

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

GUILHERME HENRIQUE REZENDE BITTENCOURT

SOBRE A DINÂMICA DE PAREDES DE DOMÍNIO MAGNÉTICAS EM
SISTEMAS CURVILÍNEOS DE BAIXA DIMENSÃO

VIÇOSA - MINAS GERAIS

2024

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

B624s
2024

Bittencourt, Guilherme Henrique Rezende, 1996-
Sobre a dinâmica de paredes de domínio magnéticas em
sistemas curvilíneos de baixa dimensão / Guilherme Henrique
Rezende Bittencourt. – Viçosa, MG, 2024.
1 dissertação eletrônica (133 f.): il. (algumas color.).

Inclui apêndices.

Orientador: Vagson Luiz de Carvalho Santos.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Física, 2024.

Referências bibliográficas: f. 126-133.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2024.202>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Materiais magnéticos. 2. Nanoestruturas. 3. Estrutura de
domínio. 4. Curvatura. 5. Spintrônica. I. Santos, Vagson Luiz de
Carvalho, 1977-. II. Universidade Federal de Viçosa.
Departamento de Física. Programa de Pós-Graduação em em
Física. III. Título.

CDD 22. ed. 538.4

GUILHERME HENRIQUE REZENDE BITTENCOURT

**SOBRE A DINÂMICA DE PAREDES DE DOMÍNIO MAGNÉTICAS EM
SISTEMAS CURVILÍNEOS DE BAIXA DIMENSÃO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

Orientador: Vagson Luiz de Carvalho Santos

VIÇOSA - MINAS GERAIS

2024


GUILHERME HENRIQUE REZENDE BITTENCOURT

**SOBRE A DINÂMICA DE PAREDES DE DOMÍNIO MAGNÉTICAS EM
SISTEMAS CURVILÍNEOS DE BAIXA DIMENSÃO**


Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 15 de março de 2024.

Assentimento:

Documento assinado digitalmente
 GUILHERME HENRIQUE REZENDE BITTENCOURT
Data: 01/08/2024 15:20:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Guilherme Henrique Rezende Bittencourt
Autor

Documento assinado digitalmente
 VAGSON LUIZ DE CARVALHO SANTOS
Data: 01/08/2024 21:36:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Vagson Luiz de Carvalho Santos
Orientador

Agradecimentos

A Jesus Cristo, meu Salvador, “porque o Senhor dá a sabedoria, e da sua boca vem a inteligência e o entendimento”.

À minha esposa, Radmila Bittencourt, pelo apoio incondicional, bem como pelo cuidado amoroso, doce e leal, continuamente despendido em favor de nosso lar, a fim de mantê-lo sempre aquecido.

Aos meus pais, que me deram todo o suporte necessário ao longo de minha jornada de estudos, da infância à juventude. O sacrifício deles foi a semente a partir da qual esta tese frutificou.

Ao meu orientador, Vagson Luiz de Carvalho Santos, o qual, além de professor, tornou-se um amigo ao longo da árdua jornada trilhada nos últimos anos. Sua criatividade e admirável intuição física conduziram nossos projetos por caminhos frutíferos. Sua confiança em meu trabalho me conduziu a colaborações para além das fronteiras de nosso país. Sua visão otimista e generosa ao meu respeito me fez transcender distintas fronteiras que me limitavam.

Aos meus companheiros de departamento, que me proporcionaram momentos leves, divertidos e agradáveis ao longo de toda a minha estadia em Viçosa.

À Universidade Federal de Viçosa e, especialmente, ao Departamento de Física, pela estrutura e oportunidades que me foram confiadas.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

“Os céus manifestam a glória de Deus e o firmamento anuncia a obra das suas mãos. Um dia faz declaração a outro dia, e uma noite revela conhecimento a outra noite. Não há linguagem, nem há palavras, e deles não se ouve nenhum som. No entanto, por toda a terra se faz ouvir a sua voz, e as suas palavras, até os confins do mundo.”

Salmo 19. 1-4.

Resumo

BITTENCOURT, Guilherme Henrique Rezende, ph.D, Universidade Federal de Viçosa, março de 2024. **Sobre a dinâmica de paredes de domínio magnéticas em sistemas curvilíneos de baixa dimensão.** Orientador: Vagson Luiz de Carvalho Santos.

O nanomagnetismo se tornou um campo de pesquisa promissor nas últimas décadas. Esse fato se evidencia nas diversas propostas reportadas na literatura sobre o desenvolvimento de dispositivos baseados no transporte de texturas magnéticas em sistemas de baixa dimensão. Nesse contexto, as paredes de domínio (PD's) surgem como fortes candidatas para serem usadas como portadoras de informação, como no caso das *racetrack memories*. Pesquisas recentes têm demonstrado que o comportamento dinâmico de modos coletivos da magnetização apresenta grande sensibilidade às propriedades geométricas do espaço em eles se encontram inseridos. Em particular, os efeitos de curvatura receberam grande destaque nos últimos anos, emergindo como um atraente tópico de pesquisa da atualidade. Sob essa perspectiva, apresentamos neste trabalho um estudo a respeito do papel desempenhado pela geometria sobre o comportamento de PD's em sistemas magnéticos de baixa dimensionalidade. Assim, demonstramos que a curvatura pode ser explorada para o controle do tipo de dinâmica que as PD's exibem, bem como para ajustar a frequência e a amplitude das oscilações por elas desenvolvidas. Discutimos também intrigantes similaridades entre as PD's e sistemas mecânicos bem conhecidos, como o oscilador harmônico. Finalmente, demonstramos como a curvatura e a torção são capazes de fazer emergir uma fenomenologia quiral, a qual traz consigo efeitos dramáticos como a não reciprocidade experimentada por PD's em ambientes curvilíneos e a existência de sentidos privilegiados de corrente elétrica que otimizam o transporte dos sólitons magnéticos estudados.

Palavras-chave: Nanomagnetismo. Parede de domínio. Efeitos de curvatura. Corrente spin polarizada.

Abstract

BITTENCOURT, Guilherme Henrique Rezende, ph.D, Universidade Federal de Viçosa, March, 2024. **On the dynamics of magnetic domain walls in curved low-dimensional systems.** Advisor: Vagson Luiz de Carvalho Santos.

Nanomagnetism has become a promising research field in recent decades. This is evident in the various proposals reported in the literature regarding the development of devices based on the transport of magnetic textures in low-dimensional systems. In this context, domain walls (DWs) emerge as strong candidates to be used as information carriers, as in the case of racetrack memories. Recent research has demonstrated that the dynamic behavior of collective magnetization modes shows great sensitivity to the geometric properties of the space in which they are embedded. In particular, the curvature effects have received considerable attention in recent years, emerging as an attractive and contemporary research topic. From this perspective, we present in this work a study on the role played by geometry on the behavior of DWs in low-dimensional magnetic systems. Thus, we demonstrate that curvature can be exploited to control the type of dynamics exhibited by DWs, as well as to adjust the frequency and amplitude of the oscillations they develop. We also discuss intriguing similarities between DWs and well-known mechanical systems, such as the harmonic oscillator. Finally, we demonstrate how curvature and torsion can give rise to a chiral phenomenology, which brings with it dramatic effects such as the non-reciprocity experienced by DWs in curved systems and the existence of privileged directions of electric current that optimize the transport of the magnetic solitons.

Keywords: Nanomagnetism. Domain wall. Curvature effects. Spin polarized current.

Lista de abreviaturas e siglas

NF	Nanofio.
PD	Parede de domínio.
Fig.	Figura.
Ref.	Referência.
Eq.	Equação.

Sumário

I	Introdução	10
1.1	Considerações iniciais	10
1.2	Dinâmica da magnetização	11
1.3	Interações	15
1.3.1	A interação magnetostática	15
1.3.2	Interação de troca	20
1.4	Paredes de domínio	22
1.4.1	PD's transversais	22
1.4.2	Paredes de domínio de Bloch e de Néel	25
1.4.3	A ruptura de Walker: uma discussão qualitativa	27
II	Dupla ruptura de Walker induzida por curvatura	29
2.1	Modelo teórico	29
2.2	Competição entre interação de troca e interação magnetostática	31
2.3	A dinâmica da PD e seus distintos regimes	33
2.3.1	Regime linear	34
2.3.2	A dupla ruptura de Walker	35
2.3.3	Explorando a geometria para o controle da frequência e da amplitude das oscilações	38
2.4	Conclusão	39
III	Lei das Áreas para paredes de domínio em nanofios curvos	40
3.1	Modelo teórico	40
3.2	O movimento orbital da PD	42
3.2.1	Soluções analíticas para as equações de movimento	42
3.2.2	A "Lei das Áreas"	42
3.2.3	Vislumbrando além das paredes transversais	45
3.3	Conclusão	48
IV	Oscilações harmônicas induzidas por gradientes de curvatura em nanofios elípticos	49
4.1	Modelo teórico	49
4.2	Nanofio com curvatura elíptica	53
4.2.1	Descrição geométrica	53
4.2.2	Campo efetivo de interação de troca no espaço elíptico	54
4.2.3	Dinâmica na ausência de estímulos externos	55
4.2.4	Dinâmica sob a ação de um campo magnético externo	60
4.3	Conclusão	63

V	A utilização de nanofios curvilíneos para a determinação da massa de paredes de domínio transversais	65
5.1	Formalismo Lagrangeano	66
5.1.1	Oscilações harmônicas	67
5.2	Resultados e discussão	68
5.3	Conclusão	72
VI	Comprimento de paredes de domínio: competição entre os efeitos de curvatura e de anisotropia de forma	74
6.1	Modelo teórico	74
6.2	Resultados	76
6.2.1	A extremização da energia e o perfil estático da PD	76
6.2.2	O comportamento dinâmico do comprimento da PD	77
6.2.3	Efeitos de curvatura e de anisotropia de forma sobre o comprimento da PD	80
6.3	Conclusão	82
VII	Modelo generalizado para a interação de troca em sistemas curvilíneos	84
7.1	A base de Frenet-Serret	84
7.2	Interação de troca em sistemas unidimensionais curvos	86
VIII	<i>Spin transfer torque</i> em sistemas curvilíneos	90
IX	Efeito quiral induzido por gradiente de curvatura no transporte de paredes de domínio via <i>spin transfer torque</i>	97
9.1	Caracterização da geometria	97
9.2	Poço de potencial gerado pelo gradiente de curvatura	99
9.3	Transporte de paredes de domínio via <i>spin transfer torque</i>	100
9.4	Conclusão	107
X	Efeitos induzidos pela torção na dinâmica de diferentes tipos de paredes de domínio sob a ação de correntes spin polarizadas	109
10.1	Descrição da geometria	110
10.2	Anisotropia de eixo fácil na direção binormal: PD-ABF	111
10.2.1	Dinâmica para o caso da PD-ABF	113
10.3	Anisotropia de eixo fácil na direção normal: PD-ANF	116
10.3.1	Dinâmica para o caso da PD-ANF	117
10.4	Conclusão	119
XI	Considerações finais	120
	Apêndices	122
	APÊNDICE A Algumas integrais recorrentes	123
	APÊNDICE B Fatores de desmagnetização	125
	Referências	126

I Introdução

1.1 Considerações iniciais

O nanomagnetismo mostrou ser um campo de pesquisa promissor nas últimas décadas. A possibilidade de criar e manipular amostras de baixa dimensão trouxe à tona uma série de possibilidades tecnológicas que exploram fenômenos emergentes no campo da spintrônica. Assim, texturas magnéticas revelam-se fortes candidatas para serem usadas como portadoras de informação, possibilitando a criação de novos dispositivos de memória [1, 2], portas lógicas [3, 4, 5], nanoantenas [6] e nano osciladores [7, 8], por exemplo. Nesse contexto, as paredes de domínio magnéticas (PD's) se destacam devido à extensa literatura que descreve as suas características estáticas e dinâmicas em sistemas retilíneos [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17]. Do ponto de vista tecnológico, esse modo coletivo da magnetização torna-se ainda mais atraente quando consideramos o fato de que o seu movimento pode ser guiado por meio da aplicação de distintos estímulos externos, como campos magnéticos e correntes elétricas spin-polarizadas [18, 19, 14]. Nanofios magnéticos (NF's) são as estruturas mais convenientes para a nucleação de paredes de domínio. Uma vez que as dimensões de sua seção transversal são, em geral, muito menores do que o seu comprimento, uma forte anisotropia tende a ser produzida ao longo de seu eixo central, favorecendo a criação de domínios alinhados com a direção tangencial ao fio [12]. Assim, a geometria dos NF's desempenha um papel crucial no comportamento das PD's, de modo que distintas características dinâmicas são observadas quando lidamos com NF's cuja seção transversal é retangular [15] ou circular [16], por exemplo.

A relevância da geometria em sistemas magnéticos de baixa dimensão se tornou ainda mais clara na última década, quando efeitos induzidos por curvatura ganharam notoriedade na literatura [20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]. Nesse contexto, verificou-se que a curvatura κ faz emergir dois principais efeitos [20, 21]: uma interação do tipo Dzyaloshinskii-Moriya (linear com κ), conhecida por induzir uma quebra de simetria que cria um sentido preferencial para o qual a magnetização tende a apontar; e uma anisotropia efetiva (quadrática em κ) que privilegia uma direção particular e, assim, define um novo “eixo fácil” para o sistema. Ambas as contribuições emergentes estão associadas à interação de troca, como veremos adiante. Esses efeitos são a causa das PD's hospedadas em nanofios curvilíneos apresentarem uma série de características ausentes em estruturas puramente cartesianas. Por exemplo, a curvatura traz à existência novos regimes de dinâmica oscilatória inexistentes em NF's retilíneos [24], bem como induz um torque extra capaz de otimizar o transporte de PD's, aumentando a sua velocidade de propagação [23]. Portanto, o ajuste da forma e da curvatura dos NF's constitui um mecanismo promissor para o controle da posição e da orientação de PD's. Similarmente, outros

modos coletivos da magnetização sofrem notáveis efeitos quando inseridos em espaços curvos. Nesse sentido, demonstrou-se que a curvatura contribui para a estabilização de vórtices magnéticos em superfícies [27] e que defeitos curvilíneos tendem a aprisionar skyrmions em movimento em *racetracks* [26], bem como induzir oscilações cuja frequência é proporcional à segunda derivada espacial da curvatura principal [25].

Inspirados na riqueza dos fenômenos induzidos por curvatura em magnetos de baixa dimensão, nos dedicaremos neste trabalho ao estudo da dinâmica de paredes de domínio magnéticas em nanofios curvos com diferentes geometrias, sujeitos a distintos estímulos externos, como campos magnéticos e correntes spin-polarizadas. Antes disso, discutiremos aspectos gerais envolvendo a dinâmica da magnetização, as interações que iremos considerar em nossos sistemas, bem como distintos tipos de PD's hospedadas em amostras retilíneas.

1.2 Dinâmica da magnetização

Para iniciar a nossa jornada de estudos sobre a dinâmica da magnetização, é instrutivo começar do caso mais elementar: um spin \mathbf{S} sujeito a um campo externo estático \mathbf{H} . Esse é um problema conhecido no contexto da mecânica quântica [31]. Para abordá-lo, partimos da seguinte hamiltoniana:

$$\mathcal{H} = -\boldsymbol{\mu} \cdot (\mu_0 \mathbf{H}) = \gamma \mathbf{S} \cdot (\mu_0 \mathbf{H}). \quad (1.1)$$

Aqui, μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo. Além disso, definimos o momento magnético $\boldsymbol{\mu} = -\gamma \mathbf{S}$, sendo γ uma constante denominada razão giromagnética da partícula. Para o caso particular do elétron, $\gamma = 2\mu_B/\hbar = 1.760859 \times 10^{11} \text{ T}^{-1}\text{s}^{-1}$, sendo μ_B o magneton de Bohr e \hbar a constante de Planck dividida por 2π . O observável $\mathbf{S}(t)$ avaliado em um instante de tempo arbitrário t , pode ser obtido a partir do operador evolução temporal $\mathcal{U} = e^{-i\mathcal{H}t/\hbar}$ e de seu adjunto \mathcal{U}^\dagger , isto é,

$$\mathbf{S}(t) = \mathcal{U}^\dagger \mathbf{S}(0) \mathcal{U}. \quad (1.2)$$

Calculando a derivada temporal da expressão anterior com respeito ao tempo, é possível verificar que

$$\frac{d\mathbf{S}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\mathcal{H}, \mathbf{S}(t)] = -\gamma \mathbf{S}(t) \times (\mu_0 \mathbf{H}), \quad (1.3)$$

ou, equivalentemente,

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}(t)}{dt} = -\gamma \boldsymbol{\mu}(t) \times (\mu_0 \mathbf{H}), \quad (1.4)$$

Buscamos uma generalização fenomenológica da Eq. (1.4) válida para o limite em que os spins são aproximados por uma distribuição contínua. Sob essa perspectiva,

nos encontramos em um campo de estudo denominado micromagnetismo [32, 33]. Nesse contexto, lidamos com sistemas cuja escala de comprimento é considerada grande o bastante para que o caráter discreto da distribuição de spins seja negligenciado e, então, a aproximação contínua possa ser empregada com segurança [34, 12]. Para isso, é conveniente construir um campo vetorial contínuo denominado magnetização \mathbf{M} , definido como a razão entre uma dada quantidade de momentos magnéticos, $\Delta\boldsymbol{\mu}$, e o volume mesoscópico, ΔV , que eles ocupam. Assim, abandonamos os operadores para lidar com a função vetorial ordinária $\mathbf{M} \equiv \frac{\Delta\boldsymbol{\mu}}{\Delta V}$. Agora, podemos escrever um análogo das Eqs. (1.3) e (1.4) em termos de \mathbf{M} , isto é [34, 35],

$$\frac{d\mathbf{M}}{dt} = -\gamma\mathbf{M} \times (\mu_0\mathbf{H}_{\text{ef}}), \quad (1.5)$$

onde definimos o campo efetivo \mathbf{H}_{ef} como a soma de todos os campos que agem sobre a magnetização, o que deve levar em conta, além do campo externo, os campos gerados pelas interações existentes entre os próprios momentos magnéticos da amostra. A Eq. (1.5) é conhecida com equação de Landau e Lifshitz [36].

Para entender melhor as implicações de (1.5), é instrutivo realizar o produto escalar com \mathbf{M} em ambos os lados da igualdade. Procedendo assim, verificamos que $\mathbf{M} \cdot (d\mathbf{M}/dt) = 0$ e, rearranjando a derivada temporal pela regra do produto, $d(\mathbf{M}^2)/dt = 0$. Dito de outro modo, (1.5) implica que \mathbf{M} apresenta magnitude constante. De fato, essa é uma aproximação basilar no estudo do magnetismo clássico. Nesse contexto, estabelecemos $\mathbf{M} = M_s\mathbf{m}$, sendo M_s a magnetização de saturação da amostra e \mathbf{m} o vetor unitário que descreve a orientação de \mathbf{M} . Adicionalmente, devemos nos atentar para o fato de que, tal como está escrita, a Eq. (1.5) descreve uma dinâmica de precessão não realista do ponto de vista fenomenológico. Essa característica se torna evidente quando tomamos o produto por \mathbf{H}_{ef} em ambos os lados, isto é, $\mathbf{H}_{\text{ef}} \cdot (d\mathbf{M}/dt) = 0$. Em particular, se o campo é independente do tempo, podemos incluí-lo na derivada e escrever $d(\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\text{ef}})/dt = 0$. Nesse caso, é possível definir uma quantidade invariante no tempo $\mathcal{E} = -\mu_0\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\text{ef}}$, denominada densidade de energia magnética. Uma vez que $d\mathcal{E}/dt = 0$, o ângulo formado entre os vetores permanece constante, o que implica um movimento de precessão indefinido de \mathbf{M} em torno de \mathbf{H}_{ef} . Entretanto, uma descrição realista deve contemplar o fato de que, após um determinado intervalo de tempo, a magnetização estaciona em um estado de equilíbrio. Para resolver esse problema, Gilbert [37] introduziu um termo dissipativo, proporcional a uma dada contante de amortecimento α , reescrevendo a Eq. (1.5) como

$$\frac{d\mathbf{m}}{dt} = -\gamma\mathbf{m} \times (\mu_0\mathbf{H}_{\text{ef}}) + \alpha\mathbf{m} \times \frac{d\mathbf{m}}{dt}. \quad (1.6)$$

O papel de cada um dos termos da equação acima é ilustrado de forma esquemática na Fig. 1.1 a seguir.

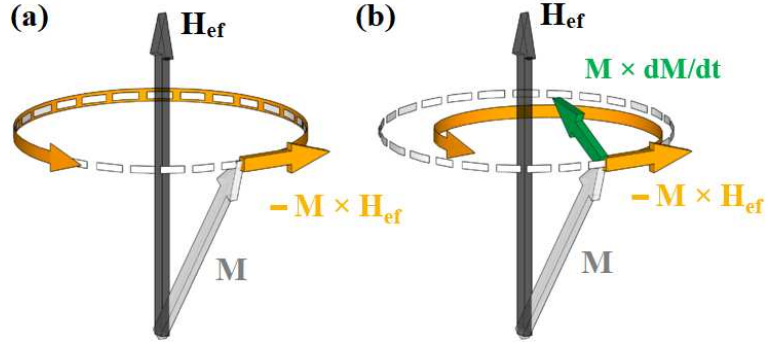


Figura 1.1 – (a) Precessão da magnetização guiada pelo torque exercido por \mathbf{H}_{ef} . (b) Papel desempenhado pelo amortecimento. Figura adaptada da Ref. [38].

Podemos desenvolver melhor a Eq. (1.6) estabelecendo uma parametrização particular para \mathbf{m} , construída sobre uma base ortonormal $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$. Para isso, utilizamos as coordenadas angulares Ω e Φ definidas no espaço dos spins [ver Fig. 1.2]:

$$\mathbf{m} = \sin \Omega \cos \Phi \hat{e}_1 + \sin \Omega \sin \Phi \hat{e}_2 + \cos \Omega \hat{e}_3. \quad (1.7)$$

Assim, podemos derivar (1.7) com respeito ao tempo levando em conta a dependência temporal nas coordenadas Ω e Φ . Depois disso, por conveniência, realizamos a transformação para as coordenadas esféricas definidas por \mathbf{m} no espaço interno, isto é,

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\mathbf{m}}{dt} \right)_{\rho, \Omega, \Phi} &= \begin{bmatrix} \sin \Omega \cos \Phi & \sin \Omega \sin \Phi & \cos \Omega \\ \cos \Omega \cos \Phi & \cos \Omega \sin \Phi & -\sin \Omega \\ -\sin \Phi & \cos \Phi & 0 \end{bmatrix} \left(\frac{d\mathbf{m}}{dt} \right)_{e_1, e_2, e_3} \\ &= \dot{\Omega} \hat{\Omega} + \dot{\Phi} \sin \Omega \hat{\Phi}. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Com esse resultado em mãos, podemos facilmente avaliar o termo de amortecimento usando o sistema (ρ, Ω, Φ) . Para isso, devemos nos lembrar que, nessa base, $\mathbf{m} = (1, 0, 0)$, isto é, por construção, a direção $\hat{\rho}$ coincide com o vetor \mathbf{m} . Assim, verificamos a igualdade $\mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} = -\dot{\Phi} \sin \Omega \hat{\Omega} + \dot{\Omega} \hat{\Phi}$. Além disso, o primeiro termo da Eq. (1.6) pode ser interpretado como o torque por volume $\mathbf{\Gamma} = \mu_0 \mathbf{M} \times \mathbf{H}_{\text{ef}}$ exercido pelo campo efetivo sobre a magnetização. Por fim, a Eq. LLG assume a seguinte forma:

$$\begin{aligned} \dot{\Omega} &= -\frac{\gamma}{M_s} \Gamma_{\Omega} - \alpha \dot{\Phi} \sin \Omega, \\ \dot{\Phi} \sin \Omega &= -\frac{\gamma}{M_s} \Gamma_{\Phi} + \alpha \dot{\Omega}, \end{aligned} \quad (1.9)$$

com $\mathbf{\Gamma} = -\mu_0 M_s (H_{\text{ef}\Phi} \hat{\Omega} + H_{\text{ef}\Omega} \hat{\Phi})$. Entretanto, na maior parte dos casos práticos, não conhecemos *a priori* o campo \mathbf{H}_{ef} , mas sim um funcional que descreve a energia do sistema, $E = \int \mathcal{E} dV$. Diante disso, precisamos de alguma estratégia que nos permita determinar

\mathbf{H}_{ef} partindo de E . Para esse fim, é útil lembrar que a energia associada à interação entre \mathbf{M} e um campo magnético arbitrário pode ser expressa como $E = -\mu_0 \int \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\text{ef}} dV$. Vale notar que a densidade $\mathcal{E} = -\mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\text{ef}}$, nos fornece \mathbf{H}_{ef} a menos de um produto escalar com a magnetização. Então, se pudermos empregar um processo de derivação apropriado com respeito a \mathbf{M} que atue sobre o funcional E , obteremos como resposta o campo \mathbf{H}_{ef} . Felizmente, essa operação é conhecida e recebe o nome de derivada funcional. Portanto, dizemos que o campo efetivo é dado pela derivada funcional de E em relação a \mathbf{M} , isto é [37, 12],

$$\mu_0 \mathbf{H}_{\text{ef}} = -\frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} = -\frac{1}{M_s} \left(\frac{\delta E}{\delta \Omega} \hat{\Omega} + \frac{1}{\sin \Omega} \frac{\delta E}{\delta \Phi} \hat{\Phi} \right). \quad (1.10)$$

Aqui, definimos a derivada de um funcional E como

$$\begin{aligned} \frac{\delta E}{\delta \chi} &\equiv \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \chi} - \nabla \cdot \left[\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial (\nabla \chi)} \right] \\ &= \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \chi} - \sum_{i=1}^3 \left(\hat{e}_i \frac{\partial}{\partial s_i} \right) \cdot \left[\hat{e}_i \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial (\partial_{s_i} \chi)} \right]. \end{aligned} \quad (1.11)$$

sendo s_1 , s_2 e s_3 as coordenadas espaciais correspondentes às direções \hat{e}_1 , \hat{e}_2 e \hat{e}_3 , respectivamente. Nesse trabalho, estamos particularmente interessados em sistemas unidimensionais. Assim, no somatório apresentado no segundo termo da equação acima, apenas as derivadas com respeito à direção tangencial ao comprimento (digamos, \hat{e}_1) subsistem. Portanto, em uma dimensão,

$$\frac{\delta E}{\delta \chi} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \chi} - \frac{d}{ds} \left[\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial (\partial_s \chi)} \right]. \quad (1.12)$$

Finalmente, podemos utilizar a Eq. (1.10) para reescrever convenientemente (1.9) em termos de E :

$$\dot{\Omega} = -\frac{\gamma}{M_s \sin \Omega} \frac{\delta E}{\delta \Phi} - \alpha \dot{\Phi} \sin \Omega, \quad (1.13a)$$

$$\dot{\Phi} \sin \Omega = \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} + \alpha \dot{\Omega}. \quad (1.13b)$$

Para que a nossa análise seja levada adiante, precisamos explicitar as interações relevantes para o sistema de interesse e, a partir daí, construir um funcional de energia que compute cada uma delas. A seção a seguir será dedicada a esse propósito.

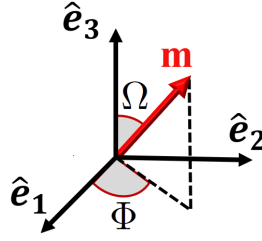


Figura 1.2 – (a) Parametrização da magnetização em termos das coordenadas angulares do espaço interno (Ω, Φ) sobre uma base ortonormal.

1.3 Interações

1.3.1 A interação magnetostática

Em geral, uma amostra macroscópica feita de um material arbitrário tende a exibir magnetização resultante diferente de zero quando sujeita a um campo magnético externo [32], o que ocorre em virtude da tendência de rearranjo na orientação dos momentos magnéticos que a constituem. Atribuímos a esse processo o nome de interação Zeeman. Nesse contexto, a Lei de Ampère, $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$, que descreve o campo de indução magnética \mathbf{B} gerado pela densidade de corrente \mathbf{J} , necessita ser generalizada a fim de levar em conta $\mathbf{M} \neq 0$ [39]. Portanto,

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 (\mathbf{J} + \nabla \times \mathbf{M}) \\ \Rightarrow \nabla \times \left(\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M} \right) &= \mathbf{J}, \text{ ou } \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}, \text{ onde } \mathbf{H} \equiv \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}. \end{aligned} \quad (1.14)$$

Para determinadas classes de materiais, a magnetização apresentada como resposta a um estímulo externo é caracterizada pela simples relação linear

$$\mathbf{M} = \chi_S \mathbf{H}, \quad (1.15)$$

sendo χ_S a susceptibilidade magnética da amostra. Quando $\chi_S > 0$, dizemos que o material é paramagnético. Em contrapartida, os materiais diamagnéticos são caracterizados por $\chi_S < 0$. Portanto, para os materiais em que (1.15) é válida, podemos facilmente usar a última equação em (1.14) para escrever uma relação linear entre os campos \mathbf{B} e \mathbf{H} , isto é, $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$, sendo $\mu = \mu_0(1 + \chi_S)$ a permeabilidade magnética do meio.

Entretanto, há materiais que não satisfazem a Eq. (1.15). Esse é o caso, por exemplo, dos ferromagnetos. Em um domínio ferromagnético, $\mathbf{M} \neq 0$ mesmo quando $\mathbf{H} = 0$. Nesse cenário, \mathbf{M} não é linear com o campo e a sua relação com \mathbf{H} não é descrita por uma função. Além disso, \mathbf{M} depende da “história” do campo experimentado pela

amostra, o que é evidenciado pelo então chamado *loop* de histerese ilustrado na Fig. 1.3.

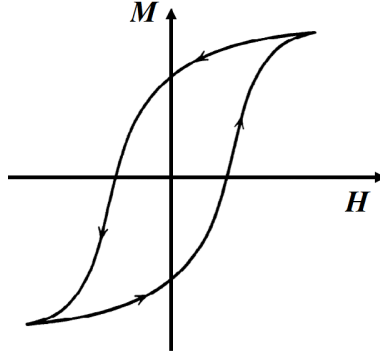


Figura 1.3 – Ilustração de uma curva de histerese para uma amostra ferromagnética. Aqui, M representa a magnitude da componente da magnetização que se orienta na mesma direção de \mathbf{H} .

A existência de uma magnetização não nula no interior de um ferromagneto implica a emergência de um campo efetivo, de agora em diante denominado \mathbf{H}_M , produzido pelos próprios momentos magnéticos que constituem o sistema, os quais interagem entre si. Uma vez conhecido \mathbf{H}_M , podemos determinar a energia associada a essa interação e, além disso, o torque por ela exercido sobre \mathbf{M} . É importante lembrar que esse é precisamente o caminho que devemos trilhar para que sejamos capazes de estudar a dinâmica descrita pela Eq. LLG (1.6). Assim, usamos a Lei de Ampère (com $\mathbf{J} = 0$) para escrever $\nabla \times \mathbf{H}_M = 0 \Rightarrow \mathbf{H}_M = -\nabla \Phi_M$, sendo Φ_M o potencial escalar associado à interação magnetostática. Por outro lado, a Lei de Gauss estabelece $\nabla \cdot \mathbf{B}_M = 0$. Uma vez que, por construção, $\mathbf{B}_M = \mu_0(\mathbf{H}_M + \mathbf{M})$, obtemos

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\mathbf{H}_M + \mathbf{M}) &= 0 \\ \Rightarrow \nabla^2 \Phi_M &= \nabla \cdot \mathbf{M}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Nos encontramos diante da equação de Poisson da magnetostática. Sob a hipótese de \mathbf{M} ser bem comportada e localizada, a solução pode ser expressa como [39]

$$\Phi_M(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \int \mathbf{M}(\mathbf{r}') \cdot \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV'. \quad (1.17)$$

Aqui, \mathbf{r} denota um ponto arbitrário no espaço, enquanto \mathbf{r}' percorre o volume V' da amostra. Em geral, (1.17) é de difícil integração em virtude da distribuição espacial de $\mathbf{M}(\mathbf{r}')$. Não obstante, o caso particular de uma amostra uniformemente magnetizada é digna de nossa atenção, tendo em vista a sua posterior aplicação em nosso trabalho. Sob

essa restrição,

$$\begin{aligned}\Phi_{\mathbf{M}}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{4\pi} \mathbf{M}' \cdot \int \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV' \\ \Rightarrow \mathbf{H}_{\mathbf{M}} &= -\nabla \Phi_{\mathbf{M}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{4\pi} \mathbf{M}' \cdot \nabla \int \nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV' \\ &= \frac{1}{4\pi} \mathbf{M}' \cdot \int \nabla' \left[\nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \right] dV',\end{aligned}\tag{1.18}$$

onde exploramos a propriedade $\nabla \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) = -\nabla' \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right)$ e usamos a notação \mathbf{M}' para nos referir à magnetização contida no volume V' . A Eq. (1.18) pode ser convenientemente escrita na forma

$$\mathbf{H}_{\mathbf{M}} = -\mathbf{M}' \cdot \mathbf{N}_{ij},\tag{1.19}$$

sendo

$$\mathbf{N}_{ij} = -\frac{1}{4\pi} \int \nabla'_i \nabla'_j \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV'\tag{1.20}$$

o tensor de desmagnetização, cuja nomenclatura se deve ao fato de $\mathbf{H}_{\mathbf{M}}$ apresentar a tendência de se opor a \mathbf{M} . Por essa mesma razão, $\mathbf{H}_{\mathbf{M}}$ é frequentemente denominado de campo desmagnetizante. Em geral, \mathbf{N}_{ij} apresenta dependência com as coordenadas espaciais, o que torna a análise mais complicada. Por isso, mesmo em uma amostra uniformemente magnetizada, $\mathbf{H}_{\mathbf{M}}$ não é necessariamente uniforme. Entretanto, um teorema garante que o caso particular em que o contorno do volume de interesse é definido por uma superfície do segundo grau, \mathbf{N}_{ij} perde a sua dependência espacial e o campo desmagnetizante se torna uniforme [40, 41]. O elipsoide é a única superfície do segundo grau que não se estende ao infinito e, por isso, constitui o principal caso de interesse físico. O desenvolvimento do cálculo do tensor \mathbf{N}_{ij} para amostras elipsoidais pode ser visto com detalhes nas Refs. [40, 41]. Quando os eixos coordenados (x, y, z) são orientados de modo que coincidam com os eixos principais do elipsoide, \mathbf{N}_{ij} é diagonal [41, 32]. Nesse caso,

$$\mathbf{H}_{\mathbf{M}} = -(N_{xx}M_x\hat{x} + N_{yy}M_y\hat{y} + N_{zz}M_z\hat{z}),\tag{1.21}$$

onde as constantes N_{xx} , N_{yy} e N_{zz} são os fatores de desmagnetização. Desse modo, a energia magnetostática $E_{\mathbf{M}} = -(\mu_0/2) \int \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\mathbf{M}} dV$ (onde o fator 1/2 surge por estarmos lidando com uma “auto interação”) assume uma forma simples,

$$E_{\mathbf{M}} = \frac{\mu_0}{2} V (N_{xx}M_x^2 + N_{yy}M_y^2 + N_{zz}M_z^2).\tag{1.22}$$

Por meio dessa equação, conseguimos ter uma visão mais clara a respeito do papel desempenhado pelos fatores desmagnetizantes. Assim, podemos interpretar N_{i_i} como uma “punição” imposta sobre a magnetização por apontar ao longo da direção \hat{i} , atribuindo um custo energético a esse processo. Em outras palavras, o tensor \mathbf{N} define quais direções serão mais ou menos desfavoráveis, impondo uma natureza anisotrópica ao sistema. Por essa razão, o efeito magnetostático descrito por (1.22) é muitas vezes interpretado como uma espécie de anisotropia, denominada *anisotropia de forma*, em virtude de \mathbf{N} ser exclusivamente função da geometria (ou forma) da amostra.

Não obstante a maior simplicidade observada para o caso do elipsoide, tendo em vista o caráter não uniforme de \mathbf{H}_M para as outras geometrias em geral, é conveniente calcular o campo médio ao longo de um volume arbitrário V , que pode coincidir ou não com o volume V' da amostra de interesse. Assim [42],

$$\langle \mathbf{H}_M \rangle_V = -\mathbf{M}' \cdot \langle \mathbf{N}_{i_j} \rangle_V, \quad (1.23)$$

com

$$\langle \mathbf{N}_{i_j} \rangle_V = -\frac{1}{4\pi V} \int_V dV \int_{V'} \nabla'_i \nabla'_j \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV', \quad (1.24)$$

Partindo das definições (1.23) e (1.24), podemos escrever a energia associada à interação de $\langle \mathbf{H}_M \rangle_V$ com uma distribuição uniforme de magnetização \mathbf{M} , isto é, $E_M = (\mu_0/2) \mathbf{M} \cdot \langle \mathbf{N}_{i_j} \rangle \cdot \mathbf{M}' V$. Aqui, \mathbf{M} (sem o apóstrofo) se refere à magnetização contida no volume V ao longo do qual a média $\langle \mathbf{H}_M \rangle_V$ foi calculada. No caso em que os volumes coincidem, estamos diante da energia magnetostática da amostra sob estudo, cuja forma é análoga à (1.22), a não ser pelo fato de que os fatores N_{i_j} devem ser substituídos por seus respectivos valores médios $\langle N_{i_j} \rangle$. Em suma, não obstante a expressão (1.19) tenha sido inicialmente obtida para um sistema elipsoidal, uma expressão similar (1.23) pode ser construída para descrever de modo efetivo a interação desmagnetizante no interior de uma geometria arbitrária. Nesse sentido, qualquer amostra uniformemente magnetizada pode ser tratada de forma equivalente a um elipsoide com as dimensões correspondentes, ao menos qualitativamente. Sob essa perspectiva, Aharoni [43] calculou os fatores desmagnetizantes efetivos $\langle N_{i_j} \rangle$ para prismas. Esse caso é particularmente relevante para o nosso trabalho, tendo em vista a geometria dos nanofios que iremos estudar mais adiante. O resultado por ele obtido é apresentado na Eq. (1.25) a seguir, onde é possível perceber a forma não trivial que esse tensor assume mesmo em estruturas providas de notável

simetria.

$$\begin{aligned}
\pi \langle N_{zz} \rangle &= \frac{b^2 - c^2}{2bc} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - a}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + a} \right) + \frac{a^2 - c^2}{2ac} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} - b}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2} + b} \right) \\
&+ \frac{b}{2c} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + a}{\sqrt{a^2 + b^2} - a} \right) + \frac{a}{2c} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + b^2} + b}{\sqrt{a^2 + b^2} - b} \right) + \frac{c}{2a} \ln \left(\frac{\sqrt{b^2 + c^2} - b}{\sqrt{b^2 + c^2} + b} \right) \\
&+ \frac{c}{2b} \ln \left(\frac{\sqrt{a^2 + c^2} - a}{\sqrt{a^2 + c^2} + a} \right) + 2 \arctan \left(\frac{ab}{c\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \right) + \frac{a^2 + b^2 - 2c^2}{3abc} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\
&+ \frac{c}{ab} \left(\sqrt{a^2 + c^2} + \sqrt{b^2 + c^2} \right) - \frac{(a^2 + b^2)^{\frac{3}{2}} + (b^2 + c^2)^{\frac{3}{2}} + (a^2 + c^2)^{\frac{3}{2}}}{3abc} + \frac{a^3 + b^3 - 2c^3}{3abc}.
\end{aligned} \tag{1.25}$$

Aqui, $2a$, $2b$ e $2c$ são as dimensões do prisma sob consideração, conforme ilustrado na Fig. 1.4. Além disso, os fatores $\langle N_{xx} \rangle$ e $\langle N_{yy} \rangle$ podem ser obtidos se aplicarmos a permutação cíclica $c \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow c$ uma (para N_{xx}) ou duas vezes (para N_{yy}).

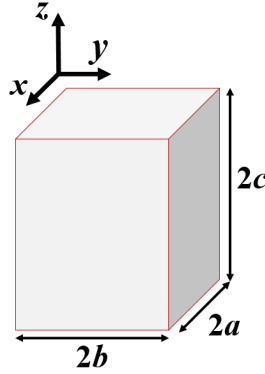


Figura 1.4 – Prisma de dimensões $2a$, $2b$ e $2c$ ao longo das direções x , y e z , respectivamente.

Para além do caso do prisma apresentado anteriormente, é instrutivo transformar as integrais volumétricas em (1.24) em integrais de superfície, a fim de tornar explícito o importante papel desempenhado pela área superficial de uma geometria arbitrária. Assim, utilizando o teorema de Gauss [42], obtemos

$$\langle \mathbf{N} \rangle_V = \frac{1}{4\pi V} \int_S \hat{n} dS \int_{S'} \frac{\hat{n}' dS'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}, \tag{1.26}$$

onde \hat{n} e \hat{n}' são os vetores normais às superfícies S e S' , respectivamente. Se desejamos calcular a componente N_{xx} , por exemplo, devemos fazer $dS = \hat{n}_x dy dz$ e $dS' = \hat{n}'_x dy' dz'$. A Eq. (1.26) torna evidente que quanto maior for a área superficial ortogonal à \hat{n}_i , maior será o fator de desmagnetização associado a essa direção e, conseqüentemente, maior será o custo energético para que a magnetização se oriente ao longo desse eixo.

Por fim, é interessante verificar algumas propriedades de $\langle \mathbf{N}_{ij} \rangle_V$. A Eq. (1.24) revela que $\mathbf{N}_{ij} = \mathbf{N}_{ji}$, isto é, estamos diante de um tensor simétrico. Além disso, seu traço pode ser avaliado como

$$\text{Tr} [\mathbf{N}] = -\frac{1}{4\pi V} \int_V dV \int_{V'} \nabla'^2 \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) dV' = \frac{1}{4\pi V} \int_V dV \int_{V'} 4\pi \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') dV' \quad (1.27)$$

O resultado dessa integral corresponde à fração do volume V que se superpõe ao volume V' . Assim, estamos diante de três possíveis cenários: (1) se V e V' coincidem, $\text{Tr} [\mathbf{N}] = 1$; (2) caso V e V' se superponham em algum nível, o traço corresponderá à fração do volume interceptado; e (3) se V e V' não se interceptam, o traço é nulo. Nesse contexto, o caso em que os volumes não coincidem, correspondendo a dois sistemas físicos distintos (que podem ou não se interceptar), levam aos denominados “tensores de desmagnetização mútua” [42], os quais não serão necessários aqui. Portanto, devemos nos restringir às situações em que V e V' são idênticos, nas quais estamos lidando com a interação de um sistema consigo próprio. Nesse cenário, a propriedade de traço unitário, unida à intuição física fornecida por (1.26), nos permite determinar \mathbf{N} para alguns casos particulares com o mínimo esforço. Por exemplo, para o interior de uma esfera, a simetria implica $N_{xx} = N_{yy} = N_{zz} = 1/3$. Para um cilindro de comprimento infinito ao longo de \hat{z} , $N_{zz} = 0$, já que o termo de $1/r$ na Eq. (1.26) vai a zero na fronteira normal a \hat{n}_z . Além disso, por simetria, $N_{xx} = N_{yy} = 1/2$.

Vamos finalizar essa seção com a seguinte reflexão: a interação magnetostática, descrita anteriormente pelas vias do eletromagnetismo clássico, não explica por si só o magnetismo dos materiais. Pelo contrário, como vimos anteriormente, ela produz um campo efetivo que tende a se opor à magnetização do sistema. Entretanto, para que o ferromagnetismo seja possível, necessitamos de uma interação que favoreça o alinhamento dos momentos magnéticos e, assim, explique a existência dos chamados domínios magnéticos observados experimentalmente. Esses domínios são regiões em que a magnetização apresenta uma direção bem definida, e não aleatória (como no caso de materiais não magnéticos) [32]. Como veremos na próxima seção, o modelo que suporta esses fatos encontra-se além dos limites da física clássica e a interação que torna os domínios possíveis é denominada interação de troca.

1.3.2 Interação de troca

A interação de troca emerge da mecânica quântica, em virtude da interação coulombiana e do princípio da exclusão de Pauli e, por isso, não apresenta nenhum análogo clássico [44, 32, 34, 33]. Ela é a responsável pelo ordenamento dos spins em materiais magnéticos e pode ser descrita pela hamiltoniana efetiva do modelo de Heisenberg,

$$\mathcal{H} = - \sum_{i,j} J_{ij} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j. \quad (1.28)$$

Aqui, os índices i e j denotam os sítios em que os spins \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j se encontram e J_{ij} é a denominada constante de troca entre eles. Se $J_{ij} > 0$, a energia de troca é minimizada quando os spins alinham-se paralelamente, o que caracteriza os materiais ferromagnéticos. Em contrapartida, $J_{ij} < 0$ favorece a configuração em que \mathbf{S}_i e \mathbf{S}_j orientam-se antiparalelamente entre si, o que ocorre em materiais antiferromagnéticos.

Neste trabalho, estamos particularmente interessados no caso do ferromagnetismo. Além disso, adotaremos a aproximação de primeiros vizinhos para escrever $\mathcal{H} = -J \sum_{\langle i,j \rangle} \mathbf{S}_i \cdot \mathbf{S}_j$, onde utilizamos $\langle i, j \rangle$ para nos referir aos sítios vizinhos e, adicionalmente, supusemos que a constante de troca J é a mesma ao longo de toda a amostra [32]. Agora, vamos considerar o limite clássico, em que os spins são descritos por vetores de módulo S e orientação \mathbf{m} , conforme ilustrado na Fig. 1.5. Como temos a intenção descrever um ferromagneto, é razoável considerar que o ângulo ϕ_{ij} formado por spins vizinhos é pequeno o bastante para que a expansão $\cos \phi_{ij} \approx 1 - \phi_{ij}^2/2$ possa ser feita com segurança [44]. Sob essa perspectiva, descrevemos a energia

$$E_{\text{ex}} = -JS^2 \sum_{\langle i,j \rangle} \cos \phi_{ij} = \frac{JS^2}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} \phi_{ij}^2 + \text{constante}. \quad (1.29)$$

O último termo que aparece na equação anterior corresponde à energia do estado fundamental, em que $\phi_{ij} = 0$ e todos os spins se encontram alinhados paralelamente. Uma vez que estamos interessados em excitações acima desse estado, desprezaremos essa constante de agora em diante. Sob a luz da Fig. 1.5, podemos escrever

$$\phi_{ij} \approx |\mathbf{m}_i - \mathbf{m}_j| \approx |(\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{m}|,$$

onde definimos $\mathbf{r}_{ij} = a\hat{r}_{ij}$, sendo a o espaçamento da rede, a qual suporemos ter simetria cúbica. Então,

$$E_{\text{ex}} \approx \frac{JS^2}{2} \sum_{\langle i,j \rangle} [(\mathbf{r}_{ij} \cdot \nabla) \mathbf{m}]^2. \quad (1.30)$$

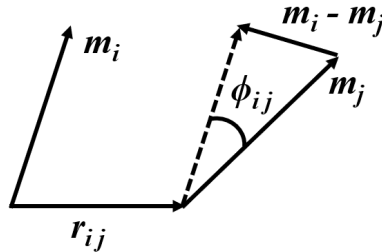


Figura 1.5 – Ilustração da orientação dos spins nos sítios i e j e do ângulo ϕ_{ij} formado entre eles.

Tomando o limite contínuo, negligenciamos o caráter discreto da distribuição dos spins e fazemos $\sum_{i,j} \rightarrow (n/a^3) \int dV$, sendo n o número de sítios no volume a^3 . Procedendo

desse modo,

$$E_{\text{ex}} = A \int dV \sum_{\alpha} \left(\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial s_{\alpha}} \right)^2, \quad (1.31)$$

sendo $A = \frac{nJS^2}{2a}$ a constante de rigidez de troca (*exchange stiffness*, na literatura) e s_{α} o elemento de comprimento associado à direção \hat{e}_{α} . Para o caso particular das coordenadas cartesianas,

$$E_{\text{ex}} = A \int [(\nabla m_x)^2 + (\nabla m_y)^2 + (\nabla m_z)^2] dV. \quad (1.32)$$

Finalmente, tendo em mãos o funcional (1.31), podemos determinar o campo efetivo de troca \mathbf{H}_{ex} usando as definições (1.10) e (1.11):

$$\mu_0 \mathbf{H}_{\text{ex}} = -\frac{1}{M_s} \frac{\delta E_{\text{ex}}}{\delta \mathbf{m}} = \frac{2A}{M_s} \nabla^2 \mathbf{m}, \quad (1.33)$$

onde $\nabla^2 \mathbf{m}$ representa o laplaciano de uma função vetorial.

Uma vez conhecidos os funcionais (1.22) e (1.31), bem como os seus respectivos campos efetivos (1.21) e (1.33), estamos aptos para estudar os efeitos gerados pela competição entre as interações magnetostática e de troca sobre a estática e a dinâmica da magnetização. Na próxima seção, estudaremos um tipo particular de solução estática que vem à tona quando consideramos os efeitos produzidos por ambas as interações.

1.4 Paredes de domínio

1.4.1 PD's transversais

Agora, estamos aptos para verificar o tipo de textura magnética que emerge da competição entre interação de troca e anisotropia de forma presentes em nanofios magnéticos. Para isso, iniciamos a nossa análise abordando sistemas retilíneos, isto é, sem curvatura. Então, adaptamos a parametrização (1.7) para a base cartesiana fazendo a transformação $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3) \rightarrow (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$. Finalmente, utilizando o sistema de coordenadas representado na Fig. 1.6, desenvolvemos o integrando na Eq. (1.31) para obter a densidade de energia de troca \mathcal{E}_{ex} :

$$\mathcal{E}_{\text{ex}} = A \left[\left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)^2 + \sin^2 \Omega \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right], \quad (1.34)$$

onde supusemos que $\mathbf{m} = \mathbf{m}(z)$, isto é, a magnetização varia apenas ao longo do comprimento da amostra, permanecendo constante ao longo das direções x e y que definem o plano da seção transversal. Essa é uma boa aproximação para nanofios magnéticos (NF's), cujo comprimento L é da ordem de 10^{-6} m, enquanto as dimensões da seção transversal

Δx e Δy são da ordem de poucas dezenas de nanômetros [36].

Adicionalmente, descrevemos a densidade de energia magnetostática \mathcal{E}_M pela aproximação de anisotropia de forma. Assim, uma vez que $L \gg \{\Delta x, \Delta y\}$, a magnetização tende a ser confinada ao longo do eixo fácil caracterizado por \hat{z} , tangente ao comprimento do NF. Portanto, devemos “punir” o sistema, do ponto de vista energético, com os fatores N_x e N_y quando \mathbf{m} apontar ao longo das direções \hat{x} e \hat{y} , respectivamente. Em linguagem matemática,

$$\mathcal{E}_M = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 (N_x m_x^2 + N_y m_y^2) = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 \sin^2 \Omega (N_x \cos^2 \Phi + N_y \sin^2 \Phi). \quad (1.35)$$

Aqui, e daqui em diante, a notação compacta N_i foi adotada para se referir a $\langle N_{ii} \rangle$. É importante notar que a direção tangencial ao comprimento do NF não deve ser punida do ponto de vista magnetostático, por caracterizar o eixo fácil da aqui denominada anisotropia de forma. Em outras palavras, excluimos as fronteiras normais ao eixo do NF, enviando-as ao infinito [ver Eq. (1.26) e a discussão que a sucede].

Uma vez conhecidas as interações descritas pelas Eqs. (1.34) e (1.35), podemos obter a energia total por área de seção transversal pela integração da densidade $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{ex}} + \mathcal{E}_M$ ao longo do comprimento L , isto é, $E = \mathcal{S} \int \mathcal{E} dz$, onde \mathcal{S} é a área de seção transversal do NF. As configurações de equilíbrio produzidas pela competição entre a interação de troca e os efeitos de anisotropia de forma são desvendadas pela extremização do funcional de energia, $\delta E = 0$. Desse modo, somos conduzidos a um par de equações de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Omega} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Omega'} \right) = 0, \quad (1.36)$$

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Phi} - \frac{d}{dz} \left(\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial \Phi'} \right) = 0. \quad (1.37)$$

onde empregamos a notação $\Omega' \equiv \partial \Omega / \partial z$ e $\Phi' \equiv \partial \Phi / \partial z$. É instrutivo notar que essas são precisamente as equações que obtemos quando fazemos $\dot{\Omega} = \dot{\Phi} = 0$ nas Eqs. (1.13a) e (1.13b). Em outras palavras, estamos diante de expressões que descrevem configurações estáticas para a magnetização. Desenvolvendo as derivadas que aparecem em (1.36) e (1.37), obtemos

$$A \left[2 \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} - \sin 2\Omega \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2 \right] - K_{\text{ef}} \sin 2\Omega = 0, \quad (1.38)$$

$$2A \left(\sin^2 \Omega \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \frac{\partial \Omega}{\partial z} \frac{\partial \Phi}{\partial z} \sin 2\Omega \right) - \frac{\mu_0}{2} M_s^2 \sin^2 \Omega (N_y - N_x) \sin 2\Phi = 0, \quad (1.39)$$

onde definimos a constante de anisotropia efetiva $K_{\text{ef}} = (\mu_0/2)M_s^2 (N_x \cos^2 \Phi + N_y \sin^2 \Phi)$.

Soluções analíticas podem ser obtidas sob a hipótese de que $\Phi = \phi$ (independente das coordenadas espaciais) e, então, $\Phi' = 0$, isto é, os momentos magnéticos assumem um comportamento coletivo tal que a sua fase ϕ será a mesma para todos os pontos do nanofio. Desse modo,

$$2A \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} - K_{\text{ef}} \sin 2\Omega = 0, \quad (1.40)$$

$$\frac{\mu_0}{2} M_s^2 \sin^2 \Omega (N_y - N_x) \sin 2\phi = 0. \quad (1.41)$$

É evidente que $\phi \in \{-\pi/2, 0, \pi/2, \pi\}$ são soluções da Eq. (1.41). Entretanto, a fim de obter soluções para $\Omega(z)$, multiplicamos a Eq. (1.40) por Ω' e integramos:

$$\begin{aligned} 2A \int \frac{\partial^2 \Omega}{\partial z^2} \frac{\partial \Omega}{\partial z} dz &= \int K_{\text{ef}} \sin 2\Omega \frac{\partial \Omega}{\partial z} dz \\ \Rightarrow A \left(\frac{\partial \Omega}{\partial z} \right)^2 &= -\frac{1}{2} K_{\text{ef}} \cos 2\Omega + C, \end{aligned} \quad (1.42)$$

onde C é uma constante a ser determinada pelas condições de contorno. Vamos supor que no infinito os momentos magnéticos encontram-se alinhados com $\pm \hat{z}$ e, nesse limite, Ω tende a valores constantes. Posto de outro modo,

$$\lim_{z \rightarrow +\infty} \Omega = 0, \quad \lim_{z \rightarrow -\infty} \Omega = \pi \quad \text{e} \quad \lim_{z \rightarrow \pm\infty} \frac{\partial \Omega}{\partial z} = 0. \quad (1.43)$$

As condições impostas em (1.43) implicam $C = K_{\text{ef}}/2$. Assim, (1.42) pode ser facilmente reescrita como $\pm \lambda \Omega' = \sin \Omega$, cuja solução é

$$\Omega(z) = 2 \arctan \left[e^{p(z-z_0)/\lambda} \right], \quad \Phi = \phi \quad \text{e} \quad \lambda = \sqrt{\frac{A}{K_{\text{ef}}}}. \quad (1.44)$$

A função $\Omega(z)$ descreve o perfil de um sóliton magnético que compreende a região de transição entre dois domínios vizinhos, recebendo por isso o nome de “parede de domínio”. Conforme (1.44), sua posição central é localizada em z_0 e o seu comprimento é caracterizado por λ . Adicionalmente, definimos o fator $p = \pm 1$ para distinguir duas possíveis configurações. Para $p = +1$, obtemos uma PD denominada “cabeça-cabeça”. Por outro lado, $p = -1$ caracteriza uma PD do tipo “cauda-cauda”. Tendo em vista que em ambos os casos a magnetização total se orienta, em média, transversalmente ao eixo do fio, as referidas estruturas são denominadas *paredes transversais*. A Fig. 1.6 ilustra a solução obtida.

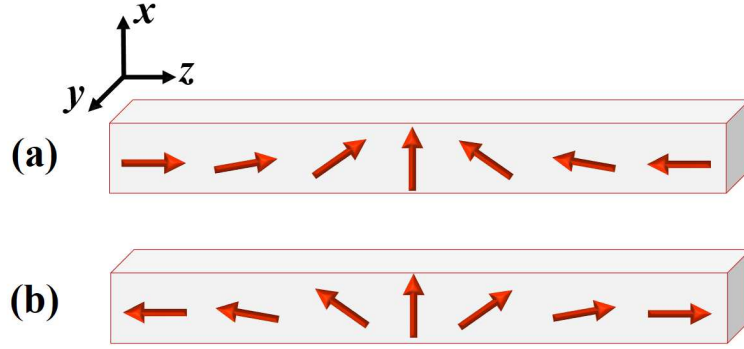


Figura 1.6 – Paredes de domínio transversais dos tipos (a) cabeça-cabeça ($p = +1$) e (b) cauda-cauda ($p = -1$).

1.4.2 Paredes de domínio de Bloch e de Néel

Podemos estudar o caso em que efeitos de anisotropia forçam a magnetização dos domínios a se alinhar com um eixo fácil que não coincide com a direção tangente ao comprimento do fio. Para isso, assim como no caso discutido anteriormente, adaptamos a parametrização (1.7) para a base cartesiana do nosso interesse, com $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3) \rightarrow (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$. A orientação relativa entre o NF e os eixos coordenados foi convenientemente escolhida conforme ilustrado na Fig. 1.7. Portanto, agora temos $\mathbf{m} \equiv \mathbf{m}(y)$, sendo y a coordenada que percorre o comprimento do NF. Além disso, introduzimos uma anisotropia de eixo fácil na direção \hat{z} :

$$\mathcal{E}_{\text{ani}} = K_z(1 - m_z^2) = K_z \sin^2 \Omega. \quad (1.45)$$

Não obstante a mudança na orientação dos eixos coordenados, em comparação com o caso discutido na seção anterior, a densidade \mathcal{E}_{ex} permanece análoga à apresentada em (1.34). Por outro lado, a interação magnetostática deve ser reescrita como

$$\mathcal{E}_M = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 (N_x m_x^2 + N_z m_z^2) = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 (N_x \sin^2 \Omega \cos^2 \Phi + N_z \cos^2 \Omega), \quad (1.46)$$

onde as direções \hat{x} e \hat{z} foram “punidas” com os fatores N_x e N_z , respectivamente. Note-se que não devemos atribuir punição à direção tangente ao NF (\hat{y} , no presente caso), uma vez que ela, no contexto da anisotropia de forma, coincide com o eixo fácil do sistema. Feitas essas considerações, um processo de extremização do funcional de energia similar ao da seção anterior pode ser desenvolvido de modo a nos conduzir à seguinte solução para as equações de Euler-Lagrange

$$\Omega(y) = 2 \arctan \left[e^{p(y-y_0)/\lambda} \right], \quad \Phi = \phi \quad \text{e} \quad \lambda = \sqrt{\frac{2A}{2K_z + \mu_0 M_s^2 (N_x \cos^2 \phi - N_z)}}. \quad (1.47)$$

Ademais, a análise variacional correspondente a (1.37) nos leva às fases estacionárias $\phi \in \{-\pi/2, 0, \pi/2, \pi\}$. Para $\phi = 0$ ou π , estamos diante de uma PD do tipo Bloch. Assim, quando $\phi = 0$ (π), a magnetização da PD encontra-se alinhada com $+\hat{x}$ ($-\hat{x}$). A Fig. 1.7 ilustra as referidas configurações para distintos valores de p .

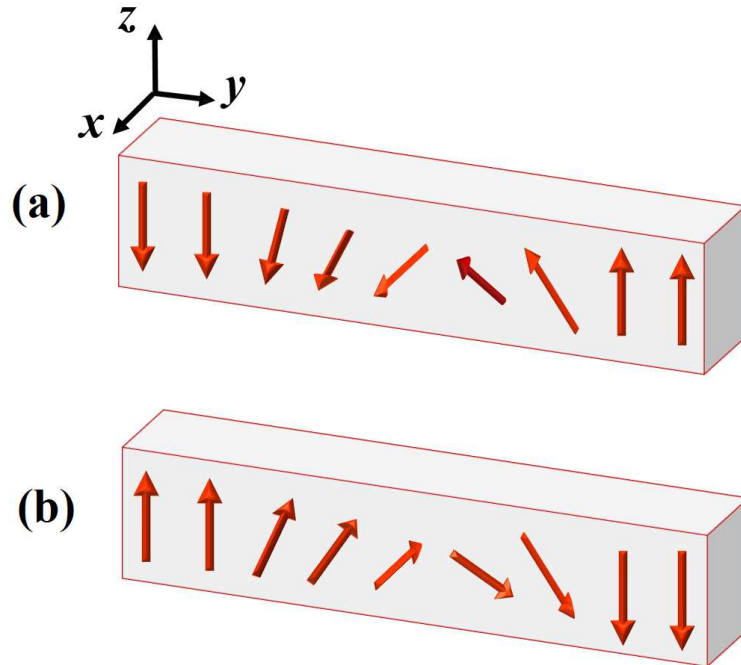


Figura 1.7 – Parades de domínio do tipo Bloch. O deslocamento angular desenvolvido pela cadeia de momentos magnéticos (setas vermelhas) se dá ao longo do plano da seção transversal xz . Distintas configurações são representadas: (a) $p = -1$, com $\phi = 0$, e (b) $p = +1$ e $\phi = \pi$.

Por outro lado, o caso em que $\phi = \pm\pi/2$ corresponde a outro tipo de configuração, denominada parede de domínio de Néel. Nesse caso, quando $\phi = +\pi/2$ ($-\pi/2$), a magnetização da PD encontra-se alinhada com $+\hat{y}$ ($-\hat{y}$), conforme ilustrado pela Fig. 1.8 para diferentes valores de p .

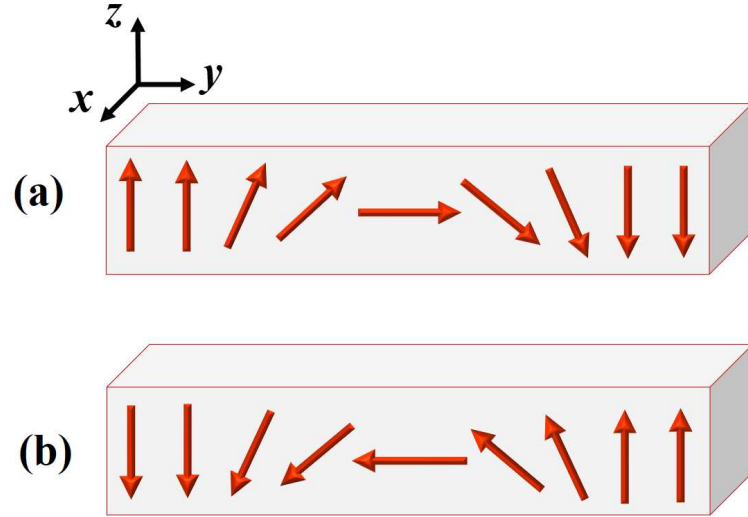


Figura 1.8 – Paredes de domínio do tipo Néel. O deslocamento angular desenvolvido pela cadeia de momentos magnéticos (setas vermelhas) se dá ao longo do plano yz , de modo a “perfurar” a seção transversal do nanofio. Distintos cenários são representados: (a) $p = +1$, com $\phi = +\pi/2$, e (b) $p = -1$ e $\phi = -\pi/2$.

1.4.3 A ruptura de Walker: uma discussão qualitativa

Na seção anterior, vimos que a competição entre a interação de troca e interações de anisotropia gera como possíveis soluções distintos tipos de paredes de domínio. Não apenas isso, vimos também que a energia das PD's é extremizada para valores particulares da fase ϕ , que podem corresponder a máximos ou a mínimos de energia para o sistema. Sob essa perspectiva, suponhamos que uma dada PD dentre as que apresentamos anteriormente encontre-se inicialmente em uma fase de equilíbrio estável ϕ_0 (uma posição de mínima de energia). Se a sujeitarmos a um campo externo $\mathbf{H} = H\hat{z}$ de pequena magnitude $H > 0$, dois fenômenos distintos acontecerão simultaneamente. Primeiro, a fim de que a energia Zeeman seja minimizada, o domínio magnético cuja orientação coincide com o sentido do campo aumentará a sua extensão, já que o número de momentos magnéticos orientados em $+\hat{z}$ deve aumentar. Como resultado, um deslocamento efetivo da PD deve ocorrer ao longo do comprimento do fio com velocidade translacional v proporcional a H . Segundo, os momentos magnéticos iniciarão um movimento de rotação em torno de \mathbf{H} , seguindo a regra da mão direita, deslocando a fase da PD para um valor $\phi = \phi_0 + \delta\phi$ ligeiramente distinto do inicial. A nova fase de equilíbrio será definida pelo balanço entre os torques produzidos pelas interações no interior da amostra e o estímulo externo. Se aumentarmos o campo de um valor δH , observaremos um aumento linear em v . Simultaneamente, um novo deslocamento $\delta\phi$ conduzirá a PD a uma posição para a qual o equilíbrio de torques é novamente estabelecido. Esse processo, que caracteriza o então chamado regime de dinâmica estável (ou linear), se repetirá continuamente à medida que aumentamos H de forma quase estática: enquanto ϕ é gradativamente deslocado para posições cada vez mais distantes de ϕ_0 , v apresenta um crescimento diretamente

proporcional a H .

Entretanto, não devemos esperar que o regime linear perdure eternamente. De fato, existe um limite crítico H_W a partir do qual não é mais possível que o efeito gerado pelo campo externo seja contrabalançado pelos torques internos. Por isso, para além desse limite, a PD rotacionará indefinidamente. Além disso, em virtude do acoplamento das equações de movimento (1.9), a velocidade de translação outrora linear passa a apresentar um comportamento oscilatório. Em outras palavras, quando $H > H_W$, estamos diante de um cenário em que a PD rotaciona continuamente em torno do eixo que define a direção do campo aplicado e, simultaneamente, executa um movimento de “vai e vem” ao longo do comprimento do fio. Essa fenomenologia foi discutida pela primeira vez por Walker [10] em 1974 e ficou conhecida como *ruptura de Walker*. Conforme ilustra a Fig. 1.9, a velocidade média da PD apresenta uma queda abrupta imediatamente após o limite de Walker ser ultrapassado, mas volta a apresentar um crescimento linear mais adiante, com menor coeficiente angular.

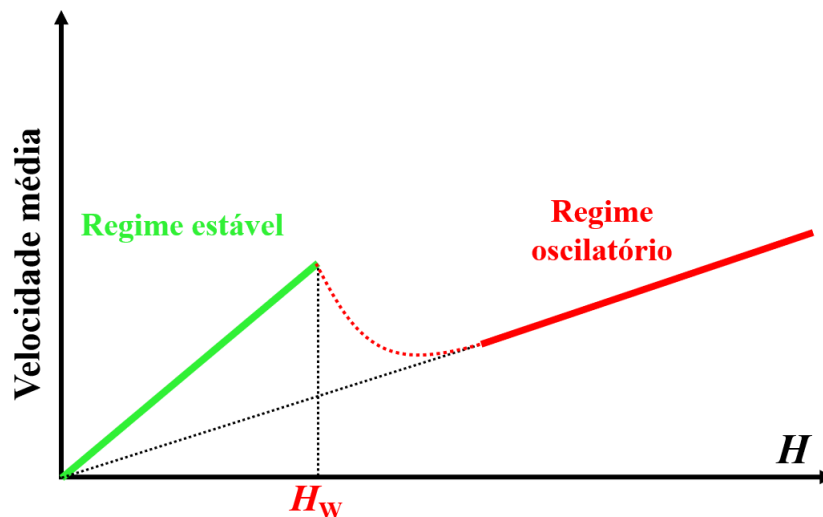


Figura 1.9 – Velocidade média da PD em função da magnitude do campo magnético aplicado.

Walker [10] identificou o fenômeno que leva o seu nome analisando uma PD transversal, hospedada em um NF retilíneo, sujeita a efeitos anisotrópicos que induzem um sentido preferencial para a sua magnetização. Nesse caso, o campo crítico H_W é aquele capaz de ativar o movimento de rotação da PD, libertando-a das proximidades de sua posição angular ϕ de equilíbrio. Entretanto, quando curvamos o NF, ele passa a apresentar uma nova quebra de simetria que, por si só, deve induzir um novo ϕ preferencial para a PD. Diante disso, podemos nos perguntar: como a curvatura afeta a ruptura de Walker? Dedicamos o próximo capítulo para nos debruçarmos sobre esse tema.

II Dupla ruptura de Walker induzida por curvatura

Considerações iniciais

Conforme discutido anteriormente, NF's retilíneos apresentam a ruptura de Walker em virtude da quebra de simetria introduzida pela geometria da seção transversal, a qual, por sua vez, induz o efeito de anisotropia de forma [10, 15]. Assim, quando eliminamos essa assimetria construindo, por exemplo, um NF cilíndrico retilíneo, o limite de Walker desaparece e a dinâmica da PD estará sempre em regime linear [16]. Não obstante, se curvamos o fio, uma nova quebra de simetria será induzida, trazendo a existência a outrora suprimida ruptura de Walker, conforme demonstrado na referência [24]. Nesse contexto, somos instigados a perguntar o que ocorre se o sistema reunir uma dupla quebra de simetria, isto é, um nanofio provido de curvatura e de uma seção transversal retangular. Observaríamos nesse caso uma dupla ruptura de Walker, emergindo da competição entre curvatura e anisotropia de forma? No presente capítulo, traremos respostas a essa pergunta por meio do estudo de uma PD cabeça-cabeça hospedada em um NF curvilíneo. É importante ressaltar que uma análise detalhada a respeito desse tema foi empreendida na dissertação de Mestrado indicada na referência [45]. Entretanto, devido à sua relevância para a construção dos procedimentos teóricos e para a compreensão de resultados enfocados no presente trabalho, é conveniente que revisitemos aqui o referido tema.

2.1 Modelo teórico

Consideramos que os NF's são feitos de permalloy, uma liga constituída por níquel (70% a 90%) e ferro (10% a 30%) que apresenta anisotropia magnetocristalina desprezível. Para esse material, adotamos $A = 1.3 \times 10^{-11}$ J/m, $M_s = 800 \times 10^5$ A/m e $\alpha = 0.01$. Os NF's apresentam seção transversal retangular, cujas dimensões Δr e Δz estão relacionadas pelo parâmetro $\eta \equiv \Delta r/\Delta z$, como pode ser visto na Fig. 2.1 (a)-(b). Ao longo desse capítulo, fixamos uma das dimensões (Δr ou Δz) em 20 nm e variamos a outra entre 10 e 20 nm a fim de que observemos o efeito gerado pela anisotropia de forma sobre as propriedades do sistema sob estudo. A curvatura é definida como $\kappa = 1/R$, sendo caracterizada pelo raio R do arco de circunferência descrito pelo NF. Assim, é conveniente parametrizar a magnetização em coordenadas curvilíneas, construídas sobre a tradicional base cilíndrica (r, θ, z) . Portanto, adaptamos a Eq. (1.7) a fim de obter

$$\mathbf{m} = \sin \Omega \sin \Phi \hat{r} + \cos \Omega \hat{\theta} + \sin \Omega \cos \Phi \hat{z} , \quad (2.1)$$

Ω é o ângulo entre \mathbf{m} e a direção tangente ao NF, $\hat{\theta}$, sendo descrito por uma função *ansatz* que caracteriza o perfil da magnetização ao longo do comprimento $s = R\theta$:

$$\Omega(s) = 2 \arctan \left[e^{p(s-q)/\lambda} \right] \quad \text{e} \quad \Phi = \phi. \quad (2.2)$$

Note-se que essa expressão é uma adaptação da Eq. (1.44) para a nossa base curvilínea. Aqui, concentraremos a nossa atenção sobre o caso de uma PD do tipo cabeça-cabeça ($p = +1$), cujo centro é localizado pela coordenada $q = R\theta_0$. O comprimento λ depende dos parâmetros característicos do material constituinte da amostra, das interações presentes e da geometria do NF. Por outro lado, ϕ é o ângulo definido entre a projeção de \mathbf{m} sobre o plano rz e a direção \hat{z} . Assim, a PD aponta ao longo de $(\pm)\hat{r}$ quando $\phi = (\pm)\pi/2$, ao passo que $\phi = 0$ ou $\phi = \pi$ correspondem aos casos em que a magnetização da PD se encontra alinhada com $+\hat{z}$ ou $-\hat{z}$, respectivamente. A Fig. 2.1 apresenta de forma ilustrativa toda a descrição anterior.

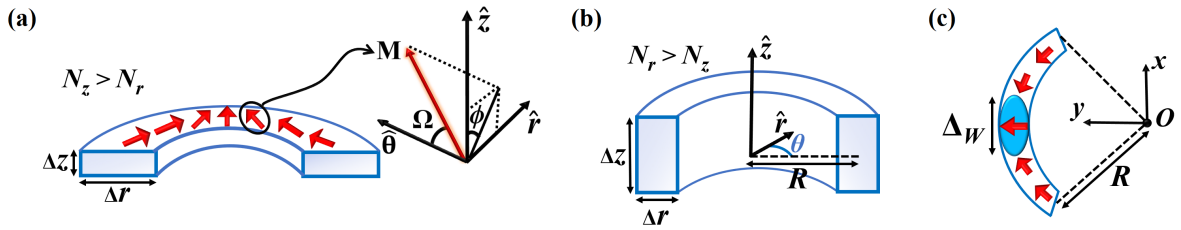


Figura 2.1 – (a) Uma PD cabeça-cabeça sobre um NF com $\eta > 1$ e o sistema de coordenadas utilizado para descrevê-la. (b) NF com $\eta < 1$.

Com o fim de estudar a dinâmica da textura magnética sob análise, recorreremos à equação LLG (1.9) e avaliamos o torque por volume $\mathbf{\Gamma}$ exercido pelo campo efetivo \mathbf{H}_{ef} sobre o centro da PD, caso em que $\Omega(s = q) = \pi/2$. A hipótese fundamental sobre a qual essa abordagem se baseia consiste em considerar a PD como um corpo rígido, cuja forma e comprimento permanecem inalterados ao longo do tempo. Desse modo, supomos que todos os momentos magnéticos que constituem a estrutura seguem, em média, a mesma dinâmica da magnetização localizada em seu centro [15]. Assim, a Eq. (1.9) assume a forma

$$\dot{\Omega} = -\frac{\gamma}{M_s} \Gamma_{\Omega} \quad \text{e} \quad \dot{\phi} = -\frac{\gamma}{M_s} \Gamma_{\phi}, \quad (2.3)$$

onde o termo de amortecimento, $\alpha \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}}$, foi absorvido em $\mathbf{\Gamma}$. Por conveniência, reescrevemos a primeira equação de (2.3) em termos da velocidade de translação \dot{q} . Para isso, basta derivar a Eq. (2.2) com respeito ao tempo e aplicar $\Omega = \pi/2$. Assim, verificamos que

$$\dot{q} = -\lambda \dot{\Omega}. \quad (2.4)$$

Nesse ponto, para que prossigamos em nossa análise, precisamos especificar quais são as interações presentes no sistema e, então, avaliar o torque resultante gerado pela superposição de todas elas sobre o centro da PD. Além do campo externo aplicado, precisamos levar em conta os torques produzidos pela interação de troca e pela interação magnetostática, compreendendo como eles competem entre si e como essa competição influencia o comportamento dinâmico da estrutura. Entretanto, antes de darmos a devida atenção às equações de movimento, é instrutivo analisar de perto as referidas interações por meio de uma inspeção do comportamento qualitativo das energias a elas associadas.

2.2 Competição entre interação de troca e interação magnetostática

Deixando de lado o estímulo externo nesse primeiro momento, vamos analisar com mais cuidado a energia de troca, E_{ex} , e a energia magnetostática, E_{M} , com o fim de obtermos *insights* sobre como se dará a dinâmica da PD. Assim, utilizando a Eq. (1.33) com os operadores diferenciais escritos em coordenadas cilíndricas, obtemos o campo efetivo de troca:

$$\begin{aligned} \mu_0 \mathbf{H}_{\text{ex}} = \frac{2A}{M_s} \left\{ \left[- \left(\frac{\partial \Omega}{\partial s} \right)^2 \sin \Omega \sin \Phi + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial s^2} \cos \Omega \sin \Phi + 2\kappa \frac{\partial \Omega}{\partial s} \sin \Omega - \kappa^2 \sin \Omega \sin \Phi \right] \hat{r} \right. \\ + \left[- \left(\frac{\partial \Omega}{\partial s} \right)^2 \cos \Omega - \frac{\partial^2 \Omega}{\partial s^2} \sin \Omega + 2\kappa \frac{\partial \Omega}{\partial s} \cos \Omega \sin \Phi - \kappa^2 \cos \Omega \right] \hat{\theta} \\ \left. + \left[- \left(\frac{\partial \Omega}{\partial s} \right)^2 \sin \Omega \cos \Phi + \frac{\partial^2 \Omega}{\partial s^2} \cos \Omega \cos \Phi \right] \hat{z} \right\}. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Por fim, considerando o anstaz (2.2), devemos realizar o processo de integração $E_{\text{ex}} = \mathcal{S} \int \mathcal{E}_{\text{ex}} ds$ ao longo do comprimento L do NF. Aqui, $\mathcal{E}_{\text{ex}} = -(\mu_0/2) \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\text{ex}}$ e $\mathcal{S} = \Delta r \times \Delta z$ é a área de seção transversal. Procedendo desse modo, obtemos

$$E_{\text{ex}}(\phi) = A\mathcal{S} \left[\frac{2}{\lambda} - 2\pi\kappa \sin \phi - \kappa^2(\lambda + \lambda \cos 2\phi - L) \right]. \quad (2.6)$$

Aqui, supusemos que $L \gg \lambda$, bem como consideramos que a PD se encontra longe das extremidades do fio. Essas hipóteses são razoáveis, tendo em vista que $L \sim 1 \mu\text{m}$ (micrômetro), enquanto $\lambda \approx 10 \text{ nm}$. Reservaremos para o capítulo VI um estudo sobre como λ varia em função da fase ϕ . No entanto, por ora, é suficiente mencionar que os resultados de simulações micromagnéticas reportados na literatura corroboram que, como boa aproximação, podemos fixar λ em seu valor médio [23, 46, 30]. É possível verificar que E_{ex}

é minimizada quando a magnetização da PD aponta para fora da curvatura ($\phi = \pi/2$) e é maximizada quando ela aponta no sentido oposto, isto é, $\phi = -\pi/2$ (ou, de modo equivalente, $\phi = 3\pi/2$) [22, 23, 24]. Vale ressaltar que esse cenário seria invertido se estivéssemos analisando uma PD cauda-cauda.

Para avaliar a interação magnetostática, utilizamos uma adaptação da Eq. (1.35), isto é, $\mathcal{E}_M = -(\mu_0/2)\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_M$, sendo o campo médio

$$\mathbf{H}_M = -M_s(N_r m_r \hat{r} + N_z m_z \hat{z}) = -M_s \sin \Omega(N_r \sin \phi \hat{r} + N_z \cos \phi \hat{z}). \quad (2.7)$$

Como $E_M = \mathcal{S} \int \mathcal{E}_M ds$, após integração [ver apêndice A], obtemos

$$E_M(\phi) = \mu_0 \lambda M_s^2 \mathcal{S}(N_r \sin^2 \phi + N_z \cos^2 \phi). \quad (2.8)$$

Essa é precisamente a energia de um elipsoide com magnetização uniforme no plano rz , cujo comprimento ao longo da direção tangente ao NF corresponde a 2λ [40, 41]. Por essa razão, dizemos que o comprimento efetivo da PD equivale a $\Delta_W = 2\lambda$, conforme discutido de forma mais detalhada no capítulo VI. Entretanto, vimos na seção 1.3.1 que a energia de um prisma com magnetização uniforme apresenta a mesma forma, desde que N_r e N_z sejam calculados a partir da Eq. (1.25). Nesse sentido, consideramos que a PD ocupa o volume de um prisma de dimensões $\Delta r \times 2\lambda \times \Delta z$ [ver Fig. 1.4]. Portanto, devemos fazer $(2a, 2b, 2c) \rightarrow (\Delta r, 2\lambda, \Delta z)$ na Eq. (1.25) a fim de obter os fatores desmagnetizantes apropriados. Finalmente, analisando a Eq. (2.8), observamos que a localização das posições de máxima e mínima energia magnetostática depende de como N_r e N_z se comparam, ou, dito de modo equivalente, de como as dimensões Δr e Δz do NF se relacionam. Assim, se $\eta > 1$ ($N_r < N_z$), E_M é mínima para $\phi = \pm\pi/2$ e máxima quando $\phi = 0$ ou π . Por outro lado, se $\eta < 1$ ($N_r > N_z$), as posições de máxima e mínima energia são invertidas em relação ao caso anterior.

Diante dessas considerações, podemos concluir que a superposição $E(\phi) = E_{\text{ex}}(\phi) + E_M(\phi)$ deve apresentar extremos locais e globais de energia, cujas localizações variam de acordo com o parâmetro η e com a magnitude da curvatura κ dos NF's. A Fig. 2.2 ilustra esse fato. O comportamento de $E(\phi)$ sugere que existem posições de equilíbrio estável (mínimos de energia) nas quais a fase ϕ da PD tenderá a permanecer estacionária, a menos que algum estímulo externo introduza no sistema uma quantidade suficiente de energia que permita que as barreiras ΔE^\pm sejam superadas. Conforme vimos na seção 1.4.3, em geral, quando um potencial de fixação gerado pelas forças internas ao sistema é suplantado por um valor crítico de magnitude do estímulo externo, ocorre o fenômeno da ruptura de Walker. Sob essa perspectiva, a inspeção do comportamento de $E(\phi)$ nos gráficos da Fig. 2.2 nos incita a especular que existirão dois campos críticos de Walker em nosso sistema, um para cada barreira de energia ΔE . Assim, esperamos que, além do

tradicional campo de Walker conhecido na literatura para um NF retilíneo, haverá um outro campo limite para o qual a PD sofrerá alguma modificação em sua posição angular. Nesse caso, estamos diante de um novo campo de Walker que emergiu quando curvamos o NF. Com o fim de formalizar essa discussão qualitativa, dedicaremos a próxima seção à análise das equações de movimento da PD, identificando os distintos regimes de dinâmica possíveis.

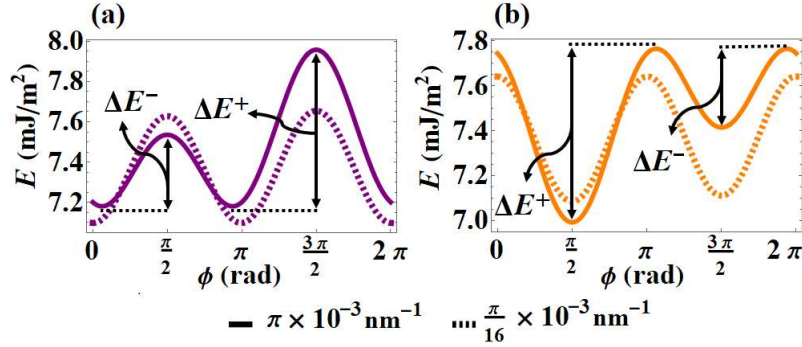


Figura 2.2 – Energia da PD (normalizada por \mathcal{S}) para nanofitas com curvaturas $\kappa = \pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ (linha contínua) e $\kappa = (\pi/16) \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ (linha tracejada). (a) e (b) correspondem respectivamente a $\eta = 0.90$ e $\eta = 1.11$.

Antes de avançarmos para a próxima seção, é importante mencionar que, ao longo de toda esta tese, optamos por negligenciar a influência da temperatura em nossos modelos. A razoabilidade dessa aproximação repousa sobre o fato de que escolhemos trabalhar com NF's feitos de um material para o qual a temperatura de Curie (T_C) encontra-se consideravelmente acima da temperatura ambiente (T_A). De fato, para o permalloy [47], $T_C \in [550, 900] \text{ K}$, enquanto $T_A \approx 300 \text{ K}$.

2.3 A dinâmica da PD e seus distintos regimes

A fim de introduzir dinâmica no sistema, necessitamos da presença de um estímulo externo. Escolhemos para essa análise um campo magnético estático e tangente ao NF em todos os pontos, isto é, $\mathbf{H} = H\hat{\theta}$. Assim, \mathbf{H} se soma ao campo de interação de troca (2.5), ao campo de desmagnetização (2.7) e ao amortecimento de Gilbert, gerando um campo efetivo resultante cujo torque sobre o centro da PD é

$$\mathbf{\Gamma}_{r,\theta,z} = M_s \begin{bmatrix} -\cos \phi \left(\frac{\alpha}{\gamma} \dot{\Omega} + \mu_0 H \right) \\ -\frac{\alpha}{\gamma} \dot{\phi} + \frac{4A\kappa}{M_s \lambda} \cos \phi + K_{\text{ef}} \sin(2\phi) \\ \sin \phi \left(\frac{\alpha}{\gamma} \dot{\Omega} + \mu_0 H \right) \end{bmatrix}, \quad (2.9)$$

onde definimos $K_{\text{ef}} = (\mu_0/2)M_s(N_z - N_r) - A\kappa^2/M_s$ como um termo que exerce o papel de uma constante de anisotropia efetiva. Entretanto, é mais conveniente escrever o torque

nas coordenadas do espaço interno, definidas sobre a base esférica (ρ, Ω, ϕ) . Para isso, fazemos a transformação

$$\mathbf{\Gamma}_{\rho, \Omega, \phi} = \begin{bmatrix} \sin \Omega \sin \phi & \cos \Omega & \sin \Omega \cos \phi \\ \cos \Omega \sin \phi & -\sin \Omega & \cos \Omega \cos \phi \\ \cos \phi & 0 & -\sin \phi \end{bmatrix} \mathbf{\Gamma}_{r, \theta, z}, \quad (2.10)$$

que, aplicada em $\Omega = \pi/2$, nos leva a

$$\mathbf{\Gamma}_{\rho, \Omega, \phi} = M_s \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\alpha}{\gamma} \dot{\phi} - \frac{4A\kappa}{M_s \lambda} \cos \phi - K_{\text{ef}} \sin(2\phi) \\ -\frac{\alpha}{\gamma} \dot{\Omega} - \mu_0 H \end{bmatrix}. \quad (2.11)$$

De posse do torque resultante em (2.11), utilizamos (2.3) e (2.4) a fim de determinar um par de equações de movimento acopladas que descrevem a dinâmica de translação (associada à variável q) e a de rotação (associada à variável ϕ), isto é,

$$\dot{q} = -\frac{4\gamma A\kappa}{M_s} \cos \phi - \gamma \lambda K_{\text{ef}} \sin(2\phi) + \alpha \lambda \dot{\phi}, \quad (2.12a)$$

$$\dot{\phi} = \gamma \mu_0 H - \frac{\alpha}{\lambda} \dot{q}. \quad (2.12b)$$

Escrito de outro modo,

$$\dot{q} = \frac{\gamma \lambda}{1 + \alpha^2} \left[\alpha \mu_0 H - \frac{4A\kappa}{M_s \lambda} \cos \phi - K_{\text{ef}} \sin 2\phi \right], \quad (2.13a)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left[\mu_0 H + \alpha \frac{4A\kappa}{M_s \lambda} \cos \phi + \alpha K_{\text{ef}} \sin 2\phi \right]. \quad (2.13b)$$

A partir dessas equações, podemos estudar os distintos regimes dinâmicos possíveis para o nosso sistema. Conforme discutido na seção 1.4.3 para o caso de nanofios retilíneos, a ruptura de Walker separa a dinâmica em dois regimes, um linear e o outro oscilatório. A seguir, vamos analisar o que ocorre no caso em que os NF's apresentam curvatura.

2.3.1 Regime linear

Em primeiro lugar, avaliamos o caso em que $\dot{\phi} = 0$, o que caracteriza o regime linear. Para que essa condição seja satisfeita, a Eq. (2.13b) prevê que deve existir um balanço entre o torque produzido pelo estímulo externo H e os torques internos exercidos pelas interações de troca e magnetostática. Assim, podemos escrever

$$\mu_0 H = -\alpha \left(\frac{4A\kappa}{M_s \lambda} \cos \phi_0 + K_{\text{ef}} \sin 2\phi_0 \right) = \frac{\alpha}{M_s} \Gamma_{\Omega}(\phi_0), \quad (2.14)$$

onde ϕ_0 é a posição angular que, para um dado valor de H , garante um torque resultante

nulo. A curva apresentada na Fig. 2.3 ilustra esse fato. Assim, todos os pontos contidos nessa curva, podem ser denominados pontos de estabilidade, isto é, estão associados a uma combinação de H e Γ_Ω que satisfaz a condição $\dot{\phi} = 0$. Nesse regime, a Eq. (2.12b) assume a forma

$$\dot{q} = \frac{\gamma\lambda\mu_0}{\alpha}H, \quad (2.15)$$

o que está de acordo com o comportamento linear com H previsto para a velocidade de PD's sujeitas a campos abaixo do limite de Walker [10, 15, 12].

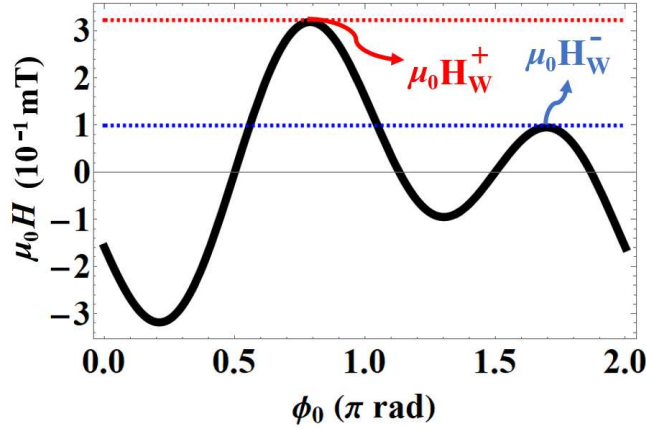


Figura 2.3 – H em função da fase estacionária ϕ_0 para um NF com $\eta = 1.11$ e $\kappa = \pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$. A curva é constituída pelo conjunto dos pontos que caracterizam o balanço entre H e o torque interno $\Gamma_\Omega(\phi_0)$. Todos os pares (ϕ_0, H) contidos na curva garantem $\dot{\phi} = 0$. Os extremos H_W^+ e H_W^- correspondem aos pontos críticos a partir dos quais a estabilidade é rompida.

2.3.2 A dupla ruptura de Walker

Observando a Fig. 2.3, notamos a existência de dois valores críticos de H , associados aos extremos da curva, H_W^- e H_W^+ , para os quais devem ocorrer rupturas no regime linear. O cálculo dos máximos da função apresentada em (2.14) leva a

$$\mu_0 H_W^\pm = \frac{\alpha\mathcal{B}}{2\sqrt{2}\mathcal{X}} \sqrt{\mathcal{X}^2 - 1 \pm \sqrt{1 + 2\mathcal{X}^2}} \left[\pm 3 + \sqrt{1 + 2\mathcal{X}^2} \right] \quad (2.16)$$

sendo $\mathcal{X} = 2|K_{\text{ef}}|/\mathcal{B}$, $\mathcal{B} = 2A\kappa/(M_s\lambda)$. Quando $\mathcal{X} < 2$, temos $H_W^- \notin \mathbb{R}$ e, portanto, o único extremo com significado físico é H_W^+ . Por outro lado, ambos os campos máximos estão presentes se $\mathcal{X} \geq 2$, obedecendo à relação $H_W^+ \geq H_W^-$. Se $\kappa = 0$, $H_W^+ = H_W^- = (\alpha/2)M_s|N_z - N_r|$, concordando com a referência [15]. Finalmente, se $N_r = N_z$ e $\kappa\lambda \ll 1$, existe apenas o máximo $H_W^+ \approx 4\alpha A\kappa/(\mu_0 M_s\lambda)$ [24]. O comportamento de H_W^\pm em função da curvatura é apresentado na Fig. 2.4-(a).

Os dois campos de Walker aqui apresentados dividem a dinâmica da PD em três

regimes distintos, o que pode ser visto nas soluções numéricas¹ das equações de movimento (2.13a) e (2.13b) apresentadas na Fig. 2.4-(b)-(d). O primeiro deles, apresentado em linhas tracejadas verdes, se refere a $H < H_W^-$ e corresponde ao regime linear. Nesse caso, a fase ϕ atinge rapidamente um ponto estacionário e a posição q varia linearmente com o tempo, o que também ocorre para um NF retilíneo. O segundo regime, por sua vez, corresponde a $H_W^- < H < H_W^+$, ilustrado por linhas tracejadas azuis. Nesse cenário, a PD sofre um deslocamento angular $\Delta\phi \approx \pi$ e um recuo em seu movimento de translação até que ϕ estaciona em uma nova posição de equilíbrio. Esse novo regime dinâmico emerge em virtude da curvatura do sistema e não é verificado para o caso de um NF retilíneo sujeito às mesmas interações. Finalmente, o regime $H > H_W^+$, destacado nas curvas contínuas vermelhas, corresponde ao regime oscilatório característico da ruptura de Walker, em que a PD passa a rotacionar indefinidamente e a transladar em um movimento marcado por avanços e recuos ao longo do comprimento do NF.

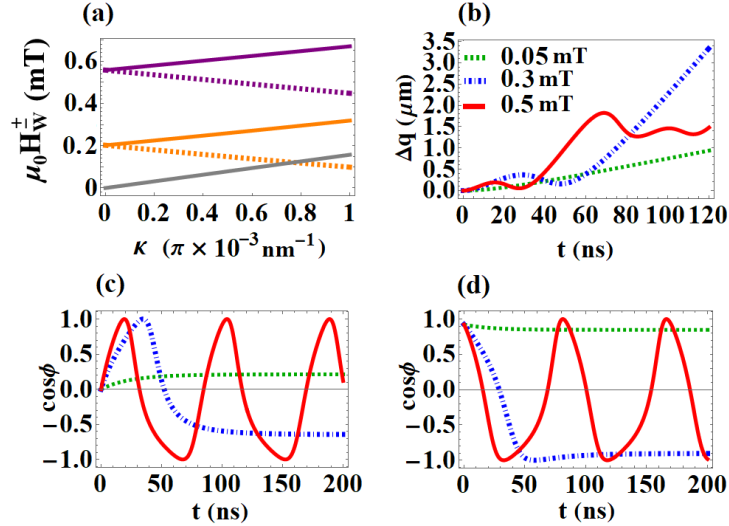


Figura 2.4 – (a) Campos críticos em função da curvatura. H_W^+ é representado pela linha contínua, enquanto a linha tracejada se refere a H_W^- . As cores cinza, laranja e roxo correspondem a nanofitas com $\eta = 1, 1.11, \text{ e } 1.33$, respectivamente. (b) Deslocamento da PD em função do tempo para um NF com $\eta = 0.9$ e $\kappa = \pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$, sob a ação de distintas magnitudes de $\mu_0 H$: 0.05 mT (curva tracejada verde), 0.3 mT (curva tracejada azul) e 0.5 mT (curva vermelha). Finalmente (c-d) apresentam a dinâmica de rotação da PD para $\kappa = \pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ com (c) $\eta = 1.11$ (posição inicial $\phi = 3\pi/2$) e (d) $\eta = 0.90$ (fase inicial $\phi \approx 0$).

Como preanunciado na análise qualitativa do final da seção 2.2, podemos interpretar H_W^- e H_W^+ como os valores críticos de H para os quais a PD é capaz transpor as barreiras de energia ΔE^- e ΔE^+ [ver Fig. 2.2]. Assim, H_W^- fornece a energia necessária para que a barreira ΔE^- seja ultrapassada, enquanto H_W^+ leva a PD a superar ΔE^+ . Sob

¹ Nesta tese, os cálculos de natureza numérica foram desenvolvidos a partir do software Wolfram Mathematica [48].

essa perspectiva, podemos justificar o comportamento de H_W^\pm em função de κ ilustrado na Fig. 2.4-(a) olhando para como ΔE^\pm varia em função da curvatura. Como ΔE^- decresce com κ , H_W^- deve seguir o mesmo comportamento, uma vez que a barreira a ser superada se tornou menor. Analogamente, o crescimento de H_W^+ com κ é explicado pelo aumento em ΔE^+ . Por fim, quando $\Delta E^+ = \Delta E^-$, um único campo de Walker $H_W^+ = H_W^-$ será necessário.

Uma vez compreendida a então chamada primeira ruptura de Walker, demarcada por H_W^- , podemos explorá-la para o controle da fase ϕ da PD. Como proposta inicial, imaginamos uma estrutura em forma de “U”, constituída de um NF curva cujas extremidades sejam conectadas a NF’s retilíneos. A Fig. 2.5 ilustra o sistema proposto para o caso em que $\eta < 1$ e a PD (representada em um elipsoide vermelho) é guiada por um campo de magnitude H , tangente ao comprimento dos NF’s. Em sua parte (a), $H < H_W^-$, o que permite que a fase ϕ permaneça praticamente inalterada. Entretanto, $H_W^- < H < H_W^+$ em (b), onde precisamos assegurar que H permaneça menor que o campo de Walker associado às regiões sem curvatura (o que pode ser feito pela escolha apropriada dos parâmetros η e κ). Assim, garantimos que a PD apresenta ϕ estacionário enquanto se desloca pelos seguimentos retilíneos, mas é sujeita à primeira ruptura de Walker ao ingressar na região curva, sofrendo um *shift* $\Delta\phi \approx \pi$ em sua fase. Vale a pena ressaltar que uma análise similar poderia ser feita para o caso em que $\eta > 1$.

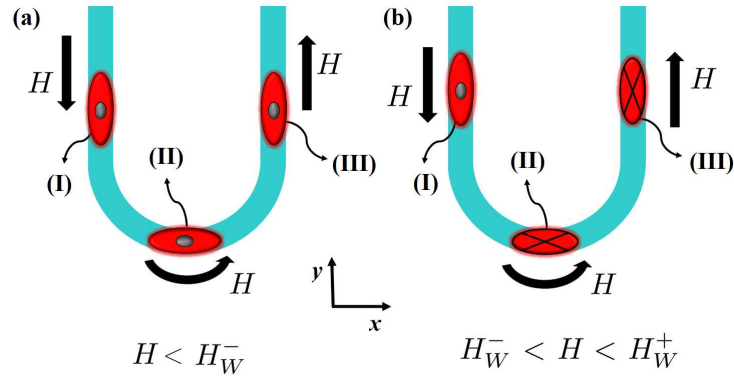


Figura 2.5 – Controle da fase ϕ da PD para o caso de um NF com $\eta < 1$. (a) (I) A PD é guiada em regime estacionário pelo campo H , com a sua magnetização alinhada em $+\hat{z}$ (saindo do plano xy). (II) Mesmo ao ingressar na região curva, a PD não sofre variações apreciáveis em sua fase, já que $H < H_W^-$. (III) A PD permanece estável movendo-se ao longo da outra região retilínea do sistema. (b) (I) A PD é guiada no primeiro seguimento retilíneo da amostra com a sua magnetização orientada em $+\hat{z}$. (II) Após ingressar na região curva, a PD realiza um deslocamento angular $\Delta\phi \approx \pi$, já que $H_W^- < H < H_W^+$. (III) Após egressar do seguimento curvilíneo, a PD translada com ϕ constante, alinhada com $-\hat{z}$ (entrando no plano xy).

2.3.3 Explorando a geometria para o controle da frequência e da amplitude das oscilações

Vamos analisar como a geometria das NF's afeta a amplitude e a frequência das oscilações da PD para $H > H_W^+$. Para um NF com seção transversal quadrada ($\eta = 1$), $N_r = N_z$ e, então, o torque produzido pela interação magnetostática se anula. Nesse caso, podemos usar o efeito de curvatura para controlar a dinâmica, tendo em vista que tanto a amplitude de oscilação como o deslocamento translacional efetivo da PD crescem com κ [23, 24]. À medida que atribuímos a η valores maiores (ou menores) que 1, as interações magnetostática e de troca competem entre si, o que faz as “cristas” e os “vales” descritos pela translação da PD serem duplicados [ver Fig. 2.6]. Em outras palavras, verificamos a emergência de uma dupla amplitude de oscilação, identificadas como \mathcal{A} e a . A razão \mathcal{A}/a se aproxima cada vez mais da unidade à medida que η se distancia de 1, seja para mais ($\eta > 1$) ou para menos ($\eta < 1$). Nesse cenário, o efeito gerado pela geometria da seção transversal domina a dinâmica, tornando imperceptível o papel desempenhado pela curvatura. Toda a fenomenologia descrita anteriormente é ilustrada na Fig. 2.6, onde apresentamos soluções numéricas das equações (2.13a) e (2.13b) para NF's com distintos valores de η e κ submetidas a um campo de magnitude $H = 6$ mT.

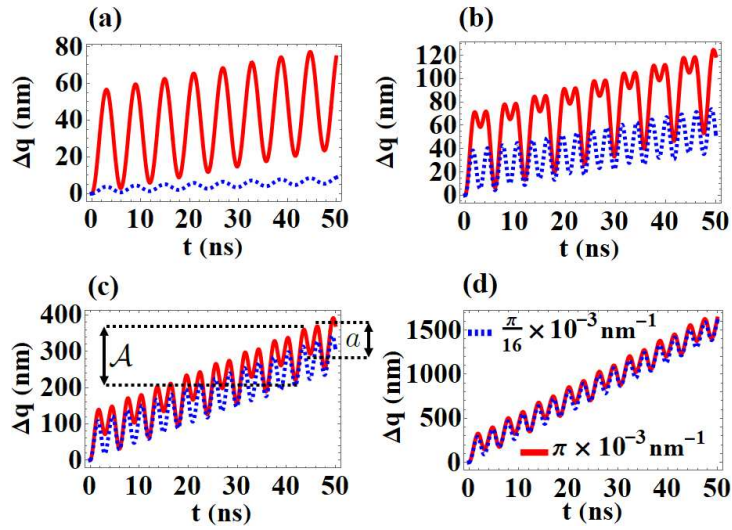


Figura 2.6 – Deslocamento Δq da PD para NF's com distintas curvaturas, $\pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ (linha vermelha) e $(\pi/16) \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ (linha azul tracejada) com $H = 6$ mT. (a), (b), (c) e (d) correspondem respectivamente aos casos em que $\eta = 1$, 1.11, 1.33 e 2. \mathcal{A} e a representam as distintas amplitudes de oscilação da PD.

Com o intuito de corroborar o modelo teórico implementado, utilizamos o software NMAG [49] na realização de simulações micromagnéticas para distintos valores de H , η e κ . Para nuclear a PD, um campo de ~ 1 T foi aplicado ao longo da direção \hat{y} [ver Fig. 2.1-(c)], saturando a magnetização da amostra ao longo desse eixo. Em seguida, o campo é gradualmente reduzido até zero, conduzindo os momentos magnéticos a uma configuração

estável caracterizada por uma PD cabeça-cabeça [23, 49]. Então, sujeitamos os NF's a um campo magnético de 6 mT ao longo da direção $+\hat{\theta}$. Finalmente, o deslocamento da PD pode ser mapeado e comparado às previsões do modelo aqui desenvolvido, conforme ilustrado na Fig. 2.7.

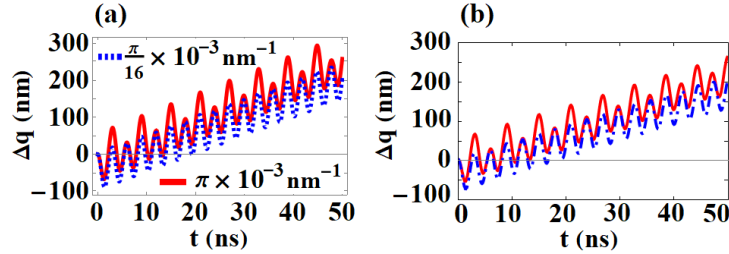


Figura 2.7 – Deslocamento Δq em função de t de acordo com (a) o modelo teórico e com (b) as simulações micromagnéticas, para um NF caracterizado por $\eta = 0.75$ e $\kappa = \pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$, sob um campo de 6 mT.

2.4 Conclusão

Vimos que a introdução de uma nova quebra de simetria induzida por curvatura faz emergir um regime dinâmico não observado no caso de NF's retilíneos. Assim, além dos conhecidos regimes estável e oscilatório separados pela tradicional ruptura de Walker, demonstramos a existência de um estado intermediário em que a PD sofre uma rotação de π rad em um intervalo de tempo da ordem de poucas dezenas de nanosegundos. Esse *shift* na orientação da PD pode ser controlado por meio do ajuste da curvatura e das dimensões da seção transversal dos NF's, o que constitui um tópico de grande relevância para o desenvolvimento de dispositivos em que a orientação da magnetização é usada para o armazenamento de dados, como as *racetrack memories* [1, 2]. Acima da segunda ruptura de Walker, verificamos que é possível amplificar as oscilações da PD por meio do aumento da curvatura, bem como pelo ajuste das dimensões da seção transversal. Além disso, a presença da curvatura aumenta a velocidade média da PD, otimizando o seu transporte ao longo do fio. Finalmente, observamos que as cristas e os vales descritos pela translação da PD no regime oscilatório são duplicados quando o sistema, além de curvatura, apresenta seção transversal retangular com $\eta \neq 1$.

Finalmente, é importante ressaltar que os resultados aqui apresentados foram publicados na revista *Applied Physics Letters* [46].

III Lei das Áreas para paredes de domínio em nanofios curvos

Considerações iniciais

Nas últimas décadas, com o avanço nos estudos de sistemas magnéticos em baixa dimensão, tem sido incorporada à literatura uma série de fenômenos intrigantes que guardam similaridades com o comportamento exibido por sistemas físicos de distintos contextos. Podemos citar a analogia entre o fenômeno da radiação de Cherenkov e as ondas de spin emitidas por paredes de domínio no limite de altas velocidades [50]; a contração no comprimento de PD's movendo-se com velocidades próximas à velocidade de grupo do meio, de modo similar à contração de Lorentz estudada no contexto da Relatividade Restrita [51, 52]; ou mesmo o *shift* na frequência de ondas de spin induzido por corrente elétrica, assemelhando-se ao efeito Doppler [53]. Sob essa perspectiva, identificamos similaridades entre uma PD transversal se movendo ao longo de um nanofio curvo e o movimento de um corpo massivo em órbita circular.

Como ponto de partida, nos voltamos ao capítulo anterior, onde vimos como a curvatura κ influencia a dinâmica de uma PD em um NF curvo com seção transversal retangular. Nesse contexto, demonstramos a existência de uma dependência linear com κ presente em um dos termos da velocidade de translação v , como pode ser visto na Eq. (2.13a). Impondo determinadas restrições à geometria dos nanofios e ao regime de campos magnéticos aplicados, nos deparamos com um sistema cuja dinâmica obedece a uma lei do tipo $v \sim 1/R$, sendo R o raio de curvatura. No presente capítulo, concentraremos os nossos esforços em explorar o caráter centro-simétrico de v e as suas consequências sobre o “movimento orbital” da PD em torno do centro de curvatura dos NF's.

3.1 Modelo teórico

Neste capítulo, estamos interessados em uma PD cabeça-cabeça hospedada em um NF com curvatura constante de raio R e com seção transversal circular, conforme ilustrado na Fig. 3.1. Além disso, vamos supor que a PD é sujeita a um campo magnético estático tangente ao fio.

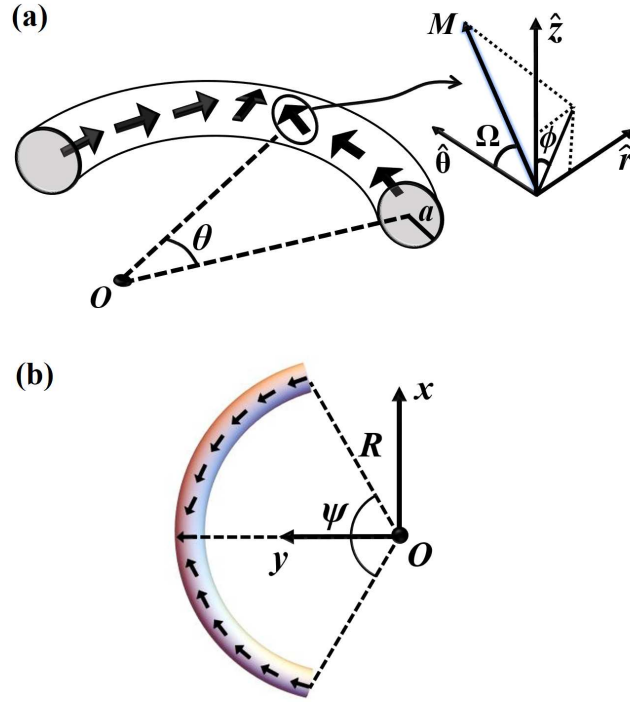


Figura 3.1 – (a) O perfil da PD e o sistema de coordenadas adotado. (b) Orientação do nanofio tendo como referência o plano cartesiano.

Adotaremos aqui o mesmo sistema de coordenadas, a mesma parametrização para a magnetização e a mesma abordagem teórica descrita na seção 2.1. Assim, podemos aproveitar as equações de movimento (2.13a) e (2.13b) para o presente estudo, fazendo a devida adaptação. De fato, em virtude da simetria circular da seção transversal, estaremos diante de um sistema mais simples, já que os fatores de desmagnetização associados às direções \hat{r} e \hat{z} são iguais, isto é, $N_r = N_z$. Além disso, com o fim de evitar possíveis deformações na PD, nos restringimos ao regime de curvaturas em que $R \gg \lambda$, sendo $\lambda \approx 12$ nm para um NF com 30 nm de diâmetro [23, 30]. Sob essas considerações, (2.13a) e (2.13b) nos levam a

$$v \approx \frac{\gamma\lambda}{1 + \alpha^2} \left(\alpha\mu_0 H - \frac{4A}{M_s R \lambda} \cos \phi \right), \quad (3.1)$$

$$\dot{\phi} \approx \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left(\mu_0 H + \alpha \frac{4A}{M_s R \lambda} \cos \phi \right). \quad (3.2)$$

A partir dessas expressões, nos dedicaremos nas próximas seções em obter informações a respeito do movimento orbital da PD em torno do centro de curvatura.

3.2 O movimento orbital da PD

3.2.1 Soluções analíticas para as equações de movimento

As aproximações adotadas para que chegássemos em (3.1) e (3.2) nos permitem obter as seguintes soluções analíticas para a posição e a fase, respectivamente:

$$q(t) = \frac{\lambda}{\alpha} \left\{ \frac{\pi}{2} - \phi(t) + \frac{\alpha^2 \gamma}{1 + \alpha^2} \mu_0 H t + \frac{2\mu_0 H}{\xi} \left[\operatorname{arctanh} \left(\chi \tan \frac{\phi(t)}{2} \right) - \operatorname{arctanh} \eta \right] \right\} \quad (3.3)$$

$$\phi(t) = 2 \arctan \left[\frac{1}{\chi} \tanh \left(\omega t + \operatorname{arctanh} \chi \right) \right], \quad (3.4)$$

onde $\chi = \xi / (H + H_W)$, $\eta = (H_W - H) / \xi$, $\xi = \sqrt{H_W^2 - H^2}$, $\omega = \gamma \mu_0 \xi / [2(1 + \alpha^2)]$, sendo o campo de Walker $H_W = 4\alpha \kappa A / (\mu_0 M_s \lambda)$ linear com a curvatura [24]. Adicionalmente, a condição inicial $\phi(0) = \pi/2$ foi adotada. Se $H < H_W$, $\xi \in \mathbb{R}$, o que atribui à função $\phi(t)$ a tendência de saturação em algum ponto do intervalo $\phi \in [0, \pi]$. Nesse caso, q é conduzido a um comportamento linear em relação ao tempo, isto é, $q(t) = \mu_0 H \gamma \lambda t / \alpha$. Por outro lado, se $H > H_W$, ξ fica imaginário e tanto $q(t)$ como $\cos(\phi(t))$ passam a apresentar um comportamento oscilatório próprio da ruptura de Walker, conforme detalhado no capítulo anterior. Aqui, estamos particularmente interessados na dinâmica oscilatória da PD, caso em que $H > H_W$. Levando em conta os parâmetros do permalloy, obtemos $H_W \sim 0.1$ mT para $\kappa \sim 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$. Portanto, acima do limite de Walker,

$$q(t) \approx \frac{\alpha \lambda \gamma \mu_0 H t}{1 + \alpha^2} - \frac{4A\kappa}{\mu_0 H M_s} \left[\cos \left(\frac{\gamma \mu_0 H t}{1 + \alpha^2} \right) - 1 \right], \quad (3.5a)$$

$$\phi(t) \approx \frac{\pi}{2} + \frac{\gamma \mu_0 H t}{1 + \alpha^2}. \quad (3.5b)$$

Para esse regime, a Eq. (3.5b) revela que podemos tratar a frequência de oscilação $\dot{\phi}$ como independente da curvatura, conforme reportado na referência [24]. Sob essa perspectiva, o período de oscilação pode ser avaliado como $T = 2\pi / \dot{\phi} \approx 2\pi(1 + \alpha^2) / (\gamma H)$.

3.2.2 A “Lei das Áreas”

Um resultado central para esse trabalho, encontra-se na amplitude da velocidade vista na Eq. (3.1), isto é, $V_{\text{AMP}} \equiv 4A\gamma / [M_s R(1 + \alpha^2)]$. Apresentamos na Fig. 3.2 essa predição teórica em contraste com resultados de simulações micromagnéticas utilizando o *software* N MAG [49], o que nos permitiu obter uma excelente concordância. É importante ressaltar que o caráter $V_{\text{AMP}} \sim 1/R$ só emerge no regime de dinâmica oscilatória, uma vez que os efeitos induzidos pela curvatura não afetam diretamente a velocidade da

PD no regime de fase estacionária ($\dot{\phi} = 0$) [ver seção 2.3.1]. Portanto, neste capítulo estaremos concentrados no movimento acima do limite de Walker, onde a curvatura passa a desempenhar um papel essencial. Vale lembrar que esse acoplamento entre velocidade e curvatura observado em V_{AMP} emerge do potencial associado à interação de troca (2.6) que, no limite $R \gg \lambda$, pode ser escrita (a menos de termos constantes) como

$$E_{\text{ex}} \approx -S \frac{2A\pi}{R} \sin \phi. \quad (3.6)$$

onde é possível notar a dependência com $1/R$ que atribui ao potencial interativo um caráter centro-simétrico.

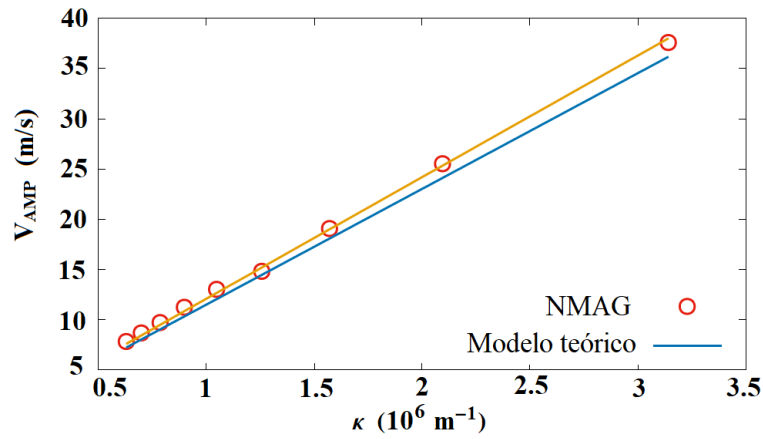


Figura 3.2 – Amplitude da velocidade de translação da PD em função da curvatura. A linha contínua em azul representa a previsão teórica, enquanto os símbolos discretos correspondem aos dados obtidos em simulações micromagnéticas.

O gráfico da Fig. 3.2 apresenta um coeficiente angular constante do tipo “velocidade” dividida por “curvatura”. Essa razão possui precisamente a dimensão da taxa de variação de alguma área \mathcal{A} percorrida num dado intervalo de tempo, isto é, m^2/s . Tal coeficiente angular constante sugere a existência de uma quantidade $d\mathcal{A}/dt$ que permanece invariante com κ . Para uma melhor compreensão da fenomenologia, realizamos simulações micromagnéticas avaliando o deslocamento da PD em nanofios com distintos raios de curvatura, conforme ilustrado na Fig. 3.3. Nessa figura, as PD’s partem da região central de seus respectivos fios, sobre a mesma coordenada x . Após um dado intervalo de tempo $T/2$, sendo T o período de oscilação, os seguimentos R_1 , R_2 e R_3 percorrem áreas aproximadamente iguais. Diante dessas constatações, somos instigados a analisar mais de perto a dinâmica da PD em busca de esclarecimentos com respeito a essa então hipotética “Lei das Áreas”.

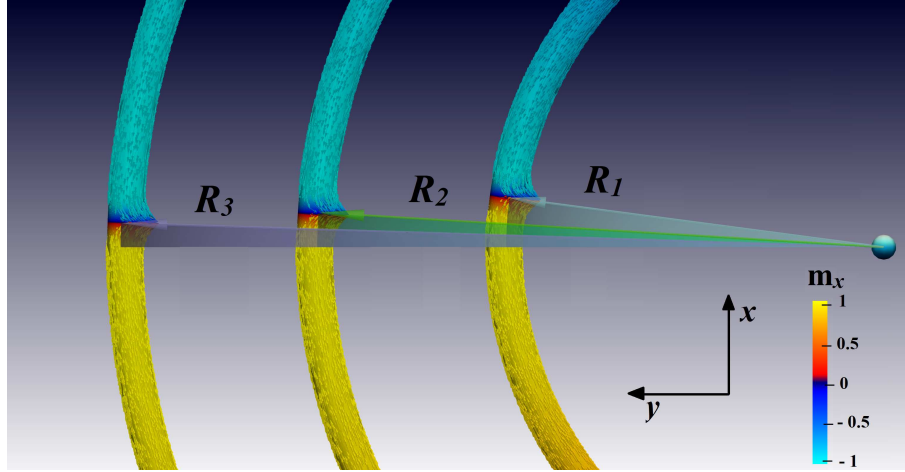


Figura 3.3 – Área varrida por PD's ao longo de meio período de oscilação em nanofios com distintos raios de curvatura.

Por simples geometria, verificamos que o elemento de área descrito pelo seguimento de reta que une o centro de curvatura à PD pode ser escrito como $dA = (R^2/2)d\theta_0$, sendo θ_0 a posição angular que localiza o centro da PD. Assim, a taxa com que a área é varrida é

$$\frac{dA}{dt} = \frac{R^2}{2} \frac{d\theta_0}{dt} = R \frac{v}{2},$$

ou, escrito de outro modo,

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\mathcal{L}_z}{2m}, \quad (3.7)$$

onde definimos $\mathcal{L}_z = mRv$ como a componente z do momento angular da PD, sendo m a massa efetiva do sistema. Destacamos aqui que, devido às suas nuances e sutilezas, o conceito de massa para paredes de domínio será abordado com detalhes no capítulo V, onde desenvolveremos um modelo que descreve os resultados experimentais para m reportados na literatura [54]. Apesar da área varrida e do momento angular apresentarem comportamentos oscilatórios no tempo, vale a pena ressaltar que a Eq. (3.7) exibe uma relação simples entre essas duas quantidades físicas, similar à expressão matemática da segunda lei de Kepler para o movimento planetário. Essa equação pode ser melhor desenvolvida se explicitarmos \mathcal{L}_z utilizando v dado por (3.1), o que nos leva a

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left(\frac{\alpha \lambda R \mu_0 H}{2} - \frac{2A}{M_s} \cos \phi \right). \quad (3.8)$$

O primeiro termo da equação (3.8) deve-se à interação Zeeman, responsável pelo deslocamento efetivo da PD ao longo do NF. O segundo termo, por sua vez, é oscilatório e corresponde a um efeito atrelado à interação de troca induzido pela curvatura. Para $\mu_0 H \sim 1$ mT, $1/R \sim 10^{-3}$ nm⁻¹ e $\lambda \sim 10$ nm, o termo dependente de H é da ordem de 100 vezes menor que o termo $2A/M_s$. Assim, dentro do referido intervalo de parâmetros

magnéticos e geométricos, o termo dominante corresponde à contribuição da interação de troca

$$\frac{d\mathcal{A}_{\text{ex}}}{dt} \approx -\frac{\gamma}{1+\alpha^2} \frac{2A}{M_s} \cos \phi(t). \quad (3.9)$$

Após o processo de integração, obtemos

$$\mathcal{A}_{\text{ex}}(t) \approx \frac{2A}{\mu_0 H M_s} \left[1 - \cos\left(\frac{\gamma \mu_0 H t}{1 + \alpha^2}\right) \right]. \quad (3.10)$$

Nesse caso, vemos que a taxa com que a área é varrida independe do raio de curvatura do nanofio. Podemos verificar a consistência desse resultado por meio das soluções analíticas (3.3) e (3.4). Apresentamos na Fig. 3.4 as soluções para os casos em que κ assume os valores $\{\pi/2, \pi/4, \pi/8\} \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$. A superposição das curvas é nítida, o que indica que a aqui denominada “Lei das Áreas” é obedecida.

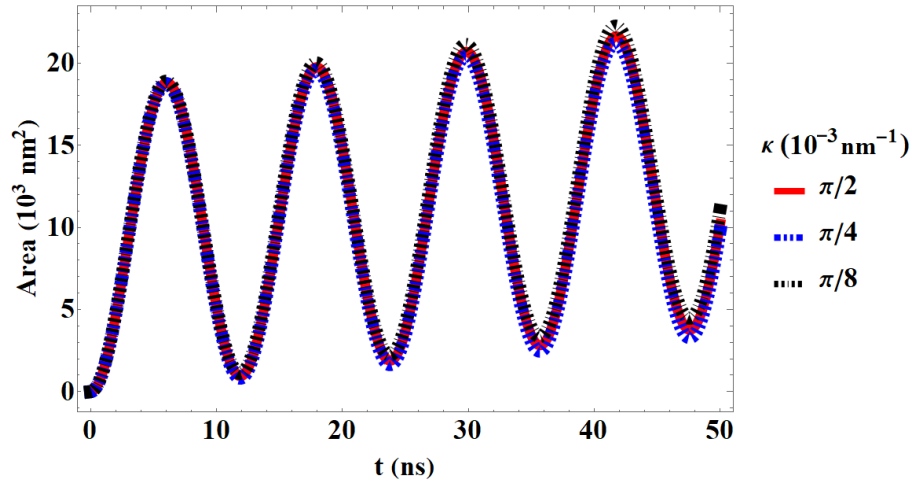


Figura 3.4 – Área varrida pela PD sujeita a $\mu_0 H = 3 \text{ mT}$ para distintas curvaturas: $\pi/2 \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ (curva vermelha contínua), $\pi/4 \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ (curva azul tracejada) e $\pi/8 \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ (curva preta tracejada).

3.2.3 Vislumbrando além das paredes transversais

Na presente tese, temos dado ênfase especial às PD’s transversais. Apesar disso, é conhecido que formas mais exóticas de paredes de domínio podem ser nucleadas em NF’s, sendo reportadas por trabalhos experimentais [55, 56]. Nesse contexto, duas quantidades, uma geométrica e outra magnética, mostram-se promissoras para o controle do tipo de PD a ser estabilizada: o diâmetro (D) do NF e a sua magnetização de saturação (M_s). Em geral, maiores valores de D e M_s implicam um aumento na energia magnetostática do sistema. Assim, a fim de evitar as “cargas magnéticas superficiais” tradicionalmente induzidas em estruturas que hospedam PD’s transversais, o perfil da magnetização tende

a apresentar um comportamento rotacional, característico de texturas mais complexas como pontos de Bloch, vórtices e antivórtices. As PD's do tipo ponto de Bloch não serão discutidas aqui, por estarem fora do escopo da presente tese. Entretanto, uma introdução ao comportamentos de tais estruturas pode ser visto nas Refs. [57, 58, 59, 60]. Por outro lado, temos um interesse particular em apresentar resultados referentes às PD's do tipo “vórtice-antivórtice” (VAV), em virtude de suas similaridades com as PD's transversais.

Sob essa perspectiva, na Ref. [60], os autores demonstraram sistematicamente como os parâmetros D e M_s podem ser controlados a fim de se estabilizar a PD desejada. Assim, para $\mu_0 M_s \lesssim 1$ T e $D \lesssim 40$ nm as PD's transversais (T_{PD}) têm a sua estabilidade assegurada. Por outro lado, se fixarmos $\mu_0 M_s \sim 1$ T (permalloy) e adotarmos $D \gtrsim 35$ nm, PD's do tipo VAV são obtidas. A Fig. 3.5 ilustra o processo de nucleação de uma PD-VAV pelo ajuste adequado de D e M_s .

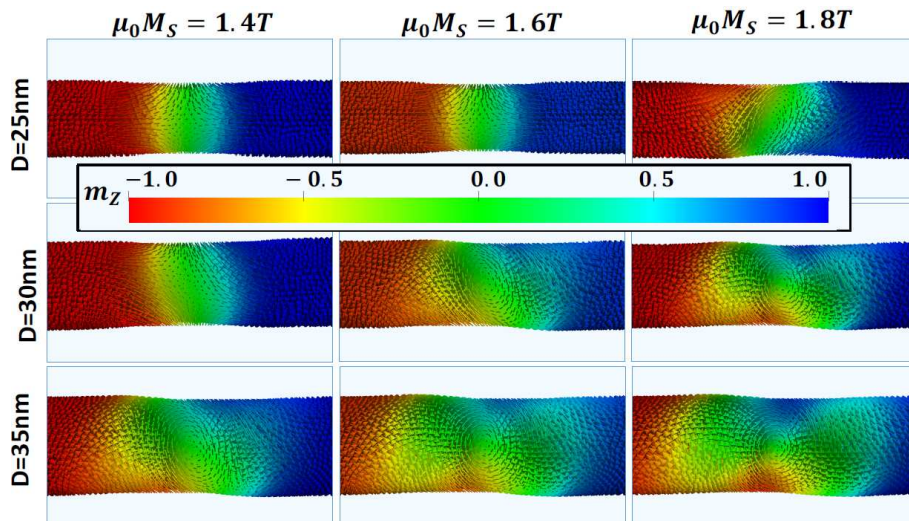


Figura 3.5 – PD's estabilizadas no simulador N MAG para distintos valores de D e M_s . À medida que D e M_s crescem, a PD transversal gradualmente dá lugar a uma estrutura do tipo VAV. Figura adaptada de [60].

Apesar de sua natureza estrutural fundamentalmente distinta e mais complexa, as PD's VAV apresentam um comportamento dinâmico com fortes semelhanças qualitativas e quantitativas em comparação com as PD's transversais. Tais similaridades foram reportadas recentemente na literatura [61]. A Fig. 3.6 ilustra a fenomenologia mencionada, onde a posição das PD's é avaliada em função do tempo para distintos valores de κ e M_s . Em todos os casos, fixamos $D = 30$ nm e aplicamos uma campo tangencial de magnitude $\mu_0 H = 10$ mT. Na referida figura, enquanto as linhas contínuas representam os resultados de simulação, os símbolos circulares se referem à Eq. (3.5). Surpreendentemente, apesar de ter sido derivada especificamente para uma PD transversal, a Eq. (3.5) descreve com boa aproximação a dinâmica do caso VAV. Para ambas as PD's, a amplitude das oscilações é incrementada por um fator multiplicativo de 1.5 quando aumentamos a curvatura na mesma proporção [comparar as partes (a) e (b) da figura]. Tal comportamento reflete

o caráter linear em κ apresentado por V_{AMP} , conforme discutido na seção anterior.

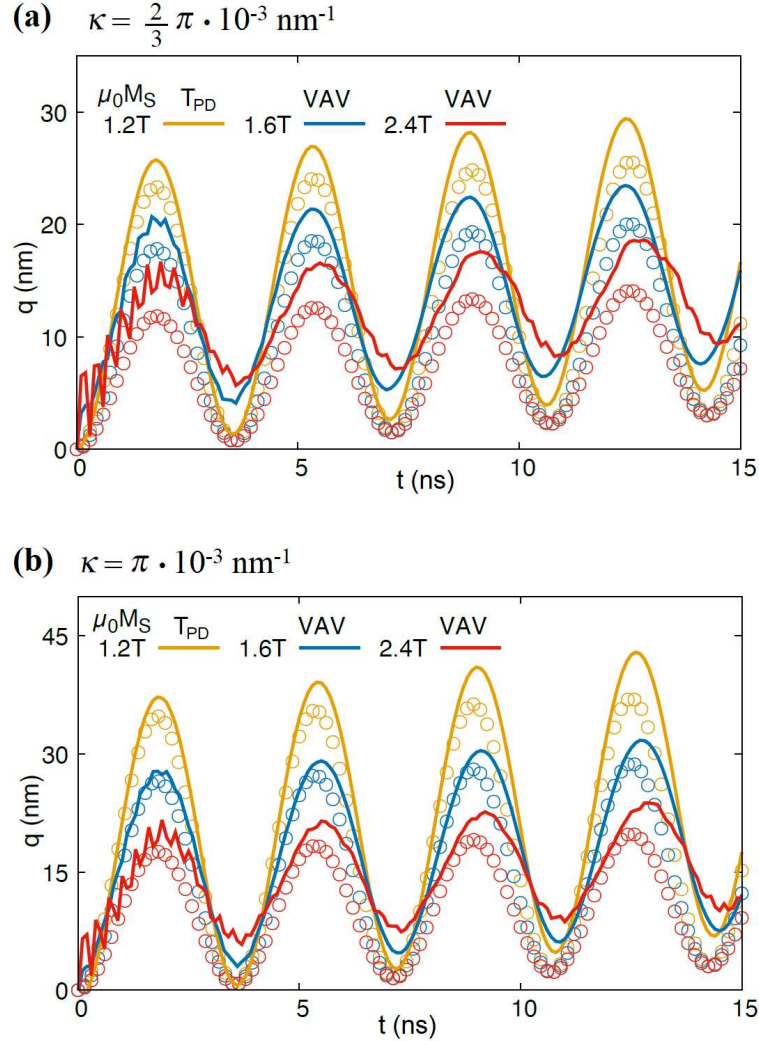


Figura 3.6 – q em função de t para PD's do tipo transversal e VAV sob a ação de um campo tangencial $\mu_0 H = 10 \text{ mT}$. As linhas contínuas representam os resultados de simulação micromagnética, enquanto os símbolos circulares se referem à Eq. (3.5). (a) e (b) correspondem aos casos nos quais $\kappa = (2/3)\pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ e $\kappa = \pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$, respectivamente. As cores amarelo, azul e vermelho correspondem a $\mu_0 M_s = 1.2, 1.6$ e 2.4 T , respectivamente.

Devemos destacar que uma descrição analítica detalhada das PD's do tipo VAV em sistemas curvos constitui um tópico em aberto na literatura. Apesar disso, os resultados aqui apresentados sugerem que o modelo teórico que temos em mãos para PD's transversais nos oferece indícios valiosos de como perfis mais complexos da magnetização tendem a se comportar em ambientes curvilíneos.

3.3 Conclusão

Partindo da equação LLG, obtivemos soluções analíticas para as equações de movimento de uma PD transversal em um nanofio com curvatura constante, sujeito a um campo magnético tangencial. Ao atribuir uma massa e um momento angular efetivos à PD, demonstramos que o sistema segue uma dinâmica regida por uma equação cuja forma é similar à da segunda lei de Kepler para o movimento planetário. Partindo dessa expressão, para um dado regime de curvaturas e campos aplicados, verificamos que uma espécie de “Lei das Áreas” é obedecida. Assim, o seguimento de reta que une o centro de curvatura dos NF’s às PD’s percorre a mesma área para nanofios com distintos valores de R . Como pode ser visto na referência [30], destacamos que os resultados aqui apresentados foram publicados no periódico *Physical Review B*.

Vale a pena ressaltar que a fenomenologia aqui descrita não deve ser confundida com a invariância temporal da área percorrida pelo seguimento de reta que une um dado planeta do sistema solar ao Sol, conforme descreveu Kepler. Esse não é o caso para uma PD, já que, devido ao seu movimento oscilatório, ela não necessariamente percorre áreas iguais para intervalos de tempo iguais. Portanto, o fenômeno aqui descrito diz respeito a uma invariância com a curvatura, mas não a uma invariância temporal.

Finalmente, demonstramos que estruturas mais complexas como PD’s do tipo “vórtice-antivórtice” guardam similaridades com as PD’s transversais, tendo sua dinâmica bem descrita pelo modelo analítico apresentado aqui. Esses últimos resultados, fundamentados em simulações micromagnéticas, foram publicados na revista *Journal of Applied Physics* [61].

IV Oscilações harmônicas induzidas por gradientes de curvatura em nanofios elípticos

Considerações iniciais

Nos capítulos anteriores, vimos que a presença de curvatura em nanofios magnéticos traz à tona efeitos que os distinguem significativamente de sistemas retilíneos análogos. Assim, além do fenômeno tradicional da ruptura de Walker, uma PD hospedada em uma nanofita curvilínea exibe um regime intermediário que pode ser acessado por meio de um novo campo crítico induzido pela curvatura. Além disso, a curvatura faz emergir um torque extra associado à interação de troca, responsável por aumentar a velocidade da PD de um fator proporcional a κ , o que dá origem ao fenômeno da “Lei das Áreas”, como discutido anteriormente. Nos casos mencionados, consideramos uma curvatura, $\kappa = 1/R$, constante ao longo de toda a amostra. Entretanto, podemos nos perguntar o que ocorre no caso de um sistema com curvatura variável ao longo de seu comprimento, isto é, o que há de novo quando atribuímos ao fio um gradiente de curvatura?

Gradientes de curvatura são conhecidos na literatura por sua influência direta sobre a interação de troca. Nesse contexto, forças efetivas emergentes demonstram-se capazes de afetar a orientação da magnetização [20]. Por isso, texturas magnéticas localizadas, como skyrmions e vórtices, podem experimentar forças de atração ou repulsão em virtude da distribuição de curvatura em magnetos bidimensionais [26, 62, 25, 63]. As paredes de domínio não são imunes a esses efeitos. Conforme discutido na referência [22], PD’s transversais experimentam um potencial atrativo nas proximidades da região de máxima curvatura de um dado NF. Sob a luz desses intrigantes resultados e motivados pela rica fenomenologia envolvida, neste capítulo apresentamos um estudo a respeito do comportamento de uma PD transversal se deslocando ao longo de um NF elíptico. Nesse contexto, desvendamos a origem do potencial de fixação gerado pela curvatura, descrevemos como manipular a excentricidade da elipse a fim de controlar a frequência das oscilações e, por fim, discutimos como esse “poço de potencial” pode ser superado para que a PD se mova livremente ao longo do fio.

4.1 Modelo teórico

Nessa seção, propomos uma generalização do modelo utilizado nos capítulos anteriores para abarcar nanofios providos de uma curvatura arbitrária estendidos sobre o plano xy . Conforme ilustrado na Fig. 4.1, adotamos uma base ortonormal $(\hat{\mu}, \hat{\eta}, \hat{z})$. Aqui, $\hat{\eta}$ representa uma direção do tipo “azimutal”, tangente ao NF em todos os pontos. O

vetor $\hat{\mu}$, por sua vez, é normal ao comprimento do fio, fazendo o papel de um “vetor radial”. O terceiro vetor unitário corresponde a direção $\hat{z} = \hat{\mu} \times \hat{\eta}$, saindo do plano xy no qual $\hat{\mu}$ e $\hat{\eta}$ habitam. Sob essa perspectiva, um nanofio curvilíneo pode ser parametrizado por $\mathbf{r}(\mu, \eta, z) = (x, y, z)$, com $x = x(\mu, \eta)$, $y = y(\mu, \eta)$ e $z = z$. Nesse contexto, um elemento de comprimento ao longo de uma direção arbitrária $\hat{\xi}$ pode ser formalmente definido como $dq_\xi = h_\xi d\xi$, onde $h_\xi = \sqrt{(\partial\mathbf{r}/\partial\xi) \cdot (\partial\mathbf{r}/\partial\xi)}$ é o fator de escala associado à direção $\hat{\xi} = h_\xi^{-1} \partial\mathbf{r}/\partial\xi$. Todas as propriedades geométricas do espaço curvilíneo adotado estão armazenadas no conjunto de fatores de escala (h_μ, h_η, h_z) , sendo $h_z = 1$ por construção. Vale ressaltar que teríamos $h_z \neq 1$ no caso de um NF torcido para fora do plano (como uma hélice, por exemplo).

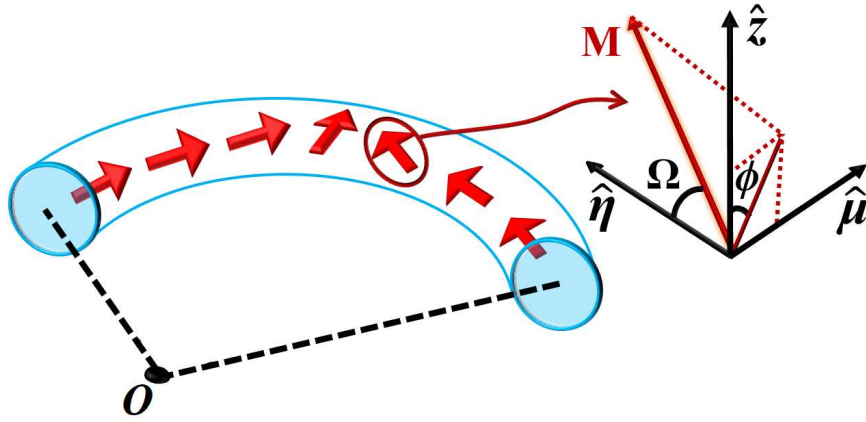


Figura 4.1 – Representação do perfil da magnetização e do sistema de coordenadas adotado.

Consideramos um nanofio de permalloy cujas dimensões sejam pequenas o bastante para que uma PD transversal seja estável. Nesse caso, é razoável adotar um diâmetro de 30 nm, tendo em vista que estruturas mais complexas, como paredes do tipo vórtice ou pontos de Bloch, podem surgir se aumentarmos demais o diâmetro do fio [60]. De modo similar aos capítulos II e III, partiremos da hipótese de que a PD pode ser tratada como rígida, mantendo fixa a sua forma e o seu comprimento. Assim, consideraremos que cada momento magnético da PD segue a mesma dinâmica do momento localizado em seu centro. O perfil da magnetização pode ser descrito de modo análogo à Eq. (2.1):

$$\mathbf{m} = \sin \Omega \sin \Phi \hat{\mu} + \cos \Omega \hat{\eta} + \sin \Omega \cos \Phi \hat{z}, \quad (4.1)$$

Considerando que as dimensões da seção transversal (~ 10 nm) são muito menores que o comprimento do fio ($\sim 10^3$ nm), é razoável supor que \mathbf{m} varia ao longo do comprimento, mas permanece constante ao longo do diâmetro do fio, isto é, $\mathbf{m} = \mathbf{m}(\eta)$. Nesse caso, podemos utilizar o *ansatz* para Ω e Φ apresentado na Eq. (2.2).

Para descrever a dinâmica da PD, partimos da Eq. LLG (1.6), com $\mathbf{H}_{\text{ef}} = H_{\text{ef}\mu} \hat{\mu} + H_{\text{ef}\eta} \hat{\eta} + H_{\text{ef}z} \hat{z}$ contemplando as interações magnetostática, troca e Zeeman.

Então, compactamos (1.6) na forma $d\mathbf{M}/dt = -\gamma\mathbf{\Gamma}$, sendo $\mathbf{\Gamma}$ o torque total sobre o centro da PD, para o qual todas as interações descritas anteriormente contribuem, além de absorver em si o efeito do amortecimento. Na base (μ, η, z) ,

$$\mathbf{\Gamma}_{\mu,\eta,z} = M_s \begin{bmatrix} -\left(\mu_0 H_{\text{ef}\eta} + \frac{\alpha}{\gamma} \dot{\Omega}\right) \cos \phi \\ \mu_0 H_{\text{ef}\mu} \cos \phi - \mu_0 H_{\text{ef}z} \sin \phi - \frac{\alpha}{\gamma} \dot{\phi} \\ \left(\mu_0 H_{\text{ef}\eta} + \frac{\alpha}{\gamma} \dot{\Omega}\right) \sin \phi \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Já nas coordenadas do espaço interno (ρ, Ω, ϕ) ,

$$\mathbf{\Gamma}_{\rho,\Omega,\phi} = M_s \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_0 H_{\text{ef}z} \sin \phi - \mu_0 H_{\text{ef}\mu} \cos \phi + \frac{\alpha}{\gamma} \dot{\phi} \\ -\left(\frac{\alpha}{\gamma} \dot{\Omega} + \mu_0 H_{\text{ef}\eta} + \frac{\beta u}{\gamma \lambda}\right) \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Utilizando essa expressão em (2.3), obtemos as equações de movimento

$$\begin{aligned} v &= \frac{\gamma \lambda}{1 + \alpha^2} \left(\alpha \mu_0 H_{\text{ef}\eta} - \frac{\Gamma_{\text{ef}\eta}}{M_s} \right), \\ \dot{\phi} &= \frac{\gamma}{1 + \alpha^2} \left(\mu_0 H_{\text{ef}\eta} + \frac{\alpha}{M_s} \Gamma_{\text{ef}\eta} \right), \end{aligned} \quad (4.4)$$

sendo $\Gamma_{\text{ef}\eta} = \mu_0 M_s (H_{\text{ef}\mu} \cos \phi - H_{\text{ef}z} \sin \phi)$ o torque produzido pelo campo efetivo ao longo da direção η .

Para seguir adiante, é necessário especificar as contribuições magnetostática e de troca para o campo \mathbf{H}_{ef} . Como estamos lidando com um NF de seção transversal circular, por razões de simetria, os fatores desmagnetizantes obedecem à relação $N_\mu = N_\eta$. Então, o torque produzido pela interação magnetostática sobre o centro da PD se anula. Por isso, o efeito mais relevante para o nosso estudo está contido em \mathbf{H}_{ex} dado pela Eq. (1.33), onde $\nabla^2 \mathbf{m}$ deve ser avaliado em coordenadas curvilíneas. No centro da PD,

$$\begin{aligned} H_{\text{ex}\mu} \equiv (\mathbf{H}_{\text{ex}} \cdot \hat{\mu})_{\Omega=\frac{\pi}{2}} &= -\frac{2A}{\mu_0 M_s} \left\{ \left[\frac{1}{\lambda^2} + \left(\frac{1}{h_\mu h_\eta} \frac{\partial h_\mu}{\partial \eta} \right)^2 + \left(\frac{1}{h_\mu h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \mu} \right)^2 \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{1}{h_\mu h_\eta^3} \frac{\partial h_\mu}{\partial \eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \eta} + \frac{1}{h_\mu^3 h_\eta} \frac{\partial h_\mu}{\partial \mu} \frac{\partial h_\eta}{\partial \mu} - \frac{1}{h_\mu h_\eta^2} \frac{\partial^2 h_\mu}{\partial \eta^2} - \frac{1}{h_\mu^2 h_\eta} \frac{\partial^2 h_\eta}{\partial \mu^2} \right] \sin \phi - \frac{2}{\lambda h_\mu h_\eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \mu} \right\}, \end{aligned} \quad (4.5)$$

$$\begin{aligned}
 H_{\text{ex}\eta} \equiv (\mathbf{H}_{\text{ex}} \cdot \hat{\eta})_{\Omega=\frac{\pi}{2}} = & -\frac{2A}{\mu_0 M_s} \left\{ \left[\frac{1}{h_\mu h_\eta^3} \frac{\partial h_\eta}{\partial \eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \mu} - \frac{1}{h_\mu^3 h_\eta} \frac{\partial h_\mu}{\partial \eta} \frac{\partial h_\mu}{\partial \mu} + \frac{1}{h_\mu^2 h_\eta} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \eta} \right) \right. \right. \\
 & \left. \left. - \frac{1}{h_\mu h_\eta^2} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(\frac{\partial h_\eta}{\partial \eta} \right) \right] \sin \phi + \frac{1}{\lambda h_\mu h_\eta} \frac{\partial h_\mu}{\partial \eta} \right\}, \tag{4.6}
 \end{aligned}$$

e

$$H_{\text{ex}z} \equiv (\mathbf{H}_{\text{ex}} \cdot \hat{z})_{\Omega=\frac{\pi}{2}} = -\frac{2A}{\mu_0 M_s \lambda^2} \cos \phi. \tag{4.7}$$

Observamos que os fatores de escala h_η e h_μ desempenham um papel fundamental, o que indica que a curvatura do espaço será determinante no tipo de dinâmica que iremos encontrar. No caso particular em que h_η e h_μ são independentes de η , $\partial h_\eta / \partial \eta = \partial h_\mu / \partial \eta = 0$, o que implica $H_{\text{ex}\eta} = 0$. Portanto, podemos afirmar que a componente tangencial do campo de troca está diretamente associada às variações da métrica ao longo do comprimento do fio. Dito de outro modo, $H_{\text{ex}\eta}$ é induzido pelo gradiente de curvatura ao longo da direção η . Adicionalmente, no caso em que $h \equiv h_\eta = h_\mu$, $H_{\text{ex}\eta}$ se torna independente da fase ϕ :

$$H_{\text{ex}\eta} = -\frac{2A}{\mu_0 M_s \lambda h^2} \frac{\partial h}{\partial \eta}. \tag{4.8}$$

Portanto, nossa proposta é que a dinâmica da PD em um NF curvilíneo arbitrário, seja estudada a partir das equações de movimento (4.4) com o campo efetivo de troca expresso segundo as equações (4.5), (4.6) e (4.7).

Por fim, expressamos a densidade de energia $\mathcal{E}_{\text{ex}} = -(\mu_0/2)\mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_{\text{ex}} = -\mathbf{A}\mathbf{m} \cdot \nabla^2 \mathbf{m}$ em termos dos fatores h_η e h_μ :

$$\begin{aligned}
 \frac{\mathcal{E}_{\text{ex}}}{A} = & \left(\frac{1}{h_\eta} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \right)^2 - \frac{2}{h_\mu h_\eta^2} \frac{\partial h_\eta}{\partial \mu} \frac{\partial \Omega}{\partial \eta} \sin \phi + \frac{3 - \cos(2\phi) + 2 \cos(2\Omega) \cos^2 \phi}{4h_\mu^2 h_\eta^2} \left[\left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \eta} \right)^2 \right. \\
 & \left. + \left(\frac{\partial h_\eta}{\partial \mu} \right)^2 - h_\eta \frac{\partial^2 h_\eta}{\partial \mu^2} \right] + \frac{3 + \cos(2\Omega) - 2 \sin^2 \Omega \cos(2\phi)}{4h_\mu h_\eta^3} \left(\frac{\partial h_\mu}{\partial \eta} \frac{\partial h_\eta}{\partial \eta} - h_\eta \frac{\partial^2 h_\mu}{\partial \eta^2} \right) \\
 & + \frac{1}{h_\mu^3 h_\eta} \frac{\partial h_\mu}{\partial \mu} \frac{\partial h_\eta}{\partial \mu} \left(\cos^2 \Omega + \sin^2 \Omega \sin^2 \phi \right). \tag{4.9}
 \end{aligned}$$

4.2 Nanofio com curvatura elíptica

4.2.1 Descrição geométrica

Vamos aplicar o modelo desenvolvido na seção anterior no estudo da dinâmica de uma PD hospedada em um NF com curvatura elíptica. Nesse caso, usamos a seguinte parametrização:

$$\begin{aligned} x &= r \cosh \mu \cos \eta \\ y &= r \sinh \mu \sin \eta. \end{aligned} \quad (4.10)$$

Os semieixos da elipse são $a = r \cosh \mu$ e $b = r \sinh \mu$, com $a \geq b$ e $\mu \geq 0$. De acordo com essa parametrização, quando fixamos μ e variamos η no intervalo $[-\pi, \pi]$, obtemos como resultado uma elipse completa, cuja excentricidade está associada a μ . Assim, quanto menor o valor de μ , mais excêntrica é a elipse. Em contrapartida, quanto maior for μ , menor será a excentricidade e, portanto, o caso limite de uma circunferência é obtido quando $\mu \rightarrow \infty$. A Fig. 4.2-c ilustra esse fato. Por outro lado, se fixarmos η e variarmos μ de 0 a ∞ , a Eq. (4.10) descreverá segmentos de hipérbole que interceptam ortogonalmente as elipses associadas a cada valor de μ . O ponto de interseção define a coordenada η , que determina uma posição arbitrária sobre o comprimento do fio [ver Fig. 4.2-a]. Finalmente, os vetores unitários são $\hat{\mu} = r (\cos \eta \sinh \mu \hat{x} + \sin \eta \cosh \mu \hat{y}) / h$ e $\hat{\eta} = r (-\sin \eta \cosh \mu \hat{x} + \cos \eta \sinh \mu \hat{y}) / h$, sendo os fatores de escala dados por

$$h \equiv h_\eta = h_\mu = r \sqrt{\frac{\cosh(2\mu) - \cos(2\eta)}{2}}. \quad (4.11)$$

Um fato digno de nota é que não estamos considerando aqui que o NF constitui uma elipse completa, mas apenas um seguimento elíptico. Caso uma elipse fechada fosse estudada, ao invés de uma única PD, observaríamos um par de paredes de domínio, o que está além do escopo desse trabalho. Tomamos para análise elipses com perímetro fixo $\mathcal{P} = \int_{-\pi}^{\pi} h d\eta = 2000$ nm. Desse modo, o comprimento L dos NF's representa uma fração de \mathcal{P} delimitada pelas hipérbolas associadas às coordenadas de fronteira $\eta = \psi$ e $\eta = -\psi$ [ver Fig. 4.2-b], o que quer dizer que $L = \int_{-\psi}^{\psi} h d\eta$. Escolhemos fixar $\psi = 0.6\pi$, o que nos leva a NF's cujo comprimento corresponde a $L \approx 1261$ nm, 1224 nm, 1203 nm e 1200 nm, para $\mu = 0.5, 1.0, 2.0$ e 4.0 , respectivamente. Como $\lambda \approx 10$ nm, vemos que a condição $L \gg \lambda$ é obedecida. Assim, a porção ocupada pela PD representa uma pequena fração $\sim \lambda/L$ do comprimento dos nanofios sob análise. Dito de outro modo, a porção efetivamente ocupada pela parede se aproxima localmente de um arco de circunferência. Finalmente, destacamos que o parâmetro r que aparece em (4.10) está vinculado ao semieixos a e b . Portanto, uma vez estabelecidos os valores de μ e \mathcal{P} , r está implicitamente determinado.

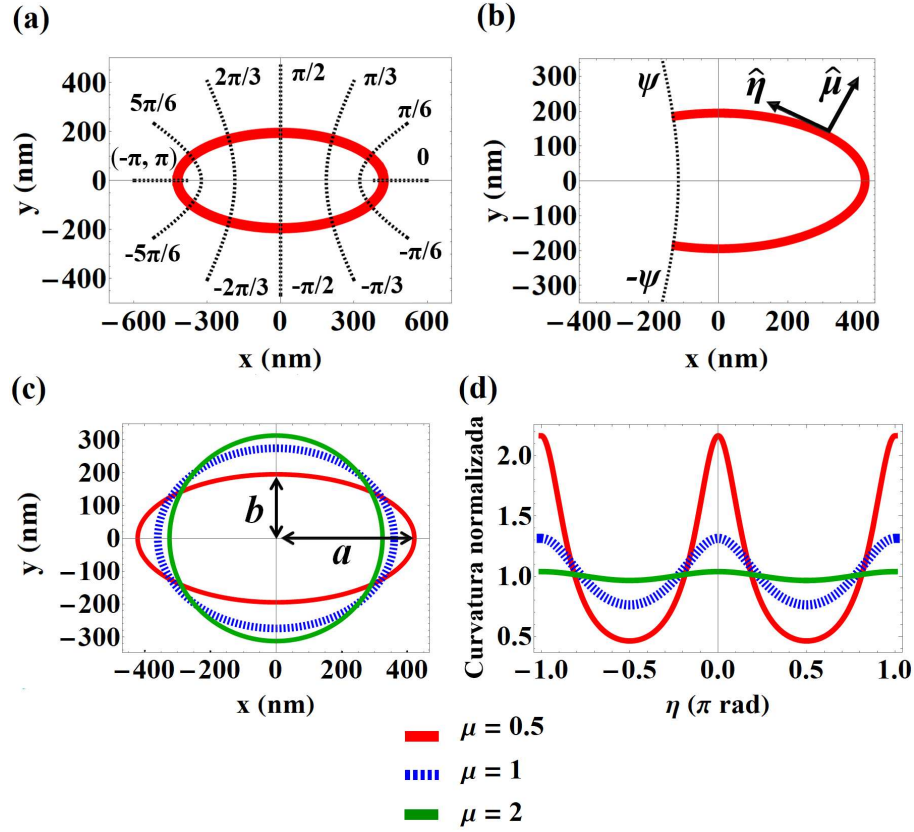


Figura 4.2 – (a) Conjunto de hipérboles (linhas tracejadas pretas) que interceptam ortogonalmente uma dada elipse (curva vermelha), definindo diferentes valores para a coordenada η . (b) Representação de $\hat{\eta}$ e $\hat{\mu}$, para uma fração de elipse delimitada pelos segmentos de hipérbole localizados em $\eta = -\psi$ e $\eta = \psi$. (c) Ilustração de três elipses com perímetro fixo $\mathcal{P} = 2000$ nm e distintos valores de μ . (d) Curvatura normalizada \mathcal{C} em função de η para elipses com distintos valores de μ .

4.2.2 Campo efetivo de interação de troca no espaço elíptico

A partir das Eqs. (4.5), (4.6), e (4.7), calculamos o campo de troca no centro da PD como

$$H_{\text{ex}\mu} = -\frac{2A}{\mu_0 M_s} \left\{ 2\mathcal{C}^2(\mu, \eta_0) \left[\frac{\cos(2\eta_0) + \cosh(2\mu)}{r^2 \sinh^2(2\mu)} \sin \phi - \frac{\text{sech}\mu}{r\lambda} \sqrt{1 + \text{csch}^2 \mu \sin^2 \eta_0} \right] + \frac{\sin \phi}{\lambda^2} \right\},$$

$$H_{\text{ex}\eta} = -2\sqrt{2} \sin(2\eta_0) \frac{A}{\mu_0 M_s r \lambda} \left(\frac{\mathcal{C}(\mu, \eta_0)}{\sinh(2\mu)} \right)^{3/2} \quad \text{e} \quad H_{\text{ex}z} = -\frac{2A}{\mu_0 M_s \lambda^2} \cos \phi,$$

onde identificamos $\mathcal{C}(\mu, \eta_0) = \sinh(2\mu) / [\cosh(2\mu) - \cos(2\eta_0)]$, avaliada em $\eta = \eta_0$ (centro da PD). Conforme pode ser visto na Fig. 4.2-d, \mathcal{C} fornece uma medida normalizada da curvatura local da elipse. Já em nossos cálculos preliminares, concluímos que, além das componentes normal $H_{\text{ex}\mu}$ e binormal $H_{\text{ex}z}$, o campo efetivo de troca apresenta uma componente tangencial $H_{\text{ex}\eta}$. Essa componente, ausente no caso de um NF com curvatura constante, é induzida pelo gradiente de curvatura apresentado pela elipse. Além disso, observamos que $H_{\text{ex}\eta}$ se anula na posição em que \mathcal{C} é máximo e apresenta um comportamento linear com η em suas proximidades. Nesse sentido, $H_{\text{ex}\eta}$ é responsável pela dinâmica espontânea da PD, a fim de conduzi-la à posição de máxima curvatura, localizada em $\eta = 0$. Por fim, como esperávamos, recuperamos a expressão previamente obtida para o campo de troca em um NF com curvatura circular de raio R , bastando para isso fazer $\mu \rightarrow \infty$:

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} H_{\text{ex}\mu} = \frac{2A}{\mu_0 M_s} \left[\frac{2}{R\lambda} - \left(\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{R^2} \right) \sin \phi \right], \quad (4.12a)$$

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} H_{\text{ex}\eta} = 0, \quad \text{e} \quad \lim_{\mu \rightarrow \infty} H_{\text{ex}z} = -\frac{2A}{\mu_0 M_s \lambda^2} \cos \phi. \quad (4.12b)$$

4.2.3 Dinâmica na ausência de estímulos externos

Em primeiro lugar, vamos estudar a dinâmica espontânea da PD na ausência de campos ou correntes aplicados externamente. Nesse contexto, é instrutivo avaliar a energia de troca E_{ex} em função da fase ϕ e da posição η_0 , o que pode ser feito por meio de integração numérica da expressão (4.9). A Fig. 4.3-a-b representa o resultado obtido, demonstrando que a posição de mínima energia corresponde a $\eta_0 = 0$ (posição de máxima curvatura) e $\phi = \pi/2$ (magnetização apontando para fora da curvatura). Adicionalmente, máximos de energia são identificados em $\eta_0 = \pm\pi/2$ (pontos de mínima curvatura) e $\phi = -\pi/2$ (PD apontando para dentro da curvatura). Concluímos daí que $\eta_0 = 0$ e $\phi = \pi/2$ caracterizam a configuração de equilíbrio estável da parede. Verificamos que o “poço de potencial” nos entornos de $\eta_0 = 0$ se torna cada vez mais profundo à medida que a excentricidade da elipse aumenta. Na ausência de estímulo externo, a dinâmica é determinada exclusivamente pelo campo de troca induzido por curvatura, que sofre a oposição do amortecimento. Assim, a solução numérica das Eqs. (4.4) apresentada em 4.3-c revela que, ao partir de uma posição vizinha da posição de equilíbrio, a PD desenvolve oscilações harmônicas amortecidas até atingir o repouso em $\eta_0 = 0$ e $\phi = \pi/2$.

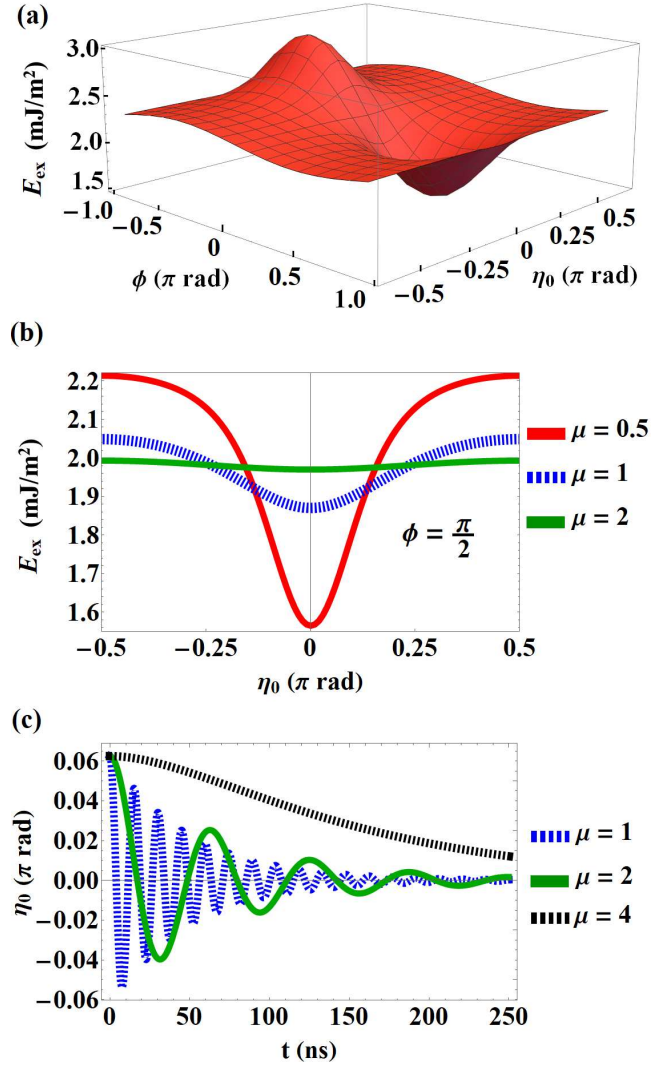


Figura 4.3 – (a) Energia de troca (por área de seção transversal) em função da posição η_0 e da fase ϕ para um NF com $\mu = 0.5$. (b) Comportamento de E_{ex} em função de η_0 com $\phi = \pi/2$ para distintos valores de μ . (c) Oscilações harmônicas amortecidas desenvolvidas pela PD em torno de $\eta_0 = 0$.

As oscilações harmônicas observadas ocorrem em virtude do campo tangencial induzido pelo gradiente de curvatura, o qual desempenha o papel de força restauradora. De fato, expandindo $H_{\text{ex}\eta}$ em torno de $\eta = 0$, obtemos

$$\mu_0 H_{\text{ex}\eta}^{\text{HA}} = -K_\mu \eta_0, \quad K_\mu = \frac{2A}{M_s r \lambda} \text{csch}^3 \mu, \quad (4.13)$$

O comportamento de $H_{\text{ex}\eta}$ é contrastado com o de sua expansão em primeira ordem $H_{\text{ex}\eta}^{\text{HA}}$ na Fig. 4.4. O intervalo $[-\eta_e, \eta_e]$ demarca o então chamado “regime elástico”, ao longo do qual a magnitude de $H_{\text{ex}\eta}$ cresce com η_0 . Entretanto, para além desse limite, ingressamos em um regime em que o módulo de $H_{\text{ex}\eta}$ decresce com η_0 e, claramente, a aproximação harmônica torna-se desprovida de sentido. Além disso, vemos na figura que a intensidade de $H_{\text{ex}\eta}$ cresce à medida que μ diminui.

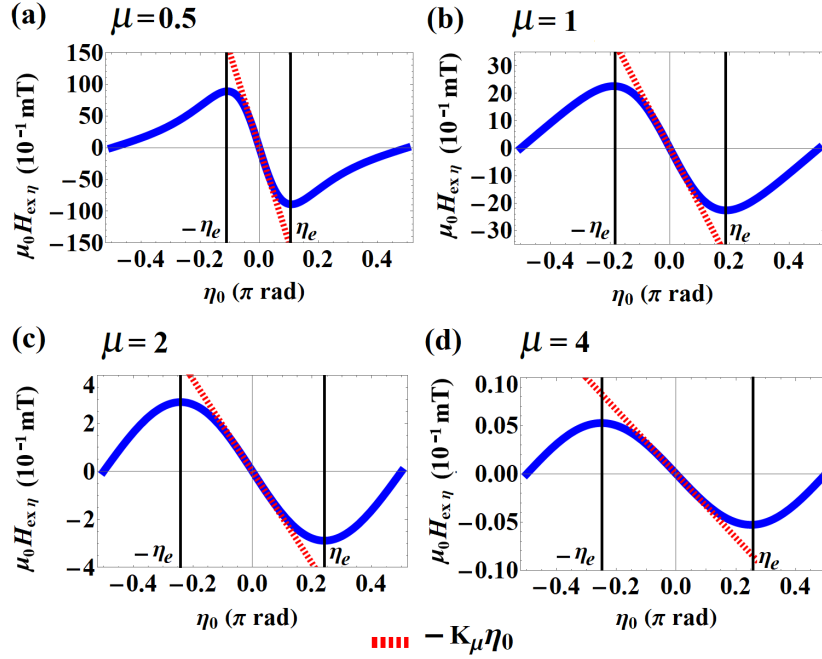


Figura 4.4 – $H_{ex\eta}$ em função da posição η_0 da PD para $\mu = 0.5$ (a), $\mu = 1.0$ (b), $\mu = 2.0$ (c) e $\mu = 4.0$ (d). As linhas verticais pretas delimitam o “regime elástico”. As linhas tracejadas vermelhas correspondem à aproximação harmônica $H_{ex\eta}^{HA}$ válida para pequenos deslocamentos.

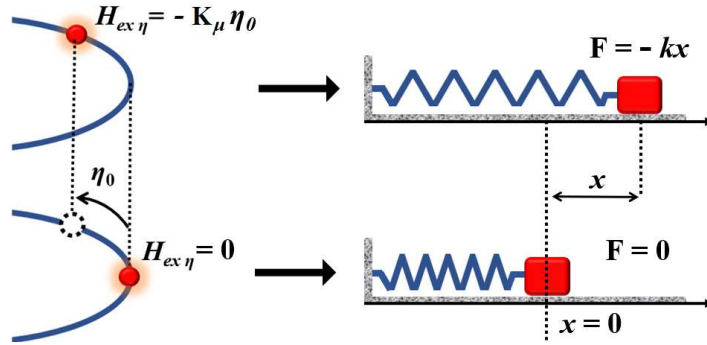


Figura 4.5 – Analogia entre o movimento da PD em um nanofio elíptico e um sistema massa-mola. A posição de máxima curvatura corresponde ao caso em que a mola encontra-se sem deformação. A posição do centro da PD é ilustrada por um círculo vermelho.

Os resultados apresentados anteriormente sugerem que a PD deve seguir uma equação de movimento similar à segunda lei de Newton para um sistema massa-mola amortecido [ver Fig. 4.5]. Nesse caso, K_μ pode ser interpretado como uma constante elástica que cresce com a excentricidade. Podemos estabelecer uma analogia completa se mantivermos o nosso foco na componente ϕ do torque na Eq. (4.3), uma vez que ela é a responsável por computar o efeito produzido pelos campos tangenciais. Como $H = 0$, $\Gamma_\phi = -M_s [(\alpha/\gamma)\dot{\Omega} + \mu_0 H_{ex\eta}]$, sendo $\dot{\Omega} = -(h/\lambda)\dot{\eta}_0$. Portanto, os únicos campos agindo

ao longo da direção $\hat{\eta}$ são $H_{\text{ex}\eta}$ e o campo de amortecimento $-(\alpha h/\gamma\lambda)\dot{\eta}_0$. Nesse caso, para pequenos deslocamentos, escrevemos

$$\ddot{\eta}_0 = -\omega_0^2\eta_0 - 2\beta_\mu\dot{\eta}_0, \quad (4.14)$$

onde $\beta_\mu = (\alpha/\gamma)h/(2\lambda m) \approx [\alpha/(2m\gamma\lambda)]r \sinh\mu$, ω_0 é a frequência natural e $m = K_\mu/\omega_0^2$ pode ser interpretado como um termo inercial efetivo. A solução formal bem conhecida de (4.14) é

$$\eta_0(t) = e^{-t\beta_\mu} \left(C_1 e^{t\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} + C_2 e^{-t\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} \right). \quad (4.15)$$

A fim de determinar ω_0 , isto é, a frequência que o sistema apresenta na ausência de amortecimento, resolvemos as Eqs. (4.4) com $\alpha = 0$, na ausência de estímulo externo e considerando pequenos deslocamentos em torno de $\eta = 0$ e $\phi = \pi/2$. Desse modo, obtemos uma solução do tipo $\eta_0(t) = C_1 e^{i\omega_0 t} + C_2 e^{-i\omega_0 t}$, com ω_0 dado por

$$\omega_0 \approx \frac{2A\gamma}{M_s r^2 \sinh^3 \mu} \sqrt{\frac{2r}{\lambda} \cosh \mu}. \quad (4.16)$$

Para um entendimento detalhado da dinâmica da PD, é interessante estudar dois regimes de oscilação separados pelo amortecimento crítico $\beta_\mu = \omega_0$. Em primeiro lugar, avaliaremos o caso em que $\beta_\mu < \omega_0$. Nesse regime, estamos diante de um oscilador subamortecido, caracterizado por oscilações com amplitude exponencialmente decrescente com o tempo. Assim, a Eq. (4.15) pode ser escrita como

$$\eta_0(t) = \mathcal{A} e^{-t\beta_\mu} \cos \left(t\sqrt{\omega_0^2 - \beta_\mu^2} - \zeta \right), \quad (4.17)$$

sendo $\mathcal{A} = \eta_0(0) \sec \zeta$. Para a condição inicial $\dot{\eta}_0(0) = 0$, $\zeta = \arccos \left(\sqrt{\omega_0^2 - \beta_\mu^2}/\omega_0 \right)$. A solução (4.17) obtida a partir da aproximação harmônica é comparada com soluções numéricas das equações de movimento em sua forma completa (4.4). Esses resultados são apresentados na Fig. 4.6-(a), (b) e (c) para $\mu = 0.5, 1$ e 2 , respectivamente. Assim, fica evidente a dependência entre a frequência das oscilações e a excentricidade da elipse, já que menores valores de μ correspondem a frequências mais elevadas.

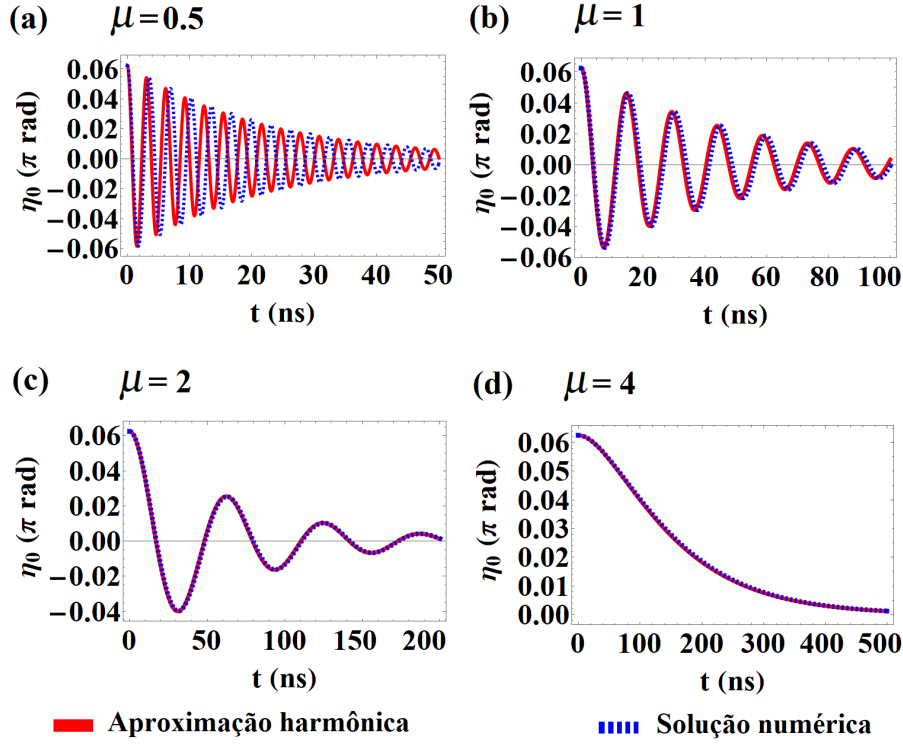


Figura 4.6 – Oscilações subamortecidas para $\mu = 0.5$ (a), $\mu = 1$ (b) e $\mu = 2$ (c). O regime superamortecido é ilustrado em (d) para $\mu = 4$. As linhas vermelhas correspondem à aproximação harmônica empregada, enquanto as linhas tracejadas azuis correspondem às soluções numéricas das equações de movimento. Supusemos que a PD parte do repouso em $\eta_0 = \pi/16$.

Finalmente, avaliamos o regime superamortecido, isto é, $\beta_\mu > \omega_0$. Nesse caso, a PD se desloca em direção à posição de equilíbrio sem executar qualquer oscilação. Para a condição inicial $\dot{\eta}_0(0) = 0$, determinamos C_1 e C_2 na Eq. (4.15):

$$C_1 = \frac{\eta_0(0)}{2} \left(1 + \frac{\beta_\mu}{\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} \right), \quad (4.18a)$$

$$C_2 = \frac{\eta_0(0)}{2} \left(1 - \frac{\beta_\mu}{\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} \right). \quad (4.18b)$$

Uma vez mais, apresentamos uma comparação entre a solução analítica obtida a partir de nossa analogia com o sistema massa-mola e a solução numérica das equações (4.4). O caso em que $\mu = 4$ é ilustrado na Fig. 4.6-(d). Como vimos, a transição entre os distintos regimes de oscilação é demarcada por $\beta_\mu = \omega_0$. Essa relação nos permite explicitar o fator de amortecimento de Gilbert

$$\alpha = \frac{4\gamma \operatorname{Acsch}^4 \mu_c}{M_s r^2 \omega_0}, \quad (4.19)$$

sendo μ_c associado à excentricidade crítica que separa os dois regimes de oscilação. Diante disso, propomos a Eq. (4.19) como uma interessante alternativa de determinar a cons-

tante de amortecimento experimentalmente. Assim, variando a excentricidade da elipse observamos qual é o valor de μ_c para o qual o sistema deixa o regime subamortecido e ingressa no regime superamortecido. Uma vez obtido μ_c , a expressão (4.19) pode ser usada para determinar α .

4.2.4 Dinâmica sob a ação de um campo magnético externo

A partir de agora, suporemos um campo magnético estático tangente ao NF ao longo de todo o seu comprimento, isto é, $\mathbf{H} = H\hat{\eta}$. Nesse caso, podemos retomar a nossa analogia mecânica com o sistema massa-mola e incrementá-la com um campo externo que compete com o campo restaurador, conforme ilustrado na Fig. 4.7.

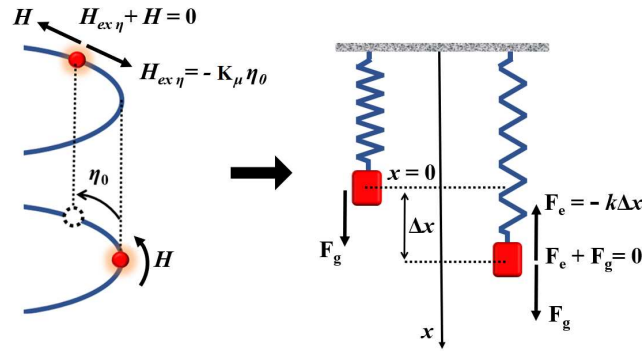


Figura 4.7 – Analogia entre uma PD sob a ação de um campo tangencial e um sistema massa-mola sujeito à força gravitacional. Os círculos vermelhos representam a PD. Nesse caso, o campo externo é responsável por conduzir a PD a uma nova posição de equilíbrio.

Para o nosso tratamento analítico, o campo aplicado $\mathbf{H} = H\hat{\eta}$ pode ser inserido na Eq. (4.14) como uma força adicional, de modo análogo ao papel desempenhado pela força gravitacional ilustrada na Fig. 4.7 para o caso de um sistema massa-mola:

$$m\ddot{\eta}_0 = \mu_0 H - K_\mu \eta_0 - b_\mu \dot{\eta}_0, \quad (4.20)$$

A Eq. (4.20) apresenta a solução bem conhecida para o oscilador harmônico amortecido sujeito a uma força externa:

$$\eta_0(t) = e^{-t\beta_\mu} \left(\mathcal{K}_1 e^{-t\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} + \mathcal{K}_2 e^{t\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} \right) + \eta_H, \quad (4.21)$$

sendo $\eta_H = \frac{\mu_0 H M_s r \lambda \sinh^3 \mu}{2A}$. Para as condições iniciais $\eta_0(0) = 0$ e $\dot{\eta}_0(0) = 0$, as constantes \mathcal{K}_1 e \mathcal{K}_2 são

$$\mathcal{K}_1 = -\frac{\eta_H}{2} \left(1 - \frac{\beta_\mu}{\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} \right), \quad (4.22a)$$

$$\mathcal{K}_2 = -\frac{\eta_H}{2} \left(1 + \frac{\beta_\mu}{\sqrt{\beta_\mu^2 - \omega_0^2}} \right). \quad (4.22b)$$

Na Fig. 4.8, a solução analítica (4.21) [linhas vermelhas] é contrastada com a solução numérica [linhas tracejadas azuis] das Eqs. (4.4) para distintos valores de H e μ . Conforme esperado, a PD desenvolve oscilações harmônicas amortecidas em torno de uma nova posição de equilíbrio η_H dependente da magnitude de H e da excentricidade da elipse. Assim, para um dado campo aplicado, η_H se localizará tão mais distante da posição de máxima curvatura quanto maior for μ . Claramente, isso ocorre em virtude do comportamento decrescente da magnitude de $H_{\text{ex}\eta}$ com μ . Uma vez mais, destacamos a transição entre os regimes sub e superamortecido para uma determinada excentricidade crítica.

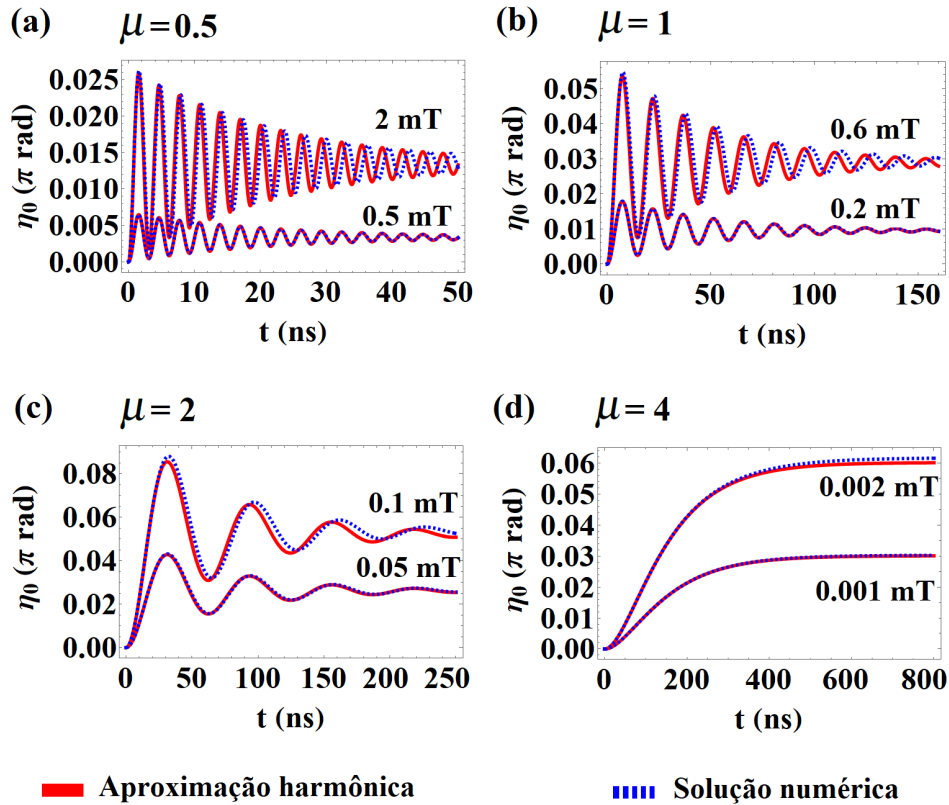


Figura 4.8 – Regime de oscilações subamortecidas para $\mu = 0.5$ (a), $\mu = 1$ (b) e $\mu = 2$ (c). O regime superamortecido é ilustrado em (d) para $\mu = 4$. As linhas vermelhas referem-se às soluções analíticas, enquanto as linhas tracejadas azuis correspondem às soluções numéricas.

Finalmente, a fim de descrever melhor a transição entre o regime sujeito ao potencial de fixação e o regime de dinâmica livre, avaliamos o valor máximo H_e que o campo externo pode assumir sob a garantia de que a PD permanecerá restrita aos limites do regime elástico ilustrado previamente na Fig. 4.4. Nesse caso, a posição de equilíbrio da PD poderá distar de, no máximo, $\eta_e/2$ em relação a $\eta = 0$. Assim, asseguramos que

a PD permanecerá restrita ao intervalo $[-\eta_e, \eta_e]$ ao desenvolver as primeiras oscilações com amplitude $\approx \eta_e/2$. Sob essa perspectiva, o campo limite H_e pelo qual procuramos deve obedecer a seguinte relação com o campo tangente de troca que com ele compete: $H_e \approx -H_{\text{ex}\eta}(\eta_e/2)$. Desse modo, a posição de equilíbrio em torno da qual as oscilações se desenvolverão será $\eta_e/2$ e a PD permanecerá confinada ao regime elástico com

$$\mu_0 H_e \approx \frac{4A\sqrt{2 + 2\cosh(2\mu) - \xi}}{M_s r \lambda \left(2\cosh(2\mu) - \sqrt{2 - 2\cosh(2\mu) + \xi}\right)^{3/2}}, \quad (4.23)$$

sendo $\xi = \sqrt{14 + 2\cosh(4\mu)}$. Por exemplo, a Eq. (4.23) nos permite estimar $H_e \approx 6.815$ e 1.687 mT para $\mu = 0.5$ e 1, respectivamente. Com o intuito de ilustrar o processo pelo qual a PD escapa do potencial de fixação, apresentamos na Fig. 4.9 a dinâmica para distintos campos e excentricidades. As linhas vermelhas representam a posição e a fase da PD sob a ação de $H = H_e$, onde podemos notar que o limite η_e [linha tracejada preta] não é ultrapassado. Nesse caso, a PD atinge o equilíbrio nas posições $\eta_e/2 \approx 0.05\pi$ e 0.1π rad para $\mu = 0.5$ e 1, respectivamente. As linhas tracejadas verdes referem-se à dinâmica sob um campo ligeiramente maior que H_e . Assim, ainda que durante as suas primeiras oscilações a PD ultrapasse o limite η_e , o campo restaurador ainda é grande o bastante para assegurar $|H_{\text{ex}\eta}| > |H|$. Por isso, a PD retorna ao regime elástico e é aí fixada pelo gradiente de curvatura. Finalmente, quando H supera um limite crítico (avaliado numericamente em um procedimento de tentativa e erro), a PD escapa para se mover livremente ao longo do fio [ver linhas azuis]

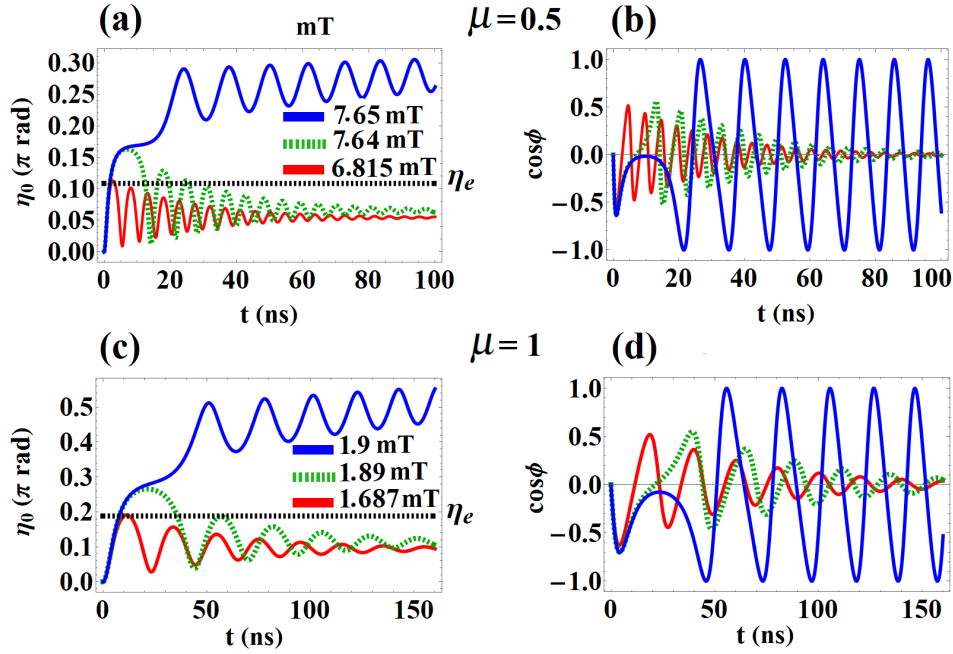


Figura 4.9 – (a) Posição da PD para $\mu = 0.5$ e diferentes intensidades do campo externo. (b) $\cos\phi$ em função do tempo para os mesmos valores de campo e excentricidade do caso (a). (c) Posição da PD para $\mu = 1$ e diferentes intensidades do campo externo. (d) $\cos\phi$ em função do tempo para os mesmos valores de campo e excentricidade do caso (b).

4.3 Conclusão

Estudamos com detalhes a dinâmica de uma PD transversal ao longo de um nanofio com curvatura elíptica. Além das componentes radial e binormal do campo de troca também observadas no caso de fios com curvatura circular, verificamos que o gradiente de curvatura faz emergir um campo efetivo tangente ao fio. Essa componente tangencial do campo de troca é responsável por induzir um potencial harmônico nos entornos da posição de curvatura máxima. Nesse contexto, frente a pequenas perturbações em torno da posição de equilíbrio, descrevemos analiticamente as oscilações amortecidas desenvolvidas pela PD, cuja frequência cresce com a curvatura dos fios. Além disso, verificamos a existência de uma excentricidade crítica para a qual as oscilações migram do regime subamortecido para o regime superamortecido.

Por meio de um tratamento analítico e numérico, estudamos também o caso em que um campo externo atua sobre o NF. Demonstramos que, a menos que um dado limite crítico seja superado, a PD permanecerá presa nas proximidades da região de máxima curvatura. Pela análise das equações de movimento, fizemos estimativas dos referidos valores críticos e verificamos que a intensidade requerida para superar o potencial de fixação cresce à medida que a excentricidade da elipse aumenta. Nossos resultados demonstram que manipular a geometria de NF's curvilíneos nos permite ajustar de modo conveniente aos mais variados propósitos a frequência e a amplitude das oscilações da PD,

bem como fazer o sistema transitar entre os regimes de dinâmica sub e superamortecida.

Vale a pena ressaltar que os resultados aqui apresentados foram publicados no periódico *Physical Review B* [29].

V A utilização de nanofios curvilíneos para a determinação da massa de paredes de domínio transversais

Considerações iniciais

Nos capítulos anteriores, estudamos uma parede de domínio transversal em nanofios curvilíneos e verificamos similaridades entre a sua dinâmica e o comportamento de sistemas mecânicos. No capítulo III, vimos que a PD hospedada em um NF com curvatura circular segue um movimento orbital que obedece a uma espécie de “Lei das Áreas”, em analogia com o movimento planetário. Adicionalmente, em IV estabelecemos um paralelo entre um sistema massa-mola e uma PD sujeita a um gradiente de curvatura. Assim, demonstramos a emergência de um potencial quadrático nas proximidades da posição de máxima curvatura, de modo que a PD desenvolve oscilações harmônicas amortecidas para pequenos deslocamentos em torno dessa região. Ambas as analogias mencionadas acima, sugerem a veracidade de uma hipótese comum: a PD é um sistema provido de massa.

O caráter massivo das paredes de domínio em sistemas retilíneos foi apresentado pela primeira vez por Döring [9], em 1948. Em seu trabalho seminal, o autor demonstrou uma dependência do tipo $m \sim 1/K$ para a massa de um PD sujeita a um campo de anisotropia caracterizado pela constante K [12]. Após aproximadamente seis décadas, a primeira medida experimental dessa propriedade inercial foi reportada [54]. Em seu experimento, Saitoh *et al.* utilizaram um NF de permalloy com seção transversal retangular curvo em meia circunferência. Além disso, um campo externo homogêneo foi aplicado de modo a confinar a PD em um poço de potencial harmônico. A Fig. 5.1 ilustra a referida configuração experimental. Correntes elétricas alternadas foram aplicadas ao fio e a frequência de ressonância das oscilações da PD foram medidas para distintos valores de campo. Posteriormente, usando um modelo fenomenológico simples, os autores estabeleceram uma relação entre a frequência e a massa efetiva da PD. Procedendo desse modo, a massa pôde ser estimada em $m = (6.55 \pm 0.06) \times 10^{-23}$ kg.

Tendo em vista a relevância do caráter corpuscular das paredes de domínio para a completeza e coesão do presente trabalho, separamos esse capítulo para um estudo do referido tema. Assim, teremos a chance de comparar nossos resultados com as medidas experimentais reportadas em [54].

5.1 Formalismo Lagrangeano

Nos capítulos iniciais, o estímulo externo sob o qual a PD estava sujeita orientava-se na direção tangencial ao comprimento do NF, acompanhando a sua curvatura, de tal modo que todos os pontos estavam submetidos a uma mesma magnitude H do campo aplicado. Por outro lado, no contexto atual, ilustrado na Fig. 5.1-(c), estamos interessados em descrever um sistema em que o ângulo formado entre \mathbf{H} e a direção $\hat{\theta}$ varia em função da posição. Nesse caso, não devemos esperar que um modelo que se atente apenas aos torques que atuam sobre a magnetização localizada no centro da PD seja, a princípio, apropriado para lidar com esse cenário distinto. Tendo em vista que o aqui chamado modelo de Mougín [15], empregado anteriormente, se propõe a reproduzir a dinâmica da PD a partir dos estímulos experimentados pela magnetização localizada em seu centro, o deixaremos de lado a partir de agora e optaremos por uma abordagem que faça uma varredura completa sobre o comprimento da amostra, levando em conta os distintos efeitos produzidos por \mathbf{H} em cada ponto do NF. Nesse contexto, invocamos a seguinte Lagrangeana \mathcal{L} e a função de dissipação de Rayleigh \mathcal{F} :

$$\mathcal{L} = -\mathcal{S} \int \Phi \dot{\Omega} \sin \Omega ds - \frac{\gamma}{M_s} E, \quad (5.1)$$

$$\mathcal{F} = \frac{\alpha}{2} \mathcal{S} \int (\dot{\mathbf{m}})^2 ds = \frac{\alpha}{2} \mathcal{S} \int (\dot{\Omega}^2 + \dot{\Phi}^2 \sin^2 \Omega) ds.$$

sendo \mathcal{S} a área da seção transversal. Agora, podemos escrever as equações dinâmicas na forma

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \zeta} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\zeta}} \right) - \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \dot{\zeta}} = 0, \quad \zeta \in \{\Omega, \Phi\}, \quad (5.2)$$

onde $\delta/\delta\zeta$ e $\delta/\delta\dot{\zeta}$ são derivadas funcionais [ver (1.12)]. É fácil verificar que a Eq. (5.2), com \mathcal{L} e \mathcal{F} dados em (5.1), nos entrega como resultado a equação de Landau-Lifshitz-Gilbert na forma apresentada em (1.13a) e (1.13b). Portanto, a Eq. (5.2) fornece uma descrição da evolução temporal da magnetização equivalente à da equação LLG. Vale notar que, como Ω depende de s , precisamos fazer uma integração ao longo do comprimento do NF para obter uma equação de movimento dependente apenas das coordenadas generalizadas da PD $\{q(t), \phi(t)\}$. Para esse fim, adotamos o ansatz (2.2) e obtemos as seguintes funções efetivas por integração

$$\mathcal{L}_{\text{ef}} = 2\mathcal{S}p\phi\dot{q} - \frac{\gamma}{M_s} E, \quad (5.3)$$

$$\mathcal{F}_{\text{ef}} = \alpha\mathcal{S} \left(\frac{\dot{q}^2}{\lambda} + \dot{\phi}^2 \lambda \right).$$

Aqui, E abandona o rótulo de funcional e passa a ser tratada com uma função ordinária

das coordenadas do sistema. Finalmente, inserindo (5.3) em (5.2) e reescrevendo-a para $\zeta \in \{q, \phi\}$, obtemos:

$$\dot{q} = -\frac{p\gamma}{2M_s\mathcal{S}}\mathcal{Q}_\phi + p\alpha\lambda\dot{\phi}, \quad (5.4a)$$

$$\dot{\phi} = \frac{p\gamma}{2M_s\mathcal{S}}\mathcal{Q}_q - \frac{p\alpha}{\lambda}\dot{q}, \quad (5.4b)$$

ou, escrito de outro modo,

$$\dot{q} = \frac{\gamma}{2M_s\mathcal{S}(1+\alpha^2)}(-p\mathcal{Q}_\phi + \alpha\lambda\mathcal{Q}_q), \quad (5.5a)$$

$$\dot{\phi} = \frac{\gamma}{2M_s\mathcal{S}(1+\alpha^2)}\left(p\mathcal{Q}_q + \frac{\alpha}{\lambda}\mathcal{Q}_\phi\right). \quad (5.5b)$$

Aqui definimos a força generalizada $\mathcal{Q}_\zeta \equiv -\partial E/\partial\zeta$. Esse modelo teórico tem se mostrado bastante robusto, sendo capaz de descrever uma classe abrangente de sistemas [11, 12, 22, 64, 65]. Entretanto, para que resultados analíticos possam ser extraídos, teremos que arcar com o ônus de integrar a densidade \mathcal{E} , a fim de que uma expressão para E seja obtida e a dinâmica possa ser descrita por meio de (5.5).

5.1.1 Oscilações harmônicas

O fato da dinâmica ser determinada a partir das Eqs. (5.5) nos oferece uma poderosa estratégia para resolver problemas analisando exclusivamente o comportamento de E em função de q e ϕ . Em particular, é digno de atenção o caso em que E pode ser aproximada por uma expansão de segunda ordem, em virtude de sua recorrência em distintos contextos. Portanto, vamos supor perturbações do tipo $q \approx q_0 + \delta q$ e $\phi \approx \phi_0 + \delta\phi$, onde o par $\{q_0, \phi_0\}$ define a configuração de equilíbrio da PD e $\{\delta q, \delta\phi\} \ll 1$ são flutuações oscilatórias. Nesse contexto, supomos um potencial harmônico do tipo

$$E \approx \frac{1}{2}\mathcal{K}_{qq}\delta q^2 + \frac{1}{2}\mathcal{K}_{\phi\phi}\delta\phi^2 + \mathcal{K}_{q\phi}\delta q\delta\phi, \quad \mathcal{K}_{\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial\mu}\left(\frac{\partial E}{\partial\nu}\right), \quad (5.6)$$

o que nos leva a

$$\mathcal{Q}_q = -\mathcal{K}_{qq}\delta q - \mathcal{K}_{q\phi}\delta\phi, \quad (5.7)$$

$$\mathcal{Q}_\phi = -\mathcal{K}_{\phi\phi}\delta\phi - \mathcal{K}_{q\phi}\delta q.$$

Finalmente, utilizando as Eqs. (5.7) em (5.5) e tomando a segunda derivada com respeito

ao tempo, após algumas manipulações algébricas, podemos escrever

$$\ddot{\zeta} = -\omega_0^2 \zeta - 2\beta \dot{\zeta}, \quad \zeta \in \{q, \phi\}. \quad (5.8)$$

A solução de (5.8) é conhecida:

$$\zeta(t) = e^{-t\beta} \left(\mathcal{C}_1 e^{t\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}} + \mathcal{C}_2 e^{-t\sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}} \right) + \zeta_0 \quad (5.9)$$

onde as constantes \mathcal{C}_1 e \mathcal{C}_2 podem ser determinadas pelas condições iniciais. Aqui, fica clara a existência de um par de osciladores harmônicos, um associado à translação e o outro à rotação da PD, ambos providos da mesma frequência natural ω_0 e do parâmetro de amortecimento β ,

$$\omega_0 = \frac{\gamma}{2M_s \mathcal{S}} \sqrt{\frac{\mathcal{K}_{qq}\mathcal{K}_{\phi\phi} - \mathcal{K}_{q\phi}^2}{1 + \alpha^2}}, \quad (5.10)$$

$$\beta = \frac{\alpha\gamma}{4M_s \mathcal{S}(1 + \alpha^2)} \left(\lambda \mathcal{K}_{qq} + \frac{\mathcal{K}_{\phi\phi}}{\lambda} \right).$$

Nesse contexto, existem dois regimes dinâmicos separados pelo amortecimento crítico $\beta = \omega_0$. O regime subamortecido (SBA) é definido por $\beta < \omega_0$. Por outro lado, $\beta > \omega_0$ corresponde ao caso em que as oscilações são superamortecidas (SPA). Assim, notamos que a transição entre os regimes SBA e SPA pode ser controlada pelo balanço entre as segundas derivadas da energia $\mathcal{K}_{\mu\nu}$.

5.2 Resultados e discussão

Neste trabalho nos propomos a estudar uma parede de domínio transversal hospedada em um NF com curvatura constante $\kappa = 1/R$ e seção transversal retangular, cujas dimensões são Δr (largura) e Δz (espessura). Ressaltamos que, por simplicidade, fixamos $\Delta r = 20$ nm e $\Delta z = 10$ nm, o que implica $N_z > N_r$ [ver 1.3.1]. Além disso, o NF está sujeito a um campo magnético homogêneo $\mathbf{H} = -H\hat{y}$. As medições experimentais relatadas em 2004 por Saytoh *et al.* [54] revelam que a PD se comporta como um oscilador harmônico com massa finita. A Fig. 5.1 ilustra o sistema que estamos estudando, cujo perfil de magnetização pode ser parametrizado em coordenadas curvilíneas de forma idêntica à equação (2.1) com anstaz (2.2). No que se refere ao perfil da PD dado pela Eq. (2.2), adotamos $p = +1$ (PD cabeça-cabeça) nas análises deste capítulo.

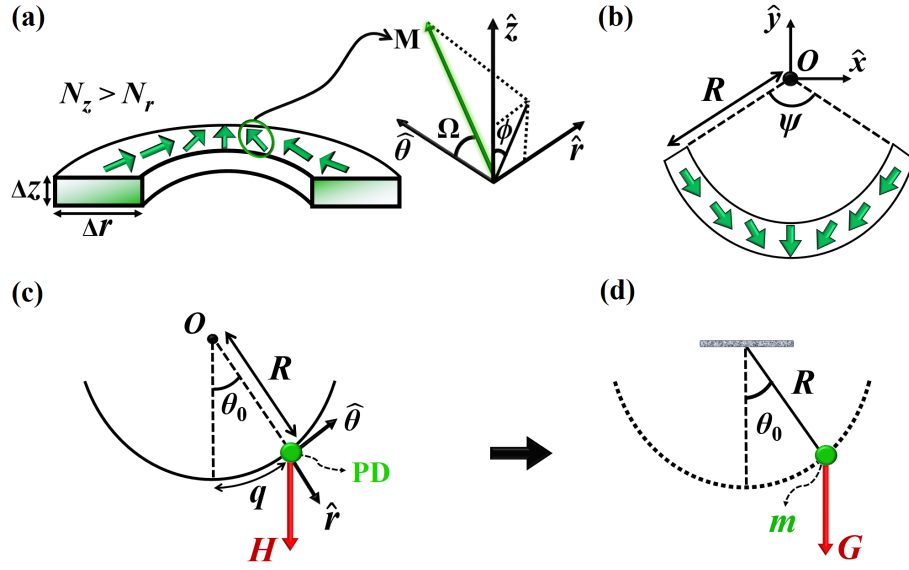


Figura 5.1 – (a) Representação da parede de domínio e do sistema de coordenadas. (b) Ilustração do perfil de magnetização e dos eixos cartesianos. (c) e (d) descrevem a analogia entre a PD situada em um NF curvo sob um campo homogêneo \mathbf{H} e um pêndulo simples sob a ação da força gravitacional \mathbf{G} .

Como vimos, com o fim de estudar a dinâmica descrita pelas Eqs. (5.5), é necessário determinar a energia total $E = \mathcal{S} \int \mathcal{E} R d\theta$, sendo a densidade de energia $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{ex}} + \mathcal{E}_M + \mathcal{E}_Z$ o somatório das contribuições de troca, magnetostática e Zeeman, respectivamente. Tanto a energia de troca quanto a energia magnetostática já foram calculadas e apresentadas nas equações (2.6) e (2.8). Vale notar que E_{ex} e E_M não dependem de q , e o comportamento dessas energias em função da fase ϕ é semelhante ao mostrado na Fig. 2.2. Por outro lado, a energia de Zeeman tem uma forma não trivial, pois se trata de um campo cartesiano atuando sobre uma distribuição de magnetização curvilínea. Neste contexto, $\mathcal{E}_Z = -\mu_0 \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}$, sendo $\mathbf{H} = H(\cos \theta \hat{r} - \sin \theta \hat{\theta})$ [ver Fig. 5.1-(c)]. Entretanto, realizando o processo de integração, supondo pequenos deslocamentos ($q \ll 1$), $L \gg \lambda$, e descartando todas as constantes de energia (termos que não dependem de q e ϕ), obtemos

$$E_Z = \mu_0 M_s H \mathcal{S} \left[\lambda (4\kappa^2 \lambda^2 - \pi) \sin \phi + \left(1 + \frac{\pi}{2} \kappa \lambda \sin \phi \right) \kappa q^2 \right]. \quad (5.11)$$

De passagem, determinamos analiticamente o parâmetro de comprimento da PD. Para isso, fazemos $\partial E / \partial \lambda = 0$ a fim de obter uma expressão para λ que minimize a energia,

$$\lambda = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 [M_s^2 (N_r \sin^2 \phi + N_z^* \cos^2 \phi) - \pi H M_s (1 - \kappa^2 q^2 / 2) \sin \phi]}}, \quad (5.12)$$

sendo $N_z^* = N_z - \ell^2 \kappa^2$ e $\ell = \sqrt{2A / (\mu_0 M_s^2)}$ o comprimento de troca. Como $q \ll 1$ e ϕ oscila em torno de $\pi/2$, $\lambda \approx \sqrt{2A / [\mu_0 M_s (N_r M_s - \pi H)]}$, permanecendo aproximadamente constante ao longo do tempo.

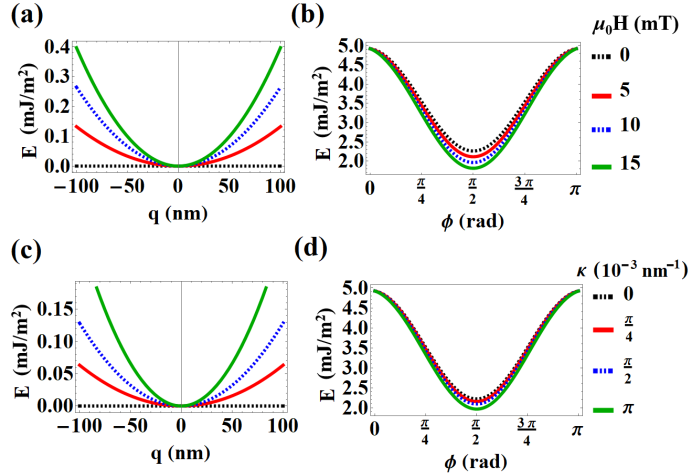


Figura 5.2 – Energia total (por área de seção transversal) em função (a) da posição q com $\phi = \pi/2$ e (b) da fase ϕ com $q = 0$, para curvatura $\kappa = \pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ e valores distintos de H . De modo análogo, E em função (c) de q e (d) ϕ para um campo fixo $\mu_0 H = 10 \text{ mT}$ e distintos valores de κ .

A Eq. 5.11 mostra que o campo de Zeeman, acoplado à curvatura, gera um potencial harmônico centrado em $q = 0$. Além disso, as interações magnetostática e de troca, juntamente com o campo de Zeeman, induzem um ponto de energia mínima localizado em $\phi = \pi/2$. De fato, a Fig. 5.2 representa o “poço de potencial” produzido em torno de $q = 0$ e $\phi = \pi/2$, sugerindo que a PD deve se comportar como um oscilador harmônico para pequenos deslocamentos nas proximidades dessa região.

Uma vez conhecida a energia total, somos capazes de determinar as constantes apresentadas em (5.6),

$$\frac{\mathcal{K}_{qq}}{\mathcal{S}} = \mu_0 M_s H \kappa (2 + \pi \kappa \lambda),$$

$$\frac{\mathcal{K}_{\phi\phi}}{\mathcal{S}} = 2A\kappa(\pi - 2\kappa\lambda) + \mu_0 M_s H \lambda (\pi - 4\kappa^2 \lambda^2) + 2\mu_0 \lambda M_s^2 \mathcal{N}, \quad (5.13)$$

$$\mathcal{K}_{q\phi} = 0.$$

onde fizemos $\mathcal{N} = N_z - N_r$. De posse das expressões acima, ω_0 e β estão completamente determinados por (5.10). A Fig. 5.4 ilustra os regimes SBA e SPA, além de apresentar como H e κ podem ser ajustados para o controle da transição entre eles. Assim, para cada valor de H há uma curvatura crítica κ_c que conduz a PD de um regime de oscilação ao outro. Nesse caso, κ_c é precisamente a curvatura que permite que a relação $\beta = \omega_0$ seja satisfeita.

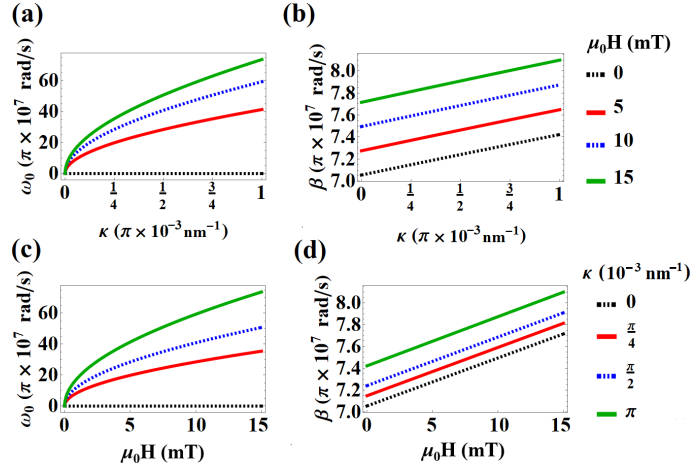


Figura 5.3 – (a) Frequência natural ω_0 e parâmetro de amortecimento (b) β como funções de κ para diferentes valores de H . De forma similar, (c) ω_0 e (d) β como funções de H para diferentes valores de κ

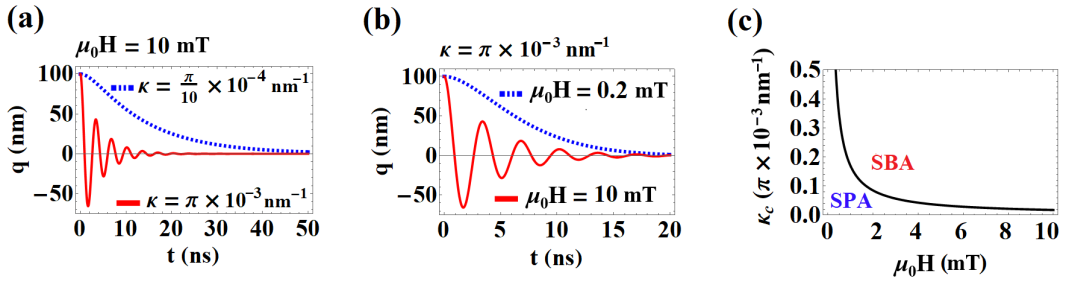


Figura 5.4 – Posição q em função do tempo t para regime subamortecido (linha vermelha) e regime superamortecido (linha tracejada azul). (a) Primeiro, com $\mu_0 H = 10$ mT fixo e valores diferentes de κ . Depois, (b) com $\kappa = \pi \times 10^{-3}$ nm $^{-1}$ e diferentes valores de H . A Fig. (c) representa a curvatura crítica κ_c que define a transição entre os regimes SBA e SPA em função de $\mu_0 H$. Acima da linha preta o regime SBA é obtido, enquanto abaixo dessa linha o regime SPA prevalece.

Agora podemos utilizar as relações de dispersão do nosso oscilador harmônico, $\omega_0 = \sqrt{\mathcal{K}_{qq}/m} = \sqrt{\mathcal{K}_{\phi\phi}/\mathcal{I}_{\phi}}$, para obter a massa efetiva m e o momento de inércia efetivo \mathcal{I} da PD:

$$m = \frac{1 + \alpha^2}{\mathcal{K}_{\phi\phi}} \left(\frac{2M_s \mathcal{S}}{\gamma} \right)^2, \quad (5.14)$$

$$\mathcal{I} = \frac{1 + \alpha^2}{\mathcal{K}_{qq}} \left(\frac{2M_s \mathcal{S}}{\gamma} \right)^2.$$

Para um NF de permalloy, com $\kappa = \pi \times 10^{-3}$ nm $^{-1}$, $\Delta r = 20$ nm, e $\Delta z = 10$ nm, temos $m \approx 3,5 \times 10^{-24}$ kg, variando ligeiramente com H . Vale a pena avaliar alguns limites

particulares. Para um NF retilíneo ($\kappa = 0$) na ausência de campo externo ($H = 0$), a Eq. (5.14) fornece

$$m = \frac{\mathcal{S}M_s^2(1 + \alpha^2)}{\gamma^2\lambda K_{\text{ef}}} \quad (5.15)$$

que corresponde à massa calculada por Döring para uma PD sob o efeito de uma anisotropia de forma $K_{\text{ef}} = (\mu_0/2)M_s^2\mathcal{N}$ [9, 12]. Por outro lado, para um NF de seção transversal quadrada (ou circular) ($\mathcal{N} = 0$) com $\kappa\lambda \ll 1$, obtemos

$$m = \frac{2\mathcal{S}M_s^2(1 + \alpha^2)}{\gamma^2 A\pi\kappa}, \quad (5.16)$$

que coincide com o resultado apresentado em [64].

Finalmente, é útil avaliar o comportamento de $f_0^2 = \omega_0^2/(4\pi^2)$, que pode ser escrito como

$$f_0^2 = \frac{\mathcal{S}\mu_0 H M_s \kappa (2 + \kappa\pi\lambda)}{4\pi^2 m}. \quad (5.17)$$

A Eq. (5.17) concorda com a equação mostrada por Saitoh *et al.* [54] no limite $\kappa\lambda \ll 1$. É importante ressaltar que na configuração experimental por ele utilizada $\Delta r = 70$ nm, $\Delta z = 45$ nm e $R = 50 \times 10^{-6}$ m. Para esses parâmetros, a Fig. 5.5 mostra uma comparação entre o modelo analítico aqui desenvolvido com as medidas experimentais reportadas pelos autores. Usando o ajuste das medições de f_0^2 , eles estimaram $m \approx 6 \times 10^{-23}$ kg. Em boa concordância com esse resultado, a teoria aqui apresentada prevê $m \in [7, 9] \times 10^{-23}$ kg, para $\mu_0 H \in [0, 15]$ mT.

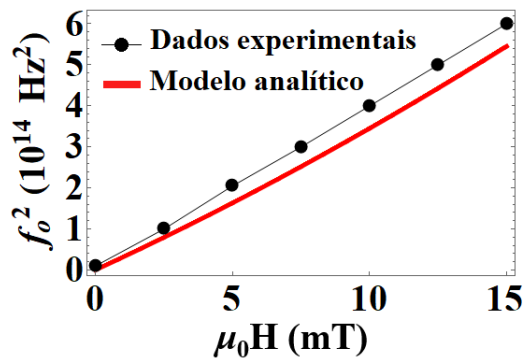


Figura 5.5 – Frequência ao quadrado em função de $\mu_0 H$. A curva vermelha representa o resultado obtido a partir do modelo teórico aqui proposto, enquanto a curva preta se refere às medições experimentais.

5.3 Conclusão

Exploramos convenientemente a curvatura e o campo externo a fim de gerar um potencial harmônico confinante para uma PD transversal. Por meio de uma abordagem

pelos meios da Mecânica Lagrangeana, demonstramos que a PD se comporta como um sistema massivo. A massa aqui calculada apresenta um comportamento decrescente com a curvatura, com o módulo do campo aplicado e com a magnitude da anisotropia de forma. Além disso, demonstramos que a frequência e os regimes de oscilação (sub e superamortecidos) podem ser controlados pelo ajuste fino entre H e κ . Finalmente, verificamos uma boa concordância entre o nosso modelo e dados experimentais reportados na literatura para a massa e a frequência de oscilação. Devemos enfatizar que os resultados apresentados neste capítulo foram publicados no periódico *Nanotechnology* [66].

VI Comprimento de paredes de domínio: competição entre os efeitos de curvatura e de anisotropia de forma

Considerações iniciais

Em geral, o comprimento de uma parede de domínio pode variar em função de sua posição e fase. No entanto, em toda a análise teórica empreendida até aqui, supusemos λ aproximadamente constante, isto é, a PD se propaga como um corpo rígido sem deformar-se. Essa é uma suposição razoável para NF's cuja razão $\Delta r/\Delta z$ seja muito próxima de 1 [46], bem como para o caso em que a seção transversal é definida por um polígono regular com área suficientemente pequena [23, 67, 60]. A simetria de um NF cilíndrico retilíneo constitui o cenário em que a hipótese de λ constante é plenamente satisfeita [16, 17]. Uma descrição analítica desse sistema foi realizada na Ref. [17], que demonstrou uma relação direta entre λ e o diâmetro D do NF. Por meio de simulações micromagnéticas, Roldan *et al.* [68] corroborou esse resultado, verificando que λ cresce de forma aproximadamente linear em função de D . Além disso, se o NF for curvo, λ é modificado por um coeficiente de anisotropia efetiva induzida pela curvatura, conforme relatado em [22] para o caso particular de NF's ultrafinos ($D \sim 5$ nm). Não obstante a existência de trabalhos que abordem essa temática, necessitamos de uma descrição do caso mais complexo em que o sistema reúne tanto os efeitos de curvatura quanto os de anisotropia de forma. Por essa razão, apresentaremos neste capítulo um estudo a respeito de NF's curvilíneos e discutiremos como o comprimento da PD é influenciado pela competição entre os efeitos induzidos pela curvatura e pela geometria da seção transversal.

6.1 Modelo teórico

Como ponto de partida, adotamos a mesma parametrização apresentada em (2.1) e o mesmo sistema de coordenadas ilustrado na Fig. 2.1. Como nos capítulos anteriores, tomamos para análise um NF de permalloy. Para esse material, a anisotropia magneto-cristalina é negligenciável e as características da PD são determinadas pelas interações magnetostática e de troca. Em nossa base curvilínea, a densidade de energia de troca pode ser escrita como $\mathcal{E}_{\text{ex}} = A(\kappa \partial \mathbf{m} / \partial \theta)^2$, sendo $\kappa = 1/R$ a curvatura do sistema. Para o cálculo das derivadas, precisamos nos recordar que $\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}$ e $\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$. Então, obtemos

$$\mathcal{E}_{\text{ex}} = A\kappa^2 \left[\left(\frac{\partial\Omega}{\partial\theta} \right)^2 - 2 \frac{\partial\Omega}{\partial\theta} \sin\Phi + \sin^2\Omega \sin^2\Phi + \cos^2\Omega + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \right)^2 \sin^2\Omega - \frac{\partial\Phi}{\partial\theta} \sin(2\Omega) \cos\Phi \right]. \quad (6.1)$$

Além disso, usamos a aproximação de anisotropia de forma para descrever a contribuição magnetostática, o que quer dizer que a magnetização é “punida” por um fator N_α quando \mathbf{m} está apontando ao longo a direção α . Essa é uma boa suposição para NF’s cujas dimensões da seção transversal são muito menores que o seu comprimento [17, 59, 15]. Assim, a interação magnetostática induz uma anisotropia biaxial cujo eixo fácil (\hat{r} ou \hat{z}) é aquele perpendicular à menor área superficial do NF. Então, de modo análogo à Eq. (1.35),

$$\mathcal{E}_{\text{M}} = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 \sin^2\Omega \left(N_r \sin^2\Phi + N_z \cos^2\Phi \right). \quad (6.2)$$

onde N_r e N_z são os fatores de desmagnetização associados às direções \hat{r} e \hat{z} , os quais estão intrinsicamente relacionados com as dimensões do NF. De modo similar ao que fizemos no capítulo II, definimos a razão $\eta = \Delta r/\Delta z$ para descrever as geometrias dos NF’s em análise. É importante ressaltar que fixamos uma das dimensões (Δr ou Δz) em 20 nm e variamos a outra no intervalo]0, 20] nm. Nesse contexto, quanto maior for η , maior será a relação N_z/N_r . Desse modo, $N_z > N_r$ quando $\eta > 1$. Por outro lado, $\eta < 1$ implica $N_r > N_z$. Finalmente, o caso em que $N_r = N_z$ é obtido para $\eta = 1$.

Partindo das Eqs. (6.1) e (6.2), determinamos a densidade total, $\mathcal{E} = \mathcal{E}_{\text{ex}} + \mathcal{E}_{\text{M}}$, que nos será muito útil de agora em diante. Como discutimos na seção 1.4, as propriedades estáticas da PD são desvendadas quando estabelecemos $\delta E = 0$. Procedendo desse modo, somos levados ao seguinte par de equações de Euler-Lagrange:

$$\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\Omega} - \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\Omega'} \right) = 0, \quad (6.3)$$

$$\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\Phi} - \frac{d}{d\theta} \left(\frac{\partial\mathcal{E}}{\partial\Phi'} \right) = 0, \quad (6.4)$$

onde $\Omega' = \partial\Omega/\partial\theta$ e $\Phi' = \partial\Phi/\partial\theta$. Enquanto a Eq. (6.3) nos dá o perfil da PD, $\Omega(\theta)$, a Eq. (6.4) contém informações sobre as fases Φ que garantem o equilíbrio.

6.2 Resultados

6.2.1 A extremização da energia e o perfil estático da PD

Para determinar o perfil da magnetização, seguimos um procedimento idêntico a aquele detalhado na seção 1.4, a menos pelo fato de que, agora, estamos lidando com uma base curvilínea. Em primeiro lugar, inserimos a densidade de energia \mathcal{E} na Eq. (6.3). Depois disso, supomos que o sistema apresenta um comportamento coletivo tal que todos os momentos magnéticos possuem a mesma fase, isto é, $\Phi' = 0$. Sob essas considerações, obtemos

$$\Omega(\theta) = 2 \arctan \left(e^{pR(\theta-\theta_0)/\lambda} \right), \quad \Phi = \phi, \quad (6.5)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{2A}{\mu_0 M_s^2 [N_r \sin^2 \phi + (N_z - \ell^2 \kappa^2) \cos^2 \phi]}}. \quad (6.6)$$

Notamos que a Eq. (6.5) é equivalente à expressão apresentada em (2.2), cuja forma é ilustrada na Fig. 6.1. A Eq. (6.6) evidencia o fato de que a curvatura induz uma anisotropia efetiva com eixo fácil ao longo de \hat{z} , competindo com a anisotropia de forma associada a essa direção. Na prática, esse fenômeno se reflete no termo $\ell^2 \kappa^2$ que atenua o efeito imposto por N_z , sendo $\ell = \sqrt{2A/(\mu_0 M_s^2)}$ o comprimento de troca. Ressaltamos que, se $\kappa = 0$, recuperamos o resultado apresentado na Eq. (1.44) para NF's retilíneos. Se, além de $\kappa = 0$, escolhermos $\eta = 1$, recuperamos a expressão para λ de um NF cilíndrico [17]. Por outro lado, para um NF curvilíneo ultrafino ($D \sim 5$ nm) com $\eta = 1$, $N_r = N_z \approx 0.5$. Nesse caso, obtemos o resultado reportado pela Ref. [22].

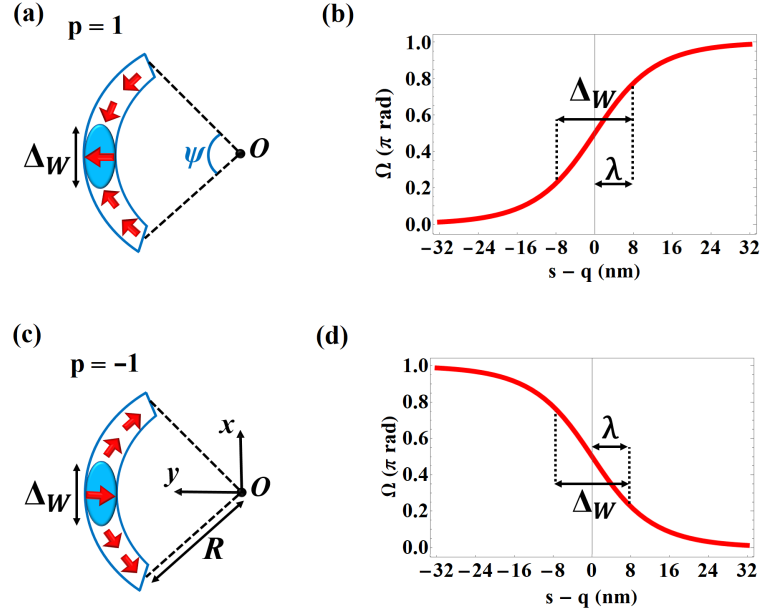


Figura 6.1 – (a) Uma PD cabeça-cabeça ($p = +1$) e (b) a função que descreve o seu perfil. (c) Uma PD cauda-cauda ($p = -1$) e (d) a função que descreve o seu perfil. Ambas as PD's são envolvidas por elipsoides imaginários de comprimento $\Delta_W = 2\lambda$, os quais compreendem as zonas em que a variação da orientação dos momentos magnéticos é mais relevante.

Para uma análise completa a respeito das soluções que caracterizam as configurações estacionárias da PD, precisamos tomar a Eq. (6.5) e inseri-la em (6.4). Procedendo assim, obtemos

$$4A\kappa^2\Omega' \cos \phi - \frac{\mu_0}{2}M_s^2 \left[N_r - (N_z - \ell^2\kappa^2) \right] \sin 2\phi = 0, \quad (6.7)$$

que apresenta como solução imediata $\phi = \pm\pi/2$. Portanto, a extremização da energia nos conduz a um perfil estático da PD caracterizado pelas Eqs. (6.5), (6.6) e $\phi = \pm\pi/2$. Desse modo, a rigor a Eq. (6.5) não é uma solução válida para todo ϕ , mas apenas para aqueles valores de ϕ que satisfazem a Eq. (6.7). Entretanto, as únicas soluções de (6.7) que respeitam a condição inicialmente imposta de que ϕ é independente de θ são as acima mencionadas, isto é, $\phi = \pm\pi/2$.

6.2.2 O comportamento dinâmico do comprimento da PD

Anteriormente, verificamos que a Eq. (6.5) com λ dado pela Eq. (6.6) pode ser considerada uma solução para o nosso sistema curvilíneo, a rigor, apenas para valores específicos de ϕ que permitem que a Eq. (6.4) seja satisfeita. Entretanto, desejamos conhecer o comportamento dinâmico do comprimento da PD, isto é, como λ muda à medida que ϕ varia, deslocando-se das posições $\phi = \pm\pi/2$ que extremizam o funcional E . Uma forma prática de abordar esse problema, é estabelecer *a priori* a Eq. (6.5) como uma função *ansatz* que descreve de modo efetivo o perfil da PD para qualquer ϕ , deixando λ como

um parâmetro a ser determinado *a posteriori* pela solução das equações de movimento que iremos construir. Nesse contexto, adaptamos o formalismo desenvolvido na seção 5.1, de modo que possamos nos aproveitar da mesma lagrangeana e da mesma função dissipação apresentadas nas Eqs. (5.1). Porém, dessa vez trataremos $\lambda(t)$ como uma coordenada generalizada em pé de igualdade com $q(t)$ e $\phi(t)$. Nesse caso, após integração ao longo do comprimento do NF, obtemos

$$\mathcal{L}_{\text{ef}} = 2\mathcal{S}p\phi\dot{q} - \frac{\gamma}{M_s}E, \quad (6.8)$$

$$\mathcal{F}_{\text{ef}} = \mathcal{S}\alpha \left(\frac{\dot{q}^2}{\lambda} + \lambda\dot{\phi}^2 + \frac{\pi^2\dot{\lambda}^2}{12\lambda} \right).$$

Notamos que as expressões acima são equivalentes às aquelas apresentadas na Eq. (5.3), exceto pelo fato de que ganhamos um termo extra dependente de $\dot{\lambda}$. Introduzindo as Eqs. (6.8) na Eq. (5.2) e fazendo $\zeta \in \{q(t), \phi(t), \lambda(t)\}$, obtemos

$$\begin{aligned} \dot{q} &= \frac{\gamma}{2M_s(1+\alpha^2)} (-p\mathcal{Q}_\phi + \alpha\lambda\mathcal{Q}_q), \\ \dot{\phi} &= \frac{\gamma}{2M_s(1+\alpha^2)} \left(p\mathcal{Q}_q + \frac{\alpha}{\lambda}\mathcal{Q}_\phi \right) \\ \dot{\lambda} &= \frac{6\gamma\lambda}{\alpha\pi^2M_s}\mathcal{Q}_\lambda, \end{aligned} \quad (6.9)$$

onde adotamos a definição de força generalizada $\mathcal{Q}_\zeta \equiv -\partial E/\partial\zeta$.

As contribuições das interações magnetostática e de troca para E já foram calculadas e apresentadas em (2.6) e (2.8). Adicionalmente, para introduzir dinâmica, necessitamos de um estímulo externo. Por simplicidade, vamos escolher um campo tangencial $\mathbf{H} = H\hat{\theta}$, como fizemos nos primeiros capítulos dessa tese. Nesse caso, a energia Zeeman associada é dada por

$$E_z = \mu_0 M_s H \mathcal{S} \left[\lambda \ln \left(\frac{1 + e^{\frac{L-2q}{\lambda}}}{1 + e^{-\frac{L+2q}{\lambda}}} \right) - L \right], \quad (6.10)$$

enquanto as forças generalizadas são

$$\begin{aligned} \frac{\mathcal{Q}_q}{\mathcal{S}} &= \frac{2\mu_0 M_s H \sinh \frac{L}{\lambda}}{\cosh \frac{L}{\lambda} + \cosh \frac{2q}{\lambda}} \approx 2\mu_0 M_s H, \\ \frac{\mathcal{Q}_\phi}{\mathcal{S}} &= 2A\pi\kappa \cos \phi + 2M_s \lambda K_{\text{ef}} \sin 2\phi, \end{aligned} \quad (6.11)$$

$$\frac{\mathcal{Q}_\lambda}{\mathcal{S}} = \frac{2A}{\lambda^2} - \mu_0 M_s^2 [N_r \sin^2 \phi + (N_z - \ell^2 \kappa^2) \cos^2 \phi]$$

Como de costume, para simplificar as expressões, supusemos $L \gg q$ e $L \gg \lambda$. Adicio-

nalmente, definimos $K_{\text{ef}} \equiv (\mu_0/2)M_s(N_z - N_r) - (A/M_s)\kappa^2$. Desse modo, as Eqs. (6.9) tornam-se

$$\begin{aligned}\dot{q} &= \frac{\gamma\lambda}{1+\alpha^2} \left(\alpha\mu_0 H - \frac{A\pi\kappa}{M_s\lambda} \cos\phi - K_{\text{ef}} \sin 2\phi \right), \\ \dot{\phi} &= \frac{\gamma}{1+\alpha^2} \left(\mu_0 H + \alpha \frac{A\pi\kappa}{M_s\lambda} \cos\phi + \alpha K_{\text{ef}} \sin 2\phi \right), \\ \dot{\lambda} &= \frac{12\gamma}{\alpha\pi^2 M_s} \left[\frac{A}{\lambda} - \frac{\mu_0}{2} \lambda M_s^2 (N_r \sin^2\phi + (N_z - \ell^2\kappa^2) \cos^2\phi) \right],\end{aligned}\quad (6.12)$$

É importante notar que as duas primeiras equações em (6.12) são equivalentes às Eqs. (2.13a) e (2.13b). Esse fato comprova a equivalência entre as distintas abordagens desenvolvidas aqui e no capítulo 2.1, a não ser pelo fato de que a abordagem lagrangeana nos permite obter uma equação de movimento para λ .

As soluções das equações de movimento para q e ϕ já foram amplamente discutidas nos capítulos anteriores. Aqui, nos dedicaremos à terceira equação, que diz respeito a λ . Portanto, apresentamos na Fig. 6.2 resultados da solução numérica das Eqs. (6.12) [linhas vermelhas] em contraste com o resultado analítico [linhas tracejadas azuis] apresentado na Eq. (6.6), supondo $\mu_0 H = 6$ mT, $\eta = 2$ e $\kappa = \pi \times 10^{-3}$ nm⁻¹. Como fica evidente, ambas as soluções são equivalentes. Thiaville [12] demonstrou um comportamento similar para nanofios retilíneos, para os quais a solução dinâmica coincide com a solução obtida pela extremização do funcional de energia após um intervalo de tempo de relaxação da ordem de picossegundos.

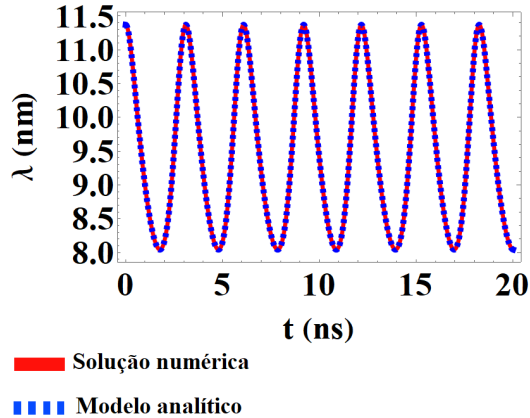


Figura 6.2 – Resultado analítico (6.6) [linha tracejada azul] e solução numérica de (6.12) [linha vermelha] para λ em função do tempo. Aqui, utilizamos $\mu_0 H = 6$ mT, $\eta = 2$ e $\kappa = \pi \times 10^{-3}$ nm⁻¹

Usamos o resultado apresentado na Fig. 6.2 como base argumentativa para dizer que a expressão (6.6) fornece uma boa descrição do comportamento de λ mesmo em um cenário dinâmico em que a PD rotaciona e, por conseguinte, ϕ varia. Sob essa perspectiva,

na próxima seção direcionaremos os nossos esforços para estudar como a geometria da seção transversal e a curvatura afetam o comprimento da PD.

6.2.3 Efeitos de curvatura e de anisotropia de forma sobre o comprimento da PD

Na Eq. (6.5), verificamos que os fatores de desmagnetização são uma peça fundamental para que o comprimento da PD seja determinado. Na prática, calculamos N_r e N_z usando o modelo proposto na Ref. [43], onde foram determinados os fatores de desmagnetização para prismas. Em seu trabalho, Aharoni demonstra que o fator N_α é aquele que torna a energia magnetostática, por unidade de volume, do prisma uniformemente magnetizado igual a $(\mu_0/2)N_\alpha M_s^2$. Essa é precisamente a forma apresentada pela energia magnetostática de um elipsoide magnetizado na direção α . Nesse contexto, assumimos que a PD vive dentro de um elipsoide cujos eixos ao longo das direções (r, θ, z) têm dimensões $(\Delta r, \Delta_W, \Delta z)$, respectivamente. Aqui, o comprimento efetivo da PD é definido como $\Delta_W = 2\lambda$, já que esse comprimento corresponde à zona de variação mais expressiva do vetor magnetização, conforme ilustrado na Fig. 6.1. Portanto, N_r e N_z são avaliados como funções dos parâmetros Δr , λ e Δz . A forma explícita pode ser vista na Eq. (1.25), onde devemos fazer $(2a, 2b, 2c) \rightarrow (\Delta r, 2\lambda, \Delta z)$. Assim, a Eq. (6.6) por si só não é suficiente para estabelecer o valor de λ , já que N_r e N_z dependem dele próprio de uma forma complicada. Portanto, estamos diante de uma equação auto consistente que precisa ser resolvida numericamente.

Iniciamos a nossa análise avaliando $\lambda(\phi)$ dado na Eq. (6.6) para NF's com diferentes valores de η , para $\kappa = 0$ e $\kappa = 4\pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$, conforme ilustrado na Fig. 6.3-(a)-(e). Fica evidente na figura que λ é máximo quando a magnetização da PD aponta ao longo do eixo fácil predominantemente determinado pela anisotropia da forma. Portanto, para $\eta > 1$, a direção r é beneficiada e então λ é maximizado quando $\phi = \pm\pi/2$ e minimizado se $\phi = 0$ ou π . Por outro lado, para $\eta < 1$, $\pm\hat{z}$ é a direção fácil. Nesse caso, λ é máximo se $\phi = 0$ ou π , e mínimo quando $\phi = \pm\pi/2$. Antes de tudo, devemos notar o seguinte fato: quanto mais intensa for a interação de troca, maior será a extensão da PD, o que fica evidente quando olhamos para a constante A (*exchange stiffness*) no numerador da Eq. (6.6). A razão para isso é que, quanto maior for λ , mais suave será o desalinhamento gradual existente entre os spins que se distribuem ao longo da parede. Entretanto, em geral, o aumento de λ leva a um acréscimo na energia magnetostática, uma vez que, quanto maior for λ , maior será o número de momentos magnéticos que não se encontram alinhados com a direção fácil, $\hat{\theta}$. Porém, quando a magnetização da PD aponta perpendicularmente à menor área superficial, a energia magnetostática diminui e então λ pode crescer sem trazer um alto custo energético para o sistema. Por outro lado, se a magnetização da PD aponta perpendicularmente à maior área superficial, a energia magnetostática aumenta e λ precisa diminuir para compensar esse custo energético.

Portanto, mais uma vez, estamos diante de uma disputa entre a interação de troca e a interação magnetostática. Além disso, a anisotropia induzida pela curvatura contribui para um leve aumento ϵ em λ quando $\phi = 0$ ou π , que é mais perceptível se $\eta \approx 1$ [ver Fig. 6.3-(e)]. Por fim, a Fig. 6.3-(f) representa o comportamento de ϵ em função de κ .

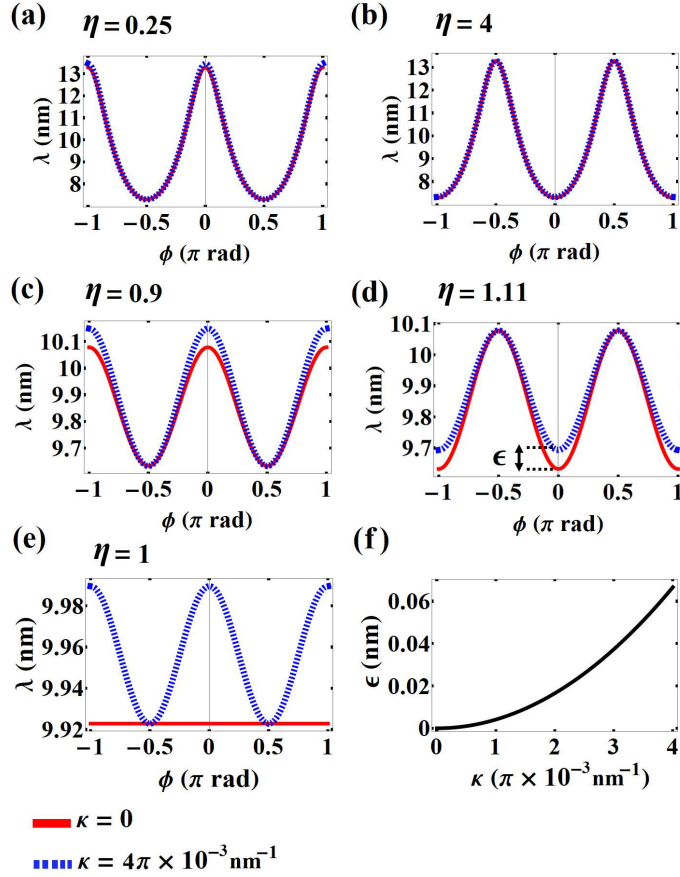


Figura 6.3 – (a) - (e) Ilustra λ como uma função de ϕ para NF's com diferentes valores de η , $\kappa = 0$ e $\kappa = 4\pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$. (f) mostra o deslocamento ϵ induzido pela curvatura como uma função de κ .

Em seguida, avaliamos a amplitude de variação $\lambda_A = |\lambda(\pi/2) - \lambda(0)|$ em função de κ para NF's com dimensões distintas, conforme ilustrado na Fig. 6.4-(a). Para $\eta < 1$, λ_A aumenta com κ [linha azul contínua]. Isso ocorre porque a anisotropia em z induzida pela curvatura reforça a anisotropia de forma presente nessa geometria. No entanto, para $\eta > 1$, λ_A diminui com κ [linha tracejada azul]. Nesse caso, os efeitos induzidos pela curvatura e pela anisotropia da forma não cooperam entre si. O primeiro beneficia o eixo z , enquanto o segundo tem eixo fácil na direção r . Apesar de λ_A não ser apreciavelmente afetado pela curvatura, a parte (b) da figura destaca que uma variação $\sim 6 \text{ nm}$ é observada quando $\Delta r = 5 \text{ nm}$ (com Δz fixo em 20 nm), o que equivale a uma variação da ordem de 85 % em λ , correspondente ao cenário ilustrado na Fig. 6.3-(a).

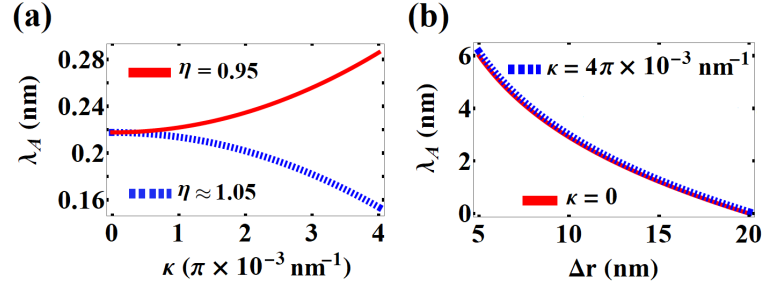


Figura 6.4 – (a) Amplitude de variação λ_A em função de κ para NF's com $\eta = 0,95$ (linha vermelha) e $\eta = 1,05$ (linha tracejada azul). (b) λ_A em função de Δr com $\Delta z = 20$ nm.

Como λ depende de ϕ , é útil observar seu valor médio $\langle \lambda(\phi) \rangle \equiv \lambda(\pi/4)$. Assim, a Fig. 6.5-(a) ilustra o comportamento de $\langle \lambda \rangle$ em função de κ . Por outro lado, $\langle \lambda \rangle$ é mais sensível a variações de η , como pode ser visto em 6.5-(b). Por fim, no limite $\eta = 1$ (seção transversal quadrada), observamos o aumento de $\langle \lambda \rangle$ com a dimensão $D \equiv \Delta r = \Delta z$, conforme ilustrado em 6.5-(c), o que está de acordo com os resultados das simulações micromagnéticas reportadas na literatura [17, 68]. Assim, destacamos que, tanto na parte (b) quanto na parte (c) da Fig. 6.5, é possível observar que $\langle \lambda \rangle$ assume valores cada vez menores à medida que a área da seção transversal dos fios diminui. Dito de outro modo, quanto mais fino for o NF mais intensamente a magnetização será forçada a se alinhar com a direção tangencial, o que tende a diminuir λ . Por outro lado, esse efeito se torna mais fraco quando a área transversal aumenta, de modo que o comprimento da PD tende a se dilatar a fim de beneficiar a interação de troca.

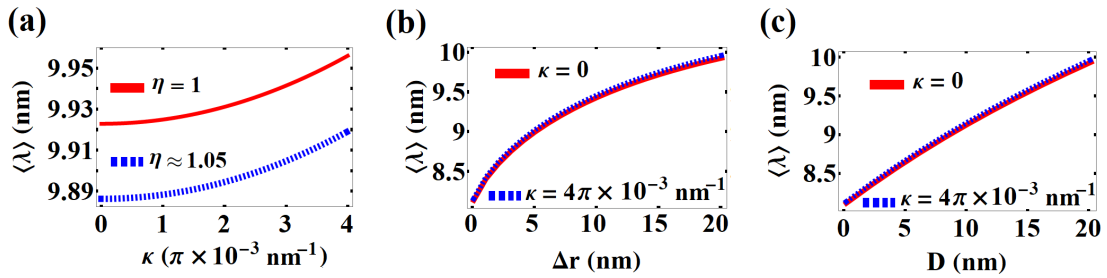


Figura 6.5 – Valor médio $\langle \lambda \rangle$ em função de (a) κ , (b) Δr (com $\Delta z = 20$ nm) e (c) D .

6.3 Conclusão

Propusemos um modelo teórico para descrever o comprimento de paredes de domínio magnéticas hospedadas em NF's curvilíneos. Apesar do efeito anisotrópico induzido pela curvatura produzir um leve deslocamento em λ , verificamos que os efeitos produzidos pela geometria da seção transversal são dominantes. Finalmente, demonstramos que λ cresce de forma aproximadamente linear com o diâmetro dos fios, o que é amplamente corroborado por resultados de simulações micromagnéticas difundidos na literatura. Assim,

concluimos que controlar a geometria da seção transversal constitui um eficiente método de ajustar o comprimento da PD em nanofios magnéticos. Esse resultado é especialmente relevante para dispositivos de memória como as *racetracks* [1, 2], tendo em vista que uma maior densidade de dados pode ser armazenada ao longo dos NF's se pudermos compactar as PD's em comprimentos cada vez menores. Além disso, a magnetorresistência associada às PD's está intrinsecamente relacionada ao seu comprimento [67]. Por essa razão, um ajuste fino do valor de λ constitui um tópico de grande valia para a construção de dispositivos que buscam explorar essa propriedade das PD's a fim de controlar o fluxo de correntes de spin em nanoestruturas.

Ressaltamos que os resultados desenvolvidos aqui foram publicados no periódico *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* [69].

VII Modelo generalizado para a interação de troca em sistemas curvilíneos

Até o presente momento, calculamos a energia de troca para sistemas particulares, como NF's com curvatura constante e NF's com curvatura do tipo elíptica. É conveniente, entretanto, termos em mãos um modelo generalizado para a interação de troca em sistemas curvos. Essa generalização foi desenvolvida pela primeira vez por Sheka *et al.* para sistemas uni e bidimensionais [20, 21, 70]. Neste capítulo, apresentamos o referido modelo para sistemas curvilíneos arbitrários em uma dimensão. Por razões didáticas, antes de lidarmos com a interação de troca propriamente dita, faremos uma breve introdução à base de Frenet-Serret, bem como às definições formais dos conceitos de curvatura e torção.

7.1 A base de Frenet-Serret

A descrição geométrica de uma curva arbitrária pode ser realizada por meio da parametrização $\chi = \chi(s)$, sendo s o comprimento de arco. Denominamos de “parametrização natural” aquela que toma s como parâmetro para descrever a curva. Nesse contexto, podemos construir uma base ortonormal $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$, definida pelos vetores tangente, normal e binormal à curva, respectivamente. Os vetores que constituem essa base podem ser obtidos a partir de $\chi(s)$ por meio das seguintes relações:

$$\hat{e}_1 = \chi'(s) , \quad \hat{e}_2 = \frac{\hat{e}'_1}{|\hat{e}'_1|} \quad \text{e} \quad \hat{e}_3 = \hat{e}_1 \times \hat{e}_2 . \quad (7.1)$$

Aqui, e daqui em diante, empregamos a notação $f'(s) \equiv df/ds$. O conjunto de vetores definidos em (7.1), conhecido como triedro de Frenet-Serret, está ilustrado na Fig. 7.1. Essa base, diferente do sistema cartesiano tradicional, está localizada sobre o referencial curvilíneo e, por essa razão, constitui a base mais conveniente para lidar com sistemas curvos em uma dimensão. Adicionalmente, vale a pena notar que $|\chi'(s)| = 1$ quando a parametrização natural é adotada.

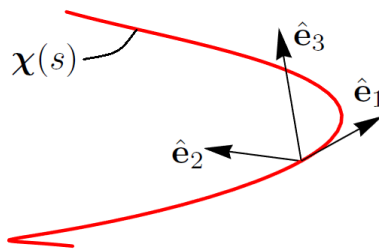


Figura 7.1 – Curva $\chi(s)$ e o triedro de Frenet-Serret, constituído pelos vetores \hat{e}_1 , \hat{e}_2 e \hat{e}_3 .

Utilizando do triedro de Frenet-Serret, uma curva arbitrária $\chi(s)$ pode ser caracterizada por meio de duas quantidades escalares: a curvatura, κ , e a torção, τ . Nesse contexto, κ fornece uma medida do quanto o vetor tangente “se curva” em direção ao vetor normal à medida que variamos a coordenada s . Em linguagem matemática, $\hat{e}'_1 = \kappa \hat{e}_2$. De modo semelhante, τ mensura o quanto o vetor binormal é “torcido” na direção normal quando percorremos a curva variando s , isto é, $\hat{e}'_3 = -\tau \hat{e}_2$. As relações entre κ , τ e a base $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$, tradicionalmente denominadas fórmulas de Frenet-Serret, podem ser compactadas em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \hat{e}'_1 \\ \hat{e}'_2 \\ \hat{e}'_3 \end{bmatrix} = F_{\alpha\beta} \cdot \begin{bmatrix} \hat{e}_1 \\ \hat{e}_2 \\ \hat{e}_3 \end{bmatrix}, \quad (7.2)$$

onde

$$F_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ -\kappa & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix}. \quad (7.3)$$

As relações acima serão de grande valia nas próximas seções, quando desenvolvermos expressões gerais para a densidade de energia de troca em sistemas unidimensionais arbitrários providos de curvatura e torção.

Curvatura e torção para uma parametrização arbitrária

Vimos anteriormente que a parametrização natural $\chi(s)$ nos oferece um grande benefício: a construção da base de Frenet-Serret é imediata a partir dela. Uma vez obtida a referida base, calculamos de maneira simples $\kappa = \hat{e}'_1 \cdot \hat{e}_2$ e $\tau = -\hat{e}'_3 \cdot \hat{e}_2$. Não obstante, nem sempre é trivial definir $\chi(s)$, uma vez que o arco de comprimento s frequentemente é expresso em termos de uma integral que pode não apresentar solução analítica trivial, isto é, $s = \int |d\chi(t)/dt| dt$, sendo t um parâmetro arbitrário. Por essa razão, é conveniente ter em mãos expressões para κ e τ que sejam aplicáveis quando a curva apresenta parametrização arbitrária $\chi(t)$. Nesse caso, utilizando as Eqs. (7.1) e a relação $d\chi(t)/dt = \chi' ds/dt$, após algumas manipulações algébricas, obtemos [71]

$$\kappa = \frac{|d_t \chi \times d_t^2 \chi|}{|d_t \chi|^3}, \quad (7.4a)$$

$$\tau = \frac{(d_t \chi \times d_t^2 \chi) \cdot d_t^3 \chi}{|d_t \chi \times d_t^2 \chi|^2}, \quad (7.4b)$$

onde d_t^n representa a derivada de ordem n com respeito ao parâmetro t .

7.2 Interação de troca em sistemas unidimensionais curvos

Como ponto de partida para a nossa descrição da interação de troca, escrevemos a magnetização na base de Frenet-Serret, isto é,

$$\mathbf{m} = m_1 \hat{e}_1 + m_2 \hat{e}_2 + m_3 \hat{e}_3. \quad (7.5)$$

A energia de troca é dada por $E_{\text{ex}} = \mathcal{S} A \int \mathcal{E}_{\text{ex}} ds$, sendo \mathcal{E}_{ex} a densidade de energia (dividida pela constante A), \mathcal{S} a área de seção transversal e s o arco de comprimento. Partindo da Hamiltoniana de Heisenberg, demonstramos na seção 1.3.2 que, de um modo geral, \mathcal{E}_{ex} é dada pelo integrando da Eq. (1.31). Como restringimos o nosso tratamento a um sistema unidimensional, \mathbf{m} pode variar apenas ao longo da direção \hat{e}_1 . Assim, a Eq. (1.31) se reduz a $\mathcal{E}_{\text{ex}} = (\hat{e}_1 \partial_s m_i)^2$. Na presente seção, convenientemente, adotamos uma regra de soma implícita quando dois índices iguais se repetem em um produto, por exemplo, $f_i g_i = f_1 g_1 + f_2 g_2 + f_3 g_3$. A fim de migrarmos integralmente para o referencial curvilíneo, podemos escrever $m_i = m_\alpha (\hat{e}_\alpha \cdot \hat{x}_i)$, onde o índice latino, $i \in \{1, 2, 3\}$, percorre as componentes cartesianas \hat{x}_i da magnetização, enquanto os índices gregos (α e β) se referem às componentes curvilíneas \hat{e}_α . Nesse contexto,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ex}} &= \partial_s [m_\alpha (\hat{e}_\alpha \cdot \hat{x}_i)] \partial_s [m_\beta (\hat{e}_\beta \cdot \hat{x}_i)] \\ &= [\hat{x}_i \cdot \partial_s (m_\alpha \hat{e}_\alpha)] [\hat{x}_i \cdot \partial_s (m_\beta \hat{e}_\beta)] = (m_\alpha \hat{e}_\alpha)' \cdot (m_\beta \hat{e}_\beta)' \end{aligned}$$

Desenvolvendo as derivadas da equação anterior mediante a regra da cadeia, obtemos

$$\mathcal{E}_{\text{ex}} = \mathcal{E}_{\text{ex}}^{(0)} + \mathcal{E}_{\text{ex}}^{(A)} + \mathcal{E}_{\text{ex}}^{(\text{DM})}. \quad (7.6)$$

O primeiro termo da Eq. (7.6) se refere à tradicional contribuição isotrópica da interação de troca, equivalente àquela apresentada no integrando da Eq. (1.32) para sistemas retilíneos,

$$\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(0)} = (m'_\alpha \hat{e}_\alpha) \cdot (m'_\beta \hat{e}_\beta) = m'_\alpha m'_\beta (\hat{e}_\alpha \cdot \hat{e}_\beta) = m'_\alpha m'_\alpha = m_1'^2 + m_2'^2 + m_3'^2. \quad (7.7)$$

Na penúltima passagem exploramos o caráter ortonormal da base de Frenet-Serret, isto é, $\hat{e}_\alpha \cdot \hat{e}_\beta = \delta_{\alpha\beta}$, sendo $\delta_{\alpha\beta}$ a função delta de Kronecker.

Tanto o segundo quanto o terceiro termos da Eq. (7.6) estão presentes apenas em sistemas curvos. Para desenvolvê-los, basta despender um moderado esforço algébrico, bem como utilizar as relações de Frenet-Serret estabelecidas em (7.2). Procedendo desse

modo, verificamos que

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ex}}^{(A)} &= (m_\alpha \hat{e}'_\alpha) \cdot (m_\beta \hat{e}'_\beta) = m_1^2 \kappa^2 + m_2^2 (\kappa^2 + \tau^2) + m_3^2 \tau^2 - 2\kappa\tau m_1 m_3 \\ &= \mathcal{K}_{\alpha\beta} m_\alpha m_\beta, \text{ onde } \mathcal{K}_{\alpha\beta} \equiv F_{\alpha\gamma} F_{\beta\gamma} = \begin{bmatrix} \kappa^2 & 0 & -\kappa\tau \\ 0 & \kappa^2 + \tau^2 & 0 \\ -\kappa\tau & 0 & \tau^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7.8)$$

Qualitativamente, o efeito produzido por $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(A)}$ é de caráter anisotrópico. Nesse termo, as componentes do tensor $\mathcal{K}_{\alpha\beta}$ “punem” o sistema, do ponto de vista energético, com pesos dependentes de κ e τ , quando a magnetização se alinha com determinadas direções, denominadas “direções difíceis”. Por essa razão $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(A)}$ é interpretada como uma anisotropia efetiva induzida por curvatura e torção.

Finalmente, voltamos o nosso olhar para o terceiro termo em (7.6). Novamente, necessitamos utilizar as relações apresentadas em (7.2) para desenvolver $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(\text{DM})}$ conforme a seguir:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{\text{ex}}^{(\text{DM})} &= (m'_\alpha \hat{e}_\alpha) \cdot (m_\beta \hat{e}'_\beta) + (m_\alpha \hat{e}'_\alpha) \cdot (m'_\beta \hat{e}_\beta) = 2(m'_\alpha \hat{e}_\alpha) \cdot (m_\beta \hat{e}'_\beta) \\ &= 2\kappa(m_1 m'_2 - m'_1 m_2) + 2\tau(m_2 m'_3 - m'_2 m_3) = F_{\alpha\beta} (m_\alpha m'_\beta - m'_\alpha m_\beta). \end{aligned} \quad (7.9)$$

Termos que apresentam a forma $m_\alpha m'_\beta - m'_\alpha m_\beta$, denominados de invariantes de Lifshitz, são característicos da interação Dzyaloshinskii-Moriya [72, 73, 74]. Por essa razão, $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(\text{DM})}$ é interpretada como uma Dzyaloshinskii-Moriya efetiva induzida por curvatura e torção. A intensidade desse efeito é determinada pelas componentes de $F_{\alpha\beta}$, os quais dependem linearmente de κ e τ , conforme estabelecido na Eq. (7.3). Em geral, o efeito líquido dessa contribuição consiste na emergência de quiralidade, isto é, a magnetização passa a apresentar um sentido preferencial para se orientar (de modo a minimizar a energia) em detrimento do sentido oposto. Dessa forma, podemos dizer que o termo $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(\text{DM})}$ é responsável pela quebra da simetria de paridade do sistema.

Até o presente momento, determinamos \mathcal{E}_{ex} considerando uma parametrização arbitrária para a magnetização. Conforme vimos em (1.7), é conveniente parametrizar \mathbf{m} nas coordenadas esféricas (Ω, Φ) . Relembramos que, para sistemas unidimensionais, $\Omega = \Omega(s)$ e $\Phi = \Phi(s)$, indicando que a magnetização pode variar apenas ao longo do comprimento s . Além da parametrização apresentada em (1.7), existem outras duas, as quais são obtidas por permutações cíclicas das componentes m_1 , m_2 e m_3 , conforme ilustrado na Fig. 7.2. A rigor, as três parametrizações são fisicamente equivalentes para a descrição da magnetização, uma vez que todas elas preservam o vínculo $|\mathbf{m}| = 1$. Entretanto, do ponto de vista algébrico, cada uma delas nos será mais conveniente em

momentos específicos dos capítulos seguintes, quando discutirmos três diferentes tipos de PD's em sistemas curvos. Por essa razão, a seguir, vamos apresentar a forma que \mathcal{E}_{ex} assume em cada caso.

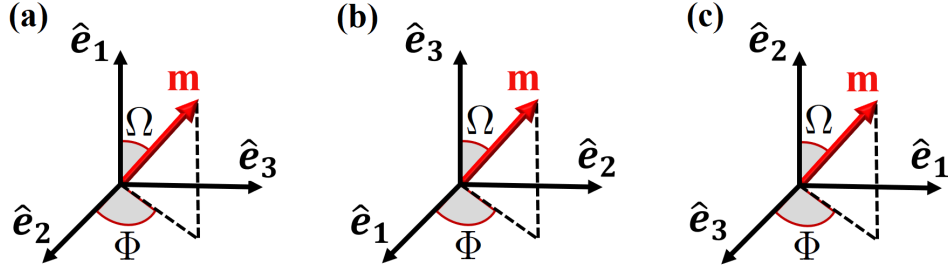


Figura 7.2 – (a) Parametrização I, (b) parametrização II e (c) parametrização III.

Parametrização I

A primeira parametrização que iremos utilizar é escrita como

$$\mathbf{m} = \cos \Omega \hat{e}_1 + \sin \Omega \cos \Phi \hat{e}_2 + \sin \Omega \sin \Phi \hat{e}_3. \quad (7.10)$$

Aplicando (7.10) em (7.6) com $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(0)}$, $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(A)}$ e $\mathcal{E}_{\text{ex}}^{(DM)}$ dados respectivamente por (7.7), (7.8) e (7.9), é possível demonstrar que

$$\mathcal{E}_{\text{ex}} = \mathcal{A}_I^2 + \mathcal{B}_I^2, \quad (7.11)$$

$$\mathcal{A}_I = \Omega' + \kappa \cos \Phi \quad \text{e} \quad \mathcal{B}_I = (\Phi' + \tau) \sin \Omega - \kappa \cos \Omega \sin \Phi.$$

Parametrização II

A segunda parametrização empregada é

$$\mathbf{m} = \sin \Omega \cos \Phi \hat{e}_1 + \sin \Omega \sin \Phi \hat{e}_2 + \cos \Omega \hat{e}_3. \quad (7.12)$$

De modo semelhante ao caso da seção anterior, podemos desenvolver cada um dos termos em (7.6) para escrever

$$\mathcal{E}_{\text{ex}} = \mathcal{A}_{\text{II}}^2 + \mathcal{B}_{\text{II}}^2, \quad (7.13)$$

$$\mathcal{A}_{\text{II}} = \Omega' - \tau \sin \Phi \quad \text{e} \quad \mathcal{B}_{\text{II}} = (\Phi' + \kappa) \sin \Omega - \tau \cos \Omega \cos \Phi.$$

Parametrização III

Finalmente, a terceira e última parametrização que iremos discutir é

$$\mathbf{m} = \sin \Omega \sin \Phi \hat{e}_1 + \cos \Omega \hat{e}_2 + \sin \Omega \cos \Phi \hat{e}_3. \quad (7.14)$$

Analogamente ao caso das parametrizações apresentadas anteriormente, a densidade de energia de troca obtida a partir de (7.14) pode ser escrita como

$$\mathcal{E}_{\text{ex}} = \mathcal{A}_{\text{III}}^2 + \mathcal{B}_{\text{III}}^2, \quad (7.15)$$

$$\mathcal{A}_{\text{III}} = \Omega' + \tau \cos \Phi - \kappa \sin \Phi \quad \text{e} \quad \mathcal{B}_{\text{III}} = \Phi' \sin \Omega - \cos \Omega (\kappa \cos \Phi + \tau \sin \Phi).$$

As Eqs. (7.11), (7.13) e (7.15) são de fundamental importância para os capítulos IX e X, nos quais lidaremos com distintos tipos de PD's em uma geometria hiperbólica e em um helicóide, respectivamente. Em ambos os casos, para introduzir dinâmica, sujeitaremos as texturas magnéticas a uma corrente elétrica spin polarizada. Para tanto, à semelhança do que fizemos com a interação de troca, necessitamos de uma generalização do então chamado *spin transfer torque* válida para sistemas unidimensionais com curvatura arbitrária. Pensando nisso, reservamos o capítulo a seguir para o desenvolvimento formal da referida generalização.

VIII *Spin transfer torque* em sistemas curvilinear

A fim de contemplar a contribuição de corrente elétrica spin-polarizada para a dinâmica da magnetização, é necessário considerar o torque extra que emerge da transferência de momento angular entre o spin dos elétrons de condução e os spins que constituem o sistema propriamente dito. O efeito global produzido sobre a magnetização é traduzido no termo $\Gamma_{\mathbf{u}}$, denominado “torque de transferência de spin” (*spin transfer torque*, na literatura). Uma discussão detalhada a respeito da derivação de $\Gamma_{\mathbf{u}}$ e de algumas de suas principais aplicações podem ser encontradas em [75, 76, 77, 78, 79, 80]. Nesse contexto, podemos reescrever a Eq. (1.6) com o termo de *spin transfer torque* (LLG-STT) da seguinte forma

$$\dot{\mathbf{m}} = \frac{\gamma}{M_s} \mathbf{m} \times \frac{\delta E}{\delta \mathbf{m}} + \alpha \mathbf{m} \times \dot{\mathbf{m}} + \Gamma_{\mathbf{u}}, \quad (8.1a)$$

$$\Gamma_{\mathbf{u}} = \mathbf{m} \times [\mathbf{m} \times (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{m}] + \beta \mathbf{m} \times (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{m}. \quad (8.1b)$$

O vetor $\mathbf{u} = \rho \mathbf{J} \mu_B / (e M_s)$ apresenta dimensão de velocidade e possui a mesma direção e sentido da densidade de corrente elétrica \mathbf{J} . Destacamos que, na notação empregada, \mathbf{J} apresenta o *sentido real* da corrente, isto é, o mesmo sentido do fluxo dos elétrons de condução. Aqui, e é o módulo da carga elementar e μ_B é o magneton de Bohr. O fator adimensional ρ é uma constante dependente do material que determina o percentual da corrente de carga que é efetivamente convertida em corrente de spin. Nesse sentido, ρ é denominado de polarização da corrente. Por exemplo, se $\rho = 1$, todos os spins dos elétrons de condução encontram-se alinhados entre si. Nesse contexto, a suposição subjacente ao modelo é que o spin é transportado de modo que o seu eixo de polarização siga suavemente a orientação da magnetização local à medida que percorre o sistema. Essa condição tem sido bem satisfeita para ferromagnetos constituídos de metais de transição (ferro, níquel e cobalto, por exemplo) [77].

O primeiro termo em $\Gamma_{\mathbf{u}}$ foi apresentado pela primeira vez na ref. [75]. Trata-se de um efeito de natureza conservativa, sendo denominado *spin transfer torque* adiabático. Por outro lado, o segundo termo, acompanhado pela constante adimensional β , conhecido como *spin transfer torque* não adiabático, é de natureza dissipativa. Assim, o parâmetro fenomenológico β (geralmente da ordem de 10^{-2}) fornece o grau de “não adiabaticidade” e foi introduzido pela ref. [76]. As características conservativas e dissipativas dos referidos termos serão melhor evidenciadas mais adiante, quando construirmos a Lagrangeana e a função dissipação que descrevem a dinâmica da magnetização sob a influência de $\Gamma_{\mathbf{u}}$.

Como estamos interessados em sistemas unidimensionais, a corrente introduzida só pode percorrer a direção tangencial, isto é, $\mathbf{u} = u\hat{e}_1$. Portando, as derivadas espaciais que aparecem em (8.1b) se reduzem a $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m} \rightarrow u\partial_s\mathbf{m} = u\mathbf{m}'$. Utilizando (7.5) bem como as relações de Frenet-Serret (7.2), podemos escrever

$$\mathbf{m}' = (m'_1 - \kappa m_2)\hat{e}_1 + (\kappa m_1 + m'_2 - \tau m_3)\hat{e}_2 + (m'_3 + \tau m_2)\hat{e}_3. \quad (8.2)$$

Para que a nossa análise siga adiante e torne mais explícita a influência exercida pela curvatura e pela torção, necessitamos especificar uma parametrização para a magnetização. Assim, nas próximas seções iremos desenvolver o termo $\Gamma_{\mathbf{u}}$ para as três parametrizações de \mathbf{m} apresentadas nas Eqs. (7.10), (7.12) e (7.14).

Análise do *Spin transfer torque* mediante a parametrização I

Quando escrevemos a magnetização conforme apresentado na Eq. (7.10) e a inserimos em (8.2), obtemos

$$\begin{aligned} (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{m} = u\mathbf{m}' &= -(\Omega' \sin \Omega + \kappa \sin \Omega \cos \Phi)\hat{e}_1 \\ &+ (\kappa \cos \Omega + \Omega' \cos \Omega \cos \Phi - \Phi' \sin \Omega \sin \Phi - \tau \sin \Omega \sin \Phi)\hat{e}_2 \\ &+ (\Omega' \cos \Omega \sin \Phi + \Phi' \sin \Omega \cos \Phi + \tau \sin \Omega \cos \Phi)\hat{e}_3. \end{aligned} \quad (8.3)$$

Agora, utilizando a Eq. (8.3) em (8.1b), após um moroso cálculo de produtos vetoriais, obtemos

$$\begin{aligned} u^{-1}\Gamma_{\mathbf{u}} &= \sin \Omega \left\{ \Omega' + \kappa \cos \Phi - \kappa\beta \cos \Omega \sin \Phi + \beta(\Phi' + \tau) \sin \Omega \right\} \hat{e}_1 \\ &+ \left\{ \sin \Phi \left[-\beta\Omega' + \sin \Omega(\Phi' + \tau + \kappa\beta \sin \Omega \cos \Phi) \right] \right. \\ &\quad \left. - \cos \Omega \left[\cos \Phi(\Omega' + \beta(\Phi' + \tau) \sin \Omega) + \kappa \right] \right\} \hat{e}_2 \\ &+ \left\{ \beta(\kappa + \Omega' \cos \Phi) \cos^2 \Omega - \cos \Omega \sin \Phi \left[\Omega' + \beta(\Phi' + \tau) \sin \Omega \right] \right. \\ &\quad \left. + \sin \Omega \cos \Phi \left[\beta(\Omega' + \kappa \cos \Phi) \sin \Omega - \Phi' - \tau \right] \right\} \hat{e}_3. \end{aligned} \quad (8.4)$$

A expressão anterior torna-se consideravelmente mais simples quando migramos das coordenadas do espaço físico, caracterizado pela base $(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)$, para as coordenadas do espaço interno, definido pela base esférica $(\hat{m}, \hat{\Omega}, \hat{\Phi})$. Dito de outro modo, precisamos

realizar a transformação

$$\left[\Gamma_{\mathbf{u}} \right]_{(\hat{m}, \hat{\Omega}, \hat{\Phi})} = \mathcal{R}_1 \cdot \left[\Gamma_{\mathbf{u}} \right]_{(\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3)}, \quad (8.5a)$$

$$\mathcal{R}_1 = \begin{bmatrix} \cos \Omega & \sin \Omega \cos \Phi & \sin \Omega \sin \Phi \\ -\sin \Omega & \cos \Omega \cos \Phi & \cos \Omega \sin \Phi \\ 0 & -\sin \Phi & \cos \Phi \end{bmatrix}. \quad (8.5b)$$

Procedendo desse modo, obtemos

$$\Gamma_{\mathbf{u}} = -u (\mathcal{A}_1 + \beta \mathcal{B}_1) \hat{\Omega} + u (\beta \mathcal{A}_1 - \mathcal{B}_1) \hat{\Phi}, \quad (8.6)$$

onde \mathcal{A}_1 e \mathcal{B}_1 são dados em (7.11).

Assim como fizemos com $\Gamma_{\mathbf{u}}$, necessitamos escrever os dois primeiros termos em (8.1a) na base $(\hat{m}, \hat{\Omega}, \hat{\Phi})$. Felizmente, esse procedimento já foi desenvolvido com detalhes na seção 1.2. Portanto, basta adicionar as componentes $\Gamma_u \hat{\Omega}$ e $\Gamma_u \hat{\Phi}$ às Eqs. (1.13a) e (1.13b), respectivamente. Assim, após um conveniente rearranjo dos termos, obtemos as equações LLG-STT na seguinte forma

$$\sin \Omega (\dot{\Omega} + u\Omega') + \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Phi} + u\kappa \sin \Omega \cos \Phi + \alpha \dot{\Phi} \sin^2 \Omega + u\beta \mathcal{B}_1 \sin \Omega = 0, \quad (8.7a)$$

$$\sin \Omega (\dot{\Phi} + u\Phi') - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} - u(\kappa \cos \Omega \sin \Phi - \tau \sin \Omega) - \alpha \dot{\Omega} - u\beta \mathcal{A}_1 = 0. \quad (8.7b)$$

Em geral, tendo em vista $\Omega = \Omega(s, t)$ e $\Phi = \Phi(s, t)$, as equações acima não apresentam solução analítica exata. Para contornar esse problema, uma estratégia comumente adotada consiste em encontrar a Lagrangeana \mathcal{L} e a função dissipação de Rayleigh \mathcal{F} que descrevam o sistema de modo equivalente. Dito de outro modo, se encontrarmos \mathcal{L} e \mathcal{F} tais que as equações de Euler-Lagrange na forma

$$\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \zeta} - \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \dot{\zeta}} \right) - \frac{\delta \mathcal{F}}{\delta \dot{\zeta}} = 0, \quad \zeta \in \{\Omega, \Phi\}, \quad (8.8)$$

nos retornem (8.7a) e (8.7b), estamos diante da Lagrangeana e da função dissipação apropriadas. De posse de \mathcal{L} e \mathcal{F} , podemos nos beneficiar de todo o ferramental conhecido no contexto da Mecânica Analítica para abordar os problemas. Portanto, a partir de agora, o nosso esforço consistirá em determinar os funcionais \mathcal{L} e \mathcal{F} .

Convenientemente, analisemos primeiro o caso de um sistema retilíneo ($\kappa = \tau = 0$)

puramente conservativo ($\alpha = \beta = 0$). Sob essas condições,

$$\sin \Omega (\dot{\Omega} + u\Omega') + \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Phi} = 0, \quad (8.9a)$$

$$\sin \Omega (\dot{\Phi} + u\Phi') - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} = 0. \quad (8.9b)$$

Denotaremos de $\mathcal{L}_0 = \int \ell_0 dV - (\gamma/M_s)E$ a Lagrangeana que descreve as equações acima, onde $dV = \mathcal{S}ds$, sendo \mathcal{S} a área de seção transversal do sistema. Nossa aposta inicial para determinar ℓ_0 repousa sobre o método de separação de variáveis, isto é, $\ell_0 = f_0(\Omega)g_0(\Phi)h_0(\Omega', \Phi', \dot{\Omega}, \dot{\Phi})$. Assim, utilizando a definição de derivada funcional dada em (1.12), podemos calcular

$$\begin{aligned} \frac{\delta \mathcal{L}_0}{\delta \zeta} &= \frac{\partial \ell_0}{\partial \zeta} - \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \ell_0}{\partial \zeta'} \right) = \frac{\partial (f_0 g_0)}{\partial \zeta} h_0 - \frac{d}{ds} \left(f_0 g_0 \frac{\partial h_0}{\partial \zeta'} \right) - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \zeta}, \\ \frac{\delta \mathcal{L}_0}{\delta \dot{\zeta}} &= \frac{\partial \ell_0}{\partial \dot{\zeta}} - \frac{d}{ds} \left(\frac{\partial \ell_0}{\partial \dot{\zeta}'} \right) = f_0 g_0 \frac{\partial h_0}{\partial \dot{\zeta}}, \quad \zeta \in \{\Omega, \Phi\}. \end{aligned}$$

Munidos das equações acima, estamos prontos para desenvolver (8.8) com $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0$ e $\mathcal{F} = 0$ a fim de obter

$$f_0 h_0 \frac{\partial g_0}{\partial \Phi} - \frac{d}{ds} \left(f_0 g_0 \frac{\partial h_0}{\partial \Phi'} \right) - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Phi} - \frac{d}{dt} \left[f_0 g_0 \frac{\partial h_0}{\partial \dot{\Phi}} \right] = 0, \quad (8.11a)$$

$$g_0 h_0 \frac{\partial f_0}{\partial \Omega} - \frac{d}{ds} \left(f_0 g_0 \frac{\partial h_0}{\partial \Omega'} \right) - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} - \frac{d}{dt} \left[f_0 g_0 \frac{\partial h_0}{\partial \dot{\Omega}} \right] = 0. \quad (8.11b)$$

Se escolhermos $f_0 = -\sin \Omega$, $g_0 = \Phi$ e $h_0 = \dot{\Omega} + u\Omega'$, com u independente da coordenada espacial s , é possível verificar que (8.11a) e (8.11b) correspondem às Eqs. (8.9a) e (8.9b), respectivamente. Assim, recuperamos a equação obtida pela primeira vez por Thiaville [11].

$$\mathcal{L}_0 = -\mathcal{S} \int \Phi \sin \Omega (\dot{\Omega} + u\Omega') ds - \frac{\gamma}{M_s} E. \quad (8.12)$$

Vamos dar um passo adiante adicionando a contribuição conservativa devida ao *spin transfer torque* que depende explicitamente de κ e τ , isto é,

$$\sin \Omega (\dot{\Omega} + u\Omega') + \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Phi} + u\kappa \sin \Omega \cos \Phi = 0, \quad (8.13a)$$

$$\sin \Omega (\dot{\Phi} + u\Phi') - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} - u(\kappa \cos \Omega \sin \Phi - \tau \sin \Omega) = 0. \quad (8.13b)$$

Nesse caso, precisamos inserir uma quantidade extra em \mathcal{L} que seja capaz de computar o efeito produzido pelos termos que envolvem os produtos $u\kappa$ e $u\tau$, isto é, $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - E_u^{\kappa\tau}$, com $E_u^{\kappa\tau} = \mathcal{S} \int \mathcal{E}_u^{\kappa\tau}(\Omega, \Phi) ds$. Assim, a fim de contemplar o terceiro termo da Eq. (8.13a),

bem como o terceiro termo da Eq. (8.13b), precisamos garantir, respectivamente,

$$\frac{\delta E_u}{\delta \Phi} = \frac{\partial \mathcal{E}_u^{\kappa\tau}}{\partial \Phi} = u\kappa \sin \Omega \cos \Phi \Rightarrow \mathcal{E}_u^{\kappa\tau} = u\kappa \sin \Omega \sin \Phi + f_u(\Omega) \quad \text{e}$$

$$\frac{\delta E_u^{\kappa\tau}}{\delta \Omega} = \frac{\partial \mathcal{E}_u^{\kappa\tau}}{\partial \Omega} = u(\kappa \cos \Omega \sin \Phi - \tau \sin \Omega) \Rightarrow \mathcal{E}_u^{\kappa\tau} = u(\kappa \sin \Omega \sin \Phi + \tau \cos \Omega) + g_u(\Phi),$$

o que implica $f_u(\Omega) = u\tau \cos \Omega$ e $g_u(\Phi) = 0$. Portanto,

$$E_u^{\kappa\tau} = u\mathcal{S} \int (\kappa \sin \Omega \sin \Phi + \tau \cos \Omega) ds. \quad (8.15)$$

De posse dos funcionais dados em (8.12) e (8.15), a parte conservativa em nossa descrição Lagrangeana está completa, isto é, $\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - E_u^{\kappa\tau}$. Entretanto, ainda carecemos de contemplar em nosso formalismo as componentes dissipativas que caracterizam o funcional $\mathcal{F} = \mathcal{F}_\alpha + \mathcal{F}_\beta$, onde \mathcal{F}_α e \mathcal{F}_β correspondem aos termos que acompanham os parâmetros α e β . Por ora, mantendo $\beta = 0$, vamos investigar a contribuição dissipativa que emerge quando $\alpha \neq 0$. Nesse caso,

$$\sin \Omega (\dot{\Omega} + u\Omega') + \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Phi} + u\kappa \sin \Omega \cos \Phi + \alpha \dot{\Phi} \sin^2 \Omega = 0, \quad (8.16a)$$

$$\sin \Omega (\dot{\Phi} + u\Phi') - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} - u(\kappa \cos \Omega \sin \Phi - \tau \sin \Omega) - \alpha \dot{\Omega} = 0. \quad (8.16b)$$

Assim, a fim de contemplar os termos que acompanham α nas equações acima, necessitamos encontrar $\mathcal{F}_\alpha = \mathcal{S} \int f_\alpha(\Omega, \dot{\Omega}, \dot{\Phi}) ds$ tal que

$$\frac{\delta \mathcal{F}_\alpha}{\delta \dot{\Phi}} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial \dot{\Phi}} = \alpha \dot{\Phi} \sin^2 \Omega \Rightarrow f_\alpha = \frac{\alpha}{2} \dot{\Phi}^2 \sin^2 \Omega + g_\alpha(\Omega, \dot{\Omega}) \quad \text{e}$$

$$\frac{\delta \mathcal{F}_\alpha}{\delta \dot{\Omega}} = \frac{\partial f_\alpha}{\partial \dot{\Omega}} = \alpha \dot{\Omega} \Rightarrow f_\alpha = \frac{\alpha}{2} \dot{\Omega}^2 + h_\alpha(\Omega, \dot{\Phi}),$$

o que implica $g_\alpha = \frac{\alpha}{2} \dot{\Omega}^2$ e $h_\alpha = \frac{\alpha}{2} \dot{\Phi}^2 \sin^2 \Omega$. Então, computamos o tradicional termo dissipativo introduzido por Gilbert [37]

$$\mathcal{F}_\alpha = \frac{\alpha}{2} \mathcal{S} \int (\dot{\Omega}^2 + \dot{\Phi}^2 \sin^2 \Omega) ds. \quad (8.18)$$

Finalmente, vamos avaliar a contribuição não adiabática correspondente aos termos de *spin transfer torque*. O funcional que procuramos é do tipo $\mathcal{F}_\beta = \mathcal{S} \int f_\beta(\dot{\Omega}, \dot{\Phi}) ds$. Para que tenhamos êxito em obter os quintos termos no lado esquerdo das Eqs. (8.7a) e (8.7b), respectivamente, \mathcal{F}_β deve obedecer

$$\frac{\delta \mathcal{F}_\beta}{\delta \dot{\Phi}} = \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{\Phi}} = u\beta \mathcal{B}_1 \sin \Omega \Rightarrow f_\beta = u\beta \mathcal{B}_1 \sin \Omega \dot{\Phi} + g_\beta(\dot{\Omega}) \quad \text{e}$$

$$\frac{\delta \mathcal{F}_\beta}{\delta \dot{\Omega}} = \frac{\partial f_\beta}{\partial \dot{\Omega}} = u\beta \mathcal{A}_1 \Rightarrow f_\beta = u\beta \mathcal{A}_1 \dot{\Omega} + h_\beta(\dot{\Phi}).$$

As Eqs. acima implicam $g_\beta = u\beta\mathcal{A}_I\dot{\Omega}$ e $h_\beta = u\beta\mathcal{B}_I \sin \Omega\dot{\Phi}$. Então,

$$\mathcal{F}_\beta = u\beta\mathcal{S} \int (\mathcal{A}_I\dot{\Omega} + \mathcal{B}_I \sin \Omega\dot{\Phi}) . \quad (8.20)$$

Finalmente, as Eqs. (8.7a) e (8.7b) são descritas por

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 - E_u^{\kappa\tau} \quad \text{e} \quad \mathcal{F} = \mathcal{F}_\alpha + \mathcal{F}_\beta . \quad (8.21)$$

onde \mathcal{L}_0 , $E_u^{\kappa\tau}$, \mathcal{F}_α e \mathcal{F}_β são dados por (8.12), (8.15), (8.18) e (8.20). Em sua forma geral, as referidas equações foram apresentadas pela primeira vez na Ref. [64], onde os autores consideraram especificamente a parametrização (7.10) com o fim de descrever uma PD transversal. Entretanto, como veremos mais adiante no capítulo X, as parametrizações (7.12) e (7.14) são mais convenientes para a descrição de outros perfis de PD's. Pensando nisso, apresentaremos nas próximas seções \mathcal{L} e \mathcal{F} obtidas a partir das parametrizações II e III.

Análise do *Spin transfer torque* mediante a parametrização II

Desenvolvendo um procedimento análogo ao da seção anterior, porém utilizando a parametrização (7.12) para \mathbf{m} , a Eq. (8.1a) é escrita como

$$\sin \Omega(\dot{\Omega} + u\Omega') + \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Phi} - u\tau \sin \Omega \sin \Phi + \alpha\dot{\Phi} \sin^2 \Omega + u\beta\mathcal{B}_{II} \sin \Omega = 0 , \quad (8.22a)$$

$$\sin \Omega(\dot{\Phi} + u\Phi') - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} - u(\tau \cos \Omega \cos \Phi - \kappa \sin \Omega) - \alpha\dot{\Omega} - u\beta\mathcal{A}_{II} = 0 . \quad (8.22b)$$

Nesse caso, \mathcal{L} e \mathcal{F} continuam apresentando a forma estabelecida na Eq. (8.21), com \mathcal{L}_0 e \mathcal{F}_α idênticos ao caso anterior. Entretanto, os termos $E_u^{\kappa\tau}$ e \mathcal{F}_β , os quais dependem explicitamente de κ e τ , necessitam ser reescritos conforme a seguir:

$$E_u^{\kappa\tau} = u\mathcal{S} \int (\tau \sin \Omega \cos \Phi + \kappa \cos \Omega) ds , \quad (8.23a)$$

$$\mathcal{F}_\beta = u\beta\mathcal{S} \int (\mathcal{A}_{II}\dot{\Omega} + \mathcal{B}_{II} \sin \Omega\dot{\Phi}) ds , \quad (8.23b)$$

onde \mathcal{A}_{II} e \mathcal{B}_{II} são definidos em (7.13).

Análise do Spin transfer torque mediante a parametrização III

Finalmente, de modo semelhante às seções anteriores, caso \mathbf{m} seja descrito pela parametrização (7.14), a Eq. (8.1a) assume a forma

$$\sin \Omega (\dot{\Omega} + u\Omega') + \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Phi} + u \sin \Omega (\tau \cos \Phi - \kappa \sin \Phi) + \alpha \dot{\Phi} \sin^2 \Omega + u\beta \mathcal{B}_{\text{III}} \sin \Omega = 0, \quad (8.24a)$$

$$\sin \Omega (\dot{\Phi} + u\Phi') - \frac{\gamma}{M_s} \frac{\delta E}{\delta \Omega} - u \cos \Omega (\kappa \cos \Phi + \tau \sin \Phi) - \alpha \dot{\Omega} - u\beta \mathcal{A}_{\text{III}} = 0. \quad (8.24b)$$

À semelhança dos casos anteriores, \mathcal{L}_0 e \mathcal{F}_α são descritos pelas Eqs. (8.12) e (8.18). Entretanto, os termos dependentes da curvatura e da torção, $E_u^{\kappa\tau}$ e \mathcal{F}_β , necessitam ser reescritos como

$$E_u^{\kappa\tau} = u\mathcal{S} \int \sin \Omega (\kappa \cos \Phi + \tau \sin \Phi) ds, \quad (8.25a)$$

$$\mathcal{F}_\beta = u\beta\mathcal{S} \int (\mathcal{A}_{\text{III}} \dot{\Omega} + \mathcal{B}_{\text{III}} \sin \Omega \dot{\Phi}) ds, \quad (8.25b)$$

onde \mathcal{A}_{III} e \mathcal{B}_{III} são definidos em (7.15).

Terminamos esse capítulo tendo em nossas mãos poderosas ferramentas para a solução de problemas envolvendo a dinâmica da magnetização sob a influência de corrente spin polarizada. Nos capítulos seguintes, os funcionais \mathcal{L} e \mathcal{F} serão amplamente utilizados para descrever a dinâmica de PD's em sistemas com geometrias curvas não triviais.

IX Efeito quiral induzido por gradiente de curvatura no transporte de paredes de domínio via *spin transfer torque*

Considerações iniciais

Um desafio específico relacionado à implementação de dispositivos de memória do tipo *racetrack* [1, 2] é a formação de poços de potencial quando uma PD se desloca ao longo de um NF com variações locais em sua geometria, sejam na forma de entalhes/protuberâncias [81, 82, 83, 84, 85, 86, 8] ou gradientes de curvatura [87, 29, 22, 88, 89, 90, 91]. Embora alguns autores tenham associado o aprisionamento da PD em sistemas curvos à rugosidade na porção curva do NF e à interação magnetostática [88, 91], o campo efetivo induzido por curvatura associado à interação de troca é um dos grandes responsáveis por esses fenômenos [20, 21].

Nesse contexto, buscando contribuir para o avanço nas discussões apresentadas, descrevemos aqui o transporte de uma PD em uma *racetrack* curva sob a ação de uma corrente spin polarizada. O cerne do presente capítulo consiste no fenômeno aqui denominado *spin transfer torque* quiral induzido por gradiente de curvatura (STTQ-IGC). Em virtude da presença desse efeito, o valor crítico da corrente que determina se a PD superará ou não o poço de potencial na região de maior curvatura depende do sentido para o qual a magnetização em seu centro aponta. Como veremos adiante, esse fenômeno pode ser explicado em termos de um campo efetivo que emerge quando uma corrente spin polarizada é introduzida em um sistema com curvatura variável. Além disso, o STTQ-IGC introduz uma fenomenologia não recíproca no sistema. Assim, a depender da orientação da PD, existe um sentido de propagação privilegiado para a corrente de spin, de modo a otimizar o transporte da textura magnética ao longo do NF. Apesar de discutirmos o STTQ-IGC no contexto do transporte de PD's transversais, a estrutura matemática do modelo sugere que o mesmo fenômeno pode aparecer se estivermos lidando com outras texturas magnéticas.

9.1 Caracterização da geometria

Iniciamos a nossa abordagem com uma descrição geral da geometria do NF por meio da parametrização $\mathbf{r}(s) = \chi(s) + \xi_2 \hat{\mathbf{e}}_2 + \xi_3 \hat{\mathbf{e}}_3$. Aqui, $\chi(s)$ determina a linha central que perpassa todo o comprimento do NF. Inicialmente, escolhemos trabalhar com um sistema sem torção. Por essa razão, $\chi(s)$ repousa sobre o plano xy . Conforme demonstrado

com detalhes na seção 7.1, as direções tangencial, normal e binormal são descritas pelos vetores da base de Frenet-Serret, \hat{e}_1 , \hat{e}_2 e \hat{e}_3 , respectivamente. A seção transversal do NF possui geometria retangular, sendo caracterizada pelos parâmetros $\xi_2 \in [-h/2, h/2]$ e $\xi_3 \in [-w/2, w/2]$, onde h e w correspondem às dimensões medidas ao longo dos eixos normal e binormal, respectivamente. Em particular, estamos interessados na descrição de uma PD transversal hospedada no referido NF. Para isso, escrevemos \mathbf{m} por meio da parametrização (7.10). Conforme demonstrado nos primeiros capítulos desta tese, o perfil da magnetização pode ser descrito pelo ansatz (2.2). Na Fig. 9.1, representamos o sistema de coordenadas adotado, o NF sob estudo, bem como a PD “cabeça com cabeça” nele hospedada. Sem perda de generalidade para o modelo, na Fig. 9.1 tomamos a curvatura hiperbólica como exemplo ilustrativo. É importante notar que, com o fim de beneficiar a base de Frenet-Serret, o sistema de coordenadas adotado aqui se distingue ligeiramente daquele utilizados nos capítulos II a VI, onde as coordenadas cilíndricas tradicionais $(\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{z})$ foram utilizadas. Assim, a título de clareza, destacamos que $\phi = 0$ e $\phi = \pi$ correspondem aos casos em que a magnetização do centro da PD aponta para dentro e para fora da curvatura, respectivamente. Por outro lado, $\phi = \pm\pi/2$ equivale à situação em que a PD se orienta paralelamente a $\pm\hat{z}$ (perpendicular ao plano em que o NF reside).

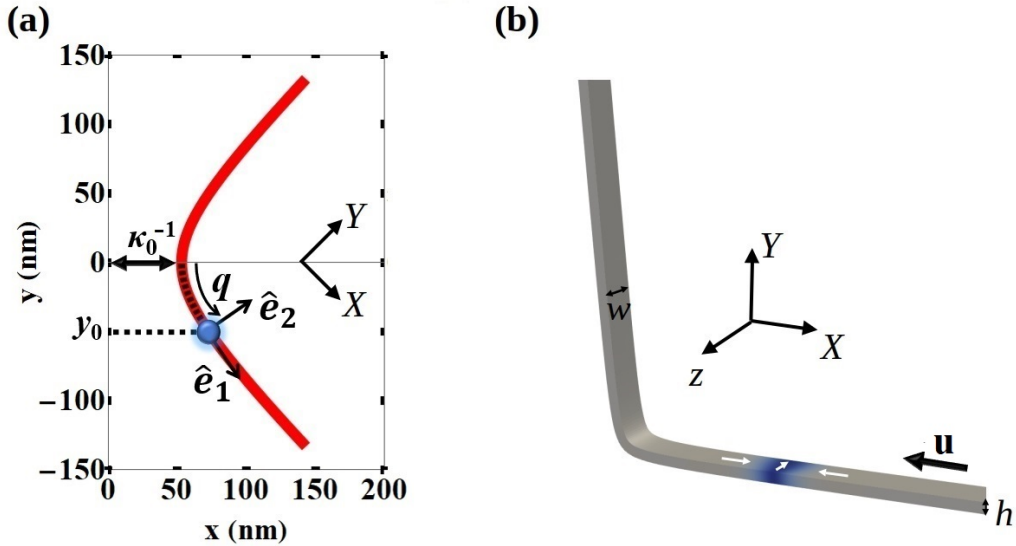


Figura 9.1 – (a) Geometria do NF para $\kappa_0 = 6\pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$. A posição q da PD é representada pelo círculo azul, podendo ser mapeada sobre o eixo y . (b) Sistema simulado hospedando uma PD do tipo “cabeça com cabeça” ($p = +1$) orientada com $\phi = -\pi/2$. Aqui, adotamos $w = 20 \text{ nm}$, $h = 5 \text{ nm}$ e a mesma curvatura da parte (a).

Para descrever a curva hiperbólica, adotamos a parametrização

$$\chi(y) = [y^2 + \kappa_0^{-2}]^{1/2} \hat{x} + y \hat{y}.$$

Utilizando a Eq. (7.4), obtemos $\kappa = \kappa_0 / (1 + 2y^2\kappa_0^2)^{3/2}$, onde κ_0 corresponde à máxima curvatura, associada à posição $y = 0$, conforme ilustrado na Fig. (9.1)-(a). No sistema de referência adotado, o elemento de comprimento sobre o fio é dado por $ds = -h_y dy$, sendo $h_y = |d\mathcal{X}/dy| = [1 + y^2/(y^2 + \kappa_0^{-2})]^{1/2}$. Assim, somos capazes de localizar uma posição arbitrária q sobre a curva por meio de uma integral elíptica do segundo tipo, isto é, $q = -\int_0^{y_0} h_y dy$. Essa integral conecta o ponto de coordenada q à sua projeção, y_0 , sobre o eixo y . Para os resultados numéricos apresentados daqui em diante, escolhemos $\kappa_0 = 6\pi \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$, $w = 20 \text{ nm}$ e $h = 5 \text{ nm}$. Finalmente, no que se refere aos parâmetros magnéticos, adotamos como referência os do permalloy.

9.2 Poço de potencial gerado pelo gradiente de curvatura

Na ausência de estímulos externos, consideramos um sistema sujeito à interação de troca e à interação magnetostática. Nesse caso, $E = AS \int \mathcal{E}_{\text{ex}} + \mathcal{S} \int \mathcal{E}_{\text{M}} ds$, onde \mathcal{E}_{ex} é dado pela Eq. (7.11) e a interação magnetostática é descrita pela aproximação de anisotropia de forma, $\mathcal{E}_{\text{M}} = (\mu_0 M_s^2 / 2) \sin^2 \Omega (N_2 \cos^2 \Phi + N_3 \sin^2 \Phi) ds$. De posse do ansatz (2.2), após integrar sobre o comprimento L do NF, obtemos

$$E = AS \left(\frac{2}{\lambda} + 2\mathcal{I}_{\text{ex}}^{(1)} \cos \phi - \mathcal{I}_{\text{ex}}^{(2)} \sin^2 \phi \right) + \mu_0 \lambda M_s^2 \mathcal{S} \left(N_2 \cos^2 \phi + N_3 \sin^2 \phi \right) \quad (9.1)$$

onde $\mathcal{I}_{\text{ex}}^{(1)} = \int \Omega' \kappa ds$ e $\mathcal{I}_{\text{ex}}^{(2)} = \int \kappa^2 \sin^2 \Omega ds$. É importante notar que os termos proporcionais a $\mathcal{I}_{\text{ex}}^{(1)}$ e a $\mathcal{I}_{\text{ex}}^{(2)}$ correspondem às contribuições das interações efetivas induzidas por curvatura dos tipos Dzyaloshinskii–Moriya e anisotropia, respectivamente. Essas integrais apresentam simples solução analítica nos casos em que κ é constante ou $\lambda\kappa(s) \ll 1$ [ver detalhes no apêndice A].

Na ausência de estímulos externos, a dinâmica será governada pelas forças generalizadas $\mathcal{Q}_\zeta \equiv -\partial E / \partial \zeta$, $\zeta \in \{q, \phi\}$, as quais podem ser escritas como

$$\mathcal{Q}_q = -AS \left(2 \cos \phi \frac{\partial \mathcal{I}_{\text{ex}}^{(1)}}{\partial q} - \sin^2 \phi \frac{\partial \mathcal{I}_{\text{ex}}^{(2)}}{\partial q} \right) \quad (9.2a)$$

$$\mathcal{Q}_\phi = AS \left(2\mathcal{I}_{\text{ex}}^{(1)} \sin \phi + \mathcal{I}_{\text{ex}}^{(2)} \sin 2\phi - \mu_0 \lambda M_s^2 (N_3 - N_2) \sin 2\phi \right). \quad (9.2b)$$

Conforme vimos de forma detalhada nas seções 5.1 e 5.1.1, a frequência de oscilação de uma PD transversal aprisionada em um poço de potencial harmônico é dada por (5.10), isto é, depende apenas de $\mathcal{K}_\zeta \approx \partial^2 E / \partial \zeta^2$, com $\zeta \in \{q, \phi\}$. A hipótese fundamental aqui é que a PD desenvolve pequenas oscilações, $q \approx q_0 + \delta q$ e $\phi \approx \phi_0 + \delta \phi$. Essa condição nos autoriza a expandir as forças generalizadas até primeira ordem, isto é, $\mathcal{Q}_\zeta \approx -\mathcal{K}_\zeta (\zeta - \zeta_0)$, sendo ζ_0 a posição de equilíbrio. Do capítulo IV, sabemos que o ponto de máxima curvatura consiste na posição equilíbrio q_0 para uma PD transversal. Então,

em nosso sistema de coordenadas, $q_0 = 0$. Nesse contexto, podemos avaliar dois cenários distintos: (I) o caso em que $\phi_0 \approx \pi$ (PD apontando para fora da curvatura) e (II) o caso em que $\phi_0 \approx \pm\pi/2$ (PD apontando na direção perpendicular ao plano xy). O primeiro caso foi discutido com detalhes nos capítulos IV e V. Por essa razão, nos preocuparemos aqui apenas com o caso em que $\phi_0 \approx \pm\pi/2$, o que nos será de grande utilidade nas próximas seções. Em primeiro lugar, como discutimos no capítulo II, essa posição de equilíbrio só se configura como tal se $w > h$ e, conseqüentemente, $N_2 > N_3$. Essa condição é satisfeita para a geometria adotada aqui, como pode ser visto na Fig. 9.1. Após um processo de expansão em torno do par $\{q_0, \phi_0\} = \{0, \pm\pi/2\}$, obtemos

$$\frac{\mathcal{K}_q}{\mathcal{S}} = 2A\lambda^2 \left[\int (\kappa|\kappa''| - \kappa'^2) \Omega'^2 ds \right]_{q=0}, \quad (9.3a)$$

$$\frac{\mathcal{K}_\phi}{\mathcal{S}} = 2\mu_0\lambda M_s^2(N_2 - N_3) + 2A \left(\int \kappa^2 \sin^2 \Omega ds \right)_{q=0}. \quad (9.3b)$$

Aqui, empregamos a notação $f' \equiv \partial_s f(s)$. Para obter as expressões acima com as integrais em sua forma mais simples, evidenciando o papel do gradiente de curvatura, desenvolveremos recursivamente processos de integração por partes, explorando propriedades de simetria das funções $\Omega(s)$, $\kappa(s)$ e de suas derivadas. Além disso, utilizamos a propriedade $\partial_q \Omega = -\partial_s \Omega$. Finalmente, tomando a Eq. (5.10) e inserindo as constantes acima, obtemos uma frequência $\omega_0/(2\pi) \approx 1$ GHz, para a geometria sob consideração.

9.3 Transporte de paredes de domínio via *spin transfer torque*

Para que a PD possa se libertar do aprisionamento produzido pelo gradiente de curvatura, faz-se necessária a inserção de um estímulo externo, seja ele um campo magnético ou uma corrente spin polarizada. Do ponto de vista experimental, aplicar um campo tangente ao comprimento de um NF com curvatura não trivial tende a ser um tarefa desafiadora. Por outro lado, a inserção de terminais elétricos capazes de produzir corrente através do NF tem se mostrado uma alternativa mais conveniente [54, 87, 91]. Felizmente, no capítulo VIII, desenvolvemos com detalhes um poderoso formalismo capaz de descrever o efeito gerado por correntes spin polarizadas em sistemas curvilíneos. Note-se que as Eqs. (8.21) descrevem a dinâmica para uma distribuição arbitrária da magnetização. Em particular, para uma PD transversal, devemos integrar \mathcal{L} e \mathcal{F} utilizando o ansatz (2.2) a fim de obter

$$\mathcal{L}_{\text{ef}} = -\mathcal{S} \left[p\phi(u - \dot{q}) + \frac{u}{2} \mathcal{I}_u^{(1)} \sin \phi \right] - \frac{\gamma}{M_s} E, \quad (9.4a)$$

$$\mathcal{F}_{\text{ef}} = \mathcal{S} \left[\alpha \left(\lambda \dot{\phi}^2 + \frac{\dot{q}^2}{\lambda} \right) - u\beta \left(\frac{2}{\lambda} \dot{q} + \frac{p\dot{q}}{\lambda} \mathcal{I}_u^{(1)} \cos \phi + \frac{\dot{\phi}}{2} \mathcal{I}_u^{(2)} \sin \phi \right) \right], \quad (9.4b)$$

$$\mathcal{I}_u^{(1)} = \int \kappa \sin \Omega ds, \quad (9.4c)$$

$$\mathcal{I}_u^{(2)} = \int \kappa \sin 2\Omega ds = -2p\lambda \int \kappa' \sin \Omega ds. \quad (9.4d)$$

Em particular, se κ é constante, obtemos $\mathcal{I}_u^{(2)} = 0$ e recuperamos os resultados apresentados em [64]. Uma propriedade útil relacionando essas integrais é $\mathcal{I}_u^{(2)} = -2p\lambda \partial \mathcal{I}_u^{(1)} / \partial q$. Finalmente, inserindo as Eqs. (9.4) nas equações de Euler-Lagrange (8.8) com $\zeta \in \{q, \phi\}$, obtemos

$$\dot{q} = -\frac{p\gamma}{2M_s S} \mathcal{Q}_\phi + \frac{up}{2} (\mathcal{Y}_u - \beta \mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}) + p\alpha\lambda\dot{\phi}, \quad (9.5a)$$

$$\dot{\phi} = \frac{p\gamma}{2M_s S} \mathcal{Q}_q + \frac{u}{2\lambda} (\beta \mathcal{Y}_u + \mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}) - \frac{p\alpha}{\lambda} \dot{q}. \quad (9.5b)$$

Aqui, $\mathcal{Y}_u = 2p + \mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(1)}$, com $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(1)} = \mathcal{I}_u^{(1)} \cos \phi$. Além disso,

$$\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)} = \frac{1}{2} \mathcal{I}_u^{(2)} \sin \phi. \quad (9.6)$$

$\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(1)}$ e $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ correspondem às contribuições extras de corrente elétrica induzidas pela curvatura. Destacamos que o termo dado na Eq. (9.6) possui centralidade neste capítulo. Em primeiro lugar, é importante notar que $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)} = 0$ quando $\kappa'(s) = 0$. Portanto, estamos diante de um efeito que emerge apenas em sistemas de curvatura variável. Em segundo lugar, $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ se anula quando a magnetização do centro da PD se orienta ao longo de $\pm \hat{e}_2$, seja para dentro ($\phi = 0$) ou para fora ($\phi = \pi$) da curvatura. Por outro lado, os valores extremos de $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ ocorrem quando $\phi = \pm \pi/2$ (centro da PD apontando para $\pm \hat{z}$).

Inicialmente, para uma melhor compreensão do significado de $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$, vamos manter o nosso foco sobre a contribuição conservativa do *spin transfer torque*, isto é, faremos $\beta = 0$. Além disso, a fim de tornar explícita a influência de $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ sobre o movimento de translação da PD, é instrutivo considerar em primeira instância o caso hipotético em que $\dot{\phi} = 0$. Um fato conhecido para sistemas com curvatura constante sob essa mesma condição é que a velocidade de translação da PD é nula se $\beta = 0$ [22, 92]. Entretanto, para o nosso NF provido de gradiente de curvatura, $\dot{q} = \lambda\gamma(2\alpha M_s S)^{-1} \mathcal{Q}_q + (2\alpha)^{-1} p u \mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$, o que pode ser verificado quando fazemos $\dot{\phi} = 0$ em (9.5b). Esse resultado evidencia a existência de duas forças efetivas induzidas pelo gradiente de curvatura: (I) o termo \mathcal{Q}_q , emergente da interação de troca, responsável pelo movimento espontâneo de PD's na ausência de estímulos externos [93, 94]; e (II) $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$, resultado da combinação de dois fatores, a saber, uma corrente spin polarizada e um ambiente com curvatura variável.

O fato mais surpreendente a respeito de $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ é a sua natureza quiral com respeito à orientação da PD: $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}(\phi = +\pi/2) = -\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}(\phi = -\pi/2)$, onde a quebra da simetria de paridade indica que essa força efetiva pode induzir um movimento “para frente” ($\dot{q} > 0$) ou

“para trás” ($\dot{q} < 0$), dependendo do sinal de $\sin \phi$. Assim, partindo de uma determinada posição q , a dinâmica obtida quando a PD aponta para fora do plano xy ($\phi = +\pi/2$) é substancialmente distinta do caso em que ela aponta para dentro do referido plano ($\phi = -\pi/2$). Por essa razão, nomeamos esse efeito de *spin transfer torque* quiral induzido por gradiente de curvatura (STTQ-IGC).

Além de depender explicitamente de ϕ , o STTQ-IGC possui dependência implícita em q , o que se deve à integral (9.4d), para a qual iremos olhar com mais atenção nesse momento. Notamos que $\mathcal{I}_u^{(2)}$ é determinado fundamentalmente pelo comportamento de duas funções: κ' e $\sin \Omega$. Em nossa análise, vamos supor que a curvatura do sistema é tal que $\kappa(s)$ apresenta máximo em $s = 0$ e decresce de forma simétrica nos entornos dessa posição. Dito em linguagem matemática, $\kappa'(0) = 0$, $\kappa''(0) < 0$ e $\kappa(+s) = \kappa(-s)$. Como consequência, a função $\kappa'(s)$ é antissimétrica, isto é, $\kappa'(+s) = -\kappa'(-s)$. Para maior clareza, apresentamos $\kappa(s)$ (curva azul) e $\kappa'(s)$ (curva tracejada vermelha) inseridas no gráfico da Fig. 9.2. Além disso, tomando o ansatz (2.2), é possível verificar que $\sin \Omega$ apresenta um comportamento simétrico em relação à coordenada q (que localiza o centro da PD), isto é, $\sin \Omega(q+s) = \sin \Omega(q-s)$. Portanto, o produto $\kappa' \sin \Omega$ em (9.4d) apresenta comportamento antissimétrico em torno de $q = 0$ (PD localizada sobre a posição de maior curvatura). Sem perda de generalidade, esse resultado é ilustrado na Fig. 9.2 para o caso de um NF com curvatura hiperbólica. Assim, $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}(q = 0) = 0$ e $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}(+q) = -\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}(-q)$.

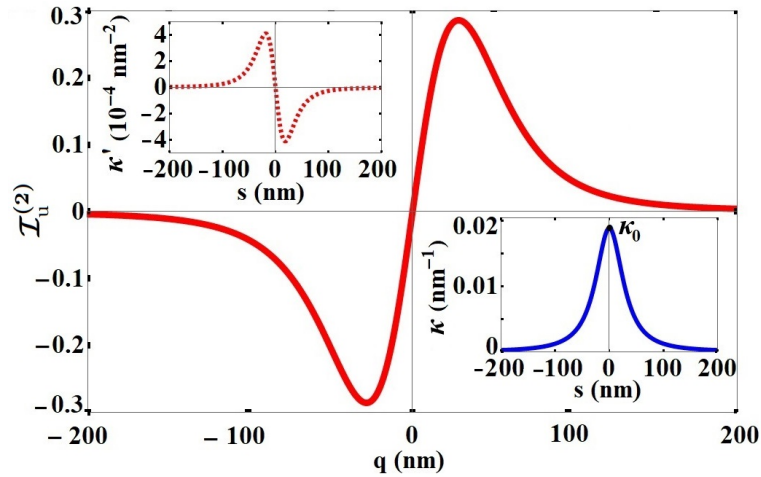


Figura 9.2 – Comportamento de $\mathcal{I}_u^{(2)}$ em função da posição da PD. Os gráficos inseridos abaixo e acima ilustram $\kappa(s)$ (linha azul) e $\kappa'(s)$ (linha tracejada vermelha).

Conforme evidenciado pela Fig. 9.2, $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}(q)$ apresenta um comportamento linear nas vizinhanças de $q = 0$. A depender do sinal de $up \sin \phi$, o STTC-IGC pode desempenhar papéis distintos: (I) o de uma força restauradora, a qual favorece o aprisionamento da PD, se $up \sin \phi < 0$; ou (II) o de uma força repulsiva, que se opõe ao aprisionamento da PD, se $up \sin \phi > 0$. No sistema estudado aqui como exemplo ($p = +1$ e $u < 0$) o primeiro caso é obtido para $\phi \approx +\pi/2$, enquanto o segundo corresponde a $\phi \approx -\pi/2$. Essa fenomenologia é ilustrada de forma dramática na Fig. 9.3 para o caso particular

em que $\beta = 0$. Na referida figura, a curva azul ilustra o caso em que $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ desempenha o papel de força restauradora, facilitando o processo de aprisionamento da PD em torno de $q = 0$. Em contrapartida, a curva vermelha se refere ao caso em que $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ atua como uma força repulsiva, sendo responsável por afastar a PD da região de maior curvatura.

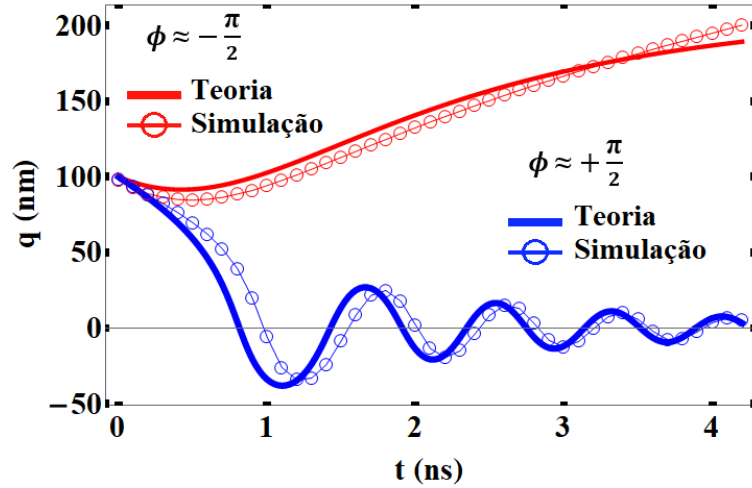


Figura 9.3 – Posição da PD em função do tempo para $\beta = 0$ e $J = 2 \times 10^{12}$ A/m². As curvas azul e vermelha se referem aos casos em que $\phi \approx +\pi/2$ e $\phi \approx -\pi/2$, respectivamente. Em ambos os casos, encontramos $\lambda \approx 14.5$ nm.

O movimento retrógrado obtido quando $\phi \approx -\pi/2$ para $\beta = 0$ sugere a existência de um valor crítico, β_c , para o qual $\dot{q} = 0$. Em outras palavras, se existe um β tal que a PD retrocede, deve existir um valor limite para o qual ela estaciona. A fim de determinar β_c , é conveniente nos valeremos da Eq. (9.5b). Supondo que $q \gg 0$ (PD longe do ponto de máxima curvatura), a contribuição de \mathcal{Q}_q se torna negligenciável quando comparada ao termo associado a $\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$. Nesse caso, a condição $\dot{\phi} = 0$ e $\dot{q} = 0$ aplicada em (9.5b) nos leva prontamente a

$$\beta_c \approx \frac{1}{4} \mathcal{I}_u^{(2)}(q) \quad (9.7)$$

Assim, para cada posição q , existe um β_c dado por (9.7) que garante a estática da PD quando $\phi \approx -\pi/2$. Se quisermos garantir que o movimento retrógrado não ocorrerá, é necessário satisfazer $\beta > \beta_c$. No caso particular do NF com a geometria adotada aqui, $\beta_c \approx 0.01$ e 0.002 para $q \approx 100$ nm e 150 nm, respectivamente. Por outro lado, se o NF apresenta curvatura constante, $\beta_c = 0$, concordando com as refs. [22, 92].

Para os valores de β tipicamente adotados para o permalloy (≈ 0.04) [92], não observamos um movimento retrógrado como o ilustrado na Fig. 9.3. Entretanto, outra interessante consequência do STTQ-IGC pode ser observada: o limiar de corrente necessário para libertar a PD da região curva é dependente de ϕ . Conforme apresentado na Fig. 9.4, o estado de aprisionamento é superado para $J > 0.7 \times 10^{12}$ A/m², se $\phi \approx -\pi/2$. Por outro lado, no caso em que $\phi \approx +\pi/2$, a PD permanece presa mesmo para $J = 1 \times 10^{12}$

A/m^2 . Adicionalmente, com o objetivo de evitar qualquer mal entendido com respeito ao que queremos dizer por “ $\phi \approx \pm\pi/2$ ”, apresentamos nas partes (c) e (d) da referida figura o comportamento de $\sin \phi$ em função do tempo. Desse modo, evidenciamos que $\phi(t) \approx \pm\pi/2 + \delta\phi(t)$, sendo $\delta\phi(t)$ uma contribuição oscilatória de pequena amplitude que esvanece com o tempo.

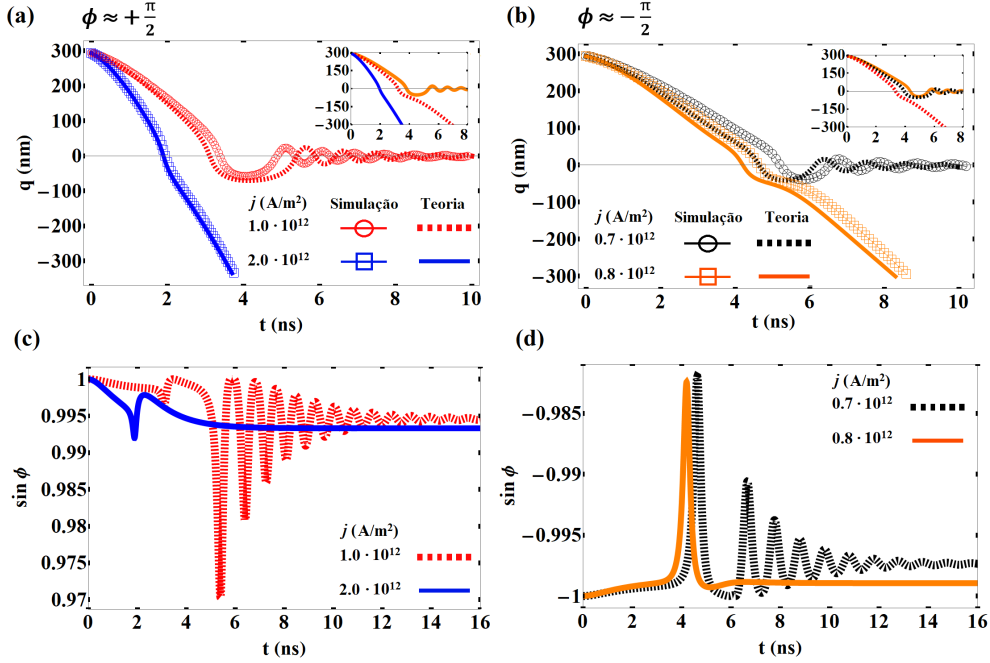


Figura 9.4 – Posição da PD em função do tempo. (a) e (b) apresentam os casos em que a PD se orienta ao longo de $+\hat{z}$ e $-\hat{z}$, respectivamente. Aqui, adotamos $\beta = 0.04$. As inserções nos cantos superiores direitos ilustram o cenário hipotético em que o STTC-IGC não existe. Em todos os casos, adotamos $\lambda \approx 14.5 \text{ nm}$.

A dependência que o STTQ-IGC apresenta com relação ao par $\{q, \phi\}$ faz emergir uma fenomenologia não recíproca quando avaliamos o movimento da PD partindo de posições simétricas com respeito a $y = 0$, acima e abaixo. A Fig. 9.5 ilustra esse fato. Em primeiro lugar, devemos notar que o sentido de atuação da força efetiva devida ao STTQ-IGC é determinada pelo sinal do produto $uQ_{\text{ef}}^{(2)}(q, \phi)$. Quando $uQ_{\text{ef}}^{(2)} > 0$, a força devida ao STTQ-IGC atua no sentido $+\hat{e}_1$. Por outro lado, quando $uQ_{\text{ef}}^{(2)} < 0$, a referida força efetiva atua no sentido $-\hat{e}_1$. É importante lembrar que o vetor tangente $\hat{e}_1(s)$ percorre o NF no sentido anti-horário, conforme ilustrado na Fig. 9.1. Além disso, o sinal de u reflete o sentido ($\pm\hat{e}_1$) do fluxo dos elétrons de condução. Anteriormente, enfatizamos que PD’s partindo da mesma posição q porém orientadas com fases opostas (uma em $+\hat{z}$ e outra em $-\hat{z}$) não são equivalentes. Esse fato se torna mais evidente quando comparamos as partes (a) e (b) [ou (c) e (d)] da Fig. 9.5. Entretanto, é importante notar a presença de outra assimetria: não existe equivalência física entre duas PD’s, com a mesma orientação ϕ , partindo de posições simétricas em relação à origem e sendo dirigidas por correntes com sinais opostos. Em outras palavras, não existe reciprocidade entre os cenários (a) e

(c) [ou (b) e (d)], uma vez que $uQ_{\text{ef}}^{(2)}$ favorece o aprisionamento da PD na região curva em um caso e se opõe à tendência de aprisionamento no outro. Portanto, concluímos que as únicas relações de equivalência que estão presentes ocorrem entre os casos (a) e (d), bem como (b) e (c).

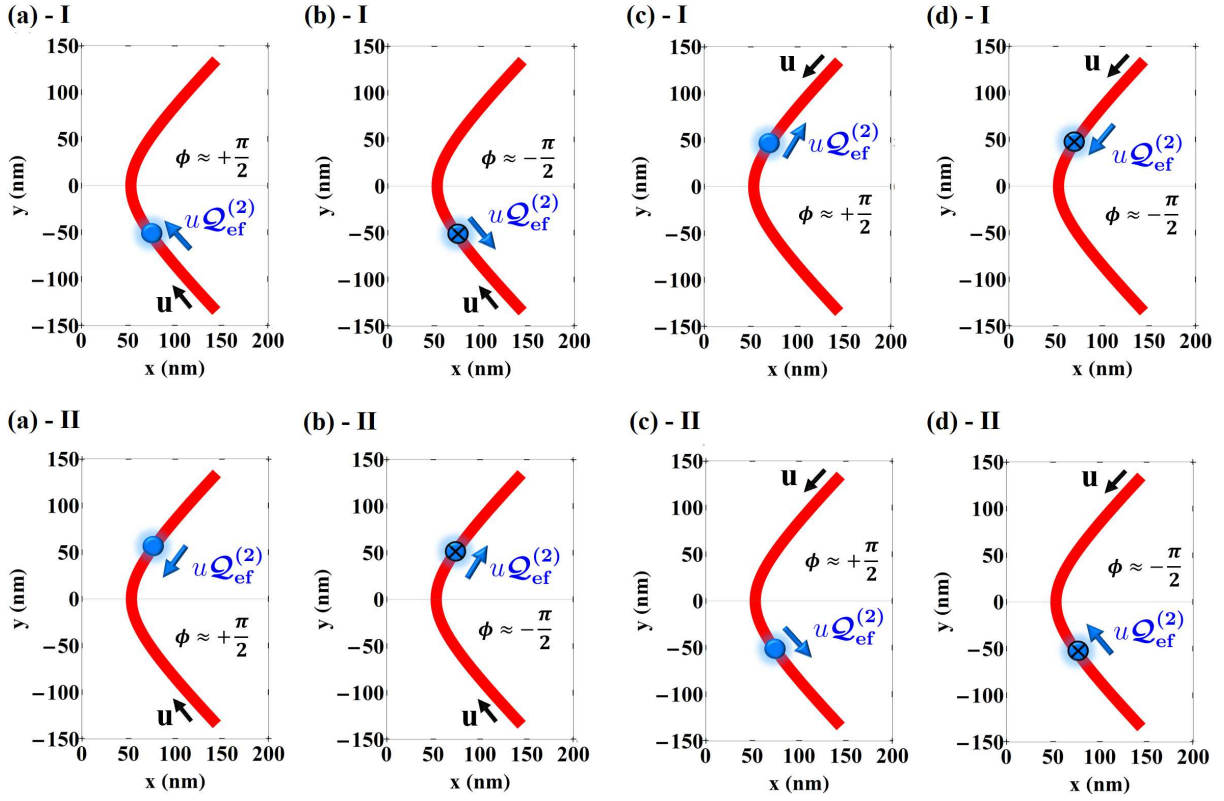


Figura 9.5 – A influência da força efetiva $uQ_{\text{ef}}^{(2)}$ (vetor em azul) sobre a PD (círculo azul) em distintos cenários. (a)-I PD orientada em $+\hat{z}$ partindo de uma região em que $\kappa' < 0$. (b)-I PD orientada em $-\hat{z}$ partindo da mesma região do caso anterior. (c)-I PD orientada em $+\hat{z}$ partindo de uma região em que $\kappa' > 0$. (d)-I PD orientada em $-\hat{z}$ partindo da mesma região do caso anterior. As partes (a)-II, (b)-II, (c)-II e (d)-II são configurações correspondentes às anteriores, porém, com a PD em uma posição simetricamente oposta em relação a $y = 0$. A orientação de \mathbf{u} é representada em cada caso por vetores pretos.

A referida não reciprocidade mostra-se ainda mais relevante quando consideramos a PD partindo da posição de maior curvatura sob dois cenários distintos: (I) $J > 0$, induzindo deslocamento no sentido $+\hat{e}_1$; e (II) $J < 0$, produzindo tendência de movimento em $-\hat{e}_1$. A Fig. 9.6 ilustra esse fenômeno de forma dramática, revelando que a magnitude da corrente necessária para libertar a PD pelo sentido $+\hat{e}_1$ é superior em uma ordem de grandeza àquela necessária para libertá-la no sentido oposto. A explicação para esse fenômeno pode ser compreendida de forma bastante ilustrativa se olharmos para a Fig. 9.5. Avaliemos primeiro o caso em que $\phi = +\pi/2$. Nas partes (a)-I e (a)-II da figura, $uQ_{\text{ef}}^{(2)}$ realiza o papel de “força restauradora” (com $\{u, J\} < 0$), favorecendo o aprisionamento

da PD. Por outro lado, se invertemos o sinal de u , as partes (c)-I e (c)-II revelam que $u\mathcal{Q}_{\text{ef}}^{(2)}$ desempenha o papel de força repulsiva, favorecendo a libertação da PD. Por essa razão, um sentido de corrente tal que $\{u, J\} > 0$ [casos (c)-I e (c)-II] é capaz de libertar mais facilmente a PD da região curva, quando comparada ao caso em que $\{u, J\} < 0$ [casos (a)-I e (a)-II]. Se $\phi = -\pi/2$, um comportamento análogo é observado, com a diferença de que o “sentido ótimo” da corrente para a libertação da PD é invertido em relação ao caso anterior [ver as partes (b)-I e (b)-II, bem como (d)-I e (d)-II da figura].

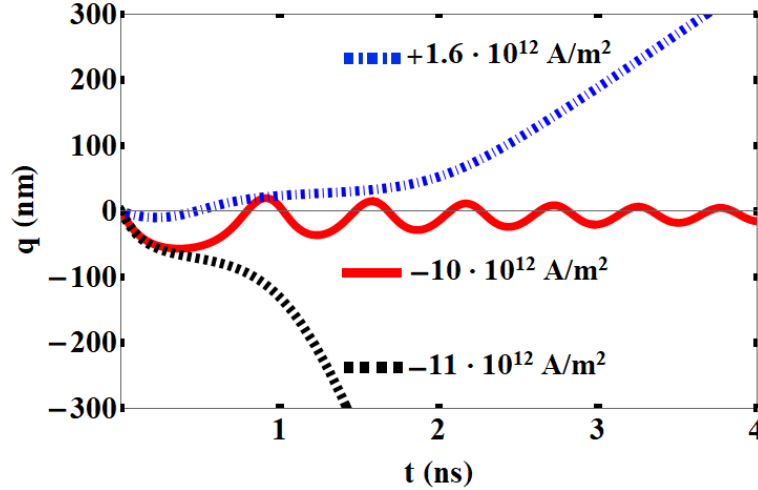


Figura 9.6 – PD com $\phi \approx +\pi/2$ sujeita a distintos valores de j . Enquanto uma densidade de corrente de magnitude $1.6 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ é suficiente para libertar a PD pelo sentido $+\hat{e}_1$ (linha tracejada azul), uma densidade $J = 11 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ é requerida para libertá-la pelo sentido contrário.

Até aqui estudamos as implicações do STTQ-IGC. Agora, vamos investigar mais de perto a sua origem física. Para isso, é instrutivo dar um passo atrás e escrever o termo geral de *spin transfer torque* presente em (8.1a) como $\Gamma_{\mathbf{u}} = -\gamma \mathbf{m} \times (\mu_0 \mathbf{H}_{\mathbf{u}})$. Aqui, $\mathbf{H}_{\mathbf{u}} = (\gamma \mu_0)^{-1} [\mathbf{m} \times (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{m} + \beta (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{m}]$ é o campo efetivo produzido pela corrente spin polarizada. Em particular, a componente tangencial de $\mathbf{H}_{\mathbf{u}}$, responsável por “dirigir” a PD ao longo do NF, pode ser escrita como

$$\mathbf{H}_{\mathbf{u}} \cdot \hat{\mathbf{e}}_1 = \frac{u}{\mu_0 \gamma} \left[\beta \sin \Omega (\Omega' + \kappa \cos \Phi) - \Phi' \sin^2 \Omega + \frac{\kappa}{2} \sin 2\Omega \sin \Phi \right]. \quad (9.8)$$

Conforme vimos anteriormente, a fenomenologia quiral se deve fundamentalmente à contribuição conservativa do *spin transfer torque*, isto é, aos termos que não acompanham β . Além disso, de acordo com a Eq. (2.2), $\Phi = \phi$ e $\phi' = 0$. Nesse contexto, o termo efetivamente responsável pelo STTQ-IGC se reduz a

$$\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})} = \frac{u}{2\mu_0 \gamma} \kappa \sin 2\Omega \sin \phi \hat{\mathbf{e}}_1. \quad (9.9)$$

De posse da equação acima, podemos escrever

$$uQ_{\text{ef}}^{(2)} = \mu_0\gamma \int (\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})} \cdot \hat{e}_1) ds \quad (9.10)$$

Portanto, o STTQ-IGC é resultado da soma do campo efetivo $\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})}$ que atua ao longo de todo o comprimento da PD. Se κ é constante, $\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})}$ tem o mesmo módulo e sentido contrário, quando avaliado em posições simetricamente opostas em relação ao centro da PD, isto é, $\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})}(q+s) = -\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})}(q-s)$. Nesse caso, o efeito global desse termo sobre a textura magnética se anula. Entretanto, em um ambiente de curvatura variável, κ modula o campo $\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})}$ de tal forma que $\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})}(q+s) \neq -\mathbf{H}_{\mathbf{u}}^{(\text{STTQ})}(q-s)$. Assim, posições simétricas em relação a q experimentam forças com distintas intensidades, o que tende a “empurrar a PD para frente”, ou “puxá-la para trás”. Sob uma perspectiva mais fundamental, dizemos que o STTQ-IGC é uma consequência do desalinhamento extra, induzido pelo gradiente de curvatura, entre a magnetização local e os spins dos elétrons de condução. Como resultado, diferente do que ocorre quando κ é constante, o momento angular transferido entre eles não é equivalente em posições simetricamente opostas com respeito ao centro da PD.

Simulações micromagnéticas

Com o fim de corroborar os resultados preditos pela teoria, realizamos simulações micromagnéticas utilizando o Nmag [49]. A comparação entre ambas as abordagens é apresentada nas Figs. 9.3 e 9.4, mostrando excelente concordância. O sistema simulado consiste de um NF com 1200 nm de comprimento. A discretização foi feita com células de 1.5 nm de comprimento ($\ll \ell$). Em todas as simulações o NF foi inicialmente magnetizado em uma configuração do tipo “cabeça com cabeça” distando de pelo menos 100 nm da posição de máxima curvatura. Para escolher a orientação da PD ($\pm\pi/2$), uma pequena região localizada em $s = q$ é magnetizada em $\pm\hat{z}$ e, então, o sistema é relaxado por 5 ns. A posição q é determinada por uma média aritmética de todos os pontos que satisfazem a condição $m_z > 0.95$, quando $\phi = +\pi/2$; ou $m_z < -0.95$, se $\phi = -\pi/2$.

9.4 Conclusão

Nesse capítulo, apresentamos a emergência de um efeito quiral presente quando uma PD se desloca em sistemas com gradiente de curvatura. A origem desse fenômeno está associada à existência de um campo efetivo, tangente ao NF, induzido pela combinação de dois componentes: uma corrente spin polarizada e um ambiente provido de curvatura variável. Sem perda de generalidade, escolhemos analisar a dinâmica da PD em uma estrutura com curvatura hiperbólica. Nesse contexto, evidenciamos que o fenômeno do *spin transfer torque* quiral traz consequências dramáticas para a dinâmica da PD, podendo induzir um movimento retrógrado, a depender de como a textura magnética se orienta.

Além disso, o limiar da corrente elétrica necessária para que a PD seja liberta do potencial de fixação induzido pela curvatura é influenciado pelo STTQ-IGC. Em sua essência, a fenomenologia observada é uma consequência da quebra de simetria de paridade com respeito à fase da PD.

Os resultados apresentados sugerem que a quiralidade observada não se limita a paredes de domínio, podendo também manifestar-se em outros modos coletivos da magnetização que se propaguem em nanoestruturas com gradientes de curvatura sob a influência de correntes de spin. Nesse sentido, deixamos como uma possível linha a ser seguida por trabalhos posteriores a investigação do STTQ-IGC em texturas magnéticas bidimensionais, como skyrmions e vórtices. Como o STTQ-IGC afeta quantitativa e qualitativamente a dinâmica da magnetização, concluímos que é crucial considerá-lo em aplicações que envolvem o transporte de spin em dispositivos curvos.

Finalmente, destacamos que os resultados discutidos neste capítulo encontram-se em processo de avaliação no periódico *Nanoscale*, podendo ser acessado na Ref. [95].

X Efeitos induzidos pela torção na dinâmica de diferentes tipos de paredes de domínio sob a ação de correntes spin polarizadas

Considerações iniciais

Conforme vimos ao longo dos capítulos anteriores, nanofios magnéticos (NF's) são estruturas que permitem o controle da dinâmica de PD's por meio de estímulos externos. Até aqui, nos dedicamos a sistemas cuja curvatura encontra-se restrita ao plano sobre o qual o NF habita. Em outras palavras, nos concentramos em NF's desprovidos de torção, τ . Entretanto, escolhemos concluir a presente tese dando lugar aos papéis desempenhados pela torção em sistemas unidimensionais, investigando as suas similaridades e diferenças quando comparados aos efeitos induzidos puramente pela curvatura.

Nesse contexto, a investigação das propriedades estáticas e dinâmicas de PD's hospedadas em NF's helicoidais mostra-se promissora, tendo em vista que essa geometria apresenta características simultâneas de curvatura e torção. Notavelmente, uma modelagem analítica foi conduzida por Sheka *et al.* [96] com o objetivo de descrever estados de equilíbrio da magnetização para o caso particular em que a hélice é submetida a uma anisotropia de eixo fácil ao longo da direção tangencial. Assim, duas configurações estáveis foram obtidas: (I) uma distribuição de magnetização quase tangencial, observada sob condições de pequenas curvaturas e torções, $\{\kappa\ell, \tau\ell\} \ll 1$, sendo $\ell = \sqrt{2A/(\mu_0 M_s^2)}$; e (II) um estado do tipo “cebola”, para o caso em que $\{\kappa\ell, \tau\ell\} \gtrsim 1$. Além disso, os autores demonstraram que a combinação de curvatura e torção impacta significativamente a dinâmica das ondas de spin no sistema, o que se deve principalmente à emergência de uma interação do tipo Dzyaloshinskii-Moriya efetiva. Com relação ao transporte de PD's por corrente de spin, Yershov *et al.* [64] elucidaram dois efeitos fundamentais: primeiro, a curvatura introduz o surgimento do limite de Walker em um NF com seção transversal circular e, segundo, a torção induz um ajuste notável no parâmetro de *spin transfer torque* não adiabático, β . É importante ressaltar que o último efeito gera alterações substanciais na velocidade de propagação da PD, abrindo possibilidade para uma mobilidade negativa (movimento oposto ao sentido de atuação do estímulo externo). Essas descobertas multifacetadas ressaltam a intrincada influência de curvatura e torção em sistemas magnéticos e suas profundas implicações para o comportamento estático e dinâmico de PD's.

Inspirados por esses resultados, nos dedicamos ao estudo da dinâmica de PD's em NF's com geometria helicoidal. Embora pesquisas anteriores tenham analisado o comportamento de PD's transversais em sistemas curvos com anisotropia de eixo fácil na direção

tangencial (ATF - anisotropia tangencial fácil), há uma lacuna notável na literatura sobre outros tipos de PD's em sistemas curvos. Assim, nosso objetivo é caracterizar distintos tipos de PD's e avaliar a influência da curvatura e da torção em cada uma delas. Para conseguir isso, examinamos dois cenários: (I) uma PD hospedada em um sistema com anisotropia de eixo fácil na direção binormal, aqui denominada ABF (anisotropia binormal fácil), conforme ilustrado na Fig. 10.1-(c); e (II) o caso de uma PD nucleada em um sistema com anisotropia de eixo fácil ao longo da direção normal, denotada por ANF (anisotropia normal fácil), representada na Fig. 10.1-(d).

10.1 Descrição da geometria

Para investigar a influência da curvatura e da torção na dinâmica da PD, optamos por examinar um fio em forma de hélice tridimensional como exemplo focal. Neste cenário específico, os efeitos geométricos são mais viáveis para um tratamento analítico, uma vez que a curvatura e a torção são constantes. Vale ressaltar que a produção experimental de micro hélices magnéticas vem sendo realizada há mais de uma década, ressaltando a relevância do nosso estudo.

$$\boldsymbol{\chi}(s) = R \cos\left(\frac{2\pi s}{s_0}\right) \hat{x} + R \sin\left(\frac{2\pi s}{s_0}\right) \hat{y} + \mathcal{C}P \frac{s}{s_0} \hat{z}, \quad (10.1)$$

onde os vetores $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ definem as direções cartesianas, s é o arco de comprimento, $s_0 = \sqrt{P^2 + 4\pi^2 R^2}$ é o comprimento de um único enrolamento, R é o raio e P caracteriza o passo da hélice (distância entre dois enrolamentos sucessivos). Adicionalmente, o sentido de rotação da hélice é definido por $\mathcal{C} = \pm 1$, seja horário (+1) ou anti-horário (-1). Partindo dessa parametrização, a base de Frenet-Serret (7.1) nos fornece facilmente a curvatura e a torção da hélice como funções de R e P , isto é, $\kappa = 4\pi^2 R/s_0^2$ e $\tau = 2\pi \mathcal{C}P/s_0^2$. Finalmente, um NF com seção transversal retangular, que acompanha a linha central definida por $\boldsymbol{\chi}(s)$, pode ser descrito por $\mathbf{r}(s) = \boldsymbol{\chi}(s) + \xi_2 \hat{e}_2 + \xi_3 \hat{e}_3$. Aqui, $\xi_2 \in [-w/2, w/2]$ e $\xi_3 \in [-h/2, h/2]$, sendo w e h as dimensões da seção retangular. Neste capítulo, fixamos $w = 10$ nm e $h = 10$ nm. Além disso, escolhemos $R = 30$ nm e $P = 93$ nm, o que implica $\kappa = 0.027$ nm⁻¹ e $\tau = 0.013$ nm⁻¹. A Fig. 10.1-(a) ilustra o sistema sob estudo.

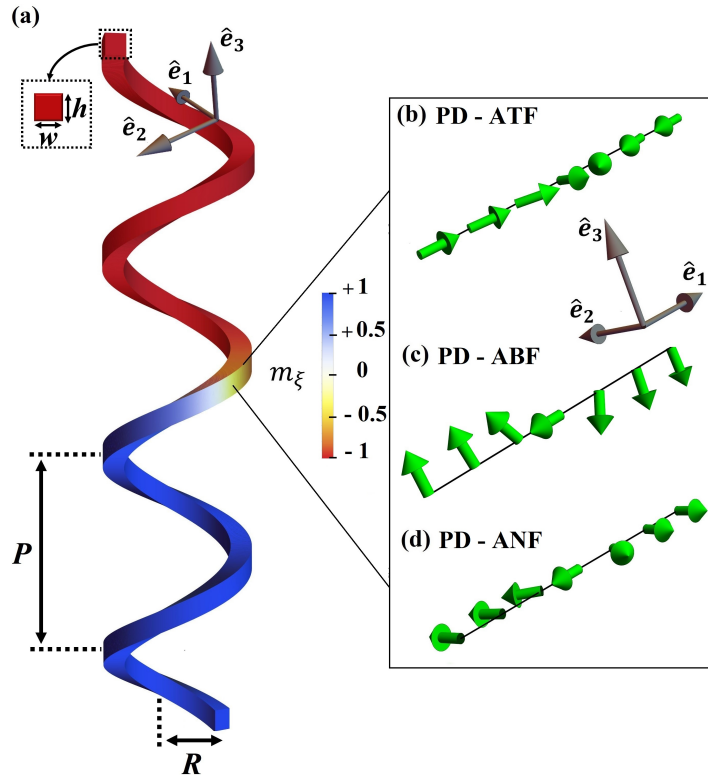


Figura 10.1 – (a) Nanofio com geometria do tipo hélice com $R = 30$ nm, $P = 93$ nm e $C = +1$. A componente m_ξ da magnetização varia de -1 (azul) até $+1$ (vermelho). (b) $\xi = 1$: PD transversal com “anisotropia tangencial fácil” - ATF. (c) $\xi = 3$: PD do tipo Néel ($\phi = \pi$) com “anisotropia binormal fácil” - ABF. (d) $\xi = 2$: PD do tipo Néel ($\phi = -\pi/2$) com “anisotropia normal fácil” - ANF.

10.2 Anisotropia de eixo fácil na direção binormal: PD-ABF

Para o caso discutido nesta seção, é conveniente utilizar a parametrização (7.12). Nesse contexto, devemos inserir no funcional de energia do sistema uma interação do tipo $\mathcal{E}_K = K(1 - m_3^2) = K \sin^2 \Omega$. Essa expressão caracteriza uma anisotropia de eixo fácil na direção \hat{e}_3 (direção binormal), cuja magnitude é determinada pela constante K . O propósito dessa anisotropia é garantir que os domínios magnéticos, acima e abaixo da PD, estejam alinhados com a direção \hat{e}_3 . Assim, conforme ilustrado na Fig. 10.1-(a) e (c), a componente m_3 tende a variar lentamente de $+1$ a -1 quando percorremos o comprimento da hélice, permitindo a nucleação de uma PD entre os domínios em azul ($+1$) e em vermelho (-1). Quanto à densidade de energia de troca (\mathcal{E}_{ex}) para a referida parametrização da magnetização, já demonstramos ser dada pela Eq. (7.13). Finalmente, modelamos a interação magnetostática pela aproximação de anisotropia de forma, de

modo semelhante à Eq. (1.46),

$$\mathcal{E}_M = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 (N_2 m_2^2 + N_3 m_3^2) = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 (N_2 \sin^2 \Omega \sin^2 \Phi + N_3 \cos^2 \Omega). \quad (10.2)$$

O perfil da PD que intentamos modelar pode ser descrito pelas funções $\Omega(s)$ e $\Phi(s)$ dadas por

$$\Omega(s) = 2 \arctan \left(e^{p \frac{s-q}{\lambda}} \right), \quad (10.3a)$$

$$\Phi(s) = \phi + a \frac{s-q}{\lambda}. \quad (10.3b)$$

Com o objetivo de contemplar eventuais distorções experimentadas pelas formas mais exóticas de PD's que trataremos aqui, introduzimos o parâmetro de assimetria a . Assim, teremos em conta os efeitos perturbativos produzidos pela curvatura e pela torção em $\Phi(s)$, permitindo que o perfil da PD se reconfigure, pelo menos em primeira ordem.

Empreendendo um processo de integração da densidade $\mathcal{E} = \mathcal{E}_K + \mathcal{E}_{\text{ex}} + \mathcal{E}_M$, podemos determinar a energia total do sistema. Para isso, de agora em diante, iremos nos restringir ao limite em que $\kappa\lambda \ll 1$ (pequenas curvaturas), bem como $\tau\lambda \ll 1$ (pequenas torções). Sob essas considerações,

$$E_K = 2S\lambda K. \quad (10.4a)$$

$$E_{\text{ex}} = 2AS \left(\frac{1+a^2}{\lambda} - p\pi\tau \sin \phi + \kappa(2a + \kappa\lambda) \right), \quad (10.4b)$$

$$E_M = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 \mathcal{S} \left[2\lambda N_2 \sin^2 \phi + N_3(L - 2\lambda) \right]. \quad (10.4c)$$

Minimizando a energia total $E = E_K + E_{\text{ex}} + E_M$ com respeito ao par $\{\lambda, a\}$, obtemos

$$\lambda(\phi) = \sqrt{\frac{2A}{2K + \mu_0 M_s^2 (N_2 \sin^2 \phi - N_3)}} \quad \text{e} \quad a(\phi) = -\kappa\lambda(\phi). \quad (10.5)$$

Ao longo de todo o capítulo utilizaremos $A = 1.3 \times 10^{-11}$ J/m, $M_s = 8.6 \times 10^5$ A/m e $K = 3.8 \times 10^5$ J/m³, para os quais obtemos o valor médio $\langle \lambda(\phi) \rangle \approx 7.5$ nm. Assim, inserindo a expressão obtida para a em (10.4b), podemos reescrever a energia de troca como

$$E_{\text{ex}} = 2AS \left(\frac{1}{\lambda} - p\pi\tau \sin \phi \right). \quad (10.6)$$

Finalmente, apresentamos E em função de ϕ na Fig. 10.2, onde é possível verificar que as configurações de menor energia correspondem a PD's do tipo Néel, com $\phi \approx 0 + \delta\phi$

e $\phi \approx \pi - \delta\phi$, onde $\delta\phi$ caracteriza um pequeno desvio induzido pela torção. Além disso, o desbalanço em $E(\phi)$, que emerge quando $\tau \neq 0$, propicia a existência de dois máximos não equivalentes: um local em $\phi = \pi/2$ (PD apontando para $+\hat{e}_2$) e o outro global em $\phi = -\pi/2$ (PD apontando para $-\hat{e}_2$). Tal assimetria no perfil da energia se deve à DMI efetiva induzida pela torção, correspondente ao termo que apresenta dependência linear com τ na Eq. (10.6). Trata-se de um fenômeno análogo ao que discutimos no capítulo II, em que a curvatura era a agente responsável pela quiralidade observada.

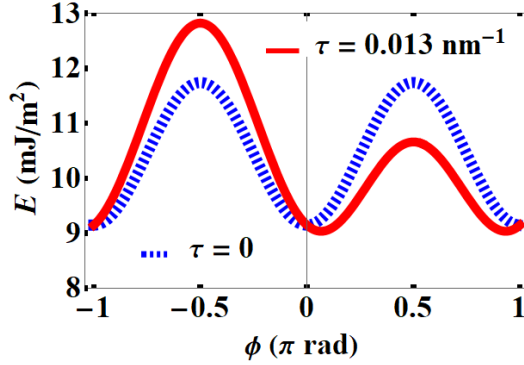


Figura 10.2 – Energia (normalizada por \mathcal{S}) em função de ϕ para os casos: $\tau = 0$ (linha tracejada azul) e $\tau = 0.013 \text{ nm}^{-1}$ (linha vermelha).

10.2.1 Dinâmica para o caso da PD-ABF

A dinâmica da PD pode ser avaliada pelo formalismo lagrangiano, desenvolvido com detalhes no capítulo VIII. Nesse contexto, necessitamos considerar os graus de liberdade externos $\{q(t), \phi(t)\}$, que determinam a posição e a orientação da PD, bem como os graus de liberdade internos $\{\lambda(t), a(t)\}$, os quais contemplam mudanças na forma da PD em função do tempo. Não obstante, tendo em mente os resultados apresentados no capítulo VI, vamos supor que as variações na forma da PD refletem-se apenas em flutuações do tipo $\lambda(t) \rightarrow \lambda(\phi) + \delta\lambda$ e $a(t) \rightarrow a(\phi) + \delta a$. Sob essas condições, vamos congelar os graus de liberdade internos aproximando-os por seus valores médios, isto é, $\lambda \approx \langle \lambda(\phi) \rangle$ e $a \approx -\kappa \langle \lambda(\phi) \rangle$. Agora, precisamos integrar a densidade de Lagrangiana e a função dissipação dadas em (8.21), com $E_u^{\kappa\tau}$ e \mathcal{F}_β descritos pelas Eqs. (8.23). Procedendo desse modo, obtemos

$$\mathcal{L}_{\text{ef}} = \mathcal{S} [2p\phi(\dot{q} - u) - u(\pi\tau\lambda \cos \phi + 2pq\kappa)] - \frac{\gamma}{M_s} E, \quad (10.7)$$

$$\mathcal{F}_{\text{ef}} = \mathcal{S} \left\{ \alpha \left(\lambda \dot{\phi}^2 + \frac{\dot{q}^2}{\lambda} - 2a\dot{\phi}\dot{q} \right) + 2u\beta \left[\dot{\phi}(a + \lambda\kappa) - \frac{\dot{q}}{\lambda} \left(1 - \frac{p\pi\lambda\tau}{2} \sin \phi \right) \right] \right\}. \quad (10.8)$$

Finalmente, inserindo \mathcal{L}_{ef} e \mathcal{F}_{ef} na Eq. (8.8), com $\zeta \in \{q, \phi\}$, obtemos

$$\dot{q} = \frac{p\gamma}{2M_s\mathcal{S}} \frac{\partial E}{\partial \phi} + u + p\alpha\lambda\dot{\phi} \quad (10.9a)$$

$$\dot{\phi} = -\frac{p\gamma}{2M_s\mathcal{S}} \frac{\partial E}{\partial q} - \frac{\alpha p\dot{q}}{\lambda} + \frac{up}{\lambda} (\beta - \beta^*), \quad (10.9b)$$

onde $\beta^* = p\lambda\kappa$. Notavelmente, o papel desempenhado por κ no comportamento dinâmico da PD-ABF é análogo àquele exercido por τ no caso de uma PD-ATF [64]. Destacamos que $\partial E/\partial q = 0$, já que κ e τ são, por hipótese, constantes ao longo do NF.

Uma vez conhecidas as equações de movimento, estamos aptos a investigar os distintos regimes dinâmicos possíveis para o sistema. Em primeiro lugar, verificamos que a condição $\dot{\phi} = 0$ (regime estável) é satisfeita se, e somente se,

$$u = \frac{\alpha p\gamma}{2M_s\mathcal{S}(\beta - \beta^* - \alpha)} \frac{\partial E}{\partial \phi}. \quad (10.10)$$

Sob essa condição, a velocidade da PD apresenta um comportamento linear,

$$\dot{q} = u \frac{\beta - \beta^*}{\alpha}. \quad (10.11)$$

Aqui, vemos que $\beta^* > \beta$ implica uma mobilidade negativa (movimento oposto ao sentido de propagação dos elétrons de condução). Tal estabilidade é quebrada quando o parâmetro u na Eq. (10.10) atinge seus valores extremos, correspondentes aos quatro pontos de inflexão de $E(\phi)$, os quais satisfazem $\partial^2 E/\partial \phi^2 = 0$. Portanto, os aqui chamados limites de Walker são $\pm u_W^+$ e $\pm u_W^-$, com

$$u_W^\pm = \frac{\alpha\gamma}{\alpha + \beta^* - \beta} \left(2p\pi\lambda M_s N_2 \pm \frac{\sqrt{2}A\pi\tau}{2M_s} \right). \quad (10.12)$$

Aqui, vale a relação $|u_W^+| \geq |u_W^-|$, onde a igualdade é satisfeita quando $\tau = 0$. As magnitudes $|\mathbf{J}_W|$ das densidades de corrente de Walker e os diferentes regimes dinâmicos separados por elas são representados na Fig. 10.3.

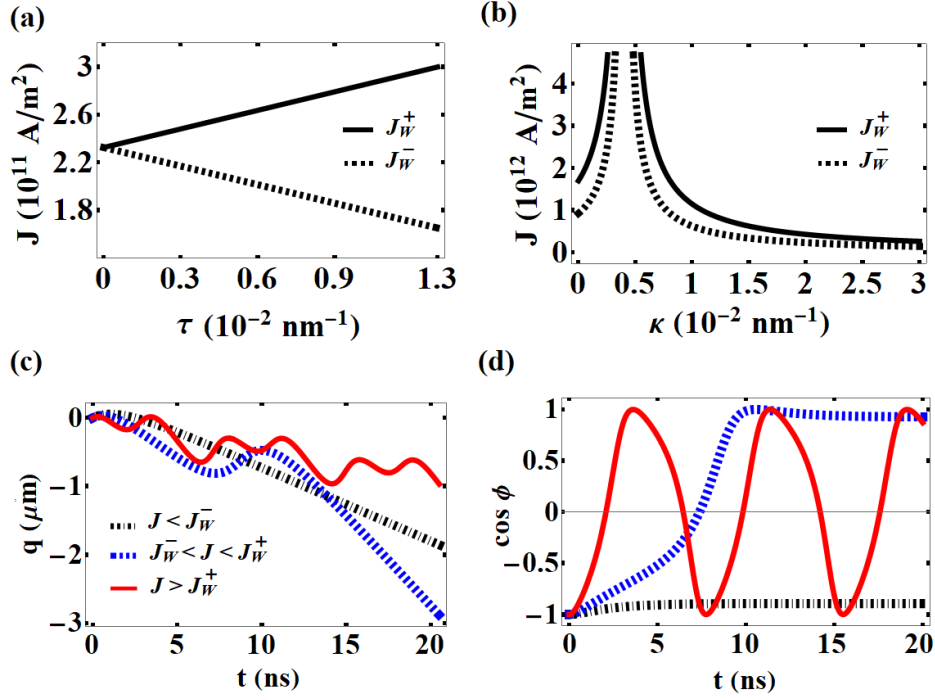


Figura 10.3 – $|J_W|$ para dois cenários distintos: (a) em função de τ , para $\kappa = 0.027$ nm⁻¹; e (b) em função de κ , para $\tau = 0.013$ nm⁻¹. Nas partes (a) e (b), a linha contínua se refere a J_W^+ , enquanto a tracejada representa J_W^- . Posição (c) e fase (d) da PD para três regimes dinâmicos separados por J_W^+ e J_W^- . A linha tracejada preta, a azul e a vermelha contínua se referem aos casos em que $J = 1 \times 10^{11}$ A/m², $J = 2.5 \times 10^{11}$ A/m² e $J = 6 \times 10^{11}$ A/m², respectivamente.

A Fig. 10.3-(a) evidencia o crescimento linear com τ apresentado por J_W^+ (linha preta contínua), enquanto J_W^- (linha preta tracejada) exhibe comportamento decrescente. Além disso, a parte (b) da figura revela a existência de uma curvatura crítica $\kappa_c = (\beta - \alpha)/(p\lambda)$ para a qual as correntes críticas divergem. Em outras palavras, para essa curvatura específica, o regime oscilatório torna-se inacessível. Nesse contexto, se $\kappa = \kappa_c$, a Eq. (10.11) fornece $\dot{q} = u$. Finalmente, as partes (c) e (d) da figura apresentam q e $\cos \phi$ em função do tempo para três regimes dinâmicos distintos: (I) o regime linear (curva tracejada preta), caracterizado por $J < J_W^-$; (II) o regime marcado pela primeira ruptura de Walker (curva tracejada azul), no qual $J_W^- < J < J_W^+$ e a PD apresenta uma rotação $\Delta\phi \approx \pi$ rad seguida por uma dinâmica novamente linear; e (III) o regime oscilatório (curva vermelha contínua), demarcado pela segunda ruptura de Walker ($J > J_W^+$), a qual leva a PD a rotacionar indefinidamente ($\dot{\phi} \neq 0$) e a desenvolver oscilações em seu movimento de translação. Observamos também que, em todos os regimes dinâmicos apresentados, a PD possui mobilidade negativa, isto é, se desloca no sentido contrário ao do fluxo dos elétrons de condução. Devemos destacar que, a não ser pelo *shift* β^* observado para o parâmetro β , a fenomenologia descrita aqui é análoga àquela discutida com detalhes no capítulo II, onde κ (e não τ) era a quantidade responsável pela emergência de uma dupla ruptura de Walker.

10.3 Anisotropia de eixo fácil na direção normal: PD-ANF

Agora, analisaremos a configuração representada na Fig. 10.1-(d). Convenientemente, adotamos a parametrização dada pela Eq. (7.14) e inserimos uma anisotropia de eixo fácil na direção \hat{e}_2 , isto é, $\mathcal{E}_K = K(1 - m_2^2) = K \sin^2 \Omega$. Assim, objetivamos a estabilidade de uma configuração em que m_2 varia gradualmente de +1 (domínio em azul) a -1 (domínio em vermelho). Nesse contexto, a interação de troca pode ser expressa conforme estabelecido na Eq. (7.15), enquanto a interação magnetostática é modelada por

$$\mathcal{E}_M = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 (N_3 m_3^2 + N_2 m_2^2) = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 (N_3 \sin^2 \Omega \cos^2 \Phi + N_2 \cos^2 \Omega) \quad (10.13)$$

Como temos feito ao longo deste capítulo, descrevemos o perfil da PD por $\Omega(s)$ e $\Phi(s)$ dados pela Eq. (10.3). Portanto, determinamos a energia da PD por integração

$$E_K = 2S\lambda K. \quad (10.14a)$$

$$E_{\text{ex}} = 2AS \left[\frac{1+a^2}{\lambda} + p \left(\pi + \frac{a^2}{2} \right) (\tau \cos \phi - \kappa \sin \phi) \right], \quad (10.14b)$$

$$E_M = \frac{\mu_0}{2} M_s^2 S \left[2\lambda N_3 \cos^2 \phi + N_2 (L - 2\lambda) \right]. \quad (10.14c)$$

Minimizando E com respeito ao par $\{\lambda, a\}$, obtemos

$$\lambda(\phi) = \sqrt{\frac{2A}{2K + \mu_0 M_s^2 (N_3 \cos^2 \phi - N_2)}} \quad \text{e} \quad a = 0. \quad (10.15)$$

Destacamos que $\lambda(\phi)$ apresenta o mesmo valor médio que obtivemos para a PD analisada na seção anterior.

Notavelmente, a Eq. (10.14b) nos revela que κ e τ , simultaneamente, induzem DMI's efetivas que competem entre si. Como resultado dessa competição, observamos um comportamento assimétrico em $E(\phi)$, conforme ilustrado na Fig. 10.4. De acordo com a figura, quando $\kappa = \tau = 0$ (fio retilíneo), E apresenta dois mínimos equivalentes em $\phi = \pm\pi/2$ (linha tracejada preta), o que caracteriza PD's do tipo Néel. Se $\kappa \neq 0$ (mantendo $\tau = 0$), a posição $\phi = +\pi/2$ é privilegiada, tornando-se um mínimo global. Entretanto, uma assimetria adicional é introduzida quando $\tau \neq 0$ (linha vermelha): partindo de um ponto ϕ qualquer sobre o gráfico, um deslocamento para a "direita" não é equivalente à sua contraparte à "esquerda". Para maior clareza, consideremos a seguinte situação: a PD assume inicialmente uma orientação caracterizada por $\phi = -\pi/2$ sobre a curva vermelha da Fig. 10.4. Se, sob a ação de um estímulo externo, a PD é induzida a girar de $+\delta\phi$, ela se depara com uma barreira de energia nas proximidades de $\phi = 0$. Em contrapartida, se um deslocamento $-\delta\phi$ (no sentido oposto) é estimulado, a PD encontrará diante de si

uma barreira energética menor (nas proximidades de $\phi = \pi$). Um raciocínio similar pode ser desenvolvido se a posição inicial for $\phi = +\pi/2$. Tal assimetria não foi observada nos casos que havíamos estudado até aqui, nos quais a curvatura era a única promotora de quiralidade no sistema. Não obstante, o cenário atual conta com uma quiralidade extra introduzida pela torção, o que traz à tona quatro pontos de inflexão não equivalentes para o perfil de energia $E(\phi)$, os quais estão intimamente relacionados às correntes críticas que veremos a seguir.

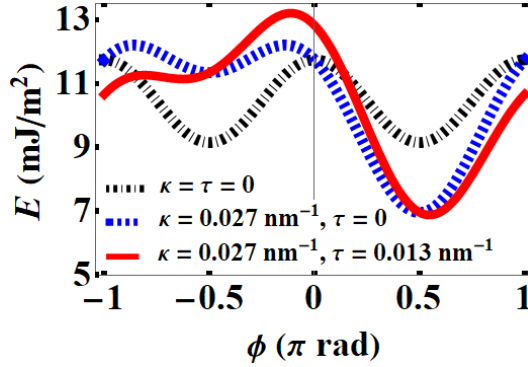


Figura 10.4 – Energia (normalizada pela área da seção transversal) em função de ϕ três os casos: $\kappa = \tau = 0$ (linha tracejada preta); $\kappa = 0.027 \text{ nm}^{-1}$ e $\tau = 0$ (linha tracejada azul); e $\kappa = 0.027 \text{ nm}^{-1}$ e $\tau = 0.013 \text{ nm}^{-1}$ (linha vermelha).

10.3.1 Dinâmica para o caso da PD-ANF

De modo semelhante ao caso anterior, a dinâmica da PD pode ser descrita pelo formalismo lagrangiano. Assim, devemos integrar a densidade de Lagrangiana e a função dissipação dadas pela Eq. (8.21), com $E_u^{\kappa\tau}$ e \mathcal{F}_β descritos por (8.25) a fim de obter as seguintes funções efetivas

$$\mathcal{L}_{\text{ef}} = \mathcal{S} \left[2p\phi(\dot{q} - u) - u\pi\lambda(\kappa \cos \Phi + \tau \sin \Phi) \right] - \frac{\gamma}{M_s} E, \quad (10.16)$$

$$\mathcal{F}_{\text{ef}} = \mathcal{S} \left\{ \alpha\lambda \left(\dot{\phi}^2 + \frac{\dot{q}^2}{\lambda^2} \right) - \frac{u\beta}{\lambda} \dot{q} \left[2 + p\pi\lambda(\tau \cos \phi - \kappa \sin \phi) \right] \right\}. \quad (10.17)$$

Finalmente, inserindo \mathcal{L}_{ef} e \mathcal{F}_{ef} na Eq. (8.8) com $\zeta \in \{q, \phi\}$, obtemos as equações de movimento para a translação e para a rotação da PD, a saber,

$$\dot{q} = \frac{p\gamma}{2M_s\mathcal{S}} \frac{\partial E}{\partial \phi} + p\alpha\lambda\dot{\phi} + \mathcal{U} \quad (10.18a)$$

$$\dot{\phi} = -\frac{p\gamma}{2M_s\mathcal{S}} \frac{\partial E}{\partial q} - \frac{\alpha p\dot{q}}{\lambda} + \frac{p\beta}{\lambda} \mathcal{U}, \quad (10.18b)$$

onde $\mathcal{U} \equiv u [1 + (p\pi\lambda/2) (\tau \cos \phi - \kappa \sin \phi)]$. Assim, concluímos que a curvatura e a torção produzem apenas uma pequena correção (proporcional a λ) nos termos associados à corrente elétrica. Além disso, devemos observar que, no caso sob estudo, $\partial E/\partial q = 0$.

Destacamos que a condição $\dot{\phi} = 0$ (regime estável) é satisfeita quando a corrente aplicada é obedece à relação

$$u = \frac{\alpha p \gamma}{2M_s \mathcal{S}(\beta - \alpha)} \frac{\partial E}{\partial \phi}. \quad (10.19)$$

Nesse regime, $\dot{q} = u\beta/\alpha$. Seguindo um raciocínio similar ao da seção anterior, concluímos que o regime estável é rompido quando a Eq. (10.19) atinge seus valores extremos, correspondentes aos pontos de inflexão de $E(\phi)$, isto é, os pontos que satisfazem $\partial^2 E/\partial \phi^2 = 0$. Os valores de u relacionados aos referidos pontos críticos são dados por

$$u_W = \frac{\alpha p \gamma}{2M_s \mathcal{S}(\beta - \alpha)} \left(\frac{\partial E}{\partial \phi} \right)_{\text{extremos}}, \quad (10.20)$$

cuja expressão analítica explícita apresenta forma demasiadamente extensa e, por isso, não será escrita aqui. Não obstante, as então chamadas densidades de corrente de Walker são apresentadas na Fig. 10.5-(a) em função de τ para κ fixo. Um comportamento idêntico é obtido se variarmos κ com τ constante.

Nesse contexto, existem três regimes dinâmicos para o movimento da PD no sentido $+\hat{e}_1$ (para “frente”) separados por $J_{W_F}^+ > 0$ e $J_{W_T}^- > 0$. Semelhantemente, quando avaliamos o movimento da PD no sentido $-\hat{e}_1$ (para “trás”), temos $J_{W_T}^+ < 0$ e $J_{W_F}^- < 0$. Notavelmente, de modo distinto do que observamos na seção anterior, $|J_{W_F}^\pm| \neq |J_{W_T}^\pm|$, se κ e τ são diferentes de zero. Tais correntes limítrofes podem ser melhor entendidas se nos atentarmos à curva vermelha ilustrando $E(\phi)$ na Fig. 10.4. Suponhamos que em sua configuração inicial a PD se encontre sobre o mínimo local $\phi = -\pi/2$. Se introduzirmos uma densidade de corrente $J > 0$ (elétrons de condução fluindo no sentido $+\hat{e}_1$), a PD rotaciona de $+\delta\phi$ e se depara com uma barreira de energia nos entornos de $\phi = 0$, a qual será transposta apenas se $J > J_{W_F}^-$. Uma vez superada a primeira barreira de energia, o sistema se acomoda em uma nova posição de equilíbrio nos arredores de $\phi = \pi/2$ (um mínimo global). Assim, a PD terá desenvolvido um deslocamento angular $\Delta\phi = \pi$. A fim de seguir seu movimento de rotação, o sistema terá diante de si uma barreira energética ainda maior, localizada nas proximidades de $\phi = \pi$, a qual poderá ser transposta se $J > J_{W_F}^+$. Uma vez superado esse limite, a PD desenvolverá um movimento de rotação indefinidamente. Ainda com os olhos fixos sobre a curva vermelha da Fig. 10.4, podemos fazer uma análise similar supondo $J < 0$ (elétrons de condução fluindo no sentido $-\hat{e}_1$), caso em que a rotação da PD se dará no sentido oposto. Nesse novo cenário, do ponto de vista qualitativo, todo o raciocínio será análogo. Entretanto, as alturas das barreiras de energia, com as quais nos deparamos ao seguir um caminho inverso sobre o gráfico de $E(\phi)$, não são as mesmas quando comparadas ao caso anterior. Isso se deve ao perfil

assimétrico de $E(\phi)$, introduzido pela competição entre as DMI's efetivas induzidas por κ e τ . Por essa razão, correntes críticas distintas serão requeridas quando consideramos um movimento retrógrado para a PD. Dito de outro modo, $|J_{W_F}^{\pm}| \neq |J_{W_T}^{\pm}|$. A Fig. 10.5-(b) e (c) ilustram o comportamento dinâmico aqui descrito para o caso em que $J > 0$. Se $J < 0$, obtemos gráficos análogos, porém com o movimento da PD no sentido oposto.

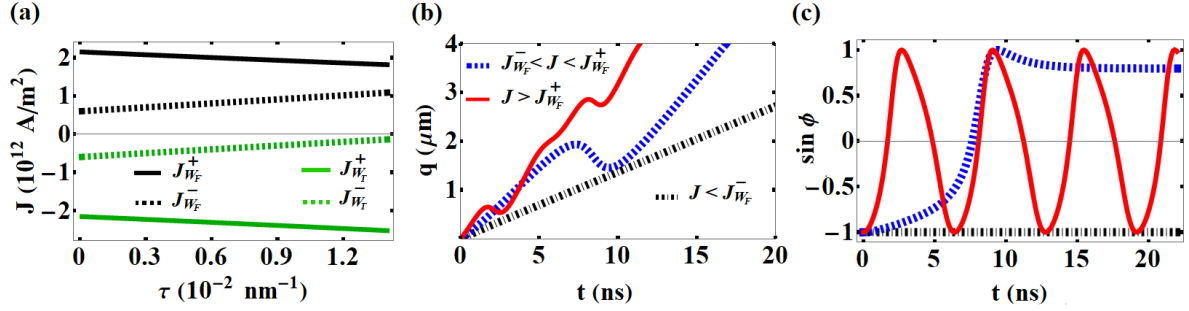


Figura 10.5 – (a) Densidades de corrente críticas em função da torção. (b) Posição em função do tempo para $J = 0.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ (linha tracejada preta), $J = 1.5 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ (linha tracejada azul) e $J = 4 \times 10^{12} \text{ A/m}^2$ (linha vermelha). Aqui, $\kappa = 0.027 \text{ nm}^{-1}$ e $\tau = 0.013 \text{ nm}^{-1}$. (c) $\sin \phi$ em função do tempo para os mesmos casos da parte (b).

10.4 Conclusão

Demonstramos que a curvatura e a torção produzem efeitos diferentes para distintos tipos de PD's. A PD-ABF se comporta de modo análogo a uma parede transversal, mas o papel desempenhado por κ e τ é invertido quando comparamos essas duas texturas magnéticas. No entanto, a PD-ANF apresenta um comportamento notavelmente distinto, uma vez que tanto κ quanto τ induzem DMI's efetivas que competem entre si, produzindo um perfil assimétrico no comportamento da energia em função de ϕ . Nesse caso, a combinação das DMI's efetivas com a interação magnetostática dá origem a quatro limites críticos para o movimento da PD. Finalmente, observamos uma magnetoquiralidade no sistema, tornando a magnitude dos limiares críticos para o movimento da PD “para frente” ($J_{W_F}^{\pm}$) diferentes daqueles relativos ao movimento “para trás” ($J_{W_T}^{\pm}$).

Vale a pena mencionar que os resultados discutidos aqui encontram-se em processo de preparação para serem submetidos ao periódico Physical Review B.

XI Considerações finais

Em suma, estudamos efeitos induzidos por curvatura e torção sobre a estática e a dinâmica de distintos tipos de paredes de domínio em nanofios magnéticos. No capítulo II, demonstramos que o balanço entre a curvatura e a geometria da seção transversal dos NF's traz à existência um novo regime dinâmico demarcado por um campo crítico responsável por rotacionar a PD de aproximadamente π rad em torno de seu próprio eixo. Essa fenomenologia caracteriza a dupla ruptura de Walker induzida pela curvatura.

No Cap. III, vimos a emergência de um regime de dinâmica oscilatória para a PD quando curvamos um NF cilíndrico, em contraste com o caso de um cilindro retilíneo, no qual a ruptura de Walker está ausente. Nesse contexto, explorando o caráter centro-simétrico do potencial de interação ao qual a PD está sujeita, demonstramos que o seu movimento orbital obedece a uma espécie de “Lei das Áreas”. Assim, sob determinadas restrições geométricas, o seguimento de reta que une o centro da órbita ao centro da PD percorre áreas iguais para diferentes raios de curvatura.

Na sequência, dedicamos o capítulo IV a uma investigação a respeito do que ocorre quando o NF apresenta um gradiente de curvatura. Nesse caso, demonstramos a emergência de uma nova componente do campo efetivo de troca, responsável pela criação de um potencial harmônico localizado nos entornos da posição de curvatura máxima. Por essa razão, diante de pequenas perturbações em seu estado de equilíbrio, a PD tende a desenvolver oscilações harmônicas amortecidas nas vizinhanças dessa região, a não ser que um estímulo externo suficientemente intenso seja introduzido para libertá-la. Adicionalmente, verificamos que ajustar devidamente a curvatura permite-nos controlar a frequência e a amplitude das oscilações, bem como fazer o regime dinâmico transitar entre subamortecido e superamortecido.

No Cap. V, estudamos o caráter massivo das PD's e desenvolvemos um modelo analítico mais geral que descreve a dinâmica a partir de uma lagrangeana e uma função dissipação efetivas. Aplicamos o nosso modelo à fenomenologia verificada para um *setup* experimental particular que permite a determinação da frequência de ressonância e da massa de uma PD transversal. Nesse contexto, nossas predições teóricas apresentam uma boa concordância com as medidas experimentais reportadas na literatura.

Discutimos no Cap. VI sobre como a curvatura e a geometria da seção transversal dos NF's podem gerar deformações na PD, levando o seu parâmetro de comprimento λ a sofrer variações oscilatórias com o tempo. Nesse contexto, vimos que os efeitos induzidos pela geometria da seção transversal são dominantes, quando comparados aos efeitos de curvatura. Sugerimos a partir daí o uso da anisotropia de forma como mecanismo de controle do comprimento das PD's.

Finalmente, dedicamos os capítulos IX e X para investigar efeitos de curvatura e

torção no transporte de distintos tipos de PD via *spin transfer torque*. Verificamos que κ e τ fazem emergir fenômenos quirais e não recíprocos nesse contexto. Assim, devido às características curvilineares do NF, existem não apenas orientações específicas da PD beneficiadas pelo sistema, mas também sentidos privilegiados de corrente elétrica que otimizam o transporte dos sólitons magnéticos sob estudo.

Concluimos ressaltando que as publicações referentes aos resultados desenvolvidos nesta tese podem ser acessadas nas Refs. [46, 30, 61, 29, 66, 69, 95].

Apêndices

APÊNDICE A – Algumas integrais recorrentes

Ao longo da presente tese, algumas integrais apareceram de forma bastante recorrente. Por essa razão, reservamos o espaço deste apêndice para apresentá-las ao leitor interessado. Todas elas envolvem o perfil das paredes de domínio, descrito pela função

$$\Omega(s) = 2 \arctan \left[\exp \left(p \frac{s - q}{\lambda} \right) \right],$$

com $p = \pm 1$. Frequentemente, necessitamos lidar com as derivadas da função Ω com respeito a s ou q . Nesse contexto, é útil conhecer a relação

$$\Omega'(s) \equiv \frac{\partial \Omega}{\partial s} = -\frac{\partial \Omega}{\partial q} = \frac{p}{\lambda} \sin \Omega, \quad (1.1)$$

donde podemos estabelecer $ds = d\Omega/\Omega'$. Adicionalmente, destacamos que $\Omega'(\pm\infty) = 0$.

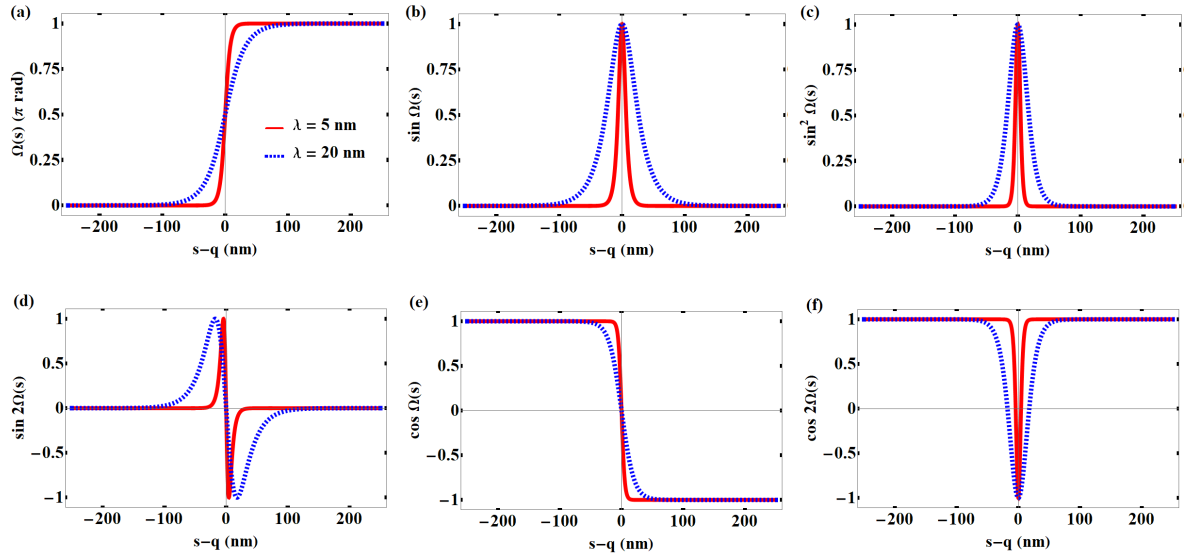


Figura 1.1 – Funções de $\Omega(s)$ tipicamente utilizadas, $\lambda = 5$ nm (linha vermelha) e $\lambda = 20$ nm (linha tracejada azul). Aqui, adotamos $p = +1$.

Em geral, os processos de integração nos quais estamos interessados envolvem funções do tipo $\sin \Omega$, $\sin^2 \Omega$, $\sin 2\Omega$, $\cos \Omega$ e $\cos 2\Omega$, ilustradas na Fig. 1.1 para distintos valores de λ . Portanto, avaliaremos expressões da forma $\int f[\Omega(s)]ds$, onde a soma deve percorrer todo o espaço. Assim, o limite inferior das integrais é $s = -\infty$, que corresponde a $\Omega = 0$, para $p = +1$; e a $\Omega = \pi$, se $p = -1$. Já o limite superior é $s = +\infty$, equivalente a $\Omega = \pi$, quando $p = +1$, e a $\Omega = 0$, caso $p = -1$. Sob essas considerações, as Eqs. (1.2)

apresentam os resultados obtidos.

$$\int \sin \Omega ds = \int \sin \Omega d\Omega/\Omega' = p\lambda \int d\Omega = p\pi\lambda \quad (1.2a)$$

$$\int \sin^2 \Omega ds = p\lambda \int \sin^2 \Omega d\Omega = 2\lambda \quad (1.2b)$$

$$\int \sin 2\Omega ds = 2 \int \sin \Omega \cos \Omega ds = 2p\lambda \int \cos \Omega d\Omega = 0 \quad (1.2c)$$

$$\int \cos \Omega ds = 2pq \quad (1.2d)$$

$$\int \cos 2\Omega ds = 1 - 2 \sin^2 \Omega = 1 - 2\lambda \quad (1.2e)$$

De passagem, destacamos que $\int \sin^2 \Omega ds = 2\lambda$ caracteriza o comprimento efetivo ocupado pela PD, conforme discutido no capítulo VI.

Para além dos resultados apresentados acima, é de grande utilidade considerar o caso em que $f(\Omega)$ aparece sendo multiplicada por outra função, digamos, $g(s)$. Tipicamente, o papel de $g(s)$ é desempenhado pela curvatura, $\kappa(s)$, e pela torção, $\tau(s)$. Nesse contexto, devemos observar as curvas apresentadas na Fig. 1.1-(b) e (c), cujo comportamento qualitativo é similar ao da função delta de Dirac centrada em $s = q$. De fato, no limite em que $\lambda g(s) \ll 1$, podemos realizar as aproximações

$$\int g(s) \sin \Omega ds \approx g(q) \int \sin \Omega = p\pi\lambda g(q), \quad (1.3a)$$

$$\int g(s) \sin^2 \Omega ds \approx g(q) \int \sin^2 \Omega ds = 2\lambda g(q). \quad (1.3b)$$

APÊNDICE B – Fatores de desmagnetização

Ao longo desta tese, para descrever a interação magnetostática, a aproximação de anisotropia de forma foi amplamente utilizada. Nessa abordagem, os fatores de desmagnetização N_α desempenham um papel crucial. Na notação empregada, definimos \hat{e}_1 como a direção tangencial ao nanofio, a qual constitui o eixo fácil da então denominada anisotropia de forma. Como vimos ao longo do trabalho, atribuímos uma punição energética ao sistema quando a magnetização se desvia para as direções \hat{e}_2 e \hat{e}_3 . Os fatores de ponderação associados às referidas “punições” são N_2 e N_3 , respectivamente. Na prática, calculamos N_α utilizando a Eq. (1.25). A hipótese subjacente aqui é que as PD’s estudadas apresentam energia magnetostática aproximadamente equivalente à de prismas com magnetização uniforme. Sob essa perspectiva, a Eq. (1.25) deve ser avaliada supondo-se que as dimensões do prisma ao longo das direções ($\hat{e}_1, \hat{e}_2, \hat{e}_3$) equivalem a $(\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3)$. Aqui, $\Delta_1 = \Delta_W \equiv 2\lambda$ é o comprimento efetivo da PD ao longo da direção tangente ao NF, enquanto Δ_2 e Δ_3 equivalem às dimensões de sua seção transversal.

Apresentamos a seguir uma tabela com os valores de N_α para as dimensões tipicamente utilizadas ao longo desta tese. Para isso, fixamos $\lambda \approx 10$ nm como um exemplo focal. Além disso, supusemos $\Delta_3 \geq \Delta_2$. Para obter os fatores correspondentes ao caso em que $\Delta_2 > \Delta_3$, basta realizar as simples transformações $N_2 \rightarrow N_3$ e $\Delta_2 \rightarrow \Delta_3$. Deve-se notar que $N_2 = N_3$ quando $\Delta_2 = \Delta_3$.

Tabela 2.1 – Fatores de desmagnetização para distintos valores das dimensões Δ_2 e Δ_3 , com λ fixo em 10 nm.

Δ_2 (nm)	Δ_3 (nm)	N_2	N_3
5	20	0.650633	0.174684
10	20	0.495922	0.252039
15	20	0.399432	0.300284
20	20	0.333333	0.333333

Referências

- [1] S. S. Parkin, M. Hayashi, and L. Thomas, “Magnetic domain-wall racetrack memory,” *Science*, vol. 320, no. 5873, pp. 190–194, 2008.
- [2] S. Parkin and S. H. Yang, “Memory on the racetrack,” *Nature Nanotechnology*, vol. 10, no. 3, pp. 195–198, 2015.
- [3] D. E. Nikonov, S. Manipatruni, and I. A. Young, “Automotion of domain walls for spintronic interconnects,” *Journal of Applied Physics*, vol. 115, no. 21, 2014.
- [4] D. A. Allwood, G. Xiong, C. C. Faulkner, D. Atkinson, D. Petit, and R. P. Cowburn, “Magnetic domain-wall logic,” *Science*, vol. 309, no. 5741, pp. 1688–1692, 2005.
- [5] H. Cui, L. Cai, X. Yang, S. Wang, M. Zhang, C. Li, and C. Feng, “Control of magnetic vortex polarity by the phase difference between voltage signals,” *Applied Physics Letters*, vol. 112, no. 9, pp. 1–5, 2018.
- [6] A. P. Espejo, F. Tejo, N. Vidal-Silva, and J. Escrig, “Nanometric alternating magnetic field generator,” *Scientific Reports*, vol. 7, no. 1, pp. 1–7, 2017.
- [7] S. Sharma, B. Muralidharan, and A. Tulapurkar, “Proposal for a Domain Wall Nano-Oscillator driven by Non-uniform Spin Currents,” *Scientific Reports*, vol. 5, pp. 1–7, 2015.
- [8] O. O. Toro, S. G. Alves, V. L. Carvalho-Santos, and C. I. De Araújo, “Three terminal nano-oscillator based on domain wall pinning by track defect and anisotropy control,” *Journal of Applied Physics*, vol. 127, no. 18, 2020.
- [9] W. Döring *Z. Naturforsch.*, vol. 3A, pp. 373—379, 1948.
- [10] N. L. Schryer and L. R. Walker, “The motion of 180° domain walls in uniform dc magnetic fields,” *Journal of Applied Physics*, vol. 45, no. 12, pp. 5406–5421, 1974.
- [11] A. Thiaville, J. Garcia, and J. Miltat, “Domain wall dynamics in nanowires,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 242-245, pp. 1061–1063, 2002.
- [12] B. Hillebrands and A. Thiaville, *Spin Dynamics in Confined Magnetic Structures*, vol. 101. Springer, 2006.
- [13] D. G. Porter and M. J. Donahue, “Velocity of transverse domain wall motion along thin, narrow strips,” *Journal of Applied Physics*, vol. 95, no. 11 II, pp. 6729–6731, 2004.

-
- [14] Z. Li and S. Zhang, “Domain-wall dynamics driven by adiabatic spin-transfer torques,” *Physical Review B*, vol. 70, no. 2, pp. 1–10, 2004.
- [15] A. Mougin, M. Cormier, J. P. Adam, P. J. Metaxas, and J. Ferré, “Domain wall mobility, stability and Walker breakdown in magnetic nanowires,” *Europhysics Letters*, vol. 78, no. 5, 2007.
- [16] M. Yan, A. Kákay, S. Gliga, and R. Hertel, “Beating the Walker limit with massless domain walls in cylindrical nanowires,” *Physical Review Letters*, vol. 104, no. 5, pp. 1–4, 2010.
- [17] R. Hertel and A. Kákay, “Analytic form of transverse head-to-head domain walls in thin cylindrical wires,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 379, pp. 45–49, 2015.
- [18] T. Stapelfeldt, R. Wieser, E. Y. Vedmedenko, and R. Wiesendanger, “Domain wall manipulation with a magnetic tip,” *Physical Review Letters*, vol. 107, no. 2, pp. 1–4, 2011.
- [19] M. Schöbitz, A. De Riz, S. Martin, S. Bochmann, C. Thirion, J. Vogel, M. Foerster, L. Aballe, T. O. Menteş, A. Locatelli, F. Genuzio, S. Le-Denmat, L. Cagnon, J. C. Toussaint, D. Gusakova, J. Bachmann, and O. Fruchart, “Fast Domain Wall Motion Governed by Topology and Cersted Fields in Cylindrical Magnetic Nanowires,” *Physical Review Letters*, vol. 123, no. 21, pp. 1–6, 2019.
- [20] Y. Gaididei, V. P. Kravchuk, and D. D. Sheka, “Curvature effects in thin magnetic shells,” *Physical Review Letters*, vol. 112, no. 25, pp. 1–5, 2014.
- [21] D. D. Sheka, V. P. Kravchuk, and Y. Gaididei, “Curvature effects in statics and dynamics of low dimensional magnets,” *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, vol. 48, no. 12, p. 125202, 2015.
- [22] K. V. Yershov, V. P. Kravchuk, D. D. Sheka, and Y. Gaididei, “Curvature-induced domain wall pinning,” *Physical Review B*, vol. 92, no. 10, pp. 1–6, 2015.
- [23] R. Moreno, V. L. Carvalho-Santos, A. P. Espejo, D. Laroze, O. Chubykalo-Fesenko, and D. Altbir, “Oscillatory behavior of the domain wall dynamics in a curved cylindrical magnetic nanowire,” *Physical Review B*, vol. 96, no. 18, pp. 1–6, 2017.
- [24] R. Cacilhas, C. I. De Araujo, V. L. Carvalho-Santos, R. Moreno, O. Chubykalo-Fesenko, and D. Altbir, “Controlling domain wall oscillations in bent cylindrical magnetic wires,” *Physical Review B*, vol. 101, no. 18, 2020.
- [25] A. Korniienko, A. Kákay, D. D. Sheka, and V. P. Kravchuk, “Effect of curvature on the eigenstates of magnetic skyrmions,” *Physical Review B*, vol. 102, no. 1, p. 14432, 2020.

- [26] V. L. Carvalho-Santos, M. A. Castro, D. Salazar-Aravena, D. Laroze, R. M. Corona, S. Allende, and D. Altbir, “Skyrmion propagation along curved racetracks,” *Applied Physics Letters*, vol. 118, no. 17, 2021.
- [27] A. Mourkas, A. Zarlahá, N. Kourkouvelis, and I. Panagiotopoulos, “Curvature induced stabilization of vortices on magnetic spherical sector shells,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 524, no. December 2020, p. 167676, 2021.
- [28] D. Makarov, O. M. Volkov, A. Kákay, O. V. Pylypovskyi, B. Budinská, and O. V. Dobrovolskiy, “New Dimension in Magnetism and Superconductivity: 3D and Curvilinear Nanoarchitectures,” *Advanced Materials*, vol. 34, no. 3, 2022.
- [29] G. H. Bittencourt, S. Castillo-Sepúlveda, O. Chubykalo-Fesenko, R. Moreno, D. Altbir, and V. L. Carvalho-Santos, “Domain wall damped harmonic oscillations induced by curvature gradients in elliptical magnetic nanowires,” *Physical Review B*, vol. 106, no. 17, pp. 1–11, 2022.
- [30] G. H. Bittencourt, O. Chubykalo-Fesenko, D. Altbir, V. L. Carvalho-Santos, and R. Moreno, “Area law for magnetic domain walls in bent cylindrical nanowires,” *Physical Review B*, vol. 106, no. 9, pp. 1–6, 2022.
- [31] L. E. Ballentine, *Quantum Mechanics: A Modern Introduction*. World Scientific Publishing, 1998.
- [32] A. Aharoni, *Introduction to the Theory of Ferromagnetism*. Oxford University Press, 1996.
- [33] A. Hubert and R. Schäfer, *Magnetic domains*. Springer, 2012.
- [34] A. P. Guimarães, *Principles of Nanomagnetism*. Springer, 2009.
- [35] M. Lakshmanan, “The fascinating world of the Landau-Lifshitz-Gilbert equation: An overview,” *Philosophical Transactions of the Royal Society A*, vol. 369, pp. 1280–1300, 2011.
- [36] L. Landau and E. Lifshitz, “on the Theory of the Dispersion of Magnetic Permeability in Ferromagnetic Bodies,” *Collected Papers of L.D. Landau*, vol. 153, pp. 101–114, 1965.
- [37] T. L. Gilbert, “A phenomenological theory of damping in ferromagnetic materials,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 40, no. 6, pp. 3443–3449, 2004.
- [38] A. Makarov, “Modeling of Emerging Resistive Switching Based Memory Cells,” *Dissertação apresentada à Faculdade für Elektrotechnik und Informationstechnik*, 2014.
- [39] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics, Third Edition*. John Wiley and Sons, 1999.

- [40] J. C. Maxwell, *A treatise on electricity and magnetism*. Oxford University Press, 1873.
- [41] J. A. Osborn, “Demagnetizing factors of the general ellipsoid,” *Phys. Rev.*, vol. 67, pp. 351–357, Jun 1945.
- [42] A. J. Newell, W. Williams, and D. J. Dunlop, “A Generalization of the Demagnetizing Tensor for Nonuniform Magnetization,” *Journal of Geophysical Research*, vol. 98, no. 7, pp. 9551–9555, 1993.
- [43] A. Aharoni, “Demagnetizing factors for rectangular ferromagnetic prisms,” *Journal of Applied Physics*, vol. 83, no. 6, pp. 3432–3434, 1998.
- [44] Stephen Blundell, “Magnetism in Condensed Matter,” *Oxford University Press*, 2001.
- [45] G. H. R. Bittencourt, “Emergência de uma dupla ruptura de Walker geometricamente induzida em nanofitas magnéticas com curvas,” 2021.
- [46] G. H. Bittencourt, R. Moreno, R. Cacilhas, S. Castillo-Sepúlveda, O. Chubykalo-Fesenko, D. Altbir, and V. L. Carvalho-Santos, “Curvature-induced emergence of a second critical field for domain wall dynamics in bent nanostripes,” *Applied Physics Letters*, vol. 118, no. 14, 2021.
- [47] P. Yu, X. F. Jin, J. Kudrnovský, D. S. Wang, and P. Bruno, “Curie temperatures of fcc and bcc nickel and permalloy: Supercell and green’s function methods,” *Phys. Rev. B*, vol. 77, p. 054431, Feb 2008.
- [48] W. R. Inc., “Mathematica, Version 14.0,” Champaign, IL, 2024.
- [49] T. Fischbacher, M. Franchin, G. Bordignon, and H. Fangohr, “A systematic approach to multiphysics extensions of finite-element-based micromagnetic simulations: Nmag,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 6, pp. 2896–2898, 2007.
- [50] M. Yan, A. Kákay, C. Andreas, and R. Hertel, “Spin-Cherenkov effect and magnonic Mach cones,” *Physical Review B*, vol. 88, no. 22, pp. 1–5, 2013.
- [51] L. Caretta, S. H. Oh, T. Fakhrol, D. K. Lee, B. H. Lee, S. K. Kim, C. A. Ross, K. J. Lee, and G. S. Beach, “Relativistic kinematics of a magnetic soliton,” *Science*, vol. 370, no. 6523, pp. 1438–1442, 2020.
- [52] T. Shiino, S. H. Oh, P. M. Haney, S. W. Lee, G. Go, B. G. Park, and K. J. Lee, “Antiferromagnetic Domain Wall Motion Driven by Spin-Orbit Torques,” *Physical Review Letters*, vol. 117, no. 8, pp. 1–6, 2016.
- [53] S. O. Demokritov, “Spin wave confinement, second edition: Propagating waves,” *Spin Wave Confinement, Second Edition: Propagating Waves, Second Edition*, vol. 322, no. October, pp. 1–436, 2017.

- [54] E. Saitoh, H. Miyajima, T. Yamaoka, and G. Tatara, “Current-induced resonance and mass determination of a single magnetic domain wall,” *Nature*, vol. 432, no. 7014, pp. 203–206, 2004.
- [55] A. Wartelle, B. Trapp, M. Staño, C. Thirion, S. Bochmann, J. Bachmann, M. Foerster, L. Aballe, T. O. Montes, A. Locatelli, A. Sala, L. Cagnon, J.-C. Toussaint, and O. Fruchart, “Bloch-point-mediated topological transformations of magnetic domain walls in cylindrical nanowires,” *Phys. Rev. B*, vol. 99, p. 024433, Jan 2019.
- [56] S. Da Col, S. Jamet, N. Rougemaille, A. Locatelli, T. O. Montes, B. S. Burgos, R. Afid, M. Darques, L. Cagnon, J. C. Toussaint, and O. Fruchart, “Observation of bloch-point domain walls in cylindrical magnetic nanowires,” *Phys. Rev. B*, vol. 89, p. 180405, May 2014.
- [57] C. A. Ferguson, D. A. Maclaren, and S. McVitie, “Metastable magnetic domain walls in cylindrical nanowires,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 381, pp. 457–462, 2015.
- [58] R. Hertel, “Ultrafast domain wall dynamics in magnetic nanotubes and nanowires,” *Journal of Physics Condensed Matter*, vol. 28, no. 48, p. 483002, 2016.
- [59] S. Jamet, N. Rougemaille, J. C. Toussaint, and O. Fruchart, *Head-to-head domain walls in one-dimensional nanostructures: An extended phase diagram ranging from strips to cylindrical wires*. Elsevier Ltd., 2015.
- [60] R. Moreno, V. L. Carvalho-Santos, D. Altbir, and O. Chubykalo-Fesenko, “Detailed examination of domain wall types, their widths and critical diameters in cylindrical magnetic nanowires,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 542, no. September 2021, p. 168495, 2022.
- [61] G. H. R. Bittencourt, V. L. Carvalho-Santos, O. Chubykalo-Fesenko, D. Altbir, and R. Moreno, “Dynamics of chiral domain walls in bent cylindrical magnetic nanowires,” *Journal of Applied Physics*, vol. 135, p. 063906, 02 2024.
- [62] O. M. Volkov, A. Kákay, F. Kronast, I. Mönch, M. A. Mawass, J. Fassbender, and D. Makarov, “Experimental Observation of Exchange-Driven Chiral Effects in Curvilinear Magnetism,” *Physical Review Letters*, vol. 123, no. 7, p. 77201, 2019.
- [63] V. P. Kravchuk, D. D. Sheka, A. Kákay, O. M. Volkov, U. K. Röbler, J. Van Den Brink, D. Makarov, and Y. Gaididei, “Multiplet of skyrmion states on a curvilinear defect: Reconfigurable skyrmion lattices,” *Physical Review Letters*, vol. 120, no. 6, p. 67201, 2018.

- [64] K. V. Yershov, V. P. Kravchuk, D. D. Sheka, and Y. Gaididei, “Curvature and torsion effects in spin-current driven domain wall motion,” *Physical Review B*, vol. 93, no. 9, pp. 1–9, 2016.
- [65] K. V. Yershov, V. P. Kravchuk, D. D. Sheka, J. van den Brink, and A. Saxena, “Domain wall diode based on functionally graded Dzyaloshinskii–Moriya interaction,” *Applied Physics Letters*, vol. 116, no. 22, p. 222406, 2020.
- [66] G. H. R. Bittencourt, V. L. Carvalho-Santos, D. Altbir, O. Chubykalo-Fesenko, and R. Moreno, “Tuning domain wall oscillation frequency in bent nanowires through a mechanical analogy,” *Nanotechnology*, vol. 35, p. 065709, nov 2024.
- [67] S. Allende, J. C. Retamal, D. Altbir, and J. D’Albuquerque E Castro, “Domain wall magnetoresistance in nanowires: Dependence on geometrical factors and material parameters,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 355, pp. 197–200, 2014.
- [68] J. A. Fernandez-Roldan, A. De Riz, B. Trapp, C. Thirion, M. Vazquez, J. C. Tousseint, O. Fruchart, and D. Gusakova, “Modeling magnetic-field-induced domain wall propagation in modulated-diameter cylindrical nanowires,” *Scientific Reports*, vol. 9, no. 1, pp. 1–12, 2019.
- [69] G. Bittencourt, D. Altbir, and V. Carvalho-Santos, “Geometry effects on the domain wall width in bent nanowires,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 588, p. 171384, 2023.
- [70] K. V. Yershov, V. P. Kravchuk, D. D. Sheka, and U. K. Röbller, “Curvature effects on phase transitions in chiral magnets,” *SciPost Physics*, vol. 9, no. 4, pp. 1–18, 2020.
- [71] E. Sauter, F. S. de Azevedo, P. H. de Almeida Konzen, J. B. da Paz Carvalho, and I. Strauch, “Cálculo Vetorial,” *UFRGS*: <https://www.ufrgs.br/reatmat/Calculo/livro-cv/livro.pdf>, 2023.
- [72] I. Dzyaloshinsky, “A thermodynamic theory of “weak” ferromagnetism of antiferromagnetics,” *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, vol. 4, no. 4, pp. 241–255, 1958.
- [73] T. Moriya, “Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism,” *Phys. Rev.*, vol. 120, pp. 91–98, Oct 1960.
- [74] A. N. Bogdanov and U. K. Röbller, “Chiral symmetry breaking in magnetic thin films and multilayers,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, p. 037203, Jun 2001.
- [75] Y. B. Bazaliy, B. A. Jones, and S.-C. Zhang, “Modification of the landau-lifshitz equation in the presence of a spin-polarized current in colossal- and giant-magnetoresistive materials,” *Phys. Rev. B*, vol. 57, pp. R3213–R3216, Feb 1998.

- [76] S. Zhang and Z. Li, “Roles of nonequilibrium conduction electrons on the magnetization dynamics of ferromagnets,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 93, p. 127204, Sep 2004.
- [77] Y. Tserkovnyak, A. Brataas, and G. E. W. Bauer, “Theory of current-driven magnetization dynamics in inhomogeneous ferromagnets,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 7, pp. 1282–1292, 2008.
- [78] D. Ralph and M. Stiles, “Spin transfer torques,” *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 320, no. 7, pp. 1190–1216, 2008.
- [79] G. Tatara, H. Kohno, and J. Shibata, “Microscopic approach to current-driven domain wall dynamics,” *Physics Reports*, vol. 468, no. 6, pp. 213–301, 2008.
- [80] A. Brataas, A. D. Kent, and H. Ohno, “Current-induced torques in magnetic materials,” *Nature Mater*, vol. 11, p. 372–381, 2012.
- [81] M. Hayashi, L. Thomas, C. Rettner, R. Moriya, X. Jiang, and S. S. P. Parkin, “Dependence of current and field driven depinning of domain walls on their structure and chirality in permalloy nanowires,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 97, p. 207205, Nov 2006.
- [82] M. Hayashi, L. Thomas, C. Rettner, R. Moriya, and S. S. P. Parkin, “Direct observation of the coherent precession of magnetic domain walls propagating along permalloy nanowires,” *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 3, pp. 21–25, dec 2006.
- [83] M. Al Bahri, B. Borie, T. Jin, R. Sbiaa, M. Kläui, and S. Piramanayagam, “Staggered magnetic nanowire devices for effective domain-wall pinning in racetrack memory,” *Phys. Rev. Appl.*, vol. 11, p. 024023, Feb 2019.
- [84] C. I. De Araujo, J. C. Gomes, D. Toscano, E. L. Paixão, P. Z. Coura, F. Sato, D. V. Massote, and S. A. Leonel, “Investigation of domain wall pinning by square anti-notches and its application in three terminals MRAM,” *Applied Physics Letters*, vol. 114, no. 21, 2019.
- [85] D. Kumar, T. Jin, S. Al Risi, R. Sbiaa, W. Lew, and S. Piramanayagam, “Domain wall motion control for racetrack memory applications,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 55, Mar. 2019.
- [86] C. Kurniawan, B. Soegijono, and D. Djuhana, “Investigation of notch dept effect on domain wall depinning in ferromagnetic nanowires by micromagnetic simulation,” *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 553, p. 012012, nov 2019.
- [87] G. Nahrwold, L. Bocklage, J. M. Scholtyssek, T. Matsuyama, B. Krüger, U. Merkt, and G. Meier, “Current-induced domain-wall depinning in curved Permalloy nanowires,” *Journal of Applied Physics*, vol. 105, p. 07D511, 02 2009.

- [88] X. Dong and R. Wang, “Chirality-dependent propagations of domain walls in l-shaped nanostrips under unidirectional fields,” *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 56, p. 120307, nov 2017.
- [89] K. Omari, R. C. Bradley, T. J. Broomhall, M. P. P. Hodges, M. C. Rosamond, E. H. Linfield, M.-Y. Im, P. Fischer, and T. J. Hayward, “Ballistic rectification of vortex domain wall chirality at nanowire corners,” *Applied Physics Letters*, vol. 107, p. 222403, 12 2015.
- [90] S. Woo, T. Delaney, and G. Beach, “Magnetic domain wall depinning assisted by spin wave bursts,” *Nature Phys*, vol. 13, pp. 448–454, 1 2017.
- [91] L. Thomas, M. Hayashi, X. Xin Jiang, R. Moriya, C. Rettner, and S. S. P. Parkin, “Oscillatory dependence of current-driven magnetic domain wall motion on current pulse length.,” *Nature*, vol. 443, pp. 197–200, 7 2006.
- [92] A. Thiaville, Y. Nakatani, J. Miltat, and Y. Suzuki, “Micromagnetic understanding of current-driven domain wall motion in patterned nanowires,” *Europhysics Letters*, vol. 69, no. 6, pp. 990–996, 2005.
- [93] L. Skoric, C. Donnelly, A. Hierro-Rodriguez, M. A. Cascales Sandoval, S. Ruiz-Gómez, M. Foerster, M. A. Niño, R. Belkhou, C. Abert, D. Suess, and A. Fernández-Pacheco, “Domain wall automotion in three-dimensional magnetic helical interconnectors,” *ACS Nano*, vol. 16, no. 6, pp. 8860–8868, 2022. PMID: 35580039.
- [94] K. V. Yershov, V. P. Kravchuk, D. D. Sheka, O. V. Pylypovskyi, D. Makarov, and Y. Gaididei, “Geometry-induced motion of magnetic domain walls in curved nanostripes,” *Phys. Rev. B*, vol. 98, p. 060409, Aug 2018.
- [95] G. H. R. Bittencourt, M. Castro, A. S. Nunez, D. Altbir, S. Allende, and V. L. Carvalho-Santos, “Chiral spin-transfer torque induced by curvature gradient,” *arXiv*, 2308.09276, 2023.
- [96] D. D. Sheka, V. P. Kravchuk, K. V. Yershov, and Y. Gaididei, “Torsion-induced effects in magnetic nanowires,” *Physical Review B*, vol. 92, no. 5, pp. 1–13, 2015.