

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

Concepções epistemológicas da matemática em articulação com a prática docente: uma experiência fundamentada em Lakatos

Frederico de Oliveira e Souza
Magister Scientiae

VIÇOSA - MINAS GERAIS
2025

FREDERICO DE OLIVEIRA E SOUZA

Concepções epistemológicas da matemática em articulação com a prática docente: uma experiência fundamentada em Lakatos

Dissertação Mestrado Profissional apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Profissional), para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientadora: Marli D. Donato Moreira

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2025**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

S729c
2025 Souza, Frederico de Oliveira e, 1999-
Concepções epistemológicas da Matemática em articulação
com a prática docente: uma experiência fundamentada em
Lakatos / Frederico de Oliveira e Souza. – Viçosa, MG, 2025.
1 dissertação eletrônica (162 f.): il. (algumas color.).

Inclui anexos.

Inclui apêndices.

Orientador: Marli Duffles Donato Moreira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Matemática, 2025.

Referências bibliográficas: f. 105-109.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2025.757>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Matemática - Estudo e ensino - Filosofia. 2. Números complexos. 3. Lakatos, Imre, 1922-1974 - Filosofia. I. Moreira, Marli Duffles Donato, 1960-. II. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. III. Título.

CDD 22. ed. 510.1071

FREDERICO DE OLIVEIRA E SOUZA

Concepções epistemológicas da matemática em articulação com a prática docente: uma experiência fundamentada em Lakatos

Dissertação Mestrado Profissional apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Profissional), para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 29 de setembro de 2025.

Assentimento:

Frederico de Oliveira e Souza
Autor

Marli Duffles Donato Moreira
Orientadora

Essa dissertação mestrado profissional foi assinada digitalmente pelo autor em 11/11/2025 às 17:00:13 e pela orientadora em 11/11/2025 às 17:23:36. As assinaturas têm validade legal, conforme o disposto na Medida Provisória 2.200-2/2001 e na Resolução nº 37/2012 do CONARQ. Para conferir a autenticidade, acesse <https://siadoc.ufv.br/validar-documento>. No campo 'Código de registro', informe o código **V83X.6I1O.YEBQ** e clique no botão 'Validar documento'.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pela vida, pela força e sabedoria para completar mais essa etapa de minha vida.

À minha mãe, Edlene, por todo amor e apoio incondicional, por sempre acreditar no meu potencial e me incentivar. À minha avó, Conceição, pela sabedoria, carinho, força e orações que me acompanharam em cada etapa. À minha companheira, Amanda, por todo amor, pela paciência e por dividir os desafios e as conquistas desta jornada. Em geral, aos demais familiares, pelo apoio e torcida.

À minha orientadora, Professora Marli Duffles Donato Moreira, por sua generosidade e sabedoria que foram muito além da academia. Você é inspiração! Sua paixão pela pesquisa e pela educação matemática me inspiraram em cada etapa, e sua amizade se tornou um dos maiores presentes desta jornada. Agradeço por ter me guiado com tanto carinho, por me ensinar a ser um pesquisador mais crítico e reflexivo e, acima de tudo, por acreditar em mim.

Às professoras Marli Regina e Fátima, membros da banca examinadora, pela leitura atenta e pelas valiosas contribuições, desde a qualificação, que certamente enriqueceram esta pesquisa. À professora Rejane, coordenadora do PIBID, pelo apoio na realização do minicurso. Sua ajuda foi fundamental.

Aos professores/as do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, por todo o conhecimento compartilhado. Aos colegas, pela colaboração e parceria nos trabalhos e nas disciplinas ao longo do mestrado.

Por fim, mas não menos importante, aos meus alunos/as, pela oportunidade de formação mútua. Agradeço por me permitirem participar da construção de seus conhecimentos e por, a cada dia, me mostrarem a importância de uma educação baseada no afeto, que promove transformação social e nos faz crescer juntos.

Este trabalho foi realizado com o apoio das seguintes agências de pesquisa brasileiras: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Estou convicto de que a matemática
pode e deve ser ensinada de forma espontânea,
leve, humana e, em alguns casos, até mesmo alegre,
para que se torne fonte de prazer intelectual e
conquiste um número cada vez maior de adeptos.

(Garbi, 2009, p. IX)

RESUMO

SOUZA, Frederico de Oliveira e, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, setembro de 2025. **Concepções epistemológicas da matemática em articulação com a prática docente: uma experiência fundamentada em Lakatos.** Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira.

O presente trabalho tem como objetivo problematizar a articulação das concepções epistemológicas da matemática com a prática docente, fundamentado na epistemologia falibilista de Imre Lakatos. A pesquisa parte da constatação de que muitos professores de matemática não refletem sobre a influência de suas concepções epistemológicas nas metodologias de ensino que adotam, o que pode levar a dificuldades significativas no processo de aprendizagem dos alunos. Essa lacuna entre a prática docente e a compreensão epistemológica crítica da matemática contribui para um ensino muitas vezes desmotivador, refletido em índices preocupantes de desempenho, como os observados no IDEB 2024. Busca-se, também, analisar as contribuições que a perspectiva falibilista de Lakatos pode oferecer para a didática da matemática, promovendo um ensino crítico e reflexivo. Lakatos propõe que a matemática não deve ser vista como um corpo de conhecimento infalível, mas sim como um campo em constante evolução, em que erros e revisões são parte integral do processo de construção do conhecimento. Essa visão desafia a abordagem tradicional da matemática e sugere novas maneiras de engajar tanto professores quanto alunos em um processo educacional mais dinâmico e participativo. Ao incorporar a perspectiva de Lakatos, o trabalho pretende oferecer uma abordagem pedagógica que valorize o pensamento crítico e a resolução de problemas, fundamentais para uma educação matemática inclusiva e significativa. Quanto à metodologia, esta é uma pesquisa qualitativa de caráter exploratório apoiada numa perspectiva fenomenológica. Inicialmente, realizou-se uma revisão bibliográfica das principais concepções epistemológicas da matemática e de suas conexões com a prática docente. A parte experimental da pesquisa foi realizada com alunos do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Viçosa (UFV) que participaram do minicurso Números Complexos: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos, baseado numa reconstrução racional histórica. Este minicurso teve como finalidade oportunizar a experiência prática fundamentada na epistemologia falibilista de Lakatos valorizando a historicidade dos conteúdos, o processo de construção ativa do conhecimento e o aspecto humano da matemática em contraposição com a perspectiva tradicional baseada na concepção platonista. Os resultados apontam para uma compreensão mais aprofundada sobre o

impacto das concepções epistemológicas dos professores de matemática nas suas práticas docentes. Indica, ainda, um entendimento da contribuição da perspectiva de Lakatos mobilizando ressignificações por parte dos estudantes. O minicurso oportunizou o aprimoramento da compreensão do conteúdo específico, Números Complexos, bem como propiciou aos futuros professores a reflexão crítica sobre suas próprias concepções e métodos pedagógicos.

Palavras-chave: concepções epistemológicas; ensino de matemática; Lakatos; números complexos

ABSTRACT

SOUZA, Frederico de Oliveira e, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, September, 2025. **Epistemological conceptions of Mathematics in conjunction with teaching practice: an experience based on Lakatos.** Adviser: Marli Duffles Donato Moreira.

The present work aims to problematize the articulation of epistemological conceptions of mathematics with teaching practice, based on Imre Lakatos's fallibilist epistemology. The research starts from the observation that many mathematics teachers do not reflect on the influence of their epistemological conceptions on the teaching methodologies they adopt, which can lead to significant difficulties in the students' learning process. This gap between teaching practice and a critical epistemological understanding of mathematics contributes to often demotivating teaching, reflected in concerning performance indices, such as those observed in IDEB 2024. It is also sought to analyze the contributions that Lakatos' fallibilist perspective can offer to the didactics of mathematics, promoting a critical and reflective teaching approach. Lakatos proposes that mathematics should not be seen as an infallible body of knowledge, but rather as a field in constant evolution, where errors and revisions are an integral part of the knowledge construction process. This vision challenges the traditional approach to mathematics and suggests new ways to engage both teachers and students in a more dynamic and participatory educational process. By incorporating Lakatos's perspective, the work aims to offer a pedagogical approach that values critical thinking and problem-solving, fundamental for an inclusive and meaningful mathematics education. Regarding the methodology, this is an exploratory qualitative research supported by a phenomenological perspective. Initially, a bibliographic review of the main epistemological conceptions of mathematics and their connections with teaching practice was conducted. The experimental part of the research was conducted with students from the mathematics teaching degree program at the Federal University of Viçosa (UFV) who participated in the minicourse Complex Numbers: a pedagogical approach based on Lakatos, grounded in a historical rational reconstruction. This minicourse aimed to provide a practical experience grounded in Lakatos's fallibilist epistemology, valuing the historicity of content, the active process of knowledge construction, and the human aspect of mathematics, in contrast to the traditional perspective based on the Platonic conception. The results indicate a deeper understanding of the impact of mathematics teachers' epistemological conceptions on their teaching practices. It also indicates an understanding of the contribution of

Lakatos's perspective, mobilizing re-significations on the part of the students. The minicourse provided an opportunity to enhance the understanding of the specific content, Complex Numbers, as well as to encourage future teachers to critically reflect on their own conceptions and pedagogical methods.

Keywords: epistemological conceptions; teaching mathematics; Lakatos; complex numbers

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Momento de discussão acerca das concepções epistemológicas	53
Figura 2: Participantes realizando atividade envolvendo reconstrução racional histórica	54
Figura 3: Participantes reunidos com o pesquisador no último encontro	55
Figura 4: Respostas de duas participantes à primeira questão sobre o texto	57
Figura 5: Respostas de duas participantes à segunda questão sobre o texto	57
Figura 6: Respostas de três participantes à terceira questão sobre o texto	58
Figura 7: Respostas de três participantes à primeira pergunta	63
Figura 8: Respostas de duas participantes à segunda pergunta	64
Figura 9: Alguns registros das propostas de aula dos participantes	65
Figura 10: Algumas respostas da avaliação diagnóstica	66
Figura 11: Reflexões dos participantes sobre o trecho narrativo com a aplicação da reconstrução racional histórica de Lakatos	68
Figura 12: Respostas à primeira pergunta da avaliação didática	69
Figura 13: Respostas à segunda pergunta da avaliação didática	70
Figura 14: Print de tela da atividade no Google Sala de Aula	71
Figura 15: Algumas respostas da avaliação somática	72
Figura 16: Nuvem de palavras da primeira pergunta	73
Figura 17: Nuvem de palavras da segunda pergunta	75
Figura 18: Nuvem de palavras da terceira pergunta	77
Figura 19: Nuvem de palavras descrevendo a experiência do Minicurso	78

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Artigos selecionados no Portal de Periódicos Capes	33
Quadro 2: Dissertação escolhida na BDTD	34
Quadro 3: Caracterização dos participantes do minicurso	50
Quadro 4: Organização do minicurso	52

LISTA DE GRÁFICOS

- Gráfico 1:** Gráfico comparativo - “a matemática é uma descoberta de verdades universais e imutáveis que existem independentemente da mente humana” 82
- Gráfico 2:** Gráfico comparativo - "conceitos matemáticos, como os números e as figuras geométricas, têm existência própria no mundo das ideias” 84
- Gráfico 3:** Gráfico comparativo - “algumas questões matemáticas podem não ter resposta, pois nem tudo pode ser construído ou visualizado intuitivamente” 86
- Gráfico 4:** Gráfico comparativo - "no ensino, os alunos devem ser incentivados a propor hipóteses e testar ideias, mesmo que sejam refutadas" 87
- Gráfico 5:** Gráfico comparativo - "os conceitos matemáticos não são verdades absolutas, mas produtos de debates e críticas históricas" 89

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	13
2. CONCEPÇÕES EPISTEMOLÓGICAS DA MATEMÁTICA.....	19
2.1. Breve histórico.....	19
2.2. IMRE LAKATOS: uma articulação da epistemologia da matemática com a prática docente.....	27
2.2.1. Uma breve biografia.....	28
2.2.2. Lakatos: uma perspectiva dinâmica para a matemática.....	29
3. PERSPECTIVAS DIDÁTICAS.....	31
3.1. Educação Matemática Realística.....	32
3.2. Epistemologia do Professor de Matemática.....	34
4. CONCEPÇÕES EPISTEMOLÓGICAS DO PROFESSOR E A PRÁTICA DOCENTE: uma revisão de literatura.....	36
4.1. Resultados da seleção dos artigos e da dissertação.....	38
4.2. Justificativa da seleção dos artigos e da dissertação.....	40
4.3. Discussão acerca das temáticas abordadas nos artigos e na dissertação...	42
6. METODOLOGIA.....	50
7. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS.....	58
7.1. O minicurso.....	58
7.1.1. 1º Encontro.....	58
7.1.2. 2º Encontro.....	68
7.1.3. 3º Encontro.....	72
7.2. Questionários inicial e final: uma análise comparativa.....	81
8. RESULTADOS.....	96
8.1. Relação entre concepções epistemológicas e didática da matemática.....	97
8.2. Contribuições da perspectiva de Lakatos para a educação matemática.....	99
9. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	100
REFERÊNCIAS.....	105
Anexo A: Termo de consentimento Livre e Esclarecido (TCLE).....	110
APÊNDICES.....	112
Apêndice A: Questionários inicial e final.....	113
Apêndice B: Planos de Aula dos encontros do minicurso.....	124
Apêndice C: Produto Educacional (acesse clicando aqui).....	140

1. INTRODUÇÃO

Minha trajetória com a educação matemática se inicia muito cedo, aos treze anos de idade, quando descobri minha paixão por ensinar. Desde muito novo sempre gostei de ajudar os colegas que tinham dificuldades, e, posteriormente, comecei a dar aulas particulares a alunos de séries anteriores à minha. Entrei na graduação em matemática, na Universidade Federal de Viçosa, em 2017. Iniciei o primeiro semestre do curso fazendo iniciação científica, por ser medalhista da OBMEP¹. O envolvimento com a pesquisa foi acontecendo, e, por esta razão, fiz a opção pelo bacharelado (a modalidade de ingresso ABI dá direito ao aluno optar por um dos percursos formativos possíveis: bacharelado ou licenciatura). Meu percurso no bacharelado em matemática foi evoluindo muito bem: desenvolvi três projetos de iniciação científica, participei de projetos de extensão e fui monitor e tutor de Álgebra e de Cálculo I. Nas monitorias e tutorias tive experiências muito positivas, e me sentia realizado naquele espaço em que eu tinha a função de colaborar com a aprendizagem. No início da pandemia de Covid-19, em 2020, faltavam apenas algumas disciplinas para completar o curso do bacharelado em matemática. Devido à pandemia, fiz algumas das disciplinas na modalidade remota, mas precisei reduzir a carga horária pois precisava conciliar trabalho e estudo. Foi nesse momento que comecei a lecionar no ensino médio numa escola da rede privada de Viçosa e tudo mudou. Meu sentimento de realização por estar em uma sala de aula era enorme, e junto dele vinha uma inquietação. Eu tinha a formação matemática, mas sentia que faltava formação docente. Sentia a necessidade de um aporte teórico para sustentar a prática em sala de aula, para entender se minhas escolhas didáticas eram as mais adequadas. Nesse momento, faltando poucas disciplinas para concluir o bacharelado, decidi mudar para a licenciatura. Esta mudança foi um ponto de virada e realização que integrou a minha prática profissional com a formação necessária.

A conclusão da graduação ocorreu junto da minha atuação docente, inclusive com experiências muito interessantes em estágios. Tive a oportunidade de ser supervisor de estágio de um colega que cursava a disciplina de estágio comigo. As experiências foram se somando à teoria e construindo o professor que ali formava e se formava. Foi nesse cenário que ingressei no Mestrado Profissional em

¹ Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas. Ver <http://www.obmep.org.br/>.

Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa (MPECM/UFV), em busca de uma qualificação acadêmica e docente ainda mais ampla. Minha experiência docente juntamente com a formação acadêmica me apontavam para a necessidade de uma reflexão aprofundada sobre as concepções epistemológicas da matemática e sua relação com as práticas docentes. Esta foi a motivação para o meu tema de pesquisa no MPECM/UFV.

Assim, este trabalho teve início a partir do entendimento de que poucos professores de matemática refletem sobre a relação entre sua prática docente e suas concepções epistemológicas da matemática. Tal desvinculação, de acordo com minha percepção como professor, traz diversas dificuldades para a sala de aula e acarreta resultados negativos no aprendizado, uma vez que a concepção que os estudantes, em sua maioria, têm da matemática desfavorece o seu interesse e envolvimento com a disciplina. Essa problemática fica evidenciada quando se observa os dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB²) coletados em 2022, que mostram que apenas cerca de 5% dos estudantes concluintes do Ensino Médio público têm o aprendizado esperado em matemática. Esse número é um pouco maior, embora longe do ideal, no ensino fundamental público, sendo de 15% no 9º ano (final da segunda etapa do ensino fundamental) e de 37% no 5º ano (final da primeira etapa do ensino fundamental).

Neste trabalho, entendemos as *concepções* dos professores como “uma estrutura mental mais geral, englobando crenças, significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências e semelhantes” (Thompson, 1992, p. 130). Os termos *concepções* e *crenças* “embora utilizados por vários pesquisadores sem maiores cuidados, (...) não têm aceitação unânime” (Cury, 1999, p. 7), e por esse motivo se faz necessário apresentar a conceituação adotada. Entendemos *concepção epistemológica*, conforme D’Amore (2007, p. 181), como

um conjunto de convicções, de conhecimentos e de saberes científicos, os quais tendem a dizer o que são os conhecimentos dos indivíduos ou de grupos de pessoas, como funcionam, os modos de estabelecer sua validade, bem como adquiri-los e então de ensiná-los e aprendê-los.

Considero importante esclarecer, também, neste momento do texto, a escolha da grafia da palavra matemática com letras minúsculas, que está

² Ver <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb>.

relacionada ao significado que damos a ela na educação. Quando se entende a prática de ensino de matemática como simples espaço de aplicação de conhecimentos matemáticos, aceita-se que “só existe a Matemática (com letra maiúscula), aquela que vem dos matemáticos profissionais, mas que pode ser transposta/adaptada para o contexto de ensino e aprendizagem” (Fiorentini e Oliveira, 2013, p. 921). Nessa concepção, a matemática tem um lugar central, distanciada dos saberes pedagógicos e das práticas didáticas. Por outro lado, quando entendemos a prática pedagógica da matemática “como prática social, sendo constituída de saberes e relações complexas que necessitam ser estudadas, analisadas, problematizadas, compreendidas e continuamente transformadas” (Fiorentini e Oliveira, 2013, p. 921), reconhecemos que essa matemática nunca está isolada em relação a outros conhecimentos. Nesse contexto, “não faz sentido falar de uma Matemática (com letra maiúscula), mas de matemática (com letra minúscula) ou então de matemáticas, pois as matemáticas são múltiplas, dependendo do contexto de prática social” (Fiorentini e Oliveira, 2013, p. 922).

A era pós-moderna se caracteriza pela rejeição das grandes narrativas que buscavam legitimar o conhecimento de forma universal e totalizada. De acordo com Clareto (2002), é importante que se faça uma reflexão crítica sobre a educação matemática, considerando as problemáticas nos âmbitos político, ideológico e epistemológico que permeiam a contemporaneidade. Ainda segundo Clareto, a educação matemática deve reconhecer a necessidade de integrar diferentes formas de conhecimento e práticas sociais, especialmente no contexto da Etnomatemática, que busca valorizar as contribuições culturais diversas para a matemática e a construção do conhecimento (Clareto, 2002).

As crises de subjetividade e de agência humanas, da verdade e da autoridade são aspectos que influenciam a forma como a matemática é ensinada e compreendida (Clareto, 2002). Isso enfatiza a relevância de se considerar as concepções epistemológicas da matemática subjacentes às práticas docentes no contexto educacional contemporâneo. Essa relação é fundamental para entender como a matemática é um campo de conhecimento que está profundamente enraizado em contextos sociais, culturais e históricos. Tais crises indicam que os indivíduos questionam cada vez mais as verdades absolutas e as autoridades

tradicionais que historicamente legitimaram o conhecimento matemático, chamadas por Clareto de metanarrativas³. Isso implica que, ao ensinar matemática, é crucial reconhecer que os alunos trazem suas próprias experiências, culturas e perspectivas para a sala de aula, e não são aquele disco em branco a ser gravado. A autora sugere que "a matemática passa a assumir um novo papel no discurso pós-moderno" (Clareto, 2002, p. 32), o que significa que a educação matemática deve ser adaptada para refletir essa nova realidade.

Conforme as diferentes concepções epistemológicas da matemática adotadas, educadores e alunos dispõem de ferramentas para dialogar criticamente sobre o que a matemática é e com que propósito ela é usada. Essa compreensão é especialmente relevante neste ambiente de questionamento da autoridade do conhecimento matemático. Por meio da exploração de várias epistemologias os professores podem indicar a importância de diferentes práticas matemáticas nas culturas, fazendo o processo educacional ser mais inclusivo, abrangente e significativo em relação à matemática.

A crítica às metanarrativas também está relacionada às crises de subjetividade e de agência humana, o que perpassa as concepções epistemológicas dos indivíduos. "O apelo à pluralidade e à negação das metanarrativas já implica uma mudança" (Clareto, 2002, p. 33), mudança essa que sugere que a matemática, e por extensão a educação matemática, deve se afastar de uma visão hegemônica e universal, adotando uma abordagem que reconheça a diversidade cultural e social.

Assim, a escolha do tema para este trabalho se fundamenta na necessidade de estudar a relação entre as concepções epistemológicas dos professores de matemática e suas práticas docentes, uma vez que, segundo Guimarães (2010, p. 82), "aquilo que o professor pensa influencia de maneira significativa aquilo que o professor faz". Busca-se, então, problematizar esta relação, a fim de contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem de matemática. Pretende-se com este trabalho propor reflexões teórico-práticas que promovam perspectivas críticas sobre as concepções e métodos de ensino presentes nas escolas, promovendo, dessa forma, uma contribuição no campo da educação matemática. Este estudo pretende,

³ "As metanarrativas são narrativas que têm a pretensão de organizar, subordinar e explicar outras narrativas. São, portanto, pretensamente totalizantes e universais." (Clareto, 2002, p. 30)

assim, contribuir para a construção de um ensino de matemática mais reflexivo, crítico e alinhado com as necessidades e expectativas dos estudantes no contexto contemporâneo.

Nas últimas décadas, no Brasil e no exterior, é cada vez mais recorrente o estudo das potencialidades formativas do uso da História da matemática na educação matemática escolar, bem como na formação de professores. Não tão recorrente, mas com um potencial crítico bastante relevante, tem-se alguns estudos sobre a Filosofia e Epistemologia da matemática. Para Paul Ernest (2016, p. 13), este subcampo da educação matemática apresenta questões como

[...] Quais são os objetivos e finalidades do ensino e da aprendizagem da matemática? O que é matemática? Como a matemática se relaciona com a sociedade? O que é aprender matemática? O que é o ensino de matemática? Qual é o status da educação matemática como campo do conhecimento? (*tradução própria*)

Em meados do século XX, dentro dessa análise epistemológica da matemática, a visão de Imre Lakatos sobre o falibilismo na matemática e sua influência no ensino e aprendizagem dessa disciplina emerge como uma proposta pedagógica. Lakatos defendia a ideia de que a matemática é falível e passível de erros, destacando a importância da crítica e correção de teorias para o avanço do conhecimento matemático. Essa abordagem desafia a visão tradicional de uma matemática indubitável e incontestável, incentivando a reflexão crítica e a busca por novas ideias, o que gera uma mudança de paradigma para professores e estudantes. Ao promover um ambiente onde os alunos são encorajados a refutar e reformular ideias, os educadores podem estimular o desenvolvimento de habilidades cognitivas essenciais, como o pensamento crítico e a resolução de problemas. *Pensamento crítico*, na perspectiva da educação matemática Crítica, ultrapassa o limite de resolver problemas. É a capacidade de questionar as aplicações da matemática no mundo, de analisar as premissas por trás dos modelos matemáticos e de reconhecer seus limites e possíveis consequências sociais (Skovsmose, 2001). Esta perspectiva vai de encontro ao proposto por Silva e Moura (2015, p. 281), "o conhecimento matemático cresce por um processo de críticas sucessivas, de refinamento de teorias e do processo de teorias novas e conflitantes".

Diante disso, este trabalho tem como objetivo geral problematizar as concepções epistemológicas do professor sobre a matemática e sua relação com a

prática docente, bem como analisar as contribuições da epistemologia falibilista de Lakatos, no campo da didática da matemática, a partir da experiência com professores em formação inicial.

Para atingir este objetivo geral, os seguintes objetivos específicos foram delimitados:

- Investigar a relação entre concepção epistemológica da matemática e prática docente;
- Analisar as contribuições da epistemologia falibilista de Lakatos, no campo da didática da matemática, a partir da experiência com professores em formação inicial;
- Elaborar, aplicar e avaliar um minicurso sobre Números Complexos considerando uma reconstrução racional histórica, na perspectiva de Lakatos;
- Elaborar o Produto Educacional, a partir da experiência no minicurso *Números Complexos: uma experiência fundamentada em Lakatos*.

A pergunta que orientou esta pesquisa foi:

Que correlações da Didática da Matemática com a Epistemologia são construídas a partir da experiência pedagógica (minicurso “Números Complexos: uma experiência fundamentada em Lakatos”) desenvolvida com os licenciandos em matemática da UFV?

Esta dissertação está estruturada em nove capítulos, organizados para apresentar de forma sequencial o percurso da pesquisa. O capítulo 1 é a introdução, onde são apresentados a contextualização e a delimitação do tema, a problematização, a questão de pesquisa e os objetivos do estudo. No capítulo 2, é traçado um panorama histórico das concepções epistemológicas da matemática. Em seguida, o capítulo 3 discorre sobre as perspectivas de Hans Freudenthal e Fernando Becker a respeito da didática da matemática. O referencial teórico é aprofundado no capítulo 4, que apresenta uma revisão de literatura sobre as concepções epistemológicas do professor e sua relação com a prática docente. O capítulo 5 articula as concepções epistemológicas e a prática docente, tomando como base o falibilismo de Imre Lakatos. O capítulo 6 descreve a metodologia utilizada, enquanto o capítulo 7 é dedicado à apresentação e discussão dos dados

coletados na pesquisa. No capítulo 8, são apresentados os resultados, divididos em dois subtópicos: a correlação entre as concepções epistemológicas e a didática da matemática, e as contribuições da perspectiva de Lakatos para a educação matemática. Por fim, o capítulo 9 traz as Considerações Finais, sintetizando as descobertas e apontando caminhos para pesquisas futuras.

2. CONCEPÇÕES EPISTEMOLÓGICAS DA MATEMÁTICA

O que é matemática? Como a matemática se relaciona com a sociedade? Ela é imutável diante das demandas sociais ou está sujeita a revoluções conceituais como outras ciências? Como as concepções filosóficas da matemática moldam o professor e seu modelo de trabalho? Estas são algumas perguntas que surgem quando estudamos as concepções filosóficas e epistemológicas da matemática, o que evidencia a relevância deste projeto. Compreender tais concepções e como elas se refletem na prática docente pode contribuir para outros professores e pesquisadores na área, uma vez que pode despertar novas estratégias pedagógicas, bem como o desenvolvimento de novos materiais de ensino.

2.1. Breve histórico

Historicamente, o sistema educativo ocidental está enraizado na tradição greco-romana, que valorizava a transmissão de conhecimentos específicos e a formação de cidadãos através de um currículo baseado nas artes liberais. Na Idade Média, o modelo escolástico dominou, enfatizando a lógica e a teologia, refletindo uma visão de mundo estática e hierárquica. Com a revolução científica e a era pós-iluminista, o conhecimento era visto como algo que poderia ser descoberto através da razão e da observação empírica. Nesse contexto, a educação passou a valorizar cada vez mais as ciências e a matemática, favorecendo uma visão mecanicista e fragmentada do mundo (Ponte *et al.*, 1997). Este modelo foi consolidado no século XIX com a ascensão das escolas públicas e a organização curricular em disciplinas isoladas, refletindo a crença de que o conhecimento poderia ser compartimentado e transmitido de forma linear e cumulativa. Nesse modelo, o professor era o detentor do conhecimento e tinha que transmiti-lo direta e continuamente aos alunos.

No século XX, a compreensão da complexidade começou a ganhar espaço com o desenvolvimento de teorias que reconheciam a interconexão e a interdependência dos fenômenos naturais e sociais. Foi nesse contexto que Edgar Morin emergiu como uma voz crítica, propondo uma reconfiguração radical da epistemologia e da prática educativa. Para Morin, o conhecimento fragmentado e disciplinar é insuficiente para lidar com a realidade complexa do mundo moderno. Ele introduz então a ideia de pensamento complexo, que reconhece a inter-relação e a interdependência entre as partes e o todo, entre o sujeito e o objeto, entre o conhecimento e a ação (Alves, 2016). Para Morin, o conhecimento deve ser compreendido como um tecido (do latim *complexus*, que significa "o que é tecido junto"), onde diferentes elementos se entrelaçam e se influenciam mutuamente.

A filosofia de Morin tem profundas implicações para a prática docente, sugerindo que os educadores devem adotar não somente uma abordagem interdisciplinar, mas também transdisciplinar, rompendo as barreiras construídas no imaginário entre disciplinas e promovendo uma visão holística do conhecimento. Isso implica não apenas ensinar conteúdos, mas também desenvolver nos alunos a capacidade de pensar criticamente e sistemicamente, reconhecendo a incerteza e a imprevisibilidade inerentes aos sistemas complexos. Além disso, Morin (2003) enfatiza a importância da "auto-eco-reorganização" do conhecimento, onde a aprendizagem é vista como um processo dinâmico e recursivo. Os professores são chamados a ser facilitadores desse processo, ajudando os alunos a construir e reconstruir continuamente suas compreensões do mundo. Isso requer uma prática pedagógica que valorize a reflexão, o diálogo e a colaboração, permitindo aos alunos explorar e integrar diferentes perspectivas e formas de conhecimento.

Nessa perspectiva, os olhares da Filosofia da educação matemática e da epistemologia da matemática emergem como facilitadores do processo de auto-eco-reorganização do conhecimento matemático. Para Ernest (2016, p. 13), "a filosofia da educação matemática se beneficia da integração de diferentes ramos da filosofia para enriquecer a compreensão da educação matemática" (*tradução própria*), o que promove uma mudança de paradigma e traz um novo foco para o ensino de matemática, buscando integrar as mais diversas áreas do conhecimento.

Ainda segundo Ernest (2016, p.3), essa mudança de paradigma acontece a medida em que se questiona...

Quais são os objetivos e propósitos de ensinar e de aprender matemática? O que é matemática? Como a matemática se relaciona com a sociedade? O que é aprender matemática? O que é ensinar matemática? Qual é o status da educação matemática como campo de conhecimento? *[tradução própria]*

A matemática, com suas estruturas e lógica rigorosas, tem sido um dos pilares do conhecimento humano desde a antiguidade. Sua evolução e aplicação ao longo dos séculos destacam não apenas a sua utilidade prática, mas também o seu papel fundamental na construção do pensamento crítico e na formação de conceitos abstratos que extrapolam o mundo material e palpável. A Epistemologia da matemática surge, nesse contexto, não apenas como um campo de estudo sobre como sabemos o que sabemos na matemática, mas também trazendo uma reflexão profunda sobre a natureza do próprio conhecimento matemático. É um campo de estudo fascinante que busca as origens e o desenvolvimento da matemática ao longo da história.

A relação entre a matemática e a epistemologia é multifacetada e complexa. Questões epistemológicas na matemática abrangem diversos tópicos, incluindo a natureza dos objetos matemáticos, a verdade matemática, a justificativa das proposições matemáticas e o papel da linguagem e da representação na matemática. As concepções epistemológicas da matemática abrangem uma vasta gama de perspectivas sob as quais se vê a disciplina e, de diferentes maneiras, procuram entender como e por que a matemática é capaz de fornecer um conhecimento que parece ser ao mesmo tempo abstrato e rigoroso, mas também aplicável ao mundo real e observável.

No contexto grego, em particular, a matemática assumiu uma abordagem mais dedutiva e axiomática, como evidenciado pela obra "Os Elementos" de Euclides. Essa abordagem influenciou profundamente a forma como a matemática foi ensinada e compreendida ao longo dos séculos. De acordo com Miorin (1998), os gregos foram pioneiros na formalização e sistematização da matemática, estabelecendo as bases para o desenvolvimento futuro dessa ciência. As escolas filosóficas pitagórica e platônica desempenharam papéis significativos na concepção da matemática como chave de explicação da natureza e das ideias. Segundo Miorin

(1998, apud Ponte *et al.*, 1997), a escola pitagórica buscava compreender o mundo por meio dos números, atribuindo à matemática um papel fundamental na explicação da natureza. Os pitagóricos acreditavam que os números eram a essência de todas as coisas e que podiam revelar as leis fundamentais que regem o universo, o que gerou as bases para o platonismo.

Por outro lado, a escola platônica, conforme destacado por Ponte *et al.* (1997), colocava a matemática no plano das ideias, considerando-a como um conhecimento capaz de elevar e despertar o pensamento humano. Para Platão, a matemática não apenas descrevia a realidade, mas também revelava verdades universais e eternas que transcendem o mundo sensível. Ponte *et al.* (1997) afirmam que Platão defendia que a matemática deveria ser estudada em todos os níveis, reservando o estudo mais avançado apenas para os "espíritos superiores". Percebe-se aqui, neste momento histórico, a origem dessa ideia extremamente difundida entre estudantes e professores, de que a matemática é uma ciência para poucos e inacessível para a maioria.

O platonismo matemático é uma das concepções mais antigas e influentes na Filosofia da matemática. Defensores desta abordagem, como Kurt Gödel, argumentam que os objetos matemáticos existem independentemente da mente humana em uma realidade abstrata e atemporal (Gödel, 1964). Nesse sentido, figuras geométricas, números e outros entes matemáticos são descobertos, não inventados, pelos matemáticos. Em seus escritos sobre a incompletude, Gödel sugeriu que as verdades matemáticas são objetivas e independem do nosso conhecimento sobre elas, visão que sustenta que há uma realidade matemática externa, semelhante às ideias platônicas, e que nossa intuição matemática nos permite acessá-la.

Dessa forma, tanto a escola pitagórica quanto a platônica contribuíram para a concepção da matemática como uma disciplina capaz de desvendar os segredos da natureza e das ideias, atribuindo-lhe um status especial como instrumento de conhecimento e compreensão do mundo. Essas visões filosóficas, conforme discutido por Oliveira e Ponte (1997), influenciaram não apenas a prática e o ensino da matemática ao longo da história, mas também moldaram a percepção da

matemática como uma atividade intelectual de elevado valor e importância, acessível apenas a alguns ‘iluminados’.

A origem da ciência moderna, fundamentada na matematização, que eclodiu em meados dos séculos XVI e XVII, remonta aos trabalhos pioneiros de pensadores como Galileu Galilei. A busca por regularidades matemáticas dos fenômenos naturais foi crucial para a consolidação de uma abordagem científica baseada em leis precisas e verificáveis, expressas por meio da linguagem matemática. Como pontua Mariconda *et al.* (2006), autores como Copérnico, Kepler e Galileu promoveram uma matematização da natureza, revelando a importância da matemática na compreensão do universo. Nesse contexto, a famosa frase atribuída a Galileu, “a matemática é a linguagem a qual Deus escreveu o universo”, ressalta a crença na matemática como um instrumento fundamental para desvendar os segredos da natureza, ao mesmo tempo em que coloca esta ciência num patamar superior, e mais uma vez, atingível apenas àqueles iluminados.

A matematização da natureza, impulsionada por Galileu e seus contemporâneos, representou um marco na história da ciência, permitindo a formulação de leis universais que regem os fenômenos naturais. De acordo com Abrão (1999, apud Clareto, 2002),

Galileu generaliza a concepção de perfeição do mundo. Aplica-a para todos os fenômenos físicos, celestes ou terrestres. O espaço, para ele, é um todo homogêneo, e o que aí ocorre pode ser determinado matematicamente.

A ideia de que o universo é regido por leis matemáticas precisas e imutáveis reflete a confiança na capacidade da matemática de descrever e prever os eventos naturais com exatidão. No entanto, a contribuição de Galileu para a matematização da natureza foi além da mera aplicação de fórmulas e equações. Ele estabeleceu as bases epistemológicas necessárias para a integração da matemática com a experiência empírica, delineando a distinção entre qualidades primárias e secundárias na natureza. Essa abordagem mecanicista, que concebe a natureza como um mecanismo regido por leis matemáticas, foi essencial para a consolidação da ciência moderna (Mariconda *et al.*, 2006).

A frase de Galileu sobre a matemática como a linguagem divina do universo ressalta a interconexão entre a ciência, a matemática e a espiritualidade, e ao

mesmo tempo acentua, de certa forma, a concepção platônica. Ao atribuir à matemática um papel fundamental na revelação dos mistérios da criação, Galileu enfatizou a importância da racionalidade e da ordem matemática na compreensão do mundo natural. Nesse sentido, a matematização da natureza não apenas revolucionou a ciência, mas também influenciou profundamente a forma como a humanidade percebe a realidade e sua relação com o universo.

No início do século XVIII, após anos de estudos, Newton publicou seus primeiros trabalhos sobre cálculo diferencial, num dos quais propôs suas leis de movimento e a lei da gravitação universal. Nessas obras, de acordo com Oliveira e Bellemain (2022, p. 167), Newton “apresentou proposições sobre velocidades, acelerações, tangentes e curvaturas que motivaram suas pesquisas sobre cálculo infinitesimal”. Por meio de uma abordagem física, Newton desenvolveu suas ideias para resolver os problemas de cálculo de áreas. Considerando as taxas de mudança ou de variação da posição de um ponto cuja trajetória descreve uma função $y=f(x)$, ele propõe seu estudo, do que hoje chamamos derivada. Ao mesmo tempo, e de forma independente, Leibniz desenvolveu suas ideias para resolver os mesmos problemas com base em diferenciais, o que ele considerava como pequenos acréscimos nas variáveis x e y .

Ambos chegaram a resultados parecidos, praticamente na mesma época, embora tenham trabalhado de maneira independente. Segundo Oliveira e Bellemain (2022), os primeiros estudos de Newton relacionados ao cálculo se deram no período de 1664 a 1666, e suas publicações foram feitas mais tarde, em 1687 (*Principia*) e 1704 (*Opticks*), enquanto Leibniz trabalhou com cálculo de 1672 a 1676 e publicou seus famosos artigos *Acta Eruditorum* de 1684 a 1686. Esses estudos, um tanto abstratos e conceituais, teóricos e altamente matematizáveis, acabaram por enfatizar ainda mais a ideia da matemática como “a linguagem com a qual Deus escreveu o universo”. Dois matemáticos resolveram problemas semelhantes por caminhos distintos, sem ter contato entre si, mas ambos utilizando a matemática como ferramenta. Além disso, o rigor formal proposto por Leibniz, mais tarde, traria luz às bases do formalismo.

O formalismo, outra concepção filosófica, associada a matemáticos como David Hilbert, considera a matemática como um sistema de símbolos que são

manipulados de acordo com regras formais. Para os formalistas, a matemática é essencialmente um jogo simbólico, onde a consistência interna do sistema é o critério principal de validade (Hilbert, 1922). Nesse contexto, a matemática é tida como uma linguagem e não uma ciência propriamente dita. Hilbert buscava formalizar e unificar todas as matemáticas para demonstrar sua consistência e completude, acreditando que isso resolveria muitos problemas filosóficos. A intenção era construir uma base sólida sob a qual a matemática se sustentaria. No entanto, os Teoremas da Incompletude de Gödel, formulados em 1931, mostraram que não é possível provar a consistência de sistemas suficientemente complexos dentro desses próprios sistemas, levantando desafios significativos para o formalismo. Em outras palavras, Gödel mostrou que esse edifício sólido que se buscava para sustentar a matemática não é tão sólido assim, o que abalou a ideia da certeza absoluta da matemática. Assim, embora seja considerado platônico, Gödel desempenhou um papel crucial na desconstrução da visão da matemática como uma ciência de verdades absolutas, prontas e acabadas.

O intuicionismo, abordagem filosófica promovida por Brouwer, oferece uma perspectiva alternativa, enfatizando a construção mental dos objetos matemáticos. Para os intuicionistas, a matemática é uma atividade puramente mental, e as verdades matemáticas são conhecidas através de uma intuição construtiva (Brouwer, 1907). Brouwer rejeitava a noção de uma realidade matemática externa e defendia que a matemática é uma criação do intelecto humano e, portanto, ela não é descoberta. Ele argumentava que a verdade matemática é uma questão de construções mentais verificáveis e que os princípios do raciocínio matemático devem ser baseados na intuição direta.

O realismo matemático naturalizado, concepção proposta por autores como Penelope Maddy, tenta reconciliar aspectos do platonismo e do formalismo com uma perspectiva empirista. Maddy sugere que a matemática deve ser vista como uma extensão da investigação empírica, onde os conceitos matemáticos são validados por sua eficácia. Essa abordagem liga a matemática mais estreitamente às práticas científicas e ao mundo empírico, propondo uma forma de realismo que é sensível ao contexto e às necessidades da ciência (Maddy, 2007).

Iniciada em 1957, a obra *Provas e Refutações*, de Imre Lakatos, constitui um ensaio sobre a lógica da descoberta matemática, na qual, de acordo com Ponte *et al.* (1997, p.16), “se reconhece ao erro um valor insubstituível no processo de produção do conhecimento”. Lakatos sugere uma matemática que se desenvolve por meio de explicações, justificativas e elaborações, por meio das quais as verdades matemáticas se tornam plausíveis, convincentes e detalhadas. Para ele, a matemática se desenvolve pela correção de teorias, pela especulação crítica e pela lógica de provas e refutações, não de acordo com uma sequência lógica de “teoremas indubitavelmente estabelecidos” (Ponte *et al.*, 1997, p. 16). Essa perspectiva filosófica ficou conhecida como falibilismo. Retomaremos essa concepção mais adiante, na seção 2.2.

Inspirados no falibilismo de Lakatos, diversos historiadores, filósofos e matemáticos propõem uma nova abordagem filosófica da matemática, denominada *quasi-empiricismo*. De acordo com Ponte *et al.* (1997, p. 18), “esta abordagem procura descrever e (re)caracterizar a matemática a partir da análise das práticas reais dos matemáticos”. Ainda de acordo com Ponte *et al.* (1997, p. 18),

[...] a matemática cresce por meio de uma série de grandes avanços intuitivos, que são posteriormente estabelecidos, não numa etapa, mas através de uma série de correções, de esquecimentos e de erros; nenhuma prova é definitiva e novos contra-exemplos deitam por terra provas antigas.

Para Hersh (1986, apud Ponte *et al.*, 1997), a matemática existe na consciência compartilhada entre os seres humanos, sendo assim um mundo de ideias criadas por eles, com características e propriedades próprias. Segundo ele,

(1) os objectos matemáticos são inventados ou criados pelos seres humanos; (2) são criados, não arbitrariamente, mas emanam da actividade desenvolvida a partir de outros objectos matemáticos já existentes e de necessidades da ciência e da vida diária; (3) uma vez criados, os objetos têm propriedades bem determinadas, que poderemos ter grande dificuldade em descobrir, mas que possuem independentemente do nosso conhecimento acerca delas. (Hersh, 1986, apud Ponte *et al.*, p.23)

Essas afirmações diferenciam objetos matemáticos de objetos materiais, como uma cadeira ou um carro, no entanto não da mesma forma como o faz o platonismo. Tal diferenciação, segundo Ponte *et al.* (1997), tem diversas consequências filosóficas, entre as quais vale citar a evidência à complementaridade do que chamamos de matemática Pura e matemática Aplicada, uma vez que a

matemática se desenvolve como resposta a desafios teóricos e conceituais matemáticos, mas também como resposta a problemas de outras ciências e do mundo real. Além disso, ao admitir que os objetos matemáticos, após criados, têm suas propriedades próprias, evidencia-se a sincronia entre a descoberta e a invenção da matemática.

O *quasi-empiricismo*, enquanto abordagem filosófica, destaca que a matemática constitui uma atividade humana, simultaneamente individual e social, que decorre de um diálogo entre pessoas que tentam resolver problemas. Os produtos matemáticos podem necessitar de renegociação à medida que mudam os padrões de rigor ou que emergem novos desafios e significados. É pela partilha e discussão crítica de ideias relativas aos objectos matemáticos que se torna possível o reconhecimento de saberes matemáticos novos, o alargamento, correcção e rejeição de teorias. O *quasi-empiricismo* não dá resposta a todos os problemas respeitantes à filosofia da matemática. No entanto, mais importante que isso, permite levantar questões fundamentais: Como são inventados os objectos matemáticos? Como explicar o sucesso das aplicações da matemática na compreensão do mundo físico e de outras ciências? Que balanço fazer quanto às diferenças entre os produtos matemáticos e outros produtos culturais? O grau de constrangimento da criatividade matemática é superior ao da criatividade artística? Como é que a demonstração matemática se torna mais refinada e sutil à medida que são descobertas novas fontes de erro? Como se articula a produção individual de saber matemático com a produção social desse saber? Quais as normas e convenções atualmente partilhadas pelos membros da comunidade matemática? (Ponte *et al.*, 1997, p. 19)

Esses questionamentos produzem inquietações no que diz respeito à matemática ensinada na sala de aula. É nesse contexto que a didática da matemática problematiza esses temas à medida em que propõe diferentes abordagens e discute sobre os benefícios de se utilizar cada uma delas.

Passemos à análise das concepções de Lakatos.

2.2. IMRE LAKATOS: uma articulação da epistemologia da matemática com a prática docente

Entre as epistemologias da matemática estudadas nessa pesquisa, a escolhida para fundamentar o trabalho foi a proposta de Lakatos (séc. XX), que tem uma visão dinâmica quanto à construção do conhecimento matemático. Dedicamos este capítulo a uma breve biografia desse autor e sua concepção de matemática e de ensino de matemática.

2.2.1. Uma breve biografia

Imre Lakatos (1922-1974) foi um proeminente filósofo húngaro da matemática e da ciência, cuja vida foi marcada por turbulências políticas do século XX e por uma intensa produção intelectual. Sua trajetória, assinalada pelo ativismo político e pela perseguição, culminou em uma significativa contribuição para a filosofia da ciência: a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica.

Lakatos nasceu na cidade de Debrecen, Hungria, em uma família judaica. Sua formação acadêmica foi diversificada em matemática, física e filosofia. Durante a Segunda Guerra Mundial, mudou seu nome para Imre Molnár, como uma forma de escapar da perseguição nazista. Posteriormente, mudou de nome novamente para Imre Lakatos, para homenagear um líder comunista.

Após a guerra, Lakatos se envolveu intensamente na política, ocupando cargos de destaque no regime comunista húngaro. No entanto, sua afiliação política o levou à prisão em 1950 sob acusações de "revisonismo", onde permaneceu até 1953. Com a Revolução Húngara de 1956, fugiu para a Inglaterra, onde encontrou refúgio e a liberdade para se dedicar inteiramente à filosofia. Traduziu o livro *How to Solve It* de George Pólya para o húngaro.

Foi na *London School of Economics* (LSE) que Lakatos desenvolveu suas ideias mais influentes. Sua filosofia procurou oferecer uma alternativa tanto ao falsificacionismo de Popper quanto à visão de revoluções científicas de Kuhn. Lakatos propôs a Metodologia dos Programas de Pesquisa Científica (PPC), uma estrutura que considera a ciência como programas de pesquisa que competem entre si, não como uma sucessão de teorias isoladas. Em sua abordagem, cada programa de pesquisa é composto por um "núcleo rígido" de hipóteses fundamentais e um "cinturão protetor" de hipóteses auxiliares. O cinturão protetor é flexível e pode ser modificado para proteger o núcleo rígido de refutações. De acordo com ele, a ciência progride quando um programa de pesquisa é progressivo, ou seja, quando leva a novas descobertas e/ou previsões.

Em sua obra mais famosa, *Proofs and Refutations* (Provas e Refutações), publicada postumamente em 1976, Lakatos argumenta que a matemática não é uma ciência infalível, mas se desenvolve por meio de um processo de conjecturas,

provas e refutações, semelhante à ciência empírica. No livro, Lakatos utiliza o desenvolvimento da fórmula de Euler para poliedros ($V+F-A=2$) como um exemplo para ilustrar como os conceitos matemáticos evoluem e são refinados.

Segundo Kadvany (2001),

Lakatos foi um dos grandes "extraterritoriais" da Europa Central, deslocado politicamente, intelectualmente e linguisticamente pelos cataclismos do século XX. Ele era brilhante, astuto e perverso como ninguém antes na história da filosofia.

Tendo como base a obra de Lakatos, discutimos, na seção seguinte, a perspectiva dinâmica proposta por Lakatos para a matemática e seu ensino, bem como sua relação com as concepções epistemológicas e a didática.

2.2.2. Lakatos: uma perspectiva dinâmica para a matemática

O Quase Empirismo de Imre Lakatos propõe uma articulação inovadora entre a epistemologia da matemática e a prática docente, desafiando as concepções tradicionais que predominam no ensino. Sua abordagem falibilista sugere “que a matemática informal é falível e [...] se desenvolve por meio de um processo racional e lógico” (Cardoso, 2018, p. 824). Para ele, a matemática informal é “aquela relativa aos resultados de pesquisas mais recentes – a matemática em desenvolvimento” (Cardoso, 2018, p. 824). Isso implica que o conhecimento matemático não é um conjunto de verdades absolutas, mas sim um campo em constante evolução. Essa perspectiva é fundamental para a prática docente, pois permite que educadores incentivem os alunos a questionar, explorar e reformular conceitos matemáticos, promovendo um ambiente de aprendizado ativo. Como destacado por Cardoso (2018, p. 825), “a matemática Informal se desenvolve por um método racional – o método de Provas e Refutações”. Essa ênfase na investigação, na resolução de problemas, na dialética e na interação entre conjecturas e refutações não apenas enriquece a experiência de aprendizado, mas também prepara os alunos para uma compreensão mais profunda e crítica da matemática, fazendo uma associação com o cotidiano.

Além disso, a crítica de Lakatos ao formalismo e sua proposta de um método que integra a prova e a refutação oferecem uma base para a formação de professores que buscam inovar suas práticas pedagógicas. Segundo Cardoso

(2018), ao equiparar a matemática às Ciências Naturais em termos de status epistemológico, Lakatos desafia a ideia de que a matemática deve ser ensinada de forma dogmática e sem questionamentos. "Lakatos nos oferece fundamentos para pensar em uma matemática informal falível e de como o conhecimento matemático cresce por meio de resolução de problemas" (Cardoso, 2018, p. 843). Essa abordagem não apenas enriquece o debate teórico na Filosofia da Matemática, mas também fornece diretrizes práticas para a elaboração de currículos que valorizem a construção do conhecimento e a reflexão crítica, promovendo uma educação matemática mais significativa e conectada com a realidade dos alunos. Nesse sentido, a obra de Lakatos se torna uma referência essencial para educadores que desejam integrar a epistemologia da matemática com práticas pedagógicas que estimulem a curiosidade e a investigação.

A reconstrução histórica da matemática como método de ensino, segundo Lakatos, oferece uma perspectiva inovadora que enriquece a compreensão dos conceitos matemáticos ao contextualizá-los em seu desenvolvimento histórico. Lakatos argumenta que ao promover uma reconstrução racional, o estudante elabora um modelo próprio para o desenvolvimento do conhecimento (Lakatos, 1998), sugerindo que a história não deve ser vista apenas como um conjunto de fatos, mas como um processo dinâmico que envolve debates, críticas e evoluções de ideias. Ele propõe que, ao ensinar matemática, é preciso apresentar a "verdadeira história" por meio de uma narrativa que inclua as vozes de diversos matemáticos, permitindo que os alunos compreendam as dificuldades e os desafios enfrentados ao longo do tempo. É importante que os alunos entendam que a matemática se desenvolveu com a colaboração de pessoas como ele, passíveis de erros e sujeitas a refutações. Essa metodologia não apenas promove um aprendizado mais ativo e engajado, mas também ajuda os alunos a desenvolverem um senso crítico em relação ao conhecimento matemático (Lakatos, 1998). Nesse sentido, a reconstrução histórica aliada à perspectiva falibilista se torna uma ferramenta poderosa para formar não apenas matemáticos competentes, mas pensadores críticos que entendem a matemática como uma disciplina viva e em constante evolução.

3. PERSPECTIVAS DIDÁTICAS

A didática da matemática é um campo de estudo que surgiu na década de 1960, com o interesse de melhorar o ensino de matemática, baseado em investigações científicas. Este campo é caracterizado por um movimento dialético que parte da matemática, adquire robustez científica e tem a capacidade de se rearticular com a matemática, embora “não garanta uma perspectiva similar aplicacionista em outros campos de saberes científicos” (Margolinas 2004, p. 4, apud Alves 2016, p. 136). Assim, a didática da matemática se apresenta como um *corpus* teórico que se dedica a investigar as interações entre os sujeitos do processo educativo, ou seja, estudantes, professores e o saber matemático, buscando sempre a melhoria da prática pedagógica (Alves, 2016, p. 148).

Para Freudenthal, a Didática é uma disciplina organizadora de processos de ensino e aprendizagem, além de uma atividade de organização horizontal e vertical. Horizontal a medida em que, por meio da relação entre os pares, os estudantes são orientados pelo professor em torno do fenômeno ou objeto de estudo. Vertical a medida em que, por meio da reflexão e generalização a partir de situações-problema, os estudantes são capazes de (re)inventar sua caixa de ferramentas didáticas para aprendizagem (Bressan, 2005, p. 81).

Alves (2016) discute alguns pressupostos epistemológicos sobre a didática da matemática, dentre os quais se destacam a interdependência entre o saber matemático e a prática didática, e a análise das interações no processo de ensino-aprendizagem. Afirma que a didática da matemática “possui um terreno epistêmico intimamente condicionado pelo saber matemático” e que, através de um “movimento dialético”, se estabelece um *corpus* teórico que se rearticula com a matemática (Alves, 2016, p. 136). Além disso, a didática da matemática não deve ser vista como um modelo rígido, mas sim como um campo que busca e permite a reflexão e a melhoria das práticas de ensino. Brousseau (1989, apud Alves, 2016, p. 139) afirma que “a didática não consiste em fornecer um modelo para o ensino, mas produzir um campo de conhecimentos e de questões que permitam colocar em prova qualquer situação de ensino”. Essa perspectiva sugere que a didática da matemática é um espaço de investigação que busca compreender e aprimorar as dinâmicas entre professores, estudantes e o conhecimento matemático,

reconhecendo a complexidade e a especificidade desse campo de estudo (Alves, 2016).

A interação entre professor, estudante e saber matemático é fundamental para a didática da matemática, pois essa dinâmica molda o processo de ensino-aprendizagem. O professor atua como mediador, recontextualizando e repersonalizando o saber matemático para torná-lo acessível aos alunos. Ainda de acordo com Alves (2016), a qualidade dessa interação influencia diretamente a eficácia do ensino, promovendo um ambiente onde o conhecimento matemático pode ser construído de forma colaborativa e significativa.

3.1. Educação Matemática Realística

A Educação Matemática Realística (RME, sigla em inglês para Realistic Mathematics Education) é a abordagem didática proposta por Freudenthal para o ensino de matemática. Constitui uma abordagem pedagógica que integra a matemática ao cotidiano dos alunos, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada. Conforme Hans Freudenthal (2012), esta metodologia critica o ensino tradicional, no qual os alunos são vistos como "silenciosos, passivos, receptores de algum conhecimento pronto e acabado" (Buriasco e Silva, 2017, p. 1). A RME fundamenta-se em princípios que destacam a matematização de situações reais, permitindo que os estudantes reinventem a matemática a partir de suas próprias experiências e percepções. Gravemeijer e Cobb (2006, apud Buriasco e Silva, 2017, p. 5) afirmam que a realidade é compreendida como "uma mistura de interpretação e experiência sensorial", o que significa que o conhecimento matemático deve ser construído a partir de contextos significativos para os alunos. Dessa forma, a reinvenção guiada torna-se um elemento central, pois "o processo de aprendizagem se inicia quando o estudante lida com situações realísticas" (Buriasco e Silva, 2017, p. 6), promovendo uma nova realidade matemática que é simultaneamente pessoal e social.

Para Freudenthal, o ensino de matemática deve ser conectado à realidade, e intimamente ligado à ela, correndo o risco de perder seu sentido de ser. Para ele,

O que os seres humanos têm de aprender não é a matemática como um sistema fechado, mas como uma atividade: o processo de matematizar a

realidade e, se possível, até de matematizar a matemática. (Freudenthal, 1968, p. 7)

Com base nas ideias de Freudenthal, Van den Heuvel-Panhuizen (2000) apresenta uma lista com seis princípios da educação matemática Realística (RME): realidade, níveis, interatividade, entrelaçamento, atividade e orientação. Cada um desses princípios desempenha um papel fundamental na abordagem da RME.

O princípio da realidade enfatiza a importância de conectar a matemática a contextos do mundo real, destacando que a matemática deve ser ensinada em situações que sejam relevantes e significativas para os alunos, se relacionando com o cotidiano deles. Isso ajuda os estudantes a verem a matemática como uma ferramenta útil em suas vidas diárias.

O princípio dos níveis sugere que a aprendizagem matemática deve ocorrer em diferentes níveis de complexidade, os quais são atingidos por meio de reflexão. Segundo Buriasco e Silva (2017, p. 12), "as estratégias dos estudantes passam por níveis, em que as mais informais podem tornar-se mais formais". Isso permite que os alunos desenvolvam uma compreensão mais profunda à medida que progredem em suas habilidades matemáticas, essa progressão se dá de maneira individual e coletiva.

O princípio da interatividade afirma que ela é essencial para todo o processo de aprendizagem, permitindo que ele seja colaborativo. Buriasco e Silva (2017, p. 12) mencionam que "a aprendizagem na reinvenção guiada é uma atividade social e acontece por meio da interação entre os estudantes e o professor". Esse princípio promove discussões e trocas de ideias, enriquecendo o processo de aprendizagem.

O princípio do entrelaçamento refere-se à conexão entre diferentes domínios da matemática. Van den Heuvel-Panhuizen (2000, apud Buriasco e Silva, 2017, p. 2) afirma que "os princípios devem ser vistos relacionados entre si, não de maneira biunívoca, mas a partir de uma complexa rede de relações". Isso sugere que a matemática não deve ser ensinada de forma isolada, mas sim em um contexto que mostre suas inter-relações, sejam elas entre si ou com outras áreas do conhecimento e situações cotidianas.

A RME valoriza o "fazer matemática", onde a ação é mais importante do que o produto final. Encarar a matemática como atividade humana é algo que se opõe à educação tradicional, trazendo ao centro do processo o estudante e o conhecimento, mediados pelo professor. Isso implica que os alunos devem estar ativamente envolvidos em processos matemáticos, na sua descoberta ou invenção, rodeados por curiosidade, tentativas e erros. Isto fundamenta o princípio da atividade.

Por fim, o princípio da orientação destaca a importância do professor ser o guia dos alunos em sua aprendizagem. A partir de uma orientação adequada, os estudantes podem redescobrir e reinventar os conceitos e objetos matemáticos, percebendo os processos envolvidos e as dificuldades encontradas. A orientação é crucial para que os alunos possam explorar e descobrir os conceitos matemáticos de forma estruturada.

Como destacado, a RME enfatiza a ação e a interação social no processo de aprendizagem. Freudenthal (2012) argumenta que a matemática deve ser vista como "uma atividade humana", na qual o foco está na "ação ao invés do produto" (Buriasco e Silva, 2017, p. 12). Essa perspectiva sugere que a matemática não é apenas um conjunto de regras e fórmulas a serem memorizadas, mas sim um processo dinâmico que envolve a organização e a resolução de problemas em contextos reais. Mais ainda, é uma atividade humana, exercida por todos os seres humanos, não só os matemáticos.

Além disso, a RME promove a ideia de que a aprendizagem matemática é um fenômeno social. "A aprendizagem na reinvenção guiada é uma atividade social e acontece por meio da interação entre os estudantes" (Buriasco e Silva, 2017, p. 12). Isso significa que os alunos não devem aprender matemática isoladamente, mas sim em colaboração com seus pares e professores, discutindo e compartilhando diferentes abordagens para resolver problemas. Isso permite que eles se tornem autores de seu próprio conhecimento matemático.

3.2. Epistemologia do Professor de Matemática

A epistemologia do professor de matemática é um aspecto fundamental que influencia a prática pedagógica e a aprendizagem dos alunos, sendo um importante pilar da didática da matemática para Becker. Por isso, a reflexão crítica sobre tal

epistemologia é crucial para a transformação do ensino de matemática. Becker (2023, p. 919) afirma que

[...] a concepção epistemológica do docente determina sua concepção psicológica sobre como os alunos aprendem, como conhecem, sobre quais as condições prévias que um aluno deve ter para aprender o que ele vai ensinar; determina, portanto, sua concepção pedagógica e sua didática.

A falta de uma base teórica sólida pode resultar em práticas que perpetuam métodos tradicionais. Diante disso, promover um espaço de discussão e formação continuada sobre epistemologia é essencial para que os professores possam desenvolver uma compreensão mais profunda sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

Segundo Becker (2019), muitos professores ainda se apoiam em concepções empiristas e aprioristas, e tal abordagem pode levar a um ensino que prioriza a memorização de fórmulas e procedimentos em detrimento da construção ativa do conhecimento, que promove uma compreensão real e significativa dos conceitos matemáticos. Essa abordagem, que ignora a complexidade do processo de aprendizagem (Morin), pode levar a um ensino que não considera as experiências prévias dos alunos, o que limita a capacidade de relacionar a matemática com situações do cotidiano e, conseqüentemente, promove uma desvalorização da disciplina na vida dos estudantes (Becker, 2023).

Por outro lado, a adoção de uma epistemologia que valoriza a construção do conhecimento pode transformar a prática docente e promover um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e significativo, empoderando os alunos a se tornarem aprendizes ativos e críticos, capazes de aplicar o conhecimento matemático de forma significativa em diversos contextos (Becker, 2019; 2023). Essa perspectiva estimula o pensamento crítico e a resolução de problemas e, mais ainda, encoraja os alunos a se engajarem de forma mais significativa no processo de aprendizagem. Assim, a reflexão crítica sobre as concepções epistemológicas dos professores é essencial para a melhoria do ensino de matemática, pois essas concepções moldam a forma como os alunos percebem e se relacionam com a disciplina, impactando diretamente sua formação e desenvolvimento cognitivo (Oliveira e Ponte, 1997).

4. CONCEPÇÕES EPISTEMOLÓGICAS DO PROFESSOR E A PRÁTICA DOCENTE: uma revisão de literatura

Este capítulo apresenta uma revisão bibliográfica sobre as concepções epistemológicas dos professores de matemática e sua articulação com as práticas pedagógicas no recorte temporal de 2013 a 2024 escolhido por abranger a década que antecede esta pesquisa. O estudo examina como essas concepções influenciam o ensino e, conseqüentemente, o aprendizado dos alunos. Neste capítulo, busca-se responder à seguinte questão: quais são as principais discussões na literatura relacionando as concepções epistemológicas do professor de matemática e sua prática docente? A metodologia incluiu uma busca sistemática em bases de dados como o Portal de Periódicos Capes e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), abrangendo estudos publicados entre 2013 e 2024, resultando na seleção de dez artigos revisados por pares e uma dissertação de mestrado profissional. Os resultados destacam que, nesses estudos, a maioria dos professores de matemática adota uma visão empirista, focada na memorização e repetição, o que limita o desenvolvimento crítico e criativo dos alunos. A pesquisa evidencia a necessidade de uma reflexão crítica sobre as práticas pedagógicas e a importância de metodologias que promovam a construção ativa do conhecimento.

Os estudos sobre as concepções epistemológicas da matemática e dos professores de matemática têm ganhado destaque nos últimos anos devido à sua importância no contexto educacional, uma vez que influenciam diretamente as práticas pedagógicas e o aprendizado dos alunos. Conforme Ernest (1991, p. 3), "as crenças filosóficas dos professores sobre a natureza da matemática afetam suas práticas de ensino e suas expectativas sobre a aprendizagem dos alunos". Essa influência é reforçada por Ponte *et al.* (1997), que destacam que uma visão platônica da matemática, considerando-a como um conjunto fixo de verdades, pode desmotivar os alunos e criar barreiras ao desenvolvimento de uma compreensão profunda. Brousseau (1989) também enfatiza que a didática da matemática deve investigar as complexidades das interações escolares para promover um ensino mais eficaz.

As práticas pedagógicas dos professores de matemática refletem as concepções epistemológicas que esses professores têm da disciplina, bem como de

seu ensino (Neves e Monteiro, 2017). Na atuação docente, percebe-se que poucos professores de matemática refletem sobre essa relação. A concepção platônica que muitos estudantes têm da matemática desfavorece o aprendizado e parece estar relacionada à desvinculação referida anteriormente que traz diversas dificuldades para a sala de aula. Para os platonistas, a matemática ocupa o mundo das ideias, que independe da existência humana, é perfeito e acessível apenas a alguns poucos iluminados, que supostamente nascem com esse dom (Ponte *et al.*, 1997).

Compreendendo a dimensão das discussões feitas no campo de investigação deste trabalho, não se pretende esgotar o assunto. O objetivo deste capítulo é revisar e sintetizar a literatura nacional existente, a partir de um recorte temporal, sobre Epistemologia da matemática, com ênfase nas concepções epistemológicas dos professores e sua articulação com a prática docente.

A pesquisa foi realizada em bases de dados como o Portal de Periódicos Capes e a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD), utilizando palavras-chave relacionadas aos temas Filosofia, Epistemologia, matemática e Ensino. Foram delimitados estudos publicados entre 2013 e 2024, e selecionados dez artigos revisados por pares e uma dissertação de mestrado profissional com o respectivo produto educacional.

Inicialmente, no Portal de Periódicos Capes, o descritor utilizado foi “‘filosofia da matemática’ AND ‘epistemologia da matemática’”, o que não gerou nenhum resultado. Uma vez que a epistemologia é um subcampo da filosofia, pesquisou-se apenas por “epistemologia da matemática”, o que gerou 17 resultados, sendo 16 artigos revisados por pares. No entanto, os artigos não conversavam diretamente com o tema de pesquisa, sendo, em sua maioria, pesquisas descritivas sobre os principais assuntos dentro da Epistemologia da matemática abordados em teses e dissertações em determinado recorte temporal. Além disso, percebeu-se a ausência dos termos ensino ou educação, o que possivelmente gerou uma distância entre os temas de pesquisa e a área de educação propriamente dita.

Mais uma vez os descritores foram modificados, e agora a pesquisa foi “epistemologia AND matemática AND ensino”, com resultados mais satisfatórios. Foram encontrados 110 resultados, dos quais 108 eram artigos e 2 editoriais. Dentre

os artigos, 62 foram revisados por pares, dos quais 51 foram produzidos entre 2013 e 2024. A partir da leitura do título, das palavras-chave e do resumo, numa espécie de busca por similaridade, isto é, a partir da verificação dos artigos que conversavam direta ou indiretamente com as epistemologias da matemática, do professor de matemática ou do ensino de matemática, foram selecionados 10 artigos.

A segunda base de dados utilizada foi a Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD). Como a pesquisa no Portal de Periódicos Capes encontrou resultados satisfatórios, foram utilizados na BDTD os mesmos descritores: “epistemologia AND matemática AND ensino”. Foram encontrados 945 resultados, dos quais 621 eram dissertações de mestrado e 324 teses de doutorado. Entre as dissertações, foram filtradas aquelas cujo assunto era “educação matemática”, com o mesmo recorte temporal utilizado para os artigos de 2013 a 2024. Foram encontradas 51 dissertações. A segunda dissertação da lista chamou à atenção por tratar da epistemologia da prática pedagógica de uma professora de matemática, tema que conversa diretamente com o que se pretende discutir e analisar neste trabalho. Por este motivo, essa dissertação foi escolhida para compor esta revisão. Segundo Santos e Morosini (2021, p. 142), essas etapas metodológicas estão de acordo com o tipo de pesquisa empreendido:

Realizadas as etapas propostas na metodologia do Estado do Conhecimento, para a escrita do texto final, que pode ser a elaboração de um artigo científico ou um capítulo para compor uma tese ou dissertação, se faz necessário apresentar como foram realizadas cada uma das etapas, ou seja, descrever a composição da pesquisa. Desde a escolha do tema e objetivos do estudo, até a escrita das proposições e considerações.

4.1. Resultados da seleção dos artigos e da dissertação

Entre os artigos encontrados após a filtragem descrita, foram selecionados dez por busca de similaridade, como descrito anteriormente. A seguir um quadro com algumas informações sobre os artigos escolhidos no Portal de Periódicos da Capes (Quadro 1).

Quadro 1. Artigos selecionados no Portal de Periódicos Capes.

Título	Autor(a)(es)	Revista / ano	Palavras-chave
Ensino de matemática: fundamentação epistemológica, significado e aprendizagem	Fernando Becker	Revista de psicologia - PUC Peru 2024	Epistemologia do professor de matemática, Significado da matemática ensinada na escola, Ensino de tabuadas, Memorização de algoritmos, Resolução de problemas
Adequação curricular e mudanças no ensino de matemática: fundamentação epistemológica	Fernando Becker	Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas - 2022	Epistemologia do professor de matemática, Adequação do currículo, Mudanças no ensino de matemática, Construção do conhecimento matemático, Desenvolvimento e aprendizagem
Docência e História da matemática: concepções epistemológicas	Fernando Becker	Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas - 2022	Epistemologia do professor de matemática, História da matemática, Historicidade ou gênese histórica, Concepção epistemológica, Construção das matemáticas
Epistemologia das memórias no ensino de matemática	Luciana Loureiro, Humberto Santana França, Elialdo Rodrigues de Oliveira	Ambiente - 2023	Epistemologia, Memórias, matemática, Ensino
Epistemologia implícita das práticas de ensino da matemática	Paulo Wichnoski, Saddo Ag Almouloud	Ensino da matemática em Debate - PUC SP 2021	Epistemologia, Ensino da matemática
Gestão da matéria de uma professora de matemática: saberes mobilizados na prática	Rodrigo Silva Mendes, Edmilson Minoru Torisu, Cláudia Starling Bosco	Reamec UFMT - 2021	Epistemologia da prática profissional, Ensino de matemática, Gestão da matéria
Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva	Francisco Regis Vieira Alves	Interfaces da Educação - 2016	Didática da matemática, Epistemologia, Metodologia, Ensino
História no ensino da matemática: trajetórias de uma epistemologia didática	Iran Abreu Mendes	REMATEC - 2013	História da matemática, Investigação, Formação de Professores
Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese	Fernando Becker	Bolema - Unesp 2019	Construção do Conhecimento Matemático; Epistemologia do Professor de matemática; Transmissão do Conhecimento Matemático; Gênese dos Conhecimentos Matemáticos

matemática como desobediência político-epistêmica	Eliézer Reis Vicente, Lúcia Gonçalves de Freitas	Revelli - UEG 2022	Decolonialidade, Etnomatemática, Desobediência, Epistemologia
---	--	--------------------	---

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

O Quadro 2 a seguir caracteriza a dissertação de mestrado profissional analisada nesta revisão de literatura.

Quadro 2. Dissertação escolhida na BDTD.

Título	Epistemologia da prática profissional de uma professora de matemática bem-sucedida
Autor	Rodrigo Silva Mendes
Orientador	Edmilson Minoru Torisu
Ano	2020
Palavras-chave	Educação matemática, Epistemologia da prática profissional, Gestão da classe, Gestão da matéria, Saberes docentes.
Descrição	Programa de Pós-Graduação em educação matemática. Departamento de matemática, Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto.
Produto educacional	Ebook intitulado "Saberes docentes que emergem da prática pedagógica de uma professora 'bem-sucedida': contribuições para a reflexão do professor de matemática".

Fonte: Dados da pesquisa, 2024.

Percebe-se, numa leitura dos títulos e palavras-chave destes textos escolhidos, que os trabalhos se relacionam diretamente com o tema desta pesquisa. A seguir, na próxima seção, trazemos a justificativa de seleção desses materiais.

4.2. Justificativa da seleção dos artigos e da dissertação

A seleção dos artigos foi realizada com o objetivo de explorar a questão levantada nesta pesquisa, que envolve conceitos relacionados às perspectivas epistemológicas da matemática, do professor de matemática e do ensino de matemática, considerando também a interação entre essas concepções e a prática em sala de aula. Alguns dos principais artigos selecionados têm como palavras-chave "epistemologia do professor de matemática" e "concepção epistemológica". Becker (1995) chama atenção para a importância dessas áreas, pois fornecem uma base teórica sólida sobre as crenças e conhecimentos dos professores. Estes estudos são fundamentais para entender a visão dos professores

sobre a natureza do conhecimento matemático e sua formação, o que possibilita examinar o impacto dessas ideias nas estratégias de ensino e decisões em sala de aula (Becker, 1995).

As palavras-chave "significado da matemática ensinada na escola" e "mudanças no ensino de matemática" também aparecem nos artigos selecionados, o que sugere que tais trabalhos contribuem para o entendimento de como as concepções epistemológicas refletem-se nas práticas de ensino. Freudenthal (2012) enfatiza que as visões sobre a natureza da matemática afetam diretamente as reformas curriculares e metodológicas, uma vez que se refletem diretamente na sala de aula de cada professor. Por esse motivo, tais trabalhos foram selecionados para compor o escopo deste estudo, uma vez que analisam as concepções dos professores refletidas em suas práticas. Além disso, as concepções dos professores sobre as transformações no ensino da matemática ajudam a compreender melhor como suas crenças influenciam a implementação de novas abordagens pedagógicas e a adaptação a mudanças curriculares (Freudenthal, 2012).

A dimensão histórica neste contexto também é relevante para a compreensão dessas epistemologias. Artigos que abordam "história da matemática", "historicidade ou gênese histórica" e "gênese dos conhecimentos matemáticos" foram selecionados por contribuírem com essa compreensão histórica do conhecimento matemático. Bicudo (1999) argumenta que a evolução histórica dos conceitos matemáticos molda as práticas de ensino e as concepções dos professores. Ao analisar a gênese e o desenvolvimento histórico dos conhecimentos matemáticos, podemos identificar influências tanto nas crenças dos professores quanto em suas abordagens pedagógicas. Essa perspectiva histórica enriquece a discussão sobre a relação entre teoria e prática docente (Bicudo, 1999).

Artigos sobre "construção do conhecimento matemático" e "desenvolvimento e aprendizagem" são cruciais para entender as dinâmicas entre as concepções epistemológicas dos professores e a prática docente, e por isso também foram selecionados. Silva (2001) destaca que esses trabalhos oferecem uma visão sobre como os professores percebem e facilitam a construção do conhecimento matemático pelos alunos. Essa perspectiva é fundamental para investigar como as crenças epistemológicas influenciam as estratégias de ensino, a escolha de

atividades e a maneira como o conhecimento é transmitido e assimilado. Compreender essas interações é essencial para melhorar as práticas educativas e promover um ensino de matemática mais eficaz e significativo (Silva, 2001).

Ponte (1997) argumenta que a formação inicial e continuada dos professores deve estar alinhada às suas concepções epistemológicas, promovendo uma prática pedagógica mais coerente e fundamentada. Por esse motivo, artigos com palavras-chave como "epistemologia da prática profissional" e "formação de professores" foram selecionados para compor o escopo deste trabalho.

O estudo da dissertação de Mendes, sobre os saberes mobilizados por uma professora de matemática em suas práticas pedagógicas, contribui diretamente para a discussão epistemológica, uma vez que tal análise é fundamental para compreender como o conhecimento matemático é construído em sala de aula. Ademais, identifica diversos saberes, incluindo aqueles adquiridos na interação com pares, conhecimento dos alunos, afetividade, prática, formação inicial e continuada, e conexão com o mundo globalizado (Mendes, 2020). Essa diversidade é crucial para uma compreensão abrangente da epistemologia da matemática, destacando como diferentes tipos de conhecimento são articulados na prática docente.

Nesse sentido, o estudo feito por Mendes não só permite uma reflexão das ações docentes, mas também incentiva a reflexão do pesquisador sobre suas próprias práticas. Ao ligar a teoria à prática por meio da mobilização de saberes docentes, este estudo oferece uma perspectiva de reflexão importante para essa pesquisa, uma vez que essa mobilização, inevitavelmente, é direcionada por uma ou outra concepção epistemológica da matemática.

4.3. Discussão acerca das temáticas abordadas nos artigos e na dissertação

A investigação de Becker (2024) sugere que as ideias principais dos professores estão intimamente relacionadas com ideias empiristas, que são frequentemente vistas como aprendizagem e ensino diretos, e no caso da matemática envolvendo apenas observação. Os professores se orgulham da matemática que ensinam, acreditando que os alunos a subestimam e, portanto, não conseguirão reconhecer que a educação matemática é o resultado de uma abordagem construtivista (Becker, 2023). Esta visão é corroborada pela observação

de Becker de que muitos professores não falam sobre as origens da inteligência dos alunos ou da sua estrutura e estão preparados para visões positivistas que não prestam atenção às dificuldades de aprendizagem (Becker, 2024). Além disso, a ênfase excessiva nos algoritmos de memória e a falta de criatividade reduziram a profundidade do conhecimento matemático dos alunos e mostraram diferenças significativas no desempenho escolar.

Segundo Becker (2024), a teoria epistemológica refere-se à compreensão dos professores sobre o processo de aprendizagem, por isso tratam os alunos como um “espaço em branco” quando se trata de novos conhecimentos. Esta abordagem resulta num estilo de ensino que não leva em conta os pontos fortes dos alunos, centrando-se o ensino mais no professor do que no aluno. Tal visão sustenta que o aumento da pedagogia ajuda a criar um ambiente de aprendizagem que não é propício à criação de conhecimento. Becker (2024) demonstra em seu estudo que isso tem implicações significativas para o ensino de matemática, resultando num histórico de fraco desempenho acadêmico, em diversos níveis de ensino, senão todos. Buscando solucionar isso, Becker enfatizou a importância de mudar os métodos de ensino para que não apenas desafiem os alunos a pensar criticamente, mas também os faça se envolverem com problemas matemáticos, promovendo assim uma paixão pela aprendizagem ao longo da vida e uma apreciação da criatividade e da resolução de problemas (Becker, 2023).

Outra pesquisa realizada por Fernando Becker, em 2023, sobre a docência de matemática, apresenta um retrato relativamente complexo das concepções epistemológicas que predominam no ensino dessa disciplina em países da América Latina, como Peru, Chile e Uruguai. Entrevistados individualmente por Becker, dezessete docentes consideram as diretrizes curriculares seguidas como adequadas, enquanto suas concepções epistemológicas estão fortemente ancoradas no empirismo e especialmente no apriorismo, considerando que o conhecimento vem antes do objeto e, portanto, cabe ao sujeito apenas assimilá-lo. "As concepções epistemológicas são congruentes com as detectadas nas provas anteriores [aqui se referindo à suas pesquisas anteriores]: empiristas, com forte apelo ao apriorismo" (Becker, 2023, p. 45).

Os docentes entrevistados também se posicionam criticamente acerca dos problemas que enfrentam em sua atuação profissional. Um dos maiores problemas apontados, que é educar eficientemente turmas heterogêneas e numerosas, pode ser atribuído ao peso da carga curricular e à forma como os conteúdos são tratados. Nesse sentido, é enunciada a excessiva quantidade de conteúdos para ensinar e a falta de tempo para preparo das aulas (Becker, 2023), o que sugere que a organização da carga curricular e a fragilidade de conceber o ensino utilizando temas que articulem a vida cotidiana com os conteúdos acabam dificultando o processo de aprendizagem.

Além disso, enfatiza-se a importância da reflexão e da autonomia dos alunos, e não simplesmente a obtenção de respostas. Esta mudança de ênfase é crucial para o desenvolvimento, pelos alunos, de capacidades de comunicação matemática e de resolução de problemas, capacidades essas que são necessárias à formação do pensamento crítico e contribuem para a familiarização com os processos de matematização. Para Becker, "a prioridade deve ser a aprendizagem (lato sensu), o desenvolvimento de capacidades, e não a quantidade de informação" (Becker, 2023, p. 75). Nessa ótica, a educação matemática deve ir muito além de um programa de fatos concretos e verdades absolutas, ou seja, deve formar pessoas capazes de agir e pensar de modo independente. Finalmente, alguns dos entrevistados consideram que há entre os professores um certo pessimismo sobre a disposição do sistema de ensino para mudar. Por muito que se fale em melhorias, com a ajuda da informática e também no que se refere ao tempo que os professores dispõem para a preparação de material, ainda existe uma sensação de que "há muito a fazer para melhorar" (Becker, 2023, p. 75). Esta observação sugere a necessidade de um maior diálogo entre professores, gestores e políticos, no sentido de se criar um ambiente propício à concretização de um ensino matemático significativo na escola.

Essa necessidade de maior diálogo e colaboração é evidenciada na pesquisa "Epistemologia das Memórias no Ensino de Matemática", de Loureiro, França e Oliveira (2023). O artigo oferece uma análise aprofundada das experiências de uma pedagoga, tanto em sua infância como aluna quanto em sua atuação como professora de matemática. O principal objetivo da pesquisa de

Loureiro, França e Oliveira é investigar a construção epistemológica da docente em relação ao ensino da matemática, a partir de suas memórias e vivências escolares. Segundo os autores, a reflexão sobre essas experiências é fundamental para compreender como as práticas pedagógicas evoluem ao longo do tempo e como as memórias influenciam a formação da identidade profissional do educador (Loureiro et al., 2023). Essa abordagem é compartilhada por Freire (2019), que enfatiza a importância da reflexão crítica na prática docente, afirmando que "é o pensamento criticamente a prática de hoje ou de ontem que se pode melhorar a próxima prática" (Freire, 2019, p. 40). Assim, o estudo se propõe a iluminar a relação entre as memórias da pedagoga e sua prática atual, destacando a relevância desse processo reflexivo.

As experiências da pedagoga, conforme relatado no estudo, revelam um ciclo de reprodução de práticas pedagógicas que, muitas vezes, carecem de inovação e contextualização. Durante sua infância, a docente vivenciou um ensino tradicional, caracterizado por atividades repetitivas e sem conexão com a realidade dos alunos, o que gerou dificuldades em sua aprendizagem. Essa experiência é um reflexo do que Freire (2019) descreve como uma educação que não considera a realidade do educando, resultando em um aprendizado descontextualizado e, muitas vezes, distante da realidade do estudante. Ao se tornar professora, a pedagoga reconheceu que, devido à falta de formação continuada, acabou reproduzindo essas mesmas práticas em sua sala de aula. Essa constatação evidencia a necessidade de um processo reflexivo constante e de transformação em sua abordagem pedagógica, uma vez que a repetição de métodos tradicionais pode limitar o potencial de aprendizagem dos alunos e perpetuar um ciclo de desinteresse e desmotivação.

Além disso, o estudo enfatiza que a reflexão sobre as memórias de ensino e aprendizagem pode levar a uma prática pedagógica mais consciente e intencional. A docente, ao revisitar suas experiências passadas, pôde identificar aspectos que necessitavam de mudança e, assim, desenvolver uma abordagem mais direcionada ao aluno, valorizando a construção do conhecimento através da resolução de problemas e da utilização de recursos manipuláveis.

O fazer pedagógico do professor, entre outras variáveis, pode ser uma escolha baseada em sua crença e/ou formação continuada. É necessário que o professor permita não aceitar como verdade sua prática apenas em conhecimento empírico, sendo fundamental tecer um diálogo entre a práxis e a teoria. Esta última, permite ao educador formar suas concepções que conduzirão sua prática educativa de forma científica, negando-se ao senso comum ou reproduzindo práticas pedagógicas ineficientes. (Loureiro, França e Oliveira, 2019, p. 89)

Portanto, a pesquisa não apenas contribui para a compreensão da formação epistemológica da docente, mas também destaca a relevância de um ensino de matemática que seja reflexivo, contextualizado e adaptado às necessidades dos alunos, promovendo um aprendizado mais significativo e duradouro. Essa abordagem é essencial para a formação de cidadãos críticos e capazes de aplicar o conhecimento matemático em diversas situações da vida cotidiana, e se relaciona diretamente com as pesquisas de Becker citadas anteriormente.

Abordando, agora, a epistemologia das práticas de ensino de matemática, e não da matemática em si, damos foco ao artigo "A epistemologia implícita das práticas de ensino da matemática", que explora a complexidade do ensino da disciplina e a necessidade de uma compreensão mais profunda sobre o que significa ensinar e aprender matemática. Os autores Bkouche, Charlot e Rouche (2022) argumentam que a prática pedagógica deve transcender o mero conhecimento formal de definições, teoremas e técnicas, enfatizando a importância de um aprendizado significativo que permita ao aluno mobilizar conhecimentos para resolver problemas reais. Essa abordagem sugere, mais uma vez, assim como Becker (2023) e Loureiro *et al.* (2023), que o ensino da matemática deve ser contextualizado e relacionado às experiências dos alunos, promovendo um entendimento mais robusto e aplicável da disciplina. A ideia de que o conhecimento deve ser construído a partir de questões que fazem sentido para o aluno é fundamental, pois isso não apenas aumenta o engajamento, mas também facilita a retenção e a aplicação do conhecimento em situações práticas futuras.

As reformas do ensino da matemática, especialmente aquelas que ocorreram a partir da década de 1970, tiveram um impacto significativo na prática docente. Essas reformas, de acordo com Bkouche *et al.* (2022), foram implementadas em um ritmo acelerado, levando muitos professores a questionarem o que se espera deles e o que realmente significa ensinar matemática. A nova

pedagogia proposta pelas reformas enfatizava a resolução de problemas e o trabalho pessoal dos alunos, o que, embora tenha sido uma mudança positiva, também gerou confusão e resistência entre os educadores que estavam acostumados a métodos tradicionais de ensino. Essa resistência pode ser atribuída à falta de formação adequada e ao medo do desconhecido, uma vez que muitos professores se sentiam inseguros em relação às novas abordagens que desafiavam suas práticas estabelecidas, enxergando que estavam se colocando em um plano secundário no processo de ensino.

A necessidade de uma formação continuada e de um suporte pedagógico para os professores também é enfatizada por Bkouche et al. (2022) como crucial para o sucesso das reformas no ensino da matemática. Os autores argumentam que, para evitar os "efeitos perversos" observados em reformas anteriores, é essencial que os educadores compreendam as bases epistemológicas que sustentam as novas práticas de ensino (Bkouche et al., 2022). Essa compreensão não apenas capacita os professores a aplicar as novas metodologias de forma mais eficaz, mas também contribui para a construção de um ambiente de aprendizagem que valoriza a atividade matemática como um processo dinâmico e interativo, em vez de uma mera apresentação de verdades prontas e acabadas a serem decoradas. Assim, a formação docente deve ser vista como um investimento fundamental para a transformação do ensino da matemática, permitindo que os educadores se tornem mediadores do aprendizado e não apenas transmissores de conhecimento. Essa mudança de paradigma é essencial e pode contribuir para que os alunos desenvolvam não apenas habilidades matemáticas, mas também um pensamento crítico e a capacidade de aplicar o conhecimento em contextos diversos.

Nesse contexto, a interação entre professor, estudante e saber matemático emerge como um elemento central na didática da matemática, refletindo a necessidade de uma abordagem mais integrada e contextualizada no ensino. Alves (2016) destaca que "o trabalho propugna uma série de considerações que detêm o potencial de repercutir e afetar uma perspectiva distinguida para o ensino de matemática" (Alves, 2016, p. 131). Essa perspectiva enfatiza que o papel do professor vai além da simples transmissão de conteúdos, ele deve atuar como

mediador que (re)contextualiza o saber matemático, promovendo um ambiente onde os alunos possam se engajar ativamente na construção do conhecimento, fazendo isso a partir de sua perspectiva cultural e histórica. A eficácia dessa interação é crucial para que os estudantes não apenas compreendam os conceitos matemáticos, mas também desenvolvam um senso de pertencimento e relevância em relação ao que estão aprendendo.

Além disso, a didática da matemática deve ser entendida como um campo de investigação que busca compreender as complexidades das interações no ambiente escolar. Como afirmado por Brousseau (1989, p. 16, apud Alves, 2016, p. 136), “a didática não consiste em fornecer um modelo para o ensino, mas produzir um campo de conhecimentos e de questões que permitam colocar em prova qualquer situação de ensino”. Essa abordagem sugere que a formação contínua dos professores deve incluir não apenas a compreensão das novas metodologias, mas também uma reflexão crítica sobre suas práticas pedagógicas. Assim, ao promover um diálogo constante entre teoria e prática, os educadores podem se tornar facilitadores do aprendizado, capacitando os alunos a desenvolver habilidades matemáticas e um pensamento crítico que se estenda para além da sala de aula.

Nesse cenário, as concepções epistemológicas dos professores desempenham um papel crucial na formação da didática e, conseqüentemente, no aprendizado dos alunos. Quando os docentes adotam uma visão empirista ou apriorista, como observado em muitos contextos educacionais, isso pode levar a uma abordagem de ensino que prioriza a memorização e a repetição em detrimento da compreensão profunda dos conceitos matemáticos. Becker (2019, p. 985) destaca que “a crença de que o conhecimento matemático pode ser transmitido do professor para o aluno limita a capacidade de construção do conhecimento”, resultando em um ensino que não promove a verdadeira compreensão dos conceitos e teorias. Essa perspectiva pode comprometer a capacidade dos alunos de aplicar o conhecimento matemático em situações práticas, uma vez que a aprendizagem se torna superficial e descontextualizada.

Por outro lado, ao adotar uma concepção epistemológica que valoriza a construção do conhecimento, os professores podem transformar suas práticas pedagógicas, promovendo um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e

interativo. Becker (2019) argumenta que a construção do conhecimento matemático deve ser vista como um processo ativo, onde o aluno é o protagonista de sua aprendizagem. Essa abordagem não apenas estimula o pensamento crítico e a resolução de problemas, mas também encoraja os alunos a se engajarem de forma mais significativa com o conteúdo. Portanto, a reflexão sobre as concepções epistemológicas dos educadores é fundamental para a melhoria do ensino de matemática, pois influencia diretamente a forma como os alunos percebem e se relacionam com a disciplina.

Nesse contexto de reflexão sobre a forma como alunos e professores se relacionam com o conhecimento matemático, a dissertação de Rodrigo Silva Mendes propõe investigar a prática profissional de uma professora de matemática, enfatizando a importância da epistemologia da prática na formação docente. Mendes tem como objetivo principal investigar a epistemologia da prática profissional de uma professora de matemática considerada bem-sucedida, buscando compreender os saberes que ela mobiliza em sua atuação pedagógica. Para isso, "foram realizadas entrevistas com a professora, observações de suas aulas, além da aplicação de um questionário aos seus alunos" (Mendes, 2020, p. 3), o que permitiu uma análise aprofundada das práticas educativas em três turmas do ensino fundamental. A metodologia adotada se baseou na observação sistemática e na coleta de dados qualitativos, permitindo uma compreensão rica e contextualizada das interações em sala de aula.

Mendes (2020, p. 27) destaca que "a pesquisa de uma epistemologia da prática requer que os pesquisadores [...] saiam de seus laboratórios ou gabinetes universitários [...] para ir às escolas, locais onde estão os professores", sublinhando a necessidade de uma aproximação real entre teoria e prática. Através de observações e entrevistas, o autor busca desvelar os saberes mobilizados pela professora em sua atuação diária, revelando que são diversos:

[...] saberes adquiridos na interação com os pares, saberes oriundos do conhecimento dos alunos, saberes do afeto na relação professor aluno, saberes oriundos de sua prática e saberes da formação inicial, continuada e de conexão com o mundo globalizado. (Mendes, 2020, p. 3)

Além disso, o autor enfatiza que a prática reflexiva da professora não apenas enriquece seu ensino, mas também contribui para um ambiente de

aprendizagem mais significativo, onde os alunos se tornam protagonistas de seu próprio processo de aprendizagem. Assim, a pesquisa não apenas contribui para a compreensão das práticas pedagógicas, mas também para a valorização do papel do professor como agente ativo na construção do conhecimento, alinhando-se à ideia de que a prática reflexiva é essencial para o desenvolvimento profissional e pessoal do educador.

Diante do exposto, esta revisão de literatura fornece bases conceituais adequadas à pesquisa, em relação à epistemologia do professor, à construção do conhecimento matemático, à epistemologia da prática profissional e à didática da matemática. Esta base conceitual é necessária para a pesquisa que investiga as concepções epistemológicas da matemática do professor em articulação com sua prática docente.

6. METODOLOGIA

A presente pesquisa é um estudo exploratório com uma abordagem qualitativa, uma vez que se busca identificar os significados que as pessoas constroem e suas experiências sobre ensino e aprendizagem de matemática. De acordo com Santos (2013), na pesquisa qualitativa o pesquisador não é tido como neutro e por isso “torna-se importante que sejam esclarecidos os procedimentos realizados e as concepções que permeiam as tomadas de decisão do pesquisador” (Santos, 2013, p. 36). Conforme Coutinho (2014, p. 17-18),

Para explicar o mundo social e educativo (...) há que ir buscar os significados profundos dos comportamentos que se constroem na interação humana. Investigador e investigado interagem e cada um por si molda e interpreta os comportamentos de acordo com os seus esquemas socioculturais, num processo de dupla busca de sentido a que se costuma chamar “dupla hermenêutica”. (...) Investigar implica interpretar ações de quem é também intérprete, envolve interpretações de interpretações – a dupla hermenêutica em ação. Além de parciais e perspectivadas as interpretações são circulares. A interpretação da parte depende da do todo, mas o todo depende das partes. Esta interação da interpretação todo/parte é designada por círculo hermenêutico da interpretação.

Desta forma, tendo em vista o objetivo de analisar as contribuições da epistemologia falibilista de Lakatos, no campo da didática da matemática, a partir de uma experiência feita com professores em formação inicial, optou-se pela

abordagem metodológica da fenomenologia. A fenomenologia foi escolhida por ser uma perspectiva qualitativa de investigação que parte da experiência do sujeito, conforme Coutinho (2014, p. 391), “o investigador pretende conhecer e compreender um fenômeno – o seu problema de investigação –, e, para o conseguir, vai reunir um conjunto de “experiências vividas” desse fenômeno, interpretá-las, analisá-las e extrair (...) a essência do fenômeno (...)”.

Segundo Bicudo *et al.* (2013), o que diferencia a pesquisa qualitativa da pesquisa qualitativa fenomenológica é “a pedra angular da Fenomenologia: a intencionalidade e a atitude dela decorrente que já não é mais natural” (Bicudo *et al.*, 2013). A intencionalidade se apresenta neste trabalho ao se interrogar o fenômeno em foco (o minicurso *Números Complexos: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos*), buscando “compreender o fenômeno em sua essência, na forma como é dado na experiência vivida, sem embasamento em teorias previamente estabelecidas” (Santos, 2013, p. 37).

A seguir serão descritos os passos metodológicos dessa pesquisa e as justificativas das tomadas de decisões. O trabalho se organizou da seguinte forma: (i) inicialmente, os participantes responderam a um questionário online via Google Forms; (ii) em seguida se deu a realização dos três encontros do minicurso *Números Complexos: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos*, e, por fim, (iii) responderam ao questionário final, praticamente idêntico ao inicial em termos de conteúdo para fim de comparação. A seguir, essas etapas serão detalhadas em ordem cronológica.

Os participantes da intervenção pedagógica foram quatorze estudantes do curso de licenciatura em matemática da Universidade Federal de Viçosa (UFV) vinculados ao Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID). A Coordenadora do Programa, Professora Rejane Schuwartz, ofereceu a possibilidade de utilizar a carga horária de formação teórica que os estudantes deveriam cumprir para a participação nos encontros do minicurso. Os participantes foram então selecionados de acordo com sua disponibilidade de horário. O Quadro 3 a seguir faz uma caracterização dos participantes da pesquisa, identificando sexo, ano de conclusão do ensino médio e ano de ingresso no curso de licenciatura em

matemática. Com o intuito de preservar a identidade dos participantes, eles serão referidos por meio de siglas.

Quadro 3. Caracterização dos participantes do minicurso

Participante	Sexo⁴	Idade (em anos)	Ano de conclusão do ensino médio	Ano de ingresso no curso de licenciatura em matemática
AA	M	24	2019	2020
BA	F	24	2019	2021
CC	F	24	2022	2023
CS	F	20	2020	2020
GR	F	25	2017	2019
IB	F	19	2023	2024
IO	F	26	2017	2019
LA	F	21	2020	2024
LE	F	22	2021	2022
MC	M	22	2021	2023
MG	F	24	2022	2022
MS	F	21	2019	2023
PS	F	24	2017	2019
SQ	F	20	2022	2023

Fonte: Dados da pesquisa, 2025

A coleta de dados foi realizada através dos seguintes instrumentos: (i) dois questionários (inicial e final) online (Google Forms); (ii) produção escrita dos participantes (atividades do minicurso); (iii) gravações em áudio de partes dos encontros do minicurso e, (iv) observações do pesquisador anotadas em diário de campo.

O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE, disponível no Anexo A) foi lido e aceito por todos os participantes imediatamente antes de responderem ao questionário inicial. Esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa

⁴ M indica sexo masculino e F sexo feminino.

com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE 85705624.5.0000.5153) e aprovada pelo parecer número 7.341.943.

Inicialmente, foi aplicado um questionário de sondagem via Google Forms aos licenciandos, buscando investigar suas concepções epistemológicas sobre a matemática e sobre o ensino de matemática (Apêndice A1). O questionário continha 25 sentenças a respeito das principais concepções epistemológicas da matemática, e os participantes marcavam o seu grau de concordância com as afirmações apresentadas. Esse tipo de abordagem, utilizando a Escala de Likert⁵, permite averiguar, em diferentes níveis de intensidade, a opinião dos participantes sobre cada uma das principais concepções epistemológicas da matemática mencionadas.

Na sequência, foi ministrado pelo pesquisador um minicurso presencial sobre Números Complexos. O trabalho fundamentou-se em uma reconstrução racional histórica, alinhada aos pressupostos de Lakatos, que destacam a importância da crítica e do erro no desenvolvimento do conhecimento matemático. A realização do minicurso foi conduzida, acompanhada e analisada pelo pesquisador, tendo em vista a abordagem fenomenológica. O minicurso foi organizado em três encontros presenciais de 90 minutos cada nos dias 28/05, 04/06 e 11/06/2025, no Laboratório de Ensino de Matemática do Prédio das licenciaturas da Universidade Federal de Viçosa, no campus Viçosa.

Ao final do minicurso, outro questionário foi aplicado via Google Forms (Apêndice A2), agora buscando entender as contribuições da experiência dos participantes no âmbito das reflexões acerca das concepções epistemológicas articuladas com a prática pedagógica. O conteúdo do questionário final era similar ao do inicial, com vistas a uma comparação dos dois momentos. Apenas algumas perguntas do questionário inicial não se repetiram, como ano de conclusão do ensino médio e ingresso na graduação. A seguir, no Quadro 4, é apresentada a organização das atividades do minicurso.

⁵ A escala Likert, desenvolvida por Rensis Likert nos Estados Unidos na década de 1930, surgiu como uma ferramenta psicométrica destinada a medir níveis de concordância ou discordância em pesquisas de opinião, e combina estatística e psicologia para análise dos dados.

Quadro 4. Organização do minicurso.

Data	Atividade	Tema	Participantes
23 a 28/05/25	Aplicação do questionário inicial (<i>online</i>)	Questionário de sondagem	14
28/05/25	1º Encontro do Minicurso	Concepções epistemológicas da matemática e articulação com a prática docente	14
04/06/25	2º Encontro do Minicurso	Números Complexos a partir de uma reconstrução racional histórica	14
11/06/25	3º Encontro do Minicurso	Discussão da experiência e análise de possíveis impactos	13 ⁶
11 a 30/06/25	Aplicação do questionário final (<i>online</i>)	Similar ao questionário inicial, agora visando uma comparação dos dados antes e após a realização do minicurso	14

Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

A análise dos dados foi realizada a partir de uma categorização a partir da experiência vivenciada no minicurso. As categorias foram definidas, então, baseadas nas perguntas da pesquisa com o objetivo de perceber as concepções da matemática e as diferentes didáticas que emergirem da experiência, considerando as contribuições da epistemologia falibilista de Lakatos para a didática da matemática.

MINICURSO: Números Complexos, uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos

Durante a realização do minicurso, a Sala de Aula do Google (*Classroom*) foi utilizada como plataforma de comunicação e compartilhamento de materiais aos participantes. Antes do primeiro encontro, foi disponibilizado um texto, trecho do capítulo 2 do livro “Didática da matemática”, de João Pedro da Ponte, Ana Maria Boavida, Margarida Graça e Paulo Abrantes (1997), juntamente com três perguntas para promover a reflexão, as quais os participantes deveriam trazer respondidas, em manuscrito, no 1º encontro. Além disso, foi indicado assistir a um vídeo⁷ sobre o Teorema de Incompletude de Gödel e suas implicações para a ideia de certeza na matemática.

⁶ A participante faltosa justificou sua ausência por motivos de saúde.

⁷ Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=lenrms--UzY&authuser=1>. Acesso: 16/05/2025.

1º ENCONTRO: 28 de maio de 2025

O 1º encontro iniciou-se com um debate sobre as perguntas que os participantes haviam respondido previamente sobre o texto do livro “Didáctica da matemática”. Em seguida, foi realizada uma discussão teórica acerca das principais concepções epistemológicas da matemática e como elas se articulavam com a prática pedagógica (Figura 1).

Figura 1. Momento de discussão acerca das concepções epistemológicas



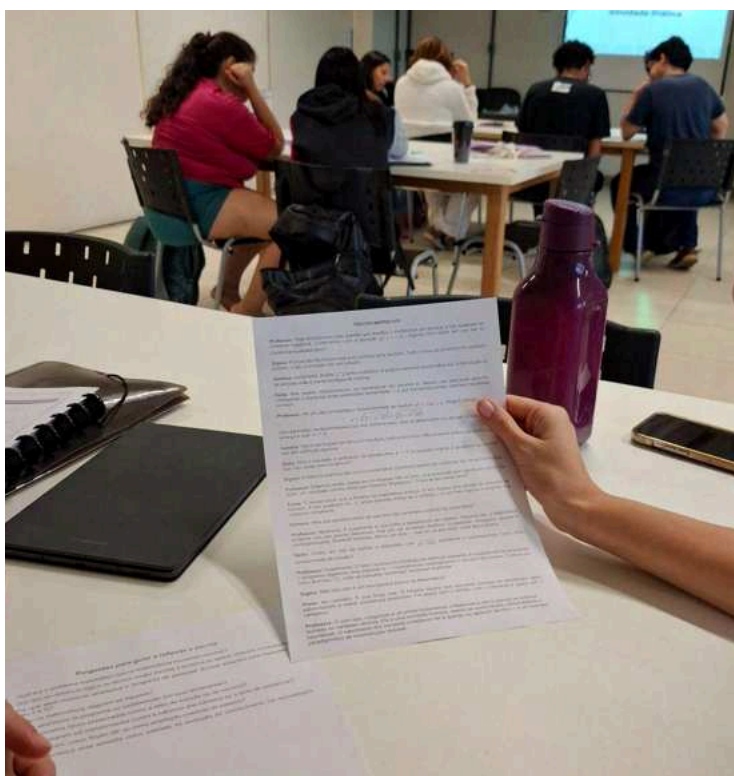
Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Ao final da discussão, os participantes responderam algumas perguntas: (i) “Com qual concepção você mais se identifica?”; (ii) “É possível integrar elementos de diferentes concepções?” e, (iii) “Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?”. Mais adiante neste texto discutiremos as respostas dadas pelos participantes. Foi, também, apresentado um caso pedagógico e os licenciandos, organizados em grupos, deveriam identificar qual a provável concepção epistemológica adotada pelo professor no caso apresentado, além dos indícios dessa concepção, das potencialidades e fragilidades. Por fim, os participantes elaboraram um roteiro de aula adotando uma concepção escolhida.

2º ENCONTRO: 04 de junho de 2025

No 2º encontro, foi apresentado o tema Números Complexos a partir de uma reconstrução racional histórica do conteúdo, alinhada ao Falibilismo de Lakatos. Inicialmente, os participantes responderam uma avaliação diagnóstica, a fim de identificar o quanto conheciam acerca da historicidade desse assunto. Essa avaliação continha uma pergunta discursiva (“Que problemas os números complexos resolvem?”) e depois uma sequência de oito afirmações que deveriam ser assinaladas com V (verdadeiro), F (falso) ou D (dúvida). Após a discussão sobre o tema, os participantes receberam um trecho narrativo (Figura 2), construído no modelo do ensaio sobre a lógica do descobrimento matemático feito por Lakatos em seu livro *Proofs and Refutations* (1976).

Figura 2. Participantes realizando atividade envolvendo reconstrução racional histórica



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Fizeram, então, uma reflexão guiada por algumas perguntas, apresentadas no plano de aula desse encontro (Apêndice B2). Para concluir o encontro, fizeram uma avaliação didática do encontro, respondendo individualmente “O que eu aprendi hoje?” e “Como as atividades de hoje modificaram (ou não) minha concepção da matemática e do seu ensino?”.

3º ENCONTRO: 11 de junho de 2025

Por fim, no 3º encontro (Figura 3), foi conduzida uma discussão sobre a experiência do minicurso, a fim de analisar os impactos da implementação da metodologia pedagógica fundamentada em Lakatos. Inicialmente, os participantes responderam uma avaliação somativa na qual deveriam escrever um breve parágrafo sobre as ideias e reflexões acerca do trecho “Os Números Complexos não foram simplesmente ‘descobertos’, mas sim construídos a partir de uma necessidade teórica e prática. A partir de sua construção, suas propriedades foram descobertas”.

Figura 3. Participantes reunidos com o pesquisador no último encontro



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Ao final, os participantes responderam algumas perguntas pelo aplicativo *Mentimeter*, que apresentou nuvens de palavras e de expressões com as respostas dadas pelos participantes. Na próxima seção exibiremos os resultados dessa avaliação.

7. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Este capítulo será dedicado a apresentar e discutir, à luz do referencial teórico, os dados coletados nesta pesquisa. Visando a organização e buscando detalhar ao máximo a experiência realizada, este capítulo será dividido em duas partes: (1) análise dos dados referentes ao minicurso, e (2) análise dos questionários inicial e final.

7.1. O minicurso

Nesta seção, fazemos uma análise dos dados resultantes do minicurso *Números Complexos: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos*, buscando compreender, à luz da fenomenologia, as dinâmicas e interações de cada encontro. Com base nas observações e anotações em diário de campo, nas atividades realizadas pelos participantes e nas gravações em áudio de partes dos encontros, vamos extrair os elementos essenciais que nos auxiliam na compreensão do fenômeno investigado. A seguir, os dados são apresentados e discutidos por encontro, numa análise mais detalhada dos processos e das reflexões que emergiram ao longo do minicurso.

7.1.1. 1º Encontro

Logo no início deste encontro, conversamos sobre as questões propostas para reflexão sobre o texto disponibilizado anteriormente, parte do capítulo 2 do livro “Didática da matemática” (Ponte *et al.*, 1997). A seguir apresentamos as perguntas feitas e as respostas de alguns participantes.

1ª pergunta: Como a concepção de que os objetos matemáticos são criações humanas (ao invés de entidades eternas e imutáveis) pode influenciar a maneira como ensinamos e aplicamos a matemática em contextos contemporâneos, considerando a intersecção de diferentes culturas e experiências?

As respostas foram, de modo geral, parecidas. A maioria dos participantes destacou pontos positivos em relação à maneira como as concepções epistemológicas dos professores influenciam sua prática pedagógica, destacando que “esse pensamento pode promover um ensino mais investigativo e crítico” (Participante GR, Fig. 4a). Valorizar o caráter humano da matemática “abre espaço

para a criatividade e inovação na criação e aplicação da matemática” (Participante CC, Fig. 4b).

Figura 4 - Respostas de duas participantes à primeira questão sobre o texto.

- a. *A concepção de que os objetos matemáticos são criações humanas abre espaço para uma visão plural e contextualizada do ensino de matemática. Essa concepção permite valorizar a matemática como uma construção cultural, sujeita a influências históricas, sociais e cognitivas. Esse pensamento pode promover um ensino mais investigativo e crítico, onde o foco não recai apenas sobre a memorização de definições e procedimentos, mas sim sobre o entendimento das trajetórias históricas e culturais pelas quais os conceitos e métodos foram desenvolvidos.*
- b. **Essa concepção leva a um ensino mais construtivista, onde os alunos são encorajados a "fazer matemática" e desenvolver sua própria compreensão. Em contextos multiculturais, permite explorar as diversas formas como diferentes culturas desenvolveram a matemática, mostrando-a como parte da cultura humana. Também abre espaço para a criatividade e inovação na criação e aplicação da matemática, tornando o ensino mais inclusivo e relevante.**

Fonte: Participante GR (a) e Participante CC (b), 2025.

2ª pergunta: De que forma as influências sociais, históricas e culturais do século XVII, mencionadas no texto, moldaram as concepções matemáticas que temos hoje? Como essa compreensão pode ser utilizada para enriquecer o currículo de matemática nas escolas de hoje?

Figura 5 - Respostas de duas participantes à segunda questão sobre o texto.

- a. *matemática podem ser evolutivos. O contexto social de valorização da razão, da ordem e do progresso científico, associado ao poder das elites intelectuais, também moldou essa concepção, muitas vezes afastando a matemática do mundo empírico e das experiências concretas das classes populares. Incorporar uma compreensão histórica no currículo escolar pode auxiliar na humanização da matemática. Discutir com os alunos como determinados contextos históricos influenciaram o desenvolvimento de teorias matemáticas possibilita entender que a matemática evolui, é passível de crítica e de transformação.*
- b. *sua natureza remível ou concreta. Compreender isso permite que se valorize a evolução histórica do conhecimento matemático no currículo, mostrando aos estudantes que a matemática é uma construção cultural dinâmica, influenciada por contextos sociais e avanços intelectuais. Essa abordagem torna o ensino mais vivo e relevante, conectando conceitos matemáticos com suas origens e aplicações históricas, além de estimular a reflexão crítica sobre a própria ciência.*

Fonte: Participante GR (a) e Participante IO (b), 2025.

Nas respostas, os participantes enfatizaram a importância de conectar “conceitos matemáticos com suas origens e aplicações” (Participante IO, Fig. 5b), valorizando o caráter histórico e construtivo da matemática. De fato, essa valorização da história possibilita que os alunos entendam que “a matemática evolui, é passível de crítica e transformação” (Participante GR, Fig. 5a), contribuindo para uma visão mais próxima do aspecto humano da matemática e menos ligada à verdades absolutas.

3ª pergunta: Considerando que a matemática muitas vezes é vista como uma ciência das verdades absolutas, como podemos reconciliar essa perspectiva com a ideia de que as verdades matemáticas são moldadas por contextos sociais e culturais? Isso altera a forma como percebemos a educação matemática e a formação de novos matemáticos?

Figura 6 - Respostas de três participantes à terceira questão sobre o texto.

- a. 3) Tradicionalmente, a matemática é apresentada como um conjunto de verdades absolutas. No entanto, essas verdades são relativas aos axiomas escolhidos (como exemplo a geometria não euclidiana). Precisamos superar essa visão de verdades absolutas, para formar matemáticos mais críticos.
- b. A reconciliação ocorre ao reconhecer a dualidade da matemática: um sistema lógico e uma atividade humana influenciada pelo contexto. O sistema lógico é visto como uma construção para garantir consistência. Essa perspectiva sugere que, embora dedutiva, a matemática também se desenvolve a partir da observação e experiência. Isso altera a educação, focando no processo de criação, contextualização histórica e cultural, e desenvolvimento do pensamento crítico. Na formação de matemáticos, estimula-se ir além do formalismo, ter consciência epistemológica e ser flexível à inovação.
- c. Essa compreensão altera a forma como percebemos a educação matemática, promovendo uma abordagem que valoriza a construção de conhecimentos com base em contextos históricos, culturais e sociais, ao invés de aceitar verdades estritamente universais. Para os matemáticos, isso significa que a formação deve incluir reflexões sobre as origens e os aspectos socioculturais do conhecimento matemático, estimulando

Fonte: Participante MC (a), Participante CC (b) e Participante IO (c), 2025.

Os participantes defendem que a concepção da matemática como uma ciência de verdades absolutas pode dificultar a compreensão de sua natureza como

construção humana, situada historicamente e moldada por contextos sociais e culturais. O Participante MC (Fig. 6a) afirma que “precisamos superar essa visão de verdades absolutas para formar matemáticos mais críticos”. A Participante CC (Fig. 6b) acrescenta que a perspectiva da matemática como atividade humana “sugere que, embora dedutiva, a matemática também se desenvolve a partir da observação e experiência”. Por esse motivo, a formação dos matemáticos “deve incluir reflexões sobre as origens e os aspectos socioculturais do conhecimento matemático” (Participante IO, Fig. 6c).

Finda a discussão acerca das questões previamente respondidas pelos participantes, iniciei o debate com a provocação: “Quando falamos de matemática o que lhe vem à mente? Qual é a primeira coisa que vem à sua mente? Que espaço a matemática ocupa em sua mente?”. A atividade foi envolvente e os participantes foram compartilhando de maneira espontânea suas associações imediatas para a disciplina. Chamo de imediatas, pois são aquelas que vêm à mente num pensamento rápido, para responder imediatamente à pergunta. As respostas expressaram a presença de uma concepção ainda muito vinculada ao ensino tradicional. Contas, operações, propriedades, geometria, regras, resolução de problemas, teoremas e demonstrações foram termos recorrentes, que sugerem a ênfase histórica dada à dimensão técnica e procedimental da matemática na formação escolar (Leão, 1999).

No entanto, ao avançarmos para a discussão epistemológica, os membros do grupo demonstram estar abertos ao questionamento sobre a natureza do conhecimento. Certas pessoas do grupo definiram a matemática como uma linguagem em si mesma, afirmando que ela “tem um rigor lógico que exige demonstrações para validar resultados” (Participante AA, 2025), o que, em certa medida, aproxima-a do domínio da ciência. Nessa concepção, a matemática apresenta-se como um sistema formal estruturado, em que a verdade não depende da observação, mas da coerência interna e da prova (Hilbert, 1922).

Quanto à origem dos objetos matemáticos, algumas opiniões mostraram aspectos de concepções platônicas e outras construtivistas. A maioria dos participantes se posicionou de forma próxima ao realismo platônico. Uma fala que mostra esse posicionamento é “ninguém colocou a sequência de Fibonacci na

natureza, ela está lá e nós a observamos” (Participante MC, 2025), o que sugere a crença de que entidades matemáticas existem independentemente da mente humana, sendo, portanto, descobertas. Por outro lado, algumas falas apontaram para uma visão mais construtivista e pragmática do conhecimento, como a ideia de que “a partir de um problema real os conceitos são inventados para resolvê-lo, então a matemática é inventada” (Participante IO, 2025).

Essa dualidade entre o descobrimento e a invenção dos conceitos matemáticos provocou um debate crítico e enriquecedor, o que motivou a introdução de algumas concepções epistemológicas, como o formalismo, o intuicionismo, o empirismo e o falibilismo. O objetivo desse momento (Figura 1) era ampliar a compreensão dos participantes sobre a diversidade de olhares possíveis acerca da matemática e de seus entes. E provocou a reflexão crítica e desconstrução de visões naturalizadas e não refletidas, abrindo espaço para que os participantes problematisassem tanto o objeto matemático quanto as formas de ensiná-lo.

Na sequência, os participantes foram divididos em cinco grupos, sendo quatro grupos com 3 pessoas cada e um grupo com 2 pessoas. Cada grupo recebeu um caso pedagógico para analisar, devendo responder: Qual a concepção epistemológica do/a professor/a? Quais os indícios dessa concepção na prática te fizeram identificá-la? Quais são as potencialidades dessa abordagem? E quais são as fragilidades? Foram utilizados três casos pedagógicos distintos.

O caso 1 (Apêndice B1) era mais ligado à concepção platônica da matemática, apresentando forte ênfase na abstração, na formalização dos conceitos e na ideia da verdade absoluta. O professor deste caso dá pouco ou nenhum espaço para o erro, o diálogo ou a construção coletiva. Além disso, desvaloriza representações concretas e aplicações cotidianas. Este caso foi analisado pelos grupos 1 e 2, e suas respostas são apresentadas a seguir. Tais respostas foram extraídas das gravações em áudio realizadas no encontro, e por esse motivo não há como identificar os participantes de cada uma.

Ambos os grupos identificaram como possível concepção epistemológica do professor o empirismo e o platonismo. O grupo 1 afirmou que “ele [*o professor*] traz a ideia da matemática como verdade absoluta, e para ele tanto faz se tem ou não

aplicação na realidade”. Quanto aos indícios dessa concepção na prática docente, o grupo 2 afirmou que foram “o modo como ele conduz suas aulas e sua resposta à coordenadora”. Além disso, acrescentaram que “quando ele diz que 'isso é secundário' [*se referindo às aplicações da função exponencial no cotidiano*] essa concepção fica ainda mais evidente”. Já o grupo 1 relata que a concepção fica evidente “quando ele opta por iniciar a aula pela teoria, quando diz que 'isso é secundário' e quando diz que ao trazer sempre algo concreto os alunos não aprendem a pensar matematicamente”.

O grupo 1, hesitante, aponta como única potencialidade a formalização dos conceitos, mas contrapõe essa posição ao afirmar que “você fica preso em conceitos... você vai aprender a demonstrar os conceitos, mas será que vai entender esses conceitos?”. Já o grupo 2 não identificou potencialidades. Quanto às fragilidades, o grupo 2 afirma que os alunos “não aprendem a desenvolver o pensamento matemático e demonstram dificuldades operacionais, porque como vão aprender a pensar matematicamente sem associar representações concretas ou aplicações cotidianas?”. O grupo 1, por sua vez, relata que nesse tipo de abordagem “o conhecimento é descontextualizado e o aluno é completamente passivo”. Outros participantes, do grupo 4, adicionaram às fragilidades o fato de que “se o aluno decora uma fórmula, ele pode conseguir resolver uma questão e chegar a um resultado correto, mas isso não significa que ele saiba o que está fazendo”.

O caso 2 (Apêndice B1) era mais alinhado à concepção construtivista. Nesse caso, a professora não apenas preconiza, mas também implementa em sua abordagem a interação, a manipulação e a descoberta ativa dos alunos, sendo que o conhecimento formal é construído posteriormente, a partir da experiência dos estudantes. Este caso foi analisado pelo grupo 3, cujas respostas são apresentadas a seguir.

Como provável concepção epistemológica da professora, o grupo 3 identificou o empirismo e o racionalismo. Eles afirmaram que “ao valorizar a busca do conhecimento no objeto por meio da manipulação de objetos essa concepção se aproxima do empirismo”. Quanto aos indícios dessa concepção na prática docente, relataram que “os alunos estão sentindo, vendo e tocando os objetos, o que envolve o sensorial, por isso identificamos o empirismo”. Em relação ao racionalismo, “o

identificamos no momento final, quando a professora propõe a construção de um mural colaborativo com as informações descobertas na aula". Como potencialidades, o grupo 3 citou "liberdade de pensamento, habilidade de conviver em sociedade, lidar com as diferenças e criar uma construção de pensamento". Como fragilidades, eles citaram que "as dúvidas podem não ser sanadas e, pela bagunça, a aula pode não render".

Durante a discussão e explanação desse grupo acerca do caso pedagógico, a maioria dos demais participantes, embora tenha apenas ouvido a leitura desse caso, não concordou com a visão do grupo 3, identificando como concepções o construtivismo e não empirismo e racionalismo. Um dos participantes afirmou que "ao se relacionar com os estudantes, estimulando o pensamento e a argumentação com perguntas, a professora parece ter uma concepção construtivista" (Participante AA, 2025). De fato, seria empirista se ela apenas deixasse os alunos em contato com os objetos concretos e não mais participasse do processo, apenas esperando que os alunos aprendessem assim, puramente pela manipulação do objeto. O grupo 3 refutou dizendo que "ela realmente não fez uma formalização, então é como se tivesse deixado os alunos tirarem suas próprias conclusões sozinhos".

Por fim, no caso 3 (Apêndice B2), mais alinhado à concepção falibilista, o professor valoriza a história da matemática, o debate e o erro como instrumentos pedagógicos. Ele rompe com a ideia de verdade absoluta, aproximando a matemática da realidade humana. Os grupos 4 e 5 analisaram este caso, e suas respostas são apresentadas a seguir.

Ambos os grupos identificaram as concepções construtivismo e falibilismo. De acordo com o grupo 4, os indícios foram "a proposta do professor de que os alunos testassem, com régua, papel e transferidor se a soma dos ângulos de todo triângulo dava 180° ". Além disso, afirmaram ainda que "quando os alunos obtinham somas diferentes de 180° , o professor não dizia que eles estavam errados, ou que mediram errado, mas questionava eles sobre a existência de outras geometrias". O grupo 5 reiterou os comentários do grupo 4, acrescentando que

a concepção falibilista fica evidente na resposta que o professor dá à outra professora no conselho de classe, valorizando que os alunos aprendam que a matemática é um saber humano, imperfeito e mutável, pois assim eles aprendem a pensar, não só a calcular.

O grupo 5 relatou, como potencialidades da abordagem, "trazer o aluno para o processo de aprendizagem, provocando o pensamento crítico e a construção do saber". Como fragilidades, eles relataram que "existem diferentes ritmos de aprendizagem, cada aluno vai aprender de uma forma, então pode ser que isso [a abordagem construtivista e falibilista] interfira no processo de aprendizagem". O grupo 4, por sua vez, afirmou que "as potencialidades são a valorização do erro no processo [de aprendizagem] e sua importância na construção do conhecimento, e do aluno no centro do processo". Como fragilidades, eles indicaram "o não entendimento, por parte de outros professores, sobre essas abordagens e metodologias, como se matemática tivesse que ser só contas".

Após a análise e discussão em grupos dos casos pedagógicos e a posterior socialização das respostas, os participantes responderam, sem precisar se identificar, a três perguntas: "Com qual concepção você mais se identifica? Por quê?", "É possível integrar elementos de diferentes concepções?" e "Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?". Abaixo algumas respostas dos participantes a essas perguntas.

Figura 7 - Respostas de três participantes à primeira pergunta.

- a. Falibilismo e Construtivismo. Pois a construção do pensamento em conjunto faz com que o aluno se interesse mais e se incentive a fazer as atividades propostas mesmo que sejam.
- b. Construtivismo. É uma perspectiva sobre o conhecimento que defende que o sujeito não é um mero receptor passivo de informações, mas sim, um agente ativo na construção do saber.
- c. Construtivismo e Falibilismo. Porque vamos construir o conhecimento junto com o aluno e valorizar o erro no aprendizado?

As concepções mais identificadas foram construtivismo e falibilismo. Um(a) participante destacou que “a construção do pensamento em conjunto faz com que os alunos se interessem mais” (Fig. 7a), promovendo um ambiente de aprendizagem acolhedor. Outro(a) destacou ainda que “o sujeito não é um mero receptor passivo de informações” (Fig. 7b), o que reitera mais uma vez a necessidade de fazer com que os estudantes sejam sujeitos ativos em seus processos de aprendizagem.

Figura 8 - Respostas de duas participantes à segunda pergunta.

- a. *Sim, pois acredito que devemos reunir o que a de melhor em cada concepção e transformando em uma nova maneira de ensinar.*
- b. *Sim, até porque nenhuma abordagem, isoladamente, dá conta da complexidade do processo educativo. Cada abordagem oferece contribuições valiosas que podem ser mobilizadas conforme os objetivos, conteúdos, contextos e perfil dos estudantes.*

Fonte: Participantes do minicurso, 2025

Os participantes foram unânimes ao afirmar que há possibilidade de integração de elementos de diferentes concepções epistemológicas, destacando que “devemos reunir o que há de melhor em cada concepção” (Fig. 8a). Além disso, relataram as contribuições que uma ou outra concepção pode ter em cada caso, “conforme os objetivos, conteúdos, contextos e perfil dos estudantes” (Fig. 8b).

Quanto à terceira pergunta, “como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?”, os participantes concordam que elas se conectam de modo positivo, promovendo uma aprendizagem significativa e efetiva. Eles concordaram que “essas concepções acabam influenciando diretamente como os professores ensinam” (Participante não identificado), pois “ajudam a lidar com a diversidade, a desmotivação e a dificuldade de aprendizagem” (Participante não identificado). Outro ponto bastante abordado foi a relação dessas concepções com a

inclusão dos estudantes no processo de ensino, pois “permitem que cada estudante atue de acordo com seu nível de desenvolvimento” (Participante não identificado).

Ao final, como atividade prática para casa, os participantes deveriam, em grupos (os mesmos da atividade de análise dos casos pedagógicos), elaborar uma proposta de aula inspirada em uma concepção epistemológica escolhida. Eles receberam então um roteiro para essa elaboração (Apêndice B1).

Os grupos foram unânimes em adotar a concepção construtivista. Os temas e séries escolhidos foram frações (6º ano), estatística básica (7º ano), equações de 1º grau (6º ano), ciclo trigonométrico (2º ano do ensino médio) e função afim (1º ano do ensino médio). A seguir observa-se a explicação do grupo 4 sobre a concepção utilizada (Fig. 9a), as descrições do grupo 2 sobre o papel do professor (Fig. 9b), do grupo 5 sobre o papel do aluno (Fig. 9c) e do grupo 3 sobre os possíveis desafios e como lidar com eles (Fig. 9d).

Figura 9 - Alguns registros das propostas de aula dos participantes.

- a. *... a visão de imatematica presente e a de uma ciência ativa e em constante construção, onde o erro e visto como parte do processo de aprendizagem e a interação aluno - professor e fundamental.*
- b. **PAPEL DO PROFESSOR:** Organizador de situações: preparando atividades contextualizadas que façam sentido para o aluno
Observador e mediador: observa as estratégias que os alunos utilizam, identificando possíveis dificuldades e intervindo quando preciso.
- c. Ativo, participante e colaborativo: discussão em grupo, levantamento de hipóteses, exploração, construção de representações gráficas e, por fim, sugestão de soluções aos problemas.
- d. *Para superar os possíveis desafios, podemos adotar metodologias ativas e contextualizadas, propor atividades em níveis variados. Além disso, é importante valorizar as pequenas conquistas e o erro do estudante como parte do processo de aprendizagem.*

Fonte: Grupo 4 (a), Grupo 2 (b), Grupo 5 (c) e Grupo 3 (d), 2025.

Percebe-se, nas propostas dos participantes, o desejo de apresentar a matemática de modo diferente daquele presente no ensino tradicional. A perspectiva

sob a qual se vê a matemática é “a de uma ciência ativa e em constante evolução, onde o erro é visto como parte do processo” (Fig. 9a). Nesse sentido, eles pretendem dar protagonismo ao estudante, que deve ser “ativo, participante e colaborativo” (Fig. 9c). O professor, por sua vez, deveria atuar como “organizador de situações, observador e mediador” (Fig. 9b). Como forma de superar os possíveis desafios, merece destaque a resposta do grupo 3 (Fig. 9d), que cita o papel das metodologias ativas, e a importância de “valorizar as pequenas conquistas e o erro do estudante como parte do processo de aprendizagem” (Fig. 9d).

7.1.2. 2º Encontro

O primeiro momento deste encontro consistiu de uma avaliação diagnóstica sobre Números Complexos, na qual os participantes não precisaram se identificar. A primeira pergunta era discursiva: “que problemas os números complexos resolvem?”. A maioria dos participantes associou os Números Complexos às raízes de números negativos e/ou raízes de equações. Apenas um(a) participante citou “fractais, transformações no plano e questões físicas”, como se observa na Figura 10.

Figura 10 - Algumas respostas da avaliação diagnóstica.

Resolvem equações polinômiais que possuem raízes que estão além dos números reais.

equação de raiz com números negativos e equações polinômiais

Problemas de equações polinômiais, fractais, transformações no plano, questões físicas.

Fonte: Participantes do minicurso, 2025.

Após a pergunta discursiva, foram apresentadas oito assertivas, que deveriam ser assinaladas com V, para verdadeiras, F, para falsas, ou D, para os casos de dúvida. A partir das respostas, percebe-se que os participantes não tinham familiaridade com a história da busca por soluções para equações polinômiais, o que se relaciona diretamente com a história dos Números Complexos. As afirmativas não envolviam definições técnicas e formais, mas sim ideias relacionadas e contextos históricos, como por exemplo: “o surgimento dos Números Complexos está diretamente relacionado à busca por soluções de equações polinômiais que

não admitiam raízes reais” e “a geometria tradicional no plano cartesiano real é suficiente para representar todas as raízes de equações polinomiais”.

No segundo momento da atividade, realizou-se uma exposição dialogada sobre os Números Complexos, baseada na reconstrução racional histórica de Lakatos. Iniciamos por uma contextualização acerca do problema das raízes negativas. Até então, a presença de tais raízes na solução de uma equação de 2º grau significava que não havia raízes, mas isso não se aplicava às equações de 3º grau. A partir dessa introdução, foram discutidos os trabalhos de matemáticos como Tartaglia, del Ferro e Cardano, com ênfase nas soluções das equações cúbicas da forma $x^3 = px + q$, destacando-se o caso particular de $x^3 = 15x + 4$, que possui 4 como uma raiz, mas na fórmula de resolução aparece uma raiz quadrada de número negativo.

Em seguida, foram abordadas as contribuições de Rafael Bombelli, especialmente no que se refere ao uso formal de radicais negativos, tratados como símbolos manipuláveis. Discutiu-se também um certo paradoxo do número “imaginário”, refletido na terminologia adotada, nas dificuldades conceituais e nas resistências filosóficas enfrentadas pela aceitação desses números. Foi mencionada ainda a contribuição de Euler, com a introdução do símbolo i , que funcionou como elemento de estabilização conceitual.

Na sequência, desenvolveu-se uma reflexão de caráter epistemológico, considerando os Números Complexos sob a perspectiva da ontologia, problematizando sua natureza e existência enquanto entidades conceituais. Por fim, foram citadas as contribuições de Gauss, com a introdução do plano complexo, e de Hamilton, com o desenvolvimento dos quatérnios.

No terceiro momento, os participantes foram divididos em duplas e receberam um trecho narrativo de uma prova informal que enfrenta um contraexemplo, no estilo dos ensaios propostos no livro "*Proofs and Refutations*" (Lakatos, 1976). Eles tiveram 15 minutos para ler e discutir, em seguida deveriam escrever uma reflexão sobre a experiência (Figura 2), guiada por algumas questões (Apêndice B2). Essas questões serviram apenas para direcionar a reflexão, não precisavam ser respondidas explicitamente. Com a intenção de deixar os participantes mais

confortáveis e livres na escrita, não foi solicitado que se identificassem. A seguir, na Figura 11, alguns trechos das respostas de alguns participantes.

Figura 11 - Reflexões dos participantes sobre o trecho narrativo com a aplicação da reconstrução racional histórica de Lakatos.

- a. Os matemáticos buscavam encontrar soluções para as equações, cujas raízes eram números negativos. Nesta busca, eles tiveram obstáculos acerca de diferentes concepções apresentadas, com o dilema em que alguns refutaram a concepção do número complexo e outros defenderam.
- b. Os matemáticos não aceitavam devido ao fato de assumir que existia algo que não era real, após anos, reelaboraram as ferramentas, com a criação dos $i^2 = -1$ e a definição de i no plano (eixo real e eixo imaginário).
- c. Isso reflete até hoje em como vemos a matemática, como uma ciência que deve impulsionar e não desprezar o conhecimento. Tanto que a partir de um "erro", resolvemos problemas reais.

Fonte: Participantes do minicurso, 2025.

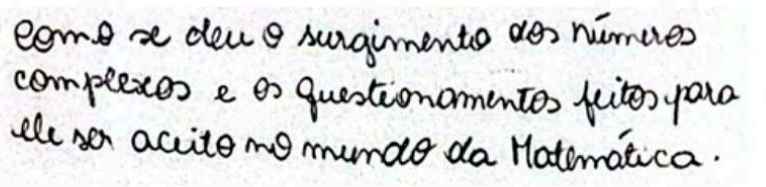
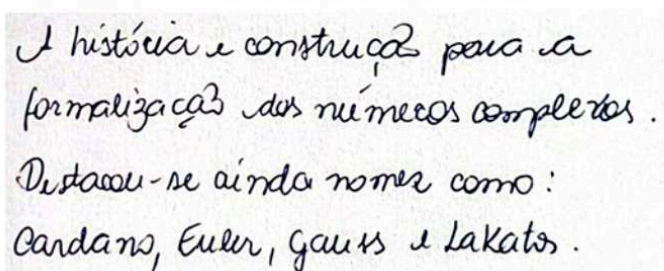
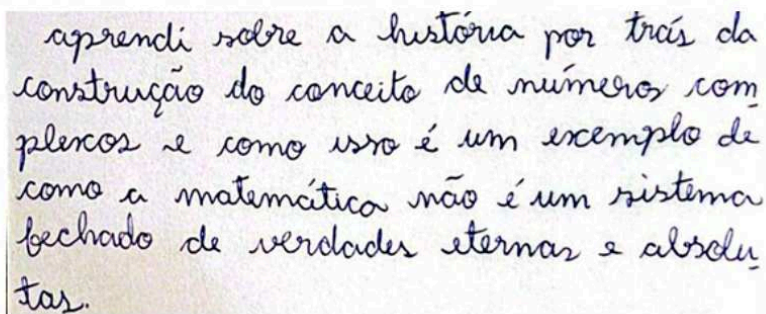
Eles identificaram que o “programa de pesquisa” (Lakatos) empreendido era a busca por “soluções para equações cujas raízes eram números negativos”, programa esse que teve “obstáculos acerca de diferentes concepções” (Fig. 11a). Afirmaram ainda que a resistência dos matemáticos ao conceito de Números Complexos, nos seus primórdios, se fez presente pelo “fato de assumir que existia algo que não era real” (Fig. 11c).

Após a escrita, foi conduzida uma discussão. Um ponto muito destacado pelos participantes foi a posição de mediador do professor, a forma como ele conduzia a experiência dos estudantes e a forma como respeitava o que cada aluno trazia, deixando que eles interagissem entre si, e só intervindo quando necessário. Os participantes mencionaram ainda a valorização do processo de construção do conhecimento, o que evidencia o aspecto humano da matemática. Além disso, “a questão não era abandonar o programa algébrico de busca de solução de equações de grau três, mas sim expandi-lo, reconstruindo racionalmente o conceito de número” (Participante PS, 2025).

Por fim, os participantes responderam uma avaliação didática. Novamente, para deixá-los mais confortáveis na escrita, não era necessário que se

identificassem. Ao responder “o que eu aprendi hoje?”, os participantes relataram o entendimento de como se deu o surgimento dos Números Complexos (Fig. 12a) e “a construção para a formalização dos Números Complexos” (Fig. 12b). Um(a) participante destaca que “isso é um exemplo de como a matemática não é um sistema fechado de verdades eternas e absolutas” (Fig. 12c).

Figura 12 - Respostas à primeira pergunta da avaliação didática.

- a. 
- b. 
- c. 

Fonte: Participantes do minicurso, 2025.

Em resposta à segunda pergunta, “como as atividades de hoje modificaram (ou não) minha concepção da matemática e do seu ensino?”, eles destacaram que “faz a gente refletir sobre como a matemática de fato é uma construção humana” (Fig. 13a). Foi destacada a importância de fazer refletir sobre a epistemologia e de promover questionamentos: “o conhecimento também precisa ser compreendido não somente como algo absoluto, mas também capaz de observar e analisar novas perspectivas diante dos desafios” (Fig. 13b).

Figura 13 - Respostas à segunda pergunta da avaliação didática.

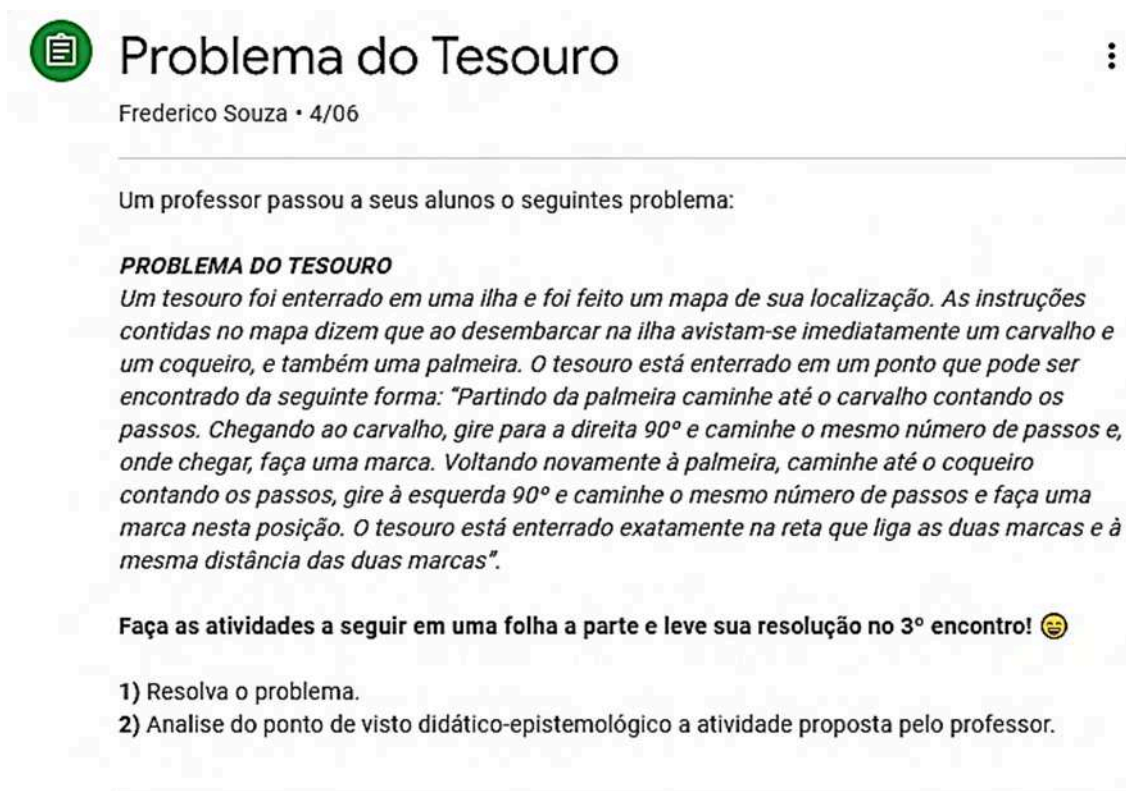
- a. Faz a gente refletir sobre como a matemática de fato é uma construção humana. Podemos, inclusive, fazer um paralelo (sobre a dificuldade em aceitar o conceito dos números complexos) com o surgimento dos números irracionais.
- b. Acredito que assim como a Matemática foi construída a partir das necessidades e percepções humanas, o conhecimento também precisa ser compreendido não somente como algo absoluto, mas também capaz de observar e analisar novas perspectivas diante aos desafios cotidianos.



Fonte: Participantes do minicurso, 2025.

7.1.3. 3º Encontro

Ao final do 2º encontro, foi disponibilizado aos participantes, via Google Sala de Aula, uma atividade extraclasse de caráter formativo (Figura 14). O 3º encontro iniciou-se então com a discussão dessa atividade. Surgiram diversas abordagens para a resolução do problema, incluindo geometria analítica e álgebra vetorial, mas ninguém utilizou números complexos. Alguns participantes compartilharam suas soluções e, em seguida, foi apresentada uma solução utilizando os Números Complexos, que envolve rotação e translação de vetores no plano.

Figura 14 - Print de tela da atividade no Google Sala de Aula.



 **Problema do Tesouro** 

Frederico Souza · 4/06

Um professor passou a seus alunos o seguintes problema:

PROBLEMA DO TESOURO

Um tesouro foi enterrado em uma ilha e foi feito um mapa de sua localização. As instruções contidas no mapa dizem que ao desembarcar na ilha avistam-se imediatamente um carvalho e um coqueiro, e também uma palmeira. O tesouro está enterrado em um ponto que pode ser encontrado da seguinte forma: "Partindo da palmeira caminhe até o carvalho contando os passos. Chegando ao carvalho, gire para a direita 90° e caminhe o mesmo número de passos e, onde chegar, faça uma marca. Voltando novamente à palmeira, caminhe até o coqueiro contando os passos, gire à esquerda 90° e caminhe o mesmo número de passos e faça uma marca nesta posição. O tesouro está enterrado exatamente na reta que liga as duas marcas e à mesma distância das duas marcas".

Faça as atividades a seguir em uma folha a parte e leve sua resolução no 3º encontro! 😊

- 1) Resolva o problema.
- 2) Analise do ponto de vista didático-epistemológico a atividade proposta pelo professor.

Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Quanto à análise didática da atividade, os participantes citaram que mobiliza conceitos de forma contextualizada, como perpendicularidade, simetria, ponto médio e noções de localização espacial. Uma participante⁸ relatou que a proposta “estimula a visualização e representação no plano, fazendo o aluno passar da linguagem verbal para a linguagem geométrica com desenhos e esquemas” e outro completou que “a atividade favorece a habilidade de modelagem matemática, pois o estudante precisa interpretar e representar matematicamente a situação”.

Do ponto de vista epistemológico, os participantes mencionaram que a proposta incentiva a percepção da geometria como uma forma de organizar e compreender o espaço, além de estimular a abstração e a matematização. Um participante relata que a atividade “mostra como a geometria surge de necessidades reais, como localizar um ponto no espaço”, o que remete a um caminho epistemológico semelhante ao da origem histórica da geometria.

⁸ As respostas analisadas nesse momento foram extraídas das gravações em áudio realizadas no encontro, e por esse motivo não há como identificar os participantes individualmente.

Encerrada essa discussão, partiu-se para a avaliação somática (Apêndice B3), na qual os participantes deveriam escrever um breve parágrafo sobre suas ideias e reflexões a partir do trecho: “Os Números Complexos não foram simplesmente 'descobertos', mas sim construídos a partir de uma necessidade teórica e prática. A partir de sua construção, suas propriedades foram descobertas.” (Apêndice 3). Os participantes não se identificaram, e suas respostas são apresentadas a seguir (Figura 15). Um participante relatou que “a invenção foi para algo prático, o número complexo não foi descoberto, pois não existia antes” (Fig. 15a), valorizando o caráter de criação dado aos Números Complexos. Ao mesmo tempo, valoriza o caráter de descoberta: “isso nos mostra a capacidade da matemática de ser ‘inventada’ mas também descoberta” (Fig. 15b).

Figura 15 - Algumas respostas da avaliação somática.

- a. Acredito que ao iniciarmos o estudo dos números complexos, foi por necessidade, porém a invenção foi para algo prático. O número não foi descoberto, pois não existia antes, somente que sua invenção proporcionasse resolução de problemas reais, de construção com base nisso, assim como outras coisas da matemática.
- b. Achei interessante conhecer a origem dos números complexos e as discussões que surgem questionando sua validade, por se tratar de algo inicialmente, "imaginário". É curioso perceber que, depois, foram descobertas aplicações e propriedades para esses números. Isso nos mostra a capacidade da matemática de ser "inventada" mas também descoberta.

Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

No último momento, os participantes responderam algumas perguntas no Mentimeter, que gerou nuvens de palavras e expressões. A primeira pergunta foi “De que maneira a concepção epistemológica da matemática relaciona-se com a prática docente do professor?”.

As manifestações dos participantes evidenciaram uma percepção da influência que as concepções epistemológicas da matemática podem ter na prática do professor (Becker, 2019). No geral, os participantes afirmaram que a forma como o professor se posiciona em relação ao que é matemática e como ela se constrói influencia a forma como planeja e desenvolve suas aulas. De acordo com as

respostas apresentadas, essa concepção vai interferir na abordagem do professor, que valoriza ou não a construção do conhecimento pelo aluno. Como disse um(a) dos participantes, "dependendo da concepção adotada pelo professor, ele vai ter uma abordagem mais ou menos receptiva com os erros cometidos no processo de aprendizagem".

Em sua maioria, as respostas apontaram, de maneira direta ou indireta, que uma concepção que percebe a matemática como construção humana, presente no "mundo real" (fala de um(a) participante), leva a uma prática docente mais dinâmica, inclusiva e centrada no aluno. Além disso, enfatizaram a importância do professor entender que "a matemática é um campo que todos conseguem alcançar" (fala de um(a) participante).

A partir da nuvem de expressão elaborada com as falas dos participantes⁹, foi gerada uma nuvem de palavras, destacando aquelas que mais apareceram nas respostas. A seguir, na Figura 16, observa-se essa nuvem.

Figura 16 - Nuvem de palavras da primeira pergunta.



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Esta nuvem, gerada pelas palavras que mais se repetiram nas falas dos participantes, fornece uma representação visual das questões centrais em torno do

⁹ A nuvem de expressões original, gerada pelas respostas dos participantes, pode ser acessada em: <https://www.mentimeter.com/app/presentation/alem3vob98ecregtpunzv3ywvgoabn12/view?question=nviap1vzjnsu>

problema de pesquisa, já mencionadas anteriormente neste texto. O destaque da palavra matemática aponta para a discussão centrada na própria disciplina, sugerindo que a concepção epistemológica é o ponto de partida para outras análises. Em seguida, a presença da palavra professor, a segunda mais recorrente nas respostas, indica que o docente é também o foco do processo, articulando sua concepção de matemática, por vezes naturalizada e não refletida, e o ensino que promove. Por fim, o destaque da palavra alunos indica que o objetivo final da prática do ensino, mediada inevitavelmente pela epistemologia, diz respeito à experiência de aprendizagem dos alunos.

A segunda pergunta foi “Na sua opinião, que contribuições a abordagem histórica e falibilista pode trazer para as aulas de matemática?”. As respostas confirmam que existe, em geral, um consenso sobre as vantagens da abordagem histórica e falibilista do ensino de matemática. Para a maioria dos respondentes, ela tem um papel desmistificador, visibilizando o aspecto humano, histórico, dinâmico e em desenvolvimento (Becker, 2023), e não como acervo de conhecimento "preto e branco" (fala de um(a) participante), não-histórico e não-dinâmico. Esta concepção aproxima o aluno do conteúdo, problematizando-o e tornando-o mais acessível, assim como mais significativo. Uma das contribuições mais recorrentes nas respostas foi a valorização do erro. Para os participantes, ele deve ser visto não como perda, mas como parte integrante do processo de aprendizagem e da própria história da matemática (Lakatos, 1976).

Segundo os respondentes, isso ajuda na compreensão, por parte dos alunos, de que o conhecimento matemático não surgiu do nada, que ele foi construído ao longo do tempo, em geral, "por pessoas 'normais' assim como todos nós, uma construção feita por seres humanos pensantes" (fala de um(a) participante), com tentativas, acertos e erros. Como um dos respondentes comentou "a matemática é uma construção humana e (...) o erro, no decorrer do processo de sua construção e estruturação, contribuiu para o surgimento de novas áreas matemáticas". Além disso, destacaram que essa perspectiva contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes, ajudando-os a se tornarem "cidadãos mais críticos" (fala de um(a) participante) e a ver o erro como um passo essencial na jornada do aprendizado.

Da nuvem de expressão gerada com as falas dos participantes¹⁰, foi elaborada uma nuvem de palavras, destacando as que mais apareceram nas respostas. Em seguida, apresenta-se, na Figura 17, essa nuvem de palavras.

Figura 17 - Nuvem de palavras da segunda pergunta.



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

A análise desta nuvem de palavras confirma as percepções extraídas das respostas dos participantes no que se refere à abordagem histórica e falibilista no ensino de matemática. As palavras em maior destaque são "matemática", "construção", "alunos", "erros" e "processo". A palavra "matemática" aparece novamente no centro da discussão, e a presença dos termos em destaque "construção" e "processo" aponta para uma concepção construtiva que valoriza a historicidade do conhecimento matemático, como fruto de tentativas e reformulações. A presença expressiva da palavra "erros" reafirma o papel do erro como parte integrante da aprendizagem e até mesmo da própria evolução da matemática (Lakatos, 1976). Por fim, a palavra "alunos" em destaque remete mais uma vez à centralidade do sujeito que aprende neste processo. Fica evidente, na percepção dos participantes, que a abordagem histórica e falibilista busca tornar a matemática mais acessível e significativa, o que configura uma valiosa contribuição.

¹⁰ A nuvem de expressões original, gerada pelas respostas dos participantes, pode ser acessada em: <https://www.mentimeter.com/app/presentation/algwsi96fxthw6gc1zgug2hc2kucedg7/view?question=9p18527vyvv1>

A terceira pergunta foi “Você considera possível ensinar matemática, especialmente conteúdos mais abstratos como os Números Complexos, de forma crítica e reflexiva? Como faria isso em sala de aula?”.

A análise das respostas sugere um consenso em relação à possibilidade de ensinar a matemática de forma crítica e reflexiva mesmo em conteúdos mais abstratos. A maior parte dos participantes acredita que isso é possível e necessário para que a aprendizagem ocorra de forma significativa. A estratégia principal mencionada refere-se a utilização da história da matemática como um modo de contextualizar o conteúdo e a sua evolução. Uma das falas resume bem esta ideia ao afirmar que o ensino deve valorizar "a parte histórica do conteúdo que se quer ensinar de modo a envolver os alunos no porquê e como *[um conceito ou objeto matemático]* foi criado e não só ensinando o prático que seriam os teoremas e fórmulas".

Além da história, eles fizeram questão de ressaltar a importância da relação entre os Números Complexos e a realidade do aluno, seja pelas aplicações, seja por recursos visuais e geométricos ou mesmo discutindo e levantando questões a respeito do conteúdo. Essa estratégia, de acordo com os respondentes, desperta a curiosidade e aproxima o aluno do conteúdo, tirando a matemática do plano estritamente teórico. Como sugere um dos participantes, o professor deve mostrar que "está tudo bem errar (...) e somos seres humanos, assim como grandes matemáticos", numa tentativa de humanizar a aprendizagem e instigar a participação.

A partir da nuvem de expressões produzida pelas falas dos participantes¹¹, criou-se uma nuvem de palavras, destacando aquelas que mais apareceram nas respostas. Em seguida, apresenta-se, na figura 18, esta nuvem.

¹¹ A nuvem de expressões original, gerada pelas respostas dos participantes, pode ser acessada em: <https://www.mentimeter.com/app/presentation/altvkuojyxp8a732ye24u1ao52d7pwae/view?question=v c2tyx5u5gpy>

Figura 18 - Nuvem de palavras da terceira pergunta.



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Podemos observar, na nuvem de palavras acima, que ao perguntar sobre a possibilidade de ensinar conteúdos mais abstratos de forma crítica e reflexiva, o termo mais recorrente nas respostas foi “alunos”. Isso aponta, novamente, que o minicurso teve um papel fundamental em consolidar a valorização da centralidade do estudante no seu processo de aprendizagem (Freire, 2019), munido de toda a sua bagagem cultural e social. Os termos “aplicações”, “realidade”, “contextualização”, “contextualizar” e “cotidiano” reforçam a importância de promover a construção do conhecimento matemático naquele meio em que se está inserido. É percorrer o caminho histórico (Lakatos, 1976), porém dentro do contexto específico, buscando resolver problemas daquela realidade.

Após responder cada uma das questões, houve um momento de socialização no qual os participantes puderam defender seus pontos de vista e dialogar com os demais colegas sobre as convergências e divergências. Na sequência, e encerrando o último encontro, os participantes foram convidados a expressar em três palavras a experiência que tiveram ao longo do minicurso. As respostas foram dadas diretamente no aplicativo Mentimeter, que gerou a nuvem de palavras exibida abaixo, na Figura 19.

Figura 19 - Nuvem de palavras descrevendo a experiência do Minicurso.



Fonte: Dados da pesquisa/Mentimeter, 2025.

A nuvem de palavras referente à experiência do minicurso revela a predominância de termos como “conhecimento”, “reflexivo”, “inovador” e “pensamento crítico”, indicando uma percepção geral positiva. A presença expressiva das palavras “reflexão”, “reflexiva” e “refletir”, parônimas diretamente relacionadas à segunda palavra em destaque, “reflexivo”, nos permite inferir que esse termo foi o mais presente nas respostas dos participantes. A partir dessa análise, é possível perceber que o foco da atividade estava na reflexão crítica e no diálogo de ideias. De fato, como já mencionado anteriormente, produzir uma reflexão epistemológica era um dos objetivos do minicurso.

As expressões como “inovador”, “ideias inovadoras” e “nova visão” nos sugerem que ainda falta, na formação inicial, refletir sobre as concepções epistemológicas da matemática e de seu ensino. A nuvem indica, como também havia sido identificado nos encontros, que a maioria dos participantes não tinha tido contato com a literatura e discussão acerca dessa temática. Por isso, refletir sobre as concepções epistemológicas e suas implicações na prática pedagógica é essencial.

Os termos “construtivo”, “troca de aprendizagem”, “contextualização”, “abrangente” e “enriquecedora” indicam que os participantes consideraram o minicurso enriquecedor em termos de conteúdo, mas também na forma como ele foi apresentado e conduzido. As palavras “construtivo” e “troca de aprendizagem” apontam uma experiência de aprendizado ativa, com diálogo e construção conjunta de conhecimento, num ambiente colaborativo e de diálogo. As palavras “contextualização” e “abrangente” sugerem uma abordagem que se preocupou em aproximar o conteúdo da realidade, bem como abordou uma gama de tópicos relevantes. Por fim, a palavra “enriquecedora” indica que o minicurso foi uma experiência valiosa e que agregou valor significativo à jornada de formação de cada participante.

7.2. Questionários inicial e final: uma análise comparativa

Os questionários inicial e final (Apêndice A) apresentavam as mesmas afirmações acerca da matemática e de seu ensino. As 25 afirmações traziam aspectos relacionados principalmente a cinco concepções epistemológicas da matemática, sendo cinco afirmações sobre cada concepção: (i) Platonismo, (ii) Formalismo, (iii) Intuicionismo, (iv) Realismo matemático naturalizado e, (v) Falibilismo.

As respostas mostraram-se diferentes nos dois momentos, o que sugere uma reflexão, por parte dos participantes, possivelmente motivada pela experiência no minicurso. Inicialmente, demonstraram concordância com as ideias platônicas, havendo maior discordância apenas com a afirmação “o ensino da matemática deve enfatizar mais a busca por verdades absolutas do que as aplicações práticas”, na qual 42,9% discordaram totalmente. Quanto às afirmações alinhadas ao formalismo de David Hilbert, a maioria dos participantes demonstrou discordar das ideias, havendo concordância parcial mais expressiva, de 42,9%, apenas na afirmação “a validade de um conceito matemático depende de sua consistência lógica, não de sua aplicação no mundo real”.

As afirmações acerca do intuicionismo matemático, de Brouwer, merecem um destaque no questionário inicial, pois não apresentam certo padrão como as mencionadas até aqui. Na primeira afirmação, “a matemática é uma construção

mental, e os conceitos matemáticos não existem independentemente do pensamento humano”, 50% dos participantes concordaram, 35,7% discordaram e o restante, 14,3%, não concordou nem discordou. Na segunda afirmação, “o ensino da matemática deve incentivar os alunos a construir ativamente seus próprios conceitos matemáticos”, o cenário foi diferente, com 92,8% concordando parcial ou totalmente e 7,1% neutros. Na terceira afirmação, “a validade de uma ideia matemática depende mais de sua clareza intuitiva do que de provas formais ou consenso externo”, 35,7% discordaram, 28,6% concordaram e 35,7% não concordaram nem discordaram. A afirmação seguinte, “algumas questões matemáticas podem não ter resposta, pois nem tudo pode ser construído ou visualizado intuitivamente”, apresentou 64,3% de concordância e 35,7% dos participantes neutros. Por fim, a afirmação “experiências pessoais e subjetivas têm um papel fundamental no desenvolvimento da matemática” teve 71,4% dos participantes concordando totalmente, 7,1% concordando parcialmente, 14,3% discordando parcialmente e 7,1% neutros.

A significativa diferença encontrada nessas assertivas ilustra a possibilidade de articulação entre elementos de diferentes concepções epistemológicas (Ponte *et al.*, 1997). Além disso, é possível notar que, mesmo para aspectos de uma mesma concepção, neste caso o intuicionismo, pode haver concordância parcial por parte dos participantes, ou seja, é possível concordar com algumas visões e discordar de outras, mesmo estando apoiadas numa mesma epistemologia. De acordo Gonçalves e Scheller (2021), considerar diferentes abordagens filosóficas tende a enriquecer a prática educacional e promover o avanço do conhecimento matemático.

Ainda no questionário inicial, os participantes demonstraram concordância com as ideias do realismo matemático naturalizado, de Penelope Maddy. A opinião de que a matemática é uma ciência que estuda as estruturas observáveis do mundo físico e natural é aceita por pela maioria do grupo, com 57,1% concordando totalmente e 42,9% concordando parcialmente. Esse talvez seja um indício de uma concepção majoritariamente comum, em que a matemática é diretamente associada ao domínio das ciências empíricas, sendo importante no contexto da descrição e da explicação de fenômenos concretos (Maddy, 2007).

No entanto, ainda que esta abordagem seja adequada em muitos contextos, ela apresenta limites. Segundo Becker (2019), concepções empiristas e aprioristas acabam por promover um ensino que limita a visão do estudante sobre o conhecimento matemático. É importante destacar que a matemática não é somente sobre aquilo que é observável ou que é aplicado ao mundo físico. Possui uma dimensão abstrata, que diz respeito à construção de sistemas lógicos, estruturas de conceitos, ou mesmo de objetos que não têm qualquer relação direta com a realidade concreta (Frege, 1983). Exemplos de objetos matemáticos cuja existência está dissociada de qualquer aplicação física imediata são os Números Complexos, espaços n-dimensionais, diversas estruturas algébricas, entre tantos outros.

Por fim, as proposições relacionadas ao Falibilismo de Imre Lakatos, que vê a matemática em um processo dinâmico e passível de revisões, apresentaram concordância significativa por parte dos participantes, o que indica certa abertura para uma noção de matemática que progride por conjecturas, refutações e críticas. Contudo, a discordância para a afirmação de que os conceitos matemáticos não são verdades absolutas, mas concepções históricas em debate (28,5% de discordância total ou parcial), aponta uma certa preponderância da concepção tradicional da matemática como um corpo de verdades absolutas. Em última análise, esse resultado aponta para a persistência de tensões entre concepções absolutistas e historicistas no modo como os participantes compreendem a natureza do conhecimento matemático (Bkouche *et al.*, 2022).

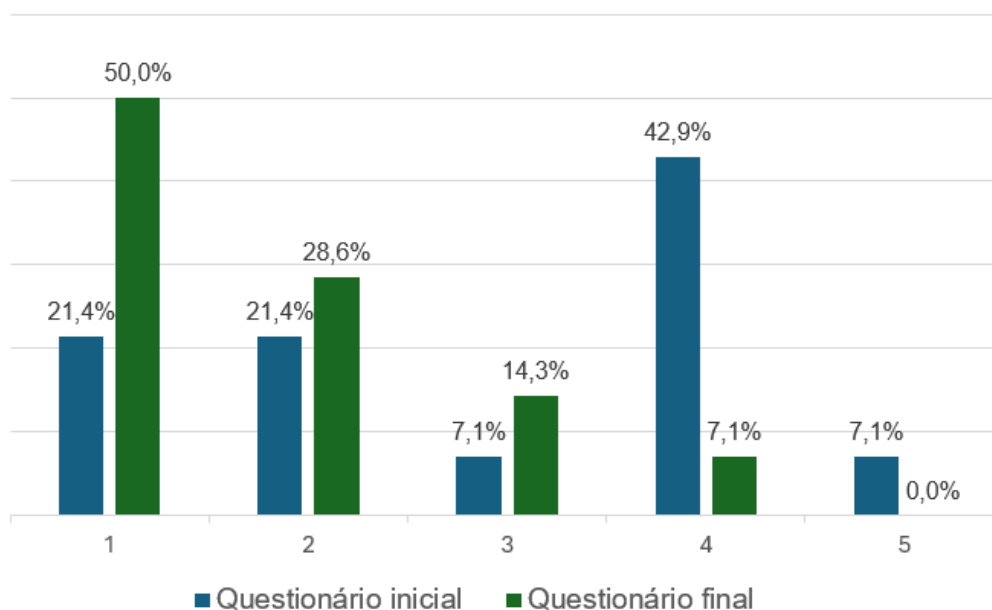
Passemos agora ao quadro comparativo dos questionários inicial e final, apresentando as afirmações e destacando os dados mais relevantes. As afirmações, como já referido, foram propostas no modelo de Escala Likert para medição do grau de concordância sendo 1 para “discordo totalmente”, 3 para a “posição neutra” e 5 para “concordo totalmente”.

1ª AFIRMAÇÃO: “a matemática é uma descoberta de verdades universais e imutáveis que existem independentemente da mente humana”

Já na primeira afirmação do questionário, bastante alinhada à concepção platônica, temos uma diferença considerável nas respostas. Inicialmente, 50% dos participantes concordaram parcial ou totalmente com a afirmação, enquanto 42,8% discordaram parcial ou totalmente. Entretanto, no questionário final esse cenário

mudou: 78,6% dos participantes discordaram da afirmação (sendo que 50% discordaram totalmente e 28,6% parcialmente) e apenas 7,1% concordaram parcialmente. Nesse momento, ninguém concordou totalmente com a afirmação. A seguir o gráfico comparativo dos resultados dos dois questionários considerando esta 1ª afirmação.

Gráfico 1. “A matemática é uma descoberta de verdades universais e imutáveis que existem independentemente da mente humana”



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

No início, as opiniões estavam bem divididas entre os que concordavam e os que discordavam da perspectiva de Platão. A crença de que a matemática é um conjunto de verdades absolutas e universais, independente dos sujeitos, é bastante comum na cultura ocidental e, por isso, era até esperado que metade das pessoas concordasse da afirmação no início. Essa concordância pode ser reflexo de uma formação matemática tradicional que enfatiza a objetividade e a neutralidade do conhecimento matemático, sendo frequentemente apresentada distante do real contexto nas escolas e universidades. De acordo com Becker (2023), essa formação tradicional muitas vezes é fruto de uma concepção epistemológica empirista e apriorista.

Podemos afirmar, então, que o minicurso realmente provocou inquietação na maneira como os participantes refletiam e questionavam suas próprias concepções

sobre o que é conhecimento matemático e sobre a maneira de partilhá-lo. Assim, os participantes foram impulsionados à reflexão crítica e à problematização das suas concepções epistemológicas.

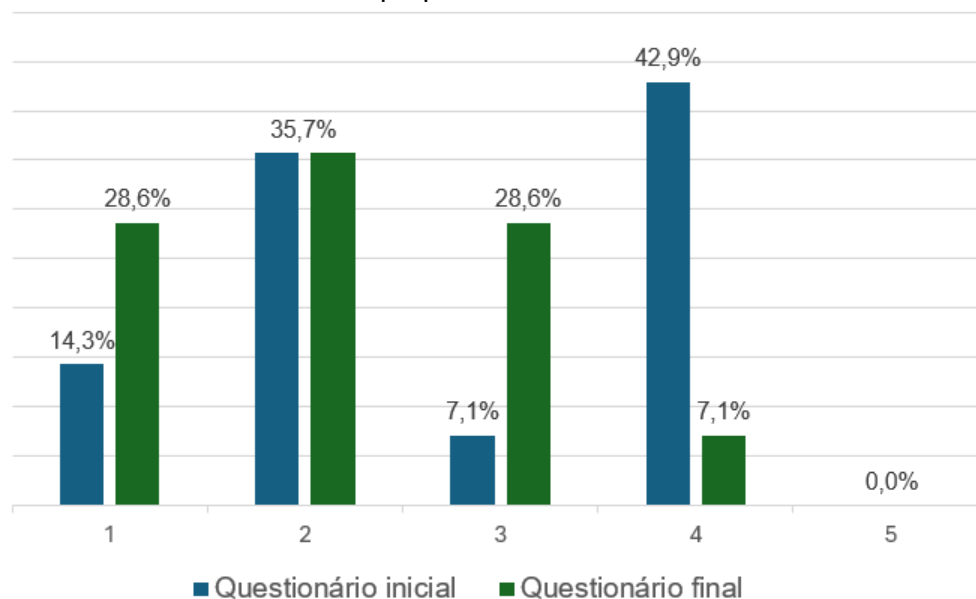
Ao longo dos encontros, foram apresentadas e discutidas visões alternativas à perspectiva platônica, visões essas que enfatizam o caráter humano, historicamente construído do conhecimento matemático. A ênfase nessas abordagens pode ter contribuído para que os participantes refletissem sobre suas crenças e conhecessem a perspectiva de Lakatos (1963), que preconiza que a matemática, não é um corpo de verdades prontas e acabadas, mas sim uma construção humana sujeita a transformações, influências culturais e contextuais.

Outro ponto a considerar é que, no questionário final, ninguém respondeu com o nível máximo de concordância (5), o que sugere uma possível reflexão mais aprofundada da perspectiva epistemológica pelos participantes, questionando as afirmações absolutas sobre a natureza do conhecimento. Esse certamente é um dos objetivos deste trabalho: despertar o olhar e o pensamento epistemológico.

2ª AFIRMAÇÃO: "conceitos matemáticos, como os números e as figuras geométricas, têm existência própria no mundo das ideias"

Os resultados relacionados à 2ª afirmação revelam uma alteração/reflexão substancial nas concepções epistemológicas dos participantes, ao longo do minicurso. No início, conforme observamos no Gráfico 2, 42,9% concordaram parcialmente com a afirmação, o que sugere uma adesão, embora não total, à concepção platonista. Entretanto, chama a atenção o fato de que, já no primeiro momento, nenhum dos participantes manifestou total concordância, o que indica uma compreensão em transformação que contraria esse ideal mais tradicional.

Gráfico 2. "Conceitos matemáticos, como os números e as figuras geométricas, têm existência própria no mundo das ideias"



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

No final do minicurso, houve uma diminuição considerável da adesão ao platonismo, pois apenas 7,1% mantiveram concordância parcial à afirmação e, novamente, ninguém respondeu concordando totalmente. Se, por um lado, a discordância cresceu de 50% para 64,3%, por outro, o índice da neutralidade com relação à afirmação também teve um aumento, passando de 7,1% para 28,6%. Esses resultados indicam que o contato com outras concepções sobre a epistemologia, que foram apresentadas e debatidas no transcorrer do minicurso, fez com que os participantes revisassem as suas compreensões acerca dos conceitos da matemática, conduzindo-os à percepção de que esses conceitos são uma construção humana, conforme Lakatos. O aumento da posição neutra é especialmente interessante, pois pode sinalizar não apenas a insegurança, mas um movimento de reflexão mais crítica e cuidadosa, típico daquele sujeito que começou a perceber as complexidades da discussão sobre o que é a matemática. Mais uma vez, esse era um dos objetivos do minicurso, despertar a reflexão epistemológica.

Esse quadro sugere que o minicurso não apenas cumpriu o papel de transmitir conteúdos, mas teve um importante papel formativo ao contestar crenças naturalizadas e propiciar uma problematização epistemológica. Podemos inferir que a apresentação de outras abordagens, como as concepções formalista, construtivista, intuicionista, falibilista, entre outras, ampliou o repertório conceitual

dos participantes, favorecendo uma construção de uma visão mais crítica e menos essencialista da matemática. Dessa maneira, a transformação dos posicionamentos sinaliza um processo de reflexão crítica em que os participantes se distanciaram de concepções metafísicas e absolutistas, e passaram a perceber a matemática como construção humana, influenciada pelos aspectos históricos, sociais e culturais (Ponte *et al.*, 1997).

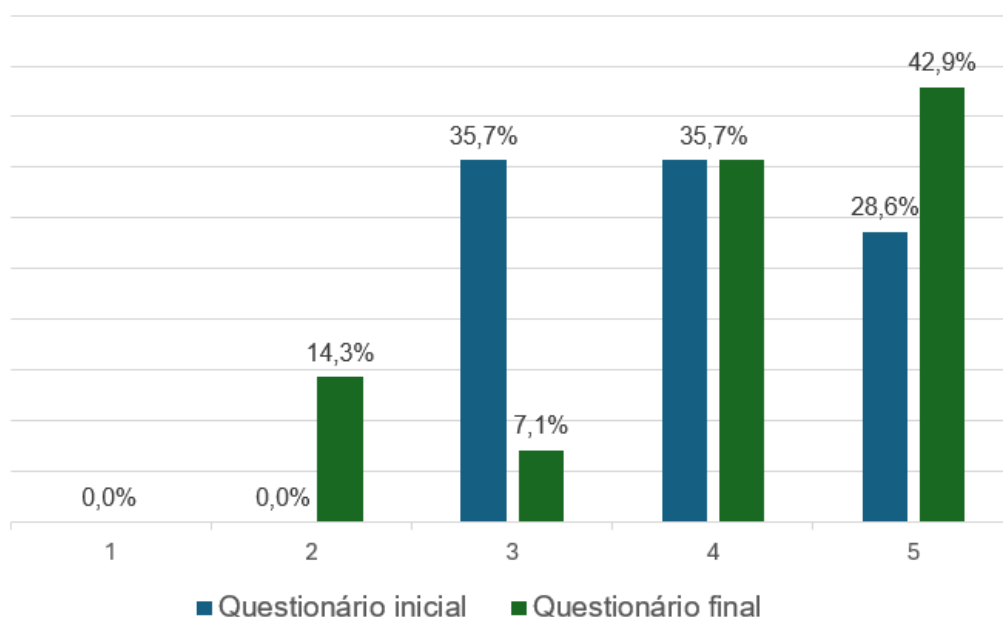
3ª AFIRMAÇÃO: “algumas questões matemáticas podem não ter resposta, pois nem tudo pode ser construído ou visualizado intuitivamente”

Esta afirmação está fortemente associada à perspectiva intuicionista da matemática proposta por Brouwer, e teve bastante divergência nos questionários inicial e final. Os dados do questionário inicial já evidenciavam uma divisão das respostas dos participantes: 64,3% concordaram em algum grau com esta afirmação (28,6% total e 35,7% parcial), enquanto uma fração expressiva (35,7%) se posicionou neutra sobre essa consideração, possivelmente porque até o momento não havia parado para refletir e contrastar essa ideia às noções tradicionais acerca da matemática, que enquanto conhecimento pronto e acabado (algo que muitos participantes concordaram no início) exige para todo problema bem formulado uma solução. Essa neutralidade inicial pode também refletir a predominância, no ensino tradicional, de concepções absolutistas ou formalistas, que tendem a minimizar a importância dos aspectos subjetivos e construtivos do fazer matemático (Becker, 2023).

O questionário final mais uma vez indica uma mudança significativa na perspectiva dos participantes: a neutralidade diminuiu para 7,1%, enquanto a concordância total aumentou para 42,9%. Isso sugere que o minicurso possa ter suscitado uma reflexão mais crítica acerca dos limites da matemática como conteúdo e como prática humana. O aumento da concordância total e a redução da neutralidade sugerem que mais participantes tendem a aceitar a ideia de que nem todas as questões matemáticas têm solução dentro de uma lógica estritamente intuitiva (Trevisan, 2013), indicando abertura para concepções diferentes em relação àquelas dominantes no imaginário comum. Ademais, o percentual baixo de discordância parcial (14,3%) do questionário final também revela que mesmo entre os participantes que mantinham restrições à afirmação, não houve uma rejeição categórica, e talvez tenham apenas adotado uma atitude crítica em relação às

implicações mais radicais do intuicionismo. Abaixo o quadro comparativo dessa afirmação nos dois questionários.

Gráfico 3. “Algumas questões matemáticas podem não ter resposta, pois nem tudo pode ser construído ou visualizado intuitivamente”



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Esses dados apontam, mais uma vez, para o impacto que o minicurso teve nas concepções dos licenciandos, não só informativo, mas também formativo, uma vez que propiciou uma aproximação dos participantes com visões epistemológicas não hegemônicas. Ao confrontar os participantes com a noção de que a matemática pode conter problemas não resolúveis ou que dependem da capacidade de construção do sujeito, ampliou-se a compreensão a respeito dos fundamentos da matemática e dos pressupostos naturalizados do conhecimento matemático (Alves, 2016). Dessa forma, foi possível perceber um deslocamento na direção de uma visão mais crítica e com um maior grau de consciência dos limites e possibilidades do conhecimento matemático.

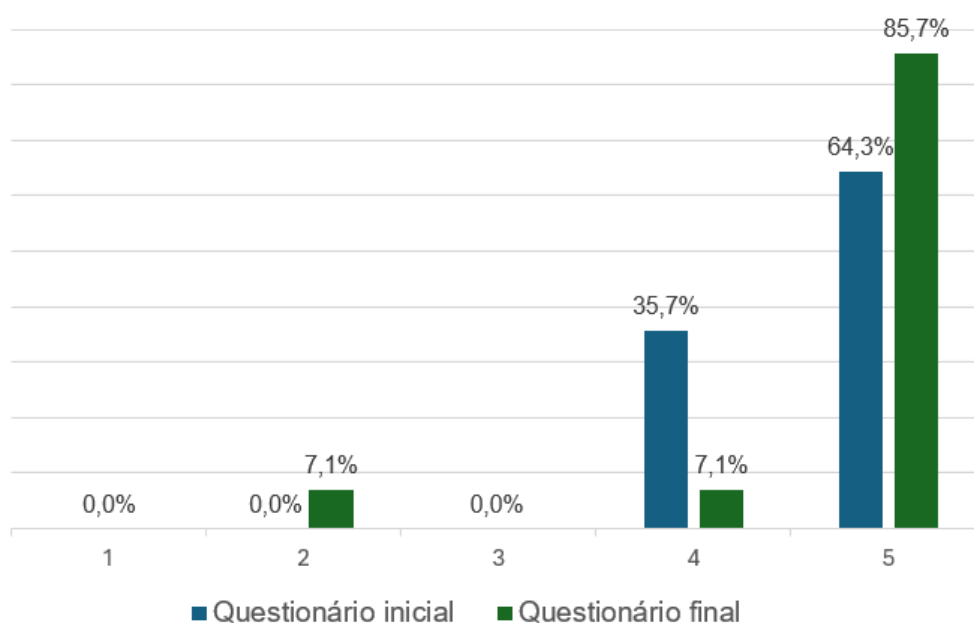
4ª AFIRMAÇÃO: "no ensino, os alunos devem ser incentivados a propor hipóteses e testar ideias, mesmo que sejam refutadas"

Esta afirmação, que se baseia na perspectiva falibilista de Imre Lakatos, apresenta uma mudança de respostas que merece destaque em nossa discussão. O fato de que os percentuais de concordância total a essa afirmação antes e depois do

minicurso tenha mudado de 64,3% para 85,7% representa um efeito positivo e relevante da intervenção pedagógica proposta. Essa mudança sugere que os participantes foram instigados a desconstruir crenças totalizantes e terminantes acerca do ensino e da aprendizagem de matemática, o que acaba promovendo uma visão menos transmissiva e mais investigativa.

O aspecto de que o percentual de concordância parcial diminuiu de 35,7% para 7,1% fortalece a hipótese de que o minicurso permitiu a consolidação e aceitação da ideia, assim como a fortaleceu. Isso pode ter ocorrido através das situações práticas que colocaram os participantes em resolução de problemas, como a análise e discussão de casos pedagógicos que estavam alinhados a diferentes concepções epistemológicas da matemática, a elaboração de um roteiro de aula desenvolvido a partir de uma concepção escolhida pelos participantes, além das discussões propostas. Tais vivências são coerentes com o modelo de ensino por investigação e resolução de problemas, que rompe com a ideia de um saber acabado e valoriza a construção coletiva do conhecimento e o processo de matematização (Freudenthal, 1968), além do aspecto humano da matemática (Lakatos, 1978). Abaixo o gráfico comparativo dos dois questionários.

Gráfico 4. "No ensino, os alunos devem ser incentivados a propor hipóteses e testar ideias, mesmo que sejam refutadas"



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

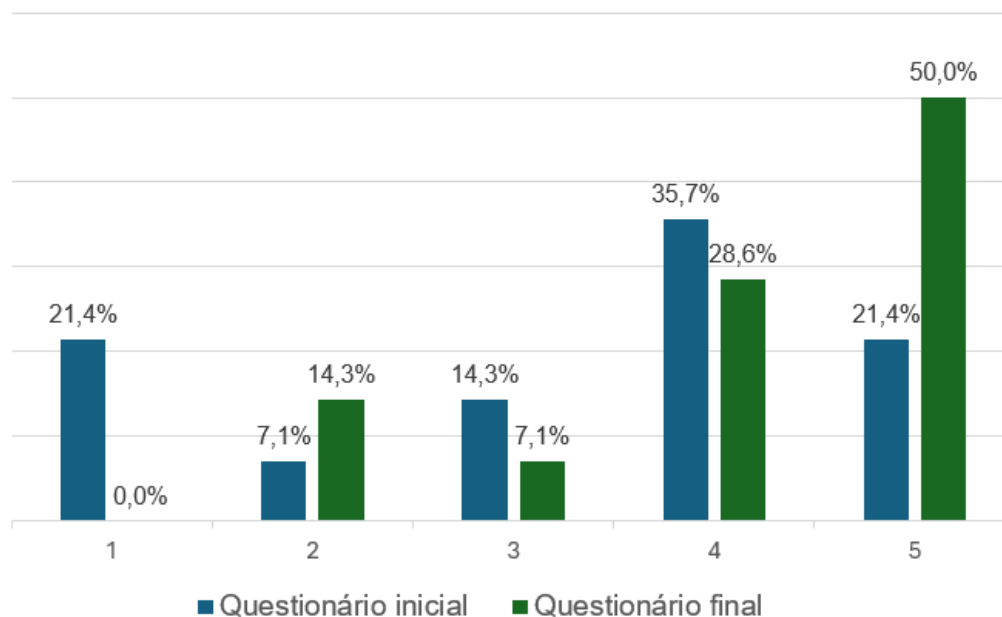
Além disso, este novo modo de ver pode ser captado como o desdobramento de uma ampliação da compreensão do papel do professor como mediador do conhecimento e não como transmissor de verdades absolutas, prontas e acabadas. Os participantes passaram a reconhecer o valor do ensino por problematização, no qual o erro não é uma expressão de fracasso, mas uma oportunidade de reelaboração do conceito. Dessa maneira, o minicurso pode ter se constituído em um dos elementos que colaboraram para fortalecer uma concepção mais crítica, reflexiva e emancipatória da atividade docente.

5ª AFIRMAÇÃO: "os conceitos matemáticos não são verdades absolutas, mas produtos de debates e críticas históricas"

Esta afirmação provoca uma visão epistemológica capaz de romper com o ponto de vista tradicional que compreende a matemática como um corpo de verdades universais, atemporais e indiscutíveis. Os dados dos questionários mostram uma mudança significativa de percepção antes e após a realização do minicurso. No início, 28,5% dos participantes discordavam, total ou parcialmente, o que revela um certo apego, mesmo que não refletido, a um olhar mais tradicional da matemática, algo mais próximo do platonismo. Além disso, 14,3% desses participantes se disseram neutros, possivelmente devido ao desconhecimento em torno do debate epistemológico ou mesmo por receio de encarar crenças muito mais consolidadas desde a educação básica. A seguir o gráfico de resultados dos dois questionários.

Já no final do minicurso, identificou-se uma alteração considerável: somente 14,3% continuaram a discordar, mas apenas parcialmente, o número de neutros caiu para 7,1%, e 78,6% passaram a concordar parcial ou totalmente com a afirmação. Esse movimento sugere que o minicurso contribuiu para a ampliação da compreensão dos participantes sobre a historicidade e a natureza do conhecimento matemático. É possível que, ao terem contato com discussões sobre a evolução dos conceitos matemáticos ao longo do tempo, especialmente os Números Complexos, os participantes tenham começado a se questionar sobre a noção de uma matemática puramente neutra, lógica e insensível ao contexto.

Gráfico 5. "Os conceitos matemáticos não são verdades absolutas, mas produtos de debates e críticas históricas"



Fonte: Dados da pesquisa, 2025.

Essa transformação revela um grande significado formativo. Ela aponta que os participantes passaram a conceber a matemática não como um aparato de técnicas, mas como um conjunto de conhecimentos que se origina e evolui em meio a contextos socioculturais, conforme preconiza Lakatos. Tal concepção é fundamental para o ensino, na medida em que transfere o foco da mera memorização de procedimentos para a valorização do pensamento crítico (Skovsmose, 2001), da argumentação e da historicidade do saber.

E, mais uma vez, a expansão da aceitação da visão falibilista da matemática também aponta para uma possível ressignificação do papel do professor. Um professor que vê a matemática como construção humana está mais suscetível a práticas pedagógicas que considerem o erro como parte do processo, o debate de ideias dos alunos, o atendimento a várias estratégias de resolução e o uso do contexto histórico no ensino de conceitos (Becker, 2019). Assim, essa 'nova' concepção epistemológica talvez possa ter desdobramento positivo, não só na visão que os professores têm da matemática, mas na forma como ela será ensinada em sala de aula. Trata-se de um deslocamento de paradigma que se faz necessário para se ter uma educação matemática mais crítica e reflexiva.

1ª PERGUNTA DISCURSIVA: “Na sua visão, qual o papel do professor e qual o papel do aluno na sala de aula?”

Nesta questão discursiva, assim como nas asserções discutidas anteriormente, percebe-se uma diferença considerável entre as respostas nos dois momentos da experiência. Inicialmente, alguns afirmaram que o papel do professor é de facilitador da aprendizagem, de mediador entre sujeito e conhecimento. Ele teria o papel de incentivar, enquanto o aluno teria o papel de buscar o conhecimento, e de forma ativa participar da construção desse conhecimento. Uma resposta que resume bem a linha de argumentação desses participantes é: “Na minha visão, o professor é um mediador do conhecimento, alguém que orienta, estimula e desafia os estudantes a pensar criticamente e a construir saberes de forma ativa.” (Participante GR, 2025).

No entanto, diversos participantes trouxeram uma visão mais próxima do ensino tradicional, no qual, de acordo com Leão (1999, p. 190), o professor tem o papel de

[...] decompor a realidade a ser estudada com o objetivo de simplificar o patrimônio de conhecimento a ser transmitido ao aluno que, por sua vez, deve armazenar tão somente os resultados do processo.

Essa percepção fica evidente em algumas falas: “o professor é aquele que passa o conhecimento que ele possui de uma forma que o aluno que vá receber esse conhecimento o compreenda completamente” (Participante MG, 2025) e também “o professor transmite seu conhecimento e o aluno aprende” (Participante LE, 2025). Becker (2019, p. 963) aponta que uma parte considerável dos professores de matemática “atém-se à postura empirista segundo a qual a transmissão social, especificamente pelo ensino, dos conhecimentos matemáticos, é condição suficiente de sua aprendizagem”, o que corrobora com a visão trazida pelos participantes sobre a relação professor-aluno.

No questionário final, apenas dois participantes mantiveram a ideia do professor como transmissor. No entanto, agora não de forma tão diretiva, mas um pouco mais relacional. Podemos observar uma mudança considerável dessa visão na resposta da participante LE (citada dois parágrafos acima):

O professor transmite sua sabedoria de modo a acrescentar na vida do aluno e o aluno absorve a informação e compartilha seu prévio

conhecimento com o professor, fazendo com que tanto os alunos quanto os professores aprendam uns com os outros. (Participante LE, 2025)

Os demais participantes relataram que o papel do professor é de mediador, guia e facilitador da aprendizagem. A participante IM resume, em linhas gerais, as ideias expressas pela maioria:

Acredito que o principal papel do professor é tornar-se uma ferramenta mediadora do processo de aprendizagem. Já o aluno, seria o protagonista desse processo. Dessa forma, a sala de aula acaba sendo um espaço de trocas e reflexões, onde o professor é o guia, mas é o aluno quem trilha seu caminho. (Participante IO, 2025)

Outro participante destaca ainda o papel de promover um espaço de busca, reflexão e discussão:

Na educação matemática, o professor atua como mediador e facilitador, criando situações desafiadoras e significativas. O aluno é protagonista, construindo ativamente seu conhecimento por meio da exploração, discussão e reflexão. (Participante AA, 2025)

2ª PERGUNTA DISCURSIVA: “Em sua opinião, há relação entre a concepção epistemológica do professor e sua prática docente em sala de aula? Quais aspectos dessas concepções epistemológicas você considera mais relevantes para a prática pedagógica na matemática?”

Devido a natureza filosófica dessa pergunta, muitas foram as respostas com uma riqueza de perspectivas epistemológicas que trazem uma dificuldade de escolha para apresentação desses dados. Desta forma, farei a apresentação e análise organizada em duas partes: questionário inicial e questionário final.

No questionário inicial...

A maioria dos participantes reconhece que há uma relação direta entre a concepção epistemológica do professor e sua prática pedagógica em sala de aula, conforme cita o participante AA (2025): "a concepção epistemológica do professor influencia diretamente sua forma de ensinar". De acordo com as respostas dadas, eles consideram que essa relação é determinante na maneira como o professor organiza e conduz suas aulas, escolhe estratégias de ensino e se posiciona diante da aprendizagem e avaliação dos alunos. Uma resposta que resume essa ideia é:

Existe sim essa relação, com toda certeza. Se o professor vê a matemática como algo construído, ele valoriza mais o raciocínio do

aluno, os erros como uma parte do processo e uma aprendizagem mais ativa. (Participante IO, 2025)

Alguns participantes relataram que a visão da matemática como um conhecimento fixo, uma verdade absoluta e atemporal tende a conduzir a uma prática transmissiva, centrada na memorização e repetição. Um participante expressa isso dizendo: "se ele [*professor*] vê a matemática como algo fixo, a prática fica limitada à memorização" (Participante AA, 2025).

Por outro lado, quando o professor compreende a matemática como uma construção humana, social e histórica (Lakatos, 1978), a prática pedagógica torna-se mais contextualizada, dialógica e significativa.

A forma como o professor compreende a natureza do conhecimento influencia profundamente suas escolhas didáticas [...]. Quando o professor possui uma concepção crítica, construtivista ou sociocultural, que compreende a matemática como uma construção humana, histórica e social, sua prática tende a ser mais dialógica e contextualizada. (Participante GR, 2025)

Diversos participantes relatam como aspecto importante tornar o aluno sujeito ativo no processo de aprendizagem. Além disso, há uma valorização da reflexão, da criatividade e da relação próxima com o cotidiano do estudante. Um participante afirma: "Acho que trazendo essa matemática mais humanizada e cotidiana, nós alunos nos sentiríamos mais participativos nessa construção do conhecimento." (Participante CC, 2025).

Ainda que algumas respostas tenham sido mais breves ou pouco desenvolvidas, como um simples "sim", a maioria aponta para uma valorização de práticas pedagógicas que estimulem o pensamento crítico, o questionamento e o engajamento ativo do aluno, em detrimento de métodos puramente transmissivos. Um participante sintetiza bem essa visão ao responder:

Na matemática, se o professor vê o conhecimento como algo fixo, tende a focar só em regras e respostas certas. Mas se vê como construção, valoriza o raciocínio, o questionamento e o entendimento dos alunos. Isso torna o aprendizado mais significativo. (Participante CS, 2025)

Como pontos de convergência nas respostas desta segunda pergunta discursiva, podemos citar o reconhecimento da influência da epistemologia do professor na prática docente, a valorização do aluno como sujeito ativo no processo

de aprendizagem, a crítica à visão tradicional da matemática (nomeada pelos participantes como aquela focada numa abordagem puramente conteudista e formalista), e a importância de contextualizar e dar significado aos conhecimentos.

As respostas apresentaram também alguns pontos de divergência. Enquanto algumas eram bem elaboradas e articuladas, outras eram mais genéricas ou de certa forma hesitantes, talvez por desconhecimento acerca dessa discussão. Alguns consideram mais importante a valorização do erro como instrumento de aprendizagem, outros a reflexão teórica e a prática de exercícios, outros ainda a valorização do cotidiano do estudante. Percebe-se, assim, diferentes focos dentro do processo de aprendizagem, mesmo entre aqueles que compartilham uma visão semelhante.

No questionário final...

As respostas do questionário final continuam demonstrando forte concordância com a ideia de que a concepção epistemológica do professor exerce uma influência significativa sobre sua prática docente. Dessa vez, observa-se um grau mais elevado de elaboração conceitual em algumas falas, com menções específicas a correntes epistemológicas como construtivismo, falibilismo, racionalismo, entre outras. Uma participante, em sua resposta, declara "[...] as concepções que acho mais interessantes seriam a do construtivismo, falibilismo e um pouco do racionalismo" (Participante MG, 2025).

Esse tipo de citação revela uma apropriação mais técnica dos conceitos, o que pode indicar maior aprofundamento teórico motivado pelo minicurso. De forma recorrente, os participantes reforçaram que ao enxergar a matemática como uma construção humana, os professores tendem a utilizar metodologias mais investigativas e centradas no aluno, como afirma a participante LE (2025): "professores que veem a matemática como construção humana valorizam o raciocínio, o erro e o contexto."

Permanece presente a ideia "colocar o aluno como sujeito ativo da sua aprendizagem, enxergar a matemática como uma ciência mutável" (Participante CC, 2025). Alguns comentários evidenciam ainda uma preocupação com o sentido da matemática no cotidiano de cada aluno e com práticas que estimulem autonomia,

como neste relato: "Dar autonomia para o aluno achar suas próprias soluções, mas sabendo equilibrar para que não seja apenas algo que o aluno teve que descobrir sozinho." (Participante MC, 2025).

O erro, mais uma vez, é valorizado como parte essencial do processo de aprendizagem:

Se ele acredita que a matemática é uma construção, naturalmente ele vai dar mais espaço para o pensamento dos alunos, entender que os erros fazem parte do caminho e incentivar uma aprendizagem mais participativa. (Participante IB, 2025)

Comparando os dois momentos, no questionário inicial e final, há unanimidade em reconhecer que a maneira como o professor concebe o conhecimento influencia suas práticas pedagógicas. Além disso, a valorização do aluno como protagonista e a crítica ao ensino tradicional se repetem fortemente nos dois momentos.

Contudo, é interessante observar, no questionário final, um maior uso de termos técnicos e a citação de concepções epistemológicas específicas, além de um maior aprofundamento teórico, com articulação entre concepções e práticas de ensino concretas, como planejamento, avaliação e metodologias participativas. Vale destacar ainda que houve uma elaboração mais detalhada sobre o papel do erro e da investigação no processo de ensino.

A comparação entre as respostas dos participantes, considerando os dois momentos da experiência, revela não apenas uma compreensão mais aprofundada e refletida das ideias centrais expressas por eles, mas também uma transformação na sua comunicação sobre suas concepções epistemológicas, agora mais clara e embasada, o que pode ser reflexo da mediação formativa promovida pelo minicurso.

8. RESULTADOS

Neste capítulo, responderemos à pergunta de pesquisa "*Que correlações da Didática da Matemática com a Epistemologia são construídas a partir da experiência pedagógica (minicurso "Números Complexos: uma experiência fundamentada em*

Lakatos) desenvolvida com os licenciandos em matemática da UFV?”, a partir da experiência didática desenvolvida.

Buscando ir além da compreensão teórica, temos o objetivo de compreender, na prática realizada e através dela, como as concepções sobre o conhecimento matemático, sua construção e desenvolvimento influenciam a prática pedagógica e as interações em sala de aula. Com a intenção de responder à questão de pesquisa sob o olhar da fenomenologia, separamos esses resultados em dois tópicos: (1) relação entre concepções epistemológicas e didática da matemática, e (2) contribuições da perspectiva de Lakatos para a educação matemática.

8.1. Relação entre concepções epistemológicas e didática da matemática

No início, a percepção que os participantes expressavam da matemática era mais próxima ao platonismo, com elementos do formalismo, o que indica, segundo Leão (1999), um caminhar educacional histórico de valorização da dimensão técnica e procedimental da matemática. Essa percepção se revelou no 1º encontro do minicurso, quando os participantes responderam de forma rápida, sem tempo para pensar, o que vinha à mente quando falavam de matemática. Os termos mais mencionados foram “conta”, “operação”, “regras”, entre outros similares. Ao mesmo tempo, os participantes se mostraram abertos ao questionamento sobre a natureza do conhecimento matemático, refletindo sobre como era concebido, mas a maioria atribuiu a origem do objeto matemático em si à descoberta, como entes existentes independentemente da mente humana.

No entanto, ao analisar os casos pedagógicos como atividade do minicurso, os participantes mostraram discordância em relação à concepção platônica. Quando analisaram o caso 1 (Apêndice B1), associaram ao platonismo a ideia da matemática como verdade absoluta e pouco acessível, o que não traz potencialidades ao ensino, de acordo com os participantes. Como possíveis indícios dessa concepção foram citados “o modo como ele [o professor do caso analisado] conduz suas aulas”, o que sugere que, de fato, as concepções epistemológicas do professor moldam sua prática pedagógica, se relacionando diretamente com a didática. Ao serem questionados sobre as potencialidades dessa abordagem, os participantes foram evasivos e mencionaram apenas “formalização dos conteúdos”,

no entanto apontaram muitas fragilidades, como a falta de incentivo à busca pelo conhecimento, o fato dos alunos não aprenderem a pensar matematicamente e a falta de espaço para o aluno.

Quanto aos casos pedagógicos 2 e 3, que envolviam construtivismo e falibilismo, os participantes em sua maioria concordaram com a perspectiva do professor, apontando diversas potencialidades e pouca ou nenhuma fragilidade. Em ambos os casos, os participantes identificaram como indícios da concepção na prática do professor a relação que ele tinha com os estudantes, estimulando o pensamento e a argumentação, bem como as propostas de atividades. Isso mostra, mais uma vez, que as concepções epistemológicas da matemática que o professor tem se relacionam diretamente com a didática da matemática mobilizada em sua prática pedagógica, sendo perceptível para os estudantes e para outros que analisam a situação externamente, como foi o caso.

Ao final do 1º encontro do minicurso, os participantes foram praticamente unânimes em afirmar que se identificam mais com as concepções construtivismo e falibilismo. Além disso, afirmaram que não só é possível como necessário articular elementos e abordagens de diferentes concepções epistemológicas, uma vez que, nas palavras de um(a) participante, “nenhuma abordagem dá conta de atender todos os casos pedagógicos”. Já no 2º encontro, bem como no 3º, os participantes destacaram o papel do professor nas aulas e sua relação com sua concepção epistemológica. Enfatizaram a importância de valorizar o processo de construção do conhecimento por parte dos alunos, enaltecendo o caráter humano da matemática e processo de matematização (Freudenthal, 1968), no qual o professor tem o importante papel de mediador e condutor da experiência de aprendizagem. Mencionaram ainda que o minicurso promoveu a reflexão sobre “como a matemática de fato é uma construção humana”, incentivando questionamentos e diálogo.

Portanto, a partir da experiência e da perspectiva fenomenológica que norteia esta análise, podemos inferir que as concepções epistemológicas da matemática do professor e sua prática pedagógica estão diretamente relacionadas. De acordo com os dados do minicurso, a prática docente tende a ser mais abrangente, inclusiva e significativa quando a concepção sob a qual o professor enxerga a matemática é mais inclusiva e abrangente. Por outro lado, quando a concepção do professor é

totalizante ou não valoriza o aspecto construtivo e humano da matemática, a prática pedagógica tende a ser mais excludente, deixando de lado estudantes que não tiverem a mesma capacidade de abstração.

8.2. Contribuições da perspectiva de Lakatos para a educação matemática

Neste tópico, direcionamos nossa análise para as contribuições da perspectiva lakatosiana, tendo como base a perspectiva fenomenológica. O intuito é examinar como as ideias de Lakatos, especialmente sobre a construção do conhecimento matemático e o falibilismo, se manifestam nas concepções dos participantes e nas atividades do minicurso.

Duas afirmações dos questionários inicial e final, mencionadas na seção 7.2, indicam a visão dos participantes em relação ao falibilismo. Uma delas, “os alunos devem ser incentivados a propor hipóteses e testar ideias, mesmo que sejam refutadas”, apresentou 64,3% de concordância total no questionário inicial e 85,7% no questionário final, o que indica o caráter reflexivo e construtivo do minicurso. Os participantes puderam questionar suas concepções sobre a matemática e desconstruir crenças totalizantes, que a enxergam como um conjunto de verdades absolutas, dando lugar aos questionamentos epistemológicos. Um deles é em relação ao erro. Os dados apresentam o erro, tido como fracasso na visão tradicional, agora como um potencial direcionamento para o aprendizado, mobilizando a curiosidade e engajando os estudantes. Conforme Lakatos (1978), o processo de elaboração de conjecturas, de provas e refutações deve ser uma experiência viva e dialógica na sala de aula, mobilizando a participação ativa dos educandos e valorizando suas experiências trazidas.

Quanto ao professor, os participantes concordam que tem um papel fundamental nesse contexto de valorização da matemática como construção humana, influenciada por ideologias e contextos socioculturais (Skovsmose, 2001). A fim de promover um ambiente de construção ativa do conhecimento, o professor deixa de ser um mero transmissor de conhecimento para ser um facilitador da aprendizagem. A partir dos relatos dos participantes e das discussões feitas nos encontros do minicurso, percebemos, conforme preconiza Becker (2019), que o professor atua como principal agente na desconstrução de uma visão totalizante da

matemática, propondo desafios, incentivando o debate e mediando o processo de refutação, que envolve tentativas e erros.

Além disso, a historicidade dos conteúdos, valorizada por Lakatos em sua proposta de reconstrução racional histórica, também foi enfatizada pelos participantes, que foram unânimes em incorporá-la em suas propostas de aula feitas após o 1º encontro do minicurso. Percebe-se que a historicidade e a gênese histórica dos conceitos matemáticos pode ser uma ferramenta eficaz para humanizar o ensino de matemática. É preciso contar a história que aconteceu de verdade, o caminho epistemológico percorrido pelos matemáticos e outras pessoas envolvidas, incluindo os desafios enfrentados e soluções encontradas. Mas é preciso ir além, fazer com que o aluno reconstrua essa história, percorrendo ele próprio o seu caminho em direção ao conhecimento.

Desse modo, com base no fenômeno analisado, podemos inferir que a perspectiva falibilista de Lakatos contribui com a educação matemática à medida em que problematiza as concepções de professores e alunos sobre o erro no processo de aprendizagem, sobre a matemática e sobre seu ensino, sugerindo que deve incorporar a historicidade dos conteúdos. Valorizar o aspecto humano se mostrou uma ferramenta extremamente importante, diretamente relacionada à valorização do erro e ao protagonismo do estudante em seu processo de aprendizagem.

9. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação teve como objetivo problematizar a relação entre as concepções epistemológicas do professor e a prática docente, como também examinar as contribuições da epistemologia falibilista de Lakatos para o campo da didática da matemática, a partir da experiência com professores em formação inicial. Para isso, buscou responder à seguinte questão:

Que correlações da Didática da Matemática com a Epistemologia são construídas a partir da experiência pedagógica (minicurso “Números Complexos: uma experiência fundamentada em Lakatos”) desenvolvida com os licenciandos em matemática da UFV?

Foi, então, desenvolvido o minicurso, com três encontros presenciais, ocasião em que trabalhamos o tema 'Números Complexos' através de uma reconstrução racional histórica dos conteúdos, numa perspectiva lakatosiana. A estruturação do trabalho se deu a partir da abordagem das diferentes concepções epistemológicas da matemática e suas possíveis implicações na prática pedagógica. Antecedendo o início dos encontros presenciais, os participantes foram convidados a responder a um questionário *online*, que tinha como objetivo entender previamente as suas concepções epistemológicas e as relações percebidas com a didática do professor. Ao final, outro questionário foi aplicado, com conteúdo similar ao primeiro, agora buscando entender as possíveis contribuições da experiência pedagógica.

A partir de um olhar fenomenológico sobre os dados desta pesquisa, os resultados apontam para o entendimento de que a concepção epistemológica do professor sobre a matemática está profundamente ligada à sua prática pedagógica. Os dados da experiência revelaram que uma visão mais abrangente e inclusiva da matemática, que valoriza a historicidade, o processo de construção do conhecimento e o aspecto humano da matemática, tende a promover uma prática docente mais significativa e acolhedora. Por outro lado, quando o professor possui uma visão totalizante ou desumanizada da disciplina, enxergando-a como uma verdade absoluta e independente de nós, concepção platonista da matemática, sua prática tende a ser mais excludente, prejudicando a aprendizagem de alunos com diferentes capacidades de abstração.

Os resultados dessa pesquisa revelam a importância de se trabalhar o tema das concepções epistemológicas da matemática já na formação inicial, para oportunizar uma formação docente de qualidade. Os cursos de graduação, na maior parte das vezes, focam no conhecimento matemático e nos conhecimentos pedagógicos, enquanto na matriz curricular as áreas da filosofia e epistemologia da matemática não são consideradas com a devida relevância. É necessário ressaltar, na formação inicial e continuada de professores, a relação entre epistemologia e didática. Esta relação muitas vezes é negligenciada, e os professores acabam adotando uma didática sem o conhecimento da epistemologia que a fundamenta. Essa desarticulação entre didática e epistemologia pode ser considerada um dos elementos que contribui para o insucesso dos alunos na aprendizagem de

matemática. Freire aponta para a necessidade de se promover uma passagem da curiosidade do senso comum para o exercício epistemológico, o exercício de se pensar o conhecimento. Por esse motivo, esse deve ser um tema discutido com professores em exercício, como parte importante de sua formação continuada.

Dessa forma, a pesquisa sugere que a problematização da concepção epistemológica é um ponto de partida para a transformação do ensino. É preciso que o docente reflita sobre suas concepções epistemológicas para perceber se a didática mobilizada é coerente com seus objetivos pedagógicos, bem como o papel de cada um dos sujeitos, professor e alunos, no processo educativo.

Além disso, a perspectiva falibilista mostrou-se como uma ferramenta valiosa para o ensino de matemática. Ao problematizar o papel do erro na aprendizagem e na evolução da própria matemática, o minicurso incentivou os participantes a adotarem uma visão mais construtiva e humanizada do conhecimento. Essa abordagem destaca a centralidade do aluno e de sua bagagem cultural, reforça a importância de contextualizar o ensino de matemática, de resolver problemas da realidade local, trazendo uma contribuição significativa para o quadro de insucesso na aprendizagem matemática expresso em diferentes avaliações realizadas no Brasil. Assim, o estudo confirma que a perspectiva humanista da matemática não apenas contribui para o protagonismo do estudante, mas também torna a disciplina mais acessível e relevante, trazendo significado e abrindo novos caminhos para uma educação matemática mais inclusiva e reflexiva.

Vale destacar que no 1º encontro do minicurso uma participante citou como ponto negativo da abordagem histórica e falibilista o fato de os estudantes terem ritmos diferentes de aprendizagem, o que, na sua visão, poderia limitar o potencial de alcance da metodologia proposta. No entanto, acreditamos que essa seja uma questão que deva ser levada em consideração em toda e qualquer abordagem didática adotada, pois ao adotar uma metodologia, deixa-se outra de lado, o que possivelmente favoreceria mais um ou outro aluno. É necessário levar em consideração as diferenças individuais dos estudantes.

Com a realização desta pesquisa, pude aprofundar meus conhecimentos acadêmicos e profissionais, aprofundando meu olhar epistemológico sobre a

matemática e seu ensino e mobilizando reflexões sobre didática em sala de aula. Em diálogo com o referencial teórico, com os autores estudados e os participantes da pesquisa, pude perceber a importância de valorizar o processo de construção do conhecimento e o aspecto essencialmente humano desse processo. Dessa forma, posso afirmar que esta pesquisa trouxe contribuições significativas para mim, enquanto professor e pesquisador, o que certamente refletirá em minhas práticas profissionais.

Este estudo colocou em relevo que a adoção de uma perspectiva falibilista da matemática, baseada em Lakatos, traz a potencialidade de transformar a prática pedagógica, tornando-a mais inclusiva, significativa e centrada no aluno, o que pode resultar em melhores resultados de aprendizagem matemática. A experiência do minicurso apresentou-se como possibilidade para ressignificação de concepções epistemológicas, problematizando visões totalizantes e valorizando o papel do erro e da contextualização no ensino.

Contudo, este trabalho, como qualquer outro, apresenta limitações. A principal delas se refere ao número limitado de participantes e na impossibilidade de realizar a pesquisa com professores atuantes, como planejado inicialmente. A amostra, composta por quatorze alunos de graduação, portanto em formação inicial, limita a generalização dos resultados para o contexto da formação continuada, uma vez que as concepções de um professor já em sala de aula podem diferir significativamente das de um estudante de graduação.

Os resultados desta pesquisa, embora limitados pelos pontos já levantados, abrem um leque de possibilidades para futuras investigações. A principal perspectiva de continuidade seria a replicação deste estudo com professores atuantes, em um contexto de formação continuada. Essa abordagem permitiria investigar se as mudanças conceituais e pedagógicas observadas nos licenciandos persistem e se manifestam de forma similar em docentes já estabelecidos profissionalmente. Mais ainda, seria relevante investigar os impactos a longo prazo de uma abordagem falibilista no aprendizado dos alunos em sala de aula. Acrescento, também, que seria interessante investigar a possibilidade de expandir essa metodologia para outros temas do conhecimento matemático e até mesmo para outras disciplinas,

explorando o potencial de uma epistemologia mais humana e processual na educação brasileira.

REFERÊNCIAS

- ALVES, Francisco Regis Vieira. Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. **Interfaces da educação**, v. 7, n. 21, p. 131-150, 2016. DOI: <https://doi.org/10.26514/inter.v7i21.1259>.
- ALVES, Jose Max De Souza. Uma breve história do cálculo diferencial e integral contribuições de newton e leibniz. Anais IX CONEDU - **Congresso Nacional de Educação**. Campina Grande: Realize Editora, 2023. Disponível em: <https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/98331>. Acesso em: 15 de maio de 2024.
- APPOLINÁRIO, Fabio. **Metodologia da ciência: filosofia e prática da pesquisa**. 2. ed. São Paulo: Editora. Cengage Learning. 2012, p.165-168. DOI: <https://doi.org/10.22533/at.ed.077220906>.
- BECKER, Fernando. Adequação Curricular e mudanças no Ensino de matemática: fundamentação epistemológica. **Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, v. 15, n. 2, p. 45-91, 2024. DOI: <https://doi.org/10.36311/1984-1655.2023.v15.n2.p45-91>.
- BECKER, Fernando. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, n. 65, p. 963-987, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a01>.
- BECKER, Fernando. Docência e História da matemática: concepções epistemológicas. **Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, v. 14, n. 2, p. 5-41, 2023. DOI: <https://doi.org/10.36311/1984-1655.2022.v14.n2.p5-41>.
- BECKER, Fernando. Enseñanza escolar de matemáticas: Fundamento epistemológico, significado y aprendizaje. **Revista de Psicologia**, v. 41, n. 2, p. 915-963, 2023. DOI: <https://doi.org/10.18800/psico.202302.011>.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. 1. ed. São Paulo, Editora Unesp, 2021.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 111-124.
- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. Ensino de Matemática e Educação Matemática: algumas considerações sobre seus significados. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 12, n. 13, p. 1-11, 1999.
- BKOUICHE, Rudolph; WICHNOSKI, Paulo; ALMOULOU, Saddo Ag. A epistemologia implícita das práticas de ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 8, n. 3, p. 130-140, 2021. Disponível em:

<https://revistas.pucsp.br/index.php/emd/article/view/55076>. Acesso em: 13 mai. 2024.

BRESSAN, Ana; ZOLKOWER, Betina; GALLEGOS, Maria Fernanda. Los principios de la educación matemática realista. **Reflexiones teóricas para la educación matemática**, v. 5, p. 69, 2005.

BURIASCO, Regina Luzia Corio de; SILVA, Gabriel dos Santos e. Aspectos da Educação Matemática Realística. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 1-15, 2017. DOI: <https://doi.org/10.33238/ReBECCEM.2017.v.1.n.1.18559>.

CARDOSO, Virgínia Cardia. Revisitando o quase empirismo de Imre Lakatos e refletindo sobre a educação matemática. **Eventos Pedagógicos**, v. 9, n. 2, p. 822-846, 2018. DOI: <https://doi.org/10.30681/rep.v9i2.10085>.

CLARETO, Sônia Maria. Educação Matemática e contemporaneidade: enfrentando discursos pós-modernos. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 15, n. 17, p. 20-39, 2002.

COUTINHO, Clara Maria Gil Fernandes Pereira. **Metodologia de Investigação em Ciências Sociais e Humanas: teoria e prática**. 2. ed. Coimbra, Edições Almedina, 2014. ISBN 978-972-40-5610-4

CURY, Helena Noronha. Concepções e crenças dos professores de matemática: pesquisas realizadas e significado dos termos utilizados. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 12, n. 13, p. 29-43, 1999.

D'AMBROSIO, Ubiratan. Etnomatemática e História da matemática. In: FANTINATO, M. C. C. B. (Org). **Etnomatemática – novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora Universidade Federal Fluminense, 2009. p. 12-23.

D'AMORE, Bruno. Epistemologia, didática da matemática e práticas de ensino. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 20, n. 28, p. 179-205, 2007.

DE OLIVEIRA, Patrícia Benevides; BELLEMAIN, Franck Gilbert. Teorema Fundamental do Cálculo: uma análise epistemológica. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 18, n. 41, p. 159-175, 2022. DOI: <http://dx.doi.org/10.18542/amazrecm.v18i41.13576>.

ERNEST, Paul et al. **The philosophy of mathematics education**. Springer Nature, 2016.

ERNEST, Paul. The knowledge, beliefs and attitudes of the mathematics teacher: a model. **Journal of Education for Teaching**, v. 15, n. 1, p. 13-33, 1989.

FIORENTINI, Dario; OLIVEIRA, Ana Teresa de Carvalho Correa de. O lugar das matemáticas na licenciatura em matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 27, p. 917-938, 2013.

FRANCO, Maria Amélia Santoro. **Pedagogia e prática docente**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2012.

FRANCO, Maria Laura Puglisi Barbosa. **Análise de conteúdo**. Editora Autores Associados, 2020.

FREGE, Gottlob. Os fundamentos da aritmética: Uma investigação lógico matemática sobre o conceito de número. Trad. Luiz Henrique Lopes dos Santos. In **Peirce-Frege**. São Paulo: Abril Cultural, 1983. (Col. Os Pensadores).

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 62. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.

FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an educational task**. Springer Science & Business Media, 2012.

FREUDENTHAL, Hans. Why to teach mathematics so as to be useful. **Educational Studies in Mathematics**, v. 1, p. 3-8, 1968. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00426224>.

GAMOW, G. **One, two, three--infinity: facts and speculations of science**. Courier Corporation, 1988.

GARBI, Gilberto Geraldo. **O romance das equações algébricas**. Editora Livraria da Física, 2009.

GLADCHEFF, Ana Paula; SOUZA, Neusa Maria Marques de. A natureza do conhecimento matemático e a dimensão histórica do conceito na organização do ensino para uma aprendizagem significativa. **Obutchénie. Revista de Didática e Psicologia Pedagógica**, v. 8, 2024. DOI: <https://doi.org/10.14393/OBv8.e2024-21>.

GONÇALVES, Rogério dos Reis; SANTOS, Rafael Goulart de Andrade. O Problema Do Tesouro: Três Abordagens De Resolução Do Enigma. **RECET-Revista de Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 1, p. e012403-e012403, 2024. DOI: <https://doi.org/10.30681/recet.v1i.11732>.

GUIMARÃES, Henrique Manuel. Concepções, crenças e conhecimento—afinidades e distinções essenciais. **Quadrante**, v. 19, n. 2, p. 81-102, 2010. DOI: <https://doi.org/10.48489/quadrante.22852>.

KADVANY, John. **Imre Lakatos and the Guises of Reason**. The old country. [S.l.], [s.d.]. Disponível em: <https://johnkadvany.com/theoldcountry>. Acesso em: 24 de julho de 2025.

KOHL-SANTOS, Pricila; MOROSINI, Marília Costa. O revisitar da metodologia do estado do conhecimento para além de uma revisão bibliográfica. **Revista Panorâmica online**, v. 33, p. 123-145. 2021. Disponível em: <https://periodicoscientificos.ufmt.br/revistapanoramica/index.php/revistapanoramica/article/view/1318>. Acesso em: 25 jul. 2024.

LAKATOS, Imre. **A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.

LAKATOS, Imre. **História da ciência e suas reconstruções racionais: e outros ensaios**. Edições 70, Brasil, 1998.

LEÃO, Denise Maria Maciel. Paradigmas Contemporâneos de Educação: Escola Tradicional e Escola Construtivista. **Cadernos de Pesquisa**, n. 107, p. 187-206, 1999.

LOUREIRO, Luciana Lyra; FRANÇA, Herman Sombra; OLIVEIRA, Elialdo Rodrigues de. Epistemologia das memórias no ensino de matemática. **Ambiente: Gestão e Desenvolvimento**, p. 76-92, 2023. DOI: <https://doi.org/10.24979/224e0641>.

MENDES, Iran Abreu. História no ensino da matemática: trajetórias de uma epistemologia didática. **Rematec**, v. 8, n. 12, p. 66-85, 2013. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/357>. Acesso em: 9 mai. 2025.

MENDES, Rodrigo Silva; TORISU, Edmilson Minoru; BOSCO, Claudia Starling. **Gestão da matéria de uma professora de matemática: saberes mobilizados na prática**. 2021.

MOREIRA, Marli Duffles Donato. **Matemátic@XXI: Conexões surpreendentes**. Novas Edições Acadêmicas, 2017.

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**. Lisboa: Instituto Piaget, 2003.

MOROSINI, Marília Costa; FERNANDES, Cleoni Maria Barboza. Estado do Conhecimento: conceitos, finalidades e interlocuções. **Educação por escrito**, v. 5, n. 2, p. 154-164, 2014. DOI: <https://doi.org/10.15448/2179-8435.2014.2.18875>.

NEVES, Ilmaçara Pereira; MONTEIRO, Gilson Vieira. Uma reflexão sobre as contribuições epistemológicas para o ensino de matemática. **Revista Ensino de Ciências e Humanidades - Cidadania, Diversidade e Bem Estar - RECH**, v. 1, n. 1, p. 70-88, 2017.

OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da. Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de matemática. **VII Seminário de Investigação em Educação Matemática**, p. 3-23, 1997.

OLIVEIRA, Patrícia Benevides de; BELLEMAIN, Franck Gilbert. Teorema Fundamental do Cálculo: uma análise epistemológica. **Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemáticas**, v. 18, n. 41, p. 159-175, 2022.

PONTE, J. P.; BOAVIDA, A. M.; GRAÇA, M.; ABRANTES, P. **Didática da Matemática** (cap. 2). Lisboa: Departamento do Ensino Secundário do Ministério da Educação, 1997.

PONTE, João Pedro da; QUARESMA, Marisa; MATA-PEREIRA, Joana; BAPTISTA, Mónica. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional de professores de matemática. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 30, n. 56, p. 868-891, 2016. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n56a01>.

SANTOS, Marli Regina dos. **Um estudo fenomenológico sobre conhecimento geométrico**. 2013. 214 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2013.

SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; MOURA, Amanda Queiroz. O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 17, n. 2, p. 277-293, 2015.

SILVA, Marcio Antonio da. Da teoria à prática: uma análise histórica do desenvolvimento conceitual dos números complexos e suas aplicações. **Revista Brasileira de História da Ciência**, v. 4, n. 1, p. 79-91, 2011. DOI: <https://doi.org/10.53727/rbhc.v4i1.314>.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia**. Campinas: Papirus, 2001.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez editora, 2022.

THOMPSON, Alba G. Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research. In: GROUWS, D.A. (ed.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. New York: Macmillan, 1992. p. 127-146.

TREFFERS, Adrian. **Three Dimensions: a model of goal and theory description in mathematics instruction - The Wiskobas Project**. Dordrecht: Reidel Publishing Company, 1987.

TREVISAN, Eberson Paulo. Contribuições da lógica do desenvolvimento matemático de Irme Lakatos ao trabalho com provas e demonstrações no ensino de matemática. **Revista Educação, Cultura e Sociedade**, v. 3, n. 1, 2013. DOI: <https://doi.org/10.30681/ecs.v3i1.1134>.

TRIPP, David. Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, set.-dez. 2005. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1517-97022005000300009>.

VICENTE, Eliézer Reis; DE FREITAS, Lúcia Gonçalves. Matemática como desobediência político-epistêmica: giro decolonial. **REVELLI-Revista de Educação, Linguagem e Literatura** (ISSN 1984-6576), v. 14, 2022.

WICHNOSKI, Paulo; ALMOULOU, Saddo Ag. A epistemologia implícita das práticas de ensino da matemática. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 8, n. 3, p. 130-140, 2021.

Anexo A: Termo de consentimento Livre e Esclarecido (TCLE)

Olá, somos pesquisadores da área de educação matemática vinculados ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal de Viçosa (UFV), nível Profissional. Este questionário faz parte de uma pesquisa inédita que estou realizando sob a orientação da Professora Marli Duffles Donato Moreira. Gostaríamos de convidá-lo(a) a fazer parte do nosso estudo. Ao responder este questionário, o(a) Sr.(a) está concordando com o Termo de Consentimento proposto. Desde já, agradecemos sua valiosa contribuição em nossa pesquisa.

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

O(a) Sr.(a) está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa **“Concepções epistemológicas da matemática em articulação com a prática docente: uma experiência fundamentada em Lakatos”**. Nesta pesquisa, pretendemos problematizar as concepções epistemológicas dos professores sobre a matemática e sua relação com a prática docente. Esse estudo se justifica pela situação observada nos dados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) que mostra que menos de 10% dos estudantes que concluem o Ensino Médio têm o aprendizado adequado em matemática. Para esta pesquisa, adotaremos os seguintes procedimentos: (1) Aplicação de um questionário inicial aos participantes; (2) Realização de um minicurso abordando Números Complexos sob uma perspectiva de reconstrução racional histórica do conteúdo, alinhada ao Falibilismo de Lakatos; (3) Aplicação de um questionário final, buscando entender as contribuições da experiência para o problema apresentado.

A sua contribuição nesta pesquisa consistirá em responder a dois questionários via Google Forms (um antes do minicurso e outro após) e participar do minicurso dividido em quatro encontros híbridos. O Minicurso abordará o tema de Números Complexos a partir de uma reconstrução racional histórica, alinhada ao Falibilismo de Lakatos. Os dados serão coletados por meio dos 2 questionários, registros documentais e de imagem da participação no minicurso. A privacidade e sigilo dos participantes serão garantidos por meio de borrões nos rostos, e os questionários serão respondidos sem identificação.

Os encontros do minicurso serão em formato híbrido, com participantes de forma presencial ou remota, e acontecerão no primeiro semestre de 2025 (data e horário a serem divulgados com antecedência, por email).

Esclarecemos que os possíveis **riscos** que o(a) participante se submete ao participar da pesquisa são de constrangimento por se sentir exposto, ou ainda sentir-se desconfortável ao refletir sobre aspectos íntimos da prática pedagógica. Para **minimizar os riscos**, informamos que os nomes dos participantes serão omitidos e substituídos por nomes fictícios para evitar eventuais constrangimentos. Assim, sua privacidade será preservada. As perguntas dos questionários serão de cunho pedagógico. Ainda assim, em caso de desconforto o(a) participante poderá se negar a dar qualquer tipo de informação ou mesmo desistir da pesquisa a qualquer momento, sem a necessidade de explicar o motivo. Por fim, esclarecemos que durante a pesquisa o(a) participante terá a liberdade de fazer qualquer pergunta ou questionamento relacionado ao estudo.

Acreditamos que a pesquisa trará benefícios significativos ao promover a reflexão crítica dos futuros professores de matemática sobre suas concepções epistemológicas, possibilitando uma prática pedagógica mais fundamentada e consciente e por contribuir para o campo da didática da matemática, apresentando novas perspectivas para práticas pedagógicas. Sua participação não implicará em **nenhum custo**, nem receberá qualquer benefício financeiro, ou seja, sua participação é voluntária. Apesar disso, diante de eventuais danos, identificados e comprovados, decorrentes da pesquisa, você tem assegurado o direito à **indenização**. Além disso, caso surja algum custo não previsto, decorrente da pesquisa, o(a) participante tem assegurado o direito ao **ressarcimento**. O(a) Sr.(a) tem garantida plena liberdade de recusar-se a participar ou retirar seu consentimento, em qualquer fase da pesquisa, sem

necessidade de comunicado prévio. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma em que o(a) Sr.(a) é atendido(a) pelo pesquisador. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. O(A) Sr.(a) não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar. Seu nome ou o material que indique sua participação não serão liberados sem a sua permissão.

Este termo de consentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, na avenida Peter Henry Rolfs, s/n – Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900, Departamento de Matemática (DMA) e a outra será fornecida a você.

Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa. Depois desse tempo, serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo e confidencialidade, atendendo à legislação brasileira, em especial, à Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, e utilizarão as informações somente para fins acadêmicos e científicos.

Eu, _____, contato _____, fui informado(a) dos objetivos da pesquisa “Concepções epistemológicas da matemática em articulação com a prática docente: uma experiência fundamentada em Lakatos” de maneira clara e detalhada, e esclareci minhas dúvidas. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar, se assim o desejar. Declaro que concordo em participar. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer minhas dúvidas.

Nome do Pesquisador Responsável: Profa. Dra. Marli Duffles Donato Moreira

Endereço: Centro de Ciências Exatas, Departamento de Matemática

Campus Universitário - 36570.000 – Viçosa – MG – BR

Telefone: (31) 3612-2864

E-mail: marliddmoreira@ufv.br

Nome do Pesquisador Mestrando: Frederico de Oliveira e Souza

E-mail: frederico.o.souza@ufv.br

Em caso de discordância ou irregularidades sob o aspecto ético desta pesquisa, você poderá consultar: CEP/UFV – Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos.

Universidade Federal de Viçosa

Edifício Arthur Bernardes, piso inferior

Av. PH Rolfs, s/n – Campus Universitário

Cep: 36570-900

Viçosa/MG

Telefone: (31)3612-2316

Email: cep@ufv.br

www.cep.ufv.br

APÊNDICES

- A)** Questionários inicial e final
- B)** Planos de aula dos encontros do minicurso
- C)** Produto Educacional

Apêndice A: Questionários inicial e final

A1. Questionário final

1. E-mail *

2. Declaro fui informado(a) dos objetivos da pesquisa "**Concepções epistemológicas da Matemática em articulação com a prática docente: uma experiência fundamentada em Lakatos**", de maneira clara e detalhada. Sei que a qualquer momento poderei solicitar novas informações e modificar minha decisão de participar se assim o desejar. Declaro que concordo em participar. Recebi uma via original deste termo de consentimento livre e esclarecido e me foi dada a oportunidade de ler e esclarecer minhas dúvidas (<https://drive.google.com/file/d/1oqr-1BtEQ5apqYDw8osVdL-y04QyBL6/view?usp=sharing>) *

Marcar apenas uma oval.

- Declaro que li e concordo com o termo de consentimento.
- Declaro que li e NÃO concordo com o termo de consentimento.

3. Data de conclusão do Ensino Médio *

4. Ano em que entrou no curso de Licenciatura em Matemática *

5. Considere esta definição (Wikipédia): *
- Epistemologia** (do grego ἐπιστήμη, transl. *episteme*: conhecimento certo, ciência; λόγος, transl. *logos*: discurso, estudo), em sentido estrito, refere-se ao ramo da filosofia que se ocupa do conhecimento científico; é o estudo crítico dos princípios, das hipóteses e dos resultados das diversas ciências, com a finalidade de determinar seus fundamentos lógicos, seu valor e sua importância objetiva. Em uma acepção mais restrita, a epistemologia pode ser identificada com a filosofia da ciência.

Agora, responda: Você já parou para pensar em suas concepções epistemológicas sobre Matemática e a Educação Matemática? Escreva um pouco sobre suas ideias a respeito desta temática.

Nas próximas seções, você encontrará questões em que deve marcar o grau de concordância com as afirmativas apresentadas, sendo (1) para **discordo totalmente** e (5) para **concordo totalmente**.

(Considere uma gradação de 1 a 5)

6. A Matemática é uma descoberta de verdades universais e imutáveis que existem independentemente da mente humana. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<hr/>				
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<hr/>				

7. O ensino da Matemática deve enfatizar mais a busca por verdades absolutas do que as aplicações práticas. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<hr/>				
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<hr/>				

8. Conceitos matemáticos, como números e figuras geométricas, têm existência própria no mundo das ideias. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<hr/>				
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<hr/>				

9. Resolver problemas matemáticos é como "revelar" verdades que sempre estiveram lá, esperando para serem descobertas. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<hr/>				
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<hr/>				

10. A beleza e a perfeição da Matemática são evidências de sua existência em um domínio além do físico e humano. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<hr/>				
<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<hr/>				

11. A Matemática é um sistema de regras e símbolos que podem ser manipulados independentemente do significado desses símbolos. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

12. No ensino escolar, a Matemática deve ser apresentada como um conjunto rigoroso de axiomas e teoremas. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

13. A validade de um conceito matemático depende de sua consistência lógica, não de sua aplicação no mundo real. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

14. Demonstrar teoremas é mais importante do que compreender a origem ou a intuição por trás deles. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

15. A abstração e o rigor lógico são os aspectos mais importantes da Matemática. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

16. A Matemática é uma construção mental, e os conceitos matemáticos não existem independentemente do pensamento humano. *

Marcar apenas uma oval.

1	2	3	4	5
<input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/> <input type="radio"/>				

17. O ensino da Matemática deve incentivar os alunos a construir ativamente seus próprios conceitos matemáticos. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

18. A validade de uma ideia matemática depende mais de sua clareza intuitiva do que de provas formais ou consenso externo. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

19. Algumas questões matemáticas podem não ter resposta, pois nem tudo pode ser construído ou visualizado intuitivamente. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

20. Experiências pessoais e subjetivas têm um papel fundamental no desenvolvimento da Matemática. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

21. A Matemática é uma ciência que estuda estruturas que podem ser observadas no mundo físico e natural. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

22. No ensino, os conceitos matemáticos devem ser relacionados a fenômenos naturais e experiências do cotidiano. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

23. A Matemática evolui em resposta a necessidades práticas e observações empíricas, como na Física ou na Biologia. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

24. A pesquisa matemática deve ser guiada por sua utilidade para outras ciências ou para resolver problemas reais. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

25. A Matemática é inseparável das condições materiais e culturais nas quais ela é praticada. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

26. A Matemática é um processo de conjecturas e refutações, em constante evolução. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

27. No ensino, os alunos devem ser incentivados a propor hipóteses e testar ideias, mesmo que sejam refutadas. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

28. Os conceitos matemáticos não são verdades absolutas, mas produtos de debates e críticas históricas. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

29. Resolver problemas matemáticos é um processo dinâmico e criativo, com espaço para erros e revisões. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

30. A história da Matemática, com suas controvérsias e mudanças, é fundamental para entender a natureza da disciplina. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

31. Na sua visão, qual o papel do professor e qual o papel do aluno na sala de aula? *

32. Na sua experiência como estudante (na escola básica e na universidade), qual a sua percepção em relação à prática docente e as concepções epistemológicas de seus professores? *

33. Em sua opinião, há relação entre a concepção epistemológica do professor e sua prática docente em sala de aula? Quais aspectos dessas concepções epistemológicas você considera mais relevantes para a prática pedagógica na Matemática? *

A2. Questionário final

1. E-mail *

Nas próximas seções, você encontrará questões em que deve marcar o grau de concordância com as afirmativas apresentadas, sendo (1) para **discordo totalmente** e (5) para **concordo totalmente**.

(Considere uma graduação de 1 a 5)

2. A Matemática é uma descoberta de verdades universais e imutáveis que existem independentemente da mente humana. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

3. O ensino da Matemática deve enfatizar mais a busca por verdades absolutas do que as aplicações práticas. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

4. Conceitos matemáticos, como números e figuras geométricas, têm existência própria no mundo das ideias. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

5. Resolver problemas matemáticos é como "revelar" verdades que sempre estiveram lá, esperando para serem descobertas. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

6. A beleza e a perfeição da Matemática são evidências de sua existência em um domínio além do físico e humano. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

7. A Matemática é um sistema de regras e símbolos que podem ser manipulados independentemente do significado desses símbolos. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

8. No ensino escolar, a Matemática deve ser apresentada como um conjunto rigoroso de axiomas e teoremas. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

9. A validade de um conceito matemático depende de sua consistência lógica, não de sua aplicação no mundo real. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

10. Demonstrar teoremas é mais importante do que compreender a origem ou a intuição por trás deles. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

11. A abstração e o rigor lógico são os aspectos mais importantes da Matemática. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

12. A Matemática é uma construção mental, e os conceitos matemáticos não existem independentemente do pensamento humano. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

13. O ensino da Matemática deve incentivar os alunos a construir ativamente seus próprios conceitos matemáticos. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

14. A validade de uma ideia matemática depende mais de sua clareza intuitiva do que de provas formais ou consenso externo. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

15. Algumas questões matemáticas podem não ter resposta, pois nem tudo pode ser construído ou visualizado intuitivamente. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

16. Experiências pessoais e subjetivas têm um papel fundamental no desenvolvimento da Matemática. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

17. A Matemática é uma ciência que estuda estruturas que podem ser observadas no mundo físico e natural. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

18. No ensino, os conceitos matemáticos devem ser relacionados a fenômenos naturais e experiências do cotidiano. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

19. A Matemática evolui em resposta a necessidades práticas e observações empíricas, como na Física ou na Biologia. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

20. A pesquisa matemática deve ser guiada por sua utilidade para outras ciências ou para resolver problemas reais. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

21. A Matemática é inseparável das condições materiais e culturais nas quais ela é praticada. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

22. A Matemática é um processo de conjecturas e refutações, em constante evolução. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

23. No ensino, os alunos devem ser incentivados a propor hipóteses e testar ideias, mesmo que sejam refutadas. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

24. Os conceitos matemáticos não são verdades absolutas, mas produtos de debates e críticas históricas. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

25. Resolver problemas matemáticos é um processo dinâmico e criativo, com espaço para erros e revisões. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

26. A história da Matemática, com suas controvérsias e mudanças, é fundamental para entender a natureza da disciplina. *

Marcar apenas uma oval.

1 2 3 4 5

27. Na sua visão, qual o papel do professor e qual o papel do aluno na sala de aula? *

28. Na sua experiência como estudante (na escola básica e na universidade), qual a sua percepção em relação à prática docente e as concepções epistemológicas de seus professores? *

29. Em sua opinião, há relação entre a concepção epistemológica do professor e sua prática docente em sala de aula? Quais aspectos dessas concepções epistemológicas você considera mais relevantes para a prática pedagógica na Matemática? *

Apêndice B: Planos de Aula dos encontros do minicurso

B1. 1º encontro



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
“NÚMEROS COMPLEXOS: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos”

PLANO DE AULA – PRIMEIRO ENCONTRO DO MINICURSO

Professor/Pesquisador (mestrando): **Frederico de Oliveira e Souza**

Data do encontro: 28/05/2025 Horário: 16:00 às 17:20

Participantes: 14 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFV que fazem parte do PIBID

CONTEÚDOS A SEREM ABORDADOS:

- ✓ Algumas concepções epistemológicas da Matemática e sua articulação com a prática docente.
- ✓ Relação entre Didática da Matemática e a Concepção Epistemológica do/a Professor/a.

OBJETIVOS A SEREM ALCANÇADOS:

- ✓ Compreender as principais características das concepções epistemológicas.
- ✓ Identificar como essas visões influenciam práticas de ensino de matemática.
- ✓ Estimular a reflexão crítica sobre as próprias crenças epistemológicas.
- ✓ Elaborar estratégias didáticas coerentes com diferentes visões da matemática.

RECURSOS DIDÁTICOS NECESSÁRIOS:

- ✓ Notebook e projetor para slides.
- ✓ Folhas impressas do Anexo I (estudos de casos pedagógicos) e do Anexo II (atividade para casa).

PROCEDIMENTOS:

Atividade prévia (feita pelos participantes *antes* do encontro)

Antes do encontro, os participantes deverão ter feito as seguintes atividades:

- Responder ao questionário da pesquisa (disponível em: <https://forms.gle/Yzi85ugRkLMr7gVN9>).
 - Assistir um vídeo que explora o Teorema da Incompletude de Gödel e suas implicações para a ideia de certeza na matemática (disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=Ienrms--UzY&authuser=0>).
 - Ler um texto (parte do capítulo 2 do livro **Didática da Matemática**, de João Pedro da Ponte, Ana Maria Boavida, Margarida Graça e Paulo Abrantes (1997)) e responder às seguintes questões (via Classroom):
1. Como a concepção de que os objetos matemáticos são criações humanas (ao invés de entidades eternas e imutáveis) pode influenciar a maneira como ensinamos e aplicamos a matemática em contextos contemporâneos, considerando a intersecção de diferentes culturas e experiências?
 2. De que forma as influências sociais, históricas e culturais do século XVII, mencionadas no texto, moldaram as concepções matemáticas que temos hoje? Como essa compreensão pode ser utilizada para enriquecer o currículo de matemática nas escolas modernas?

3. Considerando que a matemática muitas vezes é vista como uma ciência baseada em verdades absolutas, como podemos reconciliar essa perspectiva com a ideia de que as verdades matemáticas são moldadas por contextos sociais e culturais? Isso altera a forma como percebemos a educação matemática e a formação de novos matemáticos?

Discussão inicial (15 minutos)

O encontro será iniciado com a seguinte provocação: “Quando se fala em Matemática, o que você pensa? Qual a primeira coisa que vem à sua mente? Que espaço a Matemática ocupa na sua mente?”. Em seguida, será conduzida uma discussão acerca do que é Matemática, epistemologicamente falando. É uma ciência? Uma linguagem? É descoberta ou inventada?

Apresentação de algumas concepções (15 minutos)

Nesse momento serão apresentadas, em linhas gerais, algumas concepções epistemológicas da Matemática (platonismo, idealismo, racionalismo, empiricismo, logicismo, construtivismo, formalismo e falibilismo), com foco no platonismo, construtivismo e falibilismo. Para isso, serão utilizados exemplos práticos para entender a forma como cada concepção aborda um tema específico de Matemática (por exemplo: ensino de frações, de teoremas, resolução de equações, etc.).

Estudo de casos pedagógicos (30 minutos)

Os alunos serão divididos em cinco grupos de 2 a 3 pessoas e cada grupo receberá um caso pedagógico (Anexo D). Eles terão 10 minutos para análise e discussão desse caso pedagógico, devendo identificar:

- Qual a concepção epistemológica do/a professor/a?
- Quais os indícios dessa concepção na prática te fizeram identificá-la?
- Quais são as potencialidades dessa abordagem? E quais são as fragilidades?

Após a análise e discussão feitas em grupo, todos os grupos socializarão as experiências e reflexões acerca das abordagens e as concepções que as sustentam. Serão reservados até 20 minutos para essa socialização.

Discussão final (10 minutos)

Ao final, cada participante deverá responder à mão, em folhas impressas do Anexo III, às seguintes perguntas:

- Com qual concepção você mais se identifica? Por quê?
- É possível integrar elementos de diferentes abordagens?
- Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?

Após a discussão, os participantes serão apresentados à atividade que devem fazer em casa, antes do próximo encontro. Consiste na elaboração (em duplas ou trios), de uma proposta de aula inspirada em uma das concepções abordadas. O roteiro para elaboração da proposta de aula está no Anexo II.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- ✓ BECKER, Fernando. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 33, n. 65, p.963-987, 2019.
- ✓ CARDOSO, Virgínia Cardia. Revisitando o quase empirismo de Imre Lakatos e refletindo sobre a Educação Matemática. *Eventos Pedagógicos*, v. 9, n. 2, p.822-846, 2018.
- ✓ PONTE, J. P.; BOAVIDA, A. M.; GRAÇA, M.; ABRANTES, P. Didática da matemática (cap. 2). Lisboa: Departamento do Ensino Secundário do Ministério da Educação, 1997.
- ✓ SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; MOURA, Amanda Queiroz. O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. *Acta Scientiae*, Canoas, v. 17, n. 2, p. 277-293, 2015.

OBSERVAÇÕES E ANOTAÇÕES FEITAS DURANTE E APÓS A AULA:

ANEXO I – Estudo de casos pedagógicos

CASO 1

Contexto: O professor Matheus leciona Matemática para o 2º ano do Ensino Médio em uma escola particular de referência na cidade. Com formação sólida em Matemática e pós-graduação em Filosofia da Matemática, Matheus acredita que ensinar é conduzir os alunos ao encontro das verdades lógicas e universais que regem a matemática.

Situação didática: Durante uma sequência de aulas sobre funções exponenciais, Matheus opta por iniciar com uma abordagem teórica. Ele escreve no quadro:

“Uma função exponencial é toda função do tipo $f(x)=a^x$, com $a>0$ e $a\neq 1$. Vamos analisar seu comportamento matemático.”

Ao longo da aula, ele conduz demonstrações rigorosas sobre domínio, crescimento, assíntotas e variações da função, sem recorrer a aplicações ou contextos do cotidiano. Utiliza o quadro, um compêndio de funções, e exercícios simbólicos.

Quando a aluna Júlia pergunta: “Professor, onde usamos essa função na vida real?”

Ele responde: “Isso é secundário agora. A matemática precisa ser compreendida primeiro em sua forma pura. Depois, vocês podem encontrar aplicações.”

Ao aplicar uma atividade avaliativa, muitos alunos demonstram dificuldades conceituais e operacionais. Durante uma reunião pedagógica, a coordenadora sugere a Matheus que explore situações contextualizadas, mas ele retruca: “Se trouxermos sempre o concreto, os alunos não vão aprender a pensar matematicamente.”

Perguntas:

- Qual a provável concepção epistemológica do/a professor/a?
- Quais os indícios dessa concepção na prática docente que te fizeram identificá-la?
- Quais são as potencialidades dessa abordagem? E quais são as fragilidades?

CASO 2

Contexto: A professora Camila leciona Matemática para uma turma do 6º ano em uma escola pública de tempo integral. Participa de um projeto de formação continuada que valoriza metodologias ativas e aprendizagem significativa. Ela acredita que o aluno aprende melhor quando manipula, experimenta e constrói o conhecimento.

Situação didática: Na sequência didática sobre frações, Camila organiza uma aula com estações de aprendizagem. Em uma das estações, os alunos exploram discos fracionários para representar e comparar partes do inteiro. Em outra, jogam um dominó de equivalência. Ao final, reúnem-se para sistematizar as descobertas.

Ela evita iniciar a aula com definições formais e, ao circular entre os grupos, estimula a argumentação:

“Como você sabe que essa parte é um terço?”, “Dá para montar o inteiro de outra forma?”, “Isso funciona sempre ou só nesse exemplo?”.

Ao final, propõe a construção colaborativa de um mural com as representações e equivalências descobertas. Alguns alunos demonstram avanços significativos, mas outros ainda confundem a notação ou não compreendem plenamente o significado de fração.

Em reunião com a equipe, um colega questiona: “Camila, será que falta um pouco mais de formalização nas suas aulas?”

Ela responde: “A formalização vem com o tempo. Primeiro, eles precisam compreender o que estão fazendo com sentido.”

Perguntas:

- Qual a provável concepção epistemológica do/a professor/a?
- Quais os indícios dessa concepção na prática docente que te fizeram identificá-la?
- Quais são as potencialidades dessa abordagem? E quais são as fragilidades?

CASO 3

Contexto: O professor João leciona Matemática no 9º ano de uma escola estadual. Seu percurso é marcado por estudos em Educação Matemática Crítica e História da Ciência. João acredita que a matemática é uma construção humana, cultural e histórica, e que o erro é parte essencial da caminhada.

Situação didática: Em uma aula sobre geometria plana, João propõe o seguinte dilema histórico: “Na Grécia Antiga, acreditava-se que a soma dos ângulos de qualquer triângulo era sempre 180° . Mas e se isso não fosse verdade em todo lugar do universo?”

Ele propõe que os alunos testem essa ideia com papel, régua e transferidor. Alguns encontram somas ligeiramente diferentes, e ele os provoca: “Será que vocês erraram? Ou será que há outros tipos de geometria?”

Na aula seguinte, João apresenta brevemente as geometrias não-euclidianas e mostra como ideias matemáticas foram contestadas, corrigidas e reformuladas ao longo da história. Ele propõe que os alunos elaborem um pequeno texto: “O que significa errar em matemática?”

Durante o conselho de classe, uma professora comenta que os alunos gostam muito das aulas de João, mas que às vezes ele “filosofa demais e resolve de menos”.

João responde: “Se os alunos compreenderem que a matemática é um saber humano, imperfeito e mutável, eles aprendem a pensar, não só a calcular.”

Perguntas:

- Qual a provável concepção epistemológica do/a professor/a?
- Quais os indícios dessa concepção na prática docente que te fizeram identificá-la?
- Quais são as potencialidades dessa abordagem? E quais são as fragilidades?

ANEXO II – Modelo de ficha de aula

Integrantes: _____

Data: _____ Concepção epistemológica escolhida: _____

1. Tema matemático da aula

(Ex: Frações, função afim, geometria, estatística, etc.)

2. Ano ou série

(Ex: 7º ano do Ensino Fundamental / 2º ano do Ensino Médio)

3. Objetivo(s) da aula

(O que se espera que os alunos compreendam ou sejam capazes de fazer ao final da aula?)

4. Concepção epistemológica adotada – fundamentos

(Explique como a concepção escolhida influencia sua proposta de aula. Que visão de matemática está presente?)

5. Estratégia de ensino

(Descreva como a aula será conduzida: metodologia, etapas, condução das atividades)

6. Papel do professor

(Como o professor atua nessa aula? Ex: expositor, mediador, provocador, orientador etc.)

7. Papel do aluno

(Como os alunos participam da aula? Ex: ouvintes, experimentadores, questionadores, debatedores etc.)

8. Recursos didáticos

(Ex: quadro, livro, régua, calculadora, materiais manipulativos, vídeos, textos históricos etc.)

9. Avaliação da aprendizagem

(Como será possível perceber se os alunos aprenderam? Que instrumentos serão usados?)

10. Possíveis desafios e como trabalhá-los na prática docente

(Antecipe dificuldades que podem surgir e estratégias para lidar com elas.)

ANEXO III – Perguntas para reflexão

Com qual concepção você mais se identifica? Por quê?

É possível integrar elementos de diferentes abordagens?

Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?

Com qual concepção você mais se identifica? Por quê?

É possível integrar elementos de diferentes abordagens?

Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?

Com qual concepção você mais se identifica? Por quê?

É possível integrar elementos de diferentes abordagens?

Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?

Com qual concepção você mais se identifica? Por quê?

É possível integrar elementos de diferentes abordagens?

Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?

B2. 2º encontro



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
“NÚMEROS COMPLEXOS: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos”

PLANO DE AULA – SEGUNDO ENCONTRO DO MINICURSO

Professor/Pesquisador: **Frederico de Oliveira e Souza**

Data do encontro: 04/06/2025 Horário: 16:00 às 17:20

Participantes: 14 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFV que fazem parte do PIBID

CONTEÚDOS A SEREM ABORDADOS:

- ✓ Contexto histórico-cultural do surgimento dos Números Complexos.
- ✓ Breve história do desenvolvimento dos Números Complexos.

OBJETIVOS A SEREM ALCANÇADOS:

- ✓ Compreender a gênese dos Números Complexos como uma resposta a problemas irrisolúveis no campo da álgebra clássica.
- ✓ Analisar criticamente o papel do erro e da contradição na **construção dos conceitos matemáticos**, segundo a **perspectiva falibilista**.
- ✓ Refletir sobre os erros e como as definições matemáticas se transformam diante de contraexemplos e tensões epistemológicas.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- ✓ Notebook e projetor para slides.
- ✓ Folhas impressas dos Anexos I, II e III.

PROCEDIMENTOS:

Avaliação Diagnóstica Reflexiva (10 minutos)

O encontro será iniciado com uma avaliação diagnóstica, buscando explorar concepções prévias e iniciar a problematização em relação aos objetos matemáticos. Os participantes receberão folhas impressas do Anexo I com uma pergunta discursiva e algumas afirmações que devem ser classificadas em (V) verdadeiras, (F) falsas ou (D) em ‘dúvida’. Essa atividade será feita em até 5 minutos. Em seguida, será conduzida uma discussão acerca das respostas dos participantes e será feita a seguinte indagação: “Como as provas e refutações¹ acontecem no “mundo da Matemática”? Como a criação/descoberta dos objetos matemáticos ocorre historicamente?”

¹ Destruir com razões de peso o que outrem estabeleceu.

“**refutação**”, in Dicionário Priberam da Língua Portuguesa [em linha], 2008-2025, <https://dicionario.priberam.org/refuta%C3%A7%C3%A3o>.

Eixo Conceitual e Histórico (20 minutos)

Nesse momento do encontro será feita uma exposição dialogada juntamente de uma problematização guiada. Os conteúdos envolvem:

- Contextualização: o problema das raízes negativas nas equações do 2º e 3º graus.
- Tartaglia (1500-1557), del Ferro (1465-1526) e Cardano (1501-1576): soluções de equações de 3º grau ($x^3 = px + q$), caso particular $x^3 = 15x + 4$.
- Rafael Bombelli (1526-1572) e as soluções formais com radicais negativos.
- O paradoxo do número ‘imaginário’: impasse conceitual e resistência filosófica.
- O surgimento de i como símbolo ‘estabilizador’ (Euler, século XVIII).
- Crítica epistemológica: o número complexo como objeto de estudo da ontologia (o objeto matemático sem validação formal).
- Gauss (1777-1855), Hamilton (1805-1865)

Aplicação da Reconstrução Racional Histórica de Lakatos (15 minutos)

Nesse momento, busca-se analisar a construção dos Números Complexos à luz da metodologia da reconstrução racional, proposta por Imre Lakatos, e aplicá-la à resolução de uma crise conceitual matemática real.

Os participantes receberão folhas impressas do Anexo II (trecho narrativo de uma prova informal que enfrenta um contraexemplo, no estilo dos ensaios propostos no livro *Proofs and Refutations* (Lakatos, 1976)). Em seguida, serão orientados a analisar a situação a partir do seguinte roteiro de reflexão guiada:

- Qual era o problema matemático que os matemáticos buscavam resolver?
- Que tipo de obstáculo lógico ou técnico surgiu durante a tentativa de aplicar métodos consagrados?
- Por que esse obstáculo ameaçava o ‘programa de pesquisa²’ (buscar soluções para equações de grau 2 e 3)?
- Como os matemáticos reagiram ao impasse?
- Houve abandono do programa ou reelaboração das suas ferramentas?
- Quais conceitos foram preservados (como a ideia de solução ou de número)?
- Quais precisaram ser transformados (como a natureza dos números ou a ideia de existência)?
- Eles ‘nasceram’ como ‘ficção útil’ ou como ampliação coerente do sistema?
- O que caracteriza esse episódio como exemplo de evolução do conhecimento via reconstrução racional?

Ao final da reflexão e discussão, destacar que Lakatos via a Matemática como um processo contínuo de crítica interna e reconstrução conceitual, e que o tema dos Números Complexos é exemplar nesse sentido.

² Um **programa de pesquisa** é um conjunto de **teorias** e técnicas utilizadas por uma comunidade científica. O termo foi introduzido na **filosofia da ciência** por Imre Lakatos.¹¹ Lakatos defendia a necessidade de um pluralismo teórico, ou seja, a concorrência de programas de pesquisa, mesmo quando conflitantes, é o que move o progresso do conhecimento.

Formalização, Discussão e Reflexão Final (15 minutos)

Será apresentada a definição formal do conjunto dos Números Complexos e conduzida uma discussão sobre o papel de Gauss e Hamilton na formalização da estrutura desses números. Em seguida, dando continuidade à discussão, os participantes serão questionados se “a Matemática evolui por provas e/ou refutações”, e “até que ponto os Números Complexos são um exemplo paradigmático de perspectiva epistemológica falibilista”. Ao final, receberão folhas impressas do Anexo III (Avaliação Didática) e deverão respondê-las à mão.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- ✓ CARDOSO, Virginia Cardia. Revisitando o quase empirismo de Imre Lakatos e refletindo sobre a Educação Matemática. *Eventos Pedagógicos*, v. 9, n. 2, p.822-846, 2018.
- ✓ GARBI, Gilberto Geraldo. **O romance das equações algébricas**. Editora Livraria da Física, 2009.
- ✓ GONÇALVES, Rogério dos Reis; SANTOS, Rafael Goulart de Andrade. O Problema Do Tesouro: Três Abordagens De Resolução Do Enigma. **RECET-Revista de Ciências Exatas e Tecnológicas**, v. 1, p. e012403-e012403, 2024.
- ✓ SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; MOURA, Amanda Queiroz. O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. *Acta Scientiae*, Canoas, v. 17, n. 2, p. 277-293, 2015.

OBSERVAÇÕES E ANOTAÇÕES FEITAS DURANTE E APÓS A AULA:

ANEXO I – Avaliação Diagnóstica

1) Que problemas os números complexos resolvem?

2) Para cada uma das afirmações abaixo, assinale V para verdadeiro ou F para falso, ou D para os casos de 'dúvida'.

- O surgimento dos números complexos está diretamente relacionado à busca por soluções de equações polinomiais que não admitiam raízes reais.
- Toda equação do segundo grau com coeficientes reais possui duas raízes no conjunto dos números reais.
- Se uma equação quadrática com coeficientes reais não corta o eixo x, isso indica que suas raízes são complexas.
- Toda equação cúbica com coeficientes reais possui três raízes reais e distintas.
- As raízes complexas de equações com coeficientes reais aparecem sempre em pares de números conjugados.
- A geometria tradicional no plano cartesiano real é suficiente para representar todas as raízes de equações polinomiais.
- Em termos geométricos, os números complexos podem ser representados como vetores no plano, e suas operações correspondem a transformações como rotações e dilatações.
- O uso de números complexos ampliou a capacidade da Matemática de representar soluções com significado geométrico e físico em diversos contextos, como eletricidade e mecânica quântica.

Anexo II – Trecho Narrativo: ensaio Lakatosiano

Professor: Hoje retomaremos uma questão que desafiou a matemática por séculos: a raiz quadrada de números negativos. Começemos com a equação $x^2 + 1 = 0$. Alguma ideia sobre por que ela foi considerada problemática?

Sigma: Porque não há número real que satisfaça essa equação. Todo número ao quadrado dá resultado positivo. Logo, a equação não tem solução.

Gamma: Justamente. Aceitar $\sqrt{-1}$ seria contradizer os próprios axiomas da aritmética real. A introdução de tal símbolo viola a coerência lógica do sistema.

Delta: Mas espere. Historicamente, os matemáticos não pararam aí. Mesmo que parecesse absurdo, começaram a manipular essas expressões formalmente — e, por incrível que pareça, obtinham resultados corretos.

Professor: Há um caso emblemático: Rafael Bombelli, ao resolver $x^3 = 15x + 4$, chega à fórmula:

$$x = \sqrt[3]{2 + \sqrt{-121}} + \sqrt[3]{2 - \sqrt{-121}}$$

uma expressão incompreensível à luz dos números reais. Mas ao desenvolver os cálculos, a solução que emerge é real: $x = 4$.

Gamma: Isso é um truque! Um erro com resultado certo ainda é erro. Não devemos aceitar expressões que não têm definição rigorosa.

Delta: Mas o resultado é verificável. Se substituirmos $x = 4$ na equação original, a igualdade se mantém. Isso não conta como evidência?

Sigma: Evidência empírica não é prova matemática. Estamos tratando de coerência, não de aproximações.

Professor: Estamos, então, diante de um impasse. De um lado, uma expressão sem significado formal. De outro, um resultado correto obtido por métodos “impróprios”. O que se faz nesse caso?

Theta: É nesse ponto que a história da matemática avança. O erro forçou uma revisão do conceito de número. A raiz quadrada de -1 , antes absurda, tornou-se o símbolo i , e com isso nasceu o conjunto dos números complexos.

Gamma: Mas que garantia temos de que isso não corrompe o edifício da matemática?

Professor: Nenhuma. É justamente aí que entra o pensamento de Lakatos. Segundo ele, a Matemática progride não por provas definitivas, mas por um processo dialético: conjecturas, refutações, ajustes e reinterpretções. Bombelli cometeu, talvez, um erro — mas foi um erro fértil, como diria Lakatos.

Delta: Então, em vez de rejeitar a expressão com $\sqrt{-121}$, aceitamos o contra exemplo como uma oportunidade de revisão?

Professor: Exatamente. O “erro” revelou uma limitação da definição existente. A resposta não foi abandonar o programa algébrico, mas expandi-lo — reconstruindo racionalmente o conceito de número. Criamos um novo domínio, \mathbb{C} , onde as soluções “proibidas” se tornam legítimas.

Sigma: Mas isso não é um risco para a pureza da Matemática?

Theta: Ao contrário. É sua força vital. A história mostra que conceitos centrais se estabilizam após sobreviverem a crises conceituais profundas. Foi assim com o infinito, com o irracional e agora com o complexo.

Professor: E com isso, chegamos a um ponto fundamental: a Matemática não é apenas um sistema fechado de verdades eternas. Ela é uma atividade humana, repleta de controvérsias, reformulações e heurísticas. O nascimento dos números complexos não é apenas um episódio técnico — é um exemplo paradigmático de reconstrução racional.

ANEXO III – Avaliação Didática

1. O que eu aprendi hoje?

2. Como as atividades de hoje modificaram (ou não) minha concepção da Matemática e do seu ensino?

1. O que eu aprendi hoje?

2. Como as atividades de hoje modificaram (ou não) minha concepção da Matemática e do seu ensino?

1. O que eu aprendi hoje?

2. Como as atividades de hoje modificaram (ou não) minha concepção da Matemática e do seu ensino?

1. O que eu aprendi hoje?

2. Como as atividades de hoje modificaram (ou não) minha concepção da Matemática e do seu ensino?

B3. 3º encontro



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
“NÚMEROS COMPLEXOS: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos”

PLANO DE AULA – TERCEIRO ENCONTRO DO MINICURSO

Professor/Pesquisador: **Frederico de Oliveira e Souza**

Data do encontro: 11/06/2025 Horário: 16:00 às 17:20

Participantes: 14 alunos do curso de Licenciatura em Matemática da UFV que fazem parte do PIBID

CONTEÚDOS A SEREM ABORDADOS:

- ✓ Discussão didático-epistemológica sobre o Problema do Tesouro.
- ✓ Discussão sobre a relação entre as concepções epistemológicas e a prática docente a partir da experiência do minicurso.

OBJETIVOS A SEREM ALCANÇADOS:

- ✓ Estimular a reflexão sobre os conhecimentos construídos ao longo do minicurso, especialmente em relação à abordagem histórico-falibilista dos Números Complexos e suas implicações para o ensino.
- ✓ Avaliar a compreensão conceitual e epistemológica dos participantes sobre os temas abordados (anexo e nuvem de palavras).
- ✓ Desenvolver habilidades de argumentação, escuta e diálogo, por meio da socialização das reflexões escritas, favorecendo a construção coletiva de saberes docentes.
- ✓ Incentivar os futuros professores a repensarem sua prática pedagógica à luz de concepções epistemológicas mais críticas e contextualizadas da Matemática.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- ✓ Notebook e projetor para slides.
- ✓ Folhas impressas do Anexo I.

PROCEDIMENTOS:

Primeiro momento (15 minutos)

A atividade terá início com uma discussão sobre o Problema do Tesouro, que os participantes deverão ter resolvido previamente. Serão debatidas as diferentes formas de resolução, os métodos empregados e os conceitos matemáticos mobilizados. Em seguida, a proposta será analisada sob uma perspectiva didático-epistemológica, considerando sua relevância para o ensino de Matemática e a articulação com a abordagem histórica e falibilista apresentada no minicurso.

Segundo momento (15 minutos)

Concluída a discussão sobre o Problema do Tesouro, os participantes realizarão uma Avaliação Somativa (Anexo I), com o objetivo de verificar a compreensão dos conteúdos trabalhados e a efetividade da concepção epistemológica e da metodologia adotadas ao longo do minicurso.

Terceiro momento (30 minutos)

Os participantes terão 10 minutos para responder, de forma individual, às perguntas do Anexo II, utilizando um site de criação de nuvens de palavras (<https://www.mentimeter.com/pt-BR/features/word-cloud>). Cada pergunta abordará um dos seguintes temas: as concepções epistemológicas da Matemática e sua relação com a prática docente, a abordagem histórica e falibilista do conteúdo de Números Complexos, e a perspectiva de um ensino mais crítico e reflexivo da Matemática. As respostas dos participantes serão inseridas diretamente no site, que gerará, em tempo real, três nuvens de palavras, uma para cada pergunta. Após a visualização coletiva das nuvens, será promovido um momento de análise e discussão, no qual os participantes poderão comentar sobre os termos mais recorrentes, interpretar os sentidos atribuídos pelo grupo e refletir sobre os possíveis encaminhamentos dessas ideias para a prática pedagógica.

Essa dinâmica visa promover a escuta ativa, a troca de ideias e o exercício da argumentação, reforçando o caráter colaborativo e reflexivo do minicurso. Além de avaliar a aprendizagem dos conteúdos, esse momento final busca valorizar a pluralidade de perspectivas e incentivar o diálogo entre futuros professores, aproximando teoria e prática em um ambiente de formação crítica e compartilhada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS:

- ✓ BECKER, Fernando. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 33, n. 65, p.963-987, 2019.
- ✓ CARDOSO, Virgínia Cardia. Revisitando o quase empirismo de Imre Lakatos e refletindo sobre a Educação Matemática. *Eventos Pedagógicos*, v. 9, n. 2, p.822-846, 2018.
- ✓ GARBI, Gilberto Geraldo. **O romance das equações algébricas**. Editora Livraria da Física, 2009.
- ✓ GONÇALVES, Rogério dos Reis; SANTOS, Rafael Goulart de Andrade. O Problema Do Tesouro: Três Abordagens De Resolução Do Enigma. *RECET-Revista de Ciências Exatas e Tecnológicas*, v. 1, p. e012403-e012403, 2024.
- ✓ PONTE, J. P.; BOAVIDA, A. M.; GRAÇA, M.; ABRANTES, P. Didática da matemática (cap. 2). Lisboa: Departamento do Ensino Secundário do Ministério da Educação, 1997.
- ✓ SILVA, Guilherme Henrique Gomes da; MOURA, Amanda Queiroz. O falibilismo de Lakatos e o trabalho com investigações matemáticas em sala de aula: possíveis aproximações. *Acta Scientiae*, Canoas, v. 17, n. 2, p. 277-293, 2015.
- ✓ SILVA, Marcio Antonio da. Da teoria à prática: uma análise histórica do desenvolvimento conceitual dos números complexos e suas aplicações. *Revista Brasileira de História da Ciência*, v. 4, n. 1, p. 79-91, 2011.

OBSERVAÇÕES E ANOTAÇÕES FEITAS DURANTE E APÓS A AULA:

ANEXO I – Avaliação Somativa


A partir do texto abaixo e com base nas discussões realizadas no decorrer deste minicurso, escreva um breve parágrafo sobre suas ideias e reflexões sobre esta temática, justificando.

"Os Números Complexos não foram simplesmente 'descobertos', mas sim construídos a partir de uma necessidade teórica e prática. A partir de sua construção, suas propriedades foram descobertas." (Autoria própria, 2025)

ANEXO II – Avaliação Final (Nuvem de Palavras)

1. De que maneira a concepção epistemológica da Matemática relaciona-se com a prática docente do professor?
2. Na sua opinião, que contribuições a abordagem histórica e falibilista pode trazer para as aulas de Matemática?
3. Você considera possível ensinar Matemática, especialmente conteúdos mais abstratos como os Números Complexos, de forma crítica e reflexiva? Como faria isso em sala de aula?
4. Expresse em 3 palavras a sua experiência no minicurso *NÚMEROS COMPLEXOS: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos*.

Apêndice C: Produto Educacional (acesse [clikando aqui](#))




UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA



Produto Educatonal

*Números Complexos:
uma abordagem pedagógica a
partir de Lakatos*

FREDERICO DE OLIVEIRA E SOUZA
MARLI DUFFLES DONATO MOREIRA



VIÇOSA/MINAS GERAIS
2025

Sumário

1. Apresentação	3
2. Discussão teórica	5
2.1. <i>Educação Matemática Realística:</i> <i>perspectivas de Hans Freudenthal</i>	5
2.2. <i>Epistemologia do Professor de Matemática:</i> <i>perspectivas de Fernando Becker</i>	6
3. Imre Lakatos	7
4. Números Complexos: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos	8
5. Proposta de Atividade	18
Referências	21





1. Apresentação

Prezados(as) professores(as),

Meu nome é Frederico de Oliveira e Souza. Sou licenciado em matemática pela UFV e há 5 anos leciono na rede privada de ensino de Viçosa-MG, no ensino fundamental II e médio.

Apresento este Produto Educacional, elaborado a partir da minha pesquisa de mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa (PPGECM/UFV), sob a orientação da Profa. Marli Duffles Donato Moreira.

A pesquisa teve início a partir do entendimento de que poucos professores de matemática refletem sobre a relação entre sua prática docente e suas concepções epistemológicas da matemática. Tal desvinculação, de acordo com os resultados

obtidos, traz diversas dificuldades para a sala de aula, o que acarreta resultados negativos no aprendizado.

Assim, este trabalho teve como foco investigar as relações entre as concepções epistemológicas da matemática com as práticas docentes. A experiência se realizou por meio de um minicurso com estudantes da Licenciatura em Matemática da UFV.

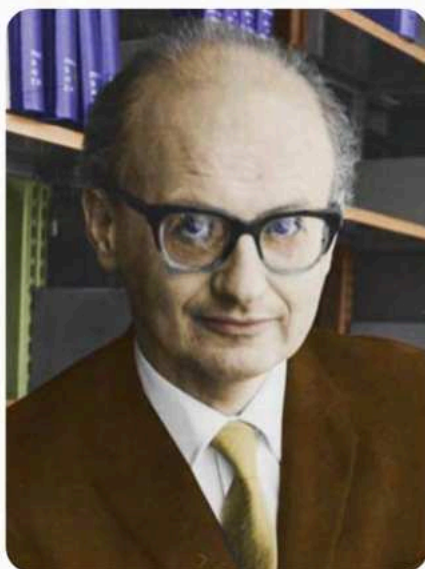
Este Produto Educacional, na forma de um Caderno Didático, tem como objetivo principal promover reflexões sobre a relação entre a prática docente e as concepções epistemológicas da matemática. Para isso, apresentamos a didática da matemática sob a ótica de Hans Freudenthal e Fernando Becker, cujas contribuições



possibilitam compreender a matemática como atividade humana, situada em contextos sociais e culturais, e o ensino como um processo que ultrapassa a simples transmissão de conteúdos.

Soma-se a esse referencial a perspectiva falibilista de Imre Lakatos que nos convida a repensar a matemática enquanto construção histórica e sujeita a revisões, abrindo espaço para práticas pedagógicas mais dialógicas e investigativas.

Imre Lakatos



Ao longo do Caderno Didático, são apresentadas brevemente as bases teóricas que sustentam a proposta e as atividades desenvolvidas com os licenciandos, juntamente dos planos de aula para utilização pelos professores que tiverem interesse.

Este Produto Educacional tem o intuito de promover reflexões sobre a relação entre a prática docente e as concepções de matemática que a atravessam.

A expectativa é que este Caderno Didático possa inspirar educadores a explorarem novas possibilidades didáticas, contribuindo para um ensino mais crítico, contextualizado e significativo.

Viçosa,
03 de setembro de 2025

Frederico de Oliveira



2. Discussão teórica

2.1. Educação Matemática Realística: perspectivas de Hans Freudenthal

A Educação Matemática Realística (EMR) é a abordagem didática proposta por Freudenthal para o ensino de matemática, que integra a matemática ao cotidiano dos alunos, promovendo uma aprendizagem significativa e contextualizada.

Conforme Hans Freudenthal (1973), esta metodologia critica o ensino tradicional, no qual os alunos são vistos como "silenciosos, passivos, receptores de algum conhecimento pronto e acabado" (Buriasco e Silva, 2017, p. 1). A EMR fundamenta-se em princípios que destacam a matematização de situações reais, permitindo que os estudantes reinventem a matemática a partir de suas próprias experiências e percepções.

Gravemeijer e Cobb (2006, apud Buriasco e Silva, 2017, p. 5) afirmam que a realidade é compreendida como "uma mistura de interpretação e experiência sensorial", o que significa que o conhecimento matemático deve ser

construído a partir de contextos significativos para os alunos. Por isso, a EMR valoriza o "fazer matemática", onde a ação é mais importante do que o produto final.

Encarar a matemática em seu aspecto humano, social e cultural é algo que se opõe à educação tradicional, trazendo ao centro do processo o estudante e o conhecimento, mediados pelo professor. Isso implica que os alunos devem estar ativamente envolvidos em processos matemáticos, rodeados por curiosidade, tentativas e erros.

Freudenthal (1973) argumenta que a matemática deve ser vista como "uma atividade humana", na qual o foco está na "ação ao invés do produto" (Buriasco e Silva, 2017, p. 12). Essa perspectiva sugere que a matemática se desenvolve na busca de resolução de problemas do cotidiano. Mais ainda, é uma atividade humana, exercida por todos os seres humanos, não só os matemáticos.



2.2. Epistemologia do Professor de Matemática: perspectivas de Fernando Becker

A epistemologia do professor de matemática é um aspecto fundamental que influencia a prática pedagógica e a aprendizagem dos alunos, sendo um importante pilar da didática da matemática para Becker. Segundo ele,

a concepção epistemológica do docente determina sua concepção psicológica sobre como os alunos aprendem, como conhecem, sobre quais as condições prévias que um aluno deve ter para aprender o que ele vai ensinar; determina, portanto, sua concepção pedagógica e sua didática (Becker, 2023, p. 919).

A falta de uma base teórica sólida pode resultar em práticas que perpetuam métodos tradicionais. Diante disso, promover um espaço de discussão e formação continuada sobre epistemologia é essencial para que possamos desenvolver uma compreensão mais profunda sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

A adoção de uma epistemologia que valoriza a construção do conhecimento pode transformar a prática docente e promover um ambiente de aprendizagem mais dinâmico e significativo, empoderando os alunos a se tornarem aprendizes ativos e críticos, capazes de aplicar o conhecimento matemático de forma significativa em diversos contextos (Becker, 2019; 2023). Essa perspectiva estimula o pensamento crítico e a resolução de problemas e, mais ainda, encoraja os alunos a se engajarem de forma mais significativa no processo de aprendizagem.

Dessa forma, a reflexão crítica sobre as concepções epistemológicas dos professores é essencial para a melhoria do ensino de matemática, pois essas concepções moldam a forma como os alunos percebem e se relacionam com a disciplina, impactando diretamente sua formação e desenvolvimento cognitivo (Oliveira e Ponte, 1997).



3. Imre Lakatos...

... uma articulação da epistemologia da matemática com a prática docente

Entre as epistemologias da matemática estudadas na pesquisa que gerou este Caderno Didático, a escolhida para fundamentar o trabalho foi a proposta de Lakatos (séc. XX), que tem uma visão dinâmica quanto à construção do conhecimento matemático.

Imre Lakatos (1922-1974) foi um filósofo húngaro da matemática e da ciência, com formação em matemática, física e filosofia. Em sua obra mais famosa, *Proofs and Refutations* (Provas e Refutações), publicada postumamente em 1976, Lakatos argumenta que a matemática não é uma ciência infalível, mas se desenvolve por meio de um processo de conjecturas, provas e refutações, semelhante à ciência empírica.

Lakatos propõe uma articulação inovadora entre a epistemologia da matemática e a prática docente, desafiando as concepções tradicionais que predominam no ensino. Sua abordagem falibilista sugere “que a matemática informal

é falível e [...] se desenvolve por meio de um processo racional e lógico” (Cardoso, 2018, p. 824). Para ele, a matemática informal é “aquela relativa aos resultados de pesquisas mais recentes – a matemática em desenvolvimento” (Cardoso, 2018, p. 824). Isso implica que o conhecimento matemático não é um conjunto de verdades absolutas, mas sim um campo em constante evolução.

Essa perspectiva é fundamental para a prática docente, pois permite que educadores incentivem os alunos a questionar, explorar e reformular conceitos matemáticos, promovendo um ambiente de aprendizado ativo e dinâmico.

A ênfase na investigação, na resolução de problemas, na dialética e na interação entre conjecturas e refutações não apenas enriquece a experiência de aprendizado, mas também prepara os alunos para uma compreensão mais profunda e crítica da matemática, fazendo uma associação com o cotidiano.



4. Minicurso: Números Complexos, uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos

1º encontro do Minicurso

Antes do primeiro encontro, foi disponibilizado aos participantes, via *Google Sala de Aula*, um texto que é parte do capítulo 2 do livro *Didáctica da matemática* (Ponte et al., 1997). Junto do texto foram indicadas três perguntas, relacionando: (1) a concepção dos objetos matemáticos como construções humanas, (2) a relação entre as influências sociais, históricas e culturais e as concepções de matemática, e (3) uma reflexão sobre o contraste entre a visão tradicional da matemática como verdade absoluta e a ideia de que seu desenvolvimento é influenciado por contextos sociais e culturais, e como isso impacta o ensino e a formação de professores

O primeiro encontro então se iniciou com a discussão acerca dessas perguntas, seguido por um debate provocado pelos seguintes questionamentos:

Quando falamos de matemática o que lhe vem à mente? Qual é a primeira coisa que vem à sua mente? Que espaço a matemática ocupa em sua mente?

Na sequência, avançamos para a discussão teórica acerca das principais concepções epistemológicas da matemática e como elas se articulam com a prática pedagógica. Partimos do seguinte problema epistemológico:

Onde está o conhecimento matemático?

Buscando responder a essa pergunta, diversas correntes filosóficas foram abordadas. Entre elas o platonismo e o formalismo (que entendem que o conhecimento matemático está no mundo das ideias), o empirismo (que entende que está no objeto), e o construtivismo e o falibilismo (que entendem que o conhecimento matemático está na relação entre sujeito e objeto). A forma como o professor responde a essa pergunta epistemológica se relaciona diretamente com sua prática.

Abordamos também a relação entre epistemologia e pedagogia, analisando o seguinte quadro de

Fernando Becker

Quadro 1. Relação entre Epistemologia e Pedagogia

Epistemologia		Pedagogia	
Teoria	Modelo	Modelo	Teoria
Empirismo	$S \leftarrow O$	$A \leftarrow P$	Diretiva
Apriorismo	$S \rightarrow O$	$A \rightarrow P$	Não diretiva
Construtivismo	$S \leftrightarrow O$	$A \leftrightarrow P$	Relacional

Fonte: Fernando Becker, 2001.

De acordo com Becker (2001), a epistemologia empirista, que entende que o conhecimento está no objeto e cabe ao sujeito absorvê-lo, num modelo objeto \rightarrow sujeito, se relaciona com a pedagogias diretas, cujo modelo é o transmissivo, do professor para o aluno. Por sua vez, a concepção apriorista, que entende que o conhecimento está no sujeito, é inato, se apoia no modelo sujeito \rightarrow objeto e está relacionada à pedagogias não-diretas. Este modelo prioriza a aprendizagem por descoberta, na qual o aluno é deixado em contato com o objeto para que, manipulando-o, adquira os conhecimentos. Por fim, a concepção construtivista, que entende que o conhecimento se dá a partir da relação entre sujeito e objeto, associa-se à pedagogia relacional, que se baseia na construção do conhecimento por meio da relação entre professor e aluno.

Após a reflexão sobre as concepções epistemológicas, os participantes analisaram, em grupos, alguns casos pedagógicos, identificando as concepções e escolhas didáticas dos professores.

Ao final, os participantes responderam três perguntas, como forma de reflexão, avaliação formativa e contínua:

1. Com qual concepção você mais se identifica? Por quê?
2. É possível integrar elementos de diferentes abordagens?
3. Como essas concepções se conectam aos desafios da sala de aula?

Os Planos de aula dos 3 encontros estão disponíveis para *download* [clikando aqui](#) ou pelo QR code:





2º encontro do Minicurso

O 2º encontro foi dedicado ao conteúdo específico de Números Complexos, que foi abordado a partir de uma reconstrução racional histórica do conteúdo, alinhada ao Falibilismo de Lakatos.

Iniciamos por uma contextualização acerca do problema das raízes negativas. Até então, a presença de tais raízes na solução de uma equação de 2º grau significava que não havia soluções para a equação, mas isso não se aplicava às equações de 3º grau. A partir dessa introdução, foram discutidos os trabalhos de matemáticos como Tartaglia, del Ferro e Cardano, com ênfase nas soluções das equações cúbicas da forma $x^3 = px + q$, destacando-se o caso particular de $x^3 = 15x + 4$, que possui 4 como uma raiz, mas na fórmula de resolução aparece uma raiz negativa. (Ver Figura 2 a seguir).

Em seguida, foram abordadas as contribuições de Rafael Bombelli, especialmente no que se refere ao uso formal de radicais negativos, tratados como símbolos manipuláveis. Essa discussão se deu num contexto de reconstrução do caminhar histórico, do que aconteceu “de verdade” (Lakatos).

Discutiu-se também um certo paradoxo do número “imaginário”, refletido na nomenclatura pejorativa, nas dificuldades conceituais e nas resistências filosóficas enfrentadas pela aceitação desses números. Refletimos também sobre a contribuição de Euler, com a introdução do símbolo i , que funcionou como elemento de estabilização conceitual.

No próximo momento, os participantes, em duplas, analisaram um trecho narrativo de uma aula, na qual o professor promove um espaço dialógico de construção de conhecimentos. Nessa aula, uma prova informal enfrenta um contraexemplo, e se dá um diálogo no estilo dos ensaios propostos por Lakatos no livro *Provas e Refutações* (1976). Um ponto muito enfatizado pelos participantes na discussão foi a posição de mediador do professor nessa metodologia, a forma como ele conduzia a experiência dos estudantes e a forma como respeitava o que cada aluno trazia, deixando que eles interagissem entre si, intervindo quando necessário.



Figura 2. Slide utilizado na contextualização histórica dos Números Complexos

Com equações do 3º grau a história foi outra...
Tartaglia, del Ferro, Cardano (séc. XVI)



Niccolò Fontana (à esquerda), também conhecido como **Tartaglia** (em italiano significa gago), e **Girolamo Cardano** são figuras primordiais na resolução de equações cúbicas...

mas... houve muita disputa nessa história 😊

Fonte: Kristina Armitage for Quanta Magazine

Fonte: Elaboração própria, 2025.

Ao final, os participantes responderam a uma avaliação didática com três perguntas, sem se identificarem. Na primeira, “o que eu aprendi hoje?”, relataram o entendimento de como se deu o surgimento dos Números Complexos no contexto histórico e “a construção para a formalização dos Números Complexos”. Um(a) participante destaca que “isso é um exemplo de como a matemática não é um sistema fechado de verdades eternas e absolutas”.

Em resposta à segunda pergunta, “como as atividades de hoje modificaram (ou não) minha concepção da matemática e do seu ensino?”, eles destacaram que “fez a gente refletir sobre como a matemática de fato é uma construção humana”.

Um(a) participante mencionou a importância de se refletir sobre a epistemologia e se questionar:

O conhecimento também precisa ser compreendido não somente como algo absoluto, mas também capaz de observar e analisar novas perspectivas diante dos desafios.

Como atividade para casa, foi indicado o *Problema do Tesouro* (página 18 deste caderno), cuja resolução pode envolver diversos conceitos matemáticos.

O Plano de aula deste encontro está disponível para *download* no link e QR code disponibilizados anteriormente, na página 9.



3º encontro do Minicurso

Este encontro iniciou-se com o Problema do Tesouro, proposto ao final do 2º encontro, disponibilizado aos participantes via *Google Sala de Aula*, e seu enunciado está na página 18 deste Produto.

Surgiram diversas abordagens para a resolução do problema, incluindo geometria analítica e álgebra vetorial. Alguns participantes compartilharam suas soluções e, em seguida, foi apresentada uma solução utilizando os Números Complexos, que envolve rotação e translação de vetores no plano.

Em uma análise didática, os resultados mostram que essa atividade mobiliza conceitos de forma contextualizada, como perpendicularidade, simetria, ponto médio e noções de localização espacial. Um dos relatos afirma que a proposta “estimula a visualização e representação no plano, fazendo o aluno passar da linguagem verbal para a linguagem geométrica com desenhos e esquemas”, outro completa que “a atividade favorece a habilidade de modelagem matemática, pois o estudante precisa interpretar e representar matematicamente a situação”.

Do ponto de vista epistemológico, os resultados apontam que a proposta incentiva a percepção da geometria como uma forma de organizar e compreender o espaço, além de estimular a abstração e a matematização. Em um dos relatos, defende-se que a proposta “mostra como a geometria surge de necessidades reais, como localizar um ponto no espaço”, o que remete a um caminho epistemológico semelhante ao da origem histórica da geometria, valorizando a historicidade dos conceitos.

Na sequência, como avaliação somática, os participantes refletiram e registraram suas reflexões sobre a seguinte afirmação:

“Os Números Complexos não foram simplesmente 'descobertos', mas sim construídos a partir de uma necessidade teórica e prática. A partir de sua construção, suas propriedades foram descobertas.” (Disponível no Plano de aula)

Por fim, foram construídas algumas nuvens de palavras a partir das interações e socialização finais.



A primeira pergunta proposta foi *“De que maneira a concepção epistemológica da matemática relaciona-se com a prática docente do professor?”*

As manifestações dos participantes evidenciaram uma percepção da influência que as concepções epistemológicas da matemática podem ter na prática do professor (Becker, 2019). Os resultados dessa discussão indicam, de maneira direta ou indireta, que uma concepção que percebe a matemática como construção humana, presente no “mundo real” (fala de um(a) participante), leva a uma prática docente mais dinâmica, inclusiva e centrada no aluno. A partir da nuvem de expressão elaborada com as falas dos participantes, foi gerada uma nuvem de palavras (Figura 3), destacando aquelas que mais apareceram nas respostas.

Figura 3. Primeira nuvem de palavras



Fonte: Elaboração própria, 2025.

O destaque da palavra matemática aponta para a discussão centrada na própria disciplina, sugerindo que a concepção epistemológica é o ponto de partida para outras análises. Em seguida, a presença da palavra professor, a segunda mais recorrente nas respostas, parece indicar que o docente é também o foco do processo, articulando sua concepção de matemática, por vezes naturalizada e não refletida, e o ensino que promove. Por fim, o destaque da palavra alunos indica que o objetivo final da prática do ensino, mediada inevitavelmente pela epistemologia, diz respeito à experiência de aprendizagem dos alunos.

A segunda pergunta proposta foi *“Na sua opinião, que contribuições a abordagem histórica e falibilista pode trazer para as aulas de matemática?”*

Os dados reforçam o referencial teórico que existem diversas vantagens da abordagem histórica e falibilista do ensino de matemática. Ela tem um papel desmistificador, visibilizando o aspecto humano, histórico, dinâmico e em desenvolvimento (Becker, 2023), e não como acervo de conhecimento

isolado, não-histórico e não-dinâmico. Esta concepção aproxima o aluno do conteúdo, problematizando-o e tornando-o mais acessível, assim como mais significativo. Uma das contribuições mais recorrentes nos dados foi a valorização do erro. Para os participantes, ele deve ser visto não como perda, mas como parte integrante do processo de aprendizagem e da própria história da matemática (Lakatos, 1976).

Essa abordagem ajuda na compreensão, por parte dos alunos, de que o conhecimento matemático não surgiu do nada, que ele foi construído ao longo do tempo, em geral, "por pessoas 'normais' assim como todos nós, uma construção feita por seres humanos pensantes" (fala de um(a) participante), com tentativas, acertos e erros. Além disso, essa perspectiva contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes, ajudando-os a se tornarem "cidadãos mais críticos" (fala de um(a) participante) e a ver o erro como um passo essencial na jornada do aprendizado.

A partir dessas respostas, a segunda nuvem de palavras (Figura 4) foi gerada.

Figura 4. Segunda nuvem de palavras



Fonte: Elaboração própria, 2025.

A análise desta nuvem de palavras confirma as percepções em relação à abordagem histórica e falibilista no ensino de matemática. As palavras em maior destaque são "matemática", "construção", "alunos", "erros" e "processo". A palavra "matemática" aparece novamente no centro da discussão, e a presença dos termos em destaque "construção" e "processo" aponta para uma concepção construtiva que valoriza a historicidade do conhecimento matemático, como fruto de tentativas e reformulações. A presença expressiva da palavra "erros" reafirma o papel do erro como parte integrante da aprendizagem e até mesmo da própria evolução da matemática (Lakatos, 1976).

Por fim, a palavra "alunos" em destaque remete mais uma vez à centralidade do sujeito que aprende neste processo. Fica evidente, na percepção dos participantes, que a abordagem histórica e falibilista busca tornar a matemática mais acessível e significativa, o que configura uma valiosa contribuição.

A terceira pergunta proposta foi *"Você considera possível ensinar matemática, especialmente conteúdos mais abstratos como os Números Complexos, de forma crítica e reflexiva? Como faria isso em sala de aula?"*

A análise das respostas indica um consenso em relação à possibilidade de ensinar a matemática de forma crítica e reflexiva mesmo em conteúdos mais abstratos. A maior parte dos participantes acredita que isso é possível e necessário para que a aprendizagem ocorra de forma significativa. A estratégia principal mencionada refere-se a utilização da história da matemática como um modo de contextualizar o conteúdo e a sua evolução.

Uma das falas, de um(a) participante não identificado, resume bem esta ideia ao afirmar que o ensino deve valorizar "a parte histórica do conteúdo que se quer ensinar de

modo a envolver os alunos no porquê e como [um conceito ou objeto matemático] foi criado e não só ensinando o prático que seriam os teoremas e fórmulas".

Além da história, os resultados ressaltam a importância da relação entre os conteúdos abordados e a realidade do aluno, seja pelas aplicações, seja por recursos visuais e geométricos ou mesmo discutindo e levantando questões a respeito do conteúdo. Essa estratégia, de acordo com os respondentes, desperta a curiosidade e aproxima o aluno do conteúdo, tirando a matemática do plano estritamente teórico.

A partir dessas respostas, a terceira nuvem de palavras (Figura 5) foi gerada.

Figura 5. Terceira nuvem de palavras



Fonte: Elaboração própria, 2025.

Podemos observar, na nuvem de palavras da Figura 5, que ao perguntar sobre a possibilidade de ensinar conteúdos mais abstratos de forma crítica e reflexiva, o termo mais recorrente nas respostas foi “alunos”. Isso aponta que o minicurso teve um papel fundamental em consolidar a valorização da centralidade do estudante no seu processo de aprendizagem (Freire, 2019), munido de toda a sua bagagem cultural e social. Os termos “aplicações”, “realidade”, “contextualização”, “contextualizar” e “cotidiano” reforçam a importância de promover a construção do conhecimento matemático naquele meio em que se está inserido. É

percorrer o caminho histórico (Lakatos, 1976), porém dentro do contexto específico, buscando resolver problemas daquela realidade. Durante um momento de socialização, os participantes puderam defender seus pontos de vista e dialogar com os demais colegas sobre as convergências e divergências. Na sequência, e encerrando o último encontro, os participantes foram convidados a expressar em três palavras a experiência que tiveram ao longo do minicurso. As respostas foram dadas diretamente no aplicativo Mentimeter, que gerou a nuvem de palavras exibida abaixo (Figura 6).

Figura 6. Nuvem de palavras descrevendo a experiência do minicurso



Fonte: Elaboração própria, 2025.



A nuvem de palavras referente à experiência do minicurso revela a predominância de termos como “conhecimento”, “reflexivo”, “inovador” e “pensamento crítico”, indicando uma percepção geral positiva. A presença expressiva das palavras “reflexão”, “reflexiva” e “refletir”, parônimas diretamente relacionadas à segunda palavra em destaque, “reflexivo”, nos permite inferir que esse termo foi o mais presente nas respostas dos participantes. A partir dessa análise, é possível perceber que o foco da atividade estava na reflexão crítica e no diálogo de ideias. De fato, produzir uma reflexão epistemológica era um dos objetivos do minicurso.

As expressões como “inovador”, “ideias inovadoras” e “nova visão” nos sugerem que ainda falta, na formação inicial, refletir sobre as concepções epistemológicas da matemática e de seu ensino. A nuvem indica, como também havia sido identificado nos encontros, que a maioria dos participantes não tinha tido contato com a literatura e discussão acerca dessa temática. Por isso, refletir sobre as concepções epistemológicas e suas implicações na prática pedagógica é essencial.

Os termos “construtivo”, “troca de aprendizagem”, “contextualização”, “abrangente” e “enriquecedora” indicam que os participantes consideraram o minicurso enriquecedor em termos de conteúdo, mas também na forma como ele foi apresentado e conduzido. As palavras “construtivo” e “troca de aprendizagem” apontam uma experiência de aprendizado ativa, com diálogo e construção conjunta de conhecimento, num ambiente colaborativo e de diálogo.

As palavras “contextualização” e “abrangente” sugerem uma abordagem que se preocupou em aproximar o conteúdo da realidade, bem como abordou uma gama de tópicos relevantes. Por fim, a palavra “enriquecedora” indica que o minicurso foi uma experiência valiosa e que agregou valor significativo à jornada de formação de cada participante.

O Plano de aula deste encontro está disponível para *download* no link e QR code disponibilizados anteriormente, na página 9.



5. Proposta de Atividade

... uma sugestão prática para os professores experimentarem a abordagem didática proposta por Lakatos

Nesta seção, propomos uma atividade didática inspirada na perspectiva falibilista de Imre Lakatos, que concebe a matemática como um processo em constante construção, sujeito a erros, refutações e reformulações. A proposta tem como objetivo proporcionar aos professores uma experiência prática que reflita essa concepção, incentivando a problematização, o debate de ideias e a valorização dos erros como parte do processo de aprendizagem.

Na concepção de Lakatos, a matemática não é algo pronto e eterno, mas sim uma atividade humana em constante construção, feita de provas, refutações, revisões e avanços históricos.



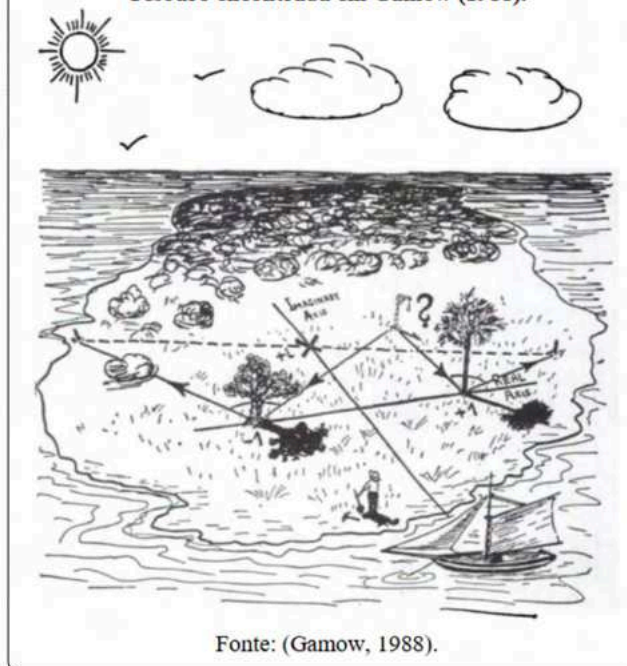
Imagem gerada por IA

A atividade sugerida é o *Problema do Tesouro*, cujo enunciado será apresentado na próxima página. Trata-se de uma situação que instiga a matematização da realidade, a formulação de conjecturas, a análise crítica de argumentos e a construção coletiva de soluções, elementos centrais na abordagem lakatosiana da matemática.

Problema do Tesouro

Um tesouro foi enterrado em uma ilha e foi feito um mapa de sua localização. As instruções contidas no mapa dizem que ao desembarcar na ilha avistam-se imediatamente um carvalho e um coqueiro, e também uma palmeira. O tesouro está enterrado em um ponto que pode ser encontrado da seguinte forma: “Partindo da palmeira caminhe até o carvalho contando os passos. Chegando ao carvalho, gire para a direita 90° e caminhe o mesmo número de passos e, onde chegar, faça uma marca. Voltando novamente à palmeira, caminhe até o coqueiro contando os passos, gire à esquerda 90° e caminhe o mesmo número de passos e faça uma marca nesta posição. O tesouro está enterrado exatamente na reta que liga as duas marcas e à mesma distância das duas marcas”.

Figura 1. Imagem da representação do Problema do Tesouro encontrada em Gamow (1988).





Consideramos essa proposta muito relevante por vários aspectos.

Primeiramente, esta proposta oferece aos professores uma experiência didática concreta que exemplifica a noção lakatosiana de que o conhecimento matemático se desenvolve por meio de conjeturas, refutações e modificações. Ao trabalharem com o *Problema do Tesouro*, os alunos são levados a formular hipóteses iniciais sobre a localização do tesouro com base em pistas incompletas ou ambíguas. À medida em que testam essas hipóteses, acabam se deparando com contradições internas, erros de raciocínio ou impasses, o que os obriga a revisar suas estratégias e repensar suas conjecturas à luz das novas informações, exatamente como Lakatos descreve o avanço do conhecimento matemático.

Essa dinâmica transforma o erro em um elemento estruturante da atividade, e não em algo a ser evitado. Por exemplo, ao testar uma conjectura incorreta sobre a interpretação de uma das pistas, os participantes precisarão justificar *por que ela falha*, o que os leva a analisar os pressupostos usados e a propor uma versão mais adequada.

Assim, o erro deixa de ser tratado como fracasso individual e passa a ser um momento epistemologicamente produtivo, que impulsiona a aprendizagem matemática.

Essa vivência é especialmente relevante, pois nos convida [*a nós, professores*] a repensar a centralidade da resposta "certa" em sala de aula, colocando em seu lugar o valor do raciocínio investigativo e do diálogo matemático. Além disso, ao reconhecer que o conhecimento matemático não é absoluto nem neutro, mas construído em contextos históricos e culturais, sujeito a revisões e testes, somos [*nós, professores*] incentivados a construir práticas pedagógicas mais abertas à argumentação, à escuta ativa e à valorização do processo, e não apenas do resultado.

Que esta proposta sirva como ponto de partida para repensarmos o ensino de matemática como prática investigativa, aberta ao erro, ao diálogo e à construção coletiva do conhecimento.

Referências

- BECKER, Fernando. Adequação Curricular e mudanças no Ensino de matemática: fundamentação epistemológica. Schème: **Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, v. 15, n. 2, p. 45-91, 2024. DOI: <https://doi.org/10.36311/1984-1655.2023.v15.n2.p45-91>.
- BECKER, Fernando. Construção do Conhecimento Matemático: natureza, transmissão e gênese. **Bolema: Boletim de Educação Matemática**, v. 33, n. 65, p. 963-987, 2019. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v33n65a01>.
- BECKER, Fernando. Docência e História da matemática: concepções epistemológicas. **Schème: Revista Eletrônica de Psicologia e Epistemologia Genéticas**, v. 14, n. 2, p. 5-41, 2023. DOI: <https://doi.org/10.36311/1984-1655.2022.v14.n2.p5-41>.
- BURIASCO, Regina Luzia Corio de; SILVA, Gabriel dos Santos e. Aspectos da Educação Matemática Realística. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, v. 1, n. 1, p. 1-15, 2017. DOI: <https://doi.org/10.33238/ReBECCEM.2017.v.1.n.1.18559>.
- CARDOSO, Virginia Cardia. Revisitando o quase empirismo de Imre Lakatos e refletindo sobre a educação matemática. **Eventos Pedagógicos**, v. 9, n. 2, p. 822-846, 2018. DOI: <https://doi.org/10.30681/rebs.v9i2.10085>.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. 62. ed. São Paulo: Paz e Terra, 2019.
- FREUDENTHAL, Hans. **Mathematics as an educational task**. Springer Science & Business Media, 2012.
- FREUDENTHAL, Hans. Why to teach mathematics so as to be useful. **Educational Studies in Mathematics**, v. 1, p. 3-8, 1968. DOI: <https://doi.org/10.1007/BF00426224>.
- GAMOW, G. **One, two, three--infinity: facts and speculations of science**. Courier Corporation, 1988.
- LAKATOS, Imre. **A Lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações**. Rio de Janeiro: Zahar, 1978.
- OLIVEIRA, Hélia; PONTE, João Pedro da. Investigação sobre concepções, saberes e desenvolvimento profissional dos professores de matemática. **VII Seminário de Investigação em Educação Matemática**, p. 3-23, 1997.
- PONTE, J. P.; BOAVIDA, A. M.; GRAÇA, M.; ABRANTES, P. **Didática da Matemática** (cap. 2). Lisboa: Departamento do Ensino Secundário do Ministério da Educação, 1997.



Frederico de Oliveira e Souza

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Licenciado em Matemática pela UFV. Pós-graduado em Educação Financeira, Neuropsicopedagogia e Desenvolvimento Humano, e Coordenação Pedagógica e Supervisão Escolar. Professor da Educação Básica desde 2021.

Marli Duffles Donato Moreira

Doutora em Ensino e Divulgação das Ciências - Especialidade em Ensino das Ciências - pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal (2016). Bacharel e Licenciada em Matemática pela Universidade Santa Úrsula (1999). Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2010). Professora Adjunta da Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Matemática e Professora/Orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, (PPGECM/UFV). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV).



Números Complexos: uma abordagem pedagógica a partir de Lakatos



Imagem de Lakatos gerada por IA

VIÇOSA/MINAS GERAIS
2025

