apresentados na Tabela 3-4.

Tabela 3-3. Condições de simulação utilizadas

Simulações realizadas	Parâmetros de secagem						
	T_s ($^{\circ}\text{C}$)	W_s ($\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$)	M_0 ($\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$)	W_0 ($\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$)	T_0 ($^{\circ}\text{C}$)	θ ($^{\circ}\text{C}$)	P (Pa)
Condições de referência para simulação de secagem.	70	0,006	0,25	0,006	25	20	1000
Efeito da velocidade do ar de secagem.							500 1000 2500
Efeito da temperatura do ar de secagem.	50 70 90						
Efeito do teor de água inicial da massa de grãos			0,30 0,25 0,21				
Tempo de simulação	Para todas as condições simuladas, a secagem foi realizada até que o teor médio de água da massa de grãos fosse superior a 12% bs.						

Tabela 3-4. Parâmetros numéricos de simulação

Parâmetro	Símbolo	Valor
Coeficiente ou fator de forma da função multiquádrica	c	1×10^{-11}
Número de pontos de colocação, uniformemente distribuídos	N	25
Constante associada ao termo difusivo	κ	5×10^{-13}

Uma representação esquemática do secador é apresentada na Figura 3-5. O ar é aquecido antes de entrar no secador. Os grãos supostamente estão em equilíbrio com o ar no início do processo.

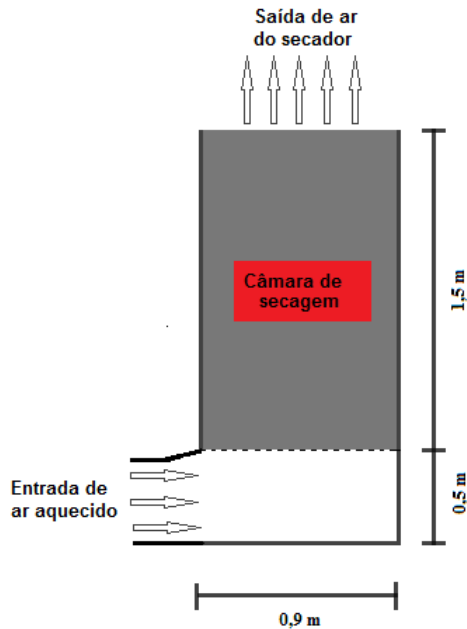


Figura 3-5. Diagrama esquemático do secador.

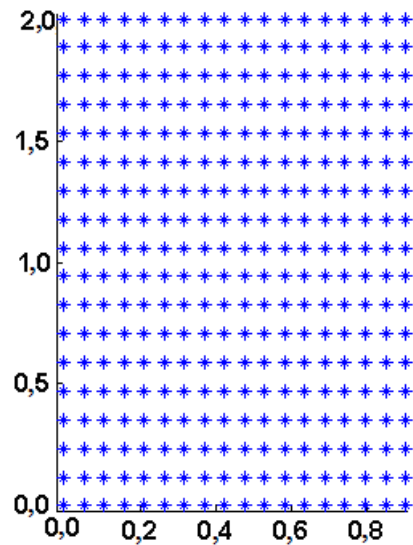


Figura 3-6. Distribuição de nós utilizados para discretização do secador.

Nas Figuras 3-7, 3-8 e 3-9 apresentam-se os resultados obtidos da simulação do escoamento bidimensional em silos. A pressão na entrada do silo foi fixada em 5000 Pa. Os dados obtidos comparam-se com os dados de França et al. (1994).

As figuras 3-7 e 3-8 mostram as regiões de maior ventilação e também as regiões que oferecem risco à qualidade do produto. Observa-se que a parede à esquerda do silo e o seu solo, à direita são regiões de baixa ventilação. Nestas regiões há risco de infestação por fungos ou mofo, no caso de baixa ventilação ou de secagem a baixa temperatura. Outra maneira de minimizar este problema consiste em homogeneizar a massa de produto por mistura mecânica no interior do próprio silo secador.

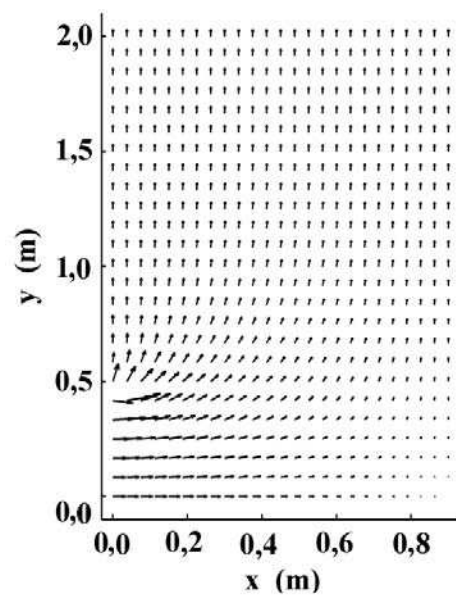
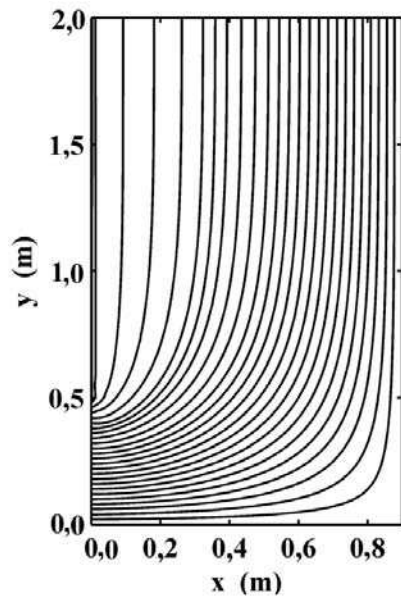


Figura 3-7. Linhas de corrente para escoamento bidimensional.

Figura 3-8. Campo de velocidades para escoamento bidimensional.

A Figura 3-9 mostra as linhas de pressão obtidas. As linhas de pressão permitem visualizar as perdas de carga ao longo do silo. Como era de se esperar, a região de maior perda de carga corresponde à região próxima à entrada do silo-secador.

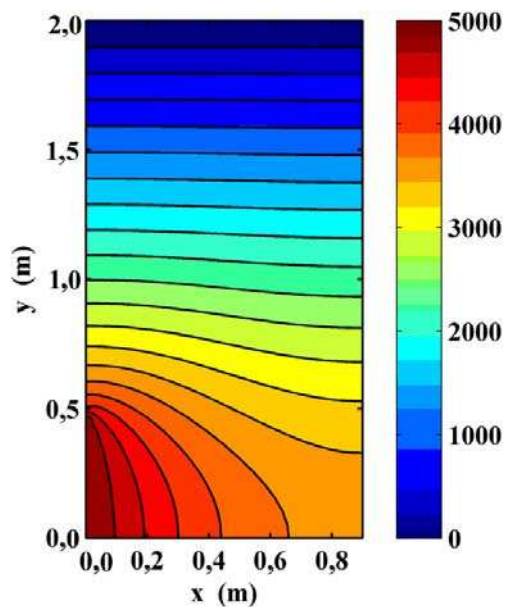


Figura 3-9. Linhas de pressão para escoamento bidimensional.

Perfis espaciais das variáveis termodinâmicas

Obtiveram-se perfis espaciais das variáveis termodinâmicas do processo para tempos de secagem de 1 hora (Figuras 3-10, 3-11, 3-12, 3-13), 5 horas (Figuras 3-14, 3-15, 3-16, 3-17) e 15 horas (Figuras 3-18, 3-19, 3-20, 3-21).

No início da secagem o ar está em equilíbrio com a massa de grãos no interior do secador. Devido ao alto teor de água nos grãos, o ar encontra-se saturado. Quando os grãos começam a secar, o ar transporta umidade para regiões já saturadas podendo ocorrer condensação de vapor de água. Diante deste fato, supôs-se que o teor de água de equilíbrio máximo que os grãos pudessem atingir fosse igual ao seu teor de água inicial e que a razão de umidade ficasse acima do seu valor de saturação.

Depois de uma hora, pode-se observar que o processo de secagem só ocorreu na região à entrada do silo-secador (Figuras 3-10, 3-12, 3-13).

Na Figura 3-11 é apresentado o comportamento da umidade relativa do ar de secagem dentro do silo. Depois de 1 hora de secagem, grande parte do ar intergranular encontra-se saturado, apresentando umidade relativa superior a 90%.

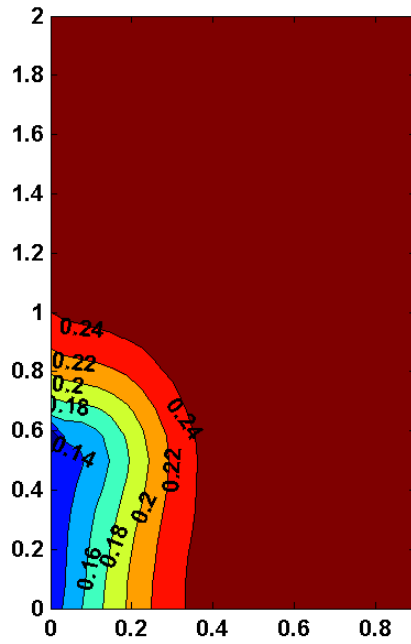


Figura 3-10. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 1 hora de secagem.

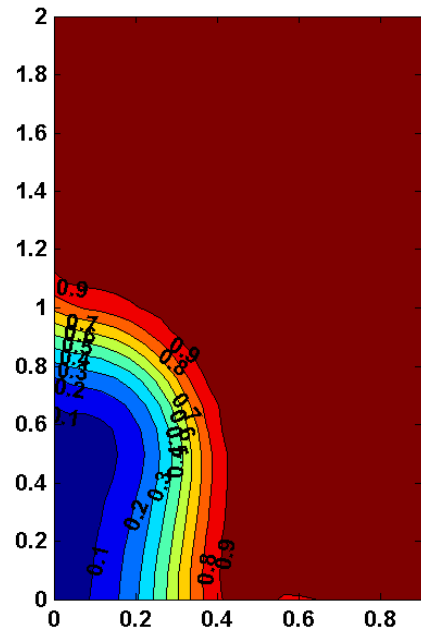


Figura 3-11. Distribuição de umidade relativa do ar intergranular depois de 1 hora de secagem.

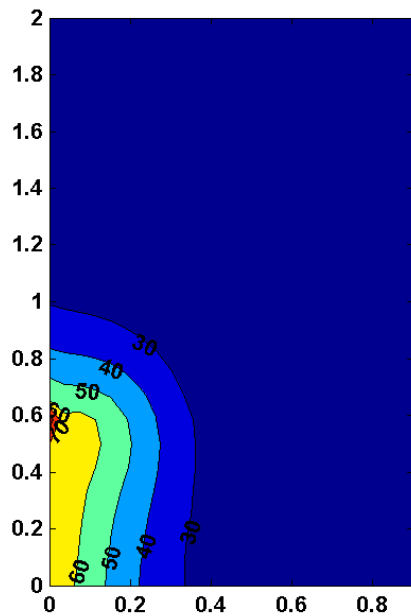


Figura 3-12. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 1 hora de secagem.

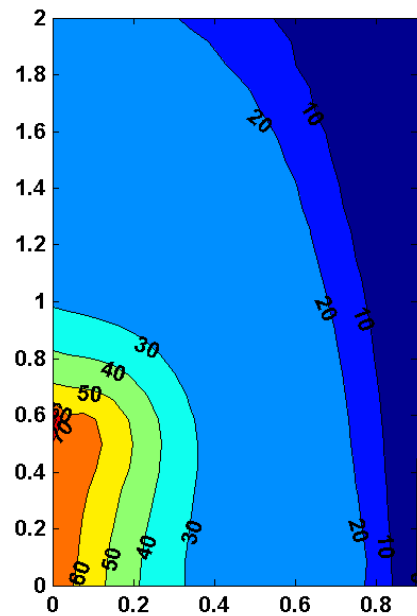


Figura 3-13. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 1 hora de secagem.

Depois de 5 horas de secagem, observa-se a movimentação da frente de secagem. As Figuras 3-14 a 3-17 mostram que houve um deslocamento considerável da região de saturação. Portanto, nas regiões que se encontravam antes sob essa condição, as temperaturas do ar e do produto aumentaram e, conseqüentemente, a taxa de secagem também cresceu nestas regiões.

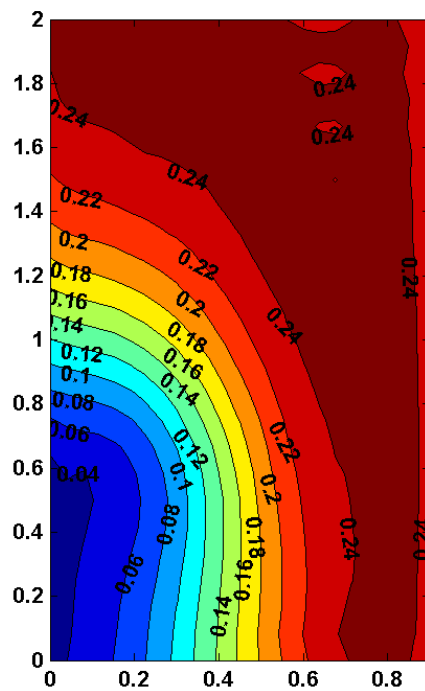


Figura 3-14. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 5 horas de secagem.

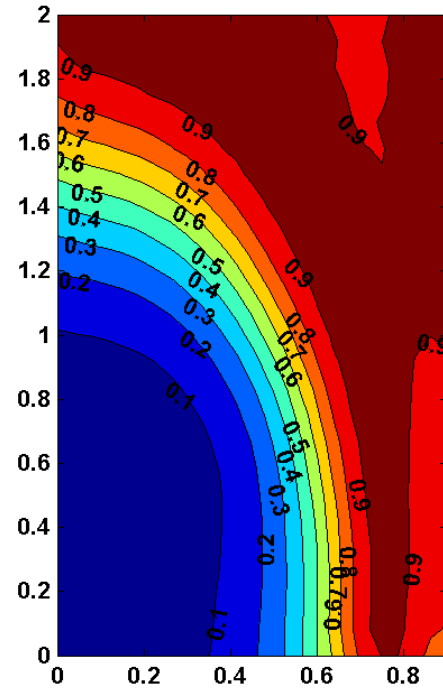


Figura 3-15. Distribuição de umidade relativa do ar intergranular depois de 5 horas de secagem.

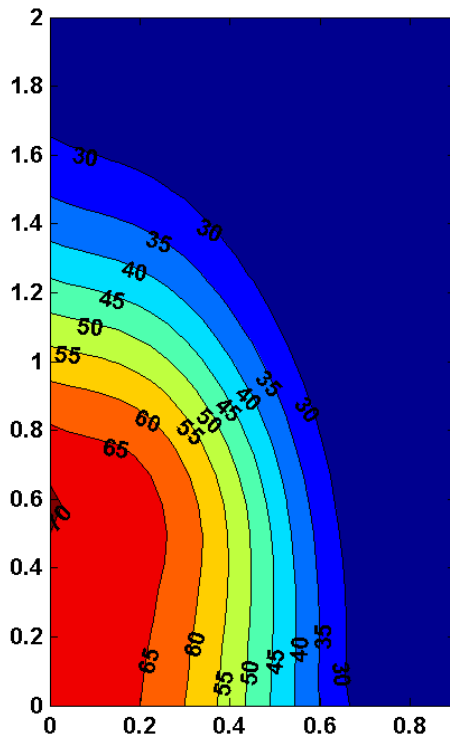


Figura 3-16. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 5 horas de secagem.

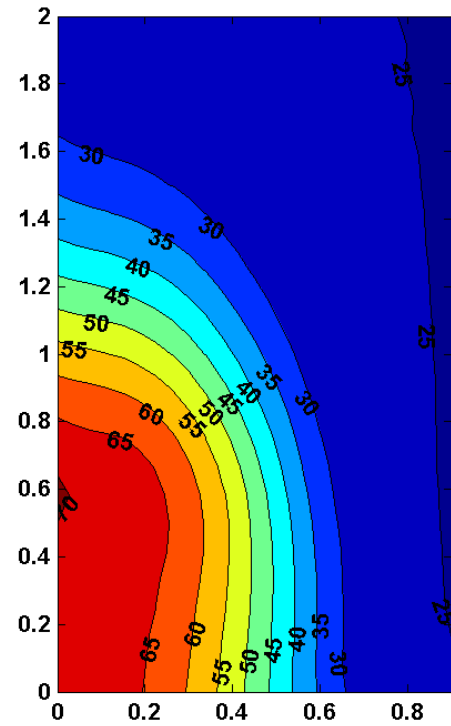


Figura 3-17. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 5 horas de secagem.

Um perfil completo do comportamento das variáveis termodinâmicas de secagem foi obtido depois de 15 horas de secagem, tempo necessário para que se atingisse o teor médio de água na camada de grãos de 0,12 bs. Por meio das Figuras 3-18 a 3-21 observam-se três regiões com situações distintas. Na região próxima à entrada do silo-secador os grãos encontram-se super secos e com alta temperatura. Esta é uma condição que, possivelmente, pode causar danos térmicos ao produto.

Nas regiões intermediárias entre a entrada de ar do silo-secador e sua parede direita, a massa de grãos encontra-se em processo de secagem, com algumas regiões onde os grãos estão com teor de água próximo ao valor mínimo desejado e as temperaturas do ar intergranular e do produto estão em ascensão. Outro comportamento distinto do processo ocorre na parede direita do silo-secador, onde as baixas temperaturas do ar intergranular e da massa de grãos com altos teores de água confirmam os resultados apresentados pelo estudo do escoamento de ar no silo (Figuras 3-7 e 3-8). Esta é uma região com baixa taxa de ventilação, acumulando ar saturado com temperaturas relativamente baixas (faixa intermediária),

criando condições de risco à qualidade do produto caso este permaneça ali armazenado por longo tempo.

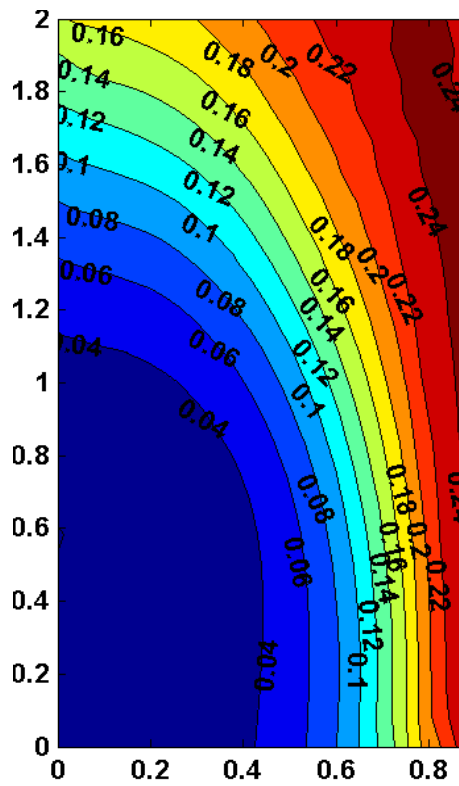


Figura 3-18. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 15 horas de secagem.

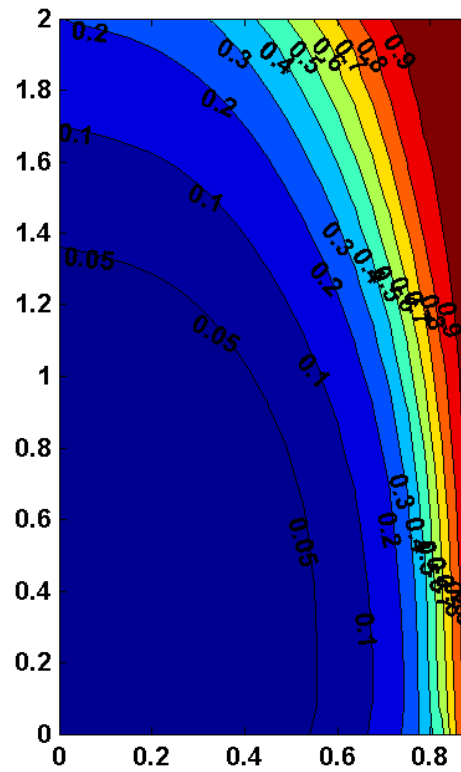


Figura 3-19. Distribuição da umidade relativa do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.

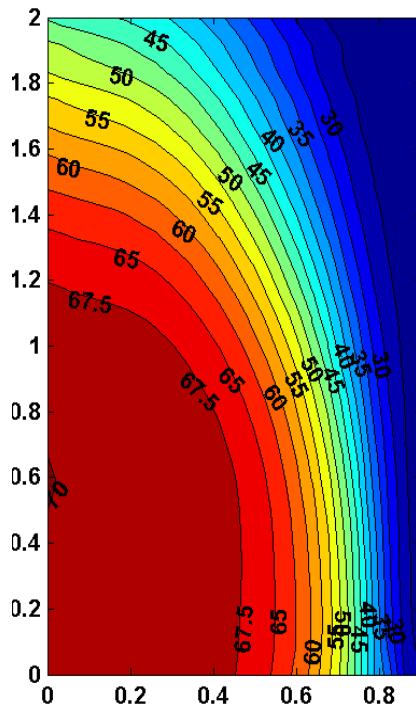


Figura 3-20. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.

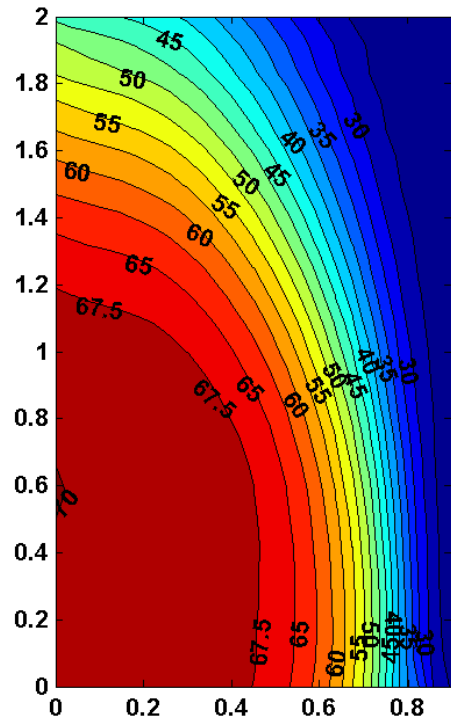


Figura 3-21. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 15 horas de secagem.

Efeito do teor inicial de água dos grãos sobre a curva de secagem

A Figura 3-22 mostra o comportamento da curva de secagem perante a variação dos teores de água iniciais da massa de grãos. Como era esperado, o tempo de secagem é reduzido à medida que diminui o teor de água inicial do produto.

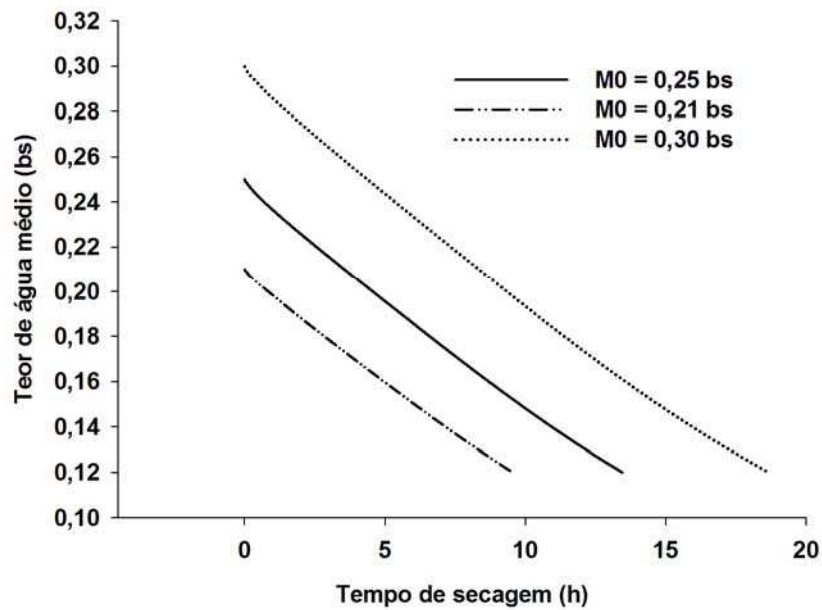


Figura 3-22. Efeito do teor inicial de água dos grãos sobre a curva de secagem.

Efeito da temperatura do ar sobre a curva de secagem

O tempo de residência no secador (permanência da massa de grãos no secador) define a sua capacidade. A Figura 3-23 ilustra a capacidade do secador por meio da variação da temperatura de secagem. Para acréscimos de 20°C na temperatura de secagem simulada, a capacidade do secador aumenta rapidamente. Este fato deve ser levado em consideração na definição do tipo de produto seco (alimentação, processamento ou semente), na avaliação dos possíveis danos térmicos e também na escolha da fonte de energia.

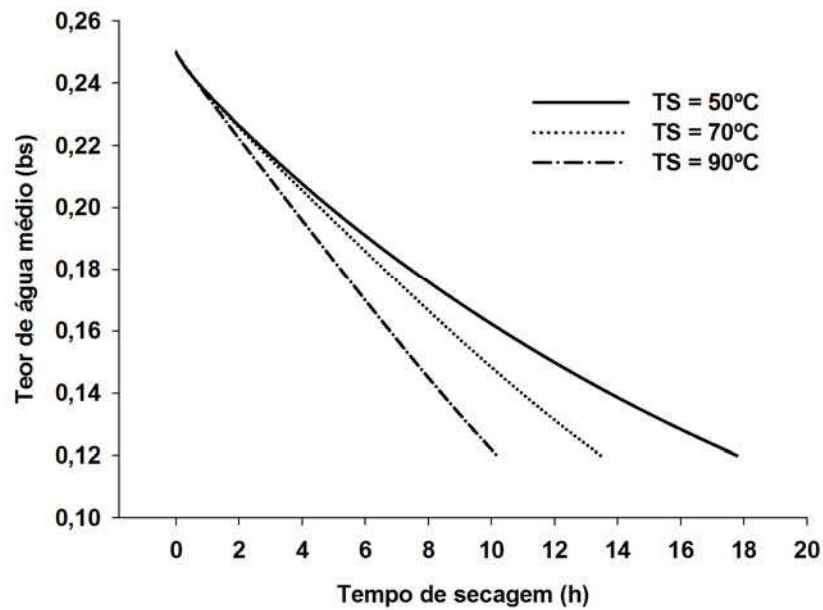


Figura 3-23. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a curva de teor médio de água da massa de grãos.

Efeito da vazão de ar sobre a curva de secagem

A Figura 24 mostra o efeito da vazão sobre a variação temporal do teor médio de água para três pressões manométricas simuladas. Para as pressões simuladas de 2500 Pa, 1000 Pa e 500 Pa as respectivas velocidades médias na entrada do silo-secador foram $1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $0,67 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ e $0,36 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Deve-se notar que um incremento no valor da velocidade do ar afeta substancialmente as curvas de secagem. Os acréscimos da taxa de secagem, por significar um aumento da capacidade do secador, significam, também, redução do consumo de energia, pois o custo para aquecimento do ar é, geralmente, maior do que para o aumento da potência de ventilação. Por outro lado, altas taxas de secagem podem causar danos aos grãos por estresse térmico. Análises feitas sobre o sistema de aeração (como apresentado nas Figuras 3-7, 3-8 e 3-9) são importantes, uma vez que o controle do teor de água do produto armazenado, em geral, é feito por meio do controle de vazão.

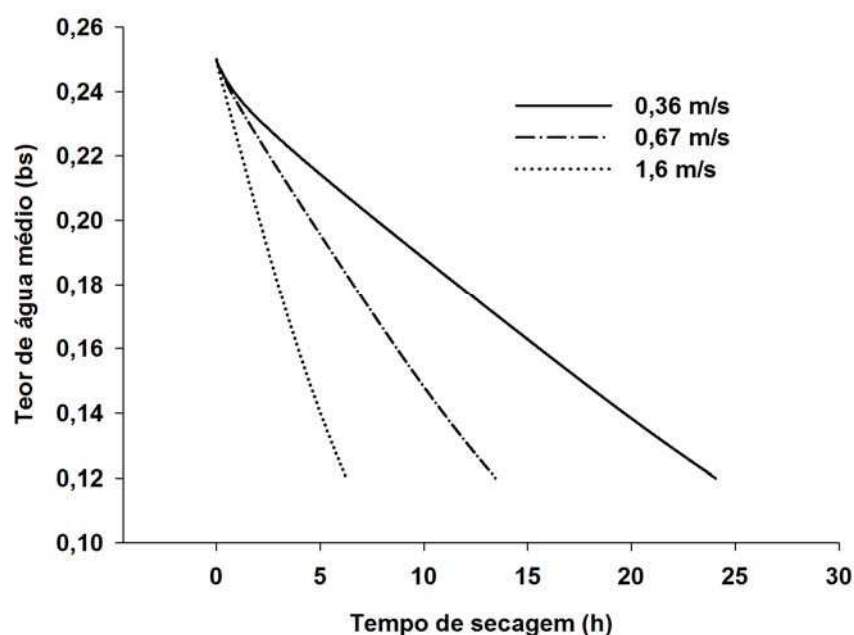


Figura 3-24. Efeito de diferentes vazões sobre a curva de secagem.

3.4. CONCLUSÕES

Apresentou-se no presente trabalho uma metodologia numérica para simular a secagem bidimensional de grãos em camada fixa tendo por base técnicas que envolvem funções de base radial.

O método utilizado se apresentou como ferramenta estável e precisa para a solução de problemas puramente convectivos. A presença de termos difusivos se fez necessária para a solução acurada das equações, devido ao alto número de Peclet usado.

Os resultados mostraram que o modelo pode ser utilizado para simular o comportamento de secadores de grãos em camada fixa em duas dimensões.

Apresenta-se um estudo de secagem bidimensional em silo secador levando em conta o efeito das variáveis termodinâmicas de velocidade do ar de secagem (gradiente de pressão), teor de água inicial do produto e temperatura e umidade relativa do ar de secagem.

As técnicas apresentadas permitem localizar a presença de regiões com baixa taxa de ventilação e, assim, corrigi-las; o método mais eficaz para esta correção seria simplesmente aumentar o fluxo de ar. Neste trabalho, foi utilizado um silo-secador, mas o modelo desenvolvido pode ser usado para o projeto de novos secadores, com configurações que proporcionem taxa de ventilação uniforme, evitando regiões que possam proporcionar condições de risco de deterioração ao produto.

Os resultados das simulações utilizando várias temperaturas de secagem e teor inicial de água do produto permitem concluir que o aumento da temperatura de secagem e a redução do teor de água inicial do produto, reduzem o tempo de secagem. Um aumento da vazão acelera de maneira decisiva o processo de secagem de milho em camada espessa para as condições estudadas.

3.5. REFERÊNCIAS

AREGBA, W. A.; NADEU, J. P. **Comparison of two non-equilibrium models for static grain deep-bed drying by numerical simulations.** Journal of food engineering, v. 78, pp.1174-1187, 2007.

AREGBA, W. A.; SEBASTIAN, P.; NADEU, J. P. **Stationary deep-bed drying: A comparative study between a logarithmic model and a non-equilibrium model.** Journal of food engineering, v. 77, pp. 27-40, 2006.

BAKKER-ARKEMA, F. W.; BROOK, R. C.; LEREW, L. E. **Cereal grain drying.** In: Advances of Cereal Science and Technology, ed. Y. Pomeranz, vol.2, 1-90. St Paul, MN: American Association of Cereal Chemists. 1978.

BENAMOUN, L.; BELHAMRI, A. **Mathematical description of heat and mass transfer during deep bed drying: Effect of product shrinkage on bed porosity.** Applied thermal engineering, vol. 28, 2236-2244, 2008.

BROOKER, D. B.; BAKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and Storage of Grains and Oilseeds.** New York: The AVI Publishing Company. 1992.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying cereal grains.** AVI Publishing Co., Inc., Westport, CN, 1974.

CORZO, O.; BRACHO, N.; VÁSQUEZ, A.; PEREIRA, A. **Energy and exergy analyses of thin layer drying of coroba slices.** Journal of Food Engineering, , 86 (2), 151-161, 2007.

DEGHAN, M; TATARI, M. **Determination of a control parameter in a one-dimensional parabolic equation using the method of radial basis functions.** Mathematical and Computer Modeling, v. 44, p.1160-1168, 2006.

DRISCOLL, T. A.; HERYUDONO, A. R. H. **Adaptive residual subsampling methods for radial basis function interpolation and collocation problems.** Computers and Mathematics with Applications, vol.53, pp.927-939, 2007.

DURMUS, A; BOZTOSUN, I; YASUK, F. **Comparative study of the multiquadric and thin-plate spline radial basis functions for the transient-convective diffusion problems.** International journal of modern physics, vol.17 (8), pp.1151-1169, 2006.

FASSHAUER, G. F. **Meshfree approximation methods with Matlab.** World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2007.

FLYER, N; LETHO, E. **Rotational transport on a sphere: Local node refinement with radial basis functions.** Journal of computational physics, vol.229, pp.1954-1969, 2010.

FORTES, M. **Second-law modeling of deep bed drying processes with a simulation study of wheat air-recirculated fluidized-bed drying.** 14th International Drying Symposium (IDS), São Paulo, Brazil, 2004.

FORTES, M.; FERREIRA, W. R. **Second law analysis of drying: - modeling and simulation of fluidized bed grain drying.** 14th International Drying Symposium (IDS), São Paulo, Brazil, 2004. CD-ROM, 8p.

FORTES, M.; OKOS, M. R. BARRETT, J.R. **Heat and mass transfer analysis of intra-kernel wheat drying and rewetting.** Journal of Agricultural Engineering Research, v. 26, p.109-125, 1981.

FRANÇA, A. S.; FORTES, M.; HAGHIGHI, K. **Numerical Simulation of Intermittent and Continuous deep-bed drying of Biological Materials.** Drying technology, v. 12, p. 1537-1560, 1994.

GARG, D.; MAIER, D. E. **Modeling non-uniform airflow distribution in large grain silos using Fluent.** 9th International Working Conference on Stored Product Protection, 15 a 18 de outubro, Campinas, Brasil, 2006.

HARDY, R. **Multiquadratic Equations of Topography and Other Irregular Surfaces.** Journal of Geophysical Research, n. 76, p. 1905-1915. 1971.

HOFFMAN, J. D. **Numerical Methods for Engineers and Scientists.** New York. Mc Graw-Hill Inc., 1992.

HON, Y. C.; MAO, X. Z. **An efficient numerical scheme for Burgers' equation.** Applied Mathematics and Computation. Vol.95, pp.37-50, 1998.

KANSA, E. J; HON, Y. C. **Circumventing the Ill-Conditioning Problem with Multiquadric Radial Basis Functions: Applications to Elliptic Partial Differential Equations.** Computers and Mathematics with Applications, v.39, p.123-137, 2000.

KANSA, E.J. **Multiquadrics-A scattered data approximation scheme with applications to computational fluid dynamics: I. Surface approximations and partial derivative estimates.** Comput. Math. Appl., n. 19, v. 6-8, p. 127-145 (1990).

KATCHATOURIAN, O. A.; SAVICKI, D. L. **Mathematical Modelling of Airflow in an Aerated Soya Bean Store under Non-uniform Conditions.** Biosystems Engineering, vol.88. (2), pp.201-211, 2004.

KATCHATOURIAN, O. A.; TONIAZZO, N. A.; GORTYSHOV, Y. F. **Simulation of airflow in grain bulks under anisotropic conditions.** Biosystems Engineering, vol. (04), pp.205-215, 2009.

KATCHATOURIAN, O. A.; TONIAZZO, N. A.; GORTYSHOV, Y. F. **Simulation of airflow in grain bulks under anisotropic conditions.** Biosystems Engineering, vol. I. (04), pp.205-215, 2009.

KHOSHHAL, A; DAKHEL, A. A; ETEMADI, A; ZERESHKI, S. **Artificial neural network modelling of apple drying process.** Journal of food process engineering, vol.33, pp.298-313, 2010.

MA, J.; KRISHNASWAMI, P.; XIN, X. J. **A truly meshless pre- and post-processor for meshless analysis methods.** Advances in Engineering Software. Vol.38, 9-30, 2007.

MANDAS, N; HABTE, M. **Numerical simulation static bed-drying of barley.** Biosystems engineering, vol.82 (3), pp.313-319, 2002.

MHIMID, A.; NASRALLAH, B, S; FOHR, J. P. **Heat and mass transfer during drying of granular products – simulation with convective and conductive boundary conditions.** International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 43, pp 2779 – 2791, 2000.

NEETHIRAJAN, S.; KARUNAKARAN, C.; JAYAS, D.S.; WHITE, N. D. G.. **X-ray Computed Tomography Image Analysis to explain the Airflow Resistance. Differences in Grain Bulks.** Biosystems Engineering, vol.94 (4), pp.545-555, 2006.

NGUYEN, V. P.,; RABCZUK, T.; BORDAS, S.; DUFLOT, M. **Meshless methods: A review and computer implementation aspects.** Mathematics and Computers in Simulation. Vol.79, pp. 763-813, 2008.

RATTI, C; CRAPISTE, G. H. **Modeling of batch dryers for shrinkable biological materials.** Food bioprocess technology, vol.2, pp. 248-246, 2009.

RATTI, C; MUJUMDAR, A, S. **Simulation of packed bed drying of foodstuffs with airflow reversal.** Journal of food engineering, vol.26, pp.259-271, 1995.

SARRA, S. C. **Adaptive radial basis function methods for time dependent partial differential equations.** Applied Numerical Mathematics, vol.54, pp.79-94, 2005.

SHEDD, C. K. **Resistance of grains and seeds to air flow.** Agricultural Engineering, vol.34(9), 616–619, 1953.

SRIVASTAVA, V. K.; JOHN, J. **Deep bed grain drying.** Energy conversion and management, vol. 43, pp. 1689-1708, 2002.

SUN, Y; PANTELIDES, C.C; CHALABI, Z, S. **Mathematical modeling and simulation of near ambient grain drying.** Computers and electronics in agriculture, vol.13, pp.243-271, 1995.

THOMPSON, T. L; PERT, R. M.; FOSTER, G. H. **Mathematical simulation of corn drying: A new model.** Transactions of the ASAE, v.11, n.4, p.582-586, 1968.

YAO, G.; SARLER, B.; CHEN, C. S. **A comparison of three explicit local meshless methods using radial basis functions.** Engineering Analysis with Boundary Elements, vol.35, pp.600-609, 2011.

ZARE, D; CHEN, G. **Evaluation of a simulation model in predicting the drying parameters for deep-bed paddy drying.** Computers and electronics in agriculture, vol. 68, pp.78-87, 2009.

ZIENKIEWICZ O. C, TAYLOR R. L.. **The Finite Element Method. Vol 2. Solid and Fluid Dynamics Dynamics and Non-linearity,** 4th ed. New York: McGrawHill, 1991.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE ENERGÉTICA E EXERGÉTICA DE SECADORES DE GRÃOS BIDIMENSIONAIS

RESUMO

A secagem de grãos e alimentos é um processo de intensivo consumo de energia, portanto deve sempre ser considerada sobre os pontos de vista econômicos e de engenharia, ou seja, sobre condições sustentáveis. Este trabalho visa utilizar a primeira e segunda lei da termodinâmica como ferramenta para analisar o processo bidimensional de secagem em camada espessa. Este trabalho aplica e modifica o procedimento para a análise de secagem em camada espessa, com um modelo que consiste de um sistema não linear de quatro equações diferenciais dominadas pela convecção e uma versão altamente não linear da equação de Navier-Stokes para prever os perfis de velocidade. As soluções numéricas envolveram o uso do método recente de funções de base radial (FBR). Os resultados da simulação e as análises se referem a uma condição de referência para temperatura, velocidade e razão de umidade do ar respectivamente igual a 70°C, 0,006 kg·kg⁻¹ e 0,67 m·s⁻¹. Um estudo paramétrico foi feito abrangendo as faixas de velocidades e temperaturas de 0,36-1,6 m·s⁻¹ e 70-90°C, respectivamente. O teor de água inicial da massa de grãos variou de 0,21 a 0,30 bs. Os resultados incluem perfis temporais e espaciais para as temperaturas do ar e da massa de grãos, umidade relativa e teor de água dos grãos. Mais especificamente, as variações temporais e espaciais de todos os parâmetros de secagem foram discutidas, assim como seus efeitos e suas eficiências energéticas e exergéticas associadas. Este trabalho é de importância para os objetivos de projetistas de secadores e pesquisadores de secagem.

ENERGETIC AND EXERGETIC ANALYSIS OF TWO DIMENSIONAL GRAIN DRYERS

ABSTRACT

Food and cereal grain drying are intensive energy consuming processes and, thus, should always be considered under simultaneous economic and engineering viewpoints, that is, under sustainability conditions. This paper addresses the use of the first and second laws of thermodynamics to analyzing two dimensional deep bed drying processes. This work applies a model consisting of four non-linear advection-dominated partial differential equations (PDE) and a highly nonlinear version of Navier-Stokes equation to predict the airflow patterns. The numerical solution involved the use of the recent radial basis function (RBF) method, with excellent accuracy, certified by benchmark comparison. The method was then extended to the solution of deep-bed corn grain drying. Simulation results and analyses refer to reference drying condition of air temperature, humidity ratio and air velocity, respectively, equal to 70°C, 0.006 kg.kg⁻¹ and 0.67 m.s⁻¹. A parametric study was carried on by spanning air temperature and interstitial velocity in the respective ranges of 70-90°C and 0.36-1.6 m.s⁻¹ and initial bulk grain moisture contents ranging from 0.21 to 0.30 db. The results include time and spatial profiles for air and corn temperatures, bed relative humidity and most important, corn moisture content. More specifically, the temporal and spatial variations of all drying parameters are discussed as to their effects on the associated first and second law efficiencies. Therefore, this work should be of value to dryer designers and for future drying research objectives.

4.1. INTRODUÇÃO

Secagem é um processo importante nas indústrias química, alimentícia e agrícola. Especificamente na indústria agrícola, o objetivo da secagem é a redução do teor de água dos produtos visando à minimização da presença de fungos e insetos e assim permitir períodos mais longos de armazenamento.

Nos países desenvolvidos, 12-25% do consumo energético nas indústrias é atribuído à secagem industrial (SYAHRUL et al., 2002; MUJUMDAR, 2007). De acordo com Brooker et al. (1992), 60% da energia gasta em toda a produção de milho é devida à secagem.

Para ser considerado eficaz, um processo de secagem deve levar em conta os aspectos relacionados à sustentabilidade. Apesar do rápido crescimento, sustentabilidade ainda é uma área de estudo recente e de pouca fundamentação quantitativa. Assim a análise termodinâmica se torna uma metodologia que pode ajudar a definir sustentabilidade técnica e, assim, permitir a avaliação do comportamento de sistemas e processos (CHAMCHINE et al., 2010).

A análise energético-exergética tem por base a primeira e segunda leis da termodinâmica e permite identificar e quantificar as ineficiências de processos, superando as deficiências presentes em análises que tem como base somente a primeira lei da termodinâmica (DINCER & ROSEN, 2007), além de permitir, também, estimar os impactos ambientais de métodos de secagem (SYAHRUL et al., 2002).

Exergia é o trabalho disponível de um sistema devido a suas condições de não equilíbrio em relação a um estado de referência (WARK, 1995). Embora a energia não possa ser criada ou destruída, ela pode ser degradada em qualidade, podendo alcançar um estado de completo equilíbrio com a vizinhança tornando-se inútil para realizar trabalho (DINCER e ROSEN, 2004). Por esta razão o estado de referência ou ambiente de referência precisa ser definido (DINCER e SAHIN, 2004; MORAN, 1989; WALL, 1977).

Análises exergéticas têm sido aplicadas a processos de alto consumo de energia, presentes nas indústrias químicas e siderúrgicas (SZARGUT et al., 1988), sistemas térmicos e de fluidos (BEJAN, 1997; DINCER e AL-MUSLIM 2001), indústrias de alimentos (AKDENIZ et al., 2002) e como parâmetro de compromisso entre o consumo de energia e sustentabilidade (ROSEN e DINCER, 2001).

Análises energéticas de secagem de grãos são comuns na literatura (BROOKER et al., 1992; ZARE e CHEN, 2009; SUN et al., 1995). No entanto, o método exergético ainda é pouco utilizado por pesquisadores de processamento agrícola e de alimentos e engenheiros; livros clássicos sobre secagem (BROOKER et al., 1992; KEEY, 1972; STRUMILLO e LOPEZ-CACICEDO, 1987) não se referem à segunda lei da termodinâmica. Mais recentemente, Karackus et al. (2002) e Akdeniz et al. (2002) mostraram, por meio da análise exergética que a secagem é responsável por 68% da energia disponível em processos de extrusão de pelotas. A literatura recente mostra aplicações do conceito de exergia aplicadas à secagem em leito fluidizado (INABA et al., 2007; FORTES e FERREIRA, 2004; SYAHRUL et al., 2002; SYAHRUL et al., 2003; TOPIC, 1995; CORZO et al., 2007). Mesmo na literatura mais recente não se encontram modelos espacialmente discretizadas para análise exergética de secagem (ALTA et al., 2010; PROMMAS et al., 2010a e 2010b; OZGENER e OZGENER, 2009; DINCER e SAHIN, 2004). Em outras palavras, na literatura citada não foram encontrados trabalhos relacionados com análises por meio da primeira e segunda lei apropriadas à análise de secadores de grãos.

Tendo como base a literatura revista, os objetivos principais deste trabalho foram:

- Apresentar um modelo espacialmente discretizado para o processo de secagem de grãos em camada espessa unidimensional que inclua os balanços de massa e energia acoplados às equações de exergia.

- Apresentar uma nova metodologia para avaliar as eficiências de primeira e segunda lei do processo de secagem bidimensional em camada espessa.
- Usar um esquema numérico com base na técnica recente de funções de base radial para resolver as equações advectivas associadas à secagem em camada espessa.
- Validar o modelo e sua solução numérica a partir de dados disponíveis na literatura para secagem em camada espessa. A partir desta validação, efetuar estudos de sensibilidade para avaliar a secagem de milho em camada fixa.
- Apresentar uma análise de sensibilidade com objetivo de compreender as principais características do processo de secagem, levando em conta as eficiências energéticas e exergéticas.
- Comparar as diversas definições de eficiências energéticas e exergéticas para a análise de secadores reais.

4.2. METODOLOGIA

4.2.1. Análise do escoamento de ar em silos

A modelagem físico-matemática do escoamento isotérmico do ar (ou qualquer fluido incompressível), em meios porosos, tais como massa de grãos armazenados em silos, consiste nas equações de continuidade e de momentum (equações de Navier-Stokes):

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (4.2)$$

em que:

- \vec{V} = Vetor velocidade, m.s⁻¹;
- ρ = Massa específica, kg.m⁻³;
- t = Tempo, s;
- P = Pressão, Pa;

μ = Viscosidade dinâmica (Pa.s).

A resistência ao fluxo de ar depende, principalmente, da forma e tamanho dos grãos, de impurezas presentes na massa do produto, da forma de carregamento do silo e da espessura da camada de grãos (KATCHATOURIAN e SAVICKI, 2004; GARG e MAIER, 2006; NEETHIRAJAN et al., 2006; KATCHATOURIAN et al., 2009), havendo necessidade de se recorrer a expressões empíricas que permitam o tratamento numérico. Essas expressões substituem a equação de momentum (Equação 4.2) e, geralmente, tomam a forma funcional do tipo $V = f(\nabla P)$. Shedd (1953) obteve, experimentalmente, uma equação de correlação entre velocidade do ar e gradiente de pressão estática em uma massa de grãos armazenados em silos, aplicável a diversos tipos de grãos, descrita pela Equação (4.3).

$$Q = A \left(\frac{\partial P}{\partial n} \right)^B \quad (4.3)$$

em que:

Q = Vazão volumétrica por unidade de área de piso do silo, $m^3 \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$;

$\frac{\partial P}{\partial n}$ = Queda de pressão estática por incremento de distância na direção do fluxo, $Pa \cdot m^{-1}$;

A, B = Parâmetros empíricos.

Os parâmetros A e B dependem do valor local do gradiente de pressão, ∇P , do tipo de grão e da condição do produto armazenado. A Tabela 4-1 contém os valores de A e B para grãos de milho.

Tabela 4-1. Coeficientes A e B para grãos de milho

Faixa de gradiente de pressão ($Pa \cdot m^{-1}$)	A ($\times 10^{-3}$)	B
0,000 – 8,175	1,451	0,950
8,175 – 20,438	1,713	0,867
20,438 – 57,225	2,297	0,768

57,225 – 163,500	3,017	0,702
Acima de 163,500	4,443	0,628
4,088 – 899,250	3,294*	0,680*

* Valores médios apresentados por Brooker et al. (1974)
 Fonte: (Shedd, 1953).

Em um escoamento em meio poroso, o gradiente de pressão, ∇P , e o vetor velocidade, \vec{V} , são paralelos e atuam em direções opostas. Dessa forma, obtém-se a Equação (4.4).

$$\vec{V} = -K \nabla P \quad (4.4)$$

Associando a Equação (4.4) à equação de continuidade, $\nabla \cdot \vec{V} = 0$, obtém-se a seguinte equação não linear de Laplace:

$$\nabla \cdot (K \nabla P) = 0 \quad (4.5)$$

O parâmetro K é dado pela seguinte expressão:

$$K = A |\nabla P|^{(B-1)} \quad (4.6)$$

Neste trabalho, as condições de contorno consideradas para o problema foram:

- Dirichlet – Os valores de pressão são especificados nas entradas e saídas de ar do silo.
- Neumann – As paredes do silo são impermeáveis, ou seja, $\vec{V} = 0 \Rightarrow \nabla P = 0$, na direção normal à parede.

4.2.2. Modelagem de processos de secagem bidimensionais

O modelo bidimensional de secagem consiste em equações de conservação de massa e de energia, e uma equação de secagem em camada fina. As equações originadas do modelo geral proposto por Fortes (2004) e Fortes e Ferreira (2004) podem ser reduzidas a uma formulação que é equivalente ao modelo de Zare e Chen (2009) e a uma expansão do modelo unidimensional de Brooker et al. (1992).

No desenvolvimento das equações, as seguintes considerações foram feitas:

- O ar de secagem é uma mistura de gases ideais.
- As paredes do secador são adiabáticas.
- Despreza-se a expansão ou contração da camada de grãos sob secagem.
- A transmissão de calor entre os grãos por condução não é considerada.
- Ao decorrer da secagem, cada grão se comporta como fonte ou sumidouro de vapor, com gradientes internos de temperatura e de teor de água desprezíveis.
- A massa de grãos se distribui uniformemente dentro do secador.

Equação de continuidade para o vapor de água do ar

A equação de continuidade para o vapor de água no ar estabelece que a taxa de variação de massa dentro do volume de controle, e o fluxo líquido de massa, através da superfície de controle, é igual à taxa de variação da quantidade de vapor gerado dentro do volume de controle devido à secagem. Desconsiderando os termos de acúmulo de vapor em relação aos outros termos, a equação de continuidade para o vapor de água contido no ar de secagem pode ser escrita da seguinte forma:

$$\vec{V} \cdot \nabla W = - \frac{\rho_p}{\varepsilon \rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (4.7)$$

em que:

- W - Razão de umidade do ar (relação entre a quantidade de vapor presente em uma massa de ar úmido e a massa de ar seco), $\text{kg} \cdot \text{kg}^{-1}$;
- t - Tempo, s;

- V - Velocidade, $m \cdot s^{-1}$;
- M - Teor local médio de água do produto, base seca (relação entre a quantidade de água presente em uma massa de produto úmido e a massa do produto completamente seco), $kg \cdot kg^{-1}$;
- ρ_p - Massa específica do produto seco, $kg \cdot m^{-3}$;
- ρ_a - Massa específica do ar seco, $kg \cdot m^{-3}$;
- ε - Porosidade da massa de produto, decimal.

Equação de energia para o ar de secagem

A primeira lei da termodinâmica aplicada ao ar de secagem estabelece que a taxa de variação de entalpia dentro do volume de controle e o fluxo líquido de entalpia, através da superfície de controle, é igual ao calor transferido da massa de grãos para o ar de secagem. Desconsiderando os termos de acúmulo de entalpia em relação aos outros termos, obtém-se:

$$\varepsilon \rho_a (c_a + W c_v) \vec{V} \cdot \nabla T = -h' a (T - \theta) \quad (4.8)$$

em que:

- V - Velocidade do ar seco, $m \cdot s^{-1}$;
- ε - Porosidade da massa de grãos, decimal;
- h' - Coeficiente convectivo de transferência de calor, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$;
- a - Área superficial da partícula (área por unidade de volume da massa de grãos), $m^2 \cdot m^{-3}$;
- T - Temperatura do ar, K ;
- θ - Temperatura do produto, K ;
- ρ_a - Massa específica do ar seco, $kg \cdot m^{-3}$;
- c_a - Calor específico do ar seco, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$;
- c_v - Calor específico do vapor de água, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$.

Equação de entalpia para o grão

A soma das entalpias necessárias para aquecer os grãos e evaporar a água no interior do grão é igual à quantidade de energia transferida por convecção do ar para os grãos.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{h'a(T - \theta)}{\rho_p(c_p + c_w M)} + \frac{[h_{fg} + c_v(T - \theta)]}{(c_p + c_w M)} \frac{\partial M}{\partial t} \quad (4.9)$$

O parâmetro h_{fg} ($J \cdot kg^{-1}$) se refere ao calor latente de evaporação da água no grão.

Para resolver o sistema de Equações (4.7), (4.8) e (4.9), escrito em termos de quatro variáveis dependentes W , T , θ e M , faz-se necessária a adição de uma equação para a taxa de secagem local, ou taxa de secagem em camada fina. A taxa de secagem pode ser obtida por meio de modelos empíricos, mecânicos ou termodinâmicos que permitem descrever o transporte de massa e de energia no interior dos grãos (FORTES & OKOS, 1981). Uma prática usual é assumir que um único grão ao secar se comporta como uma camada fina de grãos.

Neste trabalho, utilizou-se a equação de secagem em camada fina proposta por Thompson (1968), expressa na forma da Equação (4.10), com os parâmetros empíricos dados pelas Equações (4.11) e (4.12) para grãos de milho.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{M_e - M}{3600 [B^2 + (1/900)Ct]^{1/2}} = \frac{M_e - M}{g(t, T)} \quad (4.10)$$

$$B = -4,10497 + 0,008784T \quad (4.11)$$

$$C = 1,66209 \cdot 10^8 \exp(-5,9418 \cdot 10^{-2}T) \quad (4.12)$$

A função $g(t, T)$ é dependente do tempo de secagem, t , e da temperatura de secagem, T . O termo M_e é o teor de água de equilíbrio local

em base seca. A equação de Henderson, modificada por Thompson (1968), foi utilizada para calcular o teor de água de equilíbrio do grão de milho.

$$M_e = \left[\frac{\ln(1-H_r)}{-0,688(T-223)} \right]^{1/2} \quad (4.13)$$

em que H_r é a umidade relativa do ar de secagem.

As condições iniciais e de contorno necessárias para a solução do sistema de equações proposto, são definidas, respectivamente, por:

$$\begin{cases} W(x, y, 0) = W_i \\ T(x, y, 0) = T_i \\ \theta(x, y, 0) = \theta_i \\ M(x, y, 0) = M_i \end{cases} \quad (4.14)$$

$$\begin{cases} W(x_{in}, y_{in}, t) = W_{in} \\ T(x_{in}, y_{in}, t) = T_{in} \end{cases} \quad (4.15)$$

Os termos x_{in} e y_{in} se referem às coordenadas x e y na entrada de ar no secador.

4.2.3. O método de funções de base radial

Este trabalho utiliza o recente método de funções de base radial para resolver o sistema não linear de equações diferenciais, que compõem o modelo, formado pelas Equações (4.7), (4.8), (4.9) e (4.10).

Uma função de base radial (FBR) é uma função de valor real dependente apenas da distância entre $x \in R_d$ e um ponto fixo $x_j \in R_d$, conhecido como centro, dada pela seguinte expressão:

$$\phi_j(x) = \phi(x, x_j) = \phi(\|x - x_j\|) \quad (4.16)$$

A norma adotada neste trabalho é a distância Euclidiana. Cada FBR $\phi_j(x)$ é radialmente simétrica em relação ao centro x_j . Funções de base radial podem, efetivamente, interpolar funções. Para isto, considere $f(x)$ uma

função definida em todos os pontos x_i , $i = 1, \dots, N$, assim $f(x_i) = f_i$. Definindo r_j como a norma Euclidiana, $r_j = \|x - x_j\|$, a aproximação de $f(x)$ por meio de uma FBR pode ser definida pela Equação (4.17).

$$f_-(x) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(\|x - x_j\|) \quad (4.17)$$

Desta maneira, nos pontos nodais $f_-(x_i) = f(x_i)$. Conseqüentemente, a solução do seguinte sistema de equações lineares é a expansão dos coeficientes λ_j , definida pela Equação (4.18).

$$\sum_{j=1}^n H_{i,j} \cdot \lambda_j = f_i \quad \text{ou} \quad H \cdot \lambda = f; \quad \forall H_{i,j} = \phi(\|x_i - x_j\|) \quad (4.18)$$

Seja $u(x_j, t)$ uma função dependente de um vetor espacial de dimensão n , $x = (x_1, x_2, \dots, x_d)$, $\in \Omega \subset R_n$, e do tempo t . Em problemas unidimensionais, o vetor $x = x_j$ está associado ao número N de pontos de colocação, que coincidem com a coordenada x de interesse. Os coeficientes λ_j são considerados dependentes do tempo, ou seja, eles podem variar a cada intervalo de tempo, de modo que:

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j \phi(\|x - x_j\|) \quad (4.19)$$

Algumas funções de base radial típicas são citadas a seguir, de acordo com Fasshauer (2007).

Thin plate spline -
TPS: $\phi(r_j) = r_j^4 \log(r_j)$ (4.20)

Multiquádrica - MQ: $\phi(r_j) = \sqrt{c^2 + r_j^2}$ (4.21)

Cúbica: $\phi(r_j) = r_j^3$ (4.22)

Gaussiana: $\phi(r_j) = e^{-c^2 r_j^2}$ (4.23)

Nas funções Multiquádrica e Gaussiana, o parâmetro c , denominado fator de forma, é uma constante empírica.

O método de funções de base radial é aplicado para discretizar o sistema hiperbólico de equações, Equações (4.7) a (4.10). Sendo $u_k = u_k(x,t)$ qualquer variável dependente, a sua respectiva derivada parcial pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial u_k}{\partial x} = \sum_{j=1}^N \lambda_{kj}(t) \frac{\partial \phi(r_j)}{\partial x} = \sum_{j=1}^N \lambda_{kj}(t) \frac{\partial \phi(|x - x_j|)}{\partial x} \quad (4.24)$$

A expansão para três dimensões pode ser feita facilmente definindo r_j como na Equação (4.25).

$$r_j = \sqrt{(x - x_j)^2 + (y - y_j)^2 + (z - z_j)^2} \quad (4.25)$$

Por meio de um simples esquema de diferenças finitas muitas equações diferenciais parciais podem ser discretizadas no tempo (ZIENKIEWICZ & TAYLOR, 1991). Mais especificamente, a metodologia de FBR consiste em, primeiro, efetuar a discretização no tempo. A partir desta notação, todas as equações diferenciais podem ser escritas na seguinte forma:

$$\frac{\partial u_k(x,t)}{\partial t} = f(u_1, u_2 \dots u_k \dots u_N, t) = f(u, t) \quad (4.26)$$

A forma discretizada da Equação (4.26) se torna:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_k(x,t)}{\partial t} &\approx \frac{\Delta u_k(x,t)}{\Delta t} = \frac{u_k(x, t + \Delta t) - u_k(x, t)}{\Delta t} \approx ; \quad \forall 0 \leq \Theta \leq 1 \quad (4.27) \\ &\approx (1 - \Theta)f(u, t) + \Theta f(u, t + \Delta t) \end{aligned}$$

Classicamente, o esquema de Crank-Nicholson consiste em usar um valor de $\Theta = 0,5$, embora o valor de Θ possa ser, arbitrariamente, ajustado entre 0 e 1. Este ajuste é responsável por diferentes precisões nas soluções (HOFFMAN, 1992).

Utilizando a notação $u_k(x,t) = u_k(x, t^n) = u_k^n$ e $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, a Equação (4.27) pode ser reescrita como:

$$u_k^{n+1} - \Delta t \Theta f(u^{n+1}) \approx u_k^n + \Delta t(1 - \Theta)f(u^n) \quad (4.28)$$

Neste trabalho definiu-se a função $f(u)$ como sendo:

$$f(u^{n+1}) = f(u_1^n) + f(u_2^n) + \dots + f(u_k^{n+1}) + f(u_{k+1}^n) + \dots \quad (4.29)$$

A função $u(x, t)$ é definida por:

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(r_j) = \sum_{j=1}^N \lambda_j(t) \phi(|x - x_j|) ; \forall \alpha = \Theta \Delta t \text{ e } \beta = (1 - \Theta) \Delta t \quad (4.30)$$

4.2.4. Discretização das equações

Neste item serão apresentadas as discretizações para as equações de momentum, massa e energia utilizando o método de funções de base radial.

Discretização da equação de momentum

Considere-se a equação diferencial parcial expressa pela Equação (4.5), reescrita na seguinte forma:

$$K \Delta P + \frac{\partial K}{\partial x} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial K}{\partial y} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \quad (4.31)$$

Essa função é definida no domínio $\Omega \subset \mathfrak{R}$, e apresenta as seguintes condições de contorno:

$$\text{Pressão na entrada de ar no silo:} \quad P = P_0 \quad (4.32)$$

$$\text{Gradiente de pressão nas paredes do silo:} \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0 \quad (4.33)$$

$$\text{Pressão na saída de ar no silo:} \quad P = P_s \quad (4.34)$$

A solução da Equação (4.31) consiste em aproximar uma solução para $P(x, y)$, por meio de uma expansão em funções de base radial, assim como foi proposto para o problema de interpolação na Equação (4.19).

A matriz de colocação deve ser construída de modo a incluir a Equação (4.31) aos pontos de colocação da seguinte forma:

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \left(K_k \Delta \phi_{k,j} + \frac{\partial K(\phi)}{\partial x} \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial x} + \frac{\partial K(\phi)}{\partial y} \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial y} \right) \quad (4.35)$$

A mesma metodologia é aplicada às condições de contorno

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (4.36)$$

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial n} \quad (4.37)$$

Depois de obter λ pela solução do sistema linear composto pelas Equações (4.36) e (4.37), $P(x,y)$ pode ser obtido pelo simples produto expresso pela Equação (4.38).

$$P_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (4.38)$$

Discretização da equação de continuidade para o vapor de água

Por simplicidade, alguns passos do processo de discretização foram retirados devido à semelhança com a formulação apresentada anteriormente. Portanto a Equação (4.7), depois do processo de discretização em termos de funções de base radial, se torna:

$$-\frac{\rho_s}{\epsilon \rho_a} \frac{\partial M}{\partial t} = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \left(\bar{u}_k \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial x} + \bar{v}_k \frac{\partial \phi_{k,j}}{\partial y} \right) \quad (4.39)$$

Depois de obter λ pela solução do sistema linear formado pela Equação (4.39), $W(x,y)$ pode ser obtido pelo simples produto dado pela Equação (4.40).

$$W_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (4.40)$$

Discretização da equação de energia para o ar de secagem

Tendo como base os desenvolvimentos apresentados nos dois itens precedentes, a discretização da equação de energia para o ar de secagem,

Equação (4.8), é apresentada a seguir, expressa pelas Equações (4.41) e (4.42).

$$\frac{-h'a\theta_k}{\varepsilon\rho_a(c_a + W_k c_v)} = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \left[\frac{h'a\phi_{k,j}}{\varepsilon\rho_a(c_a + W_k c_v)} + \left(\bar{u}_k \frac{\partial\phi_{k,j}}{\partial x} + \bar{v}_k \frac{\partial\phi_{k,j}}{\partial y} \right) \right] \quad (4.41)$$

$$T_k(x,y) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (4.42)$$

Discretização da equação de energia para o grão

A metodologia proposta pelas Equações (4.27) a (4.31) será aplicada para integração temporal da Equação (4.9).

As expressões seguintes permitiram obter as soluções transientes da equação de energia:

$$H_+ = \left[\rho_s c_p + \alpha \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \theta^{n+1} \quad (4.43)$$

$$H_- = \left[\rho_s c_p - \beta \left(ha - \rho_s c_v \frac{\partial M}{\partial t} \right) \right] \theta^n \quad (4.44)$$

$$C = \Delta t \left[haT + \rho_s (h_{fg} + c_v T) \frac{\partial M}{\partial t} \right] \quad (4.45)$$

Depois de obtidos os coeficientes λ , obtém-se a temperatura do produto, $\theta(t)$, a partir da Equação (4.47), por meio de:

$$\sum_{j=1}^N \lambda_j^{n+1} H_+ \phi(x_{ij}) = \sum_{j=1}^N \lambda_j^n H_- \phi(x_{ij}) + C \quad (4.46)$$

$$\theta_k(t) = \sum_{j=1}^N \lambda_{k,j} \phi_{k,j} \quad (4.47)$$

4.2.5. Eficiências energéticas e exergéticas

Um dos objetivos deste trabalho é obter expressões para as eficiências energéticas e exergéticas de secadores de grãos em camada

espessa. As eficiências podem ser obtidas a partir das características termodinâmicas do ar de entrada e os perfis espaciais de secagem obtidos por meio das soluções numéricas. Desta forma não há necessidade de uma equação de exergia na forma discretizada.

Seguindo a notação feita por Wark (1995) no desenvolvimento da equação de exergia, o subscrito “0” é utilizado para identificar as propriedades termomecânicas e o subscrito “00” representa as propriedades do ambiente. Desta maneira o ambiente do secador é descrito pelas propriedades intensivas T_0 , P_0 e μ_{00} , em que μ_{00} é o potencial químico do elemento no estado do ambiente conhecido.

A equação a seguir permite avaliar a exergia total Ψ_{tot} em processos psicrométricos e inclui os termos para o equilíbrio mecânico e termomecânico (MORAN, 1989; BEJAN, 1997; WARK, 1995)

$$\Psi_{tot} = \sum_i y_i (\bar{h}_i - T_{o,abs} \bar{s}_i - \mu_{i,00}) \quad (4.48)$$

em que y_i é a fração molar do componente i , \bar{h}_i e \bar{s}_i , se referem a entalpia e entropia molar parcial respectivamente.

Quando o ar ambiente se comporta como uma mistura de gases binários ideais, compostos de ar seco e vapor d’água, a Equação (4.48) leva a seguinte expressão para a exergia total (MORAN, 1989; BEJAN, 1997; WARK, 1995):

$$\begin{aligned} \Psi_{tot} = & (c_a + W c_v) \left[T_{abs} - T_{o,abs} - T_{o,abs} \ln \left(\frac{T_{abs}}{T_{o,abs}} \right) \right] + (1 + \bar{W}) R_a T_{o,abs} \ln \left(\frac{P}{P_o} \right) + \\ & + R_a T_{o,abs} \left[(1 + \bar{W}) \ln \left(\frac{1 + \bar{W}_{oo}}{1 + \bar{W}} \right) + \bar{W} \ln \left(\frac{\bar{W}}{\bar{W}_{oo}} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.49)$$

em que R_a é a constante do ar seco, R_v é a constante do vapor de água e \bar{W} se refere ao peso molecular da razão de umidade. A umidade específica W se refere ao valor molar de \bar{W} por meio da equação $\bar{W} = 1,608W$ O último termo desta equação se refere a exergia química.

O estado morto foi definido neste trabalho por $T_0 = 25^\circ\text{C}$, $P_0 = 101,3$ kPa (1 atm), $\bar{W}_{00} = 0,019165$, $y_{v,00} = 0,018804$ e $rh_0 = 60\%$.

As propriedades termodinâmicas utilizadas nas simulações incluem: $R_a = 287 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $R_v = 461 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_a = 1005 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_v = 1880 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$, $c_w = 4187 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Os demais dados termodinâmicos podem ser obtidos em livros clássicos de termodinâmica (WARK, 1995).

Dincer e Sahin (2004) apresentam expressões para eficiências energéticas e exergéticas em processos de secagem, sem considerar mudanças espaciais e temporais nos parâmetros de secagem. Contudo as eficiências de primeira e segunda lei utilizadas para evaporar a água contida na camada de grãos sob de secagem dependem diretamente dos valores temporais e espaciais de temperatura e teor de água dos grãos. Este fato diferencia o tratamento neste trabalho de outros modelos apresentados na literatura (DINCER e SAHIN, 2004; FORTES, 2004).

Neste trabalho a eficiência energética é definida por:

$$\eta_1 = \frac{\text{Energia usada para evaporar água do grão}}{\text{Entalpia disponível (incorporada) ao ar de secagem}} \quad (4.50)$$

Assim, matematicamente a eficiência energética entre os tempos t e $t + \Delta t$ é definida por:

$$\eta_1 = \frac{\int_0^{\Delta t} \int_0^x \int_0^y \rho_p h_{fg} \frac{\partial M}{\partial t} dx dy dt}{\dot{m}_a [c_a (T_s - T_{amb}) + W_s (h_g(T_s) - h_g(T_{amb}))] \Delta t} \quad (4.51)$$

Em que S é a área da secção do secador, H é a espessura da camada, h_g é a entalpia do vapor saturado à temperatura de mistura, \dot{m}_a é a vazão mássica de ar seco, M é o teor de água médio da camada de grãos e T_0 é a temperatura do ar ambiente. O ar de secagem tende a aumentar a temperatura do vapor oriundo da água do grão, a presente definição de eficiência energética não considera este fato pelo fato de o foco estar apenas na secagem.

A eficiência exergética pode ser definida por:

$$\eta_2 = \frac{\text{Exergia usada para evaporar \u00e1gua do gr\u00e3o}}{\text{Exergia de entrada no sistema}} \quad (4.52)$$

Matematicamente a efici\u00eancia exerg\u00e9tica pode ser definida por:

$$\eta_2 = \frac{\rho_p \cdot S \int_0^{\Delta t} \int_0^x \int_0^y h_{fg} \left(1 - \frac{T_{0,abs}}{T_{abs}} \right) \frac{\partial M}{\partial t} dx dy dt}{\dot{m}_a \cdot \Delta H_a \cdot \Delta t} \quad (4.53)$$

Em que $\dot{m}_a \Delta H_a \Delta t$ se refere \u00e0 disponibilidade (exergia) na entrada do secador, definida como a varia\u00e7\u00e3o de entalpia do ar de secagem mostrada no denominador da Equa\u00e7\u00e3o (4.51), devido ao uso de um combust\u00edvel ou eletricidade. As Equa\u00e7\u00f5es (4.51) e (4.53) foram resolvidas numericamente.

4.2.6. Par\u00e2metros e propriedades f\u00edsicas de gr\u00e3os de milho

A Tabela 4-2 cont\u00e9m os valores das propriedades f\u00edsicas de gr\u00e3os de milho, associadas ao processo de secagem, usadas nas simula\u00e7\u00f5es realizadas.

Tabela 4-2. Propriedades f\u00edsicas de gr\u00e3os de milho

Propriedade ou par\u00e2metro de secagem	Equa\u00e7\u00e3o ou valor	Ref.
Teor de \u00e1gua de equil\u00edbrio, decimal, bs	Equa\u00e7\u00e3o (4.13)	(3)
Calor espec\u00edfico do milho seco, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_p = 1122$	(1-3)
Calor espec\u00edfico do ar, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_a = 1013$	(1-3)
Calor espec\u00edfico do vapor, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_v = 1884$	(1-3)
Calor espec\u00edfico da \u00e1gua, $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$	$c_w = 4185,8$	(1-3)
Calor latente de vaporiza\u00e7\u00e3o da \u00e1gua para o gr\u00e3o de milho, $J \cdot kg^{-1}$	$h_{fg} = 3638548 - 4000720M - 3529,08 T$	(1-3)
\u00c1rea do gr\u00e3o de milho por unidade de volume, $m^2 \cdot m^{-3}$	$a = 784$	(1-3)
Massa espec\u00edfica do gr\u00e3o de milho, $kg \cdot m^{-3}$	$\rho_p = 620$	(1-3)
Porosidade da camada de gr\u00e3os, decimal	$\varepsilon = 0.44$	(1-3)
Coefficiente de transfer\u00eancia de calor, $W \cdot m^{-2} \cdot K^{-1}$	$h' = A C_a G_a \left(\frac{2r_0 G_a}{\mu_a} \right)^B$	(2)

(1) Bakker-Arkema et al. (1978); (2) Brooker et al. (1992); (3) Fran\u00e7a et al. (1994).

4.3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.3.1. Testes de acurácia

Compararam-se, quanto á sua acurácia, os esquemas numéricos de FBR com base nas funções MQ e cúbica. Utilizou-se a equação de convecção pura, bidimensional, como benchmark conforme mostrado no capítulo anterior. O método apresentou leve dispersão numérica, mas manteve as características convectivas do problema. Pelo fato de o esquema de funções de base radial MQ ter apresentado acurácia muito superior ao esquema com FBR cúbica, ele foi adotado em toas as simulações apresentadas neste trabalho.

4.3.2. Análise de sensibilidade das curvas de secagem

Quando não explicitada a condição de secagem, deve-se considerar que a simulação foi efetuada para temperatura, velocidade do ar e teor inicial de água respectivamente iguais a 70 °C, 0,67 m/s (ou 0,67 m³/(m²s)) e 0,25. Todas as simulações foram interrompidas quando o teor médio de água da camada de milho atingia 0,12 bs.

As Figuras 4-1 a 4-3 mostram o efeito da variação do teor de água inicial do milho, da velocidade e da temperatura do ar de secagem sobre as curvas simuladas de secagem. Percebe-se que um aumento do teor médio de água inicial aumenta o tempo de secagem. Para os dados e modelos disponíveis e usados, as curvas de secagem mostraram-se ser aproximadamente lineares e paralelas entre si. Consequentemente, os tempos de secagem são diretamente proporcionais aos valores iniciais dos teores de água. Deve-se considerar que o perfil espacial-temporal de secagem é altamente não linear (como se verá a frente) enquanto que o valor médio do teor de água é aproximadamente linear.

Deve-se observar que um aumento quer da temperatura quer da velocidade do ar ocasiona uma diminuição do tempo de secagem. Uma vez que um acréscimo na vazão do ar reduz substancialmente o tempo de secagem, sugere-se que a avaliação da vazão adequada seja o primeiro parâmetro a ser considerado no projeto de secadores. De fato, ao se

aumentar a velocidade do ar de entrada de 0,67 para 1,6 m/s o tempo de secagem reduz-se em aproximadamente 50%.

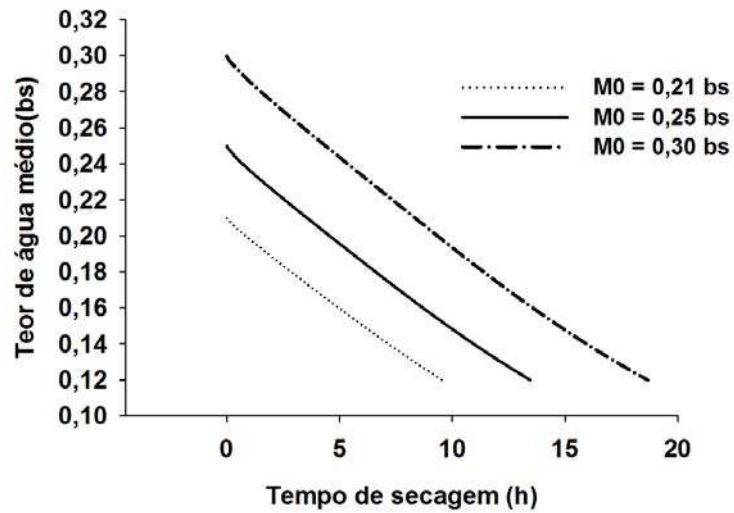


Figura 4-1. Efeito do teor de água inicial do produto sobre o comportamento da secagem.

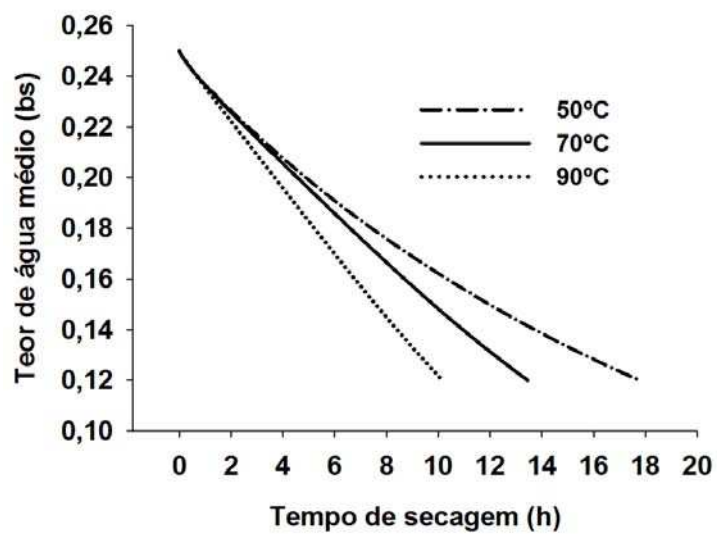


Figura 4-2. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre o comportamento da secagem.

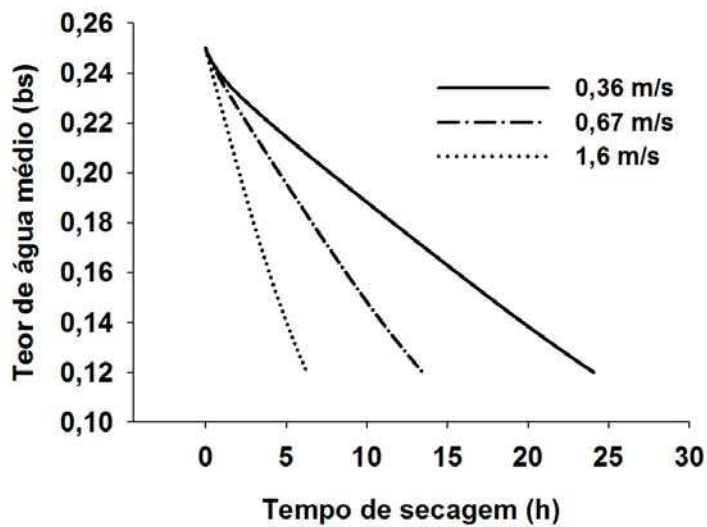


Figura 4-3. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre o comportamento da secagem.

Nota-se pela figura 4-4 que um aumento do teor inicial de água dos grãos faz com que a temperatura final de saída diminua. Por outro lado, as figuras 4-5 e 4-6 mostram que reduções de vazão e de temperatura de secagem podem levar a temperaturas de saída abaixo da temperatura ambiente, devido ao processo de condensação. Um aumento quer da velocidade do ar quer da temperatura de secagem ocasiona um aumento da temperatura à saída do secador, após o breve período de condensação. Deve-se notar que, mesmo com um acréscimo substancial da velocidade do ar de entrada, ocorreu o período inicial de decréscimo de temperatura à saída do secador. Deve-se observar o caráter não linear das curvas de temperatura de saída o ar.

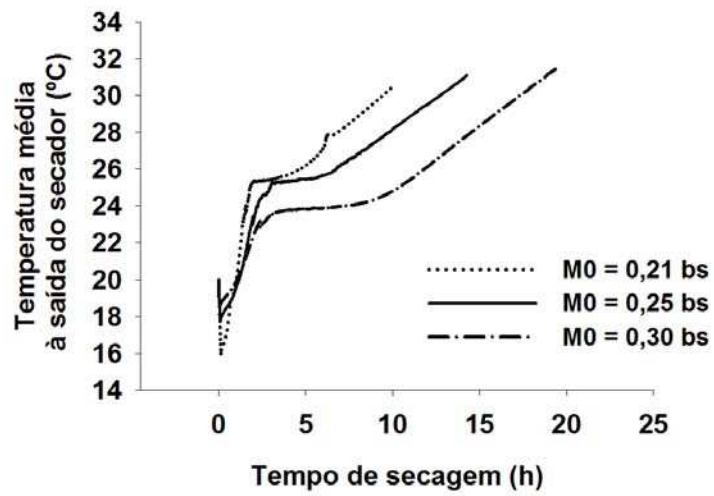


Figura 4-4. Efeito do teor de água inicial sobre a temperatura do ar à saída do secador.

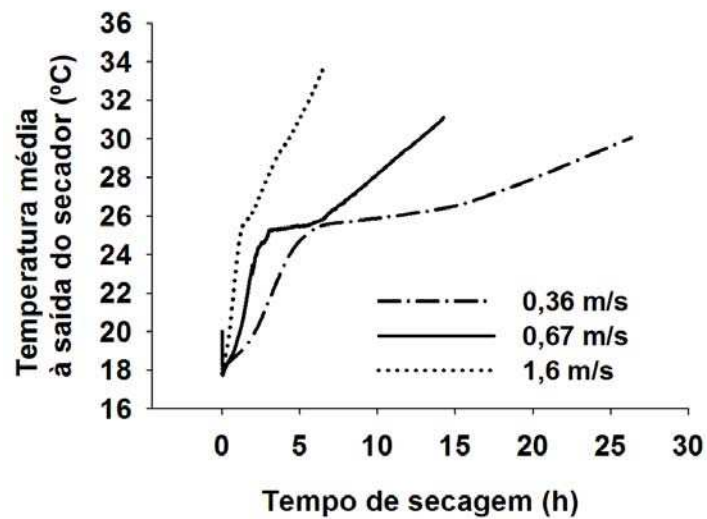


Figura 4-5. Efeito da velocidade do ar de secagem na temperatura do ar à saída do secador.

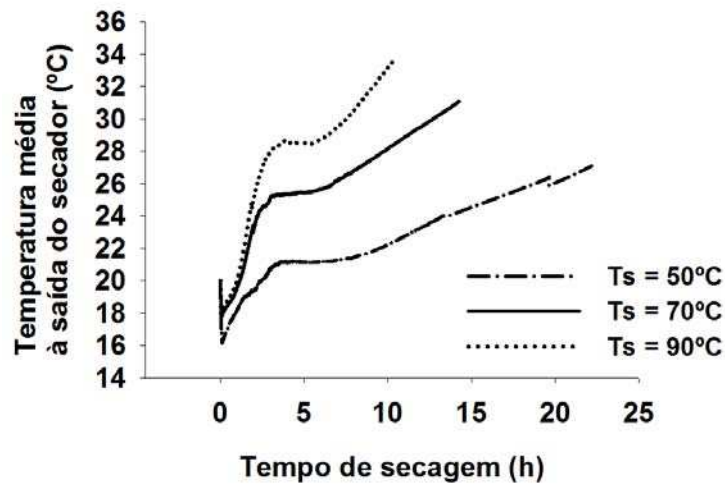


Figura 4-6. Efeito da temperatura de secagem sobre a temperatura do ar à saída do secador.

As Figuras 4-7 a 4-10 mostram os perfis espaciais não lineares das variáveis termodinâmicas, ao final da secagem, quando o teor médio de água era de 0,12 bs. Os dados deste trabalho coincidem com os de França et al. (1994) em aproximadamente 3 dígitos. As figuras ilustram o processo de secagem e sugerem que se faça um aumento na vazão de entrada para minimizar o efeito de condensação. De fato, deve-se notar os altos teores de água na parte superior direita do leito (Figura 4.7). De forma semelhante, nota-se na Figura 4.8 que a umidade relativa na parte superior direita do secador atinge o valor de 100%, indicando presença de condensação. Finalmente, pode-se observar as temperaturas do ar e do grão subiram pouco em 15 horas de secagem, no lado direito.

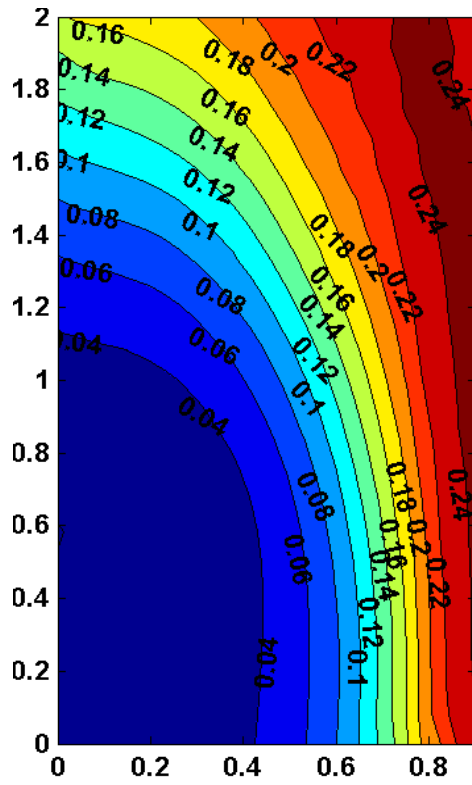


Figura 4-7. Distribuição do teor de água na massa de grãos (bs) depois de 15 horas de secagem.

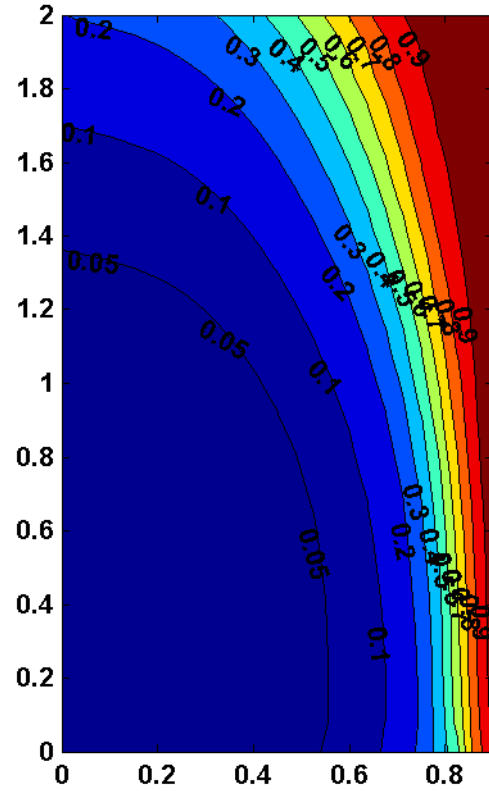


Figura 4-8. Distribuição da umidade relativa do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.

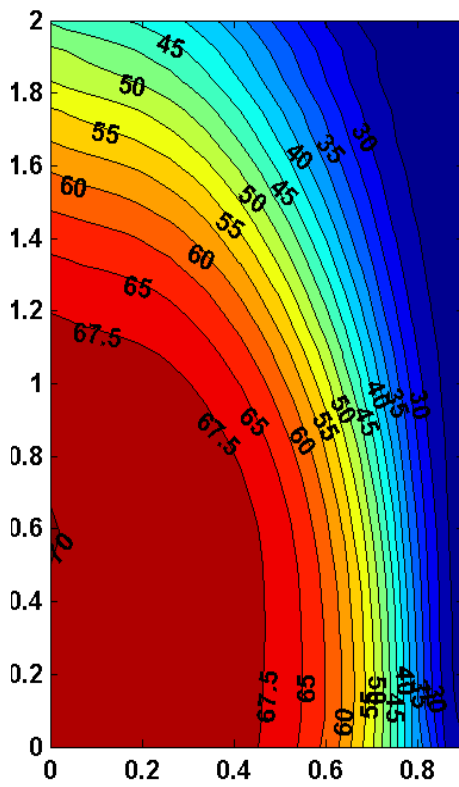


Figura 4-9. Distribuição de temperatura do ar intergranular depois de 15 horas de secagem.

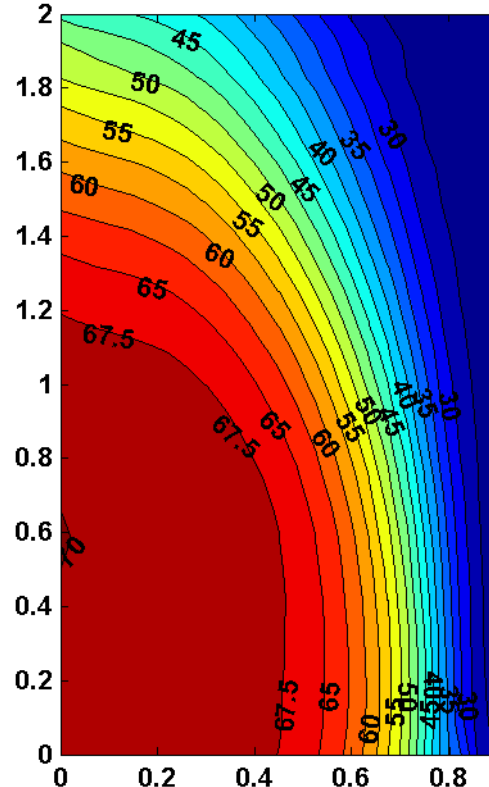


Figura 4-10. Distribuição de temperatura da massa de grãos depois de 15 horas de secagem.

4.3.3. Efeito do teor inicial de água, velocidade e temperatura sobre as eficiências de primeira e segunda lei

Nas simulações efetuadas, as condições de entrada e, por consequência, a disponibilidade do ar de entrada, foram mantidas constantes. A Figura 4-11 mostra que um aumento do teor inicial de água dos grãos faz aumentar, em nível moderado, a exergia de saída. A figura 4-4 mostra que a temperatura do ar de saída encontra-se próxima da temperatura de estado morto para as três condições propostas de teor inicial de água.

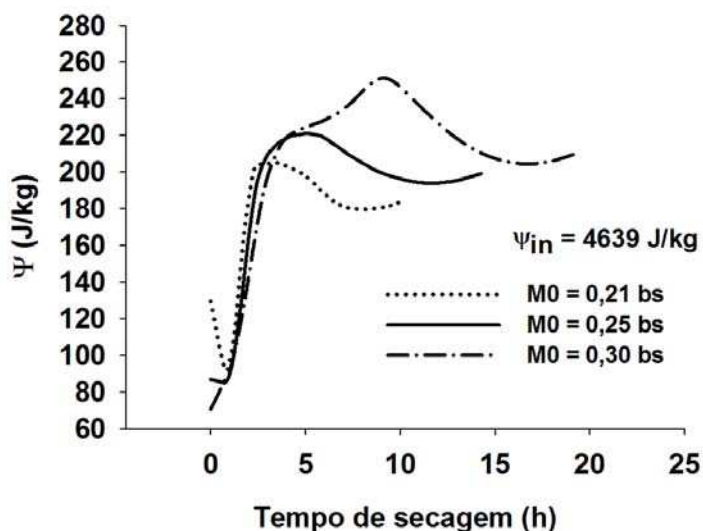


Figura 4-11. Efeito do teor de água inicial dos grãos sobre a disponibilidade de saída.

A Figura 4-12 mostra o efeito não linear da velocidade do ar de secagem sobre as disponibilidades de saída do secador. O formato das curvas explica-se por altas taxas iniciais seguidas de taxas variáveis de secagem.

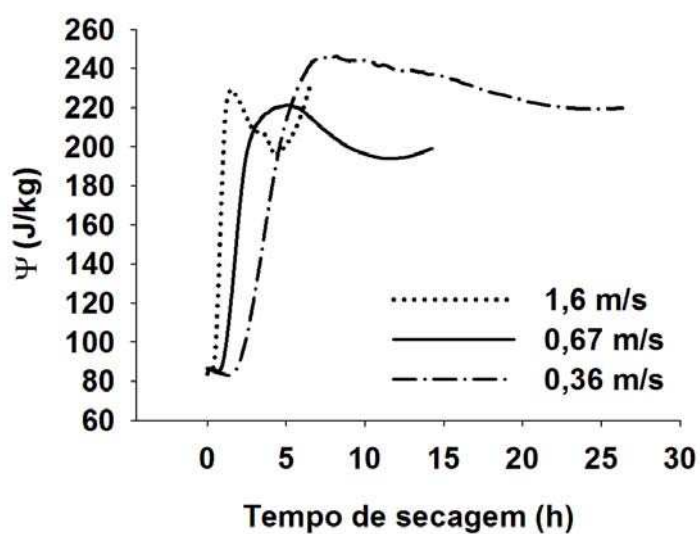


Figura 4-12. Efeito da velocidade do ar de secagem sobre a disponibilidade de saída.

O efeito de diferentes temperaturas de secagem sobre as disponibilidades entrada e saída do secador é mostrado na figura 4-13. Os resultados indicam um aumento das disponibilidades de entrada e saída associadas ao aumento da temperatura de secagem.

A Figura 4-13 mostra que à medida que a temperatura do ar de secagem à entrada aumenta a disponibilidade de saída associada também aumenta. Baixas disponibilidades de entrada podem significar economia de energia, mas podem implicar em baixas taxas de secagem.

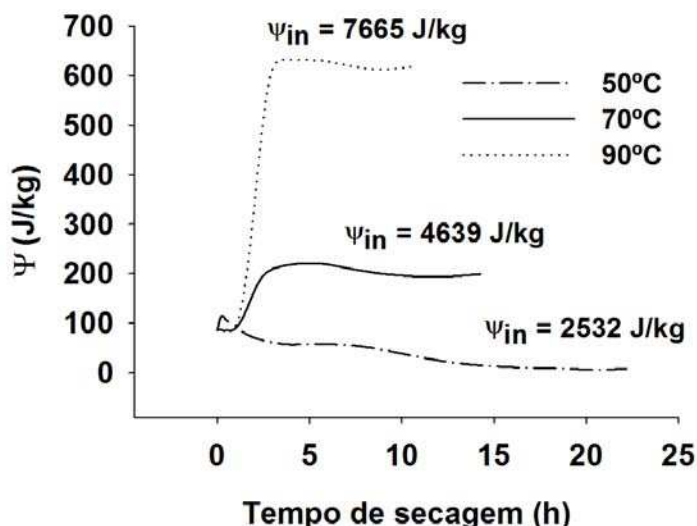


Figura 4-13. Efeito da temperatura do ar de secagem sobre a disponibilidade na saída do secador.

As Figuras 4-14 a 4-19 permitem analisar diversos aspectos associados às eficiências energéticas e exergéticas do secador. As Figuras 4-14 e 4-15 mostram não haver efeito do teor de água inicial dos grãos sobre as eficiências energéticas e exergéticas na faixa estudada. Entretanto, Devem-se notar os diferentes tempos de secagem. O motivo para este efeito é o fato de as curvas de secagem serem aproximadamente paralelas.

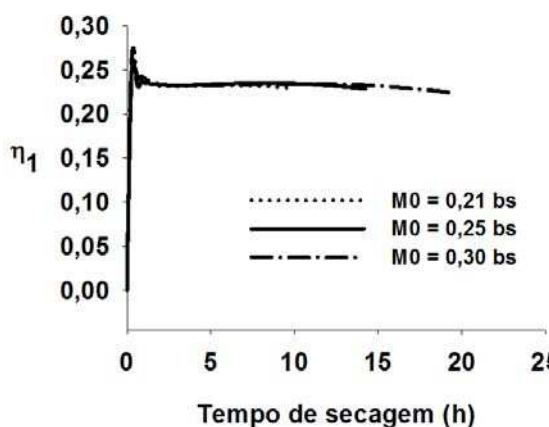


Figura 4-14. Efeito do teor de água inicial do produto sobre eficiências de primeira lei.

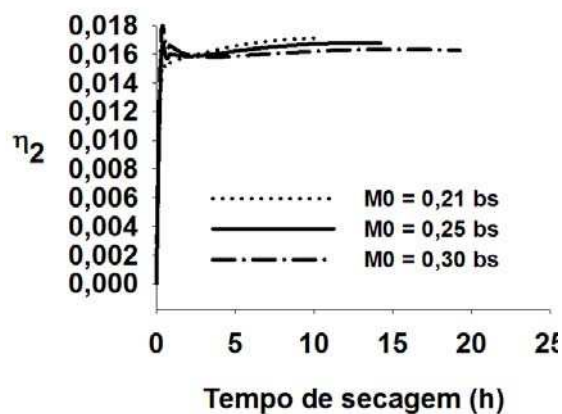


Figura 4-15. Efeito do teor de água inicial do produto sobre eficiências de segunda lei

O efeito da velocidade do ar de secagem sobre as eficiências pode ser visto nas Figuras 4-16 e 4-17. Ao aumentar a velocidade do ar diminui-se

a eficiência de primeira e segunda lei, entretanto deve-se observar que o tempo de residência reduz drasticamente. A redução das eficiências associa-se ao fato que um aumento da velocidade do ar aumenta o coeficiente de transferência de calor, mas reduz a taxa de absorção da entalpia do ar pela massa de grãos. Como consequência, a temperatura do ar à saída aumenta.

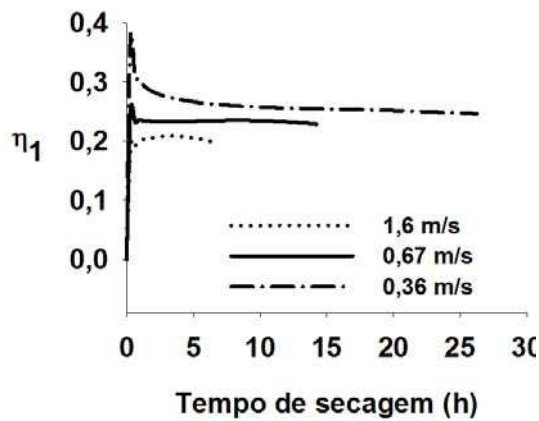


Figura 4-16. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.

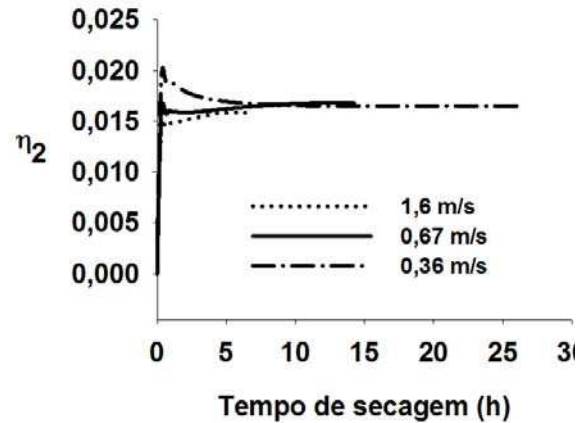


Figura 4-17. Efeito da velocidade do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.

As Figuras 4-18 e 4-19 mostram que um aumento de temperatura de secagem reduz as eficiências de primeira lei enquanto que aumentam as eficiências de segunda lei. O pequeno aumento das eficiências com a temperatura de secagem é devido principalmente à presença do fator de Carnot na definição da eficiência de segunda lei.

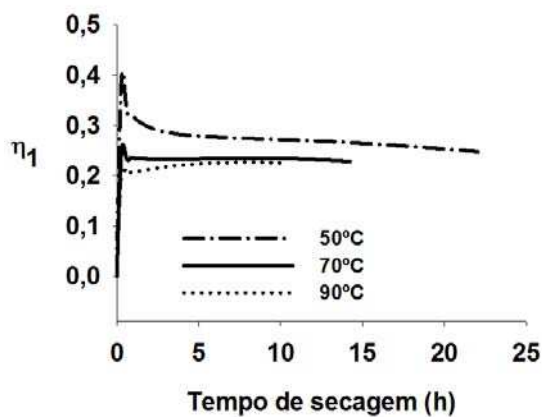


Figura 4-18. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de primeira lei.

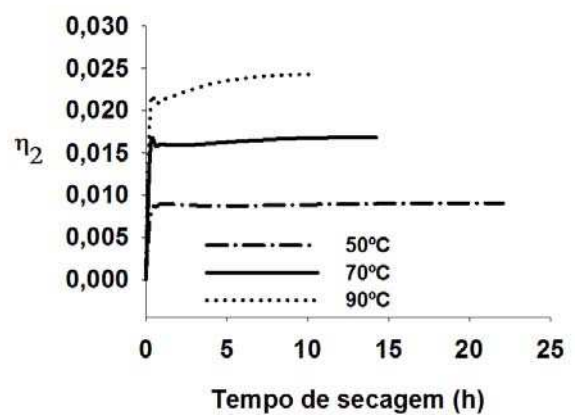


Figura 4-19. Efeito da temperatura do ar de secagem nas eficiências de segunda lei.

4.3.4. Análise de engenharia das eficiências energéticas e exergéticas simuladas

A análise bidimensional aqui apresentada pode ser facilmente estendida a três dimensões e, portanto, abrange o projeto de secadores reais. Há, entretanto, necessidade de explicitar ainda mais os conceitos de eficiências associadas ao processo de secagem a fim de que possam ser usadas para otimizar secadores. Este item generaliza os conceitos do Capítulo 1.

A Figura 4-20 mostra o esboço de alguns parâmetros de secagem e suas eficiências associadas, enquanto a Tabela 4 fornece dados quantitativos para as condições de secagem estudadas.

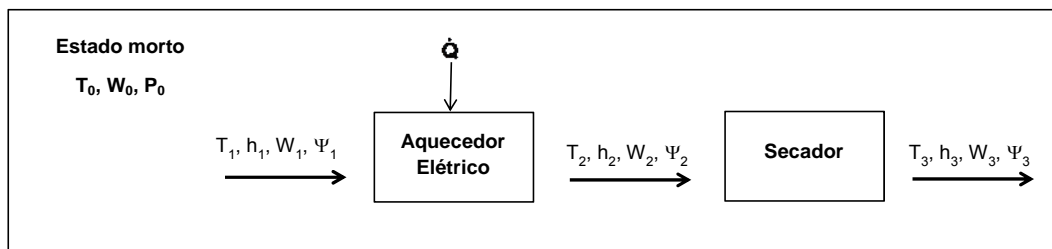


Figura 4-20. Esboço dos parâmetros de secagem

Nota-se pela Figura 4-20 que um aquecedor elétrico (ou outro qualquer) aquece o ar a partir da condição ambiental (1); o ar quente vai para o secador (2) e por fim, é descarregado novamente ao ambiente (3).

Eficiência energética de secagem:

- Pela primeira lei da termodinâmica, o processo de aquecimento elétrico do ar de secagem a partir de sua condição ambiente (1) a uma temperatura final desejada (2), apresenta uma eficiência $\eta_{1,h}$, aproximadamente igual a 100%. A eficiência do secador $\eta_{1,d}$, mede

a quantidade de energia (entalpia) Q que é usada para evaporar água, sem considerar a degradação de entalpia.

- O coeficiente de extração de água (MEC_1 – Moisture extraction coefficient) é definido como a quantidade de água que evapora no leito por unidade de energia. Esta eficiência é interpretada naturalmente em situações práticas do tipo: - O produtor está interessado em conhecer a quantidade de água que o secador vai retirar da massa de grãos por R\$ pagos, ou, equivalentemente, por unidade de energia. O uso da unidade kg/kWh torna mais amena a interpretação do coeficiente MEC_1 .

Tabela 4-3. Avaliação dos dados energéticos e exergéticos de secagem

Parâmetros de eficiência de secagem	50 °C	70°C	90°C
Propriedades e eficiências de primeira lei			
$H_1 = h_{au,1} \dot{m} \Delta t$	$5,87 \times 10^9$	$3,71 \times 10^9$	$2,74 \times 10^9$
$H_2 = h_{au,2} \dot{m} \Delta t$	$9,57 \times 10^9$	$8,08 \times 10^9$	$7,25 \times 10^9$
$Q = H_2 - H_1$	$3,7 \times 10^9$	$4,3 \times 10^9$	$4,5 \times 10^9$
$\eta_{l,h} = \frac{H_2 - H_1}{Q}$	100%	100%	100%
$\eta_{1,d} = \text{eq. (1.9)}$	24,77%	22,83%	22,51%
$\eta_{1,g} = \eta_{l,h} \times \eta_{1,d}$	$\approx 24,77\%$	$\approx 22,83\%$	$\approx 22,51\%$
$MEC = \frac{m_{fg}}{\Psi_2}$	(kg/J) $3,96 \times 10^{-7}$	$3,35 \times 10^{-7}$	$2,75 \times 10^{-7}$
	(kg/kWh) 0,143	0,121	0,099
Propriedades e eficiências de segunda lei			
$\Psi_1 = \psi_1 \dot{m} \Delta t$	$3,52 \times 10^7$	$2,27 \times 10^7$	$1,65 \times 10^7$
$\Psi_2 = \psi_2 \dot{m} \Delta t$	$3,66 \times 10^8$	$4,32 \times 10^8$	$5,25 \times 10^8$

$\Psi_3 = \psi_3 \dot{m} \Delta t$	$1,23 \times 10^6$	$1,86 \times 10^7$	$4,19 \times 10^7$
$\eta_{2,h} = \frac{\Psi_2}{\Psi_1 + Q}$	9,89%	10,02%	11,67%
$\eta_{2,d}$	9,1%	16,68%	20,82%
$\eta_{2,g} = \eta_{2,h} \times \eta_{2,d} = \text{Eq. (1.11)}$	0,900%	1,68%	2,43%
$\eta_{2,d}^* = \frac{\Psi_3}{\Psi_2}$	0,34%	4,24%	7,97%
$I = \frac{Q + (\Psi_1 - \Psi_2)}{\Psi_1 + Q}$	90,20%	89,98%	88,33%
$\eta_{2,g}^* = \frac{\Psi_3}{\Psi_1 + Q}$	0,033%	0,43%	0,93%

Eficiência de secagem de segunda lei:

- A partir dos conceitos de segunda lei, o processo envolve o aquecimento elétrico do ar de secagem de uma temperatura inicial (1) para uma temperatura final desejada (2) apresentando uma eficiência $\eta_{2,h}$ variando de aproximadamente 9,89% a 11,67%, aumentando com a temperatura.
- A eficiência do secador $\eta_{2,d}$ mede a fração da exergia de entrada Ψ_2 que é utilizada para evaporar água, considerando degradação de energia. Para as condições estudadas a eficiência do secador varia de 9,1% a 20,82% aproximadamente. A eficiência exergética do secador aumenta com a temperatura de secagem.
- A eficiência global exergética é definida pela Equação (4.53) é igual ao produto das eficiências de aquecimento e do secador.
- A literatura de uma maneira geral utiliza a definição de eficiência exergética como sendo a eficiência calculada por $\eta_{2,g}^*$, que é a razão entre as exergias de saída e entrada. Entretanto, esta

eficiência mede a degradação da exergia de entrada, ou seja, a sua perda de realização de trabalho. Sendo o foco de interesse o processo de secagem, o CEM e a eficiência de segunda lei aplicadas ao processo de evaporação são mais facilmente assimiladas pelos engenheiros.

- Os baixos valores das eficiências exergéticas mostram que existe uma taxa grande de geração de entropia, como indicado pelos altos valores de irreversibilidade (I). A similaridade entre as duas formas de eficiência exergética global mostra que o processo de aquecimento consome grande parte da exergia. Deve-se notar que $\eta_{2,g}^*$ é menor que sua contraparte, que leva em conta apenas a energia gasta na evaporação da água.
- Os dados mostram que o aquecimento do ar de secagem é a principal causa de perda de exergia.

Considerações de engenharia envolvendo as eficiências de primeira e segunda lei

Os comentários a seguir podem ser feitos considerando o uso adequado das eficiências na Tabela 4-3.

- A eficiência global de primeira lei mostra o quanto da energia colocada é gasto na evaporação de água. Porém não mostra a degradação da energia e a condição de saída do ar de secagem.
- O coeficiente de extração de água (MEC) é bastante eficaz, mostra instantaneamente a quantidade de energia que vai extrair uma quantidade de massa de água definida.
- A análise exergética mostrou que o aquecimento do ar de secagem degrada drasticamente sua habilidade de produzir trabalho. A interpretação de eficiências exergéticas exige cuidado. A eficiência energética global mostra a quantidade de trabalho que é consumida no processo de evaporação. A eficiência exergética, mostra o alto efeito degenerativo do processo de secagem como um todo.

- Alta exergia de saída significa que mais energia está disponível para secagens posteriores, como em recirculação de secagem (FORTES, 2004) e indica também que o processo não é eficaz. Secagem em altas temperaturas, quando possíveis, oferecem as seguintes vantagens de segunda lei: - é mais eficiente que em secagens a baixas temperaturas, mais sustentável, permite usar o ar de saída de maneira mais efetiva e permite menores tempos de residência.
- Baixas eficiências exergéticas no aquecimento do ar sugerem o uso de ar de baixa qualidade para secagem.
- Finalmente, devem-se observar os seguintes aspectos associados às três eficiências;
 - A eficiência de primeira lei e o coeficiente de extração de umidade permitem avaliar a efetividade da utilização da energia do ar aquecido no processo de secagem, porém não permitem avaliar a degradação da energia utilizada para aquecer o ar, Também não fornecem dados que permitam afirmar sobre a possível utilização do ar de saída do secador. Informações sobre velocidade de secagem só podem ser obtidas por meio do valor da temperatura do ar.
 - A eficiência de segunda lei reflete a degradação de energia. Altos valores desta eficiência estão associados à boa conversão da exergia de entrada em água evaporada em alta temperatura. Alta exergia de saída implica na possibilidade de seu uso em processos de recirculação.
 - Nenhuma das definições leva em conta a qualidade do ar do produto final nem informa sobre a velocidade de secagem, ou seja, sobre o tempo de residência no secador. Sem a restrição temporal, o MEC indica que quanto menor a temperatura de secagem, mais eficiente

será o secador, apesar dos longos intervalos de tempo de secagem.

4.4. CONCLUSÕES

As principais conclusões deste trabalho são:

- Este trabalho apresenta um estudo de simulação de comportamento de secadores reais bidimensionais de grãos e cereais. Para este fim, modelou-se o processo de secagem por meio de um conjunto de equações não lineares dominadas pela advecção e resolveu-se o sistema usando funções de base radial. O método mostrou-se eficiente e acurado, quando comparado com soluções benchmark.
- Os resultados de simulação permitem concluir que:
 - Deve-se considerar como de fundamental importância em qualquer projeto de secadores a velocidade do ar, dado o seu efeito pronunciado sobre a taxa de secagem. Assim, por exemplo, o tempo de secagem a 70 °C é reduzido à metade se a velocidade de secagem passar de 0,38 para 1,7 m/s,
 - Um aumento da temperatura de secagem de 50 para 90 °C reduz o tempo de secagem de 18 para 10,2 horas.
 - As curvas de secagem na faixa considerada de temperatura de entrada do ar de 50 a 90 °C mostraram-se paralelas, ou seja, com taxas de secagem iguais. Por outro lado, os dados mostraram que os perfis espaciais temporais de teor de água, temperaturas do grão e do meio (ar) e da umidade relativa eram altamente complexos, sem qualquer indício de linearidade. O paralelismo de perfis leva a curvas temporais de eficiências de secagem de primeira e segunda lei superpostas.
 - Reduções de vazão e de temperatura de secagem podem levar a temperaturas de saída inferiores à temperatura de bulbo seco do ar ambiente, devido ao fenômeno de condensação do vapor d'água.

- Apresenta-se uma análise detalhada das diferentes definições de eficiência envolvendo a primeira e segunda lei da termodinâmica.
- A eficiência de segunda lei mostra que a maior degradação de energia ocorre por ocasião do aquecimento do ar e, apesar do seu pequeno valor, reflete a possibilidade de uso posterior do ar de secagem.
- Nenhuma das eficiências explicita o efeito das condições de secagem sobre a qualidade do produto e o tempo de residência no secador.

Assim, apresenta-se uma análise abrangente de sensibilidade dos parâmetros de saída do processo de secagem, principalmente exergias e eficiências, aos principais parâmetros que a definem, ou seja, teor inicial de água dos grãos, velocidade e temperatura do ar de secagem.

O modelo proposto pode ser usado para simular secadores de grãos em escalas reais. Simulações podem informar as condições mais adequadas do ar de secagem, para otimizar as eficiências energéticas e exergéticas.

4.5. REFERÊNCIAS

AKDENIZ, R.C., KARAKUS A.A., BOYAR, S., HEPBASLI, A., **Energy utilization in the Turkish feed industry: An application of a feed factory in Izmir, Turkey.** In Proc. 26th HAS-ATC Research and Development Conf., 34-35. January 15-16, Godollo, Hungary, 2002.

ALTA, D., BILGILI, E., ERTEKIN, C., YALDIZ, O. **Experimental investigation of three different solar air heaters: Energy and exergy analyses.** Applied Energy, 87, 2953–2973, 2010.

BAKKER-ARKEMA, F. W.; BROOK, R. C.; LEREW, L. E. **Cereal grain drying.** In: Advances of Cereal Science and Technology, ed. Y. Pomeranz, vol.2, 1-90. St Paul, MN: American Association of Cereal Chemists. 1978.

BEJAN, A. **Advanced Engineering Thermodynamics.** (2nd ed). Wiley, New York, NY. 1997

BROOKER, D. B.; BAKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying and Storage of Grains and Oilseeds.** New York: The AVI Publishing Company. 1992.

BROOKER, D. B.; BAKKER-ARKEMA, F. W.; HALL, C. W. **Drying cereal grains.** AVI Publishing Co., Inc., Westport, CN, 1974.

CHAMCHINE, A. V., MAKHVILADZE, G. M., VOROBYEV, O. G. **Thermodynamic indicators for integrated assessment of sustainable energy technologies.** International Journal of Low Carbon Technologies, 2010

CORZO, O.; BRACHO, N.; VÁSQUEZ, A.; PEREIRA, A. **Energy and exergy analyses of thin layer drying of coroba slices.** Journal of Food Engineering, 2007.

DINCER, I., AL-MUSLIM, H. **Energy and exergy efficiencies of reheat cycle steam power plants.** In Proc. ECOS'01, 331-338. Istanbul, Turkey, 2001

DINCER, I., ROSEN, M. A. **Exergy as a Driver for Achieving Sustainability.** International Journal of Green Energy, vol(1) 2004.

DINCER, I., ROSEN, M. A. **Exergy, energy, environment, and sustainable development.** Elsevier, 2007.

DINCER, I., SAHIN, A.Z. **A new model for thermodynamic analysis of a drying process.** International Journal of Heat and Mass Transfer 47, 645–652, 2004.

DRISCOLL, T. A.; HERYUDONO, A. R. H. **Adaptive residual subsampling methods for radial basis function interpolation and collocation problems.** Computers and Mathematics with Applications, vol.53, pp.927-939, 2007.

DURMUS, A; BOZTOSUN, I; YASUK, F. **Comparative study of the multiquadric and thin-plate spline radial basis functions for the transient-convective diffusion problems.** International journal of modern physics, vol.17 (8), pp.1151-1169, 2006.

FASSHAUER, G. F. **Meshfree approximation methods with Matlab.** World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2007.

FORTES, M. **Second-law modeling of deep bed drying processes with a simulation study of wheat air-recirculated fluidized-bed drying.** 14th International Drying Symposium (IDS), São Paulo, Brazil, 2004.

FORTES, M., FERREIRA, W.R. **Second law analysis of drying: - modeling and simulation of fluidized bed grain drying.** In 14th International Drying Symposium, 301-308. São Paulo, Brazil, 2004.

FORTES, M., OKOS, M.R. **Drying theories: their basis and limitations as applied to foods and grains.** In: Mujumdar, A.S (ed) Advances in Drying, Hemisphere, New York. , pp. 119-154, 1980.

FORTES, M.; OKOS, M. R. BARRETT, J.R. **Heat and mass transfer analysis of intra-kernel wheat drying and rewetting.** Journal of Agricultural Engineering Research, v. 26, p.109-125, 1981.

FRANÇA, A.S., FORTES, M., HAGHIGHI, K. **Numerical simulation of intermittent and continuous deep-bed drying of biological materials.** Drying Technology 12, 1537-1560, 1994.

GARG, D.; MAIER, D. E. **Modeling non-uniform airflow distribution in large grain silos using Fluent.** 9th International Working Conference on Stored Product Protection, 15 a 18 de outubro, Campinas, Brasil, 2006.

HOFFMAN, J. D. **Numerical Methods for Engineers and Scientists.** New York. Mc Graw-Hill Inc., 1992.

HOFFMAN, J.D. **Numerical Methods for Engineers and Scientists.** Mc Graw-Hill Inc., New York, NY, 1992.

INABA, H. **Heat and mass transfer analysis of fluidized bed grain drying.** Memoirs of the Faculty of Engineering, Okayama University 41, 52-62, 2007

KARAKUS, A.A., BOYAR, S., AKDENIZ, R.C., HEPBASL, A. **An exergy analysis in a mixed feed industry: Evaluation of an extruder pellet line.** In Proc. EE&AE'2002 – International Scientific Conf. Rousse, Bulgaria. Available at: www.ru.acad.bg/baer/An_exergy_analysis.pdf. Accessed 10 March 2008, 2002.

- KATCHATOURIAN, O. A.; SAVICKI, D. L. **Mathematical Modelling of Airflow in an Aerated Soya Bean Store under Non-uniform Conditions.** Biosystems Engineering, vol.88. (2), pp.201-211, 2004.
- KATCHATOURIAN, O. A.; TONIAZZO, N. A.; GORTYSHOV, Y. F. **Simulation of airflow in grain bulks under anisotropic conditions.** Biosystems Engineering, vol. I. (04), pp.205-215, 2009.
- KEEY, R.B. **Drying - Principles and Practice.** Pergamon Press, New York, NY, 1972.
- MANDAS, N; HABTE, M. **Numerical simulation static bed-drying of barley.** Biosystems engineering, vol.82 (3), pp.313-319, 2002.
- MORAN, M.J. **Availability analysis: A guide to efficient energy use.** ASME Press, New York, NY, 1989.
- MUJUMDAR, A.S. **An overview of innovation in industrial drying: current status and R&D needs.** Transport in Porous Media 66, 3-18, 2007.
- NEETHIRAJAN, S.; KARUNAKARAN, C.; JAYAS, D.S.; WHITE, N. D. G.. **X-ray Computed Tomography Image Analysis to explain the Airflow Resistance. Differences in Grain Bulks.** Biosystems Engineering, vol.94 (4), pp.545-555, 2006.
- OZGENER, L., OZGENER, O. **Exergy Analysis of Drying Process: An Experimental Study in Solar Greenhouse.** Drying Technology, 27 (4), 580-586, 2009.
- PROMMAS, R., RATTANADECHO, P., CHOLASEUK, D. **Energy and exergy analyses in drying process of porous media using hot air.** International Communications in Heat and Mass Transfer, 37, 372-378, 2010-a.
- PROMMAS, R., KEANGIN, P., RATTANADECHO, P. **Energy and exergy analyses in convective drying process of multi-layered porous packed bed.** International Communications in Heat and Mass Transfer. doi: 10.1016/j.icheatmasstransfer.2010.06.013, 2010-b.
- ROSEN, M.A., DINCER, I. **Exergy as the confluence of energy, environment and sustainable development.** Exergy, an International Journal 1(1), 3-13, 2001.
- SANTOS G T, SOUZA M C, FORTES M. **Use of radial basis functions for meshless numerical solutions applied to financial engineering barrier options.** Pesquisa Operacional; 29; 419-437, 2009.
- SARRA, S.C. **Adaptive radial basis function methods for time dependent partial differential equations.** Applied Numerical Mathematics 54, 79-94, 2005.

SHEDD, C. K. **Resistance of grains and seeds to air flow.** Agricultural Engineering, vol.34(9), 616–619, 1953.

SRIVASTAVA, V. K.; JOHN, J. **Deep bed grain drying.** Energy conversion and management, vol. 43, pp. 1689-1708, 2002.

STRUMILLO, C., LOPEZ-CACICEDO, C. **Energy aspects in drying.** In: **Handbook of Industrial Drying.** Marcel Dekker, New York, NY, 1987.

SUN, Y; PANTELIDES, C.C; CHALABI, Z, S. **Mathematical modeling and simulation of near ambient grain drying.** Computers and electronics in agriculture, vol.13, pp.243-271, 1995.

SYAHRUL, S., DINCER, I., HAMDULLAHPUR, F.. **Thermodynamic modeling of fluidized bed drying of moist particles.** International Journal of Thermal Sciences 42, 691-701, 2003.

SYAHRUL, S., HAMDULLAHPUR, F., DINCER, I. **Exergy analysis of fluidized bed drying of moist particles.** Exergy an International Journal 2, 87-98, 2002.

SZARGUT, J., MORRIS, D.R., STEWARD, F.R. **Exergy analysis of thermal, chemical and metallurgical processes.** Hemisphere, New York, NY, 1988.

THOMPSON, T. L; PERT, R. M.; FOSTER, G. H. **Mathematical simulation of corn drying: A new model.** Transactions of the ASAE, v.11, n.4, p.582-586, 1968.

TOPIC, R. **Mathematical model for exergy analysis of drying plants.** **Drying Technology** 13, 437-445, 1995.

WALL, G. **Exergy - A Useful Concept within Resource Accounting.** **Institutes of Theoretical Physics** Report No. 77-42, Gotenbourg, Sweden, 1977.

WARK, K. **Advanced Thermodynamics for Engineers.** McGraw-Hill, New York, NY, 1995.

ZARE, D; CHEN, G. **Evaluation of a simulation model in predicting the drying parameters for deep-bed paddy drying.** Computers and electronics in agriculture, vol. 68, pp.78-87, 2009.

ZIENKIEWICZ O. C, TAYLOR R. L. **The Finite Element Method.** Vol 2. Solid and Fluid Dynamics Dynamics and Non-linearity, 4th ed. New York: McGraw Hill, 1991.

Conclusão Geral

Este trabalho apresentou um estudo de simulação de comportamento de secadores reais unidimensionais e bidimensionais de grãos e cereais. Para este fim, modelou-se o processo de secagem por meio de um conjunto de equações não lineares dominadas pela advecção e resolveu-se o sistema usando funções de base radial. O método mostrou-se eficiente e acurado, quando comparado com soluções benchmark.

Uma abordagem prática utilizando a primeira e segunda lei da termodinâmica foi apresentada para a análise de secadores uni e bidimensionais, mostrando-se de grande importância para a o projeto e operação de secadores.

Pequenas modificações no modelo permitem também a análise em três dimensões.

Sugerem-se futuras análises para diferentes regimes de secagem e diferentes configurações de secadores