

KEEVYN BRUNO OLIVEIRA ALMEIDA

**ESTRATÉGIAS DE AJUSTAMENTO APLICADAS AO MONITORAMENTO  
DE DESLOCAMENTOS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2018

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade Federal  
de Viçosa - Campus Viçosa**

T

A447e  
2018 Almeida, Keevyn Bruno Oliveira, 1992-  
Estratégias de ajustamento aplicadas ao monitoramento de  
deslocamentos / Keevyn Bruno Oliveira Almeida. - Viçosa, MG, 2018.  
xiv, 76 f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: Dalto Domingos Rodrigues.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f. 57-60.

1. Redes (Geodésia). 2. Nivelamento. 3. **CDD 22. ed. 526.1**

KEEVYN BRUNO OLIVEIRA ALMEIDA

**ESTATÉGIAS DE AJUSTAMENTO APLICADAS AO MONITORAMENTO  
DE DESLOCAMENTOS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 23 de outubro de 2018.

  
Enivaldo Minette

  
Paulo César Emiliano

  
Afonso de Paula dos Santos

  
Dalto Domingos Rodrigues  
(Orientador)

## DEDICATÓRIA

*A Deus, meu auxílio sempre presente. À minha esposa Luiza e meus pais, Leila e Paulo.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo cuidado dispensado a mim durante todo este período e à tua graça que foi abundante durante toda a minha vida

Agradeço à minha esposa, Luiza, que esteve do meu lado durante todo este período trazendo incentivo e força nas horas necessárias e compartilhando comigo do seu carinho, amor e dos bons momentos de companhia.

Aos meus pais, Leila e Paulo, pela formação que me deram e por caminharem comigo na estrada de forma conjunta sempre fornecendo o suporte e o amor necessários de forma incondicional.

Agradeço aos meus irmãos, Victor e Matheus, pelo apoio, amizade e brincadeiras partilhadas entre nós que ajuda a levar a vida de forma mais leve.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dalto Domingos Rodrigues, pela paciência, conselhos e a sabedoria transmitida de forma prestativa, didática e atenciosa.

Agradeço ao meu coorientador, Prof. Afonso de Paula dos Santos, pelo auxílio e disposição em auxiliar e aconselhar nas dúvidas desde os tempos de graduação.

Agradeço aos demais membros da banca, Prof. Enivaldo Minette e Prof. Paulo César Emiliano, pelo auxílio e dedicação a este trabalho.

Agradeço à minha segunda família, Sérgio, Cláudia e Isabela, pelo auxílio imediato sempre que necessário, pelas incontáveis sextas-feiras de boa companhia e boa comida, pelos inúmeros conselhos e por permitirem que eu faça parte do dia a dia de vocês.

Aos companheiros de mestrado e meus amigos que me acompanharam durante esta jornada, muito obrigado pela companhia e pelos ótimos momentos partilhados juntos, pelas incontáveis risadas e pelo auxílio sempre que necessário.

Agradeço, por fim, à Universidade Federal de Viçosa pela oportunidade de desenvolver minha pesquisa com profissionais extrema qualidade, utilizando dos equipamentos do Laboratório de Engenharia de Agrimensura e desfrutar de toda a infraestrutura.

*“Finalmente, quando chegar a nossa última hora, será grande e inefável a nossa alegria ao vermos que em todo o nosso trabalho, apenas vislumbramos a infinitude do Criador.”*  
Gauss (1777 – 1855).

## SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS.....</b>	<b>vii</b>
<b>LISTA DE TABELAS .....</b>	<b>viii</b>
<b>LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....</b>	<b>xii</b>
<b>RESUMO.....</b>	<b>xiii</b>
<b>ABSTRACT .....</b>	<b>xiv</b>
<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2. OBJETIVOS.....</b>	<b>2</b>
<b>3. JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>3</b>
<b>4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>3</b>
4.1.    Análise de redes de monitoramento .....	3
4.1.1.    Definição de <i>datum</i> .....	4
4.1.2.    Transformação S .....	7
4.2.    Controle de qualidade das observações e do ajustamento.....	8
4.2.1.    Teste Global do Ajustamento (TGA) .....	9
4.2.2.    Teste <i>Data Snooping</i> .....	10
4.3.    Análise de deslocamento .....	11
4.3.1.    Teste de Fisher .....	11
4.3.2.    Teste Congruência Global .....	12
4.3.3.    Teste Local .....	14
4.3.4.    Validação do deslocamento (ajustamento simultâneo) .....	15
<b>5. MATERIAL E MÉTODOS.....</b>	<b>17</b>
5.1.    Materiais utilizados .....	17
5.2.    Métodos.....	18
5.2.1.    Levantamento de campo.....	18
5.2.1.1.    Primeira estratégia (Ajuste 01): Injunção Inercial Total.....	23
5.2.1.2.    Segunda estratégia (Ajuste 02): Injunção Inercial Parcial .....	24
5.2.1.3.    Terceira estratégia (Ajuste 03).....	24

5.2.1.4.	Quarta estratégia (Ajuste 04) .....	25
5.2.1.5.	Quinta estratégia (Ajuste 05) .....	25
5.2.2.	Processamento e análise dos dados .....	26
<b>6.</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>30</b>
6.1.	Resultados do ajustamento para as cinco estratégias .....	30
6.1.1.	Incertezas nas coordenadas estimadas.....	33
6.2.	Verificando os deslocamentos.....	35
6.2.1.	Época 01 e Época 02 .....	35
6.2.1.1.	Ajuste 01 .....	35
6.2.1.2.	Ajuste 02.....	38
6.2.1.3.	Ajuste 03.....	39
6.2.1.4.	Ajuste 04.....	41
6.2.1.5.	Ajuste 05.....	42
6.2.2.	Época 01 e Época 03 .....	44
6.2.3.	Época 01 e Época 04.....	45
6.2.4.	Resumo das comparações entre as épocas.....	47
<b>7.</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>54</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>57</b>
	<b>APÊNDICE A – RESULTADOS DOS TESTES TF, TCG, TL E COORDENADAS AJUSTADAS NO AJUSTAMENTO SIMULTÂNEO.....</b>	<b>61</b>
	<b>APÊNDICE B – COORDENADAS ESTIMADAS EMPREGANDO OS CINCO AJUSTES.....</b>	<b>74</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Elipse de deslocamento com nível de confiança igual a 95%.....	16
Figura 2 – Placa metálica utilizada para suporte dos prismas no levantamento de campo. a: Vista superior da placa metálica; b: Vista inferior da placa metálica; c: Esquema com as dimensões da placa. ....	18
Figura 3 – Ilustração do prisma acoplado à placa com auxílio do parafuso.....	19
Figura 4 – Disposição dos pontos da rede de referência e a representação dos pontos alvo....	19
Figura 5 – Fluxograma das etapas do levantamento topográfico de campo.....	22
Figura 6 – Fluxograma da sequência de ajustamento das quatro épocas. ....	23
Figura 7 – Fluxograma da aplicação do Teste <i>Data Snooping</i> e do Teste Global do Ajustamento.....	27
Figura 8 – Fluxograma dos testes estatísticos envolvidos na detecção de deslocamentos.....	29
Figura 9 – Valores de desvio padrão posicional dos 5 ajustes aplicados às Época 01 a 04. ....	34
Figura 10 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT_B e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 01. ....	38
Figura 11 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT_B e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 02. ....	39
Figura 12 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT_02 e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 03. ....	40
Figura 13 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT_03 e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 03. ....	41
Figura 14 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT_C e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 04. ....	42
Figura 15 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT_03 e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 05. ....	43
Figura 16 – Gráfico da discrepância posicional entre as coordenadas dos pontos na Época 01 e na Época 02. ....	50
Figura 17 – Gráfico da discrepância posicional entre as coordenadas dos pontos na Época 01 e na Época 03. ....	51
Figura 18 – Gráfico da discrepância posicional entre as coordenadas dos pontos na Época 01 e na Época 04. ....	52

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores dos deslocamentos dos pontos em cada uma das épocas, medidos empregando o paquímetro. ....	20
Tabela 2 – Observações identificadas como <i>outliers</i> por meio da aplicação testes TGA e TDS para o Ajuste 01. ....	31
Tabela 3 – Observações identificadas como <i>outliers</i> por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 02. ....	31
Tabela 4 – Observações identificadas como <i>outliers</i> por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 03. ....	31
Tabela 5 – Observações identificadas como <i>outliers</i> por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 04. ....	32
Tabela 6 – Observações identificadas como <i>outliers</i> por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 05. ....	32
Tabela 7 – Valores dos traços da MVC das coordenadas para cada ajuste em cada época. ....	33
Tabela 8 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 01 na comparação entre as Épocas 01 e 02. ....	36
Tabela 9 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 01. ....	36
Tabela 10 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 01. ....	37
Tabela 11 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 01. ....	37
Tabela 12 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 02. ....	38
Tabela 13 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 02. ....	39
Tabela 14 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 03. ....	40
Tabela 15 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 03. ....	40
Tabela 16 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 04. ....	41

Tabela 17 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 04. ....	42
Tabela 18 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 05. ....	43
Tabela 19 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 05. ....	43
Tabela 20 – Resumo dos resultados das discrepâncias posicionais e do teste para verificar a significância dos deslocamentos encontrados na comparação da Época 01 e 03 para todos os cinco ajustes. ....	45
Tabela 21 – Resumo dos resultados das discrepâncias posicionais e do teste para verificar a significância dos deslocamentos encontrados na comparação da Época 01 e 04 para todos os cinco ajustes. ....	46
Tabela 22 – Confrontação entre os pontos detectados como deslocados e confirmados pelo teste de significância, referentes à comparação das Épocas 01 e 02. ....	47
Tabela 23 – Confrontação entre os pontos detectados como deslocados e confirmados pelo teste de significância, referentes à comparação das Épocas 01 e 03. ....	48
Tabela 24 – Confrontação entre os pontos detectados como deslocados e confirmados pelo teste de significância, referentes à comparação das Épocas 01 e 04. ....	49
Tabela 25 – Acurácia dos deslocamentos para cada estratégia de ajustamento. ....	53
Tabela 26 – Desvio padrão dos deslocamentos para as cinco estratégias de ajustamento. ....	54
Tabela 27 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 02 na comparação entre as Épocas 01 e 02. ....	61
Tabela 28 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 02. ....	62
Tabela 29 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 03 na comparação entre as Épocas 01 e 02. ....	62
Tabela 30 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 03. ....	63
Tabela 31 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 04 na comparação entre as Épocas 01 e 02. ....	63
Tabela 32 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 04. ....	64
Tabela 33 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 05 na comparação entre as Épocas 01 e 02. ....	64

Tabela 34 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 05.....	64
Tabela 35 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 01 na comparação entre as Épocas 01 e 03.....	65
Tabela 36 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 01.....	65
Tabela 37 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 02 na comparação entre as Épocas 01 e 03.....	66
Tabela 38 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 02.....	66
Tabela 39 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 03 na comparação entre as Épocas 01 e 03.....	67
Tabela 40 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 03.....	67
Tabela 41 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 04 na comparação entre as Épocas 01 e 03.....	67
Tabela 42 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para Ajuste 04.....	68
Tabela 43 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 05 na comparação entre as Épocas 01 e 03.....	68
Tabela 44 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 05.....	68
Tabela 45 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 01 na comparação entre as Épocas 01 e 04.....	69
Tabela 46 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para o Ajuste 01.....	69
Tabela 47 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 02 na comparação entre as Épocas 01 e 04.....	70
Tabela 48 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para o Ajuste 02.....	70
Tabela 49 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e TL para o Ajuste 03 na comparação entre as Épocas 01 e 04.....	71
Tabela 50 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para Ajuste 03.....	71

Tabela 51 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 04 na comparação entre as Épocas 01 e 04.....	72
Tabela 52 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para o Ajuste 04.....	72
Tabela 53 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 05 na comparação entre as Épocas 01 e 04.....	73
Tabela 54 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para Ajuste 05.....	73
Tabela 55 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 01.....	74
Tabela 56 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 02.....	75
Tabela 57 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 03.....	75
Tabela 58 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 04.....	76

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

GNSS	<i>Global Navigation Satellite System</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IIT	Injunção Inercial Total
IIP	Injunção Inercial Parcial
LEA	Laboratório de Engenharia de Agrimensura
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
MVC	Matriz Variância Covariância
TCG	Teste de Congruência Global
TDS	Teste <i>Data Snooping</i>
TF	Teste de <i>Fisher</i>
TGA	Teste Global do Ajustamento
TL	Teste Local
UFV	Universidade Federal de Viçosa

## RESUMO

ALMEIDA, Keevyn Bruno Oliveira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, outubro de 2018. **Estratégias de ajustamento aplicadas ao monitoramento de deslocamentos.** Orientador: Dalto Domingos Rodrigues.

Uma das muitas atribuições do engenheiro agrimensor é o monitoramento de estruturas utilizando técnicas de observação geodésicas e topográficas. Os equipamentos empregados na obtenção de dados para fim de monitoramento de estruturas progrediram nas últimas décadas e atualmente são empregados equipamentos como estações totais, receptores GNSS e Laser Scanners. O desenvolvimento de metodologias para monitorar estruturas de uma forma geral tem forte justificativa no que tange à questão da segurança pública, dado que expande as possibilidades em se detectar deslocamentos. Visando aprimorar a técnica de monitoramento, o presente trabalho tem como objetivo principal verificar a influência da estratégia de ajustamento utilizada ao se detectar deslocamentos a partir de levantamentos topográficos com uso de estação total sem a utilização de pilares de centragem forçada e adotando-se uma rotina de testes estatísticos para validação dos deslocamentos. Para tanto, foram realizadas quatro campanhas (épocas) de levantamentos de campo, sendo que a primeira foi definida como época padrão e as demais comparadas com ela. Os pontos de monitoramento foram materializados por alvos acoplados em placas metálicas fixadas a uma parede e que permitem inserir manualmente e medir deslocamentos aos alvos. Programou-se uma rotina no software *SciLab* para execução dos cálculos dos ajustamentos e dos testes de Fisher, Congruência Global, Local e Validação do Deslocamento. Os objetivos deste trabalho foram concluídos com o ajustamento com injeção inercial (livre) se destacando dentre os outros nos indicadores de desvio padrão e traço da MVC. As metodologias para controle da qualidade do ajustamento bem como os resultados dos testes estatísticos apresentaram-se bastantes coerente com as observações realizadas em campo e os pontos deslocados. Os pontos que foram deslocados manualmente foram detectados pela rotina desenvolvida, tendo a maioria dos deslocamentos destes pontos confirmados por meio do teste estatístico, entretanto, o ponto com deslocamento 0,70 cm não foi detectado pela rotina em nenhuma das estratégias. Por fim, com o levantamento sem a utilização de pilares de centragem forçada chegou-se a um valor precisão dos deslocamentos superior a 5,8 mm e acurácia superior a 12,1 mm.

## ABSTRACT

ALMEIDA, Keevyn Bruno Oliveira, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, October, 2018. **Adjustment strategies applied to the monitoring of displacements.** Adviser: Dalto Domingos Rodrigues.

One of the many attributes of the surveyor engineer is the monitoring of structures using geodetic and topographic observation techniques. The equipment used to obtain data for the purpose of monitoring structures has progressed in recent decades and currently equipment such as total stations, GNSS receivers and Laser Scanners are being used. The development of methodologies to monitor structures in general has strong justification regarding the issue of public safety, since it expands the possibilities in detecting displacements. In order to improve the monitoring technique, the main objective of this study is to verify the influence of the adjustment strategy used to detect displacements from topographic surveys using a total station without the use of forced centering pillars and adopting a statistical test routine for displacement validation. For that, four campaigns (seasons) of field surveys were carried out, the first being defined as the standard season and the others compared to it. The monitoring points were materialized by targets coupled in metal plates fixed to a wall and that allow to manually insert and measure displacements to the targets. A routine was programmed in the SciLab software to perform adjustment calculation and the statistical tests as Fisher, Global Congruence, Local Congruence and Displacement Validation. The objectives of this study were concluded with the adjustment with inertial injunction (free), standing out among the others in the indicators of standard deviation, trait of matrix of variances and others. The methodologies to control the quality of the adjustment as well as the results of the statistical tests were quite consistent with the observations made in the field and the displaced points. The points that were manually displaced were detected by the developed routine and most of these displacements confirmed by the statistical test, however, the point with displacement 0.70 cm was not detected by routine in any of the strategies. Finally, with the methodology a value of displacement accuracy of more than 5.8 mm and an accuracy of more than 12.1 mm was reached.

## 1. INTRODUÇÃO

A atividade de monitorar obras de engenharia é umas das aplicações da Engenharia de Agrimensura. Esta atividade é evidenciada em obras de grande magnitude que possuem um grande risco associado como pontes, barragens, taludes, instalações industriais, torres, dentre outras que possuem alto grau de complexidade. Ainda, segundo Cruz et al. (2009), os sistemas de inspeção e acompanhamento de obras de engenharia civil têm se valorizado nos últimos anos no cenário nacional e internacional.

Dentro das informações que podem ser monitoradas, destacam-se neste trabalho, as que dizem respeito ao posicionamento. Estas têm como principal objetivo detectar os deslocamentos de uma estrutura ao longo de um determinado período, logo, para detectar deslocamento de um ponto qualquer se faz necessário coletar informações de duas épocas distintas para a comparação e referenciá-las ao mesmo sistema de coordenadas.

As tecnologias e os equipamentos empregados no monitoramento de estruturas evoluíram nas últimas décadas, o que antes era realizado apenas com teodolitos mecânicos e níveis ópticos, atualmente é realizado utilizando estações totais, (WHITAKER et al., 2000), receptores GNSS, (KIM et al., 2003; BOND, 2007; LAROCCA, 2004; CHAVES, 2001) e laser scanners terrestres (MONSERRAT e CROSETTO, 2008).

Fazan (2010) realizou uma pesquisa com o objetivo desenvolver uma metodologia para detecção de deslocamentos em redes geodésicas utilizando técnicas empregadas nesta área de estudo. No mesmo ano, Poletto (2010), apresentou um trabalho que visou demonstrar o uso do GNSS aplicado ao monitoramento de deslocamentos de estruturas. Ebeling et al. (2011) realizaram a análise do monitoramento terrestre da montanha *Turtle*, aplicando transformações multiparâmetros entre épocas. Já Faggion et al. (2013) avaliou a qualidade da determinação relativa de deslocamentos de pontos em situações que simulem um ambiente industrial.

Chaves e Segantine (2014) realizaram estudos com GPS para auxiliar no controle de deformação de estruturas e fornecer parâmetros para análise de seu comportamento. Lenartovicz et. al. (2014) avaliaram as potencialidades do Laser Scanner Terrestre para o monitoramento de estruturas na Usina Hidroelétrica de Mauá. Graça e Faggion (2016)

apresentaram uma metodologia para o levantamento de pontos de monitoramento instalados junto à instrumentação de auscultação de uma barragem de concreto, por meio de levantamentos topográficos, validando os deslocamentos por meio de medidores triortogonais de junta.

Neste cenário, a proposta deste trabalho é investigar algumas estratégias de ajustamento quando aplicadas às metodologias envolvidas na determinação de deslocamentos de estruturas em ambientes onde não é possível a materialização do sistema de coordenadas por meio de pilares de centragem forçada bem como explorar as formas de definir o *datum* destes sistemas, como pátios industriais, zonas com grande adensamento urbano ou situações de grande urgência.

## 2. OBJETIVOS

O objetivo principal deste trabalho é verificar a influência das diferentes estratégias de ajustamento quando aplicadas em uma metodologia de detecção de deslocamento, aplicando levantamentos topográficos com estação total sem o auxílio de pilares de centragem forçada, testes estatísticos para detecção de *outliers* e outros testes que permitam inferir sobre a ocorrência, ou não, de deslocamentos.

Como objetivos específicos desta pesquisa podem-se destacar:

- Avaliar a aplicação de diferentes estratégias de ajustamento de observações na detecção de deslocamentos;
- Inferir sobre as limitações do não uso da técnica de centragem forçada do equipamento nos levantamentos topográficos para fins de detecção de deslocamentos;
- Elaborar um *software* que permita realizar os cálculos empregando os diferentes ajustamentos, os testes para a detecção de *outlier* bem como os testes para a detecção de deslocamentos.

### **3. JUSTIFICATIVA**

A questão que motiva esta pesquisa é a avaliação dos métodos de ajustamento quando aplicados a uma rotina para detecção de deslocamentos e a importância desta avaliação, no que tange à segurança das informações, ao se realizar o monitoramento de obras de engenharia de pequeno, médio e grande porte. Além disto, os métodos utilizados desde os levantamentos de campo, processamento dos dados e resultados colaboram na investigação da real influência da estratégia de ajustamento na detecção de deslocamentos.

Pontua-se também a avaliação da não utilização de marcos de centragem forçada para realizar as observações, bem como a verificação da eficiência deste método de trabalho para situações onde não é possível a instalação destes marcos, especialmente em grandes centros urbanos, uma vez que grande parte da literatura apresenta uma visão voltada aos barramentos utilizados para as usinas hidrelétricas.

### **4. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Será apresentada nesta seção a revisão bibliográfica utilizada neste trabalho apresentando detalhadamente os conceitos envolvidos em todos os procedimentos.

#### **4.1. Análise de redes de monitoramento**

Para preparar a coleta das observações para detecção de deslocamentos, em primeiro lugar, faz-se necessário uma análise da rede de monitoramento. A maioria das observações é proveniente de medições relativas entre pontos, logo, seria inconclusivo e de difícil interpretação detectar-se os movimentos derivados diretamente destas medições relativas. Além disso, podem estar disponíveis algumas informações heterogêneas, de fontes diferentes e com precisões variáveis, e/ou redundantes. Então, faz-se necessário obter-se um conjunto homogêneo de coordenadas que descreva a geometria da rede de monitoramento no momento da coleta da observação (EBELING, 2014).

Além disso, a análise de rede permite explicar os efeitos sistemáticos inerentes aos dados e, através de informações redundantes disponíveis, *outliers* podem ser detectados nas observações. A Matriz Variância Covariância (MVC) do vetor dos parâmetros (coordenadas) estimados, que é essencial para a análise estatística de eventuais deslocamentos, também é obtida como resultado da análise da rede (EBELING, 2014).

#### 4.1.1. Definição de *datum*

A posição não é uma quantidade absoluta como o conceito de massa ou o valor de um comprimento. O estabelecimento da posição de um ponto no espaço requer a especificação de três parâmetros independentes e os elementos de seu *datum* (COOPER, 1987).

Um *datum* utilizado para o posicionamento espacial é um conjunto ortogonal de eixos (X, Y, Z) que devem estar localizados no espaço. Uma maneira de fazer isso é selecionar ou construir um ponto próximo do local e referenciar a origem do sistema a este ponto. As orientações dos eixos ortogonais podem ser estabelecidas ao alinhar um eixo (convencionalmente o eixo Z) com a direção da força gravitacional e outro eixo na direção de outro ponto ou referência. Tal definição de *datum* é chamada de explícita, uma vez que é definida em pontos que podem ser materializados fisicamente por meio de marcas em blocos de concreto e a direção da gravidade pode ser realizada por um nível de bolha (COOPER, 1987).

Segundo Cooper (1987), ainda existe a definição chamada de implícita onde os pontos/referências utilizados para defini-lo não podem ser materializados fisicamente. Por exemplo, um *datum* geocêntrico tem suas origens no centro de massa da Terra, o eixo Z está alinhado com o eixo médio de rotação da Terra e o eixo X é direcionado para que o plano X-Z fique no Meridiano de Greenwich.

Embora as posições relativas dos pontos sejam de maior importância na prática da engenharia, estas só podem ser derivadas com base em um *datum* corretamente definido e que permitirá os cálculos de posicionamento com base nas medições a serem feitas (COOPER, 1987).

Segundo Cooper (1987), o uso difundido do *datum* em pesquisas de monitoramento frequentemente retira a atenção das características abstratas e a definição de seus parâmetros

deve sempre ser levada em consideração quando se discute a acurácia e a precisão do posicionamento.

No caso em que nem todos os parâmetros de referência de uma rede são estabelecidos, não é possível estimar coordenadas do vetor de observação (EBELING, 2014). A matriz cofatora, Equação (1), resultante do ajustamento, é singular uma vez que o *datum* não é completamente definido pelas observações. Quando isto ocorre dá-se o nome de deficiência de *Rank* e a matriz não admite a inversa (SILVA, 2011).

$$\begin{aligned} X &= (A^T \cdot P \cdot A)^{-1} \cdot (A^T \cdot P \cdot L). \\ Q &= (A^T P A), \end{aligned} \tag{1}$$

Em que:

$X$ : É o vetor de correção dos parâmetros no ajustamento paramétrico;

$A$ : É a matriz design do ajustamento que contém as derivadas parciais observações em relação aos parâmetros;

$P$ : É a matriz dos pesos das observações no ajustamento paramétrico;

$L = L_b - L_0$ : É a matriz resultante dos valores das observações brutas e das observações aproximadas.

Segundo Ebeling (2014), existem várias maneiras de se estabelecer os parâmetros ausentes (livres) e a forma como são definidos é importante, pois os resultados da análise de deslocamentos dependem fortemente do *datum* da rede.

Segundo Silva (2011), para remover a deficiência de *Rank* da matriz resultante  $(A^T P A)$  é preciso adicionar às equações de observação um outro conjunto de equações conhecido como equações de injunções. Caso estas equações sejam suficientes para remover a singularidade da matriz  $(A^T P A)$ , a solução é dita de injunção mínima. Caso o número de equações a serem adicionadas seja mais que o suficiente a solução é chamada de solução super-injuncionada.

Segundo Ebeling (2014), as equações de injunção inercial são implementadas adicionando certas condições para o vetor de correções de coordenadas  $(\Delta\vec{x})$ , que definem os parâmetros de referência que estão livres. As Equações (2) podem ser usadas para aplicar as injunções nos sete parâmetros de referência de uma rede 3D. As três primeiras injuncionam as

translações ao longo dos eixos X, Y e Z, as três seguintes as rotações e a última injunciona o fator de escala (TESKEY, 1989 apud EBELING, 2014):

$$\begin{aligned} \Sigma \Delta x_i &= 0; & \Sigma \Delta y_i &= 0; & \Sigma \Delta z_i &= 0; \\ \Sigma(z_i^0 \Delta y_i - y_i^0 \Delta z_i) &= 0; & \Sigma(x_i^0 \Delta z_i - z_i^0 \Delta x_i) &= 0; & \Sigma(y_i^0 \Delta x_i - x_i^0 \Delta y_i) &= 0; \\ \Sigma(x_i^0 \Delta x_i + y_i^0 \Delta y_i + z_i^0 \Delta z_i) &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

Em que  $\Delta x_i$ ,  $\Delta y_i$  e  $\Delta z_i$  são as correções aplicadas ao vetor das coordenadas iniciais, conforme determinado no ajustamento e  $x_i^0$ ,  $y_i^0$  e  $z_i^0$  representam as coordenadas iniciais do ponto  $i$ . Este processo corresponde à transformação tridimensional de *Helmert* das coordenadas ajustadas  $\vec{x}$  para as estimadas inicialmente  $\vec{x}_0$  (NIEMEIER, 2002).

Estas equações são definidas a partir dos seguintes princípios: o ponto no centroide, definido pelas coordenadas iniciais dos pontos definidores do *datum*, não sofrerá correção ao se aplicar as translações e as médias dos azimutes e das distâncias do centroide para os pontos *datum* permanecem inalteradas (KUANG, 1996).

Segundo Ebeling (2014), para proceder com a abordagem inercial faz-se necessário linearizar as condições de injunção expressas na Equação (2), em  $\vec{x}_0$ . Com isto, obtém-se a matriz de referência  $D_i$ , que contém as derivadas parciais da Equação (2) em relação aos elementos do vetor de parâmetro ( $\vec{x}$ ). Logo, dada uma rede tridimensional, com todas as  $d = 7$  (sete) injunções de *Datum* a serem definidas, a matriz de referência  $D_i$ , para um único ponto, assume a forma da Equação (3):

$$D_{i(3 \times d)}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_i^0 & y_i^0 & x_i^0 \\ 0 & 1 & 0 & z_i^0 & 0 & -x_i^0 & y_i^0 \\ 0 & 0 & 1 & -y_i^0 & x_i^0 & 0 & z_i^0 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

As três primeiras colunas definem as translações em X, Y e Z, respectivamente. As três colunas seguintes definem as rotações e a última coluna define a escala da rede. Para os pontos que não contribuem para o *datum* da rede, os elementos da sub matriz correspondente são iguais a zero. A matriz *datum*  $D$  é obtida através da concatenação das sub matrizes  $D_i$  de todos os pontos da rede (EBELING, 2014).

Logo, para uma abordagem super-injuncionada em uma rede com  $p$  pontos e  $u = 3p$  parâmetros desconhecidos, obtém-se a matriz *datum*  $D$  segundo a Equação (4):

$$D_{(d \times u)} = [D_1 \quad \dots \quad D_2 \quad \dots \quad D_p]. \quad (4)$$

Segundo Ebeling (2014), acrescenta-se então à matriz  $(A^T P A)$  a matriz *datum*  $D$ , conforme apresentado na Equação (5):

$$\begin{bmatrix} A^T P A & D^T \\ D & 0 \end{bmatrix}_{(u+d) \times (u+d)} \cdot \begin{pmatrix} \Delta \vec{x} \\ \vec{k} \end{pmatrix}_{(u+d) \times 1} = \begin{pmatrix} A^T P L \\ 0 \end{pmatrix}_{(u+d) \times 1}, \quad (5)$$

Em que,  $\vec{k}$  o vetor dos multiplicadores de *Lagrange*.

Segundo Ebeling (2014), a solução inercial se divide em dois casos particulares, a saber: a abordagem de Injunção Inercial Total (IIT) é alcançada quando as equações de injunção expressas na Equação (2) são introduzidas para todo o vetor de parâmetros ( $\vec{x}$ ), resultando em um traço minimizado para todos os elementos da matriz cofatora. A abordagem de Injunção Inercial Parcial (IIP) é alcançada quando as equações de injunção são introduzidas apenas para um subconjunto de coordenadas no vetor de parâmetros, nesse caso, apenas o traço da sub matriz de  $Q = (A^T P A)$ , correspondente às coordenadas participantes, é minimizado.

#### 4.1.2. Transformação S

Segundo Gründig et al. (1985), as coordenadas ajustadas ( $\vec{x}$ ) e sua matriz cofatora ( $Q$ ) são dependentes do *datum*, ou seja, os resultados reais de um ajuste da rede para os elementos do vetor de parâmetros e seus desvios padrão variam de acordo com os pontos que foram escolhidos para defini-lo.

Em determinadas situações, é necessário alterar o(s) ponto(s) de referência de uma rede. Esta situação pode se dar no caso de uma análise de deslocamento, objetivando manter uma base computacional estável, se um (ou mais) dos pontos de referência for identificado como instável. Se uma abordagem de injunção for usada para definir o *datum* durante uma análise de rede, não se faz necessário refazer o ajustamento da rede com um novo conjunto de pontos de referência, em vez disso, pode-se utilizar a Transformação S para se obter o vetor das coordenadas e sua matriz cofatora em relação ao novo conjunto de pontos de referência (*datum*) (GRÜNDIG et al., 1985).

Segundo Gründig et al. (1985), as seguintes equações descrevem a aplicação da transformação dos parâmetros  $\vec{x}_i$  e sua respectiva matriz cofatora  $Q_i$  de um *datum* ( $i$ ) para um determinado *datum* ( $j$ ).

$$\vec{x}_j = S_j \vec{x}_i, \quad (6)$$

$$Q_j = S_j Q_i S_j^T. \quad (7)$$

Segundo Gründig et al. (1985), a matriz  $S_j$  para a transformação é dada pela Equação (8):

$$S_j = I - D^T (D I_R D^T)^{-1} D I_R, \quad (8)$$

Sendo  $D$  a matriz *datum* preenchida com os pontos da rede,  $I$  é uma matriz identidade preenchida de acordo com o número de parâmetros referentes a  $\vec{x}_i$  e  $I_R$  é uma matriz identidade preenchida apenas nas posições das coordenadas que vão contribuir para o novo *datum*, de acordo com o número de parâmetros  $\vec{x}_j$ .

Ebeling (2014) ressalta que a Transformação  $S$  pode ser aplicada apenas se ambos os *data*, Época  $i$  e Época  $j$  se referirem ao mesmo conjunto de coordenadas iniciais, e que a matriz *datum*  $D$  deve ser preenchida a partir do mesmo vetor de coordenadas iniciais.

#### 4.2. Controle de qualidade das observações e do ajustamento

As observações podem estar contaminadas por efeitos aleatórios (flutuações probabilísticas), inerentes às medições do experimento e também por efeitos sistemáticos e/ou *outliers*. Detectar e identificar os efeitos não aleatórios nas observações é um processo que pode ser realizado antes e/ou após o ajustamento pelo método dos mínimos quadrados (MMQ), ser realizado (KAVOURAS, 1982 apud KLEIN, 2011).

Segundo Monico (1988), o processo de estimar um parâmetro somente pode ser considerado rigoroso caso proporcione meios de se validar os resultados. Na teoria do ajustamento pelo MMQ, a Matriz de Variâncias e Covariâncias (MVC) fornece informações satisfatórias sobre os parâmetros que são estimados.

Segundo Monico (1988), existem diferentes testes para detecção de *outliers*, como o *Data Snooping* (Teste  $W$ ), Teste *Tau* (Método de Pope), *Danish Method*, entres outros.

Segundo Klein (2011), derivam-se do caso geral de testes de hipóteses em modelos lineares o teste para detecção de inconsistências nas observações chamado Teste Global do Ajustamento (TGA), bem como o procedimento para identificar as observações que são suspeitas de estarem contaminadas por algum efeito, chamado Teste *Data Snooping* (TDS).

Ambos serão aplicados após o ajustamento por mínimos quadrados ter sido realizado, empregando testes de hipóteses.

#### 4.2.1. Teste Global do Ajustamento (TGA)

Segundo Klein (2011), o TGA é um teste de hipótese que apenas detecta efeitos não aleatórios nas observações, segundo um grau de significância pré-estabelecido, sem identificar as observações afetadas.

A essência do TGA é analisar se a diferença entre o valor da variância a posteriori ( $\hat{\sigma}_0^2$ ), estimado pelo ajustamento, e o valor da variância a priori, ( $\sigma_0^2$ ), é estatisticamente significativa (KLEIN, 2011). Ou seja, o teste se propõe a informar se a soma ponderada do quadrado dos resíduos ajustados é estatisticamente concordante com a precisão que foi definida para as observações, através da matriz peso ( $P$ ).

Fazan (2010) define a estatística do teste através da razão entre a variância a posteriori e a variância a priori multiplicada pelo grau de liberdade, conforme apresentado na Equação (9).

$$T_{GA} = \frac{\hat{\sigma}_0^2}{\sigma_0^2} \cdot gl. \quad (9)$$

O teste das hipóteses  $H_0: E\{\hat{\sigma}_0^2\} \leq E\{\sigma_0^2\}$  e  $H_A: E\{\hat{\sigma}_0^2\} > E\{\sigma_0^2\}$  é aquele em que rejeita-se  $H_0$  se  $T_{GA} \geq \chi_{(n-u, \alpha)}^2$ . Ou seja, ao confrontar o valor da estatística ao valor tabelado para distribuição qui-quadrado com  $n - u$  graus de liberdade ( $n$ : n.º de observações e  $u$ : n.º de parâmetros) e nível de significância  $\alpha$ .

Ressalta-se que podem-se formular as seguintes hipóteses em substituição às hipóteses formuladas na Equação (9) e o critério substituído para a forma bi lateral conforme a Equação (11) (GEMAEL, 1994; LEICK, 2004 apud KLEIN, 2011):

$$H_0: \hat{\sigma}^2 = \sigma_0^2 \text{ vs. } H_0: \hat{\sigma}^2 \neq \sigma_0^2, \quad (10)$$

$$\text{e rejeita-se } H_0 \text{ se: } T_{GA} \geq \chi_{(n-u, \frac{\alpha}{2})}^2 \text{ ou } T_{GA} \leq \chi_{(n-u, 1-\frac{\alpha}{2})}^2. \quad (11)$$

Contudo, segundo Klein (2011), muitos autores como Kavouras (1982), Ghilani e Wolf (2006), Teunissen (2006) e Oliveira e Dalmolin (2008) afirmam que como o objetivo é detectar possíveis efeitos não aleatórios nas observações, o teste mais adequado seria o

unilateral definido na Equação (9), uma vez que com a ocorrência destes efeitos nas observações, espera-se sempre que  $\hat{\sigma}^2 > \sigma_0^2$ .

#### 4.2.2. Teste *Data Snooping*

O Teste *Data Snooping* é um processo que realiza a detecção e a localização de *outlier*. Neste método são testadas todas as observações presentes no modelo e dentre elas assume-se que somente um *outlier* está presente. Então testam-se todas as observações, uma de cada vez, e retira-se a observação identificada (KUANG, 1996 apud FAZAN, 2010).

Mesmo após uma análise e uma possível correção nos pesos das observações, caso venha novamente ocorrer a rejeição do ajustamento pelo Teste Global do Ajustamento, faz-se necessário a localização e eliminação das observações afetadas (KUANG, 1996 apud FAZAN, 2010).

Segundo Klein (2011), supor que apenas uma observação está contaminada por efeitos grosseiros (etapa de identificação de efeitos) é uma das principais aplicações práticas deste caso. Ainda, de acordo com Baarda (1968) apud Klein (2011), ao se assumir que apenas uma observação é suspeita de estar afetada, por vez, o teste deve ser aplicado para todas as  $n$  observações, o que resulta no procedimento denominado *Data Snooping*.

Segundo Klein (2011), quando a MVC das observações é uma matriz diagonal, ou seja, a correlação entre as observações não existe ou é desconsiderada, a estatística apresenta-se conforme a Equação (12), para cada uma das observações. Ou seja, é definida como um resíduo padronizado:

$$W_i = \frac{|V_i|}{\hat{\sigma}_{V_i}}, \quad (12)$$

Em que:

$|V_i|$ : O valor absoluto do resíduo estimado da  $i$ -ésima observação ajustada;

$\hat{\sigma}_{V_i}$ : É o desvio padrão do respectivo resíduo (obtido na matriz covariância dos resíduos ajustados).

Segundo Klein (2011), a estatística  $W_i$  apresentada na Equação (12) representa um resíduo padronizado para cada observação. Logo, definindo um nível de significância

$\alpha = 0,05$ , uma observação pode ser considerada suspeita de estar contaminada por um efeito grosseiro caso o valor do seu resíduo estimado ( $|V_i|$ ) exceder em  $K_\alpha = 1,96$  vezes o valor que foi estimado para o desvio padrão ( $\hat{\sigma}_{V_i}$ ) do respectivo resíduo, bem como apresentar a maior estatística ( $W_i$ ) dentre todas as observações.

$$\text{Condição 1: } |V_i| > K_\alpha \cdot \hat{\sigma}_{V_i}, \quad (13)$$

$$\text{Condição 2: } W_i > (W_1, W_2, W_3 \dots W_n).$$

Logo, o teste considera as condições presentes na Equação (13) para considerar que uma observação é *outlier*.

### 4.3. Análise de deslocamento

Neste tópico serão apresentados os testes estatísticos utilizados para realizar a detecção e análise dos deslocamentos dos pontos. Serão apresentados quatro testes: Teste de Fisher (TF), Teste de Congruência Global (TCG), Teste Local (TL) e o teste para validação dos deslocamentos.

#### 4.3.1. Teste de Fisher

Segundo Ebeling (2014), se as observações de pelo menos duas épocas estiverem disponíveis, os deslocamentos apontados por elas podem ser confirmados utilizando o chamado modelo de congruência. Porém, antes de analisar os deslocamentos, deve-se determinar se os resultados dos procedimentos de observação referentes às duas épocas são de fato passíveis de comparação. Para isto, é necessário comparar os valores de variância a posteriori  $\hat{\sigma}_{0_i}^2$  e  $\hat{\sigma}_{0_j}^2$  das épocas  $i$  e  $j$  através do teste estatístico apresentado na Equação (14):

$$T_F = \frac{\hat{\sigma}_{0_i}^2}{\hat{\sigma}_{0_j}^2}, \quad (14)$$

Em que:

$$\text{Hipótese } H_0: E\{\hat{\sigma}_{0_i}^2\} = E\{\hat{\sigma}_{0_j}^2\} \quad (15)$$

$$\text{Hipótese alternativa } H_A: E\{\hat{\sigma}_{0_i}^2\} \neq E\{\hat{\sigma}_{0_j}^2\}. \quad (16)$$

Ao comparar a estatística ( $T_F$ ) à distribuição de Fisher, a um nível de significância  $\alpha$ , conforme a Equação (17), pode-se dizer que a hipótese  $H_0$  não pode ser rejeitada. Logo, a análise de deslocamento entre as duas épocas pode ser realizada (EBELING, 2014).

$$T_F \leq F_{S=1-\frac{\alpha}{2}, f_1=r_i, f_2=r_j}, \quad (17)$$

sendo,

$r_i$ , o grau de liberdade da época  $i$ ;

$r_j$ , o grau de liberdade da época  $j$ .

#### 4.3.2. Teste Congruência Global

Assumir que as coordenadas de um conjunto de pontos estimadas em duas épocas distintas são iguais não condiz com o que ocorre na prática. Tal hipótese não se sustenta, pois no momento da coleta das observações podem ocorrer, no mínimo, flutuações probabilísticas. Logo, devem-se supor hipóteses que permitam avaliar se as diferenças entre as coordenadas de épocas distintas apresentam variações dentro de um determinado intervalo (FAZAN, 2010).

A principal tarefa desta análise é testar se é válida a hipótese de que as coordenadas de um mesmo conjunto de pontos, de duas épocas distintas ( $i$  e  $j$ ), estão correlacionadas entre si ou são congruentes. Esta hipótese pode ser avaliada relacionando as coordenadas de cada época de acordo com a Equação (18) (EBELING, 2014).

$$B \cdot \begin{pmatrix} \vec{x}_i \\ \vec{x}_j \end{pmatrix} = \vec{w} \quad (18)$$

Em que  $B$  descreve a relação entre as coordenadas da época  $i$  e a época  $j$  e  $w$  é um vetor de constantes (EBELING, 2014).

Em um caso simplificado, em que a hipótese nula afirma que não existem diferenças significativas entre as duas épocas, e a discrepância das coordenadas entre as épocas  $i$  e  $j$  é nula, tem-se a Equação (19). Pode-se obter o vetor das discrepâncias das coordenadas ( $V_d$ ) entre as épocas  $i$  e  $j$  conforme a Equação (20) (EBELING, 2014).

$$\vec{x}_i - \vec{x}_j = \vec{0} \quad (19)$$

$$V_d = \vec{x}_j - \vec{x}_i; \quad V_d = \begin{bmatrix} dx_1 \\ dy_1 \\ \vdots \\ dy_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

Segundo Ebeling (2014), se o teste apresentado na Equação (17) indicar que a análise de deslocamento entre as duas épocas pode ser realizada, um fator ( $\hat{\rho}_0^2$ ) das variâncias de ambas as épocas combinadas pode ser derivado utilizando os graus de liberdade das épocas  $i$  e  $j$  ( $gl_i$  e  $gl_j$ ) bem como as variâncias de referência à posteriori ( $\hat{\sigma}_{0i}^2$  e  $\hat{\sigma}_{0j}^2$ ):

$$\hat{\rho}_0^2 = \frac{\hat{\sigma}_{0i}^2 \cdot gl_i + \hat{\sigma}_{0j}^2 \cdot gl_j}{gl_i + gl_j}, \quad (21)$$

e a matriz peso correspondente à matriz  $\hat{V}_d$  é dada pelas matrizes cofatoras das épocas  $i$  e  $j$ , segundo as Equações (22) e (23).

$$Q_{x_i} = (A_i^T \cdot P_i \cdot A_i) \text{ e } Q_{x_j} = (A_j^T \cdot P_j \cdot A_j) \quad (22)$$

$$Q_{V_d} = Q_{x_i} + Q_{x_j}. \quad (23)$$

Consequentemente, a forma quadrática das discrepâncias ( $\hat{\Omega}^2$ ) pode ser calculada através dos resultados individuais dos ajustamentos de cada uma das épocas, conforme expresso na Equação (24). A estatística do teste é apresentada na Equação (25) (EBELING, 2014).

$$\hat{\Omega}^2 = \frac{V_d^T \cdot Q_{V_d}^{-1} \cdot V_d}{h} \quad (24)$$

$$T_{CG} = \frac{\hat{\Omega}^2}{\hat{\rho}_0^2} \quad (25)$$

Em que  $h = 2n - d$  (sendo  $n$  o número de pontos da rede e  $d$  o número de deficiência de Rank).

Logo, ao comparar a estatística ( $T_{CG}$ ) à distribuição de Fisher, conforme a Equações (26), (27) e (28), pode-se dizer que, para um determinado nível de significância ( $\alpha$ ), e para os graus de liberdade  $f_1 = h$  e  $f_2 = r_i + r_j$  (soma dos graus de liberdade do ajustamento  $i$  e  $j$ )

os valores referentes à  $\hat{\rho}_0^2$  e  $\hat{\Omega}^2$  devem ser considerados estatisticamente idênticos. Isso significa que  $\hat{\Omega}^2$  excede  $\hat{\rho}_0^2$  apenas pela quantidade de efeitos aleatórios inerentes às observações, e, logo, a hipótese  $H_0$  não pode ser rejeitada. Porém, se o teste não rejeitar  $H_0$ , a existência de deslocamentos entre as duas épocas deve ser aceita (EBELING, 2014).

$$\text{Hipótese } H_0: E\{\hat{\rho}_0^2\} = E\{\hat{\Omega}^2\} \quad (26)$$

$$\text{Hipótese alternativa } H_A: E\{\hat{\rho}_0^2\} < E\{\hat{\Omega}^2\} \quad (27)$$

$$T_{CG} \leq F_{S=1-\alpha, f_1=h, f_2=r_i+r_j} \quad (28)$$

### 4.3.3. Teste Local

Segundo Cooper (1987), caso a hipótese  $H_0$  do TCG seja rejeitada, apontando a existência de discrepâncias significativas nas coordenadas das duas épocas, o próximo passo é separar os pontos estáveis, definidores do *datum*, dos pontos com deslocamentos significativos. A identificação de pontos com deslocamentos significativos é feita analisando ponto a ponto. Pode-se começar do último até o primeiro, ponto 1.

Para identificar os pontos que se deslocaram, deve-se obter o vetor apresentado na Equação (29), rearranjando o vetor das discrepâncias das coordenadas ( $V_d$ ) bem como matriz apresentada na Equação (30), que é obtida através de um rearranjo dos termos da matriz  $Q_{V_d}$ , onde os parâmetros do ponto que está sendo testado são identificados por N e os parâmetros dos pontos restantes da rede identificados por R (EBELING, 2014).

$$V_d = \begin{bmatrix} V_{dR} \\ V_{dN} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$Q_{V_d} = \begin{bmatrix} Q_R & Q_{NR} \\ Q_{RN} & Q_N \end{bmatrix} \quad (30)$$

A implementação do método, segundo Ebeling (2014), é descrita pela estatística do teste apresentada na Equação (32).

$$\hat{\Omega}_N^2 = \frac{V_{dN}'^T \cdot Q_N \cdot V_{dN}'}{b_N} \quad (31)$$

$$T_{L_n} = \frac{\widehat{\Omega}_n^2}{\widehat{\rho}_0^2}, \quad (32)$$

sendo:

$$\text{Hipótese } H_0: E\{\widehat{\sigma}_0^2\} = E\{\widehat{\Omega}_N^2\} \quad (33)$$

$$\text{Hipótese alternativa } H_A: E\{\widehat{\sigma}_0^2\} < E\{\widehat{\Omega}_N^2\} \quad (34)$$

Em que  $V'_{d_N}$ , Equação (35), contém apenas o efeito dos pontos isolados ( $N$ ) e  $b_N = 2$  para redes bidimensionais. Já  $\widehat{\rho}_0^2$  é apresentado na Equação (21).

$$V'_{d_N} = Q_N^{-1} * Q_{NR} * V_{d_R} + V_{d_N} \quad (35)$$

Pode-se comparar a estatística  $T_{L_N}$  à distribuição de Fisher, para um determinado nível de significância ( $\alpha$ ) e para os graus de liberdade  $f_1 = b_N$  e  $f_2 = r_i + r_j$ , analisando as hipóteses das Equações (33) e (34) para cada ponto da rede. A vantagem é a sensibilidade, pois em um teste global os pequenos deslocamentos podem ser ignorados. Por esta razão, é possível que o teste global seja rejeitado para toda a rede enquanto o teste local pode apontar alguns pontos como deslocados (EBELING, 2014).

Caso a hipótese  $H_0$  seja rejeitada, a discrepância para o ponto analisado é significativa. Repete-se o teste até o primeiro ponto. Caso as discrepâncias de mais de um ponto sejam significativas, exclui-se da definição do *datum* o ponto com maior valor da estatística  $T_{L_n}$ .

#### 4.3.4. Validação do deslocamento (ajustamento simultâneo)

Segundo Cooper (1987), para que a rede possa ser tratada como uma rede absoluta e para que possa se testar hipóteses sobre movimentos dos pontos em relação aos pontos de referência é necessário fazer um ajustamento simultâneo das coordenadas de todos os pontos usando medidas de ambas as épocas que estão em comparação. Neste ajustamento, todos os pontos que foram identificados como tendo sofrido movimentos significativos são tratados como dois pontos distintos, atribui-se então dois números de identificação diferentes a esse ponto, relativos à primeira e segunda épocas. Já os pontos que não foram identificados pelo TCG e outros testes de estabilidade terão apenas um conjunto de coordenadas estimadas para ambas as épocas.

As coordenadas dos pontos identificados como deslocados, nas duas épocas, e suas respectivas matrizes cofatoras obtidas pelo ajustamento simultâneo dão origem ao vetor de deslocamento  $\hat{V}_{d_j}$ , apresentado na Equação (36) e à matriz  $Q_{d_j}$  apresentada nas Equações (37), (38) e (39) (COOPER, 1987).

$$V_{d_j(2 \times 1)} = \begin{bmatrix} x_{t2} - x_{t1} \\ y_{t2} - y_{t1} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$$Q_{\hat{V}_{xy}(4 \times 4)} = \begin{bmatrix} Q_{\hat{V}_{xyt1}} & Q_{\hat{V}_{xyt1t2}} \\ Q_{\hat{V}_{xyt2t1}} & Q_{\hat{V}_{xyt2}} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$Q_{d_j(2 \times 2)} = Q_{x_i} + Q_{x_j} \quad (38)$$

$$Q_{d_j(2 \times 2)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot Q_{\hat{V}_{xy}} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (39)$$

Para ilustrar o teste, considere um ponto em uma rede bidimensional. As dimensões e a orientação da elipse de erro, que é uma forma de representar a incerteza estimada para um determinado ponto, referente ao ponto deslocado (elipse de deslocamento) podem ser encontradas a partir dos elementos da sub matriz de dimensão (2x2) de  $Q_{\hat{V}_{xy}}$ . Esta elipse, utilizando um nível de confiança de 95%, é ilustrada na Figura 1 para um ponto  $j$  qualquer, com um vetor de deslocamento dado pela Equação (36) (COOPER, 1987).

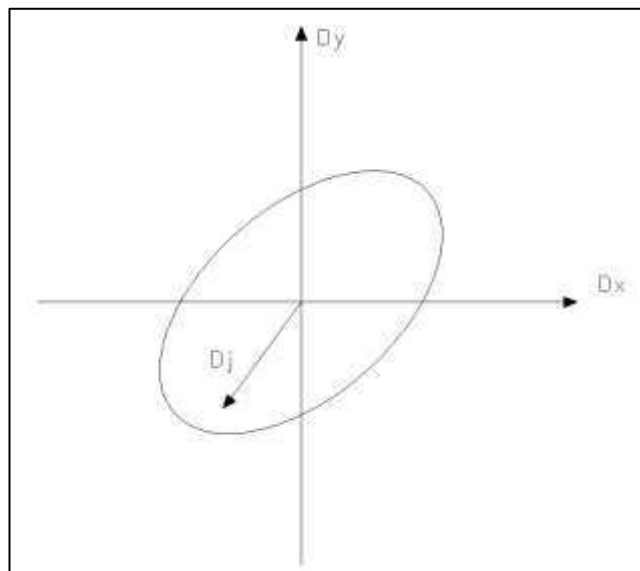


Figura 1 – Elipse de deslocamento com nível de confiança igual a 95%.

Fonte: Adaptado de Cooper (1987).

No caso ilustrado, em que o vetor de deslocamento está inteiramente dentro da elipse de deslocamento a um nível de confiança de 95%, não se pode afirmar que houve deslocamento significativo deste ponto a um nível de significância de 5%. Caso contrário, se o vetor exceder os limites da elipse de deslocamento pode-se afirmar que houve deslocamento relativo significativo ao nível de confiança de 95% (COOPER, 1987).

A estatística de teste utilizada para estabelecer essas regiões de confiança para um vetor de deslocamento  $\hat{V}_{d_j}$  é apresentada nas Equações (40) e (41), em que  $\hat{\sigma}_0^2$  é a variância a posteriori encontrada no ajustamento simultâneo:

$$w = V_{d_j}^T \cdot Q_{d_j}^{-1} \cdot V_{d_j} \quad (40)$$

$$T_w = \frac{w}{\hat{\sigma}_0^2} \sim 2F_{2,r} \quad (41)$$

Pode-se então confrontar a estatística à distribuição de *Fisher* da seguinte forma: Caso  $T_w > 2F_{2,r}$ , o vetor deslocamento deve ser considerado significativo. Sendo  $r = r_1 + r_2$ , em que  $r_1$  e  $r_2$  representam os graus de liberdade do ajustamento da época 1 e 2, respectivamente (COOPER, 1987).

## 5. MATERIAL E MÉTODOS

### 5.1. Materiais utilizados

Na coleta e processamento dos dados levantados neste trabalho foram utilizados os seguintes *softwares* e equipamentos:

- Estação Total Topcon GTS 212, com precisão a distância de 2mm + 2ppm (dois milímetros mais duas partes por milhão) e na direção de 2" (dois segundos);
- Paquímetro;
- Prisma e mini prisma;
- Parafusos fixadores dos Prismas;
- Placas metálicas;
- *Software Scilab v. 5.2.1*;

- *Topograph TG98 SE.*

Uma das três placas metálicas utilizadas para simulação dos deslocamentos é mostrada na Figura 2. De acordo com a Figura 2.c, a base da placa possui aproximadamente 7,0 cm x 7,0 cm. Uma das fendas possui 5 cm de comprimento e a outra 6 cm.

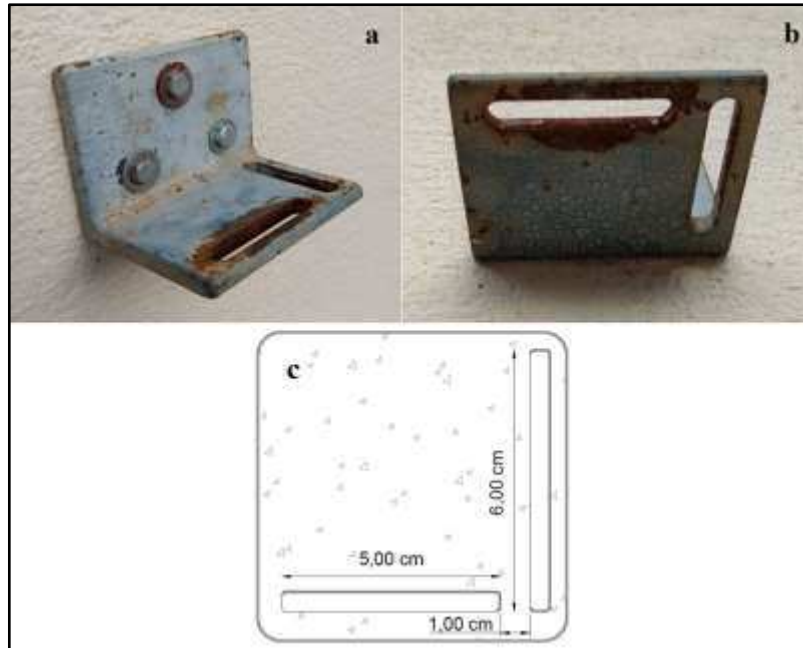


Figura 2 – Placa metálica utilizada para suporte dos prismas no levantamento de campo. a: Vista superior da placa metálica; b: Vista inferior da placa metálica; c: Esquema com as dimensões da placa.

## 5.2. Métodos

### 5.2.1. Levantamento de campo

A área utilizada para a coleta de dados deste trabalho está localizada nas dependências da Universidade Federal de Viçosa (UFV), no *Campus* da cidade de Viçosa-MG. Especificamente nas dependências do Laboratório de Engenharia de Agrimensura (LEA) onde se encontram a rede de referência adotada neste trabalho bem como os pontos alvo fixados na parede externa do laboratório.

A estratégia da pesquisa consiste em avaliar a detecção de deslocamentos, inseridos de forma manual (artificial) em pontos de monitoramento, por meio de levantamentos topográficos planimétricos utilizando-se estação total para medir ângulos e distâncias. O

procedimento foi realizado sem a utilização de marcos de centragem forçada. Como refletores, foram utilizados prismas conforme ilustra a Figura 3.



Figura 3 – Ilustração do prisma acoplado à placa com auxílio do parafuso.

As posições relativas das estações A, B e C podem ser observadas na Figura 4. Tais estações representam os locais ocupados pela estação total, materializados no pátio do LEA por meio de parafusos fixados a cilindros de concreto e constituem a rede externa de monitoramento.

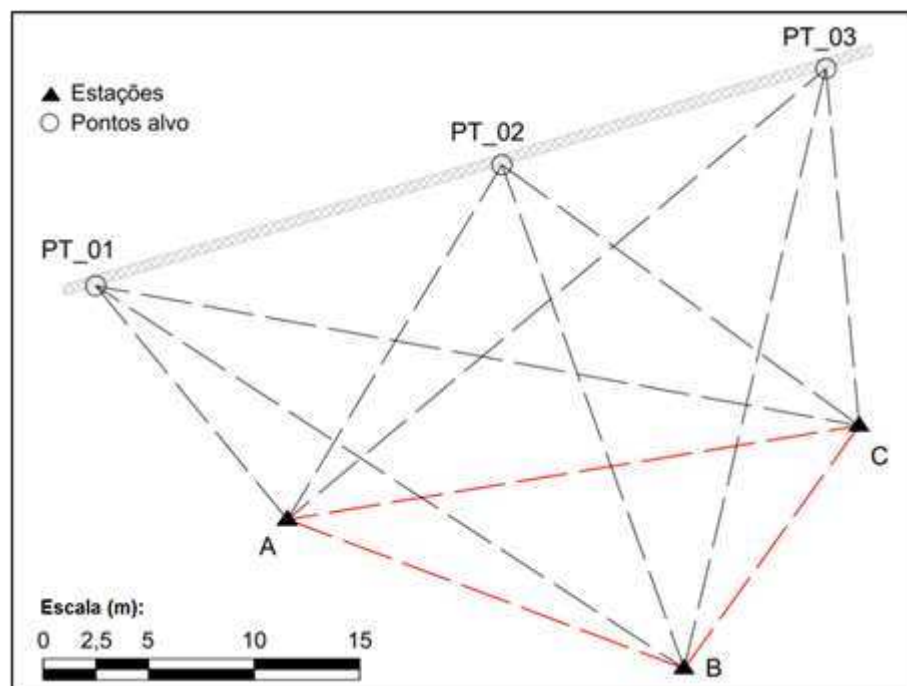


Figura 4 – Disposição dos pontos da rede de referência e a representação dos pontos alvo.

Na Figura 4, observam-se também os pontos PT\_01, PT\_02 e PT\_03 que foram utilizados como os pontos alvo na detecção dos deslocamentos.

Realizaram-se em todo o trabalho quatro diferentes campanhas (épocas) de levantamento. Deslocaram-se manualmente dois dos pontos identificados como alvo, PT\_01 e PT\_03 na segunda, terceira e quarta campanhas através da fenda na placa metálica. Para posteriores confrontações com os resultados encontrados na metodologia deste trabalho, mediram-se os valores destes deslocamentos empregando-se um paquímetro.

Das quatro campanhas de levantamento, escolheu-se a primeira como a época padrão para as posteriores comparações. De acordo com a Tabela 1, deslocaram-se os pontos, nas respectivas épocas.

Na segunda campanha os pontos PT\_01 e PT\_03 foram deslocados em 5,00 cm e 3,20 cm, respectivamente. Na terceira campanha, os mesmos pontos em 0,70 cm e 7,30 cm, respectivamente. E na quarta campanha em 1,50 cm e 6,30 cm, respectivamente. Todos os deslocamentos foram realizados em relação à posição ocupada na primeira campanha, chamada de época padrão. O ponto PT\_02 se manteve estável em todas as campanhas objetivando testar a coerência da metodologia proposta.

Tabela 1 – Valores dos deslocamentos dos pontos em cada uma das épocas, medidos empregando o paquímetro.

	PT_01	PT_02	PT_03
Época 01	-	-	-
Época 02	5,00 cm	0,00 cm	3,20 cm
Época 03	0,70 cm	0,00 cm	7,30 cm
Época 04	1,50 cm	0,00 cm	6,30 cm

Definiram-se os valores dos deslocamentos inseridos nos pontos PT\_01 e PT\_03 de forma a contemplar diferentes valores de deslocamentos, dentro dos limites físicos da placa metálica, a fim de se testar a metodologia para diferentes valores.

Os valores entre 0,70 cm a 5,00 cm foram inseridos para se utilizar apenas uma das fendas, e conseqüentemente foram aplicados em apenas um sentido de deslocamento. Os seus valores foram escolhidos gradualmente de forma a contemplar toda dimensão da fenda. Ressalta-se que não se aplicaram valores menores que 0,70 cm devido à grande dificuldade de materializar deslocamentos menores que este na placa metálica. Já os deslocamentos que

possuem valores maiores (7,30 cm e 6,30 cm) que as fendas da placa foram obtidos por meio de um deslocamento resultante entre as duas fendas da placa, com o objetivo de inserir um deslocamento que possua um sentido diferente dos outros quatro.

Em todas as quatro campanhas de levantamento de campo adotaram-se os mesmos procedimentos com o objetivo de obter uniformidade nos dados e nas observações. Alguns cuidados foram tomados, sendo os principais:

- Utilizaram-se de pontarias completas nas observações de todos os pontos;
- Realizou-se o nivelamento da estação total utilizando-se o tripé;
- Realizou-se o procedimento de centragem da estação total através do prumo óptico;
- Utilizou-se, *a priori*, como desvio padrão das direções, observadas em pontarias completas, o valor nominal da estação total utilizada, 2" (dois segundos);
- Utilizou-se, *a priori*, como desvio padrão das distâncias o valor nominal da estação total utilizada, 2 mm + 2 ppm (dois milímetros mais duas partes por milhão);
- Para as observações dos pontos da rede de monitoramento, utilizaram-se mini prismas;
- Para as observações nos pontos alvo, utilizou-se o prisma convencional uma vez que o encaixe do prisma à placa metálica foi desenvolvido para este tipo de prisma;
- Não foram admitidas incertezas no modelo matemático no que tange à centragem do equipamento;
- Realizou-se a sequência de observação das Estações e Pontos Alvo sempre no sentido horário.

Com a estação total instalada na estação A, mediram-se ângulos e distâncias para todos os outros pontos alvo e estações indicados na Figura 4 (PT\_01, PT\_02, PT\_03, B e C). Da mesma forma, procedeu-se para as instalações nas estações B e C. Pode-se ressaltar a difícil visualização do alvo para tomada de observações na estação PT\_B, devido aos obstáculos ao seu redor.

Obtiveram-se 10 observações a cada instalação: 5 distâncias e 5 ângulos. Logo, ao ocupar as três Estações (A, B e C), compôs-se o vetor das observações do ajustamento de

cada uma das quatro épocas com 30 observações (15 distâncias e 15 ângulos), conforme o fluxograma apresentado na Figura 5.

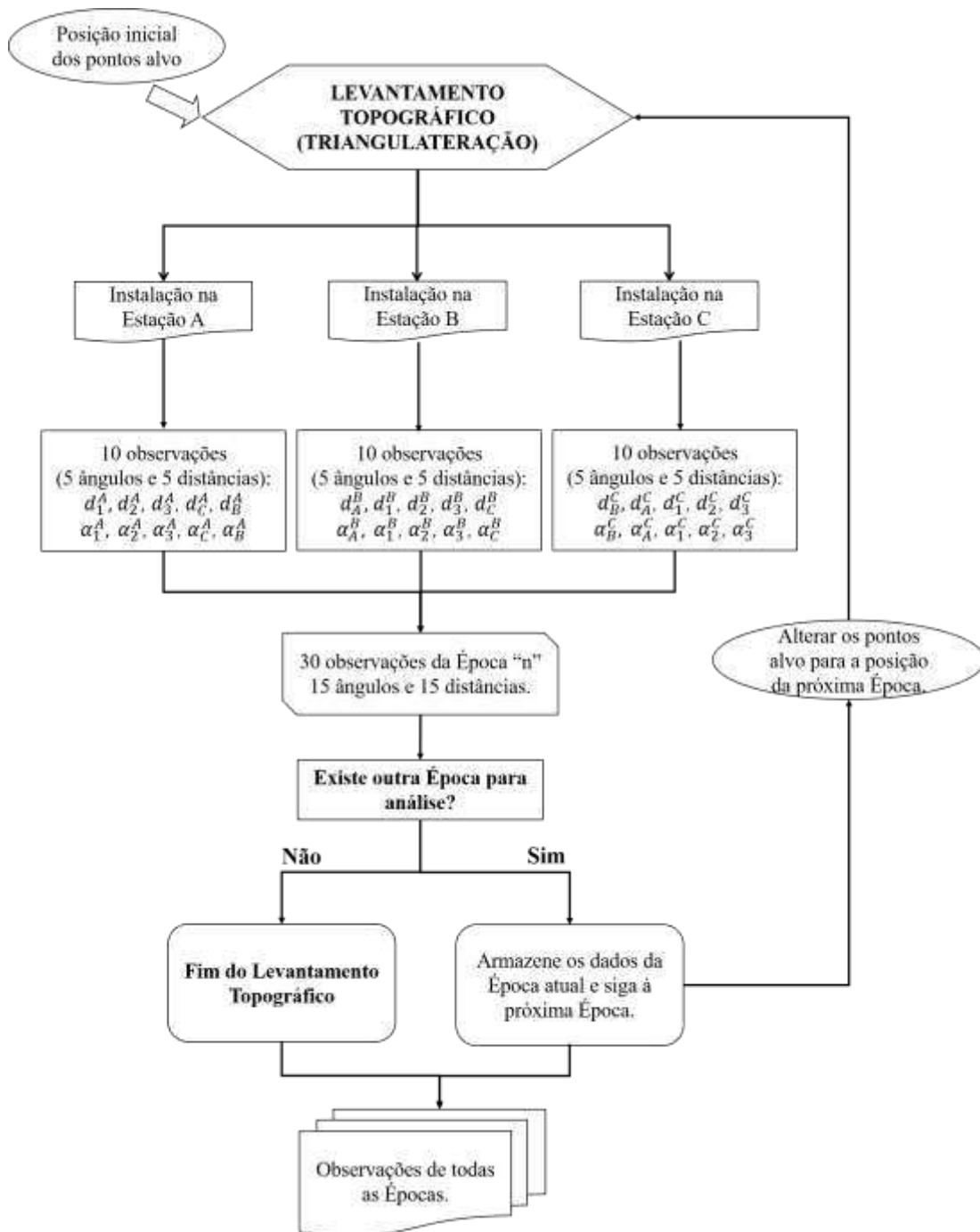


Figura 5 – Fluxograma das etapas do levantamento topográfico de campo.

As observações das quatro campanhas foram ajustadas empregando-se o método paramétrico em cinco estratégias diferentes identificadas por Ajuste 01 a 05. A Figura 6 apresenta o fluxograma com a sequência de aplicação do ajustamento para as diferentes épocas e estratégias.

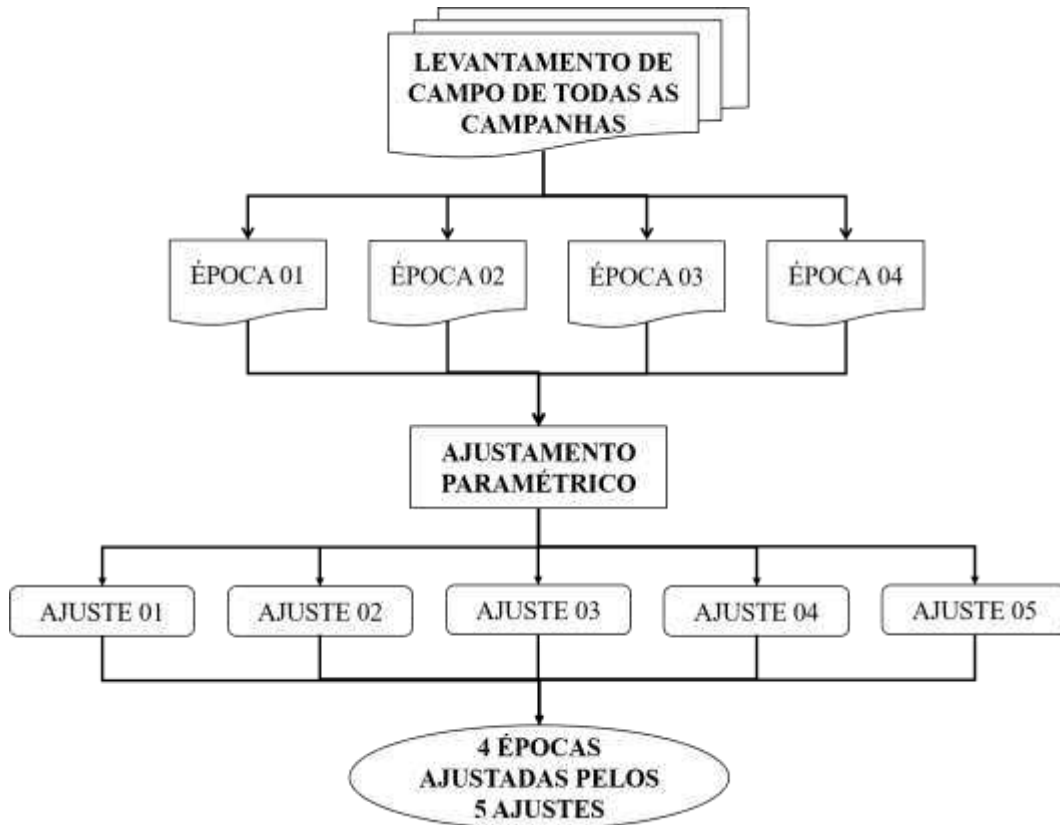


Figura 6 – Fluxograma da sequência de ajustamento das quatro épocas.

A seguir as cinco diferentes estratégias de ajustamento serão explicadas.

#### 5.2.1.1. Primeira estratégia (Ajuste 01): Injunção Inercial Total

No primeiro procedimento de ajustamento, implementado no *software SciLab*, assumem-se como parâmetros as coordenadas planimétricas de todos os pontos envolvidos na rede, como mostra a Equação (42).

$$X_a = [ X_A Y_A \ X_B Y_B \ X_C Y_C \ X_1 Y_1 \ X_2 Y_2 \ X_3 Y_3 ]_{(1 \times 12)}^T \quad (42)$$

As coordenadas das três Estações (A, B e C) são ajustadas em conjunto com as coordenadas planimétricas dos pontos alvo e assim, estações e pontos contribuem para a definição do *datum* da rede uma vez que as equações de injunção são aplicadas a todos os pontos da rede.

Sabendo-se que as coordenadas de todos os seis pontos da rede foram parametrizadas, conclui-se que as injunções mínimas necessárias (1 rotação, 2 translações e 1 escala) não

foram definidas e logo, se faz necessário realizar ajustamento inercial, que ajusta todos os parâmetros envolvidos na rede.

Como ilustra a Equação (43), utilizaram-se no total 30 observações para este procedimento de ajustamento.

$$L_b = \begin{bmatrix} d_1^A & d_2^A & d_3^A & d_C^A & d_B^A & \alpha_1^A & \alpha_2^A & \alpha_3^A & \alpha_C^A & \alpha_B^A & \dots \\ d_A^B & d_1^B & d_2^B & d_3^B & d_C^B & \alpha_A^B & \alpha_1^B & \alpha_2^B & \alpha_3^B & \alpha_C^B & \dots \\ d_B^C & d_A^C & d_1^C & d_2^C & d_3^C & \alpha_B^C & \alpha_A^C & \alpha_1^C & \alpha_2^C & \alpha_3^C & \dots \end{bmatrix}^T \quad (43)$$

(1 x 30)

### 5.2.1.2. Segunda estratégia (Ajuste 02): Injunção Inercial Parcial

Assumem-se os mesmos parâmetros do Ajuste 01 como mostra a Equação (42). Entretanto, os Pontos Alvo não contribuem para a definição do *datum* da rede, ou seja, as equações de injunção são aplicadas apenas para os Pontos Estação. Logo, a matriz *datum* (matriz componente do ajustamento inercial) é composta pelas coordenadas atribuídas inicialmente às Estações e por zeros para as coordenadas dos Pontos Alvo.

Como no procedimento anterior, se fez necessário o ajuste pelo método inercial e no que tange às observações, consideraram-se as mesmas observações do Ajuste 01, de acordo com a Equação (43).

### 5.2.1.3. Terceira estratégia (Ajuste 03)

Neste procedimento, também implementado no *software SciLab*, fixaram-se as coordenadas  $X_A$  e  $Y_A$  da Estação A bem como a coordenada  $X_B$  da Estação B, assumindo-se assim, para estas coordenadas desvio padrão igual a zero. Com isto, assumiram-se como parâmetros, a coordenada  $Y_B$  da Estação B e as coordenadas bidimensionais da Estação C e dos Pontos Alvo, Equação (44).

$$X_a = [Y_B \quad X_C \quad Y_C \quad X_1 \quad Y_1 \quad X_2 \quad Y_2 \quad X_3 \quad Y_3]^T_{(1 \times 9)} \quad (44)$$

Os valores escolhidos para as coordenadas a serem fixadas foram os valores resultantes do Ajuste 02. Isto se deu objetivando-se obter as coordenadas da rede mais estável, uma vez

que no Ajuste 02, os Pontos Alvo, que movimentaram de acordo com a época, não contribuíram para o estabelecimento do *datum* da rede, tornando-a assim mais estável.

No que tange às observações para o Ajuste 03, assumiram-se as mesmas observações do primeiro procedimento, de acordo com a Equação (43).

#### 5.2.1.4. Quarta estratégia (Ajuste 04)

Fixaram-se mais injunções do que as mínimas necessárias para estabelecer o *datum* da rede bidimensional. Para isso, fixaram-se as coordenadas  $X_A$  e  $Y_A$  da Estação A bem como as coordenadas  $X_B$  e  $Y_B$  da Estação B, atribuindo para estas coordenadas desvio padrão zero. Com isso, os parâmetros são os exibidos na Equação (45). Logo, ajustam-se as coordenadas da Estação C em conjunto com os Pontos Alvo.

$$X_a = [X_C Y_C \ X_1 Y_1 \ X_2 Y_2 \ X_3 Y_3]^T_{(1 \times 8)} \quad (45)$$

Da mesma forma que no Ajuste 03, retiraram-se os valores para fixar as coordenadas da Estação A, bem como da Estação B do ajustamento do segundo procedimento.

Em relação às observações do Ajuste 04, excluíram-se as que fazem referência às Estações fixadas (A e B) e permaneceram as observações referentes à outra Estação e aos outros Pontos Alvo da rede, conforme ilustra a Equação (46).

$$L_b = \begin{bmatrix} d_1^A & d_2^A & d_3^A & d_C^A & \alpha_1^A & \alpha_2^A & \alpha_3^A & \alpha_C^A & \dots \\ d_1^B & d_2^B & d_3^B & d_C^B & \alpha_1^B & \alpha_2^B & \alpha_3^B & \alpha_C^B & \dots \\ & & d_1^C & d_2^C & d_3^C & \alpha_1^C & \alpha_2^C & \alpha_3^C & \dots \end{bmatrix}^T_{(1 \times 22)} \quad (46)$$

#### 5.2.1.5. Quinta estratégia (Ajuste 05)

Também se fixaram mais injunções do que as mínimas necessárias para estabelecer o *datum*. Fixaram-se as coordenadas  $X_A$  e  $Y_A$  da Estação A,  $X_B$  e  $Y_B$  da Estação B bem como as coordenadas  $X_C$  e  $Y_C$  da Estação C, atribuindo para estas coordenadas desvio padrão zero. Com isso, apresentam-se como parâmetros apenas as coordenadas dos Pontos Alvo, conforme exibido na Equação (47). Às coordenadas das estações, foram atribuídos desvios padrão iguais a zero.

$$X_a = [ X_1Y_1 \ X_2Y_2 \ X_3Y_3 ]_{(1 \times 6)}^T \quad (47)$$

Os valores utilizados para fixar as coordenadas das Estações (A, B e C) também foram retirados do Ajuste 02.

Em relação às observações do Ajuste 05, excluíram-se as que fazem referência às Estações fixadas (A, B e C) e permaneceram as observações referentes aos Pontos Alvo da rede, conforme ilustra a Equação (48).

$$L_b = \begin{bmatrix} d_1^A & d_2^A & d_3^A & \alpha_1^A & \alpha_2^A & \alpha_3^A & \dots \\ d_1^B & d_2^B & d_3^B & \alpha_1^B & \alpha_2^B & \alpha_3^B & \dots \\ d_1^C & d_2^C & d_3^C & \alpha_1^C & \alpha_2^C & \alpha_3^C & \dots \end{bmatrix}_{(1 \times 18)}^T \quad (48)$$

### 5.2.2. Processamento e análise dos dados

Realizou-se o controle de qualidade do ajustamento utilizando, em conjunto, dois testes estatísticos, a saber, o Teste Global do Ajustamento (TGA) e o Teste *Data Snooping* (TDS) aplicando-os às cinco estratégias de ajustamento.

Tomou-se como ponto de partida a realização do ajustamento contendo as observações e parâmetros iniciais, especificados nos tópicos 5.2.1.1 a 5.2.1.5. Durante o processamento, ao encontrar a presença de *outlier*, através da análise do resultado do TGA, faz-se a identificação desta por meio do TDS. Identificando-se o *outlier*, procede-se com sua eliminação do vetor das observações.

Na hipótese de o resultado do TGA não identificar inconsistências, o teste considera as observações livres de *outliers* e o TDS não é executado.

Na sequência, caso identificado um *outlier*, realiza-se novamente o ajustamento sem a observação caracterizada como *outlier* e emprega-se a rotina até que o TGA não indique mais a presença de *outlier*. Executou-se tal procedimento eliminando-se uma observação por vez. O fluxograma apresentado na Figura 7 explicita a sequência de passos descrita.

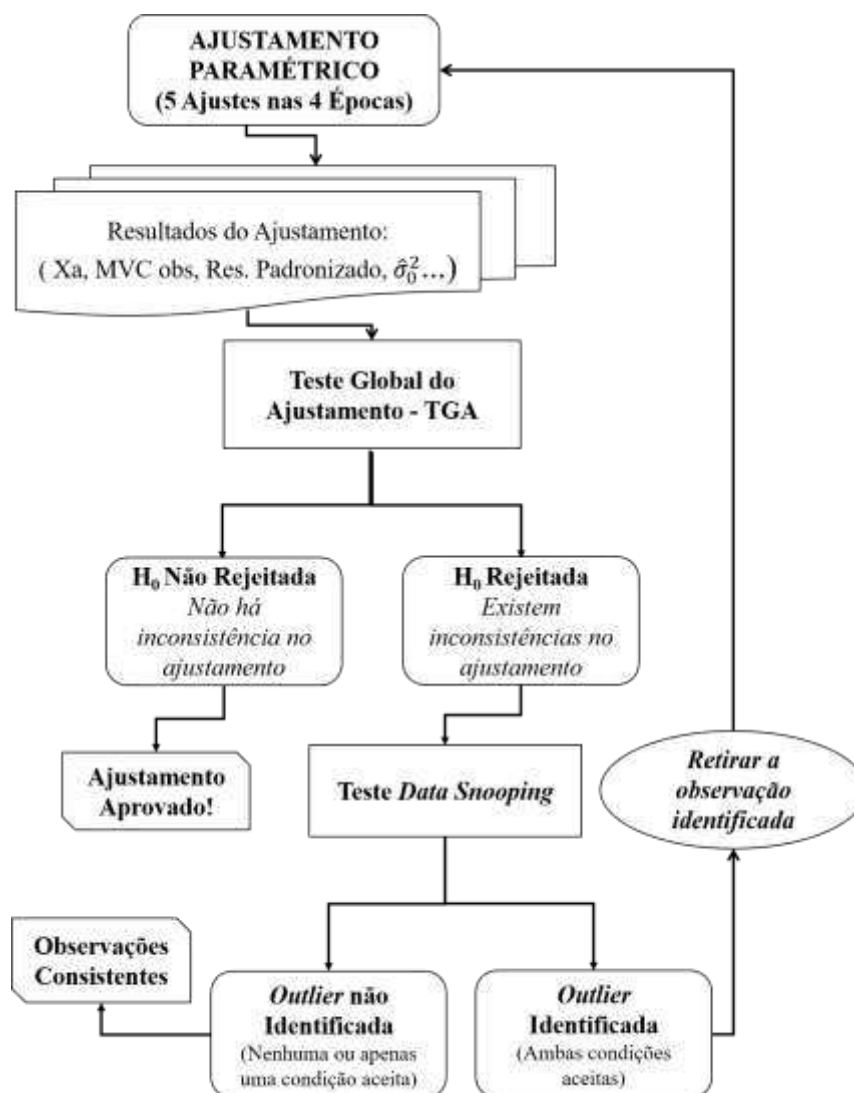


Figura 7 – Fluxograma da aplicação do Teste *Data Snooping* e do Teste Global do Ajustamento.

Após realizar todos os ajustamentos para todas as épocas, identificando-se e eliminando-se *outliers*, realizou-se a análise de deslocamento tomando como referência a primeira época de levantamento. Ou seja, uma vez fixada à primeira época, as demais foram comparadas a ela. Este procedimento foi empregado para as cinco estratégias de ajustamentos.

Realizaram-se três comparações entre as épocas: Época 01 e Época 02; Época 01 e Época 03 e Época 01 e Época 04. Logo, levando-se em consideração as cinco estratégias de ajustamento realizaram-se as comparações entre as épocas tomando-se a Época 01 como marco zero.

Realizaram-se as quinze comparações supracitadas com base na sequência de testes que será apresentada seguir e que tem como objetivo detectar os pontos que se deslocaram em relação à Época 01, bem como validar estes deslocamentos.

Na sequência, para verificar se os resultados dos ajustamentos são comparáveis entre si, utiliza-se o Teste de Fisher (TF) e o Teste de Congruência Global (TCG). Na hipótese de o resultado do TCG identificar incongruências entre as coordenadas ajustadas para diferentes épocas, executa-se o Teste Local (TL) que varre a rede ponto a ponto identificando quais pontos apresentam deslocamento. Na hipótese de o resultado do TCG não identificar incongruências, o teste considera as coordenadas congruentes entre si e o TL não é executado.

Em caso de o Teste Local indicar deslocamento para um dos pontos que definem o *datum*, este é identificado como movimentado e faz-se necessário eliminá-lo da definição. Em seguida, retira-se o ponto da definição do *datum* e através da aplicação da Transformação “S” define-se um novo *datum*.

No caso em que o TL indique deslocamento para mais de um dos pontos, retira-se então o ponto que obteve o maior valor calculado pela estatística do teste. Então, após a retirada do ponto identificado e a redefinição do *datum*, repete-se o procedimento para todos os pontos da rede.

Em seguida, realiza-se um novo ajustamento que processa de forma simultânea as coordenadas de todos os pontos usando as observações de ambas as épocas. Neste ajuste, tratam-se todos os pontos identificados pelo TL como pontos distintos. O primeiro, levando em consideração as observações da época  $i$ , e o segundo relativo à época  $j$ . Estimam-se então as coordenadas dos pontos detectados pelo TL em ambas as épocas ( $i$  e  $j$ ). Faz-se este procedimento para que a rede possa ser tratada como absoluta e para testar hipóteses sobre o deslocamento dos pontos em relação à referência.

Realiza-se a detecção de movimentos por meio do teste descrito na Seção 4.3.4, que leva em consideração os resultados do ajustamento realizado no passo anterior indicando se os deslocamentos detectados no procedimento são significativos ou não. Então, as análises serão realizadas a partir do cálculo das discrepâncias posicionais e do cálculo da acurácia.

A Figura 8 apresenta o Fluxograma com os testes estatísticos envolvidos na detecção de deslocamentos, descritos acima.

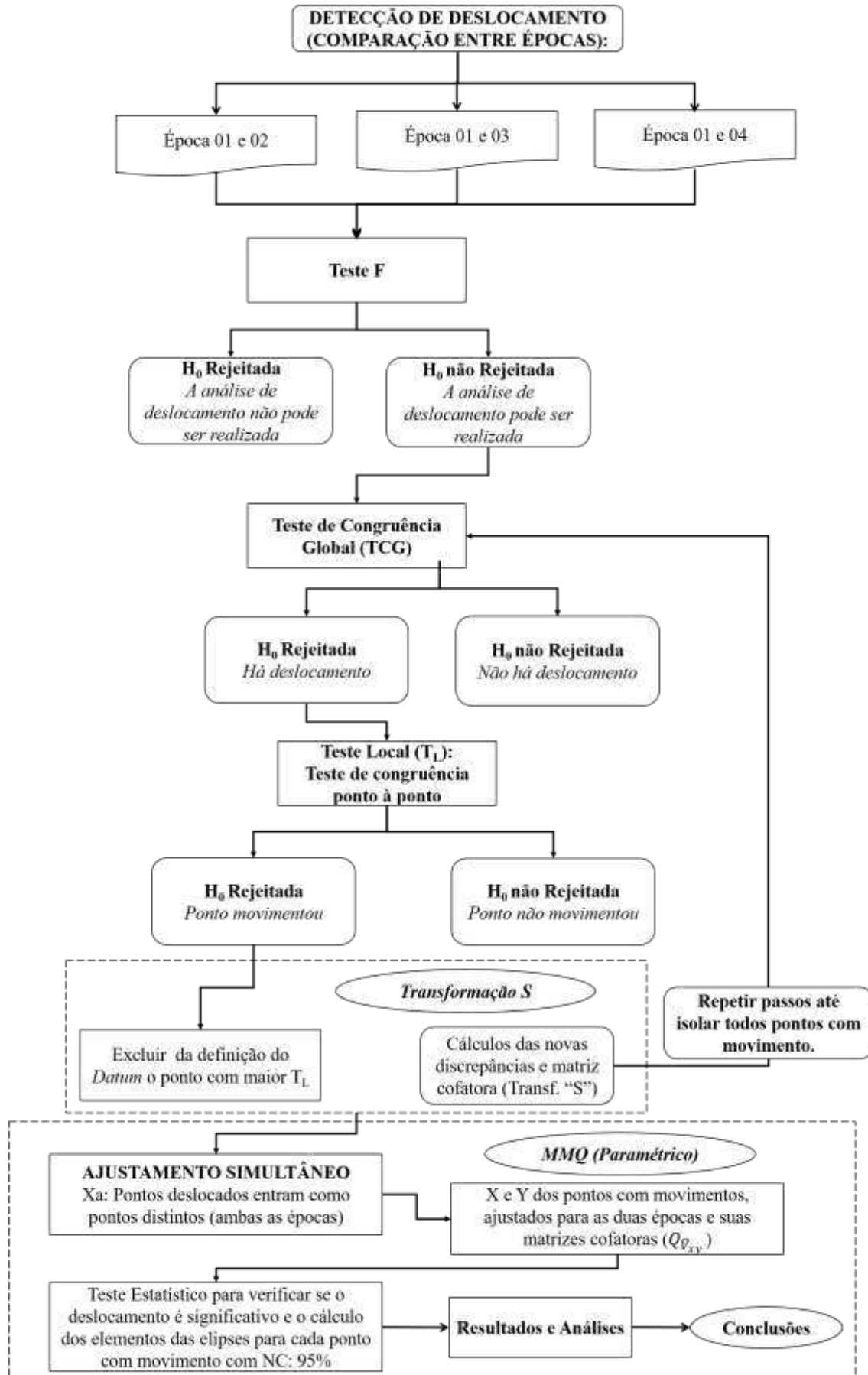


Figura 8 – Fluxograma dos testes estatísticos envolvidos na detecção de deslocamentos.

## 6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir apresentam-se os resultados obtidos e as discussões deste trabalho. Os resultados estão organizados em duas seções, sendo que a primeira, 6.1, trata dos resultados obtidos no ajustamento das cinco estratégias para as quatro épocas. A segunda seção, 6.2, aborda os resultados da verificação do deslocamento para todas as comparações entre as épocas.

### 6.1. Resultados do ajustamento para as cinco estratégias

A seguir apresentam-se os resultados da aplicação do TGA e do TDS para as cinco estratégias de ajustamento, as observações que foram identificadas como *outlier* durante a aplicação dos testes bem como um resumo dos resultados obtidos.

Aplicando-se o primeiro ajuste à Época 01, duas observações foram identificadas como *outlier* por meio dos testes TGA e TDS. Utilizando-se todas as observações, o TGA rejeitou a hipótese básica, que assume a igualdade entre o valor da variância *a priori* e o valor a posteriori. No TDS, a observação n.º 26 satisfaz as duas condições do teste, Equação (13), sendo então identificado como *outlier*.

Eliminada a primeira observação, o TGA rejeitou novamente a hipótese básica e o TDS indicou a observação n.º 24 como *outlier*. Eliminada a segunda observação, o TGA aceitou a hipótese básica, sendo igual a 19 o grau de liberdade, que para o ajustamento com injeção inercial (livre) bidimensional é calculado de acordo com a Equação (49).

$$GL = n^{\circ} \text{ observações} - n^{\circ} \text{ parâmentos}_a + n^{\circ} \text{ de equações de injeção} \quad (49)$$

Ao aplicar o primeiro ajuste à Época 02, identificaram-se as observações 26, 17 e 25, respectivamente, obtendo um grau de liberdade final igual a 18. Quanto à Época 03, identificaram-se as observações 21, 26, 01, 10 e 11, sendo o grau de liberdade igual a 16 e para a Época 04, identificaram-se as observações 26 e 02, sendo o grau de liberdade igual a 19.

A Tabela 2 resume os resultados obtidos por meio da aplicação dos testes às observações da Época 01, 02, 03 e 04.

Tabela 2 – Observações identificadas como *outliers* por meio da aplicação testes TGA e TDS para o Ajuste 01.

Época	01	02	03	04
Observações eliminadas	26 e 24	26, 17 e 25	21, 26, 01, 10 e 11	26 e 02
Grau de liberdade	19	18	16	19

As Tabelas a seguir exibem os *outliers* identificados empregando os métodos de ajustamento 02, 03, 04 e 05 respectivamente.

Tabela 3 – Observações identificadas como *outliers* por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 02.

Época	01	02	03	04
Observações eliminadas	26 e 24	26, 17 e 24	21, 26, 01, 10 e 11	26 e 02
Grau de liberdade	19	18	16	19

Tabela 4 – Observações identificadas como *outliers* por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 03.

Época	01	02	03	04
Observações eliminadas	21	15 e 21	26 e 06	02
Grau de liberdade	16	15	15	16

Tabela 5 – Observações identificadas como *outliers* por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 04.

Época	01	02	03	04
Observações eliminadas	22 e 17	22, 17 e 18	19, 22, 18 e 17	22, 19 e 17
Grau de liberdade	12	11	10	11

Tabela 6 – Observações identificadas como *outliers* por meio da aplicação dos testes TGA e TDS para o Ajuste 05.

Época	01	02	03	04
Observações eliminadas	24	14	08	04
Grau de liberdade	11	11	11	11

Como se pôde observar nos resultados apresentados, ao aplicar as estratégias de Ajuste 01 e 02 às observações das quatro épocas a observação n.º 26, ângulo visado entre as estações PT\_C e PT\_B, foi detectada pelo TGA e TDS em todas as épocas. Isto pode ser explicado pelo fato de que ao efetuar esta medida em campo não foi possível fazer a visada na parte inferior do bastão do prisma, o que pode acarretar em uma incerteza significativa no valor do ângulo observado.

Ao aplicar a estratégia de Ajuste 03 observou-se que a observação mais vezes detectada pelos testes foi a de n.º 21, o ângulo entre a estação PT\_C e o ponto alvo PT\_02. Para o Ajuste 04, detectou-se por mais vezes a observação n.º 22, ângulo entre a estação PT\_C e o ponto alvo PT\_03, e para o Ajuste 05 detectou-se por mais vezes a observação n.º 14, o ângulo entre a estação PT\_B e o ponto alvo PT\_02. Em campo, não se verificaram justificativas para tais ocorrências.

Observou-se também que os valores das estatísticas calculadas no Teste Global do Ajustamento e no Teste *Data Snooping* apresentaram resultados coerentes. Uma vez que era esperado que os valores das estatísticas fossem menores à medida que as observações detectadas como *outlier* fossem retiradas.

### 6.1.1. Incertezas nas coordenadas estimadas

A Tabela 7 apresenta os valores do traço da MVC das coordenadas para cada ajuste em cada uma das quatro épocas. Pode-se observar que os valores do traço calculados para o Ajuste 04, em todas as estratégias de ajuste, foram consideravelmente maiores quando comparados aos outros.

Tabela 7 – Valores dos traços da MVC das coordenadas para cada ajuste em cada época.

	Época 01 (mm <sup>2</sup> )	Época 02 (mm <sup>2</sup> )	Época 03 (mm <sup>2</sup> )	Época 04 (mm <sup>2</sup> )
Ajuste 01	4,83	5,19	5,19	3,92
Ajuste 02	6,19	6,11	6,47	4,75
Ajuste 03	5,47	17,82	8,68	9,90
Ajuste 04	59,07	71,89	48,21	87,03
Ajuste 05	6,89	12,38	7,34	10,41

Os Gráficos apresentados na Figura 9 ilustram o desvio padrão posicional para todos os pontos (estações e pontos alvo) envolvidos nos cinco ajustes para cada uma das quatro épocas.

Observa-se que, para quatro diferentes conjuntos de dados (quatro épocas), os valores obtidos são harmoniosos e apresentam resultados semelhantes entre si. Nesta perspectiva, observa-se que o Ajuste 04 apresentou os maiores valores de desvio padrão posicional dentre todos os outros.

Os Ajustes 01 e 02 apresentaram valores similares entre si, sendo que os valores dos pontos alvo (PT\_01, PT\_02 e PT\_03) apresentam-se com maior magnitude em relação aos valores de desvio padrão encontrados nas estações (PT\_A, PT\_B e PT\_C). Pode-se explicar esta ocorrência pelo fato de que as estações possuem maior número de observações quando comparadas aos pontos alvo.

Conforme apresentado na metodologia deste trabalho, os valores de desvio padrão para as coordenadas bidimensionais das estações PT\_A, PT\_B e PT\_C são iguais a zero para o

Ajuste 05, bem como para as coordenadas das estações PT\_A e PT\_B no Ajuste 04 e para as coordenadas bidimensionais da estação PT\_A e coordenada  $X_B$  para a estação PT\_B.

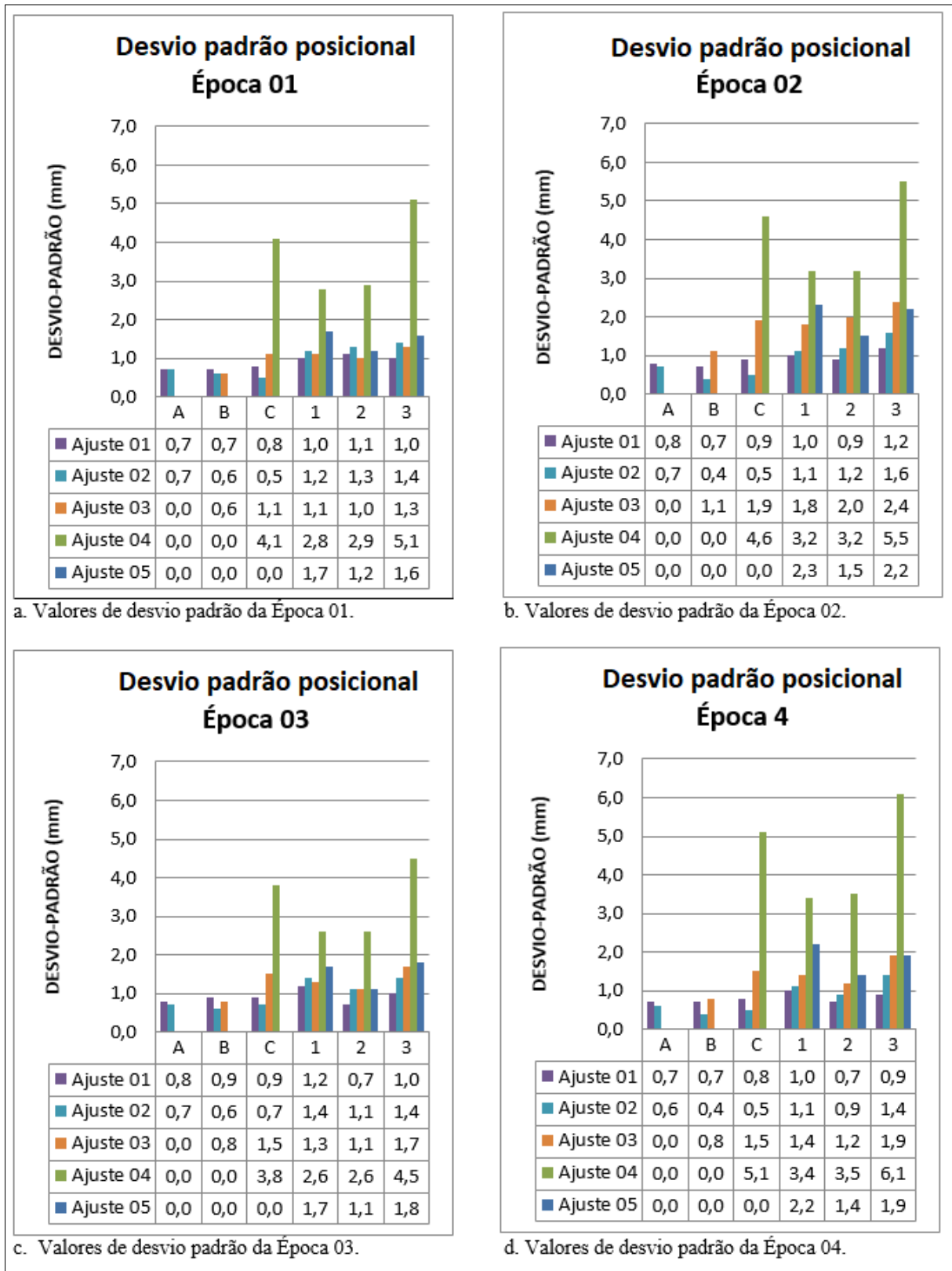


Figura 9 – Valores de desvio padrão posicional dos 5 ajustes aplicados às Época 01 a 04.

## 6.2. Verificando os deslocamentos

Nesta seção, são apresentados os resultados da aplicação dos testes de Fisher, de congruência global e local, identificando-se os pontos com possíveis deslocamentos para as diferentes épocas em relação à época 01, bem como os resultados da significância de cada deslocamento, apontada pelo teste Fisher.

### 6.2.1. Época 01 e Época 02

Neste item serão apresentados os resultados, acima mencionados, relativos às épocas 01 e 02, para cada tipo de ajustamento.

#### 6.2.1.1. Ajuste 01

A Tabela 8 mostra os valores das estatísticas dos testes aplicados na comparação dos resultados dos ajustamentos das observações realizadas nas épocas 01 e 02, empregando o Ajuste 01. O teste de Fisher, aplicado no primeiro processamento, mostra que a diferença entre a esperança de  $\hat{\sigma}_{0_1}^2$  e a esperança de  $\hat{\sigma}_{0_2}^2$  não é significativa, ou seja, os resultados dos ajustamentos para as épocas 01 e 02 são comparáveis entre si. O TCG é aplicado para verificar a existência de ponto com coordenadas significativamente discrepantes, pontos com possível deslocamento. Existindo, aplica-se o TL para identificar o ponto. Eliminado o ponto com maior TL repete-se o TCG e TLs enquanto o TCG apontar que há pontos com deslocamento.

Tabela 8 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 01 na comparação entre as Épocas 01 e 02.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 02				
Processamento	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto Eliminado
1	0,85 <sup>ns</sup>	6.508,80*	28.310,55*	PT_01
2	-	281,02*	899,50*	PT_03
3	-	33,62*	74,33*	PT_02
4	-	6,48*	9,72*	PT_B
5	-	0,00 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de Fisher; <sup>ns</sup>: não significativo.

Uma vez que os pontos PT\_01, PT\_03, PT\_02 e PT\_B foram detectados pela rotina, passaram a incorporar um novo ajustamento simultâneo com os outros pontos utilizando as observações de ambas as épocas.

Na Tabela 9 são apresentados os valores das coordenadas obtidas através do ajustamento simultâneo.

Tabela 9 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 01.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_A	999,215	1001,063	0,4	0,4
PT_01	999,984	1015,379	0,3	0,5
PT_02	1018,066	1006,610	0,6	0,4
PT_03	1032,477	999,612	0,6	0,4
PT_C	1022,244	986,038	0,5	0,3
PT_B	1004,520	985,046	0,5	0,3
PT_01 Epc.2	1000,027	1015,354	0,3	0,7
PT_02 Epc.2	1018,066	1006,610	0,6	0,4
PT_03 Epc.2	1032,507	999,602	0,6	0,4
PT_B Epc.2	1004,522	985,044	1,8	0,4

A Tabela 10 apresenta a discrepância posicional dos pontos detectados pela rotina e seus respectivos valores de referência inseridos na placa e medidos com o paquímetro.

Tabela 10 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 01.

Ponto	Discrepância posicional (cm)	Valor de referência (cm)
PT_01	4,97	5,00
PT_02	0,00	0,00
PT_03	3,16	3,20
PT_B	0,28	0,00

Dos resultados do teste estatístico para validação dos deslocamentos, Equação (41), exibidos na Tabela 11, não se pode afirmar que houve deslocamento no ponto PT\_02, com um nível de significância de 5%, e pode-se afirmar que houve deslocamentos nos pontos PT\_01, PT\_03, PT\_B, com um nível de confiança de 95%.

Tabela 11 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 01.

Ponto	PT_01	PT_02	PT_03	PT_B
$T_w$	43102,77*	0,02 <sup>ns</sup>	7256,05*	45,63*

\*: Valor significativo com nível de significância  $\alpha = 5\%$  pela distribuição de Fisher; <sup>ns</sup>: não significativo.

A Figura 10 ilustra o resultado gráfico do teste para a validação do deslocamento referente ao PT\_B, em que o vetor  $\vec{d}$  representa o deslocamento do ponto em relação à elipse de deslocamento com NC de 95%. Ressalta-se que não existe vetor de deslocamento para o PT\_02, uma vez que suas coordenadas são idênticas em ambas as épocas. Com este resultado, pode-se afirmar, com um nível de confiança de 95%, que o ponto PT\_03 se deslocou, ou seja, a Estação B na Época 01 não foi a mesma na Época 02.

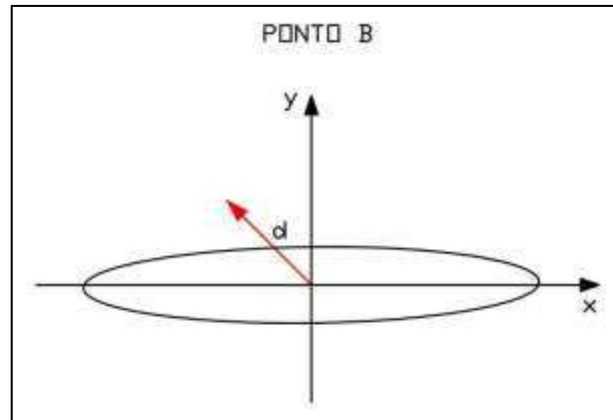


Figura 10 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT\_B e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 01.

### 6.2.1.2. Ajuste 02

Realizando-se os mesmos processamentos e análises do item anterior, item 6.2.1.1, porém empregando-se o Ajuste 02, foram encontrados os seguintes resultados:

Os pontos apontados como provavelmente deslocados foram PT\_01, PT\_03, PT\_02 e PT\_B, respectivamente. Os valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL, na comparação entre as Épocas 01 e 02, bem como as coordenadas e seus desvios padrão resultantes do ajustamento simultâneo das observações destas épocas, com o Ajuste 02, encontram-se no Apêndice A.

As tabelas com os resultados das análises de significância das discrepâncias encontram-se a seguir.

Tabela 12 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 02.

Ponto	Discrepância posicional (cm)	Valor de referência (cm)
PT_01	5,02	5,00
PT_02	0,00	0,00
PT_03	3,10	3,20
PT_B	0,28	0,00

Tabela 13 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 02.

Ponto	PT_01	PT_02	PT_03	PT_B
$T_w$	42789,57*	0,02 <sup>ns</sup>	7253,32*	47,96*

\*: Valor significativo com nível de significância  $\alpha = 5\%$  pela distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

A Figura 11 ilustra o resultado gráfico do teste para a validação do deslocamento referente ao PT\_B, em que o vetor  $\vec{d}$  representa o deslocamento do ponto em relação à elipse de deslocamento com NC de 95%. Ressalta-se que não existe vetor de deslocamento para o PT\_02, uma vez que suas coordenadas são idênticas em ambas as épocas.

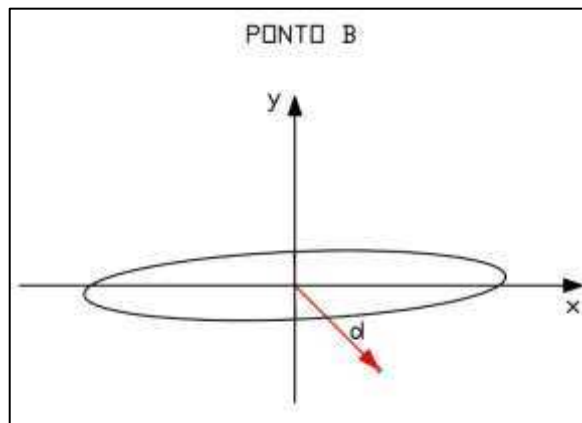


Figura 11 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT\_B e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 02.

### 6.2.1.3. Ajuste 03

Com o Ajuste 03, os pontos PT\_01, PT\_02 e PT\_03, respectivamente, foram apontados como pontos que provavelmente se deslocaram.

Os valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL, na comparação entre as Épocas 01 e 02, bem como as coordenadas e seus desvios padrão resultantes do ajustamento simultâneo das observações destas épocas, com o Ajuste 03, encontram-se no Apêndice A.

A Tabela 14 apresenta a discrepância posicional dos pontos detectados pela rotina e seus respectivos valores de referência e a Tabela 15 os resultados para validação dos deslocamentos encontrados.

Tabela 14 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 03.

Ponto	Discrepância posicional (cm)	Valor de referência (cm)
PT_01	4,48	5,00
PT_02	0,22	0,00
PT_03	2,82	3,20

Tabela 15 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 03.

Ponto	PT_01	PT_02	PT_03
$T_w$	830,76*	3,94 <sup>ns</sup>	1.099,19*

\*: Valor significativo com nível de significância  $\alpha = 5\%$  pela distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

A Figura 12 ilustra o resultado gráfico do teste para a validação do deslocamento referente ao PT\_02, onde o vetor  $\vec{d}$  representa o deslocamento do ponto em relação à elipse de deslocamento com nível de significância de 5%. Com este resultado, não se pode afirmar que o PT\_02 deslocou, com um nível de significância de 5%. A Figura 13 apresenta o resultado para o PT\_03.

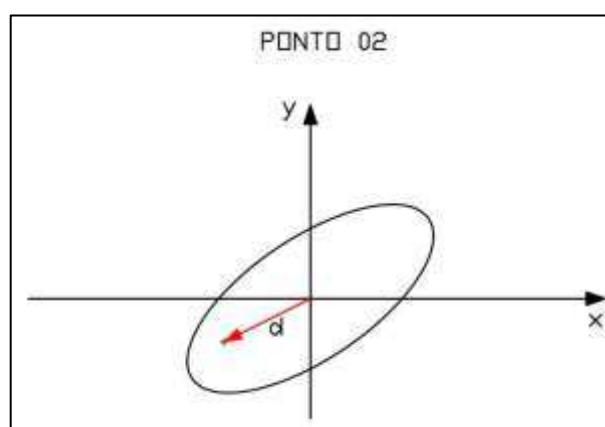


Figura 12 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT\_02 e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 03.

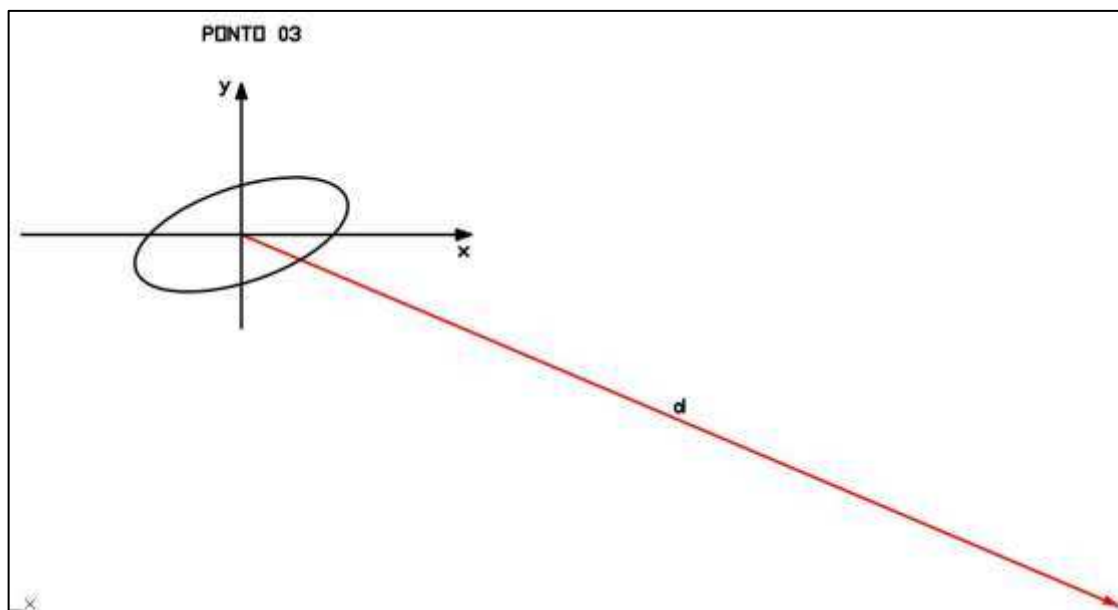


Figura 13 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT\_03 e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 03.

#### 6.2.1.4. Ajuste 04

Para o Ajuste 04, os pontos PT\_01, PT\_03 e PT\_C, respectivamente, foram apontados como pontos que provavelmente se deslocaram.

Os valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL, na comparação entre as Épocas 01 e 02, bem como as coordenadas e seus desvios padrão resultantes do ajustamento simultâneo das observações destas épocas, com o Ajuste 04, encontram-se no Apêndice A.

A Tabela 16 apresenta a discrepância posicional dos pontos detectados pela rotina e seus respectivos valores de referência e a Tabela 17 os resultados para validação dos deslocamentos encontrados.

Tabela 16 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 04.

Ponto	Discrepância posicional (cm)	Valor de referência (cm)
PT_01	4,79	5,00
PT_03	3,01	3,20
PT_C	0,41	0,00

Tabela 17 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 04.

Ponto	PT_01	PT_03	PT_C
$T_w$	40.822,30*	310,00*	28,00*

\*: Valor significativo com nível de significância  $\alpha = 5\%$  pela distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

A Figura 14 ilustra o resultado gráfico do teste para a validação do deslocamento referente ao PT\_C, em que o vetor  $\vec{d}$  representa o deslocamento do ponto em relação à elipse de deslocamento com nível de confiança de 95%.

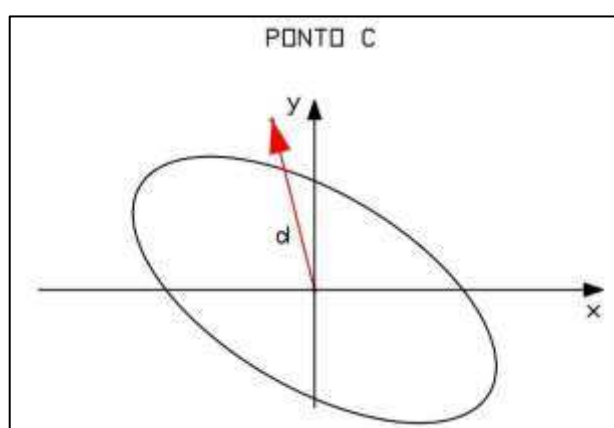


Figura 14 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT\_C e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 04.

#### 6.2.1.5. Ajuste 05

Para o Ajuste 05, os pontos PT\_01 e PT\_03, respectivamente, foram apontados como pontos que provavelmente se deslocaram.

No Apêndice A estão as tabelas com os valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL, na comparação entre as Épocas 01 e 02, bem como as coordenadas e seus desvios padrão resultantes do ajustamento simultâneo das observações destas épocas, com o Ajuste 05.

A Tabela 18 apresenta a discrepância posicional dos pontos detectados pela rotina e seus respectivos valores de referência e a Tabela 19 os resultados para validação dos deslocamentos encontrados.

Tabela 18 – Discrepância posicional dos pontos detectados na comparação das Épocas 01 e 02 empregando o Ajuste 05.

Ponto	Discrepância posicional (cm)	Valor de referência (cm)
PT_01	5,02	5,00
PT_03	3,10	3,20

Tabela 19 – Resultado do teste para verificar a significância das discrepâncias encontradas entre as Épocas 01 e 02, com Ajuste 05.

Ponto	$T_w$
PT_01	79.432,65*
PT_03	15.756,38*

\*: Valor significativo com nível de significância  $\alpha = 5\%$  pela distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

A Figura 15 ilustra o resultado gráfico do teste para a validação do deslocamento referente ao PT\_03, em que o vetor  $\vec{d}$  representa o deslocamento do ponto em relação à elipse de deslocamento com nível de confiança de 95%.

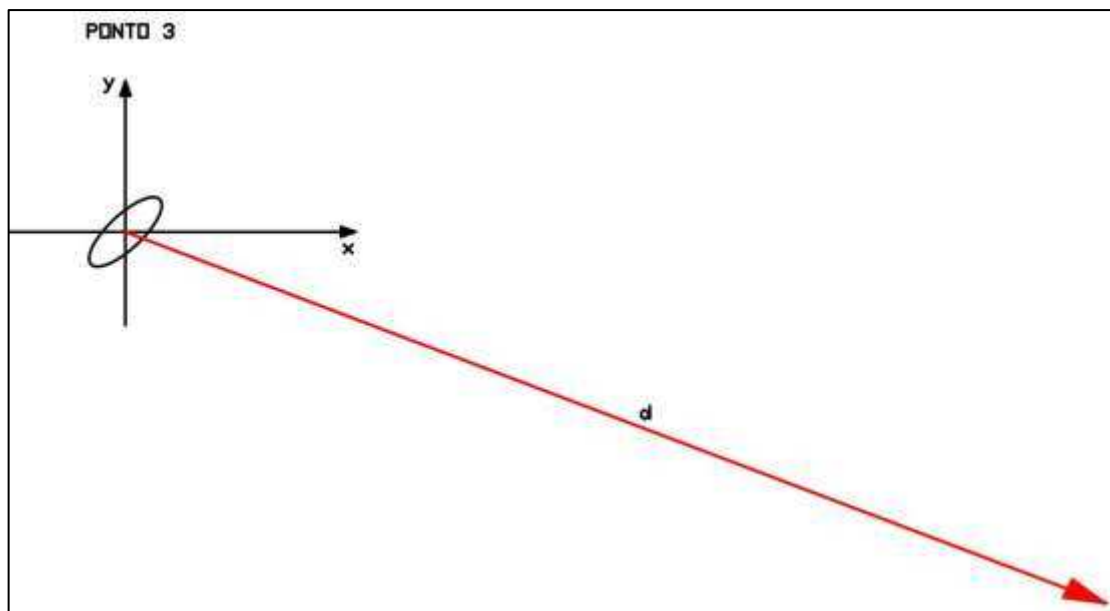


Figura 15 – Representação do vetor deslocamento do ponto PT\_03 e sua respectiva elipse de deslocamento, com NC de 95%, empregando o Ajuste 05.

### 6.2.2. Época 01 e Época 03

Neste item serão apresentados os resultados relativos à comparação entre as épocas 01 e 03, para cada tipo de ajustamento.

A Tabela 20 apresenta um resumo dos valores de discrepância posicional para todos os pontos que foram apontados com possível deslocamento em todas as cinco estratégias de ajustamento bem como apresenta os resultados da validação dos deslocamentos encontrados para todos os pontos em todos os cinco ajustes.

No Apêndice A estão as tabelas com os valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL, na comparação entre as Épocas 01 e 03, bem como as coordenadas e seus desvios padrão resultantes do ajustamento simultâneo das observações destas épocas, para todas as cinco estratégias de ajustamento.

Tabela 20 – Resumo dos resultados das discrepâncias posicionais e do teste para verificar a significância dos deslocamentos encontrados na comparação da Época 01 e 03 para todos os cinco ajustes.

	Ponto	Discrepância posicional (cm)	$T_w$
Ajuste 01	PT_01	1,20	1.120,37*
	PT_03	7,13	4.502,55*
	PT_B	0,20	36,01*
Ajuste 02	PT_01	1,06	1.115,15*
	PT_03	7,13	4.490,52*
	PT_B	0,30	36,25*
Ajuste 03	PT_01	1,04	2.478,55*
	PT_03	7,42	47.538,72*
Ajuste 04	PT_01	0,45	4,10 <sup>ns</sup>
	PT_02	0,00	0,10 <sup>ns</sup>
	PT_03	7,32	1.443,80*
Ajuste 05	PT_01	1,13	3.019,84*
	PT_03	7,42	58.493,04*

\*: Valor significativo com nível de significância  $\alpha = 5\%$  pela distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

### 6.2.3. Época 01 e Época 04

Neste item serão apresentados os resultados relativos à comparação entre as épocas 01 e 04, para cada tipo de ajustamento.

A Tabela 21 apresenta um resumo dos valores de discrepância posicional para todos os pontos que foram apontados com possível deslocamento em todas as cinco estratégias de

ajustamento bem como apresenta os resultados da validação dos deslocamentos encontrados para todos os pontos em todos os cinco ajustes.

No Apêndice A estão as tabelas com os valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL, na comparação entre as Épocas 01 e 04, bem como as coordenadas e seus desvios padrão resultantes do ajustamento simultâneo das observações destas épocas, para todas as cinco estratégias de ajustamento.

Tabela 21 – Resumo dos resultados das discrepâncias posicionais e do teste para verificar a significância dos deslocamentos encontrados na comparação da Época 01 e 04 para todos os cinco ajustes.

	Ponto	Discrepância posicional (cm)	$T_w$
Ajuste 01	PT_01	1,75	1.490,55*
	PT_02	0,00	0,00 <sup>ns</sup>
	PT_03	6,36	2.005,27*
Ajuste 02	PT_01	2,42	854,11*
	PT_02	0,00	0,00 <sup>ns</sup>
	PT_03	6,54	5.748,26*
Ajuste 03	PT_01	1,35	304,78*
	PT_02	0,22	4,18 <sup>ns</sup>
	PT_03	6,46	6.651,96*
Ajuste 04	PT_01	0,45	3,00 <sup>ns</sup>
	PT_02	0,00	0,00 <sup>ns</sup>
	PT_03	8,08	1.675,50*
Ajuste 05	PT_01	1,56	324,85*
	PT_03	6,62	58.174,73*

\*: Valor significativo com nível de significância  $\alpha = 5\%$  pela distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

#### 6.2.4. Resumo das comparações entre as épocas

De uma forma geral, detectaram-se os pontos de fato deslocados (PT\_01 e PT\_03) em todos os testes aplicados para todos os cinco ajustes em todas as quatro épocas. Além disto, na maior parte das comparações os pontos foram detectados na ordem correta, ou seja, os pontos que apresentaram os maiores valores de deslocamento foram os primeiros a serem apontados.

Constatou-se que à medida que o ponto com o maior valor de deslocamento foi retirado da definição do *datum*, o valor da estatística do TCG apresentou quedas consideráveis. Ressalta-se que o TCG indica se a esperança das discrepâncias entre as coordenadas estimadas em duas épocas diferentes é nula, ou seja, se não há ponto com possível deslocamento. A queda no valor da estatística do TCG é observada também quando se retiraram os outros pontos que foram detectados como movimentados, todavia, os valores não se apresentam tão discrepantes quanto o relatado no parágrafo anterior.

O mesmo comportamento foi observado para os valores das estatísticas do TL, que identificam os pontos com significativas discrepâncias nas coordenadas e que, portanto, não podem fazer parte do *datum*. A Tabela 22 apresenta os pontos detectados pelos TLs e quais destes foram de fato confirmados pelo teste de validação do deslocamento obtido pelo ajustamento simultâneo para a comparação entre as Épocas 01 e 02. Este último teste aponta quais discrepâncias podem ser consideradas como deslocamentos.

Tabela 22 – Confrontação entre os pontos detectados como deslocados e confirmados pelo teste de significância, referentes à comparação das Épocas 01 e 02.

Épocas 01 e 02		
Ajustes	Pontos Detectados	Pontos Confirmados
01	PT_01, PT_03, PT_02 e PT_B	PT_01, PT_03 e PT_B
02	PT_01, PT_03, PT_02 e PT_B	PT_01, PT_03 e PT_B
03	PT_01, PT_03 e PT_02	PT_01 e PT_03
04	PT_01, PT_03 e PT_C	PT_01, PT_03 e PT_C
05	PT_01 e PT_03	PT_01 e PT_03

Observou-se que em todos os cinco ajustes os pontos deslocados manualmente foram de fato detectados pela rotina. Além destes, as estações PT\_B e PT\_C bem como o ponto PT\_02 foram detectados pelo TL para algum dos ajustes.

Notou-se que os pontos deslocados foram confirmados pelo teste de validação para todos os ajustes. Além destes, nos Ajustes 01, 02 e 04 as estações PT\_B e PT\_C foram respectivamente identificadas, indicando que estes pontos da rede de monitoramento não estão estáveis e que tal informação deve ser levada em consideração.

Constatou-se que os valores das estatísticas calculadas no teste de validação dos deslocamentos para os pontos de fato deslocados apresentaram-se bastante superiores aos valores encontrados para os pontos dos quais não se esperava confirmação de deslocamento, fato este que corrobora a sensibilidade do teste.

Para os Ajustes 01 e 02 detectou-se a estação PT\_B como deslocada. Este fato pode ser atribuído às observações utilizadas para o ajustamento desta estação e conseqüentemente aos altos valores de desvio padrão quando comparados aos demais pontos.

A Tabela 23 apresenta os pontos detectados pela rotina e quais destes foram de fato confirmados pelo teste de validação do deslocamento obtido pelo ajustamento simultâneo para a comparação entre as Épocas 01 e 03.

Tabela 23 – Confrontação entre os pontos detectados como deslocados e confirmados pelo teste de significância, referentes à comparação das Épocas 01 e 03.

Épocas 01 e 03		
Ajustes	Pontos detectados	Pontos confirmados
01	PT_03, PT_01 e PT_B	PT_03, PT_01 e PT_B
02	PT_03, PT_01 e PT_B	PT_03, PT_01 e PT_B
03	PT_03 e PT_01	PT_03 e PT_01
04	PT_03, PT_01 e PT_02	PT_03
05	PT_03 e PT_01	PT_03 e PT_01

Além dos pontos deslocados, a estação PT\_B foi detectada para os Ajustes 01 e 02. Notou-se também que os pontos deslocados foram confirmados pelo teste de validação para todos os ajustes, exceto para o Ajuste 04 que não confirmou o PT\_01.

Observou-se, da mesma forma para a comparação entre as Épocas 01 e 02, que os valores da estatística do teste de validação dos deslocamentos para os pontos de fato deslocados apresentaram-se bastante superiores aos valores encontrados para os pontos dos quais não se esperava confirmação de deslocamento.

Para os Ajustes 01 e 02 detectou-se a estação PT\_B como deslocada. Este fato pode ser atribuído às observações utilizadas para o ajustamento desta estação. Em relação ao Ajuste 04 pôde-se observar que o PT\_01 não foi confirmado, isso pode ser atribuído aos resultados ruins deste ajuste.

A Tabela 24 apresenta os pontos detectados pela rotina e quais destes foram de fato confirmados pelo teste de validação do deslocamento obtido pelo ajustamento simultâneo para a comparação entre as Épocas 01 e 04.

Tabela 24 – Confrontação entre os pontos detectados como deslocados e confirmados pelo teste de significância, referentes à comparação das Épocas 01 e 04.

Épocas 01 e 04		
Ajustes	Pontos detectados	Pontos confirmados
01	PT_03, PT_01 e PT_02	PT_03 e PT_01
02	PT_03, PT_01 e PT_02	PT_03 e PT_01
03	PT_03, PT_01 e PT_02	PT_03 e PT_01
04	PT_01, PT_03 e PT_02	PT_03
05	PT_03 e PT_01	PT_03 e PT_01

Observou-se que em todos os cinco ajustes os pontos deslocados manualmente foram detectados pela rotina. Além destes, o ponto PT\_02 foi detectado para alguns dos ajustes.

Notou-se que os pontos deslocados foram confirmados pelo teste de validação para todos os ajustes, exceto para o Ajuste 04 que novamente não confirmou o PT\_01.

Da mesma forma, os valores da estatística do teste de validação dos deslocamentos apresentaram-se bastante superiores aos valores encontrados para os pontos dos quais não se esperava confirmação de deslocamento.

Para os Ajustes 01, 02, 03 e 04 detectou-se o ponto PT\_02 como deslocado, porém o teste de validação não confirmou o deslocamento para nenhum dos ajustes. No Ajuste 04 o ponto PT\_01 foi detectado primeiro que o PT\_03, entretanto, não foi validado pelo teste.

A Figura 16 apresenta o gráfico de discrepância posicional entre os pontos da Época 01 e 02, sendo a discrepância posicional a distância entre o ponto na época i e o seu respectivo na época j, calculada através da equação de distância espacial entre dois pontos baseando-se em

suas coordenadas. Nesta comparação os pontos PT\_01 e PT\_03 foram deslocados em 5,00 cm e 3,20 cm e os demais pontos mantiveram-se estáveis.

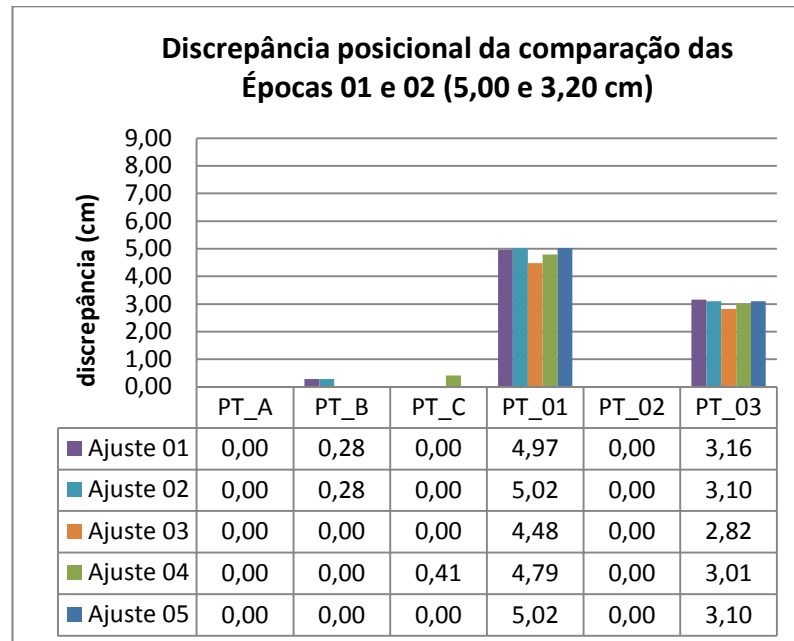


Figura 16 – Gráfico da discrepância posicional entre as coordenadas dos pontos na Época 01 e na Época 02.

Para o ponto PT\_01 obtiveram-se valores semelhantes nos Ajustes 01, 02 e 05 e para estes ajustes os valores se aproximaram dos valores medidos pelo paquímetro, sendo 0,3 mm a maior diferença. Observou-se o mesmo comportamento em relação ao ponto PT\_03, porém a diferença com o valor medido chega a 1,0 mm. Em relação à estação PT\_B, verificou-se o mesmo valor de deslocamento para os Ajustes 01 e 02. Uma vez que a esta estação não foi de fato movimentada, levanta-se a hipótese de que esta ocorrência se deve a difícil visualização para tomada de observações na estação PT\_B em conjunto com o erro de centragem da estação total.

A Figura 17 apresenta o gráfico de discrepância entre os pontos da Época 01 e 03. Nesta comparação os pontos PT\_01 e PT\_03 foram deslocados em 0,70 cm e 7,30 cm e os demais não foram movimentados.

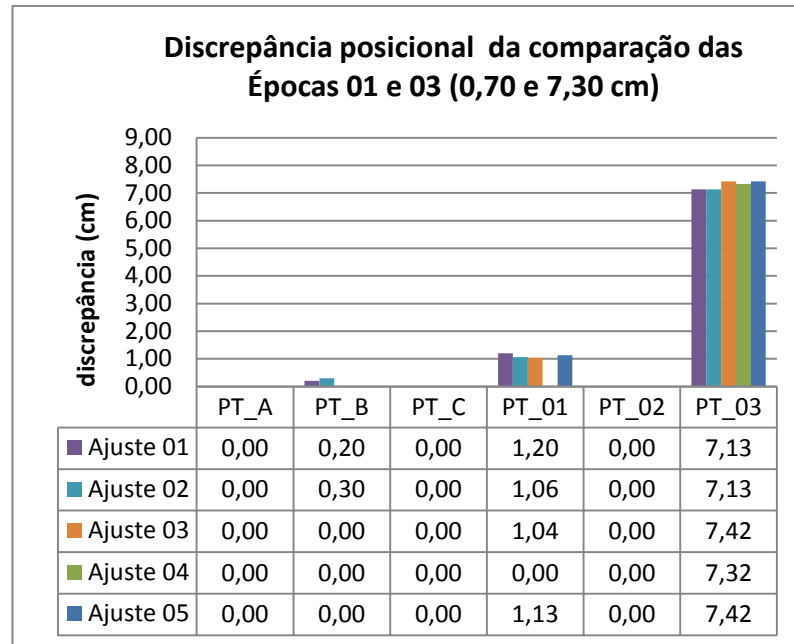


Figura 17 – Gráfico da discrepância posicional entre as coordenadas dos pontos na Época 01 e na Época 03.

Para o ponto PT\_01 obtiveram-se valores semelhantes entre os Ajustes 01 e 05 e entre os Ajustes 02 e 03, o Ajuste 04 não validou este deslocamento e pode-se atribuir este fato aos altos valores de desvio padrão no ajustamento de todas as épocas. Em relação ao ponto PT\_03 observou-se que os valores encontrados para o Ajuste 01 e 02 são idênticos e o mesmo ocorre entre os Ajustes 03 e 05. Da mesma forma da primeira comparação (Épocas 01 e 02), os Ajustes 01 e 02 indicaram uma movimentação na estação PT\_B, e estes valores estão próximos aos valores encontrados na comparação. Observou-se que, com a metodologia proposta, a diferença entre o deslocamento estimado e o de referência, para o PT\_01, chega a 5 mm.

A Figura 18 apresenta o gráfico de discrepância entre os pontos da Época 01 e 04. Nesta comparação os pontos PT\_01 e PT\_03 foram deslocados em 1,50 cm e 6,30 cm e os demais pontos mantiveram-se estáveis.

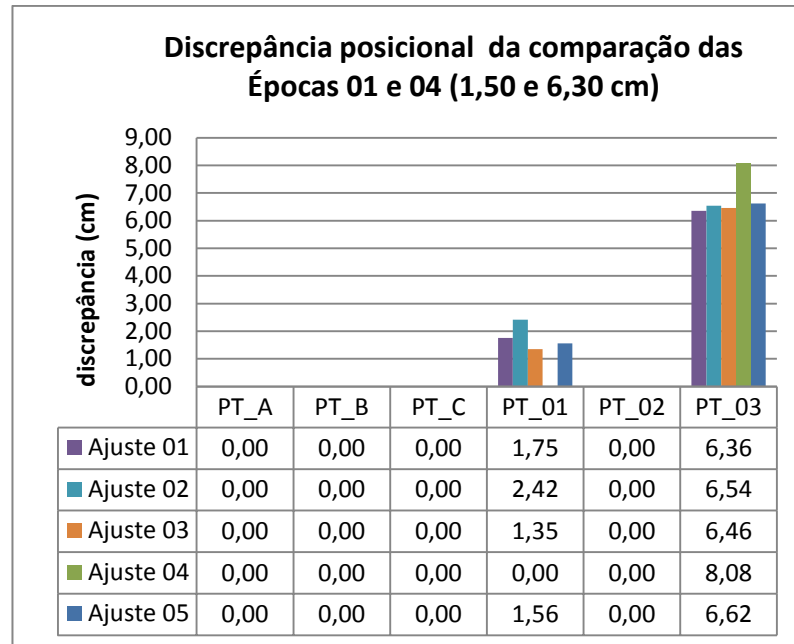


Figura 18 – Gráfico da discrepância posicional entre as coordenadas dos pontos na Época 01 e na Época 04.

Para o ponto PT\_01 obtiveram-se diferentes valores nos Ajustes 01, 03 e 05, sendo que o último se aproximou mais do valor medido com paquímetro. O Ajuste 02 apresentou um valor discrepante dos demais. Para o PT\_03 observou-se valores semelhantes nos Ajustes 01, 02, 03 e 05. O Ajuste 04 apresentou valores discrepantes dos demais bem como não validou o deslocamento do PT\_01, assim como na segunda comparação (Épocas 01 e 03). Observa-se que nesta comparação não foi validado o deslocamento de nenhuma das estações (PT\_A, PT\_B e PT\_C).

A Tabela 25 apresenta os valores de discrepância entre o valor do deslocamento encontrado na verificação de deslocamento e o valor medido empregando o paquímetro. Esses valores foram calculados para as três comparações entre as quatro épocas levando em consideração as cinco estratégias de ajustamento. Segundo Li (1988), a acurácia ( $A_c$ ) é calculada de acordo com a Equação (50).

$$A_c = \bar{d} \pm \sigma_d \quad (50)$$

sendo:

$$\bar{d} = \sum_{i=1}^n \frac{d_i}{n} \quad (51)$$

$$\sigma_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{d} - d_i)^2}{n - 1}} \quad (52)$$

Tabela 25 – Acurácia dos deslocamentos para cada estratégia de ajustamento.

Ponto		Discrepância dos deslocamentos (mm)			$A_c$ (mm)
		Épocas	Épocas	Épocas	
		01 e 02	01 e 03	01 e 04	
Ajuste 01	PT_01	0,3	-5,0	-2,5	$-1,0 \pm 2,4$
	PT_03	0,4	1,7	-0,6	
Ajuste 02	PT_01	-0,2	-3,6	-9,2	$-2,1 \pm 4,0$
	PT_03	1,0	1,7	-2,4	
Ajuste 03	PT_01	5,2	-3,4	1,5	$0,7 \pm 3,4$
	PT_03	3,8	-1,2	-1,6	
Ajuste 04	PT_01	2,1	7,0	15,0	$1,3 \pm 10,8$
	PT_03	1,9	-0,2	-17,8	
Ajuste 05	PT_01	-0,2	-4,3	-0,6	$-1,4 \pm 2,0$
	PT_03	1,0	-1,2	-3,2	

Com base na Tabela 25, que apresenta a acurácia dos deslocamentos encontrados, observa-se que os melhores resultados de acurácia foram alcançados nos Ajustes 01 e 05 com  $-1,0 \text{ mm} \pm 2,4 \text{ mm}$  e  $-1,4 \text{ mm} \pm 2,0 \text{ mm}$ , respectivamente e o Ajuste 04 apresenta-se como o resultado mais discrepante dentre todos com o valor de acurácia podendo chegar a 12,1 mm.

A Tabela 26 indica o desvio padrão do deslocamento para cada ponto movimentado nas três comparações entre as quatro épocas, levando em consideração as cinco estratégias de ajustamento. Os valores do desvio padrão foram calculados a partir dos elementos da diagonal da matriz  $Q_{d_j}$  apresentada na Equação (39).

Tabela 26 – Desvio padrão dos deslocamentos para as cinco estratégias de ajustamento.

	Ponto	Desvio padrão dos deslocamentos (mm)		
		Época 01 e 02	Época 01 e 03	Época 01 e 04
Ajuste 01	PT_01	0,8	1,1	1,1
	PT_03	0,9	1,7	2,0
Ajuste 02	PT_01	0,8	1,1	0,7
	PT_03	0,9	1,7	2,2
Ajuste 03	PT_01	2,1	0,8	1,8
	PT_03	1,5	0,8	1,7
Ajuste 04	PT_01	1,9	5,0	5,8
	PT_03	2,3	2,2	2,6
Ajuste 05	PT_01	0,6	0,7	2,1
	PT_03	0,6	0,7	0,7

Através da Tabela 26, que apresenta a precisão dos deslocamentos de cada ponto em cada estratégia de ajustamento, observa-se que os melhores resultados de precisão dos deslocamentos foram alcançados nos Ajustes 01, 02 e 05. Já as precisões dos deslocamentos encontrados utilizando o Ajuste 04 apresentam-se novamente como o pior resultado.

## 7. CONCLUSÃO

Este estudo apresenta uma metodologia para detecção de deslocamentos bidimensionais, empregando levantamentos topográficos sem a utilização de pilares de centragem forçada, utilizando como pontos de monitoramento prismas acoplados a uma placa metálica fixada à parede do Laboratório de Engenharia de Agrimensura. Utilizaram-se, no

total, três placas metálicas onde foram materializados os diferentes valores de deslocamento empregando o paquímetro.

Realizaram-se cinco estratégias de ajustamento com o objetivo de comparar os resultados. Na primeira estratégia, utilizou-se o ajustamento com injeção inercial (livre) com todos os pontos estação e alvo contribuindo para a definição do *datum*. Para a segunda estratégia utilizou novamente o ajustamento com injeção inercial (livre), porém, apenas com os pontos estação contribuindo para a definição do *datum*. Para definição do *datum* da terceira, quarta e quinta estratégias fixaram-se coordenadas  $(X_A Y_A e X_B)$ ,  $(X_A Y_A e X_B Y_B)$  e  $(X_A Y_A, X_B Y_B e X_C Y_C)$ , respectivamente.

Concluiu-se que a estratégia de Ajuste 01 foi a que apresentou os melhores resultados dentre todas as outras estratégias. Baseia-se esta constatação nos valores do traço da MVC dos parâmetros do ajustamento (Tabela 7), da acurácia dos deslocamentos (Tabela 25) e da precisão dos deslocamentos (Tabela 26). Ainda, de acordo com estes valores, a estratégia de Ajuste 04 apresentou os piores resultados dentre todas as outras.

Os resultados da aplicação dos métodos para detecção de *outliers* apresentaram-se coerentes com o esperado do levantamento de campo e o reflexo desta aplicação nos resultados dos ajustamentos apresentou-se harmonioso quando as quatro épocas de levantamento são comparadas entre si. Os Ajustes 01 e 02 apresentaram, em geral, os menores valores de desvio padrão posicional, seguido do Ajuste 03. Os maiores valores estiveram sempre relacionados ao Ajuste 04.

A metodologia executada para detectar deslocamentos apresentou-se eficaz, uma vez que os pontos intencionalmente deslocados foram de fato detectados dentre os outros pontos e na grande parte das análises os pontos com o maior valor de deslocamento foram os primeiros a serem identificados.

Constatou-se que o teste para validação dos deslocamentos encontrados, apresentado na metodologia, destacou-se como um bom indicador uma vez que alguns pontos identificados como pontos que sofreram deslocamento não foram validados pelo teste.

Observou-se que, através da metodologia sem utilização de pilares de centragem forçada, não foi possível detectar os deslocamentos com valores inferiores a 1,00 cm, em especial com base na comparação entre as Épocas 01 e 03 em que o valor real do deslocamento foi de 0,70 cm. Entretanto, os pontos com valores de deslocamentos superiores a 1,50 cm foram identificados.

A realização dos cálculos dos ajustamentos, testes estatísticos e demais cálculos envolvidos na rotina por meio de uma rotina em *software* de programação foi fundamental para compreender os resultados e indicadores, uma vez que, deste modo, pode-se obter a todo instante os resultados intermediários e não apenas o resultado final. Dentre os resultados intermediários destacam-se: as matrizes de variância e covariância, resíduos das observações e parâmetros dentre outros.

Constatou-se que através da metodologia apresentada neste estudo pode-se detectar deslocamento na ordem de centímetros em quaisquer tipos de estruturas por meio de levantamento topográfico sem a utilização de pilares de centragem forçada e utilizando os testes estatísticos para controle de qualidade do ajustamento. Constatou-se também que estes deslocamentos foram obtidos com precisões inferiores a 5,8 mm, e acurácia melhor que  $1,3 \text{ mm} \pm 10,8 \text{ mm}$ , conforme a Tabela 25 e a Tabela 26.

Conclui-se ainda que as estratégias de ajustamento 01 e 02 oferecem maiores informações a respeito da estabilidade da rede de monitoramento e, em especial, informações a respeito dos deslocamentos ocorridos nos pontos determinados como Estações. Tal fato não ocorre nos Ajustes 03, 04 e 05, uma vez que as coordenadas destes pontos são tomadas como fixas e apresentam desvio padrão zero. Logo, qualquer movimento nos pontos estação será propagado para a rede de pontos de monitoramento.

Neste contexto, recomendam-se para trabalhos futuros outros testes de aplicação desta metodologia com outros valores de deslocamento e com várias séries de levantamento objetivando o aumento da redundância. Recomenda-se a sequência dos estudos desta metodologia aplicando-a a levantamentos tridimensionais, recomenda-se também a calibração dos instrumentos e a não utilização da precisão nominal do fabricante bem como que seja dada continuidade aos estudos e metodologias empregadas para detecção de deslocamentos e a utilizar a metodologia apresentada neste trabalho.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAARDA, W. A testing procedure for use in geodetic networks: **Publications on Geodesy**, New Series. 5. ed. Delft: Netherlands Geodetic Commission, 1968. (2).

BOND, D. J. **Bringing GPS into harsh environments for deformation monitoring**. 2007. 268 f. Ph.d. Dissertation, Department Of Geodesy And Geomatics Engineering Technical Report, University Of New Brunswick, Fredericton, New Brunswick, Canada, 2007.

CHAVES, J. C.; SEGANTINE, P. C. L. Determinação de Parâmetros de Deformação com GPS. **Revista Brasileira de Cartografia**, Presidente Prudente, v. 6, n. 66, p. 1305-1314, 21 abr. 2014.

CHAVES, J. C. **Uso da tecnologia GPS na monitoração de deformação: sistemas, etapas e experimentos**. 2001. Tese (Doutorado), Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

COOPER, M. A. R. 1987. **Control Surveys in Civil Engineering**, William Collins Sons & Co. Ltd., London.

CRUZ, P. T.; MATERÓN, B.; FREITAS, M. **Barragens de Enrocamento com Face de Concreto**. 2. ed. São Paulo: Taylor & Francis, 2009.

EBELING, A; CHOW, J.; TESKEY, W. F. Deformation analysis of terrestrial monitoring observations on Turtle Mountain. **Journal of Applied Geodesy**, Alberta, v. 5, n. 1, p. 47-58, may. 2011.

EBELING, A. **Ground- Based Deformation Monitoring**. 2014. 267 f. Dissertation (Doctor of Philosophy). Department of Geomatics Engineering. Calgary, Alberta.

FAGGION, P. L.; VEIGA, L. A. K.; SILVA, T. F.; ANDOLFATO, S. H. D. Estudo da aplicação de estações totais para a determinação de deslocamentos relativos em laboratório. **Boletim de Ciências Geodésicas**, Curitiba, v. 19, n. 1, p. 34-44, jan./mar. 2013.

FAZAN, J. A. **Aplicação do teste de congruência global e análise geométrica para detecção de deslocamento em redes geométricas: Estudo de caso na UHE de Itaipu**. 2010. 278 f. Dissertação (Mestre em Engenharia/Engenharia de Transportes). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**. 1.ed. Curitiba: Editora da UFPR, 1994. 319 p

GRAÇA, N. L. S. S.; FAGGION, P. L.. Validação da determinação de deslocamentos relativos em barragens utilizando Topografia e Medidores Triortogonais de Junta. **Revista Brasileira de Geomática**, Pato Branco, PR, Brasil, v. 4, n. 2, p. 096-105, mar. 2016.

GRÜNDIG, L.; NEUREITHER, M.; BAHNDORF, J. Detection and localization of geometrical movements. **Journal Of Surveying Engineering**, v. 2, n. 110, p. 118-132, Aug. 1985.

GHILANI, C. D.; WOLF, P. R. **Adjustment Computations: Spatial Data Analysis**. 4. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2006. 611 p.

KAVOURAS, M. **On the Detection of Outliers and the Determination of Reliability in Geodetic Networks**. 1982. M.Sc.E. Thesis – Department of Geodesy and Geomatics Engineering, University of New Brunswick, Fredericton, Canada, 1982.

KIM, D.; LANGLEY, R. B.; BOND, J.; CHRZANOWSKI, A. (2003). **“Local deformation monitoring using GPS in an open mine: initial study”**. In: GPS Solutions 7.3, pp. 176–185.

KLEIN, I. **Controle de qualidade no ajustamento de observações geodésicas**. 2011. 316 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Sensoriamento Remoto, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

KUANG, S. (1996). **Geodetic Network Analysis and Design: Concepts and Applications**. Berlin Heidelberg: Springer Verlag.

LAROCCA, A. P. C. **O Uso do GPS como Instrumento de Controle de Deslocamentos Dinâmicos de Obras Civas - Aplicação na Área de Transportes**. 2004. Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes São Carlos) – Universidade de São Paulo.

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. 3 ed. New York: John Wiley & Sons, 2004.

LI, Z. On the measure of digital terrain model accuracy. **Photogrammetric Record**. v. 12, n.72, p. 873 – 877, Oct. 1988

LENARTOVICZ, I. R.; VEIGA, L. A. K.; FAGGION, P. L.; NADAL, C. A.; SOARES, M. A. Potential evaluation of the terrestrial laser scanner in structural monitoring: Case study Maua HPP. **Revista Brasileira de Cartografia**, Curitiba, PR, Brasil, v. 7, n. 66, p. 1505-1515, dez. 2014.

MONICO, J. F. G. **Ajustamento e análise estatística de observações aplicados na determinação de deformações**. 1988. 89 p. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1988.

MONSERRAT, O.; CROSETTO M. (2008). **Deformation Measurement using terrestrial laser scanning data and least squares 3D surface matching**. ISPRS Journal of Photogrammetry & Remote Sensing 63, p. 142–154.

NIEMEIER, W. **Ausgleichsrechnung**. New York: Walter de Gruyter, 2002.

OLIVEIRA, R.; DALMOLIN, Q. A Influência da Redundância da Observação sobre a Precisão dos Parâmetros. **Boletim de Ciências Geodésicas**, v. 14, n. 3, p. 295-315, 2008.

POLETO, L. J. C. **Estudo da aplicação do GPS no monitoramento de deslocamentos em estruturas**. 2010. 78 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil: Geodésia, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2010.

SILVA, A. S. **Ajustamento de observações por mínimos quadrados em ciências geodésicas**. Curso de Engenharia de Agrimensura e Cartográfica. 2011. Notas de Aula. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais.

TESKEY, W.F.. ENGO 519 - **Survey Networks**. Lecture Notes. 1989. University of Calgary.

TEUNISSEN, P. J. G.. **Testing theory: an introduction**. 2. ed. Delft: Ed. VSSD, 2006. 147 p.

WHITAKER, C.; DUFFY, M. A.; CHRZANOWSKI, A. (2000). **“Design of an Automated Dam Deformation Monitoring System: A Case Study”**. In: *Journal of Geospatial Engineering* 2.1, p. 23–34.

**APÊNDICE A – RESULTADOS DOS TESTES TF, TCG, TL E COORDENADAS AJUSTADAS NO AJUSTAMENTO SIMULTÂNEO.**

As Tabelas 27 a 35 apresentam o resultado dos testes TF, TCG e TL para cada ajuste na comparação das Épocas 01 e 02, bem como as coordenadas ajustadas no ajustamento simultâneo e seus desvios padrão.

Tabela 27 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 02 na comparação entre as Épocas 01 e 02.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 02				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto Eliminado
1	0,85 <sup>ns</sup>	6.509,46*	28.309,47*	PT_01
2	-	280,88*	898,99*	PT_03
3	-	33,64*	74,38*	PT_02
4	-	6,48*	9,72*	PT_B
5	-	0,00 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 28 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 02.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_A	999,311	1001,140	0,2	0,3
PT_01	1000,247	1015,446	0,2	0,6
PT_02	1018,225	1006,465	0,6	0,5
PT_03	1032,554	999,300	0,6	0,5
PT_C	1022,162	985,846	0,3	0,1
PT_B	1004,428	985,061	0,2	0,2
PT_01 Epc.2	1000,290	1015,420	0,3	0,9
PT_02 Epc.2	1018,225	1006,465	0,6	0,5
PT_03 Epc.2	1032,583	999,289	0,6	0,5
PT_B Epc.2	1004,430	985,059	2,2	0,4

Tabela 29 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 03 na comparação entre as Épocas 01 e 02.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 02				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	2,39 <sup>ns</sup>	7.236,79*	41.992,21*	PT_01
2	-	285,70*	1.302,68*	PT_03
3	-	31,46*	120,21*	PT_02
4	-	1,88 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de Fisher; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 30 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 03.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,442	0,3	1,2
PT_02	1018,228	1006,466	0,6	0,6
PT_03	1032,556	999,299	1,2	1,0
PT_C	1022,162	985,845	0,6	0,9
PT_01 Epc.2	1000,286	1015,420	1,4	1,5
PT_02 Epc.2	1018,226	1006,465	0,8	0,6
PT_03 Epc.2	1032,582	999,288	0,9	1,0

Tabela 31 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 04 na comparação entre as Épocas 01 e 02.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 02				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,24 <sup>ns</sup>	6.697,19*	41.992,21*	PT_01
2	-	48,26*	134,15*	PT_03
3	-	5,32*	9,62*	PT_C
4	-	1,01 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de Fisher; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 32 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 04.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,250	1015,444	1,1	1,4
PT_02	1018,229	1006,463	0,9	1,4
PT_03	1032,557	999,294	1,6	2,6
PT_C	1022,159	985,843	1,3	2,0
PT_01 Epc.2	1000,292	1015,421	1,1	1,4
PT_03 Epc.2	1032,585	999,283	1,6	2,6
PT_C Epc.2	1022,158	985,847	1,6	2,3

Tabela 33 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 05 na comparação entre as Épocas 01 e 02.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 02				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,75 <sup>ns</sup>	7.526,09*	20.971,30*	PT_01
2	-	803,49*	1.589,78*	PT_03
3	-	17,19 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 34 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 02 para o Ajuste 05.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,446	0,4	1,0
PT_02	1018,226	1006,465	0,5	0,6
PT_03	1032,554	999,299	0,5	0,9
PT_01 Epc.2	1000,290	1015,420	0,5	1,0
PT_03 Epc.2	1032,583	999,288	0,6	0,9

As tabelas a seguir apresentam o resultado dos testes TF, TCG e TL para cada ajuste na comparação das Épocas 01 e 03, bem como as coordenadas ajustadas no ajustamento simultâneo e seus desvios padrão.

Tabela 35 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 01 na comparação entre as Épocas 01 e 03.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 03				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,03 <sup>ns</sup>	2.926,50*	12.070,79*	PT_03
2	-	313,84*	1.068,21*	PT_01
3	-	12,09*	26,48*	PT_B
4	-	2,50 <sup>ns</sup>		

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 36 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 01.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_A	999,162	1001,051	0,4	0,7
PT_01	999,911	1015,361	0,4	0,8
PT_02	1018,006	1006,623	0,4	0,5
PT_03	1032,427	999,644	1,2	0,5
PT_C	1022,209	986,055	0,5	0,4
PT_B	1004,488	985,039	0,4	0,5
PT_01 Epc.3	999,920	1015,369	0,4	1,0
PT_03 Epc.3	1032,496	999,626	0,8	0,5
PT_B Epc.3	1004,488	985,041	0,5	0,5

Tabela 37 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 02 na comparação entre as Épocas 01 e 03.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 03				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,03 <sup>ns</sup>	2.926,38*	12.070,49*	PT_03
2	-	313,78*	1.068,00*	PT_01
3	-	12,09*	26,46*	PT_B
4	-	2,50 <sup>ns</sup>		

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 38 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 02.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
A	999,311	1001,141	0,3	0,5
PT_01	1000,247	1015,440	0,3	1,2
PT_02	1018,227	1006,467	0,5	0,6
PT_03	1032,555	999,300	1,4	0,7
PT_C	1022,162	985,846	0,5	0,2
PT_B	1004,428	985,060	0,3	0,3
PT_01 Epc.3	1000,255	1015,447	0,4	1,5
PT_03 Epc.3	1032,624	999,282	0,9	0,7
PT_B Epc.3	1004,428	985,063	0,5	0,6

Tabela 39 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 03 na comparação entre as Épocas 01 e 03.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 03				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,80 <sup>ns</sup>	4.308,84*	24.043,06*	PT_03
2	-	362,00*	1.795,12*	PT_01
3	-	3,72*	2,17 <sup>ns</sup>	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 40 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 03.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,444	0,3	1,0
PT_02	1018,226	1006,465	0,7	0,5
PT_03	1032,554	999,299	0,7	0,9
PT_C	1022,162	985,845	0,5	0,8
PT_01 Epc.3	1000,256	1015,451	0,3	1,2
PT_03 Epc.3	1032,626	999,281	0,7	0,9

Tabela 41 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 04 na comparação entre as Épocas 01 e 03.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 03				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	0,81 <sup>ns</sup>	338,75*	683,88*	PT_01
2	-	223,71*	660,31*	PT_03
3	-	5,41*	10,04*	PT_02
4		0,79 <sup>ns</sup>		

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 42 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para Ajuste 04.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,443	1,1	1,3
PT_02	1018,228	1006,466	0,9	1,4
PT_03	1032,556	999,299	1,5	2,5
PT_C	1022,162	985,846	1,2	2,0
PT_01 Epc.3	1000,245	1015,439	4,8	1,6
PT_02 Epc.3	1018,228	1006,466	0,9	1,4
PT_03 Epc.3	1032,627	999,281	1,5	2,5

Tabela 43 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 05 na comparação entre as Épocas 01 e 03.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 03				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,27 <sup>ns</sup>	12.664,11*	25.749,76*	PT_03
2	-	495,66*	970,81*	PT_01
3	-	20,51*	2,17 <sup>ns</sup>	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de Fisher; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 44 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 03 para o Ajuste 05.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,443	0,5	1,5
PT_02	1018,225	1006,466	0,6	0,7
PT_03	1032,553	999,300	0,7	1,0
PT_01 Epc.3	1000,255	1015,451	0,6	1,6
PT_03 Epc.3	1032,625	999,282	0,7	1,0

As Tabelas 45 a 54 a seguir apresentam o resultado dos testes TF, TCG e TL para cada ajuste na comparação das Épocas 01 e 04, bem como as coordenadas ajustadas no ajustamento simultâneo e seus desvios padrão.

Tabela 45 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 01 na comparação entre as Épocas 01 e 04.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 04				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	0,93 <sup>ns</sup>	3.864,41*	13.410,25*	PT_03
2	-	1.137,03*	3.922,78*	PT_01
3	-	22,73*	53,95*	PT_02
4	-	1,92 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 46 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para o Ajuste 01.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
A	999,502	1000,683	0,4	0,6
PT_01	999,988	1015,006	0,4	0,7
PT_02	1018,242	1006,601	0,4	0,5
PT_03	1032,788	999,888	1,2	0,5
PT_C	1022,822	986,114	0,5	0,4
PT_B	1005,122	984,771	0,4	0,5
PT_01 Epc.4	1000,004	1014,997	0,4	0,9
PT_02 Epc.4	1018,242	1006,601	0,4	0,5
PT_03 Epc.4	1032,849	999,866	0,9	0,8

Tabela 47 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 02 na comparação entre as Épocas 01 e 04.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 04				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	0,93 <sup>ns</sup>	3.864,36*	13.410,10*	PT_03
2	-	1.137,00*	3.922,68*	PT_01
3	-	22,73*	53,94*	PT_02
4	-	1,93 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de Fisher; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 48 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para o Ajuste 02.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
A	999,311	1001,141	0,5	0,7
PT_01	1000,246	1015,446	0,5	1,6
PT_02	1018,228	1006,468	0,9	1,1
PT_03	1032,555	999,300	1,6	1,3
PT_C	1022,162	985,846	0,8	0,3
PT_B	1004,428	985,060	0,5	0,5
PT_01 Epc.4	1000,261	1015,427	0,8	3,1
PT_02 Epc.4	1018,228	1006,468	0,9	1,1
PT_03 Epc.4	1032,615	999,274	1,6	1,3

Tabela 49 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e TL para o Ajuste 03 na comparação entre as Épocas 01 e 04.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 04				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	2,13 <sup>ns</sup>	4.834,83*	22.406,18*	PT_03
2	-	1.320,57*	6.512,12*	PT_01
3	-	22,68*	85,30*	PT_02
4	-	1,81 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 50 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para Ajuste 03.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,441	0,3	1,1
PT_02	1018,226	1006,465	0,8	0,6
PT_03	1032,556	999,299	1,1	0,9
PT_C	1022,162	985,845	0,6	0,8
PT_01 Epc.4	1000,257	1015,432	0,6	1,5
PT_02 Epc.4	1018,228	1006,466	0,6	0,6
PT_03 Epc.4	1032,616	999,275	1,0	1,3

Tabela 51 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 04 na comparação entre as Épocas 01 e 04.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 04				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,49 <sup>ns</sup>	679,45*	2.125,58*	PT_01
2	-	197,41*	583,40*	PT_03
3	-	4,42*	7,74*	PT_02
4	-	1,09 <sup>ns</sup>	-	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 52 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para o Ajuste 04.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,443	1,3	1,6
PT_02	1018,228	1006,467	1,0	1,6
PT_03	1032,556	999,301	1,8	3,0
PT_C	1022,162	985,847	1,5	2,3
PT_01 Epc.4	1000,245	1015,439	5,6	1,9
PT_02 Epc.4	1018,228	1006,467	1,0	1,6
PT_03 Epc.4	1032,631	999,271	1,8	3,0

Tabela 53 – Valores das estatísticas calculadas por meio dos testes TF, TCG e maior TL para o Ajuste 05 na comparação entre as Épocas 01 e 04.

COMPARAÇÃO ÉPOCAS 01 E 04				
Aplicação	TF ( $T_F$ )	TCG ( $T_G$ )	TL ( $T_L$ )	Ponto eliminado
1	1,94 <sup>ns</sup>	11.078,77*	30.384,27*	PT_03
2	-	1.426,01*	2.808,85*	PT_01
3	-	43,17*	7,74 <sup>ns</sup>	-

\*: Valor significativo para  $\alpha = 5\%$  de acordo com a distribuição de *Fisher*; <sup>ns</sup>: não significativo.

Tabela 54 – Coordenadas ajustadas através do ajustamento simultâneo realizado com os pontos das Épocas 01 e 04 para Ajuste 05.

PONTO	X (m)	Y (m)	$\sigma_X$ (mm)	$\sigma_Y$ (mm)
PT_01	1000,247	1015,445	0,5	1,5
PT_02	1018,226	1006,466	0,6	0,7
PT_03	1032,554	999,300	0,7	1,0
PT_01 Epc.4	1000,257	1015,433	0,8	1,5
PT_03 Epc.4	1032,614	999,272	0,7	1,1

## APÊNDICE B – COORDENADAS ESTIMADAS EMPREGANDO OS CINCO AJUSTES.

As Tabelas 55 a 58 apresentam os valores dos parâmetros (coordenadas bidimensionais) estimados empregando cada um dos ajustes propostos, aplicados às quatro épocas.

Tabela 55 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 01.

	$X_A$ (m)	$Y_A$ (m)	$X_B$ (m)	$Y_B$ (m)	$X_C$ (m)	$Y_C$ (m)	$X_{PT01}$ (m)	$Y_{PT01}$ (m)	$X_{PT02}$ (m)	$Y_{PT02}$ (m)	$X_{PT03}$ (m)	$Y_{PT03}$ (m)
Ajuste 01	999,397	1000,843	1004,871	984,882	1022,584	986,062	1000,015	1015,166	1018,189	1006,589	1032,674	999,744
Ajuste 02	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,162	985,846	1000,247	1015,446	1018,226	1006,466	1032,554	999,300
Ajuste 03	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,163	985,846	1000,247	1015,445	1018,226	1006,466	1032,554	999,300
Ajuste 04	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,162	985,846	1000,247	1015,443	1018,228	1006,466	1032,556	999,299
Ajuste 05	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,162	985,846	1000,247	1015,445	1018,226	1006,465	1032,553	999,299

Tabela 56 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 02.

	X <sub>A</sub> (m)	Y <sub>A</sub> (m)	X <sub>B</sub> (m)	Y <sub>B</sub> (m)	X <sub>C</sub> (m)	Y <sub>C</sub> (m)	X <sub>PT01</sub> (m)	Y <sub>PT01</sub> (m)	X <sub>PT02</sub> (m)	Y <sub>PT02</sub> (m)	X <sub>PT03</sub> (m)	Y <sub>PT03</sub> (m)
Ajuste 01	999,383	1000,845	1004,865	984,885	1022,576	986,074	1000,038	1015,142	1018,177	1006,594	1032,690	999,747
Ajuste 02	999,311	1001,141	1004,429	985,060	1022,162	985,846	1000,292	1015,420	1018,231	1006,460	1032,585	999,285
Ajuste 03	999,311	1001,140	1004,428	985,060	1022,161	985,844	1000,293	1015,420	1018,232	1006,459	1032,585	999,283
Ajuste 04	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,158	985,845	1000,293	1015,422	1018,231	1006,463	1032,586	999,281
Ajuste 05	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,162	985,846	1000,290	1015,421	1018,231	1006,463	1032,583	999,287

Tabela 57 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 03.

	X <sub>A</sub> (m)	Y <sub>A</sub> (m)	X <sub>B</sub> (m)	Y <sub>B</sub> (m)	X <sub>C</sub> (m)	Y <sub>C</sub> (m)	X <sub>PT01</sub> (m)	Y <sub>PT01</sub> (m)	X <sub>PT02</sub> (m)	Y <sub>PT02</sub> (m)	X <sub>PT03</sub> (m)	Y <sub>PT03</sub> (m)
Ajuste 01	999,383	1000,841	1004,865	984,879	1022,575	986,069	1000,004	1015,167	1018,174	1006,594	1032,729	999,737
Ajuste 02	999,311	1001,141	1004,429	985,059	1022,161	985,846	1000,256	1015,450	1018,228	1006,466	1032,623	999,280
Ajuste 03	999,311	1001,140	1004,428	985,056	1022,164	985,842	1000,256	1015,438	1018,227	1006,463	1032,624	999,277
Ajuste 04	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,163	985,843	1000,256	1015,441	1018,227	1006,464	1032,628	999,277
Ajuste 05	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,162	985,846	1000,251	1015,440	1018,222	1006,470	1032,625	999,289

Tabela 58 – Parâmetros estimados dos cinco ajustes referentes à Época 04.

	$X_A$ (m)	$Y_A$ (m)	$X_B$ (m)	$Y_B$ (m)	$X_C$ (m)	$Y_C$ (m)	$X_{PT01}$ (m)	$Y_{PT01}$ (m)	$X_{PT02}$ (m)	$Y_{PT02}$ (m)	$X_{PT03}$ (m)	$Y_{PT03}$ (m)
Ajuste 01	999,382	1000,842	1004,865	984,884	1022,575	986,074	1000,008	1015,156	1018,178	1006,599	1032,721	999,732
Ajuste 02	999,311	1001,140	1004,429	985,061	1022,161	985,846	1000,263	1015,435	1018,233	1006,467	1032,616	999,270
Ajuste 03	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,161	985,845	1000,264	1015,436	1018,233	1006,466	1032,616	999,268
Ajuste 04	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,158	985,842	1000,266	1015,434	1018,233	1006,463	1032,620	999,263
Ajuste 05	999,311	1001,140	1004,428	985,061	1022,162	985,846	1000,264	1015,435	1018,233	1006,466	1032,616	999,269