

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

**Integração Da Análise da Distribuição Espacial e Tendência no Processo de
Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional com Feições Lineares**

Lígia da Silva Barbosa
Doctor Scientiae

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2025**

LÍGIA DA SILVA BARBOSA

Integração Da Análise da Distribuição Espacial e Tendência no Processo de Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional com Feições Lineares

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

Orientador: Afonso de Paula dos Santos

Coorientadores: Nilcilene das G. Medeiros
Julio Cesar de Oliveira

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2025**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

B238i
2025
Barbosa, Lígia da Silva, 1996-
Integração da análise da distribuição espacial e tendência no
processo de avaliação da acurácia posicional tridimensional com
feições lineares / Lígia da Silva Barbosa. – Viçosa, MG, 2025.
1 tese eletrônica (180 f.): il. (algumas color.).

Inclui apêndice.

Orientador: Afonso de Paula dos Santos.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Engenharia Civil, 2025.

Inclui bibliografia.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2026.007>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Cartografia - Processamento de dados - Controle de
qualidade. 2. Mapas topográficos - Calibração. I. Santos, Afonso
de Paula dos, 1984-. II. Universidade Federal de Viçosa.
Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação
em Engenharia Civil. III. Título.

CDD 22. ed. 526

LÍGIA DA SILVA BARBOSA

Integração Da Análise da Distribuição Espacial e Tendência no Processo de Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional com Feições Lineares

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 17 de dezembro de 2025.

Assentimento:

Lígia da Silva Barbosa
Autora

Afonso de Paula dos Santos
Orientador

Essa tese foi assinada digitalmente pela autora em 12/01/2026 às 18:33:45 e pelo orientador em 13/01/2026 às 10:44:10. As assinaturas têm validade legal, conforme o disposto na Medida Provisória 2.200-2/2001 e na Resolução nº 37/2012 do CONARQ. Para conferir a autenticidade, acesse <https://siadoc.ufv.br/validar-documento>. No campo 'Código de registro', informe o código **MI3G.YL6M.DQCY** e clique no botão 'Validar documento'.

A Deus,
aos meus pais Neusa e José,
ao meu esposo Luciano,
e aos familiares e amigos
dedico.

AGRADECIMENTOS

A Deus por me dar forças e iluminar minha vida para que eu conseguisse alcançar os meus sonhos, até aqueles que sempre imaginei impossíveis.

Aos meus pais, Neusa e José, por serem minha base e buscarem sempre me oferecer todas as condições para que eu chegasse até aqui.

Ao meu marido Luciano, o companheiro da minha vida que acompanhou desde o começo o início de toda a minha jornada, sendo a pessoa mais compreensível e amorosa que eu poderia ter e por sempre apoiar os meus maiores objetivos de vida.

Ao meu orientador Afonso de Paula dos Santos, por me incentivar desde a graduação a trilhar o caminho da pós graduação, por toda paciência, ajuda, sugestão e instrução no desenvolvimento desta pesquisa.

Aos meus coorientadores Nilcilene das Graças Medeiros e Júlio César de Oliveira por todas as sugestões valiosas que serviram para agregar e elevar o nível desse trabalho.

A Universidade Federal de Viçosa, essa grande instituição, que foi minha segunda casa por muitos anos e que me possibilitou me tornar uma excelente profissional em uma grande área.

A todos, de forma geral, que sempre torceram por mim.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CA-PES), pela concessão da bolsa de estudos.

Este trabalho foi realizado com o apoio das seguintes agências de pesquisa brasileiras: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG) e Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

“A constância é o complemento indispensável de todas as outras virtudes humanas”.
(Giuseppe Mazzini)

RESUMO

BARBOSA, Lígia da Silva, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2025. **Integração Da Análise da Distribuição Espacial e Tendência no Processo de Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional com Feições Lineares.** Orientador: Afonso de Paula dos Santos. Coorientadores: Nilcilene das Gracias Medeiros e Julio Cesar de Oliveira.

Com o passar dos anos, houve um aumento expressivo no número de usuários não especializados que utilizam dados espaciais, levando-se à falta de controle de qualidade, resultando em erros e inconsistências. A acurácia posicional é um dos principais componentes avaliados no processo de controle de qualidade cartográfica, utilizando-se feições pontuais ou lineares, sendo que estas últimas fornecem informações geométricas mais detalhadas. No entanto, a verificação do padrão de distribuição espacial e a detecção de tendências de feições lineares em dados espaciais 3D ainda são temas pouco explorados nessa área. Assim sendo, o objetivo desta pesquisa foi criar métodos para identificar o padrão de distribuição espacial e efeitos sistemáticos no processo de avaliação tridimensional da acurácia posicional, utilizando feições lineares em produtos cartográficos, além de uma metodologia para avaliar a acurácia tridimensional com essas feições. O uso de feições lineares é justificado pela sua representatividade amostral e pela possibilidade de análise de características específicas. Em relação à análise do padrão de distribuição espacial utilizando feições lineares, é verificada a pouca exploração desta em análises bidimensionais (2D), e sem o conhecimento de estudos em análises tridimensionais (3D), o que é evidenciado pela falta de métodos desenvolvidos nessa área. Já a análise da tendência é necessária para verificar a presença de efeitos sistemáticos que podem prejudicar de forma expressiva a qualidade dos dados, como por exemplo, dificultando a integração de dados em banco de dados geográficos. Dessa forma, foram propostos métodos para avaliar a tendência na acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares, além de analisar o padrão de distribuição espacial em três dimensões. A partir disso, foi sugerida a criação de uma metodologia que possibilite a análise da acurácia posicional tridimensional com feições lineares de forma eficiente baseada nas normas brasileiras.

Palavras-chave: acurácia posicional tridimensional; feições lineares; tendência; distribuição espacial; dados espaciais; controle de qualidade cartográfica; produtos cartográficos

ABSTRACT

BARBOSA, Lígia da Silva, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, December, 2025. **Integration of Spatial Distribution and Trend Analysis in the Evaluation Process of Three-Dimensional Positional Accuracy with Linear Features.** Adviser: Afonso de Paula dos Santos. Co-advisers: Nilcilene das Gracas Medeiros and Julio Cesar de Oliveira.

Over the years, there has been a significant increase in the number of non specialized users utilizing spatial data, leading to a lack of quality control, resulting in errors and inconsistencies. Positional accuracy is one of the main components evaluated in the cartographic quality control process, using point or linear features, the latter providing more detailed geometric information. However, verifying the spatial distribution pattern and detecting trends in linear features in 3D spatial data are still underexplored topics in this area. Therefore, the objective of this research was to create methods to identify the spatial distribution pattern and systematic effects in the three-dimensional evaluation process of positional accuracy, using linear features in cartographic products, as well as a methodology to evaluate three-dimensional accuracy with these features. The use of linear features is justified by their sample representativeness and the possibility of analyzing specific characteristics. Regarding the analysis of spatial distribution patterns using linear features, it is observed that this technique has been little explored in two-dimensional (2D) analyses, and there is a lack of knowledge of studies in three-dimensional (3D) analyses, which is evidenced by the lack of methods developed in this area. Trend analysis is necessary to verify the presence of systematic effects that can significantly impair data quality, such as hindering data integration in geographic databases. Therefore, methods were proposed to evaluate the trend in three-dimensional positional accuracy using linear features, in addition to analyzing the spatial distribution pattern in three dimensions. Based on this, the creation of a methodology that allows for the efficient analysis of three-dimensional positional accuracy with linear features, based on Brazilian standards, was suggested.

Keywords: three-dimensional positional accuracy; linear features; trend; spatial distribution; spatial data; cartographic quality control; cartographic products

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

CAPÍTULO 1

Figura 1 - Hidrografia numérica (azul) e as linhas de cumeada (vermelho).	37
Figura 2 - Identificação de depressões espúrias em um MDS.	38
Figura 3 - Possíveis direções do escoamento - 8 valores.	38
Figura 4 - Exemplo de determinação do fluxo acumulado.	39
Figura 5 - Representação da análise de quadrantes.	41
Figura 6 - Distribuição espacial conforme o Vizinho Mais Próximo.	41
Figura 7 - Gráfico da análise do padrão de distribuição espacial pela Função K de Ripley.	42
Figura 8 – Representação da distribuição espacial teórica para pontos.	43
Figura 9 - Representação da distribuição espacial teórica para linhas.	44
Figura 10 – Demonstração das menores distâncias Euclidianas dos vértices da linha i para qualquer segmento da linha 1.	45
Figura 11 - Correlação do índice R com o padrão de distribuição espacial de feições lineares.	46
Figura 12 - Exemplo de um volume englobando as feições lineares tridimensionais.	48
Figura 13 - Visualização das feições lineares nos planos XY, XZ e YZ.	49
Figura 14 - Município de Viçosa-MG e as dimensões do retângulo envolvente nos planos.	52
Figura 15 - Linhas simuladas para o primeiro experimento: a) padrão agrupado; b) padrão aleatório; c) padrão disperso.	55
Figura 16 - Linhas simuladas em cada plano considerando o padrão de distribuição espacial disperso.	56
Figura 17 - Conjunto de linhas simuladas do segundo experimento.	59
Figura 18 - Linhas nos três planos do conjunto (a) do experimento 2.	60
Figura 19 - Linhas nos três planos do conjunto (b) do experimento 2.	61
Figura 20 - Linhas nos três planos, para o 1º teste do experimento 3.	66
Figura 21 - Linhas 3D do 1º teste do experimento 3.	67
Figura 22 - Linhas nos três planos, para o 2º teste do experimento 3.	68
Figura 23 - Linhas 3D do 2º teste do experimento 3.	69
Figura 24 - Linhas nos três planos, para o 3º teste do experimento 3.	70
Figura 25 - Linhas 3D do 3º teste do experimento 3.	71

CAPÍTULO 2

Figura 1 - Análise para segmentação das linhas.	91
Figura 2 - Linha de teste (L_T) (a) e (b) sem efeito de escala e linha (c) e (d) com efeito de escala em relação à linha de referência (L_R). RL_R refere-se ao módulo do	

vetor resultante da linha de referência e RL_T é o módulo do vetor resultante da linha de teste.	92
Figura 3 - Exemplificação para aplicação da lei dos cossenos.	93
Figura 4 - Fluxograma da metodologia proposta.	96
Figura 5 - Exemplificação do ângulo vertical obtido através do alinhamento entre os pontos A e B no espaço tridimensional.	98
Figura 6 - Exemplificação de vetores para o cálculo da Média Direcional e Variância Circular considerando os segmentos proporcionais. Em (a) os vetores considerados para o cálculo do ângulo vertical, em (b) os vetores para o cálculo do ângulo do azimute.	99
Figura 7 - Determinação do ângulo de rotação.	102
Figura 8 - Correção dos efeitos sistemáticos em linhas tridimensionais.	103
Figura 9 - Representação dos 17 pares de linhas simuladas nos planos XY, XZ e YZ e em 3D.	110
Figura 10 - Informações geométricas dos pares de linhas.	116
Figura 11 - Área de estudo com dados reais.	121

CAPÍTULO 3

Figura 1 - Representação do Elipsóide de Incertezas com as tolerâncias do PEC do Decreto n° 89.817/84.	148
Figura 2 - Área 3D obtida no método da Banda Épsilon.	152
Figura 3 - Buffer Simples 3D.	154
Figura 4 - Representação dos volumes obtidos pela sobreposição dos <i>buffers</i> 3D nas feições lineares de teste e de referência.	155
Figura 5 - Proposição de metodologia para avaliação da acurácia posicional 3D com feições lineares.	157
Figura 6 - Área de estudo para aplicação da metodologia.	162
Figura 7 - Gráfico das discrepâncias posicionais 3D em metros para os métodos Distância de Hausdorff, Influência do Vértice e Buffer Duplo Modificado.	165
Figura 8 - Discrepâncias das feições pontuais utilizadas no estudo.	167

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Conexão de cada capítulo com os objetivos específicos.22

CAPÍTULO 1

Tabela 1 - Constantes consideradas no cálculo do vizinho mais próximo, conforme a ordem.46

Tabela 2 - Resultado na avaliação do padrão de distribuição espacial de primeira ordem para o experimento 1.57

Tabela 3 - Resultado da aplicação do método para ordens superiores no experimento 2.....63

Tabela 4 - Resultado do método TDSD em três testes, no experimento 3.72

CAPÍTULO 2

Tabela 1 - Análise do efeito de translação em cada plano para os pares de linha.. 122

Tabela 2 - Análise do efeito de translação considerando os ângulos horizontais e verticais. 123

Tabela 3 - Análise do fator de escala para cada par de linha em cada plano e em 3D. 126

Tabela 4 - Análise do efeito de rotação em cada plano para os pares de linha. 126

Tabela 5 - Análise do efeito de rotação considerando o ângulo horizontal e vertical para os pares de linhas. 127

Tabela 6 - Correção da tendência nos pares de linhas simuladas. 129

Tabela 7 - Resultado da aplicação do 3D TRS para um conjunto de dados reais. . 129

CAPÍTULO 3

Tabela 1 - Valores do PEC e EP considerando a planimetria e altimetria conforme o Decreto nº89.817/84 e a ET-CQDG. 144

Tabela 2 - Resultado do padrão de distribuição espacial 3D pelo método TDSD. ... 162

Tabela 3 - Tolerância do Decreto nº89.817/84 e a ET-CQDG, considerando a escala 1:100.000 e equidistância vertical de 50m. 163

Tabela 4 - Estatísticas descritivas considerando a utilização dos métodos de avaliação da acurácia posicional tridimensional..... 164

Tabela 5 - Resultado da análise da tendência no conjunto de feições lineares conforme a aplicação do método 3D TRS..... 166

Tabela 6 - Verificação de tendência pelo método *t* de *Student* nas feições pontuais. 167

Tabela 7 - Resultado da avaliação da acurácia posicional com as feições pontuais, tendo como referência o método proposto por Santos (2015). 167

Tabela 8 - Classificação das feições pontuais utilizando o método do Elipsoide de Incertezas..... 168

Tabela 9 - Classificação das feições pontuais utilizando o método do Elipsoide de Incertezas.....	169
---	-----

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO GERAL	15
2. HIPÓTESES	20
3. OBJETIVOS	21
3.1. Objetivo Geral	21
3.2. Objetivos Específicos	21
4. ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO	22
REFERÊNCIAS	23
CAPÍTULO 1. PADRÃO DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE FEIÇÕES LINEARES TRIDIMENSIONAIS UTILIZADAS NO CONTROLE DE QUALIDADE CARTOGRÁFICA	28
1. INTRODUÇÃO	30
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	33
2.1. Modelos Digitais de Terreno	33
2.1.1. Modelos Digitais de Superfícies	34
2.1.2. Extração de Feições Morfológicas do Terreno	36
2.2. Técnicas Para Avaliação do Padrão de Distribuição Espacial de Dados Geoespaciais	40
2.2.1. Nearest Neighbor Method for Linear Features (NNMLF)	42
3. METODOLOGIA PROPOSTA	48
4. EXPERIMENTOS E RESULTADOS	54
4.1. Experimento 1	54
4.2. Experimento 2	59
4.3. Experimento 3	65
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	75
REFERÊNCIAS	77
CAPÍTULO 2. ANÁLISE DE TENDÊNCIA DE FEIÇÕES LINEARES TRIDIMENSIONAIS UTILIZADAS NO CONTROLE DE QUALIDADE CARTOGRÁFICA	84
1. INTRODUÇÃO	86
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	89

2.1. Média Direcional e Variância Circular	89
2.2. Método TRS	90
3. METODOLOGIA PROPOSTA.....	96
3.1. Translação.....	96
3.2. Escala.....	100
3.3. Rotação	101
3.4. Correção dos Efeitos Sistemáticos.....	102
4. EXPERIMENTOS	109
4.1. Dados Simulados	109
4.2. Dados Reais.....	120
5. RESULTADOS E ANÁLISES	122
5.1. Dados Simulados	122
5.2. Dados Reais.....	129
6. CONSIDERAÇÕES FINAIS	130
REFERÊNCIAS	132
CAPÍTULO 3. METODOLOGIA PARA A AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA POSICIONAL TRIDIMENSIONAL UTILIZANDO FEIÇÕES LINEARES.....	135
1. INTRODUÇÃO	137
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	141
2.1. CONTROLE DE QUALIDADE CARTOGRÁFICA (CQC)	141
2.1.1. Acurácia Posicional	142
2.1.2. Normas do Brasil Para Avaliação da Acurácia Posicional.....	143
2.1.3. Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional Utilizando Feições Pontuais	144
2.1.3.1. Utilização da propagação de variâncias do Decreto 89.817/84 Para Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional, método apresentado por Santos (2015).....	145
2.1.3.2. Utilização de um Elipsoide de Incertezas Para Avaliação da Acurácia Posicional 3D, proposto por Lisboa <i>et al.</i> (2019).....	146
2.1.4. Métodos Para Determinação das Discrepâncias Posicionais Tridimensionais com Feições Lineares	148
2.1.4.1. Distância de Hausdorff 3D.....	149

2.1.4.2. Influência do Vértice 3D	150
2.1.4.3. Banda Épsilon 3D.....	151
2.1.4.4. Buffer Simples 3D	153
2.1.4.5. Buffer Duplo 3D.....	154
2.1.4.6. Buffer Duplo 3D Modificado.....	155
3. METODOLOGIA PROPOSTA.....	157
4. RESULTADOS	161
5. CONSIDERAÇÕES FINAIS	170
CONCLUSÕES GERAIS.....	177
APÊNDICE – MÉTODO TDSD.....	180

1. INTRODUÇÃO GERAL

1.1. Considerações Iniciais

Atualmente, os dados espaciais produzidos e utilizados em diversas aplicações já possuem natureza tridimensional, como é o caso dos modelos digitais tridimensionais (3D), a exemplo dos modelos digitais de elevação (MDE) e de superfície (MDS). Esses produtos são amplamente empregados em atividades que vão desde projetos de engenharia e construção de vias até análises detalhadas das características de uma área.

Esse cenário evidencia que, diante do avanço das técnicas de coleta de dados espaciais 3D, torna-se imprescindível o desenvolvimento e a aplicação de métodos de controle posicional que considerem a informação tridimensional de forma integrada, sem a separação entre planimetria e altimetria, acompanhando a tendência de uso crescente de produtos cartográficos 3D nos próximos anos (Fonseca, 2018; Rincón e García, 2019).

Aliado à produção de dados cartográficos 3D, há também um crescente número de usuários não especializados, utilizando este tipo de dado espacial, os quais podem acabar ignorando a qualidade dos dados utilizados (Santos *et al.*, 2015; Zanetti *et al.*, 2018; Saito *et al.*, 2019; Nesbit *et al.*, 2020). Sendo assim, novas tecnologias necessitam do controle de qualidade, o qual possibilita a identificação de incertezas e inconsistências, para ser possível aplicá-las a uma determinada finalidade.

Diante disso, foram criadas normas em vários países visando essa abordagem. Dentre essas normas, destaca-se a norma americana *American Society for Photogrammetry and Remote Sensing* (ASPRS) de 2024. Esta norma ressalta a limitação da maioria das outras normatizações em relação à utilização de feições lineares, à avaliação da acurácia posicional tridimensional e à análise do padrão de distribuição espacial dos dados de checagem (ASPRS, 2024).

Nesse contexto normativo, as diretrizes e recomendações para a avaliação de produtos cartográficos fundamentam-se em um conjunto de elementos de qualidade que orientam os procedimentos de controle e validação dos dados espaciais. Segundo DSG (2016), Lisboa *et al.* (2019) e ISO (2023), os componentes fundamentais de qualidade que devem ser examinados nos produtos cartográficos incluem: acurácia posicional, acurácia temporal, acurácia temática, completude, consistência

lógica e meta qualidade. Entretanto, no processo de controle de qualidade cartográfica, a acurácia posicional é o elemento mais inspecionado, visto que este verifica a qualidade da componente espacial e geométrica dos dados (Mozas *et al.*, 2013; Santos *et al.*, 2015; Saito *et al.*, 2019; Marques Junior *et al.*, 2020; Cubillos *et al.*, 2021; Blana e Tsoulos, 2022).

Santos *et al.* (2015), La Vega *et al.* (2016) e Elias *et al.* (2023) evidenciam que o uso de feições do tipo ponto no controle de qualidade é amplamente utilizado para chegar a uma conclusão acerca da qualidade posicional cartográfica. No entanto, é importante destacar que a análise da acurácia posicional por meio de feições lineares pode ser empregada em áreas onde o reconhecimento de pontos homólogos ou com uma distribuição espacial inadequada (Fonseca, 2018).

Ademais, feições lineares contêm uma considerável quantidade de características geométricas, como demonstrado em Ariza *et al.* (2011), Mozas e Ariza (2011), Santos *et al.* (2016), Pebesma *et al.* (2018), Cunha *et al.* (2019) e Saito *et al.* (2019). Segundo Mozas e Ariza (2015), esse tipo de feição apresenta um número elevado de vértices e uma grande disponibilidade em bancos de dados espaciais, tornando-se uma vantagem em relação aos métodos fundamentados em feições pontuais.

É necessário destacar que já foram criadas diversas técnicas destinadas à verificação da acurácia posicional por meio de feições lineares em dados espaciais 2D, como em: Masry *et al.* (1980); Blakemore (1984); McMaster (1986); Abbas *et al.* (1995); Heipke *et al.* (1997); Goodchild e Hunter (1997); Tveite e Langaas (1999); Ferreira e Cintra (1999); Shi e Liu (2000); Galo *et al.* (2001); Mozas e Ariza (2011); Tong *et al.* (2013); Cai *et al.* (2014); Mozas e Ariza (2018).

Adicionalmente, diversos pesquisadores têm proposto o uso de feições lineares na avaliação da acurácia posicional tridimensional, destacando que essas feições apresentam vantagens significativas em relação às abordagens baseadas exclusivamente em pontos ou em análises bidimensionais. Trabalhos como os de Mozas *et al.* (2013), Mozas e Ariza (2015), La Vega *et al.* (2016), Mozas *et al.* (2017) e Fonseca (2018) demonstram que feições lineares tridimensionais permitem uma avaliação mais representativa do comportamento geométrico dos dados, uma vez que capturam simultaneamente variações planimétricas e altimétricas ao longo de sua extensão, além de serem mais compatíveis com a natureza contínua de elementos do terreno e de objetos cartográficos lineares. Essas características justificam a

adoção de feições lineares 3D como alternativas mais adequadas para o controle da acurácia posicional em produtos cartográficos tridimensionais.

Para que a avaliação se torne ainda mais rigorosa, é necessário avaliar o padrão de distribuição espacial e a detecção de tendência nos dados. Em relação ao padrão de distribuição espacial do conjunto amostral de dados cartográficos, verifica-se uma carência de métodos nessa temática (Ariza- López *et al.*, 2011; Ariza-López, Ruiz-Lendínez e Ureña-Cámara, 2018; Jiang, 2018). Este tema tem pouca exploração em relação às dimensões da componente planimétrica (2D) e nenhuma na componente 3D. Isso foi verificado por meio de pesquisas na literatura, em que não foram encontrados métodos desenvolvidos nessa temática.

Além disso, de acordo com Monico *et al.* (2009) e Inal, Bulbul e Bilgen (2018), a acurácia é definida como sendo a junção de precisão e tendência, indicando que um dado deve ser preciso e não apresentar tendência para ser considerado acurado.

1.2. Caracterização do Problema

Conforme Li *et al.* (2005), a qualidade tridimensional de um conjunto de dados pode ser avaliada considerando-se separadamente as componentes horizontal e vertical ou, alternativamente, por meio de uma abordagem integrada que analise simultaneamente a planimetria e a altimetria. No entanto, Santos *et al.* (2016) demonstraram que a avaliação da altimetria assumindo previamente a acurácia da componente horizontal pode conduzir a resultados inconsistentes, recomendando, portanto, a avaliação conjunta dos dados espaciais tridimensionais. Apesar dessa constatação, observa-se que as normas e metodologias de controle de qualidade cartográfica ainda não estabelecem procedimentos consolidados para a avaliação da acurácia posicional tridimensional de feições lineares.

Além disso, embora estudos como os de Santos *et al.* (2015) e Fonseca (2018) indiquem que a avaliação integrada da acurácia posicional 3D é mais rigorosa do que a análise separada da planimetria e da altimetria, persistem lacunas metodológicas no que se refere à análise do padrão de distribuição espacial dos dados de checagem e à detecção de tendência em ambiente tridimensional. Em especial, não são encontrados métodos específicos que permitam avaliar se as feições lineares tridimensionais utilizadas no controle de qualidade apresentam uma distribuição

espacial adequada nem procedimentos consolidados para a identificação de efeitos sistemáticos associados a essas feições.

De modo semelhante, embora a detecção de tendência seja reconhecida como um componente essencial da acurácia posicional, observa-se que os métodos existentes se concentram majoritariamente em análises pontuais, bidimensionais ou altimétricas isoladas, não contemplando de forma adequada a análise da tendência em feições lineares tridimensionais.

1.3. Justificativa

A análise do padrão de distribuição espacial do conjunto de dados é um aspecto fundamental para assegurar a confiabilidade do processo de avaliação da acurácia posicional, uma vez que distribuições amostrais inadequadas podem conduzir a estimativas imprecisas e interpretações equivocadas da qualidade cartográfica (Ariza-López e Atkinson-Gordo, 2008). Embora existam métodos consagrados para a avaliação do padrão de distribuição espacial de feições pontuais, como o Método do Vizinho Mais Próximo e a Função K de Ripley (Clark e Evans, 1954; Ripley, 1977; Santos *et al.*, 2016; Zanetti, 2017; Oliveira *et al.*, 2018; Silva, 2020), tais abordagens não contemplam feições lineares bidimensionais e tridimensionais.

No âmbito normativo, apenas a norma americana NSSDA (*National Standard for Spatial Data Accuracy*) apresenta recomendações gerais sobre a distribuição da amostra de checagem, sem, contudo, abordar explicitamente feições lineares em ambiente tridimensional. Para feições lineares bidimensionais, destaca-se o método Nearest Neighbor Method for Linear Features (NNMLF), proposto por Cunha *et al.* (2024), derivado de adaptações do Método do Vizinho Mais Próximo para pontos. Ainda assim, permanece a lacuna quanto à análise do padrão de distribuição espacial aplicada a feições lineares em 3D, evidenciando a necessidade de avanços metodológicos nessa área.

Adicionalmente, conforme Monico *et al.* (2009) e Inal, Bulbul e Bilgen (2018), a acurácia posicional resulta da combinação entre precisão e tendência, sendo imprescindível que os dados apresentem baixa dispersão aleatória e ausência de efeitos sistemáticos. A não detecção da tendência em dados espaciais pode comprometer análises e subsidiar decisões incorretas (Santos *et al.*, 2016; Weiser *et al.*, 2019; Widiputra, Mailangkay e Gautama, 2020). Embora existam métodos estatísticos e

geométricos para a detecção de tendência em análises bidimensionais ou altimétricas isoladas (Merchant, 1982; Mozas-Calvachi e Ariza-López, 2014; Zanetti, 2022), observa-se que são escassos os estudos voltados especificamente à detecção de tendência em feições lineares tridimensionais.

Portanto, o presente trabalho coloca em evidência dois aspectos que ainda carecem de avanços na literatura: (a) a análise do padrão de distribuição espacial de feições lineares tridimensionais, e (b) a avaliação da tendência. Diante disso, são necessárias mais pesquisas relacionadas para tornar o processo de controle de qualidade cartográfica mais completo, consistente e compatível com a natureza tridimensional dos produtos cartográficos atuais.

2. HIPÓTESES

Considerando o que foi apresentado, estabelecem-se as seguintes hipóteses para este trabalho:

- i. É possível a criação de um método para estimar o padrão de distribuição espacial (aleatório, agrupado ou disperso) de produtos cartográficos utilizando feições lineares tridimensionais.
- ii. É viável a criação de um método para análise de tendência de produtos cartográficos utilizando feições lineares tridimensionais, investigando os efeitos sistemáticos de translação, rotação e escala.
- iii. É possível implementar uma metodologia para a avaliação da acurácia posicional 3D que utilize feições lineares no controle de qualidade posicional.

3. OBJETIVOS

3.1. Objetivo Geral

Esta pesquisa teve como objetivo geral propor métodos para analisar o padrão de distribuição espacial e a tendência integrados na avaliação tridimensional da acurácia posicional com base em feições lineares de produtos cartográficos, bem como a correção/minimização de efeitos sistemáticos.

3.2. Objetivos Específicos

Especificamente buscou-se:

- Propor um método para a análise do padrão de distribuição espacial de feições lineares 3D utilizadas na avaliação da acurácia posicional;
- Propor um método para a análise de tendência na avaliação da acurácia tridimensional com feições lineares, além de indicar como proceder para corrigir/minimizar os possíveis efeitos sistemáticos; e
- Propor metodologia para avaliação da acurácia posicional tridimensional com feições lineares, baseada nas normas brasileiras, englobando a obtenção das discrepâncias posicionais, análise do padrão de distribuição espacial, bem como a análise de tendência.

4. ESTRUTURAÇÃO DO TRABALHO

Esta pesquisa está dividida em 5 itens no formato de capítulos, conforme exposto a seguir:

- Introdução Geral: Refere-se a uma apresentação de forma ampla sobre o controle de qualidade cartográfica de dados espaciais tridimensionais, bem como as hipóteses, objetivos gerais e específicos e a justificativa da pesquisa.
- Capítulo 1: Este capítulo descreve o método proposto Three-Dimensional Spatial Distribution (TDSD) e como este pode ser aplicado no processo de avaliação do padrão de distribuição espacial com feições lineares tridimensionais, avaliando sua eficiência.
- Capítulo 2: Proposição do método Three-Dimensional Translation Rotation Scale (3D TRS) para análise de tendência de feições lineares tridimensionais no processo de controle de qualidade posicional, avaliando sua eficiência e como corrigir/minimizar os efeitos sistemáticos.
- Capítulo 3: Proposição de metodologia para a avaliação da acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares, que abrange a obtenção das discrepâncias posicionais, análise da distribuição espacial e a análise de tendência.
- Conclusões Gerais: Considerações finais, resultados esperados, recomendações para trabalhos futuros e cronograma de execução da pesquisa.

Abaixo encontra-se a Tabela 1 que relaciona cada capítulo com os objetivos específicos.

Tabela 1 - Conexão de cada capítulo com os objetivos específicos.

CAPÍTULO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS
1	Proposição de um método para a análise do padrão de distribuição espacial de feições lineares 3D na avaliação da acurácia posicional tendo como referência métodos já existentes em 2D.
2	Proposição de um método para a análise de tendência na avaliação da acurácia tridimensional com feições lineares tendo como referência métodos já existentes em 2D.
3	Proposição de metodologia para avaliação da acurácia posicional tridimensional com feições lineares, que englobe a obtenção das discrepâncias posicionais, análise do padrão de distribuição espacial, bem como a análise de tendência.

REFERÊNCIAS

- ABBAS, I.; GRUSSENMEYER, P.; HOTTIER, P. **Contrôle de la planimétrie d'une base de données vectorielles: une nouvelle méthode basée sur la distance de Hausdorff: la méthode du contrôle linéaire.** Bul. S.F.P.T., (137), p. 6–11, 1995.
- AMERICAN SOCIETY FOR PHOTOGRAMMETRY AND REMOTE SENSING (ASPRS). **ASPRS positional accuracy standards for digital geospatial data.** v. 2, 2024.
- ARIZA, F. J. **Calidad en la Producción Cartográfica.**Ra-Ma, 2002.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J.; ATKINSON, A; RODRIGUEZ, J. **Acceptance curves for the positional control of geographic databases.** Journal of Surveying Engineering, v. 134, n. 1, p. 26-32. 2008.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J. *et al.* **Influence of sample size on line-based positional assessment methods for road data.** ISPRS journal of photogrammetry and remote sensing, v. 66, n. 5, p. 708-719. 2011.
- ARIZA-LÓPEZ, F.; RUIZ-LENDÍNEZ, J.; UREÑA-CÁMARA, M. **Influence of Sample Size on Automatic Positional Accuracy Assessment Methods for Urban Areas.** ISPRS International Journal of Geo-Information, v. 7, n. 6, p. 200, 2018.
- BLAKEMORE, M. Generalization and error in spatial databases. In: **Cartographica.** p. 131- 139, 1984.
- BLANA, N.; TSOULOS, L. Constraint-Based Spatial Data Management for Cartographic Representation at Different Scales. **Geographies**, v. 2, n. 2, p. 258-273, 2022.
- CAI, J.; XU, P.; LI, D.; ZHU, G. A multi-scale positional uncertainty model that incorporates multi-scale modeling errors. In: **Spatial Accuracy 2014.** p. 107–13, Michigan. 2014.
- CLARK, P. J.; EVANS, F. C. **Distance to Nearest Neighbor as a Measure of Spatial Relationships in Populations.** **Ecology**, 35(4), 445–453, 1954.
- CUBILLOS, B. *et al.* Avanços na determinação da qualidade: precisão posicional da nova cartografia digital na escala 1:25.000. In: **Procedimentos do ICA.** Göttingen, Alemanha: Publicações Copernicus, p. 22. 2021.
- CUNHA, M. M.; SECATTO, G. Z.; GALINDO, J. R. F.; SANTOS, A. P. **Proposta de um Método de Avaliação da Acurácia Posicional Baseado na Modificação do Buffer Simples.** Revista Brasileira de Cartografia, vol. 71, n. 04, p. 1.193-1.218, outubro, 2019.
- DSG. **Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG).** Brasil, 2016.

ELIAS, N. N. *et al.* QPEC: QGIS Toolkit for Evaluating Geospatial Data Positional Accuracy according to the Brazilian Cartographic Accuracy Standard. **Anuario do Instituto de Geociências**, v. 46, 2023.

FERREIRA, L. F.; CINTRA, J. P.: Quantificação de discrepâncias entre feições lineares por retângulos equivalentes. In: **Revista Brasileira de Cartografia**. nº51, p.1-8, 1999.

FONSECA, I. G. R. **Avaliação da acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares**. 84 f. Dissertação de Mestrado - Curso de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica, Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa. 2018.

FONSECA NETO, F., GRIPP JUNIOR, J, BOTELHO. M. F., SANTOS, A.P. NASCIMENTO, LA, FONSECA, A. L. F. Assessment of positional quality in spatial data generated by VANT using point and linear feature for cadastre applications. **Boletim de Ciências Geodésicas**, p. 134-149, 2017.

GALO, M.; DAL POZ, A. P.; FERREIRA, F. M. O uso de feições no controle de qualidade em cartografia. In: **XIX Congresso Brasileiro de Cartografia**. Porto Alegre, RS, Brasil, 2001.

GOODCHILD, M. F.; HUNTER, G. J. A simple positional accuracy measure for linear features. In: **International Journal of Geographical Information Science**. v. 11, n. 3, p. 299-306, 1997.

INAL, C.; BULBUL, S.; BILGEN, B. Statistical analysis of accuracy and precision of GNSS receivers used in network RTK. **Arabian Journal of Geosciences**, v. 11, p. 1-8, 2018.

ISO 19.157. **Geographic information - Data quality**. 2023.

HAUG, O. *et al.* Spatial trend analysis of gridded temperature data at varying spatial scales. **Advances in Statistical Climatology, Meteorology and Oceanography**, v. 6, n. 1, p. 1-12, 2020.

HEIPKE, C; MAYER, H.; WIEDEMANN, C.; JAMET, O. Evaluation of Automatic Road Extraction. In: **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. p. 47-56, 1997.

HRISTOPULOS, D. T. Trend Models and Estimation. **Random Fields for Spatial Data Modeling: A Primer for Scientists and Engineers**, p. 41-81, 2020.

JIANG, Z. A survey on spatial prediction methods. **IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering**, v. 31, n. 9, p. 1645-1664, 2018.

LA VEGA, P. G; ARIZA-LÓPEZ, F. J.; MOZAS-CALVACHE, A. T. **Models for positional accuracy assessment of linear features: 2D and 3D cases**. *Survey Review*, v. 48, n. 350, p. 347-360, 2016.

LIMA, E. C. O. **Levantamento Pioneiro da SARA Brasil: Histórico, Tecnologia Empregada e Avaliação dos Produtos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, São Paulo-SP, Brasil, 212p, 2012.

LISBOA, M. H. M. *et al.* **Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional de Produtos Cartográficos Utilizando um Elipsoide de Incertezas**. Revista Brasileira de Cartografia, v. 71, n. 4, p.598-618, out-nov, 2019.

McMASTER, R. B. **A statistical analysis of mathematical measures for linear simplification**. The American Cartographer, 13(2), p. 103–16, 1986.

MARQUES JUNIOR, A. *et al.* Statistical assessment of cartographic product from photogrammetry and fixed-wing UAV acquisition. **European Journal of Remote Sensing**, v. 53, n. 1, p. 27-39, 2020.

MASRY, S. E.; GAUTHIER, J. R. R.; LEE, Y. C. Accuracy and time comparisons of digital maps. In: **Congress of the International Society of Photogrammetry**. Hamburgo, Alemanha. 1980.

MERCHANT, D. C. **Spacial Accuracy for large scale line maps**. Technical Congress of Surveying and Mapping. Anais.1982.

MONICO, J. F. G.; DAL POZ, A. P.; GALO, M.; SANTOS, M. C.; OLIVEIRA, L. C. (2009). Acurácia e precisão: revendo os conceitos de forma acurada. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 15, n. 3, 23 set. 2009.

MOZAS, A. T.; ARIZA, F. J. New method for positional quality control in cartography based on lines. A comparative study of methodologies. In: **International Journal of Geographical Information Science**. v. 25, n. 10, p. 1681-1695, 2011.

MOZAS-CALVACHE, A.; ARIZA-LÓPEZ, F. J. Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D. *Survey Review*, 47(342), pp. 195–201. 2014.

MOZAS, A. T.; ARIZA, F. J. Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D. In: **Survey Review**, 47(342), p. 195–201, 2015.

MOZAS, A. T.; ARIZA, F. J. Assessment of Displacements of Linestrings Based on Homologous Vertexes. In: **International Journal of Geographical Information Science**. 14 p., 2018.

MOZAS, A. T. C.; URENA, M. A.; PÉREZ, J. L. Accuracy of Contour Lines Using 3D Bands. In: **International Journal of Geographical Information Science**. Taylor & Francis: 2362–74, 2013.

MOZAS, A.T.; UREÑA, M.A.; ARIZA-L, F.J. Determination of 3D Displacements of Drainage Networks Extracted from Digital Elevation Models (DEMs) Using Linear-Based Methods. In: **International Journal of Geographical Information Science**. 2017.

NERO, M.; A. **Propostas Para O Controle de Qualidade de Bases Cartográficas Com Ênfase Na Componente Posicional**. São Paulo, Brazil: Escola Politécnica da USP, Brasil. 2005.

NESBIT, P.R.; BOULDING, A.D.; HUGENHOLTZ, C.H.; DURKIN, P.R.; HUBBARD, S.M. Visualization and Sharing of 3D Digital Outcrop Models to Promote Open Science. **GSA Today** 2020, 30, 4–10. 2020.

OLIVEIRA, G. D.; ALMEIDA, M. S.; MEDEIROS, N. G.; SANTOS, A. P.; DAL POZ, W. R. Correção geométrica de imagens orbitais a partir das coordenadas de vértices de imóveis certificados pelo INCRA. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 70, n. 1, p. 290-324, 2018.

PEBESMA, E. J. *et al.* Simple features for R: standardized support for spatial vector data. **R J.**, v. 10, n. 1, p. 439, 2018.

RAMIREZ, J. **Quality Evaluation of Linear Features**, A white paper submitted to NIMA, 2000.

RAMIREZ, J.R. AND ALI, T. **Progress in metrics development to measure positional accuracy of spatial data**. In: Proceedings of the 21st International Cartographic Conference (ICC). Durban, South Africa, p. 10-16, 2003.

RIPLEY, Brian David. Modelling spatial patterns. **Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)**, v. 39, n. 2, p. 172-192, 1977.

SAITO, Y. K.; VIANA, L. J. F.; SILVA, S. R.; FONSECA, I. G. R.; SANTOS, A. P. **Influência da densidade de vértices nos métodos Distância de Hausdorff e Influência do Vértice**. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 2, p.598-618, abr-jun, 2019.

SANTOS, A. P. **Avaliação Da Acurácia Posicional Em Dados Espaciais Com O Uso de Estatística Espacial**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, Brasil, 2010.

SANTOS, A. D. P.; MEDEIROS, N. D. G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Controle de Qualidade Posicional em Dados Espaciais Utilizando Feições Lineares. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**. v. 21, n. 2, p. 233, 2015.

SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. das G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Avaliação da acurácia posicional planimétrica em Modelos Digitais de Superfície com uso de feições lineares. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**. vol. 22, n. 1, p. 157-174, 2016.

SHI, W.; LIU, W. A stochastic process-based model for the positional error of line segments in GIS. In: **International Journal of Geographical Information Science**. v. 14, n. 1, p. 51-66, 2000.

SILVA, D. C. **Estudo da qualidade posicional e análise de padrões espaciais na distribuição de erros altimétricos em modelos digitais de elevação**. Dissertação

(Mestrado em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação). Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2020.

SZTUTMAN, P. **Análise da qualidade posicional das bases do Google Maps, Bing Maps e da Esri para referência espacial em projetos em SIG: aplicação para o município de São Paulo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, São Paulo, Brasil, 182 p., 2014.

TONG, X.; SUN, T.; FANA, J.; GOODCHILD, M. F.; SHI, W. A statistical simulation model for positional error of line features. In: **International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation**. v. 21, p. 136-148, 2013.

TVEITE, H.; LANGAAS, S. An accuracy assessment method for geographical line data sets based on buffering. In: **International Journal of Geographical Information Science**. v. 13, n. 1, p. 27-47, 1999.

WEISER, E. L. *et al.* Consequências de ignorar a variação espacial na tendência populacional ao conduzir uma análise de poder. **Ecografia**, v. 42, n. 4, pág. 836-844, 2019.

WIDIPUTRA, H.; MAILANGKAY, A.; GAUTAMA, E. Algoritmo de detecção de outliers de série temporal com abordagem de cluster em tendências não lineares. In: **2020 3ª Conferência Internacional de Engenharia de Computação e Informática (IC2IE)**. IEEE, p. 25-30. 2020.

YÉPEZ RINCÓN F. D., LOZANO GARCÍA D. F. Synergetic efficiency of Lidar and WorldView-2 for 3D urban cartography in Northeast Mexico. **Geocarto International**, 34, 1–15. 2017.

ZANETTI, J. **Influência do número e distribuição de pontos de controle em ortofotos geradas a partir de um levantamento por VANT**. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2017.

ZANETTI, J.; BRAGA, F. L. S.; A. P. S. **Comparativo das normas de controle de qualidade posicional de produtos cartográficos do Brasil, da ASPRS e da OTAN**. Revista Brasileira de Cartografia, vol. 70, n. 01, p. 359-390, jan-mar, 2018.

ZANETTI, J. **Método TRS: Uma proposta para avaliar a tendência em produtos cartográficos por meio da análise em feições lineares**. Tese (doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2022.

CAPÍTULO 1. PADRÃO DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE FEIÇÕES LINEARES TRIDIMENSIONAIS UTILIZADAS NO CONTROLE DE QUALIDADE CARTOGRÁFICA

Resumo: Atualmente, os modelos digitais tridimensionais têm sido amplamente utilizados em diversas atividades, como engenharia e análise topográfica. Considerando a avaliação da acurácia posicional, a qual faz parte do controle de qualidade cartográfica, geralmente utilizam-se métodos para determinar o padrão de distribuição espacial das feições de checagem. No entanto, considerando feições tridimensionais, este assunto praticamente não é explorado. Dessa forma, esse trabalho buscou desenvolver um método para avaliação do padrão de distribuição espacial (Three-Dimensional Spatial Distribution - TDSD) utilizando feições lineares em produtos cartográficos, tendo como base o método bidimensional Nearest Neighbor Method for Linear Features de Cunha *et al.* (2024). Portanto, foram realizados experimentos para avaliar o padrão de distribuição espacial para as três primeiras ordens, bem como em alguns casos específicos que podem acontecer com dados reais. Para isso, foram utilizadas feições lineares tridimensionais do Modelo Digital de Elevação (MDE) SRTM, sendo estas manipuladas para a análise da eficiência do método. No primeiro experimento, utilizaram-se 3 conjuntos de 12 linhas cada, avaliando a primeira ordem do método. No segundo, dois conjuntos adicionais (8 e 12 linhas) para ordens superiores (até a terceira ordem). No terceiro, três conjuntos reais representando situações específicas (áreas planas, distribuição irregular e agrupamento parcial em um plano). Em todos os experimentos, o método TDSD identificou corretamente os três padrões possíveis (agrupado, aleatório e disperso) em cada plano (XY, XZ e YZ), bem como o padrão global 3D por meio de uma média ponderada. Dessa forma, o método demonstrou ser efetivo em 100% dos testes realizados, incluindo ordens superiores e situações práticas complexas, mesmo quando os padrões diferiam entre planos (devido a variações altimétricas ou delimitação da área). Sendo assim, com a proposição do TDSD, o processo de controle de qualidade cartográfica com feições lineares tridimensionais ficará mais completo e adequado, permitindo uma avaliação rigorosa da representatividade espacial da amostra.

Palavras-chave: TDSD, Feições Lineares Tridimensionais, Distribuição Espacial.

Abstract: Currently, three-dimensional digital models are widely used in various activities, such as engineering and topographic analysis. Considering the evaluation of positional accuracy, which is part of cartographic quality control, methods are generally used to determine the spatial distribution pattern of check features. However, considering three-dimensional features, this subject is practically unexplored. Therefore, this work sought to develop a method for evaluating the spatial distribution pattern (Three-Dimensional Spatial Distribution - TDSD) using linear features in cartographic products, based on the two-dimensional Nearest Neighbor Method for Linear Features by Cunha et al. (2024). Thus, experiments were conducted to evaluate the spatial distribution pattern for the first three orders, as well as in some specific cases that may occur with real data. For this, three-dimensional linear features from the SRTM Digital Elevation Model (DEM) were used, and these were manipulated to analyze the efficiency of the method. In the first experiment, three sets of 12 lines each were used, evaluating the first order of the method. In the second, two additional sets (8 and 12 lines) were used for higher orders (up to the third order). In the third, three real sets representing specific situations (flat areas, irregular distribution, and partial grouping on a plane) were used. In all experiments, the TDSD method correctly identified the three possible patterns (grouped, random, and dispersed) in each plane (XY, XZ, and YZ), as well as the overall 3D pattern through a weighted average. Thus, the method proved to be effective in 100% of the tests performed, including higher orders and complex practical situations, even when the patterns differed between planes (due to altimetric variations or area delimitation). Therefore, with the proposed TDSD, the cartographic quality control process with three-dimensional linear features will be completer and more adequate, allowing for a rigorous evaluation of the spatial representativeness of the sample.

Keywords: TDSD, Three-Dimensional Linear Features, Spatial Distribution.

1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, através do desenvolvimento de técnicas e tecnologias cada vez mais eficientes e acessíveis, bem como algoritmos e *softwares* de fácil compreensão e uso, foi possível o aumento da produção de diversos produtos geoespaciais que possuem a informação tridimensional (Lee e Park, 2019; Park e Lee, 2022). Dentre estes produtos, pode-se citar os modelos digitais de elevação (MDE), os modelos digitais de superfície (MDS) com diversas resoluções espaciais, bem como as nuvens de pontos, o BIM (*Building Information Model*) e o *Digital Twin* (Gêmeo Digital) (Guth *et al.*, 2021; Li *et al.*, 2023). Conforme Fonseca (2018) e Mouratidis e Ampatzidis (2019), em relação aos modelos digitais, estes podem ser utilizados em diversas atividades que requeiram, por exemplo, analisar as propriedades topográficas de uma área.

Entretanto, deve-se ressaltar que, ao mesmo tempo que as novas tecnologias foram cruciais para o aumento dessa geração de dados tridimensionais, ocorreu um aumento de usuários que não são especialistas. Devido a isso, muitas vezes acaba-se ignorando ou desprezando a qualidade dos dados gerados, utilizando um produto inadequadamente (Galo e Camargo, 1994; Fonseca, 2018; Lisboa, 2019; Saito *et al.*, 2019; Nesbit *et al.*, 2020).

Diante disso, uma alternativa é empregar o controle de qualidade cartográfica, que, segundo Nogueira Júnior (2003), Santos (2010), Borba *et al.* (2020) e Marques Júnior *et al.* (2020), desempenha um papel de grande importância, visto que este é responsável por validar o produto, detectando incertezas e inconsistências, garantindo que os dados espaciais cumpram sua finalidade prevista. Com isso, é possível, por exemplo, tomar decisões mais corretas acerca do uso do produto conforme sua qualidade.

A avaliação dessa qualidade do produto cartográfico é realizada tendo como base os seis elementos de qualidade descritos na ISO 19157 (ISO, 2023). Os componentes mencionados nesta norma que trata da qualidade dos dados geoespaciais incluem: acurácia posicional, acurácia temporal, acurácia temática, completude, consistência lógica e meta qualidade.

Destaca-se que a acurácia posicional é o item de uso mais frequente na análise da qualidade de dados espaciais, pois esta avalia o grau de proximidade posicional do produto em relação à realidade (Jakobsson e Vauglin, 2002; Ariza *et al.*,

2008; Shi, 2010; Mozas-Calvache *et al.*, 2013; Mozas e Ariza, 2014; La Vega *et al.*, 2016; Drobnyak *et al.*, 2017).

A avaliação da acurácia posicional de um dado espacial é feita tradicionalmente por metodologias que utilizam feições pontuais (FGDC, 1998; Van Niel e Mcvicar, 2001; Ariza-López *et al.*, 2012; Santos *et al.*, 2015; La Vega *et al.*, 2016; Ruiz-Lendínez, Ureña-Cámara e Ariza-López, 2018; Ariza-López, Rodríguez-Avi e Alba-Fernández, 2018; Sánchez *et al.*, 2020; Mozas-Calvache, 2021). Contudo, outra alternativa é utilizar feições lineares, principalmente em regiões onde não é possível obter uma boa distribuição espacial com pontos, ou não é possível identificar pontos homólogos (Santos *et al.*, 2015).

Além disso, feições lineares apresentam diversos benefícios em comparação com pontos. De acordo com Cuenin (1972), Thapa (1988), Li (2006), Mozas-Calvache e Ariza-López (2011), Santos *et al.* (2015) e Wu *et al.* (2021), aproximadamente 80% dos componentes de uma base cartográfica são formados por elementos lineares. Essas feições contêm dados geométricos e posicionais, tais como vértices, ângulos, extensão dos segmentos de reta, orientação, sinuosidade, entre outros, que se apresentam como novas possibilidades no procedimento de avaliação da acurácia posicional.

Essas vantagens levaram ao desenvolvimento de métodos baseados em feições lineares para a avaliação da acurácia posicional tridimensional. Desta forma, têm-se os trabalhos de La Vega *et al.* (2016) e Fonseca (2018), que utilizam metodologias baseadas na Distância de Hausdorff, Influência do Vértice, Banda Épsilon e Buffer Simples. A princípio esses métodos são voltados às análises planimétricas. Entretanto, estes autores realizaram adaptações para considerar a terceira dimensão.

Apesar destas pesquisas, Lisboa (2019) afirma que existem poucos trabalhos sobre avaliação tridimensional, tanto com feições pontuais, quanto só com feições lineares. Além disso, outras análises importantes a serem incorporadas na avaliação da acurácia posicional tridimensional também carecem de desenvolvimento de metodologias. Dentre estes, pode-se citar o tamanho amostral, a distribuição espacial e a análise de tendência dos dados (Ariza-López *et al.*, 2011; Ariza-López, Ruiz-Lendínez e Ureña-Cámara, 2018).

Em relação à distribuição espacial dos dados espaciais, Santos *et al.* (2016) afirmam que os métodos desenvolvidos que envolvem essa temática abrangem fei-

ções pontuais, como por exemplo o método do Vizinho Mais Próximo, elaborado por Clark e Evans (1954), e a Função K de Ripley, apresentada por Ripley (1977).

No entanto, em relação às metodologias para a verificação do padrão de distribuição espacial utilizando feições lineares na forma bidimensional, tem-se o trabalho de Cunha *et al.* (2024), que desenvolveram um método onde é possível analisar o padrão de distribuição espacial de primeira ordem e ordens superiores (até a sexta ordem). Os autores ressaltam que a utilização de feições lineares e a análise do padrão de distribuição espacial podem ser aplicadas em outras áreas além do controle de qualidade cartográfica, como, por exemplo, na área de ecologia para avaliar o padrão de distribuição de uma determinada espécie em uma região ou rotas de animais, acessibilidade de vias, identificação de focos de doenças endêmicas, dentre outros.

Diante disto, visando tornar a análise da acurácia posicional tridimensional cada vez mais completa e para que se obtenha uma amostra com representatividade espacial, o objetivo deste capítulo foi propor um método para a análise do padrão de distribuição espacial de feições lineares tridimensionais tendo como referência métodos já existentes em 2D.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. Modelos Digitais de Terreno

De acordo com Guth *et al.* (2021), a partir da definição de Modelos Digitais de Terreno (MDT), foram introduzidas diversas outras expressões, tais como Modelo Digital de Elevação (MDE), Modelo Digital da Superfície do Terreno (MDST) e Modelo Digital de Altura (MDA), entre outros. Embora esses termos sejam frequentemente utilizados como sinônimos, cada um deles representa produtos distintos, cujas diferenças dependem de suas características específicas.

Dessa maneira, nesta pesquisa, adota-se o conceito proposto por Li *et al.* (2005), no qual os MDE são tridimensionais e descrevem a distribuição espacial de um ou mais indicador do terreno. A Equação 1 apresenta a expressão matemática correspondente a essa definição.

$$P_i = f(X_i, Y_i) \quad (1)$$

Onde:

$i = 1, 2, 3, \dots, m$

P é o valor na posição i , do parâmetro, e

X_i, Y_i é o par de coordenadas bidimensional na posição i .

Sendo assim, um (MDE) corresponde aos dados altimétricos da superfície do terreno, desconsiderando a presença de vegetação e edificações. Em contraste, o Modelo Digital de Superfície (MDS) inclui, além da altitude do terreno, elementos como vegetação, edificações e demais objetos situados na área analisada (Li *et al.*, 2005; Santos *et al.*, 2016; Lisboa, 2019; Han, Qin e Huang, 2020; Domínguez, Small e Henke, 2021).

Segundo Li *et al.* (2005) e Polidori e El Hage (2020), a construção de um MDE pode ser baseada em diferentes métodos, incluindo redes de triângulos (TIN), áreas de influência, malhas quadradas e modelagem híbrida. Assim, os MDE podem ser armazenados em estruturas matriciais ou vetoriais.

Além disso, os MDE apresentam uma ampla gama de aplicações, como a correção de efeitos do relevo em imagens por meio da ortorretificação, a criação de Modelos Hidrograficamente Condicionados (MDEHC), a geração de mapas de declividade e o suporte a projetos de engenharia, entre outras finalidades (Akdur, Garusi e Demirors, 2018; Teixeira, Lebtag e Basso, 2020). Por outro lado, os MDS são am-

plamente utilizados em estudos urbanos, permitindo a determinação precisa das dimensões geométricas das edificações (Lisboa, 2019).

Conforme Zanetti (2017), a geração de um MDE envolve as seguintes etapas:

- Amostragem: é o processo de coletar dados que representam o fenômeno em estudo;
- Modelagem: trata-se da construção de um modelo matemático através do desenvolvimento de estruturas de dados e funções de interpolação, levando à definição de superfícies de ajuste que oferecem uma representação contínua do fenômeno, baseada na amostragem realizada.
- Utilização do modelo gerado: a substituição da representação física pelo modelo digital, viabilizando a adoção de diversos métodos de análise.

A seguir serão descritos os principais MDS disponíveis.

2.1.1. Modelos Digitais de Superfícies

Conforme o avanço da tecnologia e a facilidade na disponibilização de dados, atualmente há vários MDS para mais diversas finalidades e aplicações. Dentre os principais modelos globais disponibilizados gratuitamente, pode-se citar: o SRTM (*Shuttle Radar Topographic Mission*), o ASTER GDEM (*Advanced Spaceborne Thermal Emission and Reflection Radiometer – Global Digital Elevation Model*), o Copernicus DEM e o NasaDEM.

O SRTM encontra-se disponível, gratuitamente, englobando as latitudes 60° N e 56° S, possuindo modelos com até 30 metros de resolução espacial. Este faz parte de um projeto em conjunto da agência espacial norte-americana (*National Aeronautics and Space Administration - NASA*) e agências espaciais da Alemanha e Itália, a qual, em fevereiro de 2000, utilizou interferometria por radar durante 11 dias (Santos *et al.*, 2015; Jain *et al.*, 2018; Li *et al.*, 2022).

A missão do SRTM tinha como finalidade obter modelos tridimensionais a partir do imageamento com o sensor SIR-C/X-SAR de 80% da superfície terrestre, entre os paralelos 60° N e 56° S, com resolução de 1 segundo de arco (30 metros no Equador) para a América do Norte correspondente à banda X do sensor, e 3 segun-

dos de arco para o restante do planeta (90 metros no Equador) referente à banda C. Em ambos os casos, o sistema geodésico de referência é o WGS84 e altitudes ortométricas tendo como base o modelo geoidal EGM96. Além disso, o SRTM apresenta acurácia vertical de aproximadamente 16 metros e horizontal de 20 metros (Farr e Kobrick, 2000; Santos *et al.*, 2015; Chen *et al.*, 2019; Zhou, 2020).

Já o ASTER GDEM faz parte da cooperação entre o Ministério de Economia, Transporte e Indústria do Japão (METI) e a NASA, o qual foi disponibilizado em 2009 visando obter um MDS que compreendesse 99% da área do planeta, entre as latitudes 83° N e 83° S. O sistema geodésico de referência também é o WGS84, utilizando o modelo geoidal EGM96 (Santos *et al.*, 2015; Abrams, Crippen e Fujisada, 2020; Han, Zeng e Jiao, 2021). O ASTER GDEM possui resolução espacial de aproximadamente 30 metros no Equador (1 segundo de arco), com acurácia planimétrica absoluta de 6 metros e acurácia vertical absoluta de 12 metros (Orlando *et al.*, 2022; NASA, 2024).

Para obter as altitudes desse modelo, foram utilizadas imagens estereoscópicas referentes ao sensor ASTER do satélite TERRA, havendo três versões desse modelo. A primeira versão é referente ao ano de 2009, compreendendo 99% da massa terrestre. Em relação à segunda versão de 2011, vários artefatos da versão original foram removidos, obtendo-se um produto de melhor qualidade. Já a terceira versão de 2019 possui uma menor área de vazios de elevação, ocasionada pelo aumento dos dados de imagem e ao processo aprimorado, além de uma diminuição nos dados de anomalias da área de água, devido ao uso de novos dados globais do corpo de água (Santos *et al.*, 2015; Fujisada, Urai e Iwasaki, 2018; El Ghrabawy, Soliman e Tarshan, 2019).

Outro MDS disponível gratuitamente o Copernicus DEM, sendo um modelo digital da superfície terrestre que abrange edifícios, infraestrutura e vegetação. Este MDE é resultante da aplicação da tecnologia de interferometria de radar de abertura sintética (InSAR) na banda X, coletando dados durante o período de 2011 a 2015. O financiamento do projeto ocorreu através de uma parceria público-privada entre o governo alemão, através da Agência Aeroespacial Alemã (DLR), e a companhia *Airbus Defence and Space* (Maresová *et al.*, 2021; LI *et al.*, 2022).

O Copernicus DEM oferece três versões gratuitas e duas com abrangência global, conhecidas como COP-30 e COP-90. Estas versões se distinguem pela resolução espacial: a COP-30 é uma interpolação do *WorldDEM* (MDS da *Airbus Defen-*

ce and Space), diminuindo a resolução de 0,4 para 1 segundo de arco (cerca de 30 metros na linha do Equador), em contraste com a COP-90 que reamostra os píxeis para 3 segundos de arco (aproximadamente 90 metros) (Cenci *et al.*, 2022). O Copernicus DEM também pode ser adquirido com um tamanho de pixel de 0,4 segundos de arco (cerca de 10 metros), porém, sua cobertura é restrita à Europa.

As especificações técnicas do Copernicus DEM estabelecem que a precisão vertical relativa é menor que 2 metros em áreas com inclinação de superfície inferior a 20%, e menor que 4 metros em áreas com inclinações superiores a 20%. Entretanto, a confiabilidade hidrológica do *WorldDEM* não pode ser assegurada no contexto do COP-30 em razão do procedimento de reamostragem realizado durante sua elaboração (Cenci *et al.*, 2022).

Destaca-se ainda o MDS NasaDEM, que se refere ao reprocessamento dos dados originais do SRTM. Os dados interferométricos de radar de abertura sintética do SRTM foram reprocessados por meio de uma técnica híbrida, que consiste em imagens de radar empregadas na elaboração de interferogramas de matrizes de fase bidimensionais, culminando em uma maior precisão na mensuração de elevações (Crippen *et al.*, 2016; Li *et al.*, 2022).

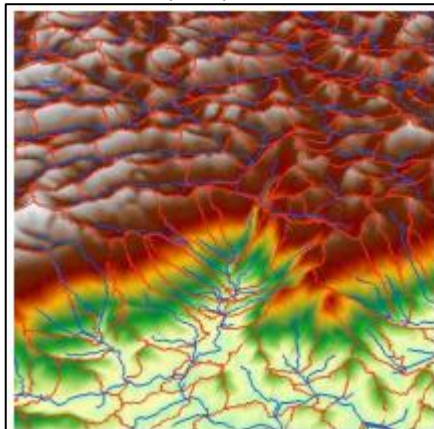
Assim, essa metodologia reduz os espaços em branco de dados e amplia a abrangência espacial do SRTM. O ASTER GDEM, o *Advanced Land Observing Satellite* (ALOS), o *Panchromatic Remote Sensing Instrument for Stereo Mapping* (PRISM) e o *National Elevation Dataset* (NED) foram utilizados para preencher as lacunas existentes. Os ajustes verticais e de inclinação foram realizados com base em pontos de controle do solo e perfis do laser da missão *Ice, Cloud and Land Elevation Satellite* (ICESat). Essa abordagem aprimorou a exatidão vertical, a uniformidade da faixa e a consistência do mosaico da faixa. Sendo assim, esse MDS possui resolução espacial de 30 metros, tendo como financiador a NASA (UUEMAA *et al.*, 2020).

2.1.2. Extração de Feições Morfológicas do Terreno

Visando avaliar a acurácia posicional de um MDE/MDS, bem como avaliar o padrão de distribuição espacial ou analisar a presença ou não de tendência utilizando feições lineares do mesmo, é necessário realizar a extração de algumas feições. Essas são referentes a feições morfológicas do terreno, como por exemplo linhas de

cumeadas e hidrográfica numérica (Figura 1) (Tsai e Lin, 2019; Syzdykbayev, Karimi e Karimi, 2020; UUEMAA *et al.*, 2020).

Figura 1 - Hidrografia numérica (azul) e as linhas de cumeada (vermelho).



Fonte: Santos (2015).

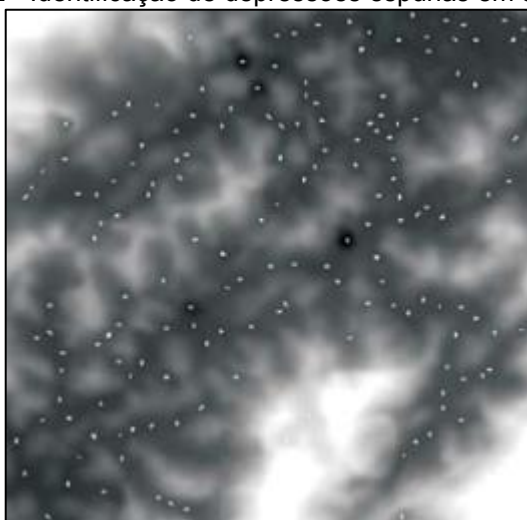
As linhas de cumeadas do terreno são aquelas que conectam os pontos mais elevados de uma série de colinas e montanhas. A identificação dessas linhas de cumeadas é fundamental para determinar os limites das bacias de drenagem de diferentes trechos da rede hidrográfica. Tais segmentos podem ser delimitados desde a nascente até um ponto de confluência, entre a confluência e a foz da rede hidrográfica ou entre duas confluências (Tsai e Lin, 2019).

Um outro aspecto relevante a ser enfatizado é a hidrografia numérica, que diz respeito ao conjunto de linhas que delineiam a drenagem numérica oriunda de um Modelo Digital de Elevação / Modelo Digital de Superfície, representando os pontos principais para o escoamento superficial (Khatun e Sharma, 2019; Lindsay, Yang e Hornby, 2019). Para a extração dessas feições, pode-se utilizar a metodologia proposta por Santos *et al.* (2016).

Nessa metodologia, verifica-se inicialmente a existência de depressões espúrias (Figura 2). Trata-se de uma área de baixa elevação (uma "depressão" ou "sumidouro") em que as células adjacentes possuem valores de altitude maiores, sem saída natural para o fluxo de água. Diferentemente de depressões reais (como dolinas cársticas, lagoas ou vales fechados), as depressões espúrias não correspondem a feições topográficas verdadeiras do terreno. Sendo assim, nos MDE/MDS, utilizando o algoritmo das oito direções (D8) para determinar a direção de escoamento (Figura 3) em cada célula do modelo. O algoritmo D8 avalia uma janela móvel

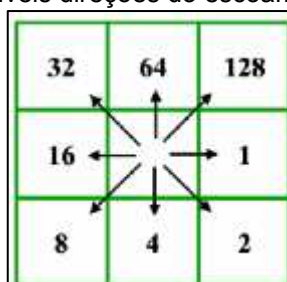
de 3×3 píxeis e identifica a direção de escoamento com base na inclinação mais acentuada entre os vizinhos (Santos *et al.*, 2016). Cada célula analisada recebe um valor numérico com base na direção de escoamento identificada. Consequentemente, o produto obtido a partir do algoritmo de direção de escoamento deve apresentar no máximo oito valores distintos. Se houver valores diferentes dos definidos no D8, isso indica inconsistências no modelo e a necessidade de correção das depressões espúrias. Essas correções envolvem o preenchimento das células de depressão para permitir que o fluxo do modelo siga até a foz da bacia hidrográfica (Férrandez *et al.*, 2012; Fonseca, 2018).

Figura 2 - Identificação de depressões espúrias em um MDS.



Fonte: Chagas *et al.* (2010).

Figura 3 - Possíveis direções do escoamento - 8 valores.

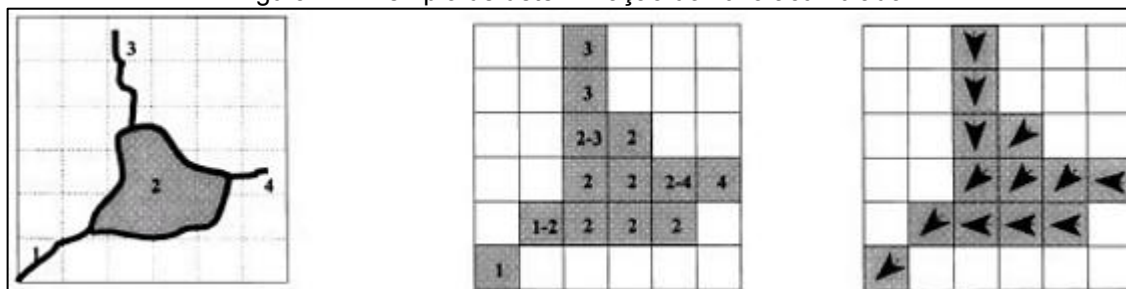


Fonte: Neto *et al.* (2007).

Depois de assegurar a consistência do modelo, realiza-se uma nova avaliação da direção do fluxo e se determina o fluxo acumulado (Figura 4) para cada célula do modelo. Esse processo gera uma representação na qual o valor de cada célula

indica a quantidade de células a montante que colaboram para o escoamento da célula em análise (Fonseca, 2018).

Figura 4 - Exemplo de determinação do fluxo acumulado.



Fonte: Bosquilia *et al.* (2015).

Em seguida, verifica-se na região de estudo qual é o valor médio da área da bacia de acumulação em que os cursos d'água começam a se formar. Com base no valor médio da área da bacia de acumulação e a resolução espacial do MDS, calcula-se a quantidade de células do MDS presente na área que contribui para iniciar um curso d'água. Neste trabalho, esta quantidade de células é chamada de limiar. Posteriormente, realiza-se a uma classificação do fluxo acumulado selecionando apenas células que contenham valores maiores ou igual ao limiar, sendo estas definidas como a rede de drenagem numérica. Para finalizar a extração da hidrografia numérica do MDS, converte-se a rede de drenagem numérica do formato matricial para o formato vetorial.

Os vértices finais de cada segmento da hidrografia numérica são obtidos para identificar os pontos de confluência. A partir desses pontos, determina-se a área de drenagem e, por consequência, estabelecem-se as demarcações das bacias de drenagem. Esses limites das bacias de drenagem representam as linhas de cumeadas. Por fim, analisam-se as interseções entre as linhas de cumeadas para extrair os pontos onde elas se cruzam (Santos *et al.*, 2016; Fonseca, 2018).

Depois de obter o conjunto de pontos e linhas deve-se converter os dados de 2D para 3D, uma vez que o método proposto por Santos *et al.* (2016) para extrair as feições características consiste em pontos e linhas em 2D. Para os pontos, deve-se extrair a elevação do pixel correspondente no modelo para cada ponto analisado.

Já para as linhas, pode-se realizar uma técnica de densificação conforme sugerido por Fonseca (2018), garantindo que a distância entre cada vértice da linha corresponda à resolução espacial do modelo ao qual está relacionado. Em seguida,

é feita a conversão do conjunto de linhas para pontos, extraindo a elevação do modelo para cada ponto na linha, e então constrói-se cada segmento tridimensional para obter as linhas 3D.

2.2. Técnicas Para Avaliação do Padrão de Distribuição Espacial de Dados Geoespaciais

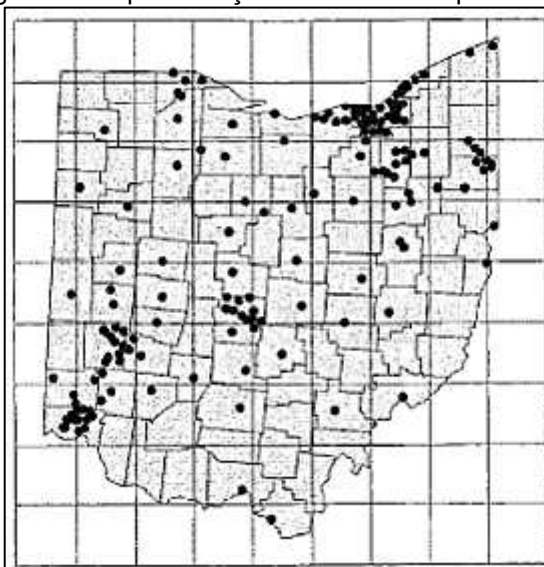
De acordo com Santos *et al.* (2016), para avaliar a acurácia posicional de um produto cartográfico, é importante a organização dos pontos de checagem de maneira que cubram toda a área analisada e estejam adequadamente distribuídos. Portanto, entender o padrão de distribuição espacial desses pontos contribui para a redução dos gastos de produção, além de aprimorar o tempo do processo.

Conforme sugerido por Wong e Lee (2005), Wong e Wang (2017) e Yates, Brook e Buettel (2022), existem três métodos para determinar o padrão de distribuição espacial de dados espaciais: análise de quadrantes (Figura 5), análise do vizinho mais próximo (Figura 6) e função K de Ripley (Figura 7). Por meio destes métodos, consegue-se verificar qual será o padrão de distribuição: agrupado, disperso ou aleatório.

Em relação às normas de diversos países que abordam o controle de qualidade cartográfica, a maioria delas indica somente que as feições devem ser bem distribuídas pela área de estudo, tornando o processo empírico e subjetivo, visto que irá depender da análise de quem está verificando tal situação. A única norma que possui uma metodologia específica, a qual fala como deve ser uma boa distribuição da amostra de checagem, é a norma americana NSSDA (*National Standard for Spatial Data Accuracy*). Entretanto, esta não analisa o padrão de distribuição espacial.

Já em relação aos métodos desenvolvidos para avaliar o padrão de distribuição espacial utilizando feições pontuais, tem-se a análise de quadrantes (Figura 5) que verifica se a densidade de pontos é a mesma em toda a área. Entretanto, esse método utiliza a verificação em cada quadrado e não entre quadrados, o que pode levar a resultados errados conforme o padrão de distribuição da amostra de pontos (Wong e Lee, 2005).

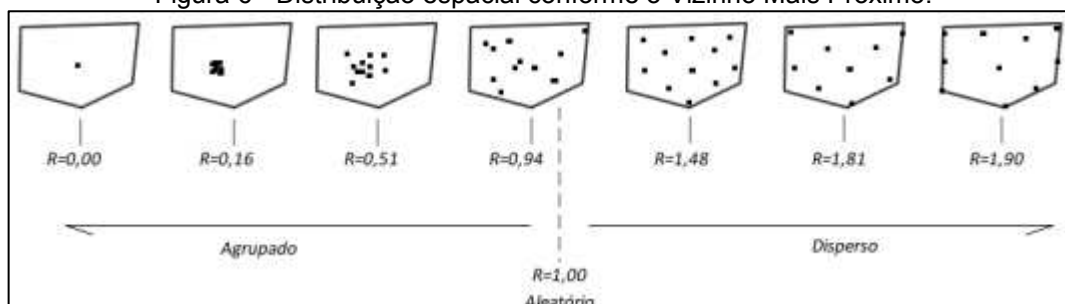
Figura 5 - Representação da análise de quadrantes.



Fonte: Wong e Lee (2005).

Outro método é o Vizinho Mais Próximo (Figura 6), que estabelece uma comparação da distância média entre os vizinhos mais próximos com um conjunto de pontos que apresenta um padrão teórico já estabelecido. Trata-se de uma técnica sensível ao valor da área, recomendada para comparação entre diversos conjuntos de dados em uma região de análise fixa. Conforme Wong e Lee (2005), Santos *et al.* (2016), López e Maldonado (2018) e Li e Hu (2020), é interessante utilizar o vizinho mais próximo de ordens superiores visando avaliar o padrão de distribuição espacial localmente e/ou regionalmente, uma vez que a primeira ordem permite obter uma análise local somente.

Figura 6 - Distribuição espacial conforme o Vizinho Mais Próximo.

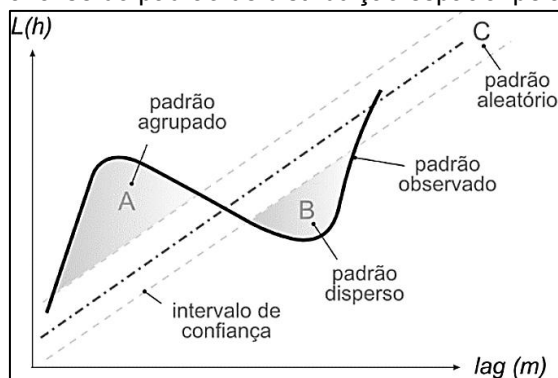


Fonte: Santos (2010).

A Função K de Ripley (Figura 7), por sua vez, analisa se a distribuição espacial é consistente em diversas escalas, dentro de um determinado intervalo de dis-

tâncias (Santos *et al.*, 2016; Tang, Tong e Su, 2019; Vincente, Proudian e Zimmerman, 2020). Conforme Wong e Lee (2005) e Santos *et al.* (2016), esta apresenta maior complexidade, sendo menos intuitiva em comparação com o método do vizinho mais próximo. Além disso, sua utilização é reduzida quando o processo espacial não se comporta uniformemente em todas as direções.

Figura 7 - Gráfico da análise do padrão de distribuição espacial pela Função K de Ripley.



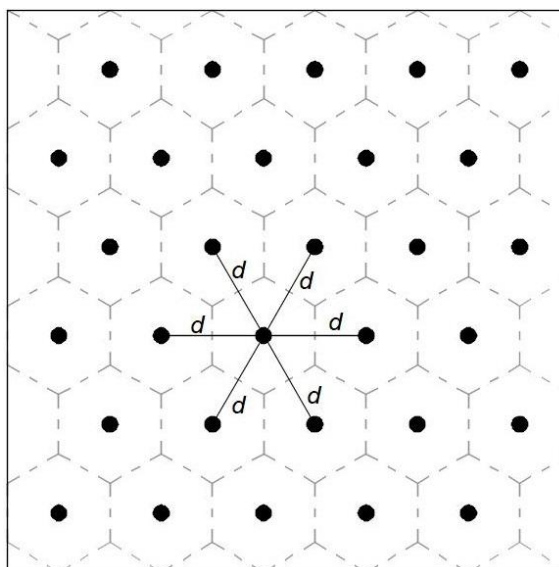
Fonte: Santos *et al.* (2016).

Já para feições lineares, há o método Nearest Neighbor Method for Linear Features (NNMLF) criado por Cunha *et al.* (2024) que será descrito detalhadamente a seguir.

2.2.1. Nearest Neighbor Method for Linear Features (NNMLF)

O Nearest Neighbor Method for Linear Features (NNMLF), criado por Cunha *et al.* (2024), é uma alteração do Método do Vizinho Mais Próximo. Neste último, são comparadas as médias das distâncias entre os pontos com as distâncias esperadas em um conjunto teórico, que seguem um padrão aleatório de distribuição. Tal conjunto teórico é formado ao particionar a área de estudo em hexágonos de dimensões iguais, posicionando um ponto no centro de cada um deles (Lee e Wong, 2001). A Figura 8 ilustra a distribuição teórica de 30 pontos, evidenciando as distâncias (d) entre seis desses pontos.

Figura 8 – Representação da distribuição espacial teórica para pontos.

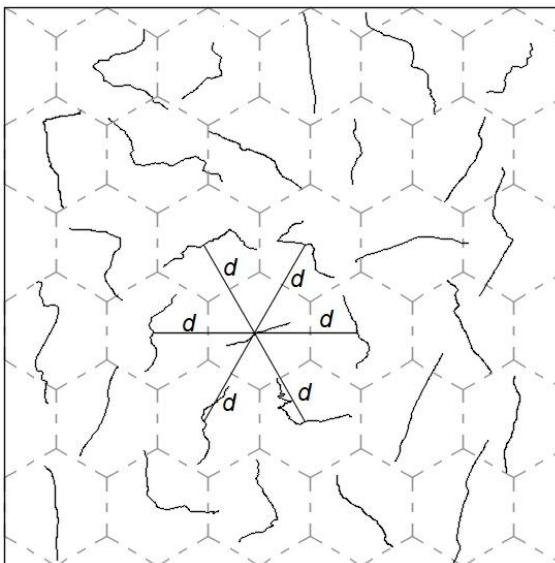


Fonte: Adaptado de De Vos (1973), p. 309.

O princípio fundamental do método sugerido por Cunha *et al.* (2024) é a obtenção de um conjunto de distâncias que simbolizem o espaçamento médio entre as feições lineares avaliadas, comparativamente a um padrão teórico de distribuição no espaço. O modelo teórico empregado permanece inalterado, considerando que a região é segmentada em hexágonos de dimensões homogêneas, apresentando uma feição linear no centro de cada hexágono (Figura 9).

Além disso, observa-se que as distâncias que otimizaram o espaçamento se situam entre os centros dos hexágonos, tal como ocorre com os pontos. Dessa maneira, o uso do mesmo padrão teórico permite a aplicação do método para pontos no NNMLF, onde os parâmetros de entrada também representarão distâncias, entretanto entre as linhas (Cunha *et al.*, 2024).

Figura 9 - Representação da distribuição espacial teórica para linhas.

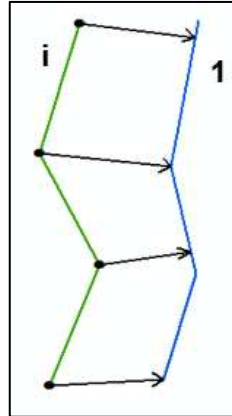


Fonte: Cunha *et al.* (2024).

Para medir a distância entre feições lineares, os autores optaram pela métrica Distância de Hausdorff, visto que essa é amplamente aplicada para análise de similaridade geométrica entre objetos vetoriais ou imagens, bem como para a recuperação de informações (Ariza-López e Mozas-Calvache, 2012; Chehreghan e Ali Abbaspour, 2017; Wang *et al.*, 2019).

Dessa forma, para aplicação do método NNMLF, é necessário um conjunto de linhas com a área da região conhecida. Posteriormente, são extraídas as coordenadas dos vértices dessas linhas para se calcular a menor distância euclidiana do vértice de uma linha i para uma linha 1 (Figura 10) e, posteriormente, para as demais linhas. Esse passo é repetido para todas as linhas do conjunto.

Figura 10 – Demonstração das menores distâncias Euclidianas dos vértices da linha i para qualquer segmento da linha 1.



Fonte: Cunha *et al.* (2024).

Com as menores distâncias calculadas de cada linha, faz-se a média e em seguida obtém-se a Distância de Hausdorff a partir dessa média para todos os pares de linhas conforme a Equação 2, onde d_{ij} é a média das menores distâncias da linha i para a linha j e d_{ji} a média das menores distâncias da linha j para a linha i .

$$dh = \max\{d_{ij}, d_{ji}\} \quad (2)$$

Em seguida, seleciona-se, para cada linha, a menor Distância de Hausdorff registrada, a qual corresponde à distância em relação ao vizinho mais próximo (dv_i).

Quando o objetivo for obter o vizinho mais próximo de ordens superiores a 1, por exemplo, encontrar o vizinho mais próximo de segunda ordem, deve-se escolher a segunda menor Distância de Hausdorff identificada, e assim sucessivamente. A metodologia criada permite avaliar até a sexta ordem do vizinho mais próximo.

Com as menores distâncias, calcula-se o índice R , obtido através da Equação 3.

$$R(k) = \frac{R_{OBS}(k)}{R_{ESP}(k)} \quad (3)$$

Onde:

$$R_{OBS}(k) = \frac{\sum_{i=1}^n dv_i(k)}{n} \quad (4)$$

$$R_{ESP}(k) = \gamma_{1k} \sqrt{\frac{A}{n}} \quad (5)$$

Em que:

- k indica a ordem do vizinho mais próximo;
- $R_{OBS}(k)$ corresponde à média das distâncias tridimensionais observadas entre cada linha e seu k -ésimo vizinho mais próximo;
- $R_{ESP}(k)$ representa o valor médio esperado das distâncias 3D entre os k vizinhos mais próximos para uma distribuição aleatória;
- $dv_i(k)$ corresponde à Distância de Hausdorff entre a linha i e seu k -ésimo vizinho mais próximo;
- γ_{1k} trata-se de uma constante, determinada em função da ordem k , conforme apresentado na Tabela 1;
- n representa a quantidade de linhas cuja distribuição espacial está sendo analisada;
- A é a área da região que está sendo avaliada.

Tabela 2 - Constantes consideradas no cálculo do vizinho mais próximo, conforme a ordem.

ORDEM (k)	γ_1	γ_2
1	0,5000	0,2613
2	0,7500	0,2722
3	0,9375	0,2757
4	1,0937	0,2775
5	1,2305	0,2784
6	1,3535	0,2789

Fonte: Wong e Lee (2005).

A última etapa consiste em aplicar o Teste Z, pois, de acordo com Clark e Evans (1954), é necessária a aplicação de um teste estatístico para determinar se a distância média observada para o vizinho mais próximo é estatisticamente igual à distância média esperada da distribuição aleatória, visando fortalecer a confiabilidade do método. A estatística Z é calculada pela Equação 6 (Lee e Wong, 2001).

$$Z(k) = \frac{R_{OBS}(k) - R_{ESP}(k)}{SE_r(k)} \quad (6)$$

$$SE_r(k) = \gamma_{2k} \sqrt{\frac{A}{n^2}} \quad (7)$$

Onde:

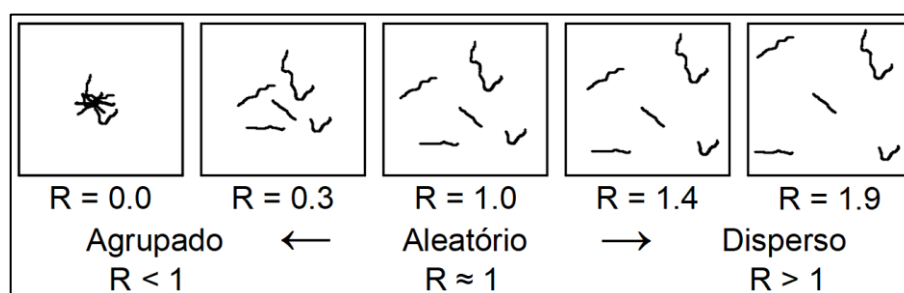
- γ_{2k} corresponde a uma constante determinada pela ordem k (Tabela 1);
- $SE_r(k)$ corresponde ao erro padrão da diferença entre os valores médios das distâncias esperadas e observadas entre os vizinhos mais próximos de ordem k .

De acordo com Cunha *et al.* (2024), na hipótese nula, supõe-se que os dados possuem um padrão de distribuição espacial aleatório. Caso o valor absoluto de Z obtido para a ordem k (conforme a Equação 6) seja inferior ou igual ao valor de Z tabelado, a hipótese nula não será rejeitada, o que indica que os dados possuem o padrão de distribuição aleatório. De forma análoga, isso indica que $R_{OBS(k)}$ é estatisticamente idêntico a $R_{ESP(k)}$, uma vez que $R_{ESP(k)}$ representa o padrão aleatório que é esperado.

Caso a hipótese nula seja rejeitada, o que acontece quando o valor absoluto de Z obtido para a ordem k é superior ou igual ao valor de Z apresentado nas tabelas, pode-se observar um padrão de distribuição espacial que é agrupado ou disperso. Assim sendo, caso o valor de $R(k)$ seja inferior a 1, o valor de $R_{OBS(k)}$ será estatisticamente inferior ao valor esperado para o padrão aleatório. Portanto, a distribuição espacial é agrupada. No entanto, se a hipótese nula for descartada e o valor de $R(k)$ for superior a 1, pode-se afirmar que o valor de $R_{OBS(k)}$ é estatisticamente superior ao valor que é esperado para o padrão aleatório, resultando assim em um padrão de distribuição espacial disperso (Cunha *et al.*, 2024).

Conforme a Figura 11, observa-se a representação gráfica dos valores do índice R em relação ao padrão de distribuição espacial identificado.

Figura 11 - Correlação do índice R com o padrão de distribuição espacial de feições lineares.



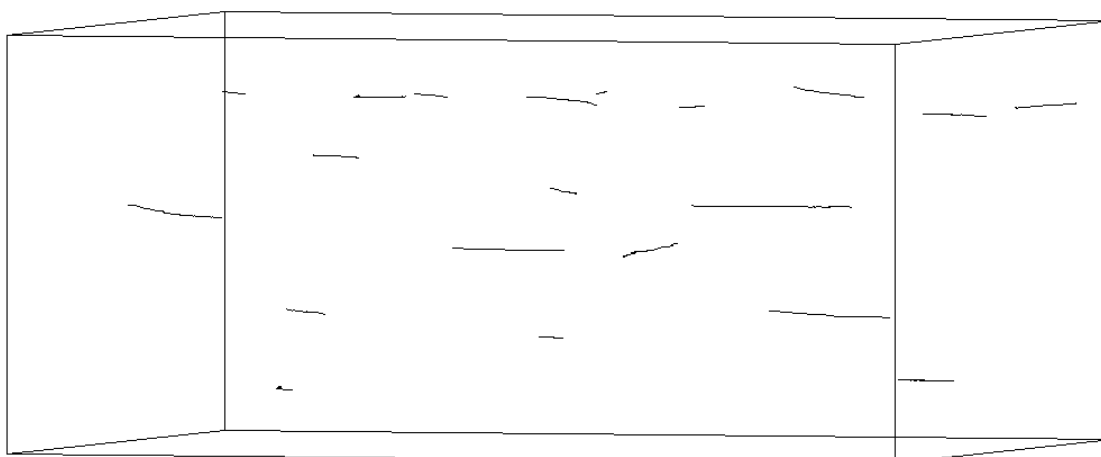
Fonte: Cunha *et al.* (2024).

3. METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia a ser utilizada consiste na construção de um método de avaliação do padrão de distribuição espacial de feições lineares tridimensionais com base no método Nearest Neighbor Method for Linear Features (NNMLF) de Cunha *et al.* (2024). Dessa forma, este novo método será chamado de *Three-Dimensional Spatial Distribution* (TDSD).

O método TDSD obtém distâncias representando a média do espaçamento entre as feições lineares tridimensionais, comparando-se com um padrão de distribuição espacial teórico. Entretanto, é importante ressaltar que o padrão teórico de distribuição espacial do método original tem como base a distância 2D, sendo dependente da área. Já no 3D, tem-se uma distância que é tridimensional, sendo necessário obter um volume englobando os dados, para que se consiga efetuar a análise do padrão de distribuição espacial 3D, o que não é possível ao considerar somente um plano (Figura 12). Ressalta-se que a definição desse volume influenciará diretamente os resultados obtidos.

Figura 12 - Exemplo de um volume englobando as feições lineares tridimensionais.

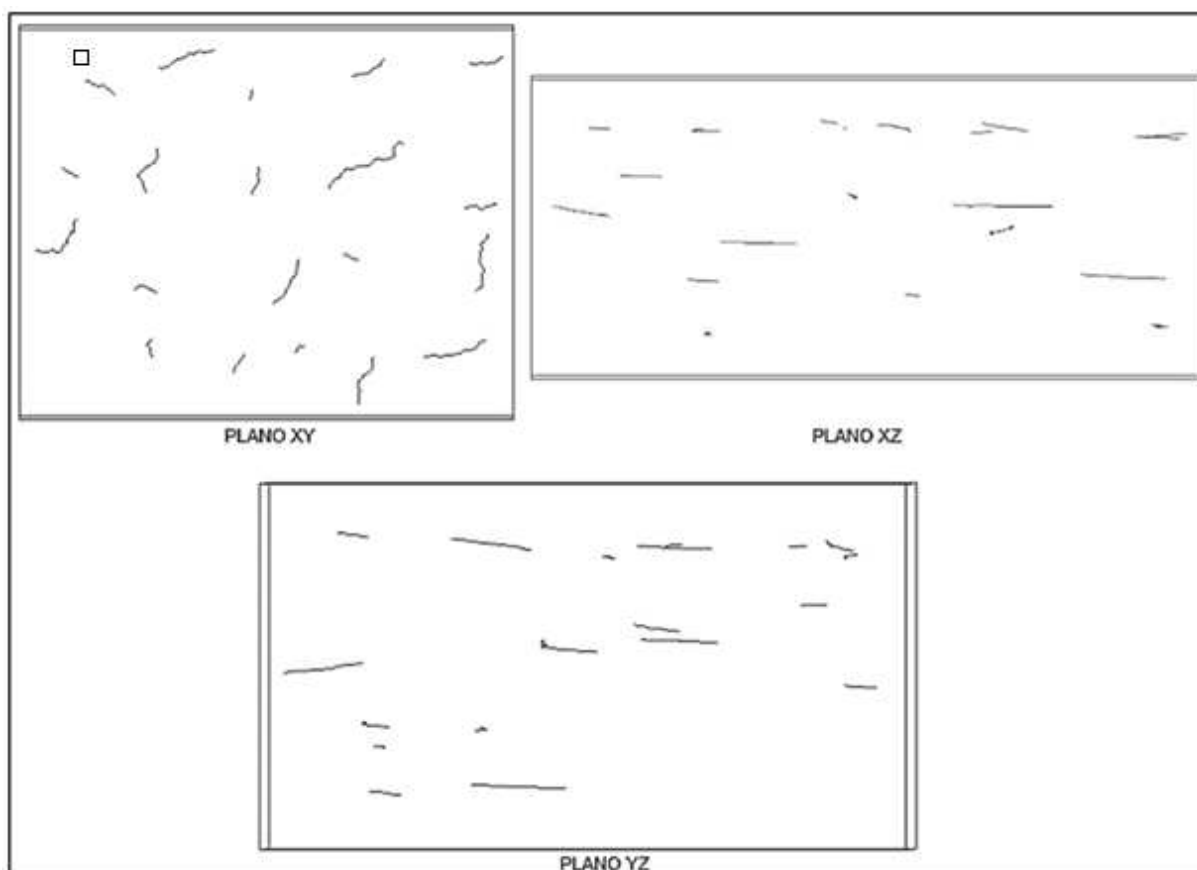


Fonte: A autora (2025).

Sendo assim, o objetivo proposto consiste em realizar a análise do padrão de distribuição espacial tridimensional a partir de análises bidimensionais, considerando feições lineares projetadas nos três planos ortogonais que compõem o sistema cartesiano 3D: XY, XZ e YZ (Figura 13). Nesse contexto, o TDSD fundamenta-se na decomposição do espaço tridimensional em planos bidimensionais, nos quais o padrão de distribuição espacial é analisado de forma independente, preservando as particularidades geométricas de cada projeção.

Para cada um desses planos bidimensionais, aplica-se o método NNMFL, obtendo-se os respectivos resultados do padrão de distribuição espacial em 2D. Posteriormente, esses resultados são integrados por meio de uma análise conjunta, permitindo inferir o padrão de distribuição espacial tridimensional do conjunto de linhas analisado. Essa abordagem é particularmente relevante por viabilizar a avaliação do comportamento espacial em 3D a partir de um método consolidado em 2D, assegurando consistência metodológica e maior interpretabilidade dos resultados, sem perda da informação tridimensional essencial.

Figura 13 - Visualização das feições lineares nos planos XY, XZ e YZ.



Fonte: A autora (2025).

Dessa forma o método consiste nos seguintes passos:

1. Obter um conjunto de n linhas tridimensionais para que seja avaliado o padrão de distribuição espacial;
2. Criar um prisma retangular (paralelepípedo) que represente a área de estudo em cada plano do eixo cartesiano, planos XY, XZ e YZ. Caso a área seja a mesma nos três planos, então será criado um cubo;

3. Utilizar os dados relativos ao plano XY;
4. Extrair a área do plano XY;
5. Proceder à extração das coordenadas tridimensionais de todos os vértices das linhas do conjunto no plano XY;
6. Considere i uma linha que faz parte do conjunto de n linhas, ou seja, i pertence ao conjunto $\{1, 2, 3, \dots, n\}$. Calcula-se a distância Euclidiana entre um vértice da linha i e qualquer vértice localizado nos segmentos de reta que constituem a linha 1 definida pelo usuário, escolhendo-se sempre a opção que resulta na menor distância. Esse processo é repetido para calcular a menor distância Euclidiana entre os vértices da linha i e os segmentos de todas as outras linhas (2, 3, ..., n), com exceção da própria linha i . Para o plano XY, considera-se as coordenadas X e Y. Repete-se para as demais linhas do conjunto de n linhas;
7. Calcular a Distância de Hausdorff entre todas as combinações de pares de linhas dentro do conjunto de n linhas. Considere uma linha j que da mesma forma pertence a esse conjunto, ou seja, $j \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$. Seja d_{ij} a média das menores distâncias da linha i para a linha j e d_{ji} a média das menores distâncias da linha j para a linha i . Dessa forma, a Distância de Hausdorff (dh) é determinada sendo o maior valor entre d_{ij} e d_{ji} de acordo com a Equação 2;
8. Selecionar a menor Distância de Hausdorff observada para cada linha, que representará a distância para o vizinho mais próximo (d_{vi});
9. Calcular o índice R do conjunto das menores distâncias obtidas através da Equação 3 para cada plano;
10. Realizar o Teste Z conforme a Equação 6 e obter o padrão de distribuição espacial do plano XY;
11. Repetir os passos 3 ao 10 para os planos XZ e YZ;
12. Realizar a análise da hipótese nula onde os dados apresentam um padrão de distribuição espacial aleatório:
 - Se $|Z_{cal}| \leq Z_{tab}$, o padrão de distribuição espacial será aleatório;
 - Se $|Z_{cal}| > Z_{tab}$ e $R > 1$, o padrão de distribuição espacial será disperso;
 - Se $|Z_{cal}| > Z_{tab}$ e $R < 1$, o padrão de distribuição espacial será agrupado.
13. Obter o padrão de distribuição espacial 3D, onde será calculada uma média ponderada considerando as notas estabelecidas para cada tipo de padrão e a porcentagem relativa da área de cada plano considerando a soma total das áreas, ou seja:

Notas para cada tipo de padrão espacial: agrupado (1), aleatório (2), disperso (3). Esses valores estão sendo adotado considerando a relevância de cada padrão.

- Como peso, em cada plano será considerada a porcentagem relativa da área em relação ao somatório das áreas de todos os planos.

Dessa forma, a média ponderada (*MP*) para encontrar o padrão de distribuição espacial 3D, será (Equação 8):

$$MP = Nota_{xy} \cdot \frac{A_{xy}}{(A_{xy} + A_{xz} + A_{yz})} + Nota_{xz} \cdot \frac{A_{xz}}{(A_{xy} + A_{xz} + A_{yz})} + Nota_{yz} \cdot \frac{A_{yz}}{(A_{xy} + A_{xz} + A_{yz})} \quad (8)$$

Sendo assim, em função do valor da média ponderada encontrada, o padrão de distribuição espacial 3D será:

- 1) $MP \leq 1,5$ – padrão de distribuição espacial 3D agrupado;
- 2) $1,5 < MP \leq 2,5$ – padrão de distribuição espacial 3D aleatório;
- 3) $MP > 2,5$ - padrão de distribuição espacial 3D disperso.

Ressalta-se que os valores acima foram determinados de forma empírica considerando as características de cada padrão de distribuição espacial. Assim, a integração dos padrões identificados nos três planos bidimensionais em um único indicador tridimensional é realizada por meio de uma média ponderada, na qual o peso de cada plano corresponde à sua proporção relativa da área total projetada. Essa escolha reflete a contribuição geométrica efetiva de cada direção cartesiana para o volume do paralelepípedo envolvente: em paisagens terrestres típicas, a extensão horizontal (plano XY) é significativamente maior que a variação altimétrica (planos XZ e YZ), tornando coerente que o padrão planimétrico exerça maior influência no resultado 3D final.

A ponderação por área relativa foi preferida a alternativas como média simples (peso igual) porque esta última superestimaria o impacto de planos com pequena extensão espacial, levando a resultados enviesados em áreas de topografia suave ou plana. Da mesma forma, pesos baseados em variância altimétrica ou outros critérios poderiam introduzir complexidade desnecessária sem ganho significativo de precisão. Assim, a média ponderada mantém a objetividade, simplicidade e alinhamento geométrico com o problema, permitindo uma representação equilibrada e rea-

lista do padrão de distribuição espacial tridimensional, especialmente em casos nos quais os padrões divergem entre planos

Como exemplo, considere o município de Viçosa (Figura 14), em Minas Gerais. Este possui área projetada no sistema UTM (plano XY), considerando o retângulo envolvente, de aproximadamente 533 km². Com uma variação altimétrica (profundidade) de cerca de 317 metros, a área projetada nos planos XZ e YZ (retângulo envolvente) é estimada em 8,4 km² e 6,5 km², respectivamente. Esses valores revelam uma significativa disparidade entre a área planimétrica (XY) e as áreas que incorporam a componente altimétrica (XZ e YZ). Tal diferença pode ser observada não somente em escala municipal, mas também em contextos estaduais ou nacionais. Assim, ao realizar análises espaciais, os padrões de distribuição nos diferentes planos (XY, XZ e YZ) apresentarão variações entre si. Contudo, ao utilizar uma média ponderada, é possível obter uma representação geral do padrão de distribuição espacial tridimensional, englobando todos os planos.

Figura 14 - Município de Viçosa-MG e as dimensões do retângulo envolvente nos planos.



Fonte: A autora (2025).

Ressalta-se que, no Controle de Qualidade Cartográfica, prefere-se utilizar dados onde o padrão de distribuição espacial seja aleatório ou disperso, evitando-se o agrupado, visto que a amostra deve ser representativa da área (Santos *et al.*, 2016).

No Apêndice – Método TDSD, é descrito como aplicar o método.

4. EXPERIMENTOS E RESULTADOS

Visando avaliar a viabilidade de utilização do método para a verificação do padrão de distribuição espacial utilizando feições lineares tridimensionais, realizaram-se 3 experimentos. O primeiro experimento teve como objetivo verificar a eficiência do TSD para a análise da primeira ordem do padrão de distribuição espacial. Já o segundo buscou avaliar a eficiência do método para ordens superiores do padrão de distribuição espacial e o terceiro visou a análise da eficiência da aplicação do TSD para casos específicos, dentre vários, que podem ocorrer.

4.1. Experimento 1

No primeiro experimento, foram utilizados dados simulados, os quais foram obtidos a partir da modificação de linhas tridimensionais extraídas do MDE SRTM. Foi aplicada a metodologia de Santos *et al.* (2016) para extração de feições morfológicas do terreno. Dessa forma, foram consideradas diferentes quantidades de vértices e angularidade das linhas.

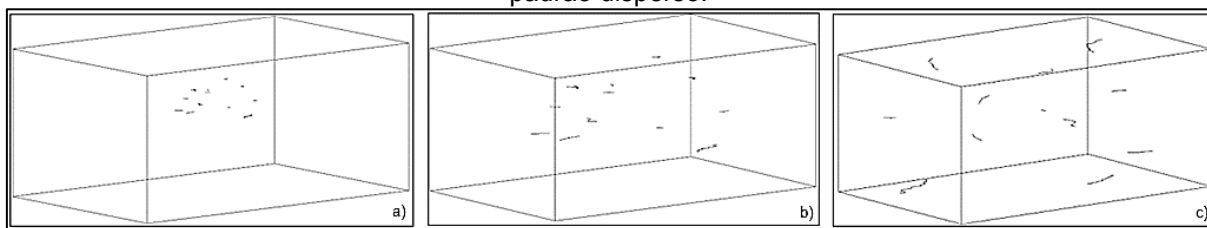
Posteriormente, aplicou-se um fator de escala sobre as linhas visando obter conjuntos com a simulação dos padrões de distribuição espacial esperado (agrupado, disperso e aleatório). Esse fator de escala funciona como um mecanismo de ampliação ou redução da região analisada, ou seja, a região não é alterada. O que é alterado é a proporção (tamanho) das feições em relação a área avaliada. Além disso, a posição relativa entre elas permanece inalterada para que a Distância de Hausdorff permaneça a mesma. Quando os dados são observados de uma perspectiva mais distante, as linhas aparecem mais próximas umas das outras, evidenciando um padrão de distribuição agrupado. Por outro lado, ao se aproximar dessas feições, com o aumento do fator de escala, as linhas tendem a se apresentar mais afastadas, revelando um padrão de distribuição disperso ou, em alguns casos, aleatório.

Conforme sugerido por Cunha *et al.* (2024), na simulação de feições lineares dispersas, as linhas tridimensionais foram organizadas de modo a ocupar integralmente a área disponível, otimizando a distância entre as feições. No que se refere às feições lineares agrupadas, procedeu-se a uma compressão das linhas, de modo que estas ocupassem uma área correspondente a 2,25% do total. Já para as feições

lineares com padrão aleatório, foi realizada uma compressão nas linhas para que estas ocupassem uma área equivalente à média das áreas dos padrões agrupado e disperso, considerando a mesma área, a fim de se obter o padrão de distribuição espacial aleatório.

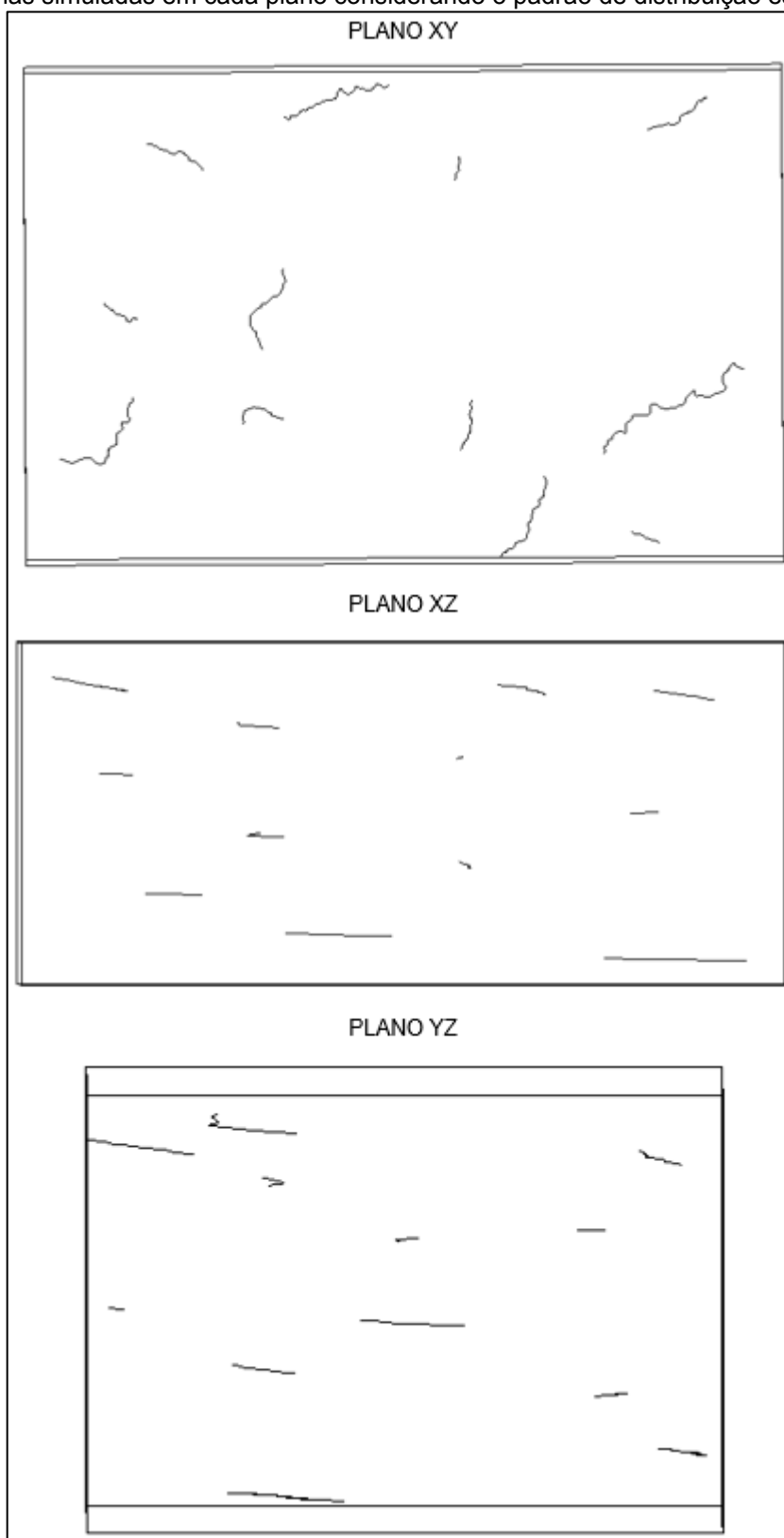
Dessa forma, utilizaram-se 3 conjuntos de linhas tridimensionais, com 12 linhas (Figura 15) em cada, simulando os padrões de distribuição espacial agrupado (Caso 1), aleatório (Caso 2) e disperso (Caso 3), respectivamente. Na Figura 16, é possível visualizar as linhas em cada plano, considerando o padrão de distribuição espacial esperado disperso. Para os demais padrões, as linhas são as mesmas, estando somente em escalas diferentes (aplicou-se a compressão) em uma mesma área, ou seja, o paralelepípedo é o mesmo na Figura 15.a, 15.b e 15.c.

Figura 15 - Linhas simuladas para o primeiro experimento: a) padrão agrupado; b) padrão aleatório; c) padrão disperso.



Fonte: A autora (2025).

Figura 16 - Linhas simuladas em cada plano considerando o padrão de distribuição espacial disperso.



Fonte: A autora (2025).

Aplicando-se o método TDSD, conforme o item 3, foram avaliados os 3 conjuntos de linhas tridimensionais nos planos XY, XZ e YZ, visando verificar o padrão

de distribuição espacial somente de primeira ordem. Dessa forma, obteve-se os resultados contidos na Tabela 2, considerando um nível de confiança de 95% para o valor de Z tabelado.

Tabela 3 - Resultado na avaliação do padrão de distribuição espacial de primeira ordem para o experimento 1.

CASO 1			
PLANO	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	104,079	71,719	46,497
R OBSERVADO (m)	626,100	510,900	337,694
R ESPERADO (m)	1472,516	1222,352	984,222
ÍNDICE R	0,425	0,418	0,343
Z CALCULADO	3,810	3,858	4,354
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960
RESULTADO ESPERADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO
RESULTADO OBTIDO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO
MP		1	
RESULTADO 3D		AGRUPADO	
CASO 2			
PLANO	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	104,079	71,719	46,497
R OBSERVADO (m)	1542,208	1258,485	831,989
R ESPERADO (m)	1472,516	1222,352	984,222
ÍNDICE R	1,047	1,030	0,845
Z CALCULADO	0,314	0,196	1,025
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960
RESULTADO ESPERADO	ALEATÓRIO	ALEATÓRIO	ALEATÓRIO
RESULTADO OBTIDO	ALEATÓRIO	ALEATÓRIO	ALEATÓRIO
MP		2	
RESULTADO 3D		ALEATÓRIO	
CASO 3			
PLANO	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	104,079	71,719	46,497
R OBSERVADO (m)	2173,195	1773,177	1551,502
R ESPERADO (m)	1472,516	1222,352	984,222
ÍNDICE R	1,476	1,451	1,576
Z CALCULADO	3,154	2,987	3,719
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960
RESULTADO ESPERADO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO
RESULTADO OBTIDO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO
MP		3	
RESULTADO 3D		DISPERSO	

Fonte: A autora (2025).

Os resultados obtidos para o Caso 1 indicam que, em todos os planos analisados, os valores absolutos da estatística Z calculada superaram o valor crítico de Z tabelado para um nível de confiança de 95%, conduzindo à rejeição da hipótese nula de distribuição espacial aleatória. A análise complementar do índice R revelou valores sistematicamente inferiores a 1 nos planos XY, XZ e YZ, caracterizando um padrão de distribuição espacial agrupado em todas as projeções bidimensionais. A aplicação da média ponderada para a integração dos resultados bidimensionais resultou em um valor correspondente ao padrão agrupado, confirmando que o método TDSD foi capaz de identificar corretamente o padrão tridimensional simulado.

No Caso 2, os valores da estatística Z calculada apresentaram-se, em módulo, inferiores ao valor crítico de Z tabelado nos três planos analisados, não havendo evidências estatísticas para a rejeição da hipótese nula. Esse comportamento indica que os dados não diferem significativamente de uma distribuição espacial aleatória. Os valores do índice R, próximos de 1, corroboram essa interpretação, apontando para um padrão aleatório em cada um dos planos bidimensionais. A análise conjunta, realizada por meio da média ponderada, resultou em um valor compatível com o padrão aleatório, demonstrando a consistência do método na identificação desse tipo de distribuição espacial tridimensional.

Para o Caso 3, os resultados evidenciam novamente a rejeição da hipótese nula em todos os planos, uma vez que os valores absolutos da estatística Z calculada foram superiores ao valor crítico adotado. A análise do índice R indicou valores sistematicamente superiores a 1, caracterizando um padrão de distribuição espacial disperso nos planos XY, XZ e YZ. A integração dos resultados bidimensionais por meio da média ponderada conduziu ao reconhecimento do padrão disperso em três dimensões, em concordância com o padrão previamente simulado.

De forma geral, os resultados obtidos no Experimento 1 demonstram que o método TDSD é capaz de identificar corretamente padrões de distribuição espacial tridimensionais a partir da decomposição do espaço em planos bidimensionais e da posterior integração dos resultados. A concordância entre os padrões simulados e os padrões obtidos em todos os casos analisados evidencia a robustez do método frente a variações de escala e confirma a adequação da estratégia de inferência tridimensional baseada em análises bidimensionais independentes.

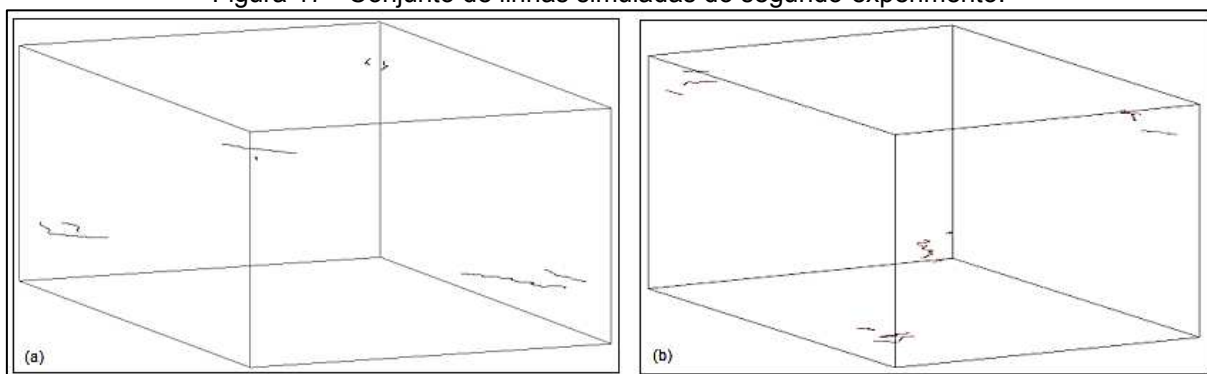
4.2. Experimento 2

O segundo experimento teve como objetivo avaliar a eficiência do método para ordens superiores nos 3 planos. Utilizando-se de outros dois conjuntos de linhas obtidas do MDE SRTM e alteradas, conforme a Figura 17 (a) e (b). Nesta figura estão representados os conjuntos de dados utilizados para avaliar a segunda e terceira ordens do método proposto, respectivamente.

Na Figura 17 (a), têm-se oito feições lineares com informação tridimensional, para simular o caso em que o padrão de distribuição espacial de primeira ordem 3D seja agrupado. Já as distâncias para os vizinhos mais próximos de segunda e terceira ordens são grandes, esperando-se o padrão de distribuição espacial disperso 3D. Dessa forma, as feições foram selecionadas de forma concentradas em uma região reduzida do volume 3D, garantindo que as distâncias aos vizinhos mais próximos fossem pequenas para primeira ordem e maiores considerando as ordens superiores.

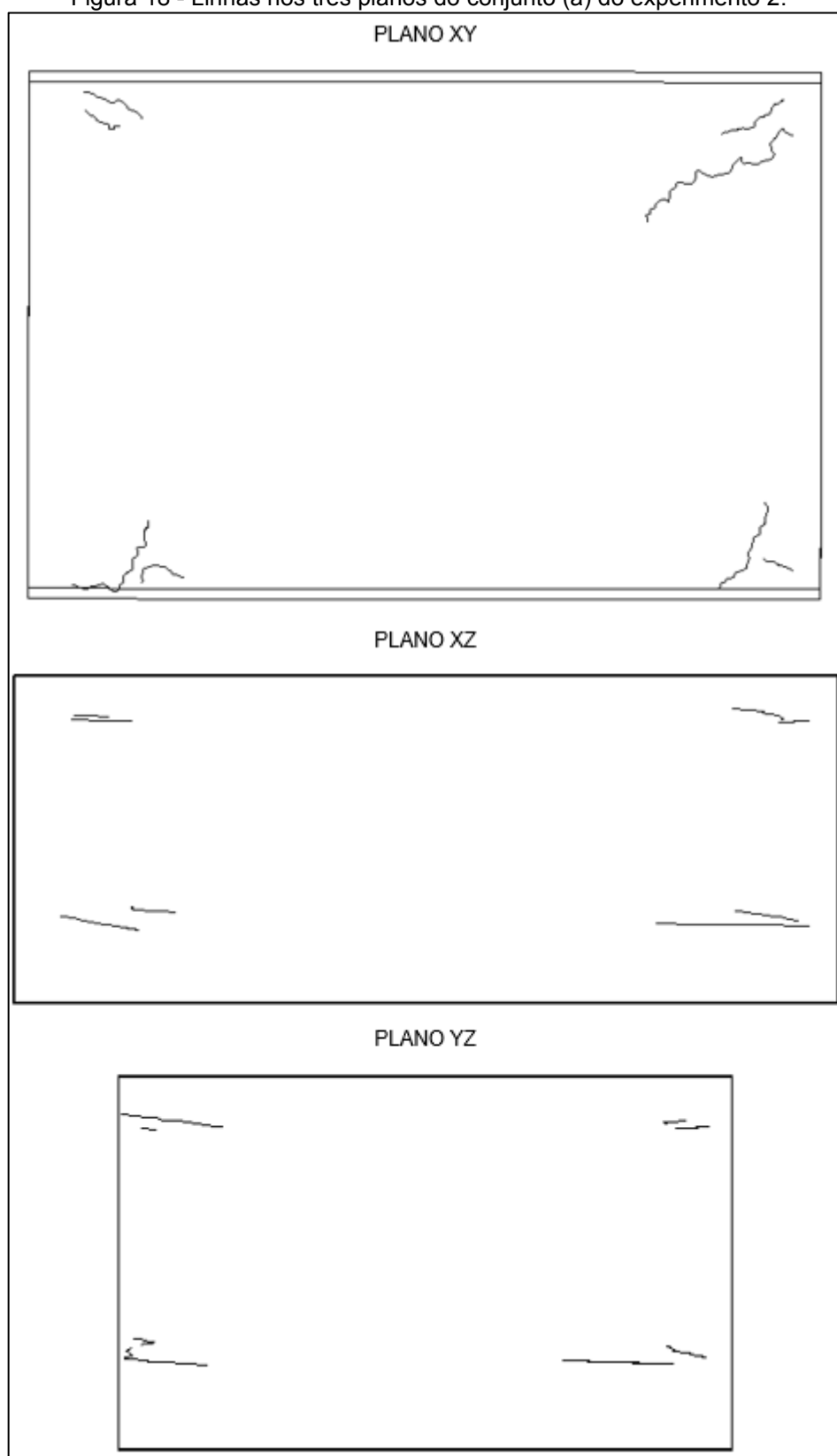
Considerando a Figura 17 (b), tem-se 12 linhas tridimensionais, as quais simulam um padrão de distribuição espacial agrupado 3D para a primeira e segunda ordem do método. Já a distância para o vizinho mais próximo de terceira ordem é maior, resultando em um padrão de distribuição espacial disperso 3D. Nas Figuras 18 e 19, é possível observar as linhas nos três planos do conjunto (a) e (b) do experimento 2, respectivamente.

Figura 17 - Conjunto de linhas simuladas do segundo experimento.



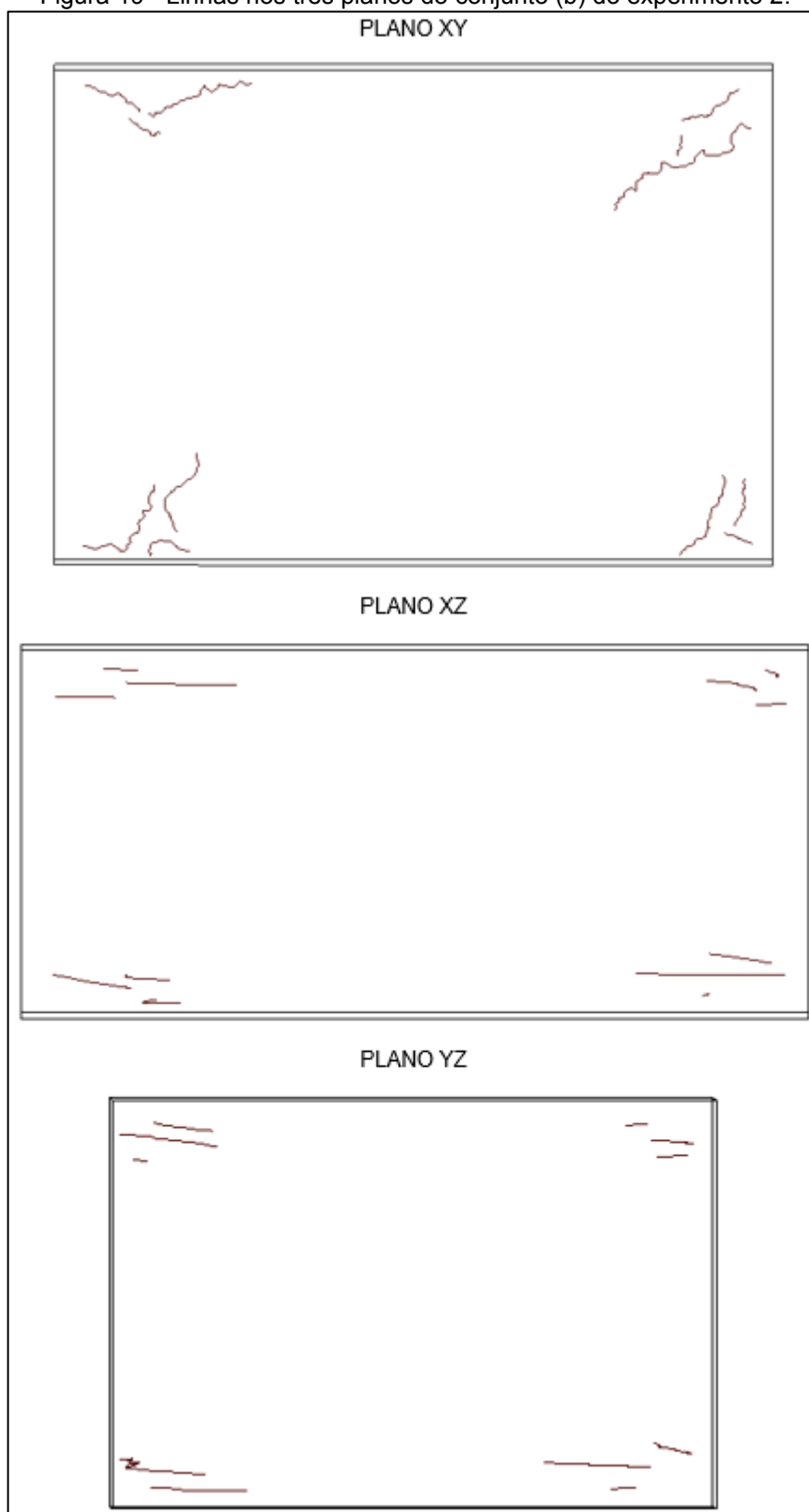
Fonte: A autora (2025).

Figura 18 - Linhas nos três planos do conjunto (a) do experimento 2.



Fonte: A autora (2025).

Figura 19 - Linhas nos três planos do conjunto (b) do experimento 2.



Fonte: A autora (2025).

Dessa forma, aplicando-se o TDSD nos planos XY, XZ e YZ dos dois conjuntos, obteve-se os seguintes resultados contidos na Tabela 3, considerando um nível de confiança de 95% para o valor de Z tabelado.

Tabela 4 - Resultado da aplicação do método para ordens superiores no experimento 2.

CONJUNTO (a)									
	PRIMEIRA ORDEM			SEGUNDA ORDEM			TERCEIRA ORDEM		
PLANO	XY	XZ	YZ	XY	XZ	YZ	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	104,186	60,700	41,432	104,186	60,700	41,432	104,186	60,700	41,432
R OBSERVADO (m)	550,798	342,278	379,879	6507,584	3040,491	3021,368	6984,782	3175,253	3180,694
R ESPERADO (m)	1804,386	1377,270	1137,866	2706,579	2065,904	1706,799	3383,223	2582,380	2133,499
ÍNDICE R	0,305	0,249	0,334	2,404	1,472	1,770	2,065	1,230	1,491
Z CALCULADO	-3,760	-4,067	-3,605	10,945	3,676	6,002	10,239	2,208	4,721
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960
RESULTADO ESPERADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO
RESULTADO OBTIDO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO
MP		1			3			3	
RESULTADO 3D		AGRUPADO			DISPERSO			DISPERSO	
CONJUNTO (b)									
	PRIMEIRA ORDEM			SEGUNDA ORDEM			TERCEIRA ORDEM		
PLANO	XY	XZ	YZ	XY	XZ	YZ	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	104,186	60,700	41,432	104,186	60,700	41,432	104,186	60,700	41,432
R OBSERVADO (m)	645,453	510,830	369,434	814,801	713,862	671,374	6258,827	4448,091	4434,574
R ESPERADO (m)	1479,978	1218,156	1011,248	2219,968	1827,234	1516,871	2774,959	2284,043	1896,089
ÍNDICE R	0,436	0,419	0,365	0,367	0,391	0,443	2,255	1,947	2,339
Z CALCULADO	-3,738	-3,849	-4,207	-6,042	-5,816	-5,320	14,789	11,161	15,770
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960	1,960
RESULTADO ESPERADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO
RESULTADO OBTIDO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	AGRUPADO	DISPERSO	DISPERSO	DISPERSO
MP		1			1			3	
RESULTADO 3D		AGRUPADO			AGRUPADO			DISPERSO	

Fonte: A autora (2025).

Os resultados obtidos para o conjunto (a) confirmam o resultado esperado. Na primeira ordem, os valores absolutos da estatística Z calculada foram superiores ao valor crítico de Z tabelado em todos os planos analisados, conduzindo à rejeição da hipótese nula de aleatoriedade. Os valores do índice R, sistematicamente inferiores a 1, caracterizaram um padrão de distribuição espacial agrupado nos planos XY, XZ e YZ. A integração dos resultados bidimensionais por meio da média ponderada resultou em um valor correspondente ao padrão agrupado, confirmando a correta identificação do padrão tridimensional de primeira ordem.

Por outro lado, ao considerar a segunda e a terceira ordens no conjunto (a), os valores absolutos da estatística Z permaneceram superiores ao valor crítico, indicando novamente a rejeição da hipótese nula. Entretanto, os valores do índice R apresentaram-se superiores a 1 em todos os planos, caracterizando um padrão de distribuição espacial disperso. A aplicação da média ponderada conduziu, de forma consistente, ao reconhecimento do padrão tridimensional disperso para ambas as ordens analisadas, em total concordância com o cenário simulado.

No conjunto (b), as feições foram configuradas de modo a representar um padrão de distribuição espacial tridimensional agrupado tanto na primeira quanto na segunda ordens, enquanto a terceira ordem foi estruturada para apresentar um padrão disperso. Os resultados obtidos refletem com clareza essa configuração. Para a primeira e segunda ordens, os valores absolutos da estatística Z calculada superaram o valor crítico em todos os planos, levando à rejeição da hipótese nula. Os índices R inferiores a 1 confirmaram o padrão agrupado nos planos XY, XZ e YZ, e a média ponderada resultou no reconhecimento do padrão tridimensional agrupado para ambas as ordens.

Em contraste, para a terceira ordem do conjunto (b), os valores elevados da estatística Z indicaram novamente a rejeição da hipótese nula, enquanto os índices R superiores a 1 evidenciaram um padrão de distribuição espacial disperso em todos os planos analisados. A análise conjunta, por meio da média ponderada, resultou no padrão tridimensional disperso, conforme previamente esperado.

De forma geral, os resultados do Experimento 2 demonstram que o método TDSD é capaz de identificar de maneira consistente e robusta padrões de distribuição espacial tridimensionais associados a diferentes ordens de vizinhança. A correta distinção entre padrões agrupados e dispersos, tanto no nível bidimensional quanto tridimensional, evidencia a sensibilidade do método às variações estruturais do con-

junto de linhas ao longo do espaço. Ademais, a concordância entre os padrões simulados e os padrões obtidos reforça a adequação da estratégia metodológica baseada na decomposição do espaço tridimensional em planos bidimensionais e na posterior integração dos resultados.

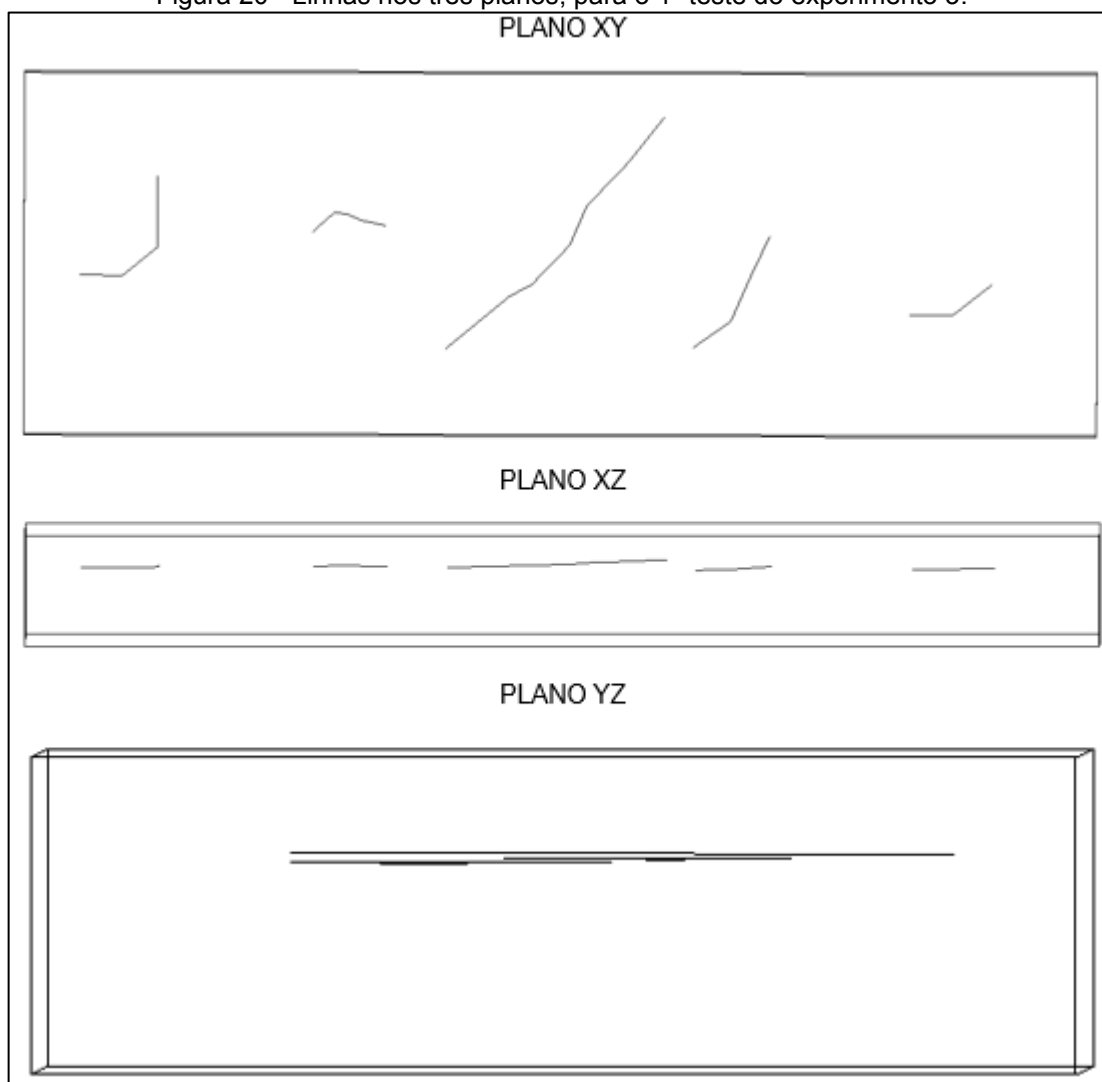
Esses resultados confirmam que o TDSD não apenas é eficaz para a análise de primeira ordem, mas também apresenta desempenho satisfatório na avaliação de padrões espaciais mais complexos, associados a ordens superiores, consolidando-se como uma abordagem consistente para a análise do padrão de distribuição espacial de feições lineares tridimensionais.

4.3. Experimento 3

Conforme dito, o caso ideal no Controle de Qualidade Cartográfica é selecionar um conjunto de linhas tridimensionais que apresentem padrão de distribuição espacial aleatório ou disperso, evitando-se o padrão agrupado, considerando a análise da acurácia posicional em dados geoespaciais. Entretanto, pode haver algumas situações no mundo real que tornam isso um pouco mais complicado. Dessa forma, realizaram-se testes para verificar casos específicos que geralmente ocorrem, dentre vários, para analisar se o TDSD consegue detectar o padrão de distribuição espacial corretamente.

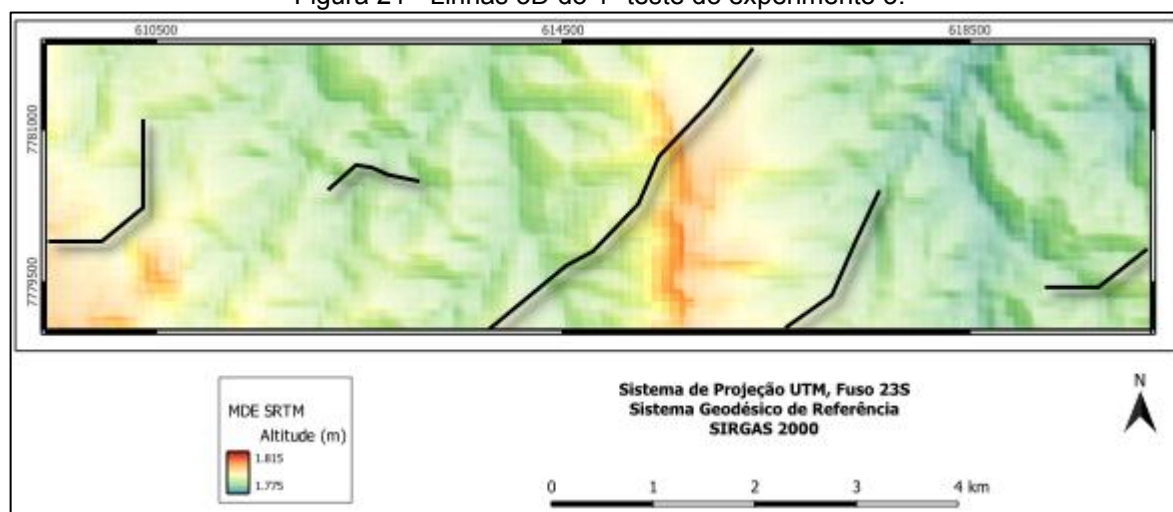
A primeira situação avaliada no experimento 3, conforme a Figura 20, refere-se ao caso em que a área é mais plana, onde a coordenada Z referente à altitude seria parecida entre as linhas, ocasionando um padrão agrupado em um dos planos, apesar da seleção das linhas ter sido realizada de forma que o padrão de distribuição espacial destas fosse aleatório ou disperso no plano bidimensional XY. Essas linhas foram extraídas do MDE SRTM (Figura 21).

Figura 20 - Linhas nos três planos, para o 1º teste do experimento 3.



Fonte: A autora (2025).

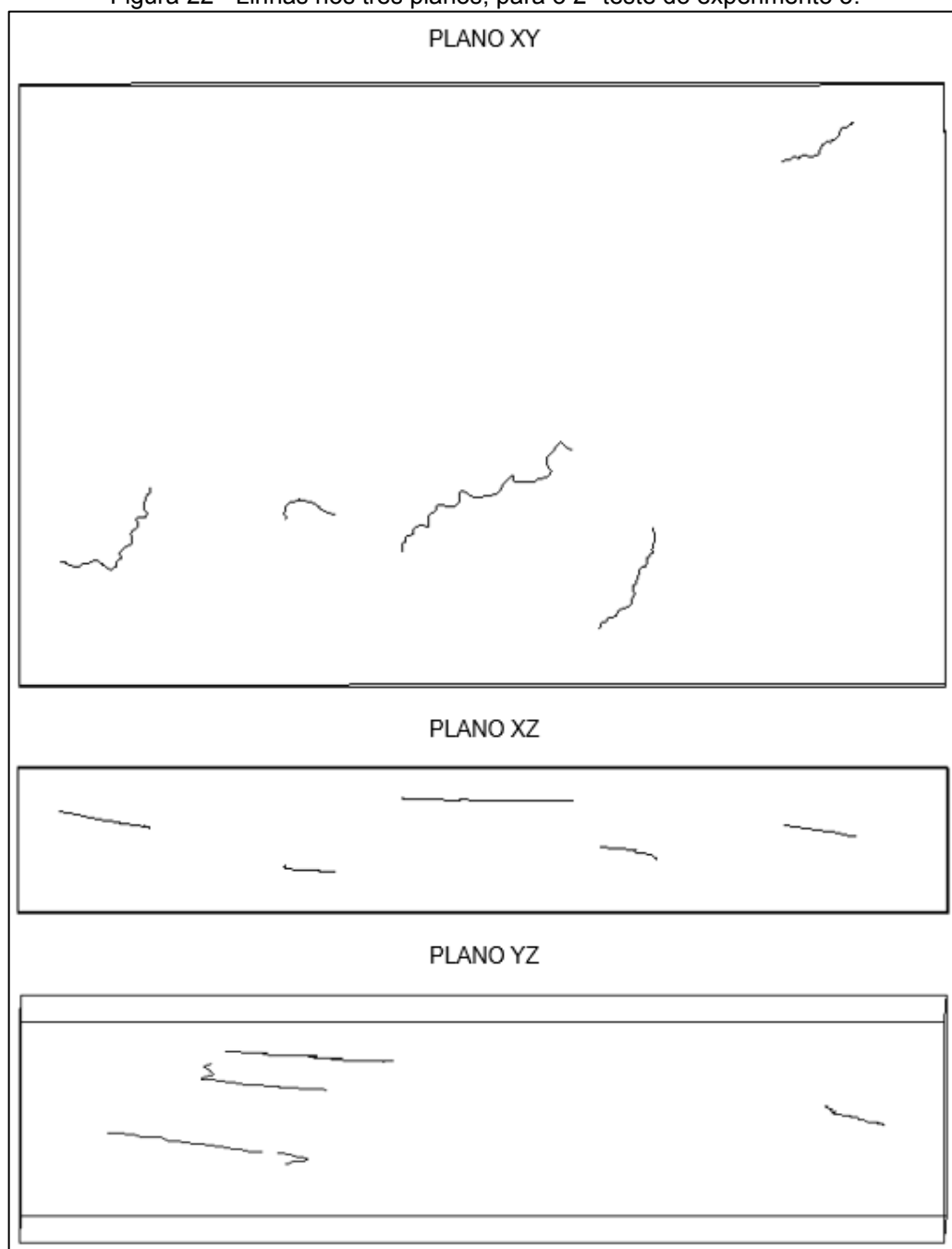
Figura 21 - Linhas 3D do 1º teste do experimento 3.



Fonte: A autora (2025).

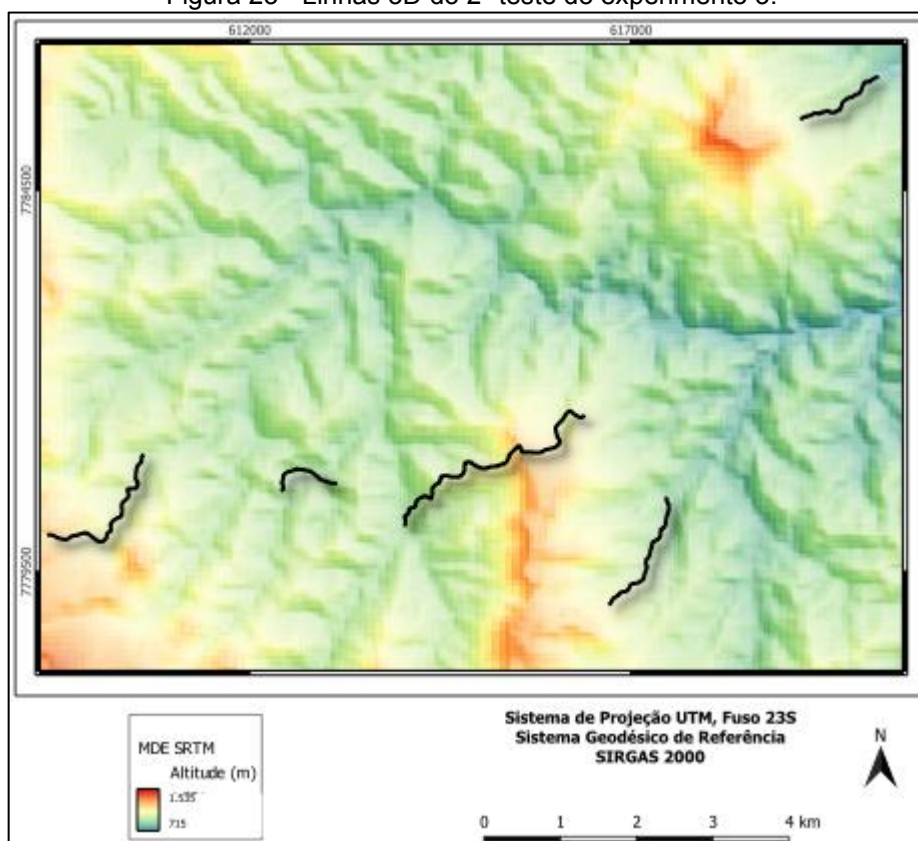
O segundo teste do experimento 3, conforme a Figura 22, é uma área de estudo na qual não é possível a extração de linhas de forma bem distribuída no plano XY. Como exemplo, pode-se citar uma região com um grande lago, onde seria impossível obter feições lineares (ou pontuais). Assim, selecionam-se as linhas de forma a obter o padrão de distribuição espacial disperso em uma parte da área de estudo, e outra(s) distante(s) das demais linhas. Isso acarretaria no padrão aleatório ou disperso dos planos na primeira ordem do método, sendo esse caso um exemplo também da importância da aplicação do método em ordens superiores. Essas linhas foram extraídas do MDE SRTM (Figura 23).

Figura 22 - Linhas nos três planos, para o 2º teste do experimento 3.



Fonte: A autora (2025).

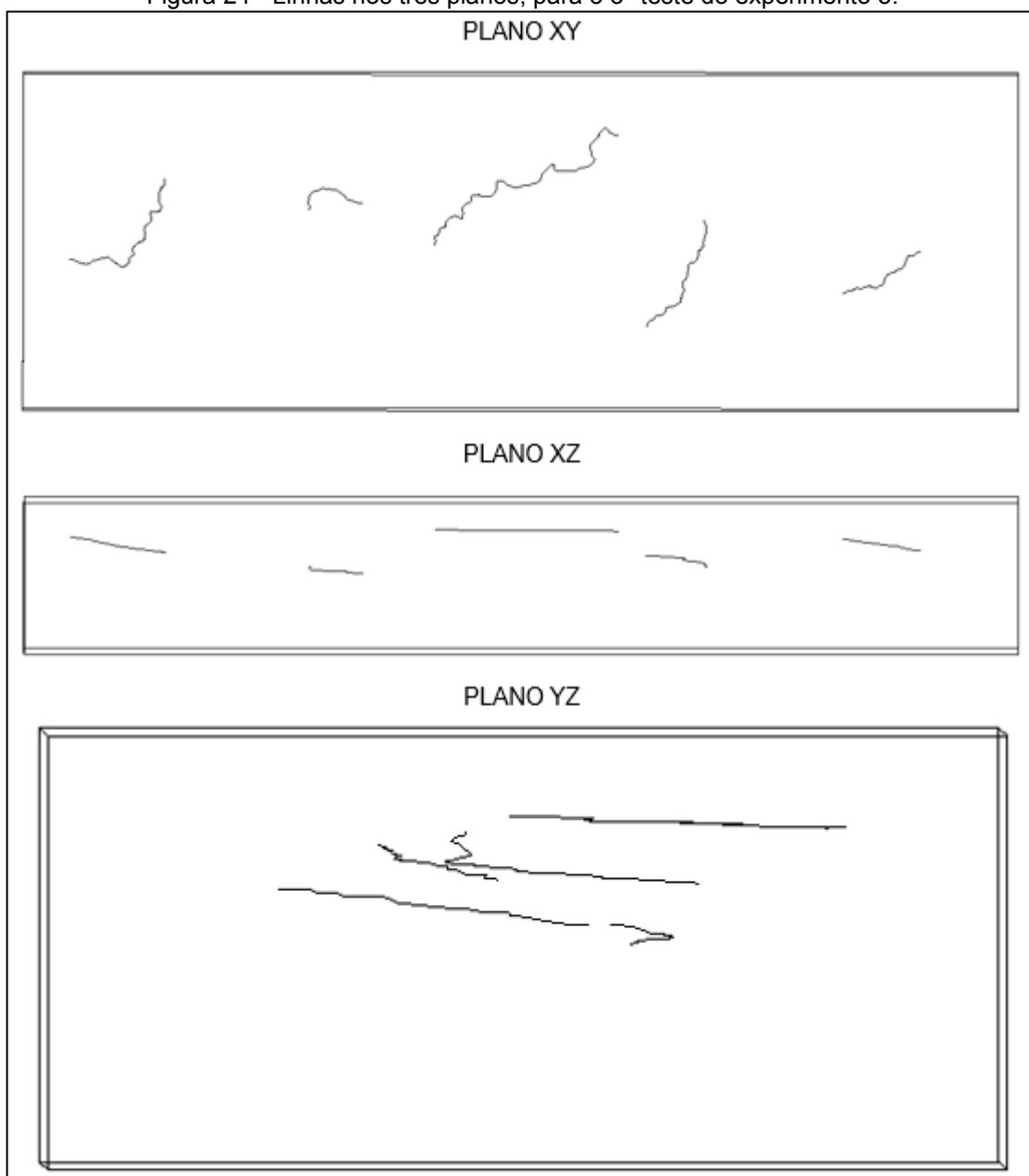
Figura 23 - Linhas 3D do 2º teste do experimento 3.



Fonte: A autora (2025).

No terceiro teste do experimento 3, Figura 24, é abordada a situação onde as linhas selecionadas também do MDE SRTM (Figura 25) estão bem distribuídas em 2 planos, e em um determinado plano encontram-se agrupadas. Dessa forma, seria necessário verificar se a área considerada no plano com padrão está correta ou se seria possível alterá-la para que o padrão de distribuição espacial fosse satisfatório. Ou seja, seria necessário verificar se as áreas de cada plano foram delimitadas de forma a englobar corretamente as feições, evitando-se áreas grandes, onde as linhas ficariam agrupadas em somente uma parte.

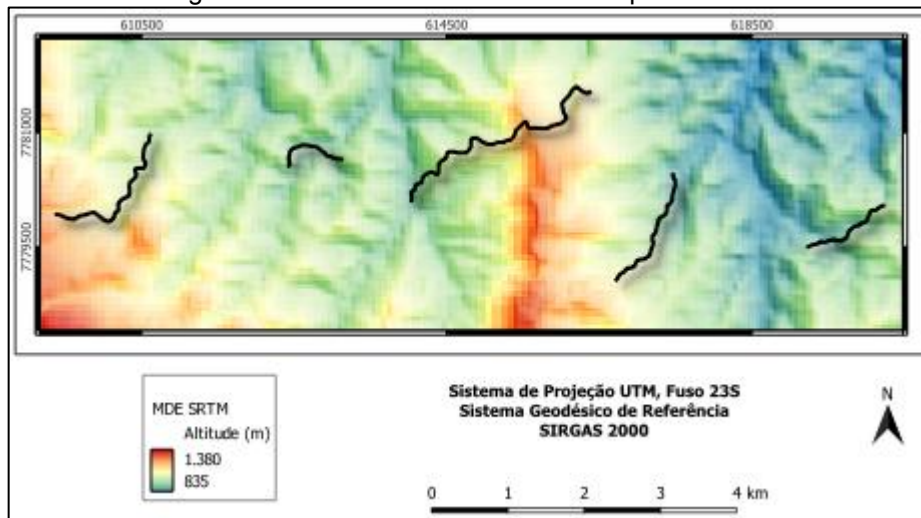
Figura 24 - Linhas nos três planos, para o 3º teste do experimento 3.



Fonte: A autora (2025).

Com base nas três situações descritas para o 3º experimento, foi aplicado o método TDSD para análise da primeira ordem do método, cujos resultados estão apresentados na Tabela 4, considerando um nível de confiança de 95% para o valor de Z tabelado.

Figura 25 - Linhas 3D do 3º teste do experimento 3.



Fonte: A autora (2025).

Tabela 5 - Resultado do método TDSD em três testes, no experimento 3.

TESTE 1			
PLANO	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	54,266	16,284	6,529
R OBSERVADO (m)	2214,196	1943,092	303,844
R ESPERADO (m)	1647,204	902,342	571,356
ÍNDICE R	1,344	2,153	0,532
Z CALCULADO	1,473	4,935	2,003
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960
RESULTADO	ALEATÓRIO	DISPERSO	AGRUPADO
MÉDIA PONDERADA		2,126	
RESULTADO 3D		ALEATÓRIO	
TESTE 2			
PLANO	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	104,079	24,966	16,051
R OBSERVADO (m)	2986,711	2744,205	2986,711
R ESPERADO (m)	2281,212	1117,284	895,842
ÍNDICE R	1,309	2,456	3,334
Z CALCULADO	1,323	6,230	9,986
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960
RESULTADO	ALEATÓRIO	DISPERSO	DISPERSO
MÉDIA PONDERADA		2,283	
RESULTADO 3D		ALEATÓRIO	
TESTE 3			
PLANO	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	54,266	24,559	8,301
R OBSERVADO (m)	2236,334	1968,796	326,428
R ESPERADO (m)	1647,204	1108,124	644,255
ÍNDICE R	1,358	1,777	0,507
Z CALCULADO	1,530	3,323	2,111
Z TABELADO	1,960	1,960	1,960
RESULTADO	ALEATÓRIO	DISPERSO	AGRUPADO
MÉDIA PONDERADA		2,187	
RESULTADO 3D		ALEATÓRIO	

Fonte: A autora (2025).

Conforme esperado, no Teste 1, em que seria uma representação de uma região mais plana, o padrão de distribuição espacial no plano YZ foi agrupado, uma vez que o índice R foi menor que 1 e o valor absoluto de Z calculado foi menor que o Z tabelado.

Situações no mundo real como essa podem ocorrer, como por exemplo, ao avaliar o padrão de distribuição espacial de rodovias de um país ou município com pequena variação de altitude. A área (2D) do plano XY sempre será bem maior que

a variação altimétrica (XZ e YZ), o que pode acarretar em padrão agrupado em um dos planos com a componente Z. Outro exemplo é considerar um estudo com a base cartográfica do Brasil na escala 1:250.000, que possuirá uma área expressiva no plano XY, entretanto a área dos planos XZ e YZ seria bem menor, devido à variação altimétrica ser menor em comparação à variação de distâncias no plano XY, obtendo-se então o padrão agrupado nos planos com a componente altimétrica. Ou seja, em casos assim, o agrupamento tende a refletir a realidade topográfica e, dependendo do tipo de aplicação e análise, o agrupamento em planos com a componente altimétrica tende a ser menos relevante para a análise do que considerando a análise planimétrica.

Dessa forma, casos assim podem acontecer, resultando no padrão de distribuição espacial agrupado em algum dos planos, sendo necessário avaliar cada situação. Ao aplicar os critérios do TDSD, deve-se calcular a média ponderada devido ao padrão de distribuição espacial ser diferente em cada plano. Ao calcular, obtém-se o padrão de distribuição espacial 3D aleatório, tendo em vista que a média ponderada foi de 2,126. Isso demonstra que, nesse caso, o agrupamento em planos com a componente altimétrica tem menos impacto no resultado 3D devido aos menores valores de áreas desses planos em comparação à área do plano com as componentes planimétricas.

No Teste 2, conforme esperado, o padrão de distribuição espacial nos planos foi aleatório ou disperso na primeira ordem do método. Verifica-se, porém, que somente no plano XZ as linhas estão bem distribuídas pela área de estudo (conforme mostrado na Figura 22), resultando em padrão disperso. Já nos planos XY e YZ, observa-se que uma parte significativa da área de estudo está desprovida de feições lineares. Apesar disso, a presença de uma feição mais distante das demais aumentou substancialmente a distância média observada ao vizinho mais próximo, fazendo com que o método indicasse padrão aleatório no plano XY e disperso no plano YZ na primeira ordem do TDSD.

Esse resultado reforça a importância da análise de ordens superiores ao avaliar a distribuição espacial com feições lineares tridimensionais. Embora a primeira ordem tenha indicado padrões aceitáveis no controle de qualidade cartográfica (aleatório ou disperso), em situações reais semelhantes a esta, a primeira ordem poderia facilmente detectar padrão agrupado caso a feição distante não estivesse presente ou fosse menos afastada. Nesses casos, as análises de ordens superiores

tenderiam a revelar padrões aleatório ou disperso, oferecendo uma visão mais completa da estrutura espacial do conjunto. Essa abordagem permite um entendimento mais robusto da representatividade espacial da amostra, evitando rejeições precipitadas de conjuntos que, em escalas mais amplas (ordens superiores), apresentam distribuição adequada.

Sendo assim, nessa situação, o ideal seria utilizar feições pontuais em conjunto, ou, caso fosse possível e disponível, selecionar mais feições lineares na área desprovida de feições. Ou seja, é necessário analisar as particularidades da região que está sendo trabalhada para ser feita a avaliação da forma mais coerente possível. Nessa situação, então, o padrão de distribuição espacial 3D indicado pelo TDSD foi aleatório devido ao valor da média ponderada de 2,283.

Já no Teste 3 obteve-se o padrão de distribuição espacial agrupado no plano YZ, visto que as feições lineares estão mais próximas entre si em uma área de tamanho considerável. Para os planos XY e XZ, há uma boa distribuição das feições pela área de estudo, tendo-se o padrão aleatório e disperso, respectivamente. Aplicando-se então os critérios do TDSD, obtém-se a média ponderada de 2,187 e o padrão de distribuição espacial 3D aleatório.

Sendo assim, para esses casos particulares onde o padrão de distribuição espacial não foi o mesmo em todos os planos, o padrão de distribuição espacial 3D é dependente do cálculo da média ponderada conforme recomendação do método. Dessa forma, a área de cada plano refletirá a extensão espacial das feições em cada dimensão. Ou seja, planos com áreas maiores têm maior influência na distribuição global dos dados, visto que representam uma parcela maior do espaço analisado. Então, se um dos planos com maior área tiver um padrão de distribuição agrupado, ele prevalecerá na análise, a menos que os outros planos tenham áreas significativas e padrões dispersos ou aleatórios. Isso ressalta ainda mais a importância da delimitação correta do poliedro.

Portanto, ao aplicar o TDSD em cada plano, é possível verificar o que pode estar ocorrendo ao se obter tal resultado. Com esses resultados obtidos, o TDSD mostrou-se eficaz na determinação do padrão de distribuição espacial com feições lineares tridimensionais.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir do exposto, verifica-se que avaliar o padrão de distribuição espacial de feições lineares tridimensionais tem sido um grande desafio e uma incógnita devido à carência de estudos e métodos nessa área. Essa avaliação é importante para que não se obtenham estimativas inadequadas no processo de avaliação da qualidade de dados espaciais. Atualmente, existem métodos difundidos considerando feições pontuais na forma bidimensional. Já considerando feições lineares, somente Cunha *et al.* (2024) propuseram um método em 2D a partir da modificação do Vizinho Mais Próximo, utilizado em avaliação do padrão de distribuição espacial de pontos.

Dessa forma, essa pesquisa teve como objetivo a definição de um método para a avaliação do padrão de distribuição espacial com feições lineares tridimensionais, possibilitando explorar uma área importante e praticamente sem estudos. Sendo assim, tendo como referência o método proposto por Cunha *et al.* (2024), propôs-se o método TDSD, em que o padrão de distribuição espacial é avaliado nos planos XY, XZ e YZ, os quais formam a representação tridimensional, para se obter o padrão de distribuição espacial 3D.

Além disso, a partir dos testes aplicando o TDSD, verificou-se uma certa limitação do método, visto a importância da seleção adequada e representativa das feições lineares, bem como a delimitação correta da área de estudo em cada plano. Ou seja, a definição adequada do poliedro que irá englobar essas feições, observando-se as particularidades da região em que está sendo feita a análise, visto que são fatores que podem influenciar nos resultados obtidos.

Sendo assim, para pesquisas futuras, recomenda-se a implementação do método em uma ferramenta que possa ser utilizada em um SIG gratuito, como por exemplo o QGIS, de forma simples e eficiente, bem como a criação automática do poliedro considerando as feições avaliadas, eliminando a subjetividade do operador que cria essa feição, já que isto pode impactar no resultado encontrado. Outra sugestão para a criação do poliedro é utilizar, por exemplo, *softwares* que trabalham com nuvem de pontos, como por exemplo o *CloudCompare*. Outra abordagem a ser testada na criação do volume que engloba as feições, é utilizar buffers nessas visando obter os limites da criação do volume.

É relevante também explorar outros critérios para a atribuição de pesos na identificação do padrão de distribuição espacial tridimensional, especialmente em cenários onde os planos apresentam padrões distintos. Pode-se futuramente, por exemplo, testar uma normalização não linear da área, ou seja, utilizar a raiz quadrada desta para reduzir a dominância de planos com áreas muito extensas, preservando, entretanto, sua maior representatividade espacial no cálculo da média ponderada.

Recomenda-se também testar a utilização do índice R para as notas de cada padrão espacial. Isso se justifica pelo fato de que o método da média ponderada é essencialmente determinístico. Ademais, é interessante buscar o desenvolvimento de um método que permita avaliar o padrão de distribuição espacial de maneira integrada nos três planos (XY, XZ e YZ), em vez de analisá-los isoladamente, utilizando abordagens baseadas em métodos estatísticos. Além disso, recomenda-se elaborar métodos para determinar o tamanho amostral adequado das feições lineares tridimensionais, de modo a garantir uma avaliação eficiente e representativa.

REFERÊNCIAS

- ABRAMS, M.; CRIPPEN, R.; FUJISADA, H. Modelo digital global de elevação ASTER (GDEM) e conjunto de dados global de corpos d'água ASTER (ASTWBD). **Sensoriamento Remoto**, v. 12, n. 7, pág. 1156, 2020.
- AKDUR, D.; GARUSI, V.; DEMIRÖRS, O. Uma pesquisa sobre modelagem e práticas de engenharia orientadas a modelos na indústria de software embarcado. **Revista de Arquitetura de Sistemas**, v. 91, p. 62-82, 2018.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J.; ATKINSON, A; RODRIGUEZ, J. **Acceptance curves for the positional control of geographic databases**. *Journal of Surveying Engineering*, v. 134, n. 1, p. 26-32. 2008.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J., MOZAS-CALVACHE, A. T., UREÑA-CÁMARA, M. A., ALBA-FERNÁNDEZ, V., GARCÍA-BALBOA, J. L., RODRÍGUEZ-AVI, J., RUIZ-LENDÍNEZ, J. J. Influence of sample size on line-based positional assessment methods for road data. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 66, n. 5, p. 708-719, 2011.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J., GARCÍA-BALBOA, J. L., UREÑA-CÁMARA, M. A., REINOSO-GORDO, J. F. Propuesta de metodología para la evaluación de la calidad de elementos lineales 3D. In **X Congreso TOPCART - I Congreso Iberoamericano de Geomática Y. de la Tierra**, p. 16-19, 2012.
- ARIZA-LÓPEZ, F.; RUIZ-LENDÍNEZ, J.; UREÑA-CÁMARA, M. **Influence of Sample Size on Automatic Positional Accuracy Assessment Methods for Urban Areas**. *ISPRS International Journal of Geo-Information*, v. 7, n. 6, p. 200, 2018.
- BORBA, P. *et al.* Quality Control Relevance on Acquisition of Large Scale Geospatial Data to Urban Territorial Management. In: **2020 IEEE Latin American GRSS & ISPRS Remote Sensing Conference (LAGIRS)**. Ieee, 2020. p. 138-142.
- BOSQUILIA, R. W. D *et al.* Comparação entre métodos de mapeamento automático de rede de drenagem utilizando SIG. **Irriga**, v. 20, n. 3, p. 445-457, 2015.
- CENCI, L. *et al.* Analyzing the impact of the different instances of the Copernicus DEM dataset on the orthorectification of VHR optical data. In: **IGARSS 2022-2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium**. IEEE, p. 6001-6004. 2022.
- CHAGAS, C. S. *et al.* Avaliação de modelos digitais de elevação para aplicação em um mapeamento digital de solos. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 14, p. 218-226, 2010.
- CHEN, L. *et al.* Optimal combination of predictors and algorithms for forest above-ground biomass mapping from Sentinel and SRTM data. **Remote Sensing**, v. 11, n. 4, p. 414, 2019.

CHEHREGHAN, A.; ALI ABBASPOUR, R. An assessment of the efficiency of spatial distances in linear object matching on multi-scale, multi-source maps. **International Journal of Image and Data Fusion**, v. 9, n. 2, p. 95-114, 2017.

CLARK, P. J.; EVANS, F. C. **Distance to Nearest Neighbor as a Measure of Spatial Relationships in Populations**. **Ecology**, 35(4), 445–453, 1954.

CUENIN, R. Cartographie générale: Méthodes et techniques de production. **Eyrolles**, Vol. 1, 342p, 1972.

CUNHA, M. M. *et al.* Proposal of a method for evaluating the spatial distribution pattern of linear features. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 30, 2024.

DOMÍNGUEZ, E. M.; SMALL, D.; HENKE, D. Deriving digital surface models from geocoded SAR images and back-projection tomography. **IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing**, v. 14, p. 4339-4351, 2021.

DROBNJAK, S.; BANKOVIĆ, R.; BAKRAČ, S.; KOSTIĆ, M. Visualization of Horizontal Positional Accuracy Assessment Results for Digital Topographic Maps at Scale 1: 25000. In: **Sinteza 2017-International Scientific Conference on Information Technology and Data Related Research**. Singidunum University, p. 308-314, 2017.

EL GHRABAWY, O.; SOLIMAN, N.; TARSHAN, A. Remote sensing signature analysis of ASTER imagery for geological mapping of Gasus area, central eastern desert, Egypt. **Arabian Journal of Geosciences**, v. 12, p. 1-15, 2019.

FGDC - FEDERAL GEOGRAPHIC DATA COMMITTEE. **Geospatial Positioning Accuracy Standards Part 3: National Standard for Spatial Data Accuracy**. United States. 1998.

FARR, T. G.; KOBRICK, M. **Shuttle Radar Topography Mission produces a wealth of data**. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, v. 81, n. 48, p. 583-585, 2000.

FERNÁNDEZ, D. C. J.; VALERIANO, M. M.; ZANI, H.; ANDRADES FILHO, C. O. 2012. Extração automática de redes de drenagem a partir de modelos digitais de elevação. **Revista Brasileira de Cartografia**. 2012.

FONSECA, I. G. R. **Avaliação da acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares**. 84 f. Dissertação de Mestrado - Curso de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica, Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa. 2018.

FUJISADA, H.; URAI, M.; IWASAKI, A. Technical methodology for ASTER global water body data base. **Remote Sensing**, v. 10, n. 12, p. 1860, 2018.

GALO, M., CAMARGO, P. de O. Utilização do GPS no controle de qualidade de cartas. In: **Congresso Brasileiro de Cadastro Técnico Multifinalitário**. Florianópolis, SC, p. 41-48, 1994.

GUTH, P. L. *et al.* Digital elevation models: Terminology and definitions. **Remote Sensing**, v. 13, n. 18, p. 3581, 2021.

HAN, Y.; QIN, R.; HUANG, X. Avaliação de correspondências de imagens densas para geração de modelos digitais de superfície usando imagens aéreas e espaciais – uma atualização. **O Registro Fotogramétrico**, v. 35, n. 169, pág. 58-80, 2020.

HAN, H.; ZENG, Q.; JIAO, J. Quality assessment of TanDEM-X DEMs, SRTM and ASTER GDEM on selected Chinese sites. **Remote Sensing**, v. 13, n. 7, p. 1304, 2021.

HANGOUE, J. Computation of the Hausdorff distance between plane vector polylines. In: **AUTOCARTO-CONFERENCE**-. p. 1-10. 1995.

ISO 19.157. **Geographic information - Data quality**. 2023.

JAIN, A. O. *et al.* Vertical accuracy evaluation of SRTM-GL1, GDEM-V2, AW3D30 and CartoDEM-V3. 1 of 30-m resolution with dual frequency GNSS for lower Tapi Basin India. **Geocarto International**, v. 33, n. 11, p. 1237-1256, 2018.

JAKOBSSON, A.; VAUGLIN, F. Report of a questionnaire on data quality in National Mapping Agencies. **CERCO Working Group on Quality. Comité Européen des Responsables de Cartographie Officielle**, Marne-la-Vallée, 2002.

KHATUN, F.; SHARMA, P. Accurate Drainage Network Extraction from Satellite Imagery—A Survey. In: **Advances in Communication, Cloud, and Big Data: Proceedings of 2nd National Conference on CCB 2016**. Springer Singapore, 2019. p. 145-152.

LA VEGA, P. G; ARIZA-LÓPEZ, F. J.; MOZAS-CALVACHE, A. T. **Models for positional accuracy assessment of linear features: 2D and 3D cases**. Survey Review, v. 48, n. 350, p. 347-360, 2016.

LEE, J.; WONG, D. W. S. **Statistical analysis with ArcView GIS**. John Wiley & Sons, 2001.

LEE, K. W.; PARK, J. K. Comparação de imagem UAV e UAV LiDAR para construção de informações geoespaciais 3D. **Sensores e Materiais**, v. 31, 2019.

LI, H. *et al.* Global DEMs vary from one to another: an evaluation of newly released Copernicus, NASA and AW3D30 DEM on selected terrains of China using ICESat-2 altimetry data. **International Journal of Digital Earth**, v. 15, n. 1, p. 1149-1168, 2022.

LI, L.; HU, Q. Optimized high order product quantization for approximate nearest neighbors search. **Frontiers of Computer Science**, v. 14, p. 259-272, 2020.

LI, Z.; ZHU, Q.; GOLD, C. Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology. Taylor & Francis. 2005.

LI, Z. **Algorithmic foundation of multi-scale spatial representation**. CRC Press, 2006.

LI, Yi *et al.* A method for SRTM DEM elevation error correction in forested areas using ICESat-2 data and vegetation classification data. **Remote Sensing**, v. 14, n. 14, p. 3380, 2022.

LI, M.*et al.* Construction of high-precision DEMs for urban plots. **Annals of GIS**, v. 29, n. 2, p. 193-203, 2023.

LINDSAY, J. B.; YANG, W.; HORNBY, D. D. Drainage network analysis and structuring of topologically noisy vector stream data. **ISPRS international journal of geo-information**, v. 8, n. 9, p. 422, 2019.

LISBOA, M. H. M. *et al.* **Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional de Produtos Cartográficos Utilizando um Elipsoide de Incertezas**. Revista Brasileira de Cartografia, v. 71, n. 4, p.598-618, out-nov, 2019.

LÓPEZ, J.; MALDONADO, S. Redefining nearest neighbor classification in high-dimensional settings. **Pattern Recognition Letters**, v. 110, p. 36-43, 2018.

MAREŠOVÁ, J. *et al.* Applicability of data acquisition characteristics to the identification of local artefacts in global digital elevation models: comparison of the Copernicus and TanDEM-X DEMs. **Remote Sensing**, v. 13, n. 19, p. 3931, 2021.

MARQUES JÚNIOR, A. *et al.* Avaliação estatística do produto cartográfico proveniente da fotogrametria e aquisição de VANT de asa fixa. **Jornal Europeu de Sensoriamento Remoto**, v. 1, pág. 27-39, 2020.

MOURATIDIS, A.; AMPATZIDIS, D. European digital elevation model validation against extensive global navigation satellite systems data and comparison with SRTM DEM and ASTER GDEM in Central Macedonia (Greece). **ISPRS International Journal of Geo-Information**, v. 8, n. 3, p. 108, 2019.

MOZAS-CALVACHE, A. T; ARIZA-LÓPEZ, F. J. New method for positional quality control in cartography based on lines. A comparative study of methodologies. **International Journal of Geographical Information Science**, v. 25, n. 10, p. 1681-1695. 2011.

MOZAS, A. T. C.; URENA, M. A.; PÉREZ, J. L. Accuracy of Contour Lines Using 3D Bands. In: **International Journal of Geographical Information Science**. Taylor & Francis: 2362–74, 2013.

MOZAS-CALVACHE, A.; ARIZA-LÓPEZ, F. J. Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D. *Survey Review*, 47(342), pp. 195–201. 2014.

MOZAS-CALVACHE, A. T. Positional quality assessment based on linear elements. **Revista cartográfica**, n. 103, p. 11-31, 2021.

NESBIT, P. R.; BOULDING, A. D.; HUGENHOLTZ, C. H.; DURKIN, P. R.; HUBBARD, S. M. Visualization and Sharing of 3D Digital Outcrop Models to Promote Open Science. **GSA Today** 2020, 30, 4–10. 2020.

NETO, F. D. F. *et al.* Uso dos sistemas de informações geográficas na determinação das características físicas de uma bacia hidrográfica. **Anais XIII Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto**, Florianópolis, Brasil, p. 2581-2588, 2007.

NOGUEIRA Jr., J. B. **Controle de qualidade de produtos cartográficos: uma proposta metodológica**. 2003. 131 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2003.

ORLANDO, F. C; BIAS, E. S.; CEREDA JR. A. **SRTM: Para uma melhor Utilização—Conhecendo um pouco mais da qualidade planialtimétrica, da influência da resolução espacial e dos modelos de superfície equipotenciais de referência**. Revista Brasileira de Geografia Física, v. 15, n. 2, p. 1153-1168, 2022.

PARK, J. K.; LEE, K. W. Análise de eficiência de automação de construção usando informações geoespaciais 3D. **Sens. Mater**, v. 415-425, 2022.

POLIDORI, L.; EL HAGE, M. Digital elevation model quality assessment methods: A critical review. **Remote sensing**, v. 12, n. 21, p. 3522, 2020.

RIPLEY, Brian David. Modelling spatial patterns. **Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)**, v. 39, n. 2, p. 172-192, 1977.

RUIZ-LENDÍNEZ, J. J.; UREÑA-CÁMARA, M. A.; ARIZA-LÓPEZ, F. J. A polygon and point-based approach to matching geospatial features. **ISPRS International Journal of Geo-Information**, v. 6, n. 12, p. 399, 2017.

SAITO, Y. K.; VIANA, L. J. F.; SILVA, S. R.; FONSECA, I. G. R.; SANTOS, A. P. **Influência da densidade de vértices nos métodos Distância de Hausdorff e Influência do Vértice**. Revista Brasileira de Cartografia, v. 71, n. 2, p.598-618, abr-jun, 2019.

SÁNCHEZ, M. *et al.* A new method for positional accuracy analysis in georeferenced satellite images without independent ground control points. **Remote Sensing**, v. 12, n. 24, p. 4132, 2020.

SANTOS, A. P. **Avaliação Da Acurácia Posicional Em Dados Espaciais Com O Uso de Estatística Espacial**. Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, Brasil, 2010.

SANTOS, A. D. P.; MEDEIROS, N. D. G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Controle de Qualidade Posicional em Dados Espaciais Utilizando Feições Lineares. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**. v. 21, n. 2, p. 233, 2015.

SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Avaliação da acurácia posicional planimétrica em Modelos Digitais de Superfície com

uso de feições lineares. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**. vol. 22, n. 1, p. 157-174, 2016.

SHI, W.; LIU, W. A stochastic process-based model for the positional error of line segments in GIS. In: **International Journal of Geographical Information Science**. v. 14, n. 1, p. 51-66, 2000.

SYZDYKBAYEV, M.; KARIMI, B.; KARIMI, H. A. A method for extracting some key terrain features from shaded relief of digital terrain models. **Remote Sensing**, v. 12, n. 17, p. 2809, 2020.

TANG, L.; TONG, X.; SU, J. Application Research of Ripley's K-function in Point Cloud Data Shape Analysis. In: **Genetic and Evolutionary Computing: Proceedings of the Thirteenth International Conference on Genetic and Evolutionary Computing, November 1–3, 2019, Qingdao, China 13**. Springer Singapore, p. 523-533. 2020.

TEIXEIRA, P. G.; LEBTAG, B. G. A.; BASSO, F. P. Diversity of mde toolboxes and their uncommon properties. In: **Anais do II Workshop em Modelagem e Simulação de Sistemas Intensivos em Software**. SBC, p. 1-10. 2020.

THAPA, K. Automatic line generalization using zero-crossings. **Photogrammetric Engineering and Remote Sensing**, v. 54, n. 4, p. 511-517, 1988.

TSAI, J. D.; LIN, Chin-Ting. Extraction of topographic structure lines from digital elevation model data. **Civil Engineering Research Journal**, v. 7, n. 2, p. 555709, 2019.

UUEMAA, E. *et al.* Precisão vertical de modelos de elevação digital global disponíveis gratuitamente (ASTER, AW3D30, MERIT, TanDEM-X, SRTM e NASADEM). **Sensoriamento Remoto**, v. 12, n. 21, pág. 3482, 2020.

VAN NIEL, T. G.; MCVICAR, T. R. Assessing positional accuracy and its effects on rice crop area measurement: an application at Coleambally Irrigation Area. **Australian Journal of Experimental Agriculture**, v. 41, n. 4, p. 557-566, 2001.

VINCENT, G. B.; PROUDIAN, A. P.; ZIMMERMAN, J. D. Using Ripley's K-function to Characterize Clustering In 3-Dimensional Point Patterns With a Case Study in Atom Probe Tomography. **arXiv preprint arXiv:2007.15992**, 2020.

WANG, S.; GUO, Q.; XU, X.; XIE, Y. A study on a matching algorithm for urban underground pipelines. **ISPRS International Journal of Geo-Information**, v. 8, n. 8, p. 352, 2019.

WONG, D. W. S; LEE, J. **Statistical analysis of geographic information with ArcView GIS and ArcGIS**. John Wiley & Sons, 2005.

WONG, D. W.S.; WANG, F. Spatial Analysis Methods. **Comprehensive geographic information systems**, 2017.

WU, Hao *et al.* A comprehensive quality assessment framework for linear features from Volunteered Geographic Information. **International Journal of Geographical Information Science**, v. 35, n. 9, p. 1826-1847, 2021.

YATES, L. A.; BROOK, B. W.; BUETTEL, J. C. Spatial pattern analysis of line-segment data in ecology. **Ecology**, v. 103, n. 2, p. e03597, 2022.

ZHOU, C. *et al.* An adaptive terrain-dependent method for SRTM DEM correction over mountainous areas. **IEEE Access**, v. 8, p. 130878-130887, 2020.

CAPÍTULO 2. ANÁLISE DE TENDÊNCIA DE FEIÇÕES LINEARES TRIDIMENSIONAIS UTILIZADAS NO CONTROLE DE QUALIDADE CARTOGRÁFICA

Resumo: A análise de tendência em dados geoespaciais constitui um elemento essencial no processo de avaliação da qualidade cartográfica, ao possibilitar identificar efeitos sistemáticos que afetam a acurácia posicional. Ao incorporar essa etapa, garante-se maior confiabilidade cartográfica e análises espaciais mais precisas e consistentes. Embora existam métodos consolidados para feições pontuais, há uma significativa carência de abordagens eficazes para feições lineares, especialmente em contextos tridimensionais. Dessa forma, este capítulo propõe o método 3D TRS (3D Translation Rotation Scale), capaz de detectar e quantificar efeitos sistemáticos de translação, rotação e escala em feições lineares tridimensionais. O método foi validado em 17 pares de linhas simuladas com efeitos sistemáticos controlados, alcançando detecção correta em 100% dos casos esperados para cada tipo de efeito. A aplicação da metodologia de correção proposta eliminou ou minimizou satisfatoriamente os efeitos sistemáticos nesses dados simulados, frequentemente com uma única etapa de correção compensando efeitos combinados. Em dados reais (20 pares de linhas de hidrografia e cumeada extraídas de MDSs), o método indicou ausência de tendência, com variância circular $> 0,50$ em todos os planos, fator de escala médio ponderado próximo de 1,00 e média ponderada de rotação igual a 0. Os resultados confirmam que o 3D TRS é uma solução eficiente, robusta e inovadora para análise de tendência em feições lineares 3D, possibilitando também a correção efetiva de efeitos sistemáticos e abrindo perspectivas para novos estudos e ferramentas automatizadas.

Palavras-chave: Feições Lineares Tridimensionais. Tendência. Escala. Rotação. Translação. Efeitos Sistemáticos. Qualidade de Dados Geoespaciais.

Abstract: Trend analysis in geospatial data is an essential element in the cartographic quality assessment process, as it allows the identification of systematic effects that affect positional accuracy. By incorporating this step, greater cartographic reliability and more precise and consistent spatial analyses are ensured. Although there are consolidated methods for point features, there is a significant lack of effec-

tive approaches for linear features, especially in three-dimensional contexts. Therefore, this chapter proposes the 3D TRS (3D Translation Rotation Scale) method, capable of detecting and quantifying systematic effects of translation, rotation, and scale in three-dimensional linear features. The method was validated on 17 pairs of simulated lines with controlled systematic effects, achieving correct detection in 100% of the expected cases for each type of effect. The application of the proposed correction methodology satisfactorily eliminated or minimized systematic effects in these simulated data, often with a single correction step compensating for combined effects. In real data (20 pairs of hydrographic and ridgelines extracted from DEMs), the method indicated an absence of trend, with circular variance > 0.50 in all planes, a weighted average scale factor close to 1.00, and a weighted average rotation equal to 0. The results confirm that 3D TRS is an efficient, robust, and innovative solution for trend analysis in 3D linear features, also enabling the effective correction of systematic effects and opening perspectives for new studies and automated tools.

Keywords: Three-dimensional Linear Features. Trend. Scale. Rotation. Translation. Systematic Effects. Geospatial Data Quality.

1. INTRODUÇÃO

Vivencia-se uma era tecnológica marcada pelo avanço do desenvolvimento de técnicas, equipamentos e métodos para obtenção de dados geoespaciais, incluindo dados tridimensionais, a exemplo dos modelos digitais de elevação (MDE) e superfície (MDS), com diversas resoluções, aplicações e qualidade (Fonseca, 2018; Pakoksung e Takagi, 2020; Sampaio *et al.*, 2022). Inerente a isso, conforme é afirmado por Santos *et al.* (2015) e Zanetti (2022), surge um grande problema referente a uma parte de usuários desses dados, até mesmo empresas de geotecnologias que acabam utilizando-os sem se preocupar com a sua qualidade e incertezas. Isso pode ocasionar uma utilização com finalidade inadequada devido à produção de dados com qualidade inferior à esperada.

Para lidar com esse problema, destaca-se o controle de qualidade cartográfica, que se refere a um processo essencial voltado à verificação e identificação de erros e inconsistências em produtos geoespaciais. Tal processo permite definir a real qualidade dos dados e a adequação de uso dos mesmos, além de conferir maior assertividade ao processo de tomada de decisões.

Conforme a ISO 19.157 (ISSO, 2023), esse controle é estruturado em seis elementos fundamentais, cada qual com critérios específicos de avaliação (Goodchild, 2010; Santos *et al.*, 2016; Borba *et al.*, 2020; Torrent e Eulàlia, 2021): acurácia temática, acurácia temporal, completude, consistência lógica, meta qualidade e acurácia posicional.

A acurácia posicional, dentre esses componentes, é uma das mais frequentemente utilizadas (Cunha *et al.*, 2019), pois avalia a proximidade da posição de um dado espacial com a sua representação no terreno. Dessa forma, pode-se proceder a uma avaliação utilizando feições homólogas, as quais podem ser entidades gráficas como ponto, linha e polígono. A partir dessas feições homólogas, obtém-se o conjunto de discrepâncias posicionais, utilizadas na avaliação da acurácia posicional.

De acordo com Mônico *et al.* (2009), a acurácia resulta da combinação entre tendência e precisão. A precisão considera somente os efeitos aleatórios, tratados conforme os princípios probabilísticos. Paralelamente, espera-se que o produto esteja livre de efeitos sistemáticos, os quais estão associados à tendência. Quando a eliminação completa desses efeitos não é possível, é imprescindível que sejam iden-

tificados e devidamente corrigidos, de modo a minimizar sua influência nos resultados.

Além disso, um dado espacial pode apresentar erros grosseiros, geralmente relacionados a falhas humanas ou limitações do equipamento utilizado. Acrescenta-se também que na análise da qualidade posicional, utilizam-se métodos de detecção de *outliers* para verificar a presença destes. Em síntese, a análise da acurácia posicional busca quantificar a magnitude dos efeitos aleatórios e sistemáticos.

Dessa forma, a verificação da tendência em um dado espacial é importante para que se evitem análises que não condizem com a realidade, sendo que a principal causa disso ocorrer é a falta de controle de qualidade criteriosa em todas as etapas de produção do produto (Santos *et al.*, 2016; Zanetti, 2022). Sendo assim, ao detectar a tendência em um produto, é possível aplicar um método de correção para eliminar ou minimizar seus efeitos. Posteriormente, deve ser realizada uma nova análise para verificar se a qualidade posicional do produto apresentou uma melhora e não existe a presença de tendência.

Essa análise de tendência é realizada com mais frequência em dados pontuais bidimensionais, como exemplificado em Merchant (1982), Nero (2005), Lima (2012), onde estes autores adotam o teste *t* de *Student* no processo de verificação. Por utilizar esse teste, a amostra de discrepâncias posicionais deve seguir a distribuição normal. Entretanto, para as situações nas quais a amostra não siga a distribuição normal, Santos *et al.* (2016) recomendam a utilização da Média Direcional e Variância Circular, que são estatísticas espaciais, das quais obtém-se uma medida de tendência central da direção de um conjunto de vetores das discrepâncias posicionais e sua variabilidade.

Além das feições pontuais, pode-se utilizar métodos de feições lineares. Estas feições apresentam algumas vantagens com relação aos pontos, como destacam Mozas e Ariza (2011), essas correspondem a 80% das feições em um banco de dados cartográfico, além de possuir diversas informações geométricas como, por exemplo, comprimento, sinuosidade, dentre outros, que possibilitam análises mais detalhadas. Entretanto, há poucos estudos na área da verificação de tendência com feições lineares, sendo alguns casos existentes apenas na forma bidimensional. Para feições lineares 3D, desconhece-se algum método na literatura que trate desse tema.

Trabalhos onde se utilizam feições pontuais para a análise de tendência podem ser vistos em Merchant (1982), Nogueira (2003), Lima, Thomaz e Severo (2010), Silva e Schuller (2015), Silva (2016) e Zanetti *et al.* (2017), que também utilizam o teste *t* de *Student*.

Como exemplo de metodologia para análise de tendência utilizando feições lineares bidimensionais, tem-se o trabalho de Tveite e Langaas (1995), os quais recomendam utilizar *buffers* para análise de efeitos sistemáticos. Já Ramirez e Ali (2003) propõem a utilização do Fator de Bias, o Fator Fuzziness, o Fator de Generalização e o Fator de Distorção. Lima (2012) e Sztutman (2014) utilizam o teste Z para verificação da presença de tendência.

Já Mozas e Ariza (2014) fazem uma análise visual para essa detecção de efeitos sistemáticos por meio da média dos vetores de deslocamento das linhas, verificando se há padrões de tendência. Zanetti (2022) analisou a eficácia dos métodos Fator de Bias, proposto por Ramirez (2000), Oscilação do Buffer Duplo, desenvolvido por Tveite e Langaas (1999), e Influência do Vértice, criado por Mozas-Calvachi e Ariza-López (2011), utilizando dados simulados e reais. Além disso, essa autora propôs também o método TRS (*Translation Rotation Scale*), o qual avalia a tendência em feições lineares 2D por meio da análise da escala, rotação e translação.

Diante disso, o objetivo deste trabalho é realizar a proposição de um método baseado no TRS para avaliação da tendência em feições lineares tridimensionais, além de indicar como proceder para minimizar os possíveis efeitos sistemáticos.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A análise de tendência em produtos cartográficos é um dos fatores do controle de qualidade cartográfica que necessita de uma visão crítica visando evitar dados e tomadas de decisões que não condizem com a realidade ou com baixa confiabilidade (Zanetti, 2022). Além disso, é importante que se tenha o conhecimento adequado sobre o assunto para ser possível indicar as prováveis causas que levaram um produto a ter um efeito sistemático, bem como saber proceder para eliminar tal efeito ou minimizá-lo.

Esses efeitos sistemáticos podem ocorrer em função de diversas causas, incluindo erros na transformação de referenciais geodésicos, falhas de projeção, incompatibilidades em metadados, emprego de equipamentos não retificados, entre outras possibilidades (Santos *et al.*, 2016). Os métodos de análise de tendência geralmente focam em analisar os efeitos de translação dos dados. Entretanto, segundo Zanetti (2022), os efeitos sistemáticos podem se apresentar na forma de alterações de escala, rotação e translação dos dados.

Dentre os métodos de análise de tendência, pode-se citar: o *t de Student*, Média Direcional e Variância Circular, Influência do Vértice, Fator de Bias, Oscilação do Buffer Duplo e TRS, para a verificação de presença ou ausência de efeitos sistemáticos no produto analisado. Dessa forma, serão detalhados apenas os métodos da Média Direcional e Variância Circular e o TRS, que serão utilizados para o desenvolvimento do método proposto.

2.1. Média Direcional e Variância Circular

De acordo com Wong e Lee (2005) e Santos *et al.* (2016), a Média Direcional busca definir uma medida representativa da orientação central de um conjunto de vetores. No controle de qualidade cartográfica, a partir dos pontos do produto teste, são traçados vetores ligando ao seu homólogo de referência. A Média Direcional (θ_R) é obtida de acordo com a Equação 1.

$$\tan(\theta_R) = \frac{\sum \sin(\theta_V)}{\sum \cos(\theta_V)} \quad (1)$$

Onde θ_V é o azimute do vetor de cada discrepância posicional. Apesar disso, a Média Direcional não consegue descrever a variabilidade da direção, somente uma tendência. Para ser possível obter tal variabilidade, utiliza-se a Variância Circular (Sc) (Equação 2), sendo está calculada a partir do comprimento do vetor resultante (C_R) (Equação 3) (Santos *et al.*, 2016).

$$Sc = 1 - \frac{C_R}{n} \quad (2)$$

$$C_R = \sqrt{\left(\sum \sin(\theta_V)\right)^2 + \left(\sum \cos(\theta_V)\right)^2} \quad (3)$$

De acordo com Santos *et al.* (2016), é necessário avaliar o resultado da Variância Circular para verificar se a Média Direcional é ou não significativa. Dessa forma, para a Média Direcional ser significativa e indicar tendência nos vetores, o valor de Sc deve ser zero, ou seja, os vetores possuem a mesma direção.

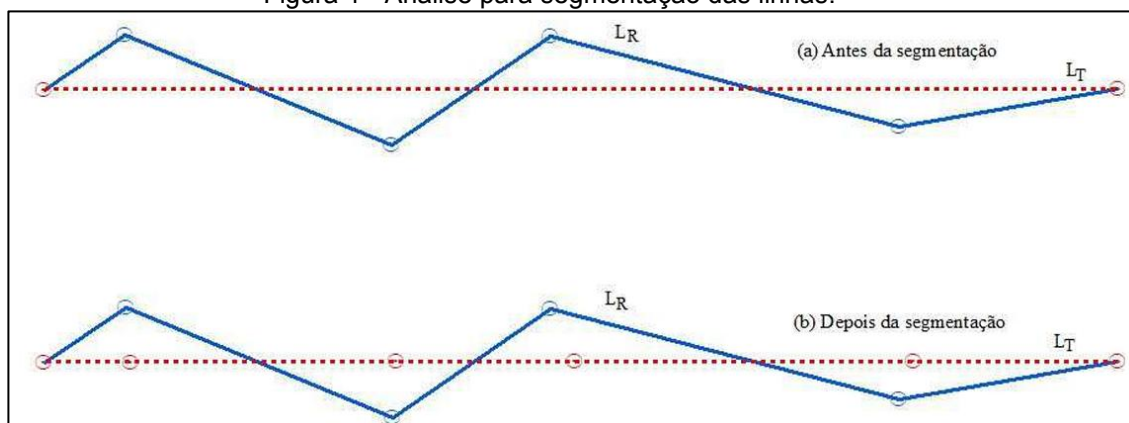
Entretanto, de acordo com esses autores, se a Variância Circular possuir valor igual a um, o valor da Média Direcional não será significativo para indicação de tendência nos dados e os vetores terão direções opostas. Sendo assim, para o dado ser considerado tendencioso, o valor da Variância Circular deve ser menor ou igual a 0,5. Vale ressaltar que, ao contrário do teste t de *Student*, este teste possui a vantagem de não precisar que a amostra de discrepâncias posicionais siga a distribuição normal.

2.2. Método TRS

Elaborado por Zanetti (2022), este método consiste em detectar efeitos sistemáticos em dados espaciais representados por feições lineares bidimensionais. É importante ressaltar que os testes de análise de tendência até então desenvolvidos somente avaliavam a translação dos dados. O método TRS considera que os efeitos sistemáticos podem ser causados por translação, rotação e fator de escala. Dessa forma, a partir da segmentação das linhas, analisa-se a tendência por meio da Média Direcional e Variância Circular para detecção do efeito de translação e a Análise Vetorial para detecção do efeito de escala e rotação.

Conforme a autora, os pares de linhas homólogas podem apresentar quantitativos diferentes de vértices. Sendo assim, é necessário efetuar a segmentação das linhas. Para isso, ao analisar um par de linhas homólogas, deve-se identificar aquela que contém a menor quantidade de vértices. Posteriormente, divide-se a linha escolhida pela mesma quantidade de vértices e com tamanhos proporcionais aos segmentos da linha homóloga (Figura 1).

Figura 1 - Análise para segmentação das linhas.



Fonte: Zanetti (2022).

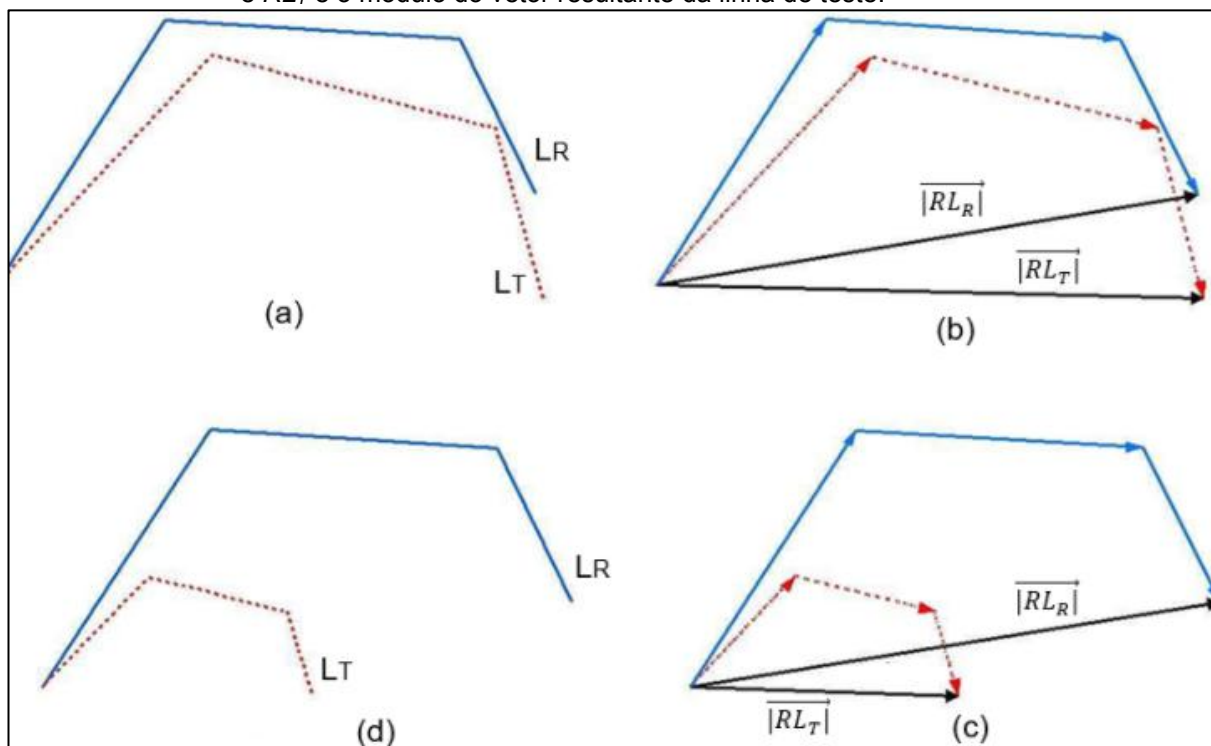
Para a análise do efeito de translação, a autora propõe a utilização da Média Direcional e da Variância Circular, descritos no item 2.2, os quais são utilizados em dados pontuais. Entretanto, a autora adaptou para utilização com feições lineares da seguinte forma:

1. Seleciona-se uma amostra de n linhas homólogas de teste e de referência;
2. Em cada par de linhas homólogas, deve-se selecionar a linha com menor número de vértices e segmentá-la conforme descrito anteriormente;
3. De posse de coordenadas dos vértices na linha teste e de referência, calcula-se a Média Direcional e a Variância Circular através do conjunto de vetores obtidos pelos vértices homólogos presentes nas respectivas feições lineares e avalia-se da seguinte maneira:
 - Variância Circular $\leq 0,5$: O produto apresenta tendência com o quantitativo definido pela Média Direcional calculada;
 - Variância Circular $> 0,5$: O produto não apresenta tendência.

Esses valores limites foram definidos através de testes em dados simulados com efeitos sistemáticos conhecidos realizados pela autora.

Já para a análise do efeito de escala em feições lineares bidimensionais, é feito o estudo do módulo do vetor resultante da linha de referência e teste (Figura 2).

Figura 2 - Linha de teste (L_T) (a) e (b) sem efeito de escala e linha (c) e (d) com efeito de escala em relação à linha de referência (L_R). RL_R refere-se ao módulo do vetor resultante da linha de referência e RL_T é o módulo do vetor resultante da linha de teste.



Fonte: Zanetti (2022).

Sendo assim, para análise de tendência causada por efeito de escala em dados cartográficos, deve-se:

1. Selecionar uma amostra de n linhas homólogas de teste e de referência;
2. Calcular o módulo do vetor resultante em cada linha de teste e referência separadamente;
3. Calcular o Fator de Escala (FE) de acordo com a Equação 4 para cada par de linha analisada e realizar a seguinte análise:

$$FE = \frac{|\overrightarrow{RL_R}|}{|\overrightarrow{RL_T}|} \quad (4)$$

Onde:

$|\overrightarrow{RL_R}|$: módulo do vetor resultante da linha de referência;

$|\overrightarrow{RL_T}|$: módulo do vetor resultante da linha de teste.

- $0,9 \leq FE \leq 1,1$: A linha de teste não apresenta tendência com efeito de escala;

- $FE < 0,9$ ou $FE > 1,1$: A linha de teste apresenta tendência com efeito de escala;

Esses valores limites foram definidos através de testes realizados pela autora.

4. Se 100% do conjunto de amostras de feições lineares 2D não apresentarem tendência, pode-se concluir que o produto não apresenta tendência, caso contrário segue as análises;

5. Calcular a média ponderada (MP) do conjunto de amostras utilizando os comprimentos das linhas de referência como pesos (Equação 5):

$$MP = \frac{\sum_1^n (FE_x |\overrightarrow{R}_{LR}|)}{\sum_1^n |\overrightarrow{R}_{LR}|} \quad (5)$$

Onde:

n : número de pares de linhas;

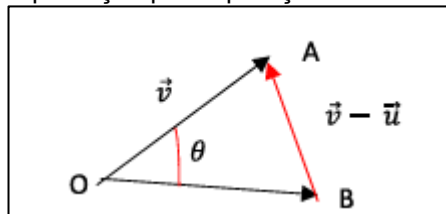
$|\overrightarrow{R}_{LR}|$: módulo do vetor resultante da linha de referência.

6. Para a análise da tendência verifica-se:

- $0,9 \leq MP \leq 1,1$: O produto não apresenta tendência com efeito de escala;
- $MP < 0,9$ ou $MP > 1,1$: O produto apresenta tendência com efeito de escala.

E, por fim, para análise do efeito de rotação em feições lineares bidimensionais, utiliza-se uma adaptação da lei dos cossenos (Figura 3) conforme as Equações 14 e 15.

Figura 3 - Exemplificação para aplicação da lei dos cossenos.



Fonte: Zanetti (2022).

Aplica-se a lei dos cossenos visando encontrar o ângulo θ :

$$|v - u|^2 = |u|^2 + |v|^2 - 2 \cdot |u| \cdot |v| \cdot \cos\theta \quad (6)$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|u||v|} \quad (7)$$

Onde:

v : vetor v ;

u : vetor u ;

θ : ângulo entre os vetores v e u ;

Zanetti (2022) sugere realizar a análise do sinal aplicando o seno, em que, caso o ângulo pertença ao primeiro e segundo quadrantes, tem-se o valor positivo. Já no terceiro e quarto, o sinal é negativo. Sendo assim, para analisar o efeito de rotação entre as linhas homólogas de teste e referência, deve-se:

1. Selecionar uma amostra de n linhas homólogas de teste e referência;
2. Selecionar a linha com menor número de vértices e segmentá-la conforme já descrito;
3. Para cada vértice da linha de teste e da linha de referência, calcular o vetor correspondente;
4. Em seguida, calcula-se o ângulo θ entre os vetores conforme a Equação 15;
5. Analisar a direção através do seno dos ângulos encontrados;
6. Calcula-se a média ponderada (Equação 8) de todos os valores encontrados no item 5, utilizando-se dos comprimentos das linhas de referência como pesos e, em seguida analisa-se:
 - $-0,1 \leq MP \leq 0,1$: O produto não apresenta tendência com efeito de rotação;
 - $MP < -0,1$ ou $MP > 0,1$: O produto apresenta tendência com efeito de rotação. Para o sinal positivo a tendência se encontra na direção entre 0° e 90° e quando o sinal for negativo a tendência se encontrará na direção entre 0° e -90° .

$$MP = \frac{\sum_1^n (\text{sen}(\theta) \times C_{LR})}{\sum_1^n C_{LR}} \quad (8)$$

Onde:

MP : Média ponderada;

n : número de pares de feições lineares;

C_{LR} : Comprimento da linha de referência;

θ : Ângulo entre os vetores.

Esses valores limites foram definidos através de testes realizados pela autora.

Dessa forma, com essas análises, será possível verificar se há efeitos sistemáticos na forma de translação, escala e/ou rotação em um conjunto de feições lineares bidimensionais. Ao detectar algum desses efeitos, será possível buscar soluções para tentar eliminá-lo ou excluí-lo.

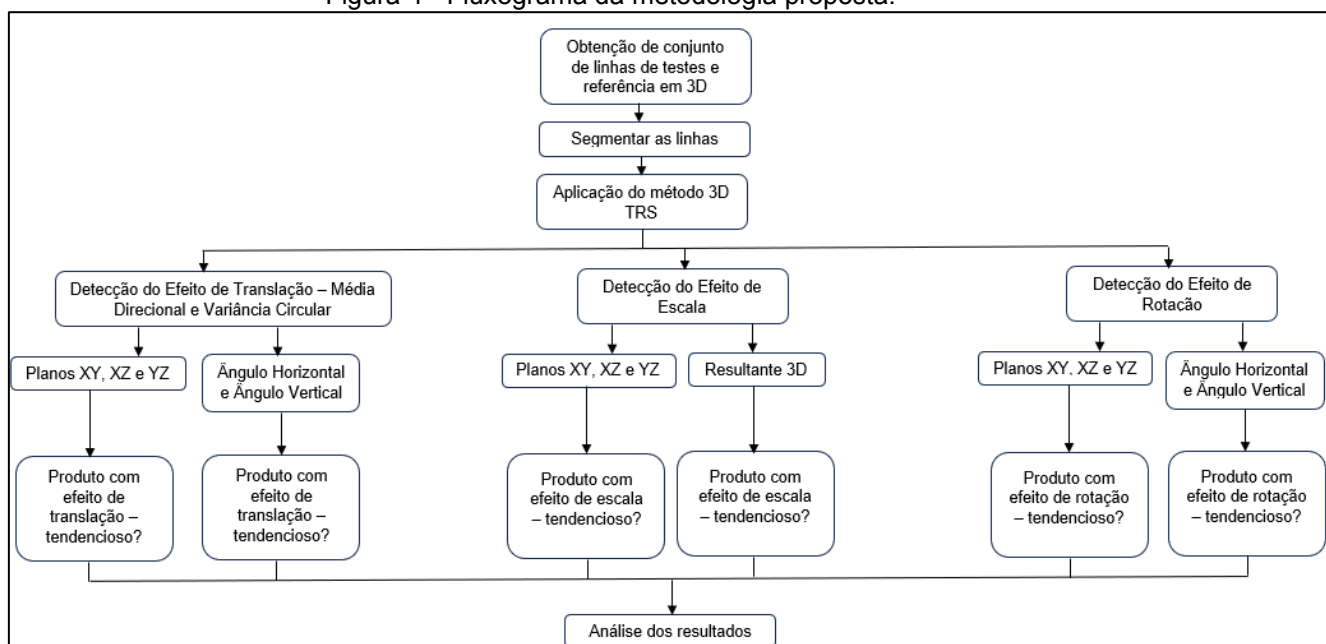
Sendo assim, vale ressaltar que, em seu trabalho, Zanetti (2022) concluiu que a Média Direcional e Variância Circular conseguem identificar os efeitos de translação e rotação. Já a Análise Vetorial detecta somente os efeitos sistemáticos decorrentes da escala e rotação.

3. METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia (Figura 4) proposta consiste na construção de um método de avaliação da tendência de feições lineares tridimensionais baseado no método TRS de Zanetti (2022). Sendo assim, o novo método será chamado de *3D Translation Rotation Scale* (3D TRS).

Dessa forma, com esse método, será possível verificar a presença ou não de tendência em feições lineares 3D, mensurar seus efeitos em caso positivo, bem como aplicar correções para eliminá-la ou minimizá-la. É importante ressaltar que se supõe-se que as feições não apresentam *outliers*, sendo necessário verificar e garantir que isso não ocorra antes de aplicar o método.

Figura 4 - Fluxograma da metodologia proposta.



Fonte: A autora (2025).

Sendo assim, utilizando como referência o método de Zanetti (2022), o método proposto será detalhado a seguir.

3.1. Translação

Para a verificação do efeito de translação utilizando a Média Direcional e Variância Circular, deve-se:

- 1) Selecionar uma amostra de n linhas homólogas tridimensionais de teste (L_T) e referência (L_R);
- 2) Para cada par de linhas homólogas, seleciona-se a linha com a menor quantidade de vértices e realiza-se a segmentação da mesma com a mesma quantidade de vértices da linha que possui maior quantidade, de forma proporcional;
- 3) Para análise de tendência 3D na forma de translação, serão testadas inicialmente duas formas: na primeira aplica-se a Média Direcional para o ângulo do azimute (ângulo obtido do Norte até o alinhamento no plano XY) e o ângulo vertical (ângulo obtido a partir do zênite - Figura 5), bem como a Variância Circular a partir do conjunto de vetores de cada segmento proporcional obtidos pelos vértices homólogos presentes nas feições lineares 3D (Figura 6), analisando se:
 - Variância Circular do azimute e/ou do ângulo vertical $\leq 0,5$: o produto possui tendência em 3D na forma de translação com o quantitativo referente ao valor da Média Direcional (deve-se analisar o valor da Média Direcional do ângulo correspondente, sendo azimute ou o ângulo vertical);
 - Variância Circular do azimute e/ou do ângulo vertical $> 0,5$: o produto não possui tendência em 3D na forma de translação.

O ângulo vertical α é obtido pela Equação 9:

$$\alpha_{AB} = \arctg\left(\frac{DH_{AB}}{Z_A - Z_B}\right) \quad (9)$$

Onde:

α_{AB} : ângulo vertical entre os pontos A e B;

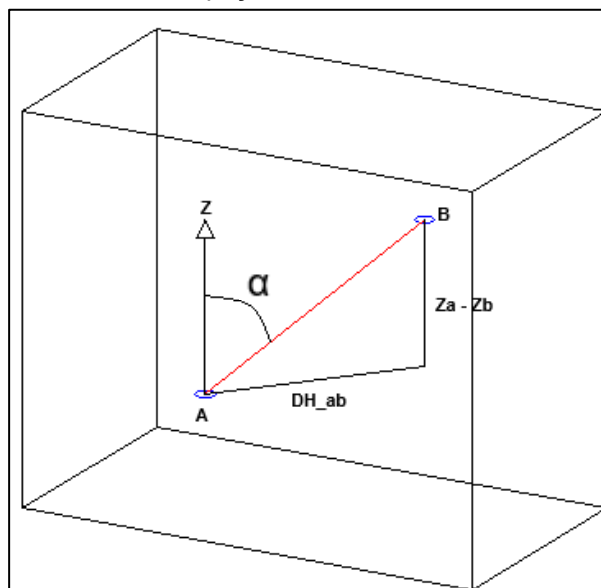
DH_{AB} : distância horizontal entre os pontos A e B;

Z_A : Coordenada Z do ponto A;

Z_B : Coordenada Z do ponto B.

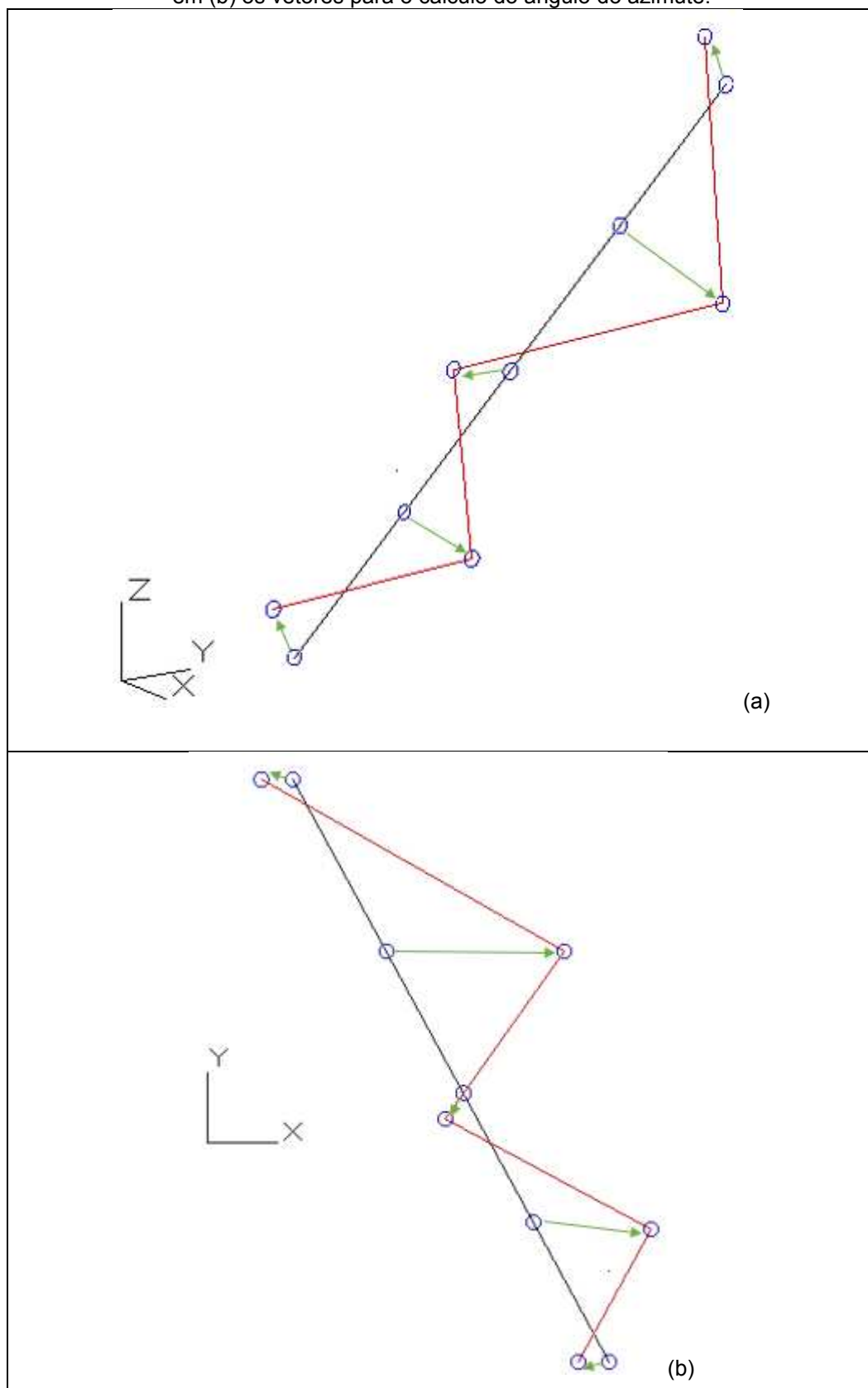
Os valores limites para análise da Variância Circular foram considerados os mesmos definidos por Zanetti (2022).

Figura 5 - Exemplificação do ângulo vertical obtido através do alinhamento entre os pontos A e B no espaço tridimensional.



Fonte: A autora (2025).

Figura 6 - Exemplificação de vetores para o cálculo da Média Direcional e Variância Circular considerando os segmentos proporcionais. Em (a) os vetores considerados para o cálculo do ângulo vertical, em (b) os vetores para o cálculo do ângulo do azimute.



Fonte: A autora (2025).

Ao aplicar o método dessa forma, será possível saber se o efeito de translação existe somente em 2D, em 3D, ou em ambos. Além disso, por convenção, para o cálculo do ângulo vertical, será considerado o ângulo que parte do eixo Z para o alinhamento, ou seja, o ângulo zenital.

A segunda forma seria aplicar a Média Direcional para o ângulo do azimute em cada plano, XY, XZ e YZ, bem como a Variância Circular a partir do conjunto de vetores homólogos presentes nas feições lineares 3D, analisando se:

- Variância Circular $\leq 0,5$: o produto possui tendência em 3D na forma de translação com o quantitativo referente ao valor da Média Direcional;
- Variância Circular $> 0,5$: o produto não possui tendência em 3D na forma de translação.

Os valores limites para análise da Variância Circular foram considerados os mesmos definidos por Zanetti (2022).

Ressalta-se que, nesse caso, foi adotado que, no plano XY, o azimute será o convencional já conhecido, sendo o ângulo que parte do Norte até o alinhamento. Já para o eixo ZX e ZY, esse ângulo partirá do eixo Z até o alinhamento. Dessa forma, será possível saber em qual ou quais planos há o efeito sistemático de translação.

3.2. Escala

Já para verificar se há o efeito de escala nos dados, deve-se:

- 1) Calcular o fator de escala em cada plano XY, XZ e YZ, bem como o fator em 3D (resultante em 3D - XYZ), a partir do módulo do vetor resultante em cada linha de teste e referência separadamente, conforme a Equação 12 e verificar se:
 - $0,9 \leq FE \leq 1,1$: A linha de teste não apresenta tendência em 3D na forma de escala;
 - $FE < 0,9$ ou $FE > 1,1$: A linha de teste apresenta tendência em 3D na forma de escala;

Os valores limites para análise do fator de Escala foram considerados os mesmos definidos por Zanetti (2022).

Caso algum par de linhas homólogas 3D apresente tendência com efeito de escala, deve-se calcular a Média Ponderada (Equação 5) do conjunto amostral, verificando se:

- $0,9 \leq MP \leq 1,1$: O produto não apresenta tendência em 3D na forma de escala;
- $MP < 0,9$ ou $MP > 1,1$: O produto apresenta tendência em 3D na forma de escala.

Os valores limites para análise da Média Ponderada foram considerados os mesmos definidos por Zanetti (2022). Nessa situação, será possível saber a magnitude do fator de escala em cada plano, bem como de forma geral no 3D.

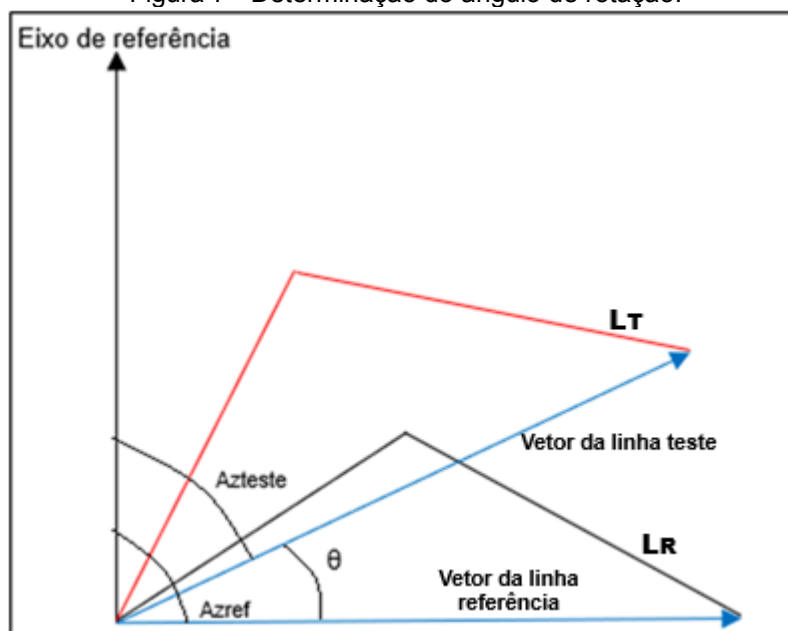
3.3. Rotação

Para análise de tendência 3D na forma de rotação, será proposta duas formas iniciais:

- Primeiramente, calcula-se o ângulo de rotação para as linhas avaliadas em cada plano, XY, XZ e YZ, considerando-o como a diferença de azimutes dos vetores resultantes (Figura 7) (Cunha, 2024), ao invés de utilizar a lei dos cossenos conforme proposto pela autora. Dessa forma, será possível saber qual ou quais planos apresentam o efeito de rotação. Também será adotado convencionalmente que no plano XY, o azimute iniciará pelo Norte até o alinhamento, e nos eixos XZ e YZ, o mesmo se iniciará do eixo Z até o alinhamento. Posteriormente, será calculada a Média Ponderada conforme a Equação 16, tendo como peso o comprimento das linhas de referência. Dessa forma, analisa-se:
 - $-0,1 \leq MP \leq 0,1$: O produto não apresenta tendência em 3D na forma de rotação;
 - $MP < -0,1$ ou $MP > 0,1$: O produto apresenta tendência em 3D na forma de rotação.

O ângulo de rotação (θ) é obtido através da diferença entre os azimutes do vetor resultante, conforme a Equação 18.

Figura 7 - Determinação do ângulo de rotação.



Fonte: Adaptado de Cunha (2024).

$$\theta = Azref - Azteste \quad (10)$$

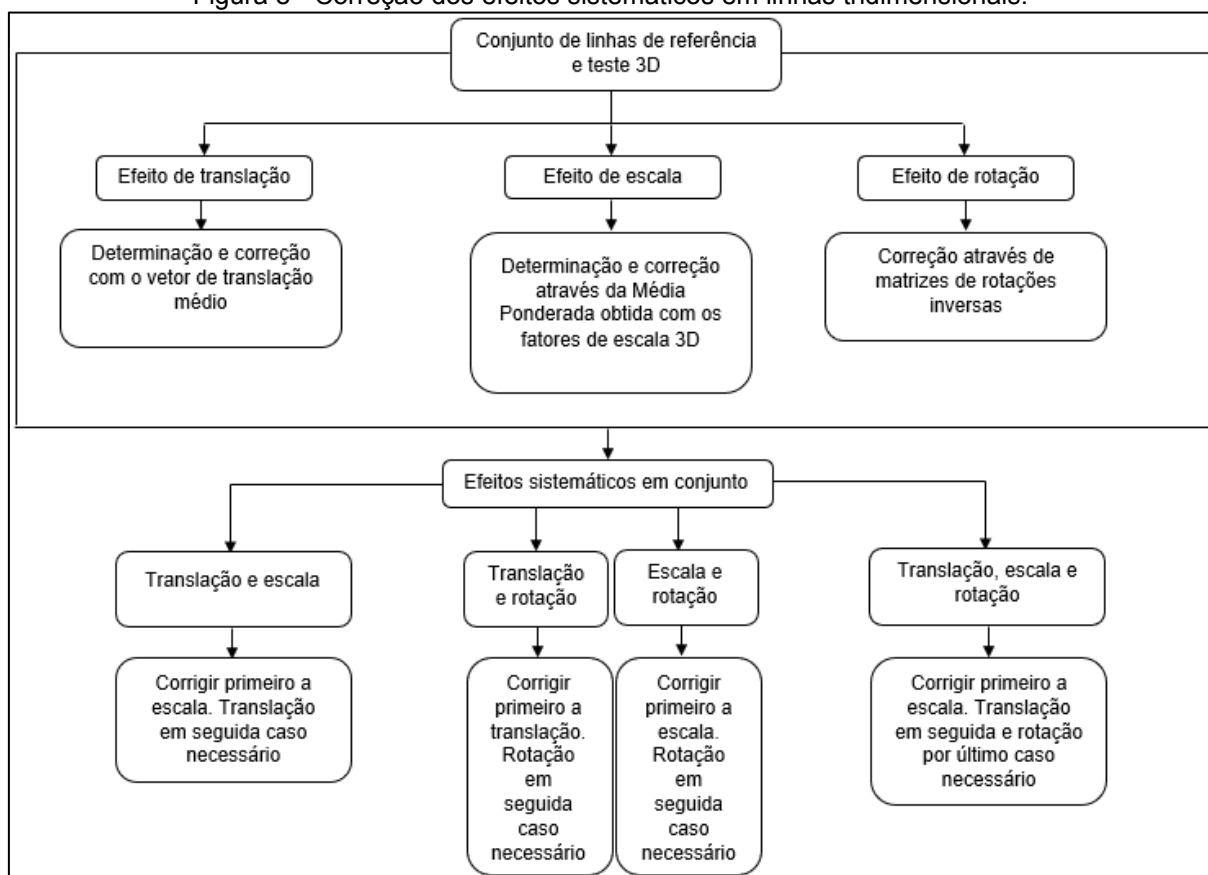
Os valores limites para análise da Média Ponderada foram considerados os mesmos definidos por Zanetti (2022).

A segunda forma de se verificar a presença do efeito sistemático de rotação é realizada analisando o ângulo de rotação horizontal (θ), representado na Figura 7, e vertical (α), representado na Figura 5, ao invés da análise em cada plano separadamente. Dessa forma, calcula-se a Média Ponderada para o ângulo horizontal e vertical seguindo os mesmos passos descritos na análise de cada plano. Sendo assim, será possível avaliar se o efeito de rotação é somente em 2D e/ou em 3D.

3.4. Correção dos Efeitos Sistemáticos

Visando eliminar ou minimizar os efeitos sistemáticos que podem estar presentes em um conjunto de linhas tridimensionais, será proposta uma metodologia para correção da tendência (Figura 14). Considerando que podem haver efeitos devido à translação, escala e rotação, as correções propostas devem ser aplicadas a cada vértice da linha de teste, para que se tenha a nova linha 3D corrigida. Sendo assim, é fundamental a densificação das linhas conforme já recomendado, visto que para aplicar a metodologia abaixo proposta, esse é um critério essencial.

Figura 8 - Correção dos efeitos sistemáticos em linhas tridimensionais.



Fonte: A autora (2025).

Dessa forma, para corrigir o efeito de translação em um conjunto de linhas tridimensionais, propõe-se uma metodologia baseada na diferença entre as coordenadas dos vértices correspondentes da linha de teste e da linha de referência. Esse procedimento é aplicável quando o efeito sistemático entre as linhas é exclusivamente devido à translação, sem influência de rotações ou escalas.

Considere então uma linha de referência L_1 , definida pelos vértices $L_{1v1}, L_{1v2}, \dots, L_{1vn}$, e uma linha de teste L_2 , composta pelos vértices $L_{2v1}, L_{2v2}, \dots, L_{2vn}$, onde cada vértice possui coordenadas (X, Y, Z) no espaço tridimensional. O primeiro passo consiste em calcular as diferenças entre as coordenadas dos vértices correspondentes das duas linhas. Para o par de vértices L_{1vi} e L_{2vi} (com $i = 1, 2, \dots, n$), obtêm-se as diferenças nas três componentes (Equações 10, 11 e 12) :

$$\Delta X_i = X_{L_{1vi}} - X_{L_{2vi}} \quad (10)$$

$$\Delta Y_i = Y_{L_{1vi}} - Y_{L_{2vi}} \quad (11)$$

$$\Delta Z_i = Z_{L_{1vi}} - Z_{L_{2vi}} \quad (12)$$

Em seguida, para determinar o vetor de translação (Equações 13, 14 e 15) da linha de referência j e a linha teste k ($T_{X_{jk}}$, $T_{Y_{jk}}$, $T_{Z_{jk}}$) que representa o deslocamento médio entre as linhas, calcula-se a média aritmética das diferenças em cada componente ao longo de todos os n vértices:

$$T_{X_{jk}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta X_i \quad (13)$$

$$T_{Y_{jk}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta Y_i \quad (14)$$

$$T_{Z_{jk}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta Z_i \quad (15)$$

Os valores T_x , T_y e T_z são considerados em valores absolutos. Por fim, aplica-se a correção aos vértices da linha de teste L_2 . Para cada vértice L_{2vi} , as novas coordenadas corrigidas (X' , Y' , Z') são obtidas somando ou subtraindo o vetor de translação, dependendo da direção do deslocamento (Equações 16, 17 e 18):

$$X'_{L_{2vi}} = X_{L_{2vi}} \pm T_{X_{jk}} \quad (16)$$

$$Y'_{L_{2vi}} = Y_{L_{2vi}} \pm T_{Y_{jk}} \quad (17)$$

$$Z'_{L_{2vi}} = Z_{L_{2vi}} \pm T_{Z_{jk}} \quad (18)$$

Repete-se este procedimento para todos os demais pares de linha de referência e teste.

Entretanto, uma forma dessa metodologia para um conjunto de linhas seria obter o vetor da translação médio ($\bar{T}_{X_{jk}}$, $\bar{T}_{Y_{jk}}$, $\bar{T}_{Z_{jk}}$) considerando cada par de linha de referência (j) e teste (k). Ou seja, para n pares de linhas, de acordo com as Equações 19, 20 e 21:

$$\bar{T}_{X_{jk}} = \sum_{i=1}^n \frac{T_{X_{jk}}}{n} \quad (19)$$

$$\bar{T}_{Y_{jk}} = \sum_{i=1}^n \frac{T_{Y_{jk}}}{n} \quad (20)$$

$$\bar{T}_{Z_{jk}} = \sum_{i=1}^n \frac{T_{Z_{jk}}}{n} \quad (21)$$

Dessa forma, para cada vértice i da linha teste, as novas coordenadas seriam (Equações 22, 23 e 24):

$$X'_{L_{kvi}} = X_{L_{kvi}} \pm \bar{T}_{X_{jk}} \quad (22)$$

$$Y'_{L_{kvi}} = Y_{L_{kvi}} \pm \bar{T}_{Y_{jk}} \quad (23)$$

$$Z'_{L_{kvi}} = Z_{L_{kvi}} \pm \bar{T}_{Z_{jk}} \quad (24)$$

Já quando a linha teste possuir somente o efeito de escala em relação à linha de referência, propõe-se uma metodologia utilizando considerando o fator de escala 3D obtido, utilizando-se então Média Ponderada obtida através Equação 5. Com esse valor conhecido, multiplica-se as coordenadas da linha de teste pelo mesmo. Nessa situação, é necessário corrigir o efeito da translação, que é decorrente de utilizar a metodologia desta forma, visto que a linha teste ficará transladada em relação à linha de referência. Sendo assim, pode-se adotar os passos citados anteriormente para a correção do efeito de translação.

Em relação à correção para o efeito sistemático devido somente à rotação de uma linha de teste tridimensional em relação a uma linha de referência, recomenda-se uma metodologia que utiliza matrizes de rotação, conforme descrito por Eberly (1999). Ou seja, o procedimento permitirá ajustar a orientação da linha de teste em cada um dos planos coordenados (XY, XZ e YZ), eliminando o efeito de rotação por meio da aplicação da matriz inversa da rotação identificada.

Considerando uma linha de referência L_1 , definida pelos vértices $L_{1v1}, L_{1v2}, \dots, L_{1vn}$, e uma linha de teste L_2 , composta pelos vértices $L_{2v1}, L_{2v2}, \dots, L_{2vn}$, com vértices com coordenadas (X, Y, Z). Para a aplicação dessa metodologia, deve-se ter o conhecimento de qual/quais planos há o efeito da rotação. A partir disso, para um dado plano, calcula-se o ângulo de rotação θ_i conforme a Equação 10.

Com os ângulos determinados para cada plano com o efeito sistemático, a correção é realizada aplicando a matriz inversa da rotação identificada. As matrizes de rotação direta, conforme detalhadas em Eberly (1999), são (Equações 25, 26 e 27):

- Para o plano XY (rotação em torno do eixo Z):

$$R_{xy}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\text{sen}\theta_i & 0 \\ \text{sen}\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

- Para o plano XZ (rotação em torno do eixo Y):

$$R_{xz}(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & 0 & \text{sen}\theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}\theta_i & 0 & \cos\theta_i \end{bmatrix} \quad (26)$$

- Para o plano YZ (rotação em torno do eixo X):

$$R_{yz}(\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & -\text{sen}\theta_i \\ 0 & \text{sen}\theta_i & \cos\theta_i \end{bmatrix} \quad (27)$$

A matriz inversa de uma rotação $R(\theta_i)$ é equivalente a $R(-\theta_i)$, visto que a inversa de uma matriz de rotação ortogonal é obtida mudando o sinal do ângulo. Assim, as matrizes inversas serão (Equações 28, 29 e 30):

$$R^{-1}_{xy}(\theta_i) = R_{xy}(-\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & \text{sen}\theta_i & 0 \\ -\text{sen}\theta_i & \cos\theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$R^{-1}_{xz}(\theta_i) = R_{xz}(-\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & 0 & -\text{sen}\theta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ \text{sen}\theta_i & 0 & \cos\theta_i \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$R^{-1}_{yz}(\theta_i) = R_{yz}(-\theta_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta_i & \text{sen}\theta_i \\ 0 & -\text{sen}\theta_i & \cos\theta_i \end{bmatrix} \quad (30)$$

A correção é realizada aplicando a matriz inversa correspondente a cada vértice L_{2vi} da linha de teste. As novas coordenadas corrigidas (X' , Y' , Z') são obtidas por (Equação 31):

$$\begin{bmatrix} X'_{L_{2vi}} \\ Y'_{L_{2vi}} \\ Z'_{L_{2vi}} \end{bmatrix} = R^{-1}_{plano}(\theta_i) \cdot \begin{bmatrix} X_{L_{2vi}} \\ Y_{L_{2vi}} \\ Z_{L_{2vi}} \end{bmatrix} \quad (31)$$

Onde $R^{-1}_{plano}(\theta_i)$ é a matriz inversa específica do plano observado. Caso a rotação ocorra em mais de um plano, as matrizes inversas podem ser aplicadas sequencialmente, ajustando a ordem conforme a análise do efeito observado.

Para aplicar a correção a um conjunto de linhas, obtém-se o ângulo de rotação médio em cada plano. Ou seja, para m linhas e considerando o plano XY, calcula-se o ângulo de rotação entre cada par de linhas. Com o valor encontrado, obtém-se o ângulo médio (Equação 32):

$$\overline{\theta_{XY}} = \frac{\sum_{i=1}^m \theta_i}{m} \quad (32)$$

Efetua-se os mesmos cálculos para os planos XZ e YZ e posteriormente, aplicam-se as matrizes inversas em todos os pares do conjunto de linhas.

É importante ressaltar que a metodologia descrita anteriormente foi desenvolvida considerando casos onde o conjunto de linhas apresenta somente um efeito sistemático específico — seja translação, escala ou rotação. No entanto, em situações reais, as linhas de teste podem conter uma combinação desses efeitos em relação à linha de referência. Para lidar com esses casos de forma prática e eficiente, visando a minimização ou eliminação dos efeitos sistemáticos, propõe-se uma sequência recomendada de correções. Esta abordagem considera que a correção de um efeito pode, em alguns casos, reduzir ou até eliminar a necessidade de ajustes adicionais para os demais efeitos, dependendo da natureza e magnitude das discrepâncias observadas.

Sendo assim, a ordem de aplicação das correções em função das combinações de efeitos sistemáticos identificados recomendada será:

- Efeito de Translação e Escala: corrigir inicialmente o efeito de escala. Em seguida, avaliar a necessidade de corrigir o efeito de translação. Essa ordem é preferível, pois a escala pode alterar as magnitudes relativas dos deslocamentos.
- Efeito de Translação e Rotação: corrigir primeiramente o efeito de translação, alinhando a posição da linha de teste com a da linha de referência. Posteriormente, se necessário, ajustar a rotação para corrigir a orientação. Essa sequência é recomendada porque a translação afeta a posição absoluta dos vértices, e sua correção prévia facilita a determinação dos ângulos de rotação.

- Efeito de Escala e Rotação: iniciar pela correção do efeito de escala, uniformizando as dimensões da linha de teste com as da linha de referência. Em seguida, avaliar e corrigir o efeito de rotação, se ainda presente. A priorização da escala é justificada pelo fato de que variações dimensionais podem influenciar os cálculos de ângulos entre os vetores, tornando a correção da rotação mais facilitada após o ajuste escalar.

- Efeito de Translação, Escala e Rotação: utilizar uma abordagem em três etapas, onde corrige-se primeiro o efeito de escala, em seguida o efeito de translação e, por último, o efeito de rotação, avaliando a necessidade de cada etapa subsequente. Essa ordem — escala, translação e rotação — é proposta porque a escala afeta as proporções geométricas, a translação ajusta a posição global e a rotação finaliza o alinhamento da orientação, permitindo que cada correção seja aplicada sobre uma base mais consistente.

Após cada etapa de correção, é fundamental reavaliar os efeitos remanescentes, pois a aplicação de uma correção pode atenuar ou eliminar a necessidade de ajustes adicionais, dependendo das características específicas do conjunto de linhas analisado. Assim, a metodologia oferece flexibilidade e praticidade, adaptando-se às particularidades de cada caso.

4. EXPERIMENTOS

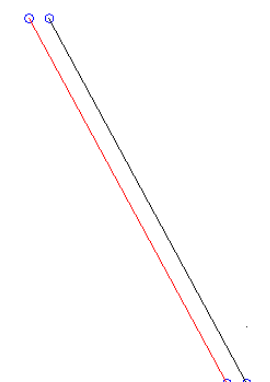
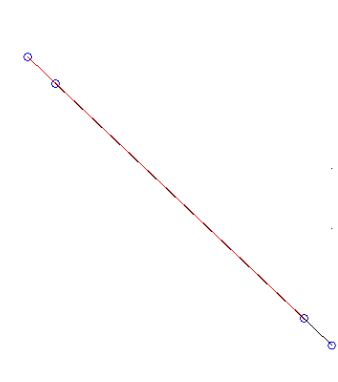
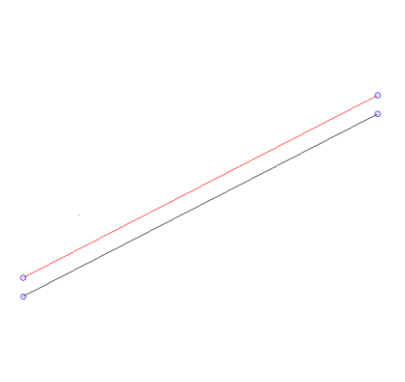
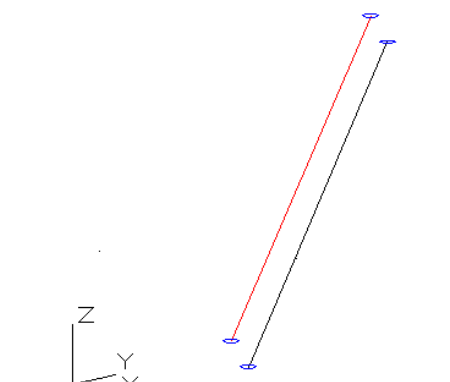
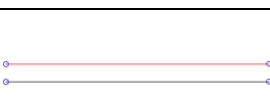
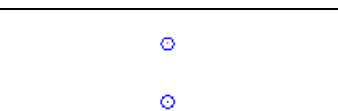
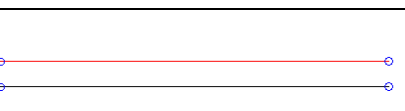
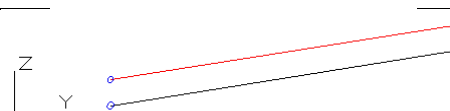
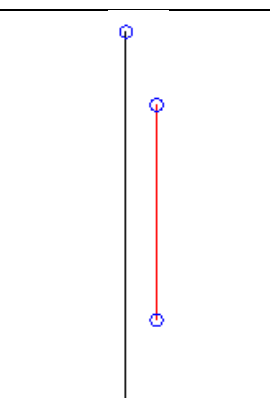
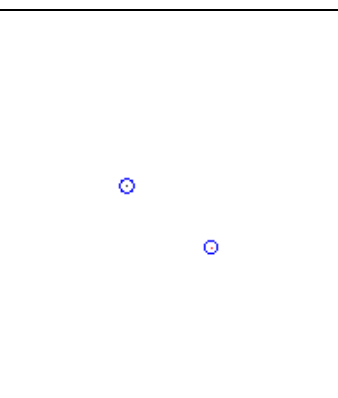
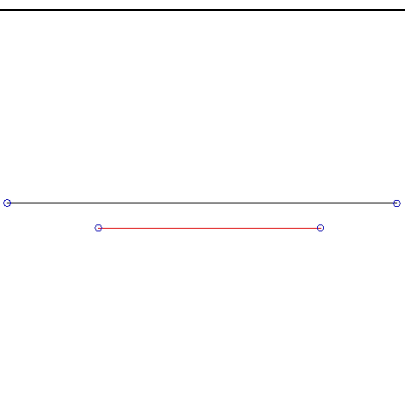
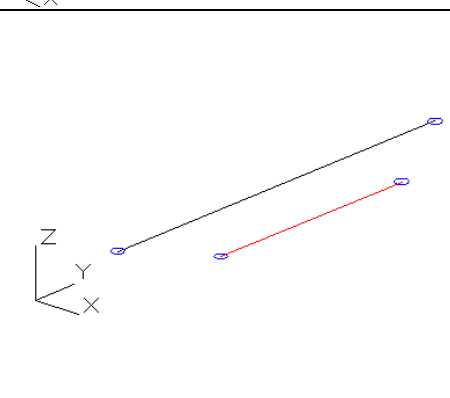
Visando verificar a viabilidade do método proposto, foram realizados testes em dados simulados e reais conforme abaixo.




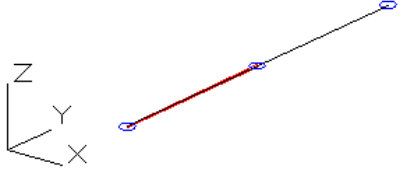
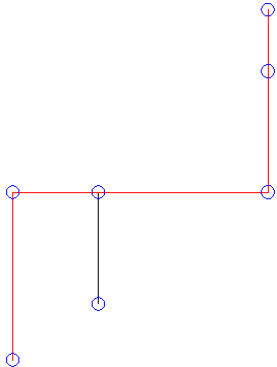


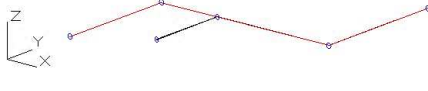
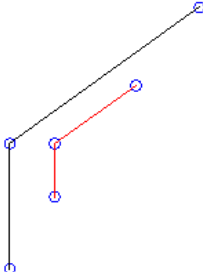

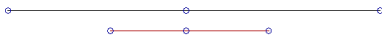
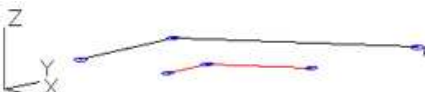
4.1. Dados Simulados



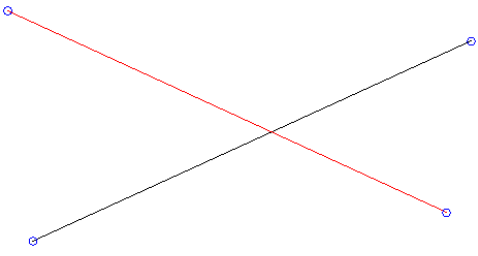
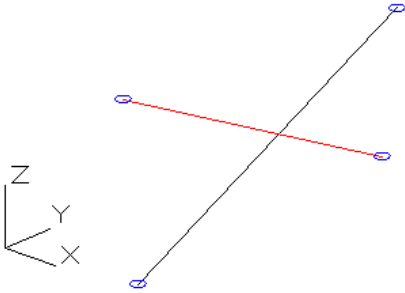



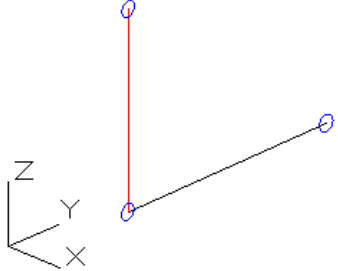
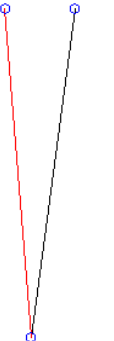
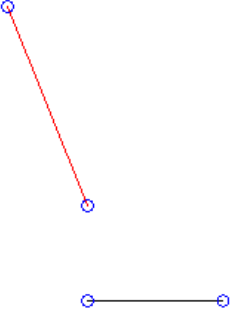
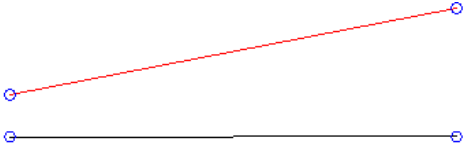
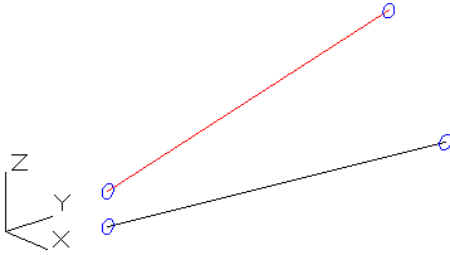
Para este caso, foram feitos testes em 17 pares de linhas tridimensionais simuladas, analisando os resultados obtidos.

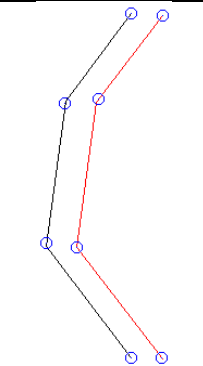
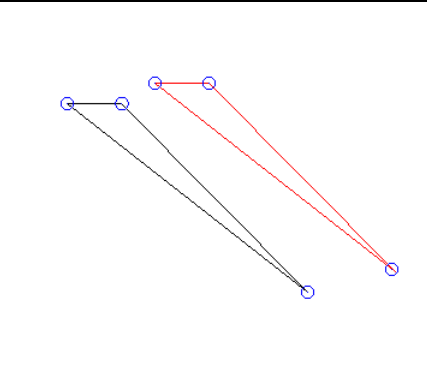
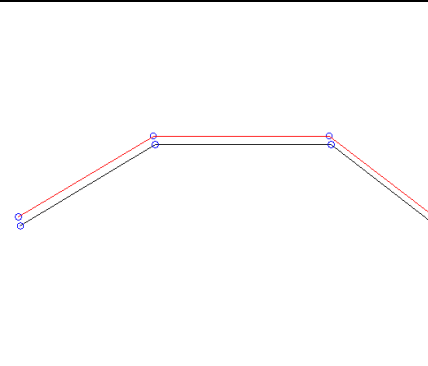
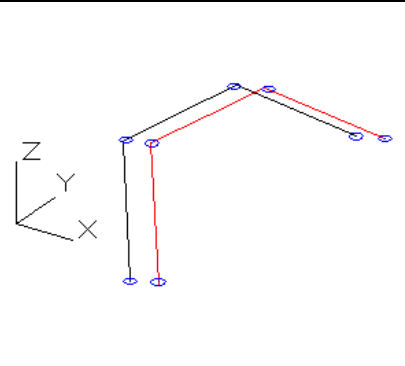
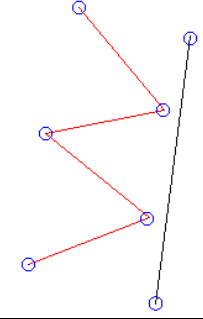
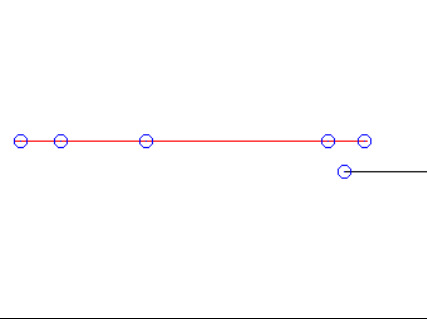
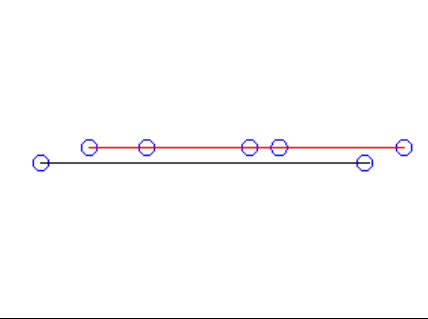
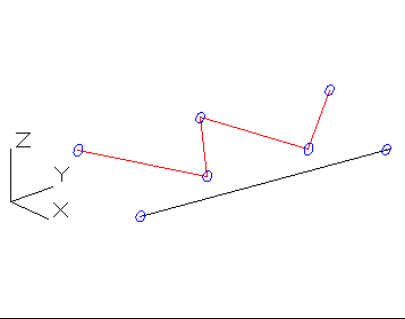
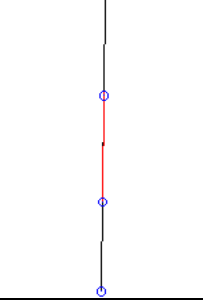
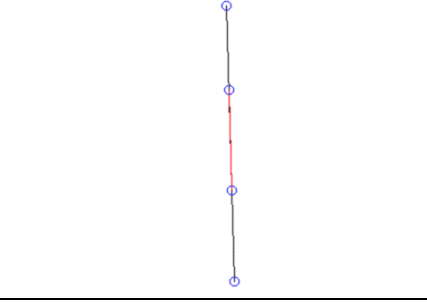
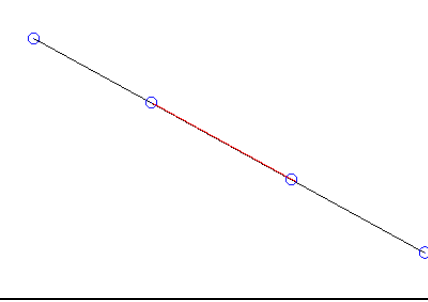
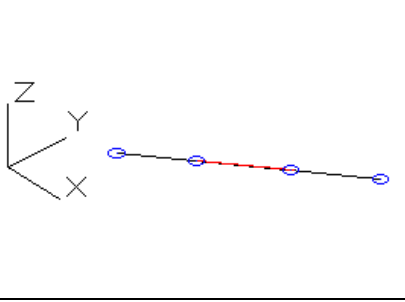
A Figura 9 apresenta cada par de linha simulada em cada plano, XY, XZ e YZ, e em 3D. Em preto, a linha de referência, em vermelho, a linha de teste e em azul os vértices das linhas. Já a Figura 10 contém informações geométricas em relação a cada par de linhas.

Figura 9 - Representação dos 17 pares de linhas simuladas nos planos XY, XZ e YZ e em 3D.

PAR	PLANO XY	PLANO XZ	PLANO YZ	3D	EFEITO ESPERADO
1					Translação nos 3 planos
2					Translação nos 3 planos
3					Translação nos 3 planos Escala em XY, YZ e em 3D

PAR	PLANO XY	PLANO XZ	PLANO YZ	3D	EFEITO ESPERADO
4					<p>Escala em XY, YZ e em 3D</p>
5					<p>Translação nos 3 planos Escala nos 3 planos e em 3D</p>
6					<p>Translação nos 3 planos Escala nos 3 planos e em 3D</p>

PAR	PLANO XY	PLANO XZ	PLANO YZ	3D	EFEITO ESPERADO
7					Translação em XY e XZ Rotação em YZ
8					Escala em XY e XZ Rotação em YZ
9					Translação nos 3 planos Escala em XZ Rotação nos 3 planos

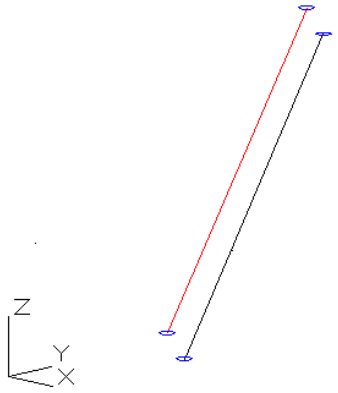

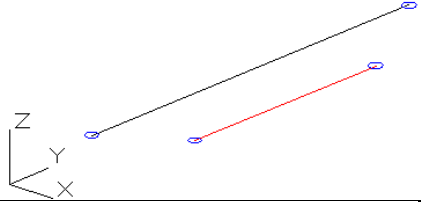
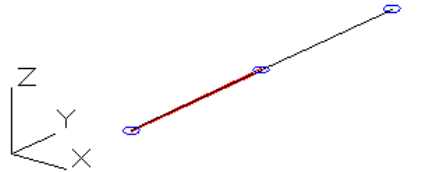
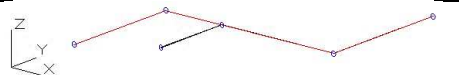
PAR	PLANO XY	PLANO XZ	PLANO YZ	3D	EFEITO ESPERADO
10					Translação nos 3 planos
11					Translação nos 3 planos Escala no plano XZ
12					Escala nos 3 planos e em 3D

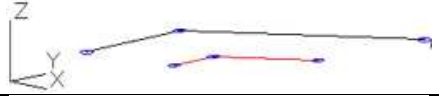
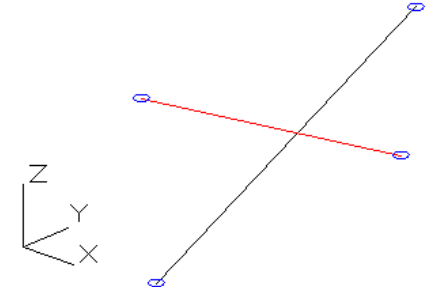
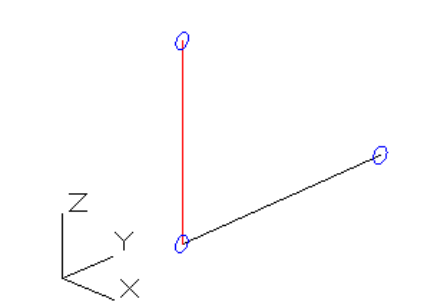
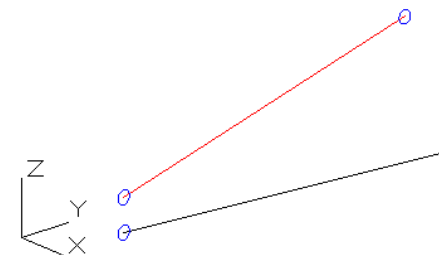
PAR	PLANO XY	PLANO XZ	PLANO YZ	3D	EFEITO ESPERADO
13					Translação nos 3 planos Escala nos 3 planos e em 3D
14					Translação em XZ e YZ Escala em XZ, YZ Rotação no plano XY
15					Translação nos 3 planos Escala em XY, XZ Rotação em XY, YZ

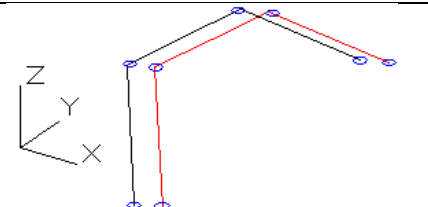
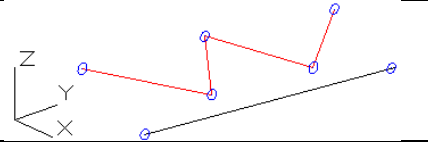
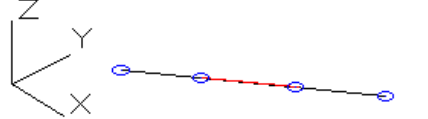
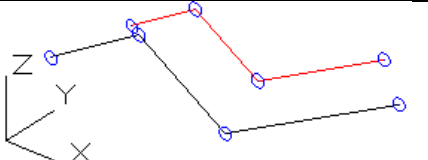
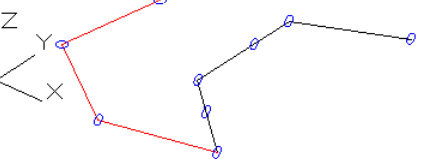
PAR	PLANO XY	PLANO XZ	PLANO YZ	3D	EFEITO ESPERADO
16					Sem efeito sistemático
17					Sem efeito sistemático

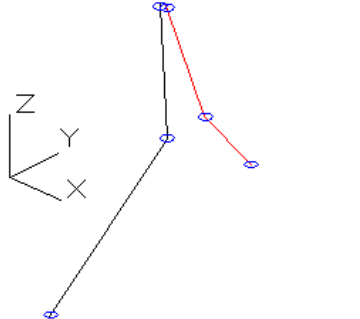
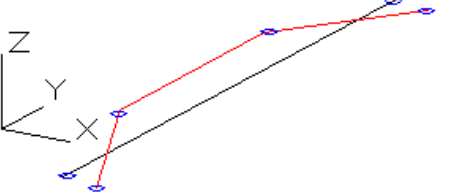
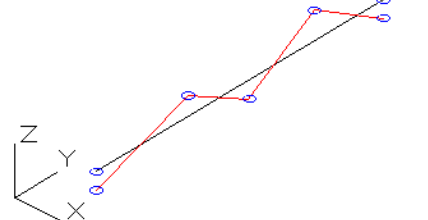
Fonte: A autora (2025).

Figura 10 - Informações geométricas dos pares de linhas.

PAR	3D	COMPRIMENTO LINHA DE REFERÊNCIA (m)	COMPRIMENTO LINHA DE TESTE (m)	ÂNGULO ENTRE O PAR DE LINHAS (°)	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE REFERÊNCIA	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE TESTE	DISTÂNCIA MÉDIA ENTRE O PAR DE LINHAS (m)
1		100	100	0	2	2	10
2		100	100	0	2	2	10
3		100	75	0	2	2	20
4		100	50	0	2	2	0
5		100	70	0	4	4	0

PAR	3D	COMPRIMENTO LINHA DE REFERÊNCIA (m)	COMPRIMENTO LINHA DE TESTE (m)	ÂNGULO ENTRE O PAR DE LINHAS (°)	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE REFERÊNCIA	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE TESTE	DISTÂNCIA MÉDIA ENTRE O PAR DE LINHAS (m)
6		120	51	0	3	3	10
7		100	100	90	2	2	0
8		100	97	90	2	2	0
9		100	99	45	2	2	30

PAR	3D	COMPRIMENTO LINHA DE REFERÊNCIA (m)	COMPRIMENTO LINHA DE TESTE (m)	ÂNGULO ENTRE O PAR DE LINHAS (°)	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE REFERÊNCIA	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE TESTE	DISTÂNCIA MÉDIA ENTRE O PAR DE LINHAS (m)
10		150	150	0	4	4	15
11		100	99	60	2	5	15
12		100	37	0	2	2	0
13		120	88	0	4	4	20
14		150	150	30	4	4	40

PAR	3D	COMPRIMENTO LINHA DE REFERÊNCIA (m)	COMPRIMENTO LINHA DE TESTE (m)	ÂNGULO ENTRE O PAR DE LINHAS (°)	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE REFERÊNCIA	TOTAL DE VÉRTICES LINHA DE TESTE	DISTÂNCIA MÉDIA ENTRE O PAR DE LINHAS (m)
15		150	150	20	3	3	45
16		120	120	30	2	4	20
17		100	100	40	2	5	15

Fonte: A autora (2025).

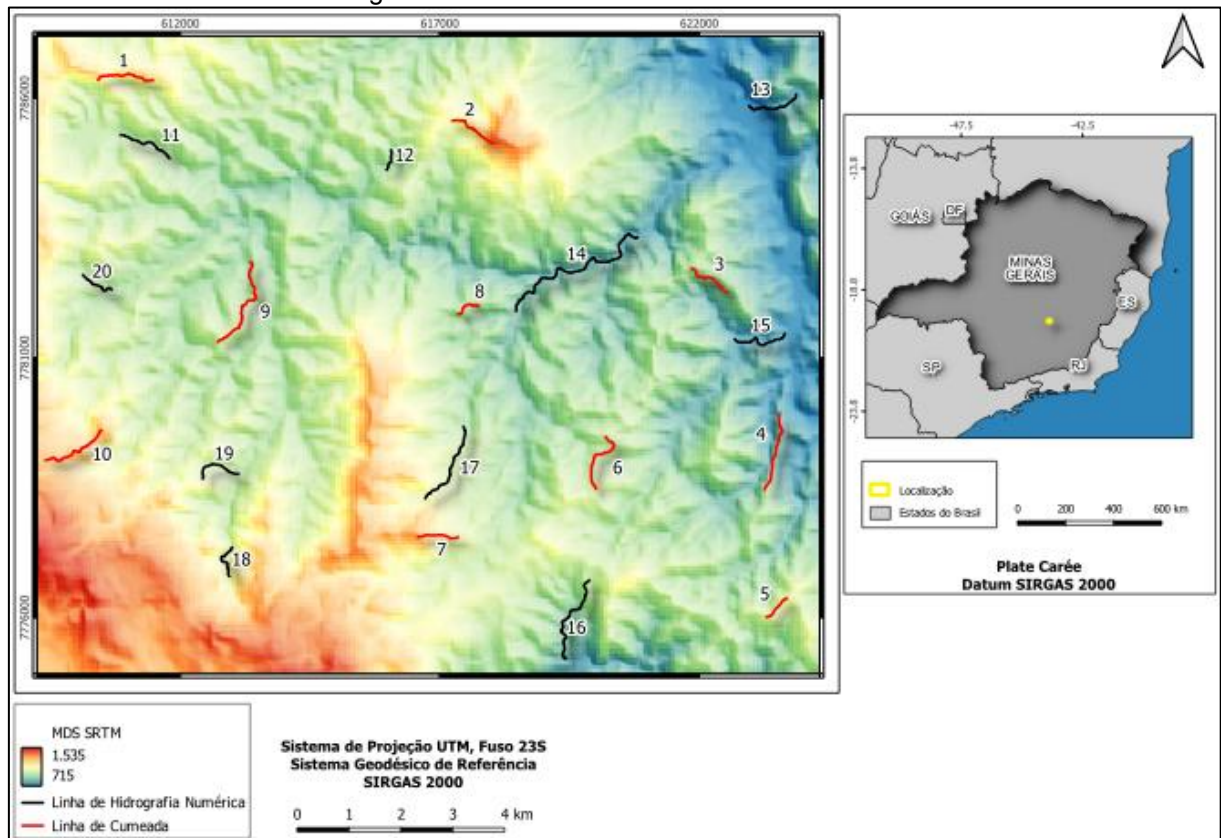
4.2. Dados Reais

Visando aplicar o método em dados reais, a área de estudo (Figura 11) escolhida está compreendida entre os municípios de Nova Lima e Rio Acima, pertencentes ao Estado de Minas Gerais, com área de aproximadamente 180 km². A variação de altitude desse local está entre 715 e 1.535 metros.

O MDS de teste utilizado foi o SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*), que possui resolução espacial de 30 metros. Este modelo foi desenvolvido por meio de uma colaboração entre a agência espacial norte-americana (NASA) e as agências espaciais da Alemanha e da Itália (Santos *et al.*, 2015; Fonseca, 2018). Já o MDS de referência foi o utilizado no trabalho de Santos (2015), com resolução espacial de 1,2 metros, o qual foi criado por meio de aerofotogrametria digital e cedido pelo Instituto de Geoinformação e Tecnologia do Estado de Minas Gerais (IGTEC).

Para a extração das feições morfológicas do terreno, linhas de hidrografia numérica e linhas de cumeada, foi adotada a metodologia de Santos *et al.* (2015). A construção das linhas tridimensionais foi realizada conforme a metodologia de Fonseca (2018). Foram então selecionados 10 pares de linhas de hidrografia numérica (em preto) e 10 pares de linhas de cumeada (em vermelho), totalizando 20 pares de linhas para serem avaliadas conforme os critérios propostos pelo 3D TRS. Tais linhas foram escolhidas de forma a variar o comprimento, direção e sinuosidade.

Figura 11 - Área de estudo com dados reais.



Fonte: A autora (2025).

5. RESULTADOS E ANÁLISES

Abaixo serão detalhados os resultados obtidos com a aplicação do método em conjunto de dados simulados e reais.

5.1. Dados Simulados

Nas Tabelas 1 e 2, se apresentam os resultados considerando o efeito de translação, aplicando o 3D TRS em cada plano e considerando a análise conjunta do ângulo horizontal com o ângulo vertical.

Tabela 1 - Análise do efeito de translação em cada plano para os pares de linha.

PAR	PLANO								
	XY			XZ			YZ		
	MÉDIA DI-RECCIONAL (°)	VARIÂNCIA CIRCULAR	TENDÊNCIA	MÉDIA DI-RECCIONAL (°)	VARIÂNCIA CIRCULAR	TENDÊNCIA	MÉDIA DI-RECCIONAL (°)	VARIÂNCIA CIRCULAR	TENDÊNCIA
1	90,00	0,00	SIM	314,00	0,00	SIM	87,00	0,00	SIM
2	0,00	0,00	SIM	0,00	0,00	SIM	0,00	0,00	SIM
3	81,01	0,43	SIM	306,00	0,00	SIM	347,08	0,49	SIM
4	180,00	1,00	NÃO	0,00	1,00	NÃO	180,00	1,00	NÃO
5	308,23	0,42	SIM	315,00	0,29	SIM	0,00	0,50	SIM
6	277,76	0,48	SIM	324,02	0,49	SIM	324,02	0,49	SIM
7	0,00	0,00	SIM	0,00	0,00	SIM	270,50	0,87	NÃO
8	180,00	1,00	NÃO	0,00	1,00	NÃO	336,89	0,10	SIM
9	315,00	0,29	SIM	342,50	0,05	SIM	0,00	0,00	SIM
10	272,00	0,00	SIM	76,25	0,00	SIM	346,75	0,00	SIM
11	281,38	0,12	SIM	286,72	0,03	SIM	73,00	0,00	SIM
12	89,65	0,97	NÃO	270,50	0,96	NÃO	14,00	0,98	NÃO
13	285,51	0,14	SIM	43,25	0,02	SIM	336,67	0,38	SIM
14	53,52	0,49	SIM	288,43	0,21	SIM	90,00	0,00	SIM
15	31,97	0,22	SIM	40,41	0,12	SIM	55,08	0,22	SIM
16	285,50	0,94	NÃO	58,50	0,57	NÃO	0,00	1,00	NÃO
17	180,00	0,80	NÃO	180,00	0,80	NÃO	339,79	0,73	NÃO

Fonte: A autora (2025).

Tabela 2 - Análise do efeito de translação considerando os ângulos horizontais e verticais.

PAR	ÂNGULO HORIZONTAL			ÂNGULO VERTICAL		
	MÉDIA DIRECIONAL (°)	VARIÂNCIA CIRCULAR	TENDÊNCIA	MÉDIA DIRECIONAL (°)	VARIÂNCIA CIRCULAR	TENDÊNCIA
1	90,00	0,00	SIM	131,06	0,00	SIM
2	0,00	0,00	SIM	0,00	0,00	SIM
3	81,01	0,43	SIM	31,84	0,01	SIM
4	180,00	1,00	NÃO	0,00	0,00	SIM
5	308,23	0,42	SIM	0,00	0,00	SIM
6	277,76	0,48	SIM	40,75	0,00	SIM
7	0,00	0,00	SIM	45,00	0,01	SIM
8	180,00	1,00	NÃO	150,68	0,07	SIM
9	315,00	0,29	SIM	161,83	0,04	SIM
10	272,00	0,00	SIM	102,68	0,00	SIM
11	281,38	0,12	SIM	130,65	0,00	SIM
12	89,65	0,97	NÃO	180,00	0,50	SIM
13	285,51	0,14	SIM	134,52	0,08	SIM
14	53,52	0,49	SIM	0,00	0,00	SIM
15	31,97	0,22	SIM	136,81	0,00	SIM
16	285,50	0,94	NÃO	0,00	0,75	NÃO
17	180,00	0,80	NÃO	27,62	0,53	NÃO

Fonte: A autora (2025).

Conforme pode ser analisado nas Tabelas 1 e 2, os pares de linhas 1 a 3, 5 e 6, 9 a 11, 13 a 15, que apresentam efeito de translação nos três planos, ao aplicar a metodologia, foi constatada corretamente a tendência. Para o par de linhas 4 que não possui tendência devido à translação e sim à escala, ao utilizar o 3D TRS em cada plano para análise do efeito de translação, foi constatado o resultado esperado. Já ao fazer a análise com o ângulo vertical ainda considerando o par de linhas 4, esse indicou a presença de tendência, demonstrando que o método indica se há algum efeito sistemático ao utilizar a verificação do ângulo vertical.

Para o par de linhas 7 que apresenta efeitos de translação e rotação obteve-se êxito em detectar o efeito sistemático nos planos XY e XZ, bem como na avaliação com o ângulo horizontal e vertical. Em relação ao par de linhas 8, que possui tendência devido à escala e rotação, ao aplicar o 3D TRS para análise do efeito de translação, constatou-se tendência no plano YZ e na aplicação com o ângulo vertical. Dessa forma, mesmo esse par de linha não possuindo o efeito de translação no plano YZ e sim o efeito de rotação, o método foi positivo na indicação da tendência.

Já o par de linhas 12, que possui o efeito de escala, foi detectado a tendência ao avaliar o ângulo vertical. Para o par de linha 14 em que há o efeito de translação do eixo XZ e YZ e rotação no plano XY, detectou-se os efeitos sistemáticos nesses planos, bem como ao analisar o ângulo vertical. Os pares 16 e 17, que não possuem nenhum efeito, o método detectou corretamente a ausência de tendência.

Dessa forma, com esses resultados iniciais, pode-se afirmar que ambas as formas sugeridas para a análise de tendência para o efeito de translação proporcionaram resultados satisfatórios. Ao analisar o ângulo vertical, este indicou a presença de tendência em todos os pares de linha que possuem algum efeito sistemático, o que é interessante, visto que mesmo que algum par não possua tendência devido à translação, todas elas possuem algum efeito sistemático, exceto os pares 16 e 17.

Sendo assim, a análise em cada plano torna-se interessante para se ter o conhecimento sobre em qual plano há o efeito sistemático de translação. Já a avaliação através do ângulo horizontal e vertical auxilia para saber se há tendência através da translação no plano horizontal e/ou algum efeito sistemático no plano vertical, podendo ser da translação, escala ou rotação.

Já em relação a análise do efeito de escala, os resultados encontram-se na Tabela 3.

Tabela 3 - Análise do fator de escala para cada par de linha em cada plano e em 3D.

PAR	PLANO						3D	
	XY		XZ		YZ		FATOR	TENDÊNCIA
	FATOR	TENDÊNCIA	FATOR	TENDÊNCIA	FATOR	TENDÊNCIA		
1	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO
2	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO
3	1,75	SIM	1,00	NÃO	1,75	SIM	1,75	SIM
4	2,00	SIM	1,00	NÃO	2,00	SIM	2,00	SIM
5	0,69	SIM	0,66	SIM	0,71	SIM	0,69	SIM
6	2,35	SIM	2,35	SIM	2,35	SIM	2,35	SIM
7	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO
8	10,00	SIM	0,10	SIM	1,03	NÃO	1,03	NÃO
9	1,01	NÃO	0,65	SIM	0,98	NÃO	0,99	NÃO
10	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO
11	1,03	NÃO	0,7	SIM	1,04	NÃO	1,03	NÃO
12	2,76	SIM	2,76	SIM	2,76	SIM	2,76	SIM
13	1,38	SIM	1,38	SIM	1,38	SIM	1,38	SIM
14	1	NÃO	0,06	SIM	1,63	SIM	1,00	NÃO
15	0,47	SIM	1,20	SIM	1,00	NÃO	1,00	NÃO
16	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO
17	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO	1,00	NÃO

Fonte: A autora (2025).

Com os resultados obtidos na Tabela 3, verifica-se que ao aplicar o 3D TRS para análise do fator de escala na forma proposta 3D (XYZ), o mesmo detectou tendência em 3D nos pares de linhas 3, 4, 5, 6, 12 e 13, que foram os esperados a possuírem o efeito da escala. Os demais pares, exceto os pares de linhas 16 e 17, apesar de possuírem outros efeitos sistemáticos, ao utilizar essa parte da metodologia, não apresentaram a indicação de tendência de escala.

Já ao aplicar a metodologia em cada plano, os pares de linhas 3 e 4 não apresentaram tendência de escala no plano XZ, o que é coerente. Além disso, conforme esperado, o par de linhas 8 apresentou tendência devido ao fator de escala nos planos XY e XZ. Para o par de linhas 11, foi detectado o efeito de escala corretamente no plano XZ, bem como para o par 15 no plano XY e XZ. Considerando os pares 16 e 17 que não possuem efeitos sistemáticos, a aplicação do método para verificação da tendência pelo efeito de escala apontou corretamente a ausência do efeito.

Sendo assim, verifica-se que ao aplicar o 3D TRS para análise do fator de escala, o mesmo só indica tendência para os casos em que um dos efeitos sistemáticos

cos é a escala. Ou seja, em casos nos quais a linha não possui efeito de escala, mas possui de translação ou rotação, ao utilizar essa etapa da metodologia, a mesma não sinaliza a presença de tendência.

A última etapa da aplicação do 3D TRS é a verificação da presença do efeito de rotação. Os resultados encontrados ao aplicar a metodologia em cada plano e na análise com o ângulo horizontal e vertical encontram-se nas Tabelas 4 e 5.

Tabela 4 - Análise do efeito de rotação em cada plano para os pares de linha.

PAR	PLANOS					
	XY		XZ		YZ	
	MÉDIA PONDERADA	TENDÊNCIA	MÉDIA PONDERADA	TENDÊNCIA	MÉDIA PONDERADA	TENDÊNCIA
1	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
2	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
3	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
4	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
5	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
6	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
7	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,75	SIM
8	0,00	NÃO	0,00	NÃO	1,00	SIM
9	0,19	SIM	0,95	SIM	0,19	SIM
10	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
11	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
12	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
13	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
14	0,23	SIM	0,00	NÃO	0,00	NÃO
15	0,96	SIM	0,00	NÃO	-0,64	SIM
16	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO
17	0,00	NÃO	0,00	NÃO	0,00	NÃO

Fonte: A autora (2025).

Tabela 5 - Análise do efeito de rotação considerando o ângulo horizontal e vertical para os pares de linhas.

PAR	ÂNGULO HORIZONTAL		ÂNGULO VERTICAL	
	MÉDIA PONDERADA	TENDÊNCIA	MÉDIA PONDERADA	TENDÊNCIA
1	0,00	NÃO	0,00	NÃO
2	0,00	NÃO	0,00	NÃO
3	0,00	NÃO	0,00	NÃO
4	0,00	NÃO	0,00	NÃO
5	0,00	NÃO	0,00	NÃO
6	0,00	NÃO	0,00	NÃO
7	0,00	NÃO	0,75	SIM
8	0,00	NÃO	1,00	SIM
9	0,19	SIM	0,19	SIM
10	0,00	NÃO	0,00	NÃO
11	0,00	NÃO	0,00	NÃO
12	0,00	NÃO	0,00	NÃO
13	0,00	NÃO	0,00	NÃO
14	0,23	SIM	0,00	NÃO
15	0,96	SIM	-0,64	SIM
16	0,00	NÃO	0,00	NÃO
17	0,00	NÃO	0,00	NÃO

Fonte: A autora (2025).

A partir dos resultados obtidos na Tabela 4, verifica-se que o método detectou tendência devido ao efeito de rotação nos três planos somente para o par de linhas 9 e 15, conforme já esperado, e somente no plano YZ para os pares de linha 7 e 8. Para o par de linhas 14, foi apontado corretamente o efeito de rotação no plano XY, e para os pares 16 e 17, não foram detectados efeitos sistemáticos da rotação.

Já em relação à análise com o ângulo horizontal e vertical da Tabela 5, com o ângulo horizontal foi verificada tendência no par de linhas 9, 14 e 15, e com o ângulo vertical a tendência foi positiva para os pares de linhas 7, 8 e 9 e 15, sendo coerente com o esperado.

Dessa forma, assim como na aplicação da metodologia para análise do efeito sistemático de escala, essa etapa da metodologia possibilitou verificar a presença de tendência somente no caso de linhas que apresentaram o efeito de rotação e não em outras com outros efeitos sistemáticos.

Após os resultados obtidos através da análise da tendência nos pares de linhas simuladas, foram efetuadas as correções nas mesmas conforme a metodologia sugerida no item 3.4., visando minimizar/eliminar o efeito sistemático. Dessa forma,

obteve-se a Tabela 6, onde é indicado quais correções foram necessárias para as linhas estarem livres de tendência.

Tabela 6 - Correção da tendência nos pares de linhas simuladas.

PAR	EFEITO SISTEMÁTICO			CORREÇÃO	TENDÊNCIA APÓS CORREÇÃO
	TRANSLAÇÃO	ESCALA	ROTAÇÃO		
1	SIM	NÃO	NÃO	1 TRANSLAÇÃO	NÃO
2	SIM	SIM	NÃO	1 TRANSLAÇÃO	NÃO
3	SIM	SIM	NÃO	1 ESCALA	NÃO
4	SIM	SIM	NÃO	1 ESCALA	NÃO
5	SIM	SIM	NÃO	1 ESCALA	NÃO
6	SIM	SIM	NÃO	1 ESCALA E 1 TRANSLAÇÃO	NÃO
7	SIM	NÃO	SIM	2 TRANSLAÇÕES	NÃO
8	SIM	SIM	SIM	1 ESCALA	NÃO
9	SIM	NÃO	SIM	2 TRANSLAÇÕES	NÃO
10	SIM	NÃO	NÃO	1 TRANSLAÇÃO	NÃO
11	SIM	SIM	NÃO	1 ESCALA E 1 TRANSLAÇÃO	NÃO
12	SIM	SIM	NÃO	1 ESCALA	NÃO
13	SIM	SIM	NÃO	1 ESCALA E 1 TRANSLAÇÃO	NÃO
14	SIM	NÃO	SIM	2 TRANSLAÇÕES	NÃO
15	SIM	SIM	SIM	1 ESCALA E 1 TRANSLAÇÃO	NÃO
16	NÃO	NÃO	NÃO	-	-
17	NÃO	NÃO	NÃO	-	-

Fonte: A autora (2025).

Conforme pode ser observado, a aplicação das correções propostas nos pares de linhas demonstrou ser eficaz na eliminação dos efeitos sistemáticos identificados. Ao seguir a ordem sugerida na metodologia apresentada — que prioriza a correção dos efeitos de escala, translação e rotação, nesta sequência, quando necessário — constatou-se que a minimização/eliminação de um efeito sistemático específico frequentemente compensava, total ou parcialmente, os demais efeitos presentes.

Nesse contexto, a utilização do 3D TRS demonstrou ser fundamental para identificar a presença de efeitos sistemáticos nas linhas analisadas. Uma vez identificada a existência desses efeitos, a metodologia descrita oferece um procedimento claro e estruturado para minimizá-los ou eliminá-los. Como resultado, os dados corrigidos tornam-se consistentes, garantindo maior confiabilidade em posteriores análises.

lises que podem ocorrer. Assim, a metodologia não somente corrige a tendência, mas também valida a eficácia da ordem de correção sugerida, destacando sua aplicabilidade prática em cenários com múltiplos efeitos sistemáticos.

5.2. Dados Reais

Através da Tabela 7, é possível verificar os resultados obtidos aplicando o 3D TRS no conjunto de linhas tridimensionais. Vale ressaltar que, nos dados simulados, a análise foi efetuada linha a linha. Entretanto, considerando os dados reais, essa análise é efetuada na amostra como um todo.

Tabela 7 - Resultado da aplicação do 3D TRS para um conjunto de dados reais.

MÉTODO	ANÁLISE	RESULTADO	TENDÊNCIA
Média Direcional e Variância Circular	Plano XY	Sc = 0,85	NÃO
	Plano XZ	Sc = 0,94	NÃO
	Plano YZ	Sc = 0,82	NÃO
	Ângulo Horizontal	Sc = 0,85	NÃO
	Ângulo Vertical	Sc = 1,00	NÃO
Efeito de Escala	Plano XY	MP = 0,99	NÃO
	Plano XZ	MP = 0,99	NÃO
	Plano YZ	MP = 0,98	NÃO
	3D	MP = 0,98	NÃO
Efeito de Rotação	Plano XY	MP = 0,00	NÃO
	Plano XZ	MP = 0,00	NÃO
	Plano YZ	MP = 0,00	NÃO
	Ângulo Horizontal	MP = 0,00	NÃO
	Ângulo Vertical	MP = 0,00	NÃO

Fonte: A autora (2025).

Por meio dos resultados da Tabela 7, nota-se que, ao aplicar o 3D TRS conforme proposto, não foram encontrados efeitos sistemáticos de translação, visto que o valor da Variância Circular foi maior que 0,50 em todos os casos. Já em relação ao efeito de escala, como a média ponderada foi próxima de 1, então também não há esse efeito sistemático presente nas linhas. E, por último, considerando o efeito de rotação, a média ponderada foi igual a 0, indicando também a ausência desse efeito sistemático. Sendo assim, o método pode ser aplicado em dados simulados e reais.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise da presença ou não de tendência em um conjunto de dados é algo extremamente importante a ser feito, visando evitar principalmente a utilização de dados com efeitos sistemáticos. Isso pode impactar todo o processo de avaliação de sua qualidade, bem como utilizá-lo para uma finalidade que não esteja adequada devido à tendência. Essa verificação de efeitos sistemáticos é limitada principalmente quando se trata de feições lineares tridimensionais, visto a ausência de métodos ou metodologias voltadas a essa área.

Diante disso, esse estudo buscou propor um método eficaz para a verificação da presença ou não de efeitos sistemáticos referentes à translação, escala e rotação em feições lineares 3D, uma vez que se percebe o aumento nos dias atuais de tecnologias que propiciam obter dados tridimensionais que podem ser utilizados nas mais variadas áreas. Dessa forma, com os resultados encontrados ao aplicar o método proposto 3D TRS, pode-se verificar a viabilidade de utilização do método para detecção correta da tendência em feições lineares 3D, bem como a magnitude do efeito.

Foram utilizadas linhas simuladas para aplicar efeitos sistemáticos conhecidos, com o objetivo de verificar se o 3D TRS indicaria corretamente a presença da translação, escala e/ou rotação. Através dessas simulações, verificou-se que o método indicou corretamente a presença de tendência conforme esperado. Posteriormente, foi aplicado o método para um conjunto de linhas 3D extraídas de MDS, onde não foi encontrada tendência.

A partir dos resultados, percebe-se que, ao aplicar o 3D TRS completamente conforme proposto, é possível verificar a presença de todos os possíveis efeitos sistemáticos presentes em um conjunto de dados (translação, escala e rotação). Ao aplicar a Média Direcional e Variância Circular em cada plano (XY, XZ e YZ), consegue-se saber se há efeito de translação em algum deles. Já ao aplicá-los no ângulo horizontal e vertical, há a indicação da presença ou não da translação no plano horizontal, e caso haja qualquer efeito sistemático no plano vertical, mesmo que não seja a translação em si (podendo ser escala ou rotação), é indicada a tendência.

Já para verificar se há efeitos sistemáticos de escala, foi proposta a aplicação do método também em cada plano, bem como em 3D automaticamente. Dessa forma, consegue-se saber em qual plano há o efeito e a magnitude, bem como direta-

mente em 3D. E, por fim, para verificar o efeito da rotação, são propostas duas formas, similar à análise da translação: analisa-se se há o efeito sistemático em cada plano, bem como verifica-se o efeito através do ângulo horizontal e vertical.

Ao analisar esses efeitos de escala e rotação através da forma proposta pelo 3D TRS, o método verifica somente a presença desses efeitos em específico, ao contrário de analisar a Média Direcional e Variância Circular no ângulo vertical, o que pode indicar a presença de tendência devido a outros efeitos além da translação no plano vertical. Isso mostra a importância de aplicar o método completamente para verificar todos os possíveis efeitos sistemáticos.

Destaca-se uma inovação desse trabalho, a metodologia capaz de corrigir os efeitos sistemáticos que podem ocorrer em um conjunto de linhas tridimensionais, garantindo que os dados utilizados não apresentem inconsistências após as correções.

Como limitação do método, destaca-se, principalmente ao se avaliar linhas 3D obtidas de dados reais, a quantidade de vértices que podem estar presentes nessas feições, tornando então a aplicação do método mais onerosa. Sendo assim, para trabalhos futuros, sugere-se o desenvolvimento de uma ferramenta em SIG para aplicação do método, bem como a correção da tendência em casos positivos, visando automatizar o processo.

Além disso, recomenda-se a busca por um método que analise a presença de tendência de forma geral em 3D, tornando a análise em cada plano opcional. Recomenda-se também a busca por novas formas de correção da tendência, aplicando diretamente na linha na totalidade, ao invés de aplicar a correção em cada vértice das linhas para posteriormente obter a linha corrigida, maximizando o processo.

REFERÊNCIAS

- BORBA, P. *et al.* Quality Control Relevance on Acquisition of Large Scale Geospatial Data to Urban Territorial Management. In: **2020 IEEE Latin American GRSS & IS-PRS Remote Sensing Conference (LAGIRS)**. Ieee. p. 138-142. 2020.
- CUNHA, M. M.; SECATTO, G. Z.; GALINDO, J. R. F.; SANTOS, A. P. **Proposta de um Método de Avaliação da Acurácia Posicional Baseado na Modificação do Buffer Simples**. Revista Brasileira de Cartografia, vol. 71, n. 04, p. 1.193-1.218, outubro, 2019.
- EBERLY, D. **Euler Angle Formulas**. Redmond, 1 dez. 1999. Disponível em: <https://www.geometrictools.com/Documentation/EulerAngles.pdf>.
- FONSECA, I. G. R. **Avaliação da acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares**. 84 f. Dissertação de Mestrado - Curso de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica, Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa. 2018.
- FONSECA NETO, F., GRIPP JUNIOR, J, BOTELHO. M. F., SANTOS, A.P. NASCIMENTO, LA, FONSECA, A. L. F. Assessment of positional quality in spatial data generated by VANT using point and linear feature for cadastre applications, **Boletim de Ciências Geodésicas**, pp. 134-149, 2017.
- GOEMAN, W., MARTÍNEZ-FONTE, L., BELLENS, R., GAUTAMA, S. Using image Statistics for automatic quality assessment of urban geospatial data. **International Archives of Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences**, 2005.
- GOODCHILD, M. F. Foreword. In: **SHI, W. Principles of Modeling Uncertainties in Spatial Data and Spatial Analyses**. CRC Press, 2010.
- ISO 19.157. **Geographic information - Data quality**. 2023.
- LIMA, E. C. O. **Levantamento Pioneiro da SARA Brasil: Histórico, Tecnologia Empregada e Avaliação dos Produtos**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, São Paulo-SP, Brasil, 212p, 2012.
- LIMA, E, M.; THOMAZ, T. A. M.; SEVERO, T. C. **Mapeamento aerofotogramétrico digital utilizando fotografias de médio formato**. Monografia (Graduação em Engenharia Cartográfica) Instituto de Geociências. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2010.
- MERCHANT, D. C. **Spacial Accuracy for large scale line maps**. Technical Congress of Surveying and Mapping. Anais.1982.
- MONICO, J. F. G.; DAL POZ, A. P.; GALO, M.; SANTOS, M. C.; OLIVEIRA, L. C. Acurácia e precisão: revendo os conceitos de forma acurada. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 15, n. 3, 23 set. 2009.

MOZAS-CALVACHI, A. T. C. **Control de La Calidad Posicional En Cartografia Por Elementos Lineales**. Jaén: Universidad de Jaén, Spain, 2007.

MOZAS, A. T.; ARIZA, F. J. New method for positional quality control in cartography based on lines. A comparative study of methodologies. In: **International Journal of Geographical Information Science**. v. 25, n. 10, p. 1681-1695, 2011.

MOZAS-CALVACHE, A.; ARIZA-LÓPEZ, F. J. Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D. *Survey Review*, 47(342), pp. 195–201. 2014.

NERO, M. **Propostas Para O Controle de Qualidade de Bases Cartográficas Com Ênfase Na Componente Posicional**. São Paulo, Brazil: Escola Politécnica da USP, Brasil. 2005.

NOGUEIRA Jr., J. B. **Controle de qualidade de produtos cartográficos: uma proposta metodológica**. 2003. 131 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2003.

PAKOKSUNG, K.; TAKAGI, M. Avaliação e comparação de produtos de Modelo Digital de Elevação (DEM) em diferentes regiões topográficas, de cobertura do solo e seus atributos: um estudo de caso na Ilha Shikoku, Japão. **Modeling Earth Systems and Environment**, 7, 465-484. 2020.

RAMIREZ, J. **Quality Evaluation of Linear Features**, A white paper submitted to NIMA, 2000.

RAMIREZ, J.R. AND ALI, T. **Progress in metrics development to measure positional accuracy of spatial data**. In: Proceedings of the 21st International Cartographic Conference (ICC). Durban, South Africa, p. 10-16, 2003.

SAMPAIO, T. V. M; RODRIGUES, T. L.; GONÇALVES, J. E. Acurácia vertical de modelos digitais de elevação produzidos com diferentes resoluções espaciais, áreas de abrangência e, processos de geração—caso de estudo para o estado do Paraná-BR. **Ra'e Ga (o espaço geográfico em análise)**, v. 53, p. 161-181, 2022.

SÁNCHEZ, R. A. T. t-Student: Usos y abusos. **Revista mexicana de cardiología**, v. 26, n. 1, p. 59-61, 2015.

SANTOS, A. D. P.; MEDEIROS, N. D. G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Controle de Qualidade Posicional em Dados Espaciais Utilizando Feições Lineares. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**. v. 21, n. 2, p. 233, 2015.

SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Avaliação da acurácia posicional planimétrica em Modelos Digitais de Superfície com uso de feições lineares. In: **Boletim de Ciências Geodésicas**. vol. 22, n. 1, p. 157-174, 2016.

SILVA, C. A.; DUARTE, C. R.; SOUTO, M. V. S. SABADIA, J. A. B. Avaliação da acurácia do cálculo de volume de pilhas de rejeito utilizando VANT, GNSS E LIDAR. **BCG-Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 22, n. 1, jan-mar, 73-94 p., 2016.

SILVA, M. V.; SCHULLER, C. A. B. Avaliação de dados planimétricos lidar para áreas urbanas: Recife - PE. RBC. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 67, p. 1103-1117, 2015.

SZTUTMAN, P. **Análise da qualidade posicional das bases do Google Maps, Bing Maps e da Esri para referência espacial em projetos em SIG: aplicação para o município de São Paulo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, São Paulo, Brasil, 182 p., 2014.

TORRENT, E. F. *et al.* Implementación de procesos de control de calidad en la actualización de series cartográficas urbanas mediante combinación de CAD y SIG. **Revista cartográfica**, n. 103, p. 47-69, 2021.

TVEITE, H.; LANGAAS, S. An accuracy assessment method for geographical line data sets based on buffering. In: **International Journal of Geographical Information Science**. v. 13, n. 1, p. 27-47, 1999.

WONG, D. W. S; LEE, J. **Statistical analysis of geographic information with ArcView GIS and ArcGIS**. John Wiley & Sons, 2005.

ZANETTI, J. **Influência do número e distribuição de pontos de controle em ortofotos geradas a partir de um levantamento por VANT**. Dissertação (mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2017.

ZANETTI, J.; SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. G.; OLIVEIRA, J. C. de. Avaliação da Acurácia Posicional Utilizando os Métodos de Feição Linear: Pontos Finais, Pontos Intermediários, Ponto Gerado, Influência do Vértice, Normalização do Buffer Duplo e Fator de Fuzziness. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 73, n. 1, p. 278–295, 2021.

ZANETTI, J. **Método TRS: Uma proposta para avaliar a tendência em produtos cartográficos por meio da análise em feições lineares**. Tese (doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2022.

CAPÍTULO 3. METODOLOGIA PARA A AVALIAÇÃO DA ACURÁCIA POSICIONAL TRIDIMENSIONAL UTILIZANDO FEIÇÕES LINEARES

Resumo: É possível observar um crescimento notável na produção e aplicação de dados geoespaciais 3D em vários ramos do conhecimento, o que demanda um controle de qualidade adequado para esses dados. Diante disso, este capítulo propõe uma abordagem metodológica integrada para avaliar a acurácia posicional tridimensional de produtos cartográficos utilizando feições lineares. A metodologia combina etapas como seleção do tamanho amostral, avaliação do padrão de distribuição espacial pelo método Three-Dimensional Spatial Distribution (TDSD), cálculo de discrepâncias posicionais, detecção de outliers, análise de tendências pelo método 3D Translation Rotation Scale (3D TRS) e classificação conforme padrões de qualidade brasileiros. Para o cálculo da discrepância posicional, foram aplicados os métodos de feições lineares 3D Distância de Hausdorff, Influência do Vértice e Buffer Duplo Modificado 3D, adotando-se as tolerâncias do Decreto nº 89.817/84 e da Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG). Na aplicação prática em uma área de estudo real (municípios de Rio Acima e Nova Lima, MG, com aproximadamente 180 km²), utilizando feições lineares como hidrografia numérica e linhas de cumeada extraídas de Modelos Digitais de Superfície (MDS SRTM de 30 m como teste e MDS de referência de 1,2 m), obteve-se um padrão de distribuição espacial tridimensional disperso (média ponderada TDSD = 2,895), ausência de outliers (critério 3σ com tolerância $3 \times EP$) e ausência de efeitos sistemáticos (translação, rotação ou escala) pelo método 3D TRS. O produto cartográfico foi classificado na classe B para a escala 1:100.000 (equidistância vertical de 50 m). Em comparação, a avaliação com feições pontuais na mesma área e escala resultou em classificação mais restritiva: classe C pelo método de Santos (2015) e classe D pelo método do Elipsoide de Incertezas de Lisboa (2019). Os resultados demonstram que a metodologia proposta é eficaz, robusta e menos restritiva que abordagens baseadas em pontos, capturando informações geométricas adicionais das feições lineares, contribuindo assim para o avanço do controle de qualidade cartográfica de dados geoespaciais 3D.

Palavras-chave: Acurácia Posicional, Feições Lineares Tridimensionais, Distribuição Espacial, Análise de Tendência.

Abstract: A notable growth in the production and application of 3D geospatial data can be observed in various branches of knowledge, which demands adequate quality control for this data. Therefore, this chapter proposes an integrated methodological approach to evaluate the three-dimensional positional accuracy of cartographic products using linear features. The methodology combines steps such as sample size selection, evaluation of the spatial distribution pattern using the Three-Dimensional Spatial Distribution (TDSD) method, calculation of positional discrepancies, outlier detection, trend analysis using the 3D Translation Rotation Scale (3D TRS) method, and classification according to Brazilian quality standards. For the calculation of the positional discrepancy, the 3D linear feature methods Hausdorff Distance, Vertex Influence and Modified 3D Double Buffer were applied, adopting the tolerances of Decree No. 89.817/84 and the Technical Specification for Quality Control of Geospatial Data (ET-CQDG). In practical application in a real study area (municipalities of Rio Acima and Nova Lima, MG, with approximately 180 km²), using linear features such as numerical hydrography and ridgelines extracted from Digital Surface Models (30 m SRTM DSM as a test and 1.2 m reference DSM), a dispersed three-dimensional spatial distribution pattern was obtained (weighted average TDSD = 2.895), absence of outliers (3σ criterion with $3 \times SE$ tolerance) and absence of systematic effects (translation, rotation or scale) by the 3D TRS method. The cartographic product was classified in class B for the 1:100,000 scale (vertical equidistance of 50 m). In comparison, the evaluation with point features in the same area and scale resulted in a more restrictive classification: class C by the Santos method (2015) and class D by the Lisboa Uncertainty Ellipsoid method (2019). The results demonstrate that the proposed methodology is effective, robust, and less restrictive than point-based approaches, capturing additional geometric information from linear features, thus contributing to the advancement of cartographic quality control of 3D geospatial data.

Keywords: Positional Accuracy, Three-Dimensional Linear Features, Spatial Distribution, Trend Analysis.

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, o território tem experimentado transformações significativas, decorrentes tanto de fenômenos naturais quanto de atividades humanas, tornando-se extremamente dinâmico. Frequentemente, essas mudanças acontecem de forma acelerada, tornando essencial manter as informações espaciais atualizadas para assegurar que os dados sejam utilizados adequadamente para um propósito específico e na tomada de decisões, prevenindo que a qualidade cartográfica seja subestimada (Bravo e Sluter, 2015; Neto *et al.*, 2017).

Nesse sentido, conforme Zanetti *et al.* (2018), surge o controle de qualidade cartográfica, um processo essencial de validação, visto que, por meio dele, é possível assegurar a legitimidade de um produto ao identificar suas incertezas e inconsistências. Esse processo também define as limitações, as finalidades de uso, a acurácia dos dados, e aponta as discrepâncias, omissões e falhas (Nogueira Jr, 2003; Santos *et al.*, 2015). Além disso, Lunardi *et al.* (2012) destacam também a necessidade da padronização dos produtos gerados, visto que isso facilitaria a interoperabilidade entre eles e permitiria uma avaliação mais eficaz de sua qualidade.

Dessa forma, a qualidade dos dados espaciais, segundo a ISO 19157 (ISO, 2023), é avaliada com base em elementos fundamentais, como a acurácia temporal, consistência lógica, completude, acurácia posicional, acurácia temática, e meta qualidade. Sendo assim, a avaliação da qualidade dos produtos cartográficos com base nesses elementos deve seguir metodologias eficientes (Ariza-López *et al.*, 2021).

Mozas-Calvache e Ariza-López (2010) e Lisboa (2019) afirmam que a acurácia posicional constitui um dos elementos fundamentais no controle de qualidade cartográfica, uma vez que essa analisa a proximidade posicional do produto em relação a uma referência, identificando as incertezas posicionais contidas no produto em questão, possibilitando a sua classificação dentro de um parâmetro de qualidade.

No contexto brasileiro, a análise da acurácia posicional é realizada de acordo com as orientações estabelecidas pelo Decreto nº 89.817 (Brasil, 1984). O presente decreto classifica o produto conforme a acurácia posicional, a qual é avaliada pela discrepância entre pontos homólogos no produto testado e sua referência. Ademais, a Diretoria de Serviços Geográficos do Exército (DSG) desenvolveu outras diretrizes, incluindo a Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais.

ais (ET-CQDG), as quais contribuem para a interpretação do Decreto nº 89.817/1984. Nesta norma é incluída uma categoria adicional para a avaliação da qualidade posicional, além da sugestão de abordagens para analisar outros aspectos da qualidade (Santos *et al.*, 2016; Lisboa *et al.*, 2019).

Em relação aos padrões internacionais, tem-se a ISO 19157 - Informação Geográfica — Qualidade dos Dados, o padrão NMAS (*National Map Accuracy Standards*) do Serviço Geológico dos Estados Unidos, a NSSDA (*National Standard for Spatial Data Accuracy*), o padrão ASPRS (*American Society of Photogrammetry and Remote Sensing*) e o STANAG (*Standardization Agreement*) da OTAN (Organização do Tratado do Atlântico Norte) (Ariza e Atkinson, 2006; Ariza e Atkinson, 2008; Miguel Castro, 2014; Zanetti *et al.*, 2018).

No que tange às feições empregadas na análise da acurácia posicional, Santos *et al.* (2015) e La Vega *et al.* (2016) ressaltam que a utilização de feições pontuais, fundamentada na comparação entre pontos homólogos, é amplamente reconhecida e frequentemente aplicada. No entanto, nas décadas recentes, vários estudos têm investigado a aplicação de feições lineares na avaliação da acurácia posicional (Cunha *et al.*, 2024). Vantagens que justificam utilizar este tipo de feição incluem a sua predominância em bases cartográficas e a quantidade de informações geométricas que proporcionam.

Levando em conta a avaliação em duas dimensões por meio de feições lineares, na década de 1980, foram sugeridos métodos como o Ponto Gerado (*Points Intermediate Method*) (Masry *et al.*, 1980), o Método da Distância Média (*Average Distance Method*) (McMaster, 1986) e a Banda de Erro Épsilon (*Epsilon Band Method*) (Masry *et al.*, 1980; Blakemore, 1984).

Na década de 1990, emergiram novas abordagens, dentre as quais se destacam a Completude (*Completeness*) e a Corretude (*Correctness*) (Heipke *et al.*, 1997), o Método da Distância de Hausdorff (*Hausdorff's Distance Method*) (Abbas *et al.*, 1995), o Retângulo Envolvente (Ferreira e Cintra, 1999), o Método do Buffer Simples (*Simple Buffer Method*) (Goodchild e Hunter, 1997), o Método do Buffer Duplo (*Double Buffer Method*) (Tveite e Langaas, 1999).

No início dos anos 2000, foram implementados o Banda-G (*G-band*) (Shi e Liu, 2000) e o método Aproximações por *Spline* (*Spline Approaches*) (Galo *et al.*, 2001). Recentemente, na década de 2010, surgiram novos métodos, como o Método de Influência do Vértice (Mozas e Ariza, 2011), o Modelo Unificado (*Unified Model*)

(Cai *et al.*, 2014), o Modelo de Erros Estatísticos em Simulação (*Model of Statistical Simulation Errors*) (Tong *et al.*, 2013), além de uma alteração do Método de Influência do Vértice, conhecido como Método de Influência do Vértice por Vértices (Mozas e Ariza, 2018).

No período de 2010 a 2019, estudiosos também sugeriram a aplicação de feições lineares para avaliação tridimensional, conforme registrado em Mozas *et al.* (2013), Mozas e Ariza (2015), La Vega *et al.* (2016), Mozas *et al.* (2017) e Fonseca (2018). Isso demonstra que há mais de quarenta anos, tem-se procurado o avanço de metodologias destinadas à avaliação da acurácia posicional mediante a utilização de feições lineares, evidenciando a relevância e a viabilidade de sua aplicação.

De acordo com Lisboa *et al.* (2019), a acurácia posicional está ligada às componentes X, Y e Z, as quais, segundo Li *et al.* (2005), podem ser analisadas de forma isolada ou por meio de uma medida única que sintetize a acurácia posicional tridimensional de um dado espacial. As avaliações realizadas, tanto no Brasil quanto no exterior, são realizadas separadamente, levando em conta a planimetria (X e Y) e a altimetria (Z).

Li *et al.* (2005), Santos *et al.* (2016) e Fonseca (2018) indicam que a avaliação simultânea apresenta maior complexidade na sua implementação, o que frequentemente resulta na não aplicação da acurácia posicional planimétrica na avaliação de modelos tridimensionais, por exemplo. Tal situação pode acarretar complicações, uma vez que os modelos tridimensionais, como os Modelos Digitais de Elevação (MDE) e os Modelos Digitais de Superfície (MDS), constituem uma reprodução matemática da superfície terrestre, amplamente empregadas em várias áreas, como na engenharia para a representação de feições da superfície, além de serem aplicadas em hidrologia, meio ambiente, cartografia, geomorfologia, entre outras áreas (Li *et al.*, 2005; Lisboa *et al.*, 2019).

Além disso, conforme observado por Santos (2015), as metodologias que avaliam conjuntamente a planimetria e altimetria geralmente são mais restritivas e rigorosas, proporcionando uma avaliação mais precisa da acurácia posicional do produto 3D.

Vale ressaltar que, para que o processo de avaliação da acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares seja mais completo, é necessário avaliar outros aspectos, como o padrão de distribuição espacial dos dados, a análise de tendência e a presença ou não de *outliers*. Em relação ao padrão de distribuição es-

posicional de feições lineares 2D, tem-se o trabalho de Cunha *et al.* (2024), o qual propôs um método que possibilita avaliar o padrão de distribuição espacial de feições lineares para primeira ordem e ordens superiores. Já para análise de tendência com feições lineares 2D, pode-se citar o trabalho de Zanetti (2022), em que esta elaborou um método que verifica a presença ou não de tendência nos dados e sua magnitude, considerando se há efeitos de translação, rotação e escala. Por fim, para verificação de *outliers*, foram considerados métodos consolidados na literatura, conforme descrito em Nero (2005), Santos *et al.* (2016) e Cristo (2021).

Assim, a implementação de uma metodologia padronizada para a avaliação da acurácia posicional de produtos cartográficos tridimensionais constitui um significativo progresso, contribuindo com o objetivo de tornar o controle de qualidade mais completo, além de prevenir que decisões incorretas sejam tomadas, elevando a confiabilidade quanto à qualidade dos dados.

Sendo assim, o objetivo deste capítulo é propor uma metodologia que possibilite a avaliação da acurácia posicional utilizando feições lineares tridimensionais que englobe o padrão de distribuição espacial da amostra, a detecção de *outliers* e as análises de precisão e tendência segundo o padrão de qualidade brasileiro.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. CONTROLE DE QUALIDADE CARTOGRÁFICA (CQC)

De acordo com Fonseca (2019) e Lisboa *et al.* (2019), o controle de qualidade relaciona-se à precisão das informações e aos métodos empregados em toda a metodologia, desde a sua concepção até a sua produção final. Nesse contexto, Harding (2006) afirma que o provedor das informações deve entender a qual o objetivo do uso de um produto cartográfico, a fim de garantir a qualidade durante o processo de elaboração, tendo como objetivo atender às exigências do usuário final.

Segundo Nero (2005), o CQC mede o grau de discrepância do produto em relação ao mundo real, ou seja, a diferença que um usuário consegue esperar sem comprometer sua finalidade. O autor também alerta que a falta de controle de qualidade pode gerar impactos negativos na gestão e planejamento de projetos. Já Goodchild (2010) destaca a relevância do controle de qualidade na análise de dados espaciais, ao assegurar a acurácia e qualidade dos dados, identificando discrepâncias, omissões e incertezas, além de definir claramente o seu uso.

Sendo assim, a ISO 19157 (2023) estabelece os principais elementos a serem avaliados para verificar a qualidade cartográfica. Dentre eles, tem-se:

- **Completude:** avalia excessos e as ausências de feições no produto cartográfico;
- **Consistência Lógica:** de acordo com as regras lógicas da estrutura de dados, mede a conformidade;
- **Acurácia temática:** acurácia qualitativa quanto quantitativa dos atributos;
- **Acurácia temporal:** verifica as relações temporais dos atributos e feições e a qualidade;
- **Meta Qualidade:** conjunto de informações qualitativas e quantitativas sobre o resultado e o processo de avaliação da qualidade;
- **Acurácia Posicional:** mais utilizada e que define dentro de um sistema de referência espacial, a acurácia da posição espacial das feições.

2.1.1. Acurácia Posicional

De acordo com a ISO 19.157 (2023) e a DSG (2016), a acurácia posicional pode ser descrita por três subcomponentes:

- Acurácia absoluta ou externa: refere-se à proximidade com que as coordenadas do dado analisado correspondem às coordenadas de referência obtidas com maior acurácia no terreno;
- Acurácia relativa ou interna: relaciona-se à proximidade da posição relativa de uma feição em comparação com um produto de maior acurácia e suas posições relativas de referência;
- Acurácia posicional em dados matriciais: diz respeito à proximidade das posições dos dados em suas posições tidas como referência em relação a uma estrutura quadricular regular.

Conforme La Vega *et al.* (2016) e Cunha *et al.* (2019), a análise da acurácia posicional é efetuada por meio da comparação entre as feições do produto a ser avaliado e suas respectivas correspondências em um dado de referência. Para tal, há padrões e normas que definem procedimentos e tolerâncias para avaliar dados espaciais em relação à sua qualidade posicional.

Conforme apontam Nero (2005), Santos *et al.* (2015) e Zanetti *et al.* (2018), a maior parte das normas de controle de qualidade posicional emprega metodologias nas quais os pontos são claramente delimitados e espacialmente distribuídos. Contudo, a autora indica que é viável empregar tanto feições pontuais quanto lineares na avaliação da acurácia posicional. Ademais, em regiões onde a distribuição dos pontos não é uniforme, mas existe uma quantidade significativa deles em grande parte da área de estudo, a aplicação conjunta de feições lineares pode ser uma opção viável.

Ainda de acordo com Fonseca (2018), é possível avaliar características como a extensão das linhas, o número de vértices, o distanciamento entre os vértices e a porcentagem de inclusão em uma área de incerteza. Por outro lado, Tveite e Langaa (1999) sustentam que as feições pontuais podem ser mais fáceis de representar e aplicar. No entanto, os pontos oferecem menos informações sobre acurácia em

comparação com as feições lineares, que incluem uma grande quantidade de pontos ao longo de um segmento de linha.

Conforme Li *et al.* (2005) e Santos *et al.* (2016), na avaliação da acurácia posicional 3D, as componentes espaciais podem ser analisadas separadamente, avaliando a planimetria de forma independente da altimetria, ou por meio de uma única medida que avalie simultaneamente ambas. Entretanto, os autores recomendam o uso de uma medida única para avaliar a acurácia posicional 3D, principalmente quando se trabalha com Modelos Digitais de Superfície (MDS) e Modelos Digitais de Elevação (MDE), onde a identificação de feições homólogas se torna mais complexa em comparação, por exemplo, com as feições de uma base cartográfica.

2.1.2. Normas do Brasil Para Avaliação da Acurácia Posicional

Existem duas principais normas no Brasil que abordam a qualidade na cartografia: o Decreto no 89.817/84 (BRASIL, 1984) e a Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG) da Infraestrutura Nacional de Dados Espaciais (INDE) (DSG, 2016). Estas definem as orientações para a cartografia do país, estabelecendo os padrões mínimos que devem ser aplicados a todas as entidades, sejam elas públicas ou privadas, envolvidas na criação ou uso de serviços cartográficos.

O Decreto nº 89.817/84 emprega dois níveis de tolerância: o PEC (Padrão de Exatidão Cartográfica) e o EP (Erro Padrão). Estas variam conforme a escala e classe (A, B, C) testada. Assim, para que um produto receba a classificação de acordo com o Decreto, é imprescindível atender a duas condições, quais sejam:

- 90% dos pontos avaliados no terreno devem conter discrepâncias inferiores ao valor do PEC definido para a classe e escala testada;
- Valor do RMS (Erro Médio Quadrático) igual ou menor ao valor do EP para a classe e escala testada.

Entretanto, o avanço tecnológico tem possibilitado geotecnologias cada vez mais acuradas, o que impulsionou o aperfeiçoamento dos padrões estabelecidos pelo Decreto nº 89.817. Como resultado, a Especificação Técnica para Estruturação dos Dados Geoespaciais Vetoriais (ET-ADGV) da INDE introduziu um novo Padrão de Exatidão Cartográfica voltado para Produtos Cartográficos Digitais (PEC-PCD)

(DSG, 2011). Contudo, visando a criação de um documento específico para o controle de qualidade cartográfica, a INDE publicou em 2016 a ET-CQDG, baseada na norma ISO 19157:2013 (ISO, 2013).

Dessa forma, esse novo padrão também incorporou uma classe mais rigorosa em comparação às estabelecidas pelo decreto original. A Tabela 1 contém as classes de acurácia definidas pela ET-CQDG (DSG, 2016) e pelo Decreto nº 89.817 (Brasil, 1984).

Tabela 1 - Valores do PEC e EP considerando a planimetria e altimetria conforme o Decreto nº89.817/84 e a ET-CQDG.

CLASSE		PECPlan (m)	EPPlan (m)	PECAIt (m)	EPAIt (mm)
PEC	PEC-PCD				
-	A	0,28*d	0,17*d	0,27*Eq	1/6*Eq
A	B	0,50*d	0,30*d	1/2*Eq	1/3*Eq
B	C	0,80*d	0,50*d	3/5*Eq	2/5*Eq
C	D	1,00*d	0,60*d	3/4*Eq	1/2*Eq

Sendo que d representa o valor do denominador da escala de estudo e Eq é referente ao valor da equidistância das curvas de nível.

Fonte: O autor (2025).

Conforme mencionado anteriormente, a avaliação da acurácia posicional 3D pode ser efetuada de duas maneiras: analisando a componente planimétrica e altimétrica de forma isolada ou, alternativamente, avaliando simultaneamente ambas por meio de uma resultante tridimensional. No entanto, de acordo com Lisboa *et al.* (2019), a primeira abordagem é predominante no Brasil e em vários outros países, uma vez que não existem padrões que indicam tolerâncias tridimensionais. Alguns trabalhos nessa área podem ser vistos em Zanardi (2006), Camargo *et al.* (2009), Cruz *et al.* (2011), Oliveira (2011) e Iorio *et al.* (2012).

2.1.3. Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional Utilizando Feições Pontuais

Os métodos utilizados para avaliar a acurácia posicional 3D com feições lineares e pontuais serão apresentados a seguir.

2.1.3.1. Utilização da propagação de variâncias do Decreto 89.817/84 para Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional, método apresentado por Santos (2015)

Refere-se a uma metodologia sugerida por Santos (2015) para a avaliação da acurácia posicional 3D de Modelos Digitais de Superfície (MDS) com base na propagação de variâncias, a qual se revela mais rigorosa em comparação à análise realizada de forma isolada da planimetria e altimetria conforme estabelecido pelo Decreto nº 89.817/84.

Para isso, o autor define a resultante tridimensional das discrepâncias conforme a Equação 1:

$$d_{3Di} = \sqrt{d_{2Di}^2 + d_{Zi}^2} \quad (1)$$

Sendo:

d_{2Di} : resultante da planimetria;

d_{Zi} : resultante da altimetria;

d_{3Di} : resultante tridimensional.

O autor realiza a propagação de variâncias, onde obtém-se a fórmula para a variância 3D:

$$\sigma_{d_{3Di}}^2 = \frac{d_{a_{2Di}}^2 \cdot \sigma_{a_{2Di}}^2 + d_{Zi}^2 \cdot \sigma_{d_{Zi}}^2 + 2 \cdot d_{2Di} \cdot d_{Zi} \cdot \sigma_{2Di d_{Zi}}}{d_{a_{2Di}}^2 + d_{Zi}^2} \quad (2)$$

Onde:

$d_{a_{2Di}}$: discrepância posicional 2D para o ponto de checagem i ;

$\sigma_{2Di d_{Zi}}$: covariância entre a discrepância posicional 2D e a discrepância posicional Z, onde (Equação 3):

$$\sigma_{2Di d_{Zi}} = \frac{\sum_{i=1}^n (d_{2Di} - \overline{d_{2D}}) \cdot (d_{Zi} - \overline{d_Z})}{n - 1} \quad (3)$$

Em que:

$\overline{d_{2D}}$: discrepância posicional planimétrica média;

$\overline{d_Z}$: discrepância posicional altimétrica média.

O autor considerou que os desvios padrão referentes às discrepâncias planimétricas ($\sigma_{d_{2Di}}$) e altimétricas ($\sigma_{d_{Zi}}$) tratam-se das tolerâncias planimétricas e altimétricas (EP_{2D} e EP_Z) estabelecidas no Decreto nº 89.817/1984. Ao substituir essas to-

lerâncias na Equação 2, obtém-se a Equação 4, referente à tolerância tridimensional (EP_{3D}).

$$EP_{3D} = \sqrt{\frac{d_{2Di}^2 \cdot EP_{2D}^2 + d_{Zi}^2 \cdot EP_Z^2 + 2 \cdot d_{2Di} \cdot d_{Zi} \cdot \sigma_{2DiZi}}{d_{3Di}^2}} \quad (4)$$

Ademais, o Decreto no 89.817/84 determina que o PEC é uma métrica estatística que corresponde a 1,645 vezes o valor do EP (conforme a Equação 5). Este número representa a área abaixo da curva normal para variáveis do tipo unidimensionais, representando uma 90% de probabilidade (Santos, 2015).

$$PEC_{3D} = 1,645 \cdot EP_{3D} \quad (5)$$

Assim, de acordo com Santos (2015), para avaliar a acurácia posicional 3D de acordo com o Decreto no 89.817/84, é imprescindível cumprir as condições a seguir:

i) 90% das discrepâncias 3D das feições pontuais de checagem e seus correspondentes no produto de referência devem ter valores absolutos iguais ou inferiores aos valores do PEC_{3D} calculados para cada ponto dentro da escala e classe testadas; e

ii) Considerando 90% das discrepâncias, o RMS das discrepâncias 3D deve indicar valores absolutos iguais ou inferiores aos valores do EP_{3D} calculados considerando cada ponto de checagem.

2.1.3.2. Utilização de um Elipsoide de Incertezas para Avaliação da Acurácia Posicional 3D, proposto por Lisboa *et al.* (2019)

O método sugerido pelos autores envolve a definição de um elipsoide, onde os semieixos são determinados pelas tolerâncias estabelecidas no Decreto nº 89.817/84. Esse elipsoide, portanto, é representado pela Equação 6, caracterizando-se pelas coordenadas espaciais ($X - X_0$, $Y - Y_0$, $Z - Z_0$) no numerador, enquanto os denominadores (a , b e c) referem-se aos semieixos dessa representação geométrica.

$$\frac{(X - X_0)^2}{a^2} + \frac{(Y - Y_0)^2}{b^2} + \frac{(Z - Z_0)^2}{c^2} = 1 \quad (6)$$

Conforme Lisboa *et al.* (2019), esse método sugere que o elipsoide seja utilizado para representar as tolerâncias estabelecidas pelo Decreto nº 89.817/1984, substituindo as medidas dos semieixos (a e c) pelas respectivas tolerâncias, sendo a tolerância planimétrica (Tol_{plan}) e a tolerância altimétrica (Tol_{alt}). Como o foco está nos pontos situados dentro desse elipsoide, a equação do elipsoide é convertida em uma equação, de acordo com a Equação 7.

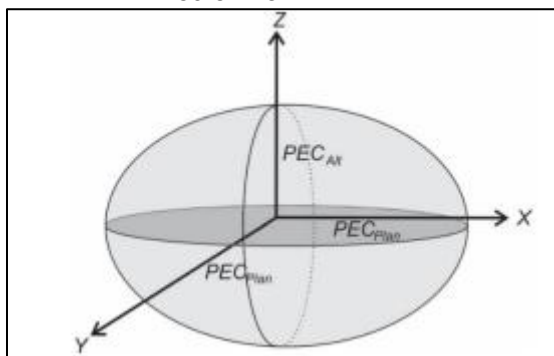
$$\frac{(X-X_0)^2 + (Y-Y_0)^2}{Tol_{plan}^2} + \frac{(Z-Z_0)^2}{Tol_{alt}^2} \leq 1 \quad (7)$$

O elipsoide é designado como Elipsoide de Incertezas (EPSI) e está centrado em (X_0 , Y_0 e Z_0). De forma análoga à metodologia sugerida pela ET-CQDG (DSG, 2016), este método precisa satisfazer, de maneira simultânea, dois critérios visando a classificação do produto cartográfico, ou seja, (Lisboa *et al.*, 2019):

- i) As discrepâncias relativas a 90% dos pontos avaliados devem atender ao critério da Equação 7. Nesse sentido, as coordenadas do produto testado (X, Y e Z) são introduzidas na Equação 3, e as tolerâncias do PEC, que correspondem à escala e à classe considerada, devem ser utilizadas nos denominadores (semieixos). Assim, é possível verificar se a discrepância resultante das coordenadas é atendida em pelo menos 90% das situações. A Figura 1 ilustra geometricamente essa situação, onde a região no elipsoide representa a área de aceitação conforme a Equação 8.

$$\left(\frac{(X-X_0)^2 + (Y-Y_0)^2}{PEC_{plan}^2} + \frac{(Z-Z_0)^2}{PEC_{alt}^2} \right) \leq 1 \quad (8)$$

Figura 1 - Representação do Elipsóide de Incertezas com as tolerâncias do PEC do Decreto nº 89.817/84.



Fonte: Lisboa *et al.* (2019).

- ii) O RMS das discrepâncias da amostra, para cada componente (RMS_X , RMS_Y e RMS_Z), deve ser inserido no numerador da Equação 9, enquanto as tolerâncias do EP, correspondentes à classe e escala testadas, substituem as variáveis no denominador (semieixos). Assim, deve-se verificar se a Equação 9 é satisfeita.

$$\left(\frac{RMS_X^2 + RMS_Y^2}{EP_{plan}^2} + \frac{RMS_Z^2}{EP_{alt}^2} \right) \leq 1 \quad (9)$$

O método EPSI (Lisboa *et al.*, 2019) é utilizado para classificar a acurácia posicional 3D, inicialmente definindo a classe e escala a serem testadas, seguido pela definição das tolerâncias (PEC e EP). Com essas tolerâncias estabelecidas, dimensionam-se os semieixos do elipsóide. Em seguida, calculam-se as discrepâncias e o RMS entre os pontos testados e os correspondentes na referência. As discrepâncias são então aplicadas na Equação 7 para verificar a sua condição, enquanto o RMS é aplicado na Equação 8 para análise. Finalmente, o produto é classificado ou rejeitado com base na escala definida.

2.1.4. Métodos Para Determinação das Discrepâncias Posicionais Tridimensionais com Feições Lineares

Conforme Santos *et al.* (2015), os métodos que empregam feições lineares podem ser categorizados em três grupos primordiais:

- i) Grupo de faixa de incerteza que se baseia em uma abordagem determinística, como o método da Banda Épsilon, Buffer Simples, Buffer Duplo e Método das Áreas;
- ii) Grupo de faixa de incerteza que utilizam uma abordagem estocástica, como o Modelo de Erros Estatístico por Simulação e a Banda Genérica;
- iii) Grupo de métodos determinísticos que executam análises geométricas, como a Influência do Vértice, Distância de Hausdorff e Aproximação por *Spline* e Ponto Gerado.

Em seguida, será detalhado os métodos de feições lineares em 3D, tais como Distância de Hausdorff, Influência do Vértice, Banda Épsilon, Buffer Simples, Buffer Duplo e Buffer Duplo Adaptado.

2.1.4.1. Distância de Hausdorff 3D

Conforme Santos *et al.* (2015) e Fonseca (2018), este método ao ser aplicado a um conjunto de linhas correlatas de teste e referência, consiste em determinar o maior entre os menores afastamentos (d_r) de cada vértice da linha de referência (L_r) em relação à linha de teste (L_t) e, posteriormente, o maior entre os menores afastamentos (d_t) de cada vértice da linha de teste (L_t) em relação à linha de referência (L_r). A Distância de Hausdorff (DH) corresponde, portanto, ao valor máximo entre d_r e d_t (Ariza, 2002)

De acordo com Mozas e Ariza (2010), a Distância de Hausdorff mede a maior distância entre feições lineares, sendo extremamente sensível a mudanças nos vértices e à existência de *outliers*. Com o objetivo de atenuar tais efeitos, Mozas (2007) sugere a determinação dos valores de d_r e d_t fundamentada na média das menores distâncias entre os vértices das linhas homólogas de teste e referência, e também em sentido inverso.

De acordo com Fonseca (2018), considerando que o método da Distância de Hausdorff se fundamenta em medidas de distância, sua aplicação em um contexto tridimensional (3D) difere somente no cálculo da métrica, que, nesse caso, inclui a

consideração da componente altimétrica. A Equação 10 apresenta a formulação matemática para o cálculo da distância entre dois pontos p e q em 3D.

$$d = \sqrt{(X_q - X_p)^2 + (Y_q - Y_p)^2 + (Z_q - Z_p)^2} \quad (10)$$

Dessa forma, visando a utilização do método da Distância de Hausdorff em 3D, deve-se (Fonseca, 2018):

- i) Efetuar a seleção de uma amostra de n linhas de teste (L_t) e de referência (L_r) homólogas;
- ii) Proceder a extração dos vértices das linhas de teste e das linhas de referência;
- iii) Obter o valor da menor distância tridimensional (conforme a Equação 10) considerando cada vértice da feição linear de referência em relação à feição linear de teste e determinar a média dessas distâncias (d_r);
- iv) Obter o valor da menor distância tridimensional (conforme a Equação 10) em relação a cada vértice da feição linear de teste em relação à feição linear de referência e determinar a média dessas distâncias (d_t);
- v) Dessa forma, a Distância de Hausdorff (DH) é considerada o maior valor encontrado entre d_r e d_t .

2.1.4.2. Influência do Vértice 3D

Este método analisa a distância dos vértices em relação à linha de referência (L_r) comparando-os com a linha de teste (L_t). Essas distâncias são avaliadas considerando o tamanho dos segmentos próximos ao vértice em questão (L^{i-1} e L^i). Em seguida, calcula-se a média aritmética ponderada, utilizando o comprimento total da linha de referência (C_{L_r}), a fim de determinar a discrepância média (D) entre as feições avaliadas (Santos *et al.*, 2015; Zanetti *et al.*, 2021).

A determinação da discrepância média (D) adquirida pelo método da Influência do Vértice é apresentada na Equação 11.

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n (d_i (L^{i-1} + L^i))}{2CL_r} \quad (11)$$

Onde:

d_i : corresponde à distância mínima 3D entre o vértice i e a linha de teste;

CL_r : é o comprimento total 3D da linha de referência;

L^{i-1} e L^i referem-se aos comprimentos 3D dos segmentos próximos ao vértice i .

A aplicação desse método na forma 3D consiste em (Fonseca, 2018):

- i) Escolher um conjunto de n linhas de teste (L_t) e de referência (L_r) homólogas;
- ii) Obter os vértices das linhas de teste e de referência;
- iii) Identificar a menor distância 3D (d_i) para cada vértice i da linha de referência em relação à sua homóloga de teste;
- iv) Determinar o comprimento tridimensional dos segmentos próximos ao vértice i da feição linear de referência;
- v) Obter o valor total tridimensional do comprimento da linha de referência e determinar a discrepância média tridimensional (d) para cada par de linha homóloga, conforme a Equação 11.

2.1.4.3. Banda Épsilon 3D

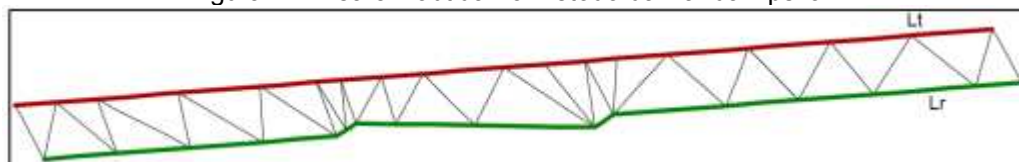
Esse método foi modificado por Masry *et al.* (1980) e Blakemore (1984), sendo utilizado para calcular um indicador de discrepância posicional (\mathcal{E}). Esta medida é calculada pela relação entre a soma das áreas (A) resultantes da sobreposição de pares de feições lineares homólogas e o comprimento da linha de teste (L_T), conforme estabelecido na Equação 12:

$$\mathcal{E} = \frac{\sum A}{L_T} \quad (12)$$

De acordo com Mozas-Calvache e Ariza-López (2014) e Fonseca (2018), calcular a área formada entre as linhas analisadas é mais complexo em 3D do que em 2D, visto que as linhas avaliadas frequentemente estão em planos diferentes. Dessa

forma, para então calcular a área 3D entre linhas homólogas, os autores recomendam o uso da triangulação (Figura 2). Desta forma, a área total que está entre as feições lineares homólogas é calculada por meio do somatório das áreas dos triângulos. Ademais, a área de um triângulo em três dimensões (A) é determinada por meio da Equação 13.

Figura 2 - Área 3D obtida no método da Banda Épsilon.



Fonte: Lisboa *et al.* (2019).

$$A = \sqrt{A_{XY}^2 + A_{XZ}^2 + A_{YZ}^2} \quad (13)$$

Sendo:

A : é área em 3D de um triângulo;

A_{XY} , A_{XZ} , A_{YZ} : refere-se a área em 2D das projeções do triângulo 3D nos planos XY, XZ e YZ na sequência indicada.

Dessa forma, visando a aplicação do método da Banda Épsilon utilizando feições lineares 3D deve-se (Fonseca, 2018):

- i) Obter uma amostra de n linhas de teste (L_T) e de referência (L_r) homólogas;
- ii) Efetuar a sobreposição entre linhas de teste e as linhas de referência;
- iii) Triangular a área obtida entre as linhas de teste e referência, de forma a obter áreas menores;
- iv) Calcular as áreas formadas entre as linhas homólogas de teste e referência, conforme a Equação 13;
- v) Determinar o comprimento tridimensional da feição linear de teste (L_T);
- vi) Obter a discrepância posicional (\mathcal{E}) entre cada par de linha avaliada, de acordo com a Equação 12.

2.1.4.4. Buffer Simples 3D

O método elaborado por Goodchild e Hunter (1997) analisa a proporção de inserção da linha de teste na área gerada por um *buffer* executado na feição linear de referência. De acordo com a explicação de Santos *et al.* (2015), na presente abordagem, a largura da banda de erro é definida quando a porcentagem de inclusão da feição linear de teste alcança uma tolerância previamente estipulada (comumente entre 90% e 95%) considerando uma largura específica do *buffer* implementada à linha de referência.

Segundo mencionado por La Vega *et al.* (2016), a implementação do método do Buffer Simples (Figura 3) em um ambiente tridimensional (3D) demanda a utilização de ferramentas que sejam aptas a criar *buffers* 3D e a executar operações de interseção entre linhas e sólidos. Nesse contexto, a metodologia do Buffer Simples 3D compreende a avaliação da proporção de inserção da linha de teste em relação ao volume do sólido criado pela implementação do *buffer* tridimensional. Assim, a implementação desse método pode ser descrita através das seguintes etapas, conforme Fonseca (2018):

- i) Obter uma amostra de n linhas de teste (L_t) e de referência (L_r) homólogas;
- ii) Determinar o comprimento 3D de cada feição linear de teste (C_{L_t});
- iii) Criar um sólido de referência aplicando um *buffer* tridimensional de largura x para cada linha de referência;
- iv) Efetuar a interseção entre as linhas de teste homólogas e o *buffer* tridimensional das linhas de referência;
- v) Obter o comprimento tridimensional dos segmentos da linha de teste contidos no sólido de referência (C_{L_x});
- vi) Determinar o percentual de inclusão da linha de teste no sólido de referência, conforme a Equação 14.

$$P(x) = \frac{C_{L_x}}{C_{L_t}} x 100 \quad (14)$$

Figura 3 - Buffer Simples 3D.



Fonte: Lisboa *et al.* (2019).

2.1.4.5. Buffer Duplo 3D

Tveite e Langaas (1999) sugeriram o método do Buffer Duplo, o qual é uma evolução do método do Buffer Simples. Sua abordagem abrange a utilização de *buffers* nas linhas de teste e referência, levando à criação de polígonos e à execução de cálculos de interseção entre essas geometrias (Santos *et al.*, 2015; Fonseca, 2018).

De acordo com Tveite e Langaas (1999) e Fonseca (2018), o uso do Buffer Duplo deve ser realizado de forma iterativa, visando estabelecer a largura ideal do *buffer* para o grupo de dados avaliados. Deve-se então iniciar com uma largura de *buffer*, a qual pode ser definida com base na acurácia dos dados de referência. Cada repetição aumenta progressivamente a largura do *buffer* até que os resultados apresentem estabilidade.

Assim, ao implementar *buffers* tridimensionais nas feições lineares de teste e referência, e ao proceder com operações de sobreposição entre os sólidos resultantes, chega-se a quatro volumes diferentes (Figura 4) (Fonseca, 2018).

- i) Volume tipo a: Volume que não está contido nem em B_T (*Buffer* da linha de teste) nem em B_R (*Buffer* da linha de referência).
- ii) Volume tipo b: Volume que não está contido em B_T , mas inserido em B_R .
- iii) Volume tipo c: Volume que está presente em B_T , mas não em B_R .
- iv) Volume tipo d: Volume que está inserido em ambos, B_T e B_R .

Figura 426 - Representação dos volumes obtidos pela sobreposição dos *buffers* 3D nas feições lineares de teste e de referência.



Fonte: Lisboa *et al.* (2019).

De acordo com La Vega *et al.* (2016), para análises em três dimensões, as medidas de discrepância média devem passar por modificações. Sendo assim, estes recomendam o uso de volumes em vez de áreas para calcular a discrepância média (Equação 15). É importante notar que, conforme a Equação 15, as medidas de discrepância média são expressas em unidades de área.

$$DM_{3D} = \frac{\pi^2 \cdot x^2}{2} \cdot \frac{\text{Volume (Tipo b)}}{\text{Volume } B_{Ti}} \quad (15)$$

2.1.4.6. Buffer Duplo 3D Modificado

Este método foi proposto por Fonseca (2018), partir da constatação de que o valor da discrepância obtido com a aplicação do método do Buffer Duplo apresentava unidade de área. Sendo assim, utilizando dados sintéticos, este autor propôs uma alteração da Equação 15 (Equação 16), de forma que a unidade resultante da discrepância 3D é linear, a mesma unidade do dado de entrada, sendo obtida por meio da multiplicação da largura do *buffer* e a razão entre volumes do método Buffer Duplo 3D.

$$DMa_{3D} = \frac{\pi \cdot x}{2} \cdot \frac{\text{Volume (Tipo b)}}{\text{Volume } B_{Ti}} \quad (16)$$

Sendo assim, a aplicação dessa adaptação consiste em (Fonseca, 2018):

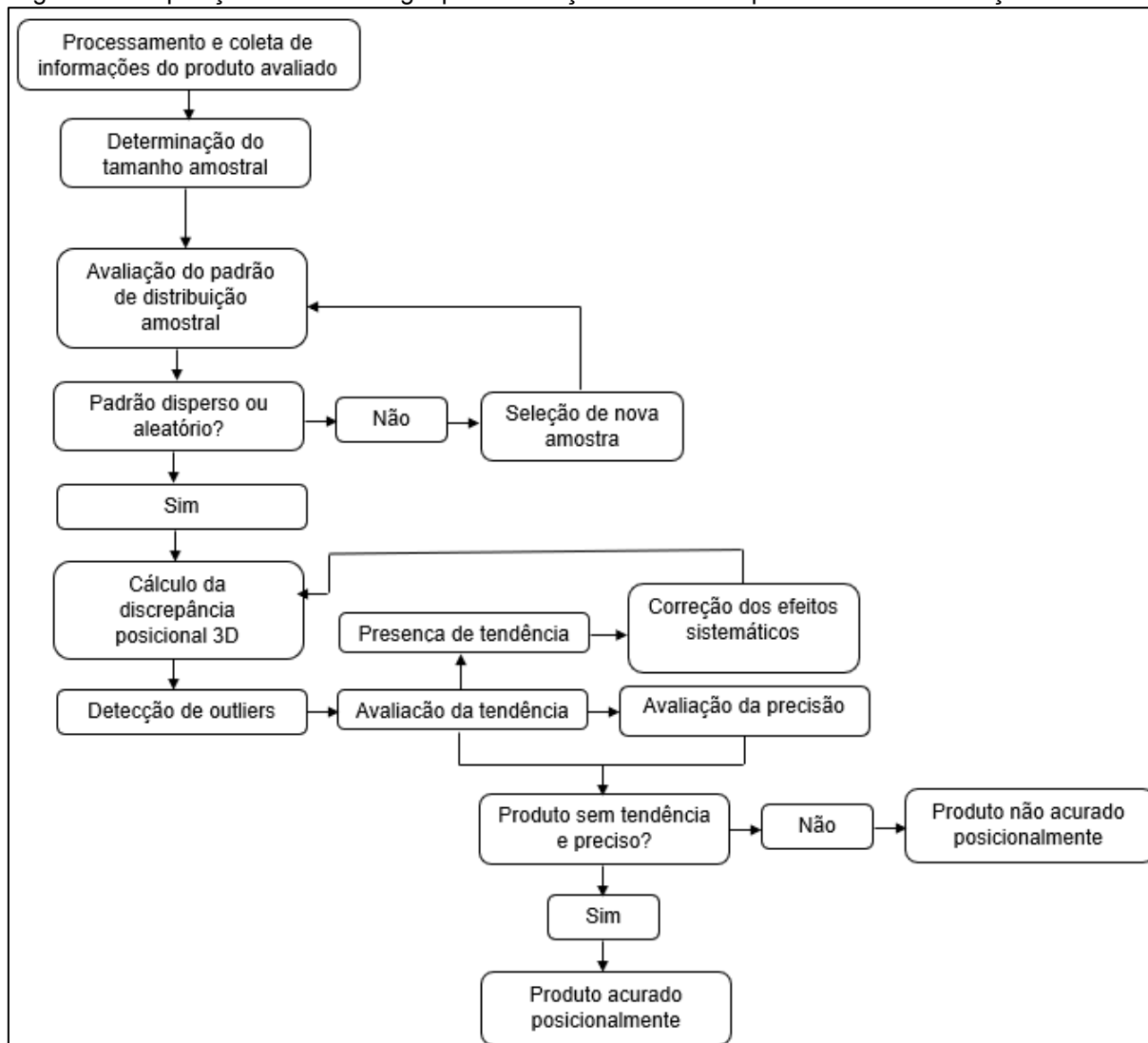
- i) Obter uma amostra de n linhas de teste (L_t) e referência (L_r) homólogas;
- ii) Executar o *buffer* tridimensional nas linhas homólogas, gerando sólidos de referência e teste;

- iii) Efetuar as operações de sobreposição dos sólidos gerados, obtendo os volumes gerados pelo *Buffer* 3D;
- iv) Determinar a discrepância média tridimensional (Equação 16).

3. METODOLOGIA PROPOSTA

A metodologia proposta, exposta no fluxograma da Figura 5, consiste em avaliar a acurácia posicional tridimensional, seguindo a metodologia descrita em Santos *et al.* (2016a), com o diferencial de analisar a componente tridimensional por meio de feições lineares.

Figura 5 - Proposição de metodologia para avaliação da acurácia posicional 3D com feições lineares.



Fonte: A autora (2025).

A primeira etapa consiste em selecionar um conjunto de linhas tridimensionais de teste e referência, obtidas, por exemplo, de MDE ou MDS, analisando as informações obtidas em relação ao produto avaliado. Tais informações referem-se ao *datum* utilizado, à resolução espacial, ao sistema de projeção, bem como aos métodos e técnicas utilizados na sua produção, além de definir a escala que é considera-

da na avaliação. Essas informações são cruciais para se ter uma ideia inicial sobre a qualidade dos dados.

Posteriormente, é determinado o tamanho amostral, de forma que este seja representativo da população. Alguns trabalhos que discutem esta temática tanto em feições pontuais quanto feições lineares, podem ser verificados em Nogueira Júnior (2003), Nogueira Júnior, Monico e Tachibana (2004), Nero (2005), Ariza-López *et al.* (2007), Ariza-López, Atkinson-Gordo e Nero (2007), Pereira e Nero (2012), Cintra e Nero (2015), Nero *et al.* (2017), Cunha (2024), dentre outros.

Entretanto, não há métodos/metodologias existentes para a determinação do tamanho amostral de feições lineares 3D. Dessa forma, considerando que o objetivo desta pesquisa não consiste no desenvolvimento de métodos para essa determinação e, adicionalmente, dada a relevância desse fator no processo de avaliação da acurácia posicional, será adotada, neste trabalho, a fórmula apresentada por Cunha (2024) (Equação 17).

Ressalta-se, entretanto, que a Equação 17 foi originalmente desenvolvida para a determinação do tamanho amostral de feições lineares bidimensionais (2D). Assim, a partir do valor obtido, será considerado um tamanho amostral superior, com o intuito de compensar a incorporação da terceira dimensão (3D), evidenciando-se, por fim, a necessidade de pesquisas futuras voltadas a essa temática.

$$L = 2,0176 * A^{0,5478} \quad (17)$$

Onde:

A: Área de estudo bidimensional.

Para a utilização de dados reais, como os Modelos Digitais de Superfície (MDS), é imperativo proceder ao seu processamento, assegurando a uniformização dos referenciais espaciais, caso estes empreguem modelos geoidais distintos na representação da altitude ortométrica. Dessa forma, as altitudes ortométricas dos Modelos Digitais de Superfície, tanto de teste quanto de referência, devem ser transformadas em altitudes elipsoidais. Subsequentemente, procede-se à obtenção de características morfológicas do relevo, sendo as linhas de hidrografia numérica e cumeada.

É relevante, igualmente, identificar os pontos de confluência da hidrografia numérica e de interseção das linhas de cumeada, visando realizar comparações na avaliação da acurácia posicional em relação a feições lineares tridimensionais e pon-

tos tridimensionais. Todo esse processo pode ser realizado conforme a metodologia proposta por Santos *et al.* (2016b).

Em seguida, deve ser avaliado o padrão de distribuição espacial das feições lineares tridimensionais que serão analisadas. Visando isso, utiliza-se o método *Three-Dimensional Spatial Distribution* (TDSD), o qual está descrito no Capítulo 1. É necessário obter um padrão de distribuição espacial disperso ou aleatório, evitando-se o padrão agrupado. Sendo assim, se o padrão de distribuição espacial for agrupado, deve-se proceder à seleção de outras feições, avaliando novamente a o padrão de distribuição espacial, até que se obtenha o padrão recomendado.

Obtido o padrão de distribuição espacial das feições tridimensionais recomendado, calcula-se as discrepâncias posicionais. Dessa forma, pode-se utilizar os métodos descritos nos itens 2.1.4.1. a 2.1.4.6 (Distância de Hausdorff 3D, Influência do Vértice 3D, Banda Épsilon 3D, Buffer Simples 3D, Buffer Duplo 3D e Buffer Duplo Modificado 3D). Nesse trabalho, foram utilizados o Distância de Hausdorff, Influência do Vértice e Buffer Duplo.

Também é importante e necessário verificar a presença de *outliers* no conjunto de discrepâncias. Nesse sentido, recomenda-se utilizar o método 3σ conforme descrito por Ghilani (2010). Em relação ao controle de qualidade cartográfica, Nero (2005) sugere adotar $3*EP$ como tolerância. Sendo assim, nesse trabalho será considerado dessa forma, visto que ao utilizar o Erro-Padrão, é considerada a escala de avaliação do produto cartográfico.

Dessa forma, decidiu-se adotar as tolerâncias estabelecidas pelo Decreto nº 89.817 como referência para obter os limites de tolerância 3D aplicados às feições lineares conforme sugerido por Fonseca (2018). Assim, são adotados os valores de PEC e EP referentes à classe e escala testada, tanto para a planimetria quanto para a altimetria, e, a partir desses valores, calcula-se a resultante tridimensional.

Caso seja detectado algum candidato a *outlier*, deve-se analisar as possíveis causas, bem como se é necessário retirar ou manter o dado na avaliação, visto que, dependendo da escolha, isso pode afetar o resultado obtido. Sendo assim, este deve ser retirado somente se for constatado má identificação nos produtos (teste e/ou referência). Caso contrário, essa discrepância que destoa do conjunto reflete a qualidade do produto avaliado e, portanto, não deve ser eliminado.

Já para a análise de tendência, esta é feita considerando o método 3D TRS, proposto no Capítulo 2, o qual avalia a rotação, translação e escala de feições lineares.

res 3D. Caso seja detectada tendência, é importante aplicar a metodologia proposta no Capítulo 2, visando eliminar ou minimizar os efeitos sistemáticos. Posteriormente, efetua-se novamente o cálculo das discrepâncias posicionais e observa-se se a tendência foi eliminada/minimizada.

No que se refere à avaliação da precisão, conforme a escala e a classe a serem avaliadas (Tabela 1), são obtidos os valores do PEC-PCD e EP, conforme sugerido por Fonseca (2018). Com esses valores e o conjunto de discrepâncias posicionais, verifica-se se as condições do Decreto n° 89.817/ET-CQDG foram atendidas:

- i) 90% dos valores obtidos de discrepâncias posicionais 3D deve ser menor ou igual ao valor de PEC-PCD, para a escala e classe testadas;
- ii) O RMS (*Root Mean Square*) do conjunto de discrepâncias deve ser menor ou igual ao valor de EP 3D, para a escala e classes testadas.

Dessa forma, caso o produto avaliado não apresente tendência e for preciso, ele é considerado acurado posicionalmente para a escala e classe consideradas. Se o produto não for preciso e/ou apresentar tendência, este não pode ser considerado acurado posicionalmente, mas pode ser efetuada uma análise verificando se o mesmo se enquadra em outra classe e/ou escala, ou se é viável para outra aplicação.

Para fins de comparação, visando verificar o desempenho da metodologia proposta, comparando-a com métodos que tem como base a feição mais utilizada para avaliar a qualidade posicional atualmente, pontos, será efetuada uma análise dos resultados obtidos na avaliação da acurácia posicional 3D com feições lineares.

4. RESULTADOS

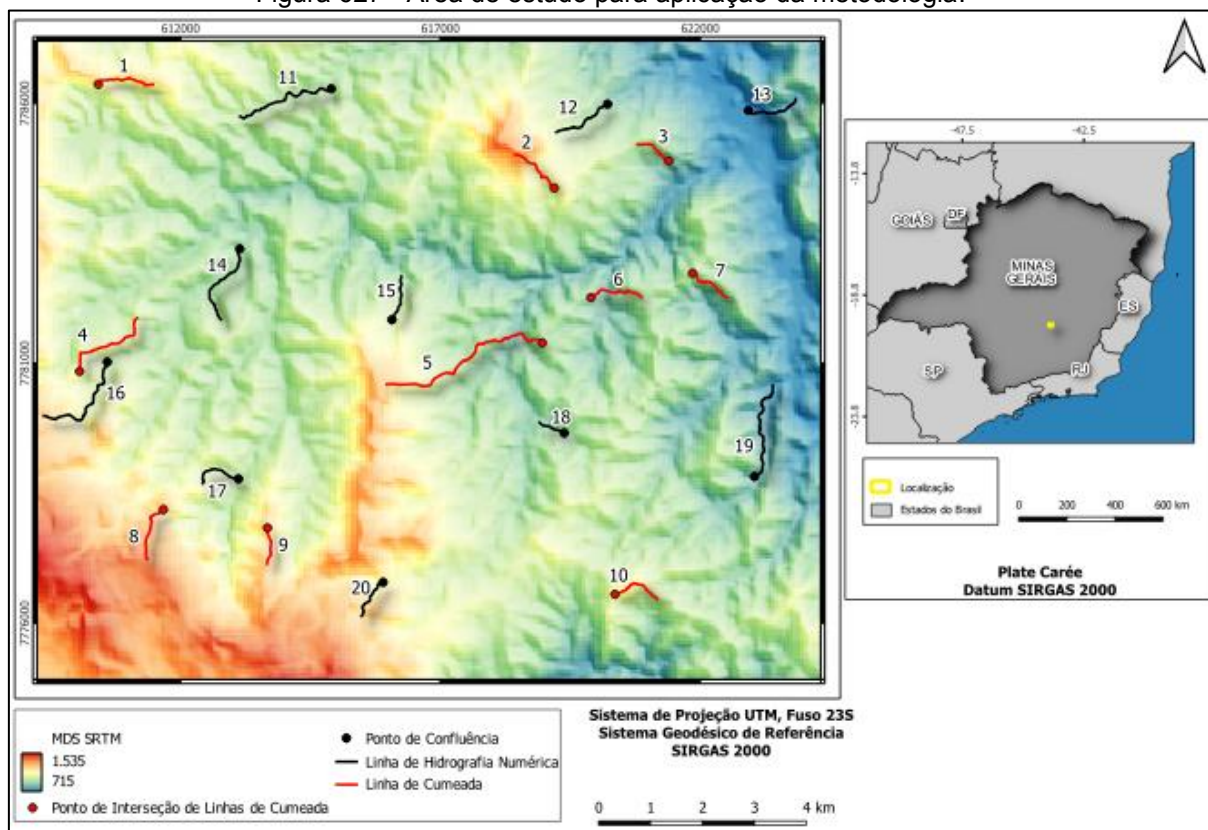
A área de estudo selecionada (Figura 6) para aplicação da metodologia sugerida abrange uma região que compreende os municípios de Rio Acima e Nova Lima, localizados no estado de Minas Gerais, com uma extensão planimétrica aproximada de 180 km² e variação altimétrica entre 715 e 1.535 metros.

Para o MDS de teste, foi utilizado o SRTM (*Shuttle Radar Topography Mission*), que possui 30 metros de resolução espacial. Já o MDS de referência adotado foi o mesmo empregado por Fonseca (2018), disponibilizado pelo Instituto de Geoinformação e Tecnologia do Estado de Minas Gerais (IGTEC). Este MDS apresenta 1,2 metros de resolução espacial.

A extração das feições morfológicas do terreno foi realizada através da metodologia sugerida por Santos *et al.* (2015). Aplicando a Equação 17 para determinação do tamanho amostral, considerando uma área de 180 km², obtém-se o valor de 34,7 km. Entretanto, conforme mencionado na metodologia, visando compensar a terceira dimensão, já que o tamanho amostral será maior do que quando se considera apenas o 2D, foram escolhidos 10 pares de linhas de hidrografia numérica (representadas em preto) e 10 pares de linhas de cumeada (em vermelho) de forma visual, resultando em um tamanho amostral de 35,5 km. Já para fins de comparação, foram selecionados 10 pontos de confluência (em preto) e 10 pontos de interseção de linhas de cumeada (em vermelho), totalizando também 20 pontos.

A adoção desse tamanho amostral dos pontos está em consonância com estudos previamente desenvolvidos na área de análise espacial e avaliação da qualidade posicional, nos quais conjuntos amostrais com aproximadamente 20 a 30 pontos são considerados suficientes para a estimativa de parâmetros estatísticos globais, bem como para a identificação de padrões espaciais, desde que os pontos sejam criteriosamente distribuídos e representativos da área de estudo. Além disso, a escolha de 20 pontos permite manter a comparabilidade entre feições pontuais e lineares, já que para cada feição linear foi escolhido uma feição pontual.

Figura 627 - Área de estudo para aplicação da metodologia.



Fonte: A autora (2025).

Para obter o padrão de distribuição amostral das feições lineares, utilizou-se o método *Three-Dimensional Spatial Distribution* (TDSD), o qual proporcionou os resultados da Tabela 2, considerando um nível de confiança de 95% para o valor de Z tabelado.

Tabela 2 - Resultado do padrão de distribuição espacial 3D pelo método TDSD.

DADOS REAIS			
PLANO	XY	XZ	YZ
ÁREA (km ²)	180,000	11,000	10,000
R OBSERVADO (m)	1976,299	287,833	274,952
R ESPERADO (m)	1500,000	370,810	353,553
ÍNDICE R	1,318	0,776	0,778
Z CALCULADO	2,717	1,915	1,902
Z TABELADO		1,960	
RESULTADO	DISPERSO	ALEATÓRIO	ALEATÓRIO
MP		2,895	
RESULTADO 3D		DISPERSO	

Fonte: A autora (2025).

Observa-se que o plano XY, correspondente à projeção planimétrica tradicional, apresentou um padrão de distribuição disperso, enquanto os planos que incorporam a componente altimétrica (XZ e YZ) indicaram um padrão aleatório. Essa diferença evidencia que a inclusão da dimensão vertical reforça a importância de análises que transcendam o espaço bidimensional clássico.

De acordo com os critérios estabelecidos pelo TDSD, a análise conjunta dos planos bidimensionais é realizada por meio da média ponderada dos valores obtidos, resultando em um índice global de 2,895. Esse valor conduziu à classificação do padrão de distribuição espacial tridimensional como disperso. Tal resultado indica que a amostra selecionada apresenta adequada representatividade espacial, não sendo necessária a redefinição do conjunto amostral para a continuidade das análises, o que valida a etapa de amostragem adotada.

Na sequência, procedeu-se à quantificação das discrepâncias posicionais tridimensionais por meio dos métodos Distância de Hausdorff, Influência do Vértice e Buffer Duplo Modificado 3D. As tolerâncias adotadas como referência basearam-se no Decreto nº 89.817/84, complementado pela Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG). Considerou-se a escala de 1:100.000, com equidistância vertical de 50 m, sendo calculadas as tolerâncias tridimensionais a partir da composição das componentes planimétrica e altimétrica, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 36 - Tolerância do Decreto nº89.817/84 e a ET-CQDG, considerando a escala 1:100.000 e equidistância vertical de 50m.

CLASSE		PECPlan (m)	EPPlan (m)	PECAIt (m)	EPAIt (m)	PEC3D (m)	EP3D (m)
PEC	PEC-PCD						
-	A	28,0	17,0	13,5	8,3	31,0	19,0
A	B	50,0	30,0	25,0	16,5	55,0	34,0
B	C	80,0	50,0	30,0	20,0	85,0	53,0
C	D	100,0	60,0	37,5	25,0	106,0	65,0

Fonte: A autora (2025).

Sendo assim, com as discrepâncias 3D obtidas por cada método aplicado, fez-se a análise para verificar se as condições do Decreto foram atendidas, conforme pode ser visto na Tabela 4. Além disso, foi considerada a largura do *buffer* de 31 metros e 55 metros para aplicação do método Buffer Duplo Modificado, conforme os valores do PEC tridimensional para as classes A e B, respectivamente.

Tabela 4 - Estatísticas descritivas considerando a utilização dos métodos de avaliação da acurácia posicional tridimensional.

INFORMAÇÕES		DISTÂNCIA DE HAUSDORFF	INFLUÊNCIA DO VÉRTICE	BUFFER DUPLO MODIFICADO
	Mínimo (m)	15,161	13,297	15,068
	Máximo (m)	32,182	31,693	36,254
	Média (m)	23,531	21,948	26,788
	N° de Feições		20,000	
	RMS (m)	24,677	23,138	27,858
	<i>Outliers</i>		Não	
Classe A	d3D ≤ PEC3D	95%	95%	80%
Classe A	RMS ≤ EP3D	Não	Não	Não
Classe B	d3D ≤ PEC3D	100%	100%	100%
Classe B	RMS ≤ EP3D	Sim	Sim	Sim

Fonte: A autora (2025).

Observa-se que os métodos Distância de Hausdorff e Influência do Vértice apresentaram comportamentos estatísticos semelhantes, tanto em termos de valores mínimos, máximos e médios, quanto em relação ao erro quadrático médio (RMS). Em contrapartida, o método Buffer Duplo Modificado apresentou, de forma consistente, valores mais elevados de discrepância, comportamento já reportado em estudos anteriores, como o de Fonseca (2018), o que pode ser atribuído à natureza mais restritiva desse método.

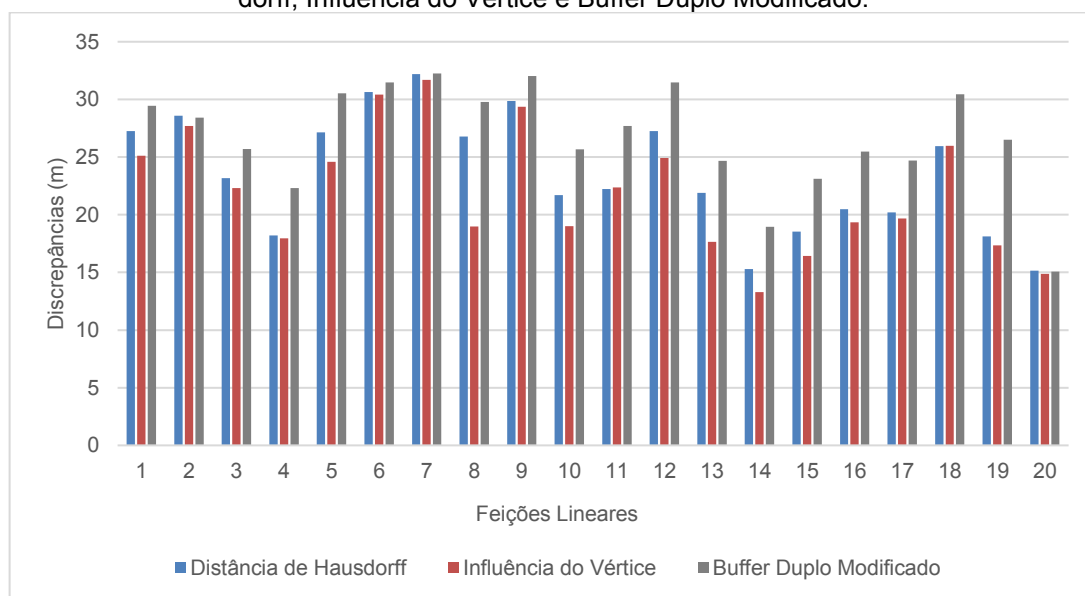
O menor valor de discrepância posicional tridimensional foi observado no método Influência do Vértice, enquanto o maior valor foi registrado no Buffer Duplo Modificado. Essa mesma tendência foi verificada ao se analisar as médias das discrepâncias, indicando que métodos baseados em relações diretas entre vértices tendem a ser menos sensíveis a variações locais extremas do que métodos baseados em regiões de influência espacial.

No que se refere à identificação de valores discrepantes, adotou-se como critério o limite de três vezes o erro padrão, conforme a classe avaliada. Com base nesse critério, não foram identificados outliers em nenhum dos métodos aplicados, o que reforça a homogeneidade do conjunto de dados analisado.

Contudo, ao se considerar os critérios de classificação do Decreto nº 89.817/84 e da ET-CQDG para a classe A, verificou-se que, embora a maioria das discrepâncias estivesse abaixo do PEC tridimensional, os valores de RMS não atenderam simultaneamente ao critério do erro padrão tridimensional. Dessa forma, procedeu-se à reavaliação dos dados para a classe B, na qual todos os métodos atenderam integralmente às condições estabelecidas, resultando na classificação do produto como pertencente à classe B.

Na Figura 7 é possível observar a distribuição das discrepâncias posicionais 3D de cada método.

Figura 7 - Gráfico das discrepâncias posicionais 3D em metros para os métodos Distância de Hausdorff, Influência do Vértice e Buffer Duplo Modificado.



Fonte: A autora (2025).

Observa-se que a feição 7 apresentou, de forma consistente, os maiores valores de discrepância em todos os métodos, enquanto a feição 20 apresentou os menores valores. De maneira geral, o método Buffer Duplo Modificado apresentou maior amplitude nos valores de discrepância, corroborando os resultados estatísticos previamente discutidos.

Posteriormente, foi analisada a presença de efeitos sistemáticos nas feições lineares conforme os critérios do método 3D TRS. Sendo assim, obteve-se a Tabela 5.

Tabela 5 - Resultado da análise da tendência no conjunto de feições lineares conforme a aplicação do método 3D TRS.

MÉTODO	ANÁLISE	RESULTADO	TENDÊNCIA
Média Direcional e Variância Circular	Plano XY	Sc = 0,86	NÃO
	Plano XZ	Sc = 0,85	NÃO
	Plano YZ	Sc = 0,91	NÃO
	Ângulo Horizontal	Sc = 0,86	NÃO
	Ângulo Vertical	Sc = 1,00	NÃO
Efeito de Escala	Plano XY	MP = 0,98	NÃO
	Plano XZ	MP = 0,99	NÃO
	Plano YZ	MP = 0,99	NÃO
	3D	MP = 0,99	NÃO
Efeito de Rotação	Plano XY	MP = 0,00	NÃO
	Plano XZ	MP = 0,00	NÃO
	Plano YZ	MP = 0,00	NÃO
	Ângulo Horizontal	MP = 0,00	NÃO
	Ângulo Vertical	MP = 0,00	NÃO

Fonte: A autora (2025).

Os resultados, apresentados na Tabela 5, indicaram a inexistência de efeitos de translação, escala ou rotação, tanto nos planos bidimensionais quanto nos casos com análise tridimensional integrada. Esses resultados demonstram que o conjunto de dados não apresenta tendência sistemática, dispensando a necessidade de aplicação de procedimentos corretivos.

Dessa forma, considerando a ausência de efeitos sistemáticos e a classificação na classe B segundo os critérios normativos vigentes, conclui-se que o produto analisado é posicionalmente acurado para a escala de 1:100.000. A aplicação da metodologia proposta permitiu, assim, uma avaliação mais abrangente e consistente da qualidade posicional tridimensional das feições lineares.

Para fins comparativos, realizou-se a avaliação da acurácia posicional utilizando feições pontuais, conforme os métodos propostos por Santos (2015) e Lisboa (2019). Inicialmente, verificou-se a presença de efeitos sistemáticos por meio do teste *t* de Student, considerando um nível de confiança de 90%. Previamente à aplicação do teste paramétrico, avaliou-se a normalidade dos dados por meio do teste de Shapiro–Wilk (Santos *et al.*, 2015), realizado no software R, o qual confirmou a adequação dos dados à distribuição normal. Os resultados do teste *t* indicaram a ausência de tendência nas componentes X, Y e Z, conforme apresentado na Tabela 6.

Tabela 6 - Verificação de tendência pelo método *t* de Student nas feições pontuais.

<i>t</i> de Student	
N° de pontos	20,000
t tabelado	1,729
t calculado na componente X	-0,018
t calculado na componente Y	0,030
t calculado na componente Z	-0,796

Fonte: A autora (2025).

Através da Tabela 6, verifica-se que as feições pontuais não apresentam tendência em nenhuma das componentes, estando livres de possíveis efeitos sistemáticos.

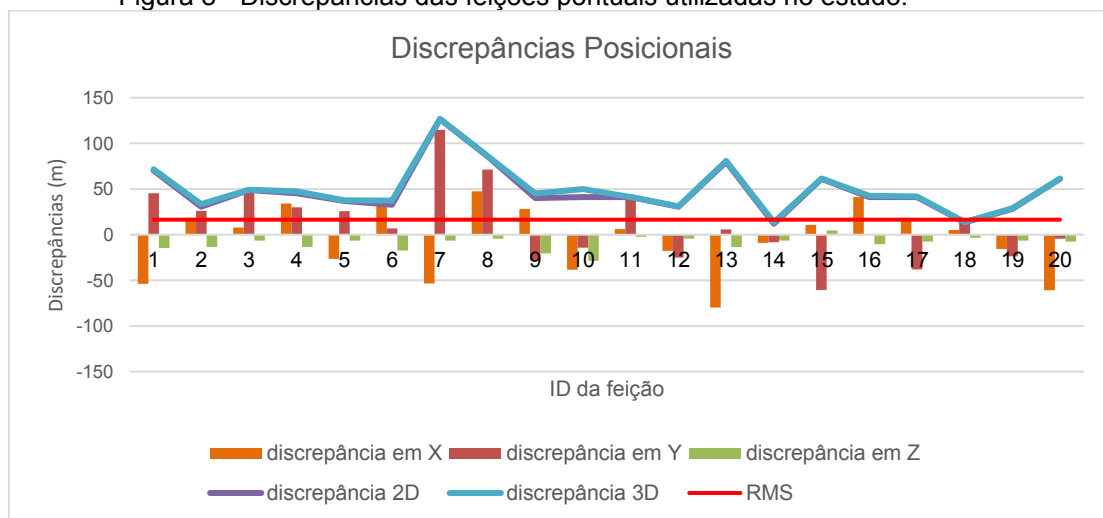
Já para obter a classificação dos dados, conforme a metodologia de Santos (2015), os resultados estão contidos na Tabela 7 e na Figura 8.

Tabela 7 - Resultado da avaliação da acurácia posicional com as feições pontuais, tendo como referência o método proposto por Santos (2015).

	Classe A	Classe B	Classe C	Classe D
Média 3D (m)		49,326		
Mínimo 3D (m)		13,652		
Máximo 3D (m)		126,712		
N° pontos		20		
RMS (m)		16,459		
% d3D ≤ PEC3D	30	70	90	95
% RMS ≤ EP3D	95	100	100	100
Resultado	Reprovado	Reprovado	Aprovado	Aprovado

Fonte: A autora (2025).

Figura 8 - Discrepâncias das feições pontuais utilizadas no estudo.



Fonte: A autora (2025).

Com base nos resultados obtidos da aplicação do método proposto, o produto foi classificado na categoria C, conforme a escala de 1:100.000, com equidistância de curvas de nível de 50 metros e observância das tolerâncias especificadas. A média das discrepâncias posicionais em 3D foi de 49,326 m, com valores máximo e mínimo de 126,712 m e 13,652 m, respectivamente. Similarmente à análise realizada com feições lineares, a feição 7 apresentou a maior discrepância 3D, o que pode acabar influenciando a classificação final do produto. Adicionalmente, o valor do RMS calculado foi de 16,459 m. Assim, a classificação baseada em feições pontuais revelou-se mais restritiva quando comparada àquela obtida com feições lineares. Portanto, no método de Santos (2015), o produto é considerado acurado posicionalmente na classe C do Decreto 89.817/84 e a ET-CQDG.

Já aplicando o método sugerido por Lisboa (2019), os resultados podem ser vistos na Tabela 8.

Tabela 8 - Classificação das feições pontuais utilizando o método do Elipsoide de Incertezas.

CLASSE	CONDIÇÃO PEC (%)	CONDIÇÃO EP	APROVADO
A	10	Não Atendido	Não
B	55	Não Atendido	Não
C	85	Não Atendido	Não
D	95	Atendido	Sim

Fonte: A autora (2025).

De acordo com os resultados da Tabela 8, os dados foram enquadrados na classe D, visto que para as demais classes não foram atendidos os critérios estabelecidos pelo método em relação ao PEC e ao EP. Sendo assim, considerando esse método, o produto é considerado acurado posicionalmente para essa classe, na escala 1:100.000 e com equidistância de curvas de nível de 50 m. Além disso, observa-se que tal resultado encontrado foi mais restritivo até que o método proposto por Santos (2015).

De forma geral, os resultados indicam que os métodos baseados em feições pontuais tendem a produzir classificações mais restritivas quando comparados à metodologia proposta com feições lineares. Entretanto, destaca-se que feições lineares são mais abundantes em bases cartográficas, incorporam maior riqueza geométrica e possibilitam uma representação mais contínua do espaço, além de poderem ser utilizadas de forma complementar às feições pontuais. Assim, a metodologia propos-

ta demonstra-se robusta, consistente e adequada para a avaliação da acurácia posicional tridimensional em produtos cartográficos.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este capítulo teve como objetivo sugerir uma metodologia para a avaliação da acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares, abordando integradamente o tamanho amostral, a análise do padrão de distribuição espacial, detecção de *outliers*, verificação de tendências e a avaliação da precisão posicional. A aplicação prática da metodologia em uma área de estudo real demonstrou sua viabilidade e eficácia no controle de qualidade de dados geoespaciais 3D, como Modelos Digitais de Superfície (MDS).

Os resultados obtidos revelaram que o padrão de distribuição espacial das feições lineares tridimensionais, avaliado pelo método TDSD, foi predominantemente disperso, atendendo aos critérios recomendados para uma análise no controle de qualidade cartográfica. A ausência de *outliers* e de efeitos sistemáticos, conforme verificado pelos métodos 3σ e 3D TRS, respectivamente, reforçou a confiabilidade do conjunto de dados analisados, eliminando a necessidade de ajustes adicionais para minimizar efeitos sistemáticos.

Na avaliação da acurácia posicional, os métodos adotados para aplicação, Distância de Hausdorff, Influência do Vértice e Buffer Duplo Modificado 3D, resultaram na classificação do produto na classe B, segundo as tolerâncias do Decreto nº 89.817/84 e da ET-CQDG, para a escala 1:100.000 e equidistância de curvas de nível de 50 metros. A análise comparativa com feições pontuais, utilizando os métodos de Santos (2015) e Lisboa (2019), indicou uma classificação mais restritiva, enquadrando o produto nas classes C e D, respectivamente. Esse resultado evidencia que a avaliação com feições lineares pode ser menos rigorosa, mas oferece uma perspectiva complementar, analisando informações geométricas adicionais que as feições pontuais não conseguem representar.

Portanto, a metodologia proposta representa um avanço significativo no controle de qualidade cartográfica de dados geoespaciais tridimensionais, ao realizar a avaliação da acurácia posicional 3D de forma mais completa. Sua aplicação permite não apenas obter uma classificação, mas também identificar possíveis efeitos sistemáticos, contribuindo para a geração de dados mais confiáveis e adequados às necessidades de diversas áreas do conhecimento. Assim, este trabalho estabelece um marco inicial para futuras pesquisas, incentivando o desenvolvimento de padrões

para análise da acurácia posicional tridimensional de modo eficiente, e a adaptação de normas existentes para a realidade dos dados geoespaciais 3D.

Para trabalhos futuros, sugere-se explorar a determinação do tamanho amostral na avaliação tridimensional, além da adaptação de métodos utilizando inteligência artificial, como aprendizado de máquina, para a detecção automatizada de feições homólogas, de padrões espaciais, *outliers* e tendências em feições lineares 3D, aumentando potencialmente a eficiência e a escalabilidade do processo. Em relação ao tamanho amostral, pode-se futuramente testar a fórmula obtida por Cunha (2024) para a obtenção do tamanho amostral bidimensional, empregando a mesma para obter o tamanho amostral para cada plano e posteriormente calculando-se uma resultante tridimensional.

Outra linha de investigação relevante seria o desenvolvimento de padrões tridimensionais específicos para o Brasil, considerando as particularidades regionais e as limitações da norma vigente, como o Decreto nº 89.817/84, que ainda carece de diretrizes mais claras para a análise conjunta de planimetria e altimetria. Por fim, recomenda-se realizar estudos comparativos em diferentes escalas, tipos de terreno e resoluções do produto de teste e referência, a fim de validar a robustez da metodologia em cenários mais variados e complexos, contribuindo para sua consolidação como referência no controle de qualidade cartográfica.

REFERÊNCIAS

- ABBAS, I.; GRUSSENMEYER, P.; HOTTIER, P. **Contrôle de la planimétrie d'une base de données vectorielles: une nouvelle méthode basée sur la distance de Hausdorff: la méthode du contrôle linéaire.** Bul. S.F.P.T., (137), p. 6–11, 1995.
- ARIZA, F. J. **Calidad en la Producción Cartográfica.**Ra-Ma, 2002.
- ARIZA, F. J.; ATKINSON, A. D. **Sample Size and Confidence when Applying the NSSDA.** Grupo de Investigación en Ingeniería Cartográfica, Universidad de Jaén, Jaén, España. 2006.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J., ATKINSON-GORDO, A. D. J.; NERO, M. A. Análisis de Algunas Metodologías de Evaluación de la Componente Posicional. **Topografía y cartografía: Revista del Ilustre Colegio Oficial de Ingenieros Técnicos en Topografía**, v. 24, p. 32-45, 2007.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J., ATKINSON-GORDO, A. D. J., NERO, M. A.; CINTRA, J. P. La Componente Posicional de los Datos Geográficos: análisis crítico de los Métodos de Evaluación y Reporte en Hispanoamérica. **Revista Cartográfica**, v. 83, p. 95-152, 2007.
- ARIZA, F. J., and ATKINSON, A. D. Analysis of Some Positional Accuracy Assessment Methodologies. **Journal of Surveying Engineering**. American Society of Civil Engineers: 45–54. 2008.
- ARIZA-LÓPEZ, F. J.; GARCÍA-BALBOA, J. L.; RODRÍGUEZ-AVI, J.; ROBLEDO, J. **Guide for the positional accuracy assessment of geospatial data.** Pan American Institute of Geography and History, Occasional Publication # 563, 2021.
- BLAKEMORE, M. Generalization and error in spatial databases. **Cartographica**. p. 131- 139, 1984.
- BRASIL. Decreto nº 89.817 de 20 de Junho de 1984. **Normas Técnicas da Cartografia Nacional.** Brasil, 1984.
- BRAVO, J. V. M; SLUTER, C. R. O problema da qualidade de dados espaciais na era das informações geográficas voluntárias. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 21, p. 56-73. 2015.
- CAMARGO, F. F.; ALMEIDA, C. M.; FLORENZANO, T. G.; OLIVEIRA, C, G. Acurácia Posicional De MDE ASTER/TERRA em Área Montanhosa. **Revista Geomatica**, V. 4, N. 1, P. 12-24, 2009.
- CINTRA, J. P.; NERO, M. A. New method for positional cartographic quality control in digital mapping. **Journal of Surveying Engineering**, v. 141, p. 04015001-1-04015001-10, 2015.

CRISTO, S. L. P. **Análise da detecção e da influência de outliers na avaliação da acurácia posicional de produtos cartográficos**. Dissertação, Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2021.

CRUZ, C. B. M; BARROS, R. S; CARDOSO, P. V; REIS, R. B; ROSÁRIO, L. S; BARBOSA, S. S; RABACO, L. M. L; LOURENÇO, J. S. Q. Avaliação Da Exatidão Planialtimétrica dos Modelos Digitais de Superfície (MDS) e do Terreno (MDT) Obtidos Através do Lidar. **Anais XV Simpósio Brasileiro De Sensoriamento Remoto – SBSR**. Curitiba-PR. 2011.

CUNHA, M. M.; SECATTO, G. Z.; GALINDO, J. R. F.; SANTOS, A. P. **Proposta de um Método de Avaliação da Acurácia Posicional Baseado na Modificação do Buffer Simples**. Revista Brasileira de Cartografia, vol. 71, n. 04, p. 1.193-1.218, outubro, 2019.

CUNHA, M. M. **Proposta metodológica para a determinação do tamanho amostral e distribuição espacial de feições lineares utilizadas no controle de qualidade posicional em Cartografia**. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2024.

CUNHA, M. M. *et al.* Proposal of a method for evaluating the spatial distribution pattern of linear features. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 30, 2024.

DSG. **Especificação Técnica Para Aquisição de Dados Geoespaciais Vetoriais (ET-ADGV)**. Brasil, 2011.

DSG. **Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG)**. Brasil, 2016.

FERREIRA, L. F.; CINTRA; J. P.: Quantificação de discrepâncias entre feições lineares por retângulos equivalentes. **Revista Brasileira de Cartografia**. nº51, p.1- 8, 1999.

FONSECA, I. G. R. **Avaliação da acurácia posicional tridimensional utilizando feições lineares**. Dissertação, Universidade Federal de Viçosa. 84 f. 2018.

GALO, M.; DAL POZ, A. P.; FERREIRA, F. M. O uso de feições no controle de qualidade em cartografia. **XIX Congresso Brasileiro de Cartografia**. Porto Alegre, RS, Brasil, 2001.

GOODCHILD, M. F.; HUNTER, G. J. A simple positional accuracy measure for linear features. **International Journal of Geographical Information Science**. v. 11, n. 3, p. 299-306, 1997.

GOODCHILD, M. F. Foreword. **SHI, W. Principles of Modeling Uncertainties in Spatial Data and Spatial Analyses**. CRC Press, 2010.

HARDING, J. In: DEVILLERS, RODOLPHE; JEANSOULIN, ROBERT. **Fundamentals of spatial data quality**. London, ISTE. ISBN, 2006.

HEIPKE, C.; MAYER, H.; WIEDEMANN, C.; JAMET, O. Evaluation of Automatic Road Extraction. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**. p. 47–56, 1997.

IORIO, M. M.; LASTORIA, G.; MIOTO, C. L.; ALBEREZ, E. A.; PARANHOS FILHO, A. C. Avaliação de Modelos Digitais de Elevação Extraídos de Imagens Los/Prism e Comparação com os Modelos Disponibilizados Gratuitamente Na Web. **Revista Geociências**, V. 31, N. 4, pp. 650-664, 2012.

ISO 19.157. **Geographic information - Data quality**. 2023.

LA VEGA, P. G. de; ARIZA-LÓPEZ, F. J.; MOZAS-CALVACHE, A. T. **Models for positional accuracy assessment of linear features: 2D and 3D cases**. Taylor & Francis: Survey Review. University Of Jaen, p. 1-14. 2016.

LI, Z.; ZHU, Q.; GOLD, C. **Digital Terrain Modeling: Principles and Methodology**. Taylor & Francis. 2005.

LISBOA, M. H.; SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. G.; ABREU, M. V. S. Avaliação da Acurácia Posicional Tridimensional de Produtos Cartográficos Utilizando um Elipsoide de Incertezas. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 4, p. 1040–1063, 2019.

LUNARDI, O. A.; PENHA, A. L. T.; CERQUEIRA, R. W. O exército brasileiro e os padrões de dados geoespaciais para a INDE. **IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação**. Recife, PE, Brasil. p. 8, 2012.

MASRY, S. E.; GAUTHIER, J. R. R.; LEE, Y. C. Accuracy and time comparisons of digital maps. **Congress of the International Society of Photogrammetry**. Hamburgo, Alemanha. 1980.

McMASTER, R. B. A statistical analysis of mathematical measures for linear simplification. **The American Cartographer**, 13(2), p. 103–16, 1986.

MIGUEL CASTRO, O. La evaluación de la exactitud posicional de la información 107 geográfica según los estándares en uso. **Revista Cartográfica**, nº 90, p. 81-96. 2014.

MOZAS, A. T. C.; URENA, M. A.; PÉREZ, J. L. Accuracy of Contour Lines Using 3D Bands. **International Journal of Geographical Information Science**. Taylor & Francis: 2362–74, 2013.

MOZAS-CALVACHE, A. T.; ARIZA-LÓPEZ, F. J. Methodology for positional quality control in cartography using linear features. **The Cartographic Journal**, v. 47, n. 4, p. 371-378, 2010.

MOZAS, A. T.; ARIZA, F. J. New method for positional quality control in cartography based on lines. A comparative study of methodologies. **International Journal of Geographical Information Science**. v. 25, n. 10, p. 1681-1695, 2011.

MOZAS-CALVACHE, A.; ARIZA-LÓPEZ, F. J. Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D. **Survey Review**, 47(342), pp. 195–201. 2014.

MOZAS, A. T.; ARIZA, F. J. Adapting 2D positional control methodologies based on linear elements to 3D. **Survey Review**, 47(342), p. 195–201, 2015.

MOZAS, A.T.; UREÑA, M.A.; ARIZA-L, F.J. Determination of 3D Displacements of Drainage Networks Extracted from Digital Elevation Models (DEMs) Using Linear-Based Methods. **International Journal of Geographical Information Science**. 2017.

MOZAS, A. T.; ARIZA, F. J. Assessment of Displacements of Linestrings Based on Homologous Vertices. **International Journal of Geographical Information Science**. 14 p., 2018.

NERO, M.; A. **Propostas Para O Controle de Qualidade de Bases Cartográficas Com Ênfase Na Componente Posicional**. São Paulo, Brazil: Escola Politécnica da USP, Brazil. 2005.

NERO, M. A; CINTRA, J. P.; FERREIRA, G. F.; PEREIRA, T. A. J.; FARIA, T. S. A computational tool to evaluate the sample size in map positional accuracy. **Boletim de Ciências Geodésicas [online]**, vol.23, n.3, pp.445-460, 2017.

NETO, F. F., GRIPP JUNIOR, J, BOTELHO. M. F., SANTOS, A.P. NASCIMENTO, LA, FONSECA, A. L. F. Assessment of positional quality in spatial data generated by VANT using point and linear feature for cadastre applications. **Boletim de Ciências Geodésicas**, p. 134-149, 2017.

NOGUEIRA Jr., J. B. **Controle de qualidade de produtos cartográficos: uma proposta metodológica**. 131 f. Dissertação – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2003.

NOGUEIRA JÚNIOR, J. B.; MONICO, J. F. G.; TACHIBANA, V. M. Tamanho da amostra no controle de qualidade posicional de dados cartográficos. **Boletim de Ciências Geodésicas [online]**, v. 10, n.1, p. 101-112, 2004.

OLIVEIRA, L. F. **Análise De Modelos Digitais De Superfície Gerados A Partir De Imagens Do Sensor Prism/Alos**. 163 p. Dissertação – Universidade Federal De Viçosa, Viçosa-MG. 2011.

PEREIRA, T. A. J.; NERO, M. A. Análise de normas de controle de qualidade posicional em Cartografia ao redor do Mundo: exemplos atuais de alguns países. In: IV SIMGEO - IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação, 2012, Recife-PE. **Anais...** Recife-PE: Editora UFPE, v. 1. p. 001- 0010, 2012.

SANTOS, A. P. **Controle de Qualidade Cartográfica: Metodologias para avaliação da Acurácia Posicional em dados Espaciais**. Tese – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, MG, Brasil, 2015.

SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. das G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Controle de Qualidade Posicional em Dados Espaciais Utilizando Feições. **Boletim de Ciências Geodésicas**. v. 21, n. 2, p. 233, 2015.

SANTOS, A. P. *et al.* Avaliação da Acurácia Posicional Em Dados Espaciais Utilizando Técnicas de Estatística Espacial: Proposta de Método e Exemplo Utilizando a Norma Brasileira. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 22, p. 630-650, 2016a.

SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. das G.; SANTOS, G. R.; RODRIGUES, D. D. Avaliação da acurácia posicional planimétrica em Modelos Digitais de Superfície com uso de feições lineares. **Boletim de Ciências Geodésicas**. vol. 22, n. 1, p. 157-174, 2016b.

SHI, W.; LIU, W. A stochastic process-based model for the positional error of line segments in GIS. **International Journal of Geographical Information Science**. v. 14, n. 1, p. 51-66, 2000.

TVEITE, H.; LANGAAS, S. An accuracy assessment method for geographical line data sets based on buffering. **International Journal of Geographical Information Science**. v. 13, n. 1, p. 27-47, 1999.

ZANARDI, R. P. **Geração De Modelo Digital De Terreno A Partir De Par Estereoscópico Do Sensor CCD Do Satélite Cbers-2 E Controle De Qualidade Das Informações Altimétricas**. 94 p. Dissertação – Universidade Federal Do Rio Grande Do Sul, Porto Alegre-RS, 2006.

ZANETTI, J.; BRAGA, F. L. S.; A. P. S. **Comparativo das normas de controle de qualidade posicional de produtos cartográficos do Brasil, da ASPRS e da OTAN**. Revista Brasileira de Cartografia, vol. 70, n. 01, p. 359-390, jan-mar, 2018.

ZANETTI, J.; SANTOS, A. P.; MEDEIROS, N. G.; OLIVEIRA, J. C. Avaliação da Acurácia Posicional Utilizando os Métodos de Feição Linear: Pontos Finais, Pontos Intermediários, Ponto Gerado, Influência do Vértice, Normalização do Buffer Duplo e Fator de Fuzziness. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 73, n. 1, p. 278–295, 2021.

ZANETTI, J. **Método TRS: Uma proposta para avaliar a tendência em produtos cartográficos por meio da análise em feições lineares**. Tese (doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2022.

CONCLUSÕES GERAIS

O desenvolvimento desta pesquisa teve como objetivo principal obter métodos para aprimorar o controle de qualidade cartográfica de dados geoespaciais tridimensionais, com foco na avaliação da acurácia posicional utilizando feições lineares 3D. Assim, a pesquisa propôs três contribuições principais, abordadas nos Capítulos 1, 2 e 3, que culminaram na proposição de métodos eficazes e na construção de uma metodologia integrada para a avaliação da acurácia posicional tridimensional.

No Capítulo 1, foi desenvolvido o método *Three-Dimensional Spatial Distribution* (TDSD), que permite avaliar o padrão de distribuição espacial de feições lineares tridimensionais em produtos cartográficos. Inspirado no método Nearest Neighbor Method for Linear Features (NNMLF) de Cunha *et al.* (2024) para feições lineares 2D, o TDSD foi projetado para identificar padrões espaciais (disperso, aleatório ou agrupado) em dados 3D, considerando os planos XY, XZ e YZ. Mediante experimentos com feições lineares extraídas do Modelo Digital de Elevação (MDE) SRTM, o método demonstrou eficiência na estimativa de padrões de distribuição de primeira ordem e ordens superiores. Os resultados indicaram que o TDSD consegue classificar corretamente os padrões espaciais, contribuindo para a garantia de uma amostragem adequada no processo de controle de qualidade cartográfica.

Já no Capítulo 2, foi proposto o método *Three-Dimensional Translation Rotation Scale* (3D TRS), voltado para a análise de tendências em feições lineares 3D, com foco na identificação de efeitos sistemáticos, como translação, rotação e escala, o qual foi baseado no método Translation, Rotation and Scale (TRS) de Zanetti (2022) para dados 2D. Os testes iniciais, realizados com pares de linhas simuladas e dados reais, confirmaram a eficácia do método na identificação da presença ou ausência de tendências em conjuntos de dados sem efeitos sistemáticos. A análise detalhada de ângulos horizontais e verticais, combinada com a avaliação em diferentes planos, proporcionou uma abordagem abrangente para a verificação de erros sistemáticos, essencial para assegurar a confiabilidade dos produtos cartográficos.

Por fim, o Capítulo 3 integrou os métodos TDSD e 3D TRS em uma metodologia abrangente para a avaliação da acurácia posicional tridimensional com feições lineares. Essa metodologia engloba etapas como a seleção do tamanho amostral, avaliação do padrão de distribuição espacial, detecção de *outliers*, análise de ten-

dências e cálculo de discrepâncias posicionais. Métodos como Distância de Hausdorff, Influência do Vértice e Buffer Duplo Modificado 3D foram aplicados para quantificar a acurácia, utilizando as tolerâncias do Decreto nº 89.817/84 e da Especificação Técnica para Controle de Qualidade de Dados Geoespaciais (ET-CQDG). Considerando a área de estudo, os resultados mostraram que o produto cartográfico foi enquadrado na classe B considerando a escala 1:100.000, com ausência de *outliers* e tendências. A comparação com métodos baseados em feições pontuais, como os propostos por Santos (2015) e Lisboa (2019), revelou que a avaliação com feições lineares é menos restritiva, mas oferece informações geométricas complementares.

Dessa forma, as hipóteses estabelecidas no início da pesquisa foram confirmadas. A viabilidade do TDSD para estimar padrões de distribuição espacial foi comprovada, assim como a eficácia do 3D TRS na análise de tendências. Além disso, a metodologia proposta no Capítulo 3 demonstrou ser capaz de realizar uma avaliação completa da acurácia posicional 3D, integrando todas as etapas necessárias para um controle de qualidade mais robusto. Esses avanços preenchem lacunas significativas na literatura, que até então carecia de métodos específicos para feições lineares tridimensionais, especialmente no contexto brasileiro, onde normas como o Decreto nº 89.817/84 não abordam diretamente a análise conjunta de planimetria e altimetria em 3D.

A principal contribuição desta pesquisa é a proposição de uma abordagem sistemática e integrada para o controle de qualidade cartográfica de dados geoespaciais 3D, que combina a análise de distribuição espacial, detecção de tendências e avaliação da acurácia posicional. Essa abordagem não somente aprimora a confiabilidade dos produtos cartográficos, mas também oferece uma base metodológica para futuras pesquisas e para a adaptação de normas cartográficas nacionais. O uso de feições lineares, em vez de somente feições pontuais, permite capturar informações geométricas mais detalhadas, o que é particularmente relevante em aplicações que exigem alta precisão, como projetos de infraestrutura e mapeamento topográfico.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a automação dos métodos TDSD e 3D TRS por meio de algoritmos implementados em linguagens como Python ou R, visando reduzir o esforço computacional e facilitar sua aplicação em grandes conjuntos de dados. Além disso, a integração de técnicas de inteligência artificial, a exem-

plo do aprendizado de máquina, pode potencializar a detecção automatizada de feições homólogas, padrões espaciais e tendências.

Com a conclusão desta pesquisa, espera-se que os métodos e a metodologia propostos sejam amplamente difundidos na comunidade científica e profissional, servindo como referência para o avanço do controle de qualidade cartográfica e incentivando a geração de dados geoespaciais 3D mais precisos e confiáveis.

APÊNDICE – MÉTODO TDSD

Inicialmente, foram feitas algumas simulações visando avaliar a viabilidade da utilização da adaptação do método proposto, utilizando as ferramentas de um SIG. A maior dificuldade na utilização do método consiste no cálculo das distâncias tridimensionais entre vértices e linhas, dependendo da dimensão do conjunto de dados e da densidade de vértices dessas linhas, o que pode levar a maior esforço computacional.

Inicialmente, exportam-se as feições lineares tridimensionais para o *AutoCAD*, onde é criado o prisma retangular ou cubo que represente a área de estudo em cada plano do eixo cartesiano. Com o conjunto de linhas tridimensionais definido, cria-se um campo na tabela de atributos do tipo inteiro para atribuir o valor do ID único para cada linha.

Posteriormente, obtêm-se os vértices das linhas. Criam-se então os campos para inserir as coordenadas desses vértices na tabela de atributos. Após isso, copiam-se os dados para uma planilha, onde é informado somente o ID e as coordenadas tridimensionais dos vértices.

Após isso, adiciona-se os vértices representando a linha no plano considerado. Então, transformam-se os vértices na linha novamente, podendo-se então aplicar o método já descrito em cada plano.

Ressalta-se que futuramente a implementação do método em um código irá facilitar toda a execução da metodologia.