

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

**O desenvolvimento do conceito de divisão por meio de desafios lógico-
matemáticos**

Juliana Bertolini Valadão
Magister Scientiae

**FLORESTAL - MINAS GERAIS
2025**

JULIANA BERTOLINI VALADÃO

O desenvolvimento do conceito de divisão por meio de desafios lógico-matemáticos

Dissertação Mestrado Profissional apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Profissional), para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Douglas H. de Mendonca

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da Universidade Federal de Viçosa - Campus Florestal

T

V136d Valadão, Juliana Bertolini, 1986-
2025 O desenvolvimento do conceito de divisão por meio de desafios lógicos-matemáticos / Juliana Bertolini Valadão. – Florestal, MG, 2025.

1 dissertação eletrônica (172 f.): il. (algumas color.).

Inclui anexo.

Inclui apêndice.

Orientador: Douglas Henrique de Mendonça.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas, 2025.

Inclui bibliografia.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvcaf.2026.002>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Matemática. 2. Matemática - Educação e ensino. 3. Jogos no ensino de matemática. 4. Raciocínio. 5. Solução de problemas. I. Mendonça, Douglas Henrique de, 1985-. II. Universidade Federal de Viçosa. Instituto de Ciências Exatas e Tecnológicas. Programa de Pós Graduação Mestrado Profissional em Ciências e Matemática. III. Título.

CDD 23. ed. 511.3

JULIANA BERTOLINI VALADÃO

O desenvolvimento do conceito de divisão por meio de desafios lógico-matemáticos

Dissertação Mestrado Profissional apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática (Profissional), para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 19 de dezembro de 2025.

Assentimento:

Juliana Bertolini Valadão
Autora

Douglas Henrique de Mendonca
Orientador

Essa dissertação mestrado profissional foi assinada digitalmente pela autora em 22/01/2026 às 15:45:01 e pelo orientador em 22/01/2026 às 15:47:53. As assinaturas têm validade legal, conforme o disposto na Medida Provisória 2.200-2/2001 e na Resolução nº 37/2012 do CONARQ. Para conferir a autenticidade, acesse <https://siadoc.ufv.br/validar-documento>. No campo 'Código de registro', informe o código **TCN2.614F.LIOR** e clique no botão 'Validar documento'.

Ao meu filho.

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, pelo apoio incondicional e por serem o alicerce desta conquista. À minha mãe, cujo cuidado dedicado a mim e ao meu filho foi o que viabilizou meus estudos. Ao meu pai, meu fiel companheiro de estrada, que doou seu tempo e presença em cada viagem até a universidade.

Ao meu marido, pelo incentivo constante, pela torcida e por caminhar ao meu lado em todos os momentos deste trajeto. À minha irmã, que com paciência ouviu minhas dúvidas e me orientou a seguir em frente.

À minha amiga Thaís, por ter me apresentado este caminho e pelo apoio durante todo o percurso. Aos colegas de mestrado, pela leveza, compreensão e pelo companheirismo que tornaram os desafios mais suaves.

Aos professores deste programa, cujos conhecimentos e trajetórias fascinantes enriqueceram imensamente minha formação. Por fim, expresso minha profunda gratidão ao meu orientador, pela paciência, pelo tempo dedicado e pela valiosa orientação compartilhada.

Este trabalho foi realizado com o apoio das seguintes agências de pesquisa brasileiras: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

RESUMO

VALADÃO, Juliana Bertolini, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2025. **O desenvolvimento do conceito de divisão por meio de desafios lógico-matemáticos**. Orientador: Douglas Henrique de Mendonça.

O raciocínio lógico é algo muito cobrado em todos os conteúdos e aspectos da vida de um estudante, ele é algo inerente ao ensino de matemática, conforme se desenvolve o conhecimento abstrato necessário para concluir um exercício, é esperado que o aluno também desenvolva sua habilidade de estratégia para a resolução de problemas. Porém, devido a grande quantidade de conteúdo apresentado a estes alunos, nem sempre os exercícios alcançam o objetivo principal,

muitas vezes são feitos de maneira mecânica e sem compreensão dos processos de elaboração e o aluno não absorve todo o potencial. Este trabalho visa construir e validar uma sequência didática focada no conteúdo de frações para potencializar o desenvolvimento do raciocínio lógico dos estudantes. Para isso, é apresentada a análise da aplicação desta sequência que visa apresentar os conteúdos de uma maneira lúdica e tornar as aulas de matemática mais produtivas inserindo um material

extra e fora do convencional nas aulas, a fim de trabalhar o raciocínio lógico em crianças do 5º ano, 6º ano e 7º ano do ensino fundamental e também motivá-las a dar

continuidade no fascínio pela matemática após os primeiros contatos com um professor específico da área. As aulas foram gravadas em vídeo constituindo assim um banco de dados que foram posteriormente analisados fazendo uso das ferramentas provenientes dos estudos socioculturais sendo nosso principal referencial

teórico os trabalhos de Lev Vygotsky. Os resultados sugerem a eficiência

do uso de signos durante as aulas e a necessidade de avaliar o nível de desenvolvimento real dos alunos. A aplicação da sequência didática permitiu identificar defasagens de aprendizagem anteriores ao conteúdo e intervir de forma eficaz na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP).

Palavras-chave: Raciocínio lógico, Resolução de problemas, Matemática; lúdica, Educação Matemática.

ABSTRACT

VALADÃO, Juliana Bertolini, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, December, 2025. **Developing the concept of division through logical-mathematical challenges.** Adviser: Douglas Henrique de Mendonca.

Logical reasoning is a highly demanded skill across all subjects and aspects of a student's life. It is something inherent to mathematics education: as the abstract knowledge required to complete an exercise develops, the student is also expected to

develop their problem-solving strategy skills. However, due to the large volume of content presented to these students, exercises do not always achieve their main goal.

They are often performed mechanically and without comprehension of the elaboration

processes, resulting in the student not absorbing their full potential. This study aims to

construct and validate a didactic sequence focused on the content of fractions to enhance the development of students' logical reasoning. For this purpose, we present

the analysis of the application of this sequence, which seeks to introduce the content in a playful manner and make mathematics classes more productive by incorporating extra, non-conventional material. This approach intends to foster logical reasoning in children from the 5th, 6th, and 7th grades of Elementary School and motivate them to maintain their fascination with mathematics after their initial contact with a subject specific teacher. The classes were video-recorded, thus creating a database that was subsequently analyzed using tools derived from sociocultural studies, with the works of Lev Vygotsky as our main theoretical framework. The results suggest the efficiency of using signs during the classes and the need to evaluate the students'

level of real development. The application of the didactic sequence allowed us to identify learning gaps prior to the content and intervene effectively in the Zone of Proximal Development (ZPD).

Keywords: Logical reasoning. Problem-solving. Playful mathematics,; Mathematics Education

*“São as nossas escolhas, mais do
que as nossas capacidades, que mostram
quem realmente somos.”*

Alvo Dumbledore

Lista de ilustrações

Figura 1 - Primeira parte da atividade dos 35 camelos	52
Figura 2 - Última parte da atividade dos 35 camelos	53
Figura 3 - Blocos de madeira do material dourado	54
Figura 4 - Folha de atividades dos 35 camelos.....	54

Lista de Tabelas

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade ..	63
Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte	71
Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte	79
Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança	86
Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade	94
Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte	103
Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte	108
Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança	115
Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade	128
Tabela 10 - Episódio 03 - parte 2 - Encontrando a terça parte	133
Tabela 11 - Episódio 03 - parte 3 - Encontrando a nona parte	136
Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança	140

Sumário

1 – Introdução.....	12
2 - Referencial Teórico	25
2.1 - Contribuições de Vygotsky para o processo de ensino e aprendizagem.....	28
3 - Tendências de Pesquisa sobre o Desenvolvimento do Raciocínio Lógico em alunos do Ensino Fundamental	35
4 - Objetivos	43
4.1 - Objetivo Geral.....	43
4.2 - Objetivos Específicos	43
5 - Metodologia.....	44
5.1 - Escolha do material e produção da sequência didática.....	44
5.2 - A atividade dos 35 camelos.....	46
5.3 – O autor Malba Tahan.....	46
5.4 - Sequência Didática.....	48
5.4 - Atividade: Os 35 camelos.....	51
5.4.1 - Sobre a atividade.....	55
5.4.2 – Relevância	55
5.4.3 - Objetivos:	55
5.4.4 - Aplicação da atividade:.....	55
5.4.5 - Tempo de aplicação	56
5.4.6 - Pré-requisitos	57
5.4.7 - Objetivo Final.....	57
5.4.8 - Possíveis Problemas	57
5.4.9 - Avaliação	58
5.5 – Sujeitos da pesquisa.....	59
6 - Aplicação da Sequência Didática	61
6.1 - Aplicação da Primeira atividade: Os 35 camelos	61

6.1.1 - Aplicação da sequência didática no 5º ano do ensino fundamental	62
Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade	63
Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte.....	71
Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte.....	79
Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança	86
6.1.2 - Aplicação da sequência didática no 6º ano do ensino fundamental	93
Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade	94
Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte.....	103
Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte.....	108
Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança	115
6.1.3 - Aplicação da sequência didática no 7º ano do ensino fundamental ..	127
Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade	128
Tabela 10 - Episódio 03 - parte 2 - Encontrando a terça parte.....	133
Tabela 11 - Episódio 03 - parte 3 - Encontrando a nona parte.....	136
Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança	140
6.2 - Análise comparativa dos resultados	150
7 - Conclusão	152
8 - Referências	156
9 - Anexos	161
9.1 - Sequência didática com a atividade: Os 35 camelos	161
10 – Apêndices: Cartilha.....	163

1 – Introdução

O desenvolvimento do raciocínio lógico é uma competência fundamental, intrinsecamente ligada à proficiência em matemática e essencial para a formação integral do indivíduo, capacitando-o a analisar, interpretar e solucionar problemas complexos em diversas áreas da vida. No entanto, a matemática é frequentemente percebida como um desafio insuperável no ambiente escolar, gerando apreensão e até aversão desde as primeiras etapas da educação básica. Essa percepção negativa pode ser atribuída, em grande parte, a maneira como conceitos abstratos, como operações com frações, equações algébricas e geometria, são tradicionalmente introduzidos. Quando apresentados de forma descontextualizada e focados na memorização de algoritmos, esses conteúdos reforçam a ideia de que a matemática é um campo do saber inatingível, excessivamente complexo e distante da realidade do aluno.

Diante desse cenário desafiador, esta dissertação propõe investigar como a implementação de atividades lúdicas pode transformar a experiência de aprendizagem em matemática. Nosso intuito é ir além do ensino convencional, buscando demonstrar que é possível e necessário criar um ambiente pedagógico que rompa com o paradigma do "decoreba" e promova a construção do conhecimento. Ao integrar o lúdico aos objetivos da BNCC (Base Nacional Comum Curricular), busca-se não apenas minimizar o medo e a ansiedade associados à disciplina, mas, sobretudo, fomentar um ambiente mais engajador e significativo, potencializando o desenvolvimento do raciocínio lógico de forma prazerosa e eficaz. Segundo a BNCC, o ensino de matemática deve garantir que os alunos desenvolvam habilidades essenciais, tais como:

“No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas. Assim, espera-se que eles desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para

resolver problemas, aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações. A dedução de algumas propriedades e a verificação de conjecturas, a partir de outras, podem ser estimuladas, sobretudo ao final do Ensino Fundamental.” (BRASIL, 2018, p.267)

“Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional.” (Brasil, 2018,p.268)

Professores enfrentam inúmeros desafios em sala de aula (Silva, et al, 2018, Pantoja, Et al, 2022), que vão desde a escassez de materiais didáticos adequados até a falta de recursos básicos, como papel para impressão e acesso à tecnologia. Consciente dessas realidades e buscando oferecer soluções práticas e eficazes, esta dissertação propõe uma sequência didática inovadora para o ensino de frações no Ensino Fundamental.

“... nos últimos anos, sobre os problemas em vários países e também no Brasil é extensa e denuncia de maneira contundente a baixa qualidade educacional oferecida pelos sistemas escolares. Há grande número de pesquisas demonstrando que a indisciplina em sala de aula, as precárias condições de trabalho do professor - que assumem também a forma de despreparo profissional para a organização do conteúdo escolar e dos procedimentos didáticos -, o baixo status profissional, a baixa remuneração do serviço prestado e as dificuldades para enfrentar eficazmente as características apresentadas pelo corpo discente significam entraves à realização dos ideais propostos para a escola, sobretudo para a escola pública. Todos esses fatores contribuem para a produção do fracasso escolar e da baixa qualidade do ensino, agravados, no Brasil, pelos alarmantes índices de evasão e repetência.” (Marin, 1998)

A metodologia aqui apresentada foi cuidadosamente elaborada para intercalar metodologias ativas com o método tradicional, que frequentemente se baseia em aulas expositivas e atividades com o livro didático. Essa abordagem híbrida visa

aproveitar o que há de melhor em cada prática, otimizando o processo de ensino-aprendizagem. Dentre as oito competências específicas de matemática para o Ensino Fundamental listadas pela BNCC, destaco quatro delas que serão trabalhadas nesta sequência didática:

“1 . Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

2 . Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

4 . Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

6 . Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).”

(Brasil, 2018,P.269)

Nesta sequência didática, a aprendizagem de frações será substancialmente enriquecida pela inclusão de atividades com material concreto, um recurso pedagógico fundamental que permite a manipulação e a visualização de conceitos abstratos, tornando-os mais tangíveis e compreensíveis. Essas atividades serão habilmente introduzidas por meio de uma narrativa envolvente extraída do clássico "O Homem que Calculava", de Malba Tahan. A escolha dessa obra não é aleatória; ela proporciona um contexto cultural rico e uma trama que naturalmente incita o raciocínio e a curiosidade matemática. Conforme destaca Rodrigues (2014, Edição Kindle, Apresentação), a importância do lúdico na educação é inegável: "jogar e brincar (imaginar, distrair-se) são atividades muito sérias e necessárias ao pleno desenvolvimento social, cultural e emocional de crianças, jovens e adultos. Quem

inventa um jogo expressa concepções, por exemplo, sobre o mundo, a sociedade e a educação".

Baseando-nos nessa premissa, nosso objetivo central é, portanto, imergir o aluno em um modo de pensar prático e exploratório, distanciando-o da mera recepção passiva de conteúdo. Ao engajar-se com a história e manipular os materiais, o estudante será estimulado a desenvolver estratégias de raciocínio que transcendem o ensinamento direto e mecânico do professor. A meta ambiciosa é que, ao final das atividades lúdicas e contextualizadas, essas habilidades de raciocínio lógico — como a capacidade de analisar problemas, propor soluções criativas e justificar suas escolhas — sejam assimiladas e aplicadas pelos alunos não apenas em outros conteúdos da matemática, mas também em diversas outras disciplinas, promovendo uma aprendizagem verdadeiramente integrada e duradoura.

Aprofundando na perspectiva de Lev Vygotsky, compreende-se que o desenvolvimento psicológico humano não ocorre de forma isolada, mas sim se enraíza profundamente na interação dinâmica entre o indivíduo e seu ambiente social e cultural. Este processo é crucialmente mediado por símbolos e instrumentos, sejam eles a linguagem, ferramentas materiais, sistemas de escrita ou representações conceituais. São esses mediadores que permitem a internalização de conhecimentos e o desenvolvimento de funções psicológicas superiores.

Nesse sentido, ao transformar as aulas de matemática em experiências lúdicas e contextualizadas, o professor assume um papel estratégico fundamental. Por meio do emprego de histórias envolventes, como a rica narrativa de "O Homem que Calculava", e da utilização de materiais concretos e manipuláveis, o educador oferece aos alunos um repertório diversificado de símbolos que enriquecem e aprofundam sua aprendizagem. Esses elementos lúdicos não são meros adereços; eles se tornam pontes cognitivas, facilitando a transição do pensamento concreto para o abstrato, especialmente em uma disciplina como a matemática.

Com essa abordagem pedagógica, o educador se posiciona como um mediador ativo e intencional. Longe de ser um mero transmissor de conteúdo, ele estimula diretamente o aluno, propondo desafios, fazendo perguntas instigantes e observando atentamente as estratégias de raciocínio que emergem. Os personagens

das narrativas, as situações cotidianas simuladas e os objetos manipulados não são apenas parte da atividade; eles se transformam em símbolos poderosos. Esses símbolos permitem que os estudantes construam conexões significativas e duradouras entre os conceitos matemáticos abstratos e a realidade tangível de suas vidas, promovendo uma aprendizagem que faz sentido e que pode ser aplicada em novos contextos.

“Um conceito central para compreendermos o fundamento sócio-histórico do funcionamento psicológico é o conceito de mediação, que nos remete ao terceiro pressuposto Vygotskyano: A relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas uma relação mediada, sendo os sistemas simbólicos os elementos intermediários entre o sujeito e o mundo.”
(Oliveira,1993, P.24)

Nas últimas décadas, observa-se um notável e crescente interesse nas pesquisas voltadas para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem em matemática. Esse movimento reflete uma busca contínua por metodologias mais eficazes e alinhadas às necessidades dos alunos no século XXI. Nesse cenário, diversos autores têm defendido vigorosamente a diversificação das aulas de matemática como um caminho essencial para promover o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos. Pesquisadores como Pontes, Moura, Coelho, Silva e Batista, (2021), Hinterholz e Santos,(2017), e Abrão e Silva,(2012) entre outros, convergem em suas análises ao apontar que um dos grandes desafios pedagógicos na disciplina é justamente transpor o abstrato para o concreto, estabelecendo relações diretas e significativas com os cálculos e conceitos matemáticos.

Para esses estudiosos, o foco do ensino não deve residir na mera memorização de fórmulas ou na repetição de procedimentos algorítmicos. Pelo contrário, a ênfase precisa estar na construção ativa do raciocínio do aluno a partir de algo concreto e real, que faça sentido em seu universo experiencial. Sob a ótica de Vygotsky, esse processo remete à criação e ao uso de instrumentos e de signos externos como mediadores da atividade humana, fundamentais para a internalização de conceitos complexos. Essa mediação ocorre de forma privilegiada na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), onde a interação social permite que o estudante realize tarefas que ainda não consegue dominar sozinho, mas que executa com o suporte do professor ou de pares mais avançados.

Isso implica em apresentar-lhes múltiplas soluções para um mesmo problema, incentivando a flexibilidade cognitiva e a capacidade de análise crítica através do diálogo. Há um consenso de que o ensino de matemática deve estimular o raciocínio lógico por meio de problemas autênticos; tal abordagem não só motiva os alunos a compreender profundamente a questão, mas também os empodera a elaborar suas próprias soluções. Ao atuar na ZDP, o ensino impulsiona o desenvolvimento, promovendo autonomia intelectual e um engajamento genuíno com a disciplina.

“Quando trabalhamos com processos superiores que caracterizam o processo psicológico tipicamente humano, as representações mentais da realidade exterior são, na verdade, os principais mediadores a serem considerados na relação do homem com o mundo. É justamente a origem dessas representações que Vygotsky está buscando quando nos remete a criação e ao uso de instrumentos e de signos externos como mediadores da atividade humana” (Oliveira. 1993, p. 35 e 36)

Um aspecto crucial e amplamente discutido por autores como PONTES (2017), é a imperativa importância da adoção de formas alternativas e lúdicas de ensino para a matemática. Esses pesquisadores argumentam que a inserção de ferramentas pedagógicas inovadoras, tais como jogos, mapas conceituais, projetos de pesquisa e até mesmo a introdução à programação, representa um marco fundamental para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Tais abordagens permitem que o raciocínio se desenvolva de maneira mais livre, flexível e criativa, estabelecendo um contraponto direto aos padrões convencionais que, infelizmente, ainda são frequentemente praticados nas aulas de matemática. Nesses modelos tradicionais, a repetição algorítmica e a memorização descontextualizada de fórmulas tendem a ser a norma, limitando a compreensão profunda e a capacidade de resolução de problemas.

Com a aplicação consistente e intencional dessas metodologias ativas e lúdicas, a aula de matemática é transformada de uma experiência tediosa em um ambiente de aprendizagem mais prazeroso e estimulante. O aluno, por sua vez, é estimulado a desenvolver suas capacidades lógicas e suas representações simbólicas de forma independente, construindo seu próprio conhecimento de maneira autônoma e significativa. O resultado direto e mais significativo desse tipo de abordagem é a capacidade do estudante de aprender a escolher e aplicar diferentes modos de raciocinar em uma vasta gama de atividades em sala de aula, bem como de transferir

essa flexibilidade cognitiva para desafios fora do contexto escolar. Assim, o lúdico e o alternativo se revelam com bons complementos para uma educação matemática verdadeiramente eficaz e engajadora.

“A interpretação equivocada de concepções pedagógicas também tem sido responsável por distorções na implementação das idéias inovadoras que aparecem em diferentes propostas.

Assim, por exemplo, a abordagem de conceitos, idéias e métodos sob a perspectiva de resolução de problemas ainda bastante desconhecida da grande maioria quando é incorporada, aparece como um item isolado, desenvolvido paralelamente como aplicação da aprendizagem, a partir de listagens de problemas cuja resolução depende basicamente da escolha de técnicas ou formas de resolução memorizadas pelos alunos.” (PCN Matemática, 1998, p.21 e 22)

O ensino de matemática, conforme preconizado pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de 1998, um documento fundamental elaborado pelo Ministério da Educação do Brasil, estabelece a resolução de problemas como seu principal eixo organizador. Essa diretriz é crucial, pois desloca o foco do ensino da mera transmissão de conteúdos para a construção ativa do conhecimento. Este documento, que serve como um guia abrangente para docentes, oferecendo orientações detalhadas sobre conteúdos programáticos e práticas pedagógicas, destaca a importância intrínseca de desenvolver o raciocínio dos alunos de forma contínua e integrada durante a aplicação de qualquer atividade matemática.

Os PCN enfatizam, de maneira incisiva, que a prática pedagógica deve ir além da busca por uma única resposta correta. É crucial estimular o estudante a questionar suas próprias respostas, a refletir sobre os caminhos percorridos para chegar a uma solução e a sempre buscar as soluções mais adequadas e eficientes para um dado problema. Essa abordagem não apenas fomenta uma aprendizagem mais crítica e autônoma, mas também prepara os alunos para enfrentar desafios complexos da vida real, onde a capacidade de analisar, refinar e justificar decisões é fundamental. Em essência, os PCN defendem que a matemática deve ser vista como uma ferramenta para pensar e intervir no mundo, e não apenas como um conjunto de regras a serem memorizadas.

“A resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, pode ser resumida nos seguintes princípios:

- *a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;*
- *o problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;*
- *aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;*
- *um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;*
- *a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se pode apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.”*

(PCN Matemática, 1998, p.40 e 41)

A sequência didática proposta nesta dissertação foi cuidadosamente concebida para estar em total conformidade com as diretrizes dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), especialmente no que tange à resolução de problemas como eixo central do ensino de matemática. Ao integrar atividades lúdicas e o uso de material concreto — como o inspirado em "O Homem que Calculava" de Malba Tahan — buscamos ir além da memorização de fórmulas e procedimentos. A proposta é proporcionar um ambiente onde os alunos sejam ativamente incentivados a:

Aprimorar o raciocínio. As atividades são estruturadas para desafiar os estudantes a pensar criticamente, buscando diversas estratégias para solucionar problemas relacionados às frações, em vez de seguir um único algoritmo predefinido.

Contestar e validar suas respostas. O caráter exploratório das atividades lúdicas encoraja a experimentação e a autoavaliação, permitindo que os alunos analisem seus próprios processos de pensamento e descubram a validade de suas soluções.

Buscar soluções mais adequadas: Ao invés de apenas encontrar "a resposta certa", a sequência didática promove a reflexão sobre a eficiência e a clareza de diferentes abordagens para um mesmo problema, estimulando a otimização do raciocínio.

Adotando os pressupostos teóricos de Lev Vygotsky (1993), a avaliação nesta pesquisa é concebida de forma a transcender a simples verificação de conhecimentos já consolidados ou a mensuração de habilidades isoladas. Longe de ser um mero instrumento classificatório, ela se configura como um processo intrínseco ao desenvolvimento cognitivo e social do estudante, cujo principal objetivo é observar e compreender como o aprendizado é construído ativamente e como o potencial de cada aluno se manifesta e se expande. Vygotsky, um dos grandes expoentes da teoria sociocultural, postula que o funcionamento psicológico superior, incluindo o raciocínio lógico e a capacidade de resolução de problemas, não surge de forma inata, mas se desenvolve fundamentalmente a partir das interações sociais significativas e da mediação cultural. Nesse processo dinâmico, os símbolos – que abrangem a linguagem (falada e escrita), representações diversas e o uso de materiais concretos – são as ferramentas essenciais que permitem a construção, internalização e apropriação de novos significados, ligando o conhecimento prévio do aluno ao novo.

Nessa concepção vygotskiana, a avaliação vai muito além de uma simples mensuração do que o aluno já consegue realizar de forma autônoma — o que Vygotsky denominava Nível de Desenvolvimento Real. O foco se desloca para uma dimensão mais rica e promissora: a investigação da Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). Esta zona representa o espaço dinâmico e potencial de aprendizado, que se estabelece entre aquilo que o aluno já domina por si mesmo e o que ele é

capaz de alcançar com o apoio qualificado de um mediador, seja ele o professor, um colega mais experiente ou mesmo recursos didáticos cuidadosamente elaborados. A observação detalhada do processo de resolução de problemas torna-se crucial, analisando não apenas as respostas finais, mas a forma como o aluno interage com os desafios propostos, como ele se relaciona com o ambiente de aprendizagem e, fundamentalmente, como ele responde e se beneficia das intervenções pedagógicas. Essa análise profunda revela não apenas as dificuldades pontuais, mas, principalmente, as habilidades emergentes e os caminhos cognitivos que o aluno está trilhando para a internalização de novos conceitos.

Assim, a avaliação se configura como um processo eminentemente formativo e qualitativo, que acompanha e subsidia o desenvolvimento contínuo do estudante. Dentro dessa perspectiva, o erro é ressignificado; longe de ser um fracasso a ser penalizado, ele é encarado como um indicador valioso, uma janela para a ZDP do aluno. O erro sinaliza com precisão os pontos onde a intervenção pedagógica será mais eficaz, permitindo ao professor planejar estratégias que impulsionam o aprendizado. Ao empregar atividades lúdicas, narrativas envolventes como as histórias e o uso de material concreto, conforme proposto nesta dissertação, o professor não apenas oferece contextos ricos e estimulantes para a aprendizagem, mas também disponibiliza múltiplos símbolos que ampliam e aprofundam a compreensão dos conceitos matemáticos. A observação cuidadosa do aluno manipulando esses símbolos, discutindo e colaborando com os pares, e superando desafios com a mediação estratégica do professor, permite uma avaliação autêntica e holística de seu raciocínio lógico. Essa abordagem revela a sua capacidade de construir significados, de transferir conhecimentos para novas situações e de aplicar as habilidades aprendidas em contextos diversos, tanto dentro quanto fora da matemática. Em suma, o processo avaliativo, pautado nos princípios de Vygotsky, transcende a simples medida; ele busca mapear o percurso singular do desenvolvimento do aluno, oferecendo subsídios constantes para informar e aprimorar a prática pedagógica, e, mais importante, celebrando cada avanço significativo em sua jornada de aprendizagem.

Ao promover uma matemática que dialoga intrinsecamente com o real e com o inato prazer de descobrir, esta sequência didática se posiciona como um elo

fundamental entre a teoria e a prática pedagógica. Ela não só está em plena consonância com as recomendações expressas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) – documentos que enfatizam a necessidade de um ensino mais contextualizado e significativo – mas também visa, em sua essência, revitalizar o ensino da disciplina. Assim, transformar a percepção da matemática, historicamente vista como árida e abstrata, tornando-a mais acessível, compreensível e, sobretudo, significativa para os alunos do Ensino Fundamental.

Neste contexto, a pesquisa em didática da matemática adquire um papel vital e incontestável. Ela é crucial para evidenciar, com base em evidências e análises criteriosas, que existem abordagens pedagógicas alternativas e, comprovadamente, mais eficazes para o ensino-aprendizagem. Ao investigar a fundo o impacto das atividades lúdicas – que engajam, divertem e desafiam –, buscamos demonstrar que a matemática pode ser não apenas compreendida em seus conceitos fundamentais, mas verdadeiramente apreciada e desfrutada pelos estudantes. Essa abordagem inovadora tem o potencial de contribuir significativamente para mitigar o receio, a ansiedade e até a aversão que frequentemente se associam à disciplina, abrindo caminho para uma relação mais positiva e produtiva com o saber matemático.

Esta investigação se revela essencial para validar metodologias inovadoras capazes de fomentar um raciocínio lógico mais profundo e duradouro nos estudantes. Em um cenário educacional onde a necessidade de reformular as práticas pedagógicas é amplamente reconhecida, observa-se que muitos pesquisadores defendem consistentemente a diversificação das aulas de matemática e a construção do raciocínio a partir de experiências concretas e reais. Nesse contexto, testamos uma sequência didática cuidadosamente elaborada que integra de forma harmônica metodologias ativas, o uso indispensável de material concreto e a força das narrativas envolventes, como a presente no aclamado "O Homem que Calculava".

Essa abordagem multifacetada busca não apenas oferecer uma alternativa, mas evidenciar a superioridade e a eficácia dessas práticas em relação aos métodos tradicionais de ensino, que, infelizmente, ainda se concentram frequentemente na repetição algorítmica e na memorização desprovida de sentido.

Por meio da aplicação e análise dessa sequência, pretendemos comprovar, de forma categórica, que o lúdico transcende o simples passatempo ou uma atividade meramente recreativa. Ele se configura, na verdade, como uma ferramenta pedagógica séria e potente, capaz de estimular de maneira significativa o desenvolvimento de estratégias de raciocínio complexas, a resolução criativa de problemas e, crucialmente, a transferência de habilidades para diferentes contextos e desafios. Adicionalmente, este estudo visa aprofundar a compreensão de como os "símbolos" e a mediação, conceitos fundamentais da teoria sociocultural de Vygotsky (1993), se manifestam na prática pedagógica, enriquecendo a interação em sala de aula e facilitando a construção de um conhecimento matemático mais robusto e significativo.

A relevância desta pesquisa é ampliada por sua rigorosa conformidade com as diretrizes educacionais nacionais, como a BNCC (2025) e os PCN (1998). Ao priorizar a resolução de problemas como eixo central e o desenvolvimento do raciocínio, nosso trabalho oferece um modelo prático de aplicação dos princípios teóricos desses documentos em sala de aula. Dessa forma, contribui para preencher uma lacuna apontada pelos próprios PCN (1998), que diz respeito à formação de professores e à interpretação equivocada de certas concepções pedagógicas. Além disso, a pesquisa visa capacitar professores com ferramentas e embasamento para inovar em suas práticas, mesmo diante de desafios como a escassez de materiais didáticos, visto que uma sequência didática testada e validada representa um recurso de valor inestimável.

Por fim, esta dissertação representa uma importante contribuição ao corpo de conhecimento em didática da matemática. Cada estudo que demonstra o sucesso de novas abordagens inspira futuras investigações e pavimenta o caminho para uma educação mais alinhada às necessidades dos alunos. Ao focar especificamente no ensino de frações através de narrativas, oferecemos insights detalhados que podem ser replicados ou adaptados em outros contextos e para diversos conteúdos matemáticos.

Em síntese, a significância primordial desta pesquisa reside em sua capacidade de transformar o ensino de matemática, tornando-o mais engajador, acessível e eficaz, ao mesmo tempo em que fundamenta essa transformação em robustas

evidências teóricas e práticas, beneficiando alunos, professores e o campo da educação como um todo.

2 - Referencial Teórico

A Lógica como entendemos hoje teve como uma de suas primeiras definições com o filósofo grego Aristóteles, (384 - 322 a.C). Ele nasceu em Estagira na Macedônia e aos 17 anos foi mandado para Atenas para estudar na Academia fundada por Platão e iniciar seus estudos na Matemática.

O termo Lógica, apesar de sempre ser ligado a Aristóteles, não foi inicialmente usado por ele, para designar sua teoria chamada “silogismo” que trata do raciocínio baseado na dedução, na qual a partir de duas afirmações chamadas “Premissas”, chega-se a uma terceira afirmação chamada “conclusão”. Por exemplo, primeiro apresenta-se as premissas como “D. Maria gosta de beber café com suas amigas todas as tardes”, “D.Joana é amiga de D.Maria”. Logo temos a conclusão de que D. Joana também bebe café (exemplo desenvolvido pela autora).

Outro termo utilizado por ele era a palavra “analítica”, posteriormente passou a usar a palavra “Organon” cujo significado é “Sistema Lógico”. Desde o princípio Aristóteles defendia que a lógica não era um novo conteúdo, mas um instrumento de pesquisa a ser utilizado por todas as outras ciências (Valente, 2022).

Com o desenvolver de seu trabalho, fundou sua escola apelidada de Liceu, por estar próxima ao templo de Apolo Liceu, onde viveu seus últimos anos. Suas concepções sobre a lógica são amplamente utilizadas. Jean Piaget baseou seus estudos utilizando a sua definição de lógica no silogismo, essas definições de Aristóteles sempre apontam a lógica e a lógica-matemática como uma organização natural do pensamento.

“Se a lógica é pois bem mais que axiomatização de uma linguagem, deve-se então concluir sem mais que ela formaliza o ‘pensamento’ natural? Sim e não: não é de modo algum rigoroso se por este termo se designa o pensamento consciente do sujeito, com suas intuições e seus sentimentos de evidência, porque estes variam no curso da história e da evolução, e estão longe de bastar para ‘fundamentar’ uma lógica. Por outro lado, se se ultrapassam os observáveis e se se procuram reconstruir as estruturas, não pelo que o sujeito pode dizer ou pensar conscientemente, mas pelo que pode ‘fazer’ por meio de suas operações ao ensejo da solução dos problemas novos que se lhe apresentam, então encontramos-nos diante de estruturas

logicizáveis, tal como o grupo INRC, que nos foi permitido descobrir em 1949, pela observação de condutas. Neste sentido particular e limitado das estruturas naturais nada impede então de considerar que a lógica consistiu em as formalizar, ao mesmo tempo as ultrapassando livremente, como a aritmética científica que partiu dos 'números naturais' vindo a completá-los de maneira cada vez mais fecunda.” (Piaget, 1971, p. 73 e 74)

Nesta citação temos a referência de Piaget ao grupo INRC, que é a estrutura lógica máxima do estágio das Operações Formais (adolescência). Ele representa as quatro transformações que o sujeito consegue coordenar mentalmente, I de identidade, N de negação, R de reciprocidade e C de correlação.

Entre as ideias-chaves de Piaget temos os estágios de como as crianças aprendem e crescem intelectualmente, o estágio de “Operações Concretas” tem sua idade média de entrada aos 7 anos e de saída aos 11 anos, nele:

“As crianças estão desenvolvendo conceitos de número, relações, processos e assim por diante. Elas estão se tornando capazes de pensar através de problemas, mentalmente, mas sempre pensam em objetos reais (concretos), não em abstrações. Estão desenvolvendo habilidade maior de compreender regras.” (CHARLES, 1984, p. 3)

É nesse estágio que se entram os alunos do 5ºano, no Ensino Fundamental I, 6º ano e 7ºano do ensino fundamental II, em um período importante:

“As explicações lógicas começam a desenvolver na maioria das crianças por volta dos dez aos onze anos e desempenham um papel de crescente importância sobre o pensamento. A lógica depende de “raciocínio suficiente” - ampla evidência considerada com mente aberta. Inclui tanto a indução (generalizações feitas a partir de observações) como dedução (conclusões derivadas do raciocínio silogístico). (Charles, 1984, p.41)

Piaget também apresenta como uma de suas ideias-chave que as crianças aprendem melhor se partirmos de experiências concretas, são continuamente ativas e aprendem melhor estando assim (CHARLES, 1984, p.03), tem-se então a necessidade da apresentação do conteúdo utilizando-se de metodologias ativas para a aprendizagem e não somente exposição de conteúdo e discurso. Na citação a seguir é possível observar como o concreto é importante para o processo de aprendizado

das crianças e, também, em como está em consonância com o comportamento físico delas.

“As crianças têm que agir. Raras vezes estão inativas por mais do que alguns poucos minutos, quando acordadas. Forçá-las a ficarem paradas e quietas na escola é ir frontalmente de encontro às suas naturezas e forçosamente resultará numa luta entre as vontades dos professores e as necessidades dos alunos.

Os professores fazem melhor tirando proveito das características naturais das crianças. Eles podem fazer isto provendo riqueza de materiais para as crianças olharem, tocarem, manipularem e levarem de um lado para o outro. Tais materiais deveriam ser usados em grau muito maior do que é comum nas escolas. A interação verbal entre alunos deve ser permitida e estimulada. As atividades de grupo que envolvem cooperação e discussão deveriam abranger uma parte significativa do dia escolar.” (Charles, 1984, p.28)

Vygotsky apresenta uma maneira de aprender a partir do uso de signos, que são objetos que criam um caminho para se alcançar uma memória, geram referências que nos auxiliam a lembrar ou comparar coisas, funcionam como “instrumentos psicológicos”. Esses mediadores do aprendizado são úteis na construção do conhecimento, o professor em sala de aula os utiliza com frequência, de modo a deixar que o conteúdo estudado tenha relação com as vivências de seus alunos.

“Essa capacidade de lidar com representações que substituem o próprio real é que possibilita ao homem libertar-se do espaço e do tempo presentes, fazer relações mentais na ausência das próprias coisas, imaginar, fazer planos e ter intenções” (Oliveira, 1993, p.35)

Enquanto Vygotsky foca na cultura e na mediação, Piaget foca na auto-organização das estruturas lógicas. Para esses estudiosos, o foco do ensino não deve residir na mera memorização de fórmulas ou na repetição de procedimentos algorítmicos. Pelo contrário, a ênfase precisa estar na construção ativa do raciocínio do aluno a partir de algo concreto e real, que faça sentido em seu universo experiencial. Nesta perspectiva, a aprendizagem remete à criação e ao uso de instrumentos e de signos externos como mediadores da atividade humana (Vygotsky, 1993), permitindo que o estudante atue em sua Zona de Desenvolvimento Proximal. Entretanto, essa mediação social deve caminhar lado a lado com a reconstrução

interna das estruturas lógicas. Como aponta Piaget (1984), a lógica ultrapassa o pensamento consciente e intuitivo, revelando-se naquilo que o sujeito pode "fazer" por meio de suas operações diante de problemas novos.

Isso implica em apresentar-lhes múltiplas soluções para um mesmo desafio, incentivando a flexibilidade cognitiva e a coordenação de operações mentais complexas, como as do grupo INRC. Há um consenso de que o ensino de matemática deve estimular o raciocínio por meio de problemas autênticos; tal abordagem não só motiva os alunos, mas os empodera a elaborar soluções próprias. Ao integrar o suporte mediado com o desenvolvimento das estruturas "logicizáveis", promove-se uma autonomia intelectual plena e um engajamento genuíno com a disciplina.

Em última análise, a convergência entre a mediação vygotskyana e as estruturas operatórias piagetianas redefine o papel da docência na matemática: o professor deixa de ser um transmissor de conteúdos para tornar-se um facilitador de experiências significativas. Ao orquestrar o uso de signos e o suporte na Zona de Desenvolvimento Proximal, o educador oferece o andaime necessário para que o aluno mobilize suas operações mentais e coordene novas estruturas de pensamento. Essa prática pedagógica, centrada no "fazer" e na resolução de problemas autênticos, garante que a formalização lógica não seja imposta de fora para dentro, mas sim conquistada pelo sujeito em sua interação com o meio e com o outro. Assim, o ensino deixa de ser um fim em si mesmo para tornar-se um meio de emancipação, promovendo um desenvolvimento que é, simultaneamente, cognitivo, social e plenamente autônomo.

2.1 - Contribuições de Vygotsky para o processo de ensino e aprendizagem

Um dos pilares da Psicologia Histórico-Cultural de Lev Vygotsky é a ideia de que a relação entre o ser humano e o mundo não é direta, mas sim mediada. Essa mediação, que diferencia o funcionamento psicológico humano do animal, é realizada por meio de instrumentos e pelos signos.

O conceito vygotskiano de mediação como o divisor de águas entre o funcionamento psicológico elementar (partilhado com os animais) e as Funções Psicológicas Superiores (FPS) tipicamente humanas. Vygotsky rejeita a premissa do

paradigma direto Estímulo-Resposta (E-R) para explicar a complexidade da conduta humana. Ele argumenta que a relação do homem com o mundo não é uma conexão imediata, reflexa ou puramente biológica, na qual um estímulo externo leva a uma resposta automática (E-R simples), as ações humanas, ao contrário, são fundamentalmente mediadas. O homem não apenas reage ao ambiente, mas o modifica e, crucialmente, utiliza "ferramentas" para modificar e controlar a si mesmo.

O funcionamento psicológico superior é esquematizado pela fórmula Estímulo - Signo - Resposta (E-X-R), onde o Signo (X) – ou sistema simbólico – é o elemento intermediário introduzido pelo indivíduo entre o estímulo e sua própria resposta. A função do signo é atuar como um estímulo artificial criado pelo homem, que controla a conduta do indivíduo. O ser humano, ao utilizar signos, submete o estímulo a um processo de codificação e interpretação, que transforma a resposta.

Vygotsky postula que a ação humana sobre o mundo é sempre mediada, ou seja, interposta por um elemento intermediário, para tal mediação são utilizados "Instrumentos", orientados para a transformação do ambiente (do objeto), atuando "para fora" do indivíduo.

Os Signos (sistemas simbólicos, sendo a linguagem o principal), são elementos mediadores internos, orientados para a transformação e o controle da própria ação psicológica do sujeito (sobre ele mesmo), atuando "para dentro". Por exemplo: a palavra, a escrita, o cálculo. Os signos não apenas facilitam as ações, mas modificam a estrutura e o funcionamento dos processos mentais (memória, atenção, pensamento). O uso de signos permite o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores, caracterizadas pela sua origem social e controle consciente e voluntário. A linguagem é destacada como o sistema simbólico fundamental. Ela inicialmente serve como meio de intercâmbio social (função comunicativa) e, posteriormente, é internalizada, tornando-se um poderoso instrumento de regulação do pensamento e da própria conduta individual.

Os sistemas simbólicos (signos), como demonstra Oliveira (1993), têm uma origem social e cultural. Eles são criados e transmitidos nas interações entre os indivíduos no decorrer da história humana e do desenvolvimento do indivíduo ao longo de sua vida. O desenvolvimento cognitivo é, portanto, um processo de internalização

dessas formas culturais de mediação, no qual as funções que se manifestam inicialmente nas relações sociais, ou seja, entre as pessoas, são posteriormente reconstruídas para atuar dentro da mente do próprio indivíduo.

Para Oliveira (1993), O ponto central da perspectiva vygotskiana reside na tese de que o funcionamento psicológico superior é construído pela utilização e posterior internalização de sistemas simbólicos. Estes sistemas, com destaque para a linguagem, são os mediadores da relação entre o indivíduo e o mundo, permitindo a superação da ação direta Estímulo-Resposta.

Os signos e os instrumentos são os elementos que mediam a atividade humana. Vygotsky foca nos signos como as ferramentas psicológicas por excelência, orientadas para o controle da conduta e do pensamento. Um Sistema Simbólico (como a linguagem, a matemática e o desenho) é um conjunto articulado de signos que, ao longo da história e da cultura, fornecem ao homem os "recortes do real" para a interpretação do mundo. O homem não tem acesso direto aos objetos, mas sim um acesso mediado pelas categorias e significados fornecidos por estes sistemas. A capacidade de lidar com representações – imagens, conceitos ou palavras que substituem a realidade concreta – liberta o pensamento humano dos limites do tempo e do espaço presentes, possibilitando o planejamento, a imaginação e o pensamento abstrato.

A apropriação dos sistemas simbólicos ocorre através do processo de internalização, que é a passagem das funções do plano social (entre pessoas) para o plano individual (dentro da pessoa). Este processo não é uma simples cópia ou transferência. É uma reconstrução interna de uma atividade externa. A criança, ao interagir com o mediador cultural (o adulto, o professor), compartilha e aprende a usar o sistema simbólico em uma situação social. A internalização transforma a própria natureza do processo. Por exemplo, a fala social se transforma em discurso interior (pensamento verbal). A memória, antes natural e involuntária, se torna memória ativa e voluntária, controlada por signos (uso de estratégias e técnicas para facilitar a memorização, por exemplo).

Para Vygotsky, a Linguagem funciona como o sistema simbólico básico e mais poderoso para o desenvolvimento do Pensamento. Ele refuta as visões que

consideram o pensamento e a linguagem como processos idênticos ou totalmente independentes, propondo uma trajetória de desenvolvimento que é marcada pela sua interconexão dialética. Ele demonstra que, na filogênese (história da espécie) e na ontogênese (desenvolvimento individual), o pensamento e a linguagem possuem raízes genéticas distintas. Primeiro esclarece que há uma fase pré-verbal do pensamento (inteligência prática, manipulação de objetos) e uma fase pré-intelectual da linguagem (choro, balbucios, fala com função meramente social e expressiva).

O momento crucial do desenvolvimento ocorre por volta dos dois anos de idade, quando essas duas linhas se cruzam; o pensamento torna-se verbal e a linguagem torna-se intelectual. A partir deste ponto, o pensamento é estruturado pela linguagem, e a linguagem passa a ser um instrumento para a resolução de problemas e a formação de conceitos. A linguagem possui duas funções essenciais; Comunicação, função primária e inicial, necessária para a interação social e a transmissão cultural e o Pensamento Generalizante que é o que transforma a linguagem em instrumento do pensamento. A palavra, ao ser um signo, não representa apenas um objeto específico, mas carrega um significado generalizante (o conceito), permitindo a abstração.

A transição da fala social para o pensamento verbal se faz através da fala egocêntrica (observada na criança de 3-7 anos, falando em voz alta para si mesma). Esta não é uma fala sem função (como postulado por Piaget, segundo Vygotsky), mas sim uma linguagem transitória que se destaca da função comunicativa para se tornar uma ferramenta de regulação e planejamento da própria conduta. A fala egocêntrica é a ponte para o Discurso Interior (ou Pensamento Verbal), que é a linguagem internalizada. O Discurso Interior é a forma mais desenvolvida do pensamento, sendo abreviado e predicativo, e é o mecanismo final para a consciência e o controle voluntário das Funções Psicológicas Superiores (FPS).

Vygotsky se posiciona sobre a inter-relação entre desenvolvimento e aprendizado, rejeitando as teses que os veem como processos independentes ou idênticos. Oliveira (1993) destaca que a tese central de Vygotsky é o aprendizado antecede e impulsiona o desenvolvimento, sendo um aspecto universal e necessário para a formação das Funções Psicológicas Superiores (FPS). Ele critica as visões (como a de maturação biológica ou a de que o aprendizado segue o desenvolvimento) por negligenciar o papel ativo da interação social e do ensino na transformação das

funções psicológicas. O aprendizado (a apropriação dos instrumentos culturais, especialmente os signos) desperta processos internos de desenvolvimento que não ocorreriam sem a interação com o meio social e os indivíduos mais experientes.

Tem-se então a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), conceito definido como a distância entre o nível de desenvolvimento real, que aquele em que o indivíduo consegue fazer sozinho e o nível de desenvolvimento potencial que o indivíduo é capaz de fazer com a ajuda, a colaboração ou a mediação de outros – professor ou pares. A ZDP demarca, portanto, as funções que ainda estão em processo de maturação, ou seja, aquelas que serão internalizadas no futuro. É na ZDP que a intervenção pedagógica eficaz deve atuar.

O aprendizado escolar, caracterizado pela construção de conceitos científicos sistemáticos e organizados, é altamente eficaz para o desenvolvimento. A apropriação de conceitos científicos, diferentemente dos conceitos cotidianos (espontâneos), impulsiona o desenvolvimento do pensamento abstrato e da consciência, pois exige uma atividade mental organizada e mediada pela linguagem e pela lógica do sistema conceitual.

O brinquedo, brincadeira, ou jogo, exerce uma influência significativa no desenvolvimento da criança, pois é um ambiente onde ela opera em um nível de desenvolvimento acima de sua idade real. Na brincadeira, a criança se comporta de maneira mais avançada, pois é capaz de atuar guiada por significados e ideias, e não apenas pela percepção imediata do objeto.

A brincadeira é regida por regras (explícitas ou implícitas) que a criança aceita voluntariamente. Ao se subordinar a essas regras, a criança aprende a renunciar a seus impulsos imediatos e a controlar suas ações em função de um objetivo. O brinquedo é uma atividade mediadora de alta complexidade que funciona como uma ZDP, pois exige da criança a ação em um plano imaginário. A brincadeira prepara a criança para o pensamento abstrato e para a regulação da conduta, sendo, portanto, uma ferramenta pedagógica culturalmente valiosa para impulsionar o desenvolvimento na Educação.

O desenvolvimento humano é um processo sócio-histórico e culturalmente determinado, no qual o aprendizado não é meramente um acompanhante, mas sim o

indutor do desenvolvimento. A Zona de Desenvolvimento Proximal torna-se o constructo teórico essencial para justificar a importância da intervenção mediada e intencional (pedagógica) no processo de desenvolvimento das capacidades humanas superiores.

A linguagem escrita, para Vygotsky, é um sistema de signos de segunda ordem que se desenvolve a partir da fala. Ela representa o ápice da mediação simbólica, sendo uma atividade tipicamente humana e complexa que exige a separação consciente entre o som (fala) e o signo (a representação gráfica).

O desenvolvimento da escrita não é um mero treino mecânico de habilidades motoras, mas sim um processo de desenvolvimento cultural que transforma o pensamento. A escrita confere um novo nível de consciência sobre a própria linguagem, pois exige que a criança analise a fala e a decomponha em unidades (palavras, sílabas, fonemas). A aprendizagem da escrita é o exemplo de como o ensino formal atua na ZDP. A escrita é, inicialmente, uma atividade realizada com o apoio do outro, que a introduz no sistema formal (nível potencial). Com a internalização, a criança transforma o sistema de escrita externa em um instrumento de pensamento interno, culminando no desenvolvimento de formas de discurso complexas e reflexivas (nível real).

Os processos básicos como percepção, atenção e memória são radicalmente reorganizados pelo aprendizado e pela mediação simbólica. As FPE são processos naturais, involuntários e imediatos (como a memória espontânea), mas, através da apropriação dos signos e da cultura, são elevadas a FPS, tornando-se voluntárias, conscientes e mediadas. A Memória, por exemplo, torna-se ativa e estratégica com o uso de recursos mnemônicos (signos), a Atenção passa a ser dirigida intencionalmente, e a Percepção deixa de ser apenas sensorial para ser mediada pelo significado (pela palavra), permitindo ao indivíduo "ver" o mundo através das categorias conceituais de sua cultura e, assim, exercer o controle deliberado sobre sua própria conduta cognitiva.

Os fatores biológicos (naturais) e os fatores culturais (sociais e históricos) na constituição do ser humano são caracterizados pelo o cérebro que é a base biológica, é o suporte orgânico necessário para o desenvolvimento, mas o seu funcionamento

psicológico é determinado pela história social e pela cultura. O cerne da perspectiva vygotskiana é que o homem biológico se transforma em social e, conseqüentemente, em ser psicológico adulto, por meio de um processo de internalização de atividades, comportamentos e, principalmente, signos culturalmente desenvolvidos. A cultura, mediada pela linguagem e pelas interações sociais, não apenas influencia, mas reestrutura o cérebro e a organização das Funções Psicológicas Superiores (FPS). Assim, o desenvolvimento é visto como um processo de transformação em que a herança orgânica se articula de forma dialética com a apropriação cultural, sendo esta a força motriz que define as capacidades tipicamente humanas, consolida a visão de que o desenvolvimento é, primariamente, um processo sócio-histórico, e não apenas maturacional.

3 - Tendências de Pesquisa sobre o Desenvolvimento do Raciocínio Lógico em alunos do Ensino Fundamental

O Raciocínio Lógico é um assunto muito presente quando se trata de aulas de matemática. É esperado que o professor o aplique e o desenvolva em seus alunos juntamente com o conteúdo selecionado pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Tanto que a própria cita em competências específicas da matemática: “Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo” (p. 267). Porém isso não é citado em habilidades a serem desenvolvidas no plano de curso e os professores no geral não as trabalham por não receberem a devida orientação.

O Raciocínio Lógico é comumente relacionado à organização do pensamento. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) temos:

(...) a Lógica não se constitua como um assunto a ser tratado explicitamente, alguns de seus princípios podem e devem ser integrados aos conteúdos, desde os ciclos iniciais, uma vez que ela é inerente à Matemática. No contexto da construção do conhecimento matemático é ela que permite a compreensão dos processos; é ela que possibilita o desenvolvimento da capacidade de argumentar e de fazer conjecturas e generalizações, bem como o da capacidade de justificar por meio de uma demonstração formal.

(PCN - Matemática de 1998 p.49)

É muito comum nos alunos a dificuldade de resolver problemas de matemática e de raciocínio lógico, como explica Santos (2018, p.19) “há fortes evidências que apontam a origem desse problema no início da escolarização dessas pessoas.” Portanto é de grande valia que o primeiro contato dos alunos com professores atuantes especificamente na área seja empolgante e os motive a desenvolver o pensamento lógico. Atualmente o cenário tem sido o inverso do ideal. Ele ainda acrescenta que é comum a perpetuação da ideia que a matemática não é para todos, apenas para alguns que já nasceram privilegiados.

Essa dissertação visa, também, conhecer os trabalhos publicados sobre raciocínio lógico nas escolas de ensino fundamental e focou nas metodologias ativas

utilizadas para esse fim. Para encontrar os resultados foi utilizada a plataforma “Google Acadêmico” com a busca das palavras chave “Lógica” e “Lúdico”. Não foi selecionado um período específico para a pesquisa devido a quantidade baixa de artigos encontrados. Foram selecionados alguns trabalhos do XIV Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) que ocorreu em 2022 onde o termo lógica aparece ou onde os professores usam metodologias ativas de aprendizagem em busca do desenvolvimento do raciocínio, das estratégias de resolução de problemas.

O uso de metodologias ativas na sala de aula tem como objetivo cativar os alunos para o aprendizado mais significativo, abordando novas estratégias para o estudante da cultura digital cuja expectativa em relação ao estudo é diferente das gerações anteriores (Bacich; Moran, 2018), é importante ressaltar que:

“O que constatamos, cada vez mais, é que a aprendizagem por meio da transmissão é importante, mas a aprendizagem por questionamento e experimentação é mais relevante para uma compreensão mais ampla e profunda. Nos últimos anos, tem havido uma ênfase em combinar metodologias ativas em contextos híbridos, que unam as vantagens das metodologias indutivas e das metodologias dedutivas. Os modelos híbridos procuram equilibrar a experimentação com a dedução, invertendo a ordem tradicional: experimentamos, entendemos a teoria e voltamos para a realidade” (indução-dedução, com apoio docente). (Bacich; Moran, 2018, p. 37)

Diversos trabalhos são desenvolvidos a fim de auxiliar os professores nessa integração de conteúdo, os mais comuns fazem uso da programação. Em uma revisão sistemática da literatura de 2022 temos que o Pensamento Computacional tem sido aplicado junto ao ensino da matemática promovendo o raciocínio e o desenvolvimento da habilidade de resolução de problemas nos alunos. Eles afirmam:

“Diversos conteúdos fundamentais na área da Computação podem ser desenvolvidos desde cedo, proporcionando um estímulo importante na educação básica, o qual facilita o entendimento de muitos conceitos e desenvolve o raciocínio lógico para diferentes áreas no ensino superior”. (Vargas, Silva e Finger, 2022, p.1392)

O pensamento computacional é descrito como uma forma de ensinar o cérebro a pensar de maneira organizada. No trabalho de Hinterholz e Santos (2017) é defendida a prática de projetos de programação simples a fim de desenvolver o

raciocínio lógico e a habilidade de resolução de problemas. Segundo os autores, a necessidade de criação destes projetos se deu após a análise dos resultados da Prova Brasil no período de 2005 a 2009, onde foi constatado que grande parte dos alunos não tinham o nível básico de conhecimento de resolução de problemas. A metodologia utilizada por eles foi ministrar aulas em sala de aula convencional e no laboratório de Informática, onde os alunos participam junto com o professor na elaboração da atividade. Estas atividades envolvem a construção de mapas mentais para a organização do processo, produção e programação de pequenos jogos e pesquisas de campo no entorno da escola a fim de buscar situações que podem ser otimizadas com a programação.

Embora eficiente, a aplicação destas práticas depende de recursos tecnológicos da escola e habilidade na área de computação e programação do professor, o que reduz muito a capacidade de aplicação. O ensino da programação nas escolas não visa somente a empregabilidade, mas também a habilidade de resolução de problemas, *“na medida em que há barreiras e desafios a serem superados para pôr em prática o ensino de tal habilidade computacional nos níveis de ensino fundamental e médio no Brasil. Entre estes desafios, pode-se destacar a infraestrutura inadequada das escolas, em que na grande maioria não disponibilizam de um laboratório de informática adequado para a prática.”* (Silva; et al., 2017, p 806.)

Em busca de um método de auxílio aos professores de matemática, muitos pesquisadores desenvolvem técnicas que podem ser reproduzidas sem o auxílio de material extra como o processo R.I.C.A., desenvolvido pelo Doutor Edel Alexandre Silva Pontes, este processo é explicitado no artigo de Pontes, Moura, Coelho, Silva e Batista (2021) com a aplicação nos anos finais do Ensino Fundamental. O processo recebeu esse nome como a sigla de “Raciocínio lógico, Inteligência matemática, Criatividade e Aprendizagem”, que segundo o autor são “Os Quatro Pilares Educacionais no Processo de Ensino e Aprendizagem de Matemática” (Pontes, Moura, Coelho, Silva e Batista, 2021, p.3).

O processo consiste nos seguintes passos: O professor apresenta um novo conteúdo, desafia o aluno a resolver de maneira intuitiva, o professor auxilia na resolução com alguns subsídios, em seguida o aluno tenta aplicar o que aprendeu no cotidiano. Por último há uma discussão sobre a utilidade do conteúdo na prática. Este

processo visa desenvolver a habilidade de resolução de problemas nos alunos, envolve muita disciplina dos alunos com o processo de aprendizagem. O professor como mediador deve estar bem informado e atualizado com as práticas aplicadas para maior engajamento do aluno neste processo.

A contextualização de qualquer conteúdo da matemática é essencial para a sua compreensão, em outro artigo eles citam mais uma maneira de desenvolver a habilidade de resolução de problemas nos alunos. Para eles, após a apresentação do conteúdo, explicação do modo prático e habilidades mecânicas, o professor deve inserir o problema em situações cotidianas (PONTES, et al., 2017).

Outro método de fácil aplicação é o defendido por Abrão e Silva (2012) que também foge do método tradicional de ensino da matemática com várias repetições e memorizações. Eles defendem que para o real aprendizado, a matemática deve também ser divertida e não rotineira como é constantemente aplicada. Para isso, o professor deve fazer o uso de jogos durante as aulas, os jogos apresentados por ele, são de acesso comum e fácil. Não é necessário a produção de nenhum material extra pelo professor, além de ter baixo custo estes são rotineiramente comprados pelas escolas, a diferença está no modo como o professor faz uso destes. Segundo eles:

“Cada vez mais educadores querem que seus educandos desenvolvam a habilidade de construir a compreensão dos conceitos matemáticos de forma que interpretem o significado destes, reconhecendo quando devem ser aplicados, bem como a limitação desta aplicabilidade. A partir disto, muitos professores passam a utilizar ferramentas com intencionalidade pedagógica que divergem do modelo tradicional de ensino, com vistas a melhorar o desempenho dos alunos, surgindo assim o uso dos jogos na sala de aula. Nos primeiros anos do Ensino Fundamental, vemos a maioria das crianças centradas apenas na ânsia pelo brincar, na qual esta brincadeira muitas vezes vai de encontro às atividades estabelecidas pelas normas, regras e pelo currículo escolar. A normatização de certas atitudes na escola, ao invés de proporcionar às crianças sentimentos como liberdade e autonomia tendem a padronizar os comportamentos e as aprendizagens que devam ocorrer naquele espaço, renunciando a dicotomia que o jogo proporciona, isto é, a liberdade e o prazer.” (Abrão; Silva, 2012, p.69)

Os autores enumeram jogos simples de organização e classificação de objetos para estimular a lógica, são brincadeiras para os anos iniciais, tais como separar os

lápiz de cor com ponta e sem, tons de azul, tons de verde, etc. Mas também citou jogos que podem ser aplicados nos anos finais do ensino fundamental como “Pega Varetas” onde cada vareta tem uma pontuação diferente e o jogador se sente estimulado a recolher determinadas cores.

Entre os jogos de sequências citados, tem o “oito maluco” cujas as regras são iguais ao do jogo “uno” muito utilizado entre as crianças atualmente. A diferença é que a carta com o número oito é o coringa do jogo, a vantagem é que se pode usar um baralho normal e não há a necessidade de adquirir o baralho “UNO”. Além de estimular a utilização de regras comuns aos alunos em um jogo diferente. Em jogos de simbolização o principal e de mais fácil acesso é o dominó.

Apesar do jogo já estar completo, pode também ser adaptado ao conteúdo utilizando outros símbolos. Os autores ressaltam que apesar de simples, todos os jogos devem ser testados antes da aplicação. Eles não podem ser muito fáceis para não desestimular e nem muito difícil para desistirem, o jogo deve instigar e desafiar o aluno, o professor ciente do resultado que espera, deve estar presente e atento a todo o processo.

O Raciocínio Lógico juntamente com a criatividade pode também ser abordado de maneira lúdica como mostra Santos, Santos e Albuquerque (2022) que, utilizando um jogo simples, conhecido como “Jogo Senha” onde pode se jogar duas pessoas ou mais, cria-se uma combinação sequencial de pinos com cores diferente formando um quadrado. Neste caso, utilizaram uma senha de 4 cores e 4 pinos, são disponíveis 6 cores para se formar essa senha e o objetivo do desafiante era decifrar a senha criada acertando a posição de cada cor do pino. Existe um número máximo de jogadas e após o descobrimento da senha inverte-se os jogadores. Apesar de ser um jogo simples, envolve estratégias de raciocínio e criatividade na montagem das senhas.

Este jogo foi aplicado em várias escolas públicas e privadas do Brasil, foi transmitido online pelo *Instagram* e *YouTube* durante o período de ensino remoto na pandemia de 2021. Foi acompanhado por diversos professores que auxiliaram os alunos na participação e logo ao final da aplicação participaram com os pesquisadores da coleta das informações para a conclusão e futuros aperfeiçoamentos do projeto.

A construção e montagem de jogos tradicionais acrescentados de elementos matemáticos é outra alternativa para a utilização de jogos. Se possível, a construção deve ser feita junto com os alunos para que eles possam acrescentar sua própria identidade e fazer uma busca no conteúdo por temas mais relevantes. Este é o assunto abordado no projeto defendido por Santos, Santos, Balbinot e Nerling (2022), onde criaram juntamente com os alunos, utilizando cartolina e canetas coloridas um jogo chamado de “Trilha Trigonométrica”. A jogabilidade é de um jogo de tabuleiro onde se avança o pino de cada jogador utilizando um dado, em cada casinha onde o pino avança existe um desafio para o jogador resolver. Além desse jogo, o Dominó e Jogo da Memória também foram adaptados com elementos do conteúdo de matemática pelos próprios alunos. Os autores concluíram um grande avanço no aprendizado do conteúdo e também na motivação dos alunos com as aulas.

A geometria oferece uma variedade de atividades para o estímulo do pensamento e pode ser abordada também com dobraduras e atividades de colagem em papel quadriculado que estimulam a construção do pensamento e a busca de estratégias de solução de problemas. Martini (2022) aponta trabalhos utilizando estes elementos a fim de proporcionar “uma articulação pertinente entre o lógico e o numérico”. A aplicação desses elementos físicos junto ao conteúdo abstrato proporciona uma maior compreensão principalmente com os alunos mais jovens que ainda não estão habituados com a abstração. Como a BNCC acrescenta, temos:

“A Matemática cria sistemas abstratos, que organizam e inter-relacionam fenômenos do espaço, do movimento, das formas e dos números, associados ou não a fenômenos do mundo físico. Esses sistemas contêm ideias e objetos que são fundamentais para a compreensão de fenômenos, a construção de representações significativas e argumentações consistentes nos mais variados contextos.” (Martini, 2022, p.265)

Com a intenção de trazer a matemática do mundo distante e inacessível, para a prática do dia a dia de maneira simples, Souza, Bohrer e Montoito (2022) propõem a utilização de livros clássicos como “Alice no País das Maravilhas” fazendo uma análise da matemática presente na história. Existe muitos termos como no trecho do depoimento de Alice onde a rainha afirma que Alice “*tem quase 3 quilômetros*” de altura e não pode permanecer no tribunal. Alguns alunos não conseguem dimensionar esse valor durante a leitura da obra, mas com a abordagem matemática desenvolvem

um senso crítico para melhor interpretação da história e também diversão ao compreender o real valor mencionado. Os autores apontam este livro como exemplo, mas defendem que a ideia deve ser aplicada também com outros sempre que possível.

Dentro da literatura, as revistas em quadrinhos são muito populares entre os alunos e chamam a atenção quando inseridas nas atividades em sala. Muitas histórias e descrições de desenvolvimento de raciocínio podem ser inseridas utilizando esse material que atrai a atenção do aluno de maneira mais eficiente do que um texto. Ao fornecer na introdução do capítulo uma historinha com a intenção de criar uma curiosidade sobre o tema, o professor instiga o aluno a continuar pensando no assunto e em como ele agiria na mesma situação. Trabalhos como o de Garcia, Alves e Silva (2022) mostram o desenvolvimento de uma HQ intitulada “Agnuns” onde mostra um homem pré-histórico e seus problemas envolvendo contagem de animais quando ainda não existia o conceito de números. Os alunos após lerem a historinha partem para a prática com materiais físicos afim de reproduzir e aprimorar o raciocínio apresentado pelo personagem no texto.

As histórias em quadrinhos auxiliam também durante a aplicação do conteúdo. O enunciado apresentado neste formato auxilia na interpretação do problema por adicionar elementos visuais que muitas vezes o aluno não consegue perceber e proporciona uma melhor análise. Este mesmo enunciado pode ser desenvolvido pelo professor ou pelo professor juntamente com os alunos para criar um maior engajamento com o conteúdo como defendem e aplicam os professores do Grupo de Matemática no Ensino Fundamental do Projeto Fundão, RJ. Os autores ainda defendem que a aplicação desse trabalho seja feita em grupo para gerar cooperação entre os alunos e serem discutidas diversas soluções para a resolução do problema proposto.

A lógica está sempre presente na habilidade de resolução de problemas, sejam elas aplicadas a matemática ou em ciências. No trabalho de Estado da Arte desenvolvido por Vasconcelos, Lopes, Costa, Marques e Carrasquinho, (2007) os autores citam que a resolução de problemas como o método a ser usado para transformar a educação atual, porém ainda é pouco aplicada em sala de aula. Nos trabalhos analisados poucos artigos trataram esse tema com relevância ou

propuseram possíveis soluções práticas. Logo os autores concluem que o professor que ignora esta habilidade influencia negativamente seu aluno em várias áreas do conhecimento em seus estudos futuros.

4 - Objetivos

4.1 - Objetivo Geral

Construir e validar uma sequência didática com a intenção de potencializar o desenvolvimento do raciocínio lógico fazendo uso de jogos e outras estratégias lúdicas no contexto do ensino de frações.

4.2 - Objetivos Específicos

- Construir uma sequência didática usando o conteúdo de frações do ensino fundamental;
- Verificar seus potenciais e limites de validação para turmas de diferentes níveis de escolaridade;
- Validar a sequência didática após a análise da aplicação;
- Divulgar uma sequência didática para o desenvolvimento do raciocínio lógico dentro do conteúdo de frações.

5 - Metodologia

5.1 - Escolha do material e produção da sequência didática

Este trabalho teve como objetivo o desenvolvimento de uma sequência didática com o conteúdo de Frações, para o ensino fundamental. O 5º ano, 6º ano e 7º ano foram os escolhidos por serem os primeiros contatos dos alunos com um professor específico da área de matemática. Estes ainda estão em adaptação com a separação dos conteúdos, organização da distribuição de pontos em cada matéria e métodos de ensino de cada professor. Frações foi o conteúdo selecionado para essa pesquisa por ser de peso para as séries, já que é a introdução para diversos conteúdos nas séries seguintes. Ter noções de abstração é considerada uma matéria difícil pela maioria dos alunos mesmo após anos de estudo.

O desenvolvimento foi feito através de uma pesquisa participante e a autora foi a professora regente da turma. Este tipo de pesquisa é necessário pois:

“Nessa proposta, os sujeitos são estimulados a participar da pesquisa como protagonistas, como agentes ativos, construindo o conhecimento e intervindo na realidade social. A pesquisa lhes permite fazer escolhas e lutar por seus interesses e necessidades cotidianas. Ao pesquisador que está fora do contexto investigado cabe identificar -se ideologicamente com os sujeitos, com sua comunidade e demandas sociais, assumindo seu projeto político em direção às reais finalidades da pesquisa.” (Faermann, L. A., 2014, p.51 e 52)

Os conteúdos foram aplicados de maneira tradicional nas escolas, que é com a aula expositiva, utilizando a lousa, fazendo atividades de exemplos de repetição e atividades interpretativas oferecidas pelo livro didático, mas mescladas com metodologias ativas adaptadas pela autora que contemplam o mesmo conteúdo que estava sendo trabalhado no método tradicional. Este modelo de aplicação intercalado visa proporcionar segurança metodológica ao docente, viabilizando, de maneira simplificada, a adaptação e a utilização frequente de atividades não tradicionais para uma exposição mais eficaz do conteúdo. Ao reduzir a resistência à inovação, essa estrutura serve como um suporte para que o professor atue como mediador, permitindo que o planejamento transite entre a teoria e a prática de forma orgânica.

Assim, a transição para métodos ativos deixa de ser um entrave operacional e passa a ser um catalisador para o desenvolvimento das estruturas lógicas e a apropriação de novos signos pelos alunos. A importância de se utilizar as metodologias ativas de aprendizagem é pontuada por Bacich quando afirma: “As pesquisas atuais da neurociência comprovam que o processo de aprendizagem é único e diferente para cada ser humano, e que cada pessoa aprende o que é mais relevante e o que faz sentido para si, o que gera conexões cognitivas e emocionais.” (Bacich; Moran, 2018, p. 38) Portanto, é importante que o professor busque recursos para aprimorar suas aulas de modo a atender o maior número possível de estudantes.

Sobre sua relevância temos:

“Metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível, interligada e híbrida. As metodologias ativas, num mundo conectado e digital, expressam-se por meio de modelos de ensino híbridos, com muitas possíveis combinações.” (Bacich; Moran, 2018, p. 41)

As metodologias ativas foram realizadas com as seguintes atividades: História adaptada do Livro “O homem que calculava” de Malba Tahan com manipulação de material concreto e jogo da memória com frações e suas representações geométricas.

Durante a aplicação da sequência didática, foram realizadas filmagens e gravações em áudio com o objetivo de registrar as reações dos alunos e observar seu nível de participação nas atividades. Esses registros visaram analisar as estratégias empregadas por cada estudante. Paralelamente, foram conduzidos diálogos para que os alunos pudessem explicitar seus raciocínios ou dificuldades. Ao término de cada aula, a autora elaborou um relatório sobre a aplicação, a fim de compará-lo com as filmagens e identificar as intervenções que se mostraram necessárias.

Ao apresentar essa sequência didática pretende-se salientar pontos críticos de cada aplicação, os conceitos a serem desenvolvidos em cada aula e as possíveis variações.

Após a aplicação da sequência didática, realizou-se uma análise do conteúdo fundamentada nas filmagens das aulas, nas transcrições dessas gravações, com o intuito de avaliar o nível de engajamento durante as atividades. Buscou-se compreender o raciocínio de cada estudante por meio da observação e das

entrevistas, identificando suas estratégias de resolução de problemas e comparando-as com aquelas apresentadas na aula expositiva, bem como com as variações desenvolvidas ao longo da implementação das metodologias ativas.

5.2 - A atividade dos 35 camelos

A primeira atividade é a apresentação de uma adaptação da história do capítulo III do livro “O homem que calculava” do autor Malba Tahan, nela é narrado “o caso dos 35 camelos”. Esta foi a atividade de abertura do conteúdo. Os conceitos de fração ainda não foram abordados no ano letivo e a história foi o primeiro contato com o conteúdo.

A história fala sobre disputa entre três irmãos por uma herança que envolvia 35 camelos, para efetuar a divisão, são usados conceitos de frações que são comuns aos alunos mesmo antes da exposição do conteúdo, são usados os termos “Metade”, “Um terço” e “Nona parte”. A história apresenta a dificuldade em conseguir essas partes utilizando o número 35.

Durante a leitura da história, os alunos poderiam manipular blocos de madeira que representam os 35 camelos e fazer as divisões de metade, terça parte e nona parte de maneira concreta, separando os blocos e analisando as quantidades e restos da divisão. Como o resultado não seria um valor exato, os alunos procurariam soluções para que a divisão fosse justa conforme era apresentado na história

Após a leitura, serão feitos exercícios de interpretação de texto com a conceituação e desenvolvimento do mesmo raciocínio da história.

5.3 – O autor Malba Tahan

Malba Tahan foi, na verdade, o pseudônimo literário de Júlio César de Mello e Souza (1895–1974), um ilustre professor, educador, escritor e conferencista brasileiro. Nascido no Rio de Janeiro, ele se tornou uma das figuras mais emblemáticas da pedagogia da matemática no Brasil e no mundo.

Incomodado com a resistência que os alunos tinham com a matemática, Júlio César criou o personagem Ali Izz-Edim Ibn Salim Hankam Malba Tahan, um suposto erudito árabe. A estratégia servia para dar um ar de exotismo e mistério às suas histórias, tornando o aprendizado mais lúdico e atraente. Suas obras eram tão convincentes que muitos acreditavam que ele era, de fato, um autor oriental traduzido.

Sua obra-prima, "*O Homem que Calculava*", é um clássico mundial que une problemas matemáticos complexos a narrativas da tradição árabe. Júlio César escreveu mais de 120 livros, abrangendo desde a didática da matemática até contos e lendas infantis, sempre focando na democratização do conhecimento.

Como educador, Malba Tahan foi um crítico ferrenho do ensino tradicional baseado na memorização. Ele defendia que a matemática deveria ser ensinada através de problemas desafiadores, o erro deve ser visto como parte do processo de aprendizagem e a ludicidade é uma ferramenta essencial para o engajamento do aluno.

A proposta de um modelo intercalado e o uso de atividades não tradicionais encontram em Malba Tahan sua maior expressão prática. Ao utilizar a narrativa e o enigma como mediadores da atividade humana, Malba Tahan (Júlio César de Mello e Souza) logrou transformar a abstração matemática em algo concreto e real para o estudante. Sua metodologia não se limitava à exposição de conteúdos, mas criava cenários que exigiam o "fazer" operatório defendido por Piaget, ao mesmo tempo em que fornecia os signos culturais necessários para a mediação vygotskyana. Assim, ao adotar estratégias inspiradas em sua obra, o docente consegue reduzir a resistência dos alunos e promover um engajamento genuíno, transformando a resolução de problemas em um exercício de autonomia e descoberta intelectual.

Para os estudiosos da educação, o foco do ensino não deve residir na mera memorização de fórmulas ou na repetição de procedimentos algorítmicos. Pelo contrário, a ênfase precisa estar na construção ativa do raciocínio do aluno a partir de algo concreto e real, que faça sentido em seu universo experiencial. Sob a ótica de Vygotsky (1993), esse processo remete à criação e ao uso de instrumentos e de signos externos como mediadores da atividade humana, fundamentais para a internalização de conceitos complexos. Essa mediação ocorre de forma privilegiada

na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), onde a interação social permite que o estudante realize tarefas que ainda não domina sozinho, mas que executa com o suporte do professor ou de pares.

Entretanto, essa mediação social deve caminhar lado a lado com a reconstrução interna das estruturas lógicas. Como aponta Piaget (1984), a lógica ultrapassa o pensamento consciente e intuitivo, revelando-se naquilo que o sujeito pode "fazer" por meio de suas operações ao ensejo da solução de problemas novos. Tal perspectiva implica em apresentar ao aluno múltiplas soluções para um mesmo desafio, incentivando a flexibilidade cognitiva e a coordenação de operações mentais complexas.

Essa convergência teórica encontra em Malba Tahan (pseudônimo do Prof. Júlio César de Mello e Souza) sua maior expressão prática. Ao utilizar a narrativa e o enigma como mediadores, ele logrou transformar a abstração matemática em algo tangível. Sua metodologia não se limitava à exposição de conteúdos, mas criava cenários que exigiam o "fazer" operatório, fornecendo os signos culturais necessários para o engajamento.

Nesse sentido, um modelo de aplicação intercalado visa proporcionar segurança metodológica ao docente, viabilizando a utilização frequente de atividades não tradicionais. Ao reduzir a resistência à inovação e atuar na ZDP dos alunos, o ensino impulsiona o desenvolvimento, promovendo autonomia intelectual e um engajamento genuíno com a disciplina, transformando a resolução de problemas em um exercício de emancipação e descoberta.

5.4 - Sequência Didática

A sequência didática foi construída com base no Plano de Curso, que é uma ferramenta disponibilizada no site da Secretaria de Estado de Educação de Minas Gerais (SEE/MG), para organização e planejamento das atividades em sala de aula, foi construído baseado no Currículo Referência de Minas Gerais (CRMG) e competências e habilidades da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

As habilidades a serem desenvolvidas pelos alunos aparecem no plano de curso da seguinte forma:

- As letras iniciais representam a etapa de ensino, no caso “EF” representa “Ensino Fundamental”;
- Os pares de números a seguir representam a etapa do ensino, “05” representa 5º ano, “06” representa 6º ano e “07” representa 7º ano;
- As letras que aparecem após a etapa de ensino representam a matéria lecionada, “MA” representa “matemática”;
- Os dois últimos pares de números representam a ordem do conteúdo, se ainda tiver alguma letra no final, ela representa alguma variação na habilidade descrita.

Para o 5º ano temos as seguintes habilidades a serem desenvolvidas no 2º bimestre do ano escolar :

(EF05MA07A) Resolver problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA07B) Elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(Minas Gerais, 2025).

Os objetivos do conhecimento são descritos como:

Operações com números racionais. Problemas: adição e subtração de números naturais e números racionais cuja representação decimal é finita

Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.

(Minas Gerais, 2025).

O conteúdo de frações também aparece no 3º e 4º bimestre. É muito abordado durante todo o ano letivo e de muita relevância para o aprendizado dos demais conteúdos na área da matemática. Portanto deve ser bem consolidado para um bom rendimento escolar dos alunos.

Para o 6º ano, temos as seguintes habilidades a serem desenvolvidas no 1º e 3º bimestre, sendo que em 2025, o 1º bimestre passou a abranger conteúdo do ano anterior para revisão:

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

(EF06MA01B) Comparar, ordenar, ler e escrever números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA09A) Resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA09B) Elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(Minas Gerais, 2025).

Os objetivos do conhecimento são descritos como:

Representação fracionária dos números racionais: reconhecimento, significados, leitura e representação na reta numérica.

Comparação e ordenação de números racionais na representação decimal e na fracionária utilizando a noção de equivalência.

Frações: significados (parte/ todo, quociente), equivalência, comparação, adição e subtração; cálculo da fração de um número natural; adição e subtração de frações. (Minas Gerais, 2025).

O conteúdo também é abordado durante todo o ano letivo, acima foram descritas apenas as habilidades iniciais.

E para o 7º ano temos no 1º bimestre:

(EF07MA42MG) Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números inteiros por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas.

(EF07MA43MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números racionais.

(EF07MA44MG) Identificar a representação decimal e fracionária de um número racional.

(EF07MA45MG) Operar com números racionais em forma decimal e fracionária: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências e raiz n -ésima números racionais que são potências de n .

(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.

(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura pode ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

(Minas Gerais, 2025).

Os objetivos do conhecimento são:

“Fração e seus significados: como parte de inteiros, resultado da divisão, razão e operador” (Minas Gerais, 2025).

O conteúdo de “Frações” é tido como um dos mais relevantes no ensino fundamental devido a frequência com que aparece no plano de curso de matemática, a sequência didática a seguir foi montada para a aplicação no início da apresentação do conteúdo, de modo a trazer o conceito de fração para algo cotidiano e facilitar a interpretação das atividades.

5.4 - Atividade: Os 35 camelos

As figuras abaixo são as atividades aplicadas na sala de aula, o texto é uma adaptação da história do livro de Malba Tahan, para melhor compreensão, a autora preferiu não usar a história no formato original, pois o livro não é atual e pode

apresentar palavras que não pertencem ao cotidiano dos alunos. Para ilustrar, foram usadas imagens geradas por IA no aplicativo *Canva*.

A Figura 1, apresenta o problema da divisão da herança, essa parte da história foi entregue separadamente do restante, para gerar a discussão sobre o problema.

Os 35 Camelos

Este problema é baseado em uma passagem do livro “O Homem que Calculava”, de Malba Tahan.

Nesta passagem, Beremiz – o homem que calculava – e seu colega de jornada encontraram três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos.



Por entre pragas e impropérios gritavam, furiosos:

- Não pode ser!
- Isto é um roubo!
- Não aceito!

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.

- Somos irmãos – esclareceu o mais velho – e recebemos como heranças esses 35 camelos. Segundo vontade de nosso pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed uma terça parte e o mais moço, Harín, deve receber apenas a nona parte do lote de camelos. Contudo, não sabemos como realizar a partilha, visto que a mesma não é exata.



Figura 1 - .Primeira parte da atividade dos 35 camelos

Abaixo está a segunda parte da atividade, entregue após os alunos efetuarem as divisões e criarem as primeiras hipóteses para a solução. Nesta segunda parte, temos a solução apresentada no livro, ela foi mostrada aos alunos no final para não interferir nas possíveis soluções criadas por eles.



- É muito simples – falou o Homem que Calculava. Encarrego-me de realizar, com justiça, a divisão se me permitirem que junte aos 35 camelos da herança este belo animal, pertencente a meu amigo de jornada, que nos trouxe até aqui.

E, assim foi feito.

- Agora – disse Beremiz – de posse dos 36 camelos, farei a divisão justa e exata.

Voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:

- Deverias receber a metade de 35, ou seja, 17, 5. Receberás a metade de 36, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão.

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:

- E tu, deverias receber um terço de 35, isto é, 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, ou seja, 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.

Por fim, disse ao mais novo:

- Tu, segundo a vontade de teu pai, deverias receber a nona parte de 35, isto é, 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, ou seja, 4. Teu lucro foi igualmente notável.



E, concluiu com segurança e serenidade:

- Pela vantajosa divisão realizada, couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo, e 4 ao terceiro, o que dá um resultado $(18+12+4)$ de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobraram, portanto, dois. Um pertence a meu amigo de jornada. O outro, cabe por direito a mim, por ter resolvido, a contento de todos, o complicado problema da herança!

- Sois inteligente, ó Estrangeiro! – exclamou o mais velho dos irmãos. Aceitamos a vossa partilha na certeza de que foi feita com justiça e equidade!



Figura 2 - Última parte da atividade dos 35 camelos

Para se efetuar as divisões foram utilizados blocos do material dourado, apenas por ser algo de fácil acesso na sala de aula, poderia ser usado milho, feijão ou pedrinhas.



Figura 3 - Blocos de madeira do material dourado (Fonte: Autora)

Para concluir a atividade, foi entregue uma folha de atividades sobre a história. Não foi possível executar na sala de aula, então os alunos a levaram como dever de casa.

Atividades:

01 - Como você dividiu a herança dos três irmãos quando eram apenas 35 camelos?

02 - Como ficou sua divisão ao adicionar mais um camelo na herança?

03 - Você concorda com a solução encontrada pelo homem que calculava?

04 - De que outra maneira você poderia dividir de forma justa, os 35 camelos entre os três irmãos?

05 - Qual o significado dos termos:

- d) Metade?
- e) Terça parte?
- f) Nona parte?

06 - Marque no texto todas as palavras que você não conhece o significado e as procure no dicionário.

07 - Você já conhecia alguma das histórias do livro "O homem que Calculava"? Qual?

08 - Pesquise sobre o autor Malba Tahan e sua relevância para a matemática.



Figura 4 - Folha de atividades dos 35 camelos

5.4.1 - Sobre a atividade

A atividade a seguir conta uma das histórias do livro “O Homem que calculava” do autor Malba Tahan, foi escolhida por tratar de conceitos iniciais de fração, tais como metade, terça parte e nona parte. Embora comuns a alguns alunos, eles não são associados à ideia de fração no primeiro momento. A história se passa em um local e época distantes, os nomes dos personagens estão em outro idioma, o desfecho surpreende mostrando o quanto ser habilidoso em matemática é necessário.

5.4.2 – Relevância

Ao iniciar o conteúdo de frações é importante trazer conceitos que são relevantes para a vida do aluno, assim ele poderá fazer associações que o ajude a compreender o conteúdo.

5.4.3 - Objetivos:

- Propor aos alunos procurarem possíveis soluções para a divisão dos camelos;
- Apresentar a solução do “Homem que calculava” e discutir sobre sua validade;
- Procurar outras soluções usando o que aprenderam com “O Homem que Calculava”;
- Induzir a criar a associação entre os termos usados para designar as frações e sua forma numérica.

5.4.4 - Aplicação da atividade:

A sequência didática, pensada para engajar os alunos no universo das frações por meio do raciocínio lógico, será aplicada em etapas bem definidas:

1. **Contextualização Inicial:** Primeiramente, será feita uma introdução ao livro "O Homem que Calculava", de Malba Tahan, apresentando o contexto geral do qual a história foi extraída para despertar o interesse dos alunos.

2. **Primeiro Desafio com Material Concreto:** Em seguida, será entregue a primeira parte do problema (correspondente à metade da 1ª folha da atividade) e distribuídos **35 bloquinhos** para cada aluno (que podem ser peças do material dourado, por exemplo).
3. **Exploração e Resolução:** Os alunos serão então desafiados a realizar a divisão dos "camelos" da história usando os bloquinhos, e um tempo será concedido para que explorem e cheguem às suas possíveis soluções.
4. **Análise e Discussão:** Após essa etapa exploratória, os resultados obtidos pelos alunos serão coletados e analisados em conjunto, promovendo a troca de ideias e a observação das diferentes estratégias utilizadas.
5. **Segundo Desafio e Novo Elemento:** Posteriormente, será entregue a segunda parte do problema, acompanhada de **mais um bloquinho** para cada aluno, adicionando um novo elemento à situação.
6. **Nova Proposta de Divisão:** Aos alunos será novamente proposto que efetuem a divisão da história, com base na nova condição, e as possíveis soluções encontradas por eles serão aguardadas.
7. **Comparação e Generalização:** Por fim, os resultados da segunda parte do problema serão comparados com os da primeira, e o professor irá propor soluções adicionais, utilizando os bloquinhos, para consolidar o entendimento.
8. **Atividades de Interpretação:** Para complementar a aprendizagem e verificar a compreensão do contexto narrativo e matemático, serão entregues atividades de interpretação de texto relacionadas à história.

Essa abordagem visa não apenas ensinar frações, mas também estimular o pensamento crítico, a resolução colaborativa de problemas e o desenvolvimento do raciocínio lógico de forma prática e significativa.

5.4.5 - Tempo de aplicação

15 min. para as atividades 1,2 e 3.

10 min. para a atividade 4 e 5.

5 min. para a atividade 6.

15 min. para a atividade 7.

Totalizando: 45 minutos

5.4.6 - Pré-requisitos

Conceitos de divisão.

5.4.7 - Objetivo Final

- Ao final da atividade pretende-se que o aluno entenda que as frações são divisões, algumas exatas e outras não, porém podem ser indicadas de novas maneiras.
- É esperado que o aluno compreenda que já utiliza as frações em seu dia a dia quando executa divisões.

5.4.8 - Possíveis Problemas

- É possível que alguns alunos não queiram realizar as atividades com os bloquinhos;
- É possível que alguns alunos tenham dificuldade de leitura e seja necessário o professor ler o texto junto a eles;
- Devido a solução não ser um número exato na primeira parte do problema, alguns alunos podem alegar não haver solução;
- A intervenção do professor para início das divisões pode ser necessária a alguns alunos;
- Os conceitos de metade, terça parte e nona parte pode não ser comum aos alunos;
- Os nomes dos personagens podem confundir os alunos que não estão habituados a leituras estrangeiras.

5.4.9 - Avaliação

A avaliação do desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos após a aplicação da sequência didática não se restringirá apenas à verificação da compreensão do conteúdo de frações. Buscaremos analisar a evolução das habilidades de raciocínio dos estudantes através de uma abordagem multifacetada:

- **Observação Participante:** Durante a execução das atividades com os bloquinhos e a resolução dos problemas inspirados em "O Homem que Calculava", o professor realizará a observação direta das estratégias que os alunos utilizam. Será dada atenção especial à forma como eles abordam o problema, se tentam diferentes caminhos, se persistem diante de dificuldades e como interagem com o material concreto para chegar a uma solução.
- **Análise das Resoluções e Justificativas:** As soluções apresentadas pelos alunos, tanto individualmente quanto em grupo, serão cuidadosamente analisadas. Não apenas o resultado final será considerado, mas principalmente o processo de construção da resposta. Pediremos que os alunos justifiquem suas escolhas e expliquem o raciocínio por trás de suas divisões e cálculos, o que nos dará insights sobre a clareza e a lógica de suas argumentações.
- **Atividades de Interpretação e Aplicação:** As atividades de interpretação de texto, que complementam a sequência, também serão um instrumento avaliativo. Elas permitirão verificar se os alunos conseguem transferir o raciocínio matemático desenvolvido com as frações para a compreensão e análise de um contexto narrativo. Além disso, a capacidade de aplicar os conceitos aprendidos em novos problemas, mesmo que de natureza diferente, indicará a solidez do raciocínio lógico construído.
- **Registros Escritos e Desenhos:** Os registros escritos dos alunos, sejam eles numéricos ou gráficos (como desenhos que representam as divisões dos bloquinhos), serão analisados para identificar a representação simbólica do seu raciocínio. A transição do concreto para o abstrato, manifestada nesses registros, é um forte indicativo do desenvolvimento lógico.

- **Discussões em Grupo:** As sessões de discussão, onde os alunos comparam suas soluções e propõem novas abordagens, serão fundamentais. A forma como eles argumentam, ouvem os colegas e ajustam suas próprias ideias revelará a capacidade de raciocínio colaborativo e a flexibilidade cognitiva.

Com essa abordagem abrangente, esperamos não apenas medir o domínio sobre frações, mas, primordialmente, mapear o progresso dos alunos na capacidade de pensar logicamente, resolver problemas de forma criativa e transferir esses aprendizados para diferentes situações.

5.5 – Sujeitos da pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola pública estadual situada na zona rural, devido sua localização, a escola funciona com poucos alunos em sala de aula.

A atividade foi aplicada na turma do 5° ano do ensino fundamental I e nas turmas do 6° e 7° ano do ensino fundamental II. A seguir estão listadas características de cada turma:

5° ano; a turma participava de um programa de estudos em tempo integral, portanto frequentavam a escola no horário de 7h as 16h20min. Durante o período matutino, faziam os deveres de casa com auxílio de um professor. Também aulas extras de matemática, português e educação física. Estavam frequentes no dia da aplicação da sequência didática apenas 5 alunos. Para identificação deles foram usadas as letras X, Y, H, W e K. A autora era a professora responsável pelas aulas extras de matemática. Estes alunos cursavam o ensino regular no período vespertino.

6° ano; turma regular do ensino fundamental II, cursavam a série no período matutino e possuía apenas 6 alunos. Para identificação deles foram usadas letras gregas α , β , γ , Δ , Θ e π . A autora era a professora responsável pelas aulas de matemática.

7° ano; turma regular do ensino fundamental II, cursavam a série no período matutino e estavam presentes 11 alunos. Para identificação deles foram usados os números de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11. A autora era a professora responsável

pelas aulas de matemática. Nesta turma, a autora também havia lecionado matemática no ano anterior, o que lhe proporcionou um conhecimento prévio mais aprofundado sobre as competências e habilidades individuais de cada aluno.

6 - Aplicação da Sequência Didática

Neste capítulo, iremos apresentar e discutir dados coletados durante a aplicação da sequência didática que foi trabalhada nas turmas de 5º ano, 6º ano e 7º ano do ensino fundamental. Tal como apresentado no capítulo anterior, o conteúdo de frações está presente no Plano de Curso anual dos três anos. A aplicação da atividade foi feita pela professora regente das turmas, sem nenhuma modificação ou adaptação entre as diferentes turmas, o objetivo inicial era analisar os diferentes processos cognitivos e interações dos sujeitos com o objeto do conhecimento que emergiram no contexto das três turmas, ajustando assim a proposta de trabalho para aplicações futuras, objetivando a consolidação de um material sólido que pudesse compor o produto didático desta dissertação.

Os dados aqui apresentados são fruto da análise dos vídeos das aulas, das quais alguns trechos foram transcritos para investigação detalhada. Este capítulo está organizado de forma a permitir, inicialmente, uma análise isolada da aplicação nas diferentes turmas, ficando para a sessão final uma análise geral da sequência, apontando similaridades e especificidades da aplicação nos diferentes anos.

6.1 - Aplicação da Primeira atividade: Os 35 camelos

A aula se inicia com a apresentação da atividade, os alunos são comunicados que se trata de um trabalho de mestrado, o qual, a professora regente está participando. Os alunos são orientados de que a aplicação da atividade será gravada com câmera filmadora para registros, mas não será divulgada em nenhum momento, todos se sentem bem com a filmagem e gesticulam para a câmera sorrindo.

São entregues aos alunos a primeira parte da atividade, tal como apresentada no Capítulo 6 desta dissertação, a atividade trata-se da história do “35 Camelos” adaptada do livro “O homem que calculava” do autor Malba Tahan. A história foi dividida pela professora aplicadora, a primeira parte, contém a introdução da história e o problema a ser resolvido, já a segunda e última parte contém a solução proposta pelo homem que calculava e o final da história. Também há uma folha com perguntas sobre o texto para que os alunos respondam ao final da aula ou em casa. Os alunos

são informados que existem nomes de nacionalidade árabe na história, também é dito o local e a época em que a história acontece. Em seguida, a professora busca a caixa com o material dourado para distribuir 35 blocos de madeira a cada um dos alunos, o objetivo é que eles manipulem os blocos que irão representar os 35 camelos, facilitando assim o entendimento dos cálculos que fazem parte do texto, para calcular, irão utilizar estes blocos. A professora distribui os blocos pequenos do material dourado aos alunos, conferindo e pedindo para verificar se cada um recebeu os 35 que representarão os camelos. Alguns alunos já percebem que se trata dos camelos antes mesmo de a professora explicar.

6.1.1 - Aplicação da sequência didática no 5º ano do ensino fundamental

A atividade foi realizada em uma turma do 5º ano do Ensino Fundamental, com a participação de cinco estudantes, durante um período de 50 minutos. A aplicação foi conduzida pela professora regente da turma, também autora da sequência didática em questão. Para garantir o anonimato, os participantes foram identificados pelas letras X, Y, H, W e K, sem qualquer correspondência com seus nomes reais. Para fins de análise, selecionaram-se quatro episódios considerados relevantes para a compreensão dos raciocínios desenvolvidos pelos estudantes ao longo da atividade.

Após a distribuição dos blocos, a professora percebeu que alguns já leram o texto, mas outros se distraíram conferindo o número de blocos que receberam. Então, pergunta se gostariam de ler em voz alta para já discutirem sobre a história. A aluna X se prontifica para ler e a professora ajuda com as palavras estrangeiras.

Após a leitura da primeira parte do texto, a professora questiona os alunos sobre o problema apresentado. Assim inicia a manipulação dos blocos de madeira em busca dos valores que caberiam da herança a cada um dos irmãos da história. Segundo a história apresentada, os alunos deveriam encontrar a metade de 35 camelos para a herança do primeiro filho, a terça parte de 35 para o segundo filho e a nona parte de 35 para o terceiro filho. O episódio tem início com a fala da professora no turno 01.

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade

Turno	Locutor	Transcrição	Observação
01	Professora	O pai deixou uma herança de 35 camelos para esses meninos / o mais velho tinha que receber quantos camelos (?)	
02	aluno K	3 (...)	
03	aluno X	terço (!)	
04	Professora	hum hum / olha aí (!)	
05	aluno X	é sim	
06	Professora	num é não (!)	
07	aluno w	deve receber apenas a nona parte	
08	Professora	Esse aí não é o mais velho não	
09	aluno X	um terço	
10	Professora	Metade gente (...) / óia aí	
11	Professora	E quanto é a metade desses camelos aí (?)	

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade

12	alunos	...	
13	Professora	Divide pela metade esses seus aí na mesa / pra você ver quantos camelos aí vai receber	
14	aluno X	Divide por 2 (...)	
15	Professora	Pega seus camelinhos / Divide eles aí pra mim	
16	aluno H	dá 17	
17	Professora	17 certinho (?)	
18	aluno X	mentira (!)	
19	Professora	divide os seus camelos então	
20	aluno W	27 (!)	
21	Professora	nossinhora (!)	
22	aluno X	o meu deu 271	
23	Professora	curuz (!)	

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade

24	aluno Z	é 27	
25	Professora	metade de 35 é 27 (?)	
26	aluno X	não / tá errado / é 18 (!) / 18 e meio (!)	
27	Professora	será (?)	
28	aluno X	Hã ram (!)	
29	Professora	Então pega esses camelos e divide eles aí pra mim / eu quero é que divide os camelinhos / os bloquinhos aí	
30	aluno W	ahhh deu 17	
31	Professora	17 certinho (?)	
32	aluno W	Hã ram	
33	Professora	Certinho (?)	
34	Professora	Conta aí quantos ficaram de um lado e quantos ficaram do outro	

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade

35	aluno W	19	
36	Professora	Você não dividiu esses camelos aí até agora / estão todos juntos / eu quero esses camelos que estão na sua mão aí / quero os número não / quero os camelo	O aluno w insiste que já dividiu, porém ele dividiu somente com o algoritmos
37	aluno Z	Deu 17(!)	
38	aluno X	Deu 17 e sobrou 1 / é porque deu um a mais	
39	Professora	E aí / se eu falo que vou dividir no meio aluno X / para mim e para você / 35 reais / eu fico com 18 e você com 17(...)	
40	Aluno X	não / você vai ter que me dá 50 centavos	
41	Professora	ahhhh / mas agora a tá falando de camelo / vamo fingir que é cachorro	
42	aluno X	ahhh / mas vai ter que partir em parte iguais (...)	

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade

43	Professora	ahhh / e aí (?) / se fosse cachorro (?) / como é que nós ia partir o cachorro no meio (?)	
44	aluno X	Ele ia morrer (!)	
45	Professora	Pois então / pode partir o camelo no meio aí (?)	
46	aluno X	é num dá	
47	Professora	divide os camelos (!)	
48	aluno H	18 (!)	
49	Professora	18 nos dois (?) então cê tá com mais camelo aí / num tá não (?) / conta aí quantos camelinhos você tem	
50	Professora	o seu deu 17 e 18 (?)	
51	aluno X	aqui tem 18 (!)	
52	Professora	e no outro (?)	
53	aluno X	ué o do aluno H deu certo (!)	

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade

54	Professora	então ele tem mais camelo então / vão ver aqui	
55	aluno W	17 e 18 né (?) / fessoraaa (!) / aqui deu / aqui deu 18 e 17	
56	aluno k	deu 17 e 17	
57	professora	sobrando 1 né (?)	
58	aluno K	não (...) / é sim / é (...)	
59	professora	36 / vou tomar um camelo seu	
60	aluno H	então não vai dar certo não	
61	professora	então a conta aí tem um problema né (?) se ele vai receber a metade / a metade de 17 / de de 35 / é 17 e sobra 1 / como são camelos / num tem jeito de partir o camelo no meio / o camelo vai morrer	
62	aluno x	aí eles ficaram com raiva	
63	professora	meio camelo não serve / né	

Tabela 01 - Episódio 01 - parte 01 - Encontrando a metade

64	aluno x	por isso estão brigando	
65	professora	e aí se ta dividindo os camelos no meio aí ó / o aluno k tá vendo que se fosse 17 pra cada um ia sobrar 1 / então tinha que ser 34 camelos/ né / o aluno H também dividiu aí / ele tinha um camelinho a mais aí / tinha 36 e tinha dado 18 pra todo mundo / cês acha que esse cara que tava brigando/ porque ele não queria ficar com 17 / ele ficaria satisfeito com quantos camelos (?)	
66	aluno X	18 (!)	

No início do episódio os estudantes passam por um processo de entendimento do problema. Os termos metade, terça parte e nona parte foram associados a divisão ao longo do entendimento do problema. A professora distribuiu bloquinhos de madeira para que os estudantes pudessem analisar a situação manipulando objetos concretos, e entendessem a natureza do problema e a solução, aparentemente mirabolante, proposta pelo protagonista. Entretanto os estudantes, não reconhecem os blocos como recurso para realizarem a divisão. No turno 29, percebendo que os estudantes não estavam utilizando os blocos, a professora pede explicitamente que façam uso dos mesmos.

É uma característica forte do processo de escolarização a manipulação de algoritmos algébricos para resolução dos exercícios, questões e problemas cotidianos que são apresentados aos estudantes. Os algoritmos são inegavelmente importantes

para o desenvolvimento escolar, entretanto, eles precisam encontrar ressonância com situações concretas. Em outras palavras, a manipulação algébrica sem a compreensão do processo torna a matemática demasiadamente exaustiva e pouco produtiva para o desenvolvimento cognitivo do sujeito, principalmente no que tange o pensamento matemático.

Entre os turnos 17 e 39, percebe-se que os estudantes apresentam dificuldades com a realização da conta, provavelmente o problema tenha origem no fato da divisão de 35 por 2 não ter resultado exato.

A professora, no turno 39, desloca o problema para uma situação mais próxima da realidade dos estudantes, dividindo 35 reais para duas pessoas. Para o caso da divisão monetária, existe uma escala dos centavos, os estudantes entendem que seria certo na divisão dar 17 reais e 50 centavos para cada um. A professora usa este exemplo para retomar ao problema inicial, problematizando a divisão para o caso dos camelos.

Ao serem incentivados pela professora a utilizarem os blocos para fazerem a divisão, os alunos também demonstram dificuldades, alguns alunos ficaram sem saber como começar a separar, indicando uma clara dificuldade em manipular material concreto. Percebemos em diversos momentos, como por exemplo no turno 47, os alunos cooperando para conseguirem promover a divisão dos blocos.

Em nenhum momento fica perceptível a compreensão por parte dos alunos de que somente números pares podem ser divididos por 2 sem nenhum resto. Inclusive no turno 66 a professora se dirige para seus alunos dizendo que para dar 17 para cada um teria que ser 34 camelos, ou 36 para dar 18 para cada um.

Entre a primeira parte do episódio e a segunda a professora realiza um breve momento de gestão de classe no qual ela direciona o foco dos estudantes para o tema em discussão.

Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte

<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
67	<i>Professora</i>	<i>O irmão do meio / ia receber quantos camelos (?)</i>	
68	<i>aluno x</i>	<i>um a mais que ele</i>	<i>se referindo ao primeiro irmão</i>
69	<i>professora</i>	<i>hum hum</i>	<i>negando com o dedo</i>
70	<i>aluno x</i>	<i>9</i>	
71	<i>professora</i>	<i>o pai falou outra coisa aí</i>	<i>olhando e apontando para o papel com o texto</i>
72	<i>aluno K</i>	<i>um terço</i>	
73	<i>professora</i>	<i>como é que você acha um terço do negócio (?)</i>	
74	<i>aluno k</i>	<i>nossa senhora (...)</i>	<i>disse sussurrando</i>
75	<i>aluno W</i>	<i>3 (?)</i>	
76	<i>professora</i>	<i>dividir em quantas partes (?)</i>	

Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte

77	<i>aluno x</i>	3 (!)	<i>disse com expressão de surpresa</i>
78	<i>professora</i>	<i>divide esses camelos de novo aí / em três menino / junta tudo e divide pra três meninos</i>	<i>e já saiu em auxílio aos alunos mostrando como dividir os blocos em três grupos</i>
79		...	<i>os alunos começam a dividir os blocos</i>
80	<i>aluno x</i>	<i>mas um ficou só com dois (!)</i>	
81	<i>professora</i>	<i>só com 2 (?)</i>	
82	<i>aluno x</i>	<i>é</i>	
83	<i>professora</i>	<i>uai / mas você já tá dividindo por 9 (?) / não era a terça parte primeiro (?) / o irmão do meio é a terça parte</i>	
84	<i>aluno x</i>	<i>é em nove (?)</i>	
85	<i>professora</i>	<i>em três primeiro</i>	
86	<i>aluno x</i>	<i>então / três / três (...)</i>	<i>disse apontando os grupos com três blocos cada um separados</i>

Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte

			<i>em sua mesa</i>
87	<i>professora</i>	<i>não / não é três para cada um não / são três meninos / junta isso aí e divide pra três meninos</i>	
88	<i>aluno k</i>	<i>olha aqui / eu dividi 17 para 3</i>	
89	<i>professora</i>	<i>não é 17 não / é 35 / junta tudo / não era pra dividir o restante em três partes / era pra dividir todos os camelos em três partes / junta os 35</i>	
90	<i>aluno w</i>	<i>oh fessora / esse aqui deu 11 / esse aqui deu 12 / e esse aqui deu 12</i>	<i>disse mostrando os blocos separados na mesa</i>
91	<i>professora</i>	<i>mas pensa aí se é uma divisão / você pode colocar 11 para um / doze e outro e doze para outro (?) / tem que ficar igual pra todo mundo pra ser uma divisão / tira de quem tá passando pra ficar todo mundo com 11 / e sobrou camelo / não sobrou (?)</i>	

Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte

92	<i>alunos x, w, z</i>	<i>sobrou dois (!)</i>	<i>disseram enquanto recolhiam os blocos que sobraram</i>
93	<i>aluno x</i>	<i>espera aí / agora que vai bagunçar esse trem aqui</i>	
94	<i>professora</i>	<i>por isso é que eles estavam brigando / e eles vão ficar com quantos camelos (?)/ deu quantos para cada um (?)</i>	
95	<i>aluno k</i>	<i>dois vão ficar com 12 e um vai ficar com 11</i>	
96	<i>professora</i>	<i>mas vai dar certo isso (?)</i>	
97	<i>aluno x</i>	<i>minha conta deu certo (!) / eu acho</i>	
98	<i>professora</i>	<i>então eles estavam brigando porque na certa falaram com ele pra ficar com 11 né (?)</i>	
99	<i>aluno k</i>	<i>não é só eles matar um camelo não (?)</i>	
100	<i>professora</i>	<i>mas vai matar o camelo (...) / coitado do camelo (!) / ele não tem</i>	

Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte

		<i>culpa não</i>	
101	<i>aluno h</i>	<i>é eles comprar mais um ué</i>	
102	<i>professora</i>	<i>é uma solução / comprar mais um camelo / com o dinheiro de quem (?) / de qual dos três (?)</i>	
103	<i>aluno z</i>	<i>do pai ué</i>	
104	<i>professora</i>	<i>o pai morreu ué / é herança</i>	
105	<i>aluno k</i>	<i>os três juntava dinheiro e comprava ué</i>	
106	<i>professora</i>	<i>mas eles tão querendo herança / na certa eles não tinha dinheiro pra comprar / senão eles não tava brigando por conta de herança</i>	
107	<i>professora</i>	<i>oh aluno k / não pode ficar assim não / quando a gente divide tem que ser a mesma quantidade pra todo mundo</i>	<i>disse apontando para os blocos da mesa que estavam separados em 12, 12 e 11</i>
108	<i>aluno x</i>	<i>o fessora o meu deu a mesma quantidade para cada um</i>	

Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte

109	<i>professora</i>	<i>12 (?) / não (...) / então você tem mais camelo aí</i>	<i>e foi andando em direção ao aluno x</i>
110	<i>aluno x</i>	<i>tem não (!) / 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 (...)</i>	<i>e começou a contar em voz alta os blocos</i>
111	<i>professora</i>	<i>ahhh (...) / não era 12 (?)</i>	<i>e começa a rir junto com o aluno x</i>
112	<i>aluno x</i>	<i>não sei / contei errado</i>	<i>disse enquanto ria</i>
113	<i>professora</i>	<i>não junta não / separa eles aí</i>	
114	<i>aluno k</i>	<i>se tivesse mais um ia dar certinho</i>	
115	<i>aluno x</i>	<i>ahh esse pai aí fez foi uma bagunça</i>	
116	<i>professora</i>	<i>esse pai aí é da discórdia né / vai pondo um pra cada aluno h / ou dois para cada um (...)</i>	<i>disse ao ajudar o aluno h a separa os blocos</i>
117	<i>professora</i>	<i>só que aqui ó / tira o que tá sobrando pra ficar igual</i>	<i>disse ao conferir os blocos do aluno k enquanto passava pela carteira dele</i>
118	<i>professora</i>	<i>deu 11 não foi (?) / e sobrou 2 (!) / esse segundo filho estava bravo /</i>	<i>disse se dirigindo a</i>

Tabela 02 - Episódio 01- parte 2 - Encontrando a terça parte

		<i>porque o danadinho não queria ficar com 11 / ele queria ficar com quantos (?)</i>	<i>todos os alunos</i>
119	<i>aluno k</i>	12	
120	<i>professora</i>	<i>com 12 (!) / se fosse você / você queria ficar com quantos (?) / você ficaria feliz só com 11 (?)</i>	
121	<i>aluno x</i>	<i>ficaria (...)</i>	
122	<i>professora</i>	<i>você não ia brigar não (?)</i>	
123	<i>aluno x</i>	<i>não (...)</i>	

Este segundo trecho evidencia a dificuldade dos estudantes com relação ao entendimento do problema, eles tentaram dividir os camelos que sobraram da divisão para o primeiro irmão. Muitos estudos apontam que o entendimento do problema matemático é uma questão a ser superada, alguns educandos podem apresentar dificuldade específica na aprendizagem que, por sua vez, acaba interferindo em outra aprendizagem. A dificuldade na leitura pode levar o aluno a revelar dificuldades em matemática. Nos exercícios com enunciado, acaba-se por exigir compreensão a exemplo, a resolução de problemas (REITZ P.52 E 53), portanto a leitura é fundamental neste processo, entretanto a escola tem tido uma dificuldade histórica com relação ao letramento funcional, o que acentua as dificuldades em todas as áreas escolares. É dever de todas as disciplinas ajudarem no letramento e trabalhos como o que é apresentado nesta dissertação vão de encontro a solução desta problemática.

“Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.” (BNCC, 2018, p.9)

Ao iniciar a divisão da herança em três partes para encontrar um terço, houve certa confusão, primeiro pela dificuldade de manipulação do material concreto e separar os blocos de madeira em três grupos. A segunda dificuldade surgiu após a fala da professora, no turno 87, sobre dividir para três meninos, os alunos entenderam que seria referente aos três irmãos da herança e não a separação referente a um terço do total. Na tentativa de ajudar com a divisão dos blocos, buscando analogias fora do texto, o uso do termo meninos deixou os alunos mais confusos.

Nesse exercício a professora buscou demonstrar como separar um valor em partes diferentes, no turno 88 observamos que o aluno retirou do total de 35 camelos o valor referente a primeira herança, que era 18 e buscou encontrar um terço apenas do restante dos camelos, buscou um terço de 17, demonstrando que a ideia inicial ainda não estava consolidada.

A ideia de divisão mais uma vez foi reforçada pela professora, os alunos dividiram os 35 camelos em três grupos com valores diferentes, nos turnos 90, 95 e 107 percebemos que os alunos encontraram os valores, 12, 12 e 11. Não deixaram resto, a manipulação do material deixou os alunos confusos sobre o que fazer com os blocos restantes e ainda não absorveram o conceito de que em uma divisão, todas as partes devem ser iguais.

No turno 99 os estudantes começam a apresentar soluções alternativas para o problema, primeiro matando um dos camelos, entretanto a lógica desta solução não foi testada pela professora. Embora a morte de um camelo possa parecer ser uma solução para o primeiro filho, ela não seria solução para o segundo filho, uma vez que

34 camelos também não seriam divisíveis por 3. A outra solução apresentada seria comprar mais um camelo. Esta solução não foi testada pela professora, ela decidiu se ater ao texto do problema, entretanto a solução apresentada pelo aluno “h” resolveria o problema da divisão, uma vez que 36 seria divisível por 2, 3 e 9. Caso esta solução fosse testada, um novo problema iria emergir, uma vez que após a divisão dos camelos restariam e novamente não seria possível dividir os dois camelos restantes pelos 3 filhos. Seria uma discussão potencialmente interessante, entretanto em situações de sala de aula, nem todas as oportunidades de aprendizagem são exploradas, seja por questão de tempo seja por razão da não percepção da oportunidade pelo professor. Tal como salientado por Mendonça (2009, 2019) a participação dos estudantes por meio de perguntas ou comentários críticos abre janelas de oportunidade que podem ser exploradas pelos professores, também por isso é fundamental incentivar o aumento do protagonismo dos estudantes na sala de aula.

A discussão sobre os valores se encerrou e finalmente iniciaram os cálculos para encontrar os valores da nona parte, que seria a parte da herança destinada ao terceiro filho, os alunos continuam com dificuldade em manipular o material para efetuar os cálculos de divisão.

Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte

<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
124	<i>professora</i>	<i>vamos juntar agora / para o filho mais novo / o mais novo vai receber quanto (?)</i>	
125	<i>aluno k</i>	<i>nona parte (!)</i>	<i>disse com expressão de surpresa</i>

Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte

			<i>arregalando os olhos para o texto</i>
126	<i>professora</i>	<i>nona parte / como é que você descobre a nona parte (?)</i>	
127	<i>aluno k</i>	<i>35 dividido por 9 (?)</i>	
128	<i>professora</i>	<i>hum rum</i>	<i>disse concordando</i>
129	<i>aluno k</i>	<i>nossa senhora (...) / agora (...) / se já tava difícil (...)</i>	
130	<i>aluno w</i>	<i>vai dar / vai dar (...) / 3 (...)</i>	<i>Disse enquanto conferia a tabuada na parede da sala junto com os alunos x e z, os três estão com lápis na mão se preparando para fazer o cálculo com o algoritmo da divisão</i>
131	<i>professora</i>	<i>vai dá 3 e vai sobrar quanto (?)</i>	
132	<i>aluno x</i>	<i>fessora (...) / espera</i>	<i>respondeu enquanto fazia a conta no papel</i>

Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte

133	<i>aluno w</i>	<i>vai dá 3 e sobrar 8</i>	<i>após fazer os cálculos no papel</i>
134	<i>professora</i>	<i>então divide aí / nove partes / sobrar 8 (?)</i>	<i>se referindo aos blocos</i>
135	<i>aluno h</i>	<i>ôh fessora / num tô intendendo não</i>	
136	<i>professora</i>	<i>o mais novo / ele vai receber a nona parte / para você saber a nona parte de uma coisa / você tem que partir ela em nove partes / certo (?) / se você quer saber a metade / você não parte em duas partes (?) / se que saber a terça parte / não parte em três (?) / e agora nós vamos partir em nove (!)</i>	<i>disse enquanto caminha em direção ao aluno h</i>
137	<i>aluno w</i>	<i>eu dividi e faltou um</i>	
138	<i>aluno k</i>	<i>ou você tá de brincadeira / pera aí</i>	<i>disse quando viu que faltava um bloco para a divisão ficar igual, em seguida resolveu pegar o lápis e conferir os resultados</i>
139		<i>burburinhos (...)</i>	<i>enquanto isso a</i>

Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte

			<i>professora ajuda o aluno h a montar a divisão dos blocos em nove</i>
140	<i>professora</i>	<i>esse aqui vai ficar feliz só com 3 (?)</i>	<i>disse ao chegar próximo da carteira do aluno k que já estava com os blocos separados em 8 grupos com 4 e um grupo com 3, ele não separou o resto da divisão</i>
141	<i>aluno k</i>	<i>melhor que ficar com zero</i>	
142	<i>professora</i>	<i>mas não dá certo / sabe porque (?) / quando a gente fala de divisão / a gente tem que dividir em partes iguais / não é (?) / não existe divisão com partes diferentes / se eu chego aqui na sala e falo / vou distribuir bombons para vocês / aí abro o saco e começo a distribuir / três para você / três para você/ três para você/ ah pra você só dois né / melhor que nada (...) / você vai ficar</i>	<i>disse apontando para o aluno k quando mencionou no exemplo que ficaria somente com 2 bombons, ele riu com a fala da professora</i>

Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte

		<i>feliz (?)</i>	
143	<i>aluno x</i>	<i>não vai</i>	<i>enquanto isso o aluno k fica rindo</i>
144	<i>professora</i>	<i>ham (...) / vai ficar feliz (?)</i>	
145	<i>aluno k</i>	<i>mais ou menos</i>	<i>disse sorrindo</i>
146	<i>professora</i>	<i>ahh / vai ficar feliz não / você vai brigar até (!) / ou não vai (?) / então / eu ia tirar aqui ó / deixar 3 para cada um (...) / e deixar sobrar um bucado aqui ó / aí ninguém vai brigar comigo / vai (?) / todo mundo recebeu a mesma quantidade (?)</i>	<i>disse manipulando os blocos de madeira do aluno k para que fique 9 grupos com 3 peças e resto 8</i>
147	<i>aluno x</i>	<i>não (...)</i>	
148	<i>professora</i>	<i>aqui / vamos ver (...) / 1, 2, 3, 4 (...) / aqui não sobrou 8 (?) / dividiu em 9 partes / não foi / dá para dar mais um pra cada um aqui (?) / vai ficar um sem</i>	<i>disse enquanto contava os blocos do aluno x</i>
149	<i>professora</i>	<i>aluno w por que você juntou tudo</i>	
150	<i>aluno w</i>	<i>não sei o que é para fazer fessora</i>	

Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte

151	professora	<i>divide em nove partes / como é que eu te ensinei a dividir em nove (?)</i>	
152	aluno w	<i>3 para cada lado</i>	
153	professora	<i>você já viu que vai dar 3 né / vamos colocar 9 meninos aqui / vamos dar mais um pra cada um / dá para dar mais um pra cada um (?)</i>	
154	aluno w	<i>hum (...) / acho que dá</i>	<i>e começa a distribuir</i>
155	aluno h	<i>35 (...) / 36 seria melhor</i>	
156	professora	<i>36 seria bom né / quanto sobrou aqui (?)</i>	<i>disse perguntando ao aluno w que terminou de separar os blocos</i>
157	aluno w	<i>8</i>	<i>se referindo ao resto</i>
158	professora	<i>dá para dar mais um pra cada um (?)</i>	
159	aluno x	<i>dá</i>	<i>disse enquanto conferia a divisão do aluno w</i>

Tabela 03 - Episódio 01 - parte 3 - Encontrando a nona parte

160	<i>professora</i>	<i>dá não</i>	
161	<i>aluno w</i>	<i>não</i>	
162	<i>professora</i>	<i>mas aí vai ficar gente com quantidade diferente / não vai (?) / quando você fala vamos dividir / você pode dividir de tamanhos diferentes (?)</i>	
163	<i>aluno x</i>	<i>pode (...)</i>	
164	<i>professora</i>	<i>pode (!) / quando a gente vai dividir tem que ser igual / não é / senão não é justo / e esse menino e esse menino aqui que vai ganhar só 3 camelinhos / ele vai ficar feliz (?)</i>	<i>disse apontando para os blocos de madeira e em seguida cruzando os braços</i>
165	<i>aluno h</i>	<i>ôh fessora / senão se alguém tivesse fazendo aniversário eles davam o camelo para ele</i>	
166	<i>professora</i>	<i>dava o camelo de aniversário (?) / seria uma boa proposta</i>	

A relação de nona parte como sendo uma divisão por 9 foi rapidamente compreendida pelo estudante “k” no turno 127. No turno 130 o aluno “w” olhando para a tabuada respondeu 3, provavelmente por aproximação, e o restante faltante para de 27 - multiplicação de 9 por 3 - até o 35 ele resolveu em uma conta de subtração no

papel. Um estudante mais experiente, poderia perceber que para chegar no 36 - próximo número informado na tabuada, fruto da multiplicação entre 9 e 4, estaria um acima do número 35, com isso o resto seria o fator 9 menos a unidade faltante, que resultaria no resto 8. Entretanto, o caminho utilizado pelo estudante, embora mais longo e trabalhoso, foi suficiente para ele chegar ao resultado correto.

A destreza demonstrada pelo estudante “w” parecia não ser um caso geral da sala, vemos no turno 135 a dificuldade do aluno “h” na compreensão do problema, a professora fez uma explicação detalhada sobre o que precisava ser feito. Mesmo depois da explicação, no turno 150 o aluno “w” ainda relata sua falta de compreensão sobre a tarefa.

Durante a divisão em nove partes, percebemos nos turnos 137, 138 e 140 ainda presente dificuldade em aceitar que a divisão deve ser em partes iguais e se não for possível, pode sobrar o resto. A manipulação do material tornou visível “o resto” que aparentemente não recebia muita atenção destes alunos. Ao analisar que o resultado seria 3 e o resto 8, valor do “resto” muito maior que o resultado da divisão, os alunos passaram a não aceitar esse resultado. Para explicar, a professora usou analogias de divisão de bombons entre os alunos, turno 142, para fixar o conceito de que uma divisão deveria ser feita em partes iguais.

A professora optou por focar na divisão e deixar para trabalhar o conceito de frações, que era o objetivo do trabalho, para depois que o conceito de divisão se fixasse melhor.

Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança			
<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
167	<i>professora</i>	<i>vamos separar aqui / quantos camelos ficou pra cada um / o primeiro filho / quantos que vocês</i>	

Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança

		<i>falaram que ele tinha que recebê (?) / mesmo achando ruim / a metade / quantos que é (?)</i>	
168	<i>aluno k</i>	17	
169	<i>professora</i>	<i>isso / 17 / junta os camelos tudo aí e tira 17 pro primeiro filho</i>	
170	<i>aluno w</i>	<i>tudo tudo tudo (?)</i>	
171	<i>professora</i>	<i>junta tudo / tira 17 pro primeiro filho / que é a metade / tira a metade (!)</i>	<i>disse enquanto os aluno manipulam os blocos separando as quantidades</i>
172	<i>professora</i>	<i>o segundo filho / quantos que vocês falaram que ia sobrar pra ele (?) /</i>	
173	<i>aluno x</i>	18	
174	<i>professora</i>	<i>não (!) / né 18 não (!) / tirou o do primeiro (?) / deixa separadinho aí no canto então / desses 18 que sobrou aí / quanto que sobrou pro segundo filho (?) / cês fez a conta aí pra mim / quanto que ia dá (?) / heim aluno x (?) / o segundo filho ia</i>	

Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança

		<i>ficar com quantos (?) / a terça parte ia ser quanto (?)</i>	
175	<i>aluno x</i>	<i>18 (?)</i>	
176	<i>professora</i>	<i>o segundo filho / ele não ia ficar com 18 (...) / ele não ia ficar com o restante não / quantos que vocês fizeram aí que era a terça parte (?) / quanto que tinha dado quando cês dividiram em 3 aí (?)</i>	
177	<i>aluno k</i>	<i>ham (...) / 11, 12 e 11 (!)</i>	
178	<i>professora</i>	<i>mas 12, 12 e 11 pode (?) / o certo seria quanto (?)</i>	
179	<i>aluno x</i>	<i>12, 12 e 12 (!)</i>	
180	<i>professora</i>	<i>mas num tem / tá faltando camelo</i>	
181	<i>aluno x</i>	<i>11, 11 e 11</i>	
182	<i>professora</i>	<i>ah (...) 11 camelos para o segundo filho / então põe 17 pro cantinho aí / põe 11 pra outro cantinho / agora eu quero o filho mais novo / quanto que ele ia ganhar (?)</i>	

Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança

183	<i>aluno z</i>	<i>sobrou 7</i>	
184	<i>professora</i>	<i>mas num era 7 que tinha sobrado pra ele não / num é isso que tinha que sobrar não / quanto que o pai falou que ele merecia ganhar (?)</i>	
185	<i>aluno x</i>	<i>a metade / não (...)</i>	
186	<i>professora</i>	<i>metade (?)</i>	
187	<i>aluno x</i>	<i>um terço (!)</i>	
188	<i>professora</i>	<i>um terço era o segundo / o mais novinho (?)</i>	
189	<i>aluno z</i>	<i>um nono</i>	
190	<i>professora</i>	<i>quanto que tinha dado um nono (?)</i>	
191	<i>aluno x, k, w</i>	<i>3</i>	
192	<i>professora</i>	<i>então separa 3 camelinho pro mais novo</i>	
193	<i>aluno x</i>	<i>só isso / nossa mas que pai</i>	

Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança

		<i>irresponsável</i>	
194	<i>aluno z</i>	<i>aí sobrou 4</i>	
195	<i>professora</i>	<i>sobrou 4 (?) / e aí a briga era o seguinte né / se sobrou 4 / dá pra distribuir 1 pra cada um (?)</i>	
196	<i>aluno z</i>	<i>dá</i>	
197	<i>professora</i>	<i>e ainda sobra 1 / se sobra 1 / eles vão ficar felizes (?)</i>	
198	<i>aluno k</i>	<i>ué / aí é só fazer isso aqui ó / dá um pra cada um deles aqui / e dois pra esse / que esse aqui tava com menos</i>	
199	<i>aluno z</i>	<i>sobrava dois pro mais velho que trabalhou mais</i>	
200	<i>professora</i>	<i>esse pai fez uma divisão justa (?)</i>	
201	<i>aluno k</i>	<i>não</i>	
202	<i>aluno x</i>	<i>não</i>	

Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança

203	<i>professora</i>	<i>por que não (?)</i>	
204	<i>aluno x</i>	<i>porque tem 35 / e eles era 3 / 35 é um número ímpar</i>	
205	<i>professora</i>	<i>é um número ímpar / mas é um número que divide pra 3 certinho (?)</i>	
206	<i>aluno x</i>	<i>não</i>	
207	<i>professora</i>	<i>divide para 9 certinho (?)</i>	
208	<i>aluno x</i>	<i>não</i>	
209	<i>professora</i>	<i>divide pra 2 (?)</i>	
210	<i>aluno x</i>	<i>não</i>	
211	<i>professora</i>	<i>então errou nesse número aí né / eu acho que essa herança / o pai fez o seguinte / ele dividiu / quando ele tava crescendo o número de camelos ainda/ então ele pensou nesses camelos antes de ter o número exato / cês viram que essa história é tirada do livro O Homem que Calculava / de Malba Tahan / e</i>	<i>dito isso a professora começou a ler o texto em voz alta</i>

Tabela 04 - Episódio 01 - parte 4 - Valores da herança

		<i>a história começa aqui ó /</i>	
--	--	-----------------------------------	--

Na última parte deste episódio a professora inicia com uma síntese dos dados que foram obtidos pelos estudantes ao longo das discussões, totalizando 17 para o primeiro, 11 para o segundo e 3 para o terceiro, sobrando 4 camelos. Novamente a professora problematiza o que deveria ocorrer com estes 4 camelos. Os estudantes apresentaram propostas de dar mais um para cada, entretanto ainda sobraria um camelo, ou dar dois para o mais velho que pela história teria trabalhado mais que os irmãos, por isso foi mais bem recompensado pelo pai. A professora, no turno 200, problematiza a situação perguntando se a divisão do pai foi uma divisão justa.

No turno 204 o aluno “x” questiona que o número ímpar - 35 camelos - foi um dificultador, uma vez que eles eram 3 irmãos. A ideia do estudante “x” reflete novamente a dificuldade dos estudantes com o processo de divisão, a dificuldade de compreensão plena da divisão leva a crer que números ímpares não possam ter divisores, sendo os números ímpares problemáticos no que tange o processo de divisão.

A professora entrega a parte final da história e mais um bloco de madeira aos alunos, nesta parte aparece a conclusão do homem que calculava de se adicionar mais um camelo a herança para que assim pudesse fazer a divisão e todos começam a ler, a aluna X é solicitada a ler em voz alta para toda a turma. Durante a leitura a professora ajuda com a interpretação, repassa as contas que fizeram e as quantidades obtidas. Ao final todos concordam com a solução, separam os blocos e ficam satisfeitos com os cálculos propostos na conclusão da história.

O objetivo inicial da atividade foi apresentar aos alunos os conceitos de frações de maneira lúdica, mostrando que já estão presentes no cotidiano e são frequentemente usados. Os alunos apresentaram dificuldades com a divisão, mas não com os conceitos de fração, ficou claro que para encontrar a metade basta dividir por dois, a terça parte, dividir por três e a nona parte, dividir por 9. Devido às dificuldades com os cálculos de divisão a aula ficou extensa e os alunos apresentaram sinais de

cansaço quando começaram a divisão por 9, alguns dispersaram e brincaram com os blocos de madeira durante a divisão.

6.1.2 - Aplicação da sequência didática no 6º ano do ensino fundamental

A atividade foi aplicada em uma turma no 6º ano do ensino fundamental, estavam presentes apenas 6 alunos na aula e teve a duração de 2 horários de 50 minutos cada, totalizando 1 hora e 40 minutos. Novamente a professora aplicadora é a autora desta sequência didática e regente das aulas nesta turma. Os alunos serão identificados pelas letras gregas $\alpha, \beta, \gamma, \Delta, \theta$ e π . As letras não possuem nenhuma ligação aos nomes dos alunos, serão usadas para preservar a identidade deles.

A aula se inicia com a apresentação da atividade, os alunos são comunicados que se trata de um trabalho de mestrado, o qual, a professora regente está participando. Os alunos são orientados de que a aplicação da atividade será gravada com câmera filmadora para registros, mas não será divulgada em nenhum momento.

A professora inicia a aula lembrando aos alunos que já ouviram a história da “Lenda do Jogo de Xadrez” que também pertence ao livro do homem que calculava de Malba Tahan, e agora, iriam conhecer a história dos “35 Camelos” que pertence ao mesmo livro. Os alunos são informados sobre o local e o tempo no qual a história acontece e que os nomes dos personagens são de origem árabe, portanto não são nomes comuns aos alunos.

Ao entregar a folha com a primeira parte da história, a professora entrega também a cada um dos alunos 35 cubos de madeira, explicando que serão usados para representar os camelos e assim compreender melhor a história. Enquanto são distribuídos os cubos, os alunos leem o texto e conferem a quantidade recebida, pois são comunicados que são necessários exatamente 35 cubos para cada um.

A professora após alguns minutos começa a ler o texto para os alunos, são feitas pausas para discutir o significado das palavras incomuns e também para discutir sobre o parágrafo lido. Ao final da leitura da primeira parte, inicia-se a discussão sobre como se encontrar a metade dos 35 camelos.

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
01	Professora	<i>Então / Eu entreguei a vocês 35 camelos</i>	<i>Disse mostrando os cubos de madeira e se referindo a eles como camelos</i>
02	Professora	<i>E primeiro eu gostaria que vocês dividissem / Conforme o pai desses rapazes aí / decidiu dividir / Quando pediu para dar ao mais velho a metade dos camelos / Divide eles aí / Metade / É dividir em quantas partes (?)</i>	<i>Disse mostrando e manuseando os cubos de madeira</i>
03	Aluno π	<i>É 17 e meio</i>	<i>Disse mostrando o número 2 com os dedos</i>
04	Professora	<i>17 e meio / isso/ agora divide os camelos aí</i>	<i>apontou novamente para os blocos de madeira</i>
05	Aluno β	<i>Cada um (?)</i>	
06	Professora	<i>É / metade / quero metade desses</i>	<i>Os alunos iniciam a separação dos blocos</i>

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

		<i>camelinhos aí</i>	<i>de madeira</i>
07	<i>Professora</i>	<i>Como é que vocês vão dividir na metade (?) / Coloca um para um lado / Um para o outro</i>	<i>Disse ao perceber que alguns alunos não conseguiam iniciar a divisão dos blocos</i>
08	<i>Aluno π</i>	<i>Mas um ficou no meio</i>	<i>Disse apontando para o bloco que sobrou</i>
09	<i>Professora</i>	<i>Aí que está o problema / Por isso que eles estavam brigando / Como é que vai dividir um camelo no meio (?)</i>	
10	<i>Aluno β</i>	<i>É dois né / só dois (?)</i>	<i>Disse olhando os dois grupos de blocos que estavam surgindo da própria mesa</i>
11	<i>Professora</i>	<i>Faz assim / um para lá / um para cá / até acabarem os camelos</i>	<i>Disse ajudando a separar os blocos do aluno β</i>
12	<i>Aluno α</i>	<i>Até acabar fessora (?)</i>	<i>O aluno π junta todos os blocos e recomeça a separar</i>

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

13	Professora	<i>Até acabar os camelos / O aluno π já dividiu de cabeça ali / já sabe quanto que vai dar para cada parte do primeiro irmão</i>	<i>Os alunos continuam a separação dos blocos</i>
14	Aluno θ	<i>Um ficou com 18 e outro com 17</i>	
15	Professora	<i>Mas não tem jeito de fazer assim né / Porque imagina só se você fosse esse irmão / você ficaria com qual (?)</i>	
16	Aluno θ	<i>Só deixar um camelos para eles comerem</i>	
17	Professora	<i>Mas camelo não se come assim não / Não é como vaca que a gente come não</i>	
18	Professora	<i>Vai matar o camelo (?) / Para que serve o camelo no deserto (?)</i>	
19	Alunos α, θ e π	<i>Andar (!)</i>	
20	Professora	<i>Camelo morto vai servir para alguma coisa (?)</i>	

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

21	<i>Aluno α</i>	<i>Não</i>	
22	<i>Professora</i>	<i>Então / vai não / o problema aí / é que ele não quer um pedaço do camelo / ele quer o camelo inteiro</i>	
23	<i>Aluno β</i>	<i>Aqui tem 17 / e tem mais um (?)</i>	<i>Disse mostrando um cubo de madeira</i>
24	<i>Professora</i>	<i>Quanto tem aí (?)</i>	
25	<i>Aluno β</i>	<i>Cada um tem 17</i>	<i>Disse mostrando os dois grupos de blocos de madeira separados na mesa</i>
26	<i>Professora</i>	<i>17 (?) / E sobrou um né (?) / Então é por isso que ele estava brigando / porque ele não queria ficar só com 17</i>	<i>Disse se referindo ao personagem da história</i>
27	<i>Aluno β</i>	<i>Só partir no meio / Então não dá</i>	<i>Disse mostrando o bloco de madeira que sobrou</i>
28	<i>Professora</i>	<i>Mas vai partir isso aí no meio (?)</i>	

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

29	<i>Aluno β</i>	<i>Não</i>	
30	<i>Professora</i>	<i>Então / Esse era o motivo da briga / O primeiro irmão estava insatisfeito</i>	
31	<i>Aluno β</i>	<i>Vendia ele e dava metade para cada um</i>	
32	<i>Professora</i>	<i>Isso é uma solução / mas não seria a metade / porque o primeiro irmão ia ter 17 e um pedacinho né / ele queria quanto (?) / ele queria só 17 e um pedacinho (?)</i>	
33	<i>Aluno β</i>	<i>não</i>	
34	<i>Professora</i>	<i>Quanto você acha que ele queria (?)</i>	
35	<i>Aluno π</i>	<i>18</i>	
36	<i>Professora</i>	<i>É / ele não é bobo né</i>	

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

7	Professora	<i>Agora o segundo irmão aí / vocês viram / ué não dividiu ainda não (?)</i>	<i>Disse ao ver a mesa do aluno α que estava com parte dos blocos separados, mas ainda com um grupo de muitos blocos juntos, formando 3 grupos de peças.</i>
8	Aluno α	<i>Não / não dei conta</i>	
39	Professora	<i>Mas aqui / faz igual dividir baralho / você já dividiu baralho (?)</i>	<i>Disse juntando todas as peças para começar a dividir novamente</i>
40	Aluno α	<i>não</i>	<i>Disse se referindo a divisão de baralho</i>
41	Professora	<i>Vamo lá / uma pra você / uma pra mim/ uma pra você / uma pra mim/ faz assim / até acabar</i>	<i>E começou a separar as peças de madeira</i>
42	Aluno π	<i>Sobrou um camelo meu aqui / vou mandar ele embora</i>	

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

43	Professora	Quando falar metade (...)	
44	Aluno π	Professora (!) / aí é só ele dá pra um dos irmãos / eles são três	
45	Professora	Eles são três / mas aí tem a parte da divisão pra cada um / você acha que o mais velho iria querer dar o camelo dele para os outros ou ficar com o camelo pra ele (?)	
46	Aluno γ	Ficar com o camelo	
47	Aluno π	Não / mas ele vai dividir para os três irmãos	
48	Aluno α	Aqui tem 18	disse separando um grupo de blocos de madeira
49	Professora	Esse é o problema (...)	
50	Aluno π	Pode dividir então professora (?) / Para os três irmãos (?)	
51	Professora	Espera aí / Deixa só o aluno α terminar aqui	Disse olhando para o aluno α , que estava ao seu lado e terminava

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

			<i>de separar os dois grupos de blocos de madeira</i>
52	<i>Aluno α</i>	<i>Aqui deu 17</i>	<i>disse mostrando o segundo grupo de blocos de madeira</i>
53	<i>Professora</i>	<i>Mas você acha que eles vão ficar feliz sendo um com 17 e outro com 18 (?)</i>	<i>Disse apontando os dois grupos de blocos separados sobre a mesa</i>
54	<i>Professora</i>	<i>Quando a gente divide / Tira aqui / Agora tem 17 e 17 né (?)</i>	<i>Enquanto falava, tirou um bloco de madeira do grupo com 18 e o deixou separado, mostrando ao aluno dois grupos com 17 blocos de madeira</i>
55	<i>Professora</i>	<i>A gente não pode dividir de modo que fique quantidades diferentes / Se eu chegasse com balas aqui e falasse assim / 18 para você e 17 para você</i>	<i>Disse encenando entregar as balas para os alunos que estavam sentados lado a lado, 18 para o aluno γ e 17 para o aluno α</i>

Tabela 05 - Episódio 02 - parte 01 - Encontrando a metade

56	<i>Aluno α</i>	<i>Iria ser injusto (...)</i>	<i>Disse dando uma risadinha</i>
57	<i>Professora</i>	<i>Não é (!) / Você não vai achar bom / não é</i>	<i>Disse concordando</i>

No início da atividade, no turno 03, é possível observar que o aluno “ π ” alcança o resultado 17,5 para a metade de 35 com facilidade, no pensamento abstrato ele identifica o valor, mas ao dividir os blocos, apresenta dificuldade em compreender o resultado, pode-se observar no turno 08 e turno 42. Aparentemente, o conceito de divisão com material concreto não foi absorvido, o resto 1, da divisão causou dúvidas.

A divisão em duas partes com o uso de material sólido se mostrou complicada para grande parte dos alunos, foi preciso que a professora interviesse diversas vezes. O uso do número ímpar 35 dificultou ainda mais, pois os alunos não compreendiam o conceito do resto 1 desta divisão, logo o conceito de metade não pareceu ter sido alcançado.

Os alunos apresentaram dificuldades em encontrar duas partes com a mesma quantidade de blocos de madeira, todos construíram um grupo com 17 e outro com 18 blocos, foi necessária a intervenção da professora para que a divisão fosse feita com partes iguais e que o resto 1 fosse aceito na operação, como observado nos turnos 14, 23, 48 e 52. A utilização dos blocos como mediadores entre os estudantes e os objetivos da atividade foi desafiador, a pouca experiência dos estudantes com o recurso oferecido causou dificuldades na manipulação, tal como pode ser observado como um dos pontos marcantes deste primeiro trecho.

A atividade não apresentou grandes avanços, os alunos ficaram presos durante muito tempo em como dividir os blocos de madeira e a ideia inicial de se encontrar a fração referente a metade, não foi concluída, ao final os alunos não conseguiram fazer a conexão entre a metade e a fração $\frac{1}{2}$.

Com o intuito de retomar ao assunto ao final da atividade, deu-se sequência a aula em busca de se encontrar um terço dos 35 camelos.

Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte			
<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
58	<i>Professora</i>	<i>Vamos olhar o segundo irmão / o segundo irmão vai ganhar quantos camelos (?)</i>	
59	<i>Aluno Δ</i>	<i>Terça parte</i>	<i>lendo em voz baixa</i>
60	<i>Aluno α</i>	<i>nona parte</i>	
61	<i>Professora</i>	<i>Terça parte</i>	<i>Respondeu confirmando para o aluno Δ</i>
62	<i>Professora</i>	<i>... Se a metade a gente divide em duas partes / a terça parte a gente divide em quantos (?)</i>	
63	<i>Aluno Δ</i>	<i>3</i>	
64	<i>Aluno π</i>	<i>Vai dividir tudo em 3 (?)</i>	
65	<i>Professora</i>	<i>Junte os camelos aí de novo / e vamos dividir tudo em 3</i>	

Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte

66	Aluno α	Vai juntar até esse (?)	Disse mostrando o bloco que sobrou da divisão por 2
67	Professora	Coloca assim óh / o primeiro irmão / o segundo / o terceiro / o primeiro / o segundo / o terceiro / e vai distribuindo	Disse enquanto separava os blocos do aluno β
68	Professora	Agora é assim / três meninos / o primeiro / o segundo / o terceiro	Disse ajudando a iniciar a divisão do aluno α
69	Professora	Coloca três irmãos	Ajudando agora ao aluno θ
70	Aluno α	Um ficou sem / fessora	
71	Professora	Olha / não pode ficar um com mais que o outro não / se sobrar / deixa camelo sobrando aí / mas tem que ser igual	Observando que não havia blocos sobrando na mesa do aluno α
72	Aluno α	Mas o terceiro está com menos	Disse observando a divisão em três grupos em sua mesa

Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte

73	Professora	<i>Então tira dos outro para que todo mundo fique igual</i>	
74	Aluno β	<i>O primeiro tem 12</i>	<i>Disse mostrando um grupo de blocos</i>
75	Professora	<i>E o segundo (?)</i>	<i>Pausa enquanto o aluno conta conferindo a quantidade de blocos</i>
76	Aluno β	12	
77	Professora	<i>E o terceiro (?)</i>	
78	Aluno α	12	
79	Professora	<i>Tá tudo 12 no seu (?)</i>	
80	Aluno α	<i>Nesse aqui / Nesses dois tem doze</i>	<i>Disse mostrando dois grupos de blocos</i>
81	Professora	<i>E o último aí (?)</i>	
82	Aluno α	11	
83	Professora	<i>Mas aí (...) / é aquela história (...)</i>	

Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte

84	<i>Aluno β</i>	<i>11 também fessora o terceiro</i>	
85	<i>Professora</i>	<i>11 também não / tem dois com 12 e um com 11 / vai ser justo (?)</i>	
86	<i>Aluno β</i>	<i>Não</i>	
87	<i>Professora</i>	<i>Então coloquem 11 pra todo mundo e deixa sobrar dois camelos</i>	
88	<i>Aluno π</i>	<i>Sobrou dois camelos / o que nós vamos fazer (...)</i>	
89	<i>Aluno β</i>	<i>Sobrou 1</i>	
90	<i>Professora</i>	<i>Sobrou 2 né (?) / colocou 11 para cada um (?)</i>	<i>Disse conferindo as divisões dos alunos α e β</i>
91	<i>Aluno α</i>	<i>Sobrou 2</i>	
92	<i>Professora</i>	<i>Sobrou 2 camelos / problema de novo né / estão vendo porque os irmãos estavam brigando (?) / se divide 35 por 2 e faz uma parte né / uma fração daquilo ali / você vai ter um camelo sobrando / se divide por 3 / deu certo a conta (?) / não deu /</i>	

Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte

		<i>sobrou dois não foi (?)</i>	
93	<i>Aluno α</i>	<i>É / tem que fazer os cálculos</i>	
94	<i>Professora</i>	<i>Mas aí que está o problema</i>	
95	<i>Aluno α</i>	<i>Eles não sabem fazer</i>	
96	<i>Professora</i>	<i>Eles sabem / eles estão fazendo / você também acabou de fazer / e tá sobrando dois</i>	
97	<i>Aluno β</i>	<i>E se pedir para o pai</i>	
98	<i>Professora</i>	<i>Mas o pai deixou na herança lá / que era a metade para um / um terço para o outro e um nono para outro</i>	
99	<i>Aluno α</i>	<i>São três meninos (?)</i>	
100	<i>Professora</i>	<i>Três meninos / olha eles aí</i>	<i>Repetiu confirmando e mostrando a folha com a história</i>
101	<i>Aluno α</i>	<i>Mas eles estão brigando por causa de 35 camelos (?)</i>	

Tabela 06 - Episódio 02 - parte 2 - Encontrando a terça parte

102	Professora	<i>Mas camelo é um animal muito caro no deserto / era tipo / preço de uma moto / eles usavam para transportar comida / tecido/ e tudo que eles precisam em uma cidade (...)</i>	<i>Explicando a utilidade dos camelos no deserto e segue com a explicação sobre a vida no deserto</i>
-----	------------	---	---

A terça parte dos 35 camelos se iniciou com a divisão dos blocos de madeira, foram necessárias intervenções da professora para que os alunos dividissem os blocos em três partes, no turno 66 se percebe uma confusão por parte dos alunos em entender o termo terça parte, pois o confundem com dividir para três irmãos devido a didática utilizada pela professora para iniciar o conceito de dividir em três partes.

Nos turnos 70 ao 91 observamos a dificuldade em aceitar o resto da divisão, ao utilizar os blocos, os alunos não aceitam que a divisão possa ter resto 2, novamente ficam sem entender o conceito da divisão fornecer partes iguais, mesmo que tenha resto. A professora reforça o conceito de se obter partes iguais, mas não se prende muito ao conceito e segue a aula deixando o problema do resto para que os alunos pensem em uma solução.

Após uma pequena explicação sobre a vida e utilidade dos camelos para as pessoas que viviam no deserto na época em que a história se passa, a aula segue para encontrar o valor da herança que caberia ao terceiro filho.

Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte

<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
103	Professora	<i>Agora vamos olhar o filho mais</i>	

Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte

		<i>novinho / quanto ele vai receber (?)</i>	
104	<i>Aluno α</i>	<i>Nona (?)</i>	
105	<i>Professora</i>	<i>Nona parte</i>	<i>respondeu confirmando</i>
106	<i>Professora</i>	<i>O que seria a nona parte (?)</i>	
107	<i>Aluno α</i>	<i>9</i>	
108	<i>Professora</i>	<i>Dividir em 9 partes / Vamos dividir esses camelos de novo aí / Agora em nove partes</i>	
109	<i>Aluno α</i>	<i>Junta tudo (?)</i>	
110	<i>Professora</i>	<i>Junta tudo (!) / E vamos dividir por 9</i>	
111	<i>Aluno α</i>	<i>9 para 3 (?)</i>	<i>A professora não ouviu essa dúvida, foi ajudar ao aluno θ que não conseguia inciar a divisão</i>
112	<i>Professora</i>	<i>Coloca aqui / 9 meninos olha (...)</i>	<i>A ajudou a separar os nove grupos na mesa</i>

Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte

			<i>do aluno θ</i>
113	<i>Aluno γ</i>	<i>Eu não sei dividir isso</i>	<i>Disse para o aluno Δ</i>
114	<i>Aluno α</i>	<i>Fessora / faz favor aqui</i>	<i>Ele já estava com 9 blocos separados na mesa</i>
115	<i>Aluno α</i>	<i>Mas eles não eram três (?)</i>	
116	<i>Professora</i>	<i>Não / mas é porque a gente quer a nona parte né / nós estamos colocando assim / só para fazer nove partes / não é porque são nove meninos não / nove partes</i>	<i>Disse enquanto ajudava ao aluno β a separar os blocos em nove grupos</i>
117	<i>Professora</i>	<i>Olha / quando vocês perceberem que vai falhar / vão ficar uns com menos e outros com mais / você para de distribuir e deixa sobrar / tá (?)</i>	
118	<i>Aluno π</i>	<i>Um ficou com menos</i>	
119	<i>Professora</i>	<i>Não pode um ficar com menos não / tira dos outros aí pra todo mundo ficar igual / pensa que se isso fosse bala e eu tivesse distribuindo para</i>	

Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte

		<i>vocês aqui na sala / alguém iria aceitar ficar com menos (?)</i>	
120	<i>Alunos</i>	<i>não (!)</i>	
121	<i>Professora</i>	<i>Então todo mundo fica igual e deixa sobrar</i>	
122	<i>Aluno γ</i>	<i>Terminei aqui fessora</i>	
123	<i>Professora</i>	<i>Sobrou (?)</i>	<i>E se direcionou a mesa do aluno para conferir as quantidades de blocos</i>
124	<i>Aluno θ</i>	<i>Fessora / um ficou com menos</i>	
125	<i>Professora</i>	<i>Mas não pode um ficar com menos não / tira do que tem mais para ficar todo mundo igual</i>	
126	<i>Aluno α</i>	<i>Fessora / o meu sobrou isso</i>	<i>Disse mostrando um punhado de blocos</i>
127	<i>Aluno γ</i>	<i>Fessora / faltou só um para dar certo</i>	<i>Disse mostrando os blocos separados na mesa</i>

Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte

128	Aluno α	<i>Porque aqui / desses aqui para a frente / se eu colocasse / eles não ficariam com mais / então eu tirei</i>	<i>Disse mostrando dois grupos restantes (Porém para estar certo, só iria faltar bloco para um dos grupos)</i>
129	Aluno θ	<i>Sobrou 7 / 8</i>	
130	Aluno Δ	<i>O meu sobrou 8</i>	
131	Professora	<i>Então pensa se o danado do menino iria ficar satisfeito (?)</i>	
132	Aluno Δ	<i>O meu sobrou 5</i>	<i>A professora não conseguiu ouvir este comentário</i>
133	Aluno θ	<i>O meu sobrou 8</i>	
134	Aluno γ	<i>O meu também</i>	<i>Disse olhando para o aluno θ</i>
135	Aluno θ	<i>Fessora, do aluno Δ sobrou 5</i>	
136	Aluno α	<i>A minha também sobrou 8</i>	

Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte

137	Aluno γ	Só o dele sobrou 5	Disse apontando para o aluno Δ
138	Professora	Deixa eu ver / 1, 2, 3, 4, 5, 6,7, 8, 9, 10 pares / não pode colocar junto / tem que deixar sobrar	Disse conferindo a separação do aluno Δ
139	Professora	Se vocês fossem professor e chegassem com esse tanto de bala na sala / aí você distribuiu aí / 3 balas para cada um / aí o último menino alí / você vê que não vai dar uma bala a mais / você vai deixar ele sem bala (?)	
140	Aluno π	Agora vai juntar e começar a dividir (?)	
141	Professora	Espera / Aguenta aí	
142	Professora	Essa parte aí / pensa / se ele vai receber a nona parte / se ele vai ficar feliz em receber só 3 / sendo que vai sobrar esse tantão aí	
143	Aluno α	não (...)	

Tabela 07 - Episódio 02 - parte 3 - Encontrando a nona parte

144	Aluno π	<i>Não / é só eles juntar e pegar nove para cada um / depois dividir esse aqui</i>	
145	Aluno α	<i>Não / melhor eles pegarem e juntar tudo</i>	
146	Aluno θ	<i>Melhor eles pegarem tudo e tacar na gril</i>	<i>semelhante a uma churrasqueira</i>
147	Professora	<i>Que isso (?) / Que é tacar na gril (?)</i>	
148	Aluno γ	<i>É eles pegar / eles três / e um pegar e tacar pra cima / o que pegar é dele</i>	
149	Professora	<i>Mas vão tacar o camelo para cima (?)</i>	
150	Aluno θ	<i>Ah / é mesmo / esqueci / é um camelo / achei que era cavalo</i>	<i>Os colegas começam a rir</i>

Conforme observado nas divisões anteriores, os alunos apresentam dificuldade em dividir, muitos ficam preocupados com a divisão por um número maior nesta etapa. São necessárias várias intervenções da professora para se dar início a divisão.

No turno 119, percebemos que a professora insiste no conceito de divisão de que todas as partes devem conter a mesma quantidade de blocos, imediatamente, os

alunos demonstram que este conceito ainda não está claro, nos turnos 124 e 126, os alunos insistem em não deixar resto na divisão.

No turno 115 a professora percebe que os alunos estão confundindo as partes da divisão com os personagens da história, ao pedir aos alunos para dividir em nove partes, ela é questionada quanto ao número de irmãos da história, esclarece em seguida que irão encontrar a nona parte, e não dividir a herança para 9 pessoas, porém o conceito não parece ter se tornado claro aos alunos.

Buscando a continuidade da história, a professora dá sequência em busca dos valores da herança que caberia a cada irmão.

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança			
<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
151	<i>Professora</i>	<i>Agora eu quero que vocês pensem aí / como esse pai devia ter dividido esses camelos para que todos ficassem felizes (?)</i>	
152	<i>Aluno γ</i>	<i>Professora / Dez para cada um(?)</i>	
153	<i>Professora</i>	<i>Tenta aí / Como que você dividiria (?) / Só que aí / você tem que pensar que esse pai / achou que o filho mais velho / merecia ganhar mais camelos / o filho do meio / merecia ganhar um pouquinho menos / e o mais novo / menos ainda / eu acredito que tenha sido</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

		<i>porque o mais velho trabalhou a vida inteira com o pai / o mais novo trabalhou menos / então por isso ele fez a divisão desse jeito / faz a divisão aí pra nós / de como você acha que seria justo dividir esses camelos</i>	
154	<i>Aluno γ</i>	<i>Por 10 não deu</i>	<i>disse mostrando os blocos separados na mesa</i>
155	<i>Professora</i>	<i>Mas são 3 irmãos né / lembra que são 3 irmãos</i>	
156	<i>Aluno α</i>	<i>5 para cada e vão sobrar 15</i>	
157	<i>Professora</i>	<i>Mas eles vão aceitar sobrar (?) / Divide aí / você tem seus camelinhos aí / divide aí para os 3 irmãos</i>	
158	<i>Aluno β</i>	<i>Junta tudo (?)</i>	<i>Disse mostrando os blocos ainda separados em 9 grupos sobre a mesa</i>
159	<i>Professora</i>	<i>É / e pode dividir do seu jeito / como</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

		<i>you think that it would be fair if the three brothers divide the camels</i>	
160	<i>Professor</i>	<i>You arrived there / saw that they were fighting and said / I am good at mathematics and I will help</i>	
161	<i>Student π</i>	<i>It is only because of the two that remained for the oldest / because he deserves more / and if he complains he will be left with nothing for him to learn</i>	
162	<i>Student Δ</i>	<i>Professor / I will give 8 to each</i>	
163	<i>Student α</i>	<i>They would sell (!)</i>	<i>Said referring to the remaining camels</i>
164	<i>Professor</i>	<i>8 for each it's sure (?) / nothing will be left over (?)</i>	
165	<i>Student α</i>	<i>They would sell professor / sell</i>	
166	<i>Professor</i>	<i>Would sell (?) / the ones that remained (?) / and I would give as much to each one (?)</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

167	<i>Aluno π</i>	<i>8 para cada (?)</i>	<i>Disse perguntando ao colega e separando os blocos para testar a teoria</i>
168	<i>Professora</i>	<i>Faz a divisão aí de como estava antes / de como que o pai queria / 17 para o primeiro não foi (?) / e para o segundo iria dar quantos (?)</i>	
169	<i>Aluno θ</i>	<i>18</i>	
170	<i>Professora</i>	<i>Não / 18 não</i>	
171	<i>Aluno π</i>	<i>8 para cada ia sobrar 1</i>	
172	<i>Professora</i>	<i>ia dar 8 (?)</i>	
173	<i>Professora</i>	<i>E para o mais novinho / ia dar 3</i>	<i>se referindo aos camelos da herança</i>
174	<i>Aluno Δ</i>	<i>Fessora / o aluno α falou que era por 5</i>	<i>Disse ajudando ao colega a ser ouvido pela professora</i>
175	<i>Aluno Δ</i>	<i>Aí você vai ter que somar 3 / porque eles são 3 irmão não é</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

176	Professora	<i>Não / essa conta está errada / faz aí de novo / divide para os 3 irmãos aí</i>	
177	Aluno π	<i>Mesmo assim sobram 2 fessora / vou dar um para o mais novo e um para o mais velho / o do meio ficou sem</i>	
178	Aluno α	<i>Mas aí o outro não ia gostar</i>	<i>Disse ao aluno π</i>
179	Aluno θ	<i>O que trabalho menos fica com menos / problema dele</i>	
180	Aluno α	<i>O que trabalhou mais fica com mais / o que trabalhou menos fica com menos</i>	
181	Aluno γ	<i>Fessora / dividi / esse aqui ficou com 10 / os outros dois ficou com 11</i>	<i>Disse mostrando e separando os blocos na mesa</i>
182	Professora	<i>E aí quem é que vai ficar com esse aqui de 10 (?)</i>	
183	Aluno γ	<i>O do meio</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

184	Professora	<i>Mas vai ficar com menos o meio / tadinho</i>	
185	Aluno γ	<i>Não / o mais novo</i>	
186	Professora	<i>E os dois mais velhos ficam com mais (?)</i>	
187	Aluno γ	<i>É</i>	
188	Professora	<i>Só que quanto que o mais velho ia ganhar segundo o pai dele (?) / aquela primeira conta / deu quanto (?)</i>	
189	Aluno θ	<i>O primeiro deu 17</i>	
190	Professora	<i>17 / Você acha que ele ia ficar feliz ganhando só 11 (?)</i>	
191	Alunos	<i>não</i>	
192	Professora	<i>Então / vai dar errado aí né</i>	
193	Professora	<i>Então / o primeiro filho / vou anotar aqui no quadro / vocês me falaram que era 17 / o segundo / deu quanto</i>	<i>Disse enquanto anotava os valores para os alunos na</i>

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

		<i>a conta (?)</i>	<i>lousa</i>
194	<i>Alunos</i>	18	
195	<i>Professora</i>	<i>Não / 18 (?) / Deu mais (?) / nós não dividimos em 3 partes aí (?)</i>	
196	<i>Aluno α</i>	<i>Deu 11</i>	
197	<i>Professora</i>	<i>E para o terceiro filho / quanto deu (?)</i>	
198	<i>Alunos</i>	3	
199	<i>Professora</i>	<i>Isso / e sobrou um tantão</i>	
200	<i>Professora</i>	<i>Olha / se você dividir assim / dar 10 para o mais novinho / ele vai ficar felizão né / porque ele vai ganhar muito mais do que ele ganharia né / o do meio vai ganhar exatamente o que deveria</i>	<i>Falando para o aluno γ sobre sua divisão</i>
201	<i>Aluno β</i>	<i>O segundo ficou com 12</i>	
202	<i>Professora</i>	<i>E o mais velho ficou com quanto (?)</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

203	Aluno β	Ah não (...) / Deu (...) / 12 (?)	E recomeça a contar os blocos sobre a mesa
204	Aluno α	Uai / É só eles pedirem para fazer o cálculo / Nós estamos fazendo esses cálculos aqui	Respondeu já apresentando um olhar de cansaço
205	Professora	É mas estão fazendo os três lá da história / não tem ninguém ajudando eles não	
206	Aluno β	12 também fessora	Disse ao terminar a contagem que se referia ao segundo irmão
207	Aluno α	Mas eles estão discutindo atoa / é só pegar e fazer assim / um pra eles e um pro pro pro...	Disse perdendo o raciocínio
208	Professora	Mas você quer que divide igualzinhos para eles (?)	
209	Aluno α	Uai fessora	
210	Professora	Mas aqui / se você dividir em 3 partes vai dar igualzinho (?) / aqui /	Disse apontando para a mesa do aluno γ que

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

		<i>dividiu em 3 partes vai dar igualzinho (?)</i>	<i>ainda estava com os blocos divididos em 3 partes</i>
211	<i>Aluno β</i>	<i>12 também fessora</i>	
212	<i>Professora</i>	<i>12 (?)</i>	<i>Disse fazendo uma cara de quem não entendeu do que se tratava</i>
213	<i>Aluno π</i>	<i>Ôh fessora / aí sobrou 3 / pode dar para o mais novo / não pode (?)</i>	
214	<i>Professora</i>	<i>Não sei / você que terá de decidir se pode ou não pode</i>	
215	<i>Aluno π</i>	<i>Mas pode dar para ele então</i>	
216	<i>Professora</i>	<i>Você acha justo (?) / E quanto que o mais velho ficou (?)</i>	
217	<i>Aluno π</i>	<i>Ficou com 17, esse aqui com 11 e o mais novo com 7</i>	<i>Disse apontando para os blocos já separados sobre a mesa</i>
218	<i>Professora</i>	<i>Um divisão justa pra você né</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

219	Aluno π	<i>Achei / Pode ser desse jeito (?)</i>	
220	Aluno β	<i>O fessora vem aqui ver</i>	<i>Disse mostrando seus blocos separados na mesa</i>
221	Professora	<i>Olha / de qualquer jeito pode ser/ eu quero é que vocês me falem o que pode e o que não pode</i>	<i>disse ao aluno π</i>
222	Aluno π	<i>Tá é bom demais / se ele estiver chorando demais ele vai é apanhar</i>	
223	Professora	<i>Aqui 12, 12 e 11 / eles vão ficar satisfeitos (?)</i>	<i>Disse conferindo os blocos do aluno Aluno β</i>
224	Aluno β	<i>Não (...)</i>	
225	Aluno α	<i>Uai / quem estão errados são os pais / porque eles são 3 / e são 35 camelos / e não tem como dividir para 3 pessoas 35 camelos (!)</i>	
226	Professora	<i>Mesmo dividindo em partes diferentes (?)</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

227	<i>Aluno α</i>	<i>É / ele tá errado</i>	
228	<i>Professora</i>	<i>É / Também achei o pai dele meio ruim de conta</i>	
229	<i>Aluno π</i>	<i>É / mas o aluno α não entendeu que ele está dando mais para quem trabalhou mais</i>	
230	<i>Professora</i>	<i>É mas ele está querendo que divida certinho / e ele está achando que o pai não dividiu direito / vocês acharam que ele dividiu direito</i>	
231	<i>Aluno γ</i>	<i>Não</i>	
232	<i>Aluno π</i>	<i>Ele tá certo / quem trabalhou mais tem que ganhar mais</i>	
233	<i>Professora</i>	<i>O filho que trabalhou mais tem que ganhar mais/ mas com 35 camelos dá pra dividir assim certinho (?)</i>	
234	<i>Aluno α e π</i>	<i>Não</i>	
235	<i>Professora</i>	<i>Esse é o problema</i>	

Tabela 08 - Episódio 02 - parte 4 - Valores da herança

236	<i>Aluno π</i>	<i>Mas dá desse jeito aqui</i>	<i>Disse mostrando sua divisão de blocos na mesa</i>
237	<i>Professora</i>	<i>Desse jeito aí é uma das soluções</i>	
238	<i>Aluno π</i>	<i>Tá bom para ele / ele já está rico</i>	
239	<i>Professora</i>	<i>Aí / vou entregar para vocês o final da história agora / porque ela é do livro O homem que calculava / e até então estavam só os três irmãos brigando / até o homem que calculava chegar e ver aquela confusão toda</i>	

Durante a discussão sobre os que caberiam a cada filho, os alunos se perdem nos valores, o turno 161 percebemos que o resto 2, referente a divisão por 3, volta a confundir sobre dividir em 3 partes para se encontrar um terço e se dividir igualmente para os 3 filhos. É possível perceber que os alunos se confundiram em relação aos valores correspondentes à terça parte da herança.

Os alunos apresentam dificuldade de associar os fatos de multiplicação com o material sólido, não fazem a ligação entre as quantidades, nos turnos 165 e 171 fica evidente o problema. Os alunos se confundiram muito com o conceito de resto, pois estavam sobrando camelos durante a divisão, mas ao distribuir a herança não poderia sobrar, ficaram confusos e não conseguiram chegar a uma solução. Apenas no turno

217 observamos que um dos alunos conseguiu incorporar o resto e finalizar uma proposta de divisão.

A professora entrega o final da história e os alunos leem em voz alta. Durante a leitura, foram feitas algumas pausas para dar ênfase na solução apresentada na história. Ao final da leitura a professora entrega mais um bloco de madeira a cada aluno e os pede para fazer a divisão proposta na solução da história, ela acompanha orientando a dividir em duas partes, três partes e nove partes, para que se confirme a solução do “Homem que Calculava” e verifiquem os resultados através do material sólido.

Os alunos apresentam sinal de cansaço e pedem ajuda para conferir os resultados, lembrando que nesta turma foram utilizados 1 hora e 40 minutos para a aplicação, ficando desta forma muito extensa para os alunos. Conforme dividiam, eles confirmavam os valores apresentados no texto.

6.1.3 - Aplicação da sequência didática no 7º ano do ensino fundamental

A atividade foi aplicada em uma turma no 7º ano do ensino fundamental, estavam presentes 11 alunos na aula. A atividade também foi aplicada pela mesma professora autora desta sequência didática e regente das aulas nesta turma. Os alunos serão identificados pelos números de 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 e 11. Os números não possuem nenhuma ligação aos nomes dos alunos, serão usados para preservar a identidade deles.

A aula se inicia com a apresentação da atividade, os alunos são comunicados que se trata de um trabalho de mestrado, o qual, a professora regente está participando. Os alunos são orientados de que a aplicação da atividade será gravada com câmera filmadora para registros, mas não será divulgada em nenhum momento, os alunos dançam de frente a câmera e fazem careta enquanto a professora coloca a sala em ordem e os alunos em seus lugares.

A professora inicia a aula lembrando aos alunos que já ouviram a história dos “35 Camelos” do autor Malba Tahan, pois ela aparecia no livro didático do ano anterior, mas não fizeram atividades sobre ela. Os alunos confirmam que lembram da história do “moço dos camelos”, enquanto isso a professora entrega a folha com a primeira

parte da história e os alunos discutem sobre o que lembram e observam os desenhos e a folha entregue, alguns iniciam a leitura.

Após entregar os papéis a professora começa a entregar os 35 blocos de madeira do material dourado a cada um dos alunos, enquanto isso alguns leem e outros observam a professora.

Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade			
<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
01	Professora	<i>Quem já está com os cubinhos / faça a divisão da história / Estão vendo que eram 3 irmãos / e pediu para dividir esses camelos entre os três irmãos / e aí explicou como é que divide</i>	<i>Disse enquanto terminava de entregar os blocos de madeira</i>
02	Aluno 01	<i>Fessora / o meu faltou um cubinho</i>	<i>O aluno 02 entrega a ele dizendo que o dele sobrou 1 cubinho</i>
03	Aluno 08	<i>Nossa / só tem camelo aqui</i>	<i>Disse apontando para as gravuras do papel recebido</i>
04	Aluno 03	<i>Olha o título</i>	<i>Disse sorrindo</i>
05	Aluno 07	<i>É 35 né</i>	<i>Disse enquanto conferia seus blocos e a professora confirma</i>

Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade

06	Professora	<i>Todo mundo com 35 (?)</i>	<i>Perguntou enquanto passava pelas carteiras recolhendo os blocos que sobraram na distribuição</i>
07	Professora	<i>Como lembrado aí / essa história vocês viram no livro do ano passado / e aí vocês viram que tinham 3 irmãos brigando / na história do livro “O homem que calculava” / E os 3 irmãos estavam brigando por camelo / por isso só tem camelo nessa história aí / E aí / vocês vão fazer o seguinte / a briga deles é justamente por causa de divisão / finge que esses cubinhos aí são seus camelos / divide para esses irmãos os camelos</i>	<i>Enquanto falava recolhia ainda alguns blocos que foram entregues a mais aos alunos</i>
08	Aluno 01	<i>O primeiro (?)</i>	
09	Professora	<i>O primeiro aí falou que deve receber a metade / separa a metade disso aí e deixa para o primeiro irmão / o que sobrar aí</i>	

Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade

		<i>you vai / aí you anota aí o que foi para o primeiro irmão / quantos camelos ficaram para ele / faz um rascunho no cantinho aí</i>	
10	<i>Professora</i>	<i>Depois you vai olhar quantos camelos vão ficar para o segundo irmão / ele precisa ficar com a terça parte / e o mais novinho com a nona parte</i>	
11	<i>Aluno 02</i>	<i>Não entendi foi nada</i>	
12	<i>Professora</i>	<i>Separou isso aí na metade (?)</i>	
13	<i>Aluno 02</i>	<i>Metade de (...)</i>	
14	<i>Aluno 01</i>	17	
15	<i>Aluno 03</i>	17 tá	
16	<i>Professora</i>	<i>Vai fazendo assim / um pra lá um pra cá / que aí vocês dividem na metade certinho</i>	
17	<i>Aluno 02</i>	<i>Eu faço assim com minha irmã</i>	
18	<i>Professora</i>	<i>Sabe quando you vai dividir o</i>	

Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade

		<i>baralho (?) Um pra mim / um pra você</i>	
19	<i>Aluno 02</i>	<i>Sei</i>	
20	<i>Aluno 01</i>	<i>Meu pai fica nervoso quando eu distribuo de uma vez / ele gosta um assim / outro assim / um assim / outro assim</i>	
21	<i>Professora</i>	<i>É / então divide igual baralho esses blocos aí</i>	
22	<i>Aluno 02</i>	<i>Sobrou 1</i>	
23	<i>Professora</i>	<i>Então anota aí quantos camelos vão ficar</i>	
24	<i>Aluno 09, 05 e 03</i>	<i>Sobrou 1</i>	
25	<i>Professora</i>	<i>Os irmãos estavam brigando não é</i>	
26	<i>Aluno 03</i>	<i>Fessora / Fessora</i>	
27	<i>Aluno 03</i>	<i>Faltou um para o aluno 04</i>	<i>Disse referindo ao bloco de madeira</i>

Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade

28	<i>Professora</i>	<i>Os irmãos estavam brigando por causa dos camelos / e a conta deles não dava certo / vamos pensar aí / o primeiro irmão / será que ele ficou satisfeito com esse número de camelos aí (?)</i>	
29	<i>Aluno 01</i>	<i>Ficou</i>	
30	<i>Professora</i>	<i>17 (?)</i>	
31	<i>Aluno 01</i>	<i>Sim / era muito né</i>	
32	<i>Professora</i>	<i>17 (?) / Mas era a metade certinha (?)</i>	
33	<i>Aluno 01</i>	<i>Não / faltava um</i>	
34	<i>Aluno 02</i>	<i>Não / vai partir no meio aqui</i>	<i>Disse gesticulando um corte no meio do bloco de madeira</i>
35	<i>Aluno 01</i>	<i>Como é que vai partir o camelo no meio (?)</i>	
36	<i>Aluno 03</i>	<i>Vai matar o camelo (!) / Vai cortar o camelo no meio</i>	

Tabela 09 - Episódio 03 - parte 01 - Encontrando a metade

37	Professora	<i>Vamos pegar a história aqui</i>	<i>Pega o texto e começa a ler em voz alta</i>
----	------------	------------------------------------	--

A turma já havia lido a história dos 35 camelos no ano anterior, alguns alunos lembraram de parte da história, porém não executaram os cálculos e não lembraram dos valores. Na primeira parte do texto, onde os alunos deveriam encontrar a metade dos 35 camelos foi rápida e simples, os alunos não apresentaram dificuldades em manipular o material e todos conseguiram separar os blocos em dois grupos deixando sobrar um bloco.

A turma se mostrou proativa, entenderam a proposta e ao receber o texto já o leram sem precisar do comando da professora, ficou claro a eles o uso dos blocos para representar os camelos e a manipulação dos mesmos não demorou a ser executada.

Tabela 10 - Episódio 03 - parte 2 - Encontrando a terça parte

<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
38	Professora	<i>Vamos dividir agora esses camelos para três irmãos</i>	
39	Aluno 01	<i>Tudo junto (?)</i>	
40	Professora	<i>Junta tudo de novo para saber quanto vai dar / Agora é como se você estivesse dando baralho para três pessoas / Divide aí / Para ficar</i>	

Tabela 10 - Episódio 03 - parte 2 - Encontrando a terça parte

		<i>a mesma quantidade certinha para os três irmãos</i>	
41	<i>Aluno 02</i>	<i>Nossa / já confundi já</i>	
42	<i>Professora</i>	<i>Mas você tem que sair distribuindo assim oh / um / um / um / aí dá certinho</i>	<i>disse apontando para os blocos na mesa e mostrando 3 grupos</i>
43	<i>Aluno 02</i>	<i>Vou fingir que pra mim, minha irmã e meu primo</i>	
44	<i>Professora</i>	<i>Isso / É vocês jogando baralho / distribui esse negócio aí</i>	
45	<i>Aluno 03</i>	<i>É perdi as contas também / vocês falam demais</i>	
46	<i>Professora</i>	<i>Não precisa contar não / vai distribuindo igual o aluno 06 está fazendo aí</i>	
47	<i>Aluno 01</i>	<i>Ih vai sobrar pra um</i>	
48	<i>Professora</i>	<i>Sobrar quantos (?)</i>	
49	<i>Aluno 01</i>	<i>É (...) Sobrar não / vai é faltar pra um</i>	

Tabela 10 - Episódio 03 - parte 2 - Encontrando a terça parte

50	Professora	Vê quantos deu / e quantos sobraram	
51	Aluno 01	Deu 12 / mas faltou 1 para um aqui	
52	Professora	Mas aí / como ele quer a terça parte / ele vai querer essa parte que tem 11 ou que tem 12	
53	Aluno 01	Que tem 12 né	
54	Professora	Então a terça parte / anota aí / 11 / não dá 12 não / se você tira um de cada um desse que deu 12 / cada parte fica 11 e sobra 2 né	
55	Aluno 01	É	
56	Professora	Deu certo isso aí (?)	
57	Aluno 01	Não	
58	Professora	Ele tá feliz (?)	
59	Aluno 01	Não	

Esta parte da atividade apresentou o mesmo problema das salas do 5º e 6º ano quando a professora usa o termo “3 irmãos” para se referir a 3 partes, referentes aos

valores de um terço dos camelos. Sem perceber, a professora confunde os alunos que não estão habituados ao termo “terço” e os fazem achar que se deve dividir os camelos em três partes iguais para entregar aos irmãos da história, como se observa no turno 38 e 41. Entretanto fica evidente que a tarefa transcorre tranquilamente nesta turma.

Após conferir os resultados, a divisão segue para a última parte da divisão.

Tabela 11 - Episódio 03 - parte 3 - Encontrando a nona parte			
<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
60			<i>A professora lê o trecho do texto onde diz que cabe ao filho mais novo a nona parte dos camelos</i>
61	<i>Aluno 01</i>	<i>Então agora nós temos que dividir por 9</i>	
62	<i>Professora</i>	<i>Divide em nove partes esses camelos / junta tudo e divide / nove partes</i>	
63	<i>Professora</i>	<i>Faz nove grupinhos aí / agora vocês estão jogando baralho com 9 pessoas / Um tantão de gente agora</i>	<i>Disse fazendo referências ao modo de separar os blocos se igual ao distribuir cartas de um baralho</i>

Tabela 11 - Episódio 03 - parte 3 - Encontrando a nona parte

64	<i>Aluno 02</i>	<i>Eu acho que vai ser 3 para cada um</i>	<i>Disse ao aluno 01</i>
65	<i>Aluno 01</i>	<i>3 (?) Vai dar mais / não vai não</i>	
66	<i>Aluno 02</i>	<i>Vai não</i>	<i>Ambos continuavam separando os blocos</i>
67	<i>Aluno 02</i>	<i>Alguns vão sobrar né</i>	
68	<i>Aluno 01</i>	<i>Vão</i>	<i>e continuavam a separação</i>
69	<i>Aluno 02</i>	<i>Não vai sobrar muito</i>	
70	<i>Aluno 01</i>	<i>não</i>	<i>Disse concordando</i>
71	<i>Aluno 02</i>	<i>Em alguns vai faltar</i>	
72	<i>Aluno 02</i>	<i>Faltou 1</i>	
73	<i>Aluno 02</i>	<i>Alguma pessoa vai ficar com 3</i>	<i>Disse direcionando a professora</i>
74	<i>Professora</i>	<i>Não pode ficar números diferentes na hora que a gente divide não / quando a gente divide tem que ser grupinhos iguais / e tira fora o que</i>	

Tabela 11 - Episódio 03 - parte 3 - Encontrando a nona parte

		<i>sobrar aí / não pode ser um grupinho com 4 e outro com 3 não / tem que ficar grupinhos iguais tá</i>	
75	<i>Aluno 01</i>	<i>Então deu 5 para cada menino</i>	
76	<i>Professora</i>	<i>5 (?)</i>	
77	<i>Aluno 03</i>	<i>Tá doido</i>	<i>Disse ao aluno 01</i>
78	<i>Aluno 01</i>	<i>Uai / Então dividi errado</i>	
79	<i>Professora</i>	<i>Mas não eram nove partes (?)</i>	<i>Foi na carteira do aluno 01 e viu que havia dividido em 7 partes</i>
80	<i>Aluno 03</i>	<i>Tem que ser todos a mesma quantidade</i>	
81	<i>Professora</i>	<i>Sim</i>	
82	<i>Professora</i>	<i>Separa seus 9 meninos aí / e começa a dar 1 para cada</i>	
83	<i>Aluno 03</i>	<i>A lá / o aluno 02 acertou</i>	<i>Os alunos conversam e conferem os resultados dos colegas</i>

Tabela 11 - Episódio 03 - parte 3 - Encontrando a nona parte

84	<i>Professora</i>	<i>ouvi 4 / deu 4 para cada um ou sobrou algum (?)</i>	
85	<i>Alunos</i>	<i>Não / faltou 1 / sobrou 1 de 3</i>	
86	<i>Professora</i>	<i>Mas deu 4 ou 3 (?)</i>	
87	<i>Aluno 02</i>	<i>Aqui todos deram 4</i>	<i>disse apontando para um lado da mesa</i>
88	<i>Professora</i>	<i>Mas pode dar 4 assim e um grupinho ficar diferente (?)</i>	
89	<i>Aluno 03</i>	<i>Não</i>	
90	<i>Professora</i>	<i>Se for distribuir bombom aqui e falar assim / todo mundo vai ganhar 4 / só você aluno 2 / que vai ganhar somente 3 / qual o jeito mais fácil de resolver isso (?)</i>	
91	<i>Aluno 02</i>	<i>Aí eu vou chorar</i>	
92	<i>Aluno 01</i>	<i>Dar somente 3</i>	
93	<i>Professora</i>	<i>Todos ganharem apenas 3 não é</i>	

Tabela 11 - Episódio 03 - parte 3 - Encontrando a nona parte

94	<i>Professora</i>	<i>E aí / esse irmão mais novo / será que ficou satisfeito de ficar somente com 3 (?)</i>	
----	-------------------	---	--

Eles dividiram sem demora em nove partes, apenas no turno 75 percebemos que o aluno 01 fez uma pequena confusão com o valor a se dividir, porém foi corrigido sem demora. A princípio os alunos distribuíram todos os blocos sem deixar resto, após a contagem de itens em cada grupo percebem que não está exata e começam a retirar um bloco de cada grupo e terminam com 9 grupos de 3 elementos e com 8 elementos de resto.

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

<i>Turno</i>	<i>Locutor</i>	<i>Transcrição</i>	<i>Observação</i>
95	<i>Professora</i>	<i>Agora gostaria que pensassem em uma solução / divide as partes dos irmãos/ vocês já anotaram /quanto vai ficar para cada irmão / quanto vai ficar para o mais velho / quanto que vai ficar para o do meio e quanto vai ficar para o mais novo / junte os camelos todos e dividam para cada irmão</i>	<i>A professora relembra os valores em frações e aguarda a separação dos blocos</i>
96	<i>Aluno 01</i>	<i>Ah / Eu já sei (!)</i>	

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

97	Professora	<i>Divide aí / quanto vai ficar para o mais velho / Vocês já anotaram / Quanto vai ficar para o do meio e quanto vai ficar para o mais novo</i>	
98	Professora	<i>Então divide aí / junta os camelos todos e divide aí / os camelos para cada irmão</i>	
99	Aluno 02	<i>Um para cada irmão (?)</i>	
100	Professora	<i>Um para cada não / O mais velho tem que ficar com a metade / vocês já sabem quanto dá / o mais novo vai ficar com a nona parte / e o do meio com um terço</i>	
101	Professora	<i>Vocês anotaram os números aí / entrega para cada irmão aí / e eles estavam brigando / lembram (?)</i>	
102	Aluno 02	<i>Do jeito que eles querem (?)</i>	
103	Professora	<i>Não / do jeito que você você dividiu / o número certo / era 17 e não 17,5</i>	
104	Aluno 01	<i>Dividiu para o trio né</i>	<i>Disse enquanto fazias as contas com o lápis</i>

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

			<i>na margem da folha</i>
105	<i>Professora</i>	<i>Não precisa fazer a conta não / Divide os cubinhos</i>	<i>O aluno 01 começou a juntar os blocos para iniciar</i>
106	<i>Aluno 02</i>	<i>E o outro irmão vai ficar com a terça né</i>	
107	<i>Professora</i>	<i>Sim / Você anotou quanto ficou (?)</i>	
108	<i>Aluno 02</i>	<i>Mesmo assim sobra</i>	
109	<i>Professora</i>	<i>Dividam aí para os irmãos</i>	<i>Disse enquanto andava e observava os alunos</i>
110	<i>Professora</i>	<i>Não é nove mais não / Agora o irmão mais velho você já sabe quanto fica para ele / o irmão do meio</i>	<i>Disse conferindo a separação do aluno 06</i>
111	<i>Aluno 10</i>	<i>Vai faltar 1 de novo</i>	
112	<i>Professora</i>	<i>E aí como vai ficar a divisão dos irmãos / Eles vão ficar satisfeitos ou não</i>	

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

113	Aluno 01	Aqui deu 17	Disse mostrando os cubos separados
114	Aluno 02	O meu sobrou 3	
115	Aluno 03	O meu sobrou 4	
116	Aluno 08	O meu sobrou 4	
117	Aluno 02	Não / o meu sobrou 4 mesmo	
118	Aluno 01	Fessora / é só dar para os outros que acharam eles / Dá dois para um e dois para o outro	Enquanto isso a professora confere as divisões nas carteiras e entrega a última folha da história
119	Professora	Mas aí está o problema né / o que ficou com 17 / tá querendo 17 (?)	
120	Aluno 01	Não	
121	Professora	Ele estava bravo	
122	Professora	O que ficou com um terço / ficou quanto para ele (?)	

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

123	<i>Alunos</i>	<i>11</i>	
124	<i>Professora</i>	<i>Ele estava querendo 11 (?)</i>	
125	<i>Alunos</i>	<i>Não</i>	
126	<i>Professora</i>	<i>E ainda vendo que estava sobrando camelos</i>	
127	<i>Professora</i>	<i>E o que ficou com 3 / Ele estava querendo ficar com 3 (?)</i>	
128	<i>Alunos</i>	<i>Não</i>	
129	<i>Aluno 02</i>	<i>Se os outros não queriam / ele também não iria querer</i>	
130	<i>Professora</i>	<i>Aí eles falam assim / você vai ficar só com 17 / você só com 11 e você só com 3 / Os camelos que sobraram aqui nós vamos soltar pelo deserto / vai dar certo (?)</i>	
131	<i>Alunos</i>	<i>Não</i>	
132	<i>Aluno 02</i>	<i>Poderia dar / mas não vai</i>	

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

133	Aluno 01	<i>Dá não / não dá certo</i>	<i>E deu risadas ao pensar nesta solução</i>
134	Professora	<i>Então sobraram 4 aí para fazer a conta certa não é</i>	
135	Professora	<i>Aí o que aconteceu na história / Vamos pegar a segunda folha</i>	<i>E começa a ler o final da história em voz alta para os alunos, lembra que devem adicionar mais um camelo a conta e distribui mais um bloco de madeira a cada aluno</i>
136	Professora	<i>O camelo do homem que calculava chegou / Divide aí / o 17 / o 11 e o 3</i>	<i>Disse ao distribuir os blocos</i>
137	Aluno 02	<i>Agora pode juntar tudo (?)</i>	
138	Professora	<i>Não / Não junte ainda não</i>	
139	Professora	<i>Eu vou te dar mais um camelo para juntar a esses que sobraram</i>	
140	Professora	<i>Agora quero que vocês antes de ler esse trequinho final aí / façam a</i>	

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

		<i>divisão com esse camelo a mais / estam sobrando 4 né / agora estão sobrando 5</i>	
141	<i>Aluno 02</i>	<i>É mas tinha que ter mais um aqui</i>	
142	<i>Aluno 03</i>	<i>Pode juntar tudo de novo agora (?)</i>	
143	<i>Professora</i>	<i>Junta não / já está dividido / agora dei mais um camelo para vocês</i>	<i>Os alunos começam a separar os blocos</i>
144	<i>Professora</i>	<i>Vamos pensar assim / o sujeito que ia ficar com 17 não estava querendo 17 / ele queria quantos (?)</i>	
145	<i>Aluno 01</i>	<i>17,5</i>	
146	<i>Professora</i>	<i>17,5 / Mas como você vai partir um camelo no meio</i>	
147	<i>Aluno 01</i>	<i>Então vai ter que ser 18</i>	<i>A professora concorda com a cabeça</i>
148	<i>Professora</i>	<i>Então a partir daí vai pensando no que cada um estava querendo</i>	
149	<i>Aluno 02</i>	<i>Ele não queria 11</i>	<i>Disse pensando alto</i>

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

150	Professora	<i>Vai satisfazendo cada um desses aí / O que iria ficar com 17 / não queria 17 / ele queria ficar com quantos (?)</i>	
151	Alunos	18	
152	Professora	<i>Então não precisa dar dois camelos para ele não / precisa (?)</i>	
153	Alunos	Não	
154	Professora	<i>Só um já resolvia o problema dele né / então deu um pra ele aí / dos que estavam sobrando</i>	<i>Os alunos juntam o bloco ao montinho de 17</i>
155	Alunos	sim	
156	Professora	<i>Já o irmão do meio / quantos camelos ele queria receber (?)</i>	
157	Alunos	12	
158	Professora	<i>la receber 11 / mas viu que estava sobrando / quantos ele queria (?)</i>	
159	Alunos	12	

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

160	Professora	<i>Então resolva o problema dele aí</i>	Os alunos movimentam novamente os blocos
161	Professora	<i>E o outro irmão lá / do 3 / ele não queria ficar só com 3 né</i>	
162	Alunos	<i>Não</i>	
163	Aluno 01	<i>Com 4</i>	
164	Professora	<i>Resolva o problema dele</i>	
165	Aluno 01	<i>Sobra 2</i>	
166	Aluno 02	<i>Sobrou 2 / um pra ele e outro para o amigo dele</i>	<i>Disse se lembrando da história</i>
167	Professora	<i>Mas estavam sobrando 5 / agora estão sobrando quantos (?)</i>	
168	Aluno 02	<i>Porque ele deu um camelo / o irmão mais velho queria 18 / ele tinha 17 / aí deu um camelo pra ele / o outro aqui estava com 11 / ele queria mais 1 / deu 12 / e esse aqui não satisfeito com 3</i>	

Tabela 12 - Episódio 03 - parte 4 - Valores da herança

169	Professora	<i>Mas tá com 5 esse último aí</i>	
170	Aluno 03	<i>Ixi / ele tá roubando para o irmão mais novo / não pode</i>	<i>E riem juntos</i>
171	Professora	<i>Depois conta pra ver se está certinho cada grupo</i>	
172	Aluno 02	<i>18 e 12 / é o irmão do meio estava sem</i>	
173	Professora	<i>Então vamos seguir com a historinha aqui</i>	<i>E começa a ler o restante do texto</i>

No turno 141 se nota a ideia de que toda divisão tem de ser exata, ao manipular os blocos os alunos tiveram que aceitar o resto da divisão, o pedido de mais um camelo faria com que cada irmão pudesse receber mais dois, uma vez que com a inserção de um novo elemento, ficaram 5 camelos a serem distribuídos. Embora resolva o problema do resto, a distribuição de dois camelos a mais por irmão não obedeceria a regra da divisão imposta pelo pai. O problema resulta em uma utilização racional e com senso de justiça criado pelos alunos sobre o resto dos camelos, portanto foi alcançado o objetivo principal da atividade ao manipular as frações em busca de uma compreensão do significado dos termos e a representação das quantidades.

6.2 - Análise comparativa dos resultados

Os dados revelam que as dificuldades com os procedimentos da divisão existem entre as diferentes turmas, sendo maiores entre os estudantes mais novos, entretanto ainda existentes durante a retomada do assunto em anos posteriores.

Os dados revelam uma recorrente dificuldade enfrentada pelos professores, que estaria relacionada à precisa calibração do momento de intervenção pedagógica: se, por um lado, a ação for muito antecipada, o raciocínio pode ultrapassar as capacidades atuais dos estudantes, resultando em incompreensão; se, por outro lado, houver demora, a atividade pode se tornar excessivamente fácil ou trivial. É crucial que o professor tome consciência da diferença entre o que seus alunos já são capazes de fazer sozinhos (seu nível de desenvolvimento real) e o que podem alcançar com a devida orientação, mediação e colaboração, ou seja, seu nível de desenvolvimento potencial. Essa diferença é definida por Vygotsky como a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), e é nela que o ensino verdadeiramente eficaz deve atuar.

Ademais, a Zona de Desenvolvimento Proximal de Vygotsky sublinha que, para determinar a capacidade do estudante em resolver um determinado problema, é essencial considerar as peculiaridades individuais, as interações sociais e as experiências prévias que moldam o desenvolvimento de cada aluno, estendendo a ZDP para um contexto mais amplo e subjetivo. Um ensino verdadeiramente eficaz não pode ser passivo; ele exige que o educador se adiante intencionalmente ao desenvolvimento, atuando como um poderoso propulsor. Isso significa que o professor não deve apenas esperar que o estudante atinja determinado nível de maturidade cognitiva para apresentar novos conteúdos, mas sim impulsionar ativamente esse desenvolvimento por meio de desafios adequados e mediação estratégica, catalisando a aprendizagem de novos e complexos conceitos dentro dessa zona ideal de potencialidade.

A aplicação na sala do 7º ano demonstrou que os alunos apresentaram maior familiaridade com o assunto fração, porém ainda necessitavam de apoio na manipulação do material concreto. Embora a atividade buscasse como objetivo principal melhorar o entendimento dos termos referentes a frações, ela se mostrou eficiente por atuar diretamente na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) dos

estudantes. Para os alunos mais avançados (cujo nível de desenvolvimento real em divisão era alto), a atividade impulsionou o domínio do conteúdo de frações; para os demais, ela trabalhou o conceito de divisão que ainda não estava consolidado, levando-os ao seu nível de desenvolvimento potencial por meio da mediação.

A manipulação do material concreto se mostrou eficiente nas três turmas, pois atuou como um signo fundamental. Vygotsky define os signos como ferramentas psicológicas que mediam a relação entre o sujeito e o mundo, auxiliando no desenvolvimento das funções mentais superiores. Neste caso, os blocos de madeira fizeram a função desses signos, permitindo que o conceito de divisão fosse abrangido e a interpretação do texto ("O Problema dos 35 Camelos") fosse feita de forma concreta e mediada. Os alunos observaram o problema de diversas formas, não apenas interpretando os números de maneira abstrata, mas também visualizando as quantidades obtidas, o que catalisou a internalização do conceito.

Os blocos de madeira exerceram a função de instrumentos e, sobretudo, de signos, conforme a definição de Vygotsky, com a intenção de criar uma nova interpretação da maneira em que uma fração é apresentada, remetendo o conceito à divisão em partes iguais. Ao utilizar este signo material para dar suporte ao pensamento abstrato, o professor ofereceu o *scaffolding* necessário para que os alunos avançassem em sua ZDP. As três turmas obtiveram bons resultados quanto a esse objetivo, demonstrando a eficácia da mediação semiótica (uso de signos) para o desenvolvimento cognitivo.

7 - Conclusão

A sequência didática buscou promover a introdução ao conceito de frações por meio da analogia com a divisão, partindo de um conhecimento prévio dos alunos. Além disso, desenvolver o raciocínio lógico dos estudantes com o uso de jogos e outras estratégias lúdicas aplicadas ao conteúdo de frações. Para atingir esses fins, conceitos intuitivos do cotidiano, como 'metade', 'terça parte' e 'nona parte', foram mobilizados, visando que os estudantes reconhecessem a fração como uma representação de divisões (nem sempre exatas) e internalizassem a ideia fundamental de que a fração expressa partes de um todo.

Durante a intervenção, identificou-se que o Nível de Desenvolvimento Real dos alunos em relação à divisão limitava-se à execução do algoritmo, sem o domínio do significado prático da operação, o que dificultou a progressão na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP). A dificuldade em utilizar os materiais concretos (blocos) para efetuar divisões revelou que o conceito de divisão não estava devidamente internalizado. Em todos os casos, os estudantes recorreram ao algoritmo antes de tentar a manipulação, indicando uma fixação em procedimentos descontextualizados. O maior obstáculo residiu na compreensão da condição de igualdade das partes, um conceito essencial para a fração. Embora o princípio de 'dividir em partes iguais' tenha sido enfatizado e mediado, a dificuldade dos alunos em conceber a distribuição sem um número preestabelecido para cada parte transformou a atividade de repartição dos blocos em uma tarefa de difícil assimilação, evidenciando a necessidade de um suporte pedagógico mais estruturado na base conceitual da divisão.

A aplicação prática evidenciou uma acentuada dificuldade na manipulação do material concreto, revelando que o domínio da técnica (algoritmo) não se traduzia em compreensão conceitual. Dentre os participantes, poucos conseguiram executar as divisões dos blocos de forma autônoma. Os demais demonstraram dependência constante da mediação para a manipulação e a visualização da solução em todas as etapas, indicando que a ação de dividir com o material físico ainda se situava no nível de desenvolvimento potencial (dentro da ZDP). Um caso em particular ilustrou a

desassociação mais crítica: um aluno concluiu a atividade sem internalizar a solução da divisão no plano concreto, apesar de não apresentar dificuldades na execução do algoritmo. Tal discrepância reforça que o aprendizado do procedimento formal operava de modo desvinculado do significado prático do conceito de divisão, sublinhando a necessidade de intervenções que promovam a internalização da ação mediada.

A sequência didática demonstrou ser uma ferramenta diagnóstica de grande relevância, permitindo à professora identificar uma defasagem conceitual subjacente na turma. Anteriormente, as dificuldades manifestadas eram frequentemente interpretadas apenas como problemas de interpretação ou aplicação, uma vez que a execução correta do algoritmo de divisão nos registros formais (caderno) mascarava a real ausência de compreensão do significado prático da operação. A observação da performance com o material manipulável revelou, portanto, que a competência algorítmica estava desacoplada da internalização do conceito de divisão, provando a necessidade de reestruturar a mediação pedagógica para além do domínio procedimental

Durante a resolução do problema, os alunos demonstraram um significativo avanço no raciocínio lógico, pois foram capazes de deduzir, por meio de seus cálculos, que a solução ótima exigiria a alteração do número de elementos da narrativa (adicionar ou remover um camelo). O ponto central residiu na capacidade de antecipar a conclusão matemática antes mesmo de lerem o desfecho da história. Contudo, percebeu-se a limitação na mediação do contexto narrativo, uma vez que os estudantes, embora tivessem chegado à dedução correta ('um a mais ou um a menos'), expressaram dificuldade em justificar a introdução ou remoção desse elemento extra no contexto da história, o que demandou a intervenção do mediador para religar o raciocínio matemático à narrativa.

Ao término da aplicação, confirmou-se a validade da atividade ao se atingir os objetivos conceituais previamente estabelecidos. Paralelamente, a experiência serviu como um instrumento de avaliação formativa, evidenciando para a professora a necessidade premente de abordar a carência conceitual dos alunos em relação à divisão. Desse modo, a identificação dessa defasagem impulsiona a reestruturação do planejamento didático subsequente, direcionando a mediação pedagógica para a

consolidação dos fundamentos conceituais da divisão, etapa essencial para o avanço dos estudantes em suas Zonas de Desenvolvimento Proximal.

8 - Referências

ABRÃO, Ruhena Kelber; & SILVA, João Alberto da (2012). Uma análise do uso dos jogos para o desenvolvimento do pensamento lógico-matemático nos anos iniciais do ensino fundamental. *Vivências* (URI. Erechim), 14, 10-19.

BACICH, Lilian.; MORAN, José. *Metodologias Ativas para uma Educação Inovadora: Uma Abordagem Teórico-Prática*. Ed. 1. Porto Alegre: Penso, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em:
<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_publicacao.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2025

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática*. Brasília, 1998.

CHARLES, Carol. M. - *Piaget ao alcance dos professores* - Rio de Janeiro, RJ, 1984 - Ao livro técnico S/A - Indústria e Comércio

CURRÍCULO REFERÊNCIA DE MINAS GERAIS - Plano de Curso 2025, 2024 e 2023

FAERMANN, Lindamar Alves. (2014). A PESQUISA PARTICIPANTE: SUAS CONTRIBUIÇÕES NO ÂMBITO DAS CIÊNCIAS SOCIAIS. *Revista Ciências Humanas*, 7(1). <https://doi.org/10.32813/2179-1120.2014.v7.n1.a121>

FRANÇA, Rosiméri Corrêa ; STATZNER, João Rodrigo Esteves; SANTOS, Johnny Nazareth dos; TINOCO, Lucia Arruda de Albuquerque; SILVA, Maria Palmira da Costa; FRANÇA, Rose Anne Lacerda. *CELULAR E QUADRINHOS PODEM ENTRAR*

NA AULA DE MATEMÁTICA? - XIV ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - 2022 - Edição Virtual

FONSECA, João José Saraiva. Metodologia da pesquisa científica. Fortaleza: UEC, 2002. Apostila.

GARCIA, Wallace Yamamoto; ALVES, Lukas Adriel Francisco; SILVA, Maria Marta da. A ORGANIZAÇÃO DO ENSINO E DA APRENDIZAGEM DO CONCEITO DE NÚMEROS A PARTIR DO PLANEJAMENTO E DESENVOLVIMENTO DE UMA HQ. XIV ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - 2022 - Edição Virtual

HINTERHOLZ, Lucas Tadeu; SANTOS, Wilk Oliveira dos. Aprendizagem Baseada em Projetos: Relato de Introdução da Lógica no Ensino Fundamental. *In*: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA, 23., 2017, Recife. Anais [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2017. p. 1154-1158. DOI: <https://doi.org/10.5753/cbie.wie.2017.1154>.

INSTITUTO MALBA TAHAN. Biografias. Disponível em: <https://malbatahan.com.br/biografias/>. Acesso em: 2 jan. 2026.

MARIN, Alda Junqueira. Com o olhar nos professores: Desafios para o enfrentamento das realidades escolares. Cadernos CEDES [online], 1998, v. 19, n. 44, pp. 8-18.

MARTINI, Lucas. Do lógico ao numérico na Geometria plana: uma proposição didática a partir da metodologia de resolução de problemas. XIV ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - 2022 - Edição Virtual

MENDONÇA, Douglas Henrique de. A resolução de problemas conceituais em Física: uma análise a partir da Teoria da Atividade. 2019. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2019.

OLIVEIRA, Marta Kohl. Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento - um processo socio-historico. . Sao Paulo: Scipione. . Acesso em: 28 jul. 2025. , 1993

PIAGET, Jean. A Epistemologia Genética - Petrópolis, RJ. Editora vozes, 1971

PONTES, Edel Alexandre Silva; Moura, Heloíne Roberta Eloi; Coelho, Elis Lima; Silva, Bruno Henrique Macêdo dos Santos & Batista, Igor Santana (2021). Prática educacional no ato de ensinar e aprender matemática nos anos finais do ensino fundamental por meio do processo - RICA: Raciocínio lógico, Inteligência matemática, Criatividade e Aprendizagem/ Educational practice in the act of teaching and learning mathematics in the final years of elementary school through the process - RICA: Logical reasoning, Mathematical intelligence, Creativity and Learning. *Brazilian Applied Science Review*, 5(3), 1431–1444. <https://doi.org/10.34115/basrv5n3-011>

PONTES, Edel Alexandre Silva; Pontes, Thiago Araújo; Silva, Luciano Martins da; Miranda, Janaina Rodrigues de; Santos, Janaine Ferreira dos & Amorim, Isabelle Alves de. (2017). Raciocínio lógico matemático no desenvolvimento do intelecto de crianças através das operações adição e subtração. *Diversitas Journal*, 2(3), 469–476. <https://doi.org/10.17648/diversitas-journal-v2i3.552>

REITZ, Maria Dorotéia de Carvalho; Silviano Herrera Contreras, H. . Resolução de problemas matemáticos: desafio na aprendizagem. *Revista Chão da Escola*, [S. l.], v. 10, n. 1, p. 48–57, 2012. DOI: 10.55823/rce.v10i10.78. Disponível em: <https://chaodaescola.com.br/rce/article/view/78>. Acesso em: 13 out. 2025.

RODRIGUES, Carolina Innocente. Aprendo com jogos – Conexões e Educação Matemática. Belo Horizonte : Autêntica Editora, v.5, 2014. Edição Kindle

SANTOS, José Ailton dos. Desenvolvimento do pensamento matemático: resolução de problemas de raciocínio lógico-matemático no Ensino Fundamental. 2018. 124 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Programa de Pós Graduação em Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2018.

SANTOS, Maria Clara Ferreira da Silva; SANTOS, Tayná Elias dos; ALBUQUERQUE, Erenilda Severina da Conceição. “SEM MAIS NEM MENOS ON-LINE”: JOGO SENHA - EXPLORANDO O RACIOCÍNIO LÓGICO NAS JOGADAS. XIV ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - 2022 - Edição Virtual

SANTOS, Melina Nymann dos; SANTOS, Andrieli dos; BALBINOT, Catia; NERLING, Maria Andréia Maciel. A elaboração de jogos para a construção de conhecimentos matemáticos. XIV ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - 2022 - Edição Virtual

SILVA, Vladimir; SILVA, Klebson; FRANÇA, Rozelma. Pensamento computacional na formação de professores: experiências e desafios encontrados no ensino da computação em escolas públicas. *In: WORKSHOP DE INFORMÁTICA NA ESCOLA*, 23. , 2017, Recife. Anais [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2017 . p. 805-814. DOI: <https://doi.org/10.5753/cbie.wie.2017.805>.

SOUSA, Priscila Tereza Rodrigues Lanes; BOHRER, Jordana Vahl; MONTOITO, Rafael. Alice No País das Maravilhas: conexões entre a matemática e a contação de histórias. XIV ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática - 2022 - Edição Virtual

VALENTE, Enrico - Meu primeiro Aristóteles - Vida, Pensamentos e Obras do Pai da Metafísica - Editora Incontri Filosofiei - Versão Digital Storytel

VASCONCELOS, Clara & Lopes, J. & Costa, Nilza & Marques, Luis & Carrasquinho, S.. (2007). Estado da arte na resolução de problemas em Educação em Ciência. REEC: Revista electrónica de enseñanza de las ciencias, ISSN 1579-1513, Vol. 6, Nº. 2, 2007.

VARGAS, Ketrin Diovana Alves Rodrigues; DA SILVA, João Pablo Silva; FINGER, Alice Fonseca. Estratégias para o Ensino de Lógica Matemática com Pensamento Computacional: Uma Revisão Sistemática da Literatura. *In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO*, 33. , 2022, Manaus. Anais [...]. Porto Alegre: Sociedade Brasileira de Computação, 2022 . p. 1391-1403. DOI: <https://doi.org/10.5753/sbie.2022.225243>.

SILVA, D. M. R., Rosa, E. D., Martins, A. A., Carballo, F. P., & Sousa, F. F. (2018). CONDIÇÕES DE TRABALHO E ESTRESSE EM PROFESSORES DE ESCOLAS PÚBLICAS ESTADUAIS DE DIVINÓPOLIS-MG. *Educação Em Revista*, 19(2), 129-142.

PANTOJA, Benedito Junior Farias; OLIVEIRA, Francisco Wagner Soares; PEREIRA SMITH, Daniele Esteves; PEREIRA, Ana Carolina Costa. Material Didático Manipulável em aulas de matemática na percepção de professores de Limoeiro do Ajuru/PA. *Revista de Educação Matemática*, [s. l.], v. 19, n. 01, p. e022020, 2022. DOI: 10.37001/remat25269062v19id627.

9 - Anexos

9.1 - Sequência didática com a atividade: Os 35 camelos

Os 35 Camelos

Este problema é baseado em uma passagem do livro "O Homem que Calculava", de Malba Tahan.

Nesta passagem, Beremiz – o homem que calculava – e seu colega de jornada encontraram três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos.



Por entre pragas e impropérios gritavam, furiosos:

- Não pode ser!
- Isto é um roubo!

- Não aceito!

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.

- Somos irmãos – esclareceu o mais velho – e recebemos como heranças esses 35 camelos. Segundo vontade de nosso pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed uma terça parte e o mais moço, Harin, deve receber apenas a nona

parte do lote de camelos. Contudo, não sabemos como realizar a partilha, visto que a mesma não é exata.



- É muito simples – falou o Homem que Calculava. Encarrego-me de realizar, com justiça, a divisão se me permitirem que junte aos 35 camelos da herança este belo animal, pertencente a meu amigo de jornada, que nos trouxe até aqui.

E, assim foi feito.

- Agora – disse Beremiz – de posse dos 36 camelos, farei a divisão justa e exata.

Voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:

- Deverias receber a metade de 35, ou seja, 17, 5. Receberás a metade de 36, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão.

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:

- E tu, deverias receber um terço de 35, isto é, 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, ou seja, 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.

Por fim, disse ao mais novo:

- Tu, segundo a vontade de teu pai, deverias receber a nona parte de 35, isto é, 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, ou seja, 4. Teu lucro foi igualmente notável.

E, concluiu com segurança e serenidade:

- Pela vantajosa divisão realizada, couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo, e 4 ao terceiro, o que dá um resultado $(18+12+4)$ de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobraram, portanto, dois. Um pertence a meu amigo de jornada. O outro, cabe por direito a mim, por ter resolvido, a contento de todos, o complicado problema da herança!

- Sois inteligente, ó Estrangeiro! – exclamou o mais velho dos irmãos. Aceitamos a vossa partilha na certeza de que foi feita com justiça e equidade!



Atividades:

01 - Como você dividiu a herança dos três irmãos quando eram apenas 35 camelos?

02 - Como ficou sua divisão ao adicionar mais um camelo na herança?

03 - Você concorda com a solução encontrada pelo homem que calculava?

04 - De que outra maneira você poderia dividir de forma justa, os 35 camelos entre os três irmãos?

05 - Qual o significado dos termos:

- a) Metade?
- b) Terça parte?
- c) Nona parte?



06 - Marque no texto todas as palavras que você não conhece o significado e as procure no dicionário.

07 - Você já conhecia alguma das histórias do livro "O homem que Calculava"? Qual?

08 - Pesquise sobre o autor Malba Tahan e sua relevância para a matemática.



Atividades:

01 - Como você dividiu a herança dos três irmãos quando eram apenas 35 camelos?

02 - Como ficou sua divisão ao adicionar mais um camelo na herança?

03 - Você concorda com a solução encontrada pelo homem que calculava?

04 - De que outra maneira você poderia dividir de forma justa, os 35 camelos entre os três irmãos?

05 - Qual o significado dos termos:

- d) Metade?
- e) Terça parte?
- f) Nona parte?



06 - Marque no texto todas as palavras que você não conhece o significado e as procure no dicionário.

07 - Você já conhecia alguma das histórias do livro "O homem que Calculava"? Qual?

08 - Pesquise sobre o autor Malba Tahan e sua relevância para a matemática.



Planejamento

Sobre a atividade: A atividade a seguir conta uma das histórias do livro "O Homem que calculava" do autor Malba Tahan, foi escolhida por tratar de conceitos iniciais de fração, tais como metade, terça parte e nona parte. Embora comuns a alguns alunos, eles não são associados à ideia de fração no primeiro momento. A história se passa em local e época distantes, os nomes dos personagens estão em outro idioma, o desfecho surpreende mostrando o quanto ser habilidoso em matemática é necessário.

Relevância: Ao iniciar o conteúdo de frações é importante trazer conceitos que são comuns a vida do aluno, assim ele poderá fazer associações que o ajude a compreender o conteúdo.

Objetivos:

- Propor aos alunos procurarem possíveis soluções para a divisão dos camelos;
- Apresentar a solução do "Homem que calculava" e discutir sobre sua validade;
- Procurar outras soluções usando o que aprenderam com O Homem que Calculava";
- Induzir a criar a associação entre os termos usados para designar as frações e sua forma numérica.

Aplicação da atividade:

1. Apresentar o livro "O Homem que Calculava" e o contexto do qual a história foi retirada;

2. Entregar primeira parte do problema (metade da 1ª folha) e distribuir 35 bloquinhos (podem ser do material dourado) para cada aluno;
3. Propor que façam as divisões dos camelos usando os bloquinhos e aguardar as possíveis soluções;
4. Analisar os resultados;
5. Entregar a segunda parte do problema e mais um bloquinho;
6. Propor que os alunos façam a divisão da história e aguardar as possíveis soluções;
7. Comparar os resultados dos alunos e propor mais soluções utilizando os bloquinhos.
8. Entregar as atividades de interpretação de texto

Tempo de aplicação:

15 min. para as atividades 1,2 e 3.

10 min. para a atividade 4 e 5.

5 min. para a atividade 6.

15 min. para a atividade 7.

Totalizando: 45 minutos

Pré-requisitos: Conceitos de divisão.

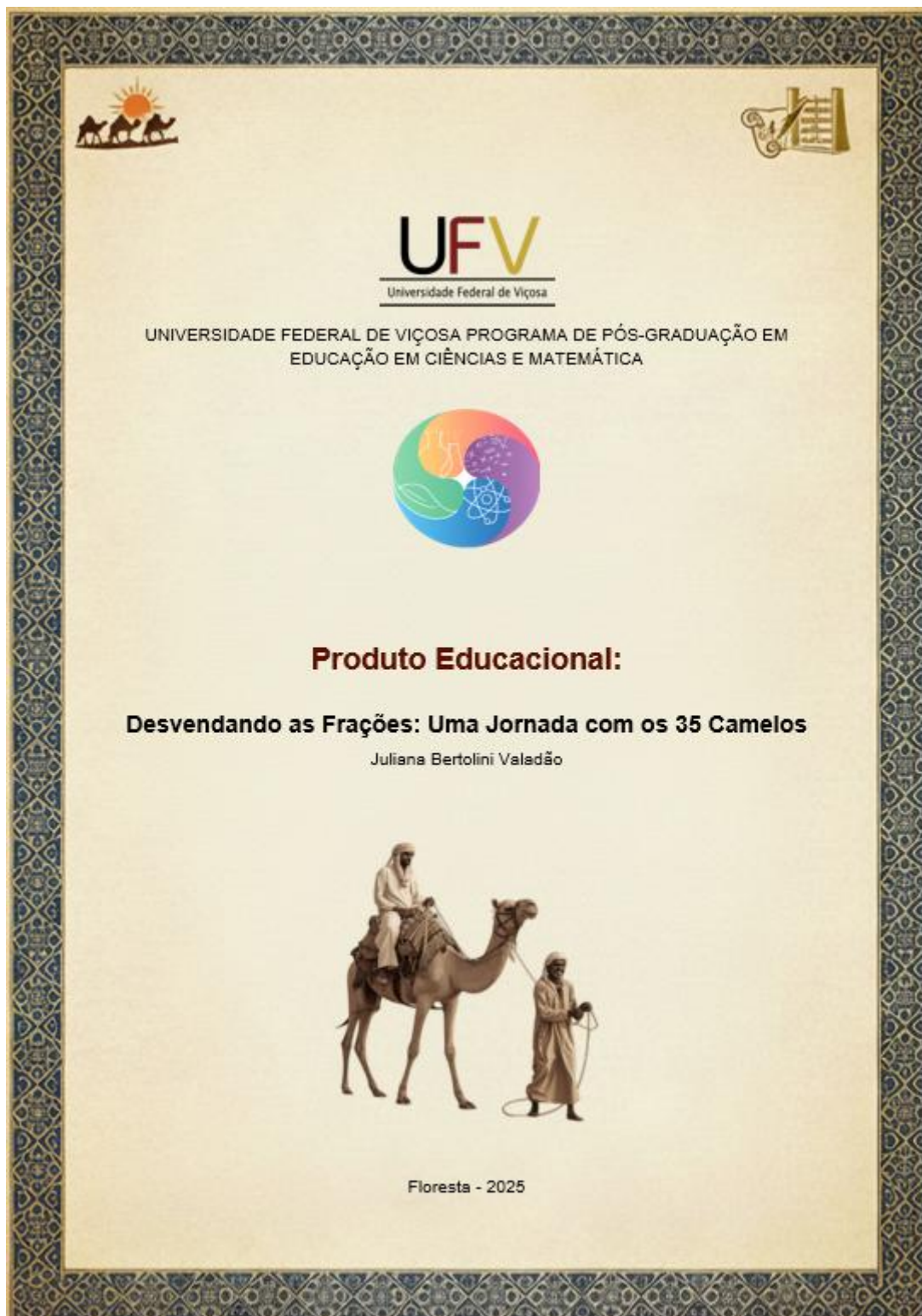
Objetivo Final:

- Ao final da atividade pretende-se que o aluno entenda que as frações são divisões, algumas exatas e outras não, porém podem ser indicadas de novas maneiras.
- É esperado que o aluno compreenda que já utiliza as frações em seu dia a dia quando executa divisões.

Possíveis Problemas:

- É possível que alguns alunos não queira realizar as atividades com os bloquinhos;
- É possível que alguns alunos tenham dificuldade de leitura e seja necessário o professor ler o texto junto a eles;
- Devido a solução não ser um número exato na primeira parte do problema, alguns alunos podem alegar não haver solução;
- A intervenção do professor para início das divisões pode ser necessária a alguns alunos;
- Os conceitos de metade, terça parte e nona parte pode não ser comum aos alunos;
- Os nomes dos personagens podem confundir os alunos que não estão habituados a leituras estrangeiras.
- $17 + 11 + 3 = 31$
- $18 + 12 + 4 = 34$

10 – Apêndices: Cartilha





Prezado(a) Professor(a),

Seja bem-vindo(a) a esta cartilha, que apresenta um Produto Educacional especialmente desenvolvido para o ensino de Frações no 6º ano do Ensino Fundamental. Em um mundo cada vez mais pautado pela lógica e pela capacidade de resolver problemas complexos, o domínio dos conceitos matemáticos elementares é crucial. Nosso objetivo principal é transformar o estudo de frações, muitas vezes percebido como abstrato, em uma experiência lúdica, significativa e desafiadora.

Este material tem como meta primordial o desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos e a internalização profunda da relação entre divisão e fração. Para tal, a sequência didática tem como ponto de partida a envolvente história "Os 35 Camelos" do célebre escritor Malba Tahan, que, por si só, é um convite irresistível ao pensamento estratégico.

O Significado dos Símbolos: Uma Perspectiva Vygotskiana:

A escolha de uma narrativa e a exploração de situações-problema concretas, como a divisão dos camelos, encontram sólido fundamento na teoria histórico-cultural de Lev Vygotsky. Segundo o autor, o signo (seja ele a linguagem falada, a escrita, ou, no nosso caso, a notação matemática da fração, como $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$) funciona como um instrumento psicológico que medeia a relação do sujeito com o mundo.

A notação fracionária $\frac{a}{b}$ é um signo poderoso. Inicialmente, o aluno precisa do contexto social e da mediação do professor para atribuir significado a esse símbolo. Ao utilizar a história dos camelos para representar a divisão ($35 \div 2$), a parte-todo ($\frac{1}{2}$ da herança) e a relação entre os números, criamos pontes entre o conhecimento cotidiano (intuitivo) e o conceito científico (abstrato). É por meio da manipulação e da reflexão sobre esses signos (os números, os símbolos de divisão e de fração) que o aluno é incentivado a desenvolver as Funções Psicológicas Superiores, incluindo o raciocínio lógico e o pensamento abstrato.

Convidamos você a embarcar nesta jornada matemática, utilizando o fascínio de Malba Tahan como catalisador para uma aprendizagem que transcende a simples memorização de regras.

A autora



Habilidades trabalhadas com o uso do material, segundo o Plano de Curso Nacional:

Para o 5º ano do ensino fundamental:

(EF05MA07A) Resolver problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA07B) Elaborar problemas de adição e subtração com números naturais e com números racionais, cuja representação decimal seja finita, utilizando estratégias diversas, como cálculo por estimativa, cálculo mental e algoritmos.

(EF05MA03) Identificar e representar frações (menores e maiores que a unidade), associando-as ao resultado de uma divisão ou à ideia de parte de um todo, utilizando a reta numérica como recurso.

(EF05MA04) Identificar frações equivalentes.

Para o 6º ano do ensino fundamental:

(EF06MA01B) Comparar, ordenar, ler e escrever números racionais cuja representação decimal é finita, fazendo uso da reta numérica.

(EF06MA07) Compreender, comparar e ordenar frações associadas às ideias de partes de inteiros e resultado de divisão, identificando frações equivalentes.

(EF06MA09A) Resolver problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

(EF06MA09B) Elaborar problemas que envolvam o cálculo da fração de uma quantidade e cujo resultado seja um número natural, com e sem uso de calculadora.

Para o 7º ano do ensino fundamental:

(EF07MA42MG) Reconhecer a necessidade da ampliação do conjunto dos números inteiros por meio de situações contextualizadas e/ou resolução de problemas.

(EF07MA43MG) Reconhecer, no contexto social, diferentes significados dos números racionais.

(EF07MA44MG) Identificar a representação decimal e fracionária de um número racional.

(EF07MA45MG) Operar com números racionais em forma decimal e fracionária: adicionar, multiplicar, subtrair, dividir e calcular potências e raiz ~~o-ésima~~ números racionais que são potências de n .

(EF07MA05) Resolver um mesmo problema utilizando diferentes algoritmos.



(EF07MA06) Reconhecer que as resoluções de um grupo de problemas que têm a mesma estrutura podem ser obtidas utilizando os mesmos procedimentos.

(EF07MA07) Representar por meio de um fluxograma os passos utilizados para resolver um grupo de problemas.

Sobre a atividade: O conteúdo a seguir conta uma das histórias do livro "O Homem que calculava" do autor Malba Tahan, foi escolhida por tratar de conceitos iniciais de fração, tais como metade, terça parte e nona parte. Embora comuns a alguns alunos, eles não são associados à ideia de fração no primeiro momento. A história se passa em um local e época distantes, os nomes dos personagens estão em outro idioma, o desfecho surpreende mostrando o quanto ser habilidoso em matemática é importante.

Relevância: Ao iniciar o conteúdo de frações é importante trazer conceitos que são comuns a vida do aluno, assim ele poderá fazer associações que o ajude a compreender o conteúdo.

Objetivos:

- Trabalhar o conceito de divisão durante a busca por possíveis soluções para a divisão dos camelos;
- Problematicar a solução apresentada pelo protagonista da história - Homem que calculava - e discutir sobre sua validade;
- Debater sobre outras possíveis soluções para resolver o problema;
- Incentivar associação entre os termos usados para designar as frações e sua forma numérica.



Aplicação da atividade:

A proposta apresentada aqui na forma de uma sequência didática, foi pensada para engajar os alunos no universo das frações por meio do desenvolvimento do raciocínio lógico. Para tanto, apresentamos as etapas de forma bem definida de forma a auxiliar o trabalho do professor.

1. **Contextualização Inicial:** Primeiramente, será feita uma introdução ao livro "O Homem que Calculava", de Malba Tahan, apresentando o contexto geral do qual a história foi extraída para despertar o interesse dos alunos. Nesta etapa é importante realizar a leitura do texto com os estudantes, apresentando o problema, debatendo sobre tema gerador do conflito - a impossível divisão exata dos 35 camelos nos termos designados pelo pai. -- Procure levantar hipótese de seus alunos sobre como seria possível fazer tal divisão.
2. **Primeiro Desafio com Material Concreto:** Em seguida, será entregue a primeira parte do problema (correspondente à metade da 1ª folha da atividade) e distribua os 35 bloquinhos para seus alunos - podem ser feijões, milho, papéis ou outro material de sua escolha. O objetivo desta parte é associar as frações do problema aos objetos concretos, analisando o resultado da divisão e o resto.
3. **Exploração e Resolução:** Os alunos serão então desafiados a realizar a divisão dos "camelos" da história usando os bloquinhos, e um tempo será concedido para que explorem e cheguem às suas possíveis soluções.
4. **Análise e Discussão:** Após essa etapa exploratória, os resultados obtidos pelos alunos serão coletados e analisados em conjunto, promovendo a troca de ideias e a observação das diferentes estratégias utilizadas.
5. **Segundo Desafio e Novo Elemento:** Posteriormente, será entregue a segunda parte do problema, acompanhada de mais um bloquinho para cada aluno, adicionando um novo elemento à situação.





6. **Nova Proposta de Divisão:** Aos alunos será novamente proposto que efetuem a divisão da história, com base na nova condição, e as possíveis soluções encontradas por eles serão aguardadas.
7. **Comparação e Generalização:** Por fim, os resultados da segunda parte do problema serão comparados com os da primeira, e o professor irá propor soluções adicionais, utilizando os bloquinhos, para consolidar o entendimento.
8. **Atividades de Interpretação:** Para complementar a aprendizagem e verificar a compreensão do contexto narrativo e matemático, serão entregues atividades de interpretação de texto relacionadas à história.

Essa abordagem visa não apenas ensinar frações, mas também estimular o **pensamento crítico**, a **resolução colaborativa de problemas** e o desenvolvimento do **raciocínio lógico** de forma prática e significativa.

Tempo de aplicação:

15 min. para as atividades 1, 2 e 3.

10 min. para a atividade 4 e 5.

5 min. para a atividade 6.

15 min. para a atividade 7.

Totalizando: 45 minutos

Pré-requisitos: Conceitos de divisão.



Objetivo Final:

- Ao final da atividade pretende-se que o aluno entenda que as frações são divisões, algumas exatas e outras não, porém podem ser indicadas de novas maneiras.
- É esperado que o aluno compreenda que já utiliza as frações em seu dia a dia quando executa divisões.

Possíveis Problemas:

- É possível que alguns alunos não queiram realizar as atividades com os bloquinhos;
- É possível que alguns alunos tenham dificuldade de leitura e seja necessário o professor ler o texto junto a eles;
- Devido a solução não ser um número exato na primeira parte do problema, alguns alunos podem alegar não haver solução;
- A intervenção do professor para início das divisões pode ser necessária a alguns alunos;
- Os conceitos de metade, terça parte e nona parte pode não ser comum aos alunos;
- Os nomes dos personagens podem confundir os alunos que não estão habituados a leituras estrangeiras.

Avaliação:

A avaliação do desenvolvimento do raciocínio lógico dos alunos após a aplicação da sequência didática não se restringirá apenas à verificação da compreensão do conteúdo de frações. Buscaremos analisar a evolução das habilidades de raciocínio dos estudantes através de uma abordagem multifacetada:

- **Observação Participante:** Durante a execução das atividades com os bloquinhos e a resolução dos problemas inspirados em "O Homem que Calculava", o professor realizará a observação direta das estratégias que os alunos utilizam. Será dada atenção especial à forma como eles abordam o problema, se tentam diferentes caminhos, se persistem diante de dificuldades e como interagem com o material concreto para chegar a uma solução.
- **Análise das Resoluções e Justificativas:** As soluções apresentadas pelos alunos, tanto individualmente quanto em grupo, serão cuidadosamente analisadas. Não apenas o resultado final será considerado, mas principalmente o processo de construção da resposta. Pediremos que os alunos justifiquem suas escolhas e



expliquem o raciocínio por trás de suas divisões e cálculos, o que nos dará insights sobre a clareza e a lógica de suas argumentações.

- **Atividades de Interpretação e Aplicação:** As atividades de interpretação de texto, que complementam a sequência, também serão um instrumento avaliativo. Elas permitirão verificar se os alunos conseguem transferir o raciocínio matemático desenvolvido com as frações para a compreensão e análise de um contexto narrativo. Além disso, a capacidade de aplicar os conceitos aprendidos em novos problemas, mesmo que de natureza diferente, indicará a solidez do raciocínio lógico construído.
- **Registros Escritos e Desenhos:** Os registros escritos dos alunos, sejam eles numéricos ou gráficos (como desenhos que representam as divisões dos bloquinhos), serão analisados para identificar a representação simbólica do seu raciocínio. A transição do concreto para o abstrato, manifestada nesses registros, é um forte indicativo do desenvolvimento lógico.
- **Discussões em Grupo:** As sessões de discussão, onde os alunos comparam suas soluções e propõem novas abordagens, serão fundamentais. A forma como eles argumentam, ouvem os colegas e ajustam suas próprias ideias revelará a capacidade de raciocínio colaborativo e a flexibilidade cognitiva.

Com essa abordagem abrangente, esperamos não apenas medir o domínio sobre frações, mas, primordialmente, mapear o progresso dos alunos na capacidade de pensar logicamente, resolver problemas de forma criativa e transferir esses aprendizados para diferentes situações.



Atividade: Os 35 camelos

1ª parte:

Os 35 Camelos

Este problema é baseado em uma passagem do livro "O Homem que Calculava" de Malba Tahan.

Nesta passagem, Beremiz - o homem que calculava - e seu colega de jornada encontraram três homens que discutiam acaloradamente ao pé de um lote de camelos.



Por entre pragas e impropérios gritavam, furiosos:

- Não pode ser!
- Isto é um roubo!
- Não aceito!

O inteligente Beremiz procurou informar-se do que se tratava.

- Somos irmãos - esclareceu o mais velho - e recebemos como heranças esses 35 camelos. Segundo vontade de nosso pai, devo receber a metade, o meu irmão Hamed uma terça parte e o mais moço, Harin, deve receber apenas a nona parte do lote de camelos. Contudo, não sabemos como realizar a partilha, visto que a mesma não é exata.





2ª parte:



- É muito simples – falou o Homem que Calculava. Encarrego-me de realizar, com justiça, a divisão se me permitirem que junte aos 35 camelos da herança este belo animal, pertencente a meu amigo de jornada, que nos trouxe até aqui.

E, assim foi feito.

- Agora – disse Beremiz – de posse dos 36 camelos, farei a divisão justa e exata.

Voltando-se para o mais velho dos irmãos, assim falou:

- Deverias receber a metade de 35, ou seja, 17, 5. Receberás a metade de 36, portanto, 18. Nada tens a reclamar, pois é claro que saíste lucrando com esta divisão.

E, dirigindo-se ao segundo herdeiro, continuou:

- E tu, deverias receber um terço de 35, isto é, 11 e pouco. Vais receber um terço de 36, ou seja, 12. Não poderás protestar, pois tu também saíste com visível lucro na transação.

Por fim, disse ao mais novo:

- Tu, segundo a vontade de teu pai, deverias receber a nona parte de 35, isto é, 3 e tanto. Vais receber uma nona parte de 36, ou seja, 4. Teu lucro foi igualmente notável.



E, concluiu com segurança e serenidade:

- Pela vantajosa divisão realizada, couberam 18 camelos ao primeiro, 12 ao segundo, e 4 ao terceiro, o que dá um resultado (18+12+4) de 34 camelos. Dos 36 camelos, sobraram, portanto, dois. Um pertence a meu amigo de jornada. O outro, cabe por direito a mim, por ter resolvido, a contento de todos, o complicado problema da herança!

- Sois inteligente, ó Estrangeiro! – exclamou o mais velho dos irmãos. Aceitamos a vossa partilha na certeza de que foi feita com justiça e equidade!





Questões problematizadoras:

Atividades:

01 - Como você dividiu a herança dos três irmãos quando eram apenas 35 camelos?

02 - Como ficou sua divisão ao adicionar mais um camelo na herança?

03 - Você concorda com a solução encontrada pelo homem que calculava?

04 - De que outra maneira você poderia dividir de forma justa, os 35 camelos entre os três irmãos?

05 - Qual o significado dos termos:

- d) Metade?
- e) Terça parte?
- f) Nona parte?



06 - Marque no texto todas as palavras que você não conhece o significado e as procure no dicionário.

07 - Você já conhecia alguma das histórias do livro "O homem que Calculava"? Qual?

08 - Pesquise sobre o autor Malba Tahan e sua relevância para a matemática.