UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

LEANDRO DE SOUSA VIEIRA

ENSINO DOS NÚMEROS REAIS: UMA ABORDAGEM INTUITIVA PARA A MATEMÁTICA ESCOLAR

VIÇOSA/MG
2020

LEANDRO DE SOUSA VIEIRA

ENSINO DOS NÚMEROS REAIS: UMA ABORDAGEM INTUITIVA PARA A MATEMÁTICA ESCOLAR

Monografia apresentada ao Curso de Matemática da Universidade Federal de Viçosa como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Marli Duffles Donato Moreira

VIÇOSA/MG
2020

LEANDRO DE SOUSA VIEIRA

ENSINO DOS NÚMEROS REAIS: UMA ABORDAGEM INTUITIVA PARA A MATEMÁTICA ESCOLAR

Monografia apresentada ao Curso de Matemática da Universidade Federal de Viçosa como requisito para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Aprovada em 30/11/2020.

Rejane W. S. de C. Faria

Profª. Drª. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria
(DMA/UFV)

Prof. Dr. Flávio de Souza Coelho
(Colégio Militar de Juiz de Fora)

Marli Moreira

Profª. Drª. Marli Duffles Donato Moreira
(Orientadora)
(DMA/UFV)

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os envolvidos diretamente ou indiretamente nesse projeto sonhado e dedicado à Educação Brasileira, em especial a Deus, e à minha esposa Camila Fialho Fonseca pela paciência e dedicação durante a realização do mesmo.

RESUMO

Esta monografia, *Ensino dos números reais: uma abordagem intuitiva para a matemática escolar*, insere-se no campo de pesquisa da educação matemática e fundamenta-se na perspectiva de enculturação matemática proposta por Bishop (1985, 1991, 2002, 2008). Tem como objetivo apresentar uma abordagem intuitiva para o ensino dos conjuntos numéricos na disciplina de matemática nos anos finais Ensino Fundamental. Este é um trabalho teórico de natureza qualitativa que desenvolveu-se no âmbito da seguinte problemática: a formalização dos conjuntos numéricos precocemente apresentada aos estudantes da escola básica. Este ensino tecnicista, predominante nos tempos atuais, dificulta o processo de aprendizagem e compreensão dos alunos. Por outro lado, consideramos a matemática como um fenômeno histórico cultural e desta forma deve ser apresentada aos alunos para uma aprendizagem significativa. Assim sendo, partimos de um breve contexto histórico do desenvolvimento do conceito de número e de cada conjunto numérico para que os estudantes possam compreender o percurso histórico desses conceitos. A partir destes princípios, apresentamos uma proposta didática de abordagem intuitiva dos conjuntos numéricos, no formato de um jogo de tabuleiro, para promover a aprendizagem contextualizada na história.

Palavras chave: Números Reais. Ensino Fundamental. Abordagem Intuitiva. História dos números. Competências matemáticas/BNCC.

ABSTRACT

This monograph, *Teaching real numbers: an intuitive approach to school mathematics*, is part of the field of mathematical education research and is based on the perspective of mathematical enculturation proposed by Bishop (1985, 1991, 2002, 2008). It aims to present an intuitive approach to the teaching of numerical sets in the discipline of mathematics in the final years of Elementary School. This is a theoretical work of a qualitative nature that was developed within the scope of the following problem: the formalization of numerical sets presented to students of the basic school early. This technicist teaching, prevalent in the present times, hinders the students' learning and understanding process. On the other hand, we consider mathematics as a cultural historical phenomenon and this way it should be presented to students for meaningful learning. Therefore, we start from a brief historical context of the development of the concept of number and each numerical set so that students can understand the historical path of these concepts. Based on these principles, we present a didactic proposal for an intuitive approach to numerical sets, in the format of a board game, to promote learning contextualized in history.

Keywords: Real Numbers. Elementary School. Intuitive Approach. History of numbers. Mathematical skills / BNCC.

> “Educating people mathematically consists of much more than just teaching them some mathematics. It is much more difficult to do, and the problems and issues are much more challenging. (…) It is not enough merely to teach them mathematics, we need also to educate them about mathematics, to educate them through mathematics, and to educate them with mathematics. Teaching children to do mathematics emphasises knowledge as 'a way of doing'. A mathematical education seems to me, in contrast, to be essentially concerned with 'a way of knowing'. That then speaks to me of a cultural perspective on mathematical knowledge.”
>
> Alan Bishop, 1991, p. 3

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

São notórias as dificuldades de aprendizagem dos alunos na Escola Básica quanto à compreensão dos Números Reais. De acordo com Broetto (2018), essa problemática referente à construção do conceito de número pode ser, em alguma medida, atribuída à abordagem formalista que muitos livros didáticos adotam e, também, à dificuldade de muitos docentes para contornar esta situação. Os números são objetos matemáticos abstratos e foram criados para auxiliar a humanidade a resolver problemas no decorrer da história. Particularmente, os números irracionais são de fato difíceis de serem compreendidos. Esta dificuldade está presente tanto historicamente quanto, atualmente, nas salas de aula.

> Argumentamos que os números irracionais não são tratados de forma apropriada no Ensino Fundamental e Médio e, como resultado disso, o egresso da Educação Básica entra na licenciatura em Matemática sem desenvolver uma conceituação adequada de números irracionais. No Ensino Superior, o excesso de formalismo também não capacita o futuro professor de Matemática para ensinar números irracionais na Educação Básica, o que vai refletir na manutenção das dificuldades dos alunos da Educação Básica, fechando o círculo. (BROETTO, 2018, p. 729)

Neste trabalho, propomos uma abordagem intuitiva para o ensino dos números reais na Escola Básica para auxiliar os professores em lidar com essa problemática.

Percebo tal problema na minha experiência em sala de aula e ainda ao analisar livros didáticos adotados pelas redes públicas. Nos procedimentos seguidos pelos docentes constato que, em grande medida, a aprendizagem dos números, em diferentes níveis escolares, não é alcançada. O ensino baseado em exemplificações de números como, por exemplo, o número irracional "$\sqrt{2}$", apresentado sem definição ou construção para compreensão é uma prática pedagógica muito comum e ineficaz.

Desta forma, na atual realidade escolar, existe uma grande dificuldade no processo de ensino e de aprendizagem dos números reais, principalmente quanto à compreensão dos números irracionais. Cabe ao docente buscar diferentes formas de ensino desta temática. Pode-se partir do contexto histórico da construção dos números e, também, utilizando das tecnologias digitais disponíveis em nossos dias para que o discente tenha oportunidade de aprender, com compreensão, este tema.

Conforme Bishop (1991), o trabalho com a matemática em sala de aula deve ser desenvolvido de forma interpessoal, considerando que cada estudante aprende o conteúdo de acordo com a sua motivação e cultura. O docente deve se preocupar em como desenvolver as múltiplas habilidades matemáticas do aluno, conduzindo a reflexão sobre a cultura matemática e sua tecnologia simbólica construída historicamente. Bishop defende que, nas salas de aula das escolas básicas, devem estar presentes as seis atividades matemáticas universais, pilares comuns da construção da matemática em todo mundo: contar, medir, localizar, desenhar, jogar e explicar.

> Fundamental para a nossa compreensão das salas de aula de matemática é o fato de estarmos lidando com pessoas. Pode parecer trivial dizer isso, mas o fato pode ser facilmente esquecido na discussão dos detalhes dos componentes da aula, por exemplo, ou habilidade do aluno, ou motivação, ou qualquer outra construção psicológica ou matemática. [...] O reconhecimento dessa construção social dos fenômenos me leva a propor uma nova orientação para a educação matemática. Esta orientação vê o ensino de matemática em sala de aula como o controle da organização e dinâmica da sala de aula com o propósito de compartilhar e desenvolver o significado matemático. [1](BISHOP, 1991, p. 26, *tradução nossa*)

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018, p. 268), o ensino de matemática

> ...assegura aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição).

Tal importância concedida à matemática nos leva à necessidade de um planejamento prévio das aulas em relação à temática dos números reais, considerando o teor de complexidade para atender às necessidades dos discentes em vista da compreensão do conceito.

Considerando esta problemática e tendo em conta que, segundo a BNCC (2018), esse conteúdo é proposto para os 7º, 8º e 9º anos do Ensino Fundamental II das instituições públicas mineiras e do Brasil, formulamos as seguintes questões de pesquisa:

---

[1] "Fundamental to our understanding of mathematics classrooms is the fact that one is dealing with people. It may seem trivial to say this but the fact can easily be overlooked when discussing details of lesson components, for example, or pupil ability, or motivation, or any other psychological or mathematical construct. […] Recognition of this social construction of phenomena leads me to propose a new orientation for mathematics education. This orientation views mathematics classroom teaching as *controlling the organization and dynamics of the classroom for the purposes of sharing and developing mathematical meaning,"*

Como trabalhar o tema - Conjunto dos Números Reais - de forma significativa para o aluno da Escola Básica? Como construir o conceito de números reais adotando uma abordagem intuitiva?

Assim, o presente trabalho tem como objetivo geral propor uma alternativa didática para o ensino dos números reais, nos anos finais do Ensino Fundamental, utilizando uma abordagem intuitiva a partir da fundamentação teórica de Bishop (1985, 1991, 2002 e 2008).

Os objetivos específicos desta pesquisa são: (i) examinar as peculiaridades de diferentes abordagens históricas contidas em artigos, dissertações e teses para que se dê sentido aos números reais (exemplificações e necessidades históricas da humanidade); (ii) apresentar uma proposta didática com atividades para o ensino dos números reais considerando a realidade da escola básica brasileira, segundo uma perspectiva intuitiva.

Consideramos a matemática como um fenômeno histórico-cultural e desta forma deve ser apresentada aos alunos da escola básica. A partir destas premissas, temos como objetivo propor uma alternativa didática para o ensino dos conjuntos numéricos nos anos finais do ensino fundamental que se contraponha à formalização precoce verificada na maioria das escolas. A metodologia deste trabalho é de natureza teórica tendo sido desenvolvido a partir de uma revisão bibliográfica. A abordagem da pesquisa é qualitativa, pois tem o interesse de explorar o fenômeno estudado. Realizamos, então, uma revisão de literatura buscando trabalhos já desenvolvidos no tema de ensino de números reais com uma perspectiva cultural e histórica. Segundo Marconi e Lakatos (2003, p.158), a revisão da literatura é pertinente em uma pesquisa pois

> A pesquisa bibliográfica é um apanhado geral sobre os principais trabalhos já realizados, revestidos de importância, por serem capazes de fornecer dados atuais e relevantes relacionados com o tema. O estudo da literatura pertinente pode ajudar a planificação do trabalho, evitar publicações e certos erros, e representa uma fonte indispensável de informações, podendo até orientar as indagações.

A partir desse estudo teórico, elaboramos um jogo de tabuleiro, *Tabuleiro PanMatemático,* como proposta didática para o ensino dos conjuntos numéricos nos anos finais do ensino fundamental.

2. CONCEITO DE NÚMERO: UM BREVE PERCURSO HISTÓRICO

A História confirma a necessidade dos números para a vida comum e o bem-estar da sociedade. Apesar de alguns povos organizarem sua vida social sem os mesmos, percebemos que, ainda assim, estas sociedades têm noção do "nada" e do "muito". Estas noções são insuficientes para as grandes civilizações formadas em diversas regiões do mundo.

> Para dar uma ideia da dificuldade da questão relativa à representação dos números, lembramos que, a princípio, nossos mais antigos antepassados contavam somente até dois, e a partir daí diziam "muitos" ou "incontáveis" (É fato que, ainda hoje, existem povos primitivos que contam objetos dispondo-os em grupos de dois). Os gregos, por exemplo, ainda conservam em sua gramática uma distinção entre um, dois e mais de dois, ao passo que a maior parte das línguas atuais só faz a distinção entre um e mais de um, isto é, entre singular e plural. (SOUZA, 2008, p. 3)

Há indícios da criação de sistemas numéricos em várias sociedades. Estes sistemas surgiram da necessidade da contagem de objetos de diferentes naturezas. Os primeiros registros de contagem são feitos pelos homens primitivos nas paredes das cavernas, com marcações em ossos e em pedras. O número "um" surgiu como um traço e diferentes sistemas de numeração foram criados, passando pelos egípcios, romanos, indianos entre outros. O sistema de numeração arábico (criado pelos indianos) é utilizado por nós hoje em dia. A História registra várias objeções e conflitos na construção dos conjuntos numéricos até serem formalizados pelos pesquisadores e matemáticos. Desta forma, a necessidade de contar objetos, em várias partes do mundo, levou à criação de diferentes sistemas de numeração. Os mais conhecidos entre nós são o Sistema de Numeração Romano e o Indiano (Arábico), pois foram eles que ultrapassaram barreiras culturais e físicas para facilitar, pela sua organização, a aritmética em resolução de problemas. Vejamos a escrita e algumas representações numéricas dos romanos (Figura 1).

Figura 1. Sistema de numeração romano

Símbolo	Valor atribuído
I	1
V	5
X	10
L	50
C	100
D	500
M	1000

Fonte: SOUZA, 2008, p. 11.

Para descreverem quantidades como 1346, os romanos utilizavam o método de associação de letras. Vejamos:

1346 = MCCCXLVI

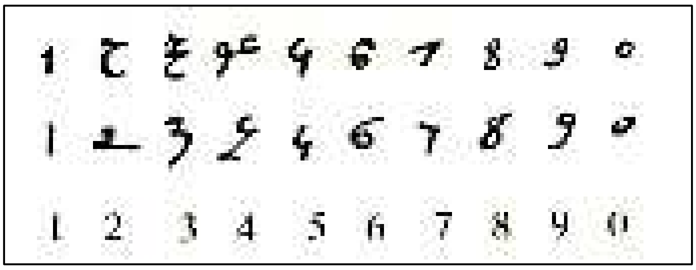
Podemos perceber que eles já usavam as operações aritméticas básicas para representar seus números:

MCCC = 1000 + 100 + 100 + 100 = 1300
XL = 50 – 10 = 40
VI = 5 + 1 = 6

Mas, para efeitos de cálculos, dependiam de habilidades aritméticas bem desenvolvidas. Surgem, então, os contadores e bancários que usavam do ábaco para demostrar ao povo e aos senhores suas resoluções com o intuito de confirmarem seus resultados. Esse modelo dominou a Europa durante o Império Romano até o Renascimento, nos séculos XIII e XIV.

No ocidente, século IX, os algarismos indianos ganharam fama pela capacidade de expressar quantidades grandiosas com poucos algarismos. Os algarismos hindu-arábicos eram conhecidos pelo fato de grandes algoristas poderem fazer “cálculos na areia” usando apenas as representações muito parecidas com as atuais. Nessa ocasião também entrou em discussão a representação do “nada”, com o algarismo zero (0), que até então não fazia parte do conhecimento humano, mas de suma importância para a simbologia do Sistema de Numeração Indiano (Figura 2).

Figura 2. Sistema de numeração indiano



Fonte: SOUZA, 2008, p. 16.

Vale ressaltar que essas operações aritméticas eram muito refinadas para época assim, poucas pessoas tinham conhecimento dessa matemática. Então, houve um grande dilema com a entrada dos algarismos indianos na Europa, pois havia domínio dos abacistas na agilidade e aproximações de resoluções de problemas matemáticos, mas a precisão de algoristas impressionava, impulsionando a "queda" dos números romanos. Lembremos que cálculos de juros se tornavam muito mais precisos podendo representar números "pequenos" ou "grandes" com pouca simbologia.

A numeração hindu-arábica é caracterizada como um sistema de numeração posicional decimal. Essa facilidade de utilizar a base 10 é dada por consequência das nossas mãos terem dez dedos como diz Souza (2008, p. 22):

> A razão de utilizarmos base 10 é convencional e, provavelmente, é consequência do fato de quase todos os povos terem usado os dedos das mãos para contar. Temos, então que no nosso sistema todo número pode ser representado por uma sequência:
>
> $$a_n \, a_{n-1} \ldots a_1 \, a_0,$$
>
> Em que cada algarismo $a_i \in \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$. O que cada algarismo representa depende de sua posição nessa sequência, de acordo com a seguinte regra: cada vez que deslocamos uma casa para a esquerda na sequência anterior, o valor do algarismo fica multiplicado por 10.

Vejamos a exemplificação de um número em relação sua posição:

$$343 = 3x10^2 + 4x10^1 + 3x10^0$$

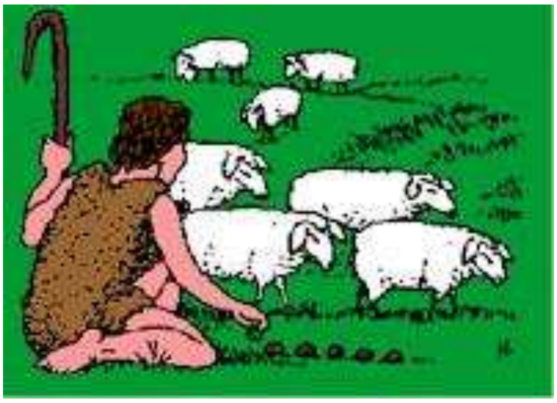
Esse sistema de numeração é usado por todo o mundo nos dias de hoje.

2.1. A contagem e os números naturais

O processo de contagem e operações aritméticas básicas envolvendo objetos e animais deram origem ao conjunto numérico chamado Conjunto dos Números Naturais, representado pelo símbolo $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, ...\}$. É um conjunto de infinitos elementos, pois ao definirmos um elemento desse conjunto existirá sempre um sucessor, outro maior do que ele, pertencendo ao mesmo conjunto.

Os Números Naturais surgiram de forma intuitiva do princípio da contagem sucessiva acrescendo uma unidade: um para dois, dois para três, três para quatro e assim por diante. Utilizados pelos pastores da Antiguidade na contagem dos seus rebanhos pela correspondência de pedras com os animais e, também, utilizados pelos contadores dos senhores de escravos para contar os soldados de seus exércitos (Figura 3).

Figura 3: Pastores contando ovelhas



Fonte: Matemática Complexa[2]

2.2. A medição e os números racionais

Com o desenvolvimento da agricultura, marcação territorial e cobrança de impostos no Egito Antigo (aprox. 2000 a.C), surgiram os sinais das frações. O rio Nilo e suas cheias ditavam a forma de vida dos egípcios desta época. Os cobradores de impostos, com uma forma única de medir os terrenos por meio de unidades próprias, na época da cheia ou seca do rio Nilo, contabilizavam se os proprietários perdiam ou ganhavam terreno para produzir e, assim, os direitos com o que possuíam no momento (Figura 4). Suas formas práticas intuitivas de medição utilizavam as propriedades dos números racionais (usavam frações de numeradores iguais a 1).

[2] Disponível em https://sites.google.com/site/matematicacomplexa/Aorigemdosnumeros (Acesso:27/09/2020)

Figura 4: Medição Egípcia

Fonte: Universidade Passo Fundo[3]

Os escribas relatam problemas cotidianos como a resolução de repartições de pães e cervejas. Veja o exemplo:

> Como o pagamento da época eram pagas com comidas e bebidas uma resolução foi apresentada para divisão de 9 pães para 10 operários: pegavam 5 pães dividiam ao meio e os outros 4 pães dividiam em 3, pegavam 2 pedaços dos dois terços e dividiam em 5 novos pedaços cada obtendo décima quinta parte. Pagando a cada operário $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{15}=\frac{15+10+2}{30}=\frac{9}{10}$, lógico que poderia dividir o pão em dez pedacinhos e entregar migalhas para os operários, mas a forma que eles encontravam tornavam mais elegante o pagamento. (MrProfmatematica, 2014, p. youtube[4])

Podemos notar, neste exemplo, a necessidade do conjunto dos números racionais para efetuar divisões nos problemas do cotidiano da época.

2.3. A crise dos irracionais

O estudo dos números conduziu a descobertas sobre as infinitas complexidades do universo numérico. O conceito de número "um" possibilitou um reconhecido matemático do século VI a.C., conhecido mundialmente como Pitágoras, a fazer descobertas e experimentos com os números. O resultado (teorema) mais conhecido, que levou o seu nome, atesta: "Em qualquer triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos comprimentos dos catetos." .

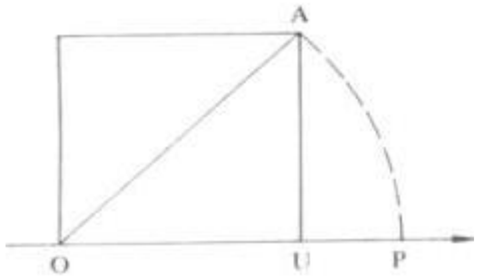
Os pitagóricos também constataram que a diagonal de um quadrado não tem medida comum com o seu lado; o valor para medir tal comprimento seria "inexprimível" causando uma crise no modelo de relação dos números com o universo (Figura 5).

---

[3] Disponível em http://usuarios.upf.br/~pasqualotti/hiperdoc/natural.htm (Acesso: 27/09/2020)

[4] Disponível em https://www.youtube.com/watch?v=eOeyJS4jorQ (10m45s) (Acesso:15/05/2020)

Figura 5: Diagonal do quadrado



Fonte: Revista Professor de Matemática[5]

De acordo com Souza (2008, p. 33), ao passar dos séculos os números *irracionais* foram denotados pela categoria de notações imperfeitas, representados por aproximações. Então, ficaram conhecidos como números existentes sem uma formalização geral.

> A categoria dos números irracionais ficou ainda pouco precisa durante séculos por causa das notações imperfeitas de outrora, que não permitiam a representação destes números de um modo coerente, já que eles eram designados por palavras e valores aproximados aparentemente sem nenhuma relação uns com os outros. Como não era possível defini-los corretamente, constatou-se simplesmente a sua existência, sem poder implicá-los num raciocínio geral.

Os números irracionais possuem infinitos algarismos significativos não periódicos em sua parte decimal e, mesmo com a tecnologia avançada de computadores, apenas poderíamos escrever uma aproximação decimal dos mesmos. Souza (2008, p. 34) nos mostra uma prova de Aristóteles para um dos números irracionais mais conhecidos:

> **$\sqrt{2}$ não é um número racional.** Aristóteles (384–322 a.C.), como exemplo de uma demonstração por redução ao absurdo, demonstrou que $\sqrt{2}$ não é um número racional, isto é, não se pode escrever como uma fração de dois inteiros.
>
> Por absurdo, suponha que existem dois números naturais p e q, primos entre si, tais que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ [isto é, suponhamos a fração $\frac{p}{q}$ pode ser escrita na forma irredutível] e $\left(\frac{p}{q}\right)^2 = 2$. Então, $p^2 = 2q^2$ isto implica que p^2 é um número par e, consequentemente, p também é par [porque se fosse ímpar teríamos $p = 2k + 1$ para algum número natural k e $p^2 = (2k + 1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4(k^2 + k) + 1$ seria ímpar]. Se p é um número par, existe um natural k tal que $p = 2k$ e assim $4k^2 = 2q^2 \Leftrightarrow q^2 = 2k^2$. Então q seria par [porque q^2 é par], o que é absurdo visto que p e q são primos entre si.

Após essas discussões, ficou mais difícil definir o que seria número e, somente no século XX, tivemos uma formalização dos conjuntos numéricos.

[5] Disponível em http://www.rpm.org.br/cdrpm/5/3.htm (Acesso: 28/09/2020)

2.4. O comércio e os números inteiros

O comércio teve grande importância para a criação da simbologia dos números inteiros. Não sabemos ao certo as datas dos surgimentos das marcações, mas os comerciantes utilizavam traços "-" e "+" para representar o que tinha sido vendido ou sobrado de suas mercadorias. Vejam um exemplo (GUELLI, 2003, p.7, adaptada):

> Suponhamos que um comerciante tenha dois sacos contendo 10 kg de farinha em cada, no final de seu expediente ao verificar as quantias vendidas toma nota que vendeu 6 kg de uma saca e 2 kg da outra, logo o mesmo fazia as marcas de –6 e –2 nos respectivos sacos, assim, saberia a quantia em quilos de cada. No dia seguinte, suponhamos que ele juntasse os dois sacos, logo ele faz uma marcação de + 2, pois ele sabia que havia dois quilos a mais no saco em relação a quantidade inicial.

Porém essas simbologias eram contestadas pelos matemáticos e os números "negativos" eram considerados como números absurdos. Com o decorrer do tempo, alguns matemáticos começaram a perceber em seus estudos a necessidade deles. Na obra de Françoise Viéte, do final do século XVII, ele admitiu que expressões literais possuem valores negativos. Foi, porém, Hermann quem garantiu a legitimidade dos números negativos, de acordo com Sousa (2008, p. 28):

> A legitimidade dos números negativos deu-se definitivamente por Hermann Hankel (1839–1873) em sua obra "Teoria do Sistema dos números Complexos", publicada em 1867. Hankel formulou o *princípio de permanência e das leis formais* que estabelece um critério geral de algumas aplicações do conceito de número.

2.5. Formalização dos Conjuntos Numéricos

Georg Ferdinand Ludwing Philipp Cantor nasceu em 3 de março de 1845, na Rússia, e faleceu em 6 de janeiro de 1918, na Alemanha. Cantor desafiou o senso comum ao descobrir números que a imaginação matemática não alcançava. Em seus estudos provou que os conjuntos infinitos não têm todos o mesmo tamanho e que havia mais de um tipo de infinito criando assim a Moderna Teoria dos Conjuntos.

No século XIX, passou sua vida fazendo provas e qualificando teoremas para a formalização dos Conjuntos Numéricos (Wikipédia, ed. 2020):

> Cantor provou que os conjuntos infinitos não têm todos a mesma potência (potência significando "tamanho"). Fez a distinção entre conjuntos numeráveis (ou enumeráveis) (em inglês chamam-se *countable* - que se podem contar) e conjuntos contínuos (ou não-enumeráveis) (em inglês *uncountable* - que não se podem

> contar). Provou que o conjunto dos números racionais Q é (e)numerável, enquanto que o conjunto dos números reais IR é contínuo (logo, maior que o anterior). Na demonstração foi utilizado o célebre argumento da diagonal de Cantor ou método diagonal. Nos últimos anos de vida tentou provar, sem o conseguir, a "hipótese do contínuo", ou seja, que não existem conjuntos de potência intermédia entre os numeráveis e os contínuos - em 1963, Paul Cohen demonstrou a indemonstrabilidade desta hipótese. Em 1897, Cantor descobriu vários paradoxos suscitados pela teoria dos conjuntos. Foi ele que utilizou pela primeira vez o símbolo R para representar o conjunto dos números reais. (p.1)

Segundo a Revista SUPER (2006, p.1)[6], "Cantor emparelhou os números inteiros com os números menores que 1 e constatou: depois de esgotar a lista dos inteiros, ainda havia menores que 1 a emparelhar. Concluiu que o número desses últimos - apenas entre 0 e 1- era maior que o infinito número dos inteiros". Cantor "batizou" de Alefe-Zero o conjunto dos números inteiros, o "menor" dos infinitos. Fazendo assim o Alefe-Zero mais 1 e sucessores, hierarquizando os infinitos. Matemáticos do mundo todo ficaram perplexos com a ideia.

De acordo com a SUPER (2016), os métodos de Cantor mudaram a forma de observar os números. Mesmo considerado prático e útil, Cantor não conseguiu provar por completo o problema dos infinitos.

> "É preciso dizer que a teoria de Cantor não resolveu por completo os problemas básicos sobre o infinito. Para citar um único exemplo, talvez o mais importante, ele foi incapaz de dizer qual seria o número dos números reais — que ele havia provado serem em maior quantidade que os inteiros. Mas em que proporção? Se o número dos inteiros é álefe-zero, qual será o número infinito dos números reais? O matemático alemão David Hilbert (1862-1943), homenageado como o maior deste século, pensou ter provado que seria 2 elevado a álefe-zero. Cantor, pessoalmente, se inclinava fortemente para esse resultado, mas a prova não se sustentou." (p.1)

As contribuições de Cantor foram contestadas pelos matemáticos. Algumas frases se perpetuaram em homenagem à complexidade da compreensão dos infinitos, como a frase de David Hilbert: "Que ninguém seja capaz de nos tirar do paraíso que Cantor criou para nós".

Cantor comprovou que existem infinitos maiores que outros infinitos, provando a existência de conjuntos enumeráveis e não enumeráveis. Posteriormente, junto às

[6] https://super.abril.com.br/comportamento/georg-cantor-e-o-alefe-zero-o-homem-que-colocou-o-infinito-no-bolso/

considerações de alguns paradoxos com outros matemáticos no século XX, consolidou a formalização dos Conjuntos Numéricos.

3. Competências matemáticas segundo a BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) norteia a aprendizagem essencial da educação básica brasileira. Enumera dez competências gerais (Anexo 1) que devem ser desenvolvidas ao longo do ensino básico. São, ainda, oito competências específicas para o Ensino Fundamental e cinco, para o Ensino Médio na área de Matemática (Anexo 2).

A partir do relacionamento das competências gerais com as especificas e articulações dos conceitos matemáticos, a BNCC tem como objetivo fomentar o desenvolvimento pelos alunos das capacidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar sobre problemas do cotidiano.

Conforme a BNCC (2018, p. 270), sobre como deve ser abordada a temática dos conjuntos numéricos:

> No processo da construção da noção de número, os alunos precisam desenvolver, entre outras, as ideias de aproximação, proporcionalidade, equivalência e ordem, noções fundamentais da Matemática. Para essa construção, é importante propor, por meio de situações significativas, sucessivas ampliações dos campos numéricos.

A BNCC (2017, p. 267) destaca, como competência matemática a ser desenvolvida, a perspectiva cultural e ressalta a importância da enculturação matemática.

> Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

4. UMA ABORDAGEM INTUITIVA PARA O ENSINO DOS NÚMEROS REAIS

De acordo com Bishop (1991), para a promoção da aprendizagem matemática devemos trabalhar numa perspectiva cultural. Esta abordagem pedagógica permite ao aluno interagir com a realidade por conexões matemáticas. Desta forma, cada estudante recria e apropria-se dos objetos matemáticos a partir de contextos culturais e históricos.

> Ensinar as crianças a fazer matemática enfatiza o conhecimento como "uma forma de fazer". A educação matemática parece-me, em contraste, estar essencialmente preocupada com "uma forma de saber". Isso me fala de uma perspectiva cultural do conhecimento matemático. [7](BISHOP, 1991, p. 3, *tradução nossa*)

Bishop (2008a) critica o ensino atual que se pauta em repetições mecânicas e apresenta resultados de ensino excludentes. Essa abordagem tecnicista do ensino de matemática privilegia a formação de profissionais das Ciências Exatas e, desta forma, é inapropriada para a maioria dos alunos. Segundo o autor, a cultura matemática deve ser compartilhada para dar significado ao desenvolvimento cultural e social do aluno.

> A educação matemática não deve apenas encorajar a atividade matemática, mas também oferecer experiências de reflexão sobre a matemática. Além disso, embora um treinamento matemático possa certamente beneficiar aqueles que têm sucesso, o que educacionalmente ele oferece aos que não o fazem? Aqueles que não se tornarão matemáticos profissionais não precisam de treinamento matemático, mas precisam de educação matemática que, em uma democracia, os capacite a compreender e, em última instância, avaliar atividades práticas matemáticas em todas as esferas da vida. Competência sem perspectiva reflexiva não é educação. [8](BISHOP, 2008a, p. 157, *tradução nossa*)

Bishop afirma que a matemática é um fenômeno pancultural, ou seja, foi construída por contextos culturais diferentes que produziram diferentes matemáticas. Aponta a inapropriação da uniformização do ensino da matemática salientando que o professor deve considerar as diferentes realidades de seus alunos, valorizar a cultura

---

[7] "Teaching children to do mathematics emphasizes knowledge as 'a way of doing'. A mathematical education seems to me, in contrast, to be essentially concerned with 'a way of knowing'. That then speaks to me of a cultural perspective on mathematical knowledge."

[8] "A mathematical education must not only encourage mathematical activity, but also offer the experiences of reflecting about mathematics. Also, while a mathematical training can certainly benefit those who succeed, what educationally does it offer those who don't? Those who will not become professional mathematicians do not need mathematical training, but they do need mathematical education which will, in a democracy, empower them to understand and ultimately to evaluate the activities of practicing mathematicians in all walks of life. Competence without a reflective perspective is no education."

trazida pelos alunos e criar diversas possibilidades de conexões da matemática escolar com a realidade.

> Não existe, a partir desta perspectiva, uma matemática - na verdade, talvez seja apropriado que em inglês, e em algumas outras línguas também, a palavra "matemática" esteja no plural. Existem, claramente, diferentes matemáticas - vimos muitas evidências de diferentes números e sistemas de contagem, diferentes termos de localização, diferentes medidas, diferentes designs e tecnologias, diferentes jogos e diferentes maneiras de explicar. Podemos ler matemática chinesa, matemática grega, matemática romana, matemática africana, matemática islâmica, matemática indiana e matemática neolítica, para citar apenas alguns. [9](BISHOP, 1991, p. 56)

O autor assinala uma raiz comum dessas matemáticas construídas nas diferentes civilizações que tem origem em seis atividades universais: contagem, medição, explicação, localização, jogo e desenho. A matemática se formou pela convergência das necessidades de diferentes sociedades no percurso da história humana. Os professores são os responsáveis e enculturadores de seus alunos no ambiente escolar e devem promover a enculturação matemática.

De acordo com essa fundamentação teórica, apresentamos a proposta de um TABULEIRO PAN-MATEMÁTICO (Anexo 3) com o propósito de contextualizar o conhecimento dos Conjuntos Numéricos em diferentes culturas e sociedades no decurso da História. As atividades criadas têm o objetivo de promover a enculturação matemática dos alunos.

[9] "There is not, from this perspective, *one* mathematics – indeed it is perhaps fitting that in English, and in some other languages also, the word 'mathematics' is in plural form. There are, clearly, different mathematics – we have seen plenty of evidence of different numbers and counting systems, different location terms, different measures, different designs and technology, different games, and different ways of explaining. We can read of Chinese mathematics, Greek mathematics, Roman mathematics, African mathematics, Islamic mathematics, Indian mathematics, and Neolithic mathematics to mention just a few."

QUADRO DE ASSOCIAÇÃO ENTRE COMPETÊNCIAS (BNCC) E AS ATIVIDADES PROPOSTAS NO TABULEIRO PAN-MATEMÁTICO

		BNCC	*ATIVIDADE MATEMÁTICA*
1. ***DESAFIO 1***	**O ÁBACO**	CEMA5[10]	CONTAR
2. ***VOCÊ SABIA***	**CONTAGEM**	CEMA1	EXPLICAR
3. ***DESAFIO 2***	**NÚMEROS PARA CONTAR**	CEMA2	CONTAR
4. ***DESAFIO 3***	**NÚMEROS ROMANOS**	CEMA1	EXPLICAR
5. ***DESAFIO 4***	**PASTOR E O AJUDANTE**	CEMA3	CONTAR
6. ***VOCÊ SABIA***	**SISTEMA HINDU- ARÁBICO**	CEMA1	EXPLICAR
7. ***VOCÊ SABIA***	**O ZERO**	CEMA1	EXPLICAR
8. ***DESAFIO 5***	**BOTÕES**	CEMA4	CONTAR
9. ***VOCÊ SABIA***	**SINAIS**	CEMA5	EXPLICAR
10. ***DESAFIO 6***	**VENDA DE MERCADORIAS**	CEMA5	EXPLICAR
11. ***DESAFIO 7***	**TEMPERATURA**	CEMA3	EXPLICAR
12. ***DESAFIO 8***	**MONTANHA E O MAR**	CEMA2	EXPLICAR
13. ***VOCÊ SABIA***	**PAPIRO**	CEMA1	EXPLICAR
14. ***DESAFIO 9***	**O REMÉDIO**	CEMA6	MEDIR
15. ***DESAFIO 10***	**DIVISÃO DE PÃES**	CEMA8	MEDIR
16. ***DESAFIO 11***	**IMC**	CEMA2	MEDIR
17. ***DESAFIO 12***	**QUADRADO MÁGICO**	CEMA3	JOGAR
18. ***VOCÊ SABIA***	**GEORG CANTOR**	CEMA1	EXPLICAR

[10] Significado da sigla CEMA: Competência Específica de Matemática.

19. *DESAFIO 13*	**ESPIRAL DE TEODORO**	CEMA2	DESENHAR
20. *VOCÊ SABIA*	**HIPASO DE METAPONTO**	CEMA1	EXPLICAR
21. *VOCÊ SABIA*	**NÚMEROS AMIGOS**	CEMA1	EXPLICAR
22. *DESAFIO 14*	**PI**	CEMA4	MEDIR
23. *VOCÊ SABIA*	**LOCALIZAÇÃO NO GLOBO**	CEMA2	LOCALIZAR
24. *DESAFIO 15*	**EPIGRAMA DE DIOFANTO**	CEMA3	MEDIR
25. *VOCÊ SABIA*	**VIVER SEM NUMERAÇÃO**	CEMA1	EXPLICAR
26. *DESAFIO 16*	**LOCALIZAÇÃO**	CEMA2	LOCALIZAR
27. *VOCÊ SABIA*	**NUMERAÇÃO EGÍPCIA**	CEMA1	EXPLICAR
28. *DESAFIO 17*	**HOTEL DE HILBERT**	CEMA8	EXPLICAR
29. *DESAFIO 18*	**RECEITA DE BOLO**	CEMA2	CONTAR
30. *DESAFIO 19*	**A GRAMA E O BOI**	CEMA2	MEDIR

4.1. Atividades matemáticas: Conjunto dos números naturais

Desafio 1: **O ábaco**

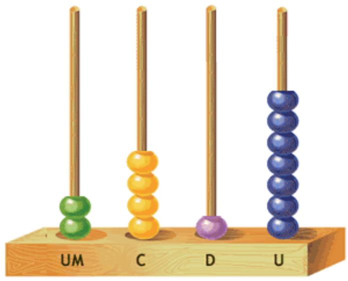
Povos da Antiguidade faziam contagem colocando em um buraco no chão uma pedra correspondente a cada objeto contado. Ao depositarem dez pedras, trocavam-nas por uma única pedra, colocada em um buraco ao lado. Repetiam esse processo até colocarem dez pedras no segundo buraco. Então, retiravam-nas do primeiro e do segundo e trocavam-nas por uma única pedra num terceiro buraco. E assim, repetiam o procedimento. Com esse processo, nasceu o **ábaco**, um instrumento para contar e calcular. Vários tipos de ábacos foram criados. O mais conhecido é feito utilizando-se contas furadas e enfiadas em hastes fixas numa base, como mostra a figura ao lado.

Fonte: *Matemática hoje é feita assim*[11]

Figura 6: Ábaco

Fonte: Escola Online[12]

Figura 7



Um pastor contou o número de suas ovelhas.

Representou este número no **ábaco** como mostra a figura ao lado.

Quantas ovelhas ele contou?

Resposta: 2 unidades de milhar (quarta vareta) mais 4 centenas (terceira vareta) mais 1 dezena (segunda vareta) mais 7 unidades (primeira vareta) formando 2 x 1000 + 4 x 100 + 1 x 10 + 7 = 2417 ovelhas contadas.

[11] BIGODE, Antonio José Lopes. MATEMÁTICA HOJE É FEITA ASSIM 5. 1995. editora FTD. (p. 13 e 14)

[12] Disponível em: http://www.escolaronline.com.br/produtos/abaco-aberto-em-madeira/ Acesso: 13 de out 2020

Desafio 2: **Números para contar**

A partir da necessidade de **contar**, vários povos criaram sistemas distintos para registrar os números. Nos tempos atuais, é universalmente reconhecido e aplicado o Sistema de Numeração Decimal utilizando os algarismos indo-arábicos.

(**Fonte:** *Matemática hoje é feita assim*)[13]

Agora é com você.

Represente a quantidade de gatos da figura 8 utilizando o Sistema de Numeração Indo-Arábico e, também, o Sistema de Numeração Romano?

Figura 8: Gatos

Resposta: Utilizando o Sistema de Numeração Indo-arábico, a resposta é 4 gatos.
Utilizando o Sistema de Numeração Romano, será IV gatos.

Você sabia 1: **Naturais**

Os **Números Naturais** tiveram origem no princípio da contagem sucessiva acrescendo uma unidade ao que já se tinha: um para dois, dois para três, três para quatro e assim por diante. Utilizados pelos pastores da Antiguidade na contagem dos seus rebanhos pela correspondência de pedras com os animais e, também, utilizados pelos contadores dos senhores de escravos para contar os soldados de seus exércitos.

***Desafio 3*: Números Romanos**

Nos tempos antigos, Roma era um grande Império que se estendia da Europa à Ásia e à África. No Império Romano, os romanos utilizavam um Sistema de Numeração que é utilizado até hoje para indicar capítulos de livros, séculos, títulos de reis e papas etc.

[13] BIGODE, Antonio José Lopes. MATEMÁTICA HOJE É FEITA ASSIM 5. 1995. editora FTD. (p. 23)

Os símbolos usados pelos romanos eram:

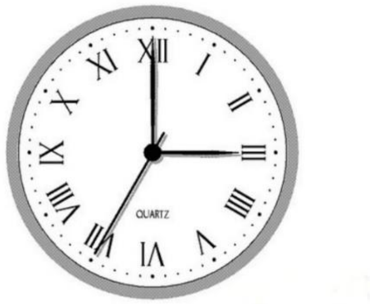
1	5	10	50	100	500	1000
I	V	X	L	C	D	M

“À primeira vista, os símbolos numéricos romanos parecem ter sido inspirados em letras maiúsculas do alfabeto latino. Os símbolos que conhecemos hoje não representam suas formas iniciais, que nada tinham a ver com as letras do alfabeto.”

(**Fonte:** *Matemática hoje é feita assim*)[14]

Os números romanos ainda se fazem presentes. Descubra o horário indicado no relógio da figura 9.

Figura 9: Relógio



Resposta: De acordo com o Sistema de Numeração Romano, o relógio marca 3 horas (ou três horas e 35 segundos).

Desafio 4: **O pastor e seu ajudante**

Em um vilarejo, um pastor necessitava contar seu rebanho mas não conhecia os números. Ele contava os animais com os dedos, levantando um dedo para cada animal que enxergasse. Dessa forma, o pastor necessitava sempre de um ajudante. Atingindo dez, o ajudante levantava um dedo. Com isso, o pastor contaria até dez animais, pois só tinha dez dedos. Com ajudante, o pastor podia abaixar os dedos, e continuar a contagem.

Figura 10: Contagem com os dedos

Fonte: Ético[15]

[14] BIGODE, Antonio José Lopes. MATEMÁTICA HOJE É FEITA ASSIM 5. 1995. editora FTD. (p. 21)
[15] FERRITE, Odimar Navas. ÉTICO FUNDAMENTO 6º ANO. 2017. Editora Ético. (p. 6)

Você saberia dizer qual a relação entre os dedos que o pastor levanta enquanto conta e o nosso sistema de numeração?

E os dedos que seu ajudante levanta?

Resposta: Os dedos que o pastor levanta representam as unidades do nosso sistema de numeração e os dedos do ajudante representam as dezenas.

Você sabia 2: **Simbologia indiana**

Algarismos indianos com o passar do tempo...

No Ocidente, por volta do século IX, os **algarismos indianos** ganharam fama pela capacidade de expressar quantidades grandiosas com poucos algarismos. Os algarismos hindu-arábicos eram conhecidos pelo fato de grandes algoristas poderem fazer "cálculos na areia" usando apenas as representações muito parecidas com as atuais. Nessa ocasião também entrou em discussão a representação do "nada", com o algarismo zero (0), que até então não era do conhecimento humano, mas de suma importância para a simbologia do Sistema de Numeração Indiano.

Você sabia 3: **Número Zero.**

O **zero** é um número natural mas não foi criado para contagem. A origem do zero deveu-se a uma concepção posicional da numeração, não à necessidade de registrar a inexistência de elementos num conjunto. O zero foi o último número natural a ser criado.

Fonte: Educação uol[16]

Desafio 5: **Botão perdido**

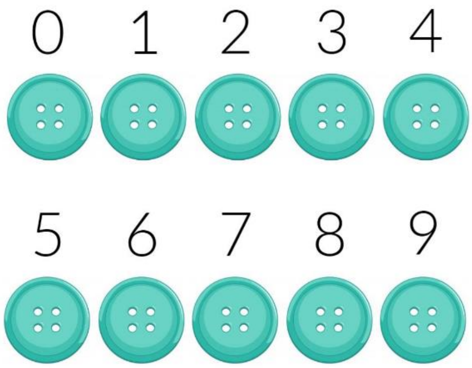
Pamela tem 10 botões numerados de 0 a 9. Ela perde um deles mas não quer contar à tia qual deles perdeu. A tia pergunta se com os 9 botões que sobraram ela consegue formar três grupos de botões de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Os grupos não precisam ter o mesmo número de botões, mas cada um dos 9 botões precisa estar em um dos 3 grupos. Pamela responde que sim. A tia pergunta, então, se ela consegue formar quatro grupos de botões de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Pamela responde que sim.[17]

---

[16] Disponivel em: https://educacao.uol.com.br/disciplinas/matematica/zero-historia-do-numero.htm Acesso: 24 de out 2020.

[17] Disponível em: *https://blogs.oglobo.globo.com/ciencia-matematica/post/quebra-cabeca-119.html* Acesso: 02 de out. 2020

Figura 11: Botões



Qual o botão que Pamela perdeu?

Resposta:

Somando os números de cada botão, temos 0+1+2+ ...+9 = 45. Vamos chamar de N o número do botão que foi perdido. Portanto a soma total dos botões que restaram é igual a 45-N.

Luiza afirma que é possível reunir os botões em três grupos de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Isso significa que 45 - N é divisível por 3. Como 45 é divisível por 3, N também deve sê-lo. Portanto N só pode ser 0, 3, 6 ou 9.

Pamela afirma que também é possível reunir os botões em quatro grupos de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Isso significa que 45 - N é divisível por 4. Ora, 45-0, 45-3 e 45-6 não são divisíveis por 4. Mas 45-9=36 o é.

Portanto, Pamela perdeu o botão de número 9.

4.2. Atividades matemáticas: Conjunto dos números inteiros

Você sabia 4: **Símbolo inteiro.**

Os números "negativos" eram considerados como números absurdos pelos matemáticos.

Com o decorrer do tempo, alguns matemáticos começaram a perceber em seus estudos a necessidade destes números. Na obra de Françoise Viéte, do final do século XVII, ele admitiu que expressões literais podem assumir valores negativos. Foi, porém, Hermann quem garantiu a legitimidade dos números negativos.

Desafio 6: **Venda de mercadorias**

Um comerciante possui 5 sacas, com 100 kg de feijão em cada uma delas. Durante a semana de vendas e compras, os funcionários foram retirando e colocando feijões nas sacas, mas sempre fazendo marcações sobre o manuseio de retirada ou acrescentado em relação do original.

Figura 12: SACA DE FEIJÕES

Fonte: Números com sinais[18]

Considere a figura acima.

Você consegue descobrir com quantos quilos de feijão este comerciante terminou a semana?

Resposta: Em cada saca, inicialmente, havia 100 quilos de feijões. Com as marcações temos:

100 – 27 = 73 kg; 100 – 36 = 64 kg; 100 + 9 = 109 kg; 100 – 1 = 99 kg e 100 + 15 = 115 kg

73 + 64 + 109 + 99 + 115 = 460 kg.

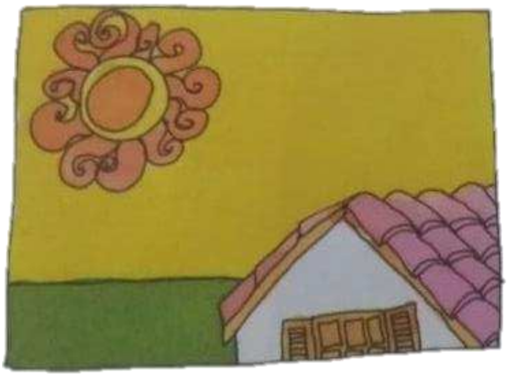
Concluímos que o comerciante possui 460 kg de feijões.

Desafio 7: **Temperatura**

É interessante percebermos que em regiões diferentes no mundo são observadas diversas temperaturas. Um certo dia, foram registradas as temperaturas abaixo em duas cidades brasileiras:

[18] GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática, Números com sinais: uma grande invenção**, Editora Ática, 2003.

Figura 13: Verão e inverno



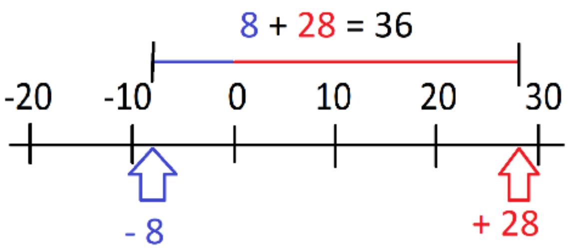
+ 28 ºC

- 8 ºC

Fonte: Números com sinais[19]

Qual é a variação entre as duas temperaturas marcadas conforme a figura?

Resposta: Podemos analisar pela reta numérica os dois valores citados.



A variação entre -8 e +28 é de 36. Análogo, a variação entre as temperaturas é 36 ºC.

Desafio 8: **Montanha e Fundo do mar**

O pico mais alto do mundo (medido a partir do nível do mar) é o Everest, localizado na fronteira entre Nepal e a China, com 8848 metros. As baleias orcas, conhecidas por "baleias assassinas!", por se alimentarem de quase tudo no fundo do mar, descem até 2000 metros de profundidade (abaixo do nível do mar). (**Fonte:** Ético[20])

---

[19] GUELLI, Oscar. **Contando a História da Matemática, Números com sinais: uma grande invenção**, Editora Ática, 2003.

[20] FERRITE, Odimar Navas. ÉTICO FUNDAMENTO 6º ANO. 2017. Editora Ético. (p. 6)

Figura 14: Everest

Figura 15: Baleia Orca

Você conhece outro modo de indicar profundidade abaixo do nível do mar, sem usar o termo “abaixo”? Conhece outro modo de representar alturas acima do nível do mar, sem usar o termo “acima”?

Resposta: Expectativa que a resposta seja utilizando a simbologia de sinais menos (-) nos valores abaixo do nível do mar e mais (+) nos valores acima nível do mar.

4.3. Atividades matemáticas: Conjunto dos números racionais

Você sabia 5: **Papiro de Rhind**

Os egípcios usavam papiros... Umedeciam as folhas e as colocavam para secar sobre tábuas, obtendo longos rolos onde registravam seus conhecimentos. Os papiros mais notáveis se encontravam nos túmulos egípcios.

O **Papiro de Rhind** é um rolo de 5,5 metros de comprimento por 33 centímetros de largura com 85 problemas. Mostra o uso das frações, resoluções de equações e vários outros conceitos matemáticos estudados na atualidade.

Figura 16: Pedaço do papiro de Rhind

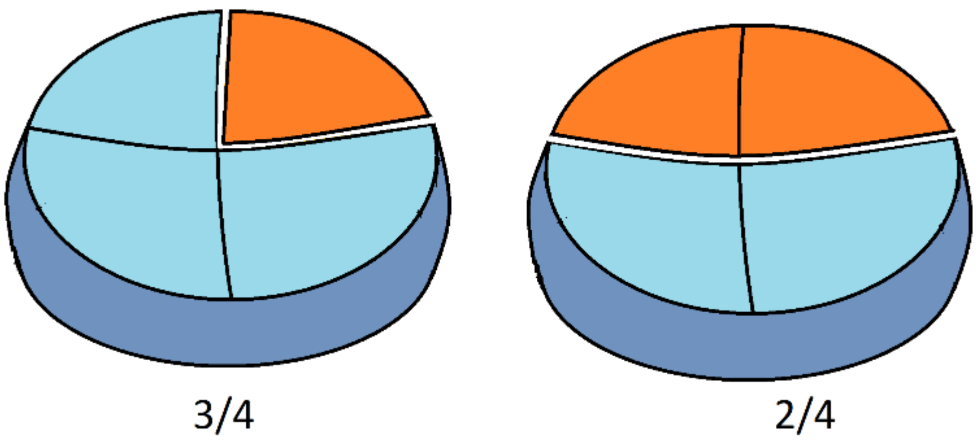
Fonte: A Matemática Egípcia[21]

[21] REIS, Alex marque. **A Matemática Egípcia – Solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind.** São Paulo, SP. IFSP. 2018.

Desafio 9: **O Remédio**

Camila necessita tomar diferentes dosagens de um mesmo remédio, variando a quantidade com os dias da semana. Ela comprou uma caixa desse remédio e consumirá a medicação de acordo com as orientações médicas. Nas segundas, nas quartas e na sextas, ela deverá ingerir $\frac{1}{4}$ de um comprimido; nas terças e nas quintas, $\frac{3}{4}$ de um comprimido. Nos sábados e nos domingos ela ingere $\frac{2}{4}$ de um comprimido.

Figura 17: Remédios



Fonte: O autor

Quais os dias da semana em que Camila consome uma maior quantidade desse remédio?

Resposta: Historicamente o conceito de fração foi utilizado para medir no contexto de contagem de "pedacinhos". Camila ingere, durante a semana, quantidade de "pedacinhos" diferentes de um comprimido (que foi divido em 4 "pedacinhos"). Os dias em que ela consome mais são nas terças e nas quintas, pois ingere 3 "pedacinhos" enquanto nos demais dias ou ingere 1 ou dois pedacinhos (considera-se os "pedacinhos" de mesmo tamanho).

Desafio 10: **Divisão de pães (Egito Antigo)**

Divida 1 pão por 10 homens. Qual a fração que cada homem receberá?

Fonte: Papiro de Rhind[22]

Figura 18: Pães

Resposta: Cada homem receberá 1/10 de pão.

De acordo com Ahmes (XVII) o método de multiplicação era feita com frações cujo o numerador é igual a "um", veja:

Ahmes comprova a solução do problema multiplicando 1/10 por 10:

	1	1/10
*	2	1/5
	4	1/3 1/15
*	8	2/3 1/10 1/30
	10	1/5 2/3 1/10 1/30

Como, pelo método da multiplicação, obtemos 2+8=10 e 1/5 2/3 1/10 1/30 = 1, a solução está correta pois 10 * 1/10 =1. (Univ. de Lisboa[23])

Desafio 11: **Índice de Massa Corporal (IMC)**

O Índice de Massa Corporal pode ajudar a verificar se o peso de uma pessoa está de acordo com sua altura.

[22] Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm202/probs.htm Acesso: 13 out. de 2020.
[23] Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2002/icm202/probs.htm Acesso: 13 out. de 2020.

É calculado da seguinte maneira: divide-se o peso da pessoa pela sua altura ao quadrado. Considera-se que uma pessoa está no peso normal quando apresenta o IMC entre 18,5 e 24,5.

Figura 20: Balança

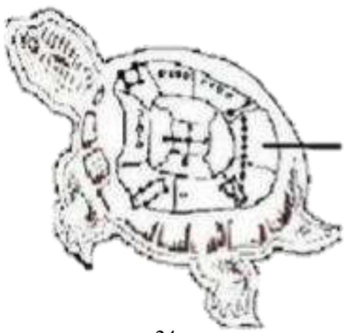
Uma pessoa medindo 1,60 metros de altura e pesando 50 kg seria considerada de peso normal?

Resposta: Sim, pois fazendo o cálculo de $\frac{50}{1{,}6^2} = 19{,}53125$, valor que se encontra entre 18,5 e 24,5.

Desafio 12: **Quadrado mágico**

O quadrado mágico mais famoso é um quadrado 3 por 3 cujas somas das linhas, colunas e diagonais são uma constante de valor 15, sendo que nenhum destes números se repete. Conhecido pela história do Imperador-engenheiro Yu, que observando o Rio Amarelo avistou uma tartaruga divina (considerado um animal sagrado da época, 2200 a. C.). Em seu casco estariam os símbolos (*lo shu*) que caracterizou o quadrado mágico 3 por 3. (Fonte: FCTUC)

Figura 21: Tartaruga



Fonte: FCTUC[24]

[24] Disponível em: http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/1Semestre/O%20que%20%C3%A9%20um%20quadrado%20m%C3%A1gico.pdf Acesso: 25 de out. de 2020

Observe o quadrado mágico abaixo. Que número está faltando?

4	9	2
3	5	
8	1	6

Resposta: O número é o 7, podendo ser descoberto fazendo as operações para soma 15 ou percebendo que, como não há repetições, é o único número que falta

4.4. Atividades matemáticas: Conjunto dos números irracionais

Você sabia 6: **Cantor**

Georg Ferdinand Ludwing Philipp Cantor nasceu em 3 de setembro na Rússia e faleceu em 6 de janeiro de 1918 na Alemanha.

Cantor desafiou o senso comum ao descobrir números que a imaginação matemática não alcançava. Em seus estudos provou que os conjuntos infinitos não têm todos o mesmo tamanho e que havia mais de um tipo de infinito criando assim a Moderna Teoria dos Conjuntos.

Formalizando os conjuntos numéricos de acordo com as suas características:

N = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...}

Z = {..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...}

Q = {a/b; a, b $\in$ Z e b $\neq$ 0}

I = {números que não podem ser escritos na forma a/b, com a, b $\in$ Z e b $\neq$ 0}

R = Q $\cup$ **I**

Cantor provou que existem infinitos maiores que outros infinitos, provando a existência de conjuntos enumeráveis e não enumeráveis. Posteriormente, junto às considerações de alguns paradoxos com outros matemáticos no século XX, consolidou a formalização dos Conjuntos Numéricos.

Desafio 13: **Espiral de Teodoro**

Teodoro, um filósofo e matemático grego, usando o Teorema de Pitágoras, construiu a espiral pitagórica.

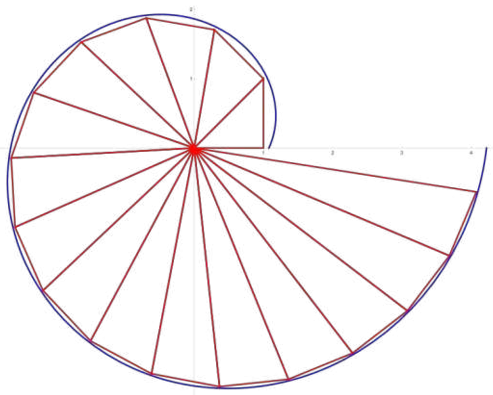
Esta espiral é construída a partir de um triângulo retângulo de catetos unitários e os próximos, têm como catetos a unidade e a hipotenusa do triângulo anterior.

Adaptada (Artigo Prof. Tuca)[25]

Determine a hipotenusa do sétimo triângulo da "Espiral de Teodoro".

Seguindo esse raciocínio, quantos triângulos conseguimos construir?

Figura 22. Espiral



Fonte: Espiral de Teodoro[26]

Resposta: Intuitivamente percebemos que o comprimento da hipotenusa do enésimo triângulo é igual $\sqrt{n-1}$, com $n = 7$ a hipotenusa será $\sqrt{6}$. A espiral é continua infinitamente, portanto podemos construir infinitos triângulo.

Você sabia 7: **Hipaso**

Hipaso de Metaponto foi um matemático, teórico da música e filósofo pré-socrático. Dizem que foi lançado ao mar aberto da Grécia em meados do século VI a.C. Alguns ainda questionam essa história.

Como membro de prestígio da Escola Pitagórica, lançou-se a encontrar a medida do comprimento da diagonal de um quadrado.

Imagine um quadrado de comprimento de lado igual a uma unidade, de acordo com o Teorema de Pitágoras, o valor da diagonal ao quadrado será igual ao valor da soma do quadrados do comprimento dos lados. Portanto esse valor seria o $\sqrt{2}$, um número que não poderia ser expresso na razão entre dois inteiros.

Os números irracionais não se encaixavam com a visão pitágorica, assim fizeram a escola jurar que não revelariam tal descoberta, mas Hipaso insistiu em divulgar.

[25]Disponível em: https://social.stoa.usp.br/articles/0048/4962/Geometria_-_2018_-_Aula_03.pdf Acesso: 03 out. de 2020

[26] Disponível em: https://www.wikiwand.com/es/Espiral_de_Teodoro Acesso: 17 out de 2020

Seria então, o motivo do suposto crime ao mar aberto.

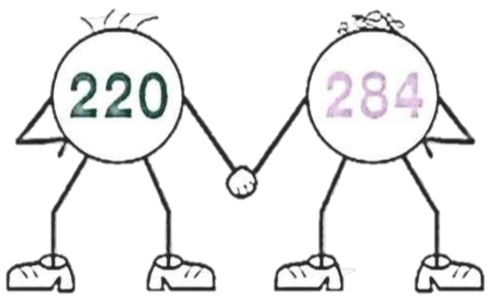
(Fonte: BBC)[27]

Você sabia 8: **Números Amigos**

Conheça os Números Amigos ...

São dois números com uma característica especial: cada um deles é a soma dos divisores naturais do outro sem incluir o próprio número.

Figura 23: Números Amigos



O menor par de números amigos é o 220 e 284. Os divisores de 220 são 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 ,110 e 220. Somando-os, tirando o próprio 220, resulta em 284. Os divisores de 284 são 1, 2, 4, 71, 142 e 284. Somando-os, tirando o próprio 285, resulta em 220.

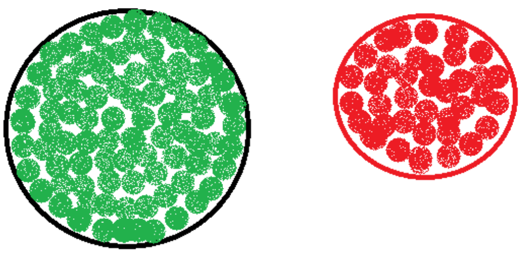
A descoberta desses número foram atribuídas a Pitágoras. Pierre Fermat e Leonardo Euler, anunciaram vários outros pares de números amigos.

(Fonte: IME- USP)[28]

Desafio 14: **PI**

Observe as circunferências a seguir:

Figura 24: Calculando π



Fonte: Autor.

[27] Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/geral-47436677 Acesso: 26 de out. 2020
[28] Disponível em: https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/namigos.html Acesso 26 de out 2020

Ao contar os números de bolas verdes ao redor da circunferência e em um suposto diâmetro obtemos, respectivamente, 31 e 10 bolas. Fazendo o mesmo processo com a vermelhas obtemos, respectivamente 20 e 7 bolas. Esse experimento nos permites encontrar o valor aproximado do número π (que é um número irracional).

Fazendo a razão entre o número de bolas ao redor e o suposto diâmetro em cada caso, qual das figuras (verde ou vermelha) conseguimos nos aproximar mais do valor desejado?

Resposta: Fazendo as razões das respectivas figuras obtemos:

3,1 para verdes e 2,86 aproximadamente para vermelhas. Portanto o que melhor representa é verde.

Observamos que quanto maior o número de bolas dentro da circunferência, melhor à aproximação.

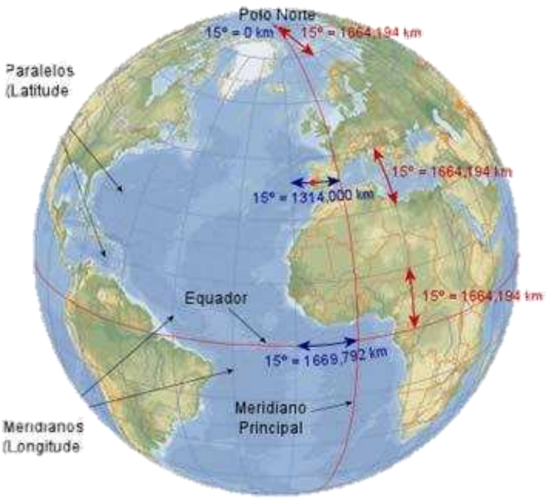
Você sabia 9: **Localização global**

A unidade usual de localização no globo terrestre é o grau e seus submúltiplos (minutos e segundos). São três elementos referências para localização exata:

- altitude (em relação ao nível do mar),
- longitude (principal Meridiano) e
- latitude (principal linha paralela ao Equador).

Veja a figura ao lado.

Figura 25: Globo terrestre



Fonte: Brasil Escola[29]

[29] Disponível em: https://brasilescola.uol.com.br/matematica/coordenadas-localizacao-absoluta.htm
Acesso: 02 de Nov 2020

Viçosa-Mg tem como coordenadas geográficas o paralelo de 20°45´14´´, latitude S, e o meridiano de 42°52´54´´, longitude W, altitude de 659 m acima do nível do mar. (Fonte: Pref. de Viçosa-MG)[30]

***Desafio 15:* Epigrama de Diofanto**

"Caminhante! Aqui estão sepultados os restos de Diofanto. E os números podem mostrar (milagre!) quão longa foi a sua vida, cuja sexta parte foi a sua bela infância. Tinha decorrido mais uma duodécima parte de sua vida, quando seu rosto se cobriu de pêlos. E a sétima parte de sua existência decorreu com um casamento estéril. Passou mais um quinquênio e ficou feliz com o nascimento de seu querido primogênito, cuja bela existência durou apenas metade da de seu pai, que com muita pena de todos desceu à sepultura quatro anos depois do enterro de seu filho."

(Fonte: Só matemática)[31]

Com quantos anos Diofanto morreu?

Figura 26: Diofanto

Resposta: Podemos calcular com a seguinte equação:

$$x = \frac{x}{6} + \frac{x}{12} + \frac{x}{7} + 5 + \frac{x}{2} + 4 \Rightarrow x = 84$$

Concluímos que Diofanto morreu com 84 anos.

[30] Disponível em: https://www.vicosa.mg.gov.br/ Acesso: 02 de Nov 2020

[31] Disponível em: https://www.somatematica.com.br/desafios/desafio151.php Acesso 02 de Nov 2020

Você sabia 10: **Pirahã**

Imagine viver em uma sociedade sem o conceito de número ...

Figura 27: Localização dos Pirahã

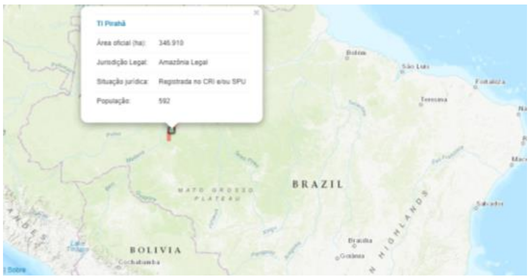


Figura 28: Contagem Pirahã

Ainda hoje, existem sociedades que não usam um sistema numeração.

Uma comunidade entre fronteira do Norte da Amazônia com Rondônia chamada Pirahã é um exemplo. A língua usada por essa tribo, não possui palavras ou símbolos para contar.

Everett, missionário que morou com os Pirahã, tentou identificar por meios de pesquisa de campo algum sinal de quantificação ou sistema de numeração, mas percebeu que eles apenas relacionavam as quantidades com o “muito”, “pouco” e “alguns”.
(Fonte: BBC)[32]

4.5. Atividades matemáticas: Conjunto dos números reais

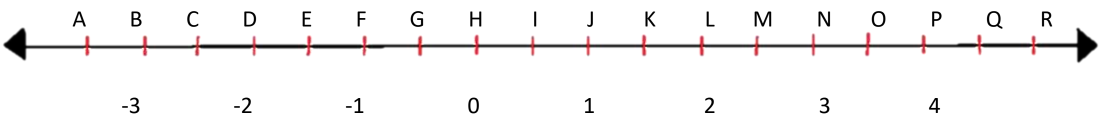
A reta real é um dos métodos utilizados para representar os números reais de forma geométrica. Essa abordagem possibilita que os alunos, no seu desenvolvimento escolar, compreender a quantidade e o conceito do número real. De acordo com Boff (2006), o desenvolvimento conceitual pela abordagem intuitiva utilizando a reta real foi alcançada.

> A abordagem possibilitou uma compreensão da quantidade e do conceito de número real mais adequada à maturidade de tais alunos. Nesta abordagem, ao associarmos o número real à medida de um segmento, tornamos este abstrato conceito “número real” mais próximo e efetivamente mais “real” para os alunos. (p. 179)

Desafio 16: **Localização**

Considere a reta numérica a seguir:

Figura 29: Reta



[32]Disponível em: https://www.bbc.com/portuguese/noticias/2016/01/160126_tribo_sem_numeros_mv
Acesso: 03 de Nov 2020.

Hugo, viajante, parte de H e anda 2 quilômetros e meio a leste.

Em seguida, percorre 5 quilômetros e meio a oeste.

Qual a letra que representa a posição em que ele parou?

Resposta: Na primeira parte do percurso anda até a letra M e, em seguida, percorre até a letra B. Portanto, o Hugo parou na letra B.

Você sabia 11: **Numeração Egípcia**

Por volta de 3000 a.C., os egípcios criaram um método próprio para representar os números.

De acordo com historiadores, foram os primeiros povos a adotar esse procedimento.

No Sistema de Numeração Egípcio, o valor do número é dado pela soma dos valores de cada símbolo utilizado na sua representação. Diferente do Sistema de Numeração Indo-Arábico, o Sistema de Numeração Egípcio tinha características aditiva e não posicional, ou seja, não importa a posição do símbolo pois ele sempre representa a mesma quantidade.

(Fonte: Oscar Bigode)

Figura 30: Numeração

Fonte: Autor

As duas representações acima são do número 22.

Desafio 17: **Hotel de Hilbert**, adaptada[33]

O Hotel de Hilbert é um famoso hotel que nunca deixou um viajante sem quarto, isso ocorria por ter infinitos quartos e um engenhoso gerente. Os quartos do Hotel são todos numerados utilizando-se os inteiros positivos.

Num certo dia, o hotel tinha todos os quartos ocupados e um turista, que não tinha feito reserva, chegou ao hotel e solicitou um quarto. Não sabendo como proceder, o recepcionista chamou o gerente. O gerente solicitou que cada hóspede saísse do seu quarto e fosse para o quarto de numeração seguinte (ou seja, os hóspedes do quarto n passaram para o quarto n+1) e assim pôde alojar o turista no quarto 1.

[33] Disponivel em: http://clubes.obmep.org.br/blog/desafio-hotel-de-hilbert/ Acesso: 17 de set. 2020

Logo em seguida, chegou um ônibus com infinitos passageiros. Como deve agir o gerente do hotel, para alojar todos esses viajantes e manter a tradição do hotel de nunca deixar um viajante sem quarto?

Figura 31: Hotel

Fonte: OBMEP

Resposta: O gerente deverá solicitar então que cada hóspede saísse do seu quarto e fosse para o quarto com numeração o dobro da atual (ou seja, os hóspedes do quarto n passaram para o quarto 2n e assim ficaram desocupados todos os quartos de numeração ímpar, suficientes para alojar os passageiros do ônibus (indo o passageiro da poltrona n para o quarto 2n-1).

Desafio 18: **Receita de bolo**

Dona Valda, conhecida pelos seus deliciosos bolos, resolveu ensinar a receita do Bolo de Cenoura para sua neta Sofia. Com o passar do tempo, Sofia apenas se lembrava de que em cada bolo a sua avó utilizava 3 ovos.

Sofia queria fazer 30 bolos de cenouras para vender, mas percebeu que dispunha de apenas 62 ovos. Quantos ovos ela precisará comprar para fazer todos os bolos?

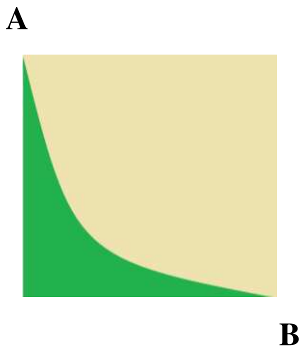
Resposta: Se em cada bolo ela gastará 3 ovos, em 30 gastará 30 x 3 = 90 ovos; subtraindo os 62 que ela já tem, precisará comprar 28 ovos.

Desafio 19: **A grama e o boi**

Um boi foi amarrado na quina interna de um curral de formato quadrado. O lado do quadrado mede 2 metros. O boi come todo o capim que consegue alcançar com uma corda amarrada a seu pescoço.

A corda também possui 2 metros de comprimento.

Figura 32: Campo



O vaqueiro deseja medir o comprimento, acompanhando a linha dos capins comidos pelo boi, das quinas A até B.

Você poderia ajudá-lo a calcular esta medida?

Resposta: Aproximadamente 3,14 metros de comprimento (valor aproximado de π).

4.6. Tabuleiro Pan-Matemático

O jogo, seu tabuleiro e as regras estão no anexo 3.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Considerando o contexto histórico, percorremos a criação dos diferentes conjuntos numéricos a partir das necessidades da sociedade humana. Entendendo que a linguagem matemática se desenvolve no decorrer do tempo, acompanhamos a história dos conceitos numéricos, da simplicidade das contagens com pedras, dos antigos pastores, aos complexos conceitos formalizados na Teoria dos Conjuntos de Cantor.

Apresentamos, por meio de um jogo de tabuleiro PanMatemático, uma abordagem intuitiva para o ensino e a da compreensão dos conjuntos numéricos. Tendo como fundamentação teórica a proposta de Bishop para o ensino da matemática, a enculturação matemática, utilizamos as atividades universais de contar, jogar, desenhar, explicar, medir e localizar para concepção das atividades do jogo. Também levamos em conta as competências gerais e específicas da Matemática propostas na BNCC.

Acreditamos que seja possível e desejável sair da formalização precoce de exemplificações e definições e passar a uma abordagem lúdica e intuitiva para o ensino dos conjuntos numéricos na escola básica na tentativa de alcançar o objetivo de um ensino diferenciado visando a compreensão do aluno.

Assim sendo, por meio deste trabalho fundamentado na concepção de enculturação matemática, podemos adotar uma abordagem pedagógica voltada para a aprendizagem do aluno, no contexto do ensino do Conjunto dos Números Reais na escola básica.

REFERÊNCIAS

BIGODE, A. J. L. **MATEMÁTICA HOJE É FEITA ASSIM 5**. Editora FTD, 1995.

BISHOP, A. J. **The social construction of meaning – A significant development for mathematics education?** ***For the Learning of Mathematics***, *5*, 24-28. 1985.

BISHOP, A. J. ***Mathematical enculturation: A cultural perspective on mathematics education***. The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. 1991.

BISHOP, A. J. **Mathematical acculturation, cultural conflict, and transition. In G. de Abreu, A. J. Bishop & N. C. Presmeg (Eds.),** ***Transitions between contexts of mathematical practices*** (pp. 193–212). The Netherlands: Kluwer Academic Publishers. 2002.

BISHOP, A. J. **Mathematical power to the people. In P. Clarkson & N. Presmeg (Eds.),** ***Critical issues in mathematics education: Major contributions of Alan Bishop*** (pp. 151-166). New York: Springer. 2008ª.

BOFF, D. S. **A construção dos números reais na escola básica**, Porto Alegre, UFRGS, 2006.

BRASIL, M. E. **Base Nacional Comum Curricular**, MEC, 2018.

BROETTO, G. C.; Wagner, V. M. P. S. **O Ensino de Números Irracionais na Educação Básica e na Licenciatura em Matemática: um círculo vicioso está em curso?**, Bolema, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. 728-747, ago. 2019.

EDUDOC, **A História do Número 1(Dublado)**. 2013. (59m20s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=3rijdn6L9sQ>. Acesso em: 01 Jul. 2020.

ESCOLAONLINE, **ABACO,** 2020. Disponível em: <http://www.escolaronline.com.br/produtos/abaco-aberto-em-madeira/>. Acesso: 13 de out 2020.

FERRITE, O. N. **ÉTICO FUNDAMENTO 6º ANO**. 2017. Editora Ético.

GIBSON, E. **A tribo amazônica que não usa o conceito de números**, 2016. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/noticias/2016/01/160126_tribo_sem_numeros_mv>. Acesso: 03 de Nov 2020.

OGLOBO, **Desafio dos Botões,** 2019. Disponível em: <*https://blogs.oglobo.globo.com/ciencia-matematica/post/quebra-cabeca-119.html*>.Acesso: 02 de out. 2020.

GUELLI, O. **Contando a História da Matemática, Números com sinais: uma grande invenção**, Editora Ática, 2003.

IMPA. **Georg Cantor (1845-1918) - Pai do infinito e do ICM**. 2017. Disponível em: <https://impa.br/noticias/georg-cantor-1845-1918-pai-do-infinito-e-do-icm/#:~:text=David%20Hilbert%20(1862%2D1943),uma%20cl%C3%ADnica%20psiqui%C3%A1trica%20na%20Alemanha>. Acesso em: 26 Set. 2020.

LAKATOS, E. M.; MARCONI, M. de A. **Fundamentos de metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

LUCHETTA, V. O. J. **Número amigo, 2000.** Disponível em: <https://www.ime.usp.br/~leo/imatica/historia/namigos.html>. Acesso 26 de out 2020.

MOISÉS, R. P. **História do número zero, 2020.** Disponivel em: <https://educacao.uol.com.br/disciplinas/matematica/zero-historia-do-numero.htm>. Acesso: 24 de out 2020.

MOREIRA, M. D. D. **Matemati@ XXI: Conexões Surpreendentes**, Porto, FCUP, 2016.

MRPROFMATEMATICA, **BBC A História da Matemática (Dublado) Cap. 1 (1 de 4)**. 2014. (14m54s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=eOeyJS4jorQ>. Acesso em 09 Jul. 2020.

MRPROFMATEMATICA, **BBC A História da Matemática (Dublado) Cap. 2 (2 de 4)**. 2014. (14m16s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=6dER0vjkfmw&list=PLB412A589A8DCDF06&index=2>. Acesso em 09 Jul. 2020.

MRPROFMATEMATICA, **BBC A História da Matemática (Dublado) Cap. 3 (3 de 4)**. 2014. (14m54s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=IxKtbLeO6Gw&list=PLB412A589A8DCDF06&index=3>. Acesso em 09 Jul. 2020.

MRPROFMATEMATICA, **BBC A História da Matemática (Dublado) Cap. 4 (4 de 4)**. 2014. (14m12s). Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=lZlHk2qnE5I&list=PLB412A589A8DCDF06&index=4>. Acesso em 09 Jul. 2020.

NIVEN, I. **Números: racionais e irracionais**.Trad.de Renate Watanabe. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática,1984.

NOÉ, M. **COORDENADAS DE LOCALIZAÇÃO ABSOLUTA,** Brasil Escola, 2017. Disponível em: <https://brasilescola.uol.com.br/matematica/coordenadas-localizacao-absoluta.htm>. Acesso: 02 de Nov 2020.

REIS, A. M. **A Matemática Egípcia – Solução de alguns problemas algébricos do papiro de Rhind.** São Paulo, SP. IFSP. 2018.

Ripoll, J.B. - Ripoll, C.C. - Silveira, J.F.P. **Números Racionais, Reais e Complexos** - Apostila do Instituto de Matemática UFRGS, 2004.

SILVA, J. C. **A HISTÓRIA DO QUADRADO MÁGICO.** Coimbra, PT. FCTUC, 2019. Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~mat0717/public_html/Cadeiras/1Semestre/O%20que%20%C3%A9%20um%20quadrado%20m%C3%A1gico.pdf>. Acesso: 25 de out. de 2020.

SOMATEMATICA. **O enigma de Diofanto**. 2020. Disponível em: <https://www.somatematica.com.br/desafios/desafio151.php>. Acesso 02 de Nov 2020.

SOUZA, E. J., **SOBRE A HISTÓRIA DOS NÚMEROS,** CEFETBA, 2008.

SUPER, **Georg Cantor e o álefe-zero: O homem que colocou o infinito no bolso,** 2016. Disponível em: <https://super.abril.com.br/comportamento/georg-cantor-e-o-alefe-zero-o-homem-que-colocou-o-infinito-no-bolso/ >. Acesso em: 26 Set. 2020.

TRZASKACZ, A. J.; HRENTCHECHEN, K. B. R. S. **Irracionais na história da matemática,** revista espacios, 2017.

VENTURA, D. **O assassinato cometido para ocultar uma descoberta matemática 'perigosa', 2019.** Disponível em: <https://social.stoa.usp.br/articles/0048/4962/Geometria_-_2018_-_Aula_03.pdf>. Acesso: 03 out. de 2020.

WIKIPÉDIA. **ESPIRAL DE TEODORO,** 2020. Disponível em: <https://pt.qwe.wiki/wiki/Spiral_of_Theodorus>. Acesso em: 17 Jun. 2020.

WIKIPÉDIA. **GEORG CANTOR**, 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Georg_Cantor>. Acesso em: 17 Jun. 2020.

WIKIPÉDIA **Teorema de Pitágoras**, 2020. Disponível em: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Pitágoras>. Acesso em: 28 Set. 2020.

Anexo 1

COMPETÊNCIAS GERAIS DA EDUCAÇÃO BÁSICA – BNCC[34]

1. Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade. Portanto, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.

2. Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.

3. Valorizar e fruir as diversas manifestações artísticas e culturais, das locais às mundiais, e também participar de práticas diversificadas da produção artístico-cultural.

4. Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

5. Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

6. Valorizar a diversidade de saberes e vivências culturais e apropriar-se de conhecimentos e experiências que lhe possibilitem entender as relações próprias do mundo do trabalho. Ao mesmo tempo, fazer escolhas alinhadas ao exercício da cidadania e ao seu projeto de vida, com liberdade, autonomia, consciência crítica e responsabilidade.

7. Argumentar com base em fatos, dados e informações confiáveis, para formular, negociar e defender ideias, pontos de vista e decisões comuns que respeitem e promovam os direitos humanos. Bem como a consciência socioambiental e o consumo responsável em âmbito local, regional e global. Assim como o posicionamento ético em relação ao cuidado de si mesmo, dos outros e do planeta.

8. Conhecer-se, apreciar-se e cuidar de sua saúde física e emocional, compreendendo-se na diversidade humana e reconhecendo suas emoções e as dos outros, com autocrítica e capacidade para lidar com elas.

9. Exercitar a empatia, o diálogo, a resolução de conflitos e a cooperação, fazendo-se respeitar e promovendo o respeito ao outro e aos direitos humanos, com acolhimento e valorização da diversidade de indivíduos e de grupos sociais, seus saberes, identidades, culturas e potencialidades, sem preconceitos de qualquer natureza.

10. Agir pessoal e coletivamente com autonomia, responsabilidade, flexibilidade, resiliência e determinação, tomando decisões com base em princípios éticos, democráticos, inclusivos, sustentáveis e solidários.

[34]Disponível em: https://www.unimestre.com/saiba-quais-sao-as-10-competencias-gerais-da-bncc/
Acesso: 04 Nov. de 2020

Anexo 2

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO FUNDAMENTAL[35]

CEMA1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.

CEMA2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.

CEMA3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.

CEMA4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.

CEMA5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

CEMA6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).

CEMA7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

CEMA8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

[35] Disponível em: https://www.unimestre.com/conheca-a-area-de-matematica-da-bncc/ Acesso: 04 Nov de 2020

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DE MATEMÁTICA E SUAS TECNOLOGIAS PARA O ENSINO MÉDIO

1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.

2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.

3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.

5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.

Anexo 3

TABULEIRO PANMATEMÁTICO

Regras:

1- Cada equipe escolhe a cor do peão para participar do jogo;

2- As duas equipes sorteiam quem iniciará o jogo. A equipe iniciante deverá girar a roleta e verificar o número devendo mover o peão pelo número de casas sorteado;

3- Em cada casa haverá uma pergunta ou um texto de conhecimento histórico sobre os números. A equipe deverá responder às perguntas. Acertando, gira a roleta e caminha o número de casas sorteado; errando, permanece na casa e passa a vez. Nas casas de conhecimento, após a leitura, permanecerá na casa e passa a vez;

4- Em seguida, é a vez da próxima equipe realizar os procedimentos descritos anteriormente;

5- Vence o jogo a equipe que chegar em primeiro lugar na casa de chegada.

TABULEIRO PAN-MATEMÁTICO

Regras:

1- Cada equipe escolhe a cor do peão para participar do jogo;

2- As duas equipes sorteiam quem iniciará o jogo. A equipe iniciante deverá girar a roleta e verificar o número devendo mover o peão pelo número de casas sorteado;

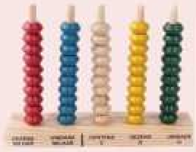
3- Em cada casa haverá uma pergunta ou um texto de conhecimento histórico sobre os números. A equipe deverá responder às perguntas. Acertando, gira a roleta e caminha o número de casas sorteado; errando, permanece na casa e passa a vez. Nas casas de conhecimento, após a leitura, permanecerá na casa e passa a vez;

4- Em seguida, é a vez da próxima equipe realizar os procedimentos descritos anteriormente;

5- Vence o jogo a equipe que chegar em primeiro lugar na casa de chegada.

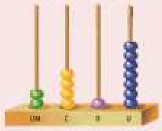
Desafio 1: **O ábaco**

Povos da Antiguidade faziam contagem colocando em um buraco no chão uma pedra correspondente a cada objeto contado. Ao depositarem dez pedras, trocavam-nas por uma única pedra, colocada em um buraco ao lado. Repetiam esse processo até colocarem dez pedras no segundo buraco. Então, retiravam-nas do primeiro e do segundo e trocavam-nas por uma única pedra num terceiro buraco. E assim, repetiam o procedimento. Com esse processo, nasceu o **ábaco**, um instrumento para contar e calcular. Vários tipos de ábacos foram criados. O mais conhecido é feito utilizando-se contas furadas e enfiadas em hastes fixas numa base, como mostra a figura ao lado.



(Fonte: *Matemática hoje é feita assim*)

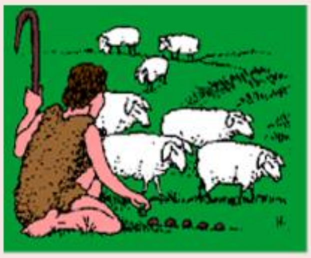
Um pastor contou o número de suas ovelhas.
Representou este número no **ábaco** como mostra a figura ao lado.
Quantas ovelhas ele contou?



Resposta: 2 unidades de milhar (quarta vareta) mais 4 centenas (terceira vareta) mais 1 dezena (segunda vareta) mais 7 unidades (primeira vareta) formando 2 x 1000 + 4 x 100 + 1 x 10 + 7 = 2417 ovelhas contadas.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...



Os **Números Naturais** tiveram origem no princípio da contagem sucessiva acrescendo uma unidade ao que já se tinha: um para dois, dois para três, três para quatro e assim por diante. Utilizados pelos pastores da Antiguidade na contagem dos seus rebanhos pela correspondência de pedras com os animais e, também, utilizados pelos contadores dos senhores de escravos para contar os soldados de seus exércitos.

VOLTAR AO TABULEIRO

***Desafio 2:* Números para contar**

A partir da necessidade de **contar**, vários povos criaram sistemas distintos para registrar os números. Nos tempos atuais, é universalmente reconhecido e aplicado o Sistema de Numeração Decimal utilizando os algarismos indo-arábicos.

(Fonte: *Matemática hoje é feita assim*)

Agora é com você.
Represente a quantidade de gatos desta foto ao lado utilizando o Sistema de Numeração Indo-Arábico e, também, o Sistema de Numeração Romano.

Resposta: Utilizando o Sistema de Numeração Indo-arábico, a resposta é 4 gatos. Utilizando o Sistema de Numeração Romano, será IV gatos.

VOLTAR AO TABULEIRO

***Desafio 3*: Números Romanos**

Nos tempos antigos, Roma era um grande Império que se estendia da Europa à Ásia e à África. No Império Romano, os romanos utilizavam um Sistema de Numeração que é utilizado até hoje para indicar capítulos de livros, séculos, títulos de reis e papas etc.

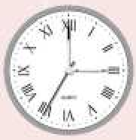
Os símbolos usados pelos romanos eram:

1	5	10	50	100	500	1000
I	V	X	L	C	D	M

"À primeira vista, os símbolos numéricos romanos parecem ter sido inspirados em letras maiúsculas do alfabeto latino. Os símbolos que conhecemos hoje não representam suas formas iniciais, que nada tinham a ver com as letras do alfabeto."

(Fonte: *Matemática hoje é feita assim*)

Os números romanos ainda se fazem presentes.
Descubra o horário indicado no relógio da figura ao lado.



Resposta: De acordo com o Sistema de Numeração Romano, o relógio marca 3 horas (ou três horas e 35 segundos).

VOLTAR AO TABULEIRO

***Desafio 4:* O pastor e seu ajudante**

Em um vilarejo, um pastor necessitava contar seu rebanho mas não conhecia os números. Ele contava os animais com os dedos, levantando um dedo para cada animal que enxergasse. Dessa forma, o pastor necessitava sempre de um ajudante. Atingindo dez, o ajudante levantava um dedo. Com isso, o pastor contaria até dez animais, pois só tinha dez dedos. Com ajudante, o pastor podia abaixar os dedos, e continuar a contagem.

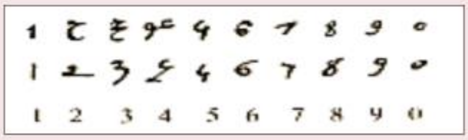
Você saberia dizer qual a relação entre os dedos que o pastor levanta enquanto conta e o nosso sistema de numeração?
E os dedos que seu ajudante levanta?

Resposta: Os dedos que o pastor levanta representam as unidades do nosso sistema de numeração e os dedos do ajudante representam as dezenas.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

Algarismos indianos com o passar do tempo...



No Ocidente, por volta do século IX, os **algarismos indianos** ganharam fama pela capacidade de expressar quantidades grandiosas com poucos algarismos. Os algarismos hindu-arábicos eram conhecidos pelo fato de grandes algoristas poderem fazer "cálculos na areia" usando apenas as representações muito parecidas com as atuais. Nessa ocasião também entrou em discussão a representação do "nada", com o algarismo zero (0), que até então não era do conhecimento humano, mas de suma importância para a simbologia do Sistema de Numeração Indiano.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

O **zero** é um número natural mas não foi criado para contagem. A origem do zero deveu-se a uma concepção posicional da numeração, não à necessidade de registrar a inexistência de elementos num conjunto. O zero foi o último número natural a ser criado.

VOLTAR AO TABULEIRO

***Desafio 5:* Botão perdido**

Pamela tem 10 botões numerados de 0 a 9. Ela perde um deles mas não quer contar à tia qual deles perdeu. A tia pergunta se com os 9 botões que sobraram ela consegue formar três grupos de botões de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Os grupos não precisam ter o mesmo número de botões, mas cada um dos 9 botões precisa estar em um dos 3 grupos. Pamela responde que sim. A tia pergunta, então, se ela consegue formar quatro grupos de botões de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Pamela responde que sim.

Qual o botão que Pamela perdeu?

Resposta: Somando os números de cada botão, temos 0+1+2+ ...+9 = 45. Vamos chamar de N o número do botão que foi perdido. Portanto a soma total dos botões que restaram é igual a 45-N. Pamela afirma que é possível reunir os botões em três grupos de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Isso significa que 45 - N é divisível por 3. Como 45 é divisível por 3, N também deve sê-lo. Portanto N só pode ser 0, 3, 6 ou 9. Pamela afirma que também é possível reunir os botões em quatro grupos de modo que a soma de cada grupo seja a mesma. Isso significa que 45 - N é divisível por 4. Ora, 45-0, 45-3 e 45-6 não são divisíveis por 4. Mas 45-9=36 o é.
Portanto, Pamela perdeu o botão de número 9.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

Os números "negativos" eram considerados como números absurdos pelos matemáticos.
Com o decorrer do tempo, alguns matemáticos começaram a perceber em seus estudos a necessidade destes números. Na obra de Françoise Viéte, do final do século XVII, ele admitiu que expressões literais podem assumir valores negativos. Foi, porém, Hermann quem garantiu a legitimidade dos números negativos.

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 6: **Venda de mercadorias**

Um comerciante possui 5 sacas, com 100 kg de feijão em cada uma delas. Durante a semana de vendas e compras, os funcionários foram retirando e colocando feijões nas sacas, mas sempre fazendo marcações sobre o manuseio de retirada ou acrescentado em relação do original.

Considere a figura acima.

Você consegue descobrir com quantos quilos de feijão este comerciante terminou a semana?

Resposta: Em cada saca, inicialmente, havia 100 quilos de feijões. Com as marcações temos:

$100 - 27 = 73$ kg; $100 - 36 = 64$ kg; $100 + 9 = 109$ kg; $100 - 1 = 99$ kg e $100 + 15 = 115$ kg

$73 + 64 + 109 + 99 + 115 = 460$ kg.

Concluímos que o comerciante possui 460 kg de feijões.

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 7: **Temperatura**

É interessante percebermos que em regiões diferentes no mundo são observadas diversas temperaturas.
Um certo dia, foram registradas as temperaturas abaixo em duas cidades brasileiras:

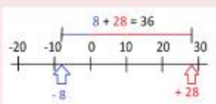
+ 28 ºC

- 8 ºC

Qual é a variação entre as duas temperaturas marcadas conforme a figura?

Resposta: Podemos analisar pela reta numérica os dois valores citados.

A variação entre -8 e +28 é de 36. Análogo, a variação entre as temperatura é 36 ºC.



VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 8: **Montanha e Fundo do mar**

O pico mais alto do mundo (medido a partir do nível do mar) é o Everest, localizado na fronteira entre Nepal e a China, com 8848 metros. As baleias orcas, conhecidas por "baleias assassinas!", por se alimentarem de quase tudo no fundo do mar, descem até 2000 metros de profundidade (abaixo do nível do mar).

Você conhece outro modo de indicar profundidade abaixo do nível do mar, sem usar o termo "abaixo"? Conhece outro modo de representar alturas acima do nível do mar, sem usar o termo "acima"?

Resposta: Expectativa que a resposta seja utilizando a simbologia de sinais menos (-) nos valores abaixo do nível do mar e mais (+) nos valores acima nível do mar.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

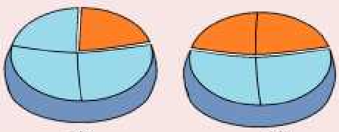
Os egípcios usavam papiros... Umedeciam as folhas e as colocavam para secar sobre tábuas, obtendo longos rolos onde registravam seus conhecimentos. Os papiros mais notáveis se encontravam nos túmulos egípcios.
O **Papiro de Rhind** é um rolo de 5,5 metros de comprimento por 33 centímetros de largura com 85 problemas. Mostra o uso das frações, resoluções de equações e vários outros conceitos matemáticos estudados na atualidade.

Um pedaço do papiro de Rhind

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 9: **O Remédio**

Camila necessita tomar diferentes dosagens de um mesmo remédio, variando a quantidade com os dias da semana. Ela comprou uma caixa desse remédio e consumirá a medicação de acordo com as orientações médicas. Nas segundas, nas quartas e na sextas, ela deverá ingerir $\frac{1}{4}$ de um comprimido; nas terças e nas quintas, $\frac{3}{4}$ de um comprimido. Nos sábados e nos domingos ela ingere $\frac{2}{4}$ de um comprimido.



Quais os dias da semana em que Camila consome uma maior quantidade desse remédio?

Resposta: Historicamente o conceito de fração foi utilizado para medir no contexto de contagem de "pedacinhos". Camila ingere, durante a semana, quantidade de "pedacinhos" diferentes de um comprimido (que foi divido em 4 "pedacinhos"). Os dias em que ela consome mais são nas terças e nas quintas, pois ingere 3 "pedacinhos" enquanto nos demais dias ou ingere 1 ou dois pedacinhos (considera-se os "pedacinhos" de mesmo tamanho).

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 10: **Divisão de pães (Egito Antigo)**

Divida 1 pão por 10 homens. Qual a fração que cada homem receberá?

Fonte: Papiro de Rhind

Resposta: Cada homem receberá 1/10 de pão.
De acordo com Ahmes (XVII a.C.) o método de multiplicação era feita com frações cujo o numerador é igual a "um", veja:

Ahmes comprova a solução do problema multiplicando 1/10 por 10:

	1	1/10
*	2	1/5
	4	1/3 1/15
*	8	2/3 1/10 1/30
	10	1/5 2/3 1/10 1/30

Como, pelo método da multiplicação, obtemos 2+8=10 e 1/5 2/3 1/10 1/30 = 1, a solução está correta pois 10 * 1/10 =1.
(Fonte: Universidade de Lisboa)

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 11: **Índice de Massa Corporal (IMC)**

O Índice de Massa Corporal pode ajudar a verificar se o peso de uma pessoa está de acordo com sua altura. É calculado da seguinte maneira: divide-se o peso da pessoa pela sua altura ao quadrado. Considera-se que uma pessoa está no peso normal quando apresenta o IMC entre 18,5 e 24,5.

Uma pessoa medindo 1,60 metros de altura e pesando 50 kg seria considerada de peso normal?

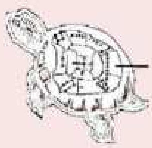
Resposta: Sim, pois fazendo o calculo de $\frac{50}{1,6^2} = 19{,}53125$, valor que se encontra entre 18,5 e 24,5.

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 12: **Quadrado mágico**

O quadrado mágico mais famoso é um quadrado 3 por 3 cujas somas das linhas, colunas e diagonais são uma constante de valor 15, sendo que nenhum destes números se repete. Conhecido pela história do Imperador-engenheiro Yu, que observando o Rio Amarelo avistou uma tartaruga divina (considerado um animal sagrado da época - 2200 a. C.).
Em seu casco estariam os símbolos (*lo shu*) que caracterizou o quadrado mágico 3 por 3.

(Fonte: FCTUC)



Observe o quadrado mágico abaixo. Que número está faltando?

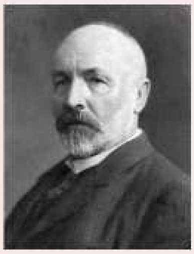
4	9	2
3	5	
8	1	6

Resposta: O número é o 7, podendo ser descoberto fazendo as operações para soma 15 ou percebendo que, como não há repetições, é o único número que falta.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

Georg Ferdinand Ludwing Philipp Cantor nasceu em 3 de setembro na Rússia e faleceu em 6 de janeiro de 1918 na Alemanha.
Cantor desafiou o senso comum ao descobrir números que a imaginação matemática não alcançava. Em seus estudos provou que os conjuntos infinitos não têm todos o mesmo tamanho e que havia mais de um tipo de infinito criando assim a Moderna Teoria dos Conjuntos.



Formalizando os conjuntos numéricos de acordo com as características:

$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$

$Q = \{a/b;\ a, b \in Z \text{ e } b \neq 0\}$

I = {números que não podem ser escritos na forma a/b, com $a, b \in Z$ e $b \neq 0$}

$R = Q \cup I$

Cantor provou que existem infinitos maiores que outros infinitos, provando a existência de conjuntos enumeráveis e não enumeráveis. Posteriormente, junto às considerações de alguns paradoxos com outros matemáticos no século XX, consolidou a formalização dos Conjuntos Numéricos.

VOLTAR AO TABULEIRO

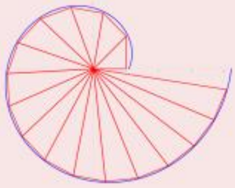
Desafio 13: **Espiral de Teodoro**

Teodoro, um filósofo e matemático grego, usando o Teorema de Pitágoras, construiu a espiral pitagórica.
Esta espiral é construída a partir de um triângulo retângulo de catetos unitários e os próximos, têm como catetos a unidade e a hipotenusa do triângulo anterior.

Adaptada (Artigo Prof. Tuca)

Determine a hipotenusa do sétimo triângulo da "Espiral de Teodoro".

Seguindo esse raciocínio, quantos triângulos conseguimos construir?



Resposta: Intuitivamente percebemos que o comprimento da hipotenusa do enésimo triângulo é igual n-1, com $n = 7$ a hipotenusa será 6.
A espiral é contínua infinitamente, portanto podemos construir infinitos triângulo.

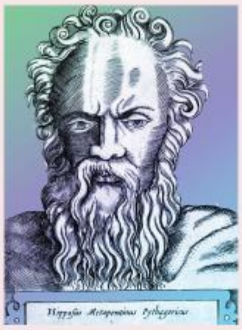
VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

Hipaso de Metaponto foi um matemático, teórico da música e filósofo pré-socrático. Dizem que foi lançado ao mar aberto da Grécia em meados do século VI a.C. Alguns ainda questionam essa história.

Como membro de prestígio da Escola Pitagórica, lançou-se a encontrar a medida do comprimento da diagonal de um quadrado.
Imagine um quadrado de comprimento de lado igual a uma unidade, de acordo com o Teorema de Pitágoras, o valor da diagonal ao quadrado será igual ao valor da soma do quadrados do comprimento dos lados. Portanto esse valor seria o $\sqrt{2}$, um número que não poderia ser expresso na razão entre dois inteiros.
Os números irracionais não se encaixavam com a visão pitagórica, assim fizeram a escola jurar que não revelariam tal descoberta, mas Hipaso insistiu em divulgar.
Seria então, o motivo do suposto crime ao mar aberto.

Fonte: BBC



VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

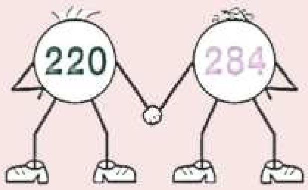
Conheça os **Números Amigos** ...

São dois números com uma característica especial: cada um deles é a soma dos divisores naturais do outro sem incluir o próprio número.

O menor par de números amigos é o 220 e 284. Os divisores de 220 são 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 ,110 e 220. Somando-os, tirando o próprio 220, resulta em 284. Os divisores de 284 são 1, 2, 4, 71, 142 e 284. Somando-os, tirando o próprio 285, resulta em 220.

A descoberta desses número foram atribuidas a Pitágoras. Pierre Fermat e Leonardo Euler, anunciaram vários outros pares de números amigos.

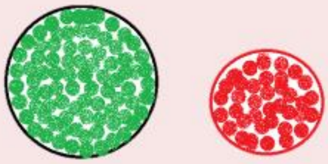
Fonte: IME- USP



VOLTAR AO TABULEIRO

***Desafio 14:* PI**

Observe as circunferências a seguir:



Ao contar os números de bolas verdes ao redor da circunferência e em um suposto diâmetro obtemos, respectivamente, 31 e 10 bolas. Fazendo o mesmo processo com a vermelhas obtemos, respectivamente 20 e 7 bolas. Esse experimento nos permites encontrar o valor aproximado do número π (que é um número irracional). Fazendo a razão entre o número de bolas ao redor e o suposto diâmetro em cada caso, qual das figuras (verde ou vermelha) conseguimos nos aproximar mais do valor desejado?

Resposta: Fazendo as razões das respectivas figuras obtemos:
3,1 para verdes e 2,86 aproximadamente para vermelhas. Portanto o que melhor representa é verde.
Observamos que quanto maior o número de bolas dentro da circunferência, melhor à aproximação.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

A unidade usual de localização no globo terrestre é o grau e seus submúltiplos (minutos e segundos). São três elementos referências para localização exata:

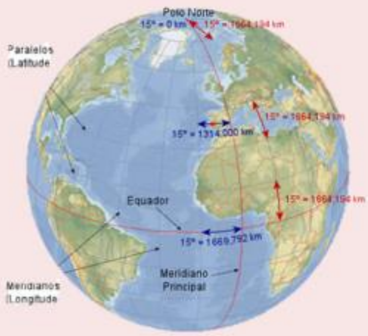
- altitude (em relação ao nível do mar),
- longitude (principal Meridiano) e
- latitude (principal linha paralela ao Equador).

Veja a figura ao lado.

(Fonte: Brasil Escola)

Viçosa-Mg tem como coordenadas geográficas o paralelo de 20°45´14´´, latitude S, e o meridiano de 42°52´54´´, longitude W, altitude de 659 m acima do nível do mar.

(Fonte: Pref. de Viçosa-MG)



VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 15: **Epigrama de Diofanto**

"Caminhante! Aqui estão sepultados os restos de Diofanto. E os números podem mostrar (milagre!) quão longa foi a sua vida, cuja sexta parte foi a sua bela infância. Tinha decorrido mais uma duodécima parte de sua vida, quando seu rosto se cobriu de pêlos. E a sétima parte de sua existência decorreu com um casamento estéril. Passou mais um quinquênio e ficou feliz com o nascimento de seu querido primogênito, cuja bela existência durou apenas metade da de seu pai, que com muita pena de todos desceu à sepultura quatro anos depois do enterro de seu filho."

(Fonte: Só matemática)

Com quantos anos Diofanto morreu?

Resposta: Podemos calcular com a seguinte equação:
Concluímos que Diofanto morreu com 84 anos.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

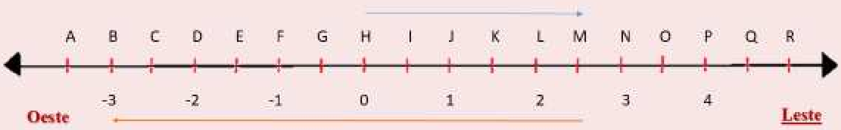
Imagine viver em uma sociedade sem o conceito de número ...
Ainda hoje, existem sociedades que não usam um sistema numeração.
Uma comunidade entre fronteira do Norte da Amazônia com Rondônia chamada Pirahã é um exemplo. A língua usada por essa tribo, não possui palavras ou símbolos para contar.
Everett, missionário que morou com os Pirahã, tentou identificar por meios de pesquisa de campo algum sinal de quantificação ou sistema de numeração, mas percebeu que eles apenas relacionavam as quantidades com o "muito" , "pouco" e "alguns".

(Fonte: BBC)

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 16: **Localização**

Considere a reta numérica a seguir:



Hugo, viajante, parte de H e anda 2 quilômetros e meio a leste.
Em seguida, percorre 5 quilômetros e meio a oeste.
Qual a letra que representa a posição em que ele parou?

Resposta: Na primeira parte do percurso anda até a letra M e, em seguida, percorre até a letra B. Portanto, o Hugo parou na letra B.

VOLTAR AO TABULEIRO

Você sabia...

Por volta de 3000 a.C., os egípcios criaram um método próprio para representar os números.
De acordo com historiadores, foram os primeiros povos a adotar esse procedimento.
No Sistema de Numeração Egípcio, o valor do número é dado pela soma dos valores de cada símbolo utilizado na sua representação. Diferente do Sistema de Numeração Indo-Arábico, o Sistema de Numeração Egípcio tinha características aditiva e não posicional, ou seja, não importa a posição do símbolo pois ele sempre representa a mesma quantidade.

(Fonte: Oscar Bigode)

As duas representações acima são do número 22.

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 17: Hotel de Hilbert

O Hotel de Hilbert é um famoso hotel que nunca deixou um viajante sem quarto, isso ocorria por ter infinitos quartos e um engenhoso gerente. Os quartos do Hotel são todos numerados utilizando-se os inteiros positivos.

Num certo dia, o hotel tinha todos os quartos ocupados e um turista, que não tinha feito reserva, chegou ao hotel e solicitou um quarto. Não sabendo como proceder, o recepcionista chamou o gerente. O gerente solicitou que cada hóspede saisse do seu quarto e fosse para o quarto de numeração seguinte (ou seja, os hóspedes do quarto n passaram para o quarto n+1) e assim pôde alojar o turista no quarto 1.

Logo em seguida, chegou um ônibus com infinitos passageiros. Como deve agir o gerente do hotel, para alojar todos esses viajantes e manter a tradição do hotel de nunca deixar um viajante sem quarto?

Resposta: O gerente deverá solicitar então que cada hóspede saia do seu quarto e vá para o quarto com numeração correspondente ao dobro da atual (ou seja, os hóspedes do quarto n passam para o quarto 2n e assim ficarão desocupados todos os quartos de numeração impar, suficientes para alojar os passageiros do ônibus (indo o passageiro da poltrona n para o quarto 2n-1).

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 18: Receita de bolo

Dona Valda, conhecida pelos seus deliciosos bolos, resolveu ensinar a receita do Bolo de Cenoura para sua neta Sofia. Com o passar do tempo, Sofia apenas se lembrava de que em cada bolo a sua avó utilizava 3 ovos.

Sofia queria fazer 30 bolos de cenouras para vender, mas percebeu que dispunha de apenas 62 ovos. Quantos ovos ela precisará comprar para fazer todos os bolos?

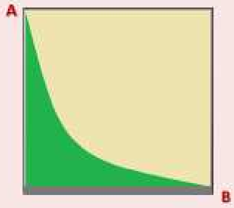
Resposta: Se em cada bolo ela gastará 3 ovos, em 30 gastará 30 x 3 = 90 ovos; subtraindo os 62 que ela já tem, precisará comprar 28 ovos.

VOLTAR AO TABULEIRO

Desafio 19: **A grama e o boi**

Um boi foi amarrado na quina interna de um curral de formato quadrado. O lado do quadrado mede 2 metros. O boi come todo o capim que consegue alcançar com uma corda amarrada a seu pescoço.
A corda também possui 2 metros de comprimento.

O vaqueiro deseja medir o comprimento, acompanhando a linha dos capins comidos pelo boi, das quinas A até B.
Você poderia ajudá-lo a calcular esta medida?



Resposta: Aproximadamente 3,14 metros de comprimento (valor aproximado de π).

VOLTAR AO TABULEIRO

VOLTAR AO TABULEIRO