

MARIO ALBERTO SIMONATO ALTOÉ

DETERMINAÇÃO DO EXPOENTE DE CRESCIMENTO DE PADRÕES
FORMADOS EM MEIOS GRANULARES

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Viçosa,
como parte das exigências do
Programa de Pós-Graduação em
Física Aplicada, para obtenção do
título de Magister Scientiae.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL

2011

MARIO ALBERTO SIMONATO ALTOÉ

DETERMINAÇÃO DO EXPOENTE DE CRESCIMENTO DE PADRÕES
FORMADOS EM MEIOS GRANULARES

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 28 de julho de 2011.

Prof. Sidiney Geraldo Alves

Prof. Helder Soares Moreira

Prof. Marcos da Silva Couto
(Orientador)

Aos meus pais e amigos.

Agradecimentos

- a Jessica pelo carinho, incentivo e compreensão
- aos meus pais e amigos pelo apoio e incentivo;
- a Marcos da Silva Couto pelo apoio a orientação;
- a Silvio da Costa Ferreira Junior pelo apoio a orientação computacional;
- a Universidade Federal de Viçosa, em especial ao Departamento de Física;
- ao CNPq e CAPES pelo apoio à pesquisa.

Sumário

Resumo	v
Abstract.....	vi
Capítulo 1 – Introdução.....	1
Capítulo 2 – Leis de escala e rugosidade	3
Capítulo 3 – Modelo de Eden.....	7
3.1 – Modelo de Eden original.....	7
3.2 – Modelo de Eden fora da rede.....	9
Capítulo 4 – Materiais e métodos	13
Capítulo 5 – Resultados e discussão.....	23
5.1 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 5,9 mm.....	23
5.2 – Mistura de esferas de aço (75% de 3,17 mm e 25% de 3,94 mm) em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 4,30 mm.....	29
5.3 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de plástico 5,9 mm e espaçamento de 6,3 mm.....	32
5.4 – Mistura de esferas de aço (75% de 3,17 mm e 25% de 3,94 mm) em monocamada de uma mistura de esferas de plástico com 5,9 mm e miçangas com 4,8 mm e espaçamento de 6,4 mm.....	33
5.5 – Esferas de latão 1,993 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamentos de 3,058 mm, 3,44 mm e 4,21 mm.....	36
5.6 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 7,74 mm.....	40
5.7 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 6,009 mm.....	43
Capítulo 6 – Conclusões.....	63
Capítulo 7 – Referências bibliográficas.....	64

Resumo

ALTOÉ, Mário Alberto Simonato, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2011. **Determinação do expoente de crescimento de padrões formados em meios granulares.** Orientador: Marcos da Silva Couto. Coorientadores: Silvio da Costa Ferreira Junior e Ismael Lima Menezes Sobrinho.

Neste trabalho estudamos os padrões formados experimentalmente em sistemas granulares com simetria radial. Em especial avaliamos se o expoente de crescimento β depende da origem usada para calcular a largura da interface. Para tanto foi feito um programa em linguagem Fortran que reconhece a borda do padrão e calcula a distância de cada ponto da borda considerando três origens diferentes: (a) o ponto onde foram injetados os grãos; (b) o centro de massa do padrão; e (c) o centro de massa da borda. Com estas distâncias calculamos a rugosidade da borda do padrão. Através da evolução temporal da rugosidade determinamos o expoente β . Observamos que com a injeção de (840 ± 2) a (7260 ± 20) esferas de aço, o expoente de crescimento β é $(0,38 \pm 0,01)$, $(0,38 \pm 0,01)$ e $(0,33 \pm 0,03)$ para os casos (a), (b) e (c), respectivamente. Continuando a injeção das esferas de aço, até (12430 ± 30) esferas, o expoente de crescimento muda para $(0,73 \pm 0,06)$, $(0,70 \pm 0,06)$ e $(0,64 \pm 0,07)$ para os casos (a), (b) e (c), respectivamente. Nossos resultados mostram que o valor de β depende sim da origem considerada para o cálculo da rugosidade.

Abstract

ALTOÉ, Mário Alberto Simonato, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July, 2011. **Determination of the growth exponent from patterns formed in granular media.** Adviser: Marcos da Silva Couto. Co-Advisers: Silvio da Costa Ferreira Junior and Ismael Lima Menezes Sobrinho.

In this work we studied the patterns formed experimentally in granular systems with radial symmetry. In particular we evaluated if the growth exponent β depends of the origin used to calculate the interface width. In order to do this a Fortran program was made, that recognizes the pattern border and calculates the distance of each point on the border considering three different origins: (a) the point where the grains were injected, (b) the center of mass of the pattern, and (c) the center of mass of the border. With these distances we calculated the roughness of the border of the pattern. Through the temporal evolution of the roughness the exponent β was determined. We observed that with the injection from (840 ± 2) to (7260 ± 20) steel balls, the growth exponent β is (0.38 ± 0.01) , (0.38 ± 0.01) and (0.33 ± 0.03) for cases (a), (b) and (c), respectively. Continuing the injection of the steel balls, until (12430 ± 30) balls, the growth exponent changes to (0.73 ± 0.06) , (0.7 ± 0.06) and (0.64 ± 0.07) for cases (a), (b) and (c), respectively. Our results show that the value of β depends of the origin considered for the calculation of the roughness.

Capítulo 1 – Introdução

Sistemas granulares são compostos de um grande número de grãos individuais não coesos cujas forças de contato são de compressão. Eles constituem um estado da matéria intermediário entre os fluidos e os sólidos [1]. Na verdade, sistemas granulares fluem como fluidos quando eles são colocados para vibrar, mas aglomeram quando a amplitude de vibração diminui. Além disso, eles formam pilhas, indicando uma tensão de cisalhamento estática diferente de zero, característica dos sólidos. Em particular, ao invés de se deformarem uniformemente, como fluidos normais, materiais granulares reagem a tensões de cisalhamento desenvolvendo regiões que apresentam bandas estreitas nas quais as partículas exibem pronunciado movimento relativo e onde a dissipação de energia é concentrada, adjacente a regiões essencialmente rígidas [2]. Como vários materiais, tais como cimento, produtos farmacêuticos, alimentos, cerâmicas, vidros, metais, etc., são manuseados na forma de grãos, em pelo menos durante algum estágio de suas preparações, a importância econômica da investigação de meios granulares é expressiva e reforça o grande interesse dos físicos no estudo sistemático de tais materiais.

Um grande número de estudos experimentais já foi realizado em sistemas granulares. Estes experimentos se concentraram no estudo quantitativo de compactação, mistura, segregação e padrões formados devido a vibrações [3-8]. Foram descobertos vários mecanismos para a segregação de grãos dissimilares (percolação, convecção, inércia, etc.); diversos tipos de padrões de ondas estacionárias em camadas de grãos colocados para vibrar (listras, hexágonos e defeitos, ondas desordenadas, agrupamentos de excitações localizadas, etc.); cadeias de tensão altamente não homogêneas e localizadas em meios granulares quase estáticos. Em resumo, estes experimentos em meios granulares revelaram padrões complexos de escoamento similares aos observados em fluidos normais, mas, também, aglomeração, congelamento, plasticidade e histerese, similares aos observados nos sólidos.

Ao contrário de dedos viscosos em fluidos [9], um fenômeno tradicional de formação de padrões em sistema fora do equilíbrio, o deslocamento grão-grão parece ser uma área praticamente inexplorada na física. Assim investigamos padrões de deslocamento obtidos experimentalmente na injeção de um meio granular em outro meio granular diferente.

Nos últimos anos a formação de padrões em meios granulares tem sido estudada no Laboratório de Sistemas Complexos do DPF/UFV. Estas investigações deram origem a dois trabalhos de Iniciação Científica e uma tese de mestrado, esta última do estudante Sandro Farias Pinto [10], [11]. Estes estudos também formaram a base para um tese de doutorado em simulações computacionais [12].

Em um trabalho recente por Brú [13] mostrou, usando o centro de massa do agregado para determinar a rugosidade, que o crescimento de vários tipos de tumores pertence à classe de universalidade Mullins-Herring (MH). Resultado importante, pois revela uma dinâmica universal no crescimento de tumores.

Entretanto Ferreira Jr e Alves [14], [15] mostraram, através de simulações computacionais, que a avaliação do expoente de crescimento β , para sistemas auto-afins com simetria radial, depende da escolha da origem usada para determinar a largura da interface. Como nós já tínhamos experiência em produzir padrões experimentais com simetria radial em meios granulares, nós nos propusemos a estudar se o expoente de crescimento β para esse sistema depende da escolha da origem usada para determinar a largura da interface.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: no Capítulo 2 faremos uma revisão sobre leis de escalas e rugosidade, no Capítulo 3 discutiremos o modelo de Eden e o trabalho de Ferreira Jr e Alves [14], [15]. No Capítulo 4 apresentamos os materiais e métodos usados para alcançar os resultados apresentados no Capítulo 5 e, por fim, concluímos no capítulo 6.

Capítulo 2 – Leis de escala e rugosidade

Na análise de uma superfície, torna-se essencial o conceito de escala pois segundo a mecânica estatística moderna sistemas aparentemente diferentes podem apresentar um comportamento de escala em comum. Assim, as propriedades de escala caracterizam os sistemas através de expoentes globais, dois sistemas que apresentam o mesmo conjunto de expoentes pertencem à mesma classe. Espera-se que sistemas de mesma classe de universalidade possam ser descritos por leis de formação semelhantes [16]. Para a análise de uma interface entre dois meios, a rugosidade é um dos principais conceitos. Na Figura 2.1 temos um exemplo de um esquema de uma possível interface que pode ser formada por um dos modelos de crescimento [10].

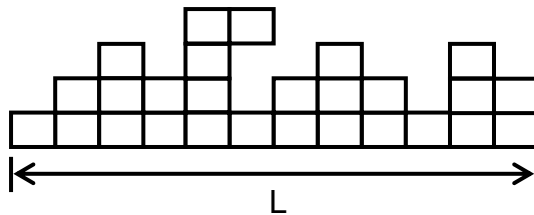


Figura 2.1: Esquema de uma interface constituída por L colunas.

Podemos definir a altura $h(i,t)$ da superfície como sendo a distância da linha mais baixa de partículas até o conjunto de partículas mais altas em cada coluna (ou a distância de uma origem até uma partícula da superfície, em sistemas radiais). A altura média em cada instante de tempo é então:

$$\bar{h}(t) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h(i,t) \quad (2.1)$$

onde $h(i,t)$ é a altura da coluna i no tempo t . Com isso podemos calcular a rugosidade $W(L,t)$, que é o desvio quadrático médio da altura devido às flutuações espaciais e temporais da superfície, que é dada pela equação:

$$W(L,t) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [h(i,t) - \bar{h}(t)]^2} . \quad (2.2)$$

Durante o crescimento de uma superfície podemos observar em geral duas etapas: uma inicial onde $W(L,t)$ aumenta seguindo uma lei de potência e outra onde ocorre sua saturação.

A Figura 2.2 é um gráfico típico da evolução temporal de $W(L,t)$, onde temos, inicialmente, um aumento da rugosidade até a sua saturação em um valor W_{sat} no tempo de saturação t_x .

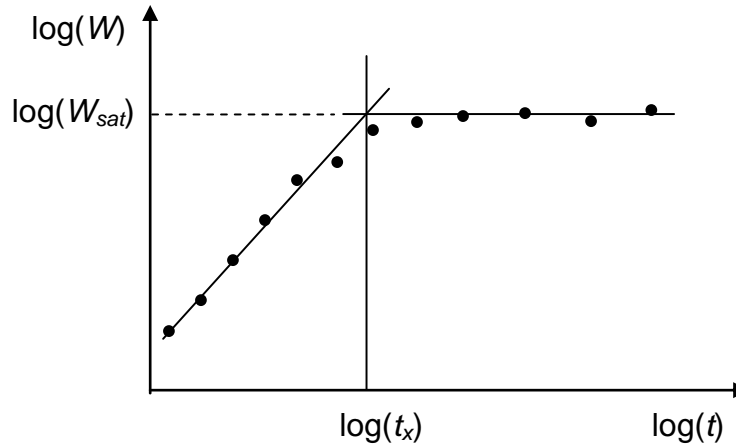


Figura 2.2: Crescimento da rugosidade em função do tempo de crescimento de uma superfície. W_{sat} é o valor da rugosidade saturada e t_x é o tempo de saturação.

Para tempos menores que t_x temos:

$$W(L,t) \propto t^\beta, \quad \text{se } (t \ll t_x), \quad (2.3)$$

onde β é chamado de expoente de crescimento.

Já para tempos maiores que t_x , o valor de W_{sat} varia com o tamanho do sistema (número de colunas L) seguindo a relação:

$$W(L,t)_{sat} \propto L^\alpha, \quad \text{se } (t \gg t_x), \quad (2.4)$$

onde o expoente α é chamado de expoente da rugosidade. A saturação ocorre devido ao tamanho finito da interface. Entretanto em um sistema onde L aumenta com o tempo, como é o caso de sistemas radiais, a rugosidade não chega a saturar.

O tempo de transição entre as duas etapas também depende do tamanho do sistema e apresenta a seguinte relação de escala:

$$t_x \propto L^z, \quad (2.5)$$

onde z é chamado de expoente dinâmico.

Family e Vicsek [17] mostraram que os expoentes não são independentes. Eles mostraram que as várias curvas de um gráfico log-log de $W \times t$ para sistemas de tamanhos L diferentes, podem ser colapsadas em uma única curva, como esquematizado na Figura 2.3.

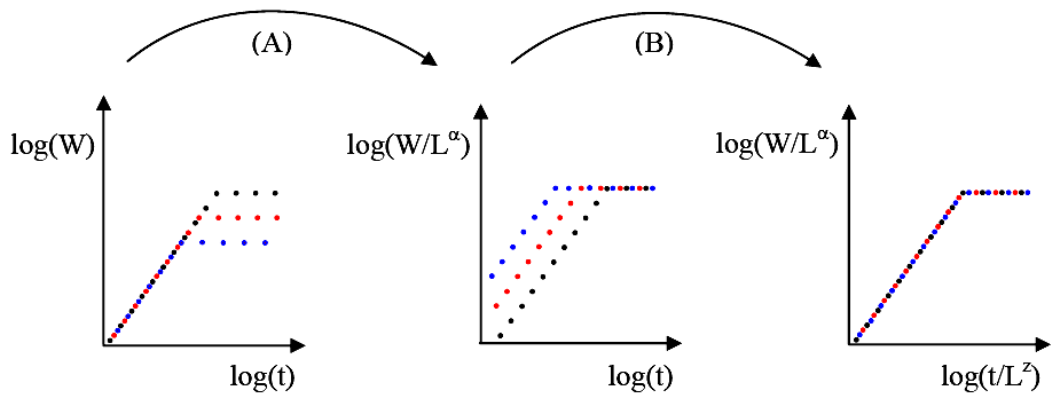


Figura 2.3: Esquema envolvendo a reescala do gráfico da rugosidade em função do tempo.

Na Figura 2.3 à esquerda, mostramos a variação para três tamanhos diferentes de L . No passo (A) nós dividimos a rugosidade por L^α . As curvas agora saturam no mesmo valor da ordenada, $\log(W/L^\alpha)$. No passo (B) nós reescalamos o tempo dividindo este por L^z . As curvas agora saturam no mesmo valor da abscissa, t/L^z , todas elas colapsadas em uma única curva chamada de função de escala.

Assim podemos concluir que W/L^α é uma função de t/L^z , conhecida como relação de escala de Family e Vicsek:

$$W(L,t) \propto L^\alpha f(t/L^z). \quad (2.6)$$

Portanto, temos que $f(x) = x^\beta$ para $x \ll 1$ e $f(x) = \text{constante}$ para $x \gg 1$, onde $x = t/t_x$.

Se consideramos $t = t_x$ nas equações (2.3) e (2.4), teremos:

$$W(t_x) \propto L^\alpha, \quad (2.7)$$

implicando em

$$t_x^\beta \propto L^\alpha. \quad (2.8)$$

Então, de (2.5) podemos concluir que em sistemas que seguem a relação de escala de Family e Vicsek os expoentes α , β e z relacionam-se de forma que:

$$\alpha = z\beta. \quad (2.9)$$

Outro fator importante é a dependência entre dois pontos que é conhecida como correlação lateral ou comprimento de correlação $\xi_{||}$. No início um sistema é descorrelacionado e a medida que evolui vão ocorrendo correlações locais ou seja a altura de um sítio depende diretamente da altura de seu vizinho de modo que:

$$\xi_{||} \propto t^{1/z} \quad \text{se } t \ll t_x, \quad (2.10)$$

onde z é o expoente dinâmico. Quando este comprimento de correlação se torna da ordem do tamanho lateral L do sistema temos a relaxação da rugosidade que ocorre devido ao tamanho do sistema, uma vez que:

$$\xi_{||} \propto L \quad \text{se } t \gg t_x. \quad (2.1)$$

Portanto, podemos concluir que, a saturação da rugosidade ocorre devido ao efeito do tamanho do sistema ser finito.

Capítulo 3 – Modelo de Eden

3.1 – Modelo de Eden original

O Modelo de Eden introduzido em 1961 por M. Eden simula um crescimento de aglomerados celulares [18]. Ele consiste em adicionar células à vizinhança vazia de uma célula da periferia de um aglomerado, representando a replicação celular. Este foi o primeiro modelo de crescimento de tumores que considerou a natureza discreta das células. O modelo desperta bastante interesse em física teórica pela sua simplicidade, conexão realística com a biologia e a produção de aglomerados com um caráter estocástico auto-afim [15].

Para entender melhor este modelo definimos:

- sítio ocupado: sítio que pertence ao aglomerado;
- sítio vazio: sítio que não pertence ao aglomerado;
- sítio de periferia: sítio ocupado com pelo menos um vizinho vazio;
- sítio de crescimento: sítio vazio adjacente a pelos menos um sítio vizinho ocupado.

A Figura 3.1 mostra uma montagem do modelo de Eden onde os quadrados pretos representam o aglomerado. Os quadrados com a letra c são sítios de crescimentos enquanto os com a letra p são sítios de periferia.

Originalmente no modelo todos os sítios de uma rede quadrada estão desocupados, com exceção ao do centro da rede que é a célula inicial de crescimento. Então, sorteia-se um sítio seguindo uma das regras de crescimento listadas abaixo:

- Versão A: A cada passo um sítio de periferia é escolhido, e um de seus vizinhos vazios é ocupado com igual probabilidade.
- Versão B: A cada passo um sítio de crescimento é sorteado e ocupado.

- Versão C: A cada passo um sítio de crescimento é escolhido com probabilidade proporcional ao número de vizinhos ocupados.

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	l	m	n	o
1														
2								c						
3						c	c	p	c					
4					c	p	c	p	c					
5				c	p		p		p	c				
6			c	c	c	p			p	c				
7	c	p	p	p		p		p	p	p	c			
8			c	c	c	p	c	p	c	c				
9						c		c						
10														
11														
12														

Figura 3.1: Um montagem de sítios do modelo de Eden.

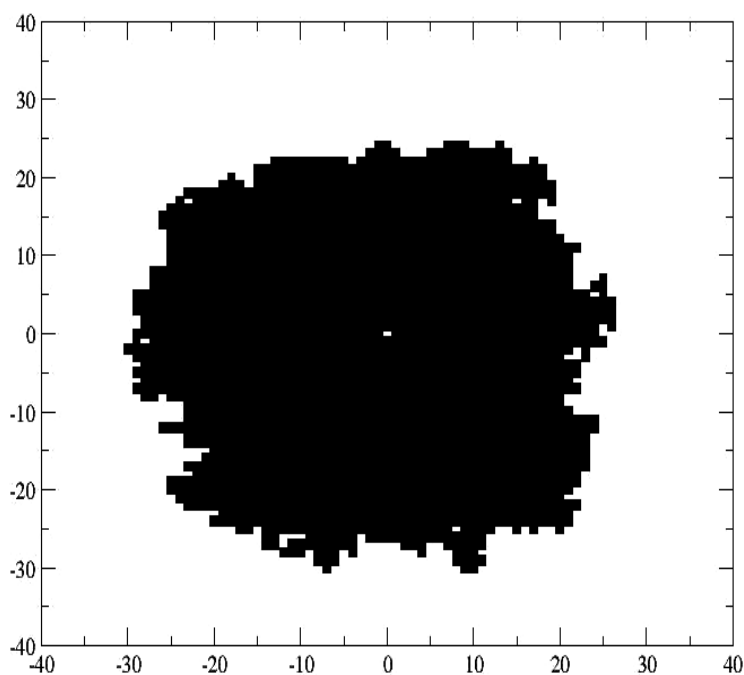


Figura 3.2: Aglomerado do modelo de Eden I com 5000 partículas.

A ocupação de novos sítios ocorre até que seja atingido o número total N de partículas desejáveis. A Figura 3.2 mostra o aglomerado do modelo de Eden I em rede quadrada de uma de nossas simulações.

3.2 – Modelo de Eden fora da rede

Simulação fora de rede é uma forma de simulação mais realista. Em uma simulação em rede as partículas só podem ocupar os vértices de uma rede, o que não acontece em um sistema fora da rede. Nesse caso as partículas podem ocupar posições arbitrárias.

Nesta seção faremos uma breve revisão do trabalho de Ferreira Jr e Alves [14], [15].

As simulações do modelo de Eden fora da rede foram feitas usando o algoritmo proposto por Wang et al. [19].

Na Figura 3.3 (a) uma célula ativa é escolhida em uma lista. Uma célula é considerada ativa quando uma célula adjacente a ela pode ser adicionada ao aglomerado sem que ocorra uma sobreposição com outras. Se houver uma região adjacente à célula ativa escolhida (Figura 3.3(b)) sorteia-se uma posição aleatória e uma nova célula é adicionada, caso contrário, a célula ativa escolhida é atribuída como inativa (Figura 3.3(c)).

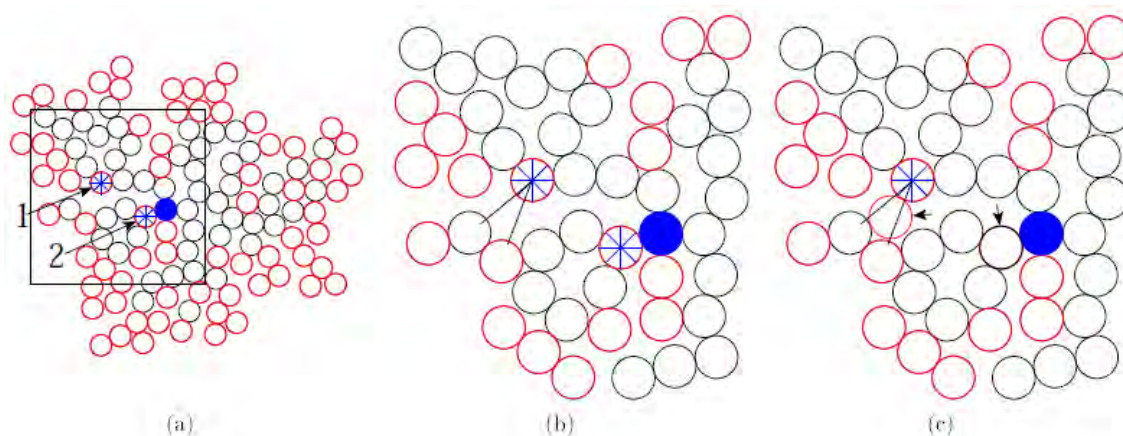


Figura 3.3: Ilustração do modelo de Eden fora de rede e suas regras de crescimento extraída de Alves [14]. A semente é destacada de azul, as células ativas em vermelho e as inativas em preto. (a) Exemplo de duas células ativas selecionadas para crescer (a partícula 1 possui uma região adjacente na qual a nova célula pode ser adicionada e a 2 não possui). (b) É destacada a região adjacente à célula 1 onde uma nova pode ser adicionada. (c) Uma nova célula é adicionada em uma direção aleatória dentro da região destacada em (b) e a célula 2 é adicionada à lista de inativas (elas aparecem destacadas por uma seta).

Para efetuarmos o cálculo da rugosidade da interface do aglomerado podemos usar pelo menos três métodos diferentes para definir a origem do sistema:

- O método da semente – considera a célula inicial de crescimento como origem.
- O método do centro de massa do aglomerado – considera como origem o centro de massa de todas as partículas do aglomerado.
- O método do centro de massa da borda – considera como origem o centro de massa das partículas que estão na periferia.

A Figura 3.4 mostra a evolução da rugosidade da interface em função do raio médio do agregado \bar{r} , definido como $\bar{r} = (N/\pi)^{1/2}$. Pode-se observar que para o método do centro de massa da borda e da semente os expoentes de crescimento são diferentes, onde temos $\beta_{CM} = (0,404 \pm 0,013)$ para o primeiro caso e $\beta_0 = (0,333 \pm 0,010)$ para o segundo (Figura 3.4(b)). O valor de β_{CM} concorda com os resultados obtidos por Wang et al. [19], porém o valor de β_0 está bem próximo do valor referente à classe de universalidade KPZ ($\beta_{KPZ} = 1/3$). O detalhe da Figura 3.4(a) mostra a relação entre $\Gamma = W^*_{CM}/W_0$ (círculo) e W^*_{CM}/W_{CM} (triângulo) onde W^*_{CM} é a rugosidade considerando o centro de massa do aglomerado. Nota-se que os expoentes β_{CM} e β^*_{CM} tendem assintoticamente para o mesmo valor à medida que o padrão cresce. Estes resultados confirmam pela primeira vez, que aglomerados radiais obtidos com o modelo de Eden fora de rede pertencem à classe de universalidade KPZ. Estas diferenças entre β_{CM} e β_0 bem como a lenta convergência entre β_{CM} e β^*_{CM} , encontrada, podem levar a conclusões equivocadas a respeito da classe de universalidade estudada.

A Figura 3.5 mostra trajetórias típicas dos centros de massa do aglomerado e da borda durante uma simulação. Vemos que o deslocamento do centro de massa da borda é muito maior que do centro de massa do aglomerado. O que explica as diferenças entre os expoentes β_{CM} e β^*_{CM} .

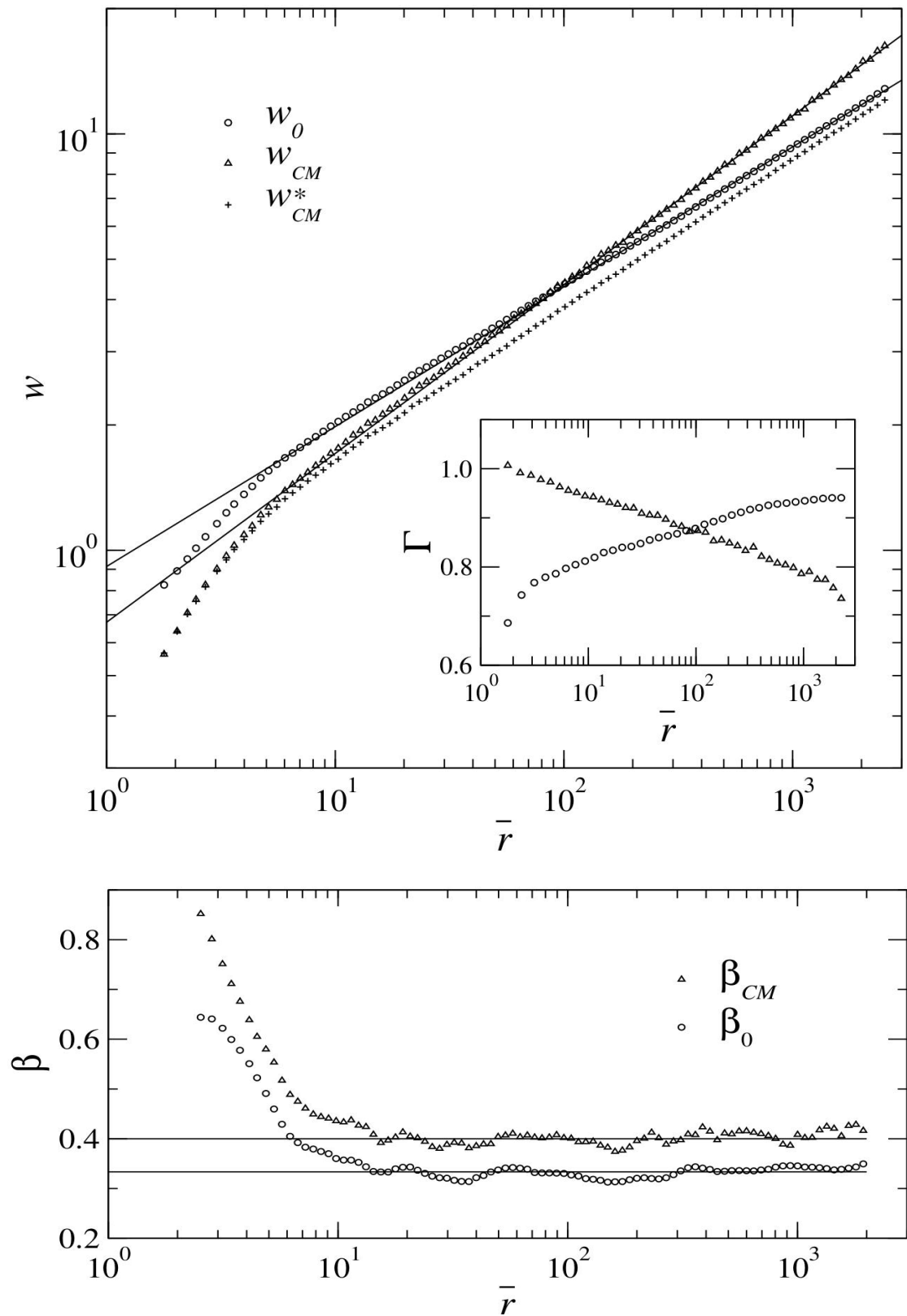


Figura 3.4: (a) Evolução da rugosidade considerando o centro de massa da borda da amostra (W_{CM}), o centro de massa da amostra (W_{CM}^*) e a semente (W_0); Também mostrada é a relação entre $\Gamma = W_{CM}^*/W_0$ (círculo) e W_{CM}^*/W_{CM} (triângulo). (b) Expoente de crescimento β em função do raio \bar{r} . Os valores obtidos são $\beta_0 = 1/3$ e $\beta_{CM} = 2/5$ [15].

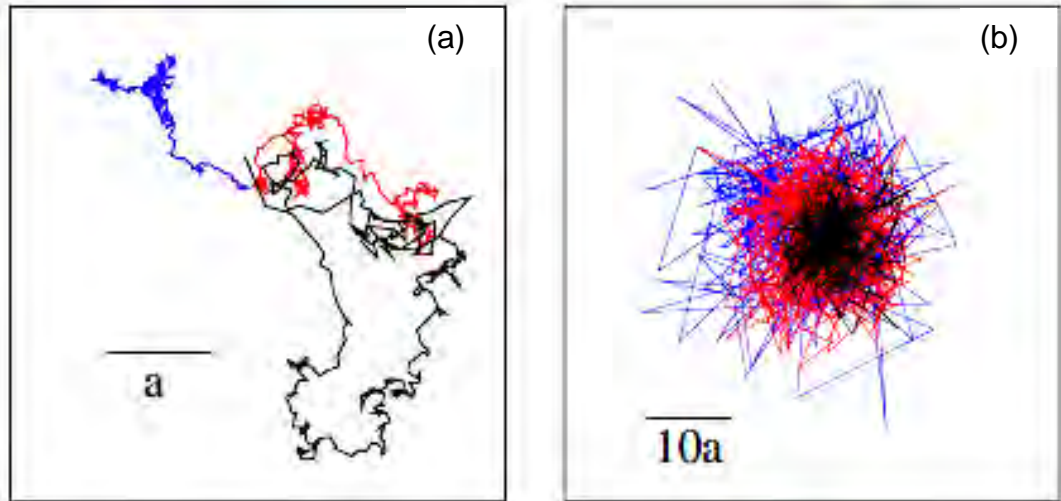


Figura 3.5: Trajetória típica do centro de massa (a) do aglomerado, (b) da borda. As cores correspondem ao seguintes passos de tempo: 342 (preto), 684 (vermelho) e 1024 (azul) [14].

Capítulo 4 – Materiais e métodos

Os padrões analisados foram produzidos utilizando uma célula de Hele-Shaw feita de duas placas quadradas de vidro sendo que a inferior mede 1,30 m e a superior 1,00 m de lado. A placa superior possui um furo central de 6 mm de diâmetro onde são injetados as esferas, como pode ser observado na Figura 4.1. A placa inferior foi montada sobre uma armação de ferro e cuidadosamente nivelada horizontalmente para que o efeito da gravidade não interfira na movimentação das esferas.

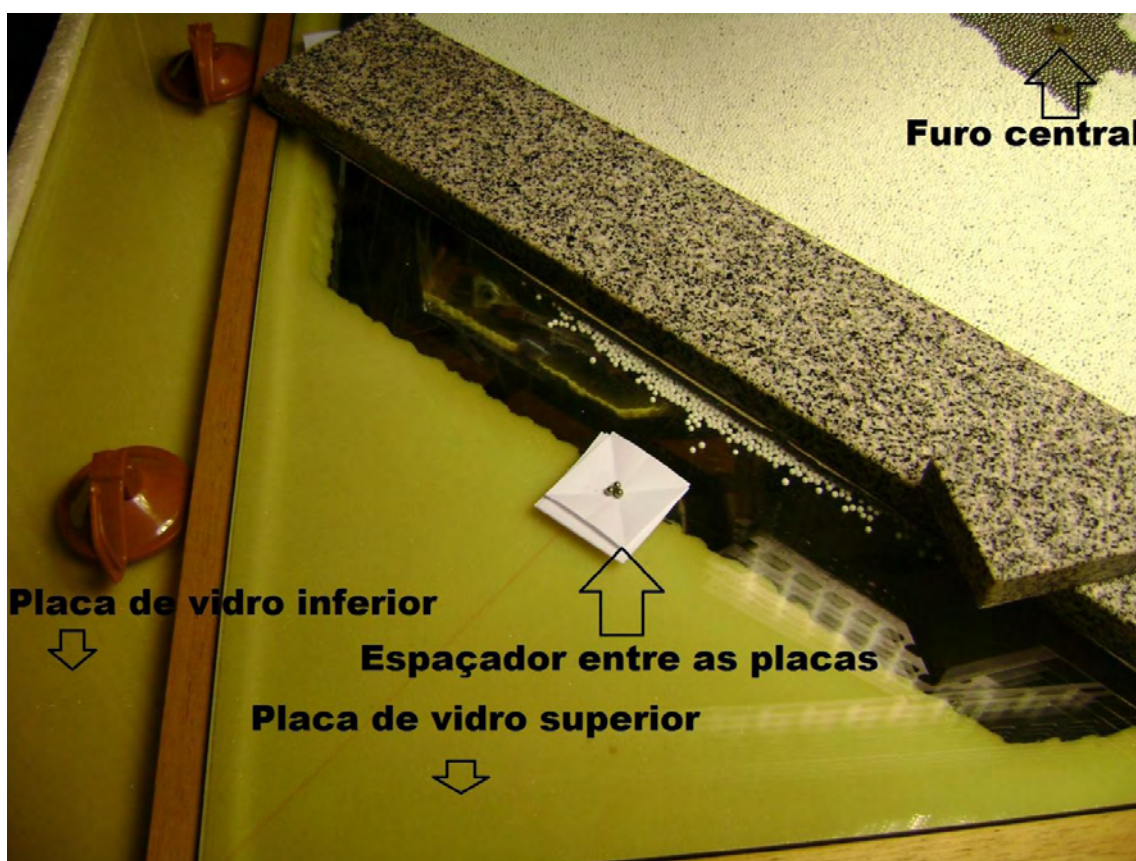


Figura 4.1: Foto mostrando a placa de vidro inferior e a superior sendo espaçada por 4 folhas de papel A4 e uma esfera de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro.

Sobre o centro da placa de vidro inferior era feita uma monocamada circular com densidade uniforme de esferas de modo que estas ficassem bem compactas sem se sobreporem uma sobre a outra. Para isso foram feitas

amostras com esferas de isopor polidisperso com diâmetro médio de $(2,9 \pm 0,6)$ mm ou com esferas de plástico com diâmetro médio de $(5,9 \pm 0,1)$ mm ou ainda uma mistura de esferas de plástico com diâmetro médio de $(5,9 \pm 0,1)$ mm e $(4,8 \pm 0,1)$ mm (Figura 4.2).

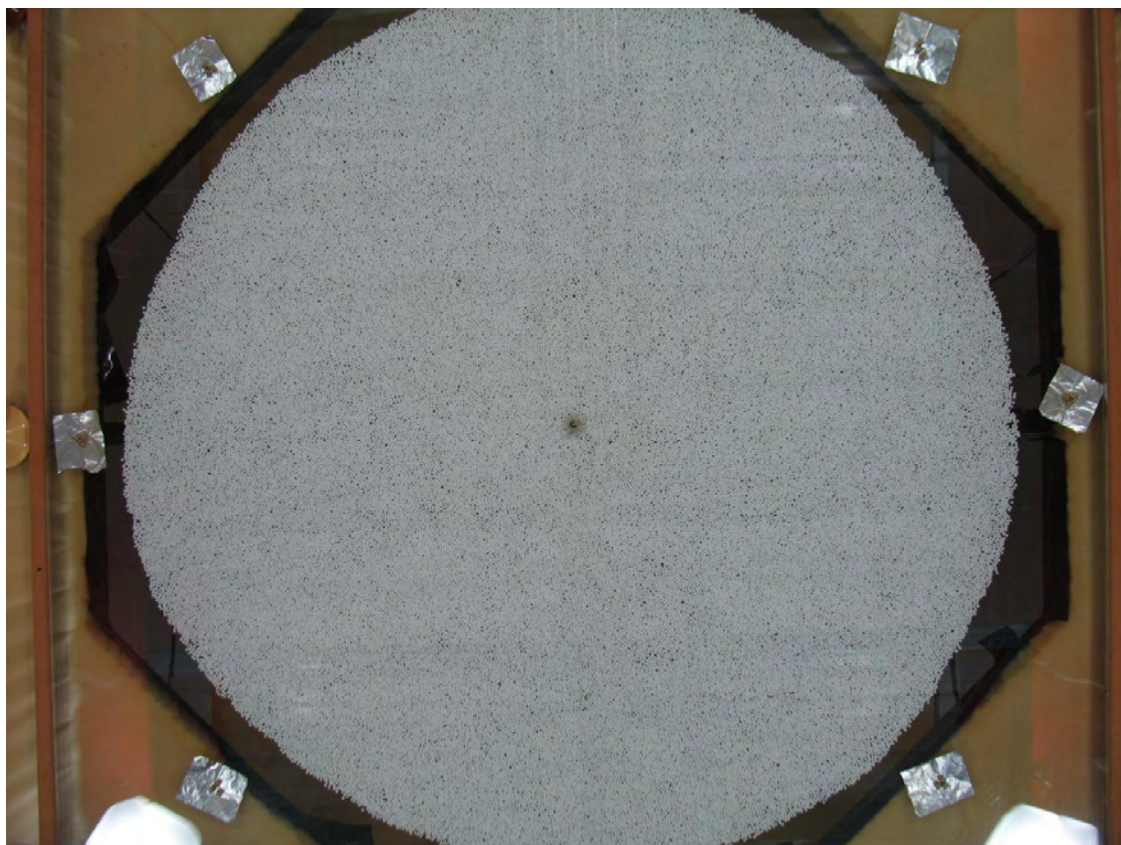


Figura 4.2: Monocamada aleatória de esferas de isopor polidisperso com os espaçadores.

Em volta da monocamada de esferas eram colocados oito espaçadores para manter um espaçamento fixo entre as duas placas de vidro. Para conseguir os espaçamentos desejados usamos combinações de papel A4, esferas de aço, pedaços de vidro, anel de motor, papel alumínio.

A placa superior era colocada sobre os espaçadores e para evitar que a placa superior movimentasse horizontalmente era colocada uma barra de madeira presa com ventosas em cada um dos quatro lados. Para evitar o movimento na direção vertical durante o experimento, foram colocadas oito placas de granito sobre a placa superior (Figura 4.3).

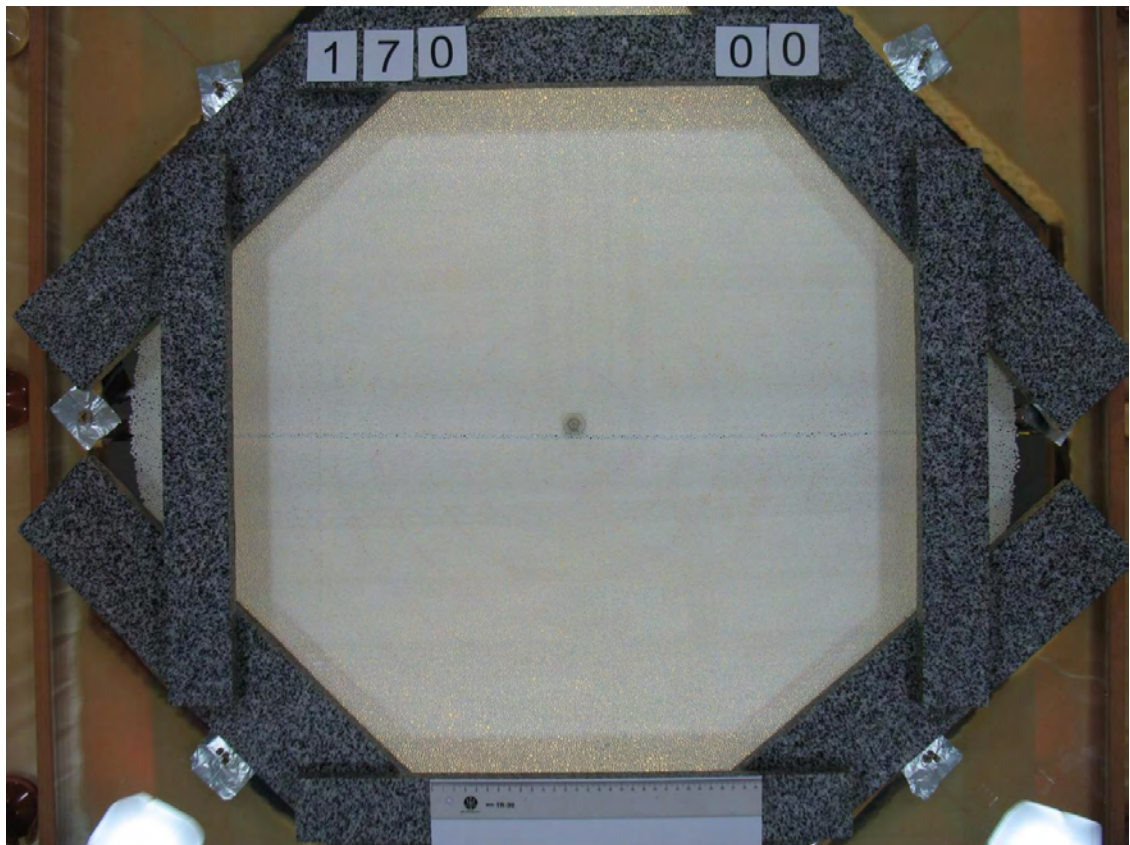


Figura 4.3: Foto da montagem pronta para o início do experimento.

Em seguida pesava-se em uma balança digital com precisão de 0,01g a quantidade desejada de esferas para cada injeção. Esta quantidade foi injetada manualmente no orifício no centro da placa superior de maneira quase estática com a ajuda de um bastão de teflon e, assim, deslocando a monocamada inicial para as extremidades (Figura 4.4).

Quando começamos a realizar os experimentos, sobre a célula de Hele-Shaw havia um espelho e uma lente convergente (Figura 4.5) que projetava uma imagem do padrão em um anteparo de papel vegetal localizado à direita da montagem mostrada na Figura 4.6. Com um pincel de retroprojeter contornávamos a imagem projetada no papel. Na Figura 4.7 podemos ver a célula de Hele-Shaw com um padrão formado e na Figura 4.8 vemos a imagem deste mesmo padrão já com o contorno desenhado. Em seguida os desenhos dos padrões eram digitalizados em um scanner com resolução de 600 dpi, gerando assim, um arquivo .bmp com o contorno da borda e com a marca do centro onde foram injetadas as esferas, como mostra a Figura 4.9.

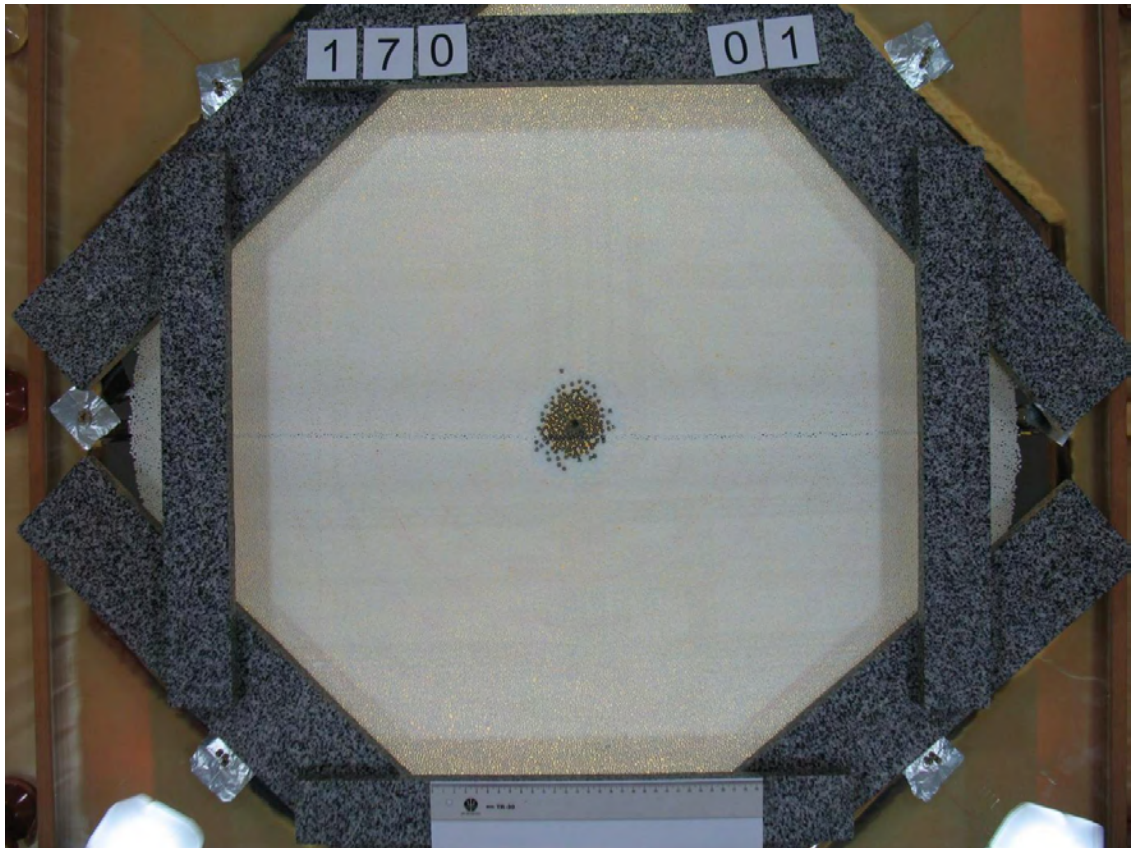


Figura 4.4: Foto da primeira injeção de esferas de aço em esferas de isopor polidisperso.

Depois, começamos a fotografar os padrões com uma câmera fotográfica Canon A620 com resolução de 7,2 Mp que era fixada em um suporte e controlada através de um computador para não haver alteração entre as fotos. A iluminação foi feita com quatro refletores com lâmpadas fluorescentes de 200W tampadas com papel vegetal, para diminuir os reflexos nos vidros da célula (Figura 4.10).

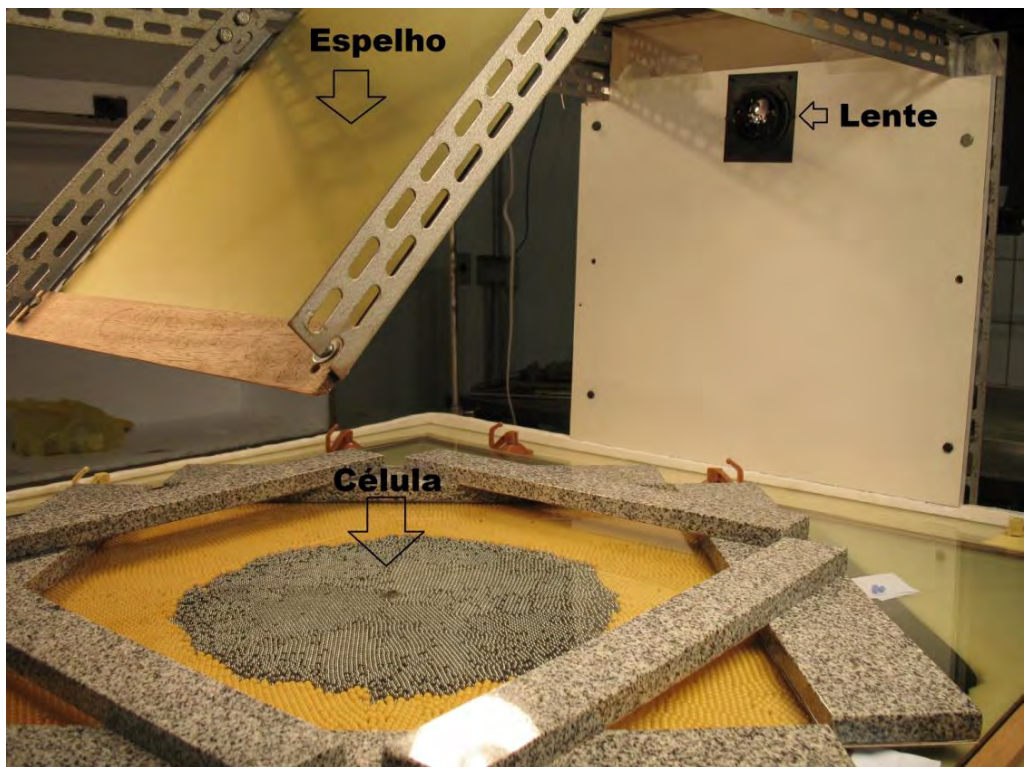


Figura 4.5: Foto da montagem experimental, mostrando: na parte inferior a célula de Hele-Shaw, na parte superior à esquerda o espelho que reflete a imagem para a lente convergente à direita.

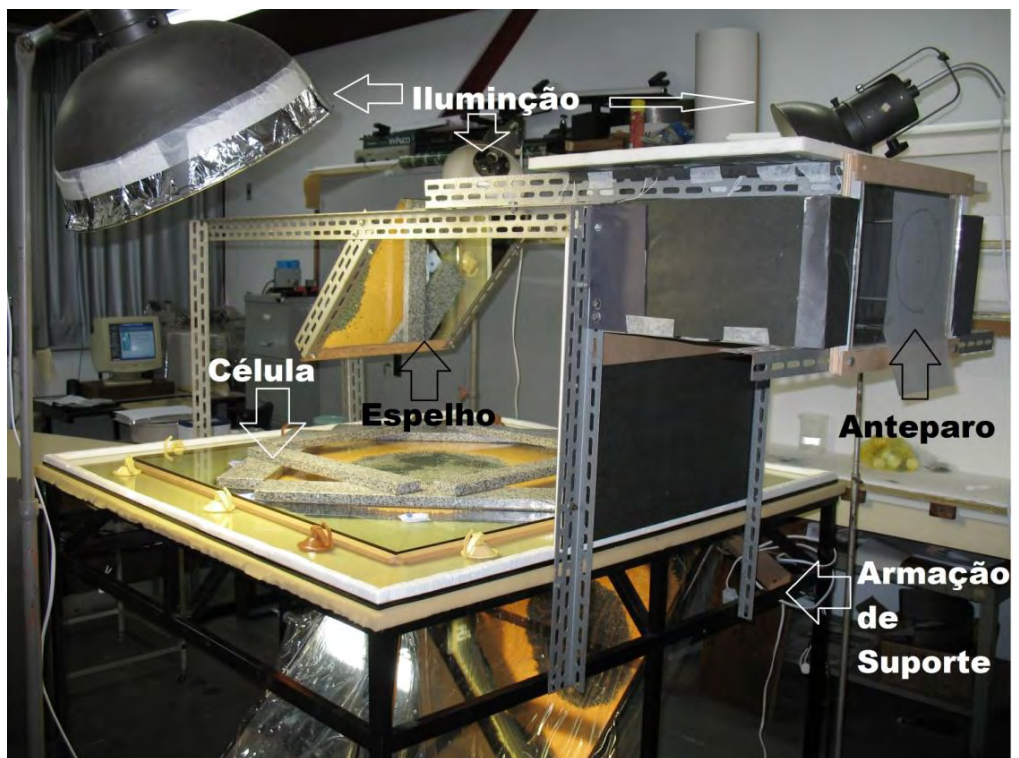


Figura 4.6: Foto de outro ângulo da montagem experimental, mostrando, a célula de Hele-Shaw, o espelho e o anteparo.

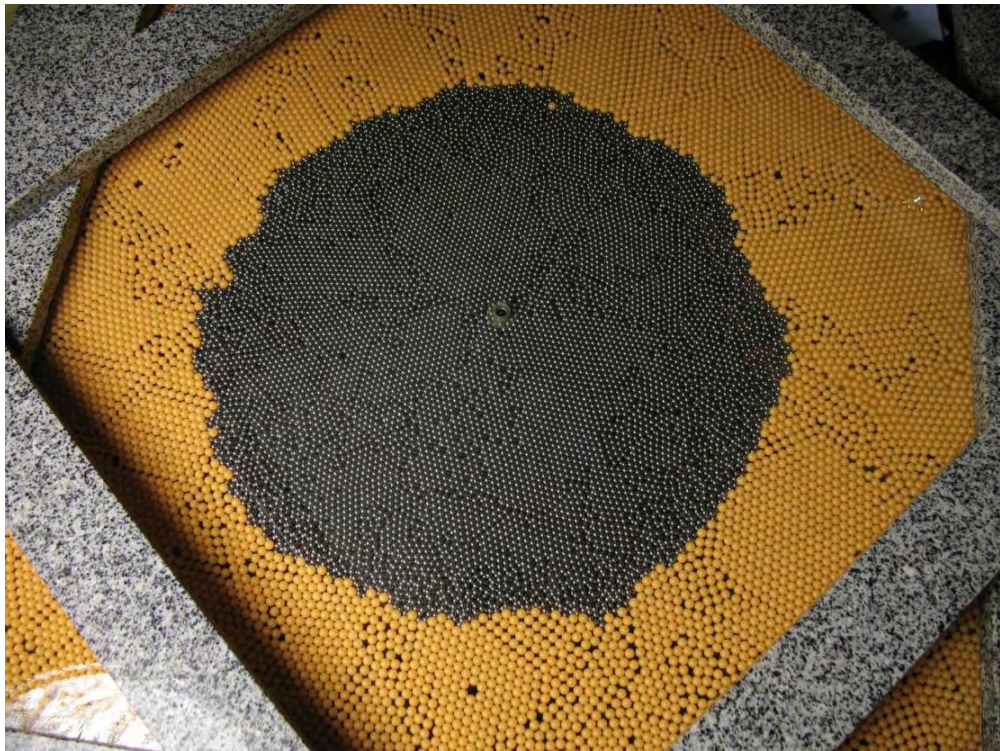


Figura 4.7: Foto de um dos padrões obtidos, onde injetamos esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro em uma monocamada inicial de esferas de plástico com $(5,9 \pm 0,1)$ mm de diâmetro e espaçamento entre as placas de $(6,3 \pm 0,1)$ mm.

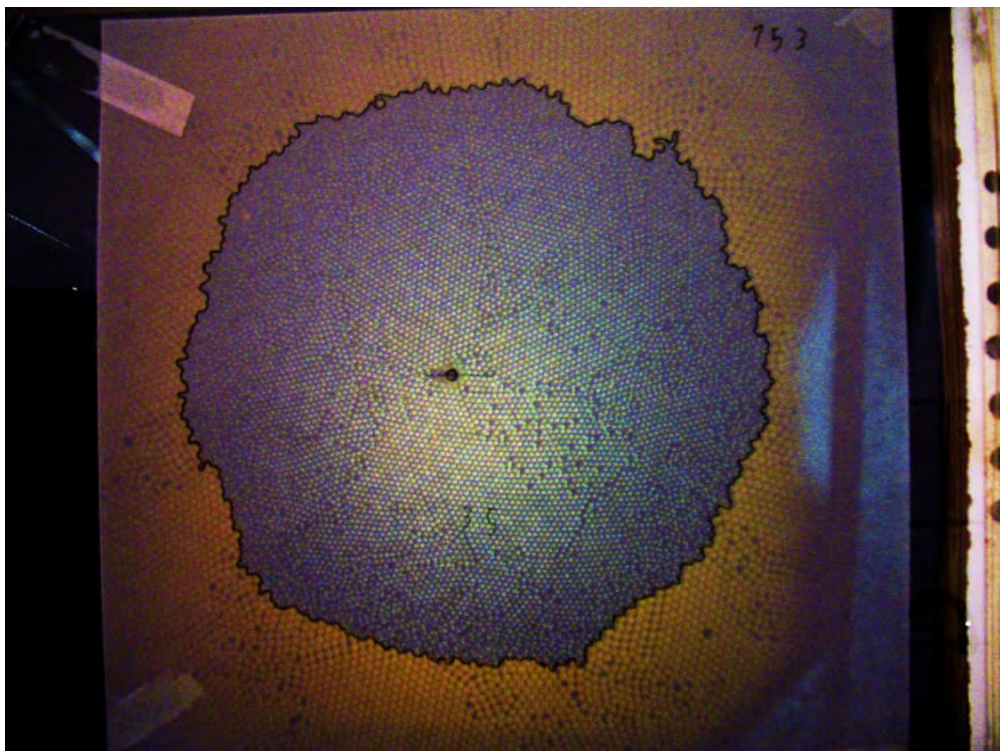


Figura 4.8: Foto da imagem do anteparo com o contorno do padrão da Figura 4.7 desenhado em papel vegetal.

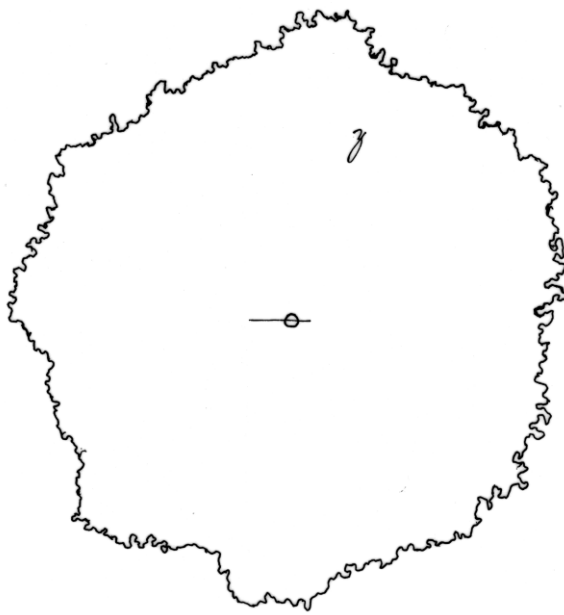


Figura 4.9: Foto do contorno em papel vegetal de um padrão digitalizado.



Figura 4.10: Foto da montagem da câmera e o suporte.

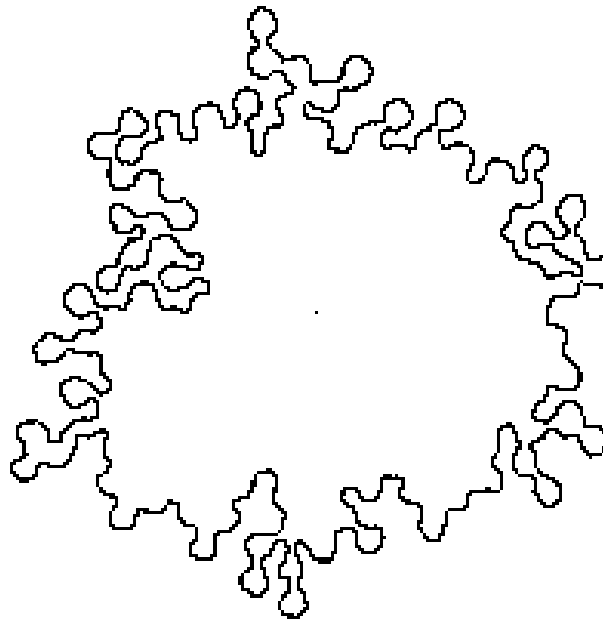


Figura 4.11: Imagem da seleção do contorno desenhado com a mesa digitalizadora.

Após fotografar os padrões, desenhávamos manualmente os contornos utilizando uma mesa digitalizadora Genius MousePen 8x6 e o programa Corel Paint Shop Pro Photo X2. Com o comando Magic Wand Tool, deste programa, selecionávamos o contorno e o centro onde os grãos eram injetados através da seleção da cor usada para desenhar o contorno e marcar o centro, salvando essa seleção em outro arquivo .bmp (Figura 4.11).

Tentamos usar programas como o ImageJ, Gimp e Corel Paint Shop Pro Photo X2 para achar o contorno dos padrões mas não obtivemos sucesso pois tínhamos que considerar apenas as esferas que estavam encostadas uma na outra, como mostra a Figura 4.12.

Em ambos os métodos, com posse dos arquivos .bmp e com o programa Paint preenchemos o interior da figura com a cor preta e o centro onde foram injetadas as esferas com um ponto vermelho (Figura 4.13). Com o programa CorelTRACE11 verificamos se havia ficado alguma área sem preencher de preto, como mostrado na Figura 4.14.

Para analisarmos estes experimentos, usamos o programa bmp2txt que transforma a figura obtida em um arquivo .dat, com as coordenadas horizontal e vertical de cada pixel e um número correspondente à cor daquele pixel.

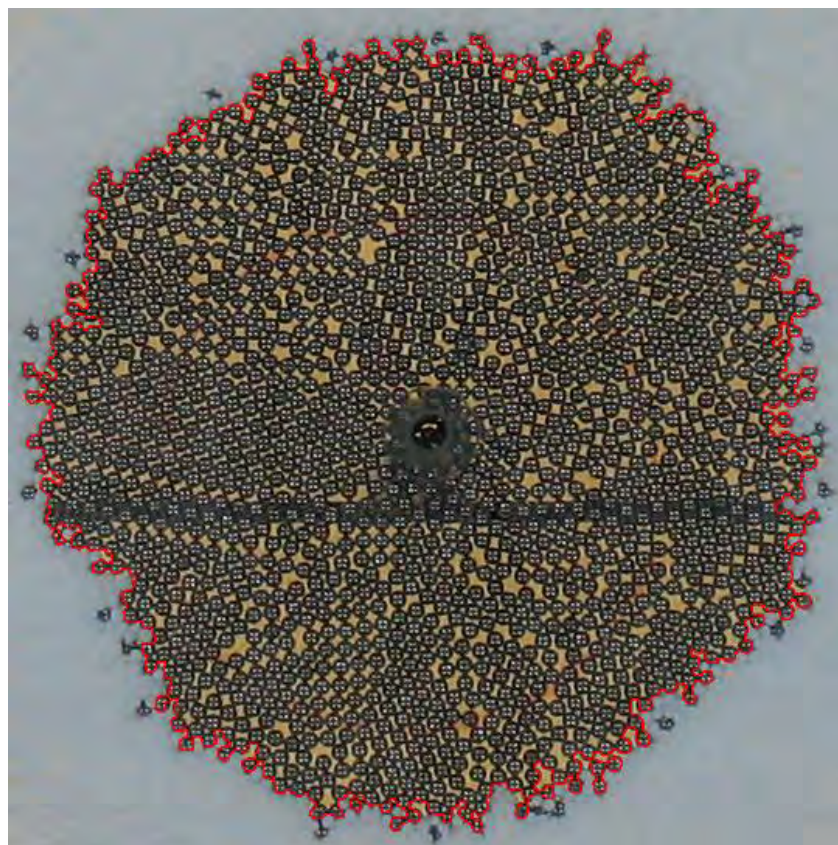


Figura 4.12: Contorno de uma amostra.

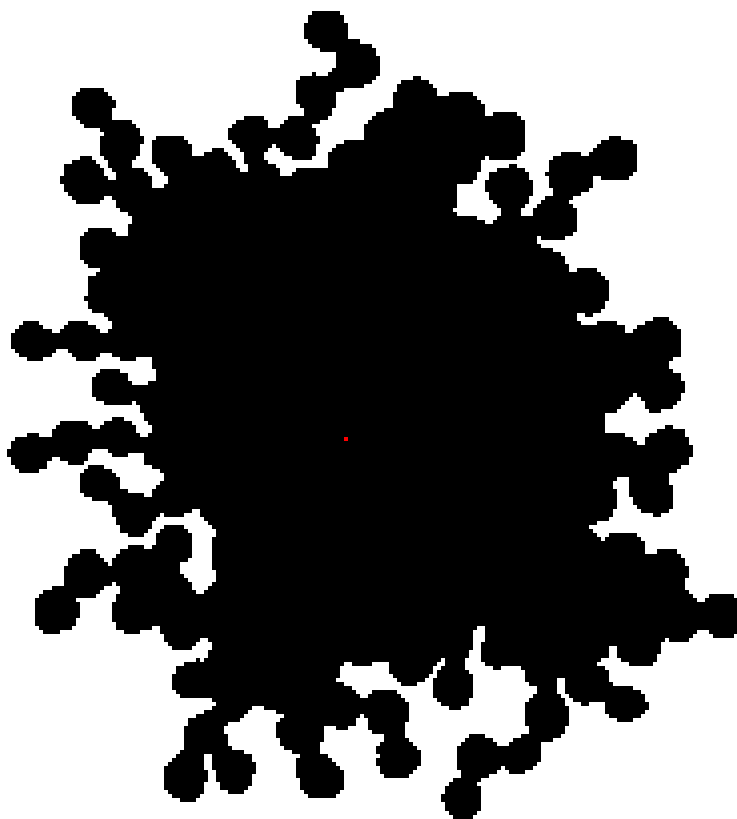


Figura 4.13: Imagem do arquivo .bmp com o ponto vermelho no centro de injeção.



Figura 4.14: Região com uma área sem preencher de preto.

Então, fizemos um programa em Fortran que lê este arquivo .dat, reconstituindo a imagem em uma matriz e através da análise da vizinhança de cada pixel encontra a borda do padrão. O programa calcula o centro de massa do padrão, considerando a posição de todos os pixels internos à borda (todos os pontos pretos e o vermelho no centro de injeção), e o centro de massa da borda (considerando a posição de todos os pixels da borda). Para isso consideramos a massa de cada pixel igual a uma unidade de massa.

Para a análise da rugosidade dos padrões, o programa calcula a distância de cada ponto da borda considerando três origens diferentes: (a) o ponto onde foram injetados os grãos; (b) o centro de massa do padrão; e (c) o centro de massa da borda. Com estas distâncias calculamos a rugosidade da amostra com a equação (2.2) onde a altura h , no nosso experimento seria a distância até um dos centros. Determinamos o expoente β com a ajuda do software Origin, fazendo o gráfico da rugosidade em função do tempo (no nosso caso do número de esferas injetadas).

Capítulo 5 – Resultados e discussão

5.1 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 5,9 mm.

Em um trabalho desenvolvido anteriormente pelo aluno de Iniciação Científica Jader Carlos Moreira, foram produzidos padrões com espaçamento de $(5,9 \pm 0,1)$ mm entre as duas placas de vidro onde foram colocadas, aleatoriamente, esferas de isopor polidisperso com diâmetro médio de $(2,9 \pm 0,6)$ mm formando uma camada circular de grãos com densidade uniforme. Em seguida foram injetadas esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro no orifício no centro da placa superior. A monocamada inicial de esferas de isopor é deslocada devido à injeção das esferas de aço. Neste experimento os padrões foram desenhados em papel vegetal e posteriormente digitalizados.

Com os padrões produzidos pelo aluno Jader Carlos Moreira, fizemos a análise computacional.

Na Figura 5.1 temos um exemplo de evolução temporal de uma das 10 amostras analisadas.

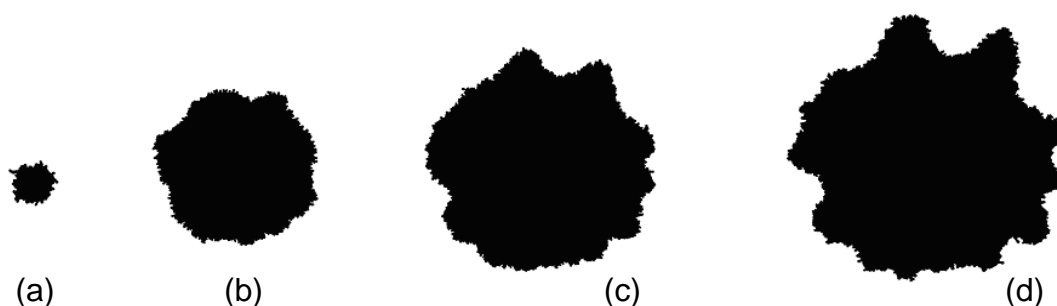


Figura 5.1: Evolução temporal após a injeção de (a) $(196,2 \pm 0,5)$, (b) (2747 ± 7) , (c) (5490 ± 10) e (d) (8630 ± 20) esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro e espaçamento de $(5,9 \pm 0,1)$ mm.

A princípio o expoente β foi calculado através do gráfico da rugosidade pelo raio médio \bar{r} (média das distâncias de cada ponto da borda à origem considerada), assim como foi feito nas Ref. [9,11,12]. Mas foi observado que em nosso experimento o raio é proporcional à raiz quadrada do tempo como mostra a Figura 5.2 (uma unidade de tempo equivale à adição de $(196,2 \pm 0,5)$ esferas de aço). Assim, não foi possível obter β corretamente (Figura 5.3). Vimos que não é o raio e sim o número de esferas injetadas que é proporcional ao tempo.

Foi feito, então, o cálculo da rugosidade em função do número de esferas injetadas uma vez que, por definição, este é proporcional ao tempo, como podemos observar na Figura 5.4.

A Figura 5.5 mostra o resultado da rugosidade em função do número de esferas injetadas medindo-se a distância de cada ponto da borda até o ponto onde: (a) os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda. As barras de erro foram calculadas através da média de 10 amostras.

Com a injeção de (785 ± 2) a (3531 ± 9) esferas de aço, observamos que o valor do expoente de crescimento β é $(0,48 \pm 0,03)$, $(0,43 \pm 0,02)$ e $(0,47 \pm 0,03)$ considerando o centro da amostra, o centro de massa do padrão e o centro de massa da borda da amostra, respectivamente. Para (3531 ± 9) a (8630 ± 20) esferas de aço injetadas obtivemos β igual a $(0,93 \pm 0,06)$, $(0,92 \pm 0,05)$ e $(0,97 \pm 0,05)$ considerando o centro da amostra, o centro de massa do padrão e o centro de massa da borda, respectivamente.

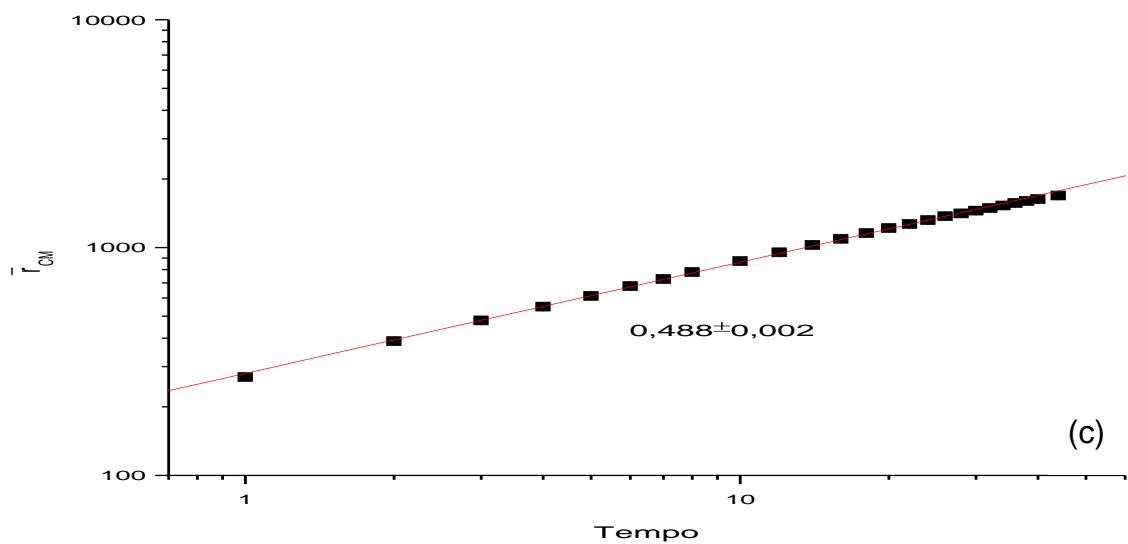
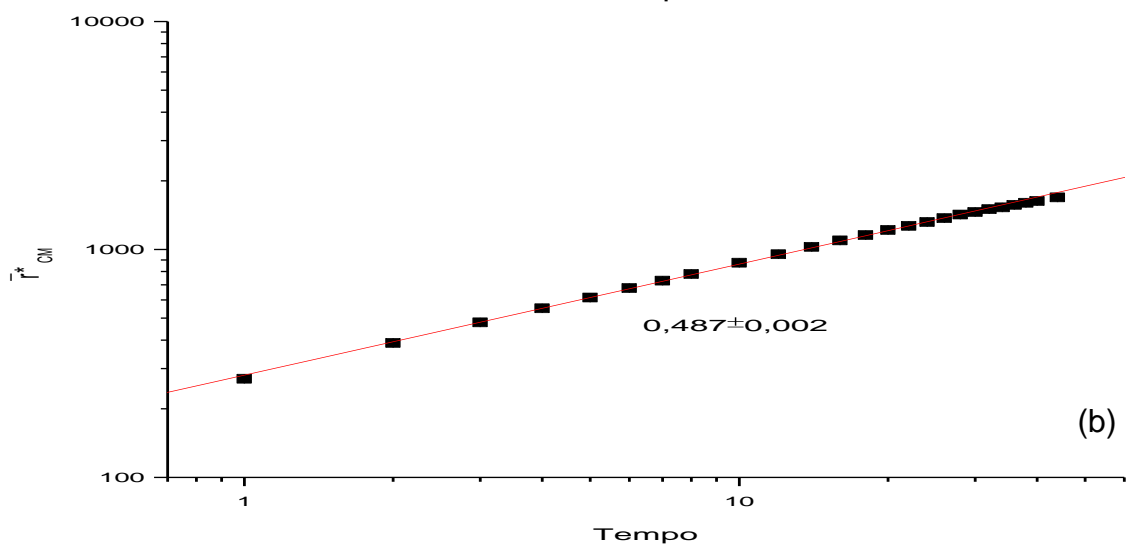
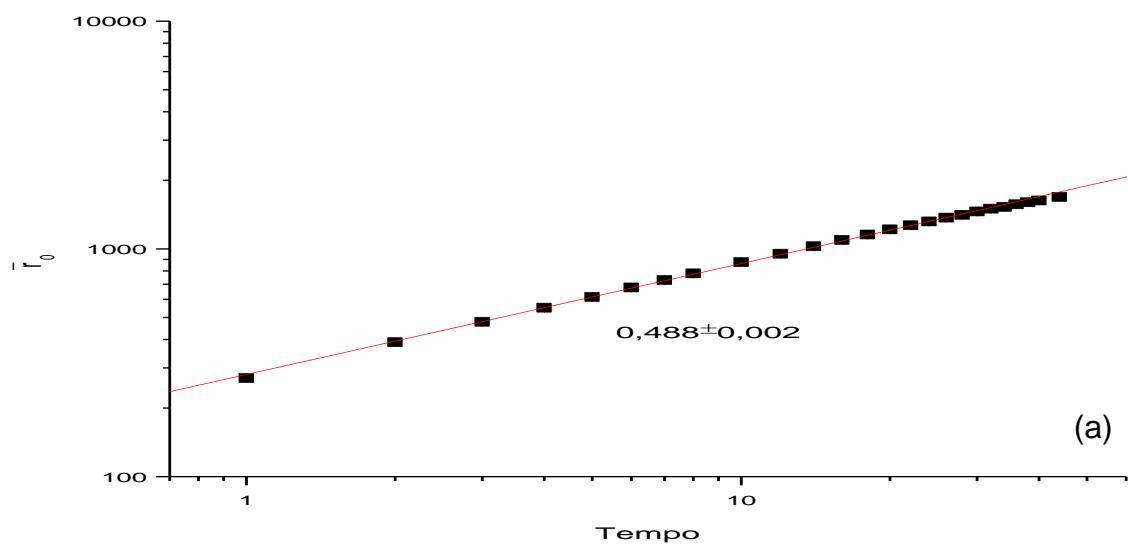


Figura 5.2: Raio médio em função do tempo, considerando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

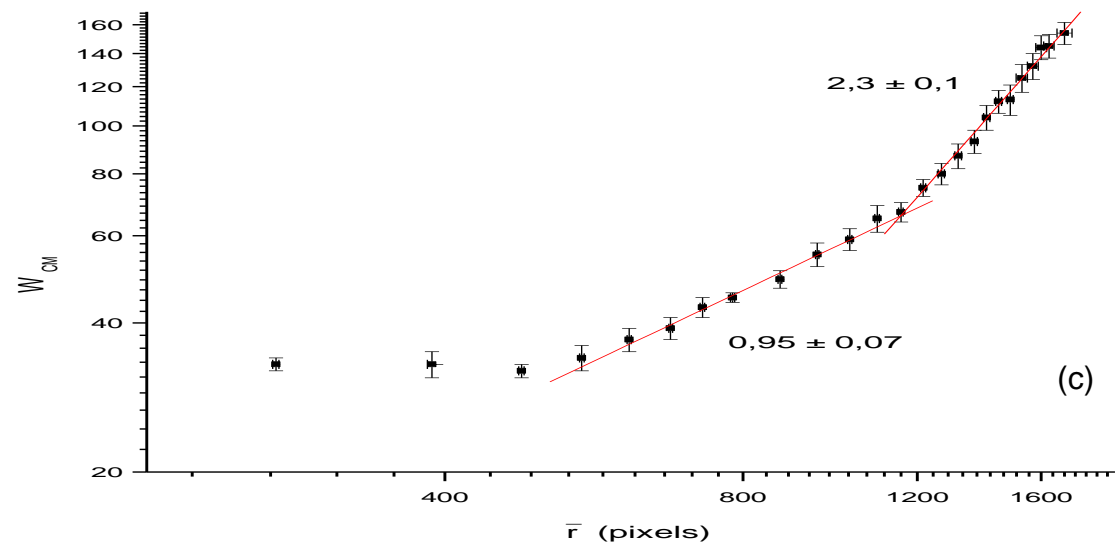
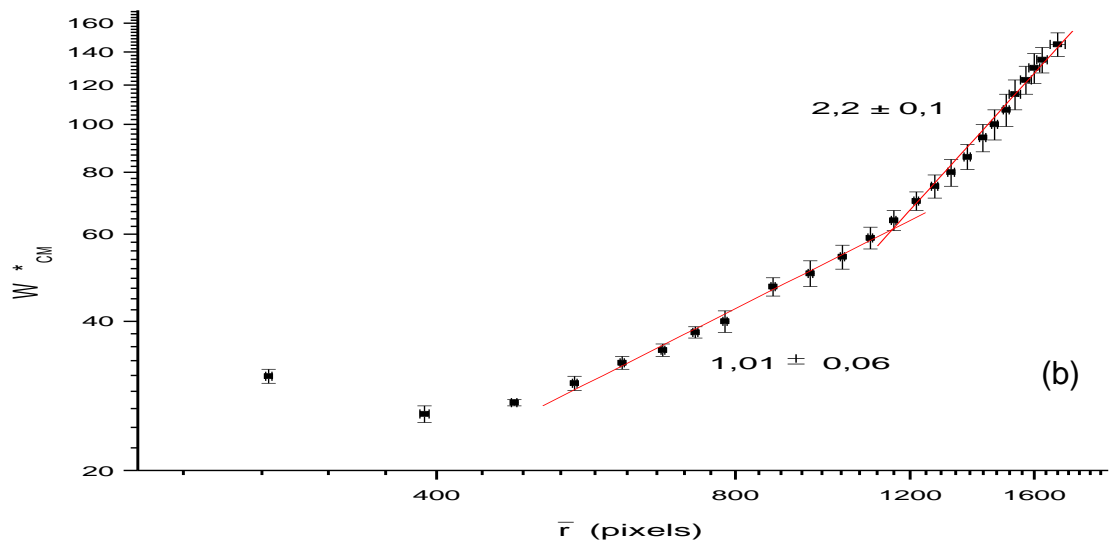
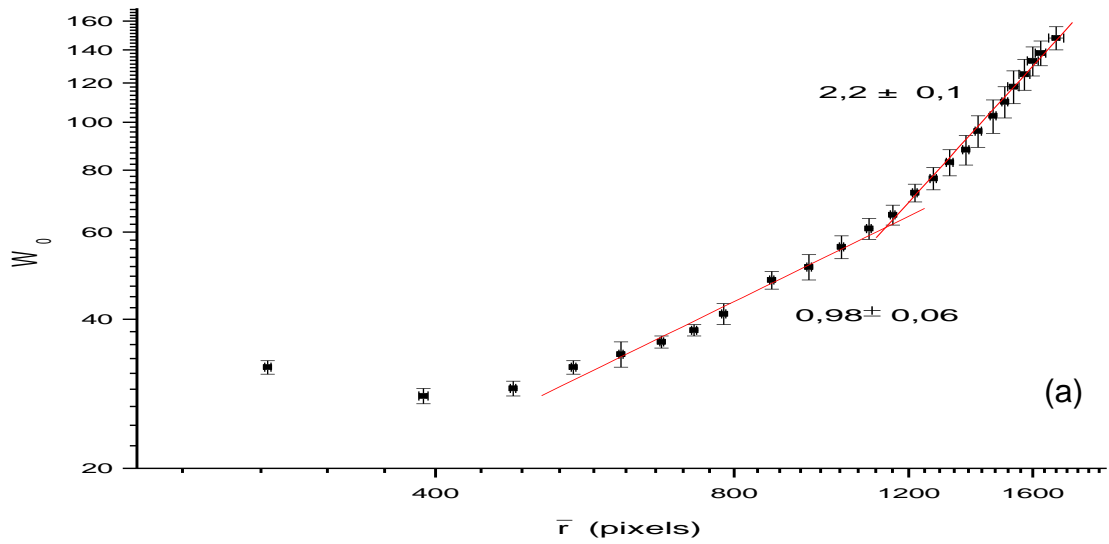


Figura 5.3: Rugosidade em função do raio médio do padrão, considerando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

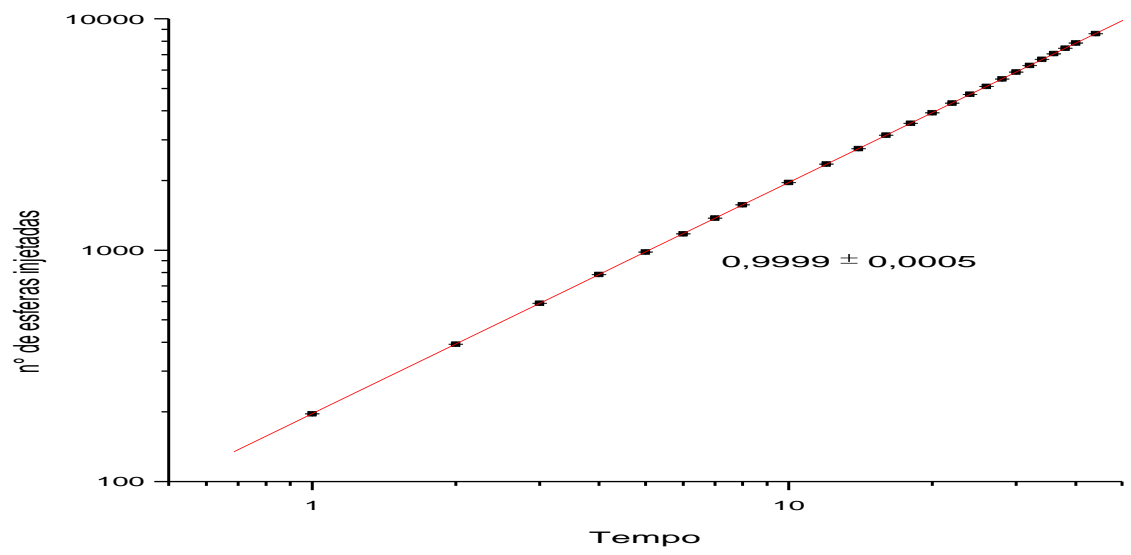


Figura 5.4: Número de esferas injetadas em função do tempo.

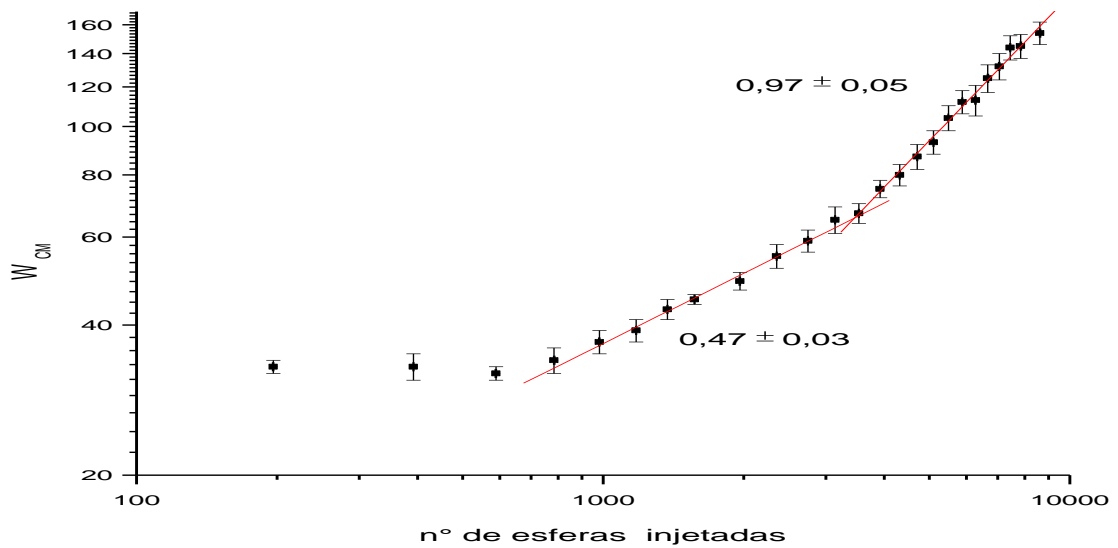
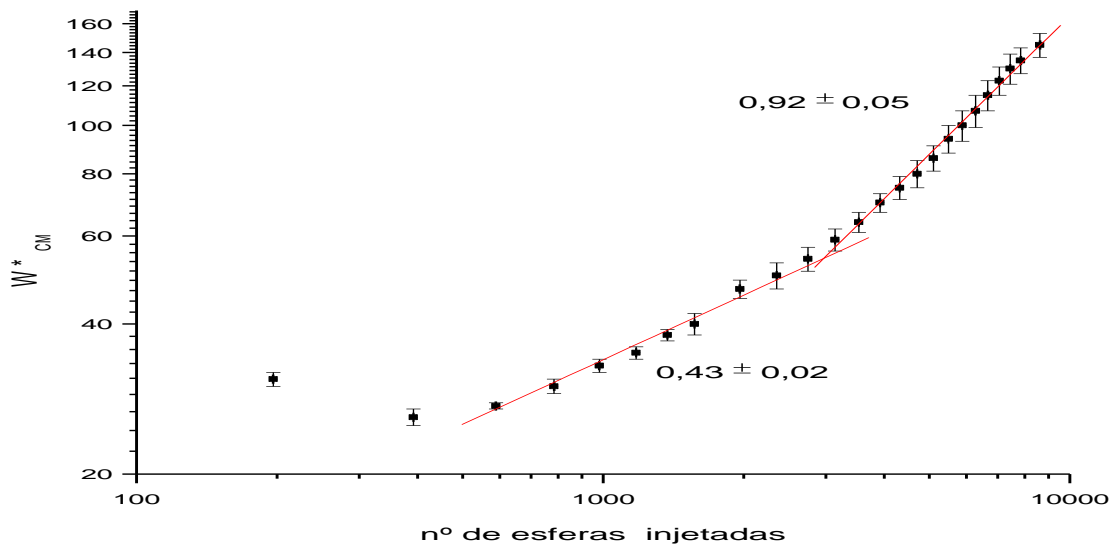
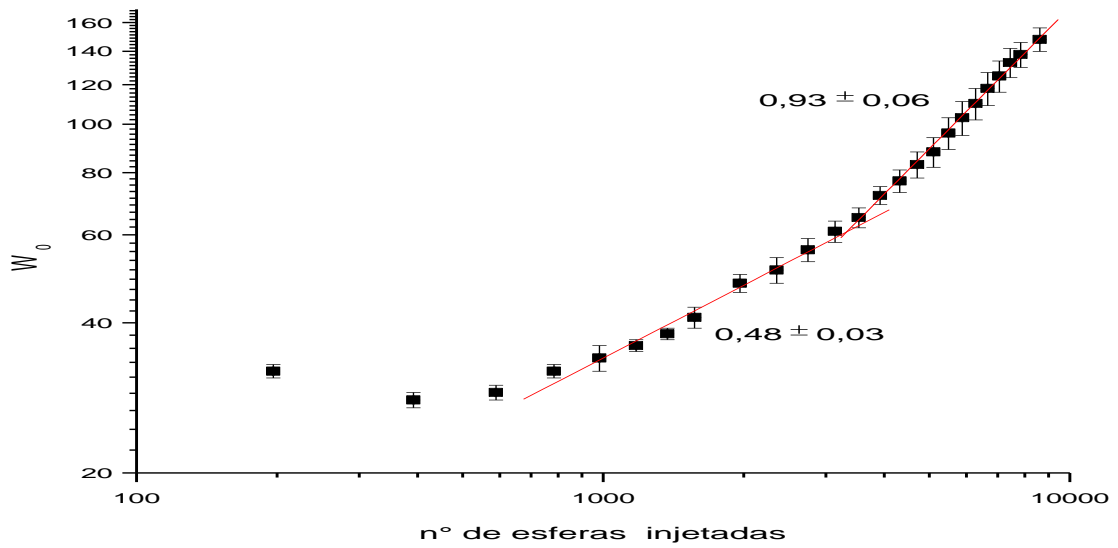


Figura 5.5: Rugosidade em função do número de esferas injetadas, considerando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

5.2 – Mistura de esferas de aço (75% de 3,17 mm e 25% de 3,94 mm) em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 4,30 mm.

Para evitar o desenvolvimento de “dedos” nos padrões, repetimos os experimentos primeiramente realizados por Sandro Farias Pinto [10]. Mantivemos um espaçamento entre as placas igual a $(4,30 \pm 0,02)$ mm e misturamos 75% de esferas de aço com $(3,17 \pm 0,01)$ mm de diâmetro com 25% de esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro. Esta mistura foi injetada em esferas de isopor polidisperso com diâmetro médio de $(2,9 \pm 0,6)$ mm (Figura 5.6). Desenhamos o contorno deste padrão em papel vegetal. Porém os padrões continuaram a apresentar dedos como vemos na Figura 5.6(e).

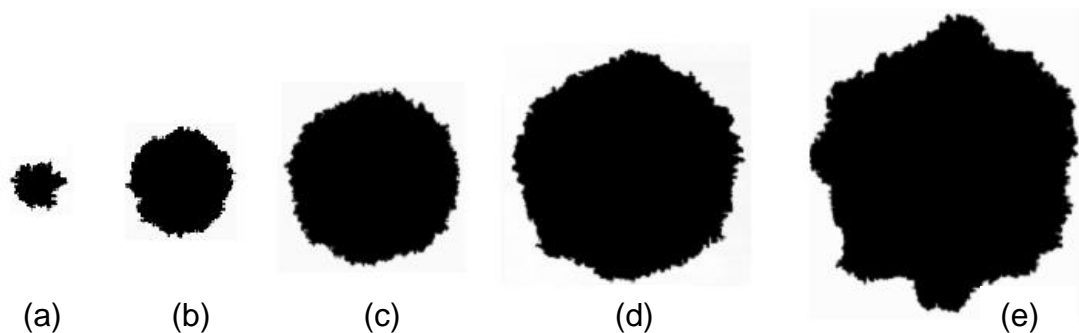


Figura 5.6: Evolução temporal após a injeção de (a) $(116,2 \pm 0,2)$ e $(38,4 \pm 0,1)$, (b) (460 ± 20) e (308 ± 6) , (c) (3230 ± 60) e (1080 ± 20) , (d) (6500 ± 100) e (2160 ± 40) , (e) (10100 ± 200) e (3388 ± 70) esferas de aço com $(3,17 \pm 0,01)$ mm de diâmetro e esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro, respectivamente, em esferas de isopor polidisperso mantendo um espaçamento entre as placas igual a $(4,30 \pm 0,02)$ mm.

Observamos que, também neste caso, o raio médio \bar{r} não é proporcional ao tempo ($\log(\bar{r})/\log(\text{tempo}) \neq 1$) como mostra a Figura 5.7 (uma unidade de tempo corresponde à injeção de $(116,7 \pm 0,2)$ e $(38,4 \pm 0,1)$ esferas de aço com diâmetros de $(3,17 \pm 0,01)$ mm e $(3,94 \pm 0,03)$ mm, respectivamente). A Figura 5.8 mostra que o número de esferas de aço injetadas é diretamente proporcional ao tempo.

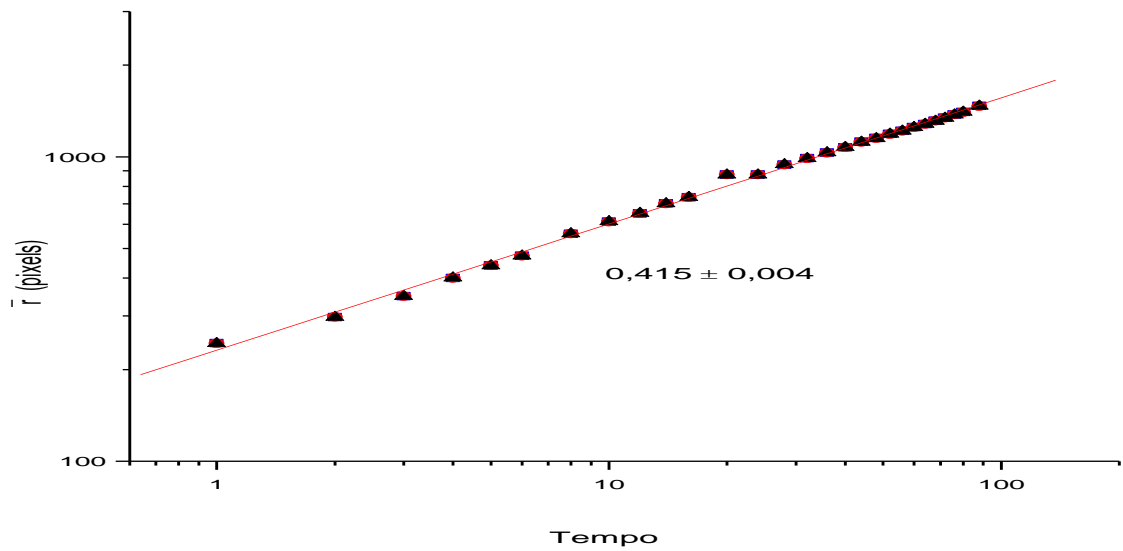


Figura 5.7: Raio médio em função do tempo.

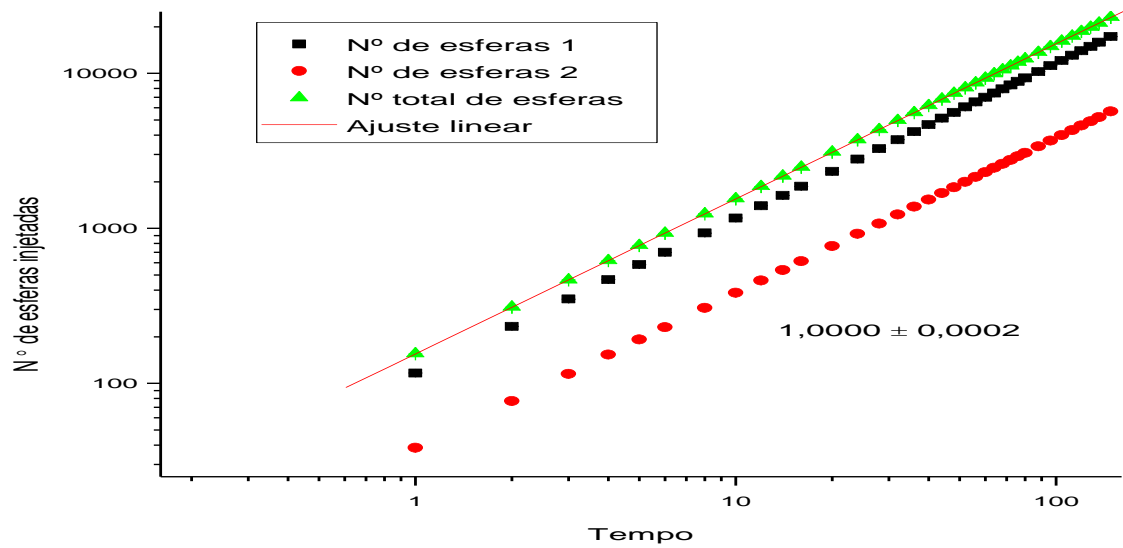


Figura 5.8: Número de esferas injetadas em função do tempo, onde esfera 1 e esfera 2 são as esferas com diâmetro de $(3,17 \pm 0,01)$ mm e $(3,94 \pm 0,03)$ mm, respectivamente. O número total de esferas é a soma do número de esferas 1 e esferas 2.

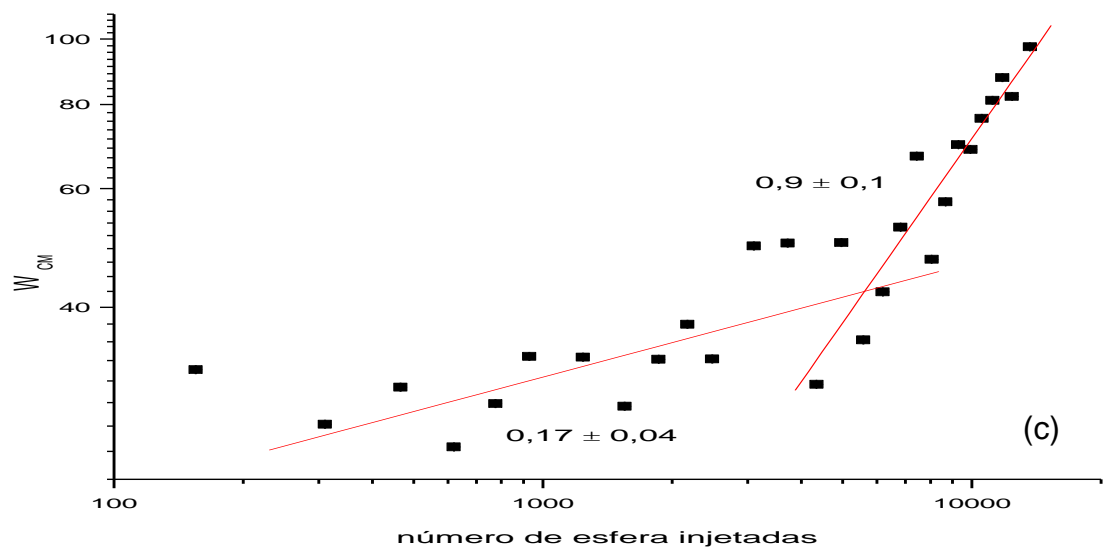
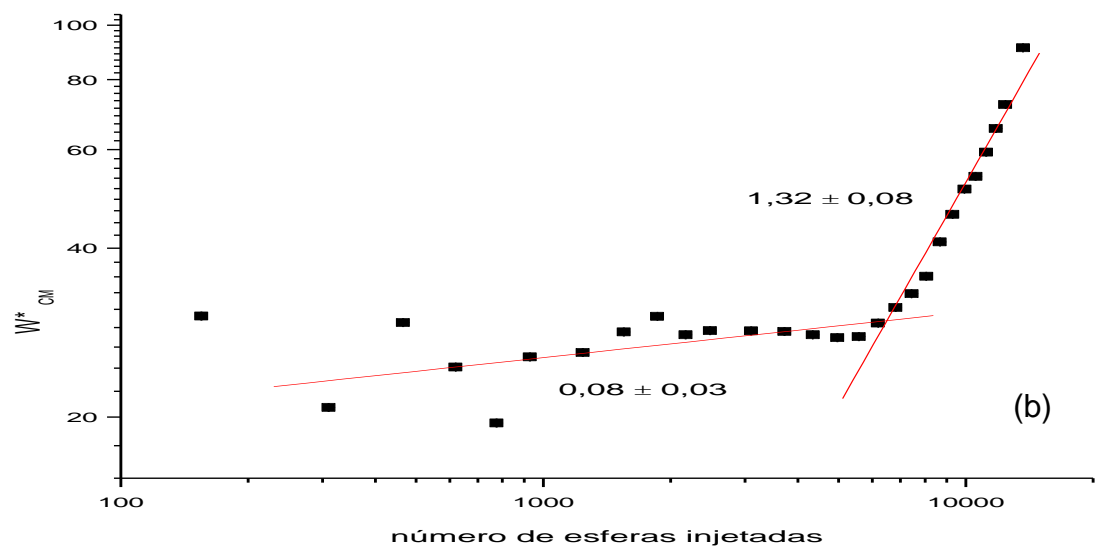
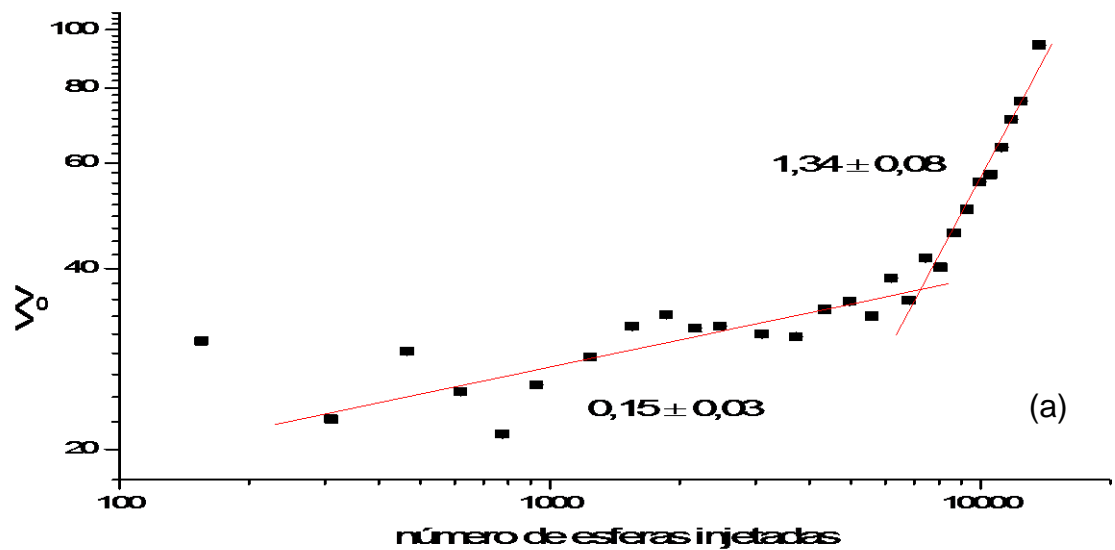


Figura 5.9: Rugosidade em função do número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

A Figura 5.9 mostra o resultado da rugosidade em função do número de esferas injetadas medindo-se a distância de cada ponto da borda até o ponto onde: (a) os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do sistema; (c) o centro de massa da borda. Assim, obtivemos β igual a $(1,34 \pm 0,08)$, $(1,32 \pm 0,08)$ e $(0,9 \pm 0,1)$ para os casos (a), (b) e (c), respectivamente. Os resultados mostrados são para somente uma amostra e, portanto, apresentam um ruído muito grande. Como os padrões continuaram a apresentar “dedos” pronunciados, nós tentamos mudar a configuração do experimento

5.3 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de plástico 5,9 mm e espaçamento de 6,3 mm.

Resolvemos usar esferas de plástico em vez do isopor para compor a monocamada inicial. Então, injetamos esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro em esferas de plástico com $(5,9 \pm 0,1)$ mm de diâmetro mantendo um espaçamento igual a $(6,3 \pm 0,1)$ mm e obtivemos os padrões mostrados na Figura 5.10. Porém as esferas de plástico formavam regiões com organização regulares (Figura 5.11) o que poderia interferir na rugosidade dos padrões devido às organizações das esferas. Desenhamos o contorno deste padrão em papel vegetal. Ainda não fizemos a análise computacional deste experimento.

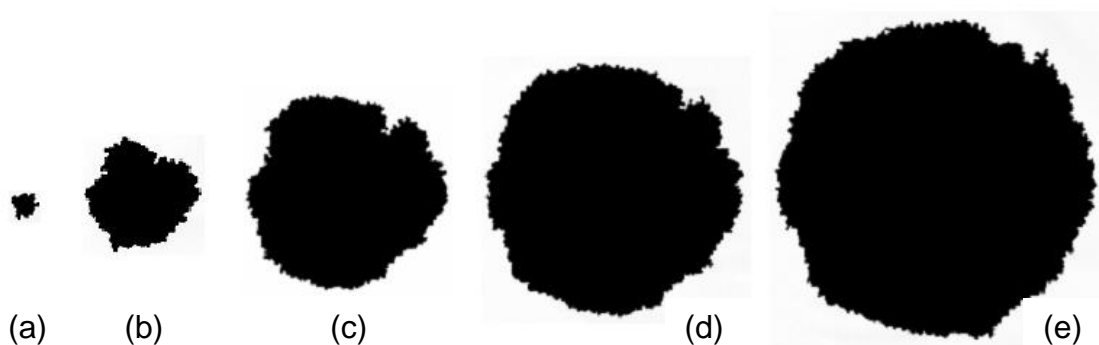


Figura 5.10: Evolução temporal após a injeção de (a) $(98,0 \pm 0,2)$, (b) (980 ± 2) , (c) (3530 ± 10) , (d) (6670 ± 20) e (e) (14520 ± 30) esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro injetadas em esferas de plástico com $(5,9 \pm 0,1)$ mm de diâmetro com espaçamento igual a $(6,3 \pm 0,1)$ mm.



Figura 5.11: Padrão com a formação de varias regiões com organização regular.

5.4 – Mistura de esferas de aço (75% de 3,17 mm e 25% de 3,94 mm) em monocamada de uma mistura de esferas de plástico com 5,9 mm e miçangas com 4,8 mm e espaçamento de 6,4 mm.

Para acabar com as regiões organizadas, mencionadas acima, fizemos uma monocamada circular de esferas de plástico com $(5,9 \pm 0,1)$ mm de diâmetro e em seguida espalhamos aleatoriamente miçangas com $(4,8 \pm 0,1)$ mm de diâmetro sobre a monocamada e compactamos de modo que as miçangas se espalhassem uniformemente entre as esferas de plástico. Em seguida injetamos uma mistura de 75% de esferas de aço com $(3,17 \pm 0,01)$ mm de diâmetro e 25% de esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro mantendo um espaçamento igual a $(6,4 \pm 0,1)$ mm. Desenhamos o contorno deste padrão em papel vegetal. Obtivemos um padrão circular como podemos ver na Figura 5.12.

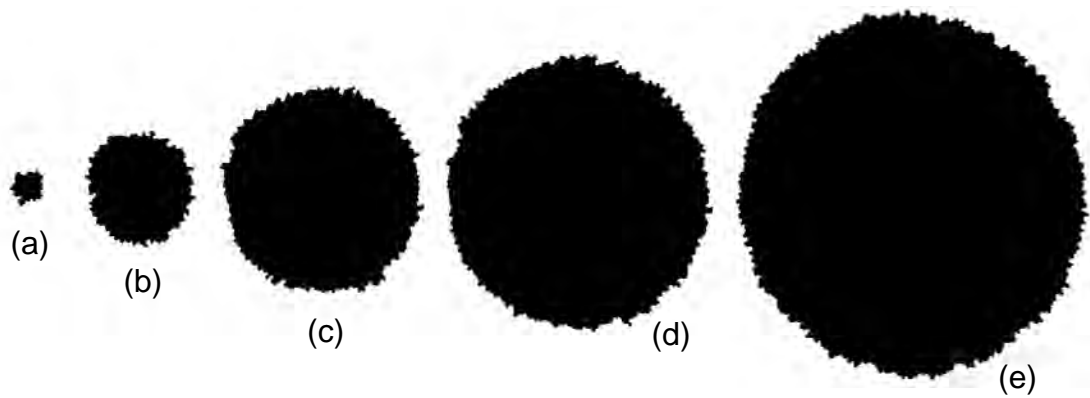


Figura 5.12: Evolução temporal após a injeção de (a) $(116,7 \pm 0,2)$ e $(38,4 \pm 0,1)$, (b) (1400 ± 2) e (461 ± 1) , (c) (5133 ± 7) e (1689 ± 4) , (d) (9330 ± 10) e (3072 ± 7) , (e) (17270 ± 20) e (5680 ± 10) esferas de aço com $(3,17 \pm 0,01)$ mm de diâmetro e esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro injetadas em esferas de plástico com $(5,9 \pm 0,1)$ mm de diâmetro e miçangas com $(4,8 \pm 0,1)$ mm de diâmetro com espaçamento igual a $(6,4 \pm 0,1)$ mm.

A Figura 5.13 mostra o resultado da rugosidade em função do número de esferas injetadas medindo-se a distância de cada ponto da borda até o ponto onde: (a) os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do sistema; (c) o centro de massa da borda. As barras de erro foram calculadas através da média de 3 amostras. Não observamos regiões com o expoente β bem definido já que o ruído nos dados é muito grande.

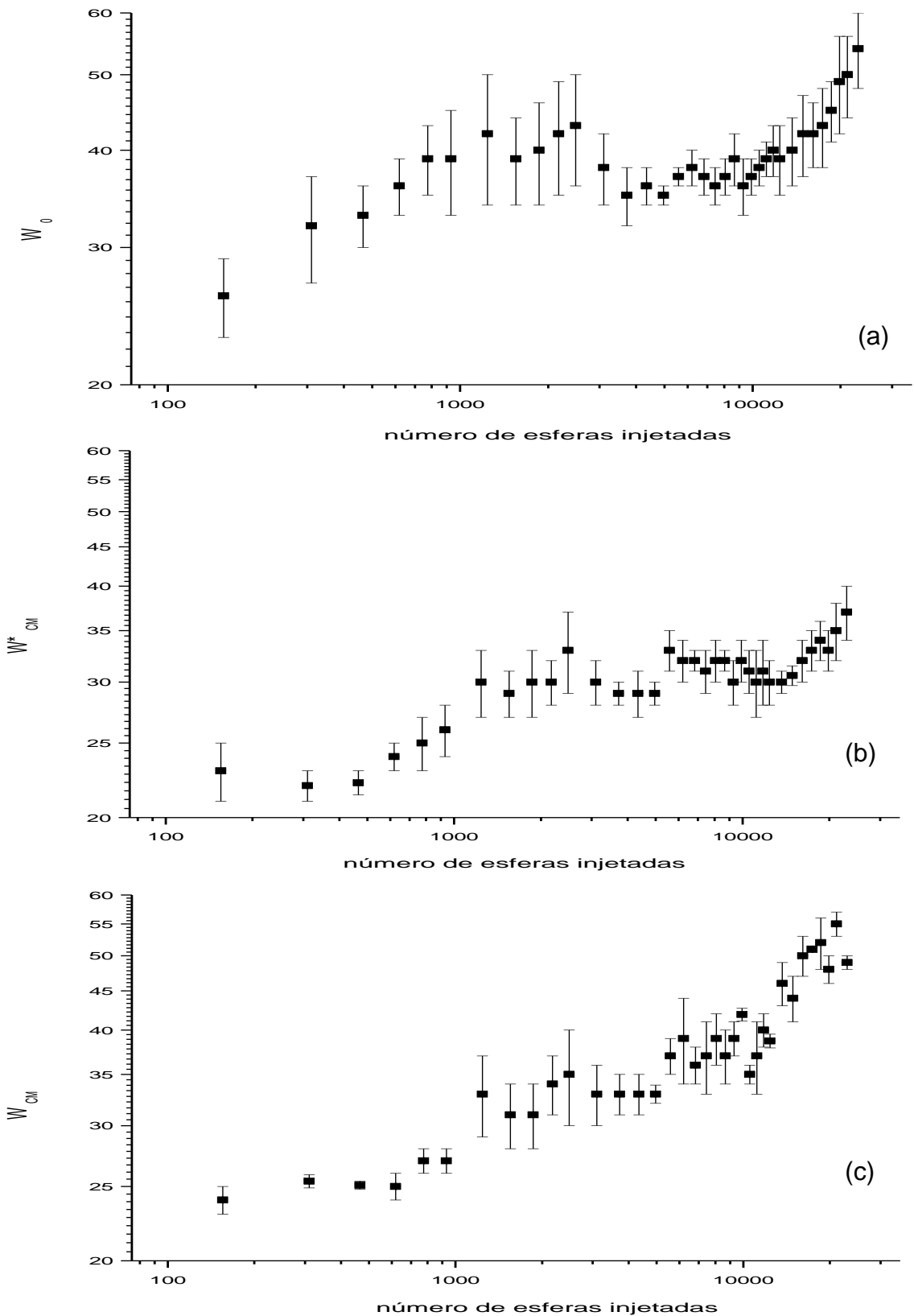


Figura 5.13: Rugosidade em função do número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

5.5 – Esferas de latão 1,993 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamentos de 3,058 mm, 3,44 mm e 4,21 mm.

Resolvemos então, usar esferas de latão de $(1,993 \pm 0,002)$ mm. Devido ao fato das esferas serem menores, poderíamos fazer um padrão com um número bem maior de esferas. Injetamos estas esferas em uma monocamada de isopor polidisperso com $(2,9 \pm 0,6)$ mm e espaçamento de $(3,058 \pm 0,005)$ mm entre as duas placas de vidro.

Porém, como podemos ver na Figura 5.14(f) a amostra desenvolve muitos “dedos”. E não queríamos amostras com dedos, porque como a rugosidade é o desvio médio quadrado do raio, os dedos tem uma contribuição muito grande a rugosidade, o que mascararia a variação do contorno.

Resolvemos fazer o mesmo experimento com um espaçamento um pouco maior, passando de $(3,058 \pm 0,005)$ mm para $(3,44 \pm 0,01)$ mm.

Aumentamos então o espaçamento entre as placas, mas a assimetria continuou como podemos ver na Figura 5.15(f). Assim resolvemos aumentar ainda mais a distância passando para $(4,21 \pm 0,03)$ mm.

Ao aumentar ainda mais o espaçamento vimos que a assimetria começou bem mais cedo com apenas (5060 ± 30) esferas injetadas como podemos ver na Figura 5.16(f), devido a formação de dupla camada de esferas de latão.

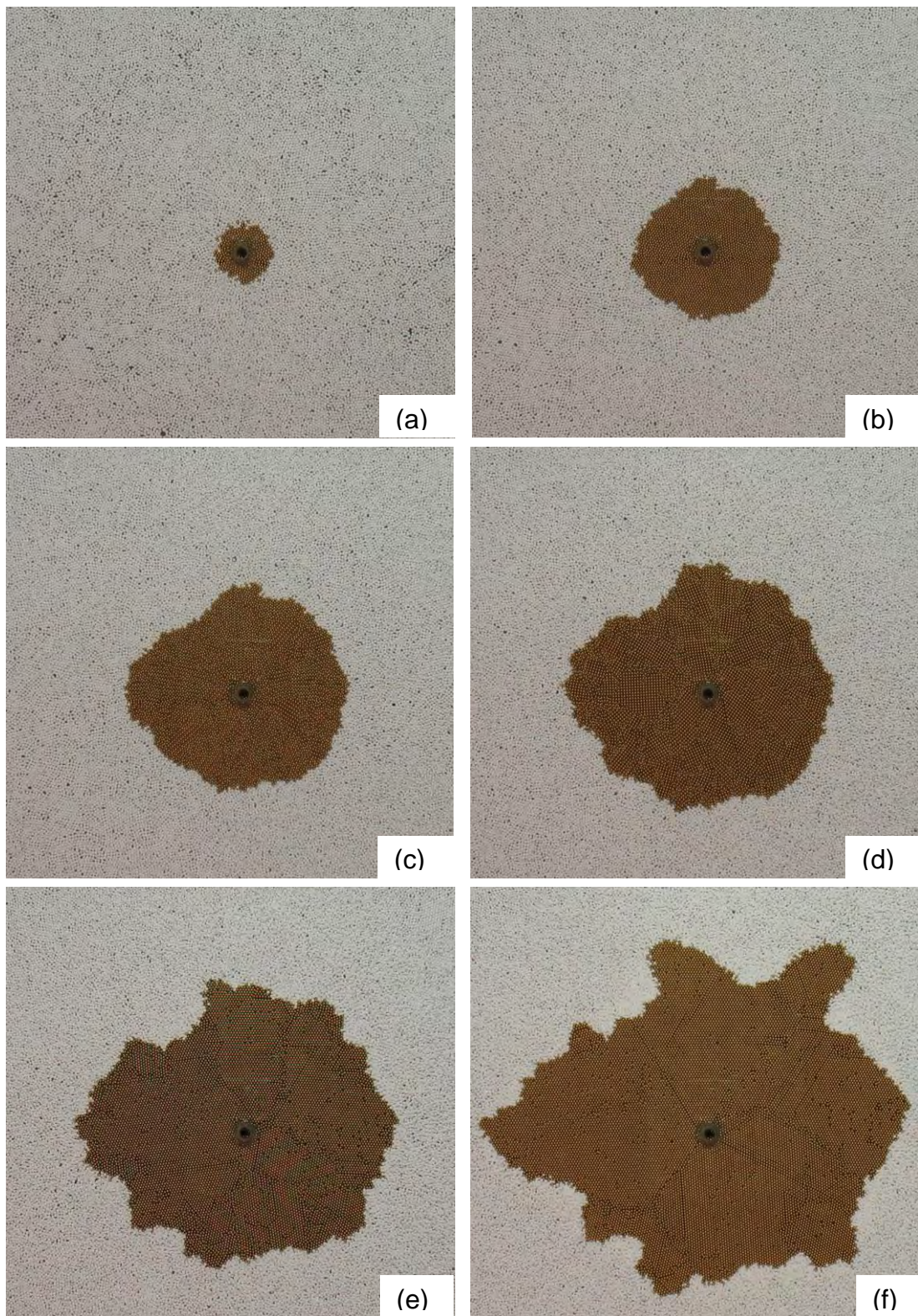


Figura 5.14: Evolução temporal após a injeção de (a) (423 ± 3) , (b) (2430 ± 20) , (c) (5840 ± 40) , (d) (10620 ± 70) , (e) (17300 ± 100) e (f) (26700 ± 200) esferas de latão com $(1,993 \pm 0,002)$ mm de diâmetro injetadas em monocamada de esferas de isopor polidisperso com $(2,9 \pm 0,6)$ mm e com espaçamento igual a $(3,058 \pm 0,005)$ mm.

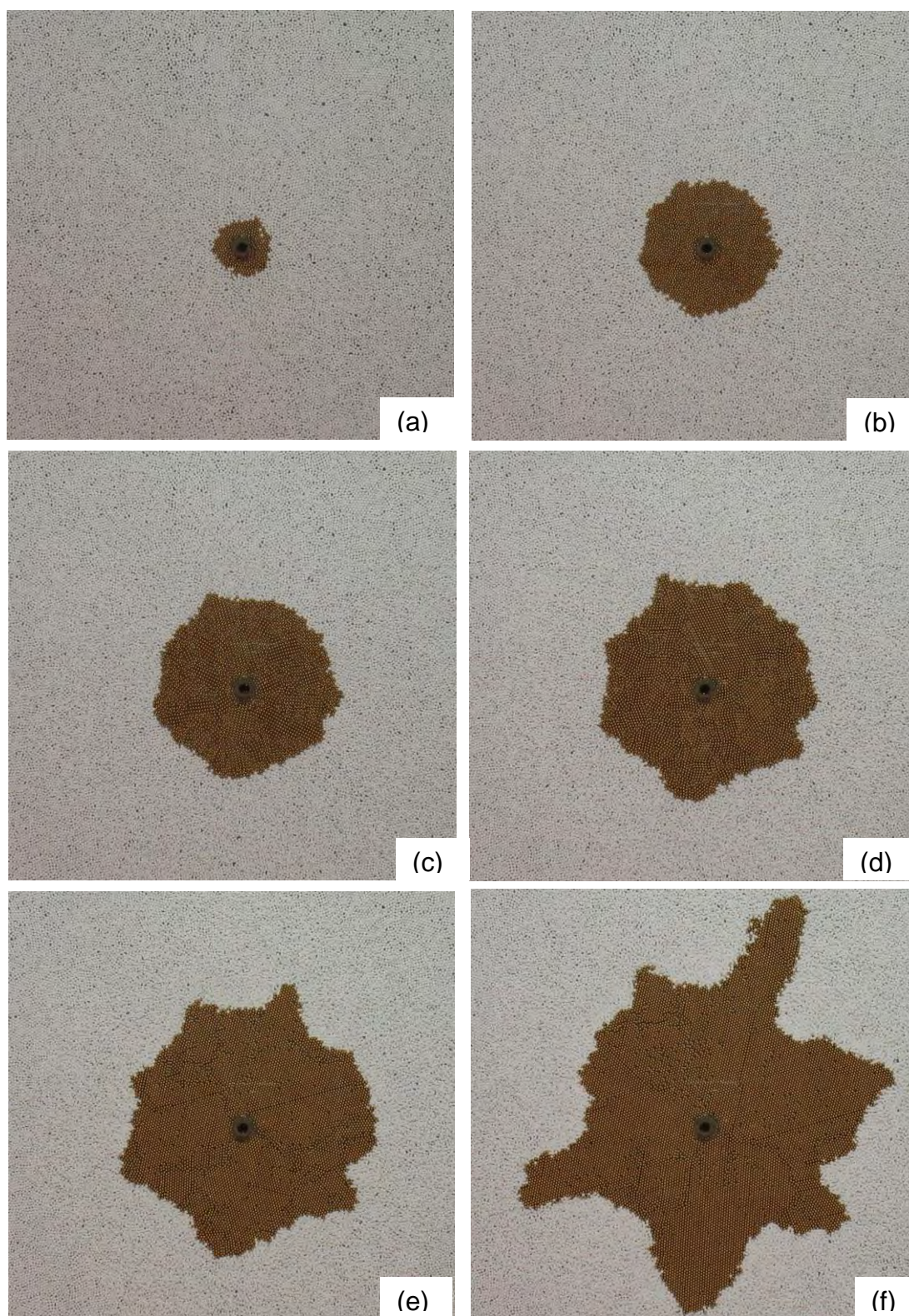


Figura 5.15: Evolução temporal após a injeção de (a) (423 ± 3) , (b) (2430 ± 20) , (c) (5060 ± 30) , (d) (8510 ± 50) , (e) (13030 ± 80) e (f) (20700 ± 100) esferas de latão com $(1,993 \pm 0,002)$ mm de diâmetro injetadas em monocamada de esferas de isopor polidisperso com $(2,9 \pm 0,6)$ mm e com espaçamento igual a $(3,44 \pm 0,01)$ mm.

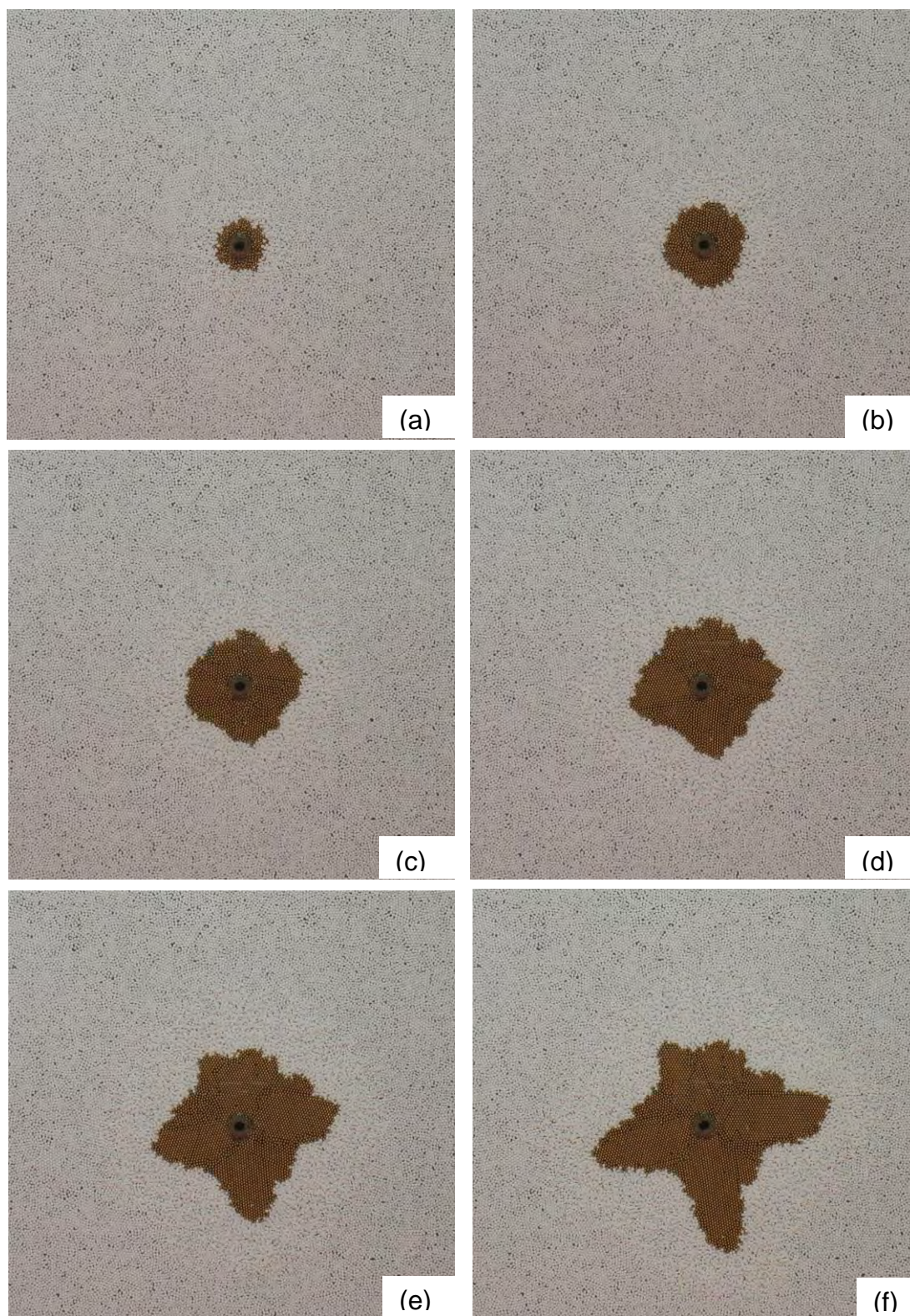


Figura 5.16: Evolução temporal após a injeção de (a) (423 ± 3) , (b) (1358 ± 9) , (c) (2430 ± 20) , (d) (3660 ± 20) , (e) (5060 ± 30) e (f) (6670 ± 40) esferas de latão com $(1,993 \pm 0,002)$ mm de diâmetro injetadas em monocamada de esferas de isopor polidisperso com $(2,9 \pm 0,6)$ mm e com espaçamento igual a $(4,21 \pm 0,03)$ mm.

5.6 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 7,74 mm.

Já que não conseguimos obter padrões mais circulares com as esferas de latão de $(1,993 \pm 0,002)$ mm, voltamos para as esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso com $(2,9 \pm 0,6)$ mm e espaçamento de $(7,74 \pm 0,01)$ mm entre as duas placas. Obtemos, assim, o padrão da Figura 5.17.

Na Figura 5.18 vemos o gráfico da evolução da rugosidade em função do número de esferas injetadas. Podemos observar que os expoentes β estão todos na mesma faixa de erro. Porém, estes resultados são para apenas uma amostra.

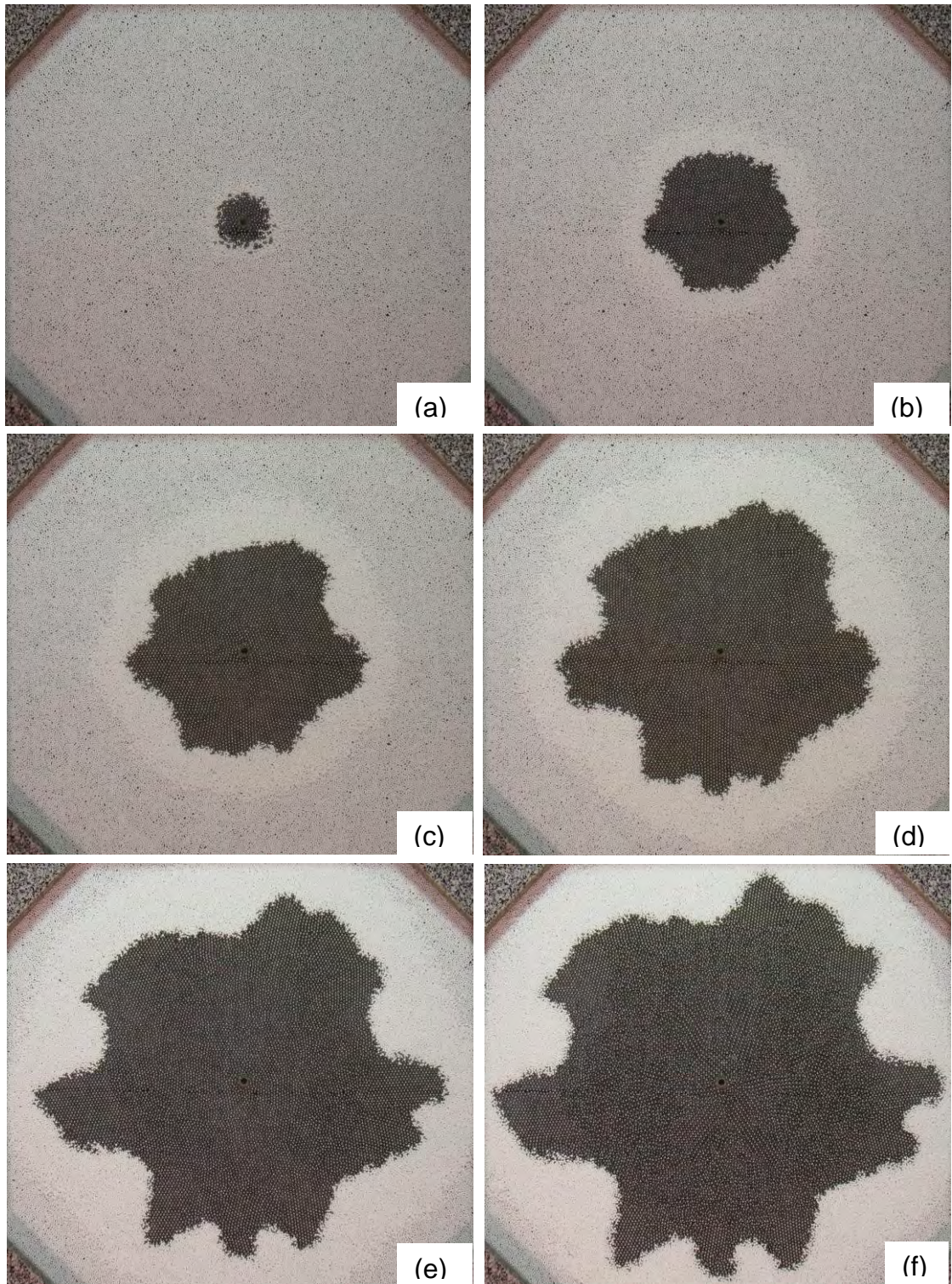


Figura 5.17: Evolução temporal após a injeção de (a) $(198,2 \pm 0,5)$, (b) (1565 ± 4) , (c) (3625 ± 8) , (d) (6340 ± 10) , (e) (9900 ± 20) e (f) (13840 ± 30) esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro em monocamada de esferas de isopor polidisperso com $(2,9 \pm 0,6)$ mm e espaçamento de $(7,74 \pm 0,01)$ mm entre as duas placas.

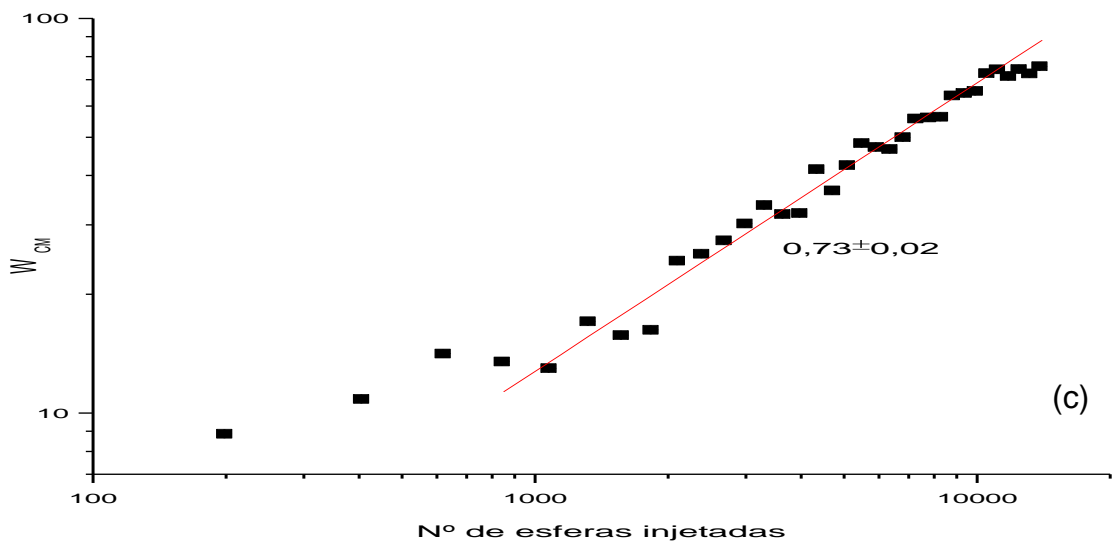
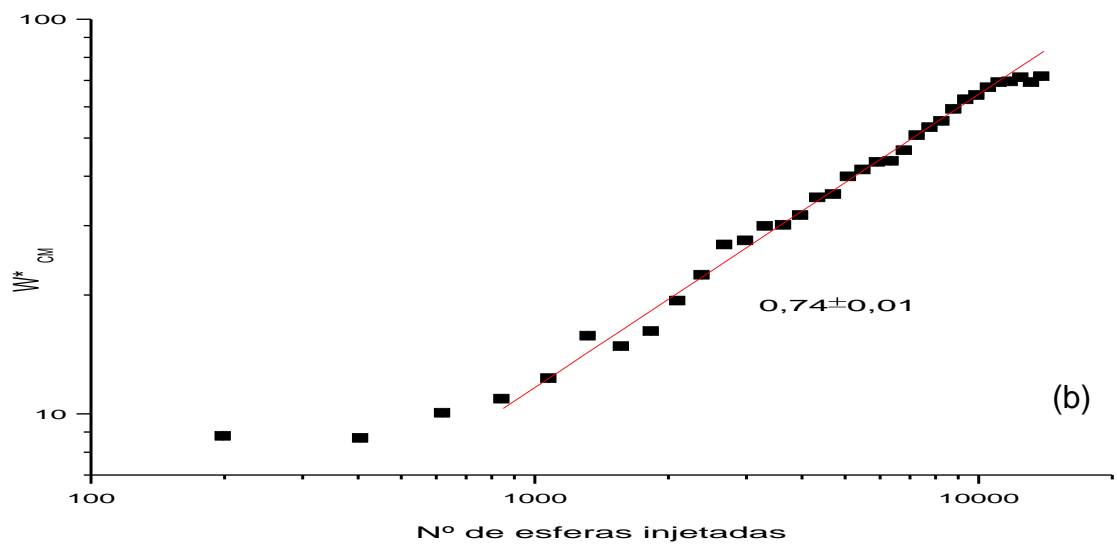
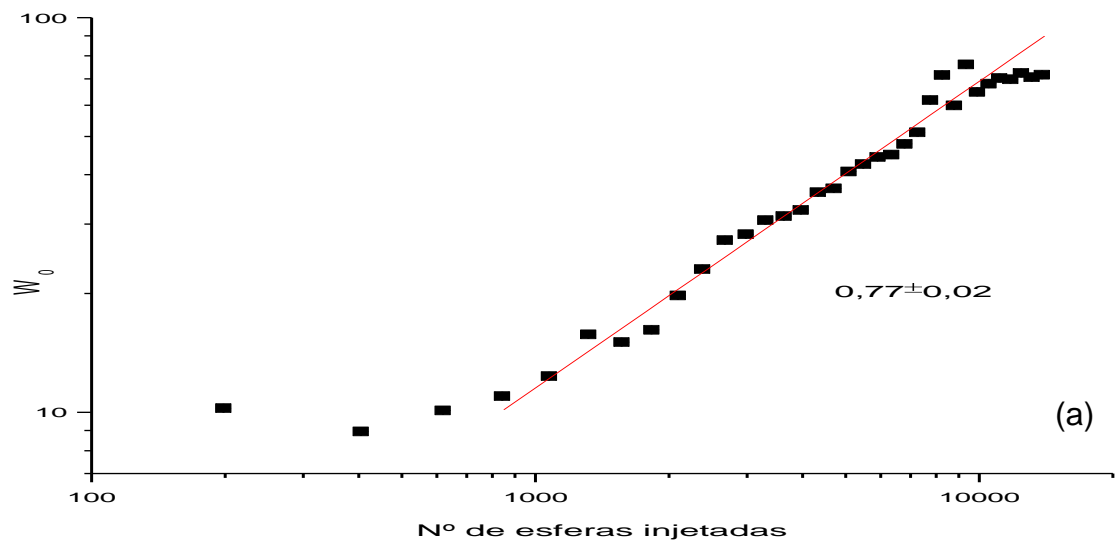


Figura 5.18: Rugosidade em função do número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

5.7 – Esferas de aço 3,94 mm em monocamada de esferas de isopor polidisperso 2,9 mm e espaçamento de 6,009 mm.

Resolvemos usar duas lâmpadas fluorescentes de 40 W abaixo da placa de vidro inferior para iluminar por baixo o padrão formado. Como podemos observar na Figura 5.19 isso permite uma melhor visualização das esferas, fazendo com que o desenho do contorno do padrão possa ser feito com maior precisão.

Então, diminuimos um pouco a distância entre os vidros para $(6,009 \pm 0,006)$ mm e obtivemos os padrões mostrados na Figura 5.20. Repetimos o experimento mais oito vezes, conseguindo padrões semelhantes ao mostrado na Figura 5.20.

A Figura 5.20 mostra a evolução temporal após a injeção de (a) $198,2 \pm 0,5$, (b) 842 ± 2 , (c) 1565 ± 4 (d) 2379 ± 5 , (e) 3295 ± 8 , (f) 4330 ± 10 , (g) 5080 ± 10 , (h) 5900 ± 10 , (i) 6790 ± 20 , (j) 7750 ± 20 , (k) 8780 ± 20 , (l) 9900 ± 20 , (m) 11110 ± 30 , (n) 12430 ± 30 e (o) 13840 ± 30 esferas de aço com $(3,94 \pm 0,03)$ mm de diâmetro em uma monocamada de esferas de isopor polidisperso com $(2,9 \pm 0,6)$ mm e espaçamento de $(6,009 \pm 0,006)$ mm entre as duas placas.

Nas Figura 5.21 a Figura 5.29 apresentamos os resultados obtidos para cada uma das nove amostras.

Estas figuras mostram, à esquerda, as amostras e o número de esferas injetadas e, à direita, a rugosidade em função do número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

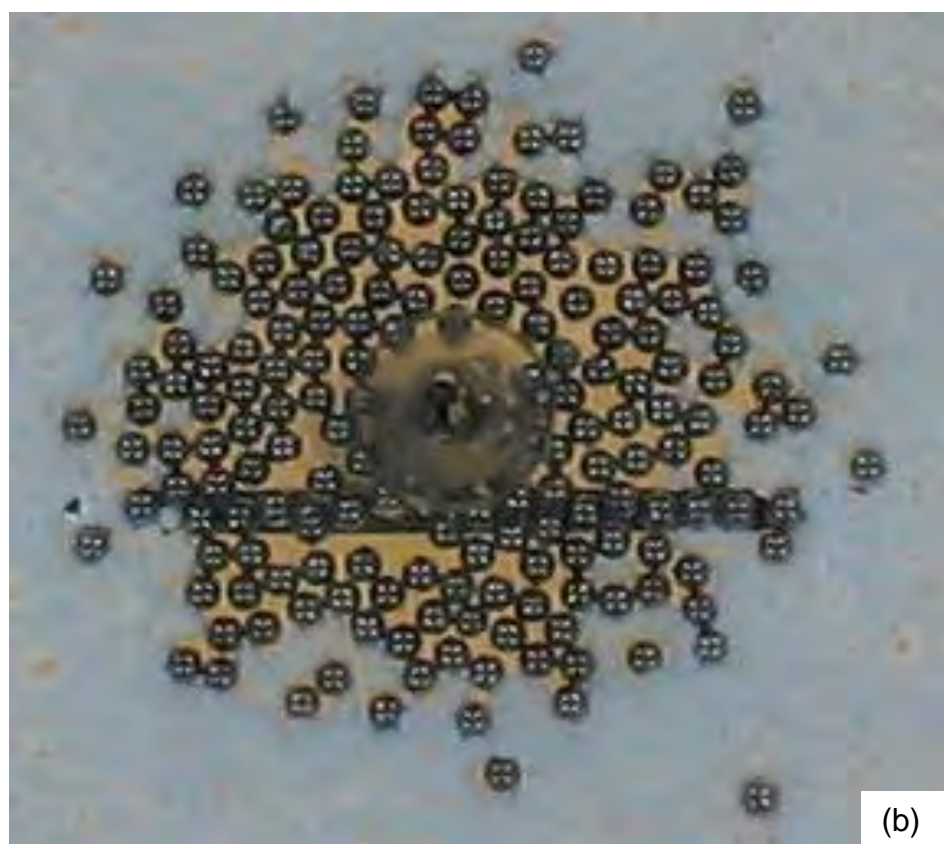
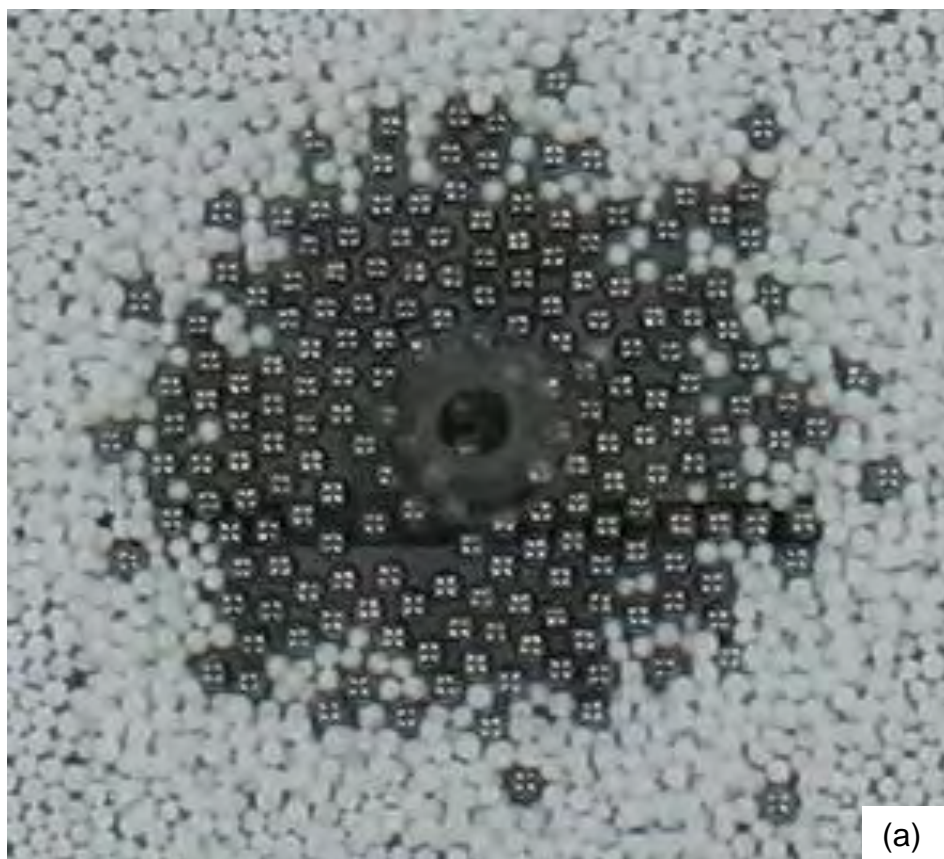


Figura 5.19: Foto da mesma amostra (a) sem iluminação inferior, (b) com iluminação inferior.

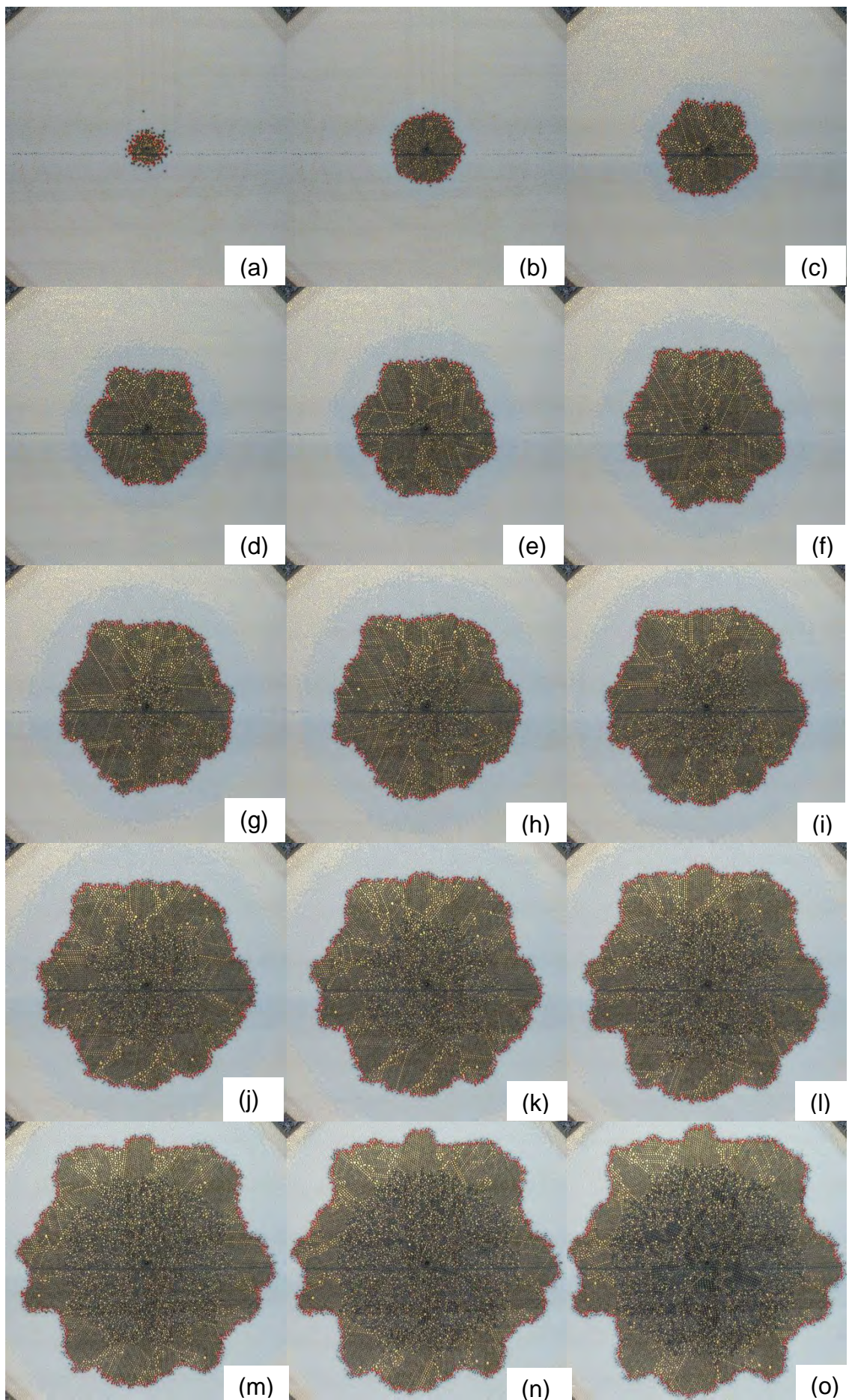


Figura 5.20: Evolução temporal de uma das amostras.

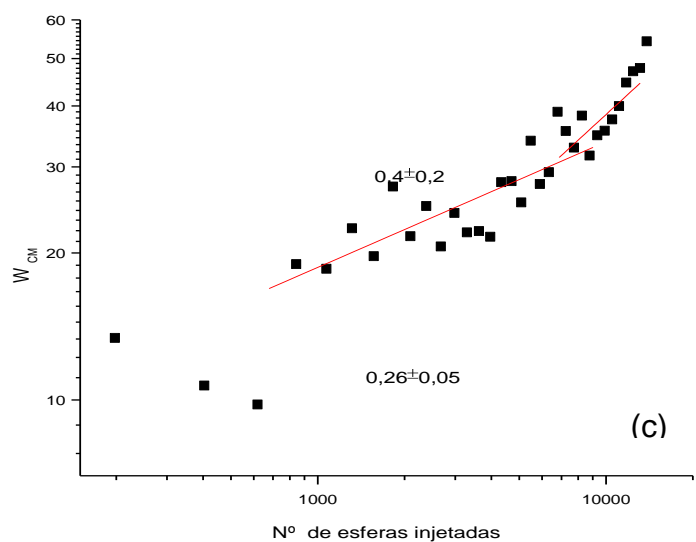
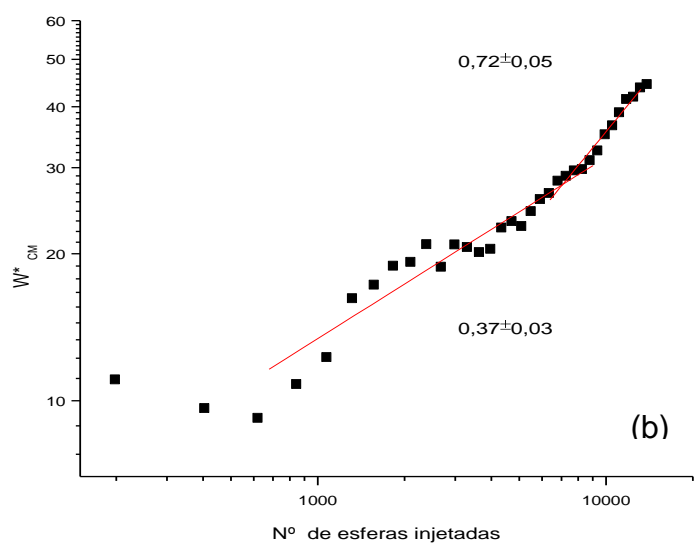
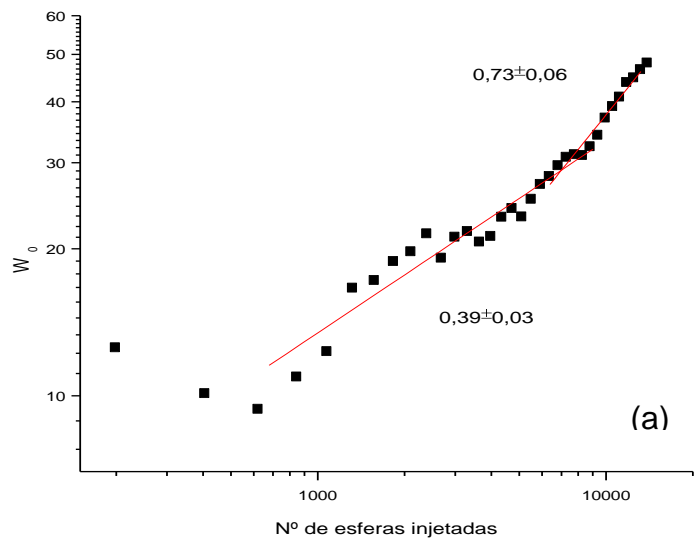
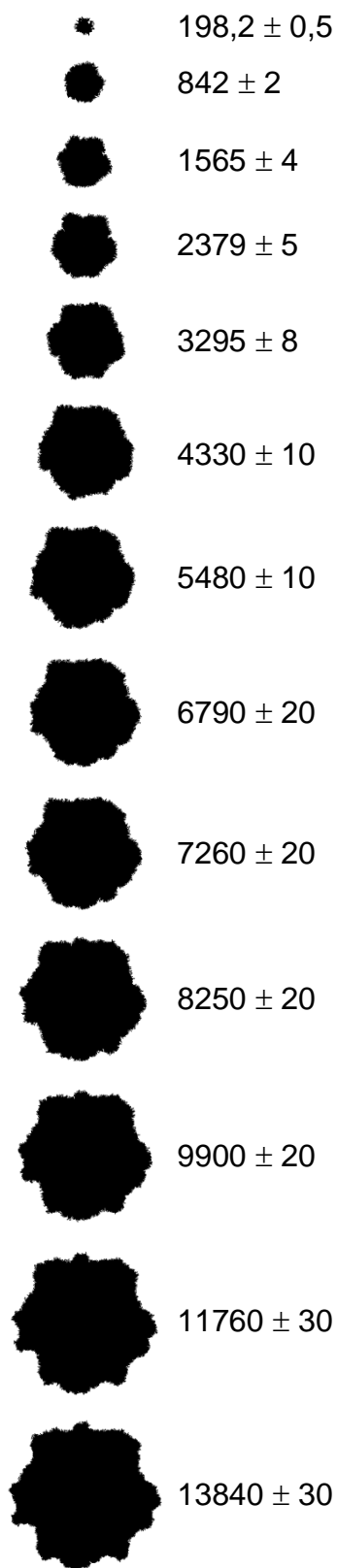


Figura 5.21: À esquerda as amostras do Padrão 1 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade em função do número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

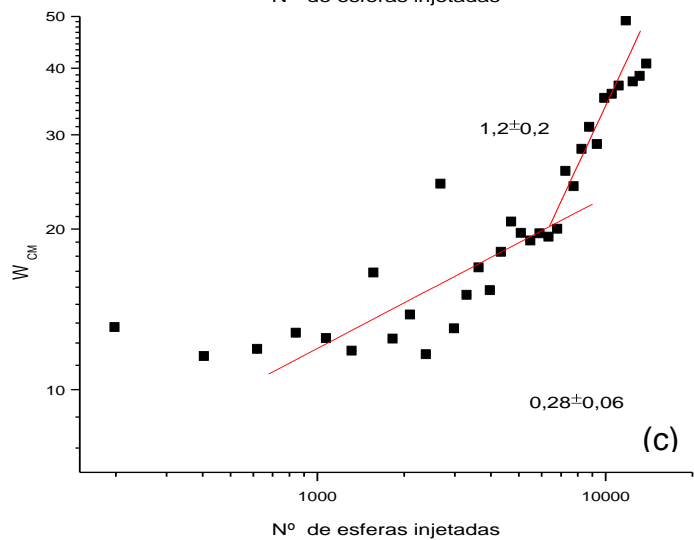
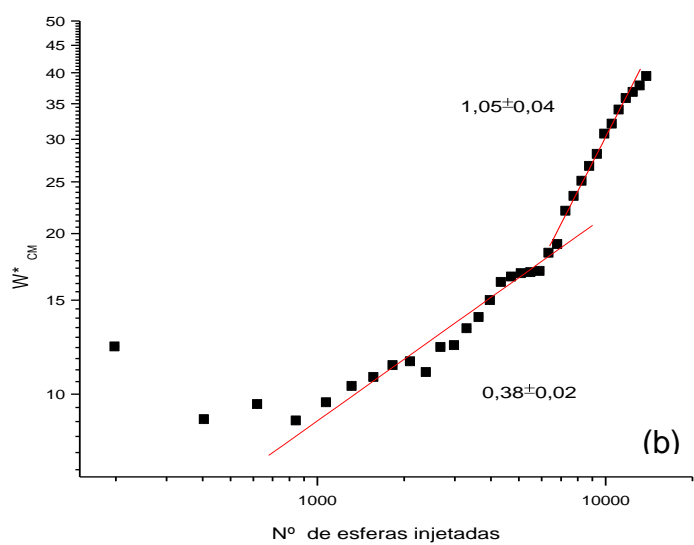
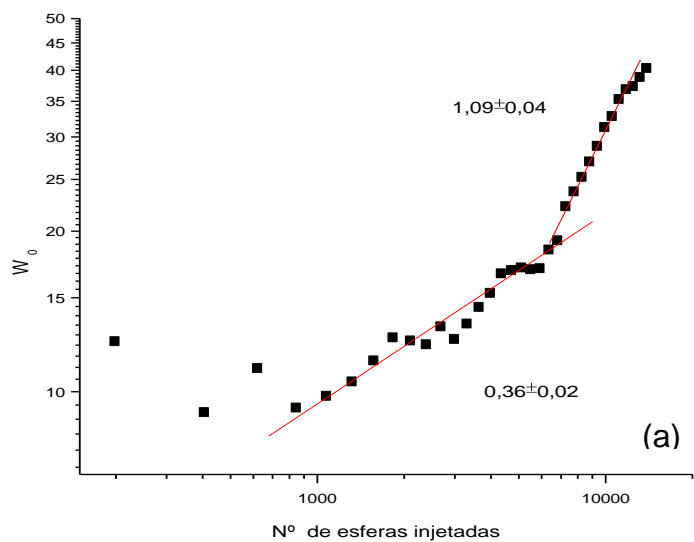
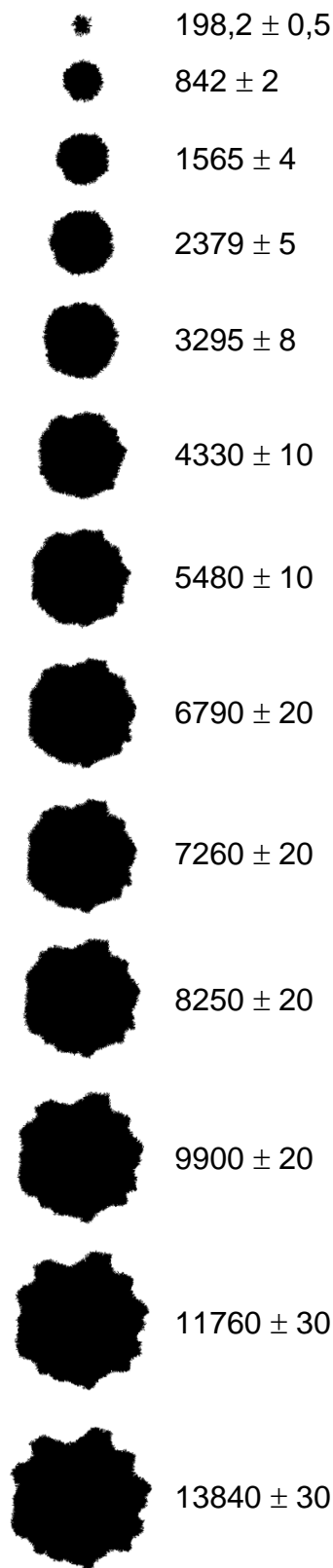


Figura 5.22: À esquerda as amostras do Padrão 2 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

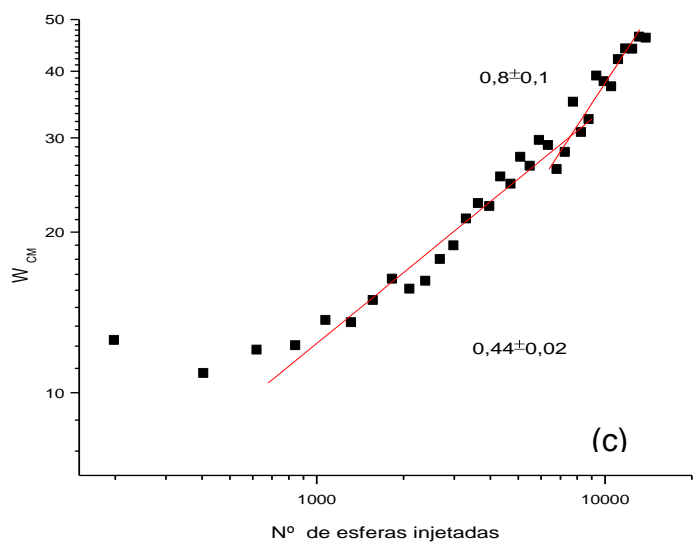
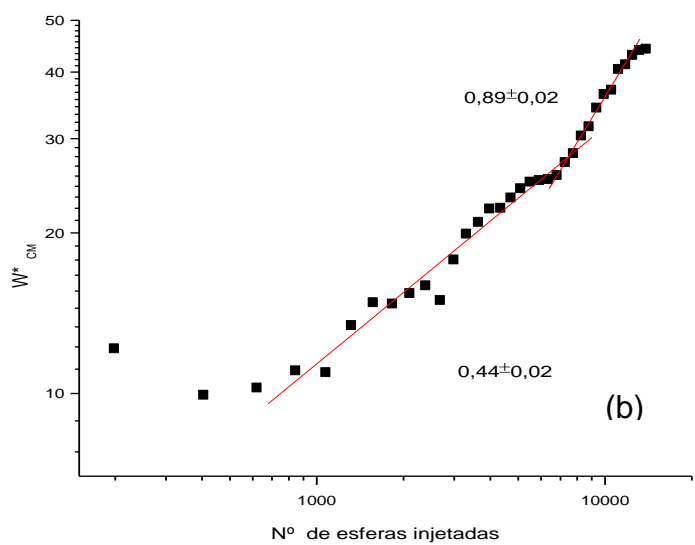
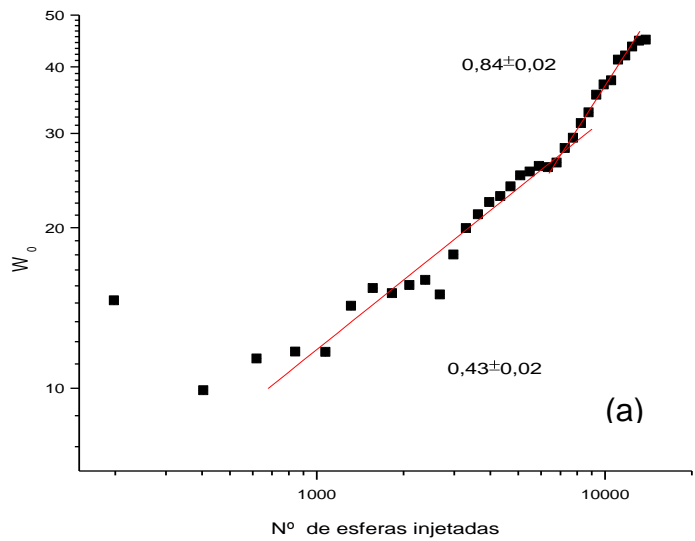
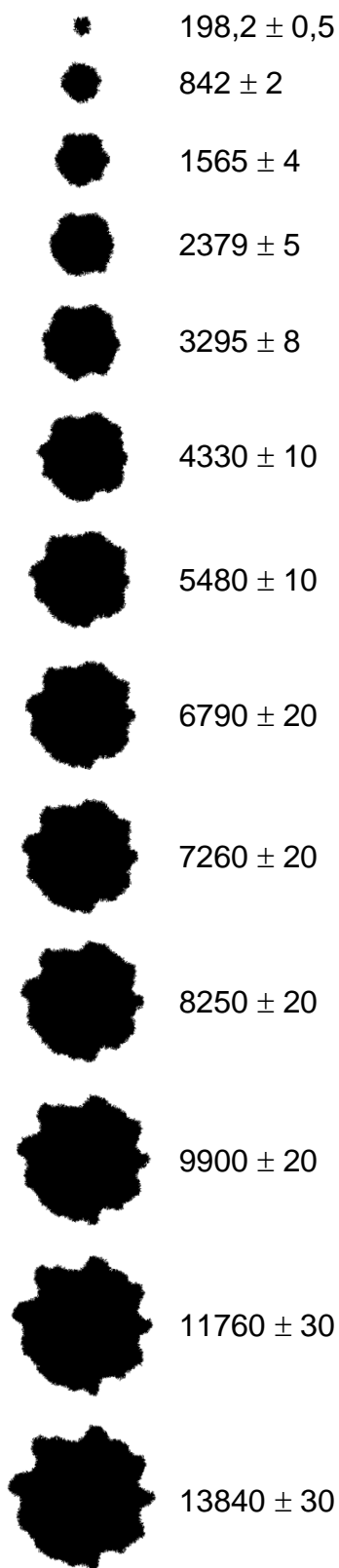


Figura 5.23: À esquerda as amostras do Padrão 3 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

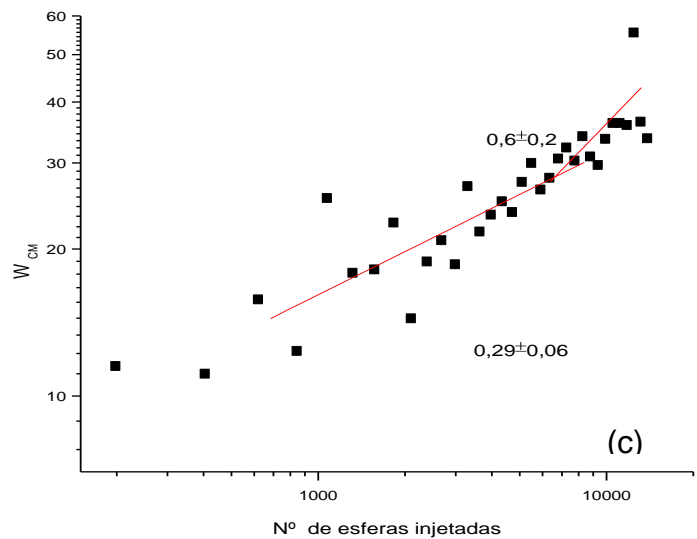
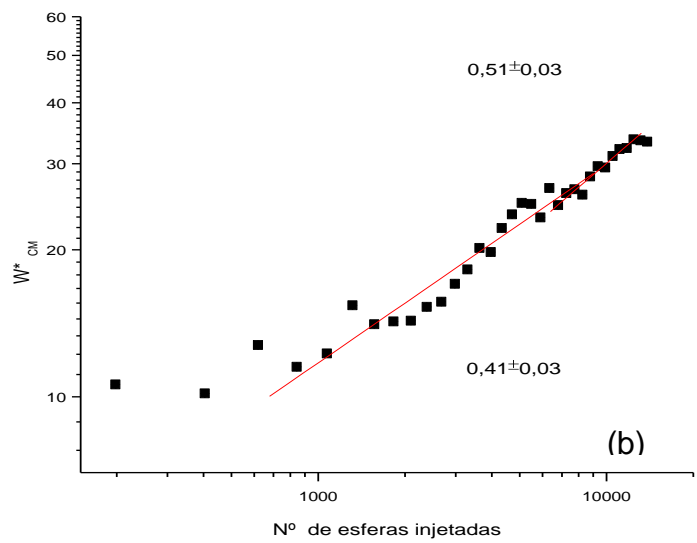
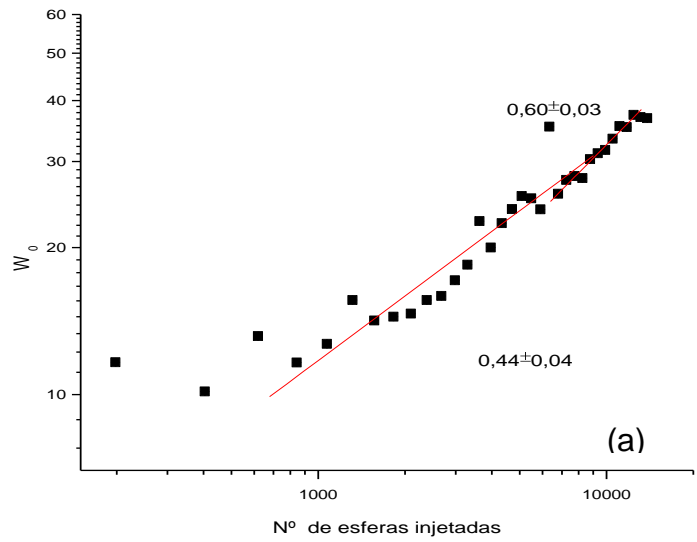
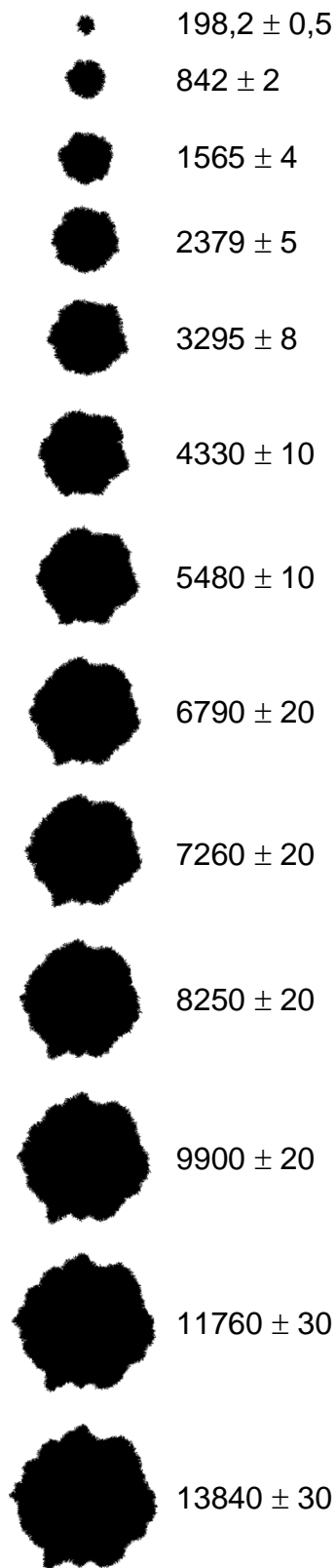


Figura 5.24: À esquerda as amostras do Padrão 4 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

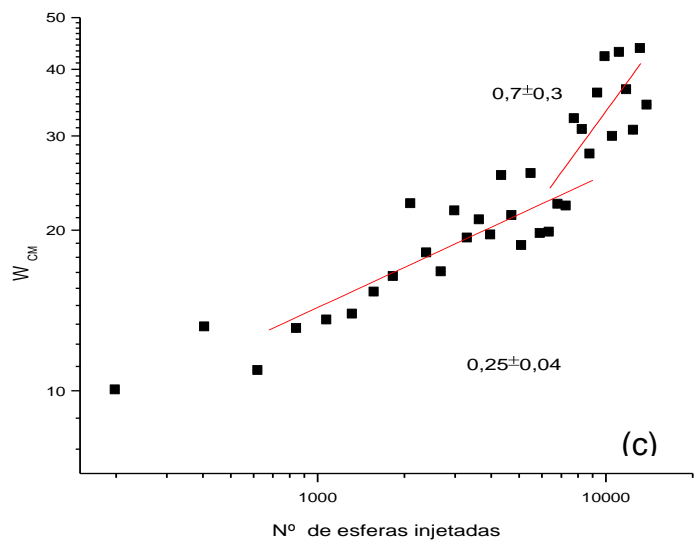
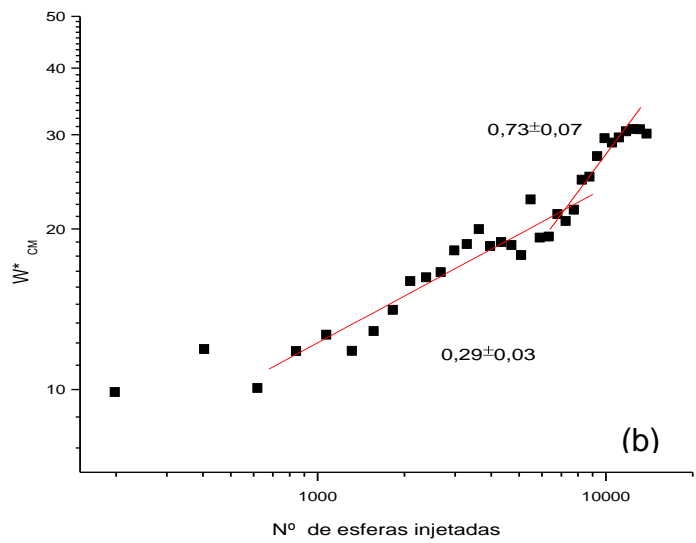
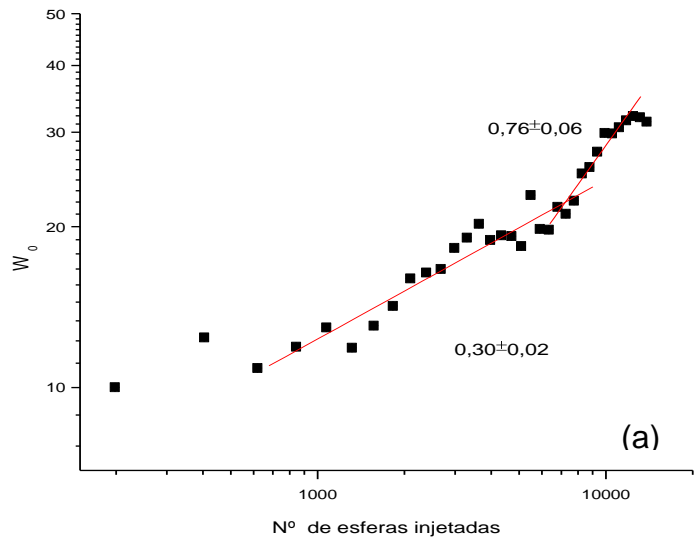
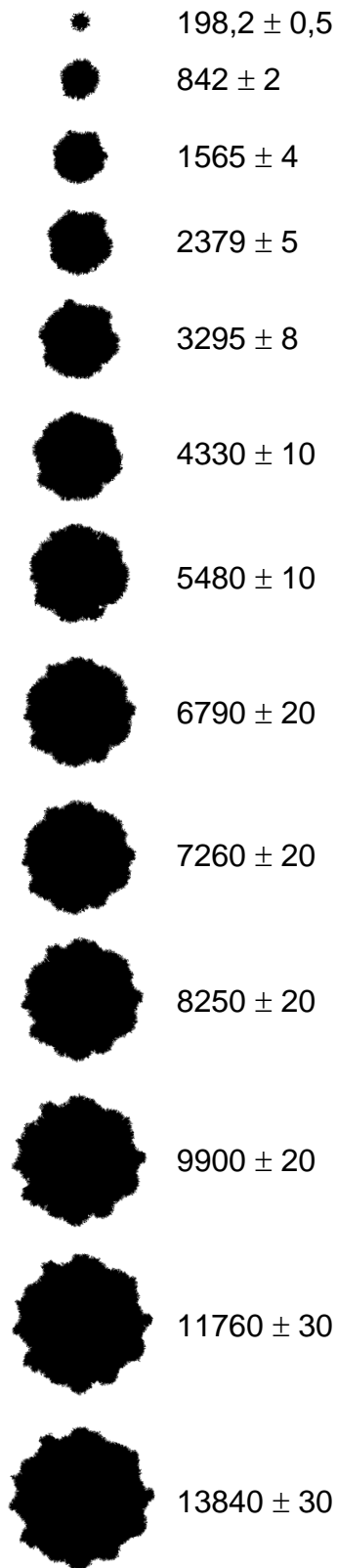


Figura 5.25: À esquerda as amostras do Padrão 5 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

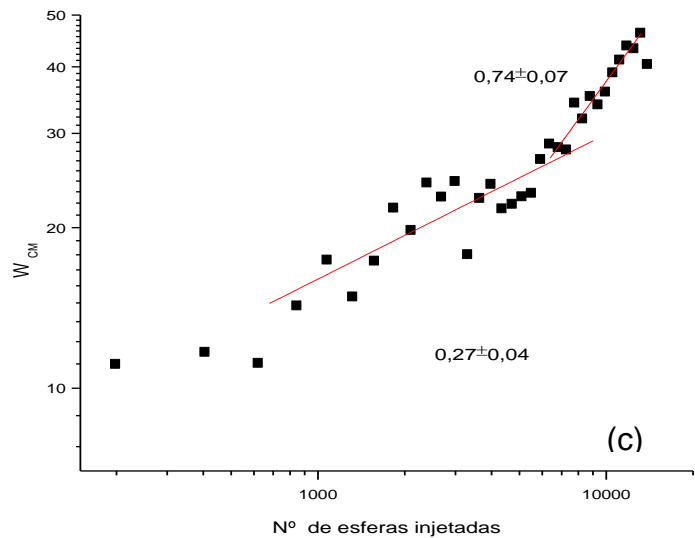
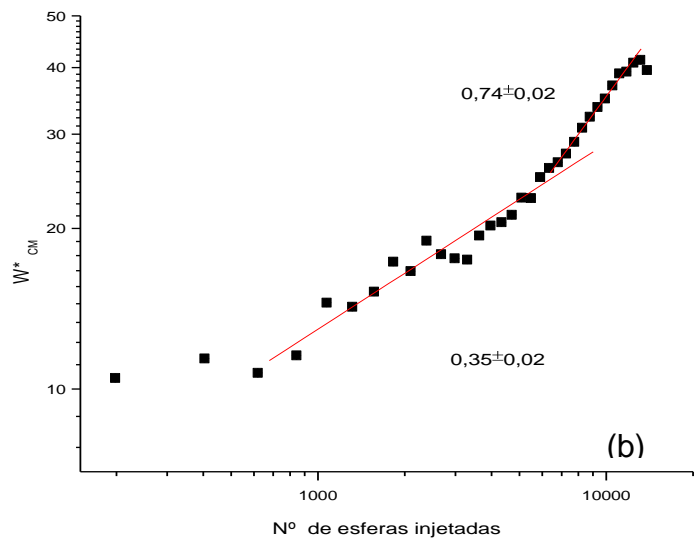
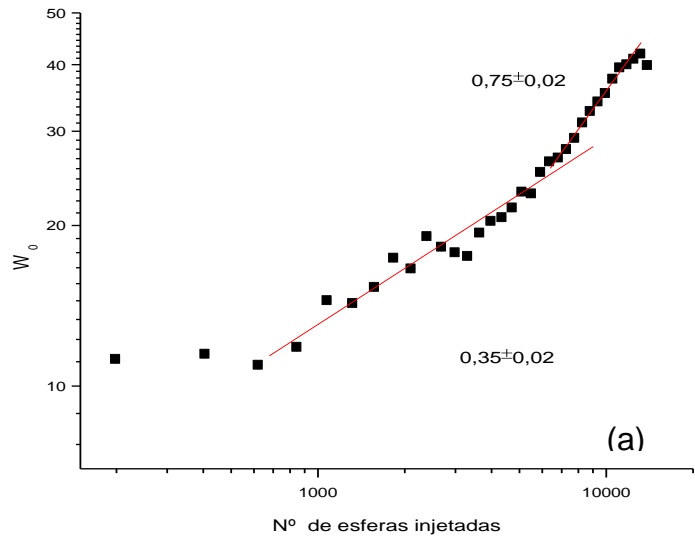
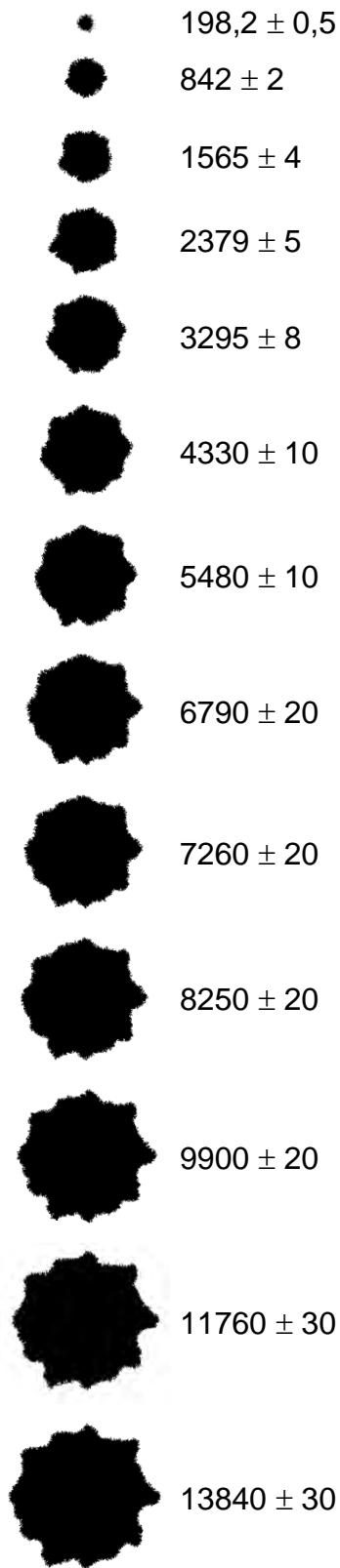


Figura 5.26: À esquerda as amostras do Padrão 6 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

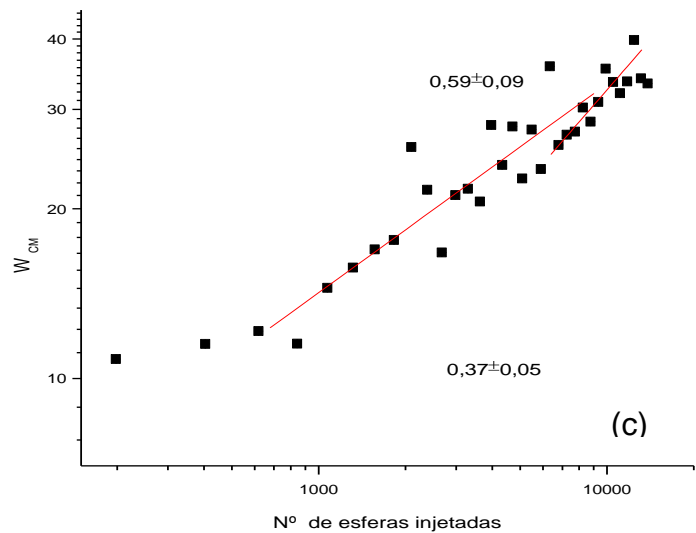
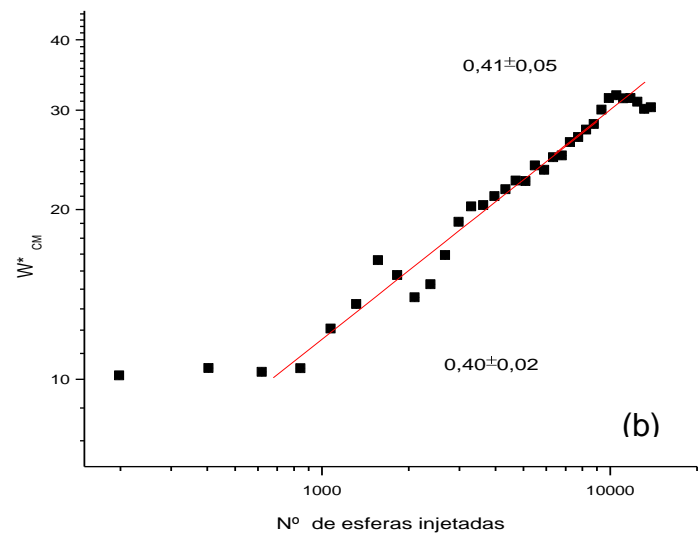
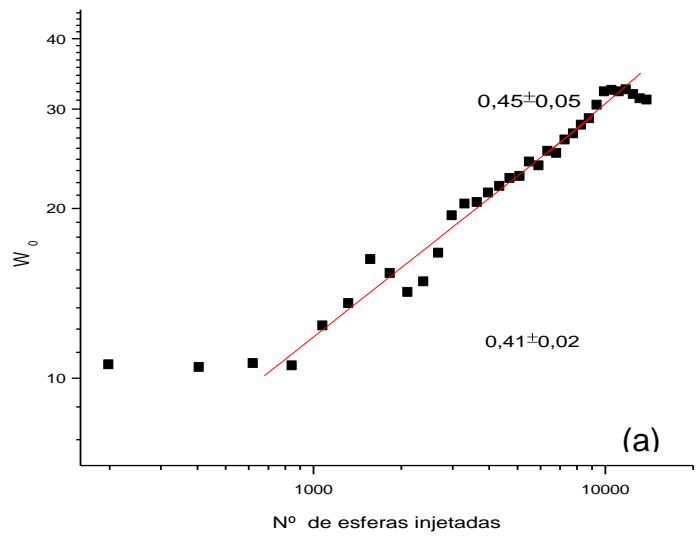
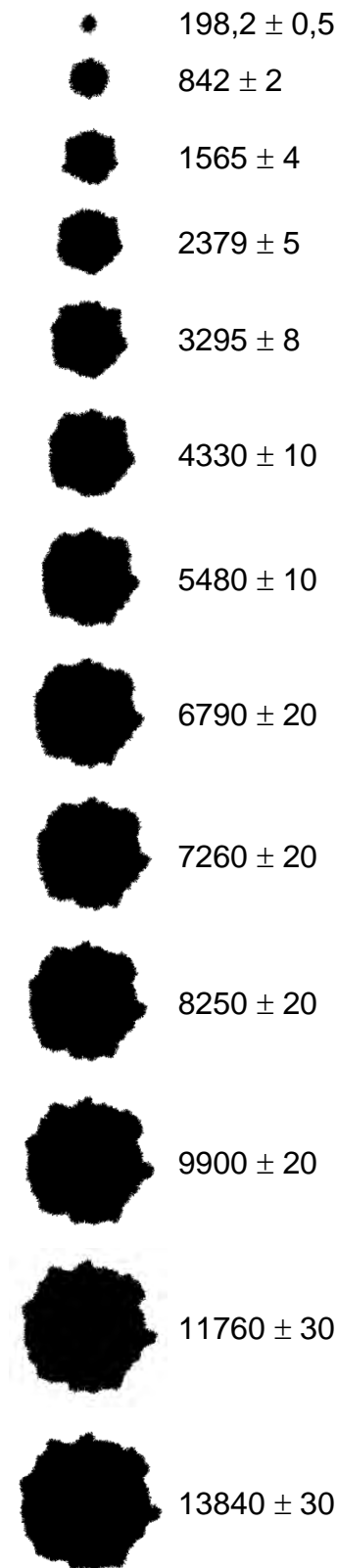


Figura 5.27: À esquerda as amostras do Padrão 7 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

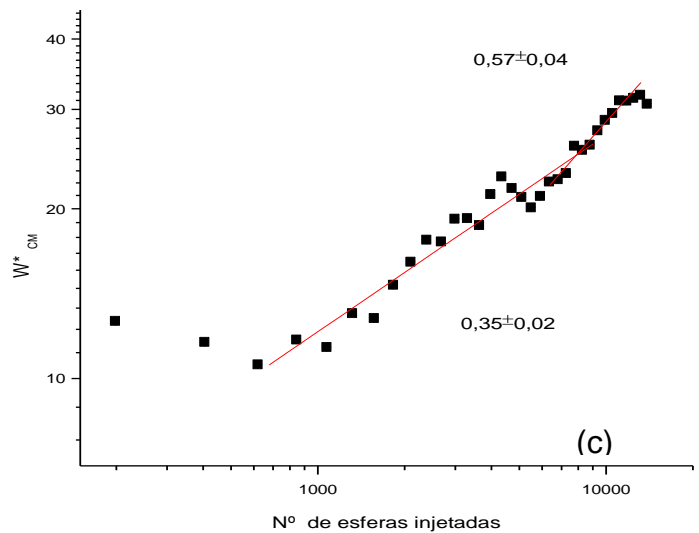
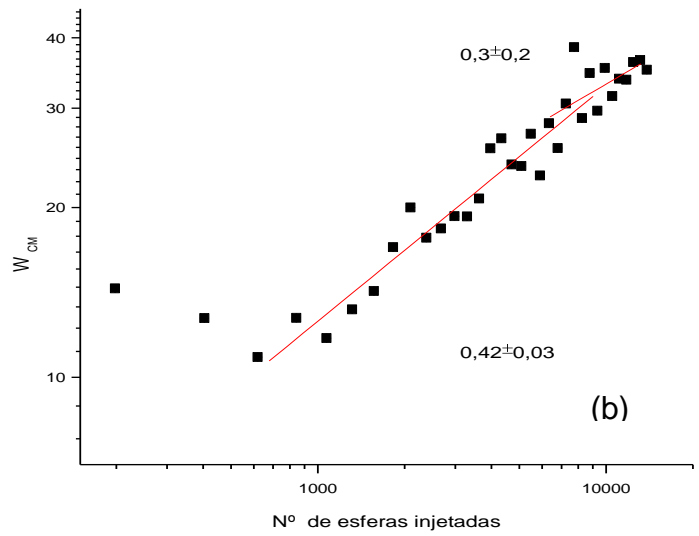
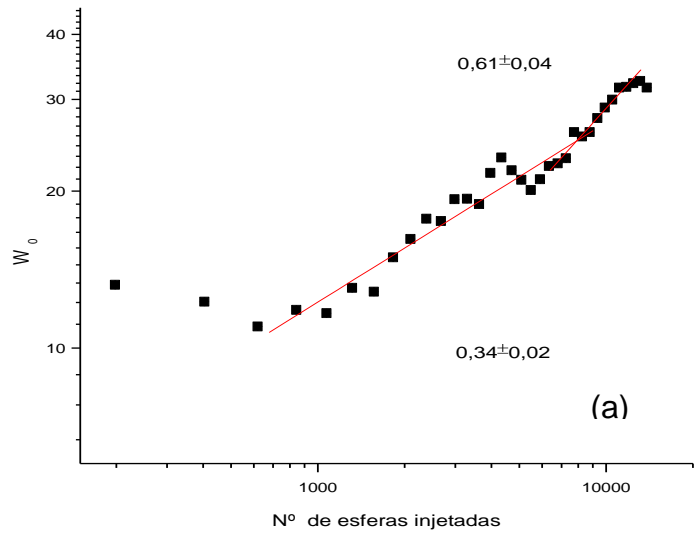
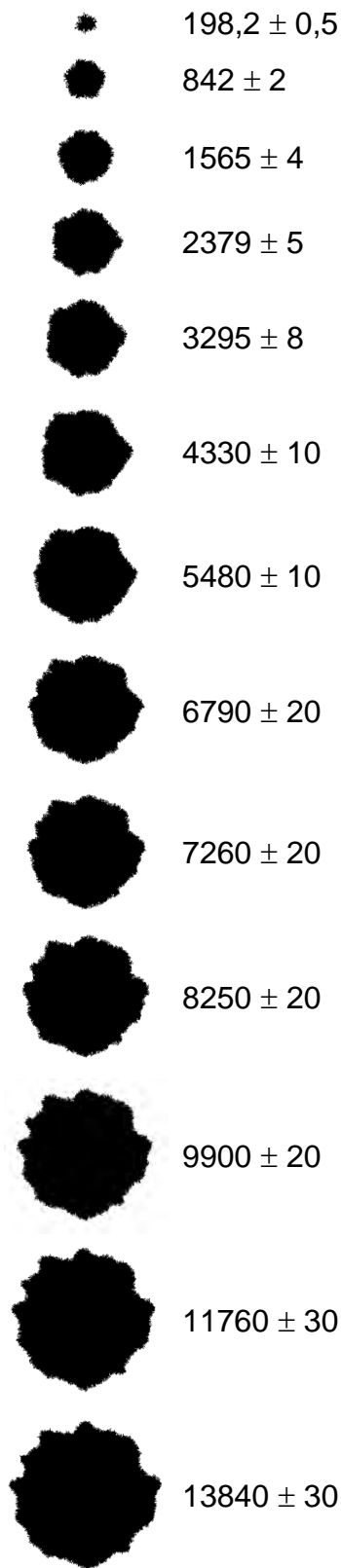


Figura 5.28: À esquerda as amostras do Padrão 8 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

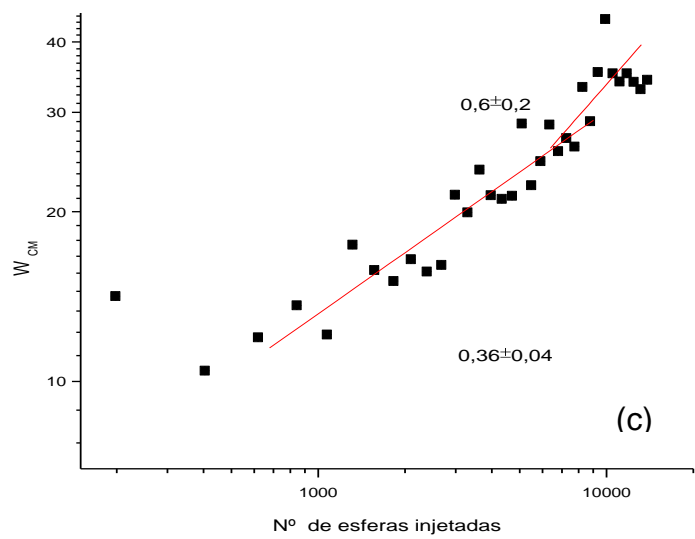
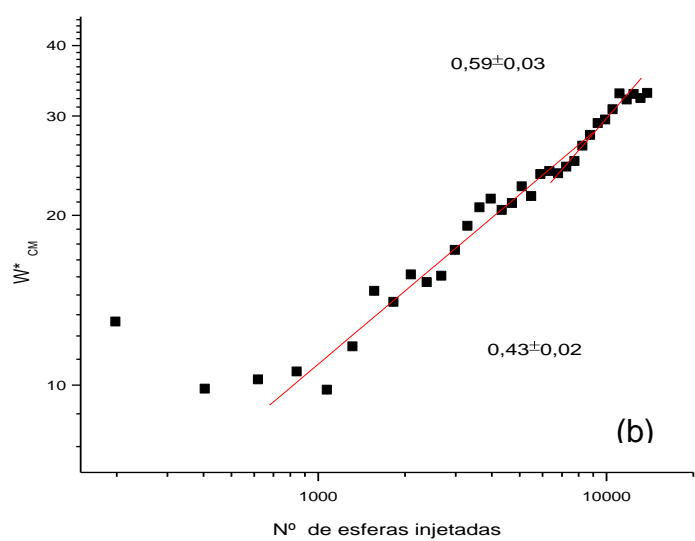
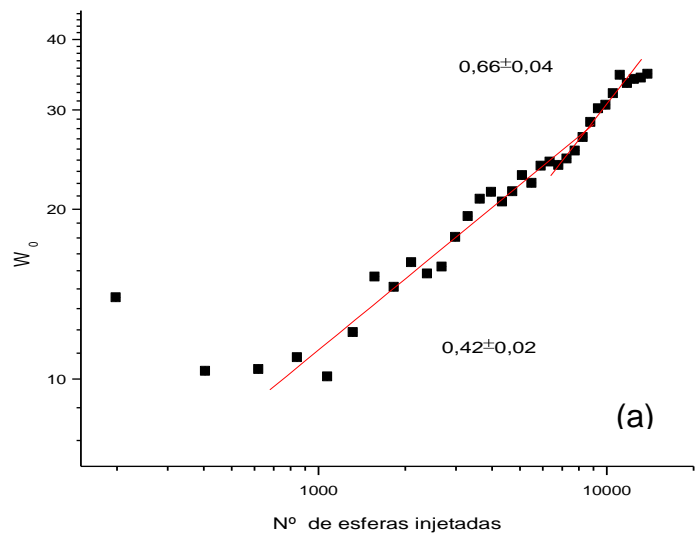
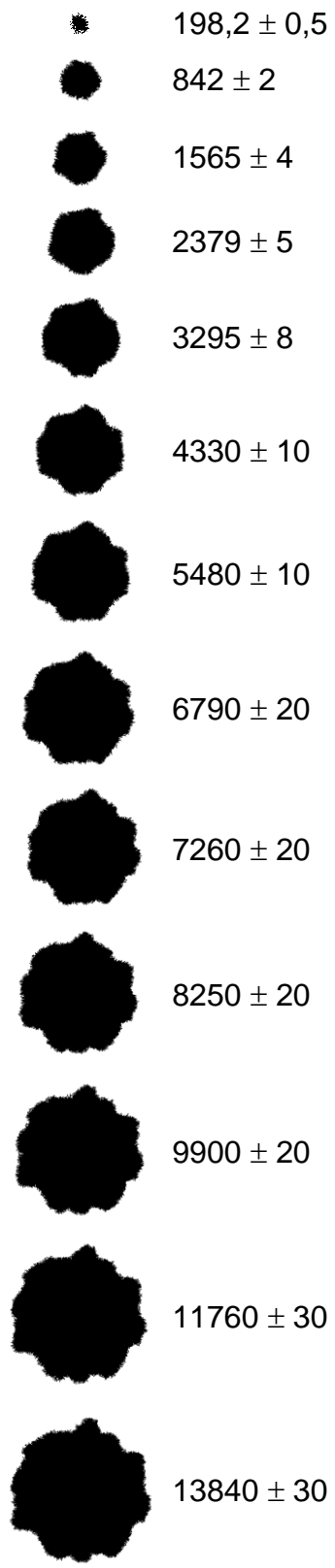


Figura 5.29: À esquerda as amostras do Padrão 9 e o número de esferas correspondentes e à direita a rugosidade pelo número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

A Figura 5.30 mostra os gráficos do valor médio da rugosidade, considerando as nove amostras, em função do número de esferas injetadas tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

Podemos observar que os gráficos apresentam duas regiões com inclinações distintas. A primeira região corresponde à injeção de $n_{i1} = (840 \pm 2)$ a $n_{f1} = (7260 \pm 20)$ esferas de aço. Nesta região os expoentes β são $(0,38 \pm 0,01)$, $(0,38 \pm 0,01)$ e $(0,33 \pm 0,03)$ para (a) o centro onde foram injetadas as esferas, (b) o centro de massa do sistema, (c) o centro de massa da borda, respectivamente. A segunda região corresponde à injeção de $n_{i2} = (6790 \pm 20)$ a $n_{f2} = (12430 \pm 30)$ esferas de aço. Nesta região os expoentes β são $(0,73 \pm 0,06)$, $(0,70 \pm 0,06)$ e $(0,64 \pm 0,07)$ para (a) o centro onde foram injetadas as esferas, (b) o centro de massa do sistema, (c) o centro de massa da borda, respectivamente.

Com os gráficos da Figura 5.31 podemos ver que no intervalo n_{i1} a n_{f1} , que o raio é proporcional a raiz quadrada do número de esferas injetadas e depois disso, esta proporção não é mais válida. Ao observar as fotos dos experimentos verificamos que a partir de n_{f1} as esferas de aço injetadas começam a se sobrepor formando uma camada dupla de esferas como podemos ver na Figura 5.32. Isto faz com que o “tempo” não seja mais proporcional ao número de esferas injetadas, o que nos levou a concluir que esta variação do expoente ocorre devido à sobreposição das esferas.

Analisamos, também, uma amostra considerando apenas o centro de cada esfera da borda como mostra a Figura 5.33. Não foi possível considerar o centro de todas as esferas pois na região central do padrão as esferas estão sobrepostas, o que torna difícil determinar o centro de cada uma delas.

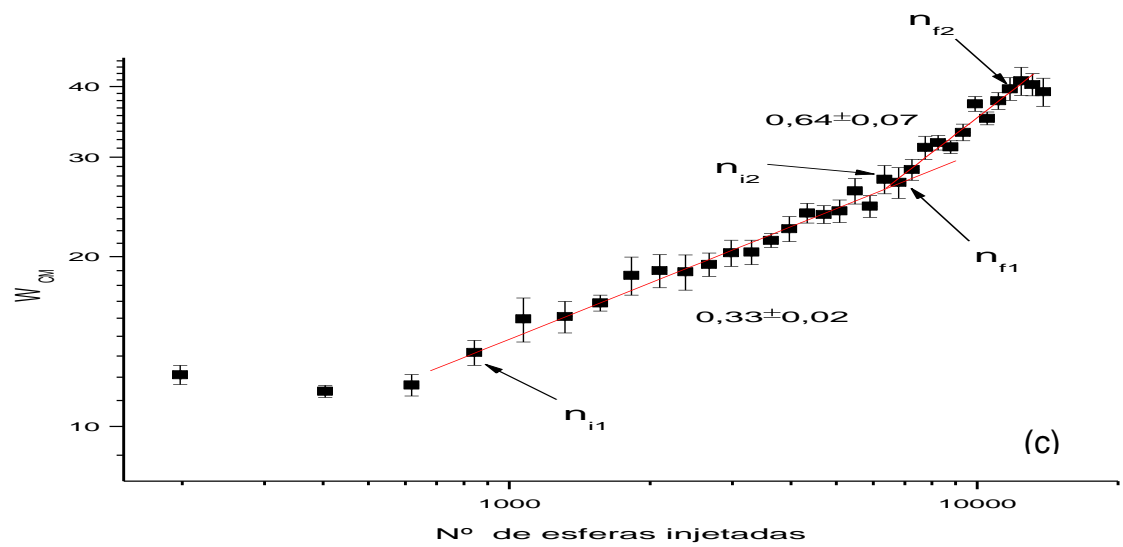
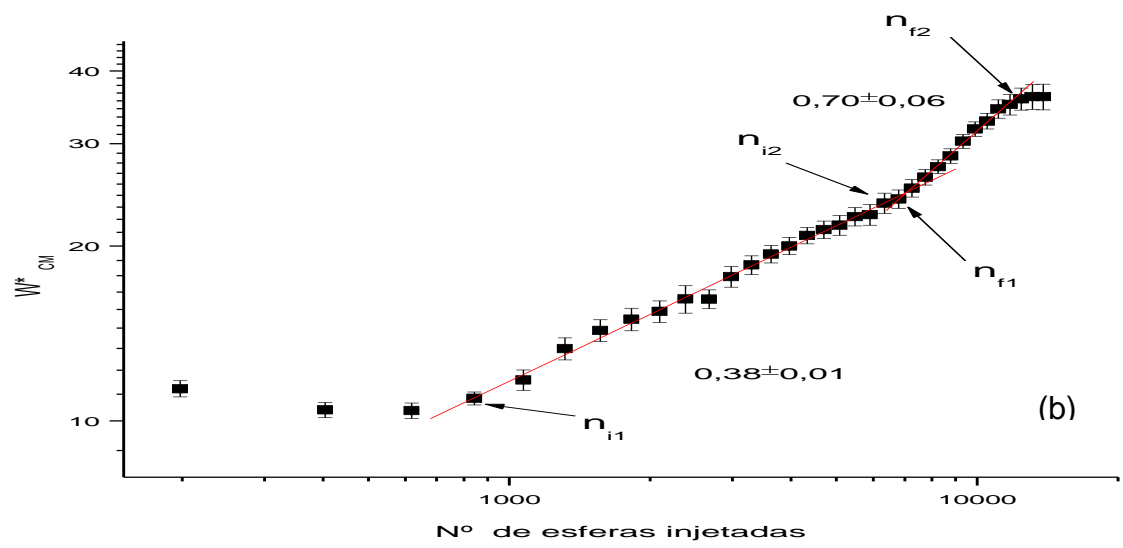
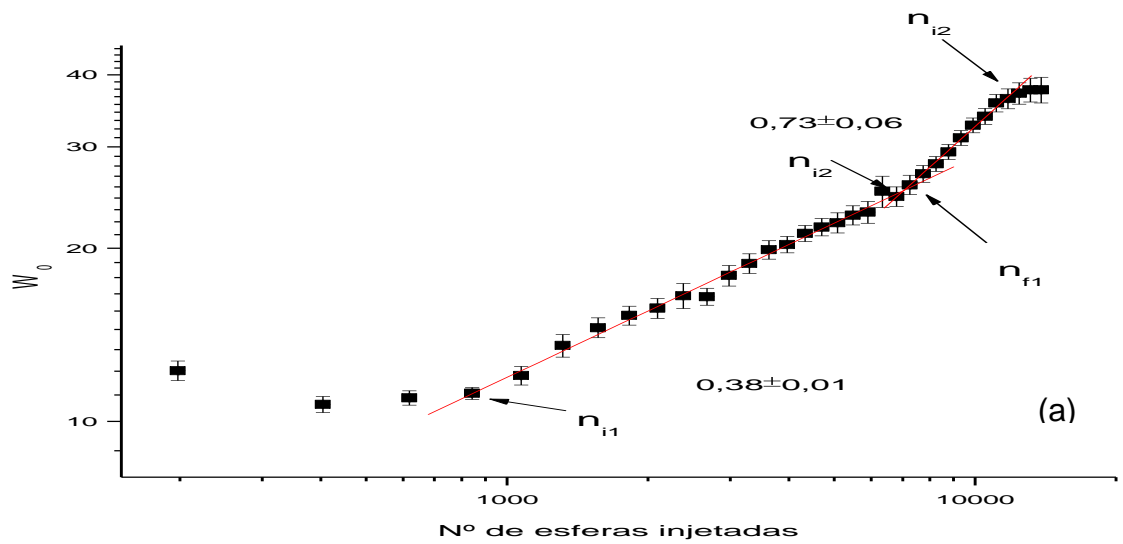


Figura 5.30: Valor médio da rugosidade em função do número de esferas de aço injetadas, tomando como origem: (a) o ponto onde as esferas foram injetadas; (b) o centro de massa do sistema; (c) o centro de massa da borda.

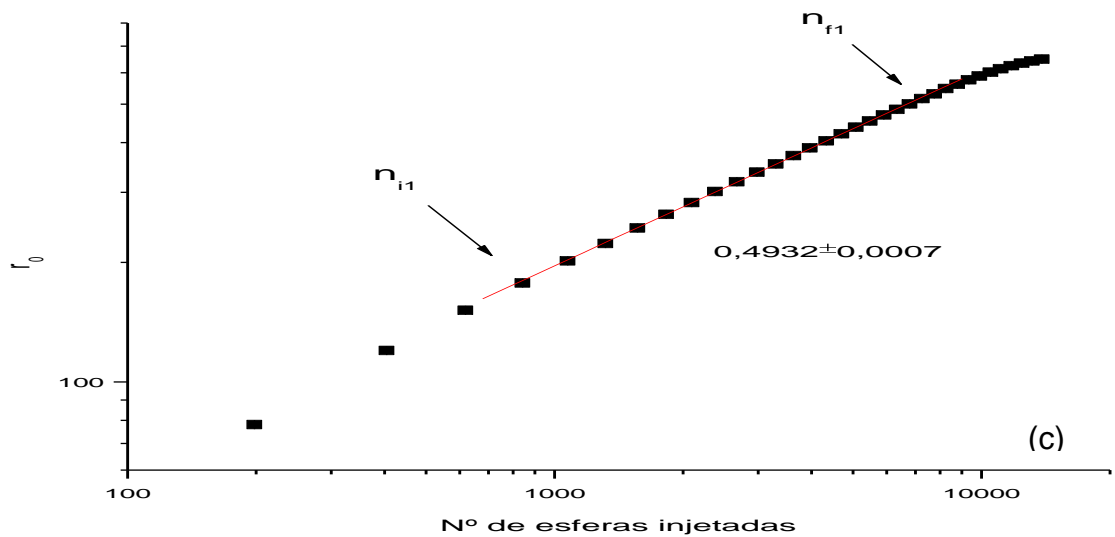
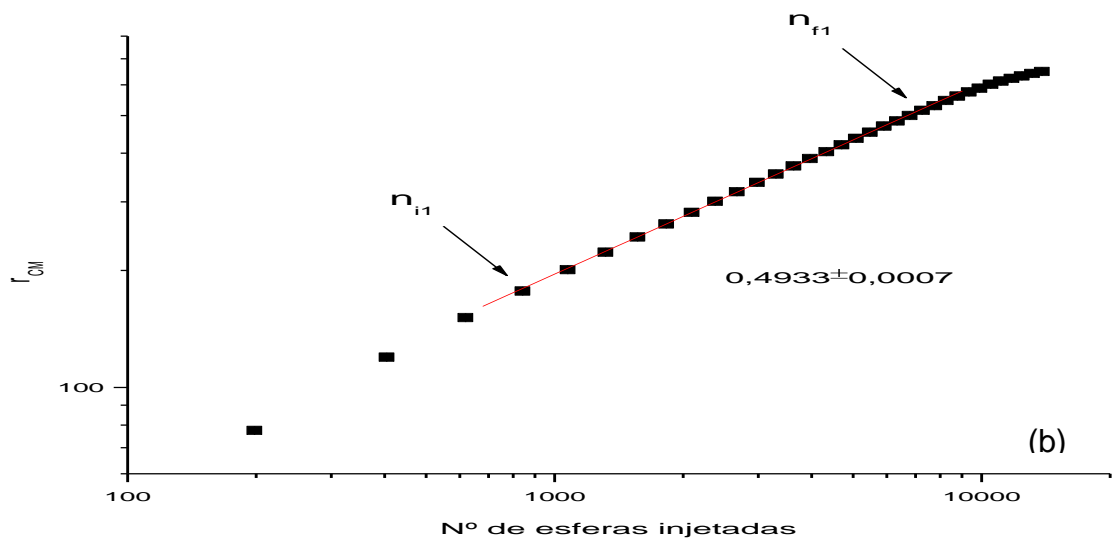
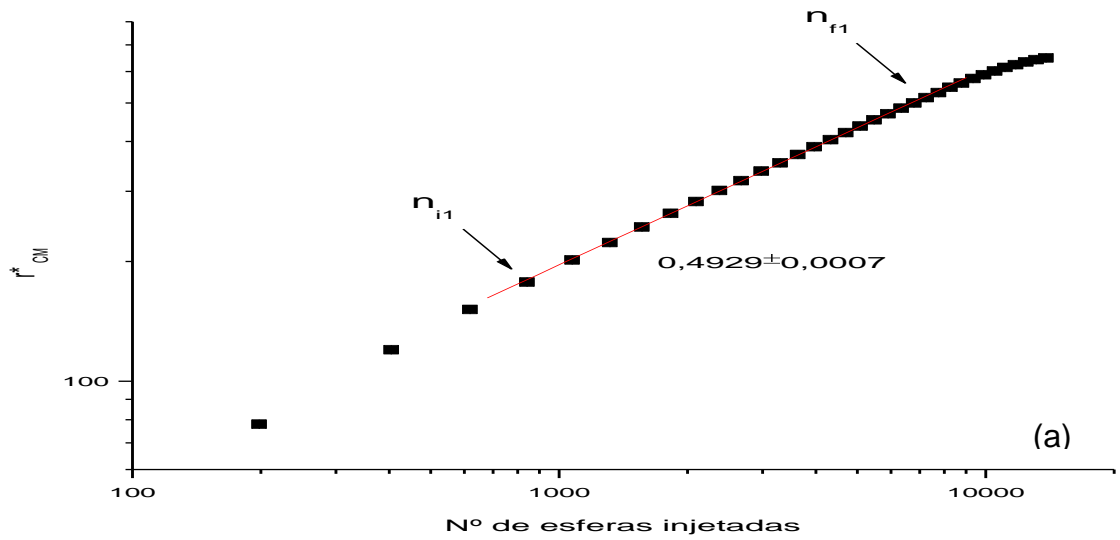


Figura 5.31: Raio médio em função do número de esferas injetadas tomando como origem: (a) o ponto onde os grãos foram injetados; (b) o centro de massa do padrão; (c) o centro de massa da borda.

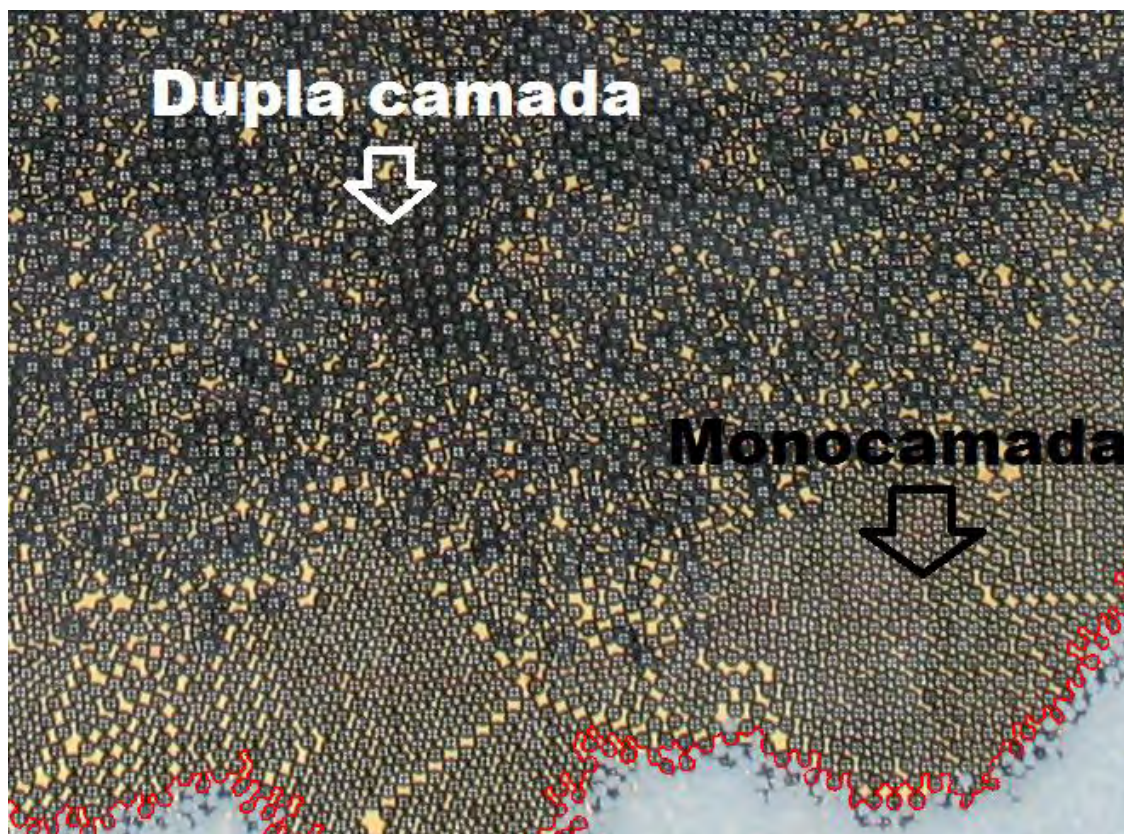


Figura 5.32: Na parte de cima podemos observar o começo da sobreposição das esferas e na parte de baixo uma monocamada.



Figura 5.33: Figura contornada e com os centros das esferas da borda marcados.

A Figura 5.34 mostra o comportamento da rugosidade em função do número de esferas injetadas, considerando o contorno contínuo do padrão (a) ou apenas o centro das esferas da borda (b). O centro do padrão foi tomado

como o ponto onde as esferas foram injetadas. Podemos ver que os dois gráficos apresentam o mesmo comportamento.

A Figura 5.35 mostra o comportamento da rugosidade em função do número de esferas injetadas, considerando o contorno contínuo do padrão (a) ou apenas o centro das esferas da borda (b). O centro do padrão foi tomado como o centro de massa da borda. Podemos ver que os dois gráficos apresentam o mesmo comportamento.

A Figura 5.36 mostra as variações das posições dos centros de massa da borda (quadrado) e do padrão (triângulo) em relação ao ponto de injeção das esferas de aço. Como encontrado na Ref. [15] a posição do centro de massa da borda varia bem mais que a posição do centro de massa do padrão.

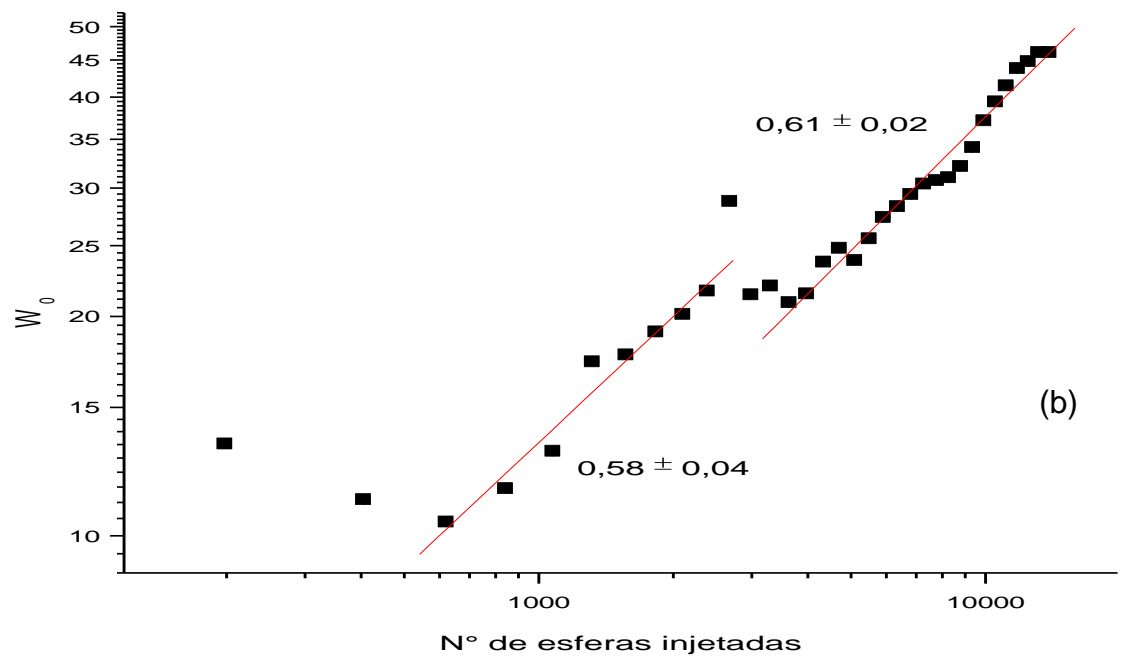
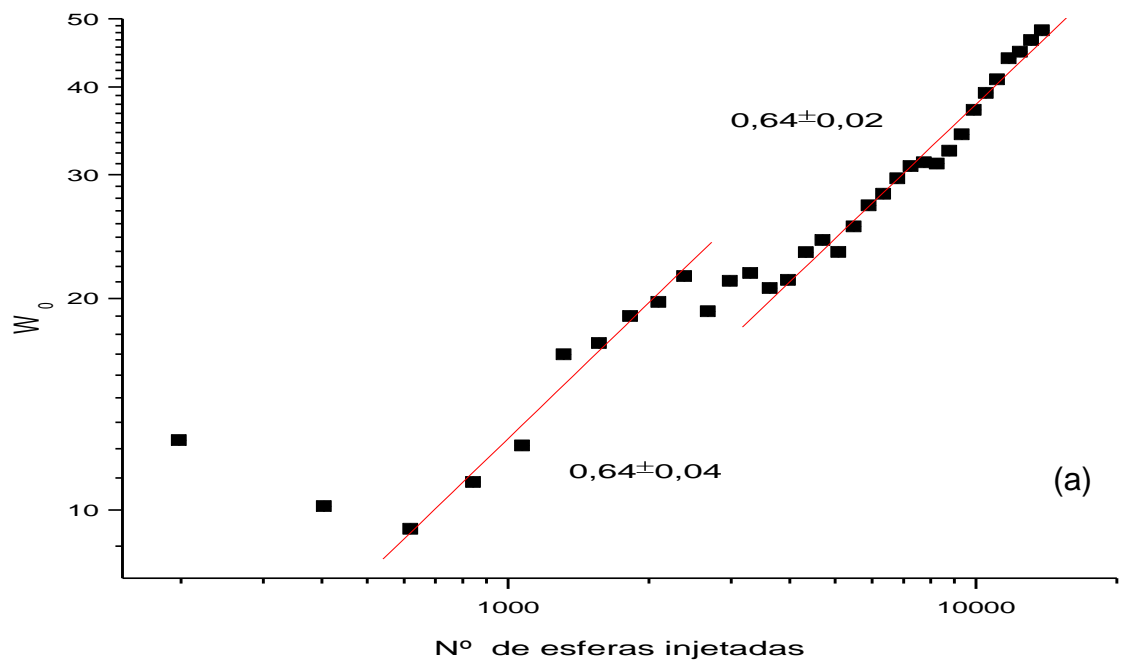


Figura 5.34: Gráfico da rugosidade em função do número de esferas injetadas, considerando como origem o ponto onde as esferas foram injetadas, usando o contorno da amostra (a) contínuo ou (b) apenas os pontos da borda.

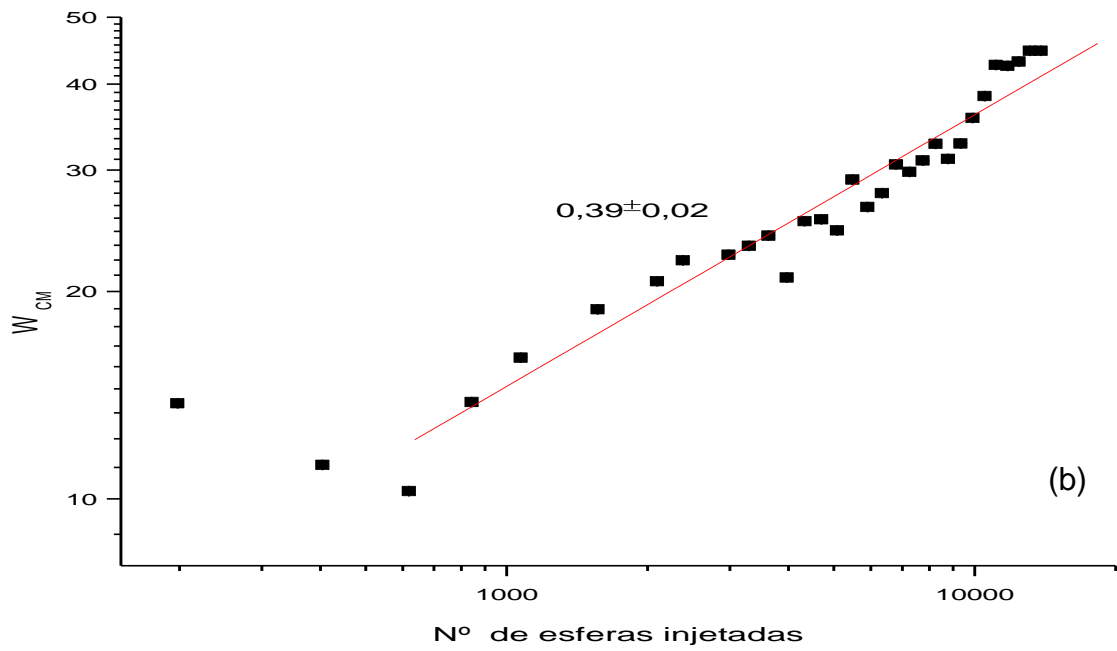
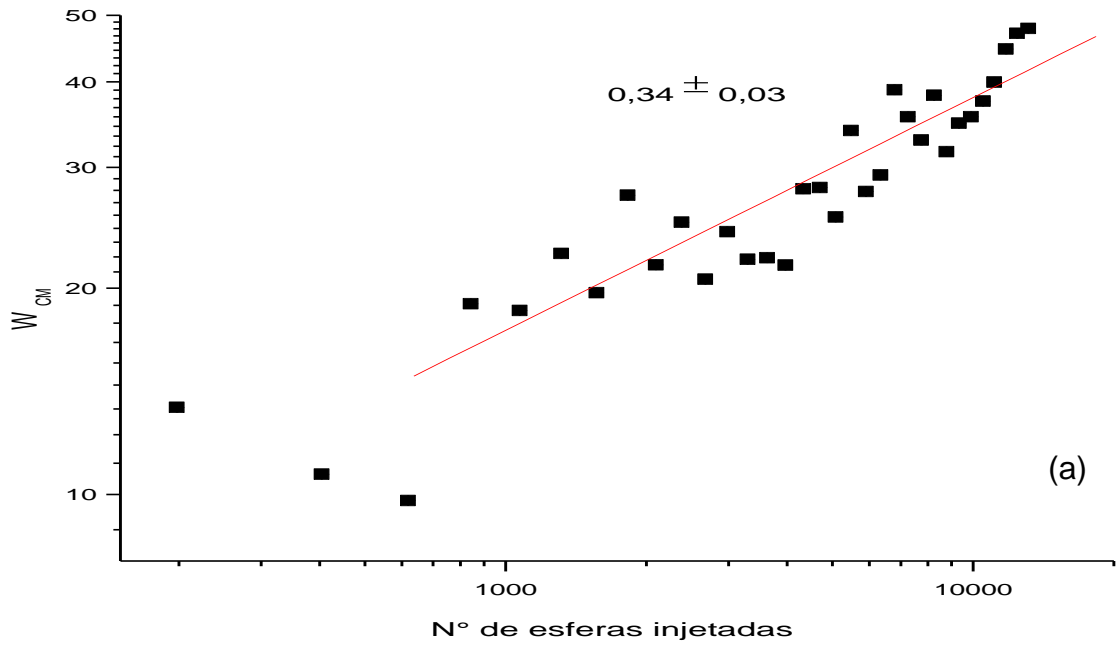


Figura 5.35: Gráfico da rugosidade em função do número de esferas injetadas, considerando o centro de massa da borda, usando o contorno da amostra (a) contínuo ou (b) apenas os pontos da borda.

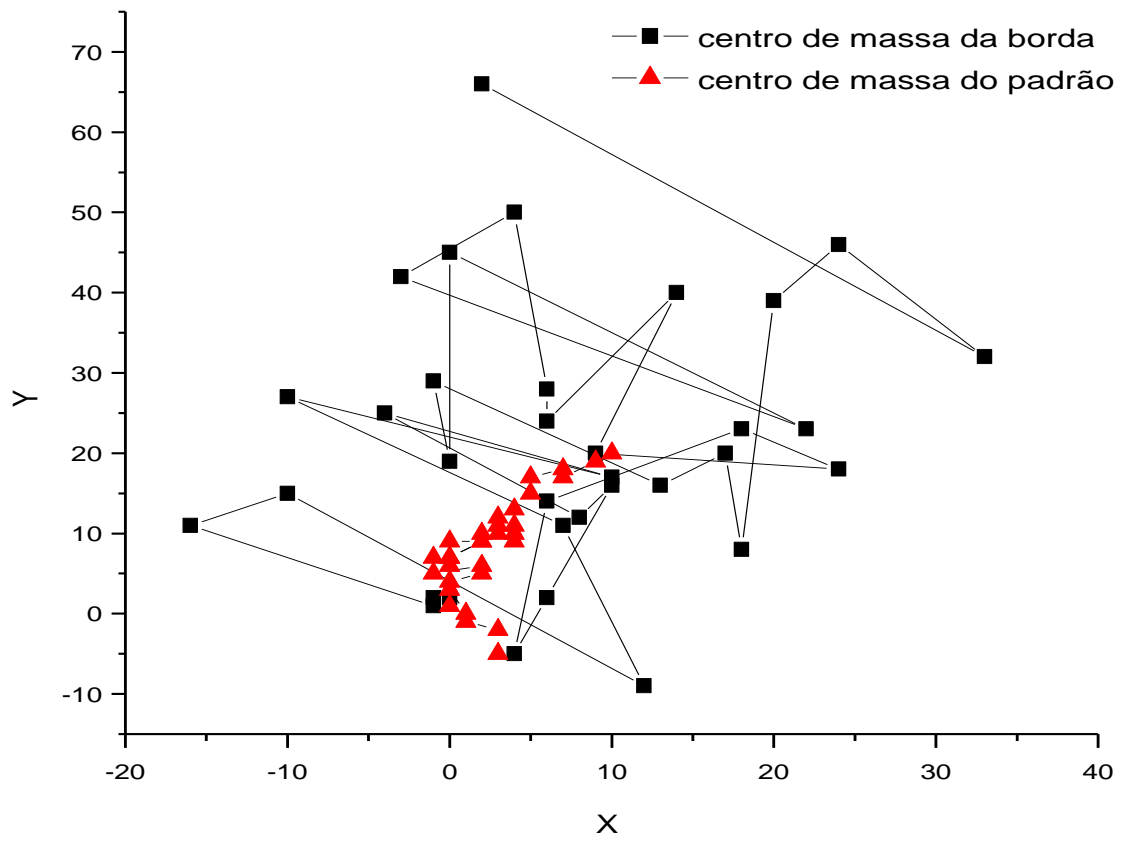


Figura 5.36: Variações das posições dos centros de massa da borda (quadrado) e do padrão (triângulo) em relação ao ponto de injeção das esferas de aço.

Capítulo 6 – Conclusões

Foi observado que o expoente β pode ser calculado através do gráfico da rugosidade versus o número de esferas injetadas. Observamos, também, que o valor de β muda quando o padrão começa a desenvolver “dedos” ou quando as esferas começam a se sobrepor umas sobre as outras. Foi possível verificar, conclusivamente, que β realmente depende da origem considerada para o cálculo da rugosidade, como foi verificado em simulações computacionais feitas recentemente por Ferreira Jr e Alves [15] em sistemas auto-afins, uma vez que obtemos β igual a $(0,38 \pm 0,01)$, $(0,38 \pm 0,01)$ e $(0,33 \pm 0,02)$ considerado o centro onde foram injetadas as esferas, o centro de massa do padrão e o centro de massa da borda, respectivamente para uma injeção de (840 ± 2) a (7260 ± 20) esferas de aço.

Capítulo 7 – Referências bibliográficas

- [1] H.M. Jager, S.R. Nagel e R.P. Behinger, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1259 (1996).
- [2] D.M. Mueth, G.F. Debregeas, G.S. Karczmar, P.J. Eng, S.R. Nagel e H.M. Jaeger, *cond-mat /0003433* (preprint).
- [3] F.X. Villarruel, B.E. Lauderdale, D.M. Mueth e H.M. Jaeger, *cond-mat /0001457* (preprint).
- [4] T. Sinbrot e F.J. Muzzio, *Phys. Today* **53**, 25 (2000).
- [5] F. Melo, P.B. Umbanhowar e H.L. Swinney, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 172 (1994).
- [6] F. Melo, P.B. Umbanhowar e H.L. Swinney, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 3838 (1995).
- [7] T. Metcalf, J.B. Knight e H.M. Jaeger, *Physica A* **236**, 202 (1997).
- [8] P.B. Umbanhowar, F. Melo and H.L. Swinney, *Nature* **382**, 793 (1996).
- [9] P. Meakin, *Fractals, Scaling and Growth far from Equilibrium* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1998).
- [10] S. F. Pinto, “Formação de padrões em meios granulares”, Universidade Federal de Viçosa, Dissertação de Mestrado; Viçosa, MG, Brasil; 2006.
- [11] S. F. Pinto, M. S. Couto, A. P. F. Atman, S. G. Alves, A. T. Bernardes, H. F. V. de Resende e E. C. Souza, *Phys. Rev. Lett* **99**, 068001 (2007).
- [12] H.F.V. de Resende, “Formação de Padrões em Meios Granulares Densos,” Universidade Federal de Ouro Preto, Tese de Doutorado, Ouro Preto, MG, 2008.
- [13] A. Brú, S. Albertos, J.L. Subiza, J. L Garcia-Asenjo, e I. Brú, *Biophys. J.*, **85**, 2948 (2003).

- [14] S.G. Alves, "Leis de escala e crossovers em modelos de crescimento," Universidade Federal de Minas Gerais, tese de doutorado, Belo Horizonte, MG , 2006.
- [15] S. C. Ferreira Jr e S. G. Alves, J. Stat. Mech. P11007 (2006).
- [16] A.-L. Barabási e H.E. Stanley, *Fractal Concepts in Surface Growth*, (Cambridge University Press, Cambridge, 1995).
- [17] F. Family e T. Vicsek, J. Phys. A **18**, L75-L81 (1985).
- [18] M. Eden, *Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, J. Neyman, ed., Statistical Laboratory of the University of California, pp. 223 (1961).
- [19] C Y Wang et al., J. Phys. A: Math. Gen. **28**, 2141 (1995).
- [20] L. R. Paiva e S. C.Ferreira Jr., J. Phys. A- Math. Theor. **40**, F43 (2007).
- [21] J. M. Pastor e J. Galeano, Central European Journal of Physics **5**, 539 (2007).

Referências bibliográficas

- [1] H. Jaeger, S. Nagel, and R. Behringer, “Granular solids, liquids, and gases,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 68, no. 4, pp. 1259-1273, Oct. 1996.
- [2] D. M. Mueth, G. F. Debregeas, G. S. Karczmar, P. J. Eng, S. R. Nagel, and H. M. Jaeger, “Signatures of granular microstructure in dense shear flows,” *Imaging*.
- [3] F. X. Villarruel, B. E. Lauderdale, D. M. Mueth, and H. M. Jaeger, “Compaction of rods: relaxation and ordering in vibrated, anisotropic granular material,” *Physical review. E, Statistical physics, plasmas, fluids, and related interdisciplinary topics*, vol. 61, no. 6, pp. 6914-21, Jul. 2000.
- [4] T. Shinbrot and F. J. Muzzio, “Nonequilibrium Patterns in Granular Mixing and Segregation,” *Physics Today*, vol. 53, no. 3, p. 25, 2000.
- [5] F. Melo, P. Umbanhowar, and H. L. Swinney, “Transition to parametric wave patterns in a vertically oscillated granular layer,” *Physical Review Letters*, vol. 72, no. 1, pp. 172-176, 1994.
- [6] F. Melo, P. B. Umbanhowar, and H. L. Swinney, “Hexagons, Kinks, and Disorder in Oscillated Granular Layers,” *Physical Review Letters*, vol. 75, no. 21, pp. 3838-3842, 1995.
- [7] T. Metcalf, J. Knight, and H. Jaeger, “Standing wave patterns in shallow beds of vibrated granular material,” *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, vol. 236, no. 3-4, pp. 202-210, Mar. 1997.
- [8] P. B. Umbanhowar, F. Melo, and H. L. Swinney, “Localized excitations in a vertically vibrated granular layer,” *Nature*, vol. 382, no. 6594, pp. 793-796, Aug. 1996.
- [9] M. Rak, “Fractals, Scaling and Growth Far from Equilibrium, Paul Meakin, Cambridge Non-linear Science Series 5, Cambridge University Press, Cambridge, 1998, ISBN 0-521-45253-8, pp. 674, £75 (hardback),” *International Journal of Numerical Modelling: Electronic Networks, Devices and Fields*, vol. 12, no. 6, pp. 493-494, Nov. 1999.
- [10] S. F. PINTO, “FORMAÇÃO DE PADRÕES EM MEIOS GRANULARES,” Universidade Federal de Viçosa, 2006.
- [11] S. Pinto et al., “Granular Fingers on Jammed Systems: New Fluidlike Patterns Arising in Grain-Grain Invasion Experiments,” *Physical Review Letters*, vol. 99, no. 6, pp. 1-4, Aug. 2007.
- [12] H. F. V. de Resende, “Formação de Padrões em Meios Granulares Densos,” Universidade Federal de Ouro Preto, 2008.

- [13] L. Subiza, S. Albertos, I. Bru, and A. Bru, "The Universal Dynamics of Tumor Growth," *Biophysical Journal*, vol. 85, no. November, pp. 2948-2961, 2003.
- [14] S. G. Alves, "Leis de escala e crossovers em modelos de crescimento," Universidade Federal de Minas Gerais, 2006.
- [15] S. C. Ferreira and S. G. Alves, "Pitfalls in the determination of the universality class of radial clusters," *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, vol. 2006, no. 11, p. P11007-P11007, Nov. 2006.
- [16] A.-L. Barabási and H. E. Stanley, *Fractal Concepts in Surface Growth*, Cambridge . Cambridge: , 1995.
- [17] F. Family and T. Vicsek, "Scaling of the active zone in the Eden process on percolation networks and the ballistic deposition model," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 18, no. 2, p. L75-L81, 1985.
- [18] M. Eden, "A two-dimensional growth process," in *Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, 1961, pp. 223-239.
- [19] P. L. L. and J. B. B. C Y Wang, "Off-lattice Eden-C cluster growth model," *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 28, no. 8, p. 2141, 1995.
- [20] L. R. Paiva and S. C. Ferreira, "Universality class of isotropic on-lattice Eden clusters," *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, vol. 40, no. 1, p. F43-F49, Jan. 2007.
- [21] J. M. Pastor and J. Galeano, "New dynamic scaling in increasing systems," *Central European Journal of Physics*, vol. 5, no. 4, pp. 539-548, Dec. 2007.