

CARLOS ALBERTO RAMOS DOMICIANO

AINDA SOBRE CUBAGEM E EQUAÇÕES DE VOLUME

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Carlos Pedro Boechat Soares

Coorientador: Helio Garcia Leite

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2022**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

D669a
2022 Domiciano, Carlos Alberto Ramos, 1996-
Ainda sobre cubagem e equações de volume / Carlos
Alberto Ramos Domiciano. – Viçosa, MG, 2022.
1 dissertação eletrônica (51 f.): il. (algumas color.).

Orientador: Carlos Pedro Boechat Soares.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Engenharia Florestal, 2022.

Referências bibliográficas: f. 42-51.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2022.562>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Florestas - Medição. 2. Análise volumétrica. 3. Padrões
de comprimento. I. Soares, Carlos Pedro Boechat, 1968-
II. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de Engenharia
Florestal. Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal.
III. Título.

GFDC adapt. CDD 22. ed. 634.95243

Bibliotecário(a) responsável: Alice Regina Pinto Pires CRB-6/2523


CARLOS ALBERTO RAMOS DOMICIANO

AINDA SOBRE CUBAGEM E EQUAÇÕES DE VOLUME

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 28 de julho de 2022.

Assentimento:



Carlos Alberto Ramos Domiciano

Autor



Carlos Pedro Boechat Soares

Orientador

Aos meus pais, Alberto e Suely, por todo o amor, carinho, ensinamentos, valores e por terem me dado o suporte necessário para que eu pudesse concluir esta etapa.

A minha companheira Tatielle, que foi peça chave em minha jornada de desenvolvimento pessoal e profissional, obrigado por estar ao meu lado nos momentos de lágrimas e de sorrisos.

É por vocês que eu busquei esta conquista!

Com carinho, dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por estar comigo em todos os momentos, me conduzir, proteger, me dar força para superar as dificuldades, mostrar os caminhos nas horas incertas, e me dar saúde e paz para trabalhar.

À Universidade Federal de Viçosa (UFV), por toda a estrutura disponibilizada.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão da bolsa de estudos.

Ao meu orientador Carlos Pedro Boechat Soares, pessoa pela qual tenho imensa admiração, pela orientação, ensinamentos, amizade, apoio e paciência. Agradeço também pela confiança em minhas decisões.

Ao meu coorientador Helio Garcia Leite, por ter me dado a oportunidade realizar o meu estágio de graduação em seu laboratório e de trabalhar neste e em outros projetos durante o mestrado. Além disso, agradeço o grande incentivo para a realização deste mestrado e pelos ensinamentos que foram além da academia, e que me fizeram crescer pessoal e profissionalmente. Serei eternamente grato pelas experiências que pude ter como senhor.

Aos membros da banca de avaliação desta dissertação e seus suplentes.

Aos professores e funcionários do Departamento de Engenharia Florestal e ao Programa de Pós-Graduação em Ciência Florestal, os quais me proporcionaram auxílio quando necessário, para que eu conquistasse essa realização.

A minha companheira, Tatielle Lorraine Silva Moraes, pelo carinho, amor, cuidado, incentivos e por estar comigo em todas as minhas decisões mais cruciais. Pela paciência e compressão durante todas estas madrugadas em claro.

Ao meu pai, Alberto Domiciano, e minha mãe, Suely Ramos Domiciano, pelo apoio incondicional e por estarem sempre cuidando de mim. Obrigado, mãe e pai, por todas as orações, por todo carinho, e grandes exemplos que vocês são para mim. Toda esta caminhada foi mais fácil por ter vocês sempre comigo, mesmo a distância.

Ao professor Reginaldo Antonio Medeiros, pela confiança, amizade, ensinamentos que me fizeram crescer pessoal e profissionalmente, incentivos e por seu papel crucial em minha inserção no âmbito da pesquisa científica no ano de 2017, que foi quando este caminho começou a ser trilhado.

Aos colegas de república Carlos Eduardo Alves Oliveira e Rafael Petruceli Coelho Lima, pelo companheirismo, amizade, ensinamentos e parceria nos momentos difíceis de

pandemia, vocês foram crucias em minha jornada. Que a nossa amizade perdue assim como as boas lembranças que levo de vocês.

A Sicredi Biomas, instituição cooperativa a qual tenho orgulho em fazer parte e que sempre me incentivou a continuidade dos estudos. Em especial ao amigo Ricardo Magosso, pessoa ímpar em sua forma de agir e liderar, obrigado pela oportunidade, incentivos, confiança e pelas sabias contribuições em meu aperfeiçoamento pessoal e profissional.

A toda minha família e amigos, que estão sempre torcendo por mim e me apoiando.

Aos colegas da pós-graduação em Ciência Florestal que estiveram junto comigo durante esses anos, em especial os amigos que fiz na mensuração e manejo.

Enfim, a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão de mais esta etapa, meus sinceros agradecimentos!

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 88887.484414/2020-00.

“Nada lhe pertence mais que seus sonhos.”

Friedrich Nietzsche

*“Os circuitos de consagração social serão
tanto mais eficazes, quanto maior a distância
social do objeto consagrado.”*

Pierre Félix Bourdieu

RESUMO

DOMICIANO, Carlos Alberto Ramos, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2022. **Ainda sobre cubagem e equações de volume.** Orientador: Carlos Pedro Boechat Soares. Coorientador: Helio Garcia Leite.

Para alcançar alta produtividade, as florestas necessitam de acompanhamento e intervenções constantes, sendo recomendado que as atividades de manejo florestal sejam realizadas com base em informações técnicas. Os procedimentos dos inventários florestais são a base para obtenção das informações que são utilizadas nas tomadas de decisão do manejo florestal, sendo o volume de madeira considerado por muitos autores como a informação mais importante na definição de ações de manejo de florestas equiâneas para fins comerciais e que demanda recursos financeiros e tempo para obtenção das estimativas. Embora essenciais, a obtenção de dados e de informações no campo geram custos, que afetam diretamente o retorno final do investimento, sendo necessário a redução destes sem afetar a exatidão das estimativas e sem comprometer a execução das atividades de manejo florestal. Nesse contexto os procedimentos de cubagem de árvores-amostra para obter estimativas dos volumes de árvores individuais devem ser otimizados a partir da compreensão do processo de coleta e análise dos dados. No presente estudo foi avaliado: i) o efeito do número de árvores por classe de diâmetro sobre a exatidão das equações volumétricas e ii) os efeitos dos comprimentos das seções de medição e de fórmulas matemáticas sobre as estimativas dos volumes das árvores-amostra e sobre os ajustes das equações de volume. De acordo com as análises, foi constatado que: 1) equações de volume referentes ao modelo de Schumacher e Hall (1933), em sua forma linear, ajustadas a partir de 8 árvores por classe de diâmetro, forneceram estimativas volumétricas similares às obtidas pelo emprego da equação resultante da cubagem de 48 árvores; 2) o aumento do número de árvores por classe de diâmetro resultou em uma diminuição dos erros médios e da variabilidade dos erros em todas as classes, sobretudo nas maiores, uma vez que as estimativas dos parâmetros das equações ajustadas foram não viesadas; 3) as fórmulas de Huber, Newton e Smalian utilizadas para totalização do volume do fuste resultaram em equações com pouca diferença estatística, para um mesmo tamanho de seção, mas aumentando-se o comprimento da seção, em alguns casos, as equações foram estatisticamente diferentes, mesmo para uma mesma fórmula matemática; 4) o tamanho da seção afeta a exatidão das estimativas de volume, sendo que seções de maiores tamanhos resultam em equações com erros maiores. Ao final deste estudo, pode-se inferir que pode-se diminuir os custos nos procedimentos de cubagem por meio

de uma avaliação criteriosa dos dados, visando reduções no número de árvores cubadas por classe diamétrica e com o aumento do tamanho das seções de cubagem.

Palavras-chave: Determinação do volume. Fórmulas de cubagem. Comprimento de seções. Modelo volumétrico.

ABSTRACT

DOMICIANO, Carlos Alberto Ramos, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July 2022. **Still about cubage and volume equations.** Adviser: Carlos Pedro Boechat Soares. Co-advisor: Helio Garcia Leite.

To achieve high productivity, forests need constant monitoring and interventions, and it is recommended that forest management activities be carried out based on technical information. Forest inventory procedures are the basis for obtaining information that is used in forest management decision-making, and the volume of wood is considered by many authors as the most important information in defining equine forest management actions for commercial and that demands financial resources and time to obtain the estimates. Although essential, obtaining data and information in the field generate costs, which directly affect the final return on investment, being necessary to reduce these without affecting the accuracy of estimates and without compromising the execution of forest management activities. In this context, sample-tree cubing procedures to obtain estimates of the volumes of individual trees must be optimized based on an understanding of the data collection and analysis process. In the present study, the following were evaluated: i) the effect of the number of trees per diameter class on the accuracy of the volumetric equations and ii) the effects of the lengths of the measuring sections and of mathematical formulas on the estimates of the volumes of the sample trees and on the adjustments of the volume equations. According to the analyses, it was found that: 1) volume equations referring to the model of Schumacher and Hall (1933), in its linear form, adjusted from 8 trees per diameter class, provided volumetric estimates similar to those obtained by using from the equation resulting from the cube of 48 trees; 2) the increase in the number of trees per diameter class resulted in a decrease in the average errors and in the variability of errors in all classes, especially in the larger ones, since the estimates of the parameters of the fitted equations were unbiased; 3) the formulas of Huber, Newton and Smalian used to totalize the volume of the shaft resulted in equations with little statistical difference, for the same section size, but increasing the section length, in some cases, the equations were statistically different, even for the same mathematical formula; 4) the size of the section affects the accuracy of the volume estimates, with larger sections resulting in equations with greater errors. At the end of this study, it can be inferred that it is possible to reduce the costs in the cubing procedures through a careful evaluation of the data, aiming at reductions in the number of trees cubed per diameter class and with the increase in the size of the cubage sections.

Keywords: Volume determination. Cubage formulas. Length of sections. Volumetric model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

- Figura 1. Distribuição dos volumes com casca (vcc) em relação aos diâmetros medidos a 1,3 metros de altura do solo (dap) e alturas totais (ht).....24
- Figura 2. Ilustração de uma árvore-amostra de cubagem e das seções empregadas na análise...27
- Figura 3. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) das estimativas dos parâmetros do modelo de Schumacher e Hall (1933) para diferentes números de árvores por classe de diâmetro.....29
- Figura 4. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) das estatísticas do modelo de Schumacher e Hall (1933) para diferentes números de árvores por classe de diâmetro.....30
- Figura 5. Resultado dos testes de identidade de modelo comparando o ajuste da equação com 48 árvores por classe de diâmetro e com diferentes números de árvores por classe de diâmetro, a uma significância de 5%.....31
- Figura 6. Porcentagem de testes de identidades de modelo que apresentaram diferença não significativa ($p\text{-valor} > 0,05$) entre ajuste da equação com 48 árvores por classe de diâmetro e as equações com diferentes números de árvores por classe de diâmetro.....32
- Figura 7. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) da raiz quadrada do erro quadrático médio em m^3 ($RQEQM$, em m^3) dentro das classes de diâmetros, para diferentes tamanhos de amostra....34
- Figura 8. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) da raiz quadrada do erro quadrático médio em porcentagem ($RQEQM \%$) dentro das classes de diâmetros, para diferentes tamanhos de amostra.....35
- Figura 9. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) das estimativas volumétricas (vcc) obtidas empregando as expressões matemáticas de Huber, Newton e Smalian com diferentes tamanhos de seção de cubagem.....36
- Figura 10. Comportamento das estimativas dos parâmetros do modelo de Schumacher e Hall (1933) em função das fórmulas utilizadas para totalizar os volumes do tronco e dos comprimentos das seções no procedimento de cubagem.....37
- Figura 11. Comportamento das estatísticas de validação das equações referentes ao modelo de Schumacher e Hall (1933) em função das fórmulas aproximativas utilizadas para totalizar os volumes do tronco e dos comprimentos das seções no procedimento de cubagem.....38
- Figura 12. Matiz de confusão dos testes de identidade de modelos entre as equações de Huber (H), Newton (N) e Smalian (S) para seções de cubagem de 0,5, 1,0; 2,0; 3,0 e 4 metros.....39

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Exemplos de modelos volumétricos.....	22
---	----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	14
2. REVISÃO DE LITERATURA	17
2.1. Métodos de amostragem para a cubagem	17
2.2. Determinação do volume	18
2.3. Modelos volumétricos	20
3. MATERIAL E MÉTODOS.....	23
3.1. Efeito do número de árvores por classe de diâmetro no ajuste de equações volumétricas	23
3.1.1. Fonte e coleta de dados	23
3.1.2. Número de árvores por classe e modelo volumétrico.....	24
3.1.3. Critérios de avaliação.....	25
3.2. Efeito do comprimento das seções e da fórmula aproximativa sobre o volume e sobre as estimativas dos parâmetros da equação volumétrica.....	26
3.2.1. Fonte e coleta de dados	26
3.2.2. Fórmulas aproximativas para computar os volumes com casca.....	26
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	29
4.1. Avaliação de diferentes tamanhos de amostra	29
4.1.1. Avaliação das equações ajustadas.....	29
4.1.2. Testes de identidade de modelo	31
4.1.3. Avaliação dentro das classes de diâmetros	33
4.2. Efeito do tamanho das seções na cubagem e das fórmulas para o cálculo dos volumes nas estimativas dos parâmetros das equações volumétricas	36
4.2.1. Efeito sobre as estimativas dos parâmetros do modelo volumétrico	37
4.2.2. Testes de identidade de modelo	38
5. CONCLUSÕES	41
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	42

1. INTRODUÇÃO

As florestas plantadas podem ser definidas como áreas de reflorestamento onde são realizadas o emprego intensivo de técnicas de manejo, visando o desenvolvimento dos produtos e subprodutos das espécies cultivadas, sempre de forma sustentável (CHAZDON et al., 2016). Essas áreas passam por monitoramento e intervenções constantes, visando alcançar a máxima produção suportada em cada sítio e por cada espécie (FOX; JOKELA; ALLEN, 2007).

Atualmente são cultivadas no Brasil uma variedade de espécies e gêneros para fins comerciais, como o *Eucalyptus* L'Hér., *Pinus* L., Seringueira (*Hevea brasiliensis* (Willd. ex A. Juss.) Müll. Arg.), Acácia (*Acacia saligna* (Labill.) H.L. Wendl.), Teca (*Tectona grandis* L. f.) e Paricá (*Schizolobium amazonicum* Huber ex Ducke), que juntas ocupam cerca de 9,55 milhões de hectares (IBÁ, 2021). Entre os gêneros citados destaca-se o *Eucalyptus* L'Hér., que ocupa 78% da área plantada, tornando o Brasil líder mundial em área cultivada (IBÁ, 2021; MOREIRA; SIMIONI; OLIVEIRA, 2017).

De forma geral, as espécies que compõem o gênero *Eucalyptus* L'Hér. são marcadas por boa adaptabilidade a diversas condições edafoclimáticas e sistemas de cultivo, alta produtividade, rápido crescimento e uso diversificado (DOBNER JR. et al., 2017; FREITAS et al., 2020; LIMA et al., 2017; RIBEIRO et al., 2021; SMETHURST et al., 2020).

O período entre o plantio e a colheita de uma floresta é denominado ciclo de corte e/ou rotação florestal, o qual leva em conta critérios ecológicos, silviculturais, técnicos, volumétricos e econômicos, sendo a sua definição uma das etapas mais importantes nos planos de manejo florestal (REZENDE; OLIVEIRA; COELHO JÚNIOR, 2005; RODRIGUEZ; BUENO; RODRIGUES, 1997).

Neste período, são executadas várias atividades que manipulam as condições e fatores de sobrevivência de árvores e do povoamento, entre outras, tais como o plantio e replantio, correção da fertilidade do solo, controle de pragas e doenças, inventários florestal, desrama, desbastes e colheita final, sendo singular a cada espécie ou finalidade da produção a execução destas atividades ou a necessidade de etapas extras de manejo (DANGAL; DAS; PAUDEL, 2017; FOX, 2000).

Embora sejam necessárias para a manutenção do desenvolvimento e da qualidade das florestas, resultando também na maximização dos lucros, as atividades realizadas em um empreendimento florestal são responsáveis por parte do custo final da produção. Sendo assim, a execução delas deve ser embasada em critérios técnicos, visto que atividades realizadas de forma desnecessária ou com valor superavitário podem majorar o custo final de produção,

ocasionando desvios no fluxo de caixa planejado, comprometendo a lucratividade e gerando incertezas em futuros investimentos no setor (CUBBAGE et al., 2007, 2010; FERREIRA et al., 2014; LAPONNI, 2013).

Com isso, torna-se imprescindível a adoção de ações para minimizar e otimizar as atividades envolvidas no ciclo de corte florestal, e nos seus respectivos custos, visto que os retornos financeiros dos investimentos realizados são de fato uma grande preocupação (WANG et al., 2014). Diante disso, fica evidente a necessidade de uma constante otimização das técnicas aplicadas, pois as melhorias e aprimoramentos realizados refletem diretamente no resultado final (SERPE et al., 2019).

Entre as diversas atividades realizadas durante a rotação de uma floresta, tem-se o inventário florestal, que envolve medições e estimativas dos atributos das árvores, e por consequências dos estoques presentes nas florestas, objetivando apontar os recursos existentes e o crescimento entre as sucessivas avaliações de quantidade e qualidade (SANQUETTA et al., 2014; SILVA et al., 2012). Uma variável florestal importante para o suporte a tomada de decisão no manejo é o estoque em volume, que normalmente é obtido no inventário florestal por meio de técnicas que estimam o volume por árvore individual, como fatores de forma, equações volumétricas e de afilamento e inteligência artificial (GROSENBAUGH, 1966; HUSCH; BEERS; KERSHAW, 2003; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2014; SCHRÖDER; PEREIRA; HOFIÇO, 2013; SPURR, 1952).

Para permitir a obtenção das estimativas dos estoques volumétricos nos inventários florestais, são utilizadas normalmente equações de volume (CAMPOS; LEITE, 2017), ajustadas após procedimento de seleção, abate e medição de árvores-amostra em campo. Essa etapa, que envolve a obtenção de dados para o ajuste das equações, é denominada de cubagem rigorosa, e é uma das que geram mais custos no inventário florestal (CAMPOS; LEITE, 2017; MARTINS; COSTA; MARANGON, 2021), devendo ser realizada sob critérios de amostragem que garantam o menor custo possível e a maior precisão das equações (LIMA et al., 2016).

Assim, estudos relacionados a avaliações e recomendações sobre a cubagem rigorosa, principalmente no que se refere ao número ideal de árvores a serem cubadas, bem como ao tamanho das seções de medição das árvores-amostra são necessários para minimizar custos e aumentar a precisão das estimativas dos inventários florestais (ACERBI JUNIOR et al., 2002; LEITE et al., 2011; LUSTOSA JUNIOR et al., 2017; MEDEIROS et al., 2019; MENEZES et al., 2020).

Diante do exposto anteriormente, esse estudo teve por objetivos avaliar:

- 1) o efeito do número de árvores por classe de diâmetro sobre a precisão e a exatidão das equações volumétricas; e
- 2) o efeito do comprimento das seções de medição e do uso de diferentes fórmulas matemáticas sobre o cômputo das estimativas dos volumes dos troncos das árvores-amostra e sobre os ajustes das equações volumétricas.

2. REVISÃO DE LITERATURA

2.1. Métodos de amostragem para a cubagem

Conhecer de forma acurada o volume de madeira de um povoamento florestal é essencial para a definição de ações relacionadas a planejamento, manejo e comercialização da madeira, gerando reflexos também na maximização da produção e receitas (BARROS et al., 2008; LEITE; ANDRADE, 2002; NUNES; SOARES, 2017; PEREIRA et al., 2016; THOMAS et al., 2006). Diante disso, muitos pesquisadores desenvolveram e ainda desenvolvem estudos sobre o assunto, como Chapman e Meyer (1949), Bruce e Schumacher (1950), Spurr (1952), Prodan et al. (1997), Husch, Beers e Kershaw (2003), Soares, Paula Neto e Souza (2011), Sanquetta et al. (2014) e Campos e Leite (2017).

Para obter o volume sólido de madeira do tronco das árvores usualmente é aplicada a técnica denominada cubagem rigorosa (HUSCH; BEERS; KERSHAW, 2003; OLIVEIRA et al., 2020). Para isso, torna-se necessário o abate e a medição de diâmetros sucessivos ao longo do tronco do fuste das árvores-amostra, as quais devem abranger todas as classes de diâmetros e de altura observadas no povoamento (BATISTA; COUTO; SILVA FILHO, 2014; CAMPOS; LEITE, 2017; GOMES, 1957; LIMA et al., 2016).

Um fator que interfere diretamente na precisão das estimativas de volume na cubagem é a distância entre as medições dos diâmetros ao longo do tronco das árvores, ou seja, o tamanho da seção, sendo que seções menores resultam em estimativas mais acuradas, contudo, podem elevar os custos da coleta de dados (CAMPOS, 1988).

A forma do fuste das árvores pode variar de acordo com as condições edafoclimáticas e com as práticas silviculturais empregadas (LARSON, 1963). Sendo assim, o ideal é que a definição das árvores-amostra para a cubagem leve em conta a espécie, o espaçamento, a classe de idade e regime de condução (alto fuste e talhadia), sendo que níveis de estratificação maiores resultam em maior precisão, embora, muitas vezes, seja utilizado apenas uma equação para todo o povoamento, já que os custos aumentam de acordo com a estratificação utilizada (CAMPOS; LEITE, 2017; OLIVEIRA et al., 2009).

Outro fator que pode ser manipulado para a diminuição de custos no procedimento de cubagem rigorosa é a redução do número de árvores-amostras e, conseqüentemente, do tamanho da amostra. No entanto, isso pode implicar em erros de não-amostragem nos inventários florestais, devido à obtenção de estimativas tendenciosas dos parâmetros das equações, podendo comprometer as estimativas de produção (LEITE; ANDRADE, 2003).

Visando a redução dos custos relacionados a cubagem, alguns autores desenvolveram e aplicaram novas metodologias, como, por exemplo, o método da altura relativa, que visa reduzir o número de árvores-amostra coletadas por meio de uma equação alternativa para a modelagem de afilamento (LEITE; ANDRADE, 2004), bem como utilizaram novas técnicas, como o método de aprendizado de máquina (BINOTI et al., 2013, 2014; CASAS et al., 2022).

Quando bem planejada, a cubagem é complementada anualmente em plantios comerciais, sendo coletados dados de árvores-amostra somente em classes de diâmetros novas, normalmente de árvore maiores, para atualização das equações de volume (OLIVEIRA et al., 2009). Contudo, ainda não existe um consenso no manejo florestal quanto ao número ideal de árvores a serem cubadas por classe de diâmetro. Scolforo e Thiersch (2004) recomendam que o ideal é que o número de árvores cubadas leve em consideração a frequência do número de árvores nas classes de diâmetros, enquanto Campos e Leite (2017) sugerem que sejam coletados dados em todas as classes de diâmetros, sempre na mesma frequência.

2.2. Determinação do volume

Quando obtido de forma correta, o volume de uma árvore pode ser utilizado para definir o volume de outras árvores que possuam forma, altura e diâmetro semelhantes (THIERSCH et al., 2006). Para isto, podem ser utilizadas diferentes metodologias, tais como a aplicação de fórmulas matemáticas, tais como Smalian, Huber, Newton, Hohenadl, Frankon, Centroide, FAO e Pressler; o uso do Xilômetro (deslocamento de líquidos); uso do peso das árvores-amostra, ou ainda o uso de métodos gráficos ou função *spline* (CAMPOS; LEITE, 2017; FIGUEIREDO FILHO; MACHADO; CARNEIRO, 2000; LIMA et al., 2016; MACHADO; FIGUEIREDO FILHO, 2014; OLIVEIRA; GARCIA, 2014; SOUZA et al., 2017). Vale salientar que independentemente da metodologia escolhida, é recomendado que sejam tomadas ao menos três seções distintas da árvore para a realização da medição (ROW; GUTTENBERG, 1966) para representar minimamente a variação das formas ao longo do tronco.

Dentre as metodologias disponíveis para estimar o volume do tronco das árvores, o uso de fórmulas matemáticas (Smalian, Huber, Newton, ...) é o mais frequente, devido à sua precisão e operacionalidade em campo (MIGUEL et al., 2018). Contudo, o uso do Xilômetro é considerado como o mais exato, visto que ele fornece a estimativa volumétrica mais próxima do verdadeiro valor (AKOSSOU et al., 2013; LOETSCH; ZOHRER; HALLER, 1973; MACHADO et al., 2006; SOUZA et al., 2017). Tal técnica implica em submergir as seções dos

troncos das árvores-amostra em recipientes apropriados e acompanhar o deslocamento do líquido (AKOSSOU et al., 2013; MARTIN, 1984), que é igual ao volume das seções ou toras.

A fórmula de Newton é considerada a que fornece estimativas mais precisas dentre as fórmulas matemáticas, sendo recomendada sua aplicação em árvores que possuam o fuste no formato de nelóide, parabolóide, cone ou cilindro (HUSCH; BEERS; KERSHAW, 2003). Essa maior precisão se deve ao fato de a fórmula considerar medições dos diâmetros das extremidades das seções e no ponto médio. Contudo, isso também resulta em um maior custo, limitando seu uso em pesquisas e experimentos científicos (BURKHART; AVERY; BULLOCK, 2019).

A fórmula de Huber possui mais adesão de uso no continente europeu, sendo caracterizada pelo pressuposto de que o volume de uma seção pode ser calculado de acordo com o seu diâmetro intermediário, o que faz com que os volumes dos troncos das árvores sejam obtidos com um número menor de medições, reduzindo os custos na obtenção dos dados (BURKHART; AVERY; BULLOCK, 2019; LOETSCH; ZOHRER; HALLER, 1973). Essa fórmula resulta em estimativas mais acuradas em troncos com a forma parabolóide, contudo, estudos demonstraram a obtenção de bons resultados em troncos com os formatos de nelóide e cone (FINGER, 1992; LIMA et al., 2016; PHILLIPS; TARAS, 1987). Sua aplicação se torna mais onerosa para a quantificação de madeira empilhada, haja visto que é necessário, porém difícil, a medição do diâmetro intermediário da seção (MIRANDA; AZEVEDO; SANTOS, 2013).

A fórmula de Smalian é a mais utilizada na América, haja vista o fato dela entregar maior praticidade que as demais fórmulas, principalmente para a quantificação volumétrica de madeira empilhada (LEAL et al., 2015; LEÓN; URANGA-VALENCIA, 2013; LOETSCH; ZOHRER; HALLER, 1973; MÜLLER et al., 2014). Ela é recomendada para espécies que apresentam troncos com formas semelhantes a um parabolóide. Contudo, normalmente fornece resultados com erros maiores que as fórmulas de Huber e Newton (FINGER, 1992; MACHADO et al., 2006; YOUNG; ROBBINS; WILSON, 1967).

Akossou et al. (2013) aplicou as fórmulas de Smalian, Huber e Newton na totalização do volume de 27 árvores-amostras de *Tectona grandis* L. f.. Os autores utilizaram seções de comprimentos iguais a 0,5; 1,0; 2,0 e 3,0 metros e constataram que os erros de estimativa se elevam à medida que se aumenta o tamanho da seção de medição e que a fórmula de Huber é a mais recomendada para todas as seções testadas.

Visando comparar o efeito do comprimento das seções de medição de árvores-amostra de *Pinus elliottii* Engelm., Machado e Nadolny (1991) empregaram as fórmulas de Newton,

Smalian e Huber em seções de comprimentos iguais a 1,0; 2,0; 3,0; 4,0; 5,0 e 6,0 metros para obter o volume do tronco das árvores. Após comparar as estimativas dos volumes com aqueles obtidos pelo Xilômetro, os autores concluíram que todas as fórmulas tendem a subestimar o volume da ponta do fuste e superestimar o volume da base do tronco das árvores, sendo que a fórmula de Huber resultou em melhor desempenho para a estimativa volumétrica na base do fuste, independente do comprimento da seção. Os autores constaram também que as estimativas de maior precisão foram aquelas obtidas pelas fórmulas de Huber e Newton, sendo que todas as fórmulas testadas resultam em estimativas mais acuradas nas seções intermediárias dos fustes, haja visto que nas extremidades ocorreram maiores erros de estimativas.

Em um estudo com toras de madeira de *Pinus elliottii* Engelm., Figueiredo Filho, Machado e Carneiro (2000) avaliaram as fórmulas de Newton, Smalian e Huber com seções de 1,0; 2,0; 4,0 e 6,0 metros. Os autores constaram que Newton, Smalian e Huber estimam o volume de forma precisa em seções com até 2,0 metros de comprimento. Porém, para seções de 2,0 a 6,0 metros é recomendado o uso da fórmula de Huber, haja vista que ela forneceu estimativas mais acuradas, além de possibilitar uma redução no esforço de amostragem e custos, visto que é necessário somente a medição do diâmetro intermediário da seção.

Machado et al. (2006) realizaram um estudo para avaliar a precisão das fórmulas de Newton, Smalian e Huber na quantificação volumétrica de *Mimosa scabrella* Benth.. Para isso, utilizaram um total de 54 amostras e seções de medição de 1,0; 2,0 e 4,0 metros. Ao final do estudo, os autores observaram que a fórmula de Huber apresentou as melhores estimativas e que Smalian apresentou as estimativas com o maior viés, independentemente do tamanho de seção de medição. Os autores constataram também que todas as fórmulas tendem a superestimar os volumes e que os tamanhos de seção das análises não afetam de forma significativa as estimativas volumétricas nas classes de diâmetros avaliadas.

Em um estudo com *Mezilaurus itaúba* (Meisn.) Taub. ex Mez, Miranda, Azevedo e Santos (2013) avaliaram as fórmulas de Smalian, Huber e Newton em 20 árvores-amostras considerando seções de 2,5; 4,0 e 5,0 metros e constataram que a fórmula de Smalian superestimou o volume em todos os comprimentos de seções avaliadas; a fórmula de Huber superestimou o volume nas seções de 2 metros e subestimou nas demais seções e a fórmula de Newton superestimou as estimativas de volume nas seções de 2,5 e 5,0 metros, e subestimou o volume nas seções de 4,0 metros de comprimento.

2.3. Modelos volumétricos

Após a obtenção do volume do tronco das árvores-amostra, pode-se estimar os volumes dos troncos das demais árvores de uma floresta empregando-se equações volumétricas de simples ou dupla entrada; funções de afilamento; equações de múltiplos volumes; fatores de forma, relações hipsométricas e as funções *spline* (CAMPOS; LEITE, 2017; FIGUEIREDO; SCOLFORO; OLIVEIRA, 2006; GOUVEIA et al., 2015; SCHRÖDER et al., 2013), ajustadas por meio da técnica de regressão linear e não linear ou, ainda, por meio de técnicas de aprendizado de máquina, como redes neurais artificiais, máquinas de vetores de suporte e *random forest* (CORTE et al., 2020; CUNHA NETO et al., 2021; DANTAS et al., 2020; DIAMANTOPOULOU; ÖZÇELIK; YAVUZ, 2018; GORGENS et al., 2014; MUSHAR et al., 2020; QIAN et al., 2012; SILVA et al., 2019; SOARES et al., 2012; TAVARES JÚNIOR et al., 2019).

Dentre os meios disponíveis na literatura para obter a estimativa da produção dos povoamentos florestais, destacam-se os modelos volumétricos, devido sua fácil aplicação e boa acurácia (ABREU; SOARES; LEITE, 2017; AKINDELE; LEMAY, 2006; AZEVEDO et al., 2011; CASAS et al., 2022; KETTERINGS et al., 2001; LEITE; ANDRADE, 2003; NUNES; SOARES, 2017; SCHRÖDER; PEREIRA; HOFIÇO, 2013). Além disso, esse uso frequente foi fomentado pelos avanços tecnológicos ocorridos nas últimas décadas, devido ao emprego de dispositivos computacionais em atividades que eram realizadas de forma manual, possibilitando a execução em menor tempo e oferecendo maior precisão e confiabilidade nos resultados (MACHOVER, 1994).

Dentre os modelos volumétricos disponíveis na literatura (Tabela 1), destaca-se o modelo desenvolvido por Schumacher e Hall (1933), amplamente utilizado para obter as estimativas volumétricas em florestas plantadas (OLIVEIRA et al., 2009), como, por exemplo, para *Pinus taeda* L. (SERPE et al., 2019), *Eucalyptus grandis* W. Mill ex Maiden (MARTINS; COSTA; MARANGON, 2021) e *Tectona grandis* L. f. (MORAIS; SOARES; CRUZ, 2020).

Tabela 1. Exemplos de modelos volumétricos.

Modelo	Equação	Autor
1	$v_i = \beta_0 dap_i^{\beta_1} + \epsilon$	Berkhout
2	$\log(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(dap_i) + \beta_2 dap_i^{-1} + \epsilon$	Brenac
3	$\log(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(dap_i) + \beta_2 dap_i + \epsilon$	Brenac
4	$v_i = \beta_1 dap_i + \beta_2 dap_i^2 + \epsilon$	Dissescu-Meyer
5	$v_i = \beta_0 + \beta_1 dap_i + \beta_2 dap_i^2 + \epsilon$	Hohenadl e Krenn
6	$v_i = dap_i^2 / \beta_0 + \beta_1 (1/ht_i) + \epsilon$	Honner
7	$\log(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(dap_i) + \epsilon$	Husch
8	$v_i = \beta_0 + \beta_1 dap_i^2 + \epsilon$	Kopezky-Gehrhardt
9	$v_i = \beta_0 + \beta_1 dap_i + \beta_2 dap_i^2 + \beta_3 dap_i ht_i + \beta_4 dap_i^2 ht_i + \beta_5 ht_i + \epsilon$	Meyer
10	$v_i = \beta_0 + \beta_1 dap_i^2 + \beta_2 dap_i^2 ht_i + \beta_3 dap_i ht_i^2 + \beta_4 ht_i^2 + \epsilon$	Naslund
11	$v_i = dap_i^2 (\beta_0 + \beta_1 ht_i) + \epsilon$	Ogaya
12	$v_i = ht (\beta_0 + \beta_1 dap_i + \beta_2 dap_i^2) + \epsilon$	Péllico Netto
13	$v_i = \beta_0 dap_i^{\beta_1} ht_i^{\beta_2} + \epsilon$	Schumacher e Hall
14	$\log(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(dap_i) + \beta_2 \log(ht_i) + \epsilon$	Schumacher e Hall
15	$v_i = \beta_0 + \beta_1 dap_i^2 + \beta_2 dap_i^2 ht_i + \epsilon$	Spurr
16	$v_i = \beta_0 (dap_i^2 ht_i) + \epsilon$	Spurr
17	$v_i = \beta_0 (dap_i^2 ht_i)^{\beta_1} + \epsilon$	Spurr
18	$\log(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \log(dap_i^2 ht_i) + \epsilon$	Spurr
19	$v_i = \beta_0 + \beta_1 dap_i^2 + \beta_2 dap_i^2 ht_i + \beta_3 ht_i + \epsilon$	Stoate
20	$v_i = dap_i^2 ht_i / \beta_0 \beta_1 ht_i + \epsilon$	Takata
21	$v_i = \beta_0 + \beta_1 dap_i^2 + \beta_2 ht_i + \beta_3 dap_i^2 ht_i + \epsilon$	VCG

Em que: \log é o logaritmo de base 10; v_i é o volume individual em m^3 ; β_i são os parâmetros do modelo, dap_i é o diâmetro medido a 1,30 metros da superfície do solo em cm; ht_i é a altura total em m e ϵ é o erro aleatório, $\epsilon \sim NID(\theta, \sigma^2)$. Fonte: Almeida et al. (2016), Campos e Leite (2017), Cerqueira et al. (2017), Farias, Nicoletti e Aguiar (2019), Leal et al. (2015), Marques et al. (2015), Rolim et al. (2006), Serpe et al. (2019) e Spurr (1952).

A escolha do modelo volumétrico a ser empregado deve considerar uma série de critérios, como: propriedades matemáticas e medidas de precisão como: coeficiente de correlação entre os volumes observados e estimados, coeficiente de determinação, erro padrão da estimativa, raiz quadrado do erro quadrático médio, além da distribuição dos resíduos (GOMES; GARCIA, 1993; LEAL; LEAL; SILVA, 2020).

3. MATERIAL E MÉTODOS

3.1. Efeito do número de árvores por classe de diâmetro no ajuste de equações volumétricas

3.1.1. Fonte e coleta de dados

Os dados utilizados nessa parte do estudo foram obtidos em plantios comerciais de híbridos de *Eucalyptus urophylla* S.T. Blake x *Eucalyptus grandis* W. Mill ex Maiden, localizados no município de Barão de Cocais, Centro Oeste de Minas Gerais. O regime de manejo empregado no povoamento foi o de alto fuste, com espaçamento entre árvores de 3,0 x 3,0 metros. Foram cubadas 480 árvores-amostra, distribuídas em dez classes de diâmetros com amplitude de 2 cm cada classe, em um total de 48 árvores-amostra por classe, cujos diâmetros das árvores (*dap*) variaram de 6 a 24 cm.

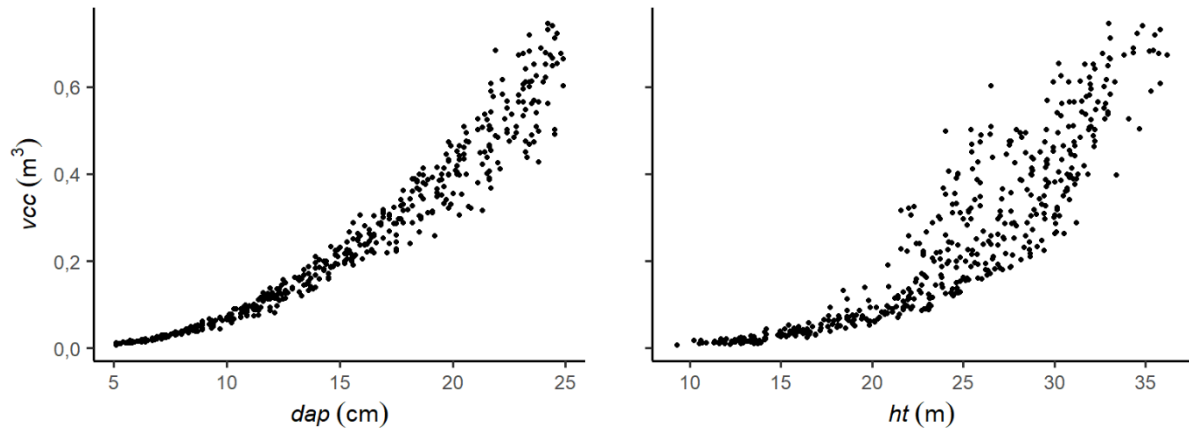
No procedimento de cubagem, os diâmetros com casca foram mensurados às alturas de 0,2; 0,3; 0,7; 1,3 e 2 metros, e depois a cada 2 metros até um diâmetro mínimo igual a 3 cm. Os volumes com casca dos troncos das árvores-amostra foram totalizados pela aplicação sucessiva da fórmula de Smalian (Equação 1) a cada seção da cubagem (HUSCH; BEERS; KERSHAW, 2003)

$$V_s = \frac{g_1 + g_2}{2} L \quad (1)$$

em que: g_1 e g_2 são as áreas seccionais calculadas na base e na ponta da seção, respectivamente, em m^2 ; L é o comprimento da seção, em m.

Na Figura 1 está a distribuição dos volumes das árvores-amostra em relação aos seus diâmetros medidos a 1,3 metros de altura do solo (*dap*) e alturas totais (*ht*).

Figura 1. Distribuição dos volumes com casca (vcc) em relação aos diâmetros medidos a 1,3 metros de altura do solo (dap) e alturas totais (ht).



3.1.2. Número de árvores por classe e modelo volumétrico

Para avaliar o efeito do número de árvores-amostra por classe de diâmetro, na precisão e exatidão das estimativas de volume, a fim de determinar o número mínimo de árvores, foram realizados ajustes de equações considerando um número de 1 a 48 árvores por classe de diâmetro.

O modelo volumétrico selecionado para as análises foi o de Schumacher e Hall (1933) (Equação 2) em sua forma linearizada, conforme também utilizado por Guimarães e Leite (1996), Leal et al. (2015) e Silva et al. (1993), dado por:

$$\ln(v_i) = \beta_0 + \beta_1 \ln(dap_i) + \beta_2 \ln(ht_i) + \epsilon \quad (2)$$

em que: \ln é o logaritmo neperiano; v_i é o volume com casca em m³; β_i são os parâmetros do modelo; dap_i é o diâmetro com casca medido a 1,30 metros da superfície do solo, em cm; ht_i é a altura total, em m; e ϵ é o erro aleatório, $\epsilon \sim \text{NID}(\theta, \sigma^2)$.

As estimativas dos parâmetros do modelo foram obtidas utilizando o ambiente de programação R (R CORE TEAM, 2022) pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO).

Com o objetivo de dar maior robustez à análise da influência do número de árvores por classe de diâmetro na exatidão das estimativas de volume comercial, foram selecionadas aleatoriamente: 250 amostras com uma árvore por classe de diâmetro, 250 amostras com duas árvores por classe de diâmetro e assim por diante, até 250 amostras com 47 árvores por classe

de diâmetro. Não houve repetição de uma dada amostra selecionada com diferentes números de árvores durante o processo de seleção das árvores-amostra. A referência para fins de comparações dos ajustes das equações foi a equação ajustada com a totalidade dos dados, ou seja, com 48 árvores por classe de diâmetro.

Para determinar o número ideal de árvores por classe de diâmetro no ajuste de equações volumétricas, foi empregado o teste de identidade de modelo de Graybill (1976), ao nível de 5% de significância, conforme descrito em Regazzi (1996) e utilizado por Domiciano et al. (2021), Leite e Andrade (2003), Marques et al. (2015), Terra, Andrade e Freitas (2018) e Vendruscolo et al. (2015).

Para o teste, foi tomado o ajuste único da equação com 48 árvores-amostra por classe de diâmetro como a base de comparação (controle), haja vista que este contempla todas as árvores-amostra disponíveis, o qual foi comparado com todos os outros ajustes considerando todas as variações de número árvores, em todas as 250 repetições, totalizando 11750 testes de identidade.

Além da avaliação do efeito dos diferentes números de árvores-amostra nos ajustes das equações volumétricas em termos globais, também foi avaliado o efeito dentro de cada classe de diâmetro.

3.1.3. Critérios de avaliação

As estatísticas utilizadas para verificar a precisão e exatidão das equações ajustadas com os diferentes números de árvores por classe de diâmetro foram: coeficiente de correlação entre os volumes observados e estimados, em porcentagem ($r\%$) (Equação 3) e a raiz quadrada do erro quadrático médio absoluto e relativo ($RQEQM$ e $RQEQM\%$) (Equações 4 e 5), calculados por (CAMPOS; LEITE, 2017):

$$r\% = \frac{n^{-1} \left(\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \hat{y}_m)(y_i - \bar{y}) \right)}{\sqrt{\left(n^{-1} \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \hat{y}_m)^2 \right) \left(n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 \right)}} 100 \quad (3)$$

sendo: $\hat{y}_m = n^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{y}_i$

$$RQEQM = \sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (4)$$

$$RQEQM_{\%} = 100 \bar{y}^{-1} \sqrt{n^{-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (5)$$

em que: n é o número de observações; \hat{y}_i são os volumes estimados; y_i são os volumes observados; \bar{y} é a média aritmética de y_i .

Além disso, foram elaborados gráficos *boxplot* a fim de identificar o efeito do número de árvores sobre as medidas de precisão e sobre os parâmetros estimados das equações nas amostras avaliadas.

3.2. Efeito do comprimento das seções e da fórmula aproximativa sobre o volume e sobre as estimativas dos parâmetros das equações volumétricas

3.2.1. Fonte e coleta de dados

Para avaliar o efeito do comprimento das seções e das fórmulas aproximativas no cômputo dos volumes e sobre as estimativas dos parâmetros nas equações volumétricas, foram utilizados dados de árvores-amostra provenientes de um plantio experimental com idade de 8 anos, do híbrido *Eucalyptus urophylla* S.T. Blake x *Eucalyptus grandis* W. Mill ex Maiden, plantado em espaçamento de 3 x 2 m, localizado no município de Barão de Cocais, Minas Gerais.

As árvores-amostra foram cubadas em seções com intervalos de medição de 0,50 m, onde os diâmetros com casca foram medidos até o diâmetro mínimo igual a 3 cm. Ao todo foram cubadas 70 árvores-amostra, distribuídas em 14 classes de diâmetro, em um total de 5 árvores por classe, com diâmetros variando entre 4,46 e 31,64 cm e altura total de 8,68 e 31,79 m.

3.2.2. Fórmulas aproximativas para computar os volumes com casca

Os volumes com casca das árvores-amostras foram totalizados/computados utilizando as fórmulas de Huber (V_H), Newton (V_N) e Smalian (V_S), respectivamente (CAMPOS; LEITE, 2017):

$$V_H = g_{\frac{1}{2}} L \quad (6)$$

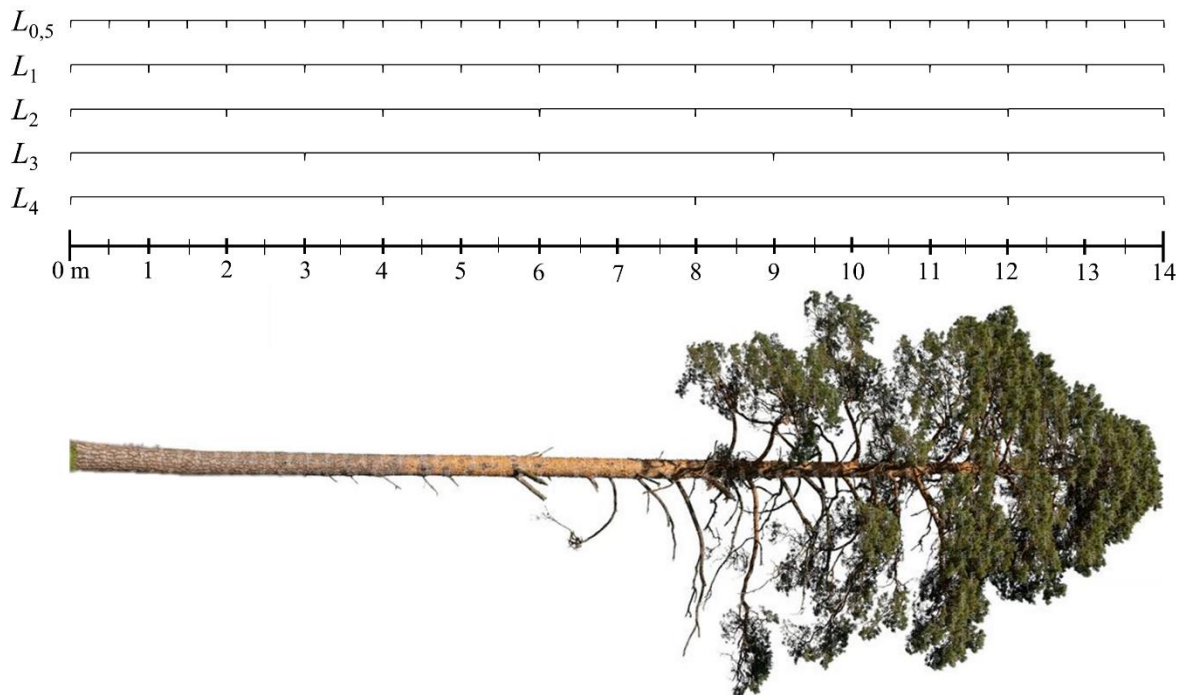
$$V_N = \frac{1}{6} L (g_1 + 4g_{\frac{1}{2}} + g_2) \quad (7)$$

$$V_S = \frac{g_1 + g_2}{2} L \quad (8)$$

em que: g_1 , $g_{\frac{1}{2}}$ e g_2 são as áreas seccionais calculadas na base, no meio e na ponta da seção, respectivamente, em m²; L é o comprimento da seção, em m.

Em relação aos comprimentos das seções, foram avaliados os comprimentos de 1,0; 2,0; 3,0 e 4,0 metros na totalização dos volumes, para as três fórmulas testadas, sendo avaliado também seções de 0,5 metros para a equação de Smalian, conforme esquema na Figura 2.

Figura 2. Ilustração de uma árvore-amostra de cubagem e das seções empregadas na análise.



Em que: L_i é o tamanho de seção utilizado na totalização da cubagem, para $i = 0,5; 1,0 \dots 4,0$.

Após a obtenção dos volumes com diferentes fórmulas e comprimentos de seções, foram ajustadas equações referentes ao modelo volumétricos de Schumacher e Hall (1933) (Equação 2), em sua forma linear, utilizando o ambiente de programação R (R CORE TEAM, 2022) pelo método dos Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). As estimativas dos parâmetros do modelo foram avaliadas por meio de gráficos e as estimativas dos volumes foram avaliados por meio das seguintes estatísticas: coeficiente de correlação entre os volumes observados e estimados,

em porcentagem ($r\%$) (Equação 3) e a raiz quadrada do erro quadrático médio relativo ($RQEQM\%$) (Equação 5).

Também foi aplicado o teste de identidade de modelo de Graybill (1976), ao nível de 5% de significância, para verificar a identidade das equações ajustadas com os volumes das árvores-amostras obtidos pelas fórmulas de Huber, Newton e Smalian, com diferentes comprimentos de seções, resultando em 91 testes.

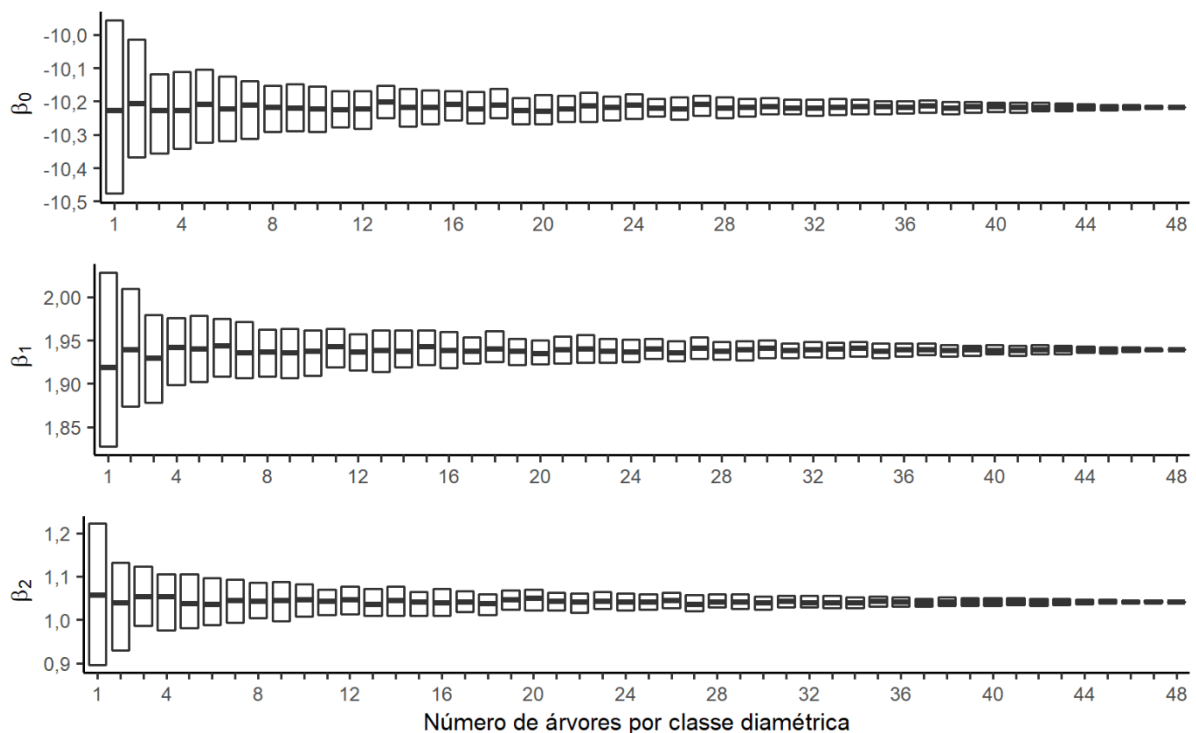
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. Avaliação de diferentes tamanhos de amostra

4.1.1. Avaliação das equações ajustadas

Analisando o comportamento das estimativas dos parâmetros das equações ajustadas referentes ao modelo linearizado de Schumacher e Hall (1933) é possível observar maior variação das estimativas com um menor número de árvores-amostra selecionadas por classe de diâmetro (Figura 3).

Figura 3. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) das estimativas dos parâmetros do modelo de Schumacher e Hall (1933) para diferentes números de árvores por classe de diâmetro.



Em que: β_i são os parâmetros do modelo volumétrico linear de Schumacher e Hall (1933).

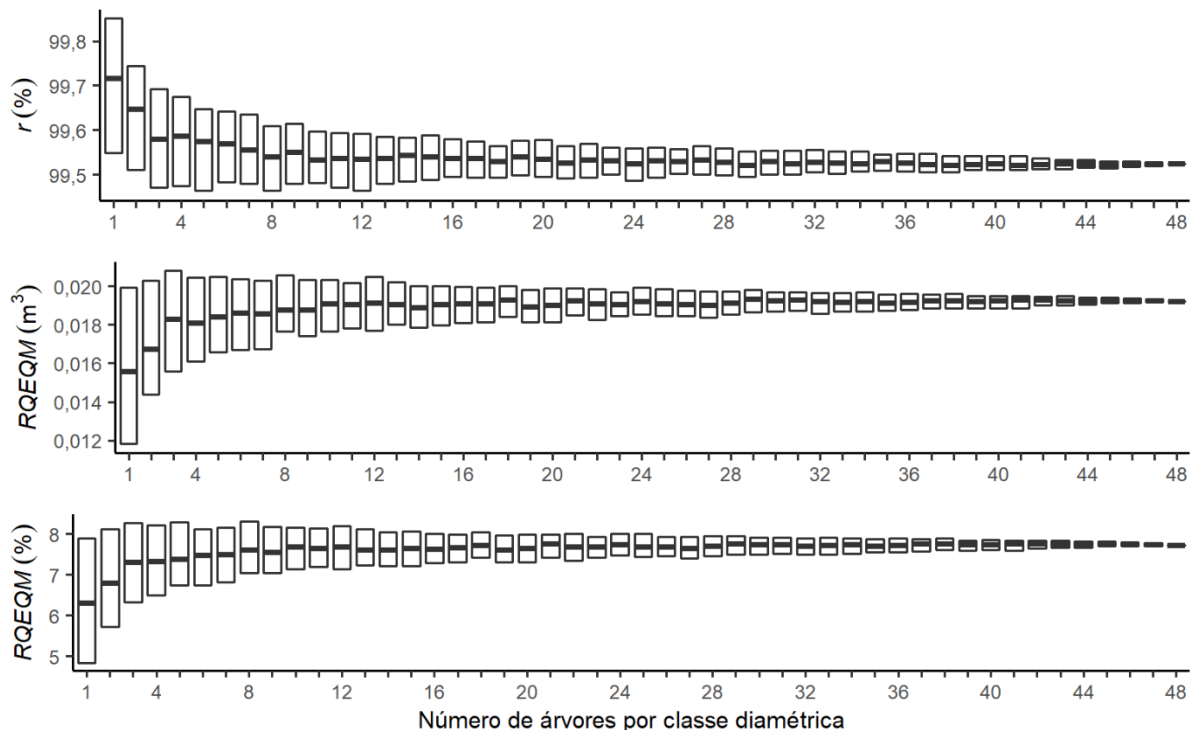
A variação dos dados apresentada nos gráficos da Figura 1, associada ao baixo número de árvores-amostra selecionadas nas diferentes repetições, implica em equações com diferentes inclinações, diferindo do comportamento médio (ou esperado) para o conjunto total de dados observados, gerando equações com parâmetros tendenciosos ou viesados, ou ainda sofrendo a influência de pontos de alavancagem (CRIBARI-NETO; SOARES, 2003; FIGUEIREDO FILHO et al., 2011; LEITE; ANDRADE, 2004; MARTINS, 2013).

Além disso, foi observado (Figura 3) que à medida que o número de árvores-amostra por classe de diâmetro aumenta, ocorre uma convergência das estimativas dos parâmetros e de suas variâncias, indicando que testes estatísticos para os parâmetros (teste “t” de *Student*) são afetados pelo número de árvore-amostra.

Na análise das estimativas das estatísticas associadas ao ajuste das equações (Figura 4), foi observado comportamento semelhante ao dos parâmetros (betas), ocorrendo uma diminuição da amplitude ou variação à medida que se elevou o número de árvores-amostra por classe.

Em termos de mediana, observou-se que as equações com um menor número de árvores-amostra tendem a ser mais precisas (Figura 4), com maiores valores de correlação entre os volumes observados e estimados ($r(\%)$) e menores estimativas de erro ($RQEQM$ e $RQEQM(\%)$). O menor número de árvores-amostra fornece uma menor variabilidade dos dados, a qual pode ser mais bem explicada pela equação ajustada, resultando no comportamento observado de maior precisão.

Figura 4. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) das estatísticas do modelo de Schumacher e Hall (1933) para diferentes números de árvores por classe de diâmetro.

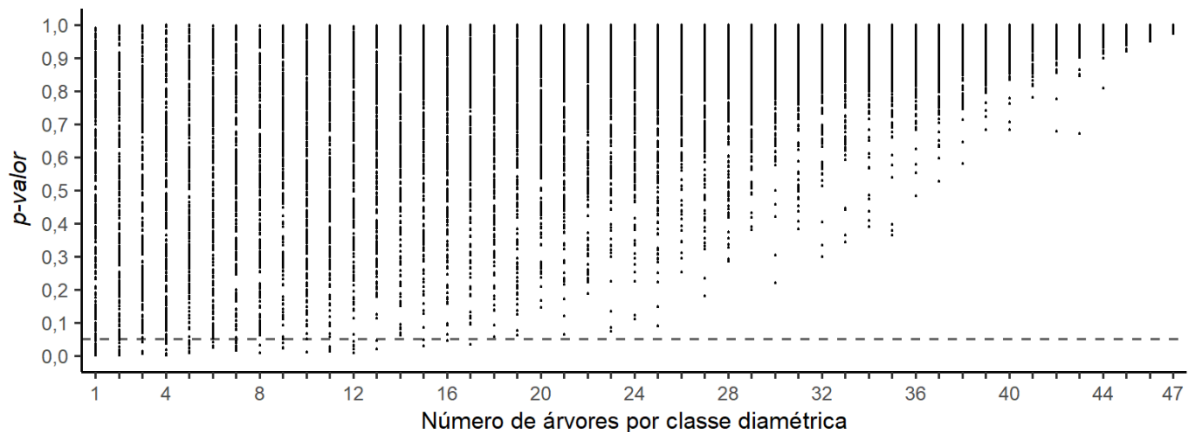


Em que: $r(\%)$ é o coeficiente de correlação entre os dados observados e as estimativas; $RQEQM(m^3)$ é a raiz quadrada do erro quadrático médio em m^3 ; $RQEQM(\%)$ é a raiz quadrada do erro quadrático médio relativo.

4.1.2. Testes de identidade de modelo

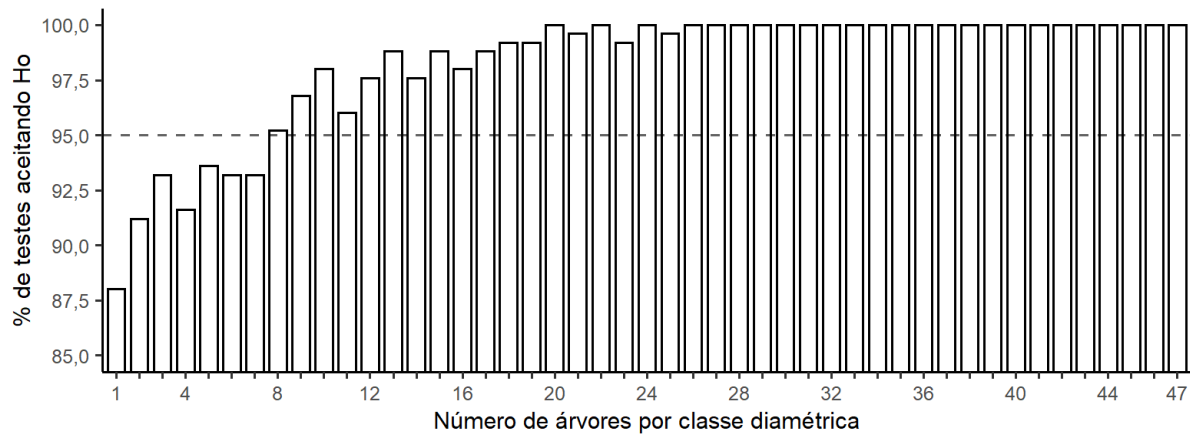
Nos testes de identidade de modelo, comparando-se o ajuste da equação com 48 árvores por classe de diâmetro com os demais ajustes com diferentes tamanhos de amostra e suas combinações de árvores-amostra, também foi observado alta variabilidade dos resultados nas avaliações com menor número de árvores por classe de diâmetro. A exemplo disto, pode-se observar os resultados considerando uma árvore por classe, que resultou em *p-valores* que variaram de 0,0008 a 0,9902, demonstrando a fragilidade do uso de poucas árvores por classe de diâmetro para o ajuste de equações volumétricas devido seu valor elevado de desvio padrão (MARTINS, 2013) (Figura 5).

Figura 5. Resultado dos testes de identidade de modelo comparando o ajuste da equação com 48 árvores por classe de diâmetro e com diferentes números de árvores por classe de diâmetro, a uma significância de 5%.



Avaliando somente os testes de identidade de modelo que resultaram em valores não significativos ($p\text{-valor} > 0,05$), foi possível observar que o uso de 8 árvores-amostra ou mais por classe de diâmetro para o ajuste da equação linearizada referente ao modelo de Schumacher e Hall (1933) pode ser recomendado para este conjunto de dados, sem comprometer estatisticamente o ajuste, haja visto que estes tamanhos de amostra resultaram em mais de 95% dos testes com diferença não significativa, em comparação com o ajuste contendo 48 árvores (Figura 6).

Figura 6. Porcentagem de testes de identidades de modelo que apresentaram diferença não significativa ($p\text{-valor} > 0,05$) entre ajuste da equação com 48 árvores por classe de diâmetro e as equações com diferentes números de árvores por classe de diâmetro.



Em um estudo com *Eucalyptus grandis* no Vale do Rio Doce, em Minas Gerais, Guimarães e Leite (1996) avaliaram o modelo linearizado de Schumacher e Hall (1933) e constataram que equações utilizando 150 árvores resultaram em estimativas volumétricas semelhantes às obtidas utilizando 500 árvores, preconizando possibilidades para a redução no número de árvores.

Os resultados obtidos no presente estudo corroboram com as constatações de Leal et al. (2015), que concluíram que o uso de 8 árvores de *Eucalyptus urophylla* por classe de diâmetro foi o suficiente para representar 1528 indivíduos de um povoamento florestal sem comprometer a acurácia das estimativas, demonstrando que, é possível reduzir drasticamente o número de árvores cubadas e os custos decorrentes, sem afetar a precisão das estimativas. Contudo, há de se levar em consideração que o número ideal de árvores por classe de diâmetro é dependente da variabilidade dos dados observados. Sendo assim, dados que apresentem pouca variabilidade dentro das classes de diâmetros podem necessitar de menos árvores, e caso estes apresentem alta variabilidade dentro das classes, poderá ser demandado uma maior quantidade de árvores-amostra.

Entretanto, considerando que a amostragem para o ajuste de equações de volume deve ser seletiva e com a mesma frequência para cada nível das variáveis preditoras (diâmetro com casca medido a 1,30 metros da superfície do solo e altura total), conforme Campos e Leite (2017), conclui-se que, para a variabilidade dos dados observada neste estudo, um número de 9 árvores por classe de diâmetro seria a quantidade mais indicada, pois possibilitaria a seleção de quantidades iguais de árvores em locais melhores, piores e medianos em termos de

capacidade produtiva, resultando assim em uma representação mais equilibrada das variações das variáveis preditoras.

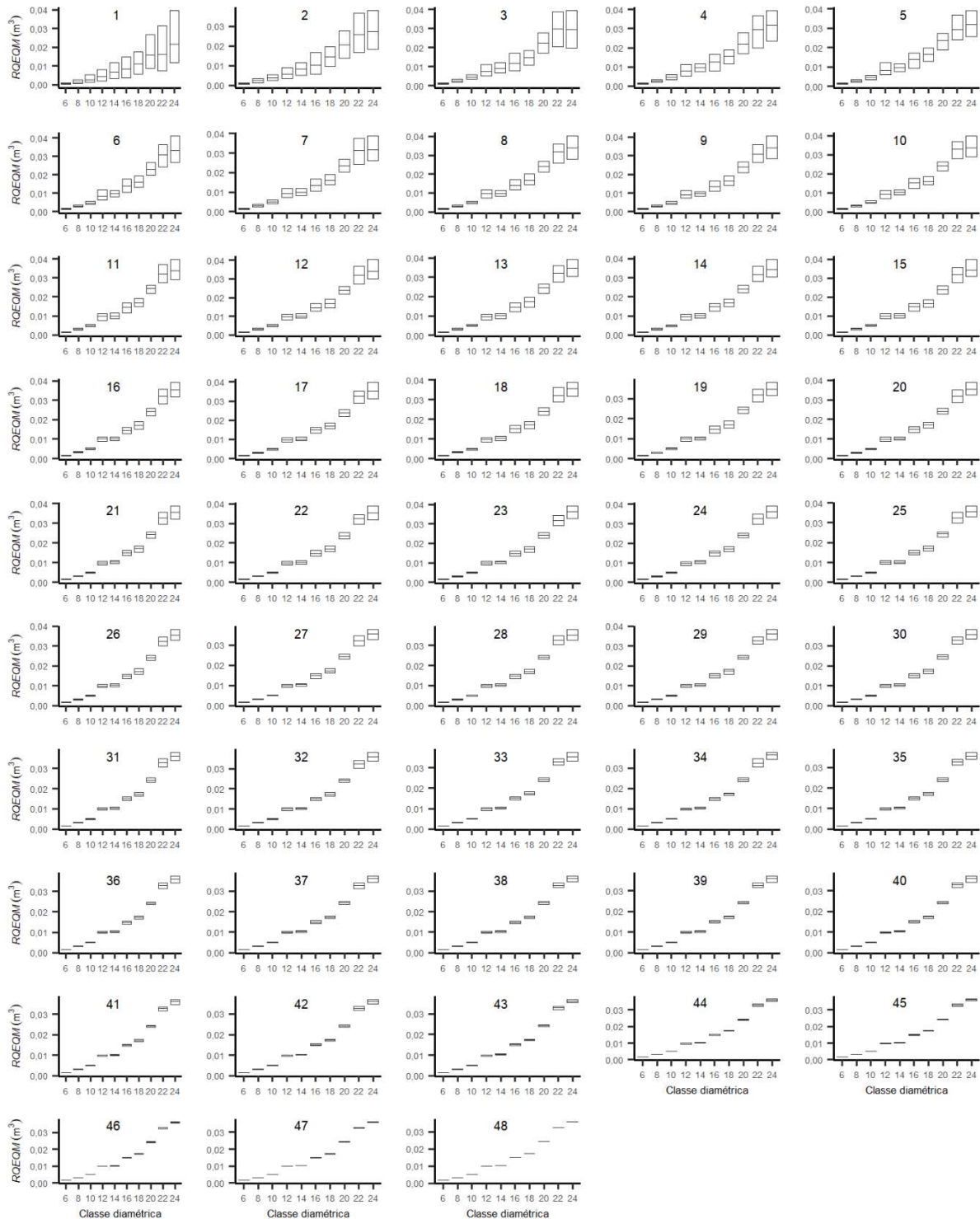
Ainda, considerando os resultados do teste de identidade de modelo, pode-se constatar que quantidades de árvores por classe de diâmetro entre 8 e 47 árvores resultaram em ajustes estatisticamente semelhantes ao obtido com 48 árvores por classe de diâmetro. Contudo, quantidades maiores de árvores podem elevar consideravelmente os custos de coleta de dados de campo (GUIMARÃES; LEITE, 1996; OLIVEIRA et al., 2009). De acordo com o estudo de Binoti et al. (2013), a cubagem de árvores de clones de eucalipto resultou em um custo unitário de cerca de R\$ 55,59 (valor que pode ser assumido atualmente como aproximadamente R\$100,00 a unidade cubada, corrigindo-se os custos envolvidos), demonstrando a necessidade de se considerar tanto a precisão fornecida pelo ajuste da equação quanto os custos envolvidos, evitando-se, assim, que não ocorra perda de acurácia das estimativas em detrimento dos custos.

4.1.3. Avaliação dentro das classes de diâmetros

Ao analisar o efeito do número de árvores-amostra por classe de diâmetro no ajuste das equações, nas diferentes repetições, mas dentro das classes de diâmetros (Figura 7), foi possível observar que as classes superiores possuem valores maiores de erro médios ($RQEQM$), independentemente do número de árvores por classe (Figura 1). Isto ocorre devido a maior dispersão nos volumes individuais à medida em que aumenta o porte da árvore.

Em relação à variabilidade dos erros ($RQEQM$), observou-se que, à medida que se aumentou o número de árvores-amostra por classe de diâmetro a variabilidade foi diminuindo (Figura 7), uma vez que as estimativas dos parâmetros das equações ajustadas eram não viesadas, ou seja, $E(\hat{\beta}) = \beta$ (GUJARATI; PORTER, 2011).

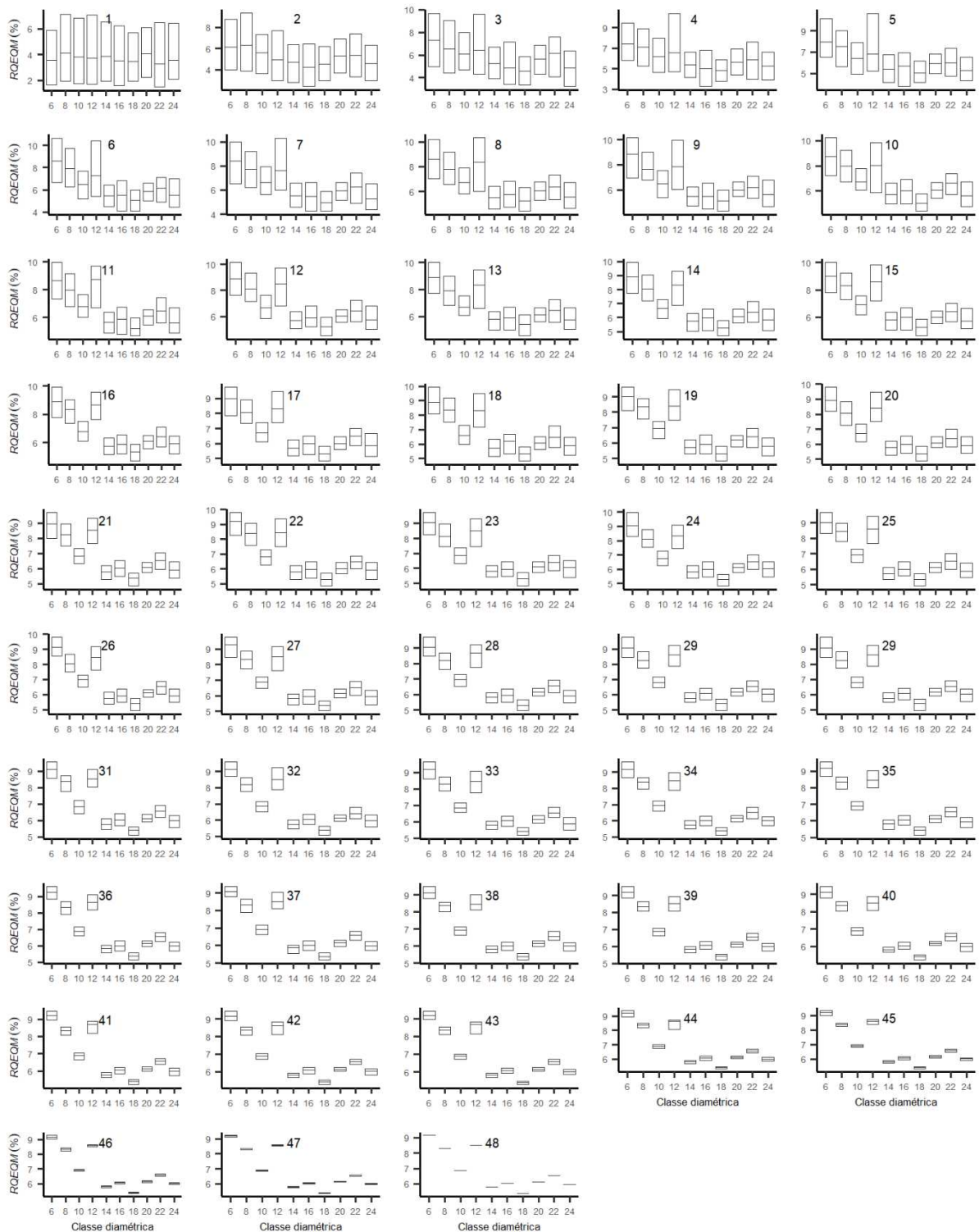
Figura 7. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) da raiz quadrada do erro quadrático médio em m^3 ($RQEQM$, em m^3) dentro das classes de diâmetros, para diferentes tamanhos de amostra.



De forma complementar, a análise da raiz quadrada do erro quadrático médio relativo ($RQEQM\%$) (Figura 8) demonstrou que classes de diâmetros menores tendem a apresentar maiores erros percentuais. À medida que se aumentou o número de árvores-amostra nas classes

de diâmetro, os erros percentuais e a variabilidade dos erros percentuais diminuíram, sobretudo nas maiores classes de diâmetro.

Figura 8. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) da raiz quadrada do erro quadrático médio em porcentagem ($RQEQM\%$) dentro das classes de diâmetros, para diferentes tamanhos de amostra.

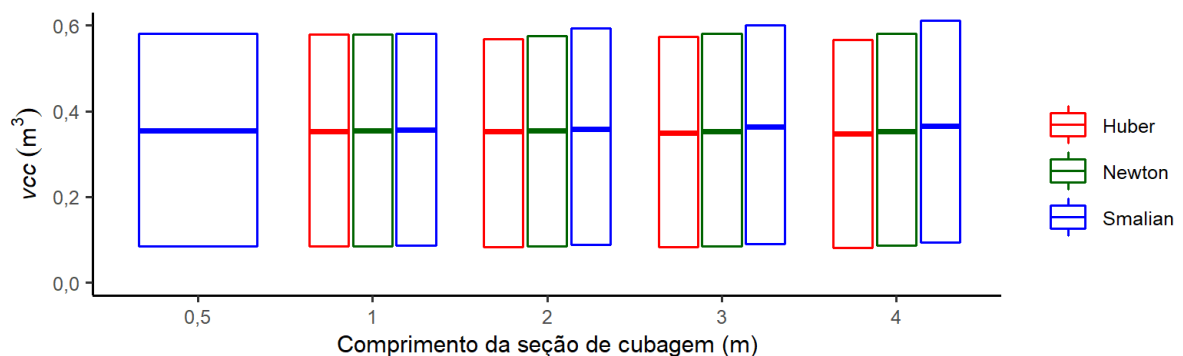


No presente estudo, em que foi considerada uma frequência de cubagem constante para todas as classes de diâmetros, assim como recomendado por Campos e Leite (2017), tornou-se possível reduzir o número de árvores-amostra por classe e avaliar o comportamento das estimativas e estatísticas. Caso tivesse sido adotada a metodologia de cubagem considerando a frequência da distribuição de diâmetro do povoamento, assim como recomendado por Scolforo e Thiersch (2004), não seria possível realizar o presente estudo, pois existiriam poucas árvores-amostra nas classes de menor e maior diâmetro, inviabilizando as reduções, podendo resultar também em maiores erros de estimativa, visto que as árvores cubadas poderiam não representar a variabilidade volumétrica ocorrente nas classes de diâmetros maiores, assim como observado na Figura 1, potencializando os erros.

4.2. Efeito do tamanho das seções na cubagem e das fórmulas para o cálculo dos volumes nas estimativas dos parâmetros das equações volumétricas

Avaliando o efeito do tamanho de seção de cubagem nas fórmulas de Huber, Newton e Smalian (Figura 9) foi possível observar pouca diferença entre as estimativas de volume com casca (v_{cc}), sendo que para seções maiores que 1 metro foi observado que a fórmula Smalian resultou em estimativas de maior valor mediano e maior variabilidade do volume com casca e a de Huber em estimativas menores. Estes resultados estão de acordo com as observações de Machado et al. (2006), Machado e Nadolny (1991), Miranda, Azevedo e Santos (2013) e Souza et al. (2017), que preconizaram que independentemente do tamanho da seção e forma da árvore, Huber tende a subestimar o volume e Smalian tende a superestimar.

Figura 9. Medianas e amplitudes (1° e 3° quartil) das estimativas volumétricas (v_{cc}) obtidas empregando as expressões matemáticas de Huber, Newton e Smalian com diferentes tamanhos de seção de cubagem.

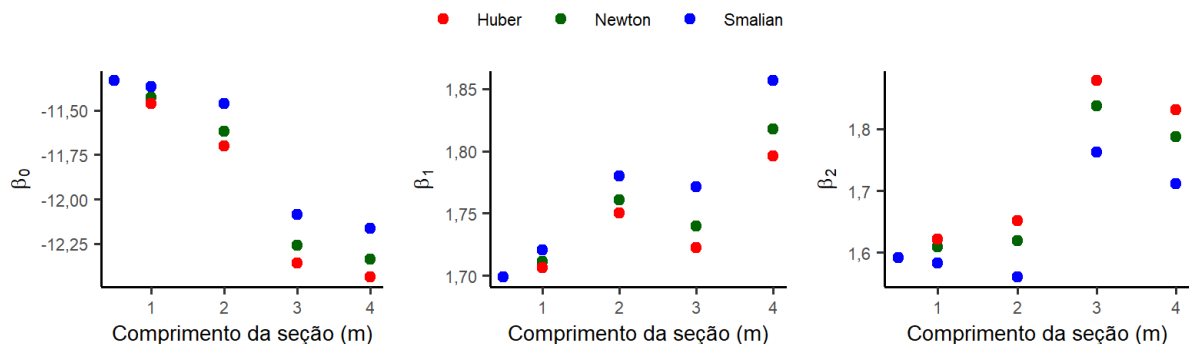


4.2.1. Efeito sobre as estimativas dos parâmetros do modelo volumétrico

Observou-se que os ajustes das equações referentes ao modelo volumétrico de Schumacher e Hall (1933), utilizando os volumes obtidos pelas diferentes fórmulas matemáticas, com diferentes tamanhos de seção na cubagem, resultaram em estimativas maiores de β_0 e β_1 , do modelo volumétrico, ao empregar a fórmula de Smalian, independentemente do tamanho das seções, seguidas pelas fórmulas de Newton e Huber, respectivamente (Figura 10). Para o parâmetro β_2 o comportamento se inverteu entre as fórmulas de Huber e Smalian, contudo, Newton continuou com o comportamento intermediário.

Cabe destacar também que existe uma tendência de diminuição dos valores de β_0 à medida que se eleva o tamanho das seções de cubagem, ao passo que para os parâmetros β_1 e β_2 ocorreu uma certa tendência de elevação nos valores (Figura 10).

Figura 10. Comportamento das estimativas dos parâmetros do modelo de Schumacher e Hall (1933) em função das fórmulas utilizadas para totalizar os volumes do tronco e dos comprimentos das seções no procedimento de cubagem.



Em que: β_i são os parâmetros do modelo volumétrico linear de Schumacher e Hall (1933).

O volume (vcc) obtido pela fórmula de Smalian tende a ser maior que o de Newton, sendo que este tende a ser maior que o Huber, ao passo que a razão (R) das diferenças entre eles, expressa por:

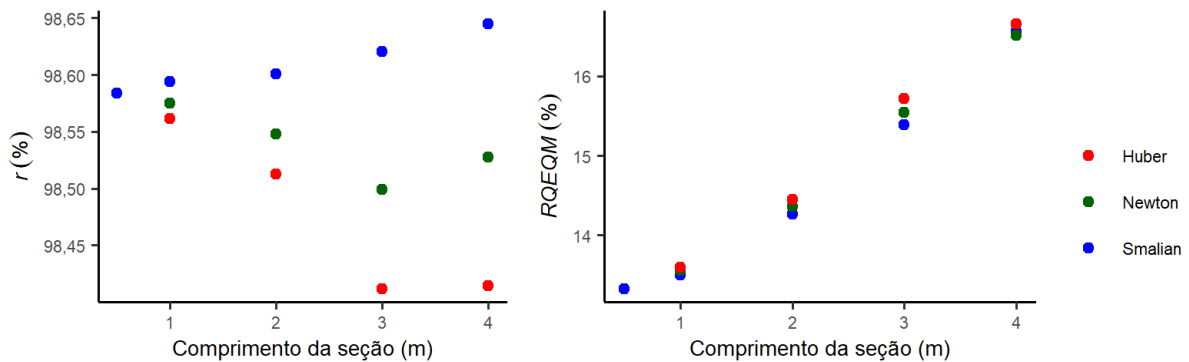
$$R = \frac{(vcc_{Smalian} - vcc_{Newton})}{(vcc_{Huber} - vcc_{Newton})}$$

é igual a -2, ou seja, a diferença de Smalian para

Newton é duas vezes a diferença de Huber para Newton, mas com sinal contrário (KERSHAW et al., 2017). Esse padrão na razão da diferença entre os volumes se manteve aproximadamente para os parâmetros (β_i) do modelo, uma vez que graficamente (Figura 10) observa-se esta tendência, pela distância entre os pontos que os representam.

De acordo com a Figura 11, foi observado que a fórmula de Smalian possui uma tendência de elevar o coeficiente de correlação ($r(\%)$) entre os volumes observados e estimados pela equação à medida que se aumentou o tamanho da seção de cubagem, sendo que as fórmulas de Huber e Newton tiveram comportamento diferente.

Figura 11. Comportamento das estatísticas de validação das equações referentes ao modelo de Schumacher e Hall (1933) em função das fórmulas aproximativas utilizadas para totalizar os volumes do tronco e dos comprimentos das seções no procedimento de cubagem.



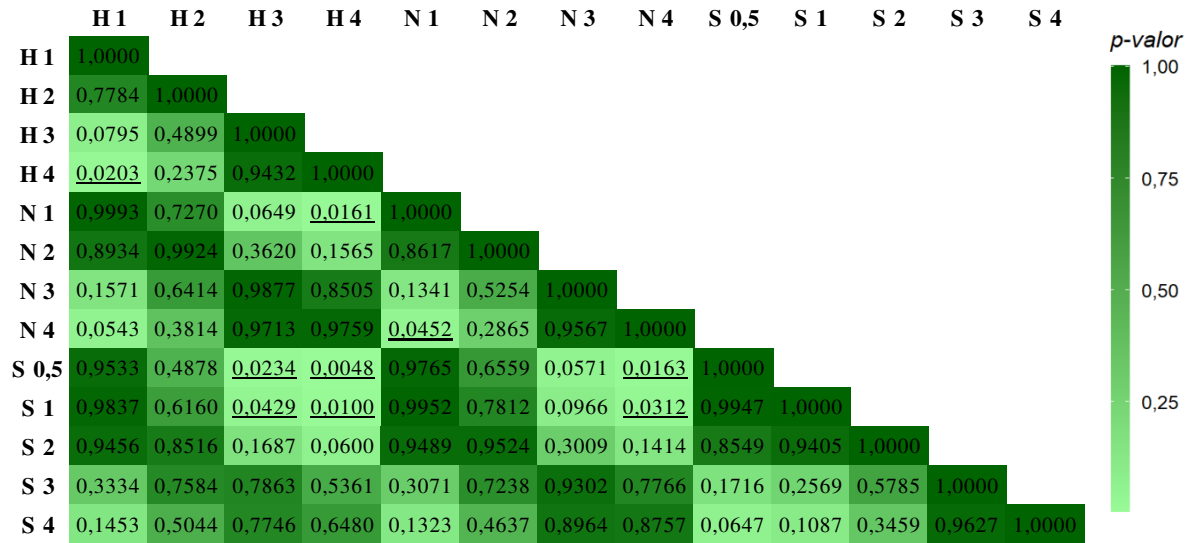
Analisando as estimativas da raiz quadrada do erro quadrático médio em valores em porcentagem ($RQEQM\%$) (Figura 11), observou-se uma tendência de menores erros oriundos do uso da fórmula de Smalian e de maiores erros para a fórmula de Huber. Cabe destacar ainda que a fórmula de Newton resultou em estimativas de erros intermediários e que o aumento do tamanho das seções no procedimento de cubagem resultou na elevação dos erros, independentemente da fórmula utilizada para totalizar o volume.

Estes resultados corroboram com as constatações de Campos (1988), que observou que o tamanho da seção de cubagem interfere diretamente na precisão das estimativas volumétricas, sendo que seções menores resultam em estimativas mais precisas.

4.2.2. Testes de identidade de modelo

De acordo com a Figura 12, observou-se uma maior proximidade estatística entre as equações volumétricas ajustadas com volumes calculados com as fórmulas de Huber e Newton, haja visto que a comparação entre estes métodos utilizando o mesmo tamanho de seção de cubagem resultou em valores de p -valor maiores que os obtidos em comparação com Smalian. Observou-se também que ocorreu uma redução nos valores de p -valor à medida que se aumentou o tamanho da seção, gerando algumas comparações estatisticamente diferentes (p -valor < 0,05) entre diferentes fórmulas e comprimento de seção.

Figura 12. Matiz de confusão dos testes de identidade de modelos entre as equações de Huber (H), Newton (N) e Smalian (S) para seções de cubagem de 0,5, 1,0; 2,0; 3,0 e 4 metros.



Em que: Valores sublinhados representam resultados com diferença significativa segundo o teste de identidade de modelo (p -valor < 0,05).

A maior semelhança entre os resultados obtidos pelas fórmulas de Huber e Newton se deve ao fato destas resultarem em melhores estimativas para seções em formato de cone, enquanto Smalian possui maior aderência para as formas de parabolóide, demonstrando a importância do emprego adequado do método de cubagem de acordo com a forma da seção ou da árvore-amostra (CAMPOS; LEITE, 2017; LIMA et al., 2016). Estes resultados corroboram com os observados por Machado e Nadolny (1991), onde as fórmulas de Huber e Newton foram as mais similares.

Contrapondo os maiores tamanhos de seção de cubagem (3 e 4 metros) com os menores (0,5 e 1 metro, que para este estudo e com base nos resultados apresentados, podem ser considerados como os que proporcionaram maior precisão para as estimativas devido serem a menor unidade amostral disponível para as avaliações), verificou-se que o uso de seções maiores pode resultar em erros mais elevados, sendo recomendado que estes tamanhos de seções sejam evitados.

Também foi observado na Figura 12 que nas comparações entre as equações ajustadas com base na mesma fórmula aproximativa, aumentando-se 1 metro no comprimento das seções de cubagem, há uma menor equivalência estatística entre as seções de 3 e 4 metros para todas as fórmulas matemáticas avaliadas. Além disso, pode-se inferir também que a diferença entre os ajustes das equações considerando as diferentes fórmulas para a determinação do volume, com o mesmo tamanho de seção de cubagem, é pequena, visto que nos testes de identidade de

modelos foram obtidos valores de *p*-valor que quando comparados resultaram em pequenas diferenças.

5. CONCLUSÕES

Após o desenvolvimento deste estudo, pode-se concluir que:

No presente estudo, equações de volume (modelo de Schumacher e Hall, 1933), ajustadas a partir de 8 árvores por classes de diâmetro, com amplitude de 2 cm em cada classe, fornecem estimativas volumétricas similares às obtidas pelo emprego da equação resultante da cubagem de 48 árvores por classe de diâmetro. Portanto não é necessário mais que oito árvores por classe de diâmetro para fins de modelagem do volume individual.

O aumento do número de árvores por classe de diâmetro resultou em uma diminuição dos erros médios e da variabilidade dos erros em todas as classes, sobretudo nas maiores, uma vez que as estimativas dos parâmetros das equações ajustadas eram não viesados.

O tamanho da seção no procedimento de cubagem de árvores-amostra afeta diretamente a precisão das estimativas de volume individual, sendo que seções de maiores tamanhos resultam em equações volumétricas que geram erros relativamente maiores.

Para seções de mesmo tamanho as equações volumétricas ajustadas com dados de volume individual determinados com emprego das fórmulas de Huber, Newton e Smalian não diferem estatisticamente. Mas aumentando-se o comprimento da seção, em alguns casos, as equações foram estatisticamente diferentes, mesmo para uma mesma formula matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABREU, J. C.; SOARES, C. P. B.; LEITE, H. G. Assessing alternatives to estimate the stem volume of a seasonal semi-deciduous forest. **Floresta**, v. 47, n. 4, p. 375, 2017. DOI:10.5380/rf.v47i4.54259.

ACERBI JUNIOR, F. W. et al. Modelo para prognose do crescimento e da produção e análise econômica de regimes de manejo para *Pinus taeda* L. **Revista Árvore**, v. 26, n. 6, p. 699–713, 2002. DOI:10.1590/S0100-67622002000600007.

AKINDELE, S. O.; LEMAY, V. M. Development of tree volume equations for common timber species in the tropical rain forest area of Nigeria. **Forest Ecology and Management**, v. 226, n. 1–3, p. 41–48, maio 2006. DOI:10.1016/j.foreco.2006.01.022.

AKOSSOU, A. et al. Scaling of Teak (*Tectona grandis*) Logs by the Xylometer Technique: Accuracy of Volume Equations and Influence of the Log Length. **Diversity**, v. 5, n. 1, p. 99–113, 2013. DOI:10.3390/d5010099.

ALMEIDA, D. L. C. S. et al. Determinação de equação volumétrica e hipsométrica para um plantio de *Tectona grandis* L. f. em Alta Floresta, MT. **Rev. Ciênc. Agroamb.** v. 14, n. 2, p. 2–9, 2016. DOI:10.5327/rcaa.v14i2.1266.

AZEVEDO, G. B. DE et al. Estimativas volumétricas em povoamentos de eucalipto sob regime de alto fuste e talhadia no sudoeste da Bahia. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 31, n. 68, p. 309–318, 26 dez. 2011. DOI:10.4336/2011.pfb.31.68.309.

BARROS, M. V. et al. Fator de cubicação para toretes de *Eucalyptus grandis* e sua variação com o tempo de exposição ao ambiente. **Ciência Florestal**, v. 18, n. 1, p. 109, 2008. DOI:10.5902/19805098515.

BATISTA, J. L. F.; COUTO, H. T. Z.; SILVA FILHO, D. F. **Quantificação de recursos florestais: árvores, arvoredos e florestas**. 1. ed. São Paulo: Oficina de Textos, 2014.

BINOTI, D. H. B. et al. Redução dos custos em inventário de povoamentos equiâneos. **Revista Brasileira de Ciências Agrárias**, v. 8, n. 1, p. 125–129, 2013. DOI:10.5039/agraria.v8i1a2209.

BINOTI, M. L. M. S. et al. Redes neurais artificiais para estimação do volume de árvores. **Revista Árvore**, v. 38, n. 2, p. 283–288, 2014. DOI:10.1590/S0100-67622014000200008.

BRUCE, D.; SCHUMACHER, F. X. **Forest mensuration**. New York: McGraw-Hill, 1950.

BURKHART, H. E.; AVERY, T. E.; BULLOCK, B. P. **Forest measurements**. 6. ed. Long Grove: Waveland Press, 2019.

CAMPOS, J. C. C. **Dendrometria**. 1. ed. Viçosa: UFV, 1988.

CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal: perguntas e respostas**. 5. ed. Viçosa: UFV, 2017.

CASAS, G. G. et al. Improving Yield Projections from Early Ages in Eucalypt Plantations with the Clutter Model and Artificial Neural Networks. **Pertanika Journal of Science and Technology**, v. 30, n. 2, p. 1257–1272, 11 mar. 2022. DOI:10.47836/pjst.30.2.22.

CERQUEIRA, C. L. et al. Modelagem da altura e volume de *Tectona grandis* L.F. na mesorregião Nordeste do Pará. **Nativa**, v. 5, n. esp, p. 606–611, 2017. DOI:10.5935/2318-7670.v05nespa22.

CHAPMAN, H. H.; MEYER, W. H. **Forest mensuration**. New York: McGraw-Hill, 1949.

CHAZDON, R. L. et al. When is a forest a forest? Forest concepts and definitions in the era of forest and landscape restoration. **Ambio**, v. 45, n. 5, p. 538–550, 2016. DOI:10.1007/s13280-016-0772-y.

CORTE, A. P. D. et al. Forest inventory with high-density UAV-Lidar: Machine learning approaches for predicting individual tree attributes. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 179, p. 105815, dez. 2020. DOI:10.1016/j.compag.2020.105815.

CRIBARI-NETO, F.; SOARES, A. C. N. Inferência em modelos heterocedásticos. **Revista Brasileira de Economia**, v. 57, n. 2, jun. 2003. DOI:10.1590/S0034-71402003000200001.

CUBBAGE, F. et al. Timber investment returns for selected plantations and native forests in South America and the Southern United States. **New Forests**, v. 33, n. 3, p. 237–255, 2007. DOI:10.1007/s11056-006-9025-4.

CUBBAGE, F. et al. Global timber investments, wood costs, regulation, and risk. **Biomass and Bioenergy**, v. 34, n. 12, p. 1667–1678, 2010. DOI:10.1016/j.biombioe.2010.05.008.

CUNHA NETO, E. M. et al. Aprendizado de máquina e regressão linear na estimativa do volume de *Eucalyptus* na Amazônia Oriental. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 6, n. 1, p. 08, 2021. DOI:10.5380/biofix.v6i1.75092.

DANGAL, S. P.; DAS, A. K.; PAUDEL, S. K. Effectiveness of management interventions on forest carbon stock in planted forests in Nepal. **Journal of Environmental Management**, v. 196, p. 511–517, 2017. DOI:10.1016/j.jenvman.2017.03.056.

DANTAS, D. et al. Multilevel nonlinear mixed-effects model and machine learning for predicting the volume of *Eucalyptus* spp. trees. **Cerne**, v. 26, n. 1, p. 48–57, 2020. DOI:10.1590/01047760202026012668.

DIAMANTOPOULOU, M. J.; ÖZÇELİK, R.; YAVUZ, H. Tree-bark volume prediction via machine learning: A case study based on black alder's tree-bark production. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 151, p. 431–440, ago. 2018. DOI:10.1016/j.compag.2018.06.039.

DOBNER JR., M. et al. Crescimento e desempenho econômico de *Eucalyptus dunnii* em diferentes sítios no planalto sul do Brasil. **Floresta**, v. 47, n. 4, p. 397, 2017. DOI:10.5380/ufv.v47i4.45745.

DOMICIANO, C. A. R. et al. Development of the cultivar xaraés under different concentrations of teak sawdust. **Advances in Forestry Science**, v. 8, n. 3, p. 1497–1509, 11 out. 2021. DOI:10.34062/afs.v8i3.11496.

FARIAS, K. J.; NICOLETTI, M. F.; AGUIAR, N. S. DE. Quantificação do volume total por meio de modelos volumétricos e de afilamento em *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Revista de Ciências Agroveterinárias**, v. 18, n. 1, p. 33–40, 14 fev. 2019. DOI:10.5965/223811711812019033.

FERREIRA, D. H. A. A. et al. Crescimento de clone de *Eucalyptus urophylla* x *E. grandis* em diferentes espaçamentos. **FLORESTA**, v. 44, n. 3, p. 431, 2014. DOI:10.5380/ufv.v44i3.32188.

FIGUEIREDO, E. O.; SCOLFORO, J. R. S.; OLIVEIRA, A. D. Seleção de modelos polinomiais para representar o perfil e volume do fuste de *Tectona grandis* L.f. **Acta Amazonica**, v. 36, n. 4, p. 465–482, 2006. DOI:10.1590/S0044-59672006000400008.

FIGUEIREDO FILHO, A.; MACHADO, S. A.; CARNEIRO, M. R. A. Testing accuracy of log volume calculation procedures against water displacement techniques (xylometer). **Canadian Journal of Forest Research**, v. 30, n. 6, p. 990–997, 2000. DOI:10.1139/x00-006.

FIGUEIREDO FILHO, D. et al. O que fazer e o que não fazer com a regressão: pressupostos e aplicações do modelo linear de Mínimos Quadrados Ordinários (MQO). **Revista Política Hoje**, v. 20, n. 1, p. 44–99, 2011.

FINGER, C. A. G. **Fundamentos de biometria florestal**. 1. ed. Santa Maria: UFSM/CEPEF/FATEC, 1992.

FOX, T. R. Sustained productivity in intensively managed forest plantations. **Forest Ecology and Management**, v. 138, n. 1–3, p. 187–202, 2000. DOI:10.1016/S0378-1127(00)00396-0.

FOX, T. R.; JOKELA, E. J.; ALLEN, H. L. The Development of Pine Plantation Silviculture in the Southern United States. **Journal of Forestry**, v. 105, n. 7, p. 337–347, 2007. DOI:10.1093/jof/105.7.337.

FREITAS, E. C. S. et al. Modeling of eucalyptus productivity with artificial neural networks. **Industrial Crops and Products**, v. 146, p. 1–9, 2020. DOI:10.1016/j.indcrop.2020.112149.

GOMES, A. M. A. **Medição dos arvoredos**. Lisboa: Livraria sá da Costa, 1957.

GOMES, F. P.; GARCIA, C. H. **A determinação de equações volumétricas na engenharia florestal**. 1. ed. Piracicaba: IPEF, 1993.

GORGENS, E. B. et al. Influência da arquitetura na estimativa de volume de árvores individuais por meio de redes neurais artificiais. **Revista Árvore**, v. 38, n. 2, p. 289–295, 2014. DOI:10.1590/S0100-67622014000200009.

GOUVEIA, J. F. et al. Modelos volumétricos mistos em clones de *Eucalyptus* no polo gesseiro do Araripe, Pernambuco. **Floresta**, v. 45, n. 3, p. 587, 2015. DOI:10.5380/rf.v45i3.36844.

GRAYBILL, F. A. **Theory and application of the linear model**. Massachusetts: Ouxburg 239 Press, 1976.

GROSENBAUGH, L. R. Tree form: definition, interpolation, extrapolation. **The Forestry Chronicle**, v. 42, n. 4, p. 444–457, 1 dez. 1966. DOI:10.5558/tfc42444-4.

GUIMARÃES, D. P.; LEITE, H. G. Influência do número de árvores na determinação de equação volumétrica para *Eucalyptus grandis*. **Scientia forestalis**, v. 50, p. 37–42, 1996.

GUJARATI, D. N.; PORTER, D. C. **Econometria básica**. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011.

HUSCH, B.; BEERS, T. W.; KERSHAW, J. A. **Forest Mensuration**. 4. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003.

IBÁ. **RELATÓRIO ANUAL**. Brasília: Indústria Brasileira de Árvores, 2021. v. 1

KERSHAW, J. A. et al. **Forest Mensuration**. 5. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 2017.

KETTERINGS, Q. M. et al. Reducing uncertainty in the use of allometric biomass equations for predicting above-ground tree biomass in mixed secondary forests. **Forest**

Ecology and Management, v. 146, n. 1–3, p. 199–209, 2001. DOI:10.1016/S0378-1127(00)00460-6.

LAPONNI, J. **Projetos de investimento na empresa**. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2013.

LARSON, P. R. Stem Form Development of Forest Trees. **Forest Science**, v. 9, n. suppl_2, p. a0001-42, 1 dez. 1963. DOI:10.1093/forestscience/9.s2.a0001.

LEAL, F. A. et al. Amostragem de árvores de *Eucalyptus* na cubagem rigorosa para estimativa de modelos volumétricos. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 33, n. 1, p. 91–103, 2015.

LEAL, F. A.; LEAL, G. DA S. A.; SILVA, T. C. DA. Redes neurais artificiais e modelos alométricos aplicados para estimativa de volume e altura em *Eucalyptus urophylla* S.T.Blacke. **Advances in Forestry Science**, v. 7, n. 3, p. 1181–1188, 3 nov. 2020. DOI:10.34062/afs.v7i3.10720.

LEITE, H. et al. Classificação da Capacidade Produtiva de Povoamentos de Eucalipto Utilizando Diâmetro Dominante. **Silva Lusitana**, v. 19, n. 2, p. 181–195, 2011.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Um método para condução de inventários florestais sem o uso de equações volumétricas. **Revista Árvore**, v. 26, n. 3, p. 321–328, 2002. DOI:10.1590/S0100-67622002000300007.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Importância das variáveis altura dominante e altura total em equações hipsométricas e volumétricas. **Revista Árvore**, v. 27, n. 3, p. 301–310, 2003. DOI:10.1590/S0100-67622003000300005.

LEITE, H. G.; ANDRADE, V. C. L. Uso do método da altura relativa em inventário florestal de um povoamento de pinus. **Revista Árvore**, v. 28, n. 6, p. 865–873, 2004. DOI:10.1590/S0100-67622004000600011.

LEÓN, G. C.; URANGA-VALENCIA, L. P. Theoretical evaluation of Huber and Smalian methods applied to tree stem classical geometries. **Bosque (Valdivia)**, v. 34, n. 3, p. 13–14, 2013. DOI:10.4067/S0717-92002013000300007.

LIMA, G. C. P. et al. Acuracidade de métodos de cubagem para estimativa do volume de *Pinus taeda* L. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 1, n. 1, p. 74–82, 2016. DOI:10.5380/biofix.v1i1.49101.

LIMA, M. B. O. et al. Artificial neural networks in whole-stand level modeling of *Eucalyptus* plants. **African Journal of Agricultural Research**, v. 12, n. 7, p. 524–534, 2017. DOI:10.5897/AJAR2016.12068.

LOETSCH, F.; ZOHRER, F.; HALLER, K. E. **Forest inventory**. 2. ed. Munich: BLV Verlagsgesellschaft, 1973.

LUSTOSA JUNIOR, I. M. et al. Modelos de afilamento e otimização de multiprodutos de um povoamento de *Eucalyptus* não desbastado. **Revista de Agricultura Neotropical**, v. 4, n. 5, p. 59–65, 2017. DOI:10.32404/rean.v4i5.2216.

MACHADO, S. A. et al. Comparação de métodos de cubagem absolutos com o volume obtido pelo xilômetro para bracatinga (*Mimosa scabrella* Bentham). **Cerne**, v. 12, n. 3, p. 239–253, 2006.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO FILHO, A. **Dendrometria**. 2. ed. Guavara: Unicentro, 2014.

MACHADO, S. A.; NADOLNY, M. C. **Comparação de métodos de cubagem de árvores e de diversos comprimentos de seção**. Anais do III Congresso Florestal e do Meio Ambiente do Paraná. **Anais...**Curitiba: Associação Parananense de Engenheiros Florestais, 1991.

MACHOVER, C. Four decades of computer graphics. **IEEE Computer Graphics and Applications**, v. 14, n. 6, p. 14–19, 1994. DOI:10.1109/38.329088.

MARQUES, R. M. et al. Teste de identidade de modelos volumétricos para povoamentos de *Eucalyptus* sp. em sete municípios de Minas Gerais. **Enciclopédia Biosfera**, v. 11, n. 21, p. 21818–1833, 2015.

MARTIN, A. J. Testing Volume Equation Accuracy with Water Displacement Techniques. **Forest Science**, v. 30, n. 1, p. 41–50, 1984. DOI:10.1093/FORRESTSCIENCE/30.1.41.

MARTINS, M. E. G. Desvio padrão amostral. **Revista de Ciência Elementar**, v. 1, n. 1, 30 dez. 2013. DOI:10.24927/rce2013.022.

MARTINS, M. T.; COSTA, E. A.; MARANGON, G. P. Estimativas volumétricas em plantios de eucalipto para duas mesorregiões do Rio Grande do Sul. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 6, n. 1, p. 28, 2021. DOI:10.5380/biofix.v6i1.75708.

MEDEIROS, R. A. et al. Growth and Structural Development of *Tectona grandis* in Different Cultivation Systems in Brazil. **Journal of Agricultural Science**, v. 11, n. 8, p. 138–155, 2019. DOI:10.5539/jas.v11n8p138.

MENEZES, L. D. S. et al. Taper modeling and economic evaluation of multi-products obtained from wood of short-rotation eucalyptus stands. **Floresta**, v. 50, n. 3, p. 1439, 2020. DOI:10.5380/rf.v50i3.60513.

MIGUEL, E. et al. Alternative methods of scaling *Eucalyptus urophylla* trees in forest stands: compatibility and accuracy of volume equations. **iForest - Biogeosciences and Forestry**, v. 11, n. 2, p. 275–283, 30 abr. 2018. DOI:10.3832/ifor2155-011.

MIRANDA, D. L. C.; AZEVEDO, F. F.; SANTOS, J. P. Determinação do volume de toras da espécie *Mezilaurus itauba* (Meissn.) Taub. **Scientia Plena**, v. 9, n. 8, p. 1–7, 2013.

MORAIS, A. C.; SOARES, T. S.; CRUZ, E. S. Height, volume and form factor equations for *Tectona grandis* L.f. in Alta Floresta (MT). **Scientia Agraria Paranaensis**, v. 1, n. 1, p. 27, 2020. DOI:10.18188/sap.v19i1.21548.

MOREIRA, J. M. M. Á. P.; SIMIONI, F. J.; OLIVEIRA, E. B. Importância e desempenho das florestas plantadas no contexto do agronegócio brasileiro. **Floresta**, v. 47, n. 1, p. 85, 2017. DOI:10.5380/rf.v47i1.47687.

MÜLLER, M. D. et al. Equações de altura, volume e afilamento para eucalipto e acácia estabelecidos em sistema silvipastoril. **Floresta**, v. 44, n. 3, p. 473, 2014. DOI:10.5380/rf.v44i3.33149.

MUSHAR, S. H. M. et al. Machine learning approach for estimating tree volume. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 1502, n. 1, p. 012039, 1 mar. 2020. DOI:10.1088/1742-6596/1502/1/012039.

NUNES, J. S.; SOARES, T. S. Estimativas volumétricas para um povoamento adensado de *Eucalyptus* sp. em regime de curta rotação. **JOURNAL OF NEOTROPICAL AGRICULTURE**, v. 4, n. 4, p. 77–86, 2017. DOI:10.32404/rean.v4i4.1661.

OLIVEIRA, J. M. D. DE et al. Quantificação de volume de árvores utilizando cubagem rigorosa, modelo de afilamento e modelo volumétrico. **AGROPECUÁRIA CIENTÍFICA NO SEMIÁRIDO**, v. 16, n. 3, p. 134, 28 dez. 2020. DOI:10.30969/acsa.v16i3.1269.

OLIVEIRA, M. L. R. et al. Estimação do volume de árvores de clones de eucalipto pelo método da similaridade de perfis. **Revista Árvore**, v. 33, n. 1, p. 133–141, 2009. DOI:10.1590/S0100-67622009000100014.

OLIVEIRA, R. Z. G.; GARCIA, C. Sobre métodos de obtenção do volume de toras de madeira. **Revista do professor de matemática**, v. 83, p. 10–15, 2014.

PEREIRA, A. R. DOS S. et al. Modelagem Volumétrica para *Eucalyptus urograndis* no Município de Porto Grande, Amapá, Brasil. **Biota Amazônia**, v. 6, n. 4, p. 10–14, 2016. DOI:10.18561/2179-5746/biotaamazonia.v6n4p10-14.

PHILLIPS, D. R.; TARAS, M. A. Accuracy of log volume estimates by density and formulas compared with water displacement. **Forest products journal**, v. 37, n. 10, p. 37–42, 1987.

- PRODAN, M. et al. **Mensura forestal**. San José: GTZ-IICA, 1997.
- QIAN, Z. et al. **Recent Advances in Computer Science and Information Engineering**. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2012. v. 124
- R CORE TEAM. **R: A Language and Environment for Statistical Computing**. Vienna, Austria. R Foundation for Statistical Computing, , 2022.
- REGAZZI, A. J. Teste para verificar a identidade de modelos de regressão. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v. 31, n. 1, p. 1–17, 1 jan. 1996.
- REZENDE, J. L. P.; OLIVEIRA, A. D.; COELHO JÚNIOR, L. M. Infinite planning horizon, land opportunity cost and Faustmann Methodology. **Cerne**, v. 11, n. 2, p. 101–112, 2005.
- RIBEIRO, Y. S. et al. Desempenho Silvicultural em Sistema Silvipastoril do Clone H13 de *Eucalyptus urograndis* em Diferentes Densidades aos 12 Anos. **UNICIÊNCIAS**, v. 24, n. 1, p. 45–50, 2021. DOI:10.17921/1415-5141.2020v24n1p45-50.
- RODRIGUEZ, L. C. E.; BUENO, A. R. S.; RODRIGUES, F. Rotações de eucaliptos mais longas: análise volumétrica e econômica. **Scientia Forestalis**, v. 51, p. 15–28, 1997.
- ROLIM, S. G. et al. Modelos volumétricos para a Floresta Nacional do Tapirapé-Aquirí, Serra dos Carajás (PA). **Acta Amazonica**, v. 36, n. 1, p. 107–114, 2006. DOI:10.1590/S0044-59672006000100013.
- ROW, C.; GUTTENBERG, S. Determining weight-volume relationships for sawlogs. **J. Forest Prod**, v. 16, n. 5, p. 39–47, 1966.
- SANQUETTA, C. R. et al. **Inventários florestais: planejamento e execução**. 3. ed. Curitiba: Multi-Graphic, 2014. v. 3
- SCHRÖDER, T. et al. Métodos de estimativa de volume comercial para *Eucalyptus grandis*: especificidades e recomendações. **Pesquisa Florestal Brasileira**, v. 33, n. 73, p. 1–7, 2013. DOI:10.4336/2013.pfb.33.73.446.
- SCHRÖDER, T.; PEREIRA, L. D.; HOFIÇO, N. DOS S. A. Comparação de Métodos de Estimativa de Volume Total para *Eucalyptus grandis* W. Hill ex Maiden. **Floresta e Ambiente**, v. 20, n. 4, p. 480–486, 2013. DOI:10.4322/floram.2013.041.
- SCHUMACHER, F. X.; HALL, F. D. S. Logarithmic expression of timber-tree volume. **Journal of Agricultural Research**, v. 47, n. 9, p. 719–734, 1933.
- SCOLFORO, J. R. S.; THIERSCH, C. R. **Biometria florestal: medição, volumetria e gravimetria**. 1. ed. Lavras: UFLA/FAEPE, 2004.
- SERPE, E. L. et al. Modelos de volume e afilamento para florestas de *Pinus taeda* L. **BIOFIX Scientific Journal**, v. 4, n. 1, p. 35, 2019. DOI:10.5380/biofix.v4i1.62744.

SILVA, G. F. DA et al. Avaliação de métodos de medição de altura em florestas naturais. **Revista Árvore**, v. 36, n. 2, p. 341–348, abr. 2012. DOI:10.1590/S0100-67622012000200015.

SILVA, J. A. A. DA et al. Equação volumétrica para *Eucalyptus camaldulensis*, na região de Barbalha, Ceará, usando o volume da primeira tora como variável independente. **Revista Árvore**, v. 17, p. 30–37, 1993.

SILVA, J. P. M. et al. Computational techniques applied to volume and biomass estimation of trees in Brazilian savanna. **Journal of Environmental Management**, v. 249, p. 109368, 2019. DOI:10.1016/j.jenvman.2019.109368.

SMETHURST, P. J. et al. Generalized model for plantation production of *Eucalyptus grandis* and hybrids for genotype-site-management applications. **Forest Ecology and Management**, v. 469, p. 118164, 2020. DOI:10.1016/j.foreco.2020.118164.

SOARES, C. P. B.; PAULA NETO, F. P.; SOUZA, A. L. **Dendrometria e Inventário florestal**. 2. ed. Viçosa: Editora UFV, 2011.

SOARES, F. A. A. M. N. et al. Recursive diameter prediction for calculating merchantable volume of *Eucalyptus* clones without previous knowledge of total tree height using artificial neural networks. **Applied Soft Computing**, v. 12, n. 8, p. 2030–2039, ago. 2012. DOI:10.1016/j.asoc.2012.02.018.

SOUZA, H. S. et al. Comparação de métodos de cubagem para eucalipto. **Revista Brasileira de Biometria**, v. 35, n. 1, p. 17–26, 2017.

SPURR, S. **Forest inventory**. New York: Ronald Press, 1952.

TAVARES JÚNIOR, I. S. et al. Artificial Neural Networks and Linear Regression Reduce Sample Intensity to Predict the Commercial Volume of *Eucalyptus* Clones. **Forests**, v. 10, n. 3, p. 268, 2019. DOI:10.3390/f10030268.

TERRA, D. L. C. V.; ANDRADE, V. C. L. DE; FREITAS, B. C. Identidade de modelos volumétrico e de afilamento para *Corymbia citriodora*. **Adv. For. Sci**, v. 5, n. 1, p. 269–274, 2018. DOI:10.34062/afs.v5i1.5629.

THIERSCH, C. R. et al. Acurácia dos métodos para estimativa do volume comercial de clones de *Eucalyptus* sp. **CERNE**, v. 12, n. 2, p. 167–181, 2006.

THOMAS, C. et al. Comparação de equações volumétricas ajustadas com dados de cubagem e análise de tronco. **Ciência Florestal**, v. 16, n. 3, p. 319, 2006. DOI:10.5902/198050981911.

VENDRUSCOLO, D. G. S. et al. Identidade em Modelos Hipsométricos para *Tectona grandis* com Diferentes Espaçamentos em Cáceres-MT. **Nativa**, v. 3, n. 1, p. 44–49, 26 mar. 2015. DOI:10.14583/2318-7670.v03n01a07.

WANG, Y. et al. An analysis of potential investment returns and their determinants of poplar plantations in state-owned forest enterprises of China. **New Forests**, v. 45, n. 2, p. 251–264, 2014. DOI:10.1007/s11056-014-9406-z.

YOUNG, H. E.; ROBBINS, W. C.; WILSON, S. Errors in volume determination of primary forest products. **Pulp & Paper Magazine of Canada**, v. 68, p. 389–394, 1967.