

RAFAEL JOSÉ DE OLIVEIRA ANDRADE

**DETERMINAÇÃO DO DESVIO DA VERTICAL EMPREGANDO
OBSERVÁVEIS DA TOPOGRAFIA CLÁSSICA E DO
POSICIONAMENTO POR SATÉLITES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2008

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

A553d
2008

Andrade, Rafael José de Oliveira, 1982-
Determinação do desvio da vertical empregando
observáveis da topografia clássica e do posicionamento
por satélites / Rafael José de Oliveira Andrade. – Viçosa,
MG, 2008.
xiv, 92f. : il. (algumas col.) ; 29cm.

Inclui apêndice.

Orientador: Dalto Domingos Rodrigues.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Viçosa.

Referências bibliográficas: f. 74-78.

1. Geodésia – Desvio da vertical. 2. Sistema de posicio-
namento global. 3. Topografia. 4. Redes (Geodésia).

I. Universidade Federal de Viçosa. II. Título.

CDD 22.ed. 526.1

RAFAEL JOSÉ DE OLIVEIRA ANDRADE

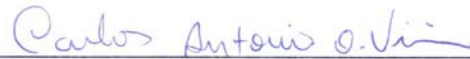
**DETERMINAÇÃO DO DESVIO DA VERTICAL EMPREGANDO
OBSERVÁVEIS DA TOPOGRAFIA CLÁSSICA E DO
POSICIONAMENTO POR SATÉLITES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

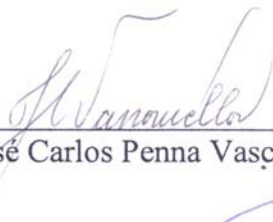
APROVADA: 08 de julho de 2008.



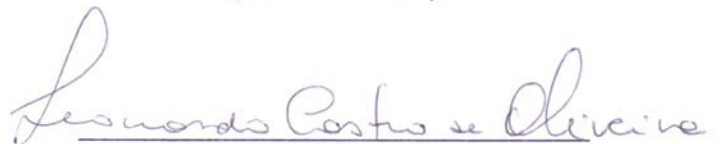
Prof. Antônio Simões Silva
(Co-Orientador)



Prof. Carlos Antônio Oliveira Vieira
(Co-Orientador)



Prof. José Carlos Penna Vasconcellos



Prof. Leonardo Castro de Oliveira



Prof. Dalto Domingos Rodrigues
(Orientador)

“Deus não joga dados.”

(Albert Einstein)

“A fé – um sexto sentido – transcende o intelecto sem contradizê-lo.”

(Mahatma Gandhi)

*Aos meus pais **Andrade** e **Sônia**.
À **Fernanda**.*

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais, por trilharmos juntos mais esta jornada.

À família, pelo incentivo, apoio e dedicação.

À Fernanda Faria Ramos, pelo afeto, companheirismo, incentivo, confiança, dedicação e por compreender o tempo de convivência que lhe foi roubado.

À Universidade Federal de Viçosa, através do Departamento de Engenharia Civil, pela oportunidade de realização do mestrado.

À CAPES, agência financiadora da bolsa de mestrado.

Ao Professor Orientador Dalto Domingos Rodrigues, pela orientação, dedicação ao estudo, incentivo, profissionalismo ético e amizade.

Aos Professores Co-Orientadores Antônio Simões Silva e Carlos Antônio Oliveira Vieira, pelas contribuições acadêmicas.

Ao Professor Antônio Santana Ferraz, pelo grande apoio instrumental e técnico, manuais antigos e arquivos da estação VICO da RBMC.

Ao Professor Moisés Ferreira Costa, pelas conversas informais sobre geodésia em geral.

Aos professores do Setor de Engenharia de Agrimensura, pelos ensinamentos.

Ao Laboratório de Engenharia de Agrimensura, por fornecer os instrumentos e aparelhos necessários.

Aos colegas Leonardo Campos Assis, Giuliano Sant'Anna Marotta, Rômulo Parma Gonçalves, pela ajuda nos trabalhos de campo e por todos os cursos e trabalhos acadêmicos concebidos em equipe.

Aos colegas Giovanni Chagas Egg e Julierme Wagner da Penha por ajudar nas campanhas de observação.

Aos colegas de república Wilker Nunes Medeiros e Cleiton Antônio Nunes, pela convivência agradável.

BIOGRAFIA

RAFAEL JOSÉ DE OLIVEIRA ANDRADE, filho de José Geraldo Carvalho de Andrade e Sônia Ferreira de Oliveira Andrade, nasceu em 19 de março de 1982, na cidade de Volta Redonda, Rio de Janeiro.

Em 1997 iniciou o Curso Técnico Profissionalizante em Mecânica na Escola Técnica Pandiá Calógeras – Fundação CSN, Volta Redonda – RJ, concluindo o curso em 2000.

Em 2001, ingressou no Curso de Engenharia de Agrimensura na Universidade Federal de Viçosa, Viçosa MG, concluindo a graduação em 2006.

Em maio de 2006, ingressou na pós-graduação através do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil – Área de Concentração em Informações Espaciais e Linha de Pesquisa Geodésia Aplicada, em nível de mestrado, na Universidade Federal de Viçosa, submetendo-se à defesa da dissertação em 08 de julho de 2008.

SUMÁRIO

LISTA DE SÍMBOLOS.....	vi
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	viii
LISTA DE FIGURAS.....	x
LISTA DE TABELAS.....	xii
RESUMO.....	13
ABSTRACT.....	14
1. INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Caracterização do problema.....	1
1.2 Justificativa.....	3
1.3 Hipótese.....	3
1.4 Objetivos.....	4
1.5 Estruturação da dissertação.....	4
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	5
2.1 Sistemas de Referência.....	5
2.1.1 Sistema de Referência Terrestre Internacional.....	5
2.2 Modelos terrestres e coordenadas geodésicas.....	8
2.2.1 Sistema Geodésico de Referência – <i>Geodetic Reference System 1980 (GRS80)</i>	9
2.2.2 Coordenadas geodésicas e cartesianas tridimensionais.....	9
2.2.3 Transformação de coordenadas geodésicas para coordenadas cartesianas tridimensionais e vice-versa.....	11
2.2.4 Propagação de variâncias entre coordenadas cartesianas tridimensionais e geodésicas.....	12
2.3 Sistema Geodésico Global <i>World Geodetic System 1984 - WGS84</i>	14
2.4 Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - SIRGAS2000.....	15
2.5 Sistema Geodésico Local (SGL) ou Topocêntrico.....	16
2.5.1 Transformação de coordenadas entre o Sistema Geocêntrico e o Sistema Geodésico Local.....	17
2.5.2 Propagação de variâncias das coordenadas geocêntricas para topocêntricas.....	18
2.5.3 Coordenadas topocêntricas polares.....	18
2.6 Sistema Astronômico Local (SAL) ou Sistema Topográfico.....	20
2.6.1 Coordenadas polares topográficas.....	21
2.6.2 Coordenadas astronômicas ou naturais.....	22
2.6.3 Ondulação geoidal.....	23
2.6.4 Desvio da vertical.....	23
2.7 Nivelamento Geométrico.....	27
2.7.1 Nivelamento Geométrico de precisão.....	27
2.8 Observações angulares com teodolitos.....	28
2.8.1 Verificação de teodolitos.....	29
2.8.2 Triangulação Topográfica.....	30
2.9 Observações GPS.....	31

2.9.1	Processamento e ajustamento das Observações GPS	32
2.10	Integração entre observações da topografia clássica e GPS	33
2.10.1	Determinação do desvio da vertical empregando observáveis do posicionamento por satélites e terrestres	34
2.10.2	A importância de considerar o desvio da vertical.....	36
2.11	Ajustamento de observações pelo Método dos Mínimos Quadrados – Modelo Paramétrico	37
2.11.1	Variância de referência a <i>posteriori</i>	40
2.11.2	Detecção de erros grosseiros nas observações.....	41
3.	METODOLOGIA.....	43
3.1	Obtenção e implementação do modelo.....	45
3.2	A rede de pontos.....	50
3.3	Levantamento Topográfico.....	52
3.3.1	Nivelamento de precisão	52
3.3.2	Ângulos Horizontais	53
3.4	Coordenadas Topográficas	53
3.5	Posicionamento GPS	55
3.6	Coordenadas Topocêntricas - Transformação de Coordenadas.....	57
3.7	Aplicação do modelo	58
4.	RESULTADOS	61
4.1.	Coordenadas Topocêntricas.....	61
4.2.	Coordenadas Topográficas	65
4.3.	Desvio da Vertical	69
5.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	72
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	74
	APÊNDICE 1.....	79
	APÊNDICE 2.....	80
	APÊNDICE 3.....	81
	APÊNDICE 4.....	83
	APÊNDICE 5.....	84
	APÊNDICE 6.....	89
	APÊNDICE 7.....	91

LISTA DE SÍMBOLOS

L	$L_b - L_0$
f	achatamento do elipsóide
h	altitude geométrica ou elipsoidal
H	altitude ortométrica, cota
i	ângulo de inclinação
α	ângulo horizontal, nível de significância
\hat{z}	ângulo zenital do sistema astronômico local (topográfico)
\hat{z}'	ângulo zenital do sistema geodésico local (topocêntrico)
A_a	azimute astronômico
A_g	azimute geodésico
ψ	componente do desvio da vertical sobre uma seção normal qualquer
ξ	componente meridiana do desvio da vertical
η	componente primeiro vertical do desvio da vertical
σ_{ij}	covariância entre as variáveis i e j
θ	desvio da vertical
σ_i	desvio padrão da variável i
dn_{ij}	diferença de nível de i para j
δ	direção horizontal
s	distância espacial
L_0	função dos valores aproximados
ν	grau de liberdade
Φ	latitude astronômica
ϕ	latitude geodésica
l	leitura na mira
Λ	longitude astronômica
λ	longitude geodésica

A	matriz das derivadas parciais
C	matriz variância-covariância
R_i	matriz rotação sobre os eixos i do SAL
R_i'	matriz rotação sobre os eixos i do SGL
R	matriz de transformação de SAL para SGL
R'	matriz de transformação de SGL para SAL
N	ondulação geoidal, raio da seção primeiro vertical
e	primeira excentricidade do elipsóide
M	raio da seção meridiana
e'	segunda excentricidade do elipsóide
a	semi-eixo maior do elipsóide
b	semi-eixo menor do elipsóide
σ_i^2	variância da variável i
σ_0^2	variância de referência <i>a priori</i>
$\hat{\sigma}_0^2$	variância de referência <i>a posteriori</i>
ω	velocidade angular terrestre
X	vetor das correções
L_a	vetor das observações ajustadas
L_b	vetor das observações brutas
X_a	vetor dos parâmetros ajustados
X_0	vetor dos parâmetros aproximados
\vec{g}	vetor gravidade
x_V, y_V	componentes do desvio da vertical sobre uma seção normal qualquer e sua seção transversal
GM	constante gravitacional terrestre
e, n, u	coordenadas topocêntricas
x, y, z	coordenadas topográficas
$F(X)$	função de X
ε	orientação plana horizontal entre o sistemas astronômico local e geodésico local
χ^2	distribuição qui-quadrado

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ARP	<i>Antenna Reference Point</i>
BIH	<i>Bureau International de L'Heure</i>
CTRS	<i>Conventional Terrestrial Reference System</i>
CTS	<i>Conventional Terrestrial System</i>
DORIS	<i>Doppler Orbitography and Radiopositioning Integrated by Satellite</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GRS80	<i>Geodetic Reference System 1980</i>
IAU	<i>International Astronomical Union</i>
IAG	<i>International Association of Geodesy</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
ICRF	<i>International Celestial Reference Frame</i>
ICRS	<i>International Celestial Reference System</i>
IERS	<i>International Earth Rotation and Reference Systems Service</i>
IGS	<i>International GNSS Service</i>
IRM	<i>IERS Reference Meridian</i>
IRP	<i>IERS Reference Pole</i>
ITRF	<i>International Terrestrial Reference Frame</i>
ITRS	<i>International Terrestrial Reference System</i>
ITRS-PC	<i>IERS ITRS Product Center</i>
IUGG	<i>International Union of Geodesy and Geophysics</i>
LPS	<i>Local Positioning System</i>
LGS	<i>Local Geodetic System</i>
LLR	<i>Lunar Laser Range</i>
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MVC	Matriz Variância-Covariância
NC	Nível de Confiança
NGS	<i>National Geodetic System</i>
NIMA	<i>National Imagery and Mapping Agency</i>
ppb	partes por bilhão

ppm	partes por milhão
RBMC	Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS
RINEX	<i>Receiver INdependent EXchange format</i>
RN	Referência de nível
SAL	Sistema Astronômico Local
SCN	Sistema Cartográfico Nacional
SGB	Sistema Geodésico Brasileiro
SGL	Sistema Geodésico Local
SI	Sistema Internacional de unidades
SIRGAS	Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SLR	<i>Satellite Laser Ranging</i>
TU	Tempo Universal
TCPV	programa computacional de Transformação de Coordenadas e Propagação de Variâncias
UFV	Universidade Federal de Viçosa
UTM	<i>Universal Transverse Mercator map projection</i>
VLBI	<i>Very Long Baseline Interferometry</i>
WGS84	<i>World Geodetic System 1984</i>

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.	Coordenadas geodésicas.	10
Figura 2.	Coordenadas cartesianas tridimensionais.	10
Figura 3.	Sistema WGS84.	15
Figura 4.	Sistemas cartesiano geocêntrico e geodésico local - SGL.	16
Figura 5.	Observações reduzidas ao sistema geodésico local SGL.	19
Figura 6.	Sistema astronômico local x, y, z e observações terrestres A_a, \hat{z}, \bar{s}	21
Figura 7.	Coordenadas astronômicas ou naturais.	22
Figura 8.	Ondulação geoidal.	23
Figura 9.	Desvio da vertical.	24
Figura 10.	Componentes do desvio da vertical.	25
Figura 11.	Componentes do desvio da vertical e as seções principais.	26
Figura 12.	Componentes do desvio da vertical sobre uma seção normal qualquer e sua seção transversal.	26
Figura 13.	Eixos de um teodolito.	29
Figura 14.	Fluxograma da metodologia da pesquisa.	44
Figura 15.	Os sistemas SGL, SAL, e WGS84.	45
Figura 16.	Relação geométrica entre o SGL e o SAL.	46
Figura 17.	Rotação R_1	46
Figura 18.	Rotação R_2	47
Figura 19.	Rotação R_3	48
Figura 20.	Configuração geométrica dos pontos da rede.	51
Figura 21.	Localização dos pontos.	51
Figura 22.	Nivelamento dos pontos da rede.	52
Figura 23.	Vetores GPS da rede.	55
Figura 24.	Tela de apresentação do programa TCPV.	57
Figura 25.	Tela de opções do programa TCPV.	57
Figura 26.	Resíduos das componentes vetoriais.	62
Figura 27.	Resíduos das componentes vetoriais com o vetor VICO – P3 S3 eliminado.	63
Figura 28.	Resíduos das componentes vetoriais sem os vetores VICO - P3 S3 e VICO - P4 S2.	64
Figura 29.	Resíduos das observações de diferenças de nível.	66

Figura 30. Resíduos das observações angulares.....	68
Figura 31. Resíduos das observações angulares sem os ângulos α_2 , α_5 , α_8 e α_{11} .	68
Figura 32. Elipses dos erros do levantamento topográfico.	69
Figura A3.1. Comportamento azimutal do efeito do desvio da vertical para $\hat{z} = 88^\circ 14'39''$	82
Figura A5.1. Configuração das direções e ângulos sobre os pontos P_0 e P_1	85
Figura A5.2. Configuração das direções e ângulos sobre os pontos P_2 e P_3	86
Figura A5.3. Configuração das direções e ângulos sobre os pontos P_4 e P_5	87
Figura A6.1. Pontos da rede, vetores e sessões de rastreamento da campanha GPS. Os dois primeiros dígitos designam os pontos e os dois dígitos restantes, as sessões.	90
Figura A7.1. Arquivo de entrada de coordenadas geodésicas e MVC.	91
Figura A7.2. Arquivo de saída: coordenadas geodésicas, topocêntricas e MVC.	0

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.	Parâmetros de transformação e suas taxas do ITRF2000 para os IRTFyy anteriores	7
Tabela 2.	Parâmetros de transformação e suas taxas do ITRF2005 para o IRTF2000.	8
Tabela 3.	Parâmetros fundamentais do GRS80.....	9
Tabela 4.	Parâmetros fundamentais do WGS84.....	14
Tabela 5.	Distâncias a partir de $P0$	50
Tabela 6.	Comprimento dos vetores GPS.	56
Tabela 7.	Componentes vetoriais dos vetores independentes.	61
Tabela 8.	Teste qui-quadrado do ajustamento dos 16 vetores.....	62
Tabela 9.	Teste qui-quadrado do ajustamento dos 15 melhores vetores.....	63
Tabela 10.	Teste qui-quadrado do ajustamento dos 14 melhores vetores.....	63
Tabela 11.	Coordenadas geocêntricas tridimensionais ajustadas SIRGAS2000..	64
Tabela 12.	Coordenadas topocêntricas no SGL.	64
Tabela 13.	Diferenças de nível (observações) ajustadas.	65
Tabela 14.	Teste qui-quadrado do ajustamento das diferenças de nível.	65
Tabela 15.	Altitudes ortométricas ajustadas.....	66
Tabela 16.	Observações angulares do levantamento topográfico.	67
Tabela 17.	Teste qui-quadrado do ajustamento da triangulação topográfica.	67
Tabela 18.	Teste qui-quadrado do ajustamento final da triangulação topográfica.	68
Tabela 19.	Coordenadas topográficas planimétricas e desvios padrão - SAL.	69
Tabela 20.	Teste qui-quadrado do ajustamento do modelo de obtenção do desvio da vertical.	70
Tabela 21.	Parâmetros de transformação. Componentes do desvio da vertical e orientação angular horizontal no ponto $P0$	70
Tabela A4.1.	Diferenças de nível entre os pontos da rede.	83
Tabela A5.1.	Média e desvio padrão das direções observadas reduzidas à origem. As letras δ e α designam as direções e os ângulos, respectivamente.	88
Tabela A6.1.	Dados de rastreamento da campanha GPS.....	89
Tabela A6.3.	Coordenadas geodésicas curvilíneas e altitude geométrica.....	90

RESUMO

ANDRADE, Rafael José de Oliveira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2008. **Determinação do desvio da vertical empregando observáveis da topografia clássica e do posicionamento por satélites.** Orientador: Dalto Domingos Rodrigues. Co-Orientadores: Antônio Simões Silva e Carlos Antônio Oliveira Vieira.

Esta dissertação apresenta uma proposta metodológica para obtenção do desvio da vertical. Os métodos convencionais de determinação do desvio da vertical utilizam as laboriosas observações astronômicas. A metodologia aqui proposta emprega as observáveis da topografia clássica e dos sistemas de posicionamento por satélites. O princípio do método é a transformação geométrica entre o SGL e o SAL. O SGL está vinculado à normal local, enquanto o SAL está vinculado à vertical local. O modelo de transformação utiliza matrizes de rotação com os parâmetros ζ , η e ε . Os dois primeiros são as componentes principais do desvio da vertical e se referem à seção meridiana e à seção primeiro vertical, respectivamente. O terceiro parâmetro é uma orientação angular horizontal. A partir das coordenadas topográficas – SAL – e das coordenadas topocêntricas – SGL- de 6 pontos de uma rede é possível determinar os três parâmetros de transformação sobre um ponto, obtendo conseqüentemente o desvio da vertical. Com esses 3 parâmetros conhecidos é possível realizar a transformação de coordenadas entre o SAL e o SGL a partir de um ponto de origem. Para a rede teste, localizada no Campus da Universidade Federal de Viçosa, foi obtido um desvio da vertical de 14,83" no ponto origem dos sistemas SGL e SAL. Os desvios padrão das componentes do desvio da vertical encontrados foram 14,46" e 3,28" para a componente meridiana e para a componente primeiro vertical, respectivamente. A metodologia proposta se mostrou capaz de determinar o desvio da vertical, fornecendo um modelo matemático que interliga o SGL e SAL considerando o desvio da vertical.

ABSTRACT

ANDRADE, Rafael José de Oliveira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July 2008. **Determinação do desvio da vertical empregando observáveis da topografia clássica e do posicionamento por satélites.** Adviser: Dalto Domingos Rodrigues. Co-Advisers: Antônio Simões Silva and Carlos Antônio Oliveira Vieira.

This research presents a methodological proposal for obtaining of the vertical deflection to a station located in the Campus of Viçosa Federal University. The conventional methods of determination of the vertical deflection use the laborious astronomical observations. The methodology here proposed uses topographical observations and GPS positioning satellites observations. The basis of the method is the geometric transformation between the Local Geodesic System and the Local Astronomical System. LGS is linked to the normal, while the LPS is linked to the vertical. The transformation model use rotation matrices with following parameters ξ, η e ε . The ξ, η are the main components of the vertical deflection, and they refer to the meridian section and the first vertical section respectively. The third parameter is an horizontal orientation. From the topographical coordinates LPS - and coordinates in LGS - of 6 station of a network it is possible to determine the three transformation parameters on a station, obtaining the vertical deflection consequently. With these 3 known parameters it can change coordinates between LPS and LGS. For the network tested was obtained a vertical deflection of 14,83" in the station P0, origin of the systems LGS and LPS. The standard deviations of the components of vertical deflection were 14,46" and 3,28" for the meridian section and the first vertical section respectively. The methodology proposed was capable to determine the vertical deflection, providing a mathematical model that interconnects LGS and LPS considering the vertical deflection.

1. INTRODUÇÃO

Determinar posições de pontos sobre a superfície da Terra é uma das tarefas da Geodésia e Topografia. Os sistemas de coordenadas são utilizados para definir as posições, e existem vários sistemas de coordenadas.

A Topografia trabalha com um sistema local, um sistema de coordenadas cartesiano retangular que traduz posição em relação a um ponto arbitrado sobre a superfície terrestre. Já a Geodésia, trabalha com um sistema global, podendo ser um sistema de coordenadas cartesiano tridimensional ou um sistema de coordenadas curvilíneas, podendo ter origem geocêntrica ou quase geocêntrica.

Em âmbito global, com o advento dos sistemas de posicionamento por satélites, houve uma revolução nas atividades geodésicas e cartográficas em função da rapidez e precisão com que as coordenadas são obtidas, independentemente das condições atmosféricas e de visibilidade entre os pontos a serem determinados.

Já em âmbito local, as Estações Totais com medidores eletrônicos de distância de alta precisão, os níveis a *laser* e aparelhos de varredura a *laser* também trouxeram produtividade e melhor qualidade na obtenção de coordenadas locais, quando comparados com os instrumentos e aparelhos mais antigos.

A transformação entre os sistemas locais e globais exige metodologia consistente e condizente com a alta qualidade das coordenadas, permitidas pela instrumentação e aparelhagem atual, sejam as coordenadas locais ou globais.

1.1 Caracterização do problema

No posicionamento por satélites, as coordenadas X , Y , Z obtidas se referem a um sistema cartesiano geocêntrico e podem ser transformadas em coordenadas geodésicas: latitude (ϕ), longitude (λ) e altura geométrica (h). Tais coordenadas se referem ao elipsóide de revolução, modelo geométrico e matemático para a forma da Terra.

A superfície física da Terra, freqüentemente chamada de superfície topográfica, é irregular, descontínua, e não pode ser completa e precisamente definida em termos matemáticos e se aproxima de um elipsóide achatado nos pólos com semi-eixos próximos a 6378 e 6357 quilômetros. Dessa forma, adota-se como modelo matemático para a forma da Terra um elipsóide gerado pela rotação de uma elipse em torno de seu eixo menor.

Qualquer reta perpendicular ao elipsóide é denominada normal, e as coordenadas curvilíneas referenciadas a este modelo são denominadas coordenadas geodésicas ou elipsóidicas. A terceira dimensão, a altitude ou altura geométrica, é a distância contada sobre a normal, da superfície do elipsóide ao ponto na superfície física.

Todos os corpos vinculados a Terra se encontram sob a força da gravidade, que é a resultante da força de atração exercida pelas massas terrestres e da força centrífuga decorrente do movimento de rotação. O Geóide é uma superfície equipotencial do campo da gravidade. O nível médio dos mares é a melhor aproximação do geóide.

A vertical de um ponto é reta tangente à linha de força nesse ponto que representa a direção do vetor gravidade, e pode ser materializada por um fio de prumo ou pelo eixo principal de um teodolito nivelado. O fato de o geóide ser uma superfície equipotencial do campo de gravidade, perpendicular à vertical em qualquer ponto, faz dele uma superfície horizontal (GEMAEL, 1999). Portanto, quando um teodolito ou um nível é devidamente instalado em um ponto, serão materializadas a vertical e as superfícies equipotenciais que passam pelo centro do instrumento e os ângulos e as diferenças de nível medidas terão como referência a direção da força da gravidade e a superfície equipotencial naquele ponto.

Em um ponto sobre a superfície terrestre, a relação geométrica entre um sistema de referência global, que possui um elipsóide como modelo de superfície, e um sistema de referência local são: o ângulo formado entre a normal e a vertical, denominado desvio da vertical, e a separação entre o geóide e o elipsóide, denominada ondulação geoidal.

Hoje, as metodologias usuais que relacionam sistemas globais com locais desconsideram o desvio da vertical por não se conhecer tal grandeza.

1.2 Justificativa

Relacionar coordenadas entre os sistemas de referência físicos e geométricos é uma necessidade prática atual. As metodologias atuais que não consideram o desvio da vertical como parâmetro de transformação causam prejuízo na ordem do milímetro ou superior nas coordenadas transformadas, não aproveitando todo o potencial tecnológico hoje disponível e piorando a qualidade das coordenadas originais (MEDEIROS *et al.*, 1998).

Os métodos convencionais de obtenção do desvio da vertical são laboriosos ou caros, envolvem observações astronômicas ou geodésicas ou câmeras digitais zenitais (HIRT, REESE e ESLIN, 2004). Uma metodologia mais prática e exequível que permita a obtenção do desvio da vertical e posteriormente relaciona os sistemas de referências físicos e geométricos se torna uma alternativa promissora para substituir os métodos convencionais.

Os profissionais técnicos realizam seus levantamentos vinculados a um sistema de referência físico local e os apóiam em pontos de coordenadas conhecidas em um sistema de referência geométrico global, sendo comum conhecerem coordenadas em ambos os sistemas de referência para alguns pontos do levantamento. Neste contexto, este estudo propõe trabalhar com as coordenadas conhecidas nos dois sistemas de alguns pontos para obtenção do desvio da vertical e, posteriormente, considerá-lo na transformação entre os sistemas em questão.

1.3 Hipótese

O estudo se baseia na seguinte hipótese:

1. É possível desenvolver uma metodologia alternativa, mais prática e exequível que as convencionais, para obtenção do desvio da vertical empregando observáveis da topografia clássica e do posicionamento por satélites.

1.4 Objetivos

O objetivo geral desta dissertação é absorver, gerar e transmitir conhecimentos relacionados com o geóide no território brasileiro, partindo dos níveis estadual e municipal, buscando metodologias exeqüíveis que possibilitem a descentralização e sistematização deste tipo de mapeamento.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Desenvolver e experimentar uma metodologia para determinação do desvio da vertical empregando observações aos satélites de posicionamento do sistema GPS e observações da topografia clássica, ângulos, distâncias e desníveis em vez de observações astronômicas e/ou gravimétricas;
- Desenvolver e experimentar uma metodologia para integração entre sistemas de referência físico local e geométrico global, ou em outras palavras, para integração das observações da topografia clássica com as observações do posicionamento por satélite considerando o desvio da vertical.

1.5 Estruturação da dissertação

Além deste tópico introdutório que caracteriza o objeto de estudo, a dissertação está organizada em tópicos conforme a descrição abaixo.

No tópico 2 se encontra uma revisão sobre assuntos importantes que sustentam o estudo: sistemas de referência; transformação entre sistemas; propagação de variâncias; posicionamento relativo; processamento de vetores GPS; ajustamento de observações; observações topográficas; nivelamento; e desvio da vertical.

No tópico 3 são descritos os trabalhos de campo realizados, a instrumentação e a aparelhagem utilizada, área de estudo e metodologia empregada na obtenção dos resultados.

No tópico 4, os resultados são apresentados e discutidos.

No tópico 5, encontram-se as conclusões e recomendações para trabalhos futuros.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Sistemas de Referência

Os sistemas de referência têm importância quando se quer determinar espacialmente a posição de pontos. Em geodésia são utilizados diferentes sistemas de referência, podendo ser de caráter terrestre ou celeste. É importante que sua definição e realização sejam apropriadas, precisas e consistentes para as tarefas que se propõe (BOCK, 1996 apud MONICO, 2000). Monico (2000) diz ser um referencial ideal é aquele cuja origem esteja em repouso ou movimento retilíneo uniforme, conforme a mecânica clássica de Newton. Os sistemas terrestres com origem no geocentro são sistemas quase-inerciais, pois possuem aceleração sobre o movimento de translação ao redor do sol, mas ainda são os mais adequados para descrever a trajetória de satélites próximos a Terra.

Um sistema de referência global ou absoluto é assim denominado por possuir origem geocêntrica (GEMAEL, 2004), enquanto um sistema de referência é dito regional ou local quando sua origem não se encontra no geocentro e sua orientação é topocêntrica em um ponto *Datum* (ZANETTI, 2006).

2.1.1 Sistema de Referência Terrestre Internacional

Segundo Zanetti (2006), o Serviço Internacional de Rotação da Terra e Sistemas de Referência - IERS - em inglês, foi criado em 1987 pela União Astronômica Internacional – IAU - e pela União Internacional de Geodésia e Geofísica - IUGG - com a responsabilidade de fornecer aos astrônomos, geodestas e geofísicos os seguintes sistemas de referências: o celeste ICRS e sua realização ICRF; o terrestre ITRS e suas realizações ITRFs. Os sistemas de referência utilizados no posicionamento por satélites são o ITRS e o ICRS. O ITRS é um sistema CTRS, fixo a Terra, gira com ela e é definido da seguinte forma (McCARTHY e PETIT, 2004):

- é geocêntrico, abrangendo oceanos e atmosfera;
- a unidade de comprimento é o metro (SI – Sistema Internacional); a escala corresponde a um sistema de referência terrestre, no contexto da teoria gravitacional relativística;
- a orientação segue a inicial fornecida pelo BIH para a época 1984,0;
 - a evolução temporal da orientação não deve permitir rotação residual global com a crosta – condição *no-net-rotation*.

Para o ITRS, o eixo Z tem sentido ao IRP – *IERS Reference Pole* -, o eixo X aponta para em direção ao IRM – *IERS Reference Meridian*-, e o eixo Y torna o sistema dextrógiro.

As realizações ITRFs do ITRS são constituídas de coordenadas X, Y, Z e velocidades das estações IERS. Estas realizações são produzidas pelo *IERS ITRS Product Center* – ITRS-PC. Atualmente as realizações ITRFs são publicadas pelo ITRS-PC através dos documentos *Technical Notes*. Os números yy que seguem a designação ITRF se referem ao último ano de dados utilizados nos cálculos da realização. Portanto, pode-se dizer que as posições e velocidades das estações do ITRF97 calculadas em 1999 utilizaram todos os dados disponíveis do IERS até 1998. As realizações são obtidas a partir das técnicas geodésicas espaciais VLBI, SLR, LLR, GPS e DORIS.

Existem dez versões do ITRF publicadas desde a inicial, ITRF88. O ITRF2005 é a última realização, que foi calculado durante o ano de 2005 com dados de 1993 a 2005. Para transformar coordenadas X, Y, Z em ITRF2000 para X_S, Y_S, Z_S em ITRF yy para a data de referência, segue-se o seguinte modelo da Equação (1) (BOUCHER *et al.*, 2004).

$$\begin{bmatrix} X_S \\ Y_S \\ Z_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & -R_3 & R_2 \\ R_3 & D & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

Já a transformação de componentes vetoriais $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ do ITRF2000 para $\Delta X_S, \Delta Y_S, \Delta Z_S$ no ITRF yy é realizada pela Equação (2) (RODRIGUES, 2002).

$$\begin{bmatrix} \Delta X_s \\ \Delta Y_s \\ \Delta Z_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D & -R_3 & R_2 \\ R_3 & D & -R_1 \\ -R_2 & R_1 & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta X \\ \Delta Y \\ \Delta Z \end{bmatrix} \quad (2)$$

Os parâmetros de transformação, de translação, envolvidos T_1 , T_2 , e T_3 são as coordenadas da origem do ITRF2000 na rede ITRFyy para a época t_0 de referência. R_1 , R_2 , R_3 são os parâmetros de rotação para a época t_0 em milionésimos de segundos em torno dos eixos X , Y , Z da rede ITRF2000, respectivamente. O parâmetro D é o fator diferencial de escala expresso em partes por bilhão (ppb) para a época t_0 . Para um parâmetro P , este deve ser atualizado conforme a Equação (3), onde t e t_0 são as datas para qual se deseja atualizar o parâmetro e a época de referência em anos, respectivamente.

$$P(t) = P(t_0) + \dot{P} \cdot (t - t_0) \quad (3)$$

Os parâmetros de transformação e suas variações anuais estão apresentadas na Tabela 1. Os valores foram retirados da página do IERS <<ftp://itrf.ensg.ign.fr/pub/itrf/ITRF.TP>>, acessada em 14 de maio de 2008.

Tabela 1. Parâmetros de transformação e suas taxas do ITRF2000 para os IRTFyy anteriores .

Parâmetro	T_1	T_2	T_3	D	R_1	R_2	R_3	t_0	Nº IERS Tech. Note.
Unidade	cm	cm	cm	ppb	ms	ms	ms		
Taxa de Variação	\dot{T}_1	\dot{T}_2	\dot{T}_3	\dot{D}	\dot{R}_1	\dot{R}_2	\dot{R}_3		
Unidade	cm/ano	cm/ano	cm/ano	ppb/ano	ms/ano	ms/ano	ms/ano	ano	
ITRF97	0,67	0,61	-1,85	1,55	0,00	0,00	0,00	1997,0	27
Tax. Var.	0,00	-0,06	-0,14	0,01	0,00	0,00	0,02		
ITRF96	0,67	0,61	-1,85	1,55	0,00	0,00	0,00	1997,0	24
Tax. Var.	0,00	-0,06	-0,14	0,01	0,00	0,00	0,02		
ITRF94	0,67	0,61	-1,85	1,55	0,00	0,00	0,00	1997,0	20
Tax. Var.	0,00	-0,06	-0,14	0,01	0,00	0,00	0,02		
ITRF93	1,27	0,65	-2,09	1,95	-0,39	0,80	-1,14	1988,0	18
Tax. Var.	-0,29	-0,02	-0,06	0,01	-0,11	-0,19	0,07		
ITRF92	1,47	1,35	-1,39	0,75	0,00	0,00	-0,18	1988,0	15
Tax. Var.	0,00	-0,06	-0,14	0,01	0,00	0,00	0,02		
ITRF91	2,67	2,75	-1,99	2,15	0,00	0,00	-0,18	1988,0	12
Tax. Var.	0,00	-0,06	-0,14	0,01	0,00	0,00	0,02		
ITRF90	2,47	2,35	-3,59	2,45	0,00	0,00	-0,18	1988,0	9
Tax. Var.	0,00	-0,06	-0,14	0,01	0,00	0,00	0,02		

A Tabela 2 apresenta os valores dos parâmetros de transformação de coordenadas do ITRF2005 para ITRF2000, retirados da página do IERS <http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF_solutions/2005/tp_05-00.php> , acessada em 14 de maio de 2008.

Tabela 2. Parâmetros de transformação e suas taxas do ITRF2005 para o ITRF2000.

Parâmetro	T_1	T_2	T_3	D	R_1	R_2	R_3	
Unidade	mm	mm	mm	ppb	ms	ms	ms	t_0
Taxa de Variação	\dot{T}_1	\dot{T}_2	\dot{T}_3	\dot{D}	\dot{R}_1	\dot{R}_2	\dot{R}_3	
Unidade	mm/ano	mm/ano	mm/ano	ppb/ano	ms/ano	ms/ano	ms/ano	ano
ITRF2000	0,1	-0,8	-5,8	0,40	0,000	0,000	0,000	
Tax, Var.	-0,2	0,1	-1,8	0,08	0,000	0,000	0,000	2000,0

2.2 Modelos terrestres e coordenadas geodésicas

A superfície física da Terra é irregular, descontínua e não pode ser definida matematicamente com exatidão (COOPER, 1987). Esta se aproxima de um elipsóide de revolução com seu eixo menor coincidente com o eixo de rotação da Terra, em concordância com o pensamento de Isaac Newton sobre a forma da Terra. Existem dezenas de elipsóides de revolução adotados pela comunidade, para as atividades de cartografia e geodésia. O elipsóide de revolução pode ser definido por dois parâmetros geométricos, são eles o semi-eixo maior a e o semi eixo menor b , sendo comum utilizar parâmetros oriundos destes como o achatamento f , a primeira excentricidade e e a segunda excentricidade e' . Qualquer reta perpendicular ao modelo elipsoidal que passa por um ponto é denominada “Reta Normal” ou simplesmente “Normal” do ponto.

Ainda sobre a geometria do elipsóide de revolução, destacam-se três seções importantes do elipsóide de revolução, a seção meridiana, a seção primeiro vertical e a seção oblíqua. A seção meridiana de um ponto é definida como uma seção normal que contém a normal do ponto e o eixo de rotação do elipsóide. A seção primeiro vertical de um ponto é a seção normal que contém a normal do ponto e é perpendicular a seção normal meridiana. Uma seção oblíqua é uma seção plana não normal que corta o elipsóide de referência. As fórmulas dos parâmetros geométricos

do elipsóide de revolução e os raios das seções meridianas e primeiro vertical estão no Apêndice 1.

2.2.1 Sistema Geodésico de Referência – *Geodetic Reference System 1980 (GRS80)*

A IUGG, na *XVII General Assembly of IUGG* em Camberra, através da Resolução N^o. 7 de dezembro de 1979, passou a recomendar a substituição do *Geodetic Reference System* de 1967 pelo GRS80, baseado também na teoria de elipsóide geocêntrico equipotencial (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005). Reconhecendo a adoção do novo modelo de referência pela IUGG, a IAG passou a recomendá-lo como o modelo de referência para as atividades de geodésia. O elipsóide do WGS84 foi baseado no GRS80. A Tabela 3 apresenta alguns parâmetros definidores do elipsóide de referência do GRS80.

Tabela 3. Parâmetros fundamentais do GRS80.

Parâmetro	Notação	Valor
Semi-eixo maior do elipsóide	a	6.378.137 m
Achatamento	f	1/298,257222101
Velocidade angular da Terra	ω	$7.292.115,0 \times 10^{-11}$ rad/s
Constante gravitacional da Terra	GM	$3.986.005 \times 10^8$ m ³ /s ²

2.2.2 Coordenadas geodésicas e cartesianas tridimensionais

As coordenadas geodésicas latitude (ϕ), longitude (λ) e altitude geométrica ou elispoidal (h), permitem descrever a posição de um ponto sobre um modelo de referência geométrico, o elipsóide (GEMAEL, 2004). A Figura 1 apresenta graficamente as coordenadas geodésicas de um ponto P da superfície terrestre, o elipsóide de referência, o meridiano de referência internacional (IRM) e o pólo de referência internacional (IRP).

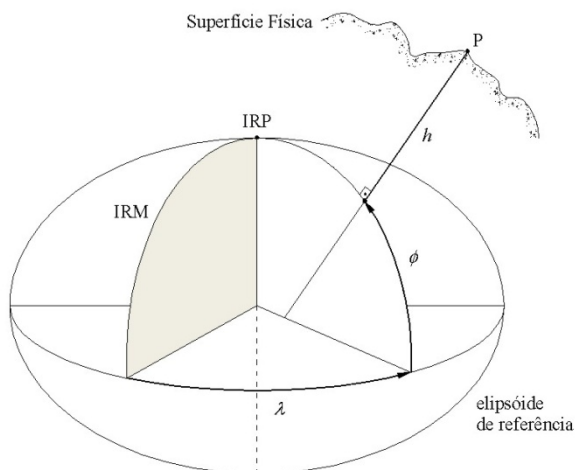


Figura 1. Coordenadas geodésicas.

As coordenadas geodésicas cartesianas tridimensionais X , Y e Z permitem também descrever a posição de um ponto. Em geodésia, esse terno cartesiano possui a origem coincidente com o centro do elipsóide, caracterizando um sistema geocêntrico quando a origem do sistema está no centro de massa da Terra. O eixo Z coincide com o eixo de rotação da Terra, o eixo X situa-se no plano equatorial apontando para o meridiano de referência internacional e o eixo Y situa-se também no plano equatorial tornando o sistema dextrógiro (ZAKATOV, 1997). A Figura 2 apresenta os elementos que caracterizam este sistema de coordenadas e as coordenadas para um ponto P situado na superfície terrestre. A coordenada Z é a distância $P'P$, a coordenada Y é a distância $P''P'$ e a coordenada X é a distância $P'''P'$.

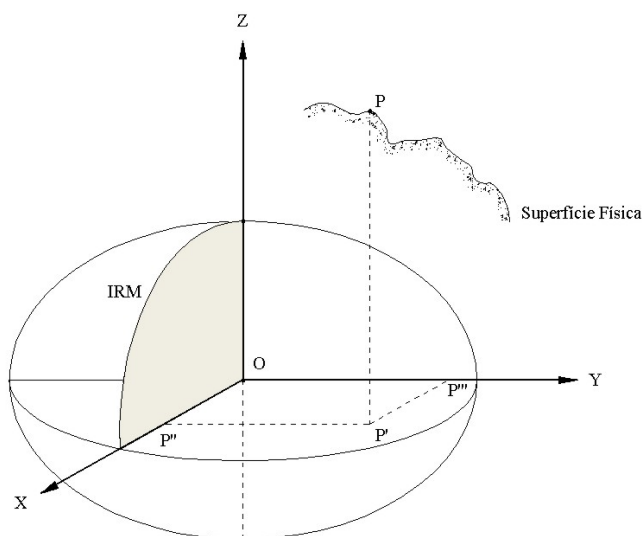


Figura 2. Coordenadas cartesianas tridimensionais.

2.2.3 Transformação de coordenadas geodésicas para coordenadas cartesianas tridimensionais e vice-versa

As coordenadas geodésicas podem ser transformadas em coordenadas cartesianas tridimensionais através do modelo matemático da Equação (4) (GEMAEL, 2004):

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (N+h) \cdot \cos \phi \cdot \cos \lambda \\ (N+h) \cdot \cos \phi \cdot \sin \lambda \\ \left[N \cdot (1-e^2) + h \right] \cdot \sin \phi \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde,

N , é o raio da seção primeiro vertical, e e é a primeira excentricidade, e sendo calculados conforme o Apêndice 1.

A transformação inversa pode ser realizada por método iterativo ou direto. O método iterativo é encontrado em Vaníček e Krakiwsky (1996), Torge (1991) e Mônico (2000), enquanto o método direto é encontrado em Bowring (1976) *apud* Costa (2003); Bowring (1976) *apud* Hofmann-Wellenhof *et al.* (1992). Será apresentado aqui o método direto. A longitude é calculada conforme a Equação (5).

$$\lambda = \arctan\left(\frac{Y}{X}\right) \quad (5)$$

Com a Equação (6) calcula-se a latitude em função das coordenadas cartesianas geocêntricas X , Y , Z , da primeira excentricidade, da segunda excentricidade, dos semi-eixos do elipsóide de referência e da grandeza angular u .

$$\phi = \arctan\left[\frac{Z + e^2 \cdot b \cdot \sin^3 u}{\sqrt{X^2 + Y^2 - e^2 \cdot a \cdot \sin^3 u}}\right] \quad (6)$$

A grandeza angular u pode ser calculada através das Equações (7), (8) e (9), as quais permitem analisar o quadrante.

$$\tan u = \left(\frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \right) \cdot \left(\frac{a}{b} \right) \quad (7)$$

$$\cos u = \frac{1}{\left(1 + \tan^2 u\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (8)$$

$$\sin u = \frac{\tan u}{\left(1 + \tan^2 u\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

Com a Equação (10) calcula-se a altura elipsoidal em função das coordenadas cartesianas geocêntricas X , Y , da latitude geodésica e do raio da seção primeiro vertical N .

$$h = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos \phi} - N \quad (10)$$

2.2.4 Propagação de variâncias entre coordenadas cartesianas tridimensionais e geodésicas

Se as coordenadas podem ser consideradas como variáveis aleatórias, estas estão sujeitas às leis estatísticas (HOFMANN-WELLENHOF *et. al.*, 1992). Segundo Gemael (1994), se duas variáveis aleatórias multidimensionais estão ligadas por um modelo linearizado, a lei de propagação das covariâncias permite conhecer a matriz variância-covariância C , também denotada por MVC, de uma variável a partir da MVC já conhecida da outra variável. Mesmo que a MVC inicial seja diagonal pode-se encontrar para a MVC procurada uma matriz não diagonal, pois o próprio modelo que as interliga as correlaciona. Supondo que uma variável Y esteja vinculada a uma variável X através de um modelo matemático linearizado, a MVC de Y pode ser obtida em função da MVC de X pela lei de propagação de variâncias representada pela Equação (11).

$$C_Y = D \cdot C_X \cdot D^T \quad (11)$$

Onde D é a matriz das derivadas parciais de Y em relação a X .

Segundo Leick (1995), a propagação das covariâncias das coordenadas geodésicas para as cartesianas geocêntricas é dada pelas Equações (12), (13) e (14), conforme o modelo matemático da Equação (11).

$$\mathbf{C}_{XYZ} = D \cdot \mathbf{C}_{\phi\lambda h} \cdot D^T \quad (12)$$

$$D = \frac{\partial(X, Y, Z)}{\partial(\phi, \lambda, h)} \quad (13)$$

$$D = \begin{bmatrix} -(M+h) \cdot \text{sen } \phi \cdot \cos \lambda & -(N+h) \cdot \cos \phi \cdot \text{sen } \lambda & \cos \phi \cdot \cos \lambda \\ -(M+h) \cdot \text{sen } \phi \cdot \text{sen } \lambda & (N+h) \cdot \cos \phi \cdot \cos \lambda & \cos \phi \cdot \text{sen } \lambda \\ (M+h) \cdot \cos \phi & 0 & \text{sen } \phi \end{bmatrix} \quad (14)$$

Aguiar, Camargo e Galo (2002) apresentam e discutem detalhadamente as transformações e as propagações de covariâncias entre as coordenadas cartesianas geocêntricas, geodésicas e projeção UTM. Têm-se três opções para a propagação das covariâncias das coordenadas cartesianas geocêntricas para geodésicas: a primeira é derivar os modelos de transformação iterativos, a segunda é derivar os modelos diretos e a terceira é inverter o modelo da Equação (14).

Para o modelo inverso, Equações (15), (16) e (17), Leick (1995) também apresenta a derivação para propagação das covariâncias das coordenadas cartesianas para as geodésicas a partir da inversa da Equação (14).

$$\mathbf{C}_{\phi\lambda h} = D^{-1} \cdot \mathbf{C}_{XYZ} \cdot D^{-1T} \quad (15)$$

$$D^{-1} = \frac{\partial(X, Y, Z)}{\partial(\phi, \lambda, h)} \quad (16)$$

$$D^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{-\text{sen } \phi \cdot \cos \lambda}{M+h} & \frac{-\text{sen } \phi \cdot \text{sen } \lambda}{M+h} & \frac{\cos \phi}{M+h} \\ \frac{-\text{sen } \lambda}{(N+h) \cdot \cos \phi} & \frac{\cos \lambda}{(N+h) \cdot \cos \phi} & 0 \\ \cos \phi \cdot \cos \lambda & \cos \phi \cdot \text{sen } \lambda & \text{sen } \phi \end{bmatrix} \quad (17)$$

2.3 Sistema Geodésico Global *World Geodetic System 1984 - WGS84*

O sistema GPS utiliza o WGS84 – *World Geodetic System 1984* – como sistema de referência desde 1987 (SEGANTINE, 2005). NIMA (2000a) o define como um sistema de referência terrestre convencional CTRS para a época 1984,0. Logo, a definição é a mesma do ITRS.

A primeira realização foi estabelecida em 1987 ainda com o sistema TRANSIT (Doppler), fornecendo precisão métrica para as estações monitoras. A partir desta data, vários refinamentos foram efetuados melhorando a qualidade das coordenadas das estações monitoras. Esses refinamentos consistem nas novas realizações G730, G873 e a G1150, atual em uso, todas efetuadas pelo sistema GPS nas épocas indicadas pelos números 730, 873 e 1150 que denotam a semana GPS. Essas realizações foram adotadas pelo sistema em 29 de junho de 1994, 29 de janeiro de 1997 e 20 de janeiro de 2002, respectivamente. As coordenadas G730 correspondem às do ITRF92 com incerteza de 10 cm enquanto as coordenadas G873 correspondem às do ITRF94 com incerteza de 2 cm. Já as coordenadas da última realização G1150 são idênticas às do ITRF2000 com diferenças insignificantes estatisticamente para a maioria das aplicações (NIMA, 2000b).

Os parâmetros fundamentais iniciais do WGS84 estão apresentados em NIMA (2000a). Algumas alterações dos parâmetros se encontram na página do NIMA na internet http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/tr8350_2.html, com acesso em março de 2008. Os valores dos parâmetros estão apresentados na Tabela 4.

Tabela 4. Parâmetros fundamentais do WGS84.

Parâmetro	Notação	Valor
Semi-eixo maior do elipsóide	a	6.378.137 m
Achatamento	f	1/298,257223563
Velocidade angular da Terra	ω	$7.292.115,0 \times 10^{-11}$ rad/s
Constante gravitacional da Terra	GM	$3.986.004,418 \times 10^8$ m ³ /s ²

Note que os parâmetros fundamentais do WGS84, apresentados na Tabela 4, pouco diferem dos parâmetros fundamentais do GRS80, apresentados na Tabela 3.

A Figura 3 apresenta o terno cartesiano, os elementos de orientação, IRP, IRM e o elipsóide de referência do WGS84.

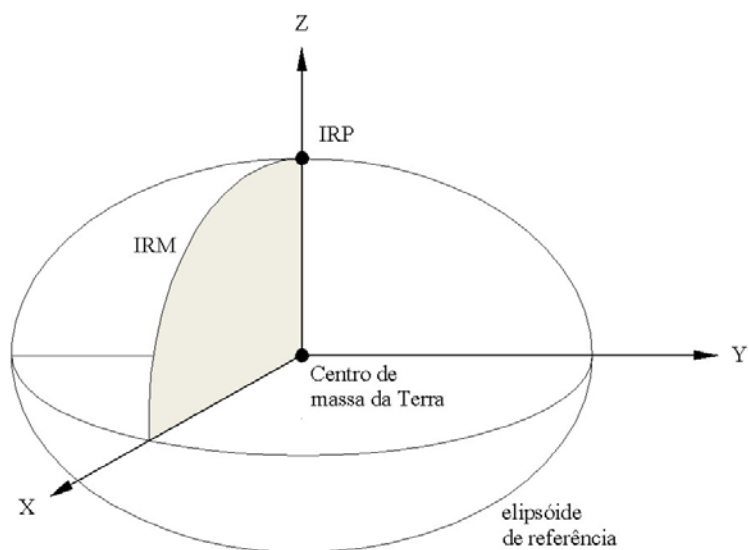


Figura 3. Sistema WGS84.

2.4 Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - SIRGAS2000

O SIRGAS2000 é um sistema de referência conforme o ITRS. Sua realização é uma densificação regional do ITRF da qual o Brasil é participante com 21 estações da RBMC. O SIRGAS2000 – realização de 2000 (época de referência 2000,4) - foi adotado oficialmente pelo Brasil a partir de fevereiro de 2005 por meio da Resolução No. 1 de 25 de fevereiro de 2005, IBGE (2005), alterando a caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro SGB e do Sistema Cartográfico Nacional SCN.

A figura geométrica da Terra representada pelo elipsóide de revolução desse sistema é o *Geodetic Reference System 1980 GRS80*.

Os sistemas SIRGAS2000 e WGS84(G1150) seguem o ITRS com pequenas modificações em um ou outro parâmetro, portanto, podem ser considerados equivalentes na maioria das atividades de mapeamento e posicionamento.

2.5 Sistema Geodésico Local (SGL) ou Topocêntrico

A Figura 4 representa o sistema geodésico local - SGL. É um sistema cartesiano tridimensional topocêntrico. O eixo u aponta para um ponto próximo ao zênite, sobre a normal passante pela origem o do sistema; o eixo n aponta para o norte geodésico, está contido no meridiano geodésico e faz ângulo reto com o eixo u ; e o eixo e torna o sistema dextrógiro (VANIÍČEK e KRAKIWSKY, 1996).

As coordenadas geodésicas da origem o deste sistema são ϕ_o , λ_o e h_o . A Figura 4 ilustra o sistema geodésico local sobreposto a um sistema geocêntrico.

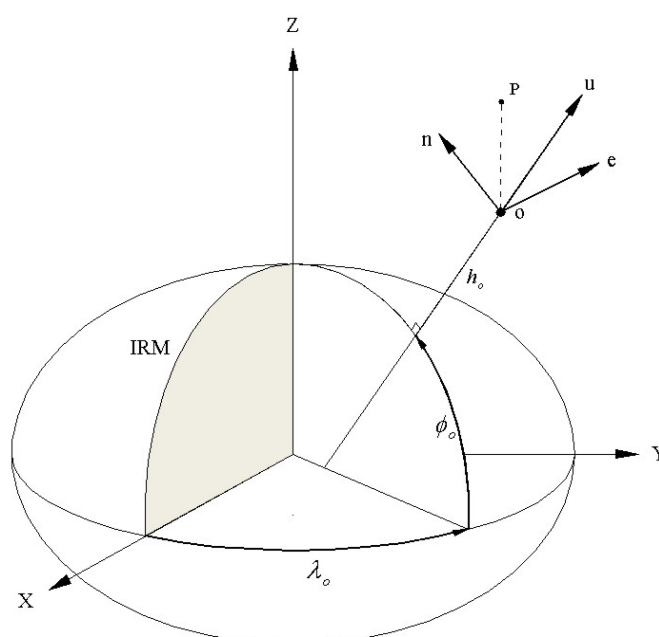


Figura 4. Sistemas cartesiano geocêntrico e geodésico local - SGL.

A posição de um ponto P neste sistema pode ser representada pelas coordenadas cartesianas e_p , n_p , u_p que são as componentes do vetor posição \overline{OP} , também denotado por \vec{e} . Nota-se que a relação entre o SGL e um sistema geocêntrico se dá sobre a normal do ponto origem do SGL, pois o eixo u do SGL é coincidente com a normal da origem do sistema.

2.5.1 Transformação de coordenadas entre o Sistema Geocêntrico e o Sistema Geodésico Local

As coordenadas cartesianas geocêntricas X, Y, Z podem ser transformadas em geodésicas locais e, n, u empregando a Equação (19). Essa relação geométrica pode ser identificada na Figura 4. Verifica-se na Equação (18) que as coordenadas geocêntricas de um ponto P podem ser transformadas em topocêntricas aplicando uma translação e duas rotações no sistema geocêntrico, resultando no seguinte modelo, (LEICK, 1995; RODRIGUES, 2002 e 2006a):

$$\begin{bmatrix} e_p \\ n_p \\ u_p \end{bmatrix} = R_1 [-(90 - \phi_0)] \cdot R_3 [-(90 + \lambda_0)] \cdot \begin{bmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Onde R_1 e R_2 são matrizes rotação – ver Apêndice 2. Ao efetuar a multiplicação tem-se:

$$\begin{bmatrix} e_p \\ n_p \\ u_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen } \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\text{sen } \phi_0 \cdot \cos \lambda_0 & -\text{sen } \phi_0 \cdot \text{sen } \lambda_0 & \cos \phi_0 \\ \cos \phi_0 \cdot \cos \lambda_0 & \cos \phi_0 \cdot \text{sen } \lambda_0 & \text{sen } \phi_0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{bmatrix} \quad (19)$$

ou simplesmente:

$$\begin{bmatrix} e_p \\ n_p \\ u_p \end{bmatrix} = R \cdot \begin{bmatrix} X_p - X_0 \\ Y_p - Y_0 \\ Z_p - Z_0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

fazendo

$$R = \begin{bmatrix} -\text{sen } \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\text{sen } \phi_0 \cos \lambda_0 & -\text{sen } \phi_0 \text{sen } \lambda_0 & \cos \phi_0 \\ \cos \phi_0 \cos \lambda_0 & \cos \phi_0 \text{sen } \lambda_0 & \text{sen } \phi_0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

2.5.2 Propagação de variâncias das coordenadas geocêntricas para topocêntricas

As covariâncias das coordenadas geocêntricas, matriz C_{XYZ} , podem ser propagadas às coordenadas topocêntricas, matriz C_{enu} , aplicando a lei de propagação das covariâncias no modelo dado pela Equação (11). Logo tem-se:

$$C_{enu} = R \cdot C_{XYZ} \cdot R^T \quad (22)$$

onde

$$R = \frac{\partial(e, n, h)}{\partial(X, Y, Z)} = \begin{bmatrix} -\text{sen } \lambda_0 & \cos \lambda_0 & 0 \\ -\text{sen } \phi_0 \cos \lambda_0 & -\text{sen } \phi_0 \text{sen } \lambda_0 & \cos \phi_0 \\ \cos \phi_0 \cos \lambda_0 & \cos \phi_0 \text{sen } \lambda_0 & \text{sen } \phi_0 \end{bmatrix} \quad (23)$$

2.5.3 Coordenadas topocêntricas polares

As coordenadas topocêntricas de um ponto P podem ser descritas em função das observações reduzidas ao sistema geodésico local: distância espacial s , ângulo de inclinação¹ i e azimute geodésico A_g em relação à origem (LEICK, 1995). Estas grandezas s , i e A_g são as coordenadas topocêntricas polares. As Equações (24), (25) e (26) relacionam as coordenadas cartesianas tridimensionais topocêntricas em função das coordenadas topocêntricas polares. A Figura 5 ilustra as coordenadas topocêntricas polares e cartesianas tridimensionais.

¹ O complemento do ângulo i é o ângulo zenital \hat{z}' análogo ao ângulo zenital \hat{z} do sistema astronômico local.

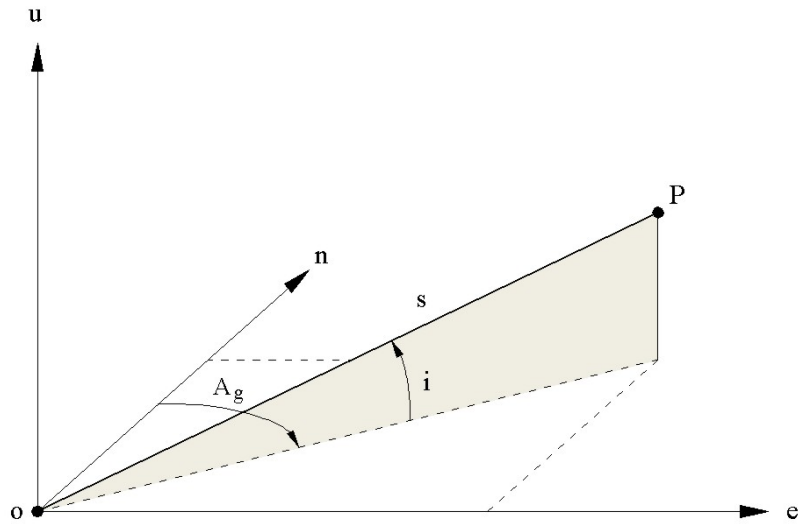


Figura 5. Observações reduzidas ao sistema geodésico local SGL.

$$n = s \cdot \cos i \cdot \cos A_g \quad (24)$$

$$e = s \cdot \cos i \cdot \sin A_g \quad (25)$$

$$u = s \cdot \sin i \quad (26)$$

Das quais pode-se escrever a forma inversa:

$$A_g = \arctan\left(\frac{e}{n}\right) \quad (27)$$

$$i = \arcsen\left(\frac{u}{s}\right) \quad (28)$$

$$s = \sqrt{n^2 + e^2 + u^2} \quad (29)$$

A Equação (19) relaciona as coordenadas cartesianas tridimensionais topocêntricas com as coordenadas cartesianas geocêntricas. Logo as coordenadas polares podem ser descritas também em função das cartesianas geocêntricas, conforme as Equações (30), (31) e (32). ΔX , ΔY , ΔZ , são as componentes vetoriais geocêntricas entre a origem do sistema topocêntrico e um ponto P qualquer.

$$A_g = \arctan\left(\frac{-\text{sen}\lambda_0 \cdot \Delta X + \cos \lambda_0 \cdot \Delta Y}{-\text{sen}\phi_0 \cdot \cos \lambda_0 \cdot \Delta X - \text{sen}\phi_0 \cdot \text{sen}\lambda_0 \cdot \Delta Y + \cos \phi_0 \cdot \Delta Z}\right) \quad (30)$$

$$i = \arcsen \left(\frac{\cos \lambda_0 \cdot \cos \phi_0 \cdot \Delta X + \sen \lambda_0 \cdot \cos \phi_0 \cdot \Delta Y + \sen \phi_0 \cdot \Delta Z}{\sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2}} \right) \quad (31)$$

$$s = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2 + \Delta Z^2} \quad (32)$$

As Equações (30), (31) e (32) consistem em equações de observações do tipo $L_a = F(X_a)$ do modelo paramétrico de ajustamento pelo MMQ, onde as equações se referem ao azimute, ângulo de inclinação reduzidos e à distância espacial (LEICK, 1995).

2.6 Sistema Astronômico Local (SAL) ou Sistema Topográfico

O campo gravitacional terrestre exerce uma força sobre os corpos. As observações terrestres como azimute astronômico, ângulo (distância) zenital, direção e ângulo horizontal e diferença de nível estão vinculadas à direção do campo gravitacional terrestre passante pelo ponto de observação, ou seja, estão vinculadas à vertical local.

O sistema cartesiano tridimensional denominado Sistema Astronômico Local (SAL) é o sistema das observações terrestre, comumente tratado como Sistema Topográfico pelo fato de as observações da topografia clássica serem as próprias observações terrestres.

Torge (1991) define o sistema topográfico como um sistema levógiro, com eixo x orientado para o norte e eixo y para leste. Porém, em topografia é comum trabalhar com um sistema dextrógiro idêntico ao sistema astronômico local com o eixo y apontando para o norte e o eixo x tornando o sistema dextrógiro. Aqui será considerado o sistema dextrógiro utilizado em topografia como definição para o sistema astronômico local. A Figura 6 apresenta as coordenadas polares naturais de um ponto P , observáveis da topografia, em um sistema topográfico com origem no ponto O .

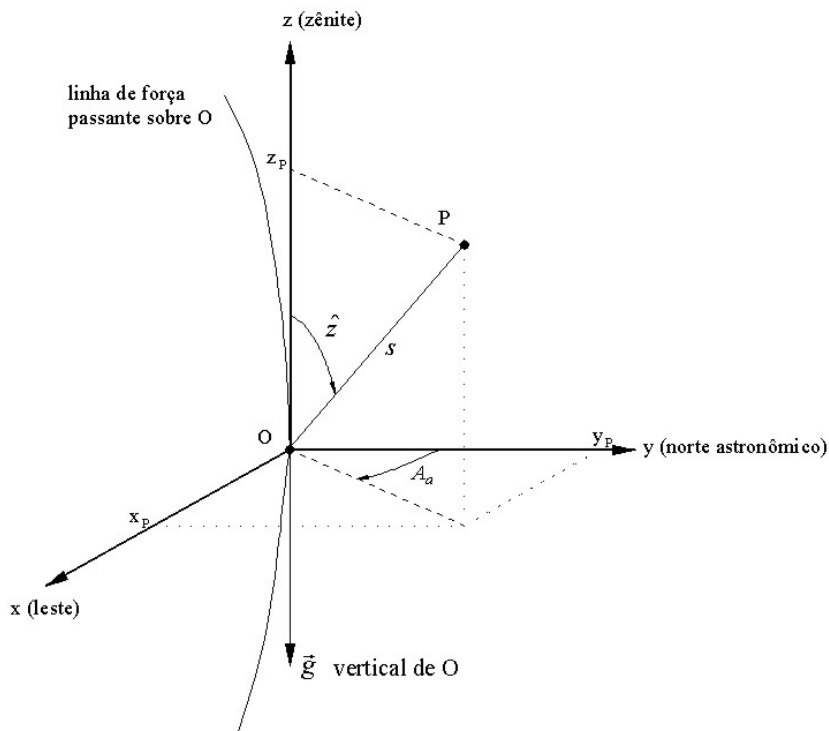


Figura 6. Sistema astronômico local x, y, z e observações terrestres A_a, \hat{z}, \bar{s} .

O azimute natural A_a , de O para P , é o ângulo medido no plano horizontal entre o meridiano do ponto O e a projeção da vertical do ponto P sobre o referido plano, contado no sentido horário, com início no lado norte do meridiano, e varia de zero a trezentos e sessenta graus. O ângulo zenital \hat{z} , de O para P , é o ângulo sobre o plano vertical de O entre a vertical local e a linha que une O a P . A distância espacial s é o comprimento da linha reta que une O a P e independente do sistema de referência.

2.6.1 Coordenadas polares topográficas

O azimute natural A_a , o ângulo zenital \hat{z} e a distância espacial s constituem as coordenadas polares topográficas. A posição de um ponto P no SAL pode ser descrita pelo vetor posição \bar{s} , dado pelas coordenadas x_P, y_P, z_P que correspondem às componentes vetoriais entre o ponto O e o ponto P . Sendo o ponto O a origem do sistema, pode-se escrever as componentes do vetor posição em função das

coordenadas polares conforme a Equação (33). A Figura 6 ilustra as coordenadas topográficas cartesianas e polares de um ponto P no SAL.

$$\vec{s} = \begin{bmatrix} x_P \\ y_P \\ z_P \end{bmatrix} = s \cdot \begin{bmatrix} \text{sen } A_a \cdot \text{sen } \hat{z} \\ \cos A_a \cdot \text{sen } \hat{z} \\ \cos \hat{z} \end{bmatrix} \quad (33)$$

2.6.2 Coordenadas astronômicas ou naturais

As coordenadas astronômicas ou naturais estão associadas ao modelo físico terrestre - linhas de força e superfícies de nível - e podem ser determinadas por medições diretas (HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005). A latitude astronômica Φ é o ângulo plano formado entre a vertical do ponto e sua projeção no plano equatorial, sendo positiva no hemisfério norte e negativa no sul. A longitude astronômica Λ é o ângulo plano formado entre o meridiano astronômico local e o meridiano de referência. O plano do meridiano astronômico local contém a vertical e uma reta paralela ao eixo de rotação médio da Terra, que não são coplanares na maioria dos casos. A Figura 7 apresenta as coordenadas naturais.

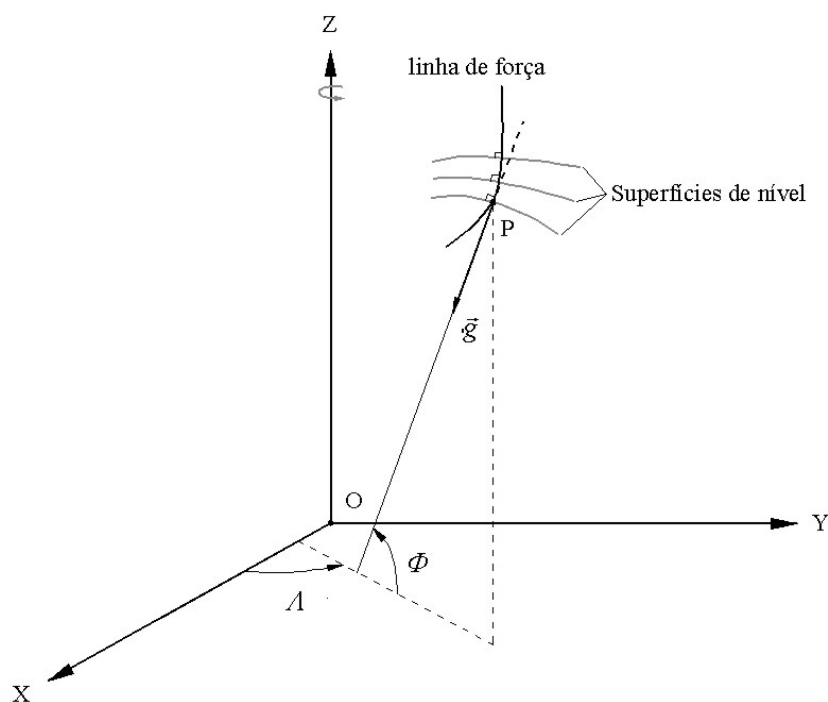


Figura 7. Coordenadas astronômicas ou naturais.

2.6.3 Ondulação geoidal

O geóide é uma superfície equipotencial do campo de gravidade. O nível médio dos mares é uma aproximação prática desta superfície de nível. Esta superfície se encontra do interior da crosta terrestre nos continentes e ilhas, que representam 25% da superfície terrestre (GEMAEL, 1999). Um ponto Q sobre o geóide é projetado ao longo da normal sobre o elipsóide resultando no ponto Q' . A distância QQ' ao longo da normal é denominada “altura geoidal” ou “ondulação geoidal”, e pode ser obtida pela Equação (34). Nota-se que N é positivo quando altitude geométrica (h) é maior que a altitude ortométrica (H), ou seja, quando o geóide está acima do elipsóide. A Figura 8 ilustra a ondulação geoidal do ponto Q sobre o geóide.

$$N = h - H \quad (34)$$

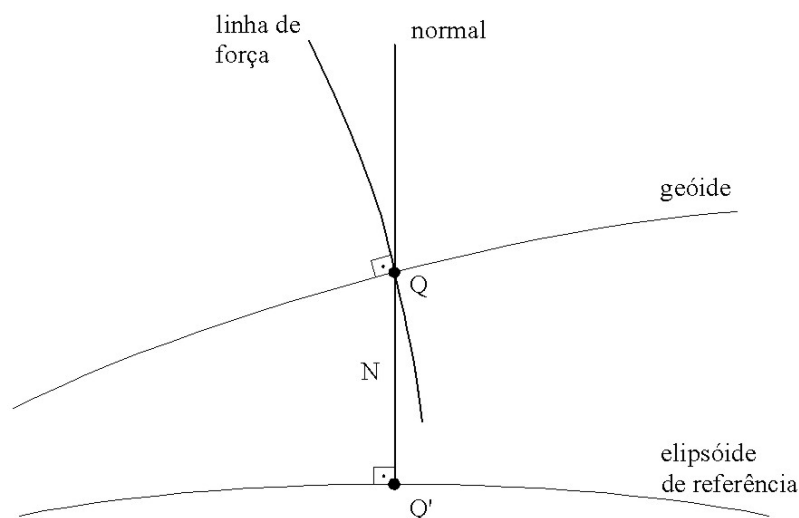


Figura 8. Ondulação geoidal.

2.6.4 Desvio da vertical

O desvio da vertical θ em um ponto é o ângulo formado entre a vertical local e a reta normal ao elipsóide de referência passante pelo ponto – Figura 9. Segundo Gemael (1999), o desvio da vertical em um ponto é a inclinação do geóide em

relação ao elipsóide. Torge (1991) apresenta as três definições a seguir. A de Helmert, que define como o ângulo entre a vertical e a normal elipsoidal passante pelo ponto na superfície terrestre; a de Pizzetti, que define como o ângulo entre a vertical e a normal elipsoidal passante pelo ponto sobre o geóide; e a de Molodenski, que define como o ângulo entre a vertical e a normal de um esferope de mesmo potencial W_P do geope passante pelo ponto.

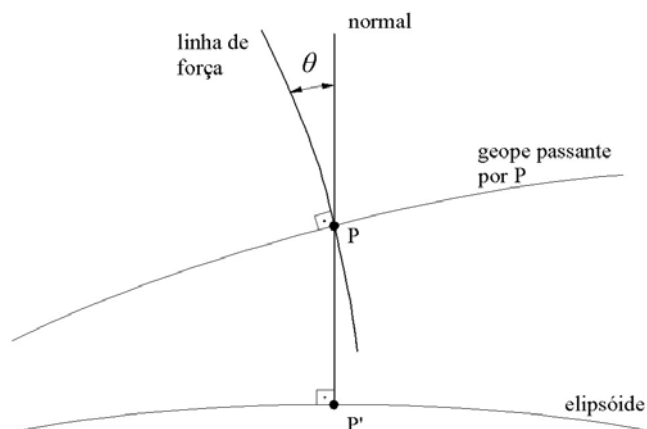


Figura 9. Desvio da vertical.

O desvio da vertical pode ser decomposto em duas componentes, a componente meridiana (norte-sul) ξ e a componente primeiro vertical (leste-oeste) η . A direção da vertical é definida pelas coordenadas astronômicas latitude Φ e longitude Λ . Estas podem expressar de forma simples as componentes ξ e η (HEISKANEN e MORITZ, 1967). A Figura 10 ilustra, sobre um ponto P , a vertical, a normal, o desvio da vertical e suas componentes, as coordenadas naturais e geodésicas sobre uma esfera de raio unitário com centro em P . O eixo Z é paralelo ao eixo de rotação da Terra.

Nota-se que o desvio da vertical é uma grandeza associada ao elipsóide de referência e pode ser classificado como absoluto, quando se refere a um elipsóide geocêntrico, ou como relativo quando se refere a um elipsóide local (FEATHERSTONE e RÜEGUER, 2000).

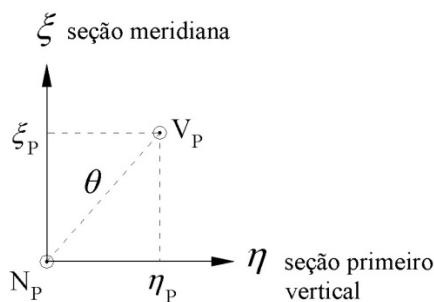


Figura 11. Componentes do desvio da vertical e as seções principais.

A componente ao longo de uma seção normal qualquer é dada pela Equação (38) (COOPER, 1987):

$$\psi = \xi \cdot \cos A_g + \eta \cdot \sin A_g \quad (38)$$

A Figura 12 apresenta uma linha de visada de P para Q com azimute geodésico A_g . O desvio da vertical pode ser decomposto por uma componente y_v sobre a seção normal da linha de visada e por uma componente x_v sobre a seção transversal à anterior. Os valores dessas componentes podem ser calculados pela Equação (39). O raciocínio é análogo às componentes sobre as seções principais.

$$\begin{bmatrix} x_v \\ y_v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos A_g & -\sin A_g \\ \sin A_g & \cos A_g \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix} \quad (39)$$

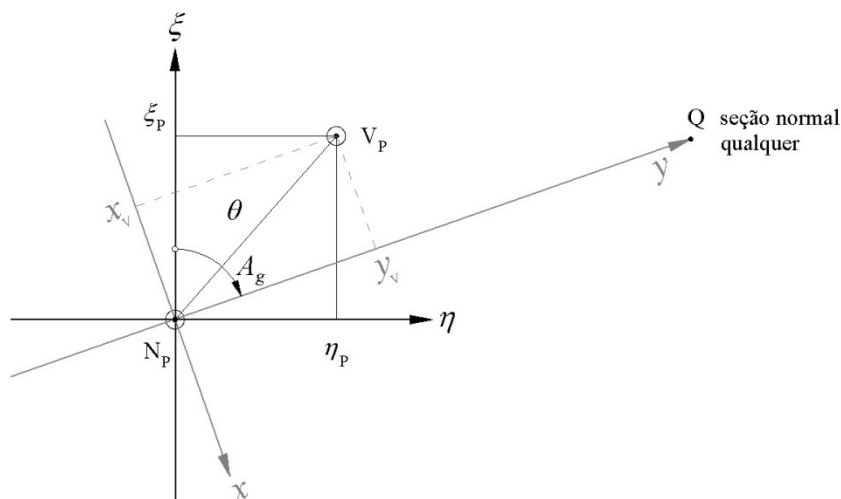


Figura 12. Componentes do desvio da vertical sobre uma seção normal qualquer e sua seção transversal.

As quantidades calculadas pela Equação (39) determinam o efeito do desvio da vertical sobre ângulos zenitais e horizontais. No Apêndice 3 é apresentado um

exemplo numérico desse efeito. A abordagem acima é similar ao desvio do eixo principal de um teodolito com a vertical, ocasionada por um mal nivelamento por exemplo.

2.7 Nivelamento Geométrico

Nivelamento é o procedimento de determinação de desníveis entre pontos de interesse. Os tipos de nivelamento mais comuns são o barométrico, o trigonométrico e o geométrico, denominados pelo princípio do método e instrumentação utilizada. As estações de referência de nível (RN) da rede altimétrica principal brasileira foram obtidas por nivelamento geométrico, por ser o método mais preciso dentre os outros. O IBGE (1983) classifica os levantamentos geodésicos altimétricos pela sua qualidade do fechamento utilizando duplo nivelamento.

2.7.1 Nivelamento Geométrico de precisão

Gomes (2006) descreve nivelamento geométrico como método de determinação de diferenças de níveis a partir de visadas horizontais às miras verticais graduadas efetuadas com nível topográfico.

O desnível entre dois pontos A e B (dn_{AB}) pode ser obtido pela diferença entre a altura de B (H_B) e de A (H_A) ou entre a leitura na mira em A (l_A) e em B (l_B) conforme Equações (40) e (41), respectivamente:

$$dn_{AB} = H_B - H_A \quad (40)$$

$$dn_{AB} = l_A - l_B \quad (41)$$

Os principais instrumentos utilizados em nivelamentos de alta precisão são o nível óptico, a mira de ínvar e a sapata para apoio da mira.

Gomes (2006) atribui os erros instrumentais dos níveis ao seu sistema de eixos e cita outras fontes de erros:

1. Erro de colimação: quando o fio horizontal do retículo não coincide com eixo óptico o sistema de lentes;
2. Erro de verticalidade da mira: quando a mira não coincide com a vertical local devido ao mal funcionamento do nível esférico ou fixação errônea à mira;
3. Erro de graduação da mira: associado a gravação errônea da graduação na mira quando da fabricação ou dilatação do material em função do uso e do tempo;
4. Erro de índice de mira: associado à não coincidência do zero da graduação à base da mira.

Os efeitos da refração atmosférica, reverberação e curvatura terrestre consistem também em erros sistemáticos no nivelamento geométrico. Com intuito de minimizar estes erros, algumas recomendações são apresentadas (IBGE, 2000 apud GOMES, 2006):

1. Realizar visadas equidistantes a ré e a vante minimizando o erro de colimação, erro da curvatura terrestre e refração atmosférica;
2. Efetuar visadas acima de 50 cm do solo minimizando os efeitos de reverberação;
3. As miras devem ser estacionadas sobre pinos abaulados ou sapatas;
4. Efetuar visadas com leituras abaixo de 2,5 m evitando o a perturbação do vento quanto ao prumo da mira.
5. As miras deverão ser utilizadas aos pares, alternando-as entre ré e vante, eliminando o erro de índice das miras.

O nível Zeiss Ni002 permite realizar duas leituras, nas duas posições do compensador, que somadas com mais duas leituras da mira ínvar, direita e esquerda, resultam em quatro leituras para um mesmo ponto. Cada par de leitura, direita e esquerda de uma posição do compensador, deve satisfazer a condição de igualdade entre a diferença das leituras e a constante da mira. Este processo minimiza os erros de leitura do operador.

2.8 Observações angulares com teodolitos

Os ângulos são observações típicas das tarefas de levantamento topográfico e consistem em combinações de direções. São inúmeros os fatores que interferem nas

observações angulares. Wolf e Ghilani (2006) os classificam em fontes de erro instrumental, natural e pessoal. Listam-se os principais de ordem natural: vento, temperatura, refração e deslocamentos naturais do tripé; de ordem pessoal: erro de centragem sobre o ponto, bolhas de nível fora do centro, imagem mal focada, pontaria errônea, mira fora de prumo e outros; os de ordem instrumental estão listados no próximo tópico. Logo, recomenda-se atenção quanto às fontes de erros quando das realizações das observações angulares para que sofram efeitos mínimos.

2.8.1 Verificação de teodolitos

Os teodolitos devem ser fabricados de forma que seu sistema de eixos atenda uma série de condições, senão as observações angulares não corresponderão à realidade (FERRAZ e D'ANTONINO, 1996). Kahmen e Faig (1988) identificam os erros dos eixos, excentricidades (centralização errônea) e erro de graduação do limbo como principais. A Figura 13 apresenta os eixos de um teodolito:

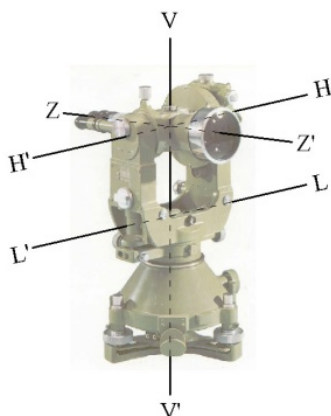


Figura 13. Eixos de um teodolito.

VV': eixo principal (vertical ou primário);

HH': eixo secundário (horizontal, transverso ou de rotação da luneta);

ZZ': eixo óptico da luneta (linha de colimação ou de visada ou eixo de pontaria);

LL': eixo do nível da alidade (tangente ao nível tubular);

A posição relativa entre os eixos de um teodolito retificado satisfazem as seguintes condições:

1. o eixo principal deve passar pelo centro do limbo horizontal e ser perpendicular ao eixo do nível da alidade;
2. o eixo secundário deve ser perpendicular ao eixo principal;
3. a linha de colimação deve ser perpendicular ao eixo secundário, deve cruzar o eixo principal ou coincidir com este na posição vertical da luneta;

Neste contexto, para certificar o estado de normalidade um teodolito, verifica-se os níveis da alidade, o erro de zênite instrumental, o prumo ótico e o eixo de rotação da luneta. Caso se confirme alguma irregularidade, esta deverá ser corrigida.

2.8.2 Triangulação Topográfica

A triangulação topográfica, no conceito original, é um método de levantamento baseado em observações angulares dos vértices de triângulos, que a partir do comprimento de um lado é possível a determinação dos demais. Foi muito utilizada quando os medidores eletrônicos de distância ainda não eram acessíveis e havia dificuldades de determinação de distâncias.

A triangulação topográfica aplicada neste estudo envolve a abundância de observações angulares associadas a uma observação de distância e uma observação de orientação. Neste contexto, o processamento de uma rede de pontos horizontal é realizado pelo MMQ. As equações de observação consistem em uma injunção de posição, uma injunção de orientação (azimute), uma injunção de distância (base) e inúmeras observações angulares. Estas observações angulares são os ângulos dos triângulos formados pelos pontos da rede. Desta forma, as coordenadas topográficas dos pontos da rede é resultado do ajustamento de observações, bem como suas respectivas variâncias.

O IBGE (1983) por meio da Resolução – PR no. 22, de 21 de julho de 1983 aprovou especificações e normas gerais de levantamentos geodésicos em territórios brasileiros. O documento especifica que para a triangulação topográfica destinada a levantamentos de precisão e alta precisão, os ângulos horizontais devem ser tomados segundo o Método das Direções com instrumentos de precisão angular menores que 0,2".

O método das direções (KAHMEN e FAIG, 1988) consiste em observar todas as direções, seguindo um sentido em posição direta da luneta, e com a posição inversa da luneta perfazer o sentido contrário completando um giro, sendo que para cada giro corresponde uma posição do limbo até percorrê-lo por completo obtendo uma série.

2.9 Observações GPS

Dentre os métodos de posicionamento por satélites, o método Posicionamento Relativo Estático determina a posição de uma ou mais estação a partir de uma estação de referência. É o método utilizado em atividades que requerem ótima acurácia¹ e precisão² como implantação de redes geodésicas e monitoramento da tectônica das placas litosféricas. Neste método, é comum utilizar a dupla diferença de fase da onda portadora como observável, apesar de se utilizar também a dupla diferença da pseudodistância, ou ambas (MONICO, 2000). O método requer sessões com duração de dezenas de minutos, sendo 20 minutos o mínimo para caracterizá-lo como Estático. Segundo Segantine (2005), a duração da sessão varia com as características do receptor – rastreia dois ou só um sinal; com as características do programa utilizado no pós-processamento; com a precisão desejada e com o comprimento da linha base, ou seja, do vetor³.

Quando se busca alta precisão e confiabilidade recomendam-se sessões de 1 hora com intervalo de rastreamento não superior a 15 segundos (SEGANTINE, 2005). Este método permite uma precisão do posicionamento da ordem de 1 a 0,1 ppm ou melhor.

Os receptores que rastreiam também a frequência L2 trazem algumas vantagens sobre os que utilizam somente L1. O efeito da ionosfera sobre a propagação do sinal pode atingir valores de 20-30 m durante o dia e de 3-6 m durante a noite (GREWAL, WEIL e ANDREWS, 2007). Os receptores que utilizam L1 e L2

¹ Acurácia se refere à proximidade das observações, ou quantidades derivadas destas, com o valor verdadeiro ou de referência da grandeza em questão.

² Precisão se refere à dispersão das observações, ou quantidades derivadas destas, em torno da média.

³ Vetor, Linha Base ou Base é o segmento de reta que une as estações desconhecida e de referência.

são aplicados para remover ou atenuar tais efeitos combinando as duas frequências, sendo bastante utilizado no processamento de bases longas, acima de 15 km.

2.9.1 Processamento e ajustamento das Observações GPS

Muitos programas comerciais de processamento de observações GPS, como o *Trimble Geomatics Office 1.63* (TRIMBLE NAVIGATION LIMITED, 2005), processam os vetores e realizam o ajustamento das observações. Seeber (1993) lista as seguintes estratégias de processamento e ajustamento:

- a) o ajustamento simples estação;
- b) processamento de vetores simples com combinação de vetores compondo uma rede;
- c) ajustamento multi-estação: o processamento de todos os dados observados simultaneamente em uma sessão submetido em um ajustamento global;
- d) ajustamento multi-estação – multi-sessão: várias soluções de sessões são combinadas gerando uma solução geral rigorosa para uma rede.

O ajustamento simples estação fornece coordenadas para a estação com baixa acurácia, sem muito interesse para atividades geodésicas.

No conceito de vetor simples, determinam-se as componentes vetoriais com a matriz covariância entre duas estações. Este procedimento é rigoroso para somente um vetor se sua matriz covariância é completa.

No ajustamento multi-estação nenhum vetor é calculado isoladamente, mas se calculam as coordenadas das estações e a matriz variância-covariância completa.

O ajustamento multi-estação – multi-sessão se baseia na ligação entre sessões através das estações comuns. É um processo rigoroso e fornece um único ajustamento quando se trabalha com redes.

Outros parâmetros de processamento como ângulo de corte, modelo troposférico, modelo ionosférico e o tipo efemérides devem ser definidos no programa de processamento. Para o ângulo de corte se recomenda o valor de 15 graus de inclinação com o horizonte.

As efemérides utilizadas na maioria dos processamentos são as transmitidas, que normalmente acompanha o arquivo de observações. Porém pode-se fazer uso das efemérides precisas, que fornecem maior precisão ao posicionamento.

O *International GNSS Service* – IGS - é um órgão que distribui vários tipos de efemérides GPS. Na página do IGS na internet (IGS, 2008) e no *Anual Report 2005* (IERS, 2005) são apresentadas as precisões das órbitas e dos relógios dos satélites. As efemérides transmitidas possuem precisões de aproximadamente 160 cm e 7 ns para órbita e relógio dos satélites, respectivamente. A efeméride precisa final do IGS, disponível após 13 dias, é a de melhor qualidade com precisão menor que 5 cm e menor que 0,1 ns. O IGS utiliza observações de outros órgãos para o cálculo das efemérides, como por exemplo o *National Geodetic System* – NGS. Na página do NGS na internet (NGS, 2008) consta que as efemérides precisas NGS atingiram em fevereiro de 2007 precisão centimétrica.

2.10 Integração entre observações da topografia clássica e GPS

É comum apoiar levantamentos topográficos em coordenadas obtidas através de sistemas de posicionamento global como o GPS. Os levantamentos topográficos se referem à vertical local, enquanto os posicionamentos GPS se referem à normal elipsóidica.

As principais observações do engenheiro agrimensor são direções horizontais, distâncias inclinadas, ângulos zenitais e observações a satélites de posicionamento (LEICK, 1995). A abordagem unificada que contempla observações terrestres e GPS é chamada de Geodésia Integrada (HEIN, 1986 apud LEICK, 1995). A metodologia de integração requer o conhecimento das componentes do desvio da vertical. Essas componentes podem ser determinadas conjuntamente com uma orientação horizontal ε desconhecida entre o Sistema Astronômico Local e o Sistema Geodésico Local através da solução do Problema de Orientação Tridimensional, comumente solucionado utilizando uma latitude e longitude astronômica.

Segundo Awange e Grafarend (2005), existem quatro metodologias para obter os três parâmetros de orientação tridimensional: a latitude astronômica Φ , a longitude astronômica λ e a orientação horizontal ε :

1. através de observações astronômicas;
2. solucionando o problema de resseção tridimensional;
3. utilizando o algoritmo simples de Procrustes (AWANGE, 1999b);
4. a partir das coordenadas conhecidas nos dois sistemas (GPS e SAL) pode-se obter os parâmetros, conforme a Equação (42).

$$\begin{bmatrix} x_i - x_0 \\ y_i - y_0 \\ z_i - z_0 \end{bmatrix} = R(\Phi, \lambda, \varepsilon) \cdot \begin{bmatrix} X_i - X_0 \\ Y_i - Y_0 \\ Z_i - Z_0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

onde,

i e 0 são índices que representam as estações de origem 0 e as demais da rede;
 R é matriz rotação em função do parâmetros tridimensionais;

Os parâmetros de transformação considerados no problema de orientação tridimensional são diferentes dos considerados neste estudo, porém ambos possuem a mesma finalidade e seguem o princípio de relação geométrica. Awange (1999a) estudou a aplicação do algoritmo de “Procrustes” na integração entre os sistemas em questão e concluiu que, de fato, o problema de orientação tridimensional pode ser solucionado por tal método e o recomenda para tal. Porém seu estudo baseia-se em 11 séries de observações hipotéticas, ou seja, simuladas e não reais. Desta forma o referido autor recomenda que se submetam ao método observações reais observadas em campo.

Neste contexto, convém lembrar que os métodos clássicos de ajustamento de redes horizontais requerem que as observações topográficas sejam reduzidas ao elipsóide. Contudo, a forma convencional aborda as redes planimétricas e verticais separadamente. A abordagem conjunta necessita de dados do desvio da vertical e de ondulações geoidais. Estas considerações se aplicam ao ajustamento da rede geodésica brasileira ao SIRGAS (COSTA, 1999).

2.10.1 Determinação do desvio da vertical empregando observáveis do posicionamento por satélites e terrestres

Um processo de terminação do desvio da vertical é através de câmeras zenitais digitais. O sistema de câmera zenital digital TZK-D consegue um nível de acurácia

na determinação das componentes do desvio da vertical, de 0,10" a 0,15", sendo um potente e preciso sistema para determinação local do geóide (HIRT, REESE, HENSLIN, 2004 ; HIRT, 2003).

Nesta linha de estudo, Hirt e Flury (2008) combinam dados astros-geodésicos de desvio da vertical obtidos pela câmera zenital digital com modelo digital de terreno (10 a 50 m de resolução) para realizar uma interpolação do desvio da vertical para uma região dos Alpes Alemães. A combinação destes tipos de dados permite a determinação precisa do campo gravitacional ao longo de perfis, até mesmo em regiões com relevo acidentado. Para um perfil teste de 23 km as estações foram espaçadas de 100 m a 2 km, permitindo um quasigeóide com exatidão de 1-2 mm, ou 0,05-0,1 ppm em termos relativos.

Tse e Bâki Iz (2006) desenvolveram em Hong Kong um trabalho de determinação do desvio da vertical empregando observações de nivelamento de precisão e altitudes geométricas GPS. O método de cálculo utiliza a diferença de ondulação geoidal e a distância entre duas estações conforme seqüência a seguir.

Considerando o alinhamento de P para Q da Figura 12, a componente do desvio da vertical na direção do alinhamento Ψ_{PQ} em termos diferenciais de ondulação geoidal dN e distância ds é dada pela Equação (43).

$$\Psi_{PQ} = -\frac{dN_{PQ}}{ds_{PQ}} \quad (43)$$

Combinando as Equações (38) e (43) tem-se a Equação (44).

$$-\frac{dN_{PQ}}{ds_{PQ}} = \xi_P \cdot \cos A_{g_{PQ}} + \eta_P \cdot \sen A_{g_{PQ}} \quad (44)$$

A Equação (44) pode ser escrita em termos de elementos discretos ΔN_{PQ} , diferença de ondulação geoidal, e Δs_{PQ} , distância PQ , conforme a Equação (45).

$$-\frac{\Delta N_{PQ}}{\Delta s_{PQ}} \approx \xi_P \cdot \cos A_{g_{PQ}} + \eta_P \cdot \sen A_{g_{PQ}} \quad (45)$$

Como a ondulação geoidal é a diferença entre as altitudes geométrica (Δh) e ortométrica (ΔH), tem-se na Equação (46) o método de cálculo das componentes do desvio da vertical.

$$-\frac{\Delta h_{PQ} - \Delta H_{PQ}}{\Delta s_{PQ}} = \xi_P \cdot \cos A_{g_{PQ}} + \eta_P \cdot \sin A_{g_{PQ}} \quad (46)$$

Grafarend e Awange (2000) utilizaram o método de Procrustes para determinar o desvio da vertical na região central de Stuttgart, na Alemanha. Basicamente, o algoritmo simples de Procrustes objetiva otimizar o resultado através da solução dos mínimos quadrados com uma injunção quadrática do tipo $X^T X = I$. Porém, substituindo a condição convencional proposta por Lagrange pela solução de um sistema matricial de equações normais bilinear obtida por uma média de *singular value decomposition*, da qual se podem extrair os parâmetros Φ , A e ε .

Grafarend e Awange (2000) utilizaram observações GPS em 8 pontos de uma rede teste e observações topográficas simuladas, mais especificamente direções horizontais e verticais irradiadas de um teodolito a partir de uma estação origem para outras 7 estações alvos, distantes aproximadamente de 270-1.300 m da estação origem.

Segundo os autores os resultados revelaram uma determinação precisa dos parâmetros quando comparados com valores anteriores obtidos por outros métodos. A maior diferença encontrada entre os valores de referência e os obtidos pelo método testado foi de 0,8" nas componentes principais do desvio da vertical.

2.10.2 A importância de considerar o desvio da vertical

Featherstone (1999) apresenta um estudo de caso no oeste da Austrália em que mostra algumas melhorias devido a consideração do desvio da vertical no ajustamento de uma rede terrestre associa a *datum* geocêntrico. Nos levantamentos, o desvio da vertical possui importância em várias situações (FEATHERSTONE e RÜEGUER, 2000) :

1. transformação entre coordenadas geodésicas e astronômicas;
2. conversão entre azimutes astronômicos e azimutes de giroteodolito em azimutes geodésicos;
3. redução de direções e ângulos horizontais ao elipsóide;
4. redução de ângulos zenitais ao elipsóide;

5. redução de distâncias espaciais medidas eletronicamente ao elipsóide utilizando ângulos zenitais;
6. determinação de diferenças de altura a partir de ângulos zenitais e distâncias inclinadas.

Para redes geodésicas terrestres, o efeito da refração atmosférica e das ondulações geoidais podem ser prejudiciais para longas distâncias, por exemplo, cadeias transversais que atravessam países de grande extensão territorial. Featherstone (1999) afirma ser abuso negligenciar o desvio da vertical em reduções de superfícies e em cálculos. Em seu estudo de caso, foram realizados dois ajustamentos de uma rede: um considerando o desvio da vertical a partir do modelo AUSGeoid98, e posteriormente desconsiderando o desvio da vertical, ambos com a mesma estratégia de pesos para as observações. Foram utilizados 3 indicadores de qualidade para avaliar o ajustamento, assumindo sucesso se: a variância de referência for próxima da unidade; se passar no teste hipotético chi-quadrado; e se nenhum erro grosseiro for identificado. Os resultados considerando o desvio da vertical foram: variância de referência igual a 1,15; teste chi-quadrado aprovado e nenhum erro grosseiro identificado. Enquanto os resultados desconsiderando o desvio da vertical foram: variância de referência igual a 1,99; reprovação no teste chi-quadrado e 2 erros grosseiros identificados. O estudo revela, com base nos indicadores citados, que incluir o desvio da vertical traz melhorias para o ajustamento da rede.

2.11 Ajustamento de observações pelo Método dos Mínimos Quadrados – Modelo Paramétrico

O objetivo do método dos mínimos quadrados é estimar o valor e a precisão para uma grandeza a partir de observações abundantes. O princípio é adotar o valor que torne mínimo a soma dos quadrados dos resíduos.

Segundo Gemael (1994), o método dos parâmetros ajusta observações diretas e indiretas. No caso das indiretas, as observações realizadas não se processam sobre as grandezas procuradas. É possível descrever matematicamente as observações em função dos seus parâmetros, que são grandezas vinculadas às grandezas observadas e

consistem em incógnitas de interesse. As funções não lineares devem ser linearizadas.

Em forma matricial, as equações de observação no método paramétrico são da forma da Equação (47):

$$L_a = F(X_a) \quad (47)$$

sendo L_a , Equação (48) o vetor dos valores observados ajustados e pode ser escrito por:

$$L_a = L_b + V \quad (48)$$

sendo L_b o vetor dos valores observados e V é o vetor dos resíduos.

X_a é o vetor dos parâmetros ajustados e pode ser obtido pela Equação (49):

$$X_a = X_0 + X \quad (49)$$

onde,

X_0 é o vetor dos valores aproximados dos parâmetros e

X é o vetor das correções.

Para funções não lineares, a linearização se dá através aplicação da série de Taylor ao modelo da Equação (47) em torno de um valo inicial X_0 :

$$L_a = F(X_a) = F(X_0 + X) \quad (50)$$

$$L_b + V = F(X_0) + \frac{\partial F}{\partial X} \cdot X + \dots \quad (51)$$

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial X_a} \right|_{X_0} \quad (52)$$

O modelo matemático linearizado do método paramétrico é:

$$V = A \cdot X - L \quad (53)$$

onde,

L é dado pela Equação (54).:

$$L = L_b - L_0 \quad (54)$$

sendo,

L_0 vetor obtido em função dos parâmetros aproximados.

Quando as observações apresentam incertezas diferentes atribui-se pesos inversamente proporcionais a elas, que normalmente são quantificadas pelo desvio padrão da observação. Nesse caso, o vetor das correções é calculado pela Equação (55).

$$X = (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot P \cdot L \quad (55)$$

A matriz dos pesos é dada pela Equação (56).

$$P = \sigma_0^2 \cdot C_{L_b}^{-1} \quad (56)$$

onde,

C_{L_b} é a matriz variância-covariância das observações brutas e

σ_0^2 é a variância da unidade de peso.

Após o ajustamento é possível obter a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados pela Equação (57).

$$C_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \quad (57)$$

A matriz variância-covariância dos resíduos é dada pela Equação (58).:

$$C_V = C_{L_b} - \hat{\sigma}_0^2 \cdot A \cdot (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot A^T \quad (58)$$

Em nivelamento, as observações de diferença de nível de vários lances são combinadas até retratarem a diferença de elevação entre pontos de interesse. Os erros aleatórios dessas observações podem ser ajustados pelo método dos mínimos

quadrados MMQ – Método Paramétrico. Ghilani e Wolf (2006) apresentam uma discussão sobre os pesos para as observações de diferenças de nível, que se resume em adotar como peso para cada observação o inverso do comprimento da linha nivelada.

2.11.1 Variância de referência a *posteriori*

É comum adotar a unidade como valor para a variância de referência a *priori*, σ_0^2 , no ajustamento, ciente de que outro valor não modificará o vetor solução (GEMAEL, 1994). Após o ajustamento, estima-se a variância de referência a *posteriori*, $\hat{\sigma}_0^2$, pela Equação (59), onde ν é o grau de liberdade dado pela diferença entre o número de equações de observação e o número de parâmetros.

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T \cdot P \cdot V}{\nu} \quad (59)$$

O valor estimado para $\hat{\sigma}_0^2$ pode ser diferente do valor atribuído a σ_0^2 . Essa discrepância pode ser um indicador da qualidade do ajustamento (GEMAEL, 1994). Neste contexto aplica-se um teste de hipótese estatístico para verificar se a discrepância é significativa para um determinado nível de confiança. Este teste é baseado na distribuição de qui-quadrado χ^2 . Caso a discrepância seja significativa, pode-se dizer que existe problemas no ajustamento. Pela Equação (59), nota-se que valores altos de resíduos elevam o valor da variância a *posteriori* para uma dada matriz de de peso P . Suspeita-se, a primeira vista, de presença de erros grosseiros. Porém, outros fatores podem ser responsáveis pelo alto valor de $\hat{\sigma}_0^2$, e devem ser investigados (GEMAEL, 1994): sistema mal condicionado; modelo matemático inadequado; erros de cálculo; ponderação errônea das observações; problema na linearização.

O teste é feito baseado na hipótese básica H_0 e na hipótese alternativa H_a :

$$H_0 : \sigma_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 \quad (60)$$

$$H_a : \sigma_0^2 \neq \hat{\sigma}_0^2 \quad (61)$$

O valor do qui-quadrado χ_c^2 calculado deve ser comparado com os valores teóricos $\chi_{\nu, \frac{\alpha}{2}}^2$ e $\chi_{\nu, 1 - \frac{\alpha}{2}}^2$ para um teste bi-lateral, sob um nível de significância α .

Calcula-se:

$$\chi_c^2 = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot \nu \quad (62)$$

Os valores teóricos podem ser extraídos de uma tabela ou de programas computacionais. Mais detalhes e a tabela de percentis da distribuição podem ser encontrados em Cross (1983). Rejeita-se a hipótese básica ao nível de significância α se:

$$\chi_{\nu, 1 - \frac{\alpha}{2}}^2 > \chi_c^2 > \chi_{\nu, \frac{\alpha}{2}}^2 \quad (63)$$

Logo, se aceita a hipótese básica se (GONÇALVES *et al.*, 2007):

$$\frac{\chi_{\nu, 1 - \frac{\alpha}{2}}^2}{\nu} \leq \hat{\sigma}_0^2 \leq \frac{\chi_{\nu, \frac{\alpha}{2}}^2}{\nu} \quad (64)$$

Quando a hipótese básica é rejeitada, pode-se inferir uma má qualidade do ajustamento, o que leva a busca e detecção de erros grosseiros (*outliers*) nas observações se não há suspeita sobre outros fatores.

2.11.2 Detecção de erros grosseiros nas observações

Segundo Leick (1995) os erros grosseiros possuem origem nas anotações das observações de campo, na transferência de dados, nos cálculos, etc. A tarefa de identificar e eliminar esses erros pode ser árdua e demorada. A busca por erros grosseiros pode ser feita antes ou durante o ajustamento. Durante o ajustamento, esta etapa é realizada analisando os resíduos das observações.

A estratégia de testar todos os resíduos consecutivamente um a um é denominada *Data Snooping*. O *Data Snooping* de Baarda aplica o teste em cada resíduo da observação. Essa teoria assume que existe somente um erro grosseiro dentre as observações. O resíduo padronizado (\bar{v}_i) de uma observação i é quociente do resíduo da observação pelo o desvio padrão do resíduo, conforme a Equação (65).

$$\bar{v}_i = \frac{v_i}{\sigma_{v_i}} \quad (65)$$

Pela Equação (58) nota-se que o desvio padrão do resíduo é $\hat{\sigma}_0^2 \cdot \sigma_v$. Assim o denominador da Equação (65) é multiplicado por $\hat{\sigma}_0^2$, definindo um t estatístico. Se o resíduo é significativamente diferente de zero, a observação é considerada um erro grosseiro (GHILANI e WOLF, 2006). Logo a observação é rejeitada quando

$$\frac{|v_i|}{\hat{\sigma}_0^2 \cdot \sigma_{v_i}} > \text{nível de rejeição} \quad (66)$$

Para um nível de significância de 5% o nível de rejeição é 2,8 (BAARDA *apud* GHILANI e WOLF, 2006). Desta forma o procedimento é: identificar os resíduos padronizados acima do nível de rejeição; remover o maior erro grosseiro; reajustar; repetir o procedimento até que nenhuma observação contenha erro grosseiro ou até que o número de equações de observação se iguale ao de parâmetros.

3. METODOLOGIA

Todo o processo desenvolvido para atender os objetivos deste estudo será descrito a seguir. As etapas realizadas visam a proposição e a experimentação de uma metodologia de determinação do desvio da vertical que não utilize as clássicas observações astronômicas. A metodologia empregada consiste em um modelo matemático de integração de dois sistemas de referência, e objetiva “parametrizar” as componentes principais do desvio da vertical conjuntamente com uma incógnita de orientação entre os dois sistemas.

Os sistemas em questão são o sistema geodésico local e o astronômico local. O método envolve coordenadas em ambos os sistemas de um conjunto de pontos que formam uma rede. Estas coordenadas advieram do processamento de observações de campo do posicionamento por satélites do sistema GPS e de levantamentos topográficos. Este último foi separado em duas atividades, o nivelamento de precisão e a tomada dos ângulos horizontais.

O modelo utiliza coordenadas ao invés das próprias observações de campo, logo foi necessário processar as observações para obter as coordenadas dos pontos em ambos os sistemas. Para o cálculo das coordenadas topocêntricas, no SGL, foi implementado computacionalmente em linguagem “C” um programa de transformação de coordenadas e propagação de variâncias. Este programa transforma as coordenadas cartesianas X, Y, Z em coordenadas topocêntricas e, n, u a partir de um ponto escolhido como origem do sistema. Já na obtenção das coordenadas topográficas planimétricas, no SAL, foram utilizados dois programas computacionais de ajustamento pelo MMQ, o ADJUST versão 4.1.0 (CG CONSULTING, 2006) e o MMQUFV versão 21abr 2007 (SILVA, 2007). As coordenadas topográficas altimétricas advieram das diferenças de nível observadas no nivelamento de precisão ajustadas pelo MMQ com os cálculos efetuados no programa matemático Maple versão 7 (WATERLOO MAPLE, 2001).

A partir do conhecimento das coordenadas no SGL e no SAL, o método empregado fornece os parâmetros de transformação sobre o ponto central da rede,

origem de ambos os sistemas. Todo o processo é ilustrado pelo fluxograma da Figura 14 e descrito com mais detalhes nos tópicos seguintes.

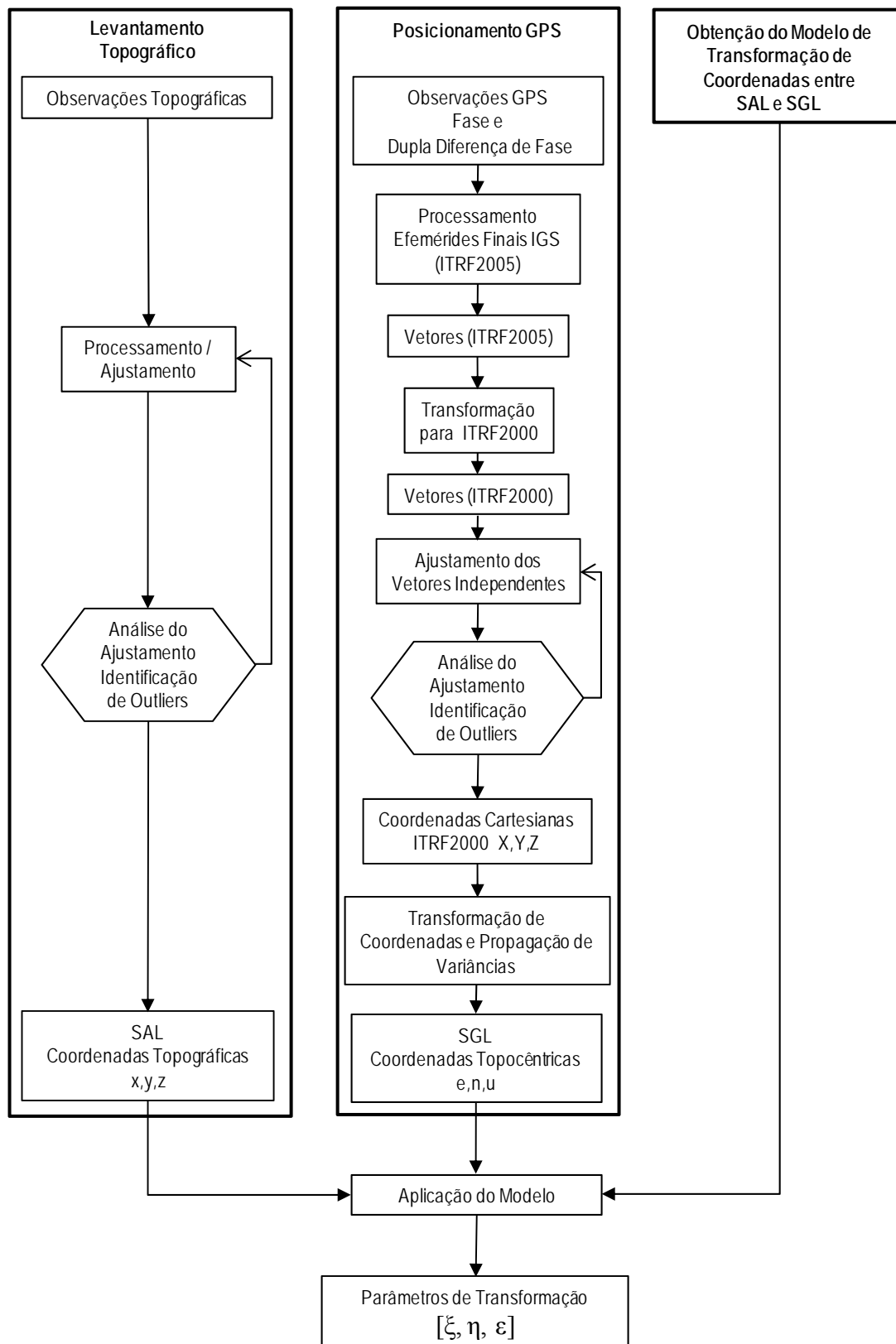


Figura 14. Fluxograma da metodologia da pesquisa.

3.1 Obtenção e implementação do modelo

A relação geométrica entre os sistemas SGL, com vetor posição dado por $\vec{e} = [e, n, u]$, e SAL, com vetor posição dado por $\vec{x} = [x, y, z]$, é a base do raciocínio para obter um modelo funcional que os interligam. Pela definição dos sistemas, assumindo a mesma origem O para os dois sistemas, os sistemas se relacionam pelas componentes do desvio da vertical e por uma diferença angular horizontal plana. A Figura 15 apresenta o SGL, SAL e o WGS84, com vetor posição $\vec{X} = [X, Y, Z]$.

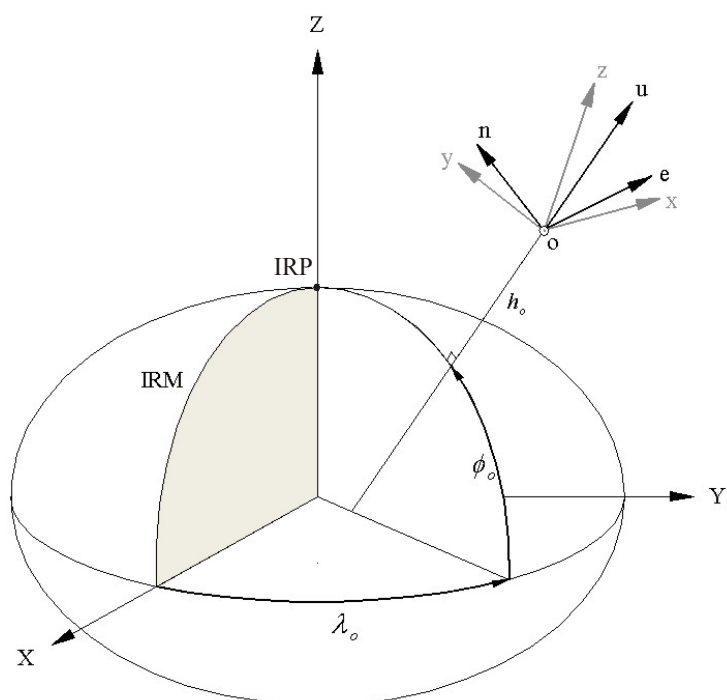


Figura 15. Os sistemas SGL, SAL, e WGS84.

Explorando a Figura 15 e considerando uma esfera de raio unitário sobre o ponto de origem, é possível identificar os ângulos que relacionam os eixos do SGL e do SAL. A Figura 16 ilustra a seção meridiana, a seção primeiro vertical e os ângulos que eixos dos sistemas formam entre si.

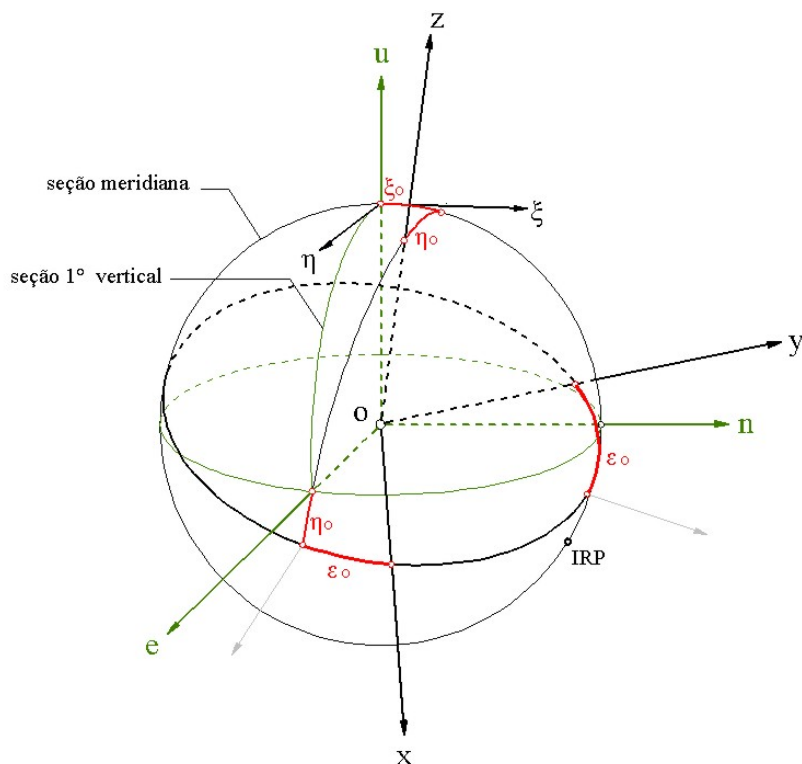


Figura 16. Relação geométrica entre o SGL e o SAL.

Logo, para levar um sistema ao outro, faz-se uma transformação geométrica aplicando matrizes de rotação (APÊNDICE 2) sobre os eixos dos sistemas. Considerando a Figura 16, a transformação de coordenadas de SGL para SAL é realizada aplicando as três rotações. Os ângulos ζ_0 e η_0 são muito pequenos e resultam nas seguintes matrizes de rotação:

- rotação horária de ζ_0 no eixo e – Figura 17 ;

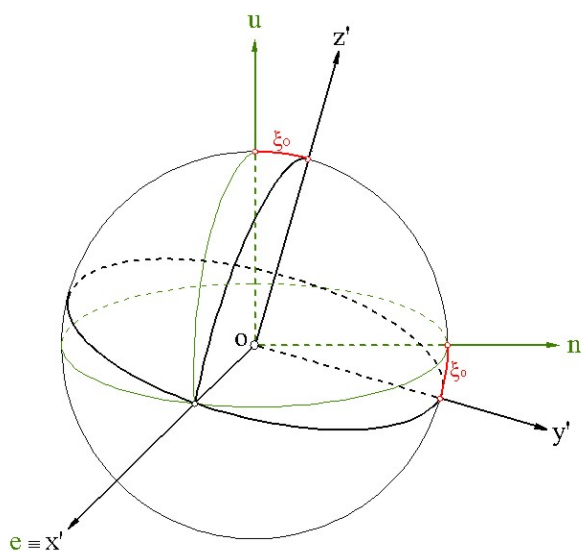


Figura 17. Rotação R_1 .

Dada pela matriz rotação da Equação (67).

$$R_1'(\xi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -\xi \\ 0 & \xi & 1 \end{bmatrix} \quad (67)$$

- rotação anti-horária de η_0 no eixo y' – Figura 18;

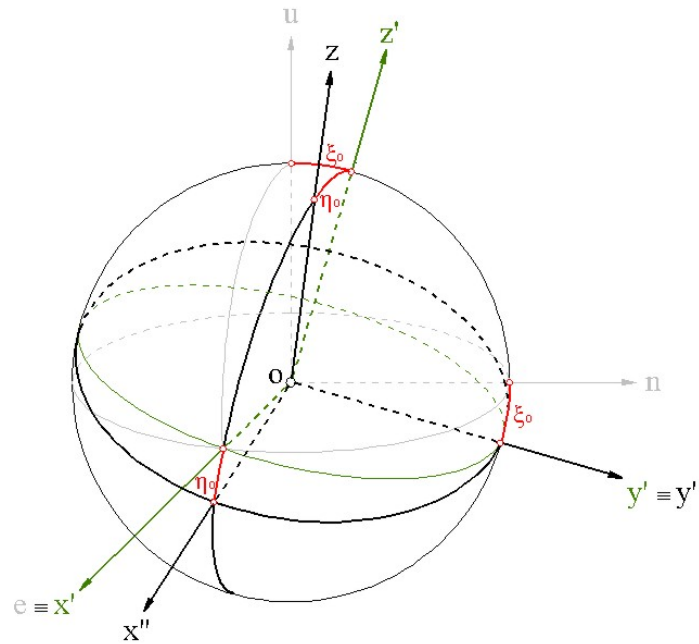


Figura 18. Rotação R_2 .

Dada pela matriz rotação da Equação (68).

$$R_2'(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\eta \\ 0 & 1 & 0 \\ \eta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (68)$$

- rotação anti-horária de ε_0 no eixo z – Figura 19.

$$x = \cos \varepsilon \cdot e + \sin \varepsilon \cdot n - (\eta \cdot \cos \varepsilon + \xi \cdot \sin \varepsilon) \cdot h \quad (72)$$

$$y = -\sin \varepsilon \cdot e + \cos \varepsilon \cdot n + (\eta \cdot \sin \varepsilon - \xi \cdot \cos \varepsilon) \cdot h \quad (73)$$

$$z = \eta \cdot e + \xi \cdot n + h \quad (74)$$

Da mesma forma o modelo inverso pode ser obtido. A transformação de coordenadas no SAL para o SGL é realizada aplicando as seguintes:

1. rotação horária de ε no eixo z .
2. rotação horária de η no eixo y ;
3. rotação anti-horária de ξ no eixo x ;

Logo o modelo pode ser apresentado conforme a Equação (75).

$$\bar{e} = R_1(-\xi) \cdot R_2(\eta) \cdot R_3(\varepsilon) \cdot \bar{x} \quad (75)$$

Ou:

$$\begin{bmatrix} e \\ n \\ h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon & \eta \\ \sin \varepsilon - \xi \cdot \eta \cdot \cos \varepsilon & \cos \varepsilon + \xi \cdot \eta \cdot \sin \varepsilon & \xi \\ -\xi \cdot \sin \varepsilon - \eta \cdot \cos \varepsilon & -\xi \cdot \cos \varepsilon + \eta \cdot \sin \varepsilon & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (76)$$

Então se obtém as coordenadas topocêntricas a partir das coordenadas topográficas pelas Equações (77), (78) e (79).

$$e = \cos \varepsilon \cdot x - \sin \varepsilon \cdot y + \eta \cdot z \quad (77)$$

$$n = \sin \varepsilon \cdot x + \cos \varepsilon \cdot y + \xi \cdot z \quad (78)$$

$$h = -(\xi \cdot \sin \varepsilon + \eta \cdot \cos \varepsilon) \cdot x + (\eta \cdot \sin \varepsilon - \xi \cdot \cos \varepsilon) \cdot y + z \quad (79)$$

3.2 A rede de pontos

A rede de pontos teste está localizada dentro do Campus da Universidade Federal de Viçosa, sediada no município de Viçosa no Estado de Minas Gerais. Os pontos foram materializados com parafusos chumbados ao concreto e estão distantes de $P0$ conforme a Tabela 5.

Tabela 5. Distâncias a partir de $P0$.

Até	Distância (m)
P1	170,743
P2	163,983
P3	57,114
P4	59,609
P5	56,984

Os pontos $P0$, $P3$, $P4$ e $P5$ se situam no pátio cercado pelas edificações do Prédio do Alojamento Velho, Edifício Arthur Bernardes (Prédio Principal), Edifício Fábio Ribeiro Gomes (Prédio da Química) e do Diretório Central dos Estudantes DCE. O ponto $P1$ situa-se em frente ao Restaurante Universitário na calçada e o ponto $P2$ na mesma calçada atrás do prédio do Centro de Ensino e Extensão (CEE). A Figura 20 ilustra a configuração geométrica dos pontos da rede e a Figura 21 apresenta localização dos pontos.

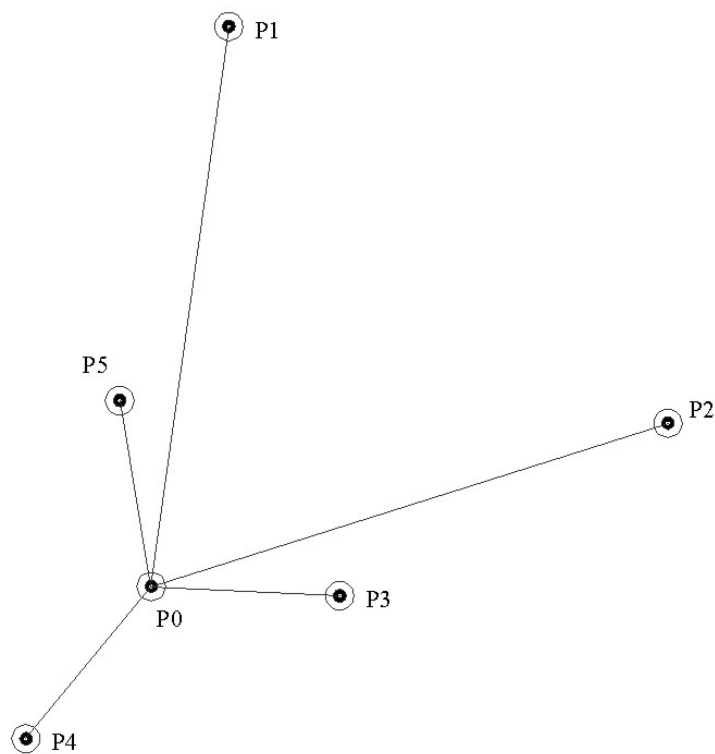


Figura 20. Configuração geométrica dos pontos da rede.

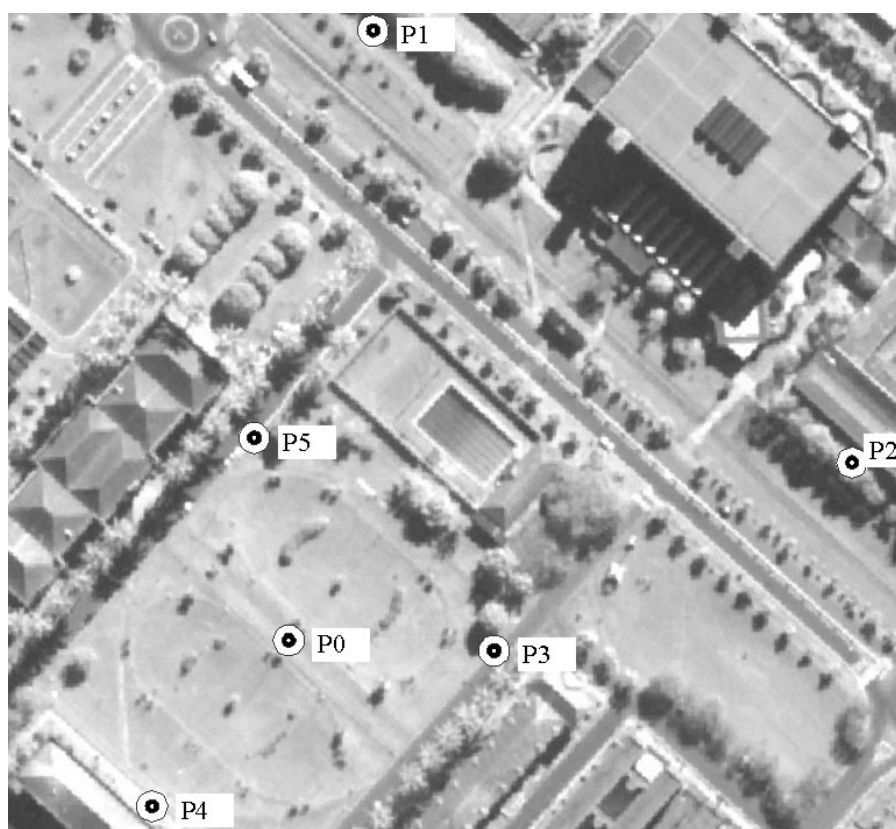


Figura 21. Localização dos pontos.

3.3 Levantamento Topográfico

No levantamento topográfico foram feitas observações angulares e de diferenças de nível permitindo o cálculo das coordenadas x, y, z dos pontos da rede. Estas coordenadas são parâmetros de entrada do modelo.

As observações de campo foram separadas em duas atividades, o nivelamento de precisão e a triangulação topográfica. A partir das observações de diferenças de nível do nivelamento obtiveram-se as coordenadas z dos pontos da rede, enquanto as coordenadas planimétricas x, y foram obtidas por triangulação topográfica.

3.3.1 Nivelamento de precisão

O nivelamento topográfico foi realizado utilizando o Nível Ni002 Zeiss. O manual do fabricante informa uma precisão de 0,2 a 0,3 mm por km de duplo nivelamento. Outros dados técnicos são apresentados no Apêndice 4. O tripé utilizado foi um tripé de madeira com pernas fixas que proporciona maior estabilidade. A mira ínvar foi utilizada com uma sapata para ocupar as estações intermediárias e com um par de balizas para auxiliar a verticalização pelo operador. O caminhamento foi desenvolvido com visadas eqüidistantes menores que 30 m e 1,5 m acima do solo. A rede foi composta de 8 sessões como mostra a Figura 22. As setas indicam o sentido do caminhamento.

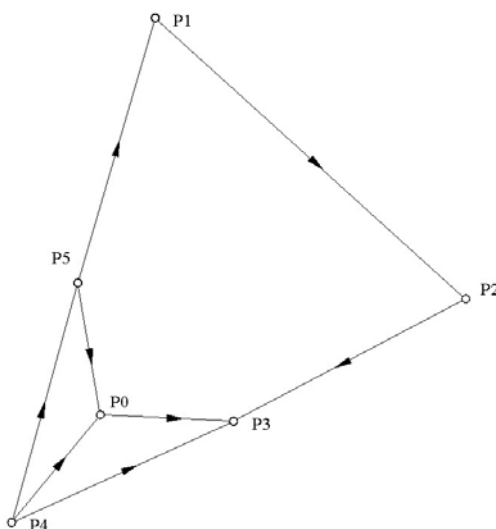


Figura 22. Nivelamento dos pontos da rede.

O ajustamento pelo MMQ, modelo Paramétrico, contou com 8 equações de observações para 5 parâmetros incógnitos. Todo o processo de ajustamento foi calculado no software *Maple* versão 7 (WATERLOO MAPLE, 2001). Os pesos das observações foram atribuídos proporcionalmente ao inverso da distância do caminhamento da seção. Para não se trabalhar com uma cota fictícia sem nenhum critério distante da realidade, foi arbitrada uma altitude ortométrica para $P0$ empregando a altitude GPS de $P0$ e a ondulação geoidal de $P0$ fornecida pelo MAPGEO2004 versão 2.0 (IBGE, 2007a). Dessa forma a coordenada z de $P0$ é um valor bem próximo da altitude ortométrica. O resultado do ajustamento pelo MMQ fornece as qualidades dos parâmetros ajustados, que permite uma análise qualitativa dos resultados.

3.3.2 Ângulos Horizontais

Os ângulos horizontais foram tomados com o teodolito “Wild T3”, com uma precisão nominal de 0,2". Outros dados técnicos podem ser visto no Apêndice 5. O teodolito foi verificado para garantir as condições normais de funcionamento. Cada ponto da rede foi ocupado para irradiar visadas nas posições direta e inversa aos demais pontos da rede. O método utilizado para tomar as direções foi o método das direções, totalizando 8 repetições de visada para cada ponto, 4 visadas na posição direta da luneta e 4 visadas na posição inversa. Assim resultaram 26 direções com suas respectivas variâncias. Estas direções forneceram 21 ângulos com suas respectivas variâncias pelo método de propagação de variâncias. Todas as visadas foram efetuadas com um ângulo zenital não inferior a 86° com o objetivo de evitar influência significativa do desvio do eixo principal do teodolito com a vertical local sobre os ângulos horizontais. Os alvos de visada foram materializados com bastão de prisma nivelado sobre os pinos e fixados por tripé. As figuras do Apêndice 5 ilustram graficamente as direções e os ângulos em cada vértice.

3.4 Coordenadas Topográficas

As coordenadas topográficas altimétricas dos pontos são os resultados do ajustamento do nivelamento. Já as coordenadas topográficas planimétricas dos

pontos foram obtidas pelo processo de triangulação topográfica. A distância horizontal utilizada na triangulação topográfica foi de $P4$ para $P5$, pois apresentava maior magnitude com menor variância. Esta distância e os ângulos horizontais foram submetidos aos programas computacionais de ajustamento pelo MMQ, o *ADJUST* versão 4.1.0 (CG CONSULTING, 2006) e o MMQUFV versão 21abr 2007 (SILVA, 2007) para obter as coordenadas horizontais x,y . Em ambos os programas as observações de entrada foram as mesmas:

- 6 estações;
- 12 parâmetros desconhecidos;
- 25 observações: 21 ângulos, 1 distância, 1 azimuth, 2 posições (1 par de coordenadas).

A observação de distância utilizada de $P4$ para $P5$ foi obtida a partir das coordenadas geocêntricas ajustadas do posicionamento GPS e da diferença de nível entre os pontos. A partir da distância espacial e da diferença de nível obteve-se a distância horizontal, efetuando também a propagação de variâncias. Utilizou-se a distância entre estas duas estações com o critério de adotar a maior distância horizontal que apresentasse o menor desvio padrão. Para observação de azimuth, adotou-se o azimuth geodésico de $P4$ para $P5$ como injunção, com variância zero.

O controle de qualidade nas observações é o principal fator que influi na determinação de coordenadas com elevado grau de precisão (ANDRADE *et al.*, 2006). Após o processamento e ajustamento foi feita uma análise da qualidade do ajustamento e das observações empregadas. Baseando-se na variância de referência a *posteriori* foi possível verificar a qualidade do ajustamento como um todo aplicando o teste estatístico qui-quadrado (χ^2). Porém, ao se constatar uma diferença significativa entre as variâncias de referência a *priori* e a *posteriori* foi feita uma análise da qualidade das observações com base nos resíduos. As observações que apresentaram resíduos discrepantes da média foram retiradas do ajustamento. Ao final da investigação sobre as qualidades das observações e das suas respectivas variâncias foi obtido o resultado final do ajustamento. Desta forma obtiveram-se as coordenadas topográficas de todos os pontos da rede.

3.5 Posicionamento GPS

O método de posicionamento utilizado foi o Posicionamento Relativo Estático com multi-estações. Todos os pontos da rede foram ocupados com receptores Ashtech Promark II L1, com precisão nominal de $\pm 5\text{mm} + 1\text{ ppm}$ horizontal e $\pm 10\text{mm} + 2\text{ ppm}$ vertical no modo estático. Foram utilizados 4 receptores Promark II em sessões de 1 hora. As Sessões 1 e 2 tiveram os pontos $P0$, $P3$, $P4$ e $P5$ observados simultaneamente. As Sessões posteriores 3 e 4 tiveram os pontos $P1$, $P2$, $P3$ e $P5$ observados simultaneamente mantendo a base $P3P5$ comum com as sessões anteriores. Todas as sessões de observação foram realizadas no mesmo dia, 23 de agosto de 2007. A antena Magellan – Modelo 110454 foi utilizada com um bastão de 2 m e um tripé de suporte. A altura da antena foi medida na vertical até o *Antenna Reference Point* - ARP. Mais detalhes técnicos do receptor e informações do posicionamento GPS estão apresentados no Apêndice 6. A base utilizada foi a estação VICO da RBMC-IBGE, que faz parte da rede do IGS. A Figura 23 apresenta os vetores independentes do levantamento utilizados no ajustamento. A Figura A6.1, do Apêndice 6, apresenta todos os vetores do levantamento GPS.

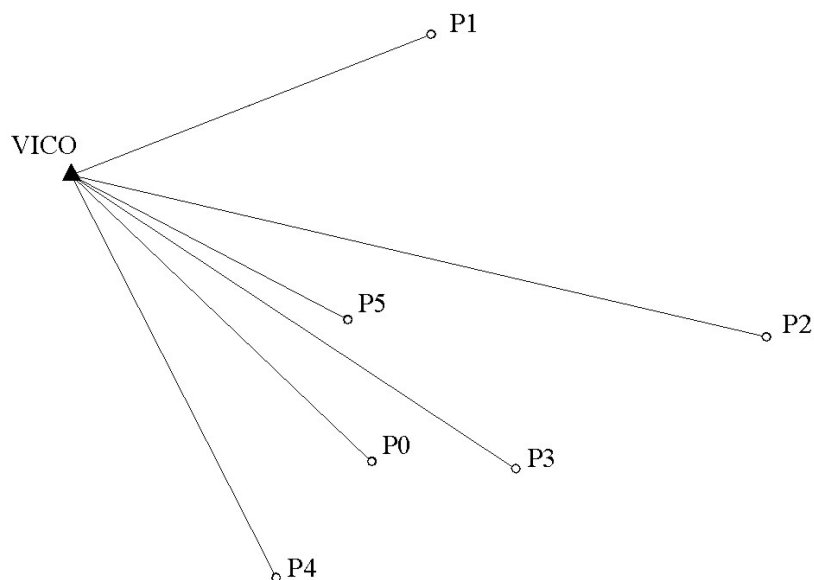


Figura 23. Vetores GPS da rede.

A Tabela 6 apresenta os comprimentos dos vetores e o número de sessões para cada vetor.

Tabela 6. Comprimento dos vetores GPS.

Vetor	Número de Sessões	Comprimento (m)
VICO-P0	2	160,855
VICO-P1	2	146,382
VICO-P2	2	276,150
VICO-P3	4	206,159
VICO-P4	2	177,710
VICO-P5	4	118,631

Para o processamento das observações GPS utilizou-se o programa TGO, *Trimble Geomatics Office 1.63* (TRIMBLE NAVIAGTION LIMITED, 2005). O processamento foi realizado com máscara de elevação de 15°, tipo de solução fixa, tipo de frequência L1 com efemérides precisas finais disponibilizadas pelo IGS em ITRF2005. O resultado do processamento são vetores em ITRF2005 que foram transformados para ITRF2000 com alterações da ordem de 10⁻⁸ m.

O ajustamento dos vetores em ITRF2000 foi feito com uma injunção de posição para a estação VICO com coordenadas em SIRGAS2000 Época 2000,4. Utilizaram-se somente vetores independentes no ajustamento, totalizando 16 vetores. Logo, o ajustamento contou com 51 equações de observações, 3 componentes vetoriais para cada vetor mais 3 injunções de posição, e 21 parâmetros (coordenadas cartesianas para os 6 pontos da rede e a estação VICO).

Após o ajustamento foi feita uma análise da qualidade do ajustamen. O teste estatístico qui-quadrado (χ^2) foi utilizado para verificar a qualidade do ajustamento. Conforme o critério adotado na investigação de erros grosseiros das observações topográficas, foi feita uma análise com base nos resíduos das componentes vetoriais. As observações que apresentaram resíduos discrepantes da média foram retiradas do ajustamento. Após a eliminação das observações identificadas como ruins foi obtido o resultado final do ajustamento. Desta forma obtiveram-se as coordenadas cartesianas X , Y , Z no ITRF2000 de todos os pontos da rede, bem como as respectivas MVC.

3.6 Coordenadas Topocêntricas - Transformação de Coordenadas

A partir dos resultados do ajustamento das observações GPS foi necessário transformá-los para coordenadas topocêntricas no sistema geodésico local. Para esta tarefa foi implementado computacionalmente em linguagem C o formulário de transformação e propagação de variâncias gerando o programa TCPV. As Figuras 24 e 25 apresentam as telas iniciais do programa.

```

*****
*
*          UNIVERSIDADE FEDERAL DE VICOSA
*          CENTRO DE CIENCIAS EXATAS
*          DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
*
*          SETOR DE ENGENHARIA DE AGRIMENSURA
*
*          POS-GRADUACAO EM ENGENHARIA CIVIL - INFORMACOES ESPACIAIS
*          PROGRAMA DE APLICACAO DA DISSERTACAO DE MESTRADO
*
*
*          TCPV
*          Versao 1.0
*          31 de Marco de 2008
*
* Desenvolvedor
*   RAFAEL JOSE DE OLIVEIRA ANDRADE   rafaeljoaufv@yahoo.com.br
*
* Finalidade
*   Transformacao de coordenadas e propagacao de variancias:
*   Geocentricas [XYZ] para Geodesicas [lat long h] e Topocentricas [e n u]
*   Geodesicas [lat long h] para Geocentricas [XYZ] e Topocentricas [e n u]
*   Calcula as distancias, diferencas de nivel, azimute geodesico e o
*   angulo de inclinacao
*
*
*          Brasil
*          Vicososa - MG
*****
*          PRESSIONE QUALQUER TECLA PARA INICIAR
*****

```

Figura 24. Tela de apresentação do programa TCPV.

```

*****
*
*          TCPV
*
*****

MENU

0 Sair

1 Le arquivo de entrada [XYZ MVC] e sai [Lat Long h MVC] e [e n u MVC]

2 Le arquivo de entrada [Lat Long h MVC] e sai [XYZ MVC] e [e n u MVC]

3 Calcula DN Di Dh i Ag

Opcao:

```

Figura 25. Tela de opções do programa TCPV.

Para obter as coordenadas topocêntricas foi utilizada a opção 2, que lê o arquivo de entrada com as coordenadas cartesianas geocêntricas X , Y , Z e matriz

variância-covariância resultante do ajustamento dos vetores, e posteriormente, faz a transformação propagando as variâncias. Os resultados são salvos em arquivo texto. As transformações de coordenadas envolvidas conferem com resultados obtidos pelo programa TCGeo Sistema de Transformação de Coordenadas (IBGE, 2007b). Os arquivos de entrada e saída da opção 2 podem ser vistos no Apêndice 7.

A partir das cotas ajustadas dos pontos, a opção 3 do programa calcula a diferença de nível, distância inclinada, distância horizontal, ângulo de inclinação e azimute geodésico entre os pontos da rede propagando as variâncias.

3.7 Aplicação do modelo

Conhecendo as coordenadas topográficas e topocêntricas dos pontos da rede é possível obter os parâmetros de transformação entre os dois sistemas, conforme o fluxograma da Figura 14. Os parâmetros procurados se referem ao ponto $P0$, a origem dos sistemas topográfico e topocêntrico, e ao SIRGAS2000.

Considerando as coordenadas topocêntricas e topográficas como observações, foi realizado o ajustamento das observações pelo MMQ Paramétrico para obter os parâmetros da transformação entre os sistemas. As equações de observações na forma $L_a = F(X_a)$ são do tipo das Equações (77), (78) e (79), e das equações a seguir:

$$x_p = x_p \quad (80)$$

$$y_p = y_p \quad (81)$$

$$z_p = z_p \quad (82)$$

Considerando os pontos $P1$, $P2$, $P3$, $P4$, $P5$, o número de equações de observações totalizam 30, quinze observações do tipo das Equações (77), (78) e (79) e as outras quinze observações do tipo das Equações (80), (81) e (82). O ajustamento possuiu um grau de liberdade de 12, já que são 3 os parâmetros desconhecidos somadas as coordenadas topográficas consideradas como parâmetros observados. A matriz peso das observações é formada pelas variâncias conhecidas das coordenadas

topocêntricas e topográficas. O vetor dos parâmetros aproximados possui valores nulos – zero, pois os valores procurados para as componentes do desvio da vertical e para a incógnita de orientação são bem pequenos e próximos de zero.

O vetor L_0 é obtido pelas equações de observações utilizando os valores aproximados dos parâmetros e as coordenadas topográficas conhecidas. O vetor L_b é constituído pelos valores das coordenadas topocêntricas e topográficas conhecidas, tratadas como observações. A matriz das derivadas é formada pelas derivadas parciais em relação aos parâmetros, e são:

$$\frac{\partial e}{\partial \xi} = 0 \quad (83)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \eta} = z \quad (84)$$

$$\frac{\partial e}{\partial \varepsilon} = -x \cdot \text{sen } \varepsilon - y \cdot \text{cos } \varepsilon \quad (85)$$

$$\frac{\partial e}{\partial x} = \text{cos } \varepsilon \quad (86)$$

$$\frac{\partial e}{\partial y} = -\text{sen } \varepsilon \quad (87)$$

$$\frac{\partial e}{\partial z} = \eta \quad (88)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \xi} = z \quad (89)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \eta} = 0 \quad (90)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \varepsilon} = x \cdot \text{cos } \varepsilon - y \cdot \text{sen } \varepsilon \quad (91)$$

$$\frac{\partial n}{\partial x} = \text{sen } \varepsilon \quad (92)$$

$$\frac{\partial n}{\partial y} = \text{cos } \varepsilon \quad (93)$$

$$\frac{\partial n}{\partial z} = \xi \quad (94)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi} = -x \cdot \text{sen } \varepsilon - y \cdot \text{cos } \varepsilon \quad (95)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta} = -x \cdot \text{cos } \varepsilon + y \cdot \text{sen } \varepsilon \quad (96)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \varepsilon} = x \cdot (\eta \cdot \text{sen } \varepsilon - \xi \cdot \text{cos } \varepsilon) + y \cdot (\eta \cdot \text{cos } \varepsilon + \xi \cdot \text{sen } \varepsilon) \quad (97)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\xi \cdot \text{sen } \varepsilon - \eta \cdot \text{cos } \varepsilon \quad (98)$$

$$\frac{\partial e}{\partial y} = \eta \cdot \text{sen } \varepsilon - \xi \cdot \text{cos } \varepsilon \quad (99)$$

$$\frac{\partial e}{\partial z} = 1 \quad (100)$$

As derivadas das Equações (80), (81) e (82) em relação os parâmetros ξ , η , ε são nulas, enquanto em relação os parâmetros observados as derivadas são zero e um. A matriz A (30 linhas x 18 colunas) é formada pelas derivadas acima:

$$A = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X=x_0} \quad (101)$$

Ao final, o ajustamento fornece os valores ajustados dos parâmetros procurados ξ, η, ε bem como a sua respectiva matriz variância-covariância.

4. RESULTADOS

Os resultados deste estudo são basicamente dois, o método de determinação do desvio da vertical exposto na metodologia e os valores resultantes da aplicação deste método.

4.1. Coordenadas Topocêntricas

Como as coordenadas cartesianas X , Y e Z e suas variâncias se referem ao sistema geocêntrico SIRGAS2000, foi necessário transformá-las para o sistema geodésico local com origem em $P0$. A Tabela 7 apresenta os vetores independentes a partir da estação VICO envolvidos no ajustamento, mais especificamente as componentes vetoriais de cada vetor acompanhadas dos elementos da respectiva MVC resultante do processamento pelo TGO. Os elementos da MVC expostos na tabela correspondem aos elementos do bloco diagonal superior da MVC, em seqüência.

Tabela 7. Componentes vetoriais dos vetores independentes.

Para / Sessão	ΔX (m)	ΔY (m)	ΔZ (m)	Variâncias - Bloco diagonal superior (m ²)					
P0 S1	40,605	120,177	-98,916	1,27E-06	-7,20E-07	-3,50E-07	7,90E-07	3,40E-07	4,30E-07
P0 S2	40,593	120,180	-98,913	8,60E-07	-7,00E-07	-3,00E-07	1,02E-06	4,10E-07	4,30E-07
P1 S3	97,014	91,881	59,732	1,20E-06	-8,70E-07	-3,10E-07	1,00E-06	4,40E-07	6,00E-07
P1 S4	97,011	91,878	59,737	2,66E-06	-1,72E-06	-7,20E-07	1,79E-06	6,90E-07	7,60E-07
P2 S3	161,916	218,358	-48,552	8,14E-06	-6,32E-06	-3,57E-06	8,40E-06	6,41E-06	9,21E-06
P2 S4	161,919	218,362	-48,577	1,01E-05	-6,51E-06	-2,92E-06	7,59E-06	3,29E-06	3,47E-06
P3 S1	79,770	161,724	-99,895	2,59E-06	-1,58E-06	-8,30E-07	1,87E-06	8,70E-07	1,04E-06
P3 S2	79,760	161,749	-99,890	2,34E-06	-2,51E-06	-8,90E-07	4,13E-06	1,41E-06	1,07E-06
P3 S3	79,997	161,829	-99,933	3,78E-04	2,01E-04	-5,22E-05	6,47E-04	1,13E-04	1,37E-04
P3 S4	79,756	161,743	-99,880	6,92E-06	-5,12E-06	-1,83E-06	5,58E-06	1,77E-06	1,75E-06
P4 S1	2,755	105,868	-142,702	2,51E-06	-1,08E-06	-3,80E-07	9,30E-07	3,80E-07	4,60E-07
P4 S2	2,961	105,846	-142,707	2,45E-03	5,92E-04	-1,87E-04	2,30E-04	-4,77E-05	2,88E-05
P5 S1	47,068	98,393	-46,659	2,89E-06	-1,69E-06	-9,20E-07	1,89E-06	9,70E-07	1,22E-06
P5 S2	47,061	98,403	-46,649	1,59E-06	-1,15E-06	-6,60E-07	1,61E-06	6,40E-07	9,10E-07
P5 S3	47,056	98,409	-46,657	7,54E-06	-5,38E-06	-2,90E-06	5,59E-06	2,96E-06	4,23E-06
P5 S4	47,053	98,389	-46,658	7,56E-06	-4,64E-06	-2,84E-06	4,56E-06	2,30E-06	2,79E-06

O ajustamento destes vetores forneceu as coordenadas cartesianas X , Y , Z ajustadas para os pontos da rede. A variância de referência a *posteriori* $\hat{\sigma}_0^2$ após o

ajustamento foi de 33,93, que foi submetida ao teste do qui-quadrado para verificar se houve discrepância significativa com a variância de referência *a priori* (igual a unidade). Nota-se que para este caso, o grau de liberdade é 30, pois são 51 (16 vetores x 3 componentes mais 3 coordenadas injuncionadas da estação VICO) equações de observação para 21 parâmetros (3 coordenadas para os pontos da rede mais a estação VICO). Reescrevendo a sentença de aceitação conforme a Equação (64) tem-se:

$$\frac{\chi^2_{v, 1-\frac{\alpha}{2}}}{v} \geq \hat{\sigma}_0^2 \geq \frac{\chi^2_{v, \frac{\alpha}{2}}}{v} \quad (102)$$

Os valores teóricos da distribuição qui-quadrado foram extraídos da tabela de percentis da distribuição (GEMAEL, 1994). A Tabela 8 resume o teste.

Tabela 8. Teste qui-quadrado do ajustamento dos 16 vetores.

α (%)	v	$\chi^2_{v, \frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{v, 1-\frac{\alpha}{2}}$	$\hat{\sigma}_0^2$	Sentença de Aceitação	Resultado
5	30	16,79	46,98	33,93	$1,56 \geq 33,93 \geq 0,56$	REPROVADO

A reprovação do teste acima indica que existem problemas no ajustamento. Foi feita uma busca nas observações por erros grosseiros. A Figura 26 apresenta o gráfico dos resíduos das observações.

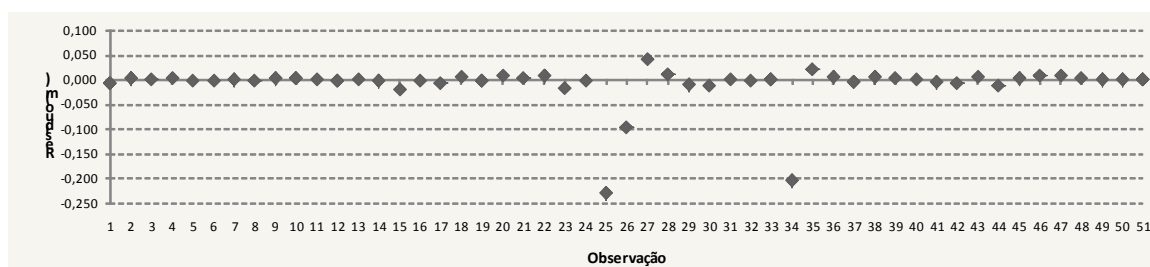


Figura 26. Resíduos das componentes vetoriais .

Pelo gráfico é notória a discrepância do resíduo de 0,230 m da observação 25 quando comparado com a maioria (média de 0,016 m). Analisando os resíduos padronizados destas observações, foi verificado o valor máximo para observação 25 (valor -11,80) indicando que esta observação contém erro grosseiro. As observações 25, 26, 27 são as componentes vetoriais $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ do vetor “VICO – P3 S3”. Foi retirado este vetor, observações 25, 26 e 27, e posteriormente foi efetuado um novo ajustamento. Os resultados do novo ajustamento estão apresentados na Tabela 9.

Tabela 9. Teste qui-quadrado do ajustamento dos 15 melhores vetores.

α (%)	ν	$\chi^2_{\nu, \frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}}$	$\hat{\sigma}_0^2$	Sentença de Aceitação	Resultado
5	27	14,57	43,19	32,45	$1,60 \geq 32,45 \geq 0,54$	REPROVADO

Com a retirada do vetor “VICO – P3 S3”, a variância de referência *a posteriori* diminuiu de 33,93 para 32,45. O gráfico dos resíduos das observações está apresentado na Figura 27.

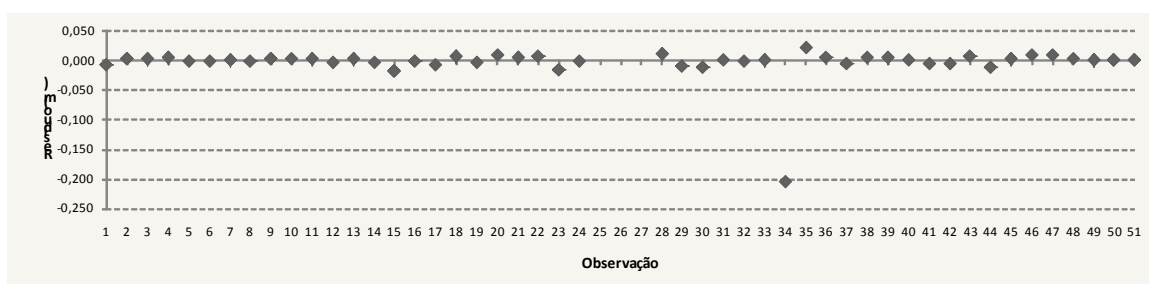


Figura 27. Resíduos das componentes vetoriais com o vetor VICO – P3 S3 eliminado.

A Figura 27 mostra um resíduo discrepante de -0,205 m para observação 34 quando comparado com a média de 0,009 m. Esta observação apresentou o sétimo maior resíduo padronizado com valor de -4,13. As observações 34, 35 e 36 constituem o vetor “VICO – P4 S2” que foi eliminado. O novo ajustamento foi realizado sem os vetores “VICO – P3 S3” e “VICO – P4 S2”, e seus resultados estão apresentados na Tabela 10.

Tabela 10. Teste qui-quadrado do ajustamento dos 14 melhores vetores.

α (%)	ν	$\chi^2_{\nu, \frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}}$	$\hat{\sigma}_0^2$	Sentença de Aceitação	Resultado
5	24	12,40	39,36	33,15	$1,64 \geq 33,15 \geq 0,52$	REPROVADO

Os resíduos apresentaram valor máximo de 0,011 m, valor mínimo de -0,019 m, valor médio de 0,004 m e desvio padrão de 0,004 m. Os resíduos padronizados apresentaram um valor máximo de 7,7. O gráfico dos resíduos está apresentado na Figura 28.

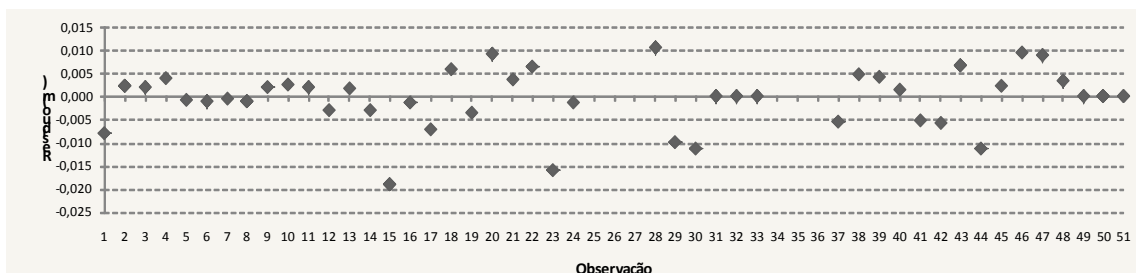


Figura 28. Resíduos das componentes vetoriais sem os vetores VICO - P3 S3 e VICO - P4 S2.

A variância de referência *a posteriori* de 33,15 indica uma má qualidade do ajustamento. Porém a procura por erros grosseiros baseada nos resíduos e resíduos padronizados das observações não permitiu identificar nenhum *outlier*. No entanto, suspeita-se de uma superestimação das variâncias das observações, advinda do programa de processamento de vetores TGO. Desta forma adotou-se a variância de referência *a posteriori* de 33,15 como a correta, modificando a matriz MVC dos parâmetros ajustados. As coordenadas ajustadas finais estão apresentadas na Tabela 11.

Tabela 11. Coordenadas geocêntricas tridimensionais ajustadas SIRGAS2000.

Ponto	X	σ (m)	Y	σ (m)	Z	σ (m)
P0	4.373.323,912	0,004	-4.059.518,871	0,004	-2.247.058,644	0,003
P1	4.373.380,329	0,005	-4.059.547,170	0,005	-2.246.899,996	0,003
P2	4.373.445,233	0,012	-4.059.420,695	0,011	-2.247.008,301	0,009
P3	4.373.363,082	0,006	-4.059.477,317	0,006	-2.247.059,621	0,004
P4	4.373.286,070	0,009	-4.059.533,182	0,006	-2.247.102,432	0,004
P5	4.373.330,378	0,005	-4.059.540,652	0,005	-2.247.006,385	0,004

As coordenadas geocêntricas tridimensionais foram transformadas para coordenadas topocêntricas pelo programa TCPV que propaga as variâncias. A Tabela 12 apresenta os resultados da transformação.

Tabela 12. Coordenadas topocêntricas no SGL.

Ponto	e (m)	σ (m)	n (m)	σ (m)	u (m)	σ (m)
P0	0,000	0,002	0,000	0,002	0,000	0,005
P1	17,641	0,002	169,828	0,003	0,426	0,007
P2	154,492	0,006	54,917	0,007	2,843	0,016
P3	57,104	0,003	-0,758	0,003	0,756	0,008
P4	-36,233	0,004	-47,325	0,004	-1,307	0,010
P5	-11,565	0,002	55,798	0,003	-0,239	0,007

4.2. Coordenadas Topográficas

As coordenadas topográficas altimétricas foram obtidas pelo nivelamento geométrico de precisão. As Tabela 13 apresenta o resultado do ajustamento do nivelamento.

Tabela 13. Diferenças de nível (observações) ajustadas.

Observação	Diferença de nível (m)	σ (m)
dn_{40}	1,315	0,000
dn_{03}	0,770	0,000
dn_{34}	-2,085	0,000
dn_{45}	1,078	0,000
dn_{50}	0,237	0,000
dn_{51}	0,677	0,000
dn_{12}	2,408	0,000
dn_{23}	-2,079	0,000

A Tabela 10 apresenta as oito observações envolvidas no ajustamento. O ajustamento foi realizado com uma injunção da cota no ponto $P0$. Esta cota possui o valor da diferença entre a altura elipsoidal e a ondulação geoidal fornecida pelo programa MAPGEO 2004. Este valor foi adotado como a altitude ortométrica de $P0$. Desta forma o ajustamento contou com 3 graus de liberdade e apresentou uma variância de referência a *posteriori* de 0,26, que foi submetida ao teste estatístico do qui-quadrado. A Tabela 14 a seguir resume o teste.

Tabela 14. Teste qui-quadrado do ajustamento das diferenças de nível.

α (%)	ν	$\chi^2_{\nu, \frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}}$	$\hat{\sigma}_0^2$	Sentença de Aceitação	Resultado
5	3	0,22	9,35	0,27	$3,12 \geq 0,27 \geq 0,07$	APROVADO

A aprovação no teste estatístico indica que as ponderações das observações e o valor adotado para a variância de referência a *priori* foram bem estabelecidos, não sendo necessário modificar as variâncias de saída. Os resíduos apresentaram valores absolutos máximo de 0,15 mm e mínimo de 0,05 mm. O gráfico dos resíduos está apresentado na Figura 29.

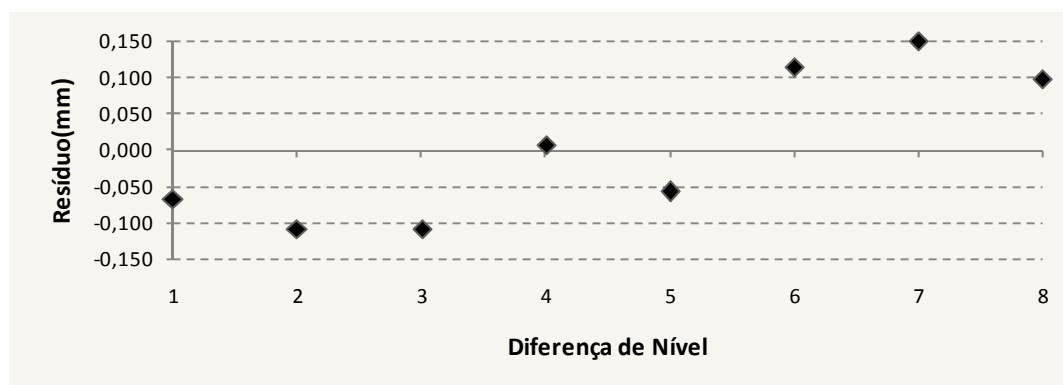


Figura 29. Resíduos das observações de diferenças de nível.

Os valores apresentados acima e a aceitação no teste estatístico indicam que não houve problema no ajustamento e não foram detectados erros grosseiros nas observações. A Tabela 15 apresenta as altitudes ortométricas dos pontos com suas incertezas.

Tabela 15. Altitudes ortométricas ajustadas.

Observação	Altitude Ortométrica (m)	σ (m)
H_0	659,148	0,000
H_1	659,588	0,000
H_2	661,997	0,000
H_3	659,918	0,000
H_4	657,833	0,000
H_5	658,911	0,000

Nota-se que os desvios-padrão dos resultados do nivelamento são apresentados até o milímetro, porém esses valores não são nulos. Tais valores foram obtidos com a variância de referência *a posteriori* e são da ordem de 2 ou 3 décimos de milímetros. As coordenadas topográficas planimétricas foram obtidas pelos programas ADJUST e MMQUFV. As observações angulares utilizadas no ajustamento estão apresentadas na Tabela 16. O Apêndice 5 apresenta mais detalhes sobre obtenção dos ângulos e figuras contendo as direções e os ângulos.

Tabela 16. Observações angulares do levantamento topográfico.

Ângulo	Ré	Em	Vante	Valor do ângulo	σ (")
α_1	P1	P0	P2	64° 29' 28,18"	0,96
α_2	P2	P0	P3	20° 20' 41,00"	1,44
α_3	P3	P0	P4	126° 40' 09,42"	1,75
α_4	P4	P0	P5	130° 51' 16,40"	1,77
α_5	P5	P0	P0	17° 38' 25,00"	1,30
α_6	P2	P1	P0	55° 55' 43,50"	1,26
α_7	P0	P1	P4	8° 00' 07,95"	1,74
α_8	P4	P1	P5	0° 26' 02,89"	1,51
α_9	P3	P2	P4	1° 34' 05,25"	2,03
α_{10}	P4	P2	P0	8° 37' 22,10"	1,94
α_{11}	P0	P2	P1	59° 34' 57,60"	1,36
α_{12}	P4	P3	P0	27° 16' 42,18"	1,68
α_{13}	P0	P3	P5	38° 42' 42,15"	1,94
α_{14}	P5	P3	P2	110° 45' 22,23"	1,39
α_{15}	P1	P4	P0	23° 29' 59,60"	1,42
α_{16}	P0	P4	P2	24° 21' 52,15"	2,04
α_{17}	P2	P4	P3	1° 41' 07,62"	2,06
α_{18}	P5	P4	P1	0° 28' 59,72"	1,13
α_{19}	P1	P5	P3	15° 06' 24,90"	0,96
α_{20}	P3	P5	P0	38° 48' 46,31"	1,34
α_{21}	P0	P5	P4	25° 09' 39,44"	1,55

Os dois programas processam redes horizontais utilizando o MMQ. Os resultados fornecidos pelos dois programas para as coordenadas planimétricas foram iguais até o milímetro nos ajustamentos realizados. No primeiro ajustamento foram utilizadas 21 observações angulares, uma distância, um azimute e duas posições x e y para o ponto $P0$, origem do sistema topográfico. Os parâmetros incógnitos são 12, ou seja, as coordenadas planimétricas topográficas x e y dos 6 pontos da rede. Os valores fornecidos pelo MMQUFV do primeiro ajustamento das observações topográficas está apresentado na Tabela 17.

Tabela 17. Teste qui-quadrado do ajustamento da triangulação topográfica.

α (%)	ν	$\chi^2_{\nu, \frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}}$	$\hat{\sigma}_0^2$	Sentença de Aceitação	Resultado
5	13	5,01	24,74	7,25	$1,90 \geq 7,25 \geq 0,39$	REPROVADO

A reprovação do teste indica que o ajustamento pode ser melhorado se algum possível erro grosseiro for eliminado. A Figura 30 apresenta os resíduos das observações angulares.

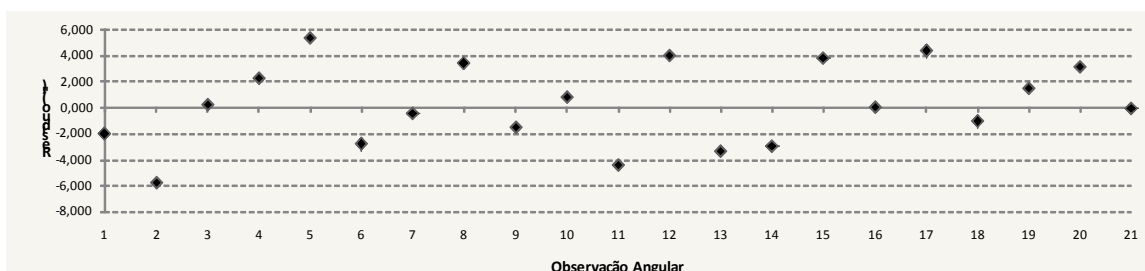


Figura 30. Resíduos das observações angulares.

A Figura 30 apresenta um comportamento homogêneo dos resíduos. Pode-se notar que a observação angular 2 possui o resíduo máximo de $-5,79''$, que foi verificado o máximo resíduo padronizado de $-5,08$. Logo foi retirada esta observação, ângulo α_2 da Tabela 16, e um novo ajustamento foi realizado. Este procedimento foi repetido quatro vezes, ou seja, foram eliminados quatro observações angulares. Com a eliminação dos ângulos α_2 , α_5 , α_8 e α_{11} a variância de referência a *posteriori* passou no teste do qui-quadrado, conforme o quadro a seguir.

Tabela 18. Teste qui-quadrado do ajustamento final da triangulação topográfica.

α (%)	ν	$\chi^2_{\nu, \frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}}$	$\hat{\sigma}_0^2$	Sentença de Aceitação	Resultado
5	9	2,70	19,02	2,01	$2,11 \geq 2,01 \geq 0,30$	APROVADO

O gráfico dos resíduos das observações utilizadas neste ajustamento final está apresentado na Figura 31.

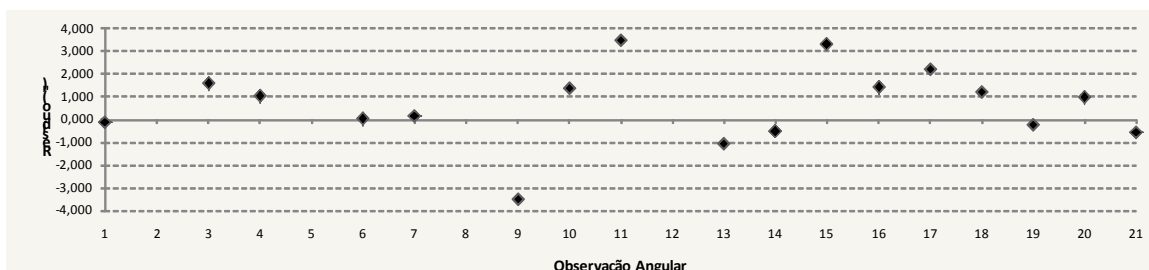


Figura 31. Resíduos das observações angulares sem os ângulos α_2 , α_5 , α_8 e α_{11} .

Os valores máximos deste ajustamento final foram $-3,51''$ e $2,85$ para o resíduo e resíduo padronizado. A Tabela 13 apresenta as coordenadas topográficas finais processadas pelo MMQUFV e a Figura 32 apresenta a rede de pontos com as elipses dos erros, com nível de confiança de 39%.

Tabela 19. Coordenadas topográficas planimétricas e desvios padrão - SAL.

Ponto	x	σ (m)	y	σ (m)
P0	0,000	0,000	0,000	0,000
P1	17,652	0,002	169,808	0,009
P2	154,515	0,008	54,942	0,003
P3	57,105	0,003	-0,766	0,001
P4	-36,232	0,002	-47,324	0,002
P5	-11,563	0,003	55,798	0,003

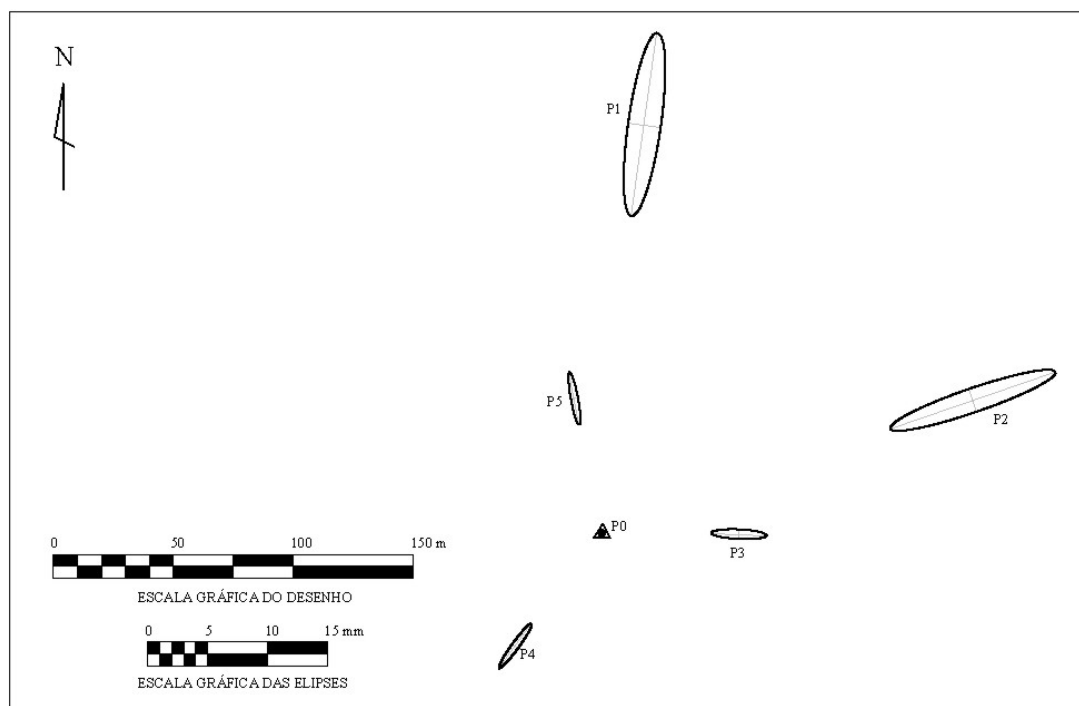


Figura 32. Elipses dos erros do levantamento topográfico.

4.3. Desvio da Vertical

A aplicação do modelo utilizando as coordenadas topocêntricas e topográficas como observações totalizaram 30 equações de observações para 18 parâmetros incógnitos, ξ, η, ε mais os 15 parâmetros observados (coordenadas topográficas),

resultando em 12 graus de liberdade. O resultado do ajustamento está apresentado na Tabela 20.

Tabela 20. Teste qui-quadrado do ajustamento do modelo de obtenção do desvio da vertical.

α (%)	ν	$\chi^2_{\nu, \frac{\alpha}{2}}$	$\chi^2_{\nu, 1-\frac{\alpha}{2}}$	$\hat{\sigma}_0^2$	Sentença de Aceitação	Resultado
5	12	16,79	46,98	2,56	$3,92 \geq 2,82 \geq 1,40$	APROVADO

A variância *a posteriori* passou no teste estatístico do qui-quadrado indicando que a qualidade do ajustamento está boa. Neste caso, descartam-se as seguintes possibilidades : uso de um modelo matemático inadequado, presença de erros grosseiros, sistema mal condicionado, erros de cálculo, linearização errônea do modelo e ponderação errônea das observações. Assim, a ponderação final foi a mesma estabelecida inicialmente. Os parâmetros desconhecidos ajustados obtidos para o ponto *P0* estão apresentados na Tabela 21.

Tabela 21. Parâmetros de transformação. Componentes do desvio da vertical e orientação angular horizontal no ponto *P0*.

ξ (")	σ (")	η (")	σ (")	ε (")	σ (")
14,46	8,24	3,28	3,89	10,15	2,98

Os resultados acima são os parâmetros que interligam o Sistema Geodésico Local com o Sistema Astronômico Local e estão associados diretamente ao ITRF2000, sistema de referência das coordenadas cartesianas dos pontos. É importante ressaltar que os valores do desvio da vertical para o ITRF2000 são diferentes do SAD69, visto que o primeiro é geocêntrico enquanto o segundo é quase-geocêntrico. Conforme a Equação (37), o desvio da vertical total no ponto *P0* é 14,83".

As diferenças de nível entre as estações indicam uma região de teste plana à 659,57 metros de altitude média, com um desnível máximo de 4,163 m entre as estações. Sabe-se que o desvio da vertical está diretamente relacionado com a distribuição de massas sob a crosta terrestre. Por isso em regiões de relevo acidentado os valores do desvio da vertical podem ultrapassar 60".

O valor $10,15''$ da orientação angular horizontal plana entre os y do SAL e n do SGL deveria ser próximo de zero pois a observação de azimute no cálculo das coordenadas topográficas corresponde ao valor do azimute geodésico do mesmo alinhamento. Logo as diferenças entre as coordenadas topográficas e topocêntricas deveriam ser atribuídas somente ao efeito do desvio da vertical, salvo os efeitos dos demais tipos de erros possíveis.

As componentes do desvio da vertical apresentam desvios padrão de $8,24''$ e $3,89''$ assim como $2,98''$ para o parâmetro ϵ . Estes valores advêm da aplicação do modelo, ou seja, do ajustamento de observações que considerou a matriz-variância covariância das observações uma matriz diagonal. Tal consideração foi feita assumindo que as observações não possuem correlação entre si.

Suspeita-se que modelo seja mais eficiente para redes maiores do que a rede teste experimentada. A sensibilidade do modelo em detectar o desvio da vertical depende do tamanho e da configuração geométrica da rede. Portanto suspeita-se que para redes maiores o modelo pode apresentar maior eficiência na determinação do desvio da vertical.

Obter o desvio da vertical em vários locais de uma região permite conhecer o comportamento da variação espacial do desvio da vertical e conseqüentemente o comportamento da variação da ondulação geoidal.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Os objetivos específicos deste estudo foram atingidos. Foi apresentada uma metodologia para a determinação do desvio da vertical diferente dos métodos convencionais de observações astronômicas. Tal metodologia emprega as observáveis do posicionamento por satélites e da topografia clássica através das coordenadas topográficas e topocêntricas. A hipótese de esta metodologia ser prática e exequível foi parcialmente verificada, pois o método necessita conhecer coordenadas geodésicas e topográficas de pontos, que é uma situação comum de se conseguir.

Recomenda-se repetir esta metodologia em uma rede de pontos que apresente maior espaçamento entre os pontos. As observações topográficas podem ser obtidas por uma Estação Total de precisão angular em torno de 5". Pode-se realizar 3 ou mais séries de irradiações a partir de um ponto obtendo as coordenadas topográficas em uma única atividade utilizando o nivelamento trigonométrico, muito comum em levantamentos com Estação Total.

Recomenda-se a realização de dois ajustamentos de uma rede: um considerando o desvio da vertical, e posteriormente desconsiderando o desvio da vertical utilizando a mesma estratégia de pesos para as observações. Pode-se fazer uso de indicadores de qualidade para avaliar o ajustamento, como: a igualdade significativa entre a variância de referência *a priori* e a *posteriori*; teste hipotético qui-quadrado; e identificação de erros grosseiros.

O objetivo específico de experimentar uma metodologia de integração de um conjunto de pontos associados ao Sistema Geodésico Local e ao Sistema Astronômico Local também foi atingido. Porém, os resultados indicam que a metodologia deve ser aplicada em uma rede maior para que o modelo detecte os parâmetros de transformação entre os sistemas de referência com mais eficiência. A hipótese de a metodologia ser rigorosa e não prejudicar a alta acurácia das coordenadas em nível do milímetro no processo de transformação não foi confirmada

totalmente pelos resultados, pois os resíduos das observações encontrados na aplicação do modelo variam de 1 a 34 milímetros.

Sugere-se o estudo da variação do modelo apresentado inserindo uma variável para assumir erros sistemáticos não modelados nas observações. Um estudo comparativo com método de Procruste (AWANGE, 1999b) pode ser desenvolvido.

Conclui-se que a metodologia proposta é capaz de determinar o desvio da vertical empregando observações aos satélites de posicionamento e observações da topografia clássica, porém deve-se atentar para o tamanho e configuração geométrica da rede de pontos a ser empregada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, C. R.; CAMARGO, P. O.; GALO, M. **Transformação de coordenadas e DATUM com propagação de variâncias.** Anais do Simpósio Brasileiro de Geomática. Presidente Prudente. 2002. p. 113-120.

ANDRADE, R. J. O.; MAROTTA, G. S.; GONÇALVES, R. P.; ASSIS, L. C.; RODRIGUES, D. D. **Aplicação do Método dos Mínimos Quadrados no controle de qualidade em observações direcionais.** 9 p. Anais Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário COBRAC2006. Florianópolis. 2006.

AWANGE, J. L. **Integrating the Global Positioning System (GPS) with the Local Positioning System (LPS) – The Threedimensional Orientation Problem.** 1999a. 91 p. Thesis (Ph.D. studies in Geodesy) – University of Stuttgart, 1999.

AWANGE, J. L. **Partial Procrustes solution of the threedimensional orientation problem from GPS/LPS observations.** Technical Reports: Department of Geodesy and Geoinformatics of Universität Stuttgart. Report Nr 1999b.6-1. p. 41-52.

AWANGE, J. L., GRAFAREND, E. W. **Solving Algebraic Computational Problems in Geodesy and Geoinformatics - The Answer to Modern Challenges.** Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 2005.

BOUCHER, C.; ALTAMIMI, Z.; SILLARD, P.; FEISSEL-VERNIER, M. **Technical Note No. 31, The ITRF2000.** IERS ITRS Centre. Frankfurt. 2004.

CG CONSULTING. **Adjust version 4.1.0.** 2006.

COOPER, M. A. R. **Control surveys in civil engineering.** 1 ed. London Collins, 1987.

COSTA, M. F. **Modelagem da função covariância para transformações de referenciais geodésicos por colocação.** 2003. 112 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas)- Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2003.

COSTA, S. M. A. **Integração da rede geodésica brasileira aos sistemas de referência terrestre.** 1999. 169 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas)- Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1999.

CROSS, P. A. **Advanced least squares applied to position-fixing.** 205 p., A. S. Walker – Working Paper No. 6 – Department of Land Surveying – North East London Polytechnic. 1983.

FEATHERSTONE, W. E. **The use and abuse of the vertical deflections.** In: Sixth South East Asia Surveyour's Congress. Fremantle, Western Australia. 1999. p. 86-97.

FEATHERSTONE, W. E; RÜEGUER, J. M. **The importance of using deviations of the vertical for the reduction of survey data to a geocentric datum.** The Australian Surveyor. The Institution of Surveyors: Canberra. v. 45 No. 2 Dec. 2000.

FERRAZ, A. S.; D'ANTONINO, L. C. **Teodolitos e níveis ópticos – verificação e ajustes.** Anais do VII CONEA. Salvador. 1996. p. 90-97.

GEMAEL, C. **Introdução à Geodésia Física.** 1 ed. Curitiba: Ed. UFPR, 1999.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas.** 1 ed. Curitiba: Ed. UFPR, 1994.

GEMAEL, C.; ANDRADE, J. B. **Geodésica Celeste.** 1 ed. Curitiba: Ed. UFPR, 2004.

GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. **Adjustment computations spatial data analysis.** 4 ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2006.

GOMES, J. P. **Determinação de desníveis de precisão utilizando Estação Total.** 2006. 105 p. Tese (Mestrado em Ciências Geodésicas) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

GONÇALVES, R. P., MAROTTA, G. S., ANDRADE, R. J. O., ASSIS, L. C., SIMÕES SILVA, A. **Identificação de erros grosseiros utilizando teste qui-quadrado e teste Tau.** Anais do II Simpósio Brasileiro de Geomática e V Colóquio Brasileiro de Ciências Geodésicas. Presidente Prudente. 2007.

GRAFAREND, E. W.; AWANGE, J. L. **Determination of vertical deflections by GPS/LPS measurements.** Zfv v. 8, 2000. p. 279-288.

GREWAL, M. S.; WEIL, L. R.; ANDREWS, A. P. **Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration.** 2 ed. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc. 525 p. 2007.

HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical Geodesy.** San Francisco: W. H. Freeman and Company, 1967.

HIRT, C. **The Digital Zenith Camera TZK2-D - A Modern High-Precision Geodetic Instrument for Automatic Geographic Positioning in Real-Time.** In: Astronomical Society of the Pacific ASP Conference Series: Astronomical Data Analysis Software and Systems XII. ASP: San Francisco. v. 295 p. 156-159. 2003.

HIRT, C.; REESE, B.; HENSLIN, H. **On the accuracy of vertical deflection measurements using the high-precision digital zenith camera system TZK2-D.** In: International Association of Geodesy Symposia: Gravity, Geoid and Space Missions. Porto, Portugal. v. 129 p. 197-201. 2004.

HIRT, C; FLURY, J. **Astronomical-topographic levelling using high-precision astrogeodetic vertical deflections and digital terrain model data.** Journal of Geodesy. Springer Berlin: Heidelberg. 18 p. 2008. No prelo.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; COLLINS, J. **GPS Theory and practice**. New York: Springer-Verlag Wien, 1992.

HOFMANN-WELLENHOF, B; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. New York: Springer-Verlag Wien, 2005.

IBGE – FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Especificações e normas gerais para levantamentos geodésicos R.PR no 22/83**, Boletim de Serviço no 1602 (Suplemento), Rio de Janeiro, 1983.

IBGE. **Modelo Geoidal Brasileiro** - MAPGEO2004 versão 2.0. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>> Acesso em: 2007a.

IBGE. **Resolução No. 1/2005 de 25/02/2005 – Altera a caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro**. Rio de Janeiro: FIBGE. 2005. Disponível em: <ftp://geoftp.ibge.gov.br/documentos/geodesia/pmrg/legislacao/RPR_01_25fev2005.pdf> Acesso em fev. 2008.

IBGE. **TCGeo Sistema de Transformação de Coordenadas** - TCGeo. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>> Acesso em: 2007b.

IERS – International Earth Rotation and Reference Systems Service. **Anual Report 2005**. Disponível em: <<http://www.iers.org/MainDisp.csl?pid=47-1100197>> Acesso em mar. 2008.

IERS – International Earth Rotation and Reference Systems Service. **Parâmetros de transformação e suas taxas de variação do ITRF2000 para os ITRFyy anteriores. 2008**. Disponível em: <<ftp://itrf.ensg.ign.fr/pub/itrf/ITRF.TP>> Acesso em 14 de maio de 2008.

IERS – International Earth Rotation and Reference Systems Service. **Parâmetros de transformação e suas taxas de variação do ITRF2005 para os ITRF2000. 2008**. Disponível em: <http://itrf.ensg.ign.fr/ITRF_solutions/2005/tp_05-00.php> Acesso em 14 de maio de 2008.

IGS – International GNSS Service. **Data & Products**. Disponível em: <<http://igsceb.jpl.nasa.gov/components/prods.html>> Acesso em fev. 2008.

KAHMEN, H., FAIG, W. **Surveying**. Berlin: Ed. Walter de Gruyter, 1988.

LEICK, A. **GPS Satellite surveying**. 2 ed. New York: John Wiley & Sons, 1995.

McCARTHY, D. D.; PETIT, G. **Technical Note No. 32, IERS Conventions (2003)**. IERS Conventions Centre. Frankfurt. 2004.

MEDEIROS, Z. F.; FREITAS, S. R. C.; MORAES, C. V. **Discussão do Projeto de Normatização da Rede Cadastral Municipal**. Anais Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário COBRAC1998. Florianópolis. 1998.

MONICO, J. F. G. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, fundamentos e aplicações**. 1 ed. São Paulo: Ed. da UNESP, 2000.

NGS – National Geodetic Survey. **Precise GPS Orbits**. Disponível em: <<http://www.ngs.noaa.gov/orbits/>> Acesso em fev. 2008.

NIMA - National Imagery and Mapping Agency. **Department of Defense World Geodetic System 1984: Its definition and relationships with local geodetic systems**. 3 ed. NIMA, Technical Report 8350.2. 2000a. Disponível em: <http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/tr8350_2.html> Acesso em mar. 2008.

NIMA – National Imagery and Mapping Agency. **Addendum to TR8350.2.pdf**. 2000b. Disponível em: <http://earth-info.nga.mil/GandG/publications/tr8350.2/tr8350_2.html> Acesso em mar. 2008.

RODRIGUES, D. D. **Geodésia aplicada a engenharia: erros instrumentais – pequenas inclinações – desvio da vertical**. Apostila - Notas de aula. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa MG, 2006a.

RODRIGUES, D. D. **Rede geodésica de precisão no Estado de Minas Gerais: Avaliação de diferentes estratégias de processamento e ajustamento**. 2002. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

RODRIGUES, D. D. **Transformações geométricas: aplicações na engenharia de agrimensura**. Apostila - Notas de aula. 28 p. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa MG, 2006b.

SEEBER, G. I. **Satellite geodesy: foundations, methods and applications**. Berlin, New York: Walter de Gruyter. 531 p. 1993.

SEGANTINE, P. C. L. **GPS: Sistema de Posicionamento Global**. 1 ed. São Carlos: Ed. EESC/USP, 2005.

SIMÕES SILVA, A. **MMQUFV version 21abr 2007**. Viçosa 2007.

TORGE, W.. **Surveying**. 2 ed. Berlin: Ed. Walter de Gruyter, 1991.

TRIMBLE NAVIAGTION LIMITED. **Trimble Geomatics Office version 1.63**. Ohio. 2005.

TSE, C. .M; BÂKI IZ, H. **Deflection of the Vertical Components from GPS and Precise Leveling Measurements in Hong Kong**. Journal of Surveying Engineering American Society of Civil Engineer - ASCE : Reston, VA. v. 132 p. 97-100. 2006.

VANIÍČEK, P.; KRAKIWSKY, E. **Geodesy: The compets**. 2 ed. Amsterdam: Ed. ELSEVIER, 1996.

WATERLOO MAPLE INC. **Maple version 7.0**. 2001.

WOLF, P. R.; GHILANI, C. D. **Elementary Surveying – An introduction to geomatics**. 11 ed. New Jersey: Pearson Prentice Hall. 916 p. 2006.

ZAKATOV, P. S. **Curso de geodesia superior**. Madri: Ed. RUBIÑOS-1860-S.A., 1997.

ZANETTI, M. A. Z. **Implicações atuais no relacionamento entre sistemas terrestres de referência de origem local e geocêntrica**. 2006. 111 p. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2006.

APÊNDICE 1

Elipsóide de Revolução

Parâmetros fundamentais – Grandezas auxiliares – Raios das seções normais

Alguns parâmetros fundamentais do elipsóide de revolução e algumas relações são apresentados, sem demonstração, a seguir. Mais detalhes pode ser encontrado em Torge (1991).

Os parâmetros fundamentais são o semi-eixo maior a e o semi-eixo menor b . O achatamento f é dado por:

$$f = \frac{a-b}{a} \quad (\text{A1.1})$$

A primeira e a segunda excentricidade são dadas por:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (\text{A1.2})$$

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (\text{A1.3})$$

As principais seções normais do elipsóide são a seção meridiana, de raio M , e a seção primeiro vertical, de raio N . Seus raios são dados por:

$$M = \frac{a(1-e^2)}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{A1.4})$$

$$N = \frac{a}{(1-e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{A1.5})$$

APÊNDICE 2

Matrizes Rotação

As matrizes rotação são transformações geométricas que permitem interligar sistemas de referências. A transformação é dita passiva quando sistema de referência é modificado (RODRIGUES, 2006). O ângulo de rotação θ é positivo no sentido anti-horário. As matrizes aqui expostas em ordem, transformações passivas, efetuam a rotação anti-horária de um ângulo θ em um sistema de coordenadas dextrógiro sobre o primeiro, segundo e terceiro eixos (LEICK, 1995).

$$R_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \text{sen} \theta \\ 0 & -\text{sen} \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A2.1})$$

$$R_2(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\text{sen} \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen} \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (\text{A2.2})$$

$$R_3(\theta) = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen} \theta & 0 \\ -\text{sen} \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.3})$$

Mas se θ é um ângulo muito pequeno pode-se escrever $\cos \theta = 1$ e $\text{sen} \theta = \theta$. Logo as matrizes rotação podem ser reescritas:

$$R_1(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \theta \\ 0 & -\theta & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.4})$$

$$R_2(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.5})$$

$$R_3(\theta) = \begin{bmatrix} 1 & \theta & 0 \\ -\theta & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A2.6})$$

APÊNDICE 3

Efeito do Desvio da Vertical

Considerando a Figura 12 e admitindo um teodolito perfeitamente nivelado com o eixo principal coincidente com a vertical e com pontaria para o ponto Q , A componente x_V do desvio da vertical θ afeta os ângulos horizontais, assim como a componente y_V afeta os ângulos verticais. O valor observado de uma direção se refere à vertical e o valor procurado à normal. Neste contexto as observações topográficas podem ser reduzidas ao elipsóide

Sejam A_a, δ e \hat{z} (azimute, direção horizontal e ângulo zenital) as observações vinculadas ao sistema astronômico local (vertical). E A_g, δ' e \hat{z}' (azimute, direção horizontal e ângulo zenital) as observações vinculadas ao sistema geodésico local (normal).

Os dados da observação ao ponto Q a partir do ponto P :

$$\begin{aligned} \phi_p &= -20^\circ 45' 45,00833'' ; \xi_p = 10'' ; \eta_p = 5'' \\ A_{gPQ} &= 45^\circ 34' 22'' ; \delta_{PQ} = 42^\circ 08' 50'' ; \hat{z}_{PQ} = 81^\circ 14' 39'' \end{aligned}$$

Para a visada em Q , da Equação 38 têm-se :

$$\begin{bmatrix} x_V \\ y_V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos A_g & -\text{sen } A_g \\ \text{sen } A_g & \cos A_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta \\ \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos A_g \eta - \text{sen } A_g \xi \\ \text{sen } A_g \eta + \cos A_g \xi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3,64'' \\ 10,57'' \end{bmatrix}$$

Logo, os valores procurados vinculados a normal são (LEICK, 1995 ; FEATHERSTONE, 1999 ; HOFMANN-WELLENHOF e MORITZ, 2005 ; RODRIGUES, 2006b):

$$\hat{z}'_{PQ} = \hat{z}_{PQ} + y_V = 81^\circ 14' 49,57'' \quad (\text{A3.1})$$

$$\delta'_{PQ} = \delta_{PQ} + x_V \cot \hat{z} = 42^\circ 08' 49,44'' \quad (\text{A3.2})$$

E o azimute astronômico é :

$$A_{a_{PQ}} = A_{g_{PQ}} + (\eta \tan \phi) - x_V \cot \hat{z} = 45^\circ 34' 20,66 \quad (\text{A3.3})$$

Nota-se que a influência do desvio da vertical sobre as direções horizontais, e conseqüentemente sobre os ângulos horizontais, varia em função do ângulo zenital, do azimute geodésico e das componentes principais do próprio desvio da vertical, podendo esta ser desprezível se os ângulos zenitais forem próximos de 90° , ou seja, quase horizontal. Porém, se o ângulo zenital for próximo de 0° (quase vertical), a influência quase máxima e deve ser considerada.

A influência sobre as direções verticais varia em função do azimute geodésico e das componentes principais do desvio da vertical. Este efeito tem magnitude máxima do valor total do desvio da vertical θ e valor mínimo 0, e deve ser considerado.

A Figura A3.1 apresenta o comportamento da componente x_V e das correções y_V e $x_V \cdot \cot \hat{z}$ com variação azimutal da linha de visada, considerando os valores do exemplo acima.

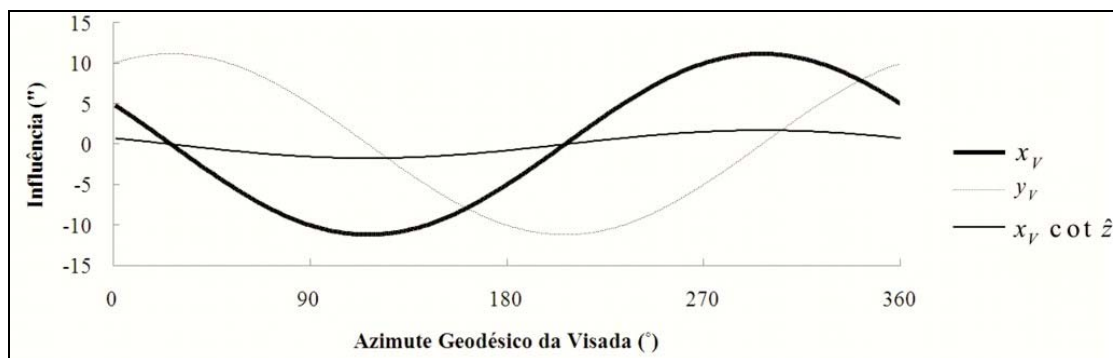


Figura A3.1. Comportamento azimutal do efeito do desvio da vertical para $\hat{z} = 88^\circ 14' 39''$.

Para o ângulo zenital considerado, nota-se que a correção feita sobre os ângulos horizontais em qualquer seção normal de visada não atinge 1", enquanto a correção sobre o ângulo zenital y_V varia de 0 a $\pm 11,18''$.

APÊNDICE 4

Dados sobre o nivelamento de precisão dos pontos da rede.

Município:	Viçosa MG
Local:	Campus da Universidade Federal de Viçosa Prédio Arthur Bernardes
Data:	sábado, 16 de junho de 2007 quarta-feira, 20 de junho de 2007 quinta-feira, 21 de junho de 2007
Equipe:	Rafael Andrade, Giovanni Egg, Giuliano Marotta e Leonardo Assis
Nível:	Zeiss Ni002 Erro médio quadrático por 1 km de duplo nivelamento de $\pm 0,2$ a $\pm 0,3$ mm Compensador air-damped Intervalo de trabalho do pêndulo: $\pm 10'$ e $\pm 19^C$

Tabela A4.1. Diferenças de nível entre os pontos da rede.

Item	Valor da diferença de nível (m)	σ (m)
dn_{01}	0,440	0,0002
dn_{02}	2,849	0,0002
* dn_{03}	0,770	0,0000
* dn_{04}	-1,315	0,0000
* dn_{05}	-0,237	0,0000
* dn_{12}	2,408	0,0000
dn_{13}	0,330	0,0003
dn_{14}	-1,755	0,0003
* dn_{15}	-0,677	0,0000
* dn_{23}	-2,079	0,0000
dn_{24}	-4,163	0,0003
dn_{25}	-3,086	0,0003
* dn_{34}	-2,085	0,0000
dn_{35}	-1,007	0,0002
* dn_{45}	1,078	0,0000

* Diferenças de nível observadas no nivelamento.

APÊNDICE 5

Dados sobre as observações angulares.

Município:	Viçosa MG
Local:	Campus da Universidade Federal de Viçosa Prédio Arthur Bernardes
Data:	sexta-feira, 9 de novembro de 2007 sábado, 10 de novembro de 2007 domingo, 11 de novembro de 2007
Equipe:	Rafael Andrade, Giovanni Egg, Julierme Penha
Método:	Método das direções (8 séries percorrendo 4 posições do limbo)
Teodolito:	Wild T3 No 90865 Sensibilidade do nível tubular (por 2 mm): 7" Diâmetro do limbo horizontal: 135 mm Intervalo de graduação do limbo horizontal: 4' Intervalo de graduação do micrômetro horizontal: 0,2" Leitura por estimativa: 0,1" Diâmetro do limbo vertical: 90 mm Intervalo de graduação do limbo vertical: 8' Peso: 11,2 kg Peso da caixa: 2,7 kg
Aferição:	terça-feira, 23 de outubro de 2007 por Rafael Andrade

As Figuras A5.1, A5.2, A5.3 apresentam as direções observadas e os ângulos formados entre as estações.

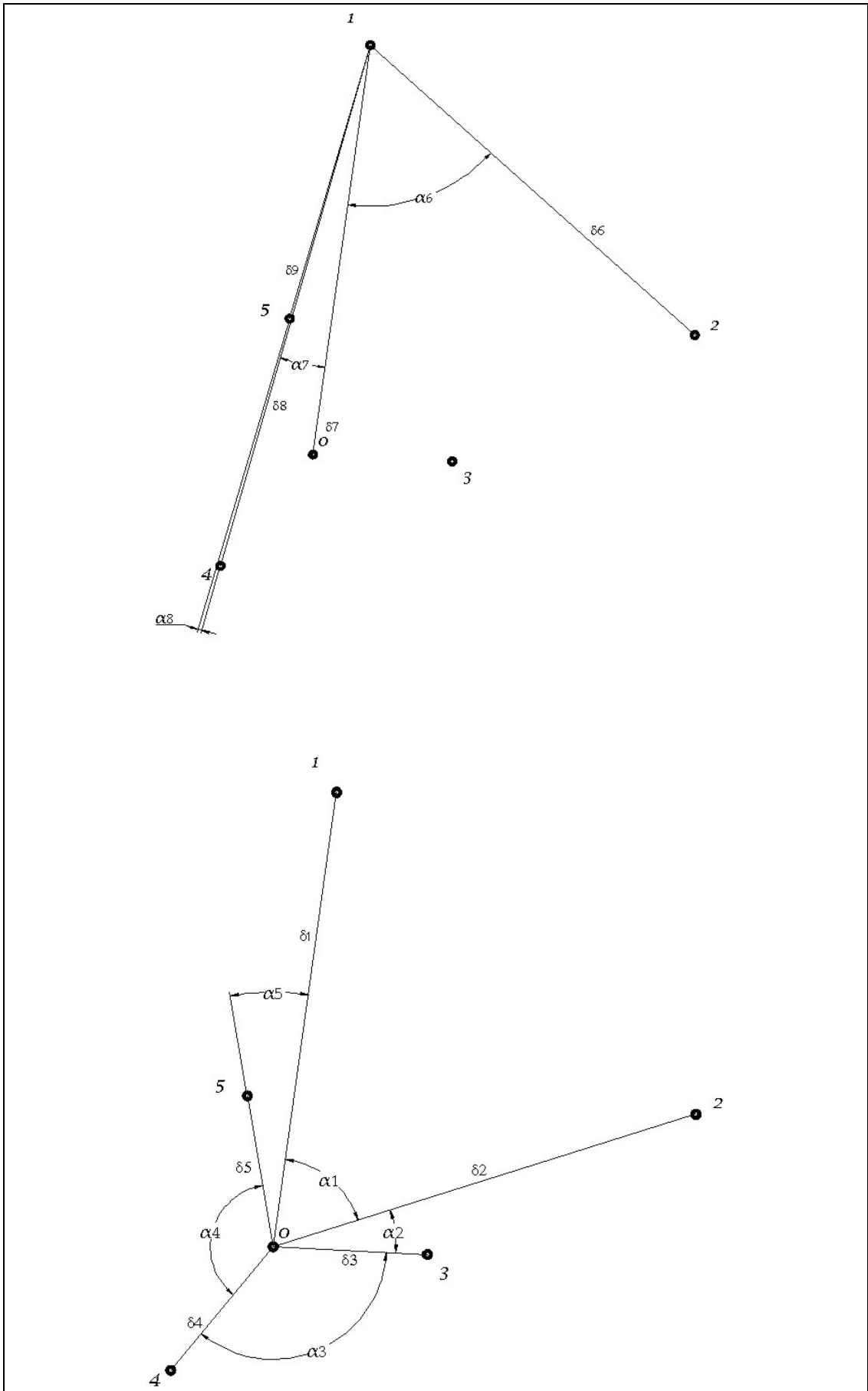


Figura A5.1. Configuração das direções e ângulos sobre os pontos P_0 e P_1 .

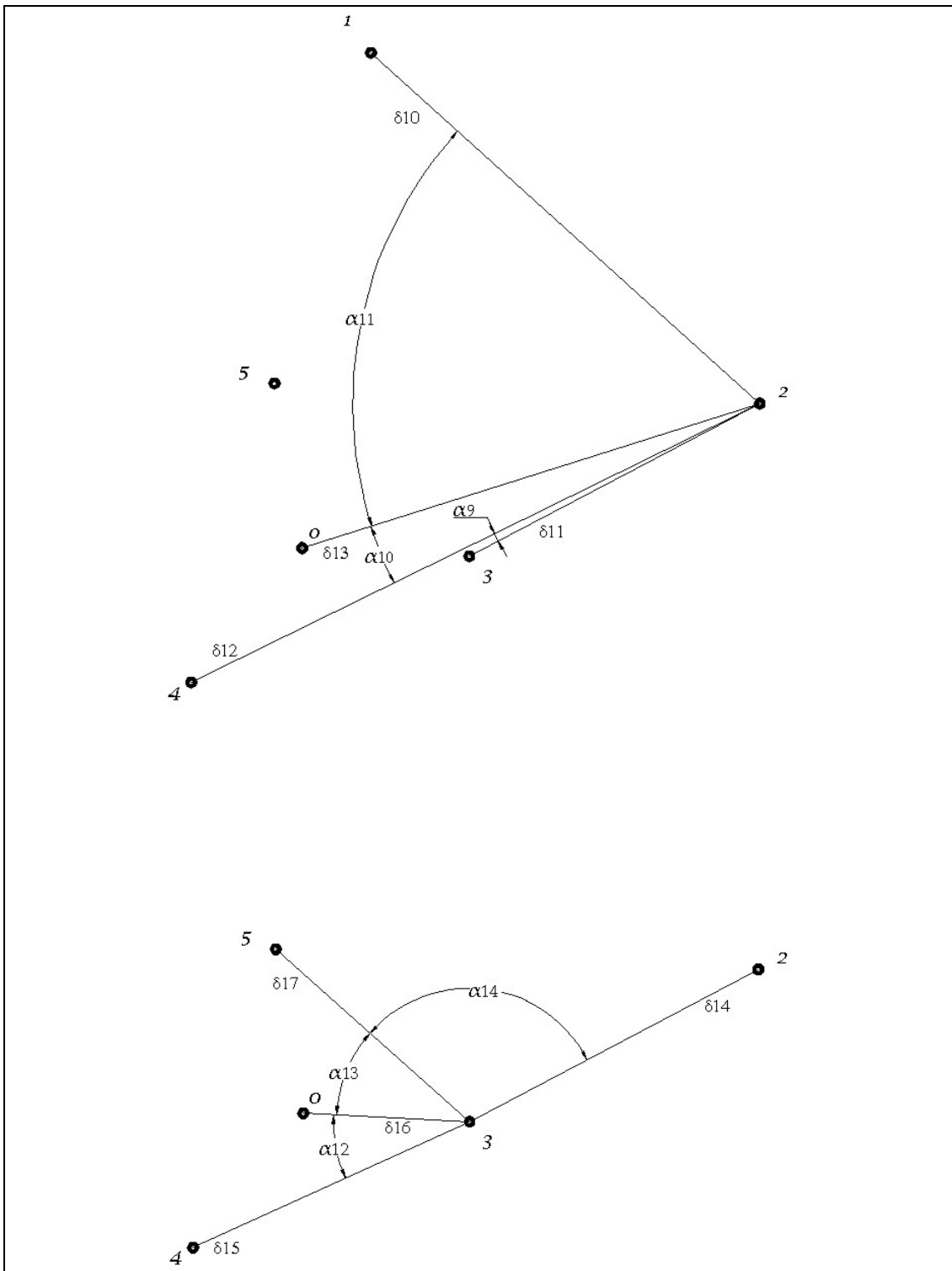


Figura A5.2. Configuração das direções e ângulos sobre os pontos P_2 e P_3 .

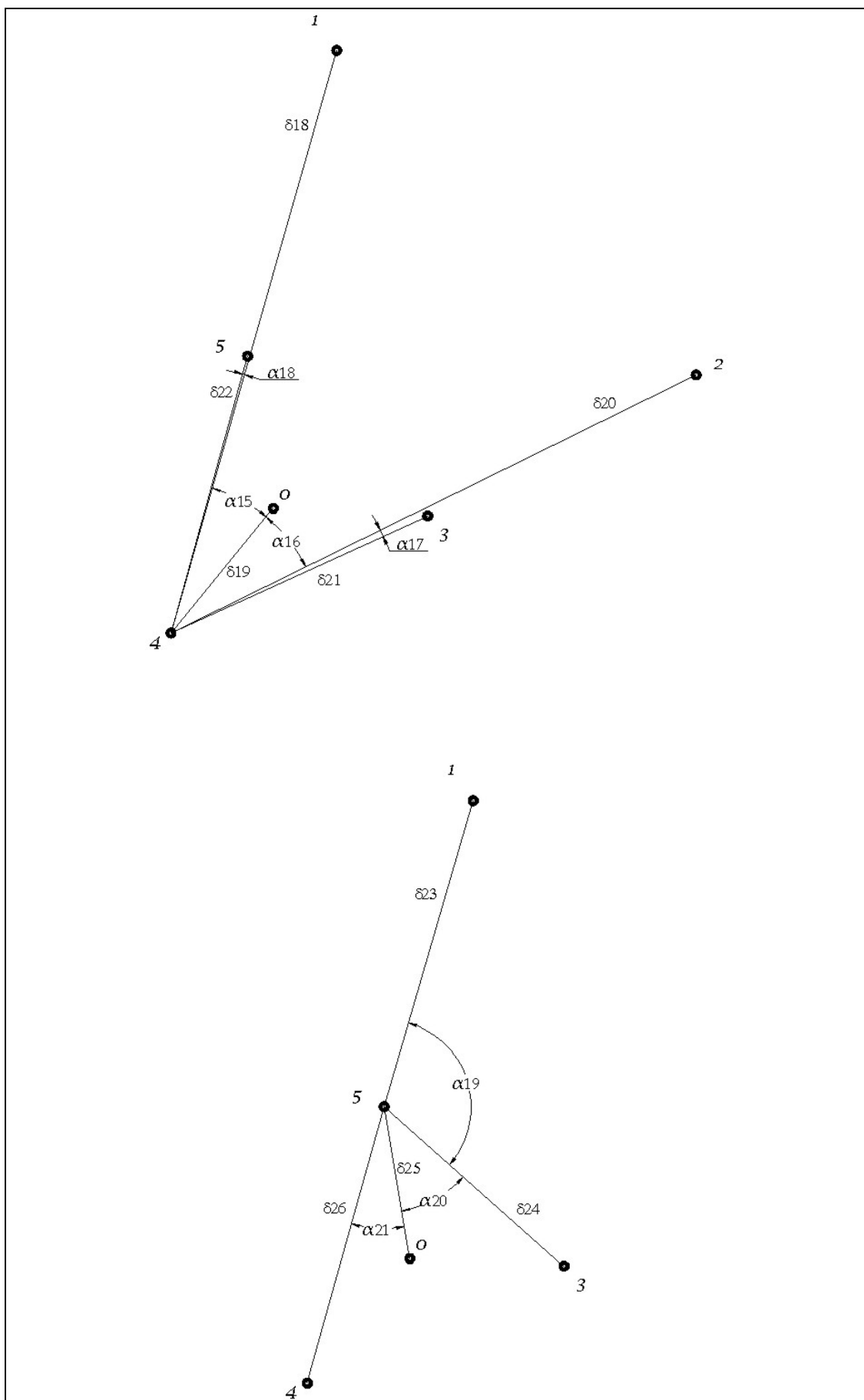


Figura A5.3. Configuração das direções e ângulos sobre os pontos P_4 e P_5 .

Tabela A5.1. Média e desvio padrão das direções observadas reduzidas à origem. As letras δ e α designam as direções e os ângulos, respectivamente.

Direção	Em	Vante	Valor da direção	σ (")
δ_1	P0	P1	0° 00' 00,00"	0,00
δ_2	P0	P2	64° 29' 28,18"	0,69
δ_3	P0	P3	84° 50' 09,18"	1,26
δ_4	P0	P4	211° 30' 18,60"	1,21
δ_5	P0	P5	342° 21' 35,00"	1,30
δ_6	P1	P2	0° 00' 00,00"	0,00
δ_7	P1	P0	55° 55' 43,52"	1,26
δ_8	P1	P4	63° 55' 51,47"	1,20
δ_9	P1	P5	64° 21' 54,36"	0,92
δ_{10}	P2	P1	0° 00' 00,00"	0,00
δ_{11}	P2	P3	290° 13' 35,03"	1,48
δ_{12}	P2	P4	291° 47' 40,28"	1,39
δ_{13}	P2	P0	300° 25' 02,40"	1,36
δ_{14}	P3	P2	0° 00' 0,00"	0,00
δ_{15}	P3	P4	183° 15' 13,44"	1,00
δ_{16}	P3	P0	210° 31' 55,62"	1,35
δ_{17}	P3	P5	249° 14' 37,77"	1,39
δ_{18}	P4	P1	0° 00' 00,00"	0,00
δ_{19}	P4	P0	23° 29' 59,60"	1,42
δ_{20}	P4	P2	47° 51' 51,75"	1,47
δ_{21}	P4	P3	49° 32' 59,37"	1,44
δ_{22}	P4	P5	359° 31' 00,28"	1,27
δ_{23}	P5	P1	0° 00' 00,00"	0,00
δ_{24}	P5	P3	115° 06' 24,90"	0,96
δ_{25}	P5	P0	153° 55' 11,21"	0,93
δ_{26}	P5	P4	179° 04' 50,65"	1,24

APÊNDICE 6

Dados e resultados da campanha GPS.

Município:	Viçosa MG
Local:	Campus da Universidade Federal de Viçosa
Data:	quinta-feira, 23 de agosto de 2007
Dia do ano:	235 semana GPS 1441
Equipe:	Rafael Andrade, Giuliano Marotta e Leonardo Assis
Receptores:	EAG1 – Ashtech Promark II L1 EAG2 – Ashtech Promark II L1 EAG3 – Ashtech Promark II L1 EAG4 – Ashtech Promark II L1
Precisão Nominal:	±5mm + 1 ppm horizontal e ±10mm + 2 ppm vertical-Estático
Antena:	Magellan – Modelo 110454 ASH110454 (nomenclatura NGS)
Taxa de rastreamento:	5 s

Tabela A6.1. Dados de rastreamento da campanha GPS.

Ponto	Sessão	Receptor	Período de observação (TU)		Duração da sessão (horas)	Altura vertical da antena até o ARP
			Início	Término		
P0	S1	EAG2	17:56:45	19:07:25	1:10:40	2,000
	S2	EAG2	19:09:15	20:14:20	1:05:05	2,000
P1	S3	EAG3	20:26:45	21:31:20	1:04:35	2,000
	S4	EAG3	21:35:10	22:37:50	1:02:40	2,000
P2	S3	EAG2	20:29:35	21:31:35	1:02:00	2,000
	S4	EAG2	21:34:40	22:39:10	1:04:30	2,000
P3	S1	EAG4	17:48:40	19:08:05	1:19:25	2,000
	S2	EAG4	19:15:05	20:15:40	1:00:35	2,000
	S3	EAG4	20:23:00	21:32:05	1:09:05	2,000
	S4	EAG4	21:32:55	22:39:05	1:06:10	2,000
P4	S1	EAG3	17:50:00	19:10:40	1:20:40	2,000
	S2	EAG3	19:12:55	20:13:00	1:00:05	2,000
P5	S1	EAG1	17:54:55	19:07:35	1:12:50	2,000
	S2	EAG1	19:09:25	20:16:20	1:06:55	2,000
	S3	EAG1	20:21:10	21:34:35	1:13:25	2,000
	S4	EAG1	21:36:10	22:37:45	1:01:35	2,000

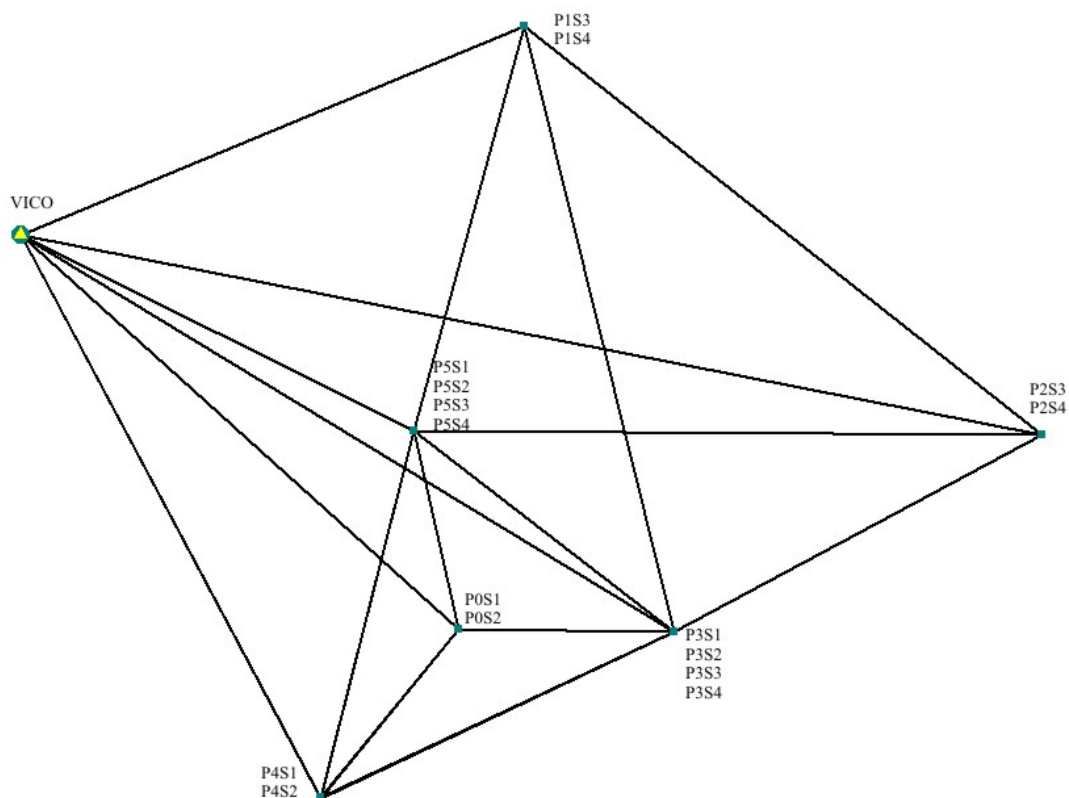


Figura A6.1. Pontos da rede, vetores e sessões de rastreamento da campanha GPS. Os dois primeiros dígitos designam os pontos e os dois dígitos restantes, as sessões.

Tabela A6.3. Coordenadas geodésicas curvilíneas e altitude geométrica.

Ponto	ϕ (Sul)	σ (m)	λ	σ (m)	h	σ (m)
P0	20° 45' 45,00855"	0,002	42° 52' 07,96276"	0,002	652,392	0,005
P1	20° 45' 39,48695"	0,003	42° 52' 07,35296"	0,002	652,820	0,007
P2	20° 45' 43,22301"	0,007	42° 52' 02,62241"	0,006	655,237	0,016
P3	20° 45' 45,03320"	0,003	42° 52' 05,98884"	0,003	653,148	0,008
P4	20° 45' 46,54721"	0,004	42° 52' 09,21526"	0,004	651,085	0,010
P5	20° 45' 43,19439"	0,003	42° 52' 08,36252"	0,002	652,154	0,007

APÊNDICE 7

Programa TCPV

O programa Transformação de Coordenadas e Propagação de Variâncias TCPV trabalha com entrada e saída em arquivos. As figuras a seguir apresentam os arquivos de entrada e saída utilizados na metodologia. A Figura A7.1. apresenta o arquivo de entrada `ixyz.txt` composto de: número do ponto, coordenadas X, Y, Z e os elementos do bloco diagonal superior da matriz variância-covariância em metros quadrados.

0	4373323.912	-4059518.871	-2247058.644	1.64E-05	-1.11E-05	-0.51E-05	1.44E-05	0.59E-05	7.01E-06
1	4373380.329	-4059547.170	-2246899.996	2.72E-05	-1.91E-05	-7.18E-06	2.11E-05	8.69E-06	1.09E-05
2	4373445.233	-4059420.695	-2247008.301	1.47E-04	-1.03E-04	-4.84E-05	1.23E-04	6.63E-05	8.06E-05
3	4373363.082	-4059477.317	-2247059.621	3.12E-05	-2.41E-05	-1.00E-05	3.26E-05	1.24E-05	1.27E-05
4	4373286.070	-4059533.182	-2247102.432	8.32E-05	-3.58E-05	-1.26E-05	3.08E-05	1.26E-05	1.52E-05
5	4373330.378	-4059540.652	-2247006.385	2.63E-05	-1.75E-05	-1.00E-05	2.08E-05	9.86E-06	1.31E-05

A7.1. Arquivo de entrada de coordenadas geodésicas e MVC.

A Figura A7.2. apresenta o arquivo de saída `oxyz.txt` composto de: coordenadas cartesianas lidas do arquivo de entrada; coordenadas geodésicas transformadas e MVC e coordenadas topocêntricas transformadas e MVC.

Coordenadas Cartesianas Geocentricas X Y Z e MVC de entrada											
Ponto	X	Y	Z	DP(m)	DP(m)	DP(m)	DP(m)	Bloco Diagonal Superior da MVC em metros quadrados			
0	4373323.912	0.004	-4059518.871	0.004	-2247058.644	0.003	1.64000E-05	-1.11000E-05	-5.10000E-06	5.90000E-06	7.01000E-06
1	4373380.329	0.005	-4059547.170	0.005	-2246899.996	0.003	2.72000E-05	-1.91000E-05	-7.18000E-06	8.69000E-06	1.09000E-05
2	4373445.233	0.012	-4059420.695	0.011	-2247008.301	0.009	1.47000E-04	-1.03000E-04	-4.84000E-05	6.63000E-05	8.06000E-05
3	4373363.082	0.006	-4059477.317	0.006	-2247059.621	0.004	3.12000E-05	-2.41000E-05	-1.00000E-05	1.24000E-05	1.27000E-05
4	4373286.070	0.009	-4059533.182	0.006	-2247102.432	0.004	8.32000E-05	-3.58000E-05	-1.26000E-05	1.26000E-05	1.52000E-05
5	4373330.378	0.005	-4059540.652	0.005	-2247006.385	0.004	2.63000E-05	-1.75000E-05	-1.00000E-05	9.86000E-06	1.31000E-05

Coordenadas Geodésicas Lat Long h transformadas e MVC propagada das coordenadas acima											
Ponto	Lat	P(m)	ong	h	DP(m)	DP(m)	DP(m)	Bloco Diagonal Superior da MVC em rad2 e m2			
0	-20 45 45.00855	0.002	-42 52 7.96276	0.002	652.392	0.005	1.0747E-19	2.2720E-20	1.0583E-13	-2.3772E-14	-2.3772E-14
1	-20 45 39.48695	0.003	-42 52 7.35296	0.002	652.820	0.007	1.8831E-19	5.1850E-20	3.8049E-13	1.6598E-13	1.6598E-13
2	-20 45 43.22301	0.007	-42 52 2.62241	0.006	655.237	0.016	1.1687E-18	4.2730E-19	-1.2535E-12	-2.5589E-13	-2.5589E-13
3	-20 45 45.03320	0.003	-42 52 5.98884	0.003	653.148	0.008	1.9069E-19	3.3127E-20	3.9574E-13	-5.2589E-13	-5.2589E-13
4	-20 45 46.54721	0.004	-42 52 9.21526	0.004	651.085	0.010	3.3242E-19	2.3612E-19	2.0498E-12	3.6380E-12	3.6380E-12
5	-20 45 43.19439	0.003	-42 52 8.36252	0.002	652.154	0.007	1.8202E-19	2.3956E-20	-1.8806E-13	2.0079E-13	2.0079E-13

Coordenadas Topocentricas - Sistema Geodesico Local e n h transformadas e MVC propagada											
Ponto	e	n	u	DP(m)	DP(m)	DP(m)	DP(m)	Bloco Diagonal Superior da MVC em metros quadrados			
0	0.000	0.002	0.000	0.002	0.000	0.005	4.25638E-06	8.60109E-07	-1.41852E-07	6.71395E-07	6.71395E-07
1	17.641	0.002	169.828	0.003	0.426	0.007	4.87614E-06	1.96290E-06	9.90511E-07	2.41496E-06	2.41496E-06
2	154.492	0.006	54.917	0.007	2.843	0.016	3.13930E-05	1.61757E-05	-1.52130E-06	-7.95121E-06	-7.95121E-06
3	57.104	0.003	-0.758	0.003	0.756	0.008	7.91868E-06	1.25409E-06	-3.13754E-06	2.51064E-06	2.51064E-06
4	-36.233	0.004	-47.325	0.004	-1.307	0.010	1.93518E-05	8.93847E-06	2.17079E-05	1.30036E-05	1.30036E-05
5	-11.565	0.002	55.798	0.003	-0.239	0.007	5.89401E-06	9.06899E-07	1.19808E-06	-1.19273E-06	-1.19273E-06

Figura A7.2. Arquivo de saída: coordenadas geodésicas , topocétricas e MVC.