



UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

MARCOS VINICIUS SANCHES ABREU

**AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DOS SISTEMAS DE
PROJEÇÕES TRANSVERSAS DE MERCATOR NA
CARTOGRAFIA CADASTRAL NO BRASIL**

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2017

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da
Universidade Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

A162a
2017 Abreu, Marcos Vinicius Sanches, 1985-
Avaliação da aplicabilidade dos sistemas de projeções
transversas de Mercator na cartografia cadastral no Brasil /
Marcos Vinicius Sanches Abreu. - Viçosa, MG, 2017.
xiii, 149f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador : Joel Gripp Júnior.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.111-115.

1. Projeção Universal Transversa de Mercator
(Cartografia). 2. Cadastros. I. Universidade Federal de
Viçosa. Departamento de Engenharia Civil. Programa de
Pós-graduação em Engenharia Civil. II. Título.

CDD 22 ed. 526

MARCOS VINICIUS SANCHES ABREU

**AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DOS SISTEMAS DE
PROJEÇÕES TRANSVERSAS DE MERCATOR NA
CARTOGRAFIA CADASTRAL NO BRASIL**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do programa de pós-graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de Doctor Scientiae.

VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2017

MARCOS VINICIUS SANCHES ABREU

**AVALIAÇÃO DA APLICABILIDADE DOS SISTEMAS DE
PROJEÇÕES TRANSVERSAIS DE MERCATOR NA
CARTOGRAFIA CADASTRAL NO BRASIL**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do programa de pós-graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 24 de fevereiro de 2017




Francisco Henrique de Oliveira
(UDESC)



Claudionor Ribeiro da Silva
(UFU)



Júlio César de Oliveira
(UFV)



William Rodrigo Dal Poz
(UFV)



Joel Gripp Junior
(UFV - Orientador)

DEDICATÓRIA

À Eliane,
Minha esposa, minha metade escolhida,
Meu colo, meu aconchego,
Meu pedaço do céu aqui na Terra.

Ao Miguel, meu filho, (e aos outros que poderão vir)
Minha alegria, minha inspiração, minha motivação,
Meu amigo, meu parceiro, meu companheiro,
Meu pedaço do céu aqui na Terra.

A Marcos (in memoriam) e Ana Rita,
Meus pais, minhas referências,
Meu porto seguro,
Meus exemplos de luta, determinação e dedicação,
Meu pedaço do céu aqui na Terra.

À Maryanna,
Minha irmã, minha vida,
Minha parceira, Minha alegria,
Meu passado, presente e futuro,
Meu pedaço do céu aqui na Terra.

Aos meus familiares
Minha base, minha formação,
Meu pedaço do céu aqui na Terra.
Especialmente as minhas tias, que, em tom de brincadeira, diziam que só permitiriam
que eu viesse para Viçosa, se um dia eu pudesse escrever doutor antes do meu nome,
Está aí!

Meus amigos,
Meu pedaço do céu aqui na Terra.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por me permitir sonhar e vir comigo nesse sonho! Obrigado, meu tudo!

Aos meus pais, por todo o apoio, incentivo e por serem exemplos de determinação. Em especial, à minha mãe, por todo o auxílio técnico na revisão deste texto.

Aos meus familiares e amigos, por todo o apoio, amizade, companheirismo. Mesmo de longe, vocês sempre me ajudam.

À Universidade Federal de Viçosa (UFV), pela oportunidade de me formar e de formar o próximo.

Ao Prof. Joel Gripp Junior, pela extrema confiança depositada em mim e pelo apoio nos principais momentos da minha vida desde que iniciei o doutoramento. Foram momentos de muito crescimento. Obrigado por tudo!

Ao Prof. Afonso de Paula dos Santos, pelo auxílio na concepção deste trabalho.

Ao Prof. Dalto Domingos Rodrigues, pelas discussões e contribuições.

Ao Prof. Júlio César Oliveira pelo auxílio na implementação dos algoritmos no Software R e por toda a visão crítica aplicada ao trabalho.

Ao Prof. William Rodrigo Dal Poz, pelas dúvidas tiradas e pela contribuição dada na avaliação da tese.

Ao Prof. Claudionor Ribeiro da Silva, pelas ideias apresentadas na qualificação e pela disponibilidade em participar da banca de defesa.

Ao Prof. Francisco Henrique Oliveira, por toda a contribuição técnica dada e pela solicitude ao ser convidado para ser membro da banca.

Aos professores e servidores técnico-administrativos do Departamento de Engenharia Civil (DEC) da UFV, por todo o apoio moral e técnico.

Aos demais professores do Setor de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica do DEC-UFV, por compartilharem momentos importantes e por partilharem do seu tempo para a construção deste trabalho.

Aos amigos da UNIVIÇOSA, com quem pude aprender a ensinar. Compartilhamos momentos muito importantes para a minha formação pessoal e profissional.

Aos meus alunos do passado, do presente e do futuro, que me fazem crescer e aprender.

À Engenheira de Agrimensura e Cartógrafa MSc. Gisele Horta Barroso Miranda, por todo o apoio técnico no campo e moral na vida.

À Engenheira de Agrimensura e Cartógrafa Nídia Silvia Dias e à futura Engenheira de Agrimensura e Cartógrafa Fabiane Assad Féres Rodrigues, por todo o auxílio no campo e no escritório.

Ao Engenheiro Agrimensor Tiago Lopes, técnico do Laboratório de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica (LEA) pela ajuda nos levantamentos de campo.

Ao grande mestre de obras (e sogro) Hélio Cupertino, por ter cedido seu tempo e conhecimento na locação dos pontos utilizados no experimento.

Aos meus amores, Eliane e Miguel, por toda a paciência que tiveram comigo durante esse tempo e por não desistirem de mim, principalmente nos momentos de maior tensão! Eu amo vocês com minha vida toda e por toda a minha vida!

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	ix
RESUMO	x
ABSTRACT	xii
1. INTRODUÇÃO	1
1.1. Considerações Iniciais	1
1.2. Objetivos.....	6
1.3. Justificativa.....	6
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	8
2.1. Cadastro Territorial Multifinalitário (CTM).....	8
2.1.1. Conceitos e Definições	8
2.1.2. Leis, Normas e Diretrizes	11
2.1.2.1. No âmbito Internacional.....	12
2.1.2.1.1. Cadastro 2014.....	15
2.1.2.1.2. ISO 19.152.....	15
2.1.2.2. No âmbito Nacional	17
2.2. Cartografia Cadastral.....	23
2.2.1. Carta Cadastral.....	23
2.2.2. Sistema Geodésico de Referência.....	26
2.2.3. Sistemas de Coordenadas.....	27
2.2.3.1. Sistema de Coordenadas Geodésicas Tridimensionais	27
2.2.3.2. Sistema Topográfico Local	29
2.2.3.3. Sistema Geodésico Local	32
2.2.3.4. Sistema de Projeções Transversas de Mercator	34
2.2.3.4.1. Projeção Universal Transversa de Mercator	40
2.2.3.4.2. Projeção Local Transversa de Mercator.....	42
2.2.3.4.3. Projeção Regional Transversa de Mercator	43
2.2.4. Cartografia aplicada ao CTM	44
2.2.5. Tolerâncias Posicionais.....	50
2.3. Métodos de Levantamento Cadastral	53
2.4. Ajustamento de Observações pelo Modelo Paramétrico do MMQ.....	55
2.5. Transportes de Coordenadas Geodésicas	58
3. METODOLOGIA	60

3.1.	Áreas de Estudos	60
3.1.1.	Simulação.....	60
3.1.2.	Área teste	63
3.2.	Materiais	64
3.2.1.	Softwares	64
3.2.2.	Equipamentos.....	64
3.3.	Métodos	65
3.3.1.	Simulação das parcelas	67
3.3.2.	Validação de campo.....	69
3.3.2.1.	Locação dos vértices	70
3.3.2.2.	Levantamento Topográfico para obtenção das dimensões de referência.....	71
3.3.2.3.	Levantamento Cadastral.....	73
3.3.2.3.1	Estação Total.....	73
3.3.2.3.2	GNSS.....	75
3.3.3.	Análise das áreas.....	76
3.3.3.1.	Simulação das parcelas.....	76
3.3.3.2.	Validação de campo	78
4.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	80
4.1.	Simulação das parcelas.....	80
4.1.1.	Discrepâncias ao longo do Fuso UTM	80
4.1.2.	Teste de média	89
4.1.3.	Análise de incertezas através de discrepâncias percentuais.....	92
4.2.	Validação de campo.....	96
4.2.1.	Resultados do levantamento	96
4.2.2.	Análise de incertezas através das discrepâncias percentuais	103
5.	CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES	107
5.1.	Conclusões.....	107
5.2.	Recomendações	110
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	111
	Apêndice A – Obtenção das distâncias de referência.....	116
	Apêndice B – Obtenção dos ângulos de referência	120
	Apêndice C – Ajustamento Livre das dimensões de referência	123
	Apêndice D – Dados de Campo do Levantamento Cadastral	127
	Apêndice E – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Topográficas	129
	Apêndice F – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Planas UTM	134

Apêndice G – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Planas RTM	140
Apêndice H – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Planas LTM	145

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de parcelas não contíguas em a) e contíguas em b).	10
Figura 2– As parcelas 1, 2, 3 e 4 são contínuas e os imóveis A e B, descontínuos.....	10
Figura 3 – Diferentes parcelas que compõem um imóvel	11
Figura 4 – A) Carta Cadastral e B) Planta Topográfica	25
Figura 5 – Coordenadas Geodésicas Cartesianas e Curvilíneas	27
Figura 6 - Distância Máxima da origem do STL.....	30
Figura 7 – Plano Topográfico Local.....	31
Figura 8 – Relacionamento entre o Sistema Geodésico Cartesiano (Geocêntrico) e o Sistema Geodésico Local (Topocêntrico).....	34
Figura 9 – Cilindro de Projeção secante ao elipsoide.....	36
Figura 10 – Fuso UTM.	41
Figura 11 – Fuso LTM..	43
Figura 12 – Fuso RTM.	44
Figura 13 – Cilindros sobre o elipsoide.....	48
Figura 14 – Detalhe 1	48
Figura 15 – Detalhe 2	49
Figura 16 – Detalhe 3	49
Figura 17 – Regiões Simuladas.	63
Figura 18 – Área de Estudos – Teste Experimental.	64
Figura 19 - Fluxograma da Pesquisa.	66
Figura 20 – Estrutura dos lotes simulados.....	67
Figura 21 – Localização dos cavaletes.	70
Figura 22 – Locação de um vértice.	71
Figura 23 – Croqui do levantamento das dimensões de referência.	72
Figura 24 – Croqui do levantamento com a estação total.....	74
Figura 25 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de $-0^{\circ}03'$	84
Figura 26 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de -10°	85
Figura 27 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de -20°	86
Figura 28 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de -30°	87
Figura 29 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas locais..	99
Figura 30 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas UTM.....	100
Figura 31 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas RTM.....	101
Figura 32 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas LTM.....	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Coordenadas Centrais das áreas simuladas.....	62
Tabela 2 – Coordenadas de uma parcela com 200m ²	78
Tabela 3 – Comparação de áreas com diferentes orientações	80
Tabela 4 – Maiores e menores Desvios-Padrão das áreas projetadas.....	81
Tabela 5 – Discrepâncias Percentuais nas áreas projetadas no Sistema UTM na latitude média de -0° 03' 00" a 0m de altitude	83
Tabela 6 – Áreas no Sistema RTM com médias estatisticamente iguais	90
Tabela 7 – Áreas no Sistema LTM com médias estatisticamente iguais.....	91
Tabela 8 – Discrepâncias percentuais máximas	92
Tabela 9 – Variância das áreas	93
Tabela 10 – Coordenadas locais dos lotes simulados.....	93
Tabela 11 – Somatório das derivadas parciais.....	94
Tabela 12 – Desvios-posicionais máximos	94
Tabela 13 – Distâncias calculadas dos alinhamentos da parcela do LEA	96
Tabela 14 – Ângulos calculados entre os alinhamentos da parcela do LEA.....	97
Tabela 15 – Coordenadas dos vértices para o cálculo da área de referência.....	97
Tabela 16 – Distâncias ajustadas dos alinhamentos da parcela do LEA.....	98
Tabela 17 – Ângulos ajustados entre os alinhamentos da parcela do LEA.....	98
Tabela 18 – Coordenadas Locais dos vértices das parcelas	99
Tabela 19 – Coordenadas UTM dos vértices da parcela	100
Tabela 20 – Coordenadas RTM dos vértices da parcela	101
Tabela 21 – Coordenadas LTM dos vértices da parcela.....	102
Tabela 22 – Desvios Posicionais necessários para provocar as discrepâncias nas áreas	104
Tabela 23 – Desvios Posicionais teóricos para a área de estudos	105

RESUMO

ABREU, Marcos Vinicius Sanches, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2017. **Avaliação da aplicabilidade dos Sistemas de Projeções Transversas de Mercator na Cartografia Cadastral no Brasil.** Orientador: Joel Gripp Junior. Coorientador: Dalto Domingos Rodrigues.

Um problema existente na Cartografia Cadastral no Brasil é o fato de não haver uma definição legal sobre qual é o sistema de coordenadas que deve ser utilizado para representação cartográfica das parcelas, bem como para a obtenção de suas medidas angulares, lineares e superficiais. A Portaria nº 511/2009 do Ministério das Cidades sugeriu a utilização do Sistema UTM para a Cartografia Cadastral Urbana até que se defina uma projeção específica para tal finalidade. Contudo, estudos ainda não foram apresentados abordando esse tema, e é nesse contexto que está o foco do presente trabalho, cujo objetivo foi avaliar a aplicabilidade dos Sistemas de Projeção TM à Cartografia Cadastral Urbana no Brasil. A metodologia empregada se baseia na premissa de que as parcelas se situam na superfície topográfica e as deformações provocadas por uma projeção cartográfica ocorrem na relação matemática entre o elipsoide e a superfície de projeção. Assim sendo, realizou-se uma simulação de parcelas urbanas na superfície topográfica, projetando-as nos Sistemas de Projeções UTM, RTM e LTM, avaliando a influência da modelagem matemática desses no cálculo das áreas das parcelas. Foram simuladas 272 regiões na metade de um fuso UTM, contemplando um fuso e meio RTM e três fusos LTM, contendo 10.000 parcelas de diferentes tamanhos cada. Essas regiões foram distribuídas em distintas posições geográficas, com variações em longitude, latitude e altitude, segundo a extensão do território brasileiro. A partir dos resultados, verificou-se que cada Sistema de Projeção TM apresenta menores deformações superficiais em diferentes regiões, não havendo, portanto, um único sistema capaz de ser utilizado na Cartografia Cadastral em todo o território brasileiro que apresente sempre as menores deformações superficiais. Além disso, não houve evidências de que as médias das áreas projetadas fossem estatisticamente iguais às simuladas, demonstrando que as discrepâncias entre o simulado e o projetado foram consideráveis. Entretanto, ao se comparar tais deformações superficiais com as incertezas nas áreas calculadas, estimadas através das incertezas posicionais dos vértices das parcelas, constatou-se que desvios posicionais

nos vértices da ordem de 1cm para as coordenadas no Sistema RTM e LTM provocaram uma incerteza superficial maior do que as deformações causadas por esses sistemas. Já no Sistema UTM esse limite para as incertezas posicionais pode chegar a 3,3cm. Logo, se as incertezas posicionais dos vértices das parcelas forem maiores que esse valor, então as incertezas das áreas serão maiores que as distorções causadas pelas Projeções TM. Um experimento de campo validou a metodologia proposta e confirmou os resultados simulados.

ABSTRACT

ABREU, Marcos Vinicius Sanches, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2017. **Assessment of the applicability of Mercator Transverse Projection Systems in Cadastral Cartography in Brazil.** Adviser: Joel Gripp Junior. Co-adviser: Dalto Domingos Rodrigues.

An existing problem in Cadastral Cartography in Brazil is the fact that there isn't legal definition of the coordinate system to be used for cartographic representation of the parcels, as well as to obtain their angular, linear and surface measurements. The Ordinance No. 511/2009 of the Ministry of Cities suggested the use of the UTM System for Urban Cadastral Cartography until a specific projection is defined for this purpose. However, studies have not yet been presented addressing this issue; and it is in this context that the focus of this work is found, whose objective was to evaluate the applicability of the TM Projection Systems to the Urban Cadastral Cartography in Brazil. The proposed methodology is based on the premise that the parcels are located on the topographic surface and the deformations caused by a cartographic projection occur in the mathematical relationship between the ellipsoid and the projection surface. Thus, a simulation of urban parcels was performed on the topographic surface, projecting them in the UTM, RTM and LTM Projection Systems, evaluating the influence of the mathematical modeling of these in the parcels areas. 272 regions were simulated in the middle of a UTM zone, comprising one and a half RTM zone and three LTM zone, containing 10,000 parcels of different sizes each. These regions were distributed in different geographic positions, with variations in longitude, latitude and altitude, according to the extension of the Brazilian territory. From the results, it was verified that each Projection System TM presents smaller deformations in the areas in different regions, therefore, there is not a single system capable of being used in Cadastral Cartography throughout the Brazilian territory that always presents the smallest surface deformations. In addition, there was no evidence that the averages of the projected areas were statistically the same as those simulated, demonstrating that the discrepancies between the simulated and the projected were considerable. However, when comparing such surface deformations with the uncertainties in the calculated areas, estimated through the positional uncertainties of the vertices of the parcels, it was found that positional deviations at the vertices of the order of 1cm for the coordinates in the RTM and LTM System caused a greater superficial uncertainty than the

deformations caused by these systems. Already in the UTM System this limit for the positional uncertainties can reach 3,3cm. Therefore, if the positional uncertainties of the vertices of the parcels are greater than this value, then the uncertainties of the areas will be greater than the distortions caused by the TM Projections. A field experiment validated the proposed methodology and confirmed the simulated results.

1. INTRODUÇÃO

1.1.Considerações Iniciais

O Cadastro Territorial no Brasil, do ponto de vista administrativo e operacional, pode ser dividido em urbano e rural. Muitas vezes, não há uma integração sistêmica ou até mesmo conceitual entre os mesmos, ocasionando diferenças significativas em alguns aspectos.

O Cadastro Territorial Urbano é de inteira responsabilidade dos municípios, tanto para o gerenciamento do seu território quanto para a arrecadação do imposto territorial. No âmbito da aquisição e da gestão das informações territoriais urbanas, destaca-se a Portaria nº 511/2009 do Ministério das Cidades (BRASIL, 2009), intitulada Diretrizes para a Criação, Instituição e Atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário (CTM) nos Municípios Brasileiros, que tem servido de base para o Projeto de Lei 3.876/2015, que propõe uma lei geral para o Cadastro Urbano.

Tais diretrizes, nomeadas no presente trabalho de Diretrizes para o Cadastro, trazem o conceito do CTM, que consiste em um “inventário territorial oficial e sistemático de um município” (BRASIL, 2009; CUNHA e ERBA, 2010). Apesar de a definição falar em município, as Diretrizes para o Cadastro abordam apenas a área urbana.

Por sua vez, o Cadastro Rural é gerenciado pelo Instituto Nacional de Colonização e Reforma Agrária (INCRA) juntamente com o Sistema Cartorário (Registro de Imóveis), tendo a Receita Federal como a responsável pelos fins tributários.

Além disso, o Cadastro Rural é regido por legislação própria e peças normativas. Ressalta-se que desde a Lei Federal 10.267/2001, regulamentada pelo Decreto 4.449/2002, o Cadastro Rural passou por mudanças significativas devido à instituição do novo Cadastro Nacional de Imóveis Rurais (CNIR) (LOCH e ERBA, 2007), ao estabelecimento de trocas sistemáticas de informações entre o INCRA e os Cartórios de Registros de Imóveis e à implementação da obrigatoriedade do levantamento cadastral (BRASIL, 2001b, 2002a).

Apesar dessas diferenças, uma semelhança destacável é que ambos têm por base o levantamento dos limites de cada parcela territorial. Baseada em conceitos

internacionais, definidos pela Federação Internacional dos Geomensores (FIG), a parcela territorial é a menor unidade do Cadastro, definida como uma parte contígua da superfície terrestre com regime jurídico único. Todas as outras unidades territoriais, como logradouros, praças, cursos d'água, glebas, etc., são definidas por uma ou mais parcelas (BRASIL, 2009).

É importante frisar também que, a partir do levantamento cadastral urbano ou rural, todos os vértices das parcelas devem ter suas coordenadas referenciadas ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), conforme explicitado no artigo 3º da Lei Federal 10.267/2001, o qual altera o artigo 176 da Lei Federal 6.015/1973, e pelo artigo 10 das Diretrizes para o Cadastro (BRASIL, 1973, 2001, 2009).

Em novembro de 2003, a primeira edição da Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais do INCRA estabeleceu a utilização do Sistema de Projeção Universal Transversa de Mercator (UTM) para o cálculo de coordenadas, distâncias, áreas e azimutes. A segunda edição da referida norma, publicada em fevereiro de 2010, manteve a utilização desse sistema (BRASIL, 2003, 2010).

Já em sua terceira edição, a norma estabelece que a descrição dos limites dos imóveis rurais deve se dar através de coordenadas geodésicas curvilíneas, isto é, latitude e longitude, bem como a altura geométrica (BRASIL, 2013).

A partir de então, a área passou a ser calculada no Sistema Geodésico Local (SGL), definido pela norma como sendo um sistema cartesiano tridimensional, em que a componente n tangencia o meridiano geodésico, com sentido crescente para o norte, a componente e é perpendicular à primeira, sendo crescente no sentido leste, e a componente u coincide com a normal ao elipsoide passante pelo vértice de origem do sistema, sendo esse localizado no centro geométrico do polígono formado pelos limites do imóvel (BRASIL, 2013).

Essa modificação no sistema de coordenadas utilizado para o cálculo das características geométricas se deu pelo fato de que a Projeção Transversa de Mercator, utilizada no sistema UTM, não é equivalente, não preservando, assim, a área do imóvel. Para diminuir a ocorrência de distorções superficiais, o cálculo de áreas realizado por um sistema de coordenadas locais viria a ser o mais adequado (BRASIL, 2013).

Vale destacar, entretanto, que a primeira edição da referida norma do INCRA explicitava o contrário.

“No caso do georreferenciamento de imóveis rurais, a utilização de um plano topográfico local como referência para o desenvolvimento dos cálculos de coordenadas, área, azimute e distância não são adequados (sic), independentes da dimensão do imóvel em questão” (BRASIL, 2003, pág 5).

Pensou-se, portanto, que a mudança do sistema de coordenadas resolveria um problema relacionado à verdade, ou à fé pública, do registro da área do imóvel, evitando-se ou minimizando-se uma discrepância entre o valor real e o valor calculado, uma vez que esse, a partir de então, passa a ser realizado com coordenadas em um plano local.

Porém, a divisão de uma parcela rural em duas novas parcelas rurais proporciona a geração de dois novos sistemas de coordenadas locais, cada um com origem no centro geométrico de suas respectivas parcelas. Devido a isso, a soma das áreas dessas duas parcelas nem sempre corresponde ao valor da parcela original, o que incorre no mesmo problema de fé pública.

O procedimento adotado atualmente para permitir o desmembramento de uma parcela rural em duas ou mais parcelas é retificar o registro da área da parcela original, alterando seu valor pelo somatório das áreas das novas parcelas, baseado nas alíneas “d” e “e” do inciso I do artigo 213 da Lei Federal 6.015/1973, incluída pela Lei Federal 10.931/2004 e modificada pela Medida Provisória 759/2016, a qual diz que as retificações de área podem ocorrer quando houver inserção de coordenadas georreferenciadas e/ou resultarem de mero cálculo matemático feito a partir das medidas contidas no registro (BRASIL, 1973, 2004a, 2016a).

Por outro lado, as Diretrizes para o Cadastro, em seu artigo 12, propõem a utilização do Sistema UTM para a Cartografia Cadastral até que se defina uma projeção específica para tal finalidade (BRASIL, 2009). A principal justificativa para essa adoção é a facilidade de integração entre diversas bases de dados que se encontram nessa projeção, uma vez que ela é a mais utilizada em diferentes setores, o que vai ao encontro da multifinalidade do CTM (CARNEIRO, 2010).

Contudo, é importante notar que as próprias diretrizes deixam dúvidas quanto à eficácia dessa projeção na Cartografia Cadastral, quando estabelecem que se possa definir outra projeção. Carneiro (2010), ao abordar as vantagens e as desvantagens da utilização do sistema UTM, aponta que as distorções nos extremos do fuso podem ser

maiores do que o desejável para o Cadastro Urbano, apesar de não apresentar nenhum estudo para tal afirmação.

O que se verifica é que, de 2009 até o presente momento, não se apresentou nenhum trabalho que propõe uma alternativa quanto à utilização do Sistema UTM na Cartografia Cadastral Urbana ou mesmo que confirme sua adequabilidade.

Por outro lado, é importante destacar que, antes da publicação dessa portaria, a Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT) publicou a NBR 14.166 – Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento (ABNT, 1998). Essa norma trouxe a definição e formulação matemática para o Sistema Topográfico Local, com propostas para utilização em levantamentos cadastrais (ABNT, 1998).

Ainda assim, a aplicabilidade desse sistema é comprometida por não haver a formulação inversa bem definida, muito menos contemplada na própria norma, conforme apontam Sousa e Garnés (2012).

Nota-se que ainda há lacunas a serem preenchidas para que se criem subsídios que definam o sistema de coordenadas que melhor se alinhe à realidade cadastral brasileira. É necessário se adequar à precisão posicional para levantamentos cadastrais, à facilidade de integração com diferentes formas de mapeamento, à facilidade de manipulação algébrica e implementação computacional, à minimização de distorções geométricas, etc..

É sabido que as características geométricas dos elementos de interesse de um CTM (parcelas, unidades imobiliárias, vias, etc.) se situam na superfície topográfica, mas podem ser apresentadas em diferentes superfícies de referência, a partir do sistema de coordenadas adotado, quais sejam: o Sistema Topográfico Local, conforme a norma NBR 14166, o Sistema Geodésico Local ou um Sistema de Projeção Cartográfica, dentre as quais se destacam para mapeamentos urbanos no Brasil o Sistema Universal Transverso de Mercator (UTM), o Sistema Regional Transverso de Mercator (RTM) e o Local Transverso de Mercator (LTM).

Portanto, é necessário escolher o sistema mais adequado para o CTM, considerando-se as características da região a ser mapeada, como altitudes média, máxima e mínima e distância aos meridianos centrais e linhas de secância das Projeções TM, de forma a minimizar as distorções ocorridas na representação da superfície terrestre na superfície de projeção.

Ressalta-se que utilizar uma superfície de projeção para a representação da superfície terrestre induz a uma transformação geométrica dos elementos representados.

Tal transformação obedece à Teoria das Distorções, a qual estabelece relações matemáticas entre as curvas paramétricas das duas superfícies relacionadas, que, por sua vez, provocam distorções aos objetos representados na superfície de projeção.

É importante mencionar também que a utilização de projeções UTM causa distorções lineares e, conseqüentemente, superficiais, principalmente nas bordas do fuso. Entretanto, elas ocorrem na relação entre o elipsoide e o cilindro UTM, e não necessariamente na relação entre a superfície topográfica e o cilindro UTM.

Então, dependendo da altitude de uma região, o fator de redução da superfície topográfica ao elipsoide pode compensar as citadas distorções. Logo, como as parcelas se situam na superfície topográfica, elas podem estar mais próximas do cilindro UTM do que do elipsoide. Seguindo a mesma linha de raciocínio, as distorções lineares em uma Projeção LTM podem ser maiores que a UTM, dependendo da altitude da área.

O presente trabalho enfoca a Cartografia Cadastral Urbana devido a pouca discussão sobre a mesma e a conseqüente falta de subsídios para a tomada de decisão quanto a sua definição legal e/ou normativa.

Então, surge a pergunta que norteia esta pesquisa: é possível determinar a utilização de um único sistema de coordenadas aplicado à Cartografia Cadastral Urbana para todo o território nacional sem impor grandes distorções superficiais, dadas as diferentes características geográficas e a dimensão do território brasileiro, que ofereça facilidade de integração de diversos mapeamentos temáticos, de manipulação algébrica e de implementação computacional?

A hipótese inicial é a de que não é possível, dadas as diferentes características geográficas presentes no território brasileiro. Para testar essa hipótese, propôs-se a análise de distorções superficiais nas representações cartográficas de lotes urbanos, a partir de simulações paramétricas para várias regiões do território nacional. Realizou-se também um levantamento de campo, através dos métodos e equipamentos mais utilizados em levantamentos cadastrais, com o propósito de validar as simulações e avaliar se a influência de seus erros é maior ou menor que as distorções causadas pelas Projeções TM.

A utilização de simulações permite o controle das variáveis que influenciam na discrepância entre o valor real da área de um lote e o seu valor calculado através de coordenadas. Dessa forma, os erros inerentes aos levantamentos de dados cadastrais são excluídos da análise, permitindo-se apenas avaliar a influência da modelagem matemática das Projeções TM.

1.2.Objetivos

O objetivo geral desta pesquisa é avaliar a aplicabilidade dos Sistemas de Projeção TM à Cartografia Cadastral Urbana no território brasileiro. Para alcançá-lo, pretende-se, especificamente:

- Analisar as distorções causadas nas áreas (distorções superficiais) das parcelas calculadas a partir de suas coordenadas;
- Verificar a influência da modelagem matemática das Projeções TM nos cálculos de áreas de parcelas urbanas, através de uma simulação paramétrica;
- Analisar o comportamento das discrepâncias entre os valores das áreas das parcelas urbanas simuladas e calculadas nas Projeções TM, bem como a levantada em campo;
- Inferir sobre a potencialidade da utilização das Projeções TM na Cartografia Cadastral Urbana.

1.3.Justificativa

Este trabalho se justifica pelo fato de que o referido assunto ainda não foi difundido de maneira mais abrangente. É importante frisar que desde 2009, quando foram lançadas as Diretrizes para o Cadastro no Brasil, não foi apresentado nenhum estudo que auxiliasse a definição de um Sistema de Projeção definitivo para a Cartografia Cadastral Urbana.

Cabe destacar também que a Comissão Nacional de Cartografia (CONCAR) possui o Comitê de Normatização do Mapeamento Cadastral (CNMC), que tem por objetivo “propor normas para o mapeamento cadastral suprindo as municipalidades e demais órgãos governamentais que se incumbem da produção/contratação de serviços, uso e gestão de informações relacionadas com infraestrutura urbana e municipal” (CONCAR, 2017).

Contudo, o assunto tratado nesta pesquisa ainda não foi abordado por esse comitê, conforme se verifica nas pautas das reuniões agendadas, bem como nas atas disponibilizadas no site do comitê (CONCAR, 2017).

Por outro lado, vários estudos acadêmicos buscaram encontrar a projeção cartográfica mais adequada ao Cadastro para uma região específica, mas sem expandir as análises para o território nacional. Além disso, tais estudos utilizavam dados de

campo, os quais poderiam conter erros sistemáticos, que, por sua vez, influenciariam nos resultados.

Logo, é iminente uma abordagem sobre o Sistema de Projeção para a Cartografia Cadastral Urbana para o território brasileiro em um ambiente com variáveis controladas, de forma a subsidiar discussões a respeito do referido assunto.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Cadastro Territorial Multifinalitário (CTM)

2.1.1. Conceitos e Definições

Historicamente, segundo Loch e Erba (2007), o Cadastro Territorial esteve presente na vida da humanidade há cerca de 4.000 anos antes de Cristo. Os citados autores traçam um pequeno histórico da evolução conceitual e técnica do Cadastro Territorial, abordando a sua importância no desenvolvimento das antigas civilizações, como os Caldeus, Indianos, Gregos e Egípcios.

Como principais contribuições nesse processo evolutivo a serem destacadas, têm-se: a atribuição de sistemas de coordenadas ao inventário descritivo para a localização de terras, proprietários e confrontantes dada pelos Egípcios; a atualização cadastral periódica e a classificação de terras para uma melhor tributação, dada pelo Império Romano; e principalmente o Cadastro Napoleônico, criado na França por Napoleão Bonaparte, no século XVIII, o qual influenciou e ainda influencia os principais sistemas cadastrais existentes na atualidade (BRANDÃO, 2003; LOCH e ERBA, 2007; FIGUR, 2011; HASENACK, 2013).

O Cadastro Napoleônico merece destaque especial por diversas iniciativas que até hoje são consideradas modernas dentro do Cadastro Territorial (BRANDÃO, 2003). Para Napoleão, o Cadastro deveria estar a serviço do Direito Civil, dando garantias à posse do solo e fixando limites de propriedades para evitar litígios (LOCH e ERBA, 2007).

Além disso, ele introduziu o conceito moderno de parcela, realizou as medições amarradas a uma rede de triangulação de referência, propôs a identificação das parcelas através de um código único, confeccionou plantas cadastrais em escalas grandes, sugeriu o cálculo das áreas das parcelas através de suas coordenadas, dentre outras características (BRANDÃO, 2003).

Todo o processo evolutivo ocorrido nesses seis milênios permite afirmar que o Cadastro Territorial é indispensável para uma adequada gestão territorial, pois contribui com a distribuição equitativa das cargas tributárias, promove a segurança jurídica da propriedade do imóvel e cria as bases para o planejamento urbano e regional (ÁGUILA e ERBA, 2007).

Segundo os autores supramencionados, a consolidação da Agenda 21, aprovada durante a Conferência das Nações Unidas sobre o Meio Ambiente e Desenvolvimento, associada à Segunda Conferência das Nações Unidas sobre Assentamentos Humanos – HABITAT II – ampliou a visão do Cadastro. Os dois eventos “deixam clara a importância da informação territorial confiável como apoio aos processos de tomada de decisões orientadas a preservar o meio ambiente e a promover o desenvolvimento sustentável” (ÁGUILA e ERBA, 2007).

Dentro desse contexto, verifica-se a importância do conceito da multifinalidade do Cadastro Territorial. Para ser útil a diversos fins, ele deve permitir a integração de vários cadastros temáticos, tais como de infraestrutura, ambiental, social, econômico, entre outros (BRASIL, 2009).

Tem-se, portanto, que o Cadastro Territorial Multifinalitário (CTM) consiste em um “inventário territorial oficial e sistemático do município”, conforme definem as Diretrizes para a Criação, Instituição e Atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário nos Municípios Brasileiros (BRASIL, 2009; CUNHA e ERBA, 2010).

As supracitadas Diretrizes para o Cadastro ainda dizem que o CTM deve atender às questões sociais, ambientais e econômicas da administração pública, além da segurança jurídica da sociedade. Assim, qualquer sistema de informações municipais deve se basear no CTM, principalmente no que diz respeito à representação geométrica.

Para tal representação, a unidade territorial utilizada no CTM é a parcela, que consiste em uma parte contígua e contínua da superfície terrestre com regime jurídico único. Philips (2010) afirma que “a identificação e o levantamento único do limite entre duas parcelas e a demarcação do limite pela sequência de vértices comuns” caracterizam a contiguidade das parcelas, conforme pode ser visto na Figura 1.

Por sua vez, a continuidade de uma parcela é definida quando a sequência de linhas que formam os limites da mesma configura um polígono fechado (PHILIPS, 2010). Assim, uma parcela não pode ser formada por dois polígonos isolados. A Figura 2 exemplifica o conceito de continuidade.

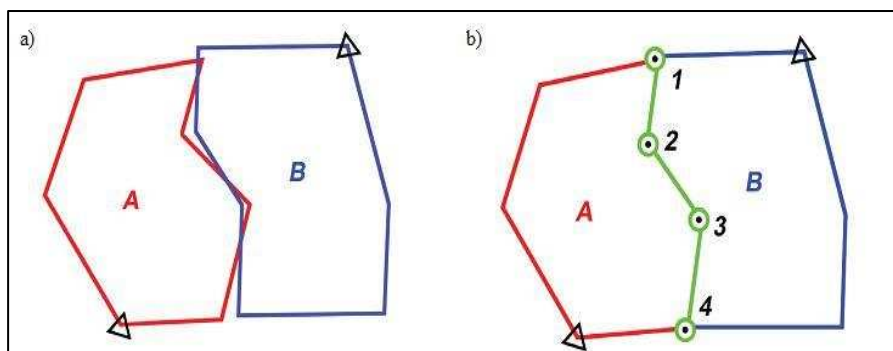


Figura 1 – Exemplos de parcelas não contíguas em a) e contíguas em b).

Fonte: PHILIPS (2010)

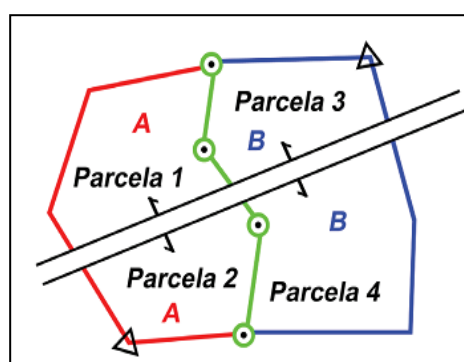


Figura 2– As parcelas 1, 2, 3 e 4 são contínuas e os imóveis A e B, descontínuos.

Fonte: PHILIPS (2010)

Philips (2010) ainda explicita o conceito de regime jurídico único a partir de um exemplo hipotético, o qual se reproduz neste trabalho. A Figura 3 mostra uma propriedade cuja estrutura interna foi alterada a partir de alguns eventos, tais como apresentados. A partir das alterações, a propriedade passou a ser representada por 7 parcelas.

A parcela 1 representa a área remanescente da propriedade que ficou do outro lado da estrada que foi construída na região. A parcela 2 consiste na faixa de domínio da estrada, a qual foi desapropriada. A parcela 3 é o resultado de um contrato de usufruto, tendo um regime jurídico diferente da parcela 4, que é a residência do proprietário.

A parcela 5 constitui uma área de preservação ambiental, restringindo seu uso e ocupação. Já a parcela 6 é uma área de servidão para acesso às praias, a qual é desconsiderada para fins tributários por ser de uso público. Por último, a parcela 7 é de propriedade da União, sendo concedido seu uso ao dono do imóvel, segundo a linha da preamar média do ano de 1831 (LPM 1831).

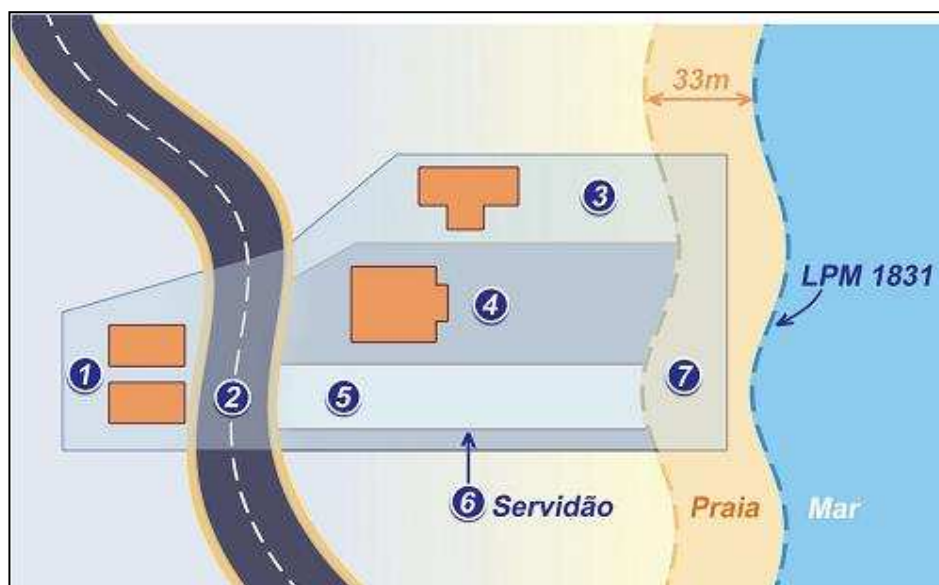


Figura 3 – Diferentes parcelas que compõem um imóvel

Fonte: PHILIPS (2010)

Percebe-se que todas as parcelas são contíguas e contínuas. A partir delas, o imóvel pode ser representado através de pontos de vista diferentes. Para fins legais, existem dois imóveis, com duas matrículas diferentes no registro de imóveis, sendo o primeiro constituído pela parcela 1 e o segundo, pela soma das parcelas 3, 4, 5 e 6.

Para fins econômicos, existe um imóvel, diferente dos anteriores, o qual é formado pelas parcelas 1, 3, 4 e 7, já que as demais não geram tributos territoriais. Destaca-se que a parcela 7 é a única registrada pela Secretaria de Patrimônio da União.

Para que as parcelas sejam diferenciáveis entre si, cada uma deve ter um identificador único e estável, que serve de ligação entre ela mesma e o tema cadastrado no CTM. Todas as demais unidades territoriais, como logradouros, praças, cursos d'água, glebas, etc., são definidas a partir dos limites de uma ou mais parcelas. Quaisquer dados ou informações podem estar associados ao CTM, uma vez que o caráter multifinalitário do Cadastro é assegurado nos artigos 21 e 22 das Diretrizes para o Cadastro.

2.1.2. Leis, Normas e Diretrizes

Dada a importância do Cadastro Territorial na gestão territorial, é imprescindível que se criem bases legais para a garantia de sua correta implantação, gestão e

atualização. Além disso, um conjunto de normas e diretrizes deve apoiar as atividades do Cadastro Territorial. A seguir, são apresentados alguns aspectos referentes ao assunto.

2.1.2.1. No âmbito Internacional

A legislação cadastral está intimamente ligada à realidade de um país, mas também pode ser aplicada a um conjunto de países associados a um determinado grupo. Destacam-se aqui as iniciativas de alguns países com sistemas cadastrais modernos e consolidados.

Como exemplo de Cadastro Territorial Moderno, o Cadastro Napoleônico foi concebido através da intenção de Napoleão Bonaparte em colocá-lo a serviço do Direito Civil, quando estruturava o Código Civil Francês (LOCH e ERBA, 2007).

Brandão (2003) cita alguns marcos jurídicos importantes para o sucesso do Cadastro Territorial Francês. Em 1794, a Assembleia Constituinte da Revolução Francesa decretou a organização do Cadastro Geral da Nação. Já em 1798, foi promulgada a Lei do Imposto Territorial e, em 1807, foram publicadas, através de uma lei, as Instruções Relativas ao Cadastro. Por fim, em 1811 foi publicado um compêndio relativo ao Cadastro Francês. O Cadastro Napoleônico serviu de referência para vários países, tais como Suíça, Alemanha, Bélgica, Áustria e Dinamarca (BRANDÃO, 2003).

Hasenack (2013) traz algumas questões normativas e diretivas relacionadas ao Cadastro Territorial de alguns países. Segundo o autor, na Suíça, o Cadastro é único para áreas urbanas e rurais, servindo de base legal para a garantia da propriedade. Juntamente com o Registro de Imóveis, ele forma o Sistema Cadastral Suíço. As medições oficiais são realizadas através da topografia, a partir de um sistema geodésico de referência, bem como de uma projeção cartográfica, cujas especificações técnicas são definidas por normas.

Na Alemanha, segundo Figur (2011), a competência para legislar sobre o Cadastro, a Cartografia e a Agrimensura é de cada estado federado. Entretanto, para evitar diferenças significativas entre as atividades de Cadastro de cada estado, foi criado o Comitê das Repartições de Cadastro, Cartografia e Agrimensura dos estados da República Federal da Alemanha. Compete a tal comitê apenas dar recomendações aos estados.

Até 2011, o sistema de coordenadas utilizado no Cadastro Territorial Alemão era atribuído ao sistema de projeção de Gauss – Krüger, sendo o elipsoide de Bessel (1841) utilizado para os estados do oeste do país, e o elipsoide de Krassowski para os estados do leste.

Com a criação da Infraestrutura de Dados Espaciais (IDE) da União Europeia, chamada de Infrastructure for Spatial Information in Europe (INSPIRE), em 14 de março de 2007, com publicação no Diário da União Europeia sob a Lei 108 (PIMENTEL, 2011), e a subsequente adesão alemã aos padrões da mesma, o sistema de coordenadas do Cadastro Alemão migrou para o referencial European Terrestrial Reference System 1989 (ETRS89), o qual utiliza a projeção do Sistema Universal Transverso de Mercator (UTM) (FIGUR 2011).

É importante destacar que a unidade espacial básica da INSPIRE é a parcela cadastral (PIMENTEL, 2011), uma vez que todos os países da União Europeia adotam a mesma unidade. Segundo Hasenack (2013), a carta cadastral alemã deve ser confeccionada de forma a ser lida e entendida por um cidadão comum. O autor também afirma que os levantamentos cadastrais são realizados por profissionais autônomos, devidamente autorizados, os quais devem seguir procedimentos técnicos normatizados.

Por sua vez, na Áustria, o Sistema Cadastral é composto pelo Registro de Imóveis e pelo Cadastro das Parcelas, cujo suporte técnico da base de dados é de responsabilidade do Instituto Federal de Medição e Topografia, mas os levantamentos cadastrais podem ser realizados por profissionais autônomos e licenciados para esse serviço. Vale ressaltar também que o referencial geodésico e a projeção cartográfica são definidos por lei específica (HASENACK, 2013).

Outro país cujo Cadastro Territorial é moderno e bem desenvolvido é a Argentina. A Lei Nacional de Cadastro, nº 26.209/2007, tem como principal função garantir a consistência geométrica dos limites das propriedades imobiliárias junto ao Registro de Imóveis (HASENACK, 2013).

Pimentel (2011) afirma que o Cadastro Territorial argentino está intimamente ligado à infraestrutura de dados espaciais do país. O autor cita o artigo 16 da Lei 26.209/2007, que diz ser de responsabilidade das províncias (estados) contribuírem para a adequação do Cadastro à sua IDE, sendo parte fundamental do mesmo.

Erba (2005) cita que o Cadastro com base em parcelas foi se consolidando progressivamente ao longo da década de 1990 e que toda a estrutura da IDE argentina,

bem como as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) se basearam no conceito parcelário.

O referido autor ainda traz um histórico geral dos sistemas cadastrais da quase totalidade dos países da América, indicando os principais aspectos relacionados à estrutura cadastral. Ao mesmo tempo, ele faz um pequeno paralelo entre esses países e os países europeus, destacando 4 características que não apenas diferenciam a realidade cadastral entre os dois continentes, mas que também evidenciam os pontos que tornam o Cadastro europeu mais avançado do que o americano. A seguir, apresentam-se as características (ERBA, 2005):

1. A competência na matéria cadastral se encontra atribuída, em um caráter geral, a órgãos em nível nacional;
2. Em todos os países se concebem o Cadastro como uma atividade pública;
3. Em todos os países existem estruturas administrativas estáveis, sustentáveis e com meios adequados para desenvolver as funções demandadas;
4. Em todos os países se aprecia uma importante preocupação em atender às necessidades crescentes de informação territorial manifestadas por diferentes agentes públicos e privados e em incrementar a qualidade dos serviços prestados.

Erba (2005) ainda cita que o sucesso dos sistemas cadastrais dos países europeus, sobretudo servindo de base para a INSPIRE, deve-se à criação e manutenção do Comitê Permanente sobre o Cadastro na União Europeia, cuja função é servir de elo entre as organizações da União Europeia, bem como de suas organizações cadastrais, além de constituir uma rede de informações sobre o Cadastro, permitindo a possibilidade de intercâmbio entre informações, experiências e melhores práticas entre os membros.

Internacionalmente, destacam-se também outras duas iniciativas de cunho diretivo e normativo: o Cadastro 2014, publicado em 1998 com tendências para sistemas cadastrais no futuro, e a Land Administration Domain Model (LADM), publicada pela International Organization for Standardization (ISO).

2.1.2.1.1. Cadastro 2014

A declaração da FIG sobre o futuro do Cadastro, denominada de Cadastro 2014, pode ser considerada um importante documento norteador das práticas cadastrais, servindo de base diretiva para a implantação de sistemas cadastrais.

Essa declaração, elaborada pelo Grupo de Trabalho 01 (GT01) da comissão 7, instalada no XX Congresso da FIG, realizado em Melbourne, na Austrália, em 1994, composto por 40 membros e envolvendo 26 países, originou um documento sobre o futuro do Cadastro, estabelecendo metas a serem cumpridas no decorrer dos 20 anos seguintes, ou seja, até 2014 (FIGUR, 2011).

Os questionamentos do GT01 versavam sobre os seguintes temas: caracterização do Cadastro existente; aspectos do Cadastro Territorial Multifinalitário; aspectos da privatização do Cadastro; tributação; conflitos existentes nos sistemas cadastrais; reformas cadastrais (KAUFMANN e STEUDLER, 1998; GONÇALVES, 2008; FIGUR, 2011).

De maneira a elucidar a evolução esperada, foram dadas 6 declarações, quais sejam (KAUFMANN e STEUDLER, 1998):

1. O Cadastro 2014 mostrará a situação legal completa das terras, incluindo seus direitos e restrições;
2. A separação entre registros gráficos (cartografia) e alfanuméricos (atributos) será abolida;
3. A Cartografia Cadastral morrerá e surgirá a modelagem;
4. Desaparecerá o Cadastro em lápis e papel;
5. O Cadastro 2014 será altamente privatizado e os setores público e privado trabalharão juntos;
6. O Cadastro 2014 poderá recuperar os investimentos.

Kaufmann e Steudler (2004) apresentam a revisão do Cadastro 2014, alterando as declarações 4 (reforçando a necessidade de se utilizar Infraestrutura de Tecnologia da Informação enxuta e de baixa complexidade) e 6 (informando que o Cadastro 2014 deverá cobrir os custos e dar retorno ao investimento).

2.1.2.1.2. ISO 19.152

Segundo Santos (2012), a FIG, tendo em vista as grandes diferenças existentes nos sistemas cadastrais em todo o mundo, propôs, em 2002, a criação de um modelo

cadastral normalizado, buscando a integração e a comunicação de todas as partes usuárias de informações cadastrais.

Entretanto, a partir das diversas discussões sobre o assunto, a FIG, em conjunto com o Programa de Assentamentos Humanos (UN – HABITAT), o Comitê Técnico em Gerenciamento da Informação Geoespacial Global (UN – GGIM) e a Organização de Agricultura e Alimentação (FAO), todos da Organização das Nações Unidas (ONU), e o Comitê Técnico em Informações Geográficas 211 da International Organization for Standardization (ISO), apresentou um modelo conceitual para o registro de pessoas, propriedades e direitos, restrições e responsabilidades relacionadas ao Cadastro e a administração de terras (SANTOS, 2012; SCARASSATI et al., 2014; OOSTEROM e LEMMEN, 2015).

Segundo Oosterom e Lemmen (2015), um adequado sistema de administração territorial suporta a provisão de segurança da propriedade e serve de base para uma justa avaliação e taxação das propriedades imobiliárias, do uso e ocupação territorial sustentáveis, da minimização de conflitos e de uma melhor gestão de recursos naturais.

Os autores ainda mencionam a necessidade da padronização de um modelo capaz de agregar fundamentos básicos de padrões geométricos (uni, bi e tridimensionais), aspectos temporais, metadados, além de observações e medições de campo. Surgiu, portanto, o Modelo de Domínio de Administração Territorial (LADM – Land Administration Domain Model), que foi concebido de maneira flexível, podendo servir de base para qualquer cidade, região ou país, segundo suas demandas.

A linguagem utilizada para sua modelagem é a UML (Unified Modeling Language), a qual representa a modelagem em 3 pacotes e um subpacote: Party, Administrative e Spatial Unit, com o subpacote Surveyng and Spatial Representation, conforme aponta Santos (2012).

O pacote Party contém as classes relacionadas às pessoas, sejam físicas ou jurídicas, e a terra. Uma das classes mais importantes é a LA_Party, a qual representa as pessoas ou grupo de pessoas que estão associadas ao registro, podendo ser o(s) proprietário(s), o notário, o agrimensor responsável, o banco, etc. (SANTOS, 2012).

Por outro lado, o pacote Administrative possui como principais classes a LA_RRR e a LA_BAUnit. A primeira é especializada em LA_Right, que representa o direito de domínio privado, a LA_Restriction, a qual indica as restrições de direito, como a construção em áreas de preservação ambiental, e a LA_Responsability, que

apresenta uma responsabilidade relacionada a um direito, como manutenção de edifício tombado (SCARASSATI, 2014).

Já a segunda classe do pacote Administrative, a LA_BAUnit, indica as Unidades Administrativas Básicas, sobre as quais é permitida a associação entre um conjunto de unidades espaciais e um direito, uma restrição e/ou uma responsabilidade (FREDERICO e CARNEIRO, 2014).

Por sua vez, o pacote Spatial Unit é o responsável pela definição das unidades espaciais, compostas pelas parcelas, destacando-se a classe LA_SpatialUnit, que representa todas as unidades espaciais, tais como parcelas 2D ou 3D, edifícios e redes de infraestrutura (SANTOS, 2012). Por último, o subpacote Surveying and Spatial Representation é o responsável pela parte geométrica, como topologia (FREDERICO e CARNEIRO, 2014).

Santos (2012) avaliou a aplicabilidade do LADM ao sugerido pelas Diretrizes para o Cadastro, com um estudo de caso do CTM do Município de Arapiraca, AL. A autora ressaltou que o Cadastro local fora concebido em cima das premissas indicadas pela Portaria Ministerial 511. Dessa forma, com base em uma modelagem de um banco de dados seguindo o LADM, ela fez a conversão de toda a base de dados do município para os moldes da ISO 19.152, concluindo que há inteira compatibilidade entre os dois modelos.

O Brasil ainda está iniciando as pesquisas sobre o LADM, com destaque para os trabalhos de Santos (2012), Frederico e Carneiro (2014) e Scarassati et al. (2014). É verdade, entretanto, que a concepção de um sistema cadastral passa pela base sugerida por essa norma e que seu estudo e sua aplicação são essenciais para a consolidação do CTM no Brasil.

2.1.2.2. No âmbito Nacional

Como visto no item 2.1.2.1, nos países com sistemas cadastrais modernos e consolidados não há separação entre o Cadastro de parcelas urbanas e rurais, enquanto que a realidade no Brasil vai de encontro a esse fato.

Segundo Pimentel (2011), o território brasileiro já foi colonizado e regido por uma lei promulgada por D. Fernando, em 1375, a qual obrigava o proprietário rural a lavrar a terra, sob o risco de perdê-la para quem fizesse isso antes dele. Logo após o início da colonização, através das capitânicas hereditárias, difundiu-se a política da

concessão das sesmarias, que consistia na transferência do direito ao domínio de terras por meio do pagamento de taxas (PIMENTEL, 2011 e COSTA, 2012).

Loch e Erba (2007) afirmam que, em 1822, a Resolução nº 76 suspendeu a concessão das sesmarias até a convocação de uma Assembleia Constituinte Geral. Tal fato, segundo os autores, gerou um regime onde prevalecia a posse ou a ocupação, trazendo incertezas e insegurança quanto à propriedade privada. Segundo Costa (2012), as concessões do poder público davam lugar às ocupações, período chamado de Regime de Posses.

Apesar da promulgação da Constituição Política do Império do Brasil de 1824, na qual se garantiu o direito da propriedade privada, foi apenas através da Lei de Terras, Lei nº 601/1850, que se procurou organizar a estrutura fundiária (LOCH e ERBA, 2007), tornando aceitável tratar a terra como mercadoria. (COSTA, 2012).

Pimentel (2011) ainda afirma que essa lei, regulamentada pelo Decreto nº 1.318 de 1854, trouxe avanços consideráveis na legislação, uma vez que “regulamentava e normatizava o direito e a garantia de uso da propriedade através de mecanismos de fiscalização e gerenciamento”, além de regulamentar a medição de terras públicas.

Loch e Erba (2007) destacam o Decreto nº 451-B, de 1890, que trazia, em seu artigo 22, disposições sobre a planta e a avaliação dos imóveis, orientando quanto aos detalhes físicos a serem representados, a escala de representação, a exigência da anexação das cadernetas de operações de campo e um relatório ou um memorial descritivo de medição. Ainda no artigo 22, o seu item 3 exigia a fixação de marcos de referência, mediante os quais as plantas pudessem ser incorporadas a uma Carta Geral Cadastral.

Ressalta-se que só apenas em 1964 a legislação referente a terras rurais sofreu maior impacto através da promulgação da Lei Federal nº 4.504, denominada Estatuto da Terra. Após essa data, praticamente toda a legislação relacionada a terras rurais foi destinada à regulamentação daquela lei (LOCH e ERBA, 2007).

Dentre os vários decretos regulamentadores do Estatuto da Terra, Pimentel (2011) destaca o Decreto nº 1.110/1970, que cria o Instituto Nacional de Reforma Agrária (INCRA) e o Decreto nº 5.868/1972, o qual estabeleceu o Sistema Nacional de Cadastro Rural (SNCR), sendo esse declaratório e servindo de referência para a cobrança do Imposto Territorial Rural (ITR).

Já em 2001, a Lei Federal 10.267, regulamentada pelo Decreto 4.449/2002, trouxe mudanças significativas na legislação referente à identificação do imóvel rural. A

partir dessa lei, foi criado o Cadastro Nacional de Imóveis Rurais (CNIR), que consiste em uma base de dados das propriedades rurais, compartilhada entre diversos usuários e instituições (BRASIL, 2001b, 2002a).

Merece destaque também o artigo 9º do Decreto 4.449/2002, o qual obriga que os vértices definidores dos limites das propriedades rurais tenham suas coordenadas referenciadas ao SGB, com precisão posicional estabelecida pelo INCRA (BRASIL, 2002a).

Em novembro de 2003, o INCRA publicou a primeira edição da Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais, estabelecendo definições e procedimentos a serem adotados para o levantamento e o registro cadastral das propriedades rurais. Em seu anexo XIII, a norma traz a Portaria nº 954, a qual indica a precisão posicional de 0,5 m na determinação do par de coordenadas de cada vértice definidor do limite do imóvel (BRASIL, 2003).

Ainda nessa edição, o INCRA estabelece a utilização do sistema de Projeção UTM para a obtenção das coordenadas dos vértices definidores dos limites das propriedades, bem como para o cálculo de distâncias, áreas e azimutes, fato esse reafirmado na segunda edição da referida norma, publicada em fevereiro de 2010 (BRASIL, 2003, 2010).

De forma contraditória ao que afirmava a primeira edição, que dizia que um plano de coordenadas locais não seria o mais adequado para a realização dos cálculos descritos anteriormente, a terceira edição da Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais do INCRA, publicada em 2013, adota o Sistema Geodésico Local como referência para os supracitados cálculos (BRASIL, 2003, 2013).

Entre 2003 e 2013, houve algumas mudanças nos procedimentos adotados pelo INCRA que buscaram facilitar e automatizar o processo de cadastramento e certificação do imóvel rural. Entretanto, destaca-se que não houve impacto significativo na estrutura legal, normativa e diretiva no âmbito do Cadastro Rural.

Por sua vez, a preocupação com o urbano brasileiro é relativamente recente, quando comparada à legislação de terras no país, mais precisamente após a promulgação da Constituição Federal, em 1988 (OLIVEIRA, 2001).

Oliveira (2001) afirma que pela primeira vez “a cidade foi tratada na Constituição Federal”; porém, foram necessários 13 anos até a promulgação da Lei Federal 10.257/2001, denominada Estatuto das Cidades, a qual regulamenta os artigos

182 e 183 da Constituição Federal de 1988, estabelece diretrizes gerais da política urbana e dá outras providências (BRASIL, 2001a).

Apesar de o uso e o parcelamento do solo urbano ser tratado desde 1979, a partir da Lei Federal 6.766/1979, o Cadastro Territorial de parcelas urbanas ainda não é contemplado na legislação nacional. É certo que já houve iniciativas técnicas, normativas e diretivas que visavam preencher algumas lacunas.

O primeiro destaque é dado ao Convênio para Incentivo ao Aperfeiçoamento Técnico-Administrativo de Municipalidades (CIATA) criado pelo Ministério da Fazenda, na década de 1970. Loch e Erba (2007) afirmam que o CIATA “teve sucesso em várias cidades”.

O CIATA tinha todos os seus dados referidos ao quarteirão, ao distrito e à zona em que se localizava a parcela e possuía uma base cartográfica e outra alfanumérica, composta pelos dados dos Boletins de Cadastro Imobiliário e de Cadastro de Logradouros (BCI e BL, respectivamente) (LOCH e ERBA, 2007).

Outra iniciativa técnica e normativa relacionada ao Cadastro Territorial Urbano brasileiro é a publicação das normas da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT), a NBR 13.133, a NBR 14.166 e a NBR 15.777 (ABNT, 1994, 1998, 2009).

A NBR 13.133, intitulada Execução de Levantamentos Topográficos, além de trazer algumas definições e procedimentos para a execução de levantamentos topográficos de quaisquer ordens, introduz a definição da Rede de Referência Cadastral (RRC) e do Sistema Topográfico Local (STL).

Por outro lado, a NBR 14.166, intitulada Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento, define elementos e procedimentos relacionados à implantação de uma RRC, além de trazer todo o conceito intrínseco ao Plano Topográfico Local (PTL) e ao Sistema Topográfico Local, bem como sua formulação matemática, transformando coordenadas geodésicas (latitude e longitude) em coordenadas topográficas locais (X e Y).

Por fim, a NBR 15.777, intitulada Convenções Topográficas para cartas e plantas cadastrais – Escalas 1:10.000, 1:5.000, 1:2.000, 1:1.000 – procedimento, define procedimentos relacionados à elaboração de mapeamentos, cartas e plantas cadastrais e aos sinais convencionados utilizados na Cartografia Cadastral. Contudo, Hasenack (2013) afirma que essa norma trata de conceitos de levantamento e de cartografia aplicados a feições topográficas, e não à questão jurídica relacionada ao mapeamento cadastral, como visto no tópico 2.2.1 do presente trabalho.

No âmbito diretivo, destaca-se a publicação da Portaria nº 511/2009, do Ministério das Cidades, intitulada Diretrizes para a Criação, Instituição e Atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário (CTM) nos Municípios Brasileiros (BRASIL, 2009). Essas diretrizes não têm caráter compulsório e foram criadas de forma generalista e aplicável a qualquer município brasileiro (CUNHA e ERBA, 2010).

Cunha e Erba (2010) apontam que tais diretrizes foram criadas a partir da necessidade de capacitação de técnicos e gestores municipais na implementação da Política Nacional de Desenvolvimento Urbano. Por isso, o Ministério das Cidades, em parceria com o Lincoln Institute of Land Policy e a Caixa Econômica Federal, promoveu uma série de seminários nacionais sobre a importância da implementação de um CTM.

Os citados autores também informam que, em 2007, foi criado um grupo de trabalho (GT-Cadastro), composto por diversos especialistas da área, para estudar o assunto e formular uma proposta de diretrizes condizentes com a realidade plural dos municípios brasileiros. A validação e o aprimoramento da proposta foram dados por diversos representantes do poder público, além de professores, pesquisadores e outros profissionais atuantes na área de Cadastro.

Cunha e Erba (2010) destacam também a importância da Cooperação Técnica em Desenvolvimento Urbano da Embaixada da França, a qual trouxe especialistas em Cadastro daquele país, além de convidar os membros do GT-Cadastro para conhecerem os métodos e dispositivos utilizados no cadastro francês.

Atualmente, está em tramitação no Governo Federal o Projeto de Lei 3.876/2015, proposto pelo Deputado Federal Edimilson Rodrigues (PA), baseado nas Diretrizes para o Cadastro (BRASIL, 2009). A expectativa é que, com a sua aprovação, seja criada uma lei nacional para o CTM, alterando o caráter diretivo da Portaria nº 511/2009 em algo compulsório e norteador das políticas cadastrais no Brasil.

Ressalta-se que alguns artigos das Diretrizes para o Cadastro foram suprimidos e outros alterados, buscando-se um refinamento jurídico e deixando-se aspectos técnicos para serem definidos por normatização.

Dentre as modificações, destaca-se a inclusão da Planta de Valores Genéricos ou tabela de valores de metro quadrado de terrenos e construção e das fotografias aéreas e terrestres como documentos oficiais constituintes do Cadastro Territorial, juntamente com o arquivo de documentos originais de campo, arquivos descritivos das parcelas e a carta cadastral (BRASIL, 2015).

Outra alteração importante é a retirada da sugestão da utilização do Sistema de Projeção UTM. Na verdade, o texto do PL 3.876/2015 não menciona nada relacionado ao sistema de coordenadas a ser adotado, a não ser a obrigatoriedade desse estar associado ao SGB. Além disso, o parágrafo único do artigo 11 do PL 3.876/2015 cita que a precisão das coordenadas dos vértices deve ser definida por meio de norma técnica específica (BRASIL, 2015).

Observa-se que esse projeto é um importante marco jurídico para o Cadastro Territorial Urbano no Brasil, assemelhando-se ao que a Lei 10.267/2001 proporcionou no âmbito do Cadastro Territorial Rural. Entretanto, a separação conceitual e operacional entre os dois sistemas cadastrais ainda existirá com a aprovação e promulgação dessa proposta de lei.

Uma alternativa para a solução desse problema é a criação e operacionalização do Sistema Nacional de Gestão de Informações Territoriais (SINTER), instituído pelo Decreto 8.764, de maio de 2016 (BRASIL, 2016b). Segundo o artigo 1º desse decreto, o SINTER é uma

“ferramenta de gestão pública que integrará, em um banco de dados espaciais, o fluxo dinâmico de dados jurídicos produzidos pelos serviços de registros públicos ao fluxo de dados fiscais, cadastrais e geoespaciais de imóveis urbanos e rurais produzidos pela União, pelos Estados, pelo Distrito Federal e pelos Municípios” (BRASIL, 2016b).

Em seu artigo 9º, há a afirmação de que “as informações cadastrais e geoespaciais serão integradas em níveis gráficos de mapeamento georreferenciado (camadas), embasadas no levantamento dos limites das parcelas cadastrais”. Por sua vez, o parágrafo terceiro do artigo supracitado indica que “os padrões de bases cartográficas, de dados georreferenciados e de metadados deverão estar em conformidade com o disposto nas normas técnicas da Comissão Nacional de Cartografia – CONCAR” (BRASIL, 2016b).

As principais estratégias do SINTER são:

- Integração dos Cadastros para fiscalização;
- Trabalhar com Big Data, Bancos de Dados Geográficos e Data Mining;
- Trabalhar com um identificador cadastral único, que considere a junção do identificador da parcela com o identificador do imóvel;

- Criar um padrão de interoperabilidade (ou utilizar o padrão que possa ser criado com a Lei Nacional de Cadastro, em tramitação no Governo Federal);
- Oferecer infraestrutura de dados nas nuvens para o CTM através do SINTER.

2.2. Cartografia Cadastral

2.2.1. Carta Cadastral

O artigo 8º das Diretrizes para o Cadastro define a Carta Cadastral como sendo a representação cartográfica do levantamento sistemático do território municipal. Todo o levantamento e as representações de limites territoriais devem estar contidos nessa carta (BRASIL, 2009). Apesar de o Projeto de Lei 3.876/2015, que foi baseado nas Diretrizes para o Cadastro, não apresentar nenhuma definição para a Carta Cadastral (BRASIL, 2015), Hasenack (2013) afirma que a definição supramencionada está de acordo com a que foi proposta pela FIG.

Ainda nas mesmas diretrizes, segundo o artigo 7º, bem como o artigo 3º do projeto de lei, a Carta Cadastral é um dos documentos que constituem o CTM (BRASIL, 2009, 2015), o que dá caráter legal à representação do território, dada pela localização geográfica única de cada parcela (OLIVEIRA, 2010).

Hasenack (2013) faz uma profunda análise semântica da concepção da Cartografia Cadastral no Brasil. Em seu trabalho, o autor afirma que “a Carta Cadastral adotada no Brasil é aquela que representa as feições físicas visíveis (o contorno) das ocupações, quer essas sejam levantadas por métodos fotogramétricos ou topográficos”.

Assim, os limites legais das parcelas não são representados nesse modelo de Carta Cadastral. Hasenack (2013) acrescenta ainda que tal carta tem apenas finalidade fiscal e que não possui vínculo algum com o Registro de Imóveis. Para o autor, essa confusão conceitual, que não diferencia a Carta Cadastral (representação dos limites legais) da carta topográfica (representação das feições naturais ou artificiais visíveis no terreno, como contorno dos objetos), consiste no maior problema cartográfico na área de Cadastro no Brasil.

Além disso, a definição de Carta Cadastral associada apenas à escala da mesma também é errada, uma vez que a sua principal característica é a “sua função jurídica na

garantia dos limites territoriais junto ao RI” (HASENACK, 2013). Portanto, não há compatibilidade entre o conceito moderno de Carta Cadastral, segundo a definição da FIG, e o conceito de Planta Cadastral Municipal, dada pela NBR 14.166 (ABNT, 1998), tal como se segue:

Planta, na escala 1:1.000 ou maior, resultado da aplicação sistemática desta Norma e da NBR 13.133, tendo como **finalidade primordial os estudos sobre alinhamentos, nivelamentos e emplacamento de edificações**, servindo de base aos cadastros de infra-estrutura urbana (água, esgoto, drenagem, pavimentação, força e luz, telefone, gás etc.), apoiando ainda a construção das plantas de quadras do Cadastro Imobiliário Fiscal, e o cadastro fundiário para registros públicos e cadastro de equipamentos comunitários ou sociais destinados a atividades de saúde, educação, cultura, lazer, esportes, promoção e assistência social e similares, **apresentando ainda pontos cotados**, na precisão compatível com a escala, em todos os cruzamentos de ruas, fins de ruas, mudanças de “grade” e de direção das ruas, **abrangendo apenas as áreas urbanizadas e em processo de urbanização ou de expansão urbana do município, além da hidrografia, drenagem, sistema viário, obras de arte, logradouros e arborização**, registrando no seu conteúdo básico, também, informações sobre o parcelamento do solo urbano e das edificações. (ABNT, 1998, pg. 3, com grifo do autor do presente trabalho).

As partes destacadas no texto anterior mostram onde as divergências conceituais são explícitas. Oliveira (2010) faz um comparativo entre a Carta Cadastral e a Planta Topográfica, também chamada pelo autor de Carta de Feições. O quadro 01 resume as diferenças apontadas.

Hasenack (2013) também traz vários extratos de plantas topográficas e de Cartas Cadastrais, mostrando a diferença entre elas. A Figura 4 apresenta um comparativo entre as duas formas, mas de locais diferentes. Destaca-se o conteúdo representado na Carta Cadastral: a rede de referência cadastral; os pontos limites legais das parcelas territoriais, demarcados e não demarcados; a propriedade legal das parcelas; o código identificador de cada parcela (HASENACK, 2013).

Segundo Loch e Erba (2007), é a relação jurídica de propriedade ou posse entre o homem e o território que fundamenta a existência das Cartas Cadastrais através da representação das parcelas territoriais. Para isso, esses dados têm que estar integrados ao Registro de Imóveis (BRASIL, 2009; HASENACK, 2013).

Quadro 01 – Comparativo entre a Carta Cadastral e a Planta Topográfica
 Fonte: Adaptada de Oliveira (2010)

Carta Cadastral	Carta de Feições (Planta Topográfica)
<p>a) Todas as parcelas são delimitadas por vértices sinalizados no terreno e através de um polígono fechado, inclusive as públicas, tais como ruas;</p>	<p>a) Apresenta a delimitação dos limites reais do imóvel, ou seja, somente aqueles que estão materializados no terreno;</p>
<p>b) As edificações são identificadas através de sua posição real no terreno;</p>	<p>b) São representados os elementos do meio físico através do levantamento de detalhes como árvores, bosques, postes, bocas de lobo, luminárias, caixa de inspeção, etc.;</p>
<p>c) A aquisição dos dados para este tipo de representação é realizada através de técnicas topográficas;</p>	<p>c) A técnica principal de aquisição de dados deste tipo de representação é por aerofotogrametria;</p>
<p>d) São mostrados todos os limites legais, mesmo que não estejam materializados no terreno;</p>	<p>d) As delimitações dos terrenos possuem representação diferenciada quando é muro, cerca, cerca viva, cerca de arame, cerca mista, grade;</p>
<p>e) Apresentam os topônimos de arruamento;</p>	<p>e) Apresentam topônimos referentes aos arruamentos, edificações públicas e templos religiosos.</p>
<p>f) As parcelas recebem um código unívoco.</p>	



Figura 4 – A) Carta Cadastral e B) Planta Topográfica
 Fonte: Hasenack (2013)

2.2.2. Sistema Geodésico de Referência

Para o adequado mapeamento do território, as parcelas devem ser representadas graficamente segundo um modelo matemático que represente a terra, isso é, a um sistema de referência único. O artigo 10 das Diretrizes para o Cadastro e o artigo 9º do PL 3.876/2015 (Lei Nacional do Cadastro) afirmam que o levantamento dos vértices das parcelas deve ser referenciado ao SGB (BRASIL, 2009, 2015).

Um sistema geodésico de referência deve possuir um conjunto de pontos materializados no terreno, cujas coordenadas sejam associadas a um conjunto de parâmetros que define um sistema de referência global. Essas coordenadas devem ser homologadas por órgãos oficiais.

A rede planimétrica do SGB é constituída, portanto, de um conjunto de pontos com coordenadas geodésicas referenciadas ao Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS 2000), sendo de responsabilidade do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). É importante destacar que também existem redes estaduais e municipais.

No caso das redes municipais, seus pontos podem constituir uma Rede de Referência Cadastral, tal como definido na NBR 14.166 (ABNT, 1998), como se segue:

Rede de apoio básico de âmbito municipal para todos os serviços que se destinem a projetos, cadastros ou implantação e gerenciamento de obras, sendo constituída por pontos de coordenadas planialtimétricas, materializados no terreno, referenciados a uma única origem (Sistema Geodésico Brasileiro - SGB) e a um mesmo sistema de representação cartográfica, permitindo a amarração e conseqüente incorporação de todos os trabalhos de topografia e cartografia na construção e manutenção da Planta Cadastral Municipal e Planta Geral do Município, sendo esta rede amarrada ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB); fica garantida a posição dos pontos de representação e a correlação entre os vários sistemas de projeção ou representação (ABNT, 1998).

Ressalta-se que a definição supramencionada está de acordo com o artigo 11 das Diretrizes para o Cadastro e o artigo 10 do PL 3.876/2015, que afirmam que cada município deve se responsabilizar pela implantação, conservação e manutenção da inviolabilidade dos marcos físicos vinculados ao SGB e que todo o levantamento topográfico e toda a locação devem ser apoiados nesses marcos (BRASIL, 2009, 2015).

2.2.3. Sistemas de Coordenadas

2.2.3.1. Sistema de Coordenadas Geodésicas Tridimensionais

As coordenadas diretamente associadas a um sistema geodésico são as Cartesianas Geocêntricas, também conhecidas como Geodésicas Tridimensionais, e as Geodésicas Curvilíneas. Em ambos os casos, a superfície terrestre é representada matematicamente por um elipsoide de revolução.

No Sistema Cartesiano Geocêntrico, são definidos 3 eixos ortogonais, sendo o eixo Z passando pelo CIO (Conventional International Origin), por vezes chamado de eixo de rotação da terra, o eixo X passando pelo meridiano de Greenwich e o Y ortogonal a ambos (TULER e SARAIVA, 2016).

Por sua vez, o Sistema de Coordenadas Geodésicas Curvilíneas consiste na representação da posição de um ponto da superfície terrestre através das coordenadas angulares, definidas como latitude (φ) e longitude (λ). Há ainda a coordenada altimétrica da posição, definida como sendo a distância vertical (h) entre a superfície topográfica e o elipsoide de referência, medida sobre a normal do ponto, chamada de altura geométrica. Quando essa mesma distância se refere ao geoide, tem-se a altitude ortométrica (H), consistindo na distância medida sobre a vertical do ponto (GRIPP JR, 2010). A figura 5 ilustra a situação mencionada nos parágrafos anteriores.

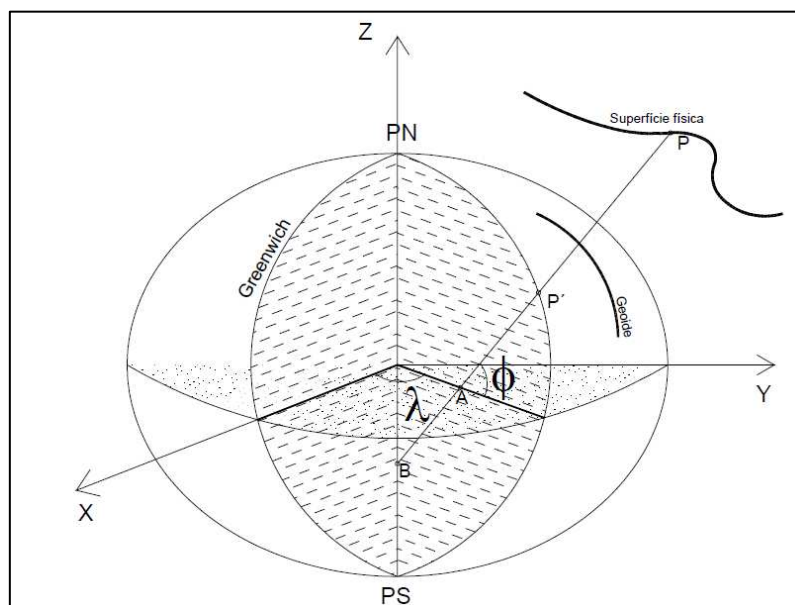


Figura 5 – Coordenadas Geodésicas Cartesianas e Curvilíneas

Fonte: GRIPP JR, 2010.

A relação matemática para transformar coordenadas elipsoidais para cartesianas é dada pelas Equações 01, 02 e 03, a seguir.

$$X = (N + h). \cos\varphi. \cos\lambda \quad \text{Equação 01}$$

$$Y = (N + h). \cos\varphi. \sen\lambda \quad \text{Equação 02}$$

$$Z = [N. (1 - e^2) + h]. \sen\varphi \quad \text{Equação 03}$$

onde,

$$N = \frac{a}{\sqrt{(1 - e^2 \cdot \sen^2\varphi)}} \text{ é a Grande Normal;}$$

a é o semieixo maior do elipsoide de referência;

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \text{ é a primeira excentricidade do elipsoide de referência;}$$

O principal problema da Cartografia é representar a superfície terrestre, que é curva, em um plano. Esse processo gera distorções geométricas nas formas, nas medidas lineares e/ou nas medidas superficiais dos objetos ou feições representados, e apenas uma dessas deformações pode ser evitada. O objetivo das projeções cartográficas é situar, sobre um sistema de coordenadas plano-retangulares, os elementos geométricos presentes na superfície curva terrestre.

Como visto anteriormente, a parcela é uma porção da superfície terrestre com regime jurídico único, o qual está relacionado com a propriedade ou posse de uma pessoa. Ressalta-se que essa parcela está situada na superfície topográfica, e as coordenadas de seus vértices estão sujeitas a serem representadas em um dado sistema de coordenadas.

Portanto, a área dessa parcela pode ser representada em um plano de várias formas, utilizando-se projeções cartográficas ou algum modelo matemático de transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas planas locais, tais como o Sistema Topográfico Local (ABNT, 1998) e o Sistema Geodésico Local (GARNÉS, 1998; OLIVEIRA, 2004; JEKELI, 2012; ANDRADE, 2008; MONICO, 2008, DAL'FORNO et al., 2010, SOUZA, 2012; BRASIL, 2013). Isso fará com que aquela parcela possa ser representada cartograficamente em diversas superfícies planas, dependendo do modelo escolhido.

2.2.3.2 Sistema Topográfico Local

O Sistema Topográfico Local (STL) foi definido pela norma NBR 13.133 (ABNT, 1994), mas teve sua formulação matemática introduzida pela NBR 14.166 (ABNT, 1998). O STL consiste em um sistema de coordenadas plano-retangulares relacionadas matematicamente com sistemas de referência geodésicos, ou seja, é possível obter coordenadas locais x e y a partir das coordenadas geodésicas curvilíneas dos pontos (ABNT, 1994, 1998).

A origem do sistema é um ponto central à área levantada e com a altitude média da região, estando o plano topográfico perpendicular à normal do elipsoide de referência desse ponto (ABNT, 1998).

Além disso, o Plano Topográfico Local é limitado quando há variações maiores que $\pm 150\text{m}$ nos valores de altitude, pois o fator de elevação do elipsoide para a superfície topográfica sofre variações consideráveis (ABNT, 1998; SOUZA e GARNÉS, 2012). Se isso ocorrer, o Sistema Topográfico Local deve ser subdividido em sistemas parciais (ABNT, 1998).

Com pequenas deformações na área de abrangência, considera-se que as distâncias e ângulos obtidos em levantamentos sejam representados em verdadeira grandeza sobre o plano tangente ao elipsoide, uma vez que a distorção geométrica é negligenciável (SOUZA e GARNÉS, 2012). Tem-se, portanto, uma situação ideal em que a superfície terrestre representada é considerada plana (ABNT, 1994, 1998), não deformando a representação horizontal.

Dessa forma, para que se elevem as grandezas lineares para o Plano Topográfico Local (PTL) ao nível médio do terreno, deve-se aplicar um fator de elevação c (ABNT, 1998), apresentado na Equação 04.

$$c = \frac{R_m + H_t}{R_m} \quad \text{Equação 04}$$

onde,

H_t é a altitude média do terreno, em metros;

$R_m = \sqrt{NM}$ é o raio médio terrestre no ponto de origem do STL;

$$M = \frac{a.(1-e^2)}{\sqrt{(1-e^2.\text{sen}^2\varphi)^3}}$$

é o raio de curvatura da elipse meridiana do elipsoide de referência na origem do sistema topográfico local, em metros.

Considera-se aproximadamente 70 km a distância máxima da origem do STL aceita para a definição do Plano Topográfico Local, conforme indica a Figura 6 (ABNT, 1998).

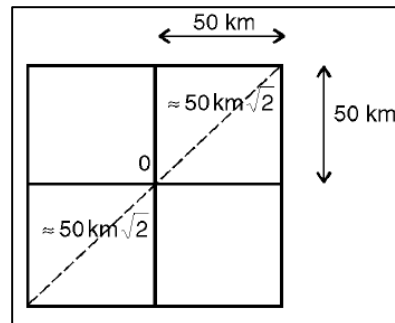


Figura 6 - Distância Máxima da origem do STL

(Fonte: ABNT, 1998)

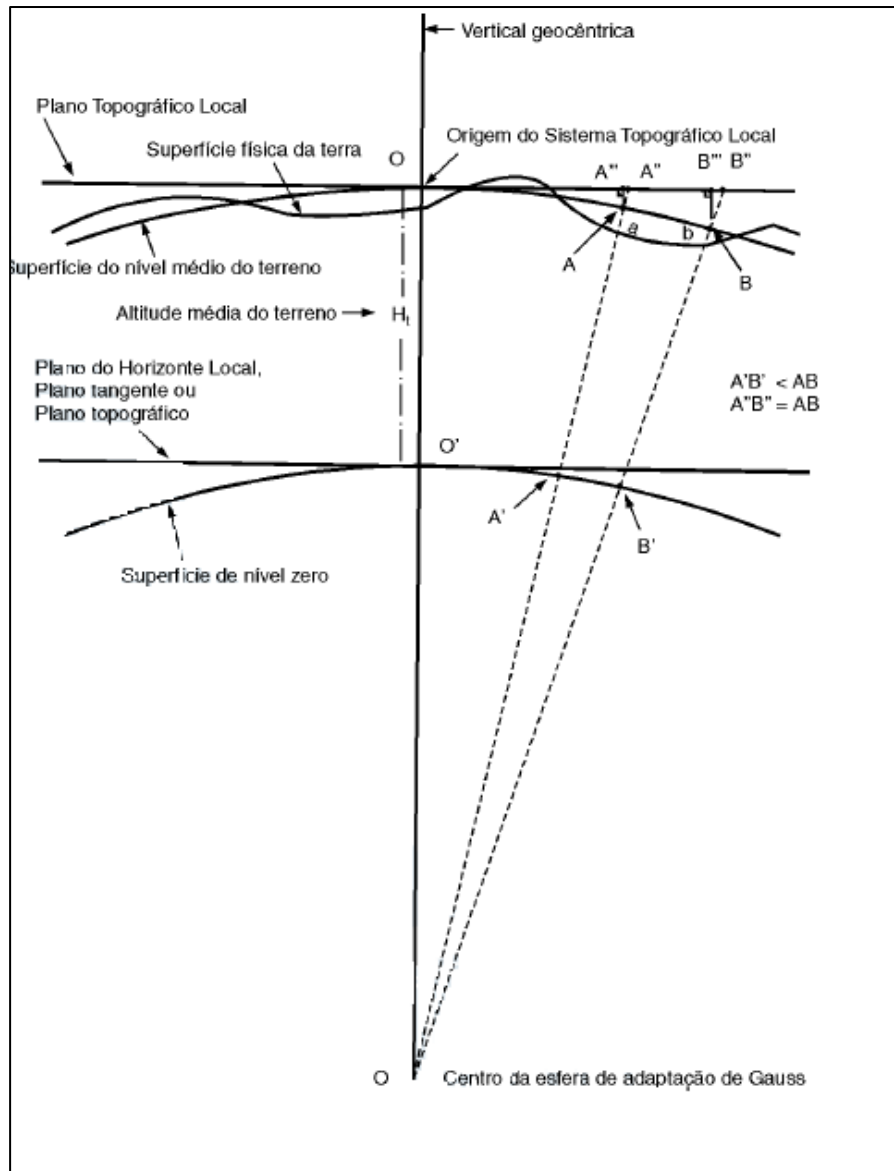


Figura 7 – Plano Topográfico Local

(Fonte: ABNT, 1998)

A NBR 14.166 traz a formulação matemática (Equações 05 a 16, abaixo) para a transformação das coordenadas geodésicas curvilíneas em Topográficas Locais, dentro da área de abrangência do STL, considerando o ponto de origem “o” (ABNT, 1998).

$$X_p = 150000 + x_p \quad \text{Equação 05}$$

$$Y_p = 150000 + y_p \quad \text{Equação 06}$$

$$x_p = -\Delta\lambda_1 \cos \varphi_p N_p \text{arc}1'' c \quad \text{Equação 07}$$

$$y_p = \frac{1}{B} [\Delta\varphi_1 + C x_p^2 + D(\Delta\varphi_1)^2 + E(\Delta\varphi_1)x_p^2 + E x_p^4] c \quad \text{Equação 08}$$

$$\Delta\lambda = \lambda_p - \lambda_o \quad \text{Equação 09}$$

$$\Delta\varphi = \varphi_p - \varphi_o \quad \text{Equação 10}$$

$$\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda''[1 - 3,9173 \times 10^2 (\Delta\lambda'')^2] \quad \text{Equação 11}$$

$$\Delta\varphi_1 = \Delta\varphi''[1 - 3,9173 \times 10^2 (\Delta\varphi'')^2] \quad \text{Equação 12}$$

$$B = \frac{1}{M_o \text{ arc } 1''} \quad \text{Equação 13}$$

$$C = \frac{\tan \varphi_o}{2M_o N_o \text{ arc } 1''} \quad \text{Equação 14}$$

$$D = \frac{3e^2 \text{ sen}\varphi_o \cos \varphi_o \text{ arc } 1''}{2(1-e^2 \text{ sen}^2 \varphi_o)} \quad \text{Equação 15}$$

$$E = \frac{1+3 \tan \varphi_o}{6N_o^2} \quad \text{Equação 16}$$

onde,

os subíndices “o” e “p” se referem ao ponto de origem e um ponto qualquer do STL, respectivamente;

φ deve ser negativo para o Hemisfério Sul e λ crescente positivo para Oeste;

C e D devem ser negativos no Hemisfério Sul.

Entretanto, a implementação computacional do STL é complexa, o que dificulta trabalhar com esse sistema. Além disso, Garnés et al. (2005 apud SOUSA, 2012) mostraram a fragilidade em acurácia da utilização das fórmulas da NBR 14.166, bem como a não definição, e a consequente não normatização, da transformação inversa (Coordenadas Topográficas Locais para Coordenadas Geodésicas Curvilíneas).

Sousa (2012) afirma que, apesar de o Sistema Topográfico Local ser definido e contemplado nas NBR 13.133 e NBR 14.166 (ABNT, 1994, 1998), vários autores vêm estudando seus “pontos fracos e pontos não contemplados pelas referidas normas”. Ainda segundo o autor, Garnés et al. (2005, apud SOUSA, 2012) sugerem o uso do Sistema Geodésico Local para calcular o Sistema Topográfico Local, relacionando-os a partir do conhecimento do desvio da vertical.

2.2.3.3 Sistema Geodésico Local

Jekeli (2012) apresenta o Sistema de Coordenadas Geodésico Local, também chamado de Sistema Geodésico Local (SGL), como sendo um sistema cartesiano

tridimensional, com 3 eixos mutuamente ortogonais. Vaniúcek e Krakiwsky (1996, apud ANDRADE, 2008) definem que o eixo u tem a direção da normal ao elipsoide que passa pelo ponto de origem do sistema, com sentido para o zênite, o eixo n tem a direção da tangente do meridiano geodésico, com o sentido norte, e o eixo e é ortogonal aos outros dois, apontando para a direção leste.

O SGL é obtido a partir da transformação passiva de um Sistema Geodésico Cartesiano Geocêntrico para um Sistema Geodésico Cartesiano Topocêntrico. Para isso, são aplicadas duas rotações e uma translação no sistema geocêntrico (GARNÉS, 1998; OLIVEIRA, 2004; JEKELI, 2012; ANDRADE, 2008; MONICO, 2008, DAL'FORNO et al., 2010, SOUZA, 2012; BRASIL, 2013). O SGL também é denominado por alguns autores de Sistema Topográfico por Rotações e Translações (DAL'FORNO et al., 2010; TULER e SARAIVA, 2016).

Uma vantagem da utilização do SGL é o fato de que as grandezas lineares calculadas no Sistema Geodésico Cartesiano Geocêntrico permanecem inalteradas, uma vez que não há fator de escala na transformação (JEKELI, 2012; DAL'FORNO et al., 2010). A transformação é apresentada na Equação 17.

$$\begin{bmatrix} e \\ n \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\text{sen}\lambda_0 & \text{cos}\lambda_0 & 0 \\ -\text{sen}\varphi_0\text{cos}\lambda_0 & -\text{sen}\varphi_0\text{sen}\lambda_0 & \text{cos}\varphi_0 \\ \text{cos}\varphi_0\text{cos}\lambda_0 & \text{cos}\varphi_0\text{sen}\lambda_0 & \text{sen}\varphi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad \text{Equação 17}$$

onde

φ_0 e λ_0 são as Coordenadas Geodésicas Curvilíneas do ponto de origem do SGL;

X_0 , Y_0 e Z_0 são as Coordenadas Geodésicas Cartesianas Geocêntricas do ponto de origem do SGL;

X , Y e Z são as Coordenadas Geodésicas Cartesianas Geocêntricas do ponto a ser transformado.

A Figura 8 mostra os dois sistemas citados, bem como seu relacionamento.

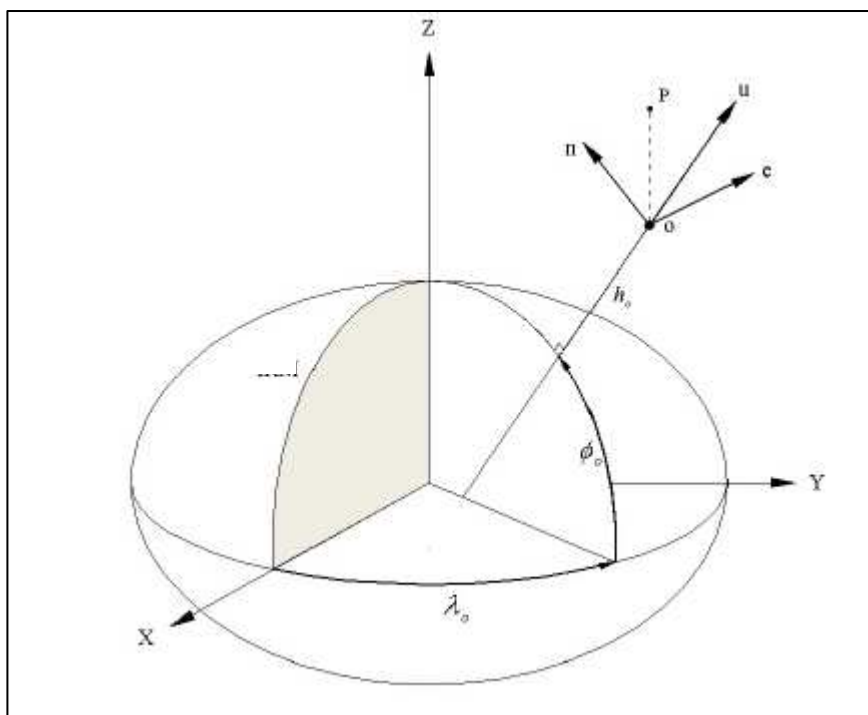


Figura 8 – Relacionamento entre o Sistema Geodésico Cartesiano (Geocêntrico) e o Sistema Geodésico Local (Topocêntrico). (Fonte: Andrade, 2008)

O Sistema Geodésico Local é muito utilizado para a integração entre levantamentos topográficos convencionais e geodésicos através de observações por satélites artificiais. Essa integração é dada através da definição do Sistema Astronômico Local (SAL), o qual difere do Sistema Geodésico Local apenas pela componente altimétrica, que é dada pela vertical do ponto de origem (ANDRADE, 2008; JEKELI, 2012; SOUSA, 2012).

Segundo JEKELI (2012), o SAL se relaciona diretamente com a vertical do local de origem do sistema. Já Garnés (1998) mostra que a própria definição do Sistema Topográfico Local apresentado na NBR 13.133 aponta para a definição do SAL. Por sua vez, Sousa (2012) assume que o Sistema Topográfico Local se relaciona com o Sistema Geodésico Cartesiano Geocêntrico, segundo a modelagem matemática apresentada na Equação 17, utilizando-se, entretanto, as coordenadas astronômicas do ponto de origem do sistema local.

2.2.3.4 Sistema de Projeções Transversas de Mercator

Segundo Carvalho (2000, apud FERNANDES, 2006), as Projeções Transversas de Mercator tiveram seu início no século XVIII, sendo denominada também de Projeção

de Gauss-Hannoversche e de Projeção de Gauss-Schreiber. Dentro desse Sistema de Projeção, derivam-se os Sistemas Universal Transverso de Mercator (UTM), Regional Transverso de Mercator (RTM) e Local Transverso de Mercator (LTM).

De acordo com Fernandes (2006), a utilização do Sistema UTM só se deu de forma efetiva após a Segunda Guerra Mundial, quando foi adotado oficialmente pelo Exército Norte Americano, por volta do ano de 1947. Já em 1951, a União Geodésica e Geofísica Internacional recomendou a sua utilização para a cartografia sistemática no mundo todo (ROCHA, 1994).

No Brasil, em 1955, o Sistema UTM foi adotado oficialmente pela Divisão de Serviço Geográfico do Exército Brasileiro para o mapeamento sistemático do país (GRIPP JR, 2010). Fernandes (2006) ainda afirma que o Sistema UTM é utilizado na Cartografia Nacional em escalas menores que 1:25.000 desde o Decreto nº 89.817, de junho de 1984, e que a sua utilização em escalas maiores se dá devido à extrapolação da legislação cartográfica, uma vez que não há nenhuma definição legal a respeito de escalas maiores que essa.

É preciso destacar que há bastante tempo o Sistema UTM é o mais utilizado em levantamentos cadastrais no Brasil (ROCHA, 1994; FERNANDES, 2006). Registra-se novamente que tal sistema foi utilizado por cerca de 10 anos pelo INCRA no Cadastro Rural e também foi recomendado pelas Diretrizes para o Cadastro (BRASIL, 2003, 2009, 2010).

Por outro lado, segundo Morais (2004) e Fernandes (2006), o Sistema LTM foi criado para aumentar a fidelidade da representação das medidas de forma compatível com as precisões de trabalhos de engenharia, diminuindo as deformações lineares entre o elipsoide e o cilindro de projeção. Devido a esse fato, o Sistema LTM é utilizado na cartografia em grande escala da Aeronáutica (ROCHA, 1994).

Já Carvalho (1984, apud MORAIS, 2004) disse que o Sistema RTM foi idealizado como uma alternativa ao Sistema LTM para evitar fusos muito reduzidos e a consequente necessidade de utilização de 2 fusos para regiões com considerável extensão em longitude.

Para os 3 sistemas, o globo terrestre é dividido em fusos, e em cada um deles utiliza-se o cilindro de projeção secante ao elipsoide, conforme ilustra a Figura 9. Essa estratégia é utilizada para minimizar e distribuir as distorções lineares dentro dos fusos, uma vez que a projeção é conforme (ROCHA, 1994; FERNANDES, 2006; GRIPP JR, 2010).

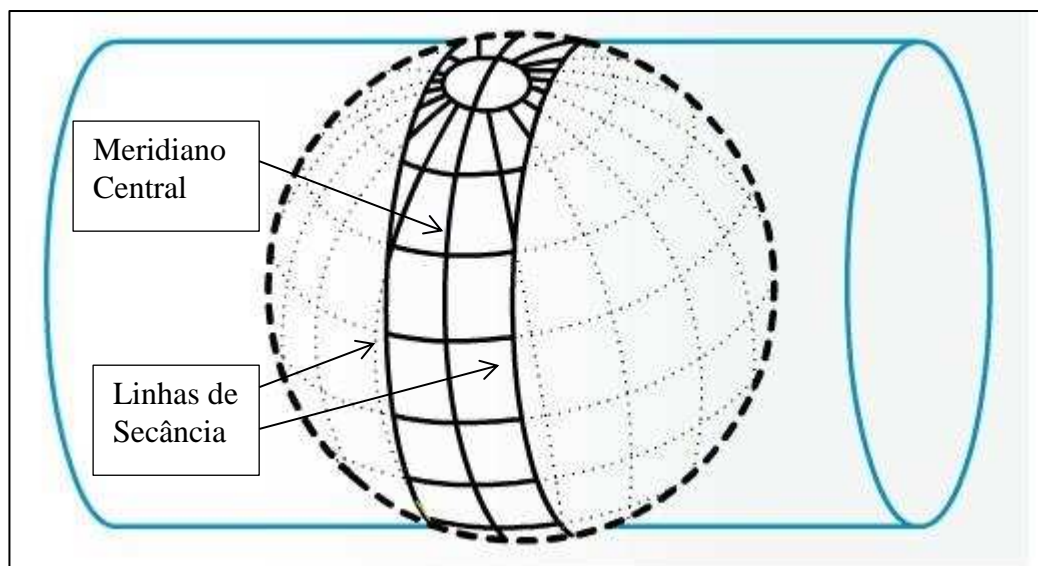


Figura 9 – Cilindro de Projeção secante ao elipsoide.
(Fonte: adaptado de França e Uhlmann, 2007).

Dessa forma, a cada meridiano central de cada fuso é atribuído um coeficiente de deformação linear K_0 . Para as demais regiões do fuso, há diferentes formas de calcular o coeficiente de deformação de escala. A seguir, são mostradas algumas delas, através das Equações 18, 19 e 20.

A equação recomendada por Richardus (GRIPP JR, 2010) para encontrar o coeficiente de deformação de escala no ponto P (k_{TM}) é apresentada na Equação 18:

$$K_{TM} = K_0 \cdot \left(1 + \frac{Y^2}{2.R^2} + \frac{Y^4}{24.R^4} + \dots \right) \quad \text{Equação 18}$$

onde,

K_0 é o coeficiente de deformação linear no meridiano central do Sistema de Projeção TM;

Y é a distância, na projeção, do ponto P até o meridiano central do Sistema de Projeção TM.

Já a Equação 19 permite o cálculo do coeficiente de deformação de escala no ponto P (k_{TM}) a partir das suas coordenadas TM.

$$K_{TM} = K_0 \cdot (1 + q.XVIII) \quad \text{Equação 19}$$

onde,

K_0 é o coeficiente de deformação linear no meridiano central do Sistema de Projeção;

$$q = (10^{-6} \cdot E')^2;$$

E' é a diferença entre a abscissa do ponto P e a abscissa associada ao meridiano central do Sistema de Projeção TM;

$$XVIII = 10^{12} / (2 \cdot M \cdot N \cdot K_0).$$

Por último, a Equação 20 é utilizada para calcular o coeficiente de deformação de escala no Ponto P (k_{TM}) a partir de suas coordenadas Geodésicas Curvilíneas.

$$k_{TM} = k_0 / \sqrt{1 - [\cos \varphi_P \cdot \text{sen}(\lambda_P - \lambda_{MC})]^2} \quad \text{Equação 20}$$

onde,

φ_P é a latitude geodésica do ponto P;

λ_P é a longitude geodésica do ponto P;

λ_{MC} é a longitude geodésica do meridiano central do fuso TM.

A transformação de distâncias planas na projeção TM para distâncias geodésicas é dada pela Equação 21. Já o azimute plano é dado pela Equação 22 e sua transformação para azimute geodésico se dá pela Equação 23.

$$De = D_{TM} / K_{TM} \quad \text{Equação 21}$$

onde,

De é a distância geodésica (sobre o elipsoide);

D_{TM} é a distância no plano de projeção do Sistema TM;

K_{TM} é o coeficiente de deformação linear médio da área calculada.

$$Az_{TM} = \text{arctg} \left(\frac{\Delta X_{TM}}{\Delta Y_{TM}} \right) \quad \text{Equação 22}$$

onde,

Az_{TM} é o azimute plano de um alinhamento no sistema TM;

ΔX_{TM} é a diferença das abscissas de um alinhamento no sistema TM;

ΔY_{TM} é a diferença das ordenadas de um alinhamento no sistema TM.

$$Az_g = Az_{TM} + \gamma + \psi \quad \text{Equação 23}$$

onde,

Az_g é o azimute geodésico de um alinhamento;

Az_{TM} é o azimute plano de um alinhamento no sistema TM;

γ é a convergência meridiana de um alinhamento, apresentada na Equação 24;

ψ é a redução angular de um alinhamento, apresentada na Equação 25.

A convergência meridiana de um alinhamento é o ângulo formado entre a direção do norte de quadrícula (norte da projeção) e o norte verdadeiro. A Equação 24 apresenta seu cálculo através das coordenadas UTM de um ponto 1, com coordenadas E_1 e N_1 .

$$\gamma = XV \cdot q - XVI \cdot q^3 + F \cdot q^5 \quad \text{Equação 24}$$

onde,

$$q = 10^{-6} \cdot |500.000 - E_1|;$$

$$XV = (tg\varphi_1 \cdot 10^6) / (N_1 \cdot \text{sen}1'' \cdot K_0);$$

$$XVI = [tg\varphi_1 \cdot 10^{18} \cdot (1 + tg^2\varphi_1 - e'^2 \cdot \cos^2\varphi_1 - 2 \cdot e'^4 \cdot \cos^4\varphi_1)] / (3 \cdot N_1^3 \cdot \text{sen}1'' \cdot K_0^3);$$

$$F = [tg\varphi_1 \cdot 10^{30} \cdot (2 + 5 \cdot tg^2\varphi_1 + 3 \cdot tg^4\varphi_1)] / (15 \cdot N_1^5 \cdot \text{sen}1'' \cdot K_0^5);$$

φ_1 é a latitude geodésica do ponto 1.

Por outro lado, a redução angular é o ângulo formado entre a corda transformada da linha geodésica (linha que liga dois pontos no elipsoide, sendo uma curva reversa sobre o mesmo) e a tangente a esta no ponto considerado (GRIPP JR, 2010). A Equação 25 mostra como se calcula a redução angular do ponto 1 para o ponto 2, através de suas coordenadas UTM.

$$\psi_{12}'' = 6,8755 \cdot 10^{-8} \cdot \Delta N_{21} \cdot [2 \cdot E_1' + E_2'] \cdot XVIII \quad \text{Equação 25}$$

onde,

ψ_{12}'' é a redução angular, em segundos, do ponto 1 para o ponto 2;

$$\Delta N_{21} = N_2 - N_1;$$

$$E' = |E - 500.000|;$$

$$XVIII = 10^{12} / (2 \cdot M \cdot N \cdot K_0).$$

A modelagem matemática para a obtenção de coordenadas no Sistema de Projeções TM a partir das coordenadas geodésicas de um ponto é dada nas Equações de 26 a 49:

$$Y' = I + IIp^2 + IIIp^4 + A'_6p^6 \quad \text{Equação 26}$$

$$N_{UTM} = 10.000.000 - Y' \rightarrow \text{Para o Hemisfério Sul}$$

$$Y_{RTM} = 5.000.000 - Y' \rightarrow \text{Para o Hemisfério Sul}$$

$$Y_{LTM} = 5.000.000 - Y' \rightarrow \text{Para o Hemisfério Sul}$$

$$X' = IV + Vp^3 + B'_5p^5$$

$$E_{UTM} = 500.000 \pm X' \rightarrow \text{Dependendo do lado do meridiano central}$$

$$X_{RTM} = 400.000 \pm X' \rightarrow \text{Dependendo do lado do meridiano central}$$

$$X_{LTM} = 200.000 \pm X' \rightarrow \text{Dependendo do lado do meridiano central}$$

$$p = 0,0001 \times \Delta\lambda''$$

$$\Delta\lambda'' = |\lambda - \lambda_{MC}| \times 3600$$

$$I = K_0 \times S$$

$$S = a(1 - e^2) \frac{A\varphi\pi}{180} - \frac{1}{2}B \text{sen}(2\varphi) + \frac{1}{4}C \text{sen}(4\varphi) - \frac{1}{6}D \text{sen}(6\varphi) + \frac{1}{8}E \text{sen}(8\varphi) - \frac{1}{10}F \text{sen}(10\varphi)$$

$$II = \frac{N \text{sen}\varphi \cos\varphi \text{sen}^2 1''}{2} K_0 10^8$$

$$III = \frac{\text{sen}^4 1'' N \text{sen}\varphi \cos^3\varphi}{24} (5 - \text{tg}^2\varphi + 9e^2 \cos^2\varphi + 4e^4 \cos^4\varphi) K_0 10^6$$

$$IV = N \cos\varphi \text{sen} 1'' K_0 10^4$$

$$V = \frac{\text{sen}^3 1'' N \cos\varphi}{6} (1 - \text{tg}^2\varphi + e'^2 \cos^2\varphi) K_0 10^{12}$$

$$A'_6 = \frac{\text{sen}^6 1'' N \text{sen}\varphi \cos^5\varphi}{720} (61 - 58 \text{tg}^2\varphi + \text{tg}^4\varphi + 270e'^2 \cos^2\varphi - 330 e'^2 \text{sen}^2\varphi) K_0 10^{24}$$

$$B'_5 = \frac{\text{sen}^5 1'' N \text{sen}\varphi \cos^5\varphi}{120} (5 - 18 \text{tg}^2\varphi + \text{tg}^4\varphi + 14e'^2 \cos^2\varphi - 58 e'^2 \text{sen}^2\varphi) K_0 10^{20}$$

$$\begin{aligned}
A &= 1 + \frac{3}{4} e^2 + \frac{45}{64} e^4 + \frac{175}{256} e^6 + \frac{11025}{16384} e^8 + \frac{43659}{65536} e^{10} \\
B &= \frac{3}{4} e^2 + \frac{15}{16} e^4 + \frac{525}{512} e^6 + \frac{2205}{2048} e^8 + \frac{72765}{65536} e^{10} \\
C &= \frac{15}{64} e^4 + \frac{105}{256} e^6 + \frac{2205}{4096} e^8 + \frac{10395}{16384} e^{10} \\
D &= \frac{35}{512} e^6 + \frac{315}{2048} e^8 + \frac{31185}{131072} e^{10} \\
E &= \frac{315}{16384} e^8 + \frac{3465}{165538} e^{10} \\
F &= \frac{639}{131072} e^{10}
\end{aligned}
\tag{Equação 49}$$

onde,

φ é a latitude geodésica do ponto P;

λ é a longitude geodésica do ponto P;

λ_{MC} é a longitude geodésica do meridiano central do fuso TM.

2.2.3.4.1 Projeção Universal Transversa de Mercator

O Sistema de Projeção Universal Transversa de Mercator consiste em um conjunto de 60 fusos, com 6° de extensão em longitude e 164° em latitude (entre 84°N e 80°S). O primeiro fuso se inicia no antimeridiano de Greenwich e se estende ao meridiano correspondente à longitude de 174°O (a oeste de Greenwich).

Há um sistema de coordenadas para cada fuso, tendo a sua origem na interseção da Linha do Equador com o seu meridiano central. As ordenadas são chamadas de coordenadas N (norte) e as abscissas, de E (leste). Assim, no Hemisfério Norte, a Linha do Equador tem ordenada igual a 0 m, e no Hemisfério Sul ordenada igual a 10.000.000 m, sendo crescente no sentido norte. Por sua vez, o meridiano central tem abscissa igual a 500.000m, sendo crescente no sentido leste.

A interseção entre a superfície do cilindro de projeção com a superfície do elipsoide gera as chamadas linhas de secância, que são aproximadamente paralelas ao meridiano central (SNYDER, 1987), como observado na Figura 9, apresentada anteriormente, estando a cerca de 180 km de distância do mesmo, conforme pode ser

visto na Figura 10, a seguir. Sobre essas linhas, o coeficiente de deformação linear é igual a 1.

A Figura 10 também apresenta a distância angular, sobre a superfície do elipsoide, entre o meridiano central e as linhas de secância. Verifica-se que, na Linha do Equador, essa distância é de $1^{\circ} 37' 14''$, crescendo conforme aumentam as latitudes, para o norte ou para o sul.

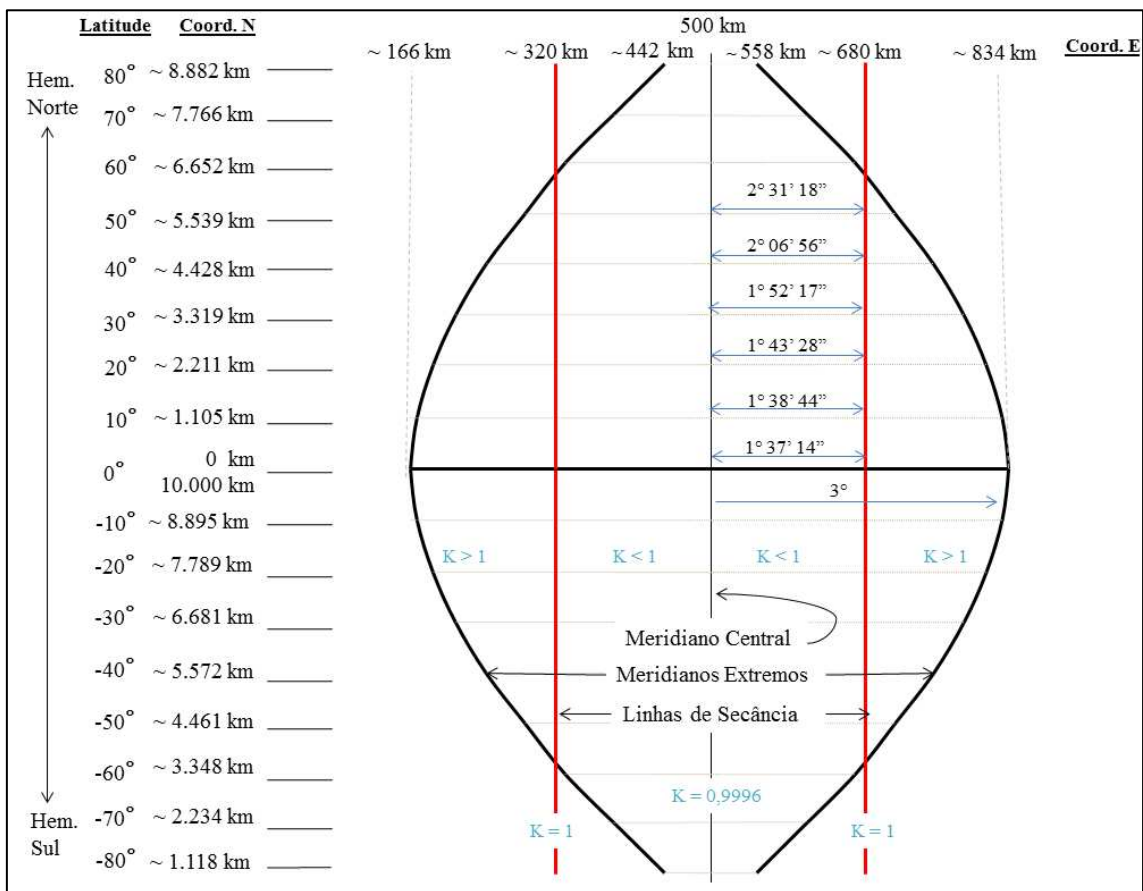


Figura 10 – Fuso UTM. Fonte: o autor.

No meridiano central, o coeficiente de deformação linear K_0 é igual a 0,9996. Já nos meridianos extremos, o valor desse coeficiente varia de acordo com a latitude, conforme visto nas Equações 18 a 20, sendo aproximadamente 1,00098 na Linha do Equador e 0,999641 nas proximidades das latitudes $80^{\circ}N$ e $80^{\circ}S$.

Tal fato mostra que nem sempre há ampliação na deformação linear nas proximidades dos meridianos extremos de um fuso UTM (também chamada de bordas do fuso), conforme também pode ser visto na Figura 10. Então, a aproximadamente 57° de latitude norte ou sul não há mais ampliação na deformação linear.

2.2.3.4.2 Projeção Local Transversa de Mercator

O Sistema Local Transversa de Mercator consiste na divisão do globo em 360 fusos de 1° de extensão em longitude, cada. O primeiro fuso se inicia no antimeridiano de Greenwich, 180° , estendendo-se até o meridiano de 179° de longitude oeste. Dessa forma, o meridiano central é dado a cada $30'$ de intervalo em longitude, a contar do meridiano extremo, ou seja, $179^\circ 30'$ no primeiro fuso, $178^\circ 30'$ no segundo fuso, $177^\circ 30'$ no terceiro fuso, e assim por diante.

A origem do sistema de coordenadas, assim como no Sistema UTM, também se dá na interseção da Linha do Equador com o meridiano central de cada fuso; porém, dessa vez, o meridiano central tem abscissa igual a 200.000m, crescente para o leste. Já a Linha do Equador corresponde a 0m no Hemisfério Norte e 5.000.000m no Hemisfério Sul, crescente para o norte. Esse valor limita a extensão em latitude do Sistema LTM até o valor de aproximadamente 45°S , onde a coordenada norte se aproxima de 0m, conforme mostra a Figura 11, a seguir.

As linhas de secância também são paralelas ao meridiano central do fuso e estão a aproximadamente 20km do mesmo. Apesar de a Figura 11 limitar o fuso entre 45°S e 45°N , ressalta-se que, a partir de 68°N , as linhas de secância ultrapassam os limites do fuso, tal como no Sistema UTM.

Por sua vez, a distância angular sobre o elipsoide entre o meridiano central e as linhas de secância é igual a $10' 52''$ na Linha do Equador, aumentando para $15' 24''$ nas proximidades da latitude 45° norte ou sul, conforme também demonstra a Figura 11.

O coeficiente de deformação linear no meridiano central K_0 é igual a 0,999995. Na interseção das extremidades do fuso com a Linha do Equador esse coeficiente passa para 1,000033. Já próximo aos 45° de latitude sul ou norte, o mesmo coeficiente é igual a 1,000014. Por fim, nas latitudes próximas de 80° sul ou norte, esse valor é igual a 0,9999961.

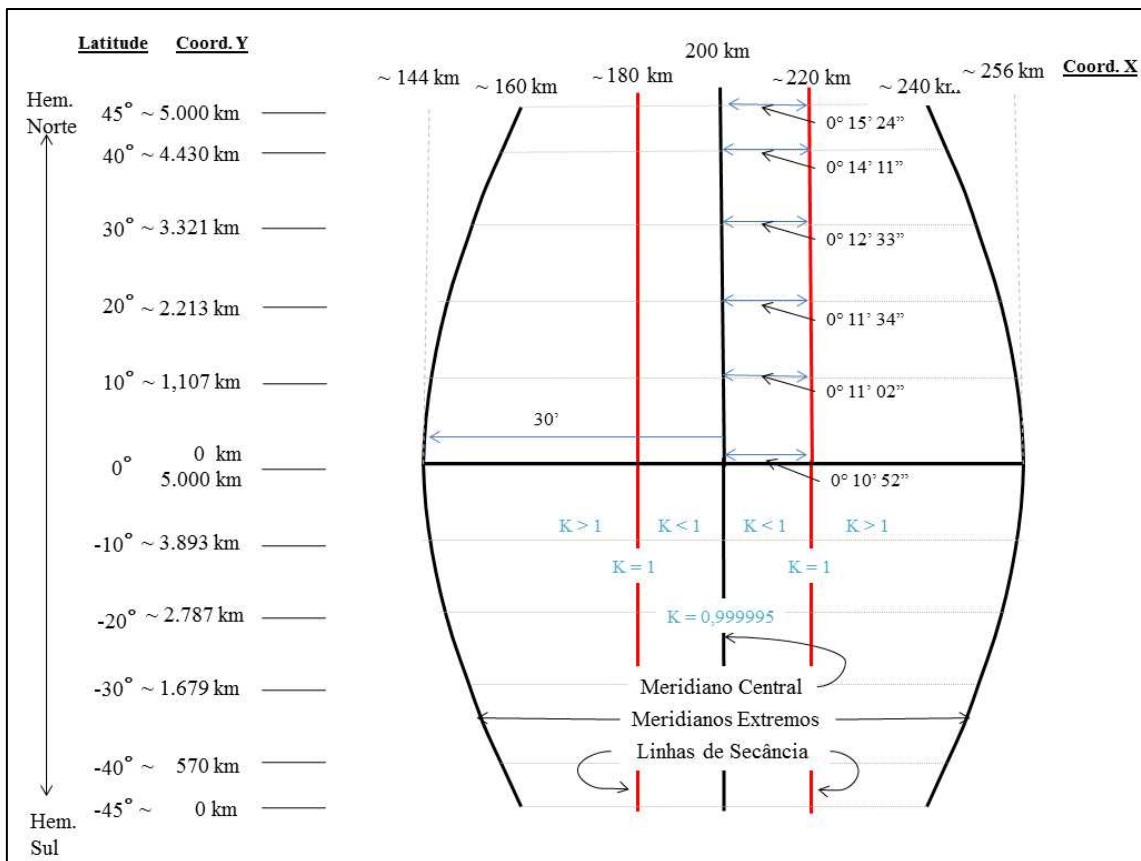


Figura 11 – Fuso LTM. Fonte: o autor.

2.2.3.4.3 Projeção Regional Transversa de Mercator

Finalmente, o Sistema Regional Transversa de Mercator divide o globo terrestre em 180 fusos, com um intervalo de 2° de longitude entre os meridianos extremos. O primeiro fuso também se inicia no antimeridiano de Greenwich, e o meridiano central de cada fuso apresenta longitude ímpar.

A origem do sistema de coordenadas é a mesma que os sistemas anteriores, tendo a diferença situada na abscissa no meridiano central, cuja coordenada é igual a 400.000m. Como a Linha do Equador tem ordenada igual a 5.000.000m para o Hemisfério Sul, o fuso também fica limitado nesse hemisfério à latitude de 45°S ., conforme ilustra a Figura 12.

Ressalta-se que as linhas de secância também estão a 20km do meridiano central – semelhantemente ao Sistema LTM – mas agora elas só ultrapassam as bordas do fuso nas proximidades das latitudes de 80° norte ou sul, tornando o coeficiente de deformação linear igual a 1 nessa região. Adicionalmente a isso, as distâncias angulares entre o meridiano central de um fuso RTM e as linhas de secância desse mesmo fuso são idênticas àquelas apresentadas no Sistema LTM.

Por último, o coeficiente de deformação linear K_0 do meridiano central também é 0,999995. Como tem uma extensão longitudinal maior que o sistema anterior, esse mesmo coeficiente assume um valor de 1,000148 e 1,000071 nas extremidades do fuso com interseção na Linha do Equador e nas latitudes 45° norte ou sul, respectivamente.

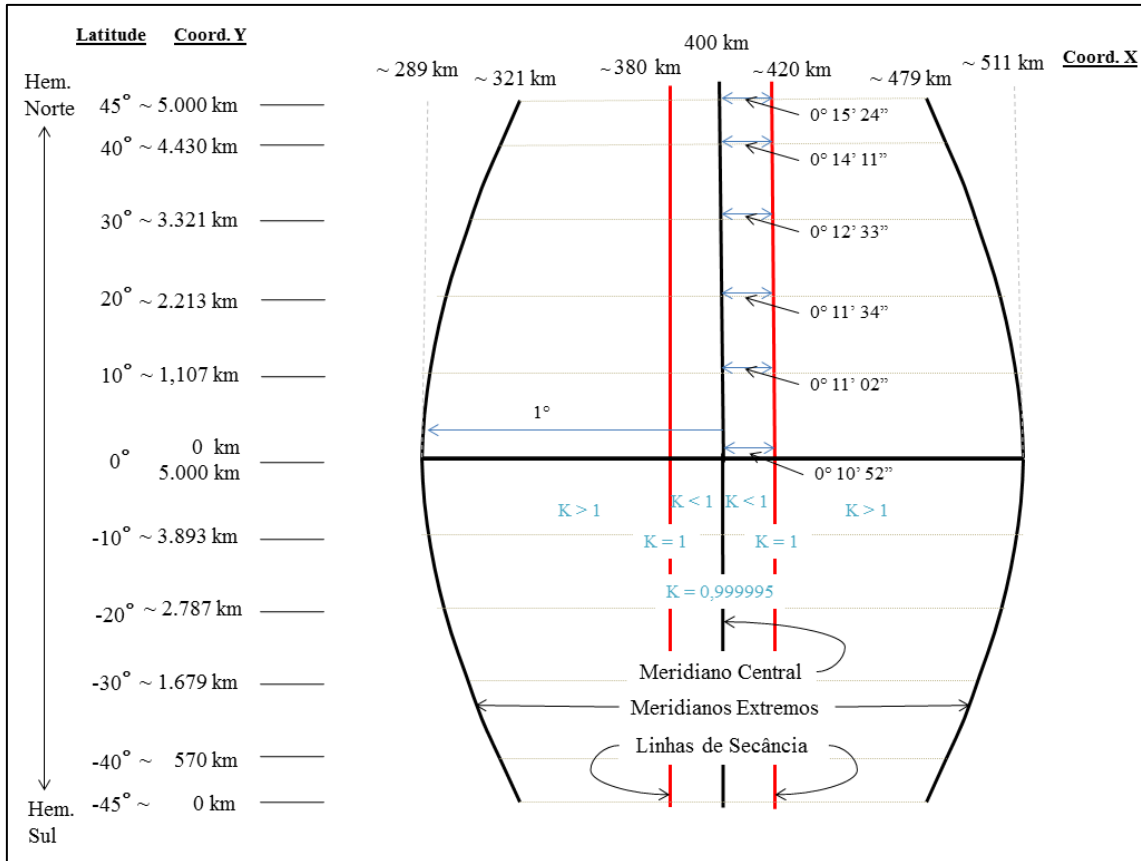


Figura 12 – Fuso RTM. Fonte: o autor.

2.2.4. Cartografia aplicada ao CTM

A utilização de um sistema de coordenadas planas mais adequado é de fundamental importância para a definição da Cartografia Cadastral. A distorção associada à planificação da superfície terrestre deve estar dentro dos limites permitidos na precisão cartográfica do Cadastro. Uma distorção de escala maior do que a tolerância implica em medidas cartométricas erradas.

Uma carta com uma projeção cartográfica com considerável deformação linear, além de ser inviável para a Cartografia Cadastral, por não oferecer a legibilidade necessária, pode distorcer a posição relativa entre os vértices, ignorando a qualidade posicional indicada na tolerância máxima.

Vários trabalhos científicos visaram encontrar as projeções ou sistemas de coordenadas mais adequados a representações cadastrais. Rocha (1994), por exemplo, estudou a proposta da definição de uma projeção cartográfica para o mapeamento sistemático em grande escala no Estado do Rio Grande do Sul.

O autor trouxe uma breve revisão sobre as projeções então usadas em países como a França, a Suíça e os Estados Unidos da América, indicando serem cartografias complexas, havendo, inclusive, a coexistência oficializada de mais de um sistema de projeção.

De forma a garantir a proposta de mapeamento sistemático, o autor supracitado encontrou na projeção RTM a solução cartográfica para o estado, garantindo uma cobertura total de 5 fusos, evitando-se a necessidade de utilização de mais de um fuso nas regiões metropolitanas do estado.

Ainda mencionando Rocha (1994), o autor chegou à conclusão de que o Sistema de Projeção UTM apresenta distorções lineares acima do permitido (10cm) para a delimitação das propriedades, sem citar as fontes ou explicitar a forma de como chegou a tal tolerância.

Entretanto, a sua análise se baseou na verificação da deformação linear causada pela projeção em cartas cadastrais analógicas, considerando as escalas utilizadas no Cadastro, em folhas com 790mm de comprimento em uma diagonal. Nesse momento, o mesmo autor assumiu, erroneamente, que a precisão posicional é igual à deformação linear de uma folha utilizada na cartografia analógica.

Carvalho (1984, apud ROCHA, 1994) afirmou que cartas com escalas maiores que 1:5.000 nunca chegariam à classe A, caso estivessem na projeção UTM. Por outro lado, Bartolomei (1981, apud ROCHA, 1994) disse que, para a cartografia analógica em escalas grandes, era irrelevante considerar a distorção da projeção UTM diante da deformação do papel utilizado na carta impressa.

Em outro trabalho, Philips (1997, apud HASENACK, 2000) afirma que uma projeção cartográfica para o Cadastro deve apresentar uma deformação mínima, na ordem de “poucos centímetros para um quilômetro de distância ou no máximo 200m² para um quilômetro quadrado”. Essa deformação em área corresponde a 0,02%. O mesmo autor cita ainda que o Sistema UTM apresenta essa deformação na ordem de 2.000m² para 1km², isso é, 0,2%.

Já Morais (2004) realizou estudos sobre os levantamentos cadastrais apoiados no Sistema Topográfico Local e nas Projeções TM, com e sem as devidas reduções, para as cidades de Curitiba – SC, Santa Terezinha de Itaipú – PR, e Paracatu – MG.

O autor supracitado chegou à conclusão de que, para os locais onde a relação entre altitude e posição no cilindro transversal fosse aproximadamente igual 1, os transportes de coordenadas TM sem reduções seriam aceitos dentro da tolerância preconizada na NBR 13.133.

Registra-se que Souza e Garnés (2012) fizeram uma análise de projeções cartográficas em grandes escalas para a cidade de Caruaru – PE, que é dividida entre os fusos 24 e 25 UTM. Foram testadas as projeções UTM, RTM, LTM e LTM Adaptada, com o cilindro de projeção tangente à superfície topográfica, com meridiano central correspondente ao baricentro dos pontos extremos utilizados no experimento.

Esses autores compararam os resultados com os obtidos no Sistema Geodésico Local, assumindo-os como referência, e concluíram que a Projeção LTM Adaptada foi melhor ajustada à área de estudos.

Como já mencionado no presente texto, o INCRA utilizou o Sistema UTM entre 2003 e 2013, migrando para o cálculo da área do imóvel rural através do Sistema Geodésico Local (BRASIL, 2003, 2010, 2013). Prina et al. (2015) realizaram a avaliação do cálculo de áreas de imóveis rurais através das coordenadas UTM e das coordenadas no Sistema Geodésico Local, conforme a nova metodologia do INCRA.

Os autores escolheram diferentes áreas para sua análise, onde havia ampliação, redução e secância no fuso UTM. Com seus resultados, foi possível afirmar que as discrepâncias entre as áreas no Sistema UTM e as áreas em coordenadas locais foram significativas, mas que não sofriam influência da forma dos polígonos.

Ainda nessa análise, os autores verificaram que os cálculos no Sistema Geodésico Local apresentaram diferentes resultados quando se atribuíam distintos pontos de origem do sistema. Mesmo assim, afirmaram que os cálculos no Sistema UTM apresentavam discrepâncias muito maiores que essas diferenças, recomendando o que se estabelece na norma do INCRA.

No entanto, é importante destacar que Prina et al. (2015) não levaram em consideração a relação direta entre a superfície topográfica e o cilindro de Projeção Transversal de Mercator. Quando se trata de projeções TM, as parcelas são projetadas no cilindro transversal secante ao elipsoide. Nesse caso, sua geometria, que se situa na

superfície topográfica, é reduzida à corda, desta ao elipsoide e, posteriormente, é projetada no cilindro.

Essa redução da superfície topográfica para a corda se dá pelo fator de elevação c , apresentado na Equação 50, adiante.

$$c = \frac{R_m}{R_m + H_t} \quad \text{Equação 50}$$

onde,

H_t é a altitude ortométrica média do terreno, em metros.

Para pequenas distâncias, como ocorre no Cadastro Territorial Urbano, a diferença entre a distância no elipsoide e sua correspondente na corda é negligenciável. Por sua vez, a transformação da distância elipsoidal (De) na distância na projeção TM se dá pela Equação 51.

$$D_{TM} = De \cdot K_{TM} \quad \text{Equação 51}$$

onde,

D_{TM} é a distância no cilindro de projeção;

De é a distância no elipsoide;

K_{TM} é o coeficiente de deformação linear na projeção TM.

França e Uhlmann (2007) realizaram um estudo sobre a utilização de projeções TM em representações das rodovias do Estado de Santa Catarina. Nesse trabalho, apresentaram, de maneira bem clara, as possíveis relações entre a superfície topográfica, o elipsoide e o cilindro das projeções TM, reproduzidas nas Figuras 13, 14, 15 e 16.

É importante frisar que as distâncias medidas nos levantamentos cadastrais estão sobre a superfície topográfica, e não sobre o elipsoide. Dessa forma, não se deve analisar apenas o K_{TM} para avaliar as deformações causadas pelas projeções cartográficas, pois essas se relacionam com as medições sobre o elipsoide.

Nota-se, na Figura 13, a superfície topográfica (cor laranja), o elipsoide (cor magenta), o cilindro UTM (cor vermelha), o cilindro RTM (cor verde) e o cilindro LTM (cor azul). Destacam-se 3 áreas para se analisar o relacionamento entre essas superfícies.

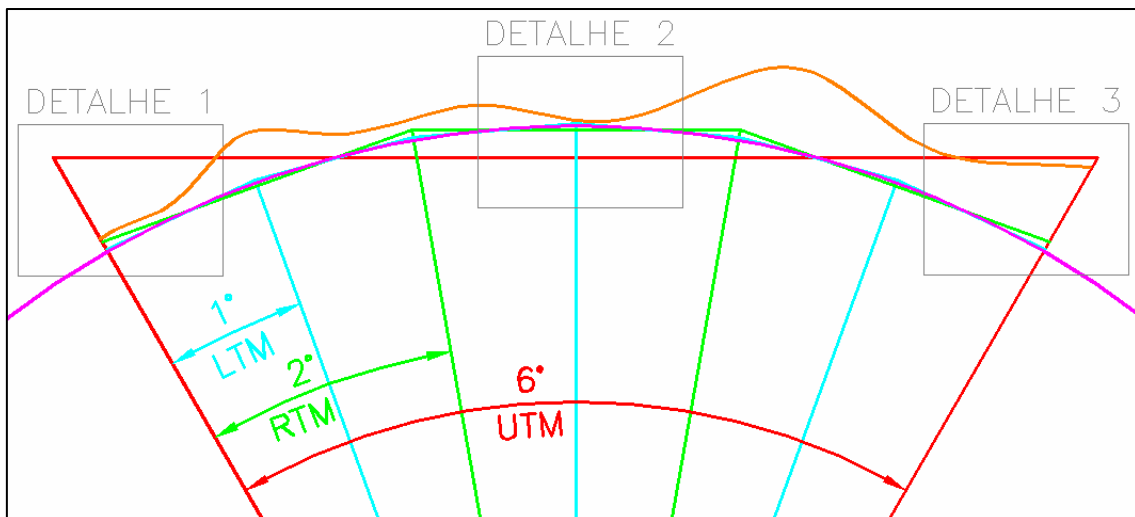


Figura 13 – Cilindros sobre o elipsoide (FONTE: FRANÇA e UHLMANN, 2007).

No Detalhe 1, ilustrado na Figura 14, tem-se que a distância horizontal na superfície topográfica (DH) apresenta uma pequena diferença para a distância na projeção RTM (D_{RTM}), devido à proximidade entre a superfície topográfica e o cilindro RTM.

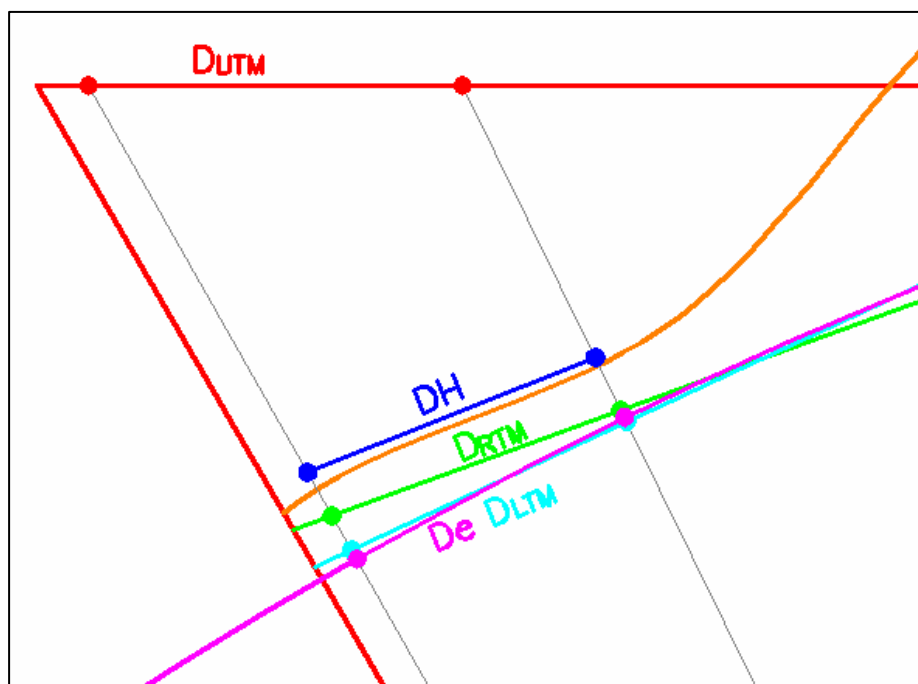


Figura 14 – Detalhe 1 (FONTE: FRANÇA e UHLMANN, 2007)

Por sua vez, o Detalhe 2, presente na Figura 15, mostra que, por causa da altitude, o valor DH se aproxima mais do valor da distância representada no cilindro LTM (D_{LTM}).

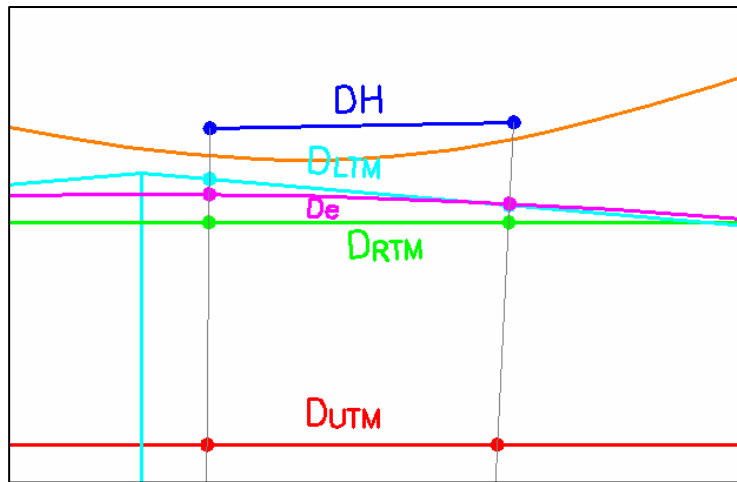


Figura 15 – Detalhe 2 (FONTE: FRANÇA e UHLMANN, 2007)

Já na Figura 16, mostrando o Detalhe 3, tem-se que, pela configuração geométrica do cilindro UTM e da altitude do lugar, a distância UTM (D_{UTM}) é a que mais se aproxima da distância horizontal topográfica. Nesse caso, verifica-se que o fator de elevação compensou o coeficiente de deformação linear.

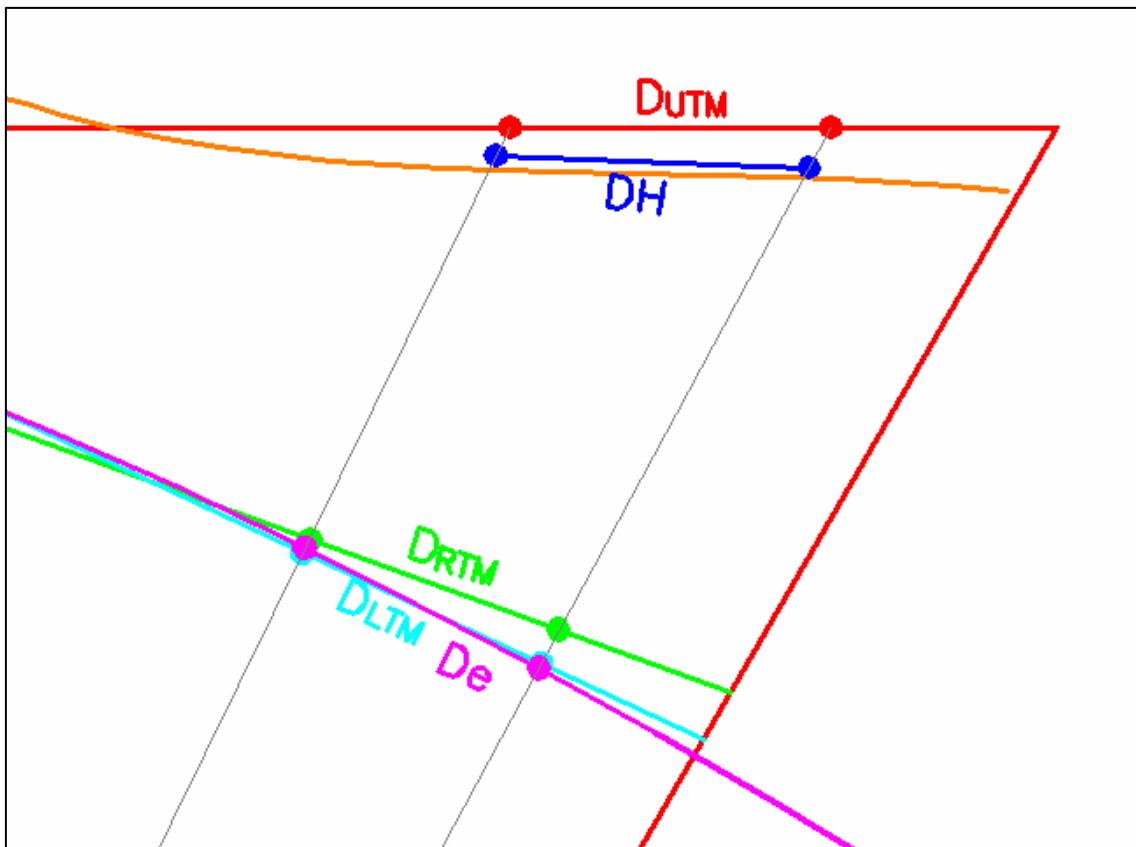


Figura 16 – Detalhe 3 (FONTE: FRANÇA e UHLMANN, 2007)

Nota-se que a relação entre as superfícies de projeção e topográfica depende da posição da área nos fusos e da sua altitude. Tal situação é descrita pelo coeficiente de conversão de distância horizontal para distância TM, K_r , conforme mostra a Equação 52.

$$K_r = K_{TM} \cdot C \quad \text{Equação 52}$$

onde,

K_r é o coeficiente de redução das distâncias horizontais topográficas diretamente para o cilindro de projeção;

K_{TM} é o coeficiente de deformação linear na projeção TM, correspondente à área mapeada;

C é o fator de elevação topográfica, apresentado na Equação 50.

Logo, nem sempre se pode afirmar que o Sistema LTM apresenta menor deformação linear em relação aos Sistemas RTM e UTM. Essa afirmação se faz correta quando se compara a superfície elipsoidal com as superfícies planas (cilindro desenvolvido) TM. No entanto, deve-se considerar que as unidades cadastradas (parcelas) estão na superfície topográfica, e não na elipsoidal.

2.2.5. Tolerâncias Posicionais

De acordo com Brandão (2003), a qualidade posicional de um levantamento cadastral é um indicador da confiabilidade na determinação dos pontos definidores dos limites das parcelas, garantindo a inequívoca caracterização espacial das mesmas, dando segurança jurídica ao registro de imóveis.

O autor supracitado ainda define a tolerância posicional como “o erro máximo aceitável na posição de qualquer ponto” e diz que a partir do seu estabelecimento em um sistema cadastral é que se definem os métodos de levantamento, a densificação da rede de referência e a qualidade das observações de campo.

Já Meer (2007, apud SOARES, 2010) diz que, para a definição da qualidade posicional para levantamentos cadastrais, deve-se levar em consideração a precisão e a acurácia possível de ser alcançada e a precisão necessária para a Cartografia Cadastral.

Birrell et al. (1995, apud BRANDÃO, 2003) salientaram, há cerca de duas décadas, que a tecnologia aplicada aos levantamentos cadastrais permitem uma precisão

em torno de 5mm, mas esse valor é desnecessário uma vez que a demarcação das parcelas é realizada com marcas de 5cm a 20cm.

Diferentes precisões ou tolerâncias posicionais são definidas para cada país ou região. Geralmente os países adotam valores diferentes dependendo das necessidades locais, como densidade de ocupação territorial, valor econômico associado a terra, necessidades dos usuários, etc. (BRANDÃO, 2003).

Os países com Sistemas Cadastrais modernos e desenvolvidos possuem normas que definem os valores de tolerância posicional. Brandão (2003) apresentou as tolerâncias de alguns países, com destaques para:

- Canadá – com precisão posicional absoluta de 6cm para áreas de grande exploração e alto preço e 10cm para áreas de média exploração;
- Estados Unidos da América – com precisão posicional relativa de 2cm + 50ppm para todo o território nacional;
- Holanda – com precisão posicional absoluta de 8,5cm;
- Suíça – com 3cm de precisão absoluta.

Figur (2011) diz que na Alemanha cada estado define sua legislação e normatização cadastral. A autora descreve que o desvio máximo admitido no levantamento dos limites das parcelas no Estado da Baixa Saxônia é 4cm.

No Brasil, apenas o Cadastro Territorial Rural tem a especificação da precisão posicional. A Portaria do INCRA nº 954, de 13 novembro de 2002, estabelece o valor de 50cm de precisão posicional na determinação de cada par de coordenadas. Por sua vez, não há ainda nenhuma definição sobre a precisão posicional de levantamentos cadastrais urbanos.

Brandão (2003) propôs o valor de 3cm de precisão posicional, baseado em um modelo matemático desenvolvido em seus estudos e replicado na Equação 53. O autor se baseou no parágrafo primeiro do artigo 500 do Código Civil, Lei Federal 10.406/2002 (BRASIL, 2002b), o qual define que a diferença entre o valor da área determinado por levantamentos de campo e o valor da área declarado na venda de um imóvel não deve exceder a 5%, para mais ou para menos (BRANDÃO, 2003).

$$TP = \pm \frac{\varepsilon S_{min}}{2P} \quad \text{Equação 53}$$

onde,

TP é a tolerância posicional, em metros;

εS é a incerteza máxima relativa permitida na área da parcela em valor percentual;

S_{min} é a área da parcela de dimensões mínimas em metros quadrados;

$2P$ é o perímetro correspondente à parcela de dimensões mínimas, em metros.

Para se chegar a esse valor, o autor acima citado assumiu as dimensões mínimas de lotes urbanos, estabelecidas pela Lei 6.766/1979 (BRASIL, 1979), intitulada de Lei de Parcelamento do Solo, a qual estabelece que a menor área urbana é de 125m² com testada mínima de 5m. Através desses valores, ele encontrou a tolerância posicional igual a 10cm.

Assumindo-se que a precisão posicional (1σ) deve ter qualidade três vezes superior à tolerância posicional (3σ), para garantir um nível de confiança estatística de 99,7%, o autor definiu seu valor como sendo 3cm.

Luz (2013) apresentou outra metodologia para encontrar a precisão posicional ideal para os levantamentos dos limites das parcelas. Também fundamentado no artigo 500 do Código Civil (BRASIL, 2002b), o autor assumiu que a tolerância de 5% de diferença de área deve ser garantida pela tolerância posicional dos vértices dos imóveis.

Segundo a metodologia proposta, os 5% da área de uma parcela correspondem ao desvio-padrão máximo permitido dessa área. Assim, com a variância da área dessa parcela e utilizando a Lei de Propagação de Variâncias aplicada ao Método de Gauss para o cálculo de áreas de forma inversa, foi possível encontrar as variâncias posicionais dos vértices dessas parcelas.

A Equação 54 apresenta o modelo matemático do Método de Gauss para o cálculo da área (A) de um polígono em função das coordenadas (X , Y) de seus vértices. Já a Equação 55 apresenta o modelo matemático para o cálculo da variância da área (σ_A^2) de um polígono em função das variâncias de seus vértices (σ_v^2). Uma simplificação metodológica utilizada pelo autor é a não correlação entre as coordenadas dos vértices.

$$A = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n Y_i (X_{i+1} - X_i) \quad \text{Equação 54}$$

onde,

X e Y são as coordenadas dos vértices do polígono;

n é o número de vértices do polígono.

$$\sigma_A^2 = \left[\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial A}{\partial X_i} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial A}{\partial Y_i} \right)^2 \right] \cdot \sigma_v^2 \quad \text{Equação 55}$$

onde,

$\frac{\partial A}{\partial X_i} = \frac{(Y_{i-1} - Y_i)}{2}$ é a derivada parcial da função área (A) em relação às coordenadas X dos

i vértices do polígono;

$\frac{\partial A}{\partial Y_i} = \frac{(X_i - X_{i-1})}{2}$ é a derivada parcial da função área (A) em relação às coordenadas Y

dos i vértices do polígono;

σ_v^2 é a variância das coordenadas X e Y dos vértices do polígono, consideradas iguais e não correlacionadas.

Dessa maneira, através da Equação 55, foi possível determinar o desvio-padrão dos vértices necessário para que o desvio-padrão da área do polígono correspondesse ao valor equivalente a 5% desta.

Nessa análise, verificou-se o desvio-padrão de uma parcela com 125m² de área e 5m de testada, avaliando o polígono com 4, 6 e 8 vértices, sem alterar suas dimensões e formas. Assim, ele considerou que o desvio-padrão alcançado correspondia à tolerância posicional dos mesmos. Como resultados, ele obteve as tolerâncias posicionais de 0,245m, 0,281m e 0,283m, correspondendo, respectivamente, às precisões posicionais de 0,081m, 0,093m e 0,094m.

Posteriormente, com análises através de dados reais, o autor concluiu que quanto mais vértices e/ou quanto maior a área menor é a precisão posicional. No tocante à forma, quanto mais retangular, maior é a precisão posicional. Por fim, a recomendação de Luz (2013) foi a definição da precisão posicional para o Cadastro Territorial Urbano Brasileiro em 8cm.

2.3.Métodos de Levantamento Cadastral

Segundo o parágrafo primeiro do artigo 3º das Diretrizes para o Cadastro, “os limites **legais** das parcelas devem ser obtidos, com precisão adequada, por meio de **levantamentos topográficos e geodésicos**” (BRASIL, 2009, com grifo do autor). Dentre os métodos topográficos mais utilizados em levantamentos cadastrais, estão o do alinhamento, o ortogonal, o das interseções e o polar (irradiação). Já nos geodésicos, destaca-se o posicionamento por satélites artificiais através da tecnologia de Sistemas de Navegação Global por Satélites (GNSS – Global Navigation Satellite System) nos

métodos relativo estático e relativo cinemático (Stop and Go e Real Time Kinematic) (HASENACK, 2000; GAMA, 2008; COELHO, 2015).

Coelho (2015) realizou levantamentos de vértices limites de imóveis urbanos através dos métodos de irradiações e das interseções. Segundo o autor, foi possível encontrar 0,9 cm e 7,8 cm de precisão planimétrica dos vértices no primeiro e no segundo métodos, respectivamente.

Por sua vez, Gama (2008) realizou testes nas precisões posicionais de pontos de referência, simulando uma Rede de Referência Cadastral, e de pontos definidores dos limites de imóveis. Para os pontos de referência, a autora realizou levantamentos geodésicos com GNSS utilizando o método relativo estático, com tempo de rastreamento de 2h, e o relativo cinemático Stop and Go e topográficos como a triangulação (interseções angulares e lineares, a ré e a vante).

Para os métodos com GNSS, foram encontradas precisões da ordem de 1cm. Já para os métodos topográficos, a autora não avaliou as precisões alcançadas, e sim as discrepâncias entre os resultados topográficos e geodésicos, concluindo que as menores discrepâncias (2,6 cm) envolviam a triangulação e o relativo estático.

Por outro lado, as precisões planimétricas dos pontos definidores dos limites de imóveis foram obtidas apenas para a interseção a vante, alcançando 7,3 cm. Ressalta-se que a autora não realizou o ajustamento de observações para o método das irradiações; porém, julgou que seus resultados apresentaram baixas discrepâncias em relação ao primeiro método.

Destaca-se que, nos dois casos citados, os valores estão compatíveis com o que foi apresentado por Luz (2013), que era de 8cm. Já o valor de precisão posicional sugerido por Brandão (2003) é compatível apenas com os resultados apresentados para o método topográfico de irradiação.

Mais detalhes desses métodos podem ser encontrados nas literaturas citadas ou em outras específicas. O presente texto se limita ao apresentado para ilustrar as precisões possíveis de serem alcançadas com os métodos de levantamentos cadastrais. Contudo, é óbvio que tal assunto não se limita ao exposto no presente trabalho.

2.4. Ajustamento de Observações pelo Modelo Paramétrico do MMQ

No processamento dos dados de um levantamento cadastral é muito importante garantir a consistência geométrica não só da rede de pontos de referência como também dos vértices definidores dos limites das parcelas para garantir a segurança jurídica da propriedade imobiliária (BRANDÃO, 2003; GAMA, 2008).

Dentro dessa ótica, Brandão (2003) discorre sobre a importância da aplicação do Princípio da Vizinhança Geodésica, através do qual se garante que a determinação das coordenadas de um ponto deve ser relacionada com as coordenadas de pontos já existentes em uma rede de referência. A partir desse princípio e aplicando-se o Ajustamento de Observações, garante-se a homogeneidade do levantamento cadastral.

Através do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ), é possível estimar um único valor para as coordenadas de um vértice, bem como sua precisão. Um dos modelos de ajustamento mais utilizados no MMQ é o Modelo Paramétrico, no qual se estabelecem as equações das observações em função das coordenadas dos pontos (denominadas parâmetros), conforme explicita a Equação 56.

$$L_a = F(X_a) = L_b + V \quad \text{Equação 56}$$

onde,

L_a é o vetor (n x 1) das n observações ajustadas;

X_a é o vetor (m x 1) dos m parâmetros (coordenadas) ajustados;

L_b é o vetor (n x 1) das n observações brutas (obtidas em campo);

V é o vetor (n x 1) dos n resíduos das observações.

O vetor X_a é obtido através da Equação 57.

$$X_a = X_0 + X \quad \text{Equação 57}$$

onde,

X_0 é o vetor (m x 1) dos parâmetros (coordenadas) aproximados, calculados em função das observações brutas, conforme o modelo matemático dos métodos de levantamento;

X é o vetor (m x 1) da correção dos parâmetros (coordenadas) aproximados, obtidos pela Equação 62, adiante.

A partir das Equações 56 e 57, tem-se a Equação 58, a seguir.

$$L_b + V = F(X_0 + X) \quad \text{Equação 58}$$

Como nas Ciências Geodésicas nem sempre os modelos matemáticos que relacionam as observações e os parâmetros são lineares, é comum ver a Equação 58 linearizada pela série de Taylor, conforme mostra a Equação 59.

$$F(X_a) = F(X_0) + \frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_a=X_0} (X_a - X_0) \quad \text{Equação 59}$$

onde,

$F(X_0) = L_0$ é o vetor (n x 1) das observações calculadas em função dos parâmetros aproximados;

$\frac{\partial F}{\partial X_a} \Big|_{X_a=X_0}$ são as derivadas parciais das equações de observações em função dos parâmetros.

Em expressões matriciais, a matriz A (n x m) é composta pelas derivadas parciais das equações de observações em função dos parâmetros. Assim, a Equação 59 também pode ser escrita na forma apresentada pela Equação 60.

$$V = A \cdot X - L \quad \text{Equação 60}$$

onde,

$$L = L_0 - L_b$$

O princípio do MMQ diz que a soma do quadrado dos resíduos deve ser mínima, como descreve a Equação 61. Para isso, deve-se derivá-la e igualar a zero, resultando na Equação 62.

$$V^T P V = \min \quad \text{Equação 61}$$

onde,

$P = \sigma_0^2 \cdot C_{L_b}^{-1}$ é a matriz (n x n) dos pesos das observações brutas;

$C_{L_b}^{-1}$ é a inversa da matriz variância-covariância (n x n) das observações brutas;

σ_0^2 é a variância da unidade de peso a priori, geralmente arbitrada igual a 1.

$$X = -(A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot A^T \cdot P \cdot L \quad \text{Equação 62}$$

Esse processo é iterativo e finaliza quando se atinge a convergência desejada pelo analista.

A matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados C_{X_a} (m x m) é dada pela Equação 63.

$$C_{X_a} = \hat{\sigma}_0^2 \cdot N^{-1} \quad \text{Equação 63}$$

onde,

$\hat{\sigma}_0^2$ é a variância da unidade de peso a posteriori, calculada através da Equação 64;

$$N = A^T \cdot P \cdot A.$$

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{V^T P V}{n-m} \quad \text{Equação 64}$$

onde,

n é o número de observações;

m é o número de parâmetros (coordenadas).

Através de um teste de hipótese baseado na distribuição do χ^2 , verifica-se a igualdade entre $\hat{\sigma}_0^2$ e σ_0^2 . Caso não seja confirmada a igualdade, então o ajustamento tem problemas, como a superestimava ou a subestimativa dos pesos das observações ou a presença de erros grosseiros ou sistemáticos nas observações.

O primeiro problema pode ser resolvido alterando-se os pesos. Nessa estratégia é comum dividir a matriz peso por $\hat{\sigma}_0^2$. Já quanto aos erros grosseiros ou sistemáticos, há testes estatísticos prévios que permitem identificá-los e eliminá-los antes do ajustamento, os quais não são abordados no presente texto.

Outra forma de verificar a qualidade das observações é realizar o chamado Ajustamento Livre (CARVALHO, 2009). Nesse caso, os resíduos das observações estão relacionados apenas às incertezas das próprias observações e não sofrem influências das incertezas associadas às injunções (GHILANI e WOLF, 2006; MAROTTA et al., 2007; MENDONÇA et al., 2010).

Segundo Carvalho (2009), o Ajustamento Livre pode conter injunções internas ou estar livres delas. Ao se utilizar a segunda estratégia, a matriz N torna-se singular, não sendo, portanto, inversível. Para resolver esse problema, é utilizada a inversa generalizada de Moore-Penrose N^+ , também conhecida como pseudoinversa, a qual pode ser utilizada em redes livres (OLIVEIRA, 2003).

Oliveira (2003) diz que uma matriz N^+ é pseudoinversa de N se as quatro condições seguintes (Equações 65 a 68) forem satisfeitas:

- $N.N^+.N = N$; Equação 65
- $N^+.N.N^+ = N^+$; Equação 66
- $(N.N^+)^T = N.N^+$; Equação 67
- $(N^+.N)^T = N^+.N$. Equação 68

Mais detalhes são encontrados na literatura citada neste tópico.

2.5. Transportes de Coordenadas Geodésicas

Há vários modelos matemáticos propostos para o problema direto do transporte de coordenadas geodésicas. Dentre os mais utilizados, estão os métodos de Bowring, de Puissant, da Corda e de Gauss. O método de Puissant é um dos mais utilizados no Brasil (ZAS, 2009) e sua formulação é dada a seguir, pelas Equações 69 a 77.

$$\varphi_B = \varphi_A - \Delta\varphi'' \quad \text{Equação 69}$$

$$\lambda_B = \lambda_A - \Delta\lambda'' \quad \text{Equação 70}$$

sendo,

$$\begin{aligned} \Delta\varphi'' = & -B.De.cosAz_g + C.De^2.sen^2Az_g + D.(B.De.cosAz_g)^2 - \\ & - E.B.De.cosAz_g.De^2.sen^2Az_g \end{aligned} \quad \text{Equação 71}$$

$$\begin{aligned} \Delta\lambda'' = & -[De.senAz_g + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{C}{B}\right)^2 \cdot (De.senAz_g)^3 + \\ & + 4,095.10^{-6} \cdot (De.senAz_g) \cdot (De.cosAz_g)^2].A \end{aligned} \quad \text{Equação 72}$$

$$A = \frac{1}{N_B.sen1''.cos\varphi_B} \quad \text{Equação 73}$$

$$B = \frac{1}{M_A.sen1''} \quad \text{Equação 74}$$

$$C = \frac{Tg\varphi_A}{2.N_A.M_A.sen1''} \quad \text{Equação 75}$$

$$D = \frac{3.e^2 . \text{sen}\varphi_A . \text{cos}\varphi_A . \text{sen}1''}{2.[1-e^2 . \text{sen}^2\varphi_A]^{3/2}}$$

Equação 76

$$E = \frac{1+3.tg^2\varphi_A}{6.N_A^2}$$

Equação 77

onde,

$\Delta\varphi''$ é a diferença de latitude entre os pontos em segundos;

$\Delta\lambda''$ é a diferença de longitude entre os pontos em segundos;

De é a distância geodésica entre os pontos;

Az_g é o azimute geodésico entre os pontos;

M é o raio da seção meridiana (equação já apresentada);

N é a grande normal (equação já apresentada).

3. METODOLOGIA

3.1. Áreas de Estudos

3.1.1. Simulação

Como explicitado nos objetivos deste trabalho, pretende-se realizar uma simulação para analisar a aplicabilidade das Projeções Transversas de Mercator na Cartografia Cadastral Urbana no Brasil. Para isso, propôs-se a construção de lotes urbanos, com dimensões predefinidas, ao longo de algumas regiões de um fuso UTM.

A proposta é simular áreas urbanas em várias possibilidades de localização geográfica no território nacional. O Brasil tem uma extensão territorial no sentido Norte-Sul, compreendida entre as Latitudes de 5°N e 34°S, aproximadamente. Por sua vez, o sentido Leste-Oeste varia da Longitude 34°O à 74°O, aproximadamente, correspondendo aos fusos UTM entre 18 e 25. Quanto à Altitude, o distrito sede da cidade mais alta do Brasil é Campos do Jordão, com cerca de 1.600m. Cabe ressaltar, todavia, que no país há algumas áreas urbanas distritais com maiores altitudes.

Dessa forma, os cenários propostos nessa simulação foram definidos com base nas altitudes das áreas urbanas dos distritos sede dos municípios brasileiros, na extensão em latitudes do território brasileiro e na amplitude de um fuso UTM.

Para simplificar as análises, foram criados lotes urbanos em áreas com:

- Altitudes estratificadas em 0 m, 500 m, 1000 m e 1500 m. Essa classificação em intervalos iguais é apenas para servir de referência na análise das regiões propostas. Não se viu a necessidade de classificação a partir dos valores reais das altitudes dos municípios brasileiros, uma vez que o presente trabalho tem apenas a intenção de avaliar a influência da modelagem matemática das projeções TM;
- Latitudes médias de 0°, 10°S, 20°S e 30°S. Essa estratificação se deu também para servir de referência, sem a proposta de avaliar as condições geográficas de alguma cidade específica. Ressalta-se ainda que, matematicamente, o que ocorre até as latitudes próximas a 5°N também ocorre nas proximidades da latitude de 5°S, em função da simetria do elipsoide biaxial;

- Longitudes médias com valores que correspondessem aos meridianos centrais e extremos e às linhas de secância dos fusos UTM, RTM e LTM. Uma simplificação nesse critério foi a adoção de meio fuso UTM, uma vez que, matematicamente, cada metade se comporta como a outra. Destaca-se que em meio fuso UTM encontram-se 1 fuso e meio RTM e 3 fusos LTM. Salienta-se também que os valores de longitude das linhas de secância (λ_{sec}) variam de acordo com a latitude, conforme explicita a Equação 78, baseada na Equação 20 e dada a seguir.

$$\lambda_{sec} = \lambda_{MC} \pm \arcsen(\sqrt{1 - (k_0/k_{TM})^2} / \cos\varphi_P) \quad \text{Equação 78}$$

onde,

λ_{sec} é a longitude da linha de secância do fuso TM;

K_0 é o coeficiente de deformação linear no meridiano central do Sistema de Projeção TM;

φ_P é a latitude geodésica do ponto P onde há a secância;

λ_{MC} é a longitude geodésica do meridiano central do fuso TM.

O fuso UTM escolhido foi o número 23, cujo meridiano central tem a longitude 45° O. Cada área urbana simulada possui uma extensão em latitude e em longitude de 6'. Esse valor foi escolhido por ser, em média, a extensão da maioria das cidades brasileiras de médio porte, como pode ser observado no software Google Earth.

A Figura 17 ilustra a metade de um fuso UTM, contendo um fuso e meio RTM e três fusos LTM. Nessa figura também constam as posições escolhidas para simular as áreas urbanas, cujas coordenadas centrais são apresentadas na Tabela 1. Ressalta-se que, como os meridianos estão representados por linhas retas, as linhas de secância sofreram deformações, sendo transformadas em linhas curvas.

Registra-se que as áreas situadas nos limites dos fusos foram deslocadas para evitar a necessidade de extrapolação dos mesmos. Dessa forma, em vez da utilização dos meridianos com longitude de 45°, 46°, 47° e 48°, foram utilizados 45° 03', 45° 57', 46° 57' e 47° 57', respectivamente. Analogamente, a latitude média de 0° foi substituída

pela latitude média de 0° 3', evitando-se áreas no Hemisfério Norte. Essas posições também são mostradas na Figura 17.

Portanto, com 17 posições distribuídas ao longo da longitude, 4 em latitude e 4 em altitude, tem-se o total de 272 regiões simuladas.

Tabela 1 – Coordenadas Centrais das áreas simuladas

Fuso	Posição		0°	10° S	20° S	30° S
			Longitudes			
UTM	Meridiano Central		45° O			
	Meridianos Extremos	Leste	-			
		Oeste	48° O			
	Linhas de Secância	Leste	-	-	-	-
Oeste		46° 37' 14" O	46° 38' 44" O	46° 43' 28" O	46° 52' 17" O	
RTM 1	Meridiano Central		45° O			
	Meridianos Extremos	Leste	-			
		Oeste	46° O			
	Linhas de Secância	Leste	-	-	-	-
Oeste		45° 10' 52" O	45° 11' 02" O	45° 11' 34" O	45° 12' 33" O	
RTM 2	Meridiano Central		47° O			
	Meridianos Extremos	Leste	46° O			
		Oeste	48° O			
	Linhas de Secância	Leste	46° 49' 08" O	46° 48' 58" O	46° 48' 26" O	46° 47' 27" O
Oeste		47° 10' 52" O	47° 11' 02" O	47° 11' 34" O	47° 12' 33" O	
LTM 1	Meridiano Central		45° 30' O			
	Meridianos Extremos	Leste	45° O			
		Oeste	46° O			
	Linhas de Secância	Leste	45° 19' 08" O	45° 18' 58" O	45° 18' 26" O	45° 17' 27" O
Oeste		45° 40' 52" O	45° 41' 02" O	45° 41' 34" O	45° 42' 33" O	
LTM 2	Meridiano Central		46° 30' O			
	Meridianos Extremos	Leste	46° O			
		Oeste	47° O			
	Linhas de Secância	Leste	46° 19' 08" O	46° 18' 58" O	46° 18' 26" O	46° 17' 27" O
Oeste		46° 40' 52" O	46° 41' 02" O	46° 41' 34" O	46° 42' 33" O	
LTM 3	Meridiano Central		47° 30' O			
	Meridianos Extremos	Leste	47° O			
		Oeste	48° O			
	Linhas de Secância	Leste	47° 19' 08" O	47° 18' 58" O	47° 18' 26" O	47° 17' 27" O
Oeste		47° 40' 52" O	47° 41' 02" O	47° 41' 34" O	47° 42' 33" O	

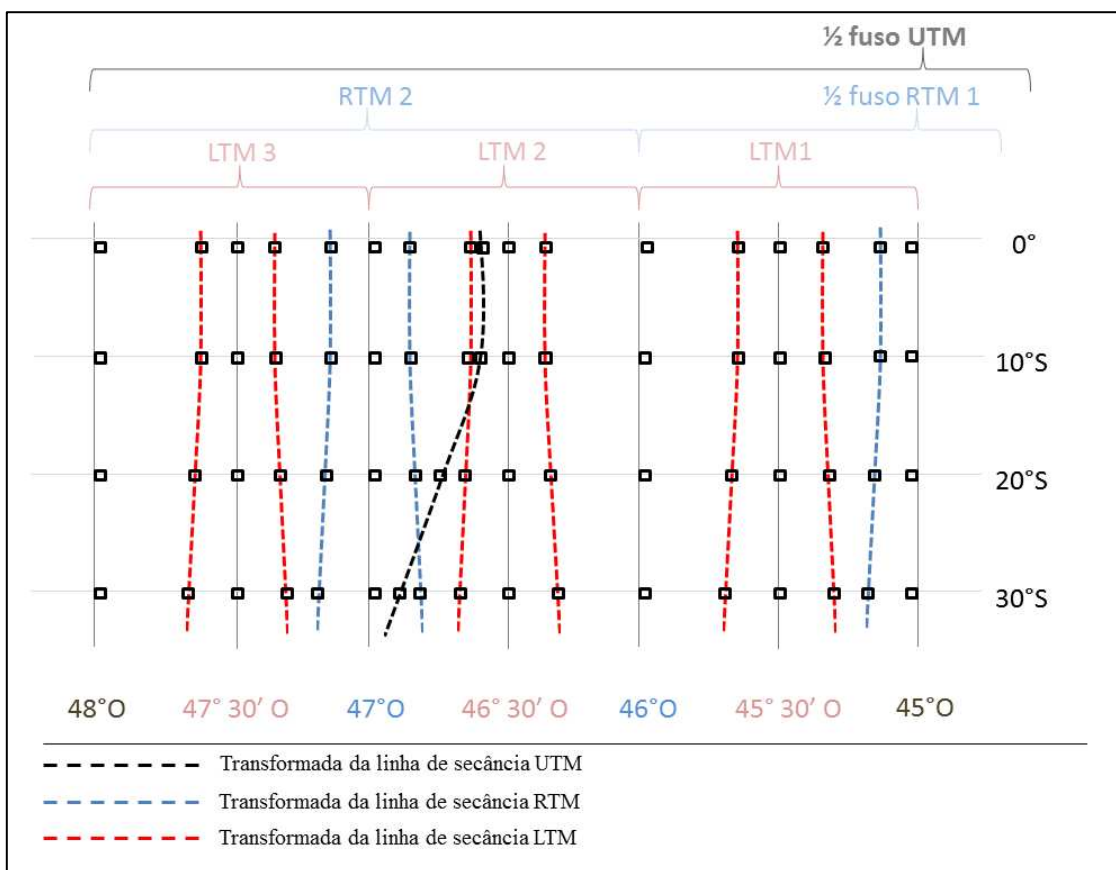


Figura 17 – Regiões Simuladas. Fonte: o autor

3.1.2. Área teste

Situada na Zona da Mata Mineira, o Município de Viçosa tem como coordenadas centrais aproximadas $20^{\circ} 45' 14''$ S e $42^{\circ} 52' 55''$ O e altitude média de 650m. Em sua área, com cerca de 300 km², está encravada a Universidade Federal de Viçosa (UFV), com aproximadamente 320.000 m² de área construída.

A área teste utilizada no experimento de campo localiza-se no pátio do Laboratório de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica (LEA) do Departamento de Engenharia Civil (DEC) da UFV e é aproximadamente plana horizontal, sendo representada na Figura 18.

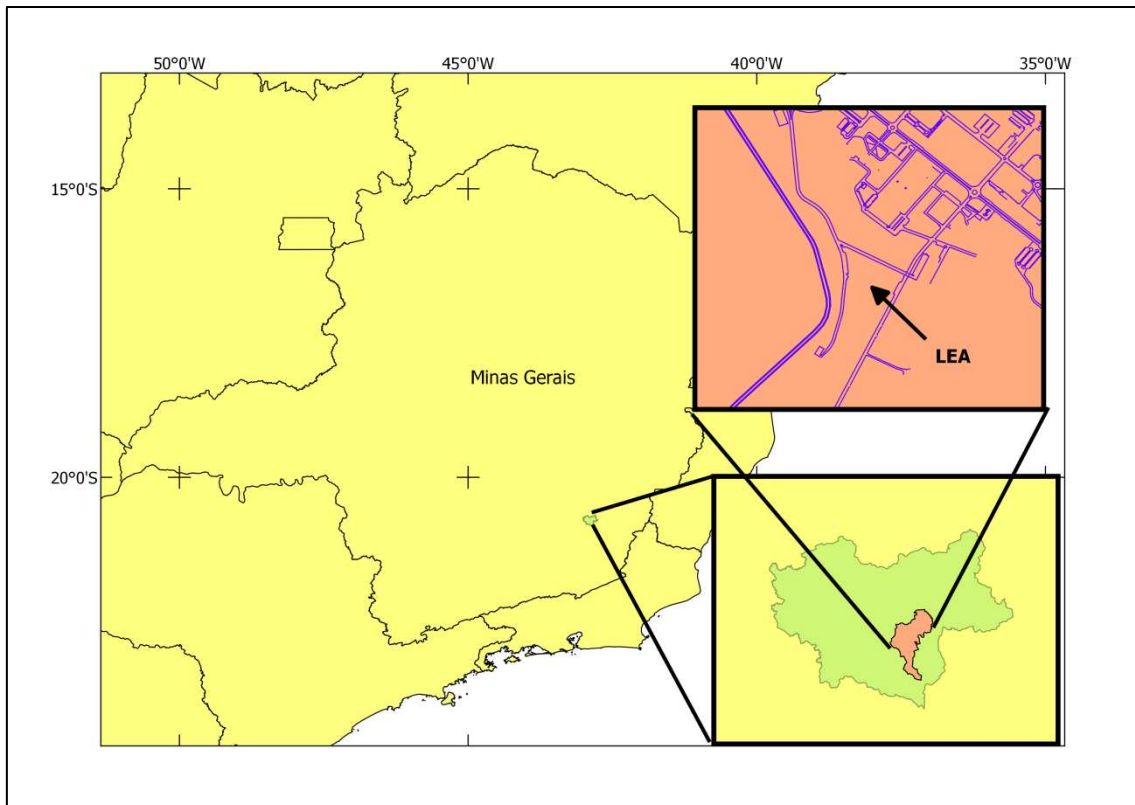


Figura 18 – Área de Estudos – Teste Experimental. Fonte: o autor.

3.2. Materiais

3.2.1. Softwares

Os seguintes softwares foram utilizados:

- Software Livre R 3.2.3 – para a simulação realizada;
- Software Livre Scilab 5.5.2 – para a modelagem dos ajustamentos de observações;
- Software Trimble Geomatics Office (TGO) – para o processamento dos levantamentos com GNSS;
- Software Microsoft Excel 2010 (licença DEC-UFV) para cálculos topográficos, análise de dados e geração de gráficos.

3.2.2. Equipamentos

O equipamento utilizado para a simulação foi:

- um microcomputador com processador Pentium Dual Core, com 2GB de memória RAM e 300 GB de HD.

Para a locação e o levantamento de campo, foram utilizados:

- Estação Total Topcon 102n;
- Teodolito Wild T2;
- Receptor GNSS JAVAD TRIUMPH 1;
- Receptor GNSS RTK TPS T10;
- Acessórios.

3.3.Métodos

Como abordado na introdução do presente trabalho, foi realizada uma simulação paramétrica para avaliar a aplicabilidade das projeções TM no Cadastro Territorial Urbano Brasileiro. Em seguida, através de um levantamento de campo em uma área teste, buscou-se validar a simulação e avaliar a influência dos erros de levantamento no cálculo da área do lote demarcado e levantado.

Em resumo, o procedimento de simulação foi realizado através do Software Livre R, versão 3.2.3. Em cada área urbana simulada, através do algoritmo proposto, foram criados 10.000 lotes, com posições, orientações, testadas e profundidades definidas aleatoriamente.

Essa definição aleatória serviu para evitar tendências nas análises, uma vez que lotes com diferentes orientações, posições, dimensões de testadas e de profundidades, no elipsoide, possuem áreas distintas. Portanto, o algoritmo escolheu a posição inicial, o azimute e o tamanho da testada e o tamanho da profundidade de cada lote.

Por outro lado, o teste de campo foi realizado em uma parcela no pátio do LEA (DEC-UFV) com aproximadamente 10m x 10m. Cabe ressaltar que a área apresentava limitações físicas para a implantação de dimensões maiores que essas.

Seus vértices foram locados e demarcados em campo com parafusos fixados no chão. Foram realizados levantamentos topográficos e geodésicos com a finalidade de se obter as coordenadas desses vértices nos sistemas de coordenadas locais, como o Sistema Topográfico Local e o Sistema Geodésico Local, bem como nas projeções TM.

A Figura 19 apresenta o fluxograma da metodologia aplicada nesta pesquisa.

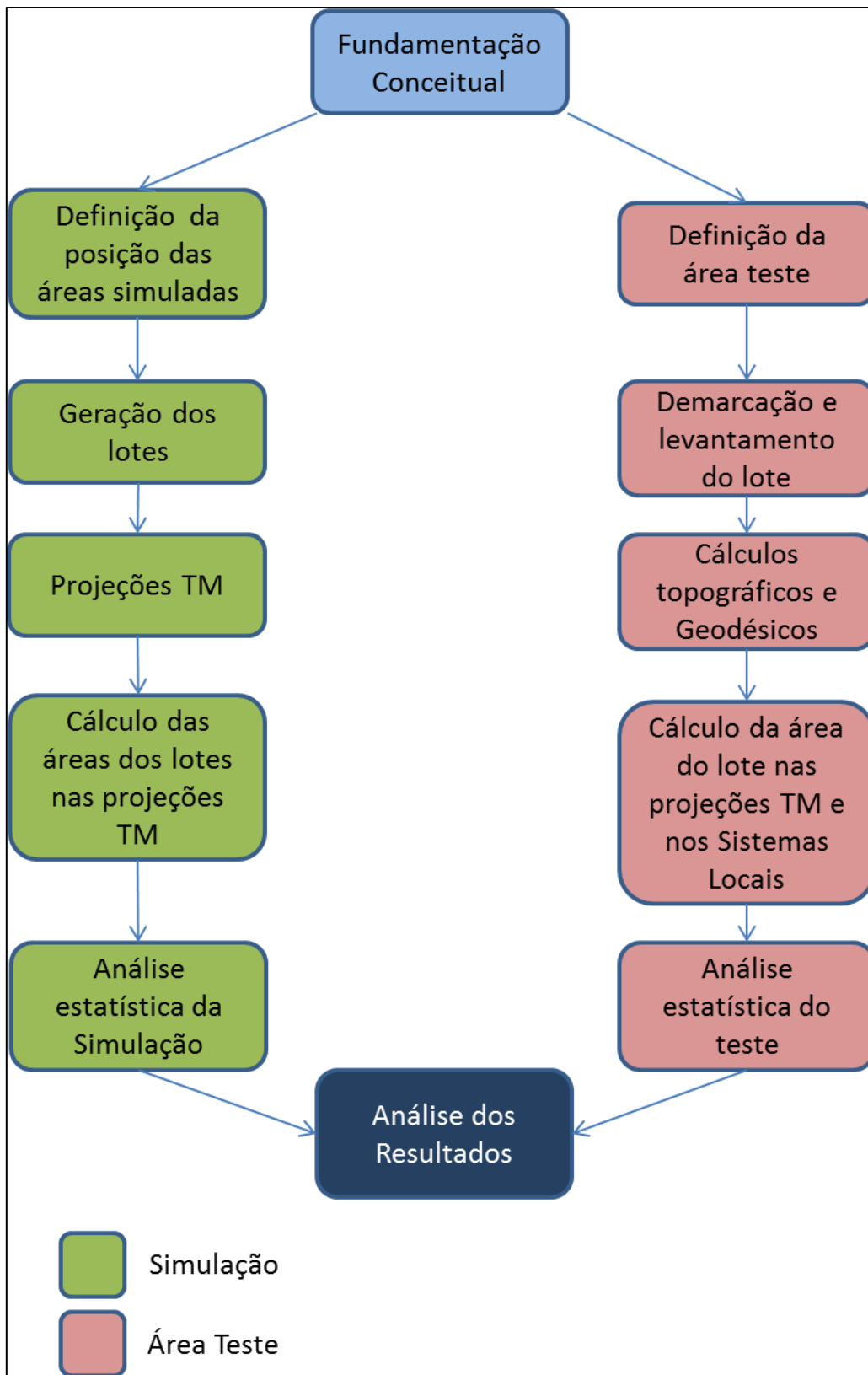


Figura 19 - Fluxograma da Pesquisa. Fonte: o autor.

3.3.1. Simulação das parcelas

Como explicitado anteriormente, foram simuladas 272 áreas urbanas em diferentes posições em um fuso UTM (meridianos centrais, meridianos extremos e linhas de secância dos fusos UTM, RTM e LTM), em diferentes latitudes (0°, 10°S, 20°S e 30°S) e em diferentes altitudes (0m, 500m, 1000m e 1500m), sendo gerados, em cada área simulada, 10.000 lotes urbanos retangulares, conforme ilustra a Figura 20.

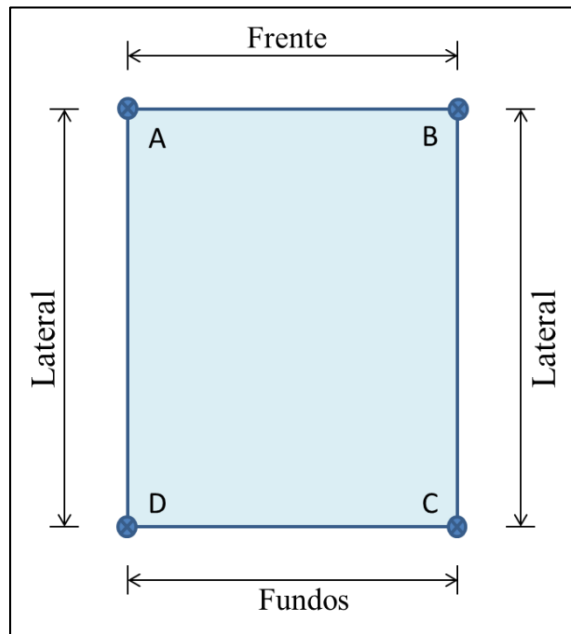


Figura 20 – Estrutura dos lotes simulados. Fonte: o autor.

A seguir, apresentam-se os passos para a geração desses lotes. Cada passo se realizou a partir de uma decisão aleatória do algoritmo, dentro de valores preestabelecidos, como se segue.

- Dentro dos limites de 6' x 6' de cada área, escolheu-se um ponto A, com coordenadas geodésicas $\varphi_A, \lambda_A, H_A$;
 - A altitude desse ponto (H_A) é a mesma da área simulada;
 - Os pontos B, C e D fecham o polígono que representa a parcela.
- Na sequência, foram escolhidas uma testada entre 10m, 15m e 20m e uma profundidade entre 20m, 30m e 40m;
 - A frente (lado AB) e o fundo (lado CD) do lote são iguais à testada, bem como as laterais (lados BC e DA) são iguais à profundidade, formando uma parcela retangular;
 - Tais valores foram escolhidos para a obtenção de áreas de parcelas urbanas de pequeno e médio porte;

- É necessário destacar que esses valores estão relacionados à superfície topográfica e, por isso, precisaram ser reduzidos ao elipsoide.
- Através da Equação 50, reduziram-se tais medidas ao geóide;
 - Ressalta-se que, nessa equação, H_t é a altitude estabelecida na definição da região que simula a área urbana, ou seja, é igual a H_A ;
 - Como são distâncias muito pequenas (máximo de 40m), as distâncias geoidais foram consideradas iguais às respectivas distâncias elipsoidais (D_e).
- Escolheu-se o azimute geodésico da testada, podendo ser um número inteiro de 1° a 360° ;
 - Como a estrutura da parcela simulada é retangular, cada azimute subsequente das laterais e do fundo foi obtido somando-se 90° ao anterior;
 - Pela pequena dimensão da área, assumiu-se que as reduções angulares desses alinhamentos eram iguais a 0° ;
- Por fim, com as coordenadas geodésicas curvilíneas do ponto A (φ_A, λ_A), com as distâncias no elipsoide (D_e) da testada e da profundidade e com os azimutes geodésicos (Az_g) da frente, do fundo e das duas laterais, empregando-se o método de Puissant (Equações 69 a 77), foi possível calcular as coordenadas geodésicas curvilíneas dos pontos B (φ_B, λ_B), C (φ_C, λ_C) e D (φ_D, λ_D).

Esse processo se repetiu 10.000 vezes em cada uma das 272 áreas simuladas, sendo, então, gerados 10.000 parcelas com áreas na superfície topográfica iguais a 200m^2 , 300m^2 , 400m^2 , 450m^2 , 600m^2 ou 800m^2 em várias posições e com várias orientações. Registra-se que não houve um controle de sobreposições dos lotes devido à complexidade da implementação desse procedimento.

Foram geradas 272 tabelas com 10.000 linhas e 9 colunas, onde cada linha representava uma parcela e as colunas armazenavam o identificador do lote e as coordenadas geodésicas dos seus 4 vértices.

O próximo passo foi o cálculo das coordenadas de todos esses vértices nos sistemas de projeções TM. A partir da longitude média de cada uma das 272 áreas

simuladas, foram identificados os fusos RTM e LTM a que pertenciam. Em seguida, as coordenadas geodésicas de cada vértice foram transformadas em coordenadas planas UTM, RTM e LTM. Em todas as tabelas citadas anteriormente foram acrescentadas as colunas necessárias para o armazenamento das coordenadas planas em cada sistema de projeção TM.

Com as coordenadas projetadas nos planos TM, calcularam-se as áreas planas de cada lote, em cada projeção, a partir do método de Gauss. Dessa forma, todos os 2.720.000 lotes tiveram suas áreas calculadas nos sistemas de projeções UTM, RTM e LTM.

Por fim, os resultados foram armazenados em uma tabela contendo 272 linhas e 55 colunas. Cada linha armazenava os dados de cada região. Já a primeira coluna continha o identificador de cada região, e as demais armazenavam os seguintes dados:

- média das áreas das parcelas de $A \text{ m}^2$ projetadas no plano XTM;
- variância das áreas das parcelas de $A \text{ m}^2$ projetadas no plano XTM;
- discrepância percentual entre a área média e a área topográfica das parcelas com áreas de $A \text{ m}^2$ projetadas no plano XTM.

onde,

A é a área na superfície topográfica da parcela, podendo ser **200m², 300m², 400m², 450m², 600m² ou 800m²**;

XTM é o plano de Projeção TM utilizado, podendo ser **UTM, RTM ou LTM**.

3.3.2. Validação de campo

A validação da simulação proposta visou verificar a influência das incertezas das observações de levantamentos cadastrais no cálculo de áreas em diferentes sistemas de coordenadas, comparando essas com o valor de área de referência. Afirma-se que a simulação foi realizada para evitar a influência de tais incertezas nos resultados obtidos exclusivamente pela modelagem matemática das projeções.

Portanto, buscou-se realizar um levantamento cadastral dos vértices de um lote utilizando-se os métodos e os equipamentos mais empregados na literatura acadêmica e na prática de mercado. Adverte-se que o presente trabalho não tem por pretensão avaliar a eficácia dos métodos e dos equipamentos para levantamentos cadastrais.

3.3.2.1. Locação dos vértices

Para esse experimento, optou-se por criar uma parcela com dimensões reduzidas (10m x 10m, aproximadamente) e em uma área plana para facilitar as operações de locação em campo. Para isso, realizou-se a demarcação da parcela através da locação de 4 parafusos fixados ao chão, buscando-se formar uma área quadrada.

Essa locação foi feita por cavaletes, uma vez que esse método permitiu o controle in loco das dimensões lineares e angulares de maneira mais ágil. Nesse processo, os pontos foram demarcados no chão através da utilização do fio de prumo. Em seguida, os parafusos foram fixados com o auxílio de uma furadeira e uma cola epóxi.

Foi somente depois de sua fixação que os parafusos tiveram suas cabeças perfuradas, indicando a posição do vértice da parcela. Optou-se por isso exatamente devido ao controle dimensional, buscando-se aproximar cada lado a 10m. As Figuras 21 e 22 mostram a localização dos cavaletes e a locação dos parafusos.



Figura 21 – Localização dos cavaletes. Fonte: o autor.



Figura 22 – Locação de um vértice. Fonte: o autor.

3.3.2.2. Levantamento Topográfico para obtenção das dimensões de referência

Após a locação, realizou-se um levantamento topográfico com a finalidade de verificar as dimensões lineares, angulares e superficiais da parcela. Para isso, realizou-se o levantamento de ângulos e distâncias do quadrilátero, estacionando-se o teodolito em cada vértice, com as coordenadas aproximadas dos vértices sendo calculadas por meio de triangulações.

Foram utilizados um Teodolito Wild T2, uma mira horizontal e pequenos alvos verticais, posicionados sobre os vértices. As dimensões dos quatro lados e as duas diagonais foram medidas através de duas repetições de leituras conjugadas (PD e PI) na mira horizontal, com 4 reiterações (origem no limbo em 0° , 45° , 90° e 135°). Os dados levantados, bem como os resultados de seu processamento com as propagações das variâncias, se encontram no Apêndice A.

Por outro lado, os 8 ângulos internos foram medidos através do método das direções, aplicando-se também 4 reiterações em leituras conjugadas (PD e PI), mas,

dessa vez, sem repetições. Os dados e os resultados do seu processamento com as propagações de variância se encontram no Apêndice B. A Figura 23 apresenta um croqui do levantamento citado.

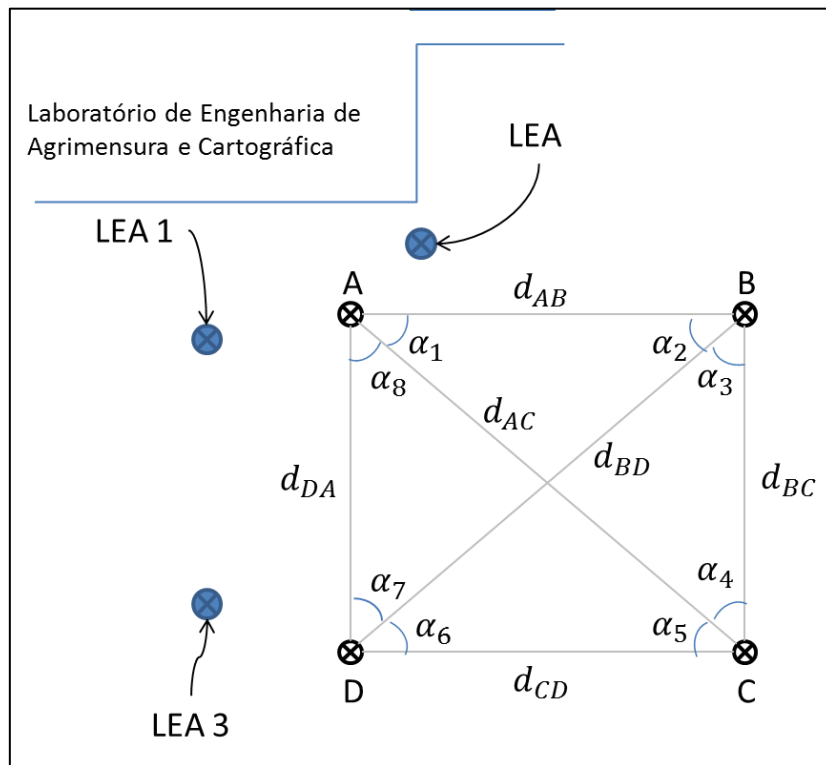


Figura 23 – Croqui do levantamento das dimensões de referência. Fonte: o autor

Para o cálculo da área utilizada como referência nas análises seguintes, estimaram-se as coordenadas planimétricas dos vértices da parcela através de um ajustamento livre, ou seja, um ajustamento de observações sem injunções. Nesse caso, são 8 parâmetros (coordenadas X_A , Y_A , X_B , Y_B , X_C , Y_C , X_D e Y_D) e 14 observações (α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , α_5 , α_6 , α_7 , α_8 , d_{AB} , d_{BC} , d_{CD} , d_{DA} , d_{AC} e d_{BD}), fornecendo um grau de liberdade igual a 6.

O vetor dos parâmetros aproximados (X_0) foi composto pelas coordenadas iniciais dos pontos A, B, C e D, calculados por triangulação, como já mencionado. Nesse procedimento, o eixo das ordenadas (Y) foi definido pelo alinhamento AB, e o eixo das abscissas (X) foi definido pelo alinhamento AD.

As coordenadas do ponto A foram estabelecidas como $X_A = 100,000\text{m}$ e $Y_A = 100,000\text{m}$. O azimute da direção AB (AZ_{AB}) é igual a 0° , o azimute da direção AC (AZ_{AC}) é igual a α_1 e o azimute da direção AD (AZ_{AD}) é igual a $\alpha_1 + \alpha_8$. Por outro lado, as distâncias dos mesmos alinhamentos são d_{AB} , d_{AC} e d_{DA} , respectivamente.

Optou-se por realizar o ajustamento livre pelo fato de que as coordenadas das estações são ajustadas livremente para se acomodar às observações e à configuração geométrica (GHILANI e WOLF, 2006). Como nesse ajustamento a matriz N é singular, utilizou-se a estratégia da pseudoinversa de Moore-Penrose N^+ .

Essas coordenadas são arbitrárias, não estando vinculadas a um referencial, uma vez que se deseja que as incertezas das injunções não exerçam influência externa às coordenadas estimadas. Objetiva-se apenas a utilização dessas coordenadas para calcular a área da parcela, através do método de Gauss, para servir como referência para as demais análises. O ajustamento mencionado encontra-se no Apêndice C.

3.3.2.3. Levantamento Cadastral

O levantamento cadastral da parcela se deu pelo método da dupla irradiação, com a estação total TOPCON 102n, e pelos métodos relativos estático e cinemático em tempo real (RTK) com os receptores GNSS JAVAD TRIUMPH 1 e GNSS RTK TPS T10, respectivamente. Em ambos os levantamentos, foram determinadas as coordenadas projetadas (UTM, RTM e LTM) e as coordenadas topográficas no Sistema Topográfico Local e no Sistema Geodésico Local.

3.3.2.3.1 Estação Total

No método da dupla irradiação, as observações lineares e angulares foram realizadas a partir dos vértices LEA1 ($N_{LEA1}=7.702.439,859$ m e $E_{LEA1}=721.810,918$ m) e LEA3 ($N_{LEA3}=7.702.432,103$ m e $E_{LEA3}=721.807,064$ m), presentes no pátio do LEA e com coordenadas UTM já homologadas pelo Setor de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica do DEC – UFV. A Figura 24, logo abaixo, apresenta um croqui do levantamento com a estação total.

Os ângulos observados da estação LEA1 tiveram sua origem no vértice LEA3, e vice-versa. Com esse procedimento, foi possível realizar o cálculo dos azimutes topográficos dos alinhamentos das irradiações, conforme indica a Equação 79, que dá um exemplo para o cálculo do azimute topográfico de LEA1 para o ponto A, mas que pode ser replicado a qualquer um dos outros pontos.

$$Az_{LEA1-A} = Az_{UTM_{LEA1-LEA3}} + \alpha_{LEA1-A} + \gamma \quad \text{Equação 79}$$

onde,

Az_{LEA1-A} é o azimute topográfico do alinhamento LEA1 – A;

$Az_{UTM_{LEA1-LEA3}}$ é o azimute plano (UTM) do alinhamento LEA1 – LEA3;

α_{LEA1-A} é o ângulo horizontal horário formado entre o alinhamento LEA1 – LEA3 e o alinhamento LEA1 – A;

γ é a convergência meridiana do local.

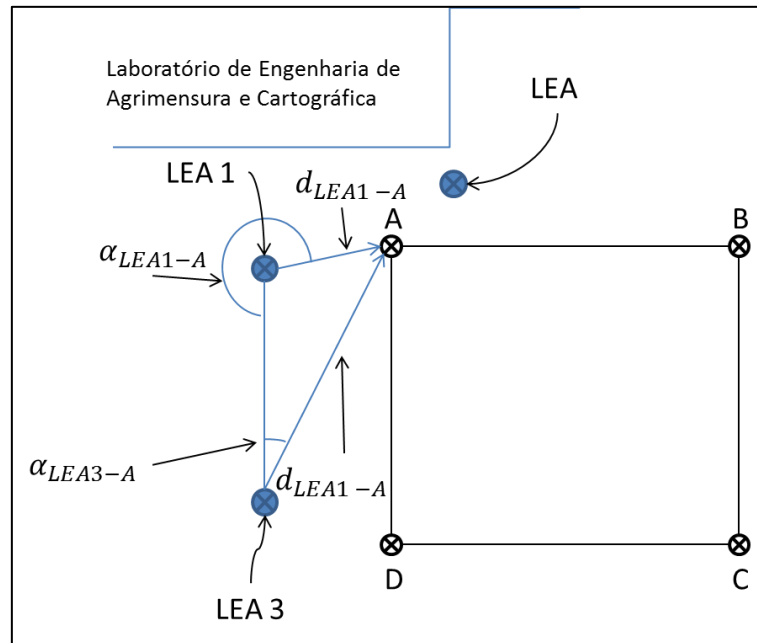


Figura 24 – Croqui do levantamento com a estação total. Fonte: o autor

Dessa forma, foram calculadas as coordenadas topográficas aproximadas, tendo-se o vértice LEA1 como origem do sistema, atribuindo-se as coordenadas $X_{LEA1} = 150.000,000m$ e $Y_{LEA1} = 250.000,000m$. As coordenadas ajustadas dos vértices foram estimadas através do modelo paramétrico do ajustamento de observações pelo método dos mínimos quadrados.

Através da dupla irradiação, o modelo matemático do ajustamento apresentou 16 observações (α_{LEA1-A} , α_{LEA1-B} , α_{LEA1-C} , α_{LEA1-D} , α_{LEA3-A} , α_{LEA3-B} , α_{LEA3-C} , α_{LEA3-D} , d_{LEA1-A} , d_{LEA1-B} , d_{LEA1-C} , d_{LEA1-D} , d_{LEA3-A} , d_{LEA3-B} , d_{LEA3-C} e d_{LEA3-D}) e 8 parâmetros (coordenadas X_A , Y_A , X_B , Y_B , X_C , Y_C , X_D e Y_D). Como injunções, foram utilizadas as coordenadas X_{LEA1} , Y_{LEA1} , X_{LEA3} e Y_{LEA3} . Todos os dados de campo se encontram no Apêndice D, e o processamento do ajustamento no Sistema Topográfico se encontra no Apêndice E.

Em outra instância, para os cálculos das coordenadas UTM, RTM e LTM, as distâncias observadas foram reduzidas aos respectivos planos de projeções através da utilização do coeficiente de redução das distâncias horizontais topográficas diretamente para o cilindro de projeção (K_R), apresentado anteriormente na Equação 52. A Equação 80 ilustra tal redução, aplicada à distância d_{LEA1-A} .

$$d_{LEA1-A}^{TM} = d_{LEA1-A} \cdot K_R \quad \text{Equação 80}$$

onde,

d_{LEA1-A}^{TM} é a distância no plano de projeção TM entre os pontos LEA1 e A;

d_{LEA1-A} é a distância topográfica entre os pontos LEA1 e A.

Os pontos LEA1 e LEA3 tiveram suas coordenadas calculadas nos sistemas RTM e LTM. Em seguida, foram calculados os azimutes planos das direções LEA1-LEA3 e LEA3-LEA1 nos 3 sistemas TM. Por fim, foram calculadas as coordenadas planas TM aproximadas dos vértices A, B, C e D.

Os ajustamentos de observações seguiram o mesmo modelo apresentado no Apêndice D, com as diferenças inerentes às observações e aos parâmetros reduzidos aos planos adotados. Todos os dados e seu processamento encontram-se nos Apêndices F, G e H, demonstrando, respectivamente, os planos UTM, RTM e LTM.

3.3.2.3.2 GNSS

Já o levantamento dos vértices da parcela com o GNSS foi realizado através de dois métodos: o Relativo Estático, utilizando o JAVAD TRIUMPH 1, com 1h de rastreamento, e o RTK, utilizando o GNSS RTK TPS T10, gentilmente cedido pela Empresa Topomap.

O tempo de rastreamento do posicionamento relativo estático foi definido a partir do trabalho de Almeida e Dal Póz (2016), que concluíram que 1h de rastreamento em linhas de bases curtas, utilizando apenas a banda L1, pode proporcionar acurácia milimétrica.

Como a estação de referência (VICO) está a aproximadamente 500m da área de estudo, julgou-se tal estratégia adequada para a obtenção das coordenadas dos vértices da parcela. Certamente, nesse caso, é inadequado utilizar o termo acurácia, uma vez que

não há as coordenadas reais de tais pontos. Por outro lado, para o levantamento com o RTK, utilizou-se o ponto LEA como base.

Os dados GNSS foram pós processados no software Trimble Geomatics Office (TGO).

3.3.3. Análise das áreas

3.3.3.1. Simulação das parcelas

Através da tabela com os resultados da simulação, foram realizadas três análises para avaliar a aplicabilidade dos Sistemas de Projeções TM na Cartografia Cadastral no território nacional:

1. Análise do comportamento das discrepâncias entre os valores das áreas das parcelas urbanas simuladas e calculadas nas Projeções TM;
2. Avaliação da igualdade estatística entre as áreas projetadas e as áreas simuladas;
3. Análise das discrepâncias supracitadas quando comparadas com as incertezas das áreas calculadas, propagadas pelas incertezas nas coordenadas dos vértices das parcelas urbanas, estimadas pelas observações dos levantamentos cadastrais.

Para o primeiro quesito, foram gerados gráficos comparando o comportamento das discrepâncias percentuais nos três Sistemas de Projeções TM ao longo da metade de um fuso UTM analisada. Buscou-se identificar a existência de alguma homogeneidade nas discrepâncias apresentadas.

A análise do segundo item se baseou no teste estatístico de médias. Objetivou-se verificar se as médias apresentadas eram estatisticamente iguais aos valores simulados, ou seja, se as áreas projetadas eram representativas. Houve, portanto, a intenção de verificar se a posição no fuso, associada à latitude e à altitude médias da região, proporcionaria distorções irrelevantes entre a superfície topográfica e a superfície do cilindro de Projeção TM.

Para isso, inicialmente, através do teste de Shapiro-Wilk, analisou-se se havia normalidade nas distribuições dos valores de áreas para cada dimensão superficial em cada Sistema de Projeção TM analisadas. Posteriormente, para as distribuições normais,

foi utilizado o teste t, e para as distribuições não normais, o teste de Wilcoxon. Todos os testes foram realizados através do Software R.

Por fim, o terceiro item foi avaliado seguindo a proposta de Luz (2013), apresentada no tópico 2.2.5 do presente trabalho. A metodologia desse autor atribuía o desvio-padrão máximo aceitável para a área de uma parcela aos 5% de discrepância permitido pelo Código Civil Brasileiro para as transações imobiliárias. Com isso, foi possível identificar o desvio posicional permitido para o levantamento das coordenadas dos vértices de uma parcela, através da utilização da inversa da Equação 55, apresentada na Equação 81.

$$\sigma_v^2 = \sigma_A^2 / \left[\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial A}{\partial X_i} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial A}{\partial Y_i} \right)^2 \right] \quad \text{Equação 81}$$

onde,

$\frac{\partial A}{\partial X_i} = \frac{(Y_{i-1} - Y_{i+1})}{2}$ é a derivada parcial da função área (A) em relação às coordenadas X dos *i* vértices do polígono;

$\frac{\partial A}{\partial Y_i} = \frac{(X_{i+1} - X_{i-1})}{2}$ é a derivada parcial da função área (A) em relação às coordenadas Y dos *i* vértices do polígono;

σ_v^2 é a variância das coordenadas X e Y dos vértices do polígono, consideradas iguais e não correlacionadas;

σ_A^2 é a variância da área da parcela, associada à discrepância percentual entre a média das áreas projetadas e a área simulada.

O presente trabalho buscou identificar o desvio-padrão posicional necessário para causar uma incerteza no cálculo da área correspondente à discrepância percentual entre a média das áreas projetadas e a área simulada, para cada dimensão superficial e em cada projeção analisada, conforme indica a Equação 81. Posteriormente, verificou-se se tais incertezas posicionais estavam dentro dos limites estabelecidos nas normas internacionais e por Luz (2013).

Como simplificação metodológica, foram utilizadas as máximas discrepâncias percentuais de cada área e em cada Sistema de Projeção TM, independente da região simulada. Dessa maneira, foram encontrados os maiores desvios posicionais possíveis dentre todos os dados.

Outro detalhe importante foi a utilização de coordenadas locais para o cálculo das derivadas parciais. Assim, para cada dimensão superficial analisada, foram estabelecidas as coordenadas locais a partir dos valores de testadas e de profundidades. A seguir, apresenta-se um exemplo numérico, ilustrando todos os demais cálculos.

Dada uma parcela de 200m², as únicas dimensões de testada e profundidade possíveis no conjunto de dados são 10m e 20m, respectivamente. Dessa forma, estabeleceram-se as coordenadas dos vértices dessa parcela como se apresenta na Tabela 2, adiante.

Tabela 2 – Coordenadas de uma parcela com 200m²

Vértice	X (m)	Y (m)
1	0	0
2	0	20
3	10	20
4	10	0

Para as áreas de 200m², a maior discrepância percentual encontrada em todas as regiões para o Sistema UTM foi igual a 0,185961%, que, multiplicado por 200m², corresponde a uma área igual a 0,371922m². Estabeleceu-se, então, que esse valor corresponde ao desvio-padrão da área.

Logo, a Equação 81 passa a ser escrita como na Equação 82:

$$\sigma_v^2 = \frac{(0,371922)^2}{500} = 0,000277 \text{ m}^2 \quad \text{Equação 82}$$

Assim, tem-se que a incerteza posicional necessária para provocar uma incerteza na área correspondente à discrepância percentual igual a 0,185961% é igual a 0,0166m. No tópico 4.1.3 constam todos os resultados, bem como suas análises.

3.3.3.2. Validação de campo

Pelo levantamento topográfico com Estação Total (ET), a área da parcela foi calculada através das coordenadas referenciadas ao Sistema Topográfico Local ($\text{Área}_{\text{Topo}}^{\text{ET}}$), ao Sistema UTM ($\text{Área}_{\text{UTM}}^{\text{ET}}$), ao Sistema RTM ($\text{Área}_{\text{RTM}}^{\text{ET}}$) e ao Sistema LTM ($\text{Área}_{\text{LTM}}^{\text{ET}}$).

Já o levantamento com GNSS proporcionou outras 10 áreas, sendo 5 associadas ao Posicionamento Relativo Estático (RE) e 5 associadas ao RTK, como se seguem:

- Área_{STL}^{RE} → área calculada no Sistema Topográfico Local (STL), conforme a NBR 14.166 (ABNT, 1998);
- Área_{SGL}^{RE} → área calculada no Sistema Geodésico Local (SGL);
- Área_{UTM}^{RE} → área calculada no Sistema UTM;
- Área_{RTM}^{RE} → área calculada no Sistema RTM;
- Área_{LTM}^{RE} → área calculada no Sistema LTM;
- Área_{STL}^{RTK} → área calculada no Sistema Topográfico Local (STL), conforme a NBR 14.166 (ABNT, 1998);
- Área_{SGL}^{RTK} → área calculada no Sistema Geodésico Local (SGL);
- Área_{UTM}^{RTK} → área calculada no Sistema UTM;
- Área_{RTM}^{RTK} → área calculada no Sistema RTM;
- Área_{LTM}^{RTK} → área calculada no Sistema LTM.

Foram calculadas as discrepâncias percentuais entre essas 14 áreas e a área tida como referência, obtida através das coordenadas estimadas no Ajustamento Livre das observações do levantamento topográfico de precisão ($\text{Área}_{Referência}$).

Na sequência, utilizando a Equação 81, anteriormente apresentada, foram calculados os desvios-padrão posicionais necessários para causar uma incerteza no cálculo da área correspondente às discrepâncias percentuais calculadas.

Realizou-se também uma simulação dessa parcela através do Problema Direto da Geodésia pelo Método de Puissant, calculando-se suas coordenadas geodésicas curvilíneas e projetando-as aos Sistemas de Projeção TM para o cálculo da discrepância percentual teórica para o pátio do LEA.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. Simulação das parcelas

4.1.1. Discrepâncias ao longo do Fuso UTM

As várias posições sobre o elipsoide, as orientações e as dimensões de testadas e profundidades geraram áreas de distintos tamanhos em cada região analisada. Porém, esses valores apresentaram pouca diferença entre si para cada dimensão (tamanho da área) simulada. Como exemplo numérico ilustrativo, seguem alguns cálculos.

Uma área quadrada, com 10m de testada e 10m de profundidade na superfície topográfica, tem seu vértice 1 com coordenadas geodésicas iguais a $\varphi_1 = -20^\circ$ e $\lambda_1 = -45^\circ$ e $h_1 = 500$ m. O azimute geodésico da testada recebeu os seguintes valores: 0° , 15° , 30° , 45° , 60° e 75° . Utilizando o processo direto da Geodésia pelo método de Puissant, acrescentando-se 90° aos azimutes subsequentes ao da testada, foram calculadas as coordenadas geodésicas dos vértices 2, 3 e 4. Em seguida, todas as coordenadas foram transformadas em coordenadas planas nos Sistemas UTM, RTM e LTM. A Tabela 3 apresenta os resultados das áreas calculadas nesses sistemas para cada azimute da testada.

Tabela 3 – Comparação de áreas com diferentes orientações

Azimute da Testada	Área (m ²)		
	UTM	RTM	LTM
0°	99,899658	99,977539	99,984253
15°	99,914306	99,992370	99,998901
30°	99,902832	99,981445	99,988525
45°	99,912842	99,992919	99,999511
60°	99,902832	99,981689	99,988647
75°	99,913086	99,992310	99,998962
Média das áreas	99,907592	99,986378	99,993133
Variância das áreas	3,5181E-05	3,9721E-05	3,8023E-05
Desvio-Padrão das áreas	0,005931	0,006302	0,006166

O que se verifica na Tabela 3 é que a orientação de uma parcela exerce influência no cálculo de sua área projetada. Contudo, as diferenças apresentadas são pequenas, como pode ser visto com os baixos valores de desvio-padrão das áreas, próximos a 0,0060 m².

Nota-se, inclusive, que os valores de áreas nos Sistemas RTM e LTM poderiam pertencer a um mesmo conjunto de dados, ou seja, a um sistema ou a outro. É claro que os resultados apresentados na Tabela 3 estão vinculados à posição definida antes da realização dos cálculos. Por isso, a simulação proposta nesta pesquisa permitiu uma análise, como a acima descrita, com um universo maior de dados e possibilidades.

Ressalta-se que todas as áreas simuladas também apresentaram baixos desvios-padrão. A Tabela 4 apresenta os maiores e os menores desvios encontrados entre todas as áreas simuladas em cada Sistema de Projeção TM.

Tabela 4 – Maiores e menores Desvios-Padrão das áreas projetadas

Sistema	Maiores Desvios-Padrão (m ²)					
	200m ²	300m ²	400m ²	450m ²	600m ²	800m ²
UTM	0,0161	0,0243	0,0321	0,0363	0,0480	0,0638
RTM	0,0047	0,0069	0,0093	0,0107	0,0140	0,0189
LTM	0,0022	0,0033	0,0043	0,0050	0,0065	0,0088
Sistema	Menores Desvios-Padrão (m ²)					
	200m ²	300m ²	400m ²	450m ²	600m ²	800m ²
UTM	0,0006	0,0008	0,0011	0,0010	0,0013	0,0016
RTM	0,0003	0,0005	0,0007	0,0007	0,0009	0,0012
LTM	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0004	0,0005

É possível verificar que as áreas projetadas no Sistema LTM apresentaram menores desvios-padrão que as demais, tendo cerca da metade dos valores das áreas projetadas no Sistema RTM. Já o Sistema UTM apresentou valores mais altos. O que se nota também é um comportamento crescente da variabilidade em função do aumento das áreas.

Dando sequência à análise, observa-se que as discrepâncias percentuais apresentadas em todas as áreas projetadas no Sistema UTM nas 272 regiões simuladas mostraram que as diferenças entre seus valores e aqueles simulados não chegaram a

cerca de 0,19%; portanto, está dentro dos 5% que preconiza o Código Civil Brasileiro e bem próximo ao valor de 0,2% exposto por Philips para as distorções superficiais causadas pela utilização do Sistema UTM (1997, apud HASENACK, 2000 – ver seção 2.2.4).

Acrescenta-se a isso o fato de que em cerca de 16,9% das 272 regiões simuladas (proximidades com a linha de secância do Fuso UTM, em qualquer altitude), essas distorções causadas pelo Sistema UTM estão abaixo da discrepância de 0,02% sugerida pelo autor supracitado como o ideal para a Cartografia Cadastral.

Por sua vez, no Sistema RTM, em 54% das regiões simuladas, a discrepância percentual se apresentou abaixo de 0,02%. Os outros 46% estavam em altitudes médias iguais a 1500m e/ou nos extremos do Fuso RTM.

Já o Sistema LTM se apresentou abaixo desse limar em 50% das vezes, estando apenas nas altitudes médias de 0m e 500m. Isso é, em maiores altitudes, esse Sistema de Projeção TM apresenta distorções superficiais maiores que o recomendado pelo citado autor.

Outro fato a ser destacado é que o tamanho das áreas das parcelas não alterou significativamente as discrepâncias percentuais entre a área projetada e a área simulada. Isso significa que essas discrepâncias dependeram apenas da posição da região simulada. A Tabela 5 mostra um pequeno extrato das discrepâncias percentuais para as áreas projetadas no Sistema UTM na latitude média de $-0^{\circ}03'00''$ a 0m de altitude.

Verifica-se, nos resultados apresentados na Tabela 5, que as discrepâncias percentuais variaram com a longitude média da região simulada, mas não com a dimensão da área. Apesar de essa tabela mostrar apenas um pequeno extrato dos resultados, afirma-se que esse fato se repetiu em todas as 272 regiões.

Devido a isso, os gráficos apresentados adiante foram confeccionados com a média das discrepâncias percentuais das 6 diferentes dimensões simuladas (200m², 300m², 400m², 450m², 600m² e 800m²).

As Figuras 25, 26, 27 e 28 apresentam os gráficos das discrepâncias percentuais das áreas projetadas em relação às áreas simuladas para as latitudes médias de $-0^{\circ} 03'$, -10° , -20° e -30° , respectivamente. Em cada figura são apresentados 4 gráficos, representando as altitudes médias de 0m, 500m, 1000m e 1500m, cada um.

Tabela 5 – Discrepâncias Percentuais nas áreas projetadas no Sistema UTM na latitude média de -0° 03' 00" a 0m de altitude

Longitude	Discrepâncias Percentuais (%)					
	200m ²	300m ²	400m ²	450m ²	600m ²	800m ²
-45°03'00"	-0,0798	-0,0798	-0,0798	-0,0798	-0,0798	-0,0798
-45°10'52"	-0,0789	-0,0789	-0,0789	-0,0789	-0,0789	-0,0789
-45°19'08"	-0,0768	-0,0768	-0,0767	-0,0768	-0,0768	-0,0767
-45°30'00"	-0,0722	-0,0722	-0,0722	-0,0721	-0,0722	-0,0722
-45°40'52"	-0,0658	-0,0656	-0,0656	-0,0657	-0,0656	-0,0657
-45°57'00"	-0,0523	-0,0523	-0,0523	-0,0522	-0,0522	-0,0523
-46°19'08"	-0,0265	-0,0266	-0,0267	-0,0263	-0,0266	-0,0265
-46°30'00"	-0,0110	-0,0111	-0,0110	-0,0111	-0,0109	-0,0112
-46°37'14"	5,51E-04	6,37E-04	4,70E-04	6,65E-04	7,10E-04	4,51E-04
-46°40'52"	0,0065	0,0068	0,0069	0,0065	0,0065	0,0064
-46°49'08"	0,0213	0,0215	0,0214	0,0215	0,0216	0,0212
-46°57'00"	0,0367	0,0364	0,0365	0,0367	0,0368	0,0367
-47°10'52"	0,0661	0,0659	0,0658	0,0658	0,0660	0,0660
-47°19'08"	0,0850	0,0848	0,0848	0,0851	0,0851	0,0848
-47°30'00"	0,1118	0,1119	0,1116	0,1116	0,1117	0,1115
-47°40'52"	0,1405	0,1408	0,1404	0,1409	0,1405	0,1405
-47°57'00"	0,1859	0,1858	0,1859	0,1858	0,1857	0,1858

As análises a seguir se baseiam na menor discrepância apresentada por cada Sistema de Projeção em cada região da metade do Fuso UTM. A partir dos gráficos mostrados é possível verificar que não há um único Sistema de Projeção TM que apresente sempre as menores discrepâncias percentuais para cada região simulada.

Nas quatro latitudes médias analisadas, verifica-se que, para H=0m, o Sistema LTM apresenta a menor discrepância percentual em quase todas as longitudes analisadas, com exceção das áreas entre as linhas de secância do Sistema RTM. Essas regiões são próximas aos limites dos Fusos LTM, onde há maior distorção na projeção TM, e aos meridianos centrais dos Fusos RTM.

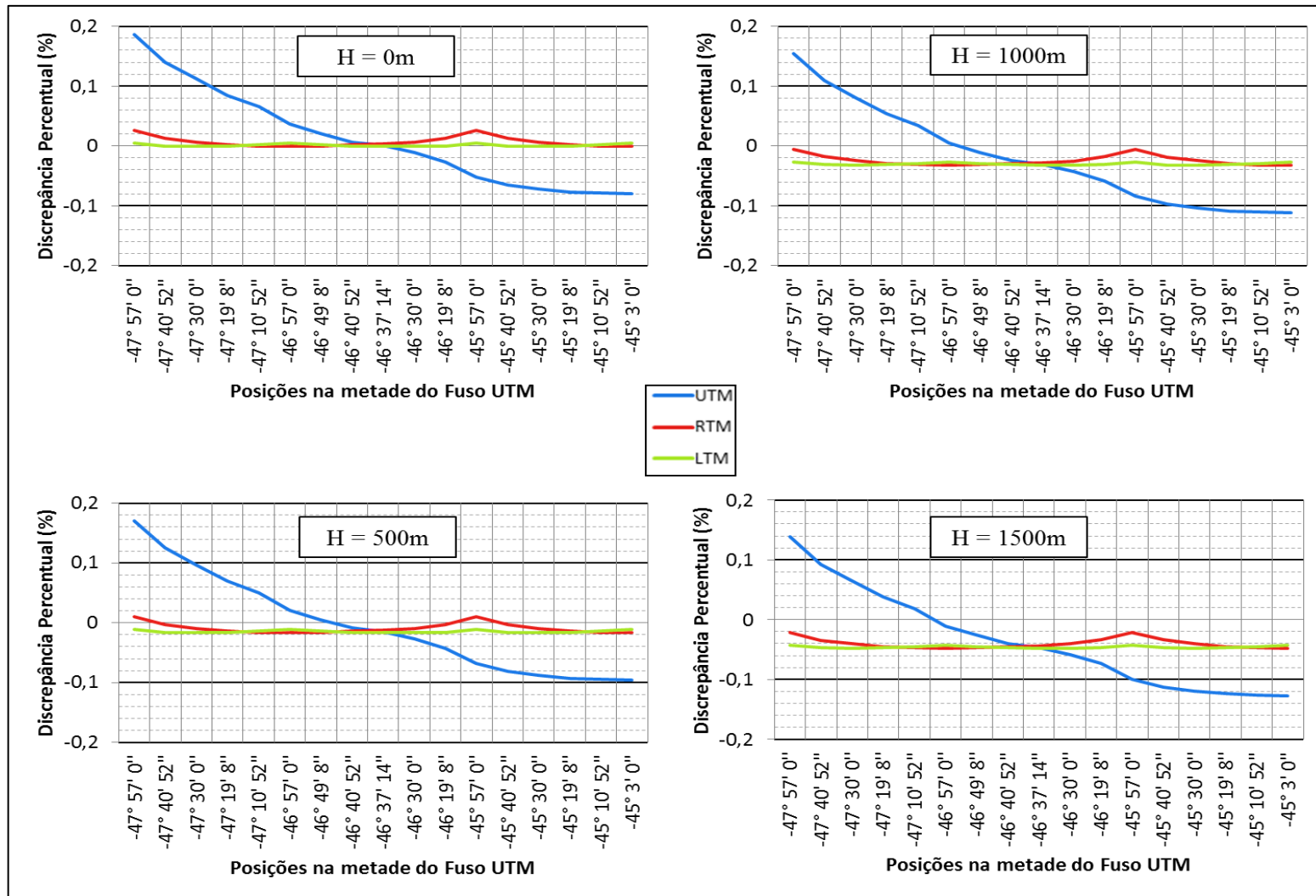


Figura 25 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de -0°03'. Fonte: o autor

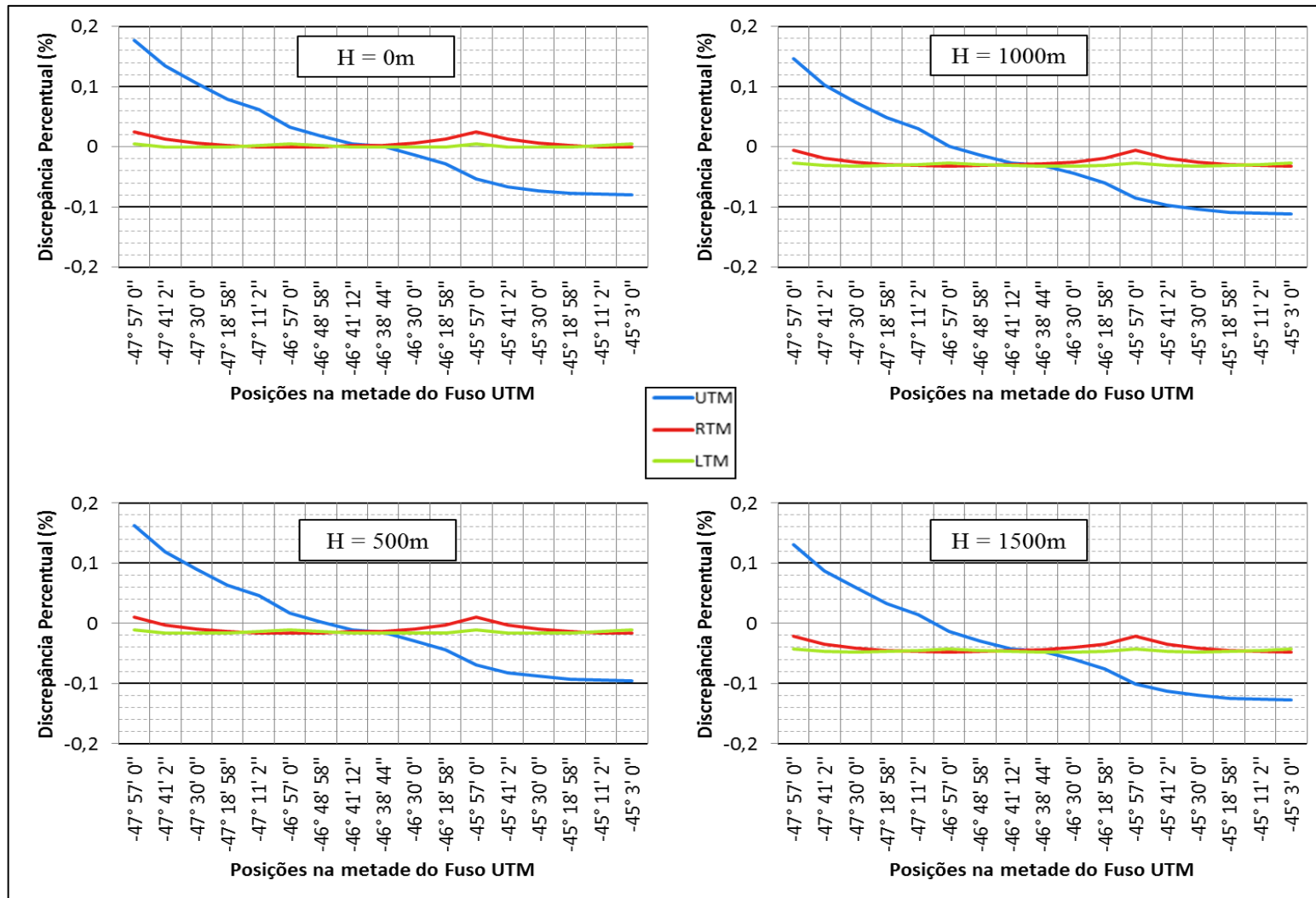


Figura 26 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de -10°. Fonte : o autor

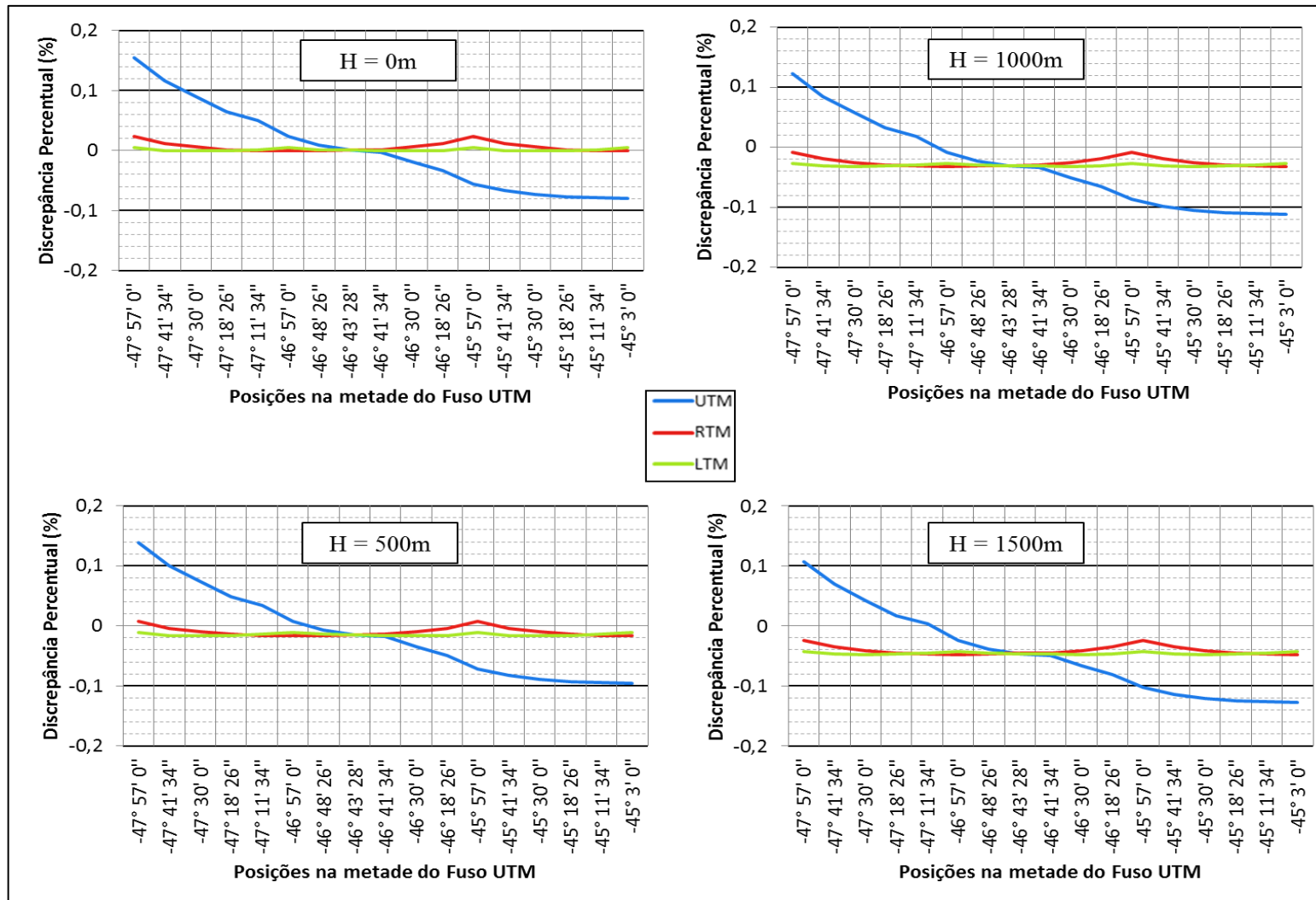


Figura 27 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de -20°. Fonte: o autor

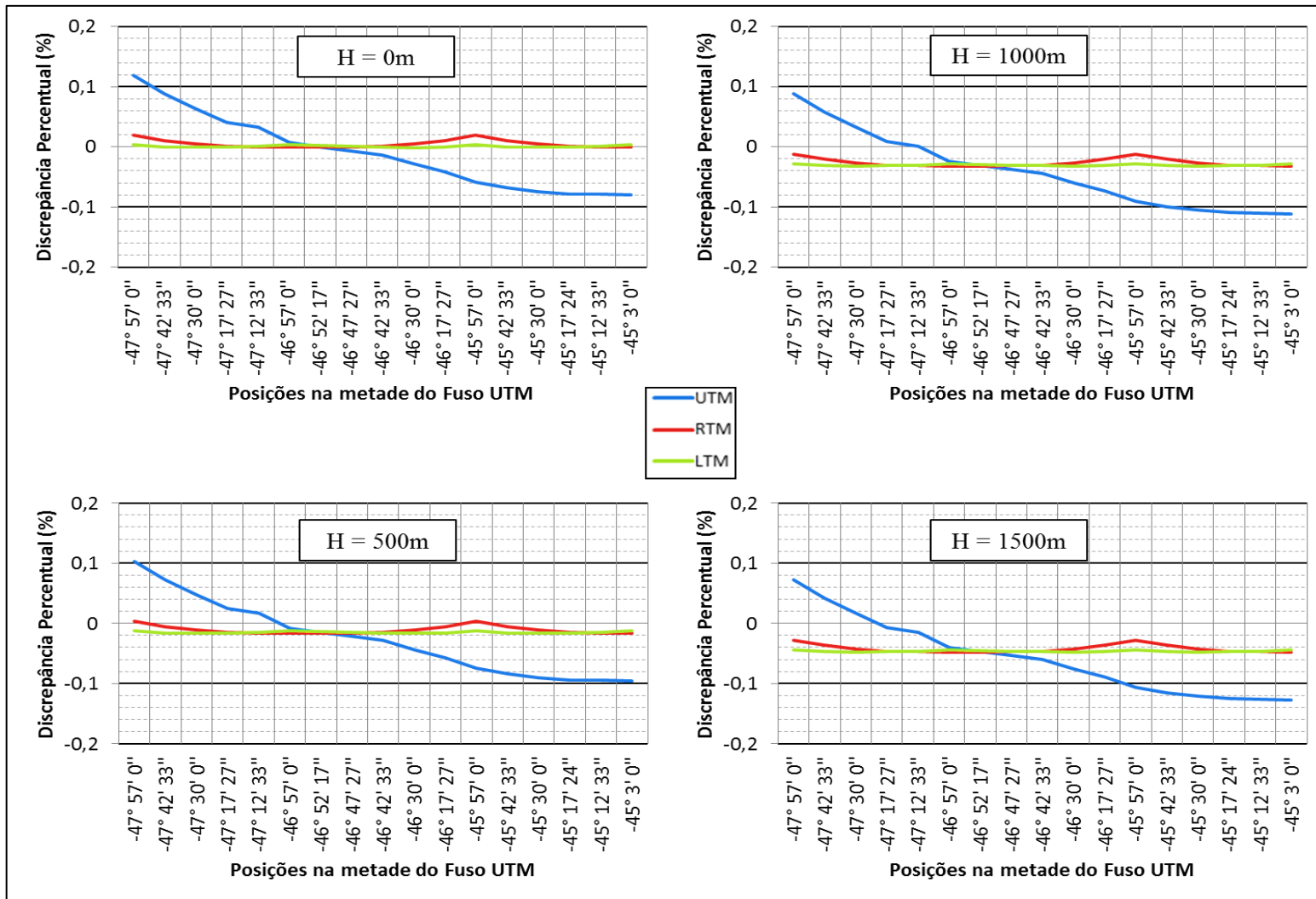


Figura 28 – Gráficos das Discrepâncias Percentuais na latitude média de -30°. Fonte: O autor.

Percebe-se também que nas proximidades da longitude de -46° , as discrepâncias percentuais do Sistema LTM atingem seu maior valor, mas ainda assim são menores que as apresentadas pelo Sistema RTM, pois nessa região também se encontra um limite do fuso desse sistema.

Isso significa que nos limites dos dois fusos (LTM e RTM) a menor distorção ocorre no Sistema LTM, uma vez que ele possui um fuso reduzido e, conseqüentemente, uma distância menor entre o meridiano limite desse fuso e a linha de secância, implicando em menores distorções do que aquelas presentes no fuso RTM.

Ainda em $H=0\text{m}$, o Sistema UTM apresenta as menores discrepâncias apenas nas proximidades da linha de secância do seu fuso, ou seja, nas longitudes iguais a $-46^\circ 37' 14''$, $-46^\circ 38' 44''$, $-46^\circ 43' 28''$ e $-46^\circ 52' 17''$ para as latitudes de $-0^\circ 3'$, -10° , -20° e -30° , respectivamente. É importante ressaltar que em $H=0\text{m}$ o comportamento apresentado na superfície topográfica é exatamente o mesmo para o elipsoide para os três Sistemas de Projeção TM.

Com $H=500\text{m}$, as menores discrepâncias percentuais entre os Sistemas LTM e RTM se alternam, quando comparadas à análise anterior. Agora, o Sistema LTM apresenta-se como o mais adequado para representar as áreas entre as linhas de secância do Sistema RTM.

Já nas proximidades da longitude de -46° , onde estão os limites de ambos os fusos, as discrepâncias percentuais entre eles são praticamente iguais quando a região está nas imediações da Linha do Equador. Verifica-se, nas Figuras 26, 27 e 28, que quanto maior a latitude média da região menores são as distorções superficiais apresentadas pelo Sistema RTM.

Esse fato pode ser explicado pela maior proximidade da linha de secância com as bordas dos fusos em maiores latitudes, o que incorre no coeficiente de distorção linear (K_{TM}) mais próximo a 1. Associado a isso está o fator de redução topográfica (c) para a altitude média de 500m , o que pode ter provocado maior redução nas representações do Sistema LTM, já que, nessa região analisada, $K_{LTM} < K_{RTM}$.

Ainda para $H=500\text{m}$, o Sistema UTM apresenta menores discrepâncias percentuais que os demais sistemas entre sua linha de secância e o meridiano central do Sistema RTM próximo a ela, isso é, na longitude -47° . Uma exceção ocorre próximo à latitude média de -30° , em que essa amplitude se estende até as adjacências da linha de secância leste do Fuso LTM, ou seja, $-47^\circ 17' 27''$.

Na sequência, em $H=1000\text{m}$, o Sistema LTM é o que apresenta as menores distorções superficiais nas imediações do meridiano central do Fuso UTM. Depois disso, entre a subsequente linha de secância LTM e a linha de secância do Fuso UTM, as menores discrepâncias percentuais são apresentadas no Sistema RTM.

A partir desse ponto, o Sistema UTM apresenta menores distorções superficiais percorrendo toda a região entre as linhas de secância do próximo Fuso RTM. Daí, o Sistema RTM volta a ser o que apresenta menores discrepâncias. Uma ressalva se faz na região próxima à latitude de -30° , onde o Sistema UTM ainda é mais adequado entre a linha de secância de seu fuso e o meridiano central do último Fuso LTM ($-47^\circ30'$).

Praticamente toda a análise feita para a altitude média anterior é repetida para $H=1500\text{m}$. A única diferença se dá nos valores das discrepâncias percentuais, que são menores para essa altitude média.

É importante destacar que, apesar de apresentar as maiores variâncias de todas as áreas simuladas, nem sempre o Sistema UTM é aquele que apresenta maiores discrepâncias percentuais entre os valores projetados e os correspondentes na superfície topográfica.

Em maiores altitudes e maiores latitudes, aumenta-se também a área percentual em que o Sistema UTM se mostra mais adequado que os outros dois. Pode-se citar como exemplo que, nas proximidades com a Linha do Equador e com $H=1500\text{m}$, esse sistema tem menores distorções entre $-46^\circ37'14''$ e $-47^\circ10'52''$. Já com a latitude média nas imediações de -30° e mesma altitude, tal condição se dá entre $-46^\circ52'17''$ e $-47^\circ30'$, proporcionando $4'39''$ a mais em extensão longitudinal.

Isso implica, para a latitude média de 0° , em uma amplitude da melhor adequação do Sistema UTM de cerca de 62.400m , dos possíveis 333.958m , na metade do Fuso UTM, o que corresponde a 18% do total. Já para a latitude média de -30° , essa amplitude é de 60.652m , dos 289.450m presentes na mesma metade do Fuso UTM, correspondendo a 20%.

4.1.2. Teste de média

Apesar de as parcelas terem sido criadas aleatoriamente, o teste de Shapiro-Wilk demonstrou que as suas áreas calculadas em todos os Sistemas de Projeção TM não apresentaram distribuição normal em nenhuma região. Por isso, o teste de média utilizado foi o de Wilcoxon.

No Sistema UTM, tal teste detectou igualdade estatística apenas na média das áreas simuladas de 200m² (média igual a 200,0004m²), na região localizada na latitude média de -30°, longitude média de -46°52'17" (linha de secância do Fuso UTM) e altitude média de 0m. Nenhuma das outras dimensões simuladas de qualquer região teve representatividade estatística nesse Sistema de Projeção.

Por sua vez, no Sistema RTM, houve 5 regiões cujas áreas médias foram iguais às áreas simuladas, conforme mostra a Tabela 6. Percebe-se que todas estão nas proximidades da linha de secância, com altitude média igual a 0m e nas latitudes médias de -20° e -30°.

Contudo, esse fato não garantiu que todas as demais áreas tivessem suas médias estatisticamente iguais. Houve apenas uma região com mais de um caso, como indicado nas linhas 2 e 4 da Tabela 6. Atribui-se essa coincidência, então, ao acaso, e não à modelagem matemática.

Tabela 6 – Áreas no Sistema RTM com médias estatisticamente iguais

id	Área Simulada (m ²)	Área Média (m ²)	Longitude Média	Linha de Secância	Latitude Média	Altitude Média (m)
1	450	450,0001	-46°48'26"	Sim	-20°	0
2	450	450,0002	-45°12'33"	Sim	-30°	0
3	600	600,0001	-47°12'33"	Sim	-30°	0
4	800	800,0002	-45°12'33"	Sim	-30°	0
5	800	800,0001	-46°47'27"	Sim	-30°	0

Por fim, no Sistema LTM foram encontradas 24 áreas simuladas estatisticamente iguais às suas médias. Assim como ocorreu no Sistema RTM, algumas regiões apresentaram mais de um resultado positivo para a representatividade das áreas simuladas, como pode ser visto na Tabela 7, destacando-se as linhas 5, 16 e 24; 6, 12 e 23; 8 e 7; 9 e 13; 11 e 22.

Tabela 7 – Áreas no Sistema LTM com médias estatisticamente iguais

Id	Área Simulada (m ²)	Área Média (m ²)	Longitude Média	Linha de Secância	Latitude Média	Altitude Média (m)
1	200	200,0001	-45°40'52"	Sim	-0°03'	0
2	200	200,0001	-47°41'02"	Sim	-10°	0
3	200	200,0000	-46°18'26"	Sim	-20°	0
4	200	200,0001	-46°42'33"	Sim	-30°	0
5	200	200,0001	-47°42'33"	Sim	-30°	0
6	300	300,0001	-47°17'27"	Sim	-30°	0
7	450	450,0001	-46°19'08"	Sim	-0°03'	0
8	450	450,0002	-46°40'52"	Sim	-0°03'	0
9	450	450,0001	-45°18'58"	Sim	-10°	0
10	450	450,0001	-47°18'58"	Sim	-10°	0
11	450	450,0001	-46°17'27"	Sim	-30°	0
12	450	450,0001	-47°17'27"	Sim	-30°	0
13	600	600,0001	-45°18'58"	Sim	-10°	0
14	600	600,0002	-45°41'02"	Sim	-10°	0
15	600	600,0002	-47°17'27"	Sim	-30°	0
16	600	600,0002	-47°42'33"	Sim	-30°	0
17	800	800,0003	-46°40'52"	Sim	-0°03'	0
18	800	800,0003	-45°18'26"	Sim	-20°	0
19	800	800,0003	-46°41'34"	Sim	-20°	0
20	800	800,0003	-47°18'26"	Sim	-20°	0
21	800	800,0003	-45°42'33"	Sim	-30°	0
22	800	800,0003	-46°17'27"	Sim	-30°	0
23	800	800,0002	-47°17'27"	Sim	-30°	0
24	800	800,0003	-47°42'33"	Sim	-30°	0

É importante ressaltar que, nessa análise e diante de todo o universo de dados, essa quantidade de casos positivos para a igualdade estatística não é significativa para se afirmar que as distorções superficiais dos Sistemas de Projeções TM podem ser negligenciadas.

Além disso, todos os casos em que a média era estatisticamente igual ao valor de área simulado se situavam nas intermediações das linhas de secância e na altitude igual a 0m, ou seja, estavam próximas ao elipsoide. Logo, é possível constatar que a proximidade com essas posições não garantiu a igualdade estatística das médias em todas as regiões simuladas.

Tal fato permite afirmar que não é apenas a modelagem matemática dos Sistemas de Projeções TM que influenciam o grau de deformação superficial, mas também as dimensões, as orientações e o posicionamento das parcelas dentro do Fuso TM.

No entanto, é claro que não é apenas a comparação estatística entre a média das áreas e o valor simulado que vai dizer se determinado Sistema de Projeção TM é mais ou menos adequado para representar alguma região. Dentro do conjunto de dados simulados, é possível verificar que, para $H=0m$, a grande maioria das médias calculadas apresentava um valor próximo ao da área simulada.

4.1.3. Análise de incertezas através de discrepâncias percentuais

Conforme demonstrado no tópico 3.3.3.1, realizaram-se os cálculos dos desvios posicionais necessários para que a incerteza da área calculada correspondesse à discrepância percentual entre a média das áreas projetadas e a área simulada. A Tabela 8 mostra as discrepâncias percentuais máximas encontradas em cada dimensão de área, para cada Sistema de Projeção TM, independente da região simulada.

Tabela 8 – Discrepâncias percentuais máximas

Área (m ²)	Discrepância Percentual Máxima (%)		
	UTM	RTM	LTM
200	0,185961	0,048062	0,048131
300	0,185876	0,048053	0,048133
400	0,185971	0,048056	0,048131
450	0,185846	0,048061	0,048133
600	0,185701	0,048062	0,048132
800	0,185818	0,048062	0,048132

A seguir, apresenta-se a Tabela 9, a qual exhibe as variâncias das áreas, considerando as discrepâncias percentuais apresentadas na Tabela 8. Ressalta-se que tais variâncias foram calculadas multiplicando-se as discrepâncias percentuais pelo valor da área correspondente e elevando-se esse resultado ao quadrado.

Tabela 9 – Variância das áreas

Área (m ²)	Variância das áreas – σ_A^2 (m ⁴)		
	UTM	RTM	LTM
200	0,138326	0,009239	0,009266
300	0,310948	0,020782	0,020851
400	0,553366	0,036950	0,037066
450	0,699408	0,046775	0,046915
600	1,241461	0,083159	0,083403
800	2,209820	0,147842	0,148268

Dentre os valores simulados, as áreas de 300m², 400m² e 600m² podem ser formadas por dois diferentes conjuntos de testada e profundidade, quais sejam:

- 300m² = 10 x 30 ou 15 x 20;
- 400m² = 10 x 40 ou 20 x 20;
- 600m² = 15 x 40 ou 20 x 30.

Por isso, no cálculo das derivadas parciais, essas áreas foram repetidas. A Tabela 10 apresenta as coordenadas locais dos 4 vértices de cada parcela e a Tabela 11, adiante, traz o resultado das derivadas parciais.

Tabela 10 – Coordenadas locais dos lotes simulados

Área	Vértice 1 (m)		Vértice 2 (m)		Vértice 3 (m)		Vértice 4 (m)	
	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y
200m ² (10mx20m)	0	0	0	10	10	10	10	0
300m ² (10mx30m)	0	0	0	30	10	30	10	0
300m ² (15mx20m)	0	0	0	20	15	20	15	0
400m ² (10mx40m)	0	0	0	40	10	40	10	0
400m ² (20mx20m)	0	0	0	20	20	20	20	0
450m ² (15mx30m)	0	0	0	30	15	30	15	0
600m ² (15mx40m)	0	0	0	40	15	40	15	0
600m ² (20mx30m)	0	0	0	30	20	30	20	0
800m ² (20mx40m)	0	0	0	40	20	40	20	0

Aplicando esses dados na Equação 81, foram obtidas as variâncias posicionais e, conseqüentemente, os desvios-padrão posicionais (mostrados na Tabela 12, adiante)

necessários para que as incertezas das áreas correspondessem aos valores apresentados pelas discrepâncias percentuais entre a média das áreas projetadas e as simuladas.

Tabela 11 – Somatório das derivadas parciais

Área	$\left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial A}{\partial X_i}\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial A}{\partial Y_i}\right)^2$
200m ² (10mx20m)	500
300m ² (10mx30m)	1000
300m ² (15mx20m)	625
400m ² (10mx40m)	1700
400m ² (20mx20m)	800
450m ² (15mx30m)	1125
600m ² (15mx40m)	1825
600m ² (20mx30m)	1300
800m ² (20mx40m)	2000

Tabela 12 – Desvios-posicionais máximos

Área	Desvios-Padrão Posicionais – σ_v (m)		
	UTM	RTM	LTM
200m ² (10mx20m)	0,0166	0,0043	0,0043
300m ² (10mx30m)	0,0176	0,0046	0,0046
300m ² (15mx20m)	0,0223	0,0058	0,0058
400m ² (10mx40m)	0,0180	0,0047	0,0047
400m ² (20mx20m)	0,0263	0,0068	0,0068
450m ² (15mx30m)	0,0249	0,0064	0,0065
600m ² (15mx40m)	0,0261	0,0068	0,0068
600m ² (20mx30m)	0,0309	0,0080	0,0080
800m ² (20mx40m)	0,0332	0,0086	0,0086

Verifica-se que os maiores valores são encontrados nas áreas projetadas no Sistema UTM. Ainda assim, o maior desvio-padrão posicional não ultrapassa o valor de 3,4cm. Nota-se também que para os Sistemas RTM e LTM os desvios não chegam a 1cm.

Analisando-se os resultados apresentados na Tabela 12, observa-se que um desvio posicional maior do que os apresentados para cada dimensão e em cada Sistema

de Projeção TM gera uma incerteza na área maior do que a distorção superficial causada pela projeção.

Cita-se como exemplo um levantamento topográfico cadastral de uma parcela retangular com 10m x 20m, totalizando 200m². Assumindo-se uma incerteza posicional nos vértices igual a 3cm, como sugerido por Brandão (2003) como precisão posicional máxima permitida, tem-se uma incerteza na área igual a 0,670820m².

Esse valor corresponde a 0,335410% de 200m², sendo 1,8 vezes maior do que a máxima discrepância percentual causada pela distorção superficial do Sistema UTM para parcelas de 200m² (0,185961%), conforme pode ser observado na Tabela 8, apresentada anteriormente.

Por outro lado, aplicando-se a mesma precisão posicional dos vértices em uma parcela de 800m², com dimensões lineares de 20m x 40m, tem-se como resultado uma incerteza superficial igual a 1,341641m², a qual corresponde a 0,167705% da área total. Esse valor é menor do que a máxima discrepância percentual causada pela distorção superficial do Sistema UTM.

Então, para parcelas com essas dimensões (800m²) localizadas em regiões no Fuso UTM, onde há as maiores distorções lineares e superficiais, ou seja, nos meridianos limítrofes e a baixas altitudes, não é adequado utilizar o Sistema UTM na Cartografia Cadastral quando se adotar 3cm como precisão posicional máxima permitida. Por sua vez, ao se utilizar a precisão posicional máxima de 8cm, conforme sugeriu Luz (2013), esse problema deixa de existir.

A metodologia proposta se limitou às dimensões superficiais apresentadas, com máxima área igual a 800m². Analisando-se a Tabela 12, é perceptível que quanto maior é a área e quanto mais próxima de um quadrado é sua forma maior é o desvio-padrão posicional máximo para que não seja percebida a distorção causada pelo Sistema de Projeção TM.

Extrapolando-se os resultados apresentados, pode-se inferir que para parcelas com áreas maiores que 800m² a sua representação cartográfica cadastral só seria possível com o Sistema UTM se a precisão posicional máxima permitida fosse maior.

Registra-se que não se pode negligenciar os efeitos das distorções superficiais causadas pela utilização do Sistema UTM em função do estabelecimento de uma precisão posicional máxima permitida.

Contudo, estabelecer um patamar para as incertezas posicionais e, por consequência, também para as superficiais é aceitar a existência de uma discrepância

entre o valor medido e o valor provável da área da parcela. Como visto nos resultados apresentados pela simulação, essa discrepância aceitável pode ser maior do que aquela provocada por uma distorção do Sistema de Projeção UTM.

4.2. Validação de campo

Os valores de áreas obtidos pelos levantamentos foram comparados ao valor tido como referência. Esse procedimento foi adotado para verificar que os vários métodos e sistemas de coordenadas adotados em levantamentos cadastrais geram áreas diferentes para uma mesma parcela. Essas diferenças estão dentro do contexto das incertezas das áreas calculadas a partir das incertezas posicionais.

4.2.1. Resultados do levantamento

Os resultados do levantamento das dimensões lineares e angulares de referência da parcela são apresentados adiante.

A Tabela 13 apresenta as 6 distâncias calculadas a partir do emprego da mira horizontal, bem como seus desvios-padrão, propagados dos desvios-padrão das direções, conforme demonstra o Apêndice A. Da mesma forma, na Tabela 14 estão os 8 ângulos e seus desvios-padrão, obtidos a partir do método das direções com reiterações, cujos cálculos se encontram no Apêndice B.

Tabela 13 – Distâncias calculadas dos alinhamentos da parcela do LEA

Alinhamento	Distância (m)	Desvio-Padrão (mm)
d_{AB}	9,9988	4,5
d_{BC}	9,9913	10,0
d_{CD}	9,9956	5,9
d_{DA}	10,0045	5,8
d_{AC}	14,1497	7,8
d_{BD}	14,1422	9,5

Tabela 14 – Ângulos calculados entre os alinhamentos da parcela do LEA

Ângulos	°	'	"	Desvio (")
α_1	44	57	56,43	48,00
α_2	45	3	4,28	14,36
α_3	44	59	35,63	15,71
α_4	44	59	38,52	13,37
α_5	45	1	22,48	17,46
α_6	45	0	59,68	12,90
α_7	44	59	20,60	9,31
α_8	44	57	58,58	26,12

Já a Tabela 15 mostra o resultado das coordenadas e seus desvios-padrão estimados através do ajustamento livre das observações do levantamento dos vértices da parcela, bem como a área calculada e sua incerteza.

Tabela 15 – Coordenadas dos vértices para o cálculo da área de referência

Vértice	X (m)	σ_X (mm)	Y (m)	σ_Y (mm)
A	100,002	3,0	99,998	5,2
B	99,996	2,7	109,998	4,3
C	109,998	3,0	110,011	1,8
D	110,008	2,6	100,010	4,1
Área (m ²)	100,041264			
Desvio Área (m ²)	0,0129			

Por outro lado, através do ajustamento livre, as observações lineares e angulares também foram ajustadas, conforme apresentam as Tabelas 16 e 17, a seguir.

Tabela 16 – Distâncias ajustadas dos alinhamentos da parcela do LEA

Alinhamento	Distância (m)	Desvio-Padrão (mm)
d_{AB}	10,000	3,9
d_{BC}	10,001	4,2
d_{CD}	10,001	3,9
d_{DA}	10,006	4,1
d_{AC}	14,149	6,5
d_{BD}	14,141	5,6

Tabela 17 – Ângulos ajustados entre os alinhamentos da parcela do LEA

Ângulos	°	'	"	Desvio (")
α1	44	59	38,6	31,3
α2	45	2	21,8	44,7
α3	44	59	32,6	16,3
α4	44	58	27,1	26,0
α5	45	1	22,5	18,7
α6	45	0	34,7	32,0
α7	44	59	23,0	9,9
α8	44	57	20,5	26,9

Verifica-se, na Tabela 16, que as distâncias laterais estimadas através do ajustamento livre têm suas dimensões lineares próximas a 10m, tal como se buscou realizar na locação dos parafusos em campo. Há que se destacar que o diâmetro do buraco na cabeça do parafuso é superior a 5mm, possibilitando o aumento da incerteza da medição das distâncias. Ressalta-se também que os desvios-padrão aumentaram em relação aos obtidos no levantamento de campo.

Por outro lado, de acordo com a Tabela 17, os ângulos ajustados apresentaram resíduos relativamente grandes, estando alguns na ordem de minutos. As variâncias propagadas aos ângulos no levantamento de campo foram altas, apresentando, portanto, baixas precisões. Ainda assim, conforme se observa na Tabela 15, essas incertezas não foram tão significativas quando propagadas às incertezas das coordenadas estimadas.

A área calculada a partir dessas coordenadas, através do método de Gauss, foi de 100,041264m². Esse é o valor usado como referência para todas as análises de discrepância percentual, apresentadas adiante, na seção 4.2.2.

Para isso, as coordenadas dos vértices das parcelas foram calculadas nos demais sistemas de coordenadas. A Tabela 18 apresenta tais coordenadas no Sistema Local.

Tabela 18 – Coordenadas Locais dos vértices das parcelas

Coordenadas	Local Convencionada Estação Total	STL (ABNT) Relativo Estático	SGL Relativo Estático	STL (ABNT) Relativo RTK	SGL Relativo RTK
X _A	150006,271	150006,271	150006,271	150006,274	150006,274
Y _A	249998,716	249998,709	249998,709	249998,704	249998,704
X _B	150015,353	150015,351	150015,351	150015,361	150015,361
Y _B	249994,520	249994,533	249994,533	249994,537	249994,537
X _C	150011,199	150011,176	150011,176	150011,192	150011,192
Y _C	249985,465	249985,461	249985,461	249985,445	249985,445
X _D	150002,063	150002,087	150002,087	150002,094	150002,094
Y _D	249989,613	249989,620	249989,620	249989,606	249989,606

A Figura 29 apresenta o gráfico de discrepância entre as coordenadas em cada sistema apresentado na Tabela 18, tomando como referência as coordenadas locais convencionadas.

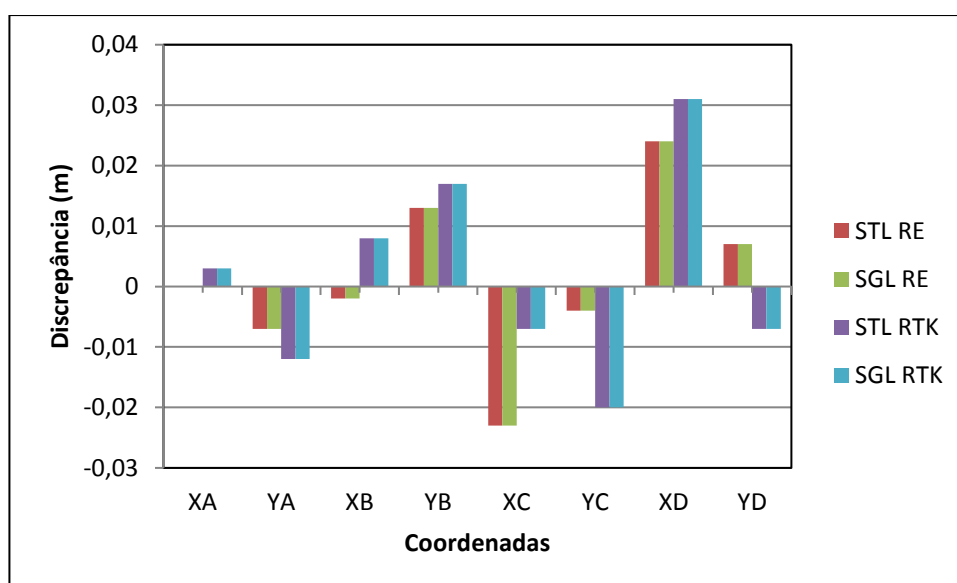


Figura 29 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas locais. Fonte: o autor.

Verifica-se que, com exceção de X_C, em todas as outras componentes as discrepâncias das coordenadas obtidas com o RTK foram maiores. É necessário ressaltar novamente que o presente trabalho não visa avaliar métodos e equipamentos no levantamento cadastral. Esta análise de discrepâncias serve apenas para ilustrar o quão

dispersas estão as coordenadas umas das outras a partir dos levantamentos cadastrais realizados.

Dando continuidade, a Tabela 19 apresenta as coordenadas no Sistema UTM. Observa-se também, através da Figura 30, o gráfico das discrepâncias entre essas coordenadas, utilizando-se como referência aquelas obtidas pelo método de levantamento topográfico com Estação Total.

Tabela 19 – Coordenadas UTM dos vértices da parcela

Coordenadas	UTM Estação Total	UTM Relativo Estático	UTM Relativo RTK
E _A	721817,167	721817,172	721817,177
N _A	7702438,493	7702438,485	7702438,482
E _B	721826,205	721826,197	721826,207
N _B	7702434,183	7702434,190	7702434,193
E _C	721821,933	721821,902	721821,917
N _C	7702425,180	7702425,173	7702425,157
E _D	721812,855	721812,868	721812,875
N _D	7702429,447	7702429,451	7702429,438

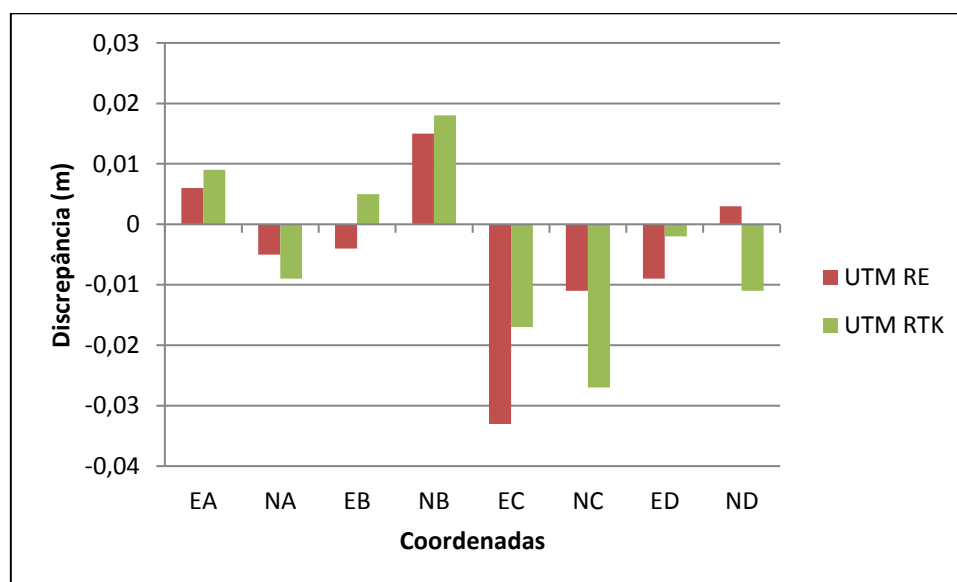


Figura 30 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas UTM. Fonte: o autor

Nota-se agora que, além da componente X (E) do ponto C, a coordenada X_D também apresenta maior discrepância para o Posicionamento GNSS Relativo Estático.

As coordenadas calculadas no Sistema RTM e suas discrepâncias em relação àquelas obtidas com Estação Total estão presentes na Tabela 20 e na Figura 31, respectivamente.

Tabela 20 – Coordenadas RTM dos vértices da parcela

Coordenadas	RTM Estação Total	RTM Relativo Estático	RTM Relativo RTK
X _A	413602,277	413602,283	413602,286
Y _A	2702988,325	2702988,320	2702988,316
X _B	413611,363	413611,359	413611,368
Y _B	2702984,123	2702984,138	2702984,141
X _C	413607,210	413607,177	413607,193
Y _C	2702975,081	2702975,070	2702975,054
X _D	413598,101	413598,092	413598,099
Y _D	2702979,233	2702979,236	2702979,222

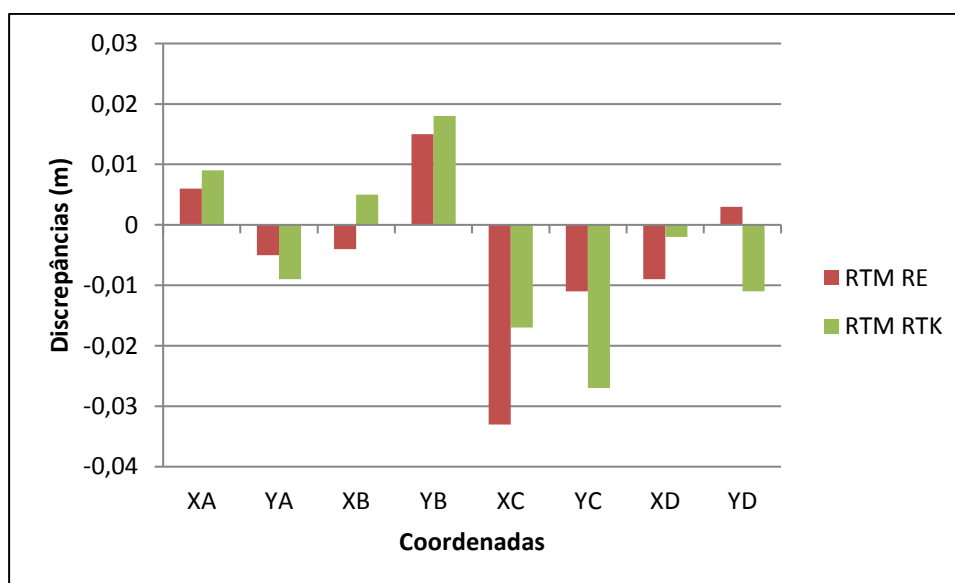


Figura 31 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas RTM. Fonte: o autor

O comportamento das discrepâncias é praticamente idêntico ao exposto no gráfico anterior.

Por fim, apresentam-se as coordenadas LTM na Tabela 21 e seu respectivo gráfico de discrepâncias na Figura 32.

Tabela 21 – Coordenadas LTM dos vértices da parcela

Coordenadas	LTM Estação Total	LTM Relativo Estático	LTM Relativo RTK
X _A	161536,067	161536,073	161536,076
Y _A	2702949,866	2702949,861	2702949,856
X _B	161545,162	161545,162	161545,171
Y _B	2702945,691	2702945,707	2702945,710
X _C	161541,037	161541,008	161541,024
Y _C	2702936,638	2702936,626	2702936,610
X _D	161531,910	161531,911	161531,917
Y _D	2702940,764	2702940,763	2702940,750

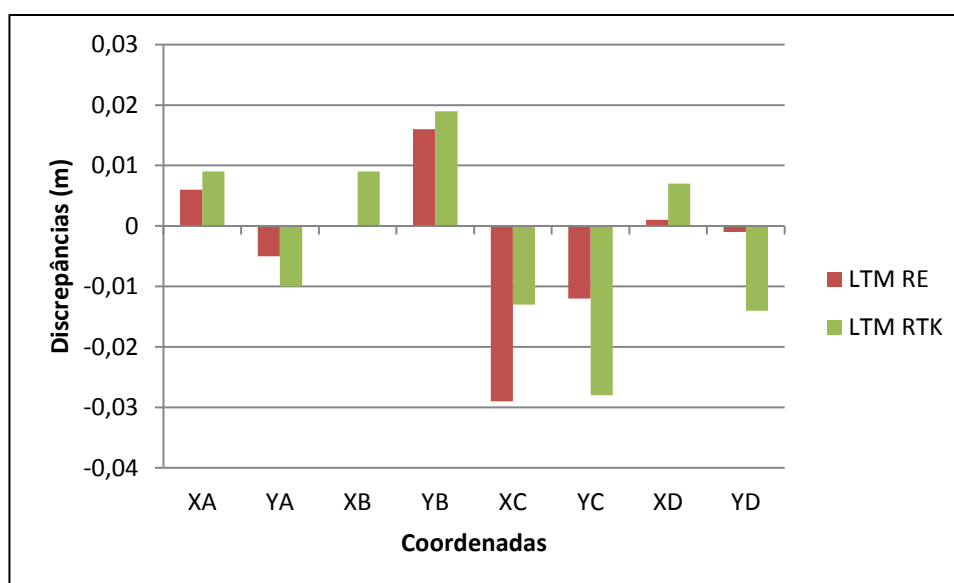


Figura 32 – Gráfico de discrepância entre as coordenadas LTM. Fonte: o autor

Através da Figura 32 é possível verificar que novamente apenas a componente X do ponto C possui maior discrepância para o Posicionamento Relativo Estático. É notável também que algumas coordenadas diminuíram a divergência em relação ao referencial escolhido para a análise gráfica.

A partir da análise dos gráficos apresentados nas Figuras 29 a 32, é possível constatar que as discrepâncias só foram maiores que 3cm nas coordenadas: X_C do Sistema RTM obtida pelo Posicionamento GNSS Relativo Estático; E_C do Sistema RTM obtida pelo Posicionamento GNSS Relativo Estático e; X_D nos Sistemas Topográfico Local e Geodésico Local obtidas pelo Posicionamento GNSS RTK.

Ressalta-se que no Sistema LTM todas as discrepâncias apresentaram-se abaixo desse valor.

Isso significa que, tomando como referência as coordenadas obtidas através do levantamento topográfico com Estação Total, os demais levantamentos apresentaram discrepância próximas ao limite de 3cm, valor esse sugerido por Brandão (2003) como a precisão posicional para o levantamento cadastral e a representação dos limites das parcelas.

Julga-se, portanto, que esse fato valida a utilização dessas coordenadas para os cálculos das áreas neste trabalho. Como simplificação metodológica, considera-se que essas discrepâncias poderiam ser as acurácias das coordenadas obtidas através de qualquer um dos levantamentos cadastrais realizados nesta pesquisa. Com valores extremos de discrepâncias das coordenadas próximos a um limiar, é possível verificar se há influência significativa na avaliação das áreas calculadas.

4.2.2. Análise de incertezas através das discrepâncias percentuais

Outra simplificação necessária para a realização dessa análise é considerar que as discrepâncias percentuais são iguais às incertezas percentuais calculadas em relação à área de referência. Assim, através da propagação inversa de variância, verifica-se qual deveria ser o desvio-padrão posicional dos vértices necessário para provocar tal incerteza superficial no cálculo da área da parcela. Esse processo é semelhante ao realizado na simulação apresentada anteriormente.

A Tabela 22 apresenta os valores de áreas calculados através da aplicação do método de Gauss nas coordenadas obtidas pelos métodos de levantamento e em cada sistema de coordenada.

Tabela 22 – Desvios Posicionais necessários para provocar as discrepâncias nas áreas

Levantamento	Área (m ²)	Discrepância (%)	Discrepância em Área (m ²)	Desvio Posicional (m)
$\hat{Área}_{Topo}^{ET}$	100,163986	-0,122672	-0,122723	0,0087
$\hat{Área}_{UTM}^{ET}$	99,905060	0,136147	0,136204	0,0096
$\hat{Área}_{RTM}^{ET}$	99,905060	0,136147	0,136204	0,0096
$\hat{Área}_{LTM}^{ET}$	100,077606	-0,036327	-0,036342	0,0026
$\hat{Área}_{STL}^{RE}$	100,077606	-0,036327	-0,036342	0,0026
$\hat{Área}_{SGL}^{RE}$	100,154297	-0,112987	-0,113033	0,0080
$\hat{Área}_{UTM}^{RE}$	99,925781	0,115435	0,115483	0,0082
$\hat{Área}_{RTM}^{RE}$	100,091797	-0,050513	-0,050533	0,0036
$\hat{Área}_{LTM}^{RE}$	99,880859	0,160338	0,160404	0,0113
$\hat{Área}_{STL}^{RTK}$	99,883789	0,157410	0,157475	0,0111
$\hat{Área}_{SGL}^{RTK}$	100,056641	-0,015371	-0,015377	0,0011
$\hat{Área}_{UTM}^{RTK}$	99,886597	0,154603	0,154667	0,0109
$\hat{Área}_{RTM}^{RTK}$	99,887207	0,153993	0,154057	0,0109
$\hat{Área}_{LTM}^{RTK}$	100,059082	-0,017811	-0,017818	0,0013
$\hat{Área}_{Referência}$	100,041264			

onde,

- $\hat{Área}_{Topo}^{ET}$ → área calculada no Sistema Topográfico Local com levantamento por Estação Total;
- $\hat{Área}_{UTM}^{ET}$ → área calculada no Sistema UTM com levantamento por Estação Total;
- $\hat{Área}_{RTM}^{ET}$ → área calculada no Sistema RTM com levantamento por Estação Total;
- $\hat{Área}_{LTM}^{ET}$ → área calculada no Sistema LTM com levantamento por Estação Total;
- $\hat{Área}_{STL}^{RE}$ → área calculada no Sistema Topográfico Local (STL), conforme a NBR 14.166 (ABNT, 1998);
- $\hat{Área}_{SGL}^{RE}$ → área calculada no Sistema Geodésico Local (SGL);
- $\hat{Área}_{UTM}^{RE}$ → área calculada no Sistema UTM;
- $\hat{Área}_{RTM}^{RE}$ → área calculada no Sistema RTM;
- $\hat{Área}_{LTM}^{RE}$ → área calculada no Sistema LTM;

- $\text{Área}_{STL}^{RTK} \rightarrow$ área calculada no Sistema Topográfico Local (STL), conforme a NBR 14.166 (ABNT, 1998);
- $\text{Área}_{SGL}^{RTK} \rightarrow$ área calculada no Sistema Geodésico Local (SGL);
- $\text{Área}_{UTM}^{RTK} \rightarrow$ área calculada no Sistema UTM;
- $\text{Área}_{RTM}^{RTK} \rightarrow$ área calculada no Sistema RTM;
- $\text{Área}_{LTM}^{RTK} \rightarrow$ área calculada no Sistema LTM.

A última coluna da Tabela 22 (Desvio Posicional) apresenta a incerteza posicional necessária para propagar uma incerteza superficial correspondente à discrepância em área (quarta coluna). Nota-se que o maior valor foi igual a 1,13cm, correspondente ao Sistema LTM obtido a partir do levantamento por GNSS Relativo Estático. Verifica-se ainda que o Sistema LTM apresentou o segundo menor desvio necessário, sendo esse de 0,013cm, quando levantado com GNSS RTK.

Para título de ilustração, uma parcela com área de 100m² (dimensões de 10m x 10m), simulada teoricamente nesse mesmo pátio, apresenta desvios posicionais de cerca de 1,5mm quando comparada ao seu valor de referência, conforme apresenta a Tabela 23.

Tabela 23 – Desvios Posicionais teóricos para a área de estudos

Levantamento	Área (m ²)	Discrepância (%)	Discrepância em Área (m ²)	Desvio Posicional (m)
$\text{Área}_{UTM}^{\text{Teórica}}$	100,021973	-0,021973	-0,021972656	0,0016
Área_{RTM}^{ET}	99,979004	0,020996	0,020996094	0,0015
Área_{LTM}^{ET}	99,982330	0,017670	0,017669678	0,0012
$\text{Área}_{Referência}$	100,000000			

Observa-se que nenhum dos desvios posicionais apresentados na Tabela 22 está abaixo dos desvios teóricos nos seus respectivos Sistemas de Projeção TM mostrados na Tabela 23, isso é, os erros inerentes aos levantamentos cadastrais podem provocar uma incerteza na área maior do que as distorções das Projeções TM. Além disso, aceitando-se as discrepâncias posicionais apresentadas no tópico 4.2.1, aceita-se também a variabilidade das áreas apresentadas na Tabela 22.

Seguindo esse raciocínio, qualquer um dos métodos empregados nesta pesquisa poderia ter sido utilizado em um levantamento cadastral, tendo-se, portanto, qualquer

uma das áreas apresentadas. Assumindo-se a possibilidade de haver incertezas posicionais em torno de 1cm, como ocorrido em Hasenack (2000), Gama (2008) e Coelho (2015) – e tantos outros autores não citados no presente texto – haveria também o risco de se cometer uma discrepância na área em relação ao seu verdadeiro valor maior do que as deformações superficiais causadas pelas Projeções TM.

Logo, qualquer levantamento cadastral poderia apresentar incertezas posicionais nas coordenadas dos vértices das parcelas maiores do que os valores apresentados na Tabela 22, distanciando ainda mais a área da parcela do seu verdadeiro valor.

Assim, os erros no cálculo de áreas das parcelas causados pela desconsideração da deformação das Projeções TM podem ser suprimidos, dependendo da precisão posicional estabelecida para o levantamento cadastral e da posição geográfica dessa parcela.

5. CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÕES

5.1. Conclusões

Este trabalho teve como objetivo principal avaliar a aplicabilidade dos Sistemas de Projeção TM à Cartografia Cadastral Urbana. Tal averiguação se realizou a partir das análises das distorções causadas por essas projeções nas áreas das parcelas urbanas.

Em face do estudo realizado e dos resultados obtidos, conclui-se que o objetivo deste trabalho foi alcançado. A simulação impediu a influência dos erros de levantamento nos resultados, evitando-se, assim, um viés nas análises. Através apenas da modelagem matemática das Projeções TM foi possível avaliar o comportamento das discrepâncias apresentadas entre as áreas simuladas e as projetadas.

Com base na média das áreas simuladas, foi possível calcular as discrepâncias percentuais de todas as dimensões superficiais e em todas as regiões analisadas. Verificou-se que a maior deformação atingiu 0,19%, valor esse ligeiramente abaixo dos 0,2% sugerido por Phillips (1997, apud HASENACK, 2000) para as Projeções UTM.

Esse mesmo autor afirmou que a Projeção Cartográfica ideal para a Cartografia Cadastral deveria apresentar deformações superficiais abaixo de 0,02%. Na presente pesquisa, constatou-se que quase 17% das regiões simuladas projetadas no Sistema UTM, 54% das projetadas no Sistema RTM e 50% das projetadas em LTM apresentaram discrepâncias abaixo desse limar.

Observou-se também que essas discrepâncias percentuais não apresentaram variações com os tamanhos das áreas simuladas, e sim com a posição geográfica, principalmente com variações em longitudes. No tocante à mudança de altitude, quando esta está próxima de 0m, o comportamento das deformações entre as áreas na superfície topográfica e suas projeções se dá exatamente como ocorre na relação entre o elipsoide e o cilindro de projeção.

À medida que se aumenta a altitude, o fator de redução topográfica exerce maior influência, tornando as discrepâncias percentuais das projeções RTM e LTM negativas, ou seja, indicando que há redução das dimensões. A combinação da longitude com a altitude permite que o Sistema UTM sofra menores distorções que os outros dois sistemas, podendo atingir até 20% da área do fuso, dependendo da latitude.

Verificou-se também que em altitudes acima de 1000m o comportamento das discrepâncias se tornou quase constante, sem alterações significativas para os resultados a 1500m de altitude.

Em uma primeira conclusão, pode-se afirmar que não há um único Sistema de Projeção TM capaz de ser utilizado na Cartografia Cadastral em todo o território brasileiro que apresente sempre as menores deformações superficiais.

Ainda sobre essas deformações, através de testes de média, constatou-se que as poucas áreas projetadas estatisticamente iguais às simuladas não foram suficientes para afirmar que tais deformações poderiam ser negligenciáveis.

Então, do ponto de vista matemático, as áreas calculadas nos Sistemas TM não podem ser consideradas iguais às áreas reais, salvo quando a posição geográfica da região de análise permitir. Os resultados da simulação indicaram que tais regiões se situavam nas proximidades das linhas de secância de qualquer Sistema TM e na altitude média de 0m.

Certamente que essa informação não pode ser conclusiva devido à estratificação geográfica simulada. Portanto, cada região de interesse deve ter seus parâmetros das Projeções TM analisados individualmente para se afirmar que há igualdade estatística entre as áreas projetadas e as áreas reais.

Outro aspecto analisado na presente simulação foi a comparação das deformações superficiais com as incertezas nas áreas calculadas estimadas através das incertezas posicionais dos vértices das parcelas.

Constatou-se que desvios posicionais nos vértices da ordem de 1cm para as coordenadas nos Sistemas RTM e LTM provocaram uma incerteza superficial maior do que as deformações causadas por esses sistemas. Já para o Sistema UTM esse limite para as incertezas posicionais pode chegar até a 3,3cm para áreas de 800m² nas regiões de maiores distorções nesse sistema. Apesar de não terem sido simuladas áreas maiores, percebeu-se que esse desvio posicional é crescente em função do acréscimo das áreas.

Ainda sob esse aspecto, averiguou-se que, se as incertezas posicionais dos vértices das parcelas forem maiores que esses valores, então as incertezas das áreas serão maiores que as distorções causadas pelas Projeções TM.

Como verificado no tópico 2.2.5, ainda não há no Brasil legislação e/ou normatização que trate da fixação de uma precisão posicional para os vértices das parcelas urbanas. As duas sugestões apresentadas até a finalização desta pesquisa foram as de Brandão (2003), sugerindo 3cm, e a de Luz (2013), indicando 8cm.

Nota-se que ambos os valores estão em consonância com as precisões praticadas em países com sistemas cadastrais bem desenvolvidos. Por isso, não haveria sentido a adoção de limites menores que os citados para a realidade cadastral urbana brasileira, apesar de a tecnologia atual adotada nos equipamentos de mensuração permitir atingí-los.

À luz dessa discussão, e como a grande maioria dos desvios posicionais obtidos nessa simulação não ultrapassou os limites supramencionados, observa-se que, caso seja estabelecido qualquer um desses valores para a precisão posicional no Brasil, será permitida também uma incerteza no cálculo das áreas das parcelas maior do que as distorções causadas pelos Sistemas de Projeções TM. Por isso, torna-se frágil a afirmação de que essas distorções são maiores que o permitido para o Cadastro Territorial.

A validação de campo dessa simulação corrobora com a afirmação acima. A partir dela foram calculados 14 valores de área de uma mesma parcela, através da adoção de diferentes equipamentos e métodos de levantamento cadastral, associados aos sistemas de coordenadas adotados.

Foram obtidas áreas nos Sistemas Locais, UTM, RTM e LTM, com levantamentos topográficos por dupla irradiação com Estação Total e geodésicos com os métodos de posicionamento relativos estático e cinemático em tempo real (RTK). As discrepâncias posicionais entre as coordenadas referenciadas a um mesmo sistema não ultrapassaram o valor de 3cm.

Aplicando-se a mesma metodologia de análise de incertezas que na simulação, constatou-se que desvios posicionais maiores do que 1,3cm já seriam suficientes para provocar uma incerteza na área maior do que a diferença entre todas as áreas calculadas.

Isso permite concluir que os próprios erros de levantamento provocam diferenças entre uma área calculada e o seu valor de referência maiores que as deformações causadas pelas Projeções TM. Em outras palavras, as deformações superficiais são suprimidas pelas incertezas nas áreas provocadas pelos levantamentos cadastrais.

Verifica-se, portanto, que a adoção do Sistema de Projeções UTM é adequada, analisando-se o contexto apresentado no presente texto. A utilização desse sistema em diversos outros mapeamentos temáticos facilita a integração desses ao Cadastro Territorial Multifinalitário. Além disso, os produtos de Sensoriamento Remoto e Aerofotogrametria costumam estar projetados com coordenadas UTM.

Por fim, afirma-se que não se defende neste trabalho a negligência das operações geodésicas e cartográficas relacionadas à utilização dos Sistemas de Projeção TM em levantamentos de dados e informações espaciais ou em mapeamentos em geral; apenas mostrou-se que as deformações desses sistemas não devem ser o único motivo para a não adoção dos mesmos na Cartografia Cadastral.

5.2. Recomendações

Este trabalho dá subsídios para discussões a respeito do tema proposto. O assunto não se encerra por aqui. Há ainda algumas lacunas importantes a serem preenchidas para que se definam os Sistemas de Coordenadas e/ou Projeção Cartográfica mais adequados para a Cartografia Cadastral no Brasil. É importante que se busque uma relação entre a precisão posicional permitida e o Sistema de Coordenadas adotado.

Para trabalhos futuros, recomenda-se avaliar parcelas presentes em maiores altitudes e com áreas mais amplas. Nesse contexto, se enquadram também as parcelas rurais. A recente mudança de sistema de coordenadas para o cálculo de áreas na Certificação de Imóveis Rurais tem trazido algumas dúvidas a respeito da confiabilidade dos resultados.

Ainda nesse tema, é importante avaliar a influência da incerteza posicional permitida para o levantamento das coordenadas dos vértices dos imóveis rurais na incerteza da área calculada nos Sistemas UTM e Geodésico Local.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT, NBR 13133, **Execução de Levantamento Topográfico**, Rio de Janeiro, 1994.

ABNT, NBR 14166, **Rede de Referência Cadastral Municipal – Procedimento**, Rio de Janeiro, 1998.

ABNT, NBR 15.777, **Convenções Topográficas para cartas e plantas cadastrais – Escalas 1:10.000, 1:5.000, 1:2.000, 1:1.000 – procedimento**, Rio de Janeiro, 2009.

ABREU, M. V. S., GRIPP JR, J., SANTOS, A. P., **Proposta de Integração dos Setores Censitários ao CTM auxiliando o Cadastro Socioeconômico: Vantagens e Desvantagens**. Anais do IX Congresso de Cadastro Técnico Multifinalitário e Gestão Territorial. UFSC, Santa Catarina, 2010.

ÁGUILA, M., ERBA, D. A., **El rol del Catastro em el Registro del Territorio**. In ERBA, D. A., *Catastro multifinalitário: aplicado a La definición de políticas de suelo urbano*. Cambridge, MA: Lincoln Institute of Land Policy, 2007.

ALMEIDA, M. S., DAL POZ, W. R. **Posicionamento por Ponto Preciso e Posicionamento Relativo com GNSS: Qual é o método mais acurado atualmente?**. Boletim de Ciências Geodésicas. V. 22, nº 1. Curitiba, PR. 2016.

ANDRADE, R. J. O., **Determinação do desvio da vertical empregando observáveis da topografia clássica e do posicionamento por satélites**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. UFV, Viçosa, MG. 2008.

BRANDÃO, A. C., **O princípio da Vizinhança Geodésica no Levantamento Cadastral de Parcelas Territoriais**. Tese Doutorado, UFSC, 2003.

BRASIL. Lei 6.015. **Lei de Registros Públicos**. Brasília, 1973.

BRASIL. Lei 10.257 **Estatuto das Cidades**. Brasília, 2001a.

BRASIL. Lei 10.267 **Georreferenciamento de Imóveis Rurais**. Brasília, 2001b.

BRASIL. Decreto 4.449 **Regulamenta a Lei 10.267**. Brasília, 2002a

BRASIL. Lei 10.406 **Código Civil Brasileiro**. Brasília, 2002b.

BRASIL. Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais. 1ª Edição. Ministério do Desenvolvimento Agrário. Brasília, 2003.

BRASIL. Lei 10.931. **Patrimônio de afetação de incorporações imobiliárias**. Brasília, 2004a.

BRASIL. Política Nacional de Desenvolvimento Urbano. Ministério das Cidades, 2004b.

BRASIL. Ministério das Cidades. **Diretrizes para a criação, instituição e atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário nos municípios brasileiros**. Portaria nº 511, publicada no Diário Oficial da União, em 7 de dezembro de 2009. Brasília, 2009.

BRASIL. Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais. 2ª Edição. Ministério do Desenvolvimento Agrário. Brasília, 2010.

BRASIL. Norma Técnica para Georreferenciamento de Imóveis Rurais. 3ª Edição. Ministério do Desenvolvimento Agrário. Brasília, 2013.

BRASIL. Projeto de Lei 3.876/2015. **Lei Nacional do Cadastro Territorial**. Brasília, 2015.

BRASIL. Medida Provisória 759 de 2016. **Regularização fundiário rural e urbana**. Brasília, 2016.

BRASIL. Decreto 8.764 de maio de 2016. **Institui o Sistema Nacional de Gestão de Informações Territoriais**. Brasília, 2016b.

CARNEIRO, A. F. T., **Da Cartografia Cadastral**, In: Cunha, E. M. P., Erba, D. A., Manual de Apoio – CTM: Diretrizes para a Criação e Atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário nos Municípios Brasileiros. Brasília: Ministério das Cidades, 2010.

CARVALHO, A. S. **Avaliação do desempenho de técnicas de Ajustamento para a análise de deslocamento em redes GPS**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná, UFPR. Curitiba, PR. 2009.

COELHO, L. A. N., CHAVES, J. C., **Precisão na determinação das coordenadas dos vértices de imóveis urbanos**. Revista Brasileira de Cartografia. Nº 67/2 287-305. 2015.

CONCAR. **Comitê de Normatização do Mapeamento Cadastral (CNMC)**. Retirado de <http://www.concar.ibge.gov.br/detalheEntidades.aspx?cod=2>. Acessado em 10/02/2017.

COSTA, P. J., **Parcelamento do Solo Urbano e seu Registro Imobiliário**. Dissertação Mestrado, UFSC, 2012.

CUNHA, E. M. P., ERBA, D. A., **Manual de Apoio – CTM: Diretrizes para a Criação, Instituição e Atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário nos Municípios Brasileiros**. Brasília: Ministério das Cidades, 2010.

DAL'FORNO, G. L., AGUIRRE, A. J., HILLERBRAND, F. L., GREGÓRIO, F. V., **Transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas no Plano Topográfico Local pelos métodos da Norma 14166 e o de rotações e translações**. III SIMGEO, Recife-PE, 2010.

ERBA, D. A., **Catastro Multifinalitário: aplicado a la definición de políticas de suelo urbano**. Cambridge, MA. Lincoln Institute of Land Policy, 2007.

FERNANDES, V. O., **Análise das cartas do mapeamento cadastral urbano no Brasil: proposta para normatização da simbologia.** Dissertação (Mestrado). Programam de Pós-Graduação em Engenharia Civil. UFSC. Florianópolis, SC. 2006.

FIGUR, R. L., **Análise comparativa entre o sistema cadastral da Alemanha e as Diretrizes para o Cadastro Territorial Multifinalitário brasileiro.** Dissertação de Mestrado, UFSC, 2011.

FRANÇA, R. M., UHLMANN, W. W., **Análise de sistemas de projeção cartográfica em rodovias de Santa Catarina.** Trabalho de Conclusão de Curso em Engenharia Civil, UNESC, Palhoças, SC, 2007.

FREDERICO, L. N. S., CARNEIRO, A. F. T., **Considerações sobre a aplicação do Land Administration Domain Model (LADM) na modelagem do Cadastro Territorial brasileiro.** V Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife, PE. 2014.

GAMA, L. F., **Experimentos e análises metodológicas do desempenho de estruturas geodésicas planimétricas implantadas com GPS e estação total: aplicações em levantamentos cadastrais urbanos.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Universidade Federal de Pernambuco, UFPE. Recife, PE. 2008.

GARCIA, R. C., **O Que É Preciso Saber Sobre Cadastro Técnico Multifinalitário.** Caixa Econômica Federal, Rio de Janeiro, RJ, 2007.

GARNÉS, S. J. A., **Sistema de Projeção e Orientação das Plantas Topográficas.** COBRAC, 1998.

GHILANI, C. D., WOLF, P. R., **Adjustment Computations – Spatial Data Analysis.** 4ª Edição. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey. 2006.

GRIPP JR, J. **Sistemas de Coordenadas.** Apostila. Viçosa, MG. 2010.

HASENACK, M. **Originais do levantamento topográfico cadastral: possibilidade de sua utilização para a garantia dos limites geométricos dos bens imóveis.** Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina. Centro Tecnológico. Florianópolis, SC, 2000.

HASENACK, M., **A Cartografia Cadastral no Brasil.** Tese (Doutorado) Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina. Centro Tecnológico. Florianópolis, SC, 2013.

JEKELI, C. **Geometric Reference Systems in Geodesy.** Ohio State University. 2012.

KAUFMANN, J., STEUDLER, D., **Cadastre 2014 – Report of Comission 7 Working Group 7.1 Modern Cadastres.** XXI International Congress FIG. England, 1998.

KAUFMANN, J., STEUDLER, D., **Cadastre 2014 – Review of Status in 2004.** FIG Working Week. Athens, 2004.

LOCH, C., ERBA, D. A., **Cadastro Técnico Multifinalitário: Rural e Urbano**. Cambridge, MA: Lincoln Institute of Land Policy, 2007.

LUZ, L. A. S., **Uma proposta para a Precisão Posicional no Cadastro Urbano Brasileiro**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC. Florianópolis, SC. 2013.

MAROTTA, G. S., SILVA, A. S., GONÇALVES, R. P., ANDRADE, R. J. O., ASSIS, L. C., **Estimativa da precisão posicional utilizando Ajustamento de Observações Clássico e Livre**. Anais do XXIII Congresso Brasileiro de Cartografia. Rio de Janeiro, RJ. 2007.

MENDONÇA, F. J. B., GARNÉS, S. J. A., PEREIRA, C. M., BARROSO NETO, J. A., MELO, W. D. A. **Análise do Ajustamento por Mínimos Quadrados de uma trileração topográfica com injunções nos planos Topográfico e UTM**. Anais III Simpósio de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife, PE. 2010.

MONICO, J. F. G., **Posicionamento pelo GNSS: descrição, fundamentos e aplicações**. 2ed. Editora UNESP. São Paulo, 2008.

MORAIS, R. V., **Estudo de Projeções Geodésicas no Cadastro Técnico Urbano – Análise de Fechamentos de poligonais**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC. Florianópolis, SC. 2004

OLIVEIRA, B., P., **A influência do Desvio da Verticale da Ondulação Geoidal no processamento das redes geodésicas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cartográfica). Instituto Militar de Engenharia – IME. Rio de Janeiro, RJ. 2004.

OLIVEIRA, F. H., **Do Cadastro Territorial Multifinalitário**, In: Cunha, E. M. P., Erba, D. A., Manual de Apoio – CTM: Diretrizes para a Criação e Atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário nos Municípios Brasileiros. Brasília: Ministério das Cidades, 2010.

OLIVEIRA, I. C. E., **Estatuto das Cidades – Para compreender...** Área de Desenvolvimento Urbano e Meio Ambiente do Instituto Brasileiro de Administração Municipal - IBAM/DUMA, Rio de Janeiro, 2001.

OLIVEIRA, R. **Otimização dos pesos das observações geodésicas pelo problema do valor próprio inverso**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. Universidade Federal do Paraná, UFPR. Curitiba, PR. 2003.

OOSTEROM, P. V., LEMMEN, C. **The Land Administration Domain Model (LADM): Motivation, standardization, application and further development**. Land Use Policy 49 (2015) 527-534. 2015.

PIMENTEL, J. S., **Estruturação de bases para um Cadastro Territorial Multifinalitário em município de pequeno porte**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. UFPE. Recife, PE. 2011.

PHILIPS, J., **Das Disposições Gerais**, In: Cunha, E. M. P., Erba, D. A., Manual de Apoio – CTM: Diretrizes para a Criação e Atualização do Cadastro Territorial Multifinalitário nos Municípios Brasileiros. Brasília: Ministério das Cidades, 2010.

PRINA, B. Z., TRENTIN, R., SÁ, R. G. C., CARVALHO, L. F. D., **Georreferenciamento de Imóveis Rurais: Análise do Cálculo de Área**. Revista do Departamento de Geografia – USP, Volume 29, p. 116 a 136. 2015.

ROCHA, R. D. S. **Proposta de definição de uma projeção cartográfica para mapeamento sistemático em grande escala para o estado do Rio Grande do Sul**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas. UFPR, Curitiba, PR. 1994.

SANTOS, J. C. dos., **Análise da aplicação do Modelo de Domínio de Conhecimento em Administração Territorial (LADM) ao Cadastro Territorial Urbano brasileiro – estudo de caso para o Município de Arapiraca – AL**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologia da Geoinformação. UFPE, Recife, PE. 2012.

SCARASSATI, D. F., RAMÍREZ, E. J., COSTA, D. C., TRABANCO, J. L. A. **Cadastro Territorial Multifinalitário e a estruturação de Sistemas de Informações Territoriais**. Congresso de Cadastro Técnico Multifinalitário – COBRAC. UFSC, Florianópolis, SC. 2014.

SNYDER, J. P., **Map Projections – A Working Manual**. United States Geological Survey professional paper. Washington, DC. 1987.

SOARES, L. D. V., **Avaliação do Sistema Cartográfico Municipal**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC. Florianópolis, SC. 2010.

SOUZA, W. O. **Aplicação de métodos para a determinação do desvio da vertical na integração de posicionamento GNSS com levantamentos topográficos**. Dissertação (mestrado) Programa de Pós-Graduação em Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Universidade Federal de Pernambuco, UFPE. Recife, PE. 2012.

SOUZA, W. O., GARNÉS, S. J. A., **Análise de Projeções Cartográficas para Grandes Escalas**. In: IV Simpósio Brasileiro de Ciências Geodésicas e Tecnologias da Geoinformação. Recife, PE. 2012.

TULER, M., SARAIVA, S. **Fundamentos de Geodésia e Cartografia**. Porto Alegre, RS. Bookman, 2016.

ZAS, L. R. T., **Comparação de procedimentos para a integração de levantamentos topográficos e levantamentos com GPS**. Dissertação (mestrado). Programa de Pós-Graduação em Geomática. Universidade Federal de Santa Maria, UFSM. Santa Maria, RS. 2009.

Apêndice A – Obtenção das distâncias de referência

Distância A – B		1ª Direção			2ª Direção		
		o	‘	“	o	‘	“
0°	PD	0	24	24	11	50	50,7
	PI	180	23	53	191	49	4,1
	PD	0	24	46,4	11	50	1,3
	PI	180	23	8,9	191	49	10,9
45°	PD	45	17	51,1	56	43	22,9
	PI	225	17	14,9	236	42	11,6
	PD	45	17	33,3	56	42	48
	PI	225	16	57,5	236	42	42,9
90°	PD	90	26	49,9	101	52	52,6
	PI	270	26	21,2	281	51	33,6
	PD	90	26	53,1	101	52	6,1
	PI	270	26	25,6	281	51	40
135°	PD	135	15	10,8	146	40	14,3
	PI	315	14	32	326	39	42,8
	PD	135	15	13,1	146	40	29,8
	PI	315	14	30	326	40	0,9

Distância B – C		1ª Direção			2ª Direção		
		o	‘	“	o	‘	“
0°	PD	0	24	46,4	11	50	1,3
	PI	180	23	8,9	191	49	10,9
45°	PD	45	17	33,3	56	42	48
	PI	225	16	57,5	236	42	42,9
90°	PD	90	26	53,1	101	52	6,1
	PI	270	26	25,6	281	51	40
135°	PD	135	15	13,1	146	40	29,8
	PI	315	14	30	326	40	0,9

Distância C – D		1ª Direção			2ª Direção		
		°	‘	“	°	‘	“
0°	PD	0	16	4,4	11	41	41,1
	PI	180	15	33,8	191	41	9,1
	PD	0	16	12,1	11	41	55,8
	PI	180	15	37,5	191	41	11,4
45°	PD	45	15	17,8	56	40	48,1
	PI	225	14	50,8	236	40	19,8
	PD	45	15	14,9	56	40	49,8
	PI	225	14	32,9	236	40	2,8
90°	PD	90	25	19	101	50	50
	PI	270	24	32	281	50	9
	PD	90	25	11,2	101	50	48
	PI	270	24	28,3	281	50	2
135°	PD	135	14	14	146	39	30,6
	PI	315	13	24	326	38	46
	PD	135	13	55,5	146	39	34,1
	PI	315	13	28,2	326	38	54

Distância D – A		1ª Direção			2ª Direção		
		°	‘	“	°	‘	“
0°	PD	0	34	52,2	11	59	50,7
	PI	180	34	8,2	191	59	2,9
	PD	0	34	56,4	11	59	47,3
	PI	180	34	4,9	191	59	1,6
45°	PD	45	38	39,6	57	3	43,1
	PI	225	38	0,4	237	3	0,7
	PD	45	38	44,1	57	3	46,1
	PI	225	38	1,1	237	3	1,2
90°	PD	90	33	56,2	101	58	49,6
	PI	270	33	9,1	281	57	48
	PD	90	33	59,8	101	58	46,4
	PI	270	33	10,6	281	57	55,1
135°	PD	135	21	59,1	146	46	58,9
	PI	315	21	22,8	326	46	10
	PD	135	22	6,4	146	47	6,6
	PI	315	21	9,9	326	46	12,9

Distância A – C		1ª Direção			2ª Direção		
		°	‘	“	°	‘	“
0°	PD	0	13	12,8	8	18	16,7
	PI	180	12	27,7	188	17	31,8
	PD	0	13	8,9	8	18	17,3
	PI	180	12	40,2	188	17	43,3
45°	PD	45	17	42,6	53	22	49,6
	PI	225	16	59,2	233	22	9,2
	PD	45	17	34,3	53	22	43,8
	PI	225	17	0,6	233	22	8
90°	PD	90	18	41,2	98	23	47
	PI	270	17	39,2	278	22	43,7
	PD	90	18	34,1	98	23	34,8
	PI	270	17	48	278	22	50,8
135°	PD	135	32	54,6	143	37	53
	PI	315	32	4,9	323	37	5,3
	PD	135	32	48	143	37	56,3
	PI	315	32	3	323	37	17,5

Distância B – D		1ª Direção			2ª Direção		
		°	‘	“	°	‘	“
0°	PD	0	22	33	8	27	49
	PI	180	21	50,2	188	27	10,9
	PD	0	22	35,9	8	28	0,5
	PI	180	21	44,2	188	27	4,2
45°	PD	45	24	11	53	19	26,8
	PI	225	13	17,9	233	18	32,3
	PD	45	14	6,6	53	19	16,6
	PI	225	13	18,1	233	18	47,6
90°	PD	90	13	5	98	18	33,9
	PI	270	12	34,2	278	17	53,7
	PD	90	13	4,9	98	18	24,5
	PI	270	12	29,2	278	17	41
135°	PD	135	19	0,9	143	24	24,8
	PI	315	18	18	323	23	40,4
	PD	135	18	56,1	143	24	23,2
	PI	315	18	11,8	323	23	36,8

Foram calculados os ângulos pelas diferenças das direções resultantes das médias da leitura conjugada. A observação mais discrepante foi retirada. Em seguida,

calcularam-se as distâncias horizontais bem como foram estimadas as suas variâncias. A seguir, apresentam-se os resultados.

Alinhamento	Distância (m)	Desvio-Padrão (mm)
d_{AB}	9,9988	4,5
d_{BC}	9,9913	10,0
d_{CD}	9,9956	5,9
d_{DA}	10,0045	5,8
d_{AC}	14,1497	7,8
d_{BD}	14,1422	9,5

Apêndice B – Obtenção dos ângulos de referência

Ponto A						
0°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto B	0	13	1,4	180	12	23,9
Ponto C	45	11	19,2	225	10	48,3
Ponto D	90	9	14,9	270	8	32,9
45°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto B	45	18	54,9	225	20	0,4
Ponto C	90	17	3,2	270	16	24,7
Ponto D	135	14	55,7	315	14	28,2
90°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto B	90	28	6,2	270	28	24,9
Ponto C	135	26	7,1	315	26	18,5
Ponto D	180	25	12,5	0	24	36
135°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto B	135	21	25,9	315	20	39
Ponto C	180	19	20,1	0	18	36
Ponto D	225	17	23,3	45	16	48

Ponto B						
0°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto C	0	17	11	180	16	31,5
Ponto D	45	1	18,9	225	16	5
Ponto A	90	19	48,9	270	19	14,1
45°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto C	45	5	16	225	4	28,9
Ponto D	90	4	40,5	270	4	19,9
Ponto A	135	7	45,9	315	7	1
90°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto C	90	19	43,8	270	18	51,5
Ponto D	135	19	7,4	315	18	35,1
Ponto A	180	22	18,5	0	21	39,2
135°	PD			PI		
	°	'	“	°	'	“
Ponto C	135	14	41,8	315	14	14,8
Ponto D	180	14	26,8	0	13	40,9
Ponto A	225	17	11	45	16	58,6

Ponto C						
0°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto D	0	24	57	180	24	23
Ponto A	45	26	23	225	25	38,5
Ponto B	90	26	4	270	25	21,4
45°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto D	45	16	30,8	225	15	49,9
Ponto A	90	17	57,9	270	17	6
Ponto B	135	17	26	315	7	58,8
90°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto D	90	18	43,8	270	18	1,2
Ponto A	135	19	57,2	315	19	38
Ponto B	180	19	44	0	19	14,6
135°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto D	135	21	8,1	315	21	58
Ponto A	180	22	36,7	0	21	47
Ponto B	225	22	0	45	21	27,5

Ponto D						
0°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto A	0	12	48,4	180	12	50,8
Ponto B	45	13	54,1	225	13	53,1
Ponto C	90	13	56	270	25	38,7
45°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto A	45	15	25,9	225	14	36,8
Ponto B	90	16	30,9	270	15	54,9
Ponto C	135	15	49,1	315	15	18,9
90°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto A	90	18	44,4	270	18	28,1
Ponto B	135	19	49,2	315	19	13,9
Ponto C	180	19	11,4	0	18	34,7
135°	PD			PI		
	o	‘	“	o	‘	“
Ponto A	135	10	37,2	315	9	55,6
Ponto B	180	11	29,2	0	11	3,1
Ponto C	225	10	45,2	45	10	25,5

Foram calculados os ângulos pelas diferenças das direções resultantes da leitura conjugada. A observação mais discrepante foi retirada, calculando-se a média e a variância dos 3 ângulos resultantes, as quais são apresentadas a seguir.

Ângulos	°	'	"	Desvio (")
α_1	44	57	56,43	48,00
α_2	45	3	4,28	14,36
α_3	44	59	35,63	15,71
α_4	44	59	38,52	13,37
α_5	45	1	22,48	17,46
α_6	45	0	59,68	12,90
α_7	44	59	20,60	9,31
α_8	44	57	58,58	26,12

Apêndice C – Ajustamento Livre das dimensões de referência

Vetor X_0 com os parâmetros aproximados, em metros:

	X_0 (8x1)
X_A (m)	100,000
Y_A (m)	100,000
X_B (m)	100,000
Y_B (m)	109,999
X_C (m)	110,000
Y_C (m)	110,011
X_D (m)	110,004
Y_D (m)	100,011

Vetor L_b com as observações brutas, L_0 , com observações aproximadas e L , em metros e radianos:

	L_b (14x1)	L_0 (14x1)	L (14x1)
D_{AB} (m)	9,9988	9,9988	0,0000
D_{BC} (m)	9,9913	9,9998	0,0085
D_{CD} (m)	9,9956	9,9995	0,0039
D_{DA} (m)	10,0045	10,0045	0,0000
D_{AC} (m)	14,1497	14,1497	0,0000
D_{BD} (m)	14,1422	14,1363	-0,0059
α_1 (rad)	0,78484	0,78484	0,0000
α_2 (rad)	0,78627	0,78625	0,0000
α_3 (rad)	0,78528	0,78575	0,00047
α_4 (rad)	0,78529	0,78474	-0,00055
α_5 (rad)	0,78580	0,78531	-0,00049
α_6 (rad)	0,78569	0,78578	0,00010
α_7 (rad)	0,78521	0,78569	0,00048
α_8 (rad)	0,78481	0,78481	0,00000

Diagonal da matriz peso:

	P (14x14)
D_{AB} (m)	10.950,549
D_{BC} (m)	9.946,510
D_{CD} (m)	28.543,395
D_{DA} (m)	28.941,020
D_{AC} (m)	19.382,921
D_{BD} (m)	11.005,245
α_1 (rad)	3.647.490,580
α_2 (rad)	14.397.425,678
α_3 (rad)	172.478.359,353
α_4 (rad)	22.616.366,338
α_5 (rad)	139.491.585,422
α_6 (rad)	39.298.300,120
α_7 (rad)	490.450.421,938
α_8 (rad)	9.731.661,048

Matriz A:

	A (14x8)							
	X_A (m)	Y_A (m)	X_B (m)	Y_B (m)	X_C (m)	Y_C (m)	X_D (m)	Y_D (m)
DAB (m)	0,00000	-1,00000	0,00000	1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
DBC (m)	0,00000	0,00000	-1,00000	-0,00121	1,00000	0,00121	0,00000	0,00000
DCD (m)	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	-0,00047	1,00000	0,00047	-1,00000
DDA (m)	-1,00000	-0,00115	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	1,00000	0,00115
DAC (m)	-0,70671	-1,00065	0,00000	0,00000	0,70671	0,70750	0,00000	0,00000
DBD (m)	0,00000	0,00000	-0,70771	0,70650	0,00000	0,00000	0,70771	-0,70650
α_1 (rad)	0,05001	-0,04995	-0,10001	0,00000	0,05000	0,04995	0,00000	0,00000
α_2 (rad)	-0,10001	0,00000	0,05003	0,05006	0,00000	0,00000	0,04998	-0,05006
α_3 (rad)	0,00000	0,00000	0,05010	0,04994	-0,00012	-0,10000	-0,04998	0,05006
α_4 (rad)	0,05000	0,04995	-0,00012	-0,10000	-0,04988	0,05006	0,00000	0,00000
α_5 (rad)	-0,05000	-0,04995	0,00000	0,00000	-0,05000	-0,04995	0,10001	-0,00005
α_6 (rad)	0,00000	0,00000	-0,04998	0,05006	0,10001	-0,00005	-0,05003	-0,05002
α_7 (rad)	0,00011	0,09996	0,04998	-0,05006	0,00000	0,00000	-0,05009	-0,04989
α_8 (rad)	-0,04989	0,05001	0,00000	0,00000	0,05000	0,04995	-0,00011	-0,09996

Como o produto matricial $N = A^T P A$ gera uma matriz singular, realizou-se a pseudoinversa de Moore-Penrose N^+ , gerando-se, então, a matriz variância-covariância dos parâmetros ajustados, dada a seguir:

MVC dos Parâmetros:

MVC dos Parâmetros (8x8)								
	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)	X _C (m)	Y _C (m)	X _D (m)	Y _D (m)
X _A (m)	9,11E-06	-8,37E-07	-7,46E-07	6,66E-06	-7,96E-06	-1,20E-06	-4,01E-07	-8,63E-06
Y _A (m)	-8,37E-07	2,75E-05	-1,19E-05	1,54E-05	-6,74E-07	2,30E-06	1,34E-05	1,42E-05
X _B (m)	-7,46E-07	-1,19E-05	7,39E-06	-5,08E-06	-6,02E-07	1,27E-06	-6,04E-06	-5,41E-06
Y _B (m)	6,66E-06	1,54E-05	-5,08E-06	1,86E-05	-8,94E-06	3,06E-06	7,36E-06	1,11E-07
X _C (m)	-7,96E-06	-6,74E-07	-6,02E-07	-8,94E-06	8,92E-06	-9,20E-07	-3,60E-07	7,31E-06
Y _C (m)	-1,20E-06	2,30E-06	1,27E-06	3,06E-06	-9,20E-07	3,18E-06	8,52E-07	2,18E-06
X _D (m)	-4,01E-07	1,34E-05	-6,04E-06	7,36E-06	-3,60E-07	8,52E-07	6,80E-06	6,73E-06
Y _D (m)	-8,63E-06	1,42E-05	-5,41E-06	1,11E-07	7,31E-06	2,18E-06	6,73E-06	1,65E-05

Vetor X, com as correções, e vetor Xa, com os parâmetros ajustados:

	X (8x1)	Xa (8x1)
X _A (m)	0,0018	100,002
Y _A (m)	-0,0022	99,998
X _B (m)	-0,0035	99,996
Y _B (m)	-0,0011	109,998
X _C (m)	-0,0020	109,998
Y _C (m)	0,0002	110,011
X _D (m)	0,0037	110,008
Y _D (m)	-0,0011	100,010

Vetor V, com os resíduos das observações, e vetor La, com as observações ajustadas:

	V (14x1)	La (14x1)
DAB (m)	0,0011	10,000
DBC (m)	0,0099	10,001
DCD (m)	0,0051	10,001
DDA (m)	0,0020	10,006
DAC (m)	0	14,149
DBD (m)	-0,0008	14,141
α1 (rad)	0,0005	0,785294
α2 (rad)	-0,0002	0,786085
α3 (rad)	0,0000	0,785265
α4 (rad)	-0,0003	0,784948
α5 (rad)	0	0,785798
α6 (rad)	0	0,785566
α7 (rad)	0	0,785219
α8 (rad)	-0,0002	0,784625

A unidade de variância a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ calculada foi igual a 1,144. Com 6 graus de liberdade, os limites mínimo e máximo encontrados pelo teste do qui-quadrado (χ^2) com 5% de confiabilidade foram, respectivamente, 0,206 e 2,408. Portanto, o ajustamento passou no teste global.

As observações ajustadas e as coordenadas ajustadas, bem como seus desvios-padrão, encontram-se a seguir:

Distâncias ajustadas dos alinhamentos da parcela do LEA

Alinhamento	Distância (m)	Desvio-Padrão (mm)
d_{AB}	10,000	3,9
d_{BC}	10,001	4,2
d_{CD}	10,001	3,9
d_{DA}	10,006	4,1
d_{AC}	14,149	6,5
d_{BD}	14,141	5,6

Ângulos ajustados entre os alinhamentos da parcela do LEA

Ângulos	°	'	"	Desvio (")
α_1	44	59	38,6	31,3
α_2	45	2	21,8	44,7
α_3	44	59	32,6	16,3
α_4	44	58	27,1	26,0
α_5	45	1	22,5	18,7
α_6	45	0	34,7	32,0
α_7	44	59	23,0	9,9
α_8	44	57	20,5	26,9

Coordenadas dos vértices para o cálculo da área de referência

Vértice	X (m)	σ_X (mm)	Y (m)	σ_Y (mm)
A	100,002	3,0	99,998	5,2
B	99,996	2,7	109,998	4,3
C	109,998	3,0	110,011	1,8
D	110,008	2,6	100,010	4,1
Área (m ²)	100,041264			
Desvio Área (m ²)	0,0129			

Apêndice D – Dados de Campo do Levantamento Cadastral

Irradiações com 3 repetições de leituras conjugadas, a partir da Estação LEA 1, com altura do instrumento igual a 1,455m

Tipo	Nome	AH_Direto	AH_Inverso	AV_Direto	AV_Invertido	HS (m)	DI_Direto (m)	DH_Direto (m)	DI_Invertido (m)	DH_Invertido (m)
RE	LEA 3	219°02'46"		88°52'51"		1,58				
Irradiado	A	114°53'22"	294°53'42"	90°48'35"	269°11'48"	1,58	6,402	6,401	6,401	6,401
Irradiado	B	122°54'35"	302°54'48"	90°00'43"	269°59'55"	1,58	16,303	16,303	16,303	16,303
Irradiado	C	155°45'50"	335°46'09"	89°49'07"	270°10'51"	1,58	18,353	18,353	18,351	18,351
Irradiado	D	181°54'55"	1°55'15"	89°50'20"	270°09'58"	1,58	10,592	10,592	10,59	10,59
RE	LEA 3	219°02'50"		88°52'52"		1,58				
Irradiado	A	114°53'39"	295°00'16"	90°48'21"	269°11'47"	1,58	6,401	6,4	6,4	6,4
Irradiado	B	122°54'36"	303°02'22"	90°00'47"	269°59'33"	1,58	16,303	16,303	16,302	16,302
Irradiado	C	155°46'19"	335°53'37"	89°49'20"	270°10'53"	1,58	18,353	18,353	18,35	18,35
Irradiado	D	182°02'44"	2°02'43"	89°50'25"	270°10'06"	1,58	10,589	10,589	10,589	10,589
RE	LEA 3	219°02'56"		88°52'01"		1,58				
Irradiado	A	115°00'05"	295°00'20"	90°48'15"	269°12'09"	1,58	6,401	6,4	6,4	6,4
Irradiado	B	123°02'00"	303°02'15"	90°00'22"	269°59'55"	1,58	16,303	16,303	16,302	16,302
Irradiado	C	155°53'27"	335°53'33"	89°49'22"	270°10'54"	1,58	18,351	18,351	18,35	18,35
Irradiado	D	182°02'37"	2°02'47"	89°50'17"	270°09'51"	1,58	10,59	10,59	10,589	10,589

Irradiações com 3 repetições de leituras conjugadas, a partir da Estação LEA 3, com altura do instrumento igual a 1,521m

Tipo	Nome	AH_Direto	AH_Invertido	AV_Direto	AV_Invertido	HS (m)	DI_Direto (m)	DH_Direto (m)	DI_Invertido (m)	DH_Invertido (m)
RE	LEA 1	192°03'07"		90°02'31"		1,58				
Irradiado	A	223°20'52"	43°20'38"	91°02'12"	268°57'55"	1,58	11,951	11,949	11,95	11,948
Irradiado	B	249°23'40"	69°23'23"	90°22'44"	269°37'39"	1,58	19,253	19,252	19,253	19,252
Irradiado	C	280°40'21"	100°42'47"	90°00'09"	269°37'39"	1,65	16,392	16,392	16,393	16,393
Irradiado	D	280°12'38"	100°12'48"	90°51'40"	269°08'49"	1,58	6,392	6,391	6,391	6,391
RE	LEA 1	192°02'58"		90°02'30"		1,58				
Irradiado	A	223°20'33"	43°20'48"	91°02'19"	268°58'08"	1,58	11,952	11,95	11,951	11,949
Irradiado	B	249°23'29"	69°23'35"	90°22'40"	269°37'34"	1,58	19,252	19,252	19,253	19,252
Irradiado	C	280°40'17"	100°40'11"	89°59'58"	270°00'17"	1,65	16,392	16,392	16,392	16,392
Irradiado	D	280°12'14"	100°12'22"	90°51'31"	269°08'54"	1,58	6,392	6,392	6,393	6,392
RE	LEA 1	192°03'00"		90°02'28"		1,58				
Irradiado	A	223°20'47"	43°20'57"	91°02'37"	268°58'10"	1,58	11,952	11,95	11,95	11,948
Irradiado	B	249°23'26"	69°23'28"	90°22'42"	269°37'25"	1,58	19,253	19,252	19,253	19,253
Irradiado	C	280°40'22"	100°40'12"	89°59'50"	270°00'29"	1,65	16,392	16,392	16,392	16,392
Irradiado	D	280°12'19"	100°12'23"	90°51'45"	269°08'44"	1,58	6,392	6,392	6,392	6,392

Apêndice E – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Topográficas

A partir das coordenadas UTM dos pontos LEA1 e LEA3, calculou-se o azimute UTM do alinhamento LEA1-LEA3. A partir da convergência meridiana no plano UTM, obteve-se o azimute verdadeiro do mesmo alinhamento. Ressalta-se que a redução angular no plano UTM foi negligenciada devido à pequena distância entre os pontos.

Considerou-se o ponto LEA1 como origem do Sistema Topográfico Local e, por isso, o azimute topográfico é igual ao azimute verdadeiro, pois, nesse ponto, a convergência meridiana no Plano Topográfico Local é nula.

A partir dos dados de campo e das coordenadas topográficas e azimutes dos pontos de apoio LEA1 e LEA3, obtiveram-se as coordenadas topográficas aproximadas dos vértices A, B, C e D.

A seguir, se apresentam os passos do ajustamento de observações.

Vetor X_0 , com as coordenadas aproximadas:

	X_0 (12x1)
X_A (m)	150006,270
Y_A (m)	249998,716
X_B (m)	150015,359
Y_B (m)	249994,533
X_C (m)	150011,198
Y_C (m)	249985,461
X_D (m)	150002,081
Y_D (m)	249989,617
X_{LEA1} (m)	150000,000
Y_{LEA1} (m)	250000,000
X_{LEA3} (m)	149996,252
Y_{LEA3} (m)	249992,201

Vetores das observações brutas (Lb), aproximadas (Lo) e sua diferença (L):

	Lb (20x1)		Lo (20x1)		L (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	6,400	d_{LEA1_A} (m)	6,400	d_{LEA1_A} (m)	-1,04E-11
d_{LEA1_B} (m)	16,303	d_{LEA1_B} (m)	16,303	d_{LEA1_B} (m)	1,61E-11
d_{LEA1_C} (m)	18,351	d_{LEA1_C} (m)	18,351	d_{LEA1_C} (m)	-1,22E-11
d_{LEA1_D} (m)	10,590	d_{LEA1_D} (m)	10,590	d_{LEA1_D} (m)	-6,95E-12
d_{LEA3_A} (m)	11,949	d_{LEA3_A} (m)	11,950	d_{LEA3_A} (m)	8,11E-04
d_{LEA3_B} (m)	19,252	d_{LEA3_B} (m)	19,248	d_{LEA3_B} (m)	-4,06E-03
d_{LEA3_C} (m)	16,392	d_{LEA3_C} (m)	16,395	d_{LEA3_C} (m)	2,99E-03
d_{LEA3_D} (m)	6,392	d_{LEA3_D} (m)	6,376	d_{LEA3_D} (m)	-1,53E-02
α_{LEA1_A} (rad)	4,466356542	α_{LEA1_A} (rad)	4,466356542	α_{LEA1_A} (rad)	-9,95E-14
α_{LEA1_B} (rad)	4,606394165	α_{LEA1_B} (rad)	4,606394165	α_{LEA1_B} (rad)	6,93E-13
α_{LEA1_C} (rad)	5,178891249	α_{LEA1_C} (rad)	5,178891249	α_{LEA1_C} (rad)	2,03E-13
α_{LEA1_D} (rad)	5,637397727	α_{LEA1_D} (rad)	5,637397727	α_{LEA1_D} (rad)	-1,01E-12
α_{LEA3_A} (rad)	0,546179781	α_{LEA3_A} (rad)	0,546216364	α_{LEA3_A} (rad)	3,66E-05
α_{LEA3_B} (rad)	1,000767753	α_{LEA3_B} (rad)	1,001390647	α_{LEA3_B} (rad)	6,23E-04
α_{LEA3_C} (rad)	1,546701895	α_{LEA3_C} (rad)	1,546465674	α_{LEA3_C} (rad)	-2,36E-04
α_{LEA3_D} (rad)	1,538575610	α_{LEA3_D} (rad)	1,540201840	α_{LEA3_D} (rad)	1,63E-03
X_{LEA1} (m)	150000,000	X_{LEA1} (m)	150000,000	X_{LEA1} (m)	0,00E+00
Y_{LEA1} (m)	250000,000	Y_{LEA1} (m)	250000,000	Y_{LEA1} (m)	0,00E+00
X_{LEA3} (m)	149996,252	X_{LEA3} (m)	149996,252	X_{LEA3} (m)	0,00E+00
Y_{LEA3} (m)	249992,201	Y_{LEA3} (m)	249992,201	Y_{LEA3} (m)	0,00E+00

Diagonal da matriz Peso;

	P (20x20)		continuação
d_{LEA1_A} (m)	6,25E+04	α_{LEA1_C} (rad)	1,30E+06
d_{LEA1_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA1_D} (rad)	1,31E+06
d_{LEA1_C} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_A} (rad)	2,65E+09
d_{LEA1_D} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_B} (rad)	5,61E+08
d_{LEA3_A} (m)	2,04E+04	α_{LEA3_C} (rad)	2,23E+09
d_{LEA3_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_D} (rad)	1,64E+09
d_{LEA3_C} (m)	2,50E+05	X_{LEA1} (m)	1,00E+20
d_{LEA3_D} (m)	2,04E+04	Y_{LEA1} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_A} (rad)	3,38E+08	X_{LEA3} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_B} (rad)	2,36E+06	Y_{LEA3} (m)	1,00E+20

Matriz A

A (20 x 12)												
	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)	X _C (m)	Y _C (m)	X _D (m)	Y _D (m)	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)
d _{LEA1_A} (m)	9,8E-01	-2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,8E-01	2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,4E-01	-3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,4E-01	3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	6,1E-01	-7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-01	7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	2,0E-01	-9,8E-01	-2,0E-01	9,8E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA3_A} (m)	8,4E-01	5,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-01	-5,5E-01
d _{LEA3_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,9E-01	1,2E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,9E-01	-1,2E-01
d _{LEA3_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
d _{LEA3_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
α _{LEA1_A} (rad)	-3,1E-02	-1,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-7,3E-02	2,0E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	-2,1E-02	-5,8E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-02	1,1E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-4,3E-02	-3,3E-02	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-02	8,3E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,3E-02	-1,9E-02	-1,2E-02	6,9E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA3_A} (rad)	4,6E-02	-7,0E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	5,9E-02	2,0E-02
α _{LEA3_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	6,3E-03	-5,2E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	9,8E-02	1,5E-03
α _{LEA3_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-2,5E-02	-5,6E-02	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	1,3E-01	5,5E-03
α _{LEA3_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-6,4E-02	-1,4E-01	-1,0E-01	5,0E-02	1,7E-01	9,3E-02
X _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
X _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00

Vetor X, com as correções

	X (12x1)
X_A (m)	6,02E-04
Y_A (m)	-1,27E-04
X_B (m)	-3,30E-03
Y_B (m)	-1,23E-02
X_C (m)	3,94E-03
Y_C (m)	2,48E-03
X_D (m)	-1,63E-02
Y_D (m)	-4,10E-03
X_{LEA1} (m)	-1,81E-18
Y_{LEA1} (m)	-3,76E-18
X_{LEA3} (m)	1,81E-18
Y_{LEA3} (m)	3,76E-18

Vetor V, com os resíduos das observações

	V (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	6,1548E-04
d_{LEA1_B} (m)	1,0265E-03
d_{LEA1_C} (m)	4,3929E-04
d_{LEA1_D} (m)	8,1545E-04
d_{LEA3_A} (m)	-3,7488E-04
d_{LEA3_B} (m)	-7,1583E-04
d_{LEA3_C} (m)	-4,2110E-04
d_{LEA3_D} (m)	2,0777E-03
α_{LEA1_A} (rad)	5,3200E-07
α_{LEA1_B} (rad)	7,8090E-04
α_{LEA1_C} (rad)	-2,5236E-04
α_{LEA1_D} (rad)	1,5866E-03
α_{LEA3_A} (rad)	-2,1242E-07
α_{LEA3_B} (rad)	-7,4103E-06
α_{LEA3_C} (rad)	-2,6499E-07
α_{LEA3_D} (rad)	-1,0902E-06
X_{LEA1} (m)	-1,8085E-18
Y_{LEA1} (m)	-3,7632E-18
X_{LEA3} (m)	1,8085E-18
Y_{LEA3} (m)	3,7632E-18

A unidade de variância a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ calculada foi igual a 0,861. Com 8 graus de liberdade, os limites mínimo e máximo encontrados pelo teste do qui-quadrado (χ^2) com 5% de confiabilidade foram, respectivamente, 0,273 e 2,192. Portanto, o ajustamento passou no teste global.

Abaixo, as coordenadas ajustadas.

Vértice	X (m)	σ_X (mm)	Y (m)	σ_Y (mm)
A	150006,271	0,5	249998,716	0,3
B	150015,355	1,5	249994,520	0,8
C	150011,202	1,4	249985,464	0,7
D	150002,065	2,7	249989,612	1,2
LEA1	150000,000	0	250000,000	0
LEA3	149996,252	0	249992,201	0

Apêndice F – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Planas UTM

A partir das coordenadas UTM dos pontos LEA1 e LEA3, calculou-se o azimute UTM do alinhamento LEA1-LEA3. As distâncias foram reduzidas ao elipsoide e, posteriormente, ao plano UTM.

A partir dos dados de campo, devidamente reduzidos ao plano UTM, e das coordenadas e azimutes UTM dos pontos de apoio LEA1 e LEA3, obtiveram-se as coordenadas UTM aproximadas dos vértices A, B, C e D.

A seguir, se apresentam os passos do ajustamento de observações.

Vetor X_o , com as coordenadas aproximadas:

	X_o (12x1)
X_A (m)	721817,172
Y_A (m)	7702438,492
X_B (m)	721826,205
Y_B (m)	7702434,189
X_C (m)	721821,925
Y_C (m)	7702425,172
X_D (m)	721812,862
Y_D (m)	7702429,448
X_{LEA1} (m)	721810,918
Y_{LEA1} (m)	7702439,859
X_{LEA3} (m)	721807,064
Y_{LEA3} (m)	7702432,103

Vetores das observações brutas (Lb), aproximadas (Lo) e sua diferença (L):

	Lb (20x1)		Lo (20x1)		L (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	6,401	d_{LEA1_A} (m)	6,401	d_{LEA1_A} (m)	3,52E-10
d_{LEA1_B} (m)	16,305	d_{LEA1_B} (m)	16,305	d_{LEA1_B} (m)	4,80E-09
d_{LEA1_C} (m)	18,354	d_{LEA1_C} (m)	18,354	d_{LEA1_C} (m)	-2,02E-09
d_{LEA1_D} (m)	10,591	d_{LEA1_D} (m)	10,591	d_{LEA1_D} (m)	-4,82E-09
d_{LEA3_A} (m)	11,951	d_{LEA3_A} (m)	11,958	d_{LEA3_A} (m)	7,14E-03
d_{LEA3_B} (m)	19,255	d_{LEA3_B} (m)	19,255	d_{LEA3_B} (m)	-2,74E-04
d_{LEA3_C} (m)	16,395	d_{LEA3_C} (m)	16,398	d_{LEA3_C} (m)	3,29E-03
d_{LEA3_D} (m)	6,393	d_{LEA3_D} (m)	6,377	d_{LEA3_D} (m)	-1,52E-02
α_{LEA1_A} (rad)	4,466356542	α_{LEA1_A} (rad)	4,466356541	α_{LEA1_A} (rad)	-4,63E-11
α_{LEA1_B} (rad)	4,606394165	α_{LEA1_B} (rad)	4,606394165	α_{LEA1_B} (rad)	-1,26E-11
α_{LEA1_C} (rad)	5,178891249	α_{LEA1_C} (rad)	5,178891249	α_{LEA1_C} (rad)	1,96E-12
α_{LEA1_D} (rad)	5,637397727	α_{LEA1_D} (rad)	5,637397727	α_{LEA1_D} (rad)	-1,05E-11
α_{LEA3_A} (rad)	0,546179781	α_{LEA3_A} (rad)	0,545911637	α_{LEA3_A} (rad)	-2,68E-04
α_{LEA3_B} (rad)	1,000767753	α_{LEA3_B} (rad)	1,001083812	α_{LEA3_B} (rad)	3,16E-04
α_{LEA3_C} (rad)	1,546701895	α_{LEA3_C} (rad)	1,546047596	α_{LEA3_C} (rad)	-6,54E-04
α_{LEA3_D} (rad)	1,538575610	α_{LEA3_D} (rad)	1,539081060	α_{LEA3_D} (rad)	5,05E-04
X_{LEA1} (m)	721810,918	X_{LEA1} (m)	721810,918	X_{LEA1} (m)	0,00E+00
Y_{LEA1} (m)	7702439,859	Y_{LEA1} (m)	7702439,859	Y_{LEA1} (m)	0,00E+00
X_{LEA3} (m)	721807,064	X_{LEA3} (m)	721807,064	X_{LEA3} (m)	0,00E+00
Y_{LEA3} (m)	7702432,103	Y_{LEA3} (m)	7702432,103	Y_{LEA3} (m)	0,00E+00

Diagonal da matriz Peso;

	P (20x20)		continuação
d_{LEA1_A} (m)	6,25E+04	α_{LEA1_C} (rad)	1,30E+06
d_{LEA1_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA1_D} (rad)	1,31E+06
d_{LEA1_C} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_A} (rad)	2,65E+09
d_{LEA1_D} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_B} (rad)	5,61E+08
d_{LEA3_A} (m)	2,04E+04	α_{LEA3_C} (rad)	2,23E+09
d_{LEA3_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_D} (rad)	1,64E+09
d_{LEA3_C} (m)	2,50E+05	X_{LEA1} (m)	1,00E+20
d_{LEA3_D} (m)	2,04E+04	Y_{LEA1} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_A} (rad)	3,38E+08	X_{LEA3} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_B} (rad)	2,36E+06	Y_{LEA3} (m)	1,00E+20

Matriz A

A (20 x 12)												
	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)	X _C (m)	Y _C (m)	X _D (m)	Y _D (m)	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)
d _{LEA1_A} (m)	9,8E-01	-2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,8E-01	2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,4E-01	-3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,4E-01	3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	6,1E-01	-7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-01	7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	2,0E-01	-9,8E-01	-2,0E-01	9,8E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA3_A} (m)	8,4E-01	5,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-01	-5,5E-01
d _{LEA3_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,9E-01	1,2E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,9E-01	-1,2E-01
d _{LEA3_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
d _{LEA3_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
α _{LEA1_A} (rad)	-3,1E-02	-1,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-7,3E-02	2,0E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	-2,1E-02	-5,8E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-02	1,1E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-4,3E-02	-3,3E-02	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-02	8,3E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,3E-02	-1,9E-02	-1,2E-02	6,9E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA3_A} (rad)	4,6E-02	-7,0E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	5,9E-02	2,0E-02
α _{LEA3_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	6,3E-03	-5,2E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	9,8E-02	1,5E-03
α _{LEA3_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-2,5E-02	-5,6E-02	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	1,3E-01	5,5E-03
α _{LEA3_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-6,4E-02	-1,4E-01	-1,0E-01	5,0E-02	1,7E-01	9,3E-02
X _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
X _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00

Vetor X, com as correções

	X (12x1)
X_A (m)	-4,33E-03
Y_A (m)	1,02E-03
X_B (m)	-3,19E-04
Y_B (m)	-6,11E-03
X_C (m)	7,96E-03
Y_C (m)	8,04E-03
X_D (m)	-1,19E-04
Y_D (m)	-3,46E-03
X_{LEA1} (m)	-2,78E-18
Y_{LEA1} (m)	-5,60E-18
X_{LEA3} (m)	2,78E-18
Y_{LEA3} (m)	5,60E-18

Vetor V, com os resíduos das observações

	V (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	-4,4466E-03
d_{LEA1_B} (m)	1,8266E-03
d_{LEA1_C} (m)	-1,6587E-03
d_{LEA1_D} (m)	3,3757E-03
d_{LEA3_A} (m)	-1,0254E-02
d_{LEA3_B} (m)	-7,0460E-04
d_{LEA3_C} (m)	5,2679E-04
d_{LEA3_D} (m)	1,6539E-02
α_{LEA1_A} (rad)	-1,0971E-05
α_{LEA1_B} (rad)	3,5825E-04
α_{LEA1_C} (rad)	-6,0990E-04
α_{LEA1_D} (rad)	7,0931E-05
α_{LEA3_A} (rad)	2,7469E-06
α_{LEA3_B} (rad)	-2,2951E-06
α_{LEA3_C} (rad)	4,6570E-06
α_{LEA3_D} (rad)	-4,9551E-06
X_{LEA1} (m)	-2,7809E-18
Y_{LEA1} (m)	-5,5965E-18
X_{LEA3} (m)	2,7809E-18
Y_{LEA3} (m)	5,5965E-18

A unidade de variância a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ calculada foi igual a 2,881. Com 8 graus de liberdade, os limites mínimo e máximo encontrados pelo teste do qui-quadrado (χ^2) com 5% de confiabilidade foram, respectivamente, 0,273 e 2,192. Portanto, o ajustamento não passou no teste global.

Se o $\hat{\sigma}_0^2$ não passa no teste global e é maior que a unidade, então pode haver a presença de erros grosseiros nas observações. Para detectá-los, foi utilizado o teste TAU, que se baseia na suposição de que apenas uma observação contém erro grosseiro. Seu cálculo é realizado para cada observação e é dado pela razão entre o resíduo e o seu desvio-padrão. O valor de referência é calculado com base na distribuição t-student.

Abaixo, segue a análise do teste TAU, que com 5% de confiabilidade e 8 graus de liberdade é igual a 2,45.

	V (20x1)	σ_v	T _{calc}
d _{LEA1_A} (m)	-4,4466E-03	3,97E-03	-1,120
d _{LEA1_B} (m)	1,8266E-03	1,51E-03	1,209
d _{LEA1_C} (m)	-1,6587E-03	1,51E-03	-1,099
d _{LEA1_D} (m)	3,3757E-03	1,91E-03	1,770
d _{LEA3_A} (m)	-1,0254E-02	6,98E-03	-1,469
d _{LEA3_B} (m)	-7,0460E-04	1,36E-03	-0,517
d _{LEA3_C} (m)	5,2679E-04	1,34E-03	0,393
d _{LEA3_D} (m)	1,6539E-02	6,93E-03	2,387
α_{LEA1_A} (rad)	-1,0971E-05	6,09E-06	-1,802
α_{LEA1_B} (rad)	3,5825E-04	2,01E-04	1,781
α_{LEA1_C} (rad)	-6,0990E-04	2,55E-04	-2,388
α_{LEA1_D} (rad)	7,0931E-05	2,61E-05	2,716
α_{LEA3_A} (rad)	2,7469E-06	1,72E-06	1,597
α_{LEA3_B} (rad)	-2,2951E-06	1,15E-06	-2,003
α_{LEA3_C} (rad)	4,6570E-06	1,99E-06	2,337
α_{LEA3_D} (rad)	-4,9551E-06	2,29E-06	-2,163
X _{LEA1} (m)	-2,7809E-18	3,47E-18	-0,802
Y _{LEA1} (m)	-5,5965E-18	6,83E-18	-0,819
X _{LEA3} (m)	2,7809E-18	3,68E-18	0,756
Y _{LEA3} (m)	5,5965E-18	6,61E-18	0,847

Logo, o ângulo LEA3-LEA1-D foi retirado, e um novo ajustamento, com 19 observações, foi realizado. Assim, o novo $\hat{\sigma}_0^2$ calculada foi igual a 2,238, estando dentro do intervalo de 0,241 a 2,287, para 5% de confiabilidade e 7 graus de liberdade.

Abaixo seguem o novo vetor X e as coordenadas ajustadas, com seus desvios-padrão estimados.

Vetor X, com as correções

	X (12x1)
X _A (m)	-4,33E-03
Y _A (m)	1,02E-03
X _B (m)	-3,19E-04
Y _B (m)	-6,11E-03
X _C (m)	7,96E-03
Y _C (m)	8,04E-03
X _D (m)	-7,42E-03
Y _D (m)	-1,56E-04
X _{LEA1} (m)	3,99E-18
Y _{LEA1} (m)	8,03E-18
X _{LEA3} (m)	-3,99E-18
Y _{LEA3} (m)	-8,03E-18

Abaixo, as coordenadas ajustadas.

Vértice	X (m)	σ_X (mm)	Y (m)	σ_Y (mm)
A	721817,167	0,5	7702438,493	0,3
B	721826,205	1,5	7702434,183	0,3
C	721821,933	1,4	7702425,180	0,7
D	721812,855	2,8	7702429,447	1,3
LEA1	721810,918	0	721807,064	0
LEA3	7702439,859	0	7702432,103	0

Apêndice G – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Planas RTM

A partir das coordenadas UTM dos pontos LEA1 e LEA3, foram calculadas suas coordenadas geodésicas para, em seguida, serem calculadas suas coordenadas RTM. Posteriormente, calculou-se o azimute RTM do alinhamento LEA1-LEA3. As distâncias foram reduzidas ao elipsoide e, depois, ao plano RTM.

A partir dos dados de campo, devidamente reduzidos ao plano RTM, e das coordenadas e azimutes RTM dos pontos de apoio LEA1 e LEA3, obtiveram-se as coordenadas RTM aproximadas dos vértices A, B, C e D.

A seguir, se apresentam os passos do ajustamento de observações.

Vetor X_0 , com as coordenadas aproximadas:

	X_0 (12x1)
X_A (m)	413602,282
Y_A (m)	2702988,326
X_B (m)	413611,365
Y_B (m)	2702984,133
X_C (m)	413607,200
Y_C (m)	2702975,071
X_D (m)	413598,094
Y_D (m)	2702979,234
X_{LEA1} (m)	413596,014
Y_{LEA1} (m)	2702989,617
X_{LEA3} (m)	413592,257
Y_{LEA3} (m)	2702981,815

Vetores das observações brutas (Lb), aproximadas (Lo) e sua diferença (L):

	Lb (20x1)		Lo (20x1)		L (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	6,400	d_{LEA1_A} (m)	6,400	d_{LEA1_A} (m)	-3,92E-11
d_{LEA1_B} (m)	16,301	d_{LEA1_B} (m)	16,301	d_{LEA1_B} (m)	-5,77E-11
d_{LEA1_C} (m)	18,349	d_{LEA1_C} (m)	18,349	d_{LEA1_C} (m)	-1,53E-10
d_{LEA1_D} (m)	10,589	d_{LEA1_D} (m)	10,589	d_{LEA1_D} (m)	-1,64E-10
d_{LEA3_A} (m)	11,948	d_{LEA3_A} (m)	11,954	d_{LEA3_A} (m)	6,10E-03
d_{LEA3_B} (m)	19,250	d_{LEA3_B} (m)	19,248	d_{LEA3_B} (m)	-2,25E-03
d_{LEA3_C} (m)	16,390	d_{LEA3_C} (m)	16,394	d_{LEA3_C} (m)	3,94E-03
d_{LEA3_D} (m)	6,391	d_{LEA3_D} (m)	6,382	d_{LEA3_D} (m)	-8,79E-03
α_{LEA1_A} (rad)	4,466356542	α_{LEA1_A} (rad)	4,466675711	α_{LEA1_A} (rad)	3,19E-04
α_{LEA1_B} (rad)	4,606394165	α_{LEA1_B} (rad)	4,606699598	α_{LEA1_B} (rad)	3,05E-04
α_{LEA1_C} (rad)	5,178891249	α_{LEA1_C} (rad)	5,178817315	α_{LEA1_C} (rad)	-7,39E-05
α_{LEA1_D} (rad)	5,637397727	α_{LEA1_D} (rad)	5,636657983	α_{LEA1_D} (rad)	-7,40E-04
α_{LEA3_A} (rad)	0,546179781	α_{LEA3_A} (rad)	0,546013009	α_{LEA3_A} (rad)	-1,67E-04
α_{LEA3_B} (rad)	1,000767753	α_{LEA3_B} (rad)	1,001294779	α_{LEA3_B} (rad)	5,27E-04
α_{LEA3_C} (rad)	1,546701895	α_{LEA3_C} (rad)	1,545946241	α_{LEA3_C} (rad)	-7,56E-04
α_{LEA3_D} (rad)	1,538575610	α_{LEA3_D} (rad)	1,538300600	α_{LEA3_D} (rad)	-2,75E-04
X_{LEA1} (m)	413596,014	X_{LEA1} (m)	413596,014	X_{LEA1} (m)	0,00E+00
Y_{LEA1} (m)	2702989,617	Y_{LEA1} (m)	2702989,617	Y_{LEA1} (m)	0,00E+00
X_{LEA3} (m)	413592,257	X_{LEA3} (m)	413592,257	X_{LEA3} (m)	0,00E+00
Y_{LEA3} (m)	2702981,815	Y_{LEA3} (m)	2702981,815	Y_{LEA3} (m)	0,00E+00

Diagonal da matriz Peso;

	P (20x20)		continuação
d_{LEA1_A} (m)	6,25E+04	α_{LEA1_C} (rad)	1,30E+06
d_{LEA1_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA1_D} (rad)	1,31E+06
d_{LEA1_C} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_A} (rad)	2,65E+09
d_{LEA1_D} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_B} (rad)	5,61E+08
d_{LEA3_A} (m)	2,04E+04	α_{LEA3_C} (rad)	2,23E+09
d_{LEA3_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_D} (rad)	1,64E+09
d_{LEA3_C} (m)	2,50E+05	X_{LEA1} (m)	1,00E+20
d_{LEA3_D} (m)	2,04E+04	Y_{LEA1} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_A} (rad)	3,38E+08	X_{LEA3} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_B} (rad)	2,36E+06	Y_{LEA3} (m)	1,00E+20

Matriz A

A (20 x 12)												
	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)	X _C (m)	Y _C (m)	X _D (m)	Y _D (m)	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)
d _{LEA1_A} (m)	9,8E-01	-2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,8E-01	2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,4E-01	-3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,4E-01	3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	6,1E-01	-7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-01	7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	2,0E-01	-9,8E-01	-2,0E-01	9,8E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA3_A} (m)	8,4E-01	5,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-01	-5,5E-01
d _{LEA3_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,9E-01	1,2E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,9E-01	-1,2E-01
d _{LEA3_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
d _{LEA3_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
α _{LEA1_A} (rad)	-3,1E-02	-1,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-7,3E-02	2,0E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	-2,1E-02	-5,8E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-02	1,1E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-4,3E-02	-3,3E-02	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-02	8,3E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,3E-02	-1,9E-02	-1,2E-02	6,9E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA3_A} (rad)	4,6E-02	-7,0E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	5,9E-02	2,0E-02
α _{LEA3_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	6,3E-03	-5,2E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	9,8E-02	1,5E-03
α _{LEA3_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-2,5E-02	-5,6E-02	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	1,3E-01	5,5E-03
α _{LEA3_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-6,4E-02	-1,4E-01	-1,0E-01	5,0E-02	1,7E-01	9,3E-02
X _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
X _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00

Vetor X, com as correções

	X (12x1)
X_A (m)	-5,08E-03
Y_A (m)	-9,63E-04
X_B (m)	-1,78E-03
Y_B (m)	-1,04E-02
X_C (m)	9,70E-03
Y_C (m)	9,19E-03
X_D (m)	7,48E-03
Y_D (m)	-1,36E-03
X_{LEA1} (m)	-3,50E-18
Y_{LEA1} (m)	-7,27E-18
X_{LEA3} (m)	3,50E-18
Y_{LEA3} (m)	7,27E-18

Vetor V, com os resíduos das observações

	V (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	-4,7800E-03
d_{LEA1_B} (m)	1,8204E-03
d_{LEA1_C} (m)	-1,3692E-03
d_{LEA1_D} (m)	2,7991E-03
d_{LEA3_A} (m)	-1,0884E-02
d_{LEA3_B} (m)	-7,6752E-04
d_{LEA3_C} (m)	1,1204E-03
d_{LEA3_D} (m)	1,6174E-02
α_{LEA1_A} (rad)	-1,1710E-05
α_{LEA1_B} (rad)	3,3165E-04
α_{LEA1_C} (rad)	-6,5034E-04
α_{LEA1_D} (rad)	7,2617E-05
α_{LEA3_A} (rad)	2,9380E-06
α_{LEA3_B} (rad)	-2,1740E-06
α_{LEA3_C} (rad)	1,4866E-06
α_{LEA3_D} (rad)	-4,2497E-06
X_{LEA1} (m)	-3,5000E-18
Y_{LEA1} (m)	-7,2684E-18
X_{LEA3} (m)	3,5000E-18
Y_{LEA3} (m)	7,2684E-18

A unidade de variância a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ calculada foi igual a 2,108. Com 8 graus de liberdade, os limites mínimo e máximo encontrados pelo teste do qui-quadrado (χ^2) com 5% de confiabilidade foram, respectivamente, 0,273 e 2,192. Portanto, o ajustamento passou no teste global.

Abaixo, as coordenadas ajustadas.

Vértice	X (m)	σ_X (mm)	Y (m)	σ_Y (mm)
A	413602,277	0,5	2702988,325	0,3
B	413611,363	1,5	2702984,123	0,3
C	413607,210	1,4	2702975,081	0,7
D	413598,101	1,0	2702979,233	0,5
LEA1	413596,014	0	2702989,617	0
LEA3	413592,257	0	2702981,815	0

Apêndice H – Ajustamento do levantamento topográfico cadastral – Coordenadas Planas LTM

A partir das coordenadas LTM dos pontos LEA1 e LEA3, foram calculadas suas coordenadas geodésicas para, em seguida, serem calculadas suas coordenadas LTM. Posteriormente, calculou-se o azimute LTM do alinhamento LEA1-LEA3. As distâncias foram reduzidas ao elipsoide e, depois, ao plano LTM.

A partir dos dados de campo, devidamente reduzidos ao plano LTM, e das coordenadas e azimutes LTM dos pontos de apoio LEA1 e LEA3, obtiveram-se as coordenadas LTM aproximadas dos vértices A, B, C e D.

A seguir, se apresentam os passos do ajustamento de observações.

Vetor X_0 , com as coordenadas aproximadas:

	X_0 (12x1)
X_A (m)	161536,072
Y_A (m)	2702949,867
X_B (m)	161545,168
Y_B (m)	2702945,702
X_C (m)	161541,031
Y_C (m)	2702936,627
X_D (m)	161531,912
Y_D (m)	2702940,762
X_{LEA1} (m)	161529,799
Y_{LEA1} (m)	2702951,138
X_{LEA3} (m)	161526,067
Y_{LEA3} (m)	2702943,324

Vetores das observações brutas (Lb), aproximadas (Lo) e sua diferença (L):

	Lb (20x1)		Lo (20x1)		L (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	6,400	d_{LEA1_A} (m)	6,400	d_{LEA1_A} (m)	-1,49E-03
d_{LEA1_B} (m)	16,301	d_{LEA1_B} (m)	16,301	d_{LEA1_B} (m)	-3,78E-03
d_{LEA1_C} (m)	18,350	d_{LEA1_C} (m)	18,350	d_{LEA1_C} (m)	-4,26E-03
d_{LEA1_D} (m)	10,589	d_{LEA1_D} (m)	10,589	d_{LEA1_D} (m)	-2,46E-03
d_{LEA3_A} (m)	11,948	d_{LEA3_A} (m)	11,954	d_{LEA3_A} (m)	3,32E-03
d_{LEA3_B} (m)	19,250	d_{LEA3_B} (m)	19,248	d_{LEA3_B} (m)	-6,72E-03
d_{LEA3_C} (m)	16,391	d_{LEA3_C} (m)	16,395	d_{LEA3_C} (m)	1,37E-04
d_{LEA3_D} (m)	6,391	d_{LEA3_D} (m)	6,382	d_{LEA3_D} (m)	-1,03E-02
α_{LEA1_A} (rad)	4,466356542	α_{LEA1_A} (rad)	4,466675711	α_{LEA1_A} (rad)	3,19E-04
α_{LEA1_B} (rad)	4,606394165	α_{LEA1_B} (rad)	4,606699598	α_{LEA1_B} (rad)	3,05E-04
α_{LEA1_C} (rad)	5,178891249	α_{LEA1_C} (rad)	5,178817315	α_{LEA1_C} (rad)	-7,39E-05
α_{LEA1_D} (rad)	5,637397727	α_{LEA1_D} (rad)	5,636657983	α_{LEA1_D} (rad)	-7,40E-04
α_{LEA3_A} (rad)	0,546179781	α_{LEA3_A} (rad)	0,546013385	α_{LEA3_A} (rad)	-1,66E-04
α_{LEA3_B} (rad)	1,000767753	α_{LEA3_B} (rad)	1,001295157	α_{LEA3_B} (rad)	5,27E-04
α_{LEA3_C} (rad)	1,546701895	α_{LEA3_C} (rad)	1,545946768	α_{LEA3_C} (rad)	-7,55E-04
α_{LEA3_D} (rad)	1,538575610	α_{LEA3_D} (rad)	1,538301954	α_{LEA3_D} (rad)	-2,74E-04
X_{LEA1} (m)	161529,799	X_{LEA1} (m)	161529,799	X_{LEA1} (m)	0,00E+00
Y_{LEA1} (m)	2702951,138	Y_{LEA1} (m)	2702951,138	Y_{LEA1} (m)	0,00E+00
X_{LEA3} (m)	161526,067	X_{LEA3} (m)	161526,067	X_{LEA3} (m)	0,00E+00
Y_{LEA3} (m)	2702943,324	Y_{LEA3} (m)	2702943,324	Y_{LEA3} (m)	0,00E+00

Diagonal da matriz Peso;

	P (20x20)		continuação
d_{LEA1_A} (m)	6,25E+04	α_{LEA1_C} (rad)	1,30E+06
d_{LEA1_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA1_D} (rad)	1,31E+06
d_{LEA1_C} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_A} (rad)	2,65E+09
d_{LEA1_D} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_B} (rad)	5,61E+08
d_{LEA3_A} (m)	2,04E+04	α_{LEA3_C} (rad)	2,23E+09
d_{LEA3_B} (m)	2,50E+05	α_{LEA3_D} (rad)	1,64E+09
d_{LEA3_C} (m)	2,50E+05	X_{LEA1} (m)	1,00E+20
d_{LEA3_D} (m)	2,04E+04	Y_{LEA1} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_A} (rad)	3,38E+08	X_{LEA3} (m)	1,00E+20
α_{LEA1_B} (rad)	2,36E+06	Y_{LEA3} (m)	1,00E+20

Matriz A

A (20 x 12)												
	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)	X _C (m)	Y _C (m)	X _D (m)	Y _D (m)	X _A (m)	Y _A (m)	X _B (m)	Y _B (m)
d _{LEA1_A} (m)	9,8E-01	-2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,8E-01	2,0E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,4E-01	-3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,4E-01	3,4E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	6,1E-01	-7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-01	7,9E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA1_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	2,0E-01	-9,8E-01	-2,0E-01	9,8E-01	0,0E+00	0,0E+00
d _{LEA3_A} (m)	8,4E-01	5,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-01	-5,5E-01
d _{LEA3_B} (m)	0,0E+00	0,0E+00	9,9E-01	1,2E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,9E-01	-1,2E-01
d _{LEA3_C} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
d _{LEA3_D} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	9,1E-01	-4,1E-01	0,0E+00	0,0E+00	-9,1E-01	4,1E-01
α _{LEA1_A} (rad)	-3,1E-02	-1,5E-01	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-7,3E-02	2,0E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	-2,1E-02	-5,8E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-8,4E-02	1,1E-01	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-4,3E-02	-3,3E-02	0,0E+00	0,0E+00	-6,1E-02	8,3E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA1_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-9,3E-02	-1,9E-02	-1,2E-02	6,9E-02	1,0E-01	-5,0E-02
α _{LEA3_A} (rad)	4,6E-02	-7,0E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	5,9E-02	2,0E-02
α _{LEA3_B} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	6,3E-03	-5,2E-02	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	9,8E-02	1,5E-03
α _{LEA3_C} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-2,5E-02	-5,6E-02	0,0E+00	0,0E+00	-1,0E-01	5,0E-02	1,3E-01	5,5E-03
α _{LEA3_D} (rad)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	-6,4E-02	-1,4E-01	-1,0E-01	5,0E-02	1,7E-01	9,3E-02
X _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA1} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00	0,0E+00
X _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00	0,0E+00
Y _{LEA3} (m)	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	0,0E+00	1,0E+00

Vetor X, com as correções

	X (12x1)
X_A (m)	-5,11E-03
Y_A (m)	-9,94E-04
X_B (m)	-5,91E-03
Y_B (m)	-1,05E-02
X_C (m)	5,80E-03
Y_C (m)	1,10E-02
X_D (m)	-1,71E-03
Y_D (m)	2,66E-03
X_{LEA1} (m)	-6,63E-20
Y_{LEA1} (m)	-1,39E-19
X_{LEA3} (m)	6,63E-20
Y_{LEA3} (m)	1,39E-19

Vetor V, com os resíduos das observações

	V (20x1)
d_{LEA1_A} (m)	-3,3235E-03
d_{LEA1_B} (m)	1,7067E-03
d_{LEA1_C} (m)	-8,5290E-04
d_{LEA1_D} (m)	-4,8722E-04
d_{LEA3_A} (m)	-8,1382E-03
d_{LEA3_B} (m)	-4,3343E-04
d_{LEA3_C} (m)	6,7976E-04
d_{LEA3_D} (m)	7,6356E-03
α_{LEA1_A} (rad)	-8,4560E-06
α_{LEA1_B} (rad)	4,2124E-04
α_{LEA1_C} (rad)	-5,4116E-04
α_{LEA1_D} (rad)	8,4822E-04
α_{LEA3_A} (rad)	2,0960E-06
α_{LEA3_B} (rad)	-2,5290E-05
α_{LEA3_C} (rad)	9,8849E-07
α_{LEA3_D} (rad)	1,5292E-07
X_{LEA1} (m)	-6,6308E-20
Y_{LEA1} (m)	-1,3880E-19
X_{LEA3} (m)	6,6308E-20
Y_{LEA3} (m)	1,3880E-19

A unidade de variância a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ calculada foi igual a 1,284. Com 8 graus de liberdade, os limites mínimo e máximo encontrados pelo teste do qui-quadrado (χ^2) com 5% de confiabilidade foram, respectivamente, 0,273 e 2,192. Portanto, o ajustamento passou no teste global.

Abaixo, as coordenadas ajustadas.

Vértice	X (m)	σ_X (mm)	Y (m)	σ_Y (mm)
A	161536,067	0,5	2702949,866	0,3
B	161545,162	1,5	2702945,691	0,8
C	161541,037	1,4	2702936,638	0,7
D	161531,910	2,8	2702940,764	1,2
LEA1	161529,799	0	2702951,138	0
LEA3	161526,067	0	2702943,324	0