

**JAINE COUTO COELHO**

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE FAIXAS DE CONCRETAGEM POSTERIOR NO  
COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE LAJES LISAS PROTENDIDAS DE  
GRANDES DIMENSÕES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Gustavo de Souza Veríssimo

Coorientadores: José Luiz Rangel Paes  
José Carlos Lopes Ribeiro

**VIÇOSA – MINAS GERAIS  
2020**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

C672a  
2020  
Coelho, Jaine Couto, 1993-  
Análise da influência de faixas de concretagem posterior no  
comportamento estrutural de lajes lisas protendidas de grandes  
dimensões / Jaine Couto Coelho. – Viçosa, MG, 2020.  
130 f. : il. (algumas color.) ; 29 cm.

Orientador: Gustavo de Souza Veríssimo.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.  
Referências bibliográficas: f. 127-130.

1. Concreto protendido. 2. Lajes de concreto. 3. Análise  
estrutural (Engenharia). I. Universidade Federal de Viçosa.  
Departamento de Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Civil. II. Título.

CDD 22. ed. 624.1834

**JAINE COUTO COELHO**

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DE FAIXAS DE CONCRETAGEM POSTERIOR NO  
COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE LAJES LISAS PROTENDIDAS DE  
GRANDES DIMENSÕES**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

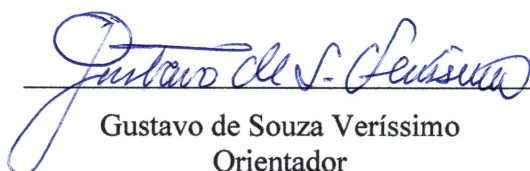
APROVADA: 28 de fevereiro de 2020.

Assentimento:



---

Jaine Couto Coelho  
Autora



Gustavo de Souza Veríssimo  
Orientador

Aos meus pais, meus maiores exemplos, pelo  
apoio em todos os momentos.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus pela vida, pela saúde e por me permitir concluir esse trabalho.

Aos meus familiares, em especial aos meus pais, Maria das Dores e Jairo, pelo apoio incondicional em toda minha vida e à minha irmã Flávia por todo suporte em Viçosa.

Ao professor Gustavo de Souza Veríssimo, pela orientação, paciência e apoio durante a pesquisa.

Aos professores da UFV, José Luiz Rangel Paes, José Carlos Lopes Ribeiro e Reginaldo Carneiro da Silva, pelas inestimáveis contribuições durante a trajetória desde graduação até o mestrado.

Ao professor Robson Luiz Gaiofatto, da Universidade Católica de Petrópolis, pela participação na banca.

À Belgo Bekaert Arames, por intermédio do ex-aluno da UFV André Soares Caliari, por permitir minha participação no curso sobre projeto de lajes e vigas protendidas em Fortaleza, contribuindo de maneira significativa para introdução ao tema deste trabalho.

Aos colegas do mestrado, pelas contribuições e troca de conhecimentos ao longo do processo.

Aos demais professores e funcionários do DEC, por todo auxílio e ensinamentos.

Aos amigos de VRB, de Viçosa e das repúblicas que morei, pelo incentivo e pelos momentos de descontração.

À CAPES (o presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001).

## RESUMO

COELHO, Jaine Couto, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2020. **Análise da influência de faixas de concretagem posterior no comportamento estrutural de lajes lisas protendidas de grandes dimensões.** Orientador: Gustavo de Souza Veríssimo. Coorientadores: José Luiz Rangel Paes e José Carlos Lopes Ribeiro

Nas últimas décadas, tem-se observado uma difusão do uso de lajes protendidas em edifícios no Brasil e, mais recentemente, de lajes com comprimentos cada vez maiores. Como as lajes protendidas são sujeitas a diversos efeitos dependentes do tempo, como retração e fluência do concreto, relaxação do aço de protensão e variação de temperatura, e como esses efeitos tem relação direta com o comprimento da laje, diversos problemas têm sido observados em construções recentes relacionados ao desempenho estrutural de lajes protendidas com grande comprimento. Este trabalho teve como objetivo geral analisar o comportamento de lajes protendidas de grande comprimento com ênfase numa avaliação rigorosa dos fenômenos físicos envolvidos, incluindo a deformação elástica da laje devido à protensão e a restrição a essa deformação causada pelas estruturas de apoio, além dos fenômenos dependentes do tempo já mencionados. Para a realização do estudo foi utilizado o método de análise evolutiva, em que partes da estrutura e do carregamento vão sendo introduzidas num modelo computacional, com determinados intervalos de tempo, simulando o que acontece numa construção real. Para isto, foram utilizados modelos computacionais, de estruturas de edifícios com lajes protendidas com comprimentos diferentes, desenvolvidos com o auxílio do software SAP2000. Nesses modelos, foram computados os efeitos dependentes do tempo, bem como os efeitos decorrentes da presença ou da ausência de faixa de concretagem posterior. Os resultados demonstraram que: a queda de tensão média de compressão nas lajes ao longo do tempo é maior no 1º pavimento, devido à maior restrição ao encurtamento das lajes causada pelos pilares nesse pavimento; a introdução da faixa de concretagem na laje proporciona uma redução importante nos momentos fletores nos pilares do 1º pavimento, em relação ao que ocorreria na mesma estrutura sem a faixa e isto somente pode ser computado de maneira consistente fazendo-se a análise evolutiva; o efeito positivo da faixa de concretagem posterior no desempenho estrutural é observado em situações específicas não sendo possível estabelecer uma regra geral de em que condições esse artifício deve ou não ser utilizado.

Palavras-chave: Lajes lisas protendidas. Faixa de concretagem posterior. Construção evolutiva. Análise estrutural evolutiva. Concreto protendido.

## ABSTRACT

COELHO, Jaine Couto, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2020. **Analysis of the influence of delay strips on the structural behavior of long length post-tensioned flat plates.** Adviser: Gustavo de Souza Veríssimo. Co-advisers: José Luiz Rangel Paes and José Carlos Lopes Ribeiro

In the last decades, there has been a widespread use of prestressed slabs in buildings in Brazil and, more recently, of slabs with increasing lengths. Because post-tensioned slabs are subjected to different time-dependent effects, like concrete shrinkage and creep, steel relaxation and temperature change, and these effects are directly related to the slab length, several problems related to structural performance have been observed in large dimensions flat plates. In light of this, the aim of this work was to analyze the behavior of large post-tensioned flat plates with focus on rigorous assessments of the physical phenomena involved, including elastic shortening of the slab due to prestress and the supports restraint to shortening, as well as the time dependent effects already mentioned. In this study, staged-construction analysis was performed, in which elements and loads are added to the computational model at different time steps to simulate what happens in the real construction. For this, post-tensioned slabs with different sizes were modeled using SAP2000 software. In these models, the time dependent effects, as well as the effect of the use or not use of delay strips, were considered. The results showed that: the loss of average precompression on slabs over time is larger on the first floor because of the restraint to shortening caused by the columns on this floor; the introduction of the delay strip in the slab provides an important reduction in the bending moments in the columns of the 1st floor, in relation to what would occur in the same structure without the strip and this can only be computed in a consistent way by doing the staged-construction analysis; the beneficial effect of the delay strip on structural performance is observed in specific situations and it is not possible to establish a general rule of the conditions under which this device should or should not be used.

Keywords: Post-tensioned flat plates. Pour strip. Staged construction. Staged construction analysis. Prestressed concrete.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
1.1	Generalidades.....	9
1.2	Objetivos.....	10
1.3	Justificativa .....	11
1.4	Estrutura do documento .....	11
<b>2</b>	<b>REVISÃO DE LITERATURA .....</b>	<b>12</b>
2.1	Lajes lisas protendidas com cordoalhas não aderentes.....	12
2.2	Efeitos da variação de temperatura em estruturas com lajes protendidas.....	13
2.3	Fluência e retração do concreto .....	16
2.3.1	Generalidades .....	16
2.3.2	Definições.....	17
2.3.3	Fatores que afetam a retração e a fluência.....	18
2.3.4	Modelos de previsão de retração e fluência.....	20
2.4	Perdas de protensão .....	21
2.4.1	Perdas imediatas .....	22
2.4.1.1	Perdas por encurtamento imediato do concreto.....	22
2.4.1.2	Perdas por atrito dos cabos com a bainha .....	22
2.4.1.3	Perdas por acomodação das ancoragens .....	23
2.4.2	Perdas progressivas .....	23
2.4.2.1	Fluência e retração .....	23
2.4.2.2	Efeitos de temperatura .....	31
2.4.2.3	Perda por relaxação do aço de protensão.....	36
2.5	Juntas em edifícios.....	39
2.5.1	Juntas de concretagem.....	39
2.5.2	Juntas de dilatação .....	40
2.5.3	Juntas de dilatação parcial .....	44
2.5.4	Juntas temporárias (faixas de concretagem posterior).....	44
2.6	Modelagem e análise de lajes protendidas.....	46
2.6.1	Modelos estruturais usuais .....	46
2.6.2	Análise estrutural.....	49
2.6.2.1	Modelo estrutural de elementos finitos.....	52
2.6.3	Pré-dimensionamento .....	58
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>67</b>
3.1	Descrição dos modelos analisados.....	67
3.2	Pré-dimensionamento das lajes lisas protendidas .....	70

3.2.1	Carregamentos atuantes .....	70
3.2.2	Parcela do carregamento a ser balanceada .....	71
3.2.3	Definição do perfil vertical das cordoalhas .....	71
3.2.4	Determinação da força de protensão necessária .....	72
3.2.5	Determinação do número de cordoalhas .....	72
3.2.6	Definição da distribuição das cordoalhas em planta .....	72
3.2.7	Posicionamento das faixas de concretagem posterior .....	74
3.3	Sequência de procedimentos para modelagem no SAP2000 .....	76
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>83</b>
4.1	Generalidades.....	83
4.2	Estudos de caso .....	83
4.2.1	Estudo de caso 1 – modelos LP_36x60_SF e LP_36x60_CF .....	83
4.2.2	Estudo de caso 2 – modelos LP_36x76_SF e LP_36x76_CF .....	95
4.2.3	Estudo de caso 3 – modelos LP_36x92_SF e LP_36x92_CF .....	107
4.3	Comparativo entre todas as estruturas analisadas .....	119
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>124</b>
5.1	Considerações finais .....	124
5.2	Sugestões para trabalhos futuros.....	125
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>127</b>

# 1 INTRODUÇÃO

---

## 1.1 Generalidades

Nos anos recentes, o uso de lajes protendidas se difundiu consideravelmente no Brasil. Vários escritórios de projeto dominaram os procedimentos de concepção e cálculo de lajes protendidas e várias construtoras, principalmente nos grandes centros, têm desenvolvido projetos de edifícios de andares múltiplos de médio e de grande porte utilizando esta solução estrutural, bem como em shopping centers e outras edificações. Este fenômeno se deveu, em parte, à introdução no mercado das cordoalhas plastificadas engraxadas, que representaram um avanço em termos de produtividade na construção, em relação à solução mais antiga com cordoalhas em bainhas metálicas e injeção de calda de cimento na fase final do processo.

A utilização de lajes lisas protendidas com cordoalhas não aderentes vem se tornando uma escolha estrutural atraente para construção de edifícios de múltiplos pavimentos devido a diversas vantagens que este sistema oferece. A liberdade arquitetônica adotada em alguns projetos encoraja a construção de lajes lisas protendidas de grandes dimensões e com grandes vãos. No entanto, alguns projetistas vêm ousando projetar lajes com dimensões cada vez maiores, o que tem trazido a manifestação de alguns problemas relacionados aos efeitos da retração e da fluência do concreto, bem como da variação de temperatura, fenômenos diretamente influenciados pelo comprimento das lajes. Em decorrência disso, uma série de manifestações patológicas e até acidentes tem ocorrido em algumas estruturas, chamando a atenção dos profissionais da área e evidenciando a necessidade de novos estudos para avaliar o comportamento estrutural de lajes protendidas com grandes dimensões.

Nas estruturas de concreto, em geral, ocorrem variações nas dimensões dos elementos devidas à deformação elástica, à retração e à fluência do concreto, bem como à variação de temperatura. Esses efeitos são especialmente importantes nas lajes protendidas, por influenciarem nas perdas de protensão, e quanto maior o comprimento da laje, maiores são as variações dimensionais ocasionadas por esses fenômenos.

Em uma situação de diminuição de temperatura em uma laje protendida, por exemplo, a estrutura sofre um encurtamento. Dependendo da rigidez dos apoios, estes podem restringir em maior ou menor grau a movimentação da laje. Se a restrição causada pelo apoio é grande, pode ocorrer descompressão da laje, com possibilidade de ocorrência de tensões de tração e até mesmo fissuração no concreto. Por outro lado, em lajes de grandes dimensões a variação de comprimento ocasionada por retração, fluência ou variação de temperatura pode solicitar os apoios com esforços e deformações de magnitude tais que, se não bem avaliados, podem comprometer o desempenho estrutural frente aos Estados Limites de Serviço (ELS) e até mesmo aos Estados Limites Últimos (ELU).

A negligência dos efeitos que causam variações nas dimensões das lajes protendidas pode levar a perdas de protensão da armadura ativa maiores do que as estimadas, com consequente prejuízo para o desempenho estrutural da laje.

## **1.2 Objetivos**

O objetivo geral deste trabalho é analisar a influência de faixas de concretagem posterior no comportamento estrutural de lajes protendidas de grandes dimensões.

Os objetivos específicos são:

- obter um modelo computacional capaz de realizar uma análise estrutural evolutiva, considerando os fenômenos da retração e da fluência do concreto, bem como da relaxação do aço de protensão;
- avaliar o comportamento de lajes lisas protendidas sem faixas de concretagem;
- avaliar os efeitos que as faixas de concretagem exercem sobre os momentos fletores dos pilares da estrutura e sobre o decaimento da força de protensão nas lajes.

### 1.3 Justificativa

A construção de lajes protendidas de grandes dimensões e grandes vãos é relativamente recente, e tem-se observado problemas de desempenho estrutural dessas lajes, relacionados aos fenômenos físicos que tem consequência direta na sua variação dimensional. Por se tratar de um fato novo no Brasil, são escassos os estudos sobre o assunto. Assim, justifica-se a importância da pesquisa relacionada a este tema.

Uma das dificuldades associadas à avaliação do comportamento estrutural de lajes protendidas é que diversos fenômenos físicos envolvidos no problema variam no tempo. Devido a esta particularidade, a metodologia usual de realizar uma análise estrutural da estrutura completa, sem considerar o fator tempo, não é suficiente neste caso, pois não permite computar as deformações e deslocamentos de maneira consistente. Um procedimento adequado é realizar uma *análise estrutural evolutiva*, método em que um modelo computacional da estrutura vai sendo processado em estágios, com partes da estrutura e do carregamento introduzidas em etapas, simulando o que acontece numa construção real, e considerando o tempo como uma variável do problema, para que seja possível computar os efeitos dos fenômenos diferidos já mencionados.

### 1.4 Estrutura do documento

O presente trabalho foi estruturado em cinco capítulos.

No Capítulo 2, apresenta-se uma revisão de literatura, abordando aspectos sobre lajes lisas protendidas de uma maneira geral, incluindo modelos para representação da fluência e da retração do concreto, bem como as formulações para o cálculo das perdas de protensão. Apresentam-se diferentes tipos de juntas utilizados em edifícios, além de aspectos sobre modelagem e análise de lajes lisas protendidas.

No Capítulo 3 são descritos os modelos analisados, o pré-dimensionamento das lajes e a sequência de procedimentos adotados na modelagem no SAP2000.

No Capítulo 4 são apresentados e discutidos os resultados obtidos para três estudos de caso dos seis modelos analisados.

No Capítulo 5, apresentam-se as conclusões finais e as sugestões para trabalhos futuros.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

---

### 2.1 Lajes lisas protendidas com cordoalhas não aderentes

As lajes lisas protendidas têm sido muito utilizadas na construção de edifícios residenciais e comerciais devido às vantagens que apresentam. A viabilidade econômica dessas estruturas está relacionada ao seu bom desempenho com grandes vãos, por um valor competitivo com relação a outras soluções. A utilização desse sistema proporciona uma estrutura mais “limpa” do que o sistema convencional de lajes apoiadas sobre vigas de concreto armado, por dispensar as vigas, o que traz uma série de vantagens do ponto de vista arquitetônico e executivo. A ausência de vigas também apresenta como vantagens a diminuição do peso da estrutura e da altura do edifício, aliviando, assim, as fundações, além de facilitar a instalação de dutos de serviços diversos.

Apesar das vantagens que as lajes protendidas apresentam em relação às lajes convencionais de concreto armado, sua utilização, antes da invenção das monocordoalhas plastificadas engraxadas, era dificultada por problemas inerentes à indispensável e complicada operação de injeção de uma argamassa própria no interior das bainhas, a fim de promover a aderência das cordoalhas protendidas com o concreto da laje.

As monocordoalhas engraxadas surgiram nos Estados Unidos, com o objetivo de eliminar a operação de injeção das bainhas, e seu uso se difundiu a partir do final da década de 1950, principalmente na construção de edifícios (AALAMI, 1994). No Brasil, entretanto, seu uso se difundiu somente a partir de 1997, quando teve início sua fabricação pela empresa Belgo Mineira (atualmente Belgo Bekaert Arames), seguindo as especificações do *PTI – Post-Tensioning Institute*, dos Estados Unidos (LOUREIRO, 2006).

## 2.2 Efeitos da variação de temperatura em estruturas com lajes protendidas

As variações de temperatura podem provocar contração ou dilatação térmicas, ocasionando tensões e deformações nas estruturas de concreto. Na maioria dos casos, os efeitos dessas variações estão dentro dos limites aceitáveis para as condições de serviço. Entretanto, existem situações em que os efeitos da temperatura podem ser grandes, devendo ser avaliados e contabilizados, com a finalidade de mitigar os efeitos adversos no desempenho da estrutura (AALAMI, 2016<sup>a</sup>).

A norma brasileira ABNT NBR 6118:2014 afirma que “*a variação da temperatura da estrutura, causada globalmente pela variação da temperatura da atmosfera e pela insolação direta, é considerada uniforme. Ela depende do local de implantação da construção e das dimensões dos elementos estruturais que a compõem*”. De forma genérica, segundo a ABNT NBR 6118:2014, item 11.4.2.1, para elementos estruturais cuja menor dimensão não seja superior a 50 cm, deve ser considerada uma oscilação de temperatura em torno da média de 10°C a 15°C. As lajes, de uma maneira geral, enquadram-se nesta categoria.

Os efeitos de temperatura são reversíveis e dependem das condições ambientais, razão pela qual não costumam ser considerados quando se calculam as deformações de uma laje a longo prazo. Entretanto, em casos de estruturas expostas, como edifícios garagem, nos quais existem grandes mudanças de temperatura em diferentes estações, esses efeitos podem ter consequências importantes no desempenho da estrutura, e devem, portanto, ser levados em consideração (AALAMI, 2015).

Sabe-se que a deformação,  $\varepsilon_T$ , devida à variação de temperatura,  $\Delta T$ , é dada pela Equação (1) onde  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação térmica. De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, pode-se considerar o valor de  $\alpha = 10 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$  tanto para o concreto como para as armaduras (ativa e passiva).

$$\varepsilon_T = \alpha \Delta T \quad (1)$$

A variação de comprimento,  $\Delta L$ , de um elemento estrutural devido à variação de temperatura é dada pela Equação (2) e é diretamente proporcional ao comprimento original  $L$ . Fica evidente, portanto, que quanto maior o comprimento da laje analisada, mais pronunciados são os efeitos causados pela variação de temperatura.

$$\Delta L = L \varepsilon_T \quad (2)$$

Iqbal (2007) forneceu algumas recomendações para calcular movimentações devidas a variações de temperatura. Estas recomendações foram baseadas no monitoramento da

movimentação de juntas de dilatação de 10 edifícios garagem na cidade de Chicago, nos Estados Unidos, sendo 4 dessas em sistema de laje protendida com pós-tração em uma direção, com idades entre 5 e 20 anos. O monitoramento consistiu em medições em campo de movimentação horizontal durante um período de 2 anos, com temperaturas variando de  $-21^{\circ}\text{C}$  a  $+23^{\circ}\text{C}$ . O autor avaliou a expansão e a contração térmica medindo as mudanças nos intervalos entre pares de linhas paralelas desenhadas de cada lado das juntas de dilatação. As distâncias entre os centros de rigidez das estruturas variaram de 41 a 60 metros.

A Equação (3) pode ser reescrita de uma forma mais geral para calcular a expansão ou contração devido a variações de temperatura de acordo com Iqbal (2007), conforme segue:

$$\Delta L = L \alpha \Delta T M_t \quad (3)$$

onde  $M_t$  representa o fator de movimentação igual a 1,0 para estrutura sem restrição à movimentação e nulo para estrutura totalmente restringida.

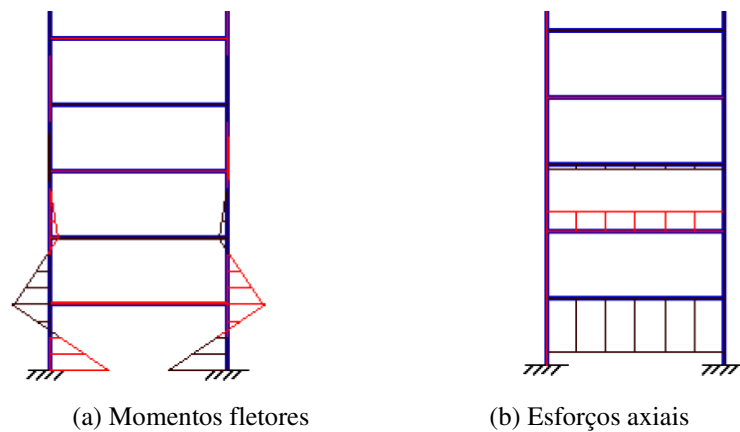
O estudo de Iqbal (2007) mostrou que o valor do coeficiente de dilatação térmica de edifícios garagem expostos ao ambiente é maior do que aquele recomendado pela literatura. Com base em suas medições, o autor propôs a utilização do coeficiente de dilatação térmica igual a  $13,5 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  e um fator de movimentação de 0,8 para o projeto de juntas de dilatação em edifícios garagem não aquecidos, protendidos com pós-tração.

De acordo com Iqbal (2010), o fator de movimentação de 0,8 significa que uma estrutura sofre 80% da variação de comprimento que sofreria caso não houvesse restrição, sendo os 20% restantes absorvidos pelas estruturas de apoio, como os pilares por exemplo. O nível de movimentação de 80% também indica que o grau de restrição para estruturas protendidas com pós-tração pode ser tolerável, apresentando desempenho razoável. Se projetadas com fator de movimentação entre 0,8 e 1,0, as estruturas de apoio devem apresentar poucas fissuras de restrição. Entretanto, se as estruturas de apoio são mais rígidas de forma que o fator de movimentação seja menor que 0,8, a estrutura está propensa a apresentar maiores fissuras de restrição de movimentação. De maneira semelhante, as estruturas extremamente rígidas, com fator de movimentação nulo ou bem próximo de zero, são as mais propensas a apresentar grandes fissuras de restrição. Para regiões mais frias que Chicago, deve-se utilizar um fator de restrição mínimo maior que 0,8, porque nesses casos a estrutura precisa ser mais flexível.

Na Figura 1 mostra-se o efeito de uma mudança uniforme de temperatura na estrutura, onde é possível verificar que os esforços gerados a partir do terceiro pavimento não são relevantes. A distribuição de esforços apresentada na Figura 1 pressupõe que a estrutura responde de maneira elástica e que não existe fissuração do concreto. Entretanto, segundo

Aalami (2016), na prática, pequenas fissuras podem aparecer nas ligações das lajes com os apoios, ao longo dos pilares e nas paredes. Essas fissuras aliviam as forças geradas pelo efeito da temperatura, de modo que as estruturas de concreto são raramente submetidas ao nível de tensão em que são calculadas.

**Figura 1 – Elevação parcial da estrutura de concreto com pilares engastados na fundação submetida a uma variação uniforme de temperatura.**

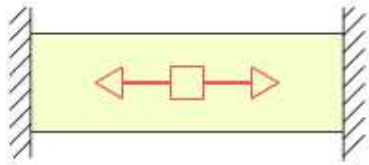


Fonte: Aalami (2016), adaptado.

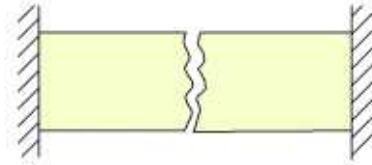
Pela Figura 1, fica evidente que os efeitos de temperatura são mais expressivos no primeiro pavimento, no qual os pilares estão engastados na fundação, que oferece maior restrição à movimentação da laje. Assim, deve-se dar atenção especial a esse nível da estrutura.

Na Figura 2, adaptada de Aalami (2016), mostra-se a resposta de um elemento de concreto sob diferentes condições de variação de temperatura, de vinculação e de pós-tração.

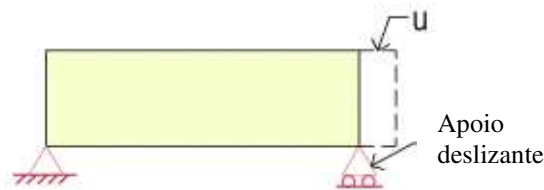
**Figura 2 – Elemento de concreto submetido a variação de temperatura.**



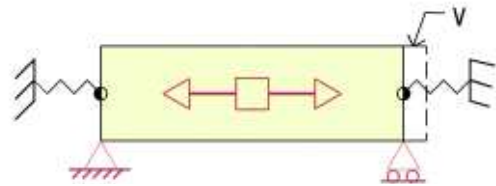
(a) restrição total: uma queda de temperatura resulta em tração. Uma queda de aproximadamente  $2,38^{\circ}\text{C}$  resulta em 1 MPa de tração.



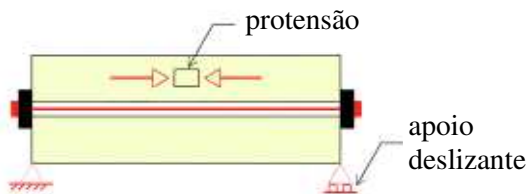
(b) Restrição total: uma queda de temperatura de aproximadamente  $5^{\circ}\text{C}$ , instantânea ou  $10^{\circ}\text{C}$  a longo prazo, resulta em fissuração.



(c) Sem restrição: não há tensão interna causada por variação de temperatura.



(d) Restrição nos apoios: a tensão gerada no elemento depende da rigidez dos apoios, mas será menor do que aquela na qual há restrição total, como no caso (b).



(e) Elemento pós-tracionado sem restrição: não há tensão interna causada por variação de temperatura. A protensão permanece inalterada.



(f) Elemento pós-tracionado com restrição total: a protensão não afeta a resposta do elemento à variação de temperatura. O concreto responderá de maneira similar aos casos (a) até (d).

Fonte: Aalami (2016), adaptado.

## 2.3 Fluência e retração do concreto

### 2.3.1 Generalidades

A deformação crescente de um concreto ao longo do tempo, quando este está sob carregamento permanente, é denominada fluência. Além disso, submetido ou não a carregamento, o concreto se contrai à medida que perde umidade, fenômeno conhecido como retração. Uma vez que as intensidades da fluência e da retração são da mesma ordem de grandeza das deformações elásticas devidas a tensões usuais, essas deformações devem ser levadas em conta (NEVILLE, 1997).

A correta previsão da fluência e da retração requer, inevitavelmente, a compreensão dos mecanismos físicos envolvidos. Os primeiros modelos matemáticos propostos para representação da retração e da fluência eram simplificados, de forma a facilitar a análise estrutural. Entretanto, a utilização de computadores possibilita a utilização de qualquer tipo de modelo e, portanto, as formulações recentes podem focar na representação mais próxima dos dados obtidos experimentalmente (BAZANT, 2001).

Uma previsão realística da fluência e da retração do concreto é uma questão complicada uma vez que o fenômeno é resultado de diversas interações entre mecanismos físicos e é influenciado por muitos fatores variáveis. Por esta razão, o avanço nessa área foi lento e gradual, sem que nenhuma importante descoberta tenha ocorrido repentinamente. Entretanto, o conhecimento acumulado desde as pesquisas nos anos de 1930 até os dias de hoje possibilitaram a formulação de modelos de previsão com melhores respostas (BAZANT e BAWEJA, 2000).

### **2.3.2 Definições**

Para o melhor entendimento dos mecanismos relacionados às deformações do concreto dependentes do tempo, é útil apresentar algumas definições e comentários acerca dos termos envolvidos. De acordo com o ACI Committee 209.1R-05 (2005), têm-se:

- a) deformação total: é a variação de comprimento total por unidade de comprimento medida em um corpo de prova de concreto submetido a um carregamento constante, sob temperatura uniforme;
- b) retração: é a deformação medida em um corpo de prova sem a atuação de carregamento;
- c) retração autógena: é a retração que ocorre na ausência de movimento de umidade da ou para a pasta de cimento;
- d) retração de secagem: é a retração que ocorre em um corpo de prova exposto ao ambiente, sujeito à secagem;
- e) inchamento: é o aumento de volume no concreto quando este está imerso em água;
- f) deformação induzida por carregamento: é a deformação que ocorre ao longo do tempo devido a um carregamento constante aplicado; é obtida experimentalmente através da subtração da retração (medida em um corpo de prova descarregado) da deformação total de corpos de prova de mesmo tamanho e forma, sob mesmas condições ambientais; a deformação induzida por carregamento é frequentemente subdividida em deformação inicial e deformação por fluência; essas componentes devem ser definidas de forma consistente para que a soma delas corresponda à deformação induzida por carregamento;

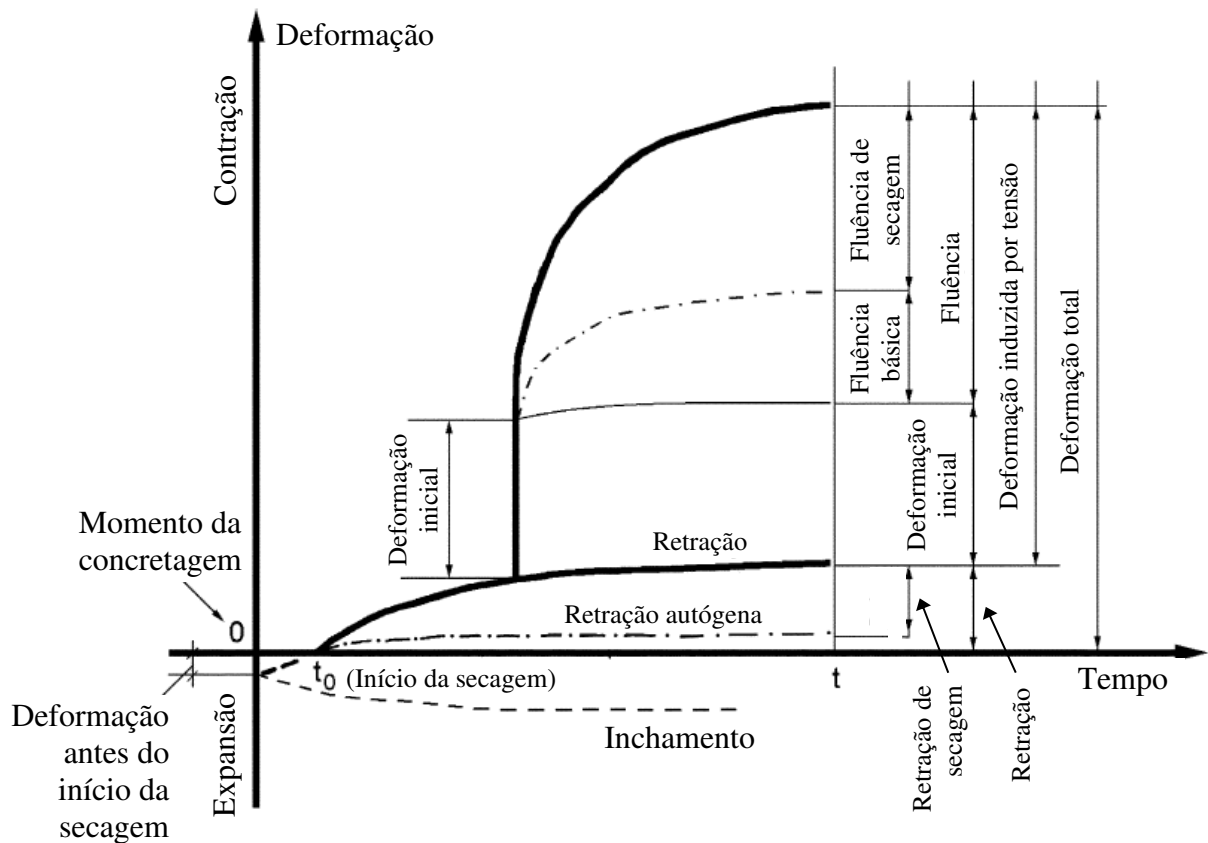
- g) deformação inicial (no momento do carregamento): é a deformação em um curto intervalo de tempo após aplicação do carregamento; a separação da componente de deformação inicial da deformação induzida por carregamento é feita por conveniência, e pode ser determinada utilizando procedimentos padronizados para a determinação experimental do módulo de elasticidade estático;
- h) deformação por fluência: é o aumento da deformação ao longo do tempo devido a um carregamento constante aplicado, que ocorre após a deformação inicial; é obtida a partir da subtração da deformação inicial da deformação induzida por carregamento; a deformação devido à fluência é muito maior que a deformação inicial; a deformação por fluência pode ser dividida em duas componentes, que envolvem ou não a secagem, denominadas fluência de secagem e fluência básica, respectivamente;
- i) fluência básica: é o aumento da deformação ao longo do tempo devido a um carregamento constante de um corpo de prova de concreto selado (sem ganho ou perda de umidade); representa a fluência sob condição de umidade constante e, conseqüentemente, é independente do tamanho e forma do corpo de prova (ainda não foi determinado se a fluência básica atinge um valor final, mesmo após 30 anos de medições em corpos de prova selados);
- j) fluência de secagem: é a fluência adicional que ocorre em um corpo de prova exposto ao ambiente, sendo sua secagem permitida. Como é causada pelo processo de secagem, a fluência de secagem depende do tamanho e da forma do corpo de prova e espera-se que atinja um valor limite.

Na Figura 3 são mostrados graficamente os conceitos apresentados.

### **2.3.3 Fatores que afetam a retração e a fluência**

Existem diversos fatores que afetam a retração e a fluência do concreto, e estes estão relacionados ao efeito das proporções de mistura, ao efeito das condições ambientais e aos efeitos de projeto e construção. Uma lista desses efeitos baseados nas descrições dadas pelo ACI Committee 209.1R (2005) pode ser vista na Tabela 1.

Figura 3 – Deformações do concreto sob carregamento constante ao longo do tempo.



Fonte: ACI Committee 209.1R (2005), adaptado.

Tabela 1 – Fatores que afetam a retração e a fluência.

Efeito	Descrição	Retração de secagem	Fluência
Efeito das proporções de mistura	quantidade de agregado	X	X
	tamanho e graduação do agregado	X	X
	quantidade de água, quantidade de cimento e <i>slup</i>	X	X
	propriedades elásticas do agregado	X	X
	agregados de argila	X	
	agregados leves	X	X
	propriedades do cimento	X	
	conteúdo de ar	X	X
	aditivos	X	X
Efeito das condições ambientais	umidade relativa	X	X
	umidade relativa cíclica	X	X
	temperatura	X	X
Efeitos de projeto e construção	período de cura	X	X
	cura a quente e a vapor	X	X
	tamanho e forma do corpo de prova	X	X
	carregamento		X
	idade de carregamento		X

Fonte: ACI Committee 209.1R (2005), adaptado.

### 2.3.4 Modelos de previsão de retração e fluência

Vários pesquisadores têm trabalhado na quantificação e previsão dos efeitos da fluência e da retração. Seus estudos foram realizados em condições ambientais específicas e para diferentes períodos de duração, que variam de 7 a 5000 dias. Portanto, os resultados obtidos não apresentam total concordância entre si, embora tenham sido conduzidos em condições específicas de determinadas recomendações para ensaios (GOEL; KUMAR; PAUL, 2007).

O banco de dados computadorizado RILEM, acrônimo para o nome em francês (*Réunion Internationale des Laboratoires et Experts des Matériaux, systèmes de construction et ouvrages*) apresenta dados de retração e de fluência do concreto, obtidos de ensaios experimentais realizados em diversos laboratórios, sendo uma fonte importante para comparação e avaliação dos modelos analíticos de previsão desses fenômenos.

Da mesma forma que um conjunto de dados pode ser descrito pela sua média, moda, mediana e desvio padrão, diversos métodos têm sido usados para descrever o desvio dos modelos de retração e de fluência em relação aos resultados experimentais (GARDNER, 2004). A comparação entre os modelos e os resultados experimentais é uma tarefa complicada uma vez que não há concordância quanto à seleção dos dados apropriados e nem dos métodos utilizados para comparar a correlação.

Entre os modelos de previsão da fluência e da retração podem-se citar o ACI 209R-92, o B3 de Bazant e Baweja (2000), o GL2000 de Gardner e Lockman (2001), o do CEB-FIP MC 1990, o da *fib* MC 2010 e o da ABNT NBR 6118 (2014). A quantidade de dados de entrada de cada modelo, bem como os limites de aplicabilidade, varia consideravelmente.

Vale ressaltar que, de acordo com Bazant e Baweja (2000), o modelo B3 apresenta-se como uma alternativa melhorada às recomendações do capítulo 2 do ACI 209R-92, que trata dos modelos de fluência e de retração recomendados por esta norma. Ainda, segundo os autores, essa melhora diz respeito à diminuição dos coeficientes de variação dos erros de previsão das deformações devidas à fluência (básica e de secagem) e à retração, sendo 23% e 34%, respectivamente, para o modelo B3, enquanto para o modelo do ACI esses coeficientes de variação são de 58% para fluência básica, 45% para fluência de secagem e 55% para retração.

Diversos estudos foram realizados comparando esses modelos (GARDNER, 2004; GOEL *et al.*, 2007; GUO e JOSEPH, 2013; AL-MANASEER e PRADO, 2015). A conclusão acerca do mais adequado para previsão da fluência e da retração variou entre os autores, uma vez que os métodos utilizados por eles para comparação foram diferentes. Na Tabela 2 é possível visualizar alguns trabalhos e os modelos utilizados nas comparações.

**Tabela 2 – Modelos utilizados por diferentes autores para comparação das estimativas dos efeitos de retração e de fluência.**

Autor	Modelos utilizados para comparação								
	ACI 209R (1982)	ACI 209R (1992)	CEB-FIP MC (1990)	B3 (1995)	GL2000 (2001)	<i>fib</i> MC (2010)	AASHTO (2012)	PCI (1999)	
Gardner (2004)	x		x	x	x				
Goel; Kumar; Paul (2007)	x		x	x	x				
Guo e Joseph (2013)		x	x	x	x			x	
Al-Manaseer e Prado (2015)		x	x	x	x	x	x		

Fonte: A autora.

Gardner (2004) concluiu que os modelos GL2000 e B3 são os melhores, nesta ordem, para previsão de retração. Já para a fluência, o modelo de previsão mais adequado foi o GL2000, seguido pelos modelos B3 e CEB-FIP MC 1990. De acordo com Goel; Kumar; Paul (2007), as previsões de fluência e de retração pelo modelo GL2000 são mais próximas aos resultados experimentais do que as obtidas com os outros modelos analisados. Al-Manaseer e Prado (2015) utilizaram cinco métodos estatísticos para avaliar os modelos em relação aos resultados experimentais de dois bancos de dados e chegaram à conclusão que o modelo do ACI 209R apresentou melhores resultados na previsão de retração, seguido pelos modelos B3 e CEB-FIP. Para previsão da fluência, os autores concluíram que o modelo do ACI 209R também é o mais adequado, seguido pelos modelos B3 e GL2000.

Guo e Joseph (2013) concluíram que o modelo B3 foi considerado o mais apropriado para previsão da fluência e da retração. O trabalho destes autores difere dos outros acima citados uma vez que a avaliação dos modelos foi baseada no comportamento esperado pelos fenômenos analisados e não em bancos de dados de resultados experimentais.

## 2.4 Perdas de protensão

A protensão introduz um alongamento na armadura ativa que provoca uma força inicial  $P_0$  no elemento de concreto. Embora deva ter um caráter permanente, esta força está sujeita a variações de intensidade. Segundo Veríssimo e César Jr. (2017), diversos eventos como o acionamento dos macacos hidráulicos, a liberação dos cabos, a transferência da força de protensão, entre outros, levam a uma diminuição da força de protensão. Tem-se, assim, as denominadas perdas de protensão.

Tendo em vista o período em que ocorrem, as perdas de protensão podem ser classificadas em imediatas ou progressivas. As perdas imediatas são aquelas que ocorrem durante o estiramento e ancoragem dos cabos e as perdas progressivas são as que ocorrem após o término da aplicação das forças de protensão.

## 2.4.1 Perdas imediatas

### 2.4.1.1 Perdas por encurtamento imediato do concreto

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, “a protensão sucessiva de cada um dos  $n$  grupos de cabos protendidos simultaneamente provoca uma deformação imediata do concreto e conseqüentemente, afrouxamento dos cabos anteriormente protendidos”.

No caso de protensão excêntrica, segundo Veríssimo e César Jr. (2017), há a necessidade de considerar que a partir do momento em que a força for introduzida na peça, esta produzirá um momento negativo tendendo a produzir contraflecha, mobilizando o seu peso próprio. Dessa maneira, a perda de protensão é influenciada pelo balanço das tensões oriundas da protensão e do peso próprio. Assim, a perda média de protensão por cabo pode ser estimada com a Equação (4), dada pela ABNT NBR 6118:2014:

$$\Delta\sigma_p = \frac{\alpha_p(\sigma_{cp} + \sigma_{cg})(n - 1)}{2n} \quad (4)$$

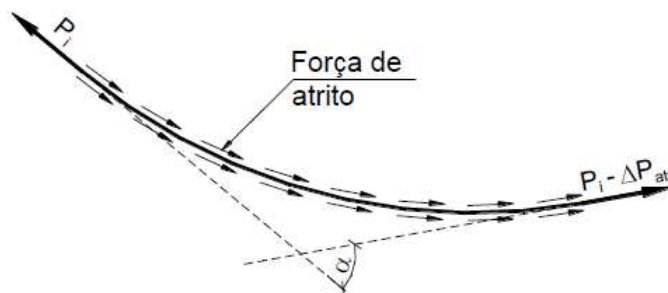
onde:

- $\alpha_p$  – relação entre os módulos de elasticidade do aço da armadura ativa e do concreto ( $E_p/E_{ci}$ );
- $\sigma_{cp}$  – tensão no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devido à protensão simultânea dos  $n$  cabos;
- $\sigma_{cg}$  – tensão no mesmo ponto anterior, devido à carga permanente mobilizada pela protensão ou simultaneamente aplicada com a protensão.

### 2.4.1.2 Perdas por atrito dos cabos com a bainha

Em peças protendida com pós-tração ocorrem perdas por atrito dos cabos com a bainha e estas variam com a posição considerada em relação à ancoragem ativa. Quanto maior a distância da ancoragem, maiores são as perdas de protensão. Na Figura 4 mostra-se um esquema representativo da perda por atrito ao longo de um cabo protendido curvo.

**Figura 4 – Perda de protensão por atrito ao longo da bainha no estiramento da armadura.**



Fonte: Bastos (2015)

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, a perda por atrito nos elementos estruturais com pós-tração é dada pela Equação (5):

$$\Delta P(x) = P_i [1 - e^{-(\mu \sum \alpha + kx)}] \quad (5)$$

onde:

$P_i$  – força máxima aplicada à armadura de protensão pelo macaco hidráulico;

$x$  – abscissa do ponto onde se calcula  $\Delta P$ , medida a partir da ancoragem, expressa em metros;

$\sum \alpha$  – soma dos ângulos de desvio entre a ancoragem e o ponto de abscissa  $x$ , expressa em radianos;

$\mu$  – coeficiente de atrito aparente entre o cabo e a bainha em (1/rad);

$k$  – coeficiente de perda por metro provocada por curvaturas não intencionais do cabo - na falta de dados experimentais, pode ser adotado o valor de  $0,01\mu$  (1/m).

#### 2.4.1.3 Perdas por acomodação das ancoragens

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, as perdas por deslizamento da armadura na ancoragem e a acomodação da ancoragem “devem ser determinadas experimentalmente ou adotados os valores indicados pelos fabricantes dos dispositivos de ancoragem”.

### 2.4.2 Perdas progressivas

As perdas de protensão progressivas são devidas aos efeitos de fluência e de retração do concreto e relaxação do aço da armadura ativa.

#### 2.4.2.1 Fluência e retração

Conforme descrito anteriormente, existem diversos modelos para previsão dos efeitos de fluência e de retração. Optou-se por apresentar a descrição do Código Modelo *fib* MC 2010 já que ele será utilizado nesta pesquisa pela facilidade de implementação na análise uma vez que o modelo já está presente na lista daqueles disponíveis no *software* SAP2000. Além disso, observam-se semelhanças do modelo da ABNT NBR 6118:2014 com o modelo apresentado.

#### 2.4.2.1.1 Definições de acordo com o FIB Model Code 2010

A deformação total no tempo  $t$ ,  $\varepsilon_c(t)$ , de um elemento de concreto carregado uniaxialmente no tempo  $t_0$  com uma tensão constante  $\sigma_c(t_0)$  pode ser expressa da seguinte maneira:

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \quad (6)$$

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{c\sigma}(t) + \varepsilon_{cn}(t) \quad (7)$$

onde:

$\varepsilon_{ci}(t_0)$  – deformação inicial no carregamento;

$\varepsilon_{cc}(t)$  – deformação devido à fluência no tempo  $t > t_0$ ;

$\varepsilon_{cs}(t)$  – deformação devido à retração;

$\varepsilon_{cT}(t)$  – deformação devido à variação de temperatura;

$\varepsilon_{c\sigma}(t)$  – deformação dependente de tensão:  $\varepsilon_{c\sigma}(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t)$ ;

$\varepsilon_{cn}(t)$  – deformação independente de tensão:  $\varepsilon_{cn}(t) = \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t)$ .

De acordo com o FIB Model Code (2010), a distinção entre fluência e retração é feita por convenção. Normalmente as deformações do concreto dependentes do tempo, carregado ou descarregado, devem ser consideradas como dois aspectos do mesmo fenômeno físico. Além disso, a separação em deformação inicial e deformação devido à fluência também é uma questão de convenção. Na análise estrutural, é importante considerar a deformação total dependente de carregamento como dada pela função de fluência. As componentes de deformação inicial e deformação por fluência são definidas de maneira consistente, de forma que a soma dessas duas parcelas resulta na correta deformação que depende de carregamento.

Para a definição da função de fluência, a deformação inicial  $\varepsilon_{ci}(t_0)$  é baseada no módulo de elasticidade tangente:

$$\varepsilon_{ci}(t_0) = \sigma_c(t_0)/E_{ci}(t_0) \quad (8)$$

sendo:

$$E_{ci}(t) = \beta_E(t) \cdot E_{ci} \quad (9)$$

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{1/3} \quad (10)$$

onde:

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade do concreto [MPa] aos 28 dias;

$\alpha_E$  – coeficiente que depende do tipo de agregado (=1,0 para agregados de quartzito);

$f_{cm}$  – resistência à compressão do concreto [MPa] aos 28 dias, e para idade diferente de 28 dias, tem-se:

$$f_{cm}(t) = \beta_{cc}(t) \cdot f_{cm} \quad (11)$$

$E_{c0} = 21,5 \times 10^3$  MPa;

$E_{ci}(t)$  – módulo de elasticidade do concreto [MPa] na idade  $t$  [dias];

$\beta_E(t) = [\beta_{cc}(t)]^{0,5}$  – coeficiente que depende da idade  $t$  [dias] do concreto;

$\beta_{cc}(t) = \text{EXP} \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{0,5} \right] \right\}$  – função que descreve o desenvolvimento da resistência com o tempo;

$t$  – idade do concreto [dias] ajustada de acordo com a idade fictícia do concreto (leva em conta a temperatura durante a cura);

$s$  – coeficiente que depende da classe de resistência do cimento e da resistência à compressão do concreto (Tabela 3).

**Tabela 3 – Coeficiente  $s$  para diferentes classes de cimento e características de endurecimento (N = normal; R = rápido).**

$f_{cm}$ [MPa]	Classe de resistência do cimento - <i>fib</i> MC 2010	Classe de resistência do cimento - NBR 6118:2014	$s$
≤ 60	32.5 N	CPIII e CPIV	0,38
	32.5 R, 42.5 N	CPI e CPII	0,25
	42.5 R, 52.5 N, 52.5 R	CPV-ARI	0,20
> 60	todas as classes		0,20

Fonte: FIB Model Code (2010) e ABNT NBR 6118:2014.

#### 2.4.2.1.2 Limites de aplicabilidade

As relações para fluência e retração dadas pelo FIB Model Code 2010 servem para estimar o comportamento ao longo do tempo de uma seção transversal média de um elemento de concreto que foi submetido à cura úmida, por não mais que 14 dias, em temperaturas normais.

A menos que sejam dadas disposições especiais, as relações são válidas para concreto estrutural comum ( $15 \text{ MPa} \leq f_{cm} \leq 130 \text{ MPa}$ ) submetido a uma tensão de compressão  $|\sigma_c| \leq 0,4f_{cm}(t_0)$ , na idade de carregamento  $t_0$  e exposto a umidades relativas no intervalo de 40% a 100%, em temperatura média entre 5°C e 30°C. A idade de carregamento deve ser de pelo menos 1 dia.

Aceita-se que as relações dadas pelo FIB Model Code 2010 também se aplicam ao concreto submetido à tração, embora essas relações sejam direcionadas para a determinação da fluência do concreto submetido à tensão de compressão.

#### 2.4.2.1.3 Fluência

O FIB Model Code 2010 utilizou-se da chamada “formulação de soma” para a determinação da fluência, ou seja, após um dado período de carregamento a fluência pode ser determinada como a soma do coeficiente de fluência básica e o coeficiente de fluência de secagem, em que ambos dependem da idade do concreto no momento do carregamento e de uma função que descreve o desenvolvimento da fluência no tempo.

Para o intervalo de tensões de serviço  $|\sigma_c| \leq 0,4f_{cm}(t_0)$ , a fluência é considerada linear com relação à tensão. Então, para uma tensão constante aplicada no tempo  $t_0$ , tem-se:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_{ci}} \varphi(t, t_0) \quad (12)$$

onde:

$\varphi(t, t_0)$  – coeficiente de fluência;

$E_{ci}$  – módulo de elasticidade do concreto [MPa] aos 28 dias, de acordo com Equação (10);

A deformação que depende de tensão,  $\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0)$ , no tempo  $t$  pode ser expressa como:

$$\varepsilon_{c\sigma}(t, t_0) = \sigma_c(t_0) \left[ \frac{1}{E_{ci}(t_0)} + \frac{\varphi(t, t_0)}{E_{ci}} \right] = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) \quad (13)$$

onde:

$J(t, t_0)$  – função de fluência, representando a deformação total dependente da tensão por unidade de tensão;

$E_{ci}(t_0)$  – módulo de elasticidade na idade de carregamento  $t_0$  de acordo com Equação (9), consequentemente  $1/E_{ci}(t_0)$  representa a deformação inicial por unidade de tensão no momento do carregamento.

Por questões práticas, neste modelo, o concreto é considerado como um material viscoelástico linear, e para tensões e deformações variáveis, o princípio da superposição é válido. Com base nesses pressupostos e nas definições dadas anteriormente, a equação constitutiva para o concreto pode ser escrita como:

$$\varepsilon_c(t) = \sigma_c(t_0) \cdot J(t, t_0) + \int_{t_0}^t J(t, \tau) \frac{\partial \sigma_c(\tau)}{\partial \tau} d\tau + \varepsilon_{cn}(t) \quad (14)$$

A aplicação do princípio da superposição é consistente com a premissa de linearidade. Entretanto, devido ao comportamento real não-linear do concreto, alguns erros na previsão são inevitáveis quando se aplica a superposição linear de efeitos na fluência do concreto sob tensão variável.

No modelo descrito pelo FIB Model Code 2010, as relações para o cálculo da fluência são empíricas, calibradas com base em ensaios de laboratório (fluência na compressão) em concretos estruturais. A fluência total é dividida em dois componentes: a fluência básica e a fluência de secagem, o que reflete os diferentes mecanismos físicos associados.

Nessas relações apenas os parâmetros normalmente conhecidos pelo engenheiro são levados em consideração: resistência à compressão característica, dimensões dos elementos, umidade relativa média, idade no momento do carregamento, duração do carregamento e tipo de cimento. Entretanto, deve-se salientar que a fluência do concreto não depende de sua resistência à compressão ou idade de carregamento em si, mas sim da sua composição e grau de hidratação. A fluência do concreto diminui com a diminuição da relação água/cimento, com a diminuição da quantidade de cimento, com o aumento da rigidez dos agregados e com o aumento do grau de hidratação.

O coeficiente de fluência pode ser calculado com a Equação (15):

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{0,bc} \cdot \beta_{bc}(t, t_0) + \varphi_{0,dc} \cdot \beta_{dc}(t, t_0) \quad (15)$$

onde:

$\varphi_{0,bc}$  – coeficiente de fluência básico, dado na Equação (16);

$\beta_{bc}(t, t_0)$  – coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência básica com o tempo, dado na Equação (17);

$\varphi_{0,dc}$  – coeficiente de fluência de secagem, dado na Equação (18);

$\beta_{dc}(t, t_0)$  – coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência de secagem com o tempo após o carregamento, dado na Equação (19);

$t$  – idade do concreto, em dias, no momento considerado;

$t_0$  – idade do concreto, em dias, no momento do carregamento, ajustado de acordo com a Equação (20) e a Equação (30).

O coeficiente de fluência básico pode ser estimado através da Equação (16):

$$\varphi_{0,bc} = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t_0) \quad (16)$$

com:

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{34,2}{(f_{cm})^{0,7}}$$

$$\beta_{bc}(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_0)^{0,2}}$$

onde:

$f_{cm}$  – resistência à compressão média aos 28 dias [MPa],  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  MPa.

O desenvolvimento da fluência básica com o tempo é descrito pela Equação (17):

$$\beta_{bc}(t, t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{(A + (t - t_0))} \right]^{\gamma(t_0)} \quad (17)$$

com:

$$A = \frac{750}{\alpha_{f_{cm}}}$$

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2,3 + 3,5/\sqrt{t_0}}$$

$$\alpha_{f_{cm}} = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5}$$

O coeficiente de fluência por secagem pode ser estimado pela Equação (18):

$$\varphi_{0,dc} = \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta_{dc}(t_0) \quad (18)$$

com:

$$\beta(RH) = \frac{1 - \frac{RH}{100}}{\sqrt[3]{0,1 \cdot \frac{h}{100}}}$$

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{(f_{cm})^{1,4}}$$

$$\beta_{dc}(t_0) = \beta_{bc}(t_0) = \frac{1}{0,1 + (t_0)^{0,2}}$$

onde:

$f_{cm}$  – resistência à compressão média aos 28 dias [MPa],  $f_{cm} = f_{ck} + 8$  MPa;

$RH$  – umidade relativa do ambiente [%];

$h = 2A_c/u$  – espessura fictícia [mm], onde  $A_c$  é a área da seção transversal [mm<sup>2</sup>] e  $u$  é o perímetro do elemento em contato com o ar [mm].

O desenvolvimento da fluência de secagem com o tempo é escrito pela Equação (19):

$$\beta_{dc}(t, t_0) = \left[ \frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)} \right]^{\gamma(t_0)} \quad (19)$$

com:

$$\beta_H = 1,5 \cdot h + 250 \cdot \alpha_{cm} \leq 1500 \cdot \alpha_{fcm}$$

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2,3 + 3,5/\sqrt{t_0}}$$

Note que  $\gamma(t_0)$  pode utilizar o valor de  $t_0$  dado pela Equação (20).

$$\alpha_{fcm} = \left[ \frac{35}{f_{cm}} \right]^{0,5}$$

O efeito do tipo de cimento no coeficiente de fluência do concreto pode ser levado em consideração através da modificação da idade no momento do carregamento  $t_0$ , de acordo com a equação abaixo:

$$t_0 = t_{0,T} \left[ \frac{9}{2 + t_{0,T}^{1,2}} + 1 \right]^\alpha \geq 0,5 \text{ dias} \quad (20)$$

onde:

$t_{0,T}$  – idade do concreto [dias] ajustada de acordo com a Equação (30) (idade fictícia);

$\alpha$  – coeficiente que depende do tipo de cimento:

$$\alpha = -1, \text{ para classe de resistência } 32,5 \text{ N};$$

$$\alpha = 0, \text{ para classe de resistência } 32,5 \text{ R}, 42,5 \text{ N};$$

$$\alpha = 1, \text{ para classe de resistências } 42,5 \text{ R}, 52,5 \text{ N}, 52,5 \text{ R}.$$

O FIB Model Code 2010 destaca que diferentes tipos de cimento resultam em diferentes graus de hidratação. A fluência do concreto depende do grau de hidratação alcançado em uma certa idade, não da idade do concreto. Portanto, o efeito do tipo de cimento é levado em consideração modificando a idade do concreto no momento do carregamento de forma que, para uma dada idade fictícia, o grau de hidratação é independente do tipo de cimento. O valor de  $t_0$  de acordo com a Equação (20) deve ser usado na equação que calcula  $\gamma(t_0)$ . A duração do carregamento usado na Equação (18) é a idade real no momento do carregamento.

#### 2.4.2.1.4 Retração

De acordo com o FIB Model Code 2010, devido aos mecanismos microestruturais, que se tornam dominantes para concreto de alta resistência, a retração total deve ser dividida em retração autógena e retração de secagem.

A retração total  $\varepsilon_{cs}(t, t_s)$  pode ser calculada pela Equação (21):

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad (21)$$

onde a retração é dividida em retração autógena  $\varepsilon_{cas}(t)$ :

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad (22)$$

e retração de secagem  $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$ :

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_s) \quad (23)$$

onde:

$t$  – idade do concreto [dias];

$t_s$  – idade do concreto no início da secagem [dias];

$(t - t_s)$  – duração da secagem [dias].

Assim como para a fluência, a retração total não depende da resistência à compressão do concreto em si. A retração de secagem diminui com a diminuição da relação água/cimento e com a diminuição da quantidade de cimento, ao passo que a retração autógena aumenta com a diminuição da relação água/cimento e com a diminuição da quantidade de cimento. A resistência à compressão serve como um parâmetro substituto, utilizado por ser um fator conhecido pelo engenheiro na fase de projeto (FIB MODEL CODE, 2010).

A componente de retração autógena  $\varepsilon_{cas}(t)$  pode ser estimada através do coeficiente de retração autógena nocional  $\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$  e a função do tempo  $\beta_{as}(t)$ , conforme as equações abaixo:

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \left( \frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \quad (24)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0,2 \cdot \sqrt{t}) \quad (25)$$

onde:

$f_{cm}$  – resistência à compressão média aos 28 dias [MPa];

$\alpha_{as}$  – coeficiente que depende do tipo de cimento, de acordo com a Tabela 4.

Tabela 4 – Coeficientes  $\alpha_i$  usado na Equação (24) e na Equação (26).

Classe de resistência do cimento - fib MC 2010	Classe de resistência do cimento - NBR 6118:2014	$\alpha_{as}$	$\alpha_{ds1}$	$\alpha_{ds2}$
32,5 N	CPIII e CPIV	800	3	0,013
32,5 R, 42,5 N	CPI e CPII	700	4	0,012
42,5 R, 52,5 N, 52,5 R	CPV-ARI	600	6	0,012

Fonte: FIB Model Code (2010) e ABNT NBR 6118:2014.

A retração de secagem  $\varepsilon_{cds}(t, t_s)$  é calculada através do coeficiente de retração por secagem nocional  $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ , do coeficiente  $\beta_{RH}(RH)$  que leva em consideração o efeito da umidade relativa do ambiente e da função  $\beta_{ds}(t - t_s)$  que descreve o desenvolvimento no tempo.

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = [(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot \text{EXP}(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm})] \cdot 10^{-6} \quad (26)$$

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \right] & \text{para } 40 \leq RH < 99\% \cdot \beta_{s1} \\ 0,25 & \text{para } RH \geq 99\% \cdot \beta_{s1} \end{cases} \quad (27)$$

$$\beta_{ds}(t - t_s) = \left( \frac{(t - t_s)}{0,035 \cdot h^2 + (t - t_s)} \right)^{0,5} \quad (28)$$

$$\beta_{s1} = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \leq 1 \quad (29)$$

onde:

$\alpha_{ds1}, \alpha_{ds2}$  – coeficientes que dependem do tipo de cimento (ver Tabela 4);

$f_{cm}$  – resistência à compressão média aos 28 dias [MPa];

$RH$  – umidade relativa do ambiente [%];

$h = 2A_c/u$  – espessura fictícia [mm], onde  $A_c$  é a área da seção transversal [mm<sup>2</sup>] e  $u$  é o perímetro do elemento em contato com o ar [mm];

$t$  – idade do concreto [dias];

$t_s$  – idade do concreto no início da secagem [dias];

$(t - t_s)$  – duração da secagem [dias];

#### 2.4.2.2 Efeitos de temperatura

##### a) Limites de aplicabilidade

As informações dadas anteriormente são válidas para uma temperatura média levando-se em consideração variações sazonais entre -20°C e +40°C. Nas seções seguintes, são tratados os

efeitos substanciais de variação da temperatura média do concreto (20°C) para o intervalo de aproximadamente 0°C a +80°C, de acordo com as recomendações do FIB Model Code 2010.

b) Envelhecimento (idade fictícia)

O efeito de temperaturas maiores ou menores no envelhecimento do concreto pode ser levado em conta através do ajuste da idade do concreto (idade fictícia), utilizando-se a Equação (30):

$$t_T = \sum_{i=1}^n \Delta t_i \exp \left[ 13,65 - \frac{4000}{273 + T(\Delta t_i)} \right] \quad (30)$$

onde:

$t_T$  – idade do concreto ajustada de acordo com a temperatura que substitui  $t$  nas equações correspondentes;

$\Delta t_i$  – número de dias em que a temperatura  $T$  predomina;

$T(\Delta t_i)$  – temperatura [°C] durante o período  $\Delta t_i$ .

c) Dilatação térmica

A deformação devido à variação de temperatura pode ser calculada pela seguinte equação:

$$\varepsilon_{cT} = \alpha_T \Delta T \quad (31)$$

onde:

$\varepsilon_{cT}$  – deformação por variação de temperatura;

$\Delta T$  – variação de temperatura [K];

$\alpha_T$  – coeficiente de dilatação térmica.

Para a análise estrutural, o FIB Model Code estabelece que o coeficiente de dilatação térmica pode ser tomado como  $\alpha_T = 10 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  para concreto comum e  $\alpha_T = 8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  para concreto leve.

d) Efeito da temperatura na resistência à compressão

O efeito da temperatura, para o intervalo  $0^\circ\text{C} \leq T \leq 80^\circ\text{C}$ , na resistência a compressão do concreto comum e de alta resistência, para concretos normais  $f_{cm}(T)$ , pode ser calculado através da Equação (32):

$$f_{cm}(T) = f_{cm}(1,06 - 0,003T) \quad (32)$$

onde:

$f_{cm}(T)$  – resistência à compressão [MPa] na temperatura  $T$  [°C];  
 $f_{cm}$  – resistência à compressão [MPa] na temperatura de 20°C;  
 $T$  – temperatura [°C].

e) Efeito da temperatura na resistência à tração

No intervalo  $0^{\circ}\text{C} \leq T \leq 80^{\circ}\text{C}$  a resistência à tração uniaxial  $f_{ct}$  do concreto é significativamente afetada pela temperatura, de acordo com a Equação (33):

$$f_{ctm}(T) = f_{ctm}(1,16 - 0,008T) \quad (33)$$

onde:  $f_{ctm}(T)$  – resistência à tração uniaxial [MPa] na temperatura  $T$  [°C];  
 $f_{ctm}$  – resistência à tração uniaxial [MPa] na temperatura de 20°C;  
 $T$  – temperatura [°C].

Se a resistência à tração é o principal parâmetro de entrada no cálculo da estrutura, então os valores calculados pela Equação (33) devem ser reduzidos ou aumentados em 20%.

f) Efeito da temperatura no módulo de elasticidade

O efeito de temperaturas altas ou baixas no momento do ensaio de determinação do módulo de elasticidade para concreto comum e de alta resistência, de peso específico normal, pode ser estimado através da Equação (34):

$$E_{ci}(T) = E_{ci}(1,06 - 0,003T) \quad (34)$$

onde:

$E_{ci}(T)$  – módulo de elasticidade [MPa] na temperatura  $T$  [°C];  
 $E_{ci}$  – módulo de elasticidade [MPa] na temperatura de 20°C;

g) Efeito da temperatura na fluência e na retração

As equações para o cálculo do efeito de temperatura sobre a fluência, até 80°C, dadas a seguir são apenas estimativas aproximadas. Para um cálculo mais preciso é necessário considerar modelos mais sofisticados que levam em consideração a umidade do concreto no momento do carregamento e a distinção entre fluência básica e fluência de secagem em mais detalhes. Quando se negligencia esses parâmetros, as equações dadas a seguir são geralmente mais precisas para elementos espessos com pequena variação no teor de umidade do que para elementos mais esbeltos que apresentam significativa variação no teor de umidade, particularmente para elevadas temperaturas.

O efeito da temperatura antes do carregamento pode ser levado em conta através da Equação (30). As Equações (32) a (35) descrevem o efeito de uma temperatura constante diferente de 20°C enquanto um concreto comum está sob carregamento.

O efeito de temperatura no desenvolvimento da fluência com o tempo é levado em consideração utilizando  $\beta_{H,T}$  dado na equação abaixo:

$$\beta_{H,T} = \beta_H \beta_T \quad (35)$$

com: 
$$\beta_T = \text{EXP}[1500/(273 + T) - 5,12] \quad (36)$$

onde:

$\beta_{H,T}$  – coeficiente que depende da temperatura e que substitui  $\beta_H$  na Equação (18);

$\beta_H$  – coeficiente de acordo com a Equação (19);

O efeito da temperatura no coeficiente de fluência é levando em consideração através das equações (37) e (38):

$$\varphi_{RH,T} = \varphi_T + (\varphi_{RH} - 1)\varphi_T^{1,2} \quad (37)$$

com:

$$\varphi_T = \text{EXP}[0,015(T - 20)] \quad (38)$$

onde:

$\varphi_{RH,T}$  – coeficiente que depende da temperatura e que substitui  $\varphi_{RH}$  na Equação (16);

$\varphi_{RH}$  – coeficiente de acordo com a Equação (17);

Para um aumento de temperatura enquanto o elemento estrutural está sob carregamento, o coeficiente de fluência pode ser estimado através da Equação (39):

$$\varphi(t, t_0, T) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0) + \Delta\varphi_{T,trans} \quad (39)$$

com:

$$\Delta\varphi_{T,trans} = 0,0004(t - 20)^2 \quad (40)$$

onde:

$\varphi_0$  – coeficiente de fluência nocional dado na Equação (16) e com ajuste de temperatura de acordo com a Equação (37);

$\beta_c(t, t_0)$  – coeficiente que descreve o desenvolvimento da fluência com o tempo após o carregamento, de acordo com a Equação (18);

$\Delta\varphi_{T,trans}$  – coeficiente de fluência transiente térmico que ocorre no momento do aumento de temperatura;

As temperaturas entre 0°C e 80°C influenciam principalmente o desenvolvimento da retração autógena ao longo do tempo. Portanto, como dado na Equação (41), a retração autógena do concreto na idade  $t$  é calculada utilizando-se a idade fictícia do concreto  $t_T$  de acordo com a Equação (30).

$$\varepsilon_{cas} = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \beta_{as}(t_T) \quad (41)$$

onde:

$\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$  – coeficiente de fluência nocional dado na Equação (24);

$\beta_{as}(t_T)$  – função dependente do tempo de acordo com a Equação (25).

A Equação (41) é uma simplificação, uma vez que ensaios indicam que não ocorre apenas uma aceleração da retração mas também um aumento da deformação por retração autógena quando o concreto está submetido a temperaturas de cura elevadas. Esse efeito diminui com o aumento da resistência do concreto.

O efeito de uma temperatura constante diferente de 20°C, enquanto o concreto seca, é descrito nas equações a seguir. O efeito da temperatura no desenvolvimento ao longo do tempo da retração de secagem é levado em conta usando  $\alpha_{sT}(T)$ , dado na Equação (42):

$$\alpha_{sT} = 0,035 h^2 \text{EXP}[-0,06(T - 20)] \quad (42)$$

onde:

$\alpha_{sT}$  – coeficiente que depende da temperatura que substitui o produto  $0,035h^2$  na Equação (28);

$T$  – temperatura [°C].

O efeito da temperatura no coeficiente de retração nocional é levando em consideração usado as equações seguintes:

$$\beta_{RH,T} = \beta_{RH} \beta_{sT} \quad (43)$$

onde:

$\beta_{RH,T}$  – coeficiente que depende da temperatura que substitui  $\beta_{RH}$  na Equação (23), calculado usando a equação abaixo:

$$\beta_{sT} = 1 + \left( \frac{4}{103 - RH} \right) \left( \frac{T - 20}{40} \right) \quad (44)$$

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1,55 \left[ 1 - \left( \frac{RH}{100} \right)^3 \right] & \text{para } 40 \leq RH < RH_T \\ 0,25 & \text{para } RH \geq RH_T \end{cases} \quad (45)$$

$$RH_T = 0,99 \beta_{s1} + \beta_{s1,T} \leq 100\% \quad (46)$$

$$\beta_{s1} = \left( \frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \leq 1,0 \quad \text{ver Equação (29)}$$

$$\beta_{s1,T} = \left( \frac{T - 20}{25} \right)^3 \quad (47)$$

onde:

$RH$  – umidade relativa do ambiente [%];

$f_{cm}$  – resistência à compressão média aos 28 dias [MPa].

O efeito de elevadas temperaturas na retração é influenciado consideravelmente pela umidade do concreto antes do aquecimento e pela perda de água após um aumento de temperatura.

#### 2.4.2.3 Perda por relaxação do aço de protensão

De acordo com Bastos (2015), relaxação “é a perda de tensão com o tempo em um aço estirado, sob comprimento e temperatura constantes. Quanto maior a tensão ou a temperatura, maior a relaxação do aço”.

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, a relaxação do aço deve ser determinada pelo coeficiente dado na Equação (48):

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (48)$$

onde:

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$  – perda de tensão por relaxação pura desde o instante  $t_0$  do estiramento da armadura até o instante  $t$  considerado;

$\sigma_{pi}$  – tensão na armadura de protensão no instante do seu estiramento.

O coeficiente  $\psi(t, t_0)$  depende de se tratar de pré-tração ou pós-tração, sendo afetado pelas perdas imediatas de tensão do aço na seção considerada da peça. De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, item 8.4.8, a relaxação de fios e cordoalhas após 1000 horas, à temperatura

constante de 20°C ( $\psi_{1000}$ ), e para tensões variando de  $0,5f_{ptk}$  a  $0,8f_{ptk}$ , obtida nos ensaios descritos na ABNT NBR 7484:2009, não pode ultrapassar os valores dados na ABNT NBR 7482:2008 e na ABNT NBR 7483:2008, respectivamente. Para efeito de projeto, os valores da Tabela 5 podem ser adotados.

**Tabela 5 – Valores de  $\psi_{1000}$ , em porcentagem.**

$\sigma_{p0}$	Cordoalhas		Fios		Barras
	RN	RB	RN	RB	
$0,5 f_{ptk}$	0	0	0	0	0
$0,6 f_{ptk}$	3,5	1,3	2,5	1,0	1,5
$0,7 f_{ptk}$	7,0	2,5	5,0	2,0	4,0
$0,8 f_{ptk}$	12,0	3,5	8,5	3,0	7,0
Onde RN é a relaxação normal; RB é a relaxação baixa.					

Fonte: ABNT NRB 6118:2014.

Os valores correspondentes a tempos diferentes de 1000 horas, sempre a 20°C, podem ser determinados a partir da Equação (49), na qual o tempo deve ser expresso em dias:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (49)$$

Note que se se considerar o tempo em horas, a Equação (49) pode ser reescrita na forma da Equação (50).

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{1000} \right)^{0,15} \quad (50)$$

Para tensões inferiores a  $0,5 f_{ptk}$ , admite-se não haver perda de tensão por relaxação. Para tensões intermediárias entre os valores fixados na Tabela 5, permite-se a interpolação linear. Pode-se considerar que no tempo infinito  $\psi(t, t_0)$  é dado por  $\psi(t_{\infty}, t_0) \cong 2,5\psi_{1000}$ , de acordo com o item 9.6.3.4.5 da ABNT NBR 6118:2014.

De acordo com Veríssimo e César JR. (1997), a relaxação do aço de protensão de um elemento em serviço não ocorre da mesma forma que aquela medida em laboratório, onde a temperatura e a tensão são mantidas constantes. Na obra, a relaxação do aço ocorre sob temperatura e tensão variáveis, devido às variações térmicas do meio ambiente e às deformações do concreto sob o efeito da retração, da fluência e das cargas acidentais. Dessa forma, para avaliar a relaxação do aço nessas condições, pode-se empregar a Equação (51):

$$\Delta\sigma_{pr} = \Delta\sigma_{pri} \left( 1 - \frac{\Delta\sigma_{p,s+\varphi}}{\sigma_{pi}} \right) \quad (51)$$

onde:

$\Delta\sigma_{pr}$  – perda de tensão por relaxação considerando a queda de tensão no aço devido à retração e fluência do concreto;

$\Delta\sigma_{pri}$  – perda por relaxação pura do aço para tensão  $\sigma_{pi}$ ;

$\Delta\sigma_{p,s+\varphi}$  – perda de protensão devido à retração e fluência do concreto;

$\sigma_{pi}$  – tensão inicial de protensão no instante do estiramento da armadura.

O modelo para estimativa da perda de protensão por relaxação do aço dado pelo Código Modelo 1990 (MC-90) do CEB (CEB-FIP Model Code 1990, 1993) é semelhante ao da ABNT NBR 6118:2014. No MC-90, os aços de protensão são divididos nas seguintes classes para efeito de relaxação:

- Classe 1: relaxação normal para fios e cordoalhas;
- Classe 2: relaxação baixa para fios e cordoalhas;
- Classe 3: relaxação para barras.

Os valores para o coeficiente de relaxação em 1000 horas, no MC-90, são os mesmos apresentados na Tabela 5. O MC-90 fornece, ainda, um indicativo de como a relaxação varia com o tempo até 1000 horas, conforme apresentado na Tabela 6.

**Tabela 6 – Relação entre a perda por relaxação e o tempo até 1000 horas.**

<b>Tempo (horas)</b>	1	5	20	100	200	500	1000
<b>Perda por relaxação em % da perda em 1000 h</b>	25	45	55	70	80	90	100

Fonte: CEB-FIP Model Code 1990 (1993), adaptado.

De acordo com o MC-90 do CEB-FIP, uma estimativa da relaxação até 30 anos pode ser calculada com a Equação (52), com o tempo  $t$  é dado em horas.

$$\rho_t = \rho_{1000} \left( \frac{t}{1000} \right)^k \quad (52)$$

onde:

$\rho_t$  = relaxação após  $t$  horas;

$\rho_{1000}$  = relaxação após 1000 horas;

$k \approx \log(\rho_{100}/\rho_{1000})$ ;

$\rho_{100}$  = relaxação após 100 horas;

$k = 0,12$  para Classe 1 (relaxação normal – RN);

$k = 0,19$  para Classe 2 (relaxação baixa – RB).

As equações (52) e (50) diferem apenas pelo valor do expoente  $k$ . A Equação (52) é um pouco mais conservadora do que a Equação (50).

O modelo do MC-90 para estimativa da relaxação do aço de protensão é o único disponível no software SAP2000.

## 2.5 Juntas em edifícios

A restrição às variações volumétricas das estruturas de concreto, causada pelos apoios, pode resultar em deformações com conseqüente aparecimento de tensões de tração, ocasionando fissuras nos elementos. Para que a estrutura de concreto seja viável a longo prazo, é necessário reduzir a fissuração através da utilização de juntas para aliviar os níveis de tensão e reduzi-los a valores aceitáveis. Enfim, essas juntas podem ser consideradas como fissuras artificiais (NAWY, 2008).

Vale ressaltar que o tipo de junta adotado em um projeto depende da função prevista para a edificação e essas juntas podem ser permanentes ou temporárias. Como uma classificação geral, tem-se os seguintes tipos de juntas:

- juntas de concretagem;
- juntas de dilatação;
- juntas de dilatação parcial;
- juntas temporárias (faixas de concretagem posterior).

### 2.5.1 Juntas de concretagem

As juntas de concretagem são locais onde o processo de concretagem é interrompido devido ao fato de em muitos casos ser impraticável executar o processo em uma única etapa. De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, o projeto de execução de uma junta de concretagem deve indicar de forma precisa o local e a configuração de sua superfície. O principal problema na formação de uma boa junta de concretagem é a obtenção de uma perfeita ligação entre o concreto endurecido já existente com o concreto fresco. A ABNT NBR 6118:2014 também

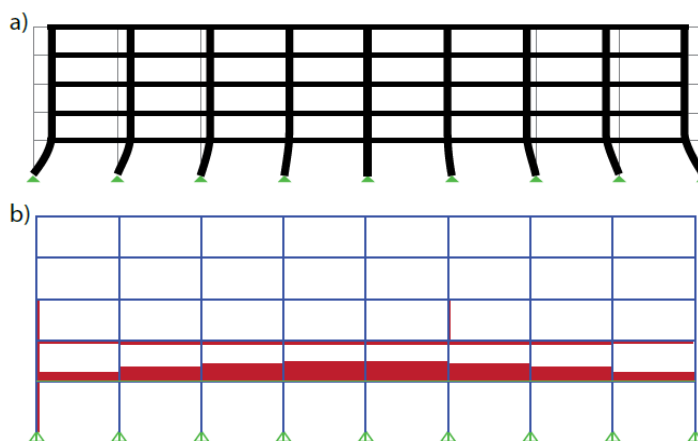
preconiza que sempre que não forem asseguradas a aderência e a rugosidade entre o concreto novo e o existente, devem ser previstas armaduras de costura, devidamente ancoradas em regiões capazes de resistir a esforços de tração.

No contexto das lajes protendidas de grandes dimensões, essas juntas podem ser previstas para possibilitar uma ancoragem intermediária, subdividindo a laje em trechos que podem ser protendidos independentemente. Esse artifício contribui para a redução de efeitos indesejáveis como as perdas por atrito das cordoalhas com a bainha e deformações e deslocamentos que são proporcionais ao comprimento da laje (LOUREIRO, 2018).

### 2.5.2 Juntas de dilatação

De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, uma junta de dilatação é qualquer interrupção do concreto com a finalidade de reduzir tensões internas que possam resultar em impedimentos a qualquer tipo de movimentação da estrutura, principalmente em decorrência de retração ou decréscimo da temperatura. O efeito da queda de temperatura em edifícios pode ser visualizado na Figura 5 e na Figura 6.

**Figura 5 – Efeito da queda de temperatura em um edifício com simetria na disposição dos pilares:**  
(a) estrutura deformada; (b) força de tração desenvolvida na laje.

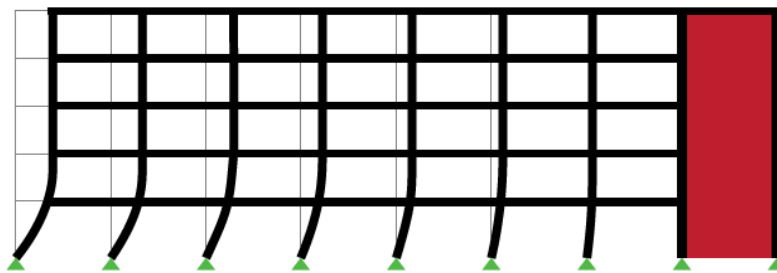


Fonte: Iqbal (2010)

Observando a Figura 5, pode-se notar que os pilares externos são submetidos a maior esforço devido à queda de temperatura do que os pilares internos. Em contrapartida, as lajes do centro da estrutura estão submetidas a maiores esforços de tração do que as lajes mais externas.

Na Figura 6 é mostrada a deformada de um pórtico que contém uma parede de cisalhamento, representando a contração dos elementos resultante de uma queda de temperatura. Nota-se que o deslocamento máximo ocorre no pilar mais externo, localizado mais distante da parede de cisalhamento.

**Figura 6 – Deformada de uma estrutura acoplada a uma parede de cisalhamento submetida a uma queda de temperatura.**



Fonte: Iqbal (2010)

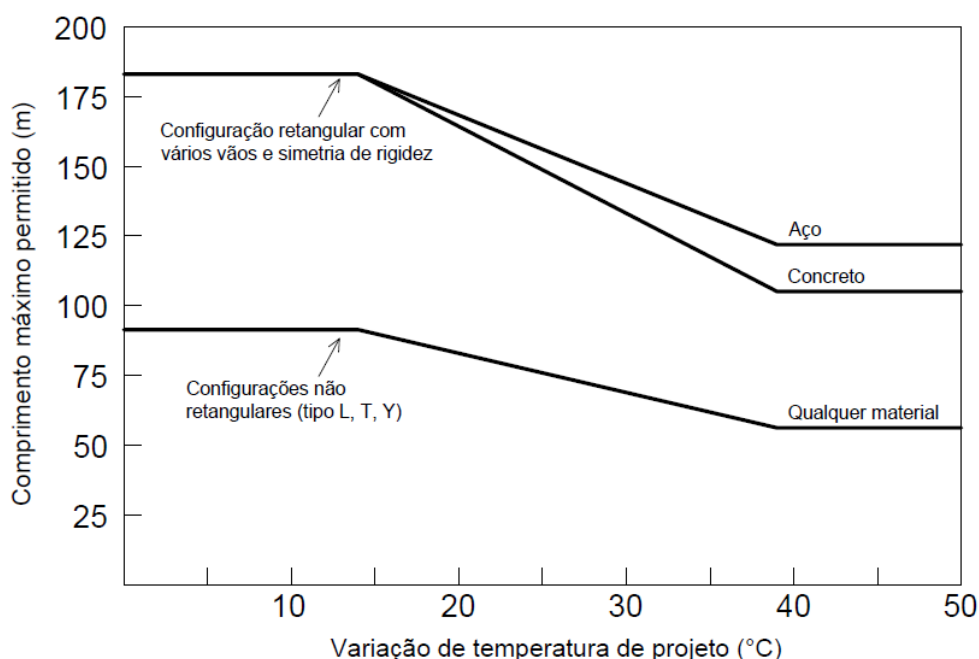
Uma junta de dilatação é introduzida através da divisão da estrutura em dois ou mais segmentos, fornecendo um espaço entre elementos estruturais adjacentes começando no pavimento térreo até a cobertura. O propósito dessa junta é reduzir as tensões geradas pelas variações volumétricas (IQBAL, 2010).

De acordo com Fintel (1985) as juntas de dilatação apresentam diversas funções. Elas são utilizadas para permitir a expansão e contração do concreto durante o período de cura ou em serviço; para permitir mudanças dimensionais no concreto devido a carregamento; para separar ou isolar áreas ou membros que poderiam ser afetados por qualquer mudança dimensional; e para permitir movimentos relativos ou deslocamentos devidos a expansão, contração, recalque diferencial ou cargas aplicadas.

Fintel (1985) comenta que as juntas de dilatação não devem ser utilizadas nas estruturas, a menos que sejam claramente necessárias, em função da complexidade dos detalhes que elas exigem nos projetos estrutural e arquitetônico. Sempre que possível, é melhor controlar as movimentações da estrutura sem juntas permanentes, utilizando, por exemplo, faixas de concretagem. Quando a análise estrutural demonstra que há risco de fissuração inaceitável, a estrutura deve ser dividida em unidades controláveis, introduzindo-se juntas de dilatação em locais adequados.

Na Figura 7 apresenta-se o comprimento máximo permitido para edifícios sem junta de dilatação para diferentes variações de temperatura, fornecido pelo Relatório Técnico nº 65 do Conselho Federal de Construção dos Estados Unidos (FEDERAL CONSTRUCTION COUNCIL, 1974).

**Figura 7 – Comprimento máximo permitido para edifícios sem junta de dilatação.**



Fonte: Federal Construction Council. Technical Report no. 65 (1974), adaptado.

As curvas apresentadas na Figura 7 são diretamente aplicáveis a edifícios com pilares e vigas, rotulados na base e com aquecimento interno. Quando outras condições predominam, as seguintes regras são aplicáveis:

- se o edifício for apenas aquecido e apresentar pilares rotulados na fundação, deve-se utilizar os comprimentos máximos permitidos conforme especificado na Figura 7;
- se o edifício apresentar ar condicionado assim como aquecimento, deve-se aumentar o comprimento máximo permitido em 15% (desde que o sistema de controle de temperatura funcione continuamente);
- se o edifício não for aquecido, deve-se diminuir o comprimento máximo permitido em 33%;
- se o edifício possuir pilares engastados na fundação, deve-se diminuir o comprimento máximo permitido em 15%;
- se o edifício apresentar uma rigidez substancialmente maior contra o deslocamento lateral em uma extremidade, deve-se diminuir o comprimento máximo permitido em 25%.

Quando mais de uma dessas condições de projeto prevalecerem, o fator percentil a ser aplicado deve ser a soma algébrica dos fatores de ajuste das diferentes condições aplicáveis.

De acordo com Iqbal (2010), a questão da utilização de juntas de dilatação foi abordada pela primeira vez pelo *Federal Construction Council* com base na variação de temperatura de

projeto e da condição de contorno dos pilares na fundação. Posteriormente, o *Post-Tensioning Institute* (PTI) publicou diretrizes para localização das juntas de dilatação para regiões de temperatura moderada, conforme mostrado na Tabela 7.

**Tabela 7 – Recomendações para localização de juntas e faixas de concretagem em lajes protendidas de acordo com o PTI (2006).**

<b>Comprimento da laje (L)</b>	<b>Recomendações</b>
$L \leq 76$ m	Não são necessárias juntas de dilatação nem faixa de concretagem
$76$ m < $L \leq 99$ m	Utilizar uma faixa de concretagem central
$99$ m < $L \leq 122$ m	Considerar a utilização de duas faixas de concretagem abertas por pelo menos 60 dias
$L > 122$ m	Recomenda-se uma junta de dilatação

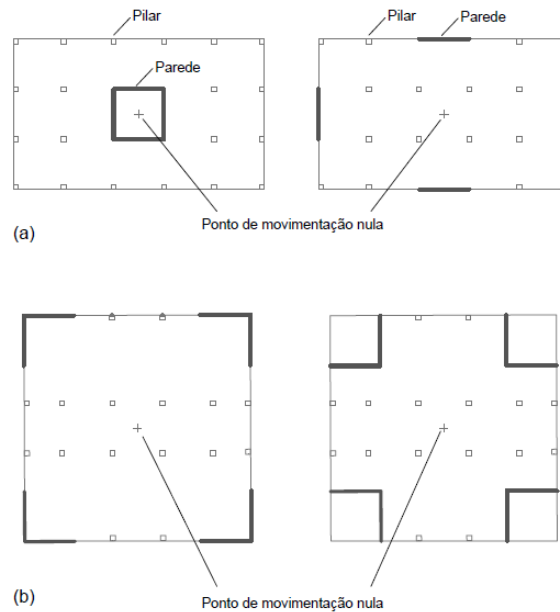
Fonte: *Post-Tensioning Manual* (2006), adaptado.

De acordo com Iqbal (2010), as recomendações para comprimento máximo permitido para lajes sem utilização de juntas são um ponto de partida para o projeto dessas estruturas.

As recomendações do PTI devem ser modificadas para regiões com significativa variação de temperatura. Vale ressaltar ainda que as recomendações são baseadas nas premissas de que a laje apresenta formato retangular e que os elementos de apoio mais rígidos, como por exemplo paredes de cisalhamento, são localizados em posições favoráveis.

Ainda, segundo o *Post-Tensioning Manual* (PTI, 2006), as localizações de elementos de apoio rígidos e a geometria da laje exercem um papel importante na determinação da localização de juntas de dilatação e faixas de concretagem. A forma mais eficiente de prevenir as fissuras devidas à restrição ao encurtamento das lajes é assegurar que pilares parede estejam corretamente localizados, próximos aos pontos de movimentação nula da laje. A Figura 8 mostra exemplos de configurações favoráveis e desfavoráveis de posicionamento de paredes de cisalhamento.

**Figura 8 – Disposição dos elementos que restringem a movimentação da laje:**  
**(a) disposição favorável; (b) disposição desfavorável.**



Fonte: Post-Tensioning Manual (2006), adaptado.

### 2.5.3 Juntas de dilatação parcial

Em um elemento de concreto que não é livre para se movimentar, a tensão de tração gerada devido a retração e queda de temperatura pode ser aliviada ou reduzida para limites toleráveis através da implementação de juntas de dilatação parcial (FINTEL, 1985).

Junta de dilatação parcial é um enfraquecimento efetuado propositalmente em uma seção do elemento de concreto de modo que as fissuras ocorrem ao longo dessa junta. De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, uma junta de dilatação parcial corresponde a uma redução de espessura igual ou maior que 25% da seção de concreto.

### 2.5.4 Juntas temporárias (faixas de concretagem posterior)

As juntas temporárias, referidas na literatura estrangeira como *pour strips*, *closure strips*, *delay strips*, ou ainda, *shrinkage strips*, são faixas deixadas sem concretar por um período, nos primeiros pavimentos de edifícios com lajes muito longas. Geralmente são faixas com aproximadamente um metro de largura, deixadas em posições estratégicas durante a fase inicial da construção, que dividem a laje em segmentos que podem sofrer retração independentemente uns dos outros (Figura 9). Após certo período de tempo (30 a 90 dias) essas faixas, que são armadas com armadura passiva, são preenchidas com graute para solidarizar as duas partes adjacentes da laje. Esse tipo de junta temporária tem a finalidade de reduzir as tensões que

podem ser geradas na laje devido à retração, bem como à restrição que os apoios causam ao seu encurtamento (BRAULT *et al.*, 2017).

A posição ideal para localização das faixas de concretagem posterior é entre  $1/5$  e  $1/4$  do vão da laje, a partir de um dos apoios, pois esta, geralmente, é a posição da região de menor momento fletor na laje. O escoramento da laje no vão que contém a faixa de concretagem posterior deve ser mantido até que esta seja preenchida e a resistência desejada para o graute seja alcançada. A presença dos escoramentos impede a execução das instalações elétricas, de água e de esgoto, por exemplo, dessa forma, o cronograma da obra é afetado pela presença da faixa, sendo uma das desvantagens de sua utilização. Sendo assim, a opção pela utilização da faixa de concretagem posterior deve ficar bem definida no projeto para que seja corretamente incorporada ao cronograma da obra.

**Figura 9 – Faixa de concretagem posterior. (a) faixa aberta; (b) faixa concretada.**



Fonte: Aalami (2016).

De acordo com Brault *et al.* (2017), o espaçamento das juntas de concretagem, o comprimento máximo da laje a partir do qual as juntas são realmente necessárias e o tempo que as juntas devem permanecer abertas antes da concretagem são questões ainda não respondidas. Alguns autores propuseram comprimentos máximos entre juntas de concretagem, conforme pode ser visto na Tabela 8.

**Tabela 8 – Comprimentos máximos de lajes sem utilização de faixa de concretagem.**

<b>Autor (ano)</b>	<b><math>L_{m\acute{a}x}</math> (m)</b>
Post-Tensioning Manual (2016)	76
Loureiro (2006)	72
Aalami et al (1988) apud Aalami (2016) <sup>b</sup>	76
Fintel (1985)	61-91

Fonte: A autora.

## 2.6 Modelagem e análise de lajes protendidas

De acordo com Aalami e Kelley (2001), existem quatro etapas no processo de projeto de uma laje protendida, que são a modelagem estrutural ou o lançamento da estrutura, a análise estrutural, o dimensionamento das seções e o detalhamento estrutural. A modelagem estrutural consiste na escolha e definição da geometria dos elementos estruturais e envolve a designação dos caminhos das cargas (*load paths*); a análise estrutural é o processo que computa as respostas da estrutura, com suas características físicas, às ações aplicadas, quais sejam, os esforços, os deslocamentos e as reações de apoio; a fase de dimensionamento envolve a verificação da capacidade das seções para resistir aos esforços resultantes, incluindo a determinação da área das armaduras requeridas para atender os critérios de segurança estabelecidos; e, por fim, o detalhamento estrutural, que especifica posições e dimensões dos elementos, inclusive a disposição das armaduras.

### 2.6.1 Modelos estruturais usuais

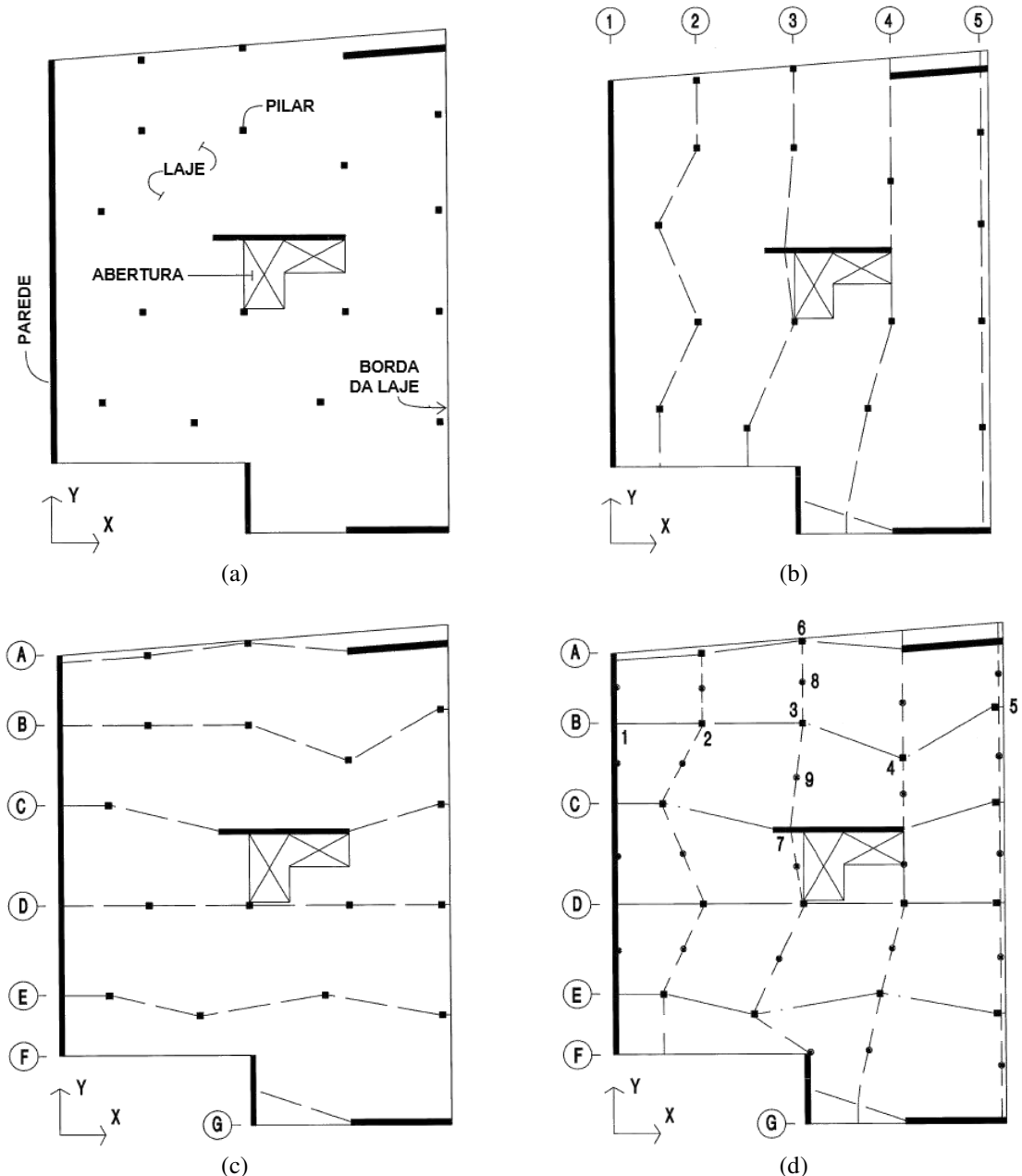
As trajetórias das cargas até aos apoios ficam bem definidas em estruturas convencionais com lajes e vigas devido à grande diferença de rigidez desses elementos. No caso de lajes lisas, apoiadas diretamente sobre pilares, a definição do caminho das cargas até aos apoios não é tão direta, usualmente utilizando-se faixas de projeto para definição do carregamento atuante e das seções que serão dimensionadas para atender tanto aos ELS como aos ELU. Para a maioria das estruturas a definição dos caminhos de carga deve ser feita independentemente do modelo de análise a ser utilizado.

Aalami e Kelley (2001) apresentam um procedimento para definição desses caminhos de carga, com base no método de faixas. O método consiste em dividir a laje em linhas de apoio com suas respectivas áreas tributárias. Essas linhas de apoio indicam os caminhos de carga adotados e, juntamente com suas respectivas áreas tributárias, formam a denominada faixa de projeto. Em resumo, tem-se: definição do contorno da laje e dos apoios (Figura 11a); definição das linhas de apoio (Figura 11b-c); definição das larguras tributárias e faixas de projeto (Figura 11d e Figura 12); definição das seções de projeto (Figura 13).

O primeiro passo, que pode ser visto na Figura 11a, consiste em definir os limites da estrutura, aberturas ou outras descontinuidades. Em seguida, faz-se a identificação da localização e das dimensões dos apoios, como pilares, pilares parede ou cortinas. A definição das linhas de apoio é feita através da ligação de apoios adjacentes nos quais intuitivamente espera-se que sejam dispostas as armaduras ativas. Na Figura 11b é possível visualizar as linhas

de apoio na direção Y e na Figura 11c as linhas de apoio na direção X. A delimitação da largura tributária é feita através dos pontos médios entre linhas de apoio. Esses pontos são unidos para caracterizar as fronteiras da área tributária. Na Figura 11d, os pontos 8 e 9 são usados para determinar os limites da linha de apoio B.

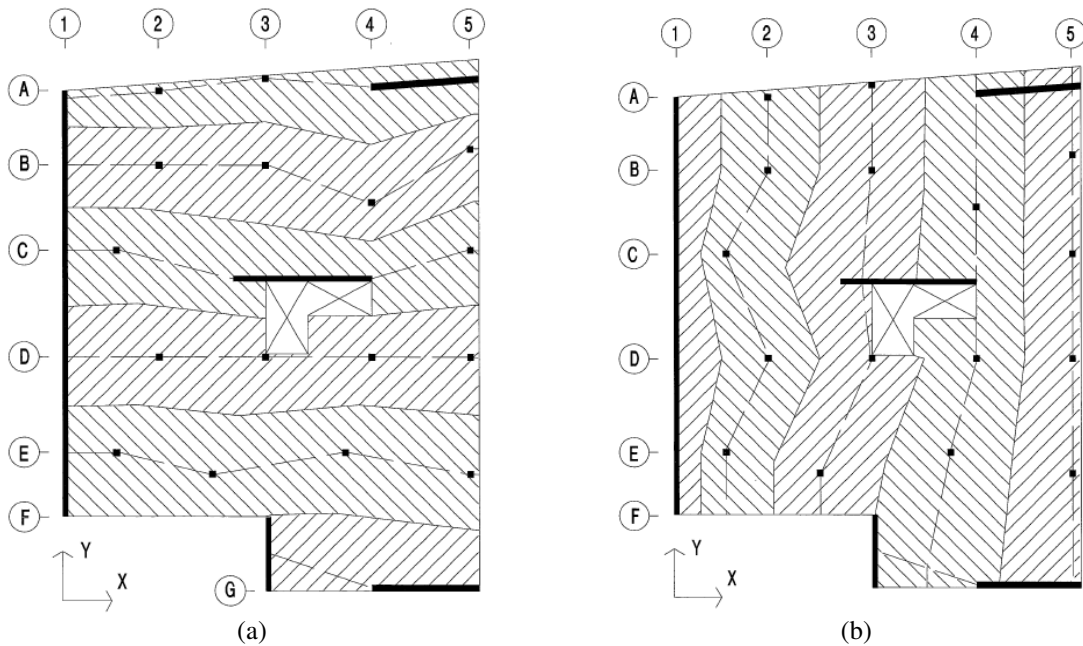
**Figura 10 – (a) planta da laje e definição dos limites da estrutura; (b) linhas de apoio na direção Y; (c) Linhas de apoio na direção X; (d) Seleção de pontos de demarcação das faixas tributárias.**



Fonte: Aalami e Kelley (2001).

Na Figura 11a e na Figura 11b podem-se visualizar as linhas de apoio com suas áreas tributárias hachuradas para as direções X e Y, respectivamente.

**Figura 11 – Faixas de projeto: (a) na direção X; (b) na direção Y.**

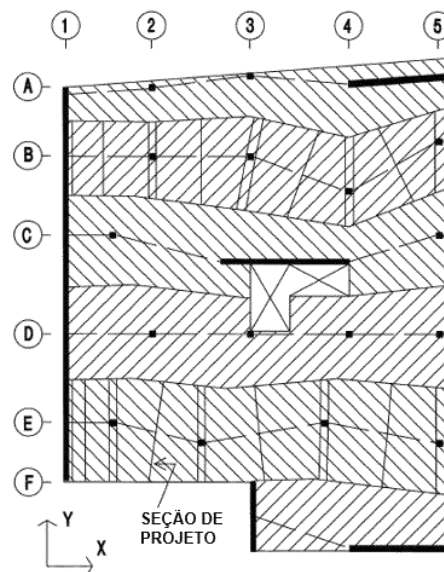


Fonte: Aalami e Kelley (2001).

Se o sistema de piso apresenta disposição muito irregular dos pilares, as linhas de apoio são menos óbvias.

De acordo com Aalami e Kelley (2001), as seções de projeto são obtidas em cada faixa nos locais de maior solicitação. Não existe um número de seções específico e vale ressaltar que as solicitações máximas podem não ocorrer nos pontos médios dos vãos. Além disso, as seções críticas podem variar quando se analisa os ELS ou os ELU. Na Figura 12 tem-se as seções de projeto para duas faixas na direção X.

**Figura 12 – Seções de projeto para as faixas de projeto B e E.**



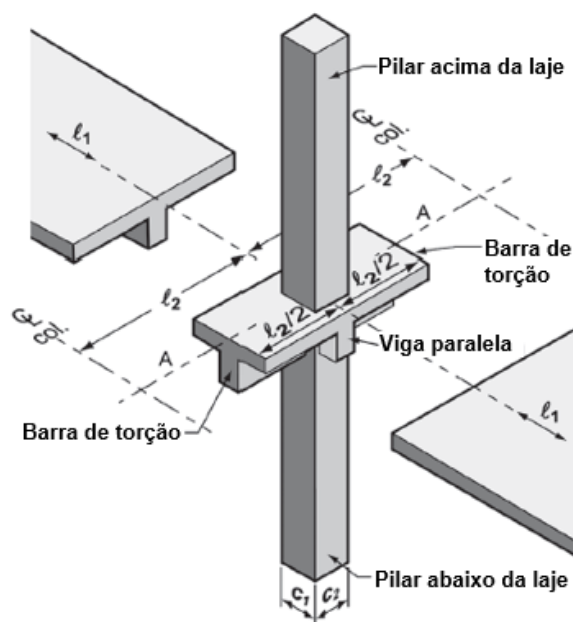
Fonte: Aalami e Kelley (2001).

### 2.6.2 Análise estrutural

De acordo com Emerick (2002), o cálculo de lajes lisas protendidas pelo Método dos Pórticos Equivalentes (MPE) vem sendo largamente utilizado. O ACI 318 (2014) permite o cálculo pelo MPE para estruturas com pilares que apresentem no máximo um desvio de 10% em relação ao alinhamento dos demais. Para lajes irregulares, com pilares desalinhados e presença de grandes aberturas, é recomendável a adoção de modelos mais robustos como o Método das Grelhas ou o Método dos Elementos Finitos. A ABNT NBR 6118:2014 restringe a utilização do MPE, que é um processo elástico aproximado, para obtenção dos esforços solicitantes apenas para o caso de lajes lisas e lajes-cogumelo em concreto armado.

De acordo com o ACI 318 (2014), o MPE consiste em modelar a estrutura como um conjunto de pórticos equivalentes, seguindo as linhas que unem os pilares (as linhas de apoio) nas direções longitudinal e transversal. A faixa de laje é considerada ligada aos pilares através de barras de torção transversais à direção do vão, em cada lado do pilar. Essas barras submetidas à torção são constituídas da porção da laje que tem a mesma largura do pilar na direção do vão mais a alma da viga transversal existente, se for o caso, como pode ser visto na Figura 13. Na análise das faixas pelo MPE deve-se considerar o carregamento total atuando separadamente em cada uma das direções.

Figura 13 – Pilar equivalente.



Fonte: ACI 318 (2014), adaptado.

O pilar equivalente corresponde ao pilar mais as barras de torção, e sua flexibilidade é considerada igual à soma das flexibilidades dos pilares existentes e das flexibilidades das barras de torção. Como a flexibilidade é o inverso da rigidez, no modelo adotado, que inclui as barras de torção da laje, os pilares do pórtico são substituídos por pilares equivalentes cuja rigidez é calculada através da Equação (53).

$$\frac{1}{K_{pe}} = \frac{1}{K_p} + \frac{1}{K_t} \quad (53)$$

onde:

$K_{pe}$  é a rigidez à flexão do pilar equivalente;

$K_p$  é a soma das rigidezes à flexão dos pilares no nó considerado;

$K_t$  é a soma das rigidezes das barras submetidas à torção.

De acordo com o ACI 318 (2014), a rigidez da barra submetida à torção pode ser calculada pela Equação (54):

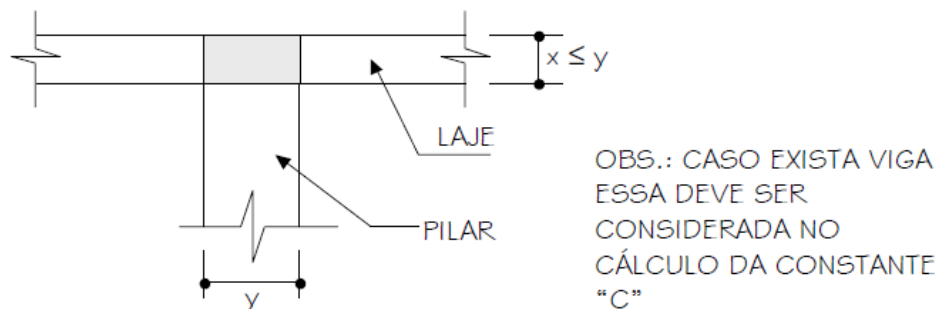
$$K_T = \sum \frac{9E_c C}{l_2 \left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^3} \quad (54)$$

onde:

$$C = \sum \left[ \left(1 - 0,63 \cdot \frac{x}{y}\right) \cdot \frac{x^3 y}{3} \right] \quad (55)$$

em que  $x$  e  $y$  são o menor e o maior lado do retângulo que compõe seção transversal laje-pilar, conforme ilustra a Figura 14.

**Figura 14 – Valores de  $x$  e  $y$  para a seção transversal laje-pilar.**



Fonte: Emerick (2002).

Variações de inércia ao longo do vão, devido à presença de capitéis, devem ser levadas em conta, sendo as inércias calculadas considerando a seção bruta de concreto. O momento de inércia da laje no trecho sobre o apoio, ou seja, do centro até à face do pilar, é igual ao momento de inércia na face do apoio dividido por:

$$\left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^2 \quad (56)$$

onde:

$c_2$  é a largura do apoio na direção transversal ao pórtico;

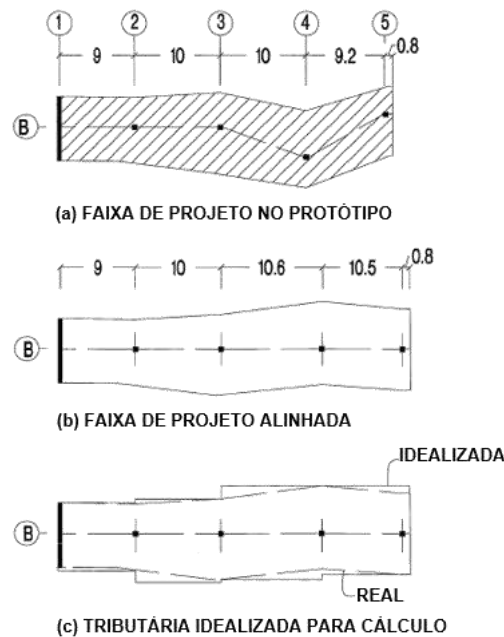
$l_2$  é o vão na direção transversal ao pórtico.

O pórtico plano constituído da laje e dos pilares equivalentes, conforme o modelo anteriormente descrito, deve ser submetido a uma análise linear sob a ação das cargas externas de peso próprio, das sobrecargas permanentes e acidentais. A protensão é considerada como um carregamento externo equivalente e os esforços assim obtidos incluem os esforços totais devido à protensão, isostáticos e hiperestáticos. O dimensionamento das seções da laje ao longo dos vãos é feito em função dos esforços resultantes das combinações do carregamento externo e da protensão, tanto nos ELS como nos ELU (LOUREIRO, 2018).

Na Figura 15 é possível visualizar a faixa de projeto B (extraída da Figura 12). Para a análise através do MPE, a faixa é alinhada ao longo dos apoios, como é mostrado na Figura 15b. O comprimento do vão corresponde à distância inclinada entre apoios adjacentes. Nota-se que as larguras tributárias variam ao longo da faixa, mas para simplificar a análise, essa variação é desconsiderada e as bordas são consideradas como linhas retas (AALAMI e KELLEY, 2001).

Normalmente, essas larguras tributárias idealizadas são escolhidas de modo conservador, mais largas que as originais. Se a mudança na largura tributária em algum vão varia mais do que 20%, pode ser mais vantajoso dividir a faixa para reduzir a quantidade de armadura necessária. Outras aproximações podem ser necessárias para condições diferentes das condições padrão (AALAMI e KELLEY, 2001).

Figura 15 – Construção da faixa de projeto B, em planta.



Fonte: Aalami e Kelley (2001).

### 2.6.2.1 Modelo estrutural de elementos finitos

O Método dos Elementos Finitos é um procedimento numérico para a análise de meios contínuos que consiste em dividir o domínio da estrutura analisada em subdomínios de dimensões finitas, denominados elementos finitos, que são interligados por meio de pontos nodais, e escrever equações de compatibilidade e equilíbrio entre eles (PEDROZO, 2008).

No MEF admitem-se funções contínuas que representam, por exemplo, o campo de deslocamentos no domínio de um elemento  $e$ , a partir daí, obtém-se o estado de deformações específicas correspondente que, associado às relações constitutivas do material, permitem definir o estado de tensões em todo o elemento. Este estado de tensões é transformado em esforços internos que têm de estar em equilíbrio com as ações externas (BONO, 2008).

Uma questão fundamental para que qualquer análise através do MEF apresente resultados adequados está relacionada à definição do tamanho dos elementos finitos da malha. Cada tipo de elemento estrutural e de material requer níveis de discretização distintos. Nos casos em que o elemento analisado possua elevadas concentrações de tensões em uma determinada região, é sempre recomendável refinar a malha de elementos finitos neste local para obtenção de melhores resultados em termos de esforços. Nas regiões que não possuem significativas concentrações de tensões pode-se fazer uso de malha mais espaçada e uniforme.

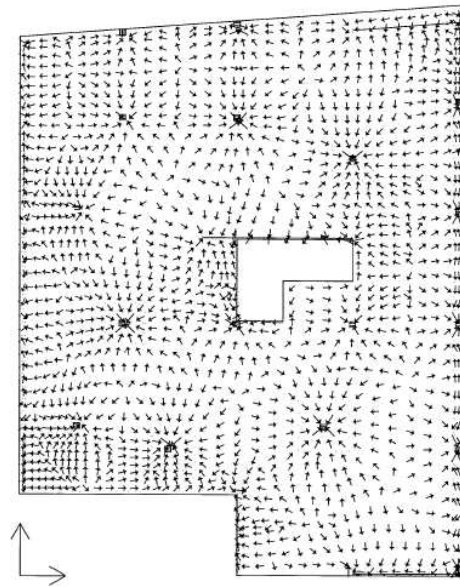
Cubas (2012) apresenta a análise de uma laje lisa protendida utilizando elementos finitos no SAP2000, para a qual efetuou um estudo de convergência para diversos modelos de laje lisa com dimensão de 10x10 m e espessura de 20 cm, apoiada diretamente sobre pilares, com o intuito de selecionar o nível de discretização ideal para convergência e também os tipos de elementos finitos mais adequados para a situação. Desse estudo, concluiu-se que a discretização da malha com elementos de tamanho típico de 25 cm produziu resultados adequados. Pode-se constatar, também, que elementos tipo casca são adequados para modelagem da laje e que os pilares podem ser simulados como apoio aplicado em um único ponto correspondendo ao centro do pilar, uma vez que os valores obtidos para os momentos fletores e para as reações de apoio foram satisfatórios, quando comparados com a solução analítica.

Henrichs (2003) realizou um estudo em que avaliou o nível de discretização adequado para malhas de elementos finitos e analisou a forma como a modelagem dos pilares (apoio pontual ou elemento sólido) afeta a modelagem de lajes planas de concreto armado. O autor adotou uma laje referência utilizando a Teoria das Placas em regime elástico para comparação. A partir dos resultados, observou-se boa convergência para malhas com elementos de 50 cm de lado. Chegou-se à conclusão de que os pilares modelados como apoios pontuais geraram resultados satisfatórios em termos de carga nos pilares, deslocamentos e momentos positivos, independentemente do tamanho da malha de elementos finitos, e resultados desfavoráveis quanto aos momentos negativos. Já a modelagem dos pilares como elementos sólidos, embora mais trabalhosa, propiciou resultados próximos da realidade, principalmente no tocante aos momentos negativos na região dos pilares.

Com o MEF, pode-se analisar a estrutura inteira por meio de um único modelo. Os resultados de uma análise devem ser processados tomando-se faixas de projeto e seções de projeto, para verificações de ELS e de ELU de acordo com norma adotada. Do mesmo modo que no MPE, as faixas de projeto identificadas numa análise pelo MEF estão relacionadas aos caminhos de carga adotados. Entretanto, no MEF tem-se a vantagem de não ser necessário selecionar as faixas antes da análise, uma vez que essas faixas são naturalmente identificadas a partir dos resultados obtidos, que, inclusive, representam a resposta natural da laje melhor que os obtidos com o MPE (AALAMI; KELLEY, 2001).

Para a laje da Figura 14, o caminhamento das cargas até os apoios é indicado pelas setas que são normais ao plano de máximo cisalhamento vertical. De maneira ideal, a faixa de projeto deve ser delimitada pelas linhas de cisalhamento nulo, uma vez que isto assegura que cada faixa está sendo projetada para suportar apenas o carregamento que está de fato atuando nela.

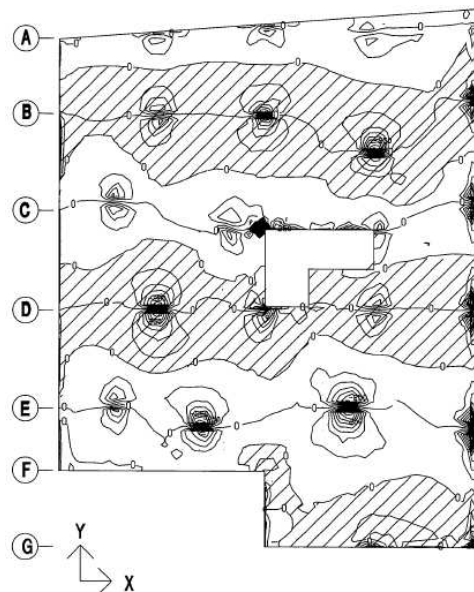
**Figura 16 – Representação do caminhamento de cargas numa laje.**



Fonte: Aalami e Kelley (2001).

Na Figura 17 é possível visualizar as larguras tributárias naturais que permitem que as ações calculadas sejam atribuídas às faixas de projeto de acordo com a resposta elástica da estrutura. Um projeto baseado nas larguras tributárias naturais provavelmente será mais econômico em relação ao consumo de material, especialmente se a configuração do piso for irregular (AALAMI e KELLEY, 2001).

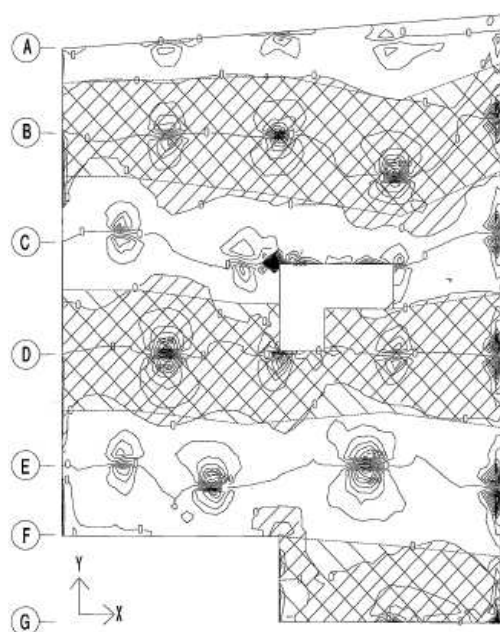
**Figura 17 – Linhas de cortante nulo na direção Y.**



Fonte: Aalami e Kelley (2001).

Ainda de acordo com Aalami e Kelley (2001), as faixas de projeto são normalmente baseadas nas linhas de apoio e faixas tributárias padrão descritas anteriormente (dadas por normas). Na maioria dos casos, o grande esforço exigido para determinar as faixas tributárias naturais por meio de modelagem com o MEF supera os benefícios dessas faixas de projeto mais refinadas. Uma comprovação dessa afirmação pode ser vista na Figura 18 que mostra a sobreposição das faixas tributárias naturais, calculadas pelo MEF, e das faixas de projeto dadas pelo MPE, oriundas das tributárias definidas pelos pontos médios dos painéis.

**Figura 18 – Caminhamento de cargas em condição de serviço.**



Fonte: Aalami e Kelley (2001).

#### 2.6.2.1.1 Modelagem de lajes protendidas no software SAP2000

O SAP2000 é um programa computacional da *Computers and Structures, Inc.* para análise de estruturas, baseado no Método dos Elementos Finitos. O *software* apresenta interface gráfica 3D e contém vários algoritmos de análise, incluindo análises estática e dinâmica, linear e não-linear, bem como modelos para estimar efeitos como retração e fluência, dentre outros (CSI, 2017). Os elementos estruturais podem ser modelados, no programa, como elementos unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais, permitindo a modelagem de diferentes tipos de estruturas.

O SAP2000 dispõe de um elemento do tipo *Tendon* especialmente implementado para representar cabos de protensão. Esse elemento pode ser embutido dentro de outros elementos num modelo, tais como elementos de viga, de casca e elementos sólidos, para representar os

efeitos de pré ou pós-tração. Para uma determinada análise, deve-se especificar no programa se os *Tendons* serão configurados como elementos independentes ou como cargas equivalentes atuando sobre a estrutura. De acordo com a documentação do software, a modelagem como cargas equivalentes é adequada para uma análise linear quando as perdas de protensão imediatas e progressivas são conhecidas *a priori*. Por outro lado, a modelagem dos *Tendons* como elementos é pertinente quando se deseja que o *software* calcule as perdas de protensão imediatas e progressivas, quando pretende-se considerar a não-linearidade dos cabos, ou quando deseja-se conhecer as forças agindo nos cabos devidas a outros carregamentos na estrutura.

Para os cabos modelados como elementos, a tensão devida ao encurtamento elástico do concreto é automaticamente levada em conta para todas as análises; as tensões devidas a retração, fluência e relaxação do aço de protensão podem ser contabilizadas através da realização de uma análise dependente do tempo de construção em etapas (CSI, 2017).

O *software* apresenta um recurso para análise de construção evolutiva da estrutura (*staged-construction*) que, por representar uma sequência de etapas de construção, sendo cada elemento adicionado na idade em que é executado na obra, fornece respostas mais realistas no que diz respeito aos esforços solicitantes e deslocamentos se comparadas àquelas fornecidas pela análise convencional realizada a partir da estrutura já pronta. A vantagem da utilização deste recurso é que os fenômenos que variam no tempo, e provocam deformações na estrutura, podem ser avaliados, o que inclui fluência, retração, evolução do módulo de elasticidade do concreto e relaxação do aço de protensão. De acordo com CSI (2017), considera-se a *staged-construction* como uma análise estática não linear porque a estrutura pode mudar no decorrer da análise. Entretanto, a consideração das não linearidades geométrica e de material são opcionais.

De acordo com CSI (2017), para elementos de concreto, deve-se especificar alguns dos seguintes comportamentos diferidos: resistência à compressão e rigidez (evolução do módulo de elasticidade), fluência e retração. O programa considera que esses três comportamentos são independentes, com exceção para o fato que a deformação elástica imediata, usada no cálculo da fluência, depende do módulo de elasticidade atualizado em relação ao instante do tempo considerado. Vale ressaltar que os efeitos dos seguintes itens não são considerados nos três comportamentos diferidos mencionados: cargas sustentadas; temperatura de cura; efeitos de tensões elevadas; efeitos de temperatura; variação da resistência do concreto devido ao confinamento.

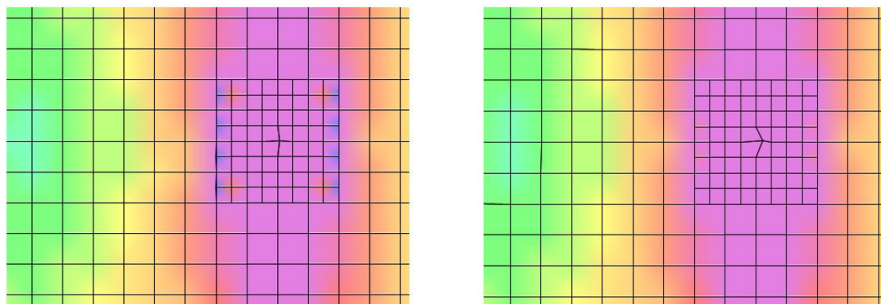
Os efeitos de temperatura na evolução do módulo de elasticidade, na fluência e na retração não são considerados de maneira explícita, mas podem ser simulados através do ajuste do tempo de duração das etapas. Temperaturas superiores a 20°C podem ser simuladas utilizando maior duração para “acelerar” o envelhecimento. Para temperaturas inferiores a 20°C, pode-se admitir menor duração para “retardar” o envelhecimento (CSI, 2017).

Nas análises através do MEF, em que é necessário executar refinamento da malha em determinadas regiões, faz-se necessário utilizar malhas de transição, muitas vezes utilizando-se de elementos triangulares para ligar elementos quadrilaterais de diferentes tamanhos, de modo que a ligação dos elementos seja feita pelos nós. A não utilização desse procedimento torna o modelo inadequado, fornecendo resultados com muita variação nessas regiões, prejudicando a análise. No entanto, o SAP2000 oferece o recurso *edge constraints* (restrições de borda) que pode ser atribuído a qualquer elemento *Shell* para evitar o uso de malhas de transição. De acordo com CSI (2017), quando a propriedade *edge constraints* é atribuída a um elemento, o programa automaticamente conecta todos os nós que estão na aresta de um elemento finito aos seus nós adjacentes (dos vértices). Esses nós são conectados por restrições de interpolação flexíveis. Isso significa que os deslocamentos nos nós intermediários das arestas são interpolados a partir dos deslocamentos dos nós dos vértices do elemento *Shell*. Nenhuma rigidez geral é adicionada ao modelo; o efeito é inteiramente local na aresta do elemento.

A vantagem de usar *edge constraints* ao invés de malha de transição é que este não requer a criação de elementos distorcidos e isto pode aumentar a precisão dos resultados. É importante entender que nas proximidades de qualquer transição de malha, seja ela com uso de *edge constraints* ou não, a precisão dos resultados dos esforços é governada pelo elemento de maior tamanho. Além disso, o efeito de malhas mais grosseiras se propaga para malhas mais refinadas por uma distância que é da ordem do tamanho do maior elemento, conforme regido pelo princípio de Saint-Venant. Por esse motivo, deve-se certificar de que a malha de transição seja suficientemente afastada das áreas onde necessita-se de resultados detalhados dos esforços (CSI, 2017).

O efeito da utilização de *edge constraints* na distribuição dos esforços pode ser observado na Figura 19, que representa, na imagem à esquerda, resultados da análise sem o recurso, e, na imagem à direita, com uso do recurso, para uma mesma situação analisada. Observa-se melhor continuidade dos esforços na região de transição da malha quando se usa o recurso *edge constraints*.

**Figura 19 – Variação da distribuição dos esforços em transição de malha sem e com o uso do recurso *edge constraints* no SAP2000.**



Fonte: A autora.

### 2.6.3 Pré-dimensionamento

Existe uma diferença significativa entre o dimensionamento de estruturas protendidas com pós-tração e o dimensionamento de estruturas convencionais em concreto armado. Uma vez estabelecidos a geometria, o carregamento, as condições de apoio e as propriedades dos materiais de um elemento em concreto armado, tem-se uma solução única para a área de armadura requerida. Entretanto, para um elemento protendido pós-tensionado existem várias possibilidades para o dimensionamento da armadura porque existem diversos parâmetros adicionais que devem ser especificados pelo projetista (AALAMI e JURGENS, 2003). Esses parâmetros são:

- pré-compressão média;
- percentual da carga balanceada;
- perfil do cabo.

A pré-compressão média é igual à força de protensão total dividida pela área bruta da seção transversal normal à força. A ABNT NBR 6118:2014 sugere que a pré-compressão média mínima, após todas as perdas, seja de 1,0 MPa. O ACI 318 (2014) estabelece que esse mínimo seja 0,85 MPa. No que diz respeito ao percentual de carga a ser balanceada e ao perfil dos cabos, as recomendações são apresentadas adiante. No pré-dimensionamento de lajes protendidas, têm-se as seguintes etapas:

- a) Determinação da espessura da laje - segundo a ABNT NBR 6118:2014, item 13.2.4.1, a espessura mínima,  $h$ , para lajes lisas é de 16 cm. De acordo com o ACI 318R-14 (2014), recomenda-se que a esbeltez não ultrapasse 42 para lajes de piso e 48 para lajes de forro. Segundo Emerick (2002), para projetos de lajes lisas protendidas com cordoalhas engraxadas, têm-se adotado os valores da Tabela 9.

Tabela 9 – Espessuras de lajes lisas protendidas com cordoalhas engraxadas.

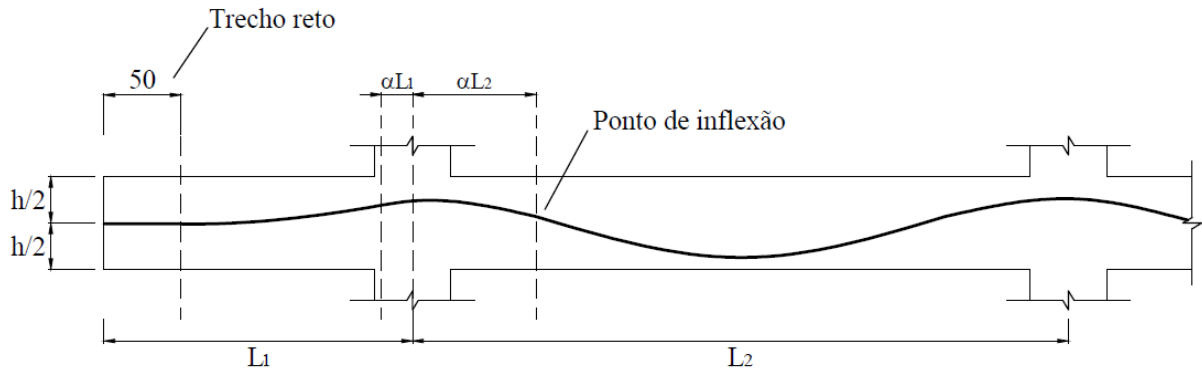
Vão livre entre apoios (m)	Espessura mínima (cm)
até 7,0	16
de 7,0 até 8,0	18
de 8,0 até 9,0	20
de 9,0 até 10,0	22
de 10,0 até 11,0	24

Fonte: Emerick (2002).

- b) Parcela do carregamento a ser balanceada - o conceito de carga balanceada, introduzido por T. Y. Lin, estabelece que, para um determinado carregamento, a estrutura fique submetida somente a tensões uniformes de compressão devido à força de protensão. A determinação da parcela de carga a ser balanceada é importante para o cálculo da força de protensão. De acordo com Aalami e Jurgens (2003), é usual equilibrar de 60% a 80% da carga permanente atuante na estrutura.
- c) Definição do perfil vertical dos cabos - segundo a ABNT NBR 6118:2014, item 18.6.1.1, o perfil dos cabos de protensão pode ser retilíneo, curvilíneo, poligonal ou misto. Para lajes lisas protendidas com cordoalhas engraxadas é usual o traçado curvilíneo em parábola do segundo grau, com excentricidades máximas em cada vão, respeitando as exigências para o cobrimento mínimo estabelecido por norma. As exigências de cobrimento são dadas em função da classe de agressividade ambiental de acordo com Tabela 7.2 da ABNT NBR 6118:2014. Outras exigências para cobrimento mínimo dadas pela norma são:
- $c_{nom} \geq$  diâmetro da barra;
  - $c_{nom} \geq$  diâmetro do feixe;
  - $c_{nom} \geq 0,5$  do diâmetro da bainha;
  - $c_{nom} \geq 0,83$  da dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Nas extremidades dos cabos de protensão, deve-se ter segmentos retos para permitir o alinhamento de seus eixos com os eixos dos dispositivos de ancoragem. De acordo com a ABNT NBR 6118:2014, o trecho deve ser de no mínimo 50 cm para monocordoalhas engraxadas. Segundo Emerick (2002), para o ponto de mudança de curvatura dos cabos (ponto de inflexão da parábola) assume-se uma porcentagem  $\alpha$  do vão  $L$ , sendo o valor de  $\alpha$  adotado entre 5% e 15% (Figura 20).

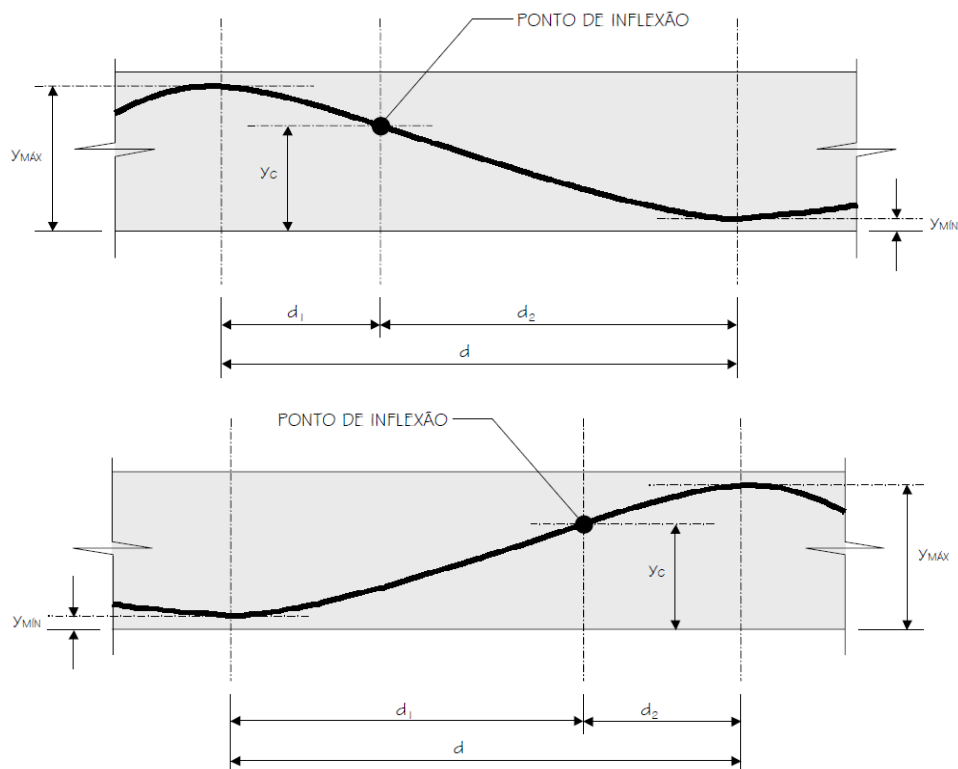
**Figura 20 – Traçado vertical dos cabos de protensão em lajes lisas.**



Fonte: A autora.

As coordenadas dos pontos de inflexão, como mostrado na Figura 21 podem ser calculadas conforme as Equações (57) e (58).

**Figura 21 – Coordenadas do ponto de inflexão, com  $Y_{\max}$  à esquerda e com  $Y_{\max}$  à direita.**



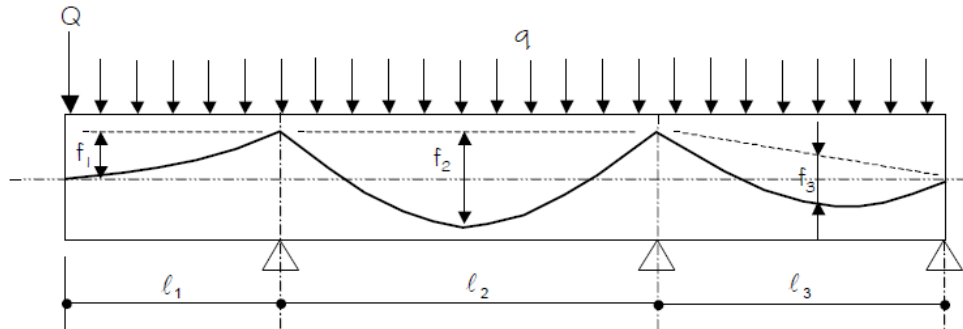
Fonte: Emerick (2002).

$$Y_c = Y_{\min} + \frac{d_2}{d} (Y_{\max} - Y_{\min}) \quad (57)$$

$$Y_c = Y_{\min} + \frac{d_1}{d} (Y_{\max} - Y_{\min}) \quad (58)$$

- d) Determinação da força de protensão necessária - em se tratando de pré-dimensionamento, a determinação da força de protensão necessária para suportar o carregamento a ser equilibrado é feita desconsiderando-se a mudança de curvatura dos cabos sobre os apoios (Figura 22). Dessa forma, pode-se utilizar as equações simplificadas para o cálculo da força de protensão, admitindo-se que esta seja constante ao longo dos cabos (EMERICK, 2002).

Figura 22 – Esquema para o cálculo da força de protensão necessária.



Fonte: Emerick (2002).

A Equação (59) representa a força de protensão necessária no balanço, a Equação (60) representa força para o vão interno e a Equação (61) determina a força para o vão externo.

$$P = \frac{ql_1^2}{2f_1} + \frac{Ql_1}{f_1} \quad (59)$$

$$P = \frac{ql_2^2}{8f_2} \quad (60)$$

$$P = \frac{ql_3^2}{8f_3} \quad (61)$$

onde:

$P$  é a força de protensão atuante nos cabos;

$q$  é a parcela da carga distribuída atuante na laje;

$Q$  é a carga concentrada atuante no balanço;

$l_1, l_2, l_3$  são os vãos da laje;

$f_1, f_2, f_3$  são as flechas do cabo.

- e) Determinação do número de cordoalhas - uma vez calculada a força de protensão  $P$ , pode-se determinar o número de cordoalhas necessárias para equilibrar o carregamento. Basta multiplicar a força  $P$  pela largura da faixa analisada e dividir pela capacidade resistente de

cada cordoalha, considerando as perdas de protensão no tempo infinito. A ABNT NBR 6118:2014 estabelece os limites da tensão a ser aplicada em uma cordoalha; para o caso de monocordoalhas engraxadas de relaxação baixa, tem-se:

$$\sigma_{pi} \leq \begin{cases} 0,80f_{ptk} \\ 0,88f_{pyk} \end{cases} \quad (62)$$

onde:

$\sigma_{pi}$  é a tensão na armadura ativa imediatamente após aplicação da protensão

$f_{ptk}$  é a tensão característica de ruptura à tração do aço de protensão;

$f_{pyk}$  é a tensão característica convencional de escoamento à tração do aço de protensão.

Sabendo que as monocordoalhas engraxadas de diâmetro 12,7 mm, em aço CP 190 RB apresentam, de acordo com a ABNT NBR7483:2008, carga mínima de ruptura de 183,7 kN, carga mínima a 1% de alongamento de 165,3 kN e área nominal da seção de aço de 100,9 mm<sup>2</sup>, tem-se o limite da força de protensão que pode ser aplicada em cada cordoalha de aproximadamente 150 kN. Considerando as perdas de protensão totais em torno de 20%, pode-se assumir que cada cordoalha suporta uma força  $P$  de aproximadamente 120 kN. Portanto, o número total de cordoalhas necessárias para cada faixa pode ser dado pela Equação (63):

$$n_c = \frac{L \cdot P}{P_i} \quad (63)$$

onde:

$n_c$  é o número de cordoalhas necessárias para a faixa analisada;

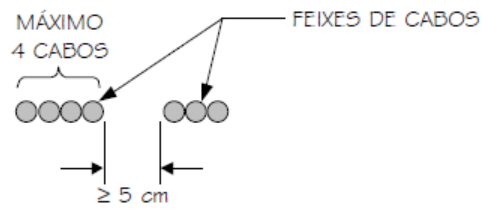
$P$  é a força de protensão atuante nos cabos;

$L$  é a largura da faixa analisada;

$P_i$  é a força que cada cordoalha suporta, considerando todas as perdas.

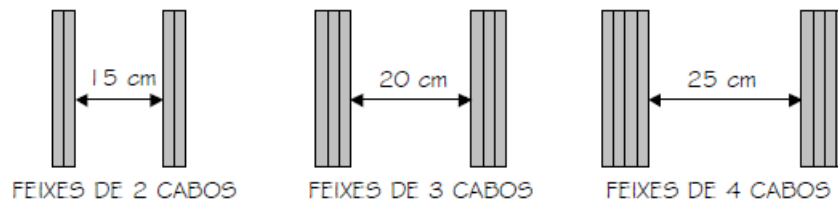
- f) Distribuição dos cabos em planta - de acordo com Carneiro (2015), é comum a utilização de agrupamentos de cordoalhas denominados feixes, que podem constituir grupos de duas, de três ou de quatro cordoalhas. O espaçamento entre cabos ou feixes de cabos, de acordo com a ABNT NBR 6118:2014, item 20.3.2.1, deve ser no máximo  $6h$  (sendo  $h$  a espessura da laje), não excedendo 120 cm. Em relação ao espaçamento mínimo, a ABNT NBR 6118:2014 estabelece que, entre cabos ou feixe de cabos, ou entre cabos e armadura passiva, deve ser mantido um espaçamento mínimo de 5 cm (Figura 23). Emerick (2002) comenta que é usual adotar espaçamentos entre feixes de monocordoalhas maiores que aqueles recomendados pela norma, conforme a Figura 24.

**Figura 23 – Espaçamento mínimo entre cabos ou feixes de cabos segundo a ABNT NBR 6118:2014.**



Fonte: Emerick (2002).

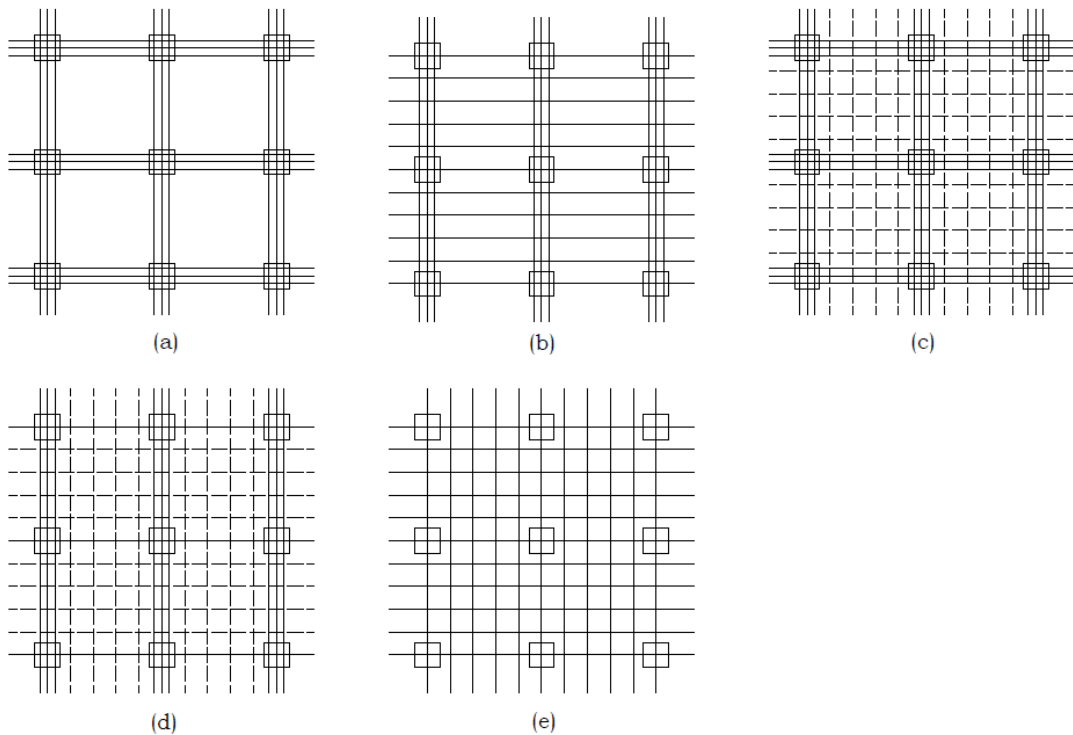
**Figura 24 – Espaçamento mínimo usual entre feixes de monocordoalhas.**



Fonte: Emerick (2002).

Existem diversas possibilidades para disposição dos feixes de cordoalhas na laje, como pode ser visto na Figura 25. De acordo com Carneiro (2015), esta distribuição dos cabos é muito importante para se obter um melhor desempenho. Normalmente, o arranjo de cabos que propicia mais economia é a disposição das cordoalhas em faixas, embora isto dependa de cada caso.

**Figura 25 – Exemplos de distribuição dos cabos em planta.**



Fonte: Almeida Filho (2002).

Da Figura 25, observa-se que em (a) apresenta-se uma disposição com 100% dos cabos passando pelas faixas dos pilares nas duas direções; em (b) tem-se uma disposição com 100% dos cabos passando pelas faixas dos pilares em uma direção e, na outra, uma distribuição uniforme; em (c) observa-se uma concentração de 75 % de cabos nas faixas dos pilares e de 25% nas faixas centrais, em ambas as direções; em (d) similar à Figura 25(b), tem-se uma distribuição uniforme em uma direção e na outra direção existe uma disposição igual a 75 % de cabos nas faixas dos pilares e de 25% nas faixas centrais; e (e) ilustra a disposição uniforme dos cabos nas duas direções.

Segundo Almeida Filho (2002), a utilização das faixas de cordoalhas traz muitas vantagens, dentre as quais pode-se citar: a melhor uniformidade no balanceamento de carga; a concentração de cabos nas regiões dos pilares aumenta a resistência à punção da laje e, também, incrementa a transferência do momento na ligação laje-pilar; o posicionamento de cabos em faixas na laje permite uma maior rapidez de execução na obra do que a distribuição uniforme.

De acordo com Aalami (2000) *apud* Carneiro (2015), a disposição (b) não causa interferência entre os feixes nas duas direções uma vez que as cordoalhas não se cruzam em suas excentricidades máximas, exceto o feixe distribuído passando sobre os pilares. Neste último caso, esse feixe é posicionado sob os cabos concentrados e o restante dos feixes distribuídos é disposto sobre os cabos concentrados, conforme ilustra a Figura 26. Em geral, os outros tipos de disposições causam alguma interferência entre os feixes. No Brasil, a disposição (b) é aquela normalmente adotada nos projetos de lajes lisas protendidas por se mostrar mais vantajosa.

**Figura 26 – Feixes de cordoalhas sobre o apoio.**

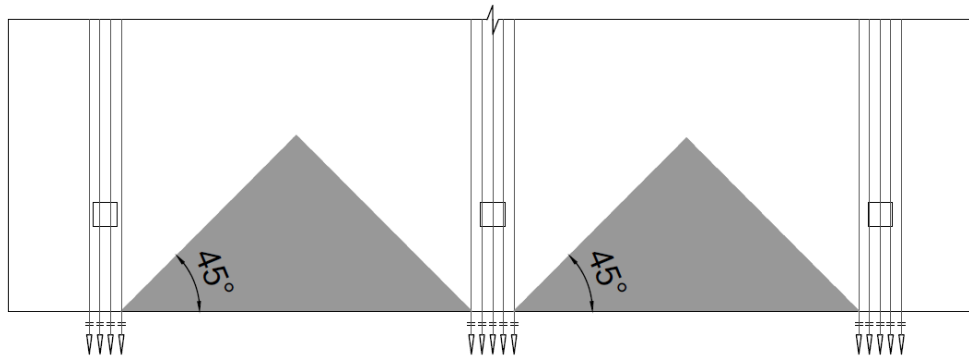


Fonte: Aalami (2000) adaptado, *apud* Carneiro (2015).

Vale salientar que, em pequenas regiões triangulares próximas às bordas da laje, conforme mostra a Figura 27, as quais são denominadas *zonas de regularização das tensões de*

*protensão*, os efeitos da protensão não estão atuando de maneira integral nas seções transversais do elemento e deve-se utilizar armadura passiva para controlar os efeitos de temperatura e retração.

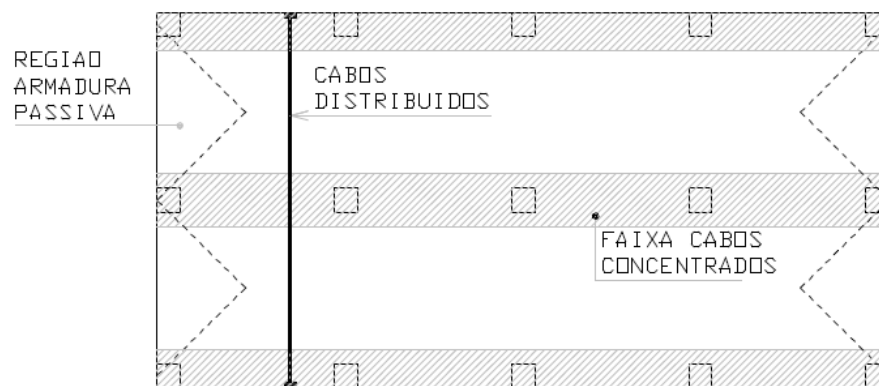
**Figura 27 – Zonas de regularização de tensões.**



Fonte: A autora.

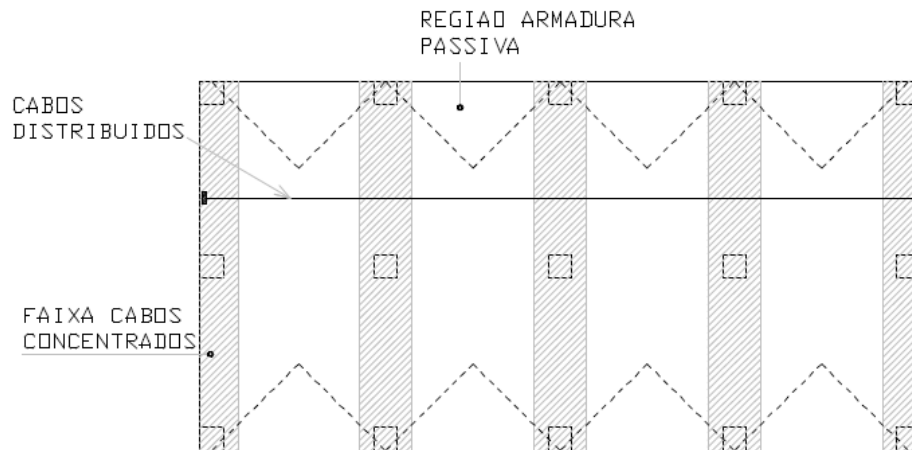
Segundo Aalami e Jurgens (2003), orienta-se que os cabos concentrados sejam dispostos na maior dimensão da laje, de forma a minimizar a área das regiões triangulares entre as faixas de cabos concentrados (ver Figura 28 e Figura 29). Entretanto, se os apoios da menor dimensão da laje não estiverem alinhados, os autores recomendam dispor os cabos concentrados nesta direção.

**Figura 28 – Faixas concentradas dispostas na maior dimensão.**



Fonte: Loureiro (2018).

**Figura 29 – Faixas concentradas dispostas na menor dimensão.**



Fonte: Loureiro (2018).

Quando existe a necessidade de fazer um desvio em planta do traçado dos cabos, ou de um feixe de cabos, a ABNT NBR 6118:2014 prescreve que o desvio deve produzir uma inclinação máxima de 1/10, na corda imaginária que une o início ao fim desse trecho, mantendo o seu desenvolvimento de acordo com uma curva parabólica em planta.

Ao longo do desvio o conjunto de cabos ou feixes deve estar disposto de forma a manter uma distância de 5 cm entre cabos na região central da curva. Quando o desvio dos cabos exceder a inclinação de 1/10 deve-se utilizar armadura capaz de absorver a força de desvio. O cobrimento mínimo do cabo em relação à face de aberturas nas lajes deve ser de 7,5 cm. Na região próxima das ancoragens, as cordoalhas agrupadas em feixes deverão ser suavemente separadas para evitar concentração de tensões.

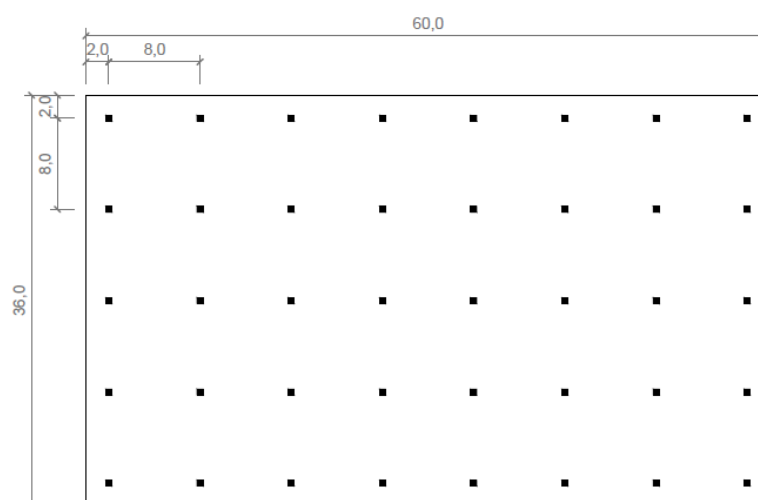
## 3 METODOLOGIA

### 3.1 Descrição dos modelos analisados

Para atingir o objetivo proposto, foram analisadas três estruturas hipotéticas de edifícios constituídos de lajes lisas de 20 cm de espessura, protendidas com cordoalhas não aderentes, com 36 m de largura e comprimentos de 60 m, 76 m e 92 m, sendo os vãos fixos de 8,0 m e balanços de 2,0 m, apoiadas em pilares de concreto de seção quadrada de 50 cm de lado ou 35 cm de lado (ver Figura 30 a Figura 32). Com base no trabalho de Oliveira (2020), optou-se por modelar apenas dois pavimentos da estrutura uma vez que o autor concluiu que a partir do 2º pavimento, os esforços devido à restrição ao encurtamento da laje pelos apoios podem ser considerados desprezíveis.

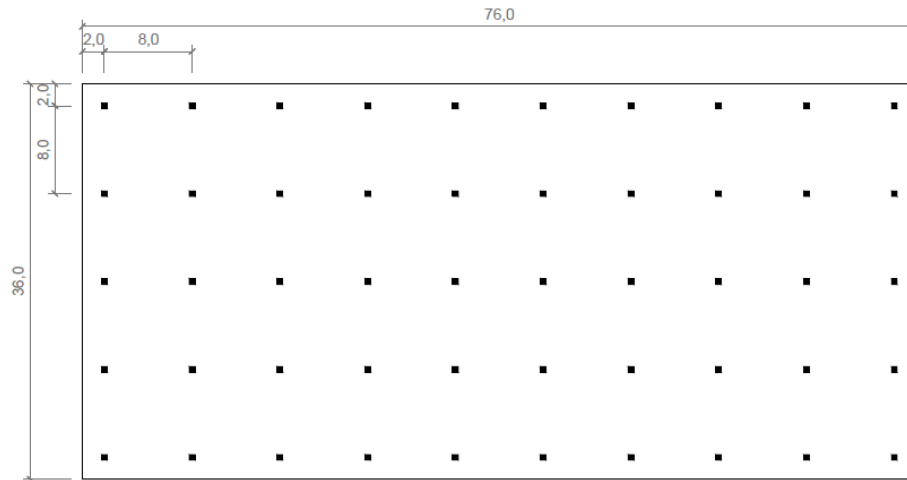
As simulações foram feitas com o auxílio do *software* SAP2000 v20, discretizando as lajes com elementos de casca (*shell*), os pilares com elementos de barra (*frame*) e os cabos de protensão como elementos independentes (*tendons*). A análise foi executada considerando construção evolutiva (*staged-construction*), que é um tipo de análise não linear. A análise evolutiva foi utilizada para melhor representação das etapas construtivas, bem como para incorporação dos cálculos das perdas de protensão diferidas no modelo.

Figura 30 – Vista em planta da laje lisa protendida analisada com 36 m x 60 m.



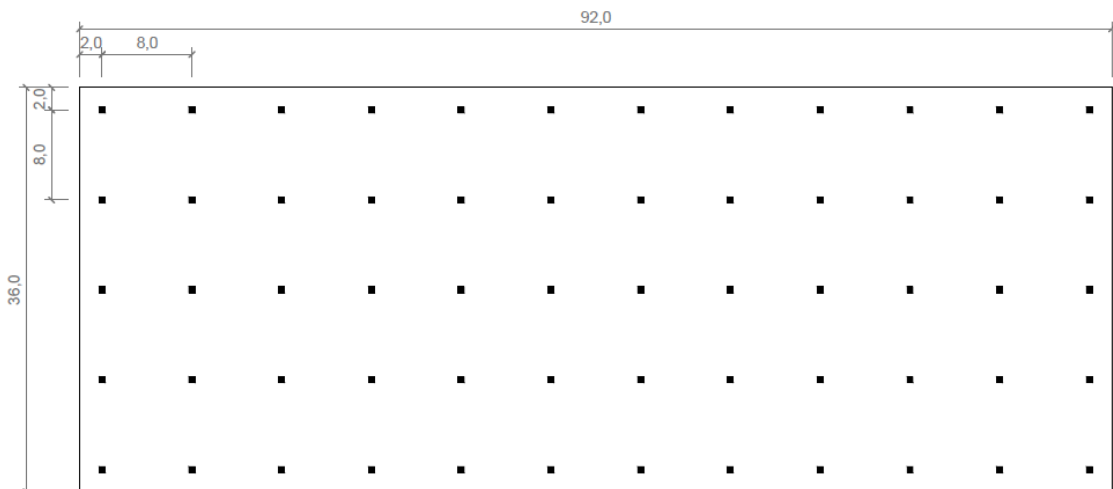
Fonte: A autora.

**Figura 31 – Vista em planta da laje lisa protendida analisada com 36 m x 76 m.**



Fonte: A autora.

**Figura 32 – Vista em planta da laje lisa protendida analisada com 36 m x 92 m.**



Fonte: A autora.

Foram executadas algumas modelagens para cada laje, a saber, com e sem utilização de faixa de concretagem posterior. Na Tabela 10 são apresentadas as nomenclaturas utilizadas para cada uma das análises efetuadas. Note que o termo “SF” faz referência às lajes executadas sem faixa de concretagem posterior e “CF” às lajes com faixa de concretagem posterior. Assim, “LP\_36x60\_SF\_50” lê-se como “laje protendida com dimensões 36 metros por 60 metros, sem faixa de concretagem, apoiada sobre pilares quadrados de 50 cm de lado”.

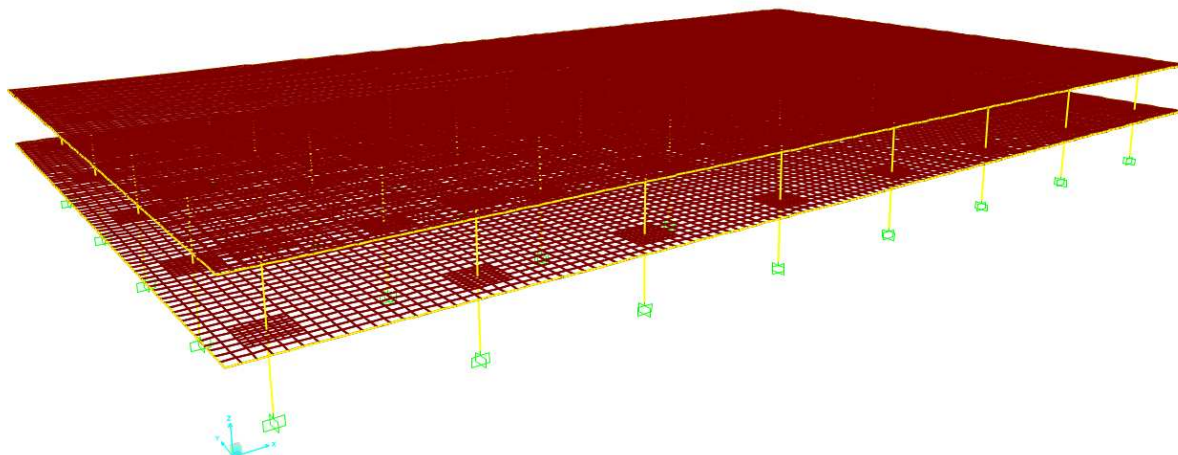
Tabela 10 – Características dos modelos utilizados nas análises.

Estrutura	Largura (m)	Compr. (m)	Pilares (cmxcm)	Faixa de concretagem		Número de análises
				presente	quantidade	
LP_36x60_SF_50			50x50	não	-	1
LP_36x60_SF_35	36	60	35x35	não	-	1
LP_36x60_CF_50			50x50	sim	1	1
LP_36x60_CF_35			35x35	sim	1	1
LP_36x76_SF_50					50x50	não
LP_36x76_SF_35	36	60	35x35	não	-	1
LP_36x76_CF_50			50x50	sim	1	1
LP_36x76_CF_35			35x35	sim	1	1
LP_36x92_SF_50					50x50	não
LP_36x92_SF_35	36	92	35x35	não	-	1
LP_36x92_CF_50-2			50x50	sim	2	1
LP_36x92_CF_35-2			35x35	sim	2	1
LP_36x92_CF_50-1			50x50	sim	1	1
<b>Total de análises</b>						<b>13</b>

Fonte: A autora.

Sendo os pilares modelados como elemento de barra, no modelo de elementos finitos a ligação da laje com os pilares se dá em pontos. Considerando os estudos de Cubas (2012) e Hennrichs (2003), optou-se pela discretização da laje em elementos finitos quadrilaterais de quatro nós, com 50 cm de lado, e usando uma malha mais refinada com elementos de 25 cm na região distante até um metro do eixo do pilar. Os pilares foram considerados engastados na fundação. Pode-se observar o modelo da laje LP\_30x60\_SF\_50 na Figura 33.

Figura 33 – Aspecto do modelo LP\_36x60\_SF no SAP2000.



Fonte: A autora.

### 3.2 Pré-dimensionamento das lajes lisas protendidas

No presente estudo, foram considerados três edifícios de dois pavimentos para uso comercial, executados utilizando sistema de piso em laje lisa com protensão não aderente e dimensões em planta conforme descrito no item precedente. Para a armadura ativa foram admitidas cordoalhas de 12,7 mm de diâmetro constituídas de aço CP 190 RB .

De acordo com as recomendações da ABNT NBR 6118:2014 e da ACI 318R-14, citadas no item 2.6.3, e tendo em vista os vãos de 8,0 m, a espessura adotada para as lajes foi de 20 cm. A distância vertical de eixo a eixo de lajes adotada foi de 3,0 m, configurando um pé-direito de 2,80 m.

Admitiu-se ambiente classificado como urbano e Classe de Agressividade Ambiental II (CAA II). Para esta CAA, exige-se um concreto de classe no mínimo C30 para estruturas protendidas. Por isso, foi adotado concreto C30.

#### 3.2.1 Carregamentos atuantes

Foram considerados os seguintes carregamentos atuando na estrutura:

peso próprio:  $g_1 = 5 \text{ kN/m}^2$ ;

pavimentação e revestimento:  $g_2 = 1 \text{ kN/m}^2$ ;

divisórias:  $g_3 = 1 \text{ kN/m}^2$ ;

alvenaria de vedação da estrutura:  $g_4 = 4,72 \text{ kN/m}$ ;

carga acidental (escritórios):  $q = 2 \text{ kN/m}^2$ .

### 3.2.2 Parcela do carregamento a ser balanceada

Optou-se por equilibrar 70% da carga permanente total para os vãos internos e para o balanço.

### 3.2.3 Definição do perfil vertical das cordoalhas

Considerando as recomendações de cobertura, foi definido o perfil vertical das cordoalhas utilizando a maior excentricidade possível, priorizando o perfil das cordoalhas concentradas sobre os apoios da maior dimensão da laje. As adaptações de perfil vertical necessárias foram feitas para as cordoalhas distribuídas na menor dimensão da laje. A distância do ponto de inflexão das parábolas que compõem o perfil até aos apoios foi adotada como 10% do vão. Com as coordenadas do cabo definidas, é possível configurar a posição do cabo no modelo do SAP2000. Na Tabela 11 é apresentado um subconjunto de coordenadas de um cabo.

**Tabela 11 - Coordenadas de alguns pontos de uma das cordoalhas do modelo LP\_36x60\_SF.**

Ponto	Tipo de segmento	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	Start of Tendon	0,0	10,0	3,0000
2	Linear	0,5	10,0	3,0000
3	Parabola Intermediate Point	1,1	10,0	3,0255
4	Parabola End Point	1,8	10,0	3,0552
5	Parabola Intermediate Point	2,0	10,0	3,0637
6	Parabola End Point	2,8	10,0	3,0382
7	Parabola Intermediate Point	6,0	10,0	2,9364
8	Parabola End Point	9,2	10,0	3,0382
9	Parabola Intermediate Point	10,0	10,0	3,0637
...	...	...	...	...
30	Parabola End Point	50,8	10,0	3,0382
31	Parabola Intermediate Point	54,0	10,0	2,9364
32	Parabola End Point	57,2	10,0	3,0382
33	Parabola Intermediate Point	58,0	10,0	3,0637
34	Parabola End Point	58,2	10,0	3,0552
35	Parabola Intermediate Point	58,9	10,0	3,0255
36	Linear	59,5	10,0	3,0000
37	Linear	60,0	10,0	3,0000

Fonte: A autora.

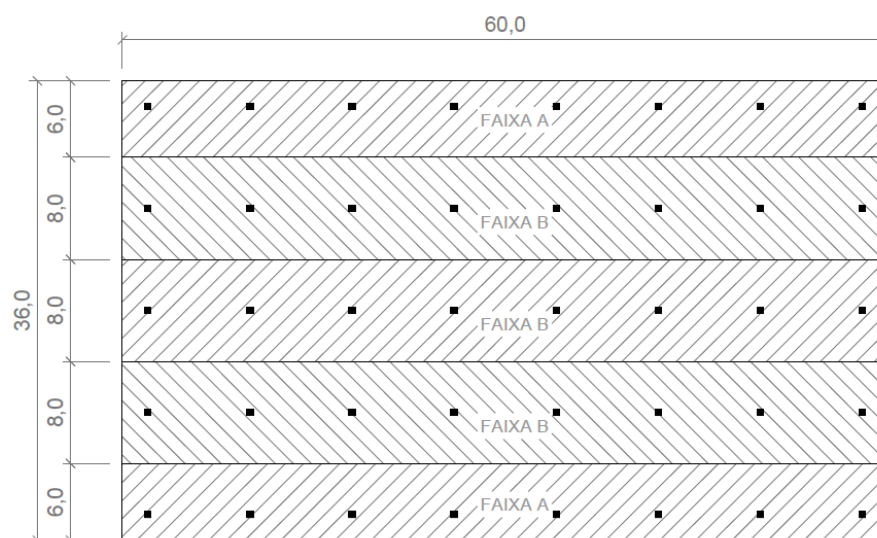
### 3.2.4 Determinação da força de protensão necessária

Utilizando as equações simplificadas do item 2.6.3, determinou-se a força de protensão necessária tanto para o balanço quanto para o vão interno no tempo infinito, obtendo-se 257,7 kN/m e 307,9 kN/m, respectivamente.

### 3.2.5 Determinação do número de cordoalhas

Para fins de pré-dimensionamento, as perdas progressivas no tempo infinito foram estimadas em 20%, adotando-se o valor de 120 kN para a força efetiva em cada cordoalha. Conforme descrito no item 2.6.3, e considerando o caminhamento das cargas atuantes na laje até os pilares, foram definidos dois tipos de faixas de projeto, A e B, com 6,0 m e 8,0 m de largura, respectivamente, conforme apresentado na Figura 34. Adotando-se o maior valor obtido para força de protensão necessária no tempo infinito, 307,9 kN/m, fez-se o cálculo do número de cordoalhas necessário para cada uma das faixas de projeto.

Figura 34 – Esquemática das faixas de projeto da laje L1 (dimensões em metros).



Fonte: A autora.

### 3.2.6 Definição da distribuição das cordoalhas em planta

Optou-se por uma configuração das cordoalhas em planta concentradas e distribuídas na direção longitudinal da laje e distribuídas na direção transversal (Figura 35). Tendo em vista o número de elementos necessários, bem como visando ao que se costuma aplicar em obras correntes, optou-se por formar alguns feixes de cordoalhas. A configuração para as demais lajes analisadas segue o mesmo padrão.



O número de cordoalhas utilizadas em cada laje, bem como seus comprimentos aproximados, pode ser visualizado na Tabela 12.

**Tabela 12 – Número de cordoalhas utilizadas e seus comprimentos.**

Modelo	Cordoalha no sentido longitudinal		Cordoalha no sentido transversal	
	quantidade	comprimentos aproximados (m)	quantidade	comprimentos aproximados (m)
LP_36x60_SF_50 LP_36x60_SF_35	95	60	158	36
LP_36x60_CF_50 LP_36x60_CF_35	190	35,6 e 23,4	158	36
LP_36x76_SF_50 LP_36x76_SF_35	95	76	200	36
LP_36x76_CF_50 LP_36x76_CF_35	190	39,4 e 35,6	200	36
LP_36x92_SF_50 LP_36x92_SF_35	95	92	242	36
LP_36x92_CF_50-2 LP_36x92_CF_35-2	285	31,4; 27,2 e 31,4	242	36
LP_36x92_CF_50-1	190	47,4 e 43,6	242	36

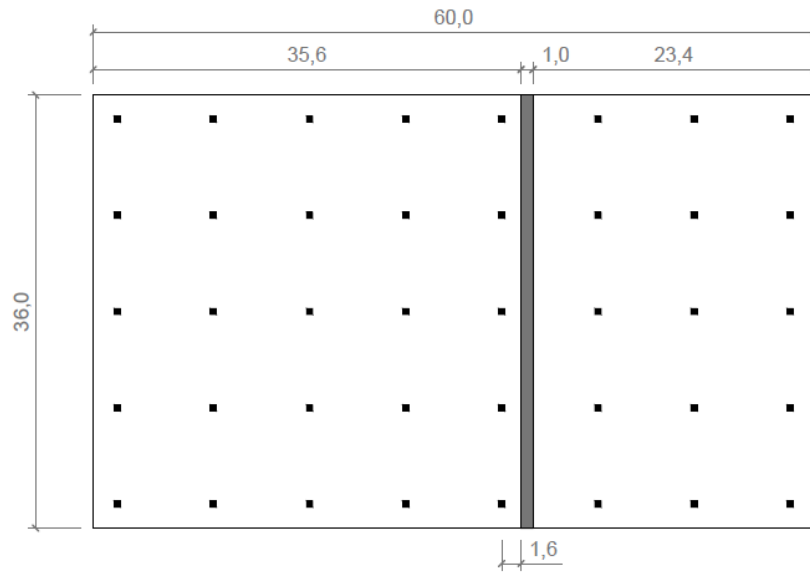
**Fonte: A autora.**

No sentido longitudinal foram utilizados 4 feixes de três cordoalhas sobre os pilares de extremidade e 5 sobre os pilares centrais, com espaçamento de 22 cm entre feixes, além de feixes de três cordoalhas nos meios dos vãos e duas cordoalhas complementares. No sentido transversal foram utilizados feixes de três cordoalhas sobre os apoios e feixes de duas cordoalhas nos vãos, com espaçamento de 80 cm. Nas lajes com faixas de concretagem, as cordoalhas no sentido transversal nas proximidades das faixas foram deslocadas para as lajes.

### **3.2.7 Posicionamento das faixas de concretagem posterior**

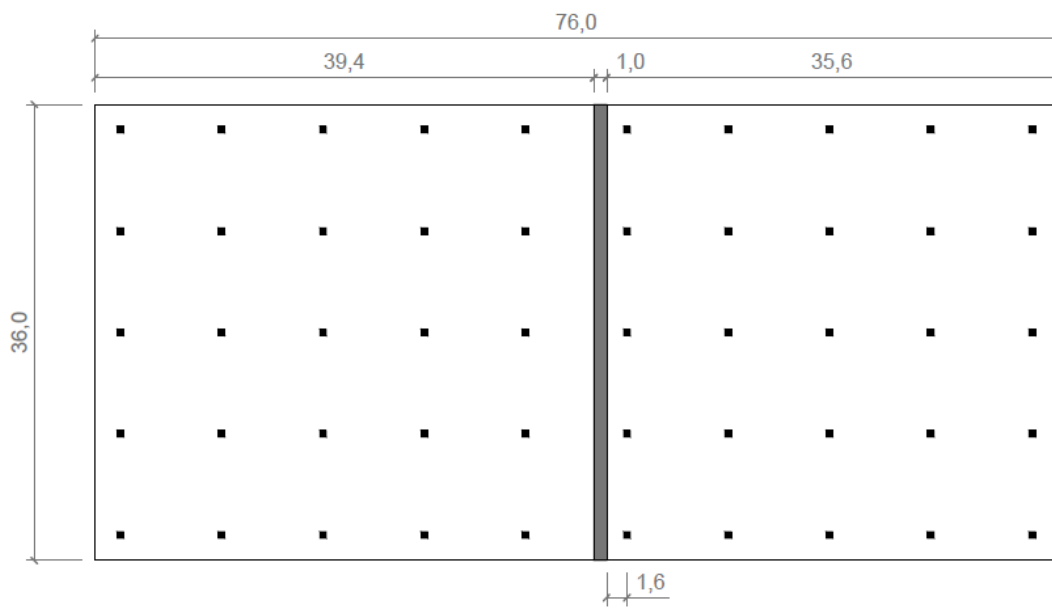
Nos casos em que há faixa de concretagem posterior, esta foi posicionada a 1,60 m do eixo do pilar (1/5 do vão), como é possível observar da Figura 36 à Figura 39 para as diferentes lajes analisadas. Observe-se que foi feita análise da laje de 92 metros com uma e duas faixas de concretagem posterior.

**Figura 36 – Posicionamento da faixa de concretagem posterior na laje dos modelos de 60 m.**



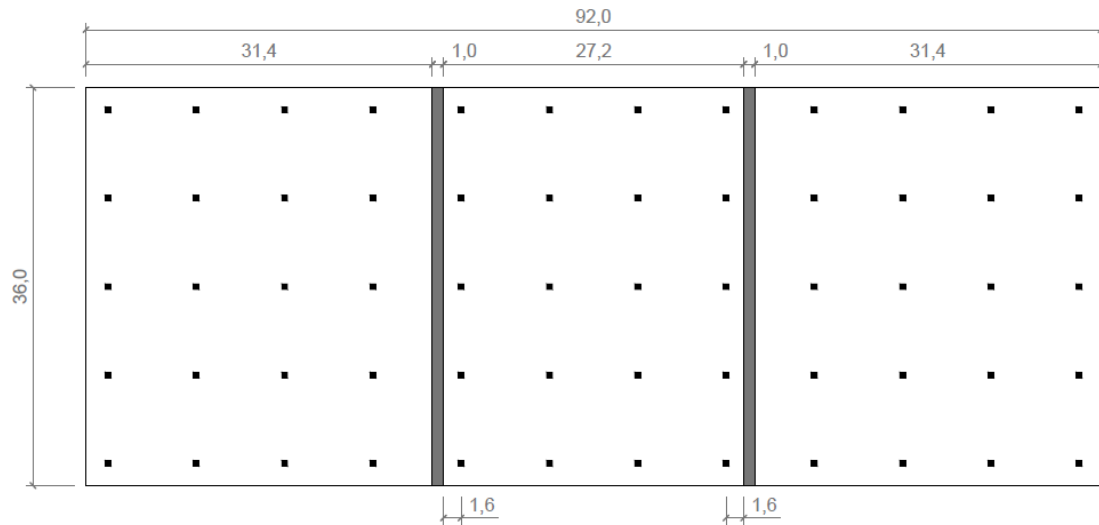
Fonte: A autora.

**Figura 37 – Posicionamento da faixa de concretagem posterior na laje dos modelos de 76 m.**



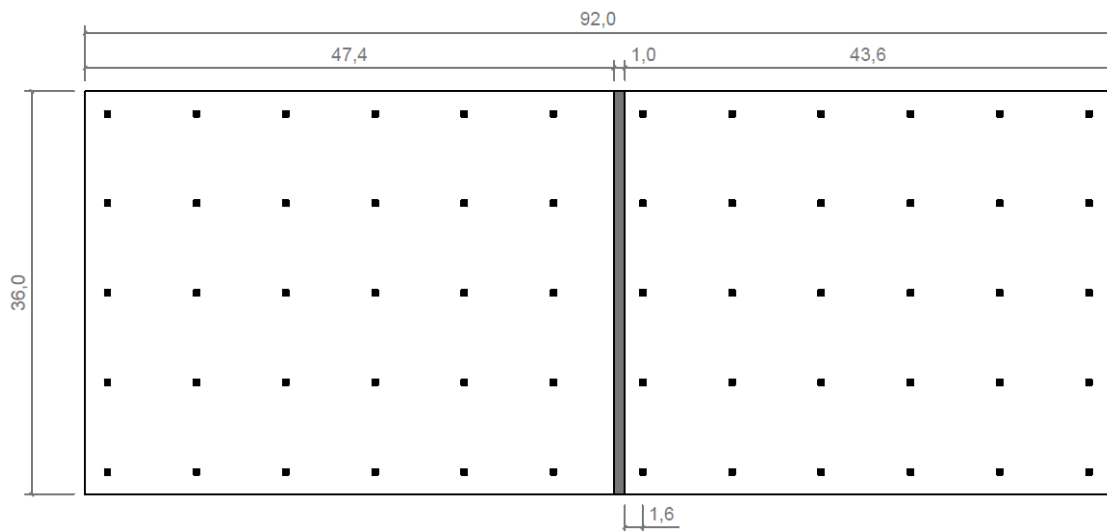
Fonte: A autora.

**Figura 38 – Posicionamento das faixas de concretagem posterior na laje dos modelos de 92 m.**



Fonte: A autora.

**Figura 39 – Posicionamento da faixa de concretagem posterior na laje do modelo de 92 m.**



Fonte: A autora.

### 3.3 Sequência de procedimentos para modelagem no SAP2000

Na Tabela 13 são apresentadas as propriedades dos materiais, bem como outros dados de entrada relevantes utilizados na análise. O módulo de elasticidade adotado para os pilares corresponde ao módulo de elasticidade do concreto reduzido em 20% para simular a diminuição de rigidez associada à fissuração desses elementos. Para o cálculo dos efeitos diferidos no concreto foram adotados os modelos do *fib Model Code* (2010). Para o cálculo da perda de protensão por relaxação do aço de protensão, adotou-se o modelo do *CEB-FIP Model Code* (1990), por ser o único modelo disponível no SAP2000 v20.

Tabela 13 – Parâmetros de entrada para os modelos analisados no SAP2000.

Material	Propriedade		
Concreto da Laje - C30	Resistência à compressão característica	$f_{ck}$	30 MPa
	Coefficiente de Poisson	$\nu$	0,2
	Módulo de Elasticidade	$E_{cs}$	29738 MPa
	Umidade relativa	$RU$	70 %
	Início da secagem	$ts$	5 dias
	Tipo de cimento		42.5 N
	Espessura fictícia	$h$	40 cm
Concreto do Pilar - C30	Resistência à compressão característica	$f_{ck}$	30 MPa
	Coefficiente de Poisson	$\nu$	0,2
	Módulo de Elasticidade	$E_{cs}$	23790 MPa
	Umidade relativa	$RU$	70 %
	Início da secagem	$ts$	5 dias
	Tipo de cimento		42.5 N
	Espessura fictícia	$h$	25 cm
Codoalha - CP 190 RB	Módulo de Elasticidade	$E_s$	200000 MPa
	Tensão mínima a 1% de alongamento	$f_y$	1640 MPa
	Tensão mínima de ruptura	$f_u$	1820 MPa
	Classe do aço CEB-FIP		2
	Área nominal	$A_s$	100,9 mm <sup>2</sup>

Fonte: A autora.

Na Tabela 14 são apresentados outros dados de entrada utilizados para o cálculo das perdas de protensão por atrito e acomodação das ancoragens das codoalhas.

Tabela 14 – Dados de entrada para cálculo de perdas por atrito e acomodação das ancoragens.

Material	Propriedade		
Codoalha CP 190 RB	Força de protensão atuando pelas duas extremidades simultaneamente*	$F$	150 kN
	Coefficiente de atrito aparente	$\mu$	0,05
	Coefficiente de perda por ondulação parasita	$k$	0,0005 1/m
	Deslizamento e acomodação da ancoragem	$d$	0,006 m

\* Exceto na porção longitudinal de menor comprimento da laje LP\_36x60\_CF, em que a protensão é executada apenas por uma extremidade.

Fonte: A autora.

Como modelo constitutivo do concreto, adotou-se um diagrama tensão-deformação cuja formulação está incorporada no SAP2000, definida pelos seguintes parâmetros:

$\varepsilon_c$  – deformação do concreto;

$\sigma_c$  – tensão do concreto;

$f_{ck}$  – resistência à compressão característica do concreto;

$\varepsilon_{c1}$  – deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico ( $\varepsilon_{c1} = 2 \text{ ‰}$  para concretos de classe até C50);

$\varepsilon_{cu1}$  – deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura ( $\varepsilon_{cu1} = 3,5 \text{ ‰}$  para concretos de classe até C50).

O diagrama tensão-deformação do concreto, de acordo com CSI (2008), é formado por um trecho parabólico, dado pela Equação (64) para  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$ , e um trecho linear dado pela Equação (65) para  $\varepsilon_{c1} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1}$ .

$$\sigma_c = f_{ck} \left\{ 2 \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c1}} \right)^2 \right\} \quad (64)$$

$$\sigma_c = f_{ck} \left\{ 1 - 0,2 \left( \frac{\varepsilon_c - \varepsilon_{c1}}{\varepsilon_{cu1} - \varepsilon_{c1}} \right) \right\} \quad (65)$$

A resistência à tração do concreto é calculada com a Equação (66), em que  $f_{ck}$  é dado em MPa.

$$\sigma_t = 0,623 \sqrt{f_{ck}} \quad (66)$$

A curva tensão-deformação adotada para o aço de protensão foi o diagrama simplificado da ABNT NBR 6118:2014. Os valores característicos da resistência ao escoamento convencional  $f_{pyk}$ , da resistência à tração  $f_{ptk}$  e o alongamento após ruptura  $\varepsilon_{uk}$  das cordoalhas foram tomados como os valores mínimos estabelecidos na ABNT NBR 7483:2008.

Para a representação do processo construtivo, usando a análise do tipo *staged-construction*, tomou-se como referência um cronograma de execução usual adotado em edifícios com sistema de piso em laje lisa protendida. Nas estruturas sem faixa de concretagem, optou-se por simular a concretagem de um pavimento inteiro, sem artifícios construtivos, a fim de enfatizar os efeitos da utilização da faixa. Na Figura 40 está representado o cronograma das etapas adotado para a análise evolutiva do modelo LP\_36x60\_SF, onde é possível observar o período de construção e de utilização da estrutura ao longo de 10 anos após sua finalização. Vale ressaltar que a escala temporal varia de acordo com as cores.

**Figura 40 – Cronograma adotado para análise evolutiva do modelo LP\_36x60\_SF.**

Etapa	Tempo	Dias
concr. Pilares pav. 1		0
intervalo		6
concr. Laje pav. 1		2
intervalo		3
protens. Laje pav. 1		1
concr. Pilares pav. 2		0
intervalo		6
concr. Laje pav. 2		2
intervalo		3
protens. Laje pav. 2		1
intervalo		28
retirada escoramento		0
intervalo		28
atuação cargas serviço		0
intervalo - 2 anos		730
intervalo - 3 anos		1095
intervalo - 5 anos		1825
TOTAL		<b>3730</b>

Fonte: A autora.

O cronograma da Figura 40 foi incorporado ao modelo na forma de etapas (*stages*) da construção evolutiva, de acordo com a Tabela 15. Destaca-se que os efeitos diferidos são considerados apenas em etapas cuja duração, em dias, seja diferente de zero.

Tabela 15 – Etapas da construção evolutiva admitidas para o modelo LP\_36x60\_SF.

<b>Etapa Stage</b>	<b>Início (dias)</b>	<b>Duração (dias)</b>	<b>Descrição</b>	<b>Operações</b>
1	0	6	Concretagem dos pilares do pavimento 1	Adição dos pilares pav. 1 Atuação do peso próprio dos pilares
2	6	5	Concretagem da laje do pavimento 1	Adição das cordolhas do pav. 1 Adição da laje do pav. 1
3	11	1	Protensão das cordolhas do pavimento 1	Atuação da força de protensão nas cordolhas pav. 1
4	12	6	Concretagem dos pilares do pavimento 2	Adição dos pilares pav. 2 Atuação do peso próprio dos pilares
5	18	5	Concretagem da laje do pavimento 2	Adição das cordolhas do pav. 2 Adição da laje do pav. 2
6	23	1	Protensão das cordolhas do pavimento 2	Atuação da força de protensão nas cordolhas pav. 2
7	24	28	Intervalo 1	-
8	52	0	Retirada do escoramento	Atuação do peso próprio das lajes
9	52	28	Intervalo 2	-
10	80	0	Atuação das cargas de serviço	Atuação das cargas de revestimento, divisórias, sobrecarga de utilização e alvenaria de vedação
11	80	730	Intervalo 3	-
12	810	1095	Intervalo 4	-
13	1905	1825	Intervalo 5	-

Fonte: A autora.

O cronograma dos modelos com lajes lisas protendidas com faixa de concretagem difere do cronograma do modelo sem faixa, como pode ser observado na Figura 40. É possível verificar um aumento de 32 dias no período de construção devido ao período de 60 dias em que as faixas de concretagem permanecem abertas. Esse cronograma foi incorporado ao modelo por meio de etapas da construção evolutiva, de acordo com a Tabela 16.

Estão apresentados apenas o cronograma e a definição das etapas para os modelos LP\_36x60\_SF e LP\_36x60\_CF. Os parâmetros para os demais modelos seguem o mesmo padrão. No caso do modelo LP\_36x92\_CF, que apresenta duas faixas de concretagem por pavimento, considerou-se que as faixas são concretadas ao mesmo tempo em cada um dos pavimentos.

Figura 41 – Cronograma adotado para análise evolutiva do modelo LP\_36x60\_CF.

Etapa	Tempo	Dias
concr. Pilares pav1		0
intervalo		6
concr. Laje pav1		2
intervalo		3
protens. Laje pav1		1
concr. Pilares pav2		0
intervalo		6
concr. Laje pav2		2
intervalo		3
protens. Laje pav2		1
intervalo		28
retirada escoramento*		0
intervalo		20
concretagem faixa pav1		0
intervalo		3
retirada escoramento**		0
intervalo		9
concretagem faixa pav2		0
intervalo		3
retirada escoramento***		0
intervalo		25
atuação cargas serviço		0
intervalo - 2 anos		730
intervalo - 3 anos		1095
intervalo - 5 anos		1825
		<b>3762</b>

\* Atuação do peso próprio das lajes, exceto lajes do vão da faixa de concretagem.

\*\* Atuação do peso próprio das lajes do vão da faixa de concretagem do pavimento 1 (pav1).

\*\*\* Atuação do peso próprio das lajes do vão da faixa de concretagem do pavimento 2 (pav2).

Fonte: A autora.

Tabela 16 – Etapas da construção evolutiva admitidas para o modelo LP\_36x60\_CF.

<b>Etapa Stage</b>	<b>Início (dias)</b>	<b>Duração (dias)</b>	<b>Descrição</b>	<b>Operações</b>
1	0	6	Concretagem dos pilares do pavimento 1	Adição dos pilares pav. 1 Atuação do peso próprio dos pilares
2	6	5	Concretagem da laje do pavimento 1	Adição das cordolhas do pav. 1 Adição das lajes do pav. 1
3	11	1	Protensão das cordolhas do pavimento 1	Atuação da força de protensão nas cordolhas pav. 1
4	12	6	Concretagem dos pilares do pavimento 2	Adição dos pilares pav. 2 Atuação do peso próprio dos pilares
5	18	5	Concretagem da laje do pavimento 2	Adição das cordolhas do pav. 2 Adição da laje do pav. 2
6	23	1	Protensão das cordolhas do pavimento 2	Atuação da força de protensão nas cordolhas pav. 2
7	24	28	Intervalo 1	-
8	52	0	Retirada do escoramento	Atuação do peso próprio, exceto lajes dos vãos das faixas de concretagem que continuam escoradas.
9	52	20	Intervalo 2	-
10	72	3	Concretagem da faixa do pavimento 1	Adição da faixa de concretagem pav. 1
11	75	0	Retirada do escoramento do vão da faixa do pavimento 1	Atuação do peso próprio da laje do vão da faixa de concretagem do pav. 1
12	75	9	Intervalo 3	-
13	84	3	Concretagem da faixa do pavimento 2	Adição da faixa de concretagem pav. 2
14	87	0	Retirada do escoramento do vão da faixa do pavimento 2	Atuação do peso próprio da laje do vão da faixa de concretagem do pav. 2
15	87	25	Intervalo 4	-
16	112	0	Atuação das cargas de serviço	Atuação das cargas de revestimento, divisórias e sobrecarga de utilização
17	112	730	Intervalo 5	-
18	842	1095	Intervalo 6	-
19	1937	1825	Intervalo 7	-

Fonte: A autora.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

---

### 4.1 Generalidades

Os resultados obtidos a partir dos modelos analisados foram agrupados em 3 estudos de caso. Para cada um deles, são apresentados os resultados, comparativos e discussões para os modelos com lajes de mesmo comprimento, com e sem faixa de concretagem, apoiadas sobre pilares de 50 cm ou 35 cm de lado. Os estudos de caso são:

- Estudo 1 - lajes de 60 m de comprimento.
- Estudo 2 - lajes de 76 m de comprimento.
- Estudo 3 - lajes de 92 m de comprimento.

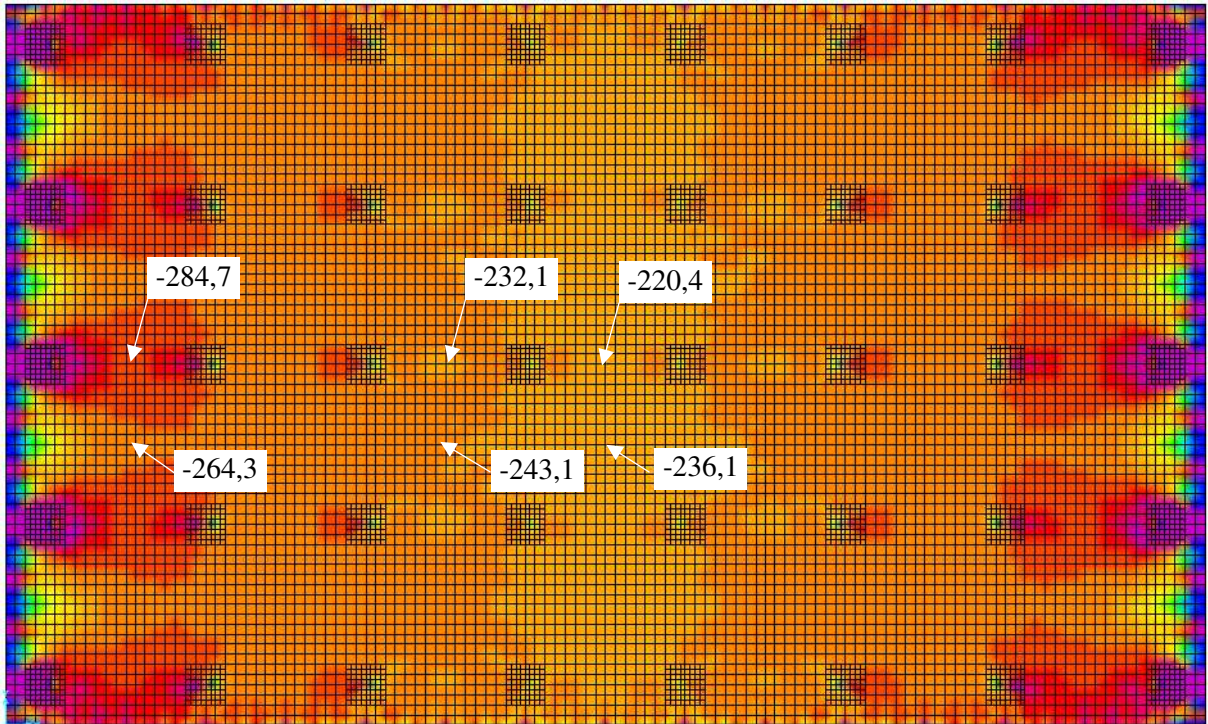
Ao final, são apresentados resultados comparativos para as lajes com diferentes comprimentos, com e sem faixa de concretagem.

### 4.2 Estudos de caso

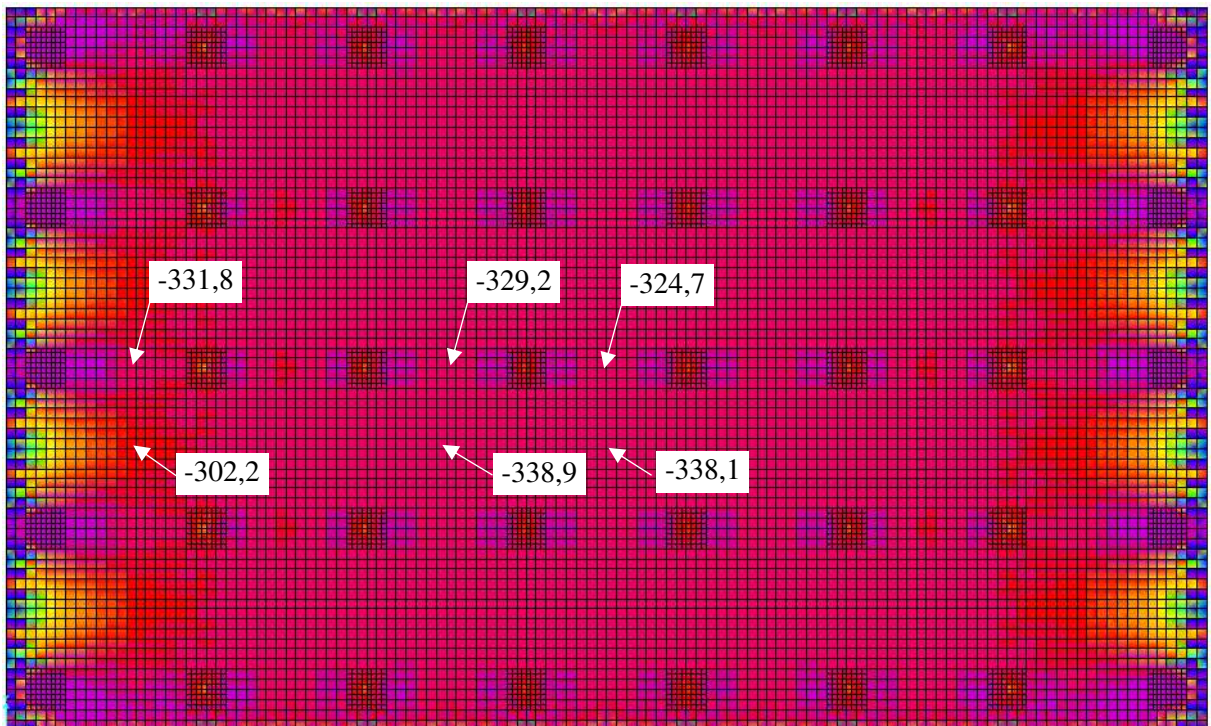
#### 4.2.1 Estudo de caso 1 – modelos LP\_36x60\_SF e LP\_36x60\_CF

Nesse estudo de caso, foram analisados os modelos de lajes com 60 m de comprimento, LP\_36x60\_SF\_50, LP\_36x60\_SF\_35, LP\_36x60\_CF\_50 e LP\_36x60\_CF\_35. A Figura 42 representa a distribuição da variável F11 do SAP2000, em kN/m, nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x60\_SF\_50 após 10 anos de construção, resultante da análise evolutiva, considerando os cronogramas das Figuras 40 e 41. A variável F11 representa a força axial na seção da laje na direção longitudinal.

Figura 42 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x60\_SF\_50 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)



(b)



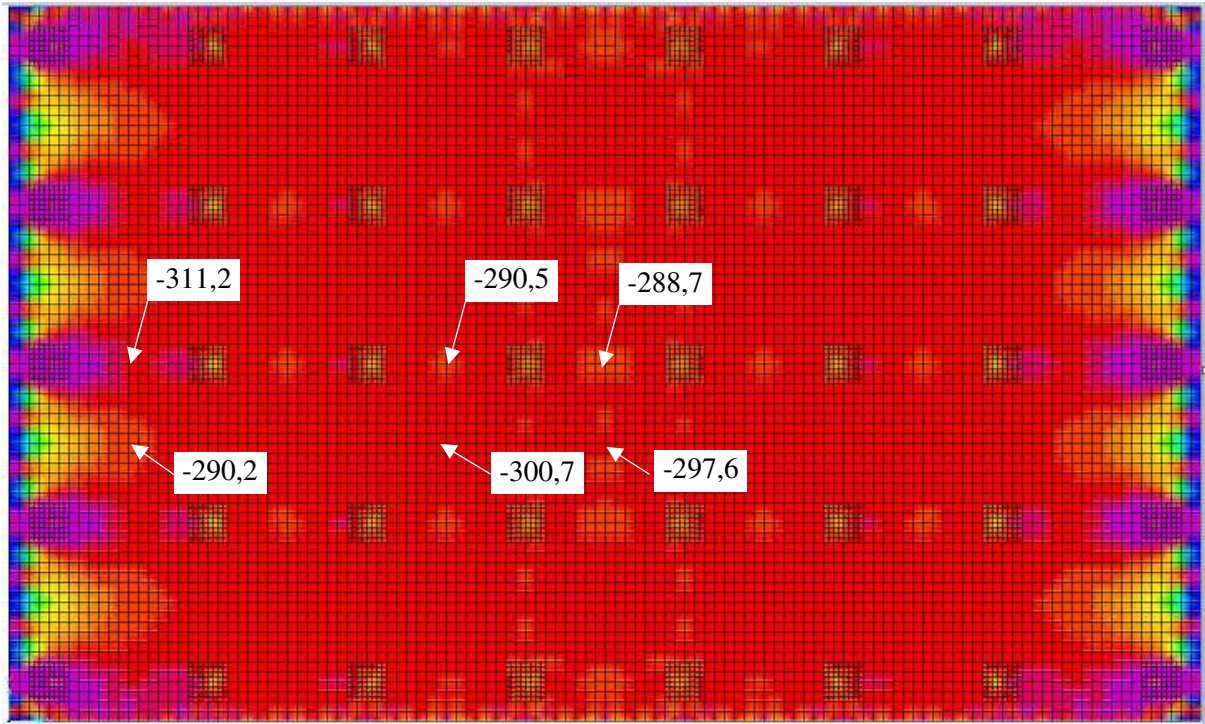
Fonte: A autora.

Observando a Figura 42, é possível notar que a laje do 1º pavimento sofre uma perda de protensão considerável em relação à laje do 2º pavimento. Enquanto a força F11 na laje do 2º pavimento sofre um decréscimo, em 10 anos, de 395,8 kN/m aplicados para aproximadamente 331,4 kN/m (redução de 16,3%), no 1º pavimento essa mesma força decai de 395,8 kN/m para aproximadamente 228,2 kN/m (redução de 42,3%). Esse fenômeno se deve em grande parte à restrição ao encurtamento da laje imposta pelos pilares do 1º pavimento, que por estarem engastados na fundação apresentam rigidez muito superior à dos pilares do 2º pavimento.

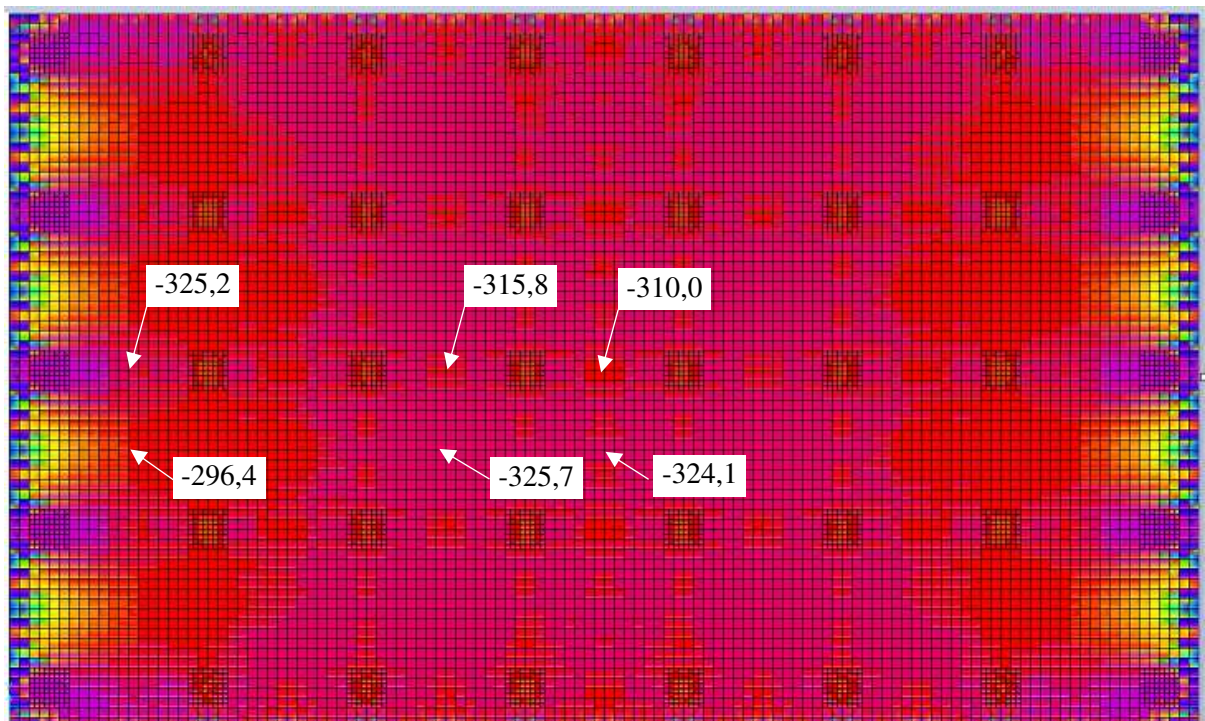
A Figura 43 representa a distribuição da variável F11 do SAP2000, em kN/m, nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x60\_SF\_35 após 10 anos de construção. É possível notar que a laje do 1º pavimento sofre uma perda de protensão maior em relação à laje do 2º pavimento, como observado no caso anterior. Enquanto a força F11 na laje do 2º pavimento sofre um decréscimo, em 10 anos, de 395,8 kN/m aplicados para aproximadamente 317,0 kN/m (redução de 19,9%), no 1º pavimento essa mesma força decai de 395,8 kN/m para aproximadamente 293,1 kN/m (redução de 25,9%). Neste caso, a redução percentual de força de protensão no 1º pavimento foi menor que no caso LP\_36x60\_SF\_50, tendo em vista que os pilares são menos rígidos.

A Figura 44 representa a queda de tensão média de compressão na metade do comprimento da laje (em  $x = 30$  m), ao longo do tempo, para 1º e 2º pavimentos dos modelos LP\_36x60\_SF\_50 e LP\_36x60\_SF\_35. Observa-se que no 1º pavimento há uma queda de tensão maior que no 2º pavimento para ambos modelos. Não obstante, mesmo 10 anos após a construção da estrutura, as tensões de compressão nas lajes dos dois pavimentos são superiores a 1,0 MPa nos dois casos.

Figura 43 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x60\_SF\_35 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)

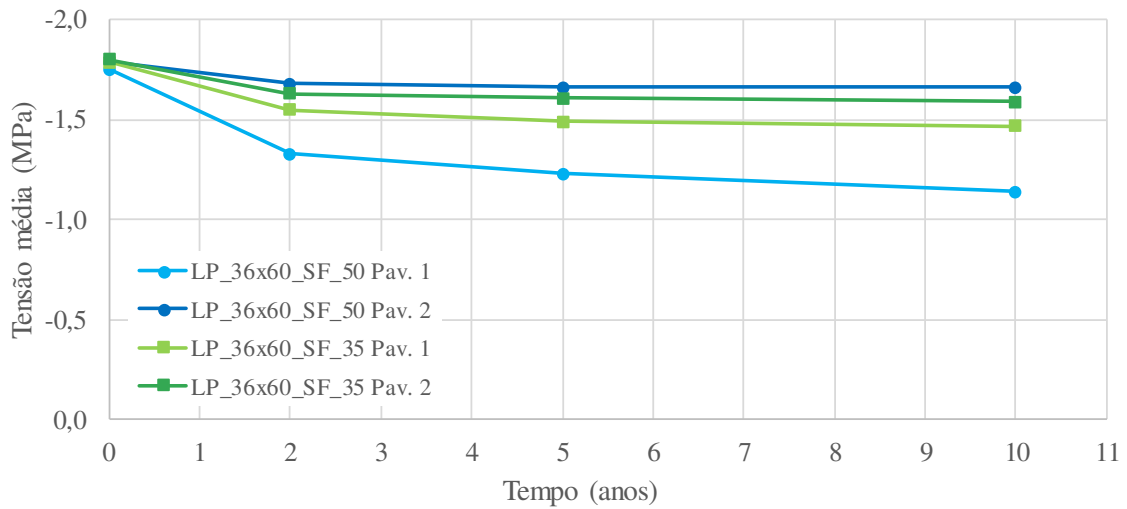


(b)



Fonte: A autora.

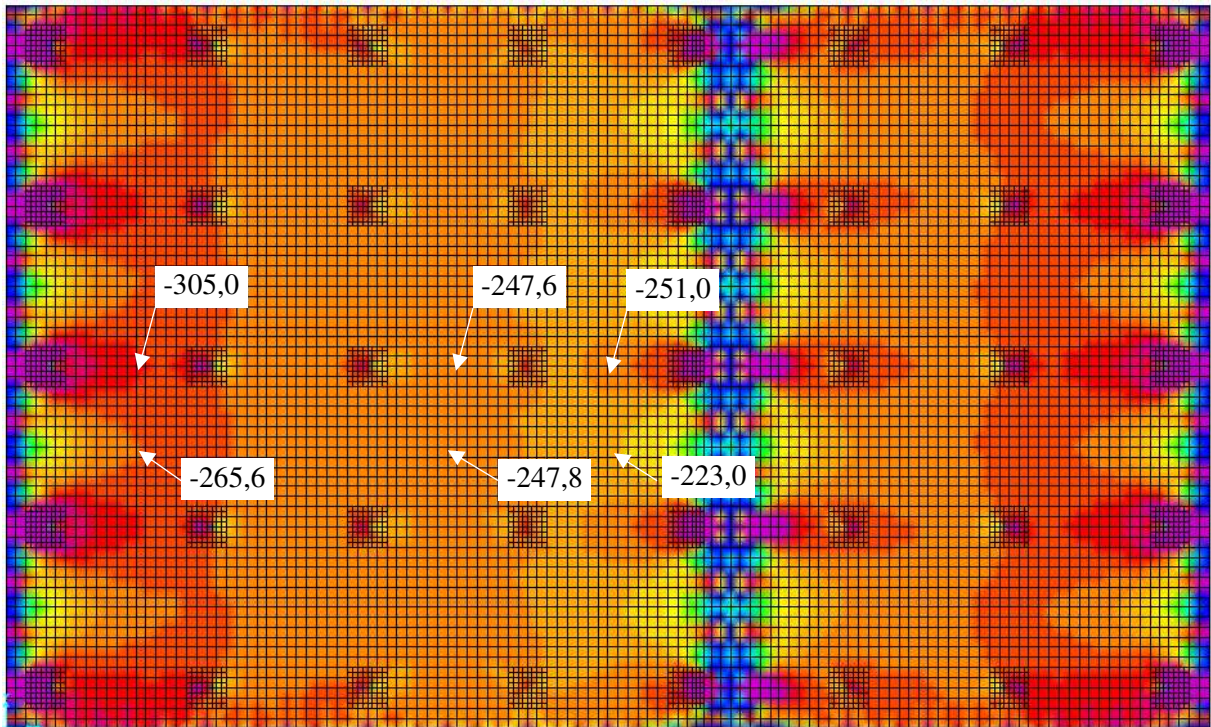
**Figura 44 – Variação da tensão de compressão média ao longo do tempo nos modelos com laje de 60 m de comprimento sem faixa de concretagem.**



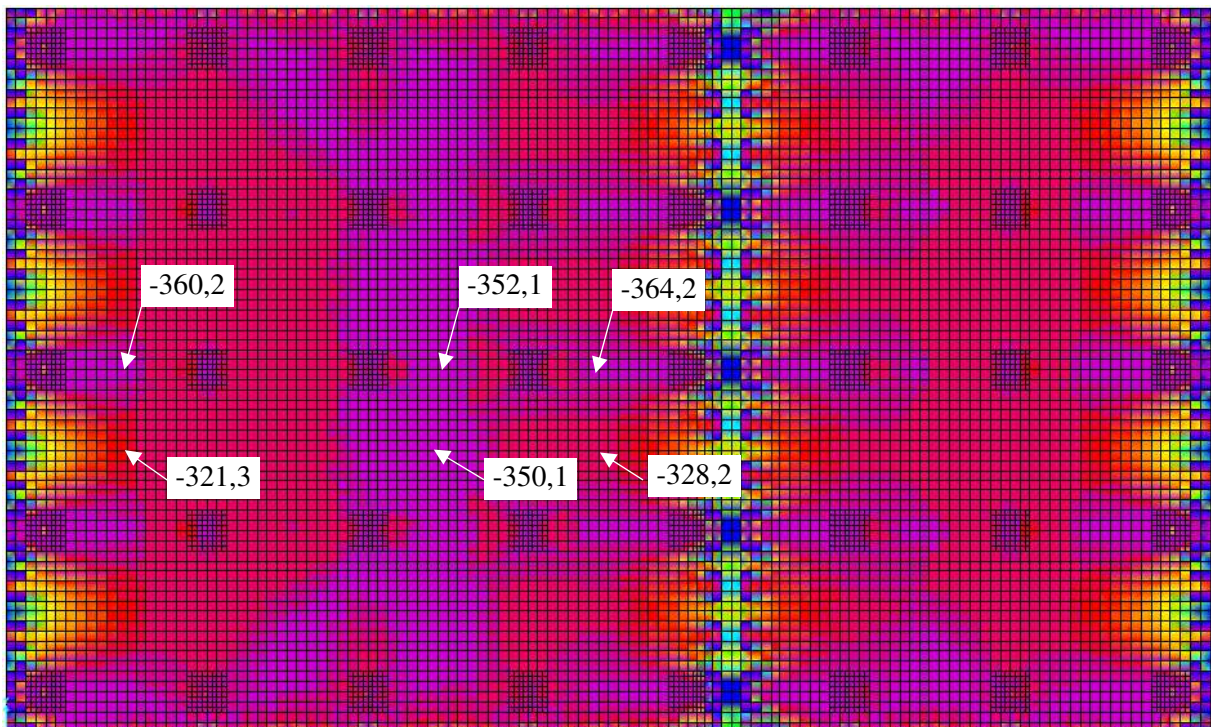
Fonte: A autora.

A Figura 45 representa a distribuição de forças F11 (kN/m) nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x60\_CF\_50 após 10 anos de construção, após a análise evolutiva considerando as etapas especificadas nos cronogramas das Figuras 40 e 41. Já a Figura 46 representa a distribuição de forças F11 (kN/m) nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x60\_CF\_35 após 10 anos de construção. Comparando as distribuições das Figuras 45 e 46 com as das Figuras 42 e 43, nota-se que a introdução da faixa de concretagem posterior altera a configuração dos esforços nas lajes.

Figura 45 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x60\_CF\_50 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)

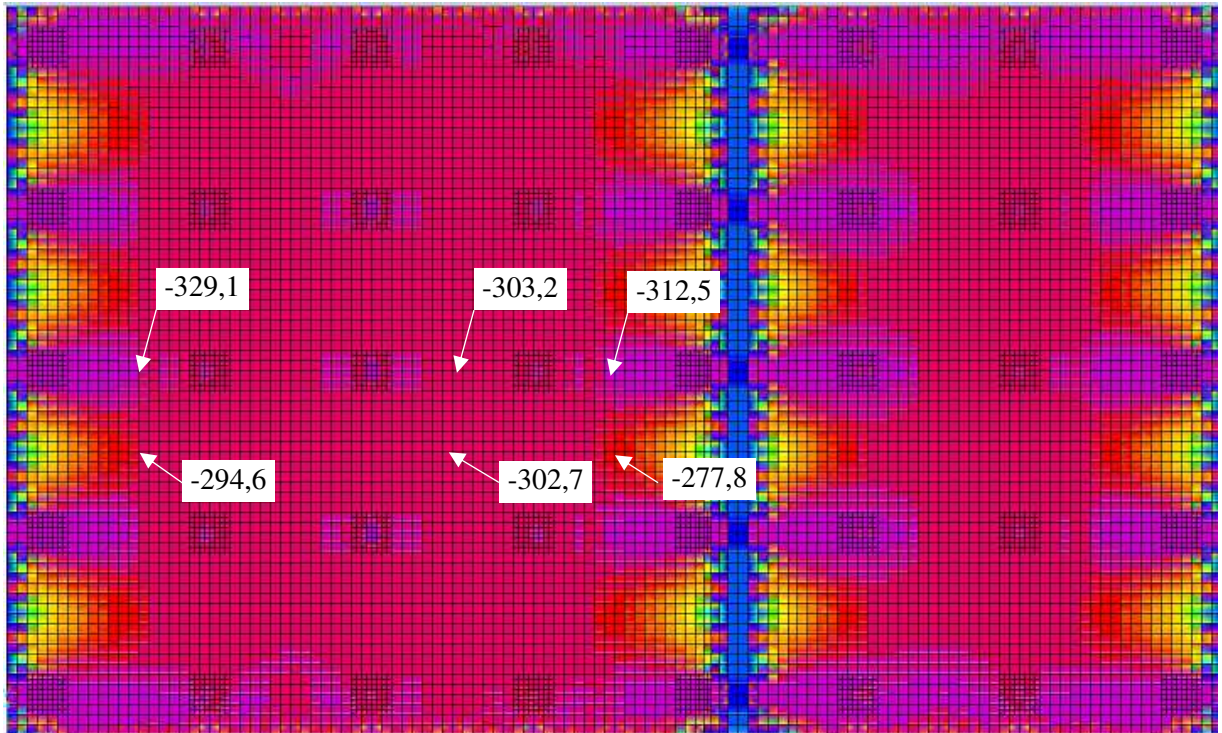


(b)

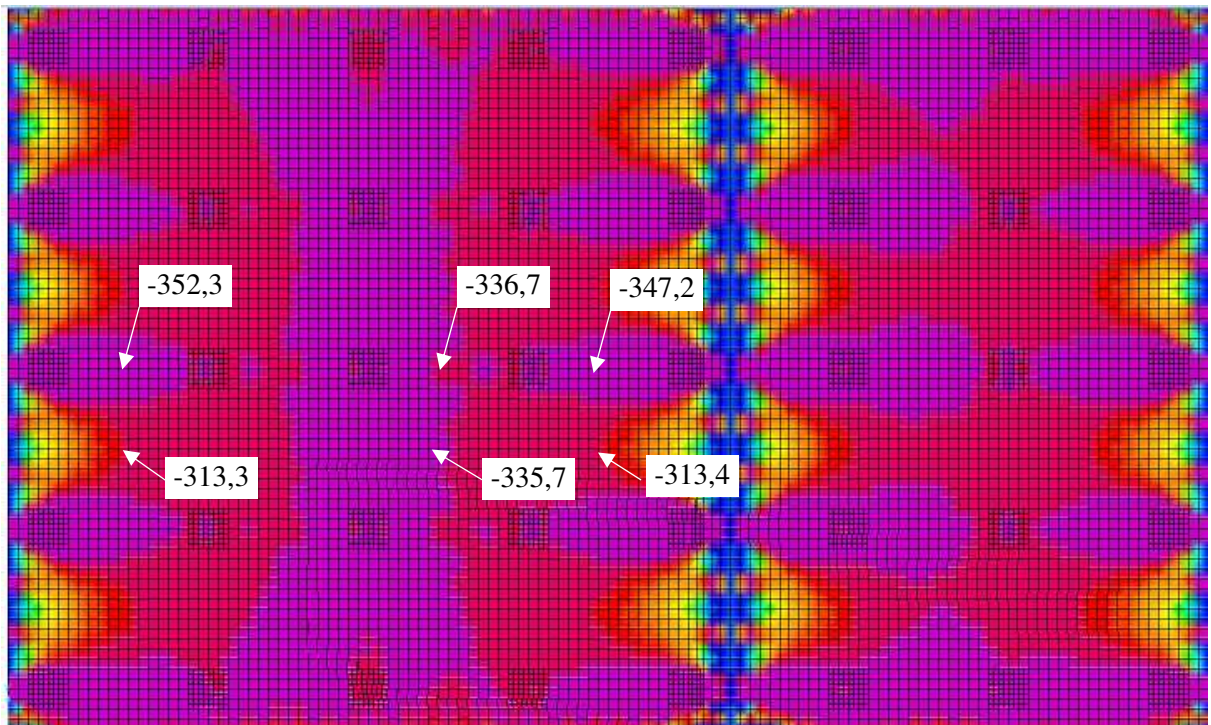


Fonte: A autora.

Figura 46 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x60\_CF\_35 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)



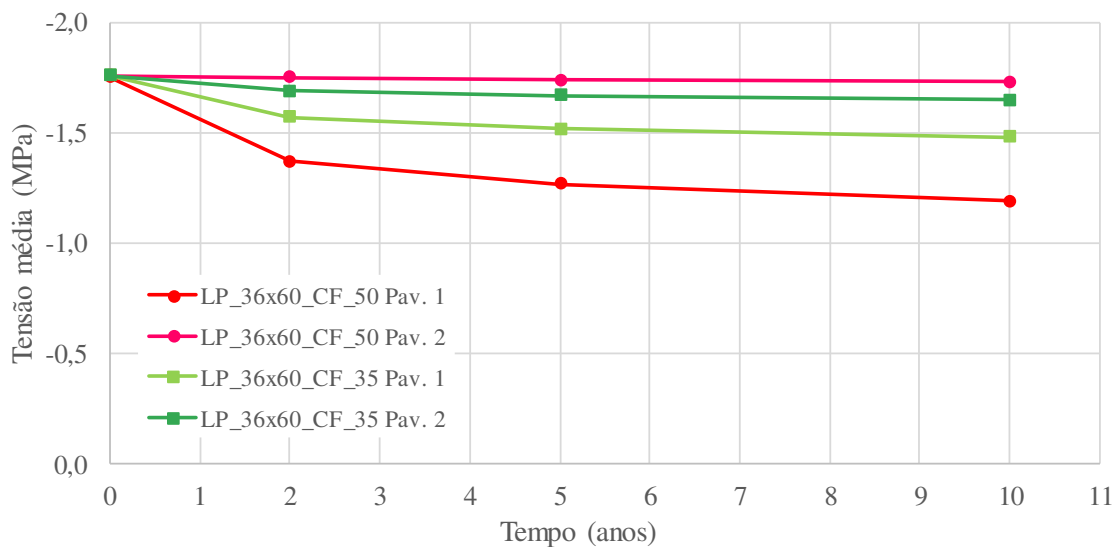
(b)



Fonte: A autora.

Na Figura 47, apresenta-se a queda de tensão média de compressão na metade do comprimento da laje (em  $x = 30$  m), ao longo do tempo, para 1º e 2º pavimentos dos modelos LP\_36x60\_CF\_50 e LP\_36x60\_CF\_35. Observa-se um decaimento da tensão média de compressão na laje, em  $x = 30$  m, porém percebe-se que a redução dessa tensão foi um pouco menor do que a observada para os modelos sem faixa de concretagem posterior (Figura 44).

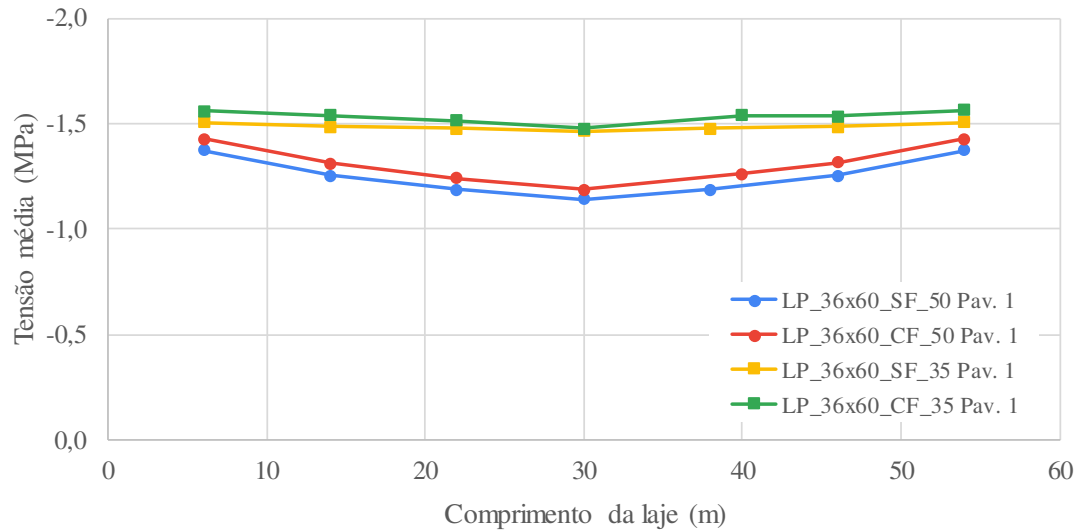
**Figura 47 – Variação de tensão ao longo do tempo para estruturas com lajes de 60 m de comprimento com faixa de concretagem.**



Fonte: A autora.

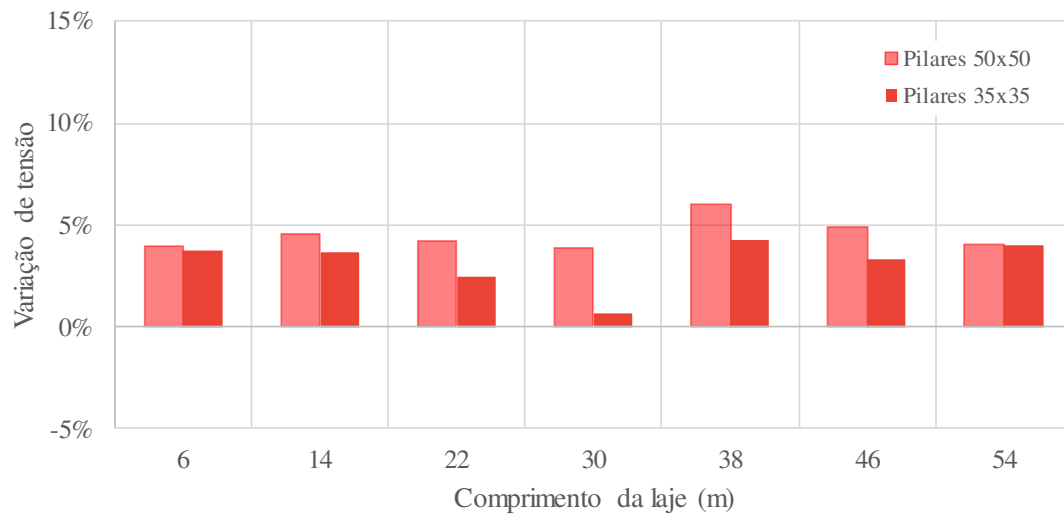
Na Figura 48, é apresentada a variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 1º pavimento para os modelos com lajes de 60 m, com e sem faixa de concretagem posterior. Os pontos tomados ao longo do comprimento representam o ponto médio entre eixos de pilares. Nota-se que a introdução da faixa aumenta a tensão média em todas as posições da laje, sendo esse aumento, em média, maior em estruturas com lajes apoiadas sobre pilares de 50 cm de lado do que em estruturas apoiadas em pilares menos rígidos, de 35 cm de lado. Esse aumento, em percentual, pode ser visualizado na Figura 49. Os resultados apresentados nessas figuras demonstram que para uma laje protendida com 60 m de comprimento a introdução de uma faixa de concretagem proporciona pouco ganho em relação ao efeito da protensão na laje.

**Figura 48 – Variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 1º pavimento para os modelos com lajes de 60 m, com e sem faixa de concretagem posterior.**



Fonte: A autora.

**Figura 49 – Variação de tensão percentual nas lajes com faixa de concretagem em relação às lajes sem faixa de concretagem para o 1º pavimento dos modelos de laje de 60 m, após 10 anos.**

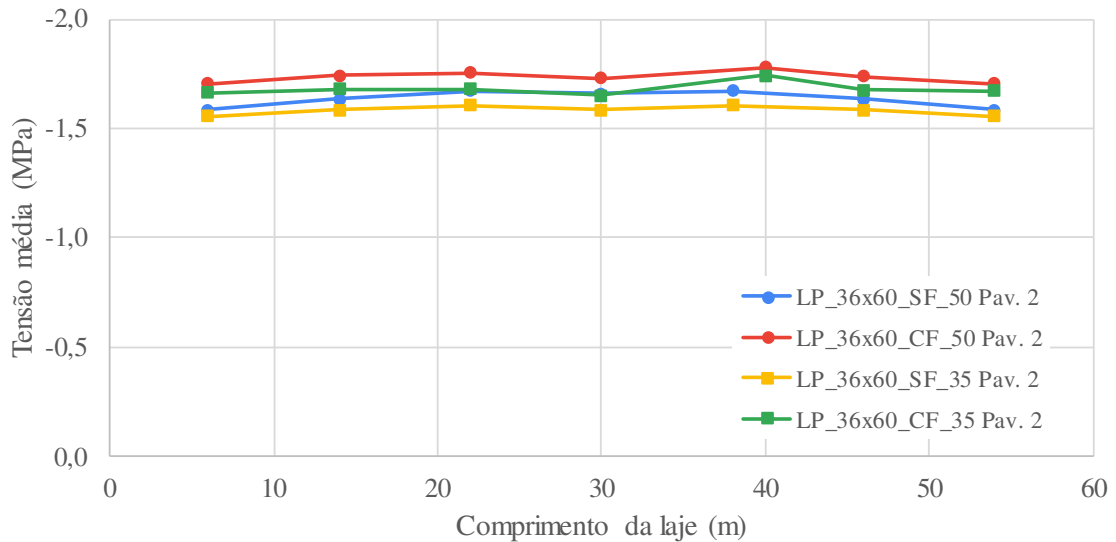


Fonte: A autora.

Na Figura 50, apresenta-se uma a comparação entre as tensões médias ao longo do comprimento na laje do 2º pavimento para os modelos com lajes de 60 m, com e sem faixa de concretagem, após 10 anos de construção. A perda de protensão, ao contrário do que se observa para o 1º pavimento (Figura 48), é mais acentuada nas extremidades da laje, e o nível de tensão média de compressão remanescente na laje após 10 anos é superior ao do 1º pavimento tanto para lajes apoiadas sobre pilares de 50 cm de lado, quanto para lajes apoiadas sobre pilares de 35 cm de lado. A variação percentual da protensão no 2º pavimento das lajes com faixa em relação às lajes sem faixa de concretagem posterior pode ser visualizada na Figura 51. Nota-se

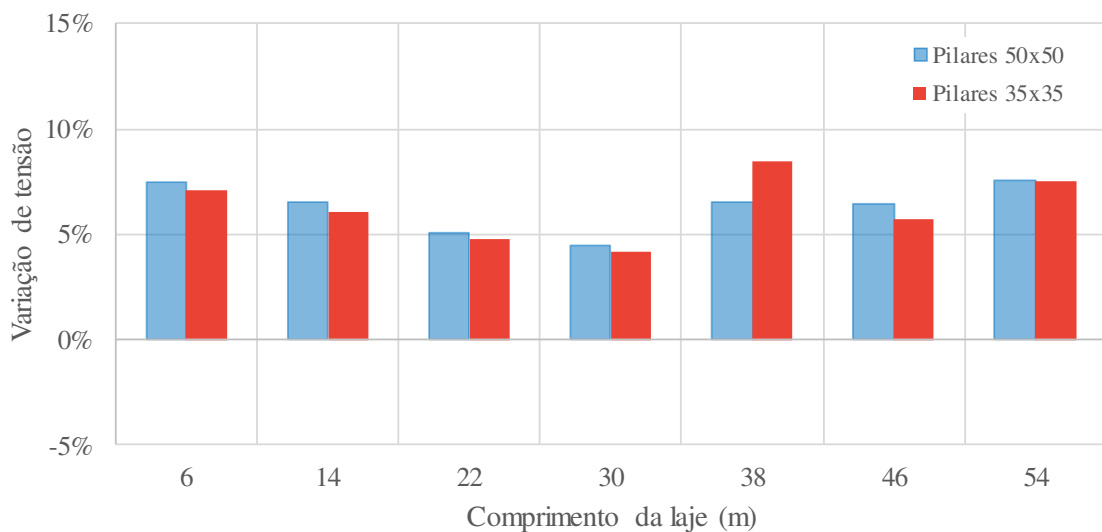
que o efeito da faixa de concretagem na perda de protensão é pequeno independentemente da rigidez dos pilares da estrutura, porém esse efeito é ligeiramente maior do que 1º pavimento.

**Figura 50 – Variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 2º pavimento para os modelos LP\_36x60, com e sem faixa de concretagem.**



Fonte: A autora.

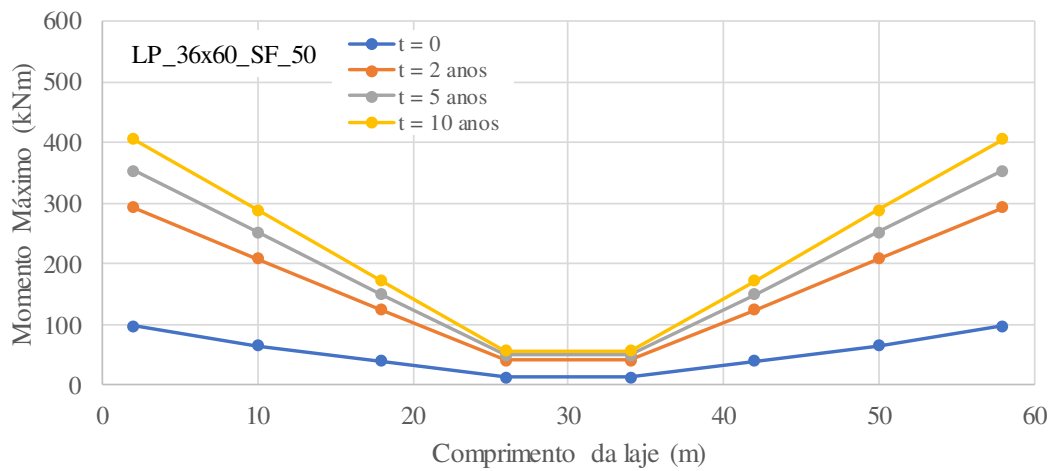
**Figura 51 – Variação percentual da tensão de compressão na laje CF em relação à laje SF no 2º pavimento do modelo LP\_36x60, após 10 anos.**



Fonte: A autora.

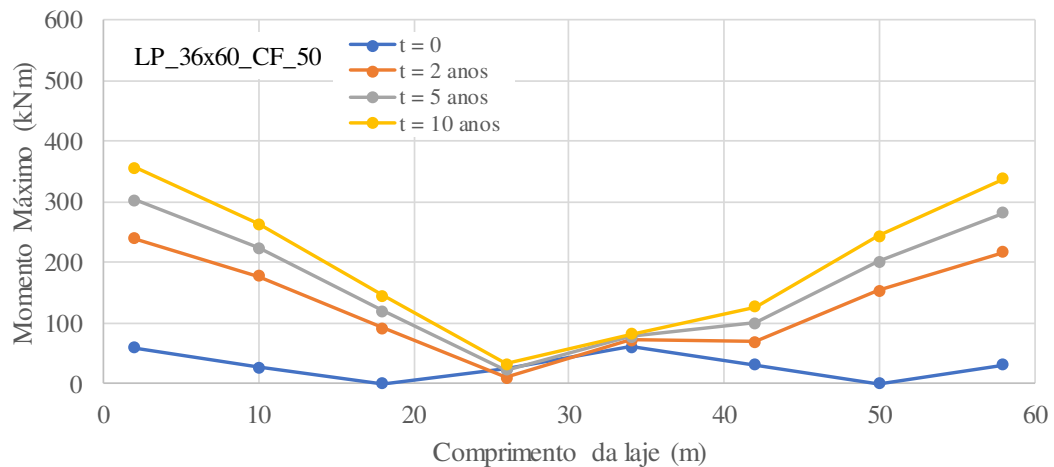
Na Figura 52 e na Figura 53, apresentam-se as variações dos momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento dos modelos LP\_36x60\_SF\_50 e LP\_36x60\_CF\_50, respectivamente, ao longo do comprimento, para diferentes períodos de tempo. Os resultados apresentados nessas figuras foram tomados para os pilares localizados na largura média da laje (em  $y = 18$  m).

**Figura 52 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36X60\_SF\_50 ao longo do tempo para  $y = 18$  m.**



Fonte: A autora.

**Figura 53 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36X60\_CF\_50 ao longo do tempo para  $y = 18$  m.**

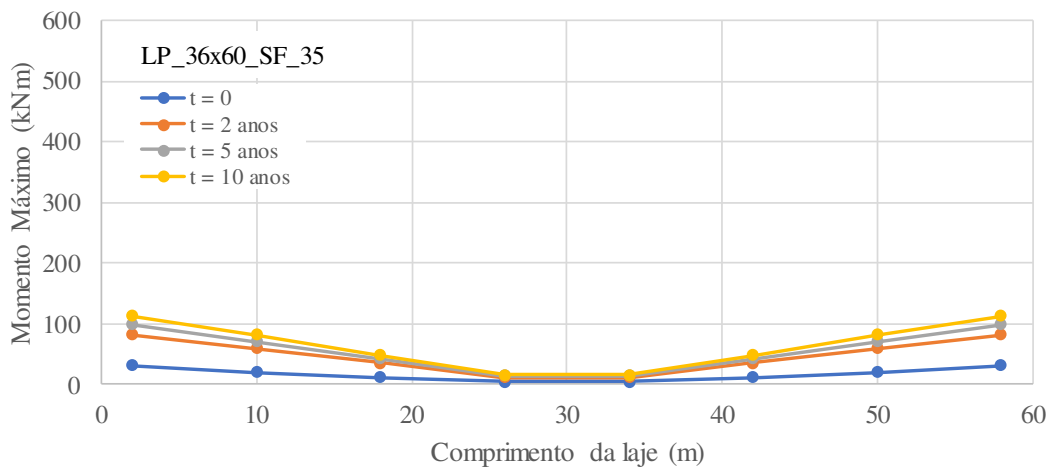


Fonte: A autora.

Observa-se um aumento considerável dos momentos fletores nos pilares ao longo do tempo. Este fenômeno decorre do efeito da fluência do concreto da laje e dos pilares, devido aos carregamentos de longa duração, bem como da retração do concreto e da diminuição da força de protensão na laje, ao longo do tempo, que acaba penalizando os pilares.

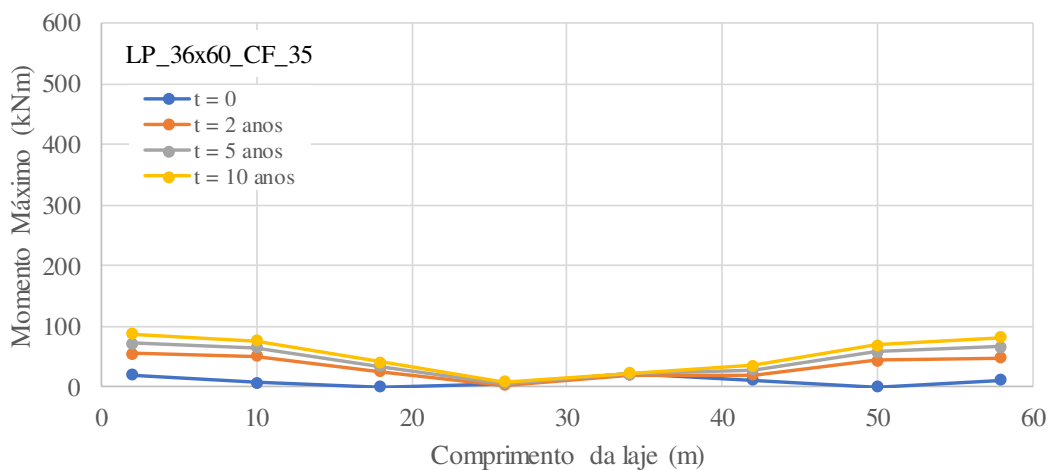
Na Figura 54 e na Figura 55, apresentam-se as variações dos momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento dos modelos LP\_30x60\_SF\_35 e LP\_30x60\_CF\_35, respectivamente, ao longo do comprimento, para diferentes períodos de tempo. Os resultados apresentados nessas figuras foram tomados para os pilares localizados na largura média da laje (em  $y = 18$  m).

**Figura 54 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36x60\_SF\_35 ao longo do tempo para  $y = 18$  m.**



Fonte: A autora.

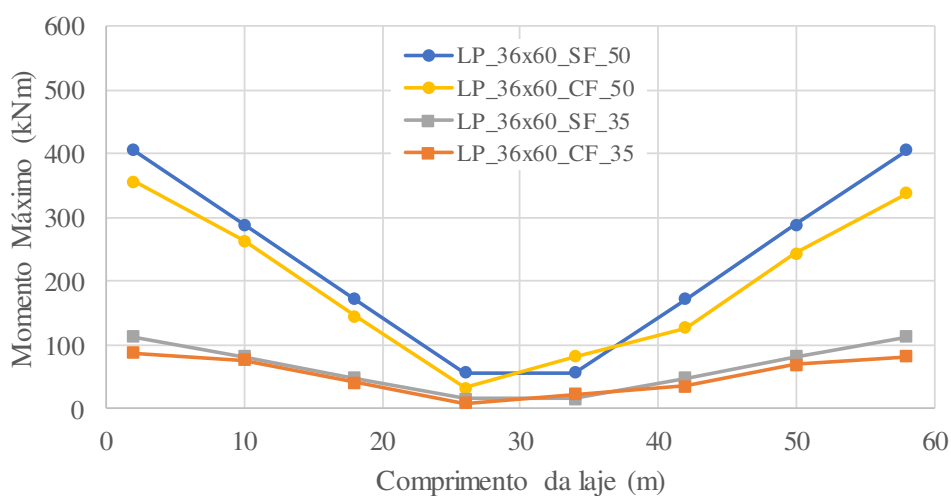
**Figura 55 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36x60\_CF\_35 ao longo do tempo para  $y = 18$  m.**



Fonte: A autora.

Pode-se notar, ainda, que a introdução da faixa de concretagem na laje proporcionou, de modo geral, uma redução dos momentos nos pilares, independentemente da sua rigidez, em comparação com a mesma estrutura sem faixa de concretagem, com redução de aproximadamente 12% e 23% após 10 anos, para os pilares extremos de 50 cm e 35 cm de lado, respectivamente, como representado na Figura 56.

**Figura 56 – Comparação entre momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento dos modelos de laje de 60 m de comprimento, com e sem faixa de concretagem para  $y = 18$  m, após 10 anos.**

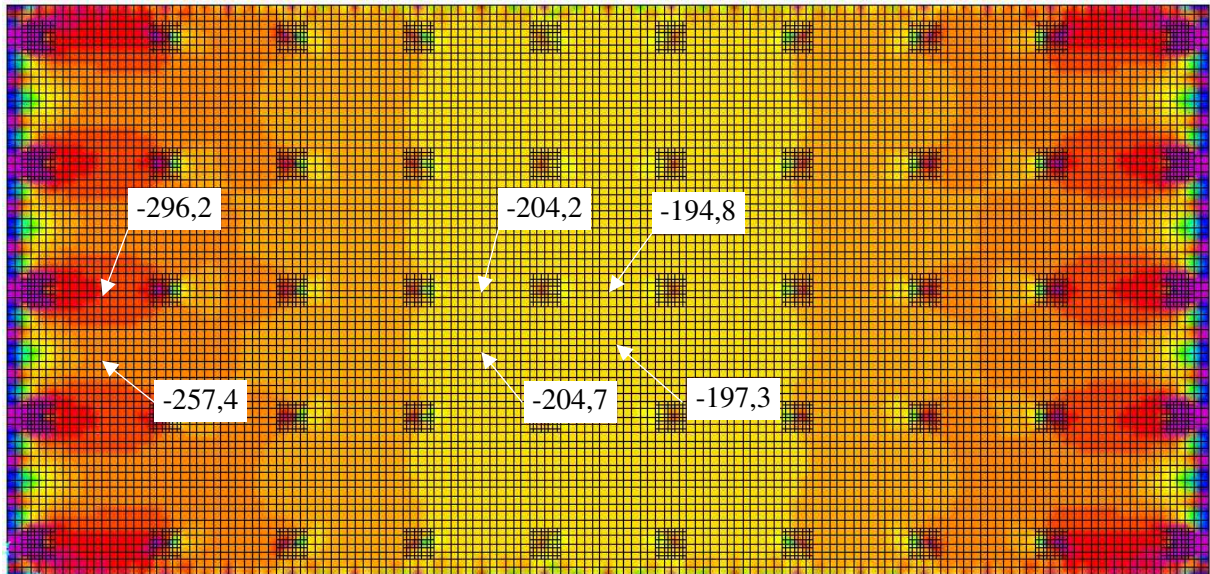


Fonte: A autora.

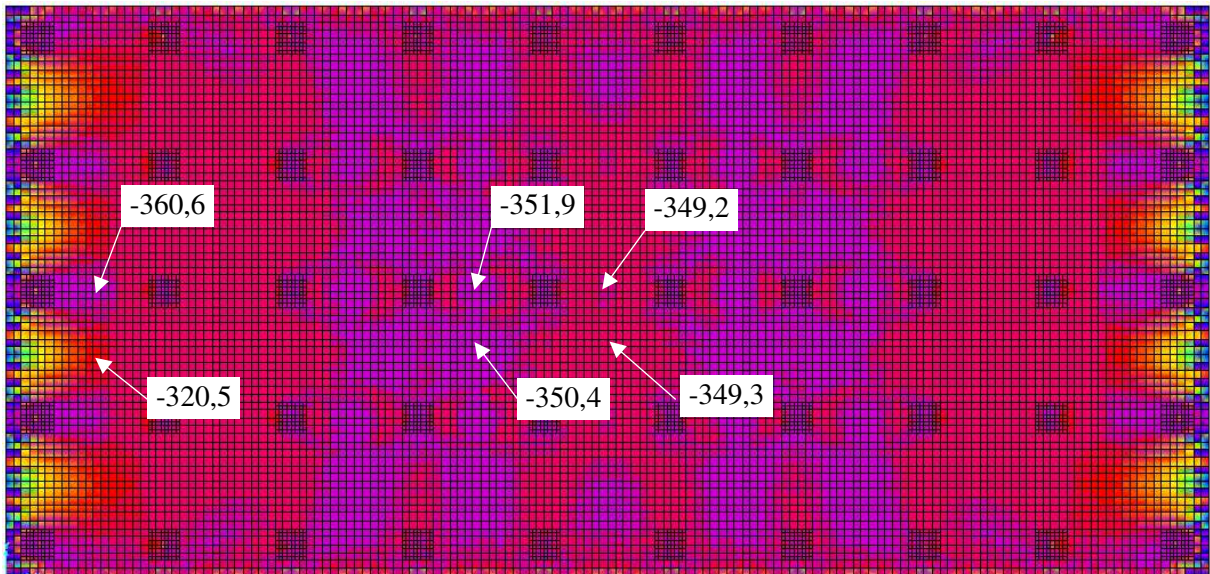
#### 4.2.2 Estudo de caso 2 – modelos LP\_36x76\_SF e LP\_36x76\_CF

Neste estudo de caso, foram analisados os modelos de lajes com 76 m de comprimento, LP\_36x76\_SF\_50, LP\_36x76\_SF\_35, LP\_36x76\_CF\_50 e LP\_36x76\_CF\_35. Na Figura 57 apresenta-se a distribuição da variável F11 do SAP2000, em kN/m, na laje do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x76\_SF\_50 após 10 anos de construção, resultante da análise evolutiva, considerando os cronogramas das Figuras 40 e 41. A variável F11 representa a força axial na seção da laje na direção longitudinal.

Figura 57 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x76\_SF\_50 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)



(b)



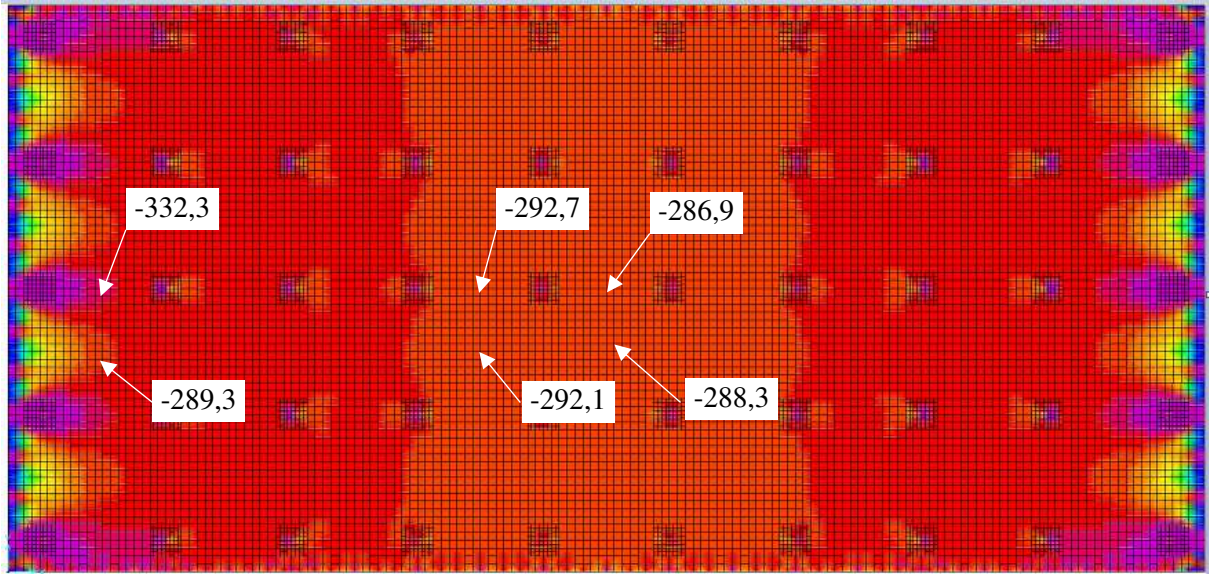
Fonte: A autora.

Observando a Figura 57, é possível notar que a laje do 1º pavimento sofre uma perda de protensão considerável em relação à laje do 2º pavimento, principalmente nos vãos centrais. Enquanto a força F11 na laje do 2º pavimento sofre um decréscimo, em dez anos, de 395,8 kN/m para aproximadamente 349,2 kN/m (redução de 11,8%), no 1º pavimento essa mesma força decai de 395,8 kN/m para aproximadamente 196,0 kN/m (redução de 50,5%). Esse fenômeno se deve em grande parte à restrição ao encurtamento da laje imposta pelos pilares do 1º pavimento, que por estarem engastados na fundação apresentam rigidez muito superior à dos pilares do 2º pavimento.

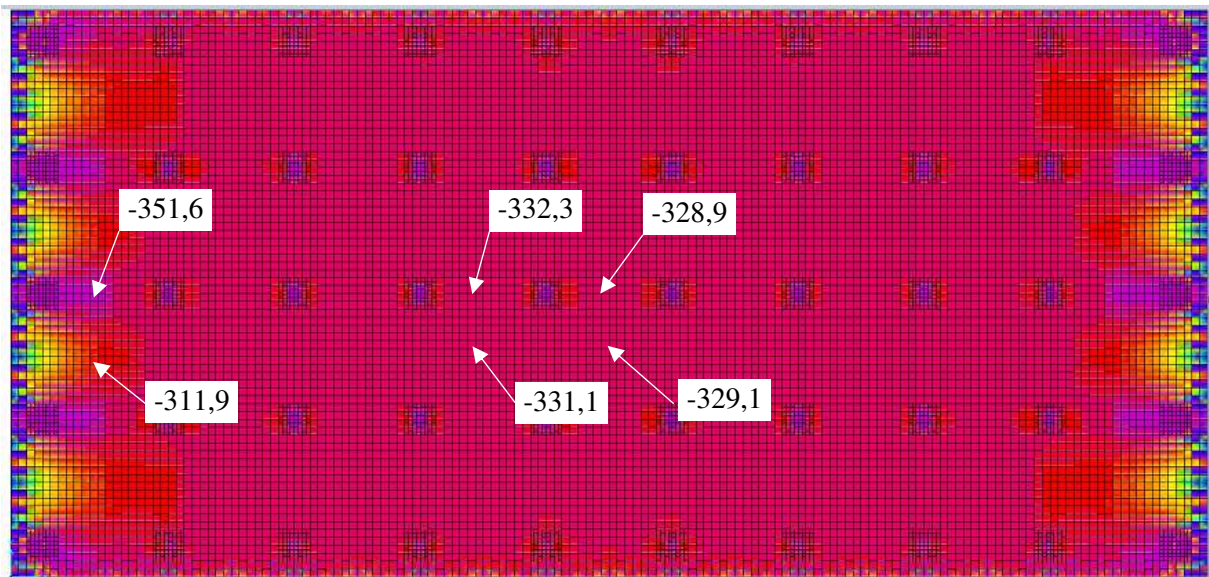
A Figura 58 representa a distribuição da variável F11 do SAP2000, em kN/m, nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x76\_SF\_35 após 10 anos de construção. É possível notar que a laje do 1º pavimento sofre uma perda de protensão maior em relação à laje do 2º pavimento, como observado no caso anterior. Enquanto a força F11 na laje do 2º pavimento sofre um decréscimo, em 10 anos, de 395,8 kN/m aplicados para aproximadamente 329,0 kN/m (redução de 16,9 %), no 1º pavimento essa mesma força decai de 395,8 kN/m para aproximadamente 287,6 kN/m (redução de 27,3%). Nesse caso, a redução percentual de força de protensão no 1º pavimento foi menor que no caso LP\_36x76\_SF\_50, tendo em vista que os pilares são menos rígidos.

A Figura 59 representa a queda de tensão média de compressão na metade do comprimento da laje (em  $x = 30$  m), ao longo do tempo, para 1º e 2º pavimentos dos modelos LP\_36x76\_SF\_50 e LP\_36x76\_SF\_35. Observa-se que no 1º pavimento há uma queda de tensão maior que no 2º pavimento para ambos modelos. Após 10 anos de construção da estrutura, a tensão de compressão no 2º pavimento praticamente não sofre alteração em ambos modelos, porém no 1º pavimento do modelo com laje apoiada sobre pilares de 50 cm de lado, LP\_36x76\_SF\_50, a tensão de compressão sofre um decaimento a um nível ligeiramente menor que 1,0 MPa. No modelo com apoios mais flexíveis, LP\_36x76\_SF\_35, observa-se que no 1º pavimento a tensão de compressão média após 10 anos é superior a 1,0 MPa.

**Figura 58 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x76\_SF\_35 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.**



(a)

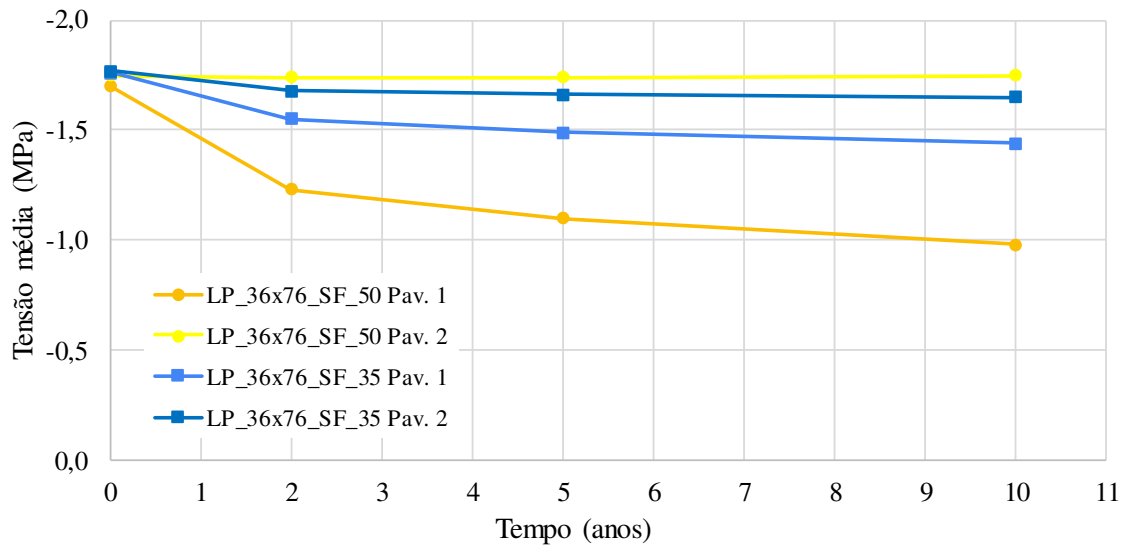


(b)



Fonte: A autora.

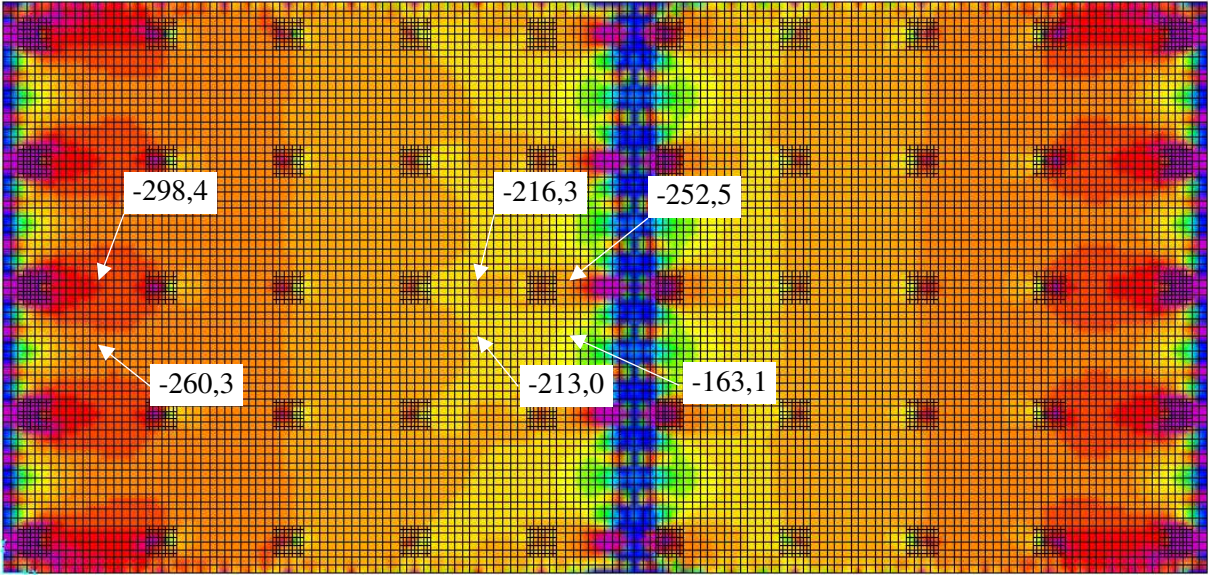
**Figura 59 – Variação da tensão de compressão média ao longo do tempo no modelo com lajes de 76 m de comprimento sem faixa de concretagem.**



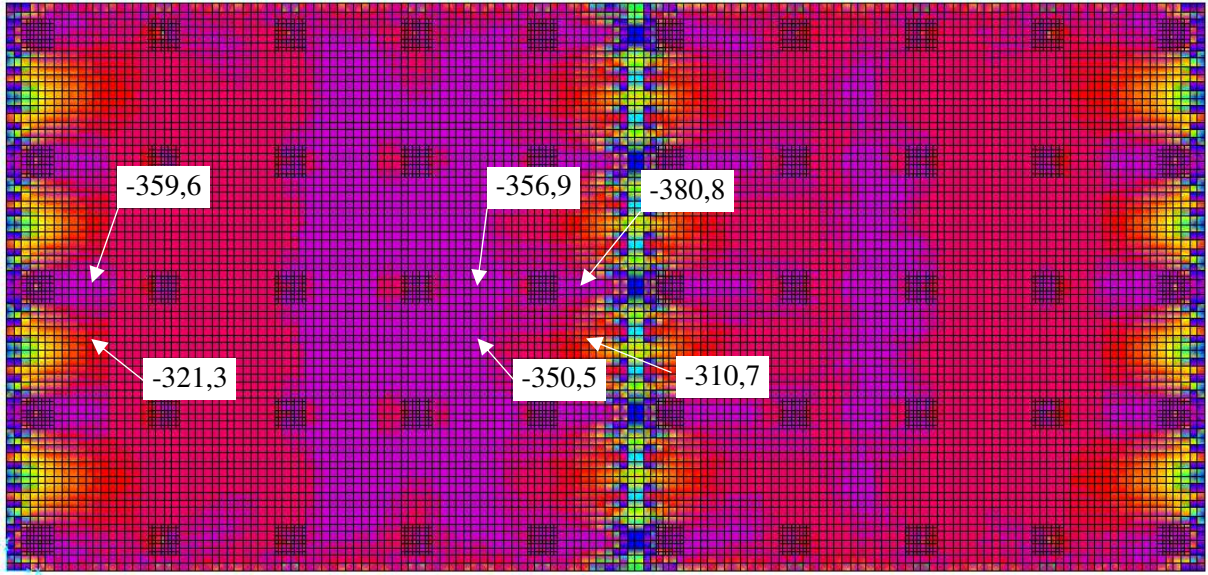
Fonte: A autora.

A Figura 60 representa a distribuição de forças  $F_{11}$  (kN/m) nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x76\_CF\_50 após 10 anos de construção, após análise evolutiva considerando as etapas especificadas nos cronogramas das Figuras 40 e 41. A Figura 61 representa a distribuição de forças  $F_{11}$  (kN/m) nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x76\_CF\_35 após 10 anos de construção. Comparando as distribuições das Figuras 57 e 58 com as das Figuras 60 e 61, nota-se que a introdução da faixa de concretagem posterior altera a configuração dos esforços nas lajes.

Figura 60 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x76\_CF\_50 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)

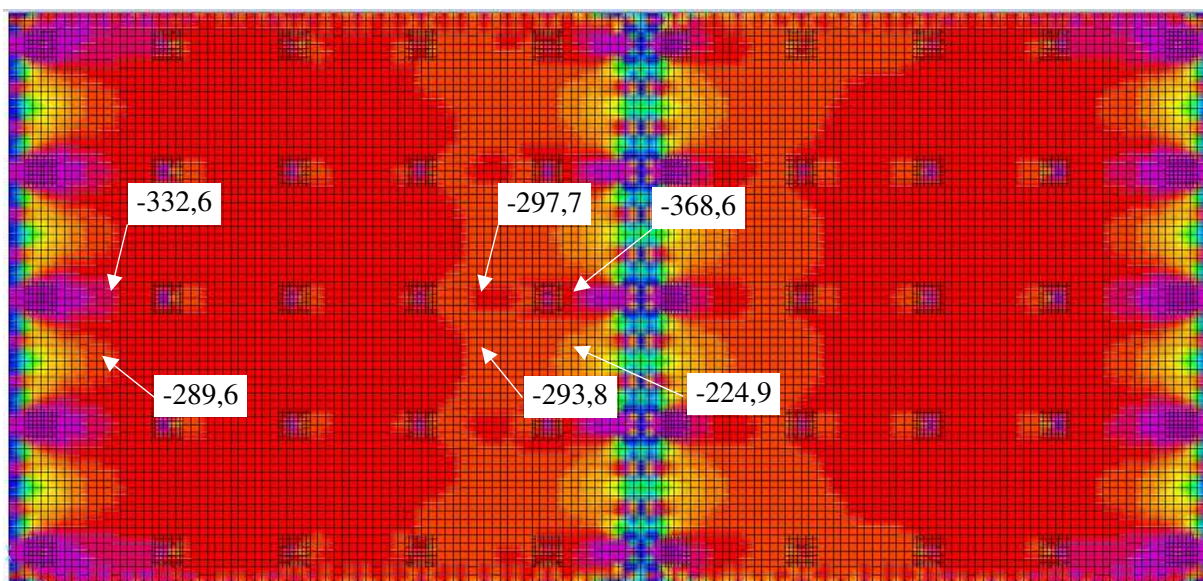


(b)

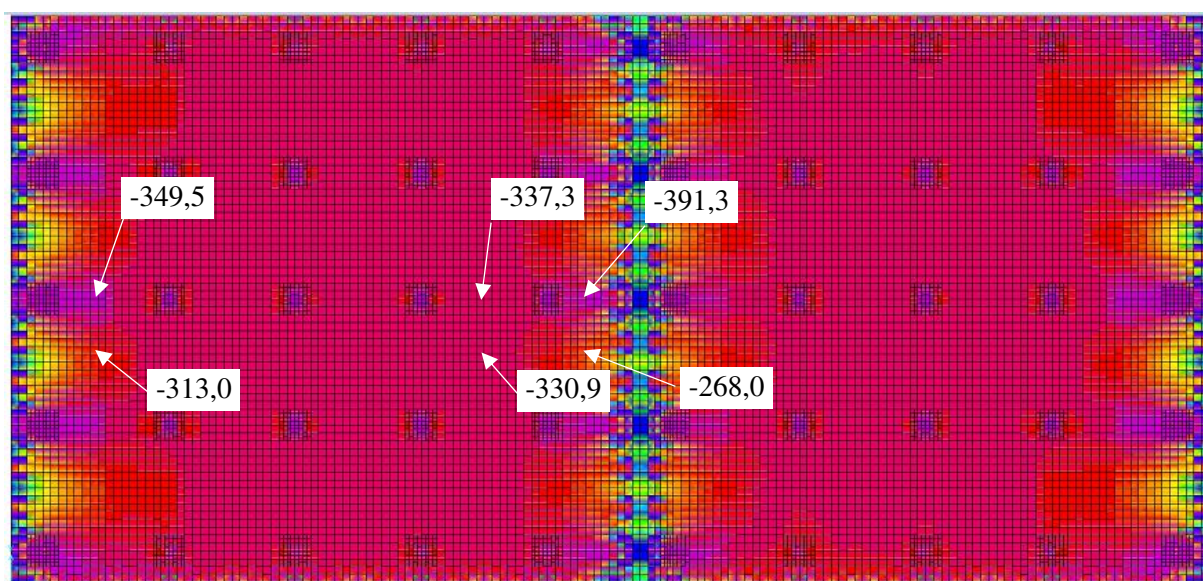


Fonte: A autora.

Figura 61 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x76\_CF\_35 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)



(b)



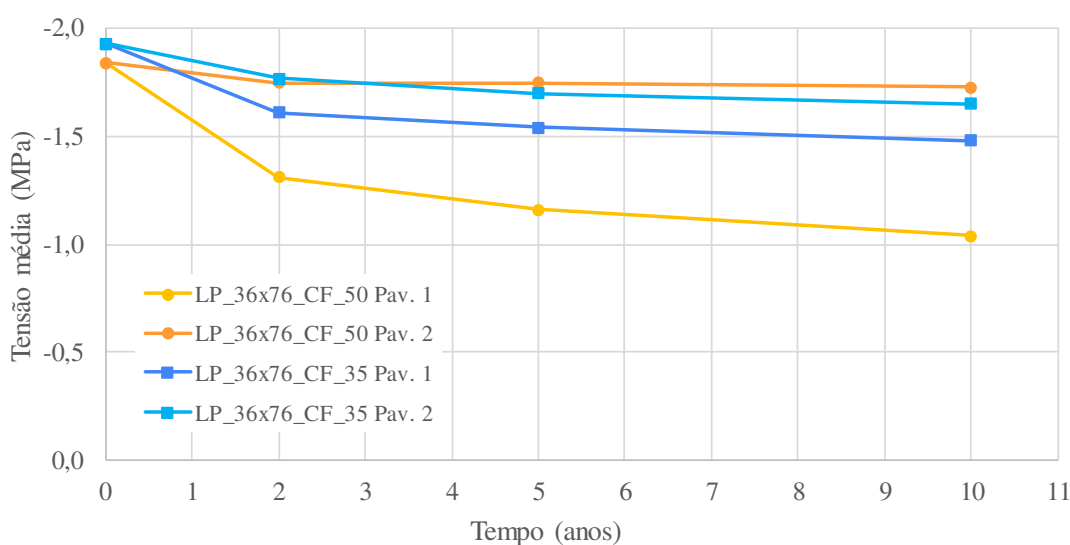
Fonte: A autora.

Observando as Figuras 60 e 61, nota-se que a introdução da faixa de concretagem aparentemente não tem grande influência na protensão da laje, notadamente nos vãos centrais.

Na Figura 62, apresenta-se a queda da tensão média de compressão na metade do comprimento da laje (em  $x = 38$  m), ao longo do tempo, para 1º e 2º pavimentos dos modelos

LP\_36x76\_CF\_50 e LP\_36x76\_CF\_35. Analogamente à estrutura sem faixa de concretagem, observa-se que no 1º pavimento há uma queda de tensão maior que no 2º pavimento. No modelo com laje apoiada em pilares mais rígidos, LP\_36x76\_CF\_50, após 10 anos de construção da estrutura, a tensão média de compressão é ligeiramente maior que 1,0 MPa. Nota-se também, que quanto mais rígidos os apoios, maior é a queda de tensão de compressão no 1º pavimento, e que a queda de tensão de compressão no 2º pavimento não é significativa, independente da rigidez dos apoios.

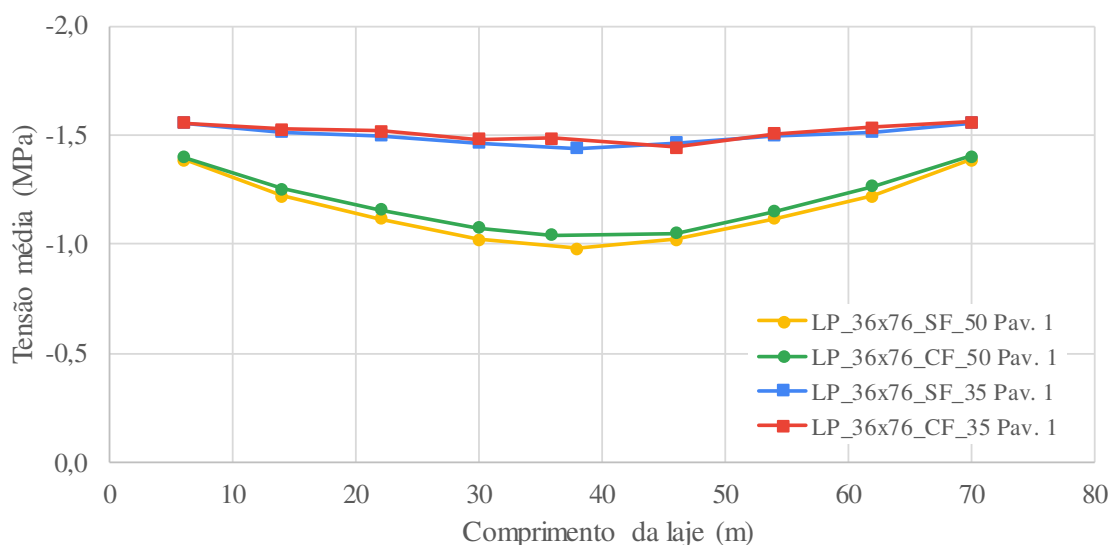
**Figura 62 – Variação da tensão de compressão na laje ao longo do tempo para os modelos com 76 m de comprimento com faixa de concretagem.**



Fonte: A autora.

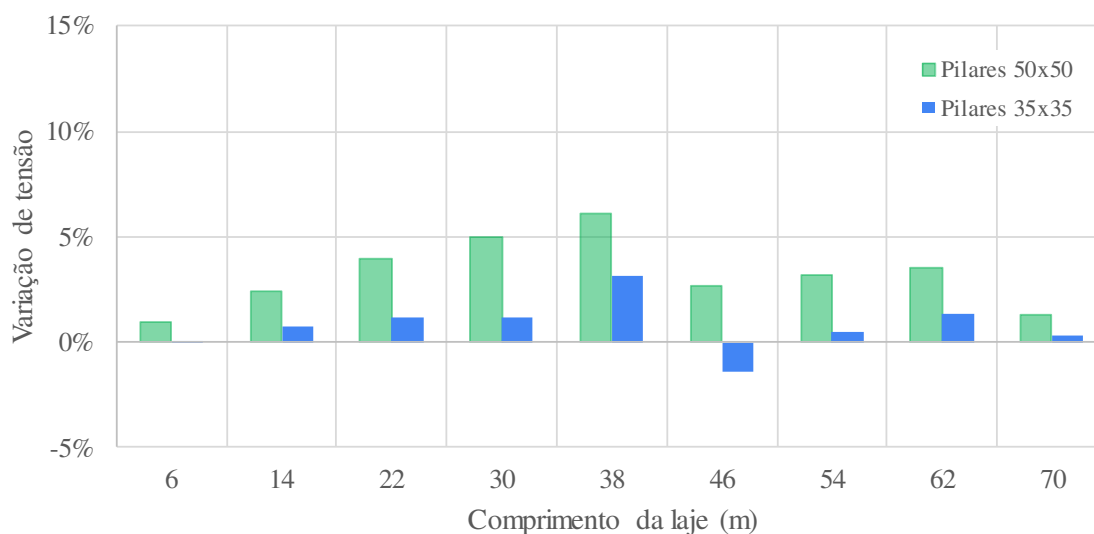
Na Figura 63, é apresentada a variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 1º pavimento dos modelos com lajes de 76 m de comprimento, com e sem faixa de concretagem posterior. Os pontos tomados ao longo do comprimento representam o ponto médio entre eixos de pilares. Observa-se que a utilização da faixa de concretagem proporciona um aumento da tensão de compressão média em todas as posições da laje, porém esse aumento é de pequena proporção em ambos modelos. O aumento percentual de tensão de compressão pode ser visualizado na Figura 64. Os resultados apresentados nessas figuras demonstram que para uma laje protendida com 76 m de comprimento a introdução de uma faixa de concretagem proporciona pouco ganho em relação ao efeito da protensão na laje.

**Figura 63 – Variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 1º pavimento para os modelos com lajes de 76 m, com e sem faixa de concretagem posterior.**



Fonte: A autora.

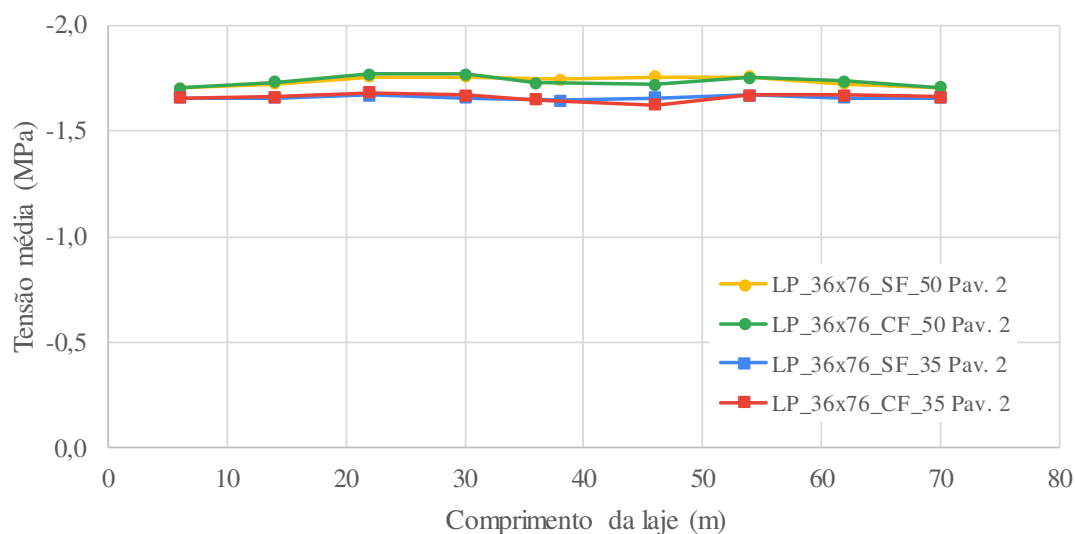
**Figura 64 – Variação de tensão percentual na laje com faixa de concretagem em relação à laje sem faixa de concretagem para o 1º pavimento dos modelo com lajes de 76 m, após 10 anos.**



Fonte: A autora.

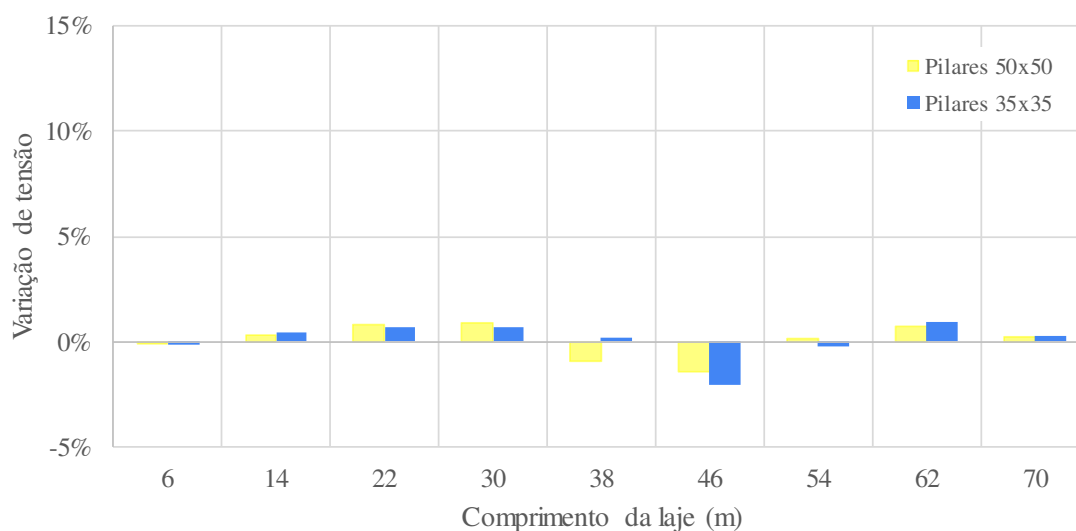
Na Figura 65, apresenta-se uma comparação entre as tensões médias de compressão ao longo do comprimento da laje do 2º pavimento dos modelos com lajes de 76 m, com e sem utilização de faixa de concretagem posterior, após 10 anos de construção. O comportamento é muito similar ao observado para o 2º pavimento dos modelos com lajes de 60 m, com uma ligeira perda de protensão nas extremidades da laje e um nível de compressão aproximadamente constante ao longo da região central para ambos modelos. Nota-se, ainda, que o nível de tensão média de compressão remanescente no centro da laje do modelo com lajes apoiadas em pilares mais rígidos, LP\_36x76\_CF\_50, após 10 anos, é bem superior ao do 1º pavimento.

**Figura 65 – Variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 2º pavimento para os modelos com 76 m, com e sem faixa de concretagem posterior.**



Fonte: A autora.

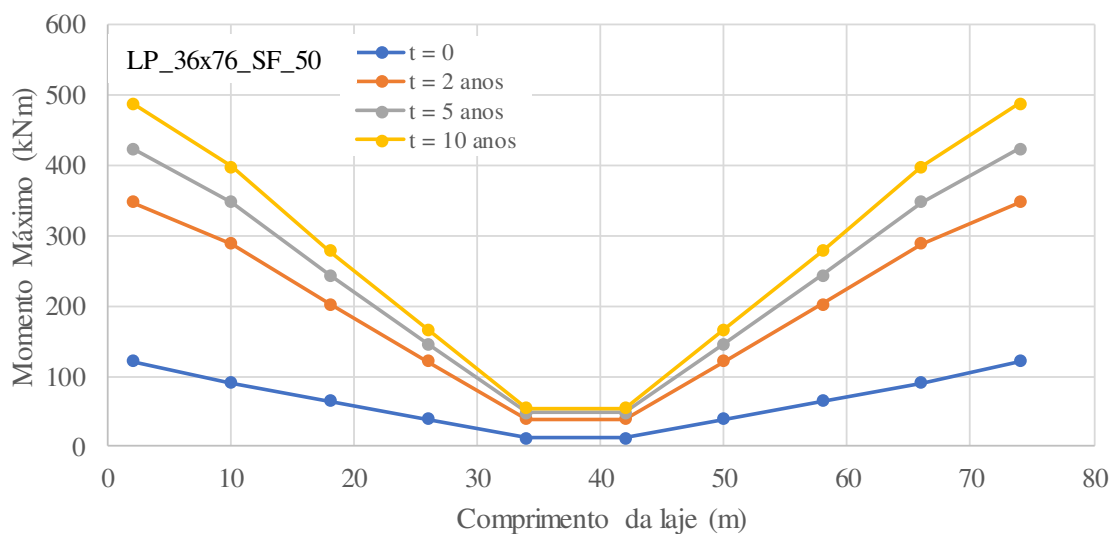
**Figura 66 – Variação de tensão percentual na laje com faixa de concretagem em relação à laje sem faixa de concretagem para o 1º pavimento dos modelo com lajes de 76 m, após 10 anos.**



Fonte: A autora.

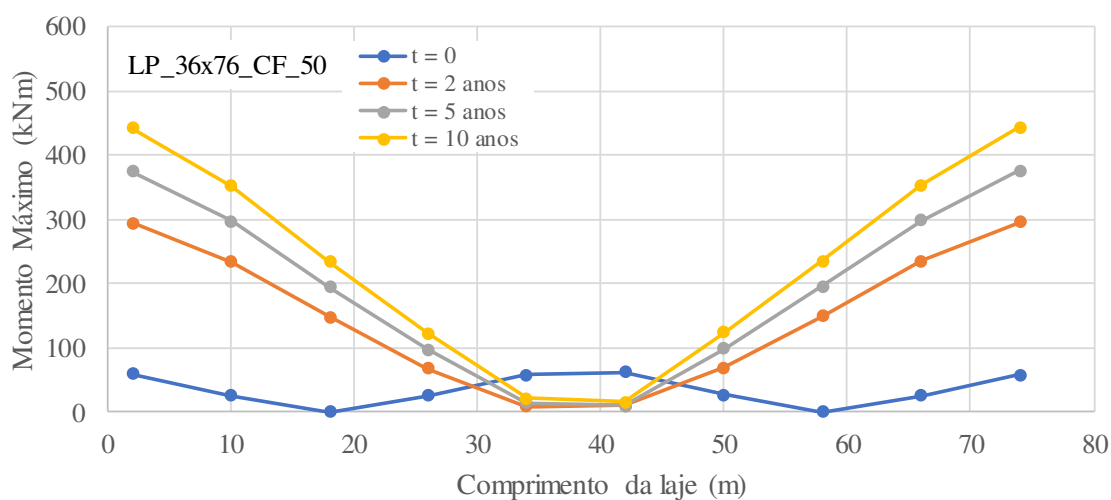
Na Figura 67 e na Figura 68, apresentam-se as variações de momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento dos modelos LP\_36x76\_SF\_50 e LP\_36x76\_CF\_50, respectivamente, ao longo do comprimento, para diferentes períodos de tempo. Os resultados apresentados nessas figuras foram tomados para os pilares localizados na largura média da laje (em  $y = 18$  m).

**Figura 67 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36X76\_SF\_50 ao longo do tempo para  $y = 18,0$  m.**



Fonte: A autora.

**Figura 68 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36X76\_CF\_50 ao longo do tempo para  $y = 18$  m.**

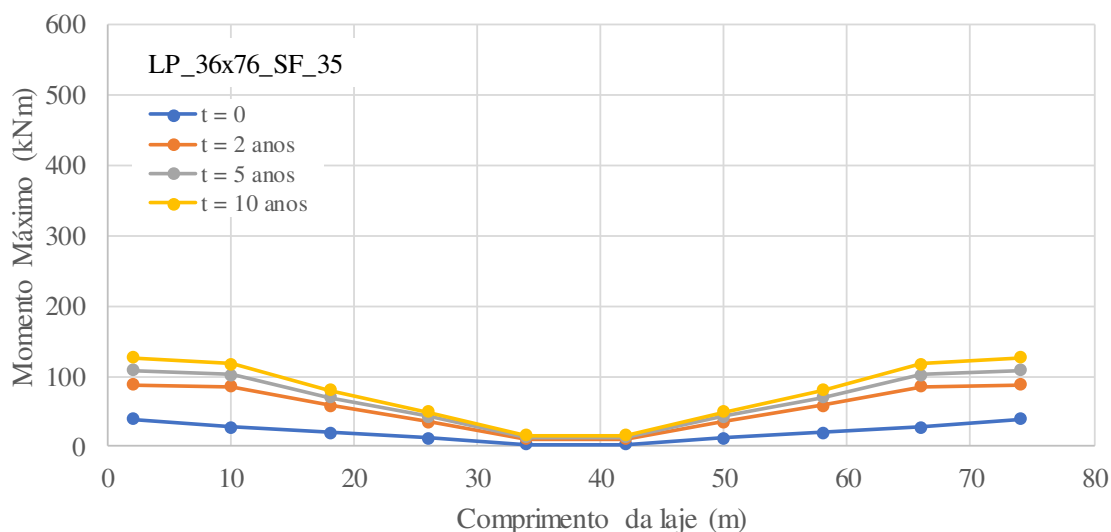


Fonte: A autora.

Observa-se um aumento de momentos fletores máximos nos pilares ao longo do tempo. Pode-se notar, ainda, que a introdução da faixa de concretagem na laje proporcionou uma redução nos momentos fletores máximos, se comparados aos momentos dos pilares do modelo sem faixa.

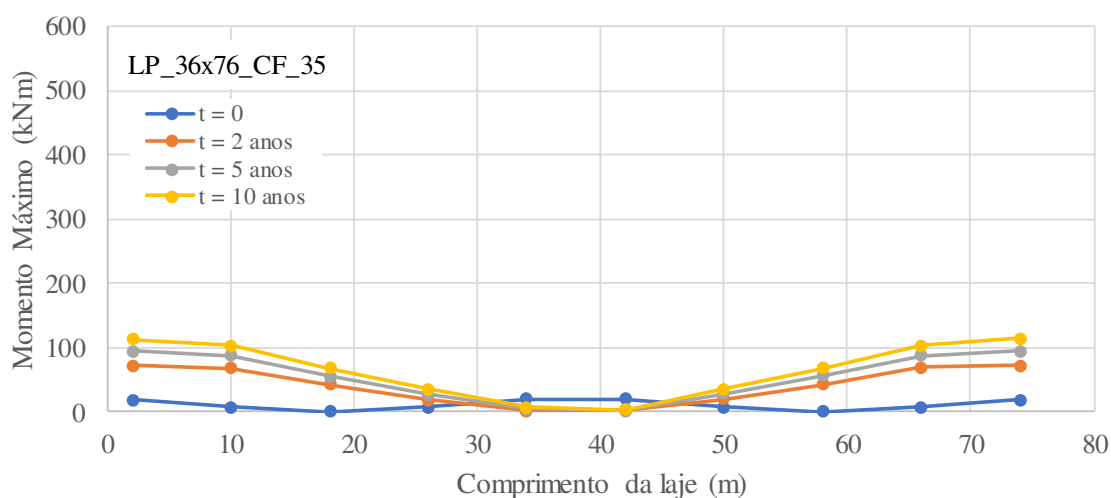
Na Figura 69 **Erro! Fonte de referência não encontrada.** e na Figura 70, apresentam-se as variações dos momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento dos modelos LP\_36x76\_SF\_35 e LP\_36x76\_CF\_35, respectivamente, ao longo do comprimento, para diferentes períodos de tempo. Os resultados apresentados nessas figuras foram tomados para os pilares localizados na largura média da laje (em  $y = 18$  m).

**Figura 69 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36X76\_SF\_35 ao longo do tempo para  $y = 18,0$  m.**



Fonte: A autora.

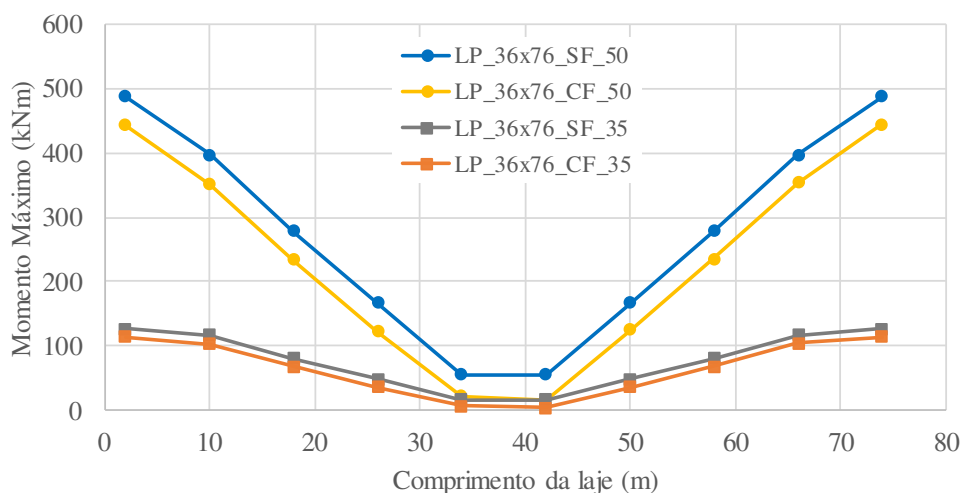
**Figura 70 – Momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36X76\_CF\_35 ao longo do tempo para  $y = 18,0$  m.**



Fonte: A autora.

Pode-se notar, ainda, que a introdução da faixa de concretagem na laje proporcionou, de modo geral, uma redução dos momentos nos pilares, independentemente da sua rigidez, em comparação com a mesma estrutura sem faixa de concretagem, com redução de aproximadamente 9% e 10% após 10 anos, para os pilares extremos de 50 cm e 35 cm de lado, respectivamente, como representado na Figura 71.

**Figura 71 – Comparação entre momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento dos modelos com lajes de 76 m, com e sem faixa de concretagem para  $y = 18$  m.**

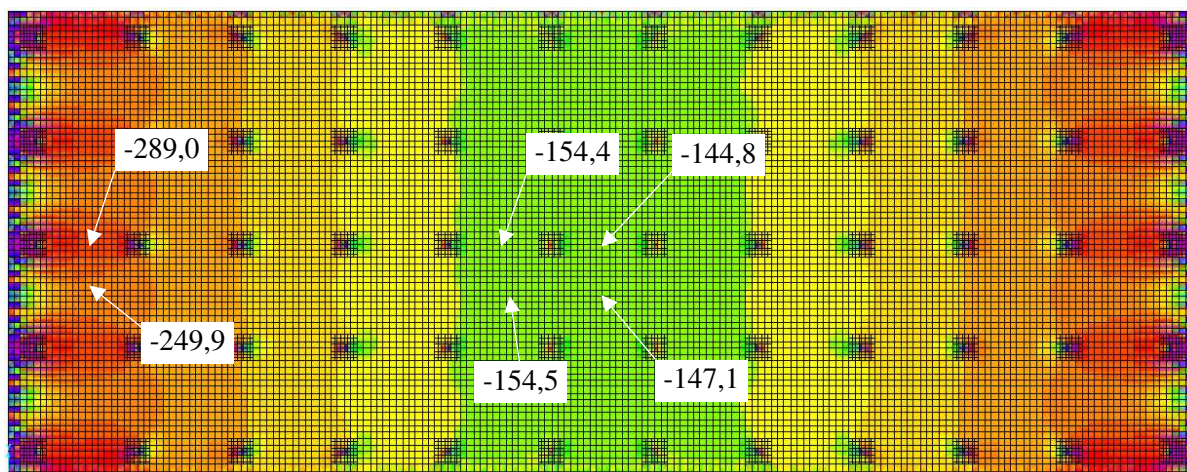


Fonte: A autora.

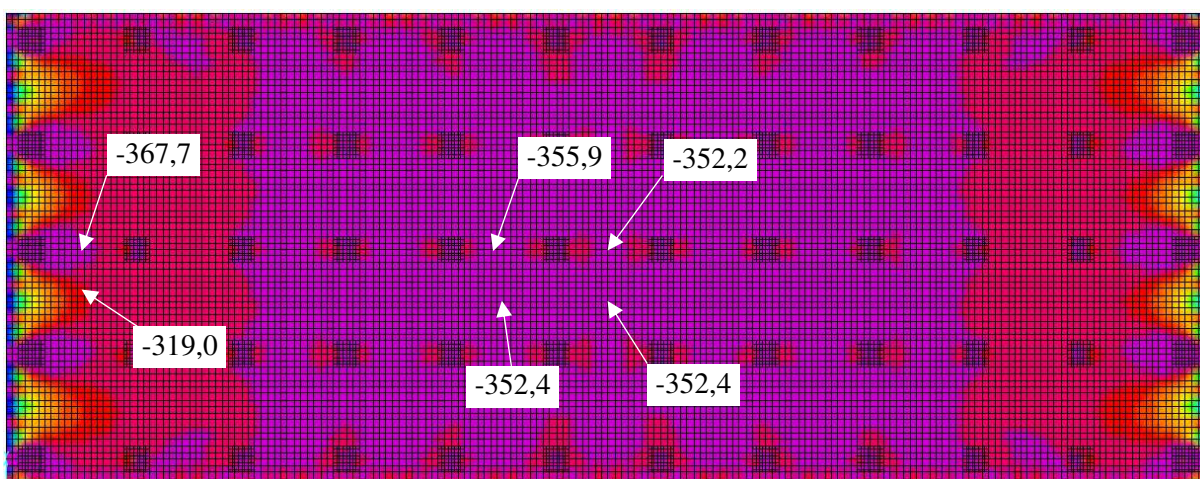
#### 4.2.3 Estudo de caso 3 – modelos LP\_36x92\_SF e LP\_36x92\_CF

Neste estudo de caso, foram analisados os modelos de lajes de 92 m de comprimento, LP\_36x92\_SF\_50, LP\_36x92\_SF\_35, LP\_36x92\_CF\_50-2, LP\_36x92\_CF\_35-2 e LP\_36x92\_CF\_50-2. A Figura 72 representa a distribuição da variável F11 do SAP 2000, em kN/m, na laje do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x92\_SF\_50 após 10 anos de construção, resultante da análise evolutiva. A variável F11 representa a força axial na seção da laje na direção longitudinal. As faixas de cores na Figura 72 (a) demonstram nitidamente que uma parcela da força longitudinal de protensão fica retida em cada linha transversal de pilares. Neste caso, observa-se no 1º pavimento um decaimento da força longitudinal de compressão, na metade do comprimento da laje, de 395,8 kN/m para 145,9 kN/m (redução de 63,1%). Observando a Figura 72 (b), nota-se que a perda de protensão na laje do 2º pavimento do modelo LP\_36x92\_SF\_50 é bem menor do que na laje do 1º pavimento, sendo a redução da força de compressão de 395,8 kN/m para 352,3 kN/m (redução de 11,0%).

**Figura 72 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x92\_SF\_50 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.**



(a)



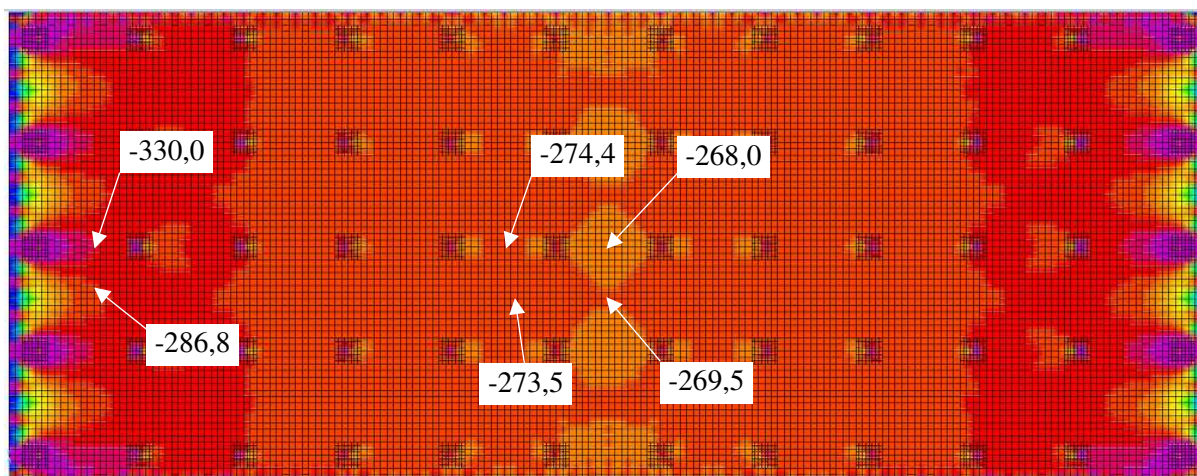
(b)



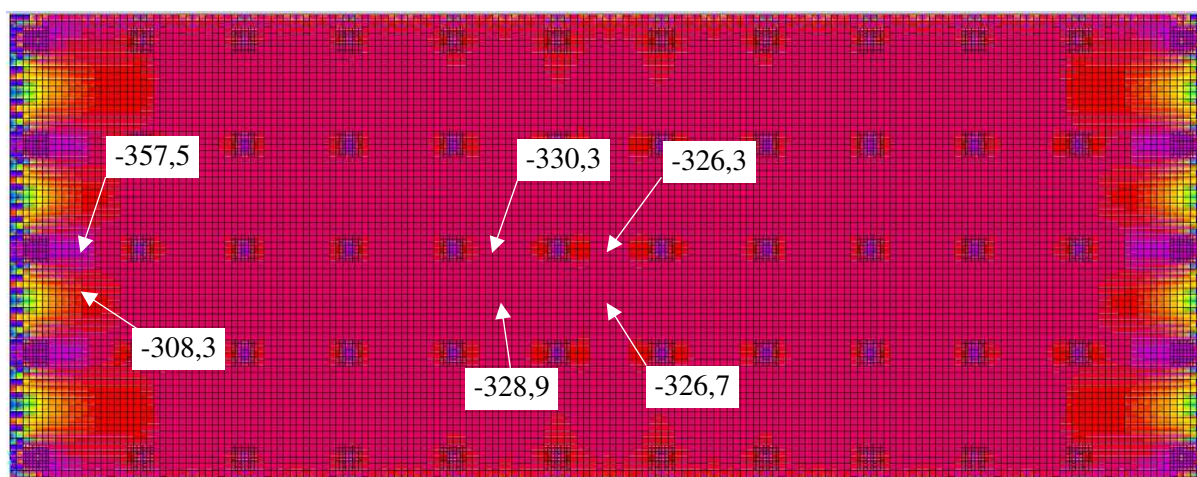
Fonte: A autora.

A Figura 73 representa a distribuição da variável F11 do SAP2000, em kN/m, nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x92\_SF\_35 após 10 anos de construção. É possível notar que a laje do 1º pavimento sofre uma perda de protensão maior em relação à laje do 2º pavimento, como observado no caso anterior. Enquanto a força F11 na laje do 2º pavimento sofre um decréscimo, em 10 anos, de 395,8 kN/m de compressão aplicados para aproximadamente 326,5 kN/m (redução de 17,5 %), no 1º pavimento essa mesma força decai de 395,8 kN/m para aproximadamente 281,7 kN/m (redução de 28,8 %). Neste caso, a redução percentual de força de protensão no 1º pavimento foi menor que no caso LP\_36x92\_SF\_50, tendo em vista que os pilares são menos rígidos.

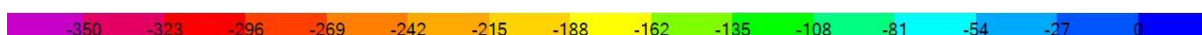
**Figura 73 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x92\_SF\_35 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.**



(a)



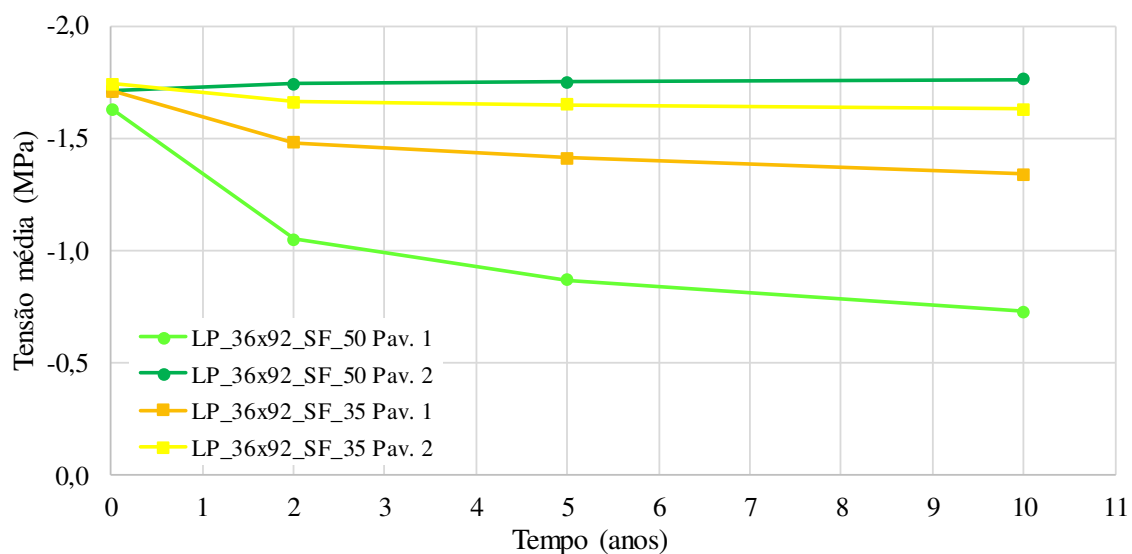
(b)



Fonte: A autora.

Na Figura 74, apresenta-se a variação de tensão média de compressão na metade do comprimento da laje (em  $x = 46$  m), ao longo do tempo para 1º e 2º pavimentos dos modelos LP\_36x76\_SF\_50 e LP\_36x76\_SF\_35. Observa-se que no 1º pavimento há uma queda de tensão maior que no 2º pavimento para ambos modelos. Após 10 anos de construção da estrutura, a tensão de compressão no 2º pavimento praticamente não sofre alteração em ambos modelos, porém no 1º pavimento do modelo com laje apoiada sobre pilares de 50 cm de lado, LP\_36x92\_SF\_50, a tensão de compressão já é menor que 1,0 MPa a partir de 3 anos de idade. No modelo com apoios mais flexíveis, LP\_36x92\_SF\_35, observa-se que no 1º pavimento a tensão de compressão média após 10 anos é superior a 1,0 MPa.

**Figura 74 – Variação de tensão ao longo do tempo nos modelos com lajes de 92 m de comprimento sem faixa de concretagem posterior.**

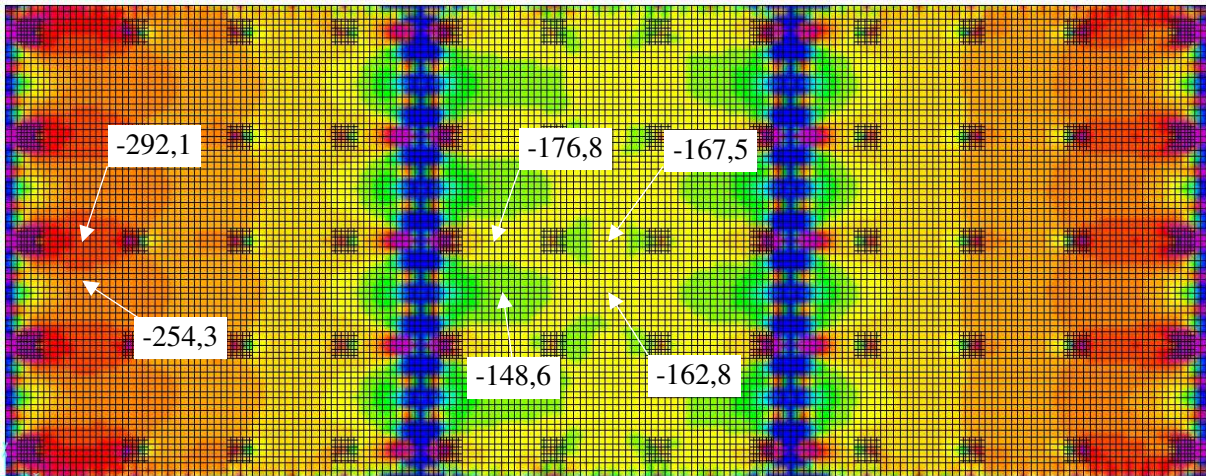


Fonte: A autora.

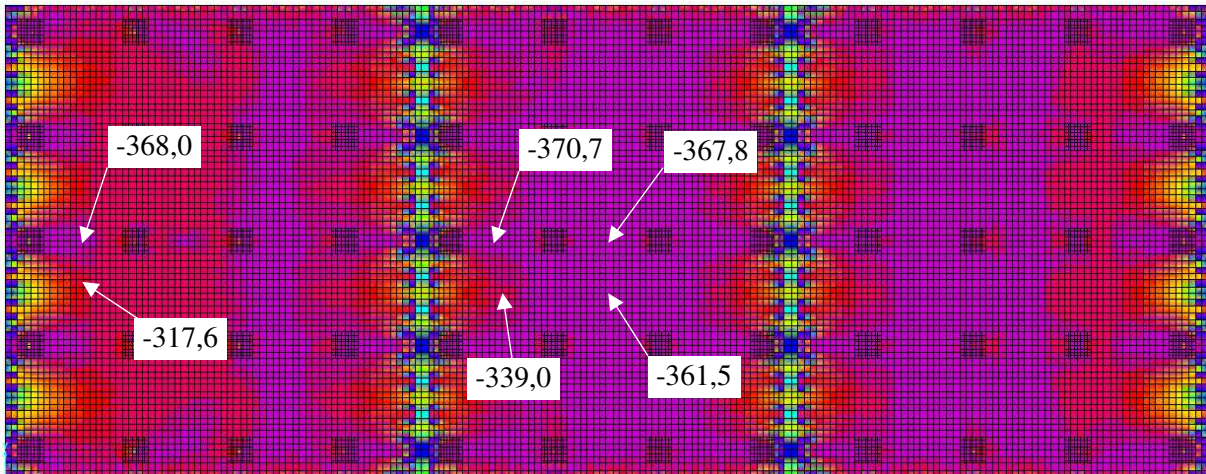
A Figura 75 representa a distribuição de forças  $F_{11}$  (kN/m) nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x92\_CF\_50-2 após 10 anos de construção, após análise evolutiva. Já a Figura 76 representa a distribuição de forças  $F_{11}$  (kN/m) nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x92\_CF\_35-2 após 10 anos de construção. Comparando as distribuições das Figuras 72 e 73 com as das Figuras 75 e 76, nota-se que a introdução da faixa de concretagem posterior altera a configuração dos esforços nas lajes.

Observando a Figura 75, ao contrário do que era de se esperar, os três segmentos de laje não apresentam distribuições simétricas de força longitudinal de compressão. Cabe ressaltar que, após o preenchimento das faixas de concretagem com graute, os três segmentos da laje são solidarizados por meio da armadura passiva presente nas faixas, passando a se comportar como um conjunto monolítico. É interessante notar que o segmento central da laje será tracionado pelos dois segmentos extremos, já que cada um dos segmentos tenderá, ao longo do tempo, a sofrer um encurtamento em decorrência da evolução da retração e da fluência.

Figura 75 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x92\_CF\_50 após 10 anos:  
 (a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.



(a)

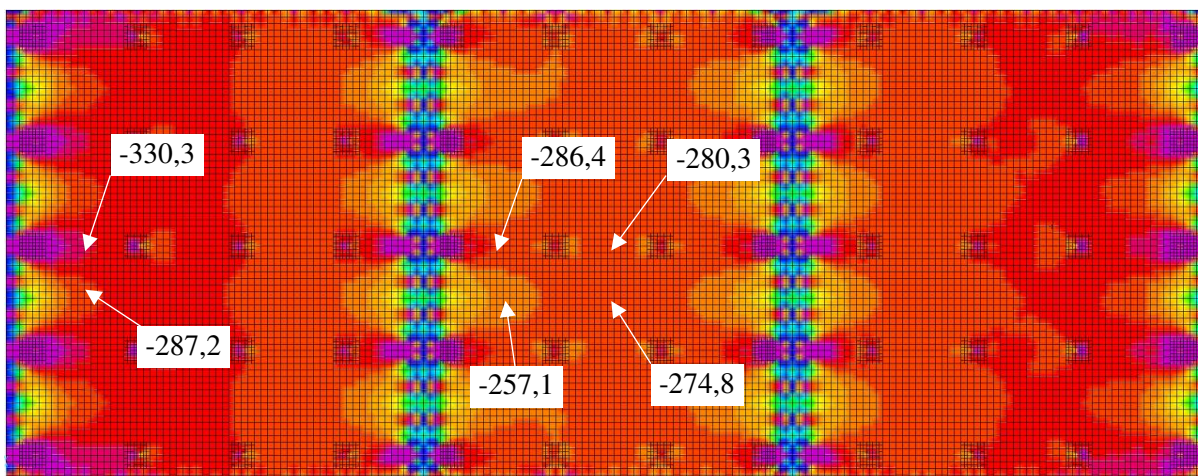


(b)

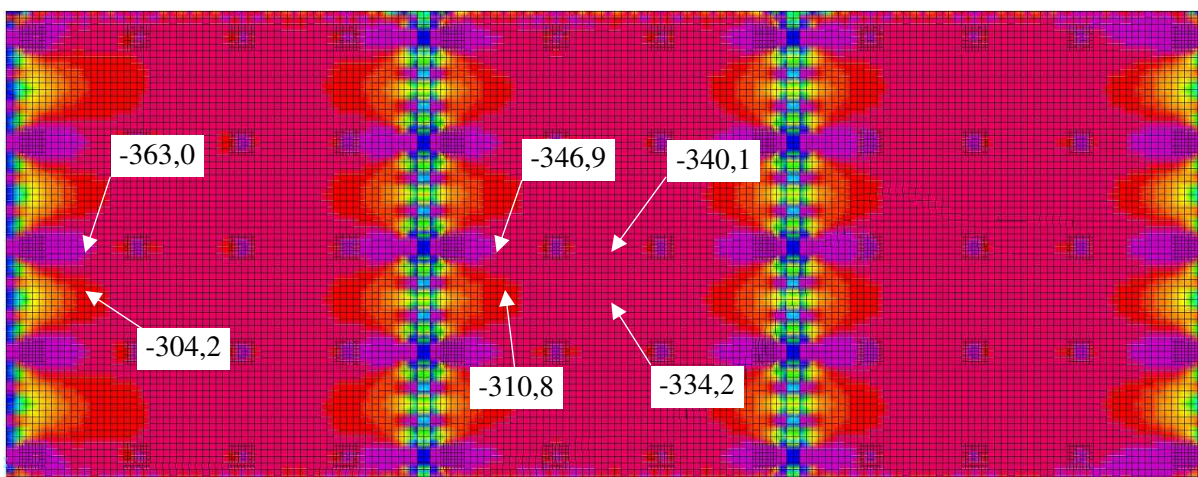


Fonte: A autora.

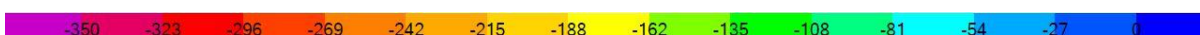
**Figura 76 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x92\_CF\_35 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.**



(a)



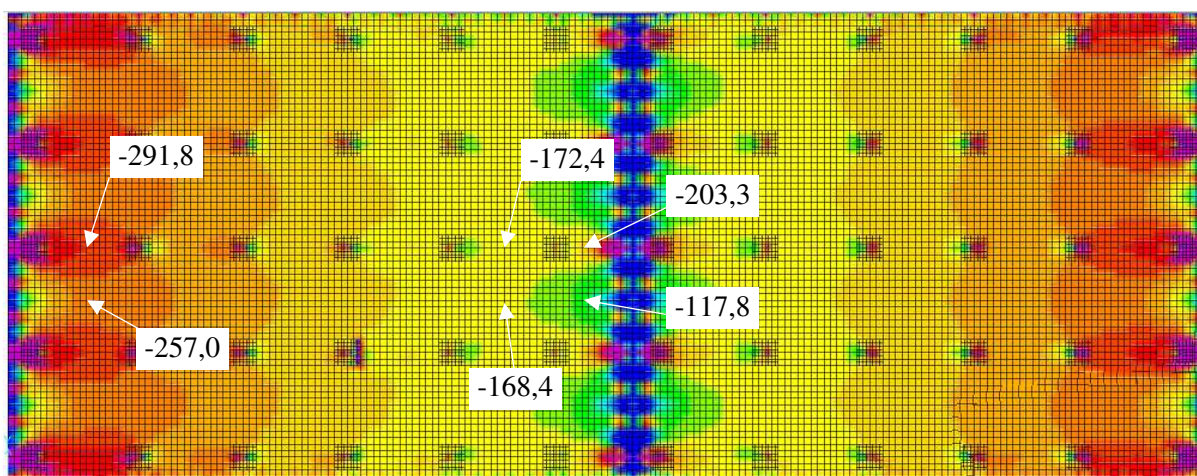
(b)



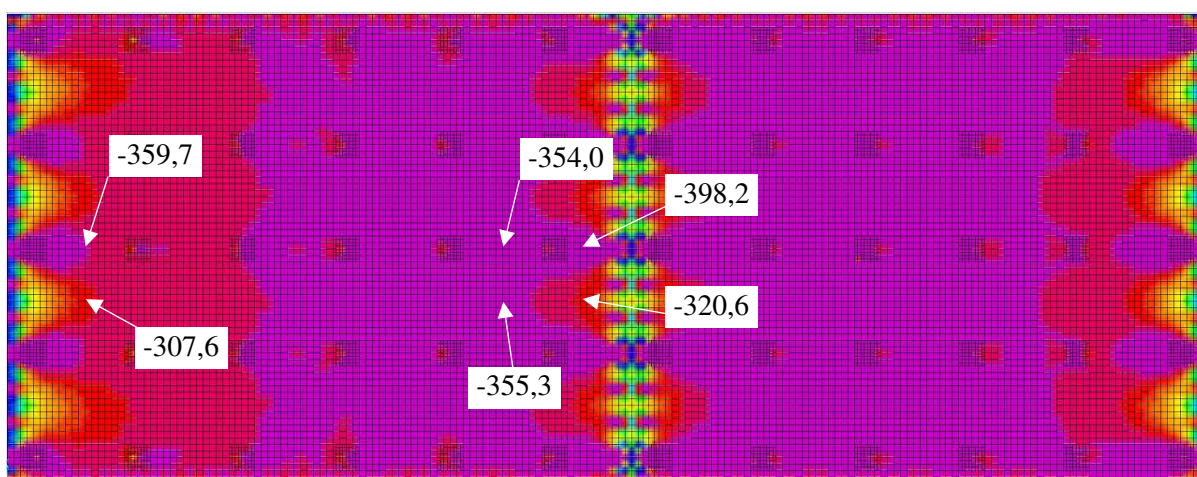
Fonte: A autora.

A Figura 77 representa a distribuição de forças F11(kN/m) nas lajes do 1º pavimento (a) e 2º pavimento (b) do modelo LP\_36x92\_CF\_50-1 após 10 anos de construção, após análise evolutiva.

**Figura 77 – Distribuição de F11 (kN/m) nas lajes do modelo LP\_36x92\_CF\_35 após 10 anos:  
(a) 1º pavimento; (b) 2º pavimento.**



(a)



(b)

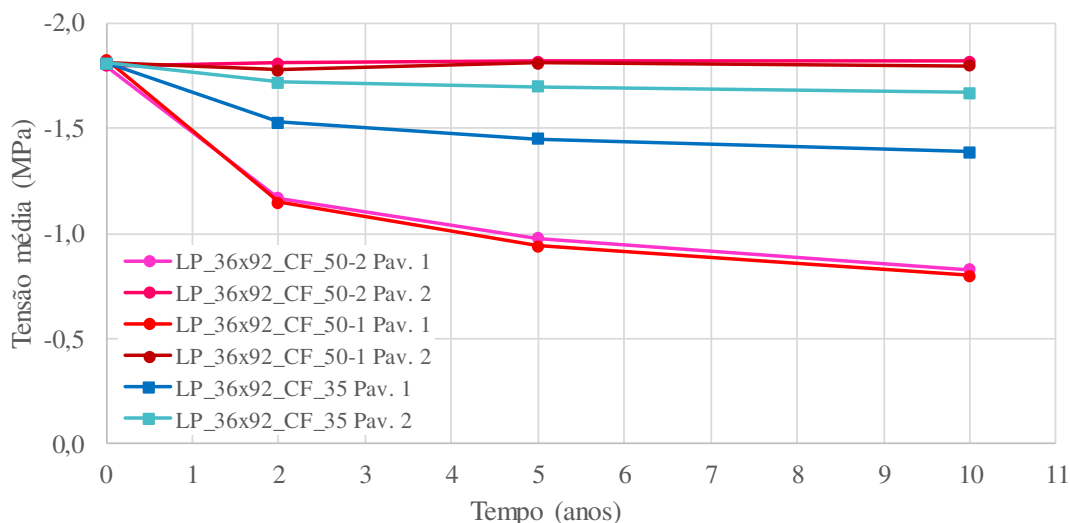


Fonte: A autora.

Na Figura 78, apresenta-se a queda de tensão média de compressão na metade do comprimento da laje (em  $x = 46,0$  m), ao longo do tempo, para 1º e 2º pavimentos dos modelos LP\_36x92\_CF\_50-2, LP\_36x92\_CF\_35-2 e LP\_36x92\_CF\_50-1. Analogamente à estrutura sem faixa de concretagem, observa-se que no 1º pavimento há uma queda de tensão maior que no 2º pavimento para todos os modelos. Após 10 anos de construção da estrutura, a tensão de compressão na laje do 2º pavimento é superior 1,0 MPa em todos os modelos, sendo superior a esse valor também no 1º pavimento da estrutura apoiada sobre pilares mais flexíveis, LP\_36x92\_CF\_35-2. Entretanto, nos modelos com lajes apoiadas em pilares mais rígidos, LP\_36x92\_CF\_50-2 e LP\_36x92\_CF\_50-1, a tensão de compressão já é menor que 1,0 MPa a

partir de 5 anos de idade. Observa-se, também, que a utilização de duas faixas de concretagem, no modelo LP\_36x92\_CF\_50-2, não proporcionou diminuição significativa na perda da tensão de compressão média ao longo do tempo em relação ao modelo LP\_36x92\_CF\_50-1, com apenas uma faixa de concretagem.

**Figura 78 – Variação da tensão média de compressão ao longo do tempo nos modelos com lajes de 92 m de comprimento com faixa de concretagem posterior.**

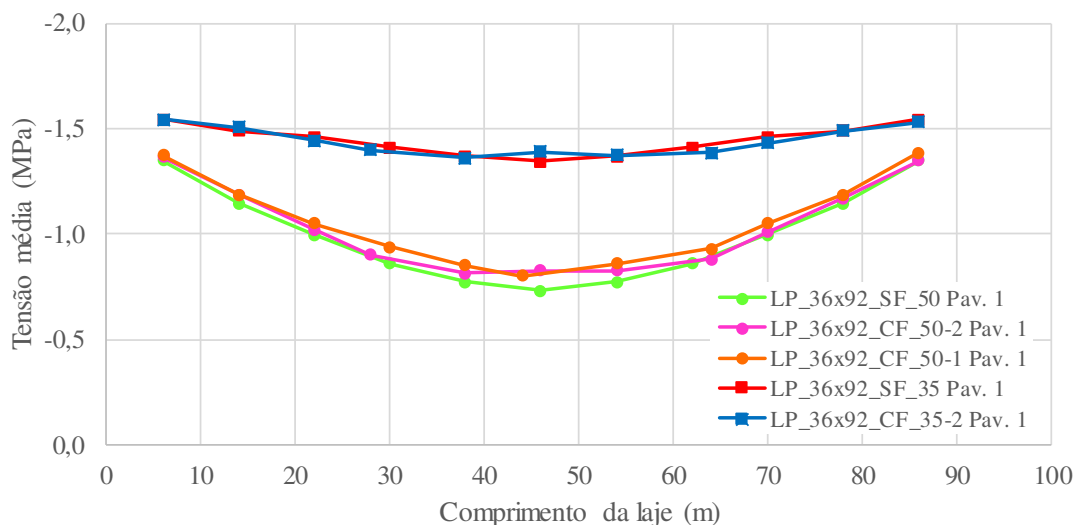


Fonte: A autora.

Na Figura 79, é apresentada a variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 1º pavimento dos modelos com lajes de 92 m de comprimento, com e sem faixa de concretagem posterior. Os pontos tomados ao longo do comprimento representam o ponto médio entre eixos de pilares. Observa-se que a utilização da faixa de concretagem proporciona um aumento da tensão de compressão média em todas as posições da laje, porém esse aumento é de pequena proporção em todos os modelos de lajes apoiadas sobre pilares de 50 cm de lado. A variação percentual de tensão de compressão nos modelos com faixa de concretagem posterior em relação aos modelos sem faixa pode ser visualizada na Figura 80.

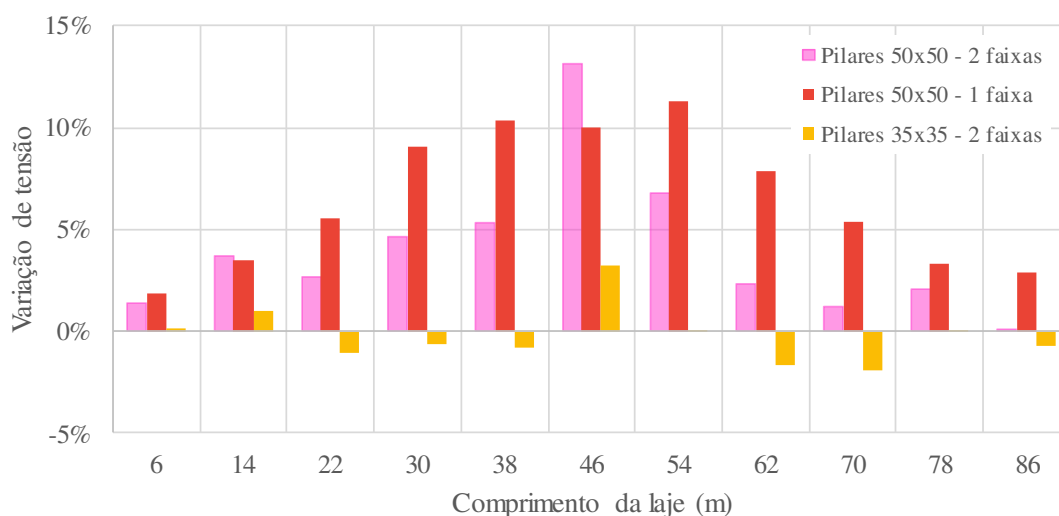
Observando a Figura 79, nota-se que a introdução das faixas de concretagem no caso do modelo com 92 m de comprimento não foi suficiente para atenuar o decaimento da protensão no trecho central, de tal forma que a tensão média remanescente na região central ainda ficou abaixo de 1,0 MPa para todos os modelos com lajes apoiadas sobre pilares de 50 cm de lado. No caso do modelo com laje apoiada sobre pilares mais flexíveis, de 35 cm de lado, não se observa queda de tensão de compressão para níveis inferiores a 1,0 MPa, mesmo para estruturas sem faixa de concretagem posterior.

**Figura 79 – Tensão média de compressão ao longo do comprimento da laje, após 10 anos, para os modelos com lajes de 92 m, com e sem faixa de concretagem no 1º pavimento.**



Fonte: A autora.

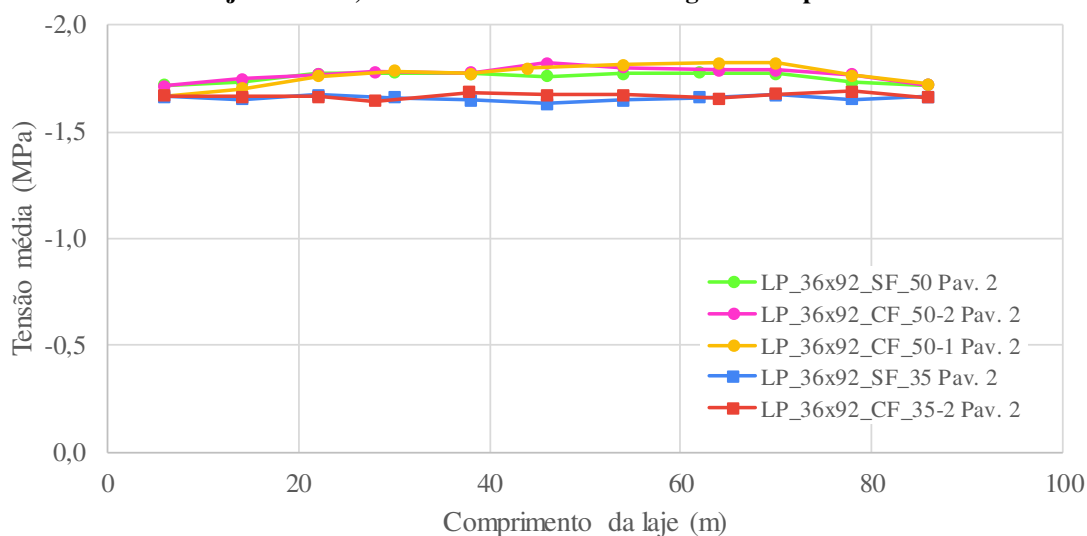
**Figura 80 – Variação de tensão percentual na laje com faixa de concretagem em relação à laje sem faixa de concretagem para o 1º pavimento dos modelo com lajes de 92 m, após 10 anos.**



Fonte: A autora.

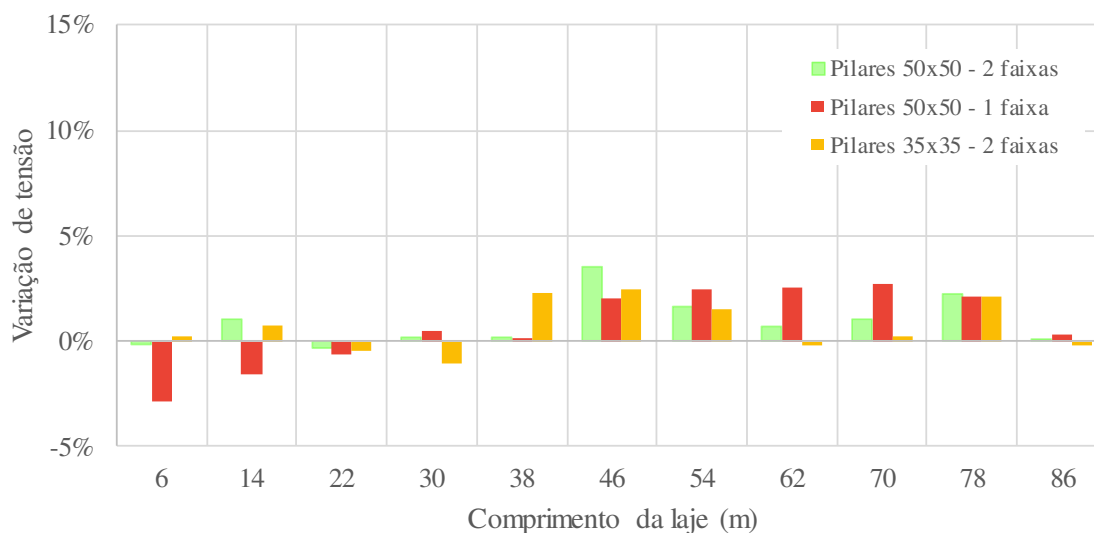
Na Figura 81, é apresentada a variação da tensão média de compressão, após 10 anos, ao longo do comprimento da laje do 2º pavimento dos modelos com lajes de 92 m de comprimento, com e sem faixa de concretagem posterior. Observa-se que a utilização da faixa de concretagem proporciona uma variação da tensão de compressão média em todas as posições da laje, porém essa variação é de pequena proporção em todos os modelos. A variação percentual de tensão de compressão nos modelos com faixa de concretagem posterior em relação aos modelos sem faixa pode ser visualizada na Figura 82.

**Figura 81 – Tensão média de compressão ao longo do comprimento da laje, após 10 anos, para os modelos com lajes de 92 m, com e sem faixa de concretagem no 2º pavimento.**



Fonte: A autora.

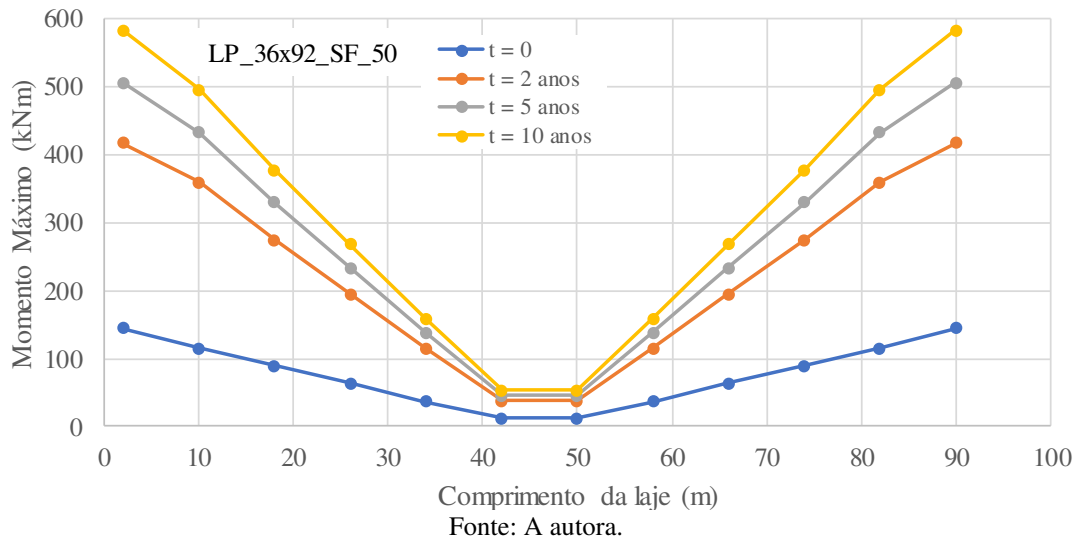
**Figura 82 – Variação de tensão percentual na laje com faixa de concretagem em relação à laje sem faixa de concretagem nos pavimentos 2 após 10 anos.**



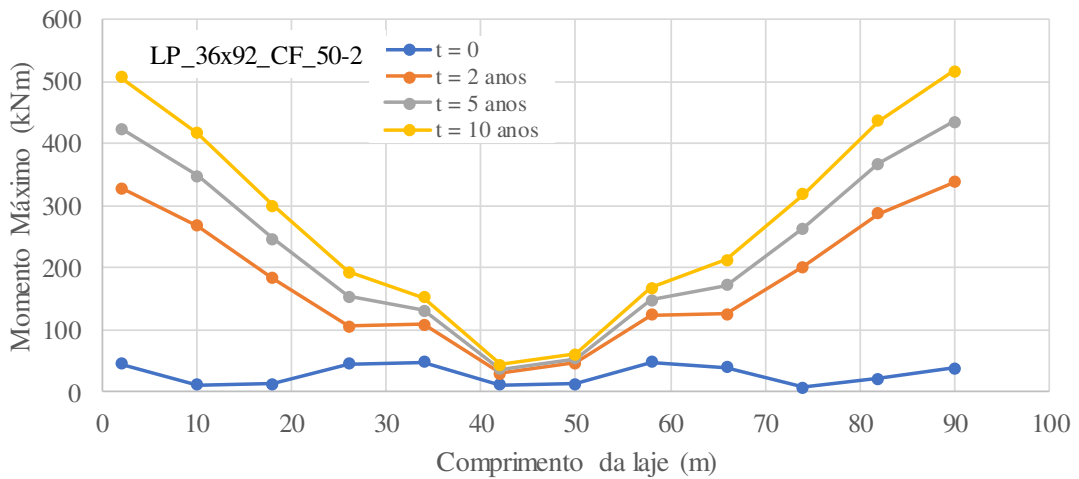
Fonte: A autora.

Na Figura 83, apresentam-se as variações de momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento do modelo LP\_36x92\_SF\_50, e na Figura 84 dos modelos LP\_36x92\_CF\_50-2 e LP\_36x92\_CF\_50-1, ao longo do comprimento, para diferentes períodos de tempo. Os resultados apresentados nessas figuras foram tomados para os pilares localizados na largura média da laje (em  $y = 18$  m).

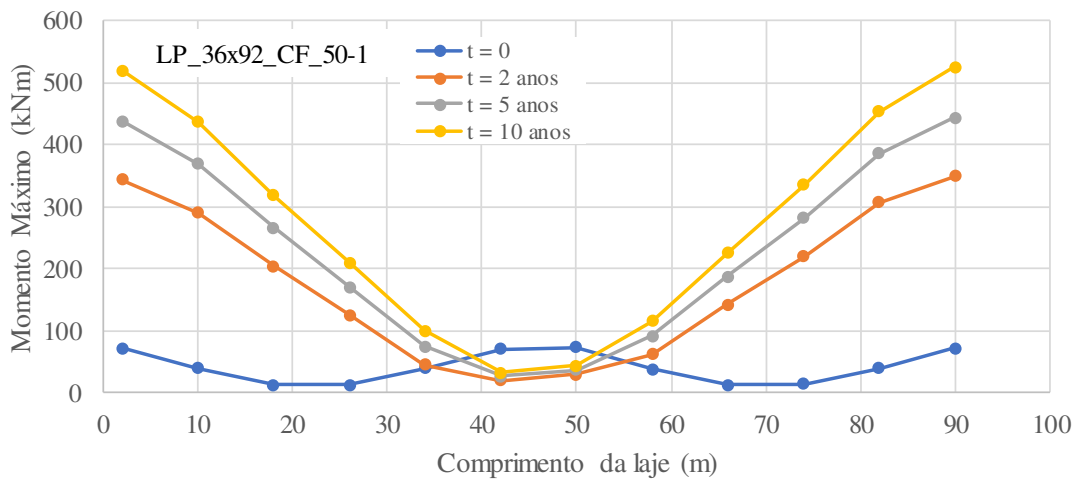
**Figura 83 – Momentos fletores máximos nos pilares do modelo LP\_36x92\_SF\_50 ao longo do tempo, para y = 18 m.**



**Figura 84 – Momentos fletores máximos nos pilares ao longo do tempo, para y = 18,0 m (a) LP\_36x92\_CF\_50-2; (b) LP\_36x92\_CF\_50-1.**



(a)



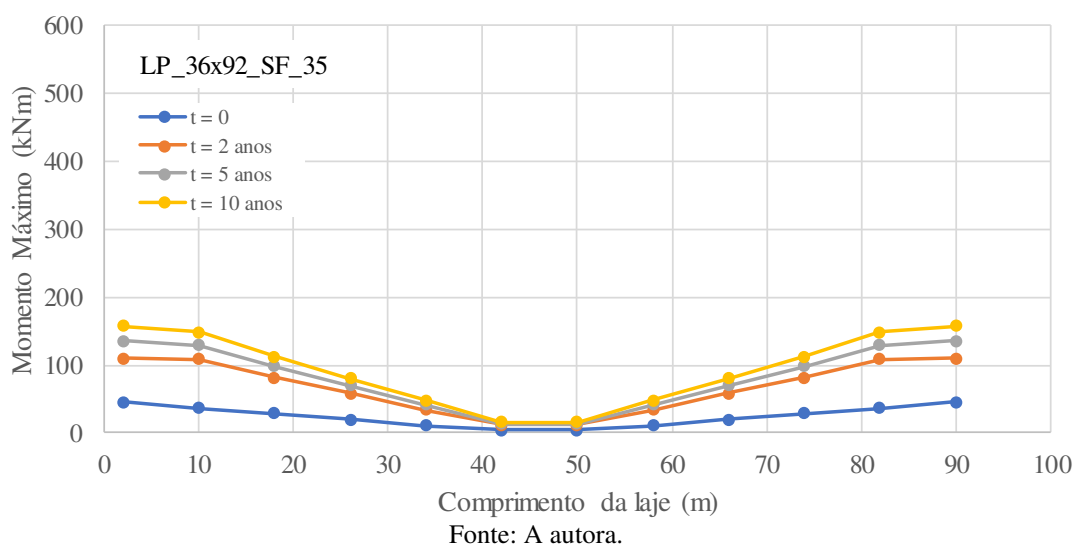
(b)

Fonte: A autora.

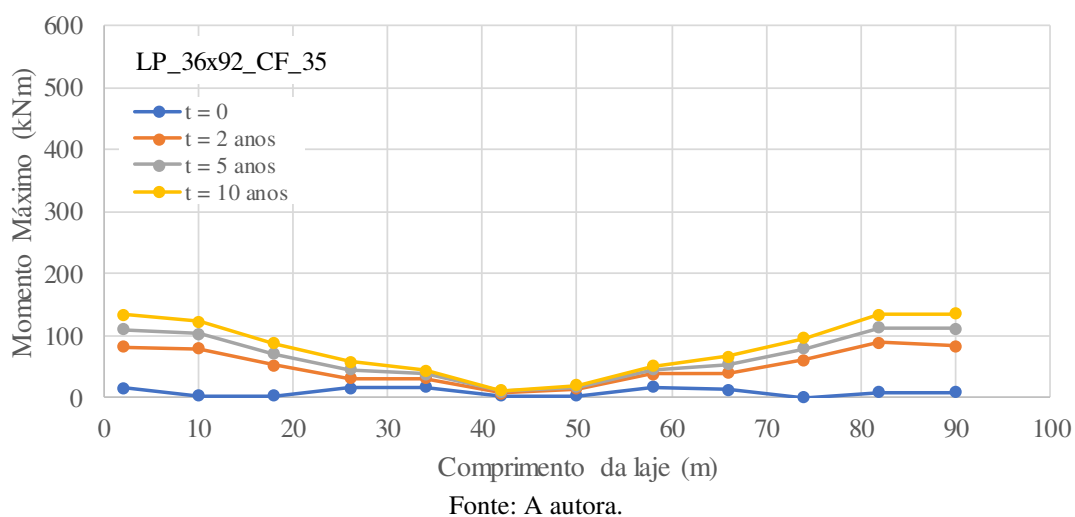
Observa-se nas figuras anteriores que houve um aumento de momentos fletores máximos nos pilares ao longo do tempo. Pode-se notar, ainda, que a introdução da faixa de concretagem na laje proporcionou uma redução nos momentos fletores máximos se comparados aos momentos dos pilares da estrutura de laje sem faixa.

Na Figura 85 e na Figura 86, apresentam-se as variações dos momentos fletores máximos nos pilares do 1º pavimento dos modelos LP\_36x92\_SF\_35 e LP\_36x92\_CF\_35-2, respectivamente, ao longo do comprimento, para diferentes períodos de tempo. Os resultados apresentados nessas figuras foram tomados para os pilares localizados na largura média da laje (em  $y = 18$  m).

**Figura 85 – Momentos fletores máximos nos pilares do modelo LP\_36x92\_SF\_35 ao longo do tempo, para  $y = 18$  m.**

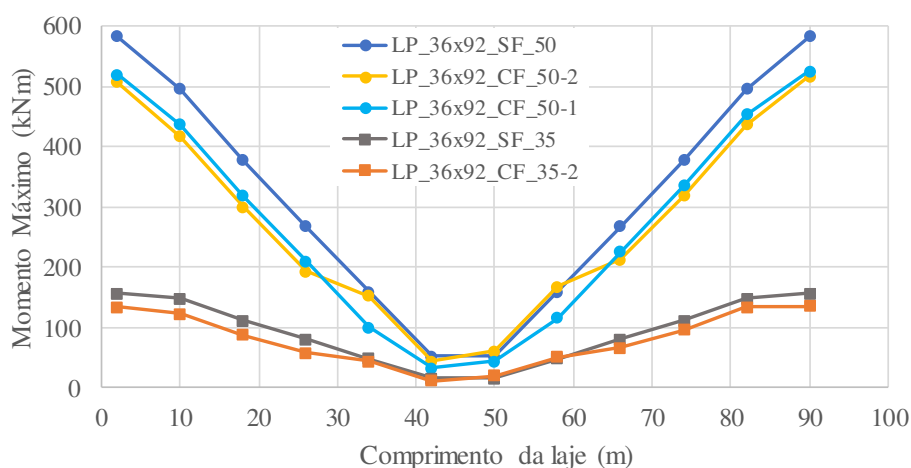


**Figura 86 – Momentos fletores máximos nos pilares do modelo LP\_36x92\_CF\_35-2 ao longo do tempo, para  $y = 18$  m.**



Pode-se observar que a introdução da faixa de concretagem posterior nas lajes de todos os modelos proporcionou, de modo geral, uma redução dos momentos nos pilares, independentemente da sua rigidez, em comparação com a mesma estrutura sem faixa de concretagem. Pode-se observar redução de aproximadamente 11% e 13% após 10 anos, para os pilares extremos de 50 cm, nos modelos com uma e duas faixas de concretagem posterior, respectivamente; também uma redução de aproximadamente 15% nos momentos dos pilares extremos de 35 cm de lado, como representado na Figura 87.

**Figura 87 – Comparação entre momentos fletores máximos nos pilares dos modelos de lajes de 92 m, com e sem faixa de concretagem posterior, para  $y = 18$  m.**



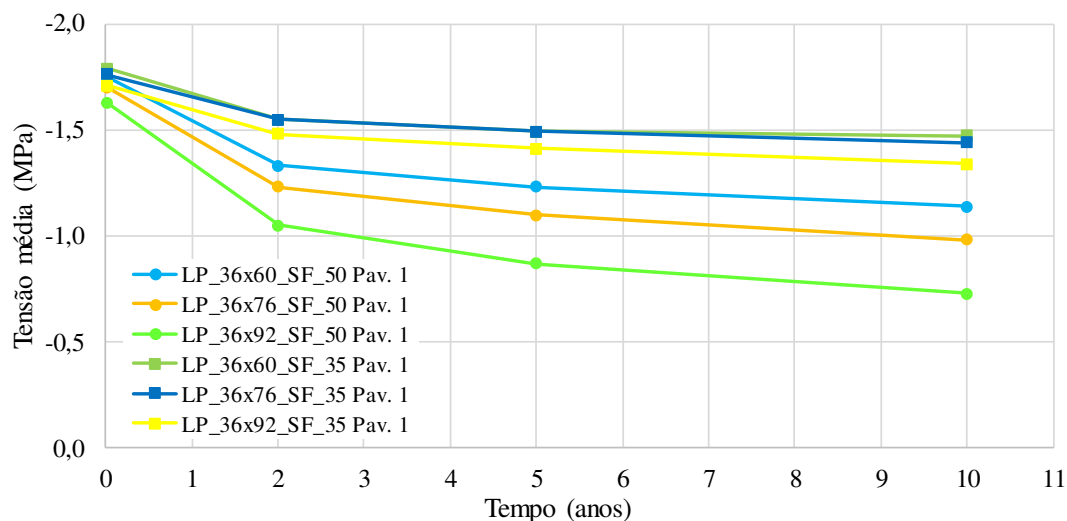
Fonte: A autora.

### 4.3 Comparativo entre todas as estruturas analisadas

Na Figura 88, apresentam-se as curvas de variação de tensão média no 1º pavimento ao longo do tempo para os modelos sem faixa de concretagem analisados. Tratam-se de tensões médias tomadas na metade do comprimento de cada uma das lajes (em  $x = 30$  m;  $x = 38$  m e  $x = 46$  m). Pode-se observar que há queda de tensão de compressão ao longo do tempo e que essa queda é proporcional ao comprimento da laje, porém a queda é maior nos modelos cujas lajes são apoiadas em pilares mais rígidos. Verifica-se que o nível de tensão média após 10 anos é maior que 1,0 MPa para todos os modelos com lajes apoiadas sobre pilares de 35 cm de lado, LP\_36x60\_SF\_35, LP\_36x76\_SF\_35 e LP\_36x92\_SF\_35, caracterizando que não há necessidade da utilização de faixas de concretagem posterior. Observa-se, também, que a tensão de compressão na laje do modelo LP\_36x60\_SF\_50 é maior que 1,0 MPa após 10 anos. Para o modelo LP\_36x76\_SF\_50, a tensão média de compressão após 10 anos é ligeiramente menor

que 1,0 MPa. Já a laje do modelo LP\_36x92\_SF\_50 apresenta tensão de compressão inferior a 1,0 MPa a partir de 3 anos após a finalização da obra.

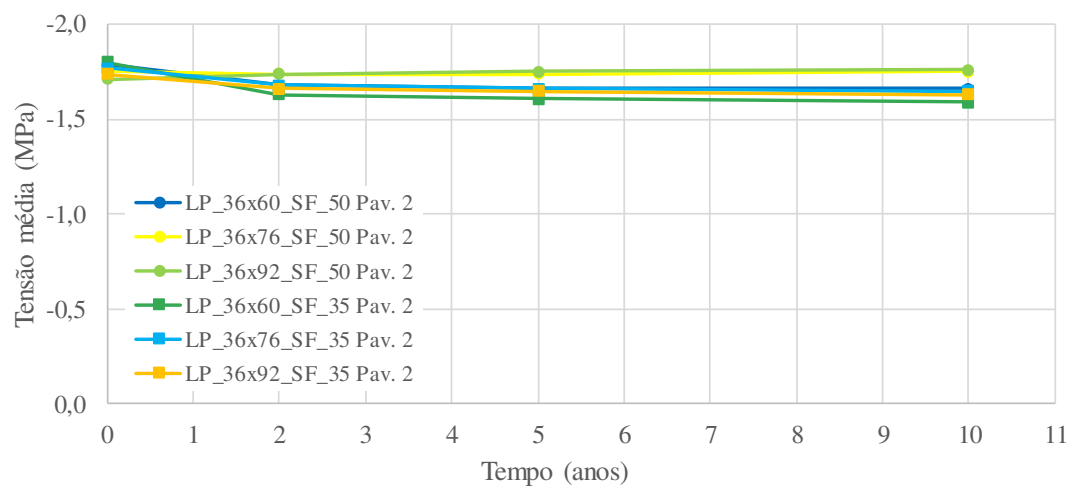
**Figura 88 – Variação de tensão média de compressão no 1º pavimento ao longo do tempo nos diferentes modelos analisados sem faixa de concretagem, para  $y = 18$  m.**



Fonte: A autora.

Na Figura 89, têm-se as curvas de variação de tensão média no 2º pavimento ao longo do tempo para todos os modelos sem faixas de concretagem analisados, da mesma forma como apresentadas na Figura 88 para o 1º pavimento. Nota-se que para todos os modelos, independentemente da rigidez dos pilares, a tensão de compressão média não varia significativamente ao longo do tempo, observando-se um ligeiro aumento de tensão de compressão para as lajes dos modelos LP\_36x76\_SF\_50 e LP\_36x92\_SF\_50 e ligeira queda de tensão nos demais modelos.

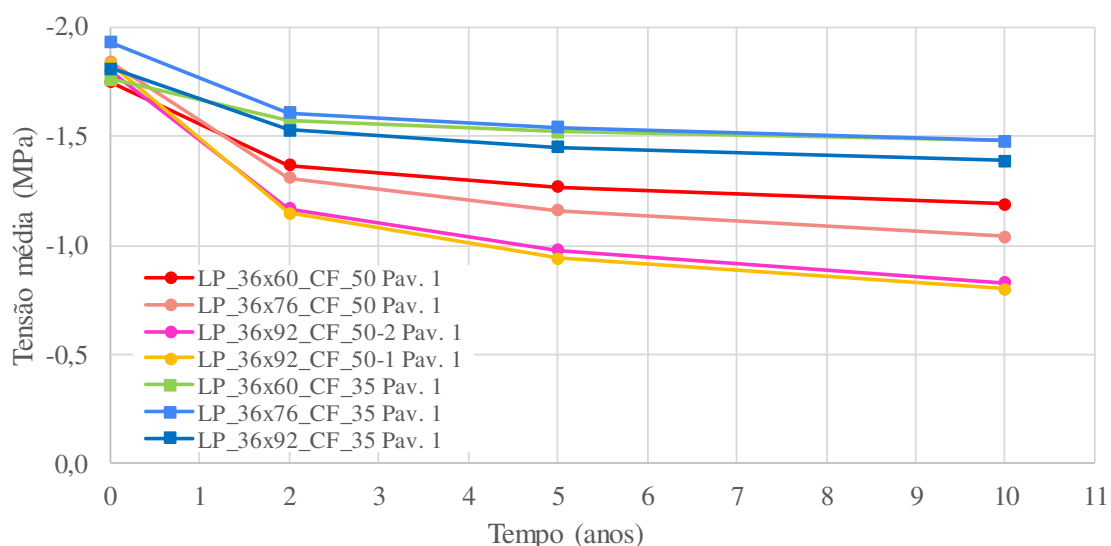
**Figura 89 – Variação de tensão média de compressão no 2º pavimento ao longo do tempo nos diferentes modelos analisados sem faixa de concretagem, para  $y = 18$  m.**



Fonte: A autora.

Na Figura 90, apresentam-se as curvas de variação de tensão média no 1º pavimento ao longo do tempo para os modelos com faixa de concretagem analisados. Tratam-se de tensões médias tomadas na metade do comprimento de cada uma das lajes (em  $x = 30$  m;  $x = 38$  m e  $x = 46$  m). Observa-se que a introdução da faixa de concretagem nas lajes proporciona uma diminuição da queda de tensão ao longo do tempo para todas as estruturas analisadas. Nota-se que, para todos os modelos com lajes apoiadas sobre pilares de 35 cm de lado, a tensão média de compressão no 1º pavimento permaneceu superior a 1,0 MPa após 10 anos. Nota-se que para o modelo com laje de 60 m de comprimento apoiada sobre pilares de 50 cm de lado, não haveria necessidade de introdução de faixa para aumento das tensões, que já eram superiores a 1,0 MPa antes da introdução da faixa. Para a laje de 76 m, LP\_36x76\_CF\_50, observou-se a efetividade da faixa na posição utilizada tendo em vista o aumento da tensão de compressão para valores superiores a 1,0 MPa. Para os modelos com lajes de 92 m com uma ou duas faixas de concretagem posterior, LP\_36x92\_CF\_50-1 e LP\_36x92\_CF\_50-2, ocorreu queda nas tensões de compressão ao longo do tempo modo semelhante. Nessas lajes de 92 m de comprimento, a utilização de faixas promoveu aumento das tensões de compressão em relação à laje sem faixa, mas esse aumento não foi suficiente na região mais crítica que ainda apresenta tensões de compressão inferiores a 1,0 MPa após 10 anos.

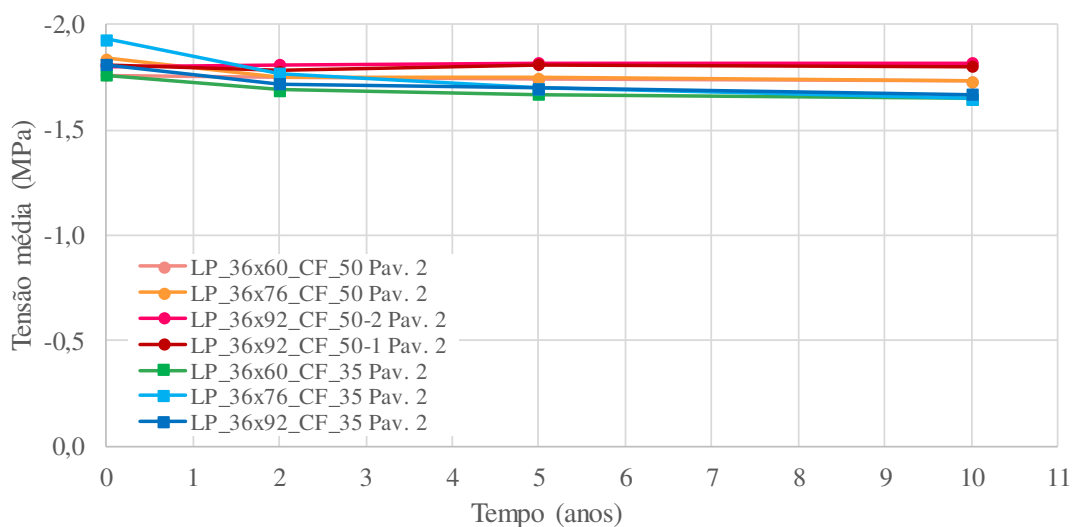
**Figura 90 – Variação de tensão média no 1º pavimento ao longo do tempo nos diferentes modelos analisados com faixa de concretagem, para  $y = 18$  m.**



Fonte: A autora.

Na Figura 91, têm-se as curvas de variação de tensão média no 2º pavimento ao longo do tempo para as estruturas analisadas com faixa de concretagem posterior. Nota-se que para todos os modelos analisados, a tensão de compressão média não varia significativamente ao longo do tempo, independentemente da rigidez dos apoios.

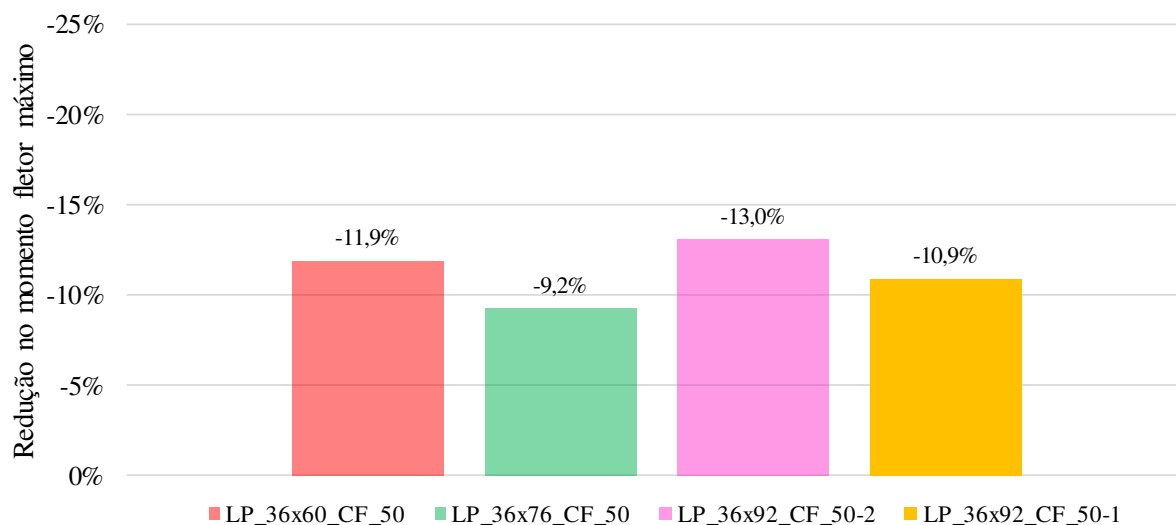
**Figura 91 – Variação de tensão média no 2º pavimento ao longo do tempo nos diferentes modelos analisados com faixa de concretagem, para  $y = 18$  m.**



Fonte: A autora.

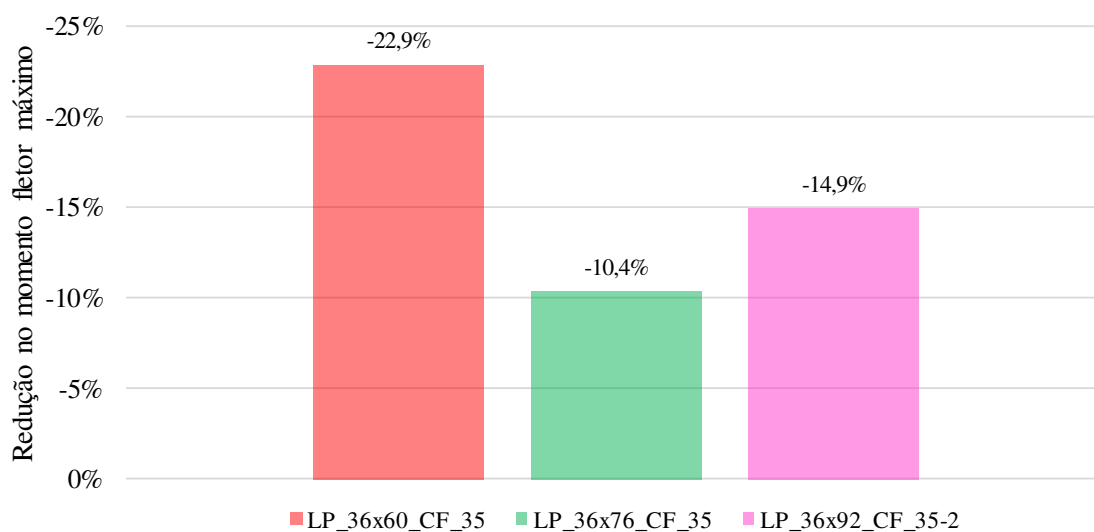
Como observado em cada estudo de caso, a introdução da faixa de concretagem na laje proporcionou uma redução nos momentos fletores máximos nos pilares em relação aos momentos dos pilares da estrutura sem faixa. Na Figura 92, apresentam-se as reduções percentuais de momentos fletores nos pilares de 50 cm de lado do 1º pavimento (posição:  $x = 2$  m;  $y = 18$  m) após 10 anos de construção para os três comprimentos de laje analisados. Na Figura 93, apresentam-se as mesmas reduções percentuais de momentos nos pilares, mas para os modelos cujas lajes apoiam-se sobre pilares de menor rigidez, de 35 cm de lado.

**Figura 92 – Redução percentual de momentos fletores nos pilares das lajes com faixa de concretagem em relação às lajes sem faixa dos modelos com lajes apoiadas em pilares com 50 cm de lado.**



Fonte: A autora.

**Figura 93 – Redução percentual de momentos fletores nos pilares das lajes com faixa de concretagem em relação às lajes sem faixa dos modelos com lajes apoiadas em pilares com 35 cm de lado.**



Fonte: A autora.

## 5 CONCLUSÕES

---

### 5.1 Considerações finais

Este trabalho teve como objetivo principal analisar a influência de faixas de concretagem posterior no comportamento estrutural de lajes protendidas de grandes dimensões. Foram analisados modelos de edifícios de dois pavimentos com lajes lisas protendidas com cordoalhas não aderentes, com 36 m de largura e comprimentos de 60, 76 e 92 m, apoiadas sobre pilares de 35 e 50 cm de lado. Para cada comprimento de laje foi analisado um modelo com faixa de concretagem posterior e outro sem a faixa, utilizando o algoritmo de análise estrutural evolutiva do SAP2000 (*staged construction*), que permite simular construção evolutiva. Nas simulações, as faixas de concretagem posterior permaneceram abertas por 60 dias antes de serem concretadas unindo as partes da laje. As perdas de protensão devidas a retração e fluência foram calculadas nas simulações utilizando o modelo *fib* MC 2010, e a perda por relaxação do aço de protensão utilizando o modelo CEB-FIP MC 1990.

Em todos os estudos de caso, foi possível observar que a queda de tensão média de compressão nas lajes ao longo do tempo é maior no 1º pavimento do que no 2º pavimento, para ambos os tipos de estruturas, com e sem faixa de concretagem posterior. Isto sugere que os pilares do 1º pavimento, por terem sido modelados engastados na fundação, exercem maior restrição ao encurtamento da laje, acarretando uma redução da tensão de compressão na laje produzida pela protensão.

Foi possível constatar que a utilização da faixa de concretagem posterior proporcionou uma pequena redução das perdas de compressão em todas as lajes analisadas. Além disso, verificou-se que a introdução da faixa de concretagem na laje proporcionou, de modo geral, uma redução nos momentos fletores máximos nos pilares em relação aos momentos dos pilares da estrutura de laje sem faixa.

Os comportamentos observados nas lajes dos modelos analisados sugerem que a problemática da queda de tensão ao longo do tempo para níveis inferiores a 1,0 MPa, após todas as perdas de protensão, não depende apenas do comprimento da laje em si, mas de uma associação entre comprimento e restrição ao encurtamento das lajes causada por apoios mais ou menos rígidos. Para os modelos com lajes apoiadas sobre pilares mais rígidos, de 50 cm de lado, a problemática da queda de tensão de compressão concentra-se nas lajes do primeiro pavimento, em estruturas com comprimento superior a 76 m, para a configuração estrutural analisada. No entanto, para os modelos com lajes apoiadas sobre pilares mais flexíveis, de 35 cm de lado, os níveis de tensão após 10 anos de construção da estrutura, permaneceram superiores a 1,0 MPa independentemente do comprimento da laje. Portanto não havia necessidade de utilização de faixas de concretagem posterior para amenizar efeitos referentes à queda de tensão de compressão nesses modelos.

Pode-se concluir que a opção pela utilização de faixa de concretagem posterior para redução da queda de tensão de compressão em lajes ao longo do tempo deve ser investigada em cada caso, tendo em vista que não é recomendável basear-se apenas no comprimento máximo da laje que exige a utilização desse artifício. Pode-se constatar, também, que tendo em vista o nível de ganho de tensão de compressão devido à utilização da faixa de concretagem posterior, esta medida pode não ser suficiente para mitigar os efeitos de perda de compressão na laje ao longo do tempo para níveis inferiores aos recomendados pelas normas. Nesses casos, uma opção mais adequada pode ser a utilização de juntas permanentes ou desvinculação da laje com os apoios mais extremos da estrutura para diminuição da restrição ao encurtamento da laje.

Vale ressaltar que as análises nessa pesquisa foram executadas considerando-se condições ambientais, materiais e construtivas específicas e que os efeitos de fluência e de retração do concreto, que estão diretamente relacionados à perda de compressão nas lajes, são altamente dependentes desses parâmetros.

## **5.2 Sugestões para trabalhos futuros**

Após a realização deste trabalho, identificam-se alguns problemas que podem ser investigados de modo a permitir um aprofundamento do entendimento sobre o comportamento de lajes protendidas com cordoalhas engraxadas, a saber:

- a) avaliação da influência dos períodos de abertura das faixas de concretagem sobre a variação de tensão de compressão nas lajes protendidas ao longo do tempo;

- b) avaliação do efeito da variação da configuração e da rigidez dos apoios nas distribuições de tensões em lajes com e sem faixa de concretagem, ao longo do tempo;
- c) avaliação do efeito da variação da temperatura, em diferentes fases da construção evolutiva, no comportamento das lajes protendidas de grandes dimensões.

## 6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

---

- 1 AALAMI, B. Unbonded and Bonded Post-Tensioning Systems in Building Construction: A Design and Performance Review. 5. ed. Phoenix: PTI Technical Notes, 1994.
- 2 AALAMI, B. Shortening Estimate of Post-Tensioned Members. Redwood City: ADAPT, 2015. (Nota Técnica)
- 3 AALAMI, B. Temperature Design of Post-Tensioned Floors. Redwood City: ADAPT, 2016. (Nota Técnica)<sup>a</sup>
- 4 AALAMI, B. Crack Mitigation and Evaluation: shortening of post-tensioned members and restraint of supports. Redwood City: ADAPT, 2016. (Nota Técnica)<sup>b</sup>
- 5 AALAMI, B.; JURGENS, J. Guidelines for the Design of Post-Tensioning Floors. Concrete International, March 2003, pp 77-83.
- 6 AALAMI, B.; KELLEY, G. S. Design of concrete floors with particular reference to post-tensioning. Phoenix: PTI Technical Notes, 2001.
- 7 AL-MANASEER, A.; PRADO, A. Statistical Comparisons of Creep and Shrinkage Prediction Models Using RILEM and NU-ITI Databases. Aci Materials Journal, v. 112, n. 1, p. 125-135, jan-fev. 2015.
- 8 ALMEIDA FILHO, F. M. Estruturas de pisos de edifícios com a utilização de cordoalhas engraxadas. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.
- 9 AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318-14: Building Code Requirements for Structural Concrete. Farmington Hills: ACI, 2014.
- 10 AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 209.1R-05: Report on Factors Affecting Shrinkage and Creep of Hardened Concrete. Farmington Hills: ACI, 2005.
- 11 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: Projeto de estruturas de concreto – Procedimento. 3a ed. Rio de Janeiro, 2014.
- 12 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7482: Fios de aço para estruturas de concreto protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 2008.
- 13 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7483: Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido – Especificação. Rio de Janeiro, 2008.

- 14 ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7484: Barras, cordoalhas e fios de aço destinados a armaduras de protensão – Método de ensaio de relaxação isométrica. Rio de Janeiro, 2009.
- 15 BASTOS, P. S. S. Concreto Protendido. Notas de aula da Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista. Bauru, 2015.
- 16 BAZANT, Z. P. Prediction of concrete creep and shrinkage: past, present and future. Nuclear and Engineering Design, Evanston, v. 203, n. 1, p.27-38, jan. 2001.
- 17 BAZANT, Z. P.; BAWEJA, S. Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures (Model B3), In: ADAM NEVILLE SYMPOSIUM: CREEP AND SHRINKAGE OF CONCRETE – STRUCTURAL AND DESIGN EFFECTS, ACI special publication SP194, Michigan, USA: Farmington Hills, 2000, p1-73.
- 18 BONO, G. F. F. Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos. 2008. Tese (Doutorado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.
- 19 BRAULT, Andre et al. Closure Strips Strategies. Concrete International, v. 39, n. 7, p.29-35, jul. 2017.
- 20 CARNEIRO, A. L. Análise e dimensionamento de lajes lisas protendidas sem aderência. Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2015.
- 21 COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model Code 1990. London: Thomas Telford, 1993.
- 22 FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON. *fib* Model Code 2010. Final draft, Lausanne, Switzerland, 2011.
- 23 CSI. CSi Analysis Reference Manual. Berkeley: Computer & Structures, Inc, 2017.
- 24 CSI. Technical Note: Material Time-Dependent Properties. Computer & Structures, Inc, 2017.
- 25 CSI. Technical Note: Material Stress-Strain Curves. Computer & Structures, Inc, 2008.
- 26 CUBAS, M. V. L. T. Análise Numérica do Comportamento de Pavimentos Constituídos de Lajes Lisas de Concreto Protendido. 2012. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.
- 27 EMERICK, A. A. Projeto e Execução de Lajes Protendidas. 1º Ed. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2005.

- 28 FEDERAL CONSTRUCTION COUNCIL. Technical Report No. 65: Expansion Joints in Buildings. Washington D.C.: National Academy of Sciences, 1974.
- 29 FINTEL, Mark (Ed.). Handbook of concrete engineering. 2. ed. New York: van Nostrand Reinhold, 1985.
- 30 GARDNER, N. J. Comparison of prediction provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concretes. Canadian Journal of Civil Engineering, [s.l.], v. 31, n. 5, p.767-775, out. 2004. Canadian Science Publishing. <http://dx.doi.org/10.1139/104-046>.
- 31 GARDNER, N. J.; LOCKMAN, M. J. Design provisions for drying shrinkage and creep of normal-strength concrete. ACI Materials Journal, v. 98, n. 2, p. 159-167, mar. /apr. 2001.
- 32 GOEL, R.; KUMAR, R.; PAUL, D. K. Comparative Study of Various Creep and Shrinkage Prediction Models for Concrete. Journal of Materials in Civil Engineering, [s.l.], v. 19, n. 3, p.249-260, mar. 2007. American Society of Civil Engineers (ASCE). [http://dx.doi.org/10.1061/\(asce\)0899g-1561\(2007\)19:3\(249\)](http://dx.doi.org/10.1061/(asce)0899g-1561(2007)19:3(249)).
- 33 GUO, G.; JOSEPH, L. M. Shortening Estimation for Post-Tensioned Concrete Floors: part i: model selection. ACI Structural Journal, v. 110, n. 1, p. 27-34, jan-fev. 2013.
- 34 HENNRICHS, C. A. Estudo Sobre a Modelagem de Lajes Planas de Concreto Armado. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis 2003.
- 35 IQBAL, Mohammad. Thermal Movements in Parking Structures. ACI Structural Journal, v. 104, n. 5, p.542-548, set. /out. 2007.
- 36 IQBAL, Mohammad. Design of Expansion Joints in Parking Structures. Structure Magazine, p.12-14, out. 2010.
- 37 LOUREIRO, G. J. Projeto de Lajes Protendidas com Cordoalhas Engraxadas. Anais do VI Simpósio EPUSP Sobre Estruturas de Concreto. São Paulo, p. 1734-1755. abr. 2006
- 38 LOUREIRO, G. J. Prática de Projeto de Lajes e Vigas Protendidas. Fortaleza, 2018. Color.
- 39 NAWY, Edward. Concrete construction engineering handbook. 2nd ed. Boca Raton: Taylor & Francis Group, 2008.
- 40 NEVILLE, A. M. Propriedades do concreto. São Paulo: Pini, 1997.
- 41 OLIVEIRA, L. R. Análise estrutural evolutiva de edifícios com lajes lisas protendidas. 2020. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2020.

- 42 PEDROZO, D. G. E. Estudo de modelos para projetos de lajes lisas protendidas. 2008. Dissertação (Mestrado) - Curso de Pós-graduação em Engenharia Civil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2008.
- 43 PTI. Post-Tensioning Manual. 6th ed. Phoenix: Post-Tensioning Institute, 2006.
- 44 VERÍSSIMO, G. S.; CÉSAR JUNIOR. K. M. L. Concreto Protendido: Perdas de Protensão. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa: 2017