

LUCAS COELHO DA SILVA

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO:
Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal de Viçosa - Campus**

T

S586h
2023

Silva, Lucas Coelho da, 1996-

História da matemática como recurso didático: oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci / Lucas Coelho da Silva. - Viçosa, MG, 2023.

1 dissertação eletrônica (122 f.): il. (algumas color.).

Inclui anexos.

Inclui apêndice.

Orientador: Marli Duffles Donato Moreira

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Matemática, 2023.

Referências bibliográficas: .

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2023.218>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Matemática - História - Estudo e ensino; 2. Matemática - (Ensino médio); 3. Fibonacci, Leonardo, ca. 1170-ca. 1240; 4. Fibonacci, Números de; I. Moreira, Marli Duffles Donato II. Universidade Federal de Viçosa.. Departamento de Matemática. Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática
III. Título

CDD 22. ed. 510.07

Bibliotecário(a) responsável: BRUNA SILVA CRB-6/2552

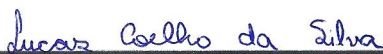
LUCAS COELHO DA SILVA

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO:
Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci**

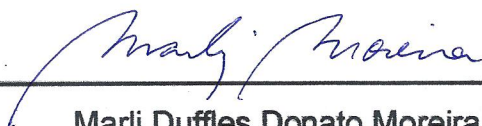
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 8 de fevereiro de 2023

Assentimento:



Lucas Coelho da Silva
Autor



Marli Duffles Donato Moreira
Orientadora

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer à minha família, em especial à minha mãe Maria da Conceição, minha irmã Larissa, que sempre estiveram ao meu lado me dando forças e impulso para continuar.

A minha jornada teria sido infinitamente mais difícil sem o apoio dos meus amigos. Sou imensamente grato por tê-los em minha vida, especialmente Rodrigo, Patrícia e Aline. Aos meus amigos que fiz no mestrado, Jéssica e Vinicius, pudemos compartilhar nossas experiências durante essa caminhada.

Alba, você me impulsionou nos momentos mais difíceis e tornou a minha jornada mais leve. Obrigado por estar sempre presente.

Aos membros das equipes pedagógicas em que trabalhei, agradeço todo o apoio e amizade, pois foram essenciais para a realização deste trabalho.

Aos professores do mestrado, sou grato por toda a aprendizagem e ajuda nesse processo. Em especial, quero agradecer à minha orientadora, a professora Marli. Você é o meu exemplo. Agradeço por todo o ensinamento, ajuda e paciência. Sou muito grato por ter tido a oportunidade de conhecê-la.

Gostaria de agradecer à Universidade Federal de Viçosa, a melhor universidade do Brasil, por ter me proporcionado a graduação e agora a conclusão do mestrado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

Fico feliz em compartilhar este momento com todos vocês. Sei que sem o apoio de cada um, essa conquista não seria possível.

“[...] o conhecimento de história da matemática mostra aos estudantes que a matemática é um empreendimento humano importante. A Matemática não foi criada em forma polida com que aparece nos livros texto, foi antes desenvolvida muitas vezes de forma intuitiva e experimental respondendo à necessidade de resolver problemas.”

(KATZ, 2010, p. XII)

RESUMO

SILVA, Lucas Coelho, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2023. **História da Matemática como recurso didático: oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci**. Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira.

Esta pesquisa exploratória, *HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO: Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci*, de natureza qualitativa, tem como objetivo analisar as potencialidades pedagógicas da história da matemática, utilizando a fonte primária Liber Abaci de Leonardo Fibonacci, a partir da organização das Unidades Básicas de Problematização (UBP), com estudantes do Ensino Médio. Particularmente, visamos examinar as contribuições que a abordagem histórico-cultural traz à compreensão dos objetos matemáticos pelos alunos e à construção de uma percepção da matemática mais contextualizada para além dos limites disciplinares. Como embasamento teórico, esta pesquisa utilizou a perspectiva de enculturação matemática proposta por Bishop e autores que discutem as potencialidades da história da matemática como recurso didático. A coleta de dados foi realizada através de observações do pesquisador, descrições de experiências dos participantes, produções dos alunos, questionários e uma entrevista semiestruturada. A análise dos dados foi organizada a partir de duas categorias: aprendizagem matemática e concepção sobre a matemática. Os resultados apontam para uma apropriação dos objetos matemáticos pelos estudantes e uma ampliação e solidificação da percepção histórico-cultural da matemática.

Palavras-chave: Enculturação matemática. Unidade básica de problematização (UBP). Leonardo Fibonacci. Matemática escolar. Ensino Médio.

ABSTRACT

SILVA, Lucas Coelho, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February 2023. **History of Mathematics as a didactic resource: pedagogical workshops based on Liber Abaci**. Advisor: Marli Duffles Donato Moreira.

This exploratory research, *HISTORY OF MATHEMATICS AS A TEACHING RESOURCE: Pedagogical workshops based on Liber Abaci*, of a qualitative nature, aims to analyze the pedagogical potential of the history of mathematics, using the primary source Liber Abaci by Leonardo Fibonacci, based on the organization of the Basic Problematization Units (UBP), with high school students. Particularly, we aim to examine the contributions that the historical-cultural approach brings to the students' understanding of mathematical objects and to the construction of a more contextualized perception of mathematics beyond disciplinary boundaries. As a theoretical basis, this research used the perspective of mathematical enculturation proposed by Bishop and authors who discuss the potential of the history of mathematics as a didactic resource. Data collection was carried out through the researcher's observations, descriptions of the participants' experiences, students' productions, questionnaires and a semi-structured interview. Data analysis was organized based on two categories: mathematical learning and conception about mathematics. The results point to an appropriation of mathematical objects by students and an expansion and solidification of the historical-cultural perception of mathematics.

Keywords: Mathematical enculturation. Basic Problematization Unit (UBP). Leonardo Fibonacci. School math.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Distribuição geográfica dos trabalhos selecionados	27
Figura 2: Concepção da Matemática	42
Figura 3: A matemática é importante para a vida cotidiana	43
Figura 4: A matemática é algo muito abstrato para mim	44
Figura 5: Quem sabe matemática tem mais oportunidades de trabalho	45
Figura 6: Tenho muita dificuldade em entender Matemática	45
Figura 7: Relaciono novos conceitos matemáticos com coisas que já sei	46
Figura 8: Minha relação com a Matemática é	47
Figura 9: Você é um bom aluno em Matemática	48
Figura 10: A Matemática tem conexões com	50
Figura 11: Sentimento dos alunos em relação à matemática	52
Figura 12: Nas aulas de Matemática o que eu mais fazia era	53
Figura 13: Você já teve contato com a História da Matemática	55
Figura 14: Você conhece Leonardo Fibonacci	55
Figura 15: Você já ouviu falar sobre a sequência de Fibonacci	56
Figura 16: Você já ouviu falar do número de ouro	56
Figura 17: Mapas coloridos	57
Figura 18: Capítulo 1 do Liber Abaci	59
Figura 19: Construção da sequência de Fibonacci	64
Figura 20: Construção de quadrados	67
Figura 21: Retângulo e espiral de Fibonacci	68
Figura 22: Perímetro e área na construção do retângulo de Fibonacci	68
Figura 23: Perímetro e área de cada quadrado	70
Figura 24: Retângulo e espiral de Fibonacci	71
Figura 25: Olho humano	72
Figura 26: Retângulo e a espiral de Fibonacci feita pelo aluno W	72
Figura 27: Retângulo e a espiral de Fibonacci feita pelo aluno K	73
Figura 28: Mapa mental dos conceitos trabalhados na UBP	77

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Descrição dos artigos selecionados	23
Quadro 2: Descrição dos anais de congressos selecionados	25
Quadro 3: Distribuição dos trabalhos por nível de ensino	27
Quadro 4: Distribuição dos trabalhos por unidades temáticas	28
Quadro 5: Organização das oficinas	39
Quadro 6: Informações sobre os participantes	41
Quadro 7: Concepções dos participantes sobre a matemática	43
Quadro 8: Síntese das respostas às questões 10 e 12	48
Quadro 9: Conexões com a matemática	50
Quadro 10: Palavra que expressa ‘matemática’ segundo os estudantes	51
Quadro 11: Palavras que expressam o sentimento dos estudantes perante à matemática	52
Quadro 12: Experiências matemáticas na sala de aula	54
Quadro 13: Respostas dos participantes à questão 2	58
Quadro 14: Respostas dos participantes à questão 3	60
Quadro 15: Respostas dos participantes à questão 4	60
Quadro 16: Respostas dos participantes à questão 5	61
Quadro 17: Respostas dos participantes sobre a sequência	62
Quadro 18: Questões elaboradas pelos participantes	63
Quadro 19: Padrão observado pelos estudantes	65
Quadro 20: Pesquisa realizada pelos participantes	65
Quadro 21: Crescimento exponencial	73
Quadro 22: Primeira questão do questionário final	74
Quadro 23: Segunda questão do questionário final	74
Quadro 24: Terceira questão do questionário final	75
Quadro 25: Quarta questão do questionário final	76
Quadro 26: Comparação questionário inicial e questionário final	79

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	10
2. REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 Enculturação Matemática	15
2.2 História da Matemática como recurso didático	17
3. REVISÃO DA LITERATURA	20
4. LIBER ABACI DE LEONARDO FIBONACCI	30
5. METODOLOGIA	32
6. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS	37
6.1 Primeira oficina	41
6.2 Segunda oficina	66
6.3 Resultados	77
6.3.1 Aprendizagem matemática	77
6.3.2 Concepção sobre a matemática	78
7. CONSIDERAÇÕES FINAIS	81
ANEXOS	87

1. INTRODUÇÃO

Minha história com a matemática nem sempre foi tranquila. Durante o Ensino Médio, enfrentei diversos desafios e, inclusive, frequentei uma dependência na disciplina. Entretanto, tudo mudou quando ingressei no curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Viçosa (UFV). A partir desse momento, comecei a perceber a Matemática sob uma nova perspectiva, o que transformou a minha relação com esta área do conhecimento.

Ao final da minha graduação em Licenciatura em Matemática na UFV, deparei-me com duas opções: continuar a formação acadêmica na pós-graduação ou iniciar a prática docente em sala de aula na Educação Básica. Optei pelo segundo caminho, pois, apesar dos estágios, monitorias e das aulas no cursinho popular, desejava ter a experiência de assumir uma turma como professor regente por todo o ano letivo. Contudo, imaginar-me professor de Matemática provocava em mim muita ansiedade. Ao longo da graduação, muitas vezes, escutei que, ao lecionar na Educação Básica, não usaria o que aprendi durante os meus anos de graduação, que teria que me adaptar a uma prática docente repetitiva e nada interessante para os alunos.

Tive, também, durante a graduação, a oportunidade de participar do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV), o que me proporcionou vivências e experiências que me motivaram a seguir no caminho da pesquisa em educação matemática.

Mesmo após me tornar professor, decidi continuar no grupo, pois acredito que a troca de experiências e reflexões com outros educadores matemáticos é essencial para aprimorar a prática pedagógica. Foi essa vivência que me motivou a buscar o ingresso no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa (MPECM/UFV).

No decorrer do tempo como educador matemático atuando na escola básica, senti-me feliz com a prática docente que desenvolvia com meus alunos e com a experiência diferente daquela crença que matemática na escola é exercício e prova. Uma felicidade confortável, cômoda, uma sensação de dever cumprido. Porém, não

quis parar por aí, busquei estar em um meio acadêmico em que pudesse trocar experiências, refletir sobre a minha prática pedagógica e desenvolver pesquisas. Interessei-me em levar para a academia as minhas experiências e trazer o conhecimento acadêmico para a sala de aula, além de buscar alternativas de ensino para melhorar minha prática profissional e contribuir para o processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Aliando os meus interesses com os objetivos do MPECM/UFV, percebi uma oportunidade para desenvolver uma pesquisa reflexiva e crítica, estabelecendo um diálogo entre teoria e prática, a partir da utilização da história da matemática como abordagem pedagógica. Percebi que, ao unir meus esforços ao de outros educadores matemáticos, poderíamos caminhar em direção ao objetivo de uma educação pública de qualidade, com resultados eficazes na aprendizagem matemática por parte dos alunos da escola básica.

Nesse sentido, no âmbito dessa pesquisa no Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática da UFV, proponho um trabalho exploratório, de natureza qualitativa, desenvolvendo a temática “HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO: Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci”.

Nas últimas décadas, podemos notar um aumento no interesse e no desenvolvimento de pesquisas relacionadas à história da matemática, buscando à aprendizagem da matemática (CHAQUIAM, 2017). Miguel (1997) aponta potencialidades pedagógicas da história da matemática para o ensino. Conforme o autor, a história da matemática pode auxiliar na escolha de métodos pedagógicos mais adequados para o ensino da matemática. Igualmente, Brolezzi (1991, p. 65) concebe a história da matemática “não como *mero acessório didático*, mas como verdadeiro *definidor de estratégias pedagógicas*”.

Bishop (1991) sustenta que a prática pedagógica para o ensino da matemática predominante nas escolas é inadequada e excludente, sendo um dos fatores para o insucesso dos alunos na disciplina. Estas práticas têm as características da impessoalidade, homogeneização, não afetividade e tecnicidade. Esta última pode ser entendida como a manipulação das técnicas, e é supervalorizada em detrimento da significação e compreensão dos conceitos matemáticos. Segundo Brozelli (1991, p. 52), a experiência em sala de aula se dá

[...] operando com símbolos matemáticos com pouco ou nenhum conhecimento do significado das operações realizadas. E muitas vezes a Matemática torna-se objeto de aversão por parte dos alunos do nível elementar, justamente pela dificuldade de compreensão de sua linguagem.

Dessa forma, utilizar a história da matemática pode auxiliar na assimilação dos conceitos e promover uma aprendizagem significativa e compreensiva da matemática (BROZELLI, 1991; MIGUEL, 1997). Além disso, possibilita a promoção do pensamento independente e crítico (MIGUEL, 1997).

Neste trabalho abordaremos a história da matemática a partir da perspectiva das Unidades Básicas de Problematização (UBP) proposta por Miguel e Mendes (2010) como potencializadora da aprendizagem do aluno. UBP é um modelo que descreve a prática histórica da atividade humana, ou seja, como resposta a alguma necessidade de uma comunidade de prática em algum momento do desenvolvimento histórico dessa atividade.

Os conteúdos matemáticos, por muitas vezes, são vistos de forma isolada e os alunos não desenvolvem uma compreensão global dos temas estudados. Tanto Brozelli (1991) como Miguel (1997) argumentam sobre o valor da história da matemática como unificador de vários campos da matemática. Ainda, segundo Miguel (1997), os alunos podem perceber a relação entre a matemática e outros campos como religião, filosofia, biologia entre outros, e auxiliar na compreensão da matemática como criação humana e em pleno desenvolvimento.

Conforme os autores citados, a história da matemática pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem e possui várias potencialidades pedagógicas.

O ensino tradicional de matemática, baseado na repetição e memorização dos conceitos, tem-se mostrado insuficiente para uma aprendizagem significativa. No decorrer das aulas de matemática, é comum o professor identificar alunos que estão desinteressados e desmotivados, pois estes acham difícil a compreensão do conteúdo (PONTES, 1994). Este problema é igualmente apontado por Waiandt Schwartz de Carvalho Faria & Maltempi (2020, p. 2) que ressaltam o modelo:

[...] sequência definição → exemplos → exercícios tem tido lugar de destaque na matemática escolar. Abordamos que, historicamente, a memorização tem sido valorizada na educação brasileira e tem roubado do raciocínio o papel de protagonista. Especificamente na matemática escolar, a memorização de regras e técnicas tem acarretado consequências à aprendizagem matemática de nossos alunos.

Conforme Brozelli (1991), a lacuna entre a matemática desenvolvida ao longo da história e a matemática atual ensinada nas escolas reforça a ideia de que a mesma é uma ciência pronta e acabada, imutável. Porém, assim como nas outras ciências, o conhecimento matemático está em constante evolução e com a história da matemática podemos apresentar “uma Matemática viva, em progresso, ou seja, em construção, surge aos olhos dos alunos quando se recorre à História da Matemática” (BROZELLI, 1991, p. 1).

A primeira competência específica da matemática para o Ensino Fundamental formulada na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em conformidade com (BROZELLI, 1991), reconhece a matemática como uma ciência viva e humana (BRASIL, 2018). Neste documento é ressaltado, também, a importância da inclusão da história da matemática como recurso didático que

[...] pode despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos. (BRASIL, 2018, p. 298).

Assim sendo, conseguimos perceber que o quadro de insucesso no ensino da matemática demanda respostas pedagógicas diferenciadas para despertar o interesse dos alunos e oportunizar uma aprendizagem matemática efetiva (PONTES, 1994; FAINGUELERNT, 2003).

Nesse sentido, esse trabalho busca responder à seguinte questão de pesquisa:

Que contribuições a utilização da história da matemática, a partir da fonte primária Liber Abaci de Leonardo Fibonacci, organizada em uma Unidade Básica de Problematização (UBP), pode trazer à aprendizagem dos alunos do ensino médio numa perspectiva cultural?

O trabalho justifica-se pela importância em estudar os “argumentos reforçadores e questionadores” (MIGUEL, 1997) em prol da utilização da história da matemática em sala de aula como alternativa para um ensino significativo.

Portanto, os objetivos da pesquisa dialogam com a proposta da dissertação como apresentado a seguir.

Objetivo geral:

- Analisar as potencialidades pedagógicas da história da matemática, utilizando a fonte primária Liber Abaci de Leonardo Fibonacci, a partir da organização das Unidades Básicas de Problematização (UBP), com estudantes do Ensino Médio.

Objetivos específicos:

- Desenvolver oficinas pedagógicas fundamentadas no modelo de Unidade Básica de Problematização (UBP) e nas seis atividades matemáticas universais apontadas por Bishop;
- Auxiliar a apropriação com compreensão dos objetos matemáticos pelos alunos;
- Desenvolver a concepção epistemológica histórico-cultural da matemática.

A seção de referencial teórico desta dissertação busca apresentar os principais conceitos da Enculturação Matemática e sua relação com as potencialidades da História da Matemática como recurso didático. Serão discutidos autores que dialogam sobre a importância da história da matemática como ferramenta pedagógica e suas contribuições para o ensino e aprendizagem de matemática.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Esta pesquisa apoia-se em dois pilares teóricos que serão explorados nesta seção: (i) a enculturação matemática (BISHOP, 1991; MOREIRA, 2017) como abordagem pedagógica e, (ii) a utilização da história da matemática como recurso didático (BROLEZZI, 1991; CHAQUIAM, 2017; D'AMBROSIO, 2013; MENDES & DA SILVA, 2017; MIGUEL, 1997).

2.1 Enculturação matemática

Bishop (1991) faz uma crítica contundente ao ensino tradicional da matemática vivenciado na maioria das escolas em todo o mundo. Seguindo uma cartilha que apregoa um tratamento impessoal e homogêneo, nesta forma de ensino, as individualidades dos alunos não são levadas em conta e, ainda, todos os alunos devem aprender a mesma matemática, no mesmo tempo e na mesma profundidade. Desta forma, o currículo escolar é orientado para as técnicas e voltado para aqueles que seguirão carreiras da área das ciências exatas, ou seja, não alcança todos os alunos, portanto é elitista e excludente.

Bishop (1991, 1999) propõe, assim, a abordagem cultural para o ensino da matemática, denominada de Enculturação Matemática, entendida como o processo de apropriação pelos alunos dos objetos matemáticos construídos ao longo da história humana. É um processo intencional, pessoal, em que cada aluno constrói seu significado do conteúdo estudado de modo interpessoal, estreitando os laços entre várias pessoas que partilham a cultura matemática. Segundo Moreira (2017, p. 21) “é um processo pessoal de re-criação dos objetos matemáticos que tem como principal objetivo o desenvolvimento de cada aluno.”.

Um conceito matemático é construído pelo estudante a partir de conexões estabelecidas entre os significados pré-existentes, o conhecimento escolar e o conhecimento adquirido fora do ambiente institucional. É necessário “valorizar as experiências matemáticas que os alunos trazem para a escola e dar a eles a oportunidade de estabelecerem conexões entre o aprendizado escolar e a vida social” (MOREIRA, 2017, p. 25).

Bishop (1991) concebe a matemática como uma ciência pan-cultural¹ presente na história das diversas civilizações. Assim, o autor defende o ensino a partir de uma perspectiva cultural, considerando a matemática como um conhecimento gerado historicamente, ou seja, com origem em diferentes culturas e épocas, segundo as diferentes necessidades dos povos. Com isso, cada cultura em diferentes contextos produziu matemáticas diversas com características próprias. Porém, segundo Bishop (1991), a matemática que hoje ensinamos nas escolas possui uma raiz em comum

¹ O prefixo ‘pan’ de origem grega tem o significado de ‘totalidade’.

que são as seis atividades universais presentes nas diferentes culturas: localizar, desenhar, explicar, contar, medir e jogar.

A atividade 'localizar' trata da relação do homem com o mundo espacial estruturado e, também envolve a exploração de ambientes espaciais e a simbolização desses ambientes (BISHOP, 1991, 1999). As habilidades desenvolvidas pela atividade 'desenhar' incluem a visualização e a imaginação, que consiste em analisar as propriedades como as diferentes formas são construídas e investigar como se relacionam. A necessidade de encontrar diferentes maneiras de elucidar os fenômenos e compreender o mundo, torna a atividade 'explicar' essencial, principalmente, para o desenvolvimento do raciocínio lógico e do discurso.

O desenvolvimento complexo das diferentes sociedades, impulsionou a criação dos diversos sistemas numéricos, com a necessidade de comparar e ordenar fenômenos discretos, portanto, a importância da atividade 'contar' para o conhecimento matemático. Além disso, surge a necessidade de estimar e aproximar, as técnicas de 'medir', importantes para o desenvolvimento das civilizações (BISHOP, 1991, 1999). Segundo Bishop, jogos (atividade 'jogar') envolvendo enigmas, paradoxos lógicos e outros que envolvem a natureza matemática são importantes para o pensamento estratégico, suposição e planejamento.

Bishop (1991) aponta cinco níveis de apropriação social da matemática: (i) cultural, um fenômeno presente nas diversas civilizações, (ii) social, resultante de forças políticas e ideológicas nas diferentes sociedades, (iii) institucional, presente nas diferentes instituições e currículos, (iv) pedagógico, matemática praticada em sala de aula e (v) individual, na sua perspectiva pessoal. Estes níveis de apropriação não são excludentes, pelo contrário, se entrelaçam na construção e compreensão do conhecimento matemático.

Esse trabalho busca explorar a Enculturação Matemática como uma abordagem para tornar o ensino de matemática mais inclusivo e adequado às necessidades e as individualidades dos alunos. As oficinas pedagógicas propostas possuem uma perspectiva histórico-cultural, buscando conectar os conceitos matemáticos estudados à sua origem e desenvolvimento ao longo da história. Além disso, a proposta é enculturadora, uma vez que os alunos são incentivados a se apropriarem dos conceitos matemáticos a partir da sua relação com a cultura em que

estão inseridos. Essa abordagem pode contribuir para tornar a matemática mais significativa e acessível para os alunos.

2.2 História da matemática como recurso didático

Ao longo da história, a matemática se apresenta, em diferentes sociedades, conforme as necessidades das distintas culturas. Segundo D'Ambrósio (2013, p. 14), “o que chamamos de Matemática é uma resposta à busca de sobrevivência e de transcendência, acumulada e transmitida ao longo de gerações, desde a pré-história.” Na busca da sobrevivência, se desenvolvem ferramentas para lidar com o presente, com problemas atuais.

Por exemplo, as primeiras atividades agrícolas foram iniciadas há aproximadamente 10 mil anos (revolução agrícola). Com o aumento da população, tornou-se necessária a criação de ferramentas intelectuais para o plantio, colheita e armazenamento. Por isso, as noções matemáticas de espaço e tempo são tão importantes e, conforme D'Ambrosio (2013, p. 21), “faz-se necessário saber onde [espaço] e quando [tempo] plantar, colher e armazenar”.

Na busca da transcendência, “se desenvolvem meios para explicar fatos e fenômenos, a percepção e o encadeamento de passado, presente e futuro.” (D'AMBROSIO, 2013, p. 15). Por exemplo, Launay (2019), no primeiro capítulo, chamado “Matemáticos sem sabê-lo”, do seu livro “A fascinante história da Matemática”, toma como ponto de partida a Região Mesopotâmica de 8000 a.C. Na obra é relatado que, no departamento de Antiguidades, no museu do Louvre, na França, o foco são os frisos traçados nas bordas dos vasos. O autor consegue identificar, nos frisos, simetrias, rotações e translações. No entanto, estas transformações geométricas só foram formalizadas muito mais tarde, durante o período do Renascimento.

Assim, segundo D'Ambrosio (2009, p.19), uma das finalidades da história da matemática é “[...] situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução”.

Além disso, D'Ambrosio (2009) afirma que a história da matemática pode mostrar ao aluno que a matemática escolar é uma das várias formas das matemáticas. Salienta ainda que a matemática atual passou por um processo para se organizar como um corpo de conhecimento,

[...] para destacar que essa Matemática teve sua origem nas culturas da Antiguidade Mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média, e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio. (D'AMBROSIO, 2008, p. 19)

D'Ambrosio (2009, p. 19) ressalta, ainda, mais duas potencialidades para a história da matemática: (i) saber que a matemática foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas, e tornou-se indispensável para o desenvolvimento econômico, tecnológico e científico; (ii) avaliar as consequências sociais, políticas e culturais dessa incorporação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apresentam a história da matemática como um dos caminhos para se fazer matemática em sala de aula, “mediante um processo de transposição didática e juntamente com outros recursos didáticos e metodológicos, pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem em Matemática.” (BRASIL, 1997, p. 34). O recurso à história da matemática torna-se positivo, segundo os PCN's (1997, p. 34), ao apresentar a Matemática como criação humana e

[...] ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor tem a possibilidade de desenvolver atitudes e valores mais favoráveis do aluno diante do conhecimento matemático.

De igual modo, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) defende a importância da inclusão da história da matemática como recurso didático em sala de aula para

[...] despertar interesse e representar um contexto significativo para aprender e ensinar Matemática. Entretanto, esses recursos e materiais precisam estar integrados a situações que propiciem a reflexão, contribuindo para a sistematização e a formalização dos conceitos matemáticos.” (BRASIL, p. 298)

Em concordância com esses autores, Miguel (1997) apresenta argumentos que reforçam as potencialidades pedagógicas da história da matemática, a partir de leituras e análises dos trabalhos com essa temática. Segundo Miguel (1997, p. 75), a história da matemática pode ser uma fonte de motivação para o processo de ensino e aprendizagem pois “o conhecimento histórico dos processos matemáticos despertaria o interesse do aluno pelo conteúdo que está sendo ensinado.”. Apesar disso, Miguel (1997) confronta esse argumento com o suposto potencial automotivador da História já que os professores desta disciplina (História) atestam o desinteresse dos alunos por este campo do saber.

Os conteúdos matemáticos, por muitas vezes, são vistos de forma isolada e os alunos devem ter compreensão global destes conteúdos. Tanto Brozelli (1991) como Miguel (1997) argumentam sobre o valor da história da matemática como unificador de vários campos da matemática.

Para Dias et al. (2016), a história da matemática como recurso didático, através das oficinas pedagógicas, é um instrumento valioso para percepção da importância do tema trabalhado, uma experiência positiva e proveitosa para os alunos, capaz de estimular curiosidades e contribuir para que a matemática seja vista com um olhar diferente.

Segundo Miguel (1997), a história da matemática possibilita a promoção do pensamento independente e crítico, e, em conformidade com esta ideia, os PCN's (p. 34) mencionam que o recurso à história

[...] pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.

Segundo Miguel (1997), com base em Gerdes (1991), a história da matemática possibilita o resgate da identidade cultural considerando que a matemática apresentada pelo colonizador a concebe como criação do homem branco e a matemática dos povos colonizados são negadas ou reduzidas às memorizações mecânicas.

Ainda, segundo Miguel (1997), a história da matemática pode auxiliar na escolha de métodos pedagógicos mais adequados para o ensino da matemática. De

forma convergente, Brozelli (1991, p. 65) concebe a história da matemática “não como mero acessório didático, mas como verdadeiro definidor de estratégias pedagógicas.”

Assim sendo, utilizar a histórica da matemática pode auxiliar na assimilação dos conceitos e promover uma aprendizagem significativa e compreensiva da matemática (BROZELLI, 1991; MIGUEL, 1997) além de possibilitar a promoção do pensamento independente e crítico (MIGUEL, 1997).

A próxima seção é uma revisão de literatura dos possíveis caminhos e lacunas dos trabalhos voltados para as potencialidades da história da matemática.

3 REVISÃO DE LITERATURA

Esta seção² tem como objetivo mapear as tendências e lacunas dos trabalhos publicados com propostas ou relatos de experiências no que tange à história da matemática como recurso didático.

Conforme o objetivo estabelecido, a proposta consiste em descrever e analisar os trabalhos selecionados por meio de um levantamento bibliográfico, visto que esse método favorece “[...] a organização que mostre a integração e a configuração emergentes, as diferentes perspectivas investigadas, os estudos recorrentes, as lacunas e as contradições” (ROMANOWSKI; ENS, 2006, p. 40).

Os dados apresentados nesta seção foram obtidos a partir de três fontes: (i) artigos publicados na Plataforma da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), (ii) uma dissertação de mestrado profissional e, por último, (iii) artigos publicados nos Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM).

Nesta seção, serão apresentados os pressupostos que direcionam esse trabalho, o processo de seleção dos artigos e da dissertação, bem como a descrição e análise dos textos escolhidos. Com isso, pretendemos identificar os possíveis caminhos e tendências que os trabalhos selecionados apontam em relação ao uso da

² Fruto da disciplina FIF 801 – Tendências no pensamento educacional em Ciências e Matemática do Mestrado Profissional em Educação em Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Viçosa.

História da Matemática como recurso didático, bem como, identificar as lacunas existentes.

Com o objetivo de estabelecer e descrever um levantamento bibliográfico sobre a história da matemática como recurso didático, este estudo, quanto à abordagem metodológica, caracteriza-se como descritivo e analítico e, quanto aos procedimentos, caracteriza-se como levantamento bibliográfico.

Para a realização da seleção dos artigos, seguimos os procedimentos propostos pelas autoras Romanowski (2002) e Romanowski e Ens (2006), quais sejam:

Definição dos descritores para direcionar as buscas a serem realizadas;

- Localização dos bancos de pesquisas, teses e dissertações, catálogos e acervos de bibliotecas, biblioteca eletrônica que possam proporcionar acesso a coleções de periódicos, assim como aos textos completos dos artigos;
- Estabelecimento de critérios para a seleção do material que compõe o corpus do estado da arte;
- Levantamento de teses e dissertações catalogadas;
- Coleta do material de pesquisa, selecionado junto às bibliotecas de sistema COMUT ou disponibilizados eletronicamente;
- Leitura das publicações com elaboração de síntese preliminar, considerando o tema, os objetivos, as problemáticas, metodologias, conclusões, e a relação entre o pesquisador e a área;
- Organização do relatório do estudo compondo a sistematização das sínteses, identificando as tendências dos temas abordados e as relações indicadas nas teses e dissertações;
- Análise e elaboração das conclusões preliminares.

A plataforma escolhida para o levantamento dos artigos foi a Plataforma CAPES³. No campo “busca avançada”, selecionamos os campos “no assunto”, “é (exato)” e o termo “História da Matemática”, com a intenção de encontrar tendências e lacunas dos trabalhos mais recentes sobre a História da Matemática como recurso

³ Pesquisa realizada em Junho de 2021: <https://www-periodicos-capes-gov-br.ez1.periodicos.capes.gov.br/index.php>

didático. O recorte temporal adotado foram trabalhos do período 2015/2021 e o campo “tipo de material” foi selecionado “artigos”. Com esse primeiro refinamento, foram encontrados 169 trabalhos envolvendo o descritor “História da Matemática”. Para o estabelecimento do corpus da pesquisa, após a leitura dos resumos, foram selecionados 13 artigos com relatos de experiências ou propostas de atividades envolvendo a História da Matemática como abordagem de ensino.

Escolhemos, também, analisar a dissertação intitulada *Os “Elementos” de Euclides visitam o Ensino Fundamental: análise de tarefas matemáticas pautadas na história da Matemática e desenvolvidas no software Geogebra*, da autora Thais Maria Barbosa Goulart, fruto do Mestrado Profissional do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Ouro Preto (defendida em 2020). Essa investigação dialoga com a minha pesquisa de mestrado que tem como foco a utilização da história da matemática como recurso didático e o uso de fontes primárias, de modo que foi a dissertação escolhida para compor esse levantamento bibliográfico.

No que se refere aos artigos publicados em anais de eventos, escolhi o XIII Encontro Nacional de Educação Matemática (XIII ENEM 2019)⁴ realizado em Cuiabá, Mato Grosso. Os trabalhos foram divididos em eixos⁵ e, em cada eixo, sistematizados em subeixos. O subeixo escolhido para o levantamento dos artigos nos anais do referido congresso foi o subeixo 18 - História da Matemática no processo de ensino e de aprendizagem -, visto que, dialoga com a proposta dessa pesquisa por conter trabalhos centrados na discussão da história da matemática como tema de investigação. O referido subeixo possui 39 trabalhos, destes fizemos um novo refinamento buscando trabalhos com relatos de práticas pedagógicas ou voltados para sala de aula da Educação Básica, obtendo, portanto, 11 trabalhos.

Após a coleta do material e a leitura dos resumos, os trabalhos foram analisados com o objetivo de mapear possíveis caminhos para o uso da história da matemática como estratégia de ensino, bem como encontrar tendências e lacunas em relação a essa temática, as quais descrevo nas subseções seguintes.

⁴ O XIII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática foi um evento organizado pela SBEM (Sociedade Brasileira de Educação Matemática) e coordenado pela diretoria regional da SBEM/MT. Disponível em: <https://www.sbemmatogrosso.com.br/eventos/index.php/enem/2019/about/contact>

⁵ Eixo 1: Práticas Escolares, Eixo 2: Pesquisa em Educação Matemática e Eixo 3: Formação de professores.

Artigos publicados na Plataforma CAPES

Após a seleção dos treze artigos em periódicos na Plataforma CAPES, foi construído o quadro 1 com as informações relevantes.

Quadro 1: Descrição dos artigos selecionados.

TÍTULO DO TRABALHO	AUTORES	ANO
Estudando equação do 1º grau por meio do uso de fontes históricas: o Papiro de Rhind.	Isabelle Coelho da Silva; Josenildo Silva do Nascimento; Ana Carolina Costa Pereira.	2015
Vamos aprender trigonometria? uma experiência com alunas no ensino médio utilizando a balestilha.	Antonia Naiara de Sousa Batista; Ana Carolina Costa Pereira.	2016
Um estudo sobre a inserção das práticas matemáticas históricas por meio de UBP no ensino de matemática.	Marina Oliveira Tavares; Ana Carolina Costa Pereira.	2016
História da Matemática e atividades com o teodolito: contribuições do PIDID/UVA para aprendizagem da trigonometria.	Maria Mailâne Vieira da Silva; Deisiane Linhares Lima, Maria José Araújo Souza.	2017
Uma abordagem histórica de matrizes para o uso em sala de aula.	Lucas Antônio Mendes de Lima; Mayara Gabriella Grangeiro Pereira; Miguel Chaquiam.	2018
O ensino de sequências numéricas por meio dos números triangulares utilizando a História da Matemática.	Thalya Cristiny De Sousa Masseno; Ana Carolina Costa Pereira.	2020
Sequência Fedathi e o Papiro de Rhind: o caso do problema 79.	Carlos Henrique Delmiro de Araújo; Daniel Brandão Menezes; Hermínio Borges Neto.	2020
Um estudo acerca da potencialidade significativa de um material de ensino sobre circunferência e círculo.	Maria Aparecida da Silva Rufino; José Roberto da Silva.	2020
Episódios históricos potencialmente ricos para atividades de ensino e aprendizagem em Matemática.	Rosangela Araújo da Silva; Severino Carlos Gomes; Bernadete Morey.	2020
A utilização da História da Matemática como alternativa metodológica de ensino de geometria plana, área e perímetro.	Bruno Rodrigues Costa; Selma Machado; Alessandra Quaresma.	2020
Método alternativo de multiplicação chinês: uma proposta metodológica para o ensino das matemáticas.	Patricia Alves da Silva; Brenda Maria Vieira Gonçalves; Mikaelle Barbosa Cardoso.	2020
Reflexões acerca do ensino da análise combinatória no ensino médio.	Antonio Carlos Bastos; Jurema Rosa Lopes; Eline das Flores Vicer.	2020
Uma sequência didática para o ensino do teorema de Pitágoras a partir de construções geométricas.	Bruna Maria Vieira Gonçalves; Mikaelle Barboza Cardoso; Jane Bezerra de Moraes.	2021

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Vale ressaltar que o recorte temporal, 2015/2021, visou encontrar tendências e lacunas atuais dos trabalhos envolvendo história da matemática como recurso didático. Dos treze artigos em periódicos selecionados, sete foram publicados em 2020.

É importante destacar que a maioria dos trabalhos (11 artigos) publicados são da Revista Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM)⁶. Esse periódico possui como foco a pesquisa em história da matemática e sua relação com a Educação Matemática. Os outros dois trabalhos foram publicados na Revista de Matemática, Ensino e Cultura (REMATEC) e na Revista de Ensino Ciências e Matemática (REnCiMa).

Dissertação selecionada

A dissertação *“Os “Elementos” de Euclides visitam o Ensino Fundamental: análise de tarefas matemáticas pautadas na história da Matemática e desenvolvidas no software Geogebra”*⁷(GOULART, 2020), teve como objetivo investigar as possíveis contribuições da história da matemática aliada ao GeoGebra para a aprendizagem de tópicos de Geometria Plana. A dissertação é norteada pela seguinte questão de pesquisa: *“como tarefas matemáticas construídas a partir dos “Elementos” de Euclides e de sua história, e desenvolvidas no ambiente GeoGebra, podem contribuir para a compreensão de noções de Geometria plana em uma classe do 8º ano do Ensino Fundamental?*

A pesquisa provocou muitas reflexões sobre a prática docente da autora e sobre sua visão em relação à matemática. A elaboração de tarefas permitiu um aprendizado sobre preparação, planejamento e conduta em sala de aula. Em relação aos tópicos de Geometria, as tarefas matemáticas contribuíram para compreensão dos entes primitivos (ponto, reta, plano) como base para as construções geométricas e a construção do quadrado e do triângulo, conforme apresentado em "Elementos". Além disso, a verificação de propriedades dos triângulos e do quadrado a partir da

⁶ O Boletim Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM) é uma publicação da Universidade Estadual do Ceará (UECE) e do Grupo de Pesquisa em Educação e História da Matemática (GPEHM) elaborado por discentes, docentes e pesquisadores. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/about>

⁷ Software de matemática dinâmica.

manipulação dessas figuras. Segundo a autora, a História da Matemática favoreceu uma aproximação dos alunos à visão dos processos de construção de conceitos matemáticos como práticas sociais.

O produto educacional se materializou na elaboração de dois livros. No primeiro, a autora destaca as tarefas realizadas em sala de aula e, no segundo, as tarefas que buscaram articular a história da matemática com o *software* GeoGebra voltado para os professores que ensinam matemática, apresentando as tarefas aplicadas, discutindo-as e fundamentando-as teoricamente.

Artigos publicados nos Anais do XIII ENEM

Após a escolha do XII Encontro Nacional de Educação Matemática como base de dados para o levantamento dos artigos publicados em anais de eventos, foram selecionados trabalhos que apresentassem propostas metodológicas ou relatos de experiência com a história da matemática, nos anos finais do Ensino Fundamental ou Ensino Médio. O quadro 2 apresenta a relação dos trabalhos selecionados.

Quadro 2: Descrição dos anais de congressos selecionados

TÍTULO DO TRABALHO	AUTORES
(Re) construindo a álgebra por meio da História da Matemática.	Clístenes Lopes da Cunha; Yara Patrícia Barral de Queiroz Guimaraes; Fernanda Aparecida Ferreira; Gilmer Jacinto Peres.
O método da falsa posição no ensino de equação do 1º grau numa intervenção didática através da História da Matemática.	Jamerson Fernando Confort Martins
A proposta da eletiva de uma escola de tempo integral: história, matemática e tecnologia.	Célio Moacir dos Santos; Gisele Xavier Malheiros.
O que fazer com as proposições para aguçar os jovens.	Frederico J. A Lopes
História da Matemática no Ensino Fundamental: a multiplicação chinesa como alternativa de trabalho em aritmética.	Ivan Álvaro dos Santos
Articulando passado e presente nas aulas de Matemática do 8º ano do Ensino Fundamental: análise de um estudo piloto.	Thais Maria Barbosa Goulart; Ana Cristina Ferreira; Jorge Luís Costa.

Avaliação do nível de interesse dos alunos quando a História da Matemática é inserida no conteúdo do 1º ano do ensino médio.	João Joaquim da Silva Neto; Márcia Silveira Lemos; Gabriel Eduardo Carvalho dos Santos; Thaís Miranda dos Santos.
Dispositivos aritméticos históricos na aprendizagem de multiplicação e divisão.	Victor César Scerni Santos; Lucas Benjamin Barbosa Souza; Miguel Chaquiam.
História da Matemática e Etnomatemática: articulações possíveis para uma proposta de ensino.	Juliana Batista Pereira dos Santos; Isabel Cristina Machado de Lara.
Números triangulares e quadrangulares: interligando Aritmética, Álgebra e Geometria por meio de uma abordagem histórica no ensino de progressão aritmética.	Ana Carolina Serra Ribeiro; Josiliane Santos do Rosário; Xayenne Freitas Batista Ramos; Lívia Azelman de Faria Abreu.
Uma possibilidade de trabalho em sala de aula com instrumentos matemáticos do tratado tectonicon.	Ana Rebeca Miranda Castillo; Regina Thaíse F. Bento; Roseli Alves de Moura.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

No próximo subtópico, com base na leitura e análise dos 25 trabalhos selecionados (13 artigos em periódicos, 1 dissertação de mestrado e 11 trabalhos publicados nos anais do XIII ENEM), descrevo as tendências e lacunas encontradas.

Caminhos possíveis e questionamentos

Em primeiro lugar, vale evidenciar, a distribuição geográfica dos trabalhos selecionados. Foi possível notar que a maior concentração (48%) dos trabalhos selecionados está localizada na Região Nordeste com 12 trabalhos. Do total, 11 são artigos publicados em periódicos e 10 foram publicados na Revista Cearense de Educação e História da Matemática (BOCEHM). A figura 1 ilustra a distribuição dos trabalhos no território brasileiro.

Figura 1: Distribuição geográfica dos trabalhos selecionados.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Em relação à etapa de escolaridade, os trabalhos foram divididos de forma equilibrada entre os anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, respectivamente, 10 e 11 trabalhos e, 4 não especificaram o nível de ensino. O quadro 3 apresenta essa distribuição completa.

Quadro 3: Distribuição dos trabalhos por nível de ensino.

Etapa de escolaridade	Ensino Fundamental	Ensino Médio	Não Especificado
Artigos em periódicos	5	6	2
Anais XIII ENEM	4	5	2
Dissertação de mestrado	1	0	0
Total	10	11	4

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) apresenta cinco unidades temáticas que compõe a Matemática; são elas: (i) Números, com o objetivo de desenvolver o pensamento numérico, (ii) Álgebra, essencial para o desenvolvimento

do pensamento algébrico, para compreensão e utilização de modelos matemáticos, (iii) Geometria, envolve o estudo de conceitos e procedimentos necessários para resolver problemas do mundo físico, (iv) Grandezas e Medidas, o estudo das relações métricas e (v) Probabilidade e Estatística, com o objetivo de estudar a incerteza e o tratamento de dados. Com base nesta classificação, apresentamos, no quadro a seguir, a distribuição dos trabalhos selecionados.

Quadro 4: Distribuição dos trabalhos por unidades temáticas

Tipo de trabalho	Números	Álgebra	Geometria	Grandezas e Medidas	Probabilidade e Estatística	Não especificado
Artigos publicados em periódicos	3	2	4	2	1	1
Artigos publicados em anais	5	3	1	1	-	1
Dissertação de mestrado	-	-	1	-	-	-
Total	8	5	6	3	1	2

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Nesta pesquisa, os trabalhos selecionados apontam para uma tendência para as unidades temáticas de Números, com 8 trabalhos, seguida pela Geometria, com 6 trabalhos. Todavia, uma lacuna apresentada são trabalhos referentes à Probabilidade e Estatística, apenas 1 artigo publicado.

Os artigos de Silva, Nascimento e Pereira (2015) e de Araújo, Menezes e Neto (2020) bem como os trabalhos em Anais do XIII ENEM de Cunha, Guimaraes, Ferreira e Peres (2019) e de Martins (2019) se destacam no âmbito dos Números e da Álgebra, com trabalhos envolvendo o Papiro de Rhind⁸ e o Egito Antigo. No campo dos Números, os trabalhos de Santos (2019) e de Silva, Gonçalves e Cardoso (2020) direcionam a pesquisa para a civilização chinesa com o método de multiplicação.

⁸ O Papiro de Rhind, ou Ahmes, foi escrito aproximadamente, em 1620 a.E.C. [a.C] (ARAÚJO; MENEZES; NETO, 2020, p.43).

Segundo Santos (2019, p. 1), “o estudo da história da Matemática indica que cada civilização, em dado momento histórico e localização geográfica, criou sua própria Matemática”.

Além disso, os trabalhos em anais de congresso de Lopes (2019) e de Santos e Lara (2019) buscam articular a História da Matemática e a Etnomatemática. Segundo D’Ambrósio (2009, p. 19), isso ocorre “[...] para situar a Matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução”.

O método da falsa posição, ligado aos primeiros indícios de resolução da equação de 1º grau possibilita uma abordagem diferente das propostas utilizadas pelos professores. Esse conceito faz parte dos trabalhos de Silva, Nascimento e Pereira (2015) e de Martins (2019). Acrescente-se que, a História da Matemática pode auxiliar na escolha dos métodos pedagógicos (MIGUEL, 1997) e, conforme Brozelli (1991), é um verdadeiro definidor de estratégias pedagógicas.

Com efeito, a partir da pesquisa descritiva e bibliográfica, os trabalhos de Masseno e Pereira (2020) e de Gonçalves, Cardoso e Moraes (2021) desenvolveram propostas de atividades didáticas envolvendo a história da matemática, respectivamente, com sequências numéricas e o uso de régua e compasso, a partir de buscas na Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações, BDTD, com o Teorema de Pitágoras.

Os trabalhos em anais de congresso de Santos e Malheiros (2019) e de Goulart, Ferreira e Costa (2019), relacionam o uso da História da Matemática em sala de aula com as ferramentas tecnológicas⁹. O primeiro com gravações de vídeos de uma disciplina eletiva “Produção de vídeos: historiando a Matemática” e o segundo com manipulações geométricas no ambiente Geogebra. Segundo Goulart (2020), o GeoGebra permite a manipulação de figuras geométricas e contribui para o desenvolvimento das noções geométricas.

⁹ Entende-se como “ferramentas tecnológicas” todos os artefatos virtuais e digitais como *softwares*, aplicativos e programas criados para alguma finalidade. (GOULART, 2020, p. 41)

Além dos trabalhos citados anteriormente, utilizando o Papiro de Rhind, outras fontes primárias foram usadas. O livro *Os Elementos* de Euclides, utilizado no trabalho de Goulart, Ferreira e Costa (2019) e *Proposições para Aguçar os Jovens*, um conjunto de problemas que Alcuíno de York (730-804) ofereceu a Carlos Magno (747-814), com questões de Matemática recreativa (LOPES, 2019), foram identificados ao longo da análise. O uso de fontes primárias em sala de aula pode “[...] enriquecer o conhecimento formal e informal dos estudantes a respeito de conceitos matemáticos ao promover discussões [...] e descobertas” (GOULART, 2020, p. 20).

Segundo Saito (2016), a utilização dos instrumentos históricos são poucos explorados pelos historiadores da Matemática. Neste levantamento bibliográfico, alguns trabalhos selecionados, no âmbito das Grandezas e Medidas (CASTILLO; BENTO; MOURA, 2019; SILVA; LIMA; SOUZA, 2017; BATISTA; PEREIRA, 2016) e no âmbito dos Números, utilizando dispositivos aritméticos (SANTOS; SOUZA; CHAQUIAM, 2019) apresentaram trabalhos com instrumentos históricos, revelando uma tendência para trabalhos com história da matemática em sala de aula. Conforme Saito (2016, p. 10), é possível discutir “[...] sobre o processo da construção do conhecimento em diferentes níveis, iluminando as atuais discussões sobre o uso de diversos recursos materiais no ensino de matemática.”

Além dos caminhos apresentados, esta pesquisa aponta algumas lacunas dentro dos trabalhos selecionados. No total, 25 trabalhos foram selecionados para compor o corpus de dados desta pesquisa e apenas Bastos, Lopes e Victor (2020) trazem como unidade temática a probabilidade e estatística, campo pouco explorado dentro dos trabalhos selecionados.

Além disso, outra lacuna apresentada refere-se à limitação dos resumos, pois possuem representações e formas diferentes para cada autor e, na sua grande maioria, não apresentam as metodologias utilizadas e os referenciais teóricos.

4. LIBER ABACI DE LEONARDO FIBONACCI

Leonardo Pisano, conhecido popularmente como Fibonacci, nasceu em Pisa, Itália, em 1170 e viveu por 70 anos até o ano de 1240. O nome de seu pai era Bonacci, então, filho de Bonacci, torna-se Fibonacci.

Bonacci trabalhava como funcionário público para os mercadores de Pisa, principalmente, em Bugia, cidade portuária no litoral da Argélia. O pai levava Fibonacci para as suas viagens e, assim, recebeu instrução, inicialmente em Bugia e, posteriormente, no Egito, Síria, Grécia, Sicília e Provence. Fibonacci apropria-se das matemáticas dos lugares que viajou recebendo forte influência árabe. Tornou-se especialista no livro *Os Elementos* de Euclides, no método lógico-dedutivo com axiomas, definições, teoremas e provas da matemática grega, bem como no procedimento algébrico de Al-Khwarizmi. É conhecido como um dos maiores matemáticos da Idade Média e fez parte da corte acadêmica do Imperador Frederico II do Sacro Império Romano-germânico (século XIII).

Em 1202, Fibonacci, com o propósito de apresentar e difundir os algarismos indo-arábicos e as suas operações, publica a primeira versão do seu livro *Liber Abaci*. Uma segunda versão, após revisão, foi publicada em 1228. Além da apresentação e popularização do sistema numérico hindu e seus algoritmos, o *Liber Abaci* é uma obra enciclopédica que trata da matemática conhecida no século XIII sobre aritmética, álgebra e resolução de problemas.

O livro possui quinze capítulos, organizado em três partes: (i) os capítulos 1 a 7 são destinados à apresentação dos algarismos indo-arábicos e suas operações, (ii) os capítulos 8 a 11 são relacionados a problemas envolvendo a matemática comercial da época e, (iii) os capítulos 12 a 15 são baseados em resoluções de problemas diversos.

Um dos problemas mais conhecidos, o problema 18 do *Liber Abaci*, está descrito no capítulo 12. Formula a seguinte questão:

Quantos pares de coelhos são gerados por um par de coelhos em um ano?

Fibonacci apresenta o seguinte contexto para o problema: "[...] um certo homem possui um par de coelhos juntos em um certo ambiente fechado, e um dos seus desejos é saber quantos pares de coelhos são gerados, a partir do primeiro par até o final do ano."

Vale ressaltar algumas condições estabelecidas para esse problema:

- Os coelhos atingem a maturação sexual após um período de um mês, quando se acasalam e ao final do segundo mês a fêmea tem como cria outro casal de coelhos;
- Em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal de coelhos dá origem a um novo casal de coelhos;
- Nenhum coelho morre.

Este problema é o tema que fundamenta a construção da UBP Fibonacci que constitui a base metodológica deste trabalho.

5. METODOLOGIA

Este trabalho foi realizado em uma Escola Pública de Minas Gerais, no Município de Viçosa, com alunos do terceiro ano do Ensino Médio, durante o horário da aula de Matemática, e sem atribuição de notas. O pesquisador era professor de matemática da turma. A participação dos estudantes na pesquisa foi voluntária.

Foram realizadas duas oficinas pedagógicas com atividades propostas utilizando o documento histórico *Liber Abaci* de Leonardo Fibonacci, a partir de problematizações históricas remodeladas para o contexto dos alunos.

Esta pesquisa é de caráter qualitativo. A escolha baseou-se na relação característica deste trabalho entre o sujeito e o mundo, em outras palavras, “um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números” (PROVDANOV; FREITAS, 2013, p. 70). Conforme Bicudo (2012, p.116),

[...] o qualitativo engloba a ideia do subjetivo, passível de expor sensações e opiniões. O significado atribuído a essa concepção de pesquisa também engloba noções a respeito de percepções de diferenças e semelhanças de aspectos comparáveis de experiências...

Segundo o objetivo de analisar as potencialidades pedagógicas da história da matemática, utilizando a fonte primária *Liber Abaci* de Leonardo Fibonacci, a partir da organização das Unidades Básicas de Problematização (UBP), com estudantes do Ensino Médio, foi desenvolvida uma pesquisa exploratória, que verifica-se como caráter desse trabalho, conforme Marconi & Lakatos (2003, p. 188), na

tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno, para a realização de uma pesquisa futura mais precisa ou modificar e clarificar conceitos. Empregam-se geralmente procedimentos sistemáticos ou para a obtenção de observações empíricas ou para as análises de dados (ou ambas, simultaneamente). Obtém-se freqüentemente descrições tanto quantitativas quanto qualitativas do objeto de estudo, e o investigador deve conceituar as inter-relações entre as propriedades do fenômeno, fato ou ambiente observado.

Assim, o trabalho se organizou da seguinte forma. Em um primeiro momento foi aplicado um questionário inicial, visando analisar os conhecimentos já construídos pelos alunos sobre a história da matemática. É “imprescindível levar em conta as experiências e os conhecimentos matemáticos já vivenciados pelos alunos” (BRASIL, p. 298). Logo em seguida, foram desenvolvidas as duas oficinas pedagógicas utilizando a história da matemática como recurso didático.

Os instrumentos de coleta de dados utilizados foram: observações do pesquisador, descrições das experiências, produções dos participantes, dois questionários - questionário inicial e questionário final - e uma entrevista semiestruturada.

O Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) foi entregue e aceito por todos os participantes e esta pesquisa foi aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE 54655221.3.0000.5153).

Adotamos a análise de conteúdo nos dados desta pesquisa que, conforme Appolinário (2012, p. 165), o “produto final de uma análise desse tipo consiste na interpretação teórica das categorias que emergem do material pesquisado”.

O produto educacional derivado dessa pesquisa se materializa em um livro eletrônico sobre história da matemática como recurso pedagógico (em anexo), visando contribuir para a prática docente na matemática escolar.

Unidades Básicas de Problematização (UBP)

Esta pesquisa trabalha a história da matemática a partir das Unidades Básicas de Problematização (UBPs), pois, “os estudos apontam que a história da matemática,

combinada com outros recursos didáticos e metodológicos, pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem da Matemática” (CHAQUIAM, 2017, p. 14). Consideramos, igualmente, a proposta de enculturação de Bishop (1991) para auxiliar o aluno na apropriação dos objetos matemáticos historicamente construídos.

Assim, neste trabalho, adotamos uma perspectiva cultural para o ensino da matemática e, a utilização da história da matemática, a partir das Unidades Básicas de Problematização (UBP), como potencializadora da aprendizagem do aluno.

Segundo Moreira (2017, p. 45), a aprendizagem significativa, “só acontece com a experiência ativa do aluno no processo de apropriação dos objetos da cultura”. Tavares e Pereira (2016) identificam as Unidades Básicas de Problematização como parte do quadro de metodologias ativas. Conforme Mendes (2017, p. 10),

[...] são denominadas ativas, porque têm como princípio fundamental tomar as ações do aluno como centro da aprendizagem e a utilização da problematização como estratégia de ensino e aprendizagem, com o objetivo de alcançar e motivar o discente, pois diante do problema, ele se detém, examina, reflete, relaciona a sua história e passa a ressignificar suas descobertas.

Segundo Miguel e Mendes (2010), uma Unidade Básica de Problematização (UBP) é

[...] um flash memorialístico discursivo que descreve uma prática situada em um determinado campo da atividade humana, e na verdade teria sido usado para responder à parte necessária de uma comunidade de prática em algum ponto do desenvolvimento dessa atividade na história. (p. 386, *tradução nossa*)

A partir de um convite roteirizado de investigações em direção à problematização temática, as Unidades Básicas de Problematização direcionam desde a exploração de práticas sociais nas aulas de matemática em um sentido integrado e globalizante (MENDES, 2017).

Em geral, as UBP não são encontradas em livros didáticos ou em propostas oficiais na educação matemática escolar. Conforme Miguel e Mendes (2010),

O conjunto de UBPs é produzido com o objetivo de problematizar práticas escolares mobilizadoras da cultura matemática, contrastando-as com as formas pelas quais a cultura matemática poderia ter sido

(ou foi) mobilizada em outras atividades humanas. (p. 387, *tradução nossa*)

Por isso, muitas das UBPs não exigem, inicialmente, conhecimento aprofundado em matemática, porém, podem atingir graus elevados de profundidade, complexidade, sofisticação, sutileza e originalidade pelo seu caráter aberto e para além das fronteiras disciplinares.

Dessa forma, as UBPs, proporcionam ao aluno uma formação como cidadão crítico e agente ativo na sociedade (MENDES; SILVA, 2017) o que está em concordância com Gil e Smith (2020, p. 32),

[...] tornar-se um agente ativo do processo de construção do conhecimento, buscando por si, e com auxílio do professor (que assumiria o papel de agente facilitador do conhecimento) mecanismos para a resolução de uma determinada problemática estipulada.

A UBP é um processo interativo e colaborativo em que todos os alunos são capazes de questionamento e de responder coletivamente, conscientes que podem abrir outros caminhos para novas discussões (MIGUEL; MENDES, 2010). Em conformidade, os alunos terão a autonomia de discutir e resolver as atividades propostas, construindo assim o seu conhecimento e desenvolvendo o ato de pensar (TAVARES; PEREIRA, p. 2016).

Essas unidades possuem enfoque (in)disciplinar, termo utilizado por (MIGUEL; MENDES, 2010), no sentido de transgredir os limites da disciplina. Não estão necessariamente vinculadas a alguma disciplina específica ou pessoa indisciplinada, “mas remete a uma atividade de ensino que não se encontra presa a uma disciplina em específico, sendo ela escolar ou científica” (GIL; SMITH, 2020, p. 31).

As práticas problematizadoras (in)disciplinares estimulam a prática desestabilizadora ou a desconstrução de determinadas formas de pensar, evidenciando novas formas não vinculadas às disciplinas (MIGUEL; MENDES, 2010).

Assim, segundo Gil e Smith (2020, p. 33), “a UBP torna-se uma ferramenta articuladora de conhecimento que possibilita uma aprendizagem conectada e interligada entre eixos como ciência, cultura e sociedade.” Ademais, a conexão entre história da matemática e as Unidades Básicas de Problematização permite aos alunos ter compreensão global da matemática com outras áreas como agronomia,

agrimensura, religião e entre outras, reforçando, portanto, uma concepção da totalidade da Matemática (BROZELLI, 1991) e (MIGUEL, 1997).

Dessa maneira, as UBPs destacam as práticas de mobilizações culturais para o aluno e a associação do conhecimento matemático com as suas aplicações, em busca das razões pela qual foi criado, reforçando a ideia da matemática como criação humana.

Para a criação das sequências das Unidades Básicas de Problematização, esta pesquisa toma como base os procedimentos metodológicos adotados por Lima (2013) apoiado em Miguel e Mendes (2010). O primeiro passo é a escolha do livro que contém práticas históricas relevantes para o avanço social para as comunidades diversas, preferencialmente, de natureza (in)disciplinar; após esta escolha, é preciso iniciar a busca por evidências registradas em documentos.

O segundo passo é a leitura e tradução/interpretação das matemáticas envolvidas nas práticas. Após a identificação e análise da matemática nas práticas socioculturais com base na obtenção de êxito na realização da prática, o pesquisador deve imergir no tempo e realidade histórica em que a prática foi desenvolvida. Caso seja necessário, a tradução deve ser feita com cuidado para que não haja perda da generalidade.

O terceiro passo é a escolha da problematização apresentada no livro para que seja melhor aproveitada dentro do entendimento do pesquisador. Conforme Lima (2013, p. 19), “uma problematização que envolva aspectos sociais similares aqueles relacionados aos anseios representados pelos alunos que estarão envolvidos são bem vindos.”

O quarto passo é a materialização da problematização de forma sucinta sob a forma de texto ou vídeo. Deve incluir os aspectos construtivos de natureza empírica como suas estratégias formalizadas pelas matemáticas utilizadas; o professor deve utilizar todo o desenvolvimento teórico que seja esclarecedor para o aluno.

O quinto e último passo é a elaboração de problematizações envolvendo práticas da atualidade em que sua solução possa ser obtida com as matemáticas utilizadas nas práticas originais. A partir da problematização histórica surge a

problematização atual, dentro do contexto e levando em conta os conceitos prévios dos alunos.

6. APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS

Nesta seção, apresentamos os resultados da experiência pedagógica com o uso da UBP Fibonacci e discutimos as potencialidades desta abordagem didática.

Com o objetivo de analisar as potencialidades da história da matemática como recurso didático, foram realizadas duas oficinas, fundamentadas no modelo de Unidade Básica de Problematização (UBP), a partir do livro "Liber Abaci" de Leonardo Fibonacci: (i) Conhecendo Fibonacci e Construindo a sequência de Fibonacci; (ii) Investigando a relação entre a sequência de Fibonacci e o número de ouro.

A primeira oficina foi dividida em dois momentos e a segunda foi realizada em um único momento. As oficinas ocorreram em uma escola pública do estado de Minas Gerais, no modelo presencial de ensino. Os encontros aconteceram nos dias 15 e 16 de dezembro de 2022, respectivamente, quinta-feira e sexta-feira, durante o horário de aula dos alunos. Os alunos foram convidados a participarem das oficinas durante as aulas e, também, a partir de um grupo da turma de WhatsApp utilizado ao longo do ano.

As atividades foram programadas para um tempo de duração de 3 horas e meia, a serem realizadas das 08h00 às 11h30 nos dois dias informados. Inicialmente, cada oficina foi planejada para ocorrer em um único dia de aula. No entanto, no primeiro dia foram necessários 40 minutos para conversar com os alunos sobre as atividades e para o preenchimento do questionário inicial, por isso, não foi possível realizar toda a programação da primeira oficina neste momento. Diante disso, solicitamos que os alunos chegassem mais cedo no segundo dia, às 7h30. Após a aplicação das atividades, foi realizado um questionário final e uma entrevista com duração aproximada de 10 minutos. Inicialmente, perguntei quem estaria disposto a participar de uma entrevista após a aplicação das oficinas, apenas um aluno quis participar e foi selecionado.

No primeiro dia, iniciamos a oficina com a leitura da UBP, e, em seguida, os alunos assistiram ao documentário "A História do Número 1" do canal History Channel

na plataforma digital YouTube, com 1 hora de duração. Solicitamos, para a exibição do filme, uma sala da escola com televisão e acesso à internet.

Nas duas oficinas, utilizamos o seguinte material: quadro branco para correção ou explicação de alguma ideia ou dúvida, lápis de escrever, borracha, régua, giz de cera, celular com a funcionalidade de calculadora e pesquisas e imagens recortadas de coelhos adultos e jovens.

O trabalho foi realizado em dupla e todos os alunos foram encorajados a tirarem dúvidas e discutirem as ideias entre si.

O quadro 5, a seguir, sintetiza a organização das oficinas realizadas.

Quadro 5: Organização das oficinas.

Oficina	Nome	Temas	Objetivos	Atividades	Material utilizado
1	1º momento: <i>Conhecendo Fibonacci</i>	> História da Matemática; > Localização geográfica.	Responder o questionário inicial; Introduzir as oficinas com a leitura da UBP	- Leitura da UBP; - Assistir ao documentário “História do número 1”; - Localizar os países no globo terrestre e colorir no mapa-múndi; - Discutir e fazer as questões propostas da UBP.	- Documentário: https://youtu.be/e2CgdofUvpE - Teste google forms - Texto da UBP - Globo terrestre - Mapa-mundi.
	2º momento: <i>Construindo a sequência de Fibonacci</i>	> História da Matemática; > Sequência; > Sequência de Fibonacci.	Construir a sequência de Fibonacci; Conhecer as aplicações da sequência de Fibonacci	- Identificar uma definição de sequência num dicionário; - Construir a sequência de Fibonacci com figuras; - Pesquisar sobre as aplicações da sequência de Fibonacci.	- Imagens recortadas de coelhos adultos e coelhos jovens - Aparelho celular para pesquisas.
2	<i>Investigando a relação entre a sequência de Fibonacci e o número de ouro</i>	> Área e perímetro; > Formas geométricas (quadrado e retângulo);	Construir o retângulo e espiral de Fibonacci; Introduzir o número de ouro; Compreender a	- Construir o retângulo e espiral de Fibonacci numa malha quadriculada; - Calcular a razão do maior lado pelo menor	- Régua; - Giz de cera; - Lápis de cor; - Celular para pesquisa e calculadora.

		> Razão.	relação entre a sequência de Fibonacci e o número de ouro; Mostrar a relação entre a Matemática e a arte; Apresentar fenômenos na natureza com modelo de crescimento em espiral; Responder o questionário final.	lado de cada retângulo; - Pesquisar sobre o número de ouro; - Usar a criatividade para criar um desenho utilizando o retângulo e/ou espiral de Fibonacci; - Pesquisar sobre modelos de crescimento em espiral.	
--	--	----------	---	---	--

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

6. 1 Primeira Oficina

A primeira oficina teve como objetivo valorizar e utilizar os conhecimentos matemáticos historicamente construídos para a compreensão pelos alunos da realidade sociocultural e a leitura crítica do mundo. Foi organizada em dois momentos: (i) Conhecendo Fibonacci e, (ii) Construindo a sequência de Fibonacci.

Os participantes iniciaram as atividades com um questionário inicial composto por 21 perguntas (em anexo). O questionário inicial foi realizado por meio da plataforma Google Forms e aplicado nos primeiros 40 minutos da primeira oficina através dos aparelhos celulares de cada aluno. Para preservar o sigilo e o anonimato, os participantes foram representados apenas pela letra inicial dos seus nomes. O questionário inicial foi dividido em cinco seções: I) TA (termo de assentimento), II) Caracterização dos participantes, III) Concepção dos alunos sobre Matemática, IV) A relação dos alunos com a Matemática e V) A relação dos alunos com a História da Matemática.

Na segunda seção, reservamos espaço para caracterizar os estudantes, incluindo informações sobre idade, naturalidade e gênero. Todos os alunos são naturais de Viçosa, MG, com idade entre 17 e 19 anos. O quadro 6 a seguir apresenta as informações coletadas sobre os participantes.

Quadro 6: Informações sobre os participantes.

Estudante	Naturalidade	Idade	Gênero
K	Viçosa/ MG	17	Masculino
B	Viçosa/ MG	17	Masculino
J	Viçosa/ MG	18	Feminino
W	Viçosa/ MG	18	Masculino
A	Viçosa/ MG	19	Feminino

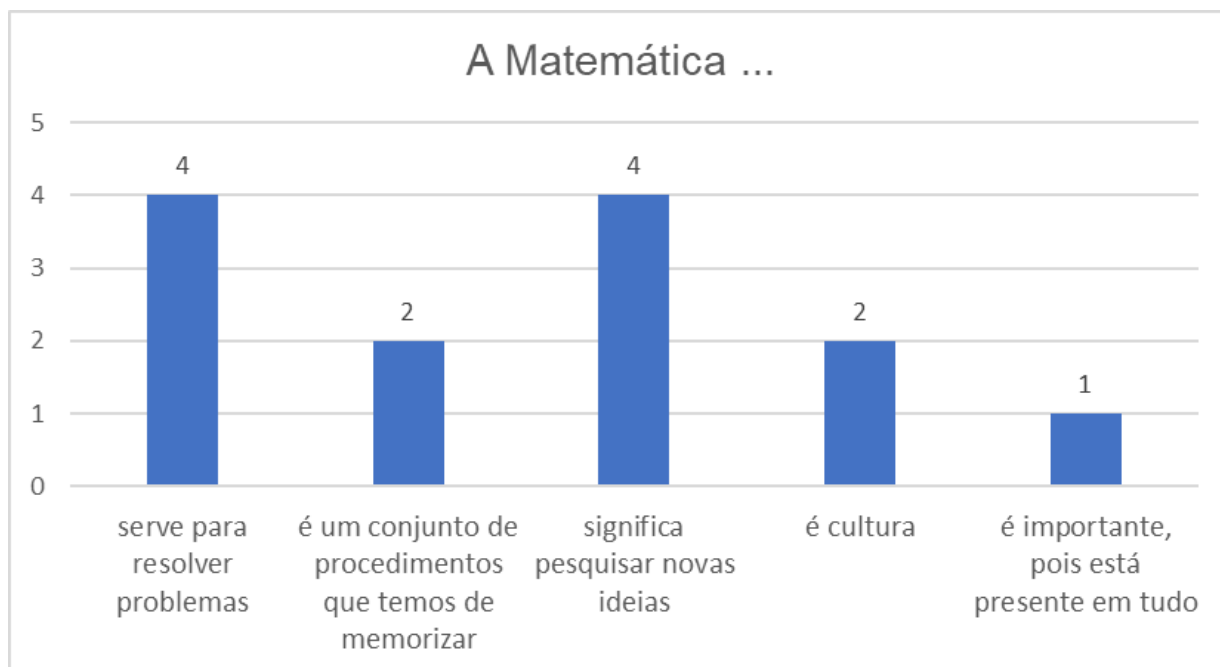
Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A terceira seção teve como objetivo entender as concepções dos alunos em relação à Matemática. Foi solicitado que completassem a frase "A Matemática..." com algumas opções de respostas prontas, como "é importante para resolver problemas",

"é um conjunto de procedimentos que precisamos memorizar", "significa pesquisar novas ideias", "é cultura" e, também, com uma opção para escrever outra resposta que desejasse. Apenas o aluno B utilizou essa opção, escrevendo "é importante, pois está presente em tudo". Os outros alunos utilizaram as respostas prontas. Vale ressaltar que todos puderam marcar mais de uma opção.

Na figura 2, apresentamos um gráfico com as respostas dos alunos sobre sua concepção da matemática (sobre cada afirmação, há o total de participantes que marcaram aquela opção de resposta).

Figura 2: Concepção da Matemática.



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

De acordo com os participantes, a concepção matemática mais adotada é “serve para resolver problemas” e “pesquisar novas ideias”, enfatizando a importância da matemática como um meio para desenvolver novas ideias e conhecimentos. Apenas dois alunos responderam que a matemática é um conjunto de procedimentos que precisam ser memorizados, enquanto também dois responderam que a matemática é cultura. Além disso, apenas o aluno B respondeu que a matemática é importante porque está presente em tudo. A seguir, o quadro 7 apresenta a resposta individual dos participantes sobre sua concepção da matemática.

Quadro 7: Concepções dos participantes sobre a matemática.

Participantes	A Matemática ...
B	<i>serve para resolver problemas, é importante, pois está presente em tudo</i>
K	<i>serve para resolver problemas, é um conjunto de procedimentos que temos de memorizar, significa pesquisar novas ideias</i>
A	<i>significa pesquisar novas ideias, é cultura</i>
J	<i>serve para resolver problemas, é um conjunto de procedimentos que temos de memorizar, significa pesquisar novas ideias, é cultura</i>
W	<i>serve para resolver problemas, significa pesquisar novas ideias</i>

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Na terceira seção do questionário inicial, buscamos entender qual é a relação desses alunos com a Matemática. Da 5ª questão à 9ª questão foram apresentadas aos alunos afirmações e eles deveriam marcar apenas uma única alternativa entre ‘concordo totalmente’, ‘concordo’, ‘discordo’ e ‘discordo totalmente’.

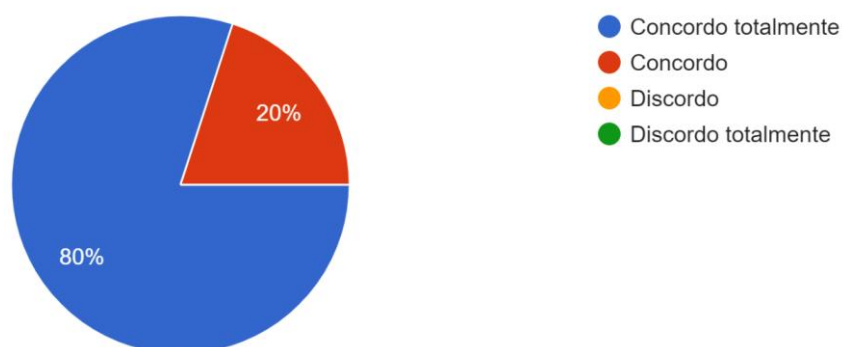
A 5ª questão é uma afirmação: “A matemática é importante para a vida cotidiana”.

As respostas estão reunidas na figura 3 apresentada a seguir.

Figura 3: A matemática é importante para a vida cotidiana.

A matemática é importante para a vida cotidiana.

5 respostas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A partir deste gráfico, é possível concluir que a maioria dos alunos (80%) concorda totalmente com a afirmação de que “a matemática é importante para a vida cotidiana”; 20% dos alunos concordam com essa afirmação. Nenhum dos alunos discordou ou discordou totalmente da afirmação proposta.

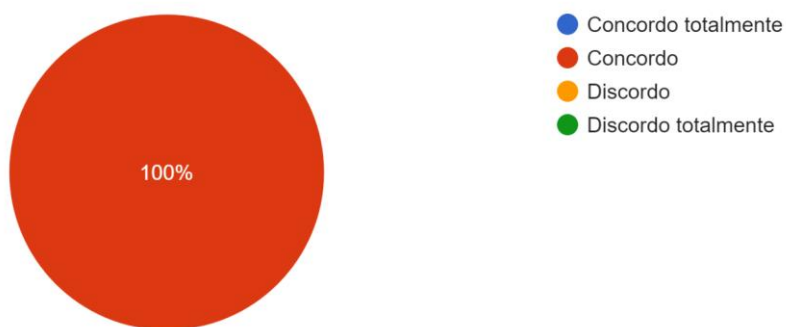
A 6ª questão é uma afirmação: "A matemática é algo muito abstrato para mim".

Vale ressaltar que as alunas A e J perguntaram “o que é abstrato?” e expliquei o conceito como algo que não é concreto. Após a explicação do conceito responderam à questão.

Figura 4 : A matemática é algo muito abstrato para mim.

A Matemática é algo muito abstrato para mim.

5 respostas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

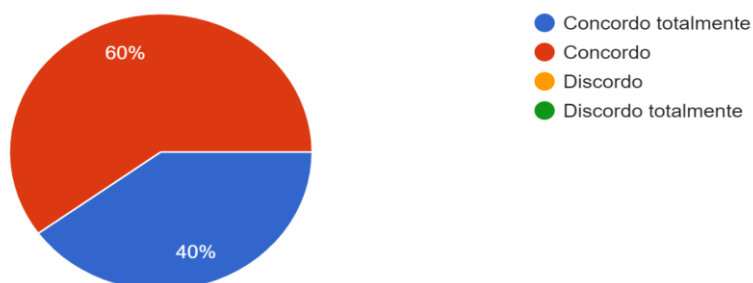
Com base nas respostas desses 5 alunos, é possível concluir que todos percebem a matemática como algo muito abstrato. Isso sugere que, embora eles reconheçam a importância da matemática, podem ter dificuldades de compreender alguns conceitos matemáticos, possivelmente devido à falta de habilidade para resolver problemas matemáticos ou falta de interesse ou reconhecerem os objetos matemáticos como algo abstrato.

A 7ª questão é uma afirmação: “Quem sabe matemática tem mais oportunidades de trabalho.” A figura 5 sintetiza as respostas a esta questão.

Figura 5: Quem sabe matemática tem mais oportunidades de trabalho

Quem sabe matemática tem mais oportunidades de trabalho.

5 respostas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

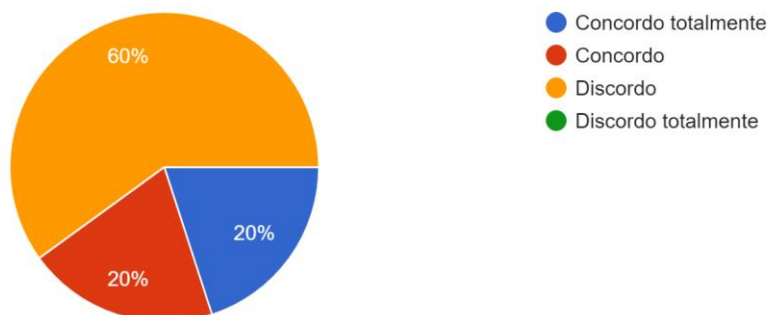
Com base nas respostas dadas, pode-se concluir que a maioria dos alunos entrevistados (3/5) concorda que saber matemática dá mais oportunidades de trabalho, enquanto dois outros alunos concordam totalmente com a afirmação. Isso sugere que os alunos percebem que a matemática tem importância no mundo profissional.

A 8ª questão é a afirmação: “Tenho muita dificuldade em entender Matemática”. A figura 6 sintetiza as respostas dos participantes a esta questão.

Figura 6: Tenho muita dificuldade em entender Matemática.

Tenho muita dificuldade em entender Matemática.

5 respostas

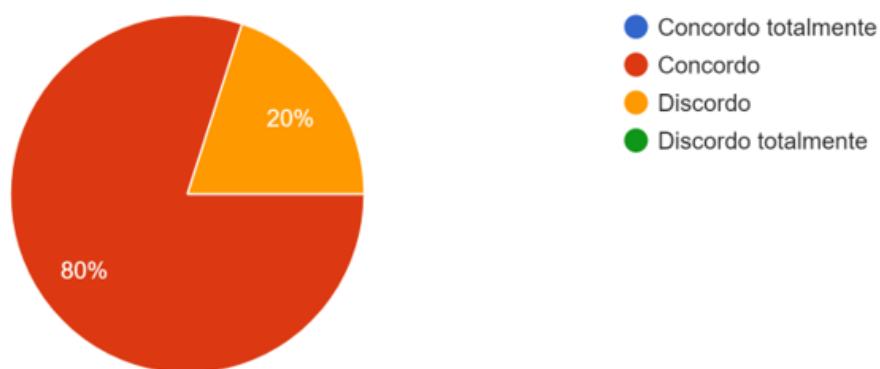


Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Pode-se concluir que a maioria dos alunos relataram não ter muita dificuldade em entender matemática. Apenas dois alunos apontaram algum nível de dificuldade.

A 9ª questão é uma afirmação: “Relaciono os novos conceitos matemáticos com as coisas já aprendidas.” A figura 7 sintetiza as respostas dos participantes a esta questão.

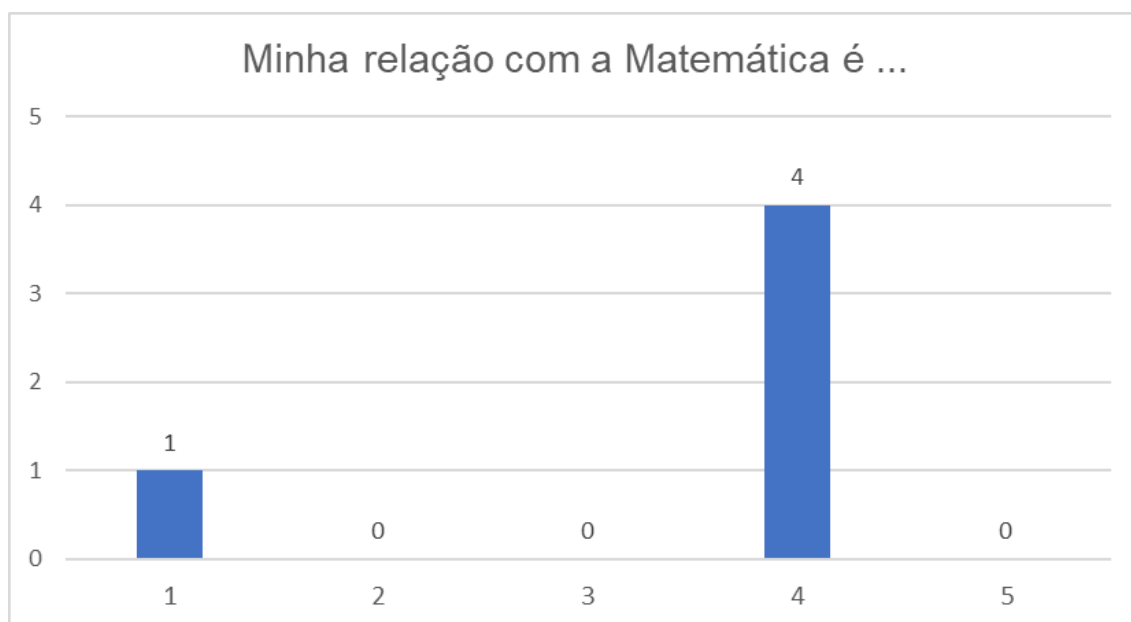
Figura 7: Relaciono os novos conceitos matemáticos com as coisas já aprendidas.
Relaciono os novos conceitos matemáticos com as coisas já aprendidas.
5 respostas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A partir dos dados, pode-se concluir que a maioria dos alunos (80%) relaciona os novos conceitos matemáticos com as coisas já aprendidas.

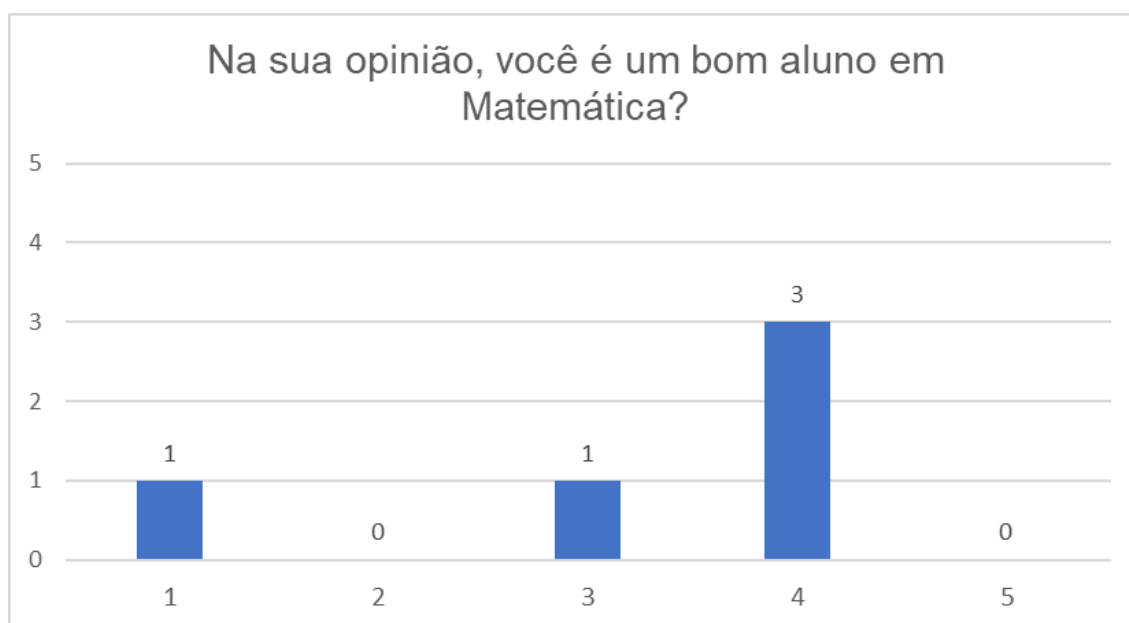
As questões 10ª e 12ª visaram entender, respectivamente, a relação dos alunos com a Matemática e se eles se consideram bons alunos na disciplina. Ambas as questões apresentaram opções de gradação de 1 a 5, sendo 5 a avaliação máxima e 1 a avaliação mínima (Figura 8).

Figura 8: Minha relação com a Matemática é ...

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Com base nas respostas dadas, é possível concluir que a maioria dos alunos tem uma relação positiva com a matemática, dado que eles atribuíram uma nota alta (4) à sua relação com a matemática. No entanto, há pelo menos um aluno que tem uma relação não positiva com a matemática, dado que atribuiu a nota mais baixa (1) à sua relação com a matemática.

Além de marcar uma alternativa entre 1 a 5, foi solicitado para os alunos que comentassem a alternativa que marcaram para “na sua opinião, você se considera um bom aluno?”. A Figura 9 apresenta as respostas dadas pelos participantes.

Figura 9: Você é um bom aluno em Matemática?

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Com base nas respostas, é possível concluir que a maioria dos entrevistados se considera um bom aluno de matemática, pois a maioria deles marcou notas altas (4) e um marcou uma nota mediana (3). Apenas um participante marcou (1), o que indica que não se considera um bom aluno de matemática. Essa questão fornece uma visão geral do que os alunos pensam sobre suas habilidades matemáticas.

Vale ressaltar que apenas um dos alunos mudou a nota em relação às questões "Minha relação com a Matemática é" e "Na sua opinião, você é um bom aluno em Matemática?" passando sua nota de 4 para 3. Isso sugere que, na visão dos alunos, ter uma boa relação com a Matemática está relacionado com ser um bom aluno de Matemática na escola.

O quadro 8, a seguir, sintetiza as respostas individuais das duas questões anteriores e o comentário da questão "você é um bom aluno de Matemática?"

Quadro 8: Síntese das respostas às questões 10 e 12.

Participantes	Minha relação com a Matemática é ...	Na sua opinião, você é um bom aluno em Matemática?	Comentário da questão "você é um bom aluno em Matemática?"
B	4	4	<i>Tenho facilidade de aprender</i>

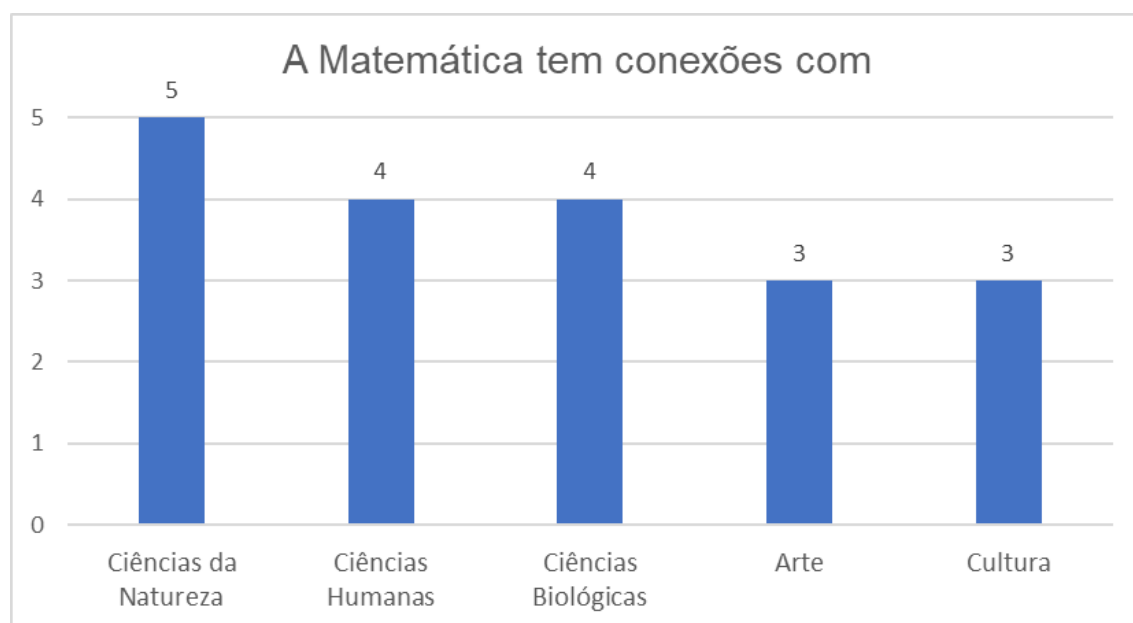
K	4	3	<i>Algumas áreas da matemática são difíceis</i>
A	1	1	<i>Tenho dificuldade de aprender</i>
J	4	4	<i>Me considero uma boa aluna, mas acredito que posso melhorar</i>
W	4	4	<i>Tenho muito interesse ,e busco sempre melhorar</i>

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A aluna A expressou que "*não é boa em nada na escola*", mas, após ser provocada pelos colegas de classe, completou dizendo que é "*boa em coisas fora da escola*". Não se considera uma boa aluna, pois tem dificuldade em aprender. O aluno K, como afirmado anteriormente, foi o único que mudou a sua nota em relação às questões. Ele se considera um aluno mediano em matemática, pois algumas áreas da matemática são difíceis. Na sua entrevista, comentou que possui dificuldades em geometria.

Os alunos J e W se consideram bons alunos em matemática, mas buscam sempre melhorar e, por isso, atribuíram nota 4. Já o aluno B, que também manteve a nota, considera que tem facilidade em aprender.

A 11ª questão "A matemática tem conexões com..." teve como objetivo entender em quais áreas os alunos percebem conexões com a matemática. Podiam marcar quantas alternativas quisessem entre ciências da natureza, ciências humanas, ciências biológicas, cultura e arte (Figura 10).

Figura 10: A Matemática tem conexões com ...

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A partir das respostas, é possível concluir que todos acreditam que a matemática possui relações com as Ciências da Natureza. Quase a totalidade dos participantes afirmou que a matemática possui relações com as ciências humanas e ciências biológicas. Em menor número, mas ainda mais da metade dos alunos, mencionou conexões entre a matemática e a arte e a cultura (Quadro 9).

Quadro 9: Conexões com a matemática.

Participantes	A Matemática tem conexões com...
B	Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Ciências Biológicas, Arte, Cultura
K	Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Ciências Biológicas
A	Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Ciências Biológicas, Arte, Cultura
J	Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Ciências Biológicas, Arte, Cultura
W	Ciências da Natureza

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Segundo estes dados, é possível perceber que todos os alunos que marcaram a opção "arte" também marcaram "cultura". O aluno W foi o único que marcou apenas a opção "Ciências da Natureza".

A 13ª questão é “se você pudesse resumir a Matemática em uma palavra, ela seria...”. O quadro 10 apresenta as respostas dadas.

Quadro 10: Palavra que expressa ‘matemática’ segundo os estudantes.

Participantes	Palavra
B	Complexa
A	Solução
A	Ódio
J	Desafiadora
K	Conhecimento

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Com base nas palavras escolhidas pelos alunos, pode-se concluir que há uma variedade de opiniões sobre a matemática. Os alunos B e J consideram a Matemática ‘complexa’ e ‘desafiadora’, respectivamente. O aluno A percebe a matemática como ‘solução’ e durante a sua entrevista, ele comentou que a matemática visa resolver algum tipo de problema o que conecta com a sua visão de matemática. O aluno W resume a matemática como ‘conhecimento’, o que tem relação com a própria etimologia da palavra que vem do grego *máthema*, que significa conhecimento. A aluna A tem uma visão negativa da matemática e a resume como ‘ódio’, o que tem ligação com a sua relação com a matemática por possuir dificuldade em aprender.

A 14ª questão “A Matemática me faz sentir...” visou entender qual é o sentimento que a matemática provoca nesses alunos. Eles podiam marcar quantas palavras quisessem entre essas: curioso(a), animado(a), aflito(a), tranquilo(a), "quebrando a cabeça", apressado(a), aborrecido(a), excelente, desorientado(a), alegre, indiferente, divertido(a), confiante, bloqueado(a), interessado(a), desanimado(a), esperto(a) e incapaz.

As palavras mais utilizadas foram: animado(a), curioso(a), esperto (a), interessado(a) e "quebrando a cabeça", todas marcadas quatro vezes. Em seguida, algumas palavras foram marcadas três vezes: aborrecido(a), aflito(a), alegre, bloqueado(a), confiante, desanimado, desorientado(a), divertido(a), excelente, tranquilo(a). E, com menos frequência, algumas palavras foram marcadas duas vezes:

apressado(a), incapaz, indiferente. A nuvem de palavras a seguir (Figura 11) representa a frequência das palavras escolhidas.

Figura 11: Sentimento dos alunos em relação à matemática.



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

O quadro 11, a seguir, apresenta as expressões individuais dos participantes em relação aos seus sentimentos despertados pela matemática.

Quadro 11: Palavras que expressam o sentimento dos estudantes perante à matemática.

Participantes	Sentimentos
B	curioso(a), animado(a), aflito(a), tranquilo(a), "quebrando a cabeça", apressado(a), aborrecido(a), excelente, desorientado(a), alegre, indiferente, divertido(a), confiante, bloqueado(a), interessado(a), desanimado(a), esperto(a), incapaz
K	curioso(a), animado(a), tranquilo(a), "quebrando a cabeça", excelente, confiante, interessado(a), esperto(a)
A	aflito(a), "quebrando a cabeça", aborrecido(a), desorientado(a), indiferente, bloqueado(a), desanimado(a), incapaz
J	curioso(a), animado(a), aflito(a), tranquilo(a), "quebrando a cabeça", apressado(a), aborrecido(a), excelente, desorientado(a), alegre, divertido(a), confiante, bloqueado(a), interessado(a), desanimado(a), esperto(a)
W	curioso(a), animado(a), alegre, divertido(a), interessado(a), esperto(a)

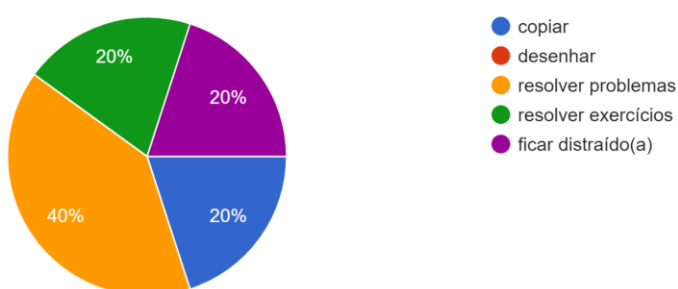
Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A partir da nuvem de palavras e das respostas individuais dos alunos, é possível perceber que a matemática provoca sentimentos diferentes. Os alunos K e W relataram sentir-se animados e curiosos em relação à matemática, enquanto a aluna A expressou sentimentos desconfortáveis. Os alunos B e J têm uma mistura de sentimentos favoráveis e desconfortáveis, com o aluno B mencionando que se sente desanimado quando não entende o conteúdo.

A 15ª questão teve como objetivo compreender qual a atividade mais frequente nas aulas de matemática que estes estudantes participaram no decorrer de sua vida escolar. Nesta questão, eles poderiam marcar apenas uma alternativa (Figura 12).

Figura 12: Nas aulas de Matemática o que eu mais fazia era ...

Nas aulas de Matemática o que eu mais fazia era ...
5 respostas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Com base nestas respostas, pode-se concluir que a atividade mais frequente nas aulas de Matemática é 'resolver problemas' (2 alunos marcaram essa opção). Em seguida, apenas um aluno respondeu que a atividade mais frequente é resolver exercícios, copiar e ficar distraído(a) nas aulas. Nenhum aluno respondeu que a atividade mais frequente é desenhar.

A 16ª questão solicitou que os alunos relatassem, caso tivessem, uma experiência marcante enquanto aluno de matemática. O quadro 12, a seguir, apresenta as respostas individuais dos alunos sobre o que mais faziam nas aulas de matemática e suas experiências marcantes.

Quadro 12: Experiências matemáticas na sala de aula.

Participantes	Nas aulas de Matemática o que eu mais fazia era ...	Experiência marcante enquanto aluno de Matemática
B	ficar distraído(a)	Encontro seleção de talentos FGV CDMC
K	resolver exercícios	Conheci áreas dentro da matemática que me despertou interesse
A	copiar	Nunca tive
J	resolver problemas	Participar do Encontro Hotel de Hilbert
W	resolver problemas	Conhecer novas formas de resolver exercícios.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A aluna A relatou que não teve nenhuma experiência marcante enquanto aluna de matemática. Os alunos B e J mencionaram, como suas experiências marcantes, os encontros em que participaram. O aluno K mencionou que conhecer áreas da matemática que despertaram seu interesse foi uma experiência marcante e, assim como o aluno W, mencionou que conhecer novos métodos para resolver exercícios foi uma experiência marcante.

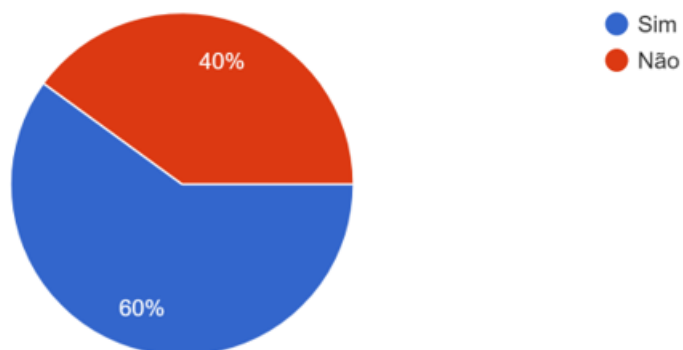
Na quinta seção, apresentamos uma pergunta sobre o contato dos participantes com a história da matemática: se conheciam Leonardo Fibonacci, a sequência de Fibonacci e o número de ouro, assuntos presentes na oficina. Nessa seção do questionário inicial (16^a a 19^a questão), os participantes puderam marcar "sim" ou "não".

A 16^a questão perguntou se os participantes já tinham tido contato com a história da matemática, tema principal da oficina (figura 13).

Figura 13: Você já teve contato com a História da Matemática?

Você já teve contato com a História da Matemática?

5 respostas



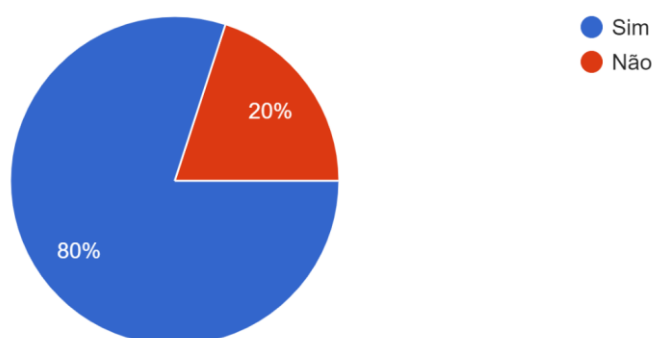
Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A maioria dos alunos (3) relatou já ter tido contato com a história da matemática e dois nunca tiveram. Nessa seção, também foi questionado se conheciam Leonardo Fibonacci, autor do livro Liber Abaci, personagem principal da oficina (Figura 14).

Figura 14: Você conhece Leonardo Fibonacci?

Você conhece Leonardo Fibonacci?

5 respostas



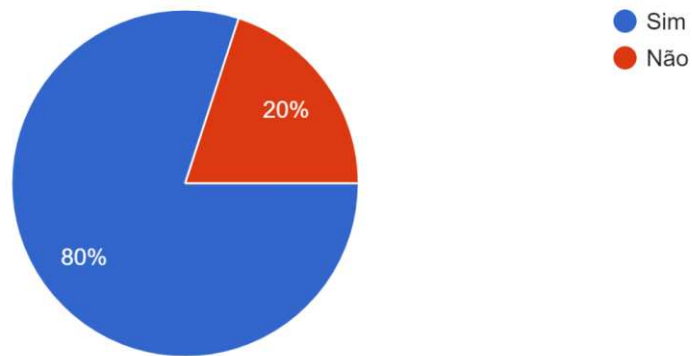
Fonte: Elaborado pelo pesquisador

De acordo com as respostas apresentadas, a maioria (4) já teve contato com Leonardo Fibonacci e apenas um aluno(a) nunca teve. Em seguida, foi perguntado se

conheciam a sequência de Fibonacci, cuja origem se encontra em um problema presente no Liber Abaci (Figura 15).

Figura 15: Você já ouviu falar sobre a sequência de Fibonacci?

Você já ouviu falar sobre a sequência de Fibonacci?
5 respostas

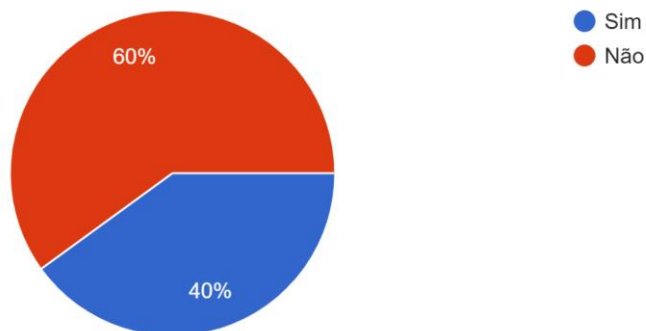


Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Segundo as respostas, a maioria (4) já teve contato com a sequência de Fibonacci e apenas um aluno nunca teve. Em seguida, foi perguntado se eles já tinham conhecimento sobre o número de ouro, constante que possui uma relação com a sequência de Fibonacci (Figura 16).

Figura 16: Você já ouviu falar do número de ouro?

Você já ouviu falar do número de ouro?
5 respostas



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A maioria dos alunos (3) não conhecia o número de ouro, apenas dois alunos conheciam essa constante.

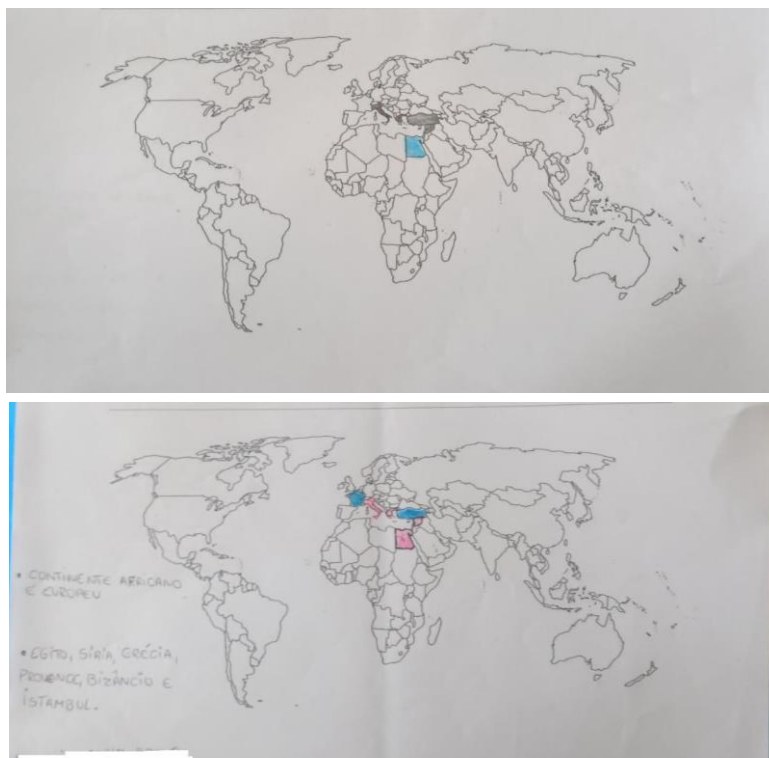
A seguir, apresentaremos as questões formuladas e as respostas dos alunos a partir da UBP Fibonacci proposta aos participantes (anexo).

A primeira questão teve como objetivo identificar e localizar os países e continentes visitados por Leonardo Fibonacci. A tarefa era localizar e colorir esses países no mapa fornecido. Os alunos contaram com a ajuda de um globo terrestre fornecido pela escola e de um mapa-múndi para colorir.

Os lugares em que Fibonacci morou e visitou estão relatados na UBP: Pisa (Itália), Bugia (Argélia), Egito, Síria, Grécia, Sicília, Provence e Bizâncio (atual Istambul). A atividade gerou algumas discussões entre os alunos. A aluna J expressou “professor, não sou boa em geografia”; trouxe uma questão interessante sobre as formas de viagem da época, tendo em vista a presença de cidades e países tanto na África quanto na Europa, além de Istambul, dividida entre Europa e Ásia - questionou “Como eles faziam para viajar?”.

A diversidade de cidades, países e ilhas, como a Sicília, uma região autônoma da Itália, levou os alunos a questionarem sobre as distâncias entre os lugares visitados por Fibonacci. Concluíram que a região devia estar próxima dos outros lugares citados. A seguir, apresentamos os mapas coloridos pelos alunos K e W, A e B e J.

Figura 17: Mapas coloridos.





Fonte: Dados da pesquisa

Inicialmente, os alunos tiveram dificuldade para localizar os países e as cidades, porém conseguiram identificar as regiões no globo terrestre e colorir no mapa-múndi.

Em relação às respostas dos alunos, apenas K e W coloriram as regiões solicitadas, exceto França e a região da Sicília. A e B coloriram todas as regiões e colocaram os continentes africano e europeu, bem como os países Egito, Síria e Grécia, mas esqueceram de colocar França (Provence), Itália (Sicília) e Turquia (Istambul). J coloriu todas as regiões solicitadas, citou os continentes africano e europeu e a maioria dos países, exceto a Turquia.

A segunda questão teve como foco compreender o que os alunos consideraram como mais importante após a leitura da UBP (Quadro 13).

Quadro 13: Respostas dos participantes à questão 2

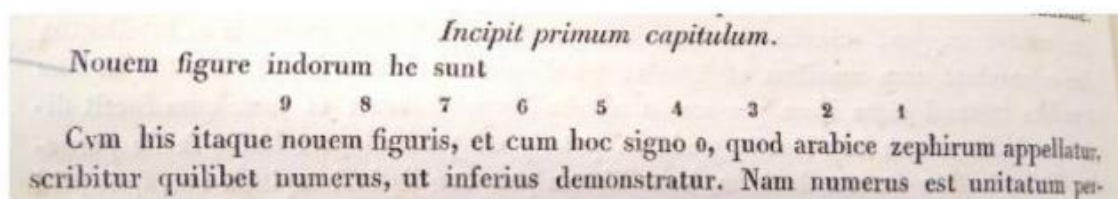
Questão proposta	Respostas
O que você destaca como mais importante da sua leitura do texto da UBP?	K e W: O mais importante é que ele ajudou a disseminar o sistema indo-arábico; Fibonacci tinha o propósito de difundir os algarismos indo-arábicos e durante os conhecimentos ao longo dos anos tornou-se especialista no método lógico-dedutivo.
	A e B: - As nove figuras indianas são: 9 8 7 6 5 4 3 2 1 - A criação do seu livro;

	- O reconhecimento por parte de Fibonacci sobre os números indo-árabicos;
	J: A criação do livro de Fibonacci, que apresentava o sistema indo-árábico de algarismos.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Nas respostas dadas pelos alunos, destaca-se a própria criação do livro "Liber Abaci", de Leonardo Fibonacci, e seu papel na difusão e popularização dos algarismos indianos-árabicos. É importante mencionar que A e B também destacaram o reconhecimento de Fibonacci do potencial desses algarismos durante suas viagens. Além disso, apontaram como significativo o início do primeiro capítulo do livro que apresenta as nove figuras indianas (Figura 18).

Figura 18: Capítulo 1 do Liber Abaci.



Fonte: retirado do site [Mathematical Treasure: Fibonacci's Liber Abaci](#)

Destacamos essa parte do livro, pois configura o marco inicial do mesmo e uma de suas pretensões, que é apresentar os algarismos indiano-árabicos, como mencionado pelos alunos.

Além disso, K e W destacaram e enfatizaram a importância de Fibonacci ter se tornado especialista no método lógico-dedutivo da matemática grega, presente em seu livro.

A terceira questão busca entender qual é a associação que os alunos fazem entre o 'texto da UBP' e o 'documentário assistido' com a matemática que eles aprenderam ao longo de suas vidas escolares (Quadro 14).

Quadro 14 : Respostas dos participantes à questão 3.

Questão proposta	Respostas dos alunos
Como você relaciona a matemática que você aprende na escola com o texto que você recebeu e o documentário que você assistiu? Justifique a sua resposta.	K e W: Percebemos que usamos o sistema dos algarismos indo-arábicos, usamos vários sistemas matemáticos desenvolvidos ao longo do ano.
	A e B: A escola utiliza os algarismos indo-arábicos nas aulas englobando todas as operações.
	J: A matemática que aprendemos na escola tem como base as descobertas dos pesquisadores que viveram em diferentes locais e em diferentes épocas no decorrer da história. O documentário apresenta o contexto dessas descobertas e como se relacionavam com a sociedade.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

De acordo com as respostas, os alunos relacionaram a utilização dos algarismos indo-arábicos na escola e no dia-a-dia com o que leram e viram no documentário. Ainda, B teve uma fala relacionada à pergunta “Matemática é número e número estudamos na escola”, pois o texto da UBP refere-se à importância do livro para a popularização dos algarismos indo-arábicos e o documentário percorre os diferentes tipos de sistemas numéricos criados ao longo da história. K e W também mencionaram outros sistemas matemáticos utilizados atualmente.

A aluna J mencionou que o conhecimento matemático que adquiriu ao longo da sua vida escolar tem suas raízes nas descobertas e contribuições de matemáticos ao longo da história, e o documentário mostra essa relação histórica e como essas descobertas impactaram a sociedade.

A quarta questão visou entender qual a contribuição de Fibonacci para a matemática europeia na concepção dos alunos (quadro 15).

Quadro 15: Respostas dos participantes à questão 4.

Questão proposta	Respostas dos alunos
Qual é a contribuição de Fibonacci para a matemática europeia?	K e W: Ele contribuiu bastante com a publicação do seu livro Liber Abaci que era um livro de aritmética, álgebra e resolução de problemas.
	A e B: Contribuiu para a abertura de portas, inovações, novas formas de

	pensar, também promovendo de forma mais exata resultados matemáticos.
	J: Com o livro Liber Abaci, Fibonacci contribuiu muito com conteúdos teóricos e práticos para a matemática europeia. Com capítulos voltados para o comércio, Fibonacci ajudou na implantação do modelo capitalista na sociedade.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

K e W mencionaram que a própria publicação do livro de Fibonacci foi uma contribuição importante para a matemática europeia. Não apenas para popularizar os algarismos indo-arábicos, mas também por abranger temas envolvendo aritmética, álgebra e resolução de problemas.

A e B apontam que o matemático abriu portas para inovações e novas formas de pensar, promovendo resultados matemáticos mais precisos. Com efeito, o documentário assistido pelos alunos mostra um período de tempo em que há uma "disputa" entre os algarismos indo-arábicos e romanos na Europa, após a disseminação dos algarismos que utilizamos nos dias de hoje.

No mesmo sentido, J afirma que Fibonacci foi importante, pois seu livro trata de conteúdos práticos e teóricos e possui capítulos voltados para o contexto da época, principalmente voltado para o comércio, em que os algarismos indo-arábicos se tornaram utilizados.

A quinta atividade visou entender qual é a importância de Fibonacci para a matemática que aprendemos hoje na escola segundo os alunos (quadro 16).

Quadro 16: Respostas dos participantes à questão 5.

Questão proposta	Respostas dos alunos
Qual é a importância de Fibonacci para a Matemática que aprendemos hoje na escola?	K e W: Ele popularizou o sistema numérico hindu e seus algoritmos e com o seu livro sobre aritmética, álgebra e etc.
	A e B: A matemática contemporânea, de modo avançado, foi possível por vários fatores, um deles pelo Fibonacci.
	J: Fibonacci apresentou e popularizou o sistema indo-arábico de numeração que utilizamos até hoje.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Os alunos reconheceram que Fibonacci foi importante para a matemática que utilizamos nos dias atuais, pois popularizou os algarismos indo-arábicos e seus algoritmos. A e B apontam que Fibonacci é um dos colaboradores da matemática contemporânea.

O segundo momento da oficina 1 teve como objetivo construir a sequência de Fibonacci e apresentar as suas aplicações.

Inicialmente, foi necessário construir o conceito de sequência. Diante disso, a primeira questão foi direcionada para realizar uma pesquisa em um dicionário sobre a definição de sequência e apontar exemplos numéricos e não-numéricos.

Quadro 17: Respostas dos participantes sobre a sequência

Questão proposta	Respostas dos alunos
Qual é a definição de sequência em um dicionário? O que caracteriza uma sequência? Dê exemplos numéricos e não-numéricos.	K e W: A definição de sequência é uma quantidade de coisas ou eventos no espaço ou no tempo; são um conjunto de números ou objetos em série. - Exemplos numéricos: 1, 2, 3, 4, ... - Exemplos não-numéricos: A, B, c, d, ...
	B: Prosseguimento que se dá ao que já foi iniciado; continuidade, reunião do que ocorre seguidamente, um após o outro; sucessão. - Exemplos numéricos: 1, 2, 3, 4, 5 - Exemplos não-numéricos: Y, X, Z - ordem alfabética - Exemplos não-numéricos: Segunda - feira, terça - feira, quarta - feira, quinta - feira, sexta - feira - dias da semana
	J: Prosseguimento que se dá ao que já foi iniciado; continuidade." - Exemplos numéricos: {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...} - sequência dos números naturais. Progressão aritmética de razão 1 e primeiro termo 1. - Exemplo não-numérico: inverno, primavera, verão e outono - estações do ano.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

A sequência de números naturais foi a primeira a ser apresentada pelos alunos como exemplo de sequência numérica. Os alunos A, B e J entenderam que a sequência de números naturais é também uma progressão aritmética com razão igual a 1.

Em relação às sequências não-numéricas, o alfabeto também foi um exemplo apresentado de imediato pelos alunos. K e W iniciaram pela primeira letra do alfabeto, A, e continuaram: A, B, c, d, ... e alternaram entre letras maiúsculas e minúsculas, seguindo a regra de ordem alfabética, independentemente do tipo. A e B também trouxeram uma sequência alfabética como exemplo não-numérico.

A aluna J apresentou a ideia de que a sequência das estações do ano poderia ser considerada como exemplo. Após a pergunta, a dupla A e B também apresentou um exemplo não-numérico que não envolvia o alfabeto, utilizando os dias da semana (segunda-feira, terça-feira, quarta-feira, quinta-feira e sexta-feira). Com esta atividade da oficina 1, encerramos o primeiro dia em razão do horário escolar.

No segundo dia, começamos às 7h30, com a segunda atividade da oficina 1 voltada para a construção da sequência de Fibonacci. Vale ressaltar que no segundo dia tivemos a participação de quatro alunos.

Os alunos K e W precisam pegar um ônibus para chegar à escola, por isso, chegaram um pouco mais cedo e trouxeram várias perguntas sobre o problema apresentado no livro Liber Abaci e no texto da UBP "Quantos pares de coelhos são gerados por um par de coelhos em um ano?".

Quadro 18: Questões elaboradas pelos participantes.

Questionamentos dos alunos K e W
"Todo mês um par de coelhos adultos podem gerar um par de coelhos jovens?"
"Ele começa coelho jovem?"
"Um casal adulto pode gerar um casal jovem no mesmo mês?"

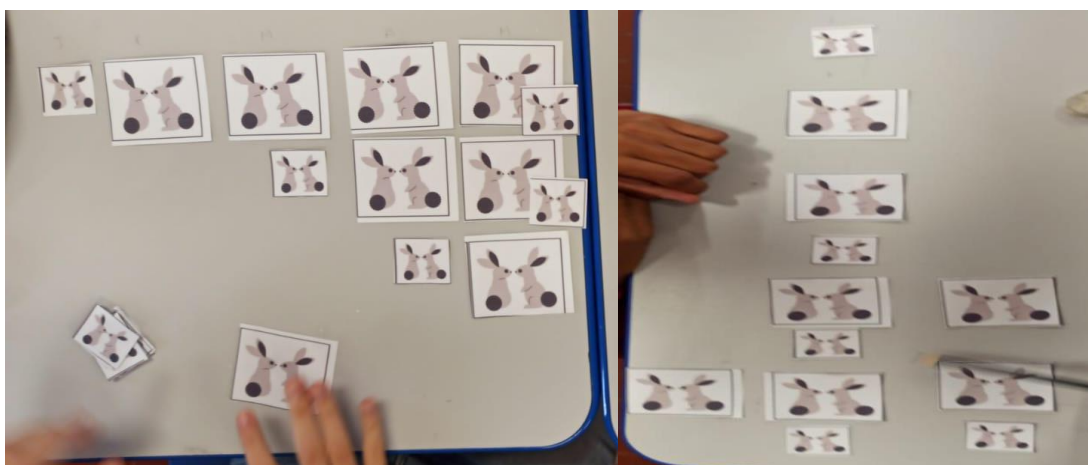
Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Expliquei para a dupla K e W que o problema presente no livro Liber Abaci e no texto da UBP se inicia com um par de coelhos jovens. Após se tornarem adultos, eles sempre geram um par de coelhos jovens. E, por último, cada casal só pode conceber um casal jovem após a maturação sexual, após um período de um mês. Após a

chegada dos outros alunos, expus as dúvidas da dupla e isso gerou outros questionamentos. O aluno B perguntou por que os coelhos nunca morrem e expliquei que, em certas ocasiões, é necessário simplificar o problema real para modelá-lo, e por isso, os coelhos não morrem nessa representação matemática.

Após tirar as dúvidas, entreguei para cada aluno imagens que representam par de coelhos adultos e par de coelhos jovens e pedi para construírem a sequência de Fibonacci com o auxílio deste material.

Figura 19: Construção da sequência de Fibonacci.



Fonte: Elaborado pelo pesquisador

As figuras de menor dimensão representam pares de coelhos jovens, enquanto as de maior dimensão representam pares de coelhos adultos. A figura 19 mostra a construção da sequência de Fibonacci pelos alunos. Na imagem à esquerda, cada coluna representa um mês, com a primeira coluna iniciando com um par de coelhos jovens e a segunda coluna constituindo o segundo mês com um par de coelhos adultos, e assim sucessivamente. Na imagem à direita, os alunos K e W explicaram que colocaram cada par de coelhos jovens abaixo do par de coelhos adultos que os gerou.

Os alunos não demoraram para construírem a sequência utilizando as figuras recebidas. Apesar de alguns a conhecerem, não sabiam que a sequência de Fibonacci surgiu a partir desse problema.

Com a sequência construída, perguntei a eles qual o padrão da sequência de Fibonacci (quadro 19).

Quadro 19: Padrão observado pelos estudantes.

Questão proposta	Respostas dos alunos
Qual é o padrão apresentado no problema dos coelhos do livro Liber Abaci?	K e W: O padrão é soma do item com o item anterior
	B: Eu registrei o número de coelhos (não importando se o coelho é jovem ou adulto) e notei que a soma dos dois anteriores dava o próximo número.
	J: Sendo a quantidade de coelhos em cada mês, a partir de janeiro, representada pela sequência {, temos que a quantidade de coelhos em cada mês é igual a soma dos seus dois antecessores, ou seja, o termo é representado pela soma.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Durante a construção da sequência, a aluna J expressou: "É a sequência de Fibonacci, o próximo é o 21, o último tinha 13 e apenas 8 podem reproduzir". Esta é a mesma conclusão que chegaram os outros alunos: o próximo elemento é a soma dos dois anteriores na sequência de Fibonacci. Além disso, a aluna J apresentou uma definição formal, chamando o primeiro termo da sequência de Fibonacci de o segundo termo de até o 12º termo, referente aos 12 meses do ano.

Com o objetivo de compreender melhor as aplicações da sequência de Fibonacci, pedi para que os alunos fizessem uma pesquisa sobre o tema com o auxílio de seus aparelhos celulares e discutissem entre si o que descobrissem (quadro 20).

Quadro 20: Pesquisa realizada pelos participantes.

Faça uma pesquisa sobre as aplicações da sequência de Fibonacci no dia-a-dia e discuta com os seus colegas os resultados da pesquisa.	K e W: Os números de Fibonacci ligam-se facilmente à natureza. Esse método é aplicado na análise de mercados financeiros, na teoria dos jogos e na ciência de computação.
	B: Podemos encontrá-lo em várias coisas do dia a dia tanto natural como produzido pelo homem. Exemplos: arranjo das folhas do ramo de uma planta, em conchas, na formação de um furacão, nas ondas do mar, na anatomia humana e etc...

	J: A sequência de Fibonacci está presente na análise de mercados financeiros, já que alguns matemáticos defendem que as flutuações das ações seguem um padrão de crescimento e decréscimo que espelha a sequência.
--	---

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

De acordo com as respostas, a sequência de Fibonacci é mencionada como tendo relações com a natureza e como ‘sendo encontrada’ no arranjo das folhas de uma planta, em conchas, na formação de um furacão, nas ondas do mar, na anatomia humana, entre outros.

Além disso, mencionaram o seu uso na análise de mercados financeiros, com a ideia de que as flutuações das ações seguem um padrão de crescimento e decréscimo relacionado à sequência.

6.2 Segunda Oficina

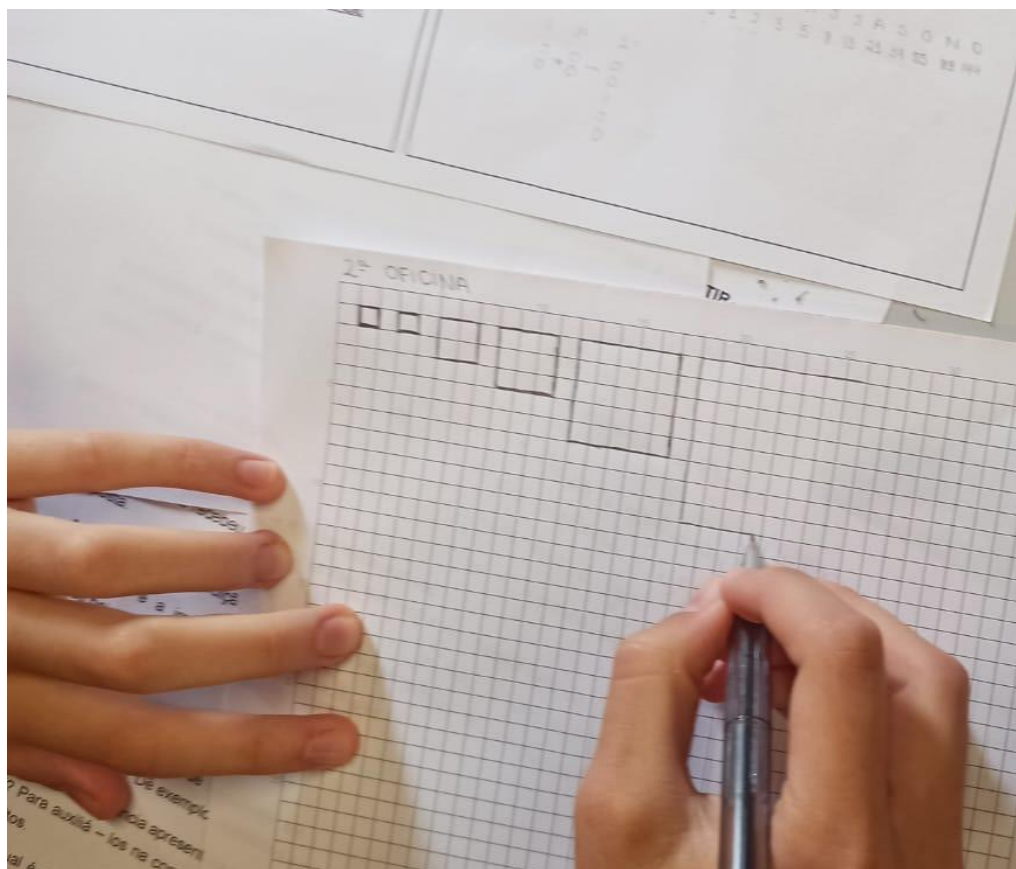
A sequência de Fibonacci possui diversas aplicações em temas para além da matemática e, também, apresenta relações com conceitos matemáticos. Uma dessas conexões é com o número de ouro.

A oficina 2 - *Investigando a relação entre a sequência de Fibonacci e o número de ouro* - teve como objetivo construir o retângulo e a espiral de Fibonacci e desenvolver a criatividade dos alunos. Os participantes foram desafiados a criar uma arte com o retângulo e/ou a espiral de Fibonacci, apresentar o número de ouro e compreender a sua relação com a sequência de Fibonacci além de aplicações de modelo de crescimento em espiral.

A primeira atividade teve como objetivo construir um retângulo e a espiral de Fibonacci numa malha quadriculada. A atividade consiste em criar quadrados com a medida do lado igual aos valores dos elementos da sequência de Fibonacci.

Inicialmente, a aluna J construiu cada quadrado de forma isolada (figura 20).

Figura 20: Construção de quadrados.



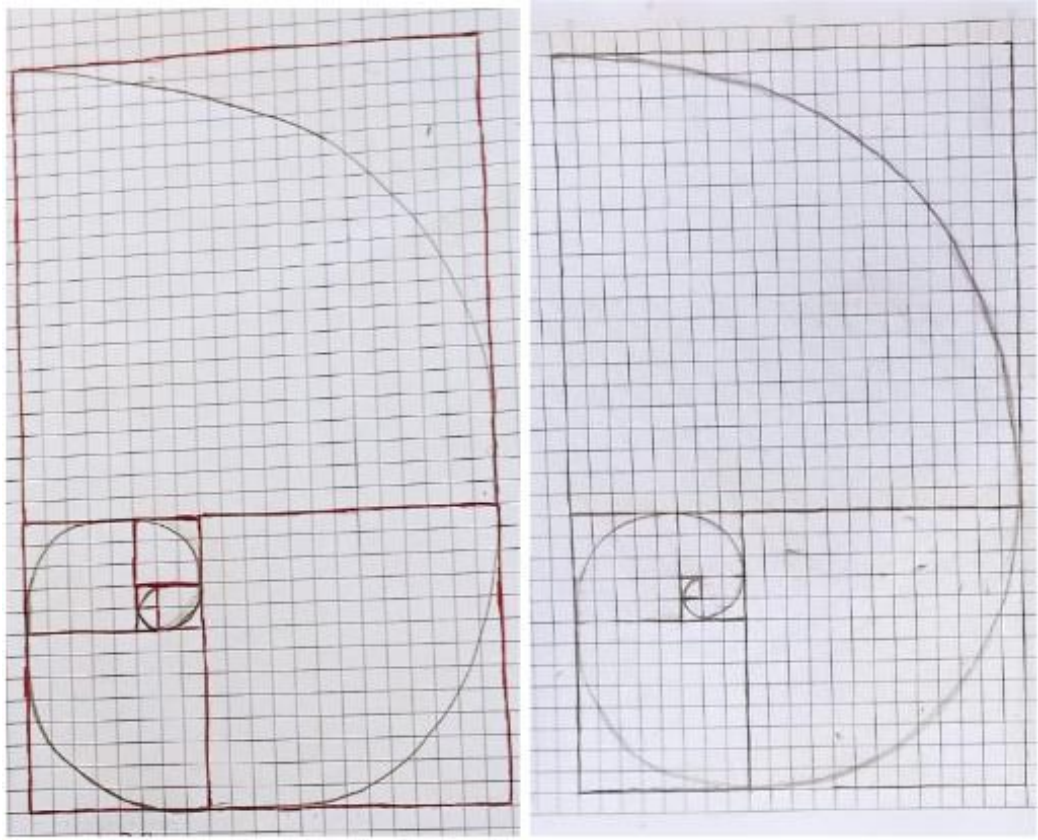
Fonte: Dados da pesquisa

O primeiro quadrado, com lado 1, representa o primeiro elemento da sequência de Fibonacci. O segundo quadrado, também com lado 1, representa o segundo elemento da sequência e assim sucessivamente.

Fiz uma pausa nas atividades dos alunos por um momento para explicar a disposição dos quadrados de forma que formem um retângulo.

W teve uma certa dificuldade para criar o retângulo de Fibonacci; ao invés de criar quadrados de lado com tamanho igual aos elementos de Fibonacci, criou retângulos com comprimento igual a cada valor da sequência de Fibonacci.

Após a construção dos retângulos, surgiram algumas dúvidas em relação à construção da espiral: onde a espiral começa e por onde ela continua, e depois entenderam que a espiral sai pelo vértice oposto que entrou.

Figura 21: Retângulo e espiral de Fibonacci.

Fonte: Dados da pesquisa

Na mesma atividade, solicitei que calculassem o perímetro e a área de cada parte da construção do retângulo, ou seja, a cada retângulo construído, calcularam o perímetro e o quadrado (figura 22).

Figura 22: Perímetro e área na construção do retângulo de Fibonacci.

	1	2	3	4	5	6	7	8
Perímetro	4	6	10	16	26	42	68	110
Área	1	2	6	15	40	104	273	714

Fonte: Dados da pesquisa

Com a construção do primeiro quadrado de lado igual a 1 unidade de comprimento (u.c), temos

$$\text{Perímetro} = 4 \text{ e } \text{Área} = 1$$

Com a construção do segundo quadrado de lado igual a 1 unidade de comprimento, temos um retângulo com os seguintes valores para perímetro e área.

$$\text{Perímetro} = 6 \text{ e } \text{Área} = 2$$

Com a construção do terceiro quadrado de lado igual a 2 unidades de comprimento, temos um retângulo com os seguintes valores para perímetro e área.

$$\text{Perímetro} = 10 \text{ e } \text{Área} = 6$$

Com a construção do quarto quadrado de lado igual a 3 unidades de comprimento, temos um retângulo com os seguintes valores para perímetro e área.

$$\text{Perímetro} = 16 \text{ e } \text{Área} = 15$$

Com a construção do quinto quadrado de lado igual a 5 unidades de comprimento, temos um retângulo com os seguintes valores para perímetro e área.

$$\text{Perímetro} = 26 \text{ e } \text{Área} = 40$$

Com a construção do sexto quadrado de lado igual a 8 unidades de comprimento, temos um retângulo com os seguintes valores para perímetro e área.

$$\text{Perímetro} = 42 \text{ e } \text{Área} = 104$$

Com a construção do sétimo quadrado de lado igual a 13 unidades de comprimento, temos um retângulo com os seguintes valores para perímetro e área.

$$\text{Perímetro} = 68 \text{ e } \text{Área} = 273$$

Com a construção do oitavo quadrado de lado igual a 21 unidades de comprimento, temos um retângulo com os seguintes valores para perímetro e área.

$$\text{Perímetro} = 110 \text{ e } \text{Área} = 714$$

O aluno B calculou o perímetro e a área de cada quadrado de lado igual aos valores dos elementos da sequência de Fibonacci (figura 23).

Figura 23: Perímetro e área de cada quadrado.

número	perímetro	área
1	4	1
2	8	4
3	12	9
5	20	25
8	32	64
13	52	169
21	84	441

Fonte: Dados da pesquisa

Na segunda atividade, foi solicitado que calculassem, em cada passo da construção, a razão entre o maior e o menor lado e qual a relação com a sequência de Fibonacci?

Inicialmente, a dupla K e W perguntou o que era razão, e eu expliquei usando um exemplo da razão entre meninas e meninos na sala para lembrá-los do conceito. Nesse dia, havia três meninos e uma menina presentes, então expressei que para cada menina presente na sala havia três meninos, em termos fracionários, a razão entre meninas e meninos na sala é de $\frac{1}{3}$. Após lembrarem da razão, foram em busca da relação com a sequência de Fibonacci, segundo eles “o numerador vira denominador”.

Os alunos B e J calcularam as razões com o uso da calculadora e compreenderam que a razão entre o maior lado pelo menor é a razão de um número de fibonacci pelo seu antecessor.

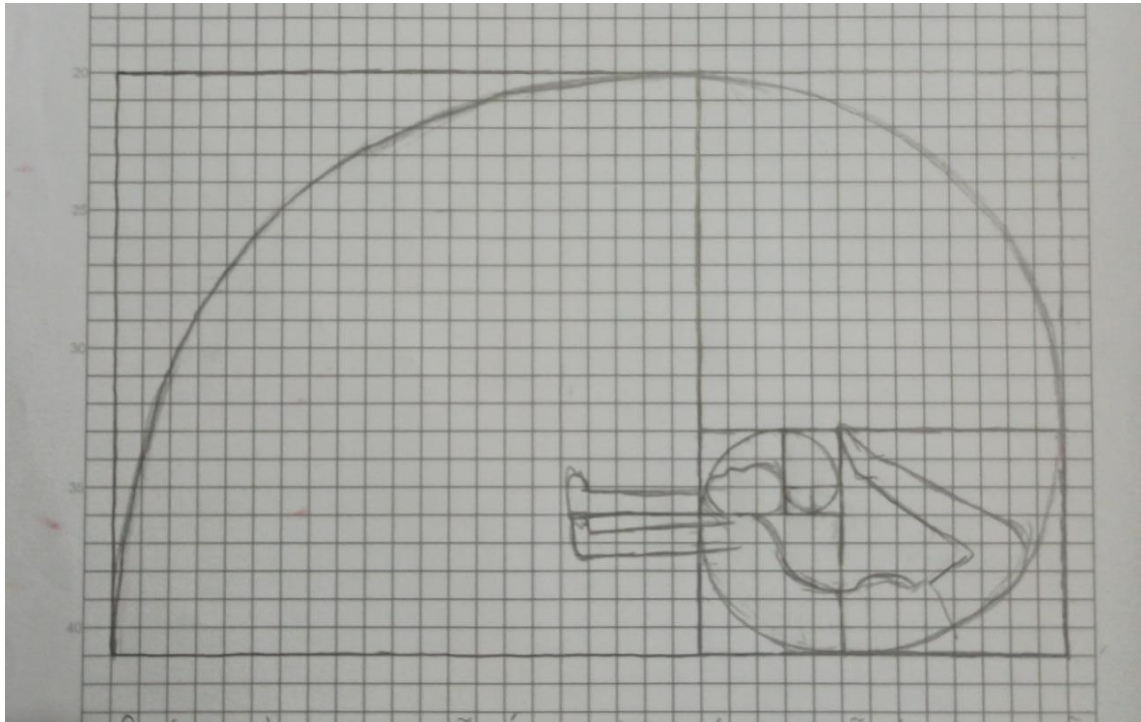
Com a razão de elementos cada vez maiores com o seu antecessor, temos uma aproximação ao número de ouro.

Inicialmente não conseguiram identificar o número de ouro, ou seja, que o limite da razão entre um termo da sequência de Fibonacci e o seu antecessor é o número

de ouro. Com isso, após identificar a relação entre o retângulo de Fibonacci com a sequência de Fibonacci utilizaram elementos cada vez maiores para calcular a razão.

Com o retângulo e a espiral de Fibonacci prontos, solicitei que criassem uma arte utilizando os seus desenhos. J utilizou a espiral para criar um corpo de uma pessoa se alongando (figura 24).

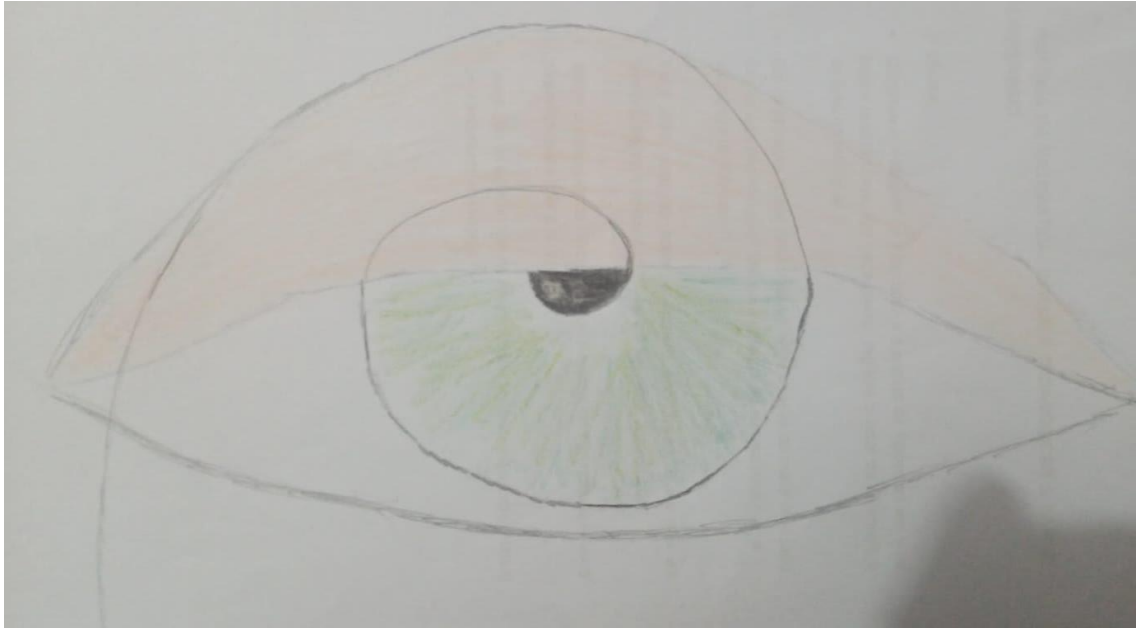
Figura 24: Retângulo e espiral de Fibonacci.



Fonte: Dados da pesquisa

B, no seu desenho, mesmo com o comando para utilizar o retângulo e a espiral de Fibonacci que havia criado, optou por fazer um desenho à parte. Desenhou um olho humano e o contorno da íris e pupila formando uma espiral (figura 25).

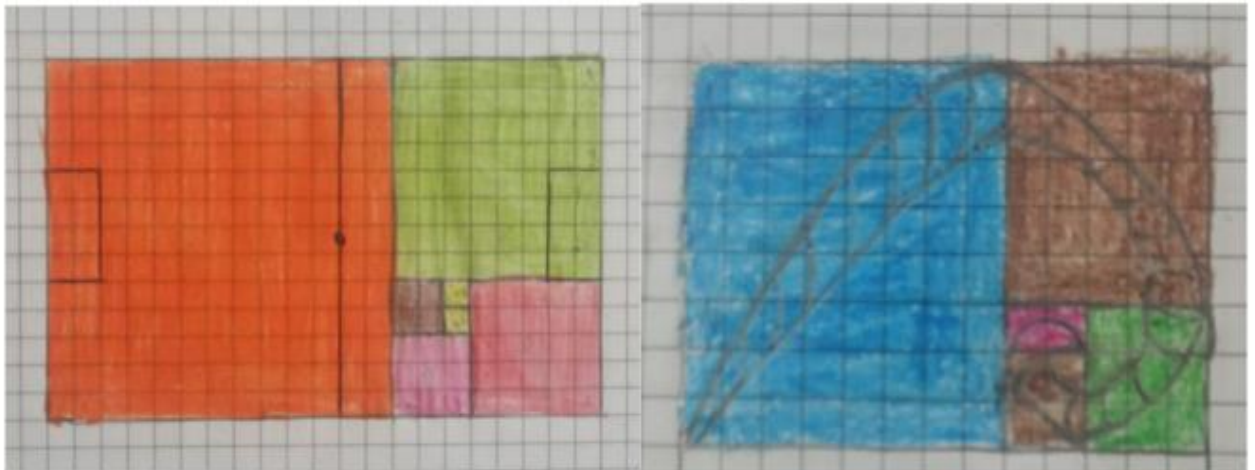
Figura 25: Olho humano.



Fonte: Dados da pesquisa

W fez duas artes: uma utilizando uma aproximação da razão de ouro e criando um campo de futebol e a outra, com a espiral desenhou uma minhoca (figura 26).

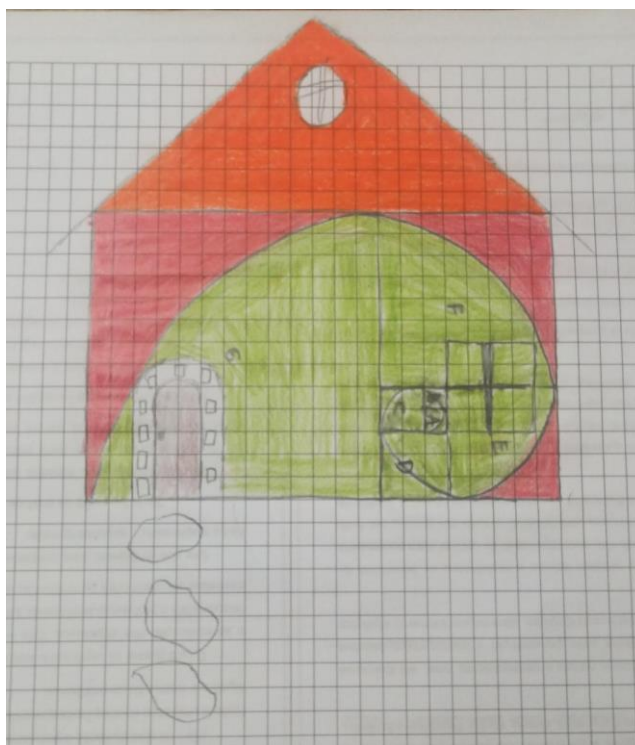
Figura 26: Retângulo e a espiral de Fibonacci feita pelo aluno W.



Fonte: Dados da pesquisa

K desenhou uma casa, sendo a frente uma parte do retângulo de Fibonacci com a parte interna da espiral de uma cor e a parte externa de outra cor (figura 27).

Figura 27: Retângulo e a espiral de Fibonacci feita pelo aluno K.



Fonte: Dados da pesquisa

Por último, solicitamos aos alunos que realizassem uma pesquisa sobre modelos em crescimento exponencial (quadro 21).

Quadro 21: Crescimento exponencial.

Quais são as ocorrências na natureza que você observa esse modelo de crescimento em espiral	K e W: Furacão, caracol, buraco negro.
	B: formação de furacões, ondas do mar
	J: não fez essa atividade

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Questionário final

Após a conclusão das oficinas pedagógicas, foi reservado um tempo para avaliação da experiência dos alunos durante as atividades. As perguntas do questionário final foram elaboradas para entender se os alunos compreenderam a matemática a partir de sua história, quais conceitos se apropriaram durante as atividades e a concepção dos alunos sobre matemática.

Todas essas perguntas foram direcionadas ao objetivo principal desta dissertação, que é analisar as potencialidades pedagógicas da história da matemática, utilizando o livro Liber Abaci de Leonardo Fibonacci, a partir da organização da UBP.

Quadro 22: Primeira questão do questionário final.

Questão proposta	Respostas
Você achou interessante estudar matemática a partir da sua história? Conte como foi sua experiência nestas atividades?	B: Sim, foi bom saber um pouco mais sobre a matemática e suas aplicações, aprofundi um pouco sobre a sequência de Fibonacci e o número de ouro, e foi interessante saber sua história.
	K: Eu achei super interessante, consegui aprender bastante coisas que eu nem fazia ideia de como era. Aprendi que a matemática é muito mais antiga do que eu achava.
	J: Sim. Achei a experiência divertida, interessante e produtiva.
	W: Sim, minha experiência com a história da matemática foi boa, pois me trouxe um conhecimento a mais que eu não sabia por exemplo, nunca imaginei que o número 1 fosse considerado como um deus grego.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Com base nas respostas, os alunos que participaram da pesquisa acharam interessante estudar matemática a partir de sua história e reconheceram a experiência com as oficinas pedagógicas baseadas no livro Liber Abaci de Leonardo Fibonacci como produtiva e enriquecedora. Mencionaram ter aprendido sobre aplicações e história da matemática, especificamente sobre a sequência de Fibonacci e o número de ouro, e alguns afirmaram ter aprendido coisas que não sabiam antes.

Quadro 23: Segunda questão do questionário final.

Questão proposta	Respostas dos alunos
O que você aprendeu nestas oficinas?	B: Aprofundi um pouco mais na sequência de Fibonacci, o número de ouro, os diferentes algarismos e a história da matemática.
	K: Aprendi qual é a origem dos números que usamos hoje; aprendi que o número 0

	era rejeitado antes, aprendi também como funcionam os números binários.
	J: Aprendi sobre a sequência de Fibonacci e um pouco sobre a história da matemática.
	W: aprendi matemática de uma forma diferente, ao longo dos meus estudos eu apenas decorava fórmulas e não sabia o porquê daquela fórmula era daquela maneira, por exemplo, a fórmula de pitágoras, com o documentário “a história do número 1” consegui entender melhor.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Com base nas respostas, as oficinas pedagógicas foram eficazes para ensinar a história da matemática e seus conceitos, como a sequência de Fibonacci, o número de ouro e os diferentes algarismos, bem como também a origem dos números e o funcionamento dos números binários. Além disso, as oficinas também permitiram que os participantes aprendessem de uma forma diferente, ao invés de apenas decorar fórmulas, eles conseguiram entender melhor o porquê das fórmulas serem daquela maneira.

Quadro 24: Terceira questão do questionário final.

Questão proposta	Respostas dos alunos
Você já tinha pensado que a matemática tem história? E se relaciona com outras disciplinas, como por exemplo, a geografia? Fale um pouco sobre isso	B: sim, dá para se ter uma noção pois em mapa utiliza escala, gráficos dentre outros.
	K: Não; a matemática está em basicamente tudo, está na história, na arte, na geografia usamos ela em dimensões de espaço, entre outras aplicações;
	J: Eu sabia um pouco sobre a história da matemática, mas foi interessante ir mais a fundo na história dos matemáticos da antiguidade e descobrir o contexto social e geográfico das descobertas.
	W: Sim sim, matemática e geografia têm em comum o uso de: gráficos, tabelas, porcentagem e entre outros...

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

As respostas indicam que os alunos já tinham algum conhecimento sobre a relação entre matemática e história, e também entre matemática e geografia.

Mencionaram exemplos específicos de como a matemática é utilizada em diferentes disciplinas, como mapas e gráficos. Alguns dos participantes disseram que a matemática está presente em várias áreas, e que a história da matemática é interessante para entender o contexto das descobertas matemáticas. Em geral, a oficina permitiu que eles ampliassem seus conhecimentos sobre a relação entre matemática e outras disciplinas, e que eles valorizam essa abordagem interdisciplinar.

Quadro 25: Quarta questão do questionário final.

Questão proposta	Respostas dos alunos
Como você define a matemática? Participar destas oficinas trouxe para você uma visão diferente da matemática? Explique.	B: Um meio importante para todas as coisas. Sim, pois mostrou várias aplicações no dia-a-dia e novos conhecimentos.
	K: Defino a matemática como solução, pois a matemática é necessária para a evolução humana, ela está presente na física, na química que são ferramentas importantes para a evolução.
	J: Acho a matemática bonita e desafiadora. É sempre bom olhar para a matemática de outros ângulos e descobrir outras aplicações no nosso cotidiano. Gostei muito da experiência.
	W: A matemática pode ser definida como conhecimento de necessidade para uma melhora em alguma área, por exemplo, uma vaga de emprego. Participar dessa oficina me trouxe uma visão totalmente diferente na matemática, pois vi uma matemática mais aprofundada, mais filosófica eu diria.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

Os alunos demonstraram uma visão positiva da matemática como uma ferramenta importante para a evolução humana e sua aplicação no dia a dia. Eles também mencionaram que a oficina lhes permitiu olhar para a matemática de outros ângulos e descobrir novas aplicações e conhecimentos. Alguns participantes também associaram matemática como um meio para solução de problemas; outros como um conhecimento de necessidade para uma melhoria em alguma outra área de atividade humana.

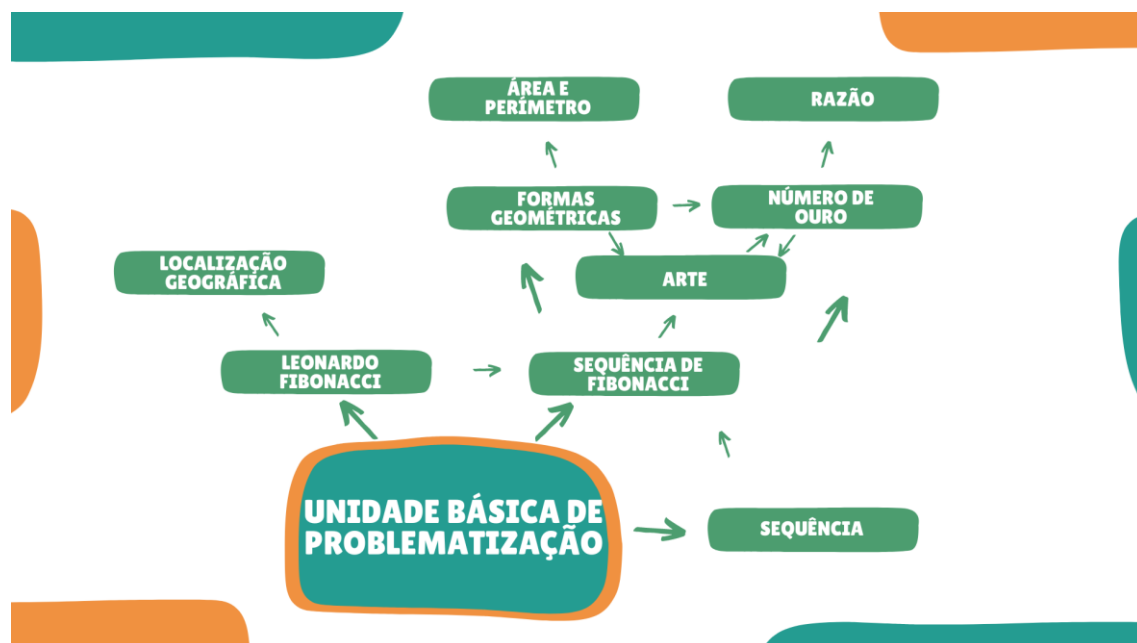
6.3 Resultados

A partir da análise de conteúdo (BARDIN, 1977), separamos os resultados em duas categorias para analisar as potencialidades da história da matemática como recurso didático: (1) aprendizagem matemática, e (2) concepção sobre a matemática. A seguir, apresentamos a análise realizada.

6.3.1 Aprendizagem matemática

A categoria 'aprendizagem matemática' destina-se aos conceitos aprendidos pelos alunos ao longo das oficinas pedagógicas a partir do livro Liber Abaci de Leonardo Fibonacci. A partir da UBP e das questões propostas, foi possível montar um mapa mental que esboça uma rede de conceitos e matérias presentes nas oficinas pedagógicas conforme ilustrado na figura 28.

Figura 28: Mapa mental dos conceitos trabalhados na UBP.



Fonte: Elaborada pelo pesquisador

Com a leitura da UBP, o aluno é apresentado a Leonardo Fibonacci e às suas viagens importantes para desenvolver sua compreensão matemática. Há uma possibilidade de interação com a Geografia, uma vez que a UBP cita a localização geográfica dos países e continentes que ele viajou. O livro Liber Abaci, escrito por Fibonacci, traz muitas contribuições importantes, incluindo a sequência de Fibonacci

e o problema dos coelhos. A partir daí, começamos a estabelecer uma rede de conceitos.

Com o questionário inicial, é possível perceber que a grande maioria dos alunos já teve contato com a história da matemática, incluindo Leonardo Fibonacci, a sequência de Fibonacci e, em menor proporção, com o número de ouro, como ilustrado nas figuras 13, 14, 15 e 16. Além disso, como foram estudantes do terceiro ano do Ensino Médio, no final de sua educação básica, já estudaram assuntos como formas geométricas, área, perímetro e razão.

Entretanto, através das oficinas, eles consolidaram e ampliaram seus conhecimentos sobre esses temas, como mostrado pelas respostas dos alunos no quadro XX e pelo questionamento sobre o conceito de razão.

A atividade envolvendo a construção da sequência de Fibonacci a partir do problema dos coelhos promove uma investigação e autonomia para decifram o padrão da sequência e formalização do conceito, segundo Miguel (1997) a curiosidade intelectual pode levar à generalizações e extensões de ideias e teorias. Além disso, a história estabelece um instrumento para a formalização de conceitos, formalização de conceitos, segundo Miguel (apud FERREIRA, 1997, p. 83) “no sentido de processo de traçar caminhos para se chegar a um determinado fim”.

Na busca de construção de significado do conceito estudado, esta proposta didática de enculturação matemática está em conformidade com Moreira (2017) segundo um processo intencional, pessoal e interpessoal de re-criação dos objetos matemáticos para o desenvolvimento dos alunos. Os estudantes puderam re-criar e associar o retângulo e a espiral de Fibonacci à arte, por exemplo, como o campo de futebol ou uma casa com as dimensões do retângulo ou uma pessoa criando uma espiral com seu próprio corpo e uma minhoca em disposição espiral.

6. 3. 2 Concepção sobre a Matemática

Esta categoria tem como objetivo organizar e discutir os resultados desta pesquisa a partir da percepção da matemática revelada pelos participantes e avaliar as potencialidades da história da matemática como recurso didático no que tange a percepção da matemática enquanto construção histórico-cultural.

Com o questionário inicial, em relação à questão de como os alunos se sentem em relação à matemática, foram descritos sentimentos positivos e negativos, conforme presente na nuvem de palavras da figura 11 e do quadro 11.

Segundo Miguel (1997, p. 87) a história “é um instrumento promotor de atitudes e valores” e com as oficinas pedagógicas, foi possível perceber uma recepção e experiência boa por parte dos alunos, conforme no quadro 22, ou seja, importante para a solidificação de sentimentos positivos.

Miguel (1997) complementa ainda que há uma diferença entre como a matemática é ensinada e como ela foi concebida, e a percepção dessa dissonância pode levar o aluno a desenvolver atitudes e valores positivos.

O mapa mental apresentado na figura 28 manifesta a predominância de conceitos matemáticos porém estão presentes, de forma explícita, temas envolvendo a história, geografia e a arte e, de forma implícita, a biologia a partir da discussão sobre a reprodução de coelhos e a modelagem matemática.

Miguel (1997) cita a potencialidade da história da matemática como unificador de vários campos; é possível verificar, após as oficinas, modificações nas concepções de alguns alunos sobre as conexões da matemática com as outras áreas (quadro 26).

Quadro 26: Comparação questionário inicial e questionário final

Participantes	Questionário inicial	Questionário final
K	Ciências da Natureza, Ciências Humanas, Ciências Biológicas	Além das conexões do questionário inicial, também há conexões com arte e cultura.
W	Ciências da Natureza	Além das conexões do questionário inicial, também há conexões com ciências humanas, arte e cultura.

Fonte: Elaborado pelo pesquisador

O aluno K foi perguntado durante sua entrevista por que não havia marcado ‘arte’ e ‘cultura’ como possíveis conexões com a matemática. Ele respondeu: “[...] A arte eu nem fazia ideia que usava, nem sabia também da história que a matemática tinha por trás disso tudo [...]”. No questionário final, ao ser perguntado sobre a relação

da matemática com as outras disciplinas, respondeu: “a matemática está em basicamente tudo, está na história, na arte [...]”.

O aluno K afirma que aprendeu nessas oficinas: “[...] qual é a origem dos números que usamos hoje; aprendi que o número 0 era rejeitado antes, aprendi também como funcionam os números binários.”

Apesar de não citar a palavra ‘cultura’, os alunos K e W perceberam que a matemática está presente nas diversas civilizações, tal como a origem dos algarismos indo-arábicos, além de notarem que utilizamos vários sistemas desenvolvidos ao longo da história. Isto está em conformidade com Bishop (1991, p. 55, *tradução nossa*) que afirma que a Matemática é um fenômeno presente em diversas culturas sendo um fenômeno de pan-cultural: “[...] são atividades significativas para o desenvolvimento dos aspectos matemáticos da cultura, então o corolário deve ser que todas as culturas desenvolvem a matemática – que a matemática é um fenômeno pancultural”.

O aluno W, no seu questionário inicial, marcou apenas a opção ciências da natureza como conexão com a matemática, porém, a partir das oficinas, revelou uma visão mais filosófica da área, totalmente diferente do que tinha anteriormente.

Os demais alunos A, B e J assinalaram no questionário inicial todas as opções como conexão com a matemática.

O aluno W expressou que aprendeu matemática de forma diferente com as oficinas. Durante seus estudos escolares, apenas decorava as fórmulas e não compreendia o motivo da construção daquele método. Citou o exemplo da construção histórica do teorema de Pitágoras presente no documentário, que ajudou a entendê-lo melhor. Segundo Miguel (1997, p. 90), referindo Zuniga (1998, p. 34),

não se trata de fazer uma referência histórica de duas linhas ao iniciar um capítulo, mas de realmente usar a ordem histórica da construção matemática para facilitar uma melhor assimilação durante a reconstrução teórica.

Utilizar a história da matemática pode revelar as necessidades sociais e econômicas de uma determinada sociedade fundamentais para o desenvolvimento dos conceitos matemáticos (MIGUEL, 1997) e que deram forma à nossa cultura (CHAQUIAM 2016; D’AMBROSIO 2013). Essas perspectivas estão presentes nas respostas dos alunos.

A aluna J discorreu sobre a importância do livro *Liber Abaci*, com seus capítulos voltados para o comércio, e sobre como introduziu e popularizou os algarismos indo-arábicos na Europa durante o século XIII, contribuindo para a implantação do modelo capitalista na sociedade. Além disso, os alunos A e B destacam a contribuição de Fibonacci para a abertura de portas, inovações e novas formas de pensar. Ainda mais, os alunos A e B argumentam que Fibonacci foi importante para o desenvolvimento da matemática escolar que temos hoje. D'Ambrosio (2013) aponta que uma das finalidades da história da matemática é mostrar ao aluno que a matemática presente na escola é apenas uma das muitas atividades desenvolvidas pela humanidade.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

No período de 2020-2022 e início de 2023, dediquei-me ao Mestrado em Educação em Ciências e Matemática (MPECM/UFV). Este tempo foi atípico, já que vivenciamos a pandemia de COVID-19, a 'nova normalidade', a mudança brusca da modalidade de educação presencial à remota e, posteriormente, a volta à educação presencial. No decorrer destes anos, trabalhei em escolas da rede pública e da rede privada de ensino e, em todas, tanto em modo presencial quanto remoto, pude verificar na prática docente o que o referencial teórico utilizado nesta pesquisa sustenta há muito tempo na educação matemática: o quadro de insucesso escolar na Matemática.

Motivado por esta questão, decidi dedicar-me à pesquisa em alternativas pedagógicas que colaborassem com a solução deste problema. Assim teve origem o presente trabalho, guiado pela pergunta: *Que contribuições a utilização da história da matemática, a partir da fonte primária Liber Abaci de Leonardo Fibonacci, organizada em uma Unidade Básica de Problematização (UBP), pode trazer à aprendizagem dos alunos do ensino médio numa perspectiva cultural?*

Estabelecemos como objetivo geral da pesquisa analisar as potencialidades pedagógicas da história da matemática, utilizando a fonte primária *Liber Abaci* de Leonardo Fibonacci, a partir da organização das Unidades Básicas de Problematização (UBPs), com estudantes do Ensino Médio.

Assim, foram desenvolvidas duas oficinas pedagógicas fundamentadas no modelo de Unidade Básica de Problematização (UBP) e tendo em conta as seis

atividades matemáticas universais apontadas por Bishop. Desejávamos auxiliar a apropriação com compreensão dos objetos matemáticos pelos alunos bem como desenvolver com eles a concepção epistemológica histórico-cultural da matemática.

Como resultado observamos que as oficinas pedagógicas foram proveitosas no sentido de apropriação dos objetos matemáticos e ampliação e solidificação da percepção cultural da matemática por parte dos estudantes. Os alunos puderam conectar conceitos matemáticos com outras áreas do conhecimento e manifestaram retornos positivos em relação às oficinas e à matemática experimentada nesta intervenção pedagógica.

No decorrer das oficinas, os alunos tiveram um espaço aberto para diálogos e questionamentos. A partir da problematização proposta na UBP Fibonacci, eles seguiram com investigações e puderam re-criar e apropriar-se dos objetos matemáticos. Além disso, construíram conexões de conceitos matemáticos com outras áreas.

Em termos da concepção sobre a matemática, os estudantes puderam perceber a matemática a partir de uma perspectiva histórico-cultural e em contínuo desenvolvimento.

Como relatei no início deste trabalho, durante minha trajetória acadêmica e profissional, enfrentei desafios na disciplina de Matemática que, inclusive, me levaram a uma dependência no Ensino Médio. No entanto, essa dificuldade não me impediu de seguir adiante e ingressar no curso de Licenciatura em Matemática. Desde então, venho atuando como educador matemático e, mais recentemente, finalizando o Mestrado no Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da UFV.

Com a realização desta pesquisa, pude enriquecer minha própria história com a Matemática, reforçando minha concepção de que essa disciplina é um bem cultural que deve estar acessível a todos. Percebi como a história da Matemática está intrinsecamente ligada à minha própria história, como pessoa, aluno e professor. Desta forma, a construção do conhecimento matemático se entrelaça com a construção da minha dissertação, que foi uma construção colaborativa, em diálogo com os autores que compuseram o referencial teórico.

Assim, posso afirmar que esta pesquisa trouxe contribuições significativas para mim, como professor e pesquisador, o que certamente influenciará minhas práticas de ensino e pesquisa no futuro.

Ao longo do trabalho, experimentei algumas restrições, principalmente em relação ao tempo disponível para a pesquisa. Como o mestrado profissional não disponibiliza bolsa, tive que conciliar trabalho e dedicação à pesquisa, o que reduziu o tempo disponível para a dissertação. Além disso, a fonte primária utilizada na pesquisa, o Liber Abaci, não está disponível em português, o que também constituiu uma limitação.

Algumas perspectivas futuras podem ser apontadas a partir deste trabalho. A utilização da abordagem metodológica da UBP é promissora e diversa. Uma das possibilidades é a sua extensão para outros níveis de ensino, como o Fundamental e o Superior. É possível utilizar a mesma metodologia aplicada neste estudo para a apresentação de outras práticas matemáticas presentes na fonte primária Liber Abaci, como a apresentação dos algarismos indo-arábicos e suas operações, ou ainda, a matemática financeira. Outra possibilidade é a utilização de outras fontes primárias, como o livro "Os Elementos" de Euclides ou outras fontes históricas menos conhecidas.

REFERÊNCIAS

- APPOLINÁRIO, F. **Metodologia da ciência: filosofia e prática da pesquisa**. 2. ed. São Paulo: Editora. Cengage Learning. 2012, p.165-168.
- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa: edições, v. 70, p. 225, 1977.
- BATISTA, A. N. de S.; PEREIRA, A. C. C. VAMOS APRENDER TRIGONOMETRIA? UMA EXPERIÊNCIA COM ALUNAS NO ENSINO MÉDIO UTILIZANDO A BALESTILHA. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 3, n. 7, p. 54–65, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v3i7.66. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/66>. Acesso em: 1 jun. 2021.
- BICUDO, M. A. V. **Pesquisa qualitativa e pesquisa qualitativa segundo a abordagem fenomenológica**. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). Pesquisa qualitativa em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2012. p. 111-124.

BISHOP, A. J. **Mathematical enculturation**: A cultural perspective on mathematics education. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar**: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

CASTILLO, A. R. M.; BENTO, R. T. F.; MOURA, R. A.; Uma possibilidade de trabalho em sala de aula com instrumentos matemáticos do tratado Tectonicon. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII., 2019, Cuiabá. **Anais Eletrônicos**. Cuiabá: SBEM, 2019.

Disponível em: <https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>. Acesso em: 24 mai. 2021

CHAQUIAM, M. **Ensaio Temático**: história e matemática em sala de aula. 1. ed. Belém: SBEM-PA, 2017.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e História da Matemática. In: FANTINATO, M. C. C. B. (Org). **Etnomatemática – novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora Universidade Federal Fluminense, 2009. p. 12-23.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2013.

D'AMBROSIO, U. **Por que e como ensinar história da matemática**. *Rematec* 8.12 (2013): 07-21.

DIAS, G. F. et al. A história da matemática como recurso pedagógico: resultados de um projeto de ensino. **XII Encontro Nacional de Educação Matemática**, n. 2002, p. 1–12, 2016

FAINGUELERNT, E. K. **O fracasso no ensino de Matemática ou a Matemática no fracasso do ensino?** *Educação e Matemática*, n. 72, p.27-29, 2003.

GIL, R.; SMITH, D. E. P. **Leonhard Euler e sua Lettre XV para princesa alemã**. **Revista história da matemática para professores**, v. 6, n. 1, p. 30-40, 2020.

KATZ, V. J. **História da Matemática**. Tradução do original inglês intitulado *A History of Mathematics: An Introduction*, 2nd Edition by Victor Katz, publicado por Pearson Education, Inc. publishing as Addison Wesley Higher Education, Copyright © 1998. Edição Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2010.

- LAUNAY, M. **A fascinante história da matemática**. Editora Bertrand Brasil, 2019. p. 11-23
- LIMA FILHO, R. R. C. **Um estudo de práticas matemáticas históricas e sugestões de uso na matemática escolar**. 2013. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2003.
- MENDES, I. A.; DA SILVA, C. A. F. **Problematização de práticas socioculturais na formação de professores de Matemática**. Revista Exitus, v. 7, n. 2, p. 100-126, 2017.
- MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da história em questão: argumentos reforçadores e questionadores**. Revista Zetetiké, Campinas, v. 5, n. 8, jul/dez. 1997. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646848>. Acesso em: 27 maio. 2020
- MIGUEL, A. MENDES. I. A. **Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games**. In: ZDM Mathematics Education, n. 42, p. 381-392, 2010.
- MOREIRA, M. D. D. **Matemática@XXI: Conexões surpreendentes**. Novas Edições Acadêmicas, 2017.
- PAVIANI, N. M. S.; FONTANA, N. M. **Oficinas pedagógicas: relato de uma experiência**. Revista Conjectura, v. 14, n. 2, 2009. p. 77-88.
- PEREIRA, D. E.; GIL, R.. **O USO DE UBPs EM FONTES HISTÓRICAS: APLICAÇÕES NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 7, n. 20, p. 406-417, 2020.
- PONTE, J. P. **Uma disciplina condenada ao insucesso?** *Noesis*, n. 32, p. 24-26, 1994
- PRODANOV, C. C.; ERNANI, C. F. **Metodologia do trabalho científico: método e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Editora Feevale, 2013.
- ROMANOWSKI, J. P. **As licenciaturas no Brasil: um balanço das teses e dissertações dos anos 90**. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

- ROMANOWSKI, J.; ENS, R. As Pesquisas Denominadas Do Tipo “Estado Da Arte” Em Educação. **Revista Diálogo Educacional**, v. 6, n. 19, p. 37–50, 2006.
- SAITO, F. CONSTRUINDO INTERFACES ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DA MATEMÁTICA. **Ensino da Matemática em Debate**, v. 3, p. 3–19, 2016
- SANTOS, V. C. S.; SOUZA, L. B. B.; CHAQUIAM, Ml. Dispositivos Aritméticos Históricos na aprendizagem de multiplicação e divisão. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, XIII., 2019, Cuiabá. **Anais Eletrônicos**. Cuiabá: SBEM, 2019. Disponível em: <https://sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>. Acesso em: 24 mai. 2021
- SILVA, I. C. da; NASCIMENTO, J. S. do; PEREIRA, A. C. C. ESTUDANDO EQUAÇÃO DO 1o GRAU POR MEIO DO USO DE FONTES HISTÓRICAS: O PAPIRO DE RHIND. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 2, n. 6, p. 37–48, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v2i6.16. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/16>. Acesso em: 2 jun. 2021.
- SILVA, M. M. V. da; LIMA, D. L.; SOUZA, M. J. A. HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E ATIVIDADES COM O TEODOLITO: CONTRIBUIÇÕES DO PIBID/UVA PARA APRENDIZAGEM DA TRIGONOMETRIA. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 4, n. 12, p. 66–78, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v4i12.27. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/27>. Acesso em: 1 jun. 2021.
- TAVARES, M. O.; PEREIRA, A. C. C. **Um estudo sobre a inserção das práticas matemáticas históricas por meio de UBP no ensino de Matemática**. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, v. 3, n. 8, p. 60-71, 2016.
- WAIANDT SCHUWARTZ DE CARVALHO FARIA, R.; MALTEMPI, M. V. . Raciocínio proporcional na matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, [S. l.], v. 58, n. 57, 2020. DOI: 10.21680/1981-1802.2020v58n57ID20024. Disponível em: <https://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/20024>. Acesso em: 24 fev. 2023.

ANEXOS

- 1) UBP Fibonacci
- 2) Termo de assentimento
- 3) Questionário Inicial
- 4) Questionário Final
- 5) Produto educacional

1) UBP Fibonacci

Leonardo Pisano foi um importante matemático da Idade Média. Nasceu em 1170 em Pisa, na Itália e viveu até o ano de 1240. Era filho de Guilielmo Bonacci, e por isso tornou-se conhecido popularmente como Fibonacci, filho de Bonacci.

Bonacci trabalhava como funcionário público para os mercadores de Pisa, principalmente em Bugia, cidade portuária no litoral da atual Argélia. O pai levava Fibonacci para as suas viagens e, dessa forma ele foi educado em lugares, como Egito, Síria, -Grécia, Sicília, Provence e Bizâncio, atual Istambul.

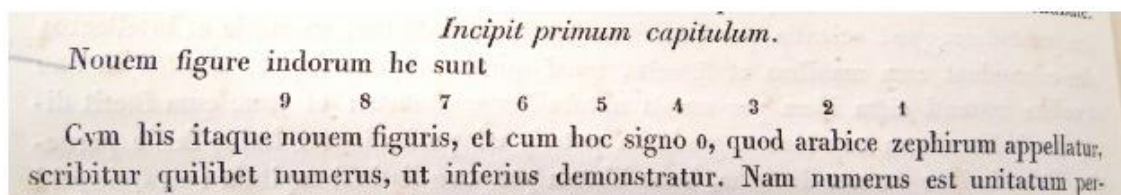
Durante as suas viagens em contato com a cultura e conhecimento local, ele tornou-se especialista em alguns procedimentos matemáticos, como por exemplo, o método lógico-dedutivo presente na Matemática grega e no livro Os elementos de Euclides, além do procedimento algébrico de Al – Khwarizmi.

Além disso, Fibonacci compreendeu o método indiano e reconheceu os benefícios do sistema numeral decimal hindu, pela praticidade dos seus algoritmos de cálculo. Este sistema era muito utilizado pelos cientistas muçulmanos, e houve uma tentativa através dos árabes, por meio da Espanha, de introduzir esses algarismos na Europa na segunda metade do século X, porém ele não se popularizou.

Em 1202, Fibonacci com o propósito de apresentar e difundir os algarismos indo – arábicos e as suas operações, publica a primeira versão do seu livro **Liber Abaci**, e a segunda versão, após uma revisão, é publicada em 1228. Além do seu papel de disseminação do sistema indo-arábico, é uma enciclopédia do século XIII sobre aritmética, álgebra e resolução de problemas com conteúdos teóricos e práticos.

Fibonacci no início do primeiro capítulo já apresenta os algarismos indo-arábicos.

Figura: Início do capítulo 1



Fonte:

<https://www.maa.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-fibonacci-s-liber-abaci>

“As nove figuras indianas são

9 8 7 6 5 4 3 2 1

Com esses nove algarismos, e com o sinal 0 que os árabes chamam de zephir, escreve-se qualquer número, como se demonstra a seguir.”

Além da apresentação e popularização do sistema numérico hindu e seus algoritmos, o Liber Abaci é uma obra enciclopédica que trata da matemática conhecida no século XIII sobre aritmética, álgebra e resolução de problemas.

O livro possui 15 capítulos e está dividido em três partes: os capítulos 1 a 7 são destinados à apresentação dos algarismos indo – arábicos e suas operações, os capítulos 8 a 11 são relacionados a problemas envolvendo a matemática comercial da época e os capítulos 12 a 15 são baseados em resoluções de problemas diversos.

Um dos problemas mais conhecidos está presente no capítulo 12, problema 18 do Liber Abaci e apresenta a seguinte questão:

“Quantos pares de coelhos são gerados por um par de coelhos em um ano?”

Fibonacci apresenta o seguinte contexto para o problema “[...] um certo homem possui um par de coelhos juntos em um certo ambiente fechado, e um dos seus desejos é saber quantos pares de coelhos são gerados, a partir, do primeiro par até o final do ano.”

Vale ressaltar algumas condições para esse problema:

- Os coelhos atingiam a maturação sexual após um período de um mês, quando se acasalavam e ao final do segundo mês a fêmea tinha como cria outro casal de coelhos;
- Em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal de coelhos dava origem a um novo casal de coelhos;
- Nenhum coelho morria.

2) Termo de assentimento

Olá, somos pesquisadores da área de Educação Matemática vinculados ao Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Universidade Federal de Viçosa (UFV), nível profissional. Este questionário faz parte de uma pesquisa inédita que estou realizando sob a orientação da Professora Marli Duffles Donato Moreira. Gostaríamos de convidá-lo(a) a fazer parte do nosso estudo. Ao responder este questionário, o(a) Sr.(a) está concordando com o Termo de Assentimento proposto.

Desde já, agradecemos pela sua valiosa contribuição ao preencher o questionário a seguir.

TERMO DE ASSENTIMENTO

Você está sendo convidado(a) como voluntário(a) a participar da pesquisa “História da Matemática: oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci”. Com o objetivo da apropriação dos objetos matemáticos pelos alunos. Nesta pesquisa pretendemos ensinar Matemática no Ensino Médio através da História da Matemática, por meio das Unidades Básicas de Problematização utilizando a fonte história Liber Abaci de Leonardo Fibonacci.

A participação nessa pesquisa consistirá em participar das duas oficinas que serão desenvolvidas no decorrer de dois dias. Nesses encontros serão desenvolvidas atividades relacionadas a problematizações geradas a partir da fonte histórica Liber Abaci. Serão realizados um teste aberto pré-aplicação das oficinas pedagógicas para verificação de conhecimento dos participantes e uma entrevista semi - estruturada pós - aplicação com dois alunos sorteados para a percepção da opinião do trabalho desenvolvido. Além disso, a coleta de dados se dará através de relatos de observações, descrições de experiências.

Serão utilizados recursos como fotos e gravações das oficinas como coleta de dados, porém a identidade dos participantes será resguardada através de borrões nos rostos caso apareçam em alguma imagem e mudança dos nomes para nomes fictícios mantendo a privacidade e confidencialidade de cada participante na pesquisa.

Esclarecemos que os possíveis riscos que o(a) participante se submete ao participar da pesquisa são de constrangimento por se sentir exposto, ou ainda sentir sua escola

exposta em algumas situações. Poderá ocorrer também desconforto e inibição em prestar as informações solicitadas.

Para minimizar os riscos, informamos que os nomes dos participantes e da escola serão omitidos e substituídos por nomes fictícios para evitar eventuais constrangimentos. Assim, sua privacidade será preservada e a escola não terá a imagem exposta. As perguntas do questionário e da entrevista serão de cunho pedagógico. Em caso de desconforto o(a) participante poderá se negar a dar qualquer tipo de informação ou mesmo desistir da pesquisa a qualquer momento, sem a necessidade de explicar o motivo. Por fim, esclarecemos que durante a pesquisa o(a) participante terá a liberdade de fazer qualquer pergunta ou questionamento relacionado ao estudo.

Acreditamos que a pesquisa trará benefícios especificamente para o(a) participante, enquanto estudante do terceiro ano do Ensino Médio da Escola Básica, por colaborar no processo de aprendizagem da Matemática e no desenvolvimento do pensamento problematizador e da Matemática como criação humana e em pleno desenvolvimento. Para a escola, vislumbramos o benefício de proporcionar uma melhoria no processo de ensino e aprendizagem de seus alunos(as). O estudo também trará contribuição para o campo de pesquisa “Ensino e Aprendizagem em Ciências e Matemática”, linha do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática ao qual está vinculado. Além disso, o conhecimento produzido pela pesquisa pode contribuir para o direcionamento de ações voltadas para o ensino de matemática nas escolas.

Para participar deste estudo, seu responsável legal deverá autorizar e assinar um termo de consentimento. Sua participação não implicará em nenhum custo, nem receberá qualquer benefício financeiro, ou seja, sua participação é voluntária. Apesar disso, diante de eventuais danos, identificados e comprovados, decorrentes da pesquisa, você tem assegurado o direito à indenização. Além disso, caso surja algum custo não previsto, decorrente da pesquisa, você tem assegurado o direito ao ressarcimento.

Você tem garantida plena liberdade de recusar-se a participar ou seu responsável legal de retirar o consentimento ou interromper sua participação, em qualquer fase da pesquisa, sem necessidade de comunicado prévio. A sua participação é voluntária e a recusa em participar não acarretará qualquer penalidade ou modificação na forma

em que você é atendido(a) pelo pesquisador. Os resultados da pesquisa estarão à sua disposição quando finalizada. Você não será identificado(a) em nenhuma publicação que possa resultar. Seu nome ou o material que indique sua participação não serão liberados sem a permissão de seu responsável legal. Este termo de assentimento encontra-se impresso em duas vias originais, sendo que uma será arquivada pelo pesquisador responsável, na avenida Peter Henry Rolfs, s/n - Campus Universitário, Viçosa - MG, 36570-900, Departamento de Matemática (DMA) e a outra será fornecida a você.

Os dados e instrumentos utilizados na pesquisa ficarão arquivados com o pesquisador responsável por um período de 5 (cinco) anos após o término da pesquisa. Depois desse tempo, os mesmos serão destruídos. Os pesquisadores tratarão a sua identidade com padrões profissionais de sigilo e confidencialidade, atendendo à legislação brasileira, em especial, à Resolução 466/2012 do Conselho Nacional de Saúde, e utilizarão as informações somente para fins acadêmicos e científicos.

INFORMAÇÃO DE CONTATO:

Dúvidas: Se você tiver quaisquer perguntas, hesitações ou reclamações sobre esta pesquisa, por favor, entre em contato conosco pelos e-mails

lucas.silva2@ufv.br ou marliddmoreira@ufv.br

Contato Independente: Em caso de discordância ou irregularidades sob o aspecto ético desta pesquisa, você poderá consultar:

CEP UFV - Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos

Universidade Federal de Viçosa

Edifício Arthur Bernardes, subsolo

Av. PH Rolfs, s/n - Campus Universitário

CEP: 36570-900 Viçosa/MG

Telefone: (31) 3899-2492

Email: cep@ufv.br

www.cep.ufv.br

3) Questionário inicial

Caracterização

1. Cidade/Estado de nascimento *

2. Idade *

Marcar apenas uma oval.

☐ 16 anos

☐ 17 anos

☐ 18 anos

☐ 19 anos

☐ 20 anos

3. Gênero *

Concepção sobre a
Matemática

Marque todas as opções que você julgar
verdadeiras

4. A Matemática ... *

Marque todas que se aplicam.

- ☐ serve para resolver problemas
- ☐ é um conjunto de procedimentos que temos de memorizar
- ☐ significa pesquisar novas ideias
- ☐ é cultura
- ☐ Outro: _____

Eu e a Matemática

5. A matemática é importante para a vida cotidiana. *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

6. A Matemática é algo muito abstrato para mim. *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Concordo totalmente
- ☐ Concordo
- ☐ Discordo
- ☐ Discordo totalmente

7. Quem sabe matemática tem mais oportunidades de trabalho. *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo
☐ Discordo
☐ Discordo totalmente

8. Tenho muita dificuldade em entender Matemática. *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo
☐ Discordo
☐ Discordo totalmente

9. Relaciono os novos conceitos matemáticos com as coisas já aprendidas. *

Marcar apenas uma oval.

- ☐ Concordo totalmente
☐ Concordo
☐ Discordo
☐ Discordo totalmente

10. Minha relação com a Matemática é *

Marcar apenas uma oval.

Ruim

1 ☐

2 ☐

3 ☐

4 ☐

5 ☐

Ótima

11. A Matemática tem conexões com ... *

Marque *todas* que se aplicam.

- ☐ Ciências da Natureza
- ☐ Ciências Humanas
- ☐ Ciências Biológicas
- ☐ Arte
- ☐ Cultura
- ☐ Outro: _____

12. Na sua opinião, você é um bom aluno em Matemática? *

Marcar apenas uma oval.

NÃO

1

☐

2

☐

3

☐

4

☐

5

☐

SIM

13. Comente sua resposta anterior: *

14. Se você pudesse resumir a Matemática em uma palavra, ela seria ... *

A Matemática me faz sentir ...

Marque todas as opções que você julgar verdadeiras

15.

Marque todas que se aplicam.

- ☐ curioso(a)
- ☐ animado(a)
- ☐ aflito(a)
- ☐ tranquilo(a)
- ☐ "quebrando a cabeça"
- ☐ apressado(a)
- ☐ aborrecido(a)
- ☐ excelente
- ☐ desorientado(a)
- ☐ alegre
- ☐ indiferente
- ☐ divertido(a)
- ☐ confiante
- ☐ bloqueado(a)
- ☐ interessado(a)
- ☐ desanimado(a)
- ☐ esperto(a)
- ☐ incapaz

16. Nas aulas de Matemática o que eu mais fazia era ...

Marcar apenas uma oval.

- ☐ copiar
- ☐ desenhar
- ☐ resolver problemas
- ☐ resolver exercícios
- ☐ ficar distraído(a)
- ☐ Outro: _____

17. Conte se você já teve alguma experiência marcante enquanto aluno de Matemática. Ela foi ...?

Eu e História da Matemática

18. Você já teve contato com a História da Matemática? *

Marcar apenas uma oval.

☐ Sim

☐ Não

19. Você conhece Leonardo Fibonacci? *

Marcar apenas uma oval.

☐ Sim

☐ Não

20. Você já ouviu falar sobre a sequência de Fibonacci? *

Marcar apenas uma oval.

☐ Sim

☐ Não

21. Você já ouviu falar do número de ouro? *

Marcar apenas uma oval.

☐ Sim

☐ Não

4) Questionário final

- Você achou interessante estudar matemática a partir da sua história? Conte como foi sua experiência nestas atividades.
- O que você aprendeu nestas oficinas?
- Você já tinha pensado que a matemática tem história? E se relaciona com outras disciplinas, como por exemplo, a geografia? Fale um pouco sobre isso?
- Como você define a matemática? Participar destas oficinas trouxe para você uma visão diferente da matemática? Explique.

5) Produto Educacional



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA



Produto Educativo

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO:

Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci

*Lucas Coelho da Silva
Marli Duffles D. Moreira*



JANEIRO/2023



"[...] o conhecimento de história da matemática mostra aos estudantes que a matemática é um empreendimento humano importante. A Matemática não foi criada em forma polida com que aparece nos livros texto, foi antes desenvolvida muitas vezes de forma intuitiva e experimental respondendo à necessidade de resolver problemas."

(KATZ, 2010, p. XII)

Índice

1. Apresentação	3
2. Discussão teórica	5
2.1 Enculturação Matemática	
2.2 História da Matemática como recurso didático	
3. Unidades Básicas de Problematização (UBP)	7
4. Oficinas pedagógicas a partir do livro Liber Abaci	8
5. Atividades propostas	11
6. Sugestões para professores	15
Referências	17

1. APRESENTAÇÃO

Prezados/as
 professores/as,

Meu nome é Lucas Coelho da Silva. Sou professor de Matemática na Educação Básica há quatro anos. Atualmente leciono para turmas do Ensino Fundamental II e Ensino Médio na Rede Pública Estadual, em Viçosa, Minas Gerais.

Apresento para vocês este Produto Educacional, fruto de minha pesquisa de mestrado com alunos do 3º ano do Ensino Médio, no âmbito do Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Viçosa (PPGECM/UFV) sob a orientação da Profa. Marli Duffles Donato Moreira

Este produto, em formato de caderno didático para professores, apresenta uma proposta de utilização da História da Matemática como recurso didático, com objetivos de: (i) propiciar aos estudantes a apropriação dos objetos matemáticos e, (ii) a construção de uma percepção histórico-cultural da Matemática.

Inicialmente, neste caderno didático, apresentamos uma breve discussão teórica a partir dos temas da pesquisa:

- (I) Enculturação Matemática;
- (II) História da Matemática como recurso didático.

Além disso, utilizamos como recurso metodológico a Unidade Básica de Problematização (UBP).

A seguir, introduzimos Leonardo Fibonacci, autor do livro Liber Abaci e as potencialidades pedagógicas desta obra.

Com o referencial teórico estabelecido, apresentamos as oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci com as atividades propostas aos alunos.

Ao final deste caderno, propomos algumas sugestões para o trabalho nas salas de aula de Matemática.

Com a experiência adquirida em salas de aula da educação básica, tanto em escolas públicas quanto privadas, pude perceber o que o referencial teórico utilizado nesta pesquisa sustenta há muito tempo na educação matemática: o quadro de insucesso escolar na Matemática.

Motivado por esta questão, decidi-me por pesquisar alternativas pedagógicas que colaborassem com a solução deste problema. Assim teve origem o presente trabalho, guiado pela pergunta:

Que contribuições a utilização da história da matemática, a partir da fonte primária Liber Abaci de Leonardo Fibonacci, organizada em uma Unidade Básica de Problematização (UBP), pode trazer à aprendizagem dos alunos do ensino médio numa perspectiva cultural?

Há muito ainda a se pesquisar com relação às potencialidades didáticas da história da matemática na escola básica.

Espero que este caderno seja um incentivo a todos os colegas professores a experimentarem este recurso didático.

Viçosa,
08 de fevereiro de 2023.

Lucas Coelho



2. DISCUSSÃO TEÓRICA

2.1 Enculturação Matemática

Bishop (1991) faz uma crítica contundente ao ensino tradicional da matemática vivenciado na maioria das escolas em todo o mundo. Seguindo uma cartilha que apregoa um tratamento impessoal e homogêneo, nesta forma de ensino, as individualidades dos alunos não são levadas em conta e, ainda, todos os alunos devem aprender a mesma matemática, no mesmo tempo e na mesma profundidade. Desta forma, o currículo escolar é orientado para as técnicas e voltado para aqueles que seguirão carreiras da área das ciências exatas, ou seja, não alcança todos os alunos, portanto é elitista e excludente. Bishop (1991, 1999) propõe, assim, a abordagem cultural para o ensino da matemática: a Enculturação Matemática. Enculturação matemática é o processo de apropriação pelos alunos dos objetos matemáticos construídos ao longo da história humana. É um processo intencional, pessoal (cada aluno constrói seu significado do conteúdo estudado) e interpessoal, ocorre entre várias pessoas que partilham a cultura matemática.

Segundo Moreira (2017, p. 21) "é um processo pessoal de re-criação dos objetos matemáticos que tem como principal objetivo o desenvolvimento de cada aluno."

Um conceito matemático é construído pelo estudante a partir de conexões estabelecidas entre os significados pré-existentes, o conhecimento escolar e o conhecimento adquirido fora do ambiente institucional. É necessário "valorizar as experiências matemáticas que os alunos trazem para a escola e dar a eles a oportunidade de estabelecerem conexões entre o aprendizado escolar e a vida social" (MOREIRA, 2017, p. 25).

Bishop (1991) concebe a matemática como uma ciência pan-cultural presente na história das diversas civilizações. Assim, o autor defende o ensino a partir de uma perspectiva cultural, considerando a matemática como um conhecimento gerado historicamente, ou seja, com origem em diferentes culturas e épocas, segundo as diferentes necessidades dos povos.



2.2 História da Matemática como recurso didático

Nas últimas décadas, aumentaram o interesse e o desenvolvimento de pesquisas relacionadas à história da matemática, buscando a melhoria do ensino-aprendizagem da matemática (CHAQUIAM, 2017).

Miguel (1997) aponta potencialidades pedagógicas da história da matemática para o ensino. Conforme o autor, a história da matemática pode auxiliar na escolha de métodos pedagógicos mais adequados para o ensino da matemática. Igualmente, Brolezzi (1991, p. 65) concebe a história da matemática "não como mero acessório didático, mas como verdadeiro definidor de estratégias pedagógicas." Além disso, possibilita a promoção do pensamento independente e crítico (MIGUEL, 1997).

Os conteúdos matemáticos, por muitas vezes, são vistos de forma isolada e os alunos não desenvolvem uma compreensão global dos temas estudados. Tanto Brozelli (1991) como Miguel (1997) argumentam sobre o valor da história da matemática como unificador de vários campos da matemática.

Ainda, segundo Miguel (1997), os alunos podem perceber a relação entre a matemática e outros campos como religião, filosofia, biologia entre outros, e auxiliar na compreensão da matemática como criação humana e em pleno desenvolvimento.

Conforme os autores citados, a história da matemática pode contribuir para o processo de ensino-aprendizagem e possui várias potencialidades pedagógicas.

Segundo Brozelli (1991), a lacuna entre a matemática desenvolvida ao longo da história e a matemática atual ensinada nas escolas reforça a ideia de que a mesma é uma ciência pronta e acabada, imutável.

Porém, como as outras ciências, o conhecimento matemático está em constante evolução e com a história da matemática podemos apresentar para os estudantes, segundo Brozelli (1991, p. 1), "uma Matemática viva, em progresso, ou seja, em construção, surge aos olhos dos alunos quando se recorre à História da Matemática".

3. Unidade básica de Problematização (UBP)

Tavares e Pereira (2016) identificam as Unidades Básicas de Problematização como parte do quadro de metodologias ativas. Conforme Mendes (2017), são denominadas ativas, porque têm como princípio fundamental tomar as ações do aluno como centro da aprendizagem e a utilização da problematização como estratégia de ensino e aprendizagem, com o objetivo de alcançar e motivar o discente, pois diante do problema, ele se detém, examina, reflete, relaciona a sua história e passa a ressignificar suas descobertas. Segundo Miguel e Mendes (2010), uma Unidade Básica de Problematização (UBP) é "um flash memorialístico discursivo que descreve uma prática situada em um determinado campo da atividade humana, e na verdade teria sido usado para esponder à parte necessária de uma comunidade de prática em algum ponto do desenvolvimento dessa atividade na história" (p. 386, tradução nossa).

A partir de um convite roteirizado de investigações em direção à problematização temática, as Unidades Básicas de Problematização direcionam desde a exploração de práticas sociais nas aulas de matemática em um sentido integrado e globalizante (MENDES, 2017).

Muitas UBPs não exigem, inicialmente, conhecimento aprofundado em matemática, porém, podem atingir graus elevados de profundidade, complexidade, sofisticação, sutileza e originalidade pelo seu caráter aberto e para além das fronteiras disciplinares.

Dessa forma, as UBPs, proporcionam ao aluno uma formação como cidadão crítico e agente ativo na sociedade (MENDES; SILVA, 2017) o que está em concordância com Gil e Smith (2020, p. 32)

"tornar-se um agente ativo do processo de construção do conhecimento, buscando por si, e com auxílio do professor (que assumiria o papel de agente facilitador do conhecimento) mecanismos para a resolução de uma determinada problemática estipulada."

As UBPs são um processo interativo e colaborativo em que todos os alunos são capazes de questionamento e de responder coletivamente, conscientes que podem abrir outros caminhos para novas discussões (MIGUEL; MENDES, 2010).

Em conformidade, os alunos terão a autonomia de discutir e resolver as atividades propostas, construindo assim o seu conhecimento e desenvolvendo o ato de pensar (TAVARES; PEREIRA, 2016).

As UBPs possuem enfoque (in)disciplinar, termo utilizado por (MIGUEL; MENDES, 2010), no sentido de transgredir os limites da disciplina. Não estão necessariamente vinculadas a alguma disciplina específica ou pessoa indisciplinada, "mas remete a uma atividade de ensino que não se encontra presa a uma disciplina em específico, sendo ela escolar ou científica" (GIL; SMITH, 2020, p. 31).

4. OFICINAS PEDAGÓGICAS A PARTIR DO LIVRO LIBER ABACI

Leonardo Pisano foi um importante matemático da Idade Média. Nasceu em 1170 em Pisa, na Itália, e viveu até o ano de 1240. Era filho de Guilielmo Bonacci, e por isso tornou-se conhecido popularmente como Fibonacci, filho de Bonacci.

Bonacci trabalhava como funcionário público para os mercadores de Pisa, principalmente em Bugia, cidade portuária no litoral da atual Argélia. O pai levava Fibonacci para as suas viagens e, dessa forma ele foi educado em diferentes lugares, como Egito, Síria, Grécia, Sicília, Provence e Bizâncio, atual Istambul.

Durante as suas viagens, em contato com a cultura e conhecimento local, tornou-se especialista em alguns procedimentos matemáticos, como por exemplo, o método lógico-dedutivo presente na matemática grega e no livro Os Elementos de Euclides, além do procedimento algébrico de Al-Khwarizmi.

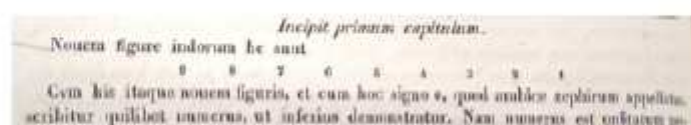


Torre inclinada de Pisa, Itália.

Além disso, Fibonacci compreendeu o método indiano e reconheceu os benefícios do sistema numeral decimal hindu, pela praticidade dos seus algoritmos de cálculo. Este sistema era muito utilizado pelos cientistas muçulmanos, e houve uma tentativa através dos árabes, por meio da Espanha, de introduzir esses algarismos na Europa na segunda metade do século X, porém ele não se popularizou.

Em 1202, Fibonacci com o propósito de apresentar e difundir os algarismos indo-arábicos e as suas operações, publica a primeira versão do seu livro Liber Abaci, e a segunda versão, após revisão, é publicada em 1228.

Fibonacci, no início do primeiro capítulo do Liber Abaci, já apresenta os algarismos indo-arábicos.



Fonte:

<https://www.mas.org/press/periodicals/convergence/mathematical-treasure-fibonacci-s-liber-abaci>

Em português,

"As nove figuras indianas são
9 8 7 6 5 4 3 2 1

Com esses nove algarismos, e com o sinal 0 que os árabes chamam de zephir, escreve-se qualquer número, como se demonstra a seguir."

Além da apresentação e popularização do sistema numérico hindu e seus algoritmos, o Liber Abaci é uma obra enciclopédica que trata da matemática conhecida no século XIII sobre aritmética, álgebra e resolução de problemas.

O livro possui 15 capítulos e está dividido em três partes: os capítulos 1 a 7 são destinados à apresentação dos algarismos indo-arábicos e suas operações, os capítulos 8 a 11 são relacionados a problemas envolvendo à matemática comercial da época e os capítulos 12 a 15 são baseados em resoluções de problemas diversos.

Um dos problemas mais conhecidos está presente no capítulo 12, problema 18 do Liber Abaci e apresenta a seguinte questão:

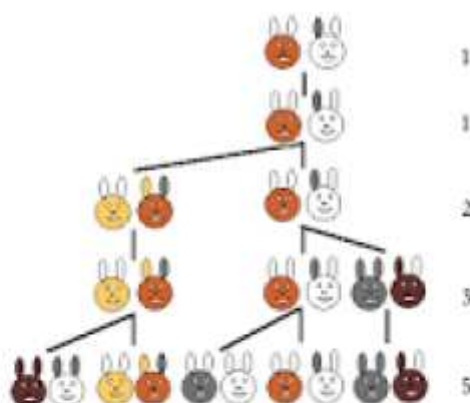
"Quantos pares de coelhos são gerados por um par de coelhos em um ano?"

Fibonacci apresenta o seguinte contexto para o problema:

"[...] um certo homem possui um par de coelhos juntos em um certo ambiente fechado, e um dos seus desejos é saber quantos pares de coelhos são gerados, a partir, do primeiro par até o final do ano."

Vale ressaltar algumas condições para esse problema:

- Os coelhos atingiam a maturação sexual após um período de um mês, quando se acasalavam e ao final do segundo mês a fêmea tinha como cria outro casal de coelhos;
- Em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal de coelhos dava origem a um novo casal de coelhos;
- Nenhum coelho morria.



5. ATIVIDADES PROPOSTAS

Conhecendo Fibonacci



- Fibonacci se apropriou dos conceitos matemáticos presentes nas sociedades que conheceu.
- Quais foram esses lugares? Estão localizados em quais países e continentes? Identifique no mapa que você recebeu esses países (colorir).

MAPA-MÚNDI PARA COLORIR

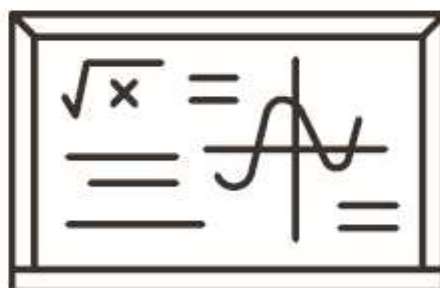


- O que você destaca como mais importante da sua leitura do texto que você recebeu?
- Como você relaciona a Matemática que você aprende na escola com o texto que você recebeu e o documentário que você assistiu? Justifique a sua resposta.

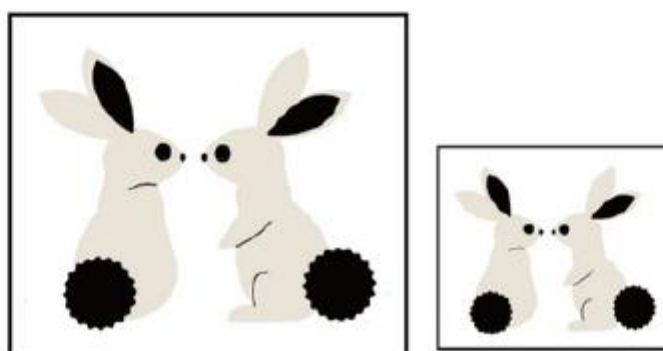
Documentário A história do número 1:

<https://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ&t=23s>

- Qual é a contribuição de Fibonacci para a Matemática européia?
- Qual é a importância de Fibonacci para a Matemática que aprendemos hoje na escola?



Construindo a sequência de Fibonacci

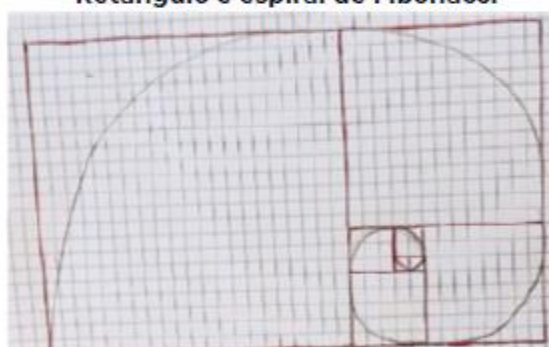


- Qual é a definição de sequência em um dicionário? O que caracteriza uma sequência? Dê exemplos numéricos e não – numéricos.
- Qual é a sequência apresentada no problema dos coelhos do livro Liber Abaci? Para auxiliá- los na construção, utilizem as figuras dos coelhos jovens e adultos.
- Qual é o padrão apresentado no problema dos coelhos do livro Liber Abaci?
- Faça uma pesquisa sobre as aplicações da sequência de Fibonacci no dia-a-dia e discorra com os seus colegas os resultados da pesquisa.

Investigando a relação entre a sequência de Fibonacci e o número de ouro

- Construa o retângulo de Fibonacci e a espiral de Fibonacci em uma malha quadriculada. Em cada passo, registre o valor do perímetro e da área do retângulo.
- Em cada passo, o que você observa entre a razão do maior lado pelo menor lado do retângulo? De que maneira isso se relaciona com a sequência de Fibonacci?
- Faça uma pesquisa sobre o número encontrado, quais são as denominações e aplicações? Qual é o seu valor aproximado?
- Utilize o retângulo de Fibonacci e/ou a espiral de Fibonacci que você desenhou para criar a sua arte.
- Quais são as ocorrências na natureza que você observa esse modelo de crescimento em espiral?

Retângulo e espiral de Fibonacci



Trabalho construído por um estudante

6. SUGESTÃO PARA PROFESSORES

Com a leitura da Unidade Básica de Problematização (UBP), cria-se uma rede de conceitos e conexões com outras áreas de conhecimento, facilitando o trabalho entre professores de diferentes disciplinas.

Ademais, as oficinas são investigativas e se baseiam em problematizações, permitindo ao aluno um processo intencional, pessoal e interpessoal de re-criação dos objetos matemáticos.

O professor pode apresentar problematizações históricas e contextualizá-las para a experiência dos alunos, que podem levar questionamentos para a sala de aula.

Por exemplo, na oficina baseada no Liber Abaci, foi trabalhado com os alunos conteúdos como sequências, sequência de Fibonacci, formas geométricas (retângulo e quadrado), perímetro e área, razão e número de ouro (veja o mapa mental abaixo).

No entanto, o professor pode adaptar os conteúdos de acordo com as necessidades dos seus estudantes, aprofundando em temas mais complexos como espirais, para alunos do ensino superior, ou concentrando-se em números irracionais como o número de ouro no Ensino Fundamental II.

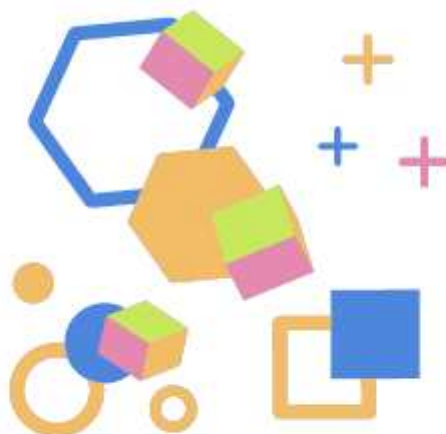


UMA PALAVRA FINAL...

As oficinas pedagógicas realizadas nesta pesquisa foram proveitosas no sentido de apropriação dos objetos matemáticos e na ampliação e solidificação da percepção cultural da matemática pelos estudantes.

Eles puderam conectar conceitos matemáticos com outras áreas do conhecimento, manifestaram retornos positivos e puderam perceber a matemática como algo em desenvolvimento a partir de uma perspectiva histórico-cultural.

Convido a todos vocês, colegas professores, a partilharem esta experiência com seus alunos.



REFERÊNCIAS

BISHOP, A. J. **Mathematical enculturation**: A cultural perspective on mathematics education. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC/SEB, 2018.

BROLEZZI, A. C. **A arte de contar**: uma introdução ao estudo do valor didático da História da Matemática. 1991. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 1991.

CHAQUIAM, M. **Ensaio Temático**: história e matemática em sala de aula. 1. ed. Belém: SBEM-PA, 2017.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática e História da Matemática. In: FANTINATO, M. C. C. B. (Org). **Etnomatemática - novos desafios teóricos e pedagógicos**. Niterói: Editora Universidade Federal Fluminense, 2009, p. 12-23.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**: Elo entre as tradições e a modernidade. 5. ed. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2013.

D'AMBROSIO, U. **Por que e como ensinar história da matemática**. Rematec 8.12 (2013): 07-21.

LAUNAY, M. **A fascinante história da matemática**. Editora Bertrand Brasil, 2019. p. 11-23

MIGUEL, A. **As potencialidades pedagógicas da história em questão**: argumentos reforçadores e questionadores. Revista Zetetiké, Campinas, v. 5, n. 8, jul/dez. 1997.
Disponível em:
<https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646848>. Acesso em: 27 maio. 2020

MIGUEL, A. MENDES, I. A. **Mobilizing histories in mathematics teacher education: memories, social practices, and discursive games**. In: ZDM Mathematics Education, n. 42, p. 381-392, 2010.



MOREIRA, M. D. D. **Matemática@XXI: Conexões surpreendentes**. Novas Edições Acadêmicas, 2017.

PEREIRA, D. E.; GIL, R. **O USO DE UBPs EM FONTES HISTÓRICAS: APLICAÇÕES NO TERCEIRO ANO DO ENSINO MÉDIO**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 7, n. 20, p. 406-417, 2020.

TAVARES, Marina Oliveira; PEREIRA, Ana Carolina Costa. **Um estudo sobre a inserção das práticas matemáticas históricas por meio de UBP no ensino de Matemática**. Boletim Cearense de Educação e História da Matemática, v. 3, n. 8, p. 60-71, 2016.





Lucas Coelho da Silva

Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Viçosa. Graduado em Licenciatura em Matemática pela Universidade Federal de Viçosa, professor da Escola Estadual Santa Rita de Cássia. Professor de Matemática desde 2019. Membro do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV).



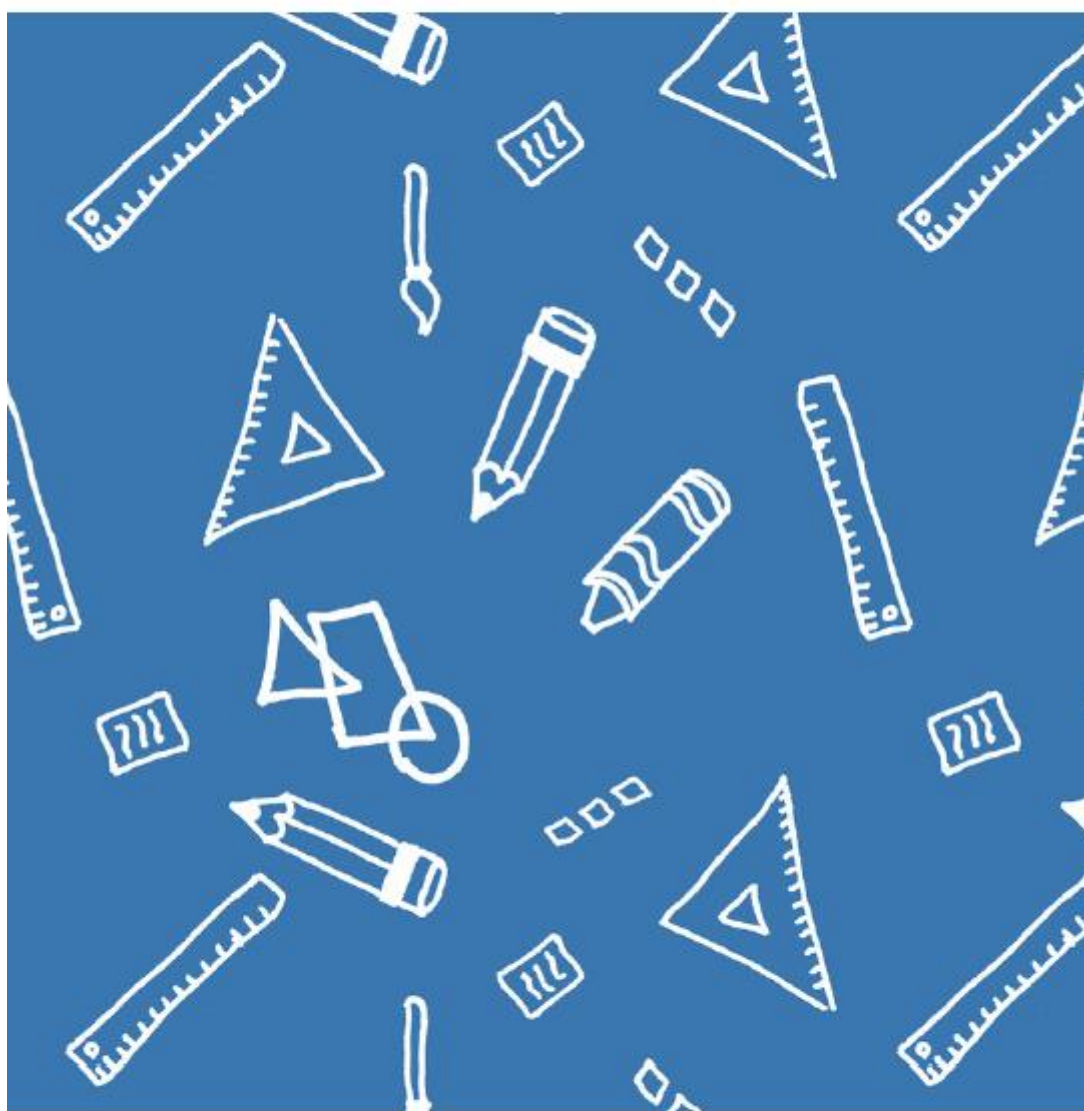
Marli Duffles D. Moreira

Doutora em Ensino e Divulgação das Ciências - Especialidade em Ensino das Ciências - pela Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, Portugal (2016). Bacharel e Licenciada em Matemática pela Universidade Santa Úrsula (1999). Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (2010). Professora Adjunta da Universidade Federal de Viçosa, Departamento de Matemática e Professora/Orientadora do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, (PPGECM/UFV). Líder do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática da Universidade Federal de Viçosa (GEPEMUV).



HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO DIDÁTICO:

Oficinas pedagógicas a partir do Liber Abaci



Viçosa - MG
Fev/2023