

ELIANE GOMES DA SILVEIRA

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE VIGAS ALVEOLARES DE AÇO  
COM ÊNFASE NOS MODOS DE COLAPSO POR PLASTIFICAÇÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2011

**ELIANE GOMES DA SILVEIRA**

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DE VIGAS ALVEOLARES DE AÇO  
COM ÊNFASE NOS MODOS DE COLAPSO POR PLASTIFICAÇÃO**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 15 de julho de 2011.

---

José Luiz Rangel Paes  
Coorientador

---

José Carlos Lopes Ribeiro

---

Ricardo Hallal Fakury

---

Gustavo de Souza Veríssimo  
Orientador

Dedico a todos aqueles  
que comigo sonharam este,  
e muitos outros sonhos.

*“A gente se coloca à disposição para o trabalho,  
mas quem realiza a obra é Deus.”*

## AGRADECIMENTOS

Ao rever estes pouco mais de dois anos de mestrado, sou grata a todos aqueles que me educaram, que me ensinaram lições preciosas para o meu amadurecimento profissional e pessoal.

Agradeço a Deus, que revelou seu amor em cada trabalho, em cada pessoa que passou pelo meu caminho. Ele me levantou e concedeu persistência em todas as vezes que pensei que seria impossível continuar.

Sou eternamente grata à minha família, em especial aos meus pais e irmãos, que embarcaram comigo neste e em tantos outros sonhos, compartilharam comigo as tristezas e as comemorações.

Agradeço ao meu orientador, coorientadores e todos os professores do departamento, que não apenas ensinaram técnica, mas se colocaram como amigos, como educadores.

Agradeço aos amigos queridos dos grupos Semente, Imaculado Coração de Maria, Cenáculo e Morada do Espírito Santo por me acolherem e permitir que eu pudesse fazer parte de suas vidas.

Sou grata aos meus amigos do teatro, porque me ensinaram lições que talvez levasse a vida toda para compreender e me ajudaram a encontrar habilidades que eu não imaginava ter.

Hoje sou muito mais feliz porque fiz as Oficinas de Oração e Vida (TOV), nelas conheci pessoas que compartilharam suas vidas comigo e convivi com diversas Guias que foram amigas, companheiras e até mães.

Agradeço aos amigos de mestrado, que ajudaram a formar um ambiente propício para o crescimento humano. Sou grata pelos risos, brincadeiras e também pelas conversas sérias sobre a vida.

Agradeço também à família que me acolheu aqui em Viçosa, aos amigos de minha cidade, e a tantos outros que me ajudaram a chegar até aqui.

Agradeço à Tecnaço, FAPEMIG, ao Programa de Reestruturação das Universidades (REUNI), à CAPES, ao Programa de Pós-graduação e à Universidade Federal de Viçosa.

## SUMÁRIO

<b>RESUMO .....</b>	<b>vii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>viii</b>
<b>1 Introdução.....</b>	<b>1</b>
1.1 Generalidades .....	1
1.2 Objetivos .....	4
1.3 Metodologia .....	5
1.4 Justificativa .....	6
1.5 Estrutura do documento .....	6
<b>2 Revisão de literatura .....</b>	<b>7</b>
2.1 Histórico das vigas alveolares .....	7
2.2 Generalidades sobre vigas alveolares.....	8
2.3 Tipologias e elementos geométricos das vigas alveolares .....	12
2.3.1 Propriedades da seção transversal.....	13
2.3.2 Padrões geométricos .....	15
2.3.3 Processo de corte e fabricação das vigas alveolares .....	18
2.4 Estudos analíticos.....	22
2.5 Estudos experimentais.....	24
2.6 Estudos numéricos .....	28
2.7 Modos de colapso.....	32
2.7.1 Colapso por formação de mecanismo plástico.....	32
2.7.2 Colapso da viga por flambagem lateral.....	33
2.7.3 Ruptura da solda de emenda .....	34
2.7.4 Colapso por flambagem do montante de alma.....	35
<b>3 Metodologia para a verificação de vigas alveolares frente aos estados- limites aplicáveis.....</b>	<b>37</b>
3.1 Avaliação do desempenho estrutural das vigas alveolares .....	37
3.2 Estados-limites últimos aplicáveis .....	43
3.2.1 Estado-limite último de formação de mecanismo plástico .....	47
3.2.2 Estado-limite último de escoamento por cisalhamento do montante de alma ...	66
3.2.3 Estado-limite último de escoamento por flexão do montante de alma .....	68
3.2.4 Estado-limite último de flambagem do montante de alma (FMA) .....	72
3.2.5 Estado-limite último de rasgamento da solda de emenda do montante .....	73
3.3 Estado-limite de serviço de deslocamento excessivo.....	74
3.3.1 Flecha devida ao efeito do momento fletor.....	75
3.3.2 Flecha devida ao efeito da força cortante.....	77

<b>4</b>	<b>Análise numérica.....</b>	<b>83</b>
4.1	Generalidades.....	83
4.2	Características do modelo numérico.....	84
4.2.1	Grupos de modelos estudados.....	84
4.2.2	Tipo de elementos e objetividade da malha.....	90
4.2.3	Material.....	93
4.2.4	Estratégia de análise.....	94
4.3	Validação do modelo numérico.....	101
4.4	Resultados.....	107
4.4.1	Resultados para os modelos do Grupo I.....	108
4.4.2	Resultados para os modelos do Grupo II.....	113
4.4.3	Resultados para os modelos do Grupo III.....	115
4.4.4	Resultados para os modelos do Grupo IV.....	123
4.4.5	Resultados para os modelos do Grupo V.....	127
<b>5</b>	<b>Proposição de procedimentos para dimensionamento.....</b>	<b>130</b>
5.1	Estados-limites últimos.....	130
5.1.1	Estado-limite último de formação de mecanismo plástico.....	130
5.1.2	Estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento.....	131
5.1.3	Estado-limite último de escoamento por flexão do montante de alma.....	133
5.1.4	Estado-limite último de flambagem do montante de alma.....	137
5.2	Estados-limites de serviço.....	138
5.2.1	Estado-limite de deslocamento excessivo.....	138
5.2.2	Estado-limite de serviço de vibração.....	140
5.3	Ábacos de dimensionamento e discussão.....	140
<b>6</b>	<b>Considerações finais.....</b>	<b>149</b>
6.1	Conclusão.....	149
6.2	Sugestões para trabalhos futuros.....	150
	<b>Referências bibliográficas.....</b>	<b>152</b>

## RESUMO

SILVEIRA, Eliane Gomes da, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2011. **Avaliação do comportamento de vigas alveolares de aço com ênfase nos modos de colapso por plastificação.** Orientador: Gustavo de Souza Veríssimo. Coorientadores: José Luiz Rangel Paes e Rita de Cássia Silva Sant'Anna Alvarenga.

Vigas alveolares são normalmente obtidas a partir de perfis laminados cortados ao meio em zigue-zague, deslocadas e soldadas novamente de forma a obter perfis com maior altura e mesmo peso. Neste trabalho são apresentados os resultados de uma análise numérica não-linear realizada com vigas alveolares de aço utilizando o programa ABAQUS. O enfoque principal do trabalho foi o estudo da formação de rótulas plásticas. A validação dos modelos numéricos foi realizada com resultados experimentais obtidos por Toprac e Cooke (1959). Os resultados da análise numérica também foram utilizados na validação de modelos analíticos apresentados nesse trabalho. Poucos trabalhos na literatura apresentaram modelos analíticos tão consistentes como os de Delesques (1968, 1969) e Cimadevila (2000) para o dimensionamento de vigas alveolares. Porém esses trabalhos foram propostos para apenas um único padrão de castelação. Neste trabalho os modelos analíticos foram adaptados para diversos tipos de aberturas. Também foram feitas considerações quanto à plastificação total da seção transversal do montante de alma, o que permitiu uma aproximação maior com os resultados dos modelos numéricos. O estudo representa uma contribuição para o estabelecimento de critérios de dimensionamento de vigas alveolares de acordo com as normas vigentes de projeto e cálculo de estruturas metálicas.

## ABSTRACT

SILVEIRA, Eliane Gomes da. M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July 2011. **Study of alveolar beams with emphasis on collapse modes by yielding.** Adviser: Gustavo de Souza Veríssimo. Co-advisers: José Luiz Rangel Paes and Rita de Cássia Silva Sant'Anna Alvarenga.

Alveolar beams are usually made from rolled shapes cut in half in a zigzag way, displaced and welded again to obtain profiles with greater height and same weight. This work presents the results of a non-linear numerical analysis performed with alveolar steel beams using the software ABAQUS. The main focus of this work was to study the formation of plastic hinges. The experimental test results obtained by Toprac e Cooke (1959) were used to validate the numerical models. The results of numerical analysis were also used in the validation of analytical models presented in this work. In design of alveolar steel beams few studies in literature presented consistent analytical models as Delesques (1968.1969) and Cimadevila (2000). But these works were proposed for a single castellation standard. In this work analytical models have been adapted for various types of holes. Considerations were also made as to the total yielding of the cross section of the webpost, which allowed a closer approximation to the results of numerical models. The study represents a contribution to the establishment of criteria for design of alveolar steel beams according to the standards of design and calculation of structures.

# 1

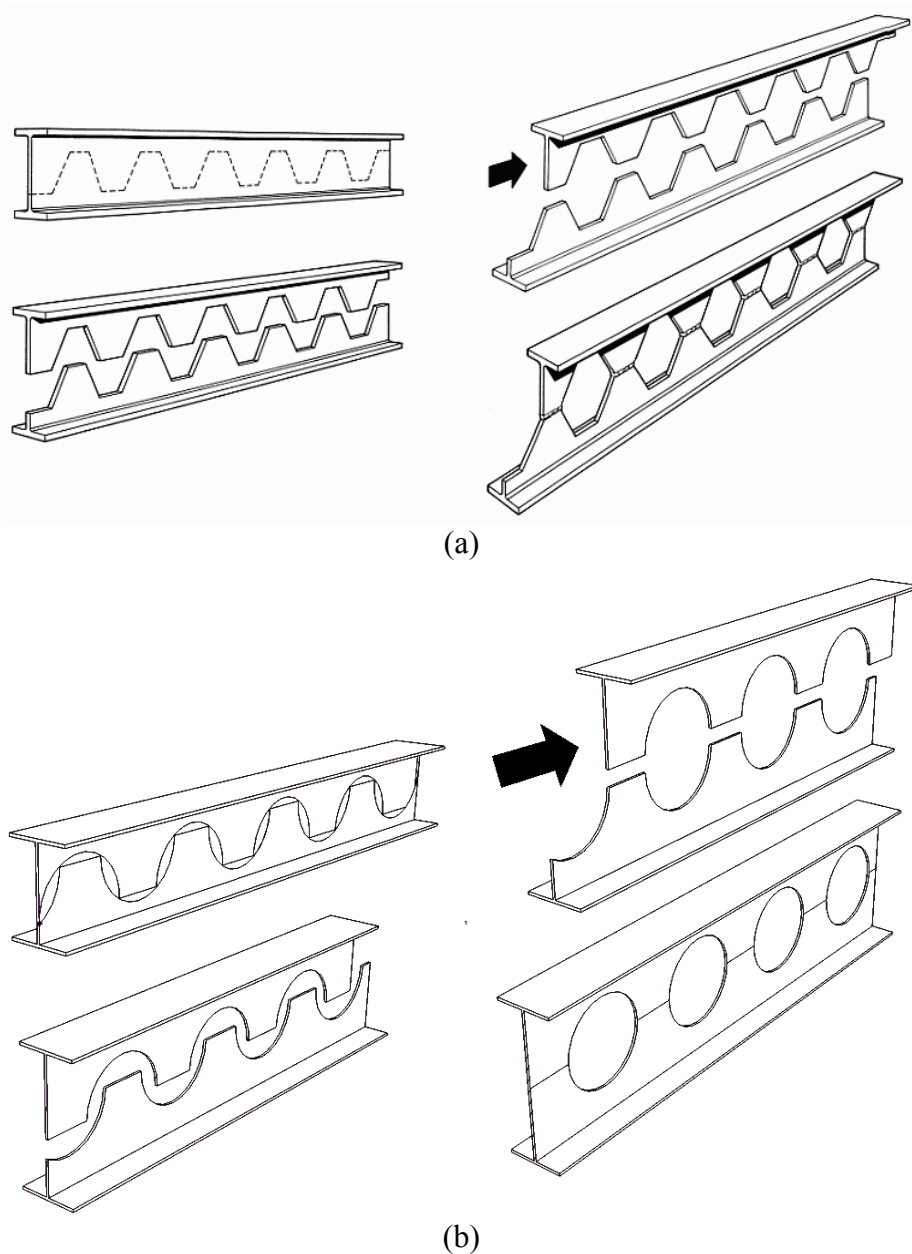
## Introdução

---

### 1.1 Generalidades

As vigas são elementos estruturais de barra, geralmente horizontais, sujeitos a cargas transversais ao seu eixo longitudinal. Em função disso, na maioria dos casos estão sujeitas à flexão simples, solicitadas basicamente por momento fletor e força cortante. Esses esforços produzem tensões e deformações nas seções transversais das vigas, que podem atingir valores inaceitáveis para garantir o bom desempenho da estrutura. Assim, no processo de projeto desses elementos estruturais procura-se dimensionar a seção transversal de modo que a viga atenda aos requisitos mínimos exigidos de resistência e rigidez. E a altura da seção transversal é a dimensão que mais influencia nesses dois aspectos, resistência e rigidez.

As vigas alveolares surgiram na Europa na primeira metade do século XX, por volta dos anos 30, devido à necessidade de perfis com altura superior à dos perfis I laminados produzidos pela indústria da época. Eram obtidas cortando-se os perfis I longitudinalmente, segundo um traçado próprio que possibilitava destacar as duas metades obtidas, deslocá-las de um certo comprimento e soldá-las de modo a constituir uma viga com altura superior à do perfil original, contendo uma sequência de aberturas na alma, como mostrado na Figura 1.



**Figura 1** - Processo de obtenção das vigas alveolares: (a) castelada; (b) celular.

Originalmente, essas vigas foram chamadas de vigas casteladas, pelo fato de a seção cortada lembrar a crista da muralha de um castelo medieval. Em alguns lugares foram chamadas de vigas colméia, pelo fato de os furos lembrarem os alvéolos de uma colméia. Também fazem parte do grupo das vigas alveolares as vigas conhecidas como vigas celulares, que recebem esse nome em função das aberturas circulares. As vigas celulares surgiram algum tempo após as vigas casteladas, em função do desenvolvimento dos equipamentos de corte e soldagem dos perfis de aço. Todas essas vigas também são referidas na literatura técnica como “vigas de alma expandida”.

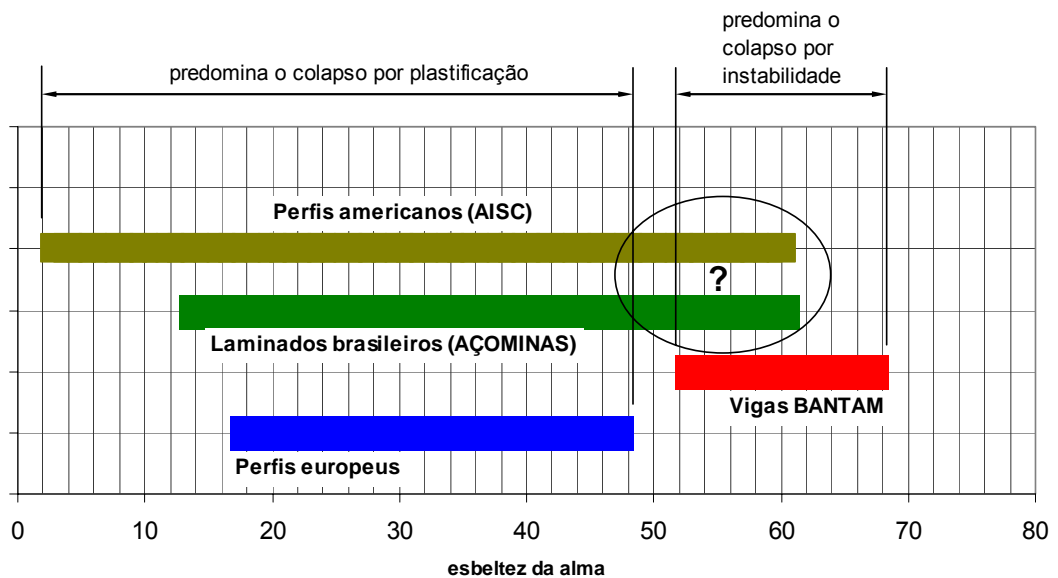
O acréscimo de altura, decorrente do processo de expansão da alma, confere à viga alveolar maior inércia, o que pode resultar em maior resistência à flexão e maior rigidez

aos deslocamentos na direção do plano médio da alma. Entretanto, as aberturas na alma podem reduzir a capacidade resistente da viga sob determinadas condições de carregamento e modificam as condições de contorno da alma, podendo ocasionar fenômenos de instabilidade localizada, devido à esbeltez dos elementos que compõem a seção. Apesar disso, em muitos casos a solução é vantajosa e foi bastante utilizada em tempos passados.

Vários trabalhos de pesquisa experimental e teórica foram conduzidos em meados do século passado para explicar o comportamento desse novo elemento estrutural e identificar os modos de colapso possíveis.

Com o passar do tempo, o desenvolvimento natural dos países do primeiro mundo levou a um encarecimento da mão-de-obra para a fabricação de vigas alveolares e elas deixaram de ser competitivas. Com isso essa solução deixou de ser cogitada durante algum tempo. Mais tarde, com os avanços tecnológicos nas áreas de automação e comando numérico computadorizado, surgiram máquinas capazes de executar as tarefas de corte e solda a baixo custo e as vigas alveolares voltaram a se tornar competitivas. A partir disso ressurgiu o interesse pelas vigas alveolares no cenário da construção metálica, em função de suas vantagens estruturais e arquitetônicas.

Embora os estudos passados tenham fornecido procedimentos para o projeto e o cálculo de vigas alveolares obtidas a partir dos perfis produzidos à época, dois fatos recentes motivaram a realização de novos estudos. Um deles foram os resultados de um programa experimental realizado no Canadá, com vigas casteladas produzidas a partir de uma série de perfis laminados esbeltos, fabricados pela empresa Chaparral Steel, dos Estados Unidos, chamadas vigas BANTAM. Esses perfis possuíam chapas com esbeltezes superiores à dos perfis laminados usuais à época e manifestaram modos de colapso relacionados à instabilidade nos ensaios de laboratório. O outro fato que suscitou o interesse por novos estudos foi a recente ativação do laminador de perfis da siderúrgica brasileira Açominas, atualmente do Grupo Gerdau, a partir de 2002. Alguns dos novos perfis I laminados produzidos pela Açominas também possuem chapas com esbeltez além da faixa coberta pelos estudos experimentais realizados no passado, como mostrado na Figura 2.



**Figura 2** - Faixas de variação da esbelteza da alma para perfis europeus, Bantam e laminados brasileiros.

Pode-se observar ainda na Figura 2 que alguns dos perfis laminados previstos na versão atual da norma americana (AISC) também possuem chapas com esbelteza além da faixa coberta pelos estudos experimentais realizados no passado.

Além do exposto, os aços com os quais são produzidos os perfis metálicos atualmente possuem resistência superior à dos aços produzidos em décadas passadas, e as novas tecnologias de corte computadorizado tem possibilitado a produção de vigas alveolares com novas geometrias, como será visto adiante. Assim, os aspectos citados justificam a realização de novos estudos teóricos, numéricos e experimentais, visando a um melhor entendimento do comportamento estrutural das vigas alveolares.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal avaliar o comportamento estrutural de vigas alveolares com aberturas hexagonais (chamadas vigas casteladas) e com aberturas circulares (chamadas vigas celulares), com ênfase nos modos de colapso com formação de rótulas plásticas.

Para alcançar este objetivo principal são definidos os seguintes objetivos específicos:

- realizar uma análise numérica não-linear de vigas alveolares obtidas dos perfis laminados atualmente disponíveis no mercado brasileiro, com vistas à avaliação do comportamento estrutural e dos modos de colapso;

- avaliar a aplicabilidade dos modelos de cálculo disponíveis na literatura às vigas alveolares atuais, com suas novas características físicas e geométricas, com base na resposta de modelos numéricos;
- a partir da comparação entre os resultados da análise numérica e da resposta dos modelos de cálculo disponíveis na literatura, propor ajustes que possam adequá-los melhor aos resultados numéricos.

### **1.3 Metodologia**

Inicialmente foi realizado um trabalho de investigação, buscando-se na literatura formulações para o dimensionamento de vigas alveolares e padrões de corte comumente utilizados.

Para a simulação numérica foram desenvolvidos diversos modelos numéricos com base nos experimentos realizados por Toprac e Cooke (1959). O objetivo principal da análise numérica foi simular experimentos com perfis que apresentassem modos de colapso ligados à formação de rótulas plásticas. O programa experimental conduzido por Toprac e Cooke (1959) é um dos poucos trabalhos encontrados na literatura que apresenta vigas com tais modos de colapso, e por isso foi utilizado como referência para a calibração dos modelos numéricos criados.

Uma vez definida a estratégia de modelagem e calibrados e validados os modelos de referência, foram desenvolvidos modelos numéricos para vigas alveolares obtidas a partir de perfis brasileiros, para a observação dos modos de colapso e do carregamento último. Toda a análise numérica apresentada neste trabalho foi realizada com o software ABAQUS, versão 6.9.

Os resultados da análise numérica permitiram identificar situações para as quais foi possível modificar algumas expressões de cálculo ou propor novas expressões para a verificação do desempenho estrutural de vigas casteladas, com três padrões de desenho e, também, para vigas celulares.

As soluções obtidas constituem uma importante contribuição para o meio técnico, na medida em que possibilitam o tratamento de novos casos de vigas alveolares de aço que não eram cobertos pelos modelos de cálculo mais antigos.

## **1.4 Justificativa**

Diante das novas tecnologias de corte computadorizado e de soldagem, da utilização de aços com maior resistência na fabricação de perfis e da necessidade atual de empregar e dimensionar estruturas mais leves e que facilitem a compatibilização com outros sistemas, as vigas alveolares se apresentam como uma alternativa muito interessante e que necessita de estudos, pelos motivos apontados no item 1.1.

É importante ressaltar que estudos específicos sobre vigas alveolares obtidas a partir de perfis brasileiros praticamente inexistem, o que limita as possibilidades de uso dessas vigas no contexto nacional, devido à ausência de critérios consistentes para o dimensionamento desses elementos estruturais.

O presente trabalho busca contribuir para o estabelecimento de critérios de dimensionamento de vigas alveolares, no desenvolvimento de modelos numéricos e principalmente na investigação de modos de colapso ligados à formação de rótulas plásticas.

## **1.5 Estrutura do documento**

No Capítulo 2 apresenta-se uma ampla revisão bibliográfica acerca das vigas alveolares e dos estudos até então conduzidos.

No Capítulo 3 descreve-se uma metodologia para a verificação de vigas alveolares frente aos estados-limites aplicáveis, com base em procedimentos de dimensionamento propostos na literatura. A formulação analítica apresentada corresponde a uma adaptação dos procedimentos propostos por Delesques (1968, 1969) e Cimadevila (2000).

No Capítulo 4 são apresentadas as características gerais dos modelos numéricos desenvolvidos e os resultados da análise.

Os procedimentos de cálculo são retomados no capítulo 5 e adaptados de acordo com as observações dos resultados obtidos com os modelos numéricos.

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e, na sequência, as referências bibliográficas.

# 2

## Revisão de literatura

---

### 2.1 Histórico das vigas alveolares

Na literatura são encontradas diferentes versões para a origem das vigas alveolares. Por outro lado, seu desenvolvimento está intimamente relacionado com o desenvolvimento da tecnologia de solda na construção metálica, datada do final dos anos 20. Um dos primeiros registros sobre o uso de vigas alveolares menciona vigas casteladas de 12 m de vão, projetadas e fabricadas pelas fábricas Skoda, em Pilsner (República Tcheca), para a cobertura de uma fábrica em Doudlevec na década de 30 (REFERENCIA??).

Outro registro consta no nome de Geoffrey Murray Boyd, que solicitou patente das vigas casteladas em 1937. Conta-se que as vigas casteladas foram desenvolvidas por Boyd em 1935, a partir da necessidade de vigas de maior altura para vencer grandes vãos para uma construção em Buenos Aires, na Argentina. Como não havia disponibilidade de perfis laminados com maior altura e nem equipamentos para a montagem de vigas com mesas de maior largura, Boyd pensou em cortar a alma das vigas e soldá-las, de tal forma a aumentar sua altura. A patente só foi concedida depois, em 1939, pelo British Patent Office. Na patente, as vigas alveolares são definidas como vigas obtidas a partir de perfis de aço cortados de forma sinuosa ou na forma de dentes com suas metades soldadas de modo a obter perfis com maior altura. Devido à Segunda Guerra Mundial, Boyd não conseguiu levar em frente comercialmente sua invenção.

Assim, os direitos da patente foram cedidos para a United Steel Companies Limited (Knowles, 1991).

No período entre o final da década de 30 até o início da década de 60, o emprego de vigas casteladas foi limitado devido ao seu alto custo de produção na época. Litzka (1960) apresenta um estudo de caso da construção da fábrica Ewald Meiler em Kemnath, na Bavária, feita pela empresa German Constructional Steelwork Firm com perfis castelados. O artigo mostra o emprego de perfis castelados e o custo de sua produção em horas de trabalho e visa divulgar a aplicação dos perfis castelados mostrando o primeiro edifício europeu totalmente construído com esses perfis. O autor demonstra que a aplicação é viável diante dos equipamentos de corte e solda disponíveis na época, tendo em vista também a economia em aço que o uso dos perfis castelados proporciona.

Apenas a partir da segunda metade da década de 50 começaram a ser desenvolvidos estudos a respeito do comportamento e dos métodos de dimensionamento de vigas alveolares. Alguns deles são comentados a seguir.

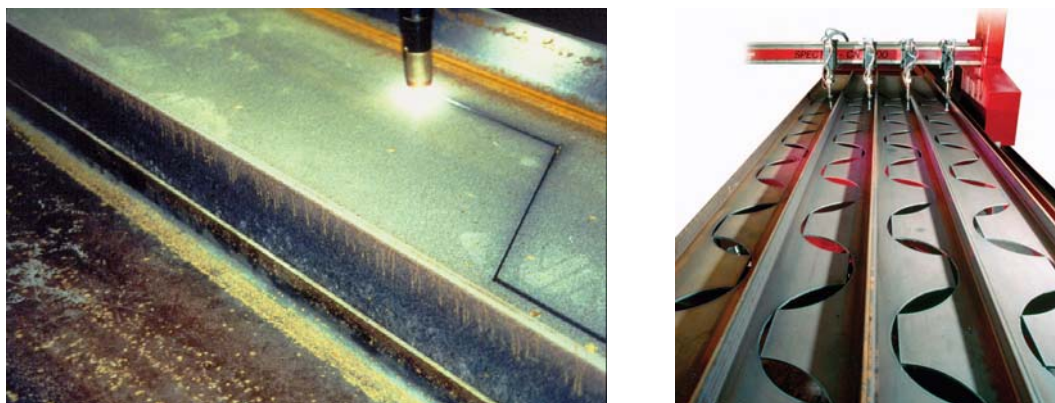
## **2.2 Generalidades sobre vigas alveolares**

A partir de 2002 a siderúrgica Açominas ativou sua linha de laminação de perfis, disponibilizando no mercado brasileiro seções com altura máxima de 610 mm.

Para atender os requisitos de projeto de vigas de aço, geralmente os perfis I são escolhidos de forma a obter uma relação  $L/d$  da ordem de 20, onde  $L$  é o comprimento do vão e  $d$  a altura total da seção do perfil. Desse modo, um perfil de 600 mm de altura poderia vencer um vão por volta de 12 m. Para vãos maiores seria necessário dispor de perfis com maior altura.

Outra situação comum que demanda vigas de maior altura é quando se tem vigas de grandes vãos em que os deslocamentos governam o dimensionamento. Neste caso, um perfil de alma cheia geralmente trabalha sob tensões relativamente baixas, o que pressupõe certo desperdício de material. Como a flecha é inversamente proporcional à inércia da seção, e a mesma está ligada à área dos cordões e ao quadrado da altura, uma alternativa para reduzir os deslocamentos é aumentar a altura mantendo-se a área dos cordões. As vigas treliçadas e as vigas alveolares são soluções interessantes nesses casos.

As vigas alveolares são montadas a partir de perfis I laminados cortados longitudinalmente, segundo um traçado sinuoso. As metades obtidas após o corte são soldadas depois de deslocadas de certo comprimento, resultando em vigas com altura superior à do perfil original, com mesmo peso e com aberturas consecutivas. Na Figura 3 e na Figura 4 são mostrados processos de fabricação de vigas alveolares.

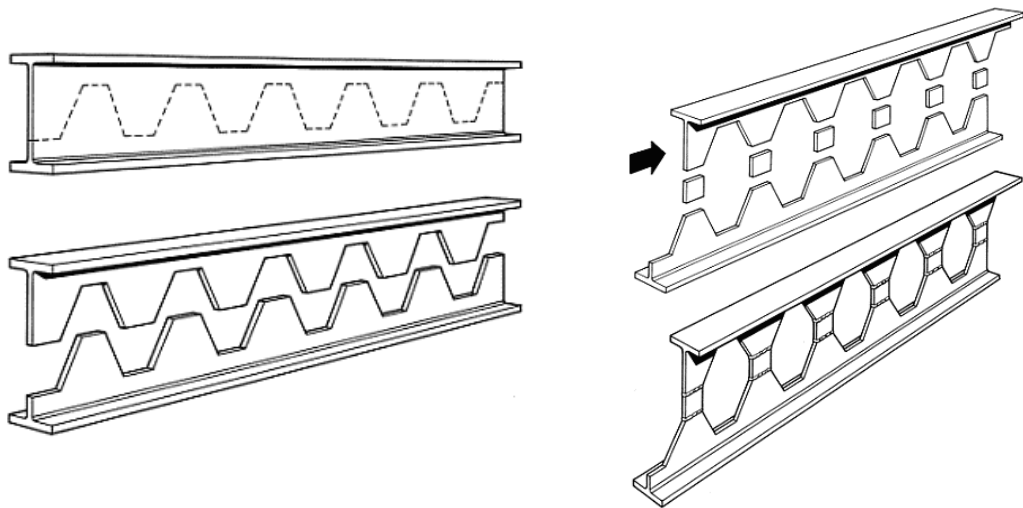


**Figura 3** – Processo de corte e fabricação de vigas alveolares (foto:WESTOK).



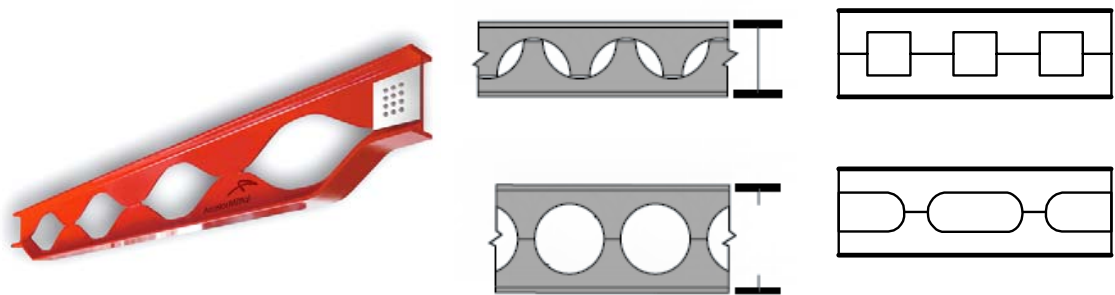
**Figura 4** – Processo de corte e soldagem de vigas alveolares.

O traçado do corte pode apresentar vários padrões. O mais comum lembra os dentes de uma engrenagem, ou a crista típica das muralhas dos castelos medievais, que dá origem às chamadas vigas casteladas. Essas vigas podem apresentar aberturas hexagonais ou octogonais, quando acrescidas de uma chapa expansora soldada na alma (ver Figura 5).



**Figura 5** - Processo de obtenção de vigas casteladas com chapa expansora (adaptado de Grümbauer, 2011).

Os avanços tecnológicos incorporados às máquinas de corte com Comando Numérico Computadorizado (CNC) tem possibilitado a criação de diversos padrões de corte, inclusive o que resulta em vigas celulares, com aberturas circulares (Figura 6).



**Figura 6** - Diversas tipologias de vigas alveolares.

As vigas alveolares são apropriadas para vencer grandes vãos ou para situações em que a deformação condiciona o dimensionamento. Apresentam forte apelo arquitetônico devido ao grande número de possibilidades alcançados com os mais diversos tipos de aberturas. Também facilitam a passagem de dutos de serviço através da estrutura, permitindo assim diminuir a altura total do edifício (Figura 7 e Figura 8).

Alguns padrões de corte estabelecidos tem por critério expandir a altura do perfil original em 50%, porém outras razões de expansão podem ser estabelecidas, desde que as condições de resistência da viga sejam verificadas. Na literatura é usual encontrar razões de expansão entre 30% e 70% (Toprac e Cooke, 1959).



**Figura 7** - Vigas alveolares permitem vencer grandes vãos e facilitam a integração com instalações e sistemas de forro (foto:WESTOK).



**Figura 8** - Aspecto estético das vigas alveolares, que conferem um forte apelo arquitetônico (foto: CMC Steel Products).

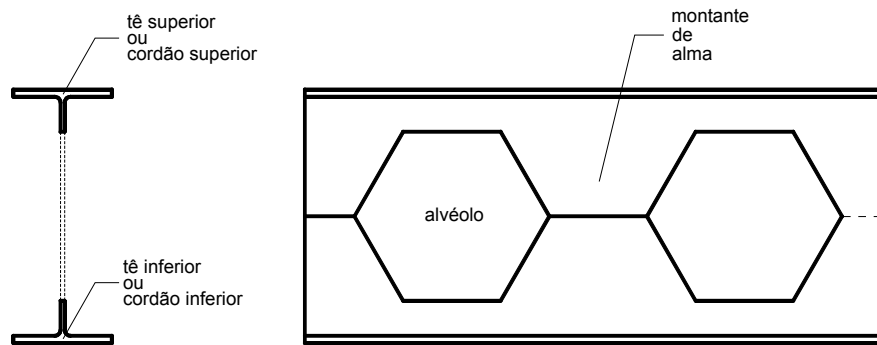
O termo viga alveolar refere-se não somente às vigas de alma expandida obtidas de perfis laminados. Eventualmente, pode ser necessário realizar uma série de aberturas em perfis soldados (Figura 9). Nesses casos, a expansão da alma não é necessária, porém o comportamento da viga e os possíveis modos de colapso são semelhantes aos de uma viga obtida de um perfil laminado cortado.



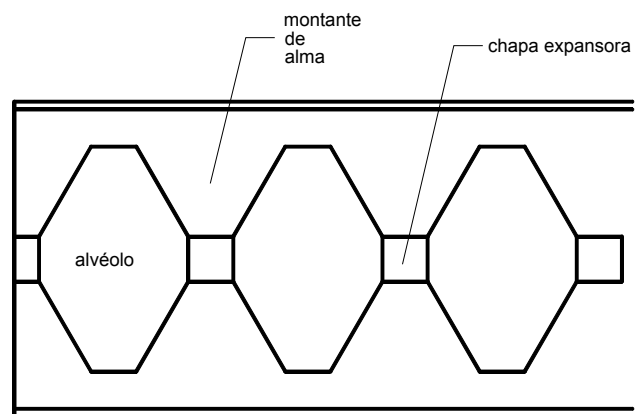
**Figura 9** - Viga alveolar obtida a partir de perfil soldado, empregada no edifício sede da empresa Bruning Tecnometal, Panambi - RS (foto: [www.metalica.com.br](http://www.metalica.com.br)).

## 2.3 Tipologias e elementos geométricos das vigas alveolares

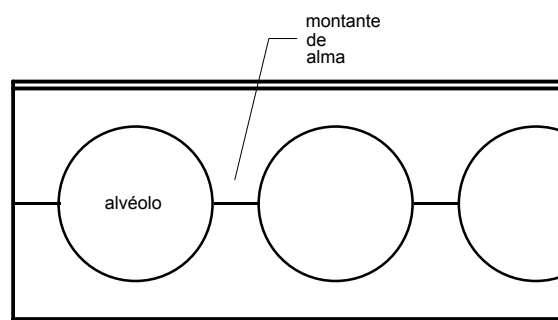
Independentemente do formato das aberturas, as vigas alveolares apresentam determinados elementos comuns, conforme mostrado na Figura 10.



(a) viga castelada



(b) viga castelada com chapa expansora



(c) viga celular

Figura 10 - Diversas tipologias de vigas e nomenclatura para seus elementos.

### 2.3.1 Propriedades da seção transversal

Os elementos associados à seção transversal das vigas alveolares são apresentados na Figura 11 e, em seguida, as expressões para o cálculo das propriedades da seção transversal.

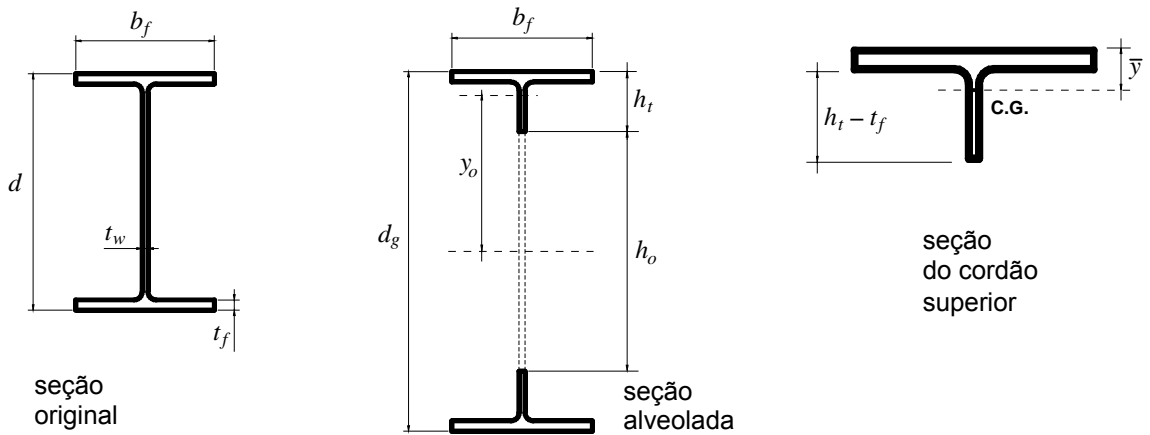


Figura 11 - Identificação dos elementos das seções transversais.

$$d_g = k \cdot d + 2b \quad (d_g = \text{altura total da seção expandida})$$

$$(d = \text{altura total da seção original})$$

$$(k = \text{razão de expansão} = d_g/d)$$

$$h_o = 2[d(k-1) + b] \quad (h_o = \text{altura do alvéolo})$$

$$(b = \text{meia altura da chapa expansora})$$

$$h_t = \frac{d_g - h_o}{2} = \frac{d - a}{2} \quad (h_t = \text{altura total do cordão ou tê})$$

$$a = d(k-1) \quad (a = \text{altura do lado inclinado em aberturas hexagonais})$$

$$A_t = \frac{A_g}{2} - \left[ t_w \left( \frac{h_o}{2} - 2b \right) \right] \quad \text{ou} \quad (A_t = \text{área da seção transversal do cordão ou tê})$$

$$A_t = \frac{A_g}{2} - [t_w \cdot d(k-1)]$$

$$y_o = \frac{h_o}{2} + h_t - \bar{y} \quad (\text{distância do C.G. do cordão ao eixo da viga})$$

$$\bar{y} = \frac{b_f t_f^2 + h_t^2 t_w - t_f^2 t_w}{2(b_f t_f + h_t t_w - t_f t_w)} \quad (\text{posição do C.G. do cordão conforme a Figura 11})$$

$$Z_{xo} = 2 A_t y_o \quad (\text{módulo resistente plástico da seção vazada})$$

$$I_{xo} = 2 \left( I_t + A_t y_o^2 \right) \quad (\text{maior momento de inércia da seção vazada})$$

$$I_t = \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left( \bar{y} - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (h_t - t_f)^3}{12} + t_w (h_t - t_f) \left( \bar{y} - \frac{h_t + t_f}{2} \right)^2$$

$I_t$  = momento de inércia do cordão em relação ao seu C.G.

Algumas variáveis são adotadas para fazer referência aos elementos da viga e da seção transversal nas expressões de cálculo, as quais estão listadas abaixo.

$d$	altura total do perfil original
$b_f$	largura da mesa do perfil original
$t_f$	espessura da mesa do perfil original
$t_w$	espessura da alma do perfil original
$d_g$	área total da seção da viga alveolar
$h_t$	altura do cordão (ou tê)
$a$	altura do lado inclinado em aberturas hexagonais ou octogonais (metade da altura da abertura, quando não há chapa expansora)
$A_t$	área da seção transversal de um cordão
$I_t$	momento de inércia de um cordão em relação ao seu eixo baricêntrico
$W_t$	módulo resistente elástico do cordão em relação à borda do alvéolo
$a_o$	maior largura do alvéolo
$h_o$	altura do alvéolo
$D_o$	diâmetro do alvéolo (no caso de alvéolo circular)
$y_o$	distância do centro de gravidade do cordão ao eixo da viga
$y_a$	distância do centro de gravidade do cordão à borda superior do alvéolo
$y_b$	distância do centro de gravidade do cordão à face externa da mesa superior
$b_w$	menor largura do montante de alma
$W_{xo}$	módulo resistente elástico na seção vazada da viga alveolar
$Z_{xo}$	módulo resistente plástico na seção vazada da viga alveolar
$f_y$	tensão de escoamento do aço
$\tau_y$	tensão correspondente ao escoamento por cisalhamento
$M_{plo}$	momento de plastificação da viga alveolar na seção do alvéolo
$p$	passo = distância entre centros de alvéolos adjacentes

s lance = meio passo (distância que uma das metades do perfil cortado longitudinalmente é deslocada em relação à outra para montar o perfil alveolado)

### 2.3.2 Padrões geométricos

Ao longo da história, alguns padrões de castelação foram estabelecidos nos mercados europeu e americano. Alguns desses padrões são comumente identificados com os nomes de seus desenvolvedores. De modo geral, os diversos padrões representam uma busca por geometrias ótimas de acordo com os equipamentos de corte e os perfis disponíveis na época.

Os traçados mais habituais para vigas alveolares com aberturas hexagonais são: padrão Litzka (Figura 12), Peiner (Figura 13) e Anglo-saxão (Figura 14).

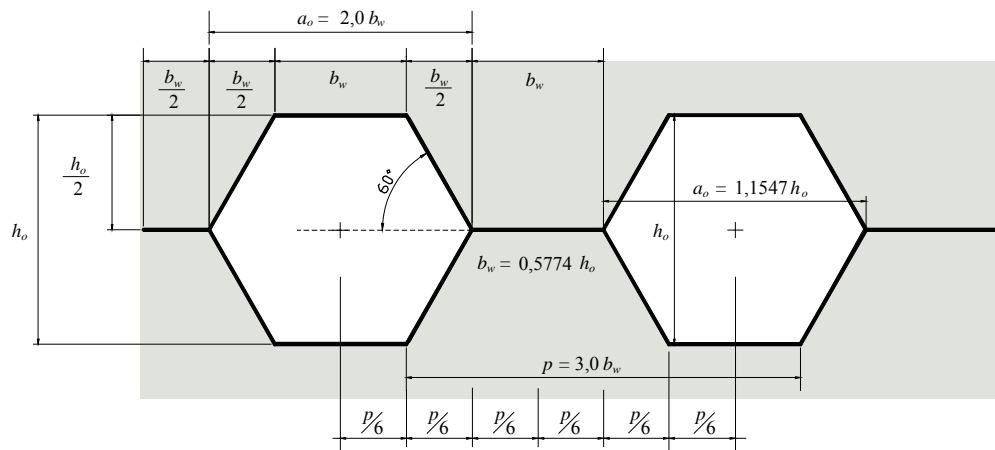


Figura 12 - Geometria do padrão Litzka.

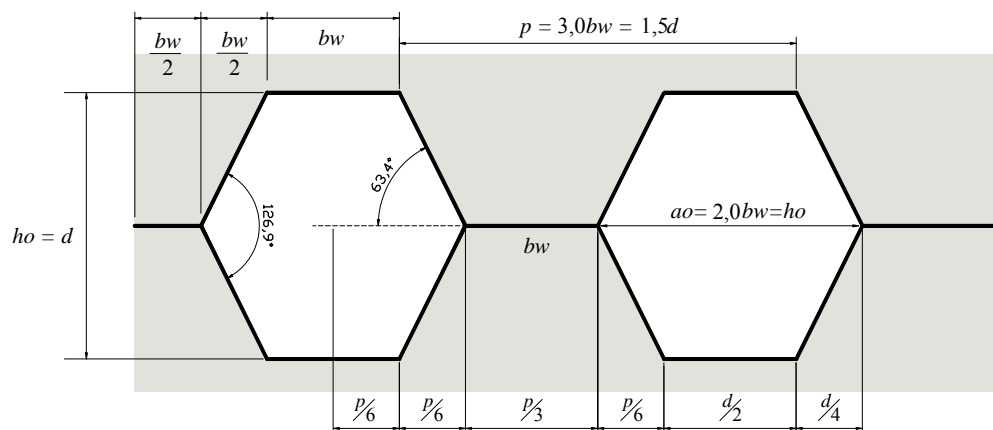
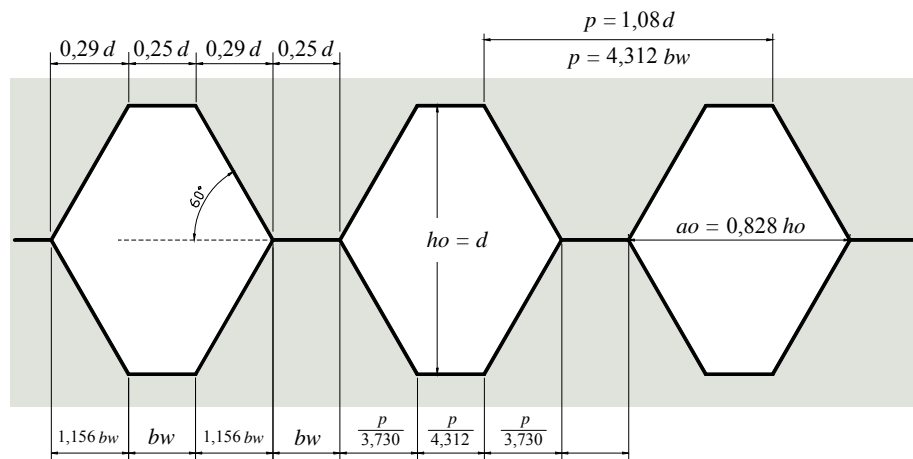


Figura 13 - Geometria do padrão Peiner.



**Figura 14** - Geometria do padrão Anglo-saxão.

O traçado representado na Figura 12 foi desenvolvido por Hubert Litzka, um dos pioneiros na fabricação de vigas alveolares. Esse traçado se caracteriza por apresentar aberturas hexagonais regulares e proporções sempre medidas em relação ao passo, dividido em seis partes iguais.

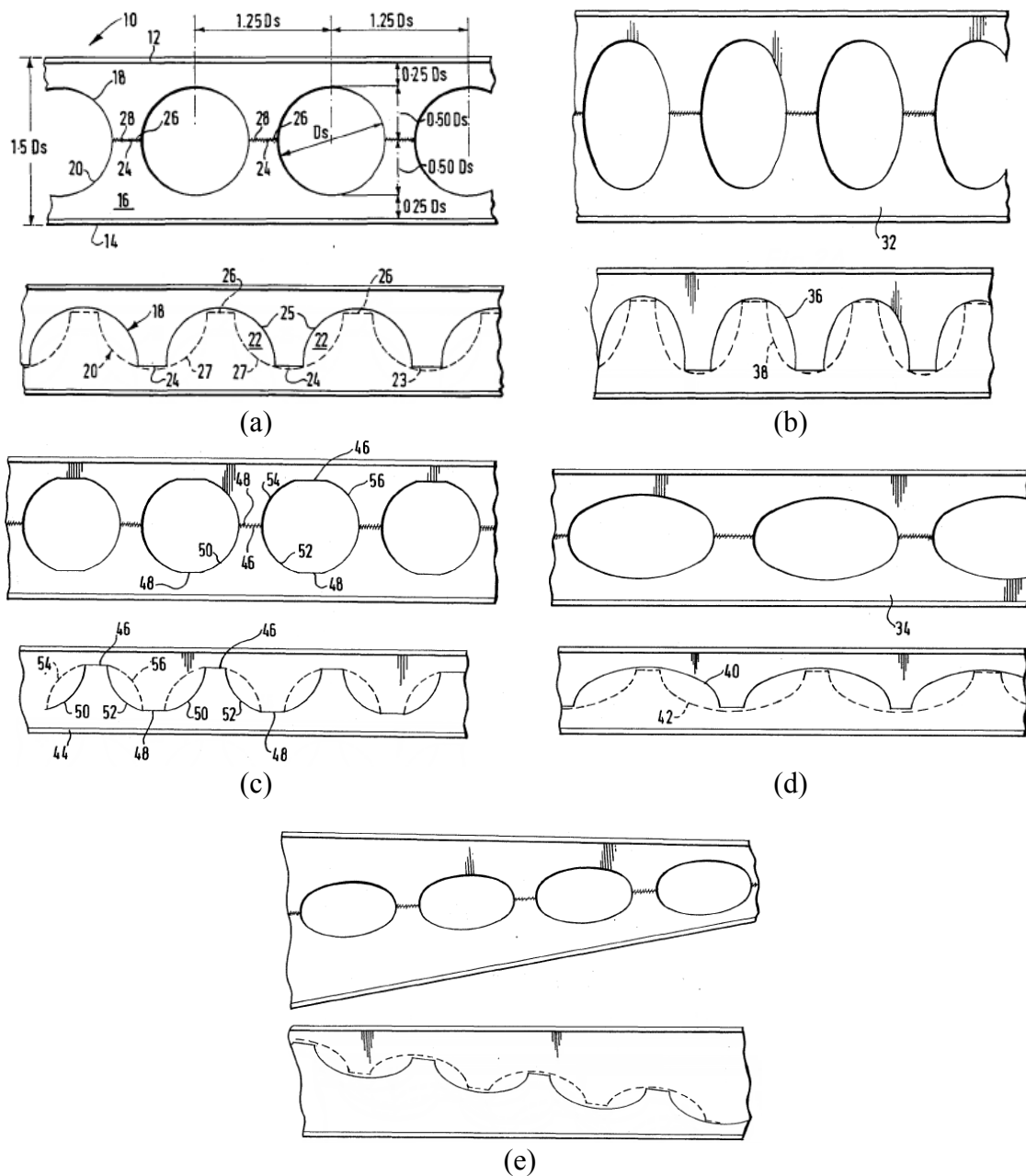
O padrão Peiner difere do Litzka apenas pela largura do montante ou da abertura, que resulta em um ângulo interno de  $63,4^\circ$ . Também permite que montantes e alvéolos possam ser medidos em relação ao passo, sempre dividindo-o em seis partes iguais. Isso influencia na obtenção das equações de dimensionamento, já que os braços de alavanca considerados nos equilíbrios dos momentos são os mesmos para ambos os padrões.

O padrão Anglo-saxão apresenta um ângulo interno de  $60^\circ$  e as proporções das aberturas são tomadas de forma que o passo tenha um valor ótimo de  $1,08d$ . Esse valor foi descrito por Dougherty (1993 *apud* Dermidjian, 1999), o qual admite uma largura do montante suficiente para que não ocorra o rompimento da região soldada e, ao mesmo tempo, reduzida o bastante para evitar a formação de mecanismo plástico nos cordões.

As vigas celulares, que possuem aberturas circulares, podem apresentar diversas combinações de diâmetro de aberturas e distância entre centros de aberturas. O registro de patente do padrão de corte celular data de 23 de janeiro de 1990 e consta no nome de Peter A. Walker, ligado à empresa Wescol Structures Limited no Reino Unido. Essa patente expirou em 10 de janeiro de 2009. De acordo com o documento da patente, o padrão celular é definido pelas seguintes proporções:

- a razão entre o diâmetro da abertura e a altura da viga expandida é igual a 0,67 ( $e_1 = D_o/d_g = 0,67$ );
- a razão entre o passo e o diâmetro da abertura é igual a 1,25 ( $e_2 = p/D_o = 1,25$ ).

O documento também menciona outras variações do padrão de corte celular, como a viga de inércia variável, a viga com aberturas circulares alongadas vertical ou horizontalmente, e as chamadas “vigas híbridas”, com parte do corte reto e parte em arco (Figura 15).



**Figura 15** – Vigas celulares apresentadas na patente britânica nº 4894898: (a) com abertura circular; (b) com abertura circular alongada verticalmente; (c) “híbrida”, (d) com abertura circular alongada horizontalmente; (e) de inércia variável.

Posteriormente outras publicações apresentaram diversas outras razões  $e_1$  e  $e_2$  para a execução de vigas celulares. Usualmente, essas variáveis são mantidas dentro de certos limites que oferecem resultados compensadores (Harper, 1994), como pode ser observado na Figura 16.

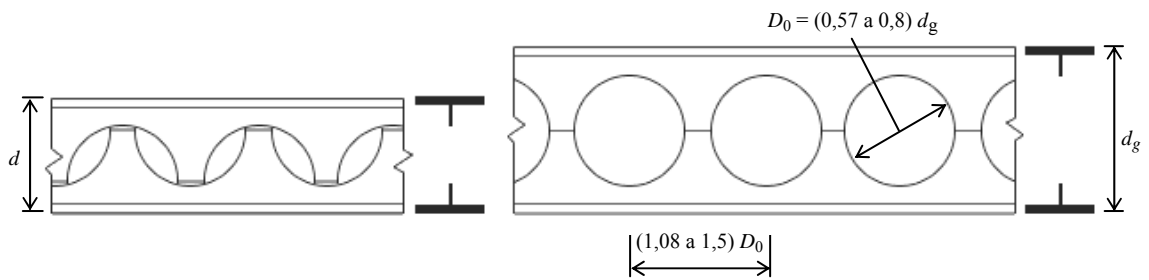


Figura 16 - Geometria de vigas celulares.

### 2.3.3 Processo de corte e fabricação das vigas alveolares

Apesar da facilidade de obtenção dos perfis alveolares, é importante que exista um projeto de corte que facilite o processo de soldagem, diminua o trabalho de fechamento das aberturas e limite a perda de material.

Nos tópicos a seguir são apresentadas algumas considerações práticas sobre a fabricação para que a viga se ajuste às exigências de projeto, de acordo com Blodgett (1966).

#### 2.3.3.1 Vigas com distribuição das aberturas uniforme, a partir do meio do vão e de mesmo tamanho

Nas vigas com aberturas de mesmo tamanho e com distribuição uniforme a partir do meio do vão, pode-se representar o passo de duas formas diferentes, de acordo com a Figura 17. A forma e o tamanho das aberturas restantes nas extremidades das vigas serão determinados em função da representação do passo escolhida.

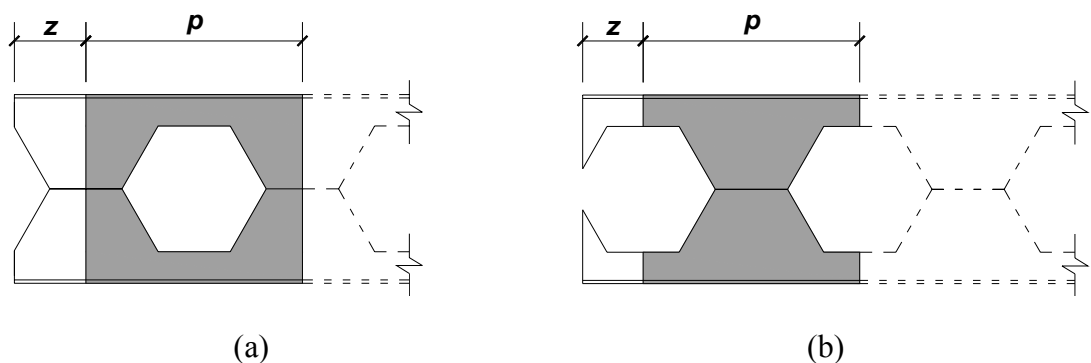


Figura 17 - Diferentes formas de representar o passo: (a) a partir do meio do montante; (b) a partir do meio da abertura.

Neste trabalho, o comprimento de viga necessário para vencer determinado vão será designado como vão de projeto ( $L_g$ ). Em função do vão de projeto é determinado o número de aberturas inteiras que poderão ser distribuídas simetricamente a partir do meio do vão. Em alguns casos, para completar o comprimento do vão de projeto, restam comprimentos residuais que correspondem a frações do passo. Dessa forma,  $n$

representa o número de painéis ou passos inteiros distribuídos e  $z$  o comprimento residual para o vão de projeto. As seguintes equações podem ser então definidas:

$$z = \frac{L_g - np}{2} \quad (1)$$

onde  $z$  representa o comprimento residual em cada extremidade da viga, resultante da divisão do vão de projeto em  $n$  painéis.

O vão de projeto pode então ser definido por

$$L_g = np + 2z \quad (2)$$

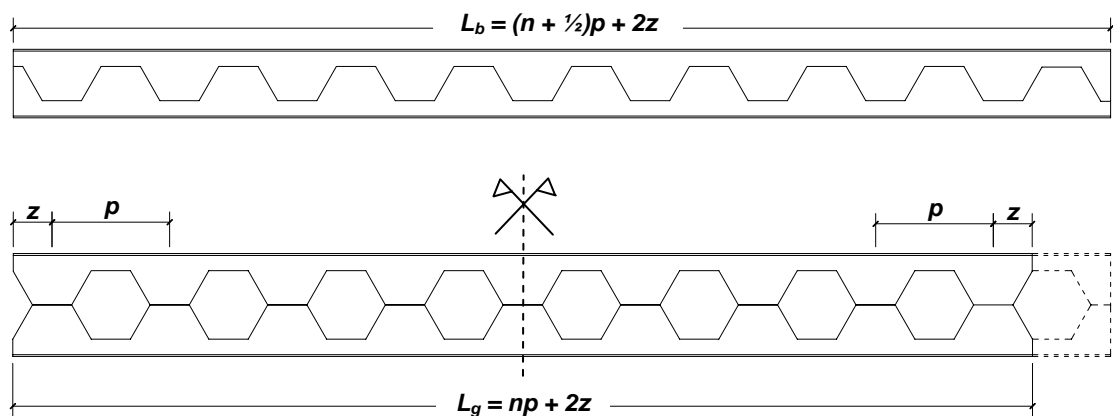
O perfil de alma cheia original, que será cortado, deverá possuir um comprimento maior que o vão de projeto, pois após o corte as duas metades obtidas serão deslocadas de um lance (meio passo) para a soldagem e montagem final da viga alveolar, perdendo-se o comprimento residual que surge em função da distribuição de um número inteiro de aberturas no vão de projeto. Desse modo, para obter a viga alveolar com o vão de projeto, é necessário partir de um perfil original com um vão requerido ( $L_b$ ) definido da seguinte forma

$$L_b = \left(n + \frac{1}{2}\right)p + 2z \quad (3)$$

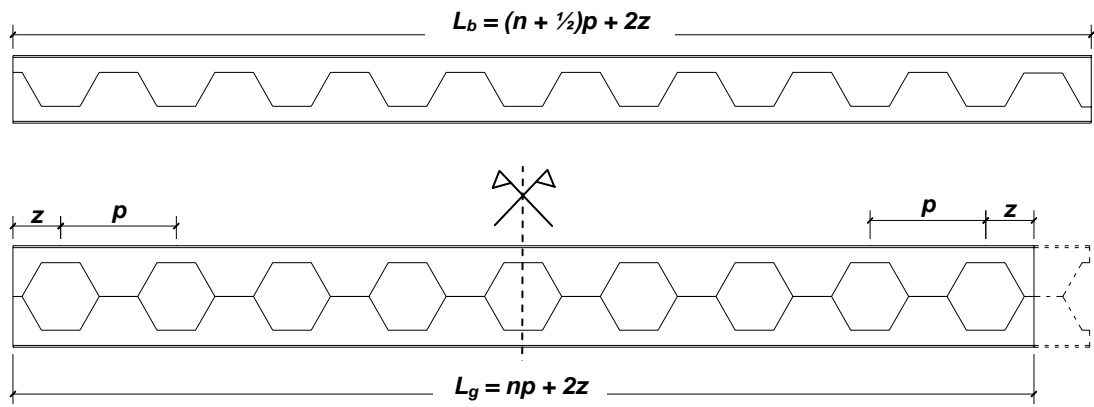
Assim, exige-se um comprimento mínimo excedente equivalente a meio passo.

$$L_g - L_b = \frac{1}{2}p \quad \Rightarrow \quad L_g - L_b = s \quad (4)$$

Na Figura 18 e na Figura 19 são apresentados os esquemas de corte e soldagem de acordo com o painel considerado para o passo.

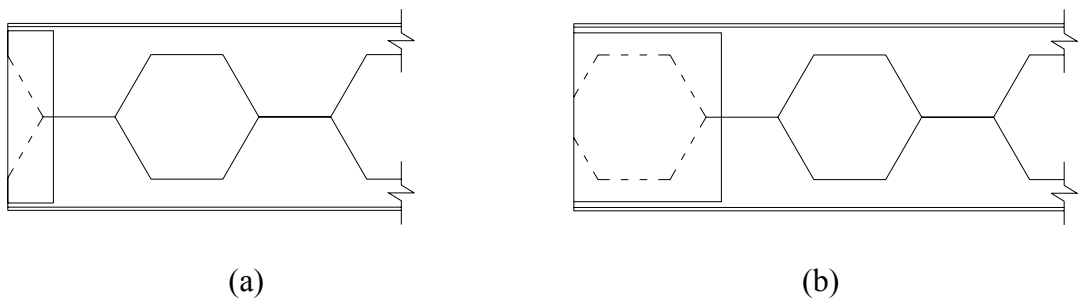


**Figura 18** - Esquema de corte e soldagem de viga alveolar de acordo com o passo (painel) considerado a partir do meio do montante.

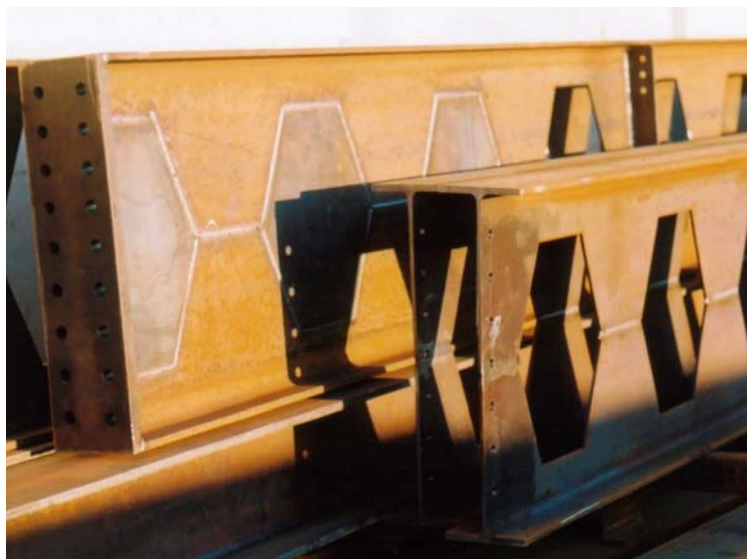


**Figura 19** – Esquema de corte e soldagem de viga alveolar de acordo com o passo (painel) considerado a partir do meio das aberturas.

Em alguns casos é necessário fechar as aberturas na região do apoio das vigas, soldando chapas nas extremidades (Figura 20 e Figura 21). Tal artifício também é usado quando a extremidade de uma viga secundária coincide com uma abertura em uma viga alveolar principal (Figura 22).



**Figura 20** – Esquema do fechamento das aberturas na região do apoio das vigas.

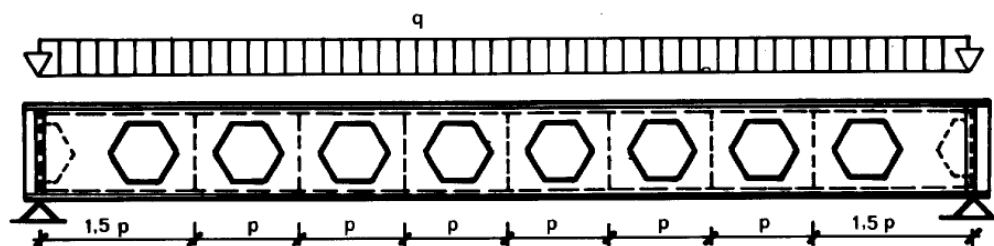


**Figura 21** – Detalhe do fechamento das aberturas na região do apoio.



**Figura 22** – Detalhe do fechamento das aberturas nas regiões onde as vigas secundárias se apóiam sobre as vigas principais (foto: CMC Steel Products).

Poucos autores na literatura apresentam recomendações claras a respeito dos limites para a largura do montante da extremidade das vigas alveolares. Monfort (1988) indica em seu trabalho que os painéis na extremidade das vigas devem ser 50 % maiores que os painéis subsequentes (Figura 23).



**Figura 23** – Esquema de viga alveolar apresentada no trabalho de Monfort (1988).

Neste trabalho, admitiu-se que o montante de extremidade tem no mínimo a largura de meio montante. Dessa forma, o comprimento da viga será equivalente ao número inteiro de aberturas admissível para o vão da viga vezes o comprimento do passo, mais a largura de um montante intermediário, mais duas vezes o resíduo da distribuição inteira das aberturas.

$$L_g = np + b_w + 2z \quad (5)$$

O número de painéis distribuídos ao longo do vão de projeto é então definido por

$$n = \frac{L_g - b_w}{p} \quad (6)$$

Da mesma forma, o comprimento residual para o vão de projeto é definido pela equação abaixo

$$z = \frac{L_g - np}{2} \quad \text{se} \quad 0 \leq z \leq \frac{p}{2} \quad (7)$$

A Figura 24 exemplifica as limitações práticas na distribuição das aberturas e sua influência no comprimento residual e no fechamento nas regiões de apoio.



**Figura 24** - Processo de fabricação de vigas alveolares em Vitória – ES (foto: TDB Projetos).

## 2.4 Estudos analíticos

Gibson e Jenkins (1957) desenvolveram um método aproximado de estimativa do carregamento último em vigas alveolares, em especial para vigas casteladas padrão anglo-saxão, admitindo um comportamento de vigas Vierendeel e com base na observação do estudo fotoelástico de um modelo. Também foi realizada uma investigação com vigas alveolares disponibilizadas no mercado, de modo a comparar os resultados do modelo aproximado com os resultados experimentais. Os modelos desenvolvidos consideravam vigas biapoiadas submetidas a um carregamento concentrado no meio do vão. Durante os ensaios foi observado o desenvolvimento da distribuição de tensões e das deformações com o carregamento. Nos modelos analisados, observou-se que o comportamento das vigas realmente se assemelha ao de vigas Vierendeel, permanecendo dentro do domínio elástico. Isso se deve provavelmente à baixa esbelteza dos modelos ensaiados. O método aproximado proposto apresentou boa correlação com os resultados experimentais, em especial na estimativa da distribuição de tensões e deformações nas vigas alveolares.

Kolosowski (1964) apresentou um método aproximado de estimativa dos esforços em vigas casteladas mais simples que o método sugerido por Gibson e Jenkins (1957). Também realizou ensaios experimentais para a verificação dos resultados. Nesses

ensaios, uma viga alveolar e uma viga de alma cheia biapoiadas foram submetidas a um carregamento concentrado em dois pontos, equidistantes em relação ao meio do vão. O trabalho apresenta basicamente dois métodos de análise de vigas casteladas – o método clássico da teoria de vigas e o método baseado na teoria das vigas Vierendeel. O método sugerido apresenta resultados muito próximos aos alcançados por Gibson e Jenkins (1957), sendo a sua principal vantagem a simplicidade das equações apresentadas. O autor destaca a importância da consideração dos momentos secundários nas vigas alveolares, assim como o surgimento de outros modos de colapso quando as vigas não são contidas lateralmente de forma adequada. Também observou que a distribuição de tensões ao longo das mesas se dá em ziguezague, como nas vigas Vierendeel.

Blodgett (1966) apresenta um estudo a respeito da distribuição de tensões nos cordões e nos montantes de alma e propõe um método de dimensionamento para vigas casteladas. Como o montante de alma possui uma seção variável, o autor utiliza um método aproximado de determinação da distribuição de tensões conhecido como “método da cunha”, proposto por Osgood (1939) e adaptado por Olander (1953). O método de dimensionamento de Blodgett apresenta bons resultados para perfis compactos.

Faltus (1966) apresenta equações para a determinação da posição e do valor da tensão máxima no vão para vigas casteladas, para diversas configurações de carregamento. Também apresenta um ábaco de dimensionamento de vigas casteladas.

Delesques (1968, 1969) desenvolveu um estudo analítico para o dimensionamento de vigas alveolares segundo padrão Litzka. As equações propostas contemplam os seguintes modos de colapso: colapso do montante de alma por cisalhamento, colapso do montante de alma por flexão, flambagem do montante de alma, formação de mecanismo plástico, e avaliação das deformações devido ao momento fletor e a força cortante. Segundo o autor, para as vigas casteladas a hipótese de Navier-Bernoulli não é válida. A hipótese que pode ser considerada com melhor aproximação é a de distribuição uniforme de tensões na altura do perfil. Para a verificação das equações foram ensaiadas sete vigas alveolares obtidas a partir dos perfis HEA 360 e IPE 270. A força aplicada sobre a viga no ensaio era dividida em oito pontos, para simular um carregamento uniforme. O modelo analítico de dimensionamento apresentou boas correlações com os resultados experimentais.

Lleonart (1988) traz uma discussão a respeito da influência da geometria da abertura no dimensionamento de perfis alveolares. Propõe equações de dimensionamento segundo

critérios de resistência e deformação, apenas para os casos de vigas biapoiadas e com carregamento distribuído, assumindo que o comportamento resistente desses elementos estruturais é similar ao de uma viga Vierendeel com cargas aplicadas nos nós. Por fim, apresenta uma série de ábacos de dimensionamento para perfis da série IPE e IPN, em função do vão, da flecha admissível, da largura do montante, da inércia média da viga e da altura da abertura.

Gemperle (2007) mostra um método simplificado de dimensionamento de vigas casteladas segundo o SZS – Instituto Suíço de Construção em Aço. O padrão de corte das vigas limita a largura dos montantes à meia altura da abertura. O método de dimensionamento leva a um diagrama de interação momento fletor×força cortante, que apresenta boa concordância com os resultados experimentais encontrados na literatura, conforme apresentado pelo autor.

## **2.5 Estudos experimentais**

Altifillisch, Toprac e Cooke (1957 *apud* Dermidjian, 1999) realizaram um estudo experimental com vigas casteladas variando a razão de expansão, a geometria da abertura e a posição dos carregamentos. As vigas foram ensaiadas biapoiadas com duas cargas concentradas posicionadas simetricamente em relação ao meio do vão. O objetivo do estudo era avaliar o comportamento das vigas casteladas nos domínios elástico e plástico. Em todos os modelos foi observada a flambagem das mesas submetidas à compressão.

Toprac e Cooke (1959) realizaram um programa experimental no qual foram ensaiadas nove vigas casteladas com o objetivo de estudar o comportamento nas fases elástica e plástica, os modos de colapso e a capacidade de carga, bem como fazer um comparativo com modelos analíticos de cálculo. Observaram-se falhas nas vigas por plastificação da alma e da mesa dos cordões. Em alguns casos houve um deslocamento lateral devido a essa plastificação. Também foi observado, em alguns modelos, a plastificação nas regiões da solda, à meia altura do montante de alma.

Sherbourne (1966 *apud* Dermidjian, 1999) ensaiou uma série de sete vigas casteladas com o objetivo de investigar a interação momento fletor×força cortante e avaliar o comportamento dessas vigas sob diferentes configurações de carregamento. Foram observados os seguintes modos de colapso nos ensaios: mecanismo de cisalhamento, mecanismo de flexão e flambagem do montante de alma.

Halleux (1967 *apud* Dermidjian, 1999) realizou uma série de testes com cinco vigas casteladas obtidas a partir do perfil IPE300. As vigas foram ensaiadas biapoiadas com duas cargas concentradas posicionadas a 1/3 e a 2/3 do vão. Os dois modos de colapso observados nos ensaios foram o mecanismo de flexão e o mecanismo de cisalhamento.

Bazile e Texier (1968 *apud* Zaarour, 1995) conduziram um programa experimental com sete vigas casteladas para estudar a influência da geometria das aberturas no comportamento das vigas. Todas as vigas foram ensaiadas biapoiadas com oito pontos de carregamento distribuídos ao longo do vão, e apresentaram o modo de colapso por instabilidade do montante de alma.

Galambos, Hussain e Speirs (1973) realizaram um trabalho com o objetivo de identificar a razão de expansão ótima para vigas alveolares. Foi desenvolvida uma análise computacional baseada em um processo iterativo que buscava o carregamento admissível de acordo com os modos de colapso previstos, conforme era incrementada a razão de expansão da viga. Para a verificação dos resultados, foi conduzido um estudo experimental com quatro vigas casteladas, obtidas a partir do perfil W10x15. As vigas apresentavam vão e largura do montante constantes, variando apenas a razão de expansão. Foram ensaiadas como vigas biapoiadas, com carregamento concentrado no meio do vão. O autor conclui que a razão de expansão está fortemente ligada à geometria da abertura, em especial ao ângulo interno da abertura, ao vão da viga, ao carregamento e, principalmente, ao perfil original adotado.

Nethercot e Kerdal (1982) realizaram duas séries de ensaios experimentais com vigas alveolares, a primeira com dez vigas em menor escala, para uma avaliação qualitativa, e a segunda composta por oito vigas em escala real, produzidas a partir de perfis comercializados. O objetivo do estudo era avaliar o colapso por flambagem lateral com torção em vigas alveolares. As vigas foram carregadas em dois pontos a partir do meio do vão. Os ensaios comprovaram que vigas alveolares se comportam de maneira muito similar a vigas de alma cheia, quando se trata de colapso por flambagem lateral com torção. Os autores recomendaram o uso das equações de dimensionamento já estabelecidas para os perfis de alma cheia, considerando apenas as mudanças nas propriedades geométricas, como a inércia na região da abertura.

Zaarour e Redwood (1996) ensaiaram 12 vigas alveolares a partir de perfis Bantam, produzidos pela Chaparral Steel. Esses perfis se diferenciam dos comumente usados e apresentados na literatura por sua grande esbelteza de alma ( $\lambda_w = 71$ ), mesmo antes da

expansão. O objetivo era investigar o colapso do montante de alma e identificar um método de estimativa do carregamento último. No modelo experimental, as vigas eram carregadas apenas no meio do vão. Também foram desenvolvidos modelos numéricos com o objetivo de estimar o carregamento último de flambagem dessas vigas. O carregamento último estimado e o experimental foram comparados com os métodos propostos por Blodgett (1966) e Aglan e Redwood (1974). Foi verificado que a estimativa do carregamento último proposta por Blodgett (1966) dá bons resultados apenas para perfis compactos, de baixa esbelteza. De modo geral, os modelos numéricos desenvolvidos apresentaram boa correlação com os resultados experimentais, porém foi detectada uma tendência de superestimar o carregamento último de vigas com chapa expansora.

Redwood e Dermidjian (1998) realizaram ensaios experimentais com quatro vigas, com o objetivo de observar a flambagem dos montantes de alma para os casos em que o esforço cortante é preponderante e identificar os efeitos da relação momento-cortante sobre os modos de colapso. Nos modelos ensaiados, as vigas eram carregadas apenas no meio do vão. Também foi realizada uma simulação numérica para identificar a carga crítica de flambagem dos modelos. As vigas apresentavam mesmo padrão de corte e variavam o vão em função do número de aberturas. Assim, foram ensaiadas duas vigas com quatro aberturas, uma com seis e outra com oito aberturas. Todas apresentaram flambagem do montante de alma, exceto uma, que apresentou flambagem lateral com torção.

Bailey (2003) desenvolveu um trabalho cujo objetivo era investigar o comportamento de vigas celulares quando submetidas ao fogo, inclusive a evolução dos modos de colapso, em especial a flambagem dos montantes de alma. Oito vigas foram ensaiadas, sendo que sete delas foram obtidas do perfil UB 406x178x60 e uma viga assimétrica foi obtida a partir dos perfis UB 406x140x39 e UB 406x178x60. Foram ensaiadas vigas com aberturas protegidas por tinta intumescente, e vigas sem proteção, além de vigas de alma cheia.

Bradley (2003) desenvolveu um estudo a respeito da flambagem lateral com torção em vigas casteladas durante a montagem, tendo em vista que durante o içamento e montagem das vigas a contenção lateral difere muito da condição em serviço. Duas vigas casteladas foram obtidas a partir dos perfis CB 24x26 e CB 27x40, com razão de expansão 1,33 e ensaiadas como vigas biapoiadas, contidas lateralmente em três pontos

ao longo do vão, submetidas ao peso próprio e com acréscimos de carga no meio do vão que simulavam o efeito do peso de um operário ao montar a estrutura. O autor conclui que a especificação para flambagem lateral com torção para vigas de alma plana apresentada pelo AISC (1999) é adequada para a verificação desse modo de colapso, desde que se considere os fatores de comprimento efetivo adequados.

Hoffman, Dinehart, Gross e Yost (2006) conduziram um programa experimental com o objetivo de investigar a distribuição de tensões em vigas celulares, em especial a flambagem do montante de alma para as regiões próximas ao apoio. Foi realizada uma série de 18 experimentos com vigas biapoiadas e submetidas a um carregamento distribuído, cujos resultados foram utilizados na validação de modelos numéricos. Os modelos numéricos deram boa resposta na determinação do carregamento último de flambagem.

Zirakian e Showkati (2006) realizaram uma investigação a respeito da flambagem por distorção em vigas casteladas. Foram ensaiados seis modelos obtidos a partir dos perfis alemães IPE 12 e IPE 14, expandidos segundo o padrão Peiner, biapoiados, submetidos a um carregamento concentrado no meio do vão e com vãos variando entre 3 m e 5 m. Todos os modelos apresentaram colapso por flambagem lateral acompanhada por distorção. Os resultados obtidos nos ensaios foram comparados com alguns modelos teóricos de determinação do carregamento crítico. O modelo que apresentou melhor correlação foi o “Plot Modificado”.

Wald *et al.* (2010) apresentam um estudo do comportamento de vigas alveolares sem proteção sujeitas ao fogo. O trabalho compara os métodos de dimensionamento de vigas de alma cheia sujeitas a fogo com resultados experimentais obtidos através de testes de incêndio em uma estrutura experimental composta por sete vigas alveolares de abertura hexagonal alongada. Os dados de deslocamento e de transferência de calor foram monitorados no meio do vão e nos apoios, de modo a observar as interferências sobre a ocorrência dos modos de colapso nas vigas alveolares, em especial aqueles que surgem devido aos efeitos do cisalhamento. Os métodos de dimensionamento propostos pelos autores dão um bom resultado tendo em vista que a resistência das vigas alveolares é fortemente influenciada pela geometria das aberturas.

## 2.6 Estudos numéricos

Chung, Liu e Ko (2000) desenvolveram um estudo a respeito da formação de rótulas plásticas em vigas com aberturas circulares, em especial devido ao modo de colapso por mecanismo Vierendeel. Foram propostas equações de dimensionamento para esse modo de colapso e estabelecidos diagramas de interação momento fletor×força cortante para pré-dimensionamento de vigas com aberturas. Para a validação das equações de dimensionamento, foram desenvolvidos modelos numéricos de vigas com aberturas circulares. Nas regiões de baixos valores de momento fletor o método proposto levava a resultados em torno de 5 a 10% mais baixos que os modelos numéricos. Nas regiões com valores mais altos de momento fletor, as equações propostas se mostraram conservadoras.

Chung, Liu e Ko (2003) desenvolveram um estudo a respeito do modo de colapso por formação de mecanismo plástico (mecanismo Vierendeel) em vigas com aberturas circular, hexagonal, quadrada, retangular, octogonal e circulares alongadas. Foram testadas diversas relações entre altura da abertura e altura do perfil e relações momento fletor×força cortante. Os estudos foram realizados com base em simulações numéricas. Os diagramas momento×cortante apresentaram boa correlação para o pré-dimensionamento de vigas com abertura, exceto para os casos em que as aberturas eram muito pequenas em relação ao perfil. Nesses casos, à medida que a relação momento×cortante incrementava, o método proposto se tornava mais conservador.

Mohebkhah (2004) desenvolveu um estudo acerca do coeficiente  $C_b$  para vigas casteladas, utilizando modelos numéricos de vigas biapoiadas com diferentes valores de esbeltez. Ao final do estudo, o autor comprovou que o coeficiente  $C_b$  varia significativamente não apenas em função das condições de carregamento mas também em função da esbeltez das vigas, principalmente em vigas alveolares. Como o AISC considera os valores de  $C_b$  apenas em função das condições de carregamento, foram desenvolvidas no trabalho equações de regressão que permitem avaliar o valor de  $C_b$  em função da esbeltez das vigas. O autor destaca a necessidade de se realizar novos estudos para avaliar o valor de  $C_b$  também em função das condições de contorno em vigas casteladas inelásticas.

Mohebkhah e Showkati (2005) conduziram um trabalho cujo objetivo era investigar os efeitos dos elementos de contenção lateral elásticos sobre vigas casteladas, considerando a rigidez e a esbeltez dessas vigas. Também foi investigado um

coeficiente de mola elástico ótimo para a contenção lateral das vigas analisadas. Uma equação geral é proposta ao final do trabalho para determinar esse coeficiente elástico. Foi desenvolvida uma série de modelos numéricos de vigas casteladas padrão Litzka, biapoiadas, submetidas a momento fletor puro, com contenção lateral no meio do vão e obtidas a partir do perfil CPE 140. Os autores sugerem novos trabalhos para a validação das equações propostas e a investigação dos efeitos da contenção lateral sobre vigas alveolares de diferentes vãos, aberturas, condições de carregamento, entre outros.

Pode-se destacar também outros trabalhos que utilizaram de ferramentas computacionais para a previsão do carregamento último em vigas alveolares. Amayreh e Saka (2005) reuniram resultados experimentais de 47 vigas casteladas encontradas a literatura com as mais diversas geometrias e modos de colapso. Os dados foram lançados em um programa baseado em redes neurais para a avaliação do carregamento último. Oito dados de entrada foram estabelecidos, compreendendo propriedades de geometria da abertura e carregamento das vigas. Todas as vigas eram biapoiadas, e os carregamentos variavam entre uniformemente distribuídos, concentrado no meio do vão e com dois pontos de carregamento simetricamente posicionados em relação ao meio do vão. A saída era sempre o carregamento último. Os resultados também foram comparados com o método sugerido por Blodgett (1960) e com a norma britânica (BS Code). A relação entre os resultados experimentais e os da rede neural foi de 0,99, enquanto que em relação ao método de Bodgett foi de 2,2 e o método da norma britânica de 1,33.

Pirmoz e Daryan (2007) desenvolveram modelos numéricos com o objetivo de investigar o comportamento não-linear de vigas casteladas submetidas a um carregamento uniformemente distribuído. Na discretização dos modelos foram utilizados elementos sólidos e os parâmetros variados foram o comprimento do vão e as condições de contenção lateral. Os autores observaram que, dependendo da distância entre os pontos de contenção lateral, ocorria a instabilidade das mesas antes da flambagem do montante de alma. As vigas com contenção lateral ao longo de todo vão apresentaram maior capacidade de carga.

Radic e Markulak (2007) desenvolveram diversos modelos numéricos com o objetivo de estudar o modo de colapso de flambagem lateral em vigas alveolares. Os modelos possuíam aberturas hexagonais, retangulares e quadradas. Outros dois parâmetros também foram variados, a saber, o número de aberturas ao longo do vão e a largura das

aberturas. Os resultados obtidos foram comparados com o método simplificado de verificação à flambagem lateral sugerido pelo Eurocódigo 3. Os resultados dos modelos numéricos comparados com os valores de carregamento máximo obtidos a partir do método simplificado diferiram em torno de 5%, comprovando que basta considerar as propriedades de inércia da seção da viga castelada para os métodos inicialmente sugeridos para vigas de alma cheia no Eurocódigo 3.

Dervinis e Kvedaras (2008) desenvolveram um algoritmo para a verificação de uma razão ótima de expansão para vigas casteladas, baseado nos modelos numéricos também desenvolvidos por eles. Os modelos numéricos consistiam de vigas casteladas com aberturas hexagonais regulares, com 12 m de vão e carregamento uniformemente distribuído. Os parâmetros variados foram a altura das aberturas, espessura da alma e altura do perfil original. O artigo apresenta um novo método de escolha da geometria das aberturas em vigas alveolares, porém necessita, conforme destacado pelos autores, de uma validação perante algum método de dimensionamento baseados nos modos de colapso das vigas alveolares.

Lagaros *et al.* (2008) desenvolveram dois modelos numéricos de pórticos tridimensionais, um com vigas de alma cheia e outro com vigas celulares. Também são apresentadas no trabalho duas formulações de otimização de modelos, que se diferenciam pelo elemento utilizado na discretização. Os parâmetros variados foram o tamanho das vigas, número e tamanho das aberturas. O trabalho apresenta um algoritmo interessante para um estudo de dimensionamento ótimo de uma estrutura com vigas alveolares. É importante ressaltar que em um dimensionamento ótimo, cada modelo a ser desenvolvido apresentará suas particularidades, em especial aquelas ligadas às condições de serviço das estruturas, levando assim a diferentes configurações ótimas da viga.

Lotfollahi-Yaghin e Ahmadi (2008) realizaram análises numéricas dinâmicas no programa ANSYS. O trabalho consistiu na comparação dos modos de vibração e da frequência de excitação em vigas casteladas e vigas de alma cheia. Foram desenvolvidos modelos contidos lateralmente em alguns pontos e ao longo de todo o vão. Ficou compreendido que quanto maiores são as aberturas nas vigas casteladas menor será o carregamento dinâmico gravitacional necessário para um determinado modo de vibração. Os ensaios também demonstram que as vigas casteladas apresentam maior flexibilidade do que as vigas de alma cheia.

Kohnepooshi e Showkati (2009) apresentaram um estudo a respeito do comportamento e das propriedades da seção de vigas alveolares. O estudo contempla a rigidez das vigas à flexão em relação aos eixos de maior e menor inércia, a rigidez à tração, ao cisalhamento e à torção e a constante de empenamento. O trabalho comprova a baixa capacidade ao cisalhamento de vigas alveolares e demonstra que a rigidez à torção da viga está diretamente relacionada com a proporção altura×vão da viga.

Sweedan, El-Sawy e Martini (2009) desenvolveram uma série de modelos numéricos de pilares alveolados para a investigação da flambagem elástica em relação ao eixo de maior inércia em tais elementos. O estudo leva em consideração os efeitos da geometria das aberturas e das condições de apoio dos pilares. Os autores propuseram um método de dimensionamento de pilares alveolados.

Ellobody (2010) desenvolveu um estudo a respeito de vigas casteladas submetidas a carregamentos e a uma configuração que levassem ao modo de colapso de flambagem lateral com torção, com distorção significativa ou nula. Foi desenvolvida uma série de modelos numéricos com vigas casteladas padrão Litzka obtidas a partir de perfis de resistência normal e de alta resistência. Um extenso estudo paramétrico foi desenvolvido, observando os efeitos da mudança do comprimento dos vãos e da inércia dos perfis. Os resultados obtidos foram comparados aos métodos de dimensionamento de vigas de alma cheia propostos pela norma australiana, que se mostrou conservadora para o modo de colapso de flambagem lateral com torção, e para as vigas com aço de alta resistência. Para o modo de colapso de flambagem por distorção o método se apresentou pouco rigoroso.

Abreu, Fakury e Castro e Silva (2010) propuseram um procedimento para a determinação do momento fletor resistente nominal para vigas de aço celulares, para o estado-limite de flambagem lateral com torção. Foi desenvolvida uma série de modelos numéricos para a aferição. As vigas celulares foram obtidas a partir dos perfis Açominas W 200x22,5, W 310x32,7 e W 530x85, biapoiadas, com vínculo de garfo nos apoios e submetidas a um carregamento uniformemente distribuído. O procedimento adotado se baseia na formulação proposta na ABNT NBR 8800:2008 para vigas de alma cheia, considerando as propriedades da seção das vigas celulares no centro das aberturas.

Diversos outros autores têm utilizado modelagem numérica para o estudo de vigas de aço com aberturas na alma, vigas casteladas e celulares (Lian e Shanmugam, 2003;

Raftoyiannis e Ioannidis, 2006; Nadjai *et al.*, 2007; Rodrigues *et al.*, 2007; Lagaros *et al.*, 2008; Radić *et al.*, 2009; Bezerra *et al.*, 2010; Vieira, 2011)

## 2.7 Modos de colapso

A presença de aberturas nas vigas alveolares gera diferenças no comportamento dessas vigas em relação às vigas de alma cheia. Além dos modos de colapso observados nas vigas de alma cheia, novos modos de colapso surgem devido ao aumento da esbeltez da viga com a expansão da altura total. A distribuição de tensões e os deslocamentos também apresentam sensíveis diferenças devido à periódica mudança da área da seção transversal e a alma fica mais susceptível a fenômenos de instabilidade com a borda livre dos alvéolos.

Os modos de colapso típicos das vigas alveolares são os seguintes:

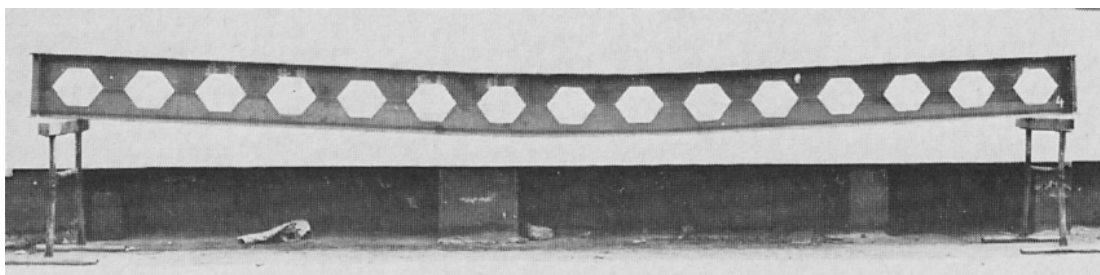
- colapso por formação de mecanismo plástico;
- colapso do montante de alma por cisalhamento;
- colapso do montante de alma por flexão;
- colapso por flambagem do montante de alma;
- colapso por rasgamento da solda de emenda à meia altura do montante de alma;
- colapso da viga por flambagem lateral com torção (acompanhada de distorção da alma).

### 2.7.1 Colapso por formação de mecanismo plástico

Vigas com vãos longos e com relação altura/vão acima de 20 costumam apresentar o modo de colapso por mecanismo de flexão. Dermidjian (1999) relata em seu trabalho que o mecanismo por flexão é usualmente observado em perfis Classe 1 e 2<sup>1</sup>. Esse modo de colapso caracteriza-se pelo escoamento dos cordões superior e inferior no meio do vão (Figura 25). É comum ocorrer em vigas sujeitas a momento fletor puro. Os primeiros autores a observar a sequência de escoamento devido a esse modo de colapso foram Toprac e Cooke (1959). A primeira análise pela teoria plástica foi apresentada por Halleux (1967, *apud* Kerdal e Nethercot, 1984) para análise do comportamento da viga alveolar submetida a esse modo de colapso.

---

<sup>1</sup> As seções Classe 1 permitem que seja atingido o momento de plastificação e a subsequente redistribuição de momentos fletores, portanto adequados para análise plástica. Os perfis Classe 2 possuem seções que permitem que seja atingido o momento de plastificação, mas não a redistribuição de momentos fletores.



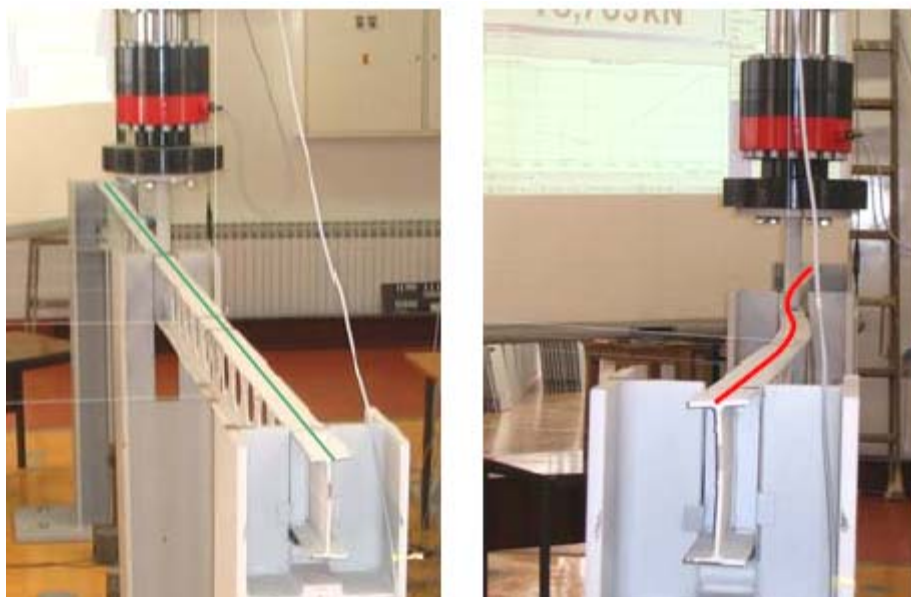
**Figura 25** - Aspecto da deformada de uma viga castelada após ensaio sob carga uniformemente distribuída, Kanning (1974).

Em alguns casos, em função da presença de força cortante de alta magnitude, podem surgir momentos secundários na região do alvéolo, produzindo uma deformação diferencial entre dois montantes de alma e levando à formação de rótulas plásticas nos cantos da abertura. Isso gera uma distorção do alvéolo, como que formando um paralelogramo. Esse modo de colapso é também conhecido como mecanismo Vierendeel, e foi relatado pela primeira vez por Altifillisch (1957, *apud* Kerdal e Nethercot, 1984) e Toprac e Cooke (1959). Segundo os estudos de Halleux (1967 *apud* Kerdal e Nethercot, 1984) e Kerdal e Nethercot (1984), o mecanismo Vierendeel é observado principalmente em algumas combinações de vãos curtos com aberturas mais alongadas (longos comprimentos soldados) e em vigas com cordões de pequena altura.

### **2.7.2 Colapso da viga por flambagem lateral**

Dependendo do comprimento destravado, as vigas alveolares podem sofrer flambagem lateral assim como as vigas de alma cheia (Figura 26). A flambagem lateral com torção envolve um deslocamento lateral e um giro da seção transversal. Para alguns autores a presença das aberturas pouco influencia no comportamento da viga para esse modo de colapso (Dermidjian, 1999; Nethercot e Kerdal, 1982). Por outro lado, estudos mais recentes tem comprovado que a variação da área da seção transversal devido à presença das aberturas interfere diretamente no raio de giração do eixo de menor inércia, o que implica em uma redução da capacidade resistente das vigas alveolares para esse modo de colapso (Mohebkhah, 2004; Tkalčević *et al.*, 2007; Radić e Markulak, 2007; Showkati, 2008; Radić *et al.*, 2009; Bezerra *et al.*, 2010; Abreu *et al.*, 2010).

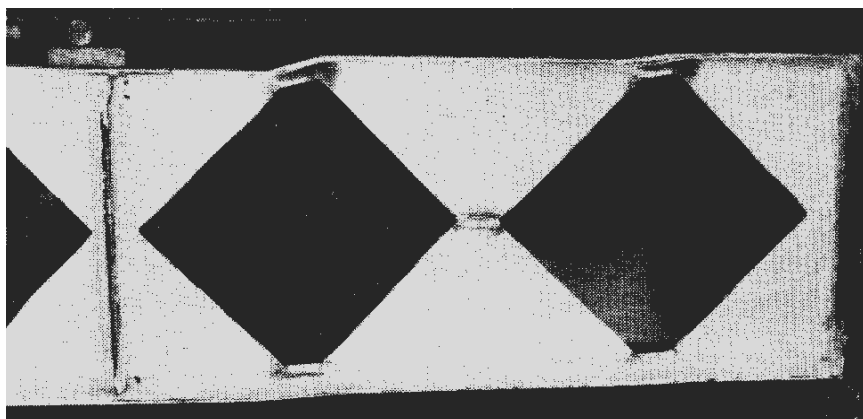
Há casos em que a flambagem lateral com torção ocorre juntamente com a flambagem local da alma, configurando a chamada distorção da alma (Zirakian e Showkati, 2006; Ellobody 2010; Gizejowski e Salah, 2011; Bezerra *et al.*, 2010).



**Figura 26** - Viga castelada em colapso por flambagem lateral com torção (TKALČEVIĆ *et al.*, 2007).

### 2.7.3 Ruptura da solda de emenda

A ruptura na região da solda ocorre quando se reduz o comprimento da abertura com o objetivo de diminuir o efeito do momento secundário e assim evitar a formação do mecanismo Vierendeel. Ensaaios realizados com o objetivo de observar a ruptura na região da solda mostraram que normalmente as vigas alcançam sua capacidade máxima antes por outros modos de colapso (Hosain e Speirs, 1971 *apud* Kerdal e Nethercot, 1984). Desse modo, a ruptura na região soldada só é alcançada se as tensões cisalhantes nesse local alcançam a tensão de escoamento do material. Em alguns casos, é observada apenas uma deformação excessiva no entorno da solda, sem que uma ruptura propriamente dita aconteça, como pode ser observado na Figura 27 (Toprac e Cooke, 1959).

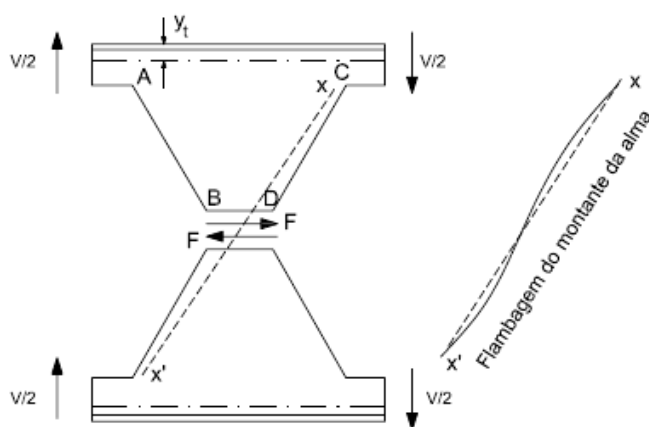


**Figura 27** - Modelo de viga alveolar com platificação na região da solda, ensaiada por Toprac e Cooke (1959).

## 2.7.4 Colapso por flambagem do montante de alma

O montante de alma de viga alveolares pode atingir o colapso por flambagem por compressão ou por cisalhamento, dependendo da geometria das aberturas e da magnitude dos esforços atuantes. A flambagem do montante de alma por compressão ocorre para os casos em que o momento fletor é predominante, enquanto a flambagem por cisalhamento ocorre quando a força cortante é significativa diante do momento.

Observando-se a metade do painel e fazendo o equilíbrio das forças, obtêm-se as forças internas representadas na Figura 28. A força cisalhante  $F$  que surge ao longo da junta soldada irá solicitar o montante de alma à flexão. É possível notar que surgirão esforços de tração na região do contorno AB, enquanto na região do contorno CD surgirão esforços de compressão. Esses esforços podem provocar a flambagem do montante de alma em cada uma das metades do painel, surgindo assim um ponto de inflexão na região da solda, conforme representado na Figura 28. Este é o caso de colapso por flambagem do montante de alma por cisalhamento (ver Figura 29).



**Figura 28** - Flambagem do montante de alma por cisalhamento (Kerdal e Nethercot, 1984).

A flambagem do montante de alma por cisalhamento pode ser influenciada pela geometria da abertura e pela adição de chapas expansoras, de acordo com as seguintes relações definidas por Zaarour e Redwood (1996):

- altura da abertura pela altura total da seção;
- altura da abertura pela largura mínima do montante de alma;
- largura mínima do montante de alma pela espessura da chapa;
- altura da chapa intermediária pela altura da abertura;
- altura da chapa intermediária pela espessura da chapa.



**Figura 29** - Flambagem do montante de alma de uma viga mista celular (Nadjai *et al.*, 2008).

Na flambagem por compressão, o montante de alma sofre um deslocamento para fora do plano da viga sem que ocorra torção. Normalmente esse modo de colapso ocorre em pontos de carregamento concentrado ou de apoio.

De um modo geral, a flambagem das vigas pode ocorrer em regime elástico ou inelástico. No primeiro caso o fenômeno de instabilidade se dá quando as tensões ainda não atingiram a resistência ao escoamento do material. No segundo, a flambagem se dá após o início da plastificação do aço.

Em seu trabalho, Delesques (1968) realiza um estudo sobre a estabilidade de montantes de alma de vigas alveolares padrão Litzka, assumindo um comportamento indefinidamente elástico. Porém, com base em resultados experimentais, concluiu que a flambagem elástica é improvável de ocorrer.

# 3

## **Metodologia para a verificação de vigas alveolares frente aos estados-limites aplicáveis**

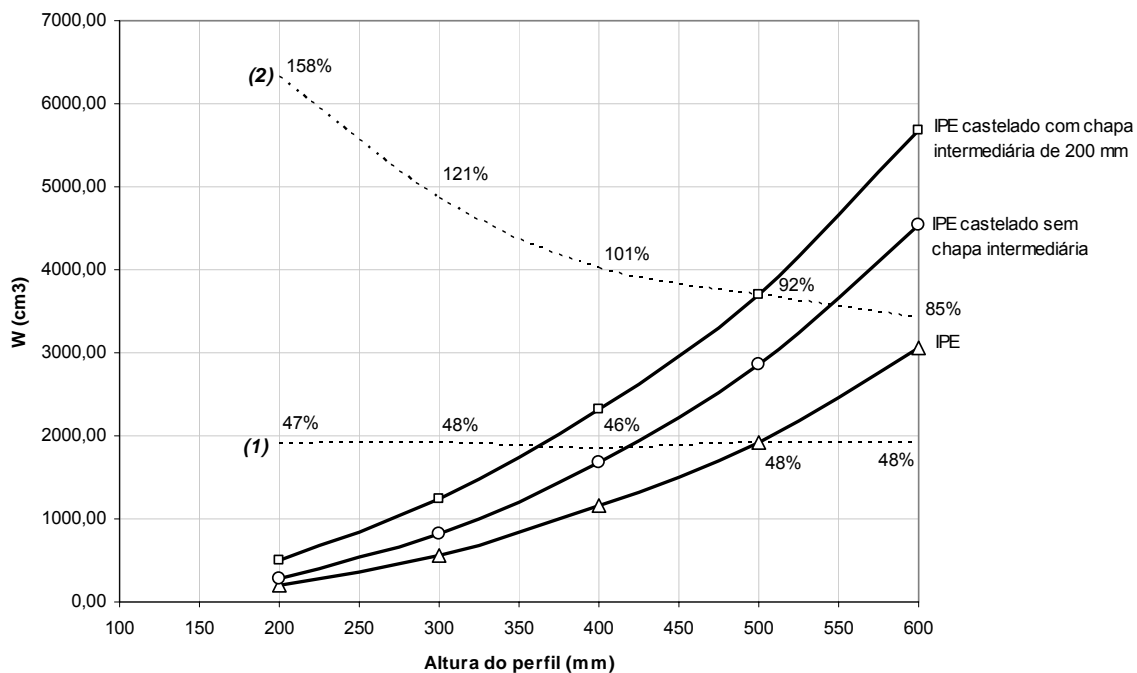
---

Neste capítulo é apresentada uma avaliação do desempenho estrutural das vigas alveolares e uma metodologia de verificação dos estados-limites últimos e de serviço de deslocamento excessivo, desenvolvidos a partir das formulações propostas por Delesques (1968, 1969) e Cimadevila (2000). As formulações aqui apresentadas levam em consideração os diferentes padrões de aberturas (Litzka, Peiner, Anglo-saxão e celular), e adota-se a simbologia utilizada pela ABNT NBR 8800:2008.

### **3.1 Avaliação do desempenho estrutural das vigas alveolares**

A expansão da alma em vigas alveolares traz mudanças nas características da seção em relação à seção de alma cheia original. O incremento no módulo resistente em relação ao do perfil original se torna importante à medida que permite utilizar perfis mais leves para resistir ao mesmo momento fletor.

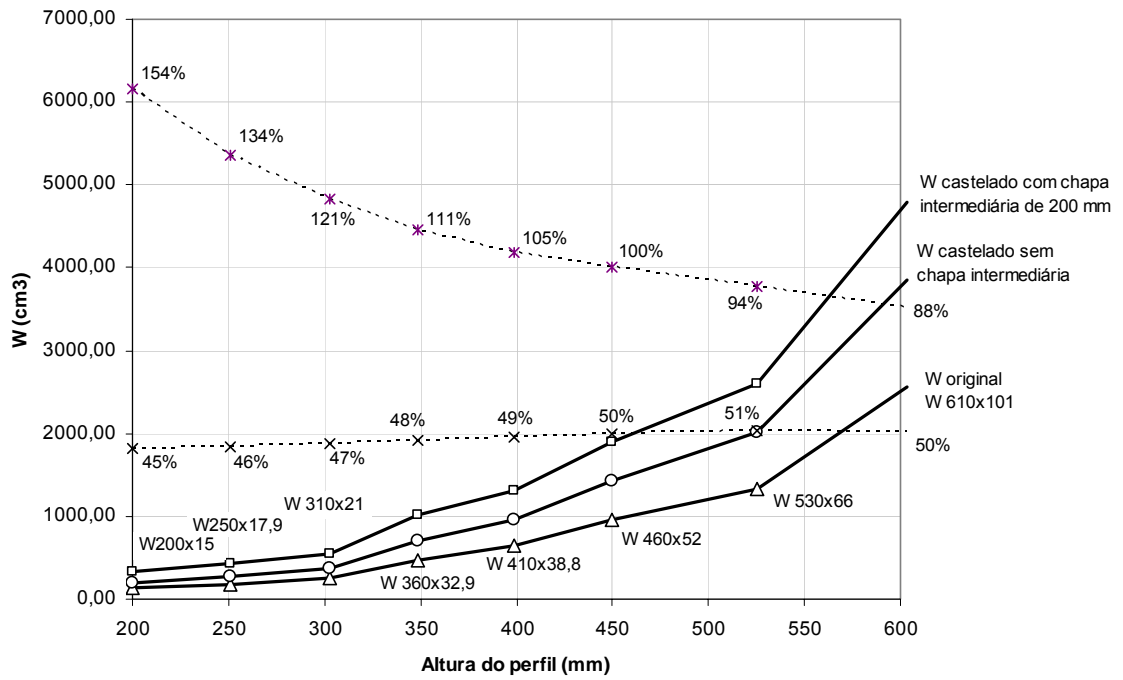
Na Figura 30 é apresentado o aumento do módulo resistente elástico em perfis castelados com e sem chapa expansora em relação aos perfis originais da série IPE. As vigas casteladas foram obtidas segundo o padrão Litzka. A curva (1) corresponde ao incremento do módulo resistente para uma viga castelada sem chapa expansora em relação ao perfil original, enquanto a curva (2) mostra a mesma relação para vigas casteladas com chapa expansora de 200 mm de altura.



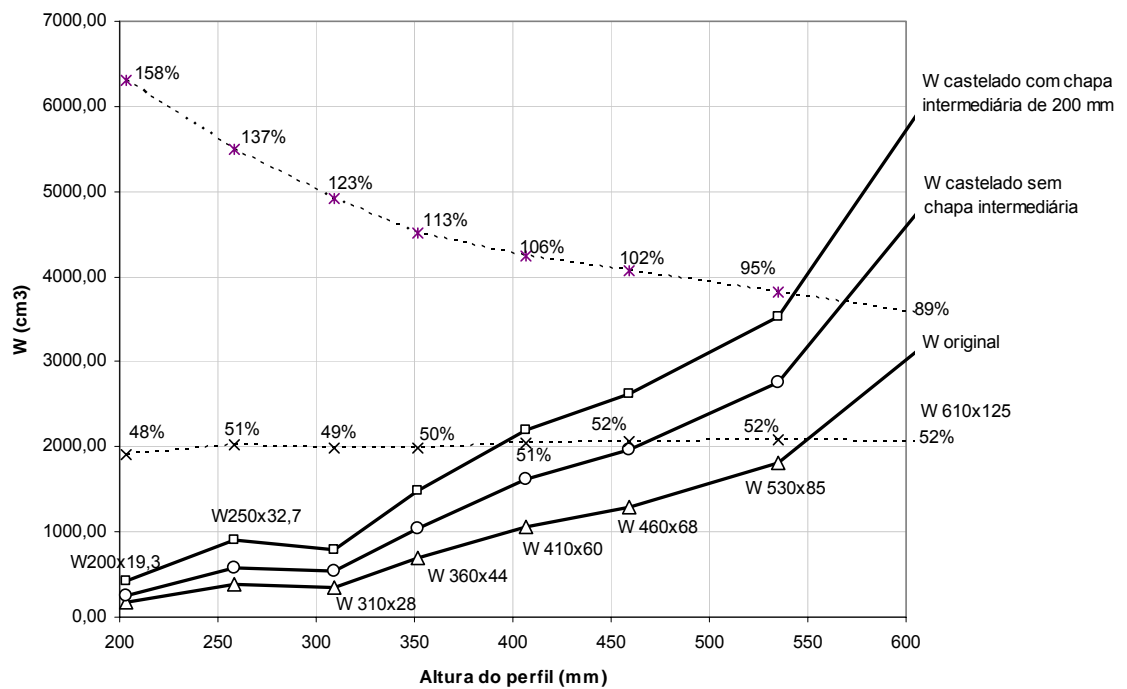
**Figura 30** - Módulo resistente elástico nos perfis de alma cheia e castelados da série IPE.

O incremento do módulo resistente elástico se mantém praticamente constante (entre 46% e 48%) para vigas casteladas sem chapa expansora. Esse incremento se torna bastante significativo nas vigas casteladas com chapa expansora, principalmente para perfis mais baixos. Ao utilizar chapas expansoras de dimensão constante, o incremento no módulo resistente se torna maior à medida que diminui a altura do perfil original.

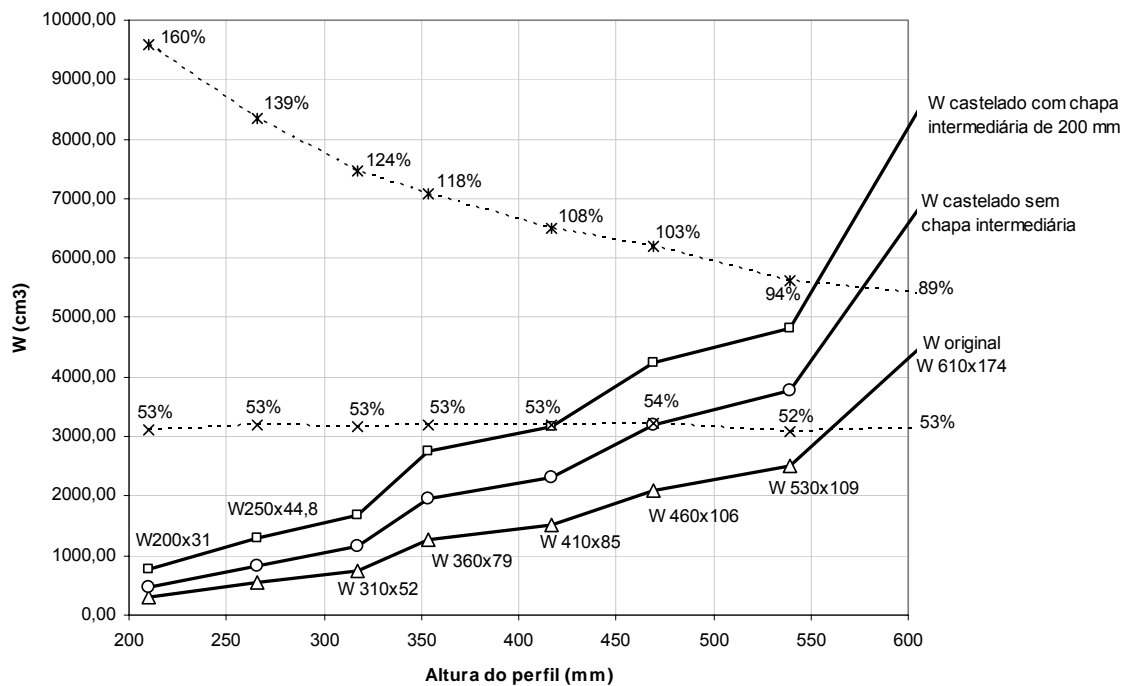
Diferentemente da série de perfis IPE, a Gerdau-Açominas fornece vários perfis laminados com a mesma altura, variando espessuras de alma e mesa. Dessa forma, para uma mesma altura de perfil é possível encontrar perfis mais leves e outros mais pesados, o que interfere diretamente na forma como evolui o incremento do módulo resistente das vigas alveolares. O incremento do módulo resistente elástico para perfis leves (Figura 31), médios (Figura 32) e pesados (Figura 33) é mostrado a seguir.



**Figura 31** - Aumento do módulo resistente nas vigas casteladas para perfis Gerda-Açominas (perfil mais leve de cada série).



**Figura 32** - Aumento do módulo resistente nas vigas casteladas para perfis Gerda-Açominas (perfil médio de cada série).



**Figura 33** - Aumento do módulo resistente nas vigas perfiladas para perfis Gerdau-Açominas (perfil mais pesado de cada série).

Para os perfis da Gerdau-Açominas o incremento do módulo resistente varia numa faixa de 45% a 54%, enquanto que os perfis da série IPE apresentam uma faixa de variação entre 46% e 48%.

O ganho de rendimento à flexão das vigas alveolares pode ser analisado sob o ponto de vista da resistência ou da deformação. Desse modo, é importante definir os seguintes conceitos:

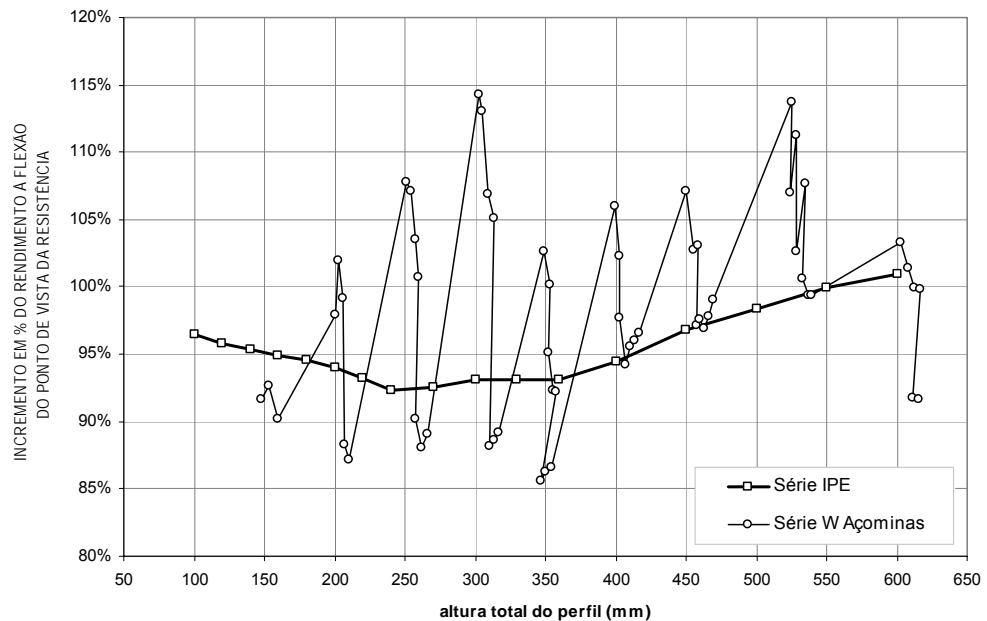
$$R_R = \frac{W_x}{A} \quad \text{e} \quad R_f = \frac{I_x}{A}$$

onde:

- $R_R$  rendimento à flexão do ponto de vista da resistência;
- $R_f$  rendimento à flexão do ponto de vista da deformação;
- $W_x$  módulo resistente elástico;
- $I_x$  momento de inércia;
- $A$  área da seção.

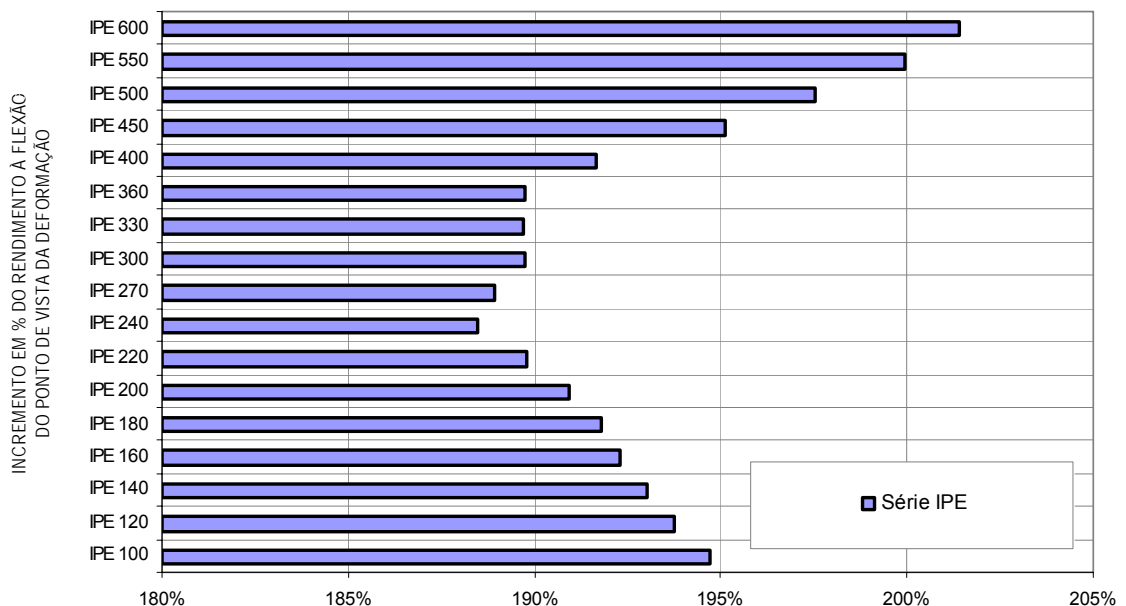
Da Figura 34 até a Figura 36 é possível observar o incremento percentual do rendimento estrutural sob o ponto de vista da resistência e da deformação para perfis da série IPE e Gerdau-Açominas. É possível observar que a viga alveolar permite um ganho mínimo de 90% do rendimento estrutural à flexão do ponto de vista da resistência. Para os perfis

IPE a relação percentual  $W_x/A$  varia entre 92% e 101%, enquanto para os perfis Gerdau-Açominas esse incremento varia entre 86% e 114%.



**Figura 34** - Incremento percentual do rendimento estrutural à flexão para perfis IPE e Gerdau-Açominas sob o ponto de vista da resistência ( $W_x/A$ ).

O incremento do rendimento estrutural à flexão do ponto de vista da deformação dos perfis IPE varia de 188% a 201%, enquanto para os perfis Gerdau-Açominas varia entre 178% e 222%. Isso demonstra que as vigas alveolares são mais competitivas nos casos em que a deformação é o fator condicionante do dimensionamento.



**Figura 35** - Incremento percentual do rendimento estrutural à flexão para perfis IPE sob o ponto de vista da deformação ( $I_x/A$ ).

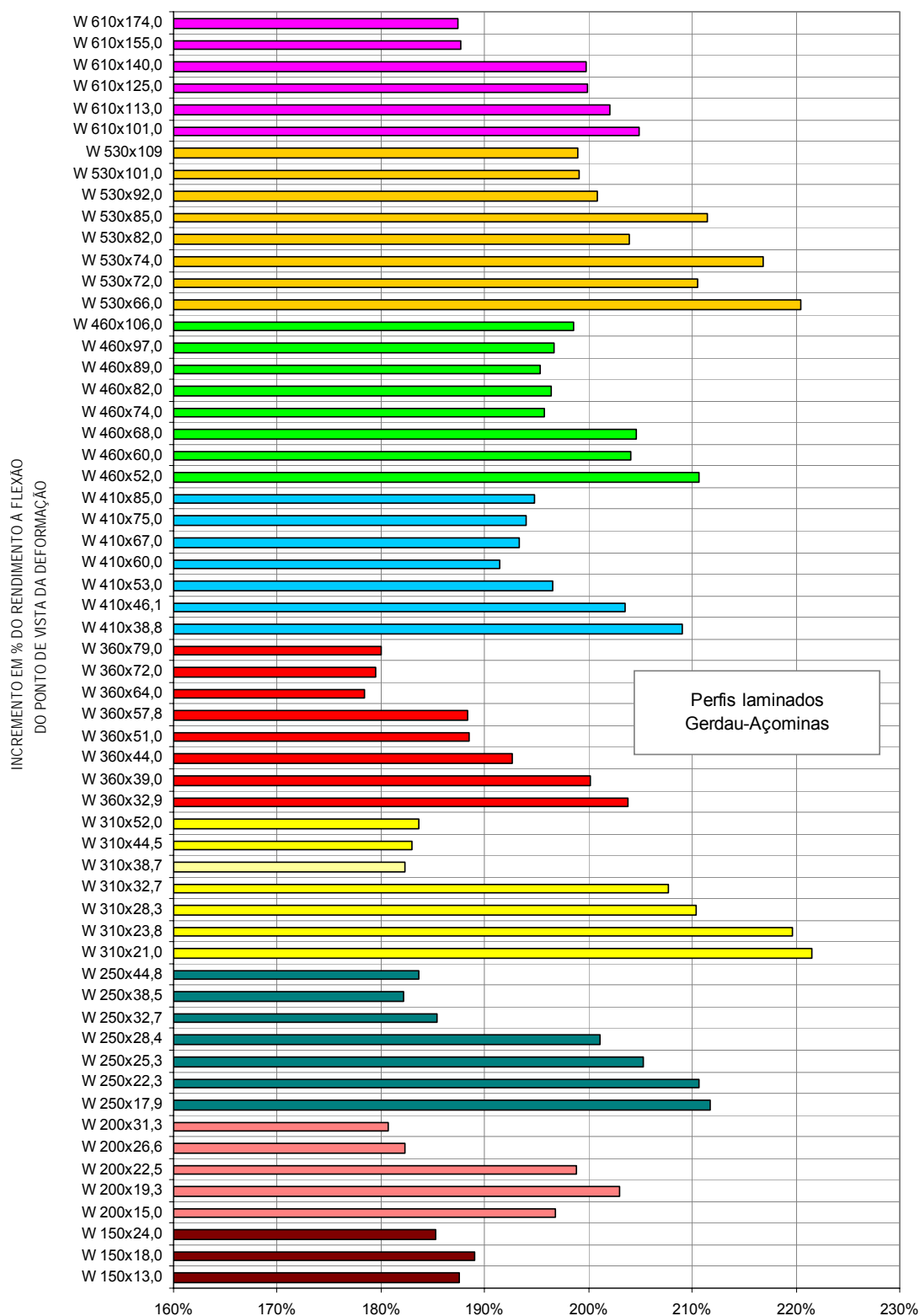


Figura 36 - Incremento percentual do rendimento estrutural à flexão para perfis Gerdau-Açominas sob o ponto de vista da deformação ( $I_x/A$ ).

### 3.2 Estados-limites últimos aplicáveis

O estudo rigoroso e preciso das vigas alveolares é complexo. Expõe-se aqui um procedimento aproximado de cálculo, desenvolvido a partir dos trabalhos de Delesques (1968, 1969) e Cimadevila (2000).

O procedimento proposto por Delesques (1968, 1969) considera algumas simplificações consagradas pela experiência e avaliadas por estudos experimentais, algumas das quais se encontram na bibliografia listada. Essas simplificações têm sua origem nas seguintes particularidades:

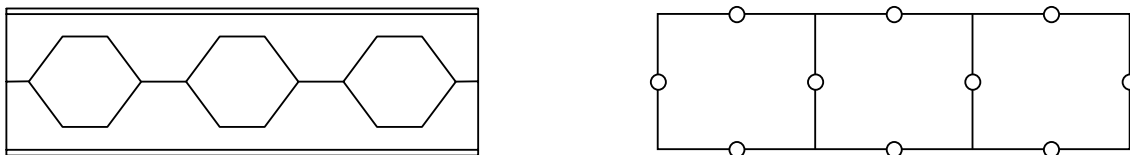
- a seção transversal da viga possui dupla simetria;
- os cordões superior e inferior possuem seções iguais;
- as seções dos cordões e montantes se mantêm constantes em todo o comprimento da viga.

A primeira simplificação que se considera consiste em assimilar o comportamento estrutural das vigas alveolares a vigas Vierendeel com cargas concentradas nos nós e nas quais cada quadro dá lugar a três incógnitas hiperestáticas. Trata-se, portanto, de um problema de hiperestaticidade múltipla, cuja análise rigorosa é trabalhosa. Não obstante, pode-se simplificar o problema consideravelmente aceitando as seguintes hipóteses:

- que os esforços cortantes são constantes dentro de cada quadro, o que é consequência natural de suportar as cargas concentradas nos nós;
- que a força cortante é absorvida em partes iguais pelos cordões superior e inferior;
- que os momentos nos cordões variam linearmente (de acordo com a hipótese de que o cortante é constante em cada quadro) e possuem mesma magnitude em ambos os cordões;
- supõe-se que no centro dos cordões, em cada quadro, existe um ponto de inflexão e nesse ponto o momento é nulo.

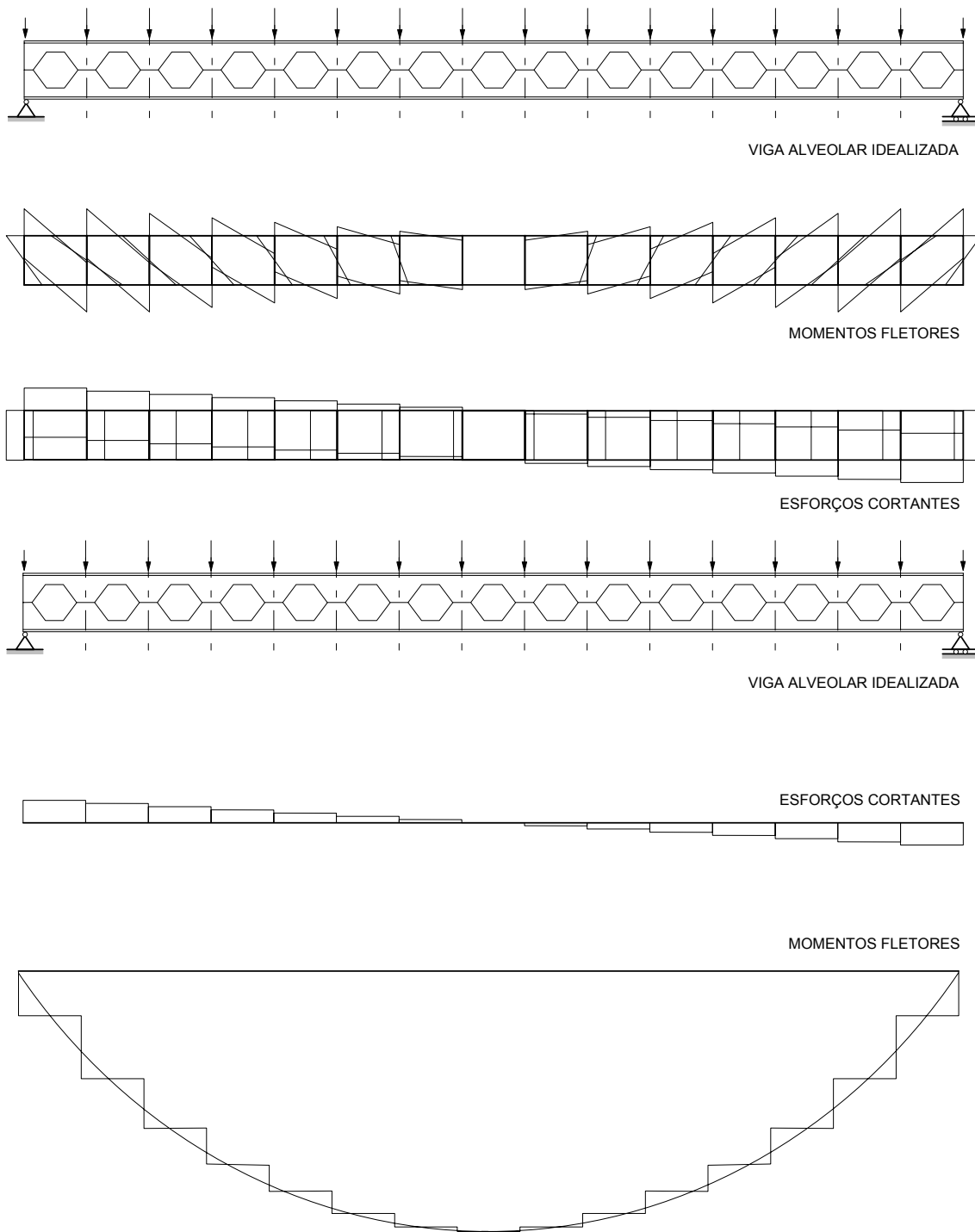
Com essas hipóteses, o delineamento do equilíbrio em um dos quadros permite estabelecer que, no montante, o cortante será de valor constante e o momento variará linearmente com o valor zero no seu ponto médio.

Assumindo todas essas simplificações, converte-se uma viga alveolar em uma viga Vierendeel com articulações no centro dos cordões e montantes de cada quadro. A partir disso, a análise pode ser feita de modo análogo à de uma treliça isostática, cujos nós coincidem com as seções para as quais se considera o momento nulo (Figura 37).

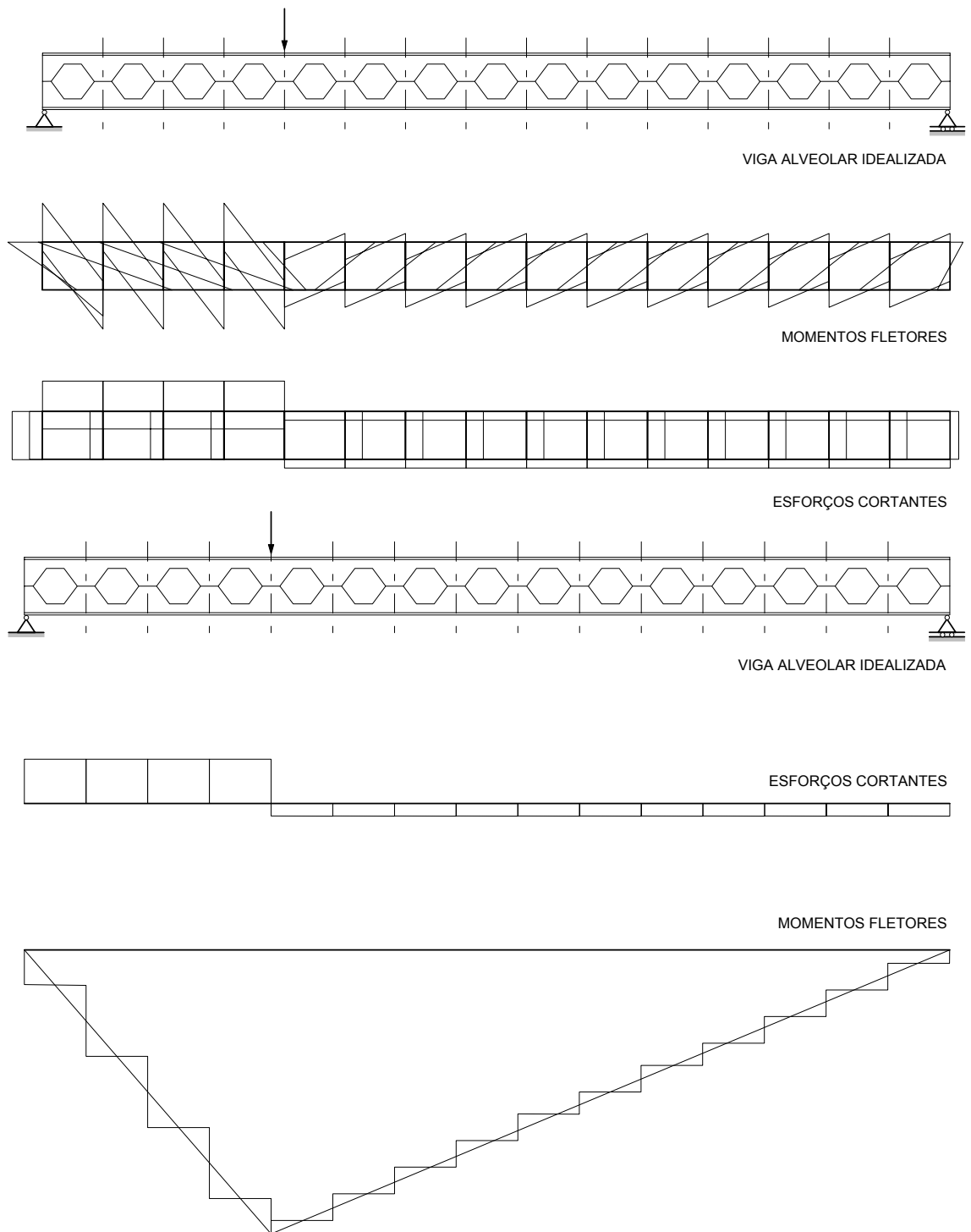


**Figura 37** - Modelo analítico simplificado utilizado para analisar uma viga alveolar como uma viga Vierendeel.

Para auxiliar na visualização das simplificações adotadas, são utilizados dois exemplos virtuais: um de uma viga alveolar com carga distribuída uniforme (Figura 38) e outro de uma viga com carga concentrada num ponto do vão (Figura 39). Como se pode observar na Figura 38 e na Figura 39, os esforços foram determinados considerando as vigas alveolares como vigas Vierendeel sob duas condições: na primeira, prescindindo das hipóteses simplificadoras, sem os pontos de inflexão, considerando a viga como uma estrutura hiperestática; e na segunda, levando em conta as hipóteses, considerando a viga como uma treliça isostática. Os exemplos revelam que nas seções de esforços mais elevados o modelo simplificado isostático de viga Vierendeel é perfeitamente aceitável. Nas seções em que os esforços não são tão significativos a precisão é pior, mas nessas regiões os esforços não são determinantes para o dimensionamento do perfil.



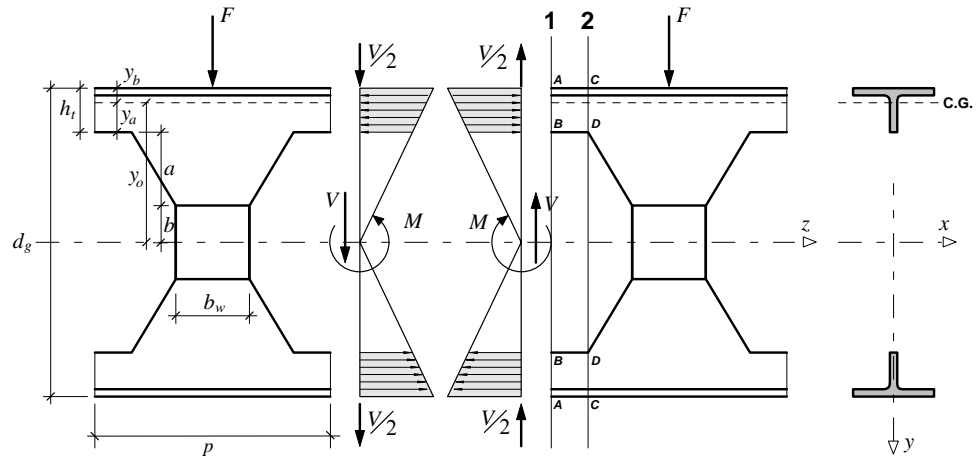
**Figura 38** – Distribuições de momento fletor e força cortante em uma viga alveolar sujeita a uma carga distribuída uniforme (adaptado de Cimadevila, 2000).



**Figura 39** – Distribuições de momento fletor e força cortante em uma viga alveolar sujeita a uma carga concentrada (adaptado de Cimadevila, 2000).

### 3.2.1 Estado-limite último de formação de mecanismo plástico

Para fazer um estudo dos esforços atuantes nos cordões, pode-se isolar os elementos situados entre as rótulas virtuais que foram admitidas para a viga, conforme mostrado na Figura 40.



**Figura 40** - Elementos adotados para a análise de tensões na seção transversal de uma viga castelada (adaptado de Cimadevila, 2000).

Apresenta-se, a seguir, um estudo das tensões na seção 1, indicada na Figura 40, que une os pontos de momento nulo de ambos os cordões. Essa seção corresponde à zona em que o perfil possui a menor área de seção transversal, devido às aberturas na alma, e está sujeita a tensões normais originadas pelo momento fletor  $M$  e a tensões de cisalhamento devidas ao força cortante  $V$ . Ressalta-se que foi assumido nas hipóteses prévias que a força cortante se divide igualmente entre os dois cordões.

#### Análise das tensões na seção 1

A distribuição de tensões normais devidas ao momento fletor é dada por:

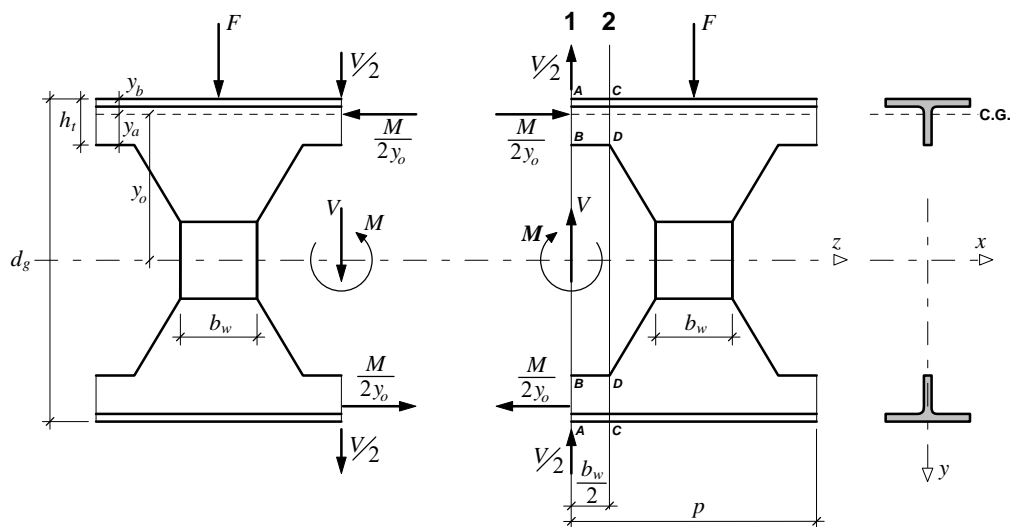
$$\sigma_M = \frac{M}{I_{xo}} y \quad (8)$$

onde  $I_{xo}$  é o momento de inércia da seção transversal com abertura máxima e  $y$  é a distância à fibra para a qual se deseja conhecer a tensão. A tensão normal variará linearmente entre os seguintes valores correspondentes aos pontos A e B:

$$\sigma_{M,A} = \frac{M}{I_{xo}} \frac{d_g}{2} = \frac{M}{W_{xo}} \quad \text{e} \quad \sigma_{M,B} = \frac{M}{I_{xo}} (y_o - y_a) \quad (9)$$

Para as vigas de alma cheia convencionais, as deformações por cisalhamento são muito pequenas, razão pela qual usualmente são ignoradas no cálculo da viga. Assumindo essa hipótese, a tensão máxima a ser considerada para efeito de dimensionamento é a tensão normal correspondente ao ponto A, cujo valor depende do módulo resistente da peça na zona do alvéolo. Com base nesse raciocínio pode-se utilizar esse módulo resistente como uma primeira aproximação para o pré-dimensionamento da viga.

$$\sigma_{M,A} = \frac{M}{W_{xo}} \leq f_y \quad (10)$$



**Figura 41** - Equilíbrio de forças no alvéolo de uma viga castelada (adaptado Cimadevila, 2000).

O momento fletor  $M$  atuante numa seção genérica, tomada no centro de um alvéolo, é equilibrado por um binário de forças dadas por  $M/2y_o$ , sendo  $2y_o$  a distância entre os centros de gravidade dos cordões. Tendo em vista essa configuração de forças, Halleux (1966) demonstra que é razoável admitir uma distribuição uniforme de tensões normais nos cordões. Nesse caso, a tensão normal pode ser calculada da seguinte forma:

$$\sigma_M = \frac{M}{2y_o} \frac{1}{A_t} = \frac{M}{Z_{xo}} \leq f_y \quad (11)$$

onde

$Z_{xo}$  é o módulo resistente plástico da seção transversal alveolada;

$A_t$  é a área da seção transversal de cada cordão.

Comparando as equações (10) e (11), desprezando-se a possível influência das tensões de cisalhamento originadas pela força cortante, pode-se avaliar o ganho de capacidade

resistente que se consegue para efeito de dimensionamento, ao admitir a plastificação total da seção.

Ao admitir a hipótese de uma distribuição variável de tensões normais na seção do cordão, tem-se que

$$\frac{M}{f_y W_{xo}} \leq 1 \quad (12)$$

Ao admitir a hipótese de uma distribuição uniforme de tensões normais na seção do cordão, tem-se que

$$\frac{M}{f_y Z_{xo}} \leq 1 \quad (13)$$

Manipulando as equações (12) e (13), pode-se escrever:

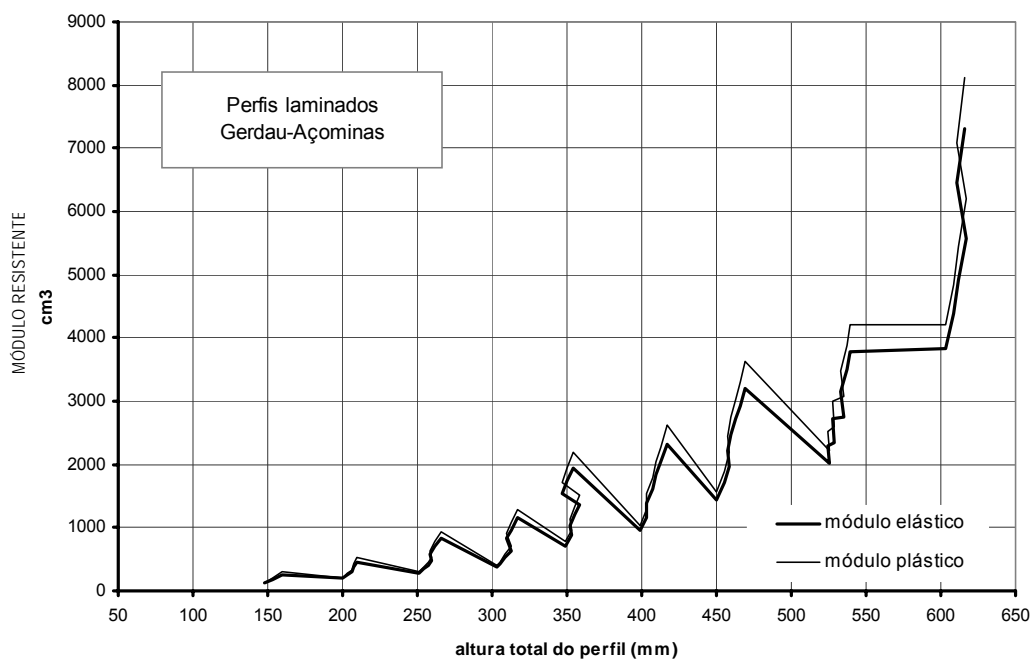
$$\frac{Z_{xo}}{W_{xo}} = \frac{2 y_o A_t}{W_{xo}} \quad \text{com} \quad W_{xo} = \frac{2 y_o^2 A_t}{\frac{d_g}{2}} = \frac{4 y_o^2 A_t}{d_g} \quad (14)$$

Portanto,

$$\frac{Z_{xo}}{W_{xo}} = \frac{d_g}{2 y_o} \quad (15)$$

Como se pode perceber, o módulo resistente elástico da seção na zona do alvéolo foi calculado de forma aproximada, ignorando-se a própria inércia dos cordões. Segundo Cimadevila (2000), as diferenças obtidas com a utilização da expressão simplificada, que relaciona o módulo resistente plástico com o módulo resistente elástico da seção vazada, em relação à expressão exata não superam 1%.

Na Figura 42 são apresentadas duas curvas que representam a variação dos módulos resistentes elástico e plástico para os perfis I laminados tipo W produzidos pela siderúrgica Gerdau-Açominas.

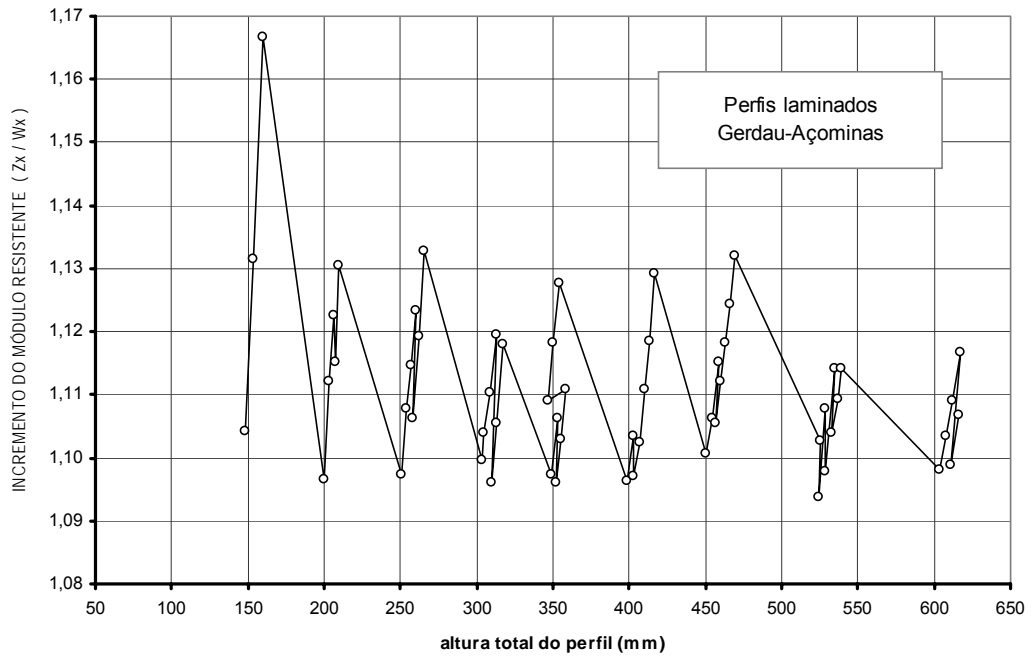


**Figura 42** - Variação dos módulos resistentes para os perfis I laminados tipo W fabricados pela Gerdau-Açominas.

Na Figura 43 é apresentado um gráfico no qual foi representado o incremento percentual do módulo resistente para os perfis I laminados tipo W da Gerdau-Açominas.

Observando a Figura 43, nota-se que, para os perfis I laminados da Gerdau-Açominas, o módulo resistente plástico supera o módulo elástico em um valor que oscila entre 9 e 17%, indicando que a hipótese sugerida por Halleux, além de comprovada experimentalmente, aporta uma economia significativa no dimensionamento.

Analisando mais profundamente a questão, essa melhora de rendimento se confirmaria se, por um lado, a seção mais desfavorável para o dimensionamento do perfil fosse a seção 1, como indicado na Figura 41, e, por outro lado, a influência das tensões de cisalhamento fosse desprezável. No entanto, como será visto adiante, isto não ocorre.



**Figura 43** - Incremento dos módulos resistentes para os perfis I laminados tipo W fabricados pela Gerdau-Açominas.

Ao se considerar a situação real, em que estão presentes as tensões de cisalhamento originadas pela força cortante, tem-se duas situações possíveis. Admitindo a análise em regime elástico, em que vale a hipótese da distribuição variável de tensões, a tensão normal máxima é atingida nos pontos A, nos quais o valor da tensão de cisalhamento é nulo. Portanto, sob esta hipótese, a condição de estado-limite último de esgotamento da capacidade resistente da seção transversal é aquela expressa pela equação (8). Mesmo que outros pontos da seção fossem verificados com base nessa configuração de tensões, chegar-se-ia sempre à conclusão que os pontos A são os condicionantes do dimensionamento (a não ser em raros casos de força cortante com grande magnitude). Entretanto, se se admite a análise em regime plástico, como propõe Halleux, a distribuição de tensões normais é uniforme e, evidentemente, a condição mais restritiva se dará na fibra sujeita a máxima tensão de cisalhamento. Nesse caso, tem-se um problema de esforços combinados e a análise de tensões deve ser realizada tendo-se em conta um critério de escoamento que considere esta situação. Assim, a condição de esgotamento pode ser escrita da seguinte forma:

$$\frac{Z_{xo}}{W_{xo}} = K \quad \rightarrow \quad \sigma = \frac{M}{Z_{xo}} = \frac{M}{K W_{xo}} = \frac{f_y}{K} \quad (16)$$

Utilizando o critério de von Mises, tem-se que:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_y \quad (17)$$

Substituindo (16) em (17), chega-se a:

$$\frac{f_y^2}{K^2} + 3\tau^2 \leq f_y^2 \Rightarrow \tau \leq \frac{\sqrt{K^2 - 1}}{K\sqrt{3}} \cdot f_y \leq \frac{\sqrt{K^2 - 1}}{K} \cdot \tau_y \quad (18)$$

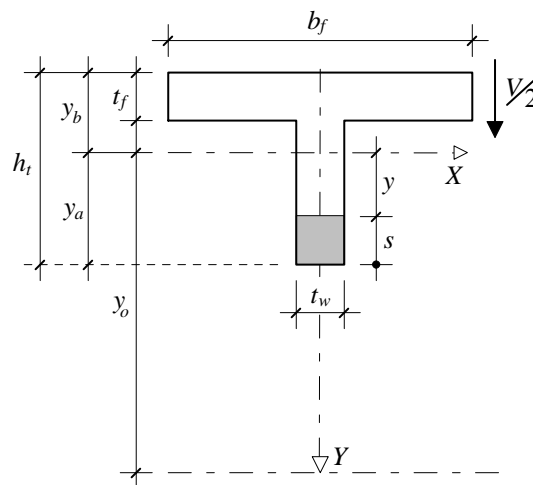
O valor de  $K$  depende da geometria da seção do perfil. Para o caso particular dos perfis I laminados tipo W, produzidos no Brasil pela Gerdau-Açominas,  $K$  varia na faixa de 9 a 17%, o que conduz aos seguintes valores limites:

$$K = 1,09 \Rightarrow \tau \leq 0,40 \tau_y \cong 23\% f_y \quad (19)$$

$$K = 1,17 \Rightarrow \tau \leq 0,52 \tau_y \cong 30\% f_y \quad (20)$$

Esses resultados têm importância de um ponto de vista qualitativo e indicam que contanto que a tensão de cisalhamento máxima de cálculo não supere um valor que oscila na faixa de 23 a 30% da tensão normal de cálculo, a hipótese de Halleux conduz a um dimensionamento mais econômico quando a análise de tensões é feita na seção 1 indicada na Figura 41.

Neste ponto, é interessante estudar a distribuição de tensões de cisalhamento nas seções dos cordões (Figura 44).



**Figura 44** - Elementos da seção transversal para o estudo da distribuição das tensões de cisalhamento na alma de um cordão da seção castelada (adaptado de Cimadevila, 2000).

Para se conhecer o fluxo de cisalhamento que se produz em seções abertas de paredes finas originadas pela força cortante, pode-se utilizar a expressão proposta por Zhuravsky admitindo que as tensões de cisalhamento são constantes ao longo da espessura da chapa (quanto menor a espessura da chapa, mais precisa é essa hipótese):

$$\tau = \frac{V}{t I_t} \int_0^s y(s) t ds \quad (21)$$

onde:

$t$  espessura da chapa;

$I_t$  inércia do cordão em relação ao eixo  $x$ ;

$s$  coordenada curvilínea com a qual se localiza o ponto da seção transversal no qual se deseja conhecer as tensões de cisalhamento;

$V$  força cortante atuante na seção em causa.

É prático estabelecer a origem das coordenadas  $s$  na borda livre da seção, pois neste ponto sabe-se que a tensão de cisalhamento é nula e, dessa forma, o valor da constante de integração que resulta ao integrar a equação diferencial de equilíbrio assume valor nulo. Essa constante representa o fluxo de esforços cortantes na origem do domínio de integração.

Aplicando a expressão (21) ao cordão, submetido a uma força cortante  $V/2$ , obtém-se o fluxo de tensões de cisalhamento na alma:

$$\tau = \frac{V}{2 t_w I_t} \int_0^s y(s) t_w ds \quad (22)$$

Tomando  $y(s) = y_a - s$  fica:

$$\tau = \frac{V}{2 t_w I_t} \int_0^s (y_a - s) t_w ds = \frac{V}{2 I_t} \left[ y_a s - \frac{s^2}{2} \right] \quad (23)$$

A distribuição de tensões de cisalhamento é parabólica, com os seguintes pontos significativos:

$$\text{Se } s = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau = 0$$

$$\text{Se } y_a \leq h_t - t_f \quad \Rightarrow \quad \tau_{\max} = \frac{V y_a^2}{4 I_t} \quad \text{em } s = y_a$$

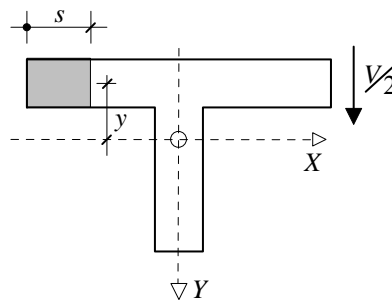
$$\text{Se } y_a > h_t - t_f \quad \Rightarrow \quad \tau_{\max} = \frac{V}{4 I_t} (h_t - t_f) [2 y_a - (h_t - t_f)] \quad \text{em } s = h_t - t_f$$

O fluxo de tensões de cisalhamento na mesa se dá da seguinte maneira (ver Figura 45):

$$\tau = \frac{V}{2 t_f I_t} \int_0^s y(s) t_f ds = \frac{V}{2 t_f I_t} \int_0^s \left( y_b - \frac{t_f}{2} \right) t_f ds \quad (24)$$

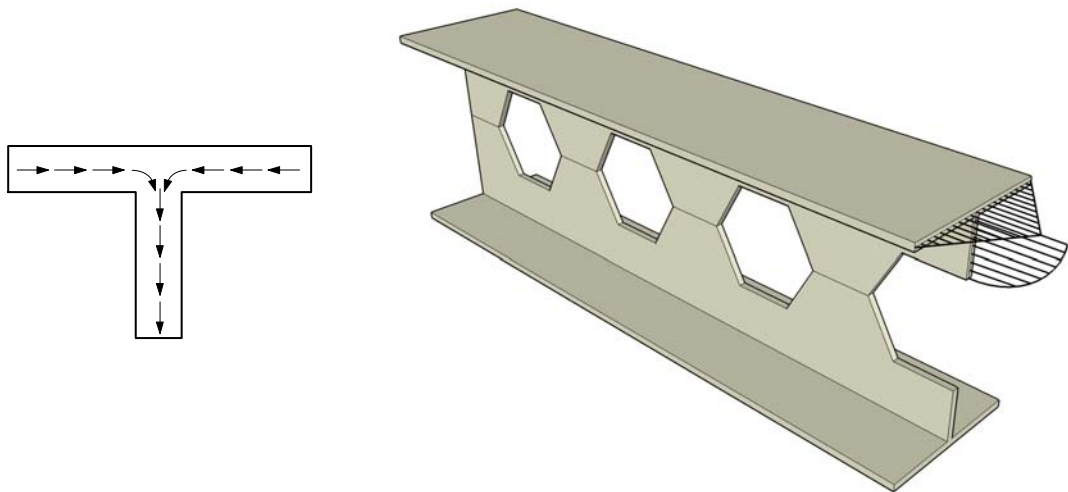
Daí,

$$\tau = \frac{V}{4 I_t} (2 y_b - t_f) s \quad (25)$$



**Figura 45** - Elementos da seção transversal para o estudo da distribuição das tensões na alma de um cordão da seção castelada (adaptado de Cimadevila, 2000).

Na Figura 46 é apresentada graficamente a distribuição de tensões de cisalhamento na seção do cordão de uma viga castelada.



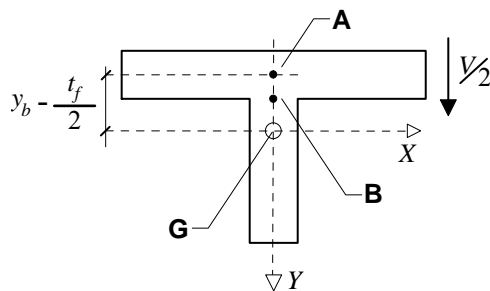
**Figura 46** – Distribuição das tensões de cisalhamento no cordão da seção castelada.

A distribuição de tensões de cisalhamento na mesa é linear, com os seguintes pontos significativos:

$$\text{Se } s = 0 \quad \Rightarrow \quad \tau = 0$$

$$\text{Se } s = \frac{b_f}{2} \quad \Rightarrow \quad \tau = \frac{V}{4I_t} (2y_b - t_f) \frac{b_f}{2}$$

Note-se que o fluxo de tensões de cisalhamento na alma, no ponto em que a alma encontra a mesa (ponto B da Figura 47), deve ser o dobro do que se tem na mesa, pois neste ponto se somam os fluxos horizontais de tensões de cisalhamento procedentes das duas abas da mesa. Ademais, como a alma geralmente possui espessura menor do que a mesa, essa diferença se torna ainda mais importante, originando grandes concentrações de tensão nessa zona. Para solucionar esse problema recorre-se a um arredondamento das espessuras na junção mesa-alma. Esta situação pode ser vista claramente nas expressões analíticas correspondentes aos pontos A e B da Figura 47.



**Figura 47** - Pontos chave para o estudo da distribuição das tensões de cisalhamento na seção 1 do cordão da seção castelada.

As tensões de cisalhamento nos pontos A e B, indicados na Figura 47, são dadas por:

$$\tau_A = \frac{V}{4I_t} (2y_b - t_f) \frac{b_f}{2} \quad (26)$$

$$\tau_B = \frac{V}{4I_t} (2y_b - t_f) b_f \frac{t_f}{t_w} \quad (27)$$

Se  $t_w = t_f$ , a tensão de cisalhamento em B é o dobro da tensão em A. Como nos perfis padronizados  $t_w < t_f$ , essa diferença entre as tensões na mesa e na alma aumenta.

Feita essa análise para a seção 1 do alvéolo (indicada na Figura 41), pode-se concluir o estudo sobre o esgotamento da capacidade resistente do cordão, admitindo a hipótese da plastificação total da sua seção transversal. Assim, na seção 1 do alvéolo a condição de verificação do dimensionamento é dada por:

$$\sigma_{\max} = \sigma_M = \frac{M}{2 y_o A_t} \quad (28)$$

$$\tau_{\max} = \frac{V y_a^2}{4 I_t} \quad (29)$$

$$\sigma_{\max}^2 + 3\tau_{\max}^2 \leq f_y^2 \quad \Rightarrow \quad \left[ \frac{M}{2 y_o A_t} \right]^2 + 3 \left[ \frac{V y_a^2}{4 I_t} \right]^2 \leq f_y^2 \quad (30)$$

$$\left[ \frac{M}{2 y_o A_t f_y} \right]^2 + 3 \left[ \frac{V y_a^2}{4 I_t f_y} \right]^2 \leq 1,0 \quad (31)$$

Com a equação (31) verifica-se a capacidade resistente da seção 1 do alvéolo considerando as tensões combinadas atuantes, num ponto qualquer da viga, em função do momento fletor e da força cortante naquele ponto.

### **Análise das tensões na seção 2**

A seção mais desfavorável não é a seção 1, pois na seção 2 além das tensões normais, decorrentes do momento fletor, e das tensões de cisalhamento devidas a força cortante, surge mais uma parcela de tensão normal originada pela flexão produzida pela ação da força cortante na ponta do cordão em balanço (ver Figura 41).

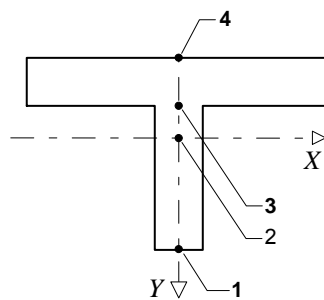
O momento causado pelo cortante nas seções dos cordões correspondentes aos segmentos  $CD$  é dado por:

$$M_V = \frac{V}{2} \cdot \frac{b_w}{2} = \frac{V b_w}{4} \quad (32)$$

A tensão normal máxima se produzirá na fibra mais afastada, no caso a fibra correspondente à borda da alma do tê. Pode-se ignorar o sinal dessa tensão, pois em algum dos pontos marcados como  $D$  de ambos os cordões as tensões se somarão. Assim,

$$\sigma_V = \frac{V b_w}{4} \cdot \frac{y_a}{I_t} \quad (33)$$

Para o estudo deste outro estado de tensões, sejam os pontos indicados na Figura 48.



**Figura 48** - Pontos chave para o estudo da distribuição de tensões na seção 2 do cordão da seção castelada (adaptado Cimadevila, 2000).

### 3.2.1.1 Análise das tensões no ponto 1

$$\sigma_M = \frac{M}{2 y_o A_t} \quad (34)$$

$$\sigma_V = \frac{V b_w}{4} \frac{y_a}{I_t} \quad (35)$$

$$\tau = 0 \quad (36)$$

$$\sigma_1 = \sigma_M + \sigma_V \leq f_y \quad \Rightarrow \quad \frac{M}{2 y_o A_t} + \frac{V b_w}{4} \frac{y_a}{I_t} \leq f_y \quad (37)$$

Desenvolvendo a equação (39), tem-se que:

$$\frac{4M I_t + 2 y_o A_t V b_w y_a}{2 y_o A_t 4 I_t} \leq f_y \quad (38)$$

$$\text{daí, } M + \left( \frac{y_o A_t b_w y_a}{2 I_t} \right) V \leq 2 y_o A_t f_y = M_{plo} \quad (39)$$

onde  $M_{plo}$  é o momento de plastificação da viga alveolar, na seção do alvéolo.

A equação (37) pode ser reescrita na forma

$$M + c V \leq M_{plo} \quad (40)$$

$$\text{onde } c = \frac{y_o y_a b_w A_t}{2 I_t} \quad (41)$$

O valor de  $c$  depende das características do perfil em questão e do padrão de castelamento, podendo ser, inclusive, tabelado.

Outra opção seria fazer

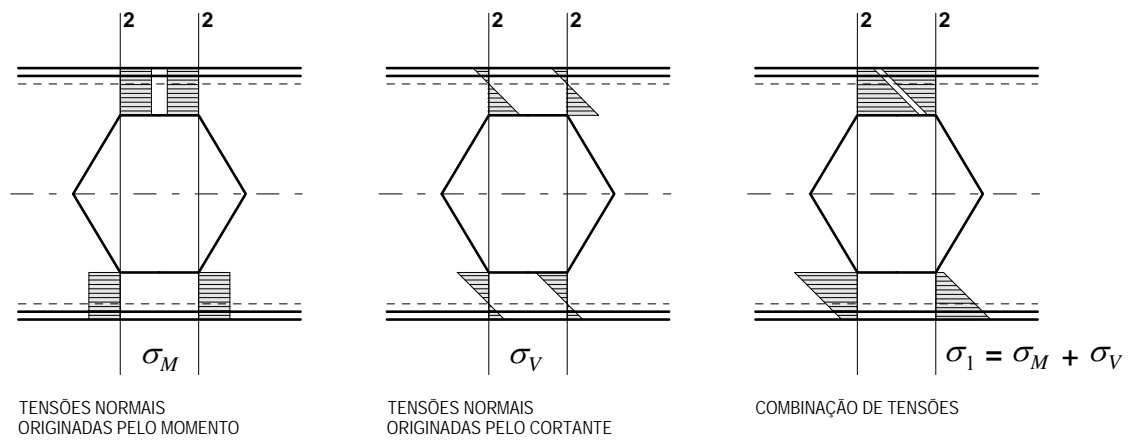
$$K_1 = \frac{1}{2 y_o A_t} \quad \text{e} \quad K_2 = \frac{b_w y_a}{4 I_t} \quad (42)$$

de modo que se possa escrever

$$\sigma_1 = K_1 M + K_2 V \leq f_y \quad (43)$$

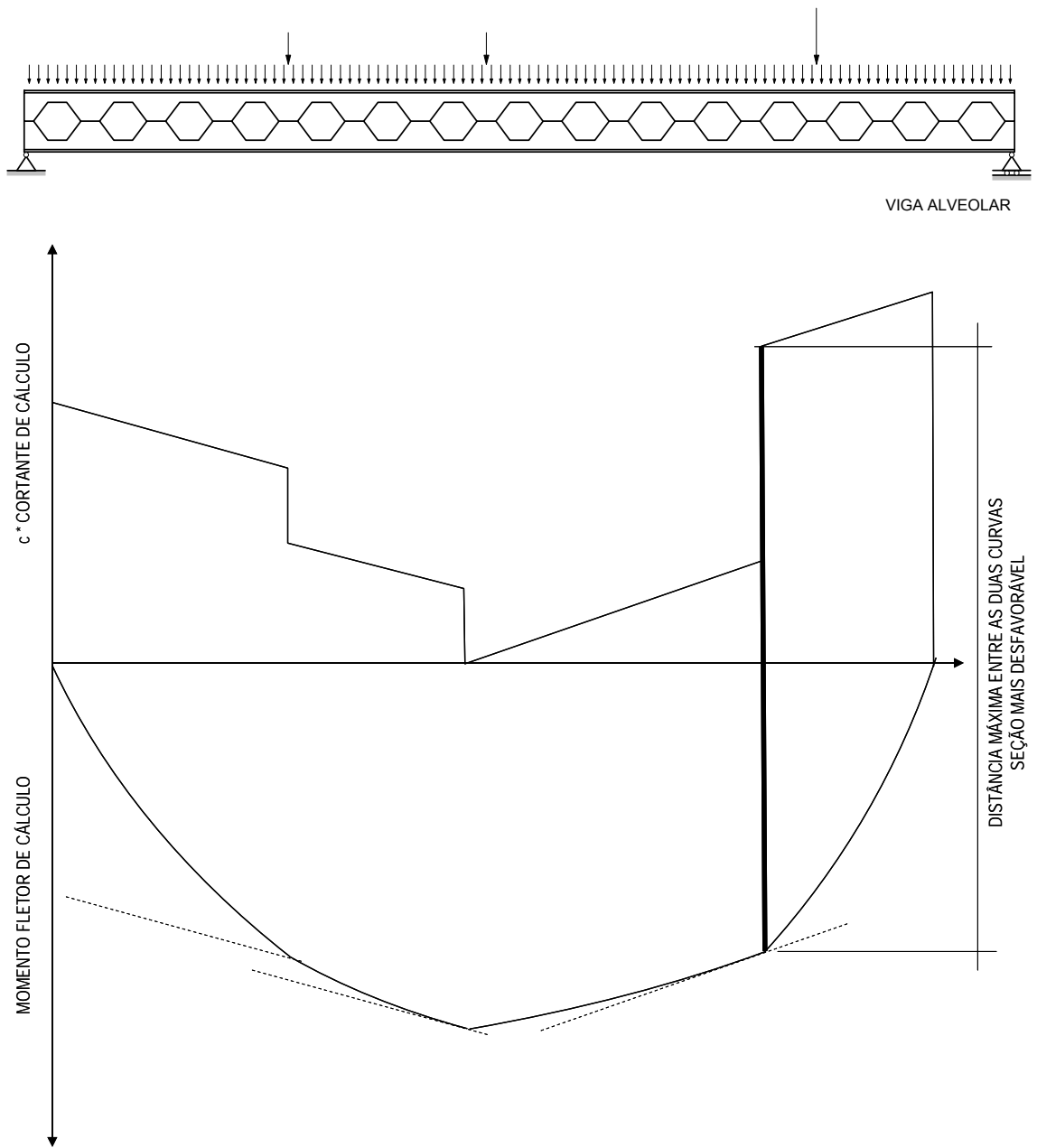
Os valores de  $K_1$  e  $K_2$  também podem ser tabelados.

Na Figura 49 são representadas as tensões normais a que ficam submetida as seções 2 de uma viga alveolar.



**Figura 49** - Forças atuantes no alvéolo de uma viga castelada (adaptado de Cimadevila, 2000).

No caso de uma viga de eixo reto, por exemplo, no entorno de cada alvéolo a viga estará submetida a um par momento-cortante. A princípio, todos os alvéolos deveriam ser verificados, pois dependendo da configuração do carregamento, é impossível, *a priori*, identificar em que ponto da viga ocorrerá o par momento-cortante mais desfavorável. Delesques (1969) sugere um procedimento para determinação da seção crítica para uma configuração genérica de carregamento, utilizando um gráfico em que se marca, de um lado, o diagrama do módulo de  $M$  e, de outro lado, o diagrama do módulo de  $V$  multiplicado por  $c$ . A seção crítica será aquela para a qual a distância entre as duas curvas é máxima, como exemplificado na Figura 50.



**Figura 50** - Método gráfico para determinação da seção mais desfavorável em uma viga alveolar (adaptado de Cimadevila, 2000).

Analiticamente, pode-se determinar qual é a seção mais desfavorável derivando a equação (37):

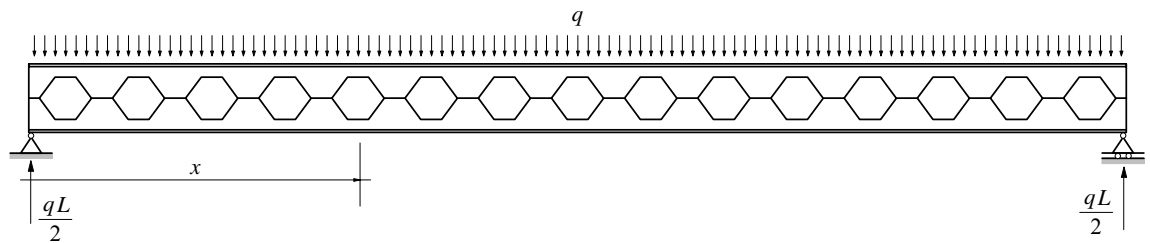
$$\frac{d\sigma_1}{dx} = 0 = \frac{dM}{dx} + c \frac{dV}{dx} \quad (44)$$

No caso de uma viga biapoiada sujeita a carga uniformemente distribuída, como a representada na Figura 51, tem-se as seguintes equações de momentos e cortantes:

$$M = \frac{qL}{2}x - \frac{qx^2}{2} \Rightarrow \frac{dM}{dx} = \frac{qL}{2} - qx \quad (45)$$

$$V = \frac{qL}{2} - qx \Rightarrow \frac{dV}{dx} = -q \quad (46)$$

$$\frac{dM}{dx} + c \frac{dV}{dx} = 0 \Rightarrow x = \frac{L}{2} - c \quad (47)$$



**Figura 51** - Viga alveolar submetida a um carregamento uniformemente distribuído.

O resultado a que se chega com a equação (47) demonstra que a seção mais desfavorável numa viga alveolar não coincide com a seção de momento máximo, como ocorre com as vigas de alma cheia. Esta peculiaridade ressalta a importância de uma formulação de cálculo apropriada para a verificação da capacidade resistente das vigas alveolares.

Para casos de carregamento mais complexos, é mais cômodo apelar para o procedimento gráfico indicado na Figura 50.

Neste ponto, vale mencionar o trabalho de Faltus (1966), que apresenta a expressão para a tensão máxima para diversas configurações possíveis de carregamento, admitindo o efeito combinado das tensões oriundas do momento fletor e da força cortante atuantes na viga.

### 3.2.1.2 Análise das tensões no ponto 2

O estado de tensões no ponto 2 (ver Figura 48) é o seguinte:

$$\sigma_M = \frac{M}{2 y_o A_t} \quad (48)$$

$$\sigma_V = 0 \quad (49)$$

$$\tau = \frac{V y_a^2}{4 I_t} \quad (50)$$

A equação (49) representa a situação no baricentro do tê, qual seja, a tensão normal no baricentro do tê devido à flexão causada pela força cortante é nula.

A condição para verificação do dimensionamento é:

$$\sigma_M^2 + 3\tau^2 \leq f_y^2 \quad \Rightarrow \quad \left[ \frac{M}{2 y_o A_t} \right]^2 + 3 \left[ \frac{V y_a^2}{4 I_t} \right]^2 \leq f_y^2 \quad (51)$$

Daí

$$M^2 + 3 \left[ \frac{2 y_o y_a^2 A_t}{4 I_t} V \right]^2 \leq [2 y_o A_t f_y]^2 = M_{plo}^2 \quad (52)$$

Portanto,

$$\sqrt{M^2 + c_1^2 V^2} \leq M_{plo} \quad (53)$$

onde

$$c_1 = \frac{\sqrt{3} y_o y_a^2 A_t}{2 I_t} \quad (54)$$

Novamente surge um fator na expressão ( $c_1$ ) que depende unicamente das características geométricas do perfil, e que pode ser tabelado.

Interessa verificar se em alguma circunstância o estado de tensões no ponto 2 pode chegar a ser mais desfavorável do que no ponto 1.

O estado de tensões no ponto 1 era:

$$M + c V \leq M_{plo} \Rightarrow M^2 + c^2 V^2 + 2c M V \leq M_{plo}^2 \quad (55)$$

E no ponto 2,

$$M^2 + c_1^2 V^2 \leq M_{plo}^2 \quad (56)$$

Pode-se avaliar a relação matemática entre  $c_1$  e  $c$ , fazendo:

$$\frac{c_1^2}{c^2} = \left[ \frac{\frac{\sqrt{3} y_o y_a^2 A_t}{2 I_t}}{\frac{y_o y_a b_w A_t}{2 I_t}} \right]^2 = \frac{\frac{3 y_o^2 y_a^4 A_t^2}{I_t^2}}{\frac{y_o^2 y_a^2 b_w^2 A_t^2}{I_t^2}} = \frac{3 y_a^2}{b_w^2} \Rightarrow c_1^2 = 3 c^2 \frac{y_a^2}{b_w^2} \quad (57)$$

Fazendo-se uma análise dos valores de  $y_a$  e de  $b_w$  para perfis alveolares formados a partir de perfis I laminados padronizados é possível comprovar que:

- para vigas padrão Litzka, Peiner e celular, o coeficiente  $3 y_a^2/b_w^2$  da equação (57) assume valores que, no caso mais desfavorável, se situa próximo de 1,0. Essa comprovação indica que para nenhuma combinação de  $M$  e  $V$  a condição de dimensionamento no ponto 2 será mais restritiva do que para o ponto 1 para esses padrões;

- para vigas padrão anglo-saxão o coeficiente  $3 y_a^2/b_w^2$  da equação (57) assume valores superiores a 1,0 e, portanto, a condição de dimensionamento no ponto 2 será mais restritiva.

### 3.2.1.3 Análise das tensões no ponto 3

O ponto 3 corresponde exatamente à junção entre a mesa e a alma. Neste ponto, tem-se o seguinte estado de tensões:

$$\sigma_M = \frac{M}{2 y_o A_t} \quad (58)$$

$$\sigma_V = \frac{V b_w}{4} \left( \frac{y_b - t_f}{I_t} \right) \quad (59)$$

$$\tau = \frac{V}{4 I_t} (h_t - t_f) [2 y_a - (h_t - t_f)] \quad (60)$$

Combinando as tensões de acordo com o critério de von Mises, tem-se:

$$\sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leq f_y \quad (61)$$

$$\left[ \frac{M}{2y_o A_t} + \frac{V b_w}{4} \left( \frac{y_b - t_f}{I_t} \right) \right]^2 + 3 \left[ \frac{V}{4I_t} (h_t - t_f) [2y_a (h_t - t_f)] \right]^2 \leq f_y^2 \quad (62)$$

Uma vez descrito o estado de tensões no ponto 3, convém analisar se existe a possibilidade de ele atingir uma condição mais restritiva do que no ponto 1.

Nas vigas alveolares pode-se observar que o valor de “ $h_t - t_f$ ” se aproxima do valor de  $y_a$ . Isto quer dizer que o centro de gravidade do cordão se encontra sempre muito próximo da junção entre a mesa e a alma. Se “ $h_t - t_f$ ” for substituído por  $y_a$  no segundo termo da equação (62), chega-se, logicamente, à expressão da tensão de cisalhamento máxima na linha neutra do cordão. Portanto, o valor deste segundo termo se aproxima muito da tensão de cisalhamento máxima. Por outro lado, quando o valor de “ $h_t - t_f$ ” se aproxima de  $y_a$ , significa que  $y_b$  tende a  $t_f$  e, portanto, o segundo termo do primeiro colchete tende a zero. A conclusão disso é que se tem uma situação praticamente análoga à do ponto 2 que, como visto anteriormente, é menos desfavorável para efeito de dimensionamento do que a do ponto 1.

#### 3.2.1.4 Análise das tensões no ponto 4

No ponto 4 tem-se o seguinte estado de tensões:

$$\sigma_M = \frac{M}{2y_o A_t} \quad (63)$$

$$\sigma_V = \frac{V b_w}{4} \frac{y_b}{I_t} \quad (64)$$

$$\tau = 0 \quad (65)$$

É evidente que, uma vez que  $y_b < y_a$  o estado de tensões no ponto 1 sempre será mais desfavorável do que no ponto 4.

Fazendo um resumo das análises de tensões nos pontos 1, 2, 3 e 4 no cordão de uma viga alveolar, tem-se que a condição de dimensionamento mais desfavorável é a seguinte:

$$M + c V \leq M_{plo} = 2 y_o A_t f_y \quad (66)$$

$$\text{com } c = \frac{y_o y_a b_w A_t}{2 I_t} \quad (67)$$

ou também

$$\sigma = K_1 M + K_2 V \leq f_y \quad (68)$$

$$\text{onde } K_1 = \frac{1}{2 y_o A_t} \quad \text{e} \quad K_2 = \frac{b_w y_a}{4 I_t} \quad (69)$$

A formulação apresentada foi desenvolvida com base na hipótese proposta por Halleux, de que pode-se admitir que a distribuição de tensões normais na seção dos cordões é uniforme. Neste ponto, cabe ressaltar alguns aspectos relacionados com a economia que se consegue com esta abordagem, em comparação com a outra hipótese, qual seja, de uma distribuição de tensões normais variável ao longo da altura do cordão.

Cimadevila (2000) defende o argumento de que é fácil comprovar que, quando se considera uma distribuição de tensões variável, a condição mais restritiva no tocante ao dimensionamento ocorre para o ponto B indicado na Figura 47, uma vez que no ponto A as tensões normais originadas pela força cortante são muito baixas. Em conseqüência disto, a comparação entre a consideração de uma ou outra hipótese deve ser feita para o ponto B.

No ponto B (ver Figura 47), as tensões de flexão originadas pelo cortante são idênticas, qualquer que seja a hipótese adotada para a distribuição de tensões normais e as tensões originadas pelo momento fletor são claramente menores, quando se supõe uma distribuição variável de tensões normais. Pode-se concluir que a hipótese de Halleux conduz realmente a uma capacidade resistente maior, ao contrário do que ocorre na seção 1, correspondente aos pontos de momento nulo dos cordões.

As tensões normais devidas ao momento fletor de acordo com cada hipótese são:

$$\sigma_{M,B} = \frac{M}{2 y_o A_t} \quad (\text{hipótese de Halleux}) \quad (70)$$

$$\sigma'_{M,B} = \frac{M}{I_{xo}} \left( \frac{d_g}{2} - h_t \right) = \frac{M}{I_{xo}} (y_o - y_a) \quad (71)$$

(distribuição variável de tensões)

$$\frac{\sigma'_{M,B}}{\sigma_{M,B}} = \frac{2 y_o (y_o - y_a) A_t}{I_{xo}} = \frac{2 y_o (y_o - y_a) A_t}{2 y_o^2 A_t} = \frac{y_o - y_a}{y_o} \quad (72)$$

Portanto, as tensões normais no ponto B, suposta a distribuição variável, são dadas pela seguinte expressão:

$$\sigma'_{M,B} = \frac{y_o - y_a}{y_o} \sigma_{M,B} \quad (73)$$

As diferenças de valores dependem da série e do tamanho do perfil metálico em questão. Cimadevila afirma que essas diferenças oscilam entre 55% e 72%. Evidentemente, dependendo da importância relativa que as tensões normais originadas pela força cortante tenham na tensão final, os resultados obtidos com uma e outra hipótese diferirão, porém, em qualquer caso, a hipótese de Halleux supõe um incremento notável na capacidade resistente. Nos casos usuais analisados, este incremento fica em torno de 20%.

### 3.2.2 Estado-limite último de escoamento por cisalhamento do montante de alma

Dependendo da geometria adotada para uma viga alveolar e do carregamento atuante, o montante de alma pode atingir o colapso por cisalhamento. Para um estudo da capacidade resistente do montante de alma ao cisalhamento em sua menor seção, pode-se partir do equilíbrio de forças em relação ao ponto O, representado na Figura 52.

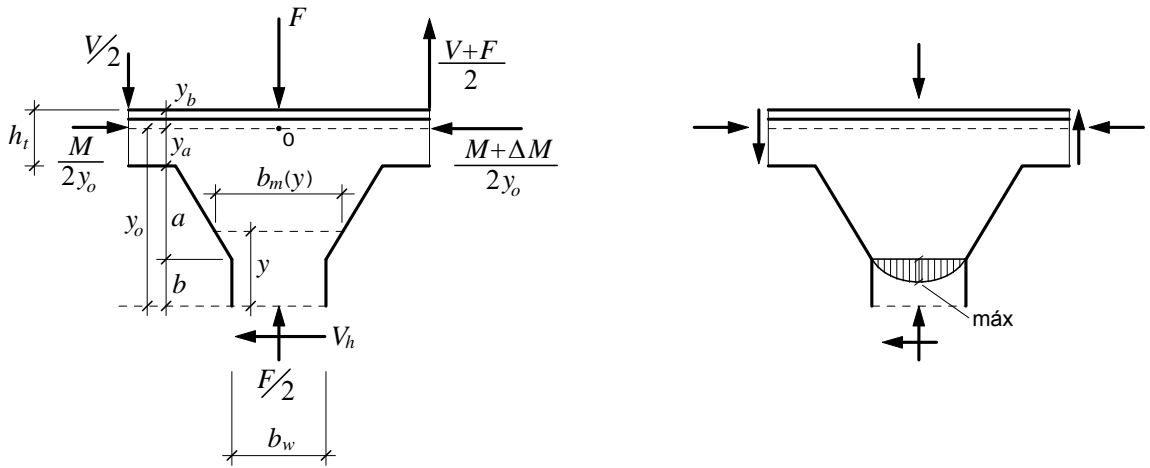


Figura 52 - Elementos para o estudo dos esforços no montante de alma em vigas casteladas.

$$-V_h y_o + \frac{V}{2} \frac{p}{2} + \frac{V+F}{2} \frac{p}{2} = 0 \Rightarrow V_h = \left( V + \frac{F}{2} \right) \frac{p}{2 y_o} \quad (74)$$

Na seção em que o montante de alma possui a menor largura, a tensão de cisalhamento máxima é dada por

$$\tau_{\max} = \frac{3}{2} \frac{V_h}{b_w t_w} = 1,5 \frac{V_h}{b_w t_w} = 0,75 \frac{\left( V + \frac{F}{2} \right) p}{b_w t_w y_o} \leq \tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (75)$$

Daí,

$$V + \frac{F}{2} \leq \frac{b_w t_w y_o f_y}{1,3 p} \quad (76)$$

Logicamente, esta verificação deve ser feita na seção sujeita ao cortante máximo. Como na maioria dos casos considera-se o carregamento uniformemente distribuído, a parcela  $F/2$  é pequena se comparada à força cortante  $V$ , pelo que pode-se desprezá-la. Com isto, a equação (76) pode ser reescrita na forma

$$V \leq \frac{b_w t_w y_o f_y}{1,3 p} \quad (77)$$

Assim, tem-se:

- para os padrões LITZKA e PEINER:

$$p = 3 b_w \quad \Rightarrow \quad V \leq \frac{t_w y_o}{3,9} f_y \quad (78)$$

- para o padrão ANGLO-SAXÃO:

$$p = 4,312 b_w \quad \Rightarrow \quad V \leq \frac{t_w y_o}{5,6} f_y \quad (79)$$

- para vigas celulares (Figura 53):

$$p = D_o + b_w \quad \Rightarrow \quad V \leq \frac{b_w t_w y_o}{1,3(D_o + b_w)} f_y \quad (80)$$

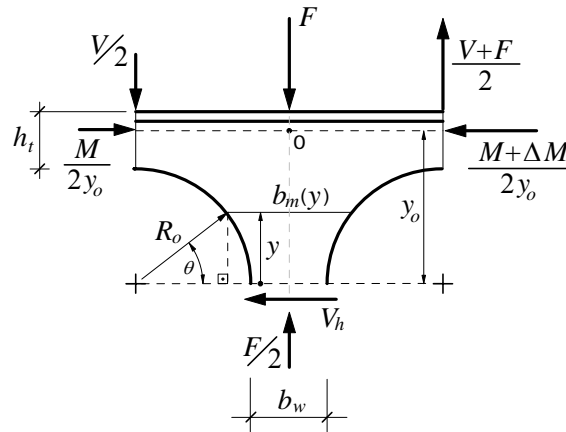


Figura 53 - Elementos para o estudo dos esforços no montante de alma em vigas celulares.

### 3.2.3 Estado-limite último de escoamento por flexão do montante de alma

#### 3.2.3.1 Solução para vigas casteladas

Nas vigas casteladas, a mesma força cortante  $V_h$  indicada na Figura 52, no ponto correspondente à articulação virtual admitida no centro do montante, produzirá sobre o mesmo momentos fletores que a uma distância  $y$  do eixo da viga assumirão o valor de “ $V_h \cdot y$ ” que, por sua vez, produzirão sobre a seção de área “ $t_w \cdot b_m(y)$ ” uma tensão normal máxima dada por:

$$\sigma = \frac{V_h y}{\frac{t_w b_m^2}{6}} = \frac{3 \left( V + \frac{F}{2} \right)}{y_o t_w b_m^2} p y \quad (81)$$

Isto posto, pode-se ter duas situações possíveis, quais sejam:

- a) a tensão crítica ocorre na seção do montante de largura  $b_m = b_w$ ;
- b) a tensão crítica ocorre na seção do montante de largura  $b_m(y)$ .

Na seção do montante onde  $b_m = b_w$  tem-se que  $y \leq b$  e a máxima tensão normal ocorrerá para o máximo momento fletor, ou seja, quando  $y = b$ . Nesta situação, a equação (81) pode ser reescrita na forma:

$$\sigma = \frac{3 \left( V + \frac{F}{2} \right)}{y_o t_w b_w^2} p b \quad (82)$$

Desprezando a parcela  $F/2$  pelas mesmas razões justificadas anteriormente, pode-se reescrever a equação (82) na forma

$$\sigma = \frac{3 V p b}{y_o t_w b_w^2} \quad (83)$$

Da condição de esgotamento da seção vem que:

$$\frac{3 V p b}{y_o t_w b_w^2} \leq f_y \quad (84)$$

Resolvendo a equação (84) para  $V$ , pode-se formular a condição de dimensionamento com a seguinte expressão:

$$V \leq \frac{y_o t_w b_w^2}{3 b p} f_y \quad (85)$$

Para a verificação de uma possível seção crítica na região do montante onde  $b_m$  varia em função de  $y$ , tem-se que  $b < y \leq a + b$ . Para esta situação, é necessário desenvolver duas soluções distintas, uma que atende aos padrões Litzka e Peiner (para os quais  $b_m$  varia em função de  $y$  da mesma forma) e outra que atende ao padrão anglo-saxão. Assim, as leis de variação de  $b_m$  em função de  $y$  para os padrões mencionados são dadas por:

$$b_m = \frac{b_w}{a} (y + a - b) \quad \text{para os padrões LITZKA e PEINER} \quad (86)$$

$$b_m = \frac{b_w}{a} [a + 2,312(y - b)] \quad \text{para o padrão ANGLO-SAXÃO} \quad (87)$$

A partir daí é necessário escrever a equação da tensão em função de  $b_m$  para cada padrão, admitindo as equações (86) e (87), e igualar a zero a derivada dessa equação em relação a  $y$ , para determinar a coordenada  $y$  em que ocorre a tensão máxima. Fazendo isso, obtém-se:

$$y = a - b \quad \text{para os padrões LITZKA e PEINER} \quad (88)$$

$$y = \frac{a - 2,312b}{2,312} \quad \text{para o padrão ANGLO-SAXÃO} \quad (89)$$

Substituindo essa coordenada na equação (81) e desprezando  $F/2$  pelos motivos já mencionados, chega-se a:

$$\sigma_{\max} = \frac{0,75 a^2 p V}{y_o t_w b_w^2 (a - b)} \leq f_y \quad \text{para os padrões LITZKA e PEINER} \quad (90)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{0,324 a^2 p V}{y_o t_w b_w^2 (a - 2,312b)} \leq f_y \quad \text{para o padrão ANGLO-SAXÃO} \quad (91)$$

Aplicando a condição de resistência ( $\sigma_{\max} \leq f_y$ ) às equações (90) e (91), obtém-se:

$$V \leq \frac{y_o t_w b_w^2 (a - b)}{0,75 a^2 p} f_y \quad \text{para os padrões LITZKA e PEINER} \quad (92)$$

$$V \leq \frac{y_o t_w b_w^2 (a - 2,312b)}{0,324 a^2 p} f_y \quad \text{para o padrão ANGLO-SAXÃO} \quad (93)$$

É evidente que se o  $y$  crítico determinado pelas equações (88) e (89) for inferior a  $b$ , deve-se tomar  $y = b$ , que corresponde à condição de esgotamento dada pela equação (85). Por outro lado, as equações (92) e (93) são aplicáveis quando o  $y$  crítico é maior ou igual a  $b$ . Para esta situação, tem-se o seguinte:

- para os padrões LITZKA e PEINER:

$$0 \leq b \leq \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad V \leq \frac{y_o t_w b_w^2 (a - b)}{0,75 a^2 p} f_y \quad (94)$$

$$b \geq \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad V \leq \frac{y_o t_w b_w^2}{3 b p} f_y \quad (95)$$

- para o padrão ANGLO-SAXÃO:

$$0 \leq b \leq \frac{a}{4,624} \quad \Rightarrow \quad V \leq \frac{y_o t_w b_w^2 (a - 2,312b)}{0,324 a^2 p} f_y \quad (96)$$

$$b \geq \frac{a}{4,624} \quad \Rightarrow \quad V \leq \frac{y_o t_w b_w^2}{3 b p} f_y \quad (97)$$

### 3.2.3.2 Solução para vigas celulares

De modo análogo ao descrito no item 3.2.3.1, para as vigas celulares a força cortante  $V_h$  indicada na Figura 53 produzirá momentos fletores no montante de alma que a uma distância  $y$  do eixo da viga assumirão o valor de “ $V_h \cdot y$ ” que, por sua vez, produzirão sobre a seção de área “ $t_w \cdot b_m(y)$ ” uma tensão normal máxima de flexão dada por:

$$\sigma = \frac{V_h y}{\frac{t_w b_m^2}{6}} = \frac{6 V_h y}{t_w b_m^2} \quad (98)$$

Da Figura 53 pode-se deduzir que:

$$R_o = \frac{p}{2} - \frac{b_w}{2} \quad (99)$$

$$\frac{b_m}{2} = \frac{p}{2} - R_o \cos(\theta) \quad \therefore \quad b_m = p - 2 R_o \cos(\theta) \quad (100)$$

$$y = R_o \operatorname{sen}(\theta) \quad (101)$$

Daí, pode-se reescrever a equação (98) na forma:

$$\sigma = \frac{6 V_h}{t_w} \frac{R_o \operatorname{sen}(\theta)}{(p - 2 R_o \cos(\theta))^2} \quad (102)$$

A tensão normal máxima ocorrerá na seção para a qual  $\frac{d\sigma}{d\theta} = 0$ .

Derivando (91) e igualando a zero, e tomando  $(p - b_w) = D_o$  e  $r = \frac{p}{2} - \frac{b_w}{2}$ , obtém-se:

$$\sigma_{\max} = \frac{6 V D_o p}{y_o t_w} \frac{\sqrt{1 - \frac{(p - \sqrt{p^2 + 8 D_o^2})^2}{4 D_o^2}}}{(3p - \sqrt{p^2 + 8 D_o^2})^2} \leq f_y \quad (103)$$

$$V \leq \frac{y_o t_w f_y}{6 D_o p} \frac{(3p - \sqrt{p^2 + 8 D_o^2})^2}{\sqrt{1 - \frac{(p - \sqrt{p^2 + 8 D_o^2})^2}{4 D_o^2}}} \quad (104)$$

### 3.2.4 Estado-limite último de flambagem do montante de alma (FMA)

Para a dedução de um modelo analítico capaz de representar a carga crítica que causa a flambagem do montante de alma é necessário adotar uma configuração geométrica e, evidentemente, a solução estará intimamente relacionada com essa configuração geométrica adotada. Delesques (1968) faz toda a dedução da equação da força cortante crítica que provoca a flambagem do montante de uma viga castelada com chapa expansora, mas para atingir esse objetivo ele cria uma variável  $\rho$  que simboliza a fração do passo que cada segmento do alvéolo representa. Para exemplificar isto melhor, é necessário recorrer aos esquemas geométricos apresentados no capítulo 2. Como visto na Figura 12 e na Figura 13, nos padrões Litzka e Peiner o passo pode ser subdividido em seis partes iguais. Neste caso tem-se  $\rho = 1/6$ , ou seja,  $\rho$  representa essa fração do passo. A solução obtida por Delesques (1968) é genérica e válida para qualquer que seja  $\rho$ , entretanto a expressão é muito complexa e extensa para uso prático. O próprio Delesques apresenta uma análise de sensibilidade em função da qual ele estuda a variação da força cortante crítica em função da geometria da viga. A partir dessa análise, ele propõe uma expressão simplificada que dá bons resultados e mostra-se bastante adequada para uso prático, expressão essa dada por:

$$V_{cr} = \frac{E (4 y_o - 0,8 a - 2 b) t_w^3}{3,54 y_o^2} \quad (105)$$

onde  $y_o$ ,  $a$  e  $b$  são aqueles indicados na Figura 52.

A partir disso, Delesques (1968) propõe impor à força cortante de cálculo as seguintes condições:

$$\text{Se } 2V \leq V_{cr} \quad \text{então } V_{Sd} \leq V \quad (106)$$

$$\text{Se } V \leq V_{cr} \leq 2V \quad \text{então } V_{Sd} \leq \frac{V + V_{cr}}{3} \quad (107)$$

$$\text{Se } V_{cr} \leq V \quad \text{então } V_{Sd} \leq \frac{2}{3}V_{cr} \quad (108)$$

onde  $V$  é a força cortante resistente máxima calculada para o estado-limite último de colapso do montante de alma por flexão, conforme as equações (92), (93) e (104), dependendo da geometria da viga.

O valor de  $V_{cr}$  depende unicamente das características da seção, podendo ser tabelado.

O problema da instabilidade do montante de alma é mais frequente nas vigas com chapa expansora. Nas vigas alveolares sem chapa expansora, incluindo as celulares, geralmente prevalece a condição expressa na equação (106).

Na realidade, a capacidade resistente das vigas alveolares com chapa expansora fica reduzida, evidentemente, em função da possibilidade de flambagem do montante de alma, dada a maior altura dessas vigas. Portanto, deve-se avaliar cuidadosamente, em cada caso, a viabilidade econômica do emprego de vigas alveolares com chapa expansora.

### **3.2.5 Estado-limite último de rasgamento da solda de emenda do montante**

Se se admite que a solda de emenda penetra em toda a espessura da alma, tem-se que a área da superfície de ruptura para a solda e para o metal base da alma é praticamente a mesma e, sendo assim, a ruptura se dará preferencialmente no metal base, que usualmente possui limite de escoamento inferior ao da solda. Isto posto, pode-se considerar que a solda está automaticamente verificada a partir da verificação do cisalhamento proposta na subseção 3.2.2.

### 3.3 Estado-limite de serviço de deslocamento excessivo

Ao se calcular a flecha em uma viga de alma cheia, geralmente se desconsidera a parcela relativa a força cortante. Porém, no caso de vigas alveolares, da mesma forma que em vigas Vierendeel, as flechas decorrentes da força cortante podem apresentar uma magnitude apreciável, sendo necessário considerá-las.

Assim, calculando-se separadamente as flechas devido ao momento fletor e devido a força cortante, pode-se expressar a flecha total resultante por meio da soma:

$$f = f_M + f_V \quad (109)$$

As soluções particulares que resultam nas equações para cálculo das flechas em vigas, para condições de contorno específicas, podem ser deduzidas obtendo-se a derivada da energia de deformação da viga em relação ao carregamento. Assim, o deslocamento  $\delta$  transversal ao eixo da viga prismática pode ser expresso como

$$\delta = \frac{\partial U}{\partial F} \quad (110)$$

onde a energia de deformação  $U$  pode ser escrita como

$$U = \int \frac{M^2}{2EI} dx + \int \frac{\psi V^2}{2GA} dx \quad (111)$$

onde:

$M$  é o momento fletor atuante

$V$  é a força cortante atuante

$A$  é a área da seção transversal

$I$  é a o momento de inércia em relação ao eixo de flexão da viga

$E$  é o módulo de deformação longitudinal da viga

$G$  é o módulo de deformação transversal da viga

$\psi$  é um fator de forma associado à distribuição de tensão de cisalhamento na seção transversal

Na equação (111), o primeiro termo corresponde à energia de deformação por flexão e o segundo à energia de deformação por cisalhamento. Para o caso particular de uma viga

biapoiada, de comprimento  $L$ , sujeita a uma carga uniformemente distribuída  $q$ , se o segundo termo da equação (111), correspondente à deformação por cisalhamento, for desprezado por ser de pequena magnitude, chega-se à solução particular bem conhecida para a flecha devido à flexão, dada por

$$\delta_M = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{EI} \quad (112)$$

A equação (112) pode ser aplicada a uma viga alveolar, porém há que se substituir a inércia  $I$  por uma inércia equivalente  $I_e$ , já que a inércia real varia ao longo do comprimento da viga. De modo similar, ao se desenvolver a parcela da equação (111) correspondente à deformação por cisalhamento chega-se a uma expressão da forma

$$\delta_V = \frac{q L^2}{8GA_e} \quad (113)$$

Assim, em se tratando do cálculo da flecha para vigas alveolares a particularidade está em determinar a inércia e a área equivalentes. Isto é discutido na sequência.

### 3.3.1 Flecha devida ao efeito do momento fletor

Evidentemente, o valor da inércia equivalente deverá estar compreendido entre os seguintes limites:

- a) Momento de inércia mínimo  $I_a$ , que corresponde a uma seção na região do alvéolo ou na região de máxima expansão:

$$I_a = 2 \left[ A_t y_0^2 + I_t \right] \quad (114)$$

onde a expressão entre colchetes representa o momento de inércia de um cordão em relação ao eixo da viga por meio do Teorema de Steiner.

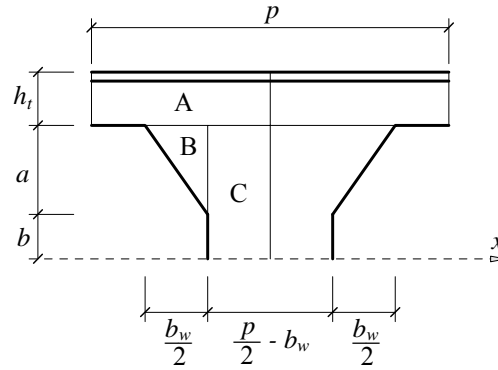
- b) Momento de inércia máximo  $I_m$ , que corresponde a uma seção na região do montante (região de alma cheia):

$$I_m = 2 \left[ A_t y_0^2 + I_t + \frac{t_w (a+b)^3}{3} \right] \quad (115)$$

Para se obter o momento de inércia equivalente, deve-se integrar a função de inércia da viga na metade do passo ( $p/2$ ) e dividir o resultado obtido por essa distância. Isto está

expresso matematicamente na equação (116), onde  $A$ ,  $B$  e  $C$  correspondem às regiões indicadas na Figura 54.

$$I_e = \frac{\int_0^{\frac{p}{2}} I(x) dx}{p/2} = \frac{2}{p} [A + B + C] \quad (116)$$



**Figura 54** - Subdivisões ao longo do passo para integração da função de inércia dada pela equação (116).

Desenvolvendo-se os termos da equação (116):

$$A = \int_0^{\frac{p}{2}} 2(A_t y_0^2 + I_t) dx = 2(A_t y_0^2 + I_t) \frac{p}{2} = (A_t y_0^2 + I_t)p \quad (117)$$

$$B = \int_0^{\frac{p}{2}-b_w} 2 \left[ \frac{t_w}{12} \left( \frac{a x}{\frac{p}{2}-b_w} \right)^3 + t_w \frac{a x}{p/2-b_w} \left( a + b - \frac{a x}{2 \left( \frac{p}{2}-b_w \right)} \right)^2 \right] dx \quad (118)$$

$$B = \frac{t_w a (p/2 - b_w)}{12} (3a^2 + 6b^2 + 8ab) \quad (119)$$

$$C = \int_0^{\frac{b_w}{2}} 2 \frac{t_w (a+b)^3}{3} dx = \frac{t_w b_w (a+b)^3}{3} \quad (120)$$

A inércia equivalente pode então ser expressa por:

$$I_e = \frac{2}{p} \left[ (A_t y_0^2 + I_t)p + \frac{t_w a \left( \frac{p}{2} - b_w \right)}{12} (3a^2 + 6b^2 + 8ab) + \frac{t_w b_w (a+b)^3}{3} \right] \quad (121)$$

$$I_e = 2(A_t y_0^2 + I_t) + \frac{t_w}{6} \left[ 3a^3 + 6ab^2 + 8a^2b - \frac{2b_w}{p} (a^3 + 2a^2b + 2b^3) \right] \quad (122)$$

Simplificando-se a equação (111), pode-se escrever a inércia equivalente na forma:

- para os padrões LITZKA e PEINER:

$$I_e = 2 (A_t y_0^2 + I_t) + t_w \left( \frac{a^3}{2,57} + 1,11 a^2 b + a b^2 + \frac{b^3}{4,5} \right) \quad (123)$$

- para o padrão ANGLO-SAXÃO:

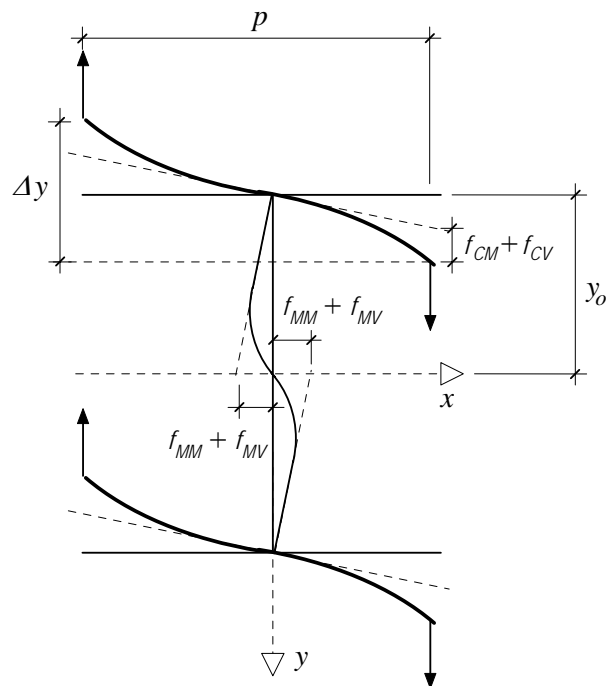
$$I_e = 2 (A_t y_0^2 + I_t) + t_w \left( \frac{a^3}{2,37} + 1,18 a^2 b + a b^2 + \frac{b^3}{6,47} \right) \quad (124)$$

- para vigas celulares, simplificada, pode escrever:

$$I_e = 2 (A_t y_0^2 + I_t) + \frac{t_w D_o^3}{8} \left( \frac{1}{2} - \frac{b_w}{3(D_o + b_w)} \right) \quad (125)$$

### 3.3.2 Flecha devida ao efeito da força cortante

Delesques (1969) demonstra que o cisalhamento produz diversos efeitos que resultam em deformações na região entre dois alvéolos adjacentes, como esquematizado na Figura 55.



**Figura 55** - Parcelas de deformação num painel da viga provocadas pela força cortante (adaptado de Delesques, 1969 e Cimadevila, 2000).

A deformação total produzida pelo cisalhamento pode ser escrita como

$$\Delta y = (f_{MM} + f_{MV}) \frac{P}{y_o} + 2 (f_{CM} + f_{CV}) \quad (126)$$

onde:

$f_{MM}$  é a deformação devida à flexão do montante

$f_{MV}$  é a deformação devida ao cisalhamento do montante

$f_{CM}$  é a deformação devida à flexão dos cordões

$f_{CV}$  é a deformação devida ao cisalhamento dos cordões

Tomando como base a Figura 56, pode-se escrever a expressão do momento causado numa seção do montante de largura  $b_m(y)$  pela força  $V_h$ , da forma

$$M_1 = V_h (a + b - y) = \frac{V p (a + b - y)}{2 y_0} \quad (127)$$

Admitindo que  $b_m = \frac{2 b_w - p}{a} y + p - b_w$ , a inércia da seção resistente no trecho onde

$0 \leq y \leq a$  pode ser expressa por

$$I_1 = \frac{t_w b_m^3}{12} = \frac{t_w}{12} \left( \frac{2 b_w - p}{a} y + p - b_w \right)^3 \quad (128)$$

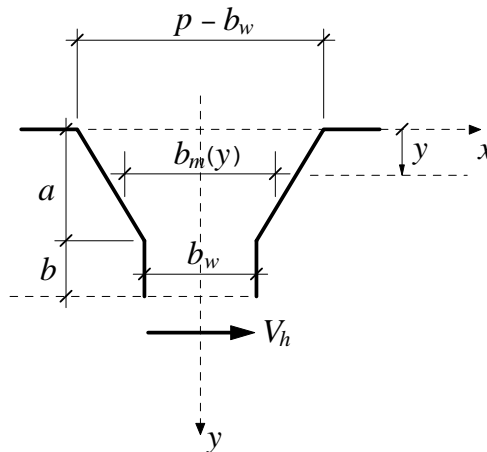


Figura 56 - Elementos geométricos do montante de alma para o cálculo de  $f_{MM}$ .

De posse das equações (127) e (128), pode integrar  $M/(EI)$  para obter a rotação num ponto de coordenada  $y$ . Assim,

$$\theta(y) = \int_0^y \frac{M}{EI} dy \quad (129)$$

Desenvolvendo (129) obtém-se

$$\theta(y) = \frac{6 a V_h y \left[ (2 a^2 + 2 a b)(p - b_w) + [(3 a + 2 b) b_w - (2 a + b) p] y \right]}{E t_w (-b_w + p)^2 (a b_w - a p - 2 b_w y + p y)^2} \quad (130)$$

Para  $y = a$ :

$$\theta_{y=a} = \frac{6 a V_h (a b_w + b p)}{E t_w b_w^2 (-b_w + p)^2} \quad (131)$$

Integrando novamente a equação (130), pode-se obter a flecha no ponto  $y = a$ , que é dada por

$$x_{y=a} = \frac{6 a^2 H}{E b_w t_w} \frac{-8 b_w^3 (a + b) + 2 b_w^2 p (5 a + 6 b) - 3 b_w p^2 (a + 2 b) + b p^3 + 2 a b_w (b_w - p)^2 \ln \left( \frac{p}{b_w} - 1 \right)}{(-2 b_w + p)^3 (-b_w + p)^2} \quad (132)$$

No trecho onde  $a \leq y \leq b$  tem-se

$$I_2 = \frac{t_w b_w^3}{12} \quad (133)$$

$$x_2 = \frac{V_h b^3}{3 E I_2} = \frac{4 V_h b^3}{E t_w b_w^3} \quad (134)$$

A flecha total que o montante sofrerá na direção  $x$  (Figura 56) será dada por

$$f_{MM} = x_{y=a} + b \theta_{y=a} + x_2 \quad (135)$$

Daí,

$$f_{MM} = b \frac{6 a V_h (a b_w + b p)}{E t_w b_w^2 (-b_w + p)^2} + \frac{4 V_h b^3}{E t_w b_w^3} + \frac{6 a^2 V_h}{E b_w t_w} k \quad (136)$$

onde

$$k = \frac{-8b_w^3(a+b) + 2b_w^2 p(5a+6b) - 3b_w p^2(a+2b) + bp^3 + 2ab_w(b_w-p)^2 \ln\left(\frac{p}{b_w} - 1\right)}{(-2b_w + p)^3 (-b_w + p)^2} \quad (137)$$

Fazendo  $V_h = \frac{V p}{2 y_0}$ , fica:

$$f_{MM} = \frac{V_h}{E t_w b_w} \left[ \frac{6 a b (a b_w + b p)}{b_w (-b_w + p)^2} + \frac{4 b^3}{b_w^2} + 6 a^2 k \right] \quad (138)$$

Para o caso específico em que  $b_w = \frac{p}{3}$ :

$$f_{MM} = \frac{27 V (-15 a^3 + 6 a^2 b + 9 a b^2 + 8 b^3 + 24 a^3 \ln 2)}{4 E t_w y_0 p^2} \quad (139)$$

Como se pode observar, o desenvolvimento das expressões é trabalhoso. Cimadevila (2000) apresenta as soluções para  $f_{MV}$ ,  $f_{CM}$  e  $f_{CV}$  para a configuração geométrica particular em que o painel pode ser subdividido em 6 partes iguais, como mostrado na Figura 12, quais sejam:

$$f_{MV} = \frac{0,60 V}{G t_w y_0} (2,08 a + 3b) \quad (140)$$

$$f_{CM} = \frac{\frac{V}{2} \left(\frac{p}{6}\right)^3}{3 E I_t} = \frac{V p^3}{1296 E I_t} \quad (141)$$

$$f_{CV} = \frac{V p t_w y_a^3}{45 G W_t^2} \quad (142)$$

Substituindo (139), (140), (141) e (142) em (126), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta y = & \frac{54V}{E t_w y_o^2 p} \left[ 0,20 a^3 + 0,375 ab(2a+3b) + b^3 \right] + \\ & + \frac{0,60 V p}{G t_w y_o^2} (2,08 a + 3b) + \frac{V p^3}{648 E I_t} + \frac{2 V p t_w y_a^3}{45 G W_t^2} \end{aligned} \quad (143)$$

Considerando que, para os aços,  $E \cong 2,6 G$ , obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta y = & \frac{20,77 V}{G t_w y_o^2 p} \left[ 0,20 a^3 + 0,375 ab(2a+3b) + b^3 \right] + \\ & + \frac{0,60 V p}{G t_w y_o^2} (2,08 a + 3b) + \frac{V p^3}{1684,8 G I_t} + \frac{2 V p t_w y_a^5}{45 G I_t^2} \end{aligned} \quad (144)$$

O deslocamento  $\Delta y$  para um trecho de comprimento  $p$  numa viga de alma cheia pode ser escrito como

$$\Delta y = \frac{V p}{G A_e} \quad (145)$$

Igualando (144) e (145) pode-se explicitar uma área equivalente  $A_e$ , dada por

$$\begin{aligned} \frac{1}{A_e} = & \frac{20,77}{t_w y_o^2 p^2} \left[ 0,20 a^3 + 0,375 ab(2a+3b) + b^3 \right] + \\ & + \frac{0,60}{t_w y_o^2} (2,08 a + 3b) + \frac{p^2}{1684,8 I_t} + \frac{t_w y_a^5}{22,5 I_t^2} \end{aligned} \quad (146)$$

No caso de vigas alveolares sem chapa expansora, a equação (146) se reduz a

$$\frac{1}{A_e} = 4,154 \frac{a^3}{t_w y_o^2 p^2} + 1,248 \frac{a}{t_w y_o^2} + \frac{p^2}{1684,8 I_t} + \frac{t_w y_a^5}{22,5 I_t^2} \quad (147)$$

Cimadevila (2000) comenta que a realização de exemplos concretos indica que a parcela da flecha oriunda da força cortante em vigas alveolares varia de 5 a 20% da flecha total. Assim, embora as equações (146) e (147) expressem a área equivalente  $A_e$  para configurações geométricas em que o painel pode ser subdividido em 6 partes iguais

(notadamente para os padrões Litzka e Peiner), admite-se que elas sejam uma boa aproximação mesmo para vigas padrão anglo-saxão e celulares, em função da pouca representatividade da parcela da deformação que cabe ao cisalhamento.

# 4

## Análise numérica

---

### 4.1 Generalidades

O intuito inicial da análise numérica era obter um modelo que representasse de maneira adequada o comportamento das vigas alveolares e seus diversos modos de colapso, em especial aqueles ligados à plastificação. Para isso foram utilizados os resultados experimentais de Toprac e Cooke (1959) na fase de validação do modelo, pois contemplavam vários modelos, cujos modos de colapso eram associados à plastificação, juntamente com os dados descritivos dos experimentos que continham informação suficiente para o desenvolvimento da análise.

Realizada a validação do modelo, uma série de simulações foram desenvolvidas com vigas casteladas padrão Litzka, obtidas a partir de um perfil laminado brasileiro de características geométricas muito próximas ao do perfil original utilizado por Toprac e Cooke (1959) nos ensaios experimentais. Essa fase de testes deu origem aos Grupos I e II, apresentados a seguir.

Em um segundo momento foram realizados testes com perfis de maior esbeltez, ou seja; com esbeltez correspondente ao trecho para o qual se desconhece o modo de colapso predominante (ver Figura 2). Esses testes compreenderem os Grupos III e IV e suas características são apresentadas no item subsequente.

Completando a série de análises numéricas, foram modeladas vigas alveolares com aberturas circulares. As aberturas apresentavam altura equivalente à abertura hexagonal regular dos modelos dos Grupos I e II. Esse último grupo de modelos foi identificado como Grupo V.

Em todas as análises realizadas os principais modos de colapso buscados foram aqueles ligados à plastificação. A metodologia apresentada no capítulo anterior foi utilizada para uma estimativa inicial do carregamento último. Ao obter os resultados da análise numérica, foi possível verificar a qualidade dos resultados obtidos com a formulação proposta e acrescentar ajustes à mesma.

## **4.2 Características do modelo numérico**

Os modelos numéricos foram desenvolvidos com o objetivo de verificar as proposições de dimensionamento de vigas alveolares encontradas na literatura, bem como validar as modificações nessas proposições apresentadas no presente trabalho.

O primeiro conjunto de modelos busca reproduzir ensaios experimentais encontrados na literatura, como forma de validação dos modelos numéricos. Os demais grupos apresentam vigas alveolares obtidas a partir de perfis laminados brasileiros (Gerdau-Açominas).

### **4.2.1 Grupos de modelos estudados**

Os primeiros grupos de modelos desenvolvidos seguem o padrão Litzka de castelação, e o último grupo segue o padrão de viga celular. Todos os modelos foram obtidos a partir de perfis laminados Gerdau-Açominas identificados na Tabela 3.

Os grupos de modelos desenvolvidos e suas principais características foram os seguintes:

- **Grupo I:** este grupo de modelos foi desenvolvido logo após a validação, a partir dos ensaios feitos por Toprac e Cooke (1959). O perfil utilizado nesses modelos é o que mais se aproxima do utilizado nos ensaios experimentais. O objetivo era identificar os modos de colapso e o carregamento último para vigas com vãos variando entre 3,0 m e 9,0 m. Nesses modelos, o primeiro ponto de contenção lateral estava sempre posicionado no meio do vão, e os demais se encontravam a uma distância média de 1,75 m entre si.
- **Grupo II:** os modelos deste grupo são similares aos do Grupo I, porém com alterações no posicionamento da contenção lateral. Nesses modelos não há contenção lateral no meio do vão, possibilitando a observação de mudanças no carregamento último e nos modos de colapso encontrados.

- **Grupo III:** para este grupo foram escolhidos três perfis da série W 410, sendo o primeiro mais leve, o segundo de peso médio e o terceiro mais pesado de acordo com o incremento do rendimento estrutural do perfil alveolado em relação ao original (Figura 36). Os vãos variavam em função da altura do perfil obtido, de acordo com os critérios de pré-dimensionamento,  $L/10$  e  $L/20$ , onde  $L$  representa o vão. Também foi modelada uma viga a partir do perfil W 410×85 com 18,0 m de vão ( $L/30$ ).
- **Grupo IV:** os mesmos modelos do Grupo III foram analisados novamente com alteração na contenção lateral. Nesses modelos, a contenção lateral foi considerada em toda a extensão do vão, de modo a observar as alterações no carregamento último e nos modos de colapso alcançados.
- **Grupo V:** neste grupo foram analisadas vigas celulares com aberturas de altura equivalente às vigas alveolares padrão Litzka obtidas nos Grupos I e II. O objetivo principal era validar as proposições de dimensionamento desse padrão, através do carregamento último e dos modos de colapso observados.

A Tabela 1 e a Tabela 2 trazem os dados da geometria das aberturas e as características dos perfis originais de acordo com o padrão utilizado na modelagem numérica.

**Tabela 1** - Características dos perfis originais e geometria das aberturas (vigas alveolares padrão Litzka).

Perfil original	$k=d_g/d$	$d_g$ (mm)	$d$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$h_t$ (mm)	$b_w$ (mm)	$h_o$ (mm)	$p$ (mm)	$\phi$ (graus)
W 200x15,0	1,50	300	200	100	5,20	4,30	50	115	200	346	60
W 410x38,8	1,50	599	399	140	8,80	6,40	100	230	399	691	60
W 410x60	1,50	611	407	235	12,80	7,70	102	235	407	705	60
W 410x85	1,50	626	417	181	18,20	10,90	104	241	417	722	60

**Tabela 2** - Características do perfil original e geometria das aberturas (vigas celulares).

Perfil original	$k=d_g/d$	$d_g$ (mm)	$d$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$h_t$ (mm)	$b_w$ (mm)	$D_o$ (mm)	$p$ (mm)
W 200x15,0	1,50	300	200	100	5,20	4,30	50	115	200	346

A identificação dos modelos analisados numericamente segue o seguinte critério:

**Perfil original\_Padrão de castelação\_C Comprimento do vão em mm**

Assim, uma viga castelada padrão Litzka obtida de um perfil original W 200×15, com um vão de 3 m fica identificada da seguinte forma (para outros padrões de corte ver Tabela 4): W200×15\_LT\_3000.

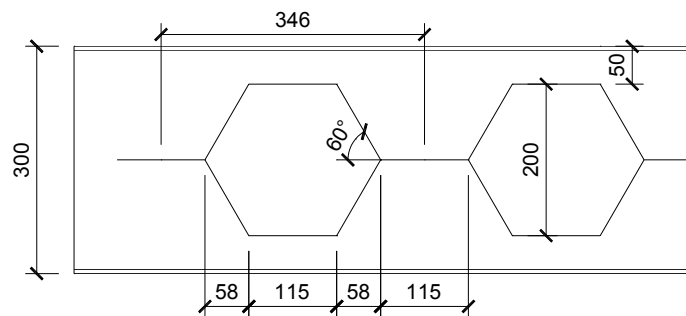
**Tabela 3** - Tabela de identificação das vigas modeladas numericamente.

Grupo	Perfil original	Vão (m)	Identificação
I	W 200×15,0	3,00	W200x15_LT_3000
		4,00	W200x15_LT_4000
		5,00	W200x15_LT_5000
		6,00	W200x15_LT_6000
		7,00	W200x15_LT_7000
		8,00	W200x15_LT_8000
		9,00	W200x15_LT_9000
II	W 200×15,0	3,00	W200x15_LT_3000_Mod
		4,00	W200x15_LT_4000_Mod
		5,00	W200x15_LT_5000_Mod
		6,00	W200x15_LT_6000_Mod
		7,00	W200x15_LT_7000_Mod
		8,00	W200x15_LT_8000_Mod
		9,00	W200x15_LT_9000_Mod
III	W 410×38,8	6,15	W410x38,8_LT_6150
		12,30	W410x38,8_LT_12300
	W 410×60	6,15	W410x60_LT_6150
		12,30	W410x60_LT_12300
	W 410×85	6,15	W410x85_LT_6150
		12,30	W410x85_LT_12300
		18,00	W410x85_LT_18000
IV	W 410×38,8	6,15	W410x38,8_LT_6150_Mod
		12,30	W410x38,8_LT_12300_Mod
	W 410×60	6,15	W410x60_LT_6150_Mod
		12,30	W410x60_LT_12300_Mod
W 410×85	6,15	W410x85_LT_6150_Mod	
	12,30	W410x85_LT_12300_Mod	
V	W 200×15,0	3,00	W200x15_CL_3000
		4,00	W200x15_CL_4000
		5,00	W200x15_CL_5000
		6,00	W200x15_CL_6000
		7,00	W200x15_CL_7000
		8,00	W200x15_CL_8000
		9,00	W200x15_CL_9000

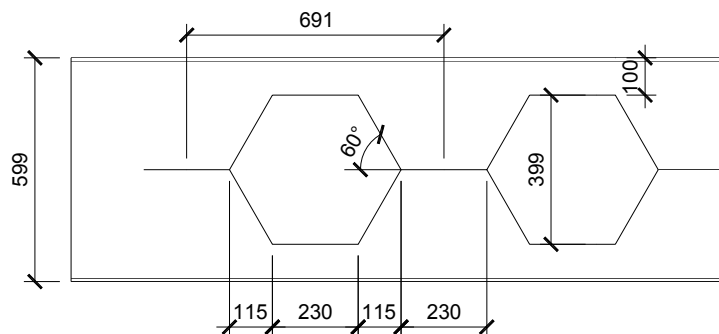
**Tabela 4** - Tabela de identificação/abreviação para as vigas alveolares de acordo com o padrão de corte..

<b>Abreviação/ Identificação</b>	<b>Padrão de corte</b>
LT	Litzka
PN	Peiner
AS	Anglo-saxão
CL	Celular

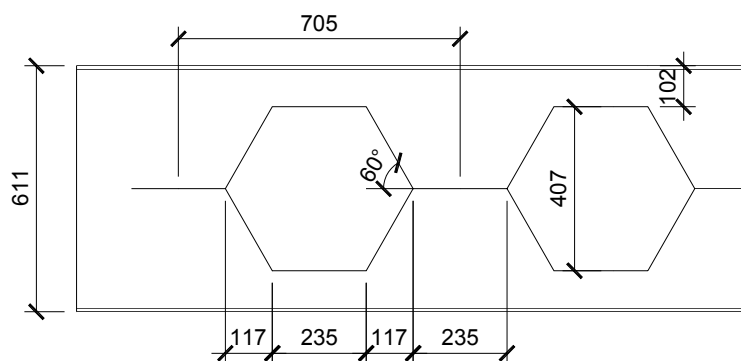
Da Figura 57 até a Figura 61 são mostradas as geometrias das aberturas conforme o perfil original adotado para as diferentes formatações das simulações numéricas.



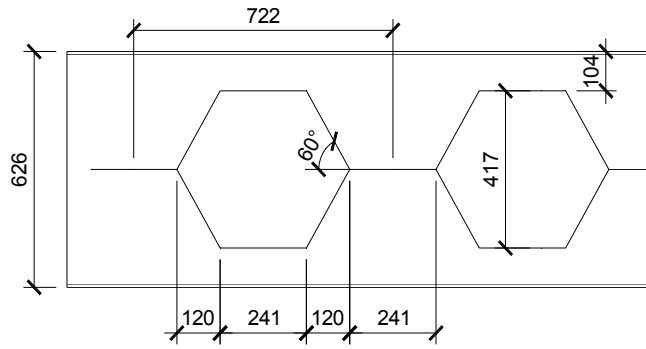
**Figura 57** - Viga alveolar padrão Litzka obtida a partir do perfil W 200×15,0.



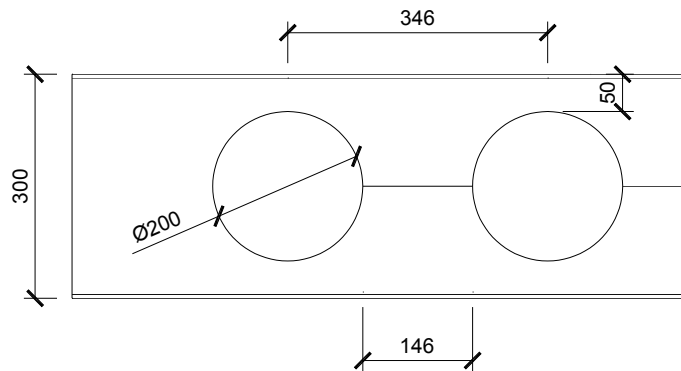
**Figura 58** - Viga alveolar padrão Litzka obtida a partir do perfil W 410×38,8.



**Figura 59** - Viga alveolar padrão Litzka obtida a partir do perfil W 410×60.

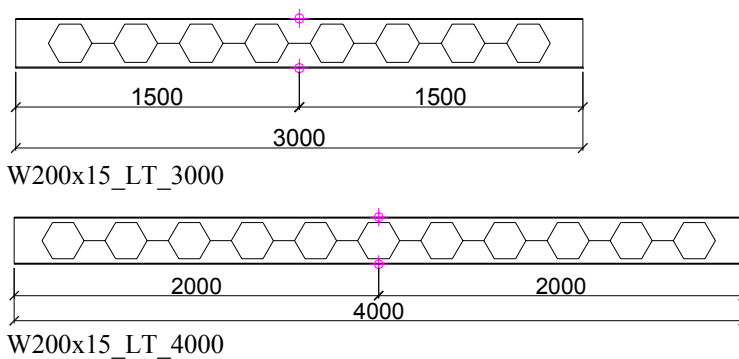


**Figura 60** - Viga alveolar padrão Litzka obtida a partir do perfil W 410×85.

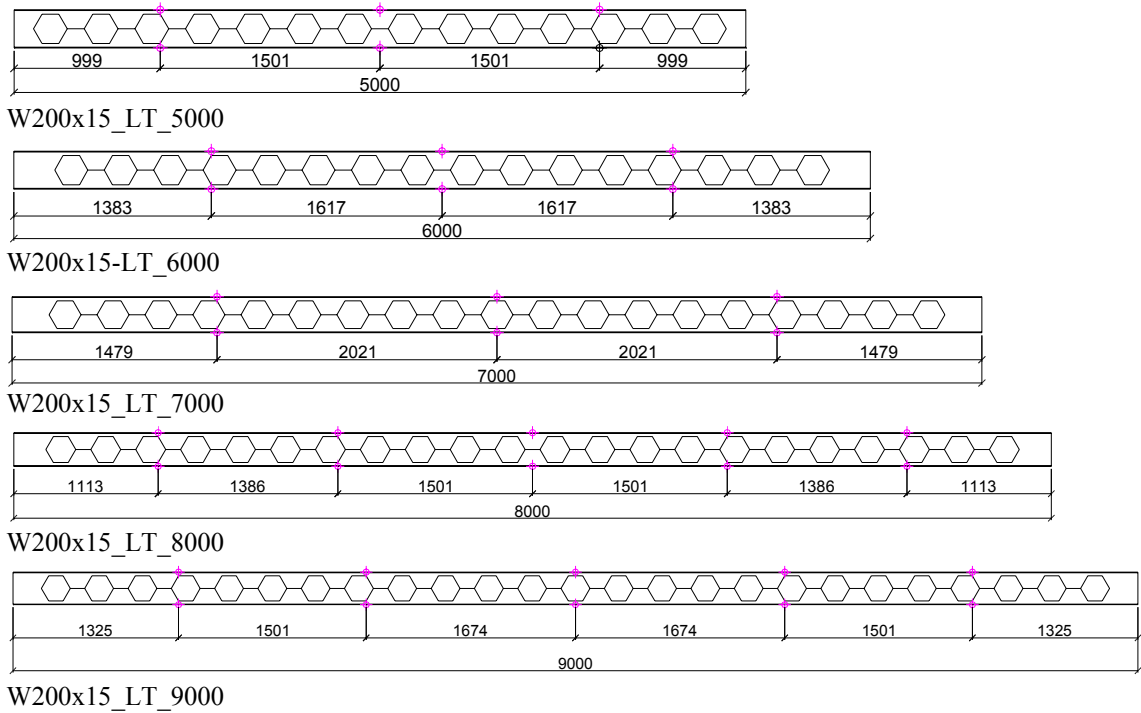


**Figura 61** - Viga celular obtida a partir do perfil W 200×15,0.

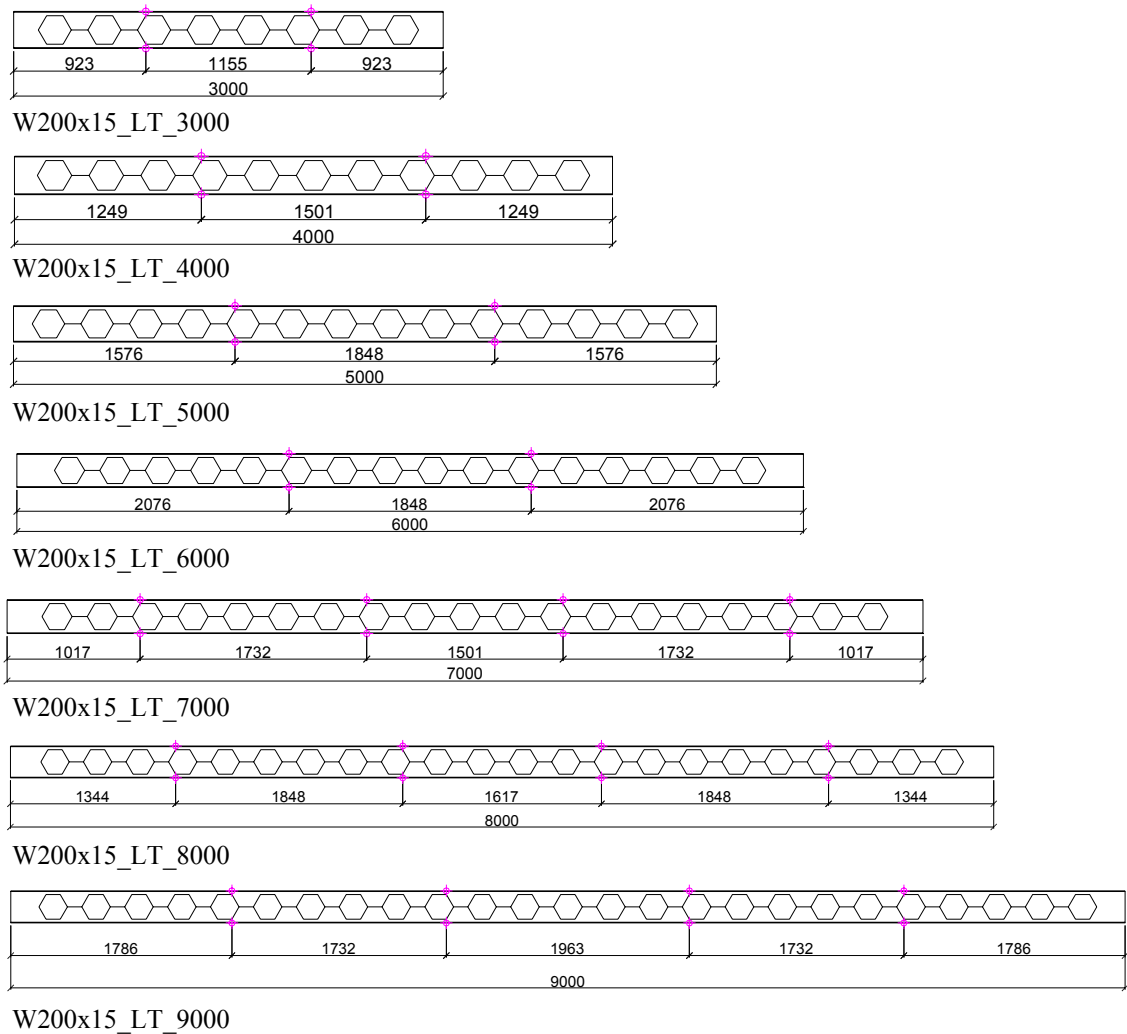
A distribuição de pontos de contenção lateral nos modelos tinha por objetivo evitar que ocorressem os modos de colapso por flambagem lateral com torção, privilegiando assim os modos de colapso por plastificação, objeto de estudo desse trabalho. A distribuição dos pontos de contenção lateral dos Grupos I, II e III pode ser observada da Figura 62 a Figura 65. O Grupo IV estava contido lateralmente em toda a extensão do vão, enquanto que o Grupo V seguiu o mesmo esquema de distribuição do Grupo 2. Em todos os modelos foram previstos enrijecedores nas regiões de apoio, com espessura equivalente à mesa.



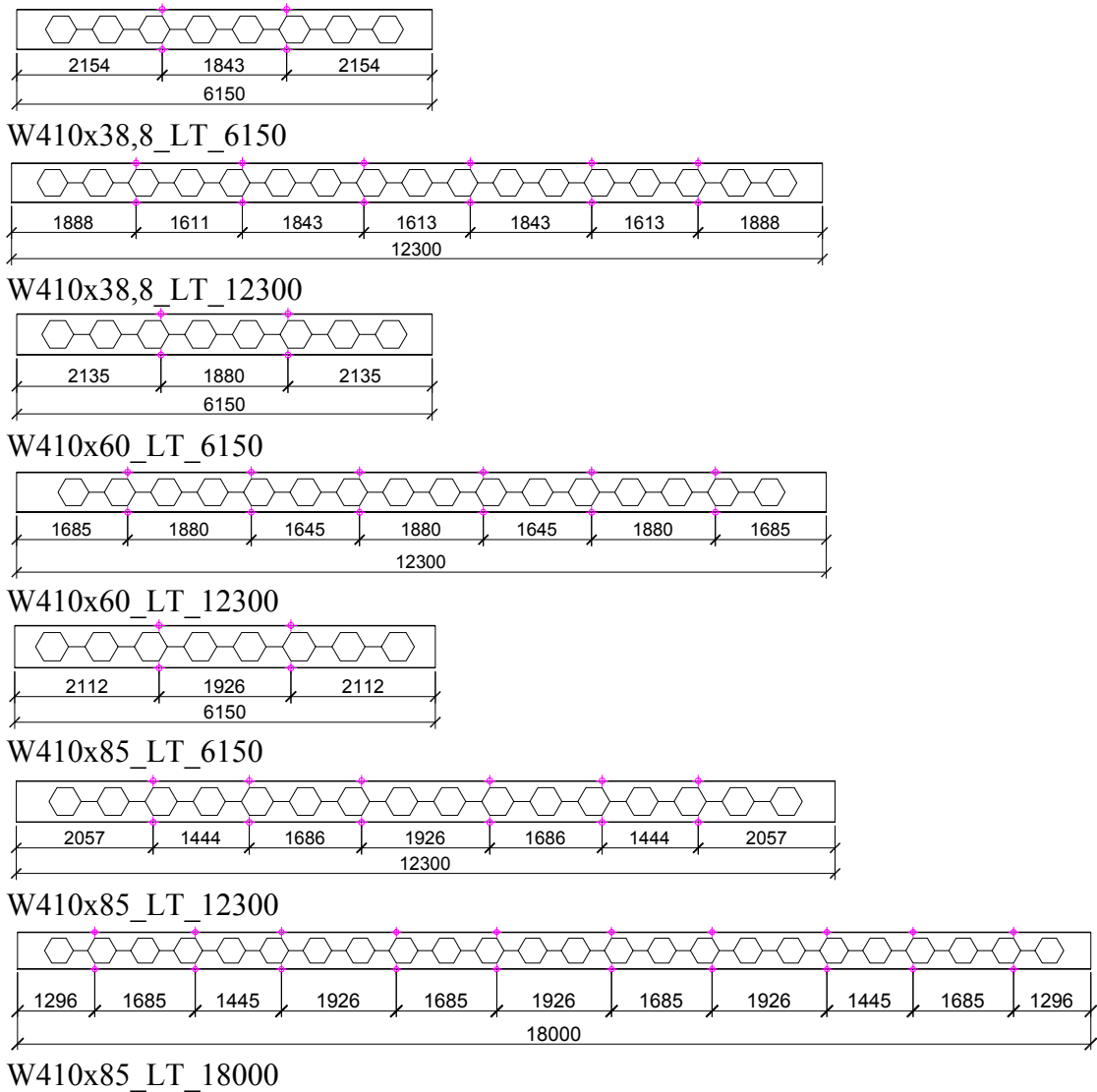
**Figura 62** – Distribuição dos pontos de contenção lateral nos modelos de vigas alveolares do Grupo I (vigas alveolares com vão de 3 m e 4 m).



**Figura 63** – Distribuição dos pontos de contenção lateral nos modelos de vigas alveolares do Grupo I (vigas alveolares com vãos variando de 5 m a 9 m).



**Figura 64** – Distribuição dos pontos de contenção lateral nos modelos de vigas alveolares do Grupo II.



**Figura 65** – Distribuição dos pontos de contenção lateral nos modelos de vigas alveolares do Grupo III.

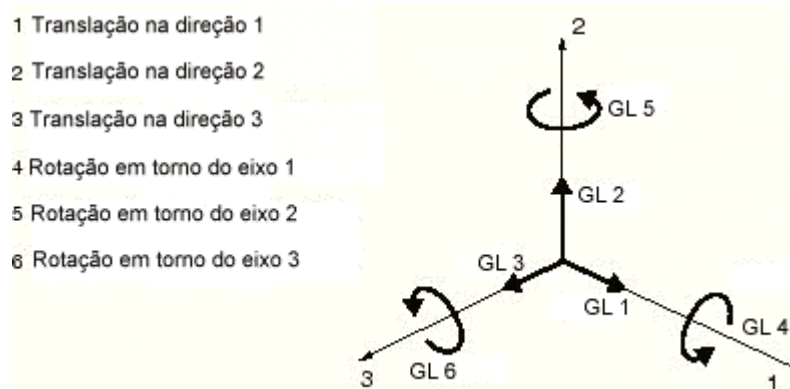
#### 4.2.2 Tipo de elementos e objetividade da malha

A discretização dos modelos estudados neste trabalho foi realizada com elementos quadriláteros do tipo casca (*shell*), com 4 nodos, interpolação linear e integração reduzida. De acordo com a biblioteca de elementos do ABAQUS esse elemento é identificado como S4R.

Os elementos de casca são utilizados para modelar estruturas nas quais uma dimensão é significativamente menor do que as outras e nas quais as tensões na direção da espessura não são significativas. Os nós de um elemento de casca definem suas dimensões no plano, porém não definem sua espessura; essa é definida como uma propriedade da seção. A espessura da casca é necessária para descrever sua seção transversal, e caso a sua rigidez seja calculada durante a análise, o ABAQUS usa integração numérica para calcular as tensões e deformações independentemente em cada

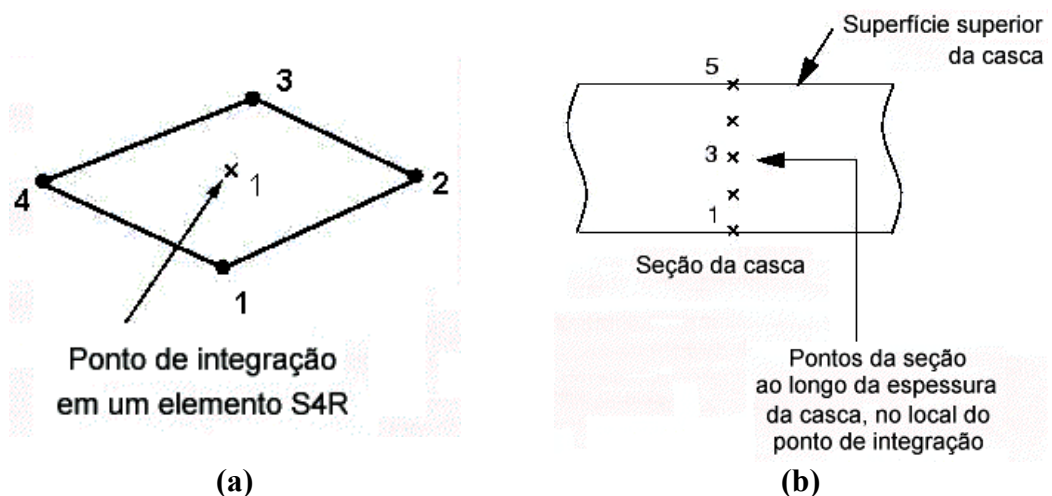
ponto da seção ao longo da espessura da casca, permitindo assim o comportamento não-linear do material. Dessa forma, uma casca elasto-plástica pode escoar nos pontos mais externos da seção enquanto os pontos mais internos permanecem em regime elástico. Por *default*, o ABAQUS usa cinco pontos de integração ao longo da espessura de uma casca homogênea, o que é suficiente para a maioria dos problemas não-lineares.

A Figura 66 mostra os primeiros seis graus de liberdade considerados no programa ABAQUS.



**Figura 66** - Seis primeiros graus de liberdade considerados em relação aos eixos principais no ABAQUS, adaptado de SIMULIA (2009).

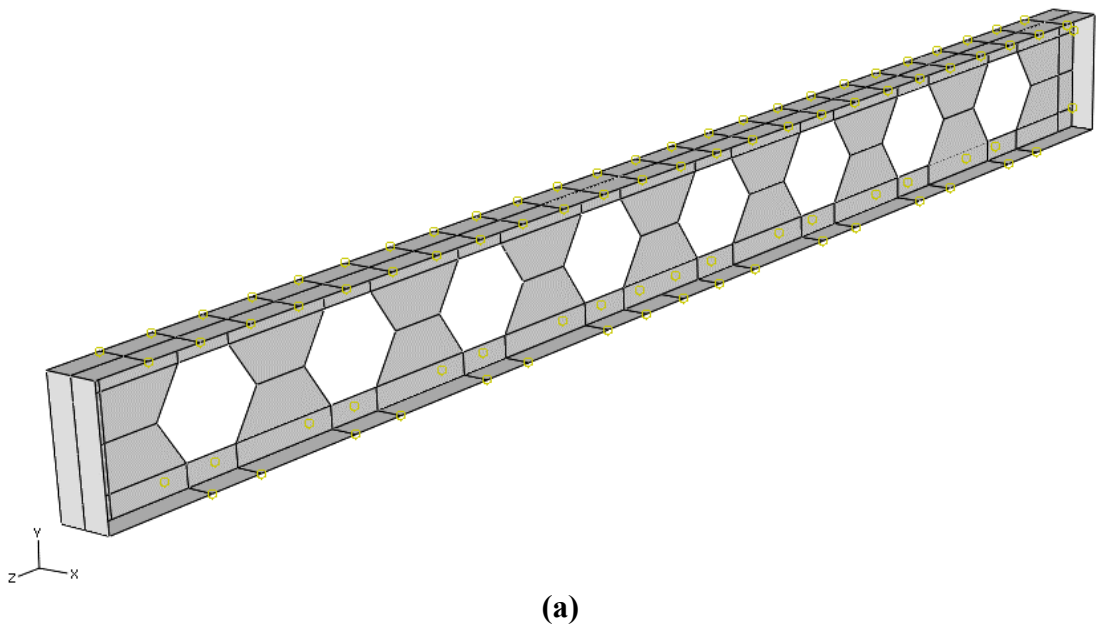
Os deslocamentos, rotações e outros graus de liberdade são calculados somente nos nós dos elementos. Para obter os deslocamentos em qualquer outro ponto do elemento é necessário realizar uma interpolação dos deslocamentos nodais. Os elementos de primeira ordem possuem apenas nós nos vértices dos elementos, e dessa forma usam uma interpolação linear em cada direção.



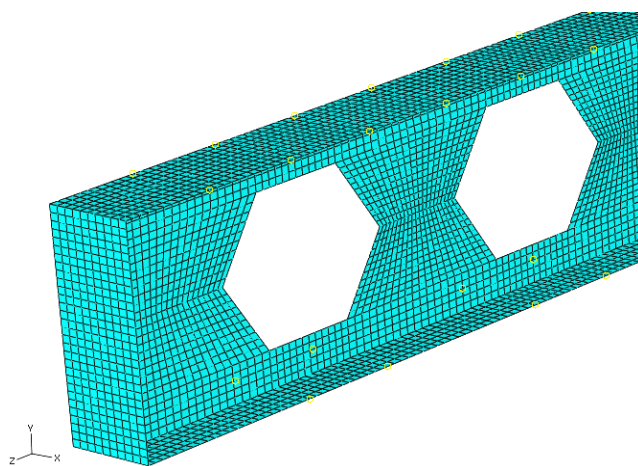
**Figura 67** – Nós do elemento tipo casca de integração reduzida S4R (a) e pontos de integração ao longo da espessura (b), adaptado de SIMULIA (2009).

Por fim a formulação de um elemento se refere à teoria matemática usada para definir o comportamento do elemento. Todos os elementos tensão/deslocamento do ABAQUS são baseados na descrição de comportamento Lagrangeano ou material (SIMULIA, 2009).

Apenas elementos quadrilaterais foram utilizados nas modelagens. Sendo assim, foi necessário criar diversas partições nos modelos para que a malha permanecesse estruturada e os elementos não apresentassem grandes deformações antes do início da análise. Uma outra solução seria utilizar elementos triangulares nas regiões das aberturas juntamente com elementos quadrilaterais, porém é sabido que elementos triangulares costumam ser mais rígidos sob o ponto de vista das deformações.



(a)



(b)

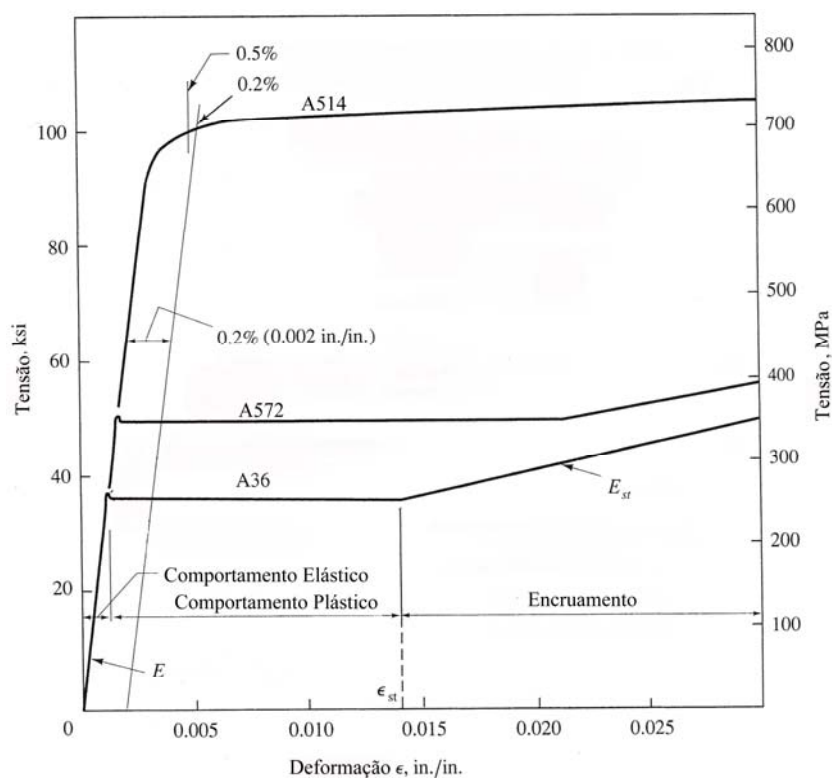
**Figura 68** - Partições criadas nos modelos numéricos para estruturação da malha (a). Modelo numérico de viga alveolar com malha aplicada (b).

Em todos os modelos foram adotadas malhas com elementos de 1 cm de lado. Com exceção de vigas com grandes vãos (18 m), observou-se que malhas com elementos desse tamanho apresentavam bons resultados sem grandes interferências no tempo de processamento. Para vigas com grandes vãos foram adotados elementos de 2 cm de lado.

### 4.2.3 Material

O aço é um material que possui um comportamento bem definido. No diagrama tensão×deformação é possível identificar o período de comportamento elástico e o período de comportamento plástico do material. O comportamento elástico do material ocorre para pequenas deformações, e pode ser caracterizado pela rigidez do material, conhecida como módulo de elasticidade ou de Young. Para grandes deformações, o aço começa a apresentar um comportamento não-linear, conhecido como comportamento plástico, compreendendo o trecho do diagrama tensão×deformação entre o ponto de escoamento do material e o início do encruamento pós-escoamento.

O comportamento do aço varia em função da sua composição química, principalmente do teor de carbono na liga metálica. Salmon (2010) apresenta os diagramas de tensão×deformação para diversos tipos de aço estrutural.



**Figura 69** - Diagrama tensão×deformação para diversos tipos de aço estrutural (adaptado de Salmon, 2010).

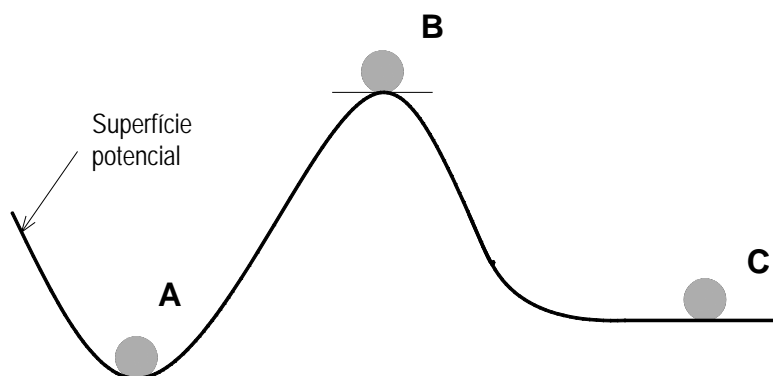
Os perfis laminados Açominas são fabricados com o aço ASTM A572 Grau 50, com tensão de escoamento de 345 MPa. A Figura 69 mostra que os efeitos do encruamento do material só serão observados a partir de grandes deformações. Dessa forma, nos modelos numéricos desenvolvidos nesse trabalho, o aço foi considerado como um material elasto-plástico perfeito. A Tabela 5 reforça tal consideração; é possível observar que para os modelos do Grupo I a deformação específica nominal apresenta valores muito abaixo de 0,020, a partir do qual iniciaria o período de encruamento para o material.

**Tabela 5** - Deformação específica verdadeira e nominal para os modelos do Grupo I, no incremento correspondente ao carregamento máximo.

Modelo	Deformação verdadeira ( $\epsilon$ )	Deformação nominal ( $\epsilon_{nom}$ )
W200x15_LT_3000	0,00574	0,00576
W200x15_LT_4000	0,00345	0,00346
W200x15_LT_5000	0,00195	0,00195
W200x15_LT_6000	0,00218	0,00218
W200x15_LT_7000	0,00149	0,00149
W200x15_LT_8000	0,00215	0,00215
W200x15_LT_9000	0,00179	0,00179

#### 4.2.4 Estratégia de análise

Normalmente na análise de um determinado componente estrutural verifica-se as condições de equilíbrio do mesmo. O equilíbrio pode ser do tipo estável, instável ou indiferente. Na Figura 70, pode-se observar que os pontos de inclinação nula correspondem aos pontos de equilíbrio estático, porém as condições deste equilíbrio são essencialmente diferentes. Logo, a estabilidade do sistema está diretamente ligada à classe e à magnitude das perturbações provocadas no sistema.



**Figura 70** - Tipos de equilíbrio estável (A), instável (B) e indiferente (C).

Galambos (1998) se refere à instabilidade como:

a condição na qual um elemento submetido à compressão perde a capacidade de resistir a um incremento de carga. Em outras palavras, a instabilidade ocorre no ponto de máximo na curva carga×deslocamento.

No estudo da estabilidade de peças submetidas à compressão é considerada como carga crítica ( $P_C$ ) o carregamento correspondente ao ponto de mudança do equilíbrio de estável para instável.

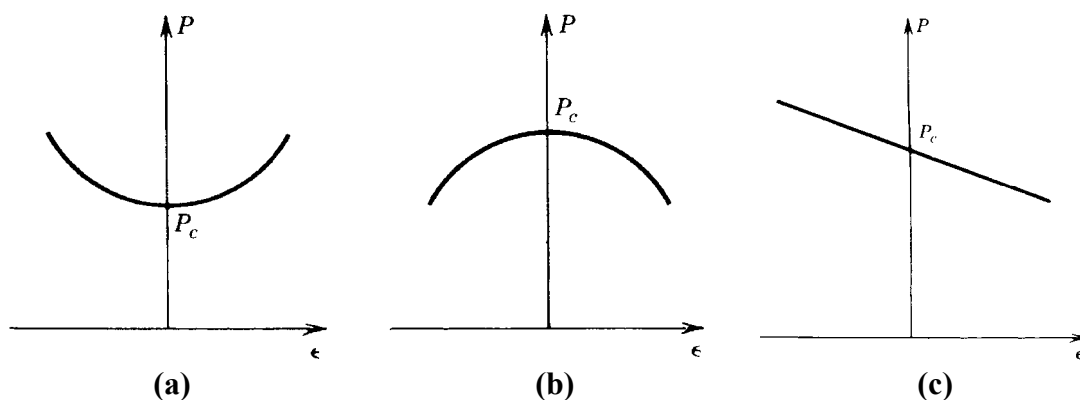
Problemas de instabilidade de elementos submetidos à compressão podem ser subdivididos em duas categorias: aqueles associados ao fenômeno de bifurcação do equilíbrio e aqueles no qual a instabilidade ocorre quando o sistema atinge um carregamento máximo ou limite, sem a prévia bifurcação. No primeiro caso, para um elemento perfeito, quando sujeito a um incremento do carregamento, o elemento inicialmente deforma em um modo e então, no carregamento referido como carregamento crítico, a deformação de repente muda para um padrão diferente. Para comparação, os elementos pertencentes à segunda categoria deformam de um único modo a partir do início do carregamento até que o carregamento máximo seja atingido (Ziemian, 2010).

A carga crítica de compressão para um determinado elemento, pode ser obtida a partir de uma análise linear de um elemento perfeito idealizado, que não necessariamente coincide com o carregamento que leva ao colapso um elemento real imperfeito. Para determinar o carregamento de colapso de um elemento é necessário levar em conta as imperfeições iniciais e considerar toda a curva não-linear de força×deslocamento do elemento. Enquanto sistemas lineares tem apenas uma configuração de equilíbrio, sistemas não-lineares podem exibir mais de uma configuração de equilíbrio, sendo algumas estáveis e outras instáveis. A fonte de não-linearidade pode ser geométrica, física ou uma combinação delas.

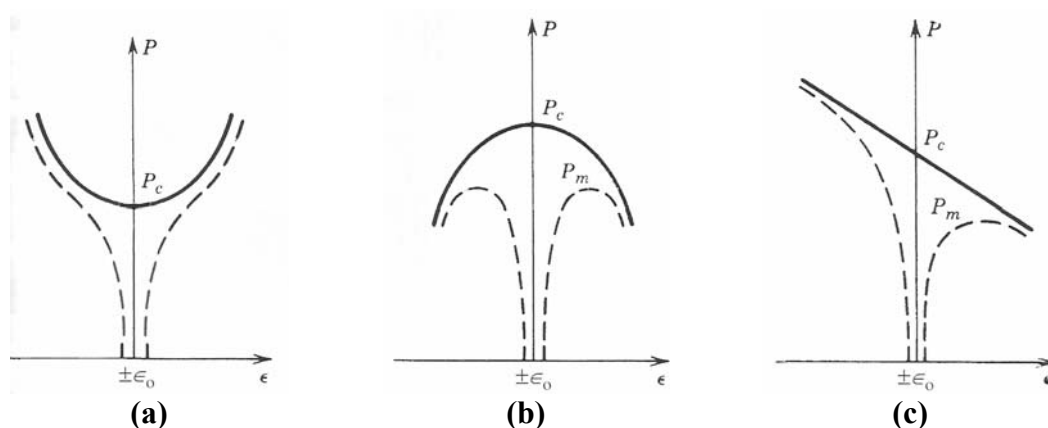
Para uma estrutura como a coluna de Euler, que apresenta um caminho pós-crítico simétrico estável, mas com curvatura inicial quase nula, tem-se que após a bifurcação pequenos incrementos de carga ocasionam grandes deflexões laterais e para uma carga próxima à carga crítica a estrutura atinge em geral o seu limite de resistência.

Estruturas reais apresentam um comportamento diferenciado quando submetidas à compressão. São influenciadas pelos efeitos das tensões residuais, imperfeições iniciais

e pelo comportamento físico do material. Quando submetidas à compressão, suportam no máximo um carregamento igual a  $P_c$ , a partir do qual todas as configurações de equilíbrio serão instáveis. Dessa forma, os diagramas apresentados para as estruturas perfeitas modificam-se conforme apresentado na Figura 71 e na Figura 72.



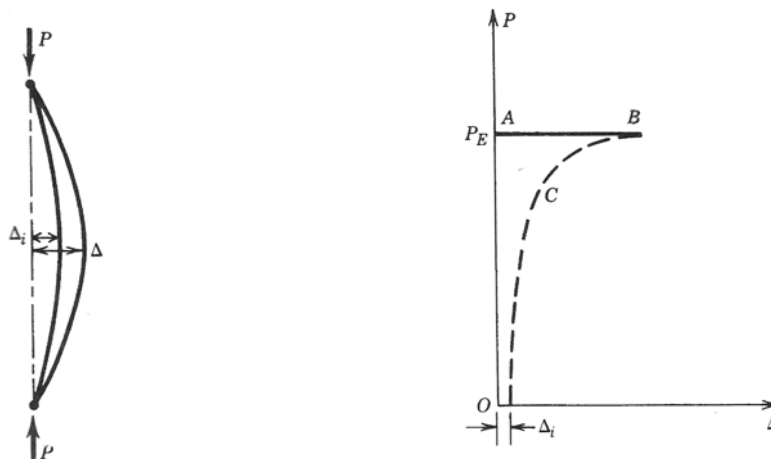
**Figura 71** – Curvas de pós-flambagem de sistemas sem imperfeição inicial. Simétrico estável (a), simétrico instável (b) e assimétrico (c), adaptado de Ziemian (2010).



**Figura 72** - Curvas de pós-flambagem de sistemas com imperfeição inicial. Simétrico estável (a), simétrico instável (b) e assimétrico (c), adaptado de Ziemian (2010).

Se o carregamento ultrapassar a carga limite  $P_c$ , a estrutura diverge em busca de uma nova posição de equilíbrio estável; como ela não existe, as deflexões crescem continuamente até que a estrutura entre em colapso.

A resistência de uma coluna prismática perfeitamente retilínea com um carregamento centrado e restrições bem definidas (condições de apoio) flambam elasticamente num modo de flexão dado pela carga de Euler ( $P_E$ ). Quando o carregamento axial alcança o valor de  $P_E$  uma configuração estável de equilíbrio é possível mesmo na presença de deslocamentos laterais enquanto o carregamento se mantém constante. Mesmo se um deslocamento inicial e/ou um carregamento inicial excêntrico está presente, o carregamento máximo irá se aproximar da carga de Euler, assintoticamente, enquanto o material permanece elástico.



**Figura 73** - Curva carga×deslocamento de uma coluna com uma curvatura inicial ( $\Delta_i$ ), adaptado de Ziemian (2010).

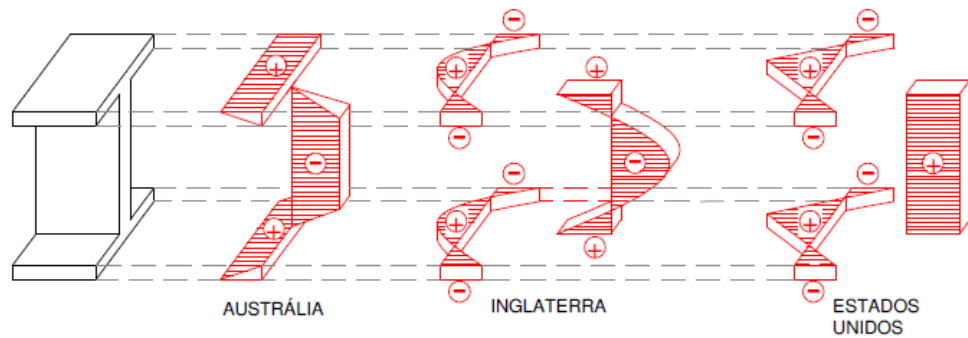
Em uma análise computacional, as configurações de equilíbrio são obtidas a partir de uma análise linearizada de estabilidade ou de flambagem, definida no ABAQUS como *linear buckle*. Esse tipo de análise consiste na determinação dos autovalores e autovetores do sistema representado pelo modelo numérico. Os autovetores representam todas as configurações que o modelo pode adquirir, ou seja, todos os modos de flambagem, enquanto os autovalores indicam o valor do carregamento que levaria à determinada configuração de equilíbrio ou modo de flambagem.

Em se tratando de um sistema não-linear, para uma melhor representação do modelo real, é necessário levar em consideração as outras fontes de não-linearidade que interferem no sistema, como tensões residuais, imperfeições iniciais, entre outros. Desse modo, na análise não-linear, é tomada a configuração deformada correspondente ao modo de menor energia da análise linear de flambagem e normalizada para uma determinada imperfeição inicial. Também são introduzidas as tensões residuais no modelo, considerando as imperfeições físicas do elemento estrutural.

#### 4.2.4.1 Tensões residuais

O processo de laminação e de resfriamento diferencial das partes dos perfis laminados geram tensões residuais que interferem no comportamento do elemento estrutural. Isso acontece porque o processo de resfriamento não é homogêneo para todas as regiões do perfil. As regiões mais expostas resfriam a uma velocidade maior do que as mais internas da seção transversal.

Diversos modelos de distribuição de tensões nas seções transversais podem ser identificados na literatura, conforme exposto na Figura 74.



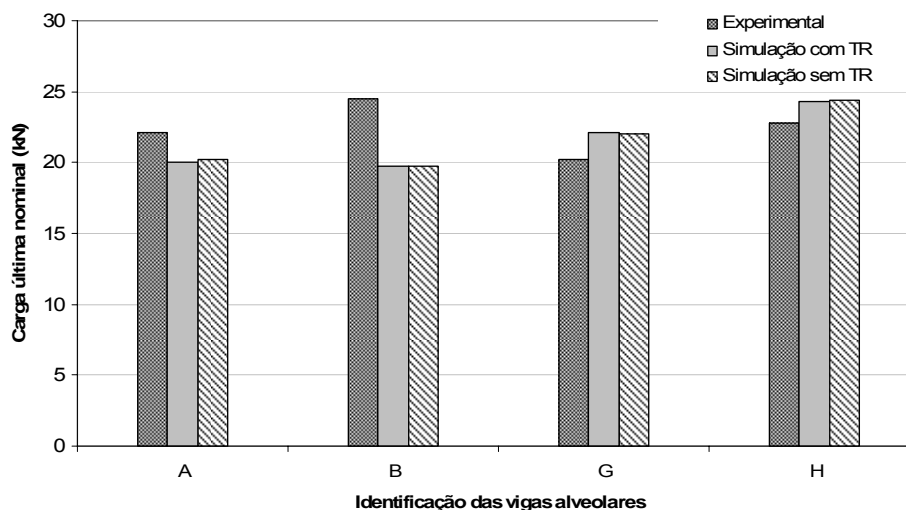
**Figura 74** – Distribuição de tensões residuais em perfis laminados (Gomes, 2006)

Para fornecer um estudo sistemático dos efeitos isolados e combinados das tensões residuais e das imperfeições iniciais, uma extensa análise de colunas retas foi desenvolvida na Universidade de Michigan por Batterman e Johnston (1967), esses estudos, em conjunto com os desenvolvidos por Bjorhovde (1972), mostram claramente que:

- As tensões residuais tem um pequeno efeito sobre a resistência máxima de colunas muito esbeltas, com ou sem curvaturas iniciais. Esses elementos apresentam resistência muito próxima ao carregamento de Euler (carga crítica de Euler). Contudo, colunas feitas a partir de aço de maior resistência podem tolerar um maior deslocamento lateral antes que ocorra o escoamento ou que se torne instável.
- Diferenças na resistência de colunas causadas por variações na forma da distribuição ou do padrão das tensões residuais são menores em colunas com curvatura inicial do que para colunas inicialmente retas.
- O corte por chama introduz um calor intenso em pequenas regiões próximas à linha de corte. Como resultado, o material na região adquire propriedades que são significativamente diferentes do metal base, e tensões residuais se desenvolvem, muitas vezes muito maiores que a tensão de escoamento do material original (Ziemian, 2010).

Os primeiros modelos desenvolvidos para a validação da análise numérica consideravam os efeitos das tensões residuais nas mesas das vigas alveolares. A distribuição das tensões seguia o padrão modular e nas regiões de máxima tensão de compressão ou tração era considerado um valor de tensão equivalente a 30% da tensão de escoamento. Porém, observou-se que a consideração das tensões residuais não alterava significativamente os resultados obtidos na análise numérica, como pode ser

observado na Figura 75. Esta particularidade se deu provavelmente porque os modos de colapso estudados estão ligados essencialmente à plastificação da seção. Sendo assim, os efeitos das tensões residuais não foram considerados nos outros modelos numéricos simulados.



**Figura 75** – Carga última nominal obtida numericamente para modelos de Toprac e Cooke (1959), com e sem tensões residuais, comparada com resultados experimentais.

Cabe ressaltar que para as análises realizadas no âmbito deste trabalho as tensões residuais não influenciaram nos resultados porque os casos considerados envolveram o colapso por plastificação da seção. Para outras situações como, por exemplo, em que se tem colapso por instabilidade as tensões residuais tem importante influência nos resultados.

Dado o número de partições necessárias para a estruturação da malha, a atribuição das tensões residuais nos modelos analisados neste trabalho se tornou muito trabalhosa, diante dos resultados encontrados.

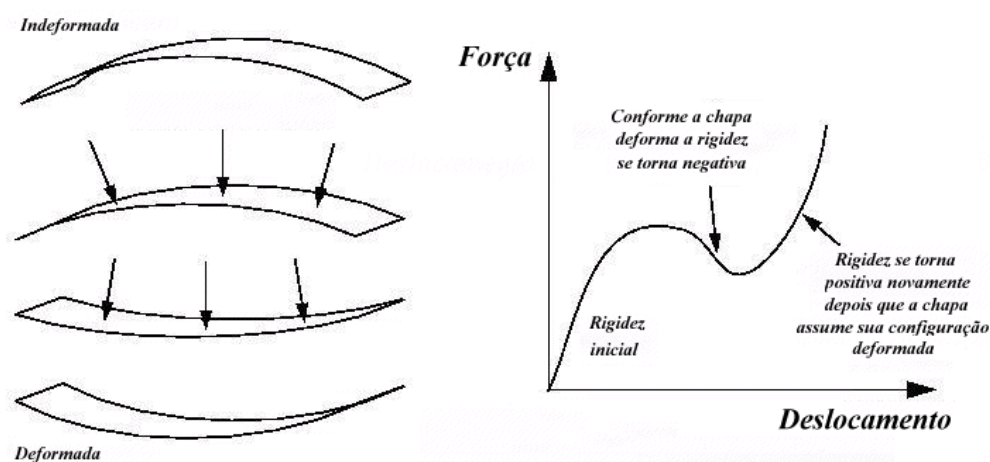
#### 4.2.4.2 Imperfeições iniciais

O carregamento máximo é influenciado pela imperfeição inicial. Após a realização de diversos testes durante a validação dos modelos, verificou-se que o valor de imperfeição inicial que permite melhores resultados corresponde a  $L/1000$ , onde  $L$  representa o vão. Mais detalhes são discutidos na seção 4.3.

#### 4.2.4.3 Etapas de carregamento

O ABAQUS usa o método de Newton-Raphson para obter a solução para problemas não-lineares. A solução é encontrada aplicando-se as cargas especificadas gradualmente, trabalhando-se com incrementos até a solução final. A configuração de

equilíbrio aproximada é encontrada ao final de cada incremento. Com frequência são necessárias várias iterações para determinar uma solução aceitável para um dado incremento de carga. A soma de todas as respostas incrementais é a solução aproximada para a análise não-linear. A análise não-linear realizada com o método de Newton-Raphson costuma apresentar convergência mais rápida quando comparado a outros métodos. Porém esse método não apresenta boas respostas quando a rigidez da estrutura tende a zero. A Figura 76 exemplifica esse caso. Um método que apresenta boas respostas nesses casos é o método de Riks, também conhecido como método do comprimento de arco (Arc Length).



**Figura 76** - Exemplo de caso conhecido como snap-through (adaptado de SIMULIA, 2009).

O método de comprimento de arco persegue uma trajetória de equilíbrio que permite avançar além da carga máxima da estrutura (Castro e Silva, 2006). Desse modo é possível registrar o deslocamento e o carregamento correspondente mesmo após o carregamento máximo, principalmente em casos em que ocorre flambagem.

As simulações numéricas deste trabalho foram executadas em duas etapas consecutivas. Na primeira, foi admitido o método de Newton-Raphson até alcançar cerca de 80% do carregamento último. Na segunda etapa foi adotado o método de Riks modificado. Este procedimento foi adotado para reduzir o tempo nas simulações numéricas.

Em ambos os casos é necessário informar um incremento inicial que equivale a uma fração do carregamento que será aplicado. Os incrementos seguintes são tomados automaticamente pelo programa ABAQUS, sendo aumentados ou diminuídos em função do número de iterações necessárias para a convergência do incremento. Na Figura 77 é possível observar o início das duas etapas e o ajuste do tamanho do incremento realizado pelo programa durante a simulação.

O critério de parada da segunda etapa de carga foi estabelecido em função do número de iterações e do deslocamento máximo.

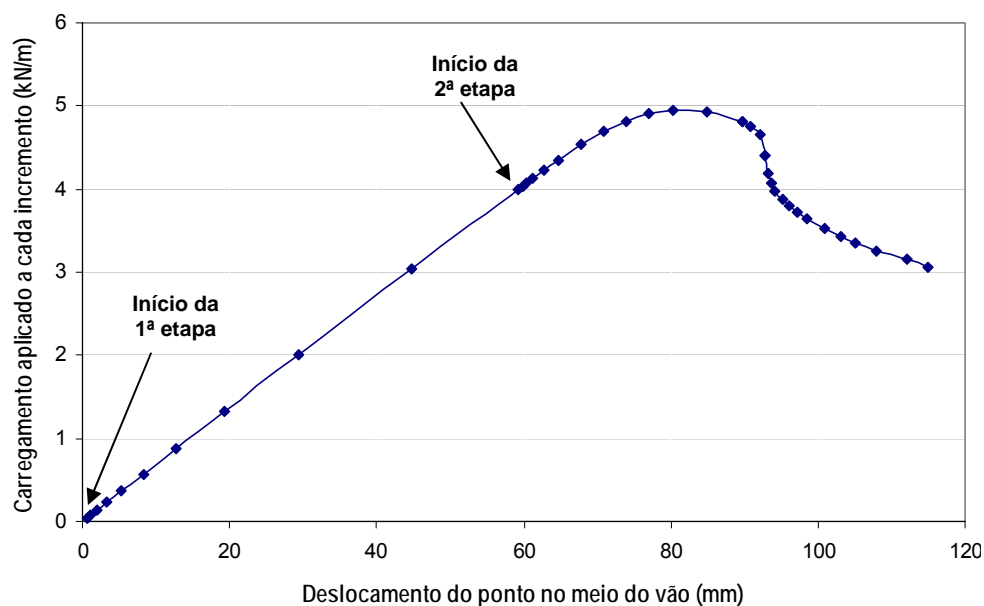


Figura 77 - Curva carga×deslocamento para o modelo W200×15\_LT\_9000 (Grupo I).

### 4.3 Validação do modelo numérico

A validação dos modelos numéricos foi verificada a partir dos resultados de ensaios experimentais conduzidos por Toprac e Cooke (1959). Os autores ensaiaram nove vigas casteladas obtidas a partir do perfil 8B10 (equivalente ao perfil W200×15,0 Gerdau-Açominas). As vigas foram carregadas em quatro pontos equidistantes, de forma a reproduzir um carregamento distribuído. A Tabela 6 mostra as características do perfil original e a geometria das aberturas para todas as 9 vigas alveolares ensaiadas.

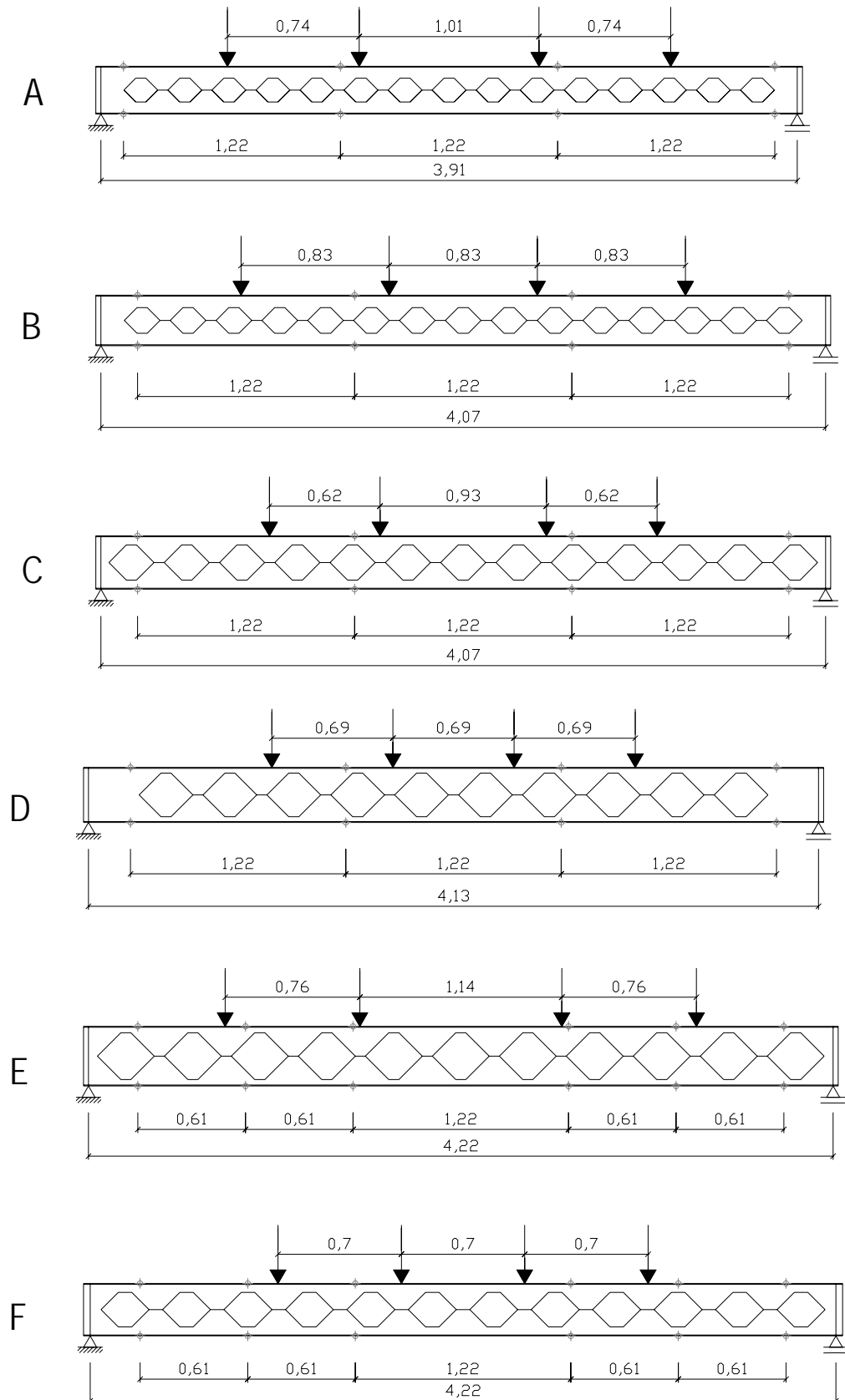
Tabela 6 - Características do perfil original e geometria das aberturas das vigas alveolares ensaiadas por Toprac e Cooke (1959).

Ident.	$k=d_g/d$	$d_g$ (mm)	$d$ (mm)	$b_f$ (mm)	$t_f$ (mm)	$t_w$ (mm)	$t_s$ (mm)	$h_t$ (mm)	$b_w$ (mm)	$h_o$ (mm)	$\rho$ (mm)	$\Phi$ (graus)
A	1,33	266,70	200,90	101,60	5,10	4,60	4,70	66,80	57,15	134,60	247,40	45
B	1,42	281,90	200,90	101,60	5,10	4,50	5,10	60,20	57,15	161,10	257,56	45
C	1,50	297,90	200,90	100,30	5,10	4,80	4,70	50,80	57,15	198,60	310,64	45
D	1,58	312,40	200,90	101,60	5,10	4,30	4,30	43,90	57,15	226,10	361,70	45
E	1,67	337,80	200,90	100,30	5,10	4,70	4,40	33,00	57,15	269,70	379,22	45
F	1,50	297,20	200,90	99,10	5,10	4,70	4,70	50,80	57,15	198,60	347,98	45
G	1,67	330,20	200,90	100,30	5,20	4,70	4,70	33,00	76,20	269,70	416,56	45
H	1,50	295,90	200,90	100,30	5,20	4,40	4,40	50,80	38,10	198,60	270,51	45
I	1,78	354,30	200,90	100,30	5,10	4,70	4,70	22,40	38,10	312,40	385,83	45

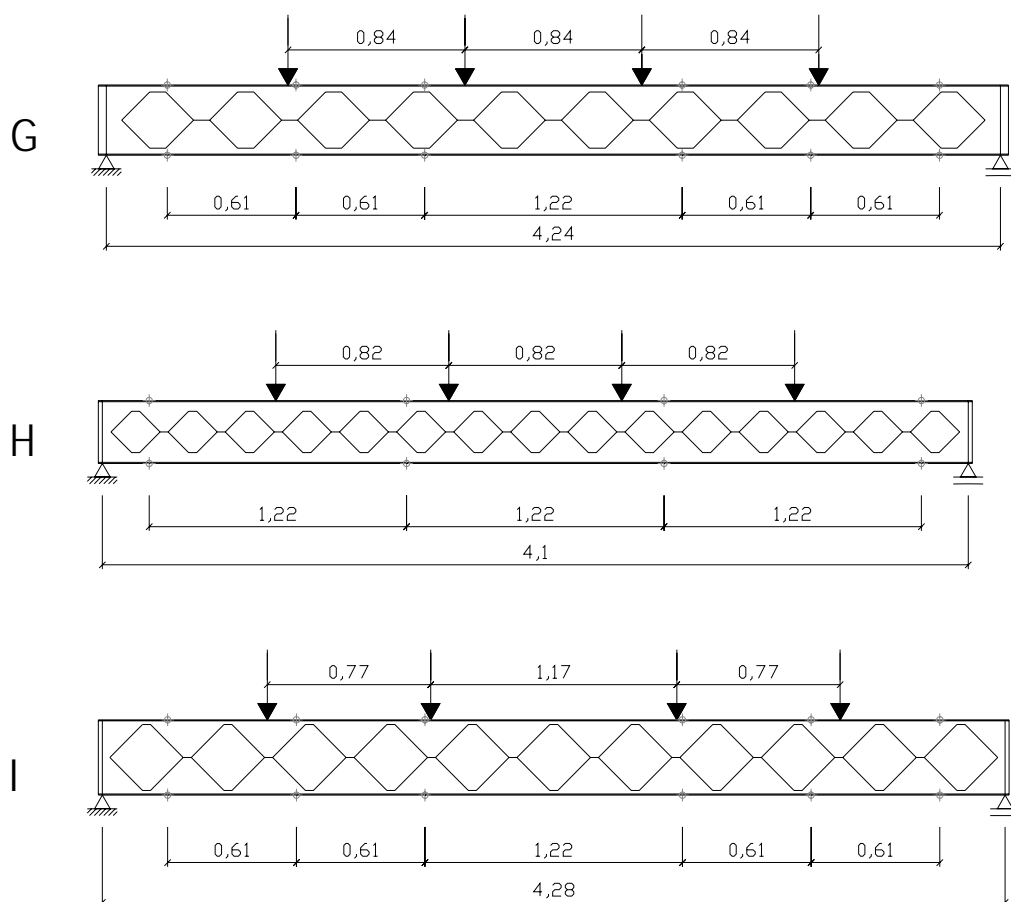
Nos apoios foram considerados vínculos do tipo garfo, com o impedimento do deslocamento no sentido longitudinal da viga em apenas um dos apoios. Os enrijecedores foram modelados nas regiões dos apoios e em posições intermediárias conforme os registros das vigas ensaiadas.

A

Figura 78 e a Figura 79 mostram a proporção das aberturas em função da razão de expansão das vigas e o distanciamento entre os pontos de contenção lateral.

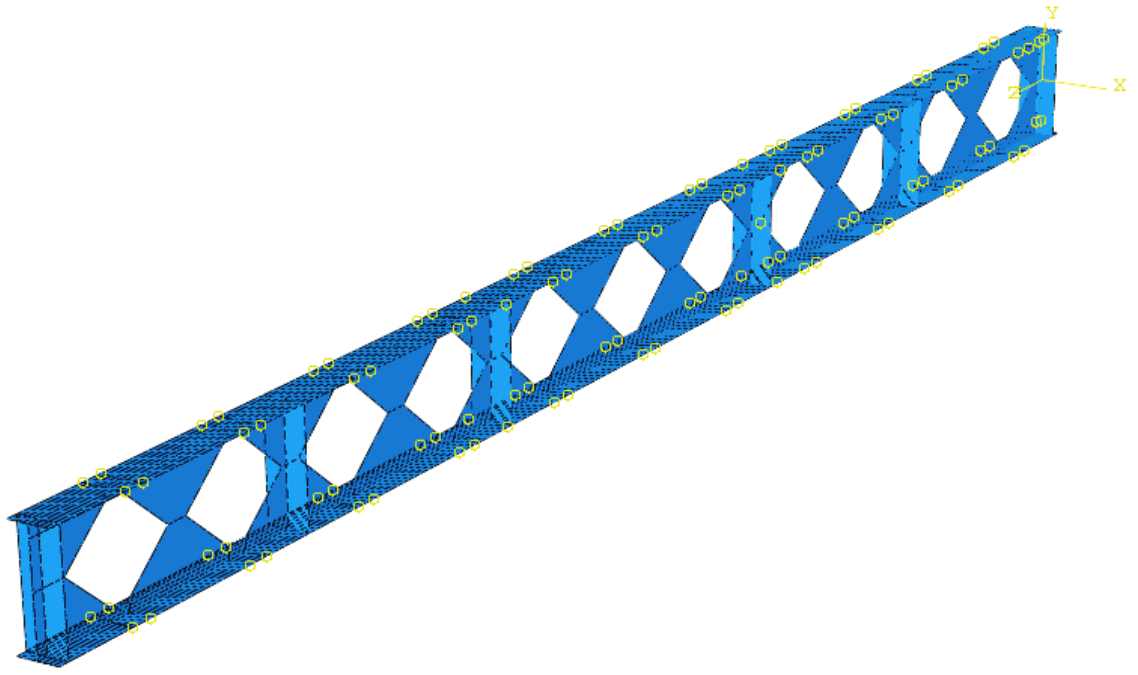


**Figura 78 - Geometria das vigas ensaiadas por Toprac e Cooke (1959).**

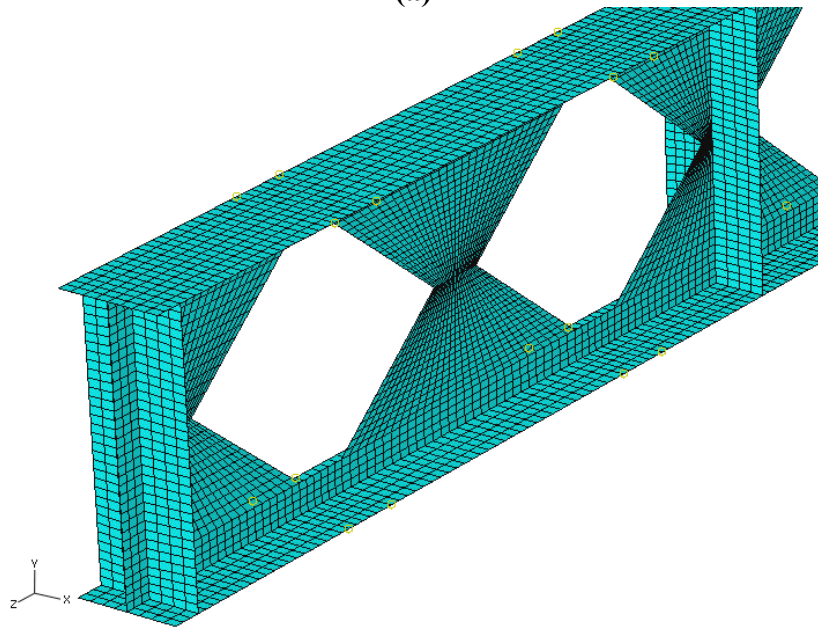


**Figura 79 - Geometria das vigas G, H e I ensaiadas por Toprac e Cooke (1959).**

Conforme mostrado anteriormente, em todas as vigas foram utilizados elementos quadrilaterais do tipo casca com integração reduzida (S4R). Foram realizados diversos testes para a definição da dimensão da malha. Em todos os casos as malhas com dimensão de 1 cm apresentaram melhores resultados sem grande prejuízo no tempo de análise. Para a aplicação de uma malha regular foram criadas diversas partições no modelo, como pode ser observado na Figura 80.



(a)



(b)

**Figura 80** - Partições criadas nos modelos numéricos para estruturação da malha (a). Modelo numérico de viga alveolar com malha aplicada (b).

A Tabela 7 mostra o número de elementos e de variáveis do sistema criados nos modelos numéricos.

**Tabela 7** – Número de elementos e total de variáveis para cada modelo analisado.

<i>Modelo</i>	<i>Número de elementos</i>	<i>Total de variáveis no modelo</i>
A	16060	100908
B	18676	116496
C	20736	129132
D	20885	130218
E	24184	150090
F	20479	127794
G	23108	143580
H	21182	132012
I	25582	158688

As propriedades do material foram consideradas admitindo o aço como um material elasto-plástico perfeito.

A Tabela 8 mostra os valores da tensão de escoamento de acordo com os resultados dos ensaios conduzidos por Toprac e Cooke (1959).

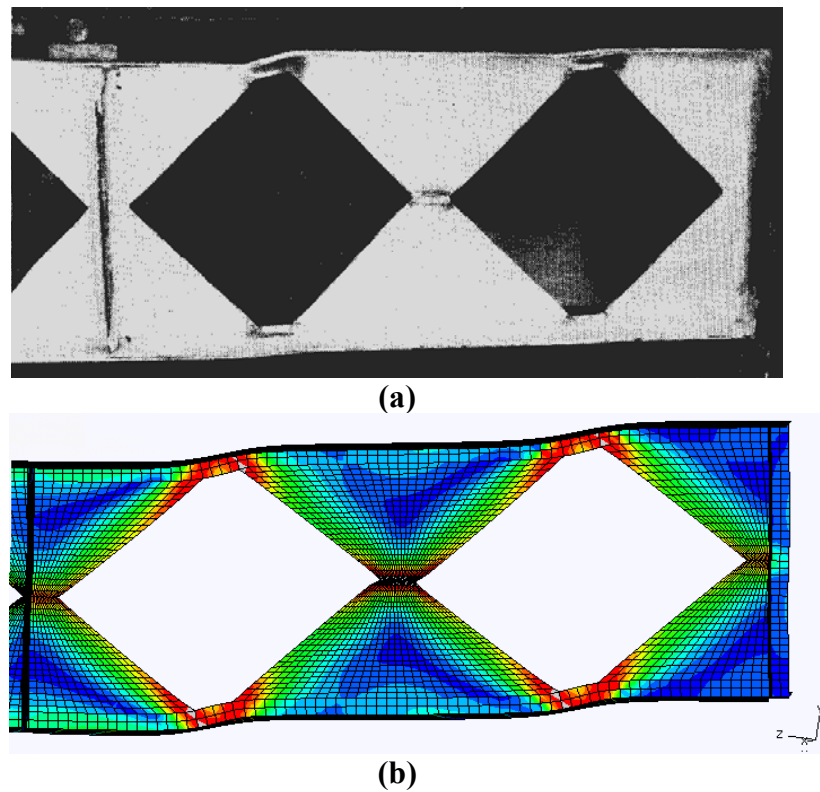
**Tabela 8** - Valores da tensão de escoamento obtida experimentalmente para as vigas alveolares ensaiadas por Toprac e Cooke (1959).

<i>Modelos</i>	<i><math>f_y</math> (MPa)</i>
A	274,14
B	274,14
C	274,14
D	290,10
E	290,10
F	290,10
G	296,41
H	296,41
I	296,41

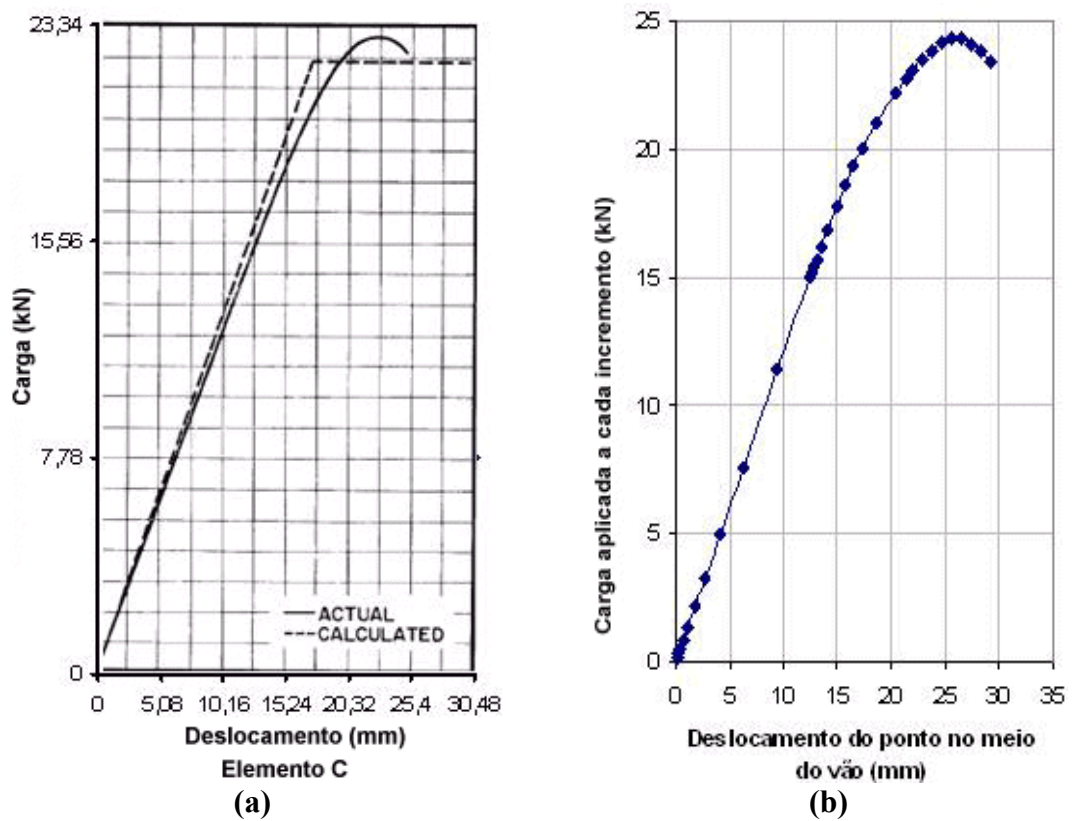
Diversos testes foram realizados para a determinação da imperfeição inicial que melhor representasse as condições reais de ensaio. Inicialmente foram admitidos valores de imperfeição inicial correspondente a  $L/500$ ,  $L/1000$  e  $L/2000$ , onde  $L$  representa o vão da viga. Os modelos que apresentaram melhor correlação com os resultados experimentais consideravam um valor de imperfeição inicial correspondente a  $L/1000$ .

Essa constatação é interessante porque uma imperfeição de  $L/1000$  é o valor usual admitido nas normas para projeto de estruturas de aço. Essa imperfeição também poderá estar presente nos modelos ensaiados por Toprac e Cooke (1959) que foram usados como referência para a validação do modelo numérico desenvolvido neste trabalho.

Na Figura 81 e na Figura 82 são apresentadas as respostas dos modelos numéricos e a correspondência com os resultados apresentados por Toprac e Cooke (1959).



**Figura 81** – Deformada da viga I (a) ensaiada por Toprac e Cooke (1959) e (b) do modelo numérico.

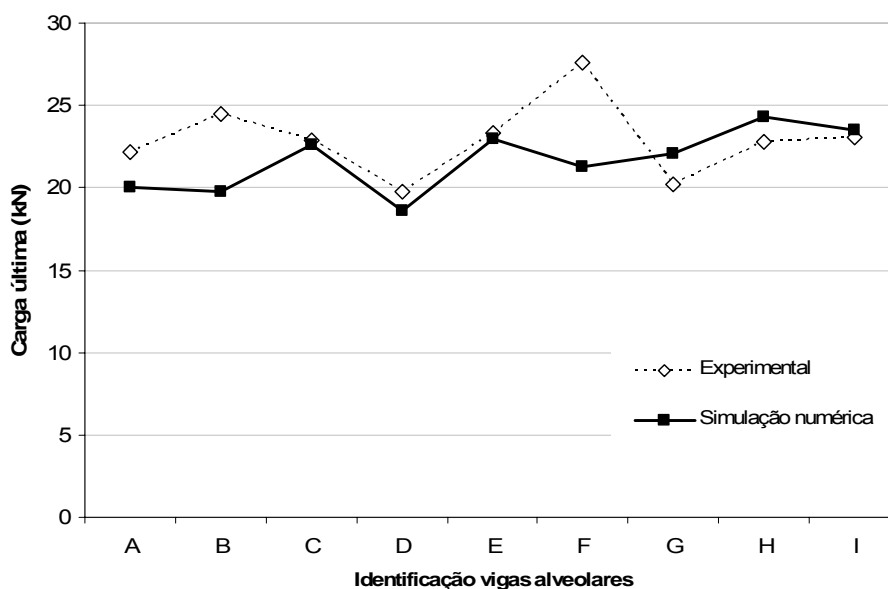


**Figura 82** - Gráfico força×deslocamento da viga C (a) ensaiada por Toprac e Cooke (1959) e (b) obtido a partir dos resultados do modelo numérico.

Os resultados para cada modelo numérico correspondente aos ensaios de Toprac e Cooke (1959) são apresentados na Tabela 9 e na Figura 83.

**Tabela 9** - Comparação dos resultados experimentais e da simulação numérica.

<i>Identificação</i>	$P_{exp}$ (kN)	$P_{num}$ (kN)	$P_{num}/P_{exp}$
A	22,15	20,07	0,91
B	24,47	19,74	0,81
C	22,91	22,58	0,99
D	19,79	18,57	0,94
E	23,35	22,93	0,98
F	27,58	21,27	0,77
G	20,18	22,09	1,09
H	22,80	24,34	1,07
I	23,02	23,52	1,02



**Figura 83** – Comparação da carga última nominal obtida nos ensaios experimentais de Toprac e Cooke (1959) e as simulações numéricas.

#### 4.4 Resultados

Na sequência são apresentados os resultados das simulações numéricas das vigas alveolares obtidas a partir dos perfis Açominas, divididos em grupos, conforme apresentado anteriormente.

A Tabela 10 indica o número de elementos e o total de variáveis no modelo para cada grupo e cada modelo analisado.

**Tabela 10** – Número de elementos e total de variáveis para cada modelo analisado, separado por grupos.

Grupo	Modelo	Número de elementos	Total de variáveis no modelo
I	W200x15_LT_3000	13806	86430
	W200x15_LT_4000	17850	111858
	W200x15_LT_5000	22467	140862
	W200x15_LT_6000	26659	166908
	W200x15_LT_7000	31182	195330
	W200x15_LT_8000	35238	220788
	W200x15_LT_9000	38846	243354
II	W200x15_LT_3000_Mod	13806	86430
	W200x15_LT_4000_Mod	17850	111858
	W200x15_LT_5000_Mod	22467	140862
	W200x15_LT_6000_Mod	26659	166908
	W200x15_LT_7000_Mod	31182	195330
	W200x15_LT_8000_Mod	35238	220788
	W200x15_LT_9000_Mod	38846	243354
III	W410x38,8_LT_6150	47596	292704
	W410x38,8_LT_12300	92384	568572
	W410x60_LT_6150	52946	324906
	W410x60_LT_12300	103524	635178
	W410x85_LT_6150	53394	327666
	W410x85_LT_12300	104557	641568
	W410x85_LT_18000	39440	246954
IV	W410x38,8_LT_6150_Mod	47596	292704
	W410x60_LT_6150_Mod	52946	324906
	W410x85_LT_6150_Mod	53394	327666
	W410x85_LT_12300_Mod	104557	641568
V	W200x15_CL_3000	13908	86406
	W200x15_CL_4000	18196	113082
	W200x15_CL_5000	22558	140196
	W200x15_CL_6000	26659	166908
	W200x15_CL_7000	31436	195270
	W200x15_CL_8000	36008	223710
	W200x15_CL_9000	40224	249972

#### 4.4.1 Resultados para os modelos do Grupo I

Na Figura 84 os resultados numéricos para modelos Litzka constituídos a partir de um perfil W200×15 foram plotados juntamente com resultados calculados com a metodologia de verificação mostrada no Capítulo 3. Observa-se que:

- a) a formulação para o cálculo de deslocamentos dá resultados muito bons;
- b) as equações de resistência correspondentes aos modos de colapso relacionados com a plastificação dos tês, nas seções dos alvéolos, também apresentam boa correlação com a resposta numérica, especialmente para relações  $L/d_g > 20$ ;
- c) para as vigas com relação  $L/d_g < 20$ , as equações de resistência correspondentes aos modos de colapso relacionados à força cortante fornecem resultados mais próximos aos resultados da análise numérica, especialmente para o estado-limite

último de escoamento do montante de alma por cisalhamento. O estado-limite último de flambagem do montante de alma também apresenta bons resultados para os mesmos casos;

- d) o estado-limite último de escoamento do montante de alma por flexão sempre apresenta resultados de carregamento último muito maiores que os valores encontrados na análise numérica para os diversos modelos. Por essa razão, os resultados para esse estado-limite último foram plotados apenas na Figura 84 a seguir;
- e) a envoltória de dimensionamento é definida pelo menor carregamento último correspondente ao vão e ao padrão de viga, em função dos estados-limites últimos aplicáveis apresentados no Capítulo 3.

Na Figura 84 são mostrados os resultados de carregamento máximo obtidos para vigas casteladas com  $d_g = 300$  mm, com vãos desde 3 m até 9 m. Assim, tem-se vigas com relação vão/altura de  $L/10$  até  $L/30$ . Fica evidente que para as vigas com  $L/d_g < 20$ , para as quais a força cortante governa o dimensionamento, a envoltória de resistência se mostra conservadora.

Os resultados da simulação numérica foram plotados juntamente com os valores de carregamento máximo obtidos através da metodologia de verificação apresentada no capítulo anterior. Também foram representados os resultados para os estados-limites últimos por formação de mecanismo plástico, escoamento do montante de alma por flexão e flambagem do montante de alma.

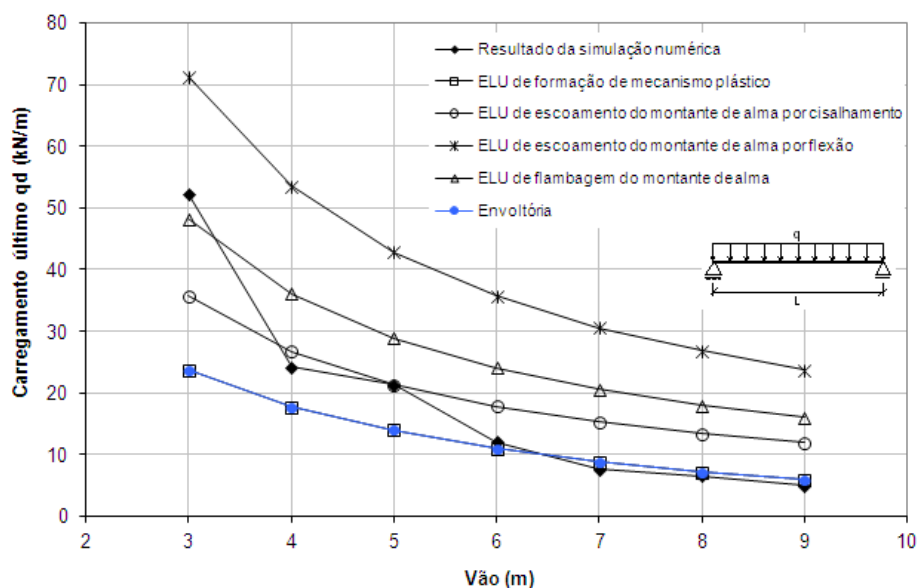
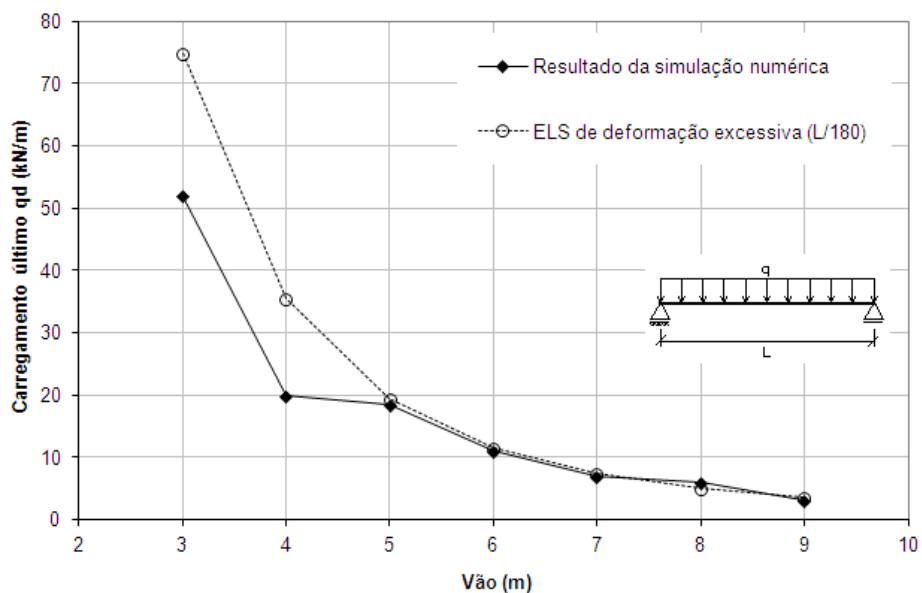
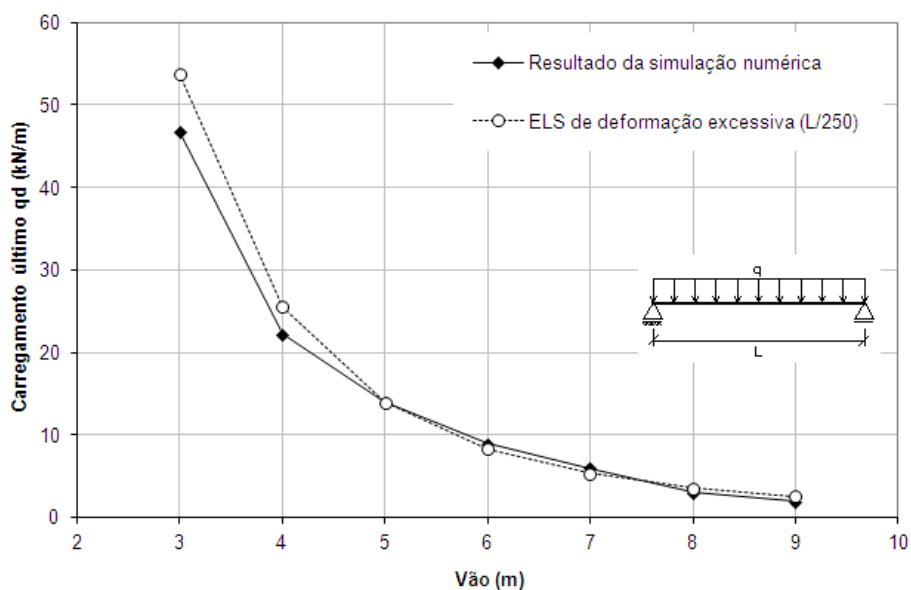


Figura 84 - Vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.

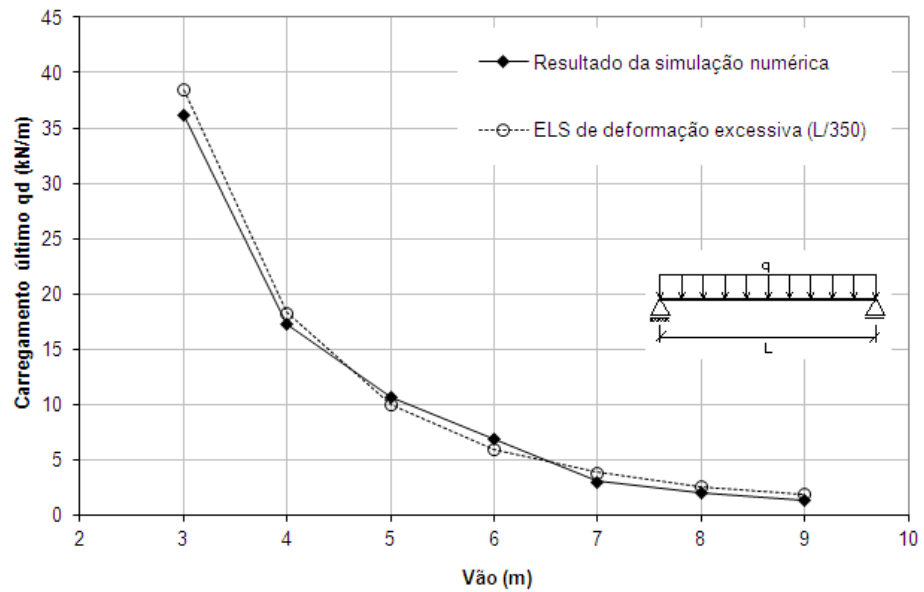
Nas Figuras 85 a 87 são apresentados os resultados da análise numérica para o estado-limite de serviço de deformação excessiva, para as relações  $L/180$ ,  $L/250$  e  $L/350$ , respectivamente. Essas relações correspondem àquelas exigidas em norma (ABNT NBR 8800:2008) para terças de cobertura, vigas de cobertura e de piso. É possível observar uma boa correlação entre os resultados da simulação numérica e os obtidos a partir da metodologia apresentada no capítulo anterior, especialmente para as relações  $L/250$  e  $L/350$ .



**Figura 85** – Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/180$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.



**Figura 86** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/250$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.

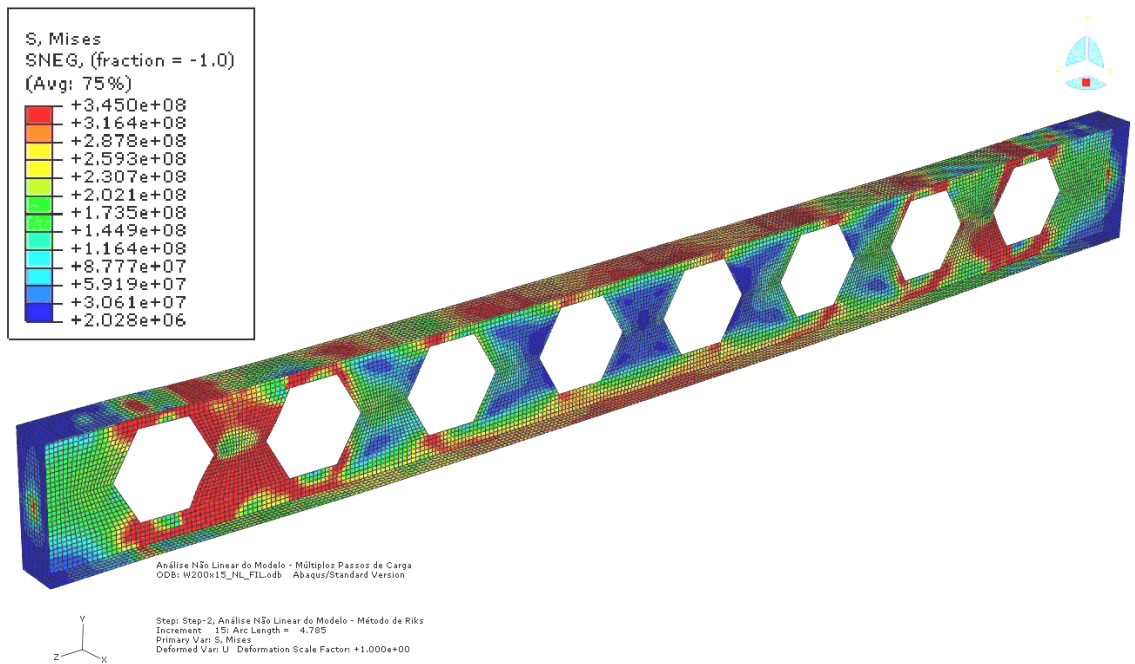


**Figura 87** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/350$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.

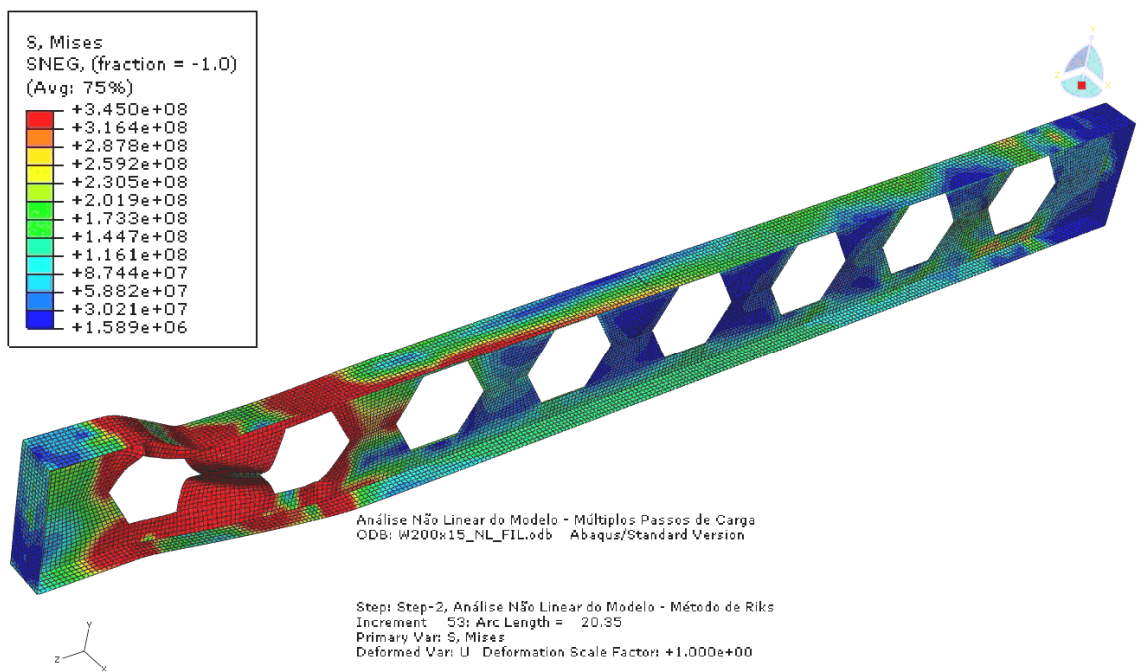
Na Figura 88 é exibida a distribuição de tensões num modelo com  $L = 3$  m de vão, exatamente no passo de carga correspondente ao carregamento máximo. É evidente a formação de uma rótula plástica nas seções próximas à borda direita da primeira abertura hexagonal (da esquerda para a direita).

Na Figura 89 é mostrada a deformada da mesma viga no último incremento da análise.

Observou-se que em diversos casos é difícil a identificação de um único modo de colapso. Muitas vezes ocorrem fenômenos acoplados, como na situação correspondente à Figura 89, em que, a partir da plastificação do segundo montante para o carregamento máximo, ocorre uma série de fenômenos como o mecanismo Vierendeel e a flambagem do montante de alma.



**Figura 88** – Distribuição de tensões na viga W200x15\_LT\_3000 para o carregamento máximo.



**Figura 89** – Deformada do modelo W200x15\_LT\_3000 no último incremento da análise.

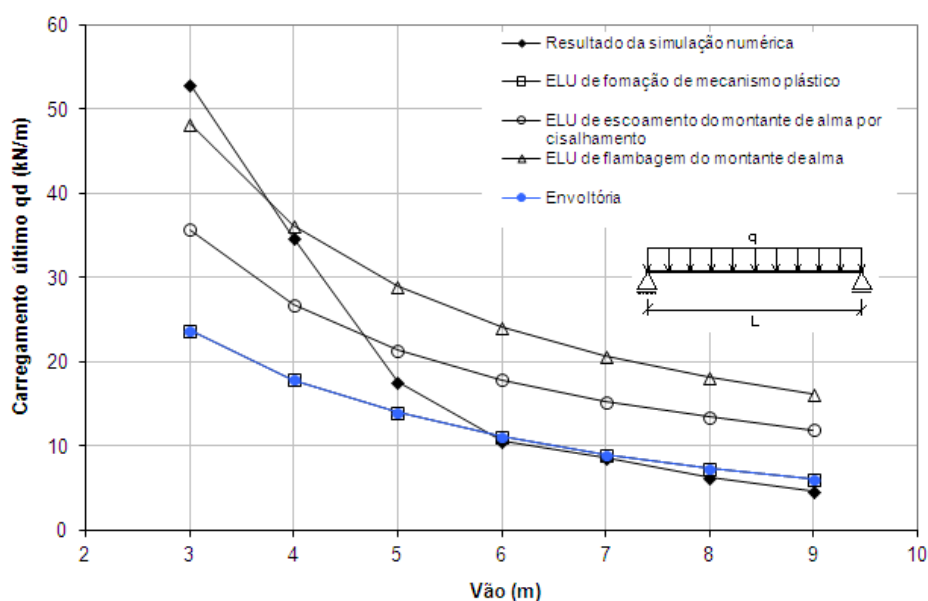
Na Tabela 11 foram listados os modos de colapso observados nos modelos numéricos.

**Tabela 11** - Modos de colapso observados nos modelos numéricos do Grupo I.

Grupo	Modelo	Modo de colapso
I	W200x15_LT_3000	Plastificação dos montantes e dos cordões inferior e superior
	W200x15_LT_4000	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_5000	Plastificação dos cordões superior e inferior
	W200x15_LT_6000	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_7000	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_8000	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_9000	Plastificação do cordão superior

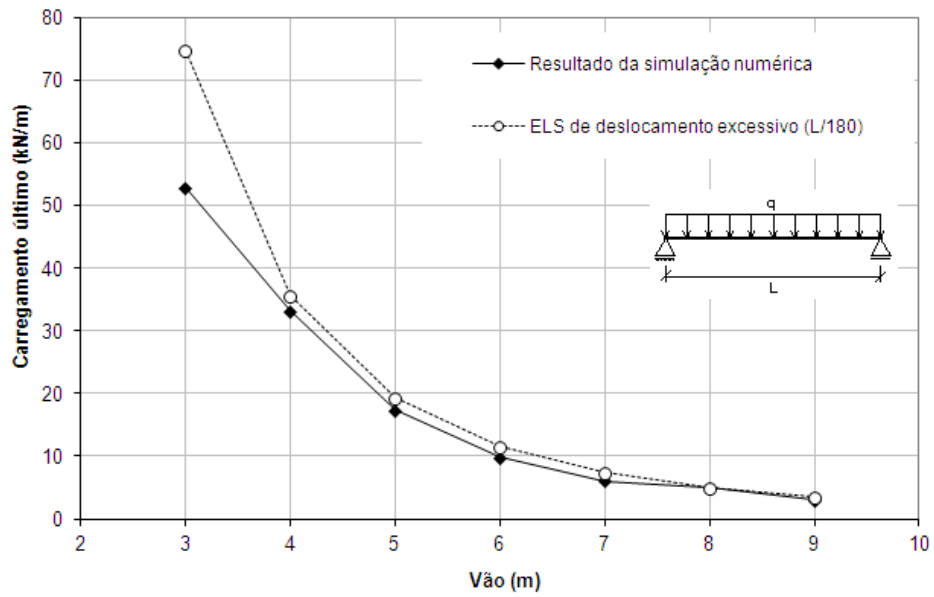
#### 4.4.2 Resultados para os modelos do Grupo II

A partir da Figura 90 é possível observar uma alteração nos resultados para os modelos com vãos de 4 m e 5 m, em relação aos resultados do Grupo I. Há uma boa correspondência entre os resultados dos modelos numéricos e do analítico (formulação) para vãos acima de 6 m.

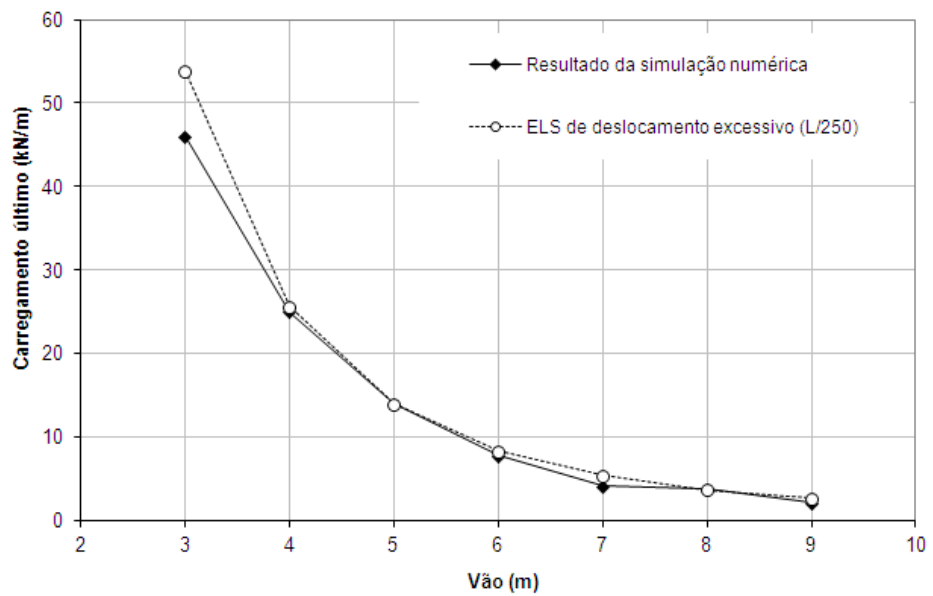


**Figura 90** - Vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.

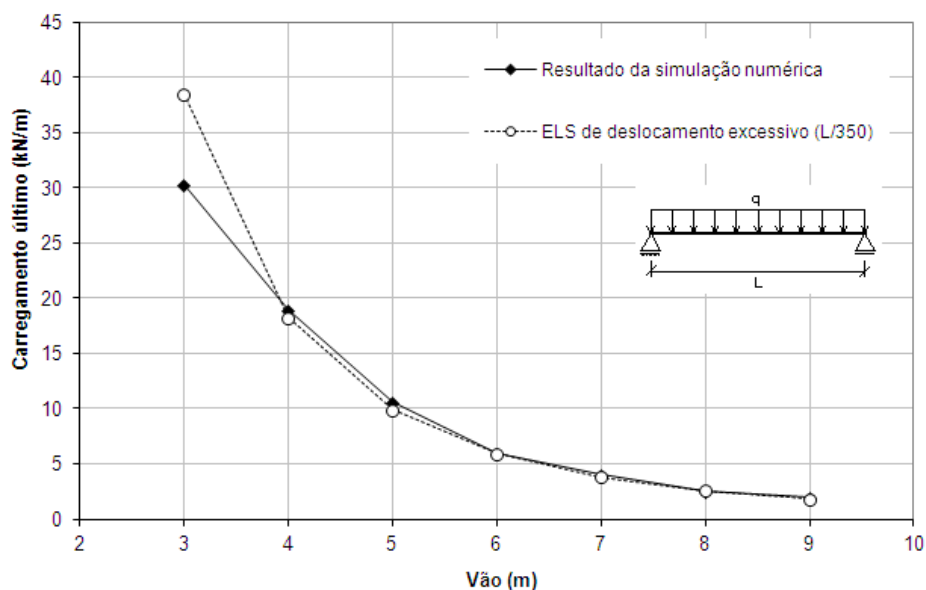
As Figura 91, Figura 92 e Figura 93 a seguir apresentam os resultados para o estado-limite de serviço de deformação excessiva para as vigas do Grupo II.



**Figura 91** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/180$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.



**Figura 92** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/250$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.



**Figura 93** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/350$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0.

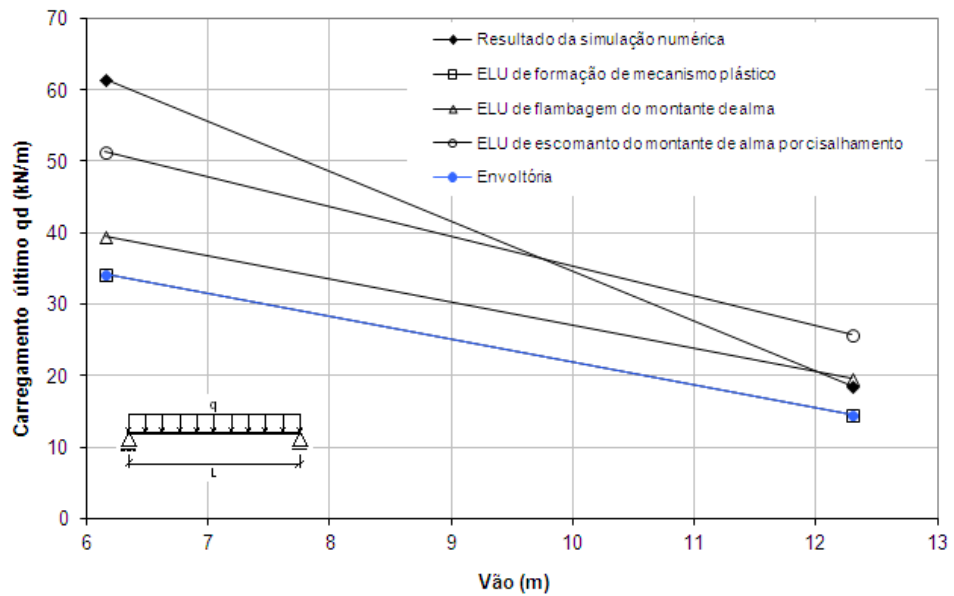
Na Tabela 12 são apresentados os modos de colapso observados nos modelos numéricos do Grupo II.

**Tabela 12** - Modos de colapso observados nos modelos numéricos do Grupo II.

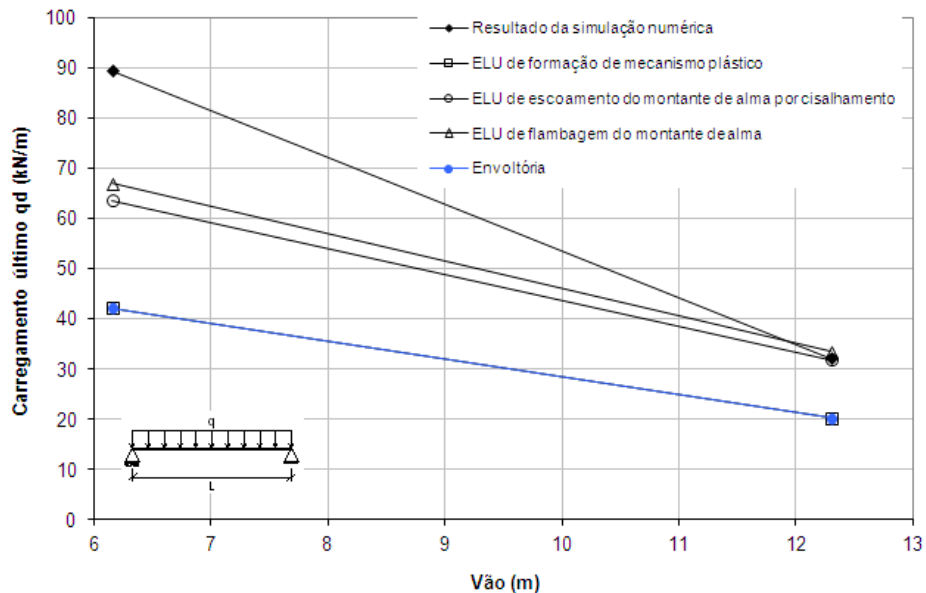
Grupo	Modelo	Modo de colapso
II	W200x15_LT_3000_Mod	Plastificação dos montantes e dos cordões inferior e superior
	W200x15_LT_4000_Mod	Plastificação dos cordões superior e inferior
	W200x15_LT_5000_Mod	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_6000_Mod	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_7000_Mod	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_8000_Mod	Plastificação do cordão superior
	W200x15_LT_9000_Mod	Plastificação do cordão superior

#### 4.4.3 Resultados para os modelos do Grupo III

A Figura 94, a Figura 95 e a Figura 96 apresentam os resultados obtidos para os modelos numéricos do Grupo III, comparados ao modelo analítico proposto no capítulo 3. Também são apresentados separadamente três estados-limites últimos específicos: formação de mecanismo plástico, escoamento do montante de alma por cisalhamento e flambagem do montante de alma.

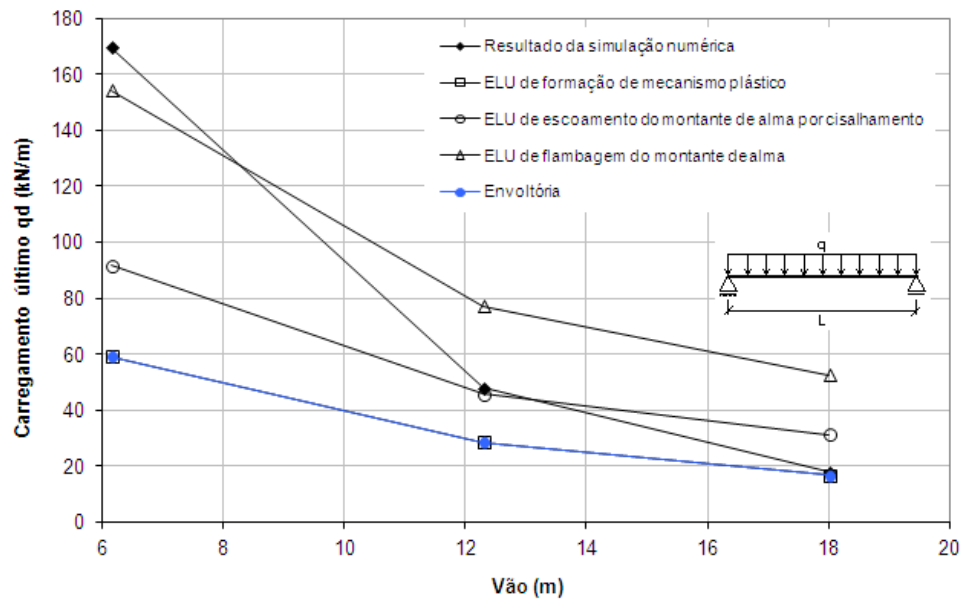


**Figura 94** - Vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x38,8.



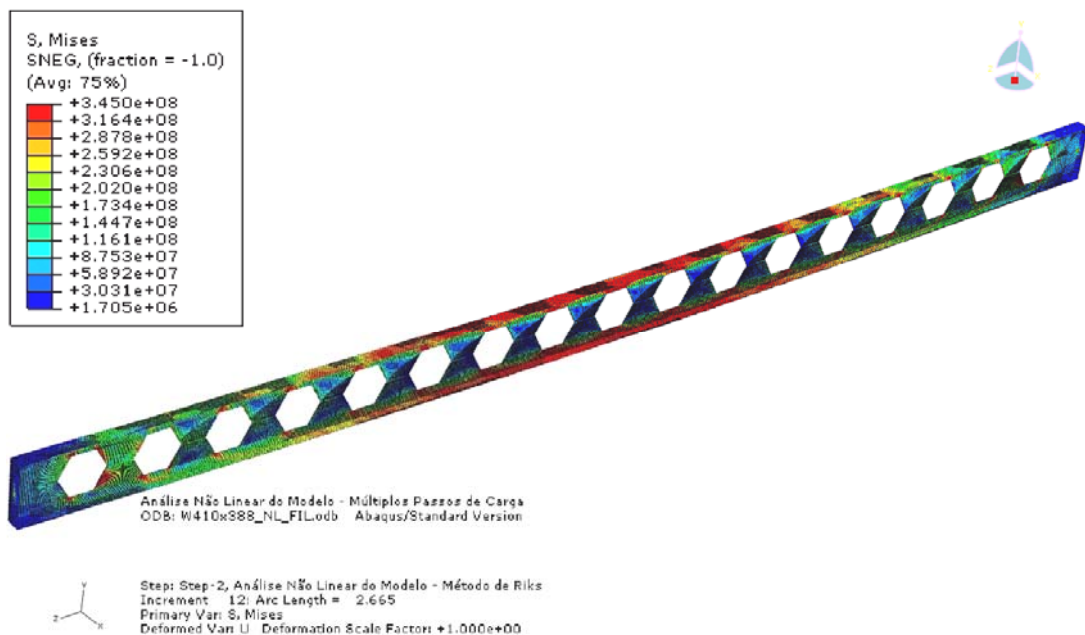
**Figura 95** - Vigas alveolares obtidas a partir do perfil W410x60.

Na Figura 96 estão representados os resultados das simulações numéricas com os perfis alveolares obtidos a partir do perfil W410x85, em que diferentes valores de relação vão/altura foram adotados. Para  $L/d_g \geq 20$  (vãos 12,30 m e 18,00 m, respectivamente) é possível observar uma boa correspondência entre os resultados dos modelos numéricos e do modelo analítico (formulação). Nessas vigas o momento fletor governa o comportamento. Na viga com a relação  $L/d_g = 10$  os resultados distanciam-se significativamente.



**Figura 96** - Vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x85.

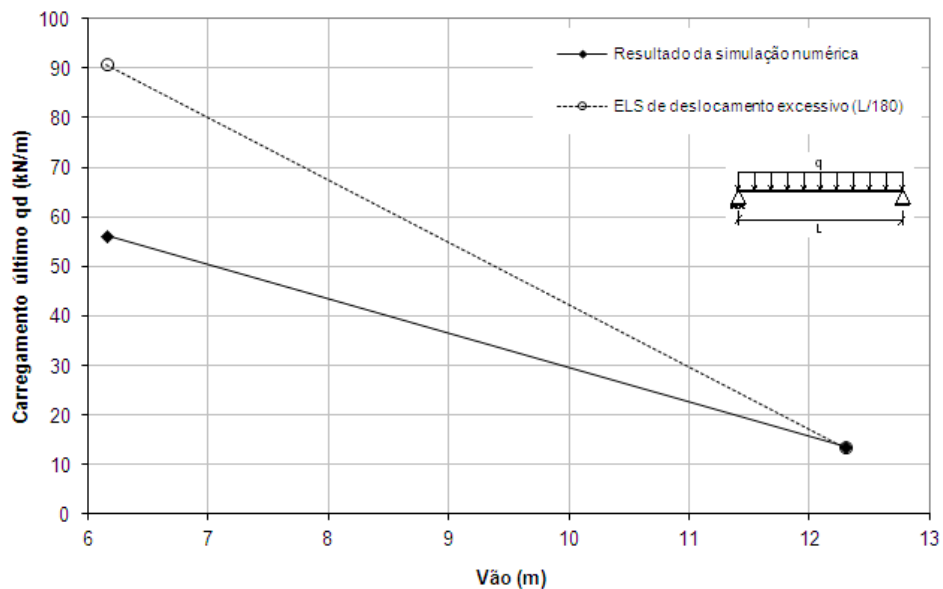
A Figura 97 exemplifica um caso em que o momento fletor prevalece. O colapso se dá pelo esgotamento da seção no centro do vão devido à formação de rótula plástica.



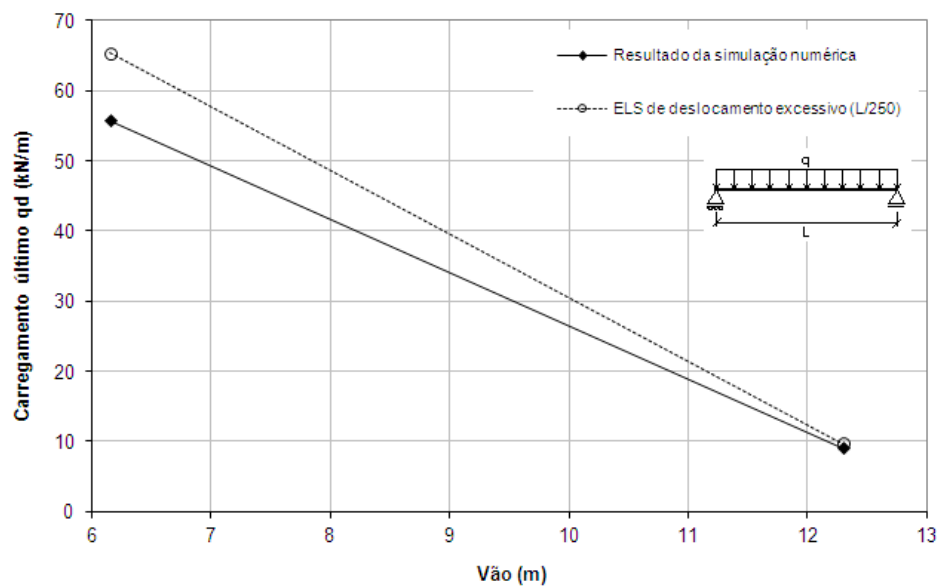
**Figura 97** - Distribuição de tensões na viga W410x388\_LT\_12300 para o carregamento máximo.

As Figuras 98 a 100 mostram os resultados para o estado-limite último de deslocamento excessivo das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x38,8. Os limites de deslocamento estabelecidos são  $L/180$ ,  $L/250$  e  $L/350$ , conforme a norma ABNT NBR 8800:2008. Os mesmos gráficos são apresentados nas Figuras 101 a 103 e nas Figuras 104 a 106, para as vigas casteladas obtidas a partir dos perfis W410x60 e

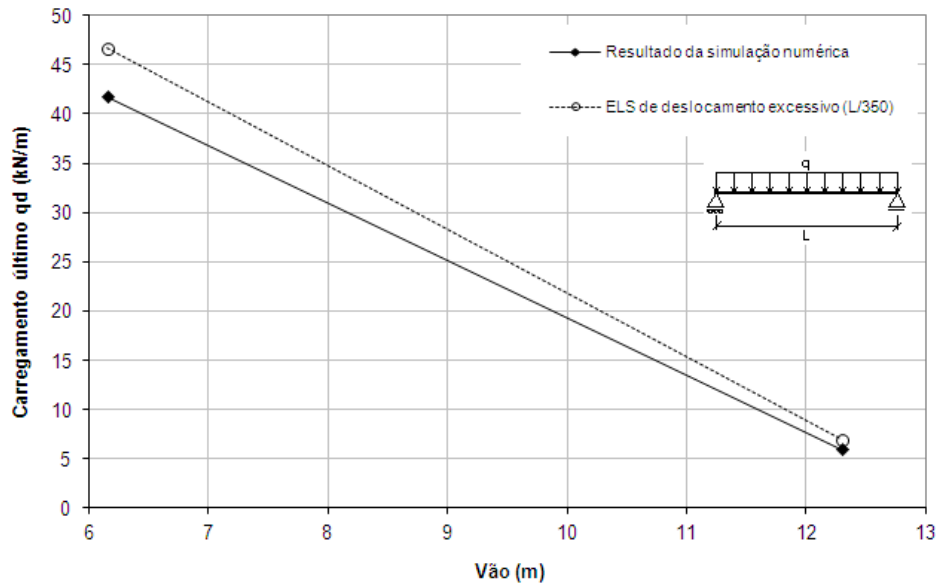
W410×85, respectivamente. Os valores de carregamento último apresentados correspondem ao carregamento obtido a partir da formulação apresentada no Capítulo 3, quando o deslocamento é limitado em  $L/180$ ,  $L/250$  e  $L/350$ . Os resultados da simulação numérica são os carregamentos correspondentes aos mesmos deslocamentos.



**Figura 98** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/180$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x38,8.

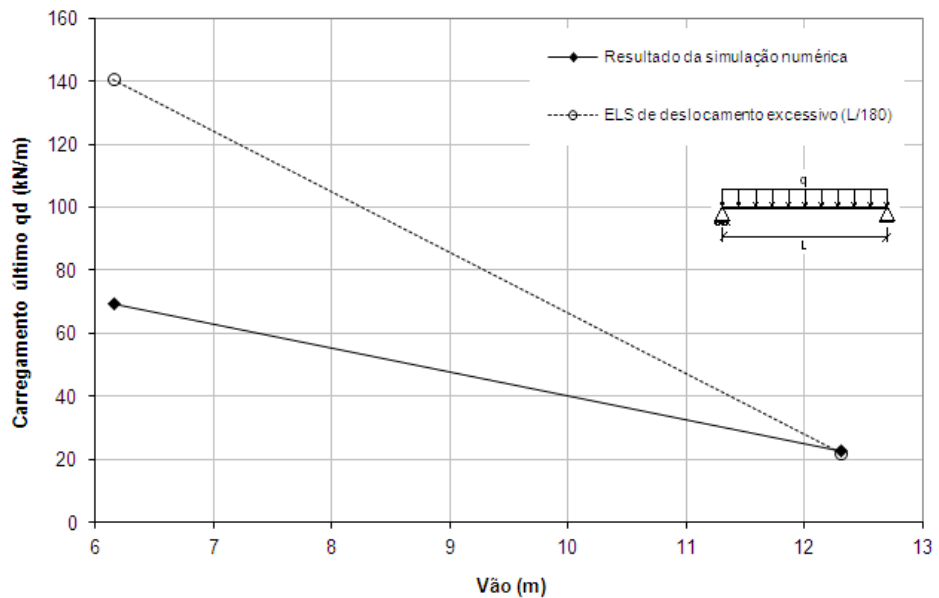


**Figura 99** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/250$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x38,8.

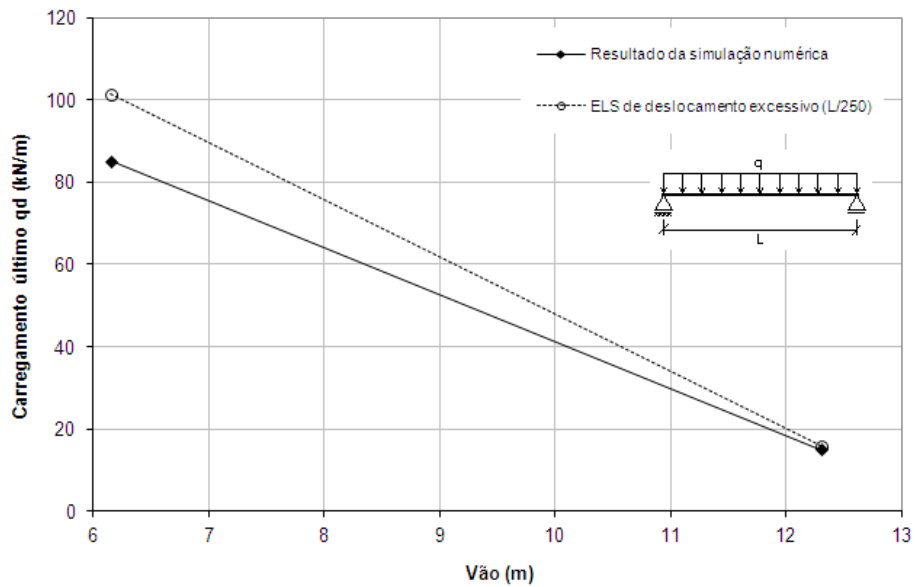


**Figura 100** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/350$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x38,8.

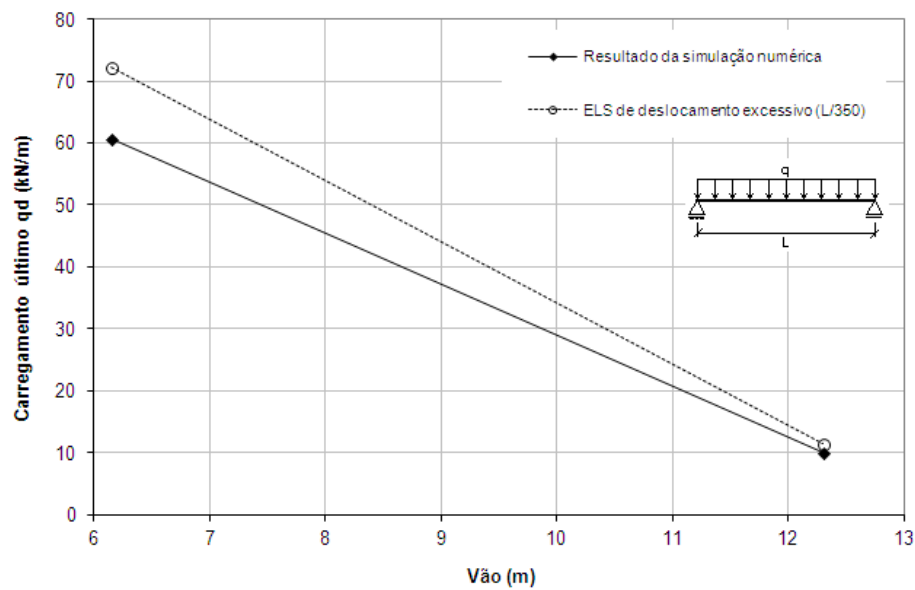
Nas vigas obtidas a partir do perfil W410x38,8 é possível observar que, para as vigas mais curtas as respostas da formulação são superiores às da simulação numérica, especialmente para o limite de deslocamento de  $L/180$ . À medida que a relação  $L/d_g$  aumenta os resultados obtidos com a formulação se aproximam dos resultados da simulação numérica. O mesmo pode ser observado para as vigas casteladas obtidas a partir do perfil W410x60.



**Figura 101** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/180$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x60.

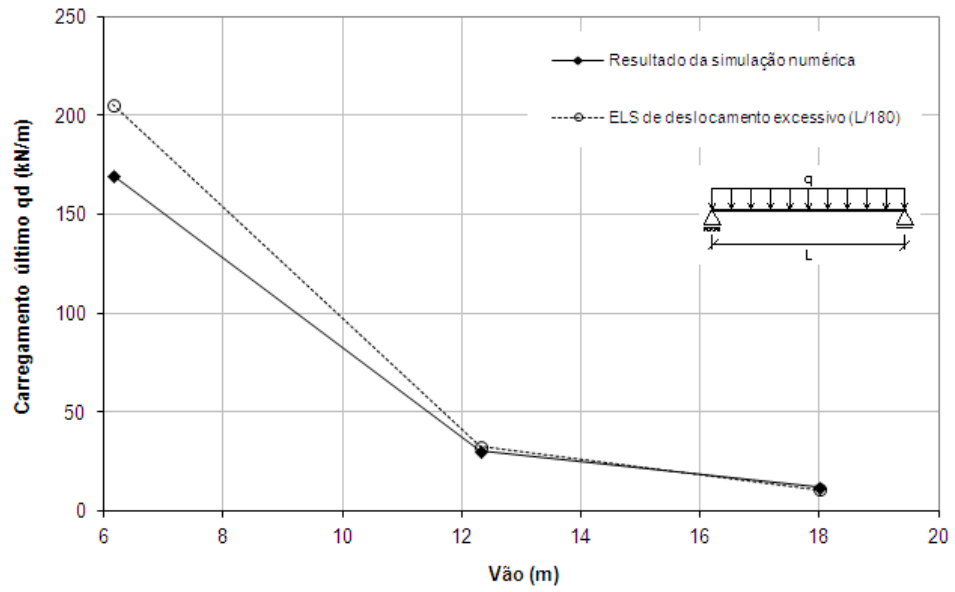


**Figura 102** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/250$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x60.

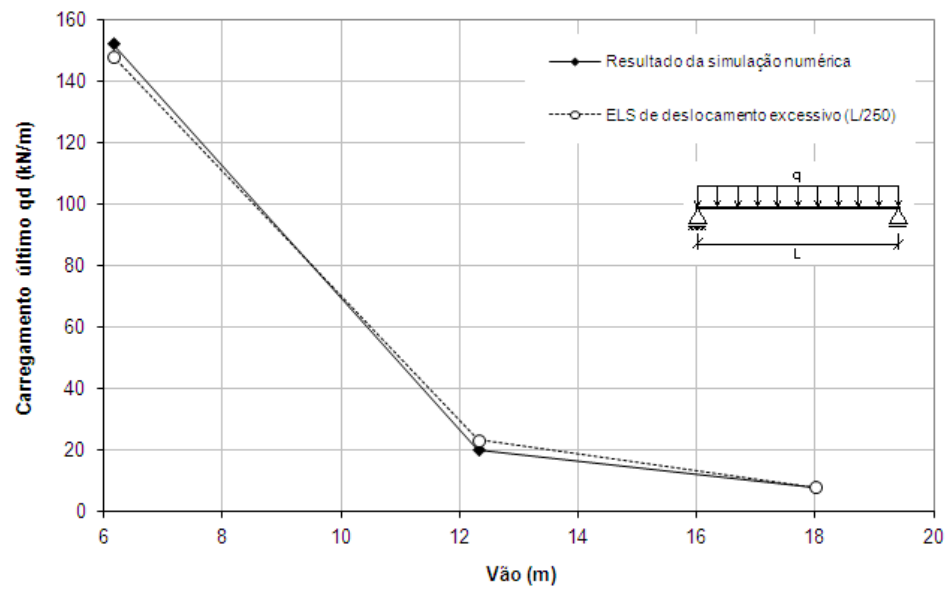


**Figura 103** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/350$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x60.

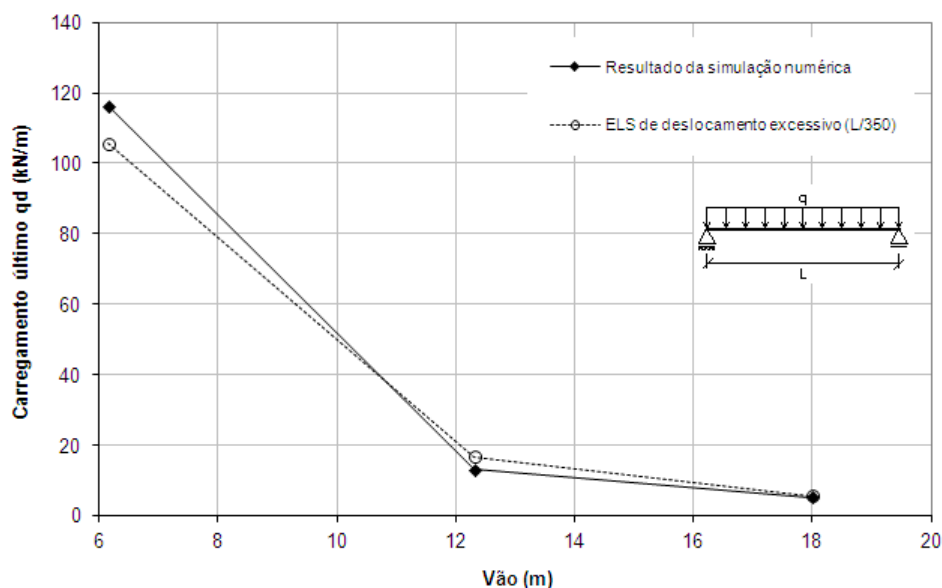
Para as vigas alveolares obtidas a partir do perfil W410×85 os resultados da formulação proposta apresentam boa concordância com os resultados da simulação numérica, em todos os limites de deslocamento estabelecidos ( $L/180$ ,  $L/250$  e  $L/350$ ) e para todas as relações de vão/altura ( $L/d_g = 10$ ,  $L/d_g = 20$  e  $L/d_g = 30$ ).



**Figura 104** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/180$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x85.



**Figura 105** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/250$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x85.



**Figura 106** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo ( $L/350$ ) das vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x85.

Os resultados demonstraram que a formulação analítica subestima os deslocamentos para as seções mais esbeltas e com relação  $L/d_g < 20$  (vigas curtas). Para as seções compactas, os resultados da formulação analítica são muito bons. Isto pode indicar que nos casos das vigas com seções mais esbeltas pode ocorrer alguma plastificação ou instabilidade localizadas, que produzam um acréscimo nas deformações. Por outro lado, para vigas curtas o estado limite de serviço de deslocamento excessivo não é determinante, de modo que a defasagem dos resultados da formulação analítica para esses casos não é relevante.

Na Tabela 13 foram listados os modos de colapso observados nos modelos numéricos do Grupo III.

**Tabela 13** - Modos de colapso observados nos modelos numéricos do Grupo III.

Grupo	Modelo	Modo de colapso
III	W410x38,8_LT_6150	Plastificação do montante de alma
	W410x38,8_LT_12300	Plastificação dos cordões superior e inferior no meio do vão
	W410x60_LT_6150	Plastificação dos cordões superior e inferior (mecanismo Vierendeel)
	W410x60_LT_12300	Plastificação dos cordões superior e inferior no meio do vão
	W410x85_LT_6150	Plastificação dos cordões superior e inferior (mecanismo Vierendeel)
	W410x85_LT_12300	Plastificação dos cordões superior e inferior no meio do vão
	W410x85_LT_18000	Flambagem lateral da mesa superior

#### 4.4.4 Resultados para os modelos do Grupo IV

Na Figura 107 e na Figura 108 são comparados os resultados das simulações numéricas com os modelos dos Grupos III e IV. Os resultados também são comparados com os valores de carregamento máximo obtidos com o modelo analítico apresentado no Capítulo 3.

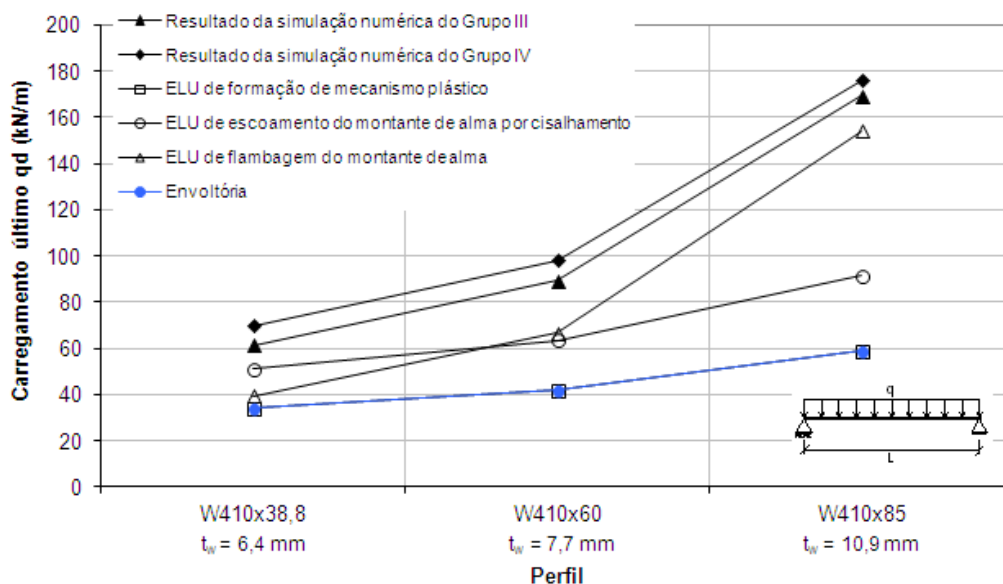


Figura 107 - Vigas alveolares padrão Litzka com vão de 6,15 m (Grupo IV).

Nota-se que quanto mais compacta a seção do perfil, devido ao incremento da resistência à força cortante, mais conservador é o resultado obtido com o modelo analítico desenvolvido neste trabalho.

Os resultados mostrados na Figura 108 confirmam os mostrados anteriormente, ou seja, à medida que a relação  $L/d_g$  aumenta e o momento fletor passa a governar o dimensionamento, a resposta do modelo analítico se aproxima da resposta numérica.

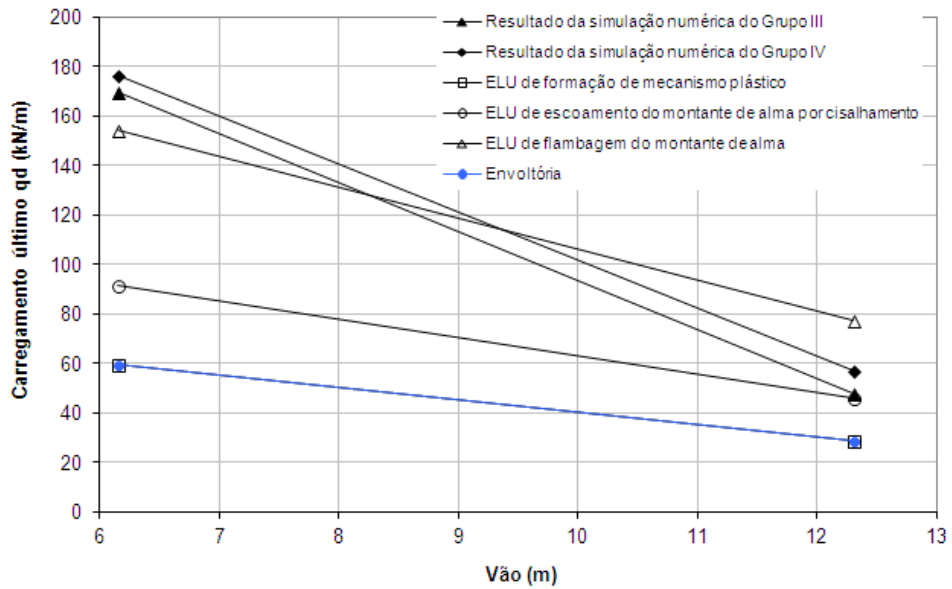


Figura 108 - Vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x85.

Nas Figuras 109 a 114 são apresentados os resultados para o estado-limite de deslocamento excessivo, com os limites de deslocamento estabelecidos em  $L/180$ ,  $L/250$  e  $L/350$ . Para deslocamentos maiores, é possível observar uma dispersão maior dos resultados do modelo analítico e da simulação numérica, especialmente para menores vãos (vigas com relação  $L/d_g < 20$ ).

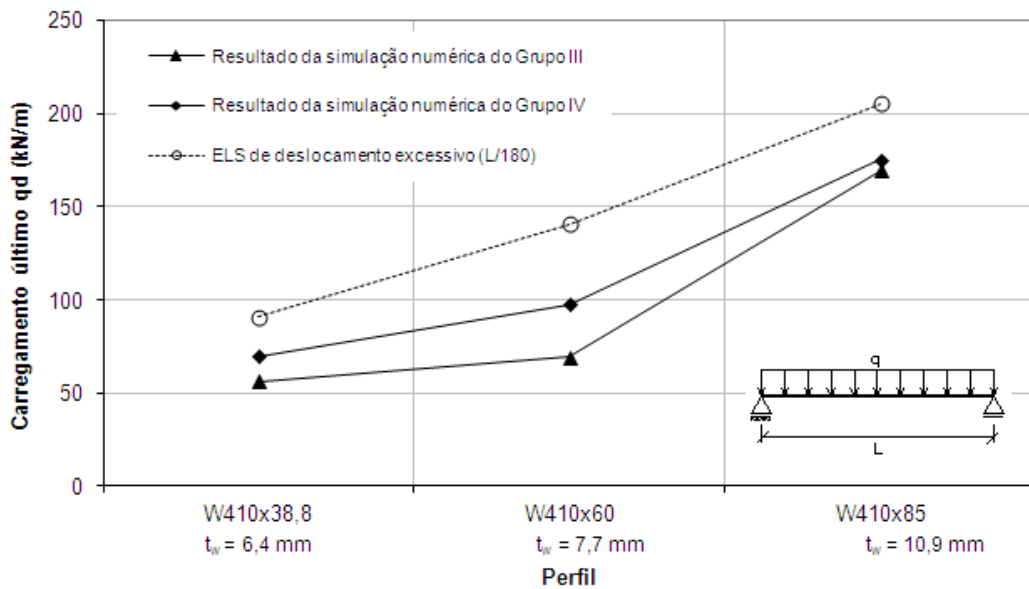
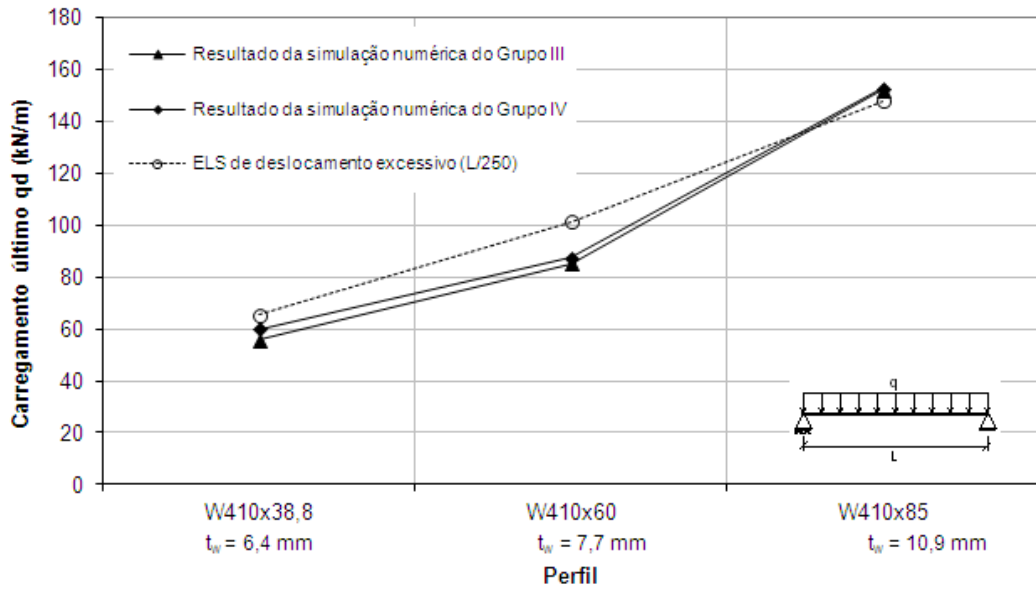
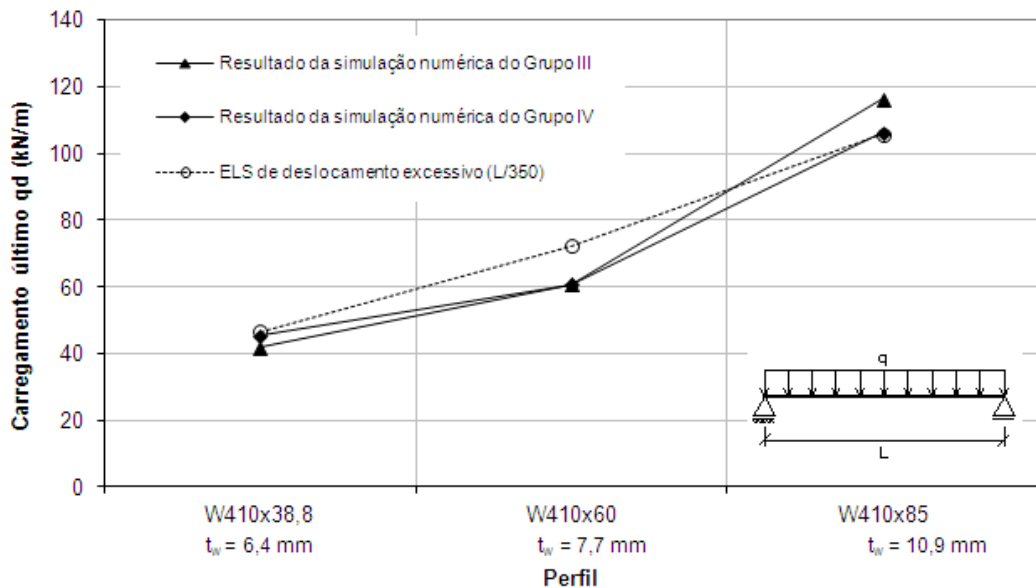


Figura 109 – Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/180$  para as diversas vigas obtidas com vão de 6,15 m.

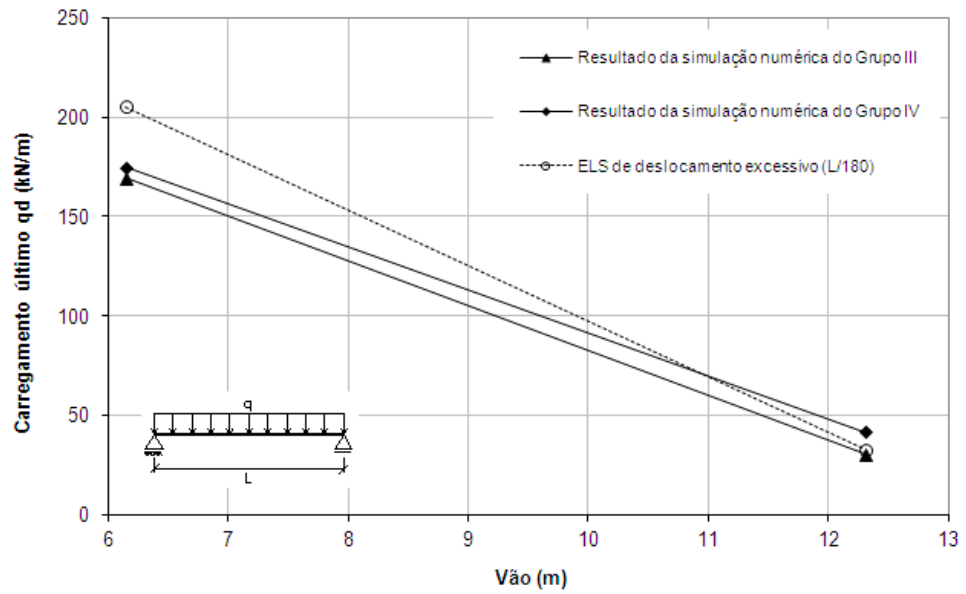


**Figura 110** – Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/250$  para as diversas vigas obtidas com vão de 6,15 m.

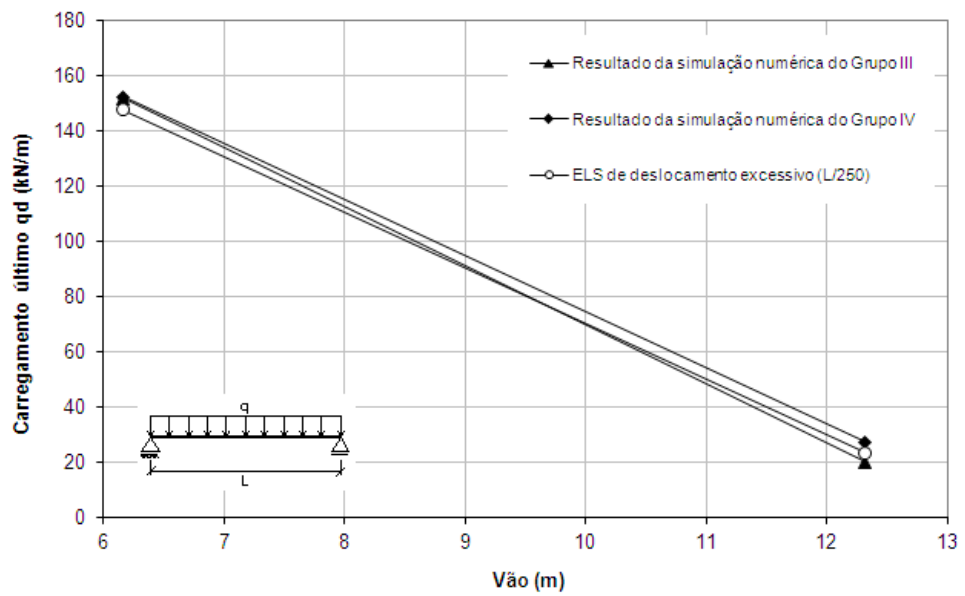


**Figura 111** – Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/350$  para as diversas vigas obtidas com vão de 6,15 m.

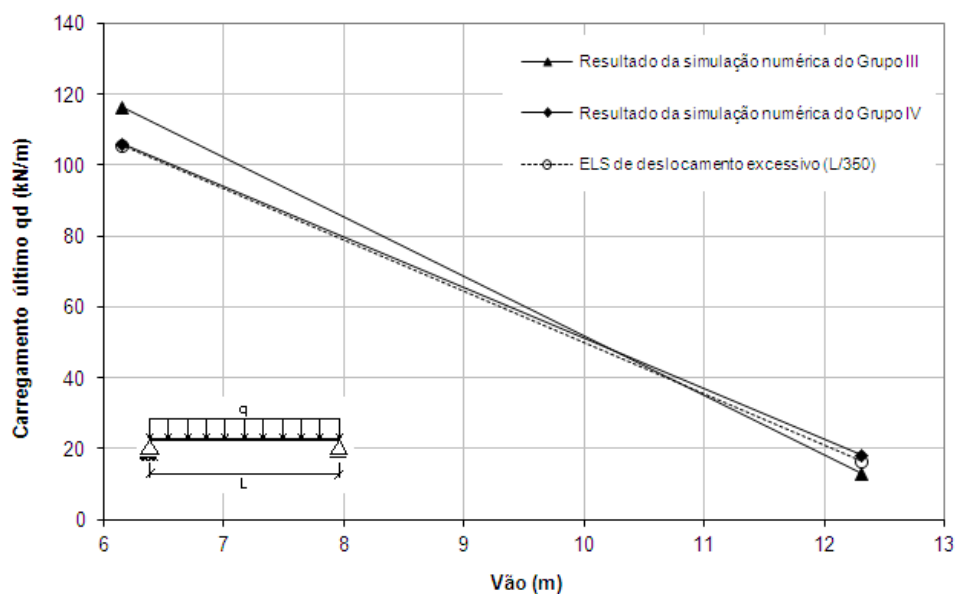
Nas Figuras 112 a 114 é possível observar uma boa correlação dos resultados para o estado-limite de deslocamento excessivo do modelo analítico e da simulação numérica, principalmente para limites de deslocamentos menores, como é o caso dos limites  $L/250$  e  $L/350$ .



**Figura 112** – Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/180$  para as vigas casteladas obtidas a partir do perfil W410x85.



**Figura 113** – Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/250$  para as vigas casteladas obtidas a partir do perfil W410x85.



**Figura 114** – Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/350$  para as vigas casteladas obtidas a partir do perfil W410x85.

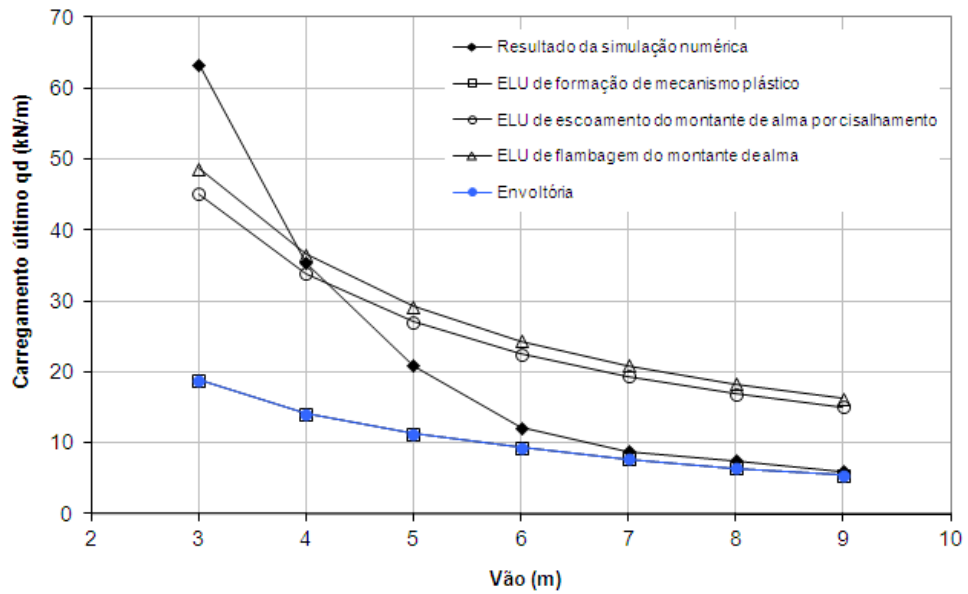
Os modos de colapso dos modelos numéricos do Grupo IV são apresentados na Tabela 14.

**Tabela 14** - Modos de colapso observados nos modelos numéricos do Grupo IV.

Grupo	Modelo	Modo de colapso
IV	W410x38,8_LT_6150_Mod	Plastificação dos cordões superior e inferior (mecanismo Vierendeel)
	W410x60_LT_6150_Mod	Plastificação dos cordões superior e inferior (mecanismo Vierendeel)
	W410x85_LT_6150_Mod	Plastificação dos cordões superior e inferior (mecanismo Vierendeel)
	W410x85_LT_12300_Mod	Plastificação das mesas superior e inferior no meio do vão

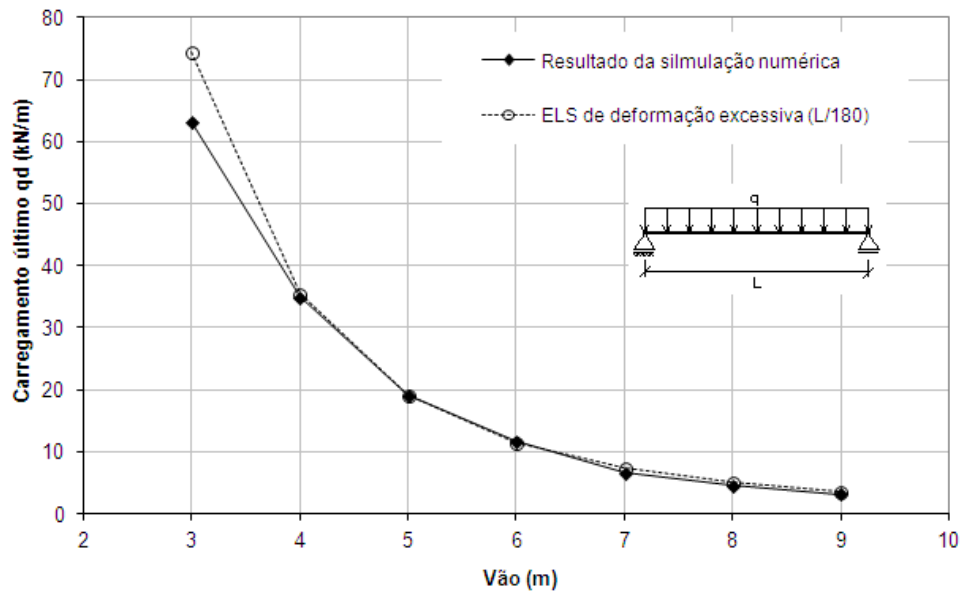
#### 4.4.5 Resultados para os modelos do Grupo V

Na Figura 115 estão plotados os resultados das simulações numéricas e do modelo analítico desenvolvido neste trabalho para vigas celulares. Repete-se a mesma tendência já mencionada anteriormente, ou seja, o modelo analítico (formulação) dá bons resultados em relação à simulação numérica nas situações em que o momento governa o dimensionamento, e apresenta resultados conservadores quando o cortante é o esforço determinante.

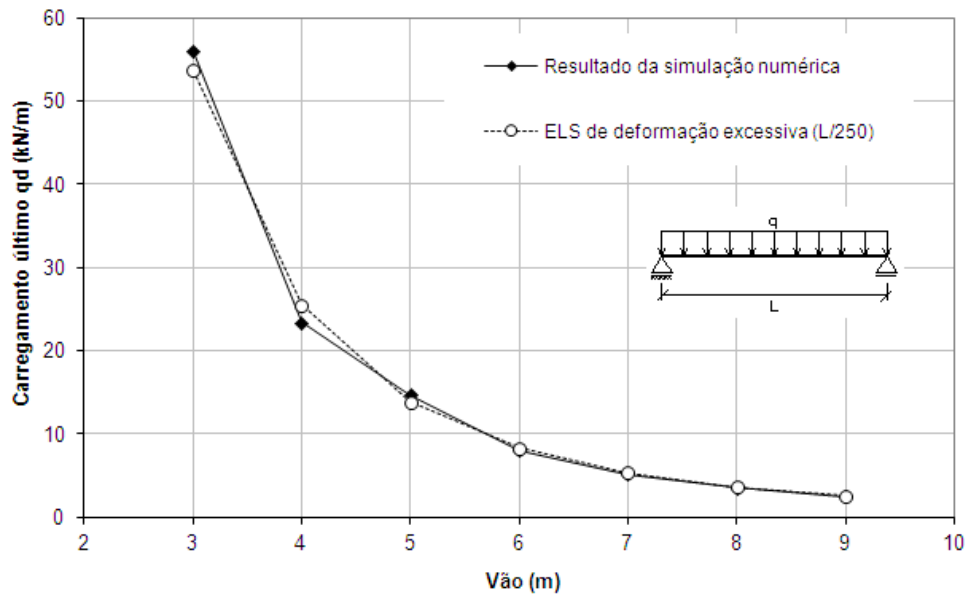


**Figura 115** - Vigas celulares obtidas a partir do perfil W200x15,0.

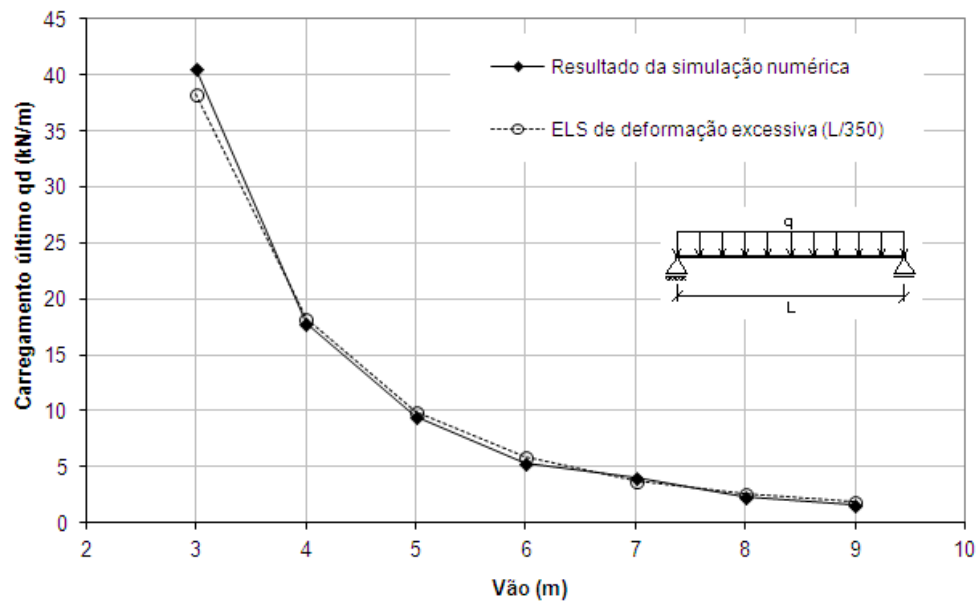
Conforme citado anteriormente, as Figuras 116 a 118 comprovam que a aproximação adotada para vigas celulares na determinação dos deslocamentos para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo dá bons resultados, em função da pouca representatividade da parcela da deformação que cabe ao cisalhamento.



**Figura 116** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/180$  para as vigas celulares obtidas a partir do perfil W200x15.



**Figura 117** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/250$  para as vigas celulares obtidas a partir do perfil W200x15.



**Figura 118** - Resultados para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo  $L/350$  para as vigas celulares obtidas a partir do perfil W200x15.

Os modos de colapso observados nos modelos do Grupo V foram listados na Tabela 15.

**Tabela 15** - Modos de colapso observados nos modelos numéricos do Grupo V.

Grupo	Modelo	Modo de colapso
V	W200x15_CL_3000	Plastificação dos cordões superior e inferior no meio do vão
	W200x15_CL_4000	Plastificação dos cordões superior e inferior no meio do vão
	W200x15_CL_5000	Plastificação dos cordões superior e inferior no meio do vão
	W200x15_CL_6000	Plastificação do cordão superior
	W200x15_CL_7000	Plastificação do cordão superior
	W200x15_CL_8000	Plastificação do cordão superior
	W200x15_CL_9000	Plastificação dos cordões superior e inferior no meio do vão

# 5

## Proposição de procedimentos para dimensionamento

---

Neste capítulo é apresentada uma metodologia para verificação dos estados-limites aplicáveis a vigas alveolares de acordo com a sistemática da norma brasileira para estruturas de aço (ABNT NBR 8800:2008), incluindo algumas adaptações da simbologia modificações importantes em relação à formulação apresentada no Capítulo 3.

### 5.1 Estados-limites últimos

#### 5.1.1 Estado-limite último de formação de mecanismo plástico

O estado-limite último de formação de mecanismo plástico numa seção qualquer de uma viga alveolar pode ser verificado por meio da seguinte expressão:

$$M_{sd} + c V_{sd} \leq \frac{M_{plo}}{\gamma_{a1}} \quad (148)$$

com  $c = \frac{y_o y_a b_w A_t}{2I_t}$  para vigas Litzka, Peiner e celulares

$$c = \frac{\sqrt{3} y_o y_a^2 A_t}{2I_t} \text{ para vigas padrão anglo-saxão}$$

Delesques (1969), diferentemente de Cimadevila (2000), destaca que para uma viga biapoiada de vão  $L$ , que não avance para além do apoio, sujeita unicamente a uma carga  $q$  uniformemente distribuída, as seções mais solicitadas serão aquelas a uma distância  $c$

do meio da viga. Dessa forma, o carregamento último será definido de acordo com os seguintes limites para a distância  $c$ :

$$\text{Se } c \leq L/2 \quad \text{então} \quad \frac{q(0,25L^2 + c^2)}{4y_o A_t} \leq f_y \quad (149)$$

$$\text{Se } c > L/2 \quad \text{então} \quad \frac{q L b_w y_a}{8 I_t} \leq f_y \quad (150)$$

ou também

$$\sigma = K_1 M_{sd} + K_2 V_{sd} \leq \frac{f_y}{\gamma_{a1}} \quad (151)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  são dados pela equação (42).

O momento fletor de plastificação da seção transversal alveolada pode ser calculado por meio da equação (152).

$$M_{plo} = Z_{xo} f_y = 2 y_o A_t f_y \quad (152)$$

### 5.1.2 Estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento

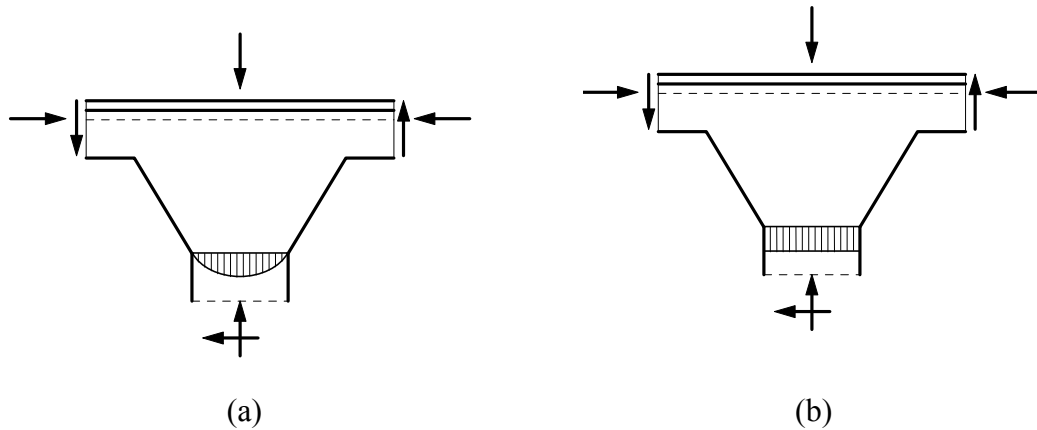
A formulação apresentada na seção 3.2.2 foi deduzida a partir da hipótese de uma distribuição elástica de tensões de cisalhamento na seção mais solicitada do montante de alma. Cimadevila (2000) admite uma distribuição plástica de tensões normais nos cordões, mas não admite que a seção do montante de alma possa atingir plastificação total por tensões de cisalhamento.

Quando se admite a distribuição de tensões de cisalhamento indicada na Figura 119a, considera-se que no ponto onde a parábola atinge seu máximo a tensão de cisalhamento atinge seu limite de  $0,6 \cdot f_y$  e, portanto, todos os demais pontos da seção estão sujeitos a tensões inferiores a esse limite, ou seja, estão em regime elástico.

Os resultados da análise numérica demonstraram que as expressões propostas por Cimadevila (2000) para os estados-limites relacionados ao esgotamento da capacidade resistente do montante de alma são conservadoras. A partir da consideração de que isto decorre ao fato que as expressões propostas por Cimadevila (2000) foram deduzidas com base na hipótese de uma distribuição elástica de tensões na seção crítica do montante de alma (Figura 119a), foram elaboradas novas expressões, admitindo-se a

plastificação total da seção do montante de alma por cisalhamento e obtendo-se uma distribuição uniforme de tensões no montante, como mostrado na Figura 119b.

$$-V_h y_o + \frac{V}{2} \frac{p}{2} + \frac{V+F}{2} \frac{p}{2} = 0 \Rightarrow V_h = \left( V + \frac{F}{2} \right) \frac{p}{2 y_o} \quad (74)$$



**Figura 119** - Duas hipóteses de distribuição de tensões de cisalhamento no montante de alma: elástica e plástica.

Tomando  $V_h$  dado pela equação (74), deduzida a partir da Figura 52, e admitindo plastificação total por cisalhamento, na seção em que o montante de alma possui a menor largura, a tensão de cisalhamento máxima pode ser escrita como

$$\tau_{\max} = \frac{V_h}{b_w t_w} = \frac{\left( V + \frac{F}{2} \right) p}{2 b_w t_w y_o} \leq \tau_y = \frac{f_y}{\sqrt{3}} \quad (153)$$

$$\text{Daí, } V + \frac{F}{2} \leq \frac{2 b_w t_w y_o f_y}{\sqrt{3} p} \quad (154)$$

Logicamente, essa verificação deve ser feita na seção sujeita ao cortante máximo. Como na maioria dos casos considera-se o carregamento uniformemente distribuído, a parcela  $F/2$  é pequena se comparada à força cortante  $V$ , pelo que pode-se desprezá-la. Com isso, a equação (154) pode ser reescrita na forma

$$V \leq \frac{2 b_w t_w y_o f_y}{\sqrt{3} p} \quad (155)$$

Considerando o passo característico de cada padrão geométrico usual, pode-se chegar a expressões específicas, tais como:

- para os padrões LITZKA e PEINER:

$$p = 3 b_w \quad \Rightarrow \quad V_{Rd1} \leq 0,385 t_w y_o \frac{f_y}{\gamma_{a1}} \quad (156)$$

- para o padrão ANGLO-SAXÃO:

$$p = 4,312 b_w \quad \Rightarrow \quad V_{Rd1} \leq 0,268 t_w y_o \frac{f_y}{\gamma_{a1}} \quad (157)$$

- para vigas celulares:

$$p = D_o + b_w \quad \Rightarrow \quad V_{Rd1} \leq \frac{1,155 b_w t_w y_o}{(D_o + b_w)} \frac{f_y}{\gamma_{a1}} \quad (158)$$

### 5.1.3 Estado-limite último de escoamento por flexão do montante de alma

De modo análogo ao que foi apresentado na seção 5.1.2, também pode-se considerar a plastificação total da seção na solda de emenda no montante, para efeito da determinação da capacidade resistente do montante em relação ao estado-limite de escoamento do montante por flexão.

#### *Solução para vigas casteladas*

Nas vigas casteladas, a mesma força cortante  $V_h$  indicada na Figura 52, no ponto correspondente à articulação virtual admitida no centro do montante, produzirá sobre o mesmo momentos fletores que a uma distância  $y$  do eixo da viga assumirão o valor de “ $V_h \cdot y$ ” que, por sua vez, produzirão sobre a seção de área “ $t_w \cdot b_m(y)$ ” uma tensão normal máxima dada por:

$$\sigma = \frac{V_h y}{\frac{t_w b_m^2}{4}} = \frac{2 \left( V + \frac{F}{2} \right)}{y_o t_w b_m^2} p y \quad (159)$$

Isso posto, pode-se ter duas situações possíveis, quais sejam:

a) a tensão crítica ocorre na seção do montante de largura  $b_m = b_w$ ;

b) a tensão crítica ocorre na seção do montante de largura  $b_m(y)$ .

Na seção do montante onde  $b_m = b_w$  tem-se que  $y \leq b$  e a máxima tensão normal ocorrerá para o máximo momento fletor, ou seja, quando  $y = b$ . Nessa situação, a equação (160) pode ser reescrita na forma:

$$\sigma = \frac{2\left(V + \frac{F}{2}\right)}{y_o t_w b_w^2} p b \quad (160)$$

Desprezando a parcela  $F/2$  pelas mesmas razões justificadas anteriormente, pode-se reescrever a equação (160) na forma

$$\sigma = \frac{2 V p b}{y_o t_w b_w^2} \quad (161)$$

Da condição de esgotamento da seção vem que:

$$\frac{2 V p b}{y_o t_w b_w^2} \leq f_y \quad (162)$$

Resolvendo a equação (162) para  $V$ , pode-se formular a condição de dimensionamento com a seguinte expressão:

$$V \leq \frac{y_o t_w b_w^2}{2 b p} f_y \quad (163)$$

Como visto anteriormente, para a verificação de uma seção crítica na região do montante, onde  $b_m$  varia em função de  $y$ , é necessário desenvolver duas soluções distintas, uma que atende aos padrões Litzka e Peiner e outra que atende ao padrão anglo-saxão. Assim, as leis de variação de  $b_m$  em função de  $y$  para os padrões mencionados são dadas pelas equações (86) e (87).

Substituindo a coordenada  $y$  em que ocorre a tensão máxima e desprezando  $F/2$  pelos motivos já mencionados, chega-se a:

$$\sigma_{\max} = \frac{0,5 a^2 p V}{y_o t_w b_w^2 (a-b)} \leq f_y \quad \text{para os padrões LITZKA e PEINER} \quad (164)$$

$$\sigma_{\max} = \frac{0,865 a^2 (a - 2,312b) p V}{(2a - 4,624b)^2 b_w^2 t_w y_o} \leq f_y \quad \text{para o padrão ANGLO-SAXÃO} \quad (165)$$

Aplicando a condição de resistência ( $\sigma_{\max} \leq f_y$ ) às equações (164) e (165), obtém-se:

$$V \leq \frac{2 y_o t_w b_w^2 (a-b)}{a^2 p} f_y \quad \text{para os padrões LITZKA e PEINER} \quad (166)$$

$$V \leq \frac{b_w^2 t_w y_o (2a - 4,624b)^2}{0,865 a^2 (a - 2,312b) p} f_y \quad \text{para o padrão ANGLO-SAXÃO} \quad (167)$$

Quando o  $y$  crítico for inferior a  $b$ , deve-se tomar  $y = b$ , que corresponde à condição de esgotamento dada pela equação (163). Por outro lado, quando o  $y$  crítico é maior ou igual a  $b$ , tem-se o seguinte:

- para os padrões LITZKA e PEINER:

$$0 \leq b \leq \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2,pl} \leq \frac{2 y_o t_w b_w^2 (a-b) f_y}{a^2 p \gamma_{a1}} \quad (168)$$

$$b \geq \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2,pl} \leq \frac{y_o t_w b_w^2 f_y}{2 b p \gamma_{a1}} \quad (169)$$

- para o padrão ANGLO-SAXÃO:

$$0 \leq b \leq \frac{a}{4,624} \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2,pl} \leq \frac{b_w^2 t_w y_o (2a - 4,624b)^2 f_y}{0,865 a^2 (a - 2,312b) p \gamma_{a1}} \quad (170)$$

$$b \geq \frac{a}{4,624} \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2,pl} \leq \frac{y_o t_w b_w^2 f_y}{2 b p \gamma_{a1}} \quad (171)$$

### Solução para vigas celulares

Nas vigas celulares, admitindo a plastificação total da seção do montante, a força cortante  $V_h$  indicada na Figura 53 produzirá momentos fletores no montante de alma que a uma distância  $y$  do eixo da viga assumirão o valor de “ $V_h \cdot y$ ” que, por sua vez, produzirão sobre a seção de área “ $t_w \cdot b_m(y)$ ” uma tensão normal máxima de flexão dada por:

$$\sigma = \frac{V_h y}{\frac{t_w b_m^2}{4}} = \frac{4 V_h y}{t_w b_m^2} \quad (172)$$

A partir da Figura 53 pode-se deduzir as equações (99), (100), (101) e reescrever a equação (172) na forma:

$$\sigma = \frac{4 V_h}{t_w} \frac{R_o \text{sen}(\theta)}{(p - 2 R_o \cos(\theta))^2} \quad (173)$$

A tensão normal máxima ocorrerá na seção para a qual  $\frac{d\sigma}{d\theta} = 0$ .

Derivando (173) e igualando a zero, e tomando  $(p - b_w) = D_o$  e  $r = \frac{p}{2} - \frac{b_w}{2}$ , obtém-se:

$$\sigma_{\max} = \frac{D_o V p}{2 t_w y_o} \cdot \frac{\sqrt{\frac{8 p \sqrt{8 D_o^2 + p^2}}{D_o^2} - \frac{8 p^2}{D_o^2} - 16}}{4 D_o^2 + 5 p^2 - 3 p \sqrt{8 D_o^2 + p^2}} \leq f_y \quad (174)$$

$$V_{Rd2,pl} \leq \frac{2 y_o t_w f_y}{D_o p \gamma_{a1}} \frac{4 D_o^2 + 5 p^2 - 3 p \sqrt{8 D_o^2 + p^2}}{\sqrt{\frac{8 p \sqrt{8 D_o^2 + p^2}}{D_o^2} - \frac{8 p^2}{D_o^2} - 16}} \quad (175)$$

Ressalta-se que a equação (175) é válida apenas para vigas com furos circulares, sem chapa expansora.

### 5.1.4 Estado-limite último de flambagem do montante de alma

O estado-limite último de flambagem do montante de alma (FMA) pode ser verificado aplicando-se as condições abaixo:

$$\text{Se } 2V_{Rd2,el} \leq V_{cr} \quad \text{então} \quad V_{Sd} \leq V_{Rd2,el} \quad (176)$$

$$\text{Se } V_{Rd2,el} \leq V_{cr} \leq 2V_{Rd2,el} \quad \text{então} \quad V_{Sd} \leq \frac{V_{Rd2,el} + V_{cr}}{3} \quad (177)$$

$$\text{Se } V_{cr} \leq V_{Rd2,el} \quad \text{então} \quad V_{Sd} \leq \frac{2}{3}V_{cr} \quad (178)$$

onde:

$V_{Rd2,el}$  é a força cortante resistente de cálculo para o estado-limite último de colapso do montante de alma por flexão, conforme as equações (180), (181), (182), (183) e (184), dependendo da geometria da viga.

$V_{cr}$  é dado pela expressão

$$V_{cr} = \frac{E (4 y_o - 0,8a - 2b) t_w^3}{3,54 y_o^2 \gamma_{a1}} \quad (179)$$

Para a verificação do estado-limite último de flambagem do montante de alma deve ser considerada a força cortante resistente obtida a partir da verificação do montante de alma por flexão, considerando a distribuição elástica das tensões de cisalhamento no montante de alma. Dessa forma, as equações (94), (95), (96), (97) e (104) passam a ser escritas da seguinte forma:

- para os padrões LITZKA e PEINER:

$$0 \leq b \leq \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2,el} \leq \frac{y_o t_w b_w^2 (a-b) f_y}{0,75 a^2 p \gamma_{a1}} \quad (180)$$

$$b \geq \frac{a}{2} \quad \Rightarrow \quad V_{Rd2,el} \leq \frac{y_o t_w b_w^2 f_y}{3 b p \gamma_{a1}} \quad (181)$$

- para o padrão ANGLO-SAXÃO:

$$0 \leq b \leq \frac{a}{4,624} \Rightarrow V_{Rd2,el} \leq \frac{y_o t_w b^2 (a - 2,312b) f_y}{0,324 a^2 p \gamma_{a1}} \quad (182)$$

$$b \geq \frac{a}{4,624} \Rightarrow V_{Rd2,el} \leq \frac{y_o t_w b^2 f_y}{3 b p \gamma_{a1}} \quad (183)$$

- para vigas celulares:

$$V_{Rd2,el} \leq \frac{y_o t_w f_y}{6 D_o p \gamma_{a1}} \frac{\left(3p - \sqrt{p^2 + 8 D_o^2}\right)^2}{\sqrt{1 - \frac{\left(p - \sqrt{p^2 + 8 D_o^2}\right)^2}{4 D_o^2}}} \quad (184)$$

## 5.2 Estados-limites de serviço

### 5.2.1 Estado-limite de deslocamento excessivo

Como comentado no subitem 3.3, ao se calcular a flecha em uma viga de alma cheia, geralmente se desconsidera a parcela relativa a força cortante. Porém, no caso de vigas alveolares, da mesma forma que em vigas Vierendeel, as flechas decorrentes da força cortante podem apresentar uma magnitude apreciável, sendo necessário considerá-las. Dessa forma, a flecha total deve ser obtida somando-se as deformações provocadas pelo momento fletor ( $M$ ) e pela força cortante ( $V$ ), da forma:

$$f = f_M + f_V \quad (185)$$

onde, no caso de vigas biapoiadas sujeitas a um carregamento uniformemente distribuído, tem-se:

$$f_M = \frac{5}{384} \frac{q L^4}{E I_e} \quad (186)$$

$$f_V = \frac{q L^2}{8 G A_e} \quad (187)$$

A flecha de uma viga alveolar pode ser estimada com razoável precisão utilizando-se as equações clássicas para flechas de vigas, da teoria das estruturas, porém utilizando-se propriedades mecânicas adequadas que considerem a variação da inércia da viga.

**A inércia equivalente pode ser obtida conforme as expressões abaixo:**

- para os padrões LITZKA e PEINER:

$$I_e = 2 (A_t y_0^2 + I_t) + t_w \left( \frac{a^3}{2,57} + 1,11 a^2 b + a b^2 + \frac{b^3}{4,5} \right) \quad (188)$$

- para o padrão ANGLO-SAXÃO:

$$I_e = 2 (A_t y_0^2 + I_t) + t_w \left( \frac{a^3}{2,37} + 1,18 a^2 b + a b^2 + \frac{b^3}{6,47} \right) \quad (189)$$

- para vigas celulares:

$$I_e = 2 (A_t y_0^2 + I_t) + \frac{t_w D_o^3}{8} \left( \frac{1}{2} - \frac{b_w}{3(D_o + b_w)} \right) \quad (190)$$

**A área equivalente pode ser determinada pelas seguintes expressões, válida para quaisquer padrões:**

- para vigas com chapa expansora:

$$\frac{1}{A_e} = \frac{20,77}{t_w y_o^2 p^2} \left[ 0,20 a^3 + 0,375 a b (2 a + 3 b) + b^3 \right] + \frac{0,60}{t_w y_o^2} (2,08 a + 3 b) + \frac{p^2}{1684,8 I_t} + \frac{t_w y_a^5}{22,5 I_t^2} \quad (191)$$

- para vigas sem chapa expansora:

$$\frac{1}{A_e} = 4,154 \frac{a^3}{t_w y_o^2 p^2} + 1,248 \frac{a}{t_w y_o^2} + \frac{p^2}{1684,8 I_t} + \frac{t_w y_a^5}{22,5 I_t^2} \quad (192)$$

Essas expressões podem ser úteis, inclusive, para estimar a área e a inércia equivalentes de vigas alveolares, para que sejam informadas como dados de entrada em software de análise estrutural, quando se está analisando uma estrutura que contenha esses elementos.

## 5.2.2 Estado-limite de serviço de vibração

Para a verificação da estrutura à vibração, pode-se calcular a primeira frequência natural em função da flecha para uma determinada combinação de ações. No caso de vigas alveolares, de modo análogo ao que se faz para as vigas de alma cheia, basta tomar a flecha calculada com a inércia equivalente, conforme proposto em 5.2.1.

## 5.3 Ábacos de dimensionamento e discussão

Tendo em mãos as equações apresentadas, é possível gerar ábacos de dimensionamento de vigas alveolares para os diferentes padrões de castelação apresentados. Admitindo a razão de expansão de 1,5 e fixando a geometria da abertura pelo padrão de castelação, é possível variar o vão e obter o carregamento máximo resistente das vigas para diferentes perfis originais. A Figura 120 mostra um exemplo de ábaco de dimensionamento para vigas alveolares padrão Litzka. Nesse ábaco foram representados apenas os perfis Gerdau-Açominas que apresentavam maior rendimento estrutural à flexão.

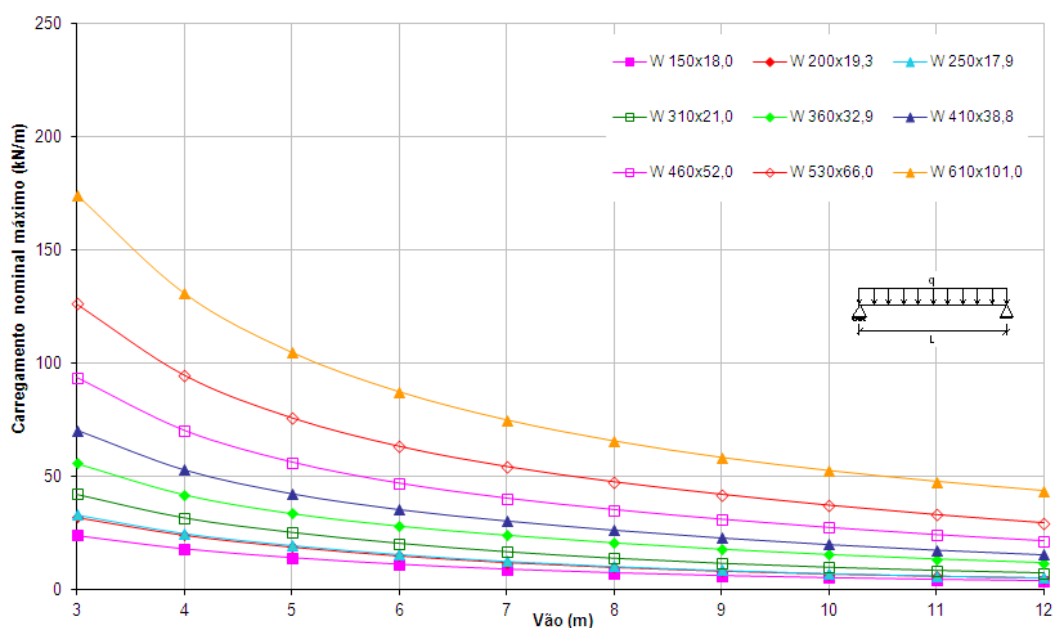


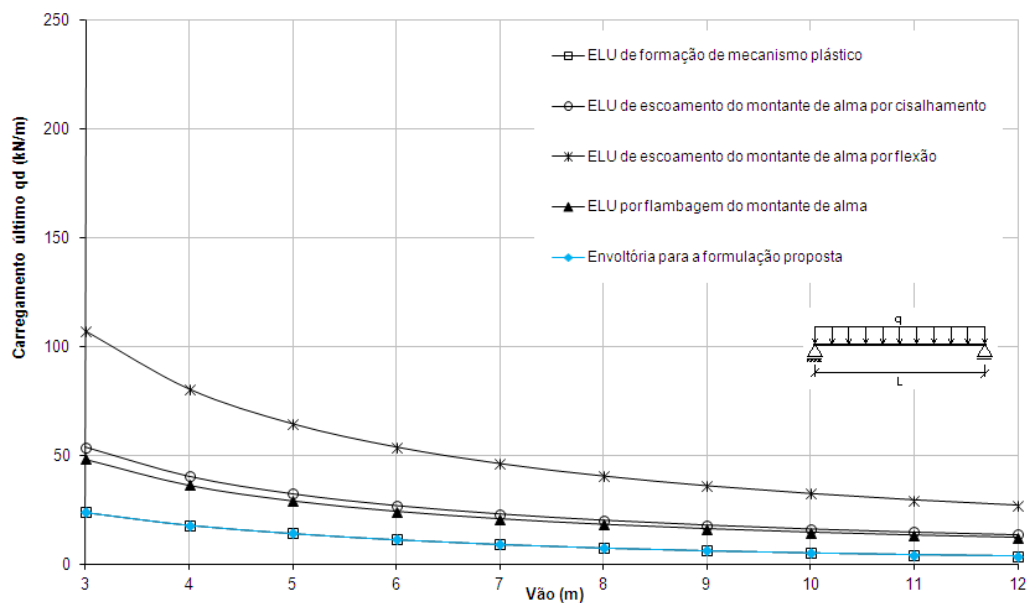
Figura 120 - Ábaco de dimensionamento para vigas alveolares padrão Litzka para ELU.

As curvas mostradas na Figura 120 correspondem às envoltórias inferiores determinadas a partir do menor carregamento distribuído nominal admissível obtido após a análise de todos os estados-limites últimos aplicáveis.

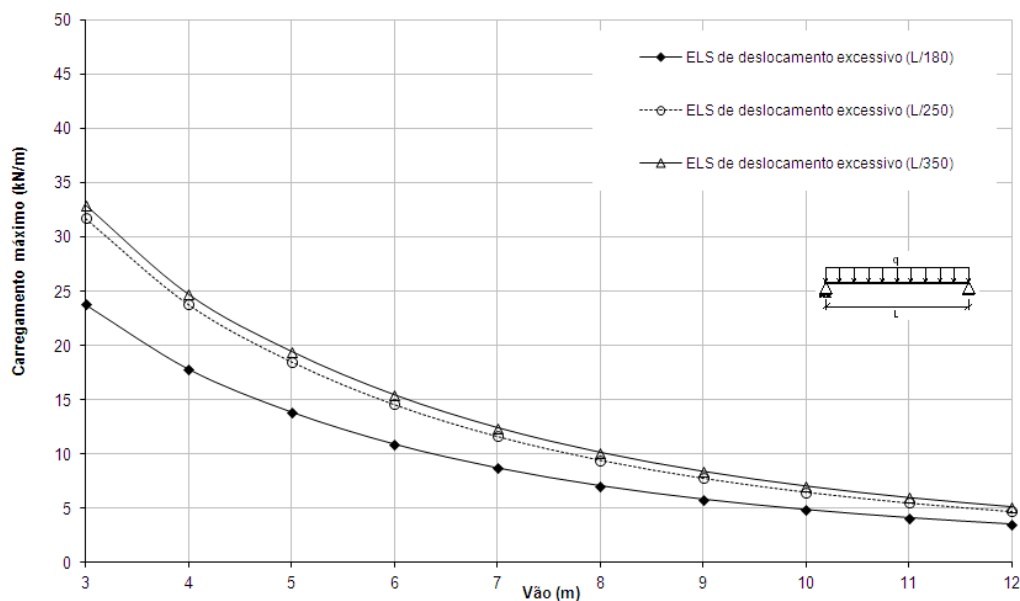
A título de exemplo, a Figura 121 mostra as diversas curvas limites obtidas para estados-limites específicos aplicados a uma viga Litzka gerada de um perfil W200×15 da Açominas.

A Figura 121 mostra o carregamento máximo correspondente a cada estado-limite último considerado, para diferentes vãos. Os menores valores de carregamento máximo são tomados como dimensionantes das vigas alveolares.

Na Figura 122 são mostrados os valores de carregamento máximo para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo, com os limites estabelecidos em  $L/180$ ,  $L/250$  e  $L/350$ , para uma viga alveolar padrão Litzka, obtida a partir do perfil W200×15 para diversos valores de vãos.

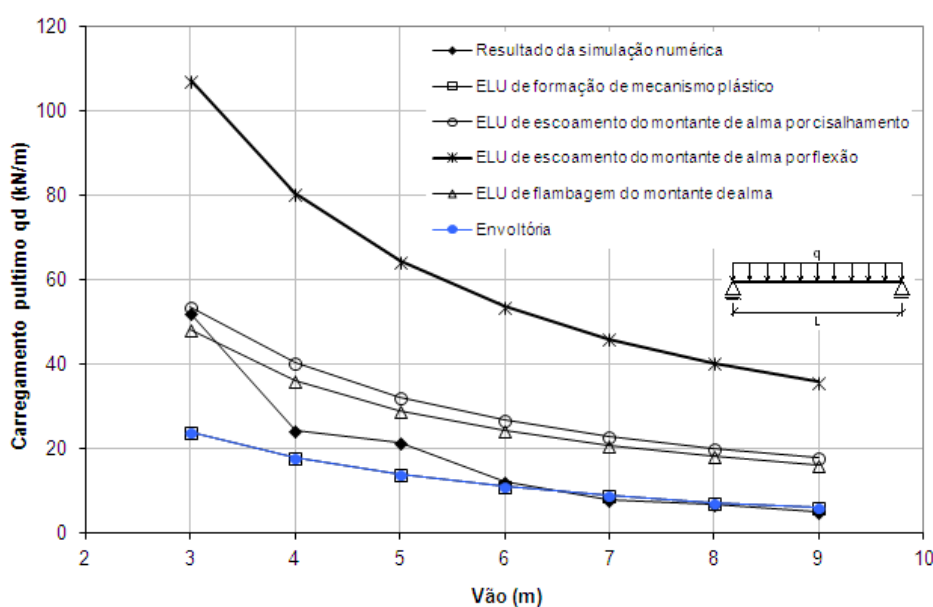


**Figura 121** - Carregamento máximo para diferentes vãos para viga alveolar obtida a partir de perfil W200x15,0 para ELU.



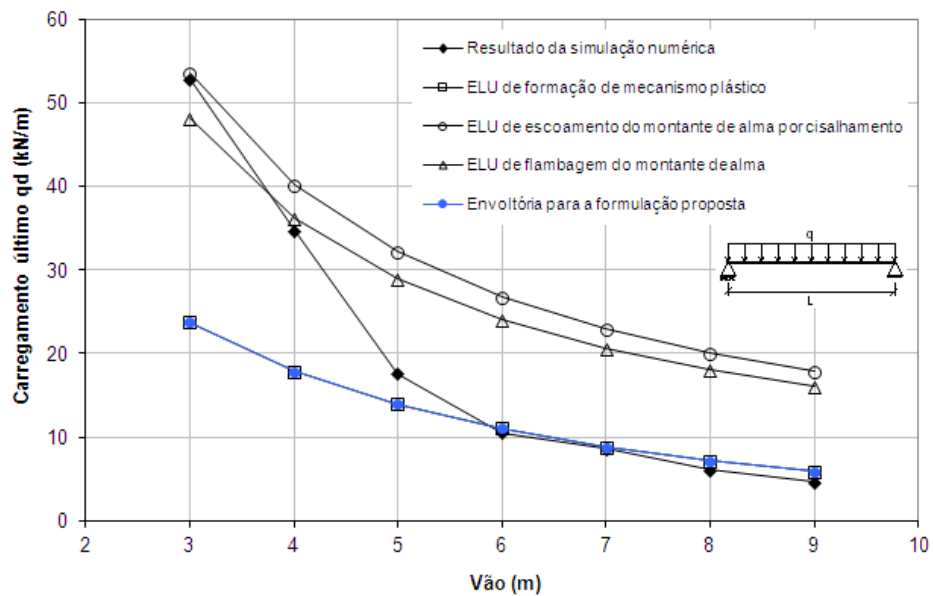
**Figura 122** - Carregamento máximo para o estado-limite de serviço de deslocamento excessivo viga alveolar obtida a partir de perfil W200x15,0 para ELS.

Na Figura 123 os resultados obtidos a partir dos modelos numéricos do Grupo I são plotados junto com os resultados obtidos com as expressões propostas nos itens precedentes neste capítulo. Neste caso foi considerada a plastificação completa da seção transversal do montante de alma, tanto para o estado-limite último de escoamento por cisalhamento do montante de alma quanto para o estado-limite último de escoamento por flexão do montante de alma. É possível observar uma melhora na correspondência dos resultados para o estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento, porém, como o menor valor de carregamento entre todos os estados-limites últimos é adotado para a envoltória, a curva de dimensionamento permanece inalterada.



**Figura 123-** Vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W200x15,0 (Grupo I).

Na Figura 124 são mostrados os resultados obtidos com o modelo numérico e com as formulações para os estados limites últimos de (a) formação de mecanismo plástico; (b) flambagem do montante de alma e (c) escoamento do montante de alma por cisalhamento. Não foi plotada no gráfico a curva relacionada ao estado-limite último de escoamento do montante de alma por flexão, porque ele sempre está associado a uma carga de ruptura muito superior à computada para os outros estados limites citados, como pode ser observado na Figura 123.



**Figura 124** - Vigas alveolares padrão Lizka obtidas a partir do perfil W200x15,0 (Grupo II).

Como se pode notar na Figura 123 e na Figura 124, para as vigas com relação  $L/d_g < 20$  a força cortante exerce um papel preponderante na capacidade última e o modelo analítico se mostra conservador porque foi deduzido com base nas hipóteses de que as distribuições de tensões normais e de cisalhamento, na seção crítica do cordão, oriundas da força cortante são elásticas lineares (Figura 49).

Os resultados obtidos com o modelo numérico demonstram que a seção da viga conta com uma capacidade resistente superior. Presume-se que outra formulação para a capacidade resistente em relação ao estado-limite último de formação de mecanismo plástico, deduzida considerando de fato a plastificação de toda a seção do cordão, conduziria a resultados mais coerentes com os obtidos com o modelo numérico. Não obstante, observa-se que para as vigas com relação  $L/d_g \geq 20$ , situação usual e comum para as vigas de aço, o modelo analítico proposto dá resultados muito bons.

O fato de o modelo se mostrar conservador para as vigas curtas é interessante na prática porque são casos em que a força cortante onera mais as ligações nas extremidades da viga.

Para vigas alveolares longas com relação vão/altura acima de 20, desde que possuam uma adequada contenção lateral que evite a manifestação da flambagem lateral com torção, predomina a plastificação do cordão. Nessas vigas o momento fletor governa o comportamento e a resposta do modelo analítico apresenta boa correspondência com o numérico. Isso é justificável, uma vez que a verificação da resistência ao momento fletor admite a plastificação total da seção.

Observando a Figura 123 e a Figura 124, nota-se que os resultados obtidos para vigas com  $L/d_g < 20$ , com a formulação proposta para o estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento, apresenta, agora, melhor concordância com os resultados numéricos, isto porque as novas expressões foram deduzidas a partir da hipótese da plastificação total da seção do montante de alma. É notável a diferença dos resultados em relação àqueles mostrados na Figura 90, obtidos sob a hipótese das tensões nos montantes permanecerem em regime elástico.

Da Figura 125 até à Figura 127 são apresentados os resultados da simulação numérica dos modelos do Grupo III em contraposição aos resultados do modelo analítico modificado.

Nota-se que para vãos maiores, com relação vão/altura igual a 20 e 30 os resultados obtidos com a formulação e principalmente os resultados para o estado-limite último de formação de mecanismo plástico apresenta bons resultados, quando comparado com os resultados da simulação numérica. Da mesma forma, para vãos menores, com relação vão/altura igual a 10, a formulação para o estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento apresenta resultados mais próximos em relação aos da simulação numérica após a consideração da plastificação total da seção do montante de alma.

Na Figura 125 e na Figura 126 é possível observar que toda a curva do estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento se moveu para uma posição acima da curva de resultados da simulação numérica, o que é desejável, tendo em vista que uma simulação numérica normalmente não consegue representar totalmente os efeitos da plastificação em um modelo, apresentando assim resultados inferiores aos que seriam observados em uma análise experimental ou em uma formulação analítica que leve em conta a plastificação.

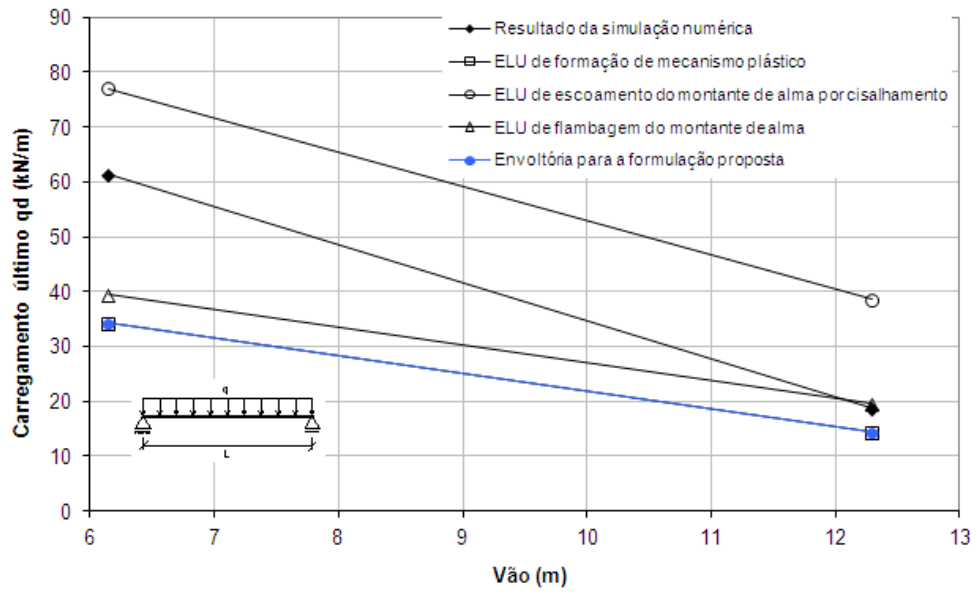


Figura 125 - Viga alveolar padrão Litzka obtida a partir do perfil W410x38,8 (Grupo III).

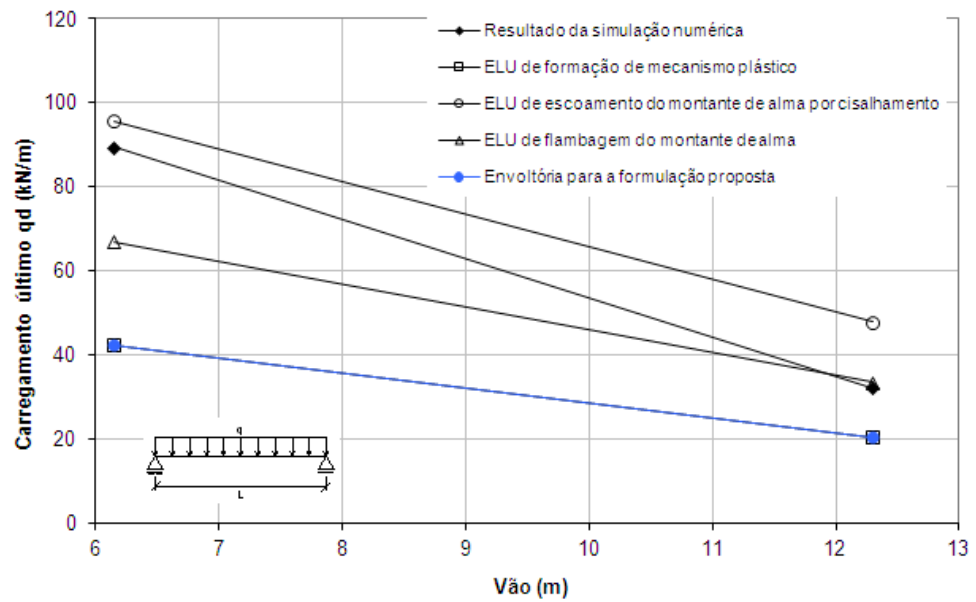


Figura 126 - Viga alveolar padrão Litzka obtida a partir do perfil W410x60 (Grupo III).

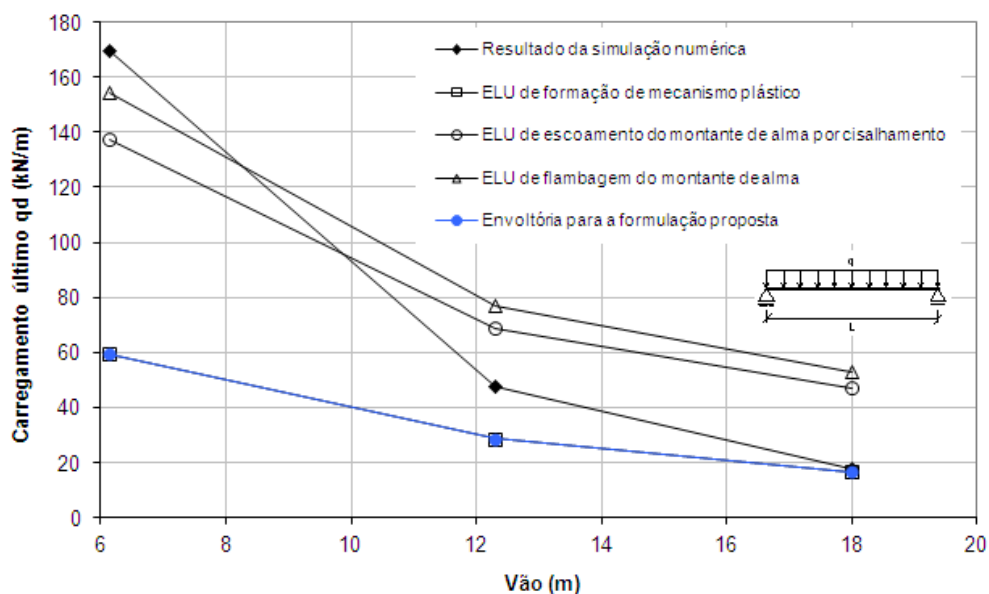


Figura 127 - Viga alveolar padrão Litzka obtida a partir do perfil W410x85 (Grupo III).

A Figura 128 e a Figura 129 mostram os resultados das simulações numéricas para os Grupos III e IV juntamente com os resultados analíticos. Nesses casos é possível notar uma significativa aproximação dos resultados da formulação para estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento com os resultados numéricos, especialmente para vãos menores, onde a força cortante governa. É possível observar também que a mesma curva apresentou uma grande aproximação dos resultados numéricos para o perfil W410x85.

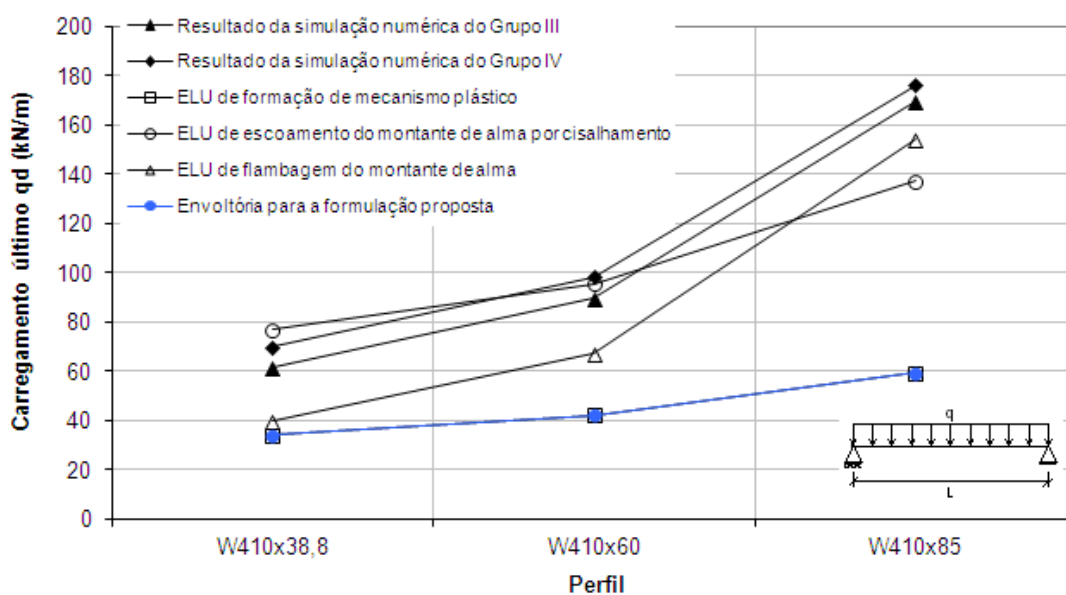
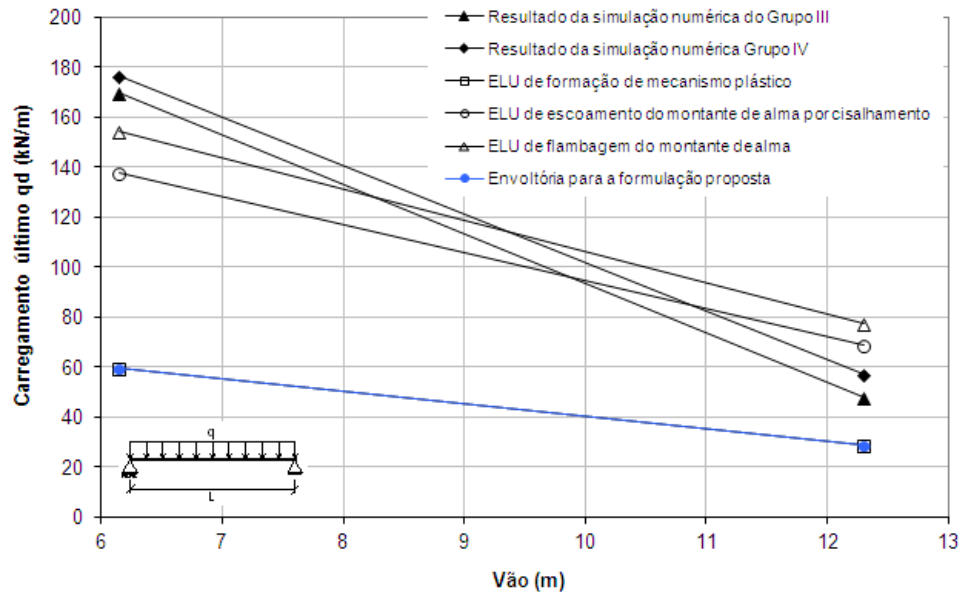
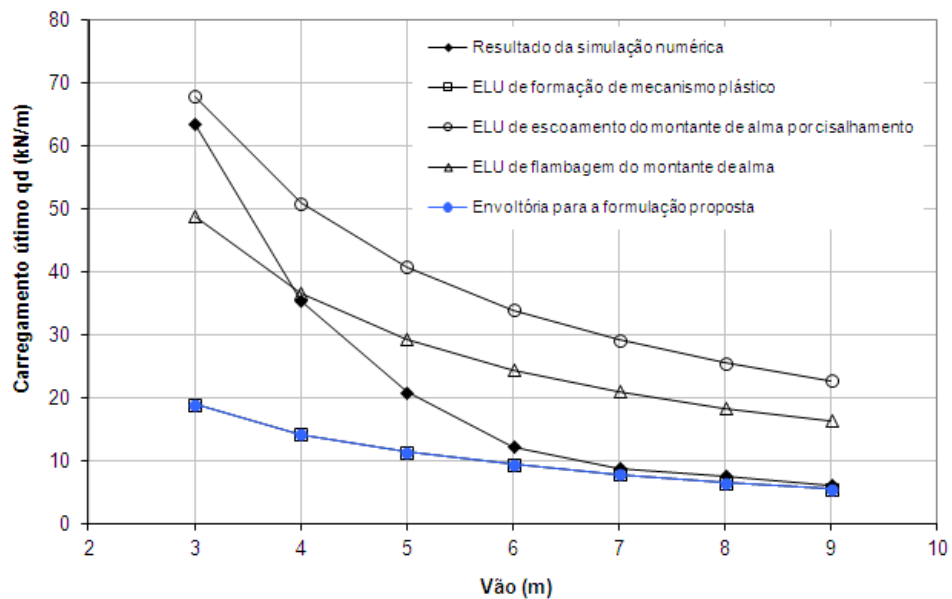


Figura 128 - Vigas alveolares padrão Litzka com vão de 6,15 m (Grupos III e IV).



**Figura 129** - Vigas alveolares padrão Litzka obtidas a partir do perfil W410x85 (Grupos III e IV).

Na Figura 130 são apresentados novamente os resultados numéricos para os modelos de vigas celulares obtidos a partir do perfil W200×15 em contraposição à envoltória de dimensionamento. A consideração da plastificação do montante de alma gera uma mudança na curva do estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento e uma aproximação maior dos resultados numéricos com relação  $L/d_g < 20$ , especialmente no vão correspondente a 3 m. Os resultados também demonstram que a adaptação das formulações no âmbito deste trabalho para as vigas celulares remete a resultados muito bons.



**Figura 130** - Vigas celulares obtidas a partir do perfil W200×15 (Grupo V).

Com base nos estudos apresentados neste capítulo, os resultados da análise numérica demonstram que a formulação baseada nos estudos de Delesques (1968, 1969) e Cimadevila (2000) apresentam bons resultados sobretudo quando o modo de colapso que governa está relacionado com o momento fletor. Nos casos em que o esforço cortante governa o dimensionamento, essa formulação se mostra conservadora.

Considerando a hipótese de plastificação total da seção do montante de alma, a formulação para o estado-limite último de escoamento do montante de alma por cisalhamento passa a apresentar resultados melhores para os casos em que o esforço cortante governa o dimensionamento. Mesmo nos casos em que o esforço cortante governa o dimensionamento, o estado-limite último de formação de mecanismo plástico permanece como dimensionante, com os menores valores de carregamento último entre todos os estados-limites últimos. Mesmo que a envoltória de dimensionamento se mostre conservadora para as vigas curtas, a sua utilização permanece interessante na prática, porque nesses casos a força cortante onera mais as ligações nas extremidades da viga.

# 6

## Considerações finais

---

### 6.1 Conclusão

O objetivo principal deste trabalho, que foi realizar uma análise numérica e um estudo analítico de vigas alveolares com aberturas hexagonais (chamadas vigas casteladas) e com aberturas circulares (chamadas vigas celulares), com ênfase nos modos de colapso com formação de rótulas plásticas, foi alcançado.

Durante a fase de validação, o modelo numérico se mostrou satisfatório, fornecendo resultados muito próximos dos obtidos em experimentos reais.

Os resultados da análise numérica evidenciaram que, para os novos perfis laminados fabricados no Brasil pela Gerdau-Açominas, mesmo aqueles com maior esbeltez de alma, para vigas casteladas sem chapa expansora, prevalece o modo de colapso observado historicamente, qual seja, a plastificação total da seção. Ressalta-se que esse comportamento foi confirmado para vigas com relação altura/vão igual ou superior a 20, como é usual nas estruturas de aço correntes.

Os resultados da análise numérica comprovaram que os modelos analíticos propostos por Delesques para o cálculo de vigas alveolares fornecem boas respostas para situações em que o momento fletor governa o dimensionamento. Quando é o esforço cortante que governa o dimensionamento, esses modelos se mostram conservadores, estimando capacidades resistentes aquém daquelas obtidas com os modelos numéricos. A partir dessa constatação, foi possível perceber que o conservadorismo das equações de Delesques estava relacionado ao fato de as expressões terem sido deduzidas com base na hipótese de uma distribuição elástica de tensões na seção do montante de alma.

Novas expressões para estimativa da capacidade resistente de vigas alveolares, com relação aos estados-limites relacionados ao colapso do montante de alma por cisalhamento e por flexão, foram desenvolvidas, com base na hipótese de plastificação total da seção do montante de alma. Essas novas equações apresentaram boa concordância com a resposta numérica, demonstrando a qualidade dos modelos propostos.

O desenvolvimento do trabalho também permitiu confirmar que a força cortante exerce um papel preponderante na avaliação da capacidade última. Dessa forma, o modelo analítico se mostrou conservador, tendo em vista que o estado-limite último dimensionante para todos os casos analisados permaneceu sendo o de formação de mecanismo plástico. Esse estado-limite último foi deduzido com base nas hipóteses de distribuições de tensões normais e de cisalhamento elásticas lineares, obtidas a partir da força cortante na seção crítica do cordão. Por outro lado, vale salientar que o fato da formulação (envoltória) se mostrar conservadora para as vigas curtas é interessante na prática, porque são casos em que a força cortante onera mais as ligações nas extremidades da viga. Para vigas com relação altura/vão maior ou igual a 20 a formulação remete a resultados muito bons quando comparados aos resultados da simulação numérica.

Outra contribuição deste trabalho é a proposição de expressões específicas para diversos padrões de vigas alveolares, em especial para vigas celulares, que não eram cobertas pelos modelos de cálculo mais antigos encontrados na literatura.

Por último, acredita-se que as soluções propostas neste trabalho podem contribuir com o desenvolvimento e a aplicação das vigas alveolares, na medida em que possibilitam o tratamento de novos casos, como as vigas celulares, que não eram cobertos pelos modelos de cálculo mais antigos encontrados na literatura, assim como proporcionam um dimensionamento mais racional, em que a resistência do aço é explorada de forma mais efetiva, com garantia de segurança e contribuindo para a execução de construções mais sustentáveis.

## **6.2 Sugestões para trabalhos futuros**

Os resultados obtidos com o modelo numérico demonstram que a seção da viga conta com uma capacidade resistente superior para vigas com relação altura/vão menor que 20. Presume-se que outra formulação para a capacidade resistente em relação ao

estado-limite último de formação de mecanismo plástico possa ser deduzida, considerando de fato a plastificação de toda a seção do cordão e conduzindo a resultados mais próximos aos obtidos com o modelo numérico.

As imperfeições iniciais e as tensões residuais influenciam sensivelmente no comportamento das estruturas de aço. O corte por chama pode introduzir tensões residuais muito maiores do que a tensão de escoamento do material. A literatura técnica comenta que as diferenças na resistência de diversos elementos estruturais (colunas, vigas, dentre outros), causadas por variações na forma da distribuição ou do padrão das tensões residuais, são menores em elementos estruturais com curvatura inicial do que para aqueles inicialmente retos. Tendo em vista que no presente trabalho a influência das tensões residuais puderam ser desconsideradas sem grandes implicações nos resultados e que podem ter significativa influência em outros casos, sugere-se a realização de estudos a respeito da influência das tensões residuais e das imperfeições iniciais em vigas alveolares com diferentes esbeltezes.

## Referências bibliográficas

ABNT NBR 8800:2008; **Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios**, Associação Brasileira de Normas Técnicas, Rio de Janeiro (2008).

Abreu, L. M. P.; Fakury, R. H.; Castro e Silva, A. L. R.; **Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares**, Mecânica Computacional Vol XXIX, págs. 7255-7271, Buenos Aires, Argentina, 2010.

Abreu, L. M. P.; **“Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço celulares”**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, UFMG, Belo Horizonte, 2011.

Altfillisch, M.D., Cooke, B.R., Toprac, A.A.; **An investigation of welded open-web expanded beams**; Welding Research Supplement, 22 (1957); pp.77-88

Amayreh, L.; Saka, M. P.; **“Failure load prediction of castellated beams using artificial neural networks”**, Asian Journal of Civil Engineering, Vol. 6, 2005, pp. 35-54.

Bailey, C. G.; **“Indicative fire test on a cellular and solid web steel beam”**, Manchester, UMIST, 2003.

Bazile, A.; **Le calcul des poutres ajourées**; Revue Construction Métallique No.3 (1964)

Bazile, A., Texier, J.; **Essais des poutres ajourées**; Construction Métallique, 3 (1968); pp.12-25

Bezerra, E. M., Fakury, R. H., Silva, A. L. R. C., Caldas, R. B.; **Bending moment resistance for lateral torsional buckling of castellated steel beams**, XXXIV Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, San Juan, Argentina, 2010.

Bezerra, E. M.; **“Determinação do momento fletor resistente à flambagem lateral com torção de vigas de aço casteladas”**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Escola de Engenharia, UFMG, Belo Horizonte, 2011.

Bower, J. E.; **Design of beams with web openings**; Journal of the Structural Division ASCE, Vol.94 No.St3 (1968); pp.783-807

Bower, J. E.; **Experimental stresses in wide-flange beams with holes**; Journal of the Structural Division ASCE, Vol.92 No.St5 (1966); pp.167-186

Bower, J. E.; **Ultimate strength of beams with rectangular holes**; Journal of the Structural Division ASCE, Vol.94 No.St6 (1968); pp.1315-1337

Boyer, J. P.; **Castellated beams - New developments**; Engineering Journal American Institute of Steel Construction, 1 (1964); pp.104-108

Bradley, T.P (2003). **Stability of castellated beams during erection**. *Master’s Thesis*, Virginia Tech.

BS 5950-1:2000; **Structural use of steel work in building – Part: Code of practice for design – Rolled and welded sections**. British Standards Institution (BSI), 2001.

Castro e Silva, A.L.R.; “**Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estrutural submetidos à compressão uniaxial**”; Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, UFMG, Belo Horizonte (2006).

Chung, K. F.; Liu, T. C. H.; Ko, A. C. H.; “**Investigation on Vierendeel mechanism in steel beams with circular web openings**”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 57, 2000, pp. 467-490.

Chung, K. F.; Liu, C. H.; Ko, A. C. H.; “**Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: an empirical design using a general moment-shear interaction curve**”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 59, 2003, pp. 1177-1200.

CMC Steel Products; <http://www.cmcsteelproducts.com>

Das, P. K.; Srimani, S.L.; **Handbook for the design of castellated beams**; Balkema, Rotterdam, ISBN 90-6191-428-0 (1985)

Delesques, R.; **Le calcul des poutres ajourées**; *Construction Métallique*, 4 (1969); pp.41-51

Delesques, R.; **Stabilité des montants des poutres ajourées**; *Construction Métallique*, 3 (1968); pp.26-33

Demirdjian, S.; **Stability of castellated beam webs**, Master Thesis, Department of Civil Engineering and Applied Mechanics, McGill University, Montreal, Canada (1999).

Dervinis, B.; Kvedaras, A. K.; “**Investigation of rational depth of castellated steel I-beams**”, *Journal of Civil Engineering and Management*, Vol. 14, 2008

Earls, C. J. **Effects of material property stratification and residual stresses on single angle flexural ductility**. *Journal of Constructional Steel Research*, 51:147-175, 1999.

Ellobody, E.; “**Interaction of buckling modes in castellated beams**”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 67, 2010, pp. 814-825.

Faltus, F.; **Berechnung von Wabenträgern**; *Acier*, 5 (1966); pp.245-248

Fruitet, L.; **Quels sont les avantages des poutrelles ajourées? Quelles sont les conditions favorables d'emploi?**; *Courier technique de l'Office Technique pour l'Utilisation de l'Acier*, 22 (1981); pp. 2-4

Galambos, A. R., Hosain, M. U., Speirs, W. G.; **Optimum expansion ratio of castellated steel beams**; *International Symposium of Optimization in Civil Engineering*, Liverpool; 1973.

Galambos, T.V.; **Guide to stability design criteria for metal structures**, 4th Ed., A. Wiley – Interscience, 1988.

Gemperle, C.; “**Simplified method for the design of castellated beams**”, *Stahlbau*, Vol. 8, 2007, pp. 530-536

Gibson, J. E., Jenkins, W. M.; **An investigation of the stresses and deflections in castellated beams**; *The Structural Engineer*, 35 (1957); pp.467-479.

Gomes, C.A.B.; “**Resistência a compressão de perfis H laminados de abas paralelas**”, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Brasil, (2006).

Grümbauer, J.; <http://www.grunbauer.nl>, acessado em 2011.

- Halleux, P.; **Étude expérimentale et technique du compartement élastique des poutres métalliques à âme évidée**; Revue Française de Mécanique, 18/19 (1966), pp.123-140
- Halleux, P.; **Le calcul des flèches des poutres métalliques à âme évidée**; Centre de Recherches Scientifiques et Techniques de l'Industrie des Fabrications Métalliques, Rapport MT33, 1968a.
- Halleux, P.; **Les poutres à âme évidée composites acier-béton**; Centre de Recherches Scientifiques et Techniques de l'Industrie des Fabrications Métalliques, Rapport MT34, 1968b.
- Harper, C.S.; **Design in steel 4: Castellated & cellular beams**, *British Steel Publications*, (1994).
- Hoffman, R.; Dinehart, D.; Gross, S.; Yost, J.; “Analysis of stress distribution and failure behaviour of cellular beams”, Proceedings of the 2006 ANSYS Conference, Pittsburgh.
- Hosain, M. U., Speirs, W. G.; **An experimental investigation of expanded open-web steel beams**; Congres EIC, Ottawa; 1970
- Hosain, M. U., Speirs, W. G.; **Experiments on castellated steel beams**; Welding Journal, August 1973
- Kanning, W.; “**Theoretische und experimentelle Untersuchungen über den Einfluß der schnitfführung von Wabenträgern auf deren Traglast.**” Dissertation: braunschweig, 1976.
- Kohnepooshi, O. e Showkati, H. (2009), **Numerical and structural behavior of elastic castellated section**. *European Journal of Scientific Research*, 2:306-318, 2009.
- Kolosowski, J.; **Stresses and deflections in castellated beams**; The Structural Engineer, 42 (1964); pp.19-24
- Lagaros, N. D.; Psarras, L. D.; Papadrakakis, M.; Panagiotou, G.; “**Optimum design of steel structures with web openings**”, *Engineering Structures*, Vol. 30, 2008, pp. 2528-2537
- Larnach, W. R., Park, R.; “**The behaviour under load of six castellated composite I-beams**”; *Civil Engineering and Public Works Review*, 59 (1964), pp.339-343.
- Litzka, H.; “**Production of castellated beams in all types and sizes by automation**”, *Acier Stahl Steel*, Vol.25, 1960, pp. 483-487.
- Lleonart, J. M.; “**Geometria de los perfiles alveolares**”, *Informes de la Construcción*, Vol. 40, 1988, pp. 51-64.
- Lotfollahi-Yaghin, M. A.; Ahmadi, H.; “**Investigation of dynamic properties of cantilever castellated beams in comparison with plain-webbed beams using noise excitation**”, *World Applied Sciences Journal*, Vol. 3, 2008, pp. 522-530.
- Met@lica; Portal sobre arquitetura e construção em aço; <http://www.metalica.com.br>.
- Mohebkah, A.; Showkati, H.; “**Bracing requirements for inelastic castellated beams**”, *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 61, 2005, pp. 1373-1386.
- Nethercot, D. A. and Kerdal, D., “**Lateral-torsional buckling of castellated beams**”, *The Structural Engineer*, Vol. 60B, No. 3, 1982, pp. 53-61.
- Olander, H. C.; “**A method for calculating stresses in rigid frame corners**”, *Journal of Structural Division Proceedings ASCE*, Vol. 79, 1953, pp. 249-1 – 249-21.

- Osgood, W. R.; “**A theory of flexure for beams with nonparallel extreme fibers**”, Journal of Applied Mechanics, Vol. 6, 1939, pp. A-122 – A-126.
- Pirmoz, A.; Daryan, A. S.; “**Nonlinear behavior of castellated beams subjected to moment gradient loading**”, Fifth International Conference on Seismology and Earthquake Engineering, 2007
- Porter, D. M., Rockey, K. C., Evans, H. R.; **The collapse behaviour of plate girders loaded in shear**; The Structural Engineer, 51 (1973)
- Radic, I.; Markulak, D.; “**Lateral buckling of castellated beams**”, Technical Gazette, Vol. 14, 2007, pp. 25-35
- Redwood, R. G., McCutcheon, J. O.; **Beam tests with unreinforced web openings**; Journal of the Structural Division ASCE, Vol.94 No.St1 (1968); pp.1-17
- Redwood, R. G.; **The strength of steel beams with unreinforced web holes**; Civil Engineering and Public Works Review, 64 No.755 (1969); pp.559-562
- Redwood, R., Demirdjian, S.; **Castellated beam web buckling in shear**; Journal of Structural Engineering, Vol.124, No.10 (1998); paper 17436
- Reis A. L. F.; **O Método da energia aplicado à flambagem lateral com torção de vigas de aço**, Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte (1996).
- Salmon, C. G.; Johnson, J. E.; Malhas, F. A.; “**Steel structures - Design and Behavior Emphasizing Load and Resistance Factor Design**”, Pearson Education, Fifth Edition, 2010.
- SCI; **Design of castellated beams**, for use with BS 5950 and BS 449; Publication P005; The Steel Construction Institute, Ascot, UK (1985)
- SCI; **Steelwork design guide** according to BS 5950; Publication P202; The Steel Construction Institute in association with BCSA and British Steel plc; 6e ed., Ascot, UK (2001)
- Souza, L.A. **Flambagem lateral com torção de vigas de aço em regime elasto-plástico**. *Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 1999.*
- Sweedan, A. M. I.; El-Sawy, K. M.; Martini, M. I.; “**Identification of the buckling capacity of axially loaded cellular columns**”, Thin-Walled Structures, Vol. 47, 2009, pp. 442-454.
- Tkalčević, V.; Džeba I.; Androić B; “**Proracun saćastih nosača prema Eurokodu 3**”, Građevinar, Vol. 58, 2006, pp. 709-716.
- Toprac, A. A., Cooke, B. R.; “**An experimental investigation of open-web beams**”, Welding Research Council Bulletin Series, No.47; New York, 1959.
- Veríssimo, G. S.; **Análise e comportamento de vigas de aço e vigas mistas com aberturas na alma**, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, UFMG, Belo Horizonte (1996).
- Vieira, W. B.; “**Simulação numérica do comportamento estrutural de vigas casteladas de aço com ênfase na flambagem do montante de alma**”, Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas, UFV, Viçosa, 2011.

Wald, F.; Pelouchová, A.; Chlouba, J.; Strejcek, M.; **“To shear resistance of castellated beam exposed to fire”**, International Colloquium of Stability and Ductility of Steel Structures, 2010, pp. 8-10.

Walker, P. A.; **“Castellated beams Patent 4894898”**; Wescol Structures Limited, United Kingdom.

Ward, J. K. **Design of composite and non-composite cellular beams**, The Steel Construction Institute, 2ª edição, 1994.

Westok; <http://www.westok.co.uk>.

Zaarour, W., Redwood, R.; **Web buckling in thin-webbed castellated beams**; Journal of Structural Engineering, Vol.122, No.8 (1996); paper 11030

Ziemian, R. D.; **“Guide to Stability design criteria for metal structures”**, Wiley, Sixth Edition, 2010.

Zirakian, T.; Showkati, H.; **“Distorcional buckling of castellated beams”**, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 62, 2006, pp. 863-871.