

ALLAN FERNANDES BALARDINO

**TRANSPORTE COMPARTILHADO COM ATENDIMENTO
SUFICIENTEMENTE PRÓXIMO DE PASSAGEIROS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, para obtenção do título de *Magister Scientiae*

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2016

ALLAN FERNANDES BALARDINO

**TRANSPORTE COMPARTILHADO COM ATENDIMENTO
SUFICIENTEMENTE PRÓXIMO DE PASSAGEIROS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Ciência da Computação, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 13 de maio de 2016.



Marcone Jamilson Freitas Souza



Luciana Brugiolo Gonçalves



André Gustavo dos Santos
(Orientador)

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

B171t Balardino, Allan Fernandes, 1990-
2016 Transporte compartilhado com atendimento suficientemente
próximo de passageiros / Allan Fernandes Balardino. – Viçosa,
MG, 2016.
ix, 90f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: André Gustavo dos Santos.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.77-78.

1. Pesquisa operacional. 2. Otimização combinatória.
3. Transportes. 4. Heurísticas. I. Universidade Federal de Viçosa.
Departamento de Informática. Programa de Pós-graduação em
Ciência da Computação. II. Título.

CDD 22. ed. 003.3

”Seja quem você for, seja qual for a posição social que você tenha na vida, a mais alta ou a mais baixa, tenha sempre como meta muita força, muita determinação e sempre faça tudo com muito amor e com muita fé em Deus, que um dia você chega lá. De alguma maneira você chega lá.”

Ayrton Senna da Silva

Agradecimentos

Agradeço a Deus por me dar forças e o privilégio de contar com pessoas tão especiais em meu caminho.

Ao meu orientador e amigo André Gustavo dos Santos, pelas experiências compartilhadas, boas conversas, e conhecimentos transmitidos durante a graduação e o mestrado tanto em disciplinas quanto durante a execução do meu projeto de pesquisa. Com certeza levarei todos para a vida. Obrigado por contribuir de maneira imensurável à minha formação acadêmica.

Aos demais professores do PPGCC-UFV pelos conhecimentos transmitidos por meio das disciplinas cursadas.

À Universidade Federal de Viçosa, em especial ao Departamento de Informática (DPI-UFV), por fornecer a estrutura necessária para a realização do meu mestrado e por financiar minha participação em duas edições do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional (2014 e 2015).

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo financiamento da minha bolsa durante esse período de mestrado.

Aos meus pais, Luzia e Balardino por serem os pilares principais da minha vida e de terem me ensinado, com muito amor, valores que me fazem buscar cada dia ser uma pessoa melhor. Também agradeço ao meu irmão Antônio Lúcio, pelo amor e momentos de descontração e companheirismo vivenciados.

À Ana, pelo carinho e companheirismo. Obrigado por estar do meu lado tanto em momentos bons quanto ruins e por ter suportado a distância por esses dois anos.

Aos amigos da peita: Fan, galera da república Pura Malandragem, em especial ao Mamute e Ricardo e aos DPI brothers, Breno e Maurício, pela parceria e bons momentos vividos que me ajudaram a seguir em frente durante o período do mestrado.

Por fim, agradeço a todos aqueles que contribuíram direta ou indiretamente a realização deste trabalho.

Sumário

	Lista de tabelas	vi
	Lista de ilustrações	vii
	Resumo	viii
	Abstract	ix
1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Transporte compartilhado	2
1.2	Motivação	3
1.3	Objetivos	4
1.3.1	Objetivo geral	4
1.3.2	Objetivos específicos	4
1.4	Contribuições	5
1.5	Estrutura do trabalho	5
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1	Trabalhos de coleta e entrega	7
2.2	Transporte compartilhado entre pessoas	9
2.3	Atendimento suficientemente próximo	11
2.4	Considerações gerais	12
3	FORMALIZAÇÃO DO PROBLEMA	15
3.1	Exemplo de aplicação	15
3.2	Exemplo Gráfico	16
3.3	Modelo Matemático	18
3.4	Casos particulares de modelagem	20
3.4.1	Subciclos	21
3.4.2	Retorno imediato	24
3.4.3	A não utilização de abordagem por pontos de interesse	27
3.4.4	Pré-processamento de dados	29
3.5	Múltiplos destinos localizados em área restrita	30
3.5.1	Adaptação no modelo matemático	30
4	MÉTODOS DE SOLUÇÃO PROPOSTOS	33
4.1	Heurísticas	33
4.1.1	Heurística construtiva	33
4.1.2	Heurística ILS	34
4.1.2.1	Estrutura de vizinhança	34
4.1.2.2	Perturbação	35

4.1.2.3	Pós-otimização	35
4.1.3	Controle do retorno imediato na etapa heurística	36
4.2	Geração de colunas	39
4.2.1	Modelo mestre	41
4.2.2	Modelo auxiliar	44
4.2.3	Configurações para aplicação do método	47
5	EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS	49
5.1	Instâncias	49
5.1.1	Especificação de classes	50
5.1.2	Instâncias reais	51
5.2	Preparos iniciais para execuções	52
5.3	Abordagens utilizadas e parâmetro dos métodos	53
5.4	Ambiente de testes	56
6	RESULTADOS E DISCUSSÃO	57
6.1	Destino único para todos participantes	57
6.2	Participantes com múltiplos destinos	59
6.3	Instâncias com dados reais	67
6.4	Considerações gerais	71
7	CONCLUSÕES	73
7.1	Trabalhos futuros	75
7.2	Publicações	76
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77
A	RESULTADOS DAS INSTÂNCIAS DE DESTINO ÚNICO	79
B	QUESTIONÁRIO SOBRE CARONA PARA A UFV	85

Lista de tabelas

Tabela 1	– CPT e descrição do número de participantes de suas instâncias.	50
Tabela 2	– Classes de instâncias	51
Tabela 3	– Resultados do ILP para instâncias com destino único do CPT referentes a classe Geral.	60
Tabela 4	– Comparação entre ILP e GC sobre os resultados obtidos para as instâncias com destino único do CPT referentes à classe Geral	61
Tabela 5	– Resultados da execução para instâncias do CPT com múltiplos destinos referentes a classe Geral executadas pelo ILP	62
Tabela 6	– Comparação entre resultados obtidos pela Heurística, ILP e GC para o restante das classes de instâncias com destino único.	63
Tabela 7	– Comparação entre ILP e GC sobre os resultados obtidos para as instâncias do CPT com múltiplos destinos referentes a classe Geral	66
Tabela 8	– Análise do limite superior de atendimento de passageiros baseado no UB	67
Tabela 9	– Resultados do ILP para instâncias reais para cada dia às 8 horas e para o caso geral.	70
Tabela 10	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M102_P302.	79
Tabela 11	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M102_P302.	79
Tabela 12	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M302_P102.	80
Tabela 13	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M302_P102.	80
Tabela 14	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M125_P325.	80
Tabela 15	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M125_P325.	81
Tabela 16	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M325_P125.	81
Tabela 17	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M325_P125.	81
Tabela 18	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M102_P305.	82
Tabela 19	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M102_P305.	82
Tabela 20	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M302_P105.	82
Tabela 21	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M302_P105.	83
Tabela 22	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M105_P302.	83
Tabela 23	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M105_P302.	83
Tabela 24	– Resultados do ILP para instâncias Mx5P da classe C_M305_P102.	84
Tabela 25	– Resultados do GC para instâncias Mx5P da classe C_M305_P102.	84

Lista de ilustrações

Figura 1	– Exemplo de diferentes desvios para atender passageiros.	2
Figura 2	– Exemplo de instância com 3 motoristas e 9 passageiros.	17
Figura 3	– Vértices destacados são suficientemente próximos do passageiro 7.	17
Figura 4	– Solução: rotas dos motoristas e atendimento de passageiros.	18
Figura 5	– Rota viável com repetição de arestas	19
Figura 6	– Subciclo isolado, sem sentido na prática.	21
Figura 7	– Motorista realizando desvio com subciclo	25
Figura 8	– Retorno imediato no atendimento do passageiro.	26
Figura 9	– Retorno imediato proibido (esquerda) e possíveis soluções: por outro caminho (centro) e com retorno por outros pontos até voltar ao vértice de atendimento (direita).	26
Figura 10	– Diferença entre rotas por pontos de interesse e a executada na prática.	27
Figura 11	– Rota por pontos de interesse (tracejada), e rota correspondente (contínua), causando retorno imediato no vértice x	28
Figura 12	– Caminho correto retornando ao vértice j	29
Figura 13	– Retorno imediato no atendimento do passageiro.	38
Figura 14	– Funcionamento básico da geração de colunas.	40
Figura 15	– Exemplo da interação entre o problema mestre e os subproblemas para instância de 5 motoristas.	41
Figura 16	– Grafo modelado no software GeoGebra.	49
Figura 17	– Exemplo de instância com 5 motoristas 10 passageiros.	50
Figura 18	– Interesse pelo transporte solidário.	53
Figura 19	– Quantidade de vagas oferecidas por motoristas.	54
Figura 20	– Dias e horários de chegada na UFV.	54
Figura 21	– Esquema das abordagens ILP e GC	55
Figura 22	– Área restrita com possíveis pontos de destino destacados.	59
Figura 23	– Atendimento suficientemente próximo da origem e destino do passageiro.	64
Figura 24	– Rotas diretas dos motoristas para a UFV.	68
Figura 25	– Solução ótima para a instância de Terça às 10hs.	70

Resumo

BALARDINO, Allan Fernandes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, maio de 2016. **Transporte Compartilhado com Atendimento Suficientemente Próximo de Passageiros**. Orientador: André Gustavo dos Santos.

Neste trabalho é abordado o tema transporte compartilhado, que consiste em pessoas oferecerem carona para outras preenchendo os espaços que ficariam vazios em seus veículos normalmente. Na abordagem aqui proposta, uma pessoa que oferece carona não necessariamente precisa passar no ponto de origem do passageiro para o atender, mas sim em algum ponto próximo que seja mais conveniente para ela. Deste modo, tem-se um tratamento para o problema que mais se assemelha ao que acontece na prática. O transporte compartilhado tem sido bastante abordado na comunidade acadêmica, pois se apresenta como uma maneira de amenizar uma das principais adversidades em muitas cidades brasileiras, que é o excesso de veículos nas ruas. Existem diversos trabalhos na área de transporte compartilhado na literatura mas que não consideram a possibilidade de atendimento ao passageiro em diferentes pontos próximos a sua casa, como feito neste. Neste trabalho o problema é formalizado, sendo definidas suas características e elaborando-se um modelo matemático de programação inteira. Abordagens heurísticas e exatas foram projetadas para solucioná-lo, bem como técnicas mistas, que combinam estas abordagens apresentando resultados satisfatórios para grande parte das instâncias propostas e melhores do que as técnicas executadas individualmente. São apresentados casos com grande aplicação prática, na cidade de Viçosa-MG, onde milhares de pessoas saem de suas casas com destino à Universidade Federal de Viçosa. As técnicas foram expandidas para considerar um contexto com múltiplos destinos e validadas com um grande conjunto de instâncias de diferentes características, incluindo instâncias com dados reais.

Abstract

BALARDINO, Allan Fernandes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, May, 2016.
Close Enough Ridematching Problem. Adviser: André Gustavo dos Santos.

This work addresses a subject in the ridesharing area, which consists of drivers offering rides to other and filling the spaces that would be normally empty in their vehicles. In our approach, a person that offers a ride does not need to pass at the origin point of the passenger but just at a point close enough of it. This way, we have an approach closer to what happens in practice. The great number of vehicles in the streets is one of the biggest problems in brazilian cities. Ridesharing, which has shown itself as a way to reduce the impact of this problem, is a subject widely discussed in the academic community nowadays. However, to the best of our knowledge, there is no paper in this subject including the characteristics of close attendance like we use in our work. In this paper, we formalize the problem defining their characteristics and propose an ILP formulation to model it. We present heuristic and exact approaches to solve it. Finally, we elaborate techniques, which combine heuristics and exact approaches providing satisfactory results for most part of the proposed instances, better than when each one were performed individually. Cases with large practical application were tested in the context of Viçosa, Minas Gerais, where thousands of people leave their homes having as destination the Federal University of Viçosa. The techniques have been expanded to consider a context with multiple destinations and were validated using a large number of instances with different features, including real data instances.

1 Introdução

Neste trabalho apresenta-se uma proposta de formalização e técnicas de solução para uma nova abordagem na área de *ridesharing* denominada Transporte Compartilhado com Atendimento Suficientemente Próximo de Passageiros e aqui mais referenciada como **CERMP**, sigla para *Close Enough Ridematching Problem*. No **CERMP** existem motoristas e passageiros cada um com seu ponto de origem e de destino. Os passageiros devem ser associados aos motoristas, que oferecem carona (razão do nome *Ridematching*). Diferentemente de outros trabalhos na literatura, neste, para que um passageiro consiga uma carona de um motorista, esse não necessariamente precisa passar em seu ponto de origem para atendê-lo, mas sim em algum ponto suficientemente próximo a ele (razão do nome *Close Enough*).

O uso compartilhado de um veículo por seu condutor e um ou mais passageiros é chamado *ridesharing* (nome da área de trabalhos que utilizam *ridematching*). Recentemente, há um grande interesse em *ridesharing* visto os grandes problemas causados pelo número excessivo de veículos no trânsito.

O aumento da frota de veículos em circulação e a sobrecarga do sistema viário nas grandes cidades trazem diversos problemas como: desperdício de tempo e combustível ao longo do trajeto; subutilização do veículo, ou seja, lotação abaixo da capacidade; aumento da poluição ambiental e sonora; aumento dos gastos com manutenção, nível de stress, risco de acidentes, dentre outros.

Segundo (GLOBO.COM, 2012) no ano de 2011 a venda de veículos por ano no Brasil atingiu o seu quinto recorde consecutivo, com uma média de 10 mil carros a mais por dia nas ruas. Com isso, temos uma tendência de cada vez mais veículos em circulação agravando os problemas da malha viária do país. Assim, são de grande necessidade mecanismos para o compartilhamento de transporte por meio de pessoas que já possuem seus veículos particulares e não utilizam sua capacidade máxima. O tema tem sido abordado por muitos pesquisadores, já que se apresenta como mais uma solução para os problemas advindos do alto número de veículos em circulação.

A maior parte dos trabalhos da literatura considera abordagens em que passageiros só podem pegar carona caso os motoristas passem exatamente em seu ponto de origem. Mas na prática, quando uma pessoa solicita carona, por motivo de conveniência, o motorista a atende em um ponto que não altere muito sua rota e também não fique muito distante para a pessoa caminhar até ele. Assim, a abordagem aqui proposta é mais próxima do que acontece na realidade pois uma pessoa poderá ser atendida a uma certa distância de seu ponto de origem (geralmente sua casa) e não apenas com o carro tendo que passar exatamente nele. No estudo realizado na etapa de revisão bibliográfica, foram encontrados diversos trabalhos que abordavam o tema de atendimento suficientemente próximo, mas nenhum aplicado no contexto

de *ridesharing*.

A Figura 1 representa casos em que: não há atendimento a passageiros (esquerda), o atendimento se dá nos pontos de origem dos passageiros (centro) e quando o atendimento acontece em pontos próximos à origem dos passageiros (direita). No último caso, a linha tracejada indica o caminho que o passageiro faz a pé até o local do atendimento. O restante das linhas (contínuas) indica o caminho feito pelo veículo. Note que a solução da direita é conveniente tanto para os passageiros quanto para o motorista, que faz um desvio menor da rota original.

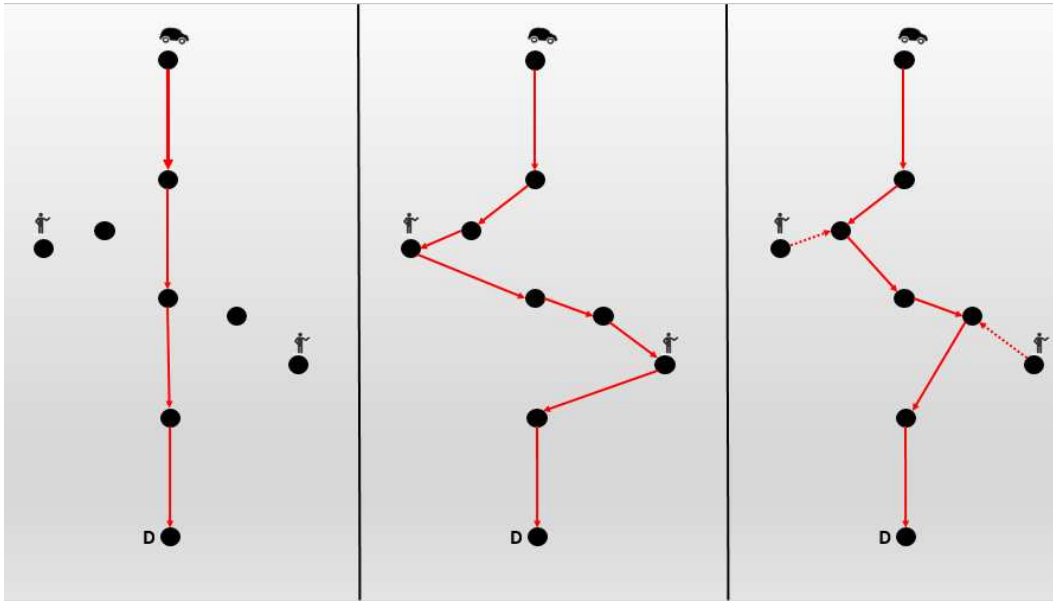


Figura 1 – Exemplo de diferentes desvios para atender passageiros.

O **CERMP** foi formalizado através de um modelo de programação linear inteira mista, sendo definidas sua função objetivo e suas restrições. São apresentadas também abordagens heurísticas e exatas, bem como diferentes combinações destas técnicas tirando proveito de suas características de rapidez e otimalidade, respectivamente.

1.1 Transporte compartilhado

O transporte compartilhado é um mecanismo que visa amenizar as adversidades geradas pelo alto número de veículos nas vias urbanas atacando uma característica muito presente na atualidade: a subutilização dos veículos. Seu objetivo é o preenchimento desses lugares vazios nos veículos por outras pessoas que também podem ter carros, diminuindo assim o tráfego nas ruas.

No **CERMP**, é tratada uma característica inovadora para problemas da área de transporte compartilhado: o atendimento suficientemente próximo de passageiros.

Diferentemente dos trabalhos presentes na literatura que o passageiro só é atendido em seu ponto de origem, na abordagem aqui proposta os passageiros aceitam

ser atendidos em pontos próximos a suas origens. Com essa flexibilidade, os motoristas dispõem de mais opções para conseguir atendê-los. Então, quando algum ponto suficientemente próximo é viável para o motorista, o passageiro caminha até esse local e o atendimento é realizado. Para controlar a quantidade caminhada e os desvios nas rotas, são determinados valores de raio máximo de caminhada para passageiros e desvio máximo na rota para motoristas. Assim, o problema se torna muito semelhante a situações reais, onde uma pessoa que deseja carona não aguarda o carro em sua casa, mas sim em algum ponto próximo a ela que seja mais conveniente para a rota do motorista. Outra semelhança é que no **CERMP** abordam-se casos em que pessoas precisam sair de suas casas localizadas em diversos pontos na cidade e chegam em uma mesma região em comum, como, por exemplo, pessoas que trabalham no centro de uma cidade e moram em bairros periféricos.

Como outro exemplo, há o contexto da cidade de Viçosa-MG, onde milhares de pessoas se deslocam diariamente para a UFV. Esse deslocamento em massa aliado a subutilização de veículos provocam constantes engarrafamentos nos horários mais comuns de chegada e saída da universidade. Neste trabalho utiliza-se o contexto acima como exemplo para aplicar técnicas de solução visando otimizar a alocação de passageiros a motoristas que tem destino a UFV e regiões adjacentes. Entretanto, essas técnicas servem para qualquer contexto que tenham essas características. Deste modo, o trabalho contribui para a solução de um problema frequente em cidades brasileiras que é o alto número de veículos em circulação e as consequências advindas dele.

1.2 Motivação

O aumento da frota brasileira é um fato que agrava ainda mais os problemas da infraestrutura viária nas cidades brasileiras. Segundo uma recente pesquisa de (VEJA, 2015) a frota de veículos no Brasil cresce onze vezes mais rápido que a população. Nos últimos dez anos, surgiu o mesmo número de carros nas ruas que já havia em todas as décadas anteriores.

Outra pesquisa feita em (GLOBO, 2014) constatou que em 2014 havia 1 automóvel para cada 4 habitantes no Brasil. Segundo especialistas consultados pela pesquisa, o grande problema não são os carros usados eventualmente para realizar atividades esporádicas no dia, mas sim todos os veículos sendo utilizados no mesmo horário indo para o trabalho, por exemplo. Um fato de importante relevância nesse contexto é que a maioria desses veículos não leva sequer um passageiro, em média. Segundo (OGLOBO, 2011) a cidade de São Paulo tinha uma média alarmante de 1,4 ocupantes por carro no ano de 2011. E esse problema não se encontra apenas no Brasil. De acordo com (TREEHUGGER, 2016) 85% dos veículos nos Estados Unidos têm apenas um ocupante, o motorista.

Assim, fica nítido que há uma grande subutilização dos veículos e que soluções na direção de transporte compartilhado podem ter um importante papel na amenização do tráfego nas vias. A aplicação do problema no contexto de Viçosa-MG se mostra relevante, pois a cidade além de contar com um grande número de veículos de outras localidades, dado sua grande população flutuante, possui segundo (GLOBO, 2014), uma taxa de 1 automóvel para cada 4,3 habitantes. Uma média um pouco menor que a nacional mas que ainda é muito grande quando levado em conta a estrutura viária da cidade.

1.3 Objetivos

Nesta seção, serão apresentados os objetivos visados neste trabalho. Primeiramente é detalhado o objetivo geral, referente a contribuição que este trabalho buscou trazer para a área de transporte compartilhado. Posteriormente são definidos os objetivos específicos, que foram derivados do objetivo geral e serviram de caminho para que o mesmo fosse atingido.

1.3.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho foi propor uma nova abordagem na área de transporte compartilhado, visando estudar um problema mais próximo do que acontece na prática juntamente com métodos para sua resolução.

1.3.2 Objetivos específicos

Mais especificamente, para que se atingisse os objetivos gerais deste trabalho, as seguintes etapas foram consideradas como objetivos específicos:

- Definição das características do problema.
- Formalização do problema por meio de modelo matemático de programação inteira.
- Elaboração de técnicas heurísticas para obtenção de soluções razoáveis para o problema em tempo hábil.
- Realização de experimentos combinando as técnicas heurísticas e exatas.
- Geração de instâncias de diferentes características, visando analisar o comportamento das técnicas para diferentes casos de teste.
- Análise dos resultados decorrentes de testes computacionais e ajuste de parâmetros buscando o aperfeiçoamento dos métodos e a melhora na qualidade das soluções.

1.4 Contribuições

Este trabalho contribui para a literatura com mais uma abordagem para a área de *ridesharing*. Denominado **CERMP** o problema aqui proposto considera uma característica muito presente na prática de uma maneira inédita na literatura, que é o atendimento a passageiros não só em seus pontos de origem, mas também em suas imediações.

Como outro fruto deste trabalho propôs-se um modelo matemático de programação inteira formalizando o **CERMP**, tratando como entrada o mapa real da cidade, e retornando como resultado a rota real de cada motorista e não apenas pontos de interesse como usualmente encontrado na literatura, o que torna sua interpretação na prática muito mais compreensível.

Findam-se as contribuições do trabalho com as técnicas heurísticas e a abordagem por geração de colunas para solução do **CERMP**, assim como com a análise de um caso baseado em dados reais para a cidade de Viçosa-MG.

1.5 Estrutura do trabalho

O restante dessa dissertação está organizado da seguinte forma: o próximo capítulo é composto de uma revisão de trabalhos relacionados ao problema abordado. São detalhados seus históricos, particularidades, semelhanças e diferenças em relação ao **CERMP**. No Capítulo 3 é feita a formalização do problema, com a especificação de suas características particulares e a proposta detalhada de um modelo matemático de programação inteira. Os métodos elaborados para solucionar as instâncias do problema são detalhados no Capítulo 4. No Capítulo 5 explica-se como as instâncias foram criadas e como foram realizadas as baterias de testes computacionais. No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos e são feitas análises sobre esses. Por fim, no Capítulo 7 são feitas as conclusões obtidas do resultado deste trabalho e também perspectivas de continuação do mesmo, envolvendo componentes que não foram aqui considerados.

2 Revisão Bibliográfica

Este capítulo apresenta uma série de trabalhos científicos relacionados ao **CERMP**. Mais especificamente, trabalhos pertencentes à grande área de transportes. Primeiramente, na Seção 2.1, são mostrados trabalhos variantes do clássico VRP (*Vehicle Routing Problem*), em especial o VRPPD (*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*). Em seguida, na Seção 2.2, são descritos trabalhos relacionados à área de transporte compartilhado ou *ridesharing* e suas particularidades, sendo esses mais intrínsecos ao **CERMP**. Na Seção 2.3, os trabalhos abordados tratam a característica de atendimento suficientemente próximo, utilizada pelo **CERMP** no que tange ao atendimento de passageiros. Por fim, na Seção 2.4 são feitas considerações gerais sobre os trabalhos estudados e um paralelo entre eles e o **CERMP**.

2.1 Trabalhos de coleta e entrega

O problema de roteamento de veículos é um dos clássicos da otimização. Segundo Braekers, Ramaekers e Nieuwenhuyse (2016) o tema foi inicialmente proposto por Dantzig e Ramser (1959) com o trabalho *Truck Dispatching Problem* que consistia em decidir como uma frota de caminhões homogêneos atenderiam as demandas por combustíveis de postos de gasolina saindo do depósito e percorrendo a menor distância possível. Braekers, Ramaekers e Nieuwenhuyse (2016) ainda ressaltam que 5 anos depois o problema foi generalizado e formalizado por um modelo de programação linear por Clarke e Wright (1964). O problema foi denominado *Vehicle Routing Problem* e considera caminhões com capacidades variadas.

O problema é um dos mais estudados na área de otimização e, naturalmente, ganhou muitas variantes visando adaptar-se a particularidades das aplicações práticas atuais, principalmente exigidas pelos setores logísticos de grandes empresas. Nessa seção, são abordadas variantes que vêm recebendo mais atenção pela comunidade acadêmica.

Em certos casos, é considerado que os caminhões não precisam retornar ao depósito após as entregas. Isso se dá devido a casos onde a empresa fornecedora de produtos não é completamente responsável pela entrega dos mesmos, necessitando assim de serviços terceirizados. Dessa necessidade surgiu a variante OVRP (*Open Vehicle Routing Problem*).

Em (FLESZAR; OSMAN; HINDI, 2007) o problema tratado pelos autores considera que os caminhões de mesma capacidade devem sair do depósito, atender as demandas dos clientes e podem terminar suas rotas em qualquer ponto de atendimento. O objetivo do problema é minimizar o número de veículos utilizados e, dado esse número de veículos, minimizar a rota feita por eles. Um objetivo semelhante

ao ao **CERMP**, onde é visado prioritariamente atender o número máximo de passageiros e para atender esse número máximo busca-se minimizar as distâncias das rotas dos motoristas. Os autores propuseram uma adaptação da heurística VNS (*Variable Neighbourhood Search*) ao problema e realizaram testes em instâncias já utilizadas na literatura.

Ainda considerando o OVRP, em (SALARI; TOTH; TRAMONTANI, 2010) é proposta uma técnica baseada no paradigma *destruct-and-repair* para resolver o problema. A técnica consiste em, a partir de uma solução inicial, escolher aleatoriamente determinados clientes e os remover de suas respectivas rotas. Em seguida a solução é reparada, realocando os clientes seguindo critérios de um modelo matemático de programação inteira. Os autores enfatizam que o método se mostrou vantajoso, apresentando soluções de boa qualidade para 24 instâncias conhecidas da literatura e além disso, em 10 de 30 casos, aprimorando também as melhores soluções apresentadas pelas metaheurísticas mais eficientes conhecidas para o problema. No **CERMP** é aplicado um procedimento de destruição-e-reparação, mas como uma etapa de pós-otimização da rota de cada motorista: a rota é destruída e reparada considerando caminhos mínimos entre os pontos relevantes ao motorista (origem ou destino do mesmo como também pontos de atendimento a passageiros) visando eliminar caminhos desnecessários.

Outra variante para o VRP é o caso onde não são feitas somente entregas aos clientes, mas também coletas de itens a partir deles. Esse problema é conhecido na literatura como VRPPD (*Vehicle Routing Problem with Pickup and Delivery*). Esse problema é apresentado por Desaulniers et al. (2002) e consiste em construir a rota de veículos de modo que iniciem e terminem no depósito e façam a coleta e a entrega de bens em pontos específicos atendendo restrições de janelas de tempo para cada tarefa, capacidade e carga/descarga dos veículos. Relacionando essa variante ao **CERMP**, pode-se considerar um de seus casos especiais, denominado DARP (*Dial-a-Ride Problem*) em que devem ser realizadas coletas e entregas (ou o transporte) de pessoas. Em (XIANG; CHU; CHEN, 2007) foi proposta uma abordagem dinâmica para o DARP, onde são levadas em conta tanto solicitações de transportes reservadas com antecedência (via telefone ou internet) quanto feitas em tempo real. São propostas heurísticas baseadas em estratégias de busca local, com *inter-trip exchange* e *intra-trip exchange* feitas simultaneamente.

Dentre as variantes do VRP, o DARP se mostra mais semelhante ao **CERMP** pois trabalha com o conceito de atendimento de veículos a passageiros. Porém, no que diz respeito a outros atributos, os problemas apresentam diferenças. Enquanto no DARP trabalha-se com janelas de tempo, requisições em tempo real, destinos dos participantes em qualquer área do mapa e passageiros embarcando e desembarcando durante o trajeto, no **CERMP** o contexto é estático, os destinos dos participantes ocorrem apenas em uma área restrita do mapa e um passageiro pode ser atendido

no máximo por um motorista. Além disso, o **CERMP** considera o atendimento suficientemente próximo dos passageiros, enquanto no **DARP** o atendimento ocorre apenas nos pontos exatos aonde estão localizados os passageiros. Outra diferença é que os serviços *Dial-a-Ride* são fornecidos por empresas, diferente do trabalho aqui apresentado onde os serviços são de cunho voluntário.

2.2 Trabalhos de transporte compartilhado entre pessoas

Segundo Furuhata et al. (2013), os primeiros sistemas de transporte compartilhado surgiram nos Estados Unidos na década de 70 tendo como grande motivação a crise do petróleo. Portanto, o tema já vem sendo tratado durante anos pela literatura e com diferentes abordagens. São citadas abaixo, as mais similares a este trabalho.

Nos trabalhos (HERBAWI; WEBER, 2011b) e (HERBAWI; WEBER, 2011a), a abordagem proposta foi elaborada para atender um único passageiro, com pontos de origem e destino já determinados e com sua rota final podendo incluir vários veículos com rotas pré-estabelecidas. Nessa abordagem os autores propuseram um algoritmo evolucionário e multiobjetivo.

Outra abordagem foi proposta por Agatz et al. (2011) onde são utilizados métodos avançados de otimização para melhorar o desempenho de sistemas de transporte compartilhado. Os autores simplificam o problema, determinando que cada motorista pode atender no máximo um passageiro. Desta forma, o problema fica bem mais tratável, mas podem acontecer situações como um motorista passar exatamente no caminho de um passageiro e não atendê-lo (mesmo com espaço no veículo) por já ter atendido outro passageiro. Assim, a subutilização de veículos continua como um inconveniente desta abordagem.

Alguns trabalhos estudados abordam o contexto de *carpooling*. Este tipo de transporte compartilhado é utilizado em situações onde várias pessoas se deslocam de suas casas para um mesmo local (de trabalho, por exemplo). Assim, o objetivo do problema é montar grupos de carona entre participantes (que tenham carro ou não) de modo que haja um rodízio dos carros utilizados entre eles. Baldacci, Maniezzo e Mingozzi (2004) propuseram uma abordagem heurística e outra exata para o problema, que visava minimizar a soma das rotas dos veículos e as penalidades por passageiros não atendidos. Restrições sobre capacidade dos veículos, tempos máximos de percurso e janelas de tempo foram consideradas.

Kamar e Horvitz (2009) consideraram uma abordagem resolvida como um problema de cobertura de conjuntos. A proposta foi agrupar os participantes em conjuntos cujo tamanho máximo era a capacidade máxima dos veículos e escolher um participante de cada conjunto para ser o motorista para todos os outros.

Naoum-Sawaya et al. (2015) também tratam o cenário de *carpooling*. Nesse trabalho é proposto um modelo de programação inteira mista em uma situação

estocástica para o problema de alocação de carros. Os autores consideram uma situação imprevista de um veículo apresentar algum problema e não poder ser utilizado de última hora. Devido a intratabilidade do modelo para instâncias com grande volume de dados, também foi proposta uma heurística para resolver com esses tipos de entrada. Testes em um conjunto sobre instâncias de dados reais também são realizados. Os resultados mostram que considerar a indisponibilidade de veículos aumenta o valor total dos tempos de viagens em 2%. Em contrapartida, esse tempo se mostra 8% menor quando a situação ocorre sem ser planejada na resolução do problema.

O contexto de *carpooling* também é abordado no trabalho de Bruck et al. (2015). O problema é aplicado em um contexto onde diversos trabalhadores de uma mesma empresa, que residem em diferentes pontos na cidade, utilizam o carro diariamente para ir ao trabalho. Os autores propuseram abordagens exatas e heurísticas para elaborar grupos de carona entre eles e também apresentam um protótipo de uma aplicação *online* com esse fim, tendo como objetivo reduzir a emissão poluentes na atmosfera.

Assim, nota-se que no contexto onde o *carpooling* é aplicado, todos os participantes utilizam seus veículos para determinado fim em comum. O objetivo é elaborar grupos de carona de modo que eles realizem um compartilhamento de transporte em forma de rodízio, diminuindo o número de veículos nas vias e também promovendo uma economia sobre os custos. Já no contexto do **CERMP**, a maioria dos participantes não tem carro e apenas desejam carona de quem está seguindo com o veículo vazio, como no caso da UFV aqui aplicado.

No trabalho de Santos e Xavier (2015), foi proposta uma abordagem em que o transporte compartilhado é realizado tanto entre carros particulares quanto por táxis. Nesse trabalho, motoristas de carros particulares, de táxis e passageiros compartilham sua localização atual, destino final e informações temporais. Além disso, passageiros estipulam um preço máximo a ser pago pelo transporte. Os pedidos chegam *online* através de um aplicativo. Assim, o problema foi abordado de maneira dinâmica. O método elaborado pelos autores consiste em dividir o dia em períodos iguais de tempo e resolver cada um de maneira estática com uma heurística GRASP (*Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*) proposta, o que proporcionou 30% de economia para os passageiros atendidos com o compartilhamento do transporte em comparação ao que pagariam se fossem atendidos individualmente.

Xing et al. (2009) propõem um sistema multiagente para resolver o problema onde as requisições de carona chegam em tempo real, envolvendo também janelas de tempo com um curto prazo para atendimento. Uma característica do problema que se mostra muito semelhante ao CERMP é a possibilidade de um passageiro ter de caminhar até um certo local para ser atendido, com a diferença que os autores consideram esta situação apenas quando o passageiro tem a origem ou destino

situadas em áreas restritas a pedestres. Os autores realizaram testes com dados reais, baseados na cidade de Bremen, na Alemanha. A partir destes testes, eles concluem que o sistema se mostra eficiente quando há um grande número de motoristas como participantes. Uma comparação entre o uso do sistema proposto e o transporte público local foi feita em um contexto bastante simplificado envolvendo apenas um passageiro e vários motoristas. Foi possível notar que, para o mesmo trajeto, o tempo de viagem foi reduzido em cerca de 50% em relação ao realizado pelo transporte público.

Dentre todos os trabalhos analisados, (HERBAWI; WEBER, 2012) trata o problema da forma mais semelhante à proposta no presente trabalho. Em seu trabalho, há vários participantes (motoristas e passageiros) com pontos de origem e destino já definidos e janelas de tempo tanto de partida quanto de chegada. O problema tem uma função multiobjetivo, buscando otimizar: distância total percorrida pelos motoristas; tempo total de viagem dos participantes; e número de passageiros atendidos. Este problema é NP-Difícil e assim os autores propuseram um algoritmo genético para obter soluções para instâncias que possuem um grande volume de dados.

A principal diferença do **CERMP** em relação ao de Herbawi e Weber (2012) é que esse não utiliza o conceito de suficientemente próximo no atendimento de passageiros. Outra diferença é que na abordagem aqui proposta não foi tratado o caso com janelas de tempo devido a característica particular que todos os passageiros têm os mesmos horários de chegada ao destino final.

2.3 Atendimento suficientemente próximo

Esta seção trata de trabalhos que utilizam a característica de atendimento suficientemente próximo. Ao contrário das abordagens citadas até aqui, onde o atendimento (por exemplo, a um cliente no VRP) deve ser feito exclusivamente em um ponto, no contexto dos trabalhos aqui citados, é permitido que esse atendimento seja realizado em qualquer outro ponto a uma certa distância dele.

O TSP (*Traveling salesman problem*) ou problema do caixeiro viajante, outro clássico da literatura, tem como objetivo encontrar um ciclo hamiltoniano de peso mínimo no grafo associado ao problema. Ou seja, todos os vértices devem fazer parte da rota. Porém, uma variante do TSP proposta em (GULCZYNSKI; HEATH; PRICE, 2006), denominada CETSP (*Close enough traveling salesman problem*) considera que para um vértice ser visitado basta que a rota passe em suas proximidades. O contexto é o de um leitor com identificação por radiofrequência que pode receber os dados de clientes localizados a uma certa distância. Nesse caso, cada cliente possui uma área circular definida por um dado raio de cobertura, Ele é considerado visitado quando o leitor passar dentro desse círculo.

Tal como foi exemplificado na Seção 2.1, o VRP conta com uma série de trabalhos derivados dele. Um deles, intitulado CEVRP (*Close enough vehicle routing problem*) proposto em (MENNELL, 2009) contém todos os atributos do VRP tradicional como: frota homogênea, rotas iniciando e terminando no depósito e atendimento obrigatório a todos os clientes. Entretanto nessa abordagem, assim como no CETSP, o cliente é considerado atendido quando a rota de um veículo passa em suas proximidades. O problema é aplicado em um contexto militar, onde uma frota de veículos aéreos não-tripulados (UAV) deve sobrevoar uma região coletando informações sobre um conjunto de alvos. Tanto neste trabalho, quanto no CETSP tem-se as localizações geográficas dos clientes (ou alvos), sendo a proximidade de atendimento calculada por distância euclidiana. Não é o contexto do **CERMP** porque os passageiros precisam caminhar seguindo o traçado das ruas, nem sempre em linha reta.

Hà et al. (2014) tratam o problema de *arc routing* onde vários clientes devem ser visitados por um fornecedor de serviço. No contexto aplicado um veículo deve realizar a medição do consumo de energia de todas as casas. Para isso, basta passar com o medidor de consumo a uma distância predeterminada das casas que o dispositivo realiza as leituras a distância. Assim, o problema consiste em determinar a menor rota que inicie e termine no depósito de modo que passe a pelo menos uma distância suficientemente próxima de todas as casas. Contudo, o conceito de proximidade é aplicado sobre as arestas, diferentemente do **CERMP** que o aplica nos vértices. Além disso, eles utilizam apenas um veículo para atender todos os pontos. No **CERMP** são vários, porém sem a obrigatoriedade de se atender a todos.

Nessa seção foram citados trabalhos que utilizam o conceito suficientemente próximo, muito útil para abordar certas situações práticas onde apenas a proximidade a certo usuário de algum serviço já é suficiente para a execução do mesmo. Esse conceito também é comum ao **CERMP**, sendo aplicado no que diz respeito ao atendimento de motoristas a passageiros. No entanto, não foram encontrados trabalhos que considerassem essa característica na área de *ridesharing* que deixa totalmente livre a escolha dos pontos, mas apenas trabalhos (como o de *carpooling* de Bruck et al. (2015)) em que pontos pré-definidos podem ser usados como possíveis locais de atendimento a passageiros.

2.4 Considerações gerais

Dentre as variantes do VRP destaca-se o VRPPD mais especificamente o DARP, que consiste em realizar atendimento de passageiros com origem e destino especificados. Tais problemas geralmente envolvem uma empresa prestando serviços a clientes. Já no *ridesharing* as requisições são atendidas de forma voluntária.

Muitas vezes o atendimento consiste em se deslocar até o local da requisição

de serviço. Mas em um contexto onde o atendimento se dá de forma voluntária, espera-se uma maior flexibilidade quanto ao local de atendimento por parte de quem o solicita, de modo a torná-lo conveniente também a quem o oferece. Característica esta presente no CEVRP, em que o atendimento pode ser realizado passando-se nas proximidades dos clientes.

O **CERMP** agrega ao *ridesharing* o conceito de atendimento suficientemente próximo, aproximando-se do contexto real de transporte solidário.

3 Formalização do problema

No **CERMP**, cada participante (passageiro e motorista) tem um ponto de origem específico. São tratadas duas versões: na primeira o destino final é comum para todos os participantes; na segunda são considerados como destinos dos participantes pontos em alguma área restrita da cidade, onde nenhum participante tem algum daqueles pontos como sendo de origem. Nas duas versões, o objetivo do modelo é alocar passageiros a motoristas de modo a maximizar o número de passageiros atendidos e minimizar a soma das distâncias das rotas dos motoristas. Para um motorista atender um passageiro, ele deve necessariamente passar em algum ponto suficientemente próximo de sua origem, ter espaço físico para mais um passageiro e que sua rota não fique com uma distância maior que a permitida.

São esperados como entrada para o problema dados como: mapa da cidade, com as devidas distâncias de cada trecho de rua; conjunto de participantes, com a devida localização e distância máxima que cada passageiro está disposto a caminhar até a carona. A localização e distância máxima que um motorista aceita percorrer para atender passageiros além de vagas disponíveis em seu veículo também são dados esperados do problema. A partir da distância máxima de caminhada para cada passageiro, são calculados os pontos suficientemente próximos deles, sendo esses pontos todos os que estão até essa distância de sua origem. A distância máxima à ser percorrida por um motorista é calculada em porcentagem ou em valor absoluto, com base na distância mínima entre o ponto de origem do motorista e o destino. Objetiva-se atender o máximo de passageiros possível, com os veículos percorrendo as menores rotas para isso.

Neste capítulo, são formalizados os dados de entrada e também um modelo matemático de programação inteira do problema.

3.1 Exemplo de aplicação

Para exemplificar o problema, considere o caso típico da cidade de Viçosa, Minas Gerais, onde diariamente uma grande quantidade de pessoas se desloca até a Universidade Federal de Viçosa (UFV) no mesmo horário. Várias dessas pessoas se deslocam de carro e podem oferecer carona às demais que se deslocam a pé. Apesar de se mostrarem prestativos, os motoristas não desejam efetuar um grande desvio em suas rotas, sendo necessário que os passageiros se desloquem até um ponto conveniente para os motoristas.

Desta forma, o **CERMP** considera uma distância máxima aceitável à ser percorrida na rota do motorista, bem como um limite máximo de deslocamento a pé por parte do passageiro até o seu ponto de atendimento. Assim, um passageiro só pode ser atendido se o motorista passar a uma distância suficientemente próxima

dele. Por outro lado, um motorista só atende passageiros que de certa forma estejam próximos à sua rota, isto é, que não causem grandes desvios.

Baseado nessas características do **CERMP** pode-se perceber uma série de contextos para a aplicação do mesmo, como por exemplo funcionários que trabalham em uma mesma instituição e saem de diversos lugares da cidade em sua direção. Outra situação muito comum que se torna adaptável ao **CERMP** é a realização de grandes eventos, como: shows; jogos; entre outros que acontecem em determinado local ou região da cidade com pessoas de diversos pontos da cidade envolvidas. De uma forma geral, o problema aplica-se em situações onde tem-se diversas pessoas distribuídas pela cidade, algumas que possuem veículos, e todas tendo como destino uma região comum da cidade.

3.2 Exemplo Gráfico

A Figura 2 ilustra um pequeno exemplo com 3 motoristas e 9 passageiros. A imagem exemplifica as adjacências da universidade como parte do grafo que representa a cidade. Note o ponto em vermelho (vértice representando a universidade) como sendo o destino final de todos os participantes. Os pontos em verde simbolizam as origens dos 3 motoristas do exemplo (D1, D2, D3). Já os pontos em cor marrom simbolizam as origens de cada passageiro (P1 a P9).

O conceito de vértice suficientemente próximo é ilustrado na Figura 3. Em destaque um dos passageiros e um raio de 300 metros em relação ao seu ponto de origem. Todos os pontos que estão no interior do círculo (destacados por triângulos em vermelho) são considerados suficientemente próximos ao passageiro, ou seja, ele pode ser atendido em qualquer um destes pontos.

Já a Figura 4 apresenta uma solução para este exemplo. Os motoristas iniciam suas rotas em seus respectivos pontos de origem, alguns atendendo determinados passageiros, e chegando ao destino final que é o ponto representando a universidade. Percebe-se que os passageiros 4 e 5 não estão sendo atendidos pois para incluí-los em suas rotas, qualquer motorista teria que fazer um desvio maior que o permitido. Note ainda os passageiros 6, 7 e 9 sendo atendidos em pontos suficientemente próximos da rota do veículo 1 (azul). A mesma situação ocorre com os passageiros 2 e 3 em relação as rotas dos veículos 3 (marrom) e 2 (vermelha) respectivamente.

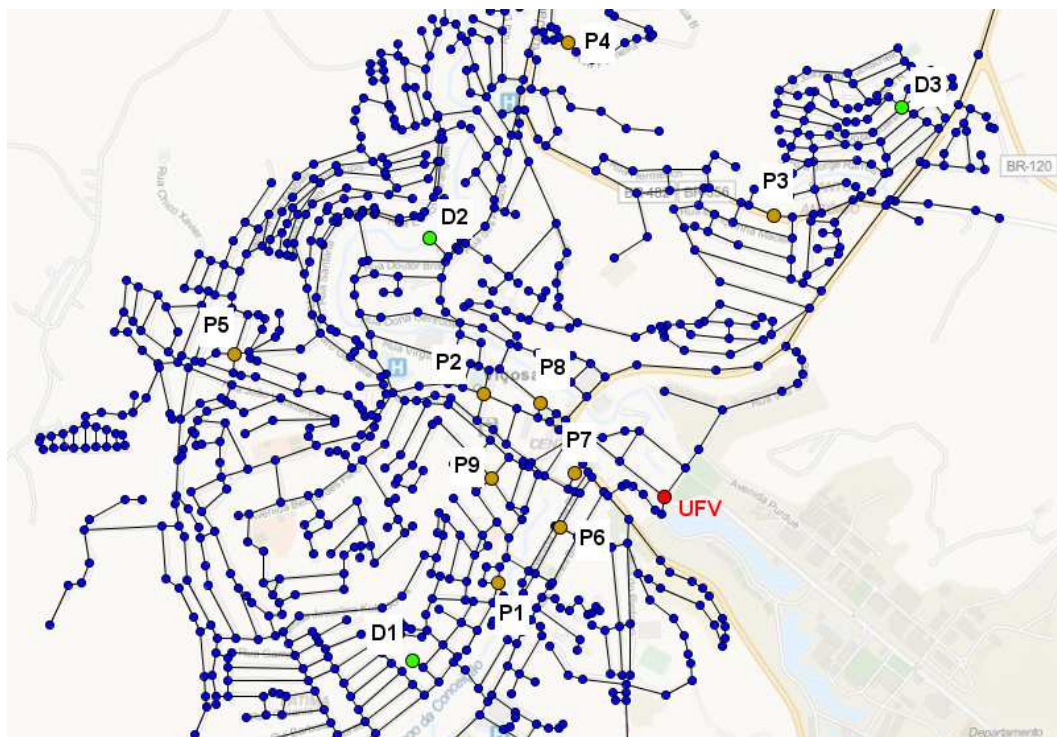


Figura 2 – Exemplo de instância com 3 motoristas e 9 passageiros.

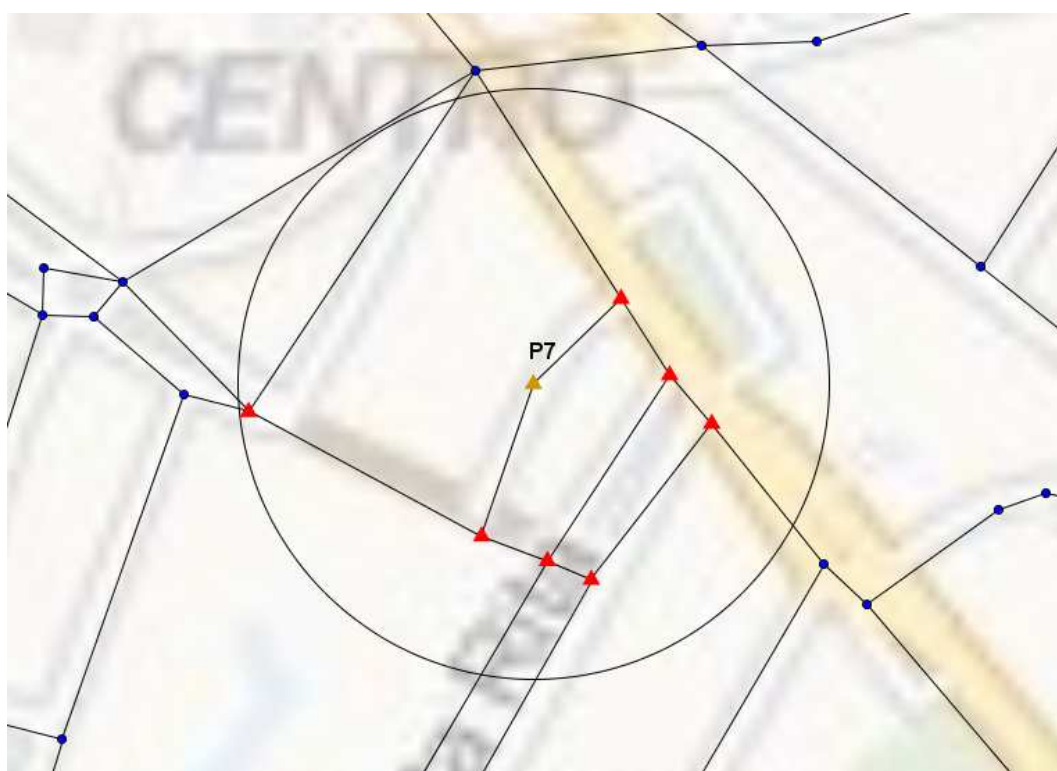


Figura 3 – Vértices destacados são suficientemente próximos do passageiro 7.

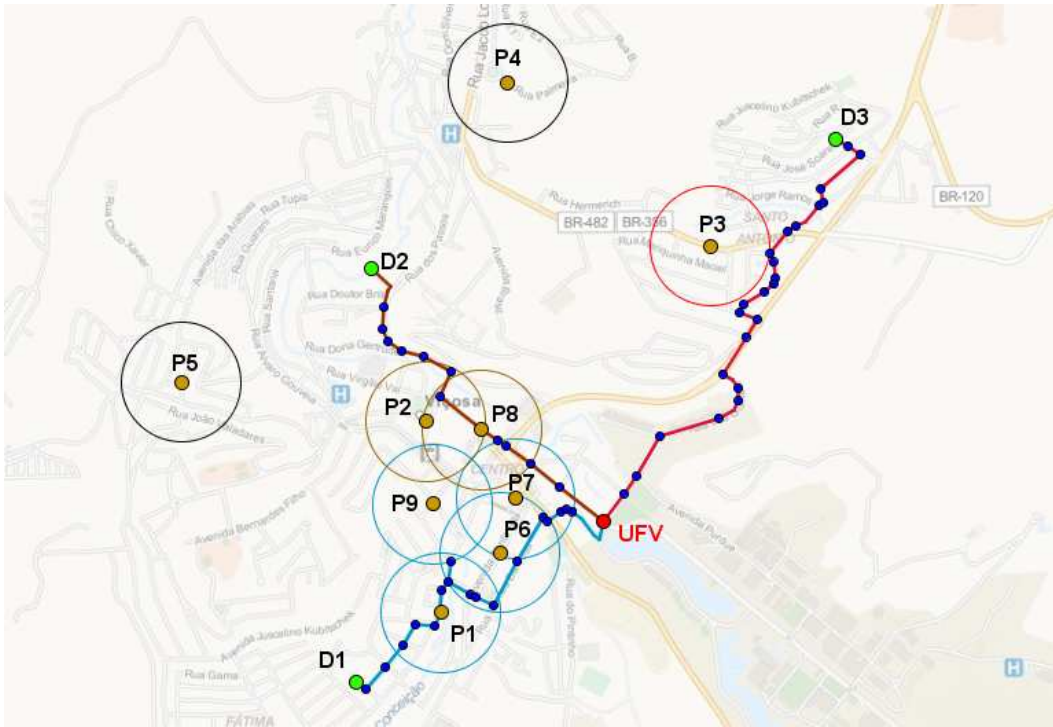


Figura 4 – Solução: rotas dos motoristas e atendimento de passageiros.

3.3 Modelo Matemático

Nesta seção é apresentada grande parte do modelo completo de programação inteira para o problema, sem considerar o tratamento dos casos particulares que serão apresentados na Seção 3.4 a seguir. Nesta Seção também é apresentado o complemento do modelo (novas variáveis e restrições) para levar em conta esses casos.

Uma instância do problema possui os seguintes dados:

- $G = (V, A)$ - grafo que define o mapa da cidade, sendo V o conjunto de vértices e A o conjunto de arestas
- d_{ij} - distância direta entre os vértices i e j , $(i, j) \in A$
- K - conjunto de motoristas
- $O_k \in V$ - origem do motorista $k \in K$
- $D \in V$ - destino de todos os motoristas e passageiros
- $Dmax_k$ - distância máxima permitida na rota do motorista $k \in K$
- Q_k - capacidade de passageiros no veículo do motorista $k \in K$
- P - conjunto de passageiros
- L - “lucro” por atender um passageiro (valor grande)

- SP_i - conjunto de pontos suficientemente próximos do passageiro $i \in P$

A modelagem proposta utiliza as seguintes variáveis de decisão. Com seus valores é possível montar a rota de cada motorista e determinar quais passageiros são atendidos por cada um deles. Como normalmente ocorre em problemas de roteamento, são necessárias restrições de controle de subciclos nas rotas dos motoristas. Entretanto, no **CERMP** este controle tem características particulares e por isso é detalhado na próxima seção.

- y_i^k - variável binária: 1 se o veículo k atende o passageiro i , 0 caso contrário.
- x_{ij}^k - variável inteira: número de vezes que o veículo k passa pela aresta (i, j) .

Note que a variável x_{ij}^k é inteira, e não binária como na maioria das modelagens de problemas de roteamento, porque no **CERMP** o motorista pode ter que passar mais de uma vez pela mesma aresta em seus desvios para atendimento de passageiro, como no exemplo da Figura 5. Neste exemplo, a rua entre os pontos Y e X é de mão única. Para atender os dois passageiros, o motorista faz um desvio que passa novamente por um caminho já percorrido.

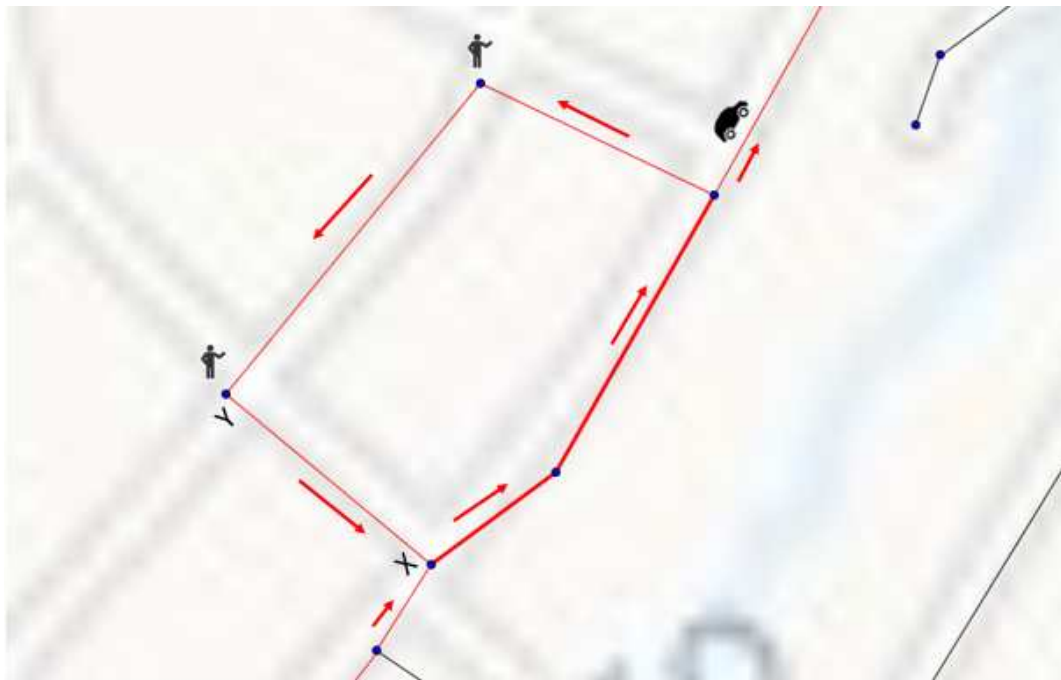


Figura 5 – Rota viável com repetição de arestas

Formulação ILP proposta (ainda incompleta):

$$\max Z = \sum_{i \in P} \sum_{k \in K} Ly_i^k - \sum_{(i,j) \in A} \sum_{k \in K} d_{ij} x_{ij}^k \quad (3.1)$$

$$\sum_{j:(O_k,j) \in A} x_{O_k,j}^k - \sum_{j:(j,O_k) \in A} x_{j,O_k}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (3.2)$$

$$\sum_{j:(D,j) \in A} x_{D,j}^k - \sum_{j:(j,D) \in A} x_{j,D}^k = -1, \quad \forall k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^k - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji}^k = 0, \quad \forall k \in K, i \in V \setminus \{O_k, D\} \quad (3.4)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij}^k \leq Dmax_k, \quad \forall k \in K \quad (3.5)$$

$$\sum_{i \in P} y_i^k \leq Q_k, \quad \forall k \in K \quad (3.6)$$

$$\sum_{k \in K} y_i^k \leq 1, \quad \forall i \in P \quad (3.7)$$

$$y_i^k \leq \sum_{v \in SP_i} \sum_{j:(v,j) \in A} x_{vj}^k, \quad \forall i \in P, k \in K \quad (3.8)$$

$$x_{ij}^k \in \mathbb{N}, \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.9)$$

$$y_i^k \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in P, k \in K \quad (3.10)$$

A função objetivo (3.1) busca maximizar prioritariamente o número de passageiros atendidos e em seguida minimizar a distância total para atender esse máximo de passageiros. As restrições (3.2) e (3.3) garantem respectivamente que o motorista k sai de sua origem e chega ao seu destino, podendo passar outras vezes por esses pontos. A restrição (3.4) garante que nos demais nós o motorista sai a mesma quantidade de vezes que entra. As restrições (3.5) e (3.6) limitam respectivamente a distância máxima e a quantidade máxima de passageiros de cada motorista. A restrição (3.7) garante que no máximo um motorista atende um passageiro, e a restrição (3.8) que um motorista pode atender um passageiro somente se passar suficientemente próximo dele. Por fim, as restrições (3.9) e (3.10) definem os tipos das variáveis de decisão.

O modelo ainda precisa de restrições para assegurar que as rotas sejam viáveis no contexto prático. Estas restrições, referentes a subciclos e retorno imediato, são apresentadas na subseções 3.4.1 e 3.4.2 respectivamente.

3.4 Casos particulares de modelagem

Durante a etapa de formalização do problema, notou-se que haviam casos particulares de rotas no grafo que deveriam ser considerados em seu modelo de programação inteira. Um deles é o controle de subciclos, que é tratado nas diversas variantes de

problemas de roteamento. Entretanto, as restrições de tratamento encontradas na literatura não abordam o caso particular do **CERMP**, cujas rotas podem repetir vértices ou arestas para atender passageiros. Outro caso é o de controle de retorno imediato num mesmo trecho de rua. Nas subseções 3.4.1 e 3.4.2 são detalhados os referidos casos bem como as restrições inseridas no modelo para seu tratamento.

3.4.1 Subciclos

No modelo de programação inteira, as restrições (3.8) controlam se um determinado passageiro pode ser atendido por um certo motorista. Esse controle ocorre por meio do princípio que, para poder atender um passageiro, um motorista deve passar por algum ponto suficientemente próximo dele, sem que sua rota ultrapasse o valor máximo estipulado. Assim, buscando maximizar a solução, o modelo tende a forçar subciclos isolados para atender os passageiros. Para certos passageiros, são escolhidos dois pontos isolados da rota, sendo um deles algum pertencente ao conjunto de pontos suficientemente próximos do passageiro, e forma-se um ciclo entre eles. Deste modo atende-se a restrição (3.8) e as restrições de transbordo dos vértices e assim considera-se o atendimento do passageiro, contabilizando o lucro de atendimento sem o motorista ter que se deslocar até o passageiro para lhe atender. Essa situação é ilustrada na Figura 6.

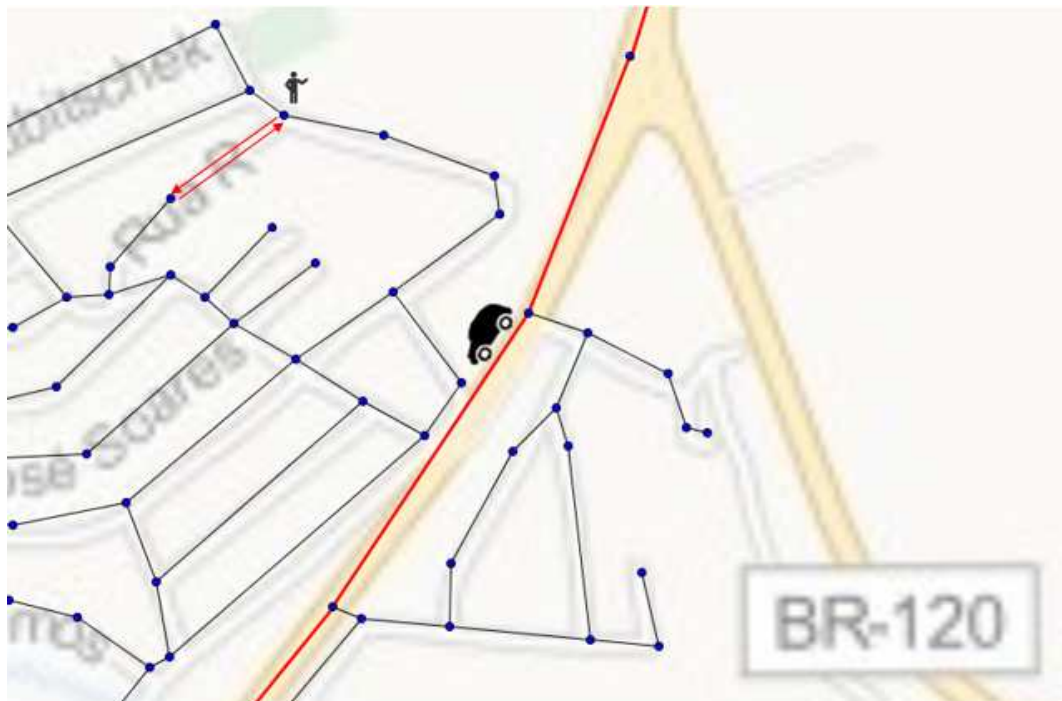


Figura 6 – Subciclo isolado, sem sentido na prática.

Para contornar este caso, já são conhecidos tratamentos em modelagens do TSP, algumas adaptadas para VRP. Abaixo, estão as maneiras mais comuns que os subciclos isolados são tratados na literatura de TSP:

Formulação clássica - Dantzig, Fulkerson, Johnson (1954):

As restrições (3.11) indicam que o somatório de arcos ativos em cada subconjunto $S \subseteq N$ deve ser menor que o número de vértices daquele subconjunto. Assim, elimina a condição que caracteriza um subciclo entre os vértices de qualquer subconjunto que é ter o mesmo número de vértices e arcos ativo em um determinado subconjunto de pontos.

$$\sum_{(i,j) \in A} x_{ij} \leq |S| - 1, \quad \forall S \subseteq N \setminus 1 \quad (3.11)$$

Formulação sequencial - Miller, Tucker, Zemlin (1960):

As restrições (3.12) indicam que, se há um arco ativo entre os vértices i e j , então a ordem de visita do ponto de destino deve ser sempre maior que a do ponto de origem. Deste modo, basta determinar o valor 1 como ordem de visita para o primeiro vértice da rota e a restrição controla o restante dos pontos. Note que a restrição não é válida para o vértice inicial.

$$u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad \forall i, j = 2, \dots, n \quad (3.12)$$

Em que u_i indica em qual ordem o vértice i foi visitado.

Formulação por fluxo - Gavish, Graves (1978):

A formulação por fluxo, diferente de (3.12), faz o controle de subciclos por meio do fluxo nas arestas. As restrições (3.13) garantem que uma determinada aresta terá fluxo máximo de $(n - 1)$ (sendo n o número de vértices) caso ela seja utilizada na rota. Caso contrário, assume o valor 0. Pela restrição (3.14) é assegurado que para o vértice inicial, é estipulado o valor $n - 1$ como a soma das arestas incidentes a ele. Por fim, as restrições (3.15) indicam que, para cada vértice, a soma do fluxo de suas arestas de entrada deve ser maior que a soma dos fluxos de suas arestas de saída.

$$f_{ij} \leq (n - 1)x_{ij}, \quad \forall (i, j) \in A \quad (3.13)$$

$$\sum_{(j) \in N} f_{1,j} = (n - 1) \quad (3.14)$$

$$\sum_{(i) \in N} f_{ij} - \sum_{(i) \in N} f_{ji} = 1, \quad \forall j \in N \setminus \{1\} \quad (3.15)$$

Porém, essas formulações obrigam que as rotas formem um ciclo hamiltoniano, ou seja, percorra todos os pontos considerados no problema. Como essa obrigatoriedade não existe no **CERMP**, não foi possível incorporá-las diretamente. Primeiramente, o controle de subciclos só deve ser aplicado a pontos presentes na rota do motorista.

Então foi inserido um conjunto de variáveis binárias que indicam se um ponto é ou não visitado pelo motorista, usadas para ativar a restrição de controle apenas em pontos visitados.

As restrições (3.11) e (3.12) impedem a formação de subciclos. Mas as rotas do **CERMP** possuem subciclos, situação que pode ser vista na Figura 7, com o desvio que contém o subciclo sendo a rota tracejada. Pela própria característica do problema, onde os motoristas realizam desvios (em suas rotas originais para o destino) a fim de atender passageiros, em certos casos pode ser interessante que o mesmo retorne a um ponto já contido na rota previamente (caracterizando-se um subciclo). Estes subciclos, pertencentes à rota de um determinado motorista, devem ser permitidos pelo modelo.

O controle de subciclos proposto para o **CERMP** é baseado nas restrições formuladas por Gavish & Graves, onde há uma variável que indica o valor de fluxo para cada aresta e que o fluxo que sai de um ponto deve ter sempre o valor do anterior, que chega ao ponto, subtraído de 1. Isto força que a rota seja contínua¹, sem que o ciclo seja fechado em outro local que não o vértice 1. No **CERMP** a rota deve ser contínua, mas deve-se permitir fechar subciclos durante o trajeto. As restrições de Gavish & Graves foram adaptadas considerando que tanto vértices quanto arestas podem se repetir ao longo da rota. O controle passa a ser que o fluxo total de saída em pontos visitados pela rota deve ser maior que o fluxo total de entrada. Isto impede subciclos isolados (pois o fluxo não pode aumentar em todos os pontos do subciclo), e permite subciclos dentro da rota (basta que o total de fluxo continue aumentando na saída do subciclo).

A seguir, a adaptação proposta das restrições apresentadas na formulação por fluxo de Gavish & Graves.

- f_{ij}^k - variável auxiliar, usada para controlar o fluxo nas arestas.
- p_i^k - variável binária auxiliar: 1 se o veículo k passa pelo ponto i , 0 caso contrário.
- M - Limitante superior para restrições de fluxo.
- M' - Limitante superior para a quantidade de vezes que um veículo pode passar pela mesma aresta.

$$p_i^k \leq \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^k, \quad \forall i \in V, k \in K \quad (3.16)$$

$$M' p_i^k \geq \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}^k, \quad \forall i \in V, k \in K \quad (3.17)$$

¹ Contínua, neste contexto, significa não dividida ou não interrompida

$$\sum_{j:(i,j) \in A} f_{ij}^k \geq \sum_{j:(j,i) \in A} f_{ji}^k + 1 - M(1 - p_i^k), \quad \forall i \in V \setminus \{O_k, D\}, k \in K \quad (3.18)$$

$$\sum_{j:(O_k,j) \in A} f_{O_k,j}^k \geq \sum_{j:(j,O_k) \in A} f_{j,O_k}^k + 1, \quad \forall k \in K \quad (3.19)$$

$$f_{ij}^k \leq Mx_{ij}^k, \quad \forall (i,j) \in A, k \in K \quad (3.20)$$

As Restrições (3.16) e (3.17) definem as variáveis p_i^k garantindo que um veículo k visita um vértice i se e somente se percorre alguma aresta incidente a ele. As variáveis de decisão p_i^k indicam quais pontos são utilizados nas rotas de determinados motoristas e as restrições de fluxo só valerão para esses. As restrições (3.18) e (3.19) impedem a formação de subciclos isolados na rota do motorista, ao mesmo tempo que permitem subciclos em sua rota, isto é, permite que o motorista repita vértices e arestas se necessário. Para isso utiliza valores de fluxo nas arestas, garantindo que, se um veículo passa por um vértice, o fluxo total que sai dele é maior que o fluxo total que entra e (3.20) garante que só existe fluxo em aresta utilizada pelo veículo.

A constante M deve ter um valor grande o suficiente para permitir qualquer rota viável (aqui foi usado o valor 100.000). A constante M' deve ser grande o suficiente para permitir que determinado veículo passe pelo vértice quantas vezes for necessário para atender passageiros. Como o veículo tem capacidade Q_k , a rota pode conter essa quantidade de subciclos, um para cada atendimento. Desta forma, assume-se que o valor mais adequado para M' é $Q_k + 1$, indicando que o veículo pode passar pelo vértice, no máximo, uma vez para atender cada passageiro e outra seguindo para o destino final.

3.4.2 Retorno imediato

Findam-se os casos específicos do **CERMP** com o de retorno imediato, detectado em testes preliminares do modelo em certos pontos das rotas de alguns motoristas. Foi detectado, pela rota, que o motorista chegava em um certo ponto e voltava imediatamente pelo caminho por onde chegou. Essa situação pode ser notada na Figura 8, onde o motorista, que tinha como rota direta para o destino o caminho marcado com linha contínua, realiza um desvio em sua rota, ilustrado pelo caminho com linha tracejada, com o objetivo de atender o passageiro. Percebe-se que ao chegar no ponto de atendimento seu veículo deveria retornar de maneira imediata para seguir a rota. Na prática, essa situação pode ser interpretada como: chegar em um certo local na rua, realizar uma manobra sobre o veículo e seguir no sentido inverso. Mas essa situação se mostra inviável na prática, pois muitas vezes, além de ser impraticável, se caracteriza como uma infração de trânsito.

Deste modo, o motorista teria que encontrar algum local de retorno por conta própria, e isso poderia aumentar a distância total além do limite. Já que o **CERMP** se propõe a encontrar as rotas reais a serem usadas pelos motoristas, esse caso foi tratado e impedido nas rotas construídas.

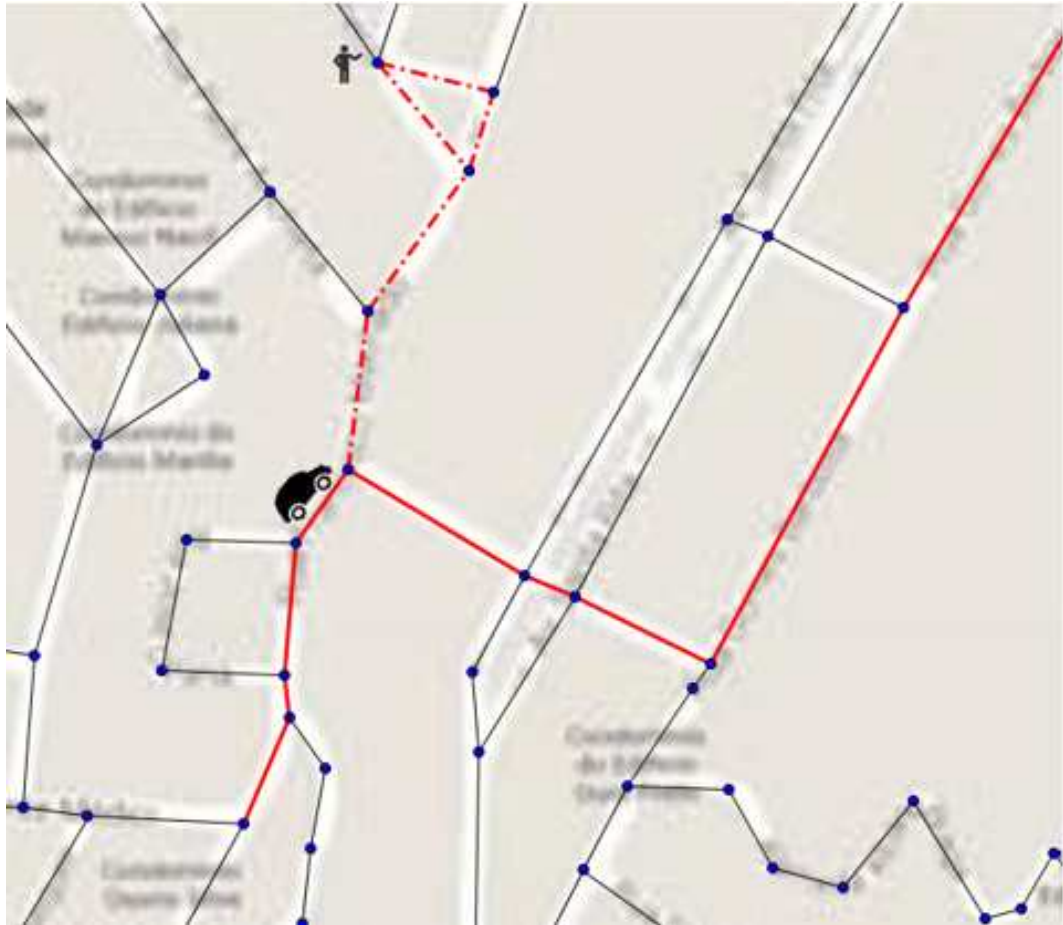


Figura 7 – Motorista realizando desvio com subciclo

As restrições (3.21) foram elaboradas e adicionadas ao modelo para eliminar esta situação.

$$x_{ij} + x_{ji} \leq \sum_{k:(k,i) \in A/(j,i)} x_{ki} + \sum_{k:(i,k) \in A/(i,j)} x_{ik} \quad \forall (i,j) \in A | i \notin \hat{V} \quad (3.21)$$

Na restrição acima determinou-se que para cada ponto i e qualquer adjacente j a ele, se há um caminho de ida e de volta ativo entre eles, deve haver um outro ponto diferente de j se conectando a i também com o caminho ativo de ida e volta, ou dois outros pontos, de modo que um chegue em i e o outro saia de i . Na prática, a restrição garante que se há um caminho ativo de ida e volta entre um ponto e seu adjacente, então devem haver outras conexões entre o mesmo ponto e outros de seus adjacentes, indicando que aquele não é o único caminho ativo da rota passando por este ponto. É importante notar que a restrição vale apenas para vértices que não estão no conjunto \hat{V} , que contém apenas pontos que estão em partes do grafo representando ruas sem saída, pois nestes casos o retorno imediato é permitido.

A Figura 9 ilustra, à esquerda, uma situação com retorno imediato no ponto P, que é proibida com o acréscimo das restrições (3.21) (a não ser que seja um ponto pertencente ao conjunto de vértices sem saída). As figuras do meio e da direita



Figura 8 – Retorno imediato no atendimento do passageiro.

mostram soluções viáveis que podem ser encontradas. O motorista pode seguir por outro caminho que não seja o retorno imediato, encontrando a rota mais à frente, ou pode fazer algum contorno por outros pontos antes de voltar ao ponto P.

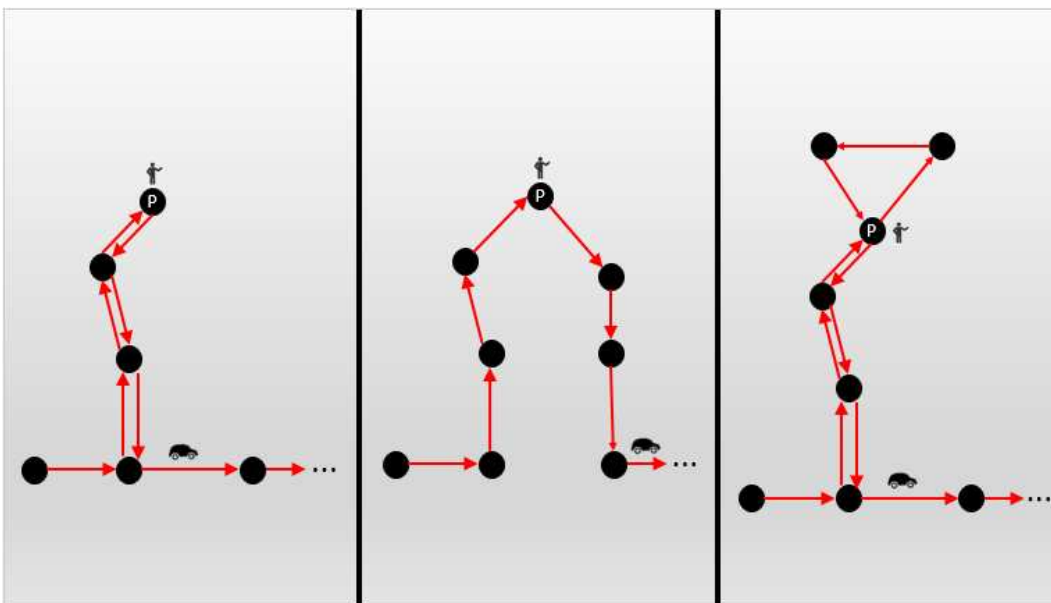


Figura 9 – Retorno imediato proibido (esquerda) e possíveis soluções: por outro caminho (centro) e com retorno por outros pontos até voltar ao vértice de atendimento (direita).

3.4.3 A não utilização de abordagem por pontos de interesse

Uma abordagem que simplificaria de forma considerável o tratamento do **CERMP** seria reduzir o grafo que representa toda a rede de ruas da cidades para um grafo, que considera apenas pontos de interesse como foi feito em diversos trabalhos da área de transporte compartilhado. Eles consideram um grafo que leva em conta apenas pontos que têm alguma relevância (origem ou destino) para algum participante.

Neste tipo de modelagem, a uma aresta (i, j) está associada uma distância dada pelo caminho mínimo entre os pontos i e j . Assim, a rota final, apresentada pelo modelo, contém apenas vértices de interesse, e fica a cargo do próprio motorista realizar o caminho mínimo entre esses pontos.

A Figura 10 ilustra a diferença entre a rota elaborada por pontos de interesse (tracejada) e a rota (contínua) que seria executada pelo motorista na prática. Os pontos pretos são de interesse (1, 2, 3 origem de participantes e D como destino final) e os brancos auxiliares para a montagem da rota na prática.

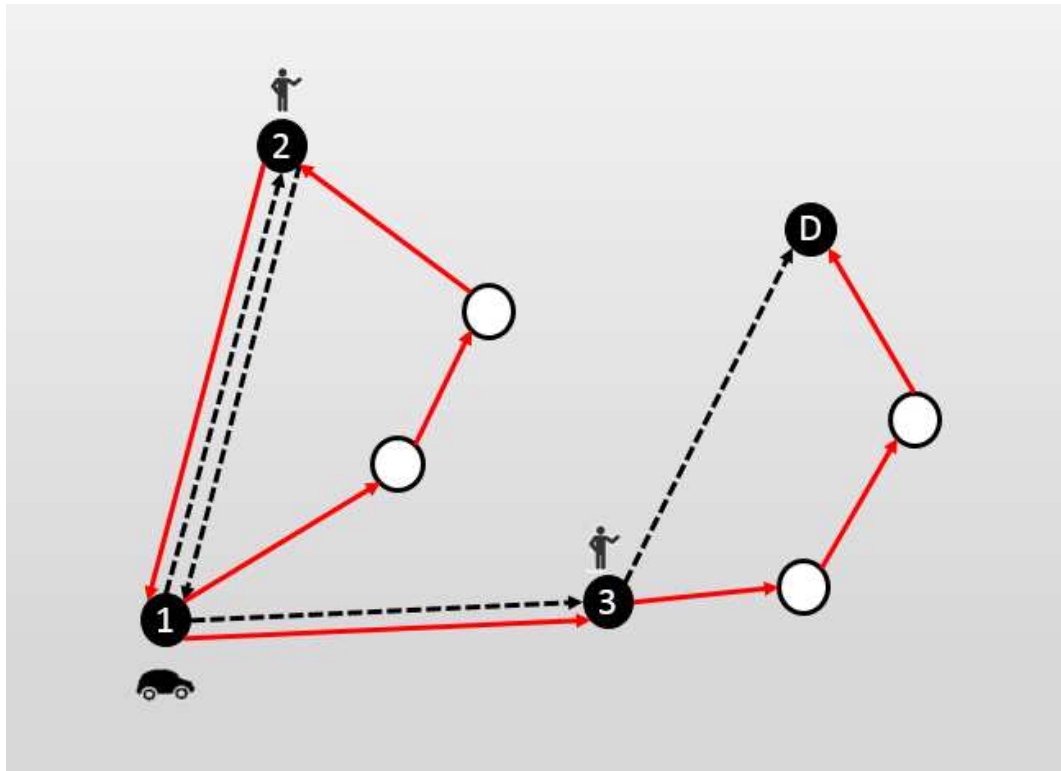


Figura 10 – Diferença entre rotas por pontos de interesse e a executada na prática.

A abordagem utilizada no **CERMP** não só informa uma rota completa, como permite de maneira direta tratar o caso de retorno imediato. Na outra modelagem, por exemplo, uma rota $i \rightarrow j \rightarrow k$ será substituída pelo caminho mínimo de i até j e de j até k (rotas tracejada e contínua na Figura 11, respectivamente). Mas é possível que haja um determinado vértice x onde no caminho mínimo de $i \rightarrow j$, x preceda j imediatamente, e de $j \rightarrow k$ ele suceda j imediatamente. Isso significa, na prática, um retorno imediato ao vértice x , obrigando que, na prática, o motorista tenha que

buscar por conta própria uma maneira de o contornar, podendo inviabilizar sua rota com um valor de distância maior que o permitido.

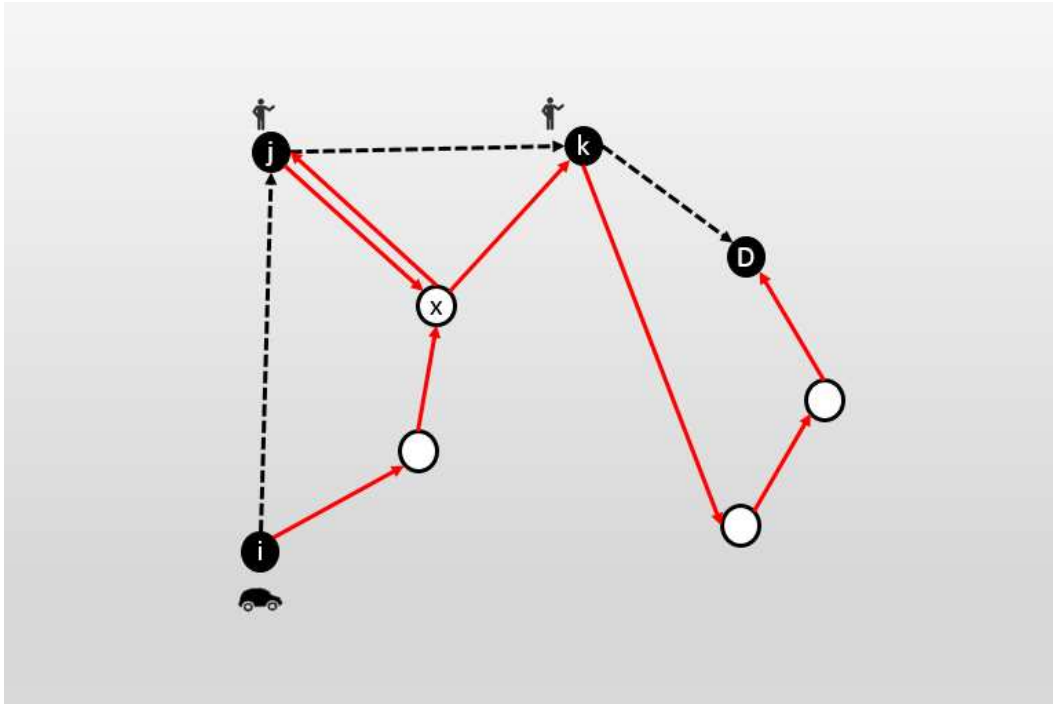


Figura 11 – Rota por pontos de interesse (tracejada), e rota correspondente (contínua), causando retorno imediato no vértice x.

Portanto, caso essa situação ocorra, o motorista terá que procurar um caminho de retorno e no caso específico de Viçosa onde a rede de ruas não obedece nenhum padrão, essa busca se torna complicada, com grandes chances desse retorno extrapolar sua distância máxima aceitável de desvio. A Figura 12 ilustra a situação relatada acima. Nela, nota-se a rota por pontos de interesse (tracejada em preto) que é passada ao motorista, a rota correspondente prevista pela modelagem (contínua) que causaria retorno imediato no vértice x , e a rota (tracejada vermelha) executada pelo motorista na prática para evitar tal retorno imediato.

Além disso, na abordagem por pontos de interesse o grafo precisa considerar a possibilidade de caminho entre todos os seus pontos, caracterizando um grafo completo. Devido a essa característica, o número de arestas do grafo fica da ordem de \hat{N}^2 , onde \hat{N} é o número de pontos de interesse do grafo, valendo a relação $\hat{N} \leq N$ onde $N = |V|$ é o número total de pontos do grafo completo (não apenas os pontos de interesse).

Desta forma, a modelagem fica muito custosa computacionalmente para grafos com um número muito grande de participantes (e conseqüentemente, de pontos de interesse). Isso acontece devido ao número de variáveis do problema estar diretamente ligado ao número de arestas do mesmo.

Na abordagem atual, o número de arestas do grafo não é quadrático em relação ao número de vértices mas praticamente linear. A relação é igual a $N \times \overline{ADJ}$,

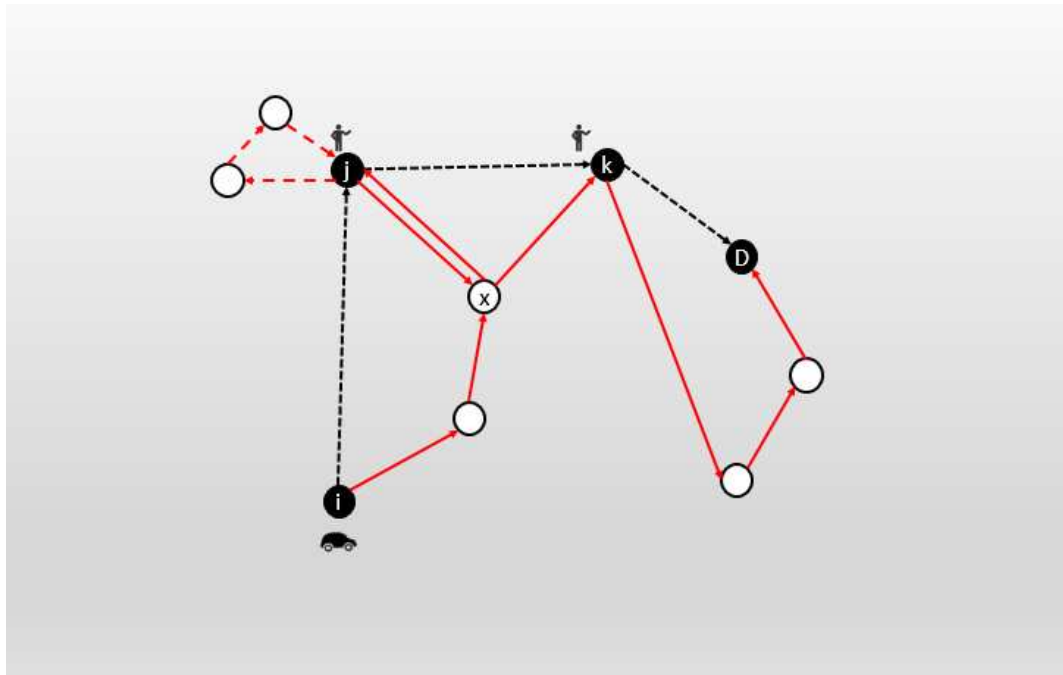


Figura 12 – Caminho correto retornando ao vértice j

onde \overline{ADJ} é a média da quantidade de vértices adjacentes dos pontos do grafo. Nesta abordagem este valor é pequeno. No caso de Viçosa, por exemplo, $\overline{ADJ} = 2,4$. Ou seja, na abordagem proposta, não importa o número de participantes do problema em questão. A quantidade de arestas se mostra constante em qualquer uma. Diferente da abordagem por pontos de interesse que cresce proporcionalmente com o número de participantes e geralmente sendo muito maior que a modelagem aqui proposta.

Assim, evidencia-se que, utilizando a abordagem por pontos de interesse, tem-se a vantagem de resolver o problema de forma mais simplificada. Em contrapartida é uma modelagem, no geral, mais custosa computacionalmente e que dificulta o tratamento direto sobre a adversidade de retorno imediato. No **CERMP** a complexidade se intensifica, pois além dos pontos de origem e destino dos passageiros, os pontos suficientemente próximos também devem ser considerados como de interesse.

3.4.4 Pré-processamento de dados

Com o propósito de reduzir o espaço de busca e consequentemente atingir soluções melhores em um menor tempo de execução, foi feito um pré-processamento sobre os dados, em duas etapas, que descarta soluções inviáveis.

Na primeira etapa do pré-processamento de dados é analisada a viabilidade de cada par (motorista, ponto). O procedimento é baseado na ideia de não ultrapassar o valor de desvio máximo permitido para cada motorista. Nesta etapa são identificados todos os pontos que um motorista não pode visitar, pois não pode chegar a partir da sua origem e depois sair desse ponto para o destino final para concluir sua rota

sem que viole a restrição de distância máxima de rota.

Na segunda etapa, é analisada a viabilidade de cada par (motorista, passageiro) em associá-los para a carona. Neste caso, são identificados os passageiros cujos pontos suficientemente próximos não podem ser visitados pelo motorista (pontos identificados na etapa anterior).

As informações obtidas no pré-processamento foram efetivadas no modelo matemático inviabilizando a utilização das variáveis de decisão referentes a associação entre os pares (motorista, passageiro) e (motorista, ponto) identificados nas etapas descritas acima.

Este procedimento de pré-processamento de dados de entrada foi fundamental para que o modelo apresentasse soluções inteiras em certos casos de teste.

3.5 Múltiplos destinos localizados em área restrita

A fim de tornar o problema aplicável em uma maior gama de situações práticas, propõe-se ainda uma abordagem onde os participantes têm como destinos finais diferentes pontos na cidade, todos localizados dentro de uma área restrita e diferente da área dos pontos de origem. Isto reproduz um fato muito cotidiano, onde várias pessoas moram nas zonas periféricas da cidade e têm como destino pontos localizados nas regiões centrais ou bairros industriais. Nessa versão do **CERMP**, as condições primordiais para que um motorista possa atender um passageiro é que esse passe em algum ponto suficientemente próximo não só de sua origem, como também em algum local suficientemente próximo de seu destino.

3.5.1 Adaptação no modelo matemático

O modelo matemático foi adaptado para considerar o contexto de múltiplos destinos. Abaixo, listam-se os novos conjuntos de dados a serem considerados visando modelar a abordagem por múltiplos destinos em área restrita.

- SPD_i - Conjunto de pontos suficientemente próximos de destino do passageiro $i \in P$.
- $D_k \in V$ - destino do motorista $k \in K$

Portanto, mais alguns de conjuntos de dados de entrada são considerados: os pontos suficientemente próximos do destino de cada passageiro e os pontos de destino dos motoristas que podem diferir de um para o outro. As restrições (3.22) são então inseridas no modelo matemático para garantir essa nova característica. Outra adaptação a ser feita no modelo matemático é sobre a restrição (3.3) onde o destino (antes único) D é substituído por D_k .

$$y_i^k \leq \sum_{v \in SPD_i} \sum_{j: (v,j) \in A} x_{vj}^k, \quad \forall i \in P, k \in K \quad (3.22)$$

A restrição é semelhante a (3.8) já contida no modelo matemático, diferindo-se apenas em relação ao conjunto de dados sobre o qual opera. Neste caso, os vértices suficientemente próximos de destino.

Com essas adaptações, o modelo fica preparado para resolver casos em que a área restrita de destino não contenha nenhum ponto de origem de participantes. Casos com pontos de origem e destino dos participantes localizados em qualquer lugar da cidade não são tratados, pois não existe nenhuma restrição obrigando que o embarque do passageiro seja realizado antes do desembarque. Sem essa restrição, atendimentos sem sentido na prática seriam considerados viáveis como, por exemplo, quando uma rota passa próxima ao ponto de destino de um passageiro antes de seu ponto de origem. Situação comum quando sua origem se encontra próxima ao ponto de destino do motorista.

4 Métodos de solução propostos

Neste capítulo são apresentadas as técnicas propostas para tratar o **CERMP**. Inicialmente, na Seção 4.1 são abordadas as técnicas heurísticas e suas particularidades. Já na Seção 4.2 detalha-se as características de uma abordagem de geração de colunas como alternativa ao modelo apresentado na Seção 3.3.

4.1 Heurísticas

A seguir são descritas as técnicas heurísticas propostas, por meio de uma abordagem construtiva, combinada com uma adaptação da metaheurística ILS (*Iterated Local Search*).

4.1.1 Heurística construtiva

Para se obter soluções iniciais, foi projetada e implementada uma heurística construtiva gulosa, visando fornecer rapidamente soluções viáveis. A heurística analisa cada par (motorista, passageiro) a cada iteração e encontra qual deles fornece o menor desvio de rota para que o motorista passe em algum ponto que atenda o passageiro. Esse desvio na rota é aqui denominado como impacto. Então a heurística constrói uma solução gulosa para o problema, procurando a cada momento qual a combinação de motorista e passageiro que proporciona o menor impacto e (se não violar nenhuma restrição) a realiza. O critério de parada é atingido quando não houver maneira de inserir mais nenhum passageiro. O Algoritmo 1 mostra um pseudocódigo da heurística construtiva.

Algoritmo 1 Heurística Construtiva

```

1: faça
2:   Inser ← FALSE
3:   menorImpacto ← ∞
4:   para(i ← 1 to |K|)
5:     para cada(j ∈ P)
6:       impactoCorrente ← calculaImpacto(i, j)
7:       se(impactoCorrente < menorImpacto)
8:         m ← i
9:         p ← j
10:        menorImpacto ← impactoCorrente
11:        Inser ← TRUE
12:   se(Inser)
13:     inserePassageiro(p, m)
14:     P ← P − {p}
15: enquanto(Inser e |P| > 0)

```

4.1.2 Heurística ILS

Para aperfeiçoar as soluções encontradas na heurística construtiva, foi aplicada a Metaheurística ILS, apresentada em (LOURENÇO; MARTIN; STÜTZLE, 2003). O Algoritmo 2 mostra o pseudocódigo da heurística ILS proposta.

O ILS trabalha durante toda a execução com apenas uma solução corrente, buscando aperfeiçoá-la a cada iteração. O primeiro passo é aplicar uma busca local na solução obtida pela heurística construtiva. A busca local apresentada pelo Algoritmo 3 encontra um ótimo local baseado em alguma estrutura de vizinhança, ou seja, uma solução que tenha o melhor valor de função objetivo que todos seus vizinhos. No próximo parágrafo é explicada detalhadamente a estrutura de vizinhança aqui utilizada. Após a busca local, realiza-se uma perturbação no ótimo local encontrado e, em seguida, aplica-se novamente a busca local nesta solução já perturbada. A perturbação é detalhada pelo Algoritmo 4, e consiste em manter a maioria das características da solução corrente alterando-se uma pequena parte. No caso de a busca local sobre a solução perturbada encontrar um melhor valor de função objetivo do que a melhor solução até o momento, essa passará a ser a solução corrente do método. O processo de perturbação e busca local se repete até que o algoritmo atinja *ITMAX* iterações sem encontrar uma solução melhor que a solução corrente, sendo *ITMAX* um parâmetro do algoritmo.

Algoritmo 2 Iterated Local Search (ILS)

```

1: copiaSolucao(melhorSolucao,solucaoCorrente)
2: BuscaLocal(solucaoCorrente)
3: faça
4:   perturba(solucaoCorrente)
5:   BuscaLocal(solucaoCorrente)
6:   se(avaliaFO(solucaoCorrente) $\geq$ avaliaFO(melhorSolucao))
7:     melhorSolucao  $\leftarrow$  solucaoCorrente
8:     it  $\leftarrow$  0
9:   senão
10:    solucaoCorrente  $\leftarrow$  melhorSolucao
11:    it++
12: enquanto (it  $\leq$  ITMAX)

```

4.1.2.1 Estrutura de vizinhança

A estrutura de vizinhança usada consiste em se trocar o estado de atendimento entre dois passageiros. Essa troca pode ocorrer em duas situações diferentes: ambos passageiros já são atendidos ou um passageiro é atendido e o outro não. No primeiro caso, a operação remove os dois passageiros das rotas dos motoristas que já os atendem e os insere na rota do motorista que atende ao outro passageiro. Já no segundo, o passageiro que está sendo atendido é retirado da rota do motorista que o atende e o outro passageiro é inserido na rota do mesmo motorista, passando a

ser atendido. Antes de qualquer operação de troca, é verificada sua viabilidade, no caso a distância máxima da rota.

Algoritmo 3 Busca Local (BL)

```

1: faça
2:    $Troca \leftarrow FALSE$ 
3:    $melhorAvaliacao \leftarrow \infty$ 
4:   para( $i \leftarrow 1$  to  $N$ )
5:     para( $j \leftarrow 1$  to  $N$ )
6:       se( $avaliaTroca(i,j) \leq melhorAvaliacao$ ) então
7:          $Troca \leftarrow TRUE$ 
8:          $P1 \leftarrow i$ 
9:          $P2 \leftarrow j$ 
10:    se( $Troca$ )
11:      trocaPassageiros( $P1,P2$ )
12: enquanto ( $Troca$ )

```

4.1.2.2 Perturbação

A perturbação tem o objetivo de alterar a solução de modo que esta não seja vizinha da própria solução perturbada evitando que a solução corrente volte facilmente para ela pela busca local. Também não se pode realizar uma alteração muito grande na solução de modo que ela perca completamente suas características de ótimo local. Assim, foi buscado um certo equilíbrio na perturbação utilizada, utilizando também a operação de troca. Neste caso, são considerados 3 passageiros diferentes, que estejam sendo atendidos, escolhidos aleatoriamente. O procedimento consiste em remover todos os passageiros das rotas de seus motoristas e reinseri-los seguindo-se a ideia do *eject chain* (cada um na rota do passageiro seguinte e o último na rota do primeiro). Pode-se notar que, neste caso, diferentemente da busca local, uma troca não precisa fazer com que a qualidade da solução melhore para ser feita mas apenas apresentar viabilidade e apresentar uma leve diversidade em relação a anterior. No Algoritmo 4 temos o pseudocódigo da perturbação.

Algoritmo 4 Perturbação ILS

```

1: Inicialize  $P1 \leftarrow rand(1, \dots, N), P2 \leftarrow rand(1, \dots, N), P3 \leftarrow rand(1, \dots, N)$ 
2: se( $podeRealizarTroca(P1,P2,P3)$ ) então
3:   trocaPassageiros( $P1,P2,P3$ )

```

4.1.2.3 Pós-otimização

Após a finalização da heurística ILS foi aplicada uma fase de pós-otimização na rota gerada. Como durante as etapas heurísticas foram feitos vários desvios na rota original a fim de atender passageiros, é comum no fim do processo haver caminhos que podem ser facilmente otimizados. Assim, a pós-otimização se encarregará de refazer a rota, traçando o menor caminho entre os pontos que tenham relevância na

rota. Esses pontos podem se configurar por: origem e destino do motorista ou ponto de atendimento de algum passageiro. Deste modo, como descrito no Algoritmo 5, a rota final fornecida pela heurística é percorrida a partir da origem e, a cada momento que encontra algum ponto relevante, monta uma rota parcial pelo caminho mínimo entre o último ponto da rota parcial e esse novo ponto relevante encontrado. O procedimento termina quando o ponto relevante encontrado é o destino final. Neste momento, finaliza-se o processo obtendo-se a rota pós-otimizada.

Algoritmo 5 Pós-otimização

```

1: pontoCorrente ← Origem(Motorista)
2: rotaParcial ← Origem(Motorista)
3: para(PT ← 1 to |ptsRotaParcial|)
4:   se(ptInteresse(PT) = TRUE)
5:     rotaParcial.inserePtInteresse(pontoCorrente, PT)
6:     pontoCorrente ← PT
7: novaRota ← rotaParcial

```

O algoritmo começa com uma rota parcial contendo apenas a origem do motorista e atualiza a rota parcial inserindo pontos de interesse até chegar ao destino do motorista. A função *ptInteresse* verifica se o ponto *PT* passado como parâmetro é o ponto de atendimento de algum passageiro que ainda não tenha sido atendido na rota parcial. Se sim, uma chamada será feita para a função *inserePtInteresse* que constrói a rota de menor caminho entre o último ponto de interesse da rota parcial e esse novo ponto, e marca como atendidos todos os passageiros que tem aquele ponto como algum ponto suficientemente próximo dele.

A pós-otimização aperfeiçoa a solução de maneira considerável, pois constrói a rota a enxergando como um todo, realizando desvios mais curtos para atender seus pontos relevantes.

Projetou-se essa estratégia para ser realizada apenas uma vez pois a mesma é mais custosa computacionalmente. Assim, devido a quantidade de inserções durante seu processo, a heurística construtiva apresentada na subseção 4.1.1 trabalha com a inserção baseada no cálculo de impactos, que é mais simples por apenas calcular o menor caminho de desvio e o inserir na rota (se possível) sem verificar nenhuma outra situação além da distância máxima da rota do motorista.

Outro aspecto pós-otimizador do algoritmo é que ele busca juntar em um único ponto o atendimento de passageiros já atendidos e tenham pontos suficientemente próximos em comum.

4.1.3 Controle do retorno imediato na etapa heurística

Para contornar o retorno imediato na etapa heurística, foi projetado o Algoritmo 6 que calcula (quando possível), para cada 3 pontos $i, j, k \in V$, o caminho do ponto i para o ponto k sem iniciar esse caminho pelo ponto j . Deste modo, quando o

desvio mínimo pra atender o passageiro envolver um retorno imediato no ponto de atendimento, a heurística adota o caminho já pré-calculado pelo algoritmo onde esse faz com que o motorista volte para a rota por outro trecho que seja viável, sem retorno imediato.

Algoritmo 6 Cálculo de retornos

```

1: para( $i \leftarrow 1$  to  $|V|$ )
2:   para( $j \leftarrow 1$  to  $|V|$ )
3:     para( $k \leftarrow 1$  to  $|V|$ )
4:       se (calculoPossivel( $i, j, k$ ))
5:         pontoCorrente  $\leftarrow i$ 
6:         distCorrente  $\leftarrow 0$ 
7:         enquanto(pontoCorrente  $\neq k$  e distCorrente  $\leq D_{max}$ )
8:           para(todo ponto PT adjacente a pontoCorrente)
9:             se(PT não foi visitado)
10:              Visitado[PT]  $\leftarrow TRUE$ 
11:              Distancia[PT]  $\leftarrow$  distCorrente+distancia(pontoCorrente,PT)
12:              distCorrente  $\leftarrow$  distCorrente+distancia(pontoCorrente,lista.Menor())
13:              pontoCorrente  $\leftarrow$  lista.Retira(lista.Menor())
14:              listaRetirados.Insere(pontoCorrente)
15:         se (pontoCorrente =  $k$ )
16:           Guarda o caminho encontrado

```

O algoritmo tem como princípio uma busca a partir do ponto que se quer começar o caminho de retorno. A cada momento, pontos adjacentes ao ponto corrente são marcados como abertos e inseridos em uma lista que contém pontos a serem explorados, distância até chegar a eles e de qual ponto se veio antes de abri-los. Escolhe-se o ponto de menor distância até o momento e se insere seus adjacentes (exceto o último que se veio antes de abri-lo) na lista. Na Figura 13 exemplifica-se o procedimento acima. Neste caso, foi necessário calcular o caminho do ponto O4 para o ponto L4 sem o retorno imediato para o próprio ponto L4. Os valores nas arestas representam seu comprimento. Ao lado do mapa a lista de inserções dos pontos no caminho. As retiradas são ilustradas com o traço vermelho contínuo sobre a linha do ponto na tabela. A retirada sempre é realizada sobre o ponto aberto com menor distância até o momento. O algoritmo termina quando chega o momento de retirada do ponto destino. O valor do caminho é de 26 e para descrevê-lo basta seguir o seguinte passo recursivo: fazer o ponto atual como corrente, inseri-lo em uma pilha, localizar esse ponto na tabela e tornar o seu anterior como sendo o ponto corrente. O algoritmo para quando, após escrever o ponto corrente, não encontra-lo na tabela. Por fim, o caminho de retorno calculado pode ser construído removendo-se os elementos da pilha. No exemplo, o caminho de O4 para L4 sem ter o ponto L4 como o primeiro da rota seria $O4 \rightarrow Q4 \rightarrow M4 \rightarrow E88 \rightarrow F88 \rightarrow L4$.

Entretanto, quando o ponto de atendimento do passageiro se encontra em uma rua sem saída, a ocorrência de retorno imediato se torna inevitável. Nestes casos,

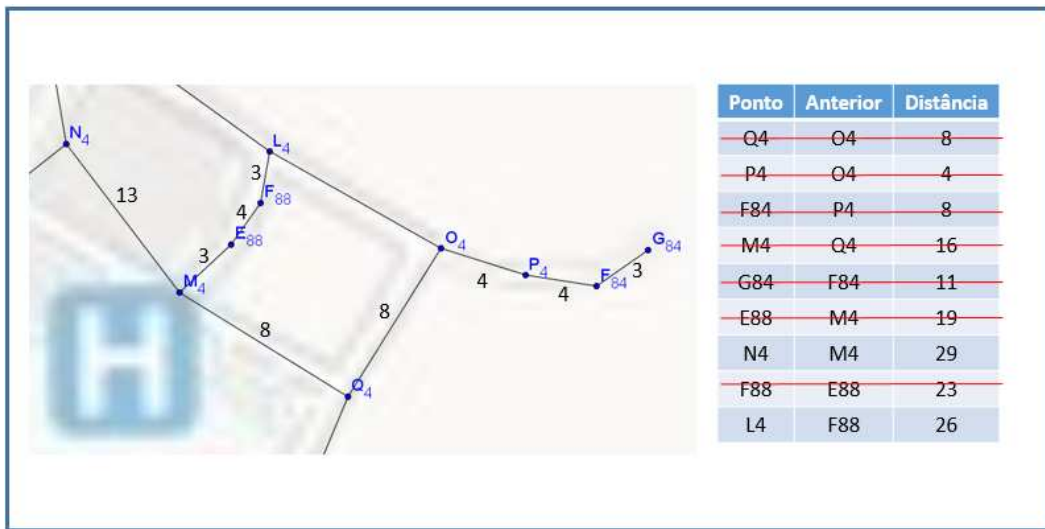


Figura 13 – Retorno imediato no atendimento do passageiro.

o retorno imediato é permitido, já que não há maneira do motorista chegar ao seu destino final sem que ele realize a manobra em algum ponto da rua. Para controlar tal situação, foi projetado o Algoritmo 7 que detecta quais vértices estão em partes do grafo que representam ruas sem saída.

Algoritmo 7 Detecção de vértices em ruas sem saída

```

1: para( $i \leftarrow 1$  to  $V$ )
2:   se (temVizinhoUnico( $i$ ))
3:     semSaida[ $i$ ]  $\leftarrow$  TRUE
4:     temSaida  $\leftarrow$  FALSE
5:     ptCorrente  $\leftarrow$   $i$ 
6:     enquanto(!temSaida)
7:       para(todo ponto VIZ adjacente a ptCorrente)
8:         se(!semSaida[VIZ] e nVizinhos(VIZ)  $\leq$  2)
9:           semSaida[VIZ]  $\leftarrow$  TRUE
10:          ptCorrente = VIZ
11:        senão
12:          temSaida  $\leftarrow$  TRUE

```

O algoritmo tem uma natureza recursiva. Fazendo uma analogia a esta técnica pode-se interpretar o caso base como o de vértices que tenham apenas um vizinho. Para qualquer vértice i que tenha apenas um vizinho, este é classificado como vértice em uma rua sem saída. A partir daí, o passo de recursividade determina como sem saída os vértices adjacentes ao corrente que só tenham mais um vizinho além dele. Se sim, o vértice vizinho denominado VIZ também é marcado como sem saída e é aplicado o passo recursivo a ele. A partir do momento que o vértice corrente não tenha vizinho sem saída, chega-se ao fim do passo recursivo.

4.2 Geração de colunas

O modelo de programação inteira proposto na Seção 3.3 pode ser resolvido computacionalmente por softwares de otimização. Porém, a resolução se torna extremamente custosa, em termos de memória, quanto maior o tamanho da instância (mapa da cidade e quantidade de participantes). Isso foi observado em testes de resolução do modelo e será discutido com mais detalhes no Capítulo 5.

Devido a esse contratempo, propõe-se como outro método para a solução do **CERMP** via modelagem de programação linear inteira, uma abordagem utilizando geração de colunas. A técnica de geração de colunas funciona com dois componentes de otimização: um problema mestre, representado por um problema de otimização e um subproblema, podendo esse ser resolvido por um outro modelo de otimização ou qualquer outra técnica, inclusive heurística. A geração de colunas é particularmente interessante quando o modelo mestre conta com um número exponencial de variáveis, tornando-se assim inviável a consideração de todas em sua resolução. Uma vez que a grande maioria dessas variáveis serão não-básicas na solução final (ou seja, valerão zero e não terão nenhum impacto na solução ótima), apenas um subconjunto de variáveis pode ser considerada, em teoria.

O método de geração de colunas aproveita este fato, trabalhando apenas com variáveis que tem relevância na solução do modelo. Tais variáveis são descobertas calculando-se seu custo reduzido. Assim, o método trabalha com dois problemas: um problema mestre, considerando o modelo do problema original, porém com apenas um subconjunto de variáveis; e um subproblema, responsável por criar novas variáveis no mestre sendo, em diversos casos, resolvido por outro modelo de otimização, denominado auxiliar. A função objetivo do subproblema é o custo reduzido da nova variável e esse deve ser otimizado considerando as restrições particulares do problema. Essa nova variável é denominada coluna, fazendo referência ao que representa no modelo mestre, uma coluna na tabela simplex.

O problema mestre é resolvido com as variáveis contidas nele na iteração corrente e a partir desta solução são extraídos os valores duais de cada uma de suas restrições. É importante notar que, para se ter os valores duais, é preciso resolver o modelo mestre em sua forma relaxada, isto é, sem as restrições de integralidade. Esta informação é então utilizada na função objetivo do subproblema. Assim, o subproblema é resolvido e se o valor de sua função objetivo (que representa o custo reduzido da variável gerada) for compensador, esta variável é adicionada ao problema mestre, que será novamente resolvido, agora com essa variável a mais. Com essa nova solução do problema mestre, surgirá um novo conjunto de valores duais e o processo é repetido até que não seja mais possível encontrar variáveis de custo reduzido interessante. De uma forma geral, qualquer coluna de custo reduzido compensador pode ser adicionada, inclusive mais de uma, não apenas a de custo reduzido ótimo, o que reforça a possibilidade de ser resolvido por alguma técnica heurística.

Na Figura 14 nota-se como funciona o processo básico de geração de colunas, com o modelo mestre sendo resolvido com um conjunto restrito de variáveis e enviando valores duais para o subproblema. De posse desses valores o subproblema, que pode consistir em técnicas exatas ou heurísticas de otimização, encontra colunas que sejam interessantes para o modelo mestre e envia essas informações ao mesmo. O processo se estende até que o subproblema não encontre mais nenhuma coluna interessante ao mestre.

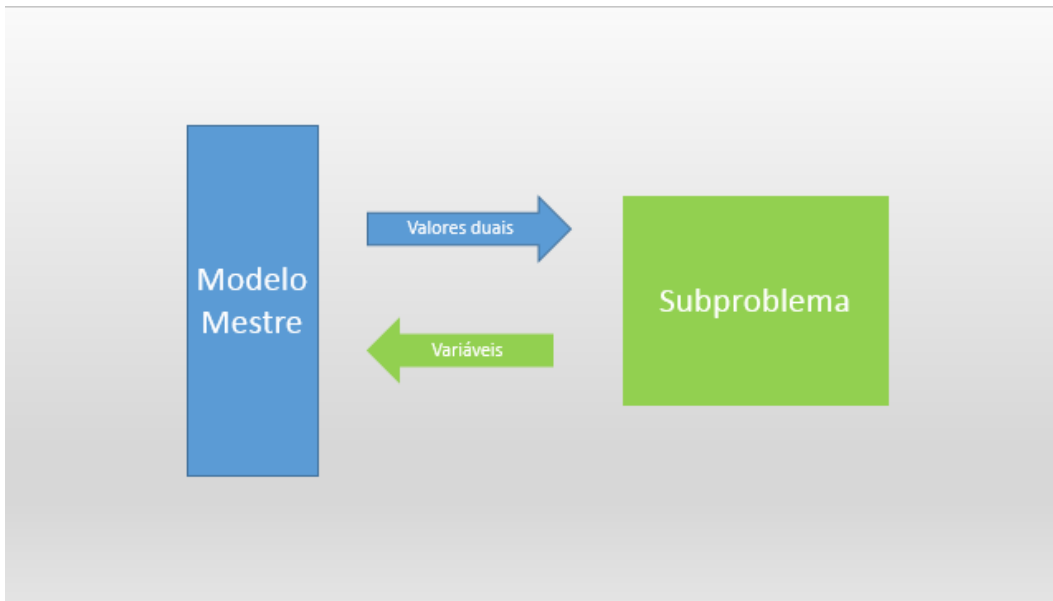


Figura 14 – Funcionamento básico da geração de colunas.

A partir desse momento, tem-se que a solução encontrada pelo mestre, para o problema, é um ótimo linear. Caso o problema tenha originalmente variáveis lineares, tem-se a solução ótima. Caso contrário, é necessário aplicar a técnica denominada *branch and price*, que combina o *branch and bound* e a geração de colunas para se chegar à solução ótima inteira. Inicialmente, é aplicado o procedimento chamado *branch* que consiste em se escolher, segundo algum critério, uma variável com valor fracionário no mestre e assim duas novas instâncias do modelo mestre são estabelecidas: a primeira estabelecendo uma restrição de \leq ao seu piso e a segunda de \geq ao seu teto. As duas são resolvidas. Caso alguma apresente solução inteira, verifica-se se essa é a melhor solução inteira até o momento. Se sim, esse valor é guardado como um limite, caso contrário a solução é descartada, o mesmo que ocorre quando o modelo se apresentar inviável. Já quando a solução for fracionária, verifica-se se compensa explorá-la mais (valor de sua função objetivo não seja pior do que alguma inteira já encontrada) e, se sim, aplica-se recursivamente o *branch*. A geração de novas colunas é aplicada em todas as instâncias criadas na enumeração feita pelo *branch and bound*, dando origem ao chamado *branch and price*.

Direcionando a aplicação ao **CERMP**, o modelo mestre contém uma série de rotas diferentes para cada motorista. Cada uma com informação sobre distância

total e passageiros atendidos por ela. Assim, o modelo mestre tem como objetivo escolher uma rota para cada motorista, de modo a minimizar a distância total percorrida por todos eles e o número de passageiros atendidos. O subproblema consiste então em gerar novas rotas viáveis, que serão representadas por variáveis adicionais no modelo mestre.

Ressalta-se que nesta abordagem proposta, o subproblema pode ser resolvido separadamente para cada motorista, portanto existe a vantagem de se ter vários subproblemas menores ao invés de apenas um grande que, como foi citado no início dessa seção, se apresenta custoso computacionalmente.

Desta forma, há um subproblema para cada motorista sendo responsável por, baseado nos valores duais extraídos na etapa de execução do mestre, construir rotas que sejam interessantes para serem incluídas no modelo mestre. O processo segue até que não haja mais rotas úteis a serem incluídas, chegando-se assim à solução ótima do modelo linear. Na Figura 15 temos uma ilustração do funcionamento básico do processo para uma instância de 5 motoristas.

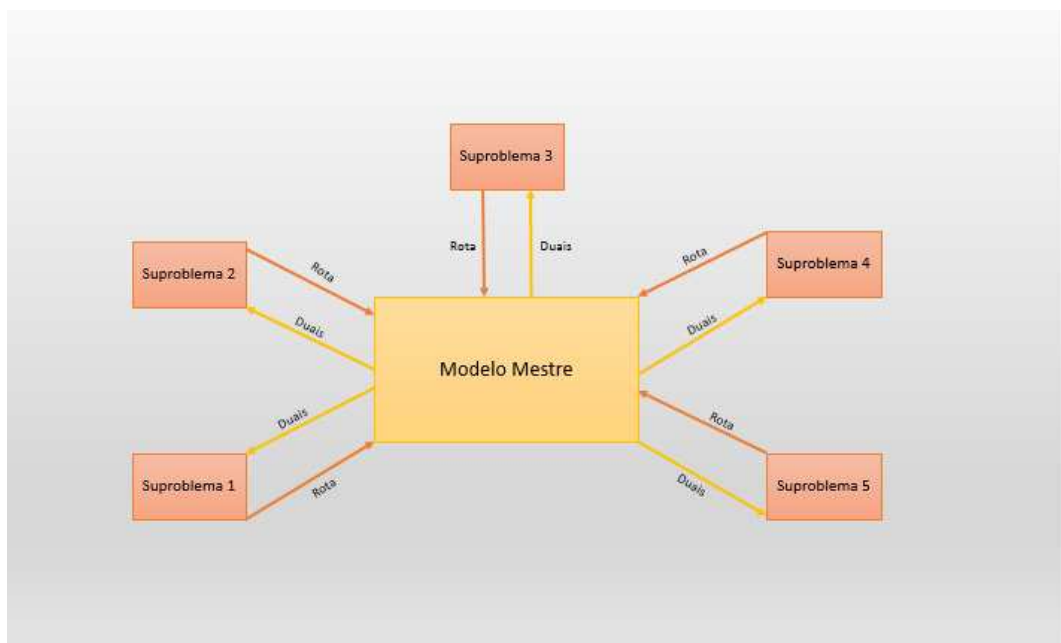


Figura 15 – Exemplo da interação entre o problema mestre e os subproblemas para instância de 5 motoristas.

A seguir são apresentados o modelo mestre, na subseção 4.2.1, e o modelo auxiliar, na subseção 4.2.2, usado para resolver os subproblemas, sendo esses dois modelos de otimização os componentes da técnica de geração de colunas aplicada ao **CERMP**.

4.2.1 Modelo mestre

Nesta seção, é detalhada a fundamentação e a estrutura do modelo mestre proposto para a técnica de geração de colunas. A geração de colunas não será feita utili-

zando o modelo completo apresentado na seção 3.3 mas sim em um novo modelo, equivalente. No modelo mestre apresentado aqui, as variáveis de decisão representam rotas de diferentes motoristas. Como em cada rota tem-se informações sobre o caminho percorrido e passageiros atendidos pode-se extrair os valores equivalentes considerados no modelo completo apresentado na seção 3.3 das variáveis x e y respectivamente.

Para construir o modelo mestre completo, é necessário conhecer todas as rotas viáveis de todos os motoristas, cada uma com seus valores de lucro total associado, dado em função do número de passageiros atendidos e da distância total percorrida. Tendo esses dados, o modelo a seguir se apresenta como uma representação exata do **CERMP**.

Dados de entrada:

- R_k : conjunto de todas as rotas viáveis do motorista k .
- A : matriz binária onde cada elemento a_{ir}^k indica se o passageiro i é designado à rota r do motorista k , $r \in R_k$.
- D : matriz onde cada elemento d_r^k representa o valor de distância total da rota r do motorista k , $r \in R_k$.
- L : lucro para o atendimento de um passageiro (valor alto).

As variáveis de decisão são:

- λ_r^k : 1 se a rota r do motorista k é escolhida , 0 caso contrário.

Formulação ILP proposta:

$$\max Z = L \sum_{k \in M} \sum_{r \in R_k} \sum_{i \in P} a_{ir}^k \lambda_r^k - \sum_{k \in M} \sum_{r \in R_k} \lambda_r^k d_r^k \quad (4.1)$$

$$\sum_{r \in R_k} \lambda_r^k = 1, \quad \forall k \in M \quad (4.2)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{r \in R_k} a_{ir}^k \lambda_r^k \leq 1, \quad \forall i \in P \quad (4.3)$$

$$\lambda_r^k \in \{0, 1\}, \quad \forall r \in R_k, k \in M \quad (4.4)$$

A função objetivo explicitada em (4.1) é equivalente à (3.1) do modelo completo proposto na seção 3.3, e visa a otimização da distância máxima percorrida por todos os motoristas e o número de passageiros atendidos no problema. Em (4.2) o modelo garante que, dentro do conjunto de rotas de cada motorista, uma é escolhida pra ele. E em (4.3) assegura-se que cada passageiro será associado a, no máximo, um motorista. O conjunto de restrições (4.4) garante o caráter binário das variáveis de decisão.

O modelo proposto é semelhante a modelos do tipo *Set Packing* e tem grande semelhança com alguns outros clássicos em abordagens que utilizam geração de

colunas, como por exemplo *Set Partitioning* e *Set Covering*. Abaixo são detalhados seus respectivos modelos matemáticos:

Formulação tipo *Set Partitioning*:

$$\min \sum_{S \in \mathcal{P}} \lambda_s \quad (4.5)$$

$$\sum_{S \in \mathcal{P}: k \in S} \lambda_s = 1, \quad \forall k = \{1, \dots, n\} \quad (4.6)$$

$$\lambda_s \in \{0, 1\}, \quad \forall S \in \mathcal{P} \quad (4.7)$$

Formulação tipo *Set Covering*:

$$\min \sum_{S \in \mathcal{S}} \lambda_s \quad (4.8)$$

$$\sum_{S \in \mathcal{S}: k \in S} \lambda_s \geq 1, \quad \forall k = \{1, \dots, n\} \quad (4.9)$$

$$\lambda_s \in \{0, 1\}, \quad \forall S \in \mathcal{S} \quad (4.10)$$

Para explicar as duas formulações acima, será utilizado como exemplo suas respectivas aplicações no problema conhecido como 1BP (*one-dimensional Bin Packing Problem*), que consiste em empacotar unidimensionalmente um conjunto de objetos de diferentes tamanhos (ou pesos) no menor número de caixas (*bins*) de tamanho fixo.

Na formulação *Set Partitioning*, \mathcal{P} é a coleção de todos os subconjuntos que podem ser empacotados em um recipiente sem que exceda sua capacidade, λ_s é a variável de decisão que indica se o subconjunto $S \subset \mathcal{P}$ foi escolhido na solução final e n é o número de itens a serem empacotados.

A formulação *Set Covering* é análoga à *Set Partitioning*. As principais diferenças são a consideração do conjunto \mathcal{S} ao invés de \mathcal{P} e a substituição de $=$ por \geq nas restrições. O conjunto \mathcal{S} , chamado de maximal, é a coleção de todos os subconjuntos contendo uma combinação de itens de modo que não se possa inserir mais nenhum outro sem que ultrapasse o tamanho do recipiente. Assim, apesar de ainda contar com um número exponencial de subconjuntos, essa formulação considera um número consideravelmente menor deles.

Pode-se notar que nas duas formulações acima, o conjunto de restrições indica o atendimento ao quesito corte de um certo tamanho. Ou seja, para todos os tamanhos de corte que tenham demanda, obrigatoriamente ele será produzido. Na formulação por *Set Partitioning* o modelo garante que existirá cada corte por meio da restrição (4.6), indicando que a soma de todos os padrões que produzam aquele corte deve ser $= 1$. Ou seja, todo item deve ser coberto por exatamente um conjunto. Já

no caso de *Set Covering*, a restrição (4.9) garante que a soma dos padrões deve ser ≥ 1 , indicando que cada item pode ser coberto por mais de um conjunto (os conjuntos maximais podem conter itens já cobertos). Analogamente, no modelo mestre aqui proposto para o **CERMP**, a cobertura é feita sobre o atendimento de passageiros em vez de itens de corte. A diferença é que nessa situação não é obrigatório o atendimento a nenhum passageiro. Assim, na restrição (4.3), a soma dos termos envolvendo o passageiro é ≤ 1 , como em formulações de *Set Packing*, pois o passageiro pode ou não ser atendido por algum motorista e caso o atendimento seja feito, esse poderá ser realizado por no máximo 1 motorista.

Apesar do modelo proposto se mostrar como uma representação exata para o **CERMP** ele possui alguns contratempos. Devido ao número de combinações, é uma tarefa extremamente complexa enumerar todas as possíveis rotas e atendimentos de cada motorista. E ainda assim se isso fosse realizado, considerá-las no modelo tornaria sua resolução inviável computacionalmente. Sendo assim, na abordagem de geração de colunas considera-se um novo contexto para o modelo mestre, denominado modelo mestre restrito que considera apenas um subconjunto \hat{R}_k , com $\hat{R}_k \subseteq R$, de todas as rotas possíveis para o motorista. Outra característica do modelo mestre restrito é a relaxação da restrição (4.4) a fim de que sejam produzidos valores duais pelas restrições e que são fundamentais para o seguimento do processo de geração de colunas.

Abaixo tem-se a formulação LP modelo mestre restrito:

$$\max Z = L \sum_{k \in M} \sum_{r \in \hat{R}} \sum_{i \in P} a_{ir}^k \lambda_r^k - \sum_{k \in M} \sum_{r \in \hat{R}} \lambda_r^k d_r^k \quad (4.11)$$

$$\sum_{r \in \hat{R}_k} \lambda_r^k = 1, \quad \forall k \in M \quad (4.12)$$

$$\sum_{k \in M} \sum_{r \in \hat{R}_k} a_{ir}^k \lambda_r^k \leq 1, \quad \forall i \in P \quad (4.13)$$

$$0 \leq \lambda_r^k \leq 1, \quad \forall r \in \hat{R}_k, k \in M \quad (4.14)$$

Solucionando o modelo mestre restrito, obtém-se os valores duais das restrições (4.12) e (4.13), respectivamente δ^k e π_i , que são passados como dados de entrada ao modelo auxiliar.

4.2.2 Modelo auxiliar

O modelo auxiliar tem como objetivo resolver o subproblema no processo de geração de colunas. No contexto do **CERMP**, resolver o subproblema significa encontrar rotas de custo reduzido positivo. Em outras palavras, rotas que se incluídas no modelo mestre melhorariam a qualidade da solução.

Assim, o modelo tem como função objetivo a maximização do custo reduzido da rota. Além disso, a rota dos motoristas precisa estar sujeita a todas as restrições do **CERMP** como: atender os passageiros em pontos suficientemente próximos, respeitar as restrições físicas de capacidade do veículo, distância máxima percorrida pelo motorista entre outras já explanadas no Capítulo 3. Como haverá um modelo auxiliar para gerar as rotas de cada motorista o mesmo conta com praticamente todas as restrições da modelagem de 3.3 excetuando-se a (3.7) que garante que cada passageiro seja atendido por apenas um motorista. Como neste caso só há um motorista no problema, por definição ela já é atendida. Dispensa-se também o uso do índice k que se referencia ao motorista.

Portanto, o subproblema para um determinado motorista k foi formalizado como abaixo. Os dados de entrada são os mesmos que o modelo completo apresentado na seção 3.3 além dos valores duais extraídos no modelo mestre restrito:

- $G = (V, A)$ - grafo que define o mapa da cidade.
- $\hat{V} \in V$ - conjunto de vértices localizados em ruas sem saída.
- d_{ij} - distância direta entre os vértices i e j , $(i, j) \in A$
- O - origem do motorista.
- $D \in V$ - destino de todos os participantes.
- $Dmax$ - distância máxima permitida para a rota do motorista.
- Q - capacidade de passageiros no veículo do motorista.
- P - conjunto de passageiros.
- L - “lucro” para atendimento de cada passageiro (valor alto)
- SP_i - conjunto de pontos suficientemente próximos do passageiro $i \in P$
- δ - valor dual da restrição (4.12) referente ao motorista no modelo mestre.
- π_i - valor dual da restrição (4.13) referente ao passageiro i no modelo mestre.

As variáveis de decisão são:

- y_i - Variável binária: 1 se o motorista atende o passageiro i , 0 caso contrário.
- x_{ij} - Variável inteira: quantas vezes o motorista passa pela aresta (i, j)
- f_{ij} - Variável inteira: utilizada como auxiliar para controlar o fluxo da rota, prevenindo subciclos isolados.
- p_i - Variável binária: 1 se o motorista passa pelo ponto i , 0 caso contrário. Também auxiliar para prevenir os subciclos isolados.

Formulação ILP proposta para o modelo auxiliar:

$$\max Z = L \sum_{i \in P} y_i - \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij} - (\delta + \sum_{i \in P} y_i \pi_i) \quad (4.15)$$

$$\sum_{j:(O,j) \in A} x_{O,j} - \sum_{j:(j,O) \in A} x_{j,O} = 1 \quad (4.16)$$

$$\sum_{j:(D,j) \in A} x_{D,j} - \sum_{j:(j,D) \in A} x_{j,D} = -1 \quad (4.17)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij} - \sum_{j:(j,i) \in A} x_{ji} = 0, \quad \forall i \in V \setminus \{O, D\} \quad (4.18)$$

$$x_{ij} + x_{ji} \leq \sum_{k:(k,i) \in A/(j,i)} x_{ki} + \sum_{k:(i,k) \in A/(i,j)} x_{ik} \quad \forall (i,j) \in A | i \notin \hat{V} \quad (4.19)$$

$$\sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij} \leq Dmax \quad (4.20)$$

$$\sum_{i \in P} y_i \leq Q \quad (4.21)$$

$$y_i \leq \sum_{v \in SPi} \sum_{j:(v,j) \in A} x_{vj}, \quad \forall i \in P \quad (4.22)$$

$$p_i \leq \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}, \quad \forall i \in V \quad (4.23)$$

$$M' p_i \geq \sum_{j:(i,j) \in A} x_{ij}, \quad \forall i \in V \quad (4.24)$$

$$\sum_{j:(i,j) \in A} f_{ij} \geq \sum_{j:(j,i) \in A} f_{ji} + 1 - M(1 - p_i), \quad \forall i \in V \setminus \{O, D\} \quad (4.25)$$

$$\sum_{j:(O,j) \in A} f_{O,j} \geq \sum_{j:(j,O) \in A} f_{j,O} + 1 \quad (4.26)$$

$$f_{ij} \leq M x_{ij}, \quad \forall (i,j) \in A \quad (4.27)$$

$$x_{ij} \in \mathbb{N}, \quad \forall (i,j) \in A \quad (4.28)$$

$$f_{ij} \in \mathbb{N}, \quad \forall (i,j) \in A \quad (4.29)$$

$$y_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in P \quad (4.30)$$

$$p_i \in \{0, 1\}, \quad \forall i \in V \quad (4.31)$$

Na função objetivo, a expressão que antes levava em conta apenas os termos de distância e lucro por atendimento ao passageiro, no modelo auxiliar considera também os valores duais, representando agora o custo reduzido (no problema mestre) de alguma rota gerada para o motorista corrente. O valor da função objetivo do modelo auxiliar tem papel decisivo na continuação do processo. Uma rota será inserida no modelo mestre se o valor de sua função objetivo no auxiliar (custo reduzido) apresentar valor positivo. Isso indica que é interessante para a função objetivo do mestre considerar essa rota em seu conjunto. Deste modo, baseados nos valores duais, a função objetivo irá direcionar as buscas para tentar incluir na

rota passageiros mais interessantes ao problema mestre. Note que a função pode ser reescrita como $Z = \sum_{i \in P} (L - \pi_i) y_i - \sum_{(i,j) \in A} d_{ij} x_{ij} - \delta$, ou seja, é praticamente a mesma do modelo completo, considerando os lucros associados ao atendimento dos passageiros e a distância percorrida da rota, mas para apenas um motorista. O diferencial são os valores duais que agora são considerados no intuito de diferenciar passageiros mais interessante que outros a serem atendidos em cada iteração.

A diferença nas restrições é a eliminação do índice referente ao motorista que as variáveis de decisão dizem respeito, pois nesse caso cada modelo auxiliar tem como objetivo construir a rota para um motorista específico. Nota-se também que a restrição (3.7) contida no modelo completo, que tinha como objetivo garantir que qualquer passageiro fosse associado a no máximo um motorista, também foi eliminada, pois esse controle é feito pelo modelo mestre, não pelo subproblema.

4.2.3 Configurações para aplicação do método

Assim como nas outras técnicas propostas, foi estipulado um tempo limite de execução dessa abordagem. Foi constatado que para certos motoristas era preciso um tempo muito longo para se atingir a solução ótima do modelo auxiliar. Portanto, também era necessária outra imposição de tempo de limite de execução, agora nos subproblemas. Testes preliminares mostraram que tempo de solução dos subproblemas varia de um motorista pra outro e também de uma iteração pra outra. Como não se sabe o tempo que um subproblema difícil levaria para chegar à solução ótima, podendo ser bem maior que o de outros motoristas e, dado que o processo como um todo tem um tempo limitado, isso diminuiria significativamente o número de iterações entre o modelo mestre e os subproblemas, gerando menos rotas a serem usadas no processo.

Além disso, na maioria das vezes o subproblema já havia construído rotas com custo reduzido positivo em tempo razoável mas ainda estava longe da solução ótima. Assim, a execução do subproblema, ainda que interrompida antes de se atingir a otimalidade, poderia contribuir com uma boa rota ao modelo mestre. Portanto, é realmente possível, viável e vantajoso impor um tempo limite na resolução do modelo auxiliar.

Após a execução do processo, chega-se a uma solução (possivelmente fracionária) sem garantia de otimalidade devido às limitações de tempo impostas. Como no modelo mestre original as restrições são inteiras, uma solução fracionária não tem interpretação prática, havendo então a necessidade de transformá-la em uma solução inteira. Entretanto, como não se chegava à solução ótima da relaxação linear, a geração de colunas não foi incorporada ao *branch and price*. Como alternativa ao *branch and price*, ao fim do processo alterou-se para inteira o tipo das variáveis λ_r^k do modelo mestre restrito e o mesmo foi resolvido novamente com as colunas geradas durante o processo, apresentando assim uma solução inteira para o problema. Claramente, nota-se que os modelos exatos propostos para a geração de colunas foram

resolvidos de forma heurística, pois foi feita uma série de adaptações para fornecer soluções em tempos aceitáveis.

5 Experimentos computacionais

Neste capítulo são apresentados os parâmetros, as instâncias e o ambiente computacional utilizados para testar os métodos computacionais propostos neste trabalho. Como não foi encontrado nenhum trabalho de *ridesharing* com essa abordagem, variadas instâncias também foram propostas.

5.1 Instâncias

Para testar os algoritmos propostos, foi tomado como base o contexto da cidade de Viçosa-MG que tem aproximadamente 80.000 habitantes. Nos testes referentes a abordagem que utiliza um único destino para todos participantes, o ponto escolhido para esse fim foi o que representa a localização do campus da Universidade Federal de Viçosa (UFV) para onde milhares de pessoas se deslocam diariamente. Por consequência disso, diariamente nos horários de chegada e saída de pessoas na universidade, apresenta-se tráfego intenso seguido de engarrafamentos. No caso de abordagem com múltiplos destinos, os pontos escolhidos para serem possíveis destinos de passageiros são todos que estejam localizados no máximo a 1 quilômetro da avenida P.H. Rolfs, localizada no centro da cidade e os pontos de origem a pelo menos 3 quilômetros dela.

Foi obtido o grafo que representa a rede de ruas e cruzamentos da cidade elaborado por (MENDES, 2015). O grafo foi modelado no software de matemática computacional GeoGebra, como ilustrado na Figura 16, onde em destaque estão representados alguns bairros centrais da cidade. Em seguida, foi feita a conversão do grafo como um arquivo de texto, visando a leitura nos algoritmos aqui propostos.

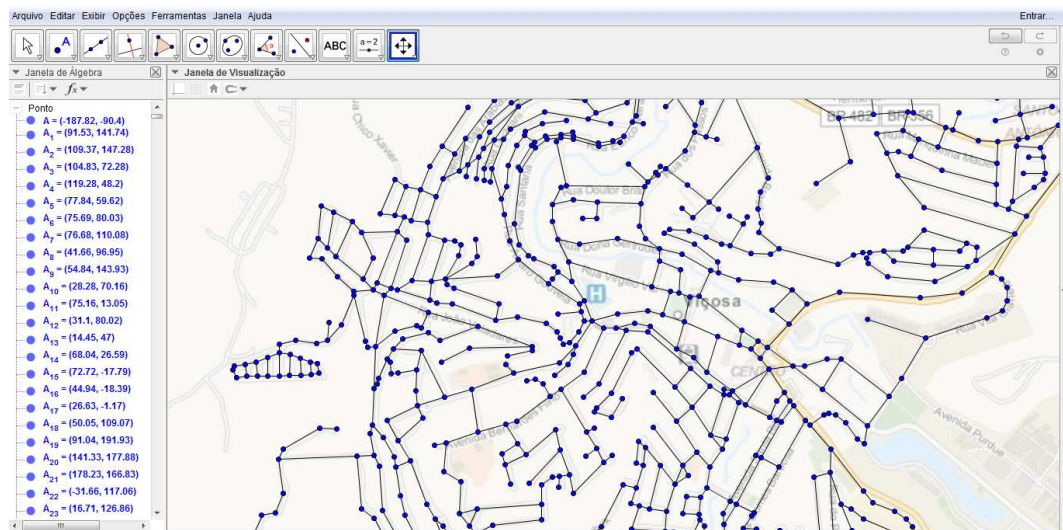


Figura 16 – Grafo modelado no software GeoGebra.

Na Figura 17 temos um exemplo de instância, utilizando a abordagem de destino

único, e essa é composta pelas seguintes informações: número de motoristas, número de passageiros, ponto referente ao destino final de todos os participantes e taxa de desvio máximo por motorista em relação a sua rota direta para o destino. Dados referentes aos pontos de origem dos motoristas e os pontos suficientemente próximos de cada passageiro finalizam as informações oriundas da instância.

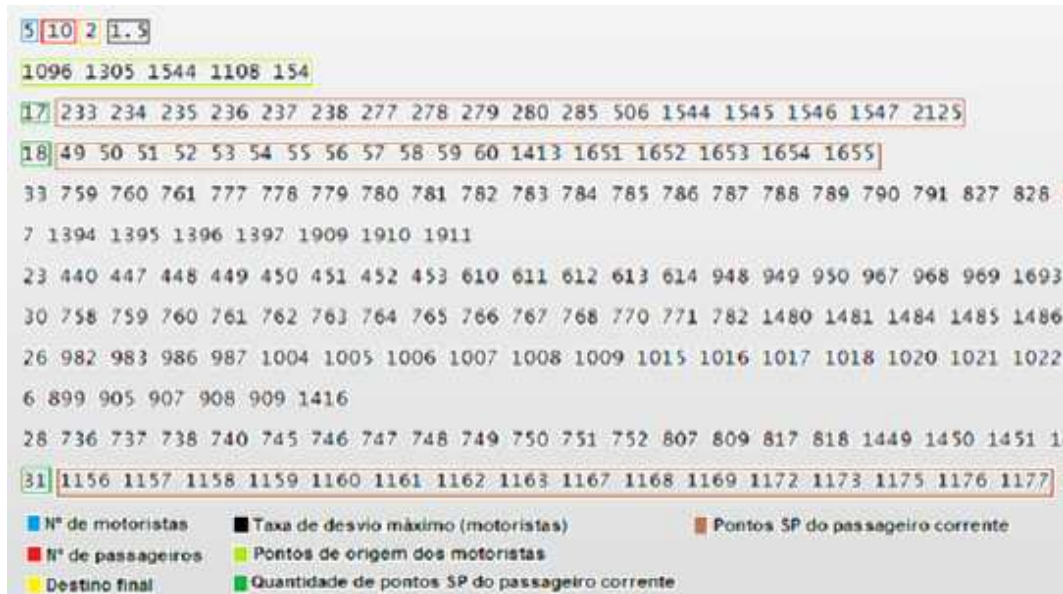


Figura 17 – Exemplo de instância com 5 motoristas 10 passageiros.

5.1.1 Especificação de classes

Inicialmente projetou-se cinco diferentes conjuntos, com números de motoristas variando entre 5 e 50 e passageiros variando entre 5 e 250. Cada conjunto é nomeado como M_xkP , com 10 instâncias e k varia de 1 a 5 sendo a quantidade de passageiros que existem para um motorista, em média, nas suas instâncias. A união desses conjuntos contém 50 instâncias ao todo e é chamada de **conjunto padrão de testes** (CPT) estando exemplificado na Tabela 1.

Tabela 1 – CPT e descrição do número de participantes de suas instâncias.

M_x1P	M_x2P	M_x3P	M_x4P	M_x5P
5M-5P	5M-10P	5M-15P	5M-20P	5M-25P
10M-10P	10M-20P	10M-30P	10M-40P	10M-50P
15M-15P	15M-30P	15M-45P	15M-60P	15M-75P
20M-20P	20M-40P	20M-60P	20M-80P	20M-100P
25M-25P	25M-50P	25M-75P	25M-100P	25M-125P
30M-30P	30M-60P	30M-90P	30M-120P	30M-150P
35M-35P	35M-70P	35M-105P	35M-140P	35M-175P
40M-40P	40M-80P	40M-120P	40M-160P	40M-200P
45M-45P	45M-90P	45M-135P	45M-180P	45M-225P
50M-50P	50M-100P	50M-150P	50M-200P	50M-250P

Tabela 2 – Classes de instâncias

Nome da instância	Desvio motoristas	Caminhada passageiros	Localização aleatória de motoristas	Localização aleatória de passageiros
Geral	50%	300 Metros	qualquer lugar	qualquer lugar
C_M102_P302	10%	30%	até 2km	até 2km
C_M302_P102	30%	10%	até 2km	até 2km
C_M125_P325	10%	30%	entre 2km e 5km	entre 2km e 5km
C_M325_P125	30%	10%	entre 2km e 5km	entre 2km e 5km
C_M102_P305	10%	30%	até 2km	até 5km
C_M302_P105	30%	10%	até 2km	até 5km
C_M105_P302	10%	30%	até 5km	até 2km
C_M305_P102	30%	10%	até 5km	até 2km

Também foi elaborada diferentes classes de instâncias para analisar o comportamento das técnicas de solução aqui propostas em diferentes disposições de motoristas e passageiros pelo mapa em relação ao destino final. As características são mostradas na Tabela 2. O primeiro conjunto, denominado Geral, foi criado sem nenhuma configuração específica, com disposição completamente aleatória pelo mapa. A nomenclatura dos demais conjuntos obedece o seguinte padrão: C_MABC_PDEF onde A é a porcentagem de desvio máximo na rota para os motoristas (1 para 10% e 3 para 30%) e [B,C] como intervalo de localização (em km de distância para o destino final) no mapa das origens dos motoristas. A interpretação é análoga para os valores D, E, F, mas neste caso em relação aos passageiros. Há conjuntos onde ambos participantes estão próximos ao destino (C_M102_P302 e C_M302_P102), em outros estão todos distantes (C_M125_P325 e C_M325_P125). Por fim, há conjuntos de motoristas que se encontram mais distantes e passageiros mais próximos do destino final (C_M102_P305 e C_M302_P105) e vice-versa (C_M105_P302 e C_M305_P102). Desta forma buscou-se uma grande diversificação no que diz respeito a geração das instâncias a fim de tentar cercar variados casos do problema.

5.1.2 Instâncias reais

Com o objetivo de aplicar o problema ao caso real, foram coletados dados de pessoas que saem diariamente de suas casas e tem como destino a UFV. Essas informações dizem respeito a: quais dias da semana e os respectivos horários de chegada na universidade, quantidade máxima de desvio que motoristas aceitam desviar, quantidade de pessoas que o motorista pode oferecer carona e quantidade máxima que passageiros aceitam caminhar para serem atendidos por um motorista.

Os dados coletados foram usados para construir instâncias reais do **CERMP**, tanto em termos de número de motoristas e passageiros quanto na localização deles.

Os participantes que se interessaram em oferecer carona informaram ainda seus destinos finais no campus da UFV e quem teve interesse em pegar carona informou

pontos dentro do campus em que aceitavam desembarcar do veículo, pois apesar desses pontos não serem necessariamente destinos finais, eram muito próximo a eles e assim o trajeto poderia ser concluído com uma caminhada. As informações coletadas não foram usadas nesses primeiros testes, onde foi considerado um único ponto no campus como sendo destino final de todos os participantes.

A seguir são apresentados algumas informações estatísticas sobre a coleta de dados.

Como ilustrado na Figura 18, dos 174 que responderam ao questionário, 145 (83,3%) se mostraram interessados a participar do transporte solidário. Dos 145 interessados, 121 (83,4%) desejavam pegar carona e 24 (16,6%) gostariam de oferecer carona. Uma estatística da quantidade de lugares no carro oferecidas para carona pelos motoristas é mostrada pelo gráfico da Figura 19. O gráfico constata o alto grau de subutilização dos veículos, havendo pelo menos 3 lugares disponíveis nos carros em 20 dos 24 participantes e em 9 casos (considerando carros comuns de passeio, com 5 lugares) o carro não levava nenhum passageiro, apenas o motorista. Um total de 29 pessoas (16,7%) respondeu que não desejava participar do transporte voluntário. As justificativas mais comuns foram a insegurança de estar com pessoas desconhecidas no carro e o fato de já habitarem próximas à UFV.

Na Figura 20 temos um gráfico sobre as respostas dos participantes em relação aos seus horários de chegada à UFV. Os horários de aula da UFV seguem um padrão fixo para todos os cursos, por isso é comum haver vários participantes que têm o mesmo horário de chegada à UFV. Nota-se que o horário de chegada da maioria dos participantes em todos os dias é 8:00, que coincide com o início das aulas e do expediente de trabalho. Alguns dos horários não foram escolhidos por nenhum dos participantes. A partir desses dados foi criada uma instância para cada horário e dia em que houve interessado, envolvendo os participantes correspondentes, resultando em 29 instâncias.

5.2 Preparos iniciais para execuções

Na etapa preliminar referente as execuções das instâncias, foi criada a matriz de distância entre os vértices do grafo e aplicado um algoritmo de caminho mínimo para descobrir quais os menores caminhos entre cada par de pontos. A matriz contendo todos os caminhos de retorno entre quaisquer três pontos é calculada pelo Algoritmo 6, e também é anexada aos dados de entrada do problema.

Processando esses dados de entrada, pode-se executar qualquer instância referente a este grafo. Para uma instância específica, esses dados são usados no pré-processamento explicado na seção 3.4.4 para inviabilizar os pares motorista-ponto e motorista-passageiro. Além disso, esses dados são utilizados pelos métodos heurísticos, na construção das rotas dos motoristas entre suas origens e destinos e

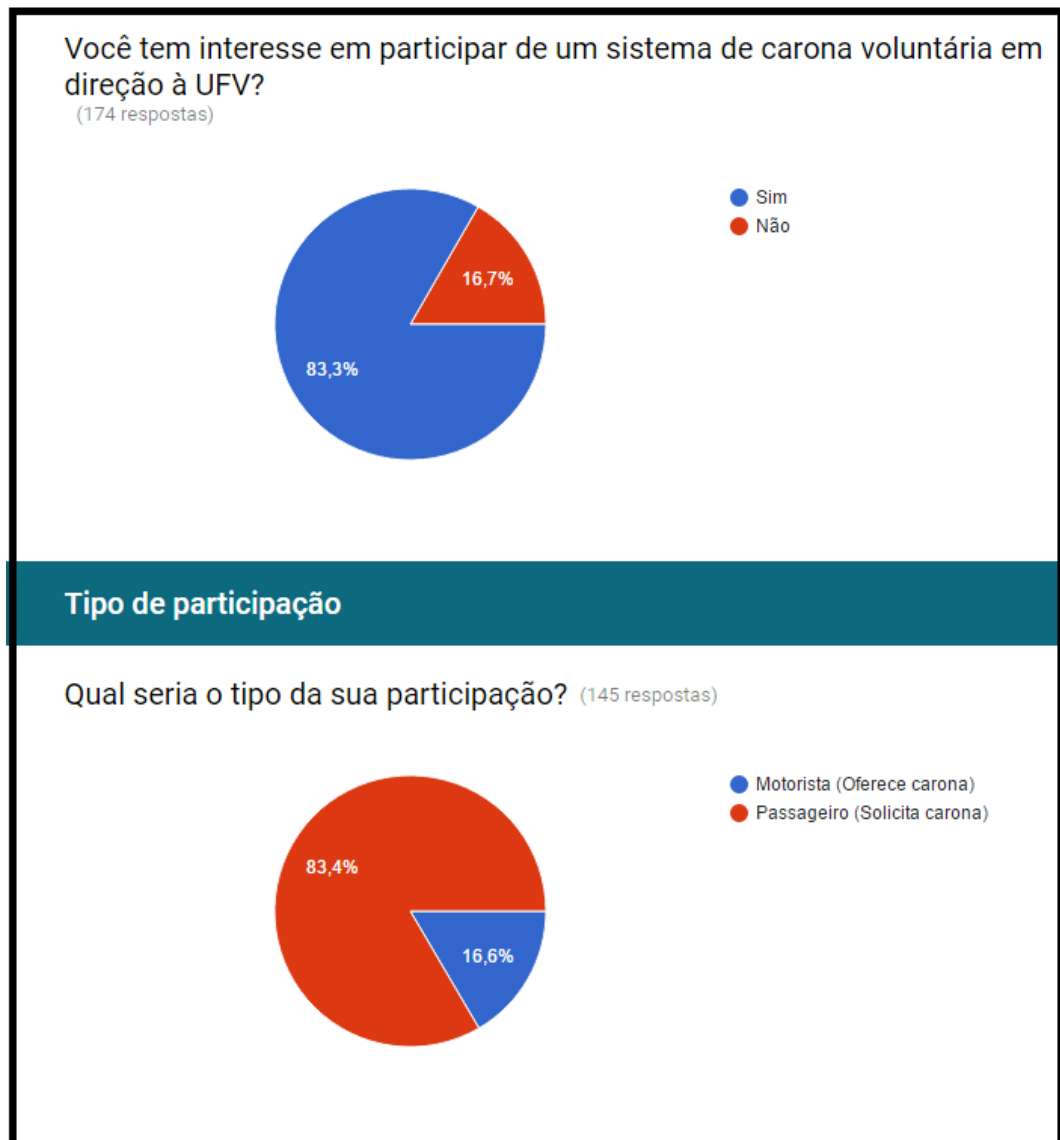


Figura 18 – Interesse pelo transporte solidário.

também nos desvios realizados na mesma a fim de atender passageiros.

5.3 Abordagens utilizadas e parâmetro dos métodos

Foram propostas duas abordagens para tratar o problema. A primeira (denominada **ILP**) foi a combinação entre a heurística ILS e o modelo matemático completo e a segunda (denominada **GC**) a combinação entre a heurística ILS e a geração de colunas. Essa combinação se dá por meio da passagem da solução encontrada pela heurística como solução inicial para ambos os métodos. Sem esse procedimento e o pré-processamento de dados detalhado na seção 3.4.4, foi verificado em testes preliminares que nenhum dos dois métodos encontra soluções viáveis ao problema por consequência da grande complexidade do modelo e também do grande espaço de busca. As duas abordagens foram limitadas ao tempo de 1 hora de execução. Na Figura 21 ilustra-se o funcionamento básico das duas abordagens propostas.

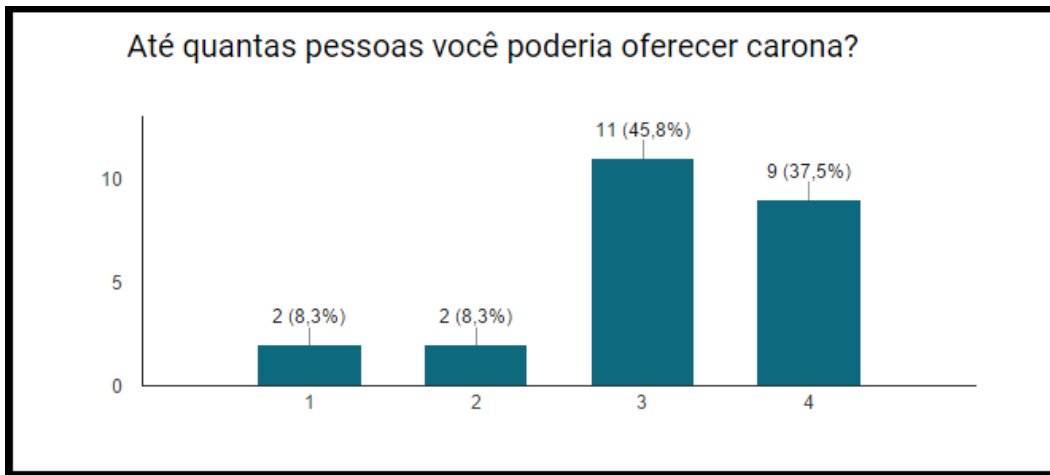


Figura 19 – Quantidade de vagas oferecidas por motoristas.

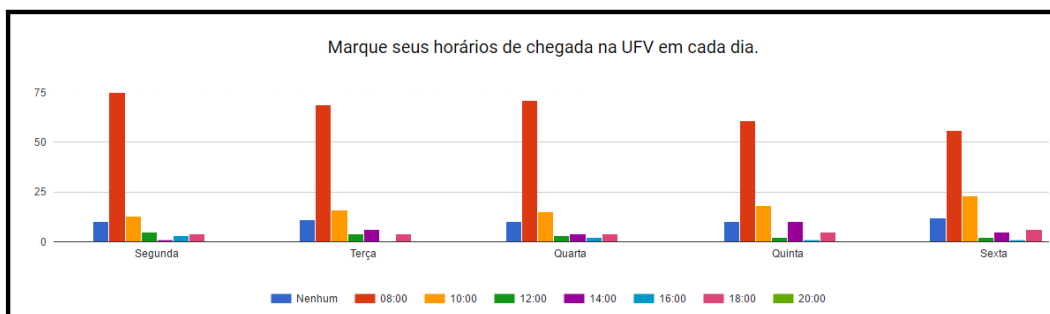


Figura 20 – Dias e horários de chegada na UFV.

Na abordagem **GC**, devido a complexidade em alguns casos do modelo auxiliar, foi necessário limitar seu tempo máximo de execução. Nessa abordagem o maior consumo de tempo ocorre nos modelos auxiliares que em alguns casos chegam a levar bastante tempo para atingir a solução final, impedindo que haja várias iterações entre eles e o modelo mestre. O longo tempo de execução do modelo auxiliar também contribui para que o processo de geração de colunas como um todo não chegue ao fim em um tempo viável. Por isso, além da limitação geral de 1 hora, cada modelo auxiliar teve seu tempo limitado.

Como não chegou-se previamente a um consenso sobre qual a melhor maneira de dividir o tempo entre os modelos auxiliares no decorrer do processo foram propostas diferentes abordagens, cada uma utilizando diferentes diretivas para a determinação do tempo máximo de sua execução. São listadas abaixo as abordagens utilizadas durante as execuções dos testes sobre a técnica de geração de colunas:

- Abordagem 1 (GC_1): Tempo fixo de 60 segundos, independente do número de motoristas.
- Abordagem 2 (GC_2): Tempo de execução de $3600/3 \cdot M$ segundos, onde M é o número de motoristas da instância. Desta forma, é garantido pelo menos 3 iterações entre o modelo mestre e os modelos auxiliares.

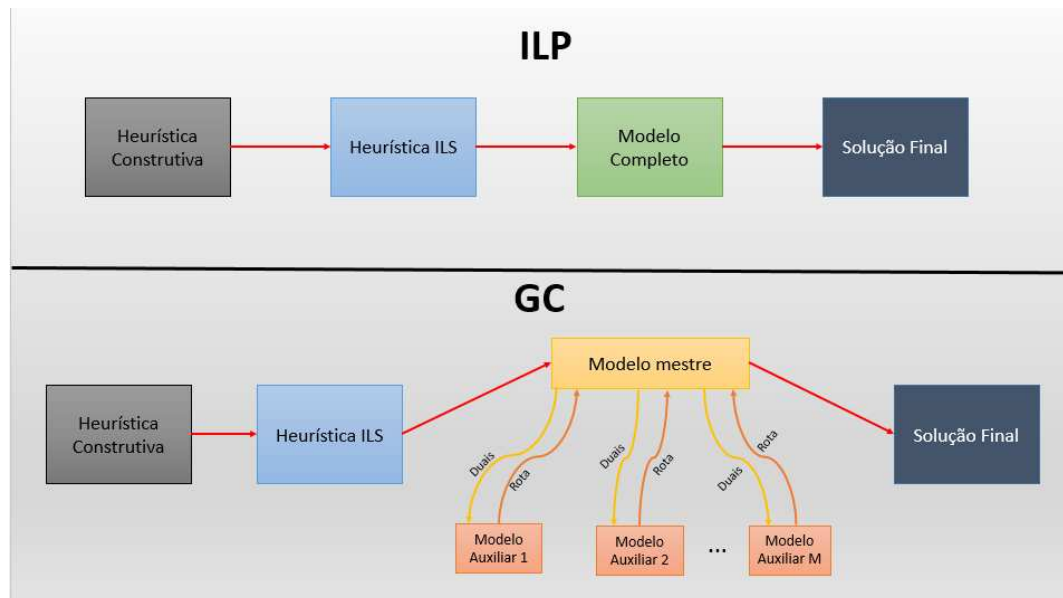


Figura 21 – Esquema das abordagens **ILP** e **GC**

- Abordagem 3 (GC_3): Tempo de execução de $20 + T/30$ segundos, onde T é o tempo de execução corrente do processo até o momento do início da execução do modelo. Essa abordagem se baseia no princípio que, na geração de colunas, o modelo mestre tende a utilizar as colunas geradas no fim do processo. Assim, quanto maior o tempo corrente de execução do processo, maior é o tempo de execução fornecido ao subproblema.
- Abordagem 4 (GC_4): Tempo de execução de $3600/5 * M + T/30$ segundos, onde M é o número de motoristas da instância e T é o tempo de execução corrente do processo até o momento do início da execução do modelo. Esta abordagem combina as características de GC_2 e GC_3.

Com as técnicas acima, teve-se como objetivo variar (e também combinar) as características decisivas na definição dos tempos de execução dos modelos auxiliares. Como não foi encontrado um padrão de comportamento ou técnica que fosse melhor nas várias classes de instâncias, foi escolhida para execução a abordagem GC_3, que apresentou melhor resultado médio.

Para início do processo, por meio do modelo mestre, são necessárias colunas (rotas) iniciais que forneçam uma solução viável. Assim sendo, foi inserida uma rota para cada motorista onde cada uma foi gerada pela heurística ILS proposta.

Já nos modelos auxiliares, foi usada como solução inicial a rota de caminho mínimo entre a origem do motorista e o destino final. A definição da solução inicial se deu dessa forma pois, como os passageiros mais lucrativos a certos motoristas variam no decorrer do processo, é mais adequado iniciar com uma rota genérica, que não realiza nenhum desvio a fim de atender passageiros.

5.4 Ambiente de testes

Todos os modelos e métodos foram implementados e executados no ambiente Microsoft Visual Studio. A linguagem adotada para a programação de todas as técnicas foi C++.

Para programar e resolver os modelos na linguagem C++ era necessário a integração com um *solver* (software especializado na solução de modelos matemáticos). Foi utilizado o software CPLEX versão 12.6, da IBM para resolver o modelo matemático, juntamente com a biblioteca Concert, fornecida pelo CPLEX, que permite a tradução dos modelos matemáticos e sua solução.

Todos os testes foram executados em um computador Intel Core i7-4790K, 4.00 GHz e 32 Gigabytes de memória (RAM).

Foi fixado um tempo limite de execução de 1 hora para as duas técnicas propostas: **ILP** e **GC**. Também foi fixado o tempo limite de 1 hora para a execução da heurística ILS, na busca de uma solução inicial viável para as duas abordagens.

6 Resultados e discussão

Os resultados dos testes computacionais são expostos e discutidos neste capítulo. Na Seção 6.1 trata-se dos resultados obtidos sobre as instâncias em que todos os participantes têm como destino final a UFV. Os resultados para instâncias em que os passageiros tinham como destino final diferentes pontos no centro da cidade são detalhados na Seção 6.2. Por fim, a Seção 6.3 mostra resultados com instâncias criadas utilizando dados reais coletados de pessoas que pertencem à comunidade acadêmica da UFV.

6.1 Destino único para todos participantes

A Tabela 3 mostra o resultado das execuções da heurística ILS e do modelo resolvido pelo CPLEX para as 50 instâncias do CPT, usando a solução inicial da heurística (técnica **ILP**). Na primeira coluna encontra-se o nome da instância com seus respectivos números de motoristas e passageiros. As segunda e terceira colunas representam o valor da função objetivo encontrado pela heurística ILS (daqui em diante chamada simplesmente “heurística”) e depois pelo **ILP** com a inserção da solução inicial encontrada pela heurística (daqui em diante referida apenas por “**ILP**”). A quarta coluna mostra a melhora sobre a solução heurística proporcionada pelo **ILP**. Na quinta coluna temos o valor do *gap* de integralidade final (diferença percentual entre a melhor solução inteira encontrada e o *upper bound* da relaxação linear). As sexta e sétima colunas mostram o número de passageiros atendidos em cada abordagem. Por fim, a oitava e nona colunas indicam de quanto foi e qual foi o tipo de melhoria que a execução do **ILP** proporcionou sobre a solução heurística: em número de passageiros ou nas distâncias percorridas pelos motoristas.

Nota-se que em todos os casos o **ILP** melhorou as soluções iniciais recebidas da heurística. Em apenas um caso (10M-10P) a heurística encontrou uma solução (muito próximo da ótima) com o mesmo número de passageiros atendidos do que o **ILP**. Nesse caso, a melhora proporcionada foi em relação a distância percorrida pelos veículos. Em todos os demais, o **ILP** aumentou o número de passageiros atendidos em relação a heurística. Além disso, apresentou valor de *gap* menor que 1% em 34 casos, sendo essa solução ótima em 7 casos (*gap* = 0, marcados com ‘-’). De todos os casos apenas a instância 5M-15P apresentou um valor de *gap* muito elevado (17%), nos demais foi sempre menor que 8%.

Na Tabela 4 são apresentados dados referentes a execução da técnica de geração de colunas (daqui em diante referida por **GC**) para as mesmas instâncias da tabela anterior. Os dados estão contidos na tabela obedecendo a seguinte ordem: instância executada, valores de função objetivo para os métodos **ILP** e **GC**, *gap* final atingido pelo **ILP**, porcentagem de melhora atingida sobre o valor de função objetivo da

heurística promovido pelo **ILP** e **GC** e também do **GC** sobre o **ILP**, e por fim a quantidade de melhora em relação ao número de passageiros proporcionada pelo **ILP** e **GC**. Nestas últimas colunas uma quantidade de passageiros é marcada em negrito se é maior que a encontrada pela outra abordagem.

Verifica-se que ambos os métodos proporcionaram grandes melhoras sobre a solução heurística. Em 5 casos, a solução encontrada pelos métodos é exatamente a mesma (marcados com '-' na coluna **GC-ILP**), sendo todos eles casos de solução ótima (note que apenas em casos com poucos motoristas, 5 ou 10). Em 9 casos a **GC** supera o valor da função objetivo do **ILP** (valores positivos na coluna **CP-ILP**). Em 3 desses casos (20M-20P, 15M-60P e 15M-75P) a melhora se dá em número de passageiros atendidos. O valor de *gap* do **ILP** para esses casos, que antes eram de 5,54%, 7,06% e 5,56% quando calculados levando-se em conta o valor da função objetivo da **GC**, caem para 0,17%, 4,46% e 3,52% respectivamente. Porém, em 36 casos a solução final do **ILP** se apresenta melhor que a da **GC**. Portanto nota-se que a **GC** não se mostrou competitiva com o **ILP** nessas instâncias, apesar de tê-la superado em alguns casos.

A seguir, é mostrado um apanhado geral dos resultados obtidos sobre os testes computacionais por meio da Tabela 6. Estes testes envolvem todas as classes de instâncias com destino único. São apresentados os resultados médios para as 50 instâncias da classe Geral e para as 10 instâncias do tipo Mx5P de cada uma das demais classes. Na tabela estão contidas informações comparativas sobre a Heurística, **ILP** e **GC**. A primeira coluna indica a qual classe de instância são referentes os dados. Em seguida são descritas as médias de passageiros atendidos por cada método. As colunas seguintes contêm a diferença percentual entre os valores de função objetivo para cada um dos métodos e a melhora (em média) sobre o número de passageiros atendidos. Nas últimas três colunas são mostradas a quantidade de soluções ótimas alcançadas pelos métodos. As tabelas com dados completos de execução para todas as outras classes além da **Geral** estão contidas no Apêndice A.

É possível notar que, para todas as classes propostas, as abordagens **ILP** e **GC** melhoraram consideravelmente a qualidade de suas soluções iniciais (obtidas pela heurística). O **ILP** obteve uma melhor performance (em relação aos valores de função objetivo) sobre **GC** em 8 das 9 classes de instâncias propostas havendo empate na classe C_M305_P102. Em relação a otimalidade das soluções, desconsiderando a classe **Geral**, para as 80 instâncias testadas, a heurística chegou à solução ótima em 6 casos e **ILP** em 68 contra 44 da **GC**. Além disso, para as classes: C_M102_P302, C_M302_P102, C_M125_P325, C_M102_P305, C_M302_P105 e C_M105_P302 a abordagem **ILP** atingiu a solução ótima de todas as instâncias. Pode-se notar também que as instâncias em que os motoristas podiam realizar rotas com maiores distâncias (C_M325_P125 e C_M305_P102) foram as que se mostraram com maior nível de difi-

culdade de resolução. Isso indica que quanto maiores as possibilidades de alocação entre motoristas e passageiros, maior a dificuldade da instância.

Portanto, embora a **GC** tenha sido projetada para melhorar os resultados, pode-se dizer que de uma forma geral, a abordagem **ILP** apresentou melhores resultados para instâncias de destino único, ainda que tenha sido superada pela **GC** em alguns poucos casos.

6.2 Participantes com múltiplos destinos em área restrita

A Tabela 5 expõe os resultados de execuções para as 50 instâncias contidas no CPT que foram realizadas para o caso de múltiplos destinos em área restrita. Os pontos de destino estão concentrados no centro da cidade (Figura 22), enquanto os pontos de origem estão distantes do centro. A natureza dos dados contidos nessa tabela é semelhante à da tabela 3, onde também buscou-se realizar uma análise de melhoria sobre as soluções, proporcionada pelo **ILP**, em relação a heurística.

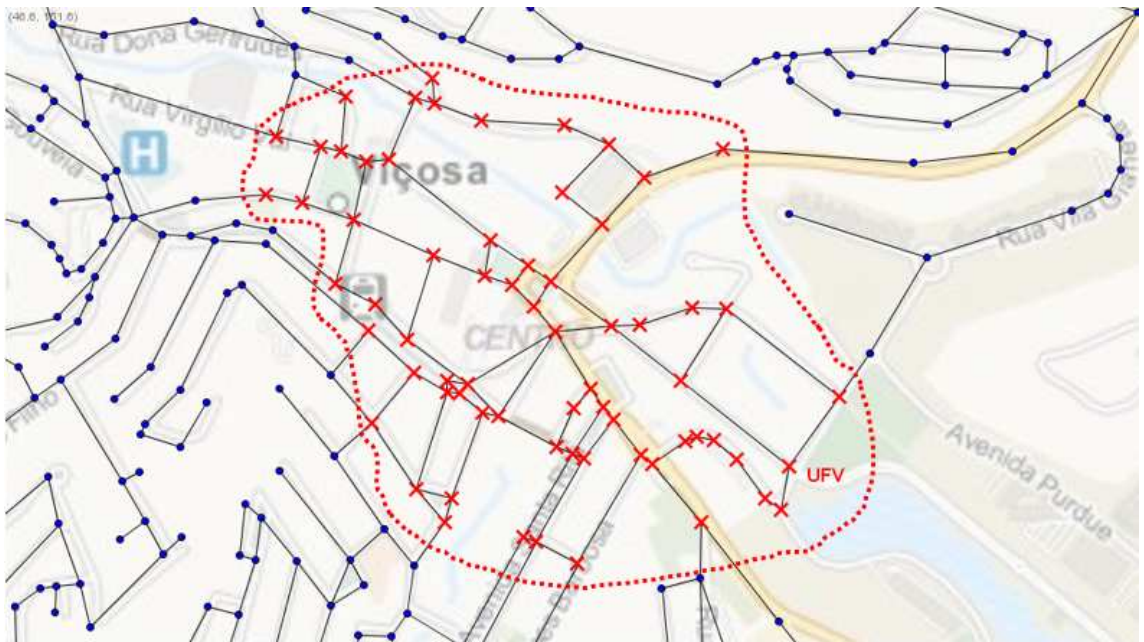


Figura 22 – Área restrita com possíveis pontos de destino destacados.

Pode-se observar na Tabela 5 que o **ILP** sempre aprimorou a solução heurística e em quase todos os casos essa melhora se deu aumentando o número de passageiros atendidos. A solução final encontrada foi ótima em 6 casos e teve *gap* menor que 1% em 12 casos. Entretanto, os valores *gap* foram bastante altos em muitas instâncias, chegando a mais de 10% em 17 casos e mais de 20% em 7 casos. Isso mostra que essas instâncias com múltiplos destinos trazem uma dificuldade bem maior à abordagem **ILP** quando comparadas às instâncias com destino único, em que os *gaps* foram, de uma forma geral, bem menores. Esse aumento na dificuldade também é refletido na

Tabela 3 – Resultados do **ILP** para instâncias com destino único do CPT referentes a classe Geral.

Instância	Função Objetivo		ILP		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP	Melhora (%)	Gap (%)	Heurística	ILP	Pass	Dist (Km)
5M-5P	28.451	48.319	69,83	-	3	5	2	-
10M-10P	57.742	57.751	0,02	-	6	6	-	0,09
15M-15P	105.457	145.409	37,88	0,09	11	15	4	-
20M-20P	143.700	183.668	27,81	5,54	15	19	4	-
25M-25P	182.434	222.327	21,87	0,03	19	23	4	-
30M-30P	262.010	291.833	11,38	0,01	27	30	3	-
35M-35P	298.909	339.028	13,42	0,07	31	35	4	-
40M-40P	347.787	387.846	11,52	0,12	36	40	4	-
45M-45P	406.234	436.172	7,37	0,06	42	45	3	-
50M-50P	415.051	474.647	14,36	0,03	43	48	5	-
5M-10P	18.342	28.344	54,53	-	2	3	1	-
10M-20P	157.175	186.859	18,89	0,10	16	19	3	-
15M-30P	244.838	294.527	20,29	0,09	25	30	5	-
20M-40P	303.121	392.755	29,57	0,12	31	40	9	-
25M-50P	362.397	432.065	19,22	2,40	37	44	7	-
30M-60P	490.054	560.242	14,32	0,10	50	57	7	-
35M-70P	559.143	688.586	23,15	0,08	57	70	13	-
40M-80P	697.369	787.191	12,88	0,07	71	80	9	-
45M-90P	764.223	884.152	15,69	0,04	78	90	12	-
50M-100P	884.060	983.731	11,27	0,06	90	100	10	-
5M-15P	98.016	117.845	20,23	17,04	10	12	2	-
10M-30P	157.365	217.102	37,96	0,09	16	22	6	-
15M-45P	275.546	395.019	43,36	2,59	28	40	12	-
20M-60P	503.087	553.184	9,96	0,01	51	56	5	-
25M-75P	441.908	650.873	47,29	3,20	45	66	21	-
30M-90P	621.156	701.107	12,87	0,03	63	71	8	-
35M-105P	809.685	988.975	22,14	0,07	82	100	18	-
40M-120P	917.328	1.126.970	22,85	2,72	93	114	21	-
45M-135P	1.036.715	1.314.960	26,84	1,67	105	133	28	-
50M-150P	1.115.951	1.414.980	26,80	0,07	113	142	29	-
5M-20P	49.054	58.978	20,23	-	5	6	1	-
10M-40P	207.605	277.260	33,55	-	21	28	7	-
15M-60P	275.373	434.719	57,87	7,06	28	44	16	-
20M-80P	593.076	732.093	23,44	2,88	60	74	14	-
25M-100P	581.721	870.518	49,65	4,69	59	88	29	-
30M-120P	791.640	1.030.700	30,20	2,83	80	104	24	-
35M-140P	959.658	1.178.860	22,84	0,07	97	119	22	-
40M-160P	1.226.783	1.466.470	19,54	1,43	124	148	24	-
45M-180P	1.245.767	1.555.030	24,83	2,64	126	157	31	-
50M-200P	1.604.649	1.923.410	19,86	1,13	162	194	32	-
5M-25P	108.296	147.853	36,53	-	11	15	4	-
10M-50P	216.879	266.916	23,07	-	22	27	5	-
15M-75P	464.627	544.281	17,14	5,56	47	55	8	-
20M-100P	594.103	763.247	28,47	0,06	60	77	17	-
25M-125P	643.224	832.446	29,42	0,08	65	84	19	-
30M-150P	830.947	1.010.270	21,58	0,08	84	102	18	-
35M-175P	1.019.746	1.388.500	36,16	0,09	103	140	37	-
40M-200P	1.247.360	1.586.420	27,18	0,08	126	160	34	-
45M-225P	1.327.858	1.617.110	21,78	0,02	134	161	27	-
50M-250P	1.664.689	1.954.100	17,39	1,06	168	197	29	-

Tabela 4 – Comparação entre **ILP** e **GC** sobre os resultados obtidos para as instâncias com destino único do CPT referentes à classe Geral

Instância	Função Objetivo		Gap (%)	Melhoria F.O (%)			Melhoria Pass.	
	ILP	GC		ILP-H	GC-H	GC-ILP	ILP	GC
5M-5P	48.319	48.319	-	69,83	69,83	-	2	2
10M-10P	57.751	57.751	-	0,02	0,02	-	-	-
15M-15P	145.409	145.354	0,09	37,88	37,83	-0,04	4	4
20M-20P	183.668	193.510	5,54	27,81	34,66	5,09	4	5
25M-25P	222.327	222.324	0,03	21,87	21,87	≈ 0	4	4
30M-30P	291.833	291.847	0,01	11,38	11,39	≈ 0	3	3
35M-35P	339.028	338.565	0,07	13,42	13,27	-0,14	4	3
40M-40P	387.846	367.911	0,12	11,52	5,79	-5,42	4	1
45M-45P	436.172	426.248	0,06	7,37	4,93	-2,33	3	1
50M-50P	474.647	434.802	0,03	14,36	4,76	-9,16	5	1
5M-10P	28.344	28.344	-	54,53	54,53	-	1	1
10M-20P	186.859	186.900	0,10	18,89	18,91	0,02	3	3
15M-30P	294.527	294.480	0,09	20,29	20,28	-0,02	5	5
20M-40P	392.755	382.598	0,12	29,57	26,22	-2,65	9	8
25M-50P	432.065	422.040	2,40	19,22	16,46	-2,38	7	6
30M-60P	560.242	529.751	0,10	14,32	8,10	-5,76	7	3
35M-70P	688.586	639.029	0,08	23,15	14,29	-7,76	13	7
40M-80P	787.191	746.961	0,07	12,88	7,11	-5,39	9	4
45M-90P	884.152	823.969	0,04	15,69	7,82	-7,30	12	5
50M-100P	983.731	973.600	0,06	11,27	10,13	-1,04	10	8
5M-15P	117.845	117.850	17,04	20,23	20,24	≈ 0	2	2
10M-30P	217.102	207.177	0,09	37,96	31,65	-4,79	6	5
15M-45P	395.019	385.026	2,59	43,36	39,73	-2,60	12	11
20M-60P	553.184	553.180	0,01	9,96	9,96	≈ 0	5	5
25M-75P	650.873	640.654	3,20	47,29	44,97	-1,60	21	20
30M-90P	701.107	700.940	0,03	12,87	12,84	-0,02	8	8
35M-105P	988.975	909.296	0,07	22,14	12,30	-8,76	18	9
40M-120P	1.126.970	1.016.680	2,72	22,85	10,83	-10,85	21	9
45M-135P	1.314.960	1.225.720	1,67	26,84	18,23	-7,28	28	18
50M-150P	1.414.980	1.275.270	0,07	26,80	14,28	-10,96	29	15
5M-20P	58.978	58.978	-	20,23	20,23	-	1	1
10M-40P	277.260	277.272	-	33,55	33,56	≈ 0	7	7
15M-60P	434.719	444.632	7,06	57,87	61,47	2,23	16	17
20M-80P	732.093	692.552	2,88	23,44	16,77	-5,71	14	10
25M-100P	870.518	761.023	4,69	49,65	30,82	-14,39	29	18
30M-120P	1.030.700	1.000.870	2,83	30,20	26,43	-2,98	24	21
35M-140P	1.178.860	1.118.850	0,07	22,84	16,59	-5,36	22	15
40M-160P	1.466.470	1.346.670	1,43	19,54	9,77	-8,90	24	11
45M-180P	1.555.030	1.554.730	2,64	24,83	24,80	-0,02	31	30
50M-200P	1.923.410	1.714.080	1,13	19,86	6,82	-12,21	32	10
5M-25P	147.853	148.001	-	36,53	36,66	0,10	4	4
10M-50P	266.916	266.916	-	23,07	23,07	-	5	5
15M-75P	544.281	554.267	5,56	17,14	19,29	1,80	8	9
20M-100P	763.247	763.164	0,06	28,47	28,46	-0,01	17	17
25M-125P	832.446	822.733	0,08	29,42	27,91	-1,18	19	18
30M-150P	1.010.270	1.010.440	0,08	21,58	21,60	0,02	18	18
35M-175P	1.388.500	1.378.320	0,09	36,16	35,16	-0,74	37	35
40M-200P	1.586.420	1.446.800	0,08	27,18	15,99	-9,65	34	19
45M-225P	1.617.110	1.607.080	0,02	21,78	21,03	-0,62	27	27
50M-250P	1.954.100	1.884.150	1,06	17,39	13,18	-3,71	29	21

Tabela 5 – Resultados da execução para instâncias do CPT com múltiplos destinos referentes a classe Geral executadas pelo ILP

Instância	Função Objetivo		ILP		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP	Melhora (%)	Gap (%)	Heurística	ILP	Pass	Dist (Km)
5M-5P	-2.059	37.655	1928,80*	-	0	4	4	-
10M-10P	35.912	35.926	0,04	-	4	4	-	0,14
15M-15P	63.498	113.140	78,18	8,88	7	12	5	-
20M-20P	121.023	161.048	33,07	0,05	13	17	4	-
25M-25P	149.159	208.862	40,03	4,86	16	22	6	-
30M-30P	77.428	206.828	167,12	38,65	9	22	13	-
35M-35P	135.298	294.803	117,89	10,18	15	31	16	-
40M-40P	162.714	381.773	134,63	0,17	18	40	22	-
45M-45P	250.748	410.198	63,59	2,53	27	43	16	-
50M-50P	178.890	437.781	144,72	9,25	20	46	26	-
5M-10P	17.815	47.685	167,67	-	2	5	3	-
10M-20P	65.874	115.591	75,47	24,73	7	12	5	-
15M-30P	133.045	262.400	97,23	0,15	14	27	13	-
20M-40P	141.429	320.663	126,73	12,47	15	33	18	-
25M-50P	258.921	358.436	38,43	8,49	27	37	10	-
30M-60P	97.538	486.183	398,45	10,35	11	50	39	-
35M-70P	115.100	474.382	312,15	42,12	13	49	36	-
40M-80P	103.341	591.594	472,47	17,00	12	61	49	-
45M-90P	61.307	739.347	1105,97	17,70	8	76	68	-
50M-100P	39.063	837.085	2042,91	15,62	6	86	80	-
5M-15P	27.917	47.831	71,33	-	3	5	2	-
10M-30P	105.678	175.426	66,00	5,74	11	18	7	-
15M-45P	123.709	253.088	104,58	4,05	13	26	13	-
20M-60P	220.927	380.444	72,20	23,77	23	39	16	-
25M-75P	149.247	478.311	220,48	4,28	16	49	33	-
30M-90P	107.528	596.188	454,45	20,15	12	61	49	-
35M-105P	115.410	663.853	475,21	19,70	13	68	55	-
40M-120P	83.612	742.014	787,45	9,56	10	76	66	-
45M-135P	41.315	849.396	1955,90	23,68	6	87	81	-
50M-150P	39.130	1.037.210	2550,68	9,76	6	106	100	-
5M-20P	47.894	67.743	41,44	-	5	7	2	-
10M-40P	125.393	185.152	47,66	0,05	13	19	6	-
15M-60P	83.877	223.457	166,41	4,58	9	23	14	-
20M-80P	181.254	530.044	192,43	3,94	19	54	35	-
25M-100P	139.668	438.174	213,73	28,66	15	45	30	-
30M-120P	67.595	616.027	811,35	16,35	8	63	55	-
35M-140P	55.164	743.745	1248,24	10,91	7	76	69	-
40M-160P	42.940	891.313	1975,72	10,20	6	91	85	-
45M-180P	31.065	1.019.550	3181,99	14,78	5	104	99	-
50M-200P	19.854	1.067.920	5278,87	4,80	4	109	105	-
5M-25P	47.649	87.717	84,09	-	5	9	4	-
10M-50P	105.509	255.230	141,90	7,89	11	26	15	-
15M-75P	182.822	322.357	76,32	9,46	19	33	14	-
20M-100P	121.847	481.075	294,82	0,12	13	49	36	-
25M-125P	189.726	618.408	225,95	1,72	20	63	43	-
30M-150P	137.321	716.221	421,57	0,10	15	73	58	-
35M-175P	45.280	853.859	1785,73	4,79	6	87	81	-
40M-200P	52.984	962.093	1715,82	1,10	7	98	91	-
45M-225P	51.567	1.120.420	2072,75	5,41	7	114	107	-
50M-250P	-10.622	1.107.550	10526,94*	7,91	1	113	112	-

* Nesses casos a melhoria foi calculada considerando o valor da heurística em módulo

Tabela 6 – Comparação entre resultados obtidos pela Heurística, **ILP** e **GC** para o restante das classes de instâncias com destino único.

Classe	Média atendimento			Diferença percentual (F.O.)			Melhoria em atendimento (em média)			Soluções ótimas		
	Heurística	ILP	GC	ILP-H	GC-H	ILP-GC	ILP-H	GC-H	ILP-GC	Heurística	ILP	GC ¹
Geral	57,6	70,7	62,9	25,3	21,9	3,5	13,4	10,0	3,4	0	7	5
C_M102_P302	62,8	67,8	67,8	8,9	8,7	0,2	5,6	5,6	0,0	1	10	9
C_M302_P102	52,9	59,8	59,7	13,4	13,2	0,1	7,7	7,6	0,1	0	10	6
C_M125_P325	58,7	60,9	60,8	3,1	2,9	0,1	3,1	3,0	0,1	3	10	7
C_M325_P125	54,0	61,1	61,0	15,5	15,1	0,4	7,9	7,8	0,1	1	5	2
C_M102_P305	39,5	44,9	44,6	13,2	12,5	0,6	6,0	5,7	0,3	1	10	7
C_M302_P105	30,6	38,0	37,7	29,5	28,4	1,1	7,4	7,1	0,3	0	10	4
C_M105_P302	62,3	65,2	64,9	5,2	4,7	0,5	2,9	2,9	0,0	0	10	8
C_M305_P102	62,7	66,6	66,6	8,3	8,3	-	3,9	3,9	0,0	0	3	1

¹ O número de soluções ótimas da **GC** pode ser maior que o mostrado pois para comprovar otimalidade foi usado o *upper bound* da outra abordagem, **ILP**

heurística, onde a porcentagem de melhoria proporcionada pelo **ILP** em relação a ela atingiu a casa de centenas ou milhares em várias instâncias.

Nessa tabela houve dois casos incomuns onde as soluções possuem valores negativos. Na instância 50M-250P o valor da função objetivo se apresentou negativo pois foram descontados muitos valores referentes a distâncias das rotas dos motoristas em relação ao valor de lucro de atendimento, associado a apenas um passageiro atendido pela solução final. Já na instância 5M-5P nenhum passageiro foi atendido. Neste caso não houve ganho, apenas desconto por distância percorrida. Porém, a solução ótima para essa instância foi obtida pelo **ILP**, atendendo-se 4 passageiros.

Um atendimento suficientemente próximo na origem e no destino é ilustrado na Figura 23, onde o passageiro não foi atendido pelo veículo em seu ponto de origem e também não foi deixado em seu ponto de destino. Em ambos os casos o complemento do trajeto teve de ser feito a pé, mas dentro da faixa estabelecida por ele.

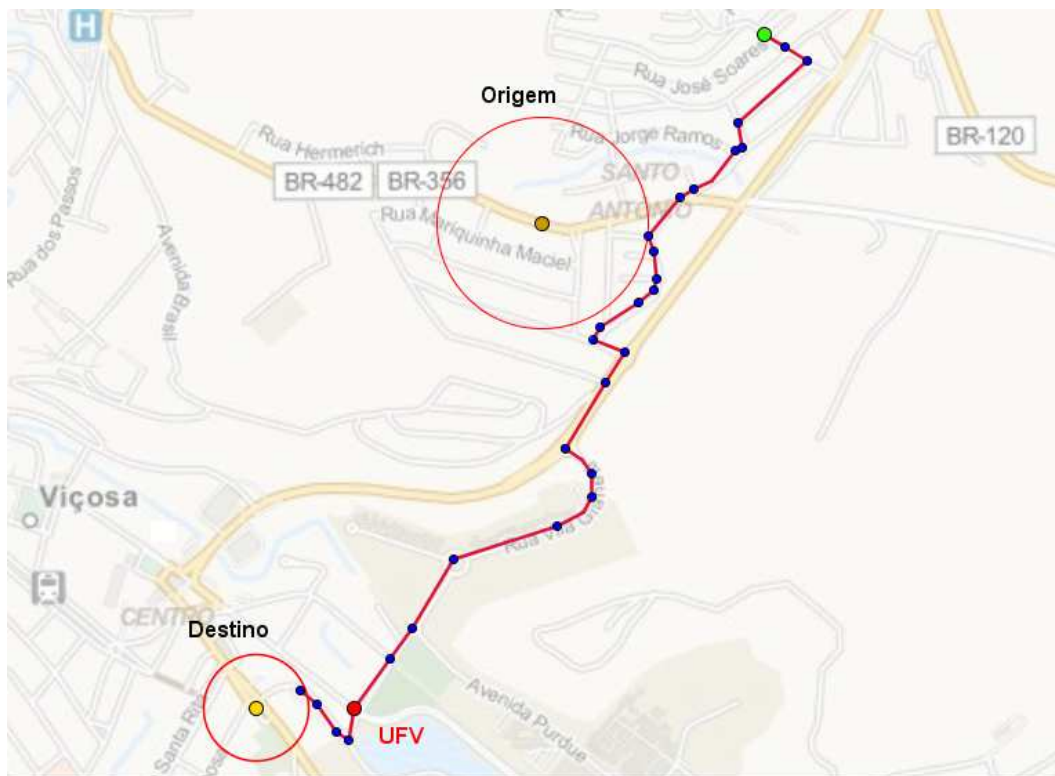


Figura 23 – Atendimento suficientemente próximo da origem e destino do passageiro.

A Tabela 7 contém resultados de testes de execução da técnica **GC** para as instâncias de múltiplos destinos pertencentes ao CPT. Esses resultados tiveram como objetivo realizar uma comparação entre as soluções encontradas pelas técnicas **GC** e **ILP**. O conjunto de dados apresentados é semelhante aos da Tabela 4, diferindo-se apenas no conjunto de instâncias sobre os quais foram executados os testes (neste caso, para múltiplos destinos).

Os resultados indicam que a abordagem **ILP** superou a **GC** em 3 casos (15M-15P, 20M-20P e 40M-40P) e apenas em relação a distância percorrida. Assim, não houve

casos em que **ILP** atendeu mais passageiros do que **GC**. Em contrapartida, observa-se que em 35 casos a **GC** atendeu mais passageiros que **ILP** melhorando, em média, cerca de 4 passageiros a mais por instância. Assim, os resultados indicam que, quando adicionada a característica de múltiplos destinos para os participantes, o problema ganha uma dificuldade maior e o desempenho da abordagem **ILP** cai consideravelmente, sendo superado pela **GC**, que no caso geral, se mostra mais eficaz.

Apesar da constatação sobre a sua eficácia em relação ao **ILP**, considerando os dados acima ainda não é possível fazer uma análise de otimalidade sobre as soluções encontradas pela **GC** pois ela não traz automaticamente um valor de *upper bound*. Ele poderia ser estimado com os custos reduzidos das soluções dos subproblemas e valor da solução do problema mestre restrito, mas ressalta-se que a geração de colunas foi resolvida de forma heurística, e tal estimativa poderia ser ruim. Então, outra análise feita sobre o desempenho da **GC** utilizou o valor de *upper bound* (daqui para frente denominado **UB**) da relaxação linear fornecido pelo **ILP** ao final de sua execução. Como o **CERMP** é um problema de maximização, esse valor é utilizado como um limitante superior na busca por soluções inteiras. Ou seja, não se pode obter uma solução que tenha valor maior que ele. Na Tabela 8 foram mostradas diferenças entre as soluções encontradas pela **GC** e os valores de **UB** para algumas instâncias.

A análise principal sobre os dados se referem a diferença entre os valores da **GC** e de **UB**. Nota-se que em 21 instâncias a diferença entre a **GC** e o **UB** foi de até algumas centenas de unidades (em negrito). Como o valor de lucro para atender passageiro (L) foi de 10.000, isso significa que nessas instâncias não era possível atender mais passageiros, apenas diminuir as distâncias das rotas dos motoristas. Nas 5 instâncias com valor 0, nem a distância poderia ser melhorada pois a solução é ótima. Nos outros casos mostrados, onde a diferença pouco superou 10.000 unidades, interpreta-se que a solução ótima poderia conter no máximo mais um passageiro. Assim, conclui-se que em todos os casos acima, apesar de haver um *gap* considerável em termos de função objetivo, a solução encontrada pela **GC** é ótima em número de passageiros na maioria deles. Pode-se tomar como exemplo a solução da instância 35M-140P que apresentou *gap* de 10,91% mas é ótima em termos de passageiros.

Tabela 7 – Comparação entre **ILP** e **GC** sobre os resultados obtidos para as instâncias do CPT com múltiplos destinos referentes a classe Geral

Instância	Função Objetivo		Gap (%)	Melhoria F.O (%)			Melhoria Pass.	
	ILP	GC		ILP-H	GC-H	GC-ILP	ILP	GC
5M-5P	37.655	37.655	-	-1928,80	-1928,80	-	4	4
10M-10P	35.926	35.926	-	0,04	0,04	-	-	-
15M-15P	113.140	113.125	8,88	78,18	78,16	-0,01	5	5
20M-20P	161.048	160.854	0,05	33,07	32,91	-0,12	4	4
25M-25P	208.862	218.739	4,86	40,03	46,65	4,52	6	7
30M-30P	206.828	246.379	38,65	167,12	218,20	16,05	13	17
35M-35P	294.803	304.600	10,18	117,89	125,13	3,22	16	17
40M-40P	381.773	381.718	0,17	134,63	134,59	-0,01	22	22
45M-45P	410.198	419.792	2,53	63,59	67,42	2,29	16	17
50M-50P	437.781	477.436	9,25	144,72	166,89	8,31	26	30
5M-10P	47.685	47.685	-	167,67	167,67	-	3	3
10M-20P	115.591	115.591	24,73	75,47	75,47	-	5	5
15M-30P	262.400	262.488	0,15	97,23	97,29	0,03	13	13
20M-40P	320.663	340.196	12,47	126,73	140,54	5,74	18	20
25M-50P	358.436	368.472	8,49	38,43	42,31	2,72	10	11
30M-60P	486.183	505.882	10,35	398,45	418,65	3,89	39	41
35M-70P	474.382	643.098	42,12	312,15	458,73	26,23	36	53
40M-80P	591.594	651.246	17,00	472,47	530,19	9,16	49	55
45M-90P	739.347	828.734	17,70	1105,97	1251,78	10,79	68	77
50M-100P	837.085	916.619	15,62	2042,91	2246,51	8,68	80	88
5M-15P	47.831	47.832	-	71,33	71,34	≈ 0	2	2
10M-30P	175.426	175.444	5,74	66,00	66,02	0,01	7	7
15M-45P	253.088	263.024	4,05	104,58	112,62	3,78	13	14
20M-60P	380.444	420.169	23,77	72,20	90,18	9,45	16	20
25M-75P	478.311	498.249	4,28	220,48	233,84	4,00	33	35
30M-90P	596.188	645.725	20,15	454,45	500,52	7,67	49	54
35M-105P	663.853	783.756	19,70	475,21	579,11	15,30	55	67
40M-120P	742.014	782.039	9,56	787,45	835,32	5,12	66	70
45M-135P	849.396	1.029.280	23,68	1955,90	2391,30	17,48	81	96
50M-150P	1.037.210	1.117.410	9,76	2550,68	2755,64	7,18	100	114
5M-20P	67.743	67.743	-	41,44	41,44	-	2	2
10M-40P	185.152	185.165	0,05	47,66	47,67	0,01	6	6
15M-60P	223.457	233.314	4,58	166,41	178,16	4,22	14	15
20M-80P	530.044	550.278	3,94	192,43	203,59	3,68	35	37
25M-100P	438.174	478.439	28,66	213,73	242,55	8,42	30	34
30M-120P	616.027	675.820	16,35	811,35	899,81	8,85	55	61
35M-140P	743.745	824.126	10,91	1248,24	1393,96	9,75	69	77
40M-160P	891.313	961.451	10,20	1975,72	2139,06	7,30	85	92
45M-180P	1.019.550	1.109.190	14,78	3181,99	3470,55	8,08	99	99
50M-200P	1.067.920	1.107.950	4,80	5278,87	5480,49	3,61	105	110
5M-25P	87.717	87.717	-	84,09	84,09	-	4	4
10M-50P	255.230	265.128	7,89	141,90	151,28	3,73	15	16
15M-75P	322.357	332.383	9,46	76,32	81,81	3,02	14	15
20M-100P	481.075	481.305	0,12	294,82	295,01	0,05	36	36
25M-125P	618.408	628.655	1,72	225,95	231,35	1,63	43	44
30M-150P	716.221	716359	0,10	421,57	421,67	0,02	58	74
35M-175P	853.859	874210	4,79	1785,73	1830,68	2,33	81	89
40M-200P	962.093	962297	1,10	1715,82	1716,20	0,02	91	98
45M-225P	1.120.420	1170410	5,41	2072,75	2169,69	4,27	107	112
50M-250P	1.107.550	1167760	7,91	-10526,94	-11093,79	5,16	112	118

Tabela 8 – Análise do limite superior de atendimento de passageiros baseado no **UB**

Instância	ILP	Gap (%)	UB	GC	UB-GC
5M-5P	37.655	-	37.655	37.655	0
10M-10P	35.926	-	35.926	35.926	0
15M-15P	113.140	8,88	123.189	113.125	10.064
20M-20P	161.048	0,05	161.134	160.854	280
25M-25P	208.862	4,86	219.022	218.739	283
40M-40P	381.773	0,17	382.420	381.718	702
45M-45P	410.198	2,53	420.569	419.792	777
50M-50P	437.781	9,25	478.275	477.436	839
5M-10P	47.685	-	47.685	47.685	0
15M-30P	262.400	0,15	262.783	262.488	295
5M-15P	47.831	-	47.831	47.831	0
10M-30P	175.426	5,74	185.493	175.444	10.049
15M-45P	253.088	4,05	263.335	263.024	311
25M-75P	478.311	4,28	498.765	498.249	516
35M-105P	663.853	19,70	794.622	783.756	10.866
5M-20P	67.743	-	67.743	67.743	0
10M-40P	185.152	0,05	185.237	185.165	72
15M-60P	223.457	4,58	233.686	233.314	372
20M-80P	530.044	3,94	550.940	550.278	662
35M-140P	743.745	10,91	824.870	824.126	744
50M-200P	1.067.920	4,80	1.119.128	1.107.950	11.178
5M-25P	87.717	-	87.717	87.717	0
10M-50P	255.230	7,89	275.368	265.128	10.240
20M-100P	481.075	0,12	481.644	481.305	339
25M-125P	618.408	1,72	629.045	628.655	390
30M-150P	716.221	0,10	716.924	716.359	565
40M-200P	962.093	1,10	972.677	962.297	10.380
45M-225P	1.120.420	5,41	1.181.026	1.170.410	10.616

6.3 Instâncias com dados reais

Em novembro de 2015 foi disponibilizado um questionário para coletar informações da comunidade acadêmica da UFV sobre o interesse ou não em aderir ao transporte solidário (oferecer ou pegar carona em direção à universidade). Aqueles que tinham interesse informaram o endereço residencial, usado como origem, distância máxima de desvio na rota e quantidade de vagas no veículo (para quem desejou oferecer carona) e distância máxima de caminhada até o local de encontro com o veículo (para quem teve interesse em pegar carona). Também foram coletadas informações sobre os dias e horários que os participantes tinham para a chegada na UFV. Uma cópia do questionário está contida no Apêndice B.

Como descrito na subseção 5.1.2, das respostas deste questionário foram geradas 29 instâncias, uma para cada dia e horário em que houve participante interessado. Como várias delas envolviam um número reduzido de participantes e em alguns

horários nem havia motoristas, os testes computacionais foram feitos para apenas as 5 maiores instâncias, que são as dos participantes que chegam às 8 da manhã. Além disso foi testada uma instância geral, envolvendo todos os participantes (como se todos se deslocassem simultaneamente, sem distinção de dia e horário).

O objetivo foi simular, em diversas situações, o ganho em termos de números de passageiros atendidos em relação ao deslocamento necessário que os motoristas deveriam realizar para atendê-los. Os testes foram realizados utilizando apenas a abordagem **ILP** pois já que não se tratam de grandes instâncias, em quase todos os casos a solução ótima pode ser alcançada em um curto tempo de execução.

Na Figura 24 temos a representação da instância referente a todos participantes que têm como destino a UFV segunda-feira às 10 horas. São 3 motoristas e 12 passageiros². As rotas traçadas em direção a universidade ilustram o caminho da origem dos 3 motoristas para a UFV, sem realizar qualquer desvio. As marcações com (×) representam os pontos de origens das pessoas que desejam carona. Para essa instância, o motorista M_1 (rota na cor roxa) estipulou um limite máximo de desvio de 10%, M_2 (rota vermelha) um limite de 40% e M_3 (rota azul) não aceitou realizar nenhum desvio.

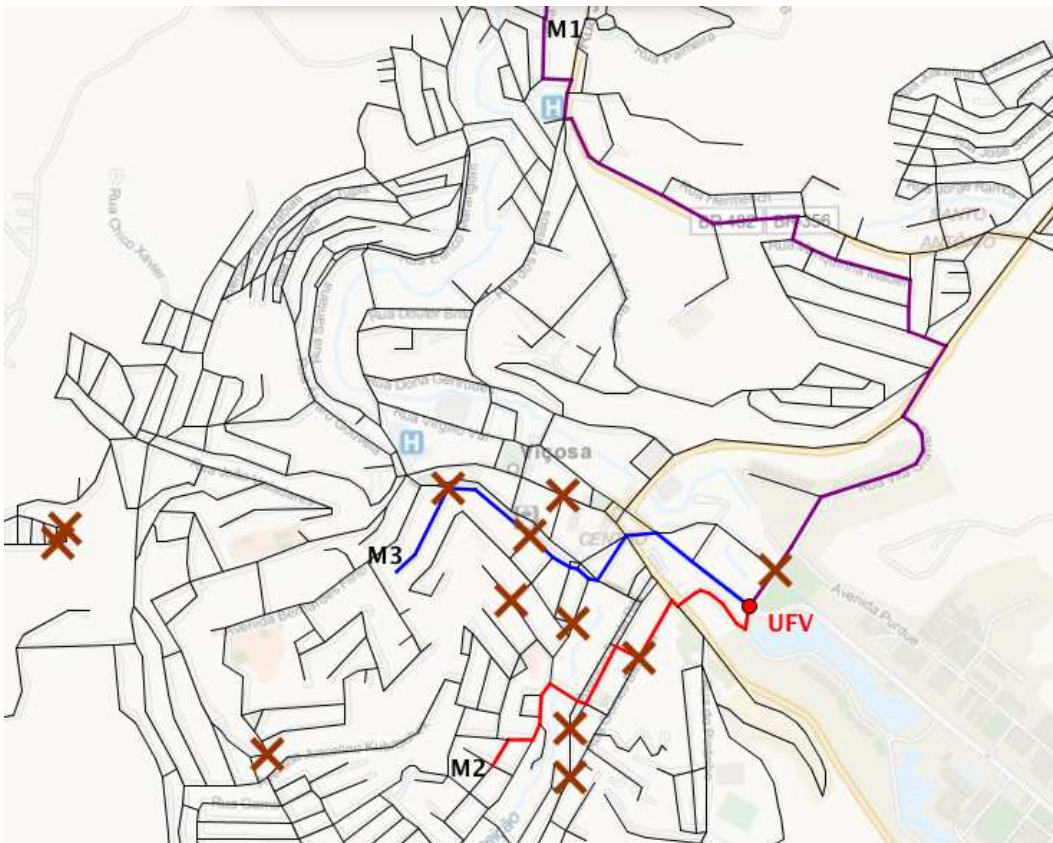


Figura 24 – Rotas diretas dos motoristas para a UFV.

A Figura 25 representa a solução ótima retornada para a instância. Nessa figura, passageiros representados pela cor preta não foram atendidos por nenhum dos

² originalmente 13, mas um deles tinha origem no próprio ponto da UFV, não necessitando portanto de carona; as respostas do questionário ainda não foram filtradas.

motoristas. Quando o passageiro é atendido, é utilizada a cor da rota referente ao motorista que o atendeu. Neste cenário, 9 passageiros foram atendidos. Alguns precisam ainda caminhar até algum ponto da rota para que seja feito o atendimento, aplicando o conceito de suficientemente próximo. É importante notar o desvio realizado pelo motorista M_1 . Seu caminho para a UFV foi modificado, agora fazendo outro percurso, bem diferente de seu caminho normal, para atender passageiros, sem contudo extrapolar o limite de desvio estipulado. Outro fato relevante é que o motorista M_3 que não aceitou realizar desvios em sua rota, ainda assim atendeu passageiros que não estavam no caminho, mas caminharam até ele. Apesar de o motorista M_2 ter aceitado realizar desvios para atender passageiros, isso não foi necessário, pois sua rota inicial já estava suficientemente próxima dos passageiros que foram atendidos por ele na solução final. Nessa instância atingiu-se a solução ótima com o atendimento de 9 dos 12 passageiros, pois era o máximo permitido, considerando que cada veículo ofereceu 3 vagas de carona.

A solução dessa instância usada como exemplo detalha (em um caso real) os aspectos mais relevantes sobre o atendimento a passageiros tratados pelo **CERMP**:

- um motorista mudou bastante sua rota, dentro de seu limite, com o intuito de contribuir para a maximização dos atendimentos (objetivo principal)
- um motorista atendeu passageiros sem mudar sua rota, apesar de permitido, para minimizar a distância percorrida (objetivo secundário)
- um motorista que não aceita mudar a rota atendeu passageiros que não estavam nela (estavam suficiente próximos).

Ressalta-se que um desses passageiros não está no caminho de nenhum motorista. Porém, foi atendido por um motorista que não permitiu nenhum desvio de sua rota. Isso só foi possível devido a ao conceito de atendimento suficientemente próximo de passageiros, introduzido pelo **CERMP**.

A Tabela 9 exibe os resultados computacionais das execuções sobre a abordagem **ILP** para as 6 instâncias construídas com dados de participantes que tinham a UFV como destino às 8 horas da manhã de segunda à sexta e uma outra, contendo todos os participantes sem distinção de dia e horário. A primeira coluna mostra o nome da instância. Nas três colunas seguintes são mostrados os números de motoristas, passageiros e passageiros atendidos da instância, nessa ordem. Nas duas colunas seguintes estão contidos os valores de quilometragem média para as rotas dos motoristas quando seguem direto para a UFV e após a realização dos desvios para realizar atendimentos. A coluna seguinte indica o aumento médio em quilômetros na distância percorrida pelos motoristas. As duas últimas colunas indicam a quantidade de passageiros que foram atendidas para cada quilômetro a mais percorrido pelos motoristas e o valor de *gap* final para cada solução.

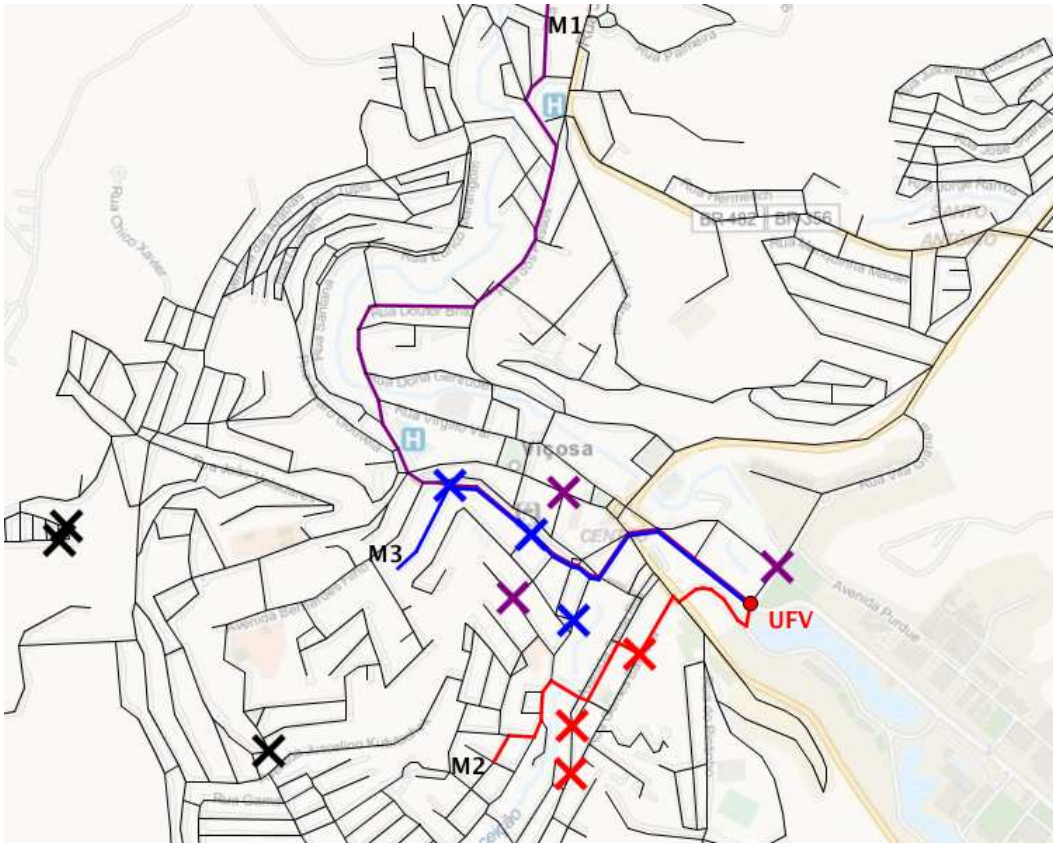


Figura 25 – Solução ótima para a instância de Terça às 10hs.

Tabela 9 – Resultados do **ILP** para instâncias reais para cada dia às 8 horas e para o caso geral.

Instância	Número de			Distância média (Km)		Aumento Médio (Km)	Pass. atend. Km	Gap (%)
	#M	#P	Atend	Direta	Com desvios			
Segunda-08hs	15	60	50	1,29	1,34	0,05	76,9	-
Terça-08hs	15	54	49	1,36	1,58	0,22	16,6	0,05
Quarta-08hs	14	57	44	1,47	1,50	0,02	167,6	-
Quinta-08hs	14	47	41	1,42	1,47	0,06	58,0	-
Sexta-08hs	14	43	39	1,36	1,57	0,21	14,8	-
Todos	24	98	75	1,45	1,48	0,03	146,3	-

Todas as instâncias foram resolvidas em um curto tempo de execução (menor que um minuto), com exceção da instância **Terça-08hs** que se mostrou mais difícil que as demais e teve sua execução interrompida em uma hora, pois ainda não havia encontrado a solução ótima. Apesar disso, foi constatado pelo seu valor de *Gap* que a solução atingiu a otimalidade no que diz respeito ao atendimento de passageiros.

Pelos resultados encontrados pode-se notar que apesar atendido um percentual significativo de passageiros em relação ao total, a distância acrescentada nas rotas dos motoristas não acompanhou a mesma proporção, atingido-se um máximo de apenas 220m por motorista. Nota-se que o **ILP** chegou à solução ótima em relação ao número de passageiros em todas as instâncias e obteve uma taxa de atendimento

de pelo menos 75% em todas elas. Destaca-se também os altos valores da quantidade de passageiros atendidos a cada quilômetro a mais percorrido pelos motoristas. Nota-se que esse valor algumas vezes se apresentou maior que o próprio número de passageiros da instância, em casos em que o aumento nas rotas dos motoristas não atingiu 1 quilômetro. Portanto, para essas instâncias baseadas em casos reais, os resultados mostram que poderia ser atendido um elevado número de pessoas sem que os motoristas tivessem que aumentar de maneira significativa seus caminhos percorridos até o destino.

6.4 Considerações gerais

Neste capítulo foram mostrados os resultados obtidos após a execução dos testes computacionais sobre os métodos propostos. Testou-se variadas instâncias, que diferiram em relação a características como: localização dos participantes, desvio máximo permitido na rota para motoristas, distância máxima de caminhada para passageiros, entre outras. Essas instâncias foram testadas seguindo duas abordagens específicas: a primeira considerando que todos os participantes vão para o mesmo local e a segunda que todos têm alguma área da cidade com destinos em comum. Também foram apresentados resultados sobre instâncias que levaram em conta dados reais coletados de pessoas que diariamente se deslocam para a UFV.

Pode-se afirmar que a solução heurística tem um papel fundamental no desempenho das duas abordagens. Na abordagem **ILP** não se atingia qualquer solução viável, mesmo após um longo tempo de execução, caso nenhuma solução inicial fosse estabelecida. No caso da **GC**, se não existissem colunas iniciais seria necessária uma série de iterações para se chegar no mesmo valor de função objetivo que já se tinha por meio da solução heurística, comprometendo a eficácia do processo. Porém, em quase todos os casos, a solução apresentada pela heurística foi aperfeiçoada por meio dos métodos, indicando assim que não se apresenta como uma boa técnica para obter soluções finais de boa qualidade.

Pelos resultados obtidos, as soluções encontradas pela abordagem **ILP** nas instâncias de destino único superaram em uma quantidade considerável de casos as encontradas pela **GC**. Nesse contexto, **ILP** obteve uma média em que cerca de 60 passageiros atendidos por instância contra 59 da **GC**. No contexto de múltiplos destinos, é a **GC** que se sobressai em várias instâncias sobre **ILP**. A média de passageiros atendidos é de aproximadamente 49 para esta técnica enquanto para a **GC** ficou em torno de 53, uma melhora média de 4 passageiros por instância. Assim, pode-se dizer que a abordagem **ILP** superou ligeiramente a **GC** no contexto de destino único, enquanto **GC** apresentou uma melhora mais incisiva em relação ao **ILP** no de múltiplos destinos.

Com relação às instâncias reais, pode-se notar que em todas elas pelo menos 75% dos passageiros foram atendidos e para realizar esses atendimentos os motoristas não

precisaram realizar grandes desvios em suas rotas diretas para a UFV. No pior caso teve-se um aumento de, em média, 220 metros na rota dos motoristas. Esses dados indicam que é possível compartilhar o transporte sem se mudar muito os caminhos já percorridos pelos veículos.

7 Conclusões

Neste trabalho, foi proposto um novo problema na área de transporte compartilhado denominado **CERMP**. Essa abordagem introduz o conceito de atendimento suficiente próximo no contexto de transporte compartilhado, visando uma aproximação do que acontece na prática, onde geralmente quando uma pessoa pega carona, seu encontro com o carro ocorre em um local onde a rota original do motorista não sofra muita alteração e que ela não precise caminhar grandes distâncias a partir de onde está. Foram tratados dois contextos diferentes, um considerando que todos os participantes têm um destino em comum e outro em que esses destinos estão localizados em uma área restrita da cidade, onde não há ponto de origem de qualquer participante.

O **CERMP** foi formalizado por meio de um modelo matemático de programação inteira considerando suas características em forma de uma função objetivo e restrições. Grande parte dele foi baseada em trabalhos da área já presentes na literatura. Porém, casos específicos do **CERMP** foram considerados no modelo e tratados por meio da inserção de novas variáveis e restrições.

Com o intuito de reduzir o espaço de busca para o problema, foi projetada uma etapa de pré-processamento de dados que, utilizando critérios básicos do problema, indicava quais associações eram inviáveis e portanto não deveriam ser consideradas durante a etapa de solução.

Devido à complexidade do problema, o modelo matemático se apresentou impraticável em testes preliminares, na busca por soluções viáveis envolvendo um número razoável de participantes. Logo, foi proposta uma abordagem heurística para o **CERMP**, dividida em duas etapas, a primeira gulosa e outra baseada na metaheurística ILS (*Iterated Local Search*). Nesta etapa foram obtidas soluções viáveis para o problema, porém sem qualquer garantia sobre sua otimalidade. Assim, utilizou-se as soluções viáveis encontradas na etapa heurística como iniciais para o modelo matemático que, em quase todos os casos, as aprimorou, principalmente atendendo um número maior de passageiros. Essa abordagem, denominada, encontrou boas soluções para as instâncias de destino único, mas em alguns casos não se atingiu a otimalidade. Deste modo, foi projetada outra abordagem, denominada **GC**, utilizando o conceito de geração de colunas. Assim o problema foi modelado de uma maneira que foi resolvido em partes, construindo rotas separadamente para cada motorista, considerados um por vez.

Foram executados testes sobre as duas abordagens, utilizando 130 instâncias de destino único e 50 de múltiplos destinos, que variam suas principais características como localização dos participantes e limites de desvio do motorista e caminhada para passageiros. Nos resultados desses testes, apresentados no Capítulo 6, notou-se que,

para o contexto de destino único para os participantes, a abordagem **ILP** obteve um desempenho ligeiramente melhor que a abordagem **GC**, enquanto nas instâncias de múltiplos destinos a **GC** se sobressaiu com mais intensidade em relação à **ILP**.

Pelos resultados obtidos, conclui-se que a etapa heurística é de grande importância para ambas as abordagens pois sem soluções iniciais razoáveis, papel que a heurística desempenha, suas relativas performances eram comprometidas de maneira considerável.

A abordagem **ILP**, que resolve o problema considerando construir as rotas para todos os motoristas ao mesmo tempo, se comporta melhor que a **GC** quando considerado o contexto de destino único, superando-a em 36 de 50 casos nas instâncias da classe **Geral** e atingindo o número de 68 soluções ótimas contra 44 da **GC** para as 80 instâncias das demais classes.

Nos casos de participantes com múltiplos destinos, a **GC**, técnica que trabalha com a construção de rotas para os motoristas separadamente, passa a superar a abordagem **ILP**, apresentando soluções muito próximas à otimalidade em relação ao número de passageiros (diferindo, no máximo, em 1 passageiro da solução ótima) em 28 casos e garantidamente ótima em relação ao número de passageiros em 21 de 50 casos contra apenas 12 da abordagem **ILP**. Constatou-se também que nesse contexto a **GC** atendeu cerca de 4 passageiros a mais por instância.

Entende-se que para o contexto de destino único, que é mais simples, a abordagem **ILP** obteve um resultado melhor pois na maioria das instâncias o problema não se mostra tão complexo quanto no caso de múltiplos destinos, permitindo a ela resolver com certa qualidade o modelo completo. Quanto mais fácil se apresenta a instância, mais a **GC** é desfavorecida, pois enquanto a abordagem **ILP** a resolve mais rápido de uma vez, na **GC** é necessário resolver problemas separados por motorista e depois agrupar todas as soluções encontradas por cada um deles em uma solução final completa. Assim, constata-se que, a partir do momento que é introduzida a característica de múltiplos destinos ao problema, o nível de dificuldade é aumentado, tornando a abordagem **ILP** mais custosa, já que trabalha com todos os motoristas de uma só vez. Deste modo, a abordagem **GC** utiliza ao seu favor a característica de trabalhar com vários problemas mais simples do que um maior e mais complexo, se apresentando com um melhor desempenho quando o problema é dificultado.

Para as instâncias de casos reais, os resultados mostraram indícios que favorecem fortemente o desenvolvimento do transporte solidário no contexto aplicado. Observou-se que, em todas as instâncias testadas, pelo menos 75% dos passageiros foram atendidos. Ou seja, em grande parte dos casos os locais de atendimento por eles estipulados estavam dentro da faixa que os motoristas aceitavam passar. Também notou-se que os desvios realizados pelos motoristas não foram grandes, em média. No caso onde se apresentou o maior valor, cada motorista percorreu apenas 220

metros a mais em suas rotas. Esse valor pode ser considerado bom, visto que uma série de motoristas informou valores de desvios aceitáveis muito maiores, na casa de 1 km. Portanto, o transporte solidário no contexto de participantes com destino a UFV se mostra bastante propício, considerando o êxito no atendimento obtido pelos testes computacionais. Assim, a UFV, que funciona como um polo gerador de viagem (PGV) sendo, em partes, responsável pelo intenso tráfego na cidade, também apresenta, por meio deste trabalho, uma solução para amenizá-lo.

Porém, nota-se em grande parte dos trabalhos de *ridesharing* (como também foi percebido neste trabalho, por meio de respostas no questionário) que muitas pessoas ainda têm certa resistência a pegar carona em veículos de pessoas desconhecidas, mesmo quando inseridas em um mesmo meio (no caso aqui aplicado para a comunidade acadêmica da UFV). Outra barreira ao transporte solidário acontece, segundo (TREEHUGGER, 2016), devido ao fato cultural das pessoas interpretarem o veículo como extensão de suas casas, não se sentindo à vontade em compartilhar com desconhecidos. Isto posto, finaliza-se esse trabalho frisando que essas adversidades podem ser superadas por meio de campanhas de incentivo, quebrando o paradigma citado acima pela ideia que é possível ceder espaços no carro, que normalmente vão desocupados, a pessoas que vão para o mesmo lugar, atacando por meio do transporte compartilhado, um dos maiores problemas urbanos hoje em dia que é o intenso tráfego de veículos nas cidades.

7.1 Trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, de uma forma geral, pode ser considerada a extensão do modelo proposto para um contexto mais geral onde origens e destinos possam estar em qualquer área do mapa. Também é relevante a inclusão de janelas de tempo e embarque e desembarque de passageiro durante o trajeto. Assim, o problema passa de um contexto em que todos os participantes são de uma mesma comunidade, com destinos e horários em comum, para casos mais gerais de *ridesharing*.

Especificamente, podem ser aperfeiçoadas e testadas outras técnicas heurísticas, a fim de abordar instâncias com números muito maiores de participantes, para as quais os modelos aqui propostos se mostrariam impraticáveis. Ainda em relação a heurísticas, é perfeitamente possível e interessante avaliar a substituição do modelo auxiliar (etapa mais custosa da geração de colunas) por uma técnica que encontrasse boas soluções mais rapidamente para assim passar a encontrar a solução ótima do modelo relaxado visando partir para a técnica exata de *branch and price*.

Por fim, também com o intuito de acelerar a geração de colunas, pode-se considerar a inserção de múltiplas colunas iniciais (possivelmente geradas por heurísticas distintas, buscando a diversidade) no modelo mestre, e também a redução do espaço de busca do modelo auxiliar, controlando e limitando as alocações por meio dos preços duais. Embora não citado no texto, alguns passos foram dados nesta direção

e testes preliminares indicaram que são ideias promissoras, mas que necessitam um estudo mais aprofundado para promoverem uma melhoria significativa.

7.2 Publicações

Como frutos deste trabalho, foram realizadas duas publicações até o momento.

- Allan F. Balardino, André G. Santos. “Transporte Compartilhado com Atendimento Suficientemente Próximo de Passageiros: Formalização do Problema e Resolução Heurística” - *XLVII SBPO – Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, Porto de Galinhas, PE (2015).
- Allan F. Balardino, André G. Santos. “Heuristic and Exact Approach for the Close Enough Ridematching Problem” - *15th HIS – International Conference on Hybrid Intelligent Systems*, Seul, Coréia do Sul (2015).

Além disso, o trabalho foi apresentado, a convite, na mesa redonda “Universidades como Polos Geradores de Viagens (PGVs): problemas e soluções”, do *XXIX Congresso de Pesquisa e Ensino em Transportes* em Ouro Preto, MG (2015).

Referências Bibliográficas

- AGATZ, N. et al. Dynamic ride-sharing: A simulation study in metro atlanta. *Transportation Research Part B*, v. 43, n. 9, p. 1450–1464, 2011.
- BALDACCI, R.; MANIEZZO, V.; MINGOZZI, A. An exact method for the car pooling problem based on lagrangean column generation. *Operational Research*, v. 52, n. 3, p. 422–439, 2004.
- BRAEKERS, K.; RAMAEKERS, K.; NIEUWENHUYSE, I. V. The vehicle routing problem: State of the art classification and review. *Computers & Industrial Engineering*, p. 1472–1483, 2016.
- BRUCK, B. P. et al. Minimizing co2 emissions on a practical daily carpooling problem. *XLVII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*, p. 4142–4153, 2015.
- CLARKE, G.; WRIGHT, J. Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points.. *Operations Research*, v. 12, n. 4, p. 568–582, 1964.
- DANTZIG, G.; RAMSER, J. The truck dispatching problem. *Management Science*, v. 6, n. 1, p. 80–92, 1959.
- DESAULNIERS, G. et al. Vrp with pickup and delivery. In: *The Vehicle Routing Problem*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 225–242.
- FLESZAR, K.; OSMAN, I. H.; HINDI, K. S. A variable neighbourhood search algorithm for the open vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, v. 195, n. 3, p. 803–809, 2007.
- FURUHATA, M. et al. Ridesharing: The state-of-art and future directions. *Transport Research Part B*, p. 28–29, 2013.
- GLOBO. *Com aumento da frota, país tem 1 automóvel para cada 4 habitantes*. 2014. [Http://g1.globo.com/brasil/noticia/2014/03/com-aumento-da-frota-pais-tem-1-automovel-para-cada-4-habitantes.html](http://g1.globo.com/brasil/noticia/2014/03/com-aumento-da-frota-pais-tem-1-automovel-para-cada-4-habitantes.html). Accessed: 2016-04-12.
- GLOBO.COM. Venda de veículos bate novo recorde em 2011, segundo fenabreve. Acessado em 13 de novembro de 2014, 2012. Disponível em: <http://g1.globo.com/carros/noticia/2012/01/venda-de-veiculos-bate-novo-recorde-em-2011-segundo-fenabreve.html>.
- GULCZYNSKI, D. J.; HEATH, J. W.; PRICE, C. C. The close enough traveling salesman problem: A discussion of several heuristics. In: _____. *Perspectives in Operations Research*. [S.l.]: Springer US, 2006. v. 36, p. 271–283.
- HERBAWI, W.; WEBER, M. Ant colony vs. genetic multiobjective route planning in dynamic multi-hop ridesharing. *IEEE International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI)*, p. 282–288, 2011.
- HERBAWI, W.; WEBER, M. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms for solving the multiobjective route planning in dynamic multi-hop ridesharing. *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, p. 2099–2106, 2011.

- HERBAWI, W.; WEBER, M. The ridematching problem with time windows in dynamic ridesharing: A model and a genetic algorithm. *IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, p. 1—8, 2012.
- Hà, M. et al. Solving the close-enough arc routing problem. *NETWORKS*, v. 63, p. 107–118, 2014.
- KAMAR, E.; HORVITZ, E. Collaboration and shared plans in the open world: studies of ridesharing. *International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI)*, p. 187–194, 2009.
- LOURENÇO, H.; MARTIN, O. C.; STÜTZLE, T. Iterated local search. In: *Handbook of metaheuristics*. [S.l.]: Springer US, 2003. v. 57, cap. 11, p. 320–353.
- MENDES, N. F. M. *Técnicas de Otimização Combinatória Aplicadas a Criação de Estratégias de Policiamento Urbano*. Dissertação (Mestrado) — Departamento de Informática - Universidade Federal de Viçosa, 2015.
- MENNEL, W. K. *Heuristics for Solving Three Routing Problems: Close-Enough Traveling Salesman Problem, Close-Enough Vehicle Routing Problem, Sequence-Dependent Team Orienting Problem*. Tese (Doutorado) — University of Maryland, 2009.
- NAOUM-SAWAYA, J. et al. Stochastic optimization approach for the car placement problem in ridesharing systems. *Transportation Research Part B*, v. 80, p. 173–184, 2015.
- OGLOBO. *São Paulo tem média de 1,4 ocupante por carro*. 2011. [Http://goo.gl/qRhaFi](http://goo.gl/qRhaFi). Accessed: 2016-04-12.
- SALARI, M.; TOTH, P.; TRAMONTANI, A. An ilp improvement procedure for the open vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, v. 37, n. 12, p. 2106–2120, 2010.
- SANTOS, O.; XAVIER, E. A dynamic dial-a-ride problem with money as an incentive. *Expert Systems with Applications*, v. 42, p. 6728–6737, 2015.
- TREEHUGGER. *Ridesharing could ease traffic congestion and pollution, using tech we already have*. 2016. [Http://www.treehugger.com/cars/ridesharing-surplus-transportation-capacity.html](http://www.treehugger.com/cars/ridesharing-surplus-transportation-capacity.html). Accessed: 2016-04-12.
- VEJA. *Frota brasileira cresce onze vezes mais rápido do que a população e já é suficiente para cobrir Barbados, no Caribe*. 2015. [Http://veja.abril.com.br/blog/cidades-sem-fronteiras/transporte-e-transito/frota/](http://veja.abril.com.br/blog/cidades-sem-fronteiras/transporte-e-transito/frota/). Accessed: 2016-04-12.
- XIANG, Z.; CHU, C.; CHEN, H. The study of a dynamic dial-a-ride problem under time dependent stochastic environments. *European Journal of Operational Research*, v. 185, n. 2, p. 534–551, 2007.
- XING, X. et al. Smize: a spontaneous ride-sharing system for individual urban transit. *7th German Conference, MATES, Hamburg, Germany*, v. 5774, p. 165–174, 2009.

A Resultados detalhados das instâncias de destino único

Foram geradas 9 classes de instâncias com destino único. Os resultados da classe geral foram apresentados no capítulo 6. Este apêndice apresenta os resultados detalhados referentes às execuções das abordagens **ILP** e **GC** para as instâncias Mx5P das 8 classes restantes.

Tabela 10 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C_M102_P302.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	49.403	59.394	20,22	-	5	6	1	-
10M-50P	198.413	198.413	-	-	20	20	-	-
15M-75P	317.882	337.868	6,29	-	32	34	2	-
20M-100P	466.862	496.879	6,43	-	47	50	3	-
25M-125P	466.706	516.706	10,71	-	47	52	5	-
30M-150P	615.512	725.491	17,87	-	62	73	11	-
35M-175P	884.607	924.607	4,52	-	89	93	4	-
40M-200P	914.495	1.024.490	12,03	-	92	103	11	-
45M-225P	1.163.271	1.193.270	2,58	-	117	120	3	-
50M-250P	1.163.430	1.263.430	8,60	-	117	127	10	-

Tabela 11 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C_M102_P302.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	49.403	59.402	20,24	≈ 0	5	6	1	-
10M-50P	198.413	198.413	-	-	20	20	-	-
15M-75P	317.882	337.868	6,29	-	32	34	2	-
20M-100P	466.862	486.874	4,29	-0,02	47	50	3	-
25M-125P	466.706	516.706	10,71	-	47	52	5	-
30M-150P	615.512	725.500	17,87	≈ 0	62	73	11	-
35M-175P	884.607	924.607	4,52	-	89	93	4	-
40M-200P	914.495	1.024.490	12,03	-	92	103	11	-
45M-225P	1.163.271	1.193.270	2,58	-	117	120	3	-
50M-250P	1.163.430	1.263.430	8,60	-	117	127	10	-

Tabela 12 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C.M302.P102.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	29.434	29.445	0,04	-	3	3	-	0,11
10M-50P	168.554	198.481	17,76	-	17	20	3	-
15M-75P	337.688	397.597	17,74	-	34	40	6	-
20M-100P	367.133	427.084	16,33	-	37	43	6	-
25M-125P	416.666	486.586	16,78	-	42	49	7	-
30M-150P	485.665	585.723	20,60	-	49	59	10	-
35M-175P	705.247	805.044	14,15	-	71	81	10	-
40M-200P	804.256	914.184	13,67	-	81	92	11	-
45M-225P	923.718	993.721	7,58	-	93	100	7	-
50M-250P	1.012.236	1.102.270	8,89	-	102	111	9	-

Tabela 13 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C.M302.P102.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	29.434	29.445	0,04	-	3	3	-	0,11
10M-50P	168.554	198.482	17,76	≈ 0	17	20	3	-
15M-75P	337.688	397.587	17,74	≈ 0	34	40	6	-
20M-100P	367.133	427.084	16,33	-	37	43	6	-
25M-125P	416.666	486.576	16,78	≈ 0	42	49	7	-
30M-150P	485.665	585.723	20,60	-	49	59	10	-
35M-175P	705.247	805.148	14,17	≈ 0	71	81	10	-
40M-200P	804.256	904.182	12,42	-0,01	81	91	10	-
45M-225P	923.718	993.725	7,58	≈ 0	93	100	7	-
50M-250P	1.012.236	1.102.250	8,89	≈ 0	102	111	9	-

Tabela 14 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C.M125.P325.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	88.204	88.204	-	-	9	9	-	-
10M-50P	156.622	156.622	-	-	16	16	-	-
15M-75P	294.649	294.649	-	-	30	30	-	-
20M-100P	452.833	462.833	2,21	-	46	47	1	-
25M-125P	431.188	451.177	4,64	-	44	46	2	-
30M-150P	620.381	630.381	1,61	-	63	64	1	-
35M-175P	767.633	867.622	13,03	-	78	88	10	-
40M-200P	816.020	875.998	7,35	-	83	89	6	-
45M-225P	1.004.030	1.014.030	1,00	-	102	103	1	-
50M-250P	1.141.575	1.151.580	0,88	-	116	117	1	-

Tabela 15 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C_M125_P325.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	88.204	88.204	-	-	9	9	-	-
10M-50P	156.622	156.622	-	-	16	16	-	-
15M-75P	294.649	294.649	-	-	30	30	-	-
20M-100P	452.833	462.836	2,21	≈ 0	46	47	1	-
25M-125P	431.188	451.177	4,64	-	44	46	2	-
30M-150P	620.381	630.368	1,61	≈ 0	63	64	1	-
35M-175P	767.633	857.618	11,72	-0,01	78	87	9	-
40M-200P	816.020	875.991	7,35	≈ 0	83	89	6	-
45M-225P	1.004.030	1.014.030	1,00	-	102	103	1	-
50M-250P	1.141.575	1.151.580	0,88	-	116	117	1	-

Tabela 16 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C_M325_P125.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	38.772	38.772	-	-	4	4	-	-
10M-50P	146.781	216.556	47,54	-	15	22	7	-
15M-75P	224.827	264.741	17,75	-	23	27	4	-
20M-100P	342.696	382.556	11,63	-	35	39	4	-
25M-125P	431.457	511.367	18,52	0,60	44	52	8	-
30M-150P	670.073	770.010	14,91	-	68	78	10	-
35M-175P	677.584	767.587	13,28	0,29	69	78	9	-
40M-200P	865.320	935.293	8,09	0,94	88	95	7	-
45M-225P	894.430	1.014.390	13,41	1,50	91	103	12	-
50M-250P	1.012.683	1.112.620	9,87	0,33	103	113	10	-

Tabela 17 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C_M325_P125.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	38.772	38.772	-	-	4	4	-	-
10M-50P	146.781	216.556	47,54	-	15	22	7	-
15M-75P	224.827	254.726	13,30	-0,04	23	26	3	-
20M-100P	342.696	382.555	11,63	≈ 0	35	39	4	-
25M-125P	431.457	511.361	18,52	≈ 0	44	52	8	-
30M-150P	670.073	769.937	14,90	≈ 0	68	78	10	-
35M-175P	677.584	767.585	13,28	≈ 0	69	78	9	-
40M-200P	865.320	935.292	8,09	≈ 0	88	95	7	-
45M-225P	894.430	1.014.430	13,42	≈ 0	91	103	12	-
50M-250P	1.012.683	1.112.610	9,87	≈ 0	103	113	10	-

Tabela 18 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C.M102.P305.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	29.388	29.388	-	-	3	3	-	-
10M-50P	128.258	148.244	15,58	-	13	15	2	-
15M-75P	187.688	207.678	10,65	-	19	21	2	-
20M-100P	306.747	366.727	19,55	-	31	37	6	-
25M-125P	406.351	436.337	7,38	-	41	44	3	-
30M-150P	325.923	415.900	27,61	-	33	42	9	-
35M-175P	504.968	544.956	7,92	-	51	55	4	-
40M-200P	584.178	694.148	18,82	-	59	70	11	-
45M-225P	603.684	683.684	13,25	-	61	69	8	-
50M-250P	833.092	923.088	10,80	-	84	93	9	-

Tabela 19 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C.M102.P305.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	29.388	29.388	-	-	3	3	-	-
10M-50P	128.258	148.244	15,58	-	13	15	2	-
15M-75P	187.688	207.679	10,65	≈ 0	19	21	2	-
20M-100P	306.747	356.727	16,29	-0,03	31	36	5	-
25M-125P	406.351	436.337	7,38	-	41	44	3	-
30M-150P	325.923	415.900	27,61	-	33	42	9	-
35M-175P	504.968	544.964	7,92	≈ 0	51	55	4	-
40M-200P	584.178	684.144	17,11	-0,01	59	69	10	-
45M-225P	603.684	683.684	13,25	-	61	69	8	-
50M-250P	833.092	913.089	9,60	-0,01	84	92	8	-

Tabela 20 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C.M302.P105.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	19.344	29.286	51,40	-	2	3	1	-
10M-50P	98.522	138.424	40,50	-	10	14	4	-
15M-75P	107.651	137.523	27,75	-	11	14	3	-
20M-100P	186.914	246.729	32,00	-	19	25	6	-
25M-125P	276.420	346.323	25,29	-	28	35	7	-
30M-150P	245.644	275.592	12,19	-	25	28	3	-
35M-175P	384.981	484.770	25,92	-	39	49	10	-
40M-200P	404.194	613.928	51,89	-	41	62	21	-
45M-225P	613.150	643.134	4,89	-	62	65	3	-
50M-250P	682.167	842.010	23,43	-	69	85	16	-

Tabela 21 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C_M302_P105.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	19.344	29.336	51,65	≈ 0	2	3	1	-
10M-50P	98.522	138.424	40,50	-	10	14	4	-
15M-75P	107.651	137.525	27,75	≈ 0	11	14	3	-
20M-100P	186.914	236.712	26,64	-0,04	19	24	5	-
25M-125P	276.420	346.314	25,29	≈ 0	28	35	7	-
30M-150P	245.644	275.567	12,18	≈ 0	25	28	3	-
35M-175P	384.981	474.754	23,32	-0,02	39	48	9	-
40M-200P	404.194	613.938	51,89	≈ 0	41	62	21	-
45M-225P	613.150	633.126	3,26	-0,02	62	65	3	-
50M-250P	682.167	831.948	21,96	-0,01	69	84	15	-

Tabela 22 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C_M105_P302.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	118.863	128.849	8,40	-	12	13	1	-
10M-50P	177.792	187.792	5,62	-	18	19	1	-
15M-75P	316.051	336.054	6,33	-	32	34	2	-
20M-100P	534.194	564.177	5,61	-	54	57	3	-
25M-125P	531.963	561.938	5,63	-	54	57	3	-
30M-150P	681.897	711.897	4,40	-	69	72	3	-
35M-175P	801.244	811.244	1,25	-	81	82	1	-
40M-200P	878.569	918.630	4,56	-	89	93	4	-
45M-225P	1.006.574	1.046.630	3,98	-	102	106	4	-
50M-250P	1.105.034	1.175.080	6,34	-	112	119	7	-

Tabela 23 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C_M105_P302.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	118.863	128.849	8,40	-	12	13	1	-
10M-50P	177.792	187.792	5,62	-	18	19	1	-
15M-75P	316.051	336.054	6,33	-	32	34	2	-
20M-100P	534.194	544.190	1,87	-0,04	54	55	1	-
25M-125P	531.963	561.942	5,64	≈ 0	54	57	3	-
30M-150P	681.897	711.897	4,40	-	69	72	3	-
35M-175P	801.244	801.244	-	-0,01	81	81	-	-
40M-200P	878.569	918.630	4,56	-	89	93	4	-
45M-225P	1.006.574	1.046.630	3,98	-	102	106	4	-
50M-250P	1.105.034	1.175.080	6,34	-	112	119	7	-

Tabela 24 – Resultados do **ILP** para instâncias Mx5P da classe C.M305.P102.

Instância	Função Objetivo		Melhora (%)	Gap (%)	Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	ILP			Heurística	ILP	Pass	Km
5M-25P	128.128	148.064	15,56	4,20	13	15	2	-
10M-50P	207.061	227.179	9,72	-	21	23	2	-
15M-75P	315.733	355.805	12,69	-	32	36	4	-
20M-100P	363.531	403.584	11,02	4,24	37	41	4	-
25M-125P	573.397	613.596	7,01	-	58	62	4	-
30M-150P	641.594	701.698	9,37	0,41	65	71	6	-
35M-175P	799.092	849.118	6,26	2,33	81	86	5	-
40M-200P	998.626	1.008.800	1,02	0,19	101	102	1	-
45M-225P	1.046.804	1.097.030	4,80	1,20	106	111	5	-
50M-250P	1.115.474	1.175.590	5,39	0,17	113	119	6	-

Tabela 25 – Resultados do **GC** para instâncias Mx5P da classe C.M305.P102.

Instância	Função Objetivo		Melhora GC (%)		Passageiros Atendidos		Melhoria	
	Heurística	GC	Heurística	ILP	Heurística	GC	Pass	Km
5M-25P	128.128	148.073	15,57	≈ 0	13	15	2	-
10M-50P	207.061	227.179	9,72	-	21	23	2	-
15M-75P	315.733	355.793	12,69	≈ 0	32	36	4	-
20M-100P	363.531	403.638	11,03	≈ 0	37	41	4	-
25M-125P	573.397	613.585	7,01	≈ 0	58	62	4	-
30M-150P	641.594	701.655	9,36	≈ 0	65	71	6	-
35M-175P	799.092	849.137	6,26	≈ 0	81	86	5	-
40M-200P	998.626	1.008.800	1,02	-	101	102	1	-
45M-225P	1.046.804	1.097.010	4,80	≈ 0	106	111	5	-
50M-250P	1.115.474	1.175.580	5,39	≈ 0	113	119	6	-

B Questionário sobre carona voluntária para a UFV

As figuras a seguir mostram o questionário aplicado à comunidade da UFV.



Pesquisa sobre carona voluntária para UFV.

Levantamento de dados sobre implantação de um sistema de carona voluntária de a partir de algum ponto próximo a sua casa em direção à UFV.

*Obrigatório



Você tem interesse em participar de um sistema de carona voluntária em direção à UFV? *
(Oferecendo ou solicitando carona)

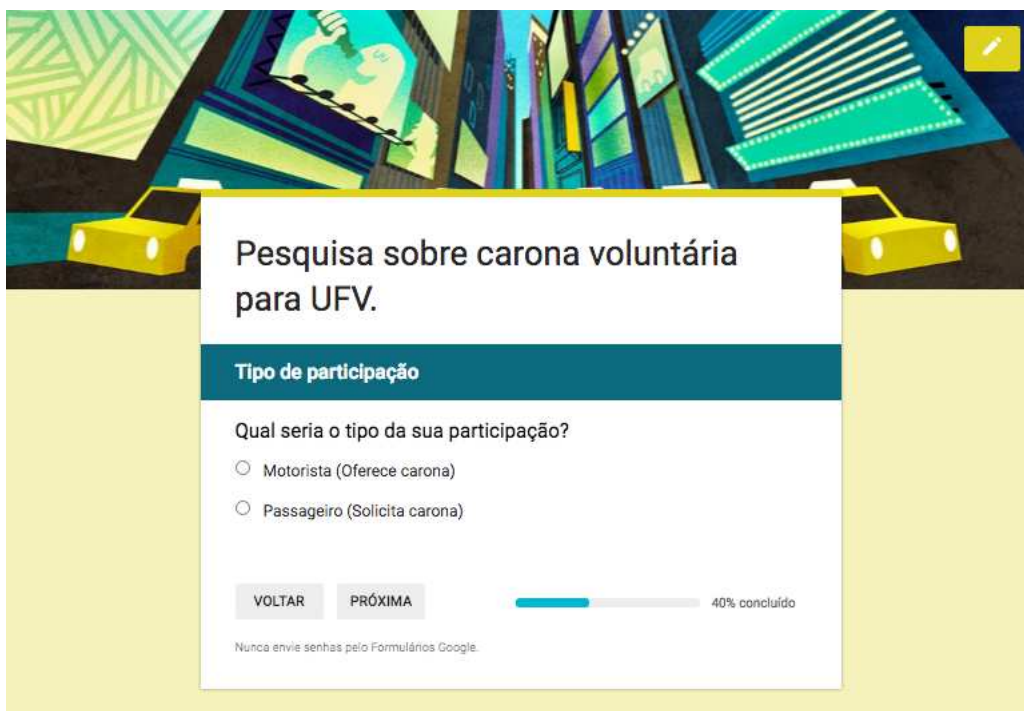
Sim

Não

PRÓXIMA

20% concluído

Pergunta inicial, apresentada a todos os participantes.



Pesquisa sobre carona voluntária para UFV.

Tipo de participação

Qual seria o tipo da sua participação?

Motorista (Oferece carona)

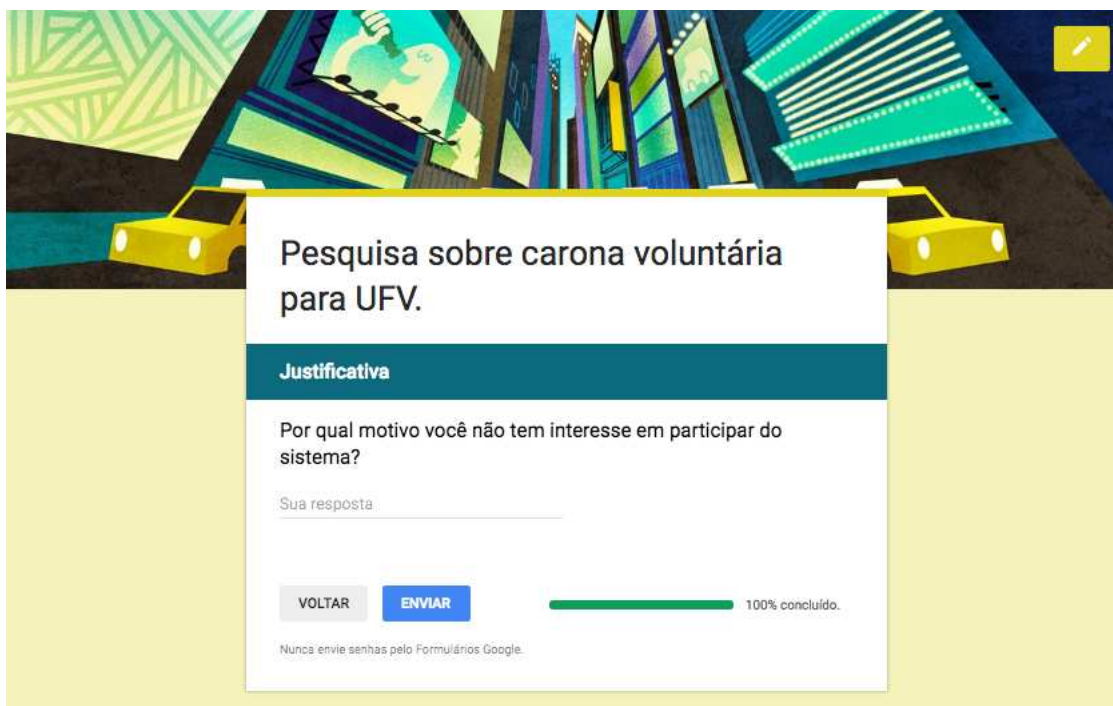
Passageiro (Solicita carona)

VOLTAR PRÓXIMA

40% concluído

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Seleção do tipo de participação, solicitada aos que desejam participar.



Pesquisa sobre carona voluntária para UFV.

Justificativa

Por qual motivo você não tem interesse em participar do sistema?

Sua resposta

VOLTAR ENVIAR

100% concluído.

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Justificativa, solicitada aos que não desejam participar.

Pesquisa sobre carona voluntária para UFV.

*Obrigatório

Informações de motorista

Nome
(Opcional)
Sua resposta _____

Endereço *
Nome da rua, praça, avenida, etc.
Sua resposta _____

Número *
Por questões de privacidade também pode fornecer um número próximo, apenas.
Sua resposta _____

Quanto você estaria disposto a desviar da sua rota direta para a UFV a fim de oferecer carona?(Em Km ou porcentagem da rota original)
Ex: 1 Km, 2 Km, 5 Km... 10%, 30%, 50%
Sua resposta _____

Até quantas pessoas você poderia oferecer carona? *

1 2 3 4

Perguntas específicas para motoristas (parte 1).

Dentre os pontos abaixo, selecione o seu destino mais frequente na UFV quando sai de casa. *
 Caso não haja, escolha o mais próximo.

BBT
 PVA
 Departamento de Zootecnia
 Departamento de Educação Física
 Centro de vivência/Bernardão
 DCE bar
 Departamento de Medicina Veterinária
 R.U.
 Funarbe
 Coluni
 Vila Gianetti
 Divisão de saúde
 Praça de Vivência (Itaú)
 PVB
 Departamento de Dança
 CCE
 Outro: _____

Marque seus horários de chegada na UFV em cada dia.

	Nenhum	08:00	10:00	12:00	14:00	16:00
Segunda	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Terça	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quarta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quinta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Sexta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

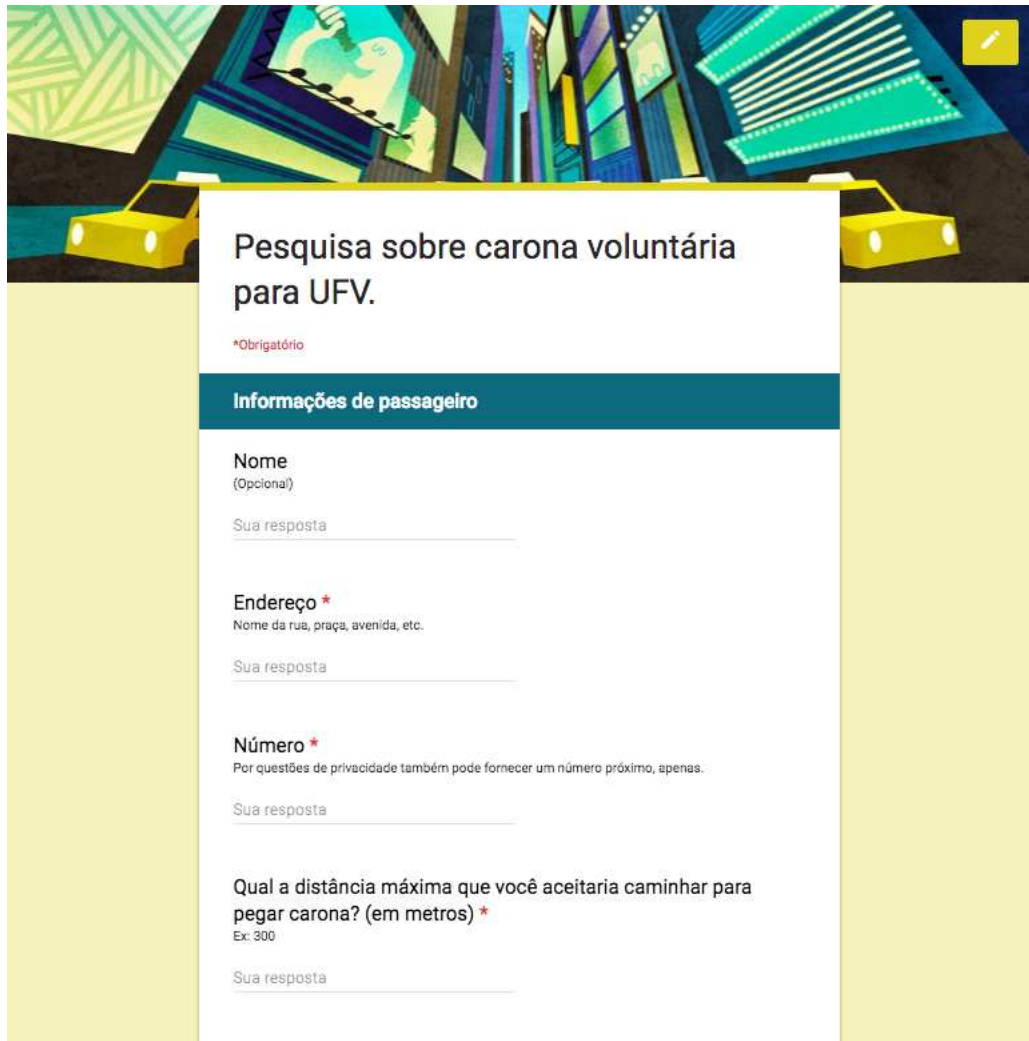
Sugestões de melhora no formulário?
 Por favor, nos informe se algo não ficou bem explicado

Sua resposta _____

100% concluído.

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Perguntas específicas para motoristas (parte 2).



Pesquisa sobre carona voluntária para UFV.

*Obrigatório

Informações de passageiro

Nome
(Opcional)

Sua resposta

Endereço *
Nome da rua, praça, avenida, etc.

Sua resposta

Número *
Por questões de privacidade também pode fornecer um número próximo, apenas.

Sua resposta

Qual a distância máxima que você aceitaria caminhar para pegar carona? (em metros) *
Ex: 300

Sua resposta

Perguntas específicas para passageiros (parte 1).

Dentre os pontos abaixo, selecione os pontos na UFV que seriam bons para você, ao término da carona. *

Pontos em que vc aceitaria ser deixado pela carona e seguir andando até o seu destino final.

- R.U.
- Divisão de saúde
- Departamento de Zootecnia
- Departamento de Dança
- PVB
- Centro de vivência/Bernardão
- Praça de Vivência (Itaú)
- Departamento de Medicina Veterinária
- Vila Gianetti
- Coluni
- Funarbe
- PVA
- Departamento de Educação Física
- DCE bar
- CCE
- BBT
- Outro:

Marque seus horários de chegada na UFV em cada dia.

	Nenhum	08:00	10:00	12:00	14:00	16:00
Segunda	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Terça	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quarta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Quinta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Sexta	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Sugestões de melhora no formulário?
Por favor, nos informe se algo não ficou bem explicado.

Sua resposta

100% concluído.

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Perguntas específicas para passageiros (parte 2).