

JOÃO PAULO LAQUINI

**MODELAGEM DETERMINÍSTICO-ESTOCÁSTICA
DA DINÂMICA DE SEDIMENTOS EM RESERVATÓRIOS
DE ÁGUA E DE REJEITOS DE MINERAÇÃO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2009

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e
Classificação da Biblioteca Central da UFV

T

L317m
2009 Laquini, João Paulo, 1980-
Modelagem determinístico-estocástica da dinâmica de
sedimentos em reservatórios de água e de rejeitos de
mineração / João Paulo Laquini. – Viçosa, MG, 2009.
xxii, 183f.: il. (algumas col.); 29cm.

Orientador: Roberto Francisco de Azevedo.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.
Referências bibliográficas: f. 175-183.

1. Mecânica do solo. 2. Engenharia Hidráulica.
3. Sedimentação e depósitos. 4. Erosão. 5. Solos -
Consolidação. 6. Reservatórios. 7. Indústria mineral -
Eliminação de resíduos. 8. Equações diferenciais -
Soluções. 9. Diferenças finitas. 10. Monte Carlo, Método
de. 11. Processo estocástico. I. Universidade Federal de
Viçosa. II. Título.

CDD 22.ed. 624.15136

JOÃO PAULO LAQUINI

MODELAGEM DETERMINÍSTICO-ESTOCÁSTICA
DA DINÂMICA DE SEDIMENTOS EM RESERVATÓRIOS
DE ÁGUA E DE REJEITOS DE MINERAÇÃO

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de *Doctor Scientiae*.

APROVADA: 27 de março de 2009.

Prof.^ª Izabel Christina d'A.
Duarte de Azevedo
(Coorientadora)

Prof. Lúcio Flávio de Souza Villar

Prof. Nilo César Consoli

Prof. Eurípedes do Amaral Vargas
Júnior

Prof. Roberto Francisco de Azevedo
(Orientador)

Aos meus pais, Zeli e Pedro, aos meus avós, Aristides e Almerinda, aos meus irmãos, Joseli, Josiara e Pedro César, e aos meus sobrinhos, Igor, Iago, Augusto, Helena e Ângelo. Ao meu amor!

“As melhores e as mais belas coisas da vida não se pode ver, nem tocá-las: elas devem ser sentidas com o coração.”

Charles Chaplin

Agradecimentos

A Deus, em cuja fé sustento meus trabalhos e devoto minhas aspirações.

À minha família, meu porto seguro, que sempre caminhou ao meu lado nessa jornada.

Ao meu orientador e amigo, Prof.^o Roberto, que acreditou em mim, me ensinou muito do que sei e foi presença constante e dedicada ao longo desses anos.

À Prof.^a Izabel, que acompanhou de perto meu trabalho, esteve sempre disponível e contribuiu na revisão do texto desta tese.

À Prof.^a Christianne, pela valiosa contribuição com os artigos, ao abrir as portas dos jornais e revistas internacionais e pela revisão da tese.

Aos mestres, que transmitiram seus conhecimentos, que colaboraram na minha formação e pela amizade construída.

Aos amigos, que sempre foram um refúgio nas horas difíceis e não me deixaram esquecer que eu era um ser humano.

A todos os colegas que torceram por mim e sempre me incentivaram. Aos colegas da pós-graduação que dividiram comigo os bons e os maus momentos, os desafios e as conquistas.

Ao Coral da UFV, que me proporcionou momentos de descontração, inspiração e musicalidade, além das viagens inesquecíveis.

Ao Departamento de Engenharia Civil da UFV, que me deu todo o suporte necessário à realização do meu trabalho e aos seus funcionários e professores sempre dispostos a ajudar.

À Universidade Federal de Viçosa, que desde 1999 é a grande responsável pela minha formação profissional e intelectual, da qual sempre me orgulhei em ser acadêmico.

A Capes, que durante estes anos fomentou o meu doutoramento com a bolsa.

Biografia

JOÃO PAULO LAQUINI, filho de Pedro José Laquini e Maria Zeli Venturim Laquini, nasceu no dia 06 de Dezembro de 1980, na cidade de Castelo, Espírito Santo.

Em 1997, concluiu o ensino médio na Escola de 2º Grau Emílio Nemer, em Castelo, ES.

Em 1999, iniciou o curso de Engenharia Civil na Universidade Federal de Viçosa, na cidade de Viçosa, Minas Gerais, concluindo-o em janeiro de 2004. Durante a graduação, desenvolveu trabalhos de iniciação científica, realizou estágios e deu aulas de tutoria.

Em março de 2004, ingressou no Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Viçosa, nível de Mestrado, atuando na linha de pesquisa Geotecnia Analítica e Experimental. Em abril de 2005, foi admitido no nível de Doutorado sem a defesa da dissertação de Mestrado. Obteve a qualificação em 16 de Julho de 2008 e, em 27 de Março de 2009, defendeu a Tese de Doutorado.

Lista de Símbolos

a, b, c	dimensões ortogonais maior, média e menor, respectivamente, da partícula de sedimento
a, b, c, d, p	coeficientes da equação de continuidade discretizada do modelo hidrodinâmico
c	velocidade da onda característica das equações de Saint-Venant
$c_0, c_1, c_2, c_3, c_4, e_0, e_1$	coeficientes da equação de transporte de sedimentos discretizada
d, d_0, d_{50}	diâmetro médio da classe de tamanho de sedimento, diâmetro de referência da fórmula de Han <i>et al.</i> (1981) para porosidade do material do leito e, diâmetro do material do leito no qual 50% do material é mais fino em peso, respectivamente
d, e, m, z_0	parâmetros para gerar números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo [0,1]
dx	comprimento do volume de controle elementar de um canal
e, e_{00}, e_{ref}	índice de vazios, índice de vazios para tensão efetiva nula e, índice de vazios de referência, respectivamente
e, \dot{e}, e_z	vetor de índice de vazios, vetor da derivada do índice de vazios com o tempo discretizada e, vetor de índice de vazios implícito no tempo, respectivamente
f'	fator de atrito da fórmula modificada de Engelund e Hansen (1967) para capacidade de transporte
f_0, f_1, f_2	coeficientes da equação de deformação do leito discretizada
e, f, g, w, r	coeficientes da equação de quantidade de movimento discretizada do modelo hidrodinâmico
g	aceleração da gravidade e, coeficiente de adensamento
h, h_b, h_w, h_z	profundidade do escoamento, altura de sedimentos depositados, altura de água acima do topo da camada e, altura total de sólidos na camada, respectivamente
h_o	profundidade do reservatório correspondente à elevação do depósito de sedimento junto à barragem
j	número do passo no espaço

k	classe de tamanho de sedimento
k, k_Y, k_{ref}	permeabilidade, permeabilidade reduzida adimensional e, permeabilidade de referência, respectivamente
n	tamanho da amostra
n, n_r, n_s	número do passo no tempo, de classes de tamanho de sedimento e, de subseções, respectivamente
n, n'	coeficiente de Manning total e, devido à rugosidade do grão do leito, respectivamente
p'	porosidade do material do leito
p_b, p_b^{sub}, p_b^*	porcentagem, por classe de tamanho de sedimento, do material do leito na camada de mistura, na camada de sub-superfície e, na camada de mistura ou de sub-superfície, respectivamente
p_h, p_e	probabilidade de escondimento e de exposição das partículas do material do leito, respectivamente
q	fluxo de água no meio poroso
q, q_l	vazão lateral de água e, de sedimentos, por unidade de comprimento do canal, respectivamente
q_b, q_s, q_t	capacidade de transporte, por unidade de largura do canal, para a carga de leito, carga em suspensão e carga de material de leito, respectivamente
r_z	taxa de deposição de sólidos
s	recalque
u, u_w, u_0	excesso de poro-pressão, poro-pressão total e, poro-pressão hidrostática, respectivamente
u_*	velocidade de cisalhamento do leito
w_s	velocidade de queda das partículas
x, t	posição no tempo e no espaço, respectivamente
x, w	parâmetro estocástico
y, z	coordenada da superfície da água e, do leito, em relação ao referencial, respectivamente
y	resposta de um problema estocástico
z	coordenada reduzida para o adensamento e, número aleatório uniformemente distribuído no intervalo [0,1]
A	área de escoamento da seção transversal, coeficiente da equação do adensamento discretizada e, parâmetro da lei de compressibilidade do solo

A_o	área correspondente à elevação do depósito de sedimento junto à barragem
A_b, A_m	área de sedimento depositado no leito e, de material do leito na camada de mistura, respectivamente
B	largura da seção transversal na superfície da água, coeficiente da equação do adensamento discretizada e, parâmetro da lei de compressibilidade do solo
C	coeficiente da equação do adensamento discretizada e, parâmetro da lei de permeabilidade do solo
C_c, C_k, C_r, C_t	índice de compressão, coeficiente de permeabilidade, número de Courant e, concentração de sedimentos média da seção, respectivamente
D	parâmetro da lei de permeabilidade do solo
F_x	função de distribuição de probabilidade acumulada
F_r	número de Froude
F_s	fração da classe de tamanho dos sedimentos em suspensão que entram no sistema
F^{-1}	função inversa de F
G	lei de compressibilidade
I	matriz identidade
K	fator de transporte
L_s	distância de adaptação para o transporte de sedimento em condições de não-equilíbrio
$L_{s,b}, L_{s,s}, L_{s,w}$	distância de adaptação para a carga de leito, para a carga em suspensão e, para a carga de lavagem, respectivamente
N	número de seções transversais e, de pontos da malha de diferenças finitas para o adensamento
P	perímetro molhado
R_b, R_h	raio hidráulico do leito do canal e, total do canal, respectivamente
S, T	coeficientes da relação linear entre Δh e ΔQ
S_f	parcela da inclinação da linha de energia causada pelo atrito
SF	fator de forma
T	temperatura da água
$Q, Q_{s,in}, Q_t$	vazão de água, de sedimentos que entram no sistema e,

	de sedimentos total, respectivamente
Q_{t^*}, Q_t^*	capacidade de transporte de sedimento e, capacidade de transporte potencial, respectivamente
U, U_t	velocidade média do escoamento e, do sedimento, respectivamente
V_s, V_o	volume de sedimentos abaixo de uma determinada profundidade e, volume do reservatório correspondente à elevação do depósito de sedimento junto à barragem, respectivamente
Y	coordenada reduzida adimensional
Z	parâmetro da lei de compressibilidade do solo
α	coeficiente de adaptação em condição de não-equilíbrio, coordenada Lagrangeana e, parâmetro que define a forma da distribuição beta
β	coeficiente de Corolis, matriz tri-diagonal da equação de adensamento discretizada e, parâmetro que define a forma da distribuição beta
β_t	coeficiente que corrige a diferença entre as velocidades do escoamento e do sedimento
δ_m, δ_1	espessura da camada de mistura e, da camada de água aderida às partículas de sedimento, respectivamente
ε	número normalmente distribuído com média zero e variância um
γ, γ_w	peso específico da água
γ_s	peso específico dos sólidos
η	fator de correção para o efeito da exposição e do escondimento das partículas
κ	constante universal de von Karman
μ, σ	média e desvio padrão, respectivamente
θ, ψ, ψ_R	fatores de ponderação temporal, espacial e, espacial para a inclinação da linha de energia quando a profundidade do fluxo é pequena, respectivamente
ρ	densidade do fluido e, coeficiente de correlação
$\sigma, \sigma', \sigma'_{ref}$	tensão total, tensão efetiva e, tensão efetiva de referência, respectivamente
$\tau, \tau_b, \tau_c, \tau_0$	tensão cisalhante total no canal (incluindo leito e margens), no leito, crítica e, no leito, respectivamente
ν	viscosidade cinemática da água

ξ	coordenada Euleriana
ζ	fator de ponderação no tempo para o adensamento
Δ	símbolo que denota incremento e, altura da duna de areia
*	símbolo que denota o valor da variável no último passo da iteração

Lista de Figuras

Figura 1 – O processo de geração de sedimentos. Fonte: Campos (2001).	9
Figura 2 – A composição do transporte de sedimentos. Fonte: Campos (2001).	11
Figura 3 – Representação da deposição de sedimentos em reservatórios. Fonte: Lopez (1978).	12
Figura 4 – Quantidades médias de minerais e rejeitos gerados pela indústria de mineração. Fonte: Abrão (1987).	13
Figura 5 – Estágios da deposição de sedimentos. Fonte: Imai (1981).	15
Figura 6 – Esquematização do volume de controle num canal natural.	28
Figura 7 – Configuração da célula computacional.	32
Figura 8 – Configuração da rede de canais.	40
Figura 9 – Representação da seção transversal.	41
Figura 10 – Configuração de uma confluência.	44
Figura 11 – Modelo de múltiplas camadas para a gradação do material do leito. Fonte: Wu <i>et al.</i> (2004).	51
Figura 12 – Métodos de distribuição lateral de sedimentos: (a) distribuição horizontal; (b) distribuição uniforme; e, (c) distribuição proporcional à profundidade do escoamento.	70
Figura 13 – Diferentes tipos de sistemas de coordenadas (camada de espessura constante). Fonte: Azevedo e Sado (1990).	74
Figura 14 – Fluxograma do acoplamento do adensamento aos outros modelos.	86
Figura 15 – Amostragem hipercubo latino. Fonte: Salas e Shin (1999).	91
Figura 16 – Baixo Rio Colorado, desde a Barragem Glen Canyon até o Golfo da Califórnia. Fonte: Lopez (1978).	96
Figura 17 – Esquema da área de estudo mostrando as seções transversais. Fonte: Lopez (1978).	97
Figura 18 – Seções transversais iniciais e subseções para o modelo geométrico.	99

Figura 19 – Curvas granulométricas dos sedimentos em suspensão na estação Taylor’s Ferry.	107
Figura 20 – Curvas granulométricas do material do leito coletado próximo à estação Taylor’s Ferry.	107
Figura 21 – Hidrógrafa de níveis d’água na Barragem Imperial para o período 1938-1943.	109
Figura 22 – Vazão de água média mensal na estação Taylor’s Ferry para o período 1938-1943.	109
Figura 23 – Carga de sedimentos média mensal em Taylor’s Ferry para o período 1938-1943.	110
Figura 24 – Perfil da superfície da água e perfil médio do leito entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial, em 1938.	114
Figura 25 – Relação entre a área de sedimento depositado, calculada e observada, por seção, no ano de 1943.	115
Figura 26 – Mudanças nas seções transversais do Rio Colorado entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial após 5 anos de simulação.	116
Figura 27 – Volume de sedimentos depositado ao longo do tempo entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial.	120
Figura 28 – Perfil da superfície da água entre as seções 4 e 23 para uma condição de escoamento de pequena intensidade (maio de 1940).	121
Figura 29 – Perfil da superfície da água entre as seções 4 e 23 para uma condição de escoamento de intensidade média (outubro de 1942).	121
Figura 30 – Perfil da superfície da água entre as seções 4 e 23 para uma condição de escoamento de intensidade elevada (janeiro de 1942).	122
Figura 31 – Perfil médio do leito obtido ao longo do tempo.	122
Figura 32 – Perfil médio do leito ao longo do tempo com as respectivas elevações do nível d’água na Barragem Imperial.	123
Figura 33 – Taxa de sedimentação com o tempo acima da Barragem Imperial.	125
Figura 34 – Variação com o tempo das curvas granulométricas do sedimento depositado calculadas em diferentes seções.	127

Figura 35 – Variação espacial das curvas granulométricas do material depositado calculadas em diferentes instantes.	129
Figura 36 – Granulometria do material do leito entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial, em 1943.	130
Figura 37 – Localização e vista aérea do reservatório de rejeitos de bauxita de Marzagão, Saramenha, Ouro Preto, Minas Gerais, em 2007.	132
Figura 38 – Informações gerais sobre a barragem de Marzagão. Fonte: Villar (1990).	133
Figura 39 – Quantidade de sólidos lançados na barragem de Marzagão entre 1974 e 1984. Fonte: Villar (1990).	133
Figura 40 – Distribuição granulométrica do rejeito de bauxita. Fonte: Consoli (1991).	134
Figura 41 – Vista topográfica, em planta, do reservatório de Marzagão em Novembro de 1984 e localização das seções transversais.	136
Figura 42 – Comparação entre o perfil de deposição de rejeito obtidos no campo e numericamente em Setembro de 1989.	138
Figura 43 – Planta topográfica do reservatório obtida numericamente em Setembro de 1989.	140
Figura 44 – Planta topográfica do reservatório observada em campo em Setembro de 1989.	140
Figura 45 – Progresso da deposição média de rejeitos com o tempo.	142
Figura 46 – Comparação entre a distribuição de índice de vazios obtida numericamente e em campo para a seção 12 em 1989.	142
Figura 47 – Perfis de excesso de poro-pressão, tensão efetiva, poro-pressão total e hidrostática e de tensão total ao longo da profundidade na seção 12.	142
Figura 48 – Reservatório John Martin, Bent County, Colorado, EUA.	144
Figura 49 – Perfis transversais do reservatório John Martin. Fonte: Soares (1982).	144
Figura 50 – Seções transversais, reservatório John Martin.	145
Figura 51 – Histograma e distribuição de probabilidade para os volumes de água anuais afluentes.	150

Figura 52 – Histograma e distribuição de probabilidade para a concentração de sedimentos afluentes anuais.....	150
Figura 53 – Distribuição de probabilidade para os níveis d'água na barragem John Martin.....	151
Figura 54 – Histograma dos 24.000 números de vazões de água afluentes gerados pela técnica de amostragem hipercubo latino.	153
Figura 55 – Histograma dos 24.000 números de vazões de sedimentos afluentes gerados pela técnica de amostragem hipercubo latino.	153
Figura 56 – Histograma dos 24.000 números de elevações do nível d'água na barragem gerados pela técnica de amostragem hipercubo latino.....	154
Figura 57 – Algumas estatísticas ao longo do tempo de análise obtidas a partir dos 1000 cenários determinísticos para a vazão de água afluyente.	155
Figura 58 – Algumas estatísticas ao longo do tempo de análise obtidas a partir dos 1000 cenários determinísticos para a vazão de sedimentos afluyente.....	155
Figura 59 – Algumas estatísticas ao longo do tempo de análise obtidas a partir dos 1000 cenários determinísticos para a elevação do nível d'água na barragem.....	156
Figura 60 – Valores da área de sedimentos depositados obtidos pelas 1000 simulações de Monte Carlo, por seção transversal, e convergência da média e do desvio padrão.....	157
Figura 61 – Histograma, distribuição de probabilidade e densidade acumulada para a área de sedimentos depositados após 24 anos, por seção transversal.	159
Figura 62 – Geometria das seções obtidas pela simulação de Monte Carlo e medida em campo, em 1966.	161
Figura 63 – Avanço do assoreamento com o tempo em cada seção transversal.....	164
Figura 64 – Comparação da sensibilidade dos parâmetros estocásticos a partir dos coeficientes CCS e CCP, por seção transversal.....	166

Lista de Tabelas

Tabela 1 – Principais modelos matemáticos e suas características.	23
Tabela 2 – Localização das seções transversais no trecho de estudo.	108
Tabela 3 – Classes de tamanho de partículas dos sedimentos que entram no sistema.	110
Tabela 4 – Fração, por classe de tamanho, dos sedimentos que entram no sistema.	111
Tabela 5 – Fração inicial, por classe de tamanho, do material do leito.....	112
Tabela 6 – Coeficientes de Manning para o trecho entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial.	113
Tabela 7 – Parâmetros de compressibilidade e permeabilidade do rejeito de bauxita.....	135
Tabela 8 – Distância entre as seções transversais da barragem de Marzagão.	135
Tabela 9 – Composição dos sedimentos no reservatório John Martin.....	146
Tabela 10 – Dados anuais de volumes de água e de sedimentos afluentes e da concentração de sedimentos no reservatório John Martin.	149
Tabela 11 – Principais estatísticas da simulação de Monte Carlo para a área de sedimento depositado por seção transversal.	158
Tabela 12 – Resultados da análise de sensibilidade dos parâmetros estocásticos a partir dos coeficientes CCS e CCP, por seção transversal.	166

LAQUINI, João Paulo, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, Março de 2009. **Modelagem determinístico-estocástica da dinâmica de sedimentos em reservatórios de água e de rejeitos de mineração.** Orientador: Roberto Francisco de Azevedo. Coorientadores: Izabel Christina d' Almeida Duarte de Azevedo e Christianne de Lyra Nogueira.

Os sedimentos transportados por um rio provocam o assoreamento de reservatórios de água, reduzindo sua capacidade de armazenar água e prejudicando o seu funcionamento. Reservatórios de rejeitos, no entanto, são criados para armazenar o material descartado de processos de mineração. Qualquer que seja a função do reservatório é fundamental estimar o processo de acúmulo de sedimentos ao longo do tempo. Para tanto, desenvolveu-se um modelo matemático determinístico quase-tridimensional capaz de representar os fenômenos físicos envolvidos no processo de acúmulo de sedimentos em reservatórios: o transporte, a deposição, a erosão e o adensamento dos sedimentos. O modelo considera a variação granulométrica dos sedimentos que entram no reservatório e dos que são depositados. Por meio de uma rede de canais, o modelo permite simular o aporte de sedimentos que entram no reservatório em diferentes pontos ao longo de seu comprimento. O modelo hidrodinâmico é resolvido pelo esquema de Preissmann e pelo método da varredura dupla, num esquema incremental-iterativo. O modelo de sedimentos é resolvido pelo método das diferenças finitas implícito e por um método acoplado direto. O modelo de adensamento com grandes deformações também é resolvido por diferenças finitas implícito no tempo e um processo iterativo, e então acoplado aos modelos hidrodinâmico e de sedimentos. O caráter estocástico do enchimento de reservatórios é simulado através do método de Monte Carlo e da técnica de amostragem hipercubo latino. O modelo desenvolvido foi implementado em um programa de computador ao qual se deu o nome de SimSed. Um reservatório de água é simulado deterministicamente,

mostrando que o modelo consegue prever com sucesso o assoreamento. O enchimento de uma barragem de rejeitos de bauxita é analisado pelo modelo, que prevê satisfatoriamente o processo. Por fim, analisou-se outro reservatório de água através do método de Monte Carlo, obtendo-se respostas que foram satisfatoriamente analisadas com o modelo estocástico.

Abstract

LAQUINI, João Paulo, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March of 2009. **Deterministic-stochastic modeling of sediments dynamics in water and mining tailings reservoirs.** Adviser: Roberto Francisco de Azevedo. Co-advisers: Izabel Christina d' Almeida Duarte de Azevedo and Christianne de Lyra Nogueira.

Sediments transported by rivers accumulate into water reservoirs, reducing their water storage capacity and prejudicing their operation. Tailing reservoirs, however, are built to store waste of mining processes. No matter what is the reservoir function, it is fundamental to estimate the sediment deposition along time. Therefore, a quasi-tridimensional deterministic mathematical model was developed to represent the physical phenomena involved on the sediment filling process in a reservoir: transport, deposition erosion and consolidation of sediments. The model considers the grain-size distribution of the inflow and deposited sediments. Through a network channel delineation, the model allows simulating the sediment inflow contribution from tributaries entering any place along the reservoir. The hydrodynamics model is solved by the Preissmann scheme and the double-sweep algorithm, through an incremental-iterative scheme. The sediment model is solved by an implicit finite difference scheme and a direct-coupled method. The finite strain consolidation model is also solved with an implicit finite difference scheme in time and an iterative procedure and then it is coupled to the hydrodynamics and sediment models. The stochastic character of the silting up of reservoirs is simulated through the Monte Carlo and the Latin hypercube sampling methods. The developed model was implemented in a computer program named SimSed. A water reservoir is deterministically simulated, showing that the model predicts successfully the silting up. The filling of a bauxite red mud tailing reservoir is analyzed by the model, which satisfactorily calculates the process. Finally, another water reservoir was analyzed by the Monte Carlo

method, providing answers that were satisfactorily analyzed by the stochastic model.

Conteúdo

1. Introdução.....	1
2. Revisão de Literatura.....	7
2.1. Características do sedimento	7
2.2. Transporte de sedimentos	9
2.3. Sedimentação em reservatórios	11
2.3.1. Reservatórios de rejeitos de mineração.....	13
2.3.2. Sedimentação em reservatórios de água como um processo estocástico.....	15
2.4. Modelos para simular a dinâmica de sedimentos em reservatórios	17
2.4.1. Modelos empíricos	17
2.4.2. Modelos matemáticos.....	18
2.4.3. Modelos estocásticos	22
2.5. Adensamento dos sedimentos depositados	24
2.5.1. Modelos matemáticos para simular o adensamento.....	24
3. Modelo Hidrodinâmico Unidimensional.....	26
3.1. Equações de Saint-Venant.....	27
3.1.1. Equação da continuidade.....	27
3.1.2. Equação de quantidade de movimento.....	28
3.2. Discretização das equações governantes	30
3.3. Esquema incremental-iterativo.....	33
3.4. Algoritmo da varredura dupla.....	38
3.5. Delineamento da rede de canais	39
3.6. Condições iniciais e de contorno	41
3.6.1. Condições iniciais.....	41
3.6.2. Condições de contorno.....	42
3.7. Estabilidade numérica.....	45
3.8. Tratamentos suplementares	46
3.8.1. Propriedades hidráulicas	46
3.8.2. Profundidade do escoamento pequena	46

3.8.3.	Escoamento subcrítico, crítico e supercrítico	47
4.	Modelo de Sedimentos.....	49
4.1.	Equações governantes	49
4.2.	Discretização das equações governantes	52
4.3.	Solução das equações algébricas	55
4.4.	Condições iniciais e de contorno.....	57
4.4.1.	Condições iniciais.....	57
4.4.2.	Condições de contorno.....	58
4.5.	Estabilidade numérica.....	58
4.6.	Fórmulas empíricas complementares	59
4.6.1.	Velocidade de queda das partículas de sedimento.....	59
4.6.2.	Capacidade de transporte de sedimentos.....	60
4.6.3.	Porosidade do material do leito	63
4.6.4.	Distância de adaptação.....	65
4.6.5.	Delimitação da carga de lavagem.....	68
4.6.6.	Espessura da camada de mistura	69
4.6.7.	Distribuição lateral dos sedimentos	69
4.6.8.	Elevação média do leito	70
5.	Modelo de Adensamento Unidimensional.....	71
5.1.	Sistemas de coordenadas.....	72
5.2.	Equação do adensamento unidimensional com grandes deformações.....	74
5.3.	Solução numérica da equação de adensamento.....	77
5.4.	Condições inicial e de contorno	79
5.4.1.	Condição inicial	79
5.4.2.	Condições de contorno.....	80
5.5.	Relações constitutivas	80
5.5.1.	Relação de compressibilidade	81
5.5.2.	Relação de permeabilidade	81
5.6.	Equações adicionais.....	82
5.7.	Modelo de adensamento acoplado aos modelos hidrodinâmico e de sedimentos	83
6.	Método de Monte Carlo	87

6.1.	Geração de parâmetros estocásticos	90
6.2.	Método de amostragem hipercubo latino	91
6.3.	Dependência entre parâmetros estocásticos.....	92
6.4.	Análise de sensibilidade dos parâmetros estocásticos	93
7.	Resultados e Discussão	95
7.1.	Simulação determinística de um reservatório de água.....	95
7.1.1.	Descrição	95
7.1.2.	Dados disponíveis.....	98
7.1.3.	Modelo computacional	108
7.1.4.	Resultados da simulação.....	115
7.2.	Simulação determinística de um reservatório de rejeitos de mineração.....	131
7.2.1.	Descrição do reservatório e dados disponíveis para a análise	131
7.2.2.	Resultados da simulação.....	137
7.3.	Simulação de Monte Carlo de um reservatório de água	143
7.3.1.	Definição dos parâmetros determinísticos	146
7.3.2.	Definição dos parâmetros estocásticos	147
7.3.3.	Geração dos parâmetros estocásticos	151
7.3.4.	Resultados da análise de Monte Carlo.....	154
8.	Conclusões e Sugestões	168
8.1.	Conclusões.....	168
8.1.1.	Quanto ao modelo numérico	168
8.1.2.	Quanto à análise determinística do reservatório de água	169
8.1.3.	Quanto à análise determinística do enchimento da barragem de rejeitos de mineração	171
8.1.4.	Quanto à análise determinístico-estocástica do reservatório de água	172
8.2.	Sugestões para trabalhos futuros	174
9.	Bibliografia	175

Capítulo 1

Introdução

Reservatórios podem ser construídos para diversas finalidades, como abastecimento de água, irrigação, geração de energia, controle de enchentes, recreação e, ainda, acúmulo de rejeitos de mineração. Desta forma, eles são necessários para o bem-estar e para a economia da sociedade. Todos os reservatórios formados por barragens em cursos d'água naturais estão sujeitos a algum grau de assoreamento. O desafio é estimar a taxa de assoreamento e quando os sedimentos acumulados começarão a interferir nas funções do reservatório.

Quando uma barragem é construída num curso d'água natural, ela altera o equilíbrio do rio ao modificar as características hidráulicas do escoamento e, conseqüentemente, a capacidade do rio em transportar sedimentos. O assoreamento do reservatório criado pela barragem é, então, inevitável.

O volume de sedimentos acumulado num reservatório depende do montante de sedimentos produzidos na bacia de contribuição. As condições geológicas e climáticas, a vegetação, as características físicas da região e as

atividades antrópicas são fatores que interferem na produção de sedimentos de uma bacia hidrográfica.

Para os reservatórios cujo objetivo é armazenar água, o assoreamento é indesejável e as consequências podem ser economicamente sérias. A perda da capacidade de acumulação reduz a vida útil do reservatório e implica em perdas financeiras. Em reservatórios construídos para a geração de energia elétrica, uma carga excessiva de sedimentos na água do reservatório pode causar desgaste das turbinas, válvulas, tubulações e comportas. Em reservatórios construídos para o controle de enchentes, o assoreamento reduz sua capacidade de retenção, podendo causar perdas econômicas e até de vidas humanas à jusante do reservatório.

Os sedimentos presentes em um reservatório podem, ainda, afetar a navegabilidade, aumentar o custo de operação dos sistemas de irrigação devido às operações de dragagem, causar a perda da fertilidade de terras sujeitas a inundações, aumentar o custo do tratamento de água para abastecimento, etc.

O problema da sedimentação em reservatórios de água tem crescido ano a ano devido ao aumento não só do número de barragens como também de suas dimensões. Aproximadamente 1% do volume de armazenamento dos reservatórios é perdido anualmente devido à deposição de sedimentos (Yoon, 1992).

No Brasil, os sedimentos também têm causado problemas nos reservatórios. Estima-se que os reservatórios brasileiros perdem 0,5% de seus volumes a cada ano (CARVALHO, 1998). Próximo à Belo Horizonte, por exemplo, muitos reservatórios de pequenos e médios portes que foram construídos para o controle de enchentes nos rios que cortam a cidade, foram quase completamente assoreados poucos anos após serem construídos. Como consequência, as enchentes rápidas que frequentemente ocorrem na cidade não são detidas, trazendo sérias perdas materiais e, às vezes, de vidas humanas.

O assoreamento num reservatório não pode ser totalmente evitado. Uma vez construída a barragem, o reservatório vai sendo preenchido pelos sedimentos trazidos pelos rios. Entretanto, algumas medidas podem ser

tomadas para minimizar o problema. A mais importante é evitar ao máximo a erosão do solo na bacia de contribuição.

Nos reservatórios do Brasil, a alta taxa de sedimentação é causada certamente pelas práticas não-conservativas do uso do solo. O estado de Minas Gerais, por exemplo, tem grande parte de sua economia baseada na mineração, uma atividade considerada como uma enorme fonte geradora de sedimentos fluviais. A agricultura é outra atividade que expõe o solo, contribuindo muito para a geração de sedimentos. Outra medida mitigadora é o manejo correto do reservatório. As enchentes sazonais trazem cargas mais elevadas de sedimentos que podem ser carregados para fora do reservatório se este for adequadamente operado.

Pouco pode ser feito em reservatórios já preenchidos por sedimentos para removê-los. Raramente um reservatório pode ser dragado e provavelmente esta alternativa só é aplicável aos pequenos reservatórios. A construção de um novo reservatório é, normalmente, a opção mais econômica.

Estimar com precisão a vida útil de um reservatório é um objetivo que todos os projetistas almejam. A viabilidade econômica do projeto de uma barragem pode depender desta estimativa. Entretanto, prever o acúmulo de sedimentos num reservatório é uma tarefa difícil porque os processos envolvidos - erosão, transporte, deposição e consolidação dos sedimentos - são complicados e, muitos deles, ocorrem simultaneamente. Além disso, os fatores que interferem no processo são complexos e sujeitos a uma grande variabilidade temporal. Não basta apenas estimar o montante de sedimentos depositados num reservatório, é preciso também prever como e onde as suas partículas serão depositadas, o que impõe dificuldades adicionais na descrição do fenômeno através de um modelo. Revisões excelentes sobre os aspectos globais deste processo foram apresentadas por Brown (1950) e Gottschalk (1964).

Desde a década de 1950, vários métodos empíricos para prever a sedimentação em reservatórios foram apresentados. Estes modelos estimam os padrões de sedimentação baseados em dados de reservatórios existentes. Com

o desenvolvimento de computadores mais acessíveis e potentes, os modelos empíricos clássicos foram gradualmente substituídos por modelos matemáticos que simulam o processo de sedimentação num reservatório a partir de equações diferenciais que descrevem os fenômenos envolvidos no processo de assoreamento.

Com exceção do trabalho de Consoli (1991), uma característica comum dos modelos matemáticos existentes é não levar em consideração o adensamento dos sedimentos depositados, apesar de existirem teorias já bem estabelecidas para descrever esse processo. A consolidação dos sedimentos aumenta o volume útil do reservatório e, conseqüentemente, a sua vida útil. Alguns modelos abordam esse fenômeno de forma empírica e, portanto, pouco realística. É desejável que o processo de adensamento dos sedimentos seja modelado adequadamente, da mesma forma que os outros processos envolvidos na sedimentação em reservatórios.

Mesmo que um modelo matemático descreva precisamente os fenômenos físicos envolvidos no processo de acúmulo de sedimentos em reservatórios, a simulação de um problema real provavelmente não ocorre como na natureza. A razão disso é que a confiabilidade dos resultados está intimamente associada à escolha acertada dos parâmetros usados pelo modelo para simular o processo físico. Estabelecer parâmetros confiáveis é uma tarefa complexa, pois eles dependem da coleta de dados, dos ensaios de laboratório, das medições de campo, que podem ser fontes de imprecisões e incertezas. Essa é, então, mais uma dificuldade inerente à modelagem do assoreamento de reservatórios. Também não se pode garantir que os parâmetros determinados num determinado momento sejam representativos do processo de sedimentação que normalmente ocorre num período de tempo muito longo. Essa é uma nova fonte de imprecisão para o processo de simulação.

Portanto, dada a variabilidade, aleatoriedade e incertezas dos parâmetros, o estudo da deposição de sedimentos em rios e reservatórios deve ser tratado como um processo estocástico. Um modelo que descreve deterministicamente os fenômenos físicos envolvidos na sedimentação em

reservatórios e que leva em consideração o caráter estocástico do problema é um modelo determinístico-estocástico. Nesse modelo, determinam-se as estatísticas do sedimento depositado no reservatório ao longo do tempo, como a média, a variância, a moda e a distribuição de probabilidade.

Diante do exposto, dois aspectos importantes na modelagem da dinâmica dos sedimentos num reservatório precisam ser bem estabelecidos. Primeiro modelar adequadamente o adensamento dos sedimentos depositados. Segundo levar em consideração o caráter estocástico do problema, definindo um modelo que dê respostas em termos de distribuições de probabilidade.

Nessa tese optou-se por desenvolver um modelo tridimensional baseado numa formulação unidimensional (modelo quase-tridimensional) por dois motivos. Primeiro porque formulações unidimensionais para a dinâmica de sedimentos são mais simples de serem desenvolvidas e vários autores têm obtido sucesso em utilizá-las para modelar problemas de sedimentação, tanto em rios quanto em reservatórios. Outro ponto determinante para a escolha de uma formulação unidimensional é o fato da modelagem desenvolvida também ser estocástica. A abordagem estocástica aumenta muito o tempo computacional da solução do problema e o uso da formulação unidimensional torna o modelo tridimensional mais conveniente nesse aspecto.

O objetivo dessa tese é descrever o modelo determinístico-estocástico quase-tridimensional desenvolvido para a simulação da dinâmica de sedimentos em reservatórios. O modelo determinístico descreve, através de equações diferenciais, o escoamento de superfície livre numa rede de canais, o transporte de sedimento não-uniforme em condições de não-equilíbrio, a deposição e a erosão dos sedimentos e o adensamento com grandes deformações do material depositado, levando-se em consideração a variação granulométrica no espaço e no tempo do material do leito. O modelo estocástico utiliza o método de simulação de Monte Carlo para calcular as respostas do problema de maneira probabilística.

O modelo proposto será utilizado para simular problemas reais de acúmulo de sedimentos em reservatórios de água e de rejeitos de mineração.

Prever a sedimentação que ocorrerá num reservatório de água ao longo de várias décadas é um problema tipicamente estocástico que depende menos da simulação correta do adensamento dos sedimentos. Por outro lado, analisar o enchimento de um reservatório com rejeitos de mineração ao longo de um tempo bem mais curto é um problema determinístico, uma vez que os parâmetros do modelo variam pouco, mas que depende fortemente da simulação correta do adensamento do rejeito.

Essa tese está dividida em nove capítulos. Em seguida à colocação do problema no Capítulo 1, os principais aspectos da dinâmica de sedimentos em reservatórios são revistos e os trabalhos relacionados ao tema são apontados no Capítulo 2. No Capítulo 3 apresentam-se o modelo matemático para o escoamento unidimensional em superfícies livres e a solução numérica empregada. No Capítulo 4 abordam-se as equações que descrevem o transporte e a deposição de sedimentos num reservatório, além do método de solução do conjunto de equações. No Capítulo 5, o fenômeno do adensamento com deformações finitas é formulado e resolvido numericamente. A técnica de simulação estocástica de Monte Carlo é discutida no Capítulo 6. Em seguida, alguns problemas reais de reservatórios de água e de rejeito de mineração são analisados no Capítulo 7, em que se mostra a aplicação do modelo proposto e discutem-se os resultados. Finalmente, o Capítulo 8 é reservado às conclusões extraídas desse trabalho e sugestões para futuras pesquisas que abordem esse tema. O texto se encerra, no Capítulo 9, com as referências bibliográficas.

Capítulo 2

Revisão de Literatura

Segundo Carvalho (1994), os princípios fundamentais dos problemas de sedimentação foram investigados cientificamente na França, no século XVIII, mas resultados quantitativos só foram obtidos no início do século XIX. As primeiras medições foram feitas no rio Ródano, em Arles, França, entre 1808 e 1809. Outras medições foram efetuadas no rio Elba, em Hamburgo, Alemanha, entre 1837 e 1854, e no rio Garonne, França, entre 1839 a 1846.

No Brasil, o primeiro trabalho foi realizado pela CEEE (Companhia Estadual de Energia Elétrica), no rio Camaquã, Rio Grande do Sul, e teve a finalidade de fazer a previsão do assoreamento e o cálculo da vida útil do reservatório Paredão. Foram efetuadas amostragens de partículas em suspensão no período de setembro de 1950 a junho de 1952. Análises avaliaram a concentração de sólidos em suspensão e, para o sedimento coletado do leito, realizou-se a sua pesagem e determinou-se a sua granulometria. Os resultados finais permitiram a avaliação do volume que poderia assorear o reservatório.

2.1. Características do sedimento

As partículas que constituem um sedimento têm características próprias que influenciam nos processos de transporte, deposição e erosão, tais como: a

forma, o tamanho, a distribuição granulométrica e o peso específico. Algumas destas características são relatadas a seguir.

O tamanho de cada partícula do sedimento é dado pelo seu diâmetro e a distribuição granulométrica é usada para definir as percentagens das partículas com o mesmo tamanho presente, as quais são classificadas entre argila, silte, areia (fina, média e grossa) e pedregulho de acordo com a escala granulométrica da ABNT.

Devido à grande variedade de formas das partículas, vários coeficientes têm sido definidos para descrever a geometria da partícula. Esta propriedade tem sido considerada por muitos especialistas como uma variável significativa na determinação da porosidade, permeabilidade e coesão dos sedimentos depositados. Ela afeta também a velocidade média do escoamento da água, a velocidade de queda das partículas e o transporte da carga de leito. O fator de forma, $SF = c/\sqrt{ab}$, em que a , b e c são as três dimensões ortogonais da partícula (maior, média e menor, respectivamente), tem sido considerado por muitos autores como o coeficiente mais adequado para representar a influência da geometria da partícula, sobretudo, na sua velocidade de queda (CAMPOS, 2001).

O peso específico de uma partícula de sedimento pode ser determinado em laboratório por meio do ensaio picnométrico. Partículas transportadas em rios naturais apresentam um peso específico médio de aproximadamente 26 kN/m³, que corresponde ao peso específico do quartzo. No entanto, no caso de rejeitos de mineração, o peso específico das partículas do sedimento podem variar bastante em função dos diferentes tipos de minerais e do processo de beneficiamento.

A velocidade de queda da partícula é um dos fatores mais importantes para a sedimentação. É muito difícil obtê-la no ambiente natural onde os sedimentos são transportados e, por isso, ela é normalmente determinada através de relações empíricas. Desde a primeira metade do século XIX, quando Stokes apresentou sua lei para a velocidade de queda livre de uma esfera imersa num líquido, pesquisadores buscam novas relações empíricas para o

problema por meio da análise de experimentos de laboratório e de campo, o que pode ser constatado pelos inúmeros trabalhos que estão sendo publicados até os dias de hoje sobre este tema. Na seção 4.6.1, esse assunto será abordado com mais detalhes.

2.2. Transporte de sedimentos

Os sedimentos transportados nos rios têm sua origem basicamente em duas fontes. A primeira é o material do leito do rio que pode ser desprendido devido ao atrito durante o processo de escoamento. A erosão do leito não é, geralmente, uma fonte muito importante, contribuindo com menos de 20% da vazão de sedimentos da maioria dos rios. A segunda, e principal fonte, é o material produzido pela erosão do solo da bacia hidrográfica. Na Figura 1 estão ilustrados esses processos de geração de sedimentos.

A produção de sedimentos na bacia hidrográfica depende de fatores naturais e antrópicos. Em ambos os casos, a chuva é o principal condutor dos

Figura 1 – O processo de geração de sedimentos. Fonte: Campos (2001).

sedimentos para os rios. Nas encostas sem ação antrópica relevante, a vegetação natural protege o solo e praticamente inibe a produção de sedimentos. Ao contrário, bacias hidrográficas com intensa ação antrópica são, normalmente, pouco vegetadas e bem mais suscetíveis à erosão. São, portanto, produtoras de grande quantidade de sedimentos.

Quando chegam aos rios, as partículas dos sedimentos são levadas a diferentes locais de deposição, que podem ser o leito do rio, um lago (natural ou artificial) ou o mar. Se o rio não tem capacidade suficiente para transportar a carga total de sedimentos, parte dela precipita. As forças verticais que atuam numa partícula de sedimento que é transportada são o seu peso submerso e a força de erguimento causada pela turbulência do escoamento. O balanço entre estas duas forças verticais determinam a queda ou o erguimento da partícula.

As partículas podem ser transportadas em um rio de dois modos diferentes: o transporte da carga de leito, para as partículas de maior tamanho (grossas), e o transporte da carga em suspensão, para as partículas menores (finas). Uma partícula do leito é removida quando as tensões cisalhantes do escoamento superam a resistência ao movimento da partícula, que é determinada pelo seu peso e pelo seu atrito com as partículas vizinhas do leito. A carga de leito se localiza próximo ao fundo do rio, e as partículas se movem escorregando ou rolando sobre o leito. Quando a turbulência do escoamento alcança certo nível, o material fino que é transportado próximo ao leito é colocado em suspensão. As partículas da carga em suspensão viajam a uma velocidade similar àquela do escoamento, sem contato frequente com o leito. O contorno entre as zonas de transporte da carga de leito e da carga em suspensão não é muito clara (CAMPOS, 2001).

A carga em suspensão é composta de partículas de ambas as origens de sedimentos: o material do leito e o material produzido na bacia hidrográfica. Para separar estas duas fontes de sedimentos para a carga em suspensão, foi introduzido o conceito de carga de lavagem, a qual é composta pelos sedimentos originados exclusivamente da erosão na bacia. Apesar das definições, é difícil na prática separar a carga de lavagem da carga de material

de leito após elas serem transportadas pelos rios.

Combinando a carga de leito com a carga em suspensão tem-se o que é chamado de carga total. Alguns modelos não separam os dois modos de transporte de sedimento, tratando-os conjuntamente como carga total. Na Figura 2 está ilustrado um esquema geral para o transporte de sedimentos em rios, em que se mostra o vínculo entre a origem do sedimento e o modo de transporte.

Em reservatórios, o transporte da carga de leito é mais importante na região em que o rio entra no lago, em que o escoamento ainda é capaz de mover as partículas grossas do leito. Se a simulação do reservatório também incluir os rios afluentes, este modo de transporte deve ser considerado. Por outro lado, a carga em suspensão pode atravessar todo o reservatório, sendo que uma parte dela é depositada dentro do lago e a outra parte é liberada através das passagens de água da barragem.

2.3. Sedimentação em reservatórios

A construção de uma barragem num rio afeta as suas características físicas e hidráulicas. A velocidade do escoamento e a turbulência são reduzidas por causa do aumento da área da seção transversal do rio. A redução da velocidade torna possível a deposição de sedimentos, uma vez que as partículas não podem se manter em suspensão e começam a precipitar. Ou seja, quando a capacidade do rio em transportar sedimentos diminui, as partículas tendem a se depositar.

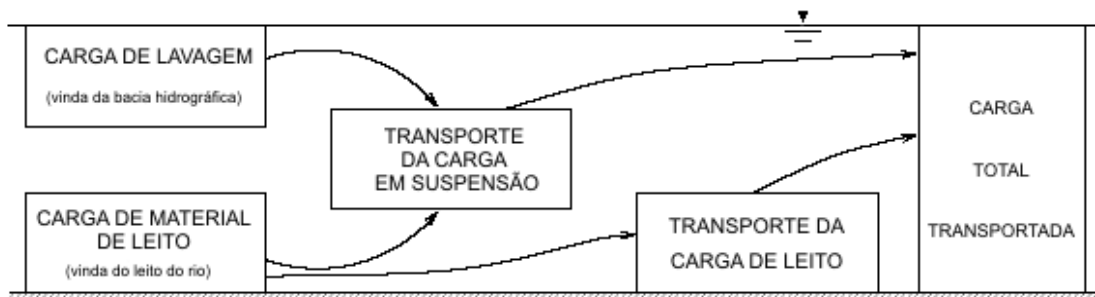


Figura 2 – A composição do transporte de sedimentos. Fonte: Campos (2001).

Supondo que o peso específico das partículas é aproximadamente o mesmo, as partículas grossas da carga de sedimentos que entra no reservatório são as primeiras a serem depositadas e, geralmente, elas são acomodadas na entrada do lago. Esse depósito, chamado de delta, é composto principalmente por pedregulho e areia. As partículas de tamanho médio são as próximas a serem depositadas e finalmente, as partículas finas são levadas mais para a jusante do reservatório e precipitam para formar o depósito de fundo. Na Figura 3 está ilustrado o perfil clássico de deposição em reservatórios. Portanto, o peso específico e o tamanho das partículas que entram no reservatório interferem na localização dos depósitos de sedimentos. Para as mesmas condições de escoamento no reservatório, se entra material mais fino, o escoamento levará os sedimentos mais para a jusante do que quando entra material mais grosso.

A elevação do nível d'água do reservatório é um fator importante para a localização da deposição do sedimento, pois ela define a área molhada e, conseqüentemente, a velocidade do escoamento. Quando a elevação é pequena, o sedimento é carregado mais para a jusante e a deposição se aproxima da barragem. Quando a elevação é alta, a maior parte da deposição ocorre na região da entrada do reservatório.

O peso específico dos sedimentos depositados define o volume que eles ocupam no reservatório. Entretanto, é difícil determiná-lo através de

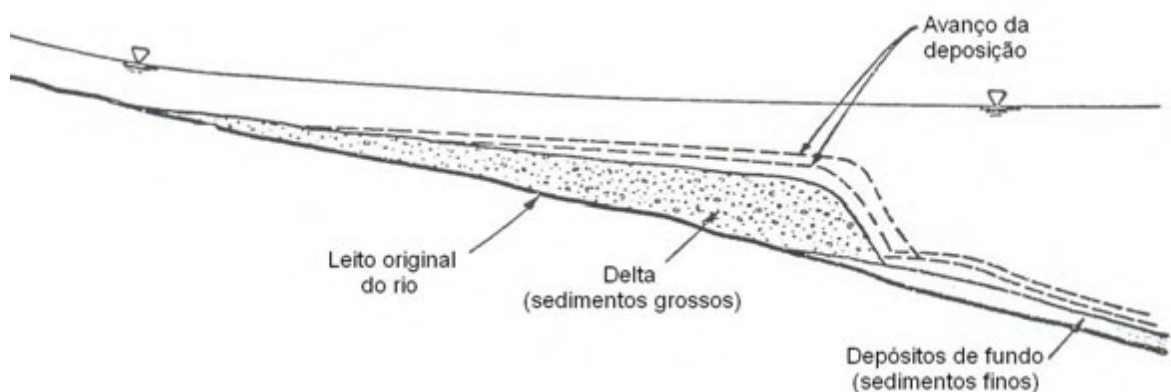


Figura 3 – Representação da deposição de sedimentos em reservatórios. Fonte: Lopez (1978).

amostragem, porque o nível d'água torna esses sedimentos geralmente inacessíveis. Alguns depósitos de sedimentos não estão submersos todo o tempo, devido à diminuição do nível d'água que ocorre normalmente na operação de um reservatório. A determinação do peso específico do material depositado exige a retirada de amostras indeformadas, o que não é uma tarefa simples. Existem alguns equipamentos usados para retirar tais amostras, mas não se pode garantir que o material amostrado não seja amolgado.

2.3.1. Reservatórios de rejeitos de mineração

A atividade de mineração, muito intensa em Minas Gerais, gera uma quantidade enorme de materiais com pouco valor econômico, normalmente designados rejeitos. Por exemplo, o beneficiamento de uma tonelada de bauxita produz cerca de 0,25 toneladas de alumina, da qual se faz o alumínio, gerando cerca de 0,75 toneladas de rejeito (VILLAR, 1990). As quantidades médias de rejeito produzidas a cada tonelada de rocha extraída e beneficiada estão ilustradas na Figura 4 para alguns minérios.

Em 1986, o Brasil gerava cerca de 200 milhões de toneladas de rejeitos por ano, para produzir as 22 principais substâncias minerais que compõem cerca de 90% da produção mineral (ABRÃO, 1987). A maior parte destes

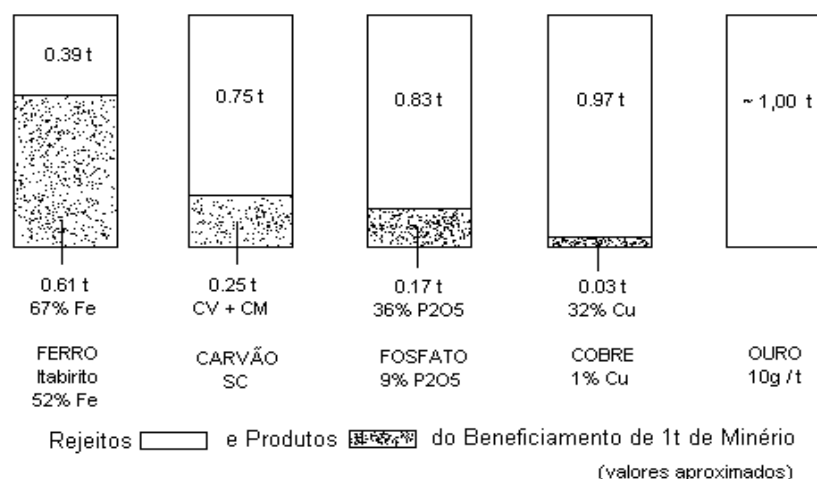


Figura 4 – Quantidades médias de minerais e rejeitos gerados pela indústria de mineração. Fonte: Abrão (1987).

rejeitos é descartada da fábrica de beneficiamento na forma líquida (polpa de água e sólidos) por meio de tubulações, através de bombeamento ou sob a ação da gravidade. Estas tubulações normalmente terminam em reservatórios criados para estocar o rejeito.

Em nosso país, geralmente, esses reservatórios são formados barrando-se o curso natural de um rio. O descarte de rejeitos em barragens inicia um processo de sedimentação que, nesse caso, é desejável, pois o reservatório foi projetado para estocar rejeito. Uma das tarefas dos engenheiros consiste, então, em prever a capacidade de estocagem desses reservatórios para estimar a sua vida útil.

Os sedimentos (rejeitos) depositados, sob a ação de seu peso próprio, experimentam grandes deformações à medida que os excessos de poro-pressão gerados durante a deposição vão se dissipando ao longo do tempo. Isso ocorre pelo fato do material depositado normalmente possuir um índice de vazios elevado. Portanto, para simular o processo de enchimento de um reservatório de rejeito de mineração, é indispensável considerar o adensamento que deve ser capaz de representar as grandes deformações que geralmente ocorrem durante o processo.

Na Figura 5 ilustra-se o processo de deposição de sedimentos finos em suspensão numa coluna de água. Esse processo pode ser caracterizado por três estágios distintos. O primeiro consiste na floculação das partículas, em que não ocorrem recalques, apenas aglomeração formando partículas de maiores dimensões. Na segunda fase, ocorrem interações físicas entre as partículas, caracterizando a sedimentação propriamente dita, na qual as partículas se tornam suficientemente grandes para recalcarem devido a seu peso próprio, sem contato entre elas. À medida que a concentração aumenta, a sedimentação das diversas partículas processa-se com a interferência de uma sobre a outra, sem, entretanto, ser suficientemente grande para claramente caracterizar a existência de tensões efetivas. Finalmente, no último estágio, o fenômeno de adensamento por peso próprio passa a ser caracterizado, no momento em que

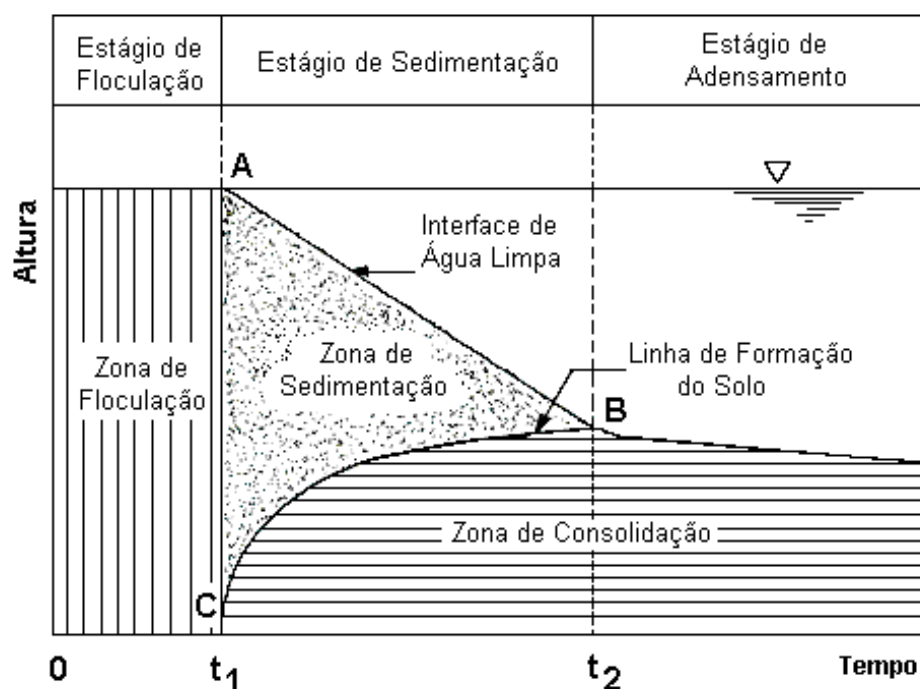


Figura 5 – Estágios da deposição de sedimentos. Fonte: Imai (1981).

as partículas transmitem tensões efetivas através do arcabouço sólido do material.

2.3.2. Sedimentação em reservatórios de água como um processo estocástico

Os principais fatores que afetam a sedimentação num reservatório, segundo Salas e Shin (1999), são: a vazão do rio; a quantidade de sedimentos que entra no reservatório; o tamanho das partículas de sedimento; o peso específico dos sedimentos; e, o tamanho e a operação do reservatório.

Dependendo do caso em estudo, alguns fatores podem ser mais importantes que outros. Todos estes fatores possuem um grau de incerteza e, como consequência, o assoreamento num reservatório é uma quantidade incerta também. Além disso, os procedimentos aplicados para estimar algumas das quantidades citadas e, também, o modelo usado para estimar o montante de sedimento que se acumula num reservatório são questões que não podem ser respondidas com total confiança. Por exemplo, Fan (1988) obteve

informações sobre 34 modelos de assoreamento de rios, 18 de bacias hidrográficas e 20 de reservatórios, e constatou que modelos diferentes podem fornecer resultados significativamente diferentes mesmo quando são usados os mesmos conjuntos de dados de entrada. Este fator adicional é conhecido como “incerteza sobre o modelo” (SALAS e SHIN, 1999).

Vários métodos de análise de incertezas têm sido desenvolvidos e aplicados em engenharia de recursos hídricos. Os métodos mais amplamente utilizados são a análise de primeira ordem e o método de Monte Carlo (SALAS e SHIN, 1999). A análise de primeira ordem é baseada na linearização, através de uma expansão em séries de Taylor, da função que relaciona uma variável randômica dependente com um conjunto de variáveis randômicas independentes (YEN *et al.*, 1986). Este método foi empregado em vários problemas que envolvem incertezas, tais como estimativas de fluxo de água em solo, previsão de oxigênio dissolvido, fluxo de sub-superfície e estimativas de transporte de contaminantes (SALAS e SHIN, 1999). No método de Monte Carlo, dados de entrada estocásticos são gerados a partir de suas distribuições de probabilidades e, então, usados para alimentar o modelo que descreve o processo físico envolvido na geração das respostas estocásticas. As respostas geradas são analisadas estatisticamente para quantificar a incerteza da resposta. Muitos exemplos de análise de incertezas pelo método de Monte Carlo podem ser citados, incluindo estimativas de fluxo permanente de água no solo, modelagem da qualidade da água e modelagem da eutroficação da água (SALAS e SHIN, 1999).

Um procedimento de simulação alternativo que tem sido desenvolvido para a análise de incertezas é a técnica de amostragem do hipercubo latino (CHANG *et al.*, 1993). A idéia básica desse método é gerar dados de entrada estocásticos randômicos de uma maneira estratificada, a partir das distribuições de probabilidade. Dessa forma, o número de dados de entrada gerados pode ser reduzido consideravelmente quando comparado com o método de Monte Carlo. Chang *et al.* (1993) utilizaram essa técnica para realizar uma análise de incerteza e de sensibilidade para o transporte de sedimentos

baseado no modelo HEC2-SR (SALAS e SHIN, 1999). Yeh e Tung (1993) aplicaram alguns métodos estocásticos para analisar a incerteza do movimento de uma cava resultante da extração de areia e pedregulho do leito de um rio. Eles concluíram que o método hipercubo latino fornecia mais informações que os demais métodos usados.

2.4. Modelos para simular a dinâmica de sedimentos em reservatórios

Vários modelos têm sido desenvolvidos para prever a distribuição de sedimentos em reservatórios. Com o avanço do conhecimento da dinâmica de sedimentos em reservatórios, novos métodos e modelos têm sido apresentados. Geralmente, pode-se dividi-los em empíricos e matemáticos. Um método é considerado empírico se ele é baseado em observações existentes. Se o modelo é baseado teoricamente em equações matemáticas, ele pode ser considerado um modelo matemático. Os modelos matemáticos podem, ainda, serem divididos de acordo com o número de dimensões modeladas, ou seja, em modelos unidimensionais (1D), bidimensionais (2D) e tridimensionais (3D).

2.4.1. Modelos empíricos

Desde a década de 1950, vários métodos empíricos para prever a sedimentação em reservatórios foram apresentados. O primeiro deles foi o método clássico. Esse não é, na verdade, um método para prever a distribuição de sedimentos em reservatórios. Ele assume simplesmente que os sedimentos depositados acomodam-se em camadas paralelas à linha d'água, o que fornece resultados geralmente muito irreais (CAMPOS, 2001).

Outro método proposto foi o método do incremento de área desenvolvido por Cristofano (1953). Ele representa um avanço se comparado ao método clássico porque considera que os sedimentos se depositam em todas as elevações, em camadas paralelas ao leito do reservatório. Assume que a área ocupada pelos sedimentos em qualquer elevação acima da elevação dos

depósitos junto à barragem é constante. A seguinte equação representa o método (CAMPOS, 2001):

$$V_s = A_o(h - h_o) + V_o \quad (1)$$

em que V_s é o volume de sedimentos abaixo de uma determinada profundidade h ; A_o , V_o e h_o são, respectivamente, a área, o volume e a profundidade do reservatório correspondente à elevação do depósito de sedimento junto à barragem. A_o também pode ser considerada o fator de correção da área.

O terceiro e mais usado método empírico para estimar a distribuição de sedimentos num reservatório é o método da redução de área, proposto por Borland e Miller (1958) e revisto por Lara (1962). Os primeiros autores usaram medições de 30 reservatórios americanos para desenvolver seu método, classificando os reservatórios em 4 tipos de acordo com a sua geometria. Para cada classe foi proposta uma expressão para estimar a deposição de sedimentos em qualquer elevação, além de estimar a profundidade dos depósitos junto à barragem (CAMPOS, 2001).

Sloff (1991) fez um levantamento dos modelos para sedimentação em reservatórios desenvolvidos até o final da década de 1980 encontrados na literatura. Na década de 1990, Sharghi (1994), Mehdi (1996) e Sloff (1997) desenvolveram outros modelos empíricos específicos para sedimentação em reservatórios.

2.4.2. Modelos matemáticos

Com o desenvolvimento de computadores mais acessíveis e potentes, os modelos empíricos clássicos foram gradualmente substituídos por modelos matemáticos. Nos modelos matemáticos, os fenômenos envolvidos no processo de assoreamento são descritos por equações diferenciais.

Os primeiros modelos matemáticos desenvolvidos para simular a dinâmica de sedimentos em reservatórios eram unidimensionais, em que a direção longitudinal é a única considerada para fins de modelagem. Esses modelos apresentam muitas vantagens, dentre elas, a simplicidade das

formulações e o requerimento de poucos recursos computacionais, tornando possível a simulação de grandes extensões de rios e reservatórios. As principais desvantagens dos modelos 1D são a impossibilidade de simular escoamentos curvilíneos, zonas de recirculação e escoamentos secundários, além de não poderem modelar adequadamente a distribuição lateral dos sedimentos. Assim, se tais fenômenos forem importantes, os modelos 1D devem ser evitados. Alguns modelos unidimensionais exclusivos para reservatórios serão relatados a seguir.

No início de 1970, o corpo de engenheiros do exército americano desenvolveu o modelo HEC-6. Esse é provavelmente o modelo mais conhecido devido ao seu pioneirismo. As primeiras versões não consideravam o assoreamento de reservatórios, o qual foi incluído mais tarde. O modelo é capaz de calcular erosão e deposição ao simular a interação entre a hidráulica do escoamento e a taxa de transporte de sedimentos. Ele foi projetado para ser usado nas análises de longo-prazo do comportamento de rios e reservatórios (U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS, 1972). Morris e Fan (1997), entretanto, descreveram o uso do HEC-6 em simulações de curto-prazo. O adensamento não é simulado pelo HEC-6.

Soares (1975) desenvolveu um modelo unidimensional a partir das equações de continuidade e de quantidade de movimento, que calculava a quantidade de sedimentos depositados em diversas seções do reservatório ao longo do tempo. O padrão de deposição era uma função da vazão afluente e da concentração de sedimentos que entravam no reservatório, além do nível d'água inicial do reservatório e da distribuição granulométrica dos sedimentos. Esse modelo também desprezou o adensamento do material depositado.

Outro modelo 1D desenvolvido exclusivamente para o assoreamento em reservatórios foi apresentado por Lopez (1978). Ele leva em consideração as características do escoamento e dos sedimentos, a geometria e a operação do reservatório. O reservatório é dividido em vários canais tentando simular a distribuição lateral de sedimentos. Além disso, o modelo usa uma teoria de jato bidimensional que serve para direcionar aos vários canais do reservatório o

fluxo de água e sedimentos trazido pelo rio afluente. O assoreamento é simulado através das equações de continuidade da água e dos sedimentos e da equação de quantidade de movimento. O adensamento é abordado empiricamente.

Zhou e Lin (1998) propuseram um modelo 1D para erosão e deposição em reservatórios, capaz de determinar com razoável precisão as formas das seções transversais sem ter que recorrer a uma modelagem 2D mais dispendiosa. Estabeleceram um procedimento de integração lateral que evita que os coeficientes de ajuste da equação de transporte de sedimentos sejam obtidos empiricamente. Esses coeficientes também são usados para distribuir a erosão e a deposição ao longo da seção transversal de maneira menos empírica e mais adequada. Os resultados obtidos na simulação de um reservatório foram bastante satisfatórios quando comparados com uma simulação 2D e com um modelo reduzido de um reservatório. O adensamento não é considerado.

Um modelo 1D muito abrangente é o CCHE1D (WU e VIEIRA, 2002; WU *et al.*, 2004). É um modelo que simula o transporte de sedimentos não-uniformes em condições de não-equilíbrio e de escoamento variável numa rede de canais que pode possuir estruturas hidráulicas. As equações de transporte de sedimentos, deformação do leito e variação granulométrica do material do leito são resolvidas num esquema acoplado com uma técnica de solução direta. O modelo acoplado para o cálculo da sedimentação é mais estável que o tradicional desacoplado. Foi aplicado com muito sucesso na solução de vários tipos de problemas de escoamento, inclusive para a deposição de sedimentos num reservatório. Esse modelo, contudo, não trata da consolidação dos sedimentos.

O modelo de Toniolo e Parker (2003) simplifica o problema de sedimentação em reservatórios ao considerar apenas o transporte de dois tamanhos de sedimento: areia como carga de leito e lama como carga de lavagem. O depósito de areia forma-se como um delta na entrada do reservatório. A carga de lavagem pode ser simulada como uma corrente de densidade, caso a carga seja concentrada o bastante para tornar a água do rio

mais densa que a água do reservatório. Essa corrente de densidade leva a carga de sedimentos para próximo da barragem, onde se deposita no fundo.

Estes não são os únicos modelos unidimensionais disponíveis para a sedimentação em reservatórios. Existem outros modelos 1D tais como os propostos por: Thomas (1970); Chang e Richards (1971); Yucel e Graft (1973); Asada (1973); Hurst e Chao (1975); Gill (1979); Rice (1981); Annandale (1984); Chang (1988); e, Siddique (1991).

Os modelos bidimensionais são um caso particular dos modelos tridimensionais. Eles têm servido como um passo inicial na direção dos modelos 3D, uma vez que usam as equações governantes 3D simplificadas para o caso 2D. Vários modelos 2D têm sido desenvolvidos desde a década de 1980, tais como os modelos de McAnnally (1989); Evans *et al.* (1990); e Hoogan e Twiss (1993). Um modelo 2D usado para simular o assoreamento em reservatórios é o SEDZL, desenvolvido por Ziegler e Nisbet (1995). Foi usado para simular o transporte, a erosão e a deposição de sedimentos em um grande reservatório, mas sem considerar a consolidação dos sedimentos depositados.

Um modelo 3D desenvolvido exclusivamente para o assoreamento em reservatórios é o de Campos (2001), que resolve as equações de Navier-Stokes por diferenças finitas. O modelo SSIIM de Olsen (1991) é um modelo 3D geral para o transporte de sedimentos, que apesar de não ter sido desenvolvido para reservatórios, tem sido usado para este fim. Outro modelo 3D é o de Fang e Wang (2000), em que o fluido pode ter densidade variável. Existem, ainda, modelos 3D desenvolvidos para estuários, mas que possuem características parecidas com os modelos para reservatórios, como o de Cahyono (1993) e de Blumberg *et al.* (1999). Há também modelos para lagos que podem ser usados para sedimentação em reservatórios, como o de Ahsan e Blumberg (1999).

Consoli (1991) desenvolveu um modelo para tratar do enchimento de reservatórios de rejeitos de mineração no qual o transporte e a sedimentação são modelados pelas equações de continuidade e de quantidade de movimento unidimensionais. Tais equações são resolvidas por um esquema implícito de diferenças finitas e pelo método da varredura dupla. O adensamento dos

rejeitos depositados é simulado por um modelo bidimensional resolvido pelo método dos elementos finitos, incluindo um modelo constitutivo especialmente desenvolvido para os rejeitos de mineração. Entretanto, os parâmetros do modelo constitutivo são difíceis de serem obtidos experimentalmente. A mudança na geometria das seções transversais devida ao acúmulo de sedimentos também é difícil de ser representada pela malha de elementos finitos.

Outro modelo foi desenvolvido por Silva (1998), em que o transporte e a sedimentação são descritos pelas equações de continuidade e de quantidade de movimento unidimensionais, e o adensamento pela teoria das grandes deformações unidimensional. Entretanto, o adensamento era desacoplado dos outros modelos. O modelo foi aplicado para modelar um reservatório de água e um reservatório de rejeitos de mineração.

Na Tabela 1 estão resumidos os principais modelos matemáticos desenvolvidos para simular a dinâmica de sedimentos, bem como as suas principais características.

2.4.3. Modelos estocásticos

Analisar um processo físico através de uma abordagem estocástica é um procedimento que vem ganhando maior atenção nos últimos anos. O avanço nas técnicas de análise de incertezas tem incentivado os pesquisadores a considerar a variabilidade espacial e temporal dos parâmetros dos modelos e as incertezas associadas.

O primeiro modelo disponível na literatura, que tratou o processo de acúmulo de sedimentos num reservatório de forma estocástica, foi o desenvolvido por Soares (1975). Ele usou um modelo determinístico para calcular o volume de sedimentos que se depositava em um ano, para uma dada combinação dos principais parâmetros: a vazão e a concentração de sedimentos afluentes, a elevação do nível d'água no reservatório e a concentração de sedimentos efluentes. Após calcular, com o modelo determinístico, volumes de

Tabela 1 – Principais modelos matemáticos e suas características.

Modelo	Ano	Transporte	Sedimentação	Adensamento
HEC6	1970	1D	1D	-
Soares	1975	1D	1D	-
Lopez	1978	1D	1D	Empírico
Olsen	1991	3D	3D	-
Consoli	1991	1D	1D	2D
Ziegler e Nisbet	1995	2D	2D	-
Zhou e Lin	1998	1D	1D	-
Silva	1998	1D	1D	1D
Campos	2001	3D	3D	Empírico
Wu e Vieira	2002	1D	1D	-
Toniolo e Parker	2003	1D	1D	-

sedimentos para algumas combinações distintas dos principais parâmetros, o modelo estocástico fazia a previsão do volume de sedimentos que se acumulava no reservatório ao longo do tempo a partir das diferentes previsões anuais.

Salas e Shin (1999) aplicaram o método de Monte Carlo e a técnica de amostragem do hipercubo latino para quantificar a incerteza da sedimentação anual num reservatório e da sedimentação acumulada ao longo do tempo, usando um modelo empírico. Também realizaram um estudo de sensibilidade para identificar os parâmetros que mais interferiam na incerteza associada à sedimentação em reservatórios.

Outra tentativa de incorporar uma abordagem estocástica ao estudo da sedimentação foi feita por Sharma e Kavvas (2005). Eles consideraram que a equação que governa o transporte de sedimentos não-coesivos em suspensão era uma equação diferencial parcial estocástica devido às incertezas nos parâmetros. Então, eles usaram a técnica “média do conjunto” (ensemble

averaging) para obter uma equação determinística que descrevesse o processo, obtendo bons resultados.

2.5. Adensamento dos sedimentos depositados

O peso específico do material depositado varia ao longo do tempo por causa da consolidação dos sedimentos. As partículas vão se acumulando umas sobre as outras, formando várias camadas de sedimentos, que consolidarão pela ação do peso próprio e da sobrecarga das camadas superiores.

Quando este fenômeno é abordado pelos modelos de sedimentação em reservatórios, ele é tratado de forma empírica, como a equação apresentada por Lane e Koelzer (1943), que foi desenvolvida a partir de dados observados de reservatórios americanos. Essa equação tem sido usada por mais de meio século, sem nenhum melhoramento. Esse fenômeno, no entanto, é muito estudado na mecânica dos solos, e é modelado por equações diferenciais que descrevem o comportamento físico do processo de adensamento.

2.5.1. Modelos matemáticos para simular o adensamento

O fenômeno do adensamento começou a ser descrito matematicamente por Terzaghi (1923), através de uma abordagem unidimensional que permitia grandes deformações, porém, assumia que a compressibilidade e a permeabilidade do solo eram constantes ao longo de todo o processo.

Mais tarde, Terzaghi e Frohlich (1936) reformularam a teoria original, admitindo pequenas deformações. Essa teoria é a mais utilizada até os dias atuais. As restrições dessa teoria podem levar a erros significativos, dependendo da variação do índice de vazios real em função do incremento de carga aplicado (VILLAR, 1990).

Biot (1941) desenvolveu uma formulação tridimensional para o adensamento com pequenas deformações, considerando variações lineares da compressibilidade e da permeabilidade com o índice de vazios.

Mikasa (1965) e Gibson *et al.* (1967) formularam, independentemente, uma nova teoria de adensamento unidimensional com grandes deformações na qual tanto a compressibilidade quanto a permeabilidade podem variar em relação ao índice de vazios.

Carter *et al.* (1979) desenvolveram um modelo multidimensional do adensamento com grandes deformações, considerando relações constitutivas (compressibilidade e permeabilidade) não-lineares. Entretanto, como essas relações constitutivas não-lineares não estão suficientemente bem estabelecidas, a utilização deste modelo é ainda limitada.

Pinto (1988) e Azevedo e Sado (1990) resolveram a equação diferencial do adensamento unidimensional com grandes deformações de Gibson *et al.* (1967) através de um esquema implícito de diferenças finitas.

Capítulo 3

Modelo Hidrodinâmico Unidimensional

Muitos modelos matemáticos foram desenvolvidos para descrever o escoamento de fluidos. O modelo mais geral é o que utiliza as equações de Navier-Stokes para representar o comportamento tridimensional de um fluido viscoso incompressível. Na prática, quando um modelo matemático é formulado, várias hipóteses são feitas para simplificar o problema em consideração, e são usadas as equações mais básicas capazes de representar o fenômeno em questão. No escoamento em canais abertos, os modelos mais conhecidos são os que utilizam as chamadas equações de água rasa, em que se supõe que o escoamento é raso em relação às dimensões do problema, ou seja, a dimensão longitudinal é a predominante.

Como em qualquer modelo de escoamento em canais abertos, o procedimento básico para formar as equações de água rasa é estabelecer uma equação de continuidade, correspondendo à conservação da massa, e aplicar as leis que governam a física clássica para obter uma equação de quantidade de movimento. Dependendo da construção, tais equações podem ser escritas como leis de conservação, representando a conservação de alguma quantidade particular, tal como quantidade de movimento ou energia. Termos adicionais podem ser incorporados para incluir outros efeitos, tais como o atrito, a variação da geometria, a viscosidade, etc., denominados termos fonte, que

geralmente correspondem a alguma forma de perda ou ganho no sistema (CROSSLEY, 1999).

3.1. Equações de Saint-Venant

No caso da modelagem de escoamentos em canais abertos predominantemente unidimensionais, as equações de Saint-Venant são as mais comumente usadas. Estas equações foram obtidas por Barré de Saint-Venant (1871) e descrevem o escoamento gradualmente variado de um fluido não-viscoso incompressível. As hipóteses fundamentais inerentes às equações de Saint-Venant são (CROSSLEY, 1999):

- O escoamento é unidimensional, ou seja, a velocidade é constante em toda a seção transversal e o nível d'água na seção é horizontal;
- A componente vertical da aceleração do fluido é desprezível, de forma que a variação da pressão com a profundidade é hidrostática;
- O atrito e a turbulência podem ser representados usando as mesmas leis empíricas que governam o escoamento constante, tal como a equação de Manning;
- A inclinação do leito é pequena, de modo que o cosseno do ângulo entre o leito e a horizontal é aproximadamente unitário.

As equações de Saint-Venant consistem de uma equação de continuidade (ou conservação da massa) e uma equação de quantidade de movimento, que é obtida aplicando-se a segunda lei de Newton para o movimento ao longo do canal ou a partir do princípio da conservação de energia.

3.1.1. Equação da continuidade

Considere um volume de controle elementar de comprimento dx em um canal (Figura 6). Entram, no volume de controle, uma vazão de montante (Q) e uma vazão lateral distribuída ao longo do comprimento dx (q). A dimensão de q é vazão por unidade de comprimento, de forma que a vazão lateral total é $q dx$.

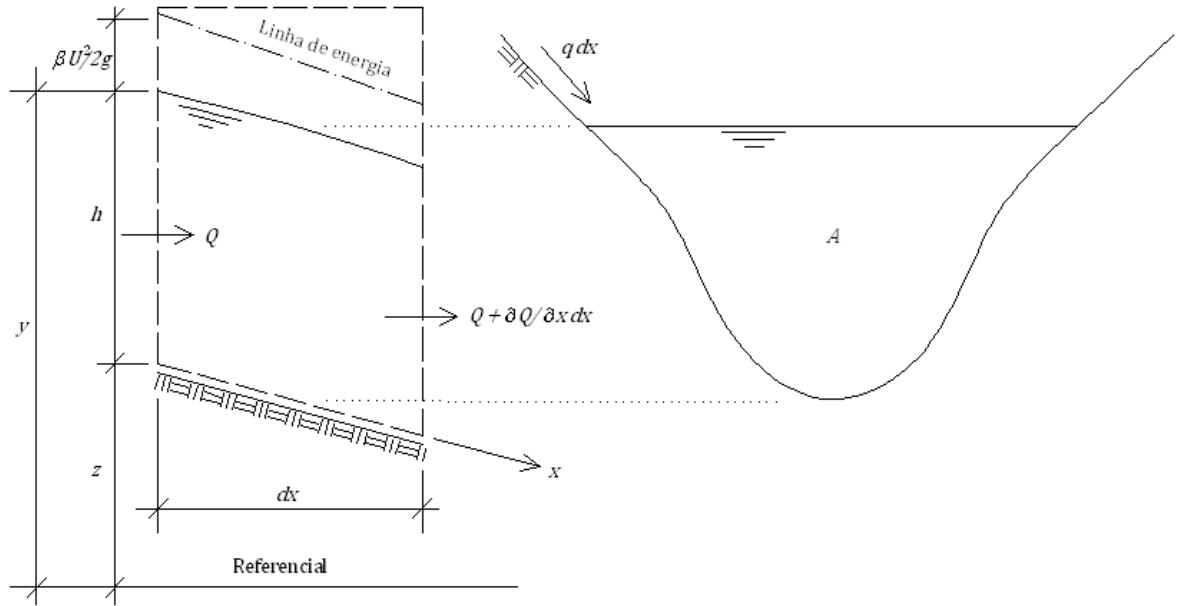


Figura 6 – Esquematização do volume de controle num canal natural.

Portanto, a massa total que entra no volume de controle é $\rho(Q + qdx)$, em que ρ é a densidade do fluido. A massa total que sai do volume de controle é $\rho(Q + \partial Q/\partial x dx)$, em que $\partial Q/\partial x$ é a taxa de variação da vazão com a distância. O volume do elemento de canal é $A dx$, sendo que A é a área da seção transversal média do elemento de canal. A taxa de variação com o tempo da massa contida no volume de controle é $\partial(\rho A dx)/\partial t$. O princípio da conservação da massa estabelece para o volume de controle que:

$$\frac{\partial(\rho A dx)}{\partial t} = \rho(Q + qdx) - \rho\left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx\right) \quad (2)$$

Supondo que a densidade do fluido é constante, a equação de continuidade é escrita como:

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (3)$$

3.1.2. Equação de quantidade de movimento

A equação de quantidade de movimento é derivada a partir do princípio da conservação da energia, tal como foi feito por Consoli (1991). Considerando

o volume de controle elementar da Figura 6, a variação da energia total (potencial e cinética) ao longo da distância dx é causada pelo efeito do atrito (S_f) e pela aceleração do fluido ($1/g \partial U/\partial t$) e pode ser escrita como

$$\frac{d}{dx} \left(z + h + \beta \frac{U^2}{2g} \right) = -S_f - \frac{1}{g} \frac{\partial U}{\partial t} \quad (4)$$

em que z é a coordenada do leito em relação ao referencial; h é a profundidade do escoamento; U é a velocidade média do escoamento; g é a aceleração da gravidade; S_f é a parcela da inclinação da linha de energia causada pelo atrito, definida por Wu e Vieira (2002) como:

$$S_f = \frac{Q|Q|}{K^2} \quad (5)$$

em que K é o fator de transporte, definido pela Equação (65), que leva em consideração o efeito da rugosidade do leito e a geometria do canal; e, β é o coeficiente de Corolis, que corrige a não-uniformidade da distribuição da velocidade na seção transversal, variando entre 1,0 e 1,3, e é definido pela Equação (67).

Substituindo a velocidade ($U = Q/A$) e a elevação da superfície da água, ($y = z + h$) na Equação (4), e utilizando diferenças parciais, a equação de quantidade de movimento pode ser escrita como:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q}{A} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\beta Q^2}{2 A^2} \right) + g \frac{\partial y}{\partial x} + g S_f = 0 \quad (6)$$

O primeiro termo da Equação (6) representa a aceleração local, que descreve a variação da quantidade de movimento devida à variação da velocidade com o tempo; o segundo termo representa a aceleração convectiva, que descreve a variação da quantidade de movimento devida à variação da velocidade do escoamento ao longo do comprimento do canal; o terceiro termo representa a diferença entre as resultantes da pressão hidrostática do fluido na fronteira do volume de controle, que é proporcional à variação da profundidade do escoamento; e, o último termo representa a ação do atrito entre o fluido em movimento e o leito do canal.

As Equações (3) e (6) constituem uma das maneiras de se expressar as equações de Saint-Venant. Quando a Equação (6) é utilizada na sua forma completa, o modelo é conhecido como modelo da onda dinâmica. Entretanto, alguns problemas podem utilizar uma forma simplificada da Equação (6). Quando se admite que os dois primeiros termos são desprezíveis, tem-se o modelo da onda difusa, pelo qual:

$$g \frac{\partial y}{\partial x} + gS_f = 0 \quad (7)$$

A hipótese da onda difusa é aplicada apenas nos casos onde os efeitos da inércia não são fortes, como por exemplo, quando o número de Froude (F_r) definido por:

$$F_r = \frac{U}{\sqrt{gh}} \quad (8)$$

é menor que 0,5. Entretanto, no caso de escoamento aproximadamente uniforme, os dois primeiros termos na Equação (6) se tornam desprezíveis e o modelo da onda difusa pode ser aplicado mesmo quando o número de Froude é muito maior que 0,5 (WU e VIEIRA, 2002).

3.2. Discretização das equações governantes

As equações de Saint-Venant constituem um sistema de equações diferenciais parciais. Antes do advento dos computadores, técnicas de solução analítica tinham que ser usadas para resolver EDPs (equações diferenciais parciais). Entretanto, sua aplicação era restrita aos problemas mais simples e mesmo assim, exigia um enorme esforço para realizar os cálculos manualmente. Na maioria dos problemas de interesse prático, não é possível encontrar soluções exatas por meio de técnicas de solução analítica. Por esta razão, utilizam-se os métodos numéricos, em que o problema contínuo, isto é, as equações governantes, é transformado em uma forma discreta que resulta numa série de equações algébricas, que podem ser resolvidas

computacionalmente. A solução do problema discreto representa uma aproximação da solução do problema contínuo.

Dentre as técnicas disponíveis para a simulação numérica de problemas de escoamento está o método das diferenças finitas. Esse método representa o problema por meio de uma série de valores obtidos em pontos ou nós particulares do domínio do problema. As expressões para as variáveis são obtidas através da substituição dos termos derivativos nas equações do modelo por expansões truncadas da série de Taylor.

Um dos esquemas de diferenças finitas mais largamente utilizado em problemas de escoamento em canais abertos é o esquema implícito de quatro pontos proposto originalmente por Preissmann (1961). Ao comparar cinco métodos numéricos aplicados à solução das equações de Saint-Venant, para vários tipos de problemas transientes, Chen (1973) concluiu que o método implícito de Preissmann era o mais adequado. A principal vantagem desse esquema é que ele é compacto, ou seja, permite que os pontos da malha (seções transversais) sejam espaçados não-uniformemente ao longo do canal. Outra vantagem é que ele é implícito e, portanto, existe uma ampla região de estabilidade que permite escolher o intervalo de tempo que melhor se ajuste às escalas de tempo do escoamento físico (SAMUELS e SKELLS, 1990).

O esquema implícito de quatro pontos, pelo menos na sua forma centrada, na verdade, foi publicado primeiramente por Thomas (1937), mas o potencial do esquema não foi bem compreendido até os computadores se tornarem suficientemente rápidos, confiáveis e disponíveis para a construção de modelos hidráulicos computacionais na década de 1960 (SAMUELS e SKELLS, 1990).

O esquema generalizado de Preissmann substitui a função contínua $f(x, t)$ em uma malha retangular no plano tempo-espaço (Figura 7) e suas derivadas no tempo e no espaço por:

$$f(x, t) \cong \theta[\psi f_{j+1}^{n+1} + (1 - \psi) f_j^{n+1}] + (1 - \theta)[\psi f_{j+1}^n + (1 - \psi) f_j^n] \quad (9)$$

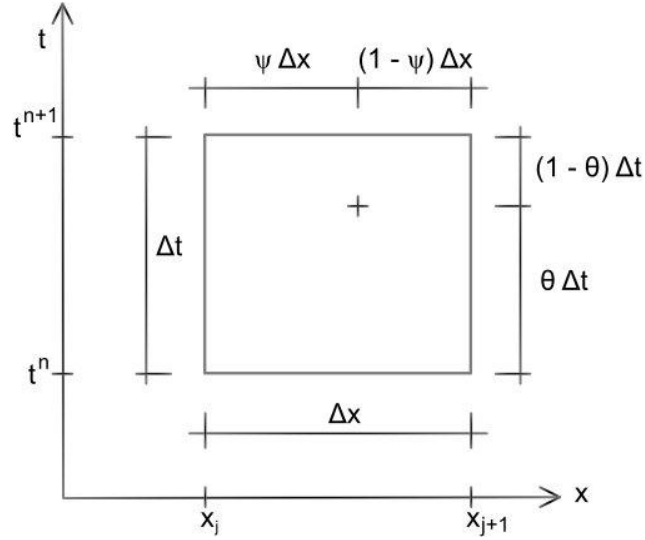


Figura 7 – Configuração da célula computacional.

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial t} \cong \psi \frac{f_{j+1}^{n+1} - f_{j+1}^n}{\Delta t} + (1 - \psi) \frac{f_j^{n+1} - f_j^n}{\Delta t} \quad (10)$$

$$\frac{\partial f(x, t)}{\partial x} \cong \theta \frac{f_{j+1}^{n+1} - f_j^{n+1}}{\Delta x} + (1 - \theta) \frac{f_{j+1}^n - f_j^n}{\Delta x} \quad (11)$$

em que θ , $0 \leq \theta \leq 1$ e ψ , $0 \leq \psi \leq 1$ são os fatores de ponderação do esquema de Preissmann para tempo e espaço, respectivamente; f_j^n é o valor de f no ponto $(x_j, t^n) = (j\Delta x, n\Delta t)$; n é o número do passo no tempo; j é o número do passo no espaço; e, Δt e Δx são os intervalos no tempo e no espaço, respectivamente.

Usando o esquema implícito de Preissmann, a equação da continuidade, Equação (3), é discretizada como:

$$\begin{aligned} & \frac{\psi}{\Delta t} (A_{j+1}^{n+1} - A_{j+1}^n) + \frac{1 - \psi}{\Delta t} (A_j^{n+1} - A_j^n) + \frac{\theta}{\Delta x} (Q_{j+1}^{n+1} - Q_j^{n+1}) \\ & + \frac{1 - \theta}{\Delta x} (Q_{j+1}^n - Q_j^n) - \theta [\psi q_{j+1}^{n+1} + (1 - \psi) q_j^{n+1}] \\ & - (1 - \theta) [\psi q_{j+1}^n + (1 - \psi) q_j^n] = 0 \end{aligned} \quad (12)$$

e a equação de quantidade de movimento do modelo da onda dinâmica, Equação (6), como:

$$\begin{aligned}
& \frac{\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}} - \frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right) + \frac{1-\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} - \frac{Q_j^n}{A_j^n} \right) \\
& + \frac{\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^{n+1}}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^{n+1}}{A_{j+1}^{n+1}} \right)^2 - \frac{\beta_j^{n+1}}{2} \left(\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} \right)^2 \right] \\
& + \frac{1-\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^n}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right)^2 - \frac{\beta_j^n}{2} \left(\frac{Q_j^n}{A_j^n} \right)^2 \right] + \frac{\theta g}{\Delta x} (y_{j+1}^{n+1} - y_j^{n+1}) \\
& + \frac{(1-\theta)g}{\Delta x} (y_{j+1}^n - y_j^n) + \theta g [\psi_R S_{f,j+1}^{n+1} + (1-\psi_R) S_{f,j}^{n+1}] \\
& + (1-\theta)g [\psi_R S_{f,j+1}^n + (1-\psi_R) S_{f,j}^n] = 0
\end{aligned} \tag{13}$$

em que ψ_R é o fator de ponderação espacial para a inclinação da linha de energia no caso da profundidade do fluxo ser pequena. Esse fator pode não ser o mesmo que ψ (ver seção 3.8).

A equação de quantidade de movimento discretizada do modelo da onda difusa é igual à Equação (13) sem os primeiros quatro termos do lado esquerdo da equação.

3.3. Esquema incremental-iterativo

A equação de quantidade de movimento, dada pela Equação (13), é uma equação não-linear. Três métodos podem ser empregados para a solução numérica de uma equação não-linear. Um deles é o método iterativo, que usa diretamente a profundidade do escoamento (h) e a vazão (Q) como variáveis dependentes e usa um esquema iterativo para chegar à solução. O outro é o método incremental, que usa os incrementos Δh e ΔQ como variáveis dependentes. Há ainda o método incremental-iterativo, que usa os incrementos Δh e ΔQ como variáveis dependentes e encontra a solução através de um processo iterativo. Será adotado o último método, ou método incremental-iterativo, no qual as seguintes relações são adotadas:

$$A_j^{n+1} = A_j^* + \Delta A_j = A_j^* + B_j^* \Delta h_j \tag{14}$$

$$Q_j^{n+1} = Q_j^* + \Delta Q_j \quad (15)$$

em que o símbolo * denota o valor da variável no último passo da iteração; ΔA , Δh e ΔQ são os incrementos de área, de profundidade e de vazão, respectivamente, a serem determinados; e B é a largura do canal na superfície da água. Na Equação (14), nota-se que a área da seção transversal é aproximada por uma área retangular equivalente.

Substituindo as Equações (14) e (15) na equação da continuidade discretizada, Equação (12), obtém-se o seguinte esquema incremental-iterativo:

$$\begin{aligned} & \frac{\psi}{\Delta t} B_{j+1}^* \Delta h_{j+1} + \frac{1-\psi}{\Delta t} B_j^* \Delta h_j + \frac{\theta}{\Delta x} \Delta Q_{j+1} - \frac{\theta}{\Delta x} \Delta Q_j \\ & = -\frac{\psi}{\Delta t} (A_{j+1}^* - A_{j+1}^n) - \frac{1-\psi}{\Delta t} (A_j^* - A_j^n) - \frac{\theta}{\Delta x} (Q_{j+1}^* - Q_j^*) \\ & - \frac{1-\theta}{\Delta x} (Q_{j+1}^n - Q_j^n) + \theta [\psi q_{j+1}^{n+1} + (1-\psi) q_j^{n+1}] \\ & + (1-\theta) [\psi q_{j+1}^n + (1-\psi) q_j^n] \end{aligned} \quad (16)$$

As incógnitas na Equação (16) são Δh_j , ΔQ_j , Δh_{j+1} e ΔQ_{j+1} , de modo que esta equação pode ser reescrita como:

$$a_j \Delta h_j + b_j \Delta Q_j + c_j \Delta h_{j+1} + d_j \Delta Q_{j+1} = p_j \quad (17)$$

em que

$$a_j = \frac{1-\psi}{\Delta t} B_j^* \quad (18)$$

$$b_j = -\frac{\theta}{\Delta x} \quad (19)$$

$$c_j = \frac{\psi}{\Delta t} B_{j+1}^* \quad (20)$$

$$d_j = \frac{\theta}{\Delta x} = -b_j \quad (21)$$

$$\begin{aligned}
p_j = & -\frac{\psi}{\Delta t}(A_{j+1}^* - A_{j+1}^n) - \frac{1-\psi}{\Delta t}(A_j^* - A_j^n) - \frac{\theta}{\Delta x}(Q_{j+1}^* - Q_j^*) \\
& - \frac{1-\theta}{\Delta x}(Q_{j+1}^n - Q_j^n) + \theta[\psi q_{j+1}^{n+1} + (1-\psi) q_j^{n+1}] \\
& + (1-\theta)[\psi q_{j+1}^n + (1-\psi) q_j^n]
\end{aligned} \tag{22}$$

De maneira similar, para estabelecer o esquema incremental-iterativo para a equação de quantidade de movimento discretizada, Equação (13), as seguintes relações são usadas, algumas delas devendo ser linearizadas, conforme apresentaram Wu e Vieira (2002):

$$y_j^{n+1} = y_j^* + \Delta h_j \tag{23}$$

$$(Q_j^{n+1})^2 = (Q_j^*)^2 + 2Q_j^* \Delta Q_j \tag{24}$$

$$\frac{1}{(K_j^{n+1})^2} = \frac{1}{(K_j^*)^2} - \frac{2}{(K_j^*)^3} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_j^* \Delta h_j \tag{25}$$

$$S_{f,j}^{n+1} = S_{f,j}^* + \frac{2|Q_j^*|}{(K_j^*)^2} \Delta Q_j - \frac{2S_{f,j}^*}{K_j^*} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_j^* \Delta h_j \tag{26}$$

$$\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} = \frac{Q_j^*}{A_j^*} + \frac{1}{A_j^*} \Delta Q_j - \frac{Q_j^* B_j^*}{(A_j^*)^2} \Delta h_j \tag{27}$$

$$\left(\frac{Q_j^{n+1}}{A_j^{n+1}} \right)^2 = \left(\frac{Q_j^*}{A_j^*} \right)^2 + \frac{2Q_j^*}{(A_j^*)^2} \Delta Q_j - \frac{2(Q_j^*)^2 B_j^*}{(A_j^*)^3} \Delta h_j \tag{28}$$

$$\beta_j^{n+1} = \beta_j^* \tag{29}$$

Substituindo as Equações (23) a (29) na Equação (13), o seguinte esquema incremental-iterativo para a equação de quantidade de movimento discretizada do modelo da onda dinâmica é obtido:

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{1-\psi}{\Delta t} \frac{Q_j^* B_j^*}{(A_j^*)^2} + \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_j^* (Q_j^*)^2 B_j^*}{(A_j^*)^3} - \frac{\theta g}{\Delta x} - 2\theta g(1-\psi_R) \frac{S_{f,j}^*}{K_j^*} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_j^* \right] \Delta h_j \\
& + \left[\frac{1-\psi}{\Delta t} \frac{1}{A_j^*} - \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_j^* Q_j^*}{(A_j^*)^2} + 2\theta g(1-\psi_R) \frac{|Q_j^*|}{(K_j^*)^2} \right] \Delta Q_j \\
& + \left[-\frac{\psi}{\Delta t} \frac{Q_{j+1}^* B_{j+1}^*}{(A_{j+1}^*)^2} - \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_{j+1}^* (Q_{j+1}^*)^2 B_{j+1}^*}{(A_{j+1}^*)^3} + \frac{\theta g}{\Delta x} \right. \\
& \left. - 2\theta g\psi_R \frac{S_{f,j+1}^*}{K_{j+1}^*} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_{j+1}^* \right] \Delta h_{j+1} \\
& + \left[\frac{\psi}{\Delta t} \frac{1}{A_{j+1}^*} + \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_{j+1}^* Q_{j+1}^*}{(A_{j+1}^*)^2} + 2\theta g\psi_R \frac{|Q_{j+1}^*|}{(K_{j+1}^*)^2} \right] \Delta Q_{j+1} \tag{30} \\
& = -\frac{\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_{j+1}^*}{A_{j+1}^*} - \frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right) - \frac{1-\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_j^*}{A_j^*} - \frac{Q_j^n}{A_j^n} \right) \\
& - \frac{\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^*}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^*}{A_{j+1}^*} \right)^2 - \frac{\beta_j^*}{2} \left(\frac{Q_j^*}{A_j^*} \right)^2 \right] - \frac{1-\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^n}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right)^2 - \frac{\beta_j^n}{2} \left(\frac{Q_j^n}{A_j^n} \right)^2 \right] \\
& - \frac{\theta g}{\Delta x} (y_{j+1}^* - y_j^*) - \frac{(1-\theta)g}{\Delta x} (y_{j+1}^n - y_j^n) \\
& - \theta g [\psi_R S_{f,j+1}^* + (1-\psi_R) S_{f,j}^*] - (1-\theta)g [\psi_R S_{f,j+1}^n + (1-\psi_R) S_{f,j}^n]
\end{aligned}$$

A Equação (30) pode ser reescrita como:

$$e_j \Delta h_j + f_j \Delta Q_j + g_j \Delta h_{j+1} + w_j \Delta Q_{j+1} = r_j \tag{31}$$

em que

$$e_j = -\frac{1-\psi}{\Delta t} \frac{Q_j^* B_j^*}{(A_j^*)^2} + \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_j^* (Q_j^*)^2 B_j^*}{(A_j^*)^3} - \frac{\theta g}{\Delta x} - 2\theta g(1-\psi_R) \frac{S_{f,j}^*}{K_j^*} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_j^* \tag{32}$$

$$f_j = \frac{1-\psi}{\Delta t} \frac{1}{A_j^*} - \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_j^* Q_j^*}{(A_j^*)^2} + 2\theta g(1-\psi_R) \frac{|Q_j^*|}{(K_j^*)^2} \tag{33}$$

$$g_j = -\frac{\psi}{\Delta t} \frac{Q_{j+1}^* B_{j+1}^*}{(A_{j+1}^*)^2} - \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_{j+1}^* (Q_{j+1}^*)^2 B_{j+1}^*}{(A_{j+1}^*)^3} + \frac{\theta g}{\Delta x} - 2\theta g \psi_R \frac{S_{f,j+1}^*}{K_{j+1}^*} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_{j+1}^* \quad (34)$$

$$w_j = \frac{\psi}{\Delta t} \frac{1}{A_{j+1}^*} + \frac{\theta}{\Delta x} \frac{\beta_{j+1}^* Q_{j+1}^*}{(A_{j+1}^*)^2} + 2\theta g \psi_R \frac{|Q_{j+1}^*|}{(K_{j+1}^*)^2} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} r_j = & -\frac{\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_{j+1}^*}{A_{j+1}^*} - \frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right) - \frac{1-\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_j^*}{A_j^*} - \frac{Q_j^n}{A_j^n} \right) \\ & - \frac{\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^*}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^*}{A_{j+1}^*} \right)^2 - \frac{\beta_j^*}{2} \left(\frac{Q_j^*}{A_j^*} \right)^2 \right] - \frac{1-\theta}{\Delta x} \left[\frac{\beta_{j+1}^n}{2} \left(\frac{Q_{j+1}^n}{A_{j+1}^n} \right)^2 - \frac{\beta_j^n}{2} \left(\frac{Q_j^n}{A_j^n} \right)^2 \right] \\ & - \frac{\theta g}{\Delta x} (y_{j+1}^* - y_j^*) - \frac{(1-\theta)g}{\Delta x} (y_{j+1}^n - y_j^n) \\ & - \theta g [\psi_R S_{f,j+1}^* + (1-\psi_R) S_{f,j}^*] - (1-\theta)g [\psi_R S_{f,j+1}^n + (1-\psi_R) S_{f,j}^n] \end{aligned} \quad (36)$$

O esquema incremental-iterativo para a equação de quantidade de movimento discretizada do modelo da onda difusa é o mesmo da Equação (31), exceto os coeficientes, que são:

$$e_j = -\frac{\theta g}{\Delta x} - 2\theta g(1-\psi_R) \frac{S_{f,j}^*}{K_j^*} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_j^* \quad (37)$$

$$f_j = 2\theta g(1-\psi_R) \frac{|Q_j^*|}{(K_j^*)^2} \quad (38)$$

$$g_j = \frac{\theta g}{\Delta x} - 2\theta g \psi_R \frac{S_{f,j+1}^*}{K_{j+1}^*} \left(\frac{\partial K}{\partial h} \right)_{j+1}^* \quad (39)$$

$$w_j = 2\theta g \psi_R \frac{|Q_{j+1}^*|}{(K_{j+1}^*)^2} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} r_j = & -\frac{\theta g}{\Delta x} (y_{j+1}^* - y_j^*) - \frac{(1-\theta)g}{\Delta x} (y_{j+1}^n - y_j^n) \\ & - \theta g [\psi_R S_{f,j+1}^* + (1-\psi_R) S_{f,j}^*] - (1-\theta)g [\psi_R S_{f,j+1}^n + (1-\psi_R) S_{f,j}^n] \end{aligned} \quad (41)$$

3.4. Algoritmo da varredura dupla

O método de solução consiste em resolver as equações de Saint-Venant simultaneamente para as variáveis Δh e ΔQ . As Equações (17) e (31) formam um conjunto de duas equações lineares com quatro incógnitas Δh_j , ΔQ_j , Δh_{j+1} e ΔQ_{j+1} escritas para qualquer par de pontos espaciais j e $j + 1$. Todos os coeficientes nessas equações são funções de quantidades conhecidas nos pontos j e $j + 1$ no passo no tempo n . Entretanto, eles não são suficientes para encontrar os valores das quatro incógnitas porque apenas duas equações estão disponíveis. Porém, se o canal que está sendo modelado é dividido em $(N - 1)$ segmentos, existirão um total de $2N$ incógnitas e $2(N - 1)$ equações. Duas equações adicionais são necessárias para avaliar Δh_j e ΔQ_j em $j = 1, 2, \dots, N$. Essas duas equações são supridas pelas condições de contorno, de forma que o sistema pode ser resolvido para qualquer passo no tempo n (LOPEZ, 1978).

O sistema de equações resultante será resolvido pelo algoritmo da varredura dupla. Nesse algoritmo, estabelece-se uma relação linear entre as incógnitas Δh_j e ΔQ_j do tipo:

$$\Delta Q_j = S_j \Delta h_j + T_j \quad (42)$$

Substituindo a Equação (42) nas Equações (17) e (31), e eliminando Δh_j , tem-se:

$$\Delta Q_{j+1} = S_{j+1} \Delta h_{j+1} + T_{j+1} \quad (43)$$

em que

$$S_{j+1} = \frac{-(a_j + b_j S_j)g_j + (e_j + f_j S_j)c_j}{(a_j + b_j S_j)w_j - (e_j + f_j S_j)d_j} \quad (44)$$

$$T_{j+1} = \frac{(a_j + b_j S_j)(r_j - f_j T_j) - (e_j + f_j S_j)(p_j - b_j T_j)}{(a_j + b_j S_j)w_j - (e_j + f_j S_j)d_j} \quad (45)$$

Na primeira varredura, ou varredura para frente, as Equações (44) e (45) são aplicadas recursivamente, com j variando de 1 a $(N - 1)$, sendo que S_1 e T_1 são determinados pelas condições de contorno na entrada do sistema. Na

segunda varredura, ou varredura para trás, Δh_j pode ser calculado substituindo-se a Equação (42) na Equação (17), que resulta na seguinte expressão:

$$\Delta h_j = \frac{(p_j - b_j T_j) - (c_j \Delta h_{j+1} + d_j \Delta Q_{j+1})}{a_j + b_j S_j} \quad (46)$$

e ΔQ_j pela Equação (42), ao aplicar estas duas equações recursivamente, com j variando de $(N - 1)$ a 1. Os valores Δh_N e ΔQ_N são especificados pelas condições de contorno na saída do sistema. O processo iterativo realizado a cada intervalo de tempo só termina quando a solução convergir, ou seja, quando Δh e ΔQ aproximarem-se de zero.

As Equações (17) e (31) quando escritas para todos os N pontos espaciais do domínio do problema, constituem um sistema linear de equações muito especial, porque todos os elementos não-nulos da matriz de coeficientes formam uma banda com largura de cinco elementos disposta ao longo da diagonal principal, resultando numa matriz penta-diagonal. Para este sistema, o algoritmo da varredura dupla é muito eficiente e adequado para o cálculo computacional. Os programas computacionais que utilizam técnicas numéricas convencionais para resolver um sistema de $2N$ equações, como a técnica da eliminação de Gauss, requerem o armazenamento de uma matriz de ordem $2N$ e o número de operações na solução é proporcional a N^3 , enquanto que no método da varredura dupla tanto o armazenamento quanto o número de operações na solução são proporcionais a N (STRELKOFF, 1970).

3.5. Delineamento da rede de canais

Em situações reais, é comum a ocorrência de canais se unindo em diversas confluências, formando uma rede de canais. Mesmo quando se deseja modelar apenas o canal principal sem incluir os canais afluentes, as contribuições destes tributários e os locais em que eles se unem ao canal principal podem ser fundamentais para uma simulação mais correta.

Diante desta realidade, Wu e Vieira (2002) desenvolveram um modelo de escoamento unidimensional capaz de simular qualquer rede de canais. A rede de canais é subdividida em trechos, que são compostos por vários canais, conforme ilustrado na Figura 8. Cada canal é um segmento de rio entre duas seções transversais. Um trecho pode começar por uma seção de entrada da rede ou por uma confluência, e terminar pela seção de saída da rede (por exemplo, a barragem) ou por uma confluência. Dentro de um trecho não pode existir qualquer confluência. A sequência de trechos vai dos tributários até o rio principal e as seções dentro de um trecho são numeradas sempre de montante para a jusante. Uma confluência, ou junção, deve ser composta sempre por três seções, conforme está ilustrado no detalhe da Figura 8.

O segmento entre duas seções transversais constitui um elemento computacional, no qual o método das diferenças finitas é usado para calcular o escoamento, sendo que todas as respostas do modelo, tais como a vazão, a velocidade, a profundidade do fluxo e outras, são obtidas nas seções transversais (nós computacionais) e não nos elementos computacionais.

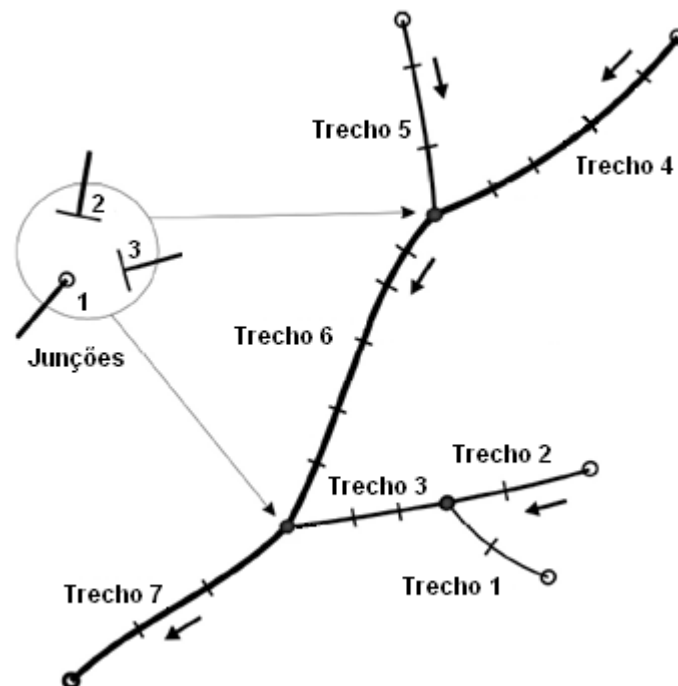


Figura 8 – Configuração da rede de canais.

As seções transversais devem ser normais à direção do escoamento principal. O perfil da seção transversal é definido por um conjunto de pontos (vértices), conforme ilustrado na Figura 9, que são definidos pelas suas coordenadas vertical e horizontal. O número de vértices pode variar de seção para seção, de acordo com a complexidade da geometria.

A rugosidade do leito pode variar dentro da seção transversal. Para que essa variação possa ser considerada, a seção transversal é subdividida em pedaços (subseções) em que a rugosidade é assumida constante. As propriedades hidráulicas, tais como a área de escoamento e o fator de transporte, não são calculadas da maneira convencional que considera a seção como um todo, elas são obtidas para cada subseção.

3.6. Condições iniciais e de contorno

3.6.1. Condições iniciais

Para que a análise possa iniciar, é preciso estabelecer os valores iniciais das variáveis do modelo hidrodinâmico, que são chamadas de condições iniciais do problema. A primeira delas é a geometria inicial das seções, que é obtida com base na própria topografia do terreno. Em seguida, a vazão inicial em cada seção é calculada utilizando-se o seguinte procedimento: assume-se que a vazão em cada seção de um mesmo trecho é igual à vazão da seção de montante do trecho. Quando o trecho começa numa junção, a vazão é a soma das vazões dos trechos de montante.

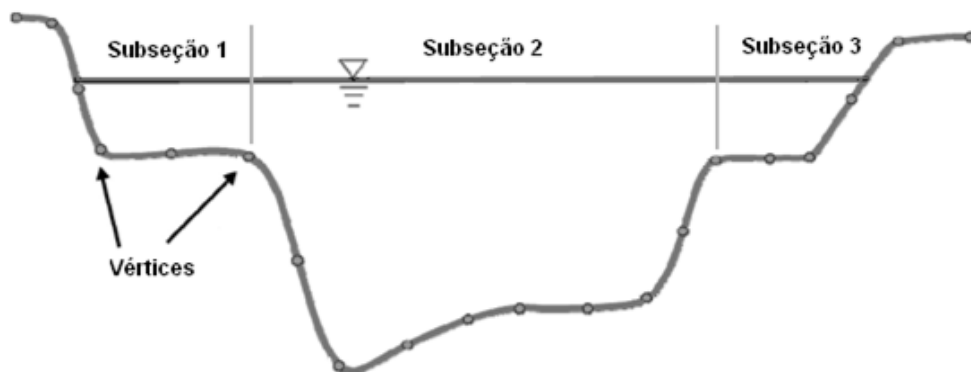


Figura 9 – Representação da seção transversal.

A elevação do nível d'água inicial é estimada utilizando-se o princípio da conservação de energia novamente, Equação (4), porém, sem considerar a aceleração do fluido. Assim, a equação se reduz a:

$$\frac{d}{dx} \left(y + \beta \frac{(Q/A)^2}{2g} \right) = -S_f \quad (47)$$

O método de cálculo é o mesmo descrito por Chow (1959). O processo ocorre em etapas, iniciando numa seção em que as propriedades hidráulicas são conhecidas, seguindo para a próxima seção e assim por diante. Em cada etapa procura-se, por tentativa e erro, o valor de y que satisfaça a Equação (47).

Quando a vazão inicial da seção de saída da rede de canais, calculada pelo processo descrito anteriormente, é diferente da vazão real, é preciso corrigir as condições iniciais obtidas pelo procedimento acima. A técnica é similar àquela utilizada por Soares *et al.* (1982), na qual as Equações (17) e (31) são resolvidas fazendo-se variar de maneira linear a vazão da seção de saída. O processo termina quando se alcança o valor especificado para a saída. Os valores calculados no final deste processo representam as condições iniciais do problema.

3.6.2. Condições de contorno

Para resolver as Equações (17) e (31), condições de contorno têm que ser impostas nas seções de entrada e saída da rede de canais, e condições de contorno internas são necessárias nas confluências.

Nas seções de entrada da rede de canais, a condição de contorno é representada por uma hidrógrafa de vazões, que pode ser uma hidrógrafa hipotética ou uma série histórica de vazões. Os coeficientes S_1 e T_1 na Equação (42) são dados por:

$$S_1 = 0 \quad (48)$$

$$T_1 = Q_1^{n+1} - Q_1^* \quad (49)$$

Na seção de saída, uma curva nível d'água-vazão ou uma série histórica de níveis d'água podem ser impostas. Se a série histórica de níveis d'água é especificada, o incremento de vazão na seção de saída é calculado com a seguinte equação:

$$\Delta Q_N = S_N \Delta h_N + T_N \quad (50)$$

em que

$$\Delta h_N = h_N^{n+1} - h_N^* \quad (51)$$

Se uma curva nível d'água-vazão ($Q = f(h)$) é especificada, uma equação discretizada para esta curva conduz a:

$$\Delta Q_N - \frac{df}{dh} \Delta h_N = f^* - Q_N^* \quad (52)$$

O incremento na profundidade do fluxo da seção de saída pode ser derivado das Equações (50) e (52):

$$\Delta h_N = \frac{T_N + Q_N^* - f^*}{df/dh - S_N} \quad (53)$$

e, assim, ΔQ_N pode ser calculado pela Equação (50). No caso de múltiplas entradas e saídas, as Equações (48) a (53) devem ser aplicadas a cada seção do contorno externo correspondente.

Para se determinar as condições de contorno internas nas confluências, considere a junção de dois canais, ilustrada na Figura 10. Por conveniência, as três seções transversais estão localizadas muito perto umas das outras. Na junção, admite-se que as elevações da superfície da água das três seções são iguais, e que a vazão da seção de jusante seja igual à soma das vazões das duas seções de montante:

$$y_1^{n+1} = y_3^{n+1} \quad (54)$$

$$y_2^{n+1} = y_3^{n+1} \quad (55)$$

$$Q_3^{n+1} = Q_1^{n+1} + Q_2^{n+1} \quad (56)$$

Expandindo as variáveis no tempo t^{n+1} tem-se que:

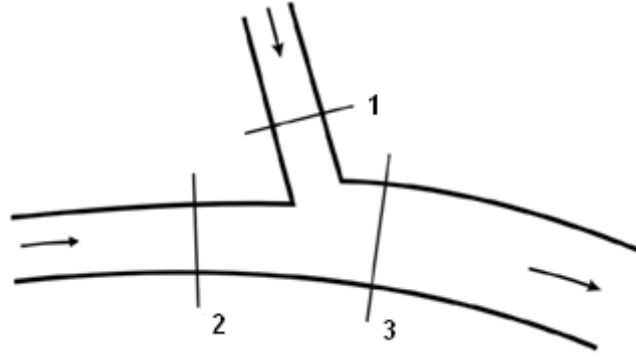


Figura 10 – Configuração de uma confluência.

$$\Delta h_1 - \Delta h_3 = y_3^* - y_1^* \quad (57)$$

$$\Delta h_2 - \Delta h_3 = y_3^* - y_2^* \quad (58)$$

$$\Delta Q_3 - \Delta Q_1 - \Delta Q_2 = Q_1^* + Q_2^* - Q_3^* \quad (59)$$

A partir da varredura para frente ao longo dos trechos de montante, que contém as seções 1 e 2, tem-se que:

$$\Delta Q_1 = S_1 \Delta h_1 + T_1; \quad \Delta Q_2 = S_2 \Delta h_2 + T_2 \quad (60)$$

em que os coeficientes S_1 , T_1 , S_2 e T_2 são conhecidos.

Substituindo as Equações (60) na Equação (59), e então usando as expressões para Δh_1 e Δh_2 nas Equações (57) e (58), obtém-se:

$$\Delta Q_3 = S_3 \Delta h_3 + T_3 \quad (61)$$

em que

$$S_3 = S_1 + S_2 \quad (62)$$

$$T_3 = Q_1^* + Q_2^* - Q_3^* + S_1(y_3^* - y_1^*) + S_2(y_3^* - y_2^*) + T_1 + T_2 \quad (63)$$

Agora, a varredura para frente ao longo do trecho de jusante, que contém a seção 3, pode continuar. Na varredura de volta, os incrementos Δh_1 e Δh_2 podem ser determinados com as Equações (57) e (58) usando o Δh_3 calculado previamente no final da varredura para trás do trecho de jusante em

direção à junção. Em seguida, os incrementos de vazão ΔQ_1 e ΔQ_2 são calculados pelas Equações (60).

3.7. Estabilidade numérica

As propriedades numéricas do esquema implícito de Preissmann aplicado às equações de Saint-Venant, como estabilidade, dissipação e dispersão, têm sido minuciosamente investigadas. Entretanto, cada análise aplica alguma hipótese simplificadora. Por exemplo, Evans (1977), Skells e Samuels (1989), Samuels e Skells (1990) implementaram as equações de Saint-Venant mas usaram, na discretização, operadores centrados no espaço ($\psi = 0.5$), como no esquema original de Preissmann (1961).

Por outro lado, Lyn e Goodwin (1987) e Meselhe e Holly (1997) usaram o esquema generalizado, em que os fatores de ponderação no tempo e no espaço podem assumir qualquer valor entre 0 e 1, porém não incluíram o termo de atrito nas suas análises (VENUTELLI, 2002). Lyn e Goodwin concluíram que a condição necessária para garantir a estabilidade numérica é dada pela expressão:

$$\frac{\left(\psi - \frac{1}{2}\right)}{C_r} + \left(\theta - \frac{1}{2}\right) \geq 0 \quad (64)$$

em que C_r é o número de Courant, definido como: $C_r = c \Delta t / \Delta x$ sendo c uma velocidade da onda característica das equações de Saint-Venant (WU e VIEIRA, 2002).

Venutelli (2002) apresentou uma análise completa do esquema generalizado de Preissmann aplicado às equações de Saint-Venant, incluindo todos os termos das equações. Ele determinou que o valor mais adequado para o fator de ponderação no tempo é $\theta > 0,5$, tendendo para 1, o que produz a dissipação necessária para estabilizar a solução numérica.

3.8. Tratamentos suplementares

3.8.1. Propriedades hidráulicas

A seção transversal pode ser dividida em diversas subseções e as propriedades hidráulicas são calculadas para cada subseção. Entretanto, algumas propriedades precisam ser determinadas para a seção transversal como um todo antes de serem usadas para resolver o problema de escoamento através das equações governantes.

O fator de transporte para a seção transversal como um todo é determinado por:

$$K = \sum_{i=1}^{ns} \frac{A_i R_{h,i}^{2/3}}{n_i} = \sum_{i=1}^{ns} \frac{A_i^{5/3} P_i^{-2/3}}{n_i} \quad (65)$$

em que A_i é a área de escoamento; $R_{h,i}$ é o raio hidráulico; P_i é o perímetro molhado; e, n_i é o coeficiente de rugosidade de Manning, todos calculados para cada subseção i ; ns é o número de subseções da seção transversal.

O momento, para a seção transversal como um todo, é dado por:

$$\beta QU = \sum_{i=1}^{ns} Q_i U_i \quad (66)$$

em que Q_i e U_i são a vazão e a velocidade em cada subseção i , respectivamente.

Portanto, o coeficiente de correção do momento (β) é calculado como:

$$\beta = \frac{1}{QU} \sum_{i=1}^{ns} Q_i U_i = \frac{A}{K^2} \sum_{i=1}^{ns} \frac{K_i^2}{A_i} \quad (67)$$

em que K_i é o fator de transporte da subseção i .

3.8.2. Profundidade do escoamento pequena

Alguns problemas computacionais surgem quando a profundidade do escoamento é pequena, conforme explicou Cunge *et al.* (1980). Como o fator de transporte e a vazão tendem a zero quando a profundidade do fluxo aproxima-

se de zero, a inclinação da linha de energia é indeterminada. Meselhe e Holly (1993) mostraram que não existe solução para este caso particular, conhecido como problema do leito seco.

Para evitar a ocorrência do problema de leito seco, Cunge *et al.* (1980) e mais tarde Meselhe e Holly (1993) propuseram uma abordagem relativamente simples, na qual o fator de ponderação espacial para a inclinação da linha de energia é trocado por um valor dentro do intervalo $0 \leq \psi_R \leq 0,5$ quando a profundidade do escoamento é pequena. Dentro desta proposta, Langendoen (1996) estabeleceu uma função empírica para estimar esse fator peso, dada por:

$$\psi_R = \min(0,5; ah^b) \quad (68)$$

em que o coeficiente $a \approx 0,7$ e o expoente $b \approx 0,35$. A Equação (68) atende à recomendação $\psi_R \leq 0,5$. Entretanto, ela é uma relação empírica que foi calibrada para o modelo de onda difusa em certos casos.

Wu e Vieira (2002) concluíram que fazer $\psi_R = 0,05$ é uma forma mais efetiva para tratar o problema de leito seco.

3.8.3. Escoamento subcrítico, crítico e supercrítico

Na prática, escoamentos críticos e supercríticos são encontrados apenas em uma ou duas seções isoladas de rios naturais. A solução mais apropriada seria estabelecer um modelo completo de onda dinâmica que englobasse desde os escoamentos subcríticos aos supercríticos. Entretanto, isso demandaria novos métodos numéricos, mudanças significativas no modelo atual e um aumento significativo do tempo de computação.

Nesse trabalho é utilizada a mesma abordagem de Wu e Vieira (2002), que combinaram o modelo da onda dinâmica com o da onda difusa. O modelo da onda dinâmica é substituído pelo modelo da onda difusa sempre que o número de Froude é maior que 0,9. O modelo híbrido da onda dinâmica e difusa pode evitar efetivamente as instabilidades numéricas apresentadas pelo modelo da onda dinâmica na região de transição do tipo de escoamento, e é

facilmente implementado dentro do esquema de Preissmann e do método iterativo da varredura dupla (WU e VIEIRA, 2002).

Certamente, a substituição do modelo da onda dinâmica pelo modelo da onda difusa conduz à perda de precisão. Entretanto, se o escoamento é aproximadamente uniforme, o erro ao se fazer esta substituição em pouquíssimos locais da rede de canais é pequeno e desprezível. Quando a geometria do canal muda rapidamente, esse erro pode ser significativo, mas se não existe salto hidráulico, esse erro pode ser compensado recalibrando-se o coeficiente de Manning (WU e VIEIRA, 2002).

4.1. Equações governantes

Unificando o modelo de transporte da carga de leito em condições de não equilíbrio de Philips e Sutherland (1989), o modelo de transporte da carga em suspensão de Han (1980), e o modelo de transporte da carga total de Armanini e di Silvio (1988), Wu *et al.* (2004) estabeleceram a seguinte equação de continuidade que governa o transporte de sedimentos não-uniformes em condições de não-equilíbrio:

$$\frac{\partial(AC_{tk})}{\partial t} + \frac{\partial Q_{tk}}{\partial x} + \frac{1}{L_s}(Q_{tk} - Q_{t^*k}) = q_{lk} \quad (69)$$

em que C_{tk} é a concentração média de sedimentos da seção; Q_{tk} é a vazão de sedimentos total; Q_{t^*k} é a capacidade de transporte de sedimento ou a vazão em condição de equilíbrio; q_{lk} é a vazão de sedimentos lateral, de entrada ou saída, por unidade de comprimento do canal, proveniente das margens ou de rios tributários; e, L_s é a distância de adaptação para o transporte de sedimento em condições de não-equilíbrio. Na Equação (69) e nas demais equações deste capítulo, o subscrito k indica que a variável é definida para cada classe de tamanho de partículas k .

O primeiro termo do lado esquerdo da Equação (69) representa o efeito do armazenamento, enquanto que o último termo do lado esquerdo representa

a troca entre o sedimento em movimento e o material do leito, com Q_{tk}/L_s e Q_{t^*k}/L_s representando a deposição e a erosão, respectivamente.

A Equação (69) é uma equação generalizada, que pode ser aplicada para a carga de leito, para a carga em suspensão ou para a carga de lavagem separadamente, ou aplicada para a carga total, dependendo de como a vazão de sedimentos e a distância de adaptação são definidas. Nesse trabalho, não será feita distinção entre carga de leito e carga em suspensão, sendo que ambas serão tratadas em conjunto como carga de material de leito. Portanto, a Equação (69) é aplicada para a carga de material de leito e para a carga de lavagem. Para a carga de material de leito, a vazão de sedimentos Q_{tk} é igual à soma das vazões da carga de leito e da carga em suspensão. Para a carga de lavagem, a distância de adaptação é considerada infinitamente grande, o que torna o termo de troca no lado esquerdo da equação igual a zero.

A capacidade de transporte de sedimentos pode ser escrita, de uma forma geral, como:

$$Q_{t^*k} = p_{bk} Q_{tk}^* \quad (70)$$

em que p_{bk} é o fator de disponibilidade de sedimento, ou seja, a graduação do material do leito; Q_{tk}^* é a capacidade de transporte potencial da carga de material de leito, que pode ser determinada por diversas fórmulas existentes (ver seção 4.6.2).

A deformação do leito é determinada pela equação:

$$(1 - p') \frac{\partial A_{bk}}{\partial t} = \frac{1}{L_s} (Q_{tk} - Q_{t^*k}) \quad (71)$$

em que p' é a porosidade do material do leito; e, $\partial A_{bk}/\partial t$ é a taxa de deformação do leito.

Cabe destacar que combinando as Equações (69) e (71) obtém-se a equação de continuidade do sedimento, dada por:

$$(1 - p') \frac{\partial A_{bk}}{\partial t} + \frac{\partial (AC_{tk})}{\partial t} + \frac{\partial Q_{tk}}{\partial x} = q_{lk} \quad (72)$$

que também pode ser usada para calcular a deformação do leito. É importante notar que a equação de continuidade de sedimento tem mais derivadas que a equação de continuidade que governa o transporte de sedimentos em condições de não-equilíbrio, Equação (69), e, portanto, precisa de mais nós computacionais na discretização numérica (WU *et al.*, 2004).

O material do leito é dividido em várias camadas, o que permite calcular as mudanças na granulometria do material do leito devido à erosão ou à deposição, conforme ilustrado na Figura 11. De acordo com o balanço de massa, Wu (1991) derivou a seguinte equação para a variação da graduação do material do leito na camada de mistura (camada de superfície)

$$\frac{\partial(A_m p_{bk})}{\partial t} = \frac{\partial A_{bk}}{\partial t} + p_{bk}^* \left(\frac{\partial A_m}{\partial t} - \frac{\partial A_b}{\partial t} \right) \quad (73)$$

em que A_m é a área de material do leito na camada de mistura de uma seção transversal; $\partial A_b / \partial t$ é a taxa de deformação total do leito; e, p_{bk}^* é dada pela seguinte regra:

- Caso ocorra deposição, tem-se que $\partial A_m / \partial t - \partial A_b / \partial t \leq 0$ e a camada de mistura cede material para a camada de sub-superfície. Assim, p_{bk}^* é igual graduação do material da camada de mistura (p_{bk});
- Caso ocorra erosão, tem-se que $\partial A_m / \partial t - \partial A_b / \partial t > 0$ e a camada de mistura recebe material da camada de sub-superfície. Assim, p_{bk}^* é igual graduação do material da camada de sub-superfície (p_{bk}^{sub}).

O último termo do lado direito da Equação (73) representa a troca entre a camada de mistura e a camada de sub-superfície.

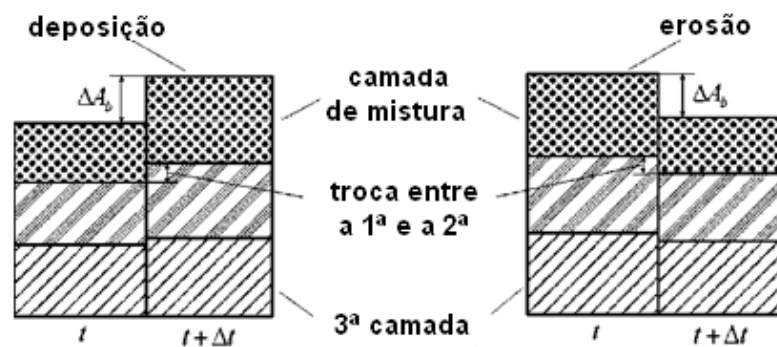


Figura 11 – Modelo de múltiplas camadas para a gradação do material do leito. Fonte: Wu *et al.* (2004).

A taxa de deformação total do leito é escrita como:

$$\frac{\partial A_b}{\partial t} = \sum_{k=1}^{nr} \frac{\partial A_{bk}}{\partial t} \quad (74)$$

em que nr é o número total de classes de tamanho de partículas de sedimento.

4.2. Discretização das equações governantes

A concentração média de sedimentos numa seção pode ser expressa por:

$$C_{tk} = \frac{Q_{tk}}{\beta_t A U_{tk}} \quad (75)$$

na qual U_{tk} é a velocidade média do sedimento, sendo aproximada pela velocidade média do escoamento, U ; e β_t é um coeficiente que corrige a diferença entre as velocidades do escoamento e do sedimento, aproximado por 1 neste trabalho. Substituindo a Equação (75) na Equação (69), obtém-se a seguinte equação de transporte de sedimentos:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{Q_{tk}}{U} \right) + \frac{\partial Q_{tk}}{\partial x} + \frac{1}{L_s} (Q_{tk} - Q_{t^*k}) = q_{lk} \quad (76)$$

Discretizando a Equação (76) com o esquema de Preissmann, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \frac{\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_{tk,j+1}^{n+1}}{U_{j+1}^{n+1}} - \frac{Q_{tk,j+1}^n}{U_{j+1}^n} \right) + \frac{1-\psi}{\Delta t} \left(\frac{Q_{tk,j}^{n+1}}{U_j^{n+1}} - \frac{Q_{tk,j}^n}{U_j^n} \right) + \frac{\theta}{\Delta x} (Q_{tk,j+1}^{n+1} - Q_{tk,j}^{n+1}) \\ & + \frac{1-\theta}{\Delta x} (Q_{tk,j+1}^n - Q_{tk,j}^n) + \theta \left[\psi \frac{1}{L_{s,j+1}^{n+1}} (Q_{tk,j+1}^{n+1} - Q_{t^*k,j+1}^{n+1}) \right. \\ & \left. + (1-\psi) \frac{1}{L_{s,j}^{n+1}} (Q_{tk,j}^{n+1} - Q_{t^*k,j}^{n+1}) \right] \\ & + (1-\theta) \left[\psi \frac{1}{L_{s,j+1}^n} (Q_{tk,j+1}^n - Q_{t^*k,j+1}^n) \right. \\ & \left. + (1-\psi) \frac{1}{L_{s,j}^n} (Q_{tk,j}^n - Q_{t^*k,j}^n) \right] \\ & = \theta [\psi q_{lk,j+1}^{n+1} + (1-\psi) q_{lk,j}^{n+1}] + (1-\theta) [\psi q_{lk,j+1}^n + (1-\psi) q_{lk,j}^n] \end{aligned} \quad (77)$$

A Equação (77) pode ser escrita como:

$$c_1 Q_{tk,j+1}^{n+1} = c_2 Q_{tk,j}^{n+1} + c_3 Q_{tk,j+1}^n + c_4 Q_{tk,j}^n + c_{0k} \quad (78)$$

em que

$$c_1 = \frac{\psi}{U_{j+1}^{n+1} \Delta t} + \frac{\theta}{\Delta x} + \frac{\theta \psi}{L_{s,j+1}^{n+1}} \quad (79)$$

$$c_2 = -\frac{1-\psi}{U_j^{n+1} \Delta t} + \frac{\theta}{\Delta x} - \frac{\theta(1-\psi)}{L_{s,j}^{n+1}} \quad (80)$$

$$c_3 = \frac{\psi}{U_{j+1}^n \Delta t} - \frac{1-\theta}{\Delta x} - \frac{(1-\theta)\psi}{L_{s,j+1}^n} \quad (81)$$

$$c_4 = \frac{1-\psi}{U_j^n \Delta t} + \frac{1-\theta}{\Delta x} - \frac{(1-\theta)(1-\psi)}{L_{s,j}^n} \quad (82)$$

$$\begin{aligned} c_{0k} = & \theta \psi \frac{Q_{t^*k,j+1}^{n+1}}{L_{s,j+1}^{n+1}} + \theta(1-\psi) \frac{Q_{t^*k,j}^{n+1}}{L_{s,j}^{n+1}} + (1-\theta)\psi \frac{Q_{t^*k,j+1}^n}{L_{s,j+1}^n} \\ & + (1-\theta)(1-\psi) \frac{Q_{t^*k,j}^n}{L_{s,j}^n} + \theta[\psi q_{ik,j+1}^{n+1} + (1-\psi)q_{ik,j}^{n+1}] \\ & + (1-\theta)[\psi q_{ik,j+1}^n + (1-\psi)q_{ik,j}^n] \end{aligned} \quad (83)$$

A Equação (76) pode ser resolvida por vários esquemas numéricos encontrados na literatura. Alguns esquemas são mais eficientes que outros, sendo que o esquema implícito de Preissmann é um dos mais simples e eficientes (WU *et al.*, 2004).

Como o cálculo do transporte de sedimentos é feito do nó de montante j para o nó de jusante $j + 1$, apenas $Q_{tk,j+1}^{n+1}$ e $Q_{t^*k,j+1}^{n+1}$ são incógnitas na Equação (78), que pode ser reescrita como:

$$Q_{tk,j+1}^{n+1} = e_{1k} Q_{t^*k,j+1}^{n+1} + e_{0k} \quad (84)$$

em que

$$e_{1k} = \frac{\theta\psi}{c_1 L_{s,j+1}^{n+1}} \quad (85)$$

$$e_{0k} = \frac{1}{c_1} \left(c_2 Q_{tk,j}^{n+1} + c_3 Q_{tk,j+1}^n + c_4 Q_{tk,j}^n + c_{0k} - \frac{\theta\psi}{L_{s,j+1}^{n+1}} Q_{t^*k,j+1}^{n+1} \right) \quad (86)$$

incluem todos o parâmetros conhecidos.

A deformação do leito pode ser descrita pela Equação (71) ou (72). Quando a Equação (72) é usada, a continuidade do sedimento pode ser facilmente satisfeita nos cálculos, mas a Equação (72) é mais complexa e sua discretização pode necessitar um volume de controle diferente (WU e VIEIRA, 2002). Portanto, a Equação (71) é usada para calcular a deformação do leito e é discretizada como:

$$(1 - p') \frac{\Delta A_{bk,j+1}}{\Delta t} = \theta \frac{Q_{tk,j+1}^{n+1} - Q_{t^*k,j+1}^{n+1}}{L_{s,j+1}^{n+1}} + (1 - \theta) \frac{Q_{tk,j+1}^n - Q_{t^*k,j+1}^n}{L_{s,j+1}^n} \quad (87)$$

Ou ainda, numa forma compacta:

$$\Delta A_{bk,j+1} = f_1 Q_{tk,j+1}^{n+1} - f_2 Q_{t^*k,j+1}^{n+1} + f_{0k} \quad (88)$$

em que

$$f_1 = f_2 = \frac{\theta \Delta t}{(1 - p') L_{s,j+1}^{n+1}} \quad (89)$$

$$f_{0k} = \frac{(1 - \theta) \Delta t}{(1 - p') L_{s,j+1}^n} (Q_{tk,j+1}^n - Q_{t^*k,j+1}^n) \quad (90)$$

A Equação (70) será tratada com um esquema implícito, pelo qual:

$$Q_{t^*k,j+1}^{n+1} = p_{bk,j+1}^{n+1} Q_{tk,j+1}^{n+1} \quad (91)$$

A equação para a gradação do material do leito na camada de mistura, Equação (73), é discretizada como:

$$p_{bk,j+1}^{n+1} = \frac{\Delta A_{bk,j+1} + A_{m,j+1}^n p_{bk,j+1}^n + p_{bk,j+1}^{*n} (A_{m,j+1}^{n+1} - A_{m,j+1}^n - \Delta A_{b,j+1})}{A_{m,j+1}^{n+1}} \quad (92)$$

em que $\Delta A_{bk,j+1}$ é a deformação do leito correspondente à classe de tamanho k num intervalo de tempo Δt , e $\Delta A_{b,j+1}$ é a deformação total do leito, expresso por:

$$\Delta A_{b,j+1} = \sum_{k=1}^{nr} \Delta A_{bk,j+1} \quad (93)$$

O parâmetro $p_{bk,j+1}^{*n}$ é igual à porcentagem do material do leito na camada de mistura ($p_{bk,j+1}^n$) se $\Delta A_{b,j+1} + A_{m,j+1}^n \geq A_{m,j+1}^{n+1}$, ou $p_{bk,j+1}^{*n}$ é a porcentagem do material do leito na camada de sub-superfície se $\Delta A_{b,j+1} + A_{m,j+1}^n < A_{m,j+1}^{n+1}$.

A porcentagem do material do leito na camada de sub-superfície ($p_{bk,j+1}^{sub,n+1}$) é obtida a partir do princípio da conservação da massa, pelo qual:

$$p_{bk,j+1}^{sub,n+1} = \frac{A_{bk,j+1}^n + \Delta A_{bk,j+1} - A_{m,j+1}^{n+1} p_{bk,j+1}^{n+1}}{A_{b,j+1}^n + \Delta A_{b,j+1} - A_{m,j+1}^{n+1}} \quad (94)$$

em que $A_{bk,j+1}^n$ é a área total de material de leito da classe de tamanho k ; e, $A_{b,j+1}^n$ é a área total de material do leito.

4.3. Solução das equações algébricas

Se $p_{bk,j+1}^{n+1}$, na Equação (91) é substituída por $p_{bk,j+1}^n$ para formar uma expressão explícita, uma hipótese adotada por muitos modelos de transporte de sedimentos, os cálculos podem continuar sucessivamente através das Equações (84), (88), (93), (92) e (94), formando um método completamente desacoplado para a solução das equações algébricas. Este método é muito simples, mas está suscetível ao desenvolvimento de fenômenos não-físicos, tais como oscilações numéricas e gradação negativa do material do leito. Por outro lado, quando o termo $p_{bk,j+1}^{n+1}$ é tratado implicitamente, resulta num método acoplado para a solução do transporte de sedimentos não-uniformes, deformação do leito e variação granulométrica do material do leito. Este método é mais adequado para eliminar os problemas supramencionados, conforme mostrou Wu *et al.*

(2004). Entretanto, as equações algébricas precisam ser resolvidas simultaneamente. Normalmente, um método iterativo seria necessário e o tempo computacional aumentaria consideravelmente. Para evitar o aumento do esforço computacional, um método de solução direta foi proposto por Wu e Li (1992). Inserindo as Equações (91) e (84) na Equação (88), tem-se que:

$$\Delta A_{bk,j+1} = (f_1 e_{1k} - f_2) p_{bk,j+1}^{n+1} Q_{tk,j+1}^{*n+1} + (f_1 e_{0k} - f_{0k}) \quad (95)$$

Substituindo a Equação (92) na Equação (95), obtém-se:

$$\begin{aligned} \Delta A_{bk,j+1} = \Delta A_{b,j+1} & \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} p_{bk,j+1}^{*n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} + \\ & \frac{(f_1 e_{0k} + f_{0k}) A_{m,j+1}^{n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} - \\ & \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} [p_{bk,j+1}^n A_{m,j+1}^n + p_{bk,j+1}^{*n} (A_{m,j+1}^{n+1} - A_{m,j+1}^n)]}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \end{aligned} \quad (96)$$

Somando a Equação (96) sobre todas as classes de tamanho de sedimento e usando a Equação (93), obtém-se a seguinte equação que calcula diretamente a deformação total do leito:

$$\begin{aligned} \Delta A_{b,j+1} = 1 / & \left[1 - \sum_{k=1}^{nr} \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} p_{bk,j+1}^{*n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \right] \times \\ & \left\{ - \sum_{k=1}^{nr} \frac{(f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1} [p_{bk,j+1}^n A_{m,j+1}^n + p_{bk,j+1}^{*n} (A_{m,j+1}^{n+1} - A_{m,j+1}^n)]}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \right. \\ & \left. + \sum_{k=1}^{nr} \frac{(f_1 e_{0k} + f_{0k}) A_{m,j+1}^{n+1}}{A_{m,j+1}^{n+1} + (f_2 - f_1 e_{1k}) Q_{tk,j+1}^{*n+1}} \right\} \end{aligned} \quad (97)$$

Uma vez calculado o incremento $A_{b,j+1}$ usando a Equação (97), a deformação fracionária do leito ($\Delta A_{bk,j+1}$) pode ser determinada pela Equação (96), enquanto que as quantidades $p_{bk,j+1}^{n+1}$, $Q_{tk,j+1}^{*n+1}$, $Q_{tk,j+1}^{n+1}$ e $p_{bk,j+1}^{sub,n+1}$ são calculadas, respectivamente, pelas Equações (92), (91), (84) e (94). Este procedimento é um método direto de solução.

O processo de cálculo acoplado para o transporte de sedimento não aumenta significativamente o tempo computacional em cada passo do tempo pelo fato de se usar o método de Wu e Li (1992) para resolver as equações algébricas. Comparado com o processo completamente desacoplado, o esforço computacional requerido pelo modelo acoplado é aumentado apenas pelo cálculo da Equação (97). Como o esquema acoplado é muito mais estável (ver seção 4.5), pode-se utilizar um intervalo de tempo, Δt , maior para o cálculo da sedimentação, contrapondo-se significativamente ao tempo computacional gasto pela Equação (97) e aumentando-se demasiadamente a eficiência computacional do processo como um todo.

O processo de cálculo acoplado para o transporte de sedimento não-uniforme acima é, ainda, desacoplado do cálculo do escoamento. O intervalo de tempo para ambas as rotinas de cálculo do escoamento e da sedimentação é influenciado pela estabilidade numérica do modelo de escoamento e pelo processo desacoplado. Se os cálculos de escoamento e sedimentação fossem acoplados, um maior esforço computacional seria exigido, por causa da necessidade de um processo iterativo de solução, o que eliminaria as vantagens do método de solução direta adotado para o transporte de sedimento não-uniforme. Até o momento, o tipo de processo semi-acoplado, que acopla o transporte de sedimento não-uniforme, a deformação do leito e a gradação do material do leito enquanto os mantém desacoplados da solução do escoamento, parece ser a forma mais eficiente de se modelar o transporte de sedimento não-uniforme (WU e VIEIRA, 2002).

4.4. Condições iniciais e de contorno

4.4.1. Condições iniciais

No início da simulação do problema, a vazão de sedimento por classe de tamanho deve ser informada para todas as seções da rede de canais. Para estimar os valores iniciais, a equação de transporte de sedimentos, Equação (76), é utilizada. Entretanto, o termo $\partial(Q_{tk}/U)/\partial t$ será desconsiderado. A

equação resultante é discretizada por um esquema explícito de diferenças finitas, que fornece:

$$Q_{tk,j+1} = Q_{tk,j} - \Delta x \left(\frac{Q_{tk,j} - Q_{t^*k,j}}{L_{s,j}} - q_{lk,j} \right) \quad (98)$$

Admite-se, também, que a granulometria inicial do material do leito seja a mesma em todos os nós computacionais, tanto na camada de mistura quanto na camada de sub-superfície.

4.4.2. Condições de contorno

Para o cálculo do transporte de sedimentos ao longo do tempo, são necessárias condições de contorno para que o sistema de equações algébricas tenha solução.

As séries históricas da vazão de sedimentos para todas as classes de tamanho devem ser dadas nas seções de entrada da rede de canais ou nos nós que possuam entrada lateral.

Nas seções de entrada da rede de canais, assume-se que não ocorre deformação do leito e, conseqüentemente, também não ocorre mudança na granulometria do material do leito.

Nas confluências, a vazão de sedimentos na seção de jusante é igual à soma das vazões de sedimento das duas seções de montante. Considera-se que a deformação do leito na seção de jusante da confluência é igual à soma das deformações do leito das duas seções de montante da confluência, tanto a deformação total como a fracionária.

4.5. Estabilidade numérica

Wu *et al.* (2004) estudaram a estabilidade numérica do esquema de Preissmann para o transporte de sedimentos e para a gradação do material do leito. Em relação à equação de transporte de sedimentos, foram obtidas faixas de valores nas quais os fatores de ponderação no tempo e no espaço deveriam

se localizar a fim de garantir a estabilidade, de onde concluíram que tanto ψ quanto θ deveriam assumir valores próximos de 1.

Para a gradação do material do leito, os mesmos autores compararam a estabilidade do esquema explícito com a do esquema implícito. Concluíram que o esquema implícito é muito mais estável que o esquema explícito. E para garantir a estabilidade do esquema implícito, fizeram as seguintes recomendações: que a deformação total do leito fosse limitada pela magnitude da camada de mistura, ou seja, $|\Delta A_b| \leq A_m^{n+1}$ ou A_m^n ; e que a magnitude da camada de mistura fosse controlada ao longo do tempo, ou seja, $A_m^{n+1} \approx A_m^n$.

Para evitar que a gradação do material do leito assumisse valores negativos, sob certas condições, durante os cálculos, constituindo um fenômeno não-físico, os mesmos autores também analisaram os esquemas explícito e implícito. Concluíram que o esquema implícito pode satisfazer mais facilmente a exigência de gradação não-negativa do que o esquema explícito, e que um dos tratamentos mais seguros é impor $\theta = 1$, $|\Delta A_b| \leq A_m^{n+1}$ e $A_m^{n+1} \approx A_m^n$.

4.6. Fórmulas empíricas complementares

4.6.1. Velocidade de queda das partículas de sedimento

Existem diversas fórmulas empíricas disponíveis na literatura para estimar a velocidade de queda das partículas de sedimento e este assunto continuará sendo investigado pelos pesquisadores devido à complexidade dos fatores que influenciam a velocidade de queda de sedimento não-uniforme e à dificuldade em estudá-los.

Wu *et al.* (2000b) obtiveram excelentes resultados quando empregaram a fórmula de Zhang (ZHANG *et al.*, 1989) juntamente com a sua formulação para capacidade de transporte de sedimento não-uniforme (ver seção 4.6.2) e recomendaram o uso simultâneo das duas formulações. A fórmula de Zhang para a velocidade de queda das partículas de sedimento é dada por:

$$w_{sk} = \sqrt{\left(13,95 \frac{v}{d_k}\right)^2 + 1,09 \left(\frac{\gamma_s}{\gamma} - 1\right) g d_k} - 13,95 \frac{v}{d_k} \quad (99)$$

em que w_{sk} (m/s) é a velocidade de queda das partículas; d_k (m) é o diâmetro que representa a classe de tamanho k ; γ_s (kN/m³) é o peso específico dos sólidos; γ (kN/m³) é o peso específico da água; g (m/s²) é a aceleração da gravidade; e, v (m²/s) é a viscosidade cinemática da água, que é estimada pela expressão:

$$v = \frac{1,792 \times 10^{-6}}{1 + 0,03368 T + 0,000221 T^2} \quad (100)$$

em que T (°C) é a temperatura da água.

A fórmula de Zhang foi calibrada com dados experimentais numa faixa de diâmetros de partículas entre 0,01 mm a 10 mm, mas ela pode ser usada além desta faixa (WU e VIEIRA, 2002).

4.6.2. Capacidade de transporte de sedimentos

No processo de movimento de sedimentos, as partículas grossas do leito, de um determinado tamanho, são mais facilmente erodidas se o sedimento é não-uniforme do que se o sedimento é uniforme, porque elas têm uma chance maior de estarem expostas ao escoamento. A situação é oposta no caso das partículas finas do leito, devido ao fato delas serem provavelmente protegidas pelas partículas grossas. O efeito da exposição e do escondimento das partículas do material de leito não-uniforme é, portanto, importante na previsão do transporte de sedimento não-uniforme.

O procedimento mais comum para incluir o efeito da exposição e do escondimento nos modelos de transporte de sedimento não-uniforme é introduzir algum tipo de fator de correção, que leva em consideração este efeito, nas fórmulas tradicionais que tratam do transporte de sedimento uniforme (WU *et al.*, 2000).

A maioria dos autores estabeleceu fatores de correção relacionados apenas com o tamanho do material do leito, sem levar em consideração a

influência da graduação. Wu *et al.* (2000b), por sua vez, desenvolveram um modelo probabilístico para levar em consideração o efeito da exposição e do escondimento e estabeleceram um fator de correção que inclui, além da influência do tamanho da partícula de sedimento e da graduação do material do leito, as probabilidades da partícula estar exposta ou escondida no leito.

O fator de correção (η_k) para o efeito da exposição e do escondimento definido por Wu *et al.* (2000b) é dado por:

$$\eta_k = \left(\frac{p_{ek}}{p_{hk}} \right)^m \quad (101)$$

em que m é um parâmetro empírico; e, p_{hk} e p_{ek} são as probabilidades de escondimento e de exposição para a classe de tamanho k do material do leito, respectivamente, dadas por:

$$p_{hk} = \sum_{j=1}^{nr} p_{bj} \frac{d_j}{d_k + d_j} \quad (102)$$

$$p_{ek} = \sum_{j=1}^{nr} p_{bj} \frac{d_k}{d_k + d_j} \quad (103)$$

em que p_b é a porcentagem de cada classe de tamanho do material do leito; e, d é o diâmetro correspondente à classe de tamanho do material do leito.

É importante observar que $p_{hk} + p_{ek} = 1$. Caso o sedimento seja uniforme, $p_{hk} = p_{ek} = 0,5$ e $\eta_k = 1$, o que significa que as probabilidades de exposição e de escondimento são iguais. No caso de sedimento não-uniforme, $p_{ek} \geq p_{hk}$ para as partículas grossas, e $p_{ek} \leq p_{hk}$ para as partículas finas.

A seguir, são apresentados os dois métodos para calcular a capacidade de transporte de sedimento não-uniforme utilizados neste trabalho. Os dois métodos utilizam o fator de correção de Wu *et al.* (2000b) para tratar de sedimento não-uniforme.

Fórmula de Wu *et al.* (2000b)

Além de estabelecerem uma nova abordagem para calcular o fator de correção para a exposição e o escondimento de sedimento não-uniforme, Wu *et*

al. (2000b) propuseram também novas fórmulas para calcular a taxa de transporte fracionária de sedimento não-uniforme, tanto para a carga de leito quanto para a carga em suspensão. Estas fórmulas forneceram ajustes com dados de laboratório e de campo melhores do que várias outras fórmulas existentes. As fórmulas para determinar a capacidade de transporte fracionária para carga de leito e para carga em suspensão propostas por Wu *et al.* (2000b) são dadas por:

$$\frac{q_{bk}}{p_{bk}\sqrt{(\gamma_s/\gamma - 1)gd_k^3}} = 0,0053 \left[\left(\frac{n'}{n} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{\tau_b}{\tau_{ck}} - 1 \right]^{2,2} \quad (104)$$

$$\frac{q_{sk}}{p_{bk}\sqrt{(\gamma_s/\gamma - 1)gd_k^3}} = 0,0000262 \left[\left(\frac{\tau}{\tau_{ck}} - 1 \right) \frac{U}{w_{sk}} \right]^{1,74} \quad (105)$$

em que q_{bk} e q_{sk} (m^2/s) são as capacidades de transporte por unidade de largura do canal, para carga de leito e carga em suspensão, respectivamente; n' ($s/m^{1/3}$) é o coeficiente de Manning devido à rugosidade do grão do leito; τ é a tensão cisalhante total no canal (incluindo leito e margens); τ_b é a tensão cisalhante no leito; τ_{ck} é a tensão cisalhante crítica para o movimento incipiente do material do leito.

O coeficiente de Manning devido à rugosidade do grão do leito é definido como:

$$n' = \frac{(d_{50})^{\frac{1}{6}}}{20} \quad (106)$$

em que d_{50} (m) é o diâmetro do material do leito no qual 50% do material é mais fino em peso. A tensão cisalhante total no canal e a tensão cisalhante no leito são definidas, respectivamente, pelas equações:

$$\tau = \gamma R_h S_f \quad (107)$$

$$\tau_b = \gamma R_b S_f \quad (108)$$

em que R_b é o raio hidráulico do leito do canal, dado por:

$$R_b = \frac{(nU)^2}{S_f^{3/4}} \quad (109)$$

A tensão cisalhante crítica para sedimento não-uniforme é diferente daquela para sedimento uniforme. Após considerar o mecanismo de exposição e escondimento para material de leito não-uniforme, Wu *et al.* (2000b) determinaram que:

$$\tau_{ck} = 0,03 \left(\frac{p_{hk}}{p_{ek}} \right)^{0,6} (\gamma - \gamma_s) d_k \quad (110)$$

sendo que p_{hk} e p_{ek} são obtidos pelas Equações (102) e (103), respectivamente.

Fórmula de Engelund e Hansen modificada com o fator de correção de Wu et al. (2000b)

Engelund e Hansen (1967) usaram o conceito de potência de um rio, de Bagnold (1966), e o princípio da semelhança para obter sua fórmula de transporte de sedimento. Entretanto, para calcular a capacidade de transporte fracionária para a carga de material de leito não-uniforme incluindo o efeito de exposição e escondimento, a fórmula original de Engelund e Hansen (1967) foi modificada por Wu e Vieira (2002), que obtiveram a seguinte equação:

$$\frac{q_{tk}}{p_{bk} \sqrt{(\gamma_s/\gamma - 1) g d_k^3}} = \frac{0,1}{f'} \left[\left(\frac{p_{ek}}{p_{hk}} \right)^{0,45} \frac{\tau_0}{(\gamma - \gamma_s) d_k} \right]^{2,5} \quad (111)$$

em que q_{tk} (m²/s) é capacidade de transporte fracionária para a carga de material de leito; τ_0 é igual à tensão cisalhante no leito, Equação (108); e, f' é um fator de atrito dado por:

$$f' = \frac{2gR_h S_f}{U^2} \quad (112)$$

4.6.3. Porosidade do material do leito

A maioria dos modelos de transporte de sedimentos utilizam fórmulas empíricas para estimar a porosidade do material do leito, normalmente

relacionando-a com algum parâmetro obtido através da análise granulométrica do material do leito. A seguir são apresentados dois métodos empíricos para calcular a porosidade do material do leito que foram utilizados por Wu e Vieira (2002) em seu modelo de transporte de sedimentos e que também foram usados neste trabalho.

Método de Komura e Simmons (1967)

A fórmula empírica para estimar a porosidade do material do leito proposta por Komura e Simmons é dada por:

$$p' = 0,245 + \frac{0,0864}{(0,1d_{50})^{0,21}} \quad (113)$$

em que d_{50} é dado em milímetros.

Método de Han et al. (1981)

Han *et al.* (1981) propuseram a seguinte fórmula semi-empírica para calcular a porosidade inicial do material do leito uniforme:

$$p' = \begin{cases} 1 - 0,525 \left(\frac{d}{d + 4\delta_1} \right)^3 & d < 1 \text{ mm} \\ 0,3 + 0,175e^{-0,095 \frac{(d-d_0)}{d_0}} & d \geq 1 \text{ mm} \end{cases} \quad (114)$$

em que d (mm) é o diâmetro do material do leito; d_0 é um diâmetro de referência, adotado como 1 mm; δ_1 é a espessura da camada de água aderida às partículas de sedimento, a qual foi assumido um valor de 0,0004 mm.

No caso de material de leito não-uniforme, Han *et al.* (1981) estudaram o provável preenchimento dos vazios entre as partículas grossas pelas partículas finas, e estabeleceram fórmulas semi-empíricas para a porosidade do material de leito não-uniforme. Entretanto, estas fórmulas são muito complicadas e difíceis de serem implementadas (WU e VIEIRA, 2002). Se o material do leito possui uma faixa estreita de tamanhos de grãos, ou se as partículas finas são menores que 0,05 mm, então o fenômeno de preenchimento é desprezível, e a porosidade do material de leito não-uniforme como um todo pode ser calculada com o método de Colby (1963), pelo qual:

$$\frac{1}{1-p'} = \sum_{k=1}^{nr} \frac{p_{bk}}{1-p'_k} \quad (115)$$

em que p'_k é a porosidade do sedimento da classe k , que é calculada com a Equação (114), substituindo-se d por d_k .

Além dos dois métodos propostos acima para determinar a porosidade do material do leito, outra opção disponível no modelo é adotar um valor constante para a porosidade ao longo de todo o processo de análise.

4.6.4. Distância de adaptação

A distância de adaptação para o transporte de sedimento em condições de não-equilíbrio (L_s) caracteriza a distância necessária para que o sedimento passe de um estado de não-equilíbrio para um estado de equilíbrio. Ele é um parâmetro importantíssimo dentro do presente modelo. Infelizmente, ele tem que ser prescrito empiricamente, e existem incertezas consideráveis associadas à sua determinação, confirmadas pela adoção de valores tão distintos por diferentes pesquisadores. Por exemplo, Wang (1999) executou um experimento de degradação do leito à jusante de uma barragem causada pela água limpa num canal de 10 m de comprimento e encontrou valores médios de L_s entre 2 m e 10 m. No mesmo tipo de experimento, Bell e Sutherland (1983) observaram que L_s era relacionado ao tempo, em horas, de execução do experimento. Em modelos numéricos, Philips e Sutherland (1989), Thuc (1991) e Wu *et al.* (2000a) adotaram L_s como a distância média do “saltation step” da areia no leito, que equivale a cerca de 100 d_{50} ou menos, enquanto Rahuel e Holly (1989) e Fang (2000) consideraram valores para L_s muito maiores, da ordem de uma ou duas vezes o espaçamento da malha numérica.

A razão para valores tão discrepantes pode estar no fato de L_s estar intimamente relacionado com a dimensão dos movimentos do sedimento, com a forma do leito e com a geometria do canal estudados, que são bastante diferentes de caso a caso. Em experimentos de laboratório, os processos de transporte de sedimento estão, principalmente, em escalas pequenas tal como

o “saltation” da areia, as ondulações e as dunas, enquanto que os processos naturais de transporte de sedimento ocorrem normalmente em escalas e períodos maiores. Por outro lado, L_s também é um parâmetro importante para a estabilidade numérica, conforme mostraram Wu *et al.* (2000, 2004). Valores pequenos de L_s requerem que tanto a dimensão da malha quanto o passo no tempo sejam pequenos para assegurar a estabilidade numérica. O tamanho da malha e o intervalo de tempo devem ser grandes em situações naturais e quando os recursos computacionais são limitados. Sendo assim, valores grandes para L_s são desejados. Por isso, é compreensível que valores diferentes de L_s tenham sido adotados na literatura. No presente modelo, serão adotados valores diferentes de L_s para carga de leito e carga em suspensão.

Para carga de leito

Como descrito acima, a distância de adaptação, especialmente para carga de leito, está relacionada com a dimensão dos movimentos do sedimento, com as formas do leito e com a geometria do canal. É desejável que L_s tenha um valor relacionado com a forma dominante do leito ou com a geometria do canal. Por exemplo, se existem apenas ondulações de areia no leito, o que normalmente ocorre em casos experimentais, a distância de adaptação para a carga de leito pode ser adotada como a distância média do “saltation step” da areia, ou o comprimento das ondulações de areia, conforme adotaram Philips e Sutherland (1989), Thuc (1991) e Wu *et al.* (2000a). Se a forma de leito dominante for a duna de areia, L_s pode assumir o comprimento da duna de areia, que segundo van Rijn (1984) é dada por:

$$L_{s,b} = 7,3 c_1 \bar{h} \quad (116)$$

em que $L_{s,b}$ é a distância de adaptação para a carga de leito; c_1 é um coeficiente empírico, adotado como 1; e, \bar{h} é a profundidade média do escoamento do canal. Como a profundidade do fluxo pode ser significativamente diferente em canais diferentes, \bar{h} é o valor médio de um mesmo trecho.

Se as barras alternadas são a forma do leito dominante, $L_{s,b}$ pode ser considerada como o comprimento das barras alternadas, que de acordo com Yalin (1972) são dadas por:

$$L_{s,b} = 6,3 c_1 \bar{B} \quad (117)$$

em que \bar{B} é a largura média do trecho da rede de canais.

Normalmente, sugere-se adotar o comprimento da duna de areia em casos experimentais, e o comprimento das barras alternadas para rios naturais (Wu e Vieira, 2002). Além das Equações (116) e (117), adotou-se no presente modelo o tratamento de Rahuel e Holly (1989) pelo qual:

$$L_{s,b} = 2 \Delta x \quad (118)$$

em que Δx é a distância da malha computacional.

Outra opção disponível no modelo é adotar um valor para $L_{s,b}$ constante durante todo o processo de cálculo. Para se fazer a escolha certa, é preciso julgar qual tipo de forma do leito ou geometria do canal é dominante no caso em estudo. Outra maneira de se determinar o parâmetro $L_{s,b}$ ideal é pela calibração do modelo, onde todas as opções são testadas e escolhe-se a que fornecer os resultados mais precisos.

Para carga em suspensão

A distância de adaptação para a carga em suspensão é dada por:

$$L_{s,s} = \frac{Uh}{\alpha w_{sk}} \quad (119)$$

em que α é o coeficiente de adaptação em condição de não-equilíbrio, que pode ser calculado pelo método de Armanini e di Silvio (1988) ou outros métodos semi-empíricos. Valores de α calculados a partir destes métodos são normalmente maiores que 1.

Na prática, entretanto, vários pesquisadores têm apresentado valores bastante diferentes para α , a maioria deles menores que 1. Han (1980) e Wu (1991) sugerem $\alpha = 1$ para o caso de erosão forte, $\alpha = 0,25$ para o caso de deposição forte, e $\alpha = 0,5$ para erosão e deposição fracas, como resultado de

ensaios de validação em vários reservatórios e rios. Entretanto, α apresentou valores muito pequenos, tal como 0,001, no Rio Amarelo (WEI, 1990) e no Rio Grande (YANG *et al.*, 1998), nos quais a concentração de sedimentos é alta, e pode ocorrer, com frequência, rápida erosão e deposição. Portanto, α é um parâmetro que deve ser fornecido para o modelo.

Para carga de material de leito

Como a carga de leito e a carga em suspensão são combinadas como carga de material de leito, conforme descrito na seção 4.1, a distância de adaptação em condições de não-equilíbrio para a carga de material de leito é dada pelo valor máximo das distâncias calculadas para a carga de leito e para a carga em suspensão, ou seja:

$$L_s = \text{máx}(L_{s,b}; L_{s,s}) \quad (120)$$

Para carga de lavagem

Como a troca líquida de sedimentos entre a carga de lavagem e o leito do canal é normalmente desprezível, a distância de adaptação para a carga de lavagem ($L_{s,w}$) é adotada como sendo infinitamente grande, ou seja:

$$\frac{1}{L_{s,w}} = 0 \quad (121)$$

4.6.5. Delimitação da carga de lavagem

A faixa de tamanho de sedimentos correspondente à carga de lavagem depende das condições de escoamento e dos sedimentos do caso em estudo. No caso de transporte de sedimentos em rios naturais, usualmente ela pode ser determinada através da seguinte expressão (WU e VIEIRA, 2002):

$$\frac{1}{L_{s,w}} = \frac{w_{sk}}{\kappa u_*} \leq 0,06 \quad (122)$$

em que κ é a constante de von Karman ($\kappa \approx 0,40$); e, u_* é a velocidade de cisalhamento do leito ($u_* = \sqrt{ghS_f}$).

No caso de sedimentação em reservatórios, o limite superior da faixa de tamanhos de sedimento para a carga de lavagem é igual a zero, conforme sugeriram Wu e Vieira (2002). Isto significa que nenhuma carga de lavagem é excluída da simulação da carga total.

4.6.6. Espessura da camada de mistura

A espessura da camada de mistura (δ_m) é um parâmetro muito importante para o cálculo da variação granulométrica do material do leito, o que influencia os cálculos da sedimentação como um todo. Wu e Vieira (2002) sugeriram algumas alternativas: $\delta_m = 2d_{50}$; $\delta_m = 0,05h$; $\delta_m = 0,05$ m para rios naturais; ou $\delta_m = 0,5\Delta$, em que Δ é a altura da duna de areia calculada com o método de van Rijn (1984). Outra alternativa é calibrar δ_m para o problema em estudo.

4.6.7. Distribuição lateral dos sedimentos

O modelo de transporte de sedimentos é unidimensional e calcula a área total de sedimentos depositados ou erodidos em cada seção transversal. Portanto, ele não define como os sedimentos se distribuem ao longo da seção transversal. Para tanto, é preciso utilizar algum método empírico que possa aproximar a distribuição lateral dos sedimentos no leito.

Existem basicamente três métodos para distribuir lateralmente os sedimentos numa seção transversal. Um deles supõe que os sedimentos se depositam nos pontos mais profundos da seção, formando uma superfície horizontal. Esse método foi utilizado por Lopez (1978) e está ilustrado na Figura 12a. Outro procedimento é distribuir o sedimento em todos os vértices que estão abaixo da superfície da água de maneira uniforme, tal como é feito no modelo HEC-6 (U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS, 1972) e está

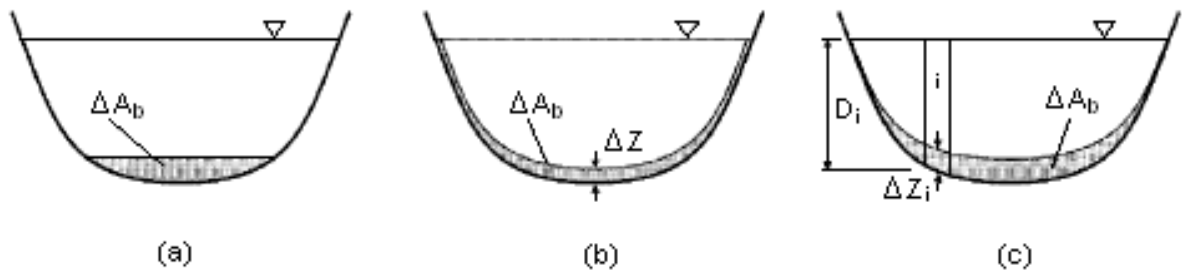


Figura 12 – Métodos de distribuição lateral de sedimentos: (a) distribuição horizontal; (b) distribuição uniforme; e, (c) distribuição proporcional à profundidade do escoamento.

ilustrado na Figura 12b. Por último, os sedimentos podem ser distribuídos proporcionalmente à profundidade do escoamento em cada vértice, de modo que a deposição é maior nos vértices mais profundos e a superfície do leito vai se tornando, ao longo do tempo, horizontal. Este método foi usado por Soares (1975), assim como no presente modelo e está ilustrado na Figura 12c.

4.6.8. Elevação média do leito

O modelo distribui lateralmente os sedimentos que sofrem deposição ou erosão a cada intervalo de tempo, alterando a coordenada vertical de cada vértice da seção transversal. Entretanto, é comum expressar de uma maneira média, a mudança da elevação do leito que ocorre em toda a seção transversal. Sendo assim, a elevação média do leito em cada seção transversal é calculada por:

$$\bar{z}_j^n = y_j^0 - \frac{A_j^0}{B_j^0} + \sum_{t=1}^n \frac{\Delta A_{b,j}^t}{B_j^t} \quad (123)$$

em que o sobrescrito 0 indica que os valores são tomados no início da simulação ($t = 0$).

Capítulo 5

Modelo de Adensamento Unidimensional

A análise física do adensamento corresponde à análise simultânea de um problema de deformações, ou tensões, e de um problema de fluxo em meio poroso. Matematicamente, isto corresponde a resolver um sistema de equações diferenciais formadas por equações de equilíbrio e pela equação da continuidade.

Algumas relações auxiliares são necessárias para tornar o número de equações iguais ao número de incógnitas na resolução do sistema de equações diferenciais do adensamento. Essas relações compreendem a lei que rege o fluxo em um meio poroso, o princípio das tensões efetivas e as leis constitutivas de cada fase do solo. Como a água e as partículas sólidas apresentam compressibilidade muito menor que a do solo, elas são consideradas incompressíveis, eliminando, conseqüentemente, duas leis constitutivas do material.

A resolução do sistema de equações diferenciais resultante na sua forma mais geral é muito difícil e a precisão da resposta é muito dependente da determinação dos parâmetros das leis constitutivas. Em função da dificuldade de se obter parâmetros que reflitam o comportamento real do solo, faz-se então, hipóteses simplificadoras sobre o comportamento do material que

tornam menos complexa a resolução do sistema de equações diferenciais (PINTO, 1988).

No âmbito das teorias unidimensionais, Gibson *et al.* (1967) desenvolveram a formulação mais geral. Nessa formulação, as relações entre tensão efetiva e índice de vazios e entre permeabilidade e índice de vazios são não-lineares (não-linearidade física). A lei de Darcy é válida, porém desde que expressa em termos da velocidade relativa entre a água intersticial e as partículas sólidas (lei de Darcy-Gersevanov). Não existe restrição à magnitude das deformações, ou seja, as deformações são finitas (não-linearidade geométrica). As forças de massa são consideradas. O solo é saturado.

A não-linearidade geométrica é mais próxima da realidade, porém, sua adoção implica numa maior dificuldade na resolução do adensamento. Nesse sentido, a escolha do sistema de coordenadas é fundamental.

5.1. Sistemas de coordenadas

Os problemas de não-linearidade geométrica podem ser tratados no sistema Euleriano ou no sistema Lagrangeano de coordenadas. Obviamente, em ambos os casos a resposta deve ser a mesma. No sistema Euleriano, normalmente utilizado em geotecnia, as deformações são referidas a um sistema de eixos fixo em relação ao tempo. Assim, durante o adensamento, a coordenada de uma partícula qualquer do esqueleto sólido varia com o tempo à medida que o solo se deforma, obrigando a atualização da posição da partícula a cada instante. No sistema Lagrangeano, ou convectivo, as partículas em movimento são o tempo todo identificadas através das suas coordenadas iniciais. Desta forma, a coordenada de uma dada partícula torna-se independente do tempo, apesar de ela estar mudando de posição.

Na teoria unidimensional de adensamento com grandes deformações de Gibson *et al.* (1967) é comum usar um tipo especial de sistema de coordenadas Lagrangeano, denominado do material ou reduzido, no qual a coordenada de uma partícula é medida através do volume de sólidos contido entre a partícula e um plano de referência, geralmente a base da camada. Como se admite não

haver carreamento de partículas sólidas durante o adensamento, as coordenadas de todas as partículas permanecem constantes com o tempo durante o processo do adensamento. Dessa maneira, a análise do adensamento unidimensional com não-linearidade geométrica fica bastante simplificada, uma vez que o problema de contorno (geometria) variável se torna, na solução numérica, um problema de contorno fixo.

No entanto, a análise do adensamento de camadas de materiais muito moles cuja espessura aumenta continuamente com o tempo é um problema de contorno variável, mesmo quando analisado em coordenadas reduzidas, uma vez que o número total de partículas sólidas na camada cresce com o tempo. Para resolver esta dificuldade, Pane (1985) propôs o sistema de coordenadas reduzido adimensional. Neste sistema, a coordenada de uma dada partícula num determinado instante é medida pelo volume de sólidos contido entre a partícula e um plano de referência, dividido pelo volume total de sólidos existente na camada naquele instante. Neste sistema de coordenadas, mesmo o adensamento de uma camada com espessura crescente com o tempo se torna um problema de contorno fixo, simplificando bastante a solução numérica (AZEVEDO e SADO, 1990).

Na Figura 13 está representado, para uma camada de espessura constante, num tempo $t = 0$ anterior ao início do processo de adensamento e num tempo $t = T$ posterior àquele início, o valor da coordenada de algumas partículas nos diversos sistemas de coordenadas mencionados anteriormente.

De acordo com as definições expostas acima, para uma determinada partícula cuja coordenada Lagrangeana é α , sua coordenada reduzida será independente do tempo e igual a:

$$z(\alpha) = \int_0^{\alpha} \frac{1}{1 + e(a', 0)} da' \quad (124)$$

em que $e(a', 0)$ corresponde à distribuição do índice de vazios com a profundidade no instante $t = 0$.

Já a coordenada reduzida adimensional é função do tempo e igual a:

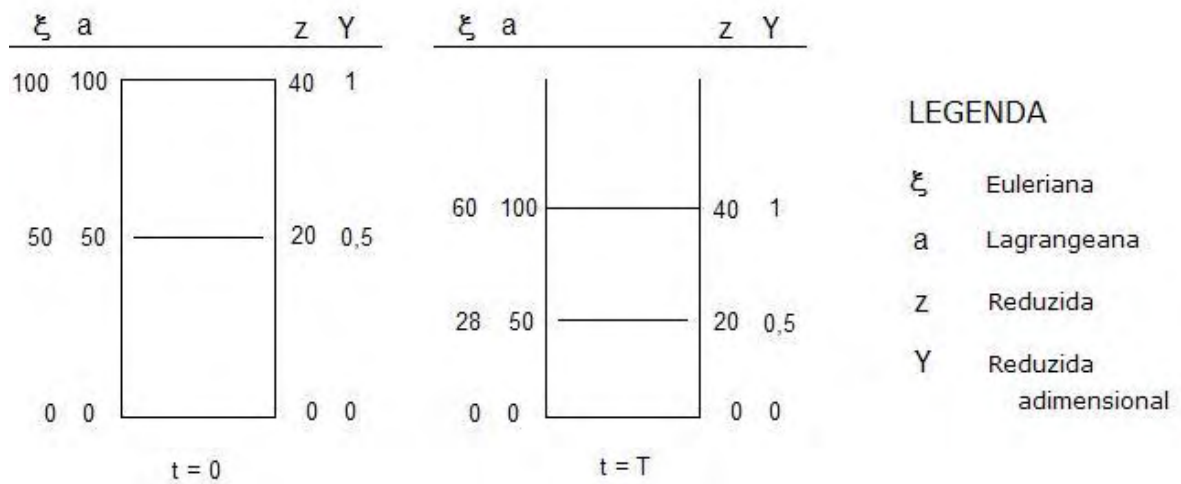


Figura 13 – Diferentes tipos de sistemas de coordenadas (camada de espessura constante). Fonte: Azevedo e Sado (1990).

$$Y(\alpha, t) = \frac{z(\alpha)}{h_z(t)} \quad (125)$$

em que $h_z(t)$ é o volume total de sólidos existente na camada no instante t .

Para se obter a coordenada Euleriana, utiliza-se a seguinte expressão:

$$\xi(z, t) = \int_0^z [1 + e(z', t)] dz' \quad (126)$$

5.2. Equação do adensamento unidimensional com grandes deformações

A seguir será apresentado sucintamente o desenvolvimento da equação de adensamento unidimensional com deformações finitas, utilizando-se o sistema de coordenadas reduzido adimensional.

As equações de equilíbrio usadas para descrever o adensamento unidimensional são a equação do equilíbrio da mistura e a equação do equilíbrio da fase líquida, respectivamente iguais a (SCHIFFMAN, 1987):

$$\frac{\partial \sigma}{\partial Y} \pm h_z(e\gamma_w + \gamma_s) = 0 \quad (127)$$

$$\frac{\partial u_0}{\partial Y} \pm h_z \gamma_w (1 + e) = 0 \quad (128)$$

em que σ é a tensão total; γ_w e γ_s são o peso específico da água e dos sólidos, respectivamente; e é o índice de vazios; e, u_0 é a poro-pressão hidrostática. O sinal, positivo ou negativo, nas equações de equilíbrio depende da orientação do sistema de coordenadas: é positivo quando o sistema de coordenadas está orientado no sentido da gravidade e é negativo caso contrário. Será utilizado, daqui em diante, o sinal negativo nas equações de equilíbrio.

A equação da continuidade do sistema resulta em (SCHIFFMAN, 1987):

$$\frac{\partial q}{\partial Y} = -h_z \frac{De}{Dt} = -h_z \frac{\partial e}{\partial t} + Y r_z \frac{\partial e}{\partial Y} \quad (129)$$

em que q é o fluxo de água no meio poroso; e, r_z é a taxa de deposição de sólidos, dada por:

$$r_z = \frac{\partial h_z}{\partial t} \quad (130)$$

A equação que descreve o fluxo em meio poroso é dada pela lei de Darcy-Gersevanov (SCHIFFMAN, 1987):

$$q = -\frac{k_Y}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial Y} \quad (131)$$

em que

$$k_Y = \frac{k(e)}{h_z(1 + e)} \quad (132)$$

sendo que $k(e)$ é a função de permeabilidade e u é o excesso de poro-pressão.

O princípio das tensões efetivas estabelece que:

$$\sigma' = \sigma - u_w = \sigma - u_0 - u \quad (133)$$

em que σ' é a tensão efetiva e u_w é a poro-pressão total.

Combinando a equação da continuidade com a lei de Darcy-Gersevanov, obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{k_Y}{\gamma_w} \frac{\partial u}{\partial Y} \right] + Y r_z \frac{\partial e}{\partial Y} = h_z \frac{\partial e}{\partial t} \quad (134)$$

Usando o princípio das tensões efetivas na equação de equilíbrio da fase líquida, obtém-se:

$$\frac{\partial u}{\partial Y} = \frac{\partial \sigma}{\partial Y} - \frac{\partial \sigma'}{\partial Y} - h_z \gamma_w (1 + e) \quad (135)$$

Substituindo a equação de equilíbrio da mistura na Equação (135) resulta:

$$\frac{\partial u}{\partial Y} = - \frac{\partial \sigma'}{\partial Y} - h_z (\gamma_w - \gamma_s) \quad (136)$$

Substituindo a Equação (136) na Equação (134), obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{k_Y}{\gamma_w} \left(- \frac{\partial \sigma'}{\partial Y} - h_z (\gamma_w - \gamma_s) \right) \right] + Y r_z \frac{\partial e}{\partial Y} = h_z \frac{\partial e}{\partial t} \quad (137)$$

Como,

$$\frac{\partial \sigma'}{\partial Y} = \frac{\partial \sigma'}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial Y} \quad (138)$$

e

$$\frac{\partial k_Y}{\partial Y} = \frac{\partial k_Y}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial Y} \quad (139)$$

chega-se à seguinte equação (PANE, 1981; SCHIFFMAN, 1987; AZEVEDO e SADO, 1990; CAMPOS *et al.*, 1991):

$$\frac{\partial}{\partial Y} \left[- \frac{k_Y}{\gamma_w} \frac{\partial \sigma'}{\partial e} \frac{\partial e}{\partial Y} \right] + \left[Y r_z + h_z \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_w} - 1 \right) \frac{\partial k_Y}{\partial e} \right] \frac{\partial e}{\partial Y} = h_z \frac{\partial e}{\partial t} \quad (140)$$

ou ainda,

$$\frac{1}{h_z} \frac{\partial}{\partial Y} \left[g(e) \frac{\partial e}{\partial Y} \right] + [Y r_z + f(e)] \frac{\partial e}{\partial Y} = h_z \frac{\partial e}{\partial t} \quad (141)$$

em que

$$g(e) = -\frac{k(e)}{\gamma_w(1+e)} \frac{\partial \sigma'}{\partial e} \quad (142)$$

e

$$f(e) = \left(1 - \frac{\gamma_s}{\gamma_w}\right) \frac{d}{de} \left[\frac{k(e)}{1+e} \right] \quad (143)$$

A Equação (141) é a equação que governa o adensamento unidimensional com grandes deformações. É uma equação diferencial parcial não-linear do tipo difusiva-advectiva (CAMPOS *et al.*, 1991).

5.3. Solução numérica da equação de adensamento

Para resolver a equação diferencial do adensamento com grandes deformações são necessárias duas integrações no espaço (coordenada Y) e uma integração no tempo (coordenada t), o que resulta em três constantes de integração determinadas através de duas condições de contorno e uma condição inicial.

A não-linearidade da equação dificulta a solução analítica, que só é possível para alguns casos particulares. Nos casos mais gerais, a solução tem que ser obtida numericamente. Nesse trabalho, a solução numérica foi obtida a partir do método das diferenças finitas (AZEVEDO e SADO, 1990).

Desenvolvendo a derivada do lado esquerdo da Equação (141), chega-se à seguinte expressão:

$$A(e, t) \frac{\partial^2 e}{\partial Y^2} + B(e, t) \left(\frac{\partial e}{\partial Y} \right)^2 + C(e, t) \frac{\partial e}{\partial Y} = \frac{\partial e}{\partial t} \quad (144)$$

em que

$$A(e, t) = \frac{g(e)}{h_z^2(t)} \quad (145)$$

$$B(e, t) = \frac{1}{h_z^2(t)} \frac{d}{de} g(e) \quad (146)$$

$$C(e, t) = \frac{1}{h_z} [Yr_z + f(e)] \quad (147)$$

Aplicando o método das diferenças finitas e substituindo-se as derivadas por diferenças centradas, a Equação (144) resulta em:

$$\begin{aligned} & \frac{A(e_j^n)}{\Delta Y^2} (e_{j+1}^n - 2e_j^n + e_{j-1}^n) + \frac{B(e_j^n)}{4\Delta Y^2} (e_{j+1}^n - e_{j-1}^n)^2 + \frac{C(e_j^n)}{2\Delta Y} (e_{j+1}^n - e_{j-1}^n) \\ & = \frac{1}{\Delta t} (e_j^{n+1} - e_j^n) \end{aligned} \quad (148)$$

Reorganizando os termos, obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left[\frac{A(e_j^n)}{\Delta Y^2} - \frac{B(e_j^n)}{4\Delta Y^2} (e_{j+1}^n - e_{j-1}^n) - \frac{C(e_j^n)}{2\Delta Y} \right] e_{j-1}^n - 2 \frac{A(e_j^n)}{\Delta Y^2} e_j^n \\ & + \left[\frac{A(e_j^n)}{\Delta Y^2} + \frac{B(e_j^n)}{4\Delta Y^2} (e_{j+1}^n - e_{j-1}^n) + \frac{C(e_j^n)}{2\Delta Y} \right] e_{j+1}^n = \frac{1}{\Delta t} (e_j^{n+1} - e_j^n) \end{aligned} \quad (149)$$

Discretizando o espaço contínuo em N pontos e aplicando a Equação (149) a todos os pontos da malha, chega-se à seguinte equação matricial:

$$\beta(\mathbf{e}) \cdot \mathbf{e} = \dot{\mathbf{e}} \quad (150)$$

em que

$$\mathbf{e} = \{e_1^n, e_2^n, \dots, e_N^n\} \quad (151)$$

é o vetor de índice de vazios no tempo $t^n = n\Delta t$;

$$\dot{\mathbf{e}} = \frac{1}{\Delta t} \{\mathbf{e}^{n+1} - \mathbf{e}^n\} = \frac{1}{\Delta t} \{(e_1^{n+1} - e_1^n), (e_2^{n+1} - e_2^n), \dots, (e_N^{n+1} - e_N^n)\} \quad (152)$$

e $\beta(\mathbf{e})$ é uma matriz tri-diagonal, com os elementos dados por:

$$\beta_{j,j-1} = \frac{A(e_j^n)}{\Delta Y^2} - \frac{B(e_j^n)}{4\Delta Y^2} (e_{j+1}^n - e_{j-1}^n) - \frac{C(e_j^n)}{2\Delta Y}, \quad j \geq 2 \quad (153)$$

$$\beta_{j,j} = -2 \frac{A(e_j^n)}{\Delta Y^2} \quad (154)$$

$$\beta_{j,j+1} = \frac{A(e_j^n)}{\Delta Y^2} + \frac{B(e_j^n)}{4\Delta Y^2} (e_{j+1}^n - e_{j-1}^n) + \frac{C(e_j^n)}{2\Delta Y}, \quad j < N \quad (155)$$

A integração do índice de vazios no tempo será realizada através de um esquema de diferenças finitas implícito por meio da seguinte substituição:

$$\mathbf{e} = \mathbf{e}_\zeta = \{(1 - \zeta)\mathbf{e}^n + \zeta\mathbf{e}^{n+1}\} \quad (156)$$

em que ζ é o fator de ponderação no tempo, que especifica se o esquema de integração é implícito ($0 < \zeta \leq 1$) ou explícito ($\zeta = 0$).

Ao substituir Equação (156) na Equação (150), obtém-se:

$$\beta(\mathbf{e}_\zeta) \cdot \{(1 - \zeta)\mathbf{e}^n + \zeta\mathbf{e}^{n+1}\} = \frac{1}{\Delta t} \{\mathbf{e}^{n+1} - \mathbf{e}^n\} \quad (157)$$

Após agrupar os termos, chega-se à expressão:

$$K(\mathbf{e}_\zeta) \cdot \mathbf{e}^{n+1} = F(\mathbf{e}_\zeta) \quad (158)$$

em que

$$K(\mathbf{e}_\zeta) = I - \zeta \cdot \Delta t \cdot \beta(\mathbf{e}_\zeta) \quad (159)$$

$$F(\mathbf{e}_\zeta) = [I + (1 - \zeta) \cdot \Delta t \cdot \beta(\mathbf{e}_\zeta)]\mathbf{e}^n \quad (160)$$

e I é a matriz identidade.

Portanto, segundo a Equação (160), conhecendo-se a distribuição de índice de vazios no tempo t^n , obtém-se a distribuição de índice de vazios no tempo t^{n+1} . A resolução deste sistema de equações algébricas não-linear pode ser incremental no caso de $\zeta = 0$ (método explícito), ou incremental e iterativa quando $0 < \zeta \leq 1$ (métodos implícitos). A precisão da solução numérica depende dos valores de ζ , Δt e ΔY escolhidos e a convergência é normalmente facilitada nos métodos implícitos (PINTO e AZEVEDO, 1988).

5.4. Condições inicial e de contorno

5.4.1. Condição inicial

Para determinar a constante de integração no tempo é necessário conhecer a condição inicial do problema. Essa condição corresponde ao conhecimento prévio da distribuição de índice de vazios inicial, que pode ser

obtida a partir da função de permeabilidade, uma vez que as tensões efetivas podem ser facilmente determinadas no início do processo de adensamento. No caso do solo não ter começado ainda a adensar devido ao peso próprio, a distribuição inicial de índice de vazios é constante ao longo da profundidade (PINTO, 1988).

5.4.2. Condições de contorno

Para resolver a equação diferencial do adensamento na sua forma matricial, são necessárias duas condições de contorno, uma em cada nó das extremidades da malha unidimensional. Existem dois tipos de condição de contorno: contorno drenante, em que a tensão efetiva é imposta e contorno impermeável em que a velocidade do fluxo é imposta.

Quando o contorno é drenante, admite-se que a carga aplicada no contorno transfere-se imediatamente para o esqueleto sólido. Neste caso, o acréscimo de tensão efetiva é igual ao acréscimo de carga. O índice de vazios é calculado através da função de compressibilidade do solo.

Quando a fronteira é impermeável, a velocidade do fluxo é nula. O índice de vazios no contorno é obtido pela expressão (PINTO, 1988):

$$\left. \frac{\partial e}{\partial Y} \right|_N = h_z (\gamma_s - \gamma_w) \left. \frac{de}{d\sigma'} \right|_N \quad (161)$$

5.5. Relações constitutivas

A solução da equação diferencial do adensamento com grandes deformações só é possível com o conhecimento das relações constitutivas do material. Com as hipóteses de incompressibilidade da água e das partículas sólidas, apenas duas relações são necessárias: as relações entre o índice de vazios e a tensão efetiva e a relação entre a permeabilidade e o índice de vazios. Através de ensaios oedométricos de carregamento incremental ou de deslocamento constante é possível estabelecer tais relações constitutivas do solo.

5.5.1. Relação de compressibilidade

Tradicionalmente, em mecânica dos solos, utiliza-se uma aproximação logarítmica para modelar a relação entre o índice de vazios e a tensão efetiva:

$$e = e_{ref} - C_c \ln\left(\frac{\sigma'}{\sigma'_{ref}}\right) \quad (162)$$

em que C_c é o índice de compressão; e_{ref} é o índice de vazios de referência; e , σ'_{ref} é a tensão efetiva de referência.

A Equação (162) é muito utilizada devido à sua simplicidade e à capacidade de modelar a redução da compressibilidade do solo com o aumento da tensão efetiva. Entretanto, o índice de vazios se torna infinito caso a tensão efetiva seja nula e, também, existe a possibilidade do índice de vazios assumir valores negativos caso a tensão efetiva atinja valores elevados. Esse modelo também é incapaz de modelar o comportamento de solos moles que exibem uma relação não-linear entre a o índice de vazios e o logaritmo da tensão efetiva (LIU, 1990).

Para solucionar esses problemas, Liu e Znidarcic (1991) propuseram o seguinte modelo de compressibilidade (LIU, 1990):

$$e = A(\sigma' + Z)^B \quad (163)$$

em que A , B e Z são parâmetros do modelo determinados experimentalmente a partir de resultados de ensaios do tipo HCT. Azevedo *et al.* (2003) desenvolveram um programa computacional, denominado HCTplus, utilizado para a obtenção automática dos parâmetros do modelo de compressibilidade proposto por Liu e Znidarcic (1991). Esse modelo tem sido bastante utilizado para análise do adensamento com grandes deformações de rejeitos de mineração.

5.5.2. Relação de permeabilidade

A permeabilidade de solos e rejeitos é uma das propriedades de engenharia mais difíceis de determinar, uma vez que sua magnitude varia

muito em função da granulometria predominante do solo, da plasticidade, do modo de deposição e da profundidade dentro do depósito. Também é de se esperar grandes variações da permeabilidade na direção horizontal e vertical devido ao acamamento originário da forma de deposição. Há ainda a variação em função da distância do ponto de lançamento decorrente da segregação de partículas (VILLAR, 1990).

Uma função logarítmica também é frequentemente usada em mecânica dos solos para modelar a relação entre a permeabilidade e o índice de vazios:

$$e = e_{ref} - C_k \ln\left(\frac{k}{k_{ref}}\right) \quad (164)$$

em que C_k é o coeficiente de permeabilidade; e , k_{ref} é a permeabilidade de referência.

Segundo Monte e Krisek (1976), este modelo é inadequado para caracterizar o comportamento da permeabilidade em solos moles. Somogyi (1979) propôs uma forma não-linear mais flexível para modelar a permeabilidade, dada pela seguinte função de potência:

$$k = Ce^D \quad (165)$$

em que C e D são parâmetros do solo, que também podem ser determinados por ensaios de laboratório, como o HCT, em conjunto com o programa computacional HCTplus.

A função de potência é capaz de representar a variação não-linear da permeabilidade com o índice de vazios para solos muito moles. Pane (1985) também mostrou a aplicabilidade desse modelo para rejeitos argilosos (LIU, 1990). Essa função de permeabilidade é muito utilizada para simular o adensamento com grandes deformações.

5.6. Equações adicionais

Após a obtenção da distribuição do índice de vazios para um tempo t , podem-se calcular os recalques, as tensões e poro-pressões para esse tempo.

O cálculo do recalque ($s(t)$) é efetuado a partir da seguinte expressão:

$$s(t) = \int_0^{h_z} [e(z, 0) - e(z, t)] dz \quad (166)$$

A distribuição de tensões efetivas é calculada a partir da relação (G) entre tensão efetiva e índice de vazios:

$$\sigma'(z, t) = G[e(z, t)] \quad (167)$$

Integrando a equação do equilíbrio do elemento de solo, chega-se à expressão para calcular a distribuição de tensões totais:

$$\sigma(z, t) = \gamma_s z + \gamma_w \left[h_w + \int_0^z e(z, t) dz \right] + \sigma'(0, t) \quad (168)$$

em que h_w é a altura de água acima do topo da camada.

As poro-pressões totais são obtidas a partir do princípio das tensões efetivas, e são calculadas por:

$$u_w(z, t) = \sigma(z, t) - \sigma'(z, t) \quad (169)$$

O excesso de poro-pressão é dado pela diferença entre a poro-pressão e a pressão hidrostática e vale:

$$u(z, t) = (\gamma_s - \gamma_w)z - \sigma'(z, t) + \sigma'(0, t) \quad (170)$$

5.7. Modelo de adensamento acoplado aos modelos hidrodinâmico e de sedimentos

Para simular o processo de deposição de sedimentos tanto em reservatórios de água quanto em barragens de rejeitos de mineração é necessário levar em consideração todos os fenômenos envolvidos. Os principais correspondem à hidrodinâmica do escoamento, à dinâmica dos sedimentos e ao adensamento com grandes deformações. Esses fenômenos ocorrem simultaneamente no meio físico e dessa forma, o modelo matemático deve ser desenvolvido levando em consideração essa característica.

Desenvolver um modelo matemático que consiga agrupar todos os fenômenos e forneça uma solução direta não é uma tarefa trivial e muitas

vezes é impossível de ser obtido. Para contornar esse problema, normalmente modela-se cada fenômeno isoladamente e, em seguida, na implementação da solução numérica, acoplam-se os modelos numa sequência em que a resposta que o modelo de um fenômeno fornece alimenta o modelo do próximo fenômeno, e assim por diante, tentando representar o processo físico. Como os fenômenos normalmente são interdependentes, a resposta de um fenômeno interfere na resposta do outro fenômeno e, por essa razão, muitas vezes um processo numérico iterativo é construído para se obter uma resposta mais próxima da realidade. Entretanto, processos iterativos aumentam o custo computacional e não são fáceis de serem implementados.

Diante disso, nessa tese, os modelos hidrodinâmico, da dinâmica de sedimentos e do adensamento com grandes deformações foram acoplados de uma maneira direta, não-iterativa. A resposta do modelo hidrodinâmico alimenta o modelo da dinâmica dos sedimentos, que por sua vez, alimenta o modelo do adensamento. Esse acoplamento é realizado a cada passo no tempo (Δt) para os modelos hidrodinâmico e da dinâmica dos sedimentos, sendo que o adensamento pode ser computado em intervalos de tempo maiores.

O acoplamento do adensamento unidimensional com deformações finitas aos outros modelos é feito da seguinte maneira:

1. A cada intervalo de tempo definido para se calcular o adensamento, os modelos hidrodinâmico e da dinâmica dos sedimentos fornecem, para cada seção transversal, a área de sedimento que será depositada (ΔA_b). Cada seção transversal é, portanto, um problema independente de adensamento a ser resolvido;
2. A área de sedimento que será depositada (ΔA_b) é transformada na taxa de deposição (r_z) bastando dividir ΔA_b pela largura da seção na superfície da água (B) e pelo intervalo de tempo que forneceu ΔA_b . O índice de vazios do material depositado deve ser especificado e corresponde ao índice de vazios para tensão efetiva nula (e_{00});
3. Em seguida, o modelo de adensamento é processado para cada seção transversal. A condição inicial é definida pela distribuição de índice de

vazios da camada. Com a taxa de deposição (r_z) a camada vai sendo preenchida por sedimentos ao longo do tempo de análise do processo de adensamento. Ao final do processo, cada seção transversal apresentará uma nova distribuição de índice de vazios e uma altura de sedimentos depositados (h_b);

4. A altura de sedimentos depositados (h_b) é convertida em uma nova área de sedimentos depositados (ΔA_b) bastando multiplicá-la por B . Em seguida, ΔA_b é distribuída ao longo da seção transversal de acordo com o método descrito na seção 4.6.7, alterando a cota de cada vértice da seção transversal.
5. O processo descrito acima se repete a cada intervalo de tempo durante todo o processo de assoreamento ou de enchimento da barragem de rejeitos.

O processo descrito acima está ilustrado na Figura 14 através de um fluxograma que mostra como o adensamento é acoplado aos modelos hidrodinâmico e de dinâmica de sedimentos.

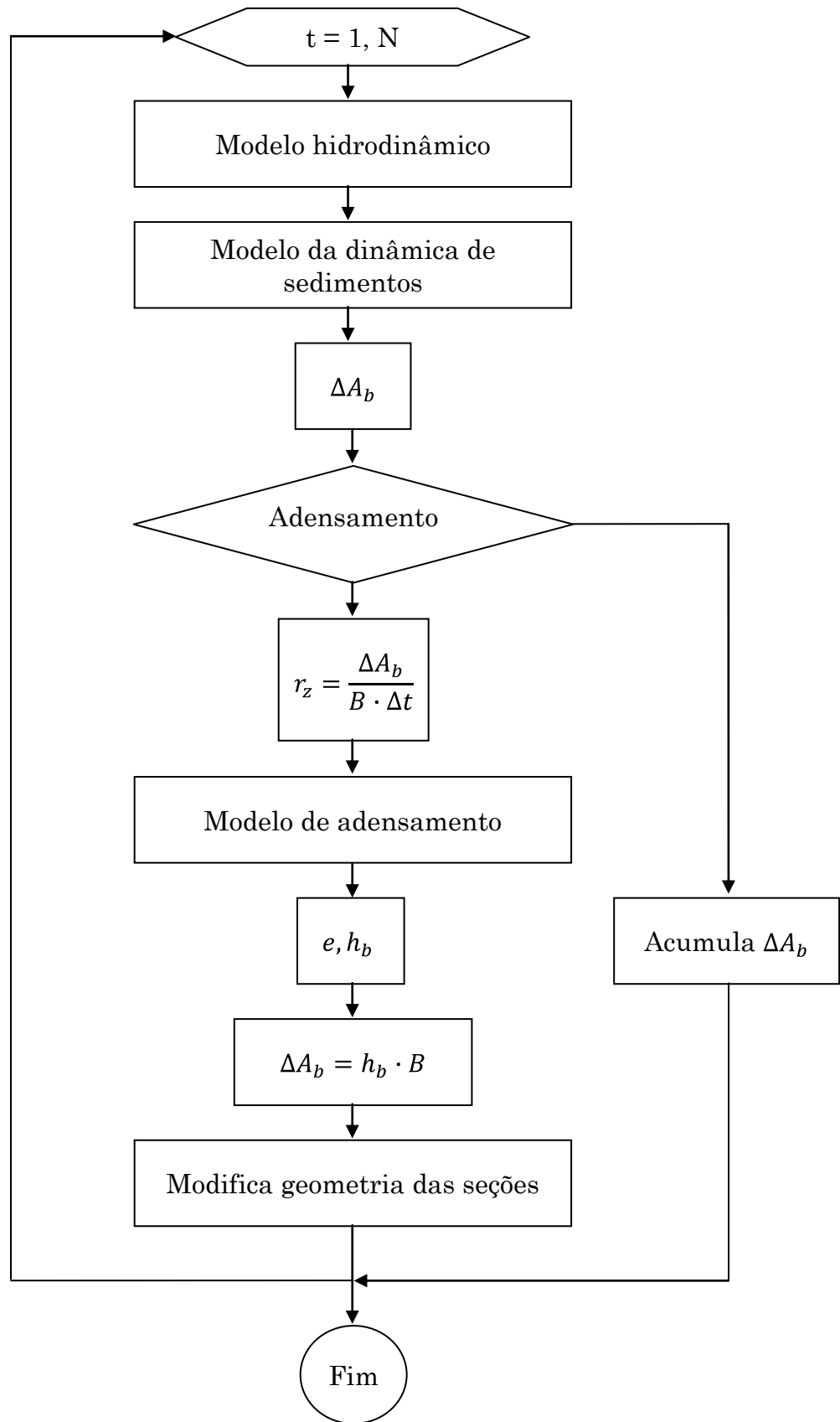


Figura 14 – Fluxograma do acoplamento do adensamento aos outros modelos.

Capítulo 6

Método de Monte Carlo

Avanços significativos estão sendo alcançados no entendimento da importância dos fatores envolvidos no assoreamento de reservatórios. Entretanto, prever o acúmulo de sedimentos num reservatório é ainda um problema complexo. Ao estimar o assoreamento num reservatório, muitas incertezas aparecem. Elas estão relacionadas com a vazão de água, a carga de sedimentos, o tamanho das partículas de sedimentos, o peso específico dos sedimentos depositados, a eficiência de retenção de sedimentos e a operação do reservatório, dentre outros (SALAS e SHIN, 1999).

A previsão do assoreamento em reservatórios está carregada de ambiguidades devido à variabilidade espacial e temporal, erros de medições e amostragens limitadas dos parâmetros que representam as propriedades do sistema, as condições iniciais e de contorno, e os termos fonte (GATES e AL-ZAHRANI, 1996).

O modelo que foi formulado ao longo dessa tese apóia-se em uma série de hipóteses simplificadoras. O grau de incerteza na formulação do modelo está relacionado com o grau no qual estas hipóteses são verdadeiras. O impacto relativo às hipóteses do modelo na sua capacidade de previsão não tem sido rigorosamente estudado, e não faz parte dos objetivos dessa tese apurar as incertezas devido à formulação inadequada do modelo. O foco estará nas

incertezas de interesse à aplicação do modelo, ou seja, aquelas associadas com a quantificação dos parâmetros do modelo.

Utilizar o modelo desenvolvido numa aplicação particular requer a especificação dos valores dos parâmetros que representam as propriedades físicas, as condições de contorno, as condições iniciais e os termos fonte. Os valores assumidos por esses parâmetros numa dada aplicação são, de uma forma geral, ambíguos. A variabilidade espacial e temporal que é inerente aos fenômenos naturais, bem como os introduzidos pela intervenção humana, apresenta uma larga variedade de possibilidades. Além disso, as tentativas de quantificar os parâmetros do modelo em pontos no plano tempo-espaço num sistema são sempre prejudicadas por erros de medições e amostragem limitada. A incerteza paramétrica é importante por que ela gera, através das equações governantes, uma incerteza no comportamento previsto para o sistema. Ou seja, devido à dependência dos parâmetros incertos, as variáveis primárias do modelo estão sujeitas a incertezas. Associadas a essas incertezas estão noções de risco, confiabilidade e variabilidade que são importantes ao se tomar decisões durante o planejamento, o dimensionamento e a operação de um reservatório. Portanto, análises estocásticas propiciam um suporte para as considerações das possibilidades relacionadas com os processos envolvidos no acúmulo de sedimentos em reservatórios, ao atribuir a cada possibilidade uma probabilidade de ocorrência associada.

Dentre os métodos de simulação estocásticos, o método de Monte Carlo é um dos mais conhecidos e utilizados devido às suas características. Nesse método, soluções repetidas das equações governantes são obtidas para as correspondentes realizações dos parâmetros estocásticos. Desse modo, conjuntos de amostras das variáveis estocásticas dependentes são obtidos e, em seguida, analisados para descrever as distribuições de probabilidade e/ou os momentos estatísticos das respostas.

O método de Monte Carlo permite calcular a distribuição de uma determinada resposta $Y = g(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ através do seguinte processo (MARINILLI e CERROLAZA, 1999):

1. Os valores de cada parâmetro estocástico $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ são gerados. Uma forma de fazer isto é gerar um número aleatório (z_i) uniformemente distribuído no intervalo $[0,1]$. Então, com a função de distribuição de probabilidade acumulada ($F_{x_i}(x_i) = P(x \leq x_i)$) de cada parâmetro estocástico, o valor de cada parâmetro estocástico (x_i) é obtido através da expressão: $x_i = F_{x_i}^{-1}(z_i)$;
2. A resposta do problema é calculada numa base determinística, através do modelo, com os valores gerados para os parâmetros estocásticos;
3. Os passos 1 e 2 são repetidos até que um número estatisticamente representativo da resposta seja alcançado. O número necessário de simulações de Monte Carlo (ou seja, repetições) depende do número de momentos estatísticos a serem aproximados e do nível de confiança estatística desejada;
4. Finalmente, uma análise para obter as estatísticas da resposta, como a média, o desvio padrão, a moda, a assimetria, o coeficiente de variação e a função de distribuição de probabilidade, dentre outros, é realizada.

O método de Monte Carlo pode ser usado para estimar as características completas de distribuição das variáveis dependentes e é mais intuitivo e tratável que métodos como os de ordem finita (GATES e AL-ZAHRANI, 1996). Outra vantagem é que o método de Monte Carlo permite considerações isoladas de muitas realizações distintas que podem ocorrer no sistema modelado. Mesmo para problemas em que os métodos de ordem finita ou outros métodos simplificados podem ser aplicados, o método de Monte Carlo é, muitas vezes, necessário como referência para validação da aplicabilidade desses métodos. A desvantagem mais comumente citada relacionada ao método de Monte Carlo é que ele pode ser computacionalmente oneroso para problemas de tamanho e complexidade reais. Essa questão tem se tornado cada vez menos importante com o contínuo avanço na velocidade e memória dos computadores.

6.1. Geração de parâmetros estocásticos

A geração de parâmetros estocásticos pode ser feita de diversas maneiras. A seguir será descrita uma forma de obter esses parâmetros.

Inicialmente, é necessário gerar números aleatórios uniformemente distribuídos no intervalo $[0,1]$. Uma técnica utilizada é dada pela expressão (HARR, 1977; ANG e TANG, 1984):

$$z_{i+1} = (d z_i + e)(mod.m) \quad (171)$$

em que d , e , e m são parâmetros a serem selecionados. A Equação (171) significa que z_{i+1} é o resíduo da razão $(d z_i + e)/m$. Ang e Tang (1984) sugerem os seguintes valores: $d = 2^7 + 1$, $e = 1$, e $m = 2^{35}$. Para garantir que os valores gerados no início do procedimento sejam diferentes de zero, Marinilli e Cerrolaza (1999) adotaram $z_0 = 10^8$. O valor de z_1 é gerado com o valor de z_0 , z_2 com z_1 e assim por diante.

É preciso deixar claro que os números gerados com o procedimento acima são chamados números pseudo-estocásticos, porque eles podem ser reproduzidos exatamente como os mesmos valores de d , e , m e z_0 (MARINILLI e CERROLAZA, 1999).

Em seguida, a geração dos parâmetros estocásticos é feita através da função de probabilidade de cada parâmetro estocástico. Diferentes funções de distribuição de probabilidade podem ser usadas, tais como as distribuições normal, lognormal e beta (ANG e TANG, 1984). A distribuição normal fornece a seguinte equação:

$$x_i = \mu_x + \sigma_x \sqrt{-2 \ln z_i} \cos(2\pi z_i + 1) \quad (172)$$

$$x_{i+1} = \mu_x + \sigma_x \sqrt{-2 \ln z_i} \sen(2\pi z_i + 1) \quad (173)$$

em que μ_x e σ_x são a média e o desvio padrão, respectivamente, do parâmetro estocástico x . A distribuição lognormal fornece:

$$x_i = \exp y_i \quad (174)$$

em que y_i é normalmente distribuída. E, por fim, a distribuição beta fornece:

$$x_i = \frac{z_i^{1/(\alpha+1)}}{z_i^{1/(\alpha+1)} + z_i + 1^{1/(\beta+1)}}, \quad 0 \leq x_i \leq 1 \quad (175)$$

em que α e β são parâmetros que definem a forma da distribuição beta.

6.2. Método de amostragem hipercubo latino

Uma alternativa que reduz o número de conjuntos de parâmetros estocásticos necessários para as repetidas realizações do método de Monte Carlo e, conseqüentemente, reduz o número de respostas geradas e o custo computacional é o método de amostragem hipercubo latino. O conceito básico desse método está em gerar números randômicos de uma variável estocástica, dentro de seus limites, de uma maneira estratificada, de forma que a variabilidade como um todo do parâmetro estocástico possa ser razoavelmente delineada por uma amostra de tamanho limitado (SALAS e SHIN, 1999). As propriedades do hipercubo latino foram discutidas por McKay (1988). O conceito do método de amostragem hipercubo latino está ilustrado esquematicamente na Figura 15, e o procedimento pode ser resumido da seguinte forma:

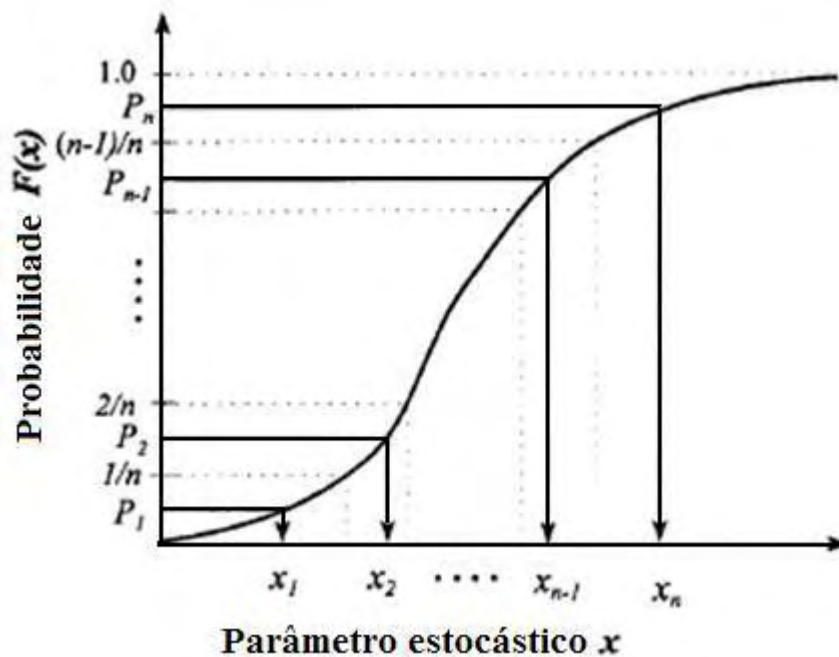


Figura 15 – Amostragem hipercubo latino. Fonte: Salas e Shin (1999).

1. Para um dado parâmetro estocástico x , obtém-se n números aleatórios, U_1, U_2, \dots, U_n , uniformemente distribuídos no intervalo $[0, 1]$.

2. Definindo

$$P_i = \frac{U_i + (i - 1)}{n}, \quad (i = 1, \dots, n) \quad (176)$$

Então cada P_i calculado cai exatamente dentro de cada um dos n intervalos, $(0, 1/n), (1/n, 2/n), \dots, ((n - 1)/n, 1)$, ilustrados na Figura 15;

3. A partir da função de distribuição de probabilidade acumulada $F(x)$ do parâmetro estocástico x , determinam-se os valores $x_i = F^{-1}(P_i)$ ($i = 1, \dots, n$), em que F^{-1} é a função inversa de F . Então, $x = [x_1, x_2, \dots, x_n]$ é o vetor amostra do parâmetro estocástico x . Note que esta amostra está em ordem crescente;

4. Realiza-se uma permutação randômica do conjunto (x_1, x_2, \dots, x_n) obtido no passo 3;

5. Repete-se os passos 1 a 4 para todos os parâmetros estocásticos.

Com o método de amostragem hipercubo latino, os diversos conjuntos de parâmetros estocásticos são gerados numa etapa anterior à etapa de simulação de Monte Carlo propriamente dita, em que o modelo determinístico é executado repetidamente para obter as respostas do problema de maneira estocástica. A razão para isto é que o método do hipercubo latino gera um conjunto de números estocásticos em ordem crescente, que precisam ser permutados aleatoriamente antes de serem usados na simulação de Monte Carlo.

6.3. Dependência entre parâmetros estocásticos

O processo descrito anteriormente assume que todos os parâmetros estocásticos são independentes. Entretanto, alguns desses parâmetros podem ser correlacionados. Nesse caso, a distribuição de probabilidade conjunta desses parâmetros deve ser obtida e utilizada na obtenção dos conjuntos de parâmetros estocásticos. Devido à dificuldade de se caracterizar a distribuição de probabilidade conjunta entre variáveis estocásticas, algumas técnicas

aproximadas têm sido sugeridas, como nos trabalhos de Iman e Conover (1982), Ford e McKay (1985) e Chang *et al.* (1994).

Por exemplo, seja o par de parâmetros estocásticos (x, w) correlacionados entre si. Supondo que a distribuição de probabilidades conjunta de (x, w) seja do tipo normal bivariada, para gerá-los a seguinte equação pode ser usada:

$$x_i = \mu_x + \rho\sigma_x \left(\frac{w_i - \mu_w}{\sigma_w} \right) + \sigma_x \sqrt{1 - \rho^2} \varepsilon_i \quad (177)$$

em que μ_u e σ_u denotam a média e o desvio padrão da variável u , respectivamente; ρ é o coeficiente de correlação entre x e w ; e, ε é normalmente distribuído com média zero e variância um.

Então, o par (x, w) pode ser gerado, por exemplo, no método de amostragem hipercubo latino, da seguinte forma: um conjunto de parâmetros estocásticos w_1, \dots, w_n é gerado de acordo com os passos 1 a 3 do método hipercubo latino, descrito anteriormente, e o conjunto x_1, \dots, x_n é gerado conforme a Equação (177). Então, faz-se uma permutação randômica dos pares $\{(x_1, w_1), (x_2, w_2), \dots, (x_n, w_n)\}$.

6.4. Análise de sensibilidade dos parâmetros estocásticos

Algumas vezes, quando um número muito grande de parâmetros estocásticos está envolvido na determinação das respostas estocásticas de um problema, uma análise de sensibilidade pode ser realizada para determinar o grau de influência de cada parâmetro estocástico na incerteza da resposta. Tal análise pode ser feita baseada numa porção limitada do método de simulação de Monte Carlo ou no método de amostragem hipercubo latino. O conceito é que pela análise de sensibilidade, os parâmetros estocásticos que são mais importantes para a incerteza da resposta sejam selecionados para uma análise mais detalhada. Assim, o número de parâmetros estocásticos pode ser reduzido e uma análise de incertezas mais completa baseada num estudo mais amplo do método de Monte Carlo pode ser realizada (SALAS e SHIN, 1999).

O efeito dos parâmetros estocásticos na resposta pode ser medida através da avaliação do coeficiente de correlação simples (CCS) e do coeficiente

de correlação da posição (*CCP*) entre o j -ésimo parâmetro estocástico dado pelo vetor $x_1^j, x_2^j, \dots, x_n^j$ e o correspondente vetor resposta y_1, y_2, \dots, y_n . O coeficiente de correlação simples $CCS(x^j, y)$ do parâmetro estocástico x_i^j ($i = 1, \dots, n$) e da resposta y_i ($i = 1, \dots, n$) pode ser calculado pela expressão (SALAS e SHIN, 1999):

$$CCS(x^j, y) = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i^j - \mu_x^j)(y_i - \mu_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^j - \mu_x^j)^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \mu_y)^2}} \quad (178)$$

em que μ_x^j é a média amostral do parâmetro estocástico x^j ; μ_y é a média amostral da resposta y ; e n é o tamanho da amostra.

O parâmetro estocástico que possui o *CCS* com maior valor absoluto é aquele que mais contribui para a incerteza da resposta. Se a relação entre o parâmetro estocástico e a resposta é não-linear, o *CCS* pode não ser um coeficiente apropriado para ser usado. Para uma relação não-linear, mas monotônica, o coeficiente de correlação da posição (*CCP*) pode ser utilizado no lugar do *CCS*. O cálculo do *CCP* pode ser feito a partir da Equação (178), ao substituir os valores do parâmetro estocástico e da resposta pelas suas correspondentes posições dentro do vetor ordenado de forma crescente. O maior valor absoluto obtido para o *CCP* corresponde ao parâmetro estocástico que mais interfere na incerteza da resposta (SALAS e SHIN, 1999). Além disso, uma diferença muito acentuada entre o *CCS* e o *CCP* pode indicar a existência de uma forte relação não-linear entre o parâmetro estocástico em consideração e a resposta (MCKAY, 1988).

Resultados e Discussão

O modelo desenvolvido neste trabalho foi implementado computacionalmente e resultou no software chamado SimSed. O programa SimSed foi escrito em linguagem orientada a objeto, Delphi 5, e é executado em plataforma Windows. Possui uma interface gráfica amigável, que facilita a entrada dos dados necessários à modelagem dos reservatórios de água e de rejeitos de mineração. A seguir, serão apresentados resultados obtidos a partir do programa computacional SimSed.

7.1. Simulação determinística de um reservatório de água

Para verificar se o modelo proposto simula adequadamente um problema real de sedimentação em reservatório de água, foi realizada uma modelagem computacional do Reservatório Imperial. Os dados necessários para simular este reservatório foram obtidos de Lopez (1978) e são descritos a seguir. Os resultados do modelo proposto são comparados com medições de campo e com os resultados numéricos do modelo matemático desenvolvido por Lopez (1978).

7.1.1. Descrição

O Rio Colorado nasce ao norte do estado americano do Colorado, nos altos picos das Montanhas Rochosas. De sua nascente, o rio percorre cerca de

2250 km na direção sudoeste até alcançar o Golfo da Califórnia, atravessando os vales montanhosos do Colorado, os cânions do sudeste do estado de Utah e norte do estado do Arizona, incluindo o Grande Canyon, e finalmente, abaixo do Lago Mead, os vales aluviais desérticos intercalados por cadeias de montanhas estéreis.

Na sua condição virgem, estima-se que o volume médio do Rio Colorado na Barragem de Hoover era aproximadamente de 21 bilhões de m³ de água por ano, variando entre 6 e 33 bilhões de m³. O rio também carregava um volume enorme de sedimentos e era considerado um dos que mais transportavam sedimentos em todo o mundo. Na Figura 16 está ilustrado o curso do rio e algumas estruturas de controle existentes entre a Barragem Glen Canyon e o Golfo da Califórnia, no baixo Rio Colorado.

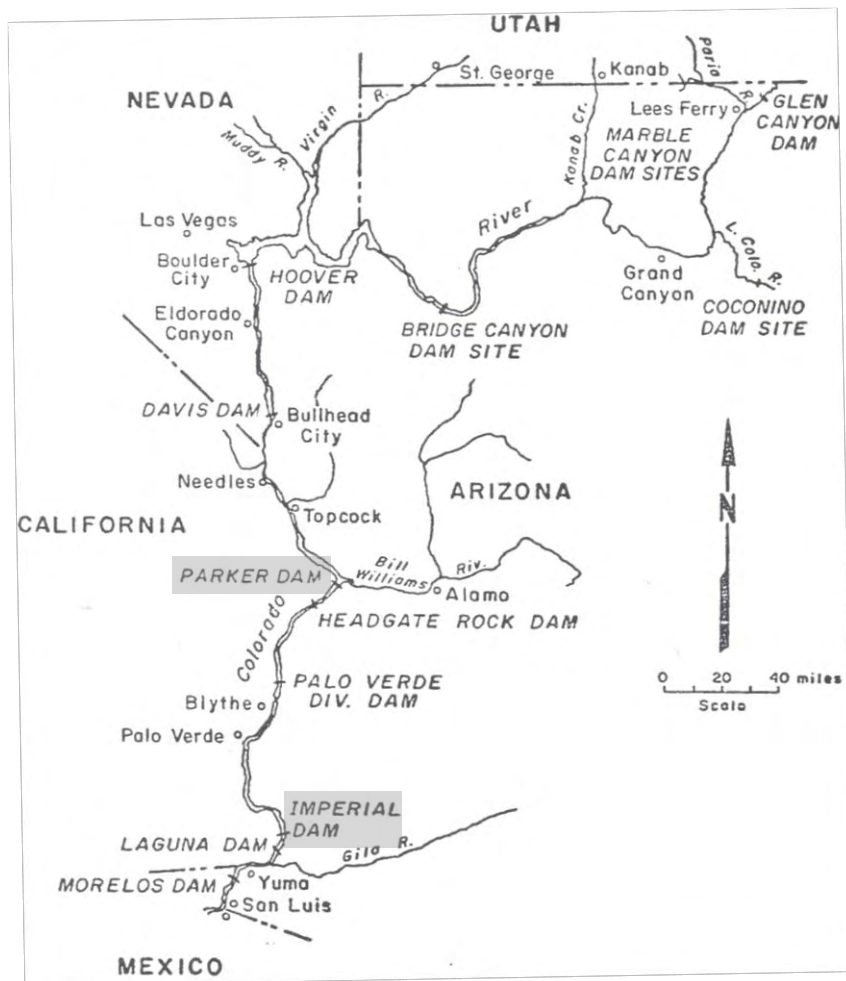


Figura 16 – Baixo Rio Colorado, desde a Barragem Glen Canyon até o Golfo da Califórnia. Fonte: Lopez (1978).

Entre as Barragens Parker e Imperial, o rio percorre cerca de 160 km através de três vales (Parker, Palo Verde e Cibola) que possuem uma agricultura rica e desenvolvida e em seguida entra num trecho mais confinado e relativamente inacessível de 65 km.

A área de estudo pode ser observada na Figura 17. Está localizada entre a Barragem Imperial e a estação Taylor's Ferry (aproximadamente a 97 km a montante). A Barragem Imperial, inaugurada em 1938, foi projetada e construída para possibilitar a implantação de sistemas de irrigação. A área de drenagem que produz os sedimentos que atingem o reservatório da Barragem Imperial é de cerca de 15.000 km², a partir da Barragem Parker.

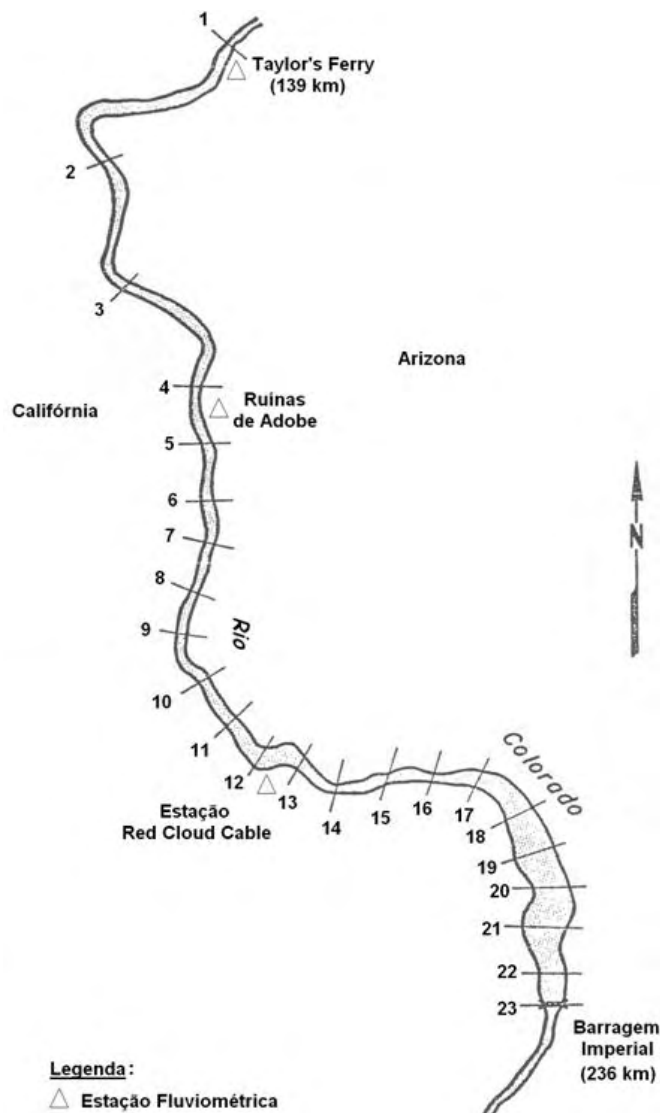


Figura 17 – Esquema da área de estudo mostrando as seções transversais. Fonte: Lopez (1978).

A água limpa que deixa a Barragem Parker, também inaugurada em 1938, provoca erosão do material do leito do rio e das margens no trecho abaixo da barragem, que se deposita a jusante, no reservatório da Barragem Imperial. O padrão de erosão e deposição no trecho entre as barragens Parker e Imperial é causado principalmente por três fatores: a água limpa que deixa a Barragem Parker; o efeito do reservatório da Barragem Imperial; e, o perfil côncavo do rio com taludes muito inclinados em algumas regiões. Um trecho de balanço com 16 km de extensão, próximo à seção 22 do rio (Figura 17), se desenvolveu nos dois primeiros anos após o fechamento das barragens. Acima desse trecho, ocorreu erosão consistente e, abaixo dele, deposição consistente. O trecho do rio entre as Ruínas de Adobe (Figura 17) e a Barragem Imperial constitui propriamente o reservatório criado pela Barragem Imperial. A maioria dos sedimentos produzidos na bacia é depositada nesse trecho, sendo que a maior parte deposita nas áreas adjacentes ao canal original do rio (LOPES, 1978).

A Barragem Palo Verde, criada para permitir irrigação e localizada entre as barragens Parker e Imperial, foi construída em 1952 e, conseqüentemente, afetou o regime do rio acima da Barragem Imperial. Entretanto, esse estudo diz respeito apenas ao processo de sedimentação que ocorreu acima da Barragem Imperial entre os anos de 1938 e 1943, ou seja, antes da construção da Barragem Palo Verde.

7.1.2. Dados disponíveis

Os dados disponíveis sobre o Rio Colorado, acima da Barragem Imperial, que puderam ser utilizados para a verificação do modelo matemático incluem (LOPES, 1978):

- Mapas topográficos: mapas do relevo da região, na escala 1:24.000, obtidos pelo Departamento de Interior do U.S.G.S.;
- Seções transversais: foram realizados levantamentos batimétricos e topográficos em 23 seções transversais (localizadas na Figura 17), no trecho entre a Barragem Imperial e a estação Taylor's Ferry, em intervalos de tempo regulares desde o fechamento da barragem, e foram obtidas as

elevações médias do leito e o volume de material depositado. Estas seções estão apresentadas na Figura 18, e sua numeração corresponde à numeração usada no modelo computacional;

- Registros das vazões do rio: foram obtidos nas estações Taylor's Ferry e Red Cloud Cable, no período de 1938 a 1943;
- Amostragem do sedimento em suspensão: amostras do sedimento em suspensão foram coletadas no período de 1939 a 1943, na estação Taylor's Ferry, para determinar a vazão e a composição granulométrica. As curvas granulométricas do material em suspensão, em diferentes instantes de tempo, são apresentadas na Figura 19;

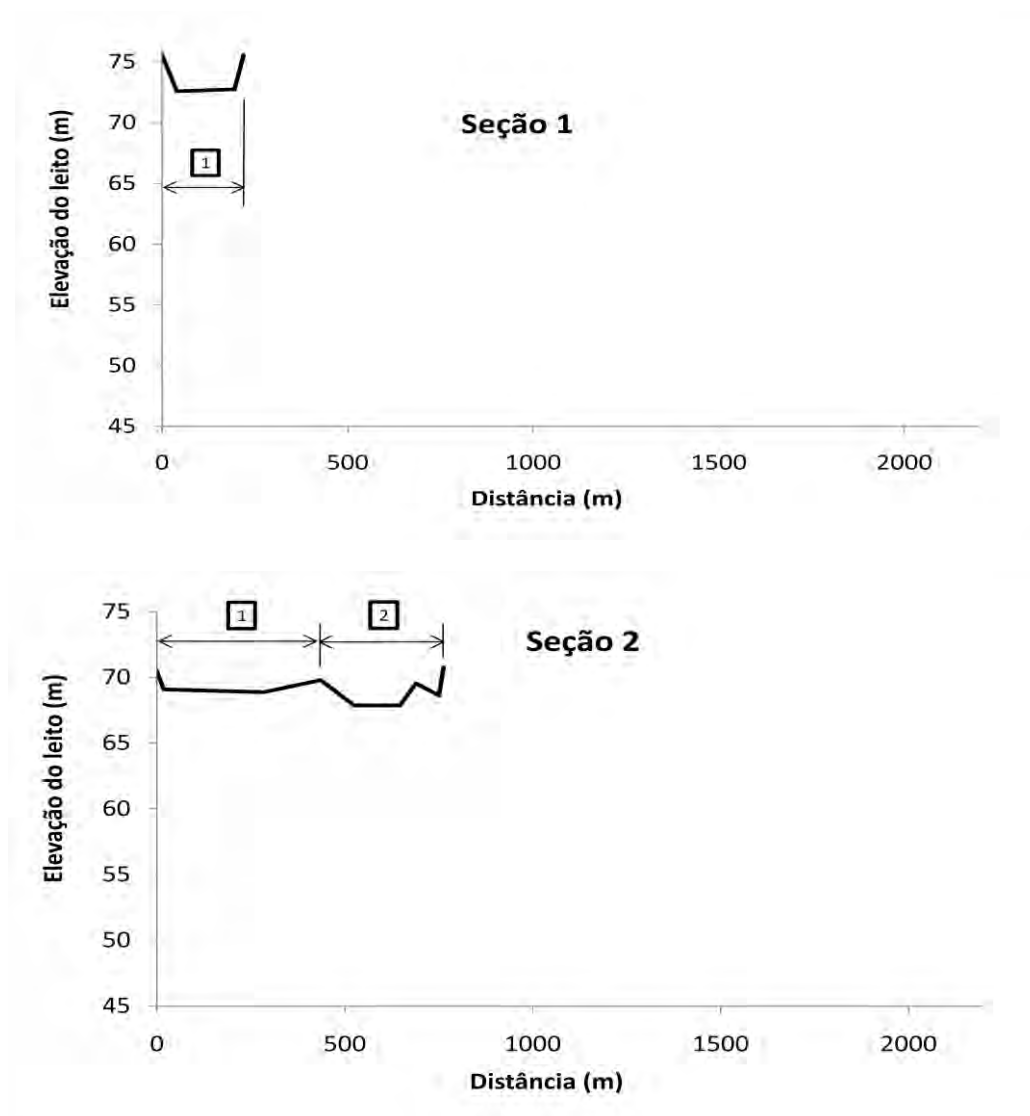


Figura 18 – Seções transversais iniciais e subseções para o modelo geométrico.

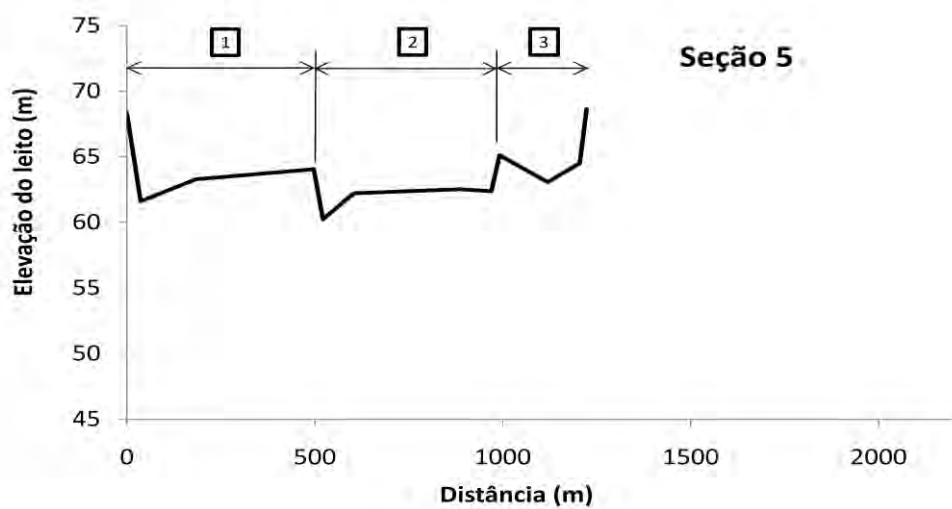
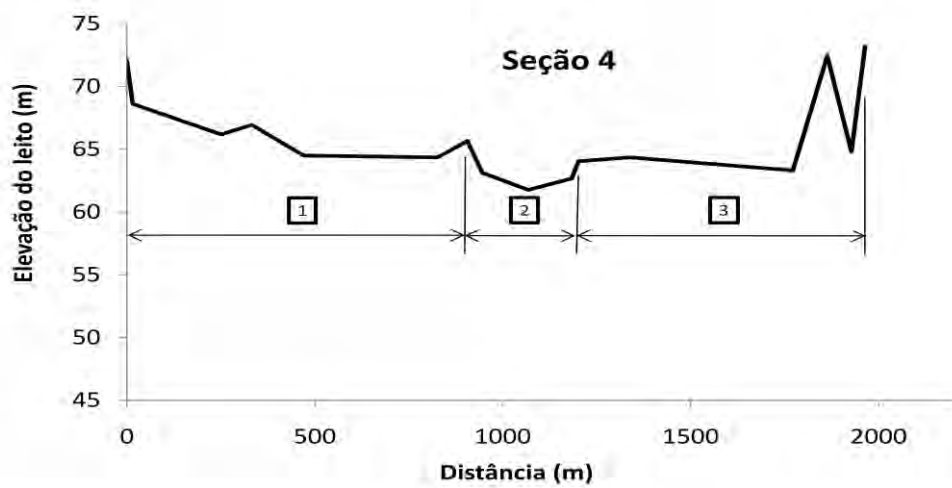
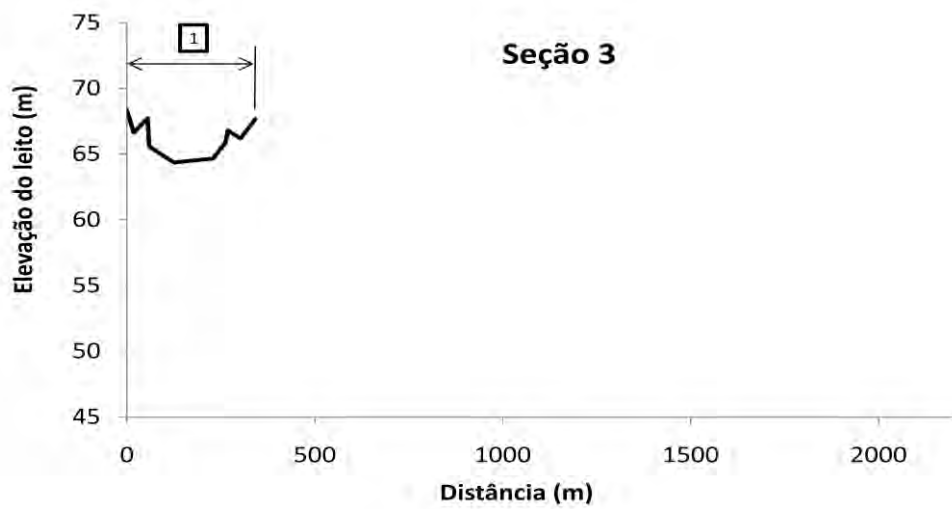


Figura 18 – Continuação.

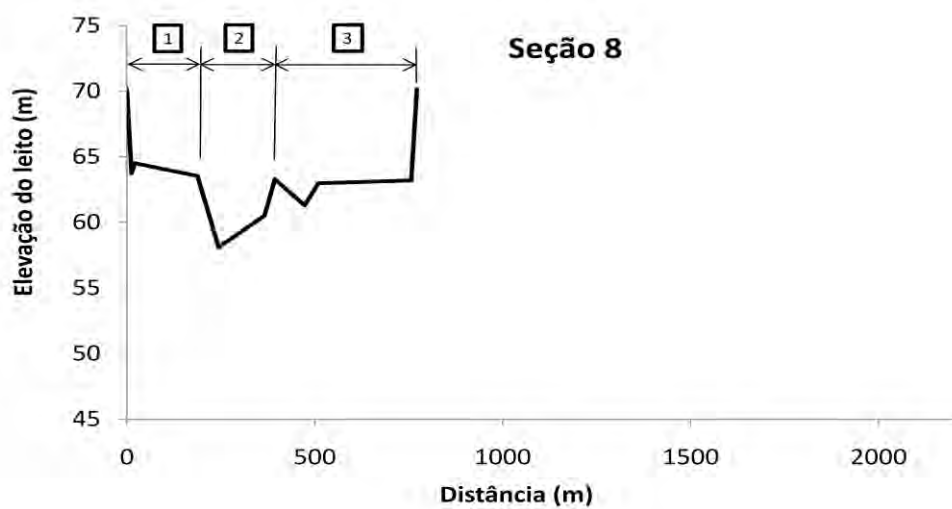
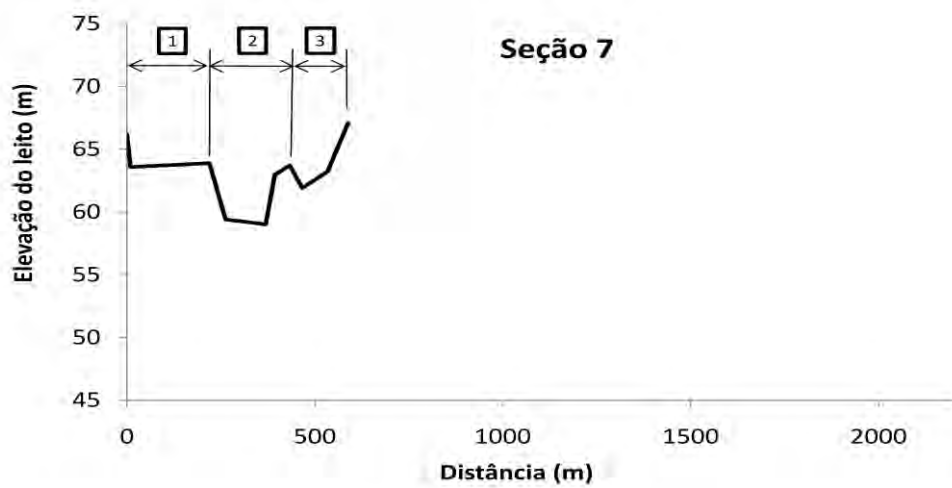
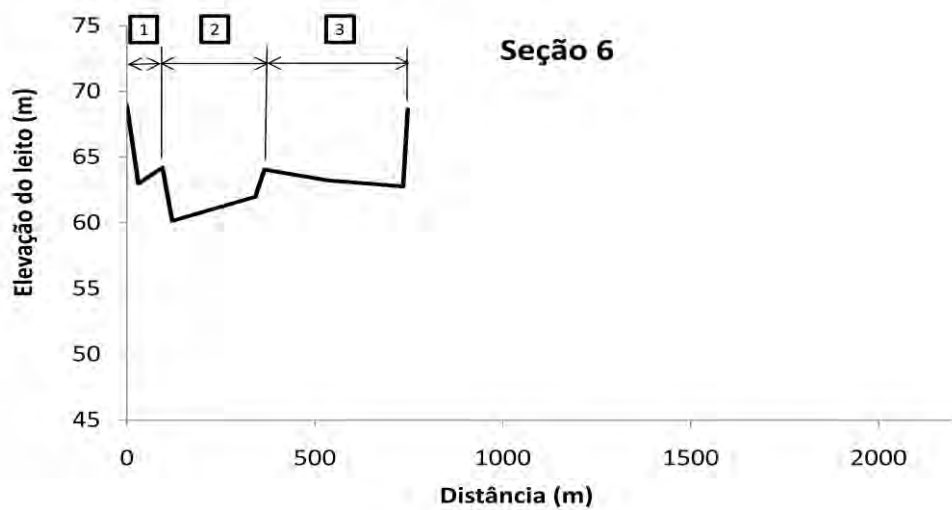


Figura 18 – Continuação.

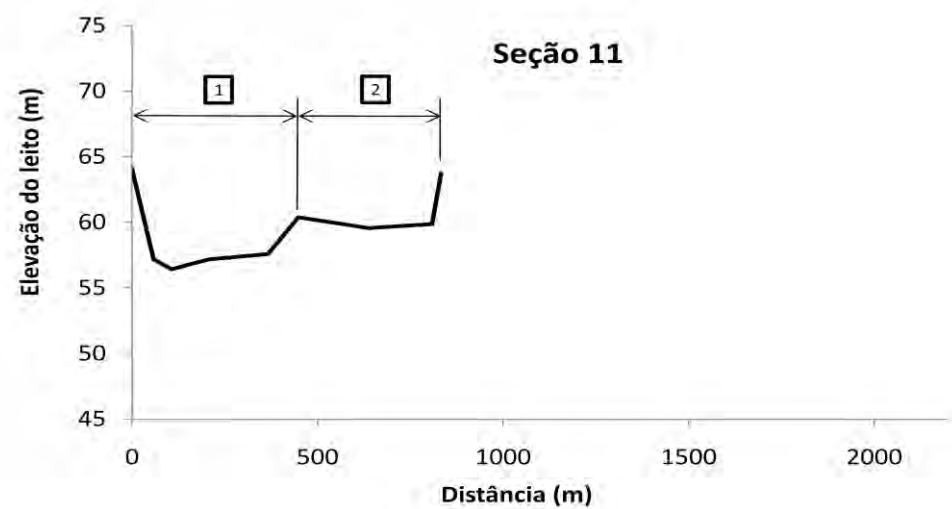
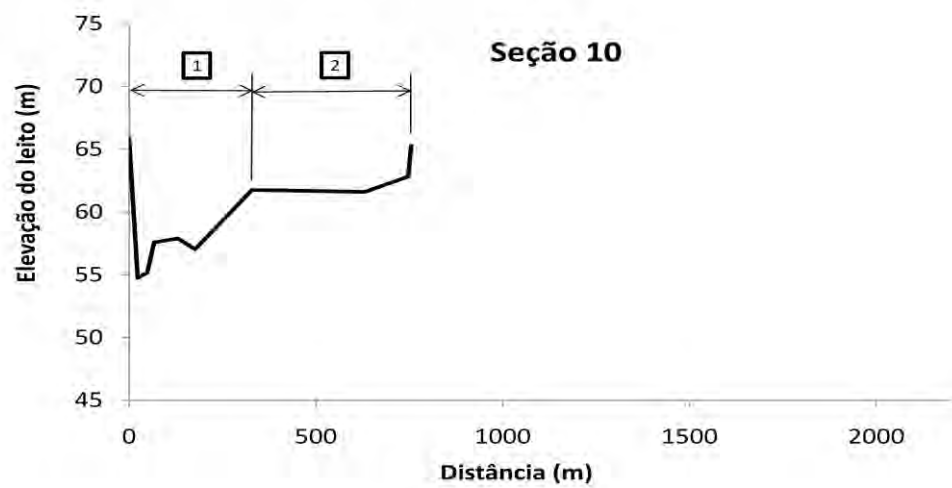
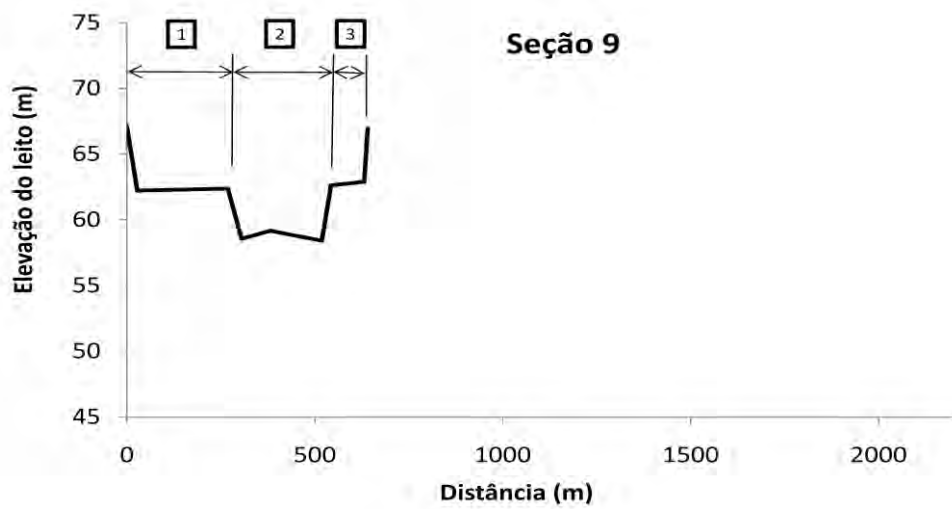


Figura 18 – Continuação.

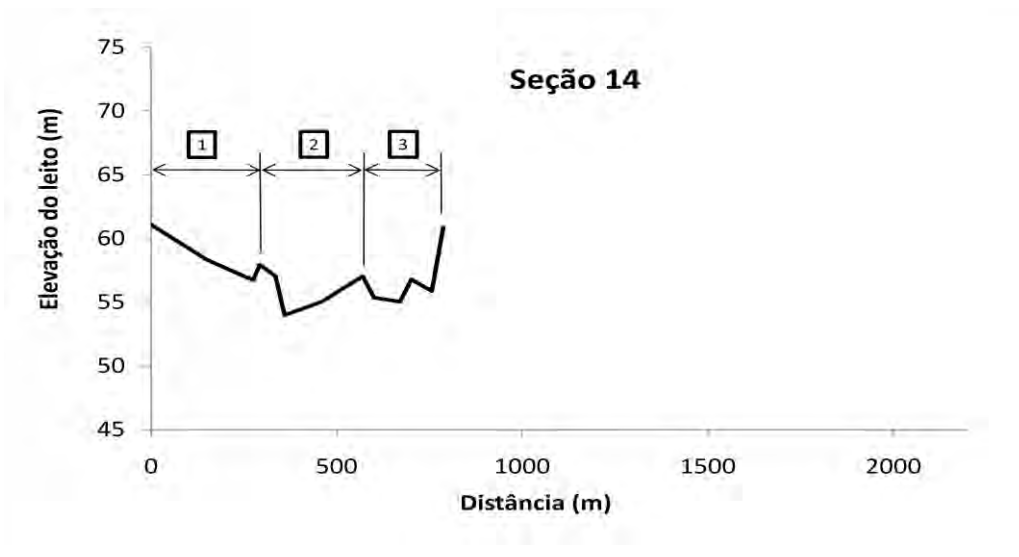
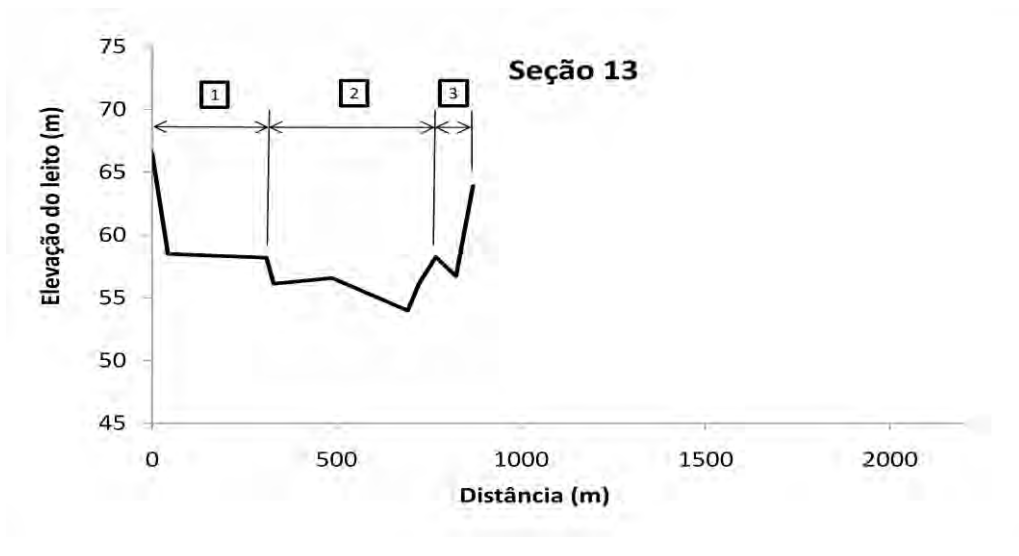
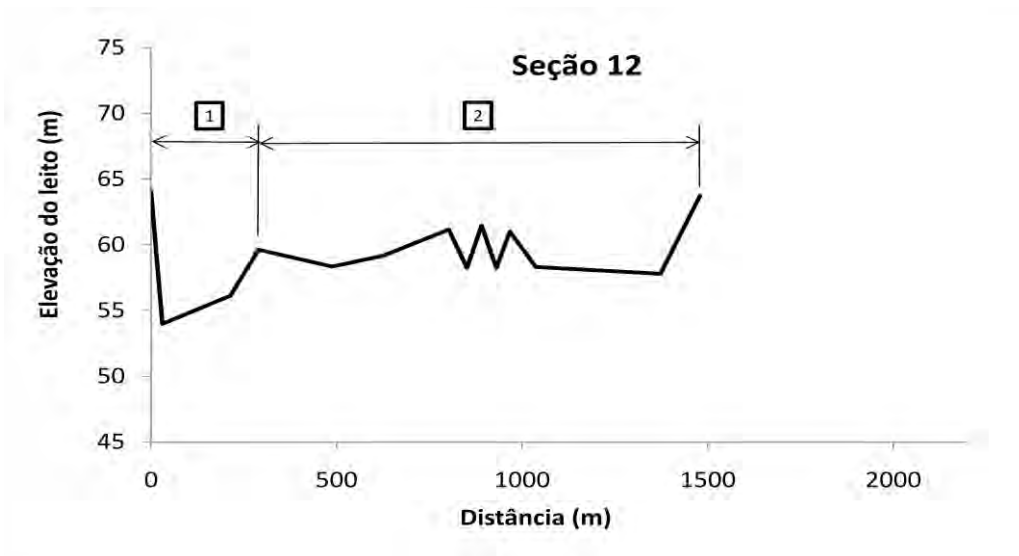


Figura 18 – Continuação.

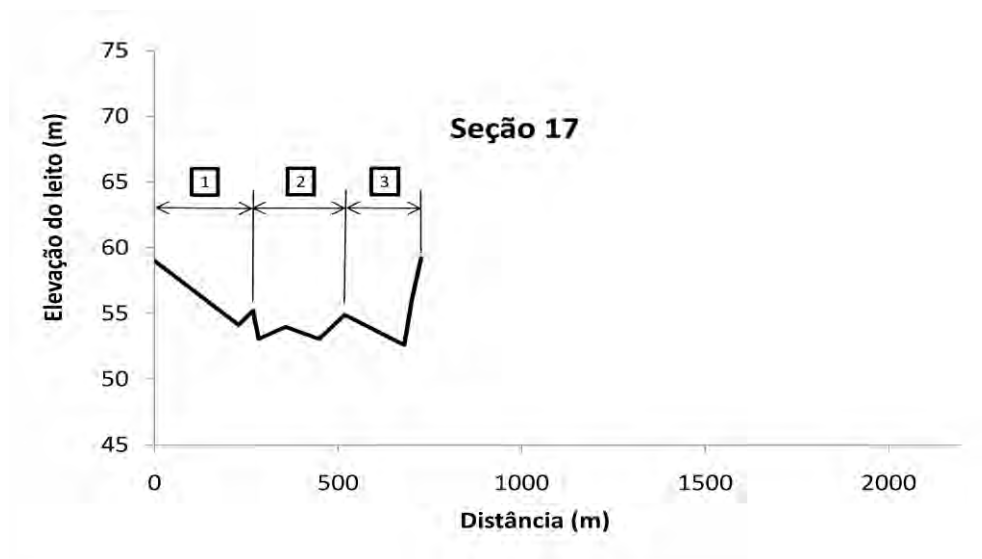
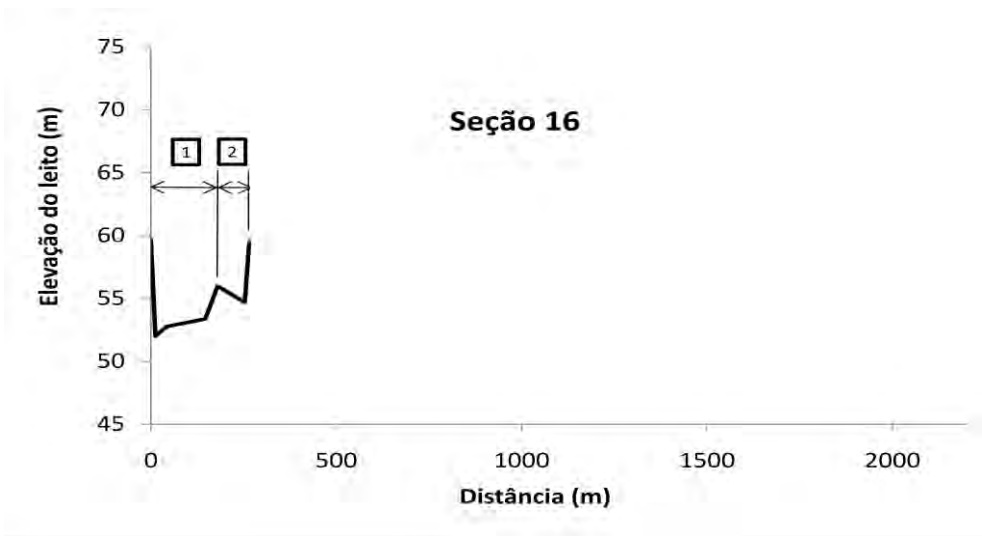
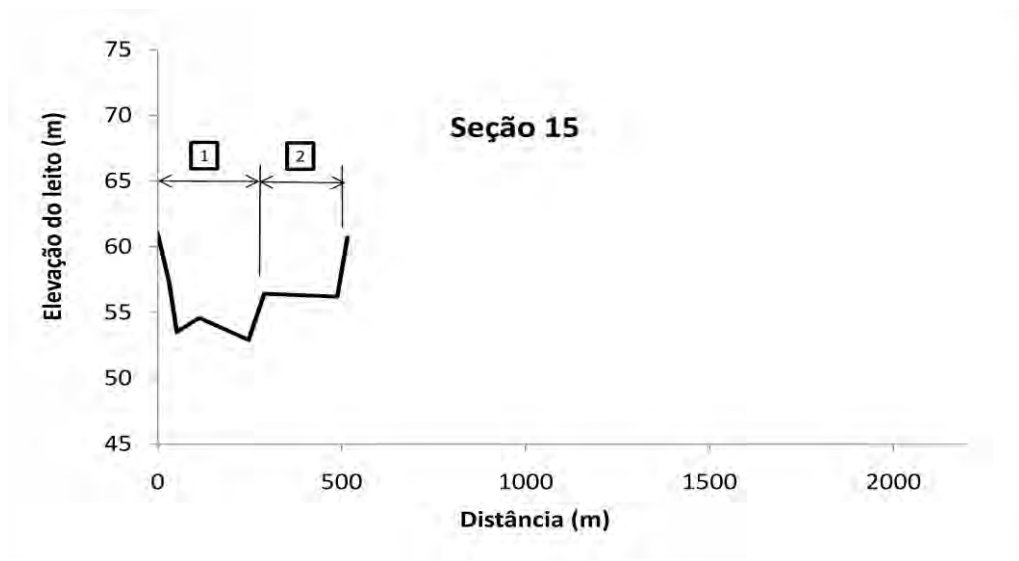


Figura 18 – Continuação.

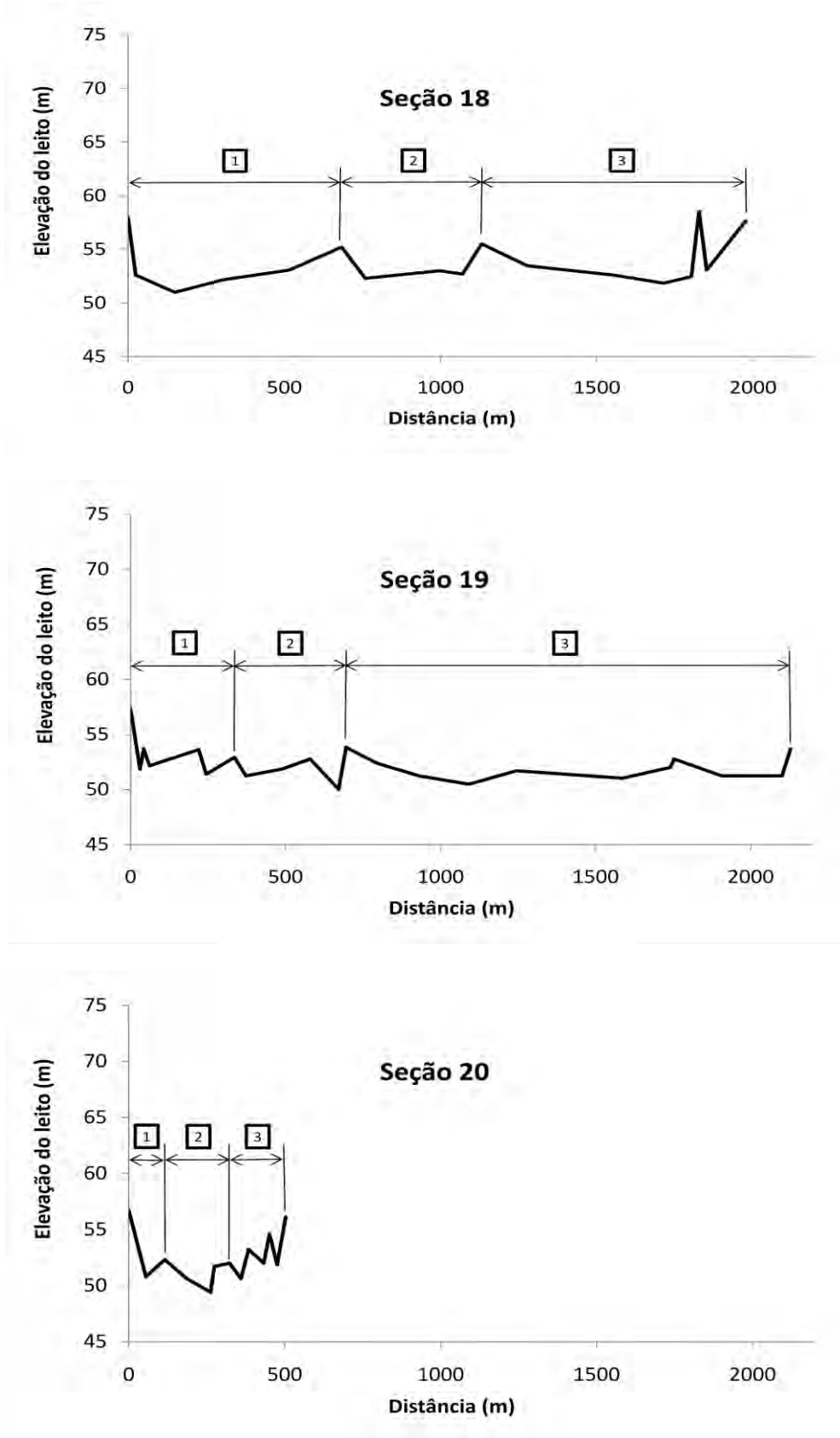


Figura 18 – Continuação.

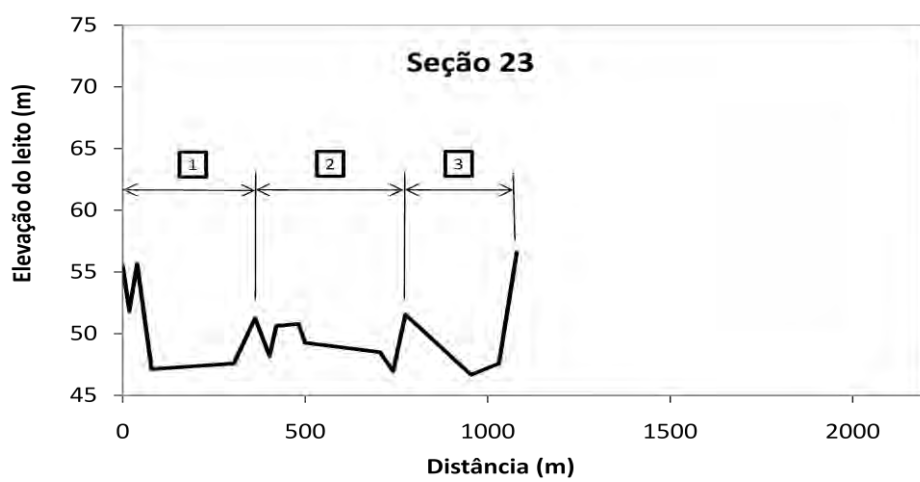
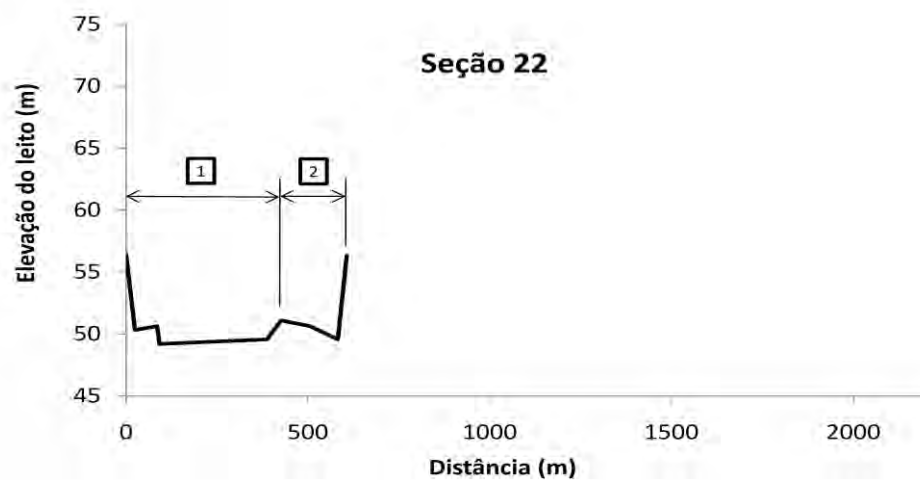
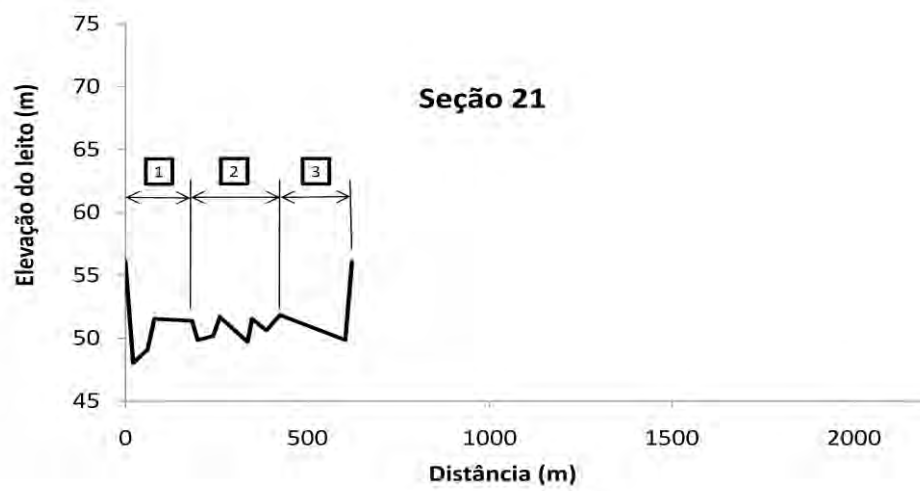


Figura 18 – Continuação.

- Amostragem do material do leito: estas amostras foram coletadas durante a batimetria das seções transversais. Foram realizadas análises granulométricas das amostras e determinadas as curvas granulométricas. A Figura 20 apresenta as curvas granulométricas para o material de leito coletado nos anos 1938 e 1945 próximo à estação Taylor's Ferry.

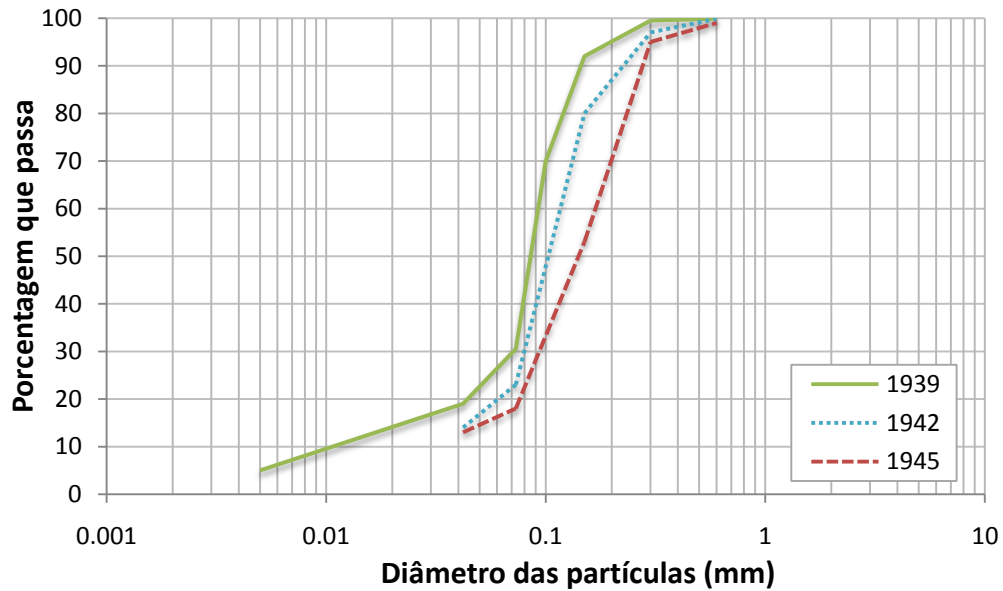


Figura 19 – Curvas granulométricas dos sedimentos em suspensão na estação Taylor's Ferry.

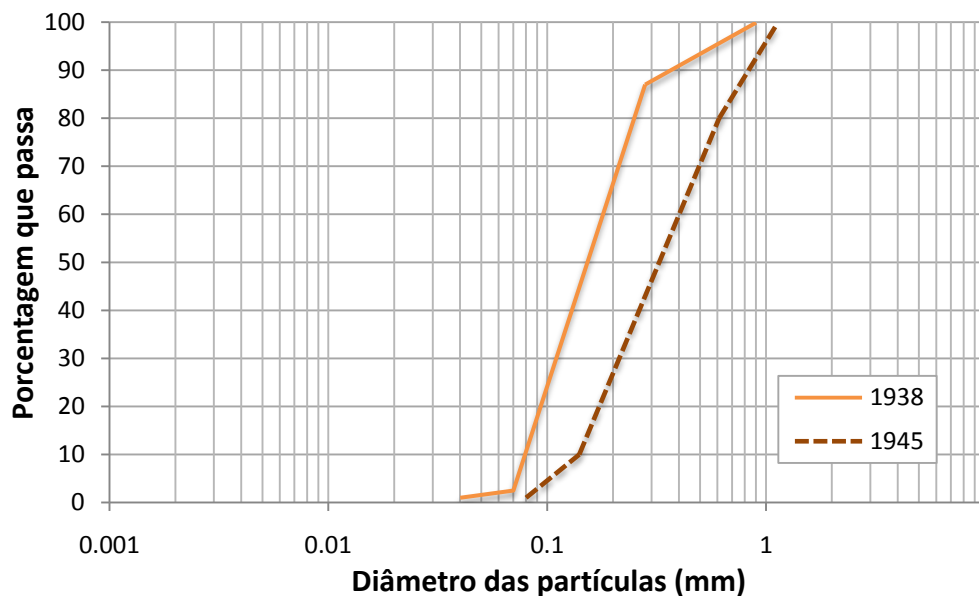


Figura 20 – Curvas granulométricas do material do leito coletado próximo à estação Taylor's Ferry.

7.1.3. Modelo computacional

A geometria do sistema é composta por 23 seções transversais (Figura 17). Cada seção transversal foi dividida em, no máximo, 3 subseções. Na Figura 18 está ilustrada a geometria das seções transversais referentes ao ano de 1938 e as respectivas subseções que foram usadas no modelo geométrico. A Tabela 2 indica o espaçamento (Δx) entre as seções e a distância medida a partir da Barragem Parker. A distância total do trecho de estudo entre a estação Taylor's Ferry e a Barragem Imperial é de 96,92 km.

A condição de contorno na saída do sistema é uma série histórica de níveis d'água obtida na seção transversal 23, logo acima da Barragem

Tabela 2 – Localização das seções transversais no trecho de estudo.

Seção #	Distância a partir da Barragem Parker (km)	Distância entre as seções (km)
1	139,104	16,261
2	155,365	9,338
3	164,703	10,626
4	175,329	2,737
5	178,066	3,220
6	181,286	3,059
7	184,345	2,737
8	187,082	3,703
9	190,785	3,703
10	194,488	2,254
11	196,742	3,703
12	200,445	2,898
13	203,343	3,220
14	206,563	3,542
15	210,105	3,220
16	213,325	3,381
17	216,706	2,898
18	219,604	3,381
19	222,985	3,220
20	226,205	3,703
21	229,908	4,186
22	234,094	1,932
23	236,026	-

Imperial. A variação na elevação do nível d'água com o tempo, para o período em consideração, está indicada na Figura 21.

Os históricos de vazão de água e vazão de sedimentos selecionados como condição de contorno na entrada do sistema foram as vazões médias mensais. O histograma das vazões de água que entram no reservatório da Barragem Imperial para o período de 1938 a 1943 está indicado na Figura 22 e o histograma das vazões totais de sedimentos está indicado na Figura 23.

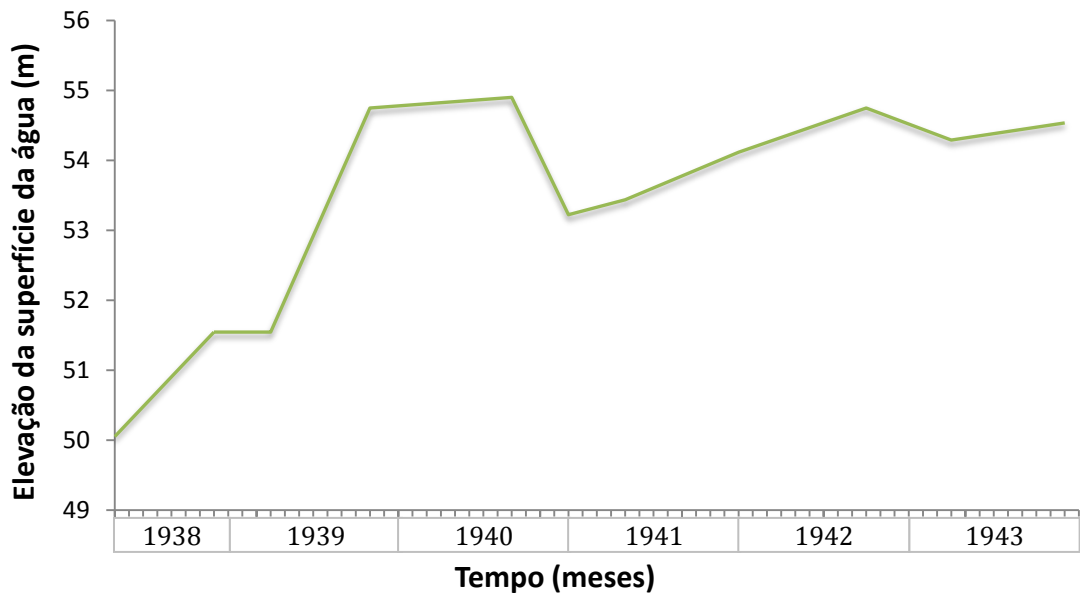


Figura 21 – Hidrógrafa de níveis d'água na Barragem Imperial para o período 1938-1943.

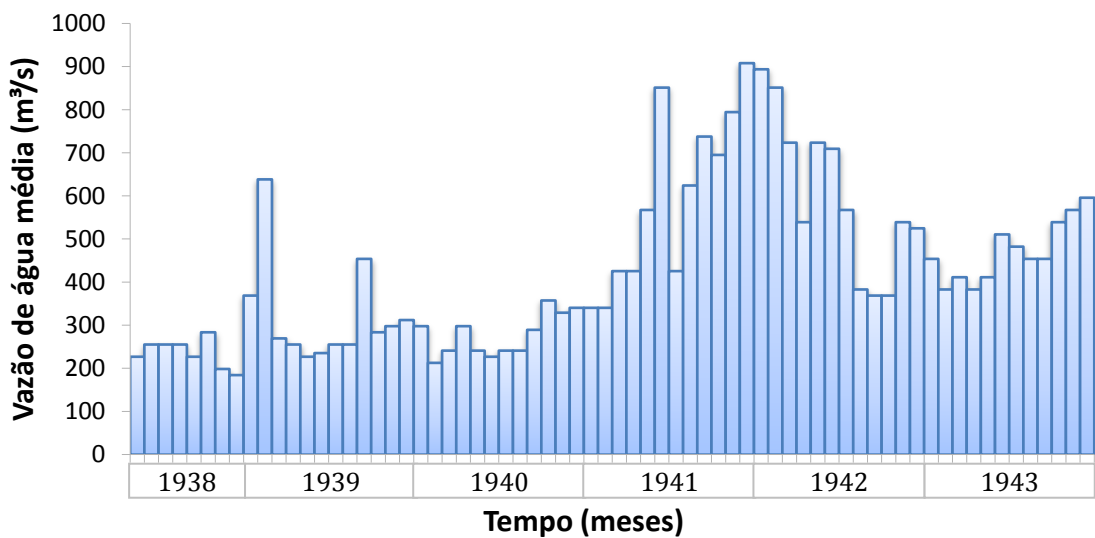


Figura 22 – Vazão de água média mensal na estação Taylor's Ferry para o período 1938-1943.

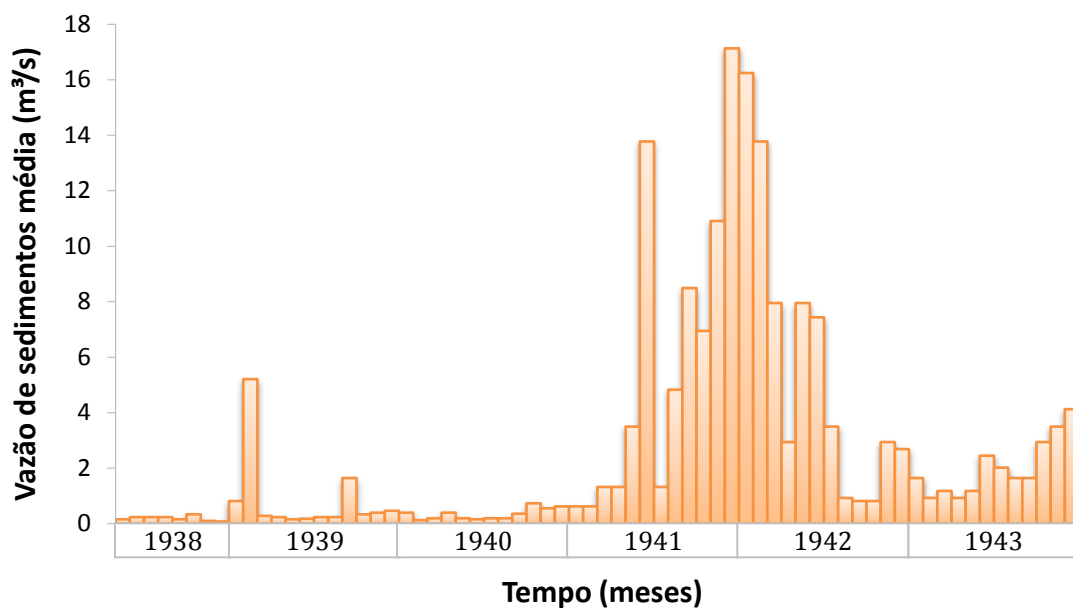


Figura 23 – Carga de sedimentos média mensal em Taylor’s Ferry para o período 1938-1943.

A carga de sedimentos que entra no reservatório foi separada em quatro classes de tamanho: silte, areia fina, areia média e areia grossa, seguindo a mesma classificação de Lopez, conforme descrito na Tabela 3. Essa classificação, entretanto, não é a da ABNT. Ela foi adotada para possibilitar a comparação dos resultados para cada classe de tamanho de sedimento.

A porcentagem de cada classe de sedimentos que entram no reservatório muda ao longo do tempo. Lopez utilizou o Método de Einstein Modificado e para estimar a fração de cada uma das classes em vários períodos de tempo. Os resultados obtidos estão indicados na Tabela 4. Essas frações foram usadas

Tabela 3 – Classes de tamanho de partículas dos sedimentos que entram no sistema.

Classe*	Faixa de tamanho das partículas (mm)	Média geométrica (mm)
Silte	< 0,0625	0,0625
Areia fina	0,0625 – 0,25	0,125
Areia média	0,25 – 0,50	0,35
Areia grossa	0,50 – 2,0	1,0

*Classificação conforme Lopez (1978)

Tabela 4 – Fração, por classe de tamanho, dos sedimentos que entram no sistema.

Classe	Silte	Areia fina	Areia média	Areia grossa
1939	0,31	0,62	0,06	0,01
1942	0,22	0,60	0,12	0,06
1945	0,15	0,47	0,23	0,15

para estimar as vazões de entrada para cada classe ao longo do tempo, que constituem também, uma condição de contorno da entrada do modelo proposto. Lopez assumiu que a carga de sedimentos afluentes era função da velocidade média do escoamento na entrada do sistema. Após calibrar uma função de potência com dados medidos na estação Taylor’s Ferry, ele obteve a seguinte relação, para cada classe de tamanho:

$$Q_{tk,in} = F_{tk}(376,17U^{3,38}) \quad (179)$$

em que $Q_{sk,in}$ é a vazão de sedimentos de tamanho k que entra no sistema; F_{sk} é a fração da classe de tamanho k ; e U é a velocidade média do escoamento na seção de entrada do sistema.

A Equação (179) foi utilizada em conjunto com os valores da Tabela 4 para estimar a vazão de sedimentos afluentes, por classe de tamanho, ao longo do tempo. Neste caso, a velocidade média do escoamento (U) foi substituída por Q/A , em que Q é vazão de água (Figura 22) e A é a área molhada da seção 1 (Figura 18). Como a área molhada varia ao longo do tempo, adotou-se um valor médio igual a 192,74 m² para todo o período.

Para o material do leito, o valor da fração de cada classe de tamanho de sedimento, no início do período de simulação, foi obtido a partir da Figura 20 e está indicado na Tabela 5.

O modelo computacional requer que o coeficiente de Manning seja determinado em cada subseção das seções transversais. No problema em estudo tem-se um total de 57 subseções. Lopez estimou esses valores através de um processo de calibração. Os mesmos valores para o coeficiente de

Tabela 5 – Fração inicial, por classe de tamanho, do material do leito.

Classe	Silte	Areia fina	Areia média	Areia grossa
Fração	0,02	0,78	0,18	0,02

Manning obtidos por Lopez foram utilizados no modelo proposto e estão indicados na Tabela 6.

A condição inicial para o escoamento foi calculada conforme está descrito na seção 3.6. Entretanto, Lopez obteve a condição inicial através de um processo de calibração, comparando a elevação da superfície da água com valores calculados pelo Bureau of Reclamation em 1938. Na Figura 24, estão ilustradas as elevações iniciais da superfície da água para o trecho em estudo, obtidas pelo modelo, por Lopez e pelo Bureau, além da elevação média do leito inicial. A elevação média do leito é calculada conforme a Equação (123).

Os valores adotados para os fatores de ponderação seguiram as recomendações de estabilidade, ou seja, $\theta = 1$ e $\psi = 0,9$. O incremento de tempo (Δt) utilizado foi 3 horas. A espessura de material do leito original disponível para erosão foi calibrado e resultou em 0,75 m. O diâmetro d_{50} do material do leito, obtido a partir da Figura 20, é igual a 0,15 mm.

É necessário, ainda, definir para o modelo as equações e os parâmetros que determinam a capacidade de transporte de sedimentos, a porosidade do material do leito, a distância de adaptação e a espessura da camada de mistura. Isso foi feito por tentativa e erro, em que se adotaram as equações e os parâmetros que melhor ajustaram a área de sedimento depositado calculada pelo modelo, por seção, com as áreas determinadas através de levantamentos batimétricos no ano de 1943. A seguir estão listadas as equações e os parâmetros calibrados para o modelo:

- Capacidade de transporte: Fórmula de Wu *et al.* (2000), Equação (104) e (105);
- Porosidade do material do leito: Fórmula de Komura e Simmons (1967), Equação (113);

Tabela 6 – Coeficientes de Manning para o trecho entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial.

Seção #	Subseção #	Coeficiente de Manning (s/m^{1/3})
1	1	0,016
2	1	0,016
	2	0,016
3	1	0,016
4	1	0,035
	2	0,016
	3	0,045
5	1	0,040
	2	0,016
	3	0,040
6	1	0,035
	2	0,016
	3	0,025
7	1	0,018
	2	0,016
	3	0,018
8	1	0,018
	2	0,016
	3	0,018
9	1	0,018
	2	0,018
	3	0,018
10	1	0,018
	2	0,018
11	1	0,018
	2	0,018
12	1	0,018
	2	0,018
13	1	0,018
	2	0,018
	3	0,018
14	1	0,030
	2	0,018
	3	0,026
15	1	0,018
	2	0,018
16	1	0,018
	2	0,040

Tabela 6 – Continuação.

Seção #	Subseção #	Coefficiente de Manning (s/m ^{1/3})
17	1	0,018
	2	0,018
	3	0,018
18	1	0,045
	2	0,018
	3	0,045
19	1	0,045
	2	0,022
	3	0,045
20	1	0,045
	2	0,027
	3	0,040
21	1	0,040
	2	0,027
	3	0,040
22	1	0,027
	2	0,040
23	1	0,040
	2	0,030
	3	0,040

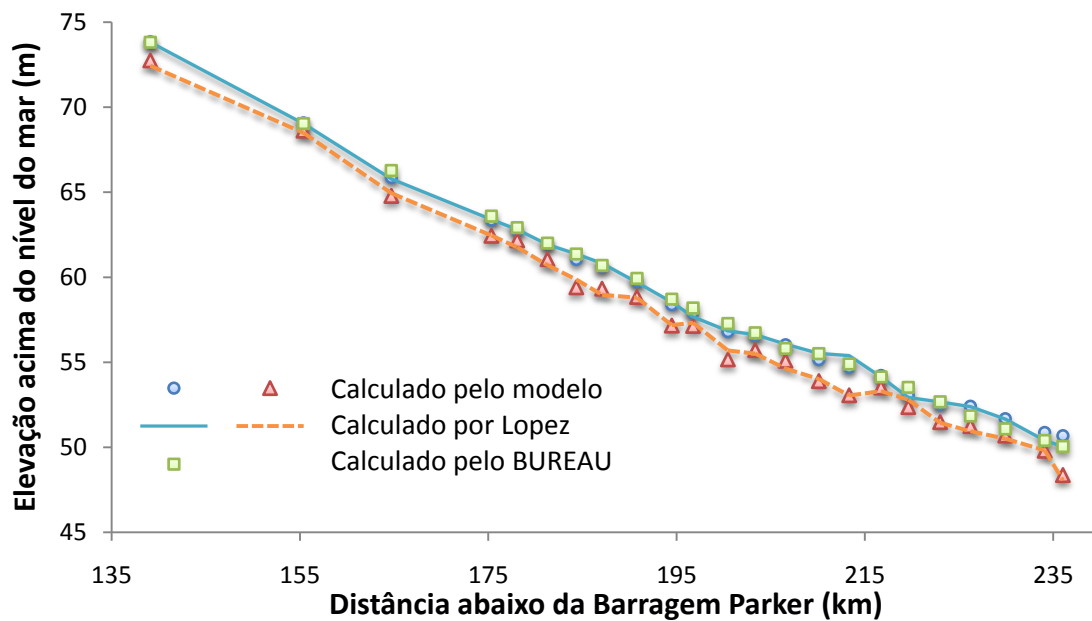


Figura 24 – Perfil da superfície da água e perfil médio do leito entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial, em 1938.

- Distância de adaptação
 - Para carga de leito: $L_{s,b} = 1850$ m;
 - Para carga em suspensão: Equação (119), com $\alpha = 1,1$;
- Espessura da camada de mistura: $\delta_m = 0,05$ m.

É preciso destacar que esta simulação não incluiu o adensamento dos sedimentos depositados.

7.1.4. Resultados da simulação

Cinco anos de simulação foram utilizados para calibrar o modelo. A área calculada de sedimento depositado foi comparada com a área determinada por batimetria. Apenas as áreas medidas das seções 5 a 23 do trecho entre a estação Taylor's Ferry e a Barragem Imperial estavam disponíveis e foram usadas na calibração. Após simular o problema repetidas vezes, fazendo-se variar os parâmetros do modelo, chegou-se ao conjunto de parâmetros que melhor aproximaram as áreas calculadas com as áreas medidas. O resultado desta comparação entre áreas de sedimento depositado no ano de 1943 está ilustrado na Figura 25. O erro relativo entre a área calculada e observada foi no máximo de 5% em quatro seções, de 15% em sete seções e de 20% em oito

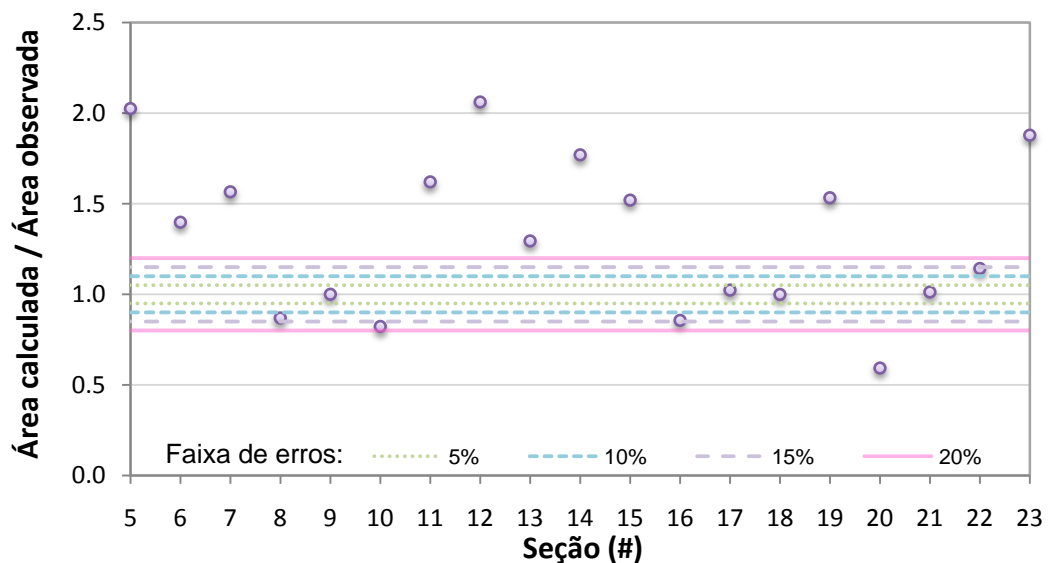


Figura 25 – Relação entre a área de sedimento depositado, calculada e observada, por seção, no ano de 1943.

seções. Em nenhuma seção, a área calculada foi maior que o dobro ou menor que a metade da área observada.

A Figura 26 indica a concordância entre o perfil de deposição de sedimentos obtido numericamente e o observado em campo em cada uma das seções transversais do trecho em estudo, para o período entre 1938 e 1943. De um modo geral, as mudanças nas seções transversais calculadas pelo modelo matemático estão razoavelmente próximas às observações de campo. O padrão de deposição lateral observado em algumas seções foi diferente do padrão considerado pelo modelo, mas, em geral, a extensão e a distribuição dos depósitos parecem estar em razoável concordância com as medições de campo.

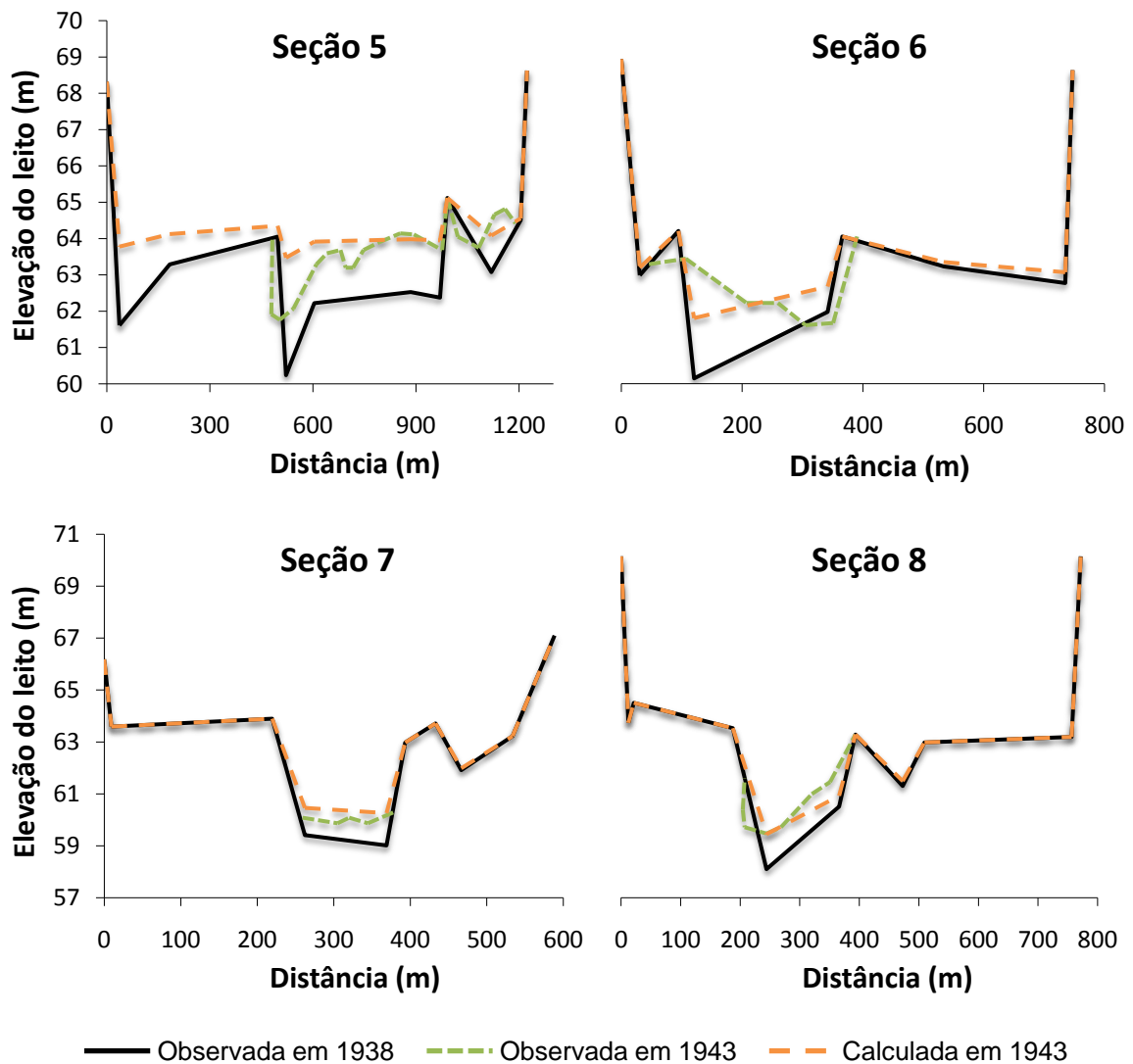


Figura 26 – Mudanças nas seções transversais do Rio Colorado entre Taylor’s Ferry e a Barragem Imperial após 5 anos de simulação.

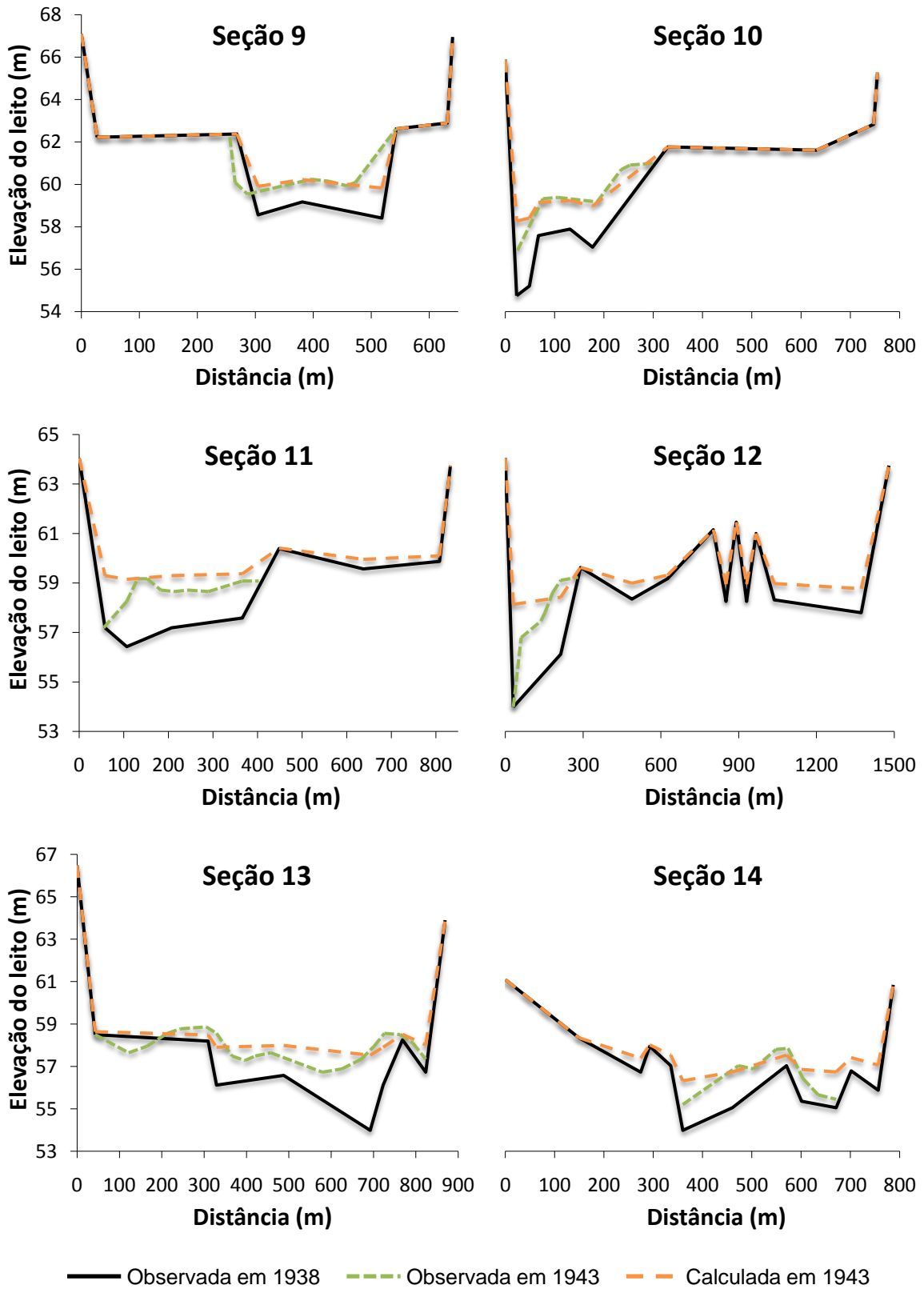


Figura 26 – Continuação.

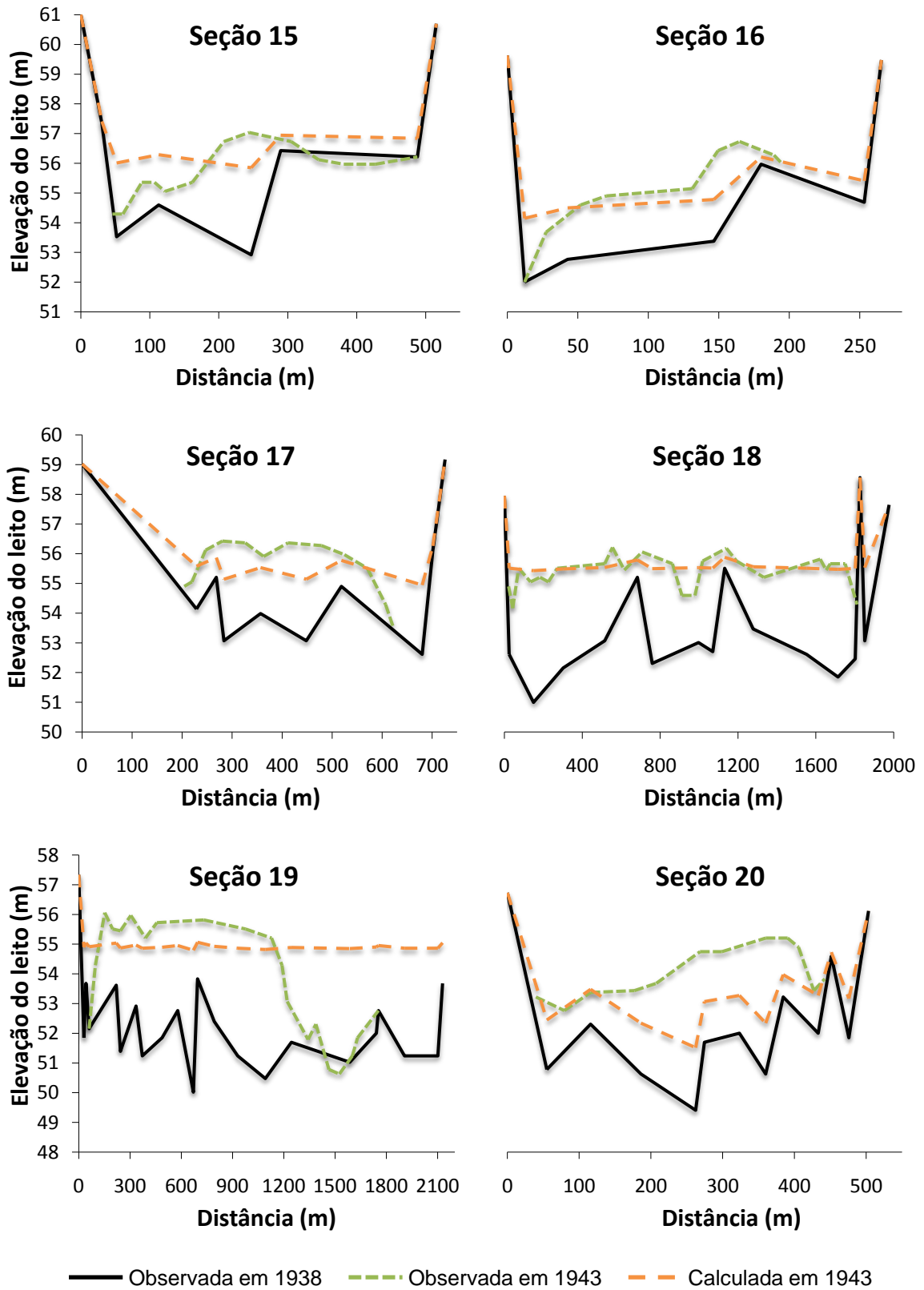


Figura 26 – Continuação.

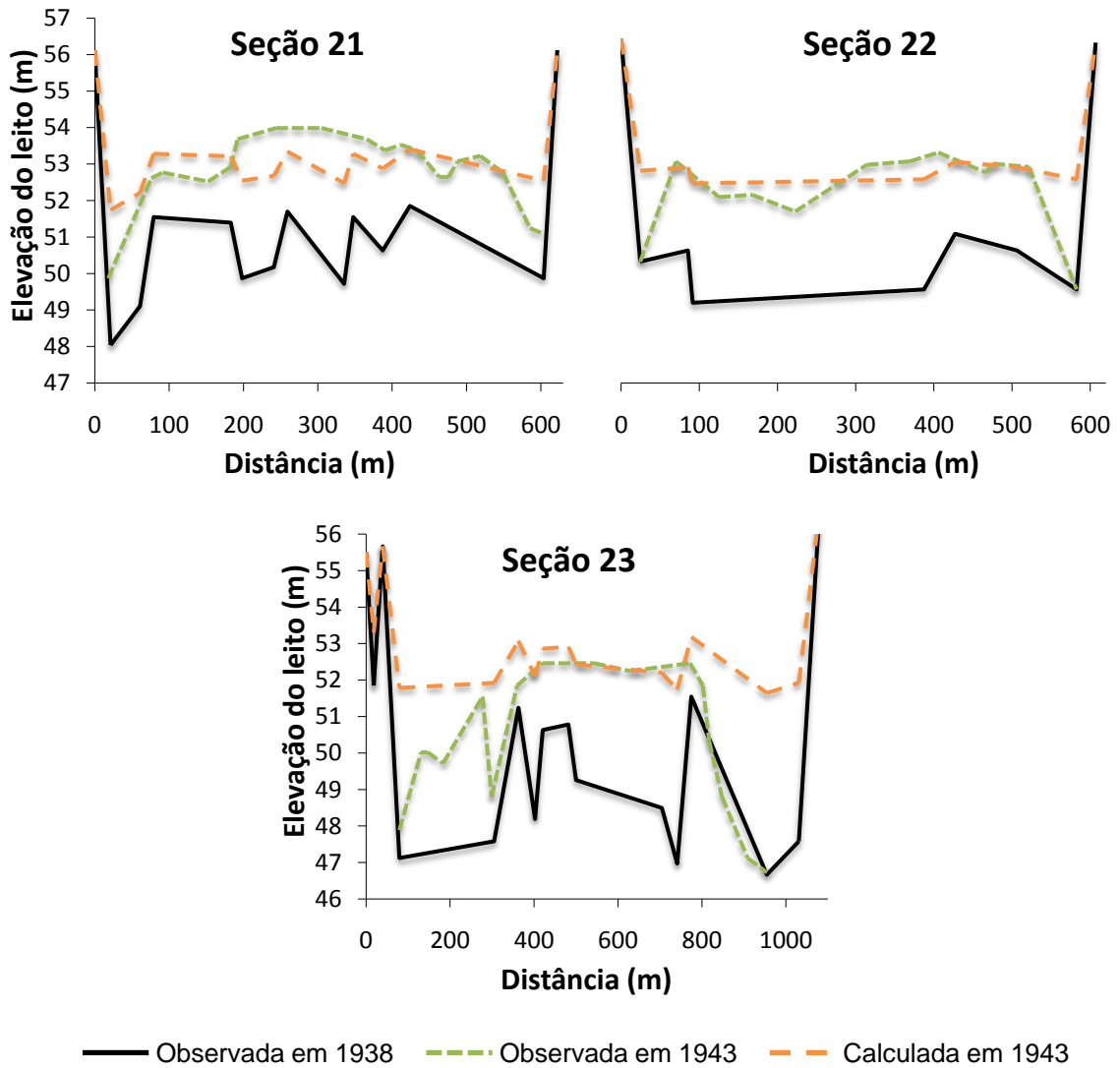


Figura 26 – Continuação.

Na Figura 27 está representado o acúmulo de sedimentos que ocorreu no trecho em estudo ao longo do tempo. Também está plotado o histograma das vazões médias mensais do sedimento que entrou no sistema no período. É possível perceber que houve aumento no volume depositado sempre que a carga de entrada dos sedimentos se intensificou.

O perfil da superfície da água calculado no trecho entre a estação Taylor's Ferry e a Barragem Imperial foi comparado com os valores medidos em três condições de escoamento distintas. Na Figura 28 está ilustrado o perfil

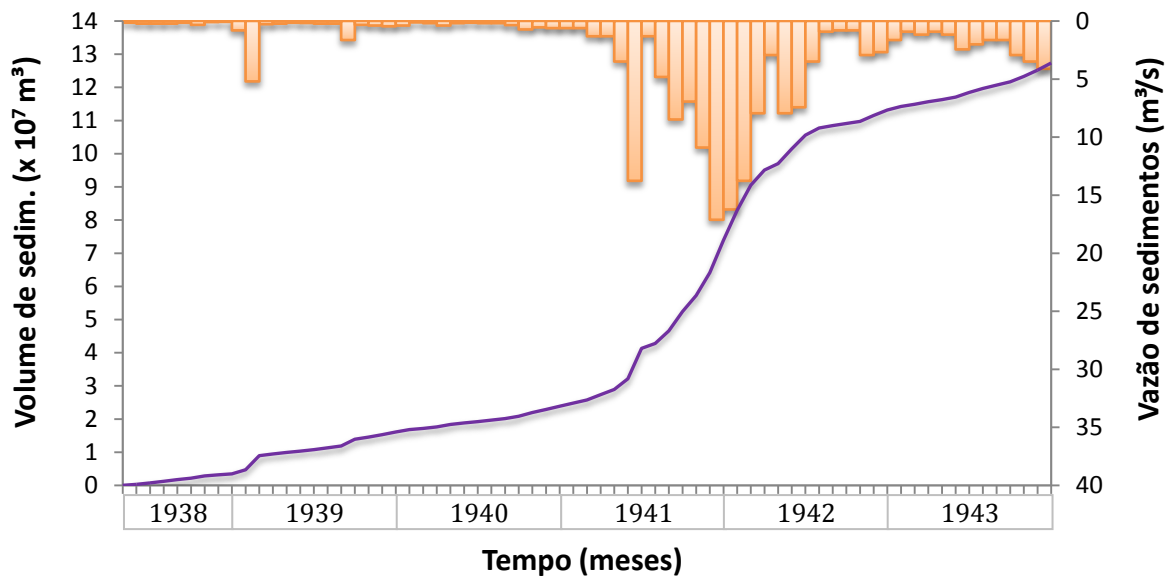


Figura 27 – Volume de sedimentos depositado ao longo do tempo entre Taylor's Ferry e a Barragem Imperial.

correspondente a uma descarga de água de pequena intensidade, igual a $255.000 \text{ m}^3/\text{s}$, que ocorreu em maio de 1940. Na Figura 29, o perfil corresponde a uma vazão de água de intensidade média, igual a $369.000 \text{ m}^3/\text{s}$, observada em outubro de 1942. Já na Figura 30, o perfil ilustrado está associado a uma vazão de intensidade elevada, igual a $908.000 \text{ m}^3/\text{s}$, relativa a janeiro de 1942. De maneira geral, percebe-se que o nível d'água foi levemente subestimado pelo modelo, principalmente na condição de vazão mais elevada (Figura 30). Mesmo assim, pode-se considerar que esses resultados estão dentro de uma margem de erro aceitável. Na região do lago criado pela barragem, onde a elevação do nível d'água é praticamente constante, o ajuste foi muito bom.

O modelo computacional não é capaz apenas de prever o volume de sedimentos depositados, mas também de estimar a taxa de sedimentação em todas as seções do sistema. A Figura 31 indica o perfil longitudinal médio do leito no trecho em estudo, entre as seções 4 e 23, calculados pelo programa em três instantes diferentes do período de simulação. Também está ilustrado o perfil do leito observado após cinco anos de deposição. Como pode ser

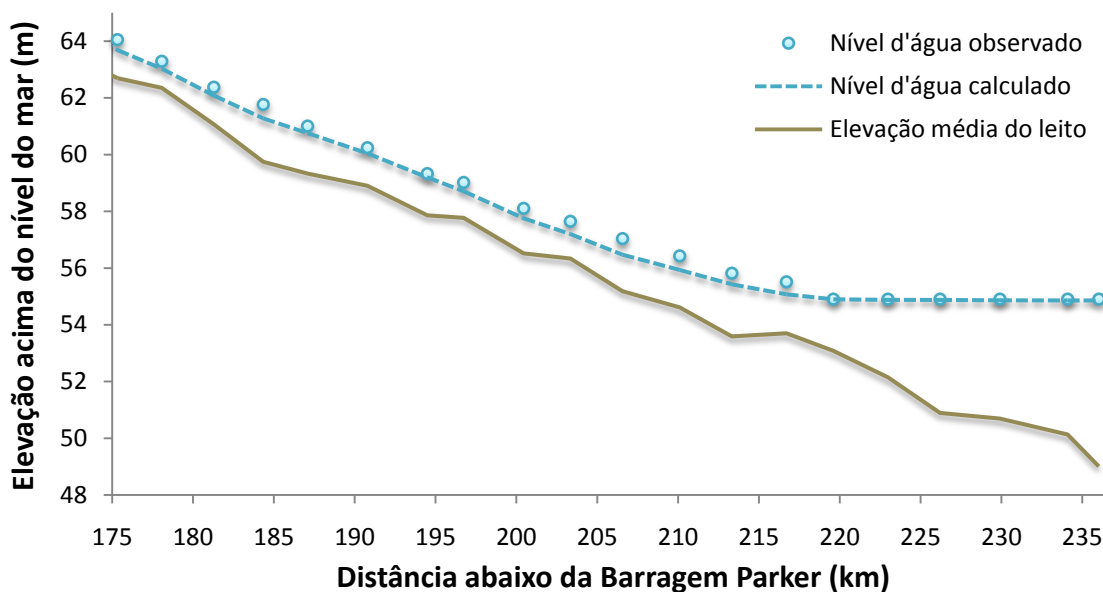


Figura 28 – Perfil da superfície da água entre as seções 4 e 23 para uma condição de escoamento de pequena intensidade (maio de 1940).

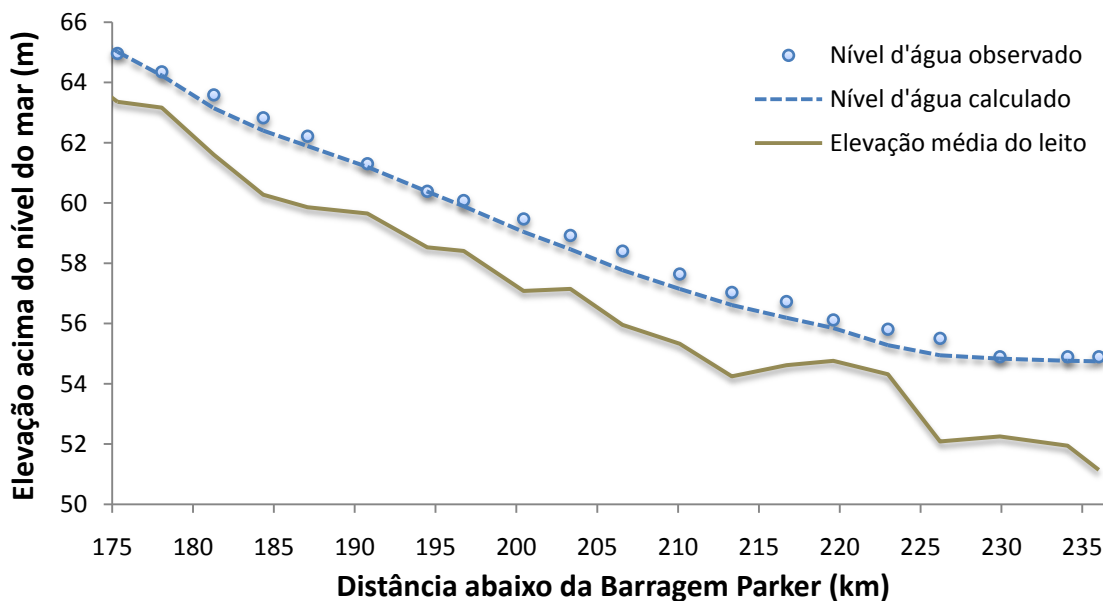


Figura 29 – Perfil da superfície da água entre as seções 4 e 23 para uma condição de escoamento de intensidade média (outubro de 1942).

visualizado, o material que entra no sistema vai se depositando no reservatório criado pela Barragem Imperial, fazendo o leito se elevar gradativamente ao longo do tempo. A concordância entre o perfil calculado e o perfil observado em 1943 é satisfatória.

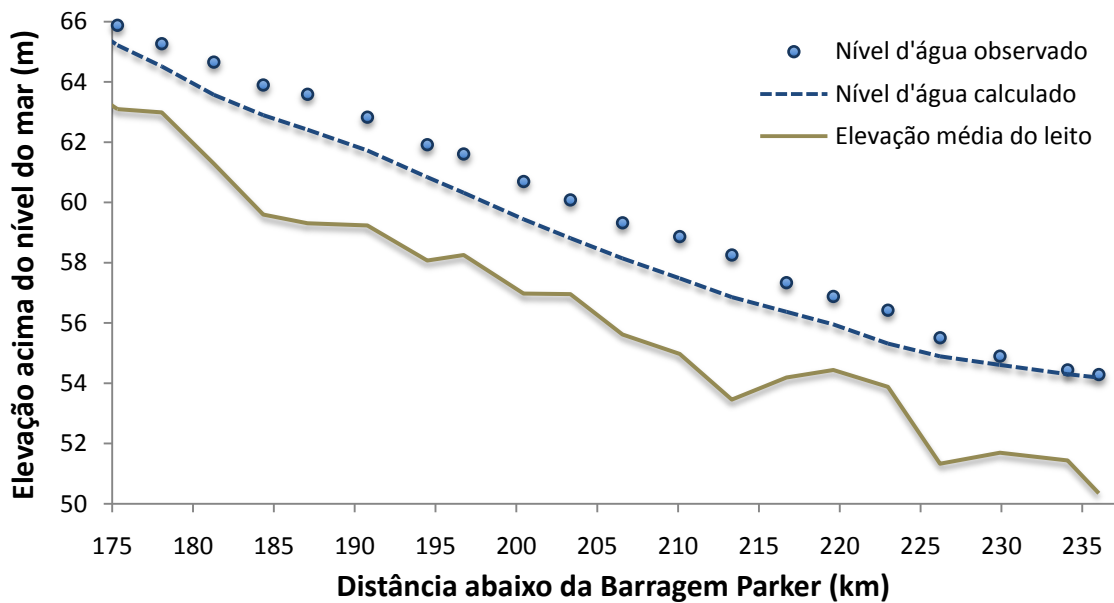


Figura 30 – Perfil da superfície da água entre as seções 4 e 23 para uma condição de escoamento de intensidade elevada (janeiro de 1942).

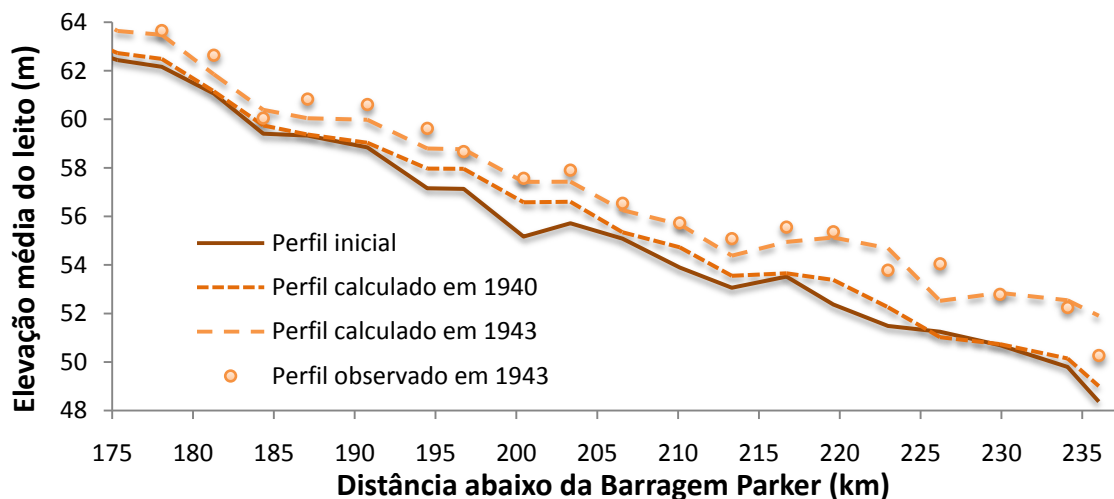


Figura 31 – Perfil médio do leito obtido ao longo do tempo.

Para visualizar, com maiores detalhes, o padrão de deposição de sedimentos no reservatório, o perfil médio do leito entre as seções 12 e 23 está ampliado na Figura 32 para cinco instantes diferentes do tempo de análise. Também estão indicadas as respectivas elevações do nível d'água na Barragem Imperial. Pode-se notar que, assim que a barragem é fechada em 1938, o processo de deposição de sedimentos começa a ocorrer acima da Barragem

Imperial de uma forma ordenada. Percebe-se que a taxa de deposição é maior nas seções que apresentam maior área molhada e, conseqüentemente, menor velocidade de escoamento. Por outro lado, em algumas seções mais estreitas, nota-se que ocorre erosão em certos períodos de tempo.

Com a subida da superfície da água do lago até a elevação 54,82 m (maio de 1940), um delta começa a se formar entre as seções 17 e 18, como pode ser visto na linha do leito de 1940. Ao baixar o nível d'água do lago em 1,60 m, foi produzido um aplanamento do delta, que se moveu para a jusante, em direção à barragem. Na verdade, o padrão de deposição de sedimentos indicado pela linha do leito de 1941 foi produzido pelo efeito combinado do esvaziamento do reservatório e da alta vazão de sedimentos do período. O sedimento foi levado para regiões mais profundas dentro do reservatório, como também, mais sedimentos entraram no reservatório e foram sendo depositados dentro do lago e nas áreas de influência da Barragem Imperial. A alta carga de sedimentos que atinge o reservatório entre 1941 e 1942 aumenta consideravelmente a taxa

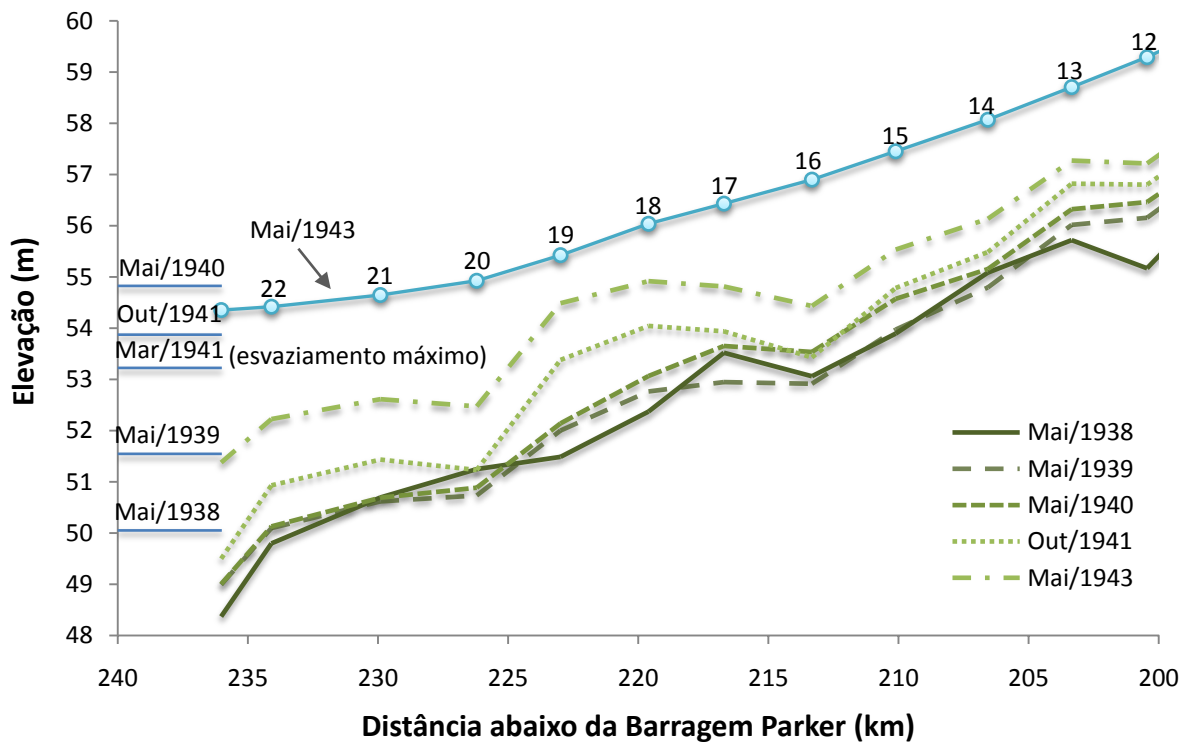


Figura 32 – Perfil médio do leito ao longo do tempo com as respectivas elevações do nível d'água na Barragem Imperial.

de deposição no reservatório, o que pode ser notado pela maior distância entre as linhas do leito de 1941 e de 1943. O perfil calculado no ano de 1943 indica a condição final estabelecida no sistema após os cinco anos do período de simulação e após o nível d'água no lago ter voltado ao nível operacional normal de 54,75 m.

Na Figura 33, a taxa de sedimentação é plotada ao longo do tempo para algumas seções acima da Barragem Imperial. É possível observar que, mesmo que a tendência geral do sistema seja alargar o leito, períodos alternados de agregação e degradação do leito estão ocorrendo. Uma inclinação negativa nesta figura indica que o leito sofreu erosão, enquanto que uma inclinação positiva indica deposição. A explicação para este fenômeno pode ser obtida ao analisar esta figura em conjunto com a série histórica de vazões de água (Figura 22) e os registros de níveis d'água do reservatório (Figura 21).

Quando a vazão foi elevada, a velocidade do escoamento também aumentou e o material do leito foi removido e levado para a jusante para ser depositado nas elevações mais baixas. Portanto, em geral, ocorreu degradação do leito quando a vazão d'água no sistema foi elevada. Por outro lado, na parte mais branda da série histórica, a velocidade do escoamento foi menor, permitindo a deposição do sedimento. Na seção 16, fica claro o efeito da intensidade da vazão e, conseqüentemente, da velocidade do escoamento no padrão de erosão e de deposição de sedimento. Os períodos em que a erosão do leito foi predominante coincidem com os maiores volumes de água que entraram no sistema.

O esvaziamento que ocorreu no reservatório no final de 1940 e início de 1941 parece não ter tido um efeito apreciável nas seções apresentadas na figura, talvez pelo fato de que neste período as vazões de água tenham sido pouco significativas. Observando a seção 21, pode-se dizer que a taxa de sedimentação começou a ser efetiva quando a carga de sedimentos que entrou no reservatório atingiu níveis mais expressivos (Figura 23), elevando a proporção de materiais mais finos, que puderam ser transportados para as seções mais próximas à barragem.

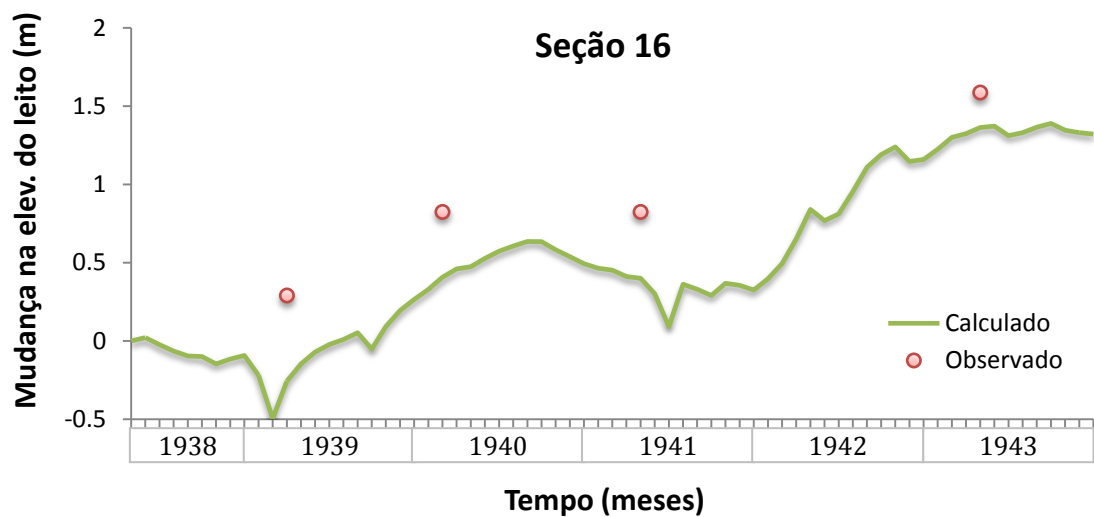
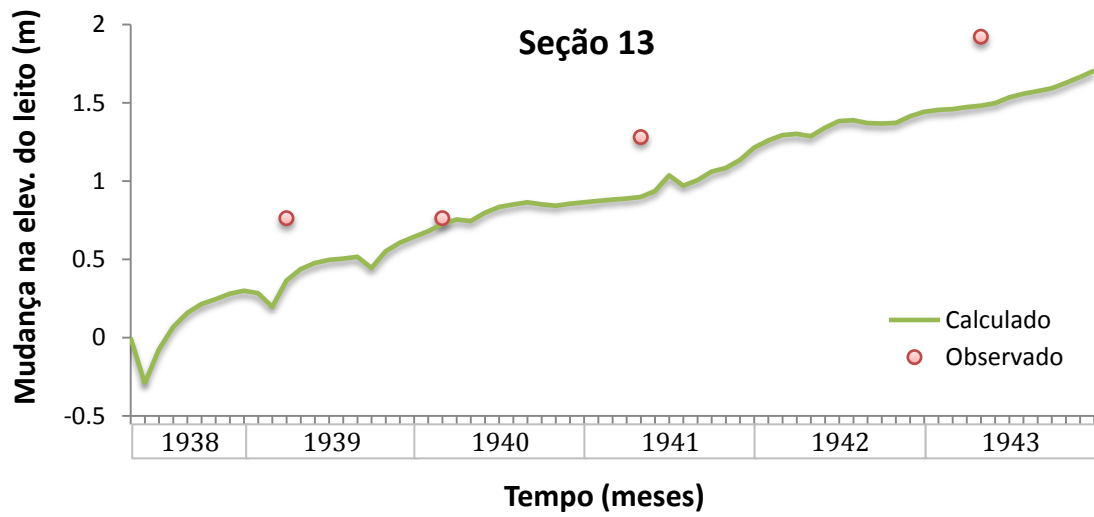
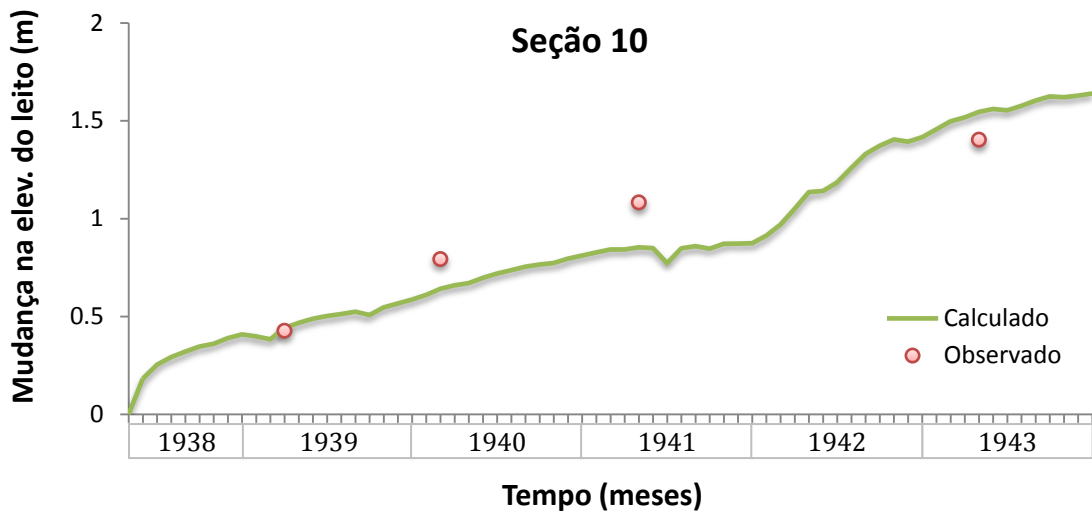


Figura 33 – Taxa de sedimentação com o tempo acima da Barragem Imperial.

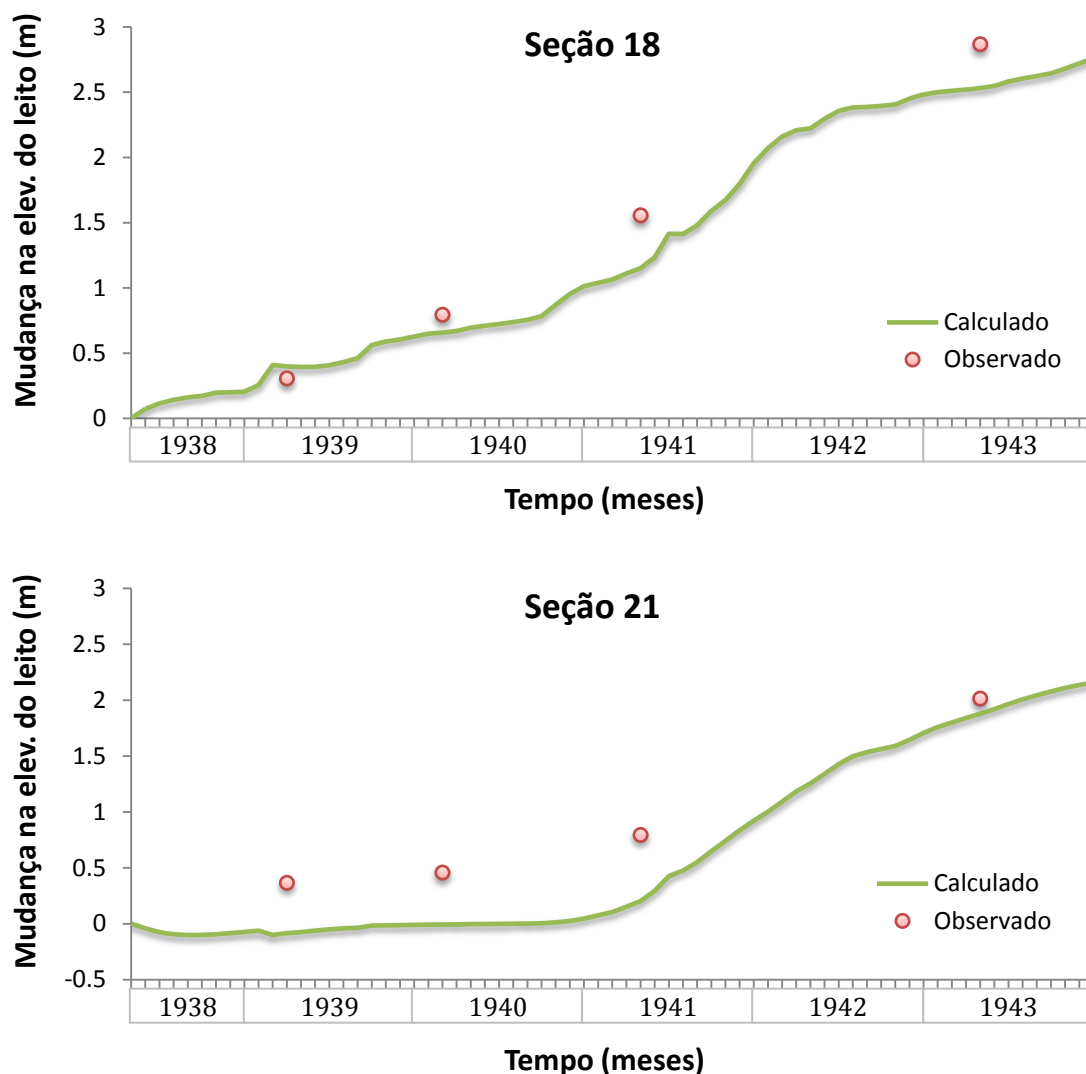


Figura 33 – Continuação.

A distribuição de tamanhos dos sedimentos nas áreas de deposição depende das características granulométricas da carga de sedimentos, que variam ao longo do tempo. As mudanças na granulometria do material do leito com o tempo estão ilustradas na Figura 34 para três seções no Rio Colorado (seções 2, 4 e 10) e cinco seções no Reservatório Imperial, sendo uma na região de formação do delta (seção 16), duas no meio do reservatório (seções 18 e 19) e duas na região de depósito de fundo próximo à barragem (seções 22 e 23).

Nas seções do Rio Colorado, não houve variação significativa da granulometria do material do leito, indicando que a Barragem Imperial não

alterou as condições naturais do rio neste trecho. Examinado a figura, percebe-se que na região do reservatório, o material do leito tornou-se mais grosso com o tempo nas seções de montante, e mais fino nas seções de jusante, como era esperado.

As seções localizadas perto da barragem, como as seções 22 e 23, gradualmente aumentaram a proporção de material fino no leito. Isto é indicado pelo deslocamento para a esquerda da curva granulométrica com o tempo. O diâmetro médio das partículas, na seção 23, após os cinco anos de simulação, foi reduzido em aproximadamente 0,04 mm. Do volume total de sedimentos depositados, aproximadamente 58% foram da fração silte e 38% de areia fina.

A resposta do sistema para o rebaixamento do reservatório entre 1940 e 1941 foi transportar as partes finas do sedimento para uma nova posição mais à jusante. Assim, o diâmetro médio foi drasticamente reduzido neste período, como ocorreu na seção 22, e foi aumentado nas seções de onde as partículas finas foram retiradas, como nas seções 16 e 18. O rebaixamento também deslocou a região de formação do delta para a jusante, tornando a granulometria desta região mais grossa neste período.

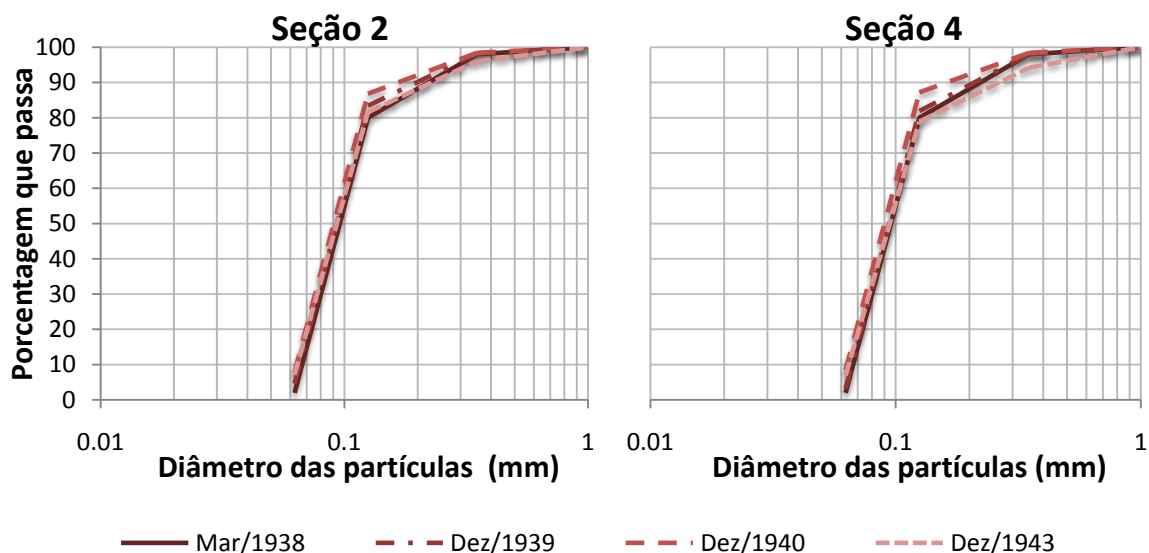


Figura 34 – Variação com o tempo das curvas granulométricas do sedimento depositado calculadas em diferentes seções.

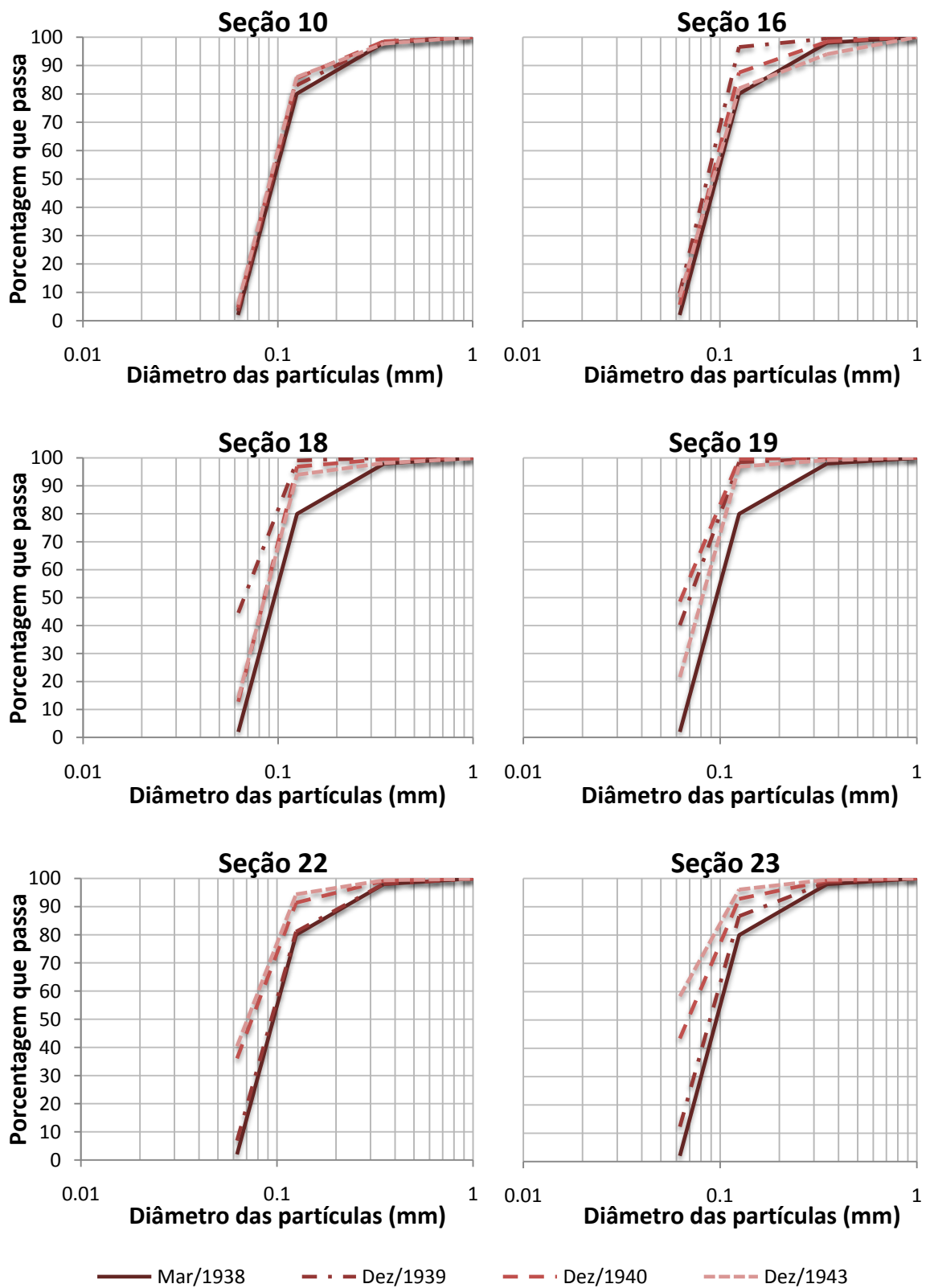


Figura 34 – Continuação.

Na Figura 35, estão apresentadas as curvas de distribuição granulométrica do material depositado em diferentes seções ao longo do trecho em estudo, para quatro instantes diferentes: 1938, 1940, 1941 e 1943. A distribuição granulométrica de 1938 corresponde à condição inicial imposta a todas as seções do sistema. Observando a figura, percebe-se que quanto mais próxima a seção está da barragem, mais a curva correspondente se desloca para a esquerda do gráfico, indicando que o material do leito se torna mais fino.

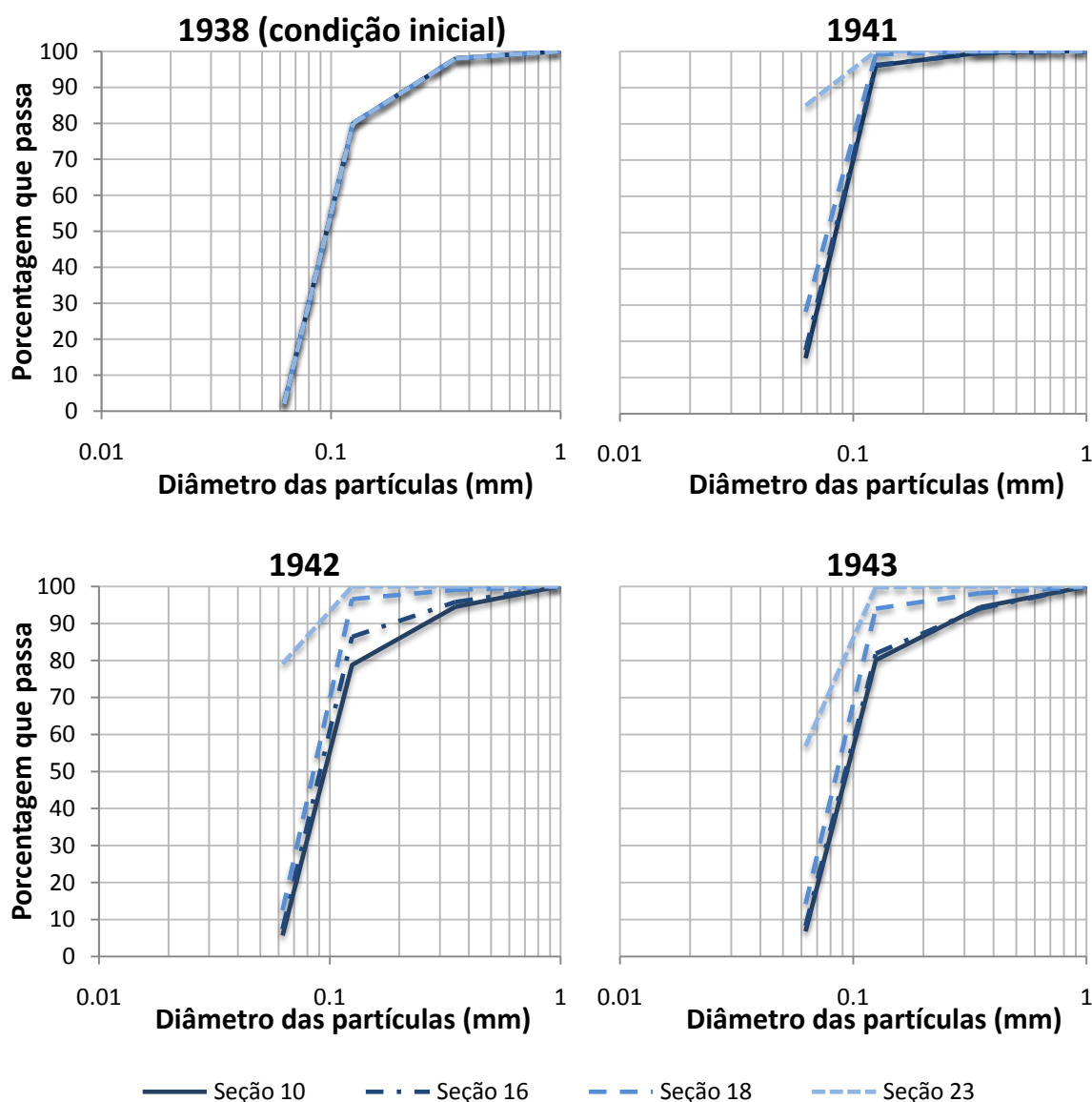


Figura 35 – Variação espacial das curvas granulométricas do material depositado calculadas em diferentes instantes.

Na Figura 36 está indicada a distribuição granulométrica do material depositado no leito entre a estação Taylor's Ferry e a Barragem Imperial após o período de cinco anos de simulação. Esta figura indica que a proporção de silte no leito aumentou nas proximidades da barragem, formando os depósitos de fundo. Esta figura indica, ainda, que a fração de areia fina se acentuou mais no meio do reservatório, enquanto que as frações de areia média e grossa se destacaram na entrada do lago, na região de formação do delta.

Este estudo mostrou a rápida taxa de deposição que ocorreu acima da Barragem Imperial, no Rio Colorado. Cinco anos após a conclusão da barragem, a deposição de sedimentos se estendeu por uma distância maior que 65 km à montante da barragem, embora o nível do lago tenha se estendido por apenas 25 km a partir da barragem. A magnitude e a taxa de deposição poderiam ter sido maiores e se estendido ainda mais à montante, se o escoamento do rio não tivesse sido regulado pela Barragem Parker, que reteve parte da carga de sedimentos do Rio Colorado.

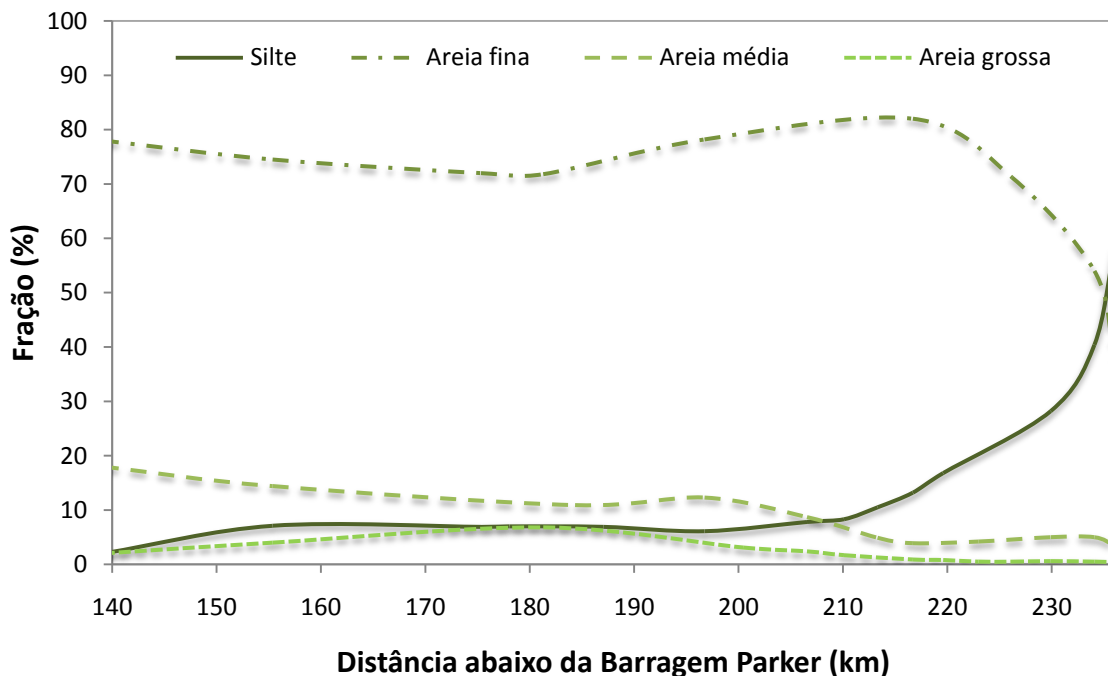


Figura 36 – Granulometria do material do leito entre Taylor's Ferry e a Barragem Imperial, em 1943.

7.2. Simulação determinística de um reservatório de rejeitos de mineração

Para simular o enchimento de um reservatório de rejeitos de mineração é importante levar em consideração o transporte das partículas, a sedimentação e o adensamento do material depositado. Particularmente, o adensamento é indispensável neste tipo de análise. O objetivo desta seção é mostrar como o acoplamento dos modelos hidrodinâmico, de sedimentos e de adensamento pode ser utilizado para analisar o enchimento de barragens de rejeito de mineração, enfatizando principalmente as respostas que o modelo de adensamento fornece.

7.2.1. Descrição do reservatório e dados disponíveis para a análise

Foi escolhido para a análise o reservatório de rejeito de processamento de bauxita de Marzagão. A barragem de Marzagão está localizada no distrito de Saramenha, em Ouro Preto, Minas Gerais (Figura 37). Está distante 3 km da usina de beneficiamento de bauxita Novelis Brasil (antiga Alcan do Brasil).

O comprimento do reservatório é de aproximadamente 1 km. A precipitação média anual a partir de 1986 foi de 1500 mm (VILLAR, 1990), que produziu uma vazão de água afluyente média de 9,5 m³/s (CONSOLI, 1991). Os ventos na região são constantes, moderados a fortes, cujo sentido predominante está indicado na Figura 38, assim como os principais talwegues que existiam no vale antes do seu enchimento.

A barragem de Marzagão começou a ser utilizada para armazenar rejeitos em 1974. O rejeito de processamento de bauxita, também chamado de lama vermelha, foi lançado em pontos diferentes durante o enchimento, como está indicado na Figura 38, com teor de sólidos, em peso, variando entre 18% e 22%, peso específico da mistura entre 10,5 e 11,5 kN/m³ e densidade relativa dos grãos de 3,5.

No momento do lançamento, o rejeito apresentava um índice de vazios em torno de 7, que foi utilizado como o índice de vazios para tensão efetiva

nula, e_{00} . As quantidades anuais de sólidos lançados no período de 1974 a 1989 estão indicadas na Figura 39 (VILLAR, 1990).

Durante o período de enchimento, houve mudança do nível d'água na barragem. Entre 1974 e Novembro de 1984, o nível d'água esteve na cota 1173 m. Depois, subiu até a cota 1175 m. Este nível foi mantido até Outubro de 1987, quando atingiu a cota 1176 m. E, em Junho de 1988, foi elevado mais uma vez para a cota 1177,5 m.

A distribuição granulométrica do rejeito de bauxita é apresentada na Figura 40. O material apresenta ausência relativa de partículas de tamanho

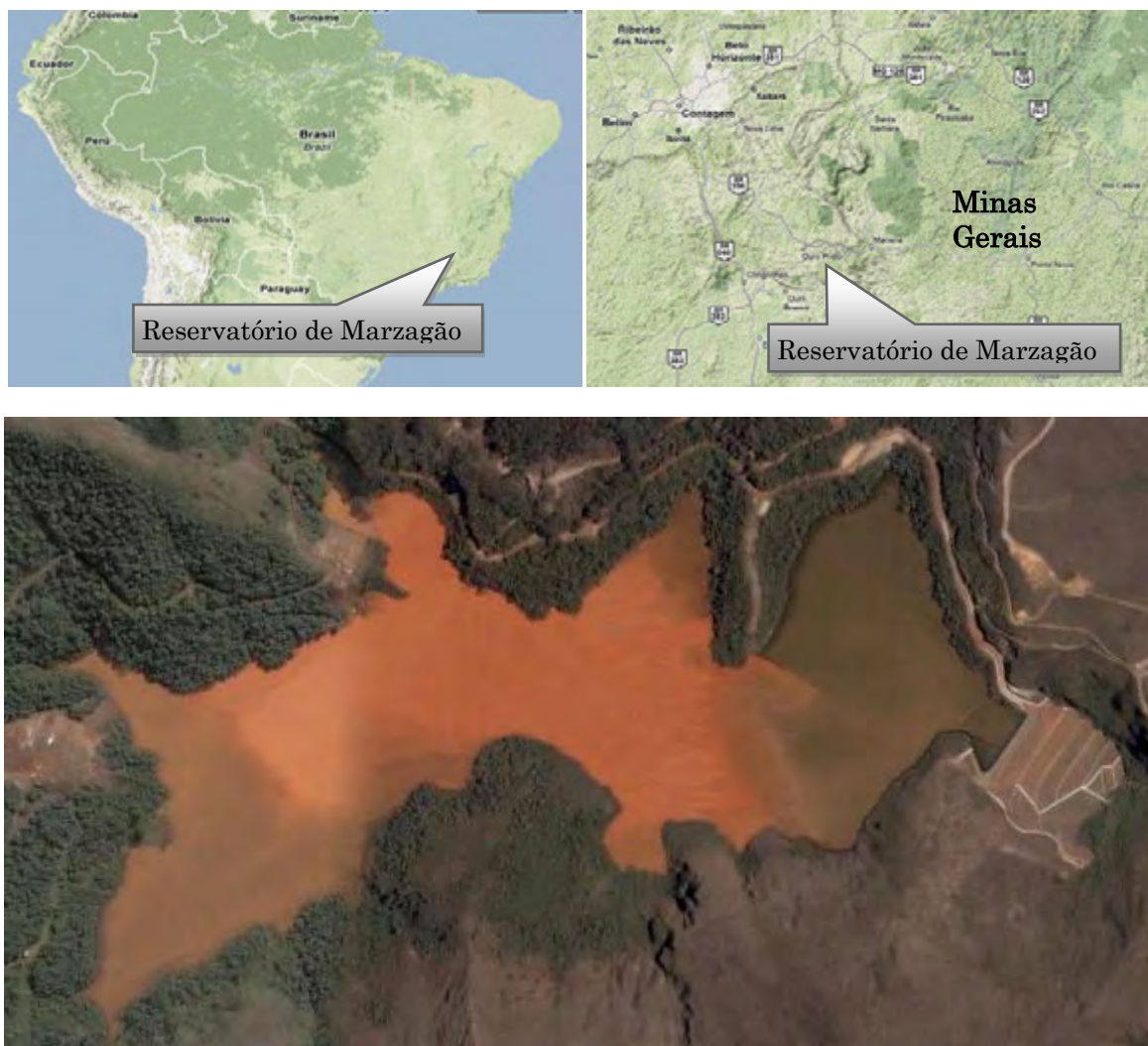


Figura 37 – Localização e vista aérea do reservatório de rejeitos de bauxita de Marzagão, Saramenha, Ouro Preto, Minas Gerais, em 2007.

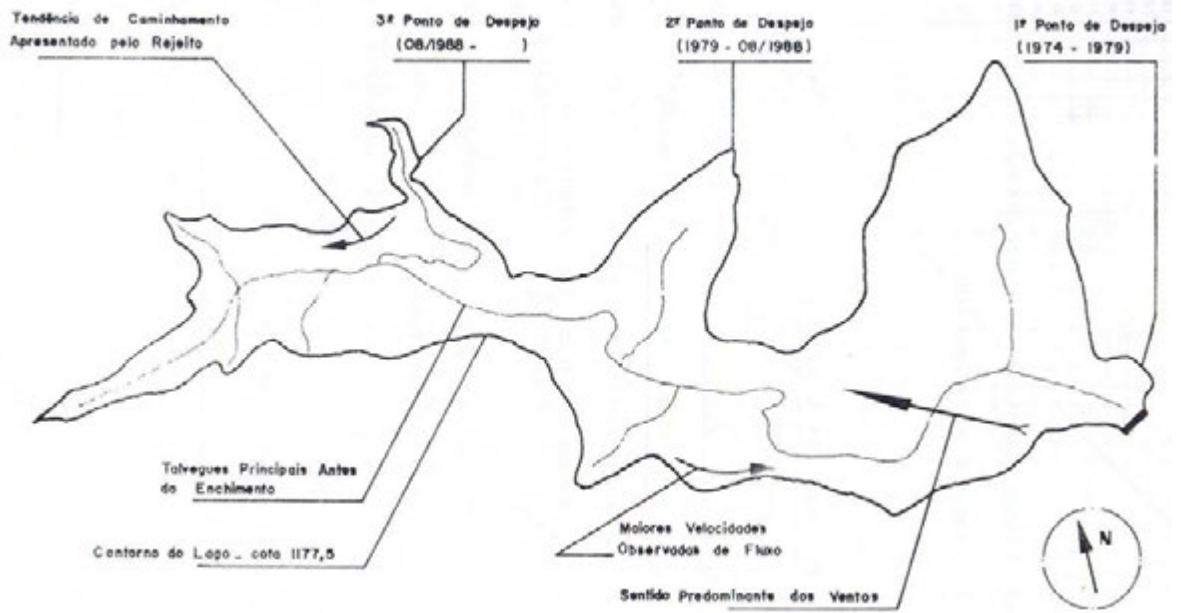


Figura 38 – Informações gerais sobre a barragem de Marzagão. Fonte: Villar (1990).

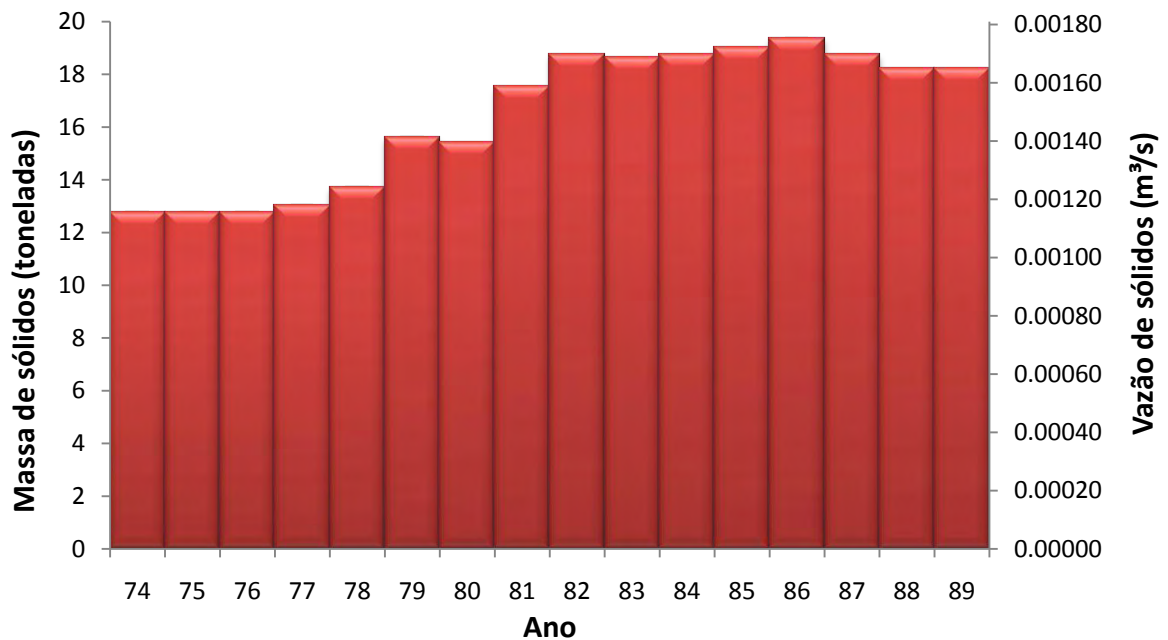


Figura 39 – Quantidade de sólidos lançados na barragem de Marzagão entre 1974 e 1984. Fonte: Villar (1990).

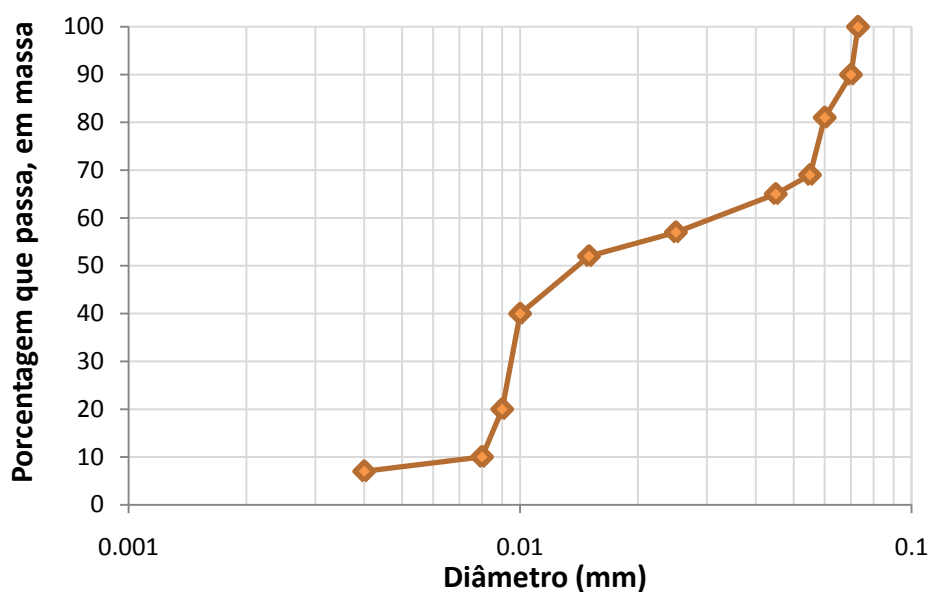


Figura 40 – Distribuição granulométrica do rejeito de bauxita. Fonte: Consoli (1991).

argila. Utilizou-se, na modelagem numérica, apenas uma classe de tamanho de partículas, com diâmetro médio igual a 0,017 mm (média geométrica dos diâmetros extremos 0,004 mm e 0,073 mm) e diâmetro d_{50} igual a 0,013 mm, obtidos a partir da Figura 40.

Ensaio de adensamento induzido por forças de percolação, HCT, foram realizados com o rejeito de bauxita no Laboratório de Engenharia Civil da UFV (SANTOS, 2001). Foram determinados os parâmetros de compressibilidade e permeabilidade do rejeito, que estão indicados na Tabela 7.

O período de análise do enchimento do reservatório de rejeito de Marzagão iniciou em Novembro de 1984, quando ocorreu o primeiro levantamento batimétrico do fundo do reservatório, terminando 58 meses depois, em Setembro de 1989. Neste período, o enchimento do lago foi acompanhado através de batimetrias executadas a cada 6 meses aproximadamente (VILLAR, 1990).

A partir da batimetria executada em Novembro de 1984 em diversas seções transversais (VILLAR, 1990), a geometria inicial do fundo do reservatório foi obtida para a análise numérica e está ilustrada na Figura 41.

O lago foi dividido em 13 seções transversais (Figura 41). Durante os 60 meses de simulação, o rejeito foi lançado em dois pontos distintos, o primeiro (entre 11/1984 e 06/1988) corresponde à seção 5 e o segundo (de 07/1988 em diante), à seção 1. As seções 4, 5 e 6 constituem uma junção. A distância entre as seções transversais está indicada na Tabela 8.

Os demais parâmetros utilizados no modelo hidrodinâmico e de sedimentos estão listados a seguir:

- Coeficiente de Manning igual a 0,015;
- Capacidade de transporte: Fórmula de Wu *et al.* (2000);
- Distância de adaptação
 - Para carga de leito: $L_{s,b} = 7,3 H$;
 - Para carga em suspensão: Equação (119), com $\alpha = 0,15$;
- Espessura da camada de mistura: $\delta_m = 0,05$ m;

Tabela 7 – Parâmetros de compressibilidade e permeabilidade do rejeito de bauxita.

A	5,79
B	-0,156
Z (kPa)	0,020
C (m/dia)	2,95E-6
D	4,24

Tabela 8 – Distância entre as seções transversais da barragem de Marzagão.

Seção	Distância (m)
1-2	62,6
2-3	59,3
3-4	61,7
6-7	81,1
7-8	63,4
8-9	63,2
9-10	95,3
10-11	79,6
11-12	93,7
12-13	65,9

- Fatores de ponderação: $\theta = 1$ e $\psi = 0,9$;
- Incremento de tempo: $\Delta t = 24$ horas;

O acoplamento do modelo de adensamento aos modelos hidrodinâmico e de sedimentos (ver fluxograma da Figura 14) foi realizado a cada 30 dias. Os demais parâmetros do modelo de adensamento são os seguintes:

- Condição de contorno: base permeável;
- Fator de ponderação no tempo: $\zeta = 0,5$;
- Incremento de tempo: $\Delta t = 864$ segundos;
- Número de divisões espaciais: 100;

7.2.2. Resultados da simulação

Após realizar a análise numérica do enchimento da barragem de rejeito de Marzagão, foram feitas comparações entre os perfis do material depositado obtidos no campo e numericamente em Setembro de 1989. Estas comparações estão apresentadas na Figura 42 para as seções transversais 2 a 4 e 7 a 13. Da seção 7 a 13, o modelo superestimou a deposição de rejeito, e subestimou a deposição nas seções 2 a 4.

Em campo, nota-se que parte do rejeito é transportado e depositado à montante do ponto de lançamento. O modelo desenvolvido apenas transporta e deposita o rejeito à jusante do ponto de lançamento. Isso explica porque as seções à montante do primeiro ponto de lançamento (seções 2 a 4) possuem mais material depositado do que o modelo consegue estimar. E também porque à jusante do primeiro ponto de lançamento (seções 7 a 13) a deposição estimada é maior que a observada. O rejeito que não foi transportado à montante pelo modelo, foi levado para a jusante. Outro ponto importante a se discutir é que entre 1974 e 1984 houve acúmulo de rejeito em praticamente todo o reservatório. Esse material depositado está sendo consolidado mesmo depois de 1984. No modelo numérico, o material abaixo do perfil de 1984 foi considerado indeformável e isso também explica por que o modelo numérico superestima o enchimento entre as seções 7 e 13.

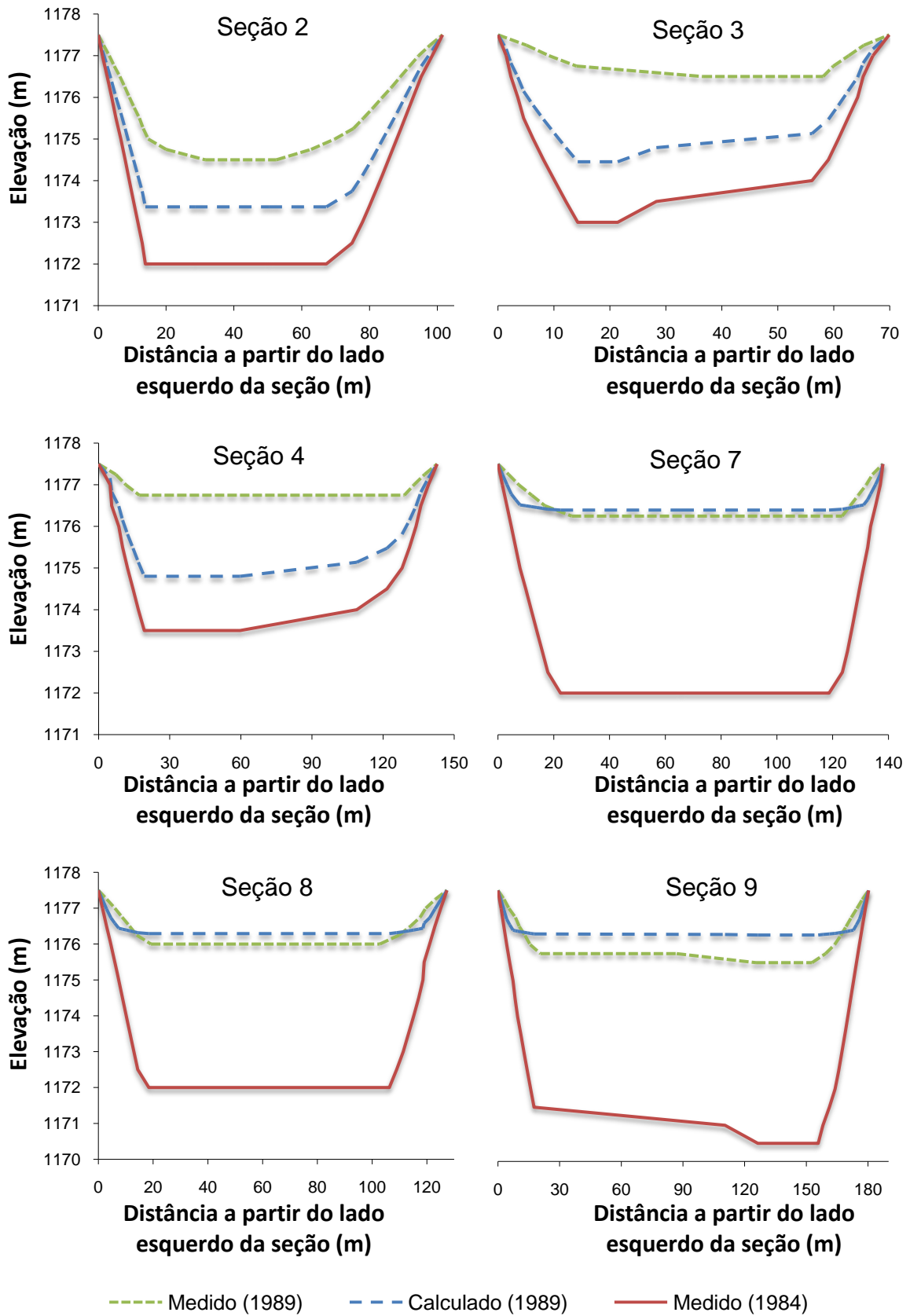


Figura 42 – Comparação entre o perfil de deposição de rejeito obtidos no campo e numericamente em Setembro de 1989.

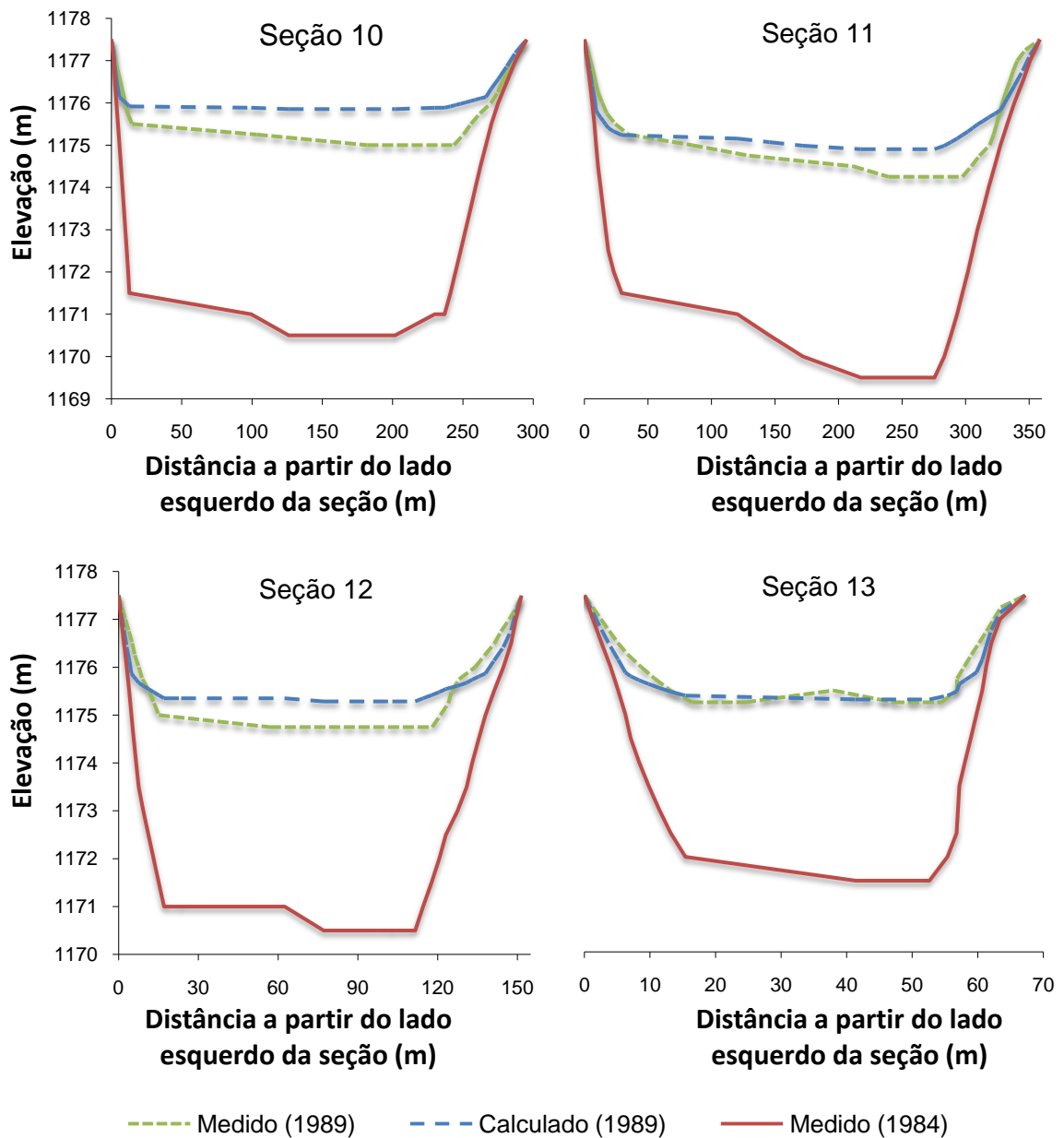


Figura 42 – Continuação.

A planta topográfica do reservatório simulada numericamente está apresentada na Figura 43 após 58 meses de análise. E na Figura 44 encontra-se a planta topográfica obtida a partir dos levantamentos batimétricos realizados em Setembro de 1989. Ambas as figuras estão ilustradas da seção 2 em diante, onde o modelo numérico forneceu resultados para o enchimento.

O crescimento médio da lama vermelha com o tempo em cada seção

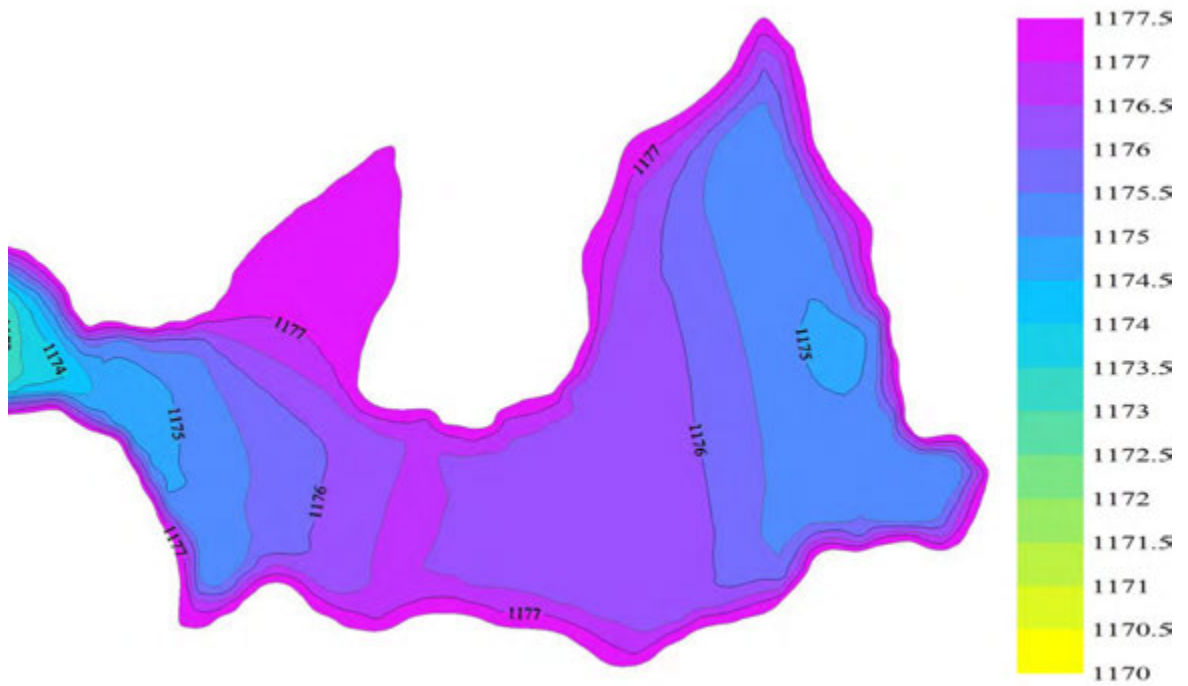


Figura 43 – Planta topográfica do reservatório obtida numericamente em Setembro de 1989.

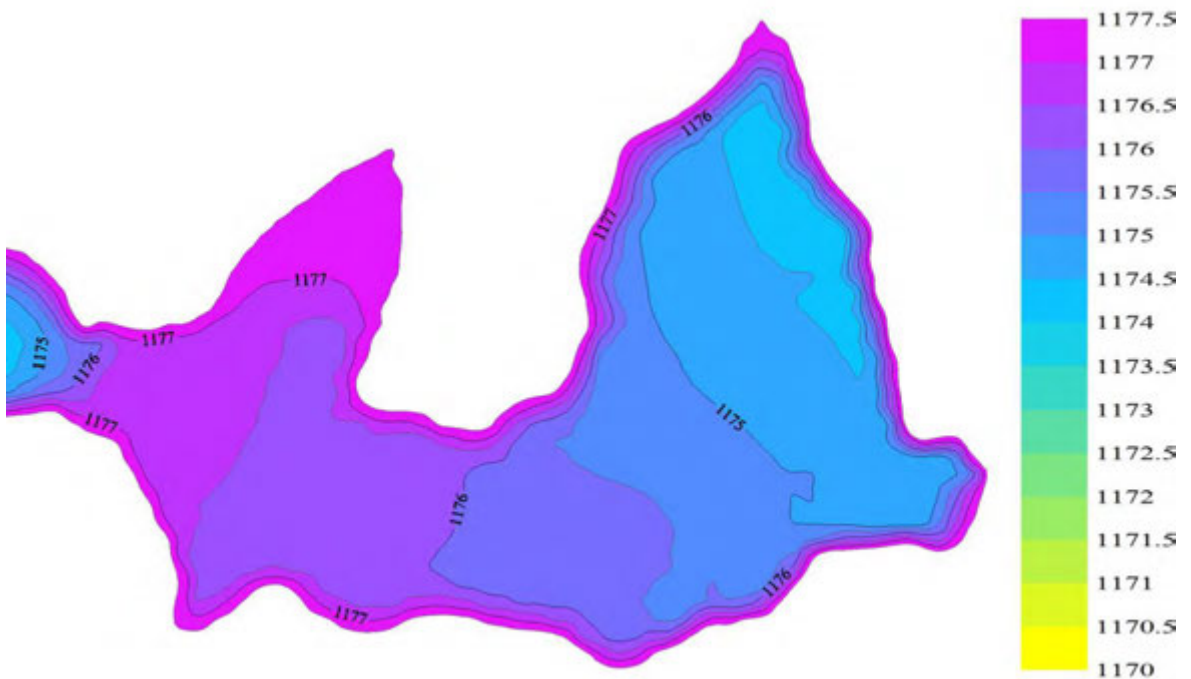


Figura 44 – Planta topográfica do reservatório observada em campo em Setembro de 1989.

transversal está ilustrado na Figura 45. A relação entre o nível de material depositado com o tempo é claramente mostrada. As seções 2 a 4 começaram a receber material a partir do 47º mês, quando o ponto de lançamento de rejeitos passou da seção 5 para a seção 1. As seções 7, 8 e 13 apresentaram um período de deposição praticamente nula por que já se encontravam cheias de rejeito nesse período, voltando a receber rejeitos aos 36 meses, quando o nível d'água foi elevado.

A distribuição de índice de vazios na seção 12 em Setembro de 1989 obtida pelo modelo é comparada com resultados medidos em campo em dois momentos distintos obtidos num intervalo inferior a um mês (VILLAR, 1990) na Figura 46. A localização da seção 12 não coincide exatamente com a que se mediu o índice de vazios em campo, mas encontra-se muito próxima. Pode-se dizer que a distribuição de índice de vazios prevista pelo modelo se ajusta bem à média dos resultados de campo, tanto qualitativamente quanto quantitativamente. A forma como o índice de vazios varia com a profundidade é muito bem descrita pelo modelo.

Os perfis das tensões efetivas ao longo da profundidade do material depositado, calculado pelo modelo, medido em campo e obtido numericamente por Consoli (1991) para a seção 12 em Setembro de 1989 estão ilustrados na Figura 47. Na mesma figura encontram-se os perfis de tensão total, de excesso de poro-pressão, de poro-pressão hidrostática e total obtidos pelo modelo. As tensões efetivas calculadas pelo modelo estão bem próximas daquelas medidas em campo e obtidas por Consoli (1991). Os excessos de poro-pressão não se dissiparam completamente e a camada de rejeitos está sujeita a deformações devido ao adensamento. Nos contornos drenados da camada, o excesso de poro-pressão é nulo. Os demais perfis foram bem representados pelo modelo, tanto qualitativa quanto quantitativamente.

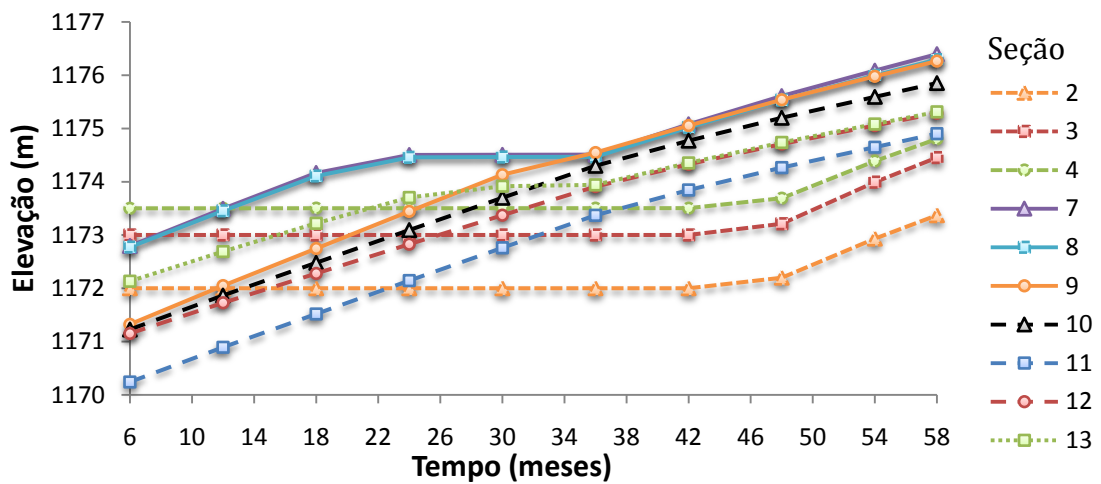


Figura 45 – Progresso da deposição média de rejeitos com o tempo.

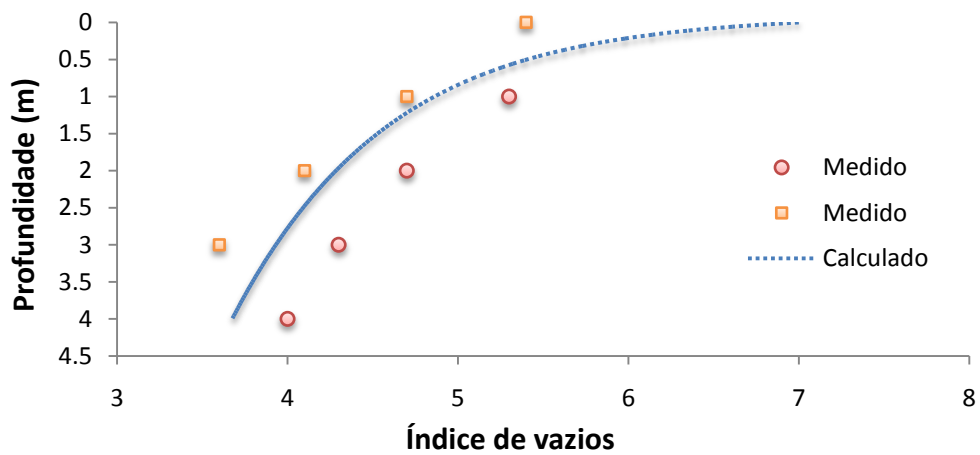


Figura 46 – Comparação entre a distribuição de índice de vazios obtida numericamente e em campo para a seção 12 em 1989.

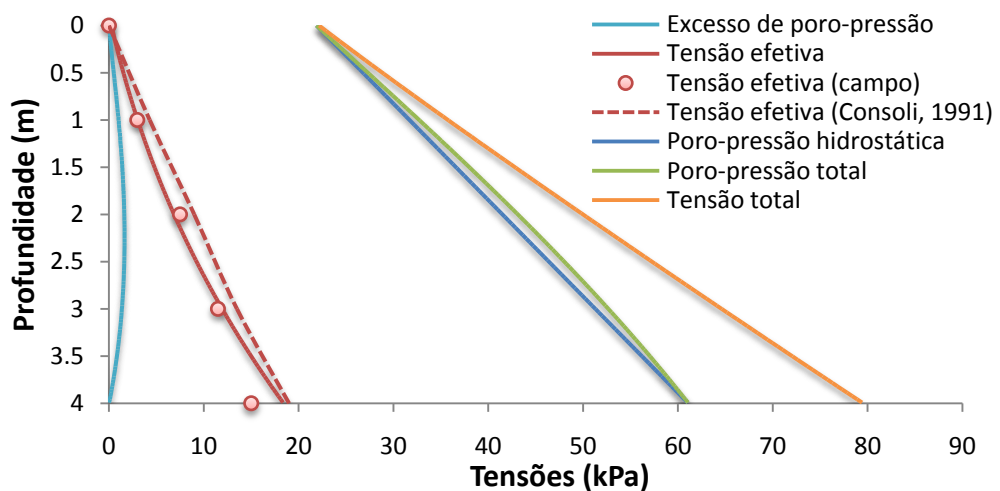


Figura 47 – Perfis de excesso de poro-pressão, tensão efetiva, poro-pressão total e hidrostática e de tensão total ao longo da profundidade na seção 12.

7.3. Simulação de Monte Carlo de um reservatório de água

O método de simulação de Monte Carlo foi utilizado para analisar o assoreamento de um reservatório de água levando em consideração o caráter estocástico do problema. O reservatório escolhido é o mesmo que Soares (1975) usou para aplicar o modelo determinístico-estocástico desenvolvido. O objetivo desta análise é mostrar que o método de Monte Carlo fornece respostas mais completas ao se analisar o assoreamento de um reservatório levando-se em consideração as incertezas envolvidas no processo e a variabilidade dos parâmetros usados no modelo.

O reservatório John Martin está localizado no Rio Arkansas, em Bent County, Colorado, entre as cidades de Las Animas e Lamar. É um reservatório de múltiplas finalidades, construído para o controle de enchentes e para fornecer água para irrigação. O reservatório possui aproximadamente 25 km de extensão e é alimentado principalmente por dois tributários, os rios Arkansas e Purgatore, em Las Animas, bem como por outros pequenos tributários como o Rule Creek, que entra no reservatório lateralmente. A inclinação média do leito do reservatório é de 1,25 m/km. Na Figura 48 está ilustrado o reservatório John Martin.

As seções transversais do reservatório usadas na modelagem numérica são as mesmas usadas por Soares (1975). São quatro perfis transversais, R-2, R-5, R-8 e R-12 (Figura 49), que foram usados para constituir seis seções transversais igualmente espaçadas de 4,5 km, da seguinte forma:

Seções 6 e 5 = R-2, com o nível do leito devidamente ajustado;

Seção 4 = R-5;

Seção 3 = R-8;

Seções 2 e 1 = R-12, com o nível do leito devidamente ajustado.

As seções transversais, ilustradas na Figura 50, não foram divididas em subseções.

Uma quantidade de sedimentos igual a 17.636.832 m³ foi depositada próximo à barragem em 1942, antes do seu fechamento. Soares (1975) levou



Figura 48 – Reservatório John Martin, Bent County, Colorado, EUA.



Figura 49 – Perfis transversais do reservatório John Martin. Fonte: Soares (1982).

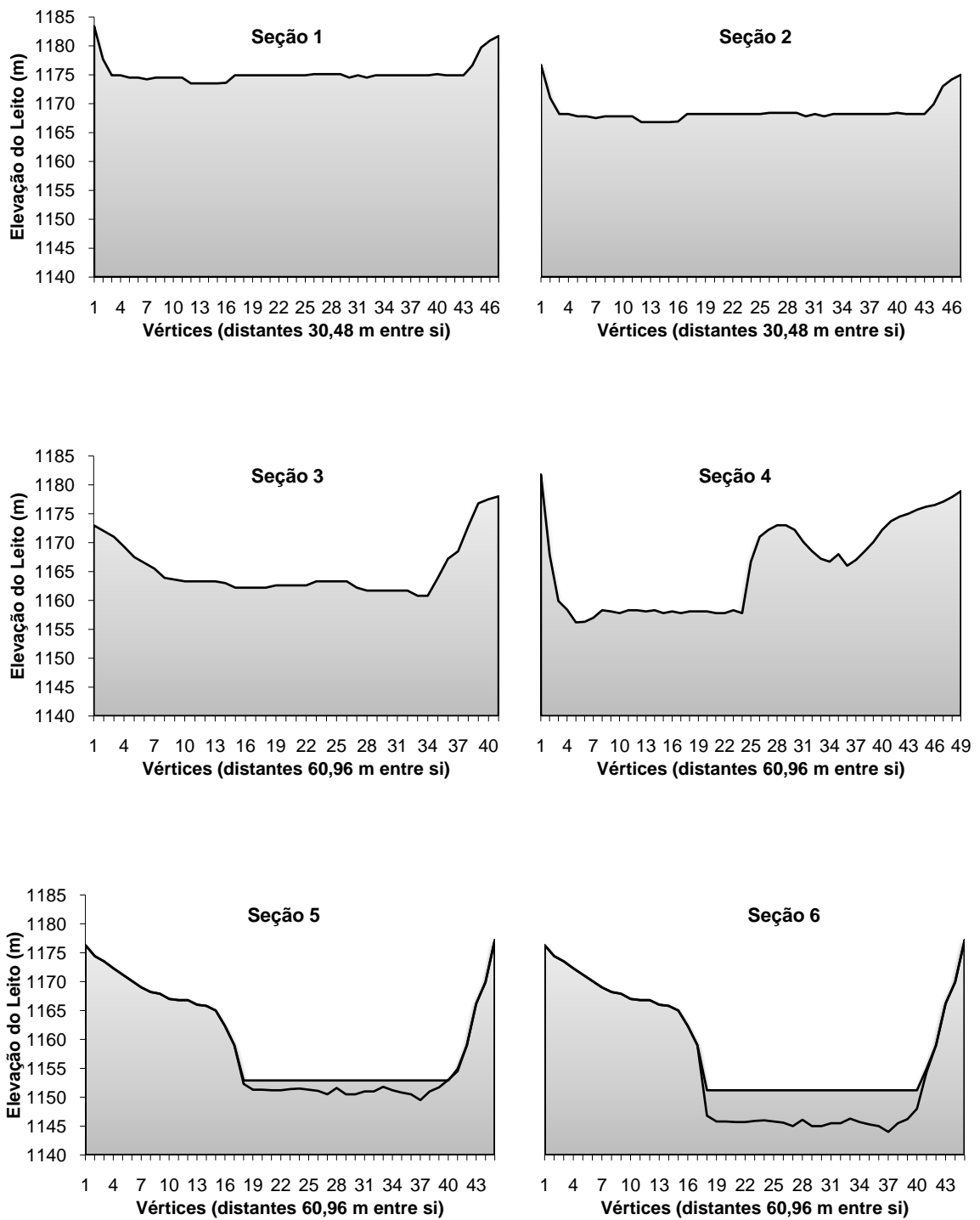


Figura 50 – Seções transversais, reservatório John Martin.

em consideração esse aporte de sedimentos ao modificar a geometria original das seções 5 e 6, tal como está ilustrado na Figura 50. Estas modificações foram mantidas neste trabalho.

7.3.1. Definição dos parâmetros determinísticos

Dentre os parâmetros que o modelo desenvolvido utiliza para prever o assoreamento de um reservatório de água, grande parte deles foi considerada determinística durante o processo de simulação de Monte Carlo, ou seja, cada repetição da análise determinística utilizou os mesmos parâmetros para alimentar o modelo.

Embora o método de Monte Carlo não restrinja, teoricamente, a quantidade de parâmetros que devam ser estocásticos, a falta de informações sobre a variabilidade e incertezas de alguns dos parâmetros fez com que eles fossem considerados determinísticos, embora se saiba que muitos deles tenham uma forte característica estocástica.

Os sedimentos foram divididos em cinco classes de tamanhos e na Tabela 9 apresentam-se as porcentagens de cada classe tanto para os sedimentos que entram no reservatório trazidos pelos rios afluentes quanto para os sedimentos que compõem o leito do reservatório. Portanto, as frações de cada classe de tamanho de sedimentos foram consideradas parâmetros determinísticos, embora sabendo-se que pode ocorrer variabilidade temporal das frações de sedimentos afluentes. A falta de dados que pudessem caracterizar essa variabilidade impediu a sua abordagem estocástica. O diâmetro d_{50} do material do leito foi determinado a partir dos dados da Tabela 9 como 0,0016 mm.

O coeficiente de Manning para todas as seções foi adotado como 0,015, tal como fez Soares (1975). Do mesmo modo, poderia ser considerada a

Tabela 9 – Composição dos sedimentos no reservatório John Martin.

Classe	Diâmetro médio (mm)	Fração	
		Afluente	Leito
Areia fina	0,100	0,10	0,01
Silte grosso	0,030	0,18	0,07
Silte médio	0,010	0,29	0,24
Silte fino	0,003	0,24	0,32
Argila	0,001	0,19	0,36

variabilidade espacial e temporal do coeficiente de Manning se houvessem dados e estudos mais aprofundados sobre o tema.

O peso específico dos sedimentos é igual a $26,5 \text{ kN/m}^3$. O fator de ponderação para o tempo é igual a 1 e para o espaço, 0,9. O intervalo de tempo para a integração numérica foi adotado como 24 horas.

Adotou-se a fórmula de Engelund e Hansen (1967) modificada por Wu *et al.* (2000), Equação (111), para estimar a capacidade de transporte de sedimentos. A distância de adaptação para a carga de leito foi adotada como $6,3 B$ (distância da barra alternada) e para a carga em suspensão utilizou-se a Equação (119), com α igual a 0,25. A espessura da camada de mistura foi assumida como 0,05 m.

A porosidade do material depositado no leito é igual a 0,54, que corresponde a uma concentração volumétrica de 0,46 (SOARES, 1975). Nesta análise, o adensamento do material depositado não foi considerado, por não haver dados disponíveis sobre os parâmetros de compressibilidade e permeabilidade dos sedimentos.

7.3.2. Definição dos parâmetros estocásticos

Os parâmetros do modelo considerados estocásticos nesta análise foram os mesmos que Soares (1975) utilizou em seu modelo estocástico. Desta forma é possível comparar as respostas fornecidas pelas abordagens distintas feitas pelo método de simulação de Monte Carlo usadas nesta tese e o modelo construído de maneira probabilística desenvolvido por Soares (1975).

Assim, foram consideradas estocásticas a vazão de água afluente e a vazão de sedimentos afluente, que são condições de contorno da entrada do sistema, e a elevação do nível d'água na barragem, que é uma condição de contorno na saída do sistema. Como a condição inicial, calculada conforme está descrito na seção 3.6, depende da elevação do nível d'água inicial na barragem, que é uma variável estocástica, então a condição inicial também é uma variável estocástica do problema.

O carácter estocástico da vazão de água e de sedimentos afluentes e da elevação do nível d'água na barragem está em sua variabilidade temporal. O período de análise do assoreamento do reservatório John Martin foi de 24 anos e assumiu-se que os parâmetros estocásticos variavam anualmente em cada uma das realizações do método de Monte Carlo.

Para que a vazão de água afluente pudesse ser considerada um parâmetro estocástico foi preciso atribuir uma função de distribuição de probabilidade que representasse a sua variabilidade temporal. Dados coletados em estações fluviométricas no período entre 1943 e 1966, reportados por Soares (1975, 1982) e Anonymous (1966), listados na Tabela 10, permitiram ajustar a distribuição de probabilidade que melhor representasse o volume anual de água que entrou no reservatório John Martin no período citado, como está ilustrado na Figura 51.

A base de dados é, portanto, de 24 anos. Uma representação mais adequada poderia ser obtida caso houvesse registros de um período mais longo, como numa série histórica de volumes anuais afluentes que se iniciasse muito antes do ano de 1943.

A distribuição de probabilidade ajustada aos dados foi do tipo lognormal, que é dada pela expressão:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_n\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu_n}{\sigma_n}\right)^2\right]; \quad x > 0 \quad (180)$$

em que μ_n e σ_n são os parâmetros que foram ajustados e forneceram os valores 19,283 e 0,5963, respectivamente.

A analisar os dados da Tabela 10, percebe-se que existe uma correlação forte entre o volume anual de sedimentos afluentes e o volume anual de água afluente, caracterizado por um coeficiente de correlação igual a 0,75. Portanto, como esses dois parâmetros estocásticos não são independentes, uma função de distribuição de probabilidade conjunta deveria ser definida para a simulação de Monte Carlo.

Tabela 10 – Dados anuais de volumes de água e de sedimentos afluentes e da concentração de sedimentos no reservatório John Martin.

Ano	Volume afluente (m ³)		Concentração de sedimentos
	Água	Sedimentos	
1943	328.155.552	1.451.241	0,00442242
1944	401.712.633	3.964.095	0,00986799
1945	262.304.721	4.652.109	0,01773551
1946	161.130.906	1.521.522	0,00944277
1947	548.029.044	5.020.776	0,00916151
1948	508.912.119	4.369.752	0,00858646
1949	317.794.653	3.666.942	0,01153872
1950	192.502.125	3.341.430	0,01735789
1951	212.622.219	3.308.139	0,01555876
1952	169.050.465	858.168	0,00507640
1953	197.225.748	3.417.876	0,01732977
1954	148.697.334	4.076.298	0,02741339
1955	421.445.565	17.319.951	0,04109653
1956	132.266.376	1.670.715	0,01263144
1957	559.486.080	5.866.614	0,01048572
1958	334.146.699	4.188.501	0,01253492
1959	74.147.688	367.434	0,00495543
1960	149.047.506	589.374	0,00395427
1961	168.437.664	831.042	0,00493383
1962	209.875.095	568.413	0,00270834
1963	111.503.889	954.342	0,00855882
1964	73.629.828	390.861	0,00530846
1965	837.157.680	18.160.857	0,02169347
1966	273.381.993	2.802.609	0,01025162

No entanto, ao invés de se definir esta função de distribuição de probabilidade conjunta, optou-se por trabalhar com a concentração média anual dos sedimentos como variável estocástica. A concentração média anual de sedimentos é indicada na Tabela 10 e é definida como a razão entre o volume anual de sedimentos afluentes e o volume anual de água afluente. Com estes dados, ajustou-se a função de distribuição de probabilidade que melhor os representassem, que foi do tipo lognormal, definida pelos parâmetros $\mu_n = -4,612$ e $\sigma_n = 0,6398$ e ilustrada na Figura 52.

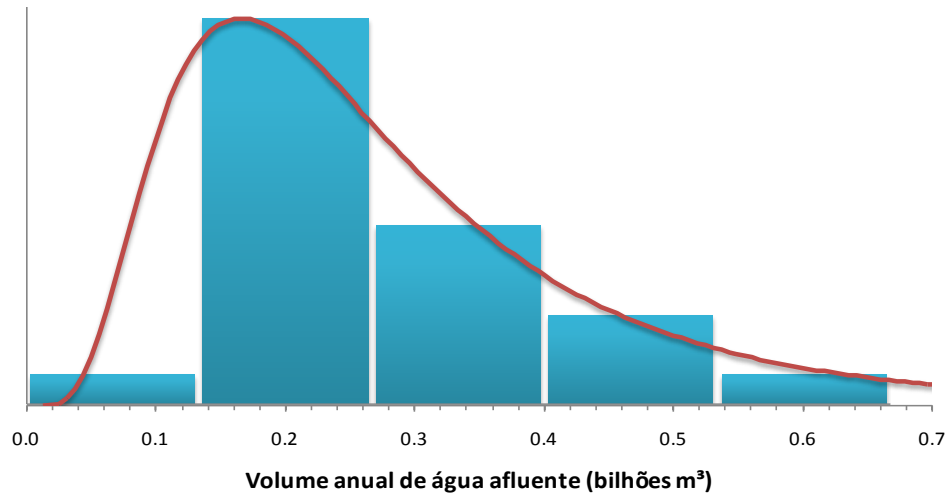


Figura 51 – Histograma e distribuição de probabilidade para os volumes de água anuais afluentes.

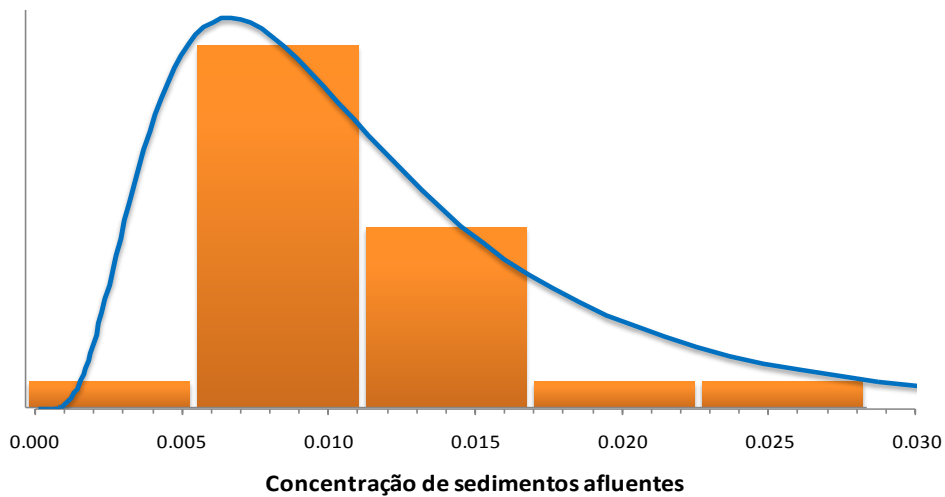


Figura 52 – Histograma e distribuição de probabilidade para a concentração de sedimentos afluentes anuais.

Com relação à elevação do nível d'água na barragem, Soares (1975) relata os valores correspondentes aos níveis mínimo e máximo operacional do reservatório, que são 1154,2 m e 1173,1 m, respectivamente, assim como o nível d'água relativo à metade da capacidade de armazenamento do reservatório, que é 1166,0 m. Como não existem registros dos níveis d'água na barragem ao longo do tempo que pudessem ser usados para ajustar uma função de distribuição de probabilidade que melhor representasse a frequência com que cada nível d'água ocorreria ao longo do tempo na barragem, adotou-se

a distribuição do tipo beta para este fim. A distribuição de probabilidade beta é dada pela expressão:

$$f(x) = \frac{x^{\alpha_1-1}(1-x)^{\alpha_2-1}}{\beta(\alpha_1, \alpha_2)} \quad (181)$$

em que α_1 e α_2 são os parâmetros da distribuição de probabilidade beta que definem a sua forma, e β é a função beta.

Os parâmetros α_1 e α_2 foram determinados como 4 e 2, respectivamente, o que deu à distribuição beta uma forma idealizada dentro do intervalo [0, 1]. Depois o intervalo [0, 1] foi extrapolado para o intervalo dos níveis d'água reais do reservatório John Martin, ou seja, 1154,2 m e 1173,1 m. A distribuição de probabilidades beta resultante para os possíveis níveis d'água da barragem está ilustrada na Figura 53.

7.3.3. Geração dos parâmetros estocásticos

Antes de iniciar o processo de simulação de Monte Carlo é preciso obter os parâmetros estocásticos, de acordo com o método de amostragem hipercubo latino, que serão utilizados em cada realização determinística. Assumiu-se que os três parâmetros estocásticos, vazão de água afluente, vazão de sedimentos afluentes e nível d'água da barragem, variavam anualmente ao longo dos 24 anos da análise.

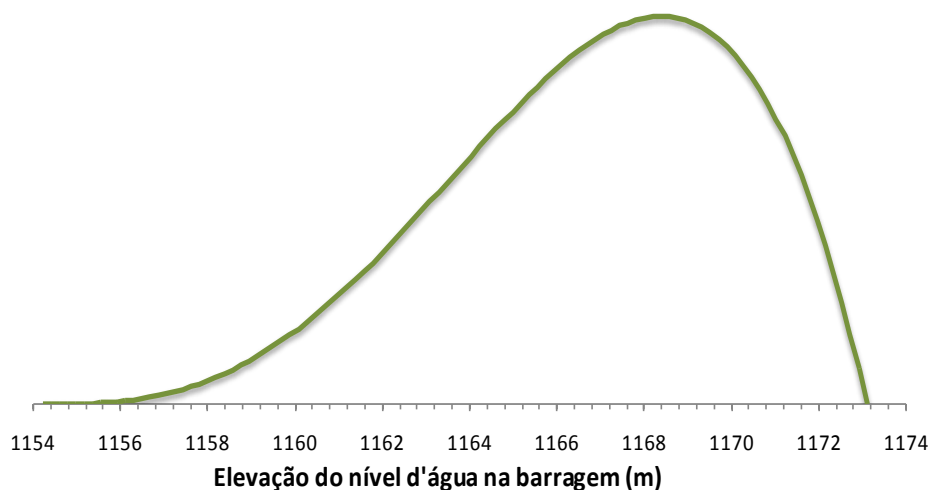


Figura 53 – Distribuição de probabilidade para os níveis d'água na barragem John Martin.

O número de realizações do método de Monte Carlo é uma incógnita do problema, sendo assim, optou-se por realizar 1000 análises determinísticas do problema de assoreamento do reservatório John Martin a fim de determinar as estatísticas das respostas, ou seja, a distribuição de probabilidades, a média, o desvio padrão, o coeficiente de variação e a moda da área de sedimentos depositados em cada seção transversal do reservatório. Durante as 1000 simulações de Monte Carlo, acompanhou-se a convergência da média e do desvio padrão da resposta em cada seção. Admitiu-se que a convergência da média e do desvio padrão representaria a convergência dos demais parâmetros estatísticos da resposta, o que garantiria que o método de Monte Carlo já tinha produzido informações suficientes às análises estatísticas.

Sendo assim, a quantidade de números estocásticos gerados na técnica de amostragem hipercubo latino foi de 24.000, para cada um dos parâmetros estocásticos considerados, porque foram 1000 simulações de 24 anos. O volume anual de água e de sedimentos afluentes era transformado em vazão para poder ser usado pelo modelo determinístico. Os números estocásticos foram gerados através do programa computacional Maple[®]. A seguinte rotina exemplifica o código implementado no Maple[®] para gerar os números estocásticos relativos à vazão de água afluente, conforme o método de amostragem hipercubo latino:

```

with(stats) :                               // ativa o pacote estatístico
arq:= "Qin_LHS.txt" :                       // nome do arquivo para gravar os números aleatórios
NSim:= 1000 :                               // número de simulações de Monte Carlo
NVal:= 24 :                                 // número de valores por simulação
n:= NSim*NVal :                             // total de números gerados
mu:= 19.283 :                               // parâmetro da distribuição lognormal
sigma:= 0.5963 :                            // parâmetro da distribuição lognormal

open(arq, WRITE) :                          // abre o arquivo

for i from 1 to n do                        // método de amostragem hipercubo latino
    U:= random[uniform](1) :                // passo 1
    P:= (U + (i-1)) / n :                   // passo 2
    var:= statevalf[icdf,lognormal[mu,sigma]](P)/31536000 : // passo 3
    fprintf(arq, "%0.10e\n", var) :         // escreve número gerado no arquivo
end do:

close(arq) :                                // fecha o arquivo

```

Na Figura 54 à Figura 56 estão ilustrados os histogramas de cada um dos parâmetros estocásticos obtidos a partir dos 24.000 números gerados pela técnica de amostragem hipercubo latino. Pode-se perceber que a forma do histograma é a mesma da correspondente distribuição de probabilidade determinada para cada parâmetro estocástico na seção anterior. Os números correspondentes à vazão de sedimentos afluentes foram obtidos multiplicando-se os números gerados para a vazão de água afluente e para a concentração de sedimentos afluentes.

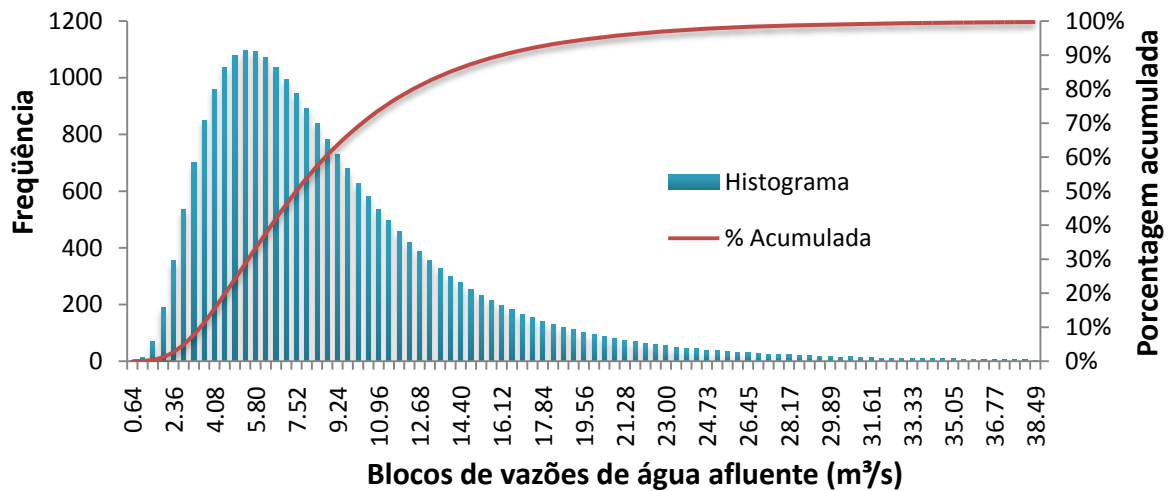


Figura 54 – Histograma dos 24.000 números de vazões de água afluentes gerados pela técnica de amostragem hipercubo latino.

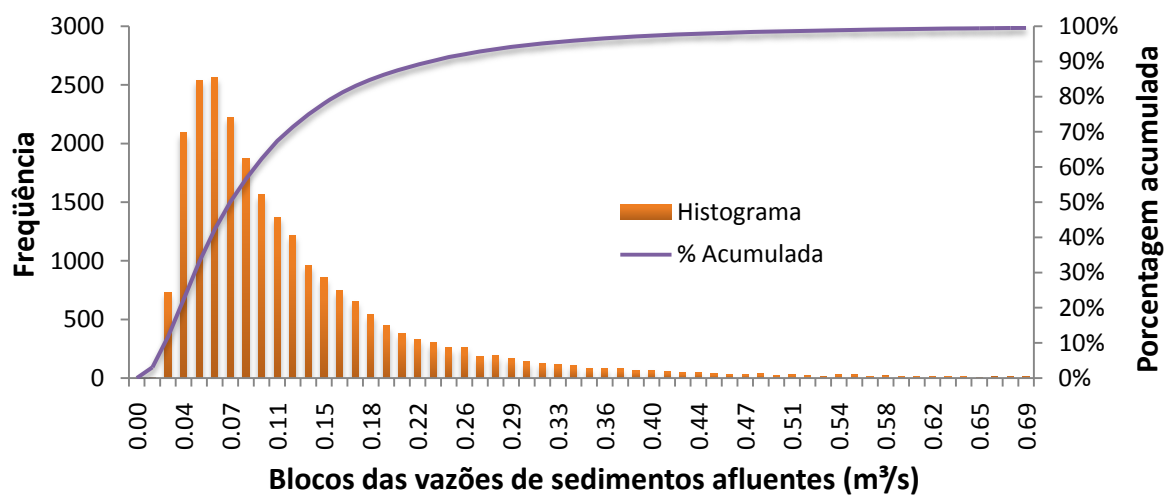


Figura 55 – Histograma dos 24.000 números de vazões de sedimentos afluentes gerados pela técnica de amostragem hipercubo latino.

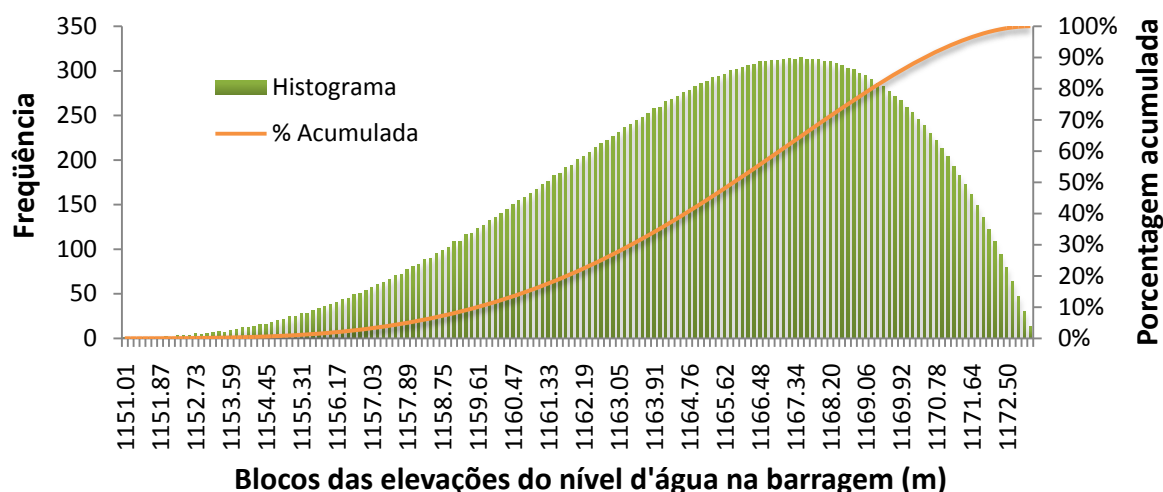


Figura 56 – Histograma dos 24.000 números de elevações do nível d'água na barragem gerados pela técnica de amostragem hipercubo latino.

Após os 24.000 números estocásticos serem gerados de forma ordenada, eles foram misturados aleatoriamente e organizados em 1000 grupos de 24 valores. Cada grupo corresponde a um cenário determinístico para a análise de Monte Carlo. Esse procedimento foi feito para cada um dos três parâmetros estocásticos considerados. Da Figura 57 à Figura 59 estão ilustradas as principais estatísticas ao longo dos 24 anos de análise, quando os 1000 grupos de dados estocásticos gerados são analisados ano a ano. Nas figuras, além da média, estão representados os valores máximo e mínimo que ocorrem em cada ano e alguns valores de percentil. Os valores de percentil 84% e 16% equivalem à média mais e menos um desvio padrão, respectivamente, quando a distribuição de probabilidades é do tipo normal e determinam uma faixa em que 68% dos dados estão contidos em seu interior.

7.3.4. Resultados da análise de Monte Carlo

Após os 1000 cenários terem sido determinados para cada um dos parâmetros estocásticos, de acordo com o método de amostragem hipercubo latino, e os parâmetros determinísticos também terem sido definidos, partiu-se para as 1000 simulações determinísticas do modelo de assoreamento realizadas pelo método de Monte Carlo.

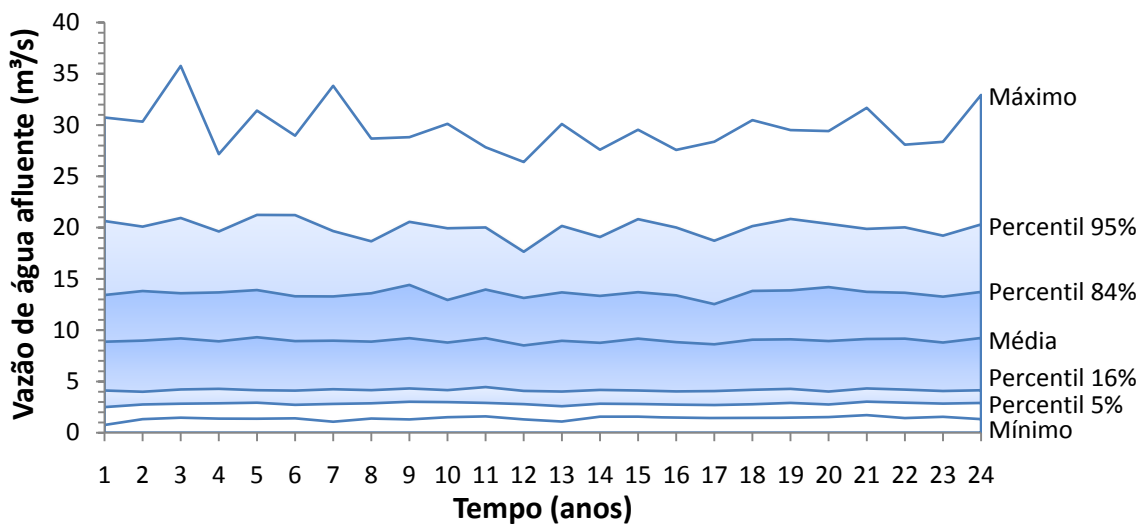


Figura 57 – Algumas estatísticas ao longo do tempo de análise obtidas a partir dos 1000 cenários determinísticos para a vazão de água afluente.

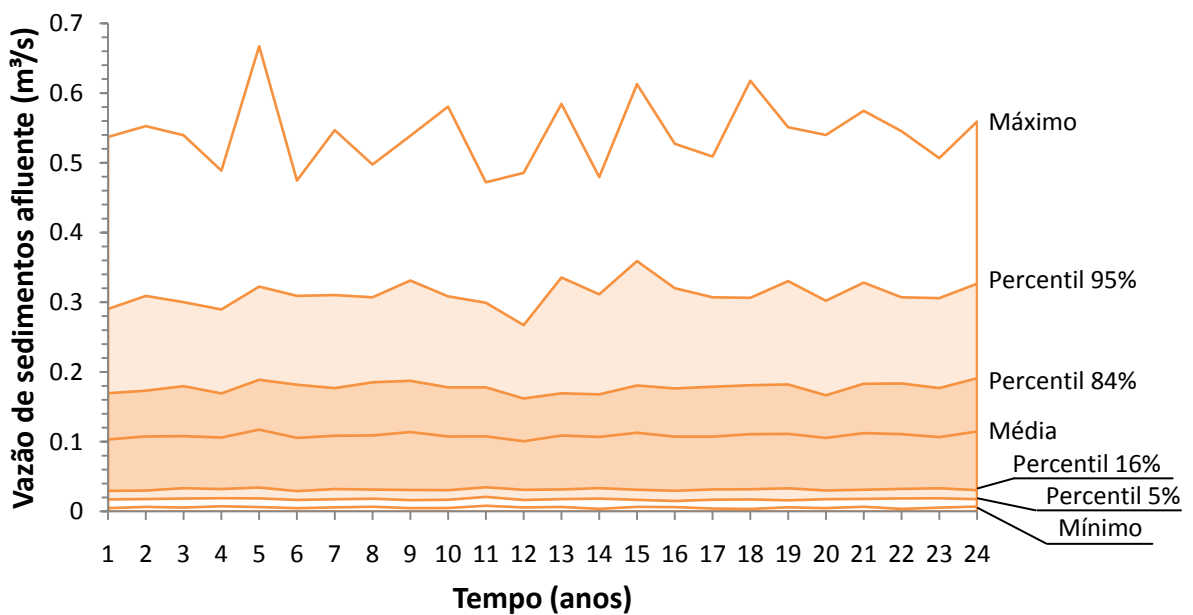


Figura 58 – Algumas estatísticas ao longo do tempo de análise obtidas a partir dos 1000 cenários determinísticos para a vazão de sedimentos afluente.

Cada simulação forneceu uma resposta determinística para a área de sedimentos depositados em cada seção transversal do reservatório. Após as 1000 simulações terem sido realizadas, o conjunto dos 1000 valores da área de sedimentos depositados após um período de 24 anos foi analisado, para cada

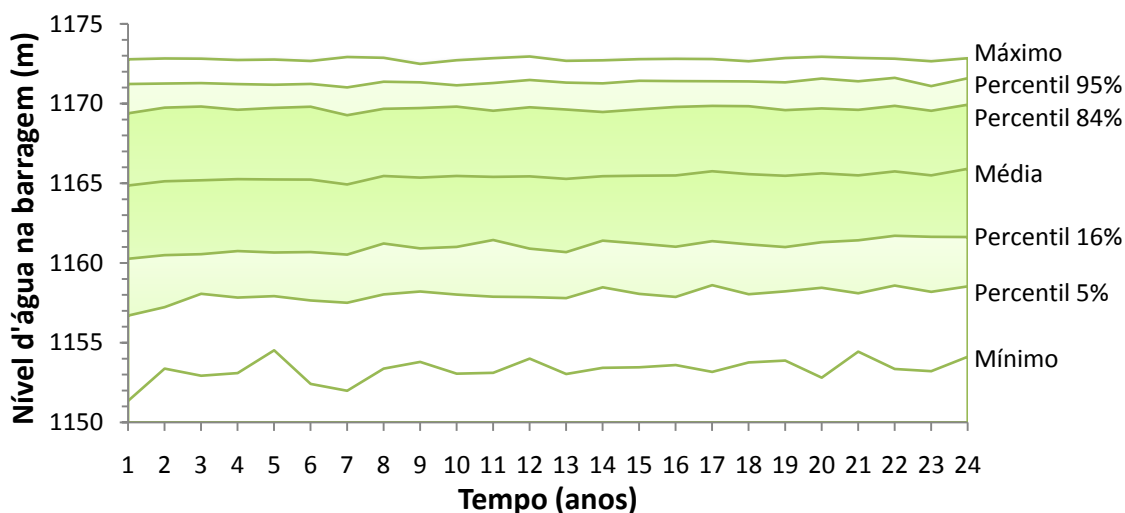


Figura 59 – Algumas estatísticas ao longo do tempo de análise obtidas a partir dos 1000 cenários determinísticos para a elevação do nível d'água na barragem.

seção transversal, de onde se obteve as informações estatísticas relevantes, como a distribuição de probabilidade, a média, o desvio padrão, o coeficiente de variação, a moda e os valores de percentil.

Como foi mencionado anteriormente, durante as 1000 simulações acompanhou-se a convergência da média e do desvio padrão da resposta a fim de se garantir um número suficiente de simulações de Monte Carlo que caracterizasse satisfatoriamente as estatísticas da resposta. Na Figura 60, estão ilustradas, para cada seção transversal, a resposta determinística para cada um dos cenários ao longo das 1000 simulações assim como a convergência da média e do desvio padrão da área de sedimentos depositados. Pode-se perceber que as 1000 simulações garantiram a convergência da resposta em todas as seções transversais. Percebe-se também a grande variabilidade de valores calculados para a área de sedimentos depositados, indicando que o assoreamento é muito influenciado pelos valores dos parâmetros estocásticos considerados na análise.

Na Tabela 11 estão resumidas as principais estatísticas para a área de sedimento depositado calculada em cada seção transversal após as 1000

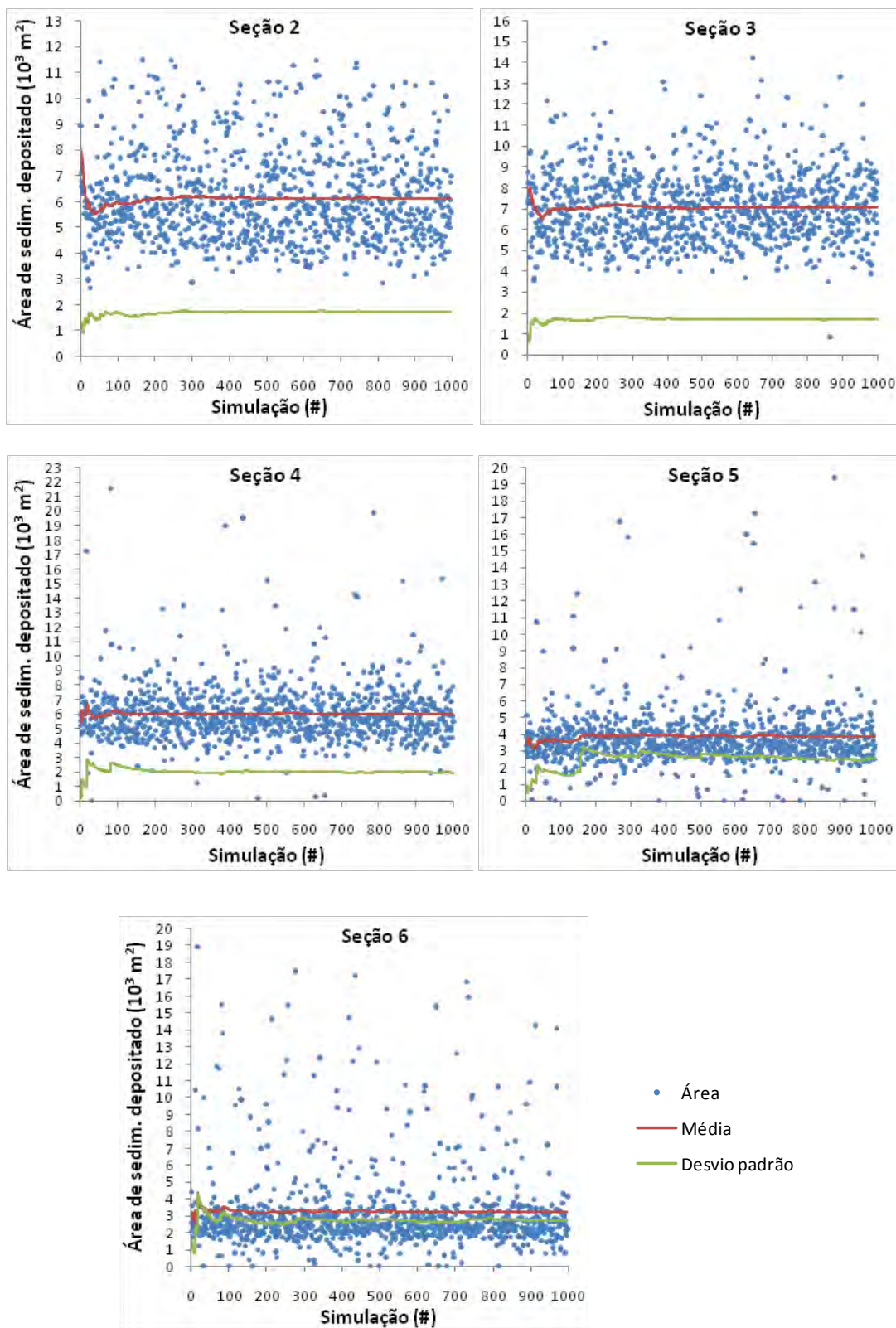


Figura 60 – Valores da área de sedimentos depositados obtidos pelas 1000 simulações de Monte Carlo, por seção transversal, e convergência da média e do desvio padrão.

Tabela 11 – Principais estatísticas da simulação de Monte Carlo para a área de sedimento depositado por seção transversal.

Seção	Medido (m ²)	Média (m ²)	Desvio Padrão (m ²)	Coefic. de Variação (%)	Moda* (m ²)	Distribuição
2	4305,30	6117,4	1720,9	28,13	5288,5	Lognormal
3	5221,22	7068,3	1663,6	23,54	6689,4	Lognormal
4	2828,54	5996,6	1957,7	32,65	5576,8	Log-logística
5	2980,94	3889,6	2584,8	66,45	3321,0	Log-logística
6	1804,42	3201,1	2689,2	84,01	2218,1	Log-logística

* Valores determinados pelo programa BestFit[©].

realizações de Monte Carlo terem sido processadas, além dos valores medidos em campo. Pode-se observar que, com exceção da seção 4, os valores medidos estão dentro do intervalo definido pela média mais ou menos o desvio padrão. Em relação à seção 4 deve-se notar que considerando apenas a parte da seção em que a área de sedimentos depositados foi medida, a área calculada seria igual a 4233,22 m² e, portanto, também fica dentro do intervalo mencionado acima. Nota-se, também, que duas seções transversais apresentaram distribuições de probabilidade do tipo lognormal e três do tipo log-logística, indicando a ocorrência de valores de grande magnitude para a área de sedimentos depositados nas realizações de Monte Carlo.

Na Figura 61 estão ilustrados o histograma, a distribuição de probabilidade ajustada para a área de sedimentos depositados após 24 anos e a densidade acumulada, para cada seção transversal, a partir dos resultados das 1000 simulações de Monte Carlo. As distribuições de probabilidade foram ajustadas utilizando-se o programa computacional BestFit[©] e estão indicadas na Figura 61 para cada seção transversal. O ajuste adotado foi feito de acordo com o teste estatístico do qui-quadrado. Na Figura 61 também estão listados outros parâmetros estatísticos determinados para cada seção transversal. De acordo com a Figura 61, percebe-se que o ajuste das distribuições de probabilidade foi satisfatório ao observar que a densidade acumulada resultante do ajuste praticamente se sobrepõe à densidade acumulada obtida com os dados reais, para a maioria das seções transversais.

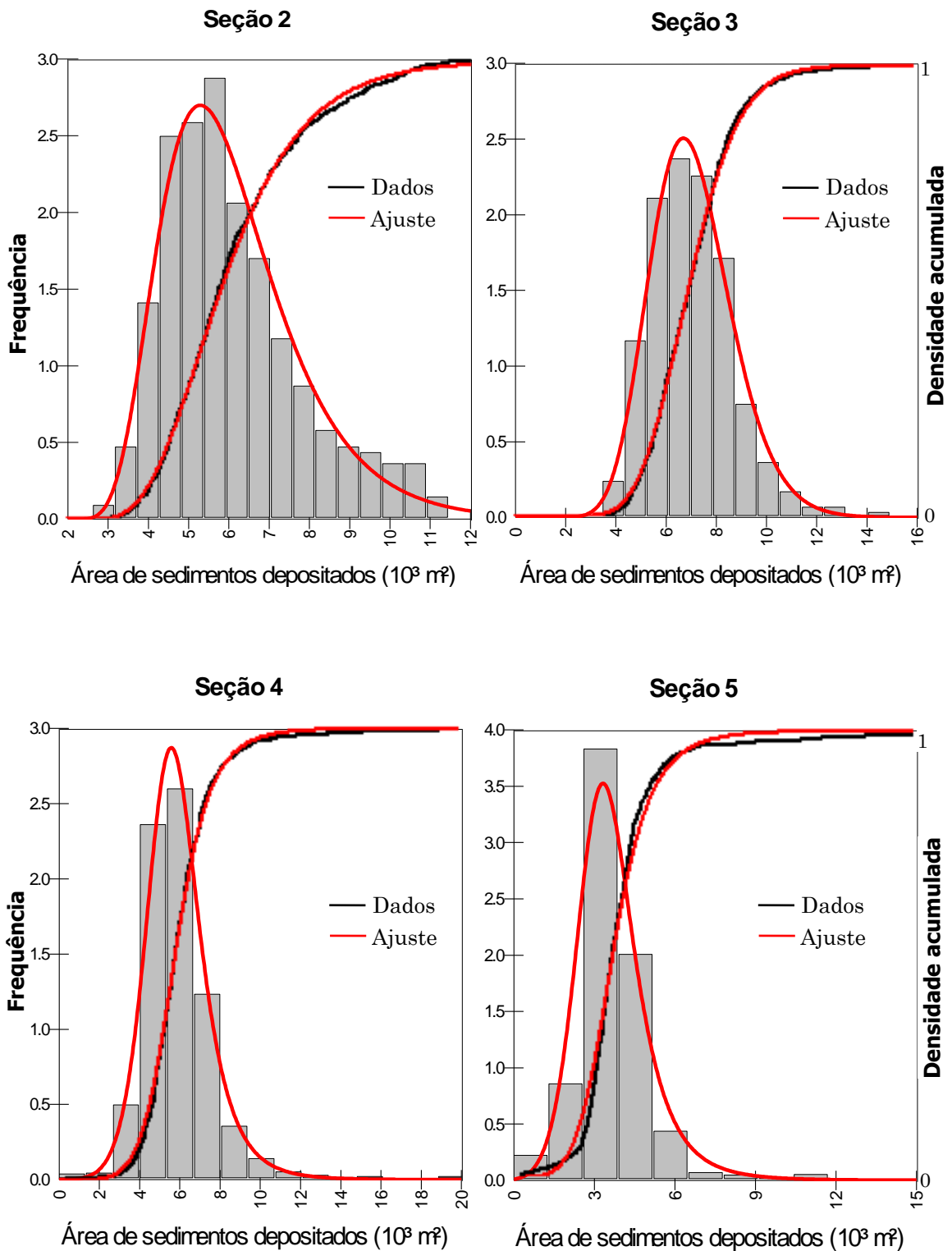


Figura 61 – Histograma, distribuição de probabilidade e densidade acumulada para a área de sedimentos depositados após 24 anos, por seção transversal.

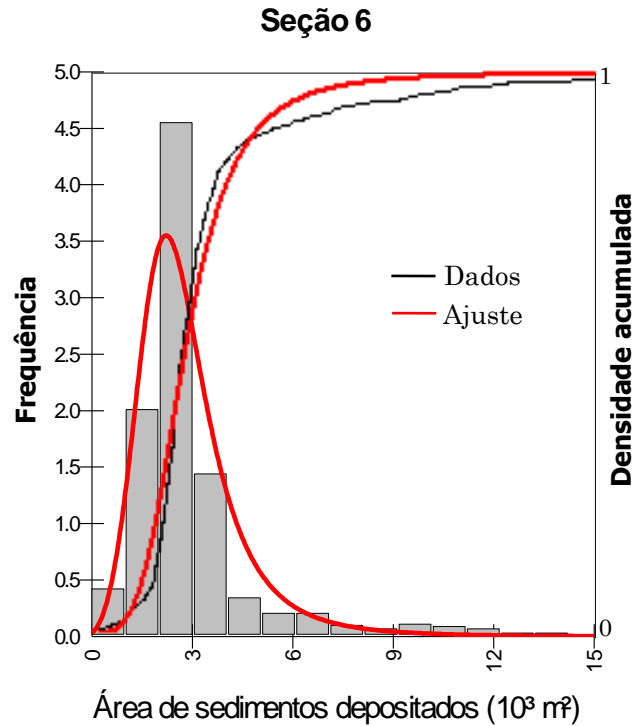


Figura 61 – Continuação.

A distribuição de probabilidade log-logística é definida pelos parâmetros α , β e γ , e é dada pela expressão:

$$f(x) = \frac{\alpha \left(\frac{x-y}{\beta}\right)^{\alpha-1}}{\beta \left[1 + \left(\frac{x-y}{\beta}\right)^\alpha\right]^2} \quad (182)$$

Em 1966, 24 anos após o fechamento da barragem John Martin, realizou-se uma nova batimetria do fundo do reservatório em cada seção transversal. A partir da nova geometria das seções transversais em 1966 é possível comparar e avaliar os resultados da simulação de Monte Carlo. Na Figura 62 estão representadas as seções transversais com a nova geometria obtida em 1966 após a batimetria e os resultados da simulação de Monte Carlo para 1966, que definiram a geometria de cada seção correspondente à área de sedimentos depositados.

Na Figura 62 está representada a geometria correspondente à média, à moda e aos valores de percentil iguais a 5% e 95%, 16% e 84% da área de sedimentos depositados por seção. Embora o método de distribuição lateral de

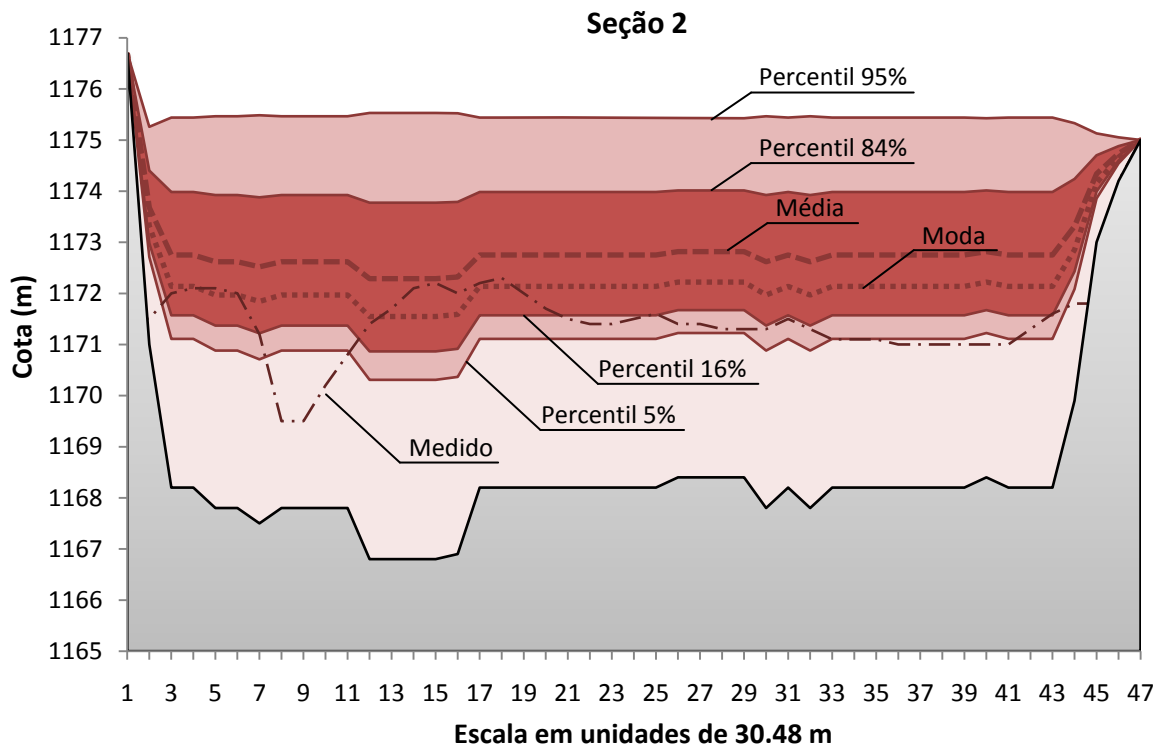


Figura 62 – Geometria das seções obtidas pela simulação de Monte Carlo e medida em campo, em 1966.

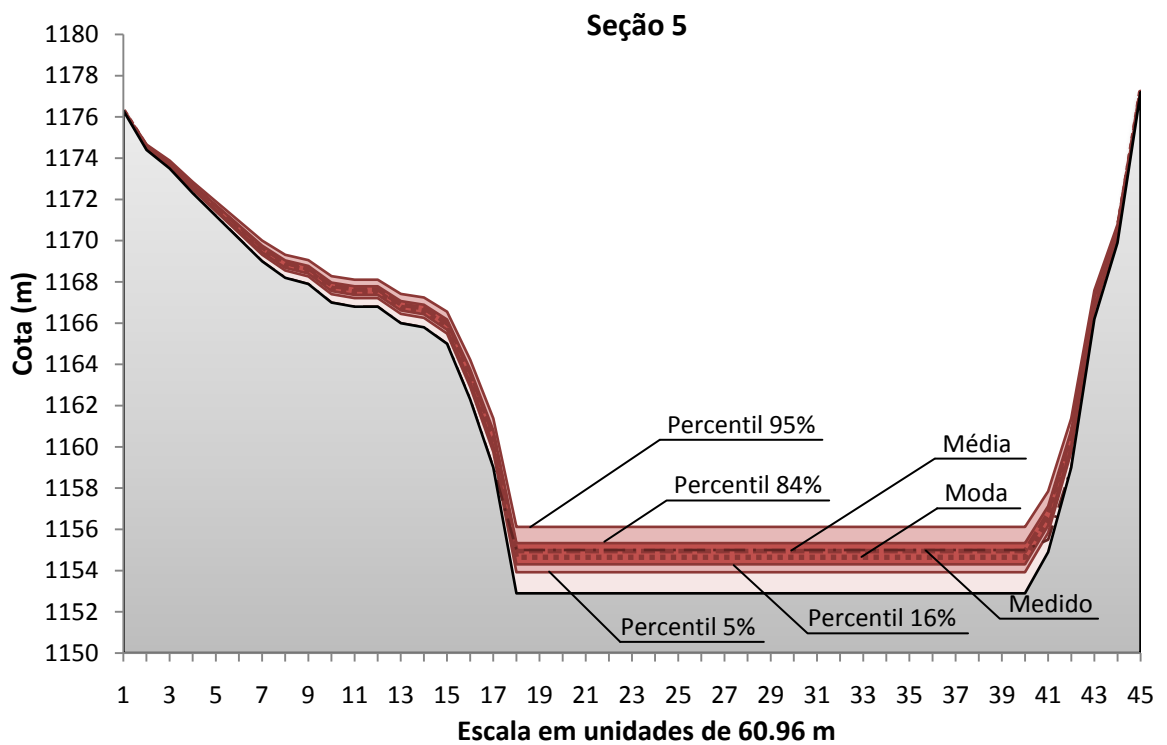
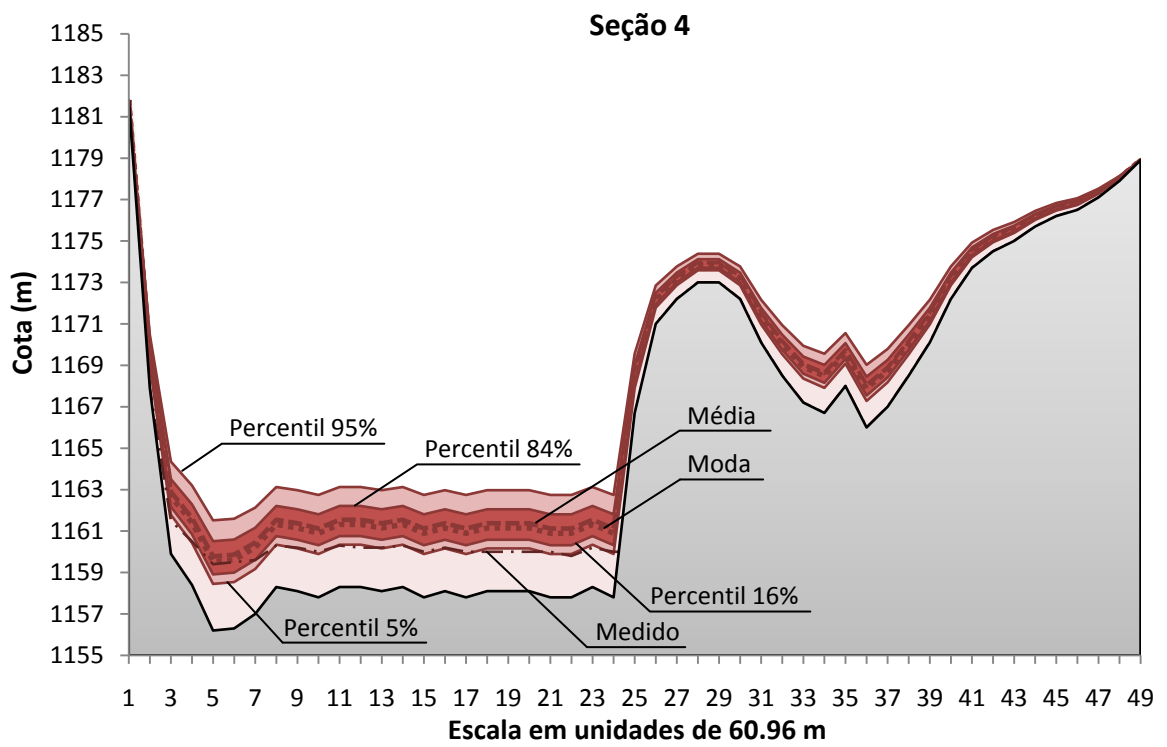


Figura 62 – Continuação.

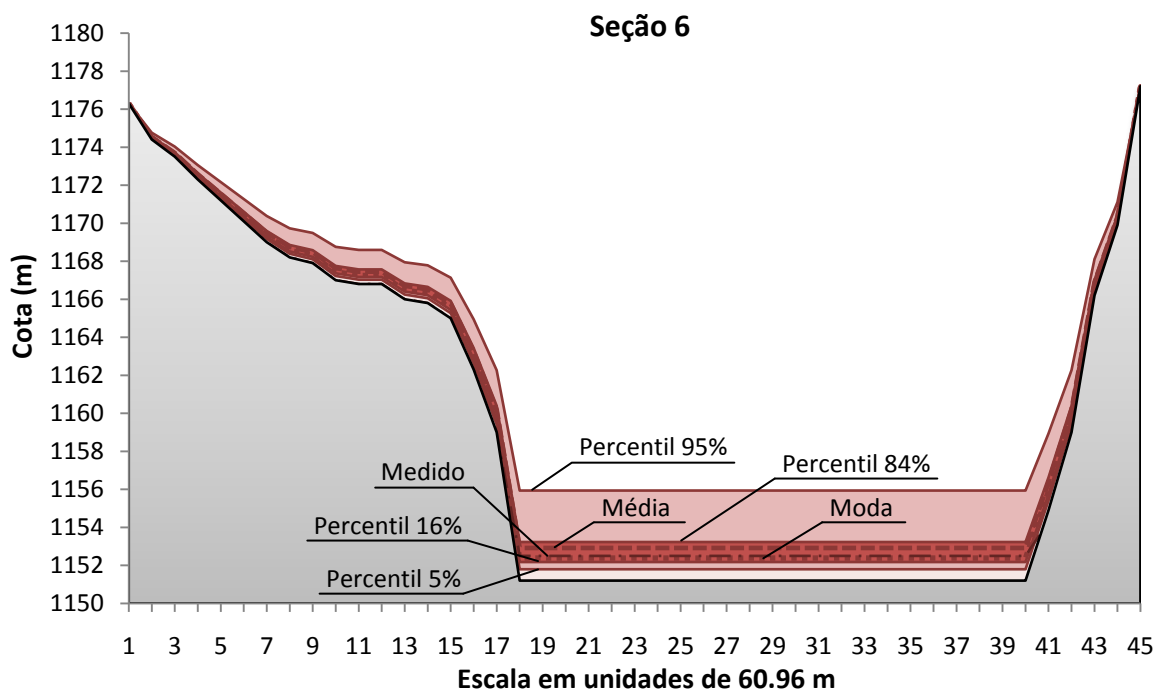


Figura 62 – Continuação.

sedimentos na seção transversal adotado no modelo não represente fielmente a distribuição de sedimentos real, vê-se na figura que a geometria medida na seção 2 está compreendida quase que integralmente entre a média e o percentil de 5%, deste modo pode-se afirmar que a simulação de Monte Carlo superestimou o assoreamento da seção 2 na maioria das realizações.

Na seção 3 (Figura 62), o leito medido em 1966 está entre o percentil de 5% e 84%, e na maioria das vezes está abaixo da moda, novamente o método de Monte Carlo superestimou o assoreamento. Na seção 4, o leito medido praticamente coincide com o percentil de 5%. Na seção 5, a geometria medida e a média de Monte Carlo são coincidentes, neste caso o método de Monte Carlo estimou com mais precisão o assoreamento. Já na seção 6, foi a moda que coincidiu com os dados medidos em campo, o que também é satisfatório.

Mais importante do que fornecer com precisão o assoreamento que ocorre num determinado instante numa seção transversal qualquer, o método de Monte Carlo fornece a probabilidade de ocorrência de um determinado nível de assoreamento levando em consideração as incertezas e a variabilidade dos

fatores que interferem no assoreamento. Desta forma, é possível projetar e operar um reservatório dentro de margens de segurança, conhecendo-se as chances de ocorrência de certos níveis de assoreamento que podem comprometer o funcionamento do reservatório e até inviabilizar o seu projeto.

Por exemplo, ao analisar os resultados da seção 6 na Figura 62, é possível saber qual a probabilidade de que os sedimentos depositados alcancem a soleira de tomada de água. Essa informação pode ser muito útil para a operação do reservatório.

Na Figura 63 está ilustrado o processo de acúmulo de sedimentos ao longo do tempo em cada seção transversal. Além da média da área de sedimentos depositados obtida pela simulação de Monte Carlo, estão apresentados os valores de percentil de 5% e 95% e de 16% e 84%.

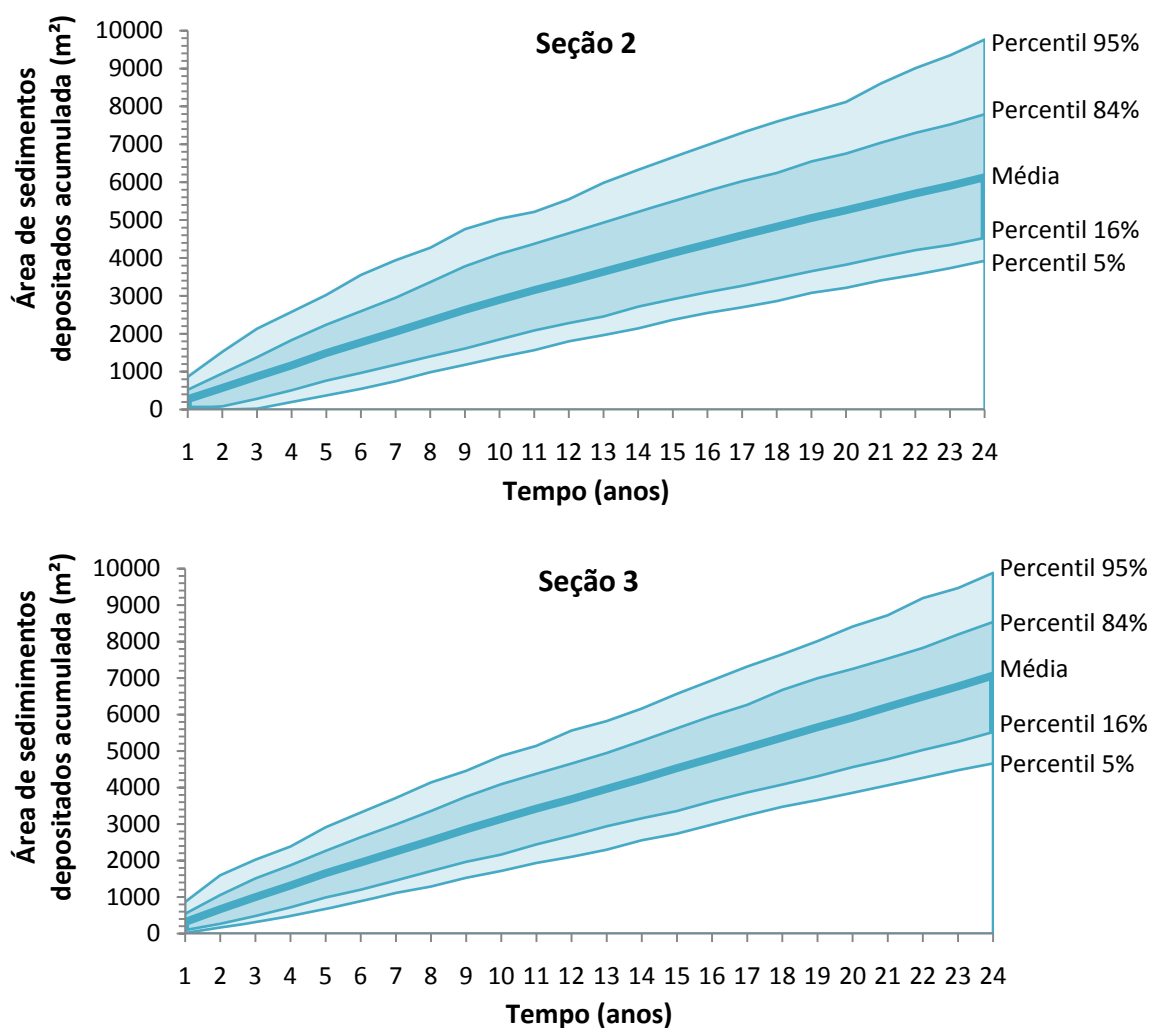


Figura 63 – Avanço do assoreamento com o tempo em cada seção transversal.

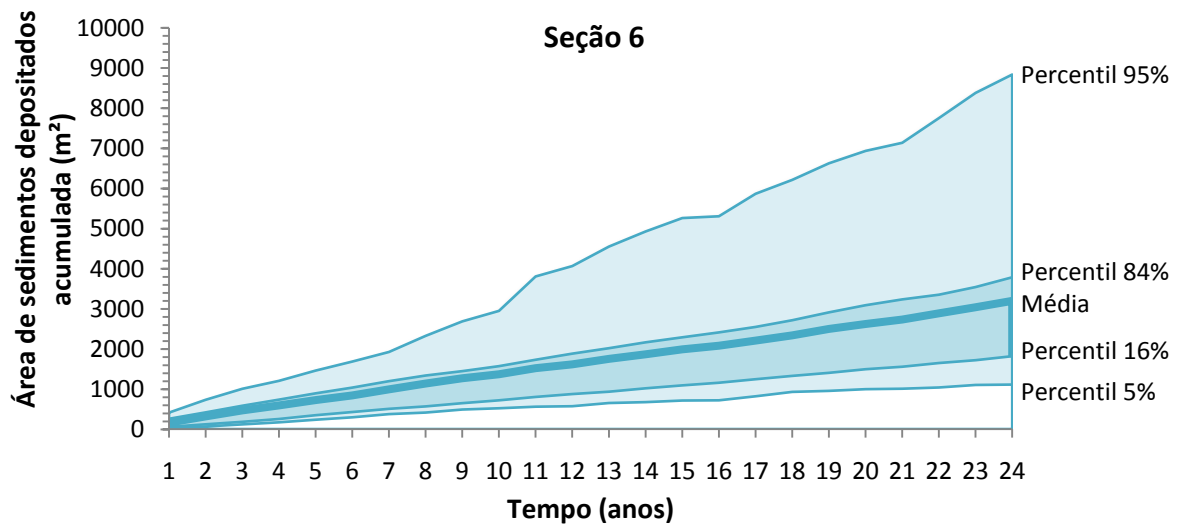
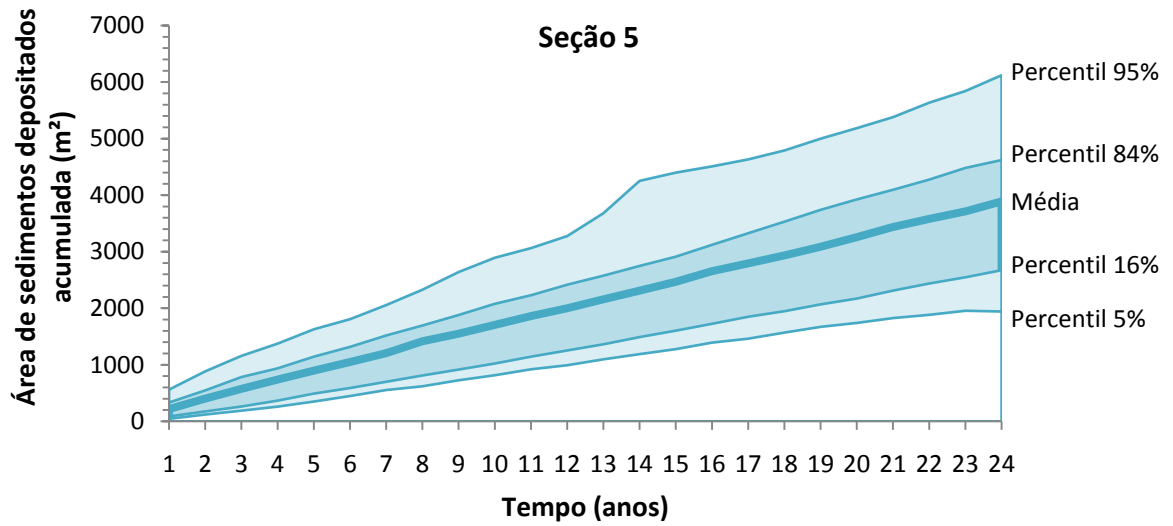
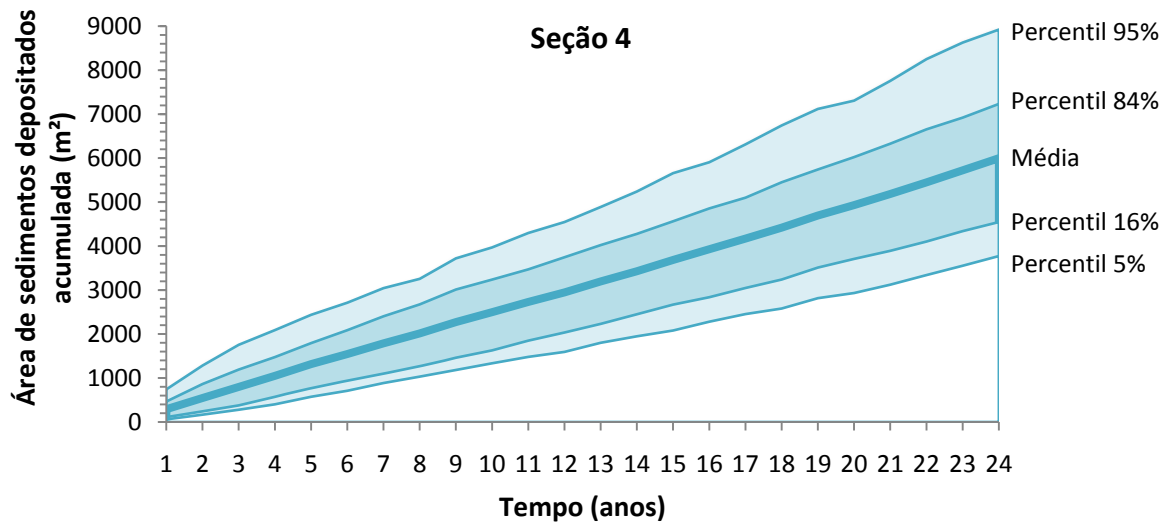


Figura 63 – Continuação.

Na sequência, foi realizada uma análise de sensibilidade para julgar o grau de influência dos parâmetros estocásticos na incerteza do assoreamento em cada seção transversal. Na Tabela 12 estão listados os resultados da análise de sensibilidade para todos os parâmetros estocásticos obtidos a partir do coeficiente de correlação simples (CCS) e do coeficiente de correlação da posição (CCP), conforme descrito na seção 6.4, que foram ilustrados na Figura 64. Os resultados mostram que a vazão de sedimentos afluyente é o fator que mais influencia o assoreamento do reservatório, seguido pela vazão de água. O fator menos importante é o nível d'água na barragem.

Tabela 12 – Resultados da análise de sensibilidade dos parâmetros estocásticos a partir dos coeficientes CCS e CCP, por seção transversal.

Seção	Vazão de água		Vazão de sedimentos		Nível d'água	
	CCS	CCP	CCS	CCP	CCS	CCP
2	0,33	0,31	0,82	0,75	0,22	0,34
3	0,57	0,64	0,84	0,88	-0,08	-0,12
4	0,41	0,63	0,56	0,78	-0,15	-0,34
5	0,17	0,63	0,22	0,69	-0,06	-0,39
6	0,11	0,54	0,15	0,53	-0,01	-0,41

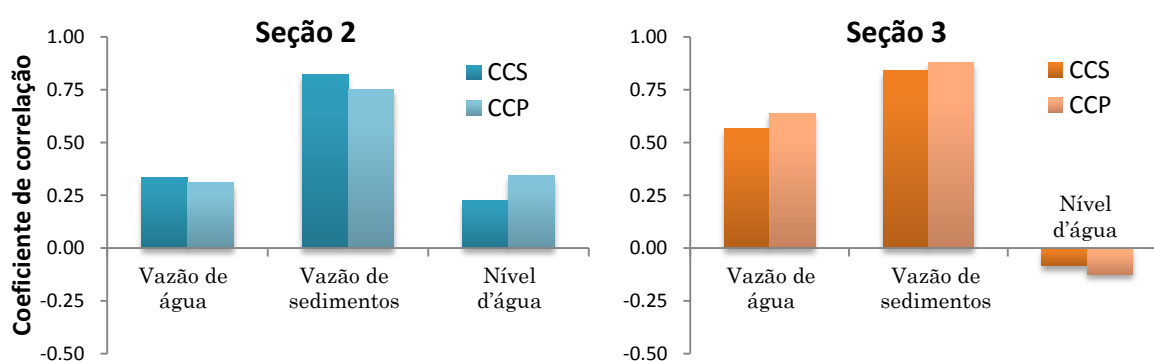


Figura 64 – Comparação da sensibilidade dos parâmetros estocásticos a partir dos coeficientes CCS e CCP, por seção transversal.

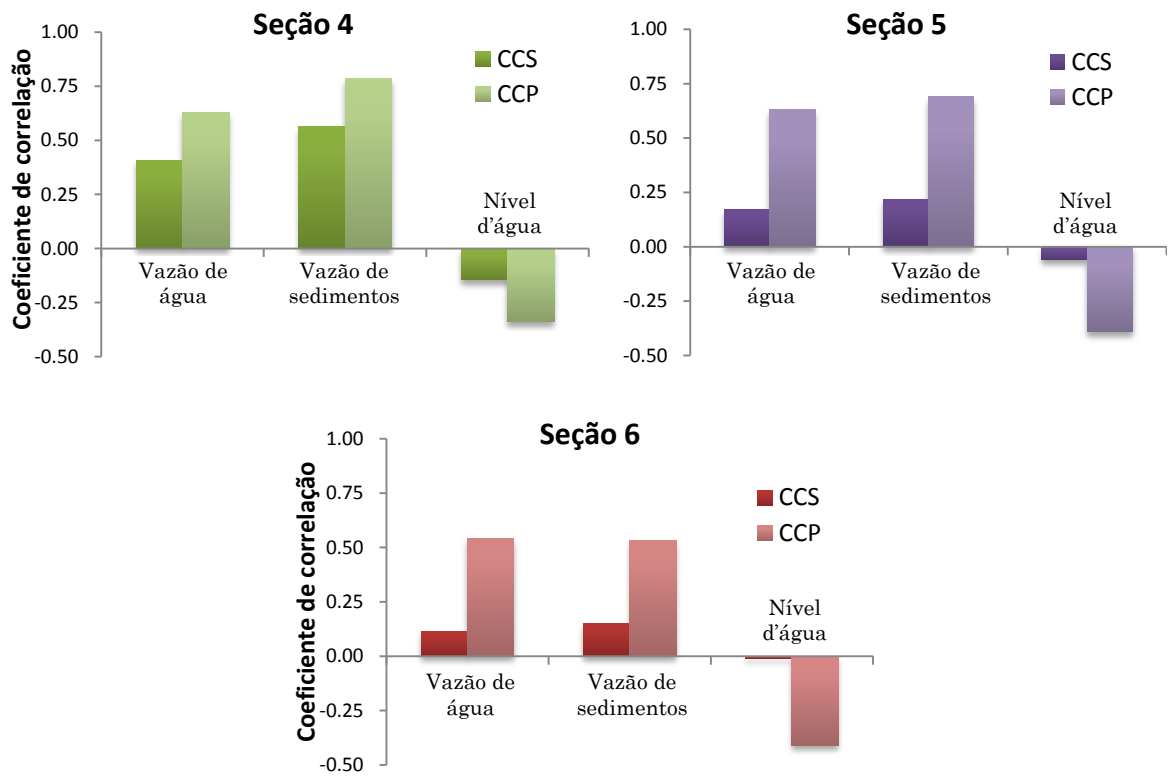


Figura 64 – Continuação.

Conclusões e Sugestões

8.1. Conclusões

Neste trabalho, foi desenvolvido um modelo matemático determinístico quase-tridimensional capaz de representar os fenômenos físicos envolvidos no processo de acúmulo de sedimentos em reservatórios: o transporte, a deposição e a erosão dos sedimentos e o adensamento do material depositado. O modelo considera a variação granulométrica dos sedimentos que entram no reservatório e que são depositados. Permite simular o aporte de sedimentos que entram no reservatório em diferentes pontos ao longo de seu comprimento através de uma rede de canais.

O modelo foi implementado computacionalmente e usado para analisar problemas reais de acúmulo de sedimentos em reservatórios de água e de rejeitos de mineração. Diante dos resultados, as seguintes conclusões puderam ser obtidas:

8.1.1. Quanto ao modelo numérico

Em todas as análises foram usados valores de 0,9 e 1 para os fatores de ponderação espacial e temporal, respectivamente, no esquema implícito de Preissmann, conforme sugerido por Wu *et al.* (2004), tendo-se conseguido bons resultados em termos de estabilidade, convergência e precisão.

O acoplamento do modelo de adensamento com grandes deformações aos modelos hidrodinâmico e de sedimentos permitiu calcular a deformação do leito causada pelo adensamento a pequenos intervalos de tempo. A redução da área de sedimentos depositados devido ao adensamento e, conseqüentemente, o aumento da área molhada da seção interfere nos processos de transporte e deposição de sedimentos ao alterar a velocidade do escoamento. Na prática, todos os fenômenos ocorrem simultaneamente e, assim, o modelo foi desenvolvido procurando representar as interações físicas destes processos.

O método de Monte Carlo é uma poderosa ferramenta para fornecer as respostas de um problema físico estocasticamente. Qualquer que seja o modelo determinístico desenvolvido, o método de Monte Carlo é capaz de fornecer as estatísticas da resposta bastando, para isso, definir apropriadamente quais parâmetros do modelo determinístico são estocásticos, ou seja, que possuem algum tipo de variabilidade temporal/espacial ou de incerteza associada. Assim, o modelo determinístico pode ser constantemente melhorado e incorporado ao método de Monte Carlo. Ele permite, também, flexibilidade na escolha de quais parâmetros do modelo são estocásticos.

O coeficiente α da equação para a distância de adaptação para a carga em suspensão foi um parâmetro fundamental no processo de calibração do modelo. As respostas do modelo variavam muito em função do valor escolhido para este parâmetro.

Ao apresentar mais de uma alternativa para as fórmulas empíricas necessárias ao modelo de sedimentos, o modelo desenvolvido se torna flexível ao permitir a escolha das fórmulas que fornecem as melhores respostas ao problema em estudo.

8.1.2. Quanto à análise determinística do reservatório de água

O erro relativo entre a área de sedimentos depositados calculada e observada foi no máximo de 5% em quatro seções, de 15% em sete seções e de 20% em oito seções.

As mudanças nas seções transversais calculadas pelo modelo matemático estão razoavelmente próximas às observadas no campo. O padrão de deposição lateral observado em algumas seções foi diferente do padrão considerado pelo modelo, mas, em geral, a extensão e a distribuição dos depósitos concordam com as medições de campo.

É possível perceber que houve aumento no volume depositado sempre que a carga de entrada dos sedimentos se intensificou. A alta carga de sedimentos que atingiu o reservatório entre 1941 e 1942 aumentou consideravelmente a taxa de deposição no reservatório.

Observou-se que o modelo subestimou levemente o nível d'água ao longo do rio, principalmente na condição de vazão mais elevada. Mesmo assim, os resultados estão dentro de uma margem de erro aceitável. Na região do lago criado pela barragem, onde a elevação do nível d'água é praticamente constante, o ajuste foi muito bom.

A concordância entre o perfil longitudinal dos sedimentos depositados calculado e observado em 1943 foi satisfatória.

Observou-se que a taxa de deposição foi maior nas seções que apresentam maior área molhada e, conseqüentemente, menor velocidade de escoamento. Por outro lado, em algumas seções mais estreitas, ocorreu erosão em certos períodos de tempo. A subida da superfície da água do lago provocou a formação de um delta, que foi aplanado quando o nível d'água baixou, movendo os sedimentos mais para a jusante em direção à barragem. Observou-se que, mesmo com a tendência geral do sistema de alargar o leito, períodos alternados de agregação e degradação do leito ocorreram. Quando a vazão foi elevada, a velocidade do escoamento aumentou e o material do leito foi removido e levado para a jusante para ser depositado nas elevações mais baixas. Portanto, em geral, ocorreu degradação quando a vazão foi elevada. Por outro lado, na parte mais branda da hidrógrafa, a velocidade do escoamento foi menor e permitiu a deposição de sedimentos. Os períodos em que a erosão do leito foi predominante coincidem com os maiores volumes de água que entraram no sistema. No entanto, o esvaziamento que ocorreu no reservatório no final de

1940 e início de 1941 não provocou erosão significativa do leito, talvez porque neste período as vazões de água foram pequenas.

Nas seções do Rio Colorado, não houve variação significativa da granulometria do material do leito, indicando que a Barragem Imperial não alterou as condições naturais do rio neste trecho. Na região do reservatório, o material do leito tornou-se mais grosso com o tempo nas seções de montante, e mais fino nas seções de jusante, como era esperado. As seções localizadas perto da barragem, ao longo do tempo, gradualmente aumentaram a proporção de material fino no leito. A resposta do sistema para o rebaixamento do reservatório entre 1940 e 1941 foi transportar as partes finas do sedimento para a jusante. Assim, o diâmetro médio foi drasticamente reduzido neste período nas seções mais próximas da barragem e foi aumentado nas seções mais afastadas de onde as partículas finas foram retiradas. O rebaixamento também deslocou o delta para a jusante, tornando a granulometria desta região mais grossa neste período.

A proporção de silte no leito aumentou nas proximidades da barragem, formando os depósitos de fundo, a fração de areia fina se acentuou mais no meio do reservatório, enquanto que as frações de areia média e grossa se destacaram na entrada do lago, na região de formação do delta.

8.1.3. Quanto à análise determinística do enchimento da barragem de rejeitos de mineração

Em campo, nota-se que parte do rejeito é transportado e depositado à montante do ponto de lançamento. O modelo desenvolvido apenas transporta e deposita o rejeito à jusante do ponto de lançamento. Por isso é que as seções à montante do primeiro ponto de lançamento possuem mais material depositado do que o modelo consegue estimar e nas seções a jusante a deposição estimada é maior que a observada. O rejeito que não foi transportado à montante pelo modelo foi levado para a jusante. Entre 1974 e 1984 houve acúmulo de rejeito em praticamente todo o reservatório e esse material depositado consolida-se mesmo depois de 1984. No modelo numérico, o material abaixo do perfil de

1984 foi considerado indeformável e é por isso, também, que o modelo numérico superestimou o enchimento das seções a jusante do ponto de lançamento.

Observou-se uma relação entre a deposição de rejeito com o tempo, o nível d'água e o ponto de lançamento. Assim as seções só começaram a receber material quando o ponto de lançamento de rejeitos esteve à montante da seção. Por outro lado, as seções apresentaram um período de deposição praticamente nulo quando se encontravam cheias de rejeito nesse período, voltando a receber rejeitos quando o nível d'água era elevado.

A distribuição de índice de vazios prevista pelo modelo se ajustou bem à média dos resultados medidos em campo em dois momentos distintos obtidos num intervalo inferior a um mês, tanto qualitativa quanto quantitativamente.

A distribuição de índice de vazios na seção 12 em Setembro de 1989 obtida pelo modelo é comparada com resultados medidos em campo em dois momentos distintos obtidos num intervalo inferior a um mês

As tensões efetivas calculadas pelo modelo estão bem próximas daquelas medidas em campo e obtidas por Consoli (1991). Os excessos de poro-pressão não se dissiparam completamente e a camada de rejeitos estava sujeita a deformações devido ao adensamento. Nos contornos drenados da camada, o excesso de poro-pressão era nulo. Os demais perfis foram bem representados pelo modelo, tanto qualitativa quanto quantitativamente.

8.1.4. Quanto à análise determinístico-estocástica do reservatório de água

Percebeu-se que as 1000 simulações determinísticas usadas no método de Monte Carlo garantiram a convergência da resposta em todas as seções transversais. Observou-se também a grande variabilidade de valores calculados para a área de sedimentos depositados, indicando que o assoreamento foi muito influenciado pelos valores dos parâmetros estocásticos considerados na análise.

Observou-se que, com exceção da seção 4, os valores medidos estão dentro do intervalo definido pela média mais ou menos o desvio padrão. Em

relação à seção 4 deve-se notar que considerando apenas a parte da seção em que a área de sedimentos depositados foi medida, a área calculada seria igual a 4233,22 m² e, portanto, também fica dentro do intervalo mencionado acima. Notou-se, também que duas seções transversais apresentaram distribuições de probabilidade do tipo lognormal e três do tipo log-logística, indicando a ocorrência de valores de grande magnitude para a área de sedimentos depositados nas realizações de Monte Carlo.

A geometria medida na seção 2 ficou compreendida quase que integralmente entre a média e o percentil de 5%, indicando que na maioria das realizações o método de Monte Carlo superestimou o seu assoreamento. Na seção 3, o leito medido em 1966 ficou entre o percentil de 5% e 84%, e na maioria das vezes, abaixo da moda, de forma que novamente o método de Monte Carlo superestimou o assoreamento. Na seção 4, o modelo também superestimou a deposição, pois o leito medido praticamente coincidiu com o percentil de 5%. Na seção 5, a geometria medida coincidiu com a média de Monte Carlo, neste caso o método de Monte Carlo estimou com mais precisão o assoreamento. Já na seção 6, a moda coincidiu com os dados medidos em campo, o que também foi satisfatório.

Os resultados mostraram que a vazão de sedimentos afluyente foi o fator que mais influenciou o assoreamento do reservatório, seguido pela vazão de água. O fator menos importante foi o nível d'água na barragem.

O método de Monte Carlo fornece a probabilidade de ocorrência de um determinado nível de assoreamento levando em consideração as incertezas e a variabilidade dos fatores que interferem no assoreamento. Desta forma, é possível projetar e operar um reservatório dentro de margens de segurança, conhecendo-se as chances de ocorrência de certos níveis de assoreamento que podem comprometer o funcionamento do reservatório e até inviabilizar o seu projeto. Por exemplo, ao analisar os resultados da seção 6 (seção da barragem), é possível saber qual a probabilidade de que os sedimentos depositados alcancem a soleira de tomada de água. Essa informação pode ser muito útil para a operação do reservatório.

8.2. Sugestões para trabalhos futuros

É importante realizar o monitoramento de campo de um reservatório de água e/ou de rejeitos de mineração para obter as informações necessárias para alimentar o modelo desenvolvido e verificar as suas respostas.

Modelar o assoreamento de um reservatório de água incluindo o adensamento do material depositado.

Modelar o enchimento de um reservatório de rejeitos de mineração de maneira determinístico-estocástica, levando em consideração, principalmente, a variabilidade temporal e espacial dos parâmetros de compressibilidade e permeabilidade do material depositado.

Incluir mais parâmetros estocásticos na modelagem de um reservatório de água pelo método de Monte Carlo, como por exemplo, o coeficiente α da equação para a distância de adaptação para a carga em suspensão, além de outros.

Bibliografia

- ABRÃO, P. C. **Sobre a deposição de rejeitos de mineração no Brasil**. Anais do Simpósio sobre Barragens de Rejeitos e Disposição de Resíduos Industriais e de Mineração. Rio de Janeiro: [s.n.]. 1987. p. 1-9.
- AHSAN, A. K. M. Q.; BLUMBERG, A. F. Three-dimensional hydrothermal model of Onondaga Lake, New York. **Journal of Hydraulic Engineering**, 125 (9), 1999. 912-23.
- ANG, A.; TANG, W. H. **Probability concepts in engineering planning design**. New York: John Wiley & Sons, v. II, 1984.
- ANNANDALE, G. W. **Predicting the distribution of deposited sediment in southern african reservoirs, challenges in african hydrology and water resources**. Proc. of Harare Symposium. [S.l.]: [s.n.]. 1984.
- ANONYMOUS. **Sedimentation in John Martin Reservoir, Arkansas River Basin**. U. S. Army Corps. Eng. Albuquerque, N. M., p. 14. 1966.
- ARMANINI, A.; DI SILVIO, G. A one-dimensional model for the transport of a sediment mixture in non-equilibrium conditions. **Journal of Hydraulic Research**, 26 (3), 1988. 275-92.
- ASADA, H. **Some examples of bed profile calculations of sedimentation in reservoirs in mountainous regions**. Proc. of 15th Congress IAHR. Istanbul: [s.n.]. 1973.
- AZEVEDO, R. F. et al. **Análise numérica de ensaios de adensamento por forças de percolação**. Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Ouro Preto: [s.n.]. 2003.
- AZEVEDO, R. F.; SADO, J. S. **Análise uni-dimensional do enchimento de reservatório de barragens de rejeito através de uma teoria de adensamento com grandes deformações**. Anais do IX Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos Engenharia de Fundações. Salvador, Brasil: [s.n.]. 1990. p. 71-8.
- BAGNOLD, R. A. An approach to the sediment transport problem from general physics. **U.S. Geological Survey Professional Paper**, v. 422-J, 1966.

- BELL, S. G.; SUTHERLAND, A. J. Non-equilibrium bed load transport by steady flows. **Journal of Hydraulic Engineering**, 109 (3), 1983. 353-67.
- BIOT, M. A. General theory of three-dimensional consolidation. **Journal of Applied Physics**, 1941. 155-64.
- BLUMBERG, A. F.; KHAN, L. A.; ST. JOHN, J. P. Three-dimensional hydrodynamic model of New York harbour region. **Journal of Hydraulic Engineering**, 125 (8), 1999. 799-816.
- BORLAND, W. M.; MILLER, C. R. Distribution of sediment in large reservoirs. **Journal of Hydraulics Division**, 84 (2), 1958.
- BROWN, C. B. **Sedimentation in reservoirs**. New York: Wiley, 1950. 825-34 p.
- CAHYONO, M. **Three-dimensional numerical modelling of sediment transport process in non-stratified estuarine and coastal waters**. University of Bradford, UK. [S.l.]. 1993.
- CAMPOS, R. **Three-dimensional reservoir sedimentation model**. University of Newcastle, Newcastle, UK. [S.l.]. 2001.
- CAMPOS, T. M. P. et al. **Consolidation analysis of a tailings reservoir**. IX Panamerican Conference of Soil Mechanics and Foundation Engineering. Viña del Mar, Chile: [s.n.]. 1991. p. 1021-33.
- CARTER, J. P.; BOOKER, J. R.; SMALL, J. C. The analysis of finite elastoplastic consolidation. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 3, 1979. 107-29.
- CARVALHO, N. O. **Hidrossedimentologia prática**. Rio de Janeiro: CPRM, 1994. 372 p.
- CARVALHO, N. O. **Sedimentação e proteção de reservatórios**. VI Simpósio Nacional de Controle de Erosão, ABGE. Brasil: [s.n.]. 1998.
- CHANG, C. H.; TUNG, Y. K.; YANG, J. C. Monte Carlo simulation for correlated variables with marginal distributions. **Journal of Hydraulic Engineering**, 120 (3), 1994. 313-31.
- CHANG, C. H.; YANG, J. C.; TUNG, Y. K. Sensitivity and uncertainty analysis of a sediment transport model: a global approach. **Stochastic Hydrology and Hydraulics**, 7, 1993. 299-314.
- CHANG, F. F. M.; RICHARDS, D. L. Deposition of sediment in transient flow. **Journal of the Hydraulics Division**, 97 (HY6), 1971.
- CHANG, H. **Fluvial process in river engineering**. New York: John Wiley and Sons, 1988.

- CHEN, Y. H. **Mathematical modelling of water and sediment routing in natural channels**. Colorado State University. Fort Collins, Colorado, USA. 1973.
- CHOW, V. T. **Open Channel Hydraulics**. New York: McGraw-Hill, 1959. 265-257 p.
- COLBY, B. R. Discussion of Sediment transportation mechanics: Introduction and properties of sediment. Progress report by the Task Committee on Preparation of Sedimentation Manual of the Committee on Sedimentation of the Hydraulics Division, V. A. Vanoni, Chmn, ASCE. **Journal of the Hydraulics Division**, 89, HY1, Proc. Paper 3405, 1963. 266-8.
- CONSOLI, N. C. **Numerical modelling of the sedimentation and consolidation of tailings**. Concordia University. Canada, p. 163. 1991.
- CRISTOFONO, E. A. **Area increment method for distributing sediment in a reservoir**. Area Plann. Of., U. S. Bureau of Reclamation of New Mexico. Albuquerque, N. M. 1953.
- CROSSLEY, A. J. **Accurate and efficient numerical solutions for the Saint Venant equations of open channel flow**. University of Nottingham. UK. 1999.
- CUNGE, J. A.; HOLLY, F. M.; VERWEY, A. **Practical Aspects of Computational River Hydraulics**. Boston: Pitman Publishing Inc., 1980.
- ENGELUND, F.; HANSEN, E. **A monograph on sediment transport in alluvial streams**. Teknisk Vorlag. Copenhagen, Denmark. 1967.
- EVANS, E. P. **The behavior of a mathematical model of open channel**. 17th Congress of the IAHR. Baden-Baden: [s.n.]. 1977. p. 173-80.
- EVANS, G. P.; MOLLOWNEY, B. M.; SPOEL, N. C. **Two-dimensional modelling of the Bristol Channel, UK**. Estuarine and Coastal Modelling Conference, ASCE. New York: [s.n.]. 1990.
- FAN, S. S. **Twelve selected computer stream sedimentation models developed in the United States**. Interagency Advisory Committee on Water Date, Subcommittee on Sedimentation, Federal Energy Regulatory Commission. Washington, D.C. 1988.
- FANG, H. W. **Three-dimensional calculations of flow and bedload transport in the Elbe river**. Institute for Hydromechanics, University of Karlsruhe. Germany. 2000.

- FANG, H.; WANG, G. Three-dimensional mathematical model of suspended-sediment transport. **Journal of Hydraulic Engineering**, 126 (8), 2000. 578-92.
- FORD, F. A.; MCKAY, M. D. Quantifying uncertainty in energy model forecasts. **Energy Systems and Policy**, v. 9 (3), p. 217-47, 1985.
- GATES, T. K.; AL-ZAHRANI, M. A. Spatiotemporal stochastic open-channel flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, 122 (11), 1996. 641-61.
- GIBSON, R. E.; ENGLAND, G. L.; HUSSEY, M. J. L. The theory of one-dimensional consolidation of saturated clays, I. Finite nonlinear consolidation of thin homogeneous layers. **Geotechnique**, 17, 1967. 261-73.
- GILL, M. A. Sedimentation and usefull life of reservoirs. **Journal of Hydrology**, 44 (1979), 1979. 89-95.
- GOTTSCHALK, L. C. **Reservoir Sedimentation**. New York: McGraw-Hill, 1964. Sec. 17.1 p.
- HAN, Q. W. **A study on the nonequilibrium transportation of suspended load**. First International Symposium on River Sedimentation. Beijing: [s.n.]. 1980.
- HAN, Q. W.; WANG, Y. C.; XIANG, X. L. Initial dry density of sediment deposits. **Journal of Sediment Research**, 1 (in Chinese), 1981.
- HARR, M. **Mechanics of particulate media**. New York: McGraw Hill Book Company, 1977.
- HOGGAN, D. H.; TWISS, D. E. **Two-dimensional hydrodynamic modeling with a computer graphics system**. Hydraulic Engineering Conference, ASCE. New York: [s.n.]. 1993.
- HURST, A. J.; CHAO, P. C. **Sediment deposition model for Tarbela Reservoir**. Proc. 2nd Annual Symposium of the Waterways, Harbors and Coastal Engineering Division. [S.l.]: [s.n.]. 1975. p. 501-20.
- IMAI, G. Experimental studies on sedimentation mechanism and sediment formation of clay minerals. **Soils and Foundations**, 21 (1), 1981. 7-20.
- IMAN, R. L.; CONOVER, W. J. A distribution-free approach to inducing rank correlation among input variables. **Communications in statistics - simulation and computation**, v. 11 (3), p. 311-34, 1982.
- KOMURA, S.; SIMMONS, D. B. River-bed degradation below dams. **Journal of the Hydraulics Division**, 93 (4), 1967. 1-13.

- LANE, E. W.; KOELZER, V. A. **Density of sediments deposited in reservoirs. Report no. 9, in: A study of methods used in measurement and analysis of sediment load in streams.** University of Iowa. [S.l.]. 1943.
- LANGENDOEN, E. J. **Discretization diffusion wave model.** Center for Computational Hydroscience and Engineering. University, USA. 1996.
- LARA, J. M. **Revision of procedures to compute sediment distribution in large reservoirs.** Denver. 1962.
- LIU, J. C. **Determination of soft soil characteristics.** Colorado University. Boulder, p. 297. 1990.
- LIU, J. C.; ZNIDARCIC, D. Modeling 1-D compression characteristics of soils. **Journal of Geotechnical Engineering**, 1991.
- LOPEZ, J. L. **Mathematical modeling of sediment deposition in reservoirs.** Colorado State University. Fort Collins, Colorado, USA, p. 262. 1978.
- LYN, D. A.; GOODWIN, P. Stability of a general Preissmann scheme. **Journal of Hydraulic Engineering**, 113 (1), 1987. 16-28.
- MARINILLI, A.; CERROLAZA, M. Computational stochastic analysis of earth structure settlements. **Computers and Geotechnics**, 25, 1999. 107-21.
- MCANNALLY, W. H. **STUDH: a two-dimensional numerical model for sediment transport.** Sediment Transport Modelling Conference, ASCE. New York: [s.n.]. 1989.
- MCKAY, M. D. Sensitivity and uncertainty analysis using a statistical sample of inputs values. **Uncertainty analysis**, Boca Raton, Fla, p. 145-85, 1988.
- MEHDI, G. **Reservoir sedimentation modelling.** University of Wollongong, Australia. [S.l.]. 1996.
- MESELHE, E. A.; HOLLY, F. M. Simulation of unsteady flow in irrigation canals with dry bed. **Journal of Hydraulic Engineering**, 119 (9), 1993. 1021-39.
- MESELHE, E. A.; HOLLY, F. M. Invalidity of Preissmann scheme for transcritical flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, 123 (7), 1997. 652-5.
- MIKASA, M. The consolidation of soft clay. A new consolidation theory and its application. **Japanese Society of Civil Engineering**, p. 21-6, 1965.
- MONTE, J. L.; KRISEK, R. J. One-dimensional mathematical model for large strain consolidation. **Geotechnique**, 26 (3), 1976. 495-510.

- MORRIS, G. L.; FAN, J. **Reservoir sedimentation handbook**. New York: McGraw-Hill, 1997.
- OLSEN, N. R. B. **A three-dimensional numerical model for simulation of sediment movements in water intakes**. Norwegian Institute of Technology, University of Trondheim, Norway. [S.l.]. 1991.
- PANE, V. **One dimensional finite strain consolidation**. University of Colorado. Boulder. 1981.
- PANE, V. **Sedimentation and consolidation of clays**. Colorado State University. Bolder, USA, p. 302. 1985.
- PHILIPS, B. C.; SUTHERLAND, A. J. Spatial lag effects in bed load sediment transport. **Journal of Hydraulic Research**, 27 (1), 1989. 115-33.
- PINTO, W. T. **Teoria unidimensional do adensamento com grandes deformações**. Pontificia Universidade Católica, Rio de Janeiro, Brasil. [S.l.], p. 117. 1988.
- PREISSMANN, A. **Propagation des intumescences dans les canaux et les rivières**. I Congress de l'Association Francaise de Calcule. Grenoble, France: [s.n.]. 1961.
- RAHUEL, J. L.; HOLLY, F. M.; AL., E. Modeling of riverbed evolution for bedload sediment mixtures. **Journal of Hydraulic Engineering**, 115 (11), 1989. 1521-42.
- RICE, T. L. **Reservoir sedimentation modeling**. Colorado State University, Forth Collins. [S.l.]. 1981.
- SAINT-VENANT, B. D. Theorie du mouvement non permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et á l'introduction des marées dans leur lit. **Acad. Sci.**, Paris, v. C.R. 73, p. 147-54, 237-40, 1871.
- SALAS, J. D.; SHIN, H. S. Uncertainty analysis of reservoir sedimentation. **Journal of Hydraulic Engineering**, 125 (4), 1999. 339-50.
- SAMUELS, P. G.; SKELLS, C. P. Stability limits for Preissmann's scheme. **Journal of Hydraulic Engineering**, 116 (8), 1990. 997-1012.
- SANTOS, D. C. D. **Determinação das propriedades de compressibilidade e permeabilidade do rejeito de bauxita da barragem de Marzagão através de ensaios de laboratório e campo**. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa - MG, p. 132. 2001.
- SCHIFFMAN, R. **Short course on the consolidation of soft clays**. Coletânea de artigos (CA 01/87). PUC-Rio. Rio de Janeiro. 1987.

- SHARGHI, A. **Reservoir sedimentation**. University of Leuven, Belgium. [S.l.]. 1994.
- SHARMA, S.; KAVVAS, L. Modeling noncohesive suspended sediment transport in stream channels using ensemble-averaged conservation equation. **Journal of Hydraulic Engineering**, 131 (5), 2005. 380-9.
- SIDDIQUE, M. **A nonequilibrium model for reservoir sedimentation**. Colorado State University, Fort Collins, USA. [S.l.]. 1991.
- SILVA, E. C. D. **Modelo para transporte, sedimentação e adensamento de sedimentos em reservatórios**. Universidade Federal de Viçosa. Viçosa - MG, Brasil, p. 105. 1998.
- SKELLS, C. P.; SAMUELS, P. G. **Stability and accuracy analysis of numerical schemes modelling open channel flow**. Proceedings of the HYDROCOMP 89. London: Elsevier Applied Science. 1989. p. 148-57.
- SLOFF, C. J. **Reservoir sedimentation: a literature survey**. Faculty of Civil Engineering, Delft University of Technology, Holland. [S.l.]. 1991.
- SLOFF, C. J. **Sedimentation in Reservoirs**. Delft University of Technology, Holland. [S.l.]. 1997.
- SOARES, E. F. **A deterministic-stochastic model for sediment storage in large reservoirs**. University of Waterloo. Waterloo, Ontario, Canada. 1975.
- SOARES, E. F.; UNNY, T. E.; LENNOX, W. C. Conjunctive use of deterministic and stochastic models for predicting sediment storage in large reservoirs. **Journal of Hydrology**, Amsterdam, 59, 1982. 107-21.
- SOMOGYI, F. **Analysis and prediction of phosphatic clay consolidation: implementation package**. Lakeland. 1979.
- STRELKOFF, T. Numerical solution of Saint-Venant equations. **Journal of the Hydraulics Division**, HY1, 1970. 223-252.
- TERZAGHI, K. Die berchnung der durchlässigkeitsziffer des tones aus dem verlauf der hydrodynamischen spannungserscheinungen. **Mathematisch Naturwissenschaftliche Klasse**, v. 132 (3-4), p. 125-38, 1923.
- TERZAGHI, K.; FROHLICH, O. K. **Theorie der stizung von tonschichten; eine einfuehrung in die analytische tannechanik**. Leipzig, Deuticke: [s.n.], 1936.
- THOMAS, H. A. **The hydraulics of flood movements in rivers**. Carnegie Institute of Technology. Pittsburgh, PA. 1937.

- THOMAS, W. A. **A digital model for simulating sediment movement in a shallow reservoir.** The Hydrologic Engineering Center, U. S. Corps of Engineers. [S.l.]. 1970.
- THUC, T. **Two-dimensional morphological computations near hydraulic structures.** Asian Institute of Technology. Bangkok, Thailand. 1991.
- TONIOLO, H.; PARKER, G. **1D numerical modeling of reservoir sedimentation.** Proc. IAHR Symposium on River, Coastal and Estuarine Morphodynamics. Barcelon, Spain: [s.n.]. 2003. p. 457-68.
- U.S. ARMY CORPS OF ENGINEERS. **HEC-6 scour and deposition in rivers and reservoirs, user's manual.** Hydrologic Engineering Center. Davis, California. 1972.
- VAN RIJN, L. C. Sediment transport, part III: Bed forms and alluvial roughness. **Journal of Hydraulic Engineering**, 110 (12), 1984. 1733-54.
- VENUTELLI, M. Stability and accuracy of weighted four-point implicate finite difference schemes for open channel flow. **Journal of Hydraulic Engineering**, 128 (3), 2002. 281-8.
- VILLAR, L. F. S. **Análise do comportamento de resíduos industriais de bauxita: desenvolvimento de facilidades experimentais de campo e de laboratório.** Pontifícia Universidade Católica, Rio de Janeiro, Brasil. [S.l.], p. 225. 1990.
- WANG, Z. B. Experimental study on scour rate and river bed inertia. **Journal of Hydraulic Research**, 37 (1), 1999. 17-37.
- WEI, Z. L. **Horizontal 2-D numerical model of flow and sediment transport in the lower Yellow River.** Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering. Wuhan, China. 1990.
- WU, W. **The study and application of 1-D, horizontal 2-D and their nesting mathematical models for sediment transport.** Wuhan University of Hydraulic and Electric Engineering. Wuhan, China. 1991.
- WU, W.; LI, Y. A new one-dimensional numerical modeling method of river flow and sedimentation. **Journal of Hydraulic Research**, 1, 1992. 1-8 (in Chinese).
- WU, W.; RODI, W.; WENKA, T. 3D numerical modeling of flow and sediment transport in open channels. **Journal of Hydraulic Engineering**, 126 (1), 2000a. 4-15.

- WU, W.; VIEIRA, D. A. **One-dimensional channel network model CCHE1D version 3.0 - Technical manual**. National Center for Computational Hydroscience and Engineering. University, MS, USA, p. 122. 2002.
- WU, W.; VIEIRA, D. A.; WANG, S. S. Y. One-dimensional numerical model for nonuniform sediment transport under unsteady flows in channel networks. **Journal of Hydraulic Engineering**, 130 (9), 2004. 914-23.
- WU, W.; WANG, S. S. Y.; JIA, Y. A. Nonuniform sediment transport in alluvial rivers. **Journal of Hydraulic Research**, 38 (6), 2000b. 427-34.
- YALIN, M. S. **Mechanics of sediment transport**. [S.l.]: Pergamon Press, 1972.
- YANG, C. T.; TREVINO, M. A.; SIMOES, F. J. M. **User's manual for GSTARS 2.0 (Generalized Stream Tube Model for Alluvial River Simulation version 2.0)**. Sedimentation and River Hydraulics Group, Technical Service Center, Bureau of Reclamation, U.S. Department of the Interior, Denver, Colorado, USA. [S.l.]. 1998.
- YEH, K. C.; TUNG, Y. K. Uncertainty and sensitivity analysis of pit-migration model. **Journal of Hydraulic Engineering**, 119 (2), 1993. 262-83.
- YEN, B. C.; CHENG, S. T.; MELCHING, C. S. **First-order reliability analysis**. Stochastic and risk analysis in hydraulic engineering. Littleton, Colorado: Water Resources Publications. 1986. p. 1-36.
- YOON, Y. N. The state and the perspective of the direct sediment removal methods from reservoirs. **International Journal of Sediment Research**, 7 (2), 1992.
- YUCEL, O.; GRAFT, W. **Bed load deposition and delta formation: a mathematical model**. Lehigh University. [S.l.]. 1973.
- ZHANG, R. et al. **Dynamics of river sedimentation**. Water Resources and Electric Power Publication. Beijing (in Chinese). 1989.
- ZHOU, J.; LIN, B. One-dimensional mathematical model for suspended sediment by lateral integration. **Journal of Hydraulic Engineering**, 124 (7), 1998. 712-7.
- ZIEGLER, C. K.; NISBET, B. S. Long-term simulation of fine-grained sediment transport in large reservoirs. **Journal of Hydraulic Engineering**, 121 (11), 1995. 773-81.