

EDUARDO SOUZA CÂNDIDO

**ANÁLISE INVERSA DE ENSAIOS GEOTÉCNICOS UTILIZANDO UM
ALGORITMO GENÉTICO ACOPLADO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

Orientador: José Carlos Lopes Ribeiro

Coorientadores: Roberto Francisco de Azevedo
Enivaldo Minette

**VIÇOSA – MINAS GERAIS
2020**

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

Cândido, Eduardo Souza, 1988-

C217a Análise inversa de ensaios geotécnicos utilizando um
2020 algoritmo genético acoplado ao método dos elementos finitos /
Eduardo Souza Cândido. – Viçosa, MG, 2020.
134f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: José Carlos Lopes Ribeiro.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.169-177.

1. Ensaios de campo. 2. Otimização. 3. Algoritmos genéticos. 4. Algoritmos paralelos. 5. Método dos elementos finitos. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. II. Título.

CDD 22 ed. 518.1

EDUARDO SOUZA CÂNDIDO

**ANÁLISE INVERSA DE ENSAIOS GEOTÉCNICOS UTILIZANDO UM
ALGORITMO GENÉTICO ACOPLADO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS
FINITOS**

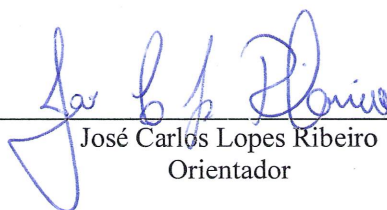
Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 16 de abril de 2020.

Assentimento:



Eduardo Souza Cândido
Autor



José Carlos Lopes Ribeiro
Orientador

AGRADECIMENTOS

A Deus, por guiar e abençoar todos os meus passos.

Aos meus pais, Sebastião e Creuza, que não mediram esforços para que eu pudesse alcançar os meus objetivos. Aos meus irmãos, Rodrigo e Thiago, cunhadas e sobrinhas por tornarem a nossa família um berço de aconchego e paz.

À minha esposa Rafaela, que compreendendo a minha ausência, fez-se presente e companheira em todos os desafios desta caminhada. Muito obrigado por me proporcionar a maior e mais feliz experiência da minha vida: a paternidade.

Ao Professor José Carlos Lopes Ribeiro, a quem serei eternamente grato pela competente orientação, dedicação, amizade e apoio em todos os momentos deste trabalho. Muito obrigado pela confiança em mim depositada, pela paciência e sabedoria transmitida. Agradeço por me ajudar e amparar nos momentos que mais precisei. É imensa a minha gratidão!

Ao meu grande amigo e coorientador Professor Roberto Azevedo, pelos valiosos conselhos, ensinamentos, incentivo e confiança. Agradeço por ter me acolhido como um filho e sempre estar disposto a me ajudar. Sou grato a Deus por tê-lo conhecido e convivido com você por muitos anos em Viçosa. Se hoje sou Professor Universitário, devo isso a você!

Ao Professor coorientador Enivaldo Minette, pela amizade, ensinamentos e ajuda na interpretação dos ensaios de campo. Muito obrigado pelas visitas técnicas ao longo da graduação e pós-graduação, foram de grande valia para a minha formação profissional.

Aos demais professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil pelos valiosos ensinamentos e pela ótima convivência.

Ao amigo e técnico de laboratório Paulo Capelão, pela amizade, ensinamentos e companheirismo. Agradeço por abrir as portas de sua casa, fazendo-me sentir como um membro de sua família ao longo de aproximadamente 10 anos de convivência.

Ao técnico de laboratório Paulo Afonso (P3), pela grande ajuda nos ensaios de campo, amizade e períodos de descontração.

À secretária Cilene Knauf, exemplo de competência, profissionalismo e alegria.

Aos amigos de república pelos momentos de alegria e diversão.

À Universidade Federal de Viçosa e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil por me proporcionar uma educação pública, gratuita e de qualidade.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela bolsa de estudos. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

CÂNDIDO, Eduardo Souza, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, abril de 2020. **Análise inversa de ensaios geotécnicos utilizando um algoritmo genético acoplado ao Método dos Elementos Finitos.** Orientador: José Carlos Lopes Ribeiro. Coorientadores: Roberto Francisco de Azevedo e Enivaldo Minette.

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de um programa para análises inversas de ensaios geotécnicos empregando um algoritmo genético (AG) com computação paralela via *threads*, acoplado ao Método dos Elementos Finitos (MEF). Inicialmente, um *software* para determinação dos parâmetros do modelo hiperbólico (MH) aplicando um AG sequencial foi desenvolvido (GATriaxial) e validado com base em diferentes configurações do AG na busca por uma solução teórica estabelecida. A sua eficiência foi verificada pela comparação entre a calibração tradicional do MH e via o AG, usando-se ensaios triaxiais reais. Posteriormente, um *software* (SANEG) para análises inversas de ensaios geotécnicos (triaxial, pressiométrico - PMT e prova de carga em placa) com computação paralela foi desenvolvido, validado e utilizado para retroanalisar resultados de ensaios de campo. A implementação do MEF e do MH foi validada por comparação dos resultados de um ensaio triaxial e de uma prova de carga com os obtidos por outros *softwares*. A implementação do AG paralelo foi avaliada por meio de três métricas: tempo de processamento, *speedup* e eficiência. A validação do GATriaxial confirmou a eficiência do AG na busca por soluções de boa qualidade. Os valores da função objetivo (FO) demonstraram que a calibração do MH por análise inversa se ajusta melhor aos dados experimentais em relação ao procedimento tradicional. No SANEG, a retroanálise de uma prova de carga mostrou que, para diferentes configurações do AG, espaço de busca amplo e número de *threads* máximo, foi possível obter soluções de boa qualidade. Na retroanálise de ensaios PMT verificou-se que, independentemente do tipo de solo, o MH foi capaz de representar satisfatoriamente bem todas as curvas e que os menores valores da FO foram de 6,07 % (argiloso), 2,82 % (siltoso) e 5,63 % (arenoso) empregando *crossover* linear, linear e BLX- α , respectivamente. O desempenho do AG paralelo nas análises inversas mostrou que o aumento do número de *threads* reduziu o tempo de processamento, aumentou o *speedup* e diminuiu a eficiência a níveis aceitáveis. O paralelismo proporcionou uma redução de aproximadamente 4 vezes no tempo de processamento das análises inversas. Por fim, concluiu-se que o GATriaxial e o SANEG se mostraram ferramentas poderosas para análises inversas de ensaios geotécnicos empregando um AG e o MH de modo a obter soluções de boa qualidade.

Palavras-chave: Modelo hiperbólico, algoritmo genético, MEF, paralelização, PMT.

ABSTRACT

CÂNDIDO, Eduardo Souza, D.Sc., Federal University of Viçosa, April, 2020. **Inverse analysis of geotechnical tests using a genetic algorithm coupled to the Finite Element Method.** Adviser: José Carlos Lopes Ribeiro. Co-advisers: Roberto Francisco de Azevedo and Enivaldo Minette.

This work had as objective to develop a program for inverse analysis of geotechnical tests employing a genetic algorithm (GA) with parallel computing using threads, coupled to the Finite Element Method (FEM). Initially, a software for identifying parameters of the hyperbolic model (HM) using a sequential GA was developed (GATriaxial) and validated by applying different configurations of the GA in the search for an established theoretical solution. Its efficiency was verified by the comparison between traditional calibration of the HM and GA, using real triaxial tests. In sequence, a software (SANEG) for inverse analysis of geotechnical tests (triaxial, pressuremeter - PMT and load test) with parallel computing was developed, validated and used for back analysis of field tests results. The implementation of FEM and HM was validated by comparison between the results of a triaxial test and a load test by SANEG and using other programs. The implementation of the parallel GA was evaluated using three metrics: processing time, speedup and efficiency. The GATriaxial validation confirmed the efficiency of the GA in the search for good quality solutions. The values of the objective function (OF) demonstrated that the HM calibration by inverse analysis is better adjusted to the experimental data in relation to the traditional procedure. In the SANEG program, the back analysis of a load test showed that, for different configurations of the GA, large search space and maximum number of threads, it was possible to obtain good quality solutions. In the inverse analysis of PMT tests, it was found that, regardless of the soil type, the HM was able to fit all curves well and that the lowest OF values were 6.07 % (clayey soil), 2.82 % (silty soil) and 5.63 % (sandy soil) using linear, linear and BLX- α crossover, respectively. The performance of the parallel GA in the inverse analysis showed that the rise in the number of threads reduced the processing time, increased the speedup and decreased the efficiency to acceptable levels. The parallelism provided a reduction of approximately 4 times in the processing time of the inverse analysis. Finally, it can be concluded that GATriaxial and SANEG proved to be powerful tools for inverse analysis of geotechnical tests using a GA and the HM in such a way to obtain good quality solutions.

Keywords: Hyperbolic model, genetic algorithm, FEM, parallel computing, PMT tests.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO GERAL	8
1. CONTEXTUALIZAÇÃO	8
2. OBJETIVOS	10
2.1. Objetivo geral.....	10
2.2. Objetivos específicos	10
3. HIPÓTESES.....	10
4. ESTRUTURA DA TESE.....	11
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	11
CAPÍTULO 1 - REFERENCIAL TEÓRICO.....	14
1. ANÁLISE INVERSA.....	14
2. ALGORITMOS GENÉTICOS.....	15
2.1. Definições	15
2.2. Funcionamento do algoritmo genético.....	16
2.3. Populações genéticas	16
2.4. Avaliação	18
2.5. Seleção	18
2.6. Recombinação ou <i>crossover</i>	19
2.7. Mutação.....	21
2.8. Critérios de convergência.....	22
2.9. Algoritmos genéticos paralelos.....	23
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	24
CAPÍTULO 2 - PROGRAMA PARA ANÁLISES INVERSAS DE ENSAIOS TRIAXIAIS UTILIZANDO UM ALGORITMO GENÉTICO.....	27
1. INTRODUÇÃO	27
2. REVISÃO DE LITERATURA	29
2.1. Modelo constitutivo hiperbólico	29
2.2. Análise inversa.....	31
2.3. Estratégia de otimização	32
2.4. Desenvolvimento do GATriaxial	33
3. MATERIAL E MÉTODOS	34
3.1. Material	34
3.2. Métodos.....	35
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	39
4.1. Caracterização geotécnica dos solos	39
4.2. Ensaio triaxiais	39
4.3. Validação do programa GATriaxial.....	40
4.4. Calibração tradicional do modelo constitutivo	41
4.5. Calibração do modelo constitutivo utilizando o GATriaxial	42
5. CONCLUSÕES.....	43
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	45

CAPÍTULO 3 - IMPLEMENTAÇÃO DE UM ALGORITMO GENÉTICO COM COMPUTAÇÃO PARALELA PARA ANÁLISES INVERSAS DE ENSAIOS GEOTÉCNICOS.....	51
1. INTRODUÇÃO	51
2. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL.....	53
2.1. Estruturação do programa em classes	53
2.2. Modelo constitutivo	54
2.3. Análise inversa.....	59
3. VALIDAÇÃO.....	64
3.1. Ensaio triaxial	64
3.2. Simulação de uma prova de carga em placa rígida	65
3.3. Avaliação do desempenho da computação paralela.....	67
4. ANÁLISE INVERSA DA PROVA DE CARGA EM UMA SAPATA RÍGIDA	69
4.1. Prova de carga.....	69
4.2. Modelagem da análise numérica.....	70
4.3. Análise inversa.....	71
4.4. Resultados.....	72
5. CONCLUSÕES.....	72
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	73
CAPÍTULO 4 - ANÁLISES INVERSAS DE ENSAIOS PRESSIOMÉTRICOS UTILIZANDO UM ALGORITMO GENÉTICO COM COMPUTAÇÃO PARALELA	78
1. INTRODUÇÃO	78
2. MATERIAL E MÉTODOS	80
2.1. Material.....	80
2.2. Métodos.....	82
3. RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	93
3.1. Ensaio pressiométricos	93
3.2. Ensaio de laboratório.....	93
3.3. Calibração do modelo hiperbólico	94
3.4. Curvas pressiométricas transformadas.....	94
3.5. Análise numérica	95
4. CONCLUSÃO.....	103
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	105
CONCLUSÕES GERAIS	109
APÊNDICE A - Interface do programa GATriaxial 1.0	111
APÊNDICE B - Interface do programa SANEG 1.0.....	117

INTRODUÇÃO GERAL

1. CONTEXTUALIZAÇÃO

O Método dos Elementos Finitos (MEF) tem sido amplamente utilizado na engenharia geotécnica. Esse método pressupõe modelar o comportamento do solo por equações constitutivas. Para que um modelo constitutivo possa ser utilizado em um procedimento numérico, é necessário calibrá-lo, ou seja, identificar parâmetros apropriados que reproduzam a melhor resposta do modelo em relação aos resultados experimentais disponíveis.

Existem basicamente três abordagens para determinação de parâmetros do solo com base em dados experimentais: métodos analíticos, correlações empíricas e métodos de análises inversas (YIN et al., 2018). Dentre essas, a análise inversa produz uma determinação relativamente objetiva dos parâmetros para um dado modelo constitutivo, mesmo para aqueles sem significado físico direto e, portanto, tem sido amplamente adotada (JIN et al., 2019).

Na análise inversa as variáveis são os parâmetros do modelo e uma maneira de encontrar os seus valores é simular os ensaios de laboratório e/ou campo e minimizar as diferenças entre os dados experimentais e numéricos. Para conduzir essas análises é necessário a formulação de uma função objetivo (FO), que irá medir a diferença entre os resultados, e seleção de uma estratégia de otimização responsável por orientar a busca pelo mínimo da FO.

Yin et al. (2018) destacam que esse problema é usualmente solucionado empregando técnicas de otimização determinísticas ou estocásticas. Dentre essas destaca-se o algoritmo genético (AG) apresentado por Holland (1992), um procedimento iterativo inspirado no mecanismo da genética populacional e nos princípios da seleção natural (reprodução, recombinação, mutação e seleção) que tem sido aplicado com sucesso na determinação de parâmetros de modelos constitutivos (CÂNDIDO et al., 2017; JIN et al., 2016a, 2016b; JIN et al., 2017a; JIN et al., 2017b; JIN et al., 2017c; LEVASSEUR et al., 2008; 2009; 2010; MAHBOD; ZAND-PARSA, 2010; PAPON et al., 2008; 2012; ROKONUZZAMAN; SAKAI, 2010; YIN et al., 2017; YIN et al., 2018; YIN; JIN et al., 2019).

Com base em princípios estocásticos, os AGs trabalham com uma população de soluções iniciais para que essas forneçam um conjunto de soluções satisfatórias. No entanto, dependendo da dificuldade e tamanho do problema, complexidade da função objetivo e distribuição do espaço de busca, o tempo necessário para encontrar uma solução pode ser alto em processamentos sequenciais devido à complexidade computacional dos algoritmos genéticos (CHENG; GEN, 2019; LIU; WANG, 2015; TORQUATO; FERNANDES, 2019),

principalmente em análises que envolvam o uso de métodos numéricos, como é o caso das análises inversas de ensaios geotécnicos.

Como método de pesquisa de base populacional, os AGs têm um grande potencial de aceleração por computação paralela (ABDELHAFEZ; ALBA; LUQUE, 2019; CHENG; GEN, 2019; SALZA; FERRUCCI, 2016) e sua implementação com base nessa arquitetura tem se tornado cada vez mais popular, principalmente porque a paralelização fornece melhorias substanciais na qualidade da solução (BLOCHO, 2020).

Existem duas abordagens fundamentais do paralelismo: o paralelismo de dados, no qual os processadores executam as mesmas instruções ou tarefas sobre conjuntos diferentes de dados, e o paralelismo de tarefas, onde os processadores executam diferentes instruções ou tarefas sobre conjuntos de dados distintos ou não.

Segundo Gong et al. (2015), a implementação dos AGs emprega usualmente os modelos mestre-escravo (DUBREUIL; GAGNÉ; PARIZEAU, 2006), ilhas (HERRERA; LOZANO, 2000; PIERREVAL; PARIS, 2000) ou celular (ALBA; DORRONSORO, 2005; GIACOBINI et al., 2005). Esses modelos se enquadram no paralelismo de dados, uma maneira de acelerar a computação, distribuindo os dados entre diferentes processadores em uma arquitetura de computação paralela. Como os AGs trabalham em uma população de soluções, é fácil e direto paralelizá-los à abordagem de dados paralelos (CHENG; GEN, 2019).

O paralelismo de dados pode ser realizado combinando múltiplos elementos de processamento em um único sistema maior com o emprego da tecnologia *multithreading*, que permite a existência de múltiplos *threads* (fluxos) no mesmo processo, possibilitando que múltiplas execuções ocorram no mesmo ambiente do processo com um grau de independência (MATTSON et al., 2004). Dentro desse contexto, para aplicações do AG em arquiteturas de processamento paralelo, a utilização de partições de dados e *threads* apresentam-se como um caminho interessante à obtenção de respostas de forma mais eficiente.

Em face ao exposto, o tema desta pesquisa versou sobre a implementação de um algoritmo genético usando computação paralela (como forma de aceleração do processo) para obter os parâmetros de calibração de solos para o modelo constitutivo hiperbólico de Duncan et al. (1980), com base em resultados de ensaios geotécnicos de campo ou laboratoriais (ensaio triaxial).

2. OBJETIVOS

2.1. Objetivo geral

O objetivo geral desta tese consistiu no desenvolvimento de um programa para realização de análises inversas de ensaios geotécnicos (triaxial, pressiométrico e prova de carga em placa) empregando um algoritmo genético com computação paralela usando *threads*, acoplado ao MEF. No programa foi implementado o modelo elástico não linear apresentado por Duncan et al. (1980).

2.2. Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral da pesquisa, foram delineados os seguintes objetivos específicos:

- a) desenvolvimento e validação de um programa capaz de retroanalisar resultados de ensaios triaxiais utilizando o modelo hiperbólico e um algoritmo genético;
- b) elaboração da arquitetura, implementação computacional e validação de um programa para realização de análises inversas de ensaios geotécnicos empregando um algoritmo genético com computação paralela usando *threads*, acoplado ao Método dos Elementos Finitos (MEF);
- c) realização da análise inversa das curvas pressão-deslocamento radial obtidas de ensaios pressiométricos executados em diferentes solos tropicais visando determinar os parâmetros do modelo hiperbólico.

3. HIPÓTESES

O ajuste dos parâmetros geotécnicos do solo relativos ao modelo hiperbólico de Duncan et al. (1980) com base em algoritmos genéticos acoplados ao MEF produz soluções de melhor qualidade que os métodos tradicionais.

O uso de computação paralela provê soluções mais rápidas e permite obter resultados melhores ao analisar um maior número de dados com o mesmo tempo de processamento.

A análise inversa de resultados de ensaios de campo (pressiométrico e prova de carga em placa) permite determinar os parâmetros de um solo de forma mais eficiente e com melhor qualidade que os obtidos via ensaios laboratoriais.

4. ESTRUTURA DA TESE

A tese foi dividida em quatro capítulos. O primeiro compreende um breve referencial teórico, sendo que os seguintes foram escritos no formato de artigo científico.

No segundo capítulo apresenta-se o programa GATriaxial, resultado da implementação e validação de um AG sequencial empregando ensaios triaxiais. No terceiro, o programa SANEG implementado com o AG paralelo acoplado ao MEF é apresentado, validado e empregado na análise inversa de uma curva carga-recalque. No quarto capítulo o SANEG é utilizado para realizar análises inversas dos resultados de ensaios pressiométricos executados em diferentes solos tropicais.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDELHAFEZ, A.; ALBA, E.; LUQUE, G. A component-based study of energy consumption for sequential and parallel genetic algorithms. **The Journal of Supercomputing**, v. 75, n. 10, p. 6194-6219, 2019.

ALBA, E.; DORRONSORO, B. The exploration/exploitation tradeoff in dynamic cellular genetic algorithms. **IEEE transactions on evolutionary computation**, v. 9, n. 2, p. 126-142, 2005.

BLOCHO, M. Parallel algorithms for solving rich vehicle routing problems. *In: Smart Delivery Systems*. Elsevier, p. 185-201, 2020.

CÂNDIDO, E. S.; AZEVEDO, R. F.; AZEVEDO, I. C. A. D.; MINETTE, E. Análise Inversa da Curva do Ensaio Pressiométrico Utilizando o Modelo Hiperbólico. **Ciência & Engenharia**, v. 26, n. 1, p. 59-67, 2017.

CHENG, J. R.; GEN, M. Accelerating genetic algorithms with GPU computing: A selective overview. **Computers & Industrial Engineering**, v. 128, p. 514-525, 2019.

DUBREUIL, M.; GAGNÉ, C.; PARIZEAU, M. Analysis of a master-slave architecture for distributed evolutionary computations, **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part B: Cybernetics**, v. 36, n. 1, p. 229-235, 2006.

DUNCAN, J. M.; BYRNE, P. M.; WONG, K. S.; MABRY, P. **Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for Finite Element Analysis of stresses and movements in soil masses**, Berkeley, California: Rep. No. UCB/GT/80-01, 1980.

GIACOBINI, M.; TOMASSINI, M.; TETTAMANZI, A. G.; ALBA, E. Selection intensity in cellular evolutionary algorithms for regular lattices. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, v. 9, n. 5, p. 489-505, 2005.

GONG, Y. J.; CHEN, W. N.; ZHAN, Z. H.; ZHANG, J., LI, Y.; ZHANG, Q.; LI, J. J. Distributed evolutionary algorithms and their models: A survey of the state-of-the-art. **Applied Soft Computing**, v. 34, p. 286-300, 2015.

HERRERA, F.; LOZANO, M. Gradual distributed real-coded genetic algorithms. **IEEE transactions on evolutionary computation**, v. 4, n. 1, p. 43-63, 2000.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; ZHANG, D. M. A new hybrid real-coded genetic algorithm and its application to parameters identification of soils. **Inverse Problems in Science and Engineering**, v. 25, n. 9, p. 1343-1366, 2017a.

JIN, Y. F.; WU, Z. X.; YIN, Z. Y.; SHEN, J. S. Estimation of critical state-related formula in advanced constitutive modeling of granular material. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 6, p. 1329-1351, 2017b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; RIOU, Y.; HICHER, P. Y. Identifying creep and destructuration related soil parameters by optimization methods. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, n. 4, p. 1123-1134, 2017c.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 40, n. 8, p. 1219-1240, 2016a.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Investigation into MOGA for identifying parameters of a critical-state-based sand model and parameters correlation by factor analysis. **Acta Geotechnica**, v. 11, n. 5, p. 1131-1145, 2016b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; ZHOU, W. H.; HORPIBULSUK, S. Identifying parameters of advanced soil models using an enhanced transitional Markov chain Monte Carlo method. **Acta Geotechnica**, v. 14, n. 6, p. 1925-1947, 2019.

LEVASSEUR, S.; MALÉCOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Soil parameter identification using a genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 2, p. 189-213, 2008.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: method and developments using synthetic data. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 33, n. 12, p. 1485-1511, 2009.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: applications to excavation problems and pressuremeter tests. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 34, n. 5, p. 471-491, 2010.

LIU, Y. Y.; WANG, S. A scalable parallel genetic algorithm for the generalized assignment problem. **Parallel computing**, v. 46, p. 98-119, 2015.

MAHBOD, M; ZAND-PARSA, S. Prediction of soil hydraulic parameters by inverse method using genetic algorithm optimization under field conditions. **Archives of Agronomy and Soil Science**, v. 56, n. 1, p. 13-28, 2010.

MATTSON, T. G.; SANDERS, B. A.; MASSINGILL, B. L. **Patterns for parallel programming**. Boston, Massachusetts, USA: Pearson Education, 2004.

PAPON, A.; RIOU, Y.; DANO, C.; HICHER, P. Y. Single-and multi-objective genetic algorithm optimization for identifying soil parameters. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 36, n. 5, p. 597-618, 2012.

PAPON, A.; RIOU, Y; HICHER, P; DANO, C. Identifying soil parameters by inverse analysis of field testing. *In: Earth & Space 2008: Engineering, Science, Construction, and Operations in Challenging Environments*, Long Beach, California, USA, p. 1-8, 2008.

PIERREVAL, H.; PARIS, J. L. Distributed evolutionary algorithms for simulation optimization. **IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics - Part A: Systems and Humans**, v. 30, n. 1, p. 15-24, 2000.

ROKONUZZAMAN, M.; SAKAI, T. Calibration of the parameters for a hardening–softening constitutive model using genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 4, p. 573-579, 2010.

SALZA, P.; FERRUCCI, F. An Approach for Parallel Genetic Algorithms in the Cloud using Software Containers. **arXiv preprint arXiv:1606.06961**, 7p, 2016.

TORQUATO, M. F.; FERNANDES, M. A. High-performance parallel implementation of genetic algorithm on FPGA. **Circuits, Systems, and Signal Processing**, v. 38, n. 9, p. 4014-4039, 2019.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F. **Practice of Optimisation Theory in Geotechnical Engineering**. 1^a Edição. Singapore: Springer Nature Singapore Pte Ltd. and Tongji University Press, p. 356, 2019.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, J. S.; HICHER, P. Y. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 42, n. 1, p. 70-94, 2018.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, S. L.; HUANG, H. W. An efficient optimization method for identifying parameters of soft structured clay by an enhanced genetic algorithm and elastic–viscoplastic model. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 4, p. 849-867, 2017.

CAPÍTULO 1 - REFERENCIAL TEÓRICO

1. ANÁLISE INVERSA

A análise inversa consiste em determinar parâmetros de modelos constitutivos minimizando a diferença entre dados experimentais e soluções analíticas ou numéricas (PAPON et al., 2012). A análise inversa por otimização tem sido utilizada com sucesso em geotecnia porque oferece uma determinação relativamente objetiva dos parâmetros de um dado modelo, sendo aplicável a qualquer resultado experimental e modelo constitutivo (YIN; JIN, 2019). Segundo Papon et al. (2008), esse problema matemático exige definir com precisão o conjunto de parâmetros a serem otimizados, como por exemplo, a partir de um estudo preliminar de sensibilidade ou um conhecimento prévio do comportamento do solo, e o domínio no qual as soluções são consideradas aceitáveis do ponto de vista físico e mecânico.

Nas análises inversas, as variáveis são os parâmetros do modelo. Uma maneira de encontrar os seus valores é simular ensaios de laboratório e/ou campo e minimizar as diferenças entre os resultados experimentais e numéricos. Para conduzir essas análises é necessário a formulação de uma função objetivo (FO) que irá medir a diferença entre os resultados, e seleção de uma estratégia de otimização responsável por orientar a busca pelo mínimo da função.

Segundo Yin et al. (2018), devido à estabilidade da função e por tornar o erro independente do tipo de ensaio e do número de pontos experimentais, a FO proposta por Levasseur et al. (2008) tem sido adotada por diversos pesquisadores para conduzir os processos de otimização (JIN et al., 2016a, 2016b; JIN et al., 2017a; YIN et al., 2017). Segundo Yin e Jin (2019), a seleção de uma estratégia de otimização é a etapa principal para saber se a solução ótima poderá ser encontrada ou não. A maioria das estratégias de busca podem garantir uma solução local. Para obter uma solução mais precisa, deve ser adotado um método de otimização altamente eficiente, com a capacidade de buscar um mínimo global.

As estratégias de otimização global podem ser divididas em determinísticas e estocásticas. As técnicas determinísticas, como os algoritmos baseados em gradiente e simplex (NELDER; MEAD, 1965), trabalham com uma única solução e concentram-se em atingir mínimos locais, porque iniciam a pesquisa com uma solução estimada; geralmente escolhida aleatoriamente no espaço de busca. Se essa solução inicial não estiver próxima o suficiente de um mínimo global, é provável que ela esteja presa em um mínimo local. As técnicas de otimização estocásticas, como os algoritmos evolutivos (HOLLAND, 1975), enxame de partículas (KENNEDY, 2011), evolução diferencial (STORN; PRICE, 1997a, 1997b), colônia artificial de abelhas (KARABOGA, 2005) e otimização por colônias de formigas (DORIGO;

MANIEZZO; COLORNI, 1996) dependem significativamente do poder computacional (JIN et al., 2017b).

Todas essas técnicas de otimização são geralmente aplicadas a ensaios de laboratório, ensaios *in situ* ou medições de campo. Segundo Yin et al. (2017), os algoritmos evolutivos são otimizadores globais muito promissores. Dentre esses, os algoritmos genéticos (AGs) são os algoritmos evolutivos mais empregados (DEB, 2001) devido à sua superioridade na resolução de problemas complexos na engenharia geotécnica.

2. ALGORITMOS GENÉTICOS

O algoritmo genético é uma técnica de otimização e busca baseada nos princípios da genética e seleção natural. O método foi desenvolvido por John Holland (HOLLAND, 1975) ao longo das décadas de 1960 e 1970 na Universidade de Michigan e popularizada por um de seus estudantes, David Goldberg, que conseguiu resolver um problema difícil que envolvia o controle da transmissão de gasodutos para sua dissertação e publicou em 1989 (GOLDBERG, 1989) uma das principais referências bibliográficas sobre o assunto (HAUPT; HAUPT, 2004).

A ideia básica do AG é, analogamente, simular processos naturais de adaptação, sobrevivência e reprodução de indivíduos, mecanismos essenciais para a evolução das espécies, de acordo com a teoria da seleção natural (BANZHAF et al., 1998). O mesmo conceito de competição pela sobrevivência entre indivíduos da mesma espécie foi introduzido na teoria do AG. Os indivíduos com maior chance de sobrevivência, ou seja, aqueles mais aptos, possivelmente terão uma maior chance de reproduzir. Do mesmo modo, indivíduos menos aptos tendem a desaparecer (ROCHA, 2019).

2.1. Definições

Para utilização de um AG são necessárias algumas definições que são particulares a esse tipo de algoritmo. Como o método se baseia em mecanismos evolutivos encontrados na natureza, muitos termos adotados se baseiam na genética, tais como:

- **Cromossomo:** cadeia de caracteres representando alguma informação relativa às variáveis do problema. O cromossomo representa uma possível solução.
- **Gene:** unidade básica do cromossomo, ou seja, representa uma variável do problema. Um conjunto de genes formam um cromossomo.
- **Indivíduo:** membro da população formado pelo cromossomo e sua aptidão.

- **População:** conjunto de indivíduos ou cromossomos no espaço de busca.
- **Codificação:** é a maneira como os genes dos indivíduos são representados. Ela pode ser feita utilizando a forma binária ou codificação de valor (números reais ou inteiros).
- **Espaço de busca:** região que compreende as possíveis soluções do problema a ser otimizado.
- **Geração:** ordem evolutiva das diferentes populações ou número de iterações que o AG executa.
- **Operações genéticas:** conjunto de operações que o AG realiza sobre cada um dos cromossomos.
- **Função objetivo (FO):** é a função que se quer otimizar. Ela contém a informação numérica do desempenho de cada cromossomo na população, ou seja, é dado uma nota que mede quão boa é a solução codificada.
- **Aptidão:** é a quantificação que determina o desempenho de cada indivíduo em relação a FO e às restrições do problema. Em problemas de otimização, a aptidão equivale à FO.

2.2. Funcionamento do algoritmo genético

Uma vez definidas a representação genética e a FO, o algoritmo genético prossegue inicializando uma população de soluções e aprimorando-a por meio de aplicações repetidas dos operadores de seleção, cruzamento e mutação (Figura 1). Os AGs trabalham com uma população de soluções para que possam fornecer um conjunto de soluções satisfatórias. Os AGs não empregam nenhuma informação de gradiente e são baseados em princípios estocásticos. Além disso, a solução ideal não depende das soluções iniciais do estudo em comparação com o método baseado em gradiente. Portanto, são considerados mais robustos que os métodos de gradiente (JIN et al., 2017c; YIN et al., 2018; YIN et al., 2017; YIN; JIN, 2019).

2.3. Populações genéticas

As populações genéticas, cujo tamanho é uma variável do AG, são compostas basicamente pela população inicial, população principal, população dos descendentes e população intermediária.

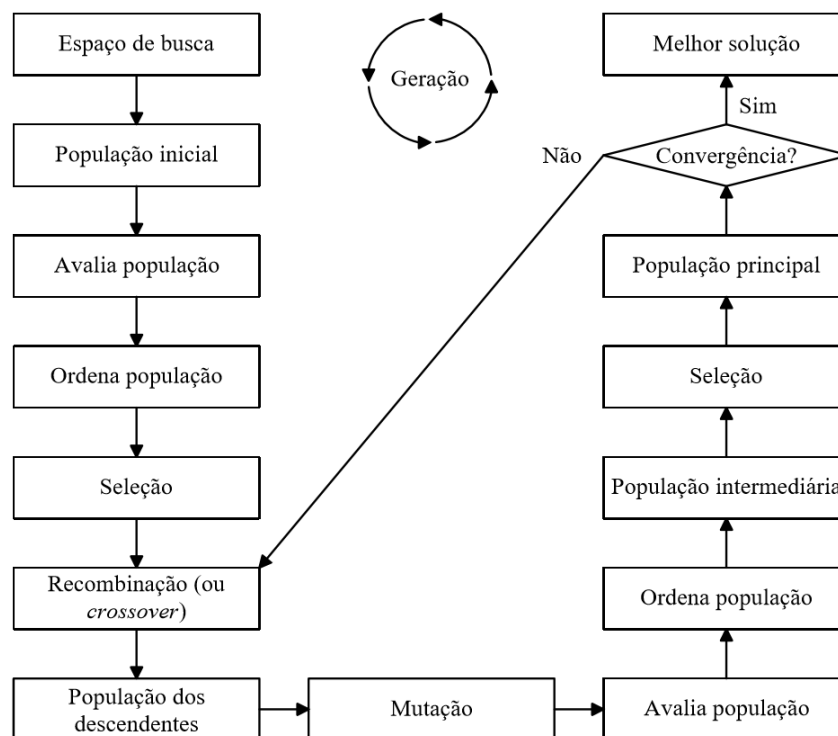
O tamanho da população é de extrema importância para a execução do AG. Populações pequenas têm grandes chances de perder a diversidade necessária para convergir a uma boa solução, pois fornecem uma pequena cobertura do espaço de busca do problema. Grandes

populações apresentam uma maior probabilidade de convergência, entretanto exigem um tempo de processamento mais elevado (GOLDBERG, 1989; MICHALEWICZ, 1996).

A inicialização de indivíduos é uma etapa fundamental para um problema de otimização. A população inicial é a precursora de todas as populações, sendo governada pelo número de indivíduos, seu domínio (espaço de busca) e o método que controla a distribuição dos indivíduos em seu domínio (JIN et al., 2016b; YIN et al., 2017). A inicialização dessa população é usualmente estabelecida de forma aleatória, determinística ou aleatória com nicho. A inicialização aleatória é a mais comum e se baseia na geração de indivíduos de forma totalmente aleatória dentro do espaço de busca. Na geração determinística, os indivíduos da população são gerados seguindo uma determinada heurística. Na inicialização aleatória com nicho é definida uma região de cobertura (nicho) para cada indivíduo, garantindo assim que não haverá indivíduos muito próximos, porém não é garantido que todo o espaço de busca seja preenchido.

A população principal é passada de geração em geração e nela se encontram os indivíduos com melhores valores de aptidão. A população dos descendentes se origina a partir do operador *crossover* e podem ou não sofrer ação do operador mutação. A população intermediária é formada pelo conjunto da população principal e dos descendentes, sendo o procedimento de seleção aplicado a esse grupo com o objetivo de criar uma população principal.

Figura 1 - Fluxograma do algoritmo genético.



Fonte: O autor (2020).

2.4. Avaliação

Esse operador é um dos principais componentes do AG, pois é empregado para calcular a qualidade das soluções e orientar a pesquisa. Um valor de aptidão indica a proximidade da solução ideal (ABDELHAFEZ; ALBA; LUQUE, 2019). A aptidão do indivíduo é medida de acordo com a sua função de avaliação (ou função objetivo). Essa função é a maneira utilizada pelos AGs para estipular as chances de um indivíduo ser a solução do problema a ser tratado.

Linden (2008) destaca que para um melhor entendimento a função de avaliação deve ser tratada como sendo a nota dada a um indivíduo na resolução de um problema. Essa nota será empregada para a escolha dos indivíduos, sendo a forma de diferenciar entre as boas e as más soluções para um problema, ou seja, se o indivíduo 1 representa uma solução melhor do que o indivíduo 2, então a avaliação de 1 deve ser maior do que a avaliação de 2. Dada a generalidade dos AGs, a função de avaliação, em muitos casos, é a única ligação verdadeira do programa com o problema real. Isso ocorre porque a função só julga a qualidade da solução que está sendo apresentada por aquele indivíduo, sem armazenar qualquer tipo de informação sobre as técnicas de resolução do problema.

2.5. Seleção

Depois que a aptidão de um indivíduo é determinada pela aplicação de uma FO, deve-se decidir se operadores genéticos serão aplicados a esse indivíduo e mantê-lo na população ou permitir que ele seja substituído. Essa tarefa é designada pelo operador seleção. Existem vários operadores de seleção e uma decisão sobre qual aplicar sob determinadas circunstâncias é uma das decisões mais importantes a serem tomadas em um AG. A seleção é responsável pela velocidade da evolução e frequentemente é citada como a culpada nos casos em que a convergência prematura impede o sucesso de um algoritmo evolutivo (BANZHAF et al., 1998).

Rowe (2015) destaca que o grau em que soluções ruins, ou inadequadas, são aceitas por um AG é determinado pela força do método de seleção escolhido. Um método de seleção fraco permitirá que soluções com baixa aptidão sejam selecionadas com alta probabilidade em comparação com um método forte, que normalmente seleciona melhores soluções. Dentre os principais operadores de seleção propostos destacam-se os apresentados a seguir:

- **Seleção por *ranking***: os indivíduos são ordenados de acordo com sua aptidão e a probabilidade de seleção é baseada na sua posição relativa e não na aptidão. Esse método diminui a probabilidade de ocorrência de superindivíduos, visto que a probabilidade de seleção dos indivíduos não se diferencia muito um em relação ao outro (LINDEN, 2012).

- **Seleção por roleta:** os indivíduos são selecionados para a próxima geração utilizando uma roleta, que terá seu espaço ocupado proporcionalmente pelos valores de aptidão de cada indivíduo. Assim, os indivíduos mais adaptados ocuparão maior espaço na roleta e conseqüentemente terão maiores chances de serem selecionados. A roleta é girada um determinado número de vezes, dependendo do tamanho da população, e são escolhidos, como indivíduos que participarão da reprodução, aqueles sorteados na roleta.
- **Seleção por torneio:** se destaca como uma das técnicas mais populares. Nesse método, um número aleatório de indivíduos é escolhido de toda a população e o indivíduo com melhor aptidão é selecionado para o processamento adicional do AG. O número de indivíduos que participam de cada torneio é conhecido como tamanho do torneio (PANDEY, 2016).
- **Seleção aleatória:** a escolha dos indivíduos é feita aleatoriamente para que cada membro efetivo da população atual tenha a mesma probabilidade de ser selecionado para recombinação (GIRGIS, 2005).
- **Seleção elitista:** esse método é normalmente acoplado a outros métodos de seleção. O elitismo transfere os n melhores indivíduos da população corrente para a próxima geração, garantindo que esses indivíduos não sejam destruídos nas etapas de *crossover* e mutação.

2.6. Recombinação ou *crossover*

O operador de recombinação é um processo que envolve mais de um indivíduo, sendo responsável por realizar a troca de fragmentos entre dois cromossomos retirados da população intermediária para gerar cromossomos filhos. Os operadores convencionais são resultados das adaptações dos operadores utilizados para representação binária. Os operadores de n pontos e uniforme funcionam bem na representação binária, mas na representação real eles basicamente trocam valores dos genes e, portanto, não criam informações novas. Assim, é melhor empregar os operadores aritméticos, que realizam algum tipo de combinação linear entre os cromossomos pais como os apresentados a seguir (LACERDA; CARVALHO, 1999).

- **Crossover média** (DAVIS, 1991): os genes do cromossomo filho são obtidos pela média aritmética dos genes dos cromossomos pais, conforme Equação (1).

$$c_i = (p_{1i} + p_{2i})/2 \quad (1)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p_{1i} e p_{2i} são genes dos cromossomos pais.

- **Crossover média geométrica**: os genes do cromossomo filho são obtidos pela média geométrica dos genes dos cromossomos pais, segundo a Equação (2).

$$c_i = \sqrt{p_{1i} \times p_{2i}} \quad (2)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p_{1i} e p_{2i} são genes dos cromossomos pais.

- **Crossover BLX- α** (ESHELMAN; SCHAFFER, 1993): de forma a se evitar a perda de diversidade causada pelo *crossover* média, nesse operador são gerados dois cromossomos filhos a partir de dois cromossomos pais, de acordo com a Equação (3).

$$c_i = p_{1i} + \beta(p_{2i} - p_{1i}) \quad (3)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p_{1i} e p_{2i} são genes dos cromossomos pais, $\beta \in U(-\alpha, 1+\alpha)$ e $0 \leq \alpha \leq 1$. Portanto, para um dado valor de α , o parâmetro β assumirá dois valores.

- **Crossover linear** (WRIGHT, 1991): dois cromossomos pais geram três filhos, onde os dois melhores são selecionados para se manterem como filhos, conforme Equações (4), (5) e (6).

$$c_{1i} = 0,5p_{1i} + 0,5p_{2i} \quad (4)$$

$$c_{2i} = 1,5p_{1i} - 0,5p_{2i} \quad (5)$$

$$c_{3i} = -0,5p_{1i} + 1,5p_{2i} \quad (6)$$

onde c_{1i} , c_{2i} , c_{3i} são genes dos cromossomos filhos, p_{1i} e p_{2i} são genes dos pais.

- **Crossover aritmético** (MICHALEWICZ, 1996): o procedimento consiste em gerar um gene do cromossomo filho utilizando dois genes dos cromossomos pais, conforme Equações (7) e (8). Diferentemente do *crossover* BLX- α , esse operador não permite a obtenção de cromossomos filhos fora dos limites impostos pelos cromossomos pais.

$$c_{1i} = \beta p_{1i} + (1 - \beta)p_{2i} \quad (7)$$

$$c_{2i} = \beta p_{2i} + (1 - \beta)p_{1i} \quad (8)$$

onde c_{1i} e c_{2i} são genes dos cromossomos filhos, p_{1i} e p_{2i} são genes dos pais e $\beta \in [0,1]$.

- **Crossover heurístico** (WRIGHT, 1991): nesse operador ocorre uma extrapolação linear entre os cromossomos pais usando o valor da aptidão. Dado dois cromossomos pais, onde um tenha uma aptidão maior que o outro, o filho pode ser obtido segundo a Equação (9).

$$c_i = p_{1i} + r(p_{1i} - p_{2i}) \quad (9)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p_{1i} e p_{2i} são genes dos cromossomos pais e $r \in U(0, 1)$ e $f(p_{1i}) > f(p_{2i})$. Caso o *crossover* produza um filho inactível, gera-se outro número aleatório r e obtém-se um novo filho. Se em t tentativas o filho continuar inactível, então o *crossover* para sem produzir filhos.

2.7. Mutação

O objetivo da operação de mutação é alterar os genes dos filhos e aumentar a diversidade da população. Esse processo permite que os AGs se afastem de soluções locais ou abaixo da ideal para evitar convergência prematura (LIM et al., 2017). Guimarães (2008) destacou que a mutação de um gene pode ser decidida empregando uma função para disparar um número aleatório entre 0 e 1 e avaliar se o número gerado é menor ou igual a taxa de mutação estipulada. Se sim, um componente da estrutura terá o seu valor modificado, caso contrário, nada será feito.

Existem diversos operadores de mutação para representação real, dentre eles destacam-se a mutação uniforme, não uniforme, *creep*, Gaussiana, não uniforme múltipla e limite, conforme apresentados por Lacerda e Carvalho (1999) e detalhados a seguir.

- **Mutação uniforme** (MICHALEWICZ, 1996): simples substituição de um gene por um número aleatório, segundo a Equação (10).

$$c_i = \begin{cases} U(a_i, b_i) & \text{se } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (10)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p é o cromossomo com o j -ésimo gene selecionado para mutação, a_i e b_i representam os limites do intervalo permitido para p_i .

- **Mutação não uniforme** (MICHALEWICZ, 1996): substituição de um gene por um número extraído de uma distribuição não uniforme, conforme Equações (11) e (12).

$$c_i = \begin{cases} p_i + (b_i - p_i)f(G) & \text{se } r_1 < 0,5 \text{ e } i = j \\ p_i - (p_i - a_i)f(G) & \text{se } r_1 \geq 0,5 \text{ e } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (11)$$

$$f(G) = \left\{ r_2 \left(1 - \frac{G}{G_{\text{máx}}} \right) \right\}^b \quad (12)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p é o cromossomo com o j -ésimo gene selecionado para mutação, a_i e b_i representam os limites do intervalo para o gene p_i , r_1 e

$r_2 \in U(0,1)$, G é número da geração corrente, $G_{máx}$ é o número máximo de gerações e b é um parâmetro que determina a forma da função.

- **Mutação Creep** (DAVIS, 1991): pequenas quantidades aleatórias são adicionadas sobre o cromossomo para tentar encontrar pontos no espaço que sejam melhores que a solução obtida depois do *crossover*. Alternativamente, a mutação *creep* pode ser realizada multiplicando o gene por um número aleatório próximo da unidade para que cause apenas pequena perturbação no cromossomo, pois estando perto do ponto máximo, tal perturbação pode movê-lo rapidamente ao topo.
- **Mutação Gaussiana**: substituição de um gene por um número aleatório de uma distribuição normal, conforme Equação (13).

$$c_i = \begin{cases} N(p_i, \sigma) & \text{se } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (13)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p é o cromossomo com o j -ésimo gene selecionado para mutação e $N(p_i, \sigma)$ é uma distribuição normal com média p_i e desvio padrão σ .

- **Mutação não uniforme múltipla** (MICHALEWICZ, 1996): aplicação do operador mutação não uniforme em todos os genes do cromossomo pai.
- **Mutação limite**: substituição do gene selecionado para mutação por um dos limites do intervalo, conforme a Equação (14).

$$c_i = \begin{cases} a_i & \text{se } r < 0,5 \text{ e } i = j \\ b_i & \text{se } r \geq 0,5 \text{ e } i = j \\ p_i & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (14)$$

onde c_i é um gene do cromossomo filho, p é o cromossomo com o j -ésimo gene selecionado para mutação, a_i e b_i são os limites do intervalo para o gene p_i e $r \in U(0, 1)$.

2.8. Critérios de convergência

Nos AGs observa-se a necessidade de estabelecer um critério de convergência para o fim da busca. Sivanandam e Deepa (2008) destacaram que os principais critérios se baseiam no número máximo de gerações, tempo de execução, estagnação na aptidão e qualidade da solução.

O “máximo de gerações” se baseia em um número especificado de gerações para fazer com que o algoritmo pare o processo de busca. O critério “tempo de execução” finaliza a

pesquisa quando um intervalo de tempo específico tiver transcorrido. A “estagnação da aptidão” estabelece que o processo termina se não houver alteração na melhor aptidão da população por um número especificado de gerações. E por fim, o critério relacionado a “qualidade da solução” estabelece que a pesquisa é encerrada quando se encontra uma ou mais soluções dentro de um intervalo de aptidão aceitável para o problema.

2.9. Algoritmos genéticos paralelos

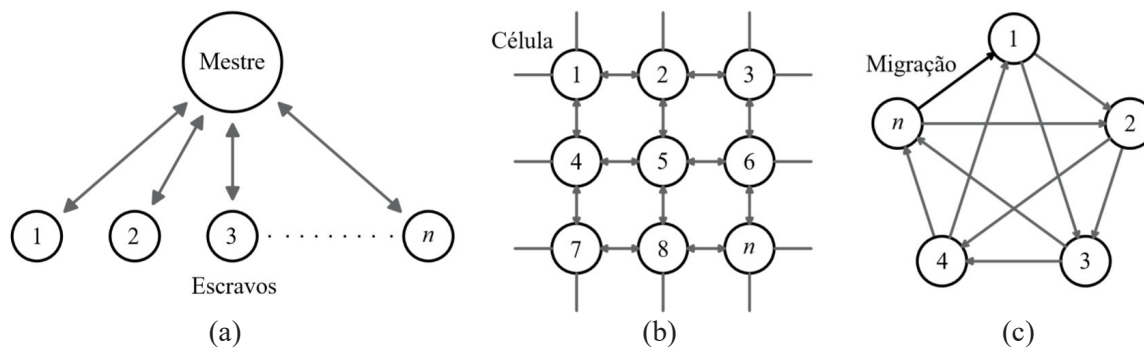
Os algoritmos genéticos possuem um grande potencial de paralelização. Como os AGs trabalham com um conjunto de soluções independentes, todos os operadores genéticos podem ser paralelizados por uma abordagem paralela a dados. Assim, fica fácil distribuir a carga computacional entre os múltiplos processadores empregados. A motivação para paralelizar os AGs consiste em acelerar o cálculo do algoritmo na solução de problemas grandes e complexos, e melhorar a qualidade das soluções pela exploração de populações (CHENG; GEN, 2019).

Tradicionalmente existem três modelos empregados para promover a paralelização dos AGs, sendo o Modelo Global (Figura 2-a), Modelo Celular (Figura 2-b) e o Modelo de Ilhas (Figura 2-c), conforme definições a seguir.

- **Modelo global** (Mestre-escravo): normalmente são versões paralelas de AGs sequenciais que operam sobre uma população global e são síncronos. Um processador principal (mestre) mantém a população do AG e envia partes dessa população aos processadores secundários (escravos) para *crossover*, mutação ou avaliação. A eficiência do modelo exige uma rede de comunicação rápida e grande quantidade de memória no processador que gerencia o processo.
- **Modelo celular** (Granularidade Fina): uma única população evolui e cada indivíduo é colocado em uma célula (processador) de uma grade planar com dimensão n . A combinação e seleção são aplicados somente entre vizinhos na grade de acordo com a topologia adotada.
- **Modelo de ilhas** (Granularidade Grossa): a população é dividida em subpopulações (ilhas), que são distribuídas entre os processadores, simulando a natureza. As subpopulações podem trocar informações periodicamente, permitindo que alguns indivíduos migrem de uma ilha a outra utilizando uma taxa de migração, que não deve ser elevada devido ao alto custo de comunicação. Dentro de cada ilha, um AG sequencial padrão é executado entre as fases de migração. O critério de parada local se baseia em uma

condição global que envolve todos os processos que compõem o AG paralelo, impedindo com isso, que um processador fique ocioso enquanto os demais permanecem executando.

Figura 2 - Modelos de paralelização: a) Global, b) Celular e c) Ilhas.



Fonte: O autor (2020).

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDELHAFEZ, A.; ALBA, E.; LUQUE, G. A component-based study of energy consumption for sequential and parallel genetic algorithms. **The Journal of Supercomputing**, p. 1-26, 2019.

BANZHAF, W.; NORDIN, P.; KELLER, R. E.; FRANCONI, F. D. **Genetic programming: an introduction**. San Francisco, California: Morgan Kaufmann Publishers, 1998.

CHENG, J. R.; GEN, M. Accelerating genetic algorithms with GPU computing: A selective overview. **Computers & Industrial Engineering**, v. 128, p. 514-525, 2019.

DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms**. 1ª Edição. New York: Van Nostrand Reinhold Company, 1991.

DEB, K. **Multi-objective optimization using evolutionary algorithms**. Chichester, England: John Wiley & Sons, 2001.

DORIGO, M.; MANIEZZO, V.; COLORNI, A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. **IEEE Transactions on Systems, man, and cybernetics**, Part B: Cybernetics, v. 26, n. 1, p. 29-41, 1996.

ESHELMAN, L. J.; SCHAFFER, J. D. Real-coded genetic algorithms and interval-schemata. **Foundations of genetic algorithms**, v. 2, p. 187-202, 1993.

GIRGIS, M. R. Automatic Test Data Generation for Data Flow Testing Using a Genetic Algorithm. **Journal of Universal Computer Science**, v. 11, n. 6, p. 898-915, 2005.

GOLDBERG, D. E. **Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning**. Reading, Massachusetts: Addison-Wesley, 1989.

GUIMARÃES, A. G. **Análise inversa para determinação de parâmetros de deformabilidade de solos**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2008.

HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. **Practical Genetic Algorithms**. 2ª Edição. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. Ann Arbor, Michigan: The University of Michigan Press, 1975.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; ZHANG, D. M. A new hybrid real-coded genetic algorithm and its application to parameters identification of soils. **Inverse Problems in Science and Engineering**, v. 25, n. 9, p. 1343-1366, 2017a.

JIN, Y. F.; WU, Z. X.; YIN, Z. Y.; SHEN, J. S. Estimation of critical state-related formula in advanced constitutive modeling of granular material. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 6, p. 1329-1351, 2017b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; RIOU, Y.; HICHER, P. Y. Identifying creep and destructuration related soil parameters by optimization methods. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, n. 4, p. 1123-1134, 2017c.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 40, n. 8, p. 1219-1240, 2016a.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Investigation into MOGA for identifying parameters of a critical-state-based sand model and parameters correlation by factor analysis. **Acta Geotechnica**, v. 11, n. 5, p. 1131-1145, 2016b.

KARABOGA, D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization. **Technical report-tr06**, Erciyes university, engineering faculty, computer engineering department, 2005.

KENNEDY, J. Particle swarm optimization. *In: Encyclopedia of machine learning*. New York, USA: Springer, p. 760-766, 2011.

LACERDA, E. G. M.; CARVALHO, A. C. P. L. F. Introdução aos algoritmos genéticos. *In: Sistemas Inteligentes: Aplicações a Recursos Hídricos e Ciências Ambientais*. Porto Alegre, RS: Editora da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, v. 1, p. 99-148, 1999.

LEVASSEUR, S.; MALÉCOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Soil parameter identification using a genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 2, p. 189-213, 2008.

LIM, S. M.; SULTAN, A. B. M.; SULAIMAN, M. N.; MUSTAPHA, A.; LEONG, K. Y. Crossover and mutation operators of genetic algorithms. **International journal of machine learning and computing**, v. 7, n. 1, p. 9-12, 2017.

LINDEN, R. **Algoritmo genético: uma importante ferramenta da inteligência computacional**. 2ª Edição São Paulo: Brasport Livros e Multimídia, 2008.

LINDEN, R. **Algoritmos genéticos: uma importante ferramenta da inteligência computacional**. 3ª Edição. São Paulo: Brasport Livros e Multimídia, 2012.

MICHALEWICZ, Z. **Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs**. 3ª Edição. New York: Springer, 1996.

NELDER, J. A.; MEAD, R. A simplex method for function minimization. **The computer journal**, v. 7, n. 4, p. 308-313, 1965.

PANDEY, H. M. Performance Evaluation of Selection Methods of Genetic Algorithm and Network Security Concerns. **Procedia Computer Science**, v. 78, p. 13-18, 2016.

PAPON, A.; RIOU, Y.; DANO, C.; HICHER, P. Y. Single-and multi-objective genetic algorithm optimization for identifying soil parameters. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 36, n. 5, p. 597-618, 2012.

PAPON, A.; RIOU, Y.; HICHER, P.; DANO, C. Identifying soil parameters by inverse analysis of field testing. In: **Proceedings of earth and space conference**, Long Beach, California, 2008.

ROCHA, S. S. **Uso de algoritmos genéticos para otimização de modelagem geoestatística aplicada à demanda por transportes**. 2019. Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes) - Departamento de Engenharia de Transportes, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 2019.

ROWE, J. E.. Genetic Algorithms. In: **Handbook of computational Intelligence**. Berlin, Heidelberg: Springer, p. 825-844, 2015.

SIVANANDAM, S. N.; DEEPA, S. N. **Introduction to Genetic Algorithms**. Berlin: Springer-Verlag, 2008.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution a simple evolution strategy for fast optimization. **Dr. Dobb's Journal**, v. 22, n. 4, p. 18-24, 1997a.

STORN, R.; PRICE, K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces. **Journal of global optimization**, v. 11, n. 4, p. 341-359, 1997b.

WRIGHT, A. H. Genetic algorithms for real parameter optimization. **Foundations of genetic algorithms**. v. 1, p. 205-218, 1991.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, S. L.; HUANG, H. W. An efficient optimization method for identifying parameters of soft structured clay by an enhanced genetic algorithm and elastic-viscoplastic model. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 4, p. 849-867, 2017.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, J. S.; HICHER, P. Y. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 42, n. 1, p. 70-94, 2018.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F. Parameter Identification for Granular Materials. In: **Practice of Optimisation Theory in Geotechnical Engineering**. Singapore: Springer, p. 123-145, 2019.

CAPÍTULO 2 - PROGRAMA PARA ANÁLISES INVERSAS DE ENSAIOS TRIAXIAIS UTILIZANDO UM ALGORITMO GENÉTICO

Resumo: Para que um modelo possa ser utilizado em um procedimento numérico é necessário encontrar parâmetros apropriados que reproduzam a melhor resposta do modelo em relação aos resultados experimentais disponíveis. De forma a se evitar a subjetividade e facilitar a busca por parâmetros de modelos constitutivos, este estudo tem como objetivo desenvolver um programa (GATriaxial) para retroanalisar resultados de ensaios triaxiais consolidados isotropicamente e drenados (CID) utilizando um modelo elástico não linear e um algoritmo genético (AG). O GATriaxial foi validado aplicando-se diferentes configurações do AG na busca por uma solução ótima conhecida e sua eficiência verificada por meio da comparação entre a representação do modelo calibrado empregando a calibração tradicional e o GATriaxial, utilizando-se de ensaios CID. Com o GATriaxial pode-se mostrar que o uso do AG na calibração de modelos produz uma estimativa automática, menos subjetiva, rápida e ainda fornece um indicador da qualidade do ajuste. Além disso, verificou-se que a calibração por análise inversa é mais eficiente na definição dos parâmetros do modelo do que a calibração tradicional.

Palavras-chave: retroanálise; modelo constitutivo, otimização, ensaios de laboratório.

1. INTRODUÇÃO

Os modelos constitutivos têm a função de simular o comportamento tensão-deformação-resistência de um determinado material. Para que um modelo possa ser utilizado em um procedimento numérico, é necessário calibrá-lo, ou seja, encontrar parâmetros apropriados que reproduzam a melhor resposta do modelo em relação aos resultados experimentais disponíveis.

Há uma grande diversidade de modelos constitutivos para os materiais de engenharia, os mais simples são baseados na Teoria da Elasticidade linear e sua calibração é razoavelmente simples (DESAI; SIRIWARDANE, 1984). No entanto, o comportamento da maioria dos materiais geotécnicos não obedece à Teoria da Elasticidade, exigindo o uso de leis constitutivas sofisticadas e complexas, que incluem grande número de parâmetros, tornando a calibração do modelo mais difícil (AZEVEDO; MELO, 1996; LADE, 1990).

Calvello e Finno (2004) destacam que as calibrações desses modelos muitas vezes representam desafios significativos para serem empregados nos problemas geotécnicos, pois o solo é um material altamente não linear, com resistência e rigidez dependentes dos níveis de

tensão e deformação. A obtenção desses parâmetros é um procedimento que envolve muito bom senso e geralmente é melhor realizado por usuários experientes de um determinado modelo.

Hicher e Shao (2002) apontam os métodos analíticos, as correlações empíricas e os métodos de otimização como sendo as três principais abordagens empregadas na determinação dos parâmetros do solo com base em dados experimentais. Pal et al. (1996) salientam que o uso de técnicas de otimização na determinação de parâmetros dos modelos constitutivos é vantajoso porque pode-se considerar o comportamento global de um material e não somente o comportamento de alguns estados específicos, como nas calibrações tradicionais. Yin et al. (2018) ressaltam que a análise inversa (ou retroanálise) em conjunto com um método de otimização tem sido empregada com êxito em geotecnia porque produz uma determinação relativamente objetiva dos parâmetros, e pode ser aplicada a qualquer procedimento experimental e modelo constitutivo.

A análise inversa permite a identificação de parâmetros por meio da formulação de um problema matemático, geralmente de minimização de uma determinada função (função objetivo - FO), cuja solução fornece o conjunto de parâmetros do modelo que representam a menor diferença entre os dados experimentais e os calculados numericamente. Essas análises são normalmente realizadas com a utilização de técnicas de otimização que possibilitam a procura pelo mínimo da FO. Dentre as principais técnicas destaca-se o algoritmo genético (AG) proposto por Holland (1992), um mecanismo de busca adaptativa que se baseia no princípio Darwiniano de seleção natural e reprodução genética.

O procedimento genético consiste em gerar uma população inicial (PI) de soluções, seja de forma uniforme ou aleatória, dentro de um espaço de busca e, posteriormente, a cada geração, essa população é modificada de acordo com um processo pseudoaleatório baseado no valor da FO por meio das operações de seleção, cruzamento e mutação. Vahdati et al. (2014) destacam que, devido a sua robustez, eficiência e capacidade de fornecer um conjunto de soluções próximas da solução ideal ao invés de uma única resposta, o que é mais prático do ponto de vista geotécnico, o AG apresenta-se como uma das técnicas mais aplicadas para solução dos problemas em geotecnia (JIN et al., 2016a, 2016b; JIN et al., 2017a; JIN et al., 2017b; LEVASSEUR et al., 2008, 2009, 2010; PAPON et al., 2012; ROKONUZZAMAN; SAKAI, 2010; SAMARAJIVA et al., 2005).

Alguns modelos propostos para representação do comportamento dos solos, tais como os modelos hiperbólico (DUNCAN et al., 1980), Lade-Kim (KIM; LADE, 1988; LADE; KIM, 1988a, 1988b; 1995; LADE; JAKOBSEN, 2002), Cam-Clay Modificado (ROSCOE; BURLAND, 1968) e outros, apresentam procedimentos tradicionais de calibração utilizando

ensaios de laboratório. Dentre esses se destaca o modelo hiperbólico, utilizado para representar o comportamento tensão-deformação de solos coesivos ou não coesivos, saturados ou secos, em condições de carregamento drenado ou não drenado. Duncan et al. (1980) apresentaram procedimentos para se obter os parâmetros do modelo com base em ensaios triaxiais consolidados isotropicamente e drenados (CID), com medição de variação de volume.

De forma a se evitar a subjetividade e facilitar a busca por parâmetros de modelos constitutivos, o desenvolvimento de ferramentas computacionais com o emprego de técnicas de otimização se torna um desafio interessante. Nesse sentido, este artigo visa contribuir ao estudo das análises inversas com o desenvolvimento de um programa capaz de retroanalisar resultados de ensaios triaxiais utilizando o modelo hiperbólico e um algoritmo genético. A validação do programa será apresentada e sua eficiência será verificada por meio da comparação entre as calibrações tradicionais e via algoritmo genético do modelo.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Modelo constitutivo hiperbólico

As relações não lineares tensão-deformação de argilas e areias podem ser aproximadas por uma hipérbole (KONDNER, 1963; KONDNER; HORNER, 1965; KONDNER; ZELASKO, 1963, 1964), como representado pela Equação (15).

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (15)$$

onde σ_1 e σ_3 são a maior e menor tensões principais, respectivamente, ε é a deformação axial e a e b são constantes, cujos valores podem ser determinados experimentalmente. A partir desses trabalhos, quatro modificações do modelo foram apresentadas por Duncan e Chang (1970), Kulhawy e Duncan (1972), Herrmann (1978) e Duncan et al. (1980).

Derivando-se a Equação (15) em relação à deformação axial e considerando ε igual a zero, tem-se que $1/a$ é igual ao módulo de elasticidade inicial (E_i). Além disso, com o limite da deformação axial tendendo ao infinito verifica-se que $1/b$ é igual à tensão desviadora última do ensaio. Dessa forma, a Equação (15) pode ser reescrita conforme Equação (16).

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \quad (16)$$

onde $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ é a tensão desviadora última do ensaio. Essa tensão pode ser relacionada com a resistência do solo por meio da razão de ruptura (R_f) conforme Equação (17).

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (17)$$

onde $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ é a resistência do solo. Assim, reescrevendo a Equação (16) obtém-se a Equação (18).

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (18)$$

Estudos experimentais apresentados por Janbu (1963) mostraram que a relação entre o módulo de elasticidade inicial e a tensão de confinamento (σ_3) pode ser dada pela Equação (19).

$$E_i = K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (19)$$

onde P_a é a pressão atmosférica, e K e n são parâmetros adimensionais do material. Assumindo-se que a ruptura se dará com nenhuma variação de σ_3 , a relação entre a tensão desviadora e σ_3 pode ser representada em termos do critério de Mohr-Coulomb, conforme a Equação (20).

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (20)$$

onde c e ϕ são os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb. Em análises incrementais de tensões, a relação tensão-deformação pode ser empregada satisfatoriamente devido a possibilidade de determinar o valor do módulo tangente (E_t) correspondente a cada ponto da curva tensão-deformação. Caso a tensão de confinamento seja constante, o módulo tangente pode ser expresso pela Equação (21).

$$E_t = \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial \varepsilon} \quad (21)$$

Por fim a Equação (21) pode ser reescrita conforme Equação (22).

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \sin \phi)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)} \right]^2 K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (22)$$

Aplicando as Equações (19) e (20) na Equação (18), tem-se a previsão da curva tensão-deformação dada pela Equação (23).

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n} + \frac{\varepsilon R_f}{2 \frac{(c \cos \phi + \sigma_3 \sin \phi)}{(1 - \sin \phi)}}} \quad (23)$$

Duncan et al. (1980) destacaram que muitos solos apresentam características de mudança de volume não lineares dependentes do nível de tensões. De acordo com a Teoria da Elasticidade e considerando um ensaio triaxial convencional, o módulo volumétrico (B) é dado pela Equação (24).

$$B = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{3\varepsilon_v} \quad (24)$$

Como resultados de mudanças nas tensões cisalhantes e normais, os solos sofrem alguma alteração de volume. Assim, os valores de B calculados utilizando a Equação (24) variam dependendo do ponto considerado na curva tensão-deformação e da variação de volume. Calculando-se os módulos de variação volumétrica para diferentes níveis de tensão confinante, observa-se que B cresce com a tensão confinante conforme Equação (25) apresentada por Duncan et al. (1980).

$$B = K_b P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^m \quad (25)$$

onde K_b e m são parâmetros adimensionais do material para expressar a variação do B com σ_3 .

2.2. Análise inversa

O processo de análise inversa pode ser definido como uma técnica de determinação de parâmetros por meio do estudo de problemas inversos. A determinação de parâmetros de um modelo constitutivo por meio da solução de um problema inverso utilizando resultados de ensaios de campo ou laboratório consiste em encontrar um conjunto de parâmetros que minimize a diferença entre os dados experimentais e os resultados numéricos fornecidos pela simulação do ensaio. Esse problema é definido por uma função objetivo que avalia, para um dado conjunto de parâmetros, a diferença entre os resultados do modelo e os dados experimentais (ZENTAR et al., 2001).

Devido à complexidade da maior parte dos problemas de otimização, torna-se muito difícil resolvê-los por meio de métodos analíticos. Por essa razão têm sido desenvolvidos métodos iterativos que procuram encontrar um conjunto de parâmetros ditos ótimos que minimizam a FO, ou seja, procura-se otimizar os parâmetros do modelo constitutivo estudado de forma que a função objetivo seja a menor possível.

Jin et al. (2016a) destacam que, nos últimos anos, os métodos de otimização tornaram-se mais populares e atraíram mais atenção no campo geotécnico, pois sua aplicação pode reduzir

o alto custo dos ensaios laboratoriais ou do monitoramento *in situ*. Em termos de identificação de parâmetros, muitos algoritmos de otimização foram aplicados com sucesso: algoritmos baseados em gradiente e simplex (CALVELLO; FINNO, 2004; PAPON et al., 2012); algoritmos genéticos (LEVASSEUR et al., 2008; PAPON et al., 2012); algoritmos de redes neurais (GHABOUSSI; SIDARTA, 1998; OBRZUD et al., 2009); e algoritmos otimizadores por enxame de partículas (KNABE et al., 2013).

2.3. Estratégia de otimização

2.3.1. Função objetivo

Para realização das análises inversas é necessário a definição da função objetivo que irá avaliar o erro entre o dado experimental e o calculado numericamente. De modo a tornar o erro independente do tipo de ensaio e do número de pontos experimentais, será adotado a FO apresentada por Levasseur et al. (2008) conforme Equação (26).

$$FO = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{d_{exp}^i - d_{num}^i}{d_{exp}^i} \times 100 \right)^2}}{n} \quad (26)$$

onde d_{exp}^i é o valor experimental medido no ponto i , d_{num}^i o valor calculado no ponto i , n é o número de medições realizadas.

2.3.2. Método de otimização

Desenvolvido por Holland (1992), os AGs são heurísticas fundamentadas no processo da seleção natural proposto por Charles Darwin e nos mecanismos da genética.

Para representar as possíveis soluções do problema que se deseja otimizar é preciso definir como os indivíduos (cromossomos) serão codificados. A codificação depende das características do problema e usualmente são empregadas as codificações binária ou a real. Jin et al. (2016a) relatam que o desempenho dos AGs binários são satisfatórios em problemas de tamanho pequeno e moderado, exigindo menor precisão na solução. Por outro lado, para problemas de maiores dimensões, nos quais uma maior precisão é necessária, como no caso dos problemas de identificação em geotecnia, os AGs com codificação real são requeridos.

Yin et al. (2018) destacam que definidas a representação genética e a FO, o AG prossegue inicializando uma população de soluções e aprimorando-a por meio de aplicações

repetitivas dos operadores de seleção, cruzamento e mutação (Figura 3-a). Os algoritmos genéticos trabalham com uma população de soluções para que possam fornecer um conjunto de soluções satisfatórias. O AG é adequado para encontrar soluções próximas da resposta ideal em problemas complexos, mas sem garantia de encontrar um ponto ótimo global (VAHDATI et al., 2014).

Na engenharia geotécnica os AGs têm sido amplamente utilizados para resolver vários problemas, tais como na identificação de parâmetros (genes) de modelos constitutivos (CÂNDIDO et al., 2017; FENG et al., 2002; JIN et al., 2016a, 2016b; JIN et al., 2017a; LEVASSEUR et al., 2008; PAPON et al., 2012; ROKONUZZAMAN; SAKAI, 2010; SAMARAJIVA et al., 2005), determinação de parâmetros hidráulicos do solo (MAHBOD; ZAND-PARSA, 2010; SCHNEIDER et al., 2013; LI et al., 2018), identificação de superfícies de ruptura críticas em análises de estabilidade de taludes (GOH, 1999; MCCOMBIE; WILKINSON, 2002; SUN et al., 2008; XUE; GAVIN, 2007; ZOLFAGHARI et al., 2005), previsão de deslocamentos verticais (PARK et al., 2009), otimização de grupos de estacas (CHAN et al., 2009; LIU et al., 2012) e otimização de curvas características em solos não saturados (JOHARI et al., 2006a, 2006b; PEDROSO; WILLIAMS, 2011).

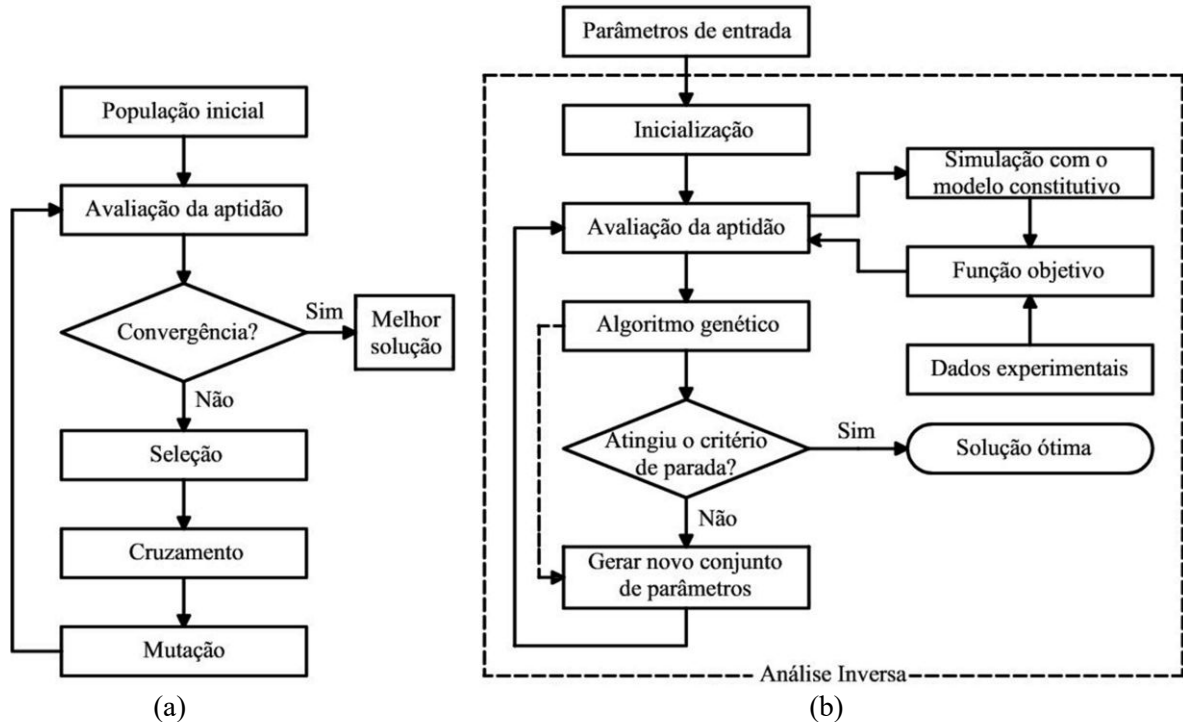
2.4. Desenvolvimento do GATriaxial

Existem diversas linguagens para implementação de algoritmos, dentre elas se destaca o Delphi, um ambiente de desenvolvimento de aplicativos baseado na linguagem Object Pascal. Desenvolvido pela empresa Borland Software Corporation em 1995 para ser instalado, inicialmente, em sistemas da Microsoft, ele foi criado seguindo o conceito RAD (*Rapid Application Development*) e seu ambiente de desenvolvimento é um IDE (*Integrated Development Environment*), que pode ser ampliado e personalizado com a adição de componentes e ferramentas que irão compor a interface com o usuário.

De forma a otimizar a busca por um conjunto de parâmetros com soluções de melhor qualidade, ou seja, menores valores da função objetivo, foi desenvolvido um software utilizando o Delphi. O programa, denominado GATriaxial 1.0, registrado no Instituto Nacional da Propriedade Industrial (INPI) sob o número BR 51 2017 001196-6, retroanalisa curvas do ensaio triaxial consolidado isotropicamente e drenado utilizando o modelo de Duncan et al. (1980) e o algoritmo genético proposto por Holland (1992).

Para realização das análises inversas com o GATriaxial (Figura 3-b) deve-se entrar com os dados gerais do algoritmo, delimitação do espaço de busca e dados experimentais.

Figura 3 - Fluxogramas: a) Algoritmo genético e b) Programa GATriaxial 1.0.



Nos dados gerais do AG controla-se o tamanho e a forma (uniforme ou aleatória) da geração da população inicial, o tamanho da população principal (PP) que passará pelo processo de cruzamento (média, BLX- α , aritmético ou linear) e define-se a taxa de mutação aplicada sobre a população gerada após o cruzamento (descendentes). A delimitação do espaço de busca é feita definindo-se os valores mínimos e máximos para cada um dos parâmetros do modelo. Por fim, deve-se entrar com os dados experimentais do ensaio triaxial (deformação axial, tensão desviadora e deformação volumétrica, se houver) de forma manual ou a partir da importação via programa *Microsoft Excel*, e selecionar os corpos de prova (CP) que serão retroanalizados.

Ao criar a população inicial, a cada geração é possível monitorar na tela do programa o erro e o melhor conjunto de parâmetros, quantidade de indivíduos na população, número total de gerações realizadas e visualizar o ajuste entre modelo e experimento por meio da interface gráfica desenvolvida. Por fim, ao atingir um critério de parada previamente definido, pode-se copiar os parâmetros do melhor indivíduo e o gráfico de erro a cada geração.

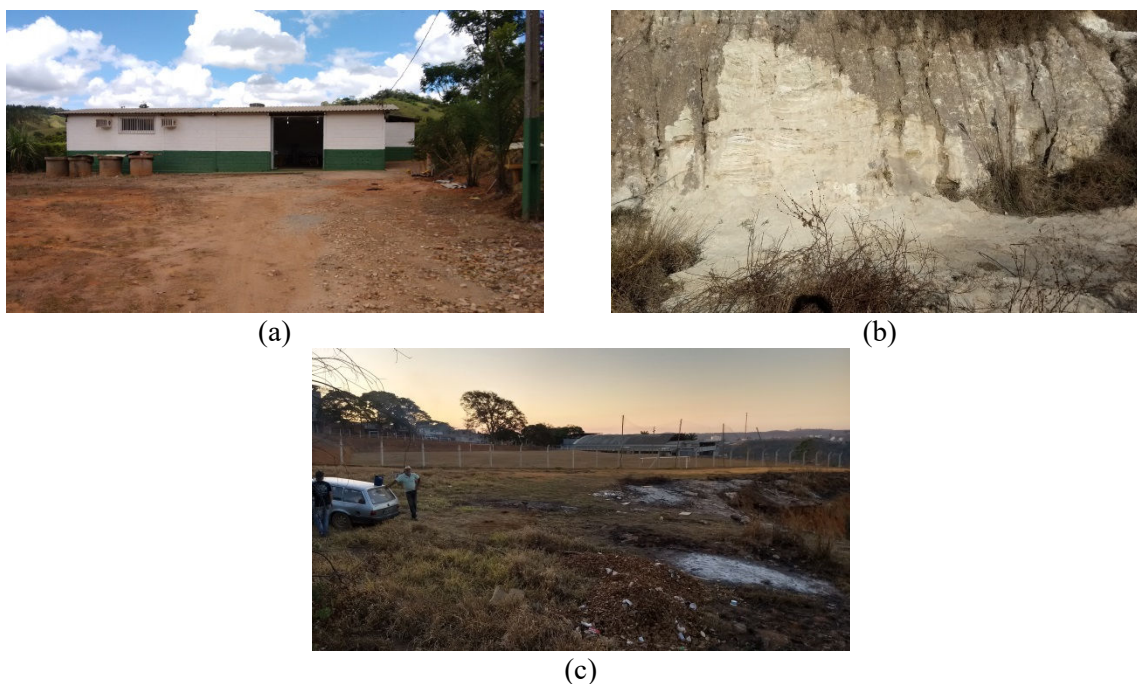
3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. Material

Os materiais estudados foram coletados em três diferentes locais do *Campus* da Universidade Federal de Viçosa (UFV): (a) no pátio do Laboratório de Mecânica dos Resíduos

(LMR) (Figura 4-a), onde predomina um solo residual de gnaiss com granulometria silto-arenosa; (b) na Vila Dr. Secundino (VS), local característico pela existência de um solo residual jovem de gnaiss com coloração cinza claro (Figura 4-b); e (c) ao lado do campo da Associação dos Servidores Administrativos da UFV (ASAV), que se destaca pela presença de um solo residual maduro de gnaiss (Figura 4-c).

Figura 4 - Locais estudados: a) Solo LMR, (b) Solo VS e c) Solo ASAV.



3.2. Métodos

Neste item serão apresentadas as metodologias adotadas na coleta e caracterização geotécnica dos materiais, e calibração do modelo hiperbólico utilizando a calibração tradicional e o programa GATriaxial 1.0.

3.2.1. Coleta de amostras

Para realização dos ensaios de laboratório, as amostras indeformadas foram coletadas por meio da abertura de trincheiras (ABNT NBR 9604:2016). Em cada local coletaram-se dois blocos utilizando-se de tubos de PVC com dimensões aproximadas de 35 x 40 cm posicionados a 1,5 metros de profundidade.

3.2.2. Caracterização geotécnica

A caracterização geotécnica dos solos foi realizada por meio da execução de ensaios para determinação da umidade natural (ABNT NBR 6457:2016), granulometria (ABNT NBR 7181:2016), massa específica dos sólidos (ASTM D854:2014), limite de liquidez (ABNT NBR 6459:2016) e plasticidade (ABNT NBR 7180:2016).

3.2.3. Ensaio triaxiais

Os ensaios triaxiais na condição saturada (CID_{sat}), com medição da variação de volume durante o adensamento e cisalhamento, foram realizados de acordo com as recomendações propostas pela ASTM D7181:2011 e Head (1998).

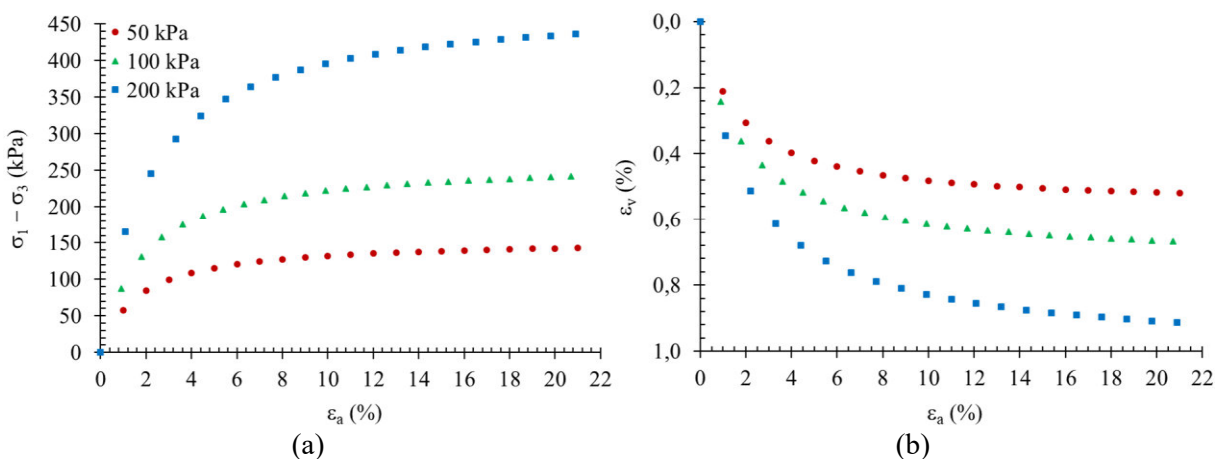
3.2.4. Validação do programa

A partir de um conjunto de parâmetros (Tabela 1) pode-se gerar, com o modelo de Duncan et al. (1980), um ensaio CID_{sat} teórico (Figura 5) que será utilizado para a validação do programa, sabendo que a solução ótima do problema é conhecida.

Tabela 1 - Parâmetros utilizados na geração do experimento teórico.

K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
145	0,65	120	0,4	12	30	0,92

Figura 5 - Curvas teóricas: a) Tensão-deformação e b) Deformação axial-deformação volumétrica.



Definido o experimento a ser retroanalisado com o GATriaxial, a eficiência e validade do programa em obter soluções de boa qualidade foram verificadas por meio de análises inversas das curvas do ensaio teórico sob diferentes configurações do algoritmo genético (Tabela 2), critério de parada de 50.000 gerações e espaço de busca amplo (Tabela 3).

Os dados gerais do AG foram gerados aleatoriamente considerando uma população inicial de 10 ou 100 indivíduos obtidos de forma uniforme ou aleatória, população principal de 5 ou 10 indivíduos, taxa de mutação de 10 % ou 50 % e cruzamento dos tipos média, BLX- α ($\alpha = 0,5$), aritmético ou linear, conforme apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 - Dados gerais do AG.

Cenário	População inicial	Geração da PI	População principal	Taxa de Mutação (%)	Tipo de Cruzamento
1	10	Uniforme	5	50	Linear
2	100	Randômica	10	10	Aritmético
3	10	Uniforme	10	10	Linear
4	10	Uniforme	10	50	BLX- α
5	10	Randômica	10	50	BLX- α
6	100	Uniforme	5	10	Média
7	100	Uniforme	5	50	Aritmético
8	100	Randômica	5	50	Linear
9	10	Uniforme	5	10	Linear
10	10	Randômica	5	10	Linear
11	10	Randômica	5	50	Média
12	100	Randômica	10	50	Aritmético
13	100	Uniforme	10	50	BLX- α
14	10	Randômica	10	10	Aritmético
15	10	Uniforme	5	50	BLX- α
16	100	Randômica	5	50	Aritmético

Tabela 3 - Espaço de busca.

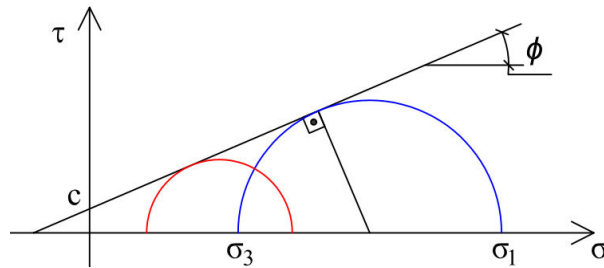
Limite	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
Inferior	10	0,1	10	0,1	0	0,1	0,1
Superior	1000	1	1000	1	100	45	1,2

3.2.5. Calibração tradicional do modelo constitutivo

Seguindo as recomendações de Duncan e Chang (1970) e Duncan et al. (1980), para previsão da curva tensão-deformação necessita-se dos parâmetros de resistência do solo (c e ϕ), da relação do módulo de elasticidade inicial com a tensão confinante (K e n) proposta por Janbu (1963) e da razão de ruptura (R_f).

Os parâmetros de resistência foram obtidos aplicando-se o critério de Mohr-Coulomb (Figura 6). Os parâmetros adimensionais K e n foram determinados por meio da linearização da equação de Janbu (1963), conforme representada pela Equação (27) e Figura 7-a.

Figura 6 - Determinação dos parâmetros de resistência.



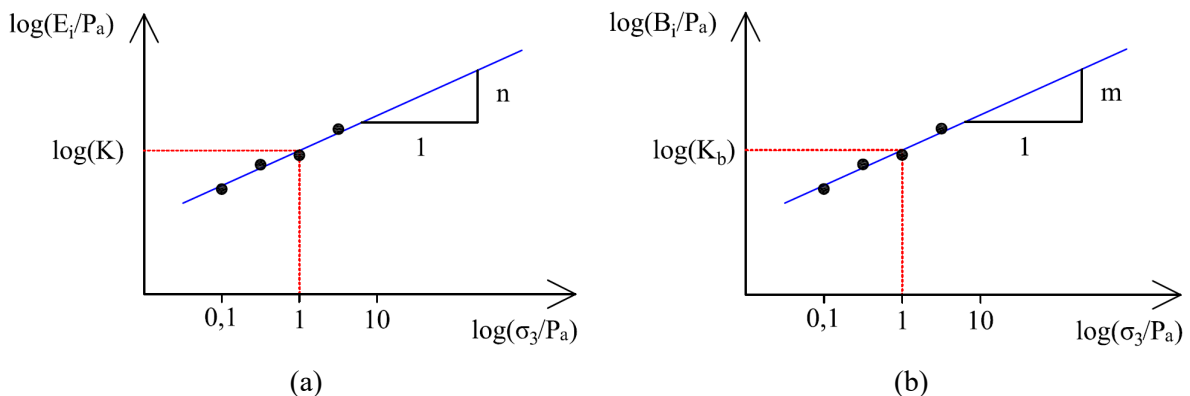
$$\log\left(\frac{E_i}{P_a}\right) = \log K + n \log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right) \quad (27)$$

A razão de ruptura foi obtida para cada corpo de prova do ensaio, sendo dada pela divisão da resistência do solo pela tensão desviadora última do respectivo CP, porém como a razão de ruptura varia para cada tipo de ensaio, para fins práticos recomenda-se utilizar um valor médio.

Para previsão da curva de variação de volume durante o cisalhamento, foi necessária a determinação dos parâmetros adimensionais K_b e m , obtidos por meio da linearização da Equação (25) conforme se apresenta na Equação (28) e Figura 7-b. Como B varia de ponto a ponto na curva tensão-deformação, o valor adotado foi o correspondente à reta horizontal que melhor se ajusta aos pontos do gráfico, desprezando-se os pontos dispersos.

$$\log\left(\frac{B_i}{P_a}\right) = \log K_b + m \log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right) \quad (28)$$

Figura 7 - Determinação dos parâmetros variáveis com a tensão confinante: a) Módulo tangente inicial e b) Módulo volumétrico inicial.



Com os parâmetros K_b e m , pode-se recalculer B e, com base na Equação (29), obter a previsão da curva de deformação volumétrica durante o ensaio triaxial.

$$\varepsilon_v = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{3B} \quad (29)$$

3.2.6. Calibração do modelo constitutivo utilizando o GATriaxial

A análise inversa dos ensaios triaxiais dos solos estudados foi realizada utilizando-se o mesmo espaço de busca (Tabela 3) e número de gerações aplicados na validação do programa. A configuração do AG utilizada encontra-se na Tabela 4. Para cada ensaio triaxial, as análises inversas foram realizadas considerando as curvas tensão desviadora *versus* deformação axial juntamente com as curvas de deformação volumétrica, para fins de cálculo da função objetivo.

Tabela 4 - Dados gerais para o algoritmo genético.

Parâmetro	Valor
Nº de indivíduos na população inicial (PI)	100
Tipo de geração da PI	Uniforme
Nº de indivíduos na população principal	10
Taxa de mutação (%)	10
Tipo de crossover	BLX- α (com $\alpha = 0,5$)

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Caracterização geotécnica dos solos

Na Tabela 5 apresenta-se a caracterização geotécnica dos solos estudados. Pelo Sistema Unificado de Classificação dos Solos (SUCS), o solo ASAV se classifica como uma argila de alta compressibilidade (CH), o LMR como um silte de alta compressibilidade (MH) e o VS como uma areia siltosa (SM).

Tabela 5 - Caracterização geotécnica.

Solo	Fração granulométrica			Limites de Atterberg (%)			γ_s (kN/m ³)
	Areia	Silte	Argila	LL	LP	IP	
ASAV	16	16	68	69	42	27	27,49
LMR	30	50	20	53	30	23	28,70
VS	70	26	4	26	17	9	26,26

Notas: LL = Limite de Liquidez; LP = Limite de plasticidade; IP = Índice de plasticidade; γ_s = Peso específico dos grãos.

4.2. Ensaios triaxiais

As curvas dos ensaios triaxiais CID_{sat} encontram-se na Figura 10. Para o solo ASAV (Figura 10-a), as curvas tensão-deformação demonstram ganho de resistência e elevados níveis de deformação volumétrica com o aumento das deformações axiais, comportamento justificável devido ao fato de se tratar de um solo argiloso com elevada porosidade, aproximadamente 66 %. Para o solo VS (Figura 10-b), pode-se observar a dilatância dos CPs ensaiados com tensões de

25 kPa e 50 kPa, o que é indesejável para a modelagem uma vez que o modelo de Duncan et al. (1980) não é capaz de representar esse fenômeno.

Além disso, com base na Tabela 6, observa-se que os parâmetros de resistência apresentaram valores na mesma ordem de grandeza para o ângulo de atrito e um valor superior de coesão para o solo VS, fato também observado nos resultados obtidos por Trindade et al. (2006) em ensaios CID_{sat} com o mesmo solo.

Tabela 6 - Parâmetros de resistência dos solos.

Solo	Coesão (kPa)	Ângulo de atrito (°)
ASAV	6,7	31,9
LMR	5,0	32,5
VS	18,5	30,7

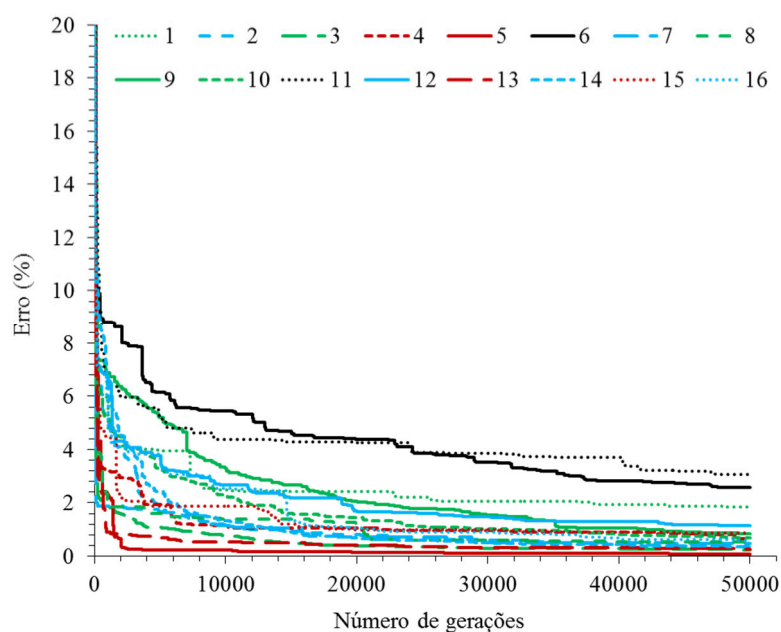
4.3. Validação do programa GATriaxial

Com as análises inversas realizadas observou-se que, independentemente da configuração inicial do AG, o programa levou à obtenção de soluções de boa qualidade após 50.000 gerações, ou seja, obtiveram-se conjuntos de parâmetros que representam com baixos erros, mensurados pela função objetivo, os dados experimentais (Tabela 7). Na Figura 8 apresenta-se a convergência do AG para cada uma das análises. Comparando-se os 4 métodos de cruzamento utilizados, observou-se que os erros médios foram 2,82 %, 0,47 %, 0,83 % e 0,58 % para os tipos média, BLX- α , linear e aritmético, respectivamente.

Tabela 7 - Parâmetros e erros da função objetivo para cada análise no GATriaxial.

Cenário	Parâmetro							
	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f	FO (%)
1	147,74	0,63	122,60	0,37	12,26	25,18	0,70	1,84
2	145,31	0,65	120,42	0,39	14,69	33,86	1,17	0,34
3	145,36	0,65	120,33	0,40	9,94	24,82	0,67	0,24
4	143,43	0,66	119,75	0,41	13,55	34,07	1,17	0,66
5	145,22	0,65	120,12	0,40	11,96	29,80	0,91	0,09
6	147,31	0,65	123,34	0,35	12,85	23,69	0,65	2,57
7	143,63	0,67	119,37	0,40	12,75	31,44	1,01	0,49
8	145,96	0,64	120,75	0,39	13,29	30,75	0,97	0,54
9	145,11	0,67	120,86	0,39	6,23	14,69	0,32	0,84
10	145,43	0,65	120,71	0,39	12,15	27,76	0,81	0,67
11	149,70	0,63	123,88	0,34	19,82	32,67	1,14	3,08
12	146,48	0,65	121,49	0,38	16,27	33,68	1,17	1,14
13	144,76	0,65	119,65	0,41	12,94	32,92	1,09	0,27
14	145,56	0,65	120,49	0,39	12,12	29,01	0,87	0,36
15	146,24	0,64	121,14	0,38	15,38	33,25	1,13	0,87
16	144,48	0,68	120,05	0,39	14,97	33,42	1,15	0,58

Figura 8 - Convergência de cada configuração do algoritmo genético.



Como o cruzamento tem a função de gerar novas soluções por meio das respostas previamente encontradas, a atuação desses operadores consiste basicamente em misturar de forma sistemática os genes de dois indivíduos escolhidos.

Nesse sentido, como o operador do tipo média utiliza a média dos genes dos pais para gerar um único descendente, com valor do gene no centro dos limites estabelecidos pelos pais, isso diminui a probabilidade de encontrar boas soluções, que podem estar em outras posições dentro desse intervalo ou até mesmo fora dele. Por outro lado, os demais operadores conseguem obter pelo menos dois genes a partir dessa combinação, seja interno (aritmético), externo (BLX- α , com $\alpha = 0,5$) ou dentro e fora dos limites estabelecidos pelos pais (linear), resultando em soluções de melhor qualidade.

Por se tratar de um algoritmo probabilístico, os resultados reforçam a eficiência do AG e, conseqüentemente, do programa na solução de problemas com diversas configurações e complexidades, validando-o para ser aplicado nas análises inversas de ensaios triaxiais.

4.4. Calibração tradicional do modelo constitutivo

Seguindo as recomendações de Duncan e Chang (1970) e Duncan et al. (1980), procedeu-se a calibração tradicional do modelo utilizando-se dos ensaios triaxiais realizados nos três solos. Os parâmetros obtidos encontram-se na Tabela 8 e os erros entre modelo e experimento encontram-se na Tabela 9.

Tabela 8 - Parâmetros do modelo constitutivo - calibração tradicional.

Solo	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
ASAV	40,986	0,474	7,177	0,647	6,657	31,936	0,794
LMR	215,489	0,090	29,511	-0,255	4,987	32,513	0,931
VS	151,144	0,318	48,393	0,197	18,543	30,659	0,871

Tabela 9 - Erros entre modelo e experimento - calibração tradicional.

Solo	FO ($\sigma_d \times \varepsilon_a$) (%)	FO ($\varepsilon_v \times \varepsilon_a$) (%)	FO total (%)
ASAV	17,77	22,06	39,84
LMR	8,90	45,90	54,80
VS	7,83	58,01	65,84

De acordo com a Tabela 9, pode-se observar que o erro da FO diminuiu para representação das curvas tensão-deformação e aumentou para o ajuste das curvas de deformação volumétrica à medida que se avaliou solos com maior fração de areia. Esse fato pode ser justificável com base na configuração das curvas, uma vez que, com o aumento da fração areia, as curvas tensão-deformação apresentaram-se mais próximas de uma configuração hiperbólica e as deformações volumétricas diminuíram, apresentando até o fenômeno da dilatância, o que justifica os resultados obtidos e representados na Figura 10.

4.5. Calibração do modelo constitutivo utilizando o GATriaxial

Com a análise inversa dos ensaios triaxiais obtiveram-se os parâmetros e erros da FO apresentados na Tabela 10 e na Tabela 11, respectivamente. De um modo geral, observa-se que o erro total diminuiu em relação à calibração tradicional, verificando-se uma redução de aproximadamente 5 %, 23 % e 14 % para os solos ASAV, LMR e VS, respectivamente.

Tabela 10 - Parâmetros do modelo constitutivo – calibração via GATriaxial.

Solo	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
ASAV	31,712	0,983	10,000	0,571	82,246	38,851	1,200
LMR	92,209	0,100	18,452	0,100	0,000	23,851	0,441
VS	158,128	0,100	54,519	0,100	3,806	37,044	1,067

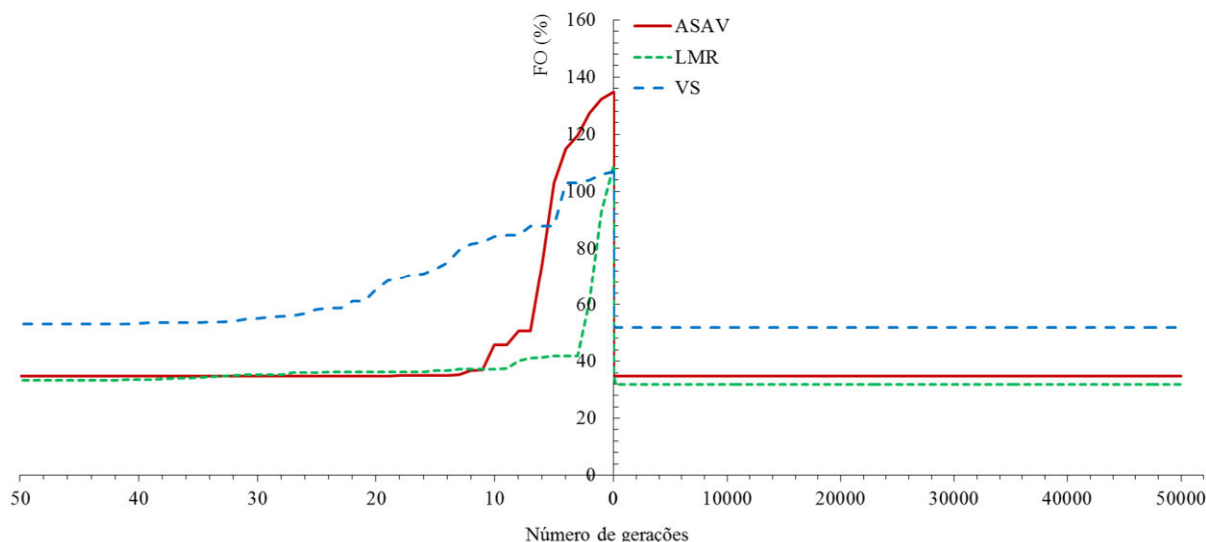
Tabela 11 - Erros entre modelo e experimento - calibração via GATriaxial.

Solo	FO ($\sigma_d \times \varepsilon_a$) (%)	FO ($\varepsilon_v \times \varepsilon_a$) (%)	FO total (%)
ASAV	15,89	18,80	34,70
LMR	13,35	18,43	31,78
VS	7,74	44,17	51,91

Além disso, pode-se verificar, na Figura 9, que a partir de aproximadamente 20 gerações o algoritmo genético convergiu para as soluções apresentadas na Tabela 11, sendo esse processo

realizado em poucos segundos com o programa. Na Figura 10 pode-se observar a qualidade visual do ajustamento proporcionado pelo GATriaxial.

Figura 9 - Convergência do algoritmo genético via GATriaxial.



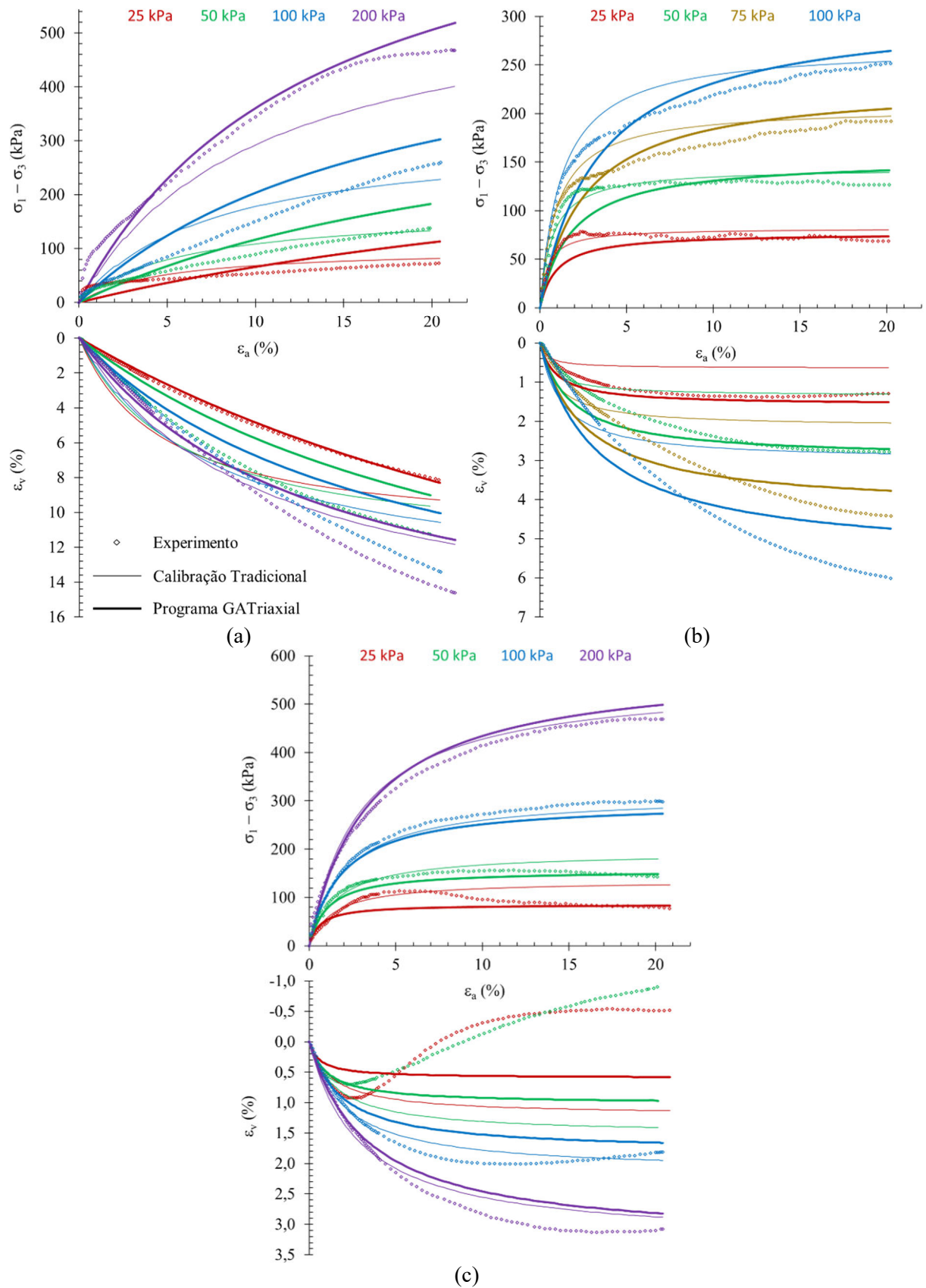
5. CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentado o programa GATriaxial como ferramenta para determinação de parâmetros do modelo de Duncan et al. (1980) aplicando um algoritmo de otimização baseado na teoria evolutiva de Darwin. O programa foi validado aplicando-se diferentes configurações do algoritmo genético na busca por uma solução ótima conhecida e sua eficiência verificada pela comparação entre a calibração do modelo de forma tradicional e com o método de otimização, utilizando-se de ensaios triaxiais reais.

Para aplicação do método de otimização, foi necessário a implementação do algoritmo genético e do modelo hiperbólico em um ambiente Delphi. A validação do programa mostrou que o algoritmo de otimização é relativamente simples de ser implementado e que pode ser eficientemente utilizado para determinar parâmetros de materiais, na calibração de modelos constitutivos de solos a partir de resultados experimentais. No processo, obteve-se o melhor resultado para um cenário com 10 indivíduos para as populações inicial e principal, geração randômica, taxa de mutação de 50 % e cruzamento do tipo BLX- α .

Com base nos 5 melhores cenários, verificou-se que a população principal era composta por 10 indivíduos, independentemente da configuração. Como a PP passa de geração em geração com os indivíduos mais adaptados ao meio, e que geralmente o número de indivíduos da PI e PP tendem a ser iguais e fixos no processo, logo se espera que quanto maior as populações genéticas maiores serão as probabilidades de obtenção de melhores resultados.

Figura 10 - Calibrações do modelo hiperbólico: a) Solo ASAV, b) Solo LMR e c) Solo VS.



Nas calibrações, as comparações visuais entre os dados medidos e os resultados obtidos com a calibração tradicional e otimizada dos parâmetros do modelo indicam que a calibração

por análise inversa se ajusta melhor aos dados do que a calibração pelos procedimentos tradicionais. Além disso, os valores da FO global comprovam que a calibração por análise inversa é mais eficiente na definição dos parâmetros do modelo do que o método convencional de estimativa e que seu valor é altamente impactado pela ineficiência do modelo em descrever o fenômeno da dilatância.

Com o programa GATriaxial, mostrou-se que o uso de algoritmos de otimização na calibração de modelos produz uma estimativa automática, menos subjetiva, rápida e ainda fornece um indicador da qualidade do ajuste. Os parâmetros obtidos são passíveis de serem utilizados para avaliar a adequabilidade do modelo na simulação de respostas experimentais e também auxiliar na interpretação das características do modelo.

Por fim, a metodologia de identificação de parâmetros empregada neste artigo pode ser generalizada a outros modelos constitutivos e experimentos, como por exemplo, na análise inversa de medidas diretas passíveis de serem obtidas em campo, tais como os resultados de ensaios pressiométricos e provas de carga direta sobre terreno de fundação.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Universidade Federal de Viçosa (UFV) pelo apoio a este trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING OF MATERIALS. **D7181**: Method for Consolidated Drained Triaxial Compression Test for Soils. West Conshohocken, Pennsylvania, 2011.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING OF MATERIALS. **D854**: Standard test methods for specific gravity of soil solids by water pycnometer. West Conshohocken, Pennsylvania, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6457**: Amostras de solo - Preparação para ensaios de compactação e ensaios de caracterização. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6459**: Solo - Determinação do limite de liquidez. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7180**: Solo - Determinação do limite de plasticidade. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7181**: Solo - Análise Granulométrica - Procedimento. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9604**: Abertura de poço e trincheira de inspeção em solo, com retirada de amostras deformadas e indeformadas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2016.

AZEVEDO, R. F.; MELO, L. T. B. The Elasto-Plastic Model of Lade and Kim. **Portuguese Geotechnical Journal**, v. 75, p. 83-103, 1996.

CALVELLO, M.; FINNO, R. J. Selecting parameters to optimize in model calibration by inverse analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 31, n. 5, p. 410-424, 2004.

CÂNDIDO, E. S.; AZEVEDO, R. F.; AZEVEDO, I. C. A. D.; MINETTE, E. Análise Inversa da Curva do Ensaio Pressiométrico Utilizando o Modelo Hiperbólico. **Ciência & Engenharia**, v. 26, n. 1, p. 59-67, 2017.

CHAN, C. M.; ZHANG, L. M.; NG, J. T. Optimization of pile groups using hybrid genetic algorithms. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 135, n. 4, p. 497-505, 2009.

DESAI, C. S.; SIRIWARDANE, H. J. **Constitutive laws for engineering materials with emphasis on geologic materials**. 1ª Edição. New Jersey: Prentice-Hall, 1984.

DUNCAN, J. M.; BYRNE, P. M.; WONG, K. S.; MABRY, P. **Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for Finite Element Analysis of stresses and movements in soil masses**, Berkeley, California: Rep. No. UCB/GT/80-01, 1980.

DUNCAN, J. M.; CHANG, Y. C. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. **Journal of the soil mechanics and foundations division**, v. 96, n. 5, p. 1629-1653, 1970.

FENG, X. T.; LI, S.; LIAO, H.; YANG, C. Identification of non-linear stress-strain-time relationship of soils using genetic algorithm. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 26, n. 8, p. 815-830, 2002.

GHABOUSSI, J.; SIDARTA, D. New nested adaptive neural networks (NANN) for constitutive modeling. **Computers and Geotechnics**, v. 22, n. 1, p. 29-52, 1998.

GOH, A. T. Genetic algorithm search for critical slip surface in multiple-wedge stability analysis. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 36, n. 2, p. 382-391, 1999.

HEAD, K. H. **Manual of laboratory soil testing**. 2ª Edição. England: John Wiley & Sons Ltd, v. 3, 431 p. 1998.

HERRMANN, L. R. **User's Manual for REA: General Two Dimensional Soils and Reinforced Earth Analysis Program**. Davis, California: University of California, College of Engineering, Department of Civil Engineering, 1978.

HICHER, P. Y.; SHAO, J. F. **Modèles de comportement des sols et des roches: Lois incrémentales viscoplasticité, endommagement**. Paris, France: Hermes Science Publications. 233p. 2002.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. 1ª Edição. Cambridge: MIT Press, 1992.

JANBU, N. Soil compressibility as determined by odometer and triaxial tests. Wiesbaden, Germany, *In: Proceedings of the Third European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, v. 1, p. 19-25, 1963.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; RIOU, Y.; HICHER, P. Y. Identifying creep and destructuration related soil parameters by optimization methods. **KSCCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, n. 4, p. 1123-1134, 2017b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Investigation into MOGA for identifying parameters of a critical-state-based sand model and parameters correlation by factor analysis. **Acta Geotechnica**, v. 11, n. 5, p. 1131-1145, 2016b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 40, n. 8, p. 1219-1240, 2016a.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; ZHANG, D. M. A new hybrid real-coded genetic algorithm and its application to parameters identification of soils. **Inverse Problems in Science and Engineering**, v. 25, n. 9, p. 1343-1366, 2017a.

JOHARI, A.; HABIBAGAH, G.; GHAHRAMANI, A. Prediction of soil-water characteristic curve using genetic programming. **Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 132, n. 5, p. 661-665, 2006a.

JOHARI, A.; HABIBAGAH, G.; GHAHRAMANI, A. Prediction of soil-water characteristic curve using a genetic based neural network. **Scientia Iranica**, v. 13, n. 3, p. 284-294, 2006b. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, v. 98, n. sm7, p. 653-665, 1972.

KIM, M. K.; LADE, P. V. Single hardening constitutive model for frictional materials: I. Plastic potential Function. **Computers and Geotechnics**, v. 5, n. 4, p. 307-324, 1988.

KNABE, T.; DATCHEVA, M.; LAHMER, T. Identification of constitutive parameters of soil using an optimization strategy and statistical analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 49, p. 143-157, 2013.

KONDNER, R. L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, v. 89, n. 1, p. 115-144, 1963.

KONDNER, R. L.; HORNER, J. M. Triaxial Compression of a Cohesive Soil with Effective Octahedral Normal Stress Control. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 2, n. 1, p. 40-52, 1965.

KONDNER, R. L.; ZELASKO, J. S. A hyperbolic stress-strain formulation for sands. *Proceedings. 2nd Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering*, Brazil, v. 1, n. 1, p. 289-324, 1963.

KONDNER, R. L.; ZELASKO, J. S. Void ratio effects on the hyperbolic stress-strain response of a sand. *In: Laboratory Shear Testing of Soils*. West Conshohocken, Pennsylvania: ASTM International, p. 250-257, 1964.

KULHAWY, F. H.; DUNCAN, J. M. Stresses and movements in Oroville dam. **Journal of the soil mechanics and foundations division**, v. 98, n. sm7, p. 653-665, 1972.

LADE, P. V. Single-hardening model with application to NC clay. **Journal of geotechnical engineering**, v. 116, n. 3, p. 394-414, 1990.

LADE, P. V.; JAKOBSEN, K. Single hardening constitutive model for frictional materials. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 26, n. 7, p. 647-659, 2002.

LADE, P. V.; KIM, M. K. Single hardening constitutive model for frictional materials. II: Yield criterion and plastic work contours. **Computers and Geomechanics**, v. 6, n. 1, p. 13-29, 1988a.

LADE, P. V.; KIM, M. K. Single hardening constitutive model for frictional materials III. Comparisons with experimental data. **Computers and Geotechnics**, v. 6, n. 1, p. 31-47, 1988b.

LADE, P. V.; KIM, M. K. Single hardening constitutive model for soil, rock and concrete. **International Journal of Solids and Structures**, v. 32, n. 14, p. 1963-1978, 1995.

LEVASSEUR, S.; MALÉCOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Soil parameter identification using a genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 2, p. 189-213, 2008.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: method and developments using synthetic data. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 33, n. 12, p. 1485-1511, 2009.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: applications to excavation problems and pressuremeter tests. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 34, n. 5, p. 471-491, 2010.

LI, Y. B.; LIU, Y.; NIE, W. B.; MA, X. Y. Inverse Modeling of Soil Hydraulic Parameters Based on a Hybrid of Vector-Evaluated Genetic Algorithm and Particle Swarm Optimization. **Water**, v. 10, n. 1, p. 84, 2018.

LIU, X.; CHENG, G.; WANG, B.; LIN, S. Optimum design of pile foundation by automatic grouping genetic algorithms. **International Scholarly Research Notices Civil Engineering**, p. 1-16, 2012.

MAHBOD, M; ZAND-PARSA, S. Prediction of soil hydraulic parameters by inverse method using genetic algorithm optimization under field conditions. **Archives of Agronomy and Soil Science**, v. 56, n. 1, p. 13-28, 2010.

MCCOMBIE, P.; WILKINSON, P. The use of the simple genetic algorithm in finding the critical factor of safety in slope stability analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 29, n. 8, p. 699-714, 2002.

OBRZUD, R. F.; VULLIET, L.; TRUTY, A. Optimization framework for calibration of constitutive models enhanced by neural networks. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 33, n. 1, p. 71-94, 2009.

PAL, S. G.; WATHUGALA, W.; KUNDU, S. Calibration of a constitutive model using genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 19, n. 4, p. 325-348, 1996.

PAPON, A.; RIOU, Y.; DANO, C.; HICHER, P. Y. Single-and multi-objective genetic algorithm optimization for identifying soil parameters. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 36, n. 5, p. 597-618, 2012.

PARK, H. I.; PARK, B.; KIM, Y. T.; HWANG, D. J. Settlement prediction in a vertical drainage-installed soft clay deposit using the genetic algorithm (GA) back-analysis. **Marine Georesources and Geotechnology**, v. 27, n. 1, p. 17-33, 2009.

PEDROSO, D. M.; WILLIAMS, D. J. Automatic calibration of soil–water characteristic curves using genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 38, n. 3, p. 330-340, 2011.

ROKONUZZAMAN, M.; SAKAI, T. Calibration of the parameters for a hardening–softening constitutive model using genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 4, p. 573-579, 2010.

ROSCOE, K. H.; BURLAND, J. B. On the generalised stress-strain behaviour of wet clay. *In: Engineering plasticity*. Cambridge, United Kingdom: Cambridge University Press, p. 535-609, 1968.

SAMARAJIVA, P.; MACARI, E. J.; WATHUGALA, W. Genetic algorithms for the calibration of constitutive models for soils. **International Journal of Geomechanics**, v. 5, n. 3, p. 206-217, 2005.

SCHNEIDER, S.; JACQUES, D.; MALLANTS, D. Inverse modelling with a genetic algorithm to derive hydraulic properties of a multi-layered forest soil. **Soil research**, v. 51, n. 5, p. 372-389, 2013.

SUN, J.; LI, J.; LIU, Q. Search for critical slip surface in slope stability analysis by spline-based GA method. **Journal of geotechnical and geoenvironmental engineering**, v. 134, n. 2, p. 252-256, 2008.

TRINDADE, T. P.; IASBIK, I.; LIMA, D. C.; MINETTE, E.; SILVA, C. H. C.; CARVALHO, C. A. B.; BUENO, B. S.; MACHADO, C. C. Estudos laboratoriais do comportamento de um solo residual arenoso reforçado com fibras de polipropileno, visando à aplicação em estradas florestais. **Revista Árvore**, v. 30, n. 2, p. 215-222, 2006.

VAHDATI, P.; LEVASSEUR, S.; MATTSSON, H.; KNUTSSON, S. Inverse Hardening Soil Parameter Identification of an Earth and Rockfill Dam by Genetic Algorithm Optimization. **The Electronic journal of geotechnical engineering**, v. 19, n. N, p. 3327-3349, 2014.

XUE, J. F.; GAVIN, K. Simultaneous determination of critical slip surface and reliability index for slopes. **Geotechnical and Geoenvironmental Engineering**, v. 133, n. 7, p. 878-886, 2007.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, J. S.; HICHER, P. Y. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 42, n. 1, p. 70-94, 2018.

ZENTAR, R.; HICHER, P. Y.; MOULIN, G. Identification of soil parameters by inverse analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 28, n. 2, p. 129-144, 2001.

ZOLFAGHARI, A. R.; HEATH, A. C.; MCCOMBIE, P. F. Simple genetic algorithm search for critical non-circular failure surface in slope stability analysis. **Computers and geotechnics**, v. 32, n. 3, p. 139-152, 2005.

CAPÍTULO 3 - IMPLEMENTAÇÃO DE UM ALGORITMO GENÉTICO COM COMPUTAÇÃO PARALELA PARA ANÁLISES INVERSAS DE ENSAIOS GEOTÉCNICOS

Resumo: A complexidade envolvida nas análises inversas de ensaios de campo e/ou laboratório empregando o Método dos Elementos Finitos aponta para o surgimento de uma tendência comum de associação da tarefa computacionalmente onerosa de busca e otimização pela utilização de sistemas de computação paralela. Nessas análises o uso de algoritmos de busca e otimização facilmente paralelizáveis, como os algoritmos genéticos (AG), tem se destacado. O objetivo deste artigo é apresentar um programa (SANEG) para realização de análises inversas de ensaios geotécnicos utilizando um AG com computação paralela. A validação do SANEG foi feita simulando-se um ensaio triaxial e uma prova de carga em placa. A implementação do AG em ambiente paralelo foi validada por meio da avaliação do tempo de processamento, do *speedup* e da eficiência de uma simulação numérica variando o número de *threads* utilizados na análise. Os resultados obtidos pelo SANEG se ajustaram satisfatoriamente bem às soluções teóricas e simulações numéricas obtidas por outros programas e observou-se que o aumento do número de *threads* diminuiu o tempo de processamento de uma análise. Por fim, aplicou-se o SANEG para retroanalisar uma curva carga-recalque de uma prova de carga em sapata e pode-se demonstrar a eficiência do programa em obter soluções de boa qualidade.

Palavras-chave: algoritmos genéticos, retroanálise, paralelização, *threads*.

1. INTRODUÇÃO

Com a evolução da capacidade de processamento dos computadores e da velocidade no tráfego de informações, a simulação numérica de problemas na engenharia geotécnica tornou-se uma opção viável para pesquisadores e projetistas. Para realização dessas análises, diversos modelos constitutivos têm sido desenvolvidos para representar o comportamento dos solos. Ghofrani e Arduino (2018) destacam que a calibração de tais modelos requer uma boa compreensão do comportamento do material, dos modelos constitutivos e da extensão de suas capacidades para reproduzir o comportamento observado no laboratório e/ou no campo.

A modelagem do comportamento dos solos utilizando-se de modelos constitutivos tem sido feita com o auxílio de métodos numéricos, porém esses modelos possuem, no geral, muitos parâmetros a serem identificados. Levasseur et al. (2010) destacam que tradicionalmente esses parâmetros são identificados por meio de ensaios de laboratório ou ensaios de campo. No

entanto, a estimativa de parâmetros a partir de ensaios laboratoriais é prejudicada pela pequena representatividade do tamanho da amostra de solo e pelas inevitáveis perturbações causadas pela coleta do material. Da mesma forma, nos ensaios de campo não é possível a identificação direta dos parâmetros constitutivos das camadas do solo.

O esforço empregado na calibração de um modelo pode ser facilitado pela utilização de uma análise inversa. Esse tipo de análise permite a identificação de parâmetros por meio da formulação de um problema matemático, geralmente de minimização de uma determinada função objetivo (FO), cuja solução fornece o conjunto de parâmetros do modelo que representam a menor diferença entre os dados experimentais e os calculados numericamente. Essas análises são normalmente realizadas com a utilização de técnicas de otimização que possibilitam a procura pelo mínimo da FO. Dentre as principais técnicas destaca-se o algoritmo genético (AG) proposto por Holland (1992), um mecanismo de busca adaptativa que se baseia no princípio Darwiniano de seleção natural e reprodução genética.

Os AGs têm sido largamente utilizados na identificação de parâmetros de modelos constitutivos (CÂNDIDO et al., 2017; JIN et al., 2016a, 2016b; JIN et al., 2017a; JIN et al., 2017b; JIN et al., 2017c; PAPON et al., 2012; YIN et al., 2017; YIN et al., 2018; YIN; JIN, 2019) e seu funcionamento se baseia na definição da representação genética e da função objetivo, inicialização de uma população de soluções e aprimoramento por meio de aplicações repetitivas dos operadores de seleção, cruzamento e mutação.

Papon et al. (2012) destacam que a escolha de um algoritmo a ser utilizado na análise inversa deve levar em consideração a confiabilidade esperada, a riqueza da informação e o custo computacional. Com efeito, a riqueza dos resultados é obtida em detrimento do tempo de cálculo. Nos AGs, as populações genéticas devem ser definidas antes de iniciar as análises inversas. Vahdati (2014) comenta que o tamanho da população deve inicialmente ser grande o suficiente para alcançar uma boa convergência do algoritmo. Chelouah e Siarry (2000) relatam que, para evitar um elevado tempo de processamento, é necessário reduzir dinamicamente o tamanho dessa população. Além disso, grandes populações seriam necessárias para reduzir o risco de que as soluções ficassem presas a ótimos locais na superfície da FO. No entanto, a desvantagem de grandes tamanhos populacionais é o custo computacional, principalmente nas análises que envolvam o uso de métodos numéricos, como é o caso das análises inversas de ensaios geotécnicos.

Como se trata de um algoritmo baseado na busca por populações, os AGs têm um grande potencial para acelerações por computação paralela (CHENG; GEN, 2019), que consiste na divisão do processamento de uma aplicação em partes, para que essas possam ser computadas

concomitantemente, por vários elementos de processamento. A computação paralela pode ser implementada utilizando-se múltiplos computadores pessoais, arquiteturas com múltiplos processadores e processadores com múltiplos núcleos de processamento.

Silva (2019) destaca que, para aplicações do AG em arquiteturas de processamento paralelo, a utilização de partições de dados e *threads* apresenta-se como um caminho interessante à obtenção de respostas de forma mais eficiente. Na implementação das operações de AGs, tanto para as etapas de seleção e avaliação, quanto para as etapas de cruzamento e mutação, a paralelização dos dados e de tarefas permite a redução do tempo de processamento de cada iteração. Visando a necessidade de melhorar o desempenho e aumentar a aplicabilidade, a computação paralela dos AGs vem sendo explorada na literatura (CHEN et al., 1998; CHENG; GEN, 2019; CHO; LIU, 2016; LIU; WANG, 2015; SHAPIRO et al., 2001; TORQUATO; FERNANDES, 2019).

Segundo Mattson et al. (2004), sistemas paralelos são criados combinando múltiplos elementos de processamento em um único sistema maior, onde tecnologias como *multithreading* e *multicore* tornaram esses sistemas amplamente disponíveis. O termo *multithreading* descreve a situação em que se permite a existência de múltiplos *threads* (fluxos) no mesmo processo, permitindo que múltiplas execuções ocorram no mesmo ambiente do processo com um grau de independência. O termo *multicore* se refere a um sistema que possui dois ou mais *cores* (núcleos) de processamento, possibilitando a execução de múltiplos processos em paralelo em um único computador.

Nesse sentido, sabendo-se que a busca por um conjunto de soluções de boa qualidade utilizando um AG nas análises inversas de ensaios geotécnicos envolve usualmente a utilização de métodos numéricos e que o número de cálculos destes está intimamente relacionado ao tempo de processamento, este artigo apresenta um programa para realização de análises inversas empregando um algoritmo genético paralelizado com o uso de *threads* acoplado ao Método dos Elementos Finitos (MEF). Neste trabalho o programa será apresentado, validado e empregado na análise inversa da curva carga-recalque de uma prova de carga em sapata.

2. DESENVOLVIMENTO DO PROGRAMA COMPUTACIONAL

2.1. Estruturação do programa em classes

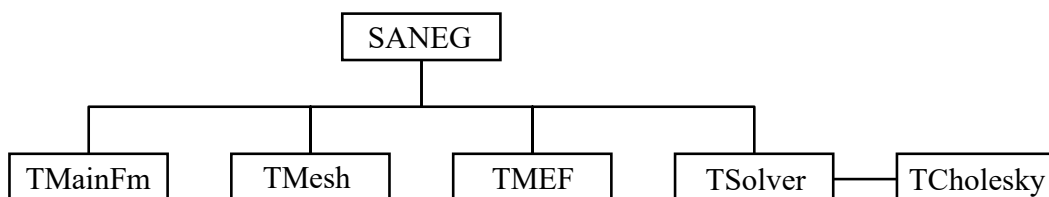
O programa, denominado Sistema para Análises Numéricas de Ensaios Geotécnicos (SANEG), foi desenvolvido utilizando o *Delphi*, um ambiente de desenvolvimento de aplicativos baseado no *Object Pascal*, uma linguagem extremamente poderosa com

fundamentos centrais e tipos de dados extensíveis (CANTÙ, 2015). A escolha do *Delphi* se deu pela facilidade de desenvolvimento da interface, por utilizar uma linguagem de alto nível e por trabalhar com a Programação Orientada a Objetos (POO).

Na POO, os objetos e as classes são dois termos comumente empregados no *Object Pascal*. Segundo Cantù (2015), uma classe é um tipo de dado definido pelo usuário, que possui um estado (representação) e define algumas operações (comportamentos). Araújo (2012) define os objetos como sendo instâncias de uma classe ou uma variável do tipo de dado especificado pela classe.

A estrutura do programa SANEG em classes encontra-se na Figura 11. A classe *TMainFm* é responsável por gerenciar a janela principal do programa, que aciona as demais janelas de dados e de monitoramento das análises. A classe *TMesh* é responsável por fornecer as coordenadas nodais, incidência dos elementos e as condições de contorno, bem como realizar a geração da malha de elementos finitos. A classe *TMEF* gerencia as análises mecânicas axissimétricas com o modelo implementado utilizando um *thread* diferente para cada análise. No SANEG utilizam-se elementos quadrilaterais isoparamétricos de 4 nodos, com 4 pontos de Gauss no domínio. Para minimizar o consumo de memória e ao mesmo tempo agilizar a solução de sistemas, na classe *TSolver* tem-se a implementação da estrutura de armazenamento com altura de coluna variável da parte simétrica da matriz de rigidez conhecido como *Skyline* (BATHE, 2006). A classe *TCholesky*, herdeira da classe *TSolver*, provê a resolução do sistema de equações lineares empregando um método direto por meio da Fatorização de Cholesky, cujo algoritmo foi obtido de Weaver e Johnston (1984).

Figura 11 - Estrutura do programa SANEG em classes.



2.2. Modelo constitutivo

Kondner (1963) e Kondner e Zelasko (1963) mostraram que as curvas tensão-deformação dos solos podem ser ajustadas por uma hipérbole representada pela Equação (30).

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{a + b\varepsilon} \quad (30)$$

onde σ_1 e σ_3 são a maior e menor tensões principais, respectivamente, ε é a deformação axial e a e b são constantes, cujos valores podem ser obtidos experimentalmente. Derivando-se a Equação (30) em relação à deformação e considerando $\varepsilon = 0$, tem-se que a^{-1} é igual ao módulo tangente inicial (E_i). Com o limite da deformação axial tendendo ao infinito verifica-se que o b^{-1} é igual à tensão desviadora última. Com esses conceitos é possível chegar à Equação (31).

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}} \quad (31)$$

onde $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ é a tensão desviadora última do ensaio. Essa tensão pode ser relacionada com a resistência do solo, $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$, por meio da razão de ruptura (R_f), conforme Equação (32).

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (32)$$

Assim, a Equação (31) pode ser reescrita na forma da Equação (33).

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{E_i} + \frac{\varepsilon R_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}} \quad (33)$$

A partir de estudos experimentais, Janbu (1963) demonstrou que a relação entre o módulo tangente inicial e a tensão de confinamento (σ_3) pode ser expressa pela Equação (34).

$$E_i = K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (34)$$

onde P_a é a pressão atmosférica, e K e n são parâmetros adimensionais do material. Assumindo-se que a ruptura ocorrerá sem alteração no valor de σ_3 , a relação entre $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ e σ_3 pode ser expressa em termos do critério de ruptura de Mohr-Coulomb, conforme a Equação (35).

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2c \cos \phi + 2\sigma_3 \sin \phi}{1 - \sin \phi} \quad (35)$$

onde c e ϕ são os parâmetros de resistência de Mohr-Coulomb. A relação tensão-deformação pode ser empregada convenientemente em análises incrementais de tensão porque é possível determinar o valor do módulo tangente correspondente a qualquer ponto na curva tensão-deformação. Se σ_3 for constante, o módulo tangente pode ser expresso pela Equação (36).

$$E_t = \frac{\partial(\sigma_1 - \sigma_3)}{\partial \varepsilon} \quad (36)$$

O módulo tangente pode ser calculado pela Equação (37) para qualquer condição de tensão se os valores dos parâmetros k , n , c , ϕ e R_f forem conhecidos.

$$E_t = \left[1 - \frac{R_f(\sigma_1 - \sigma_3)(1 - \text{sen } \phi)}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \text{sen } \phi)} \right]^2 K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (37)$$

Aplicando as Equações (34) e (35) na Equação (33), pode-se prever a curva tensão-deformação pela Equação (38).

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n} + \frac{\varepsilon R_f}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \text{sen } \phi)(1 - \text{sen } \phi)}} \quad (38)$$

Com base na Teoria da Elasticidade e considerando um ensaio triaxial convencional, onde a tensão desviadora ($\sigma_1 - \sigma_3$) aumenta enquanto σ_3 é mantido constante, o módulo volumétrico (B) é dado pela Equação (39).

$$B = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{3\varepsilon_v} \quad (39)$$

onde ε_v é a deformação volumétrica. O emprego do coeficiente de Poisson (ν) constante limitava o emprego do modelo, uma vez que esse coeficiente varia durante o ensaio e tende para o valor de 0,5 na ruptura ($\varepsilon_v = 0$). Para suprir essa deficiência, Duncan et al. (1980) apresentaram uma nova versão do modelo, na qual ν varia em função de B , considerado constante com o nível de tensão e variável com a pressão de confinamento, conforme a Equação (40).

$$B = K_b P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^m \quad (40)$$

onde K_b e m são parâmetros adimensionais. Duncan et al. (1980) recomendam que para análises com o MEF os valores de ν_t sejam restritos a valores positivos utilizando $B = E_t/3$ nos casos em que a Equação (40) indicar valores mais baixos e $B = 17 E_t$ quando indicar valores mais altos, além disso o coeficiente pode ser restrito a valores menores ou iguais a 0,49.

Devido a sua simplicidade e grande aplicabilidade, o modelo hiperbólico de Duncan et al. (1980) foi implementado no SANEG para representar o comportamento dos solos.

2.2.1. Solução do problema não linear

No SANEG, emprega-se o MEF formulado com base em deslocamentos. A combinação da rigidez de cada elemento é feita por meio da matriz de rigidez global (\mathbf{K}), que ao ser

multiplicada pelo vetor de deslocamentos nodais global (\mathbf{d}) permite obter o vetor de forças nodais global (\mathbf{F}), conforme Equação (41).

$$\mathbf{K} \mathbf{d} = \mathbf{F} \quad (41)$$

Existem várias estratégias para lidar com problemas não lineares. Em geral essas estratégias consistem em escrever a Equação (41) na forma incremental, dada na Equação (42).

$$\mathbf{K}^i \Delta \mathbf{d}^i = \Delta \mathbf{F}^i \quad (42)$$

onde \mathbf{K}^i é a matriz de rigidez tangente, $\Delta \mathbf{d}^i$ é o vetor de deslocamentos nodais incrementais, $\Delta \mathbf{F}^i$ é o vetor de forças nodais incrementais e i é o número do incremento. A cada incremento a Equação (42) é resolvida e os deslocamentos finais (\mathbf{d}) são obtidos somando-se os deslocamentos $\Delta \mathbf{d}^i$ resultantes de todos os incrementos. Contudo, devido ao comportamento constitutivo não linear, a matriz de rigidez \mathbf{K}^i depende da tensão e/ou deformação correntes, não sendo constante, ou seja, varia ao longo de cada incremento.

Para suprir essas dificuldades utiliza-se o método iterativo e incremental de Newton-Raphson, procedimento no qual a matriz de rigidez tangente é atualizada e calculada a cada iteração. Nesse método, as forças nodais incrementais $\Delta \mathbf{F}$ são dadas pela diferença entre as forças externas e as forças internas do domínio sólido, sendo que essas últimas são calculadas a partir dos deslocamentos totais do problema (\mathbf{d}). O processo iterativo (Figura 12) ocorre até que o vetor das forças nodais incrementais $\Delta \mathbf{F}$ seja menor que uma dada tolerância, momento em que se atinge o equilíbrio. O problema iterativo é representado pela Equação (43).

$$\mathbf{K}^i \Delta \mathbf{d}^i = \mathbf{F}_{ext}^i - \mathbf{F}_{int}^{i-1} \quad (43)$$

onde \mathbf{F}_{ext}^i é o vetor das forças externas aplicadas, \mathbf{F}_{int}^{i-1} é o vetor das forças internas do incremento anterior e $\Delta \mathbf{d}^i$ é o vetor de deslocamentos incrementais. Dentro do incremento, faz-se a divisão em várias iterações, avaliando-se a Equação (44).

$$\mathbf{K}^j \delta \mathbf{d}^j = \mathbf{F}_{ext}^i - \mathbf{F}_{int}^{j-1} \quad (44)$$

onde j é o número da iteração e $\delta \mathbf{d}^j$ o vetor dos deslocamentos iterados que contribuem para os incrementos de deslocamentos do incremento i . O vetor de deslocamentos incrementais é igual ao somatório dos vetores de deslocamentos iterados. O vetor de forças internas pode ser calculado utilizando o vetor das tensões constitutivas (σ_c^{j-1}), conforme Equação (45).

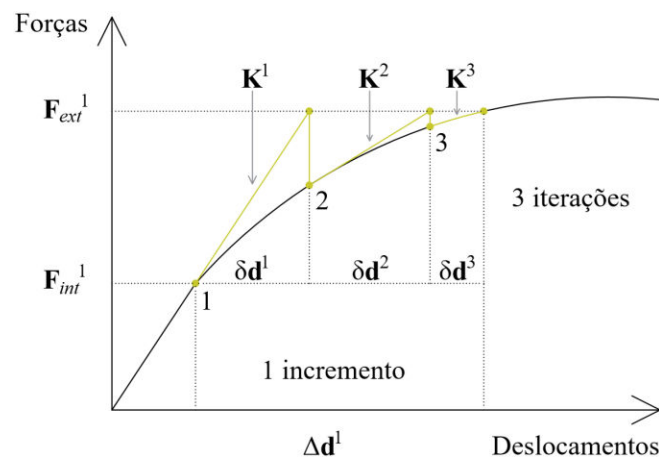
$$\mathbf{F}_{int}^{j-1} = \int \mathbf{B}^T \sigma_c^{j-1} dV \quad (45)$$

Por meio de várias iterações dentro de cada incremento de carga, pode-se resolver esse problema até que o erro dado pela Equação (46) seja menor que uma dada tolerância. Esse processo repete-se para cada incremento de carga até que essa seja aplicada na sua totalidade.

$$Erro = \frac{\mathbf{F}_{ext}^i - \mathbf{F}_{int}^{j-1}}{\mathbf{F}_{ext}^i} \quad (46)$$

Na Figura 12 mostra-se que a taxa de convergência é elevada devido à consideração de uma nova matriz de rigidez tangente, correspondente ao estado de deformação-tensão da iteração anterior. Verifica-se que as iterações começam de um estado de equilíbrio conhecido no incremento anterior. Com a inversão da matriz de rigidez, calcula-se o incremento de deslocamentos com a diferença entre forças externas e internas e determina-se o incremento de deformação e as respectivas tensões constitutivas. Por fim, obtém-se o vetor de forças internas a partir das tensões constitutivas e avalia-se o erro.

Figura 12 - Método de Newton-Raphson.



2.2.2. Algoritmo de integração de tensões

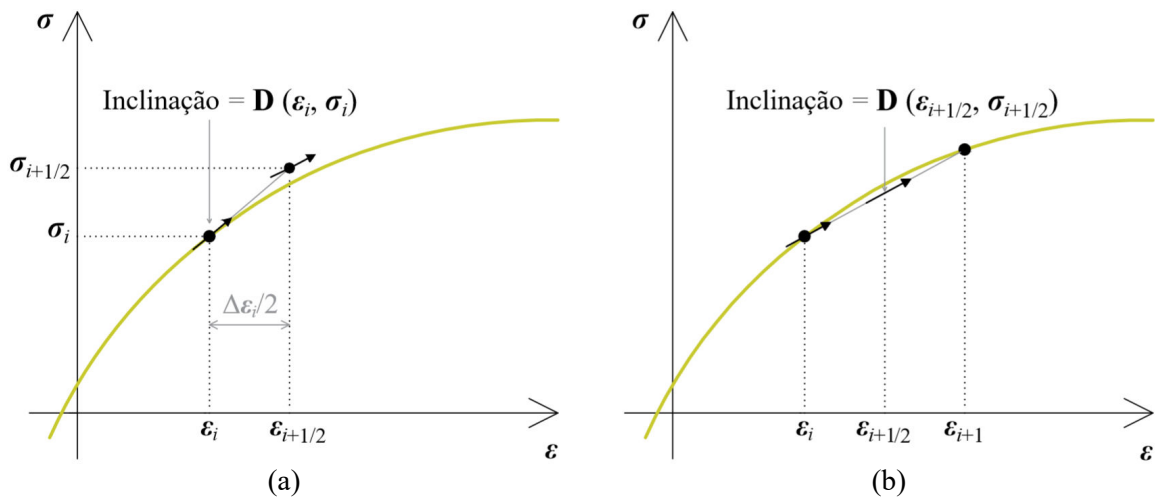
Com os procedimentos mostrados, obtém-se o vetor do incremento de deslocamentos $\Delta \mathbf{d}$ para um dado incremento de carga. A partir desse, calcula-se o incremento de deformações correspondente, por meio da relação: $\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i = \mathbf{B} \Delta \mathbf{d}$. As tensões constitutivas são determinadas a partir da integração das equações constitutivas ao longo do incremento de deformação imposto: $\Delta \boldsymbol{\sigma}_i = \int_{\Delta \boldsymbol{\varepsilon}_i} \mathbf{D} d\boldsymbol{\varepsilon}_i$. Potts e Ganendra (1994) destacam que essas integrações são usualmente realizadas por meio dos algoritmos *stress point algorithms*, que se baseiam usualmente no método de Euler ou Euler modificado.

A principal fonte de erro do método de Euler consiste no fato da derivada no início do intervalo ser considerada constante em todo o intervalo. Para minimizar os erros, implementou-se no SANEG o método de Euler modificado (ou método do ponto médio), que utiliza o método de Euler para prever um valor de σ no meio do subincremento, considerando a Equação (47), representada pela Figura 13-a.

$$\sigma_{i+1/2} = \sigma_i + \mathbf{D}(\varepsilon_i, \sigma_i) \Delta\varepsilon_i/2 \quad (47)$$

Esse valor calculado no ponto médio é utilizado para obter a inclinação no ponto médio, $\mathbf{D}(\varepsilon_{i+1/2}, \sigma_{i+1/2})$, cujo valor é assumido como sendo uma melhor aproximação da inclinação média para todo o subincremento. Essa inclinação calculada no ponto médio é utilizada para se fazer a extrapolação de ε_i até ε_{i+1} (Figura 13-b).

Figura 13 - Método do ponto médio: a) Inclinação no meio do subincremento e b) Extrapolação.



Fonte: Adaptado de Chapra e Canale (2015).

Para o cálculo das tensões constitutivas pelo método de Euler modificado, tem-se:

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i + \mathbf{D}(\varepsilon_{i+1/2}, \sigma_{i+1/2}) (\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i) \quad (48)$$

2.3. Análise inversa

Os estudos relativos às análises inversas aplicadas a problemas geotécnicos foram introduzidos por Gioda (1980), Gioda e Maier (1980) e Cividini et al. (1981). Hicher e Shao (2002) definiram os métodos analíticos, correlações empíricas e os métodos de otimização como sendo as três abordagens utilizadas para determinar os parâmetros do solo com base em resultados experimentais. Dentre essas abordagens, Yin e Jin (2019) relatam que a análise inversa por otimização tem sido utilizada com sucesso em geotecnia porque oferece uma

determinação relativamente objetiva dos parâmetros de um dado modelo, sendo aplicável a qualquer resultado experimental e modelo constitutivo.

Nas análises inversas, as variáveis são os parâmetros do modelo. Uma maneira de encontrar os seus valores é simular ensaios de laboratório e/ou campo e minimizar as diferenças entre os resultados experimentais e numéricos. Yin et al. (2018) destacaram que esse problema é usualmente resolvido utilizando métodos de otimização (determinísticos ou estocásticos). Independentemente do método, a análise inversa consiste na formulação de uma função objetivo que irá medir a diferença entre os resultados experimentais e numéricos, e seleção da estratégia de otimização responsável por orientar a busca pelo mínimo da função.

2.3.1. Formulação da função objetivo

De modo a tornar o erro independente do tipo de ensaio e do número de pontos experimentais, utilizou-se a FO dada na Equação (49), apresentada por Levasseur et al. (2008).

$$FO = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{d_{exp}^i - d_{num}^i}{d_{exp}^i} \times 100 \right)^2}}{n} \quad (49)$$

onde d_{exp}^i é o valor experimental medido no ponto i , d_{num}^i o valor calculado no ponto i , n é o número de medições realizadas.

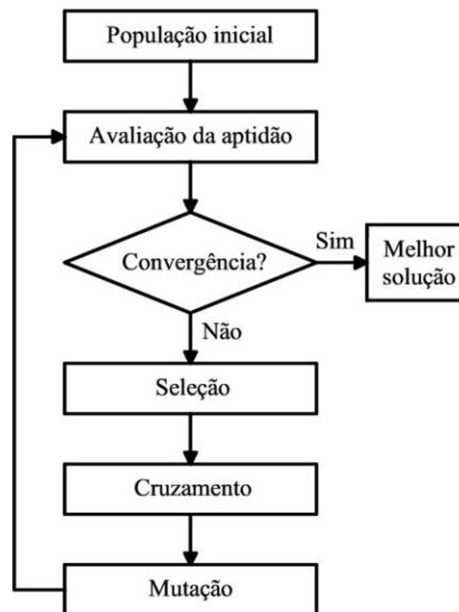
2.3.2. Estratégia de otimização

No SANEG implementou-se o algoritmo genético apresentado por Holland (1992). Baseados em princípios estocásticos, os AGs trabalham com uma população de soluções iniciais para que essas forneçam um conjunto de soluções satisfatórias. Yin et al. (2018) destacam que o AG não utiliza nenhuma informação de gradiente e que esse conjunto de soluções satisfatórias independe das soluções iniciais. O procedimento genético consiste em várias etapas, conforme representado na Figura 14.

Inicialmente um conjunto de soluções (população inicial) é gerado de forma aleatória ou não. Essa população é avaliada quanto a sua capacidade de representar satisfatoriamente o problema estudado, sendo a cada indivíduo dessa população fornecido um valor representativo a sua capacidade avaliada (aptidão). Os indivíduos com maiores valores de aptidão são selecionados (seleção natural) e geram, por meio dos operadores genéticos (cruzamento e mutação) uma população de descendentes. Essa população é avaliada e ordenada juntamente

com os indivíduos que os originaram (pais), compondo assim a população intermediária. O operador de seleção atua sobre essa população, obtendo assim a população principal, que sofrerá atuação dos operadores genéticos. O processo segue até atingir um critério de parada (convergência) ou um conjunto de soluções satisfatórias.

Figura 14 - Fluxograma do algoritmo genético.



2.3.3. Implementação do algoritmo genético com computação paralela

Os desafios computacionais do AG são atribuídos às características específicas do problema (dificuldade, tamanho, complexidade da função objetivo e definição do espaço de busca), e eficiência do tempo de execução do método de otimização (LIU e WANG, 2015).

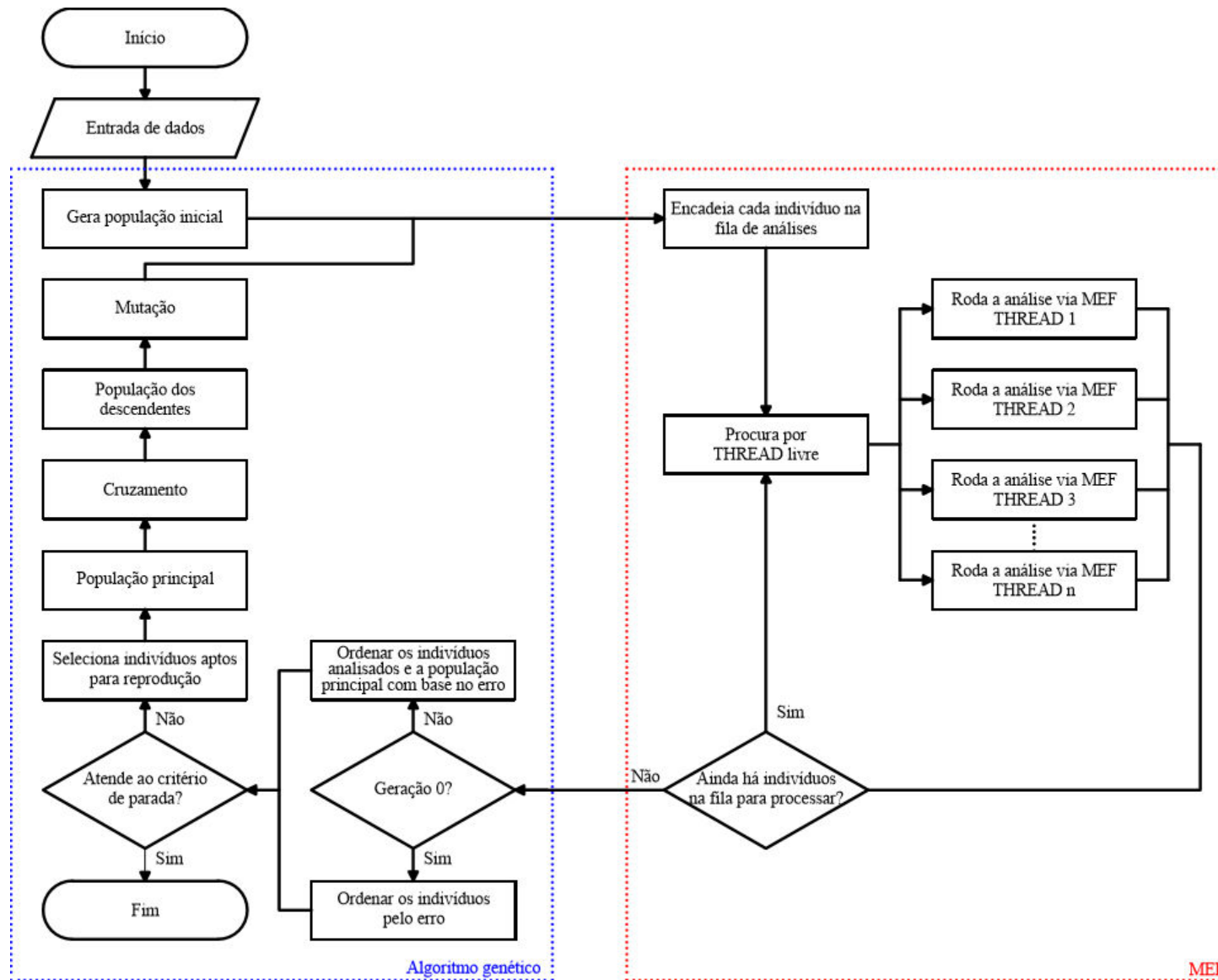
Vieira (2008) relata que a solução de problemas complexos de engenharia aponta para o surgimento de uma tendência comum de associação da tarefa computacionalmente onerosa de busca e otimização com a utilização de sistemas de computação paralela. O paralelismo é uma estratégia utilizada em computação para obter-se, mais rapidamente, resultados de tarefas grandes e complexas. Nessa estratégia, uma tarefa grande pode ser dividida em várias tarefas pequenas, que serão distribuídas entre vários processadores e executadas simultaneamente. Nesse sentido, existe uma preferência natural para a escolha de algoritmos de busca e otimização facilmente paralelizáveis, dentre os quais um dos mais utilizados tem sido os algoritmos genéticos (ABDELHAFEZ; ALBA; LUQUE, 2019; CHENG; GEN, 2019; CHO; LIU, 2016; LIU; WANG, 2015; SALZA; FERRUCCI, 2016; SALZA; FERRUCCI; SARRO, 2016; SILVA, 2019; VIEIRA, 2008).

Na Ciência da Computação, diferentes abordagens têm sido adotadas para melhorar o uso dos recursos computacionais, tais como a exploração do paralelismo ao nível de instrução (*Instruction-Level Parallelism* - ILP) e paralelismo no nível de *threads* (*Thread Level Parallelism* - TLP). Apesar dessas abordagens utilizarem de maneira satisfatória os recursos computacionais, o ILP possui fluxos de instrução típicos com uma quantidade limitada de paralelismo devido à dependência de dados entre as instruções (WALL, 1991). Assim, torna-se mais comum a exploração do paralelismo a nível de TLP, onde a aplicação é dividida em várias tarefas (ou ainda, conjunto de instruções), que podem ser executadas concorrentemente, possibilitando reduzir o seu tempo total de execução.

No SANEG, o AG foi implementado em um ambiente paralelo fazendo-se uso do TLP. O acoplamento do AG (Figura 14) ao MEF pode ser representado pela Figura 15. Quando o programa é executado, o número de processadores lógicos ou *threads* (n) disponíveis é identificado e habilitado para serem empregados na análise inversa. Dessa forma, ao gerar a população inicial o programa encadeia cada indivíduo na fila para análise, e esse procura por um *thread* livre para ser analisado. Os valores da FO são armazenados e após avaliar todos os indivíduos o programa verifica se os indivíduos pertencem à população inicial (geração 0) ou não. Se sim, os indivíduos são ordenados pelo erro, avaliados quanto ao critério de parada previamente estipulado e, caso não atendam, o procedimento genético prossegue iniciando uma nova geração com a atuação dos operadores genéticos (seleção, cruzamento e mutação) sob essa população para obtenção da população dos descendentes. Caso a geração seja diferente de zero, a população dos descendentes avaliada é ordenada juntamente com a população que os deu origem (população principal) com base no valor da FO. Assim, tem-se a população intermediária sob a qual atuarão os operadores genéticos.

Por fim, o programa permite a utilização de dois critérios de parada. O primeiro utiliza somente um número máximo de gerações a ser empregado e o segundo se baseia na realização do procedimento até atingir um erro da FO menor que o erro máximo permitido ou um número máximo de gerações estabelecido.

Figura 15 - Fluxograma do SANEG 1.0.



3. VALIDAÇÃO

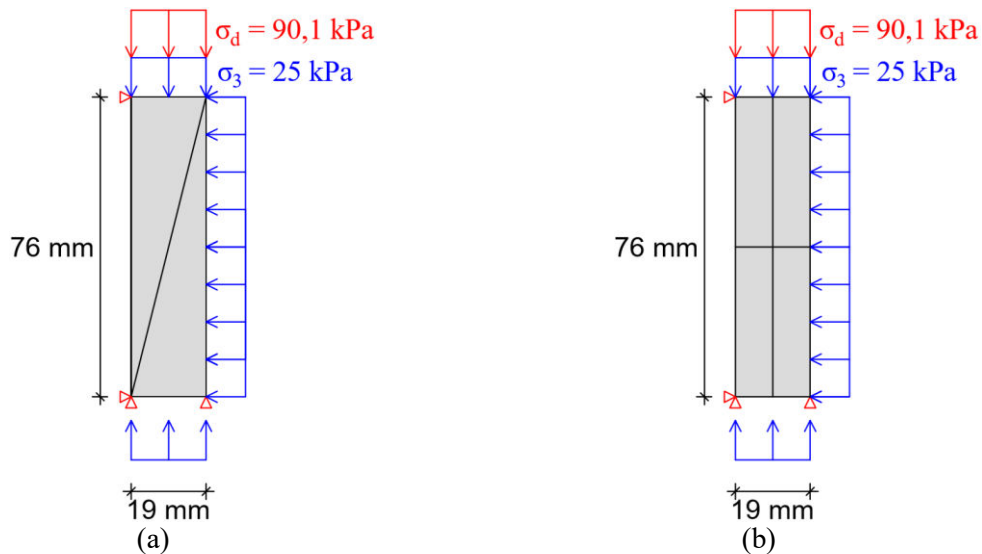
Neste item, o SANEG foi utilizado para simular um ensaio triaxial e uma prova de carga em placa. Além disso, foi avaliado a utilização dos *threads* nas análises pelo MEF.

3.1. Ensaio triaxial

3.1.1. Informações gerais e malha de elementos finitos

Para validação do SANEG por meio da análise de um ensaio triaxial, os resultados obtidos foram comparados com as curvas tensão-deslocamento geradas nos programas Microsoft Excel (2019), SIGMA/W (GEO-SLOPE, 2012) e ANINVEC (HELENO, 2011). Como a geometria, carregamento e condições de contorno são simétricas em relação ao eixo axial, logo a análise é axissimétrica, conforme malha de elementos finitos utilizada nos programas (Figura 16).

Figura 16 - Malha de elementos finitos do ensaio triaxial: a) ANINVEC e b) SIGMA/W e SANEG.



A curva teórica foi gerada no *Excel* a partir dos parâmetros do modelo (Tabela 12). Com base nesses parâmetros e considerando uma tensão confinante de 25 kPa, pode-se obter a curva tensão-deslocamento (Figura 17) utilizada como referência para comparação com os resultados obtidos pelos programas.

Tabela 12 - Parâmetros do solo.

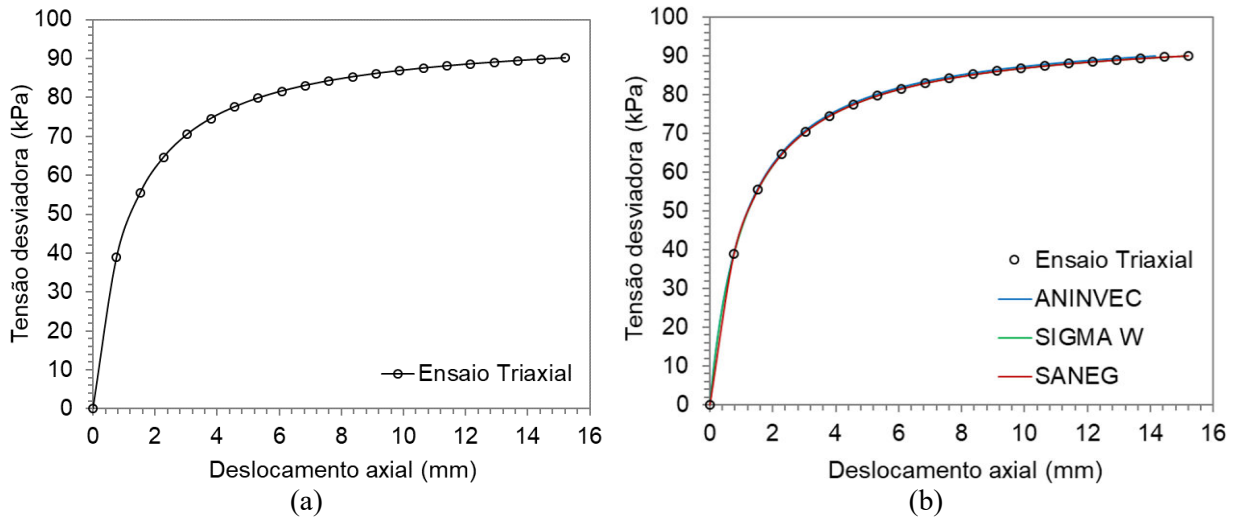
K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
216,47	0,87	42,94	0,31	11	31	0,95

Fonte: Heleno, 2011.

3.1.2. Resultados

Na Figura 17 apresentam-se a curva teórica e os resultados obtidos com a simulação numérica. Pode-se observar que os programas simularam satisfatoriamente bem a curva tensão-deslocamento. Como o SANEG se mostrou eficiente na modelagem, logo o procedimento de análise do ensaio triaxial foi corretamente implementado no programa.

Figura 17 - Ensaio triaxial: a) Curva teórica e b) Curvas simuladas.



3.2. Simulação de uma prova de carga em placa rígida

3.2.1. Informações gerais e malha de elementos finitos

Para realizar essa análise utilizou-se um problema axissimétrico com profundidade e raio de 6 m, conforme ilustrado na Figura 18. O comportamento do solo foi considerado elástico não linear (modelo hiperbólico). Na superfície do terreno, aplicou-se o carregamento de 1100 kPa sobre uma placa circular rígida de concreto com 0,5 m de raio. Para possibilitar a comparação dos resultados, fez-se necessário realizar as análises em programas nos quais se tinha o modelo de Duncan et al. (1980), como é o caso dos programas ANINVEC e SANEG.

Devido à diferença entre os elementos finitos implementados em cada programa, utilizou-se uma maior discretização da malha para que se pudesse obter melhores soluções. Na Figura 18 tem-se as malhas de elementos finitos utilizadas no ANINVEC (1160 elementos triangulares e 630 nós) e no SANEG (1128 elementos quadriláteros e 1198 nós). A partir dessa definição, as análises foram realizadas em duas etapas. Considerando-se equilíbrio axissimétrico, inicialmente determinou-se o estado de tensão inicial admitindo-se comportamento elástico e linear para o solo e para a placa rígida com 20 cm de espessura (Tabela 13).

Figura 18 - Malha de elementos finitos: a) ANINVEC e b) SANEG.

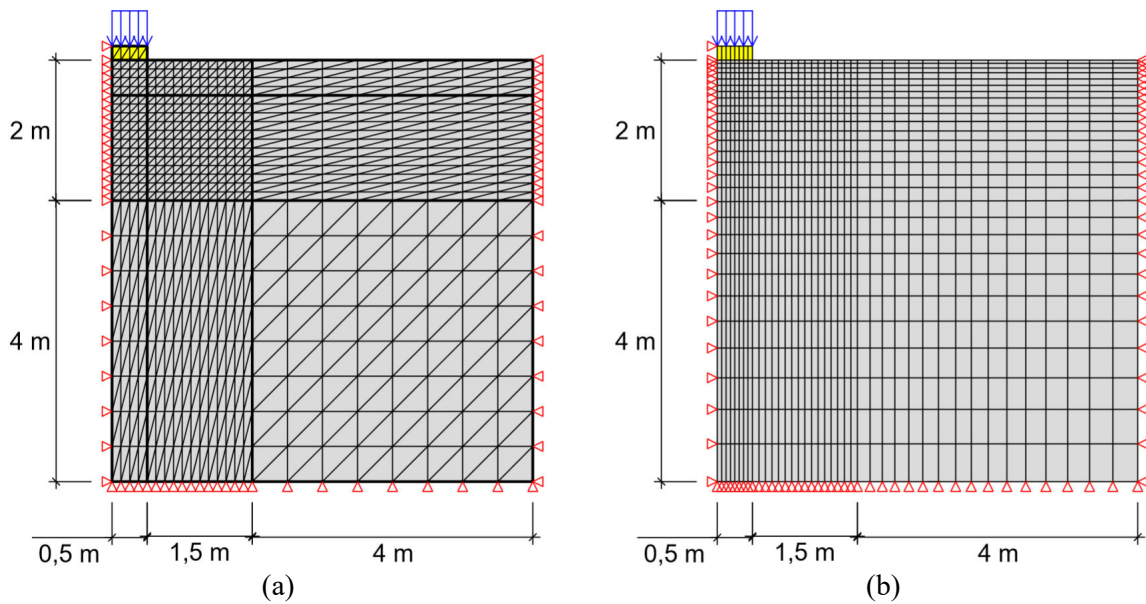


Tabela 13 - Propriedades do solo e da placa.

Material	E_i (kPa)	ν	γ (kN/m ³)
Solo	7000	0,3	13,75
Placa	37693000	0,2	25

Fonte: Heleno, 2011.

Posteriormente, simulou-se o carregamento de uma placa considerando o solo com comportamento elástico e não linear (Tabela 14). Como o ANINVEC realiza análises de carregamento puramente incrementais, logo a carga de 1100 kPa foi dividida em 100 etapas de carregamento. Para compatibilizar as respostas, no SANEG também se utilizou 100 incrementos de carga para aplicação do carregamento total de 1100 kPa.

Tabela 14 - Parâmetros do modelo hiperbólico.

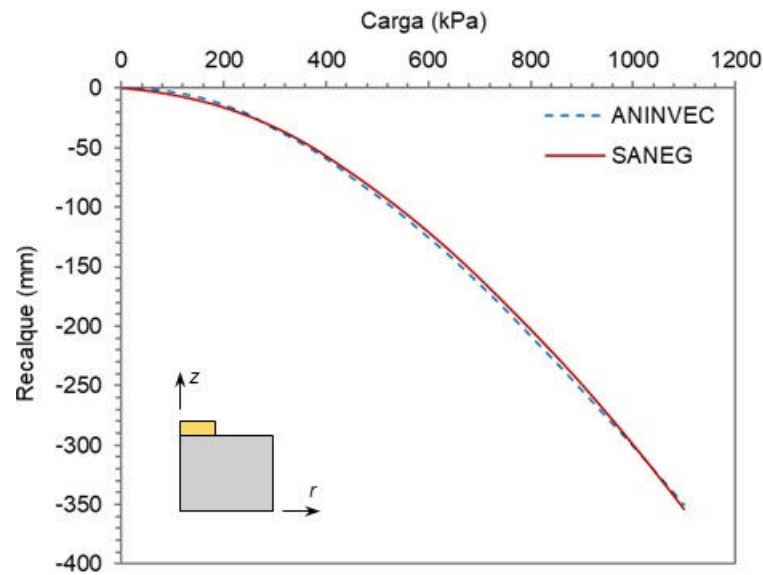
K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
217,02	0,1	23,95	0,1	97,25	35,42	1,19

Fonte: Heleno, 2011.

3.2.2. Resultados

As simulações numéricas da prova de carga realizada pelo SANEG e ANINVEC se ajustaram satisfatoriamente bem (Figura 19). Aplicando-se a função objetivo definida na Equação (49), obteve-se um erro global entre as soluções de aproximadamente 2 %. Com base nesses resultados considerou-se validada a implementação do MEF e do modelo de Duncan et al. (1980) no SANEG.

Figura 19 - Curvas carga-recalque simuladas.



3.3. Avaliação do desempenho da computação paralela

3.3.1. Informações gerais

Com base na simulação numérica da prova de carga em placa realizada com o SANEG, gerou-se 1000 indivíduos na população inicial de forma uniforme dentro de um intervalo de busca (Tabela 15). O erro de cada um dos indivíduos foi avaliado por meio de um computador com processador Intel® Core™ i7-8565U, com 1.80 GHz de frequência e 8 *threads* de execução, sendo 4 núcleos rígidos e 4 lógicos.

Tabela 15 - Faixa de variação dos parâmetros do modelo.

Limite	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
Inferior	100	0,1	2	0,1	10	25	0,7
Superior	1000	2	200	2	100	45	1,2

O principal objetivo ao desenvolver uma aplicação paralela é o de reduzir seu tempo de execução em relação a sua versão sequencial, e assim conseguir um maior desempenho. As métricas de desempenho utilizadas para análise dos resultados foram o *Speedup* e a Eficiência. Conforme Rauber e Rüniger (2010), o *speedup* $S_p(n)$ é calculado pela Equação (50).

$$S_p(n) = \frac{T^*(n)}{T_p(n)} \quad (50)$$

onde $T^*(n)$ é o melhor tempo de execução sequencial, $T_p(n)$ é o tempo de execução paralelo e p é o número de processadores utilizados no problema. O *speedup* ideal é obtido quando seu valor é igual a p , ou seja, o ganho é proporcional ao número de processadores utilizados.

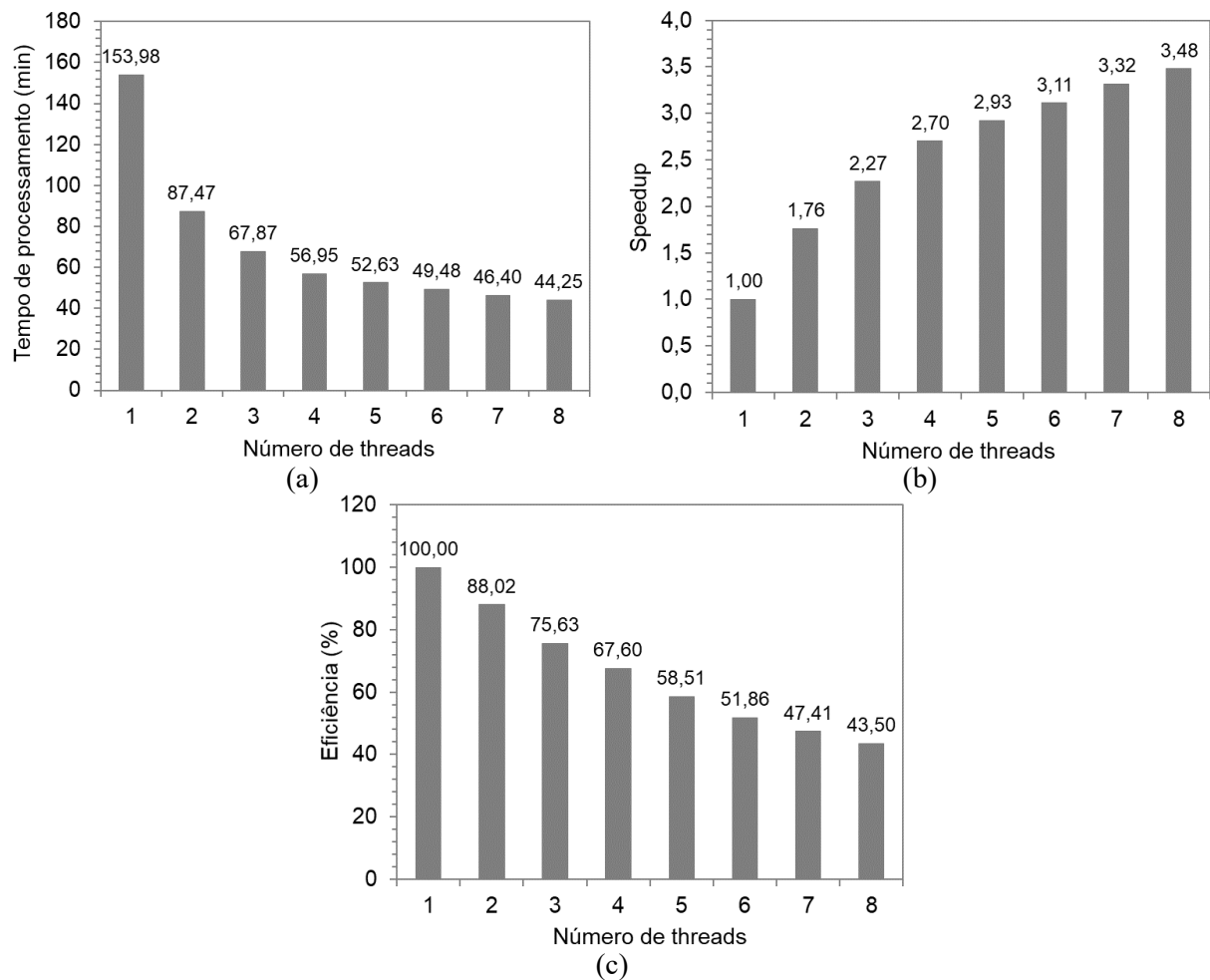
Uma métrica alternativa para medir o desempenho é a eficiência, Equação (51), que indica o quanto dos recursos computacionais ao qual foi aplicado, o algoritmo realmente usa com eficácia. Por essa equação observa-se que se não ocorrer *speedup* superlinear ($S_p(n) > p$), então $E_p(n) \leq 1$. Uma *speedup* ideal $S_p(n) = p$ corresponde a uma eficiência de $E_p(n) = 1$.

$$E_p(n) = \frac{S_p(n)}{p} = \frac{T^*(n)}{p \cdot T_p(n)} \quad (51)$$

3.3.2. Resultados

Na Figura 20 apresenta-se o desempenho da aplicação paralela. Observa-se que ao aumentar o número de *threads* o tempo de processamento diminuiu (Figura 20-a). No entanto, pode-se notar que, para análises com número de *threads* superior ao de núcleos rígidos, o tempo de processamento variou pouco, indicando que os ganhos obtidos acabaram sendo afetados pela sobrecarga (*overhead*) da paralelização quando se utilizou mais de 4 *threads*.

Figura 20 - Avaliação de desempenho: a) Tempo de processamento, b) *Speedup* e c) Eficiência.



Na Figura 20-b observa-se que, para 2, 3 e 4 *threads*, os *speedups* foram de 1,76, 2,27 e 2,70 enquanto que o ideal seria 2, 3 e 4, respectivamente. Da mesma forma, a eficiência (Figura 20-c) também ficou abaixo do ideal, sendo de 88,0 %, 75,6 %, 67,6 %, respectivamente. Pacheco (2011) relata que, na prática, é pouco provável obter um *speedup* linear e consequente eficiência igual a 100, pois o uso de vários *threads* quase sempre resulta em alguma sobrecarga para o gerenciamento do paralelismo. Rauber e R nger (2010) destacam que essa sobrecarga pode ser causada pela necessidade de troca dados, sincroniza o ou por tempos de espera causados por um balanceamento de carga desigual entre os processadores.

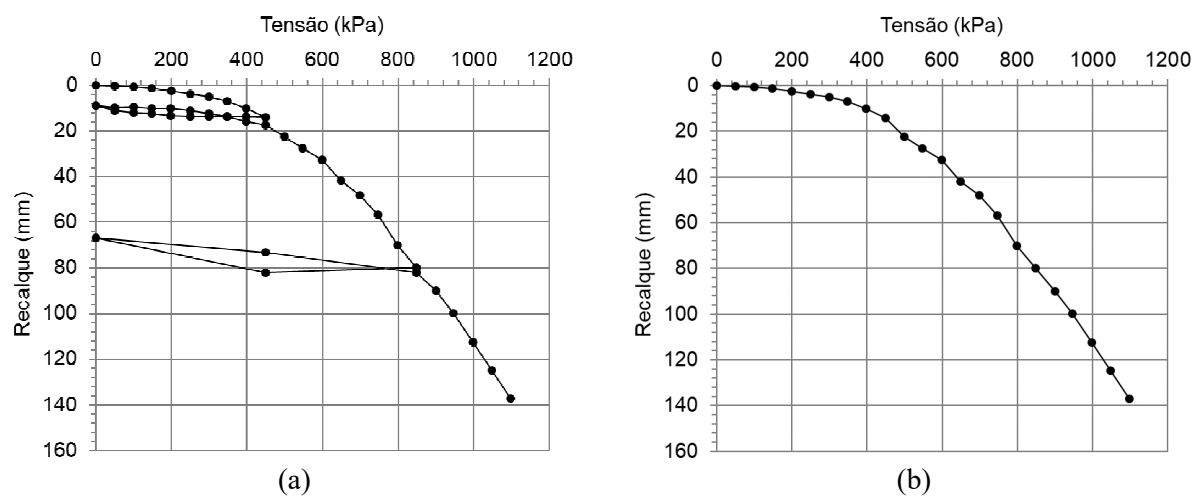
4. ANÁLISE INVERSA DA PROVA DE CARGA EM UMA SAPATA RÍGIDA

Para demonstrar a eficiência do SANEG nas análises inversas de ensaios geotécnicos, apresenta-se a seguir uma análise inversa da curva carga-recalque obtida por Lopes (1997).

4.1. Prova de carga

Lopes (1997) realizou uma prova de carga em uma sapata quadrada (rígida) de lado 1,20 m (Figura 21). O ensaio foi realizado aplicando-se incrementos de 50 kPa. Os novos acréscimos foram aplicados após a estabiliza o dos recalques, dado pela diferença máxima entre duas leituras sucessivas menor ou igual a 5 %, conforme ABNT NBR 6489:1984. A execu o do ensaio foi dividida em duas etapas. Na primeira aplicou-se 10 estágios de carregamento até uma carga máxima de 648 kN (450 kPa).

Figura 21 - Curva tensão-recalque: a) Completa e b) Curva simplificada.



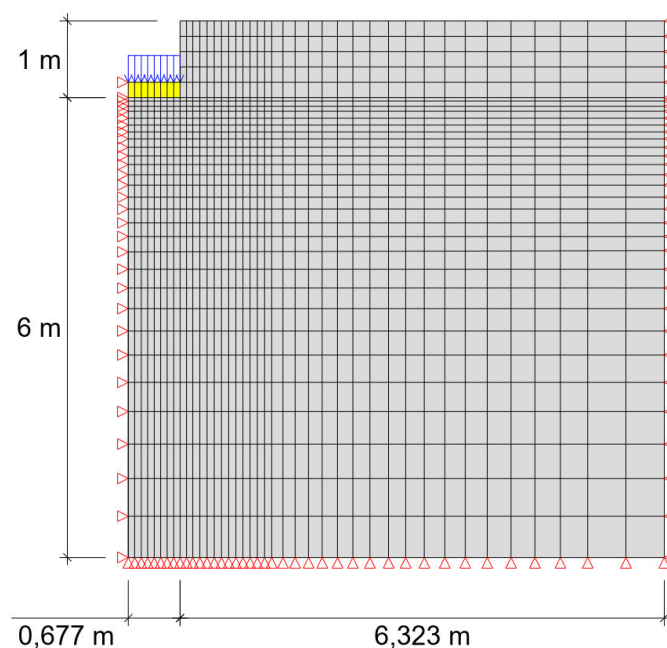
Fonte: Lopes (1997).

Em seguida procedeu-se o descarregamento completo em 10 estágios. Na segunda etapa, ao atingir o 28º estágio fez-se necessário descarregar a sapata devido ao limite do curso do macaco hidráulico, e posteriormente prosseguiu-se com os estágios de aplicação de carga. Ao se aplicar 1440 kN de carga, o tempo de estabilização do estágio se estendeu muito (32 horas) e adotou-se então um período de estabilização limitado a 8 horas. O ensaio prosseguiu até atingir 1900 kN de carga aplicada. Nesse momento, as deformações eram tão elevadas que não se conseguia manter pressão suficiente na bomba para transmitir uma carga constante ao solo. Assim, finalizou-se o ensaio e considerou que a ruptura do solo ocorreu entre as cargas de 1750 kN e 1900 kN. Na Figura 21-a tem-se a curva correspondente ao primeiro critério de estabilização das deformações e na Figura 21-b a curva a ser retroanalizada.

4.2. Modelagem da análise numérica

Como a sapata a ser analisada tem a forma quadrada, tem-se um problema tridimensional. Como o SANEG não realiza análises tridimensionais, optou-se pela análise de uma sapata circular equivalente, tornando o problema axissimétrico. O raio da sapata circular equivalente resultou ser igual a 0,677 m. A simulação numérica foi feita considerando-se uma malha de elementos finitos (Figura 22) com 7,0 m de altura e 7,0 m de comprimento, correspondendo a cerca de dez vezes o raio da sapata circular equivalente, com 1288 elementos quadrilaterais e 1363 nós. O contato entre a lateral da sapata e o solo foi admitido perfeitamente liso na análise elástica não linear.

Figura 22 - Malha de elementos finitos para análise da prova de carga.



Seguindo as recomendações de Almeida (2000) e Heleno (2011), que realizaram a análise numérica da prova de carga de Lopes (1997), inicialmente determinou-se o estado de tensão inicial admitindo-se comportamento linear e elástico para o solo e para a placa com 20 cm de espessura (Tabela 16). Posteriormente, simulou-se o carregamento da sapata considerando que o solo se comportava de acordo com o modelo de Duncan et al. (1980). Com a implementação do AG, pode-se determinar os parâmetros do modelo de acordo com as características da análise inversa.

Tabela 16 - Propriedades do solo e da placa.

Material	E_i (kPa)	ν	γ (kN/m ³)
Solo	7000	0,3	13,75
Placa	37693000	0,2	25

Fonte: Heleno, 2011.

4.3. Análise inversa

Com base nas análises numéricas realizadas por Almeida (2000) e Heleno (2011), decidiu-se estabelecer os limites do AG de forma que os melhores resultados obtidos por esses autores estivessem dentro desses intervalos (Tabela 17). As configurações do AG basearam-se no Capítulo 2. Empregou-se neste artigo as configurações que levaram à obtenção dos melhores resultados na validação do AG, conforme se apresenta na Tabela 18. As análises inversas foram realizadas utilizando um processador Intel® Core™ i7-8565U, com 1.80 GHz de frequência e 8 *threads* de execução (4 núcleos rígidos e 4 lógicos), e considerando critério de parada de 50 gerações.

Tabela 17 - Limites do algoritmo genético.

Limite	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
Inferior	100	0,1	0,1	0,1	10	25	0,7
Superior	1500	2	500	2	100	45	1,2

Tabela 18 - Configurações do algoritmo genético.

Cenário	População inicial (PI)	Geração da PI	População principal	Taxa de Mutação (%)	Tipo de Cruzamento
1	100	Randômica	10	10	Aritmético
2	10	Uniforme	10	10	Linear
3	10	Randômica	10	50	BLX- α
4	100	Uniforme	10	50	BLX- α
5	10	Randômica	10	10	Aritmético

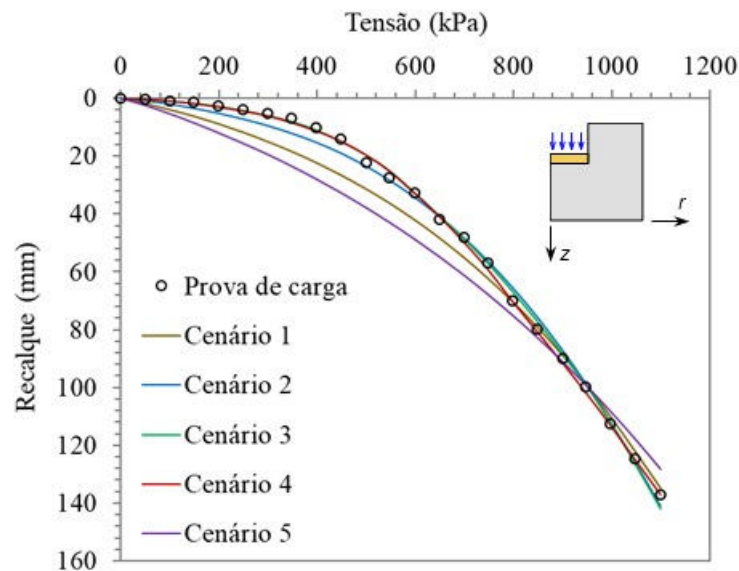
4.4. Resultados

Com a realização das análises inversas, pode-se obter os parâmetros otimizados do modelo, o valor da função objetivo e o tempo de processamento (Tabela 19). A melhor solução foi obtida para o cenário 4 (Figura 23), comprovando a eficiência da utilização do cruzamento do tipo BLX- α ($\alpha = 0,5$) e taxa de mutação de 50 % nas análises inversas empregando o modelo de Duncan et al. (1980), conforme destacado no Capítulo 2. Essa solução demonstra a eficiência da implementação do algoritmo genético com computação paralela para análises inversas de ensaios geotécnicos.

Tabela 19 - Parâmetros otimizados do modelo hiperbólico.

Cenário	Parâmetro							FO (%)	Tempo (min)
	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f		
1	872	0,4814	394	0,4729	87	28	1,16	11,1	577
2	669	0,1	493	0,3796	80	25	1,14	4,717	753
3	1180	0,1	57,6	0,1	81	44	0,887	2,786	355
4	1290	0,1	463	0,2931	58	45	0,967	2,066	361
5	736	0,5433	449	0,7082	94	36	0,765	18,11	483

Figura 23 - Representação gráfica das análises inversas da curva tensão-recalque.



5. CONCLUSÕES

Neste artigo um programa para análise numérica de ensaios geotécnicos foi apresentado, validado e empregado na análise inversa da curva carga-recalque de uma prova de carga em sapata. A estrutura do programa em classes e o modelo constitutivo empregado foram apresentados. Foi discutida a solução do sistema de equações não lineares originado da

formulação via MEF, que, para esse problema, foi resolvida por um algoritmo incremental-iterativo, utilizando o Método de Newton-Raphson para estabilização do equilíbrio em cada incremento de carga. A integração da equação constitutiva para cálculo das tensões utilizou o algoritmo de integração implícito de Euler Modificado, com subincrementação. Para realização das análises inversas, a função objetivo foi definida e a estratégia de otimização, baseada no emprego de um algoritmo genético em ambiente paralelo foi apresentada.

O programa desenvolvido foi empregado para simular um ensaio triaxial e uma prova de carga em placa. Para o ensaio triaxial, pode-se mostrar que o programa foi capaz de reproduzir satisfatoriamente as soluções teóricas. A simulação da prova de carga foi útil para demonstrar que o modelo constitutivo foi adequadamente implementado no programa. Além disso, o desempenho da implementação do AG em ambiente paralelo foi estudado por meio da avaliação do comportamento do tempo de processamento, *speedup* e eficiência com o aumento do número de *threads*. Pode-se mostrar que o aumento desses reduz o tempo de processamento, aumenta o *speedup* e que a eficiência se reduz a níveis aceitáveis, como se esperava. Por fim, uma análise inversa de uma prova de carga em sapata foi realizada e pode-se mostrar a eficiência do programa na retroanálise da curva carga-recalque, uma vez que para diferentes configurações do algoritmo, espaço de busca amplo e número de *threads* máximo foi possível obter soluções de boa qualidade, sendo uma delas com erro da FO de aproximadamente 2 %.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Universidade Federal de Viçosa (UFV) pelo apoio a este trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABDELHAFEZ, A.; ALBA, E.; LUQUE, G. A component-based study of energy consumption for sequential and parallel genetic algorithms. **The Journal of Supercomputing**, p. 1-26, 2019.

ALMEIDA, M. S. S. **Análise numérica de uma prova de carga direta em solo residual de gnaissé**. 2000. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2000.

ARAÚJO, A. F. **Embarcadero Delphi 2010: desenvolvendo aplicações**. 1ª Edição. São Paulo: Editora Viena, 208 p., 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6489**: Prova de Carga Direta sobre Terreno de Fundação. Rio de Janeiro, 1984.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures**. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice-Hall, 1037 p., 2006.

CÂNDIDO, E. S.; AZEVEDO, R. F.; AZEVEDO, I. C. A. D.; MINETTE, E. Análise Inversa da Curva do Ensaio Pressiométrico Utilizando o Modelo Hiperbólico. **Ciência & Engenharia**, v. 26, n. 1, p. 59-67, 2017.

CANTÙ, M. **Object Pascal Handbook**. 1ª Edição. Scotts Valley, Califórnia, EUA: CreateSpace Independent Publishing Platform, 2015.

CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. **Numerical Methods for Engineers**. 7ª Edição. New York: McGraw-Hill Education, 2015.

CHELOUAH, R.; SIARRY, P. A continuous genetic algorithm designed for the global optimization of multimodal functions. **Journal of Heuristics**, v. 6, n. 2, p. 191-213, 2000.

CHEN, H.; FLANN, N. S.; WATSON, D. W. Parallel genetic simulated annealing: A massively parallel SIMD approach. **IEEE Transactions of Parallel Distributed Computation**, v. 9, n. 2, p. 126-136, 1998.

CHENG, J. R.; GEN, M. Accelerating genetic algorithms with GPU computing: A selective overview. **Computers & Industrial Engineering**, v. 128, p. 514-525, 2019.

CHO, W. K. T.; LIU, Y. Y. A Parallel Evolutionary Algorithm for Subset Selection in Causal Inference Models. *In: Proceedings of the XSEDE16 Conference on Diversity, Big Data, and Science at Scale*. ACM, 7 p., 2016.

CIVIDINI, A.; JURINA, L.; GIODA, G. Some aspects of ‘characterization’ problems in geomechanics. *In International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, v. 18, n. 6, p. 487-503, 1981.

DUNCAN, J. M.; BYRNE, P. M.; WONG, K. S.; MABRY, P. **Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for Finite Element Analysis of stresses and movements in soil masses**, Berkeley, California: Rep. No. UCB/GT/80-01, 1980.

GEO-SLOPE. **Stress-Deformation Modeling with SIGMA/W 2012 version**. GEO-SLOPE International Ltd, Calgary, Alberta, Canada, 2013.

GHOFRANI, A.; ARDUINO, P. Prediction of LEAP centrifuge test results using a pressure-dependent bounding surface constitutive model. **Soil Dynamics and Earthquake Engineering**, v. 113, p. 758-770, 2018.

GIODA, G. Indirect identification of the average elastic characteristics of rock masses. *In: International Conference on Structural Foundations on Rock*, Sydney, Australia, v. 1, p. 65-73, 1980.

GIODA, G.; MAIER, G. Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity: identification of cohesion, friction angle and in situ stress by pressure tunnel tests. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 15, n. 12, p. 1823-1848, 1980.

HELENO, A. F. **Análise inversa da prova-de-carga em uma sapata rígida utilizando o Método dos Elementos Finitos**. 2011. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil), Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais, 2011.

HICHER, P. Y.; SHAO, J. F. **Modèles de comportement des sols et des roches: Lois incrémentales viscoplasticité, endommagement**. Paris, France: Hermes Science Publications, 233 p., 2002.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. 1ª Edição. Cambridge: MIT Press, 1992.

JANBU, N. Soil compressibility as determined by odometer and triaxial tests. Wiesbaden, Germany, *In: Proceedings of the Third European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, v. 1, p. 19-25, 1963.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 40, n. 8, p. 1219-1240, 2016a.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Investigation into MOGA for identifying parameters of a critical-state-based sand model and parameters correlation by factor analysis. **Acta Geotechnica**, v. 11, n. 5, p. 1131-1145, 2016b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; ZHANG, D. M. A new hybrid real-coded genetic algorithm and its application to parameters identification of soils. **Inverse Problems in Science and Engineering**, v. 25, n. 9, p. 1343-1366, 2017a.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; RIOU, Y.; HICHER, P. Y. Identifying creep and destructuration related soil parameters by optimization methods. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, n. 4, p. 1123-1134, 2017b.

JIN, Y. F.; WU, Z. X.; YIN, Z. Y.; SHEN, J. S. Estimation of critical state-related formula in advanced constitutive modeling of granular material. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 6, p. 1329-1351, 2017c.

KONDNER, R. L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, v. 89, n. 1, p. 115-144, 1963.

KONDNER, R. L.; ZELASKO, J. S. A hyperbolic stress-strain formulation for sands. Proceedings. **2 nd Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering**, Brazil, v. 1, n. 1, p. 289-324, 1963.

LEVASSEUR, S., MALÉCOT, Y., BOULON, M. & FLAVIGNY, E. Soil parameter identification using a genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 2, p. 189-213, 2008.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: applications to excavation

problems and pressuremeter tests. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 34, n. 5, p. 471-491, 2010.

LIU, Y. Y.; WANG, S. A scalable parallel genetic algorithm for the generalized assignment problem. **Parallel computing**, v. 46, p. 98-119, 2015.

LOPES, G. S. **Execução e análise de uma prova de carga direta em verdadeira grandeza em solo residual de gnaissé**. 1997. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Viçosa, Viçosa, 1997.

MATTSON, T. G.; SANDERS, B. A.; MASSINGILL, B. L. **Patterns for parallel programming**. Boston, Massachusetts, USA: Pearson Education, 2004.

MICROSOFT OFFICE EXCEL. **Excel para Office 365**. Versão 1910. Microsoft Corporation, 2019.

PACHECO, P. **An Introduction to Parallel Programming**. Burlington, Massachusetts, USA: Elsevier Science, 2011.

PAPON, A.; RIOU, Y.; DANO, C.; HICHER, P. Y. Single-and multi-objective genetic algorithm optimization for identifying soil parameters. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 36, n. 5, p. 597-618, 2012.

POTTS, D. M.; GANENDRA, D. An evaluation of substepping and implicit stress point algorithms. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, v. 119, n. 3-4, p. 341-354, 1994.

RAUBER, T.; RÜNGER, G. **Parallel Programming: for Multicore and Cluster Systems**. Berlin, Germany: Springer, 2010.

SALZA, P.; FERRUCCI, F. An Approach for Parallel Genetic Algorithms in the Cloud using Software Containers. **arXiv preprint arXiv:1606.06961**. 7 p., 2016.

SALZA, P.; FERRUCCI, F.; SARRO, F. elephant56: Design and implementation of a parallel genetic algorithms framework on hadoop mapreduce. *In: Proceedings of the 2016 on Genetic and Evolutionary Computation Conference Companion*. July 20-24, 2016, Denver, Colorado, USA, p. 1315-1322. 2016.

SHAPIRO, B. A.; WU, J. C.; BENGALI, D.; POTTS, M. J. The massively parallel genetic algorithm for RNA folding: MIMD implementation and population variation. **Bioinformatics**, v. 17, n. 2, p. 137-148, 2001.

SILVA, S. D. S. **Uma proposta de solução em hardware para o problema das p-mediana utilizando algoritmo genético e unidades de processamento softcore**. 2019. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Amazonas, Manaus, Amazonas, 2019.

TORQUATO, M. F.; FERNANDES, M. A. High-performance parallel implementation of genetic algorithm on FPGA. **Circuits, Systems, and Signal Processing**, v. 38, n. 9, p. 4014-4039, 2019.

VAHDATI, P. **Identification of soil parameters in an embankment dam by mathematical optimization**. 2014. Tese (Doutorado em Engenharia) - Departamento de Engenharia Civil, Ambiental e Recursos Naturais, Divisão de Engenharia Geotécnica e Mineração, Luleå University of Technology, Luleå, Suécia, 2014.

VIEIRA, L. T. **Otimização de Sistemas de Risers para Exploração de Petróleo Offshore Através de Algoritmos Genéticos Paralelos**. 2008. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Civil) - Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, 2008.

WALL, D. W. Limits of instruction-level parallelism. **Association for Computing Machinery SIGPLAN Notices**. v. 26, n. 4, p. 176-188. 1991.

WEAVER, W.; JOHNSTON, P. R. **Finite Elements for Structural Analysis**. Englewood Cliffs, New Jersey, USA: Prentice-Hall, 404 p., 1984.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F. Parameter Identification for Granular Materials. In: **Practice of Optimisation Theory in Geotechnical Engineering**. Springer, Singapore, p. 123-145, 2019.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, J. S.; HICHER, P. Y. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 42, n. 1, p. 70-94, 2018.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, S. L.; HUANG, H. W. An efficient optimization method for identifying parameters of soft structured clay by an enhanced genetic algorithm and elastic-viscoplastic model. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 4, p. 849-867, 2017.

CAPÍTULO 4 - ANÁLISES INVERSAS DE ENSAIOS PRESSIOMÉTRICOS UTILIZANDO UM ALGORITMO GENÉTICO COM COMPUTAÇÃO PARALELA

Resumo: Os algoritmos genéticos (AGs) têm sido aplicados com êxito nas análises inversas de ensaios de campo. Porém, não se tem informações sobre o emprego de AGs com computação paralela usando *threads* (AGP) na retroanálise dos resultados de ensaios pressiométricos (PMT) em solos tropicais. Este artigo avalia o emprego de um AGP acoplado ao Método dos Elementos Finitos (MEF) para retroanalisar as curvas pressão-deslocamento radial de ensaios PMT realizados em três diferentes solos. Os procedimentos adotados nos ensaios de campo, laboratório, calibração do modelo hiperbólico, seleção das curvas pressiométricas, delimitação dos limites de fronteira e estudo de malha, definição da função objetivo e características do AGP foram apresentados. Os parâmetros determinados por análise inversa representaram satisfatoriamente bem todas as curvas pressão-deslocamento radial. A avaliação de desempenho do AGP mostrou que o emprego do número máximo de *threads* permitiu a redução do tempo de processamento das análises em 4,2 vezes e que o AGP implementado é altamente impactado pelo número de núcleos rígidos do computador utilizado. A paralelização do AG foi fundamental para minimizar o custo computacional e aumentar a eficácia na exploração do espaço de busca por um conjunto de soluções satisfatórias e deve ser priorizada na retroanálise de ensaios PMT empregando o MEF.

Palavras-chave: retroanálise, paralelização, otimização, modelo hiperbólico, *threads*.

1. INTRODUÇÃO

A simulação numérica do comportamento do solo via Método dos Elementos Finitos (MEF) requer, para uma adequada determinação dos deslocamentos e dos níveis de tensão, a utilização de modelos constitutivos que consigam representar satisfatoriamente o comportamento do material. Nesses modelos, à medida que mais fenômenos são incorporados aumenta-se também o número de parâmetros a serem identificados. No entanto, a determinação desse número potencialmente grande de parâmetros é difícil e muitas vezes depende da experiência dos usuários (CALVELLO; FINNO, 2004; CEKEREVAC et al., 2006; KNABE et al., 2012).

A identificação desses parâmetros é usualmente realizada com base em ensaios de laboratório e/ou campo. No laboratório, aspectos como a pequena representatividade das

amostras e perturbações devido à extração e transporte dessas para o laboratório podem influenciar nos valores dos parâmetros. Nos ensaios de campo, questões relativas à amostragem e representatividade são quase que totalmente resolvidas, mas, no entanto, se tem mais dificuldades para controlar e medir diretamente as grandezas físicas necessárias para calibração dos modelos de comportamento do solo (CÂNDIDO *et al.*, 2017). Essas dificuldades levaram a experiências bem sucedidas, onde se procurou identificar os parâmetros que definem o comportamento do solo por meio de análises inversas de ensaios de campo (CALVELLO; FINNO, 2004; CÂNDIDO *et al.*, 2017; LEVASSEUR *et al.*, 2008; PAPON *et al.*, 2012; YIN; HICHER, 2008; ZENTAR; HICHER; MOULIN, 2001).

Na análise inversa (ou retroanálise), as variáveis são os parâmetros do modelo e uma maneira de encontrar os seus valores é simular os ensaios de campo e minimizar as diferenças entre os dados experimentais e numéricos. Yin *et al.* (2018) destacam que esse problema é usualmente solucionado empregando técnicas de otimização determinísticas ou estocásticas. Dentre essas destaca-se o algoritmo genético (AG) apresentado por Holland (1992), um procedimento iterativo inspirado no mecanismo da genética populacional e nos princípios da seleção natural (reprodução, recombinação, mutação e seleção) que tem sido aplicado com êxito na determinação de parâmetros de modelos constitutivos (CÂNDIDO *et al.*, 2017; JIN *et al.*, 2016a, 2016b; JIN *et al.*, 2017a; JIN *et al.*, 2017b; JIN *et al.*, 2017c; LEVASSEUR *et al.*, 2008; 2009; 2010; MAHBOD; ZAND-PARSA, 2010; PAPON *et al.*, 2008; 2012; ROKONUZZAMAN; SAKAI, 2010; SAMARAJIVA *et al.*, 2005; YIN *et al.*, 2017; YIN *et al.*, 2018; YIN; JIN, 2019).

Com base em princípios estocásticos, os AGs trabalham com uma população de soluções iniciais para que essas forneçam um conjunto de soluções satisfatórias. No entanto, dependendo da dificuldade e tamanho do problema, complexidade da função objetivo (FO) e distribuição do espaço de busca, o tempo necessário para encontrar uma solução pode ser alto em processamentos sequenciais devido à complexidade computacional dos algoritmos genéticos (LIU; WANG, 2015; TORQUATO; FERNANDES, 2019), principalmente em análises que envolvam o uso de métodos numéricos, como é o caso das análises inversas de ensaios geotécnicos.

Para suprir essas deficiências, como se trata de um algoritmo baseado na busca por populações, os AGs têm um grande potencial para aceleração por computação paralela (Capítulo 3; CHENG; GEN, 2019; SALZA; FERRUCCI, 2016), que consiste na divisão do processamento de uma aplicação em partes, para que essas possam ser computadas concomitantemente, por vários fluxos de processamento.

A computação paralela pode ser implementada utilizando-se múltiplos computadores, arquiteturas com múltiplos processadores ou ainda processadores com múltiplos núcleos de processamento. A paralelização pode ser realizada na subdivisão de dados, no processamento de instruções e na divisão de tarefas. Para aplicações do AG em arquiteturas paralelas, a utilização de partições de dados e *threads* apresentam-se como um caminho interessante à obtenção de respostas de forma mais eficiente (Capítulo 3; LI et al., 2016; CHENG; GEN, 2019).

Dentro desse contexto, utilizar os resultados de medições diretas possíveis de serem feitas no campo para, por meio de análises inversas com um AG implementado com computação paralela, estimar parâmetros de modelos constitutivos de comportamento do solo se apresenta como um desafio interessante. Dentre essas medidas, destaca-se a expansão de uma cavidade cilíndrica no solo realizada com o ensaio pressiométrico (PMT), cujos resultados têm sido empregados com sucesso na determinação de parâmetros de modelos constitutivos utilizando análises inversas (CÂNDIDO et al, 2017; HICHER; MICHALI, 1996; LEVASSEUR et al., 2008, 2009, 2010; YIN; HICHER, 2008; ZHANG; GALLIPOLI; AUGARDE, 2013; ZENTAR; HICHER; MOULIN, 2001).

No entanto, não se tem informações sobre o emprego de AGs paralelizados com o uso de *threads* na retroanálise dos resultados desses ensaios, o que pode minimizar o custo computacional e aumentar a eficácia na exploração do espaço de busca por um conjunto de soluções satisfatórias. Sendo assim, este artigo apresenta a análise inversa das curvas pressão-deslocamento radial obtidas de ensaios PMT realizados em diferentes solos tropicais para determinar os parâmetros do modelo elástico e não linear apresentado por Duncan et al. (1980). A otimização dos parâmetros foi realizada por meio de um AG paralelizado com o uso de *threads* acoplados ao MEF implementado no programa SANEG (Capítulo 3).

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Material

Os ensaios de campo e a coleta de amostras indeformadas foram realizados em três diferentes locais do Campus da Universidade Federal de Viçosa (UFV), conforme Figura 24.

Os primeiros ensaios foram executados na área externa do Laboratório de Mecânica dos Resíduos, onde predomina um solo residual de gnaiss com granulometria silto-arenosa (Figura 24-a). Nesse local (20°46'10.5"S; 42°51'30.9"W) fez-se um total de 5 ensaios pressiométricos e 2 amostras indeformadas foram coletadas; sendo denominado solo LMR.

O segundo local ($20^{\circ}45'46.5''\text{S}$; $42^{\circ}52'31.2''\text{W}$) ensaiado se encontra nas proximidades do Campo da Associação dos Servidores Administrativos (ASAV) da UFV. Nessa região (Figura 24-b), caracterizada pela presença de um solo residual maduro de gnaiss, foram executados 3 ensaios pressiométricos e coletaram-se 2 amostras indeformadas denominadas de solo ASAV.

A terceira área estudada se trata da Vila Dr. Secundino ($20^{\circ}45'48.0''\text{S}$; $42^{\circ}51'29.6''\text{W}$), local característico pela existência de um solo residual jovem de gnaiss com coloração cinza claro (Figura 24-c). Nessa área procederam-se 3 ensaios pressiométricos e coletaram-se 2 amostras indeformadas identificadas como solo VS.

Figura 24 - Locais de estudo: a) LMR, b) ASAV e c) VS.



2.2. Métodos

2.2.1. Ensaios pressiométricos

Seguindo as recomendações das normas ASTM D4719/1987 e NF P94-110/1991, os ensaios foram realizados com um pressiômetro de Ménard do tipo GC (Figura 25-a). Inicialmente fez-se a saturação do equipamento preenchendo com água toda a unidade de controle, tubulação e sonda (Figura 25-b) e calibrações por perda de pressão (Figura 25-c) e volume (Figura 25-d).

Figura 25 - Pressiômetro de Ménard: a) unidade de controle e fonte de pressão, b) saturação do equipamento, c) calibração por perda de pressão e d) calibração por perda de volume.

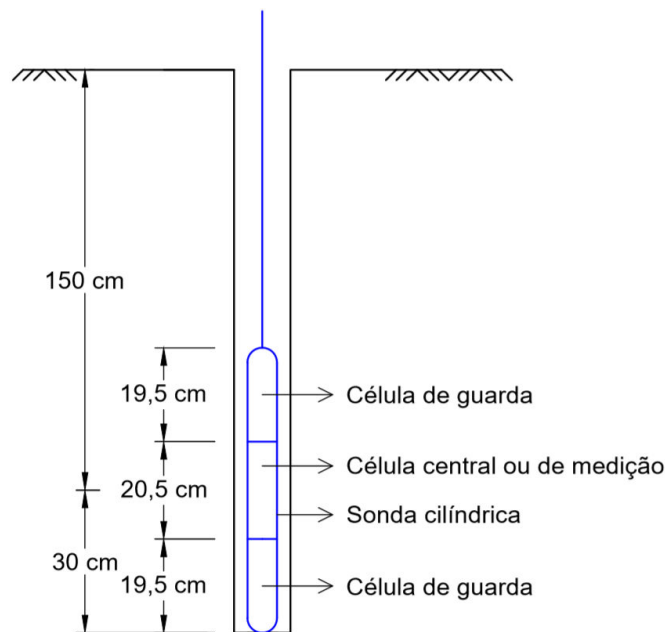


Os ensaios foram realizados na cota de 1,5 m. Assim, procedeu-se a abertura dos furos até a cota de 1,80 m, uma vez que a sonda apresenta aproximadamente 60 cm (Figura 26). Definida a profundidade dos ensaios, os furos foram previamente abertos utilizando-se trado

específico para o tipo de solo ensaiado, atentando-se com o fato de que os diâmetros deveriam variar entre 3 % e 20 % o diâmetro da sonda (ASTM D4719/1987).

Em função do tipo de ensaio e características do terreno, deve-se atentar para a necessidade de adaptar alguns dos componentes do equipamento, tais como o comprimento da tubulação, a sensibilidade dos manômetros, o tipo de membrana e recobrimento (bainha), e o tipo de gás. Após os ajustes necessários e antes de aplicar o primeiro valor de pressão foi registrada a leitura “zero”, relativa ao volume quando o manômetro registra a pressão atmosférica. Além disso, verificou-se a diferença de pressão entre as células de guarda e a central, ajustando-se essa diferença de acordo com a profundidade do ensaio, se necessário.

Figura 26 - Detalhamento da sonda no furo.



Os incrementos de pressão foram aplicados por meio do controlador acoplado à unidade de controle por um período de 1 minuto. Durante esse tempo a sonda pressiométrica foi inflada e sua variação de volume pode ser contabilizada por meio de leituras realizadas no volumímetro aos 15, 30 e 60 segundos. Os incrementos de pressão foram aplicados até atingir uma variação de volume de aproximadamente 700 a 760 cm³ (limite do volumímetro) ou até que se obtivesse um número de pontos suficientes para uma boa definição da curva do ensaio.

2.2.2. Coleta de amostras indeformadas

Para realização dos ensaios de caracterização geotécnica e triaxial, as amostras foram coletadas nas proximidades dos pontos de execução dos ensaios de campo, observando a não influência desses nos locais de extração (Figura 27). Por meio da abertura de trincheiras (ABNT

NBR 9604/2016), coletaram-se 2 blocos de amostras indeformadas em cada local utilizando-se de tubos de PVC com altura de 40 cm e diâmetro de 35 cm, posicionados nas profundidades representativas dos ensaios. De forma a manter a umidade e evitar distúrbios no material, os blocos foram parafinados, transportados e colocados em câmara úmida.

2.2.3. Ensaios de laboratório

A caracterização foi realizada por meio da determinação da umidade natural (ABNT NBR 6457/2016), granulometria (ABNT NBR 7181/2016), massa específica dos sólidos (ASTM D854/2014), limite de liquidez (ABNT NBR 6459/2016) e plasticidade (ABNT NBR 7180/2016). Os ensaios triaxiais na condição saturada com medição da variação de volume durante o adensamento e cisalhamento (CID_{sat}) foram realizados de acordo com as recomendações propostas pela ASTM D7181/2011 e Head (1998).

Figura 27 - Abertura de trincheiras e coleta de amostras indeformadas: a) ASAV, b) LMR e c) VS.



2.2.4. Modelo constitutivo

Originalmente atribuído a Kondner (1963) e Kondner e Zelasco (1963), que mostraram que as curvas tensão-deformação dos solos podem ser ajustadas pela equação de uma hipérbole (Figura 28-a), e com contribuições significativas de Duncan e Chang (1970) e Duncan et al. (1980), o modelo hiperbólico de Duncan et al. (1980) apresenta para a previsão da curva tensão-deformação axial e deformação volumétrica-deformação axial as Equações (52) e (53), respectivamente.

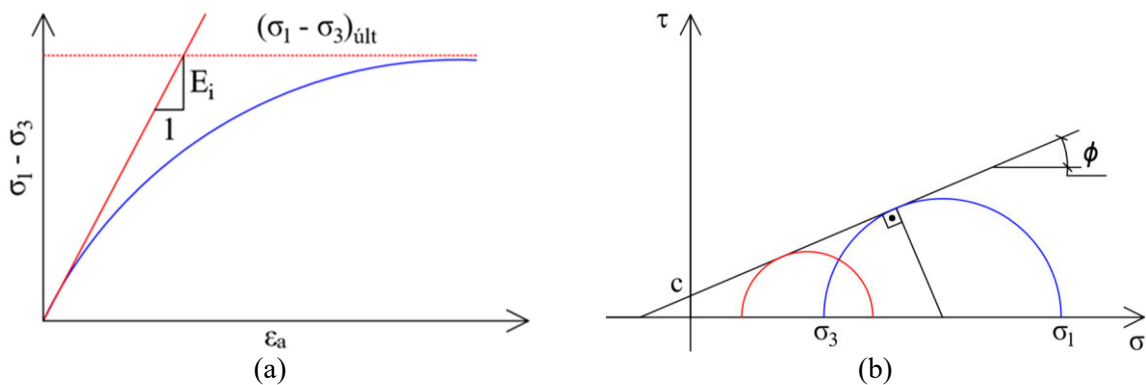
$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon}{\frac{1}{K P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^n} + \frac{\varepsilon R_f}{2(c \cos \phi + \sigma_3 \operatorname{sen} \phi)(1 - \operatorname{sen} \phi)}} \quad (52)$$

$$\varepsilon_v = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{3B} \quad (53)$$

onde σ_1 e σ_3 são a maior e menor tensões principais, respectivamente, ε é a deformação axial, ε_v é a deformação volumétrica, R_f a razão de ruptura, c o intercepto de coesão, ϕ o ângulo de atrito, P_a é a pressão atmosférica, K e n são parâmetros adimensionais do material e B o módulo volumétrico. A calibração tradicional (DUNCAN; CHANG, 1970; DUNCAN et al., 1980) emprega no mínimo dois ensaios CID_{sat} para determinação dos parâmetros do modelo.

Inicialmente, determinam-se os parâmetros de resistência empregando o critério de Mohr-Coulomb (Figura 28-b).

Figura 28 - Modelo hiperbólico: a) representação; b) critério de Mohr-Coulomb.



Os parâmetros adimensionais K e n são determinados por meio da linearização da equação de Janbu (1963), conforme representada pela Equação (54) e Figura 29-a. A razão de ruptura é obtida para cada corpo de prova (CP) do ensaio, sendo dada pela divisão da resistência do solo pela tensão desviadora última do respectivo CP. Como R_f pode variar em cada CP ensaiado, para fins práticos recomenda-se utilizar um valor médio.

$$\log\left(\frac{E_i}{P_a}\right) = \log K + n \log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right) \quad (54)$$

Para previsão da curva de variação de volume durante o cisalhamento, é necessária a determinação dos parâmetros adimensionais K_b e m , obtidos por meio da linearização da Equação (55) (DUNCAN et al., 1980), conforme se apresenta na Equação (56) e Figura 29-b.

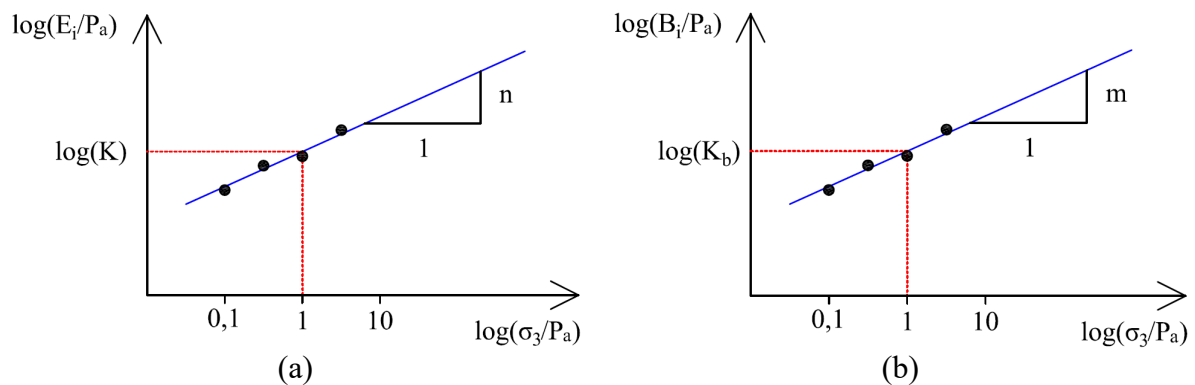
$$B = K_b P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right)^m \quad (55)$$

onde K_b e m são parâmetros adimensionais do material para expressar a variação do B com σ_3 .

$$\log\left(\frac{B_i}{P_a}\right) = \log K_b + m \log\left(\frac{\sigma_3}{P_a}\right) \quad (56)$$

Como B varia de ponto a ponto na curva tensão-deformação, o valor adotado foi o correspondente à reta horizontal que melhor se ajusta aos pontos do gráfico, desprezando-se os pontos dispersos. Com os parâmetros K_b e m , pode-se recalculer B e, com base na Equação (53), obter a previsão da curva de deformação volumétrica durante o ensaio triaxial.

Figura 29 - Determinação dos parâmetros variáveis com a tensão confinante:
a) parâmetros K e n , e b) parâmetros K_b e m .



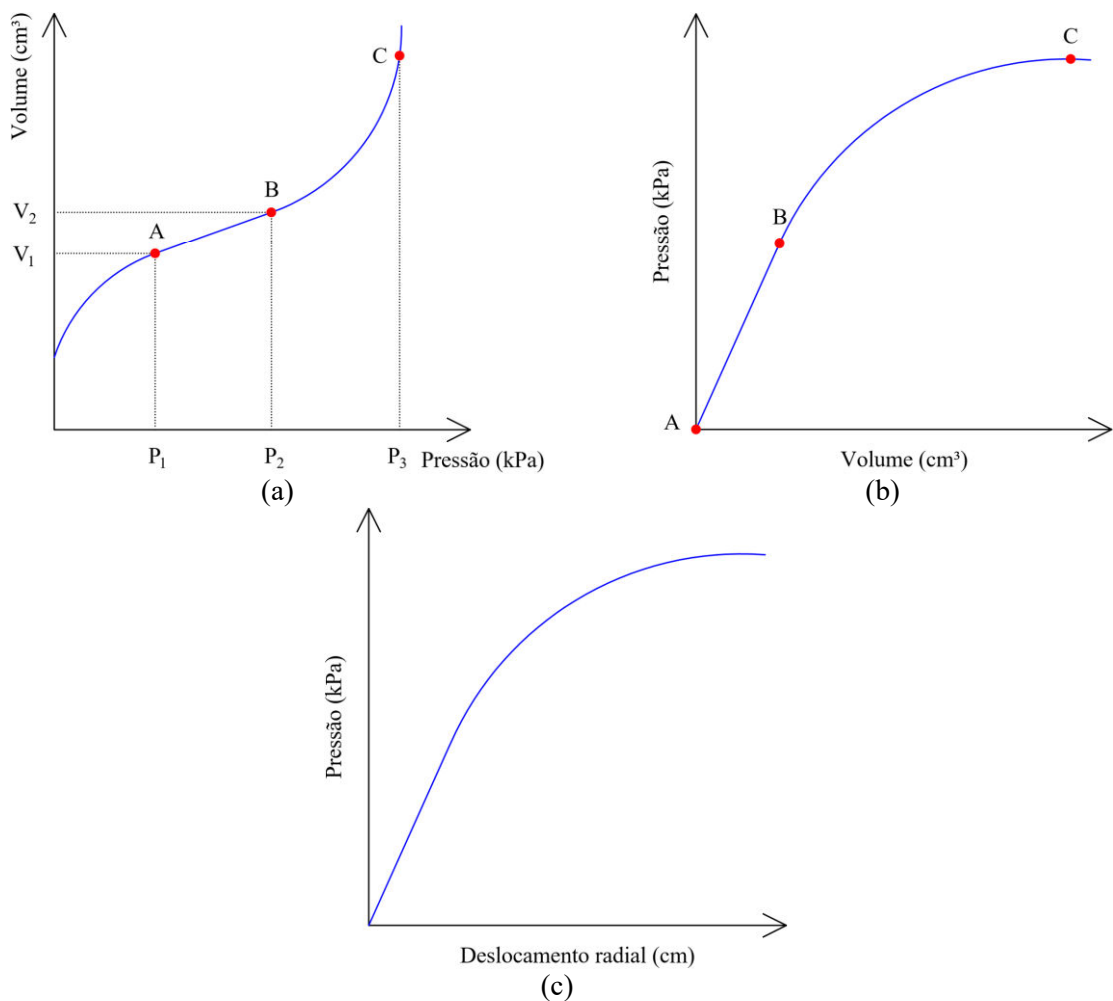
2.2.5. Seleção das curvas pressiométricas

Com base nos ensaios pressiométricos realizados, serão tomadas todas as curvas corrigidas (Figura 30-a) e delimitados os pontos A (P_1 , V_1), ponto no qual a sonda encosta nas paredes do furo. A partir desse ponto, observa-se que a curva apresenta uma configuração aproximadamente hiperbólica, o que justifica a utilização de um modelo elástico e não linear, como o apresentado por Duncan et al. (1980), para retroanálise desse tipo de ensaio. Dessa forma, para realizar as análises inversas fez-se necessário transladar os eixos para o ponto A e proceder à inversão dos mesmos conforme Figura 30-b.

Por se tratar de um problema axissimétrico, calculou-se o deslocamento radial do centro da sonda a partir do ponto A ao invés do volume injetado. Dessa forma, foram calculadas as variações de pressão (ΔP) e deslocamento radial (Δr) considerando como valores iniciais a pressão P_1 e o raio do furo, respectivamente. Sendo assim, a curva final a ser retroanalísada apresenta a configuração indicada na Figura 30-c.

Para cada local estudado será selecionada uma curva pressiométrica transformada para ser retroanalísada. A seleção será feita por meio da linearização e avaliação do coeficiente de determinação (R^2), sendo selecionadas as curvas que apresentarem o maior valor de R^2 .

Figura 30 - Curvas pressiométricas: a) corrigida; b) transladada e c) transformada.



2.2.6. Análise numérica

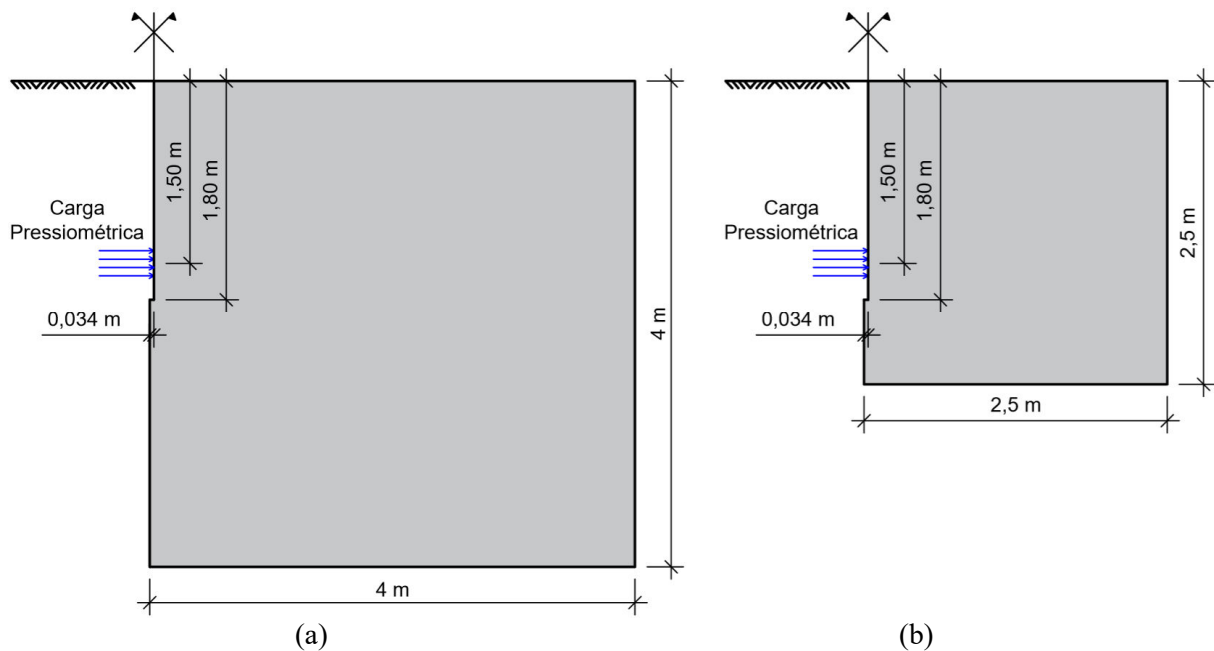
Os limites de fronteira utilizados basearam-se nas análises numéricas dos ensaios PMT realizados por Cândido et al. (2017), que empregou os valores apresentados na Figura 31-a.

Os autores verificaram nas isocurvas de deslocamentos horizontais que o valor máximo ocorreu ao longo de aproximadamente toda a superfície de aplicação da carga e que a partir de

7 cm de distância os deslocamentos se tornaram praticamente nulos, e nas isocurvas de deslocamentos verticais, os máximos se concentraram nas extremidades da área de aplicação da carga pressiométrica. Nas isóbaras de tensões horizontais verificaram que um valor de 10 % da tensão aplicada foi obtido a uma distância de aproximadamente 16 cm, e nas isóbaras de tensões verticais observou-se uma concentração de tensões verticais nas extremidades da área de aplicação da carga pressiométrica, coincidentes com os máximos valores de deformações.

Com base nessas observações e nos estudos apresentados por Abed et al. (2016), Fawaz; Farah; Hagechade (2013), Gaone; Doherty; Gourvenec (2018), Obrzud; Vulliet; Truty (2009), Zentar; Hicher; Moulin (2001) e Zhang; Gallipoli; Augarde (2013), utilizou-se neste trabalho limites de fronteira reduzidos (Figura 31-b).

Figura 31 - Limites de fronteira atribuídos ao problema: a) Cândido et al. (2017) e b) Reduzido.



O estudo de convergência de malha foi realizado dobrando-se sucessivamente a densidade da malha de elementos finitos na análise numérica da curva pressão-deslocamento radial do ensaio pressiométrico. De posse do ensaio no qual se aplicou o maior nível de carga e dos parâmetros do modelo hiperbólico calibrados tradicionalmente, o estudo foi considerado satisfatório quando o erro entre as soluções numéricas de duas análises consecutivas fora inferior a 1 %. Para garantir uma boa precisão nos valores de tensões e deformações foi adotada uma malha mais refinada nas proximidades de aplicação da carga pressiométrica.

Com a definição dos limites de fronteira e densidade de malha, procedeu-se às análises numéricas das curvas pressão-deslocamento radial selecionadas empregando os parâmetros do

modelo hiperbólico obtidos pela calibração tradicional e por meio de análises inversas com um algoritmo genético paralelo.

2.2.7. Análise inversa

A retroanálise foi realizada com o Sistema para Análises Numéricas de Ensaios Geotécnicos (SANEG) apresentado no Capítulo 3. O SANEG emprega o MEF formulado com base em deslocamentos, utilizando-se de elementos quadriláteros isoparamétricos de 4 nodos, com 4 pontos de Gauss no domínio. O programa realiza análises inversas de ensaios de laboratório (triaxial) ou campo (pressiométrico ou prova de carga em placa) empregando o modelo constitutivo hiperbólico de Duncan et al. (1980).

Basicamente o procedimento consiste na formulação de uma função objetivo, que irá medir a diferença entre os resultados experimentais e numéricos, e seleção da estratégia de otimização responsável por orientar a busca pelo mínimo dessa função.

2.2.7.1. Formulação da função objetivo (FO)

Para tornar o erro independente do tipo de ensaio e do número de pontos experimentais, utilizou-se a FO apresentada por Levasseur et al. (2008), conforme a Equação (57).

$$FO(x) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left(\frac{d_{exp}^i - d_{num}^i}{d_{exp}^i} \times 100 \right)^2}}{n} \quad (57)$$

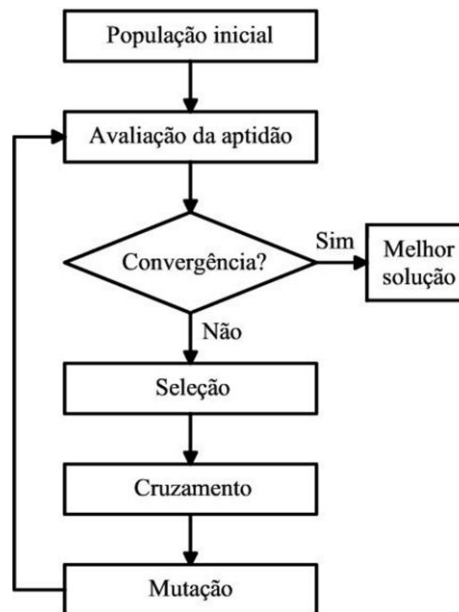
onde d_{exp}^i é o valor experimental medido no ponto i , d_{num}^i o valor calculado no ponto i , n é o número de medições realizadas.

2.2.7.2. Estratégia de otimização

O SANEG emprega o algoritmo genético apresentado por Holland (1992). Baseado em um processo iterativo (Figura 32), o AG gera inicialmente um conjunto de soluções (população inicial) de forma aleatória ou não. Essa população é avaliada quanto a sua capacidade de representar satisfatoriamente o problema estudado, sendo a cada indivíduo dessa população atribuído um valor representativo da sua capacidade avaliada (aptidão). Os indivíduos com maiores valores de aptidão são selecionados (seleção natural) e geram, por meio dos operadores genéticos (cruzamento e mutação) uma população de descendentes. Essa população é avaliada

e ordenada juntamente com os indivíduos que os originaram (pais), compondo assim a população intermediária. O operador de seleção atua sobre essa população, obtendo assim a população principal, que sofrerá atuação dos operadores genéticos. O processo segue até atingir um critério de parada (convergência) ou um conjunto de soluções satisfatórias.

Figura 32 - Etapas de um algoritmo genético sequencial.



Fonte: O autor (2020, Cap. 3).

Neste artigo os indivíduos foram avaliados utilizando-se o MEF e sua aptidão quantificada por meio da FO. No entanto, com o objetivo de minimizar custo computacional e aumentar a capacidade de busca por soluções de boa qualidade, foi utilizado um AG com computação paralela em nível de *threads* empregando o SANEG, cuja ideia consiste em dividir uma tarefa em partes a serem solucionadas simultaneamente usando múltiplos processadores.

O acoplamento do AG ao MEF pode ser representado pela Figura 33. Após a inicialização do SANEG, o número de *threads* (n) disponíveis é identificado e habilitado para serem empregados na análise inversa. Dessa forma, ao gerar a população inicial o programa encadeia cada indivíduo na fila para análise e esse procura por um *thread* livre para ser analisado. Ao final da análise, os valores da FO são armazenados.

Após avaliar todos os indivíduos, o SANEG verifica se os indivíduos pertencem à população inicial (geração 0) ou não. Se sim, os indivíduos são ordenados pelo erro, avaliados quanto ao critério de parada previamente estipulado e, caso não atendam, o AG prossegue iniciando uma nova geração com a atuação dos operadores genéticos (seleção, cruzamento e mutação) sob essa população para obtenção da população dos descendentes. Caso a geração seja diferente de zero, a população dos descendentes avaliada é ordenada juntamente com a

população que os deu origem (população principal) com base no valor da FO. Assim, tem-se a população intermediária sob a qual atuarão os operadores genéticos.

Por fim, o programa permite a utilização de dois critérios de parada. O primeiro emprega somente um número máximo de gerações a ser avaliado e o segundo se baseia na realização do procedimento até atingir um erro da FO menor que o erro máximo permitido ou um número máximo de gerações estabelecido.

2.2.7.3. Características gerais do AG

Para realização das análises inversas empregou-se espaço de busca amplo (Tabela 20). Esses limites basearam-se nos estudos apresentados pelos Capítulos 2 e 3, nos quais o emprego de espaço de busca amplo possibilitou a obtenção de soluções de boa qualidade.

Tabela 20 - Limites do algoritmo genético.

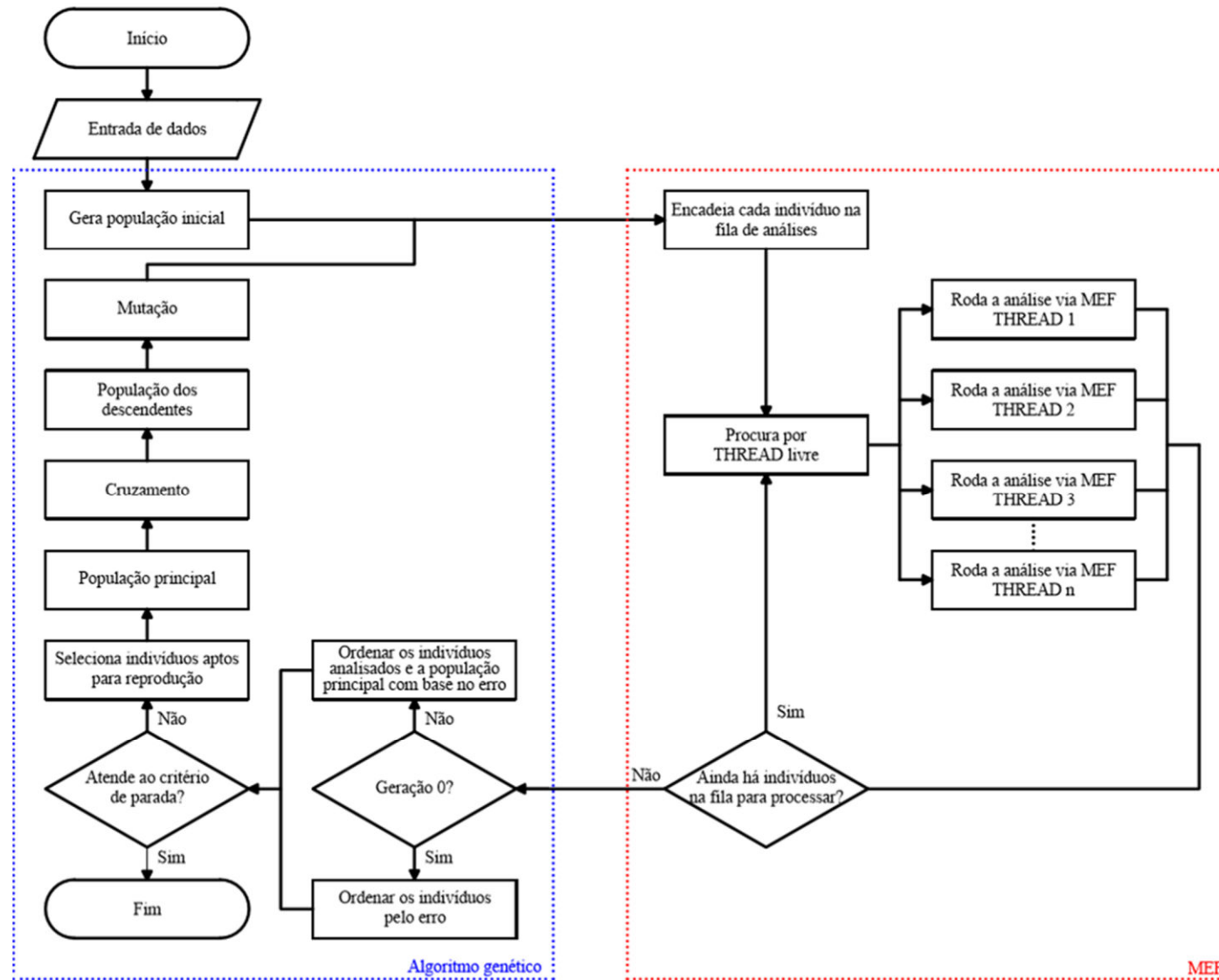
Limite	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
Inferior	10	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,5
Superior	1500	2	1000	2	100	45	1,2

As configurações do AG basearam-se no Capítulo 2. Empregou-se neste trabalho os cenários que levaram à obtenção dos melhores resultados na validação do AG, conforme Tabela 21. As análises inversas foram realizadas utilizando um processador Intel® Core™ i7-8565U, com 1.80 GHz de frequência e 8 *threads* de execução, sendo 4 núcleos rígidos e 4 lógicos. Com base nos resultados apresentados no Capítulo 3, adotou-se um critério de parada de 50 gerações.

Tabela 21 - Configurações do algoritmo genético.

Cenário	População inicial (PI)	Geração da PI	População principal	Taxa de Mutação (%)	Tipo de Cruzamento
1	100	Randômica	10	10	Aritmético
2	10	Uniforme	10	10	Linear
3	10	Randômica	10	50	BLX- α
4	100	Uniforme	10	50	BLX- α
5	10	Randômica	10	10	Aritmético
6	100	Randômica	10	50	linear
7	100	Randômica	10	10	BLX- α

Figura 33 - Fluxograma do SANEG.



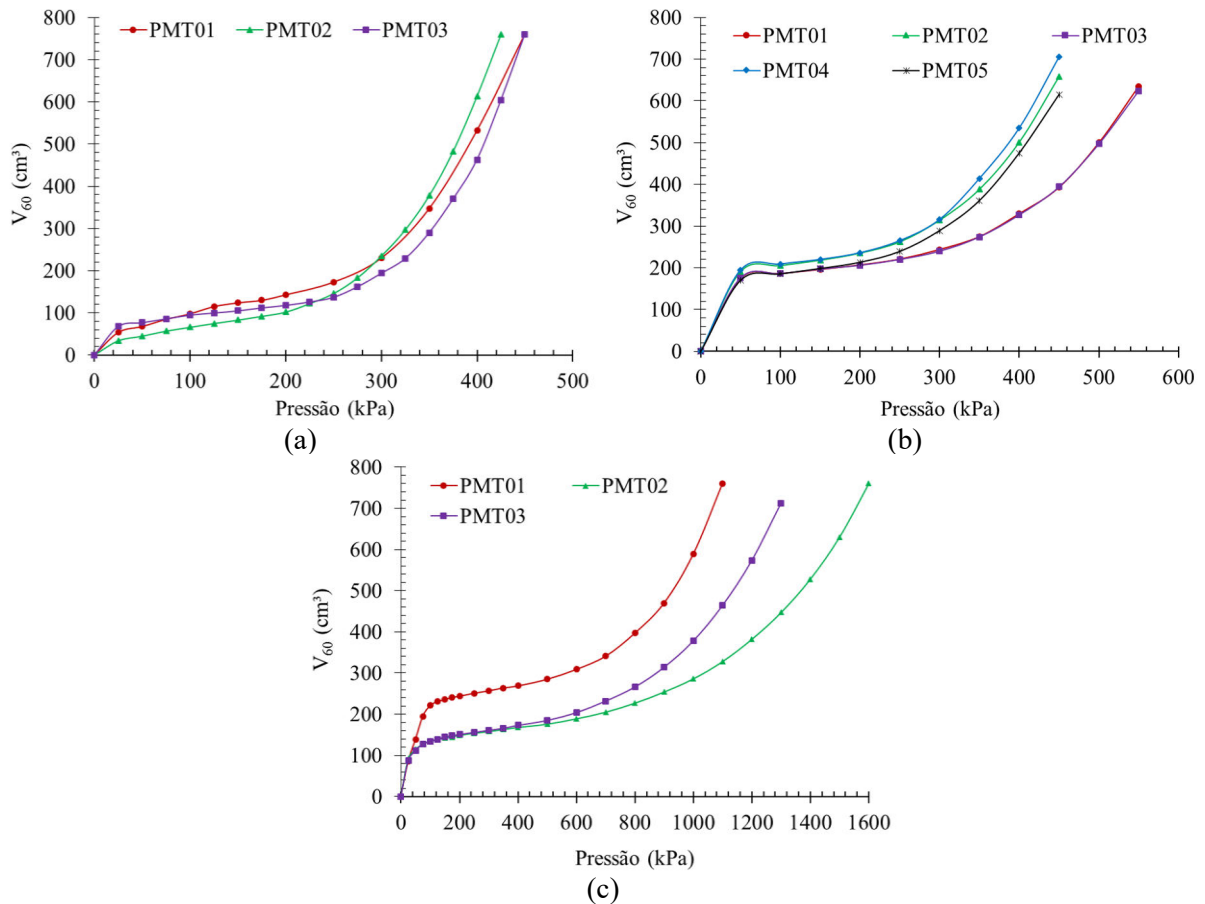
Fonte: O autor (2020, Cap. 3).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

3.1. Ensaios pressiométricos

Nos ensaios realizados nas proximidades do campo da ASAV (Figura 34-a), pode-se observar pouca variação entre os resultados. Nos ensaios efetuados na área do LMR (Figura 34-b) observa-se dois comportamentos distintos das curvas, fato justificável devido a distância entre eixos dos furos, aproximadamente 2,4 m, dos ensaios 1 e 3 com os demais furos. Nos ensaios VS, as curvas pressiométricas (Figura 34-c) apresentaram uma variação entre os resultados devido a distância entre os furos que foi de aproximadamente 2 metros ao longo da divisa com um talude natural.

Figura 34 - Curvas pressiométricas: a) ASAV; b) LMR e c) VS.



3.2. Ensaios de laboratório

Na Tabela 22 apresenta-se a caracterização geotécnica dos solos. Pelo Sistema Unificado de Classificação dos Solos (SUCS), o solo ASAV se classifica como uma argila de alta compressibilidade (CH), o LMR como um silte de alta compressibilidade (MH) e o VS como uma areia siltosa (SM).

Tabela 22 - Caracterização geotécnica.

Solo	Fração granulométrica (%)			Limites de Atterberg (%)			γ_s (kN/m ³)
	Areia	Silte	Argila	LL	LP	IP	
ASAV	16	16	68	69	42	27	27,49
LMR	30	50	20	53	30	23	28,70
VS	70	26	4	26	17	9	26,26

Notas: LL = Limite de Liquidez; LP = Limite de plasticidade; IP = Índice de plasticidade; γ_s = Peso específico dos grãos.

Com os ensaios triaxiais CID_{sat} pode-se determinar os parâmetros de resistência dos solos (Tabela 23). Com base nesses resultados, pode-se observar valores na mesma ordem de grandeza para o ângulo de atrito e um valor superior de coesão para o solo VS, fato também observado nos resultados obtidos por Trindade et al. (2006) em ensaios CID_{sat} realizados com o mesmo solo.

Tabela 23 - Parâmetros de resistência dos solos.

Solo	Coesão (kPa)	Ângulo de atrito (°)
ASAV	6,7	31,9
LMR	5,0	32,5
VS	18,5	30,7

3.3. Calibração do modelo hiperbólico

Seguindo as recomendações de Duncan e Chang (1970) e Duncan et al. (1980), procedeu-se a calibração tradicional do modelo utilizando-se dos ensaios triaxiais, obtendo-se os parâmetros apresentados na Tabela 24.

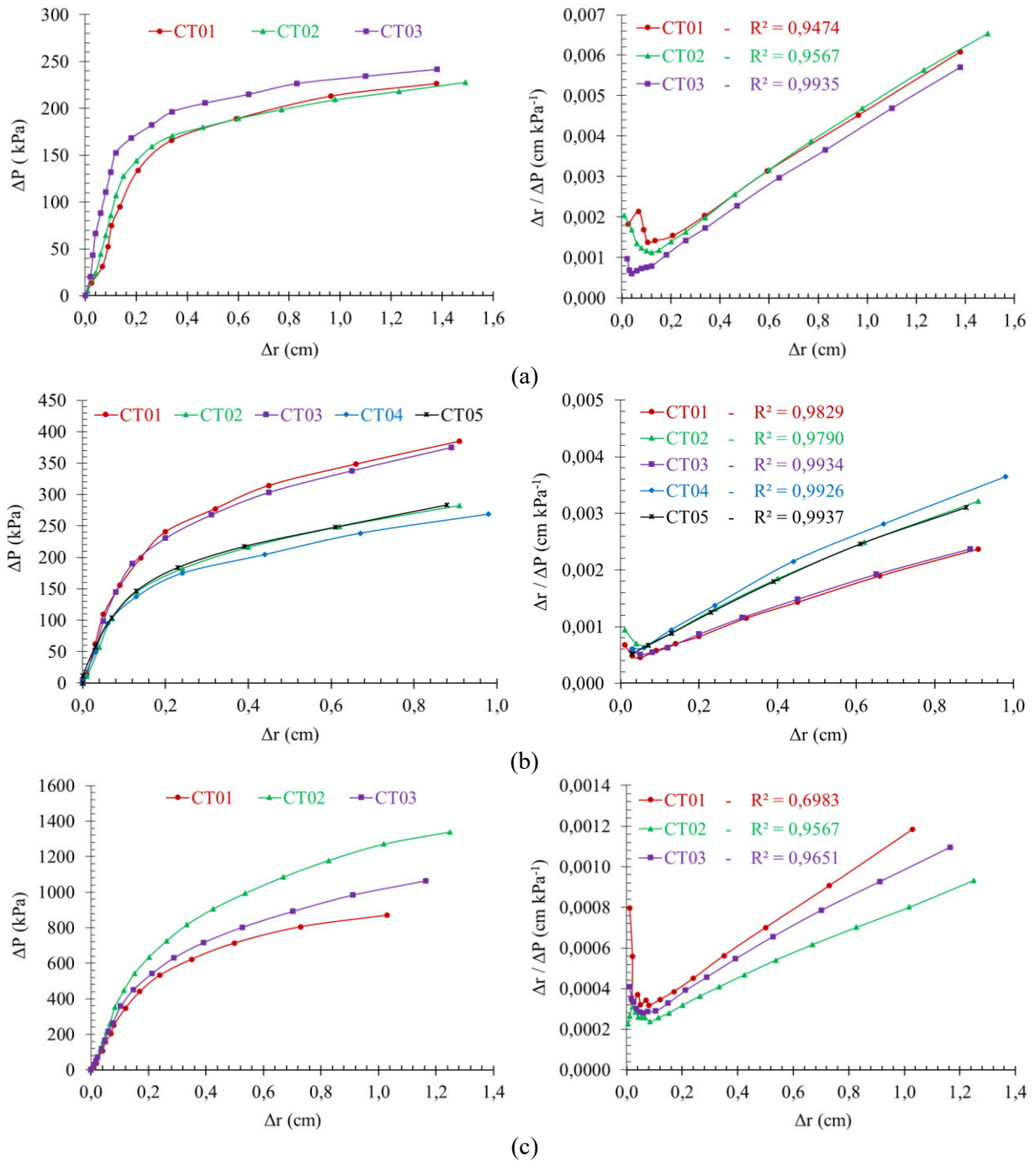
Tabela 24 - Parâmetros do modelo constitutivo - calibração tradicional.

Solo	K	n	K_b	m	c (kPa)	ϕ (°)	R_f
ASAV	40,986	0,474	7,177	0,647	6,657	31,936	0,794
LMR	215,489	0,090	29,511	-0,255	4,987	32,513	0,931
VS	151,144	0,318	48,393	0,197	18,543	30,659	0,871

3.4. Curvas pressiométricas transformadas

Na Figura 35 têm-se as curvas pressiométricas transformadas e linearizadas. Pode-se observar que os ensaios PMT03 (CT03 - Figura 35-a), PMT05 (CT05 - Figura 35-b) e PMT03 (CT03 - Figura 35-c) apresentaram os maiores valores de R^2 para os solos ASAV, LMR e VS, respectivamente. Essas curvas foram selecionadas para serem retroanalisadas.

Figura 35 - Curvas pressiométricas transformadas: a) ASAV, b) LMR e c) VS.

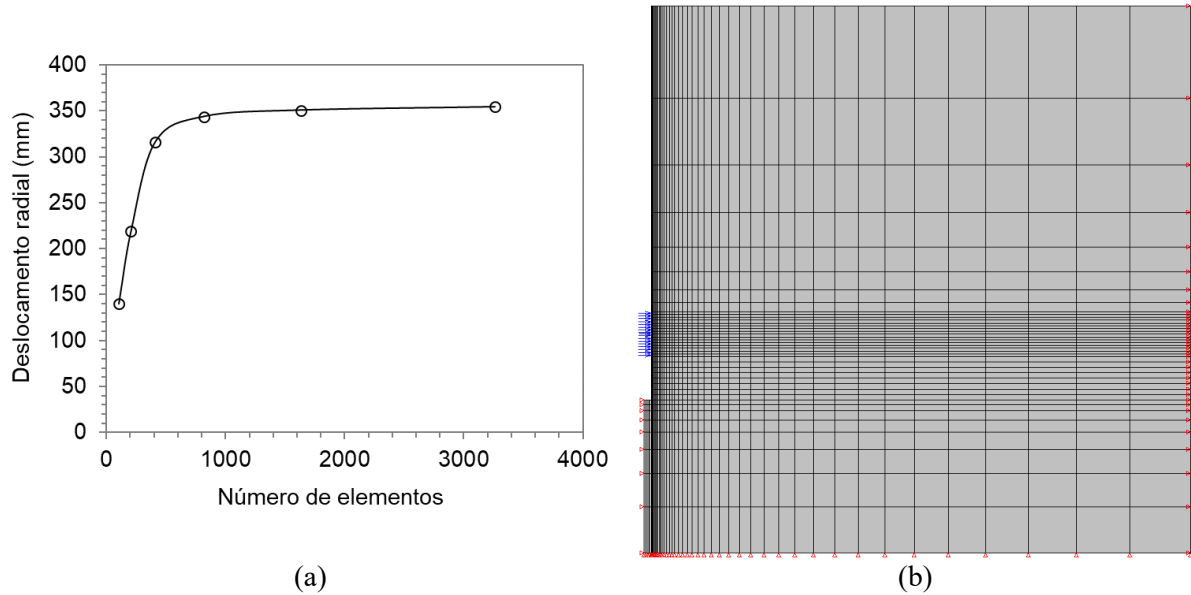


3.5. Análise numérica

3.5.1. Malha de elementos finitos

Com base no estudo de convergência de malha (Figura 36-a), foi definida a malha de elementos finitos a ser utilizada no SANEG. A modelagem numérica dos ensaios pressiométricos foi realizada empregando 1717 nós e 1632 elementos quadrilaterais isoparamétricos de quatro nodos, com integração completa (Figura 36-b).

Figura 36 - Malha de elementos finitos: a) Estudo de convergência e b) Malha empregada no SANEG.



3.5.2. Estado de tensão inicial

A primeira etapa da análise consiste na determinação do estado de tensão inicial. Neste trabalho admitiu-se comportamento elástico e linear para os solos estudados conforme Tabela 25. Os pesos específicos (γ) foram determinados com base nos CPs moldados para os ensaios de laboratório e os coeficientes de Poisson (ν) adotados seguindo as recomendações de Bowles (1997). Por meio dos procedimentos apresentados por Duncan e Chang (1970) para determinação dos módulos de elasticidade (E_i) com base em ensaios de laboratório, pode-se empregar as curvas tensão-deformação radial linearizadas dos ensaios PMT para definir os módulos para cada solo estudado.

Tabela 25 - Parâmetros do solo - Análise elástica e linear.

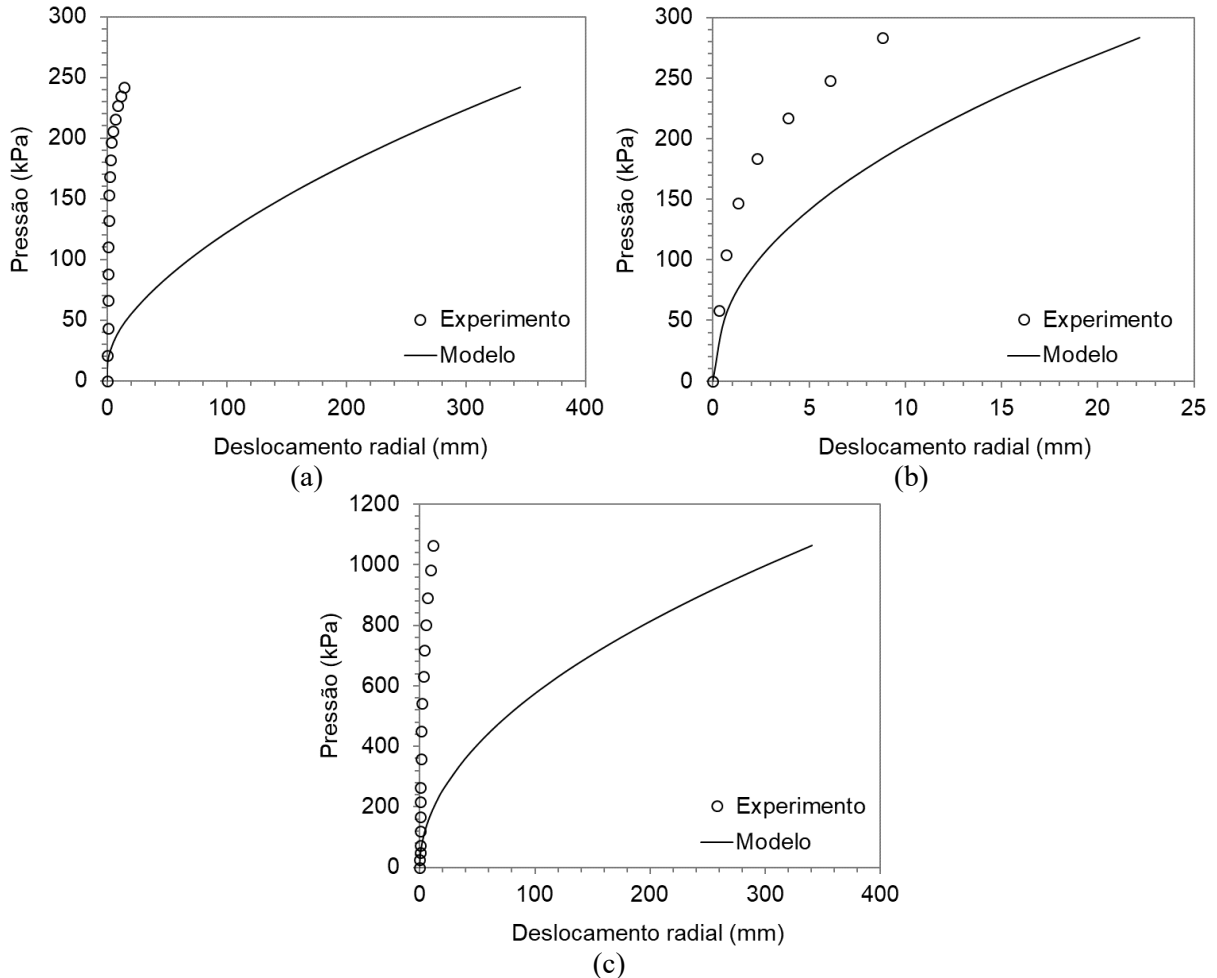
Solo	γ (kN/m ³)	E_i (kN/m ²)	ν
ASAV	12,21	5037	0,30
LMR	16,23	7112	0,33
VS	17,49	14321	0,25

3.5.3. Análise empregando a calibração tradicional

Com base nos parâmetros do modelo hiperbólico (Tabela 24) determinados empregando a calibração tradicional, procedeu-se à análise numérica das curvas pressão-deslocamento radial obtidas nos ensaios pressiométricos (Figura 37). Nas análises pode-se perceber a ineficiência do conjunto de parâmetros em representar satisfatoriamente os dados experimentais, uma vez

que o erro percentual foi de aproximadamente 3617 %, 177 % e 3168 % para os solos ASAV, LMR e VS, respectivamente.

Figura 37 - Análise empregando a calibração tradicional do modelo: a) ASAV, b) LMR e c) VS.



3.5.4. Determinação dos parâmetros por análise inversa

Com a realização das análises inversas das curvas pressiométricas, os menores valores da FO foram obtidos para os cenários tipo 2 (6,07 %), 6 (2,82 %) e 7 (5,63 %) relativos ao solo ASAV (Tabela 26), LMR (Tabela 27) e VS (Tabela 28), respectivamente.

Duncan et al. (1980) procederam à calibração do modelo hiperbólico empregando ensaios triaxiais realizados em diferentes tipos de solos e sob condições drenadas e não drenadas. Com os resultados obtidos neste artigo, verificou-se que os parâmetros otimizados se apresentam, em geral, condizentes com os obtidos para os solos de mesmas características aos apresentados pelos autores.

Clarke (1997) relatou que em areias pode-se admitir ensaios em condições drenadas, ou seja, as mudanças de volume ocorrem à medida que a membrana se expande. Anderson, Pyrah

e Haji-Ali (1987) afirmaram que para ensaios PMT realizados em solos de granulometria fina, geralmente é assumido que as deformações ocorrem em condições não drenadas, considerando os valores padronizados das taxas de deformação empregadas nesses ensaios.

Nessas circunstâncias, pode ser observado que os parâmetros de resistência otimizados para cada ensaio foram, de modo geral, concordantes aos apresentados por Duncan et al. (1980) para materiais em condições não drenadas, uma vez que o ângulo de atrito e a coesão convergiram para valores inferiores e superiores, respectivamente, aos obtidos aplicando-se o critério de Mohr-Coulomb em condições drenadas.

Tabela 26 - Parâmetros otimizados do modelo hiperbólico - ASAV.

Cenário	Parâmetro							FO (%)	Tempo (min)
	K	n	K_b	m	R_f	c (kPa)	ϕ (°)		
1	1454,61	0,61	373,64	0,17	1,09	44,01	3,14	15,92	693
2	539,19	0,10	782,88	0,34	1,20	41,90	0,31	6,07	893
3	1069,57	0,56	292,38	0,27	0,98	46,80	0,10	16,41	490
4	1493,45	0,30	849,50	0,68	0,80	94,48	0,10	15,24	514
5	1031,85	0,62	352,23	0,13	1,03	42,35	7,82	23,98	642
6	1252,16	0,23	841,47	0,37	0,87	24,63	1,36	15,53	889
7	1500,00	0,10	723,02	0,13	0,53	17,15	0,10	6,16	736

Tabela 27 - Parâmetros otimizados do modelo hiperbólico - LMR.

Cenário	Parâmetro							FO (%)	Tempo (min)
	K	n	K_b	m	R_f	c (kPa)	ϕ (°)		
1	1470,79	0,94	724,07	0,42	0,86	56,80	4,88	3,46	701
2	1304,56	0,76	691,69	0,54	0,60	32,40	4,17	3,13	965
3	1140,38	0,40	1000,00	0,74	1,20	27,78	14,66	3,97	484
4	886,57	0,42	144,44	0,10	1,03	35,06	10,23	2,98	502
5	1125,61	0,81	615,41	0,32	0,88	48,82	7,85	4,03	643
6	1121,47	0,67	792,49	0,39	0,82	37,45	7,07	2,82	785
7	209,34	0,10	546,12	0,16	1,20	67,12	0,10	4,64	647

Tabela 28 - Parâmetros otimizados do modelo hiperbólico - VS.

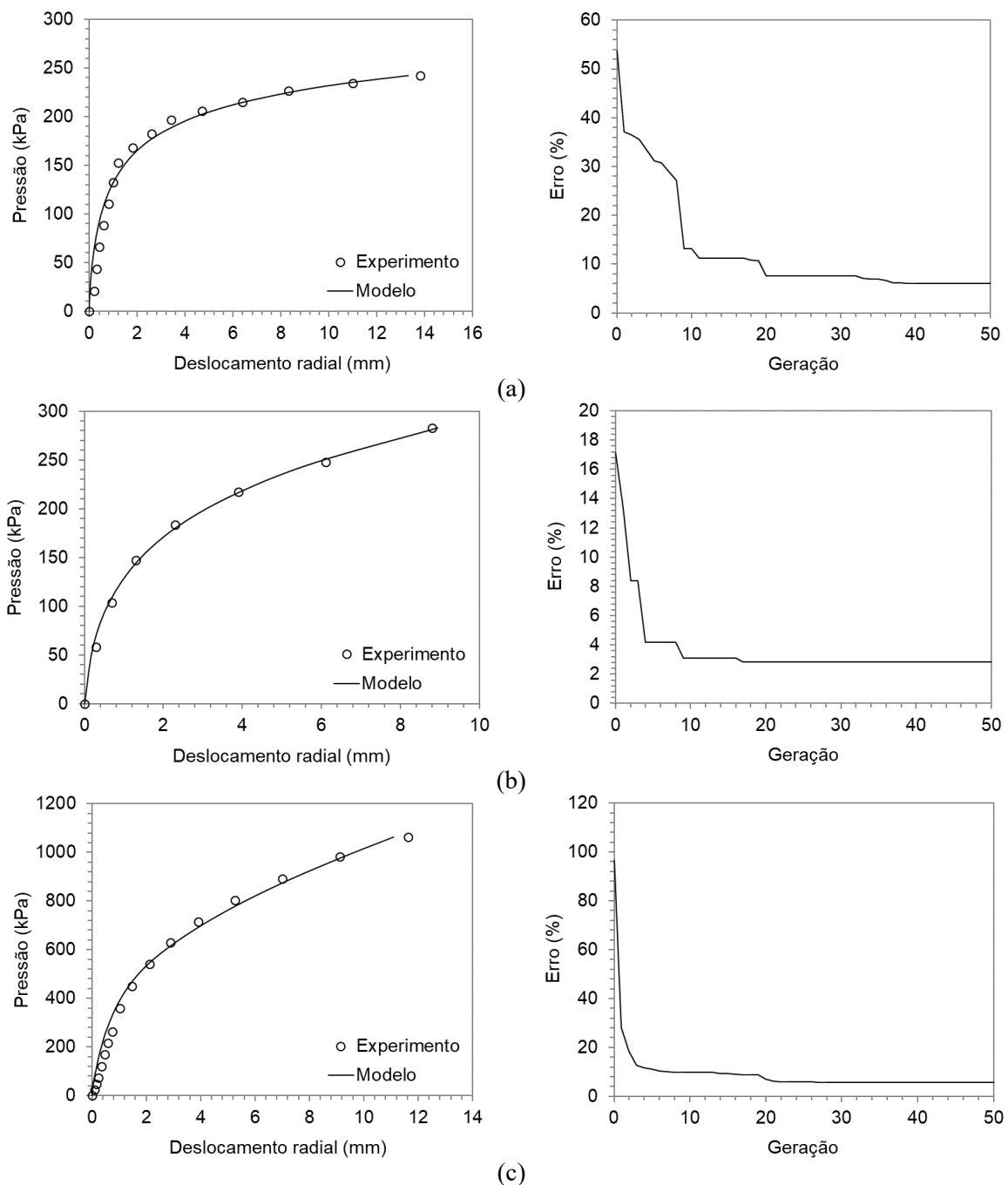
Cenário	Parâmetro							FO (%)	Tempo (min)
	K	n	K_b	m	R_f	c (kPa)	ϕ (°)		
1	1170,13	0,26	955,95	0,21	0,79	82,86	31,28	17,39	998
2	10,00	0,64	819,29	1,07	0,50	0,10	5,28	62,30	821
3	1200,84	0,10	979,67	0,10	0,72	98,62	4,33	7,52	367
4	1500,00	0,12	263,81	0,10	0,50	100,00	10,05	6,17	393
5	1268,73	0,29	935,53	0,25	0,81	73,57	38,62	17,64	941
6	1432,12	0,15	185,74	0,10	0,66	80,74	43,43	8,93	586
7	841,07	0,10	173,02	0,10	0,50	100,00	20,49	5,63	676

Na Figura 38 apresentam-se as curvas pressão-deslocamento radial obtidas nos ensaios pressiométricos, juntamente com as curvas obtidas via modelos numéricos usando a calibração

por análise inversa. Como pode ser observado, o modelo hiperbólico representou de modo satisfatório todos os ensaios pressiométricos. Observa-se ainda a variação da FO nas análises inversas das curvas dos solos ASAV (Figura 38-a), LMR (Figura 38-b) e VS (Figura 38-c).

Além disso, pode-se verificar que, a partir de aproximadamente 20 gerações, o AG convergiu para as melhores soluções encontradas, comportamento similar fora obtido nas análises inversas realizadas no Capítulo 2. Por fim, os resultados obtidos confirmam a eficiência dos tipos de *crossover* BLX- α ($\alpha = 0,5$) e linear, conforme relatado nos Capítulos 2 e 3.

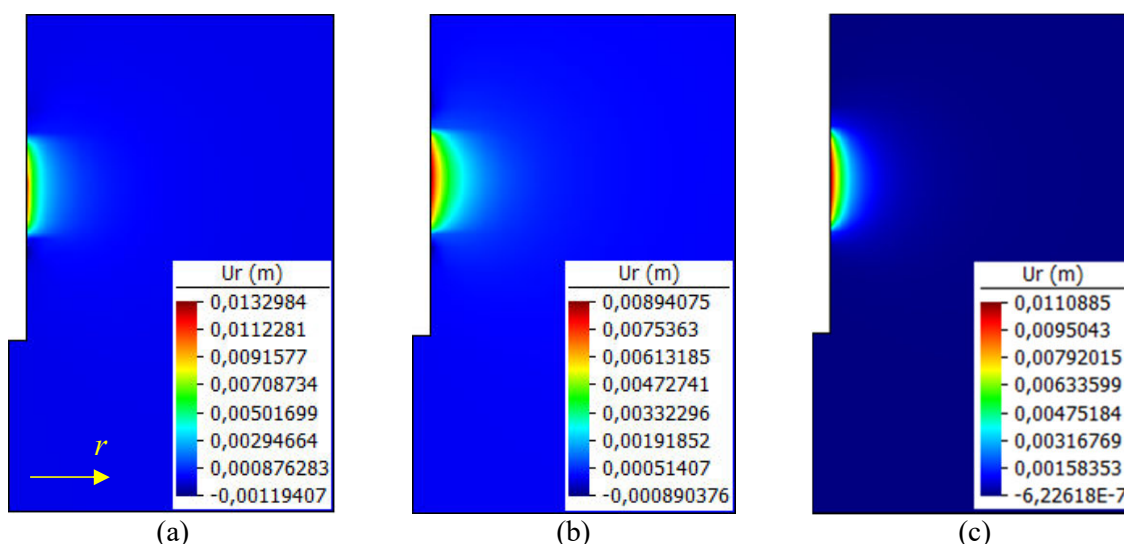
Figura 38 - Representações gráficas das análises inversas com menor valor da FO:
a) ASAV - Cenário 2, b) LMR - Cenário 6 e c) VS - Cenário 7.



3.5.5. Pós-processamento das análises inversas

Com o conjunto de parâmetros otimizados foram geradas no SANEG as isocurvas de deslocamentos e as isóbaras de tensões, correspondentes ao último estágio de aplicação da carga pressiométrica, na região de aplicação dos esforços (Figura 31). Nas isocurvas de deslocamento horizontal (Figura 39), verifica-se que o deslocamento máximo ocorre aproximadamente ao longo de toda a face de aplicação da carga e que as isocurvas relacionadas ao solo ASAV apresentaram o maior deslocamento, apesar desse solo ter sido submetido às menores cargas. Esse fato é justificável devido à granulometria e porosidade do material, sendo mais deformável que os demais solos. Em todas as análises, os deslocamentos horizontais se tornaram praticamente nulos em distâncias superiores a 15 cm da face de aplicação das cargas.

Figura 39 - Isocurvas de deslocamentos horizontais: a) ASAV, b) LMR e c) VS.



Nas isocurvas de deslocamentos verticais (Figura 40) observa-se que os deslocamentos máximos se concentram nas extremidades da área de aplicação da carga. Esses deslocamentos foram positivos (para cima) na parte superior e negativos (para baixo) na parte inferior. Como pode ser observado, os maiores deslocamentos horizontais verificados para o ensaio ASAV resultaram em deslocamentos verticais superiores, conforme esperado.

Na Figura 41 apresentam-se as isóbaras de tensões horizontais. As tensões máximas aplicadas encontram-se dentro da faixa de coloração azul escuro e se estendem ao longo de toda a altura da célula central. Os bulbos de tensões relativos a 10 % da tensão aplicada se apresentaram inferiores a duas vezes a altura da célula central. Conforme relatado por Cândido et al. (2017), essa diferença pode ser atribuída ao fato de se ter um problema axissimétrico e não de deformação plana. Essas observações, associadas aos deslocamentos horizontais

verificados, indicam que os limites de fronteira podem ser reduzidos ainda mais na direção de aplicação da carga.

Figura 40 - Isocurvas de deslocamentos verticais: a) ASAV, b) LMR e c) VS.

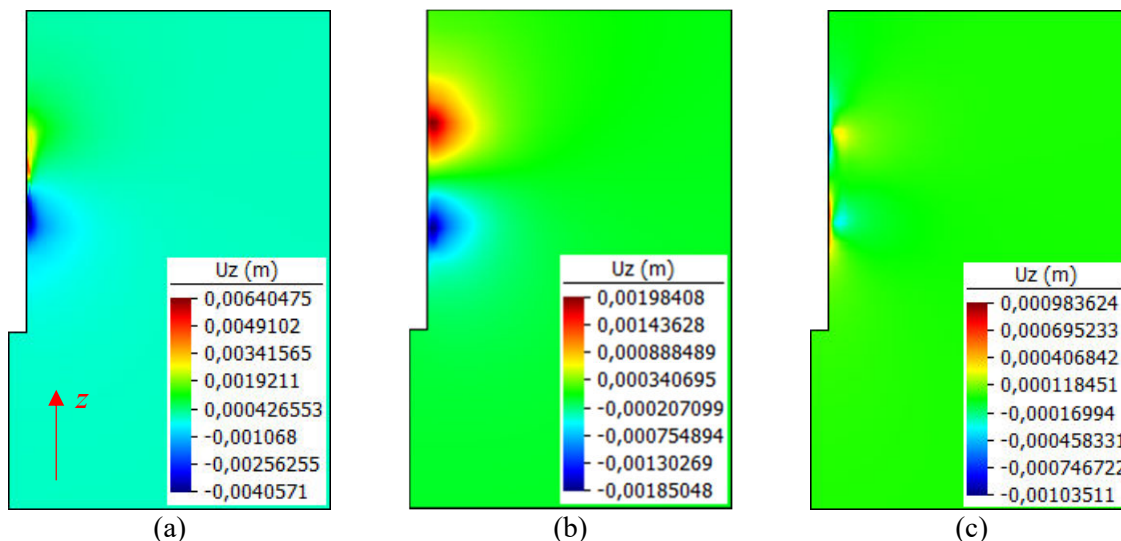
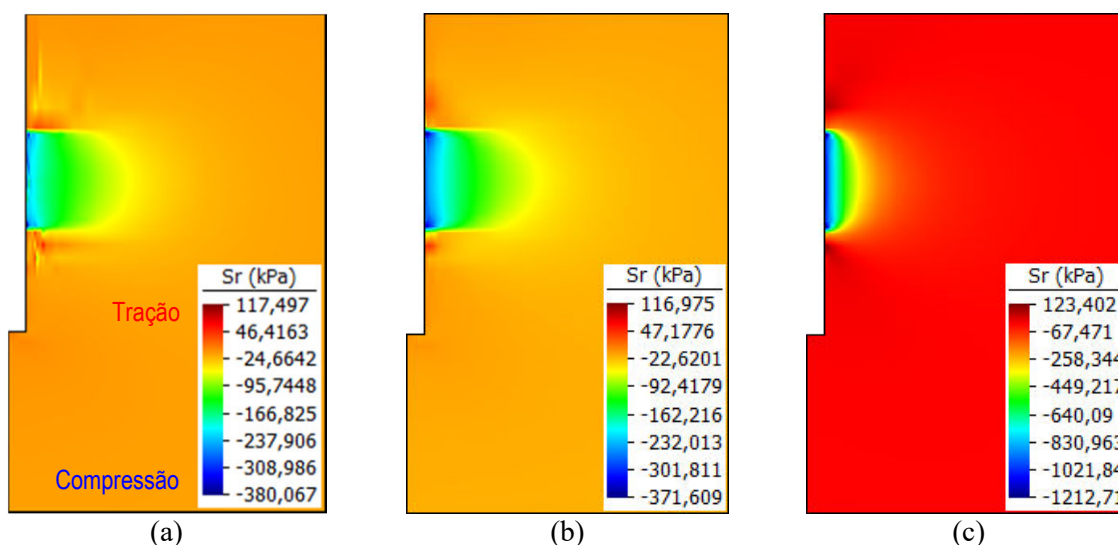


Figura 41 - Isóbaras de tensões horizontais: a) ASAV, b) LMR e c) VS.

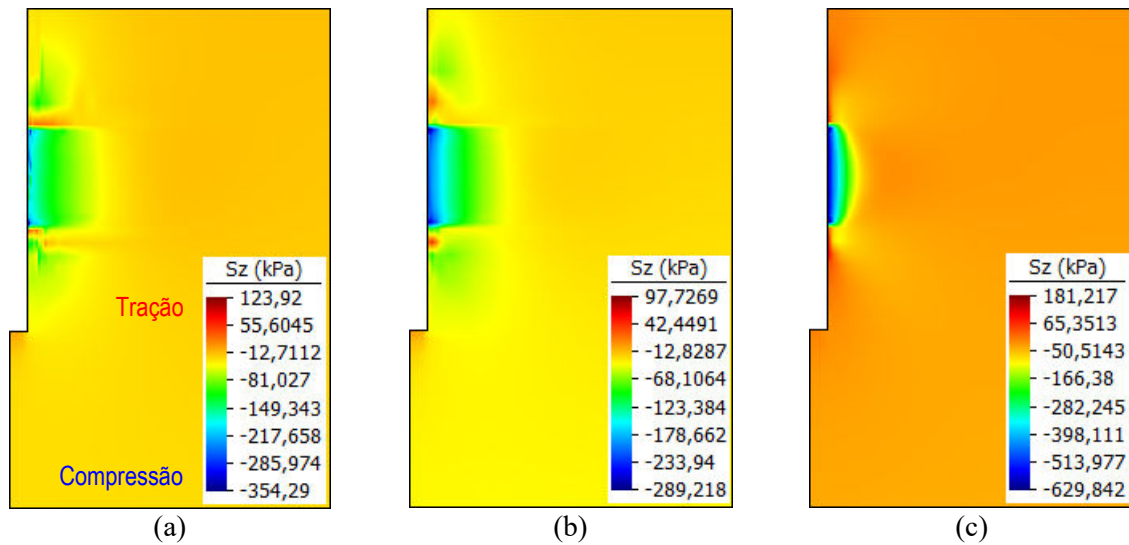


Nas isóbaras de tensões verticais (Figura 42), observa-se uma concentração de tensões nas extremidades da célula central, como já esperado, visto coincidirem com os pontos de maiores deformações verticais.

3.5.6. Desempenho da computação paralela

O desempenho das análises por meio da computação paralela foi avaliado procedendo-se à análise numérica de 1000 indivíduos, gerados de modo uniforme dentro da faixa de variação dos parâmetros (Tabela 20), empregando o mesmo processador utilizado nas análises inversas.

Figura 42 - Isóbaras de tensões verticais: a) ASAV, b) LMR e c) VS.



O principal objetivo de um algoritmo de computação paralela é a redução do tempo de execução em relação à sua versão sequencial, e assim conseguir um melhor desempenho. Nesse sentido, as métricas de desempenho empregadas para análise dos resultados foram o *Speedup* (S_P) e a Eficiência (E_P), representadas pelas Equações (58) e (59), respectivamente.

$$S_P(n) = \frac{T^*(n)}{T_P(n)} \quad (58)$$

$$E_P(n) = \frac{S_P(n)}{p} = \frac{T^*(n)}{p \cdot T_P(n)} \quad (59)$$

onde $T^*(n)$ é o melhor tempo de execução sequencial, $T_P(n)$ é o tempo de execução paralela e p é o número de processadores utilizados no problema.

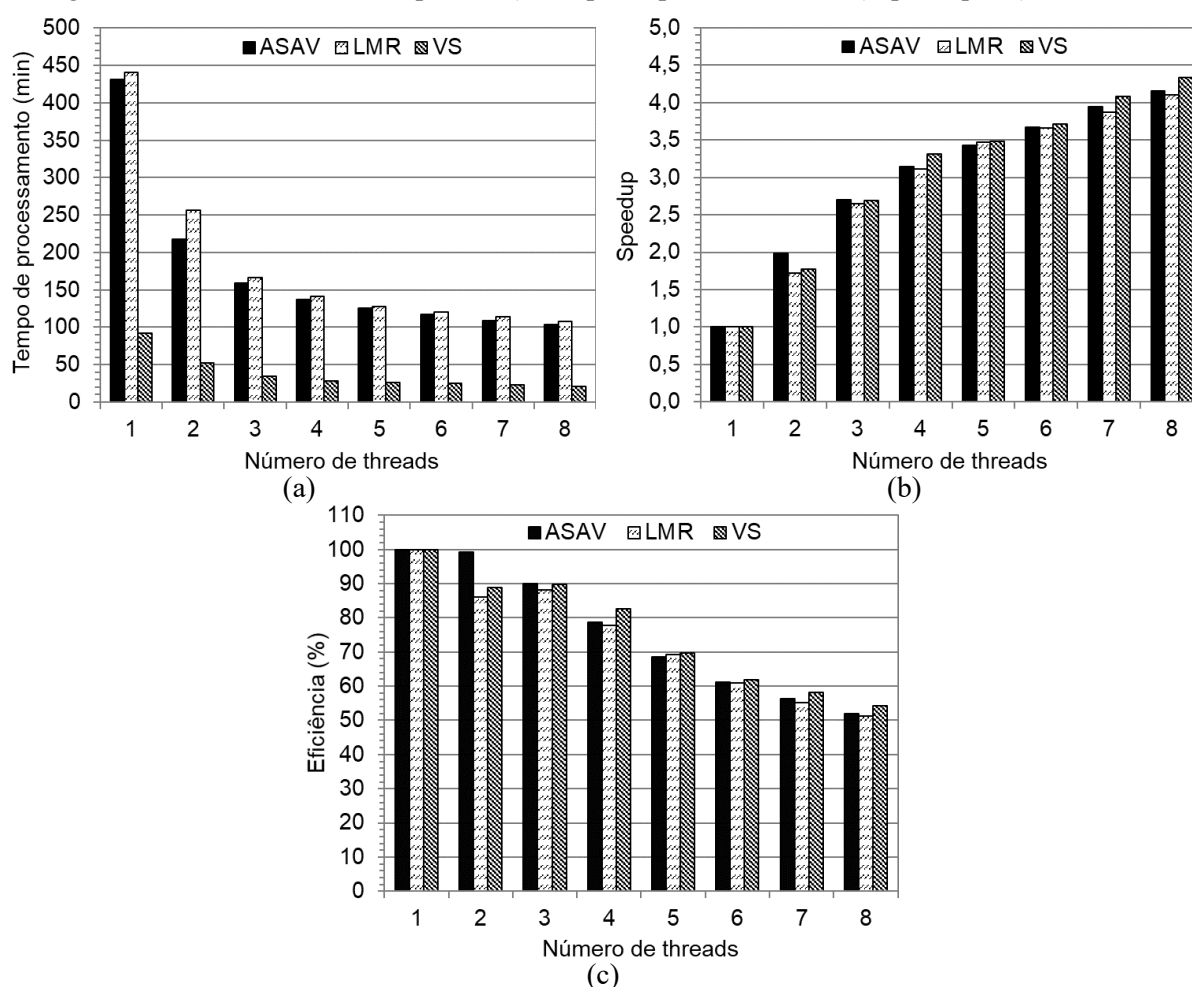
O *Speedup* indica quantas vezes o algoritmo com paralelização conseguiu reduzir o tempo de execução em relação ao algoritmo sequencial e a eficiência mostra o quanto o processador foi utilizado durante a execução do programa (RAUBER e RÜNGER, 2010).

Na Figura 43 apresenta-se o desempenho da aplicação paralela. Observa-se que ao aumentar o número de *threads*, o tempo de processamento diminuiu para todos os solos (Figura 43-a). No entanto, pode-se notar que, para análises com número de *threads* superior ao de núcleos rígidos (o computador utilizado neste trabalho possuía 4 núcleos), o tempo de processamento variou pouco, indicando que os ganhos obtidos acabaram sendo afetados pela sobrecarga (*overhead*) da paralelização quando se utilizou mais de 4 *threads*.

Na Figura 43-b tem-se a variação do *speedup* com o aumento do número de *threads*. Com base nesses resultados pode-se verificar que a utilização de 8 *threads* nas análises inversas das curvas pressiométricas foi capaz de reduzir o tempo de processamento em aproximadamente 4,2 vezes para todas as análises inversas.

Na Figura 43-c pode-se verificar que, quanto maior o número de *threads*, menor a eficiência obtida pelo AG paralelo. Rauber e R nger (2010) destacaram que a redu o da eficiência e ocorrência do *overhead* se deve basicamente às opera es de cria o, comunica o, sincroniza o e distribui o da carga de trabalho entre os *threads*. Para as análises inversas realizadas empregando 8 *threads*, mesmo que a eficiência seja de aproximadamente 52 %, em média, observou-se que não houve redu o nos valores do *speedup* que justificasse a não utiliza o do número total de *threads* de execu o disponível.

Figura 43 - Avalia o de desempenho: a) Tempo de processamento, b) *Speedup* e c) Eficiência.



4. CONCLUSÃO

Neste artigo, as análises inversas das curvas pressão-deslocamento radial obtidas de ensaios pressiométricos realizados em três diferentes solos tropicais são apresentadas e avaliadas por meio do emprego de um AG com computa o paralela, usando *threads*, acoplado ao Método dos Elementos Finitos. O foco do trabalho consistiu na obten o dos parâmetros do modelo hiperbólico por meio de otimiza o.

Inicialmente foram apresentadas as três áreas estudadas, sendo denominadas de ASAV (argila de alta compressibilidade), LMR (silte de alta compressibilidade) e VS (areia siltosa). Os procedimentos adotados nos ensaios de campo e laboratório, coleta das amostras e calibração tradicional do modelo foram apresentados e discutidos. Para realização das análises numéricas, fez-se necessário proceder à transformação e seleção das curvas pressiométricas, definir os limites de fronteira e proceder a um estudo de convergência de malha para o problema. Além disso, definiu-se uma função objetivo responsável por medir a diferença entre os resultados experimentais e numéricos, e as características do AG com computação paralela empregado na busca pelo mínimo dessa função (programa SANEG).

Em seguida, realizaram-se análises numéricas empregando os parâmetros obtidos via calibração tradicional do modelo. Os resultados mostraram que os parâmetros não conseguiram representar adequadamente as curvas pressão-deslocamento radial. Na determinação dos parâmetros por análise inversa, pode-se observar que o modelo foi capaz de representar satisfatoriamente bem todas as curvas e que os menores valores da FO foram obtidos para os cenários tipo 2 (6,07 %), 6 (2,82 %) e 7 (5,63 %) relativos ao solo ASAV, LMR e VS, respectivamente.

Os resultados obtidos evidenciaram a potencialidade e eficiência do SANEG na análise inversa das curvas pressão-deslocamento radial e permitiram concluir que a paralelização foi fundamental para obtenção de soluções de boa qualidade, principalmente quando se aplica um espaço de busca amplo em análises empregando o MEF. No pós-processamento pode-se obter as isocurvas de deslocamentos e as isóbaras de tensões para as análises numéricas com os parâmetros otimizados. Os comportamentos se mostraram condizentes com o esperado para todas as análises apresentadas e pode-se concluir que os limites de fronteira podem ser reduzidos ainda mais na direção de aplicação da carga, o que poderá reduzir substancialmente o tempo de processamento das análises.

Por fim, o desempenho da computação paralela foi estudado por meio da avaliação do tempo de processamento e das métricas *speedup* e eficiência. Pode-se mostrar que o aumento do número de *threads* reduz o tempo de processamento, aumenta o *speedup* e que a eficiência se reduz a níveis aceitáveis. O emprego da computação paralela proporcionou uma redução de 4,2 vezes, em média, no tempo de processamento das análises. Com o algoritmo sequencial, as três análises inversas com melhores resultados demandariam aproximadamente 2,6 (ASAV), 2,3 (LMR) e 2,0 (VS) dias para serem processadas, o que não seria prático do ponto de vista geotécnico. Assim, conclui-se que se deve priorizar o emprego de AGs paralelos e processadores com o maior número de núcleos rígidos possível nas análises inversas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e a Universidade Federal de Viçosa (UFV) pelo apoio a este trabalho.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABED, Y., AMAR-BOUZID, D., BAHAR, R.; TOUMI, I. Parameters Identification of Granular Soils around PMT test by Inverse Analysis. *In: The 2016 World Congress on Advances in Civil, Environmental, and Materials Research (ACEM16)*. August 28-September 1, 2016, Jeju Island, Korea, 2016.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING OF MATERIALS. **D4719**: Standard Test Method for Prebored Pressuremeter Testing in Soils. West Conshohocken, Pennsylvania, 1987.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING OF MATERIALS. **D7181**: Method for Consolidated Drained Triaxial Compression Test for Soils. West Conshohocken, Pennsylvania, 2011.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING OF MATERIALS. **D854**: Standard test methods for specific gravity of soil solids by water pycnometer. West Conshohocken, Pennsylvania, 2014.

ANDERSON, W. F.; PYRAH, I. C.; HAJI-ALI, Faisal Haji. Rate effects in pressuremeter tests in clays. *Journal of geotechnical engineering*, v. 113, n. 11, p. 1344-1358, 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6457**: Amostras de solo - Preparação para ensaios de compactação e ensaios de caracterização. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6459**: Solo - Determinação do limite de liquidez. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7180**: Solo - Determinação do limite de plasticidade. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 7181**: Solo - Análise Granulométrica - Procedimento. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9604**: Abertura de poço e trincheira de inspeção em solo, com retirada de amostras deformadas e indeformadas - Procedimento. Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIATION FRANÇAISE DE NORMALISATION. **NF P 94-110**: Sols: reconnaissance et essais. Essai pressiométrique Ménard. 1991, 32 p.

BOWLES, J. E. **Foundation analysis and design**. 5ª Edição. Singapura: The McGraw-Hill Companies, Inc., 1997.

CALVELLO, M.; FINNO, R. J. Selecting parameters to optimize in model calibration by inverse analysis. *Computers and Geotechnics*, v. 31, n. 5, p. 410-424, 2004.

CÂNDIDO, E. S.; AZEVEDO, R. F.; AZEVEDO, I. C. A. D.; MINETTE, E. Análise Inversa da Curva do Ensaio Pressiométrico Utilizando o Modelo Hiperbólico. **Ciência & Engenharia**, v. 26, n. 1, p. 59-67, 2017.

CEKEREVAC, C.; GIRARDIN, S.; KLUBERTANZ, G.; LALOUI, L. Calibration of an elastoplastic constitutive model by a constrained optimisation procedure. **Computers and Geotechnics**, v. 33, n. 8, p. 432-443, 2006.

CHENG, J. R.; GEN, M. Accelerating genetic algorithms with GPU computing: A selective overview. **Computers & Industrial Engineering**, v. 128, p. 514-525, 2019.

CLARKE, B. G. Pressuremeter testing in ground investigation. Part II - Interpretation. In: **Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Geotechnical Engineering**, v. 125, n. 1, p. 42-52, 1997.

DUNCAN, J. M.; BYRNE, P. M.; WONG, K. S.; MABRY, P. **Strength, stress-strain and bulk modulus parameters for Finite Element Analysis of stresses and movements in soil masses**, Berkeley, California: Rep. No. UCB/GT/80-01, 1980.

DUNCAN, J. M.; CHANG, Y. C. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. **Journal of the soil mechanics and foundations division**. v. 96, n. 5, p. 1629-1653, 1970.

FAWAZ, A.; FARAH, E.; HAGECHEHADE, F. A Numerical Analysis Determining the Shear Resistance of Soil from the Pressuremeter Test and Compared to Analytical Studies. **Journal of Civil Engineering and Science**, v. 2, n. 3, p. 202-211, 2013.

GAONE, F. M.; DOHERTY, J. P.; GOURVENEC, S. An optimization strategy for evaluating modified Cam clay parameters using self-boring pressuremeter test data. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 56, n. 11, p. 1668-1679, 2018.

HEAD, K. H. **Manual of laboratory soil testing**. 2ª Edição. England: John Wiley & Sons Ltd, v. 3, 431p, 1998.

HICHER, P. Y.; MICHALI, A. Identifying soil parameters by means of laboratory and in situ testing. **Computers and Geotechnics**, v. 19, n. 2, p. 153-170, 1996.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. 1ª Edição. Cambridge: MIT Press, 1992.

JANBU, N. Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial test. In: **Proceedings of the Third European Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering**, Wiesbaden, Germany, p. 19-25, 1963.

JIN, Y. F.; WU, Z. X.; YIN, Z. Y.; SHEN, J. S. Estimation of critical state-related formula in advanced constitutive modeling of granular material. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 6, p. 1329-1351, 2017c.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; RIOU, Y.; HICHER, P. Y. Identifying creep and destructuration related soil parameters by optimization methods. **KSCE Journal of Civil Engineering**, v. 21, n. 4, p. 1123-1134, 2017b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Investigation into MOGA for identifying parameters of a critical-state-based sand model and parameters correlation by factor analysis. **Acta Geotechnica**, v. 11, n. 5, p. 1131-1145, 2016b.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; HICHER, P. Y. Selection of sand models and identification of parameters using an enhanced genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 40, n. 8, p. 1219-1240, 2016a.

JIN, Y. F.; YIN, Z. Y.; SHEN, S. L.; ZHANG, D. M. A new hybrid real-coded genetic algorithm and its application to parameters identification of soils. **Inverse Problems in Science and Engineering**, v. 25, n. 9, p. 1343-1366, 2017a.

KNABE, T; SCHWEIGER, H. F.; SCHANZ, T. Calibration of constitutive parameters by inverse analysis for a geotechnical boundary problem. **Canadian Geotechnical Journal**, v. 49, n. 2, p. 170-183, 2012.

KONDNER, R. L. Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. **Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division**, v. 89, n. 1, p. 115-144, 1963.

KONDNER, R. L.; ZELASKO, J. S. A hyperbolic stress-strain formulation for sands. Proceedings. **2 nd Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundations Engineering**, Brazil, v. 1, n. 1, p. 289-324, 1963.

LEVASSEUR, S.; MALÉCOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Soil parameter identification using a genetic algorithm. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 2, p. 189-213, 2008.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: method and developments using synthetic data. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 33, n. 12, p. 1485-1511, 2009.

LEVASSEUR, S.; MALECOT, Y.; BOULON, M.; FLAVIGNY, E. Statistical inverse analysis based on genetic algorithm and principal component analysis: applications to excavation problems and pressuremeter tests. **International journal for numerical and analytical methods in geomechanics**, v. 34, n. 5, p. 471-491, 2010.

LI, C. C.; LIU, J. C.; LIN, C. H.; LO, W. On the accelerated convergence of Genetic Algorithm using GPU parallel operations. **Springer International Publishing**, v. 3, n. 4, pp. 1-17, 2016.

LIU, Y. Y.; WANG, S. A scalable parallel genetic algorithm for the generalized assignment problem. **Parallel computing**, v. 46, p. 98-119, 2015.

MAHBOD, M; ZAND-PARSA, S. Prediction of soil hydraulic parameters by inverse method using genetic algorithm optimization under field conditions. **Archives of Agronomy and Soil Science**, v. 56, n. 1, p. 13-28, 2010.

OBRZUD, R. F.; VULLIET, L.; TRUTY, A. A combined neural network/gradient-based approach for the identification of constitutive model parameters using self-boring pressuremeter tests. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 33, n. 6, p. 817-849, 2009.

PAPON, A.; RIOU, Y.; DANO, C.; HICHER, P. Y. Single-and multi-objective genetic algorithm optimization for identifying soil parameters. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 36, n. 5, p. 597-618, 2012.

PAPON, A.; RIOU, Y.; HICHER, P.; DANO, C. Identifying soil parameters by inverse analysis of field testing. In: **Proceedings of earth and space conference**, Long Beach, California, 2008.

RAUBER, T.; RÜNGER, G. **Parallel Programming: for Multicore and Cluster Systems**. Berlin, Germany: Springer, 2010.

ROKONUZZAMAN, M.; SAKAI, T. Calibration of the parameters for a hardening–softening constitutive model using genetic algorithms. **Computers and Geotechnics**, v. 37, n. 4, p. 573-579, 2010.

SALZA, P.; FERRUCCI, F. An Approach for Parallel Genetic Algorithms in the Cloud using Software Containers. **arXiv preprint arXiv:1606.06961**. 7p, 2016.

SAMARAJIVA, P.; MACARI, E. J.; WATHUGALA, W. Genetic algorithms for the calibration of constitutive models for soils. **International Journal of Geomechanics**, v. 5, n. 3, p. 206-217, 2005.

TORQUATO, M. F.; FERNANDES, M. A. High-performance parallel implementation of genetic algorithm on FPGA. **Circuits, Systems, and Signal Processing**, v. 38, n. 9, p. 4014-4039, 2019.

TRINDADE, T. P.; IASBIK, I.; LIMA, D. C.; MINETTE, E.; SILVA, C. H. C.; CARVALHO, C. A. B.; BUENO, B. S.; MACHADO, C. C. Estudos laboratoriais do comportamento de um solo residual arenoso reforçado com fibras de polipropileno, visando à aplicação em estradas florestais. **Revista Árvore**, v. 30, n. 2, p. 215-222, 2006.

YIN, Z. Y.; HICHER, P. Y. Identifying parameters controlling soil delayed behaviour from laboratory and in situ pressuremeter testing. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 32, n. 12, p. 1515-1535, 2008.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F. Parameter Identification for Granular Materials. In: **Practice of Optimisation Theory in Geotechnical Engineering**. Springer, Singapore, p. 123-145, 2019.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, J. S.; HICHER, P. Y. Optimization techniques for identifying soil parameters in geotechnical engineering: comparative study and enhancement. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, v. 42, n. 1, p. 70-94, 2018.

YIN, Z. Y.; JIN, Y. F.; SHEN, S. L.; HUANG, H. W. An efficient optimization method for identifying parameters of soft structured clay by an enhanced genetic algorithm and elastic–viscoplastic model. **Acta Geotechnica**, v. 12, n. 4, p. 849-867, 2017.

ZENTAR, R.; HICHER, P. Y.; MOULIN, G. Identification of soil parameters by inverse analysis. **Computers and Geotechnics**, v. 28, n. 2, p. 129-144, 2001.

ZHANG, Y.; GALLIPOLI, D.; AUGARDE, C. Parameter identification for elasto-plastic modelling of unsaturated soils from pressuremeter tests by parallel modified particle swarm optimization. **Computers and Geotechnics**, v. 48, p. 293-303, 2013.

CONCLUSÕES GERAIS

O programa GATriaxial apresentado neste trabalho disponibiliza uma maneira automática, menos subjetiva e rápida para obter os parâmetros dos solos a partir de análises inversas de ensaios triaxiais tipo CID, tendo por base o modelo elástico hiperbólico de Duncan et al. (1980). O programa também fornece um indicador da qualidade do ajuste obtido na otimização via algoritmo genético (AG).

A validação do programa confirmou a eficiência do AG sequencial na busca por soluções de boa qualidade. Com base nos valores da função objetivo (FO) global pode-se concluir que a calibração do modelo por análise inversa se ajusta melhor aos dados experimentais em relação ao procedimento tradicional. Além disso, seu valor é altamente impactado pela ineficiência do modelo em descrever o fenômeno da dilatância. Observou-se que o emprego de populações genéticas maiores aumenta a probabilidade de obtenção de melhores soluções.

O programa SANEG também apresentado neste trabalho foi validado empregando resultados de análises numéricas de ensaios triaxiais e prova de carga em placa. A comparação entre os resultados obtidos pelo SANEG e por outros *softwares* mostraram que o MEF e o modelo hiperbólico foram adequadamente implementados no programa.

A análise inversa de uma prova de carga em sapata no SANEG comprovou a eficiência do programa na retroanálise de curvas carga-recalque, uma vez que, para diferentes configurações do AG, espaço de busca amplo e número de *threads* máximo, foi possível obter soluções de boa qualidade, sendo uma delas com erro da FO de aproximadamente 2 %.

Na análise inversa de ensaios pressiométricos, o SANEG demonstrou que, independentemente do tipo de solo, o modelo numérico foi capaz de representar satisfatoriamente bem todas as curvas e que os menores valores da FO foram de 6,07 % (solo argiloso), 2,82 % (solo siltooso) e 5,63 % (solo arenoso), empregando *crossover* linear, linear e BLX- α , respectivamente. Esses resultados expressam a potencialidade e eficiência do programa na retroanálise das curvas pressão-deslocamento radial.

Com relação ao desempenho do SANEG, as análises inversas realizadas por meio do AG com computação paralela mostraram que o aumento do número de *threads* reduz o tempo de processamento, aumenta o *speedup* e diminui a eficiência ainda a níveis aceitáveis. O emprego da computação paralela proporcionou uma redução de aproximadamente 4 vezes no tempo de processamento das análises quando se utilizou 8 *threads* de execução (4 núcleos rígidos e 4 lógicos). Assim, conclui-se que se deve priorizar o emprego de AGs com

computação paralela e processadores com o maior número de núcleos rígidos possível nas análises inversas, pois quanto maior o seu número, melhor será o desempenho dessas análises. Entende-se por melhor desempenho o menor tempo de processamento e a melhor qualidade da resposta, visto que tal fato torna possível o uso de espaços de busca e populações maiores no AG, principalmente em análises empregando o MEF.

Sendo assim, o GATriaxial e o SANEG se mostraram poderosas ferramentas para realização de análises inversas de ensaios geotécnicos empregando um AG sequencial e com computação paralela, respectivamente.

APÊNDICE A - Interface do programa GATriaxial 1.0

Neste apêndice será apresentado o programa GATriaxial 1.0, *software* capaz de realizar análises inversas de ensaios triaxiais utilizando um algoritmo genético (AG). O programa foi registrado no Instituto Nacional da Propriedade Industrial (INPI) com número BR 51 2017 001196-6 expedido em 26 de setembro de 2017, o programa processa a retroanálise de curvas tensão desviadora *versus* deformação axial e deformação volumétrica *versus* deformação axial utilizando o modelo de Duncan et. al (1980).

Exibida após a inicialização do *software*, a tela de apresentação do programa (Figura 44) é uma janela com informações sobre os autores e instituição de ensino. A janela principal (Figura 45) e os componentes colocados sobre ela constituem a interface do programa, sendo composta basicamente pelos blocos de entrada de dados do algoritmo genético, dados experimentais e interface gráfica, que serão apresentados detalhadamente neste apêndice.

Figura 44 - Tela de apresentação.



No topo da interface tem-se os menus do programa (Figura 46). O menu *Arquivo* (Figura 46-a) contém os comandos para abrir e salvar arquivos. O *Processamento* (Figura 46-b) gerencia as análises inversas, indicando os atalhos no teclado (F8 e F9) a serem empregados para realização do procedimento genético. No menu *Sobre*, pode-se reexibir a tela de apresentação do GATriaxial (Figura 44).

Figura 45 - Janela principal.

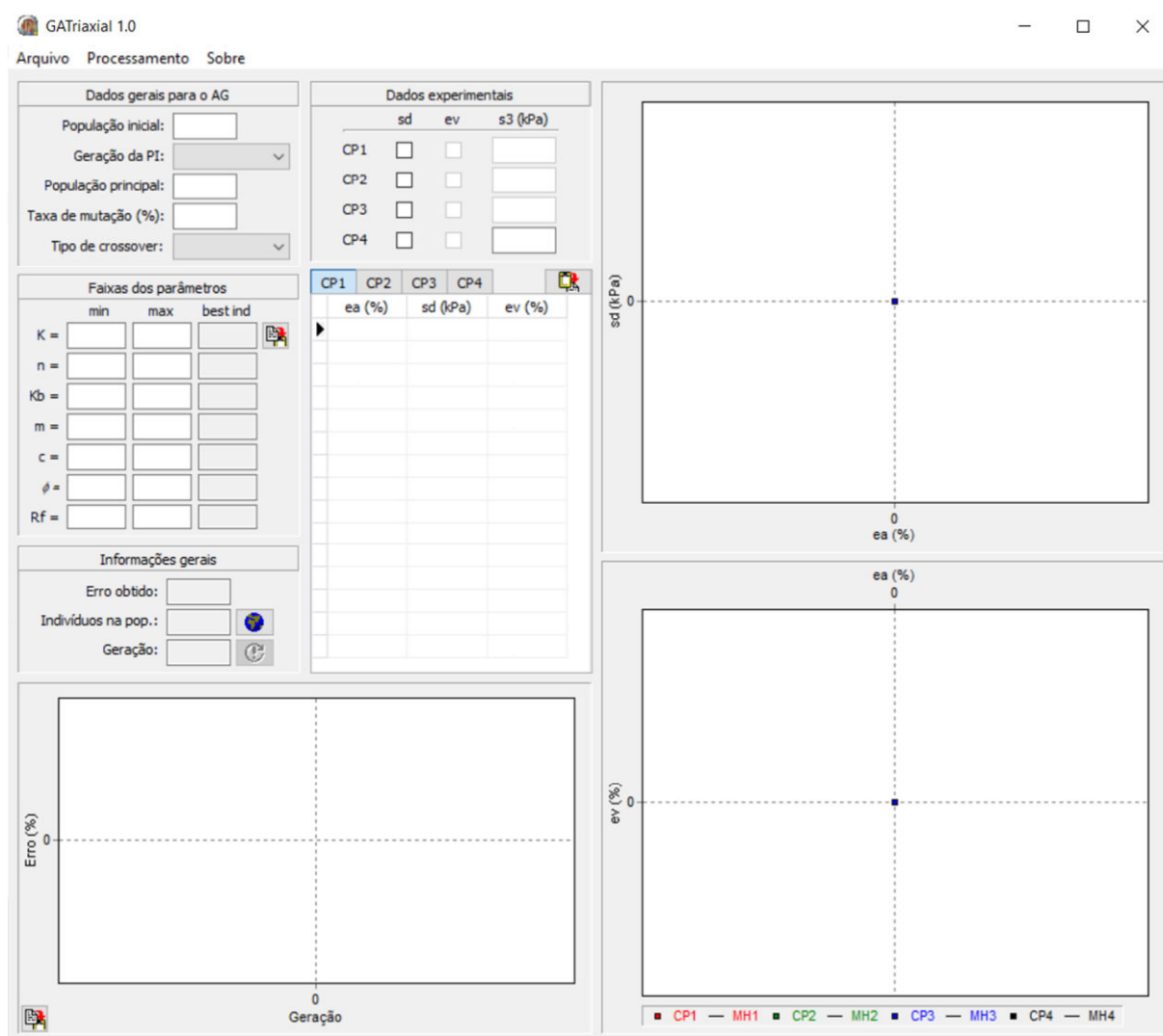
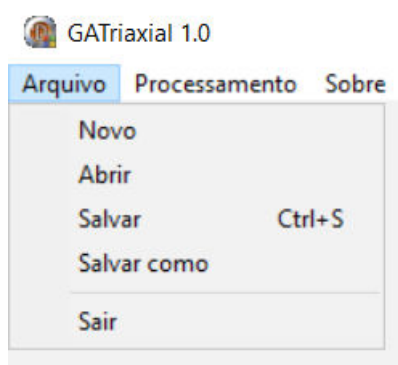
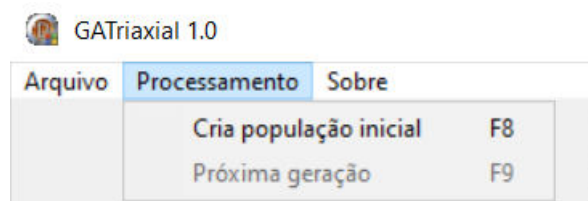


Figura 46 - Menus: a) Arquivo e b) Processamento.



(a)



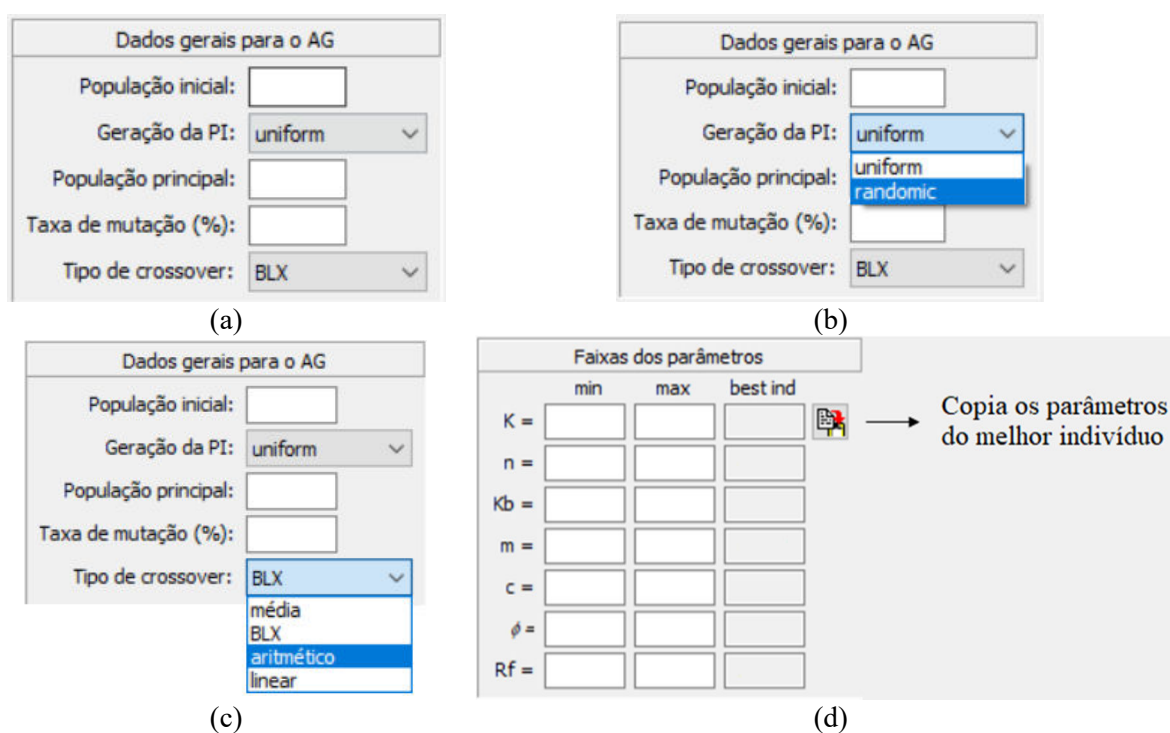
(b)

Com o algoritmo genético implementado, controla-se em *Dados Gerais para o AG* (Figura 47-a) o tamanho e a forma (uniforme ou randômica) de geração da população inicial (Figura 47-b). Além disso, pode-se controlar o tamanho da população principal que passará pelo processo de recombinação (*crossover*). O GATriaxial permite os tipos de *crossover* média,

BLX- α , aritmético e linear (Figura 47-c). Por fim, pode-se definir a taxa de mutação que será aplicada sobre a população de descendentes após a recombinação.

A definição do espaço de busca é feita na caixa de diálogo *Faixas dos parâmetros* (Figura 47-d). Nessa pode-se definir os valores mínimos e máximos para cada um dos 7 parâmetros do modelo. Além disso, é nessa caixa que o melhor indivíduo (*best ind*) é apresentado a cada geração da análise inversa, sendo os valores dos parâmetros desse indivíduo passíveis de serem copiados para a área de transferência do Windows[®] ao final da análise por meio de um botão disponível na interface.

Figura 47 - Caixas de diálogo.



Na caixa *Dados experimentais* (Figura 48), deve-se inicialmente marcar nas caixas de diálogo (Figura 48-a) quantos corpos de prova (CP) serão empregados. Isso é feito selecionando-se as caixas correspondentes à sigla “sd”, que representa a tensão desviadora. Com isso serão habilitadas as caixas para entrada dos valores das tensões confinantes (s3) de cada CP. Caso o usuário queira retroanalisar as curvas de tensão desviadora conjuntamente às curvas de deformação volumétrica, basta selecionar também as caixas correspondentes à sigla “ev” que representa as deformações volumétricas.

Na Figura 48-b observa-se a tabela disponibilizada para entrar com os valores de deformação axial (ea), tensão desviadora (sd) e deformação volumétrica (ev), para ensaios CID_{sat}, de forma manual ou a partir do programa Microsoft[®] Excel[®] (botão “Colar tabela”).

Figura 48 - Caixa de dados experimentais: a) Controle e b) Entrada de dados do ensaio triaxial.

(a)

(b)

A caixa *Informações gerais* (Figura 49) é responsável por monitorar e controlar a análise inversa. Após inserir todas as informações necessárias para realização da análise, inicialmente deve-se clicar no botão “Cria população inicial” para criar a população inicial a ser utilizada com base na faixa dos parâmetros estipulada (Figura 47-d).

Posteriormente, a análise prossegue clicando-se no ícone “Próxima geração” ou na tecla F9 do teclado. Após cada geração, pode-se monitorar o valor da função objetivo (FO), a quantidade de indivíduos na população e o número total de gerações realizadas.

Figura 49 - Caixa de informações gerais e controle.

Durante a análise, é possível acompanhar, com a utilização do melhor indivíduo obtido na respectiva geração, como o modelo hiperbólico se ajusta aos resultados experimentais por meio da interface gráfica desenvolvida (Figura 50). O monitoramento do valor da FO a cada geração pode ser acompanhado pela interface gráfica representada pela Figura 51.

Por fim, durante as análises inversas, a janela principal se apresenta como mostrado na Figura 52. A interface gráfica permite a qualquer instante monitorar o desenvolvimento das análises, finalizar o procedimento e copiar as informações de interesse.

Figura 50 - Gráfico de monitoramento do ajuste do modelo hiperbólico aos dados experimentais.

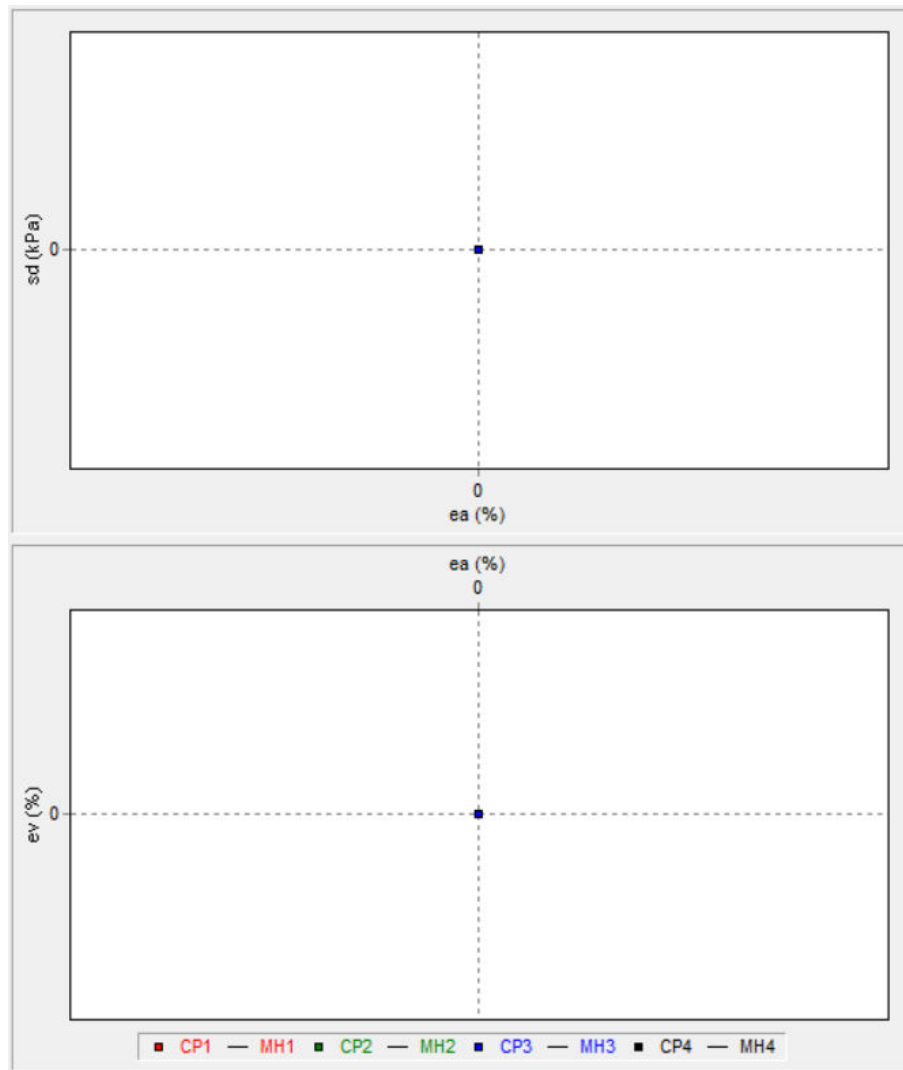
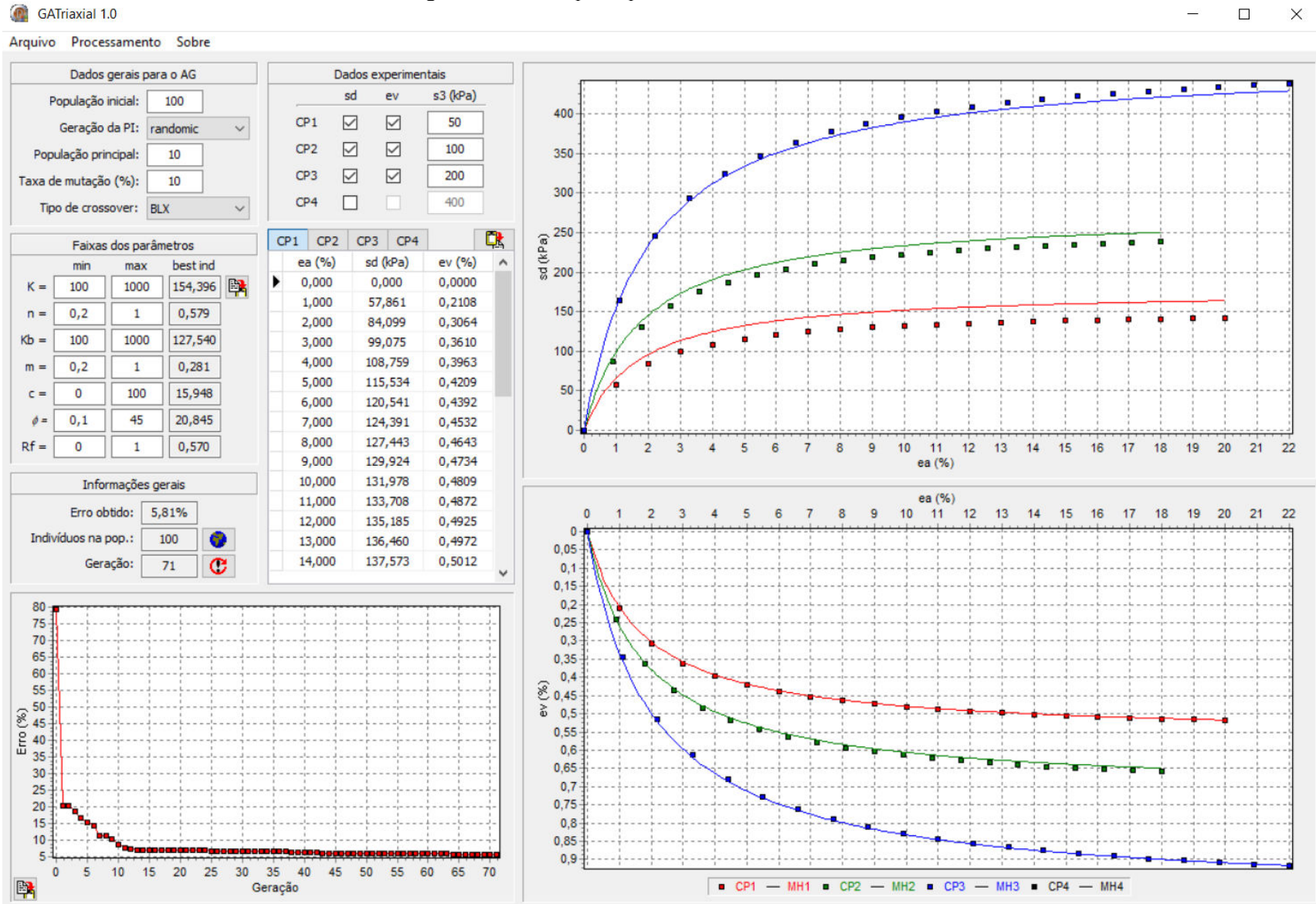


Figura 51 - Representação do valor do erro (FO) a cada geração.



Figura 52 - Janela principal durante as análises inversas.

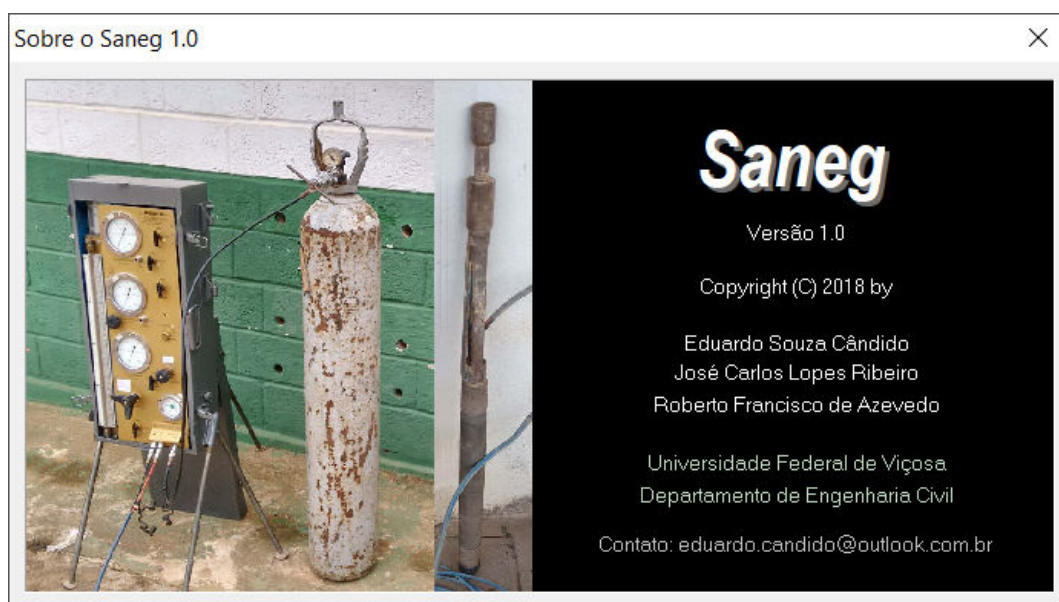


APÊNDICE B - Interface do programa SANEG 1.0

Neste apêndice serão apresentados as caixas de diálogo e os recursos disponíveis no Sistema para Análise Numérica de Ensaios Geotécnicos (SANEG). No programa pode-se realizar análises inversas de ensaios geotécnicos (triaxial, pressiométrico ou prova de carga em placa) empregando um algoritmo genético (AG) com computação paralela, usando *threads*, acoplado ao Método dos Elementos Finitos (MEF). O programa utiliza o modelo elástico hiperbólico de Duncan et al. (1980) na relação constitutiva do solo.

Exibida após a inicialização do *software*, a tela de apresentação do programa (Figura 53) é uma janela com informações sobre os autores e instituição de ensino. A janela principal (Figura 54), bem como os componentes colocados sobre ela, interagem com as outras janelas e seus elementos, constituindo assim a interface do programa.

Figura 53 - Tela de apresentação.



Os menus *Arquivo*, *Dados*, *Processamento* e *Sobre* apresentados na parte superior da tela inicial contêm todos os comandos disponíveis no programa (Figura 55).

O menu *Arquivo* (Figura 55-a) contém os comandos para criar e abrir arquivos e salvar as análises. O menu *Dados* (Figura 55-b) permite o acesso às entradas de dados para realização dos estudos, sendo composto pelas janelas de *Geometria e malha*, *Material*, *Curva do ensaio* e *Algoritmo genético*. O menu *Processamento* (Figura 55-c) acessa o comando *Iniciar análise*, onde é possível configurar o número de *threads* e os critérios de parada, monitorar e visualizar

as análises. Por fim, o menu *Sobre* (Figura 55-d) permite o acesso à tela de apresentação do programa (Figura 53). Os menus *Dados* e *Processamento* serão detalhados a seguir.

Figura 54 - Tela inicial.

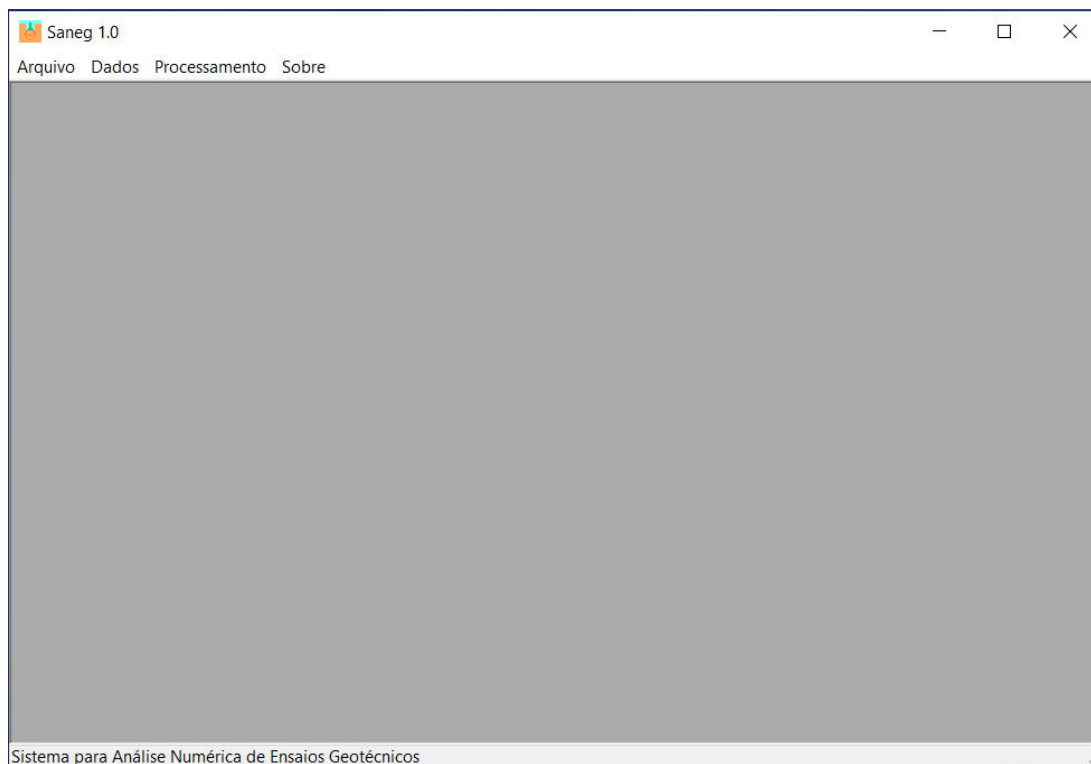
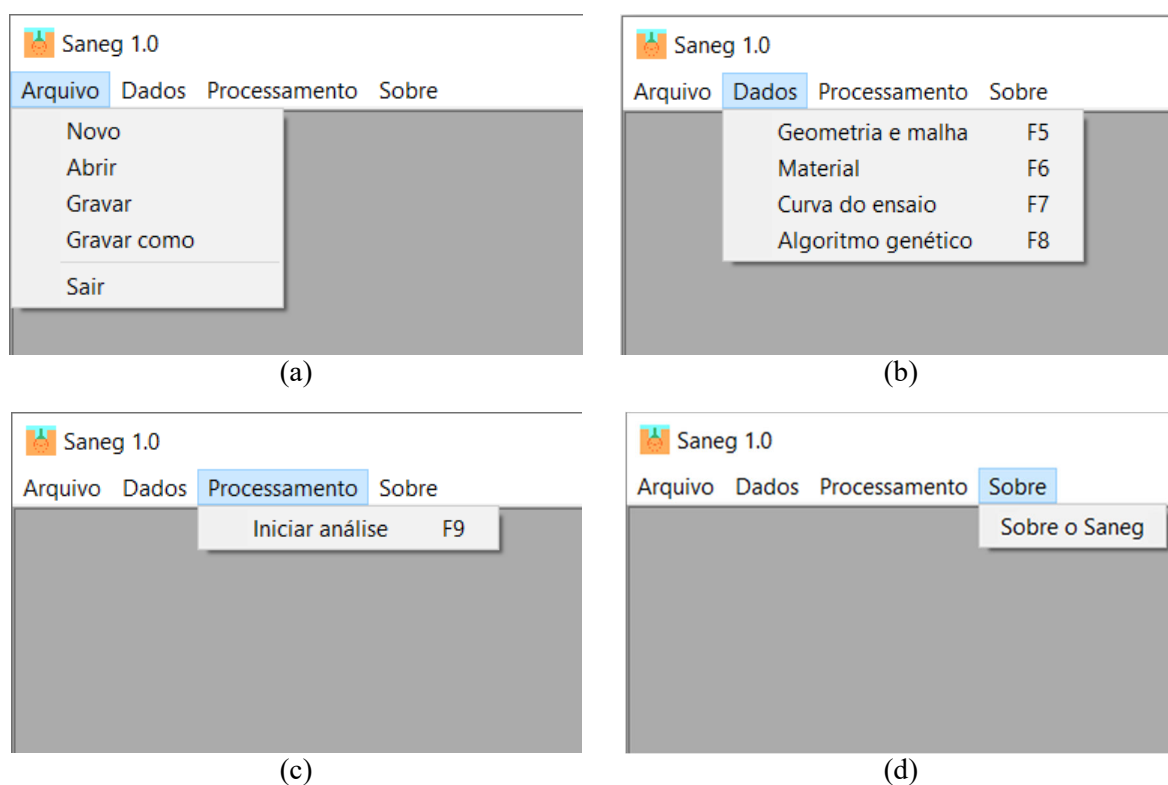


Figura 55 - Menus: a) Arquivo, b) Dados, c) Processamento e d) Sobre.



Para realizar qualquer análise, deve-se inicialmente entrar com as informações requeridas acessando cada um dos 4 comandos (Figura 55-b) do menu *Dados*. O comando *Geometria e malha* aciona a janela *Malha de elementos finitos* (Figura 56), e nessa pode-se definir o tipo de ensaio no item *Geometria da análise*. Os limites de fronteira e o número de elementos finitos em cada direção são controlados no item *Dados da geometria* e no item *Refinamento da malha* pode-se atribuir pesos para o refinamento da malha de elementos finitos na direção de interesse.

Figura 56 - Comando: Geometria e malha.

The image shows a software dialog box titled "Malha de elementos finitos". It is divided into three main sections:

- Esquema da malha:** A large empty rectangular area on the left side.
- Geometria da análise:** A section on the right containing three radio button options:
 - Ensaio pressiométrico
 - Prova de carga em placa
 - Ensaio triaxial
- Dados da geometria:** A section on the right containing six pairs of input fields for dimensions in millimeters (mm):
 - a = [] mm Na = []
 - b = [] mm Nb = []
 - c = [] mm Nc = []
 - d = [] mm Nd = []
 - e = [] mm Ne = []
 - f = [] mm Nf = []
- Refinamento da malha:** A section on the right containing three input fields for refinement weights:
 - Fa = [] : 1
 - Fd = [] : 1
 - Ff = [] : 1

At the bottom of the dialog box, there are four buttons: "Esquema", "Malha" (highlighted with a blue border), "Ok", and "Cancelar".

Com a definição do tipo de ensaio, características da geometria e malha de elementos finitos, pode-se visualizar os limites de fronteira e as malhas para os ensaios pressiométrico (Figura 57 e Figura 58), prova de carga em placa (Figura 59 e Figura 60) e triaxial (Figura 61 e Figura 62).

Figura 57 - Limites de fronteira: ensaio pressiométrico.

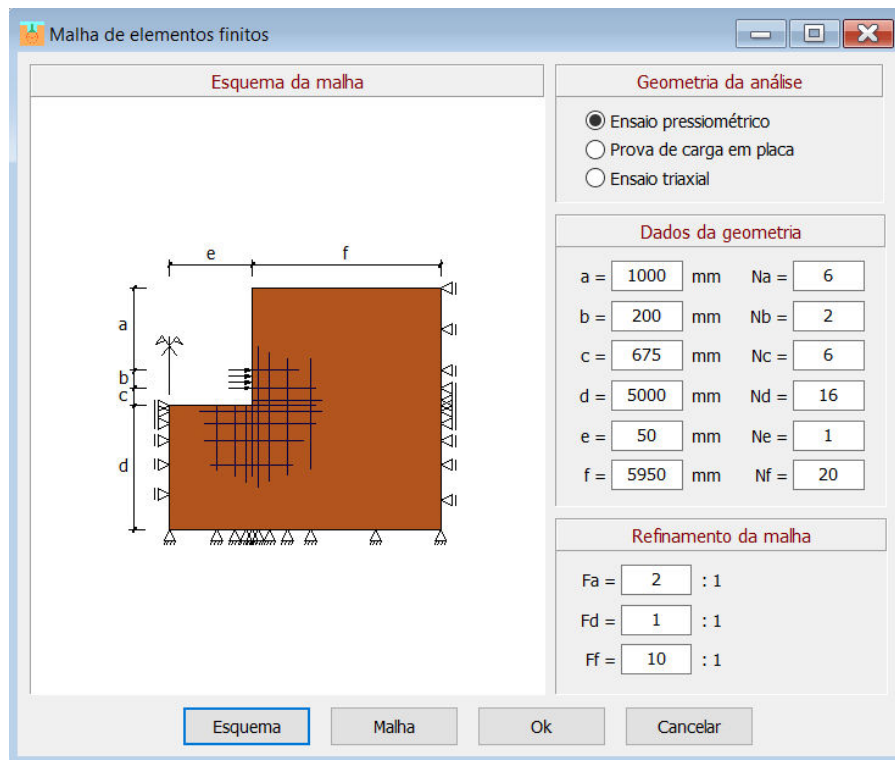


Figura 58 - Malha de elementos finitos: ensaio pressiométrico.

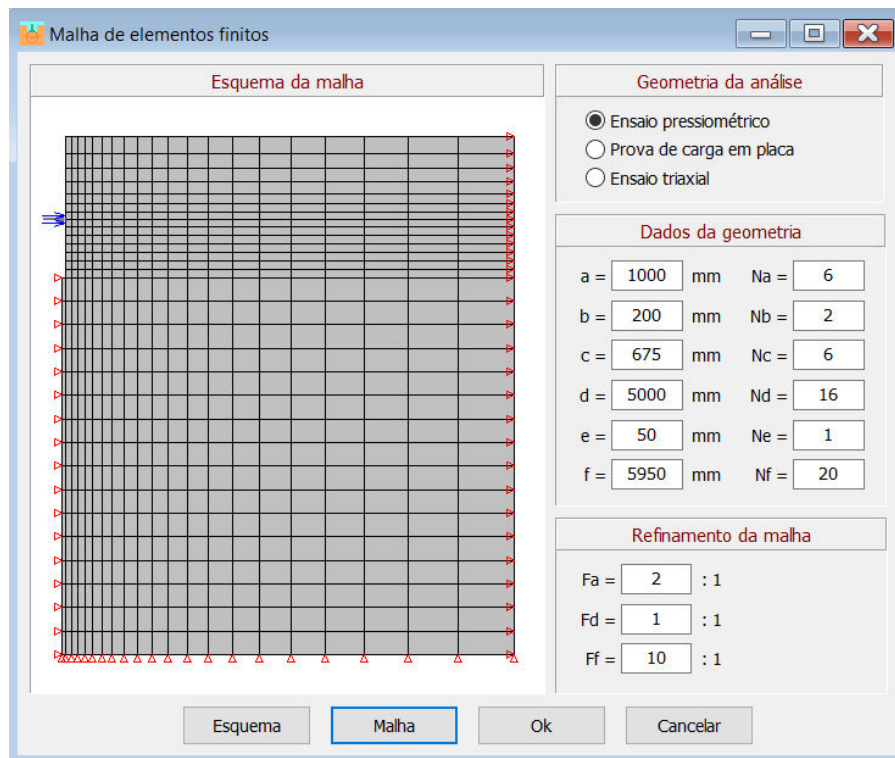


Figura 59 - Limites de fronteira: prova de carga em placa.

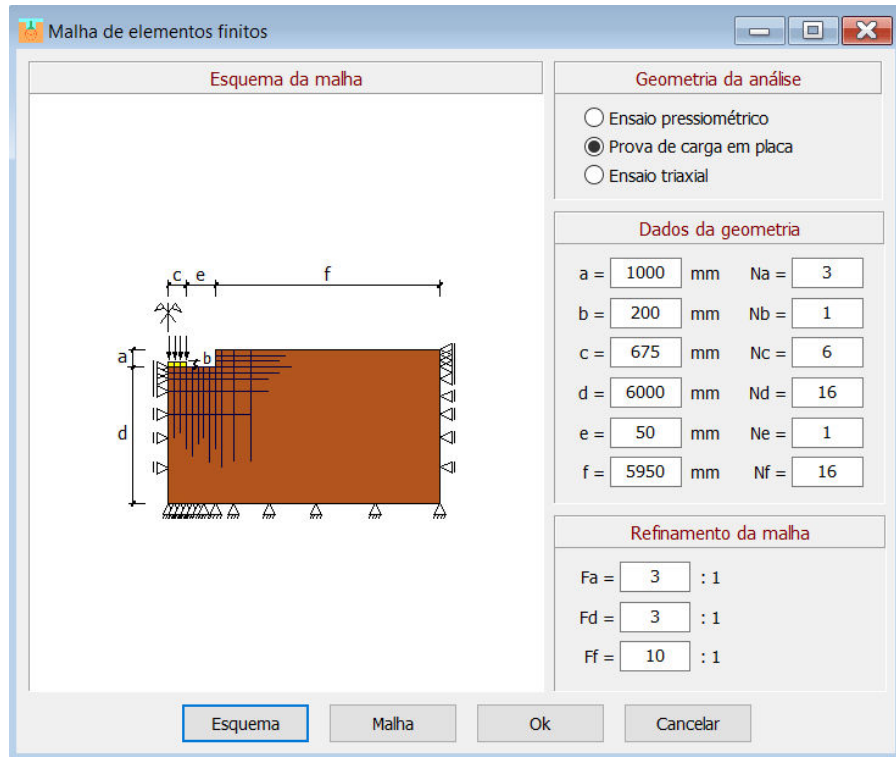


Figura 60 - Malha de elementos finitos: prova de carga em placa.

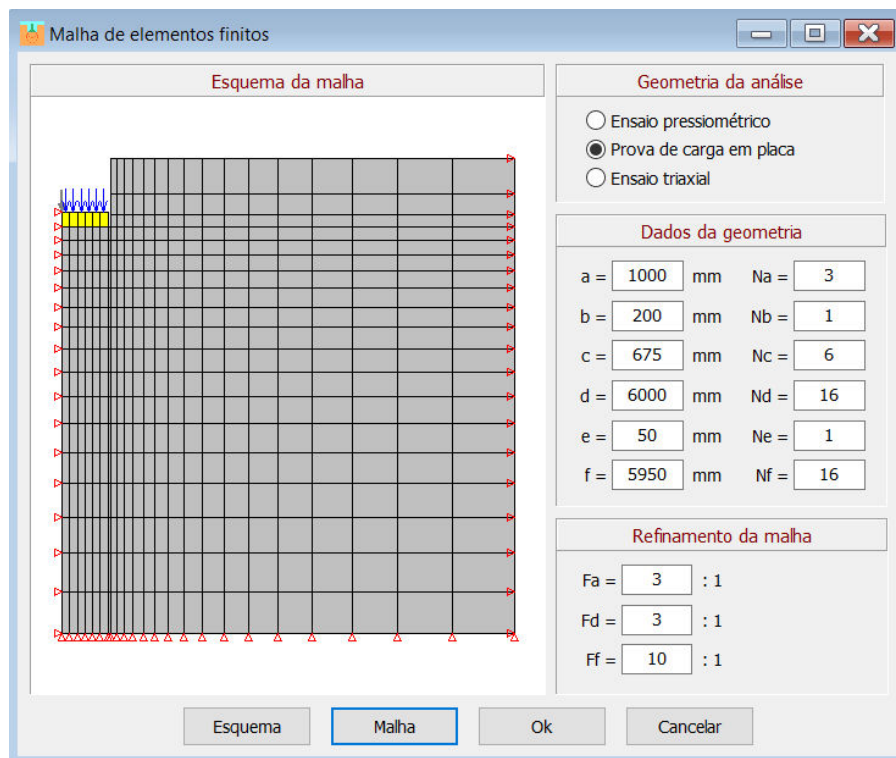


Figura 61 - Limites de fronteira: ensaio triaxial.

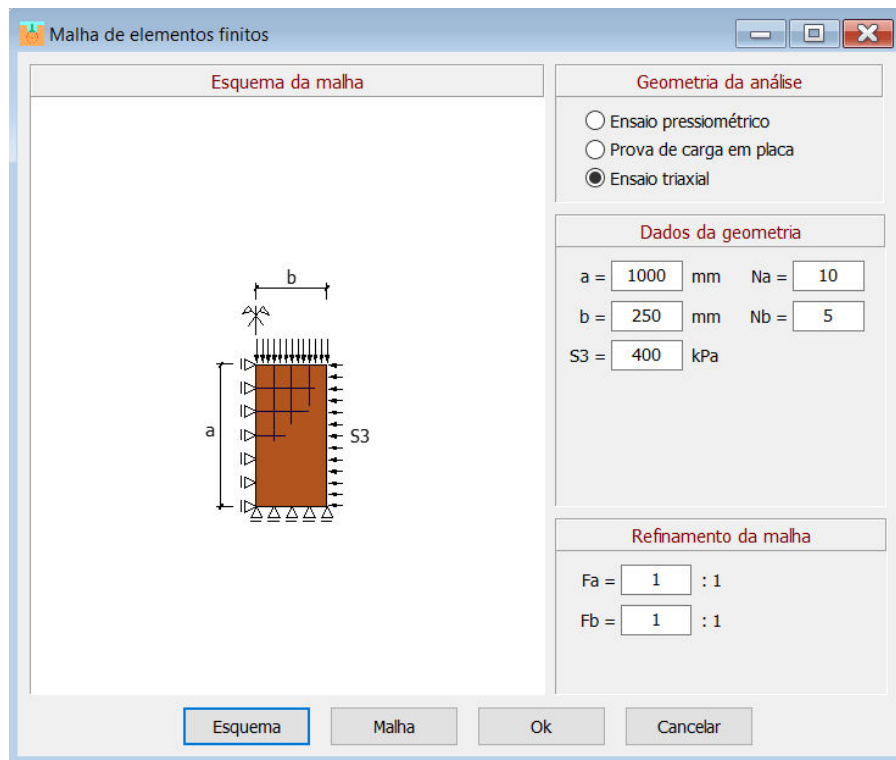
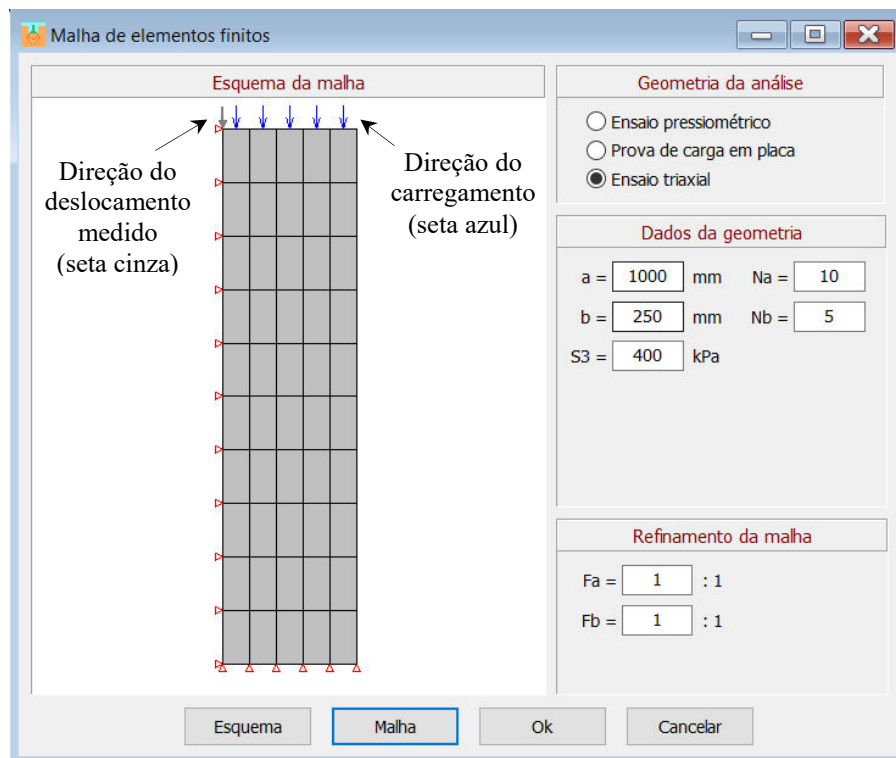


Figura 62 - Malha de elementos finitos: ensaio triaxial.



O comando *Material* (Figura 55-b) aciona a janela *Dados do material* (Figura 63), onde se pode definir as propriedades do solo e da placa e o tipo de análise. No SANEG pode-se realizar análises axissimétricas considerando um comportamento elástico-linear ou elástico-não linear (modelo hiperbólico) para o solo e elástico-linear para a placa (prova de carga em placa).

Nas análises dos ensaios de campo, admite-se para o estado de tensão inicial (peso próprio do solo) comportamento elástico-linear e, posteriormente, simulam-se os carregamentos considerando o modelo hiperbólico para a relação constitutiva do solo. No ensaio triaxial, os carregamentos são aplicados considerando o solo sempre como um material elástico-não linear.

Figura 63 - Comando: Material.

The image shows a software dialog box titled "Dados do material". It is divided into two main sections: "Solo" and "Placa".

Solo Section:

- Modelo elástico:** Includes input fields for E (kPa), v, γ (kN/m³), Pa (kPa), and a note: "(o modelo elástico será usado apenas para análise do peso próprio do solo)".
- Modelo hiperbólico:** Includes input fields for k, n, kb, m, Rf, c (kPa), and ϕ (graus).

Placa Section:

- Modelo elástico:** Includes input fields for E (GPa), v, and γ (kN/m³).

At the bottom of the dialog are "Ok" and "Cancela" buttons.

O comando *Curva do ensaio* (Figura 55-b) abre a janela de mesmo nome (Figura 64), sendo responsável por armazenar os resultados experimentais (deslocamento e pressão) dos ensaios. Os dados podem ser cadastrados manualmente ou com o auxílio do botão *Colar do clipboard*, que permite copiar os dados de uma planilha do Microsoft[®] Excel[®] e colar na tabela correspondente. Além disso, à medida em que se cadastram os dados, podem-se visualizar a curva experimental do ensaio pressiométrico (Figura 65), da prova de carga (Figura 66) ou do ensaio triaxial (Figura 67).

Figura 64 - Comando: Curva do ensaio.

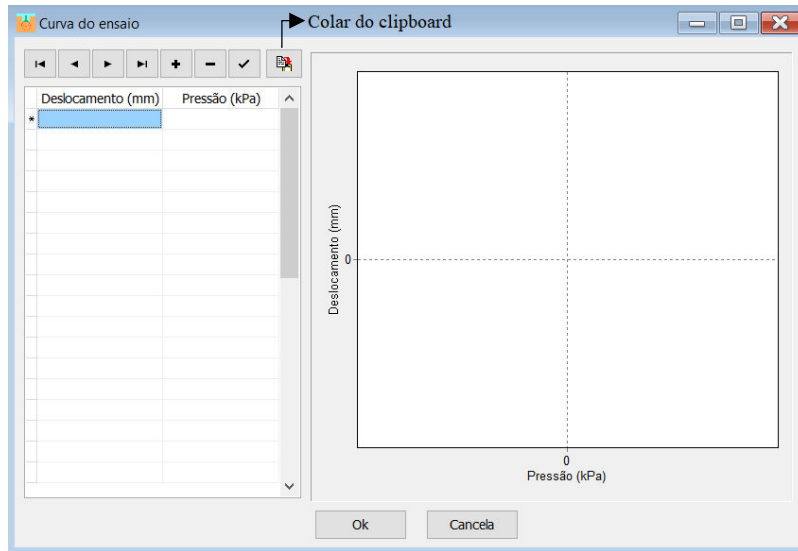


Figura 65 - Dados experimentais: ensaio pressiométrico.

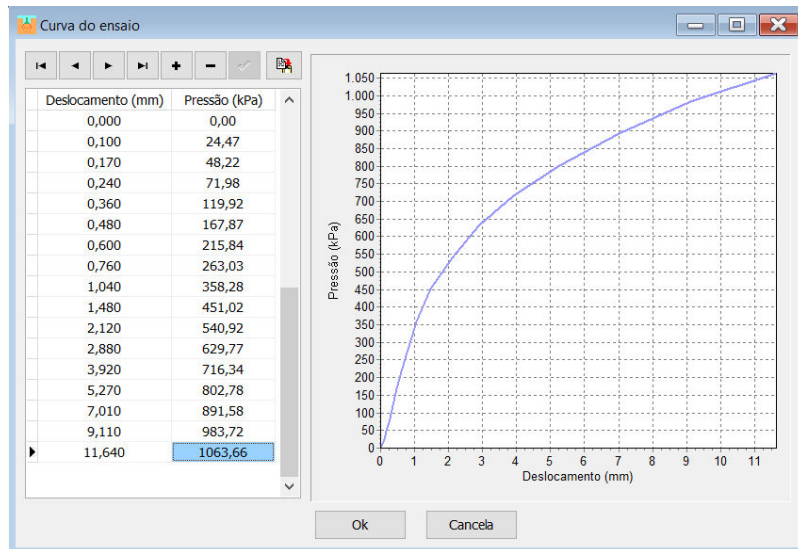


Figura 66 - Dados experimentais: prova de carga em placa.

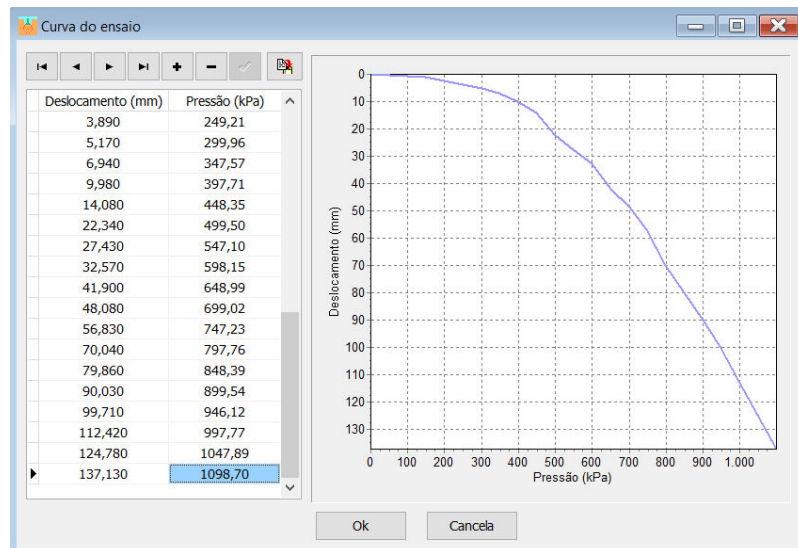
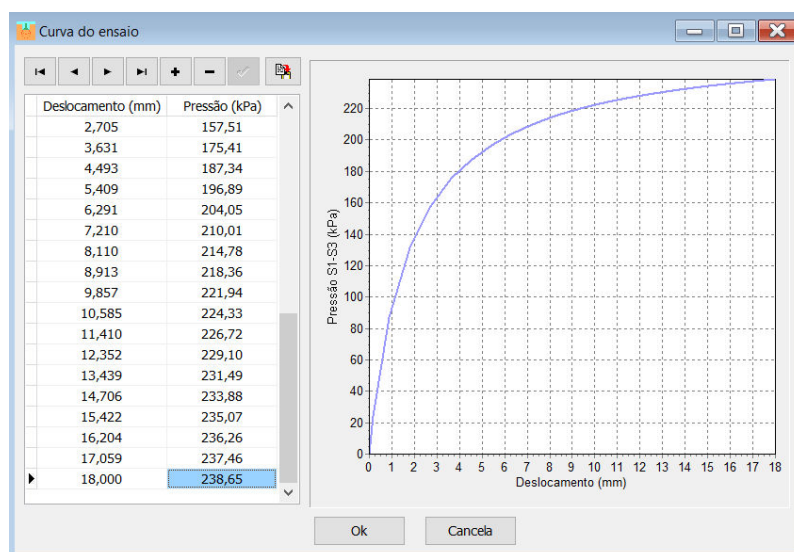


Figura 67 - Dados experimentais: ensaio triaxial.



A penúltima etapa da entrada de dados no SANEG é realizada por meio da janela *Parâmetros para o algoritmo genético* (Figura 68), acionada com o comando *Algoritmo genético* do menu principal (Figura 55-b). Inicialmente deve-se estabelecer os dados gerais para o AG com a definição do tamanho e a forma (uniforme ou randômica) de geração da população inicial, o tamanho da população principal que passará pelo processo de *crossover*, que no programa pode ser aplicado os tipos média, BLX- α , aritmético e linear, e por fim definir a taxa de mutação que será aplicada sobre a população de descendentes após *crossover*. A definição do espaço de busca é feita atribuindo-se os valores mínimos e máximos no item *Parâmetros do modelo hiperbólico*.

Figura 68 - Comando: Algoritmo genético.

The screenshot shows a dialog box titled 'Parâmetros para o Algoritmo Genético' with two main sections: 'Dados gerais para o AG' and 'Parâmetros do modelo hiperbólico'.

Dados gerais para o AG:

- População inicial:
- Geração da PI:
- População principal:
- Taxa de mutação (%):
- Tipo de crossover:

Parâmetros do modelo hiperbólico:

	min	max
k =	<input type="text"/>	<input type="text"/>
n =	<input type="text"/>	<input type="text"/>
kb =	<input type="text"/>	<input type="text"/>
m =	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Rf =	<input type="text"/>	<input type="text"/>
c =	<input type="text"/>	<input type="text"/>
ϕ =	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Buttons: Ok, Cancela

Como última etapa, deve-se acessar a janela *Processamento* (Figura 69) por meio do comando de mesmo nome (Figura 55-c), composta pelos blocos *Tipo de análise*, *Resultados*, *Análise incremental*, *Configurações para o AG*, *Processamento* e *Interface gráfica*.

Inicialmente define-se o tipo de análise a ser realizada (direta ou otimização via AG). A análise direta permite processar uma análise numérica considerando as características da geometria, malha e materiais (Figura 63) cadastrados. Na otimização via AG, realiza-se uma análise inversa empregando a geometria, malha, materiais, parâmetros do algoritmo genético (Figura 68) e configurações para o AG (Figura 69) previamente estabelecidos.

No bloco relativo à *Análise incremental*, pode-se controlar o número mínimo de incrementos a serem empregados na análise incremental com iterações de Newton-Raphson. Ao acessar essa janela, o SANEG apresenta 100 incrementos como valor padrão.

O bloco *Configurações para o AG* é habilitado somente se for selecionada uma análise do tipo Otimização via AG. Nessas condições, o programa identifica automaticamente quantos processadores lógicos (*threads* de execução) o computador utilizado possui e permite controlar a quantidade a ser empregada na análise inversa. Além disso, pode-se empregar dois critérios de parada no SANEG: o primeiro utiliza somente um número *Máximo de gerações* a ser considerado e o segundo se baseia na realização do procedimento até atingir um valor de erro (função objetivo) menor que o *Erro máximo* permitido ou um número *Máximo de gerações* estabelecido, simultaneamente.

Para iniciar as análises, o usuário deve clicar no botão *Processar* (Figura 69). Nas análises inversas (otimização via AG), a janela *Processamento* apresentará a configuração mostrada na Figura 70. A interface gráfica é composta pela curva de erro da FO a cada geração e pelas curvas pressão-deslocamento experimental e numérica do melhor indivíduo da geração.

Na caixa *Processamento* é possível monitorar a utilização dos *threads* durante as análises inversas, visualizando quantos estão em processamento, ociosos e desligados, e qual o número do indivíduo analisado por cada *thread*. Ao final das análises (Figura 71) são habilitados os botões para copiar todas as informações apresentadas na caixa *Resultados* e nos gráficos (📄).

No caso da otimização via AG, ao final das análises também se habilita um botão que permite realizar a análise direta para o melhor indivíduo obtido na análise inversa (▶). Por outro lado, ao final de uma análise direta, o programa habilita um botão para visualizar os resultados da análise no *pós-processamento* (📊), por meio de isocurvas coloridas.

Ao acessar a janela de *pós-processamento* (Figura 72) são habilitados vários botões (Figura 73-a), que permitem exibir a geometria, a malha de elementos finitos e os resultados

(Figura 73-c). Os resultados são apresentados por isocurvas coloridas e podem ser desenhados sobre a geometria ou sobre a malha de elementos finitos. Os resultados disponíveis no SANEG são: deslocamento radial (U_r), deslocamento vertical (U_z), tensão radial (S_r), tensão vertical (S_z), tensão circunferencial (S_{θ}), tensão cisalhante no plano rz (S_{rz}), tensão confinante (S_3), tensão desviadora (S_d), coeficiente de Poisson na análise do peso próprio (Poisson0) e coeficiente de Poisson relativo à análise não-linear no último incremento de carga (Poisson). Esses resultados são exibidos sobre os materiais requeridos conforme a caixa de seleção apresentada na Figura 73-b.

Os resultados podem ser apresentados usando-se a convenção de sinais da Teoria da Elasticidade ou a convenção de sinais geotécnica, selecionando-se a opção requerida na janela de *pós-processamento* (Figura 73-d). Na Tabela 29 são mostradas as diferenças entre as duas convenções de sinais implementadas.

Tabela 29 - Convenções de sinais permitidas no SANEG

Resultado	Teoria da Elasticidade	Geotécnica
Tensão de compressão	Negativo	Positivo
Tensão de tração	Positivo	Negativo
Deslocamento radial no sentido de aumentar o raio	Positivo	Positivo
Deslocamento vertical para baixo (recalque)	Negativo	Positivo

Além disso, pode-se solicitar a exibição de resultados na forma de gráficos cartesianos pré-configurados em função da profundidade: deslocamento vertical (U_z), tensão circunferencial (S_{θ}), tensão vertical (S_z) e tensão radial (S_r).

Ainda em relação aos resultados exibidos com isocurvas coloridas, o SANEG pode desenhar as isocurvas tanto sobre a geometria quanto sobre a malha de elementos finitos, estando o desenho na posição indeformada ou deformada. Como exemplo de resultados passíveis de serem exibidos, tem-se as isóbaras de tensões e as isocurvas de deslocamentos horizontais de um ensaio pressiométrico (Figura 74), as isocurvas de deslocamento e as isóbaras de tensões verticais e cisalhantes de uma prova de carga em placa (Figura 75) e os deslocamentos verticais e tensões confinante e desviadora de um ensaio triaxial (Figura 76), todos segundo a convenção de sinais da Teoria da Elasticidade.

Figura 69 - Comando: Processamento.

Processamento

Tipo de análise

Análise incremental
 Nº mínimo de incrementos =

Resultados
 Gerações = -
 Erro = -

Melhor indivíduo:
 k = -
 n = -
 kb = -
 m = -
 Rf = -
 c = -
 φ = -

Tempo de análise:
 -

Configurações para AG
 Threads = 8 processadores

Critérios de parada:
 Máximo de gerações:
 Erro máximo (%):

Processa até atingir o número máximo de gerações.

Processamento

- Thread 1
- Thread 2
- Thread 3
- Thread 4
- Thread 5
- Thread 6
- Thread 7
- Thread 8
- Thread 9
- Thread 10

Legenda: processando ocioso desligado

Gráfico de Erro (%) vs Geração

Gráfico de Deslocamento (mm) vs Pressão (kPa)

Deslocamento (mm)

Pressão (kPa)

— Experimento — Modelo

Processar Interromper Fechar

Figura 70 - Janela de processamento: durante a análise inversa.

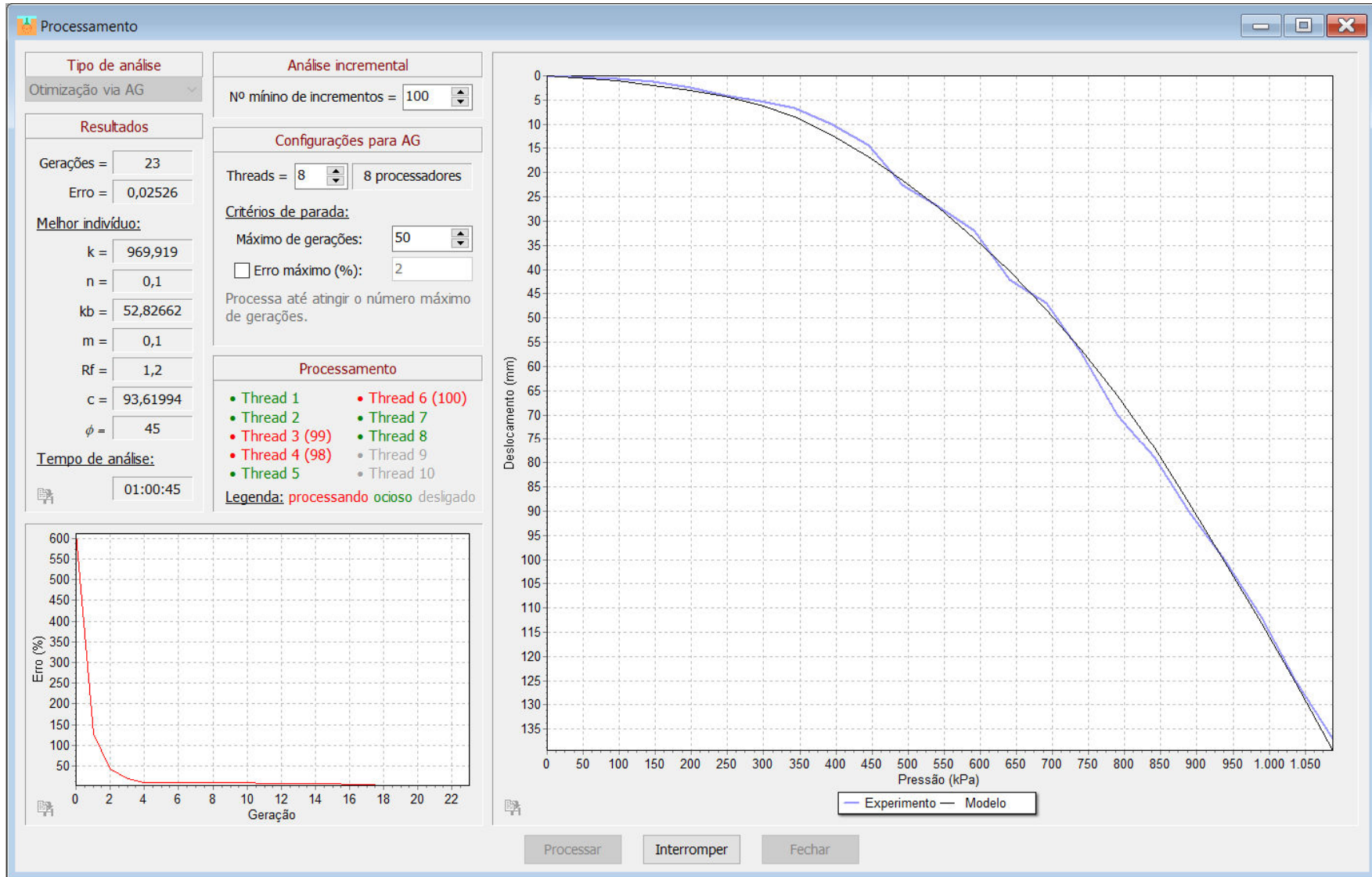


Figura 71 - Janela de processamento: ao final da análise inversa.

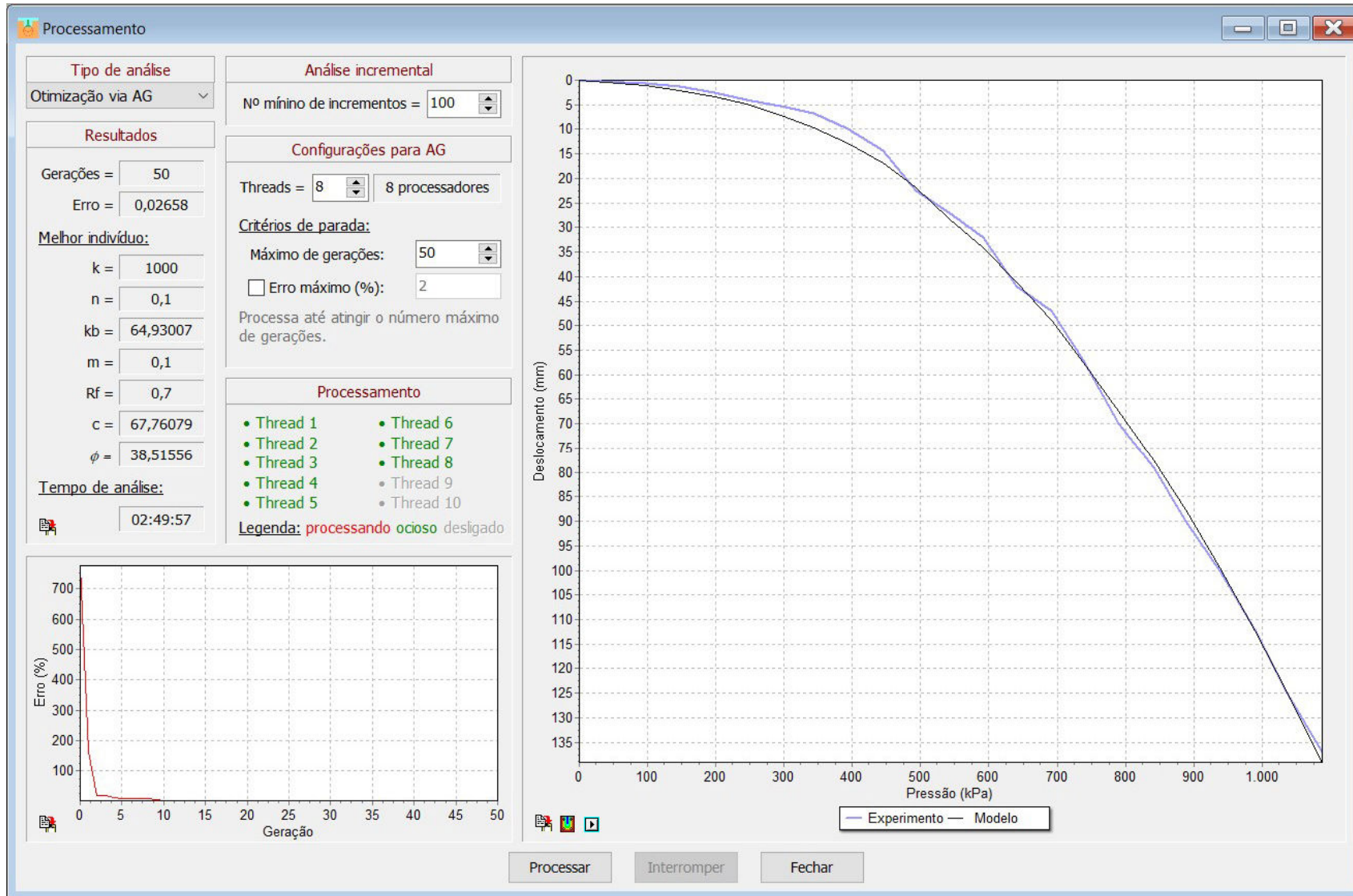


Figura 72 - Janela de pós-processamento.

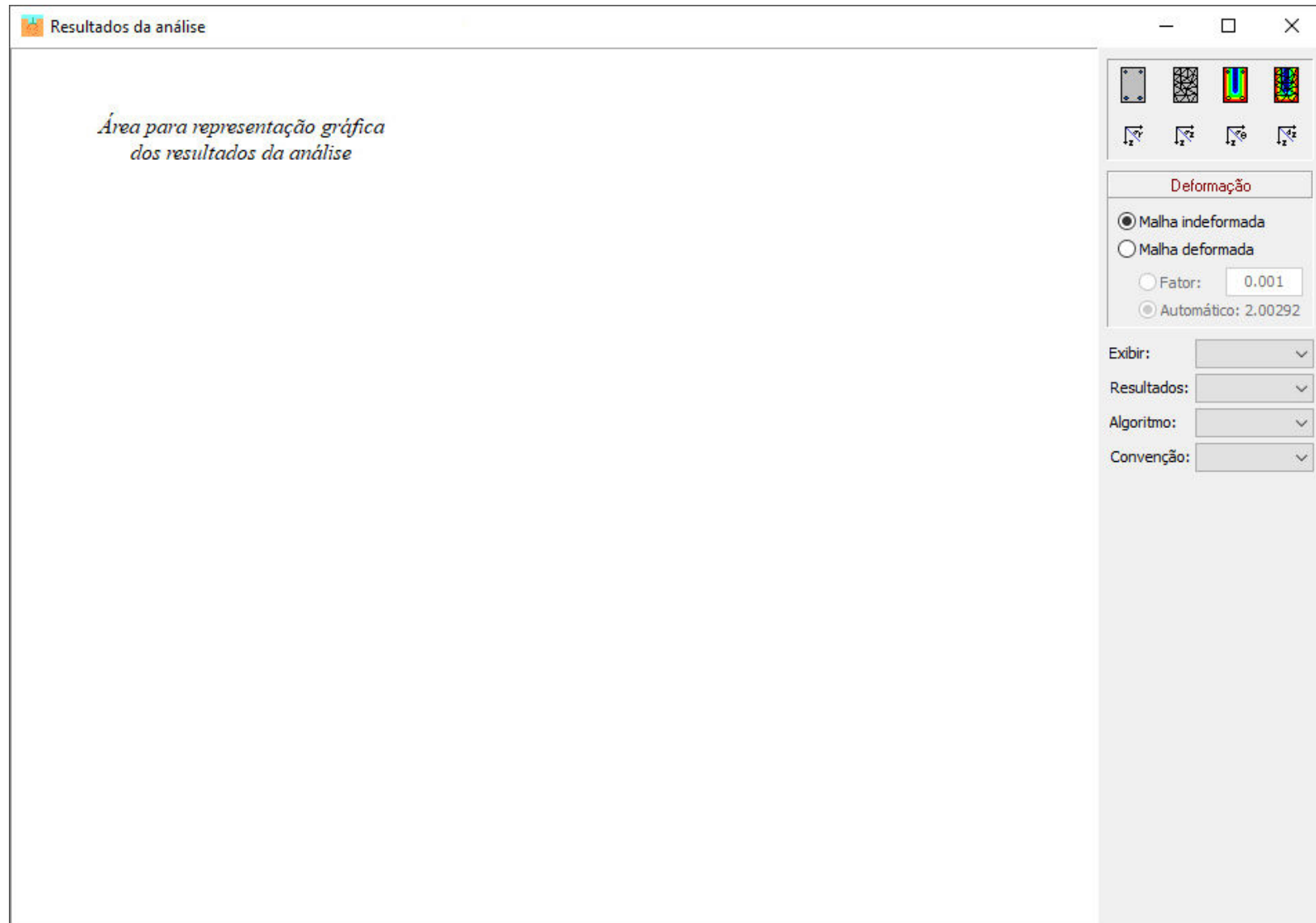


Figura 73 - Botões e caixas de seleção do pós-processamento: a) Botões para visualização de resultados e geração de gráficos, b) Seleção do material, c) Tipos de resultados a serem exibidos e d) Convenção de sinais utilizada.

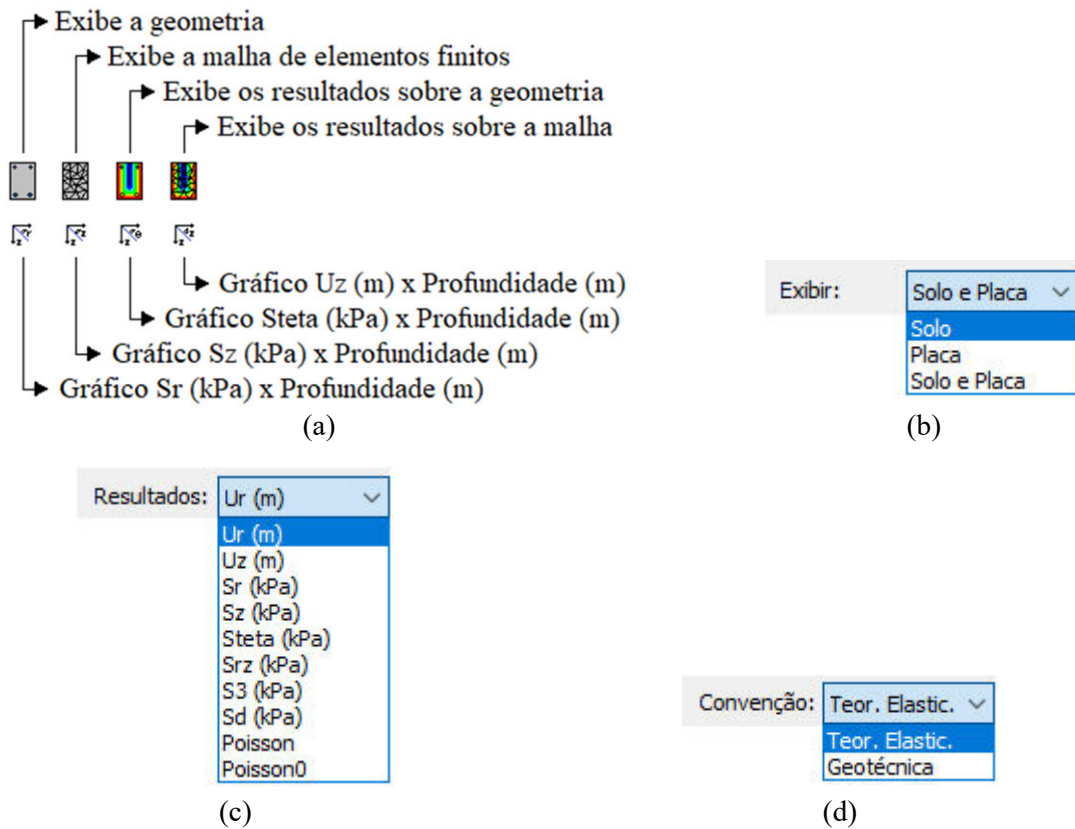


Figura 74 - Isóbaras de tensões e isocurvas de deslocamentos horizontais - Ensaio PMT.

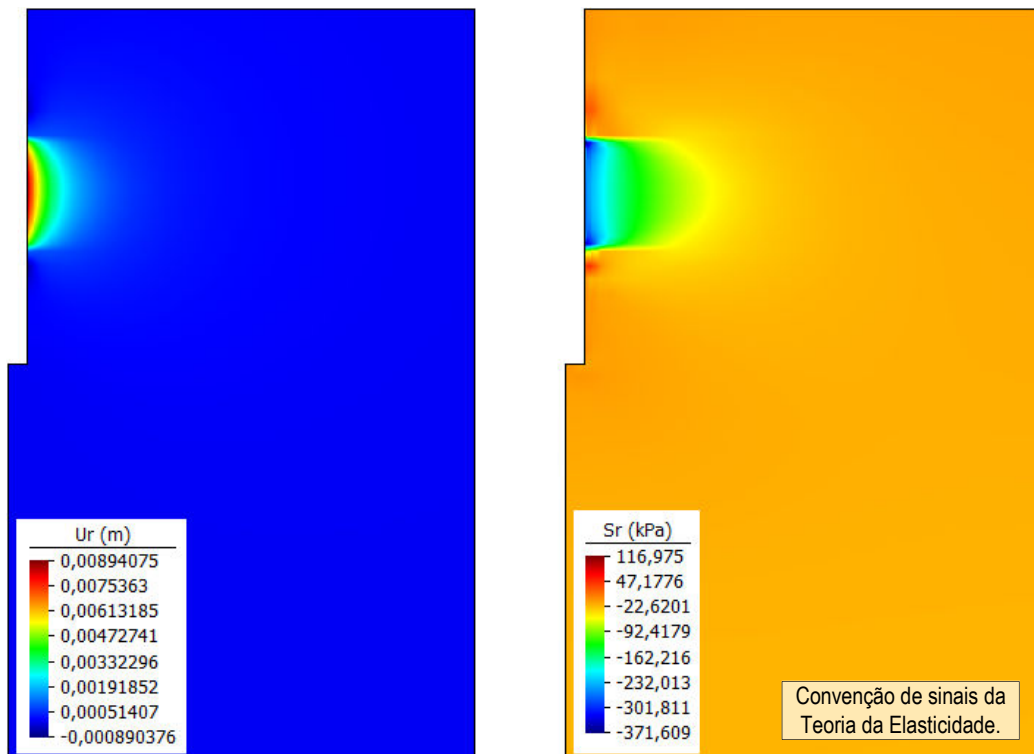


Figura 75 - Isocurvas de deslocamento, e isóbaras de tensões verticais e cisalhantes - Prova de carga.

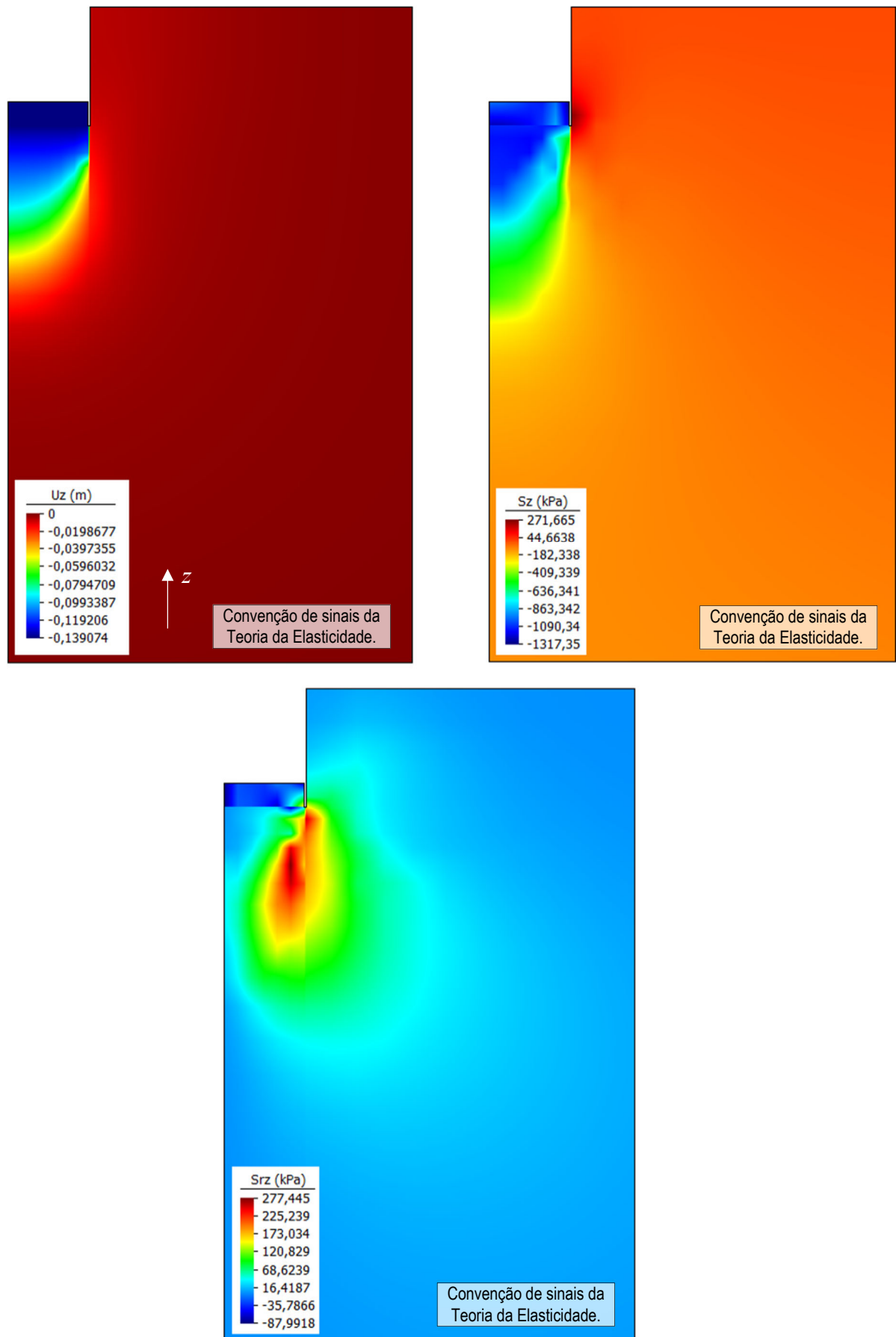


Figura 76 - Valores de deslocamento vertical, tensão confinante e tensão desviadora – Ensaio triaxial.

