

MATHEUS DE PAULA FERREIRA

**REDUÇÃO DO ADENSAMENTO AMOSTRAL NO
AJUSTE DE MODELOS DE SEMIVARIOGRAMAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para a obtenção do título de Magister Scientiae.

**VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2015**

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

F383r
2015
Ferreira, Matheus de Paula, 1988-
Redução do adensamento amostral no ajuste de
modelos de semivariogramas / Matheus de Paula Ferreira. -
Viçosa, MG, 2015.
x, 52f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui anexos.

Orientador : Nerilson Terra Santos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de
Viçosa.

Referências bibliográficas: f.43-45.

1. Sistemas de informação geográfica. 2. Análise
espacial (Estatística). 3. Amostragem (Estatística).
I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de
Estatística. Programa de Pós-graduação em Estatística
Aplicada e Biometria. II. Título.

CDD 22. ed. 526

MATHEUS DE PAULA FERREIRA

**REDUÇÃO DO ADENSAMENTO AMOSTRAL NO
AJUSTE DE MODELOS DE SEMIVARIOGRAMAS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para a obtenção do título de Magister Scientiae.

APROVADA: 30 de julho de 2015

Wellington Donizete Guimarães
(Co-orientador)

Domingos Sárvio Magalhães Valente

Antônio Policarpo Souza Carneiro

Nerilson Terra Santos
(Orientador)

Dedico

Ao Vô Zé, saudade eterna!

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus e a Nossa Senhora de Fátima, pelas inúmeras graças e por manter-me firme na fé.

Aos meus pais, Mauro e Denísia, pelo amor, carinho e dedicação que sempre tiveram para comigo, além de ser meu maior exemplo de caráter e dignidade.

Ao meu irmão Philippe, companheiro para toda a vida.

Ao meu tio João, pela amizade e incentivo nessa longa caminhada.

A todos meus familiares, que estão sempre na torcida.

Ao meu orientador Nerilson Terra Santos pela disponibilidade.

Aos professores e funcionários do Departamento de Estatística da Universidade Federal de Viçosa, que sempre se empenharam e se mostraram acessíveis, dispostos a compartilharem conhecimento e suporte para com os alunos.

Aos professores e funcionários do Departamento de Matemática de Universidade Federal de Viçosa, em especial ao Laerte e a Rosane, pela amizade e companheirismo na minha experiência como professor substituto.

Aos membros da banca, Antônio Policarpo Souza Carneiro, Domingos Sárvio Magalhães Valente e Wellington Donizete Guimarães, por aceitarem o convite e por estarem dispostos a dar suas contribuições para este trabalho.

Aos meus amigos de Viçosa Janaína, Rodolfo, Carol e Darlan pela amizade desde o tempo de graduação.

Aos meus amigos de mestrado, Mayrinha e Filipe, pela amizade e companhia nas inúmeras horas de estudo.

À Universidade Federal de Viçosa e ao Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria pela oportunidade.

À CAPES, pela concessão da bolsa de estudos.

Por fim, a todos os que contribuíram direta ou indiretamente para a concretização deste trabalho.

BIOGRAFIA

MATHEUS DE PAULA FERREIRA, filho de Denísia de Paula Ferreira e Mauro Aparecido Ferreira, nasceu em Barroso, Minas Gerais, em 12 de agosto de 1988.

Em março de 2008, ingressou no curso de Licenciatura Plena em Matemática na Universidade Federal de Viçosa (UFV), graduando-se em maio 2013.

Em agosto do mesmo ano, ingressou no Programa de Pós-Graduação, em nível de Mestrado, em Estatística Aplicada e Biometria da Universidade Federal de Viçosa, Minas Gerais, submetendo-se à defesa da Dissertação em 30 de julho de 2015.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE TABELAS	viii
RESUMO	ix
ABSTRACT	x
1. INTRODUÇÃO.....	1
2. OBJETIVOS.....	2
3. REVISÃO DA LITERATURA.....	3
3.1. Geoestatística	3
3.2. Semivariograma	4
3.3. Krigagem.....	7
3.4. Validação Cruzada	8
3.5. Índice de Moran	11
3.6. Índice de Dependência Espacial.....	11
4. MATERIAIS E MÉTODOS	12
4.1. Plano de amostragem de referência.....	12
4.2. Base de dados original	15
4.3. Ajuste de um modelo de semivariograma na base de dados original	15
4.4. Autocorrelação na base de dados original.....	15
4.5. Grades de redução de adensamento amostral.....	16
4.6. Ajuste de um modelo de semivariograma para as grades de redução de adensamento.....	19
4.7. Autocorrelação de Moran em cada grade de redução de adensamento de amostragem	19
4.8. Aplicativos computacionais utilizados.....	19
5. RESULTADOS E DISCUSSÃO	20
5.1. Estatísticas descritivas do atributo Densidade de Solo dos diferentes adensamentos de amostragem	20
5.2. Efeito do adensamento na seleção dos modelos de semivariograma.....	23
5.3. Índice de Moran Progressivo	26
6. CONCLUSÕES.....	42
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43
8. ANEXOS.....	46

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Semivariogramas Experimental (pontos) e Teórico (linha contínua) da distância de separação entre pares de pontos (h) em função da semivariância ($\gamma(h)$).....	5
Figura 2 – Modelos teóricos de semivariograma da distância de separação entre pares de pontos (h) em função da semivariância ($\gamma(h)$).....	6
Figura 3 – Localização da microbacia do Córrego do Palmital, município de Viçosa-MG. (Fonte: Wellington Donizete Guimarães - cedido gentilmente pelo autor)	13
Figura 4 – Plano de Amostragem (Fonte: Wellington Donizete Guimarães - cedido gentilmente pelo autor)	14
Figura 5 - Plano de Amostragem com a identificação dos números de colunas e linhas	17
Figura 6 - Grades de Adensamento Obtidas no primeiro passo da eliminação de pontos. (a) ao manter colunas ímpares (P_1C_1). (b) ao manter colunas pares (P_1C_2). (c) ao manter linhas ímpares (P_1L_1). (d) ao manter linhas pares (P_1L_2).	17
Figura 7 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo na base de dados original	26
Figura 8 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no primeiro passo. (a) para a grade de amostragem P_1C_1 . (b) para a grade de amostragem P_1C_2 . (c) para a grade de amostragem P_1L_1 . (d) para a grade de amostragem P_1L_2	28
Figura 9 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no segundo passo. (a) para a grade de amostragem $P_2L_1P_1C_1$. (b) para a grade de amostragem $P_2L_1P_1C_2$. (c) para a grade de amostragem $P_2L_2P_1C_1$. (d) para a grade de amostragem $P_2L_2P_1C_2$	30
Figura 10 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem $P_3C_1P_2L_1P_1C_1$. (b) para a grade de amostragem $P_3C_2P_2L_1P_1C_1$. (c) para a grade de amostragem $P_3L_1P_2L_1P_1C_1$. (d) para a grade de amostragem $P_3L_2P_2L_1P_1C_1$	31
Figura 11 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem $P_3C_1P_2L_2P_1C_1$. (b) para a grade de amostragem $P_3C_2P_2L_2P_1C_1$. (c) para a grade de amostragem $P_3L_1P_2L_2P_1C_1$. (d) para a grade de amostragem $P_3L_2P_2L_2P_1C_1$	32
Figura 12 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total na base de dados original	33
Figura 13 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no primeiro passo. (a) para o atributo Porosidade Total para a grade de amostragem P_1C_1 . (b) para a grade de amostragem P_1C_2 . (c) para a grade de amostragem P_1L_1 . (d) para a grade de amostragem P_1L_2	34
Figura 14 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no segundo passo. (a) para a grade de amostragem $P_2L_1P_1C_1$. (b) para a grade de amostragem $P_2L_1P_1C_2$. (c) para a grade de amostragem $P_2L_2P_1C_1$. (d) para a grade de amostragem $P_2L_2P_1C_2$	35
Figura 15 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem $P_3C_1P_2L_1P_1C_1$. (b) para a grade de amostragem $P_3C_2P_2L_1P_1C_1$. (c) para a grade de amostragem $P_3L_1P_2L_1P_1C_1$. (d) para a grade de amostragem $P_3L_2P_2L_1P_1C_1$	37
Figura 16 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem $P_3C_1P_2L_2P_1C_1$. (b) para a grade de amostragem $P_3C_2P_2L_2P_1C_1$. (c) para a grade de amostragem $P_3L_1P_2L_2P_1C_1$. (d) para a grade de amostragem $P_3L_2P_2L_2P_1C_1$	38
Figura 17 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo	

Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L1P1C2. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L1P1C2. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L1P1C2. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L1P1C2.....	39
Figura 18 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L2P1C2. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L2P1C2. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L2P1C2. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L2P1C2.....	40
Figura 19 – Grade de Adensamento P1C1	46
Figura 20 – Grade de Adensamento P1C2	46
Figura 21 – Grade de Adensamento P1L1	47
Figura 22 – Grade de Adensamento P1L2	47
Figura 23 – Grade de Adensamento P2L1P1C1	47
Figura 24 – Grade de Adensamento P2L1P1C2	47
Figura 25 – Grade de Adensamento P2L2P1C1	48
Figura 26 – Grade de Adensamento P2L2P1C2	48
Figura 27 – Grade de Adensamento P3C1P2L1P1C1	48
Figura 28 – Grade de Adensamento P3C1P2L1P1C2	48
Figura 29 – Grade de Adensamento P3C1P2L2P1C1	49
Figura 30 – Grade de Adensamento P3C1P2L2P1C2	49
Figura 31 – Grade de Adensamento P3C2P2L1P1C1	49
Figura 32 – Grade de Adensamento P3C2P2L1P1C2	49
Figura 33 – Grade de Adensamento P3C2P2L2P1C1	50
Figura 34 – Grade de Adensamento P3C2P2L2P1C2	50
Figura 35 – Grade de Adensamento P3L1P2L1P1C1	50
Figura 36 – Grade de Adensamento P3L1P2L1P1C2	50
Figura 37 – Grade de Adensamento P3L1P2L2P1C1	51
Figura 38 – Grade de Adensamento P3L1P2L2P1C2	51
Figura 39 – Grade de Adensamento P3L2P2L1P1C1	51
Figura 40 – Grade de Adensamento P3L2P2L1P1C2	51
Figura 41 – Grade de Adensamento P3L2P2L2P1C1	52
Figura 42 – Grade de Adensamento P3L2P2L2P1C2	52

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Estatísticas descritivas do atributo Densidade de Solo ($g\ cm^{-3}$) em dos diferentes adensamentos de amostragem	20
Tabela 2: Estatísticas descritivas do atributo Porosidade Total ($m^3\ m^{-3}$) dos diferentes adensamentos de amostragem	21
Tabela 3: Estatísticas dos parâmetros dos modelos dos semivariogramas ajustados e Índice de Moran para o atributo Densidade de Solo nas diversas grades de adensamento	23
Tabela 4: Estatísticas dos parâmetros dos modelos dos semivariogramas ajustados e Índice de Moran para o atributo Porosidade Total nas diversas grades de adensamento	25

RESUMO

FERREIRA, Matheus de Paula. M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, julho de 2015.
Redução do adensamento amostral no ajuste de modelos de semivariogramas.
Orientador: Nerilson Terra Santos. Coorientadores: Gérson Rodrigues dos Santos e Wellington Donizete Guimarães.

A Geoestatística é o ramo da estatística que visa descrever o comportamento espacial dos dados, analisando as variáveis de acordo com a localização espacial. Atualmente os procedimentos geoestatísticos são aplicados nas mais diversas áreas científicas, sendo uma ferramenta de extrema importância na agricultura de precisão, em estudos do solo e mapeamentos em geral. Ao se falar de dados georreferenciados, logo se tem em mente o processo de amostragem a ser utilizado. Esse processo é uma etapa crucial, uma vez que é de extrema importância para a análise dos dados, além do valor financeiro associado ao mesmo. O custo e/ou tempo necessário para a realização da amostragem e de suas análises deve ser o mínimo possível. Nesse contexto, se faz necessário realizar estudos que visem obter soluções que minimizem o adensamento amostral. Com o objetivo de avaliar o efeito deste adensamento amostral no ajuste de diferentes modelos de semivariograma e a coerência entre as mensurações da dependência espacial obtidas pelo semivariograma e o Índice de Moran, realizou-se a análise da redução do número de pontos na grade do adensamento em um conjunto composto por 154 amostras de dados de atributos físicos do solo, provenientes de um projeto de pesquisa desenvolvido no Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa. Os resultados mostraram que ao reduzir os pontos em aproximadamente cinquenta por cento, os parâmetros do semivariograma mantiveram-se próximos aos obtidos ao utilizar a base de dados original, havendo coerência entre as mensurações da dependência espacial descrita tanto pelo semivariograma quanto pelo Índice de Moran. Maiores reduções no adensamento de amostragem não apresentaram tais similaridades.

ABSTRACT

FERREIRA, Matheus de Paula. M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, July, 2015. **The effects of the reduction in density sampling when adjusting semivariogram models.** Adviser: Nerilson Terra Santos. Co-advisers: Gérson Rodrigues dos Santos and Wellington Donizete Guimarães.

Geostatistics is a branch of statistics that describes the spatial behavior of the data, analyzing the variables according to the spatial location. Currently geostatistical procedures are applied in various scientific fields, being an extremely important tool in precision agriculture, soil studies and mapping in general. When speaking of georeferenced data, the sampling process to be used has to be decided from the beginning. This process is a crucial step since it is extremely important for analyzing the data, besides the financial value associated therewith. The cost and / or time required to perform the sampling and their analysis must be minimized. In this context, it is necessary to conduct studies aiming to achieve solutions to minimize sample density. In order to evaluate the effect of sample density in the setting of different models of semivariogram and consistency between measures of spatial dependence obtained by the semivariogram and the Moran index, some analysis were conducted by reducing the number of points in the grid density in a set composed of 154 samples of physical attributes of soil data, from a research project developed at the Department of Civil Engineering at the Federal University of Viçosa. The results showed that when the number of points is reduced in approximately fifty percent, the semivariogram parameters remained close to those obtained by using the original database and that there is a consistency between measurements in the spatial dependence between the semivariogram and Moran index. Further reductions in the sampling density did not show such similarities.

1. INTRODUÇÃO

O conhecimento espacial de características de dados georreferenciados é hoje uma das grandes questões que envolvem diversas áreas do conhecimento, desde a agrícola até a área de humanas (Druck et al., 2004). A principal ferramenta utilizada para obter esse conhecimento é a Geoestatística.

A Geoestatística é o ramo da estatística que associa o conceito de variáveis aleatórias com o conceito de variáveis regionalizadas, gerando o conceito de funções aleatórias. Diferente da estatística clássica, a geoestatística tem como pressuposto a dependência entre vizinhos, ou seja, observações próximas exercem influências entre si. Daniel Gerhardus Krige ao realizar estudos de jazidas de minério na África do Sul, percebeu que uso de variância não era o bastante para explicar determinados fenômenos (Krige, 1951). Essa metodologia foi posteriormente formalizada por Matheron (1962) após o mesmo ter conhecimento dos trabalhos de Krige. Tal metodologia visa estudar o comportamento espacial dos dados, analisando variáveis considerando suas localizações espaciais.

Atualmente os procedimentos geoestatísticos são aplicados em estudos do solo, meteorologia, climatologia agrícola e saúde. Em um estudo de atributos físicos do solo analisou-se o efeito de diferentes intensidades amostrais na precisão de valores interpolados em cana-de-açúcar (Souza et al., 2014), comparou-se diferentes métodos de ajuste de semivariogramas para interpolar a precipitação pluvial anual no Estado de São Paulo (Carvalho et al., 2009) e Medronho (2003) realizou um estudo sobre a soro prevalência da hepatite A no município de Duque de Caxias no Estado do Rio de Janeiro.

Porém, para realizar tais análises tem-se que levar em consideração o processo de amostragem utilizado. Particularmente, o ajuste de um modelo teórico de semivariograma está diretamente relacionado à amostragem realizada. Isso porque, a grade de amostragem da qual os dados foram obtidos determina tanto o número como o tamanho das lags (distância de separação entre pares de pontos) a serem utilizados. Como regra empírica, no ajuste do semivariograma, deve-se usar como maior distância a metade da maior distância entre dois pontos (Clark, 1979) e o número de pares de pontos para cada lag não deve ser inferior a 30. Assim, o adensamento de pontos em malhas pode ocasionar diferenças no ajuste dos modelos de semivariogramas.

2. OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho foi analisar o efeito da redução do adensamento da amostragem no ajuste de diferentes modelos de semivariograma e a coerência entre as mensurações da dependência espacial obtidas pelo semivariograma e o Índice de Moran para a Densidade do Solo e a Porosidade Total em Latossolo.

3. REVISÃO DA LITERATURA

3.1. Geoestatística

A Geoestatística é o ramo da estatística que associa o conceito de variáveis aleatórias com o conceito de variáveis regionalizadas, gerando um novo conceito de funções aleatórias. Essa teoria está fortemente ligada à Primeira Lei da Geografia, enunciada por Waldo Tobler (Tobler, 1970), a qual afirma que “Todas as coisas estão relacionadas entre si, no entanto, as coisas mais próximas estão mais relacionadas entre si do que as mais distantes”. A teoria de variáveis regionalizadas foi formalizada pelo matemático e geólogo francês Georges François Paul Marie Matheron em *Traité de Géostatistique Appliquée*. Esta teoria é descrita como “a aplicação do formalismo das Funções Aleatórias ao reconhecimento e à estimação dos fenômenos naturais” (Matheron, 1963).

Inicialmente a Geoestatística foi utilizada por Daniel Gerhardus Krige (Krige, 1951), professor e engenheiro de minas sul-africano, na avaliação de jazidas de minério na África do Sul, onde foi observado que somente os valores médios não eram suficientes para descrever a variabilidade dos dados e, além disso, a variância dos dados possuía uma estruturação que dependia da distância de amostragem. Atualmente é aplicada nas mais diversas áreas das ciências exatas, biológicas e humanas.

Alguns objetivos da geoestatística são: descrever o comportamento espacial dos dados e estimar valores desconhecidos em uma determinada localização do espaço seja através da própria variável ou de outra variável a ela correlacionada.

A Geoestatística está fortemente ligada aos métodos de interpolação. “Interpolar uma função $f(x)$ consiste em aproximar essa função à outra função $g(x)$, escolhida entre uma classe de funções definidas a priori e que satisfaça algumas propriedades. A função $g(x)$ é então usada em substituição à função $f(x)$ ” (Ruggiero, 1988). Os métodos de interpolação mais utilizados na geoestatística são krigagem, triangulação, polígonos e inverso da distância. A Krigagem é o método mais utilizado. Contudo, para realizar a Krigagem deve-se inicialmente realizar o ajuste de um modelo teórico de semivariograma aos pontos de um semivariograma experimental.

3.2. Semivariograma

O semivariograma experimental ou empírico consiste em um gráfico no sistema cartesiano, no qual o eixo das abscissas representa a distância de separação h entre dois pontos amostrados e o eixo das ordenadas representa as estimativas para a semivariância nas respectivas distâncias de separação h . Tais estimativas são obtidas por (Matheron, 1963):

$$\hat{\gamma}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} (Z_i - Z_{i+h})^2$$

Onde:

$\hat{\gamma}(h)$ é o estimador de semivariância para uma distância h ;

$N(h)$ é o número de pares de pontos que estão separados por uma distância h ;

Z_i é o valor da variável no ponto amostrado i ;

Z_{i+h} é o valor da variável no ponto amostrado $i + h$.

A partir do semivariograma experimental é realizado o ajuste de um modelo teórico de semivariograma. Tal ajuste visa a obtenção das estimativas de alguns parâmetros (efeito pepita, alcance e patamar) que auxiliam na escolha do modelo teórico que apresenta o melhor ajuste (Figura 1).

O Efeito Pepita (C_0) é valor onde a função intercepta o eixo das ordenadas, o qual representa a descontinuidade na origem. O efeito pepita está ligado a causas não explicadas na variabilidade, que pode ser proveniente de fatores como erros ou imprecisão de mensuração e de análise.

O Alcance (α) representa a menor distância a partir da qual o valor da semivariância permanece constante. O alcance determina a distância máxima para o uso de vizinhos na interpolação, pois pontos separados por uma distância maior que o alcance não são relacionados.

O Patamar (C) é o valor da semivariância correspondente ao alcance. A Contribuição (C_1) é o valor obtido através da diferença entre o Patamar e o Efeito Pepita.

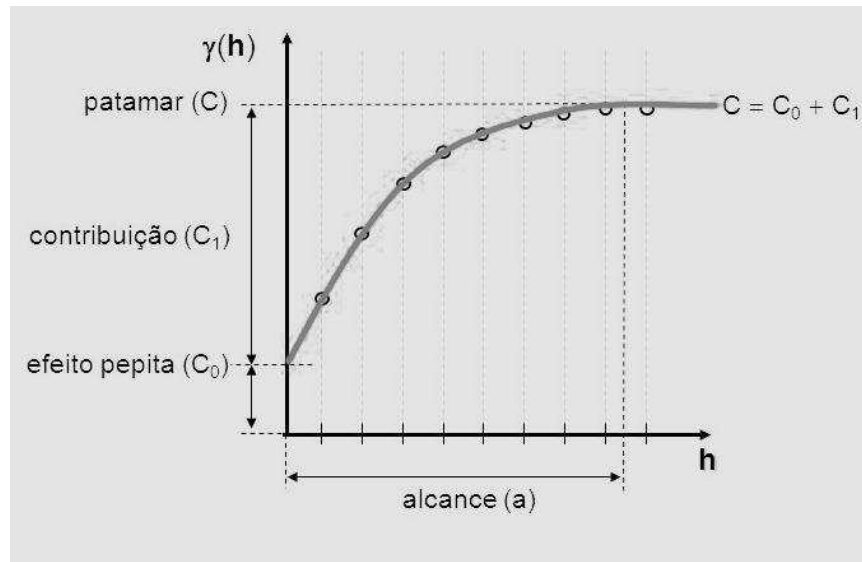


Figura 1 – Semivariogramas Experimental (pontos) e Teórico (linha contínua) da distância de separação entre pares de pontos (h) em função da semivariância ($\gamma(h)$)

Diferentes modelos teóricos podem, a princípio, serem utilizados tais como o Modelo Esférico, o Modelo Exponencial e o Modelo Gaussiano. A escolha do modelo geralmente depende do padrão dos valores de semivariância para pequenos valores de h , ou seja, próximo à origem. Se o fenômeno é bastante contínuo, o semivariograma provavelmente vai mostrar um comportamento parabólico próximo à origem, em tais situações, o modelo Gaussiano normalmente irá fornecer o melhor ajuste, já quando existe um comportamento linear perto da origem o Modelo Esférico ou Exponencial é preferível.

O Modelo Gaussiano além do comportamento parabólico na origem tem como particularidade a presença de ponto de inflexão, sendo que o patamar é atingido de forma assintótica. O modelo é obtido através do seguinte sistema:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{se } h = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{3h^2}{a^2}\right) \right], & \text{se } h \neq 0 \end{cases}$$

O Modelo Esférico é o mais utilizado, possui comportamento linear para valores de h pequenos e é obtido através do seguinte sistema:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{se } h = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1,5 \frac{h}{a} - 0,5 \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & \text{se } 0 < h < a \\ C_0 + C_1, & \text{se } h \geq a \end{cases}$$

Já o Modelo Exponencial atinge o patamar de forma assintótica, sendo o alcance definido como a distância em que a semivariância apresenta valor igual a 95% do patamar. Além disso, pressupõe continuidade pequena em pequenos intervalos (Isaaks e Srivastava, 1989). Para se obter o modelo temos o sistema:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0, & \text{se } h = 0 \\ C_0 + C_1 \left[1 - \exp \left(-\frac{3h}{a} \right) \right], & \text{se } h \neq 0 \end{cases}$$

Além da escolha da função (Gaussiano, Esférico e Exponencial) a escolha do modelo pode também se basear em estatísticas relacionadas a validação cruzada. Conforme mostrado posteriormente, a validação cruzada se baseia na obtenção de uma estimativa para cada valor observado. Essa estimativa é obtida utilizando a Krigagem.

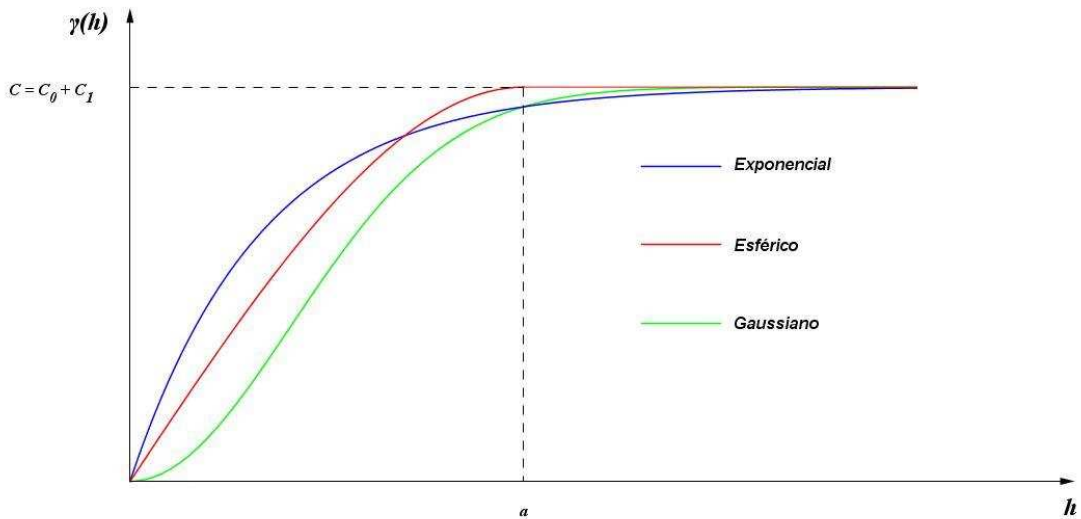


Figura 2 – Modelos teóricos de semivariograma da distância de separação entre pares de pontos (h) em função da semivariância ($\gamma(h)$)

3.3. Krigagem

A krigagem é um método de interpolação geoestatístico. A Krigagem mais utilizada é a ordinária. Através desse método de interpolação é possível obter estimativas para pontos não amostrados dentro da área da grade de amostragem. Essas estimativas são utilizadas para construção de mapas de superfície que fornecem o comportamento da variável em estudo.

Pontos não amostrados Z_k são estimados na Krigagem Ordinária a partir dos valores Z_i , observados nos pontos amostrados $i = 1, 2, \dots, n$. Assim, o estimador para um ponto não amostrado Z_k é dado por:

$$\hat{Z}_k = \sum_{i=1}^n w_i Z_i$$

onde:

n é o número de pontos amostrados

$\hat{Z}_k$ é o valor estimado para o ponto k não amostrado

w_i é o peso atribuído ao ponto amostrado Z_i , tal que $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

Estatisticamente, a Krigagem é considerada o melhor método de estimação, pois entre todos os métodos de estimação, é o método que produz estimativas com a menor variância do erro de estimação (Isaaks e Srivastava, 1989). Além de ser um estimador não viesado, a krigagem produz estimativas que são lineares e com variância mínima (*BLUE*).

Para garantir que as estimativas obtidas pela Krigagem Ordinária sejam não viesadas, a soma dos pesos atribuídos aos pontos amostrados deve ser igual a 1. Logo, o peso atribuído a cada um dos pontos amostrados Z_i é obtido através do sistema de equações abaixo:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n w_j \hat{\gamma}_{ij} + \mu = \hat{\gamma}_{i0} \quad \forall \quad i = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \end{cases}$$

Onde:

$\hat{\gamma}_{ij}$ é a semivariância estimada entre os pontos amostrados i e j

$\hat{\gamma}_{i0}$ é a semivariância estimada da amostra em relação ao ponto não amostrado

μ é o Multiplicador de Lagrange

Matricialmente o sistema pode ser escrito como:

$$Aw = g$$

Onde:

$$A = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1n} & 1 \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & & \gamma_{2n} & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma_{n1} & \gamma_{n2} & \dots & \gamma_{nn} & 1 \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \text{ é a matriz de semivariância entre os pontos amostrados,}$$

$$w = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \\ \mu \end{pmatrix} \text{ o vetor de pesos,}$$

$$g = \begin{pmatrix} \gamma_{10} \\ \gamma_{20} \\ \vdots \\ \gamma_{n0} \\ 1 \end{pmatrix} \text{ é a matriz de semivariância entre pontos amostrados e o não amostrado,}$$

Portanto, o vetor de pesos é obtido pelo produto da matriz inversa de A pelo vetor g , isto é,

$$w = A^{-1}g.$$

3.4. Validação Cruzada

Após se obter um modelo de dependência espacial e realizar a interpolação se faz necessário realizar uma avaliação da qualidade das estimativas obtidas por tal modelo. Uma metodologia utilizada para essa finalidade é a validação cruzada.

A validação cruzada consiste em para cada um dos n pontos amostrados obter uma estimativa a partir dos demais $n-1$ valores amostrados. Dessa forma, para cada ponto amostrado há o valor verdadeiro e sua respectiva estimativa. A partir desses dois valores é então obtido o erro de estimação. A validação cruzada se baseia no cálculo de várias estatísticas obtidas considerando os n valores de erros as quais são apresentadas a seguir:

- Média do Erro de Estimção (ME-Mean): avalia a tendência das estimativas, uma vez que representa o valor médio dos erros de predição. Deseja-se que seu valor seja o mais próximo de zero e é obtida pela conforme abaixo:

$$ME = \frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Z}(s_i) - Z(s_i))}{n}$$

onde $\hat{Z}(s_i)$ é o valor estimado pela Krigagem, $Z(s_i)$ é o valor observado no ponto amostral i e n o número de pontos amostrados.

- Média do Erro de Estimção Padronizada (MS – Mean Standardized): assim como a média do erro de estimção avalia a tendência das estimativas e espera-se que o seu valor seja próximo de zero, porém essa estatística não é afetada por efeito de escala. Esta estatística é calculada através da média dos erros padronizados:

$$MS = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Z}(s_i) - Z(s_i))}{\hat{\sigma}(s_i)}}{n}$$

onde $\hat{Z}(s_i)$ é o valor estimado pela Krigagem, $Z(s_i)$ é o valor observado no ponto amostral i , $\hat{\sigma}(s_i)$ é a raiz quadrada da variância do erro de estimção no ponto amostral i e n o número de pontos amostrados.

- Raiz Quadrada do Erro Quadrático Médio (RMS – Root Mean Square): avalia a qualidade da estimção para um determinado modelo, uma vez que avalia a variabilidade do erro de estimção. O valor desejado é sempre o menor possível e é obtido através da seguinte expressão:

$$RMS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\hat{Z}(s_i) - Z(s_i))^2}{n}}$$

onde $\hat{Z}(s_i)$ é o valor estimado pela Krigagem, $Z(s_i)$ é o valor observado no ponto amostral i e n o número de pontos amostrados.

- Média do Desvio Padrão (ASE – Mean Standard Error): usada para avaliar se a variabilidade da estimativa está sendo estimada corretamente, deve apresentar valor próximo ao do RMS, sendo que se o seu valor está acima do RMS temos uma superestimativa da variabilidade da estimativa ou quando seu valor está abaixo do RMS temos uma subestimativa da variabilidade da estimativa. Seu valor é obtido por:

$$ASE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \hat{\sigma}^2(s_i)}{n}}$$

onde $\hat{\sigma}^2(s_i)$ é a variância do erro de predição no ponto amostral i e n o número de pontos amostrados.

- Raiz Quadrada da Média do Erro de Estimação Padronizado ao Quadrado (RMSS – Root-Mean-Square-Standardized): essa estatística possui a mesma finalidade da ASE, com valor desejado igual a 1, apontando a subestimativas e superestimativas da variabilidade de acordo com esse valor. A estatística do valor é calculada da seguinte maneira:

$$RMSS = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \left[\frac{\hat{Z}(s_i) - Z(s_i)}{\hat{\sigma}(s_i)} \right]^2}{n}}$$

onde $\hat{Z}(s_i)$ é o valor estimado pela Krigagem, $Z(s_i)$ é o valor observado no ponto amostral i , $\hat{\sigma}(s_i)$ é a raiz quadrada da variância do erro de predição no ponto amostral i e n o número de pontos amostrados.

Mais detalhes podem ser encontrados em ESRI (2004a)

3.5. Índice de Moran

O Índice de Moran, isto é, I , é um coeficiente que mensura a autocorrelação espacial considerando tanto o local quanto o valor amostrado. O intervalo de variação desse índice é entre $-1 \leq I \leq 1$, sendo que valores próximos de 1 indicam autocorrelação positiva, enquanto que -1 autocorrelação negativa.

O Índice de Moran é dado pela seguinte fórmula:

$$I = \frac{n}{S_0} \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{i,j} z_i z_j}{\sum_{i=1}^n z_i^2}$$

onde:

z_i é o desvio em relação à média, definido como $z_i = (x_i - \bar{x})$

x_i é a variável de interesse

n é o número total de pontos

$w_{i,j}$ é o peso é obtido pelo inverso da distância entre os pontos i, j

$$S_0 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_{i,j}$$

O índice por si só não determina a existência de autocorrelação. Para se avaliar a significância da autocorrelação é necessário realizar um teste de hipóteses que se baseia na estatística z .

$$z_I = \frac{I - E[I]}{\sqrt{V[I]}}, \text{ com } E[I] = \frac{-1}{n-1} \text{ e } V[I] = E[I^2] - E[I]^2$$

A hipótese de nulidade para esse teste supõe que a autocorrelação entre os valores observados é nula, enquanto que a hipótese alternativa supõe que a autocorrelação não é nula (Wong et al, 2005; Esri, 2015).

3.6. Índice de Dependência Espacial

Uma maneira de quantificar a dependência espacial é através do Índice de Dependência Espacial (IDE). Esse índice está diretamente ligado ao modelo teórico no ajuste do semivariograma. Zimback (2001) propôs uma maneira de calculá-lo através do percentual de explicação da variância total pela variância estrutural, isto é, o quociente da contribuição pelo patamar. O IDE é definido por:

$$IDE = \frac{C_1}{C_0 + C_1} \times 100$$

A classificação do IDE é feita da seguinte maneira:

- Se $IDE \leq 25\%$, então a dependência espacial é considerada fraca;
- Se $25\% < IDE < 75\%$, então a dependência espacial é considerada moderada;
- Se $IDE \geq 75\%$, então a dependência espacial é considerada forte.

4. MATERIAIS E MÉTODOS

4.1. Plano de amostragem de referência

A base de dados utilizada neste trabalho se refere à parte de uma amostragem obtida a partir de um projeto de pesquisa desenvolvido na UFV para a elaboração da tese de doutorado de Wellington Donizete Guimarães (Guimarães, 2013). O autor gentilmente cedeu esta base de dados para o desenvolvimento deste projeto de pesquisa de Mestrado.

A base de dados completa é composta por 462 pontos georreferenciados divididos igualmente em três áreas distintas. Em cada um dos pontos foram mensurados atributos físicos do solo (condutividade hidráulica do solo saturado, microporosidade, macroporosidade, porosidade total e densidade do solo) provenientes da microbacia do córrego Palmital, localizada na Zona da Mata Mineira, no município de Viçosa (Figura 3). Foram amostradas áreas de três tipos de solo (Latossolo, Argissolo e Cambissolo).

O plano de amostragem é composto por duas grades regulares e uma irregular. A grade maior possui espaçamento igual a $10 \times 10 \text{ m}$, sendo adensada por duas malhas, a primeira regular de 24 pontos com espaçamento de $2,5 \times 2,5 \text{ m}$, já a segunda é composta por 30 pontos distribuídos de forma aleatória (Figura 4).

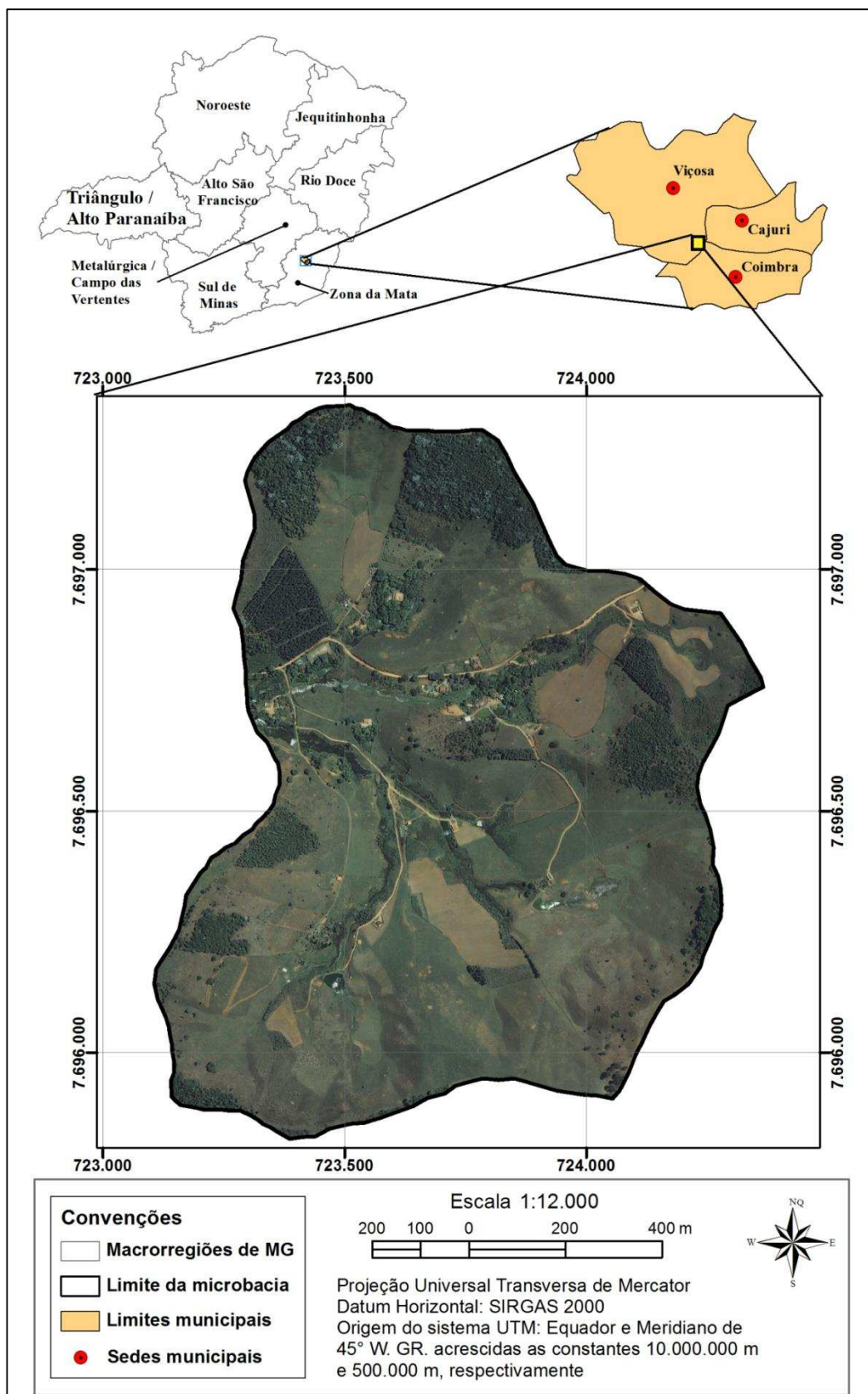


Figura 3 – Localização da microbacia do Córrego do Palmital, município de Viçosa-MG. (Fonte: Wellington Donizete Guimarães - cedido gentilmente pelo autor)

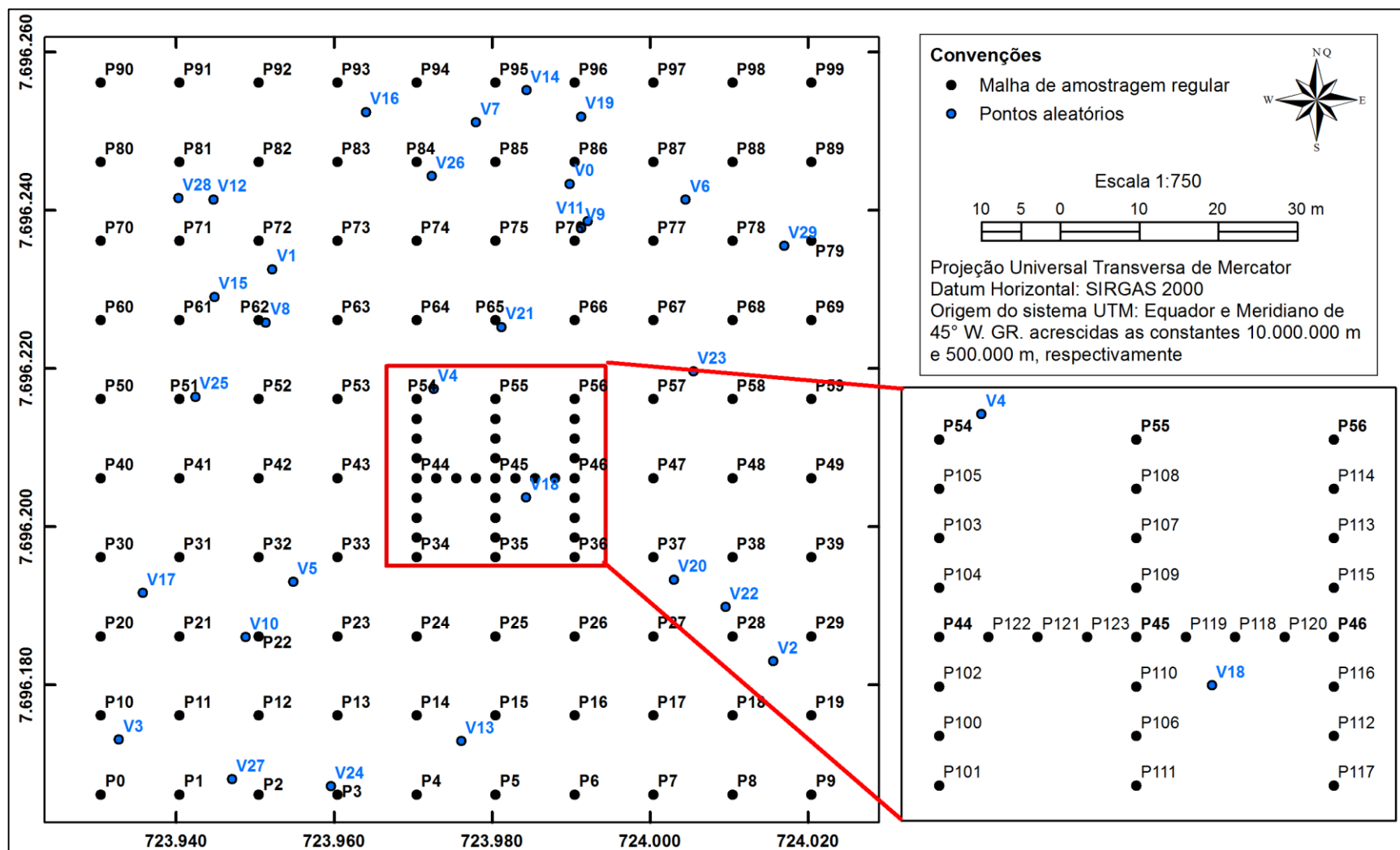


Figura 4 – Plano de Amostragem (Fonte: Wellington Donizete Guimarães - cedido gentilmente pelo autor)

4.2. Base de dados original

A base de dados utilizada nesse trabalho, daqui por diante referida como base de dados original, é composta por 154 pontos pertencentes a área de Latossolo estudada por Guimarães (2013). Entenda-se por base de dados original como o conjunto de informações referente aos valores amostrados para os atributos bem como suas respectivas localizações geográficas.

Dentre vários atributos avaliados por Guimarães (2013) optou-se por utilizar nesse trabalho a base de dados dos atributos Densidade de Solo (DS) e Porosidade Total (PT), pois, a primeira apresenta como característica uma provável explicação das demais (GUIMARÃES, 2013), já a segunda por apresentar baixo coeficiente de variação e maior Índice de dependência espacial.

4.3. Ajuste de um modelo de semivariograma na base de dados original

Foi ajustado um modelo de semivariograma para a base de dados original. Buscou-se obter um modelo ajustado equivalente ao apresentado por Guimarães (2013), assim, foram utilizados o tamanho de lag igual a 5,83 m com um total de doze lags. A escolha do método de vizinhança de busca utilizado foi a mesma de Guimarães (2013), cujo raio de busca igual ao alcance, número de vizinhos variando de quatro a doze e sem a utilização de setores

. Essa vizinhança foi definida por Guimarães (2013) após análise dos estudos realizados por Vieira (2000) ao discutir vantagens e desvantagens para alguns métodos.

4.4. Autocorrelação na base de dados original

Utilizando a base dados original foi calculado o Índice de Moran geral e o progressivo. O índice geral foi obtido considerando como distância de separação entre pares de pontos, o tamanho da lag utilizado no ajuste do modelo de semivariograma. Por outro lado, o Índice de Moran progressivo foi obtido para diferentes espaçamentos entre pontos tomando como base o tamanho da lag utilizado no ajuste do semivariograma. Os diferentes valores progressivos foram obtidos para diferentes múltiplos do valor da lag. Espera-se que para uma distância de separação maior ou igual ao alcance, o Índice de Moran Progressivo seja não significativo.

4.5. Grades de redução de adensamento amostral

Diferentes grades de amostragem foram obtidas a partir da base de dados original para avaliar o efeito da redução do adensamento amostral no ajuste do modelo de semivariograma. Essa redução do adensamento amostral da base de dados original foi realizada em três passos sucessivos. Em cada passo, uma parte dos pontos amostrados foi eliminada tomando como referência sempre a base de dados obtida no passo anterior. Uma descrição detalhada desses passos é apresentada a seguir.

Contudo, para manter o mesmo tamanho da área original de amostragem, independente da redução de amostragem utilizada, os pontos contidos nos quatro vértices do Plano de Amostral de Referência (Figura 4) foram mantidos. Os pontos pertencentes à grade regular central de 24 pontos com espaçamento de $2,5 \times 2,5 \text{ m}$ tem por finalidade a diminuição do efeito pepita, assim, os mesmos foram mantidos em todas as grades de redução de adensamento juntamente com os pontos subjacentes pertencentes à grade de espaçamento $10 \times 10 \text{ m}$. Esses pontos estão em destaque no Plano de Amostragem (Figura 4).

Conforme dito anteriormente, a redução do adensamento amostral consistiu na eliminação de pontos. Para realizar essa redução optou-se por, em cada passo, eliminar colunas ou linhas de pontos da grade regular que consta no Plano de Amostragem (Figura 4). A nomenclatura utilizada para codificar as grades de amostragem (P_iC_j ou P_iL_j), pode ser entendida como, P_i indica o passo i de eliminação e C_j (ou L_j) como as colunas (ou linhas) mantidas (1 para ímpares e 2 para pares). A Figura 6 - Grades de Adensamento Obtidas no primeiro passo da eliminação de pontos. apresenta a identificação dos números de colunas e linhas do Plano de Amostragem.

A primeira grade de redução de adensamento de amostragem, dita P_1C_1 , foi obtida ao eliminar as colunas pares, ou seja, mantendo as colunas ímpares da base de dados original. Esta grade é apresentada na Figura 6 (a).

Nesse primeiro passo de eliminação, foram geradas outras grades de amostragem que tinham por objetivo manter colunas pares (Figura 6 (c)), linhas ímpares (Figura 6 (d)) e linhas pares (Figura 6 (d)).

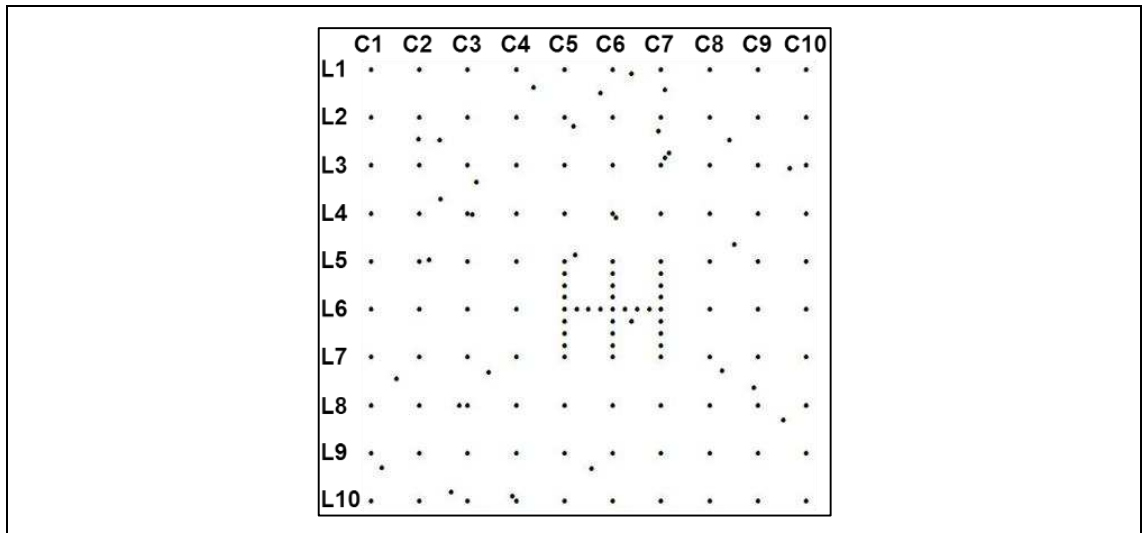


Figura 5 - Plano de Amostragem com a identificação dos números de colunas e linhas

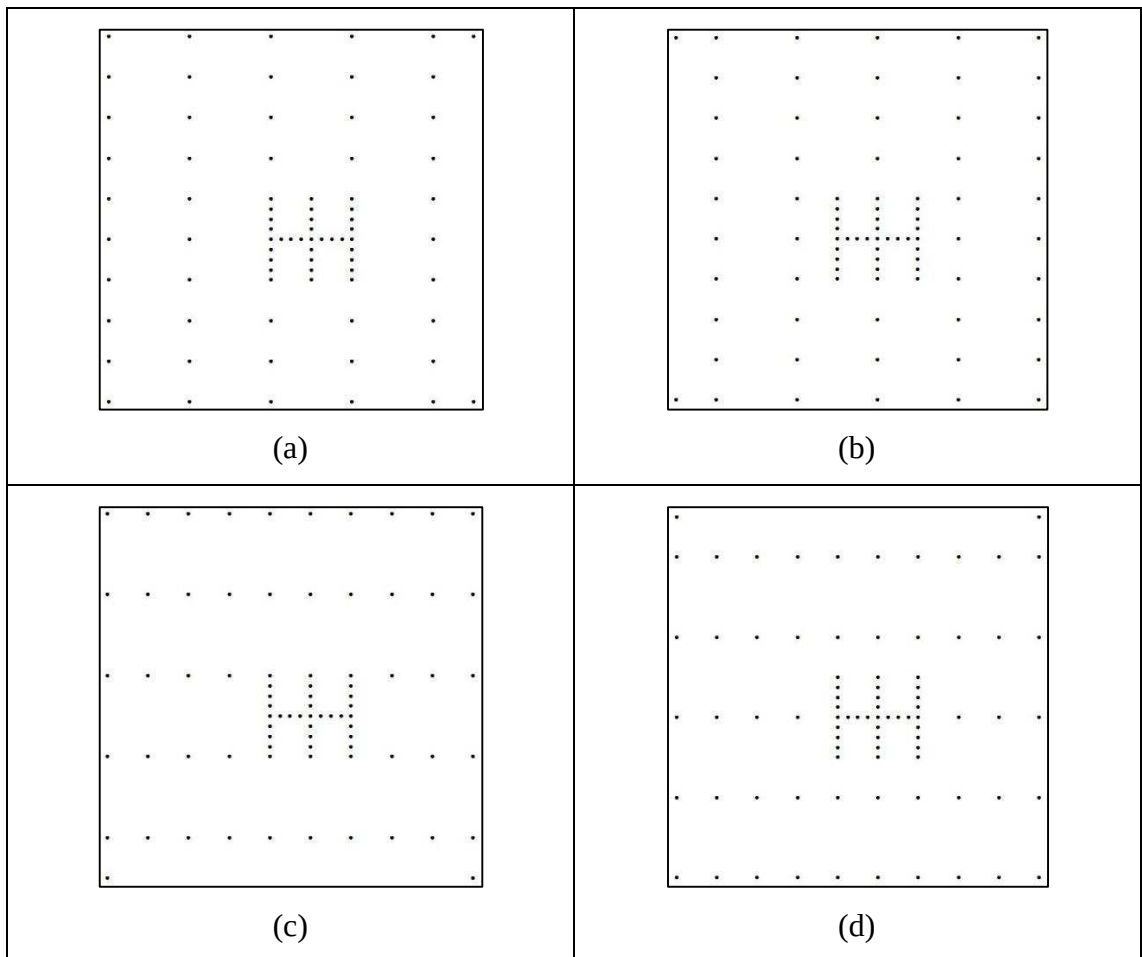


Figura 6 - Grades de Adensamento Obtidas no primeiro passo da eliminação de pontos. (a) ao manter colunas ímpares (P_1C_1). (b) ao manter colunas pares (P_1C_2). (c) ao manter linhas ímpares (P_1L_1). (d) ao manter linhas pares (P_1L_2).

Ao final do processo, o número de pontos pertencentes à malha regular de $10 \times 10 \text{ m}$ se reduziu em aproximadamente 50% e o total de pontos decaiu 28%.

Já no segundo passo da diminuição de pontos analisaram-se as configurações obtidas a partir da eliminação das linhas ou colunas, diferenciando novamente pares ou ímpares, porém de forma alternada, isto é, caso se tenha excluído linha no primeiro passo, então se eliminou colunas no segundo e vice-versa. Dessa forma, no segundo passo da eliminação de pontos, analisaram-se quatro combinações da forma $P_i L_k P_i C_j$ onde P_i indica o passo realizado, C_j e L_k respectivamente as colunas e linhas mantidas (1 para as ímpares e 2 para as pares). Foram obtidas as seguintes grades de amostragem: $P_2 L_1 P_1 C_1$, $P_2 L_1 P_1 C_2$, $P_2 L_2 P_1 C_1$, e $P_2 L_2 P_1 C_2$. Vale ressaltar que essas grades de amostragem independem do primeiro passo, isto é, ao iniciar o processo de redução do adensamento com linhas ou colunas os mesmos resultados foram obtidos ao fim do segundo passo, assim, as grades de amostragem $P_2 L_1 P_1 C_1$ e $P_2 C_1 P_1 L_1$ obtidas de forma diferentes geraram a mesma grade de amostragem. Ao realizar esse passo, a redução do número de pontos total em relação à base de dados original foi de aproximadamente quarenta e dois por cento. Já em relação à grade inicial de $10 \times 10 \text{ m}$ a porcentagem de redução foi de aproximadamente setenta e cinco por cento.

A aplicação do terceiro passo seguiu os mesmos princípios que os utilizados nos passos anteriores. As grades de amostragem obtidas ao executar o segundo e terceiro passo são apresentadas no Anexo dessa dissertação.

Nesse estudo, não foi feito a avaliação das grades de amostragem obtidas ao aplicar um quarto passo, porque já no terceiro passo o Índice de Moran não foi mais significativo para praticamente todas as combinações, o qual implica a não existência de dependência espacial. Tal resultado se justifica, porque, ao aplicar o quarto passo os pontos estão mais distantes do que a distância mínima esperada (ou seja, o alcance) para se detectar a autocorrelação, ou seja, dependência espacial. Além disso, após a aplicação do terceiro passo houve uma redução de aproximadamente noventa por cento em relação da quantidade de pontos da base de dados original.

4.6. Ajuste de um modelo de semivariograma para as grades de redução de adensamento

Em cada grade de redução de adensamento de amostragem foi ajustado um modelo de semivariograma. Com a redução do adensamento amostral, a distância entre pontos aumentou a cada passo. Devido a isso, antes do ajuste do modelo de semivariograma, foi realizada uma análise avaliando diferentes tamanhos de lag de tal forma que se escolhesse um tamanho de lag em que o número de pares de pontos por lag não fosse inferior a 30. Outra exigência foi que houvesse 30 pares de pontos para distâncias múltiplas da lag, sendo o limite das distâncias igual a metade da maior distância entre pontos na área em estudo, conforme a regra empírica (Clark, 1979). A seleção do modelo ajustado utilizou como critério os valores das estatísticas da validação cruzada.

4.7. Autocorrelação de Moran em cada grade de redução de adensamento de amostragem

Em cada grade de redução de adensamento amostral foi calculado o Índice de Moran geral e progressivo tal como realizado na base de dados original. O Índice progressivo utilizou como distância entre pontos o valor da lag utilizada no ajuste do modelo de semivariograma.

4.8. Aplicativos computacionais utilizados

Para as análises geoestatísticas foram utilizados os softwares ArcGIS Desktop versão 10.2.2 (ESRI, 2015) e SAS 9.3 (SAS/STAT., 2009), já para elaboração de gráficos foi utilizado o software livre RStudio versão 0.98.1103 (R, 2015).

5. RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1. Estatísticas descritivas do atributo Densidade de Solo dos diferentes adensamentos de amostragem

Ao aplicar os passos para a redução do adensamento amostral para o atributo Densidade de Solo foram formadas dezesseis grades de amostragens, para as quais foram calculadas estatísticas descritivas (Tabela 1).

Tabela 1: Estatísticas descritivas do atributo Densidade de Solo ($g\ cm^{-3}$) em dos diferentes adensamentos de amostragem

<i>Passo</i>	<i>n</i>	<i>Mín</i>	$\bar{X}$	<i>Me</i>	<i>Máx</i>	<i>S</i>	<i>CV</i> (%)
Base de dados original							
-	154	0,88	1,25	1,27	1,48	0,08	6,56
Primeiro passo							
P_1C_1	109	1,01	1,25	1,27	1,48	0,08	6,32
P_1C_2	112	0,88	1,25	1,27	1,48	0,08	6,24
P_1L_1	109	0,88	1,25	1,27	1,48	0,08	6,56
P_1L_2	112	1,01	1,25	1,26	1,48	0,08	6,00
Segundo passo							
$P_2L_1P_1C_1$	87	1,06	1,26	1,27	1,48	0,08	5,96
$P_2L_1P_1C_2$	89	0,88	1,26	1,27	1,48	0,08	6,27
$P_2L_2P_1C_1$	89	1,01	1,26	1,27	1,48	0,08	6,03
$P_2L_2P_1C_2$	90	1,08	1,25	1,27	1,48	0,07	5,52
Terceiro passo							
$P_3C_1P_2L_1P_1C_1$	79	1,06	1,26	1,27	1,48	0,07	5,79
$P_3C_1P_2L_1P_1C_2$	79	1,09	1,26	1,27	1,48	0,07	5,40
$P_3C_1P_2L_2P_1C_1$	80	1,01	1,26	1,27	1,48	0,07	5,87
$P_3C_1P_2L_2P_1C_2$	80	1,09	1,26	1,27	1,48	0,07	5,24
$P_3C_2P_2L_1P_1C_1$	75	1,09	1,26	1,27	1,48	0,07	5,56
$P_3C_2P_2L_1P_1C_2$	77	0,88	1,25	1,27	1,48	0,08	6,48
$P_3C_2P_2L_2P_1C_1$	76	1,09	1,26	1,27	1,48	0,07	5,63
$P_3C_2P_2L_2P_1C_2$	77	1,08	1,25	1,26	1,48	0,07	5,76

P_i = passo na redução do adensamento; C_j = colunas mantidas, L_k = colunas mantidas, onde $j = 1$ indica as ímpares e $j = 2$ as pares; n = número de pontos; $Mín$ = valor mínimo; $\bar{X}$ = média; Me = mediana; $Máx$ = valor máximo; S = desvio-padrão; CV = coeficiente de variação.

Ao aplicar os passos para a redução no adensamento de amostragem observou-se uma redução média de 28,6%, 42,2% e 49,7% pontos no primeiro, segundo e terceiro passos, respectivamente, em comparação com o total inicial de 154 pontos (Tabela 1). Além disso, observa-se que as estatísticas descritivas (média, mediana, mínimo, máximo, desvio padrão e coeficiente de variação) tenderam a apresentar valores semelhantes nas grades de amostragens obtidas ao aplicar os três passos de redução do adensamento amostral. Este resultado indica que apesar da redução sucessiva da base de dados, os descritores estatísticos clássicos apresentaram estimativas semelhantes aos valores da base de dados original. Em outras palavras, podemos dizer, que tanto a tendência central como a dispersão dos dados original não foram afetadas ao reduzirmos a amostra de dados disponível.

Contudo ao usar o mesmo critério para a redução do adensamento amostral, foram obtidas para o atributo Porosidade Total 24 grades de amostragens, para as quais foram calculadas estatísticas descritivas (Tabela 2).

Tabela 2: Estatísticas descritivas do atributo Porosidade Total ($m^3 m^{-3}$) dos diferentes adensamentos de amostragem

<i>Passo</i>	<i>n</i>	<i>Mín</i>	$\bar{X}$	<i>Me</i>	<i>Máx</i>	<i>S</i>	<i>CV(%)</i>
Base de dados original							
-	154	0,38	0,49	0,49	0,65	0,04	7,26
Primeiro passo							
P ₁ C ₁	109	0,38	0,49	0,49	0,60	0,035	7,14
P ₁ C ₂	112	0,38	0,49	0,49	0,65	0,036	7,35
P ₁ L ₁	109	0,38	0,49	0,49	0,65	0,036	7,35
P ₁ L ₂	112	0,38	0,49	0,49	0,60	0,035	7,14
Segundo passo							
P ₂ L ₁ P ₁ C ₁	87	0,38	0,49	0,49	0,57	0,033	6,73
P ₂ L ₁ P ₁ C ₂	89	0,38	0,49	0,49	0,65	0,036	7,35
P ₂ L ₂ P ₁ C ₁	89	0,38	0,49	0,49	0,60	0,034	6,94
P ₂ L ₂ P ₁ C ₂	90	0,38	0,49	0,49	0,56	0,033	6,73

Terceiro passo							
$P_3C_1P_2L_1P_1C_1$	79	0,38	0,49	0,49	0,49	0,033	6,73
$P_3C_1P_2L_1P_1C_2$	79	0,38	0,49	0,49	0,56	0,033	6,73
$P_3C_1P_2L_2P_1C_1$	80	0,38	0,49	0,49	0,60	0,034	6,94
$P_3C_1P_2L_2P_1C_2$	80	0,38	0,49	0,49	0,56	0,032	6,53
$P_3C_2P_2L_1P_1C_1$	75	0,38	0,49	0,49	0,56	0,033	6,73
$P_3C_2P_2L_1P_1C_2$	77	0,38	0,49	0,49	0,65	0,037	7,55
$P_3C_2P_2L_2P_1C_1$	76	0,38	0,49	0,49	0,56	0,033	6,73
$P_3C_2P_2L_2P_1C_2$	77	0,38	0,49	0,49	0,56	0,034	6,94
$P_3L_1P_2L_1P_1C_1$	79	0,38	0,49	0,49	0,57	0,033	6,73
$P_3L_1P_2L_1P_1C_2$	80	0,38	0,49	0,49	0,56	0,032	6,53
$P_3L_1P_2L_2P_1C_1$	80	0,38	0,49	0,49	0,60	0,035	7,14
$P_3L_1P_2L_2P_1C_2$	80	0,38	0,49	0,49	0,56	0,034	6,94
$P_3L_2P_2L_1P_1C_1$	75	0,38	0,49	0,49	0,56	0,033	6,74
$P_3L_2P_2L_1P_1C_2$	76	0,38	0,49	0,48	0,65	0,038	7,76
$P_3L_2P_2L_2P_1C_1$	77	0,38	0,49	0,49	0,56	0,032	6,53
$P_3L_2P_2L_2P_1C_2$	77	0,38	0,49	0,49	0,56	0,032	6,53

P_i = passo na redução do adensamento; C_j = colunas mantidas, L_k = colunas mantidas, onde $j = 1$ indica as ímpares e $j = 2$ as pares; n = número de pontos; $Mín$ = valor mínimo; $\bar{X}$ = média; Me = mediana; $Máx$ = valor máximo; S = desvio-padrão; CV = coeficiente de variação.

Pode-se observar para esse atributo Porosidade Total que as estatísticas descritivas também apresentaram valores semelhantes nas grades de amostragens obtidas ao aplicar os passos para a redução do adensamento amostral. Indicando que também para esse atributo, a redução do adensamento não afetou a obtenção de descritores estatísticos clássicos.

Contudo, pode ser observado que mais grades de adensamento foram obtidas para a Porosidade Total, isso decorre pelo fato do atributo apresentar valor significativo para o Índice de Moran para todas as combinações no segundo passo, à medida que para a variável Densidade do Solo somente duas das quatro combinações possíveis apresentaram autocorrelação.

5.2. Efeito do adensamento na seleção dos modelos de semivariograma

Para cada um dos passos de redução do adensamento amostral foi selecionado o modelo de semivariograma que apresentou melhor resultado para as estatísticas da validação cruzada. Os parâmetros dos modelos de semivariograma selecionados para o atributo Densidade de Solo são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3: Estatísticas dos parâmetros dos modelos dos semivariogramas ajustados e Índice de Moran para o atributo Densidade de Solo nas diversas grades de adensamento

<i>Passo</i>	<i>Modelo</i>	C_0	$C_0 + C_1$	<i>Alcance</i>	<i>IDE</i>	<i>Moran</i>
Base de dados original						
-	Esférico	0,0023	0,0071	35,7	67,61	0,234*
Primeiro passo						
P_1C_1	Esférico	0,0020	0,0064	42,30	68,75	0,257*
P_1C_2	Esférico	0,0022	0,0064	33,57	65,63	0,066 ^{ns}
P_1L_1	Esférico	0,0019	0,0071	35,15	73,24	0,201**
P_1L_2	Esférico	0,0023	0,0058	43,59	60,34	0,113 ^{ns}
Segundo passo						
$P_2L_1P_1C_1$	Esférico	0,0019	0,0060	39,76	68,33	0,193**
$P_2L_2P_1C_1$	Gaussiano	0,0026	0,0066	43,98	60,61	0,157**
$P_2L_1P_1C_2$	Esférico	0,0019	0,0070	39,36	72,86	0,138 ^{ns}
Terceiro passo						
$P_3C_1P_2L_1P_1C_1$	Gaussiano	0,0024	0,0064	40,63	62,50	0,0892 ^{ns}
$P_3C_2P_2L_1P_1C_1$	Gaussiano	0,0024	0,0057	37,00	57,89	0,192**
$P_3L_1P_2L_1P_1C_1$	Esférico	0,0019	0,0058	39,44	67,24	0,111 ^{ns}
$P_3L_2P_2L_1P_1C_1$	Gaussiano	0,0025	0,0058	41,34	56,90	0,199**
$P_3C_1P_2L_2P_1C_1$	Esférico	0,0020	0,0064	56,67	68,75	0,164 ^{ns}
$P_3C_2P_2L_2P_1C_1$	Gaussiano	0,0026	0,0060	46,71	56,67	0,117 ^{ns}
$P_3L_1P_2L_2P_1C_1$	Esférico	0,0021	0,0067	54,91	68,66	0,176*
$P_3L_2P_2L_2P_1C_1$	Gaussiano	0,0024	0,0057	46,74	57,89	0,156 ^{ns}

P_i = passo na redução do adensamento; C_j = colunas mantidas, L_k = colunas mantidas, onde $j = 1$ indica as ímpares e $j = 2$ as pares; C_0 = efeito pepita; C_1 = contribuição; $C_0 + C_1$ = patamar; *IDE* = índice de dependência espacial; */** = significativo pelo teste z; ns não significativo pelo teste z.

Entre as 15 grades de amostragens, o modelo esférico apresentou melhor ajuste para nove grades de adensamento enquanto que o gaussiano apresentou melhor ajuste para seis grades de adensamento. Pode-se observar que o modelo esférico apresentou melhor ajuste aos maiores adensamentos de amostragem (Passo 1). Contudo, à medida que o adensamento diminuiu (Passo 3) o gaussiano apresentou melhor ajuste. Este resultado indica que o adensamento amostral tem um efeito na escolha do modelo de semivariograma. Já o IDE apresentou a mesma classificação, moderada, para todas as grades analisadas.

Vale a pena observar também que, para algumas grades de adensamento (P_1C_2 , P_1L_2 , $P_2L_1P_1C_2$, $P_3L_1P_2L_1P_1C_1$, $P_3C_1P_2L_2P_1C_1$, $P_3C_2P_2L_2P_1C_1$), apesar de ter sido possível o ajuste de um modelo de semivariograma, o Índice de Moran não foi significativo. Nessa avaliação, o Índice de Moran avalia se existe autocorrelação entre pares de pontos separados por uma distância igual ao tamanho da lag utilizada no ajuste do semivariograma. Em outras palavras avalia se existe dependência espacial a uma distância que é menor do que ao alcance do modelo de semivariograma ajustado. Portanto, seria esperado não ser possível ajustar um modelo de semivariograma com resultados satisfatórios para as estatísticas da validação cruzada, com exceção do modelo com efeito pepita puro. Ainda sobre o Índice de Moran, como era de se esperar que à medida que avança nos passos para a redução do adensamento, há uma maior frequência de grades que apresentaram Índice de Moran não significativo (Terceiro Passo).

Os parâmetros dos modelos de semivariograma selecionados para o atributo Porosidade Total são apresentados na Tabela 4.

Tabela 4: Estatísticas dos parâmetros dos modelos dos semivariogramas ajustados e Índice de Moran para o atributo Porosidade Total nas diversas grades de adensamento

<i>Passo</i>	<i>Modelo</i>	C_0	$C_0 + C_1$	<i>Alcance</i>	IDE	Moran
Base de dados original						
-	Esférico	0,00069	0,0014	40,43	59,71	0,289*
Primeiro passo						
$P_1 C_1$	Esférico	0,00066	0,0013	57,00	49,23	0,324*
$P_1 C_2$	Esférico	0,00064	0,0014	40,26	54,29	0,18**
$P_1 L_1$	Gaussiano	0,00074	0,0042	33,45	82,38	0,312*
$P_1 L_2$	Esférico	0,00066	0,0013	52,86	49,23	0,16*
Segundo passo						
$P_2 L_1 P_1 C_1$	Esférico	0,00066	0,0012	49,6	45,00	0,266*
$P_2 L_2 P_1 C_1$	Esférico	0,00062	0,0009	62,45	31,11	0,176*
$P_2 L_1 P_1 C_2$	Gaussiano	0,00071	0,0015	36,78	52,67	0,2*
$P_2 L_2 P_1 C_2$	Gaussiano	0,00075	0,0012	40,27	37,50	0,189**
Terceiro passo						
$P_3 C_1 P_2 L_1 P_1 C_1$	Esférico	0,00059	0,0012	41,97	50,83	0,0871 ^{ns}
$P_3 C_2 P_2 L_1 P_1 C_1$	Esférico	0,00066	0,0013	60,51	49,23	0,234*
$P_3 L_1 P_2 L_1 P_1 C_1$	Esférico	0,00060	0,0012	42,10	50,00	0,204*
$P_3 L_2 P_2 L_1 P_1 C_1$	Esférico	0,00066	0,0013	62,90	49,23	0,247*
$P_3 C_1 P_2 L_2 P_1 C_1$	Esférico	0,00061	0,0014	60,07	56,43	0,159**
$P_3 C_2 P_2 L_2 P_1 C_1$	Esférico	0,00065	0,0013	61,95	50,00	0,218**
$P_3 L_1 P_2 L_2 P_1 C_1$	Esférico	0,00062	0,0014	59,66	55,71	0,176 ^{ns}
$P_3 L_2 P_2 L_2 P_1 C_1$	Esférico	0,00077	0,0018	62,56	57,22	0,221*
$P_3 C_1 P_2 L_1 P_1 C_2$	Esférico	0,00068	0,0012	62,88	43,33	0,166 ^{ns}
$P_3 C_2 P_2 L_1 P_1 C_2$	Gaussiano	0,00067	0,0016	39,20	58,13	0,122 ^{ns}
$P_3 L_1 P_2 L_1 P_1 C_2$	Esférico	0,00064	0,0011	53,32	41,82	0,201 ^{ns}
$P_3 L_2 P_2 L_1 P_1 C_2$	Esférico	0,00057	0,0017	47,83	66,47	0,121 ^{ns}
$P_3 C_1 P_2 L_2 P_1 C_2$	Esférico	0,00065	0,0011	50,19	40,91	0,142 ^{ns}
$P_3 C_2 P_2 L_2 P_1 C_2$	Esférico	0,00081	0,0019	54,30	57,37	0,155 ^{ns}
$P_3 L_1 P_2 L_2 P_1 C_2$	Esférico	0,00064	0,0013	55,91	50,77	0,165 ^{ns}
$P_3 L_2 P_2 L_2 P_1 C_2$	Gaussiano	0,00090	0,0018	41,79	50,00	0,0967 ^{ns}

P_i = passo na redução do adensamento; C_j = colunas mantidas, L_k = colunas mantidas, onde $j = 1$ indica as ímpares e $j = 2$ as pares; C_0 = efeito pepita; C_1 = contribuição;

$C_0 + C_1$ = patamar; IDE = índice de dependência espacial; */** = significativo pelo teste z; ns não significativo pelo teste z.

Para a maioria das grades de adensamento (Tabela 4) o modelo Esférico foi o modelo selecionado por apresentar os melhores resultados para a validação cruzada. Este resultado indica que, para a Porosidade Total, a redução do adensamento amostral não teve um efeito tão grande na seleção do modelo quanto o apresentado pela Densidade de Solo.

Contudo, tal como observado para o atributo Densidade de Solo, o Índice de Moran apresentou resultados não significativos para grades de amostragem com menor adensamento apesar de ter sido possível o ajuste de um modelo de semivariograma com resultados satisfatórios. Este resultado indica que a possibilidade do ajuste de um modelo de semivariograma não implica de fato a existência de uma autocorrelação significativa.

5.3. Índice de Moran Progressivo

O Índice de Moran em função da distância de separação para a variável Densidade do Solo entre pontos é apresentado na Figura 6.

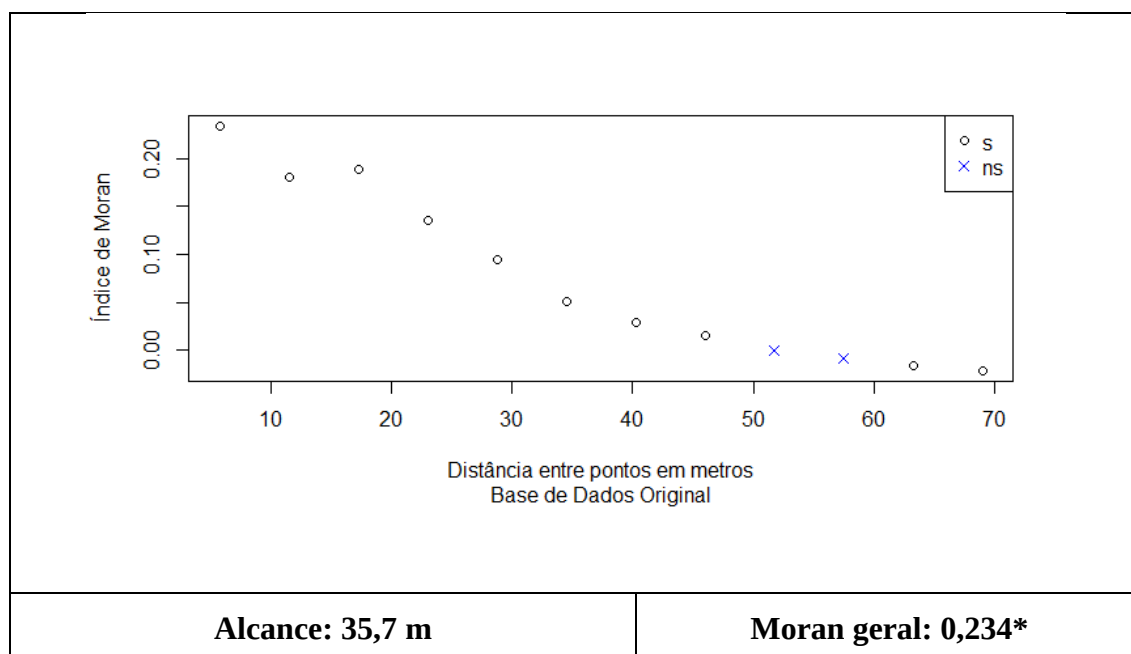


Figura 7 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo na base de dados original

Pode ser observado que à medida que a distância de separação entre pontos aumentou o Índice de Moran diminuiu a sua magnitude (Figura 7). Além disso, é esperado que o índice passe a ser não significativo para uma distância de separação maior ao alcance do modelo de semivariograma ajustado. Uma pequena divergência foi detectada ao comparar a mensuração da dependência espacial através do semivariograma teórico e o Índice de

Moran Progressivo Este comportamento foi avaliado para as diferentes grades de adensamento. Na Figura 8 é apresentado o Índice de Moran em função da distância de separação entre pares de pontos para todas as grades de amostragem obtidas no primeiro passo.

Para o primeiro passo o Índice de Moran apresentou comportamento conforme o esperado, isto é, significativo até o valor de separação entre pares de ponto igual ao alcance, havendo ainda coerência entre as mensurações da dependência espacial através do Índice de Moran e o semivariograma teórico

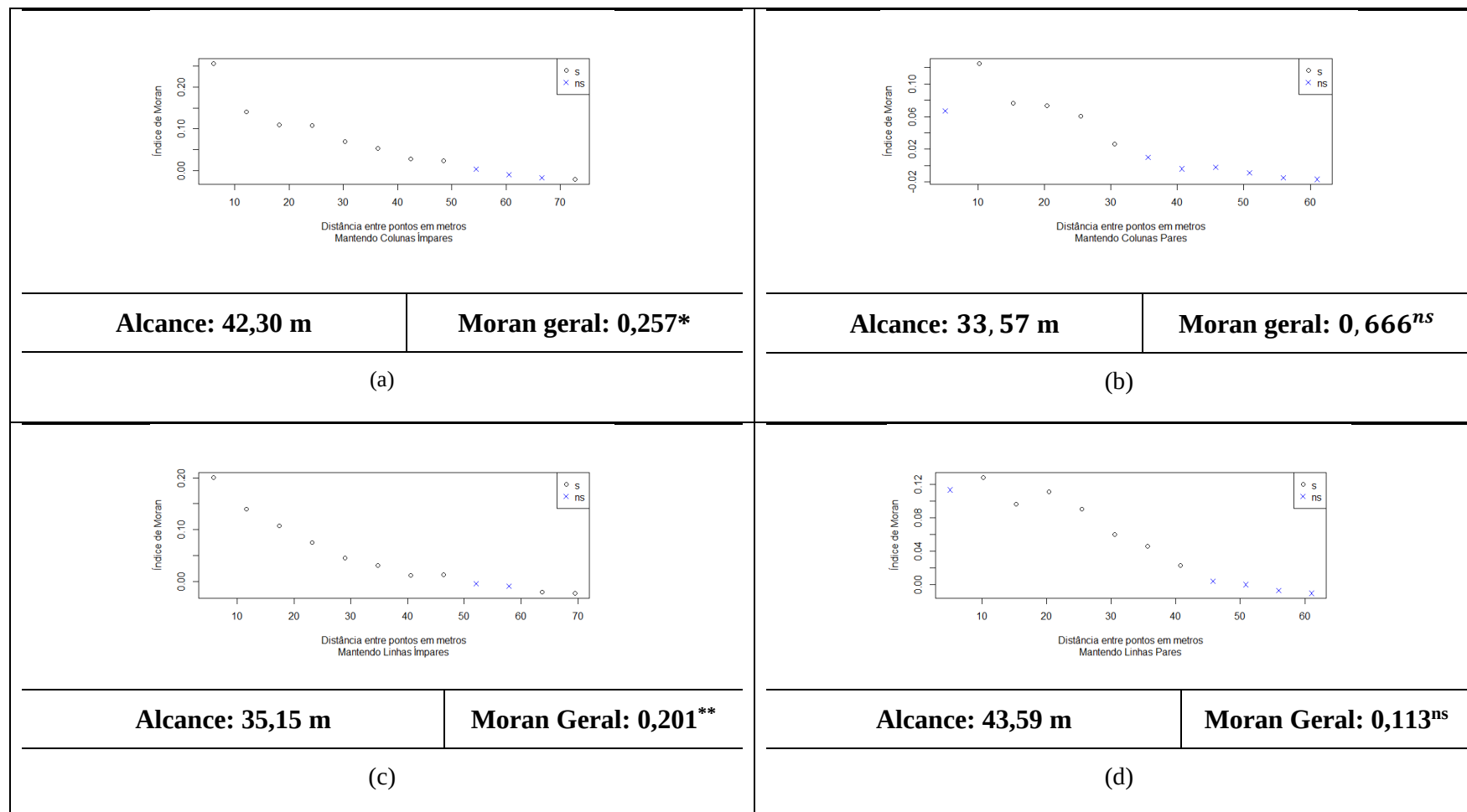


Figura 8 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no primeiro passo. (a) para a grade de amostragem P1C1. (b) para a grade de amostragem P1C2. (c) para a grade de amostragem P1L1. (d) para a grade de amostragem P1L2.

Conforme a Figura 9 observamos que no segundo passo para distâncias menores do que o alcance o Índice de Moran tendeu a apresentar valores significativos. Já os pontos separados por uma distância maior do que os alcances apresentaram na sua maioria valores não significativos para o índice. Para a grade de amostragem $P_2L_2P_1C_2$ o valor do alcance é inexistente, uma vez que através dos dois primeiros passos nenhuma combinação originou tal grade com Índice de Moran significativo até o segundo passo. A mensuração da dependência espacial através do semivariograma teórico foi coerente com os valores do Índice de Moran Progressivo apenas na grade $P_2L_1P_1C_2$.

Já ao realizar o terceiro passo na redução do adensamento, podemos observar pelas Figuras 10 e 11, que o Índice de Moran não apresentou o mesmo comportamento que nos passos anteriores. Com a redução do número de pares de pontos para estimar o índice a quantidade de pareamentos realizados diminui, dessa forma para os casos onde o Índice de Moran apresentou valor significativo para todo conjunto de pontos não foi possível captar a dependência espacial para distâncias menores do que o alcance. Já nas situações onde a hipótese de nulidade não foi rejeitada, isto é, o conjunto composto por todos os pares de pontos não apresentou autocorrelação, o índice tendeu a ser não significativo. Além disso, podemos constatar uma divergência na descrição da dependência espacial quando comparada à modelagem do semivariograma teórico.

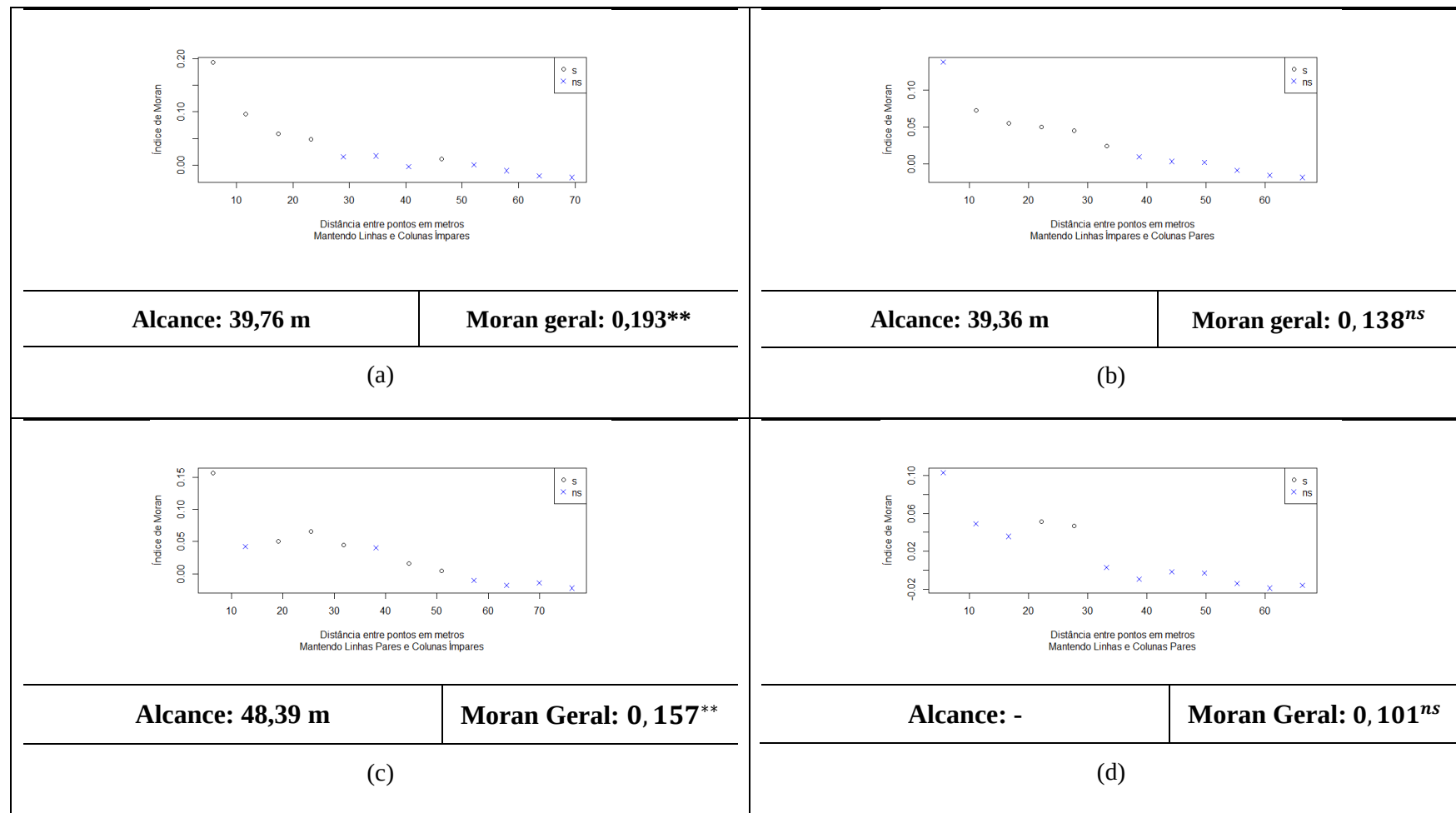


Figura 9 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no segundo passo. (a) para a grade de amostragem P2L1P1C1. (b) para a grade de amostragem P2L1P1C2. (c) para a grade de amostragem P2L2P1C1. (d) para a grade de amostragem P2L2P1C2.

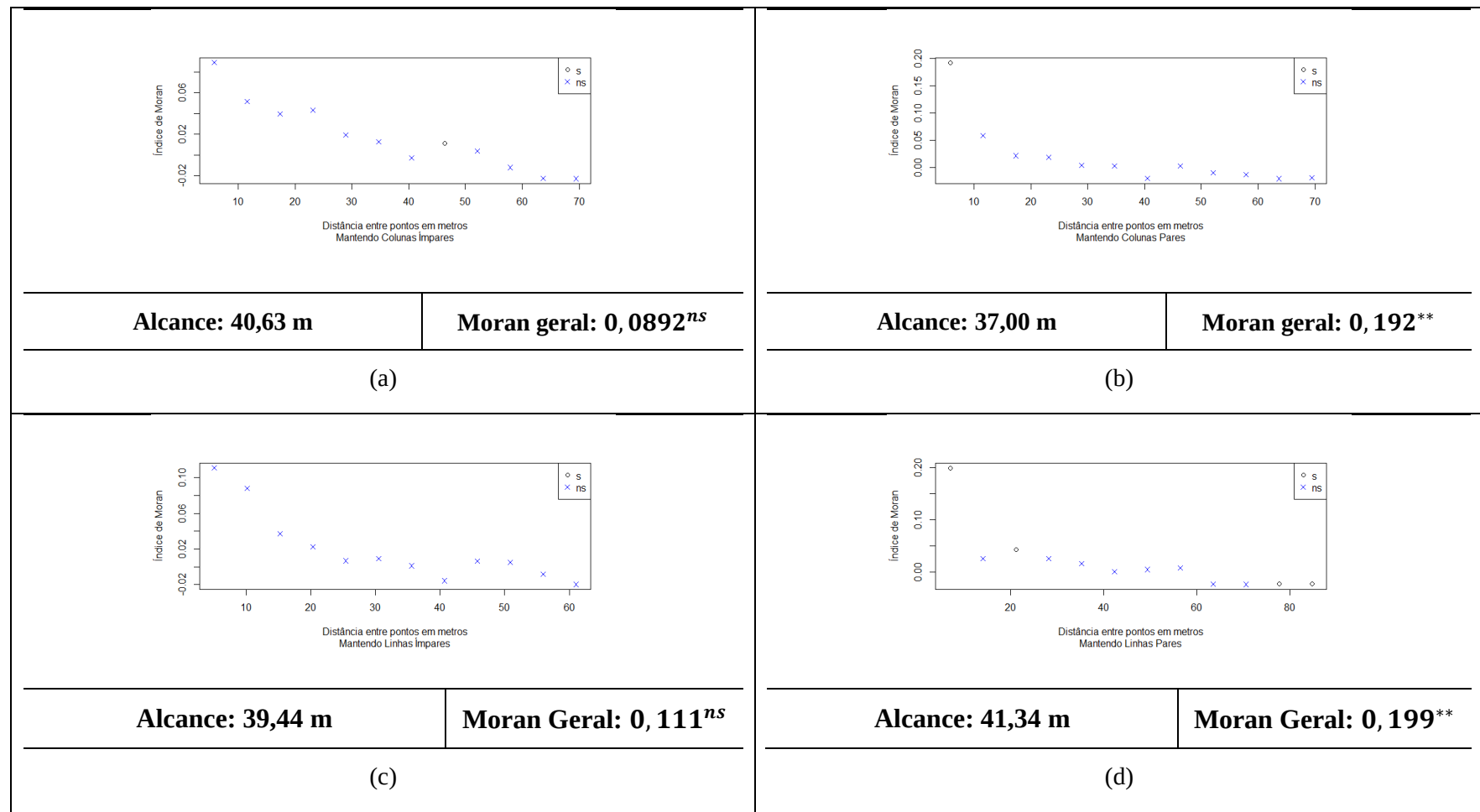


Figura 10 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L1P1C1. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L1P1C1. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L1P1C1. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L1P1C1.

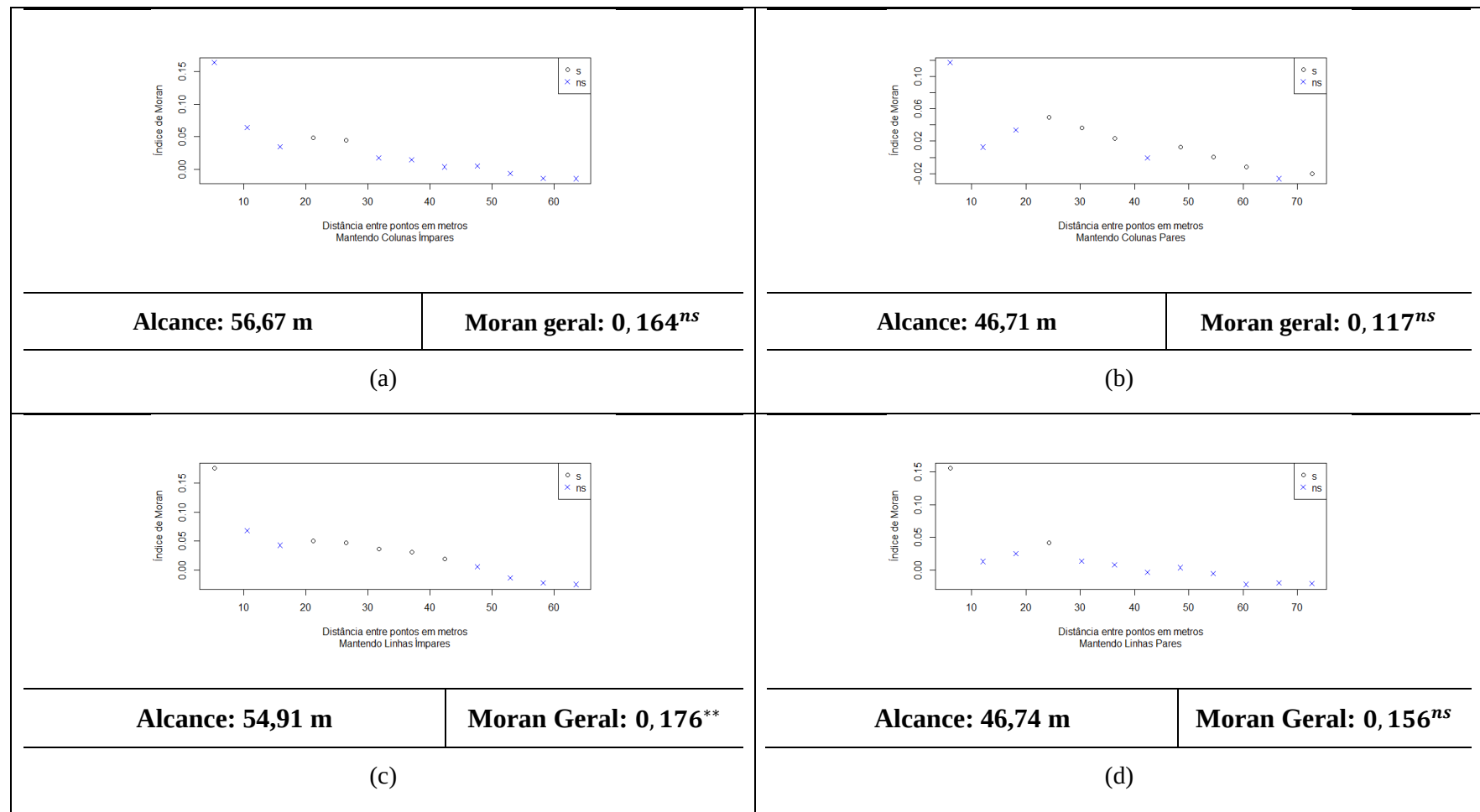


Figura 11 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Densidade de Solo no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L2P1C1. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L2P1C1. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L2P1C1. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L2P1C1.

O Índice de Moran em função da distância de separação entre pontos para a Porosidade Total é apresentado na Figura 12.

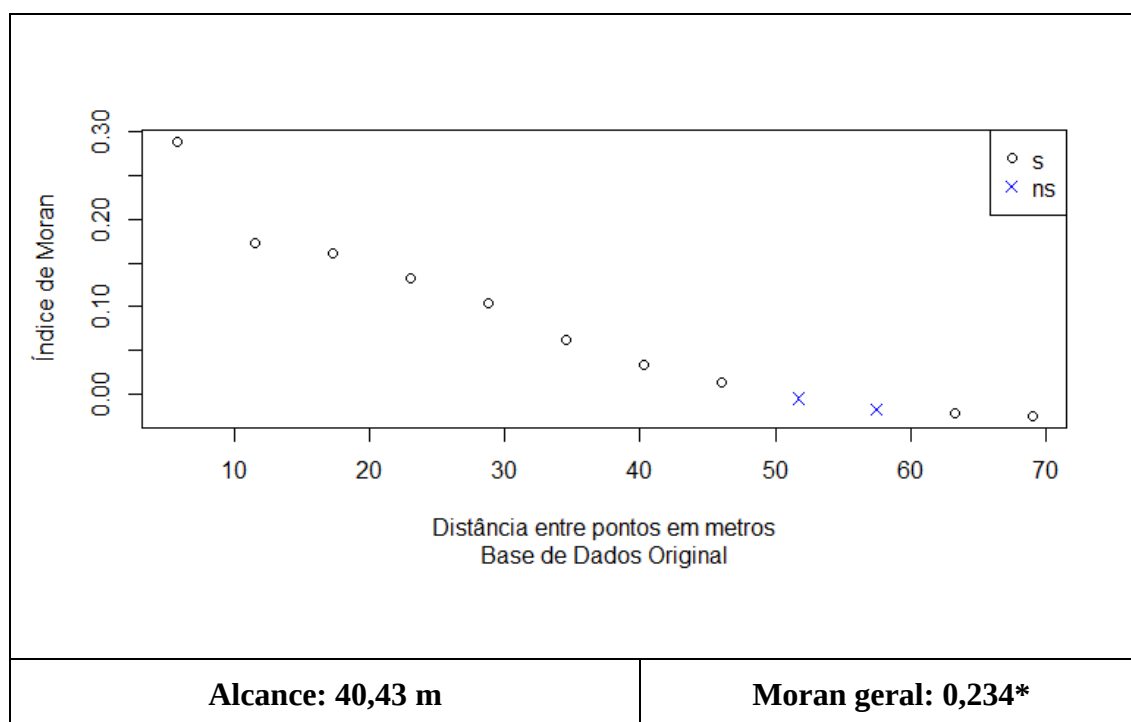


Figura 12 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total na base de dados original

De forma análoga à variável Densidade do Solo, para a variável Porosidade Total o Índice de Moran progressivo para a base de dados original reduziu em módulo à medida que os pontos se encontraram mais distante (Figura 12), comportamento esse esperado para pares de pontos separados a uma distância menor do que o alcance no modelo de semivariograma ajustado, além disso, houve coerência entre as mensurações da dependência espacial. Este comportamento foi avaliado para as todas as grades de adensamento obtidas a partir da base de dados original. Na Figura 13 é apresentado o Índice de Moran em função da distância de separação entre pares de pontos para todas as grades de amostragem obtidas no primeiro passo, na Figura 14 temos o mesmo para o segundo passo da redução no adensamento amostral.

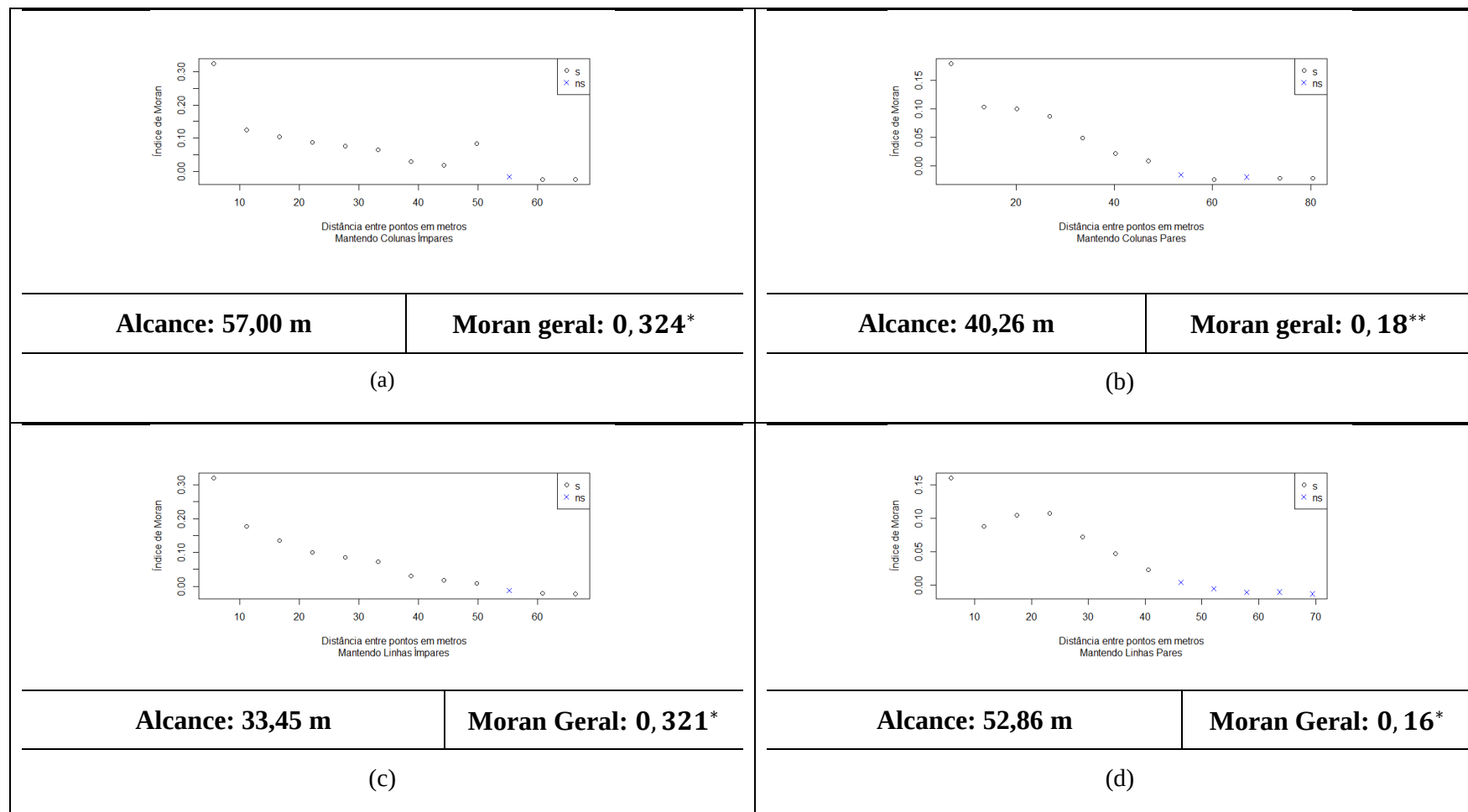


Figura 13 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no primeiro passo. (a) para o atributo Porosidade Total para a grade de amostragem P1C1. (b) para a grade de amostragem P1C2. (c) para a grade de amostragem P1L1. (d) para a grade de amostragem P1L2.

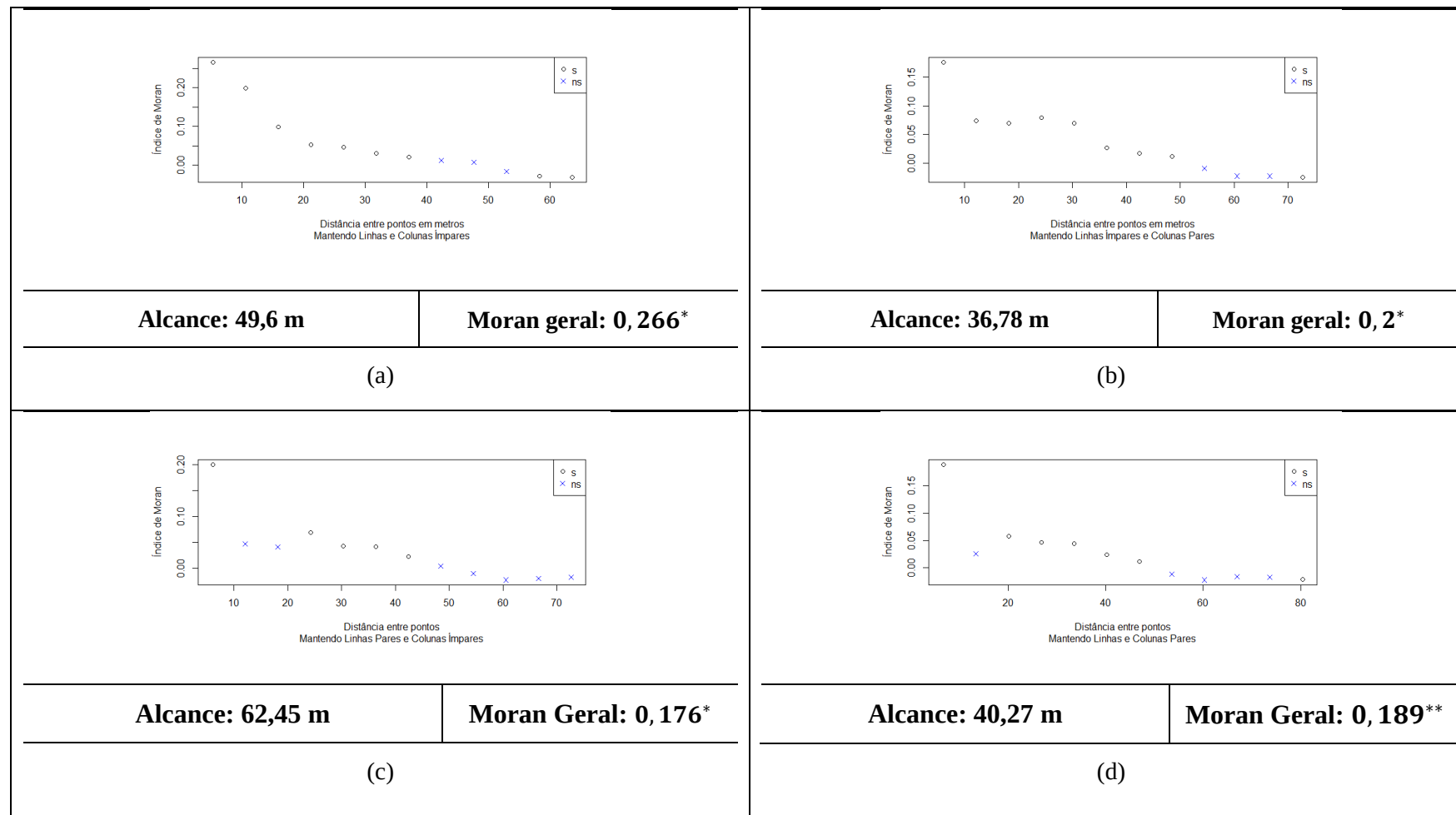


Figura 14 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no segundo passo. (a) para a grade de amostragem P2L1P1C1. (b) para a grade de amostragem P2L1P1C2. (c) para a grade de amostragem P2L2P1C1. (d) para a grade de amostragem P2L2P1C2 .

Para os dois primeiros passos pode ser observado que o Índice de Moran apresentou valores significativos para todos os conjuntos de pares de pontos nas grades de redução de adensamento obtidas, além disso, pares de pontos separados por uma distância menor do que o alcance tenderam apresentar valor significativo no semivariograma ajustado. Contudo, vale ressaltar que para o segundo passo nem sempre o Índice de Moran foi coerente com o alcance apresentado, isto é, os limites para a dependência e a não dependência espacial descritos através do índice de Moran e o modelo de semivariograma ajustado não foram os mesmos.

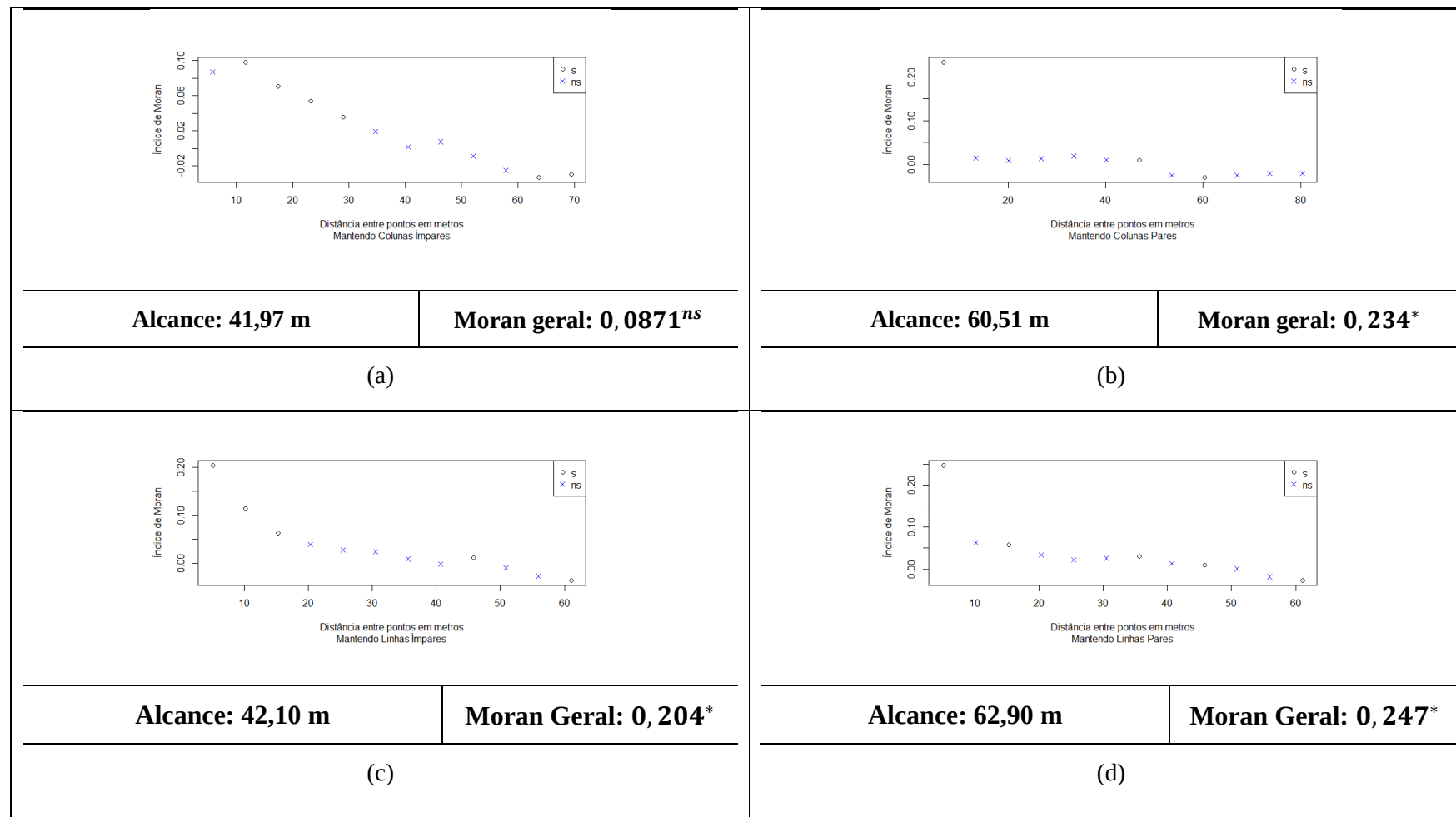


Figura 15 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L1P1C1. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L1P1C1. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L1P1C1. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L1P1C1.

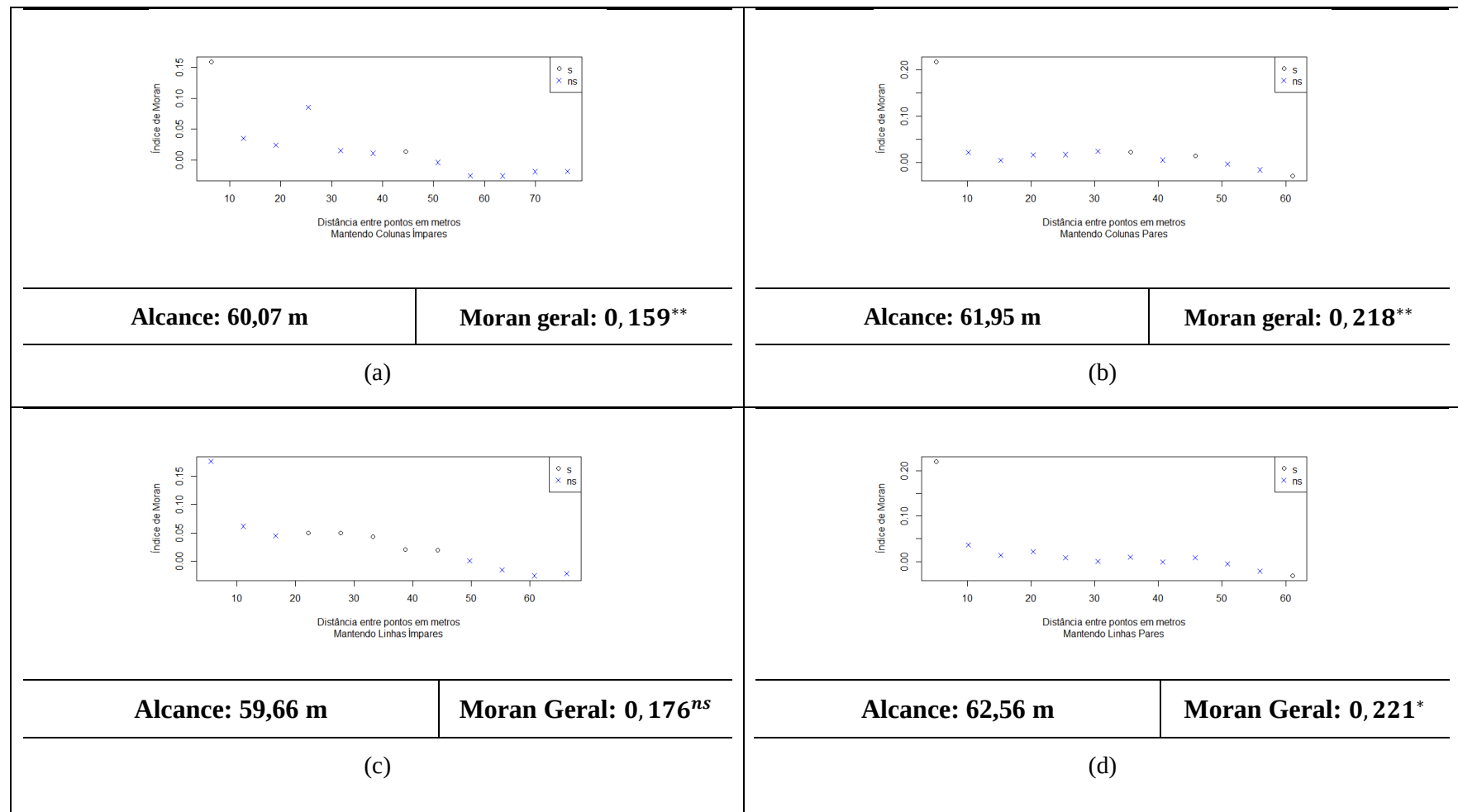


Figura 16 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L2P1C1. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L2P1C1. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L2P1C1. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L2P1C1.

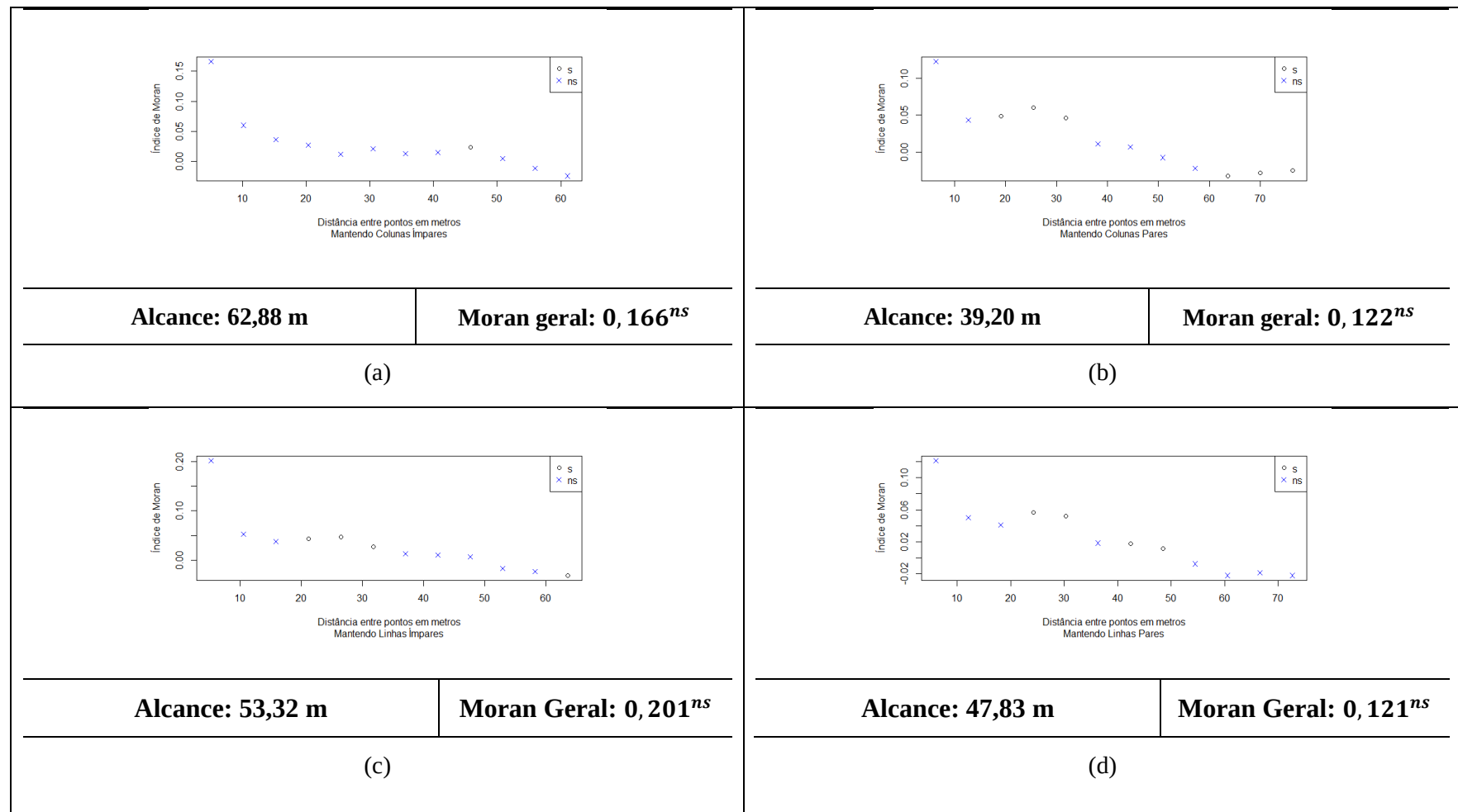


Figura 17 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L1P1C2. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L1P1C2. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L1P1C2. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L1P1C2.

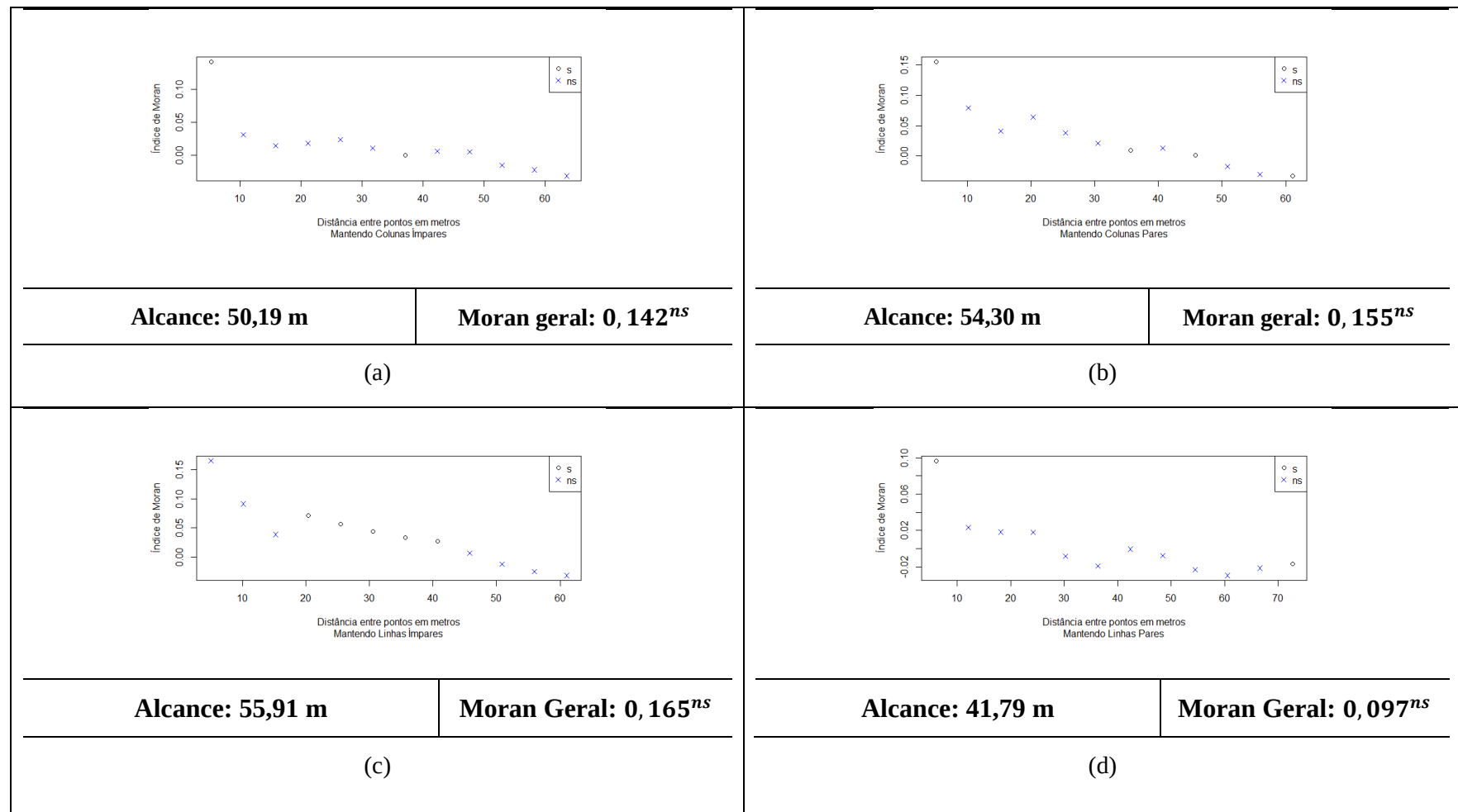


Figura 18 – Índice de Moran em função da distância entre pontos para o atributo Porosidade Total no terceiro passo. (a) para a grade de amostragem P3C1P2L2P1C2. (b) para a grade de amostragem P3C2P2L2P1C2. (c) para a grade de amostragem P3L1P2L2P1C2. (d) para a grade de amostragem P3L2P2L2P1C2.

Através da Figura 15 a 18 podemos analisar o Índice de Moran progressivo para o terceiro passo na redução do adensamento para a variável Porosidade Total. De forma análoga ao ocorrido para a variável Densidade do Solo, a redução do número de pontos influenciou no valor do Índice de Moran geral, mostrando também uma divergência na descrição da dependência espacial quando comparada à modelagem do semivariograma teórico.

6. CONCLUSÕES

O primeiro objetivo deste trabalho foi avaliar o efeito da redução do adensamento da amostragem no ajuste de diferentes modelos de semivariograma. O segundo objetivo foi avaliar a utilização de uma grade de amostragem com um espaçamento próximo ao valor do alcance. Para a redução em 50 % no adensamento de amostragem na malha regular com espaçamento $10 \times 10 \text{ m}$, os parâmetros (alcance, modelo teórico, efeito pepita e patamar) do modelo de semivariograma ajustados apresentaram valores similares aos obtidos ao utilizar a base de dados original, havendo coerência entre as mensurações da dependência espacial descritas pelo semivariograma e o Índice de Moran. Maiores reduções no adensamento de amostragem não apresentaram tais similaridades.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CARVALHO, J.R.P.; VIEIRA, S.R.; GREGO, C.R. Comparação de métodos para ajuste de modelos de semivariograma da precipitação pluvial anual. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**. v. 13, n.4, p. 443-448. ISSN 1807-1929.

CLARK, I. Practical Geostatistics. London: **Applied Science Publishers Ltd.**, 1979. 129p.

DRUCK, S.; CARVALHO, M.; CÂMARA, G. **Análise Espacial de Dados Geoestatísticos**, EMBRAPA, Brasília, 2004

ESRI. **ArcGIS Resource Center**. Disponível em: <<http://webhelp.esri.com/arcgisdesktop/9.3/index.cfm?TopicName=welcome>>. Acesso em: 2 fev. 2015.

ESRI. **USING ArcGIS Geostatistical Analyst**. Redlands, CA – USA: ESRI Press, 2004a. 300p.

GUIMARÃES, W.D. Geoestatística para o mapeamento da variabilidade espacial de atributos físicos do solo. 2013. 60p. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG.

GUMPERTZ, M. **Applied Spatial Statistics**. North Carolina States University, 2001. Course Notes for ST 564.

ISAAKS, E.H.; SRIVASTAVA, M. **An introduction to Applied Geostatistics**. Oxford Univ. Press., New York, 1989. 600p.

KRIGE, D.G. A statistical approach to some basic mine evaluation problems on the Witwatersrand. **Journal of South African Institution of Mining and Metallurgy, Johannesburg**. v. 52, p. 119-139, 1951.

MATHERON, G. Principles of geostatistics. **Economic Geology**. N. 5, p. 1246-1266, 1963

MEDRONHO, R.A. Análise espacial da soroprevalência da hepatite A em crianças de uma região carente de Duque de Caxias, RJ, Brasil. **Revista Brasileira de Epidemiologia**. v. 6, n. 4, pp. 328-334.

R DEVELOPMENT CORE TEAM. R: A language and environment for statistical computing. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2015. Disponível em: <<http://r-project.org>>. Acesso Jan. 2015.

RUGGIERO, M.A.; LOPES, V.L. **Cálculo Numérico – Aspectos Teóricos e Computacionais**. São Paulo: MAKRON BOOKS, 1996. 422p.

SAS Institute Inc., **SAS/STAT® User's Guide**, Version 9.2, Cary, NC: SAS Institut Inc., 1999. Licenciado pela Universidade Federal de Viçosa em 2014.

SOUZA, Z. M.; PRADO, R. M.; PAIXÃO, A.C.S.; CESARIN, L.G. Sistemas de colheita e manejo de palhada de cana-de-açúcar. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**. v.40, n. 3, p. 271-278, 2005.

SOUZA, Z.M.; SOUZA, G.S.; MARQUES JUNIOR, J.; PEREIRA, G.T. Número de amostras na análise geoestatística e na krigagem de mapas de atributos do solo. **Ciência Rural**. v. 44, n. 2, p. 261-268, 2014.

TOBLER, W. A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. **Economic Geography**. P. 231-240, 1970.

VIEIRA, S.R. Geoestatística em estudos de variabilidade espacial do solo. In: NOVAIS, R.F.; ALVAREZ, V.H.; SCHAEFER, G.R. (ED). **Tópicos em Ciência do solo**. Viçosa: Sociedade Brasileira de Ciência do solo, 2000, v. 1, p. 1-54.

WONG, D.W.S.; LEE J. **Statistical Analysis of Geographic Information with ArcView GIS® and ArcGIS®**. New Jersey: John Wiley & Sons. 2005. 441p.

ZIMBACK, C.R.L. Análise espacial de atributos químicos de solos para fins de mapeamento da fertilidade. Botucatu, Universidade Estadual Paulista, 2001. 114p. Tese (livre-Docência).

8. ANEXOS

Índice de Legendas:

P_i = passo na redução do adensamento

C_j = colunas mantidas, onde $j = 1$ indica as ímpares e $j = 2$ as pares

L_k = colunas mantidas, onde $j = 1$ indica as ímpares e $j = 2$ as pares

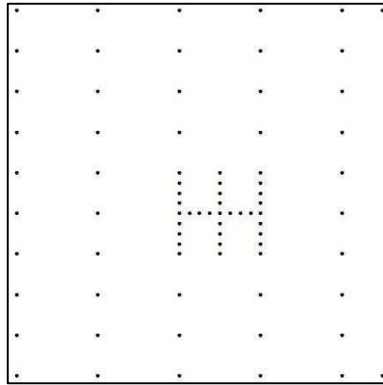


Figura 19 – Grade de Adensamento P1C1

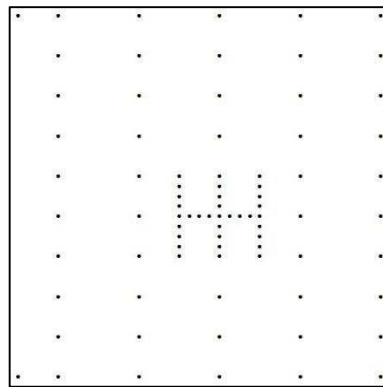


Figura 20 – Grade de Adensamento P1C2

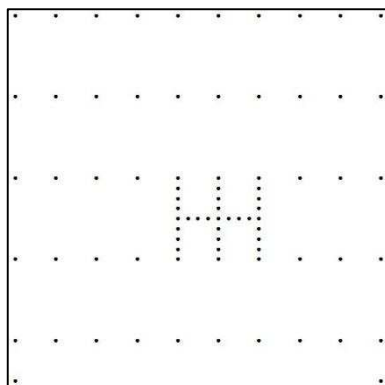


Figura 21 – Grade de Adensamento P1L1

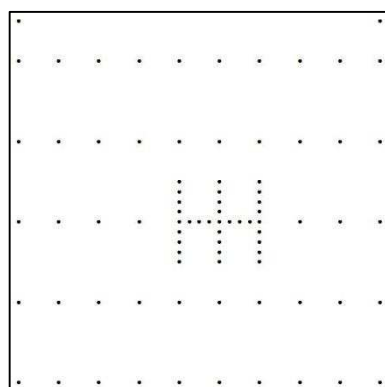


Figura 22 – Grade de Adensamento P1L2

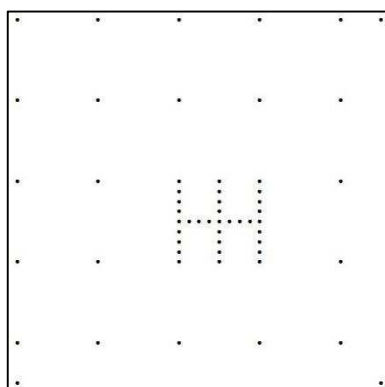


Figura 23 – Grade de Adensamento P2L1P1C1

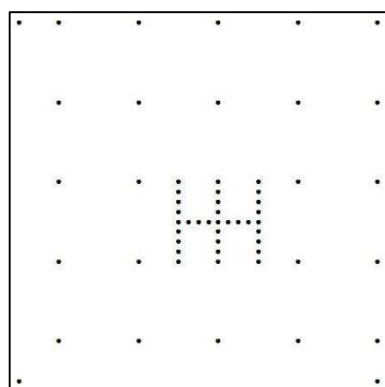


Figura 24 – Grade de Adensamento P2L1P1C2

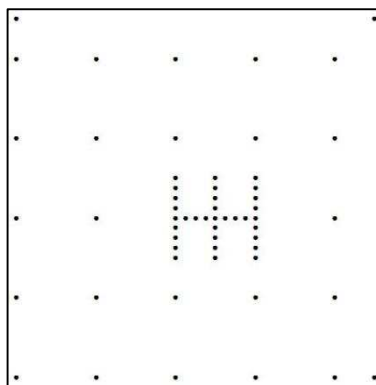


Figura 25 – Grade de Adensamento P2L2P1C1

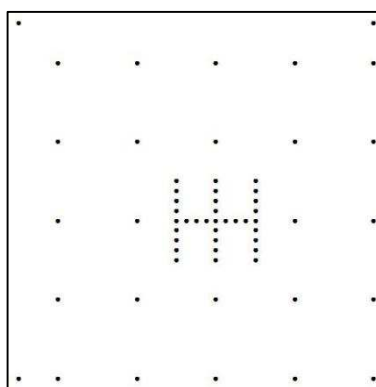


Figura 26 – Grade de Adensamento P2L2P1C2

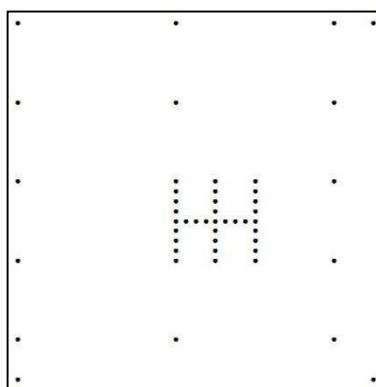


Figura 27 – Grade de Adensamento P3C1P2L1P1C1

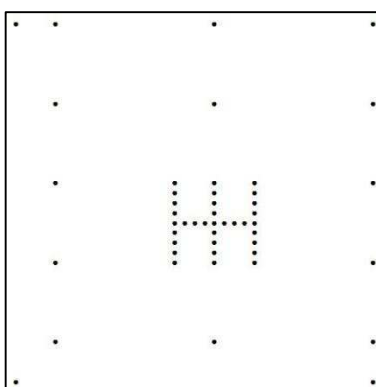


Figura 28 – Grade de Adensamento P3C1P2L1P1C2

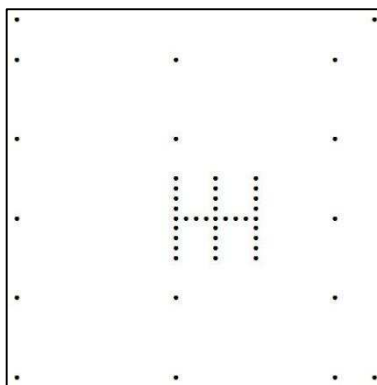


Figura 29 – Grade de Adensamento P3C1P2L2P1C1

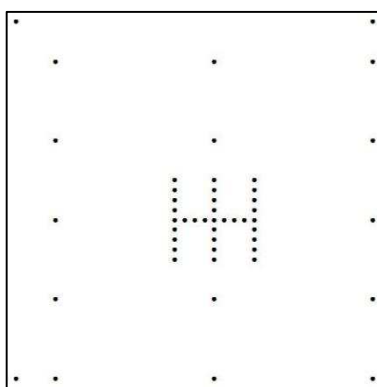


Figura 30 – Grade de Adensamento P3C1P2L2P1C2

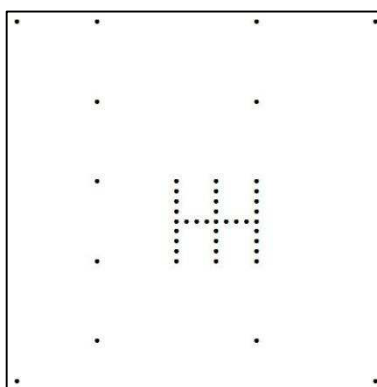


Figura 31 – Grade de Adensamento P3C2P2L1P1C1

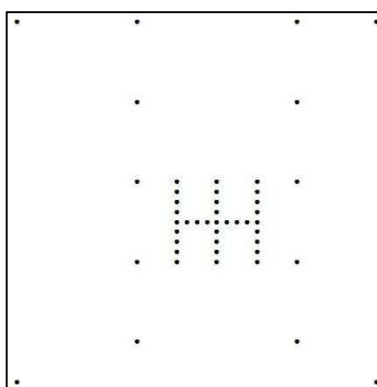


Figura 32 – Grade de Adensamento P3C2P2L1P1C2

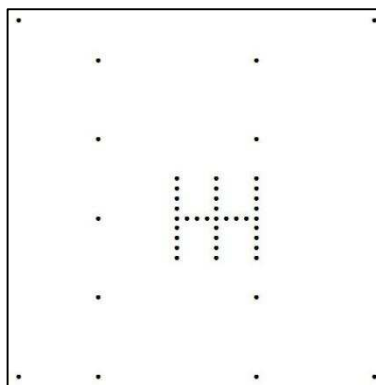


Figura 33 – Grade de Adensamento P3C2P2L2P1C1

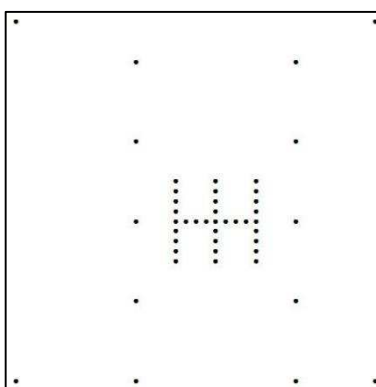


Figura 34 – Grade de Adensamento P3C2P2L2P1C2

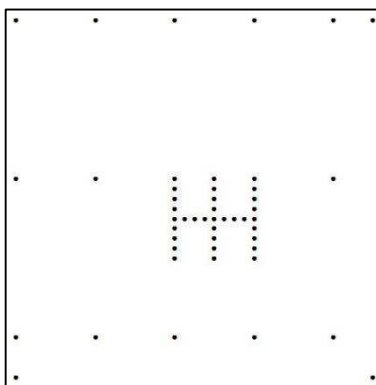


Figura 35 – Grade de Adensamento P3L1P2L1P1C1

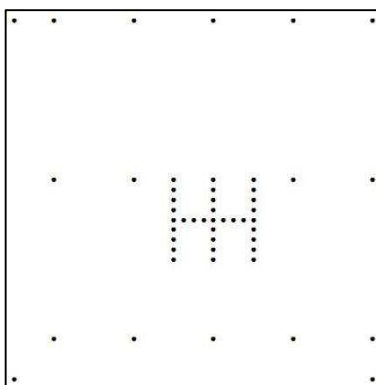


Figura 36 – Grade de Adensamento P3L1P2L1P1C2

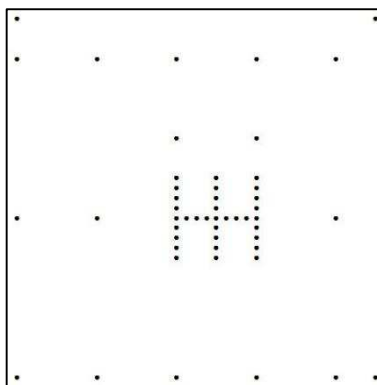


Figura 37 – Grade de Adensamento P3L1P2L2P1C1

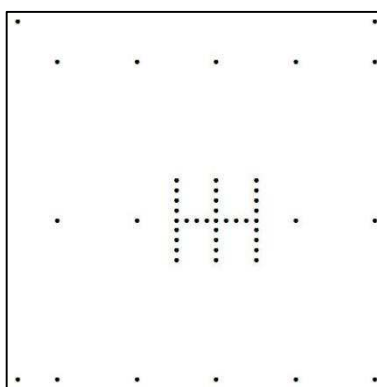


Figura 38 – Grade de Adensamento P3L1P2L2P1C2

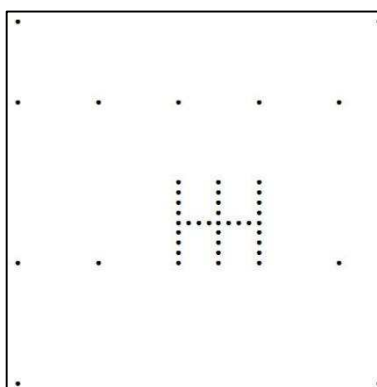


Figura 39 – Grade de Adensamento P3L2P2L1P1C1

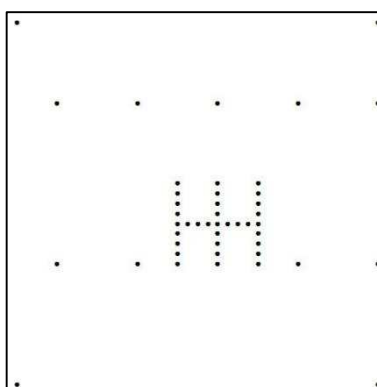


Figura 40 – Grade de Adensamento P3L2P2L1P1C2

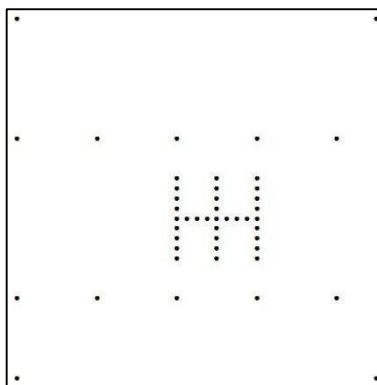


Figura 41 – Grade de Adensamento P3L2P2L2P1C1

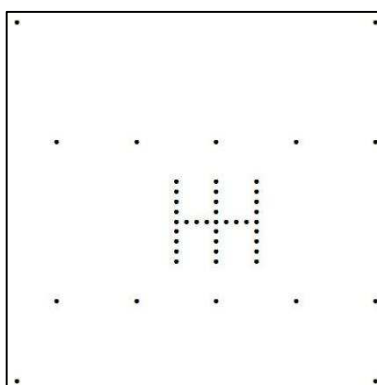


Figura 42 – Grade de Adensamento P3L2P2L2P1C2