

**Denílson Ramos Otomar**

# **Investigação Experimental do Modelo de Fusíveis**

Tese apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-graduação em  
Física Aplicada para a obtenção  
do título de *Magister Scientiae*

VIÇOSA  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2005

Ao **Deus** onipresente, onisciente  
e onipotente, à minha família e  
aos meus amigos.

# Agradecimentos

Primeiramente quero agradecer a **Deus**, pois tudo que eu fizera neste mestrado não o teria feito se de lá de cima não me fosse concedido.

Ao meu pai, Francisco da Silva Otomar, à minha Mãe, Maria Dionísia Ramos Otomar, à minha esposa, Karla Aparecida Sant'Ana Portes Otomar, às minhas irmãs, Fátima Ramos Otomar e Suzana Ramos Otomar. Obrigado pelo carinho e incentivo.

Ao meu orientador, Prof. Ismael Lima Menezes Sobrinho que sempre corroborou para que esta dissertação fosse concluída com êxito.

Ao meu co-orientador, Prof. Marcos da Silva Couto pelos preciosos passos na área experimental.

Ao Prof. Orlando, pelo empréstimo do vídeo cassete.

Ao Prof. Sukarno, pelo uso dos computadores e esclarecimento de alguns programas.

A todos os Prof. do Departamento de Física que sempre me assistiram neste mestrado.

A todos os funcionários do Departamento de Física, pelo suporte técnico e ajuda.

Aos meus colegas estudantes, Fábio, Andreza, Lucas Mol, Ricardo, Luciano, Bete, Daniel, Jean e a todos os outros que, por ventura, eu tenha esquecido. Muito grato pelo companheirismo.

Aos meus colegas, amigos de infância, amigos, primos, tios, tias. O meu muito obrigado pelo incentivo.

Ao meu sogro, Portes, à minha sogra, Marilene e ao meu cunhado, Leandro (Fredy Mercury), à Zé Lelis, Eliane e Lincon.

A CAPES, pela ajuda financeira.

À Universidade Federal de Viçosa pela oportunidade e por toda a infra-estrutura na consolidação deste mestrado.

# Conteúdo

Resumo	v
Abstract	vi
1 Introdução	1
2 Fraturas	5
2.1 Introdução	5
2.2 Modelo de fraturas	7
2.2.1 O Modelo de fusíveis	8
3 Experimentos	18
3.1 Fio de cobre	18
3.2 Fio de palha de aço	36
3.3 Fio de cobre e palha de aço	42
4 Conclusões e perspectivas	45
4.1 Conclusões	45
4.2 Perspectivas	47
5 Referências bibliográficas	48

# Resumo

Otomar, Denilson Ramos, M. S. Universidade Federal de Viçosa, abril, 2005.  
**Investigação Experimental do Modelo de Fusíveis.** Orientador: Ismael Lima Menezes Sobrinho. Conselheiros: Marcos da Silva Couto e José Arnaldo Redinz.

O processo de fratura em materiais desordenados é um assunto de pesquisas constantes e tem atraído muito interesse científico e tecnológico. Tal processo é extremamente sensível a desordem a qual possui uma forte influência sobre a rugosidade da superfície de fratura. Nas últimas décadas vários modelos computacionais foram propostos com o objetivo de se estudar o processo de fratura em materiais desordenados, dentre eles, podemos citar o Modelo de Fusíveis. Neste trabalho, apresentamos uma investigação experimental do Modelo de Fusíveis. Nosso objetivo principal é estudar a influência da desordem sobre o processo de fratura. O aparato experimental consiste de uma rede quadrada de tamanho  $L \times L$  na qual os lados dos quadrados são os fusíveis. Dois fios diferentes foram usados como fusíveis: fios de cobre e palha de aço. A rede formada somente por fios de cobre varia entre um sistema com desordem mínima até um sistema completamente desordenado. No caso dos fios de palha de aço a rede é sempre completamente desordenada. O experimento consiste em aplicar uma diferença de potencial  $V$  na rede e medir a corrente  $I$ . As curvas  $I \times V$  obtidas foram investigadas com o objetivo de se determinar suas leis de escala quando a desordem ou o tamanho da rede são variados. Nossos resultados indicam que leis de escala somente são observadas no caso desordenado. Verificamos que para uma corrente fixa, acima de uma certa corrente crítica, a resistência elétrica da rede aumenta como uma lei de potência do tempo. Verificamos, também, que o tempo de ruptura da rede decai como uma lei logarítmica da corrente aplicada, para valores de corrente pouco acima da corrente crítica, ao passo que para valores de corrente muito acima da corrente crítica o tempo de ruptura decai como uma lei de potência.

# Abstract

Otomar, Denilson Ramos, M. S. Universidade Federal de Viçosa, april, 2005.  
**Experimental Investigation of Fuse Model.** Adviser: Ismael Lima Menezes Sobrinho. Committee members: Marcos da Silva Couto and José Arnaldo Redinz.

The fracture process in disordered materials is a subject of intensive research and has attracted much scientific and industrial interest. Such a process is extremely sensitive to disorder, which has a strong influence on the roughness of the fracture surface. In the last decade several computational models have been constructed to study the fracture process in disordered materials such as the Fuse Model. In this work, we present an experimental investigation of the Fuse Model. Our main goal is to study the influence of the disorder on the fracture process. Our experimental apparatus consists of an  $L \times L$  square lattice of fuses placed in each bond of the lattice. Two types of materials were used as fuses: copper and steel wool wires. The lattice composed only by copper wire varies from a minimum ordered system to a maximum ordered one, whereas the lattice formed only by steel wool wire corresponds to a completely and exclusively disordered one. The experimental proceeding consists in applying a potential difference  $V$  in the lattice and to measure the respective current  $I$ . The curves  $I \times V$  obtained were investigated with the aim of determining their scaling properties when the disorder or lattice size are changed. Our results show that the scaling laws are only verified for the disordered regime. We have found that for a fixed current, higher than a certain critical current, the resistance of the lattice increases as a power law of time. We have found, also, that the rupture time of the lattice decays as a logarithimical law of applied current for currents slightly higher than the critical current, whereas for currents much higher than the critical current the rupture time decays as a power law.

# Capítulo 1

## Introdução

O fenômeno de fraturas em materiais está atraindo cada vez mais pesquisadores dos mais variados ramos da ciência, pois, é ao mesmo tempo, tão fascinante quanto intrigante. Além disso, fraturas desempenham um papel importantíssimo na engenharia. Sendo assim, inúmeros pesquisadores se esforçam para entender cada vez mais os processos de fraturas em materiais tanto do ponto de vista tecnológico quanto do ponto de vista físico. Por muito tempo, resultados experimentais têm sido reunidos no que se refere a fraturas nos mais variados contextos.

A força, calculada teoricamente, necessária para quebrar uma estrutura cristalina perfeita é maior do que as forças medidas experimentalmente em materiais reais. A razão para essa discrepância é que substâncias reais têm desordem [1]. Parece, então, que o processo de fratura é extremamente sensível à desordem. Sendo assim, é de fundamental importância entender como esta se relaciona com o processo de fratura.

Recentemente, físicos estatísticos tornaram-se interessados nesse tipo de problema e estão aplicando técnicas padrões usadas no estudo de sistemas desordenados para um melhor entendimento do processo de fratura. Eles estudam o processo de fratura supondo, inicialmente, várias hipóteses simplificadoras, como, por exemplo, considerando uma rede, i.e., discretizando o sistema. O objetivo, então, é estudar o comportamento macroscópico dessa rede e verificar, por exemplo, o que acontece quando se varia a desordem da mesma.

Dentre os vários modelos usados para se estudar os processos de fraturas de materiais desordenados cita-se a rede aleatória de fusíveis [1-5] a qual está sujeita a uma diferença de potencial externa. O modelo de fusíveis foi introduzido inicialmente por Arcangelis *et al.* [2]. Neste primeiro modelo uma certa quantidade de fusíveis eram retirados da rede antes de o processo de ruptura começar e todos os outros fusíveis restantes apresentavam as mesmas características. O objetivo de tal processo era a introdução de desordem no sistema. Em um outro modelo, Arcangelis e Herrmann [3] utilizaram uma rede quadrada com um fusível em cada ligação. Todos os fusíveis têm a mesma resistência e a desordem é colocada nas correntes críticas (corrente que o fusível suporta antes de se queimar) que produzirão a queima dos fusíveis. As correntes críticas são escolhidas aleatoriamente de acordo com um determinado tipo de distribuição de probabilidade. Simulações com o modelo de fusíveis têm mostrado que o comportamento de fratura de um material é significativamente influenciado pela desordem. Quando há pouquíssima desordem o material, geralmente, quebra-se devido à formação de uma única trinca que atravessa todo o material. Com o aumento da desordem surgem trincas pequenas e isoladas no material antes da ruptura total do mesmo. No limite de desordem infinita, o processo de acúmulo de danos pode ser visto como um problema de percolação. No entanto, há controvérsias se a Teoria de Percolação pode ser aplicada, ou não, para o caso onde a desordem é forte, porém não é infinita [6]. Vale ressaltar que esse modelo é um modelo determinístico, pois, se a corrente que circula em um determinado fusível for maior do que a sua corrente crítica, com certeza, esse fusível queimar-se-á, caso contrário, não. Neste modelo a evolução da ruptura é quase-estática, ou seja, nele não existe nenhuma dinâmica, mas somente um processo irreversível sem nenhuma escala de tempo. Este tipo de modelo, também tem

sido investigado em duas [7-10] e em três dimensões [11-12] com o objetivo de se estudar a rugosidade da superfície de fratura de um material bi e tridimensional.

Um aspecto importante que deve ser levado em consideração quando se estuda o processo de fratura em materiais é o aspecto dinâmico. Contudo, ainda não é bem entendido como o aspecto dinâmico do processo de fratura controla a natureza e a geometria da fratura. Quando o aspecto dinâmico é levado em conta, os vários elementos do sistema podem não relaxar para o estado estacionário em um tempo finito. Desta forma, se uma ligação é quebrada antes de ocorrer uma relaxação completa do sistema, podemos esperar que a memória dos efeitos anteriores possa provocar um novo efeito sobre a dinâmica do processo de fratura. Para investigar o aspecto dinâmico envolvido no processo de fratura foi proposto o modelo de ruptura de uma rede térmica de fusíveis [13-14] que é uma extensão dinâmica do modelo de fusíveis aleatório. Naquele tipo de modelo a temperatura desempenha um papel importante no sistema, já que é a sua evolução que controla a dinâmica do processo de ruptura. No modelo proposto por Sornete e Vanneste [13-14], os fusíveis são progressivamente aquecidos por efeito Joule até o primeiro fusível alcançar uma temperatura crítica e romper-se. Em consequência, haverá uma redistribuição da corrente sobre todos os fusíveis restantes. Este procedimento continua até a completa ruptura da rede. O modelo térmico de fusíveis, também, foi estudado experimentalmente por Lamaignère *et al.* [15]. Nesse trabalho é estudada a quebra elétrica de um compósito partícula-polímero, usado industrialmente para o controle de corrente, o qual exhibe as qualidades essenciais que um modelo de fusíveis térmicos exhibe. Até onde sabemos esta é a primeira abordagem experimental do processo de ruptura de uma rede de fusíveis.

O modelo de fusíveis é o análogo elétrico do modelo elástico onde a força é representada pela corrente elétrica e o deslocamento é representado pela tensão. A

grande vantagem do modelo elétrico é a sua natureza escalar, que do ponto de vista conceitual e numérico, torna-o um tanto mais simples. No presente trabalho, por conseguinte, consideraremos somente o caso escalar, ou seja, a rede de fusíveis.

Neste trabalho focamos nosso interesse em comparar nossos resultados experimentais com os obtidos teoricamente por Arcangelis e Herrmann [3] e com os resultados experimentais obtidos por Lamaignère *et al.* [15].

O restante dos capítulos da tese está distribuído da seguinte forma: no capítulo 2 falaremos sobre fraturas em geral, abordaremos em detalhes o modelo de fusíveis proposto por Arcangelis e Herrmann e o trabalho experimental de Lamaignère *et al.* No capítulo 3 serão mostrados os resultados experimentais de que trata esta tese, ou seja, será analisado como as curvas corrente versus voltagem variam quando se varia a desordem, mantendo o tamanho  $L$  da rede constante. Tal desordem foi conseguida usando-se dois tipos de fios: um fio homogêneo de cobre e outro de palha de aço, usados concomitantemente ou de forma exclusiva. Ainda nesse capítulo, será mostrado, também, como as curvas corrente versus tensão variam quando se varia o tamanho da rede ( $L = 28, 20, 14$  e  $7$ ), mantendo uma certa desordem  $D$  constante. Também será mostrado como a resistência varia em função do tempo. Finalmente, serão mostradas as medidas do tempo que uma rede com  $L = 7$  e  $D \cong 0\%$  leva para romper-se por aquecimento (Efeito Joule) em função da corrente aplicada. No capítulo 4 apresentaremos nossas conclusões e perspectivas.

# Capítulo 2

## Fraturas

### 2.1 Introdução

O processo de fratura consiste na quebra ou fragmentação de um corpo sólido quando a ele é aplicada uma tensão. As características da fratura resultante dependem, fortemente, de como é aplicada essa tensão (tração, compressão, cisalhamento ou torção) das características do material, bem como de outros fatores, como por exemplo, a temperatura.

O processo de fratura pode ser classificado em duas categorias gerais: fratura frágil e fratura dúctil. Para um melhor entendimento do problema vamos analisar o clássico experimento de Young [1], esquematizado na Figura 2.1.

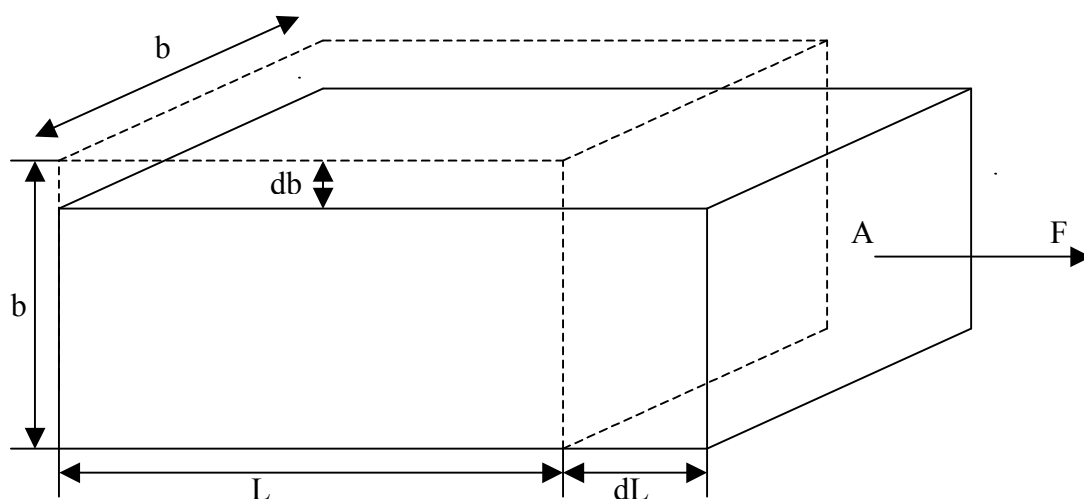


Figura 2.1: *Modelo de Young.*

Quando uma barra homogênea de comprimento  $L$  e área de seção transversal  $A = b \times b$  (onde  $b$  é a largura e a altura da seção reta) é tracionada axialmente por uma

força  $F$ , a barra tem seu comprimento aumentado por uma quantidade  $dL$ , ao passo que a sua largura fica diminuída por uma quantidade  $db$ . A Figura 2.2 mostra como a tensão  $\sigma = F/A$  varia com a elongação relativa  $\delta = dL/L$ . Nela pode-se distinguir três situações típicas.

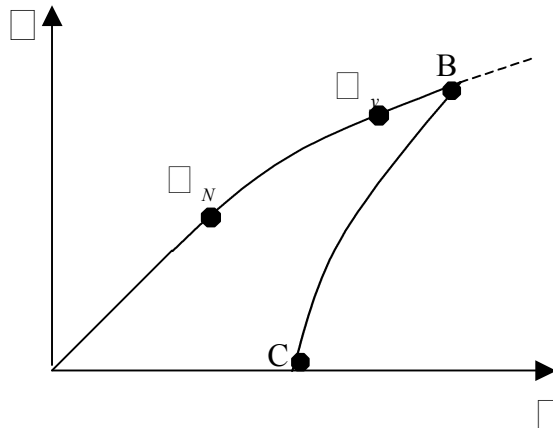


Figura 2.2: *Diagrama tensão versus deformação.*

Para pequenas elongações, ou seja, até o ponto  $\sigma_N$ , a relação entre  $\sigma$  e  $\delta$  é linear e obedece à lei de Hooke

$$\sigma = E\delta, \quad (2.1)$$

onde  $E$  é o módulo de Young. O módulo de Young refere-se à rigidez do material. Quanto maior for o seu valor mais rígido será o material, embora não tenha relação com o ponto de ruptura do material. Vale ressaltar que nessa região o processo é reversível, isto é, se retirarmos a tensão, o material volta ao seu comprimento inicial. Devido a essa reversibilidade essa região é chamada de regime elástico.

Entre  $\sigma_N$  e  $\sigma_y$ , a relação não é mais linear, entretanto ainda existe a reversibilidade. Nessa região pode-se definir a rigidez como

$$k = dF/(d\Delta L), \quad (2.2)$$

que será dependente da força.

Acima de  $\sigma_y$ , por exemplo, no ponto B, temos a chamada região plástica na qual a deformação é irreversível. Suprimindo-se a tensão o material não volta mais ao seu comprimento inicial, ocasionando o que chamamos de deformação plástica, como pode ser observado no segmento BC da Figura 2.2.

Se um material quebra-se para uma certa tensão  $\sigma_x$  menor que  $\sigma_y$ , temos a chamada fratura frágil. Se  $\sigma_x$  é maior que  $\sigma_y$ , temos a chamada fratura dúctil. O fato de o material quebrar-se de maneira frágil ou dúctil não é uma característica exclusiva do material, pois condições externas como temperatura e pressão, contribuem muito para isso. Um exemplo disso foi dado por von Kármán em 1911 quando ele descobriu que o mármore de Carrara, usualmente frágil, quebra-se ductilmente se a ele é aplicada uma elevada pressão hidrostática [16].

As principais características da fratura frágil são: formação de apenas uma trinca, praticamente não há deformação macroscópica (separação perpendicular à tensão aplicada), que atravessa todo o material com grande velocidade (efeito cascata). Outras trincas (danos) quase não são formadas.

As principais características da fratura dúctil são: formação de uma trinca principal que leva à ruptura e de outras trincas (danos) e um rompimento lento do material com gasto de energia considerável.

## 2.2 Modelos de fraturas

Um material desordenado é por definição heterogêneo: suas propriedades físicas locais variam espacialmente. Logo, qualquer modelo que tente descrever o processo de fratura num material real deve levar essa desordem em consideração, mesmo em casos onde ela seja mínima. A fratura em materiais heterogêneos segue um processo de nucleação de trincas, crescimento das mesmas e, por fim, sua aglutinação, levando à

ruptura do material. Em geral, o crescimento e a formação da fratura macroscópica é um fenômeno de não equilíbrio e não-linear. Pelo fato de o material apresentar características não-lineares, a teoria elástica de fraturas fica muito limitada para descrever o processo de fratura, logo a maioria das abordagens é feita na região onde há linearidade, ou seja, até o ponto  $\sigma_N$  da Figura 2.2. Apesar desta simplificação ajudar na elucidação do problema, muitas informações físicas podem ser perdidas ou, simplesmente, ignoradas.

Dentre os modelos utilizados para descrever o processo de fratura, destaca-se o modelo de fusíveis (RFN: Random Fuse Network) já mencionado anteriormente de forma sucinta. A subseção seguinte tem por objetivo abordar detalhadamente tal modelo.

## 2.2.1 O Modelo de fusíveis (RFN)

Como mencionado na introdução desta tese o modelo de fusíveis foi introduzido por Arcangelis e Herrmann [3]. Trata-se de uma rede aleatória de fusíveis elétricos conforme esquematizado na Figura 2.3.

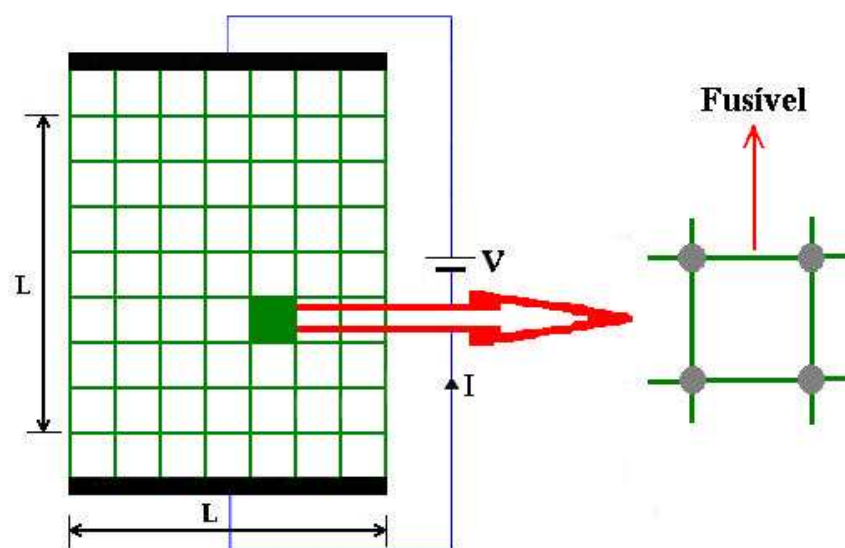


Figura 2.3: À esquerda vemos uma rede de fusíveis. À direita tem-se uma ampliação de um sítio dessa rede mostrando como os fusíveis estão dispostos.

Este modelo consiste de uma rede quadrada  $L \times L$  composta de fusíveis com a mesma condutância e com correntes críticas escolhidas aleatoriamente. Essa rede é fixada em duas extremidades nas quais se aplica uma diferença de potencial variável  $V$ , conforme ilustrado na Figura 2.3. Na direção perpendicular considera-se condições de contorno periódicas. A corrente crítica  $i_c$  de cada fusível é escolhida aleatoriamente de acordo com duas distribuições de probabilidade diferentes. Então, cada fusível dessa rede pode romper ou não dependendo da corrente que passa por ele. Se a corrente for maior do que sua corrente crítica o fusível romper-se-á, caso contrário, não (modelo determinístico).

A primeira distribuição de probabilidade considerada é a distribuição de Weibull

$$P(i_c) = m \frac{i_c^{m-1}}{i_0^m} e^{-\left(i_c/i_0\right)^m}, \quad 0 < i_c \leq 1 \quad (2.3)$$

onde  $i_0$  é um parâmetro que fixa o valor médio de  $i_c$  e o expoente  $m$  controla o grau de desordem. Os valores escolhidos para  $m$  foram 10, 5 e 2 cujos valores descrevem empiricamente uma variedade de materiais reais.

A segunda distribuição de probabilidade considerada é a distribuição de lei de potência

$$P(i_c) = (1-x)i_c^{-x}, \quad 0 < i_c \leq 1, \quad (2.4)$$

onde foram atribuídos dois valores para  $x$ : 0 (distribuição uniforme) e 0,5.

A simulação começa aplicando-se uma diferença de potencial  $V$  fixa para determinar a corrente em cada fusível da rede. Feito isso, é calculada a razão

$$\square = \frac{|i|}{i_c} \quad (2.5)$$

e seleciona-se o fusível para o qual  $\sigma$  tem o maior valor. Esse fusível é queimado e, conseqüentemente, retirado da rede. A tensão externa é ajustada de modo que somente um fusível, o mais estressado, queime a cada momento. Esse procedimento equivale a dizer que a taxa na qual a corrente relaxa na rede é muito mais rápida que a queima de um fusível. Cada vez que um fusível é retirado da rede é necessário recalculer todas as correntes da nova configuração de fusíveis. O processo continua com a queima de um fusível de cada vez, até que a rede esteja, finalmente, rompida, conforme esquematizado na Figura 2.4.

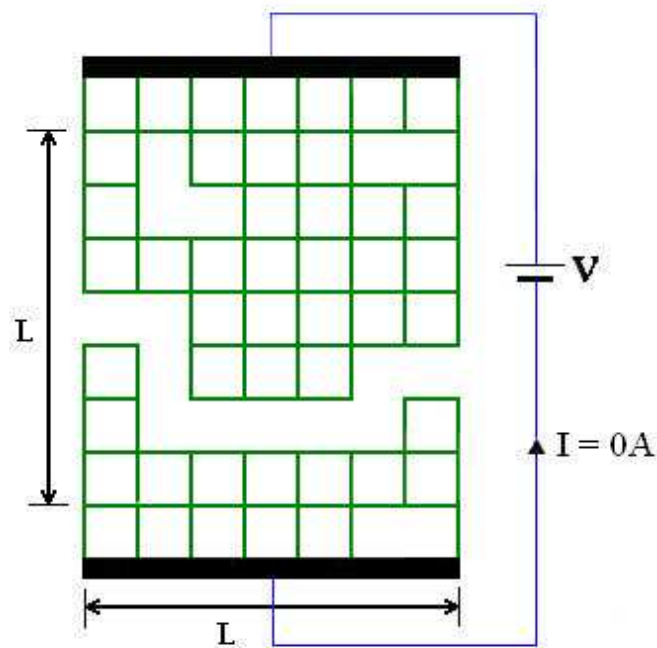


Figura 2.4: Perfil de fratura típico de uma rede de fusíveis de tamanho  $L$ .

Como pode ser visto na Figura 2.4 há um caminho principal formado pelos fusíveis arrebentados, os quais, levaram à ruptura da rede. Os outros fusíveis queimados que não colaboraram para a ruptura da mesma são conhecidos como danos.

Como resultado dessa simulação foram verificados dois regimes diferentes nas características de fratura: regime plástico e regime catastrófico.

No regime plástico, no qual há muita desordem, trincas pequenas e isoladas são criadas no sistema. Neste regime, o número total de fusíveis queimados no processo ( $\langle n \rangle$ ) escala com o tamanho  $L$  da rede de acordo com a seguinte expressão

$$\langle n \rangle \propto L^{1,71}, \quad (2.6)$$

onde o expoente 1,71 indica que a ruptura da rede é devido à fusão de pequenas e isoladas trincas que enfraquecem o sistema. Tal observação é característica de uma fratura dúctil.

No segundo regime, chamado de regime catastrófico, as correlações entre as trincas dominam o processo e uma grande trinca macroscópica linear forma-se para promover a ruptura final da rede. Neste regime, a dependência entre o número total de fusíveis queimados e o tamanho  $L$  da rede é dada pela seguinte expressão

$$\langle n \rangle \propto L^1, \quad (2.7)$$

onde o expoente 1 indica que a ruptura da rede é devida apenas a uma grande trinca que atravessa toda a rede. Tal trinca forma-se pelo efeito cascata. Este tipo de trinca é característico de fraturas frágeis.

Para encontrar a relação de escala entre a tensão e a corrente em função do tamanho  $L$  da rede para cada uma das distribuições de probabilidade consideradas, Arcangelis Herrmann [3] colapsaram as curvas corrente versus tensão para diferentes tamanhos  $L$  de rede. A Figura 2.5 mostra os resultados para uma distribuição de lei de potência com  $x = 0$  e tamanhos de rede  $L = 4$  a 64.

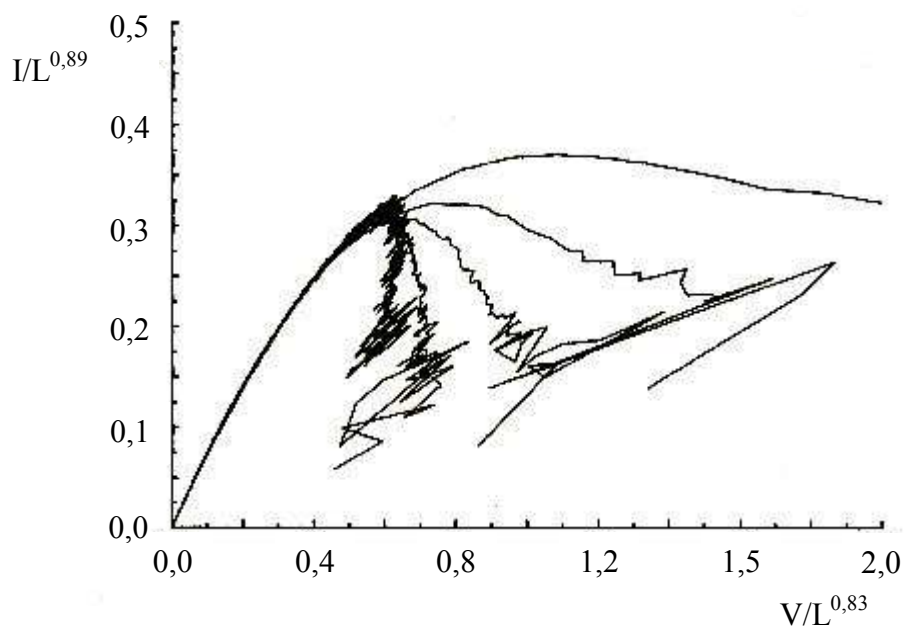


Figura 2.5: Colapso das curvas  $I/L^\alpha$  versus  $V/L^\beta$  para uma distribuição de lei de potência com  $x = 0$ . O melhor colapso para essas curvas foi obtido para  $\alpha = 0,89$  e  $\beta = 0,83$  [3].

As Figuras 2.6 e 2.7 abaixo mostram os resultados para uma distribuição de Weibull para tamanhos de rede  $L = 4, 8, 16, 32, 64$  e  $128$ .

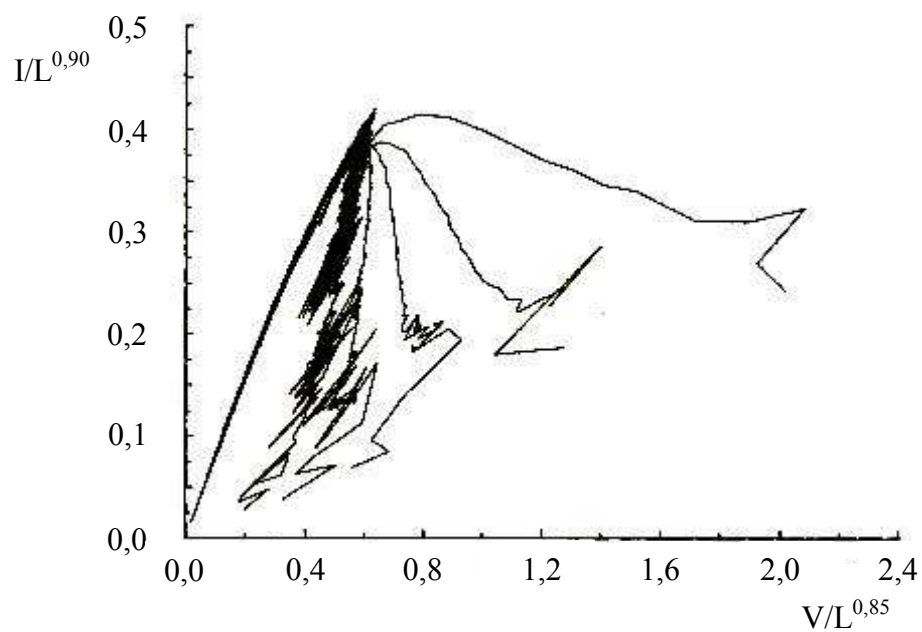


Figura 2.6: Colapso das curvas  $I/L^\alpha$  versus  $V/L^\beta$  para uma distribuição de Weibull com  $m = 2$ . O melhor colapso ocorre para os seguintes valores:  $\alpha = 0,90$  e  $\beta = 0,85$  [3].

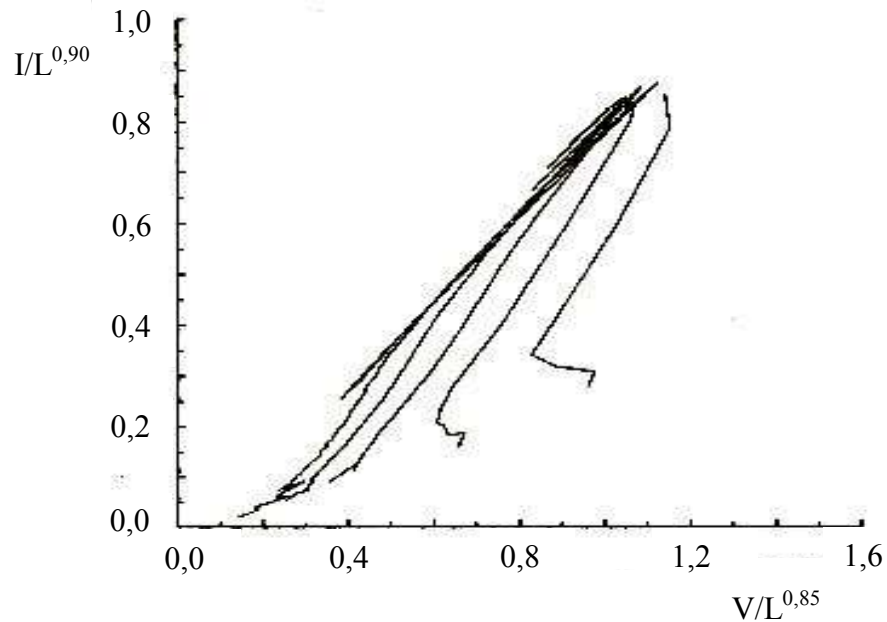


Figura 2.7: Colapso das curvas  $I/L^\alpha$  versus  $V/L^\beta$  para uma distribuição de Weibull com  $m = 10$ . O melhor colapso ocorre para os seguintes valores:  $\alpha = 0,90$  e  $\beta = 0,85$  [3].

No regime plástico (Figuras 2.5 e 2.6), a lei de escala segue uma expressão do tipo:

$$I = L^{\hat{\alpha}} f(VL^{-\hat{\beta}}), \quad (2.8)$$

onde  $\hat{\alpha} \sim 0,90$  e  $\hat{\beta} \sim 0,84$  com 5% de precisão. No regime catastrófico os dados parecem não obedecerem à lei de escala da Eq. (2.8). Dentro dos erros esses resultados são universais independentemente da distribuição utilizada.

O primeiro trabalho a fornecer um teste experimental quantitativo para o modelo de ruptura de materiais heterogêneos como um fenômeno coletivo e que demonstra, também, a natureza crítica da fratura em presença de uma heterogeneidade suficientemente grande foi o de Laignère *et al.* [15]. Nesse trabalho é estudada a quebra elétrica de um compósito partícula-polímero, usado industrialmente para o

controle de corrente, o qual exibe as qualidades essenciais que um modelo de fusíveis térmicos exibe [13-14].

Esses compósitos elétricos são formados de um polímero isolante (matriz) e de partículas condutoras (material de reforço). O polímero é uma resina epóxi isolante (Araldite *LY564*, endurecedor *HY956*, de condutividade da ordem de  $10^{-15} \text{ } \dot{U}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ ). As partículas condutoras são de carbono e têm geometria esférica de diâmetro médio igual a  $10 \text{ } \mu\text{m}$ , densidade igual a 1,51 e condutividade da ordem de  $10 \text{ } \dot{U}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ .

As partículas, que são essencialmente indeformáveis, são colocadas na matriz a uma temperatura de  $150^\circ\text{C}$ . Quando esta é resfriada para a temperatura ambiente ela se contrai. Isso assegura bons contatos elétricos entre as partículas. Então, a aplicação de uma corrente elétrica através dos contatos partícula-partícula leva a um aquecimento por efeito Joule o qual é transferido, por difusão, para a matriz. Como consequência, a matriz tende a expandir. À medida que esta se expande, os contatos partícula-partícula começam a romper-se.

Cada ligação  $n$  (contatos partícula-partícula) da rede é caracterizada por sua temperatura  $T_n$  que evolui no tempo de acordo com

$$C \frac{dT_n}{dt} = r_n i_n^b - a T_n. \quad (2.9)$$

Quando  $T_n$  alcançar uma temperatura de ruptura  $T_r$ , o contato será interrompido.

O calor específico  $C$  engloba as diferentes contribuições das partículas da matriz que as envolve. O primeiro termo do lado direito da Eq. (2.9) representa o aquecimento por efeito Joule numa ligação de resistência  $r_n$  e corrente  $i_n$ , isso é o chamado efeito Joule generalizado. O expoente  $b$  é igual a 2 para o efeito Joule. O

segundo termo do lado direito descreve a energia térmica que é perdida nas configurações locais de contatos partícula-partícula para a matriz.

A Eq. (2.9) apresenta dois limites naturais: um para  $b \rightarrow 0$  e outro para  $b \rightarrow \infty$ . Para  $b \rightarrow 0$  a taxa de calor  $r_n i_n^b$  torna-se independente do campo de corrente e o campo de temperaturas depende somente da distribuição de resistência. As maiores resistências alcançarão a temperatura de ruptura prioritariamente após um tempo finito. Conseqüentemente, as queimas sucessivas dos fusíveis são controladas somente pela distribuição e posição espacial das resistências elétricas. Quando um caminho de fusíveis queimados forma-se o processo de ruptura pára desde que a resistência da rede inteira torne-se infinita. Neste estágio, a distribuição e posição dos fusíveis queimados são dados exatamente pelo modelo de percolação de fusíveis [17]. Para  $b \rightarrow \infty$ , a taxa de aquecimento  $r_n i_n^b$  do fusível que carrega a maior corrente fica muito maior do que as dos fusíveis restantes. Logo, somente o fusível que carrega a maior corrente será aquecido significativamente e alcançará a temperatura de ruptura primeiro. Desconsiderando a dependência temporal deste processo a qual neste limite não é de significância para a geometria da ruptura, recupera-se o modelo de fusível aleatório onde o processo de ruptura é *quase-estático*.

Para o caso intermediário, ou seja, para  $0 < b < \infty$ , a competição entre os dois tempos de escala,  $\frac{T_r}{Ri^b}$  e  $a^{-1}$  (fazendo  $C = 1$ ), produz um vasta fenomenologia de amostras com padrões fractais as quais apresentam dependências sensíveis sobre a corrente de entrada. No limite no qual a desordem é bastante reduzida ou perto do limiar de ruptura da rede as trincas experimentam instabilidades e formam ramificações do tipo dendritos.

Dentre os resultados obtidos por esse experimento mostra-se o comportamento da resistência em função do tempo conforme esquematizado na Figura 2.8.

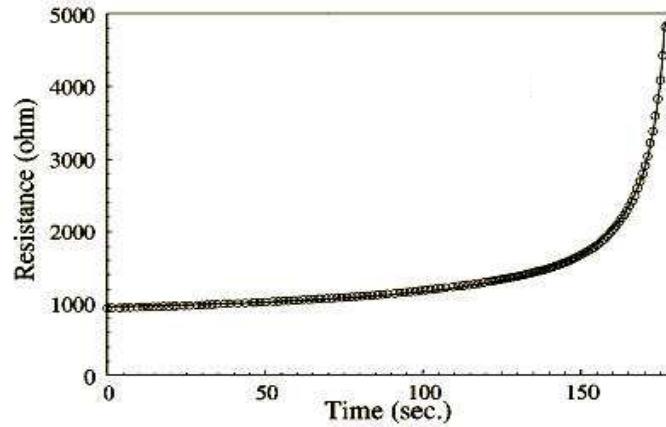


Figura 2.8: Variação da resistência da amostra em função do tempo quando a corrente está acima da corrente crítica [15].

A linha contínua é o melhor ajuste obtido e segue uma lei de potência dada por

$$r = r_0 (t_r - t)^{-\alpha} [1 + c(t_r - t)^\Delta], \quad (2.10)$$

onde  $r_0$ ,  $c$  e  $\Delta$  são parâmetros ajustáveis,  $t_r$  é o tempo crítico (tempo que a amostra leva para romper-se) e  $t$  é o tempo. Neste caso,  $\Delta = 0,82$  e  $\alpha \approx 0,65$ . O expoente  $\alpha$  depende do valor de  $b$  e da dimensão do sistema.

Outro resultado deste experimento é a dependência do tempo crítico em função da corrente aplicada (Figura 2.9).

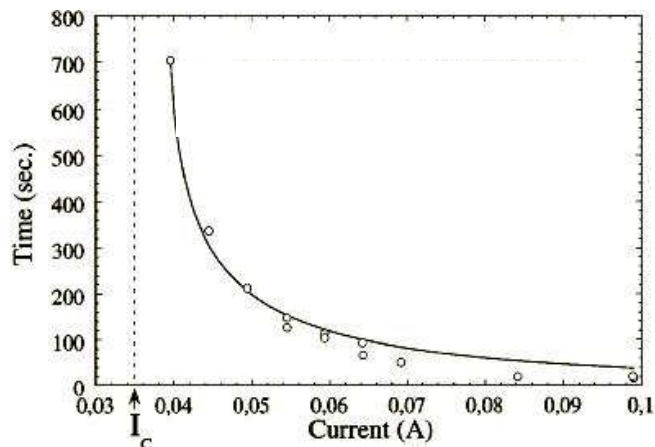


Figura 2.9: Tempo crítico  $t_r$  em função da corrente aplicada. A curva contínua é o melhor ajuste obtido [15].

Conforme mostrado na Figura 2.9, à medida que a corrente aplicada  $I$  distancia-se da corrente crítica  $I_c$ , abaixo da qual a amostra não se rompe mais, o tempo que a amostra leva para romper-se torna-se cada vez menor. Caso contrário, se a corrente aplicada aproximar-se da corrente crítica  $I_c$  a rede levará mais tempo para romper-se chegando ao ponto de não se romper mais. A curva contínua é o melhor ajuste aos dados experimentais, dada por

$$t_r = -\frac{1}{a} \log (1 - kI^{-b}), \quad (2.11)$$

onde  $a^{-1} \approx 500$  s é um tempo característico,  $k = 0,002$  e  $b = -1,9$ . A forma geral de  $k$  é:

$k = \langle T_n \rangle / \langle r_n f(n)^b \rangle$ , onde  $f(n) = \frac{i_n}{I}$  representa a geometria específica. Neste tipo de

experimento espera-se que o expoente  $b$  seja o mais próximo de 2 para descrever, conseqüentemente, o efeito Joule. A Eq. (2.11) é válida para correntes pelo menos 15% maiores que  $I_c$ .

Para valores grandes de corrente o termo  $-aT_n$  na Eq. (2.9) pode ser negligenciado e de uma simples análise dimensional obtém-se que os dados experimentais seguem a lei de potência

$$t_r \sim I^{-2}. \quad (2.12)$$

# Capítulo 3

## Experimentos

### 3.1 Fio de cobre

Para se obter os dados experimentais de que trata esta tese usou-se uma placa de circuito impresso de tamanho 1m x 1m. Esta placa foi preenchida de modo a produzir pequenas regiões quadradas (2,0 cm x 2,0 cm aproximadamente) nas quais os fios seriam soldados. Em nosso experimento usamos fios de cobre de resistividade  $\rho = 1,69 \times 10^{-8} \Omega m$  e diâmetro da ordem de 0,031mm.

O processo de soldagem foi dificultado pelo fato de o fio ter um diâmetro bastante reduzido e ser esmaltado, não permitindo o contato elétrico com os demais fios da rede. Então, fez-se necessário retirar esse esmalte de suas duas pontas antes de conectá-lo na rede. Primeiramente, tentou-se retirar tal esmalte usando-se o calor do ferro de solda, o qual deveria derreter o esmalte. No entanto, não obtivemos sucesso. Em segundo lugar, tentou-se retirar o esmalte, usando-se uma pasta apropriada (pasta para soldar, Solda Best) que, de fato, retirou o esmalte de suas pontas permitindo futuros contatos elétricos.

A soldagem dos fios foi feita de acordo com o seguinte procedimento. Colocava-se a pasta para soldar nos contatos da rede e colocava-se uma das pontas do fio em um dos contatos. A seguir, com um soldador já na temperatura apropriada e com solda eletrônica em sua ponta procedia-se na remoção do esmalte e, concomitantemente, soldava-se essa ponta. Procedia-se do mesmo jeito com relação à outra ponta do fio, com uma ligeira diferença: essa outra ponta era soldada num sítio diferente. Para manter o caráter de uma rede quadrada os fios eram soldados conforme ilustrado na Figura 3.1.

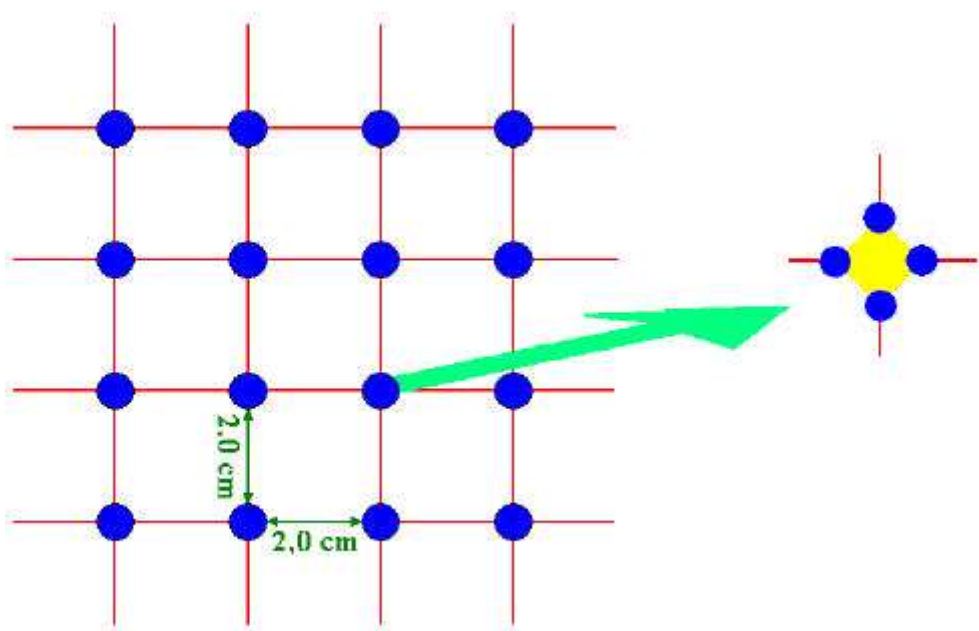


Figura 3.1: À esquerda tem-se a disposição dos fios na rede e à direita tem-se a ampliação de um dos pontos de solda. A parte em amarelo significa que os quatro pontos de solda estão ligados eletricamente.

À medida que se preenchia a rede a desordem foi sendo introduzida nas ligações da seguinte maneira: numa ligação qualquer, escolhida aleatoriamente, soldava-se um determinado tamanho de fio. Em outra ligação, também, escolhida aleatoriamente, soldava-se um tamanho de fio diferente. Isso representa as chamadas ligações simples. Além dessas ligações simples, a rede também apresentava ligações duplas, triplas e quádruplas (dois, três e quatro fios, respectivamente, de tamanhos distintos ou não soldados entre os mesmos dois pontos da rede). As posições espaciais nas quais eram soldadas tais ligações também eram escolhidas aleatoriamente. O comprimento do menor fio e do maior fio eram, respectivamente, 2,0 cm e 9,0 cm, aproximadamente. Resumindo, a desordem era conseguida introduzindo-se ligações simples, duplas, triplas e quádruplas com suas posições escolhidas aleatoriamente. Ressalta-se, entretanto, que o mecanismo usado para se fazer tal aleatoriedade baseava-se na decisão pessoal do físico experimental. Depois de todos os fusíveis estarem soldados (cada ligação representa um fusível) a rede foi conectada a uma diferença de potencial  $V$ , conforme

ilustrado na Figura 2.3. Essa diferença de potencial  $V$  (corrente contínua) foi obtida através de duas fontes (Power Supply EMG 18134) ligadas em paralelo. Foram usados 3 multímetros (Multímetro Inipa APPA ET 2090), um para registrar o valor da tensão e os outros dois para registrar o valor da corrente. Para registrar a corrente, cada multímetro foi ligado em série com uma das fontes. O motivo pelo qual se usou duas fontes é que a corrente necessária para romper a rede era superior a 10 A e cada fonte fornecia, no máximo, 10 A. O uso de dois multímetros se deveu ao fato de que a corrente máxima medida por cada um era de 10 A. Os cabos utilizados para conectar as fontes à rede e aos multímetros tinham resistência  $R = 0,05 \Omega$ .

A Figura 3.2 esquematiza o aparato experimental usado para se obter os dados experimentais:

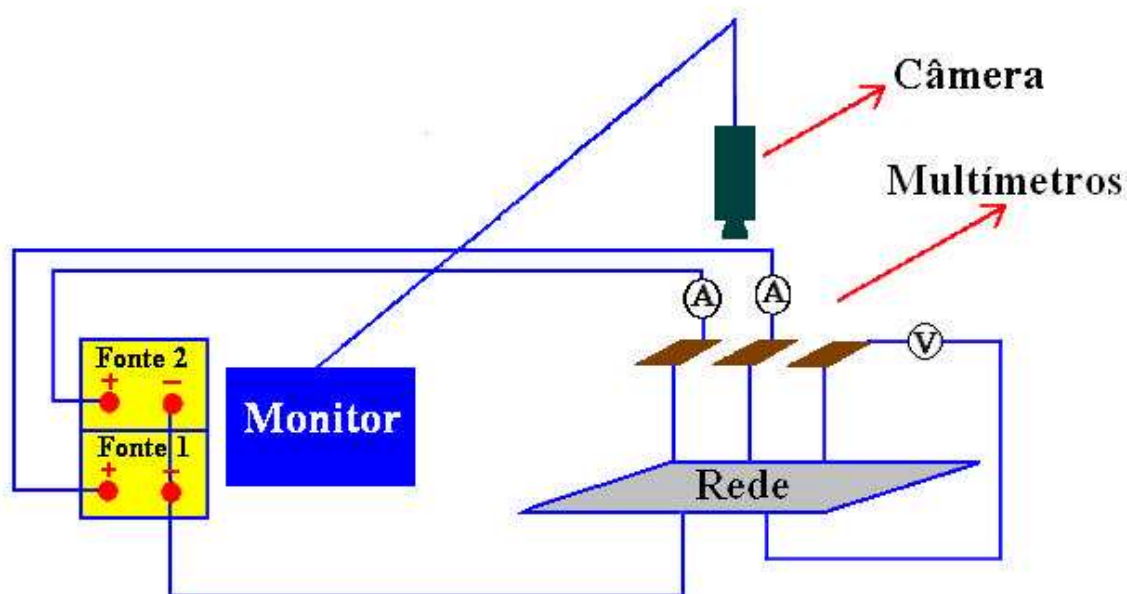


Figura 3.2: *Esquema do aparato experimental.*

Antes de se iniciar o experimento a sala onde ele se encontrava foi fechada para se evitar correntes de ar. Movimentações dentro da sala, durante os experimentos, foram mantidas ao mínimo necessário e distante da rede. Os dados coletados foram obtidos variando-se a tensão das fontes e anotando-se o respectivo valor de corrente. Colocava-se a tensão em 0,10 V, esperava-se um instante, e anotava-se a respectiva corrente. Aumentava-se a tensão para 0,20 V, esperava-se um instante, e anotava-se a respectiva corrente. Procedia-se, assim, de 0,10 V em 0,10 V, até a ruptura final da rede. Entretanto, quando se aproximava da tensão de ruptura da rede tornava-se humanamente impossível anotar o respectivo valor de corrente, pois ela caía a zero em questão de segundos. Para contornar esse problema foi usada uma filmadora (Câmera Sanyo, color ccd) que foi colocada de maneira tal a focalizar os multímetros e, também, a rede. A razão de se focalizar a rede era registrar a variação temporal da trinca. Essa câmera era ligada num monitor de vídeo e a um vídeo cassete (Panasonic, S-VHS, AG-1970 pro-line). Com esse procedimento anotava-se os valores de corrente olhando-se apenas para o monitor de vídeo. Para se obter os valores de corrente nos instantes finais da ruptura a fita de vídeo era exibida quadro a quadro, o que permitia acompanhar a rápida variação da corrente nos multímetros. De posse desses dados foram feitos gráficos da corrente versus tensão.

Inicialmente, o experimento foi realizado com uma rede completamente desordenada ( $D = 100\%$ ) e de tamanho  $L = 28$ . Concluído esse experimento, a rede estava desconectada. Para repetir esse experimento era necessário refazer todas as ligações rompidas. No entanto, para que isso fosse feito sem mudar a desordem da rede os novos fios que eram adicionados seguiam a mesma desordem usada no preenchimento inicial da rede. Para tentar manter um caráter de igualdade entre os fios novos e os fios velhos, antes de se iniciar o experimento, circulava-se uma corrente na

rede até quase o ponto de início de ruptura. Portanto, com este procedimento tentava-se assegurar aos fios novos as mesmas características dos fios que se queimaram, como por exemplo, a oxidação. As repetições faziam-se necessárias para testar a reprodutibilidade dos dados. Foram feitas, pelo menos, duas repetições para cada experimento.

Em seguida, a desordem da rede foi abaixada para 90% mantendo  $L = 28$ . Isso foi conseguido introduzindo-se 10% de fios de mesmo comprimento,  $l \cong 3,5$  cm. Procedeu-se, assim, de 10% em 10% até a rede estar completamente ordenada ( $D \cong 0\%$ ).

Os gráficos  $I \times V$  para essas respectivas desordens estão mostrados na Figura 3.3.

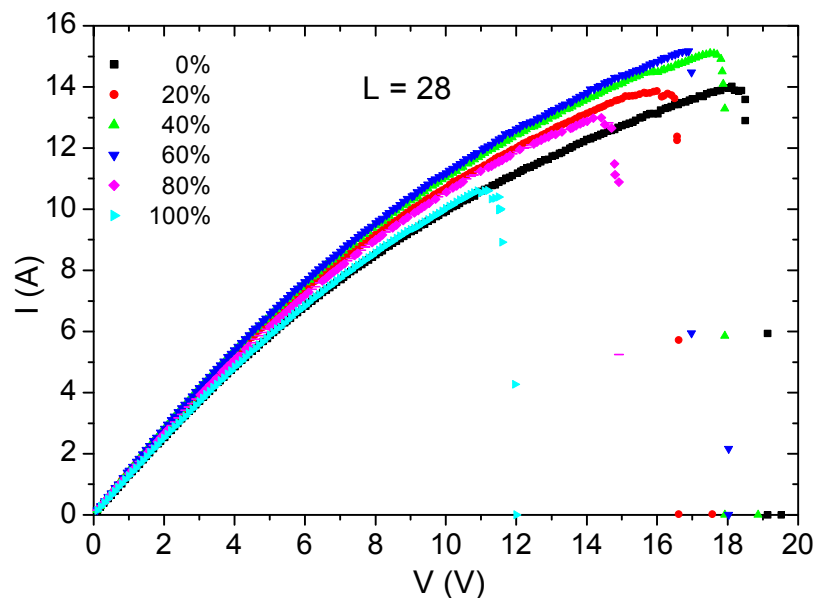


Figura 3.3: Gráfico da corrente  $I$  versus a tensão  $V$  para várias desordens distintas.

Como se pode ver, na Figura 3.3, foram traçadas apenas as curvas cujas desordens diferem em 20%. A explicação para esse fato decorre de que, de 10% em 10%, as curvas corrente versus tensão não apresentavam variações significativas.

Para um certo tamanho de rede constante ( $L = 28$ ) foi feito um gráfico da corrente máxima média ( $\langle I_{m\acute{a}x} \rangle$ ) suportada pela rede em função da desordem  $D$ . O resultado é mostrado na Figura 3.4.

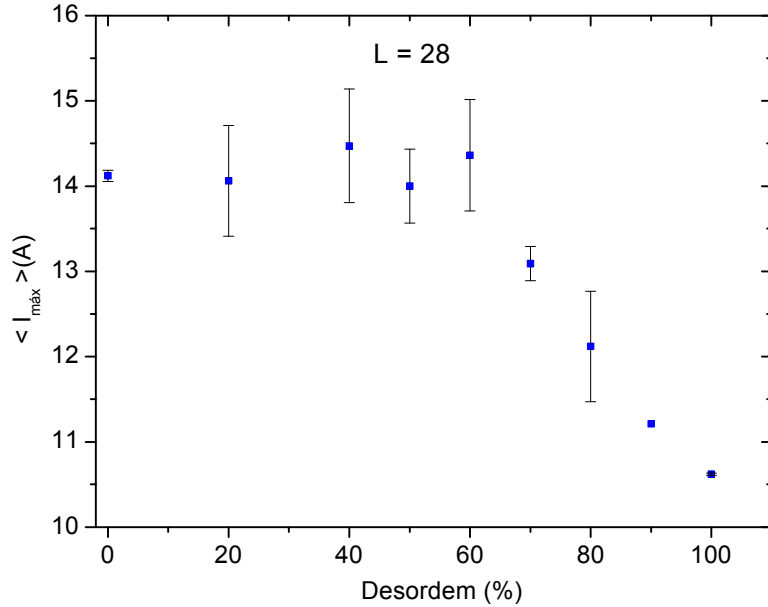
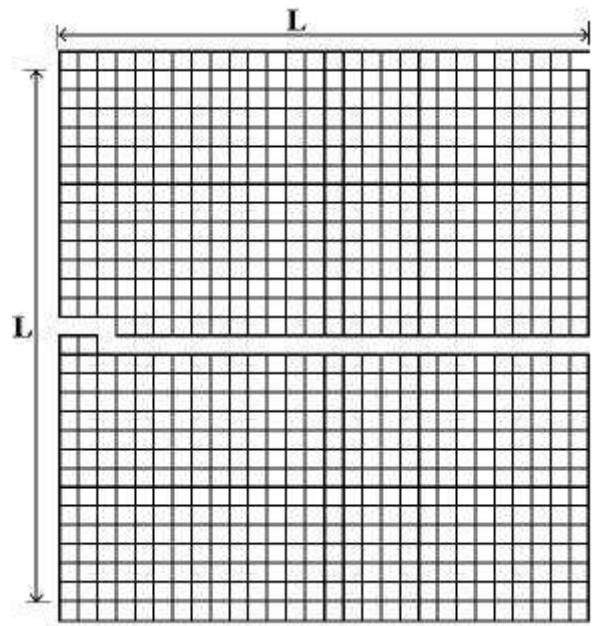
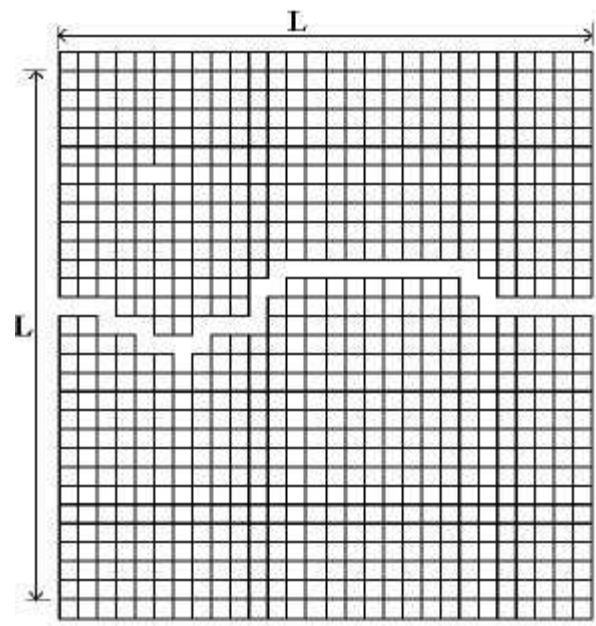


Figura 3.4: Corrente máxima média em função da desordem  $D$  da rede. As barras de erro foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

Como se pode ver na Figura 3.4, levando-se em conta as barras de erro, podemos distinguir dois regimes: um para desordem entre 0% e 50% onde a corrente se mantém praticamente constante e outro para desordens superiores a 50% no qual a corrente começa a diminuir. Para  $0\% \leq D \leq 50\%$  a desordem  $D$  não tem influencia sobre o processo de ruptura e a separação da rede é originada por uma única trinca que atravessa o material. Para  $D > 50\%$ , a ruptura da rede não acontece em um único processo. No primeiro instante algumas ligações são queimadas, criando defeitos na rede. Este processo acarreta uma diminuição da corrente que circula através da rede. No próximo passo novos danos são formados e a fusão desses danos provoca a ruptura catastrófica da rede. Neste caso a trinca que atravessa a rede tem um tamanho maior que o tamanho  $L$  da rede. A Figura 3.5 mostra dois perfis de fratura obtidos experimentalmente para  $D \cong 0\%$  e  $D = 100\%$ , respectivamente.



(a)



(b)

Figura 3.5: Perfis de fratura obtidos experimentalmente para duas desordens  $D$  distintas. As desordens  $D$  e o número de fusíveis queimados  $n$  são: a)  $D \cong 0\%$ ,  $n = 31$ ; b)  $D = 100\%$ ,  $n = 39$ . O tamanho de rede  $L$  é mantido fixo em 28.

Com o objetivo de verificar as leis de escala para as curvas da Figura 3.3 foi tentado o colapso das mesmas. No entanto, foi impossível colapsar todas as curvas simultaneamente. O colapso só foi verificado quando as curvas foram agrupadas em dois grupos: um grupo para  $D < 50\%$  e outro grupo para  $D > 50\%$ . A Figura 3.6 mostra o resultado para as curvas com  $D > 50\%$ .

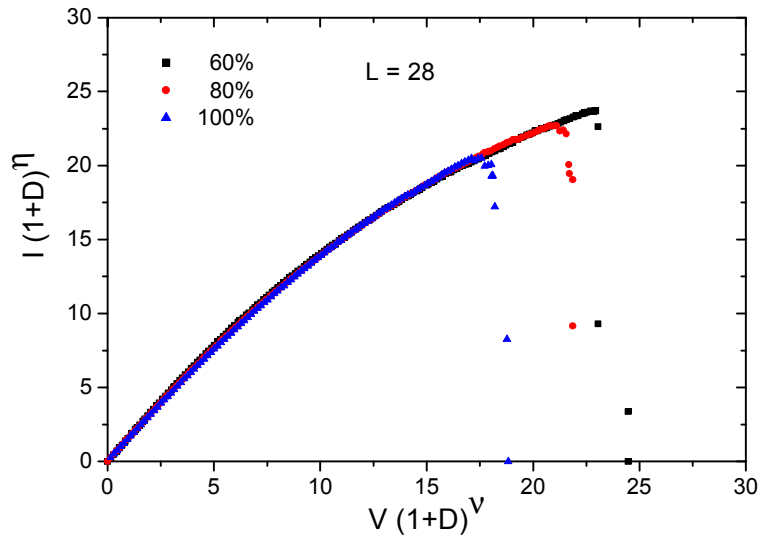


Figura 3.6: Colapso das curvas para  $D > 50\%$ . O melhor colapso foi obtido para  $\alpha = 0,95$  e  $\beta = 0,65$ .

Na Figura 3.7 é apresentado o colapso para as curvas com  $D < 50\%$ .

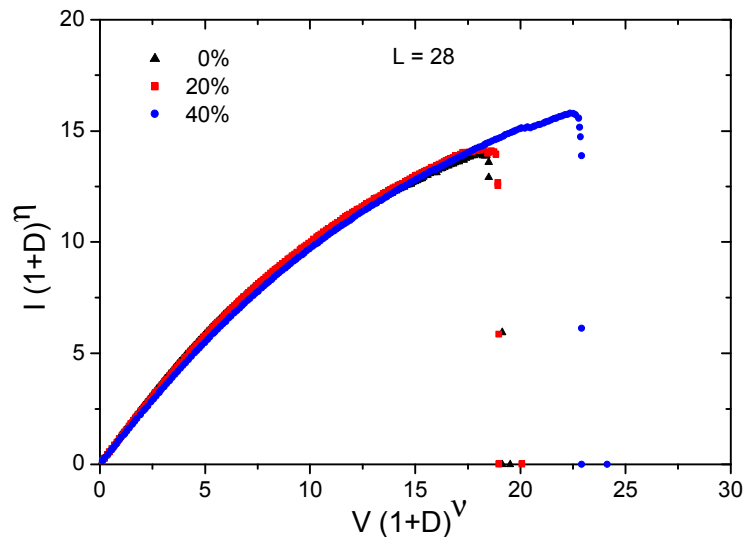


Figura 3.7: Colapso das curvas para  $D < 50\%$ . O melhor colapso foi obtido para  $\alpha = 0,13$  e  $\beta = 0,73$ .

A função utilizada por nós, para descrever o colapso tanto de um grupo quanto do outro, é

$$I \sim (1+D)^{-\zeta} f(V(1+D)^{\eta}), \quad (3.1)$$

onde  $\eta$  e  $\nu$  são dois parâmetros ajustáveis.

Foi feito, também, um gráfico da média do número de fusíveis queimados em função da desordem (Figura 3.8).

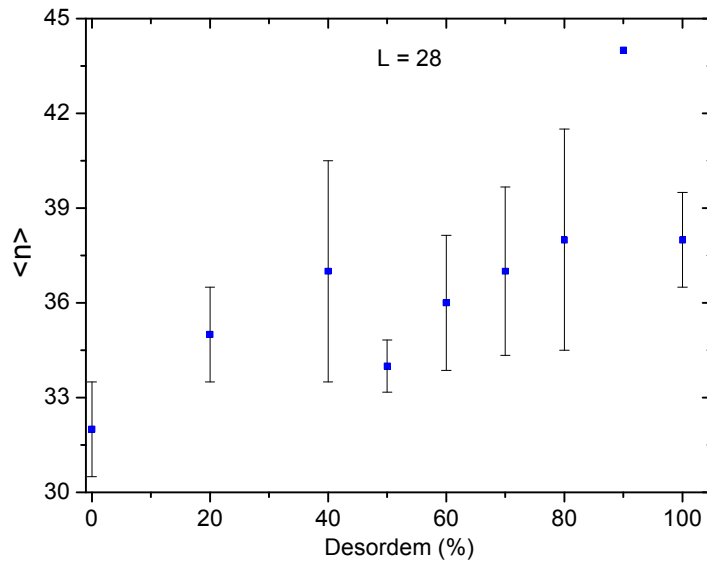


Figura 3.8: Média do número de fusíveis queimados durante todo o processo de ruptura em função da desordem  $D$  da rede. As barras de erro foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

À medida que a desordem aumentasse esperava-se que o número de fusíveis queimados durante todo o processo de ruptura aumentasse, pois de acordo com a mecânica de fraturas à medida que se aumenta a desordem o material tende a exibir características de materiais dúcteis. Levando-se em conta as barras de erros, podemos verificar que tal comportamento não é observado na Figura 3.8. Isto se deve ao Efeito de Tamanho Finito, pois estamos trabalhando com uma rede de tamanho pequeno,  $L = 28$ .

Mantendo-se uma certa desordem fixa ( $D \cong 0\%$ ) verificou-se o comportamento das curvas  $I \times V$  em função da variação do tamanho  $L$  da rede. Os tamanhos utilizados foram  $L = 28, 20, 14$  e  $7$ . As curvas obtidas estão mostradas na Figura 3.9.

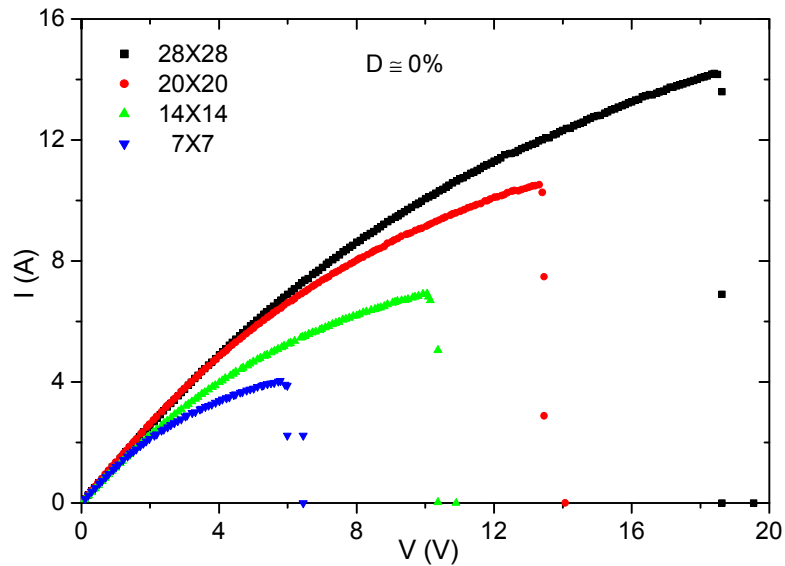


Figura 3.9: Curvas da corrente versus tensão para diferentes tamanhos  $L$  da rede.

Usando-se a Eq. (2.8) tentou-se obter o melhor colapso das curvas da Figura 3.9, conforme é mostrado na Figura 3.10.

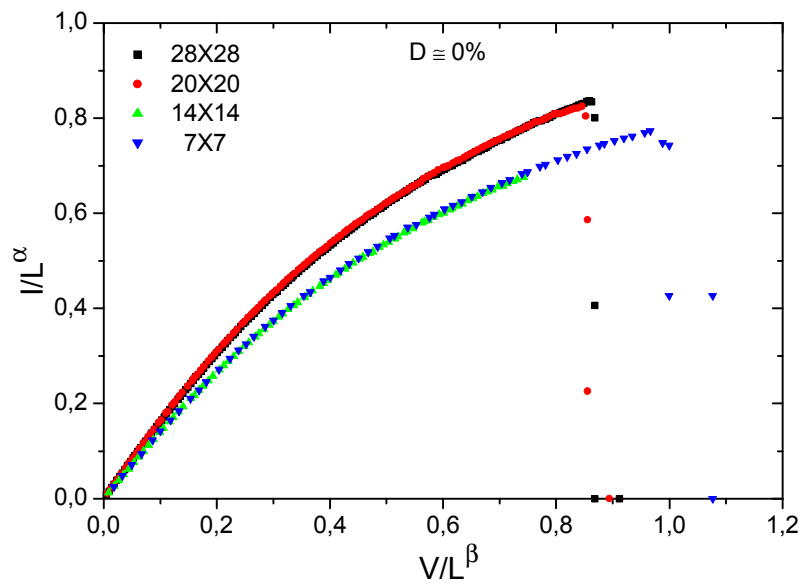


Figura 3.10: Tentativa de colapso das curvas  $I \times V$  para diferentes tamanhos de rede.

Não foi possível obter o colapso das quatro curvas para nenhum valor dos expoentes  $\alpha$  e  $\beta$ . O melhor que foi obtido foi o colapso das curvas duas a duas com  $\alpha = 0,85$  e  $\beta = 0,92$ .

Para diferentes tamanhos de redes ( $L = 28, 20, 14$  e  $7$ ), mantendo-se uma certa desordem fixa ( $D \cong 0\%$ ), foi feito um gráfico da média da corrente máxima em função do tamanho  $L$  da rede (Figura 3.11) e um gráfico da média do número de fusíveis queimados em função do tamanho  $L$  da rede (Figura 3.12).

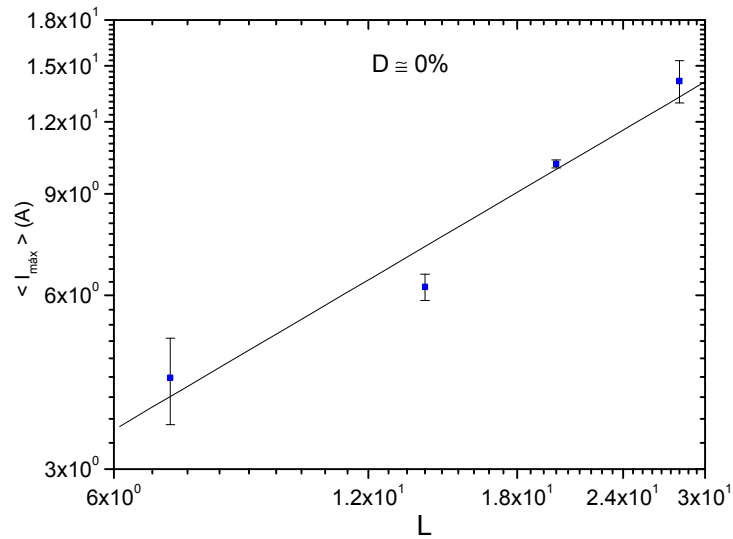


Figura 3.11: Média da corrente máxima em função do tamanho da rede. As barras de erros foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

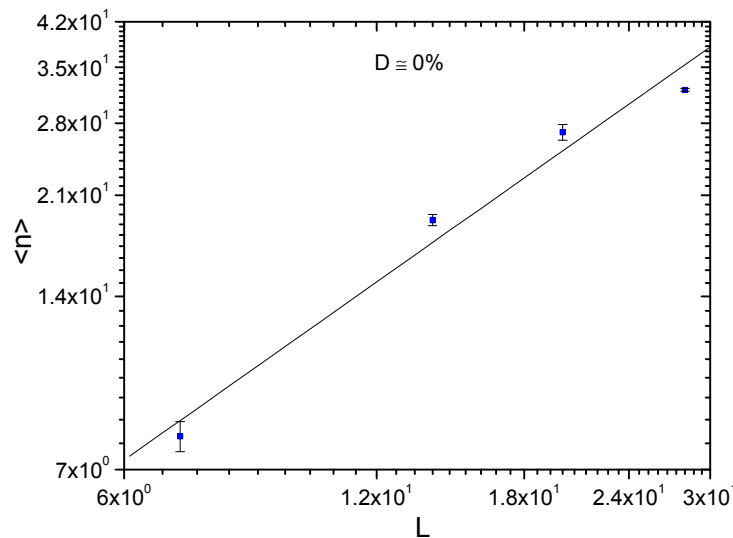


Figura 3.12: Média do número de fusíveis queimados durante todo o processo de ruptura em função do tamanho da rede. As barras de erros foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

A média da corrente máxima escala com o tamanho  $L$  da rede de acordo com a expressão

$$\langle I_{\max} \rangle \propto L^{\lambda}, \quad (3.2)$$

onde  $\lambda = 0,86$ .

À medida que  $L$  vai aumentando de tamanho  $\langle I_{\max} \rangle$  também aumenta. Isso pode ser entendido se fizermos a analogia com o caso elástico, onde a corrente elétrica  $I$  é representada pela força elástica  $F$  e a constante elástica  $k$  é representada pelo inverso da resistência  $\frac{1}{R}$  conforme esquematizado abaixo.

$$\begin{array}{c}
 \uparrow F = k x \\
 \uparrow \\
 \downarrow \\
 \downarrow I = \frac{1}{R} V
 \end{array}
 \Rightarrow \frac{1}{R} = k \Rightarrow F \propto k \Rightarrow I \propto F \quad (3.3)$$

Como pode ser visto na Figura 3.9, à medida que  $L$  aumenta a resistência da rede diminui (a inclinação da curva  $I \times V$  aumenta). Na expressão 3.3, diminuir a resistência elétrica, significa dizer que a constante elástica  $k$  aumenta. Como a força é proporcional a  $k$ , logo, a força também aumenta. Retornando ao caso elétrico isso implica num aumento de corrente para o mesmo valor de  $V$ .

O número médio de fusíveis queimados durante todo o processo de ruptura escala com o tamanho  $L$  da rede de acordo com a expressão

$$\langle n \rangle \propto L^{1,03}. \quad (3.4)$$

Portanto,  $\langle n \rangle$  é aproximadamente linear com  $L$ . Fisicamente falando, isso significa que somente uma grande trinca, a qual é perpendicular à direção de aplicação da diferença de potencial na rede, forma-se para quebrar a rede. Logo, seu comprimento tem que ser da ordem do comprimento da rede. No contexto da mecânica de fraturas

esse resultado descreve materiais frágeis, isto é, materiais que quebram catastroficamente. O expoente previsto por Arcangelis e Herrmann [3], dado na Eq. (2.7), está em pleno acordo com o expoente, determinado experimentalmente, dado pela Eq. (3.4). Como nossos experimentos estão no regime definido por Arcangelis e Herrmann [3] como catastrófico, era de se esperar que não fosse possível o colapso das curvas  $I \times V$  para diferentes valores de  $L$ . Como mostrado na Figura 3.10, isso realmente aconteceu.

Perfis típicos de fratura obtidos para os diferentes tamanhos de rede ( $L = 28, 20, 14$  e  $7$ ), mantendo-se constante uma certa desordem ( $D \cong 0\%$ ), são mostrados na Figura 3.13.

Mantendo-se uma certa desordem fixa ( $D = 100\%$ ), verificou-se o comportamento das curvas corrente versus tensão em função da variação do tamanho  $L$  da rede. Para isto, foram utilizadas redes de tamanhos  $L = 28, 20, 14$  e  $7$ . As curvas obtidas são mostradas na Figura 3.14.

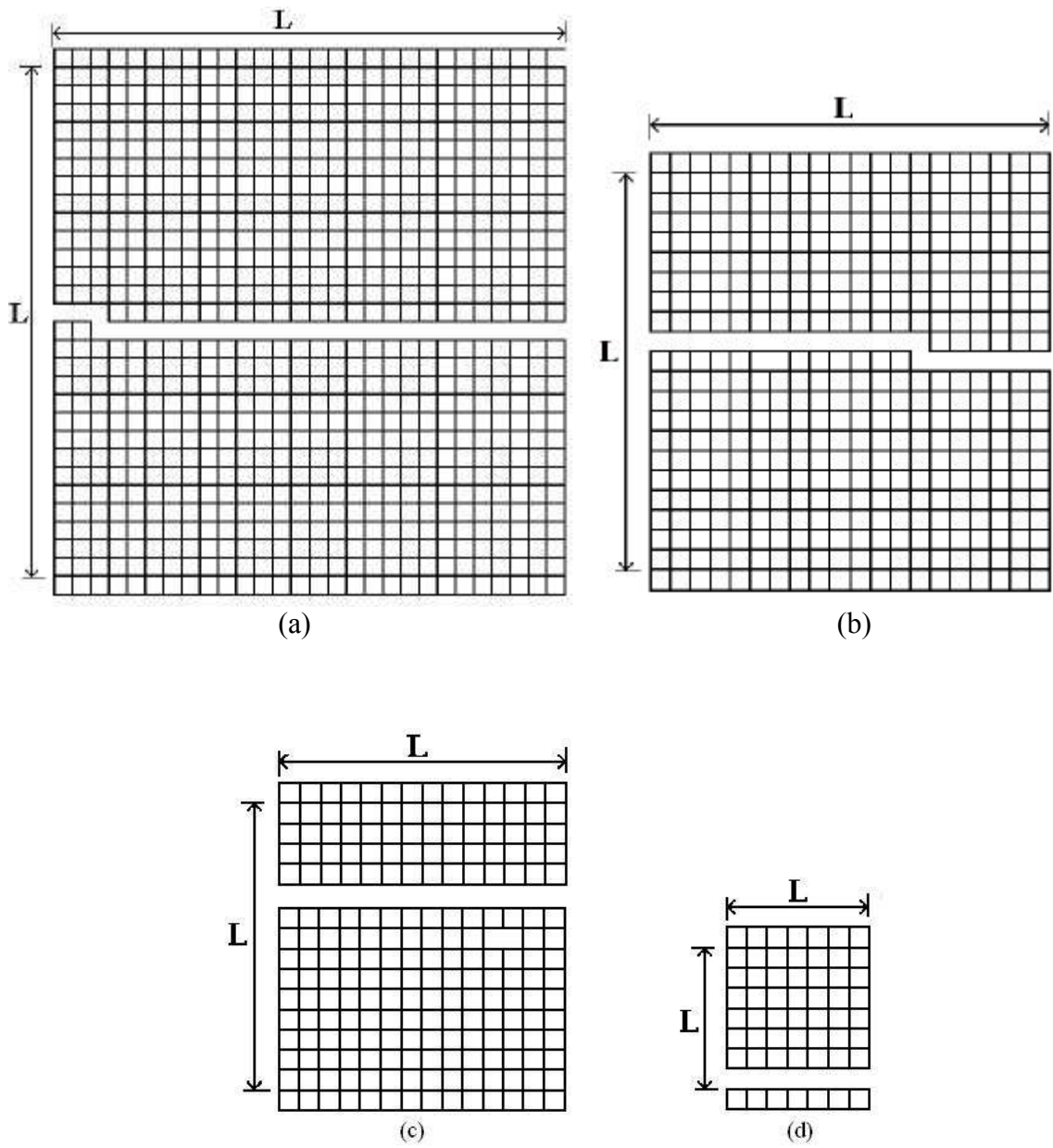


Figura 3.13: Perfis típicos de fratura obtidos para diferentes tamanhos de rede. Os tamanhos  $L$  e o número de fusíveis queimados  $n$  são: a)  $L = 28$ ,  $n = 31$ ; b)  $L = 20$ ,  $n = 23$ ; c)  $L = 14$ ,  $n = 16$ ; d)  $L = 7$ ,  $n = 8$ .

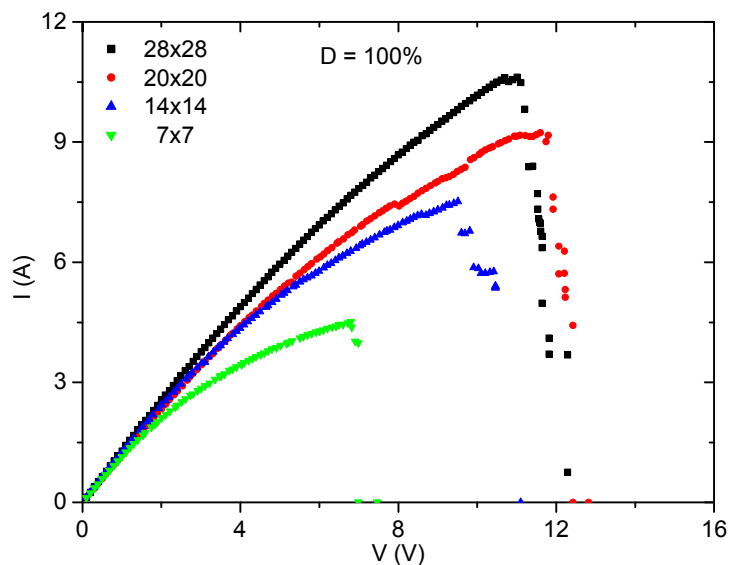


Figura 3.14: Corrente em função da tensão para diferentes tamanhos de rede.

Usando-se a Eq. (2.8) tentou-se obter o melhor colapso das curvas mostradas na Figura 3.14, conforme é mostrado na Figura abaixo:

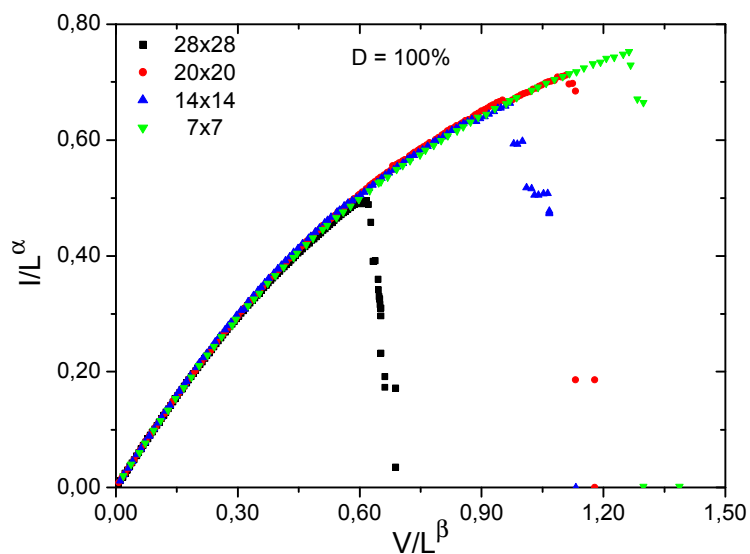


Figura 3.15: Colapso das curvas  $I/L^\alpha$  versus  $V/L^\beta$ . O melhor colapso para essas curvas foi obtido para  $\alpha = 0,92$  e  $\beta = 0,865$ .

Como se pode ver na Figura 3.15 o colapso é excelente. Isso significa dizer que as curvas corrente versus tensão independem do tamanho de rede considerado. Vale ressaltar que esse colapso verificou-se somente para uma desordem  $D = 100\%$ . Para o

caso ordenado  $D \cong 0\%$  não houve colapso. Arcangelis e Herrmann [3] chegaram às mesmas conclusões sobre o colapso de sistemas ordenados e sistemas desordenados.

Também foram feitas medidas da resistência da rede em função do tempo para dois tamanhos de rede ( $L = 7$  e  $20$ ). Para isto fixava-se um certo valor de corrente maior que a corrente crítica e, por efeito Joule, esperava-se a ruptura da rede. À medida que a rede era aquecida o número de fusíveis queimados crescia acarretando um aumento na resistência da rede. Com o passar do tempo, um número crescente de fusíveis queimava-se, conseqüentemente, a resistência da rede tornava-se cada vez maior. Essa queima de fusíveis continuava até que, finalmente, a rede estivesse desconectada. Neste ponto sua resistência era infinita ( $R = \infty$ ). Os resultados estão apresentados na Figura 3.16.

A variação da resistência  $r$  em função do tempo  $t$  para as duas redes segue uma lei de potência de acordo com a expressão

$$r \propto (t_r - t)^{-\alpha}, \quad (3.5)$$

onde  $t_r$  é o tempo de ruptura da rede e  $\alpha$  é um expoente que descreve como a resistência tende ao infinito quando  $t \rightarrow t_r$ . Para a rede de tamanho  $L = 20$ ,  $t_r = 311$  s e  $\alpha = 1,3018$ . Para  $L = 7$ ,  $t_r = 824$  s e  $\alpha = 0,6028$ . Podemos inferir que, para os valores de  $\alpha$  encontrados, tal diferença deve-se ao tamanho da rede. Além disso,  $\alpha (L = 20) > \alpha (L = 7)$  e isso era esperado, pois, observando a Figura 3.14 podemos ver que à medida que a rede diminui de tamanho a resistência vai ficando cada vez maior. Logo, de acordo com a Eq. (3.5) aumentar  $r$  significa diminuir  $\alpha$ , mantendo-se fixo um determinado valor de  $t_r$ .

Como se pode observar o valor de  $\alpha$  encontrado por Laignère *et al.* [15] é muito diferente daquele encontrado por nós. Podemos conjecturar que essa diferença deve-se ao tipo de material utilizado.

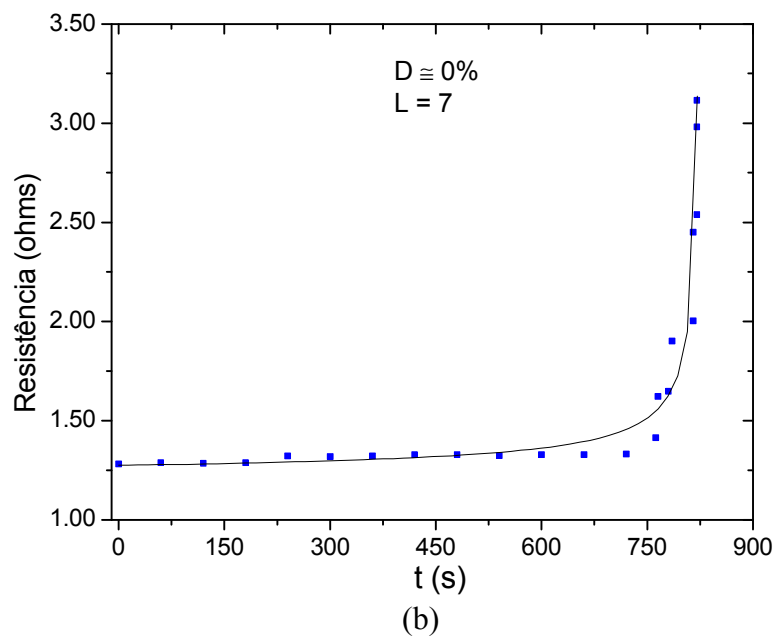
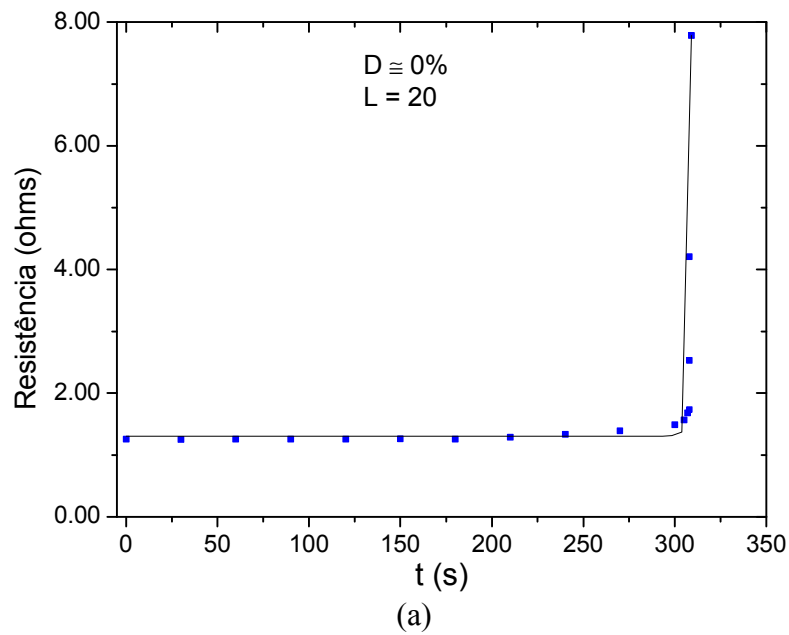


Figura 3.16: Gráfico da resistência em função do tempo para redes de tamanhos  $L = 20$  (a) e  $L = 7$  (b). A linha contínua representa o melhor ajuste.

Somando-se às medidas anteriores, mediu-se o tempo que uma rede com  $L = 7$  levava para romper-se por aquecimento (efeito Joule) em função da corrente aplicada. Duas funções matemáticas foram usadas para descrever os dados experimentais. Os resultados estão mostrados na Figura 3.17.

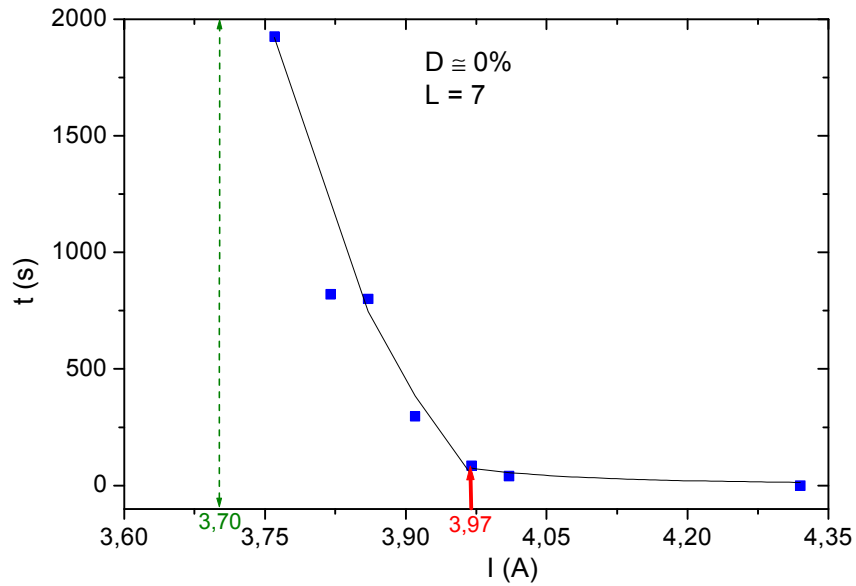


Figura 3.17: Gráfico do tempo crítico em função da corrente aplicada. A linha contínua representa o melhor ajuste. A corrente crítica é 3,70 A, aproximadamente.

Para correntes menores do que 3,97 A, aproximadamente, o ajuste segue uma lei logarítmica cuja expressão é praticamente a mesma usada para ajustar os dados da Figura 2.9 obtida por Laignère *et al.* [15]. A diferença está apenas nos valores dos parâmetros. Sendo assim, o tempo crítico  $t_r$  em função da corrente aplicada  $i$  é dada pela expressão

$$t_r = -1730 \text{Log}(6,56 - 89,5 i^{-2,012}) \quad (3.6)$$

O expoente de  $i$  é aproximadamente 2 descrevendo com isso o efeito Joule. Esse resultado era esperado, pois o aquecimento do fusível é devido ao efeito Joule. Laignère *et al.* [15] encontraram, também, um expoente análogo ( $b = -1,9$  na Eq. (2.11)).

Para correntes maiores do que 3,97 A, aproximadamente, o ajuste segue uma lei de potência dada pela expressão

$$t_r = 5,1 |3,709 - i|^{-2,0} \quad (3.7)$$

Novamente o expoente de  $i$  é 2.

Portanto, podemos dizer que para  $i \cong 3,97$  A, nós temos um ponto de “crossover”, ou seja, antes desse valor, tem-se um ajuste logarítmico e, depois desse valor, tem-se um ajuste de lei de potência. Segundo Lamaignère *et al.* [15] um ajuste logarítmico se faz necessário para descrever correntes pequenas comparadas com a corrente crítica. Todavia, quando se trata somente de correntes grandes o ajuste é seguido por uma lei de potência.

Um aspecto muito importante que deve ser salientado para se obter a curva da Figura 3.17 é que não bastava, simplesmente, fixar a corrente e anotar o tempo de ruptura da rede. Era necessário, primeiramente, esquentar a rede, ou seja, circular uma corrente próxima da corrente de ruptura (aproximadamente 4,00 A). Assim que se atingia essa corrente de 4,00 A, imediatamente, recuava-se-a para o valor desejado. Tal procedimento fez-se necessário de modo a evitar flutuações na corrente de ruptura.

## 3.2 Fio de palha de aço

Nesta nova etapa só há fios de palha de aço presentes na rede. Verificou-se o comportamento das curvas  $I \times V$  em função da variação do tamanho  $L$  da rede ( $L = 28, 20, 14$  e  $7$ ) mantendo-se constante a desordem em  $D = 100\%$ . Em nosso experimento usamos fios de palha de aço de resistividade  $\rho$  entre  $14 \times 10^{-8} \Omega m$  e  $22 \times 10^{-8} \Omega m$ .

O processo de soldagem dos fios de palha de aço é bem mais simples do que o processo de soldagem dos fios de cobre, pois os fios de palha de aço não são esmaltados. Entretanto, um certo cuidado deva ser tomado no manuseio dos fios, pois eles quebram-se com muita facilidade quando são curvados. Uma outra vantagem dos fios de palha de aço é que eles são heterogêneos viabilizando, com efeito, construções de rede completamente desordenadas sem a necessidade de ligações duplas, triplas e quádruplas.

As curvas  $I \times V$  obtidas para vários tamanhos  $L$  são mostradas na Figura 3.18.

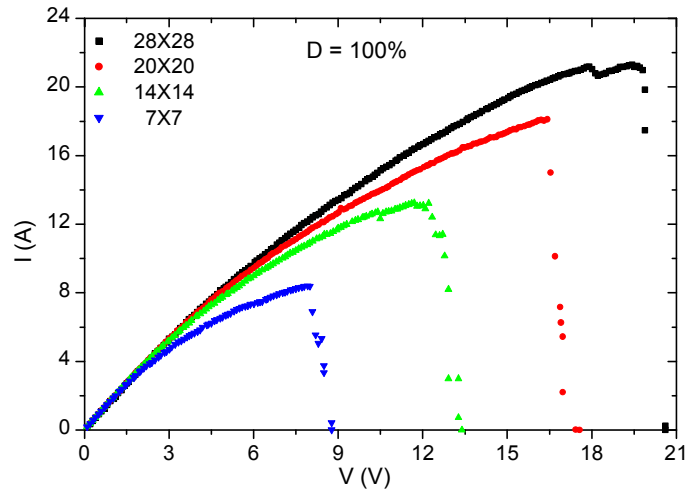


Figura 3.18: Curvas da corrente versus tensão para vários tamanhos de rede  $L$ .

Fisicamente, espera-se que com o aumento de  $L$  a corrente máxima também aumente, pois, aumentando  $L$ , o número de fusíveis necessários para quebrar a rede torna-se cada vez maior. Do ponto de vista da mecânica de fraturas isso pode ser entendido da seguinte maneira: a força necessária para puxar um determinado feixe de fibras torna-se cada vez maior à medida que aumentamos o número das fibras deste feixe.

Usando-se a Eq. (2.8) tentou-se obter o melhor colapso possível das curvas da Figura 3.18. O resultado é mostrado na Figura 3.19.

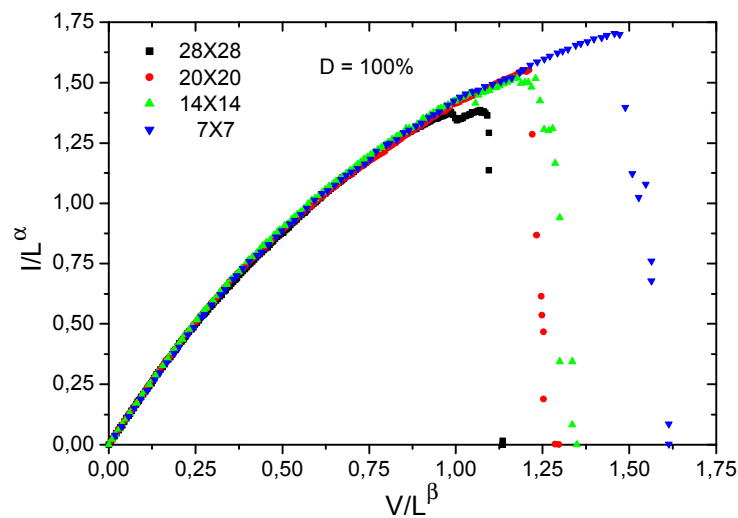


Figura 3.19: Colapso das curvas  $I/L^\alpha$  versus  $V/L^\beta$ . O melhor colapso para essas curvas foi obtido para  $\alpha = 0,82$  e  $\beta = 0,87$ .

Embora os valores de  $\alpha$  e  $\beta$  sejam ligeiramente diferentes daqueles obtidos para uma rede composta unicamente por fios de cobre com  $D = 100\%$ , o colapso é excelente. Isto mostra que este resultado é um efeito somente da desordem e não do material do qual a rede é constituída.

Para tamanhos de redes variáveis ( $L = 28, 20, 14$  e  $7$ ), mantendo-se uma certa desordem fixa ( $D = 100\%$ ), foi feito um gráfico da média da corrente máxima em função do tamanho  $L$  da rede (Figura 3.20) e um gráfico da média do número de fusíveis queimados em função do tamanho  $L$  da rede (Figura 3.21).

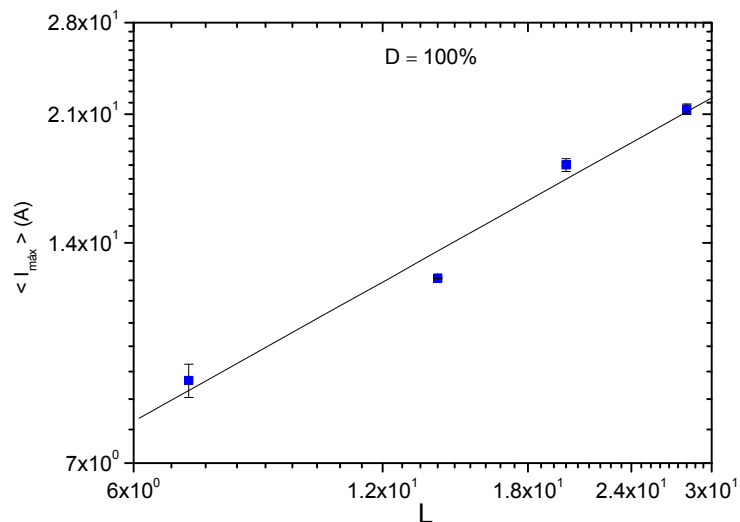


Figura 3.20: Gráfico da média da corrente máxima em função do tamanho  $L$  da rede. As barras de erro foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

A média da corrente máxima escala com o tamanho  $L$  da rede de acordo com a expressão dada abaixo

$$\langle I_{\max} \rangle \propto L^{\lambda}, \quad (3.8)$$

onde  $\lambda = 0,63$ .

O expoente  $\lambda$  na Eq. (3.8) é diferente daquele da Eq. (3.2). Podemos conjecturar que essa diferença é justificada pelo fato de que são dois materiais distintos.

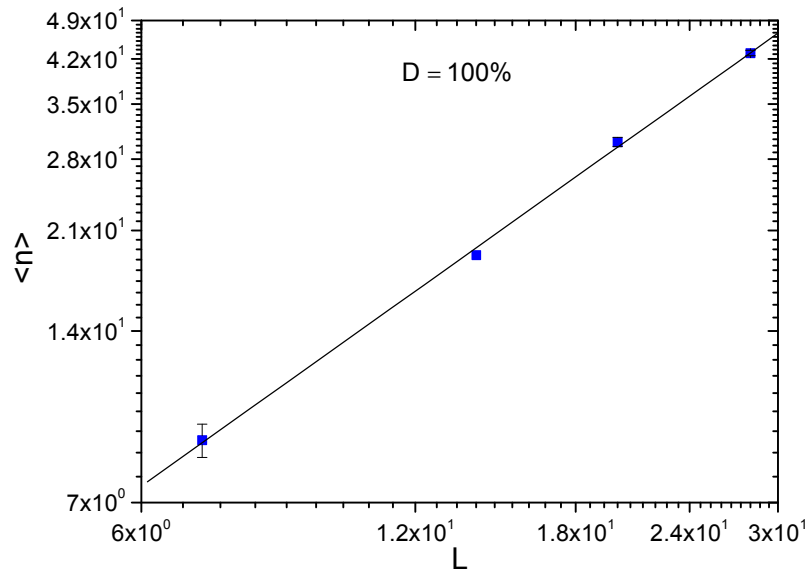


Figura 3.21: Gráfico da média do número de fusíveis queimados, durante todo o processo de ruptura, em função do tamanho  $L$  da rede. As barras de erro foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

O número médio de fusíveis queimados escala com o tamanho  $L$  da rede de acordo com a expressão dada abaixo

$$\langle n \rangle \propto L^{1,14}. \quad (3.9)$$

Este resultado mostra que a relação entre  $\langle n \rangle$  e  $L$  não é linear. Isso indica que a ruptura da rede dá-se pela fusão de pequenas trincas, criando, por conseguinte, um caminho sinuoso que atravessa a rede de um lado ao outro. Este resultado é esperado para sistemas desordenados [3], como o estudado neste experimento.

Os perfis de fratura obtidos experimentalmente são mostrados na Figura 3.22 para diferentes tamanhos  $L$  de rede.

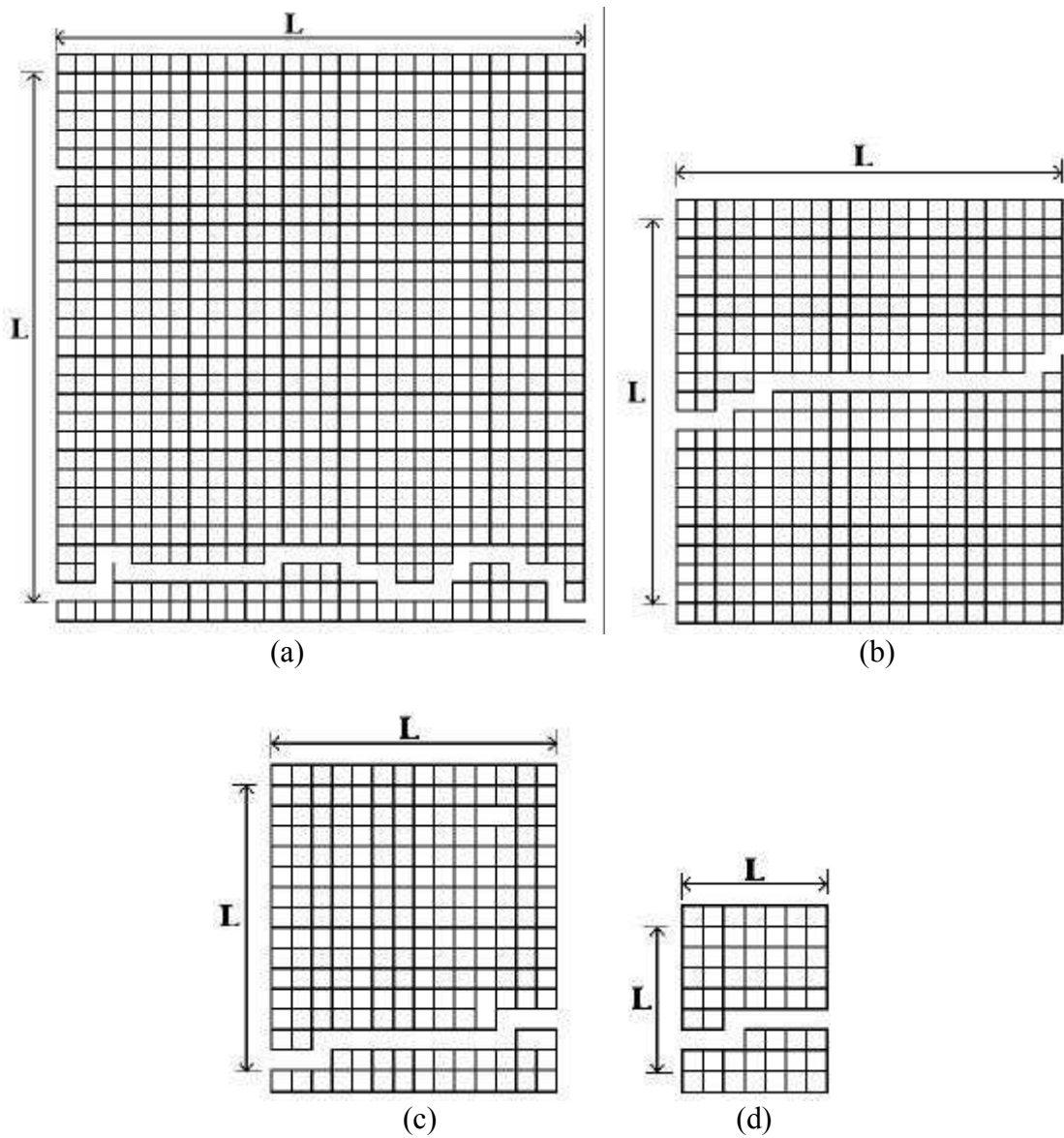


Figura 3.22: Perfis experimentais típicos de fratura para diferentes tamanhos de rede. Os tamanhos  $L$  e o número de fusíveis queimados  $n$  são: a)  $L = 28$ ,  $n = 40$ ; b)  $L = 20$ ,  $n = 27$ ; c)  $L = 14$ ,  $n = 20$ ; d)  $L = 7$ ,  $n = 9$ .

Foi feito, também, um gráfico da resistência em função do tempo, mostrado na Figura 3.23.

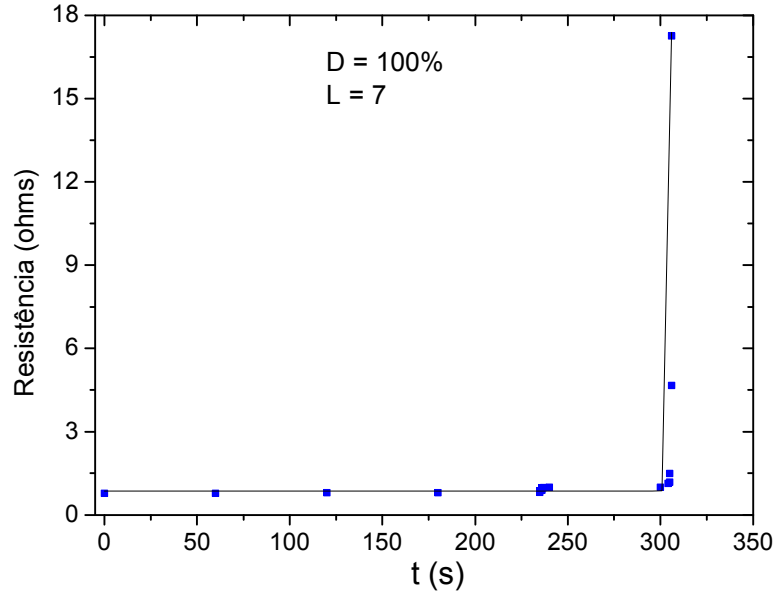


Figura 3.23: Gráfico da resistência em função do tempo. A linha contínua representa o melhor ajuste.

O procedimento usado foi o mesmo usado na obtenção dos dados mostrados na Figura 3.16. A variação da resistência  $r$  em função do tempo  $t$  segue uma lei de potência de acordo com a expressão dada abaixo

$$r \propto (t_r - t)^{-\alpha}, \quad (3.10)$$

onde  $t_r = 307 \text{ s}$  é o tempo de ruptura da rede e  $\alpha = 4,321$ .

O valor de  $\alpha$  encontrado aqui é bem diferente do valor encontrado anteriormente,  $\alpha(L = 7) = 0,6028$  para o fio de cobre. Pode-se inferir que essa discrepância deve-se ao tipo de fio utilizado. Além disso, tentou-se obter, experimentalmente, um gráfico do tempo crítico em função da corrente aplicada. A rede usada para esse fim foi uma rede de tamanho  $L = 7$  com desordem constante ( $D = 100\%$ ). O procedimento consistia em fixar um certo valor de corrente e esperar que a rede, por aquecimento (efeito Joule), rompesse-se. No entanto, devido às grandes

flutuações na corrente de ruptura da rede não foi possível obter a curva do tempo crítico em função da corrente aplicada.

### 3.3 Fio de cobre e palha de aço

A partir de uma rede completamente ordenada ( $D \cong 0\%$ ), somente com fios de cobre, desordem foi sendo introduzida colocando-se fios de palha de aço.

A desordem foi sendo introduzida de 10% em 10% (aproximadamente 168 fios de palha de aço) até que a rede ficasse totalmente desordenada ( $D = 100\%$ ). Neste ponto só há fios de palha de aço. Medimos, então, curvas  $I \times V$  para diferentes desordens  $D$ .

Os resultados são mostrados na Figura 3.24.

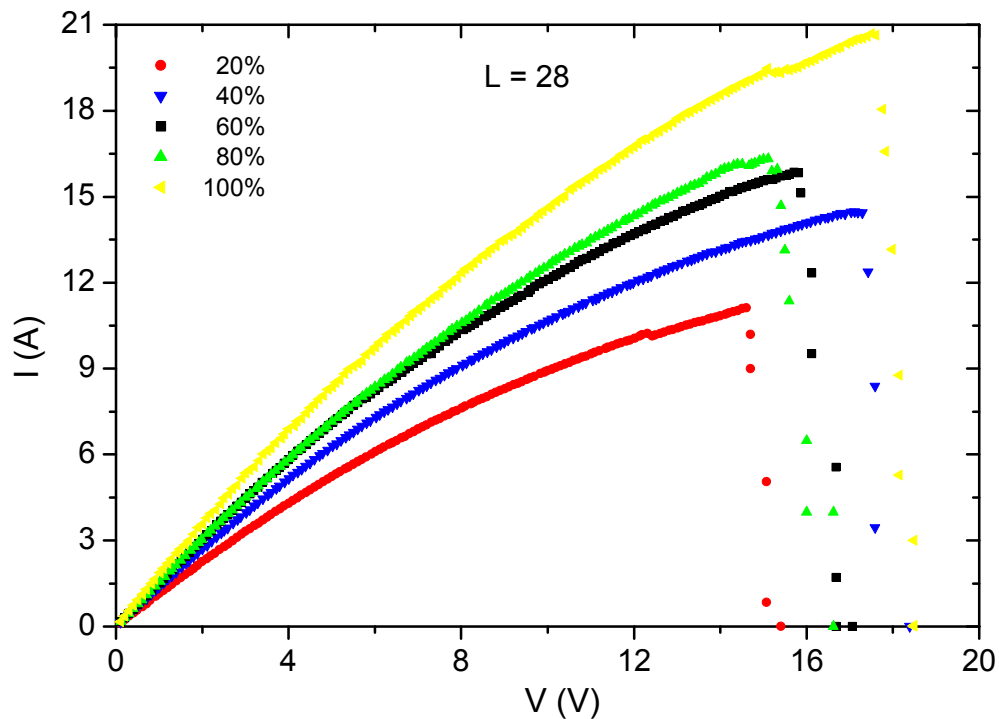


Figura 3.24: Curvas corrente versus tensão para várias desordens distintas.

A partir das curvas da Figura 3.24 tentou-se o colapso das mesmas, mas, no entanto, isso não foi possível.

Mantendo-se  $L = 28$  foi feito um gráfico da média da corrente máxima em função da desordem (Figura 3.25) e um gráfico da média do número de fusíveis queimados em função da desordem (Figura 3.26).

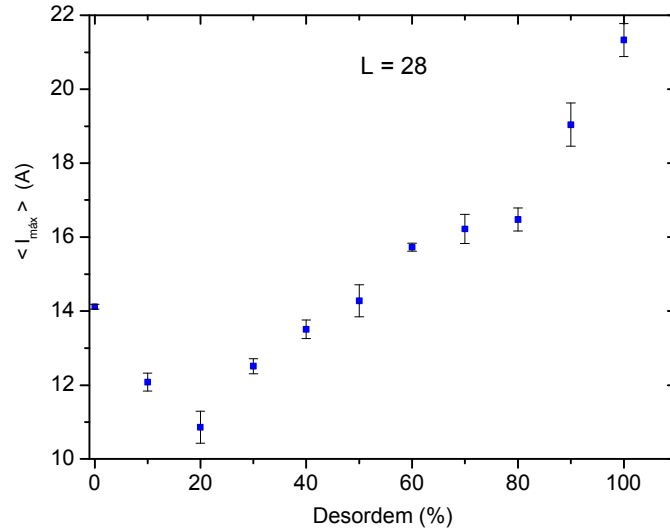


Figura 3.25: Gráfico da média da corrente máxima em função da desordem  $D$  da rede. As barras de erro foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

Como se pode ver na figura acima há dois limites: um para  $D \cong 0\%$  e outro para  $D = 100\%$ . Para  $D \cong 0\%$  tem-se uma rede completamente ordenada, ou seja, só há fios de cobre de tamanho  $l \cong 3,5$  cm. Para  $D = 100\%$ , tem-se uma rede completamente desordenada, neste caso só há fios de palha de aço na rede. Para valores intermediários de  $D$ , isto é, para  $0\% < D < 100\%$ , há uma mistura de fios, neste caso, a rede é constituída tanto de fios de cobre quanto de fios de palha de aço.

À medida que a desordem é diminuída, a partir de  $D = 100\%$ , a corrente média máxima também diminui. Esta diminuição pode ser entendida da seguinte maneira: para  $D = 90\%$  já se tem presente na rede fios de cobre. Como os fios de cobre têm uma resistividade ( $\rho = 1,69 \times 10^{-8} \Omega m$ ) muito menor do que as de palha de aço ( $\rho = 14 \times 10^{-8} \Omega m$  a  $22 \times 10^{-8} \Omega m$ ), logo, para uma mesma diferença de potencial, a corrente necessária para rompê-los é menor, o que acarreta um enfraquecimento da rede (a corrente média máxima diminui). Para  $D = 80\%$  mais fios de cobre são adicionados à

rede, como consequência, a corrente necessária para rompê-los torna-se ainda menor. Portanto, à medida que a desordem diminui a corrente média máxima também diminui indicando que há cada vez mais fios de cobre presentes na rede. Todavia, essa diminuição de corrente só ocorreu até  $D = 20\%$ . A partir desse valor, inesperadamente, a corrente começou a ficar maior. A explicação para essa mudança de comportamento decorre do fato de que para  $D < 20\%$  há muita quantidade de fios de cobre presentes na rede, logo a rede é predominantemente ordenada. Então, à medida que a desordem  $D$  é diminuída a partir de  $D = 20\%$ , a rede torna-se cada vez mais ordenada. Como consequência, a corrente média máxima aumenta.

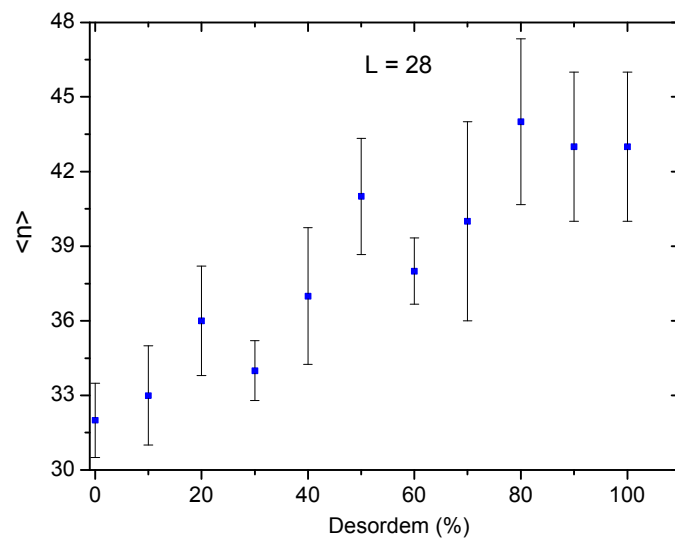


Figura 3.26: Gráfico da média do número de fusíveis queimados em função da desordem  $D$  da rede. As barras de erro foram obtidas considerando-se, no mínimo, três amostras.

Com relação à Figura 3.26 o número médio de fusíveis queimados durante todo o processo de ruptura tende a aumentar com o aumento da desordem da rede. Isso pode ser entendido da seguinte maneira: à medida que a desordem aumenta o material tende a exibir características de materiais dúcteis, ou seja, a trinca principal torna-se cada vez mais sinuosa.

# Capítulo 4

## Conclusões e perspectivas

### 4.1 Conclusões

O tamanho da rede usada para se tentar colapsar as curvas foi mantido fixo em  $L = 28$ . A divisão das curvas em dois grupos foi inferida olhando-se o gráfico da Figura 3.4, no qual, vê-se dois regimes distintos: um regime para  $D < 50\%$  e outro regime para  $D > 50\%$ . Por essa razão, fez-se necessário dividi-las em dois grupos:  $D = 0\%, 20\%$  e  $40\%$ ;  $D = 60\%, 80\%$  e  $100\%$ . No caso de uma rede contendo fios de cobre e fios de palha de aço, não foi possível colapsar as curvas corrente versus tensão para várias desordens distintas nem mesmo dividindo-as em grupos.

Com o objetivo de verificar as leis de escala das curvas corrente versus tensão para vários tamanhos de rede  $L$  tentou-se o colapso das mesmas. A função de escala usada para esse propósito é dada pela Eq. (2.8). Como resultado verificou-se que esta função de escala fornece apenas o colapso de sistemas desordenados (este resultado está em concordância com o obtido por Arcangelis e Herrmann [3]). Para sistemas ordenados não houve colapso. Além disso, a função de escala independe do material utilizado, ou seja, para  $D = 100\%$  (somente fios de cobre) obteve-se o colapso e para  $D = 100\%$  (somente fios de palha de aço) obteve-se, também, o colapso. Resumindo, para haver colapso ou não o que importa saber é se o sistema está desordenado ou não.

Mantendo-se uma desordem constante em  $D \cong 0\%$  (somente fios de cobre) verificou-se que os perfis de fratura para vários tamanhos de rede  $L$  são característicos de uma fratura frágil. Neste caso, a ruptura da rede é provocada por uma grande trinca que a atravessa. Essa trinca é praticamente uma linha reta perpendicular à tensão e

propaga-se com grande velocidade. Para esse regime o número médio de fusíveis queimados em todo o processo de ruptura é dado por:  $\langle n \rangle \propto L^{1,03}$ . Arcangelis e Herrmann [3] obtiveram um resultado semelhante onde:  $\langle n \rangle \propto L^1$ .

Para uma desordem constante  $D = 100\%$  (somente fios de palha de aço) os perfis de fratura são característicos de fraturas dúcteis. Além disso, para uma desordem  $D = 100\%$  (somente fios de cobre) os perfis de fratura também são característicos de fraturas dúcteis. A trinca que atravessa a rede levando-a à ruptura é formada por várias trincas, ou seja, as várias trincas presentes na rede unem-se para desconectá-la. Esta trinca formada é bastante sinuosa. Os resultados ainda mostram que praticamente não há danos na rede o que contraria as características de uma fratura dúctil. A explicação está no fato de que os tamanhos de rede considerados são pequenos. O número médio de fusíveis queimados em todo o processo de ruptura é dado por:  $\langle n \rangle \propto L^{1,14}$ . O resultado obtido por Arcangelis e Herrmann [3] ( $\langle n \rangle \propto L^{1,71}$ ) não concorda com o obtido experimentalmente. Essa diferença nos expoentes de  $L$  pode ser justificada pelo fato de que Arcangelis e Herrmann [3] usaram redes muito maiores.

Para tamanhos de rede  $L = 20$  e  $7$ , mantendo-se a desordem fixa em  $D \cong 0\%$  (somente fios de cobre), a curva resistência em função do tempo segue uma lei de potência. E para um tamanho de rede  $L = 7$  e com uma desordem  $D \cong 100\%$  (somente fios de palha de aço), a curva resistência em função do tempo, também, segue uma lei de potência. Em suma, para os tamanhos de rede e desordens considerados a curva resistência em função do tempo segue uma expressão do tipo:  $r \propto (t_r - t)^{-\alpha}$ , onde  $\alpha$  é um expoente que depende do tipo de material e do tamanho da rede.

O gráfico do tempo crítico em função da corrente aplicada, fixando-se a desordem em  $D \cong 0\%$  (somente fios de cobre), segue uma lei logarítmica para correntes menores do que  $3,97$  A, aproximadamente. Para correntes maiores do que  $3,97$  A,

aproximadamente, os dados seguem uma lei de potência. Além disso, o expoente da corrente, que é praticamente 2, indica-nos que há aquecimento por efeito Joule. Para  $D = 100\%$  (somente fios de palha de aço) e  $L = 7$  não foi possível obter o gráfico do tempo crítico em função da corrente aplicada. A explicação está no fato de que havia muita flutuação na corrente de ruptura.

## 4.2 Perspectivas

Pretende-se fazer ligações mais complexas na rede, isto é, fazer ligações triangulares, hexagonais, ligar um extremo da rede ao outro, etc.

Ao invés de se verificar o comportamento da resistência em função da voltagem aplicada colocar-se-á a rede numa estufa e aquecendo-se a mesma verificar-se-á o comportamento da resistência em função da temperatura.

Pretende-se medir a corrente em função da desordem para vários tamanhos de rede. O objetivo de tais medidas é de verificar se há ou não pontos críticos.

Viabilizar uma maneira melhor de introduzir a aleatoriedade de modo a evitar vícios nas escolhas das posições.

# Referências Bibliográficas

- [1] Para uma revisão sobre desordem veja “*Statistical Models For The Fracture Of Disordered Media*” de H. J. Herrmann and S. Roux. North-Holland, Amsterdam, 1992.
- [2] L. de Arcangelis, S. Redner and H. J. Herrmann, *J. Phys. (Paris) Lett.*, **46** 485, (1989).
- [3] L. de Arcangelis and H. J. Herrmann, *Phys. Rev. B*, **39** 2678, (1989).
- [4] A. Delaplace, G. Pijaudier-Cabot and S. Roux, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, **44**, 99 (1996).
- [5] P. K. V. V. Nukala and S. Simunovic, *J. Phys. A: Math. Gen.* **36**, 11403 (2003).
- [6] P. Kumar, V. V. Nukala, S. Simunović and S. Zapperi, cond-mat/0311284.
- [7] A. Hansen, E. L. Hinrichsen and S. Roux, *Phys. Rev. Lett.* **66**, 2476 (1991).
- [8] S. Zapperi, P. Ray, H. E. Stanley and A. Vespignani, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1408 (1997); *Phys. Rev. E* **59**, 5049 (1999).
- [9] E. T. Seppälä, V. I. Räsänen and M. J. Alava, *Phys. Rev. E* **61**, 6312 (2002).
- [10] V. I. Räsänen, E. T. Seppälä, M. L. Alava and P. M. Duxbury, *Phys Rev. Lett.* **80**, 329 (1998).
- [11] S. Zapperi, H. J. Herrmann and S. Roux, *Eur. Phys. J. B*, **17**, 131 (2000).
- [12] G. George Batrouni and Alex Hansen. *Phys. Rev. L*, **80**, 325 (1998).
- [13] C. Vanneste and D. Sornette, *J.Phys. I France*, **2**, 1621 (1992).
- [14] D. Sornette and C. Vanneste, *Phys. Rev. Letters*, **68**, 612 (1992).
- [15] L. Lamaignère, F. Carmona and D. Sornette, *Phy. Rev. Letters*, **77**, 2738 (1996).
- [16] T. von Kármán, *Z. Ver. Dt. Ing*, **55**, 1749 (1911).
- [17] D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to Percolation Theory*. Taylor and Francis, London, 1994.