

JOSÉ GERALDO PIMENTEL MOREIRA JÚNIOR

**INVESTIGAÇÃO DOS EFEITOS DE RUGOSIDADE PARA O
ENTENDIMENTO DOS MECANISMOS DE INTERCONVERSÃO DE
CORRENTES DE SPIN E CARGA**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção de título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Jakson Miranda Fonseca

Coorientador: Joaquim Bonfim S. Mendes

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2023**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

M838i
2023

Moreira Júnior, José Geraldo Pimentel, 1989-
Investigação dos efeitos de rugosidade para o entendimento
dos mecanismos de interconversão de correntes de spin e carga. /
José Geraldo Pimentel Moreira Júnior. – Viçosa, MG, 2023.
1 dissertação eletrônica (59 f.): il.

Orientador: Jakson Miranda Fonseca.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa,
Departamento de Física, 2023.
Referências bibliográficas: f. 57-59.
DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2023.708>
Modo de acesso: World Wide Web.

1. Correntes elétricas. 2. Spintrônica. 3. Espalhamento
(Física). I. Fonseca, Jakson Miranda, 1984-. II. Universidade
Federal de Viçosa. Departamento de Física. Programa de
Pós-Graduação em Física. III. Título.

CDD 22. ed. 537.6


JOSÉ GERALDO PIMENTEL MOREIRA JÚNIOR

INVESTIGAÇÃO DOS EFEITOS DE RUGOSIDADE PARA O
ENTENDIMENTO DOS MECANISMOS DE INTERCONVERSÃO DE
CORRENTES DE SPIN E CARGA


Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção de título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 11 de agosto de 2023.

Assentimento:

Documento assinado digitalmente
 JOSE GERALDO PIMENTEL MOREIRA JUNIOR
Data: 06/12/2023 14:06:50-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

José Geraldo Pimentel Moreira Júnior
Autor

Documento assinado digitalmente
 JAKSON MIRANDA FONSECA
Data: 06/12/2023 14:04:08-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Jakson Miranda Fonseca
Orientador

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por me dar saúde e a oportunidade de frequentar uma universidade pública federal que fornece o melhor aprendizado.

Agradeço também a minha família que sempre me apoiou e entendeu os momentos de ausência tornando possível a realização desse trabalho. Principalmente minha esposa que sempre me motivou e apoiou durante toda a jornada, deixando os meus dias mais leves e tornando possível a conclusão desse trabalho. E os meus filhos que entenderam minha ausência em tantos momentos e que são minha fonte de força e inspiração.

Agradeço aos meus pais e irmão por suprirem minha ausência e dedicar seu tempo em cuidar dos meus filhos quando eu não podia ou para que eu pudesse me dedicar aos estudos.

Agradeço aos meus colegas de curso, em especial, Daniel e Sidnei, que sempre me ajudaram durante todo o curso, seja sanando dúvidas, auxiliando com o overleaf, ou motivando a não desistir.

Agradeço ao meu primo e amigo Henrique que me ajudou muito na formatação e estruturação do trabalho usando o overleaf.

Agradeço ao meu orientador pela paciência e compreensão que teve durante todo o curso, assim como pelos seus ensinamentos em cada etapa desse projeto.

Agradeço a todos os professores do departamento de física, em especial aqueles que tive a oportunidade de ter aulas com eles.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

*Sê perseverante como o mar que há milênios
tenta subir pelas areias. - DeRose*

Resumo

MOREIRA JÚNIOR, José Geraldo Pimentel, M.Sc, Universidade Federal de Viçosa, agosto de 2023. **Investigação dos efeitos de rugosidade para o entendimento dos mecanismos de interconversão de correntes de spin e carga.** Orientador: Jakson Miranda Fonseca. Coorientador: Joaquim Bonfim Santos Mendes.

A spintrônica é um campo que tem grande potencial de aplicações tecnológicas e tem gerado grande interesse pela comunidade científica. Gerar, manipular e detectar correntes spin polarizadas constituem um dos principais desafios da eletrônica baseada em spin. Nosso principal objetivo é entender os mecanismos de conversão de corrente de spin para corrente de carga e os efeitos da rugosidade e/ou impurezas da superfície ou interface de um material. Para dar sequência ao trabalho iremos analisar os resultados experimentais obtidos recentemente, onde foi investigado a conversão de corrente de spin para corrente de carga em filmes depositados por pulverização catódica do isolante topológico Bi_2Se_3 em camadas cristalinas únicas de granada de ítrio e ferro (*YIG*, Ytrium Iron Garnet, $Y_3Fe_5O_{12}$) e filmes policristalinos de permalloy ($Py-Ni_{81}Fe_{19}$) e obteve-se como resultado uma inversão na polarização da voltagem quando foram usados o *Ta* e *Pt*.

Palavras-chave: Spintrônica. Correntes de carga e spin. Isolantes Topológicos. Spin Pumping. Mecanismos de espalhamento.

Abstract

MOREIRA JÚNIOR, José Geraldo Pimentel, M.Sc, Universidade Federal de Viçosa, August 2023. **Investigation of roughness effects to understand the mechanisms of interconversion of spin and charge currents.** Adviser: Jakson Miranda Fonseca. Co-advisor: Joaquim Bonfim Santos Mendes.

Spintronics is a field that has great potential for technological applications and has generated great interest in the scientific community. Generating, manipulating and detecting spin polarized current constitute one of the main challenges of spin-based electronics. Our main objective is to understand the mechanisms of conversion from spin current to charge current and the effects of roughness and/or impurities on the surface or interface of a material. To continue the work, we will analyze the experimental results obtained recently, where the conversion of spin current to charge current was investigated in films deposited by sputtering of the topological insulator Bi_2Se_3 in single crystalline layers of garnet. yttrium and iron (*YIG*, Yttrium Iron Garnet, $Y_3Fe_5O_{12}$) and polycrystalline permalloy films ($Pt-Ni_{81}Fe_{19}$) and obtained resulting in an inversion in voltage polarization when *Ta* and *Pt* were used.

Keywords: Spintronics. Charge and spin currents. Topological Insulators. Spin Pumping. Spreading mechanisms.

Lista de Figuras

2.1	Efeito Hall.	14
2.2	Efeito Hall Anômalo.	15
2.3	Efeito Hall Quântico.	16
2.4	Efeito Hall quântico inteiro e fracionário.	16
2.5	Efeito Hall Quântico anômalo.	17
2.6	Efeito Spin Hall.	18
2.7	Efeito Spin Hall Inverso.	19
2.8	Efeito Spin Hall Quântico.	19
3.1	Coordenadas para integração.	24
3.2	Contornos dos pólos na integral.	25
3.3	Contornos dos semicírculos.	25
3.4	Representação dos dois vetores de onda.	28
4.1	Cadeia de Spin.	29
4.2	Diferença entre corrente de carga, pura de spin e polarizada de spin.	34
4.3	Efeitos Rashba-Edelstein em um gás de elétrons 2D.	36
5.1	Caneca.	38
5.2	Isolante topológico Seleneto de Bismuto Bi_2Se_3	40
5.3	Resultado que caracteriza isolante topológico em temperatura ambiente.	41
6.1	Fenômenos skew scattering, side-jump e íntinseco.	43
6.2	Filme fino de metal com superfície rugosa.	44
6.3	Deslocamento do círculo de Fermi devido ao campo elétrico \vec{E} aplicado.	48
6.4	Condutividade longitudinal do filme de cobre.	50
6.5	Condutividade spin Hall para filme de cobre.	51
6.6	Ângulo spin Hall para o filme de cobre.	52
6.7	Ângulo Spin Hall do bulk.	53
7.1	Ilustração esquemática do experimento.	55

Sumário

1	Introdução	9
2	Família de efeitos Hall	12
2.1	Acoplamento Spin-Órbita	12
2.2	Efeito Hall	13
2.3	Efeito Hall anômalo	14
2.4	Efeito Hall quântico	15
2.5	Efeito Hall quântico anômalo	17
2.6	Efeito spin Hall	17
2.7	Efeito spin Hall inverso	18
2.8	Efeito spin Hall quântico	18
3	Mecanismos de espalhamento	20
3.1	Choque Diferencial	20
3.2	Aproximação de Born	22
3.2.1	A Primeira Aproximação de Born	26
4	Transporte de corrente e ondas de spin	29
4.1	Ondas de Spin em Ferromagnetos	29
4.2	Teoria Quântica das Ondas de Spin	30
4.2.1	Correntes de Spin em Metais Não Magnéticos	33
5	Isolantes Topológicos	38
6	Efeitos da Rugosidade da Superfície e Impurezas	42
7	Conclusões e perspectivas	54

Capítulo 1

Introdução

A spintrônica é um campo que tem grande potencial de aplicações tecnológicas e tem gerado grande interesse na comunidade científica. A manipulação e detecção da corrente de spin e seus mecanismos de conversão em corrente de carga ou, corrente de carga convertida em corrente de spin, são fundamentais para propiciar tais avanços [1]. Gerar, manipular e detectar elétrons spin polarizados constituem um dos principais desafios da eletrônica baseada em spin. Dentre as várias formas diferentes para detecção e manipulação dos spins, o acoplamento spin órbita, que acopla o spin de um elétron a seu momento angular orbital tem atraído muito interesse, visto que, a manipulação de uma corrente de spin é fundamental para o desenvolvimento tecnológico que permitirá o arquivamento em memórias magnéticas eficientes e dispositivos de computação [2, 3].

Para entendermos a conversão de corrente de carga em corrente de spin e a conversão de corrente de spin em corrente de carga devemos compreender melhor os efeitos por trás desses fenômenos que nos fornecem embasamento teórico e nos dão um norte de como proceder para melhor quantificar esse efeito. Para isso, devemos revisar e aprofundar nosso entendimento acerca do acoplamento spin-órbita, efeitos Hall, (spin, anômalo, quântico, spin quântico, spin quântico inverso) e dos efeitos Rashba-Edelstein e Rashba-Edelstein inverso. Como estamos interessados nesses fenômenos aplicados em camadas com Isolantes Topológicos iremos abordar esse tópico de forma a construir um melhor entendimento do assunto para avançarmos para o problema real da conversão de corrente de carga em corrente de spin.

Outro tópico importante para a construção desse trabalho é a teoria de espalhamento. Essa teoria nos permite conhecer como é o comportamento de uma corrente de spins ao sofrer uma interação com as imperfeições do material, sejam elas presentes no bulk (interior) do material ou na superfície do material. Essas imperfeições podem ser carac-

terizadas por defeitos na superfície do material como uma rugosidade ou ainda através de impurezas presentes no material. Além disso, vamos usar um resultado já conhecido dessa teoria, a aproximação de Born, para realizarmos alguns cálculos de maneira mais fácil.

Como trabalharemos com fluxo de corrente elétrica e de spin um assunto importante para fundamentar ainda mais o trabalho e propiciar ao leitor mais clareza são os conceitos de transporte de corrente e ondas de spin. Abordando nesse tópico questões como a quantização de uma onda de spin e o fundamental matemático para lidar com ela. No nosso caso usamos principalmente o formalismo da segunda quantização, além de técnicas de diagonalização, como as de Holstein-Primakoff.

Também falaremos sobre os isolantes topológicos, já que eles estão presentes no nosso trabalho e fazem parte de uma nova classe de materiais que possuem diversas aplicações tecnológicas. Vamos conceituar o tema de forma geral e nos aprofundar no seleneto de Bismuto, Bi_2Se_3 , já que ele é um dos isolantes topológicos de grande interesse em investigações da spintrônica.

O primeiro trabalho que iremos analisar é o trabalho sobre o efeito spin Hall devido a rugosidade da superfície [4]. Esse trabalho aborda questões como o espalhamento, cálculos dos mecanismos de side jump, skew scattering, condutividades e do ângulo spin Hall. Ele será analisado devido a sua importância e metodologia abordada a qual pretendemos utilizar para entender os trabalhos de [5].

A partir de toda a fundamentação teórica nossos objetivos serão entender a metodologia usada no artigo [4] e dar um embasamento teórico para os resultados experimentais obtidos no trabalho [5], onde foi investigado a conversão de corrente de spin para carga em filmes depositados por pulverização catódica do Isolante Topológico Bi_2Se_3 em camadas cristalinas únicas de granada de ítrio e ferro (*YIG*, Ytrium Iron Garnet, $Y_3Fe_5O_{12}$) e filmes policristalinos de permalloy ($Py - Ni_{81}Fe_{19}$), e obteve-se como resultado uma inversão na polarização da voltagem quando foram usados o *Ta* e *Pt*.

O objetivo principal é entender a metodologia usada por [4] e a partir dessa abordagem explicar o motivo da inversão da polarização da voltagem do spin pumping na *Pt* e o porquê de possuir a mesma polarização tanto para o *Ta* quanto para o Bi_2Se_3 .

Além de obter uma explicação teórica para o resultado da inversão da polarização da voltagem, queremos investigar ainda quais são os fatores que influenciam esse resultado. Então vamos abordar a questão da geometria da amostra, do deslocamento de buracos ao invés de elétrons, acoplamento spin-órbita, o fato de ter sido usado um isolante topológico tridimensional, devido ao estado Hall quântico de spin. Após analisar todas essas

informações vamos propor um modelo teórico que melhor se ajuste aos resultados obtidos.

O trabalho será organizado da seguinte forma: No capítulo 2 faremos uma breve introdução e revisão sobre os vários tipos de efeito Hall existentes. No capítulo 3 abordaremos os mecanismos de espalhamento que são parte teórica fundamental para a construção do trabalho. No capítulo 4 iremos tratar sobre transporte de corrente e ondas de spin fenômenos necessários para o entendimento do trabalho, visto que lidaremos com o transporte de spin através de interfaces de materiais. No capítulo 5 faremos uma revisão sobre isolantes topológicos para embasar o trabalho. No capítulo 6 faremos uma análise aprofundada do artigo [4], já que é a partir da metodologia desenvolvida nesse artigo e dos resultados encontrados que buscaremos motivação para obter os nossos próprios resultados. O capítulo 7 serão apresentadas as conclusões obtidas e as perspectivas futuras.

Capítulo 2

Família de efeitos Hall

Para melhor compreensão do presente trabalho faz se necessário revisar alguns conceitos fundamentais sobre o tema. O primeiro conceito necessário ao desenvolvimento do trabalho e que foi o precursor do tema é o efeito Hall, (Hall effect, HE). Além do efeito Hall vamos revisar também os efeitos, Hall anômalo, (anomalous Hall effect, AHE), Hall quântico (Hall quantum effect, HQE), efeito Hall quântico anômalo (Anomalous Hall quantum effect, AHQE), spin Hall (spin Hall effect, SHE), efeito spin Hall inverso (inverse spin Hall effect, ISHE), efeito spin Hall quântico (quantum spin Hall effect, QSHE). Como a maioria desses efeitos são explicados pelo acoplamento spin-órbita é necessário lembrarmos o conceito e entendermos melhor todos os outros que serão apresentados.

2.1 Acoplamento Spin-Órbita

A interação spin-órbita é a interação do momento magnético do spin com o campo magnético gerado pelo movimento orbital do elétron [6]. Há uma energia entre o dipolo magnético \vec{m} em relação a \vec{B} dada por $V = -\vec{m} \cdot \vec{B}$. Como o spin é uma propriedade intrínseca do elétron, fazendo do mesmo um dipolo magnético, o momento de dipolo magnético do elétron devido ao seu spin é calculado pela expressão, $\vec{m}_S = -\frac{e}{m_e} \vec{S}$. Nessa expressão e é a carga do elétron, m_e é a massa do elétron. O movimento que o elétron faz circulando o próton induz um campo magnético \vec{B} . Da mesma forma, a partir do referencial do elétron, o próton sendo uma carga elétrica em movimento induz um campo magnético que será sentido pelo elétron [7]. O campo magnético do \vec{B} é dado pela expressão:

$$\vec{B} = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 m_e c^2 r^3} \vec{L}. \quad (2.1)$$

Nessa expressão ε_0 é a constante de permissividade elétrica no vácuo, \vec{L} é o momento angular da órbita circular do próton, r é o raio da órbita desse elétron, c é a velocidade da luz.

A energia potencial $V = -\vec{m}_S \cdot \vec{B}$ que descreve a interação spin-órbita é dada por:

$$V = \left(\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0} \right) \frac{1}{m_e^2 c^2 r^3} \vec{L} \cdot \vec{S}. \quad (2.2)$$

Analisando essas equações podemos observar que o movimento do elétron em torno do próton é um movimento que sofre uma aceleração. Por isso, devemos realizar uma correção de fator $\frac{1}{2}$, que é conhecida como precessão de Thomas. Fazendo essa correção, temos que a Hamiltoniana da interação spin-órbita será:

$$H_{SO} = V = \left(\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0} \right) \frac{\vec{L} \cdot \vec{S}}{m_e^2 c^2 r^3}. \quad (2.3)$$

2.2 Efeito Hall

O efeito Hall foi descoberto em 1879 por Edwin Hall [8]. Esse efeito pode ser explicado pela força de Lorentz [9]:

$$\vec{F}_L = q(\vec{v} \times \vec{B}). \quad (2.4)$$

Se imaginarmos uma corrente de elétrons sofrendo o efeito de um campo magnético que está sendo aplicado perpendicularmente a essa corrente de elétrons, como mostra a figura 1, podemos ver que devido a força de Lorentz, os elétrons sofrem a ação de uma força perpendicular ao seu fluxo e ao campo magnético aplicado.

Essa força faz com que ocorra um acúmulo de elétrons na direção perpendicular ao campo magnético e ao fluxo da corrente.

Esse acúmulo de cargas elétricas gera uma diferença de potencial dado pela expressão:

$$V_H = \frac{j_x B}{ned}. \quad (2.5)$$

Nessa equação, j_x representa a corrente elétrica, B o campo magnético aplicado, n a densidade de portadores de carga, e o módulo da carga do elétron e d representa a espessura do material [1].

Uma outra grandeza que pode ser medida é o coeficiente Hall ou resistência Hall definido pela expressão [11]:

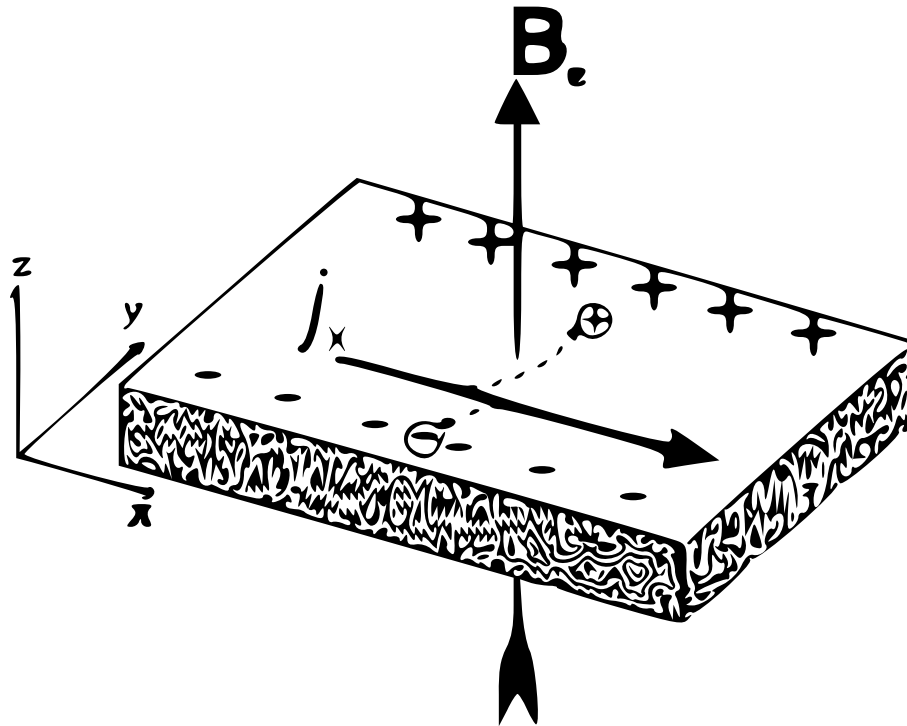


Figura 2.1: Efeito Hall.

Uma corrente de elétrons j_x sofre a ação de uma força perpendicular ao seu fluxo e ao campo magnético B aplicado. O que gera um acúmulo de cargas nas bordas da amostra formando uma diferença de potencial V_H . Retirado de [10].

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} = -\frac{1}{ne}. \quad (2.6)$$

Essa equação (2.6) é muito interessante devido ao fato de que o coeficiente Hall não depende de nenhum outro parâmetro do material, além da sua densidade eletrônica. Ou seja, é uma propriedade intrínseca do material [12].

O coeficiente Hall pode ser usado para a classificação de semicondutores entre tipo p e tipo n uma vez que elétrons possuem carga $-e$ e buracos possuem carga $+e$ enquanto a tensão Hall pode ser usada para medir o campo magnético aplicado [1].

2.3 Efeito Hall anômalo

Em materiais ferromagnéticos a resistência Hall soma-se ao efeito Hall geral. Isso é chamado de efeito Hall anômalo. Este efeito depende diretamente da magnetização do material e muitas vezes é maior do que o efeito Hall comum como podemos ver pela

equação (2.7):

$$R_{xy} = r_0 B + r_a M. \quad (2.7)$$

Nessa equação M representa a magnetização da amostra, r_0 é a constante do efeito Hall padrão, r_a é a constante do efeito Hall anômalo e B é o campo magnético aplicado. A figura 2 [13] ilustra esse efeito.

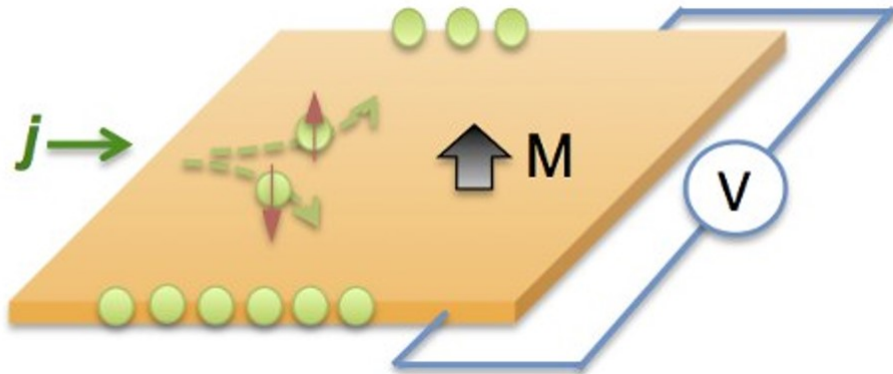


Figura 2.2: Efeito Hall Anômalo.

Uma corrente de elétrons j sofre um espalhamento no seu fluxo devido a magnetização M do material. O que gera um acúmulo de cargas nas bordas da amostra formando uma diferença de potencial V . Retirado de [13].

Embora este seja um fenômeno conhecido, sua origem em diversos materiais ainda é debatida. O efeito Hall anômalo pode ser um efeito extrínseco causado pela dispersão de portadores de carga de spin, ou um efeito intrínseco que pode ser descrito em termos do efeito de fase Berry no espaço de momento cristalino [14].

2.4 Efeito Hall quântico

É uma versão do efeito Hall observado em sistemas bidimensionais de elétrons submetidos a baixas temperaturas e fortes campos magnéticos [15]. O QHE está ilustrado na figura 3.

Sob essas condições a condutividade Hall σ sofre certas transições exibindo platos de múltiplos inteiros de $\frac{e^2}{h} \frac{1}{l}$, com $l = \frac{P}{Q}$ sendo inteiro dá origem ao efeito Hall quântico inteiro, (integer quantum Hall effect, IQHE), caso $l = \frac{P}{Q}$ não seja inteiro será observado o efeito Hall quântico fracionário, (fractional quantum Hall effect, FQHE). Apesar da semelhança entre os dois efeitos seus mecanismos físicos são bem diferentes. O mecanismo responsável pelo IQHE surge devido ao papel do potencial de impureza aleatória, já o

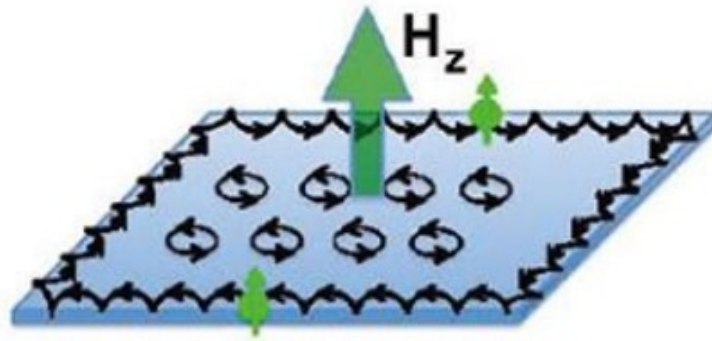


Figura 2.3: Efeito Hall Quântico.

Podemos observar que na presença de um forte campo magnético aplicado na amostra surge nesse material os chamados estados de borda que são os semicírculos representados na figura. Já no interior (bulk) do material temos a formação dos vórtices. Retirado de [15].

mecanismo responsável pelo FQHE surge pela interação elétron-elétron que desempenha um papel predominante resultando em um fenômeno coletivo único [16]. Na figura 4 [17] podemos observar a presença desses platos representados num gráfico entre a resistividade e o campo magnético aplicado.

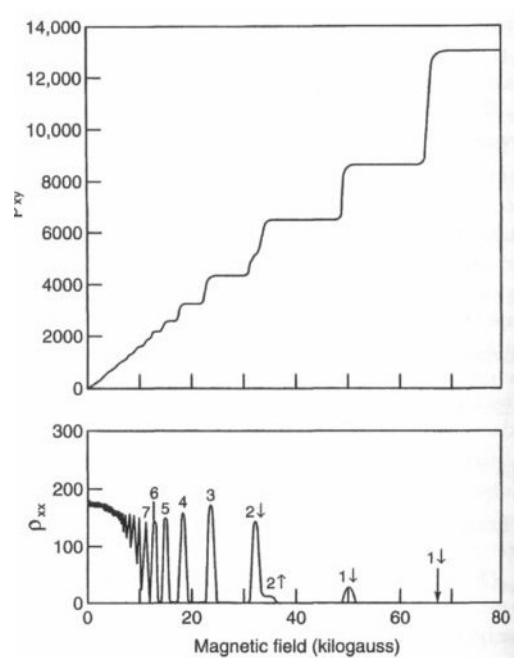


Figura 2.4: Efeito Hall quântico inteiro e fracionário.

Gráfico gerado entre a resistividade xy e o campo magnético aplicado. Retirado de [17].

2.5 Efeito Hall quântico anômalo

O efeito Hall quântico anômalo é definido como um efeito Hall quantizado realizado em um sistema sem campo magnético. O efeito Hall anômalo quântico é uma nova manifestação da estrutura topológica em sistemas de muitos elétrons e pode ter aplicações potenciais em dispositivos eletrônicos futuros [18]. Nos últimos anos, o efeito Hall quântico anômalo foi proposto teoricamente e realizado experimentalmente. A figura 5 [19] ilustra esse efeito.

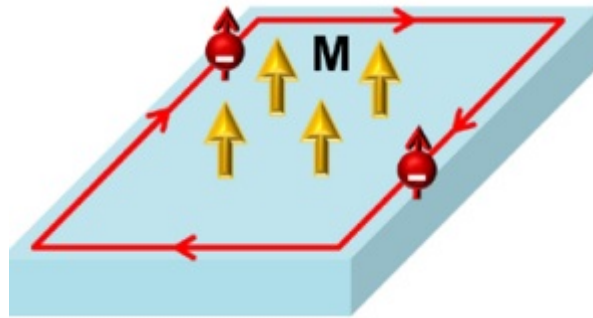


Figura 2.5: Efeito Hall Quântico anômalo.

Devido a quantização da condutividade e da magnetização do material surgem os estados de borda. [19].

2.6 Efeito spin Hall

Proposto em 1971 por Dyakonov, M. e Perel, V [20]. Quando uma corrente elétrica passa por um condutor pode existir um espalhamento dos portadores de carga de acordo com as suas polarizações de spin, caso exista um forte acoplamento spin-órbita. Esse espalhamento faz com que exista um fluxo de spins perpendicular à corrente elétrica, que resulta em uma acumulação de spins polarizados na superfície do condutor [20].

J.E Hirsch propôs em 1999 [21], que quando uma corrente de carga passa por um material paramagnético, um desequilíbrio de spins é gerado transversalmente à corrente de carga, resultando em uma corrente de spin transversal, como podemos ver na figura 6. Ele acrescenta ainda que quando uma corrente de spin passa pelo material, uma corrente de carga é gerada e uma tensão Hall pode ser obtida mesmo que não haja corrente ou campo magnético [21].

O mecanismo responsável pelos efeitos spin Hall direto e inverso é a interação spin-órbita que separa os elétrons do material de acordo com sua polarização de spin. Uma corrente de carga que não tenha polarização de spin fluindo em um meio com interação spin-órbita

forte gera um fluxo perpendicular de elétrons com spins opostos em sentidos opostos mesmo na ausência de campo magnético externo. O SHE pode ser extrínseco ou intrínseco. Se não houver impurezas no sistema dizemos que sua origem é intrínseca. Se existir a presença de impurezas no material o SHE será de origem extrínseca. Geralmente o SHE é a superposição dos efeitos intrínsecos e extrínsecos. Além disso, os efeitos extrínsecos podem ser controlados artificialmente e podem ser mais fortes do que os intrínsecos [1].

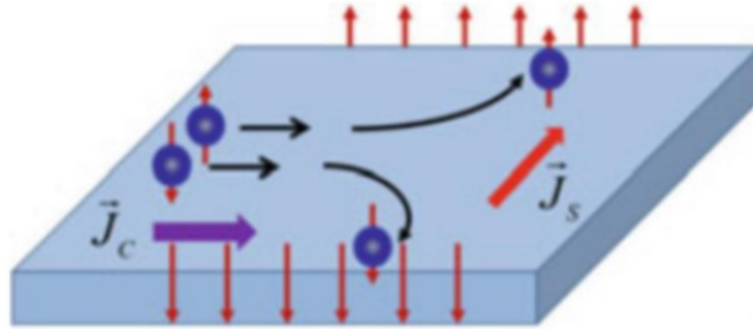


Figura 2.6: Efeito Spin Hall.

Corrente de carga \vec{J}_C gerando uma corrente de spin \vec{J}_S perpendicular ao seu fluxo.
Retirado de [22].

2.7 Efeito spin Hall inverso

Esse efeito é gerado quando uma corrente pura de spin flui através de um condutor não magnético com interação spin-órbita. Devido ao acoplamento spin-órbita, a corrente pura de spin é transformada em uma corrente de carga transversal à corrente de spin [22]. A figura 7 ilustra o fenômeno.

2.8 Efeito spin Hall quântico

Nesse efeito os elétrons com spin up e spin down estão em direções opostas de estados Hall quânticos. Isso quer dizer que elétrons com spin up estão em um efeito Hall quântico inteiro induzido por um campo magnético efetivo apontando para cima, enquanto elétrons com spin down estão em um estado equivalente induzido por um campo magnético efetivo apontando para baixo, esse efeito está ilustrado na figura 8 [23]. Pelo fato dos campos magnéticos estarem em direções opostas, a direção do movimento dos elétrons com spin

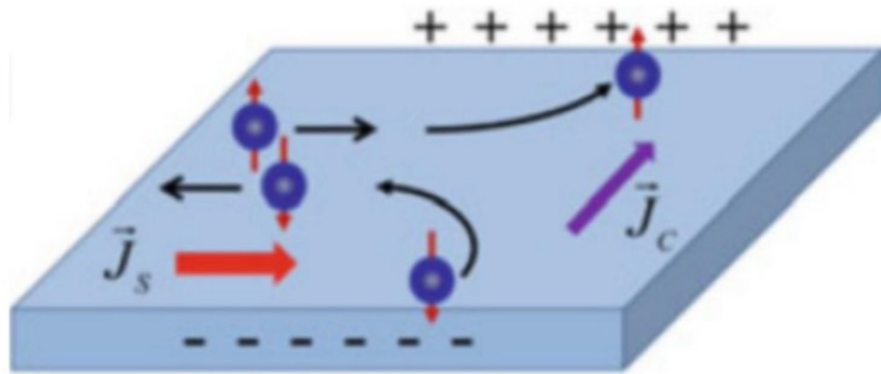


Figura 2.7: Efeito Spin Hall Inverso.
Corrente de spin \vec{J}_S gerando uma corrente de carga \vec{J}_C perpendicular ao seu fluxo.
Retirado de [22].

up e spin down nas bordas também serão opostas. Quando isso ocorre dizemos que o sistema está em um estado spin Hall quântico porque as correntes de borda transportam apenas spin ao invés de carga [24].

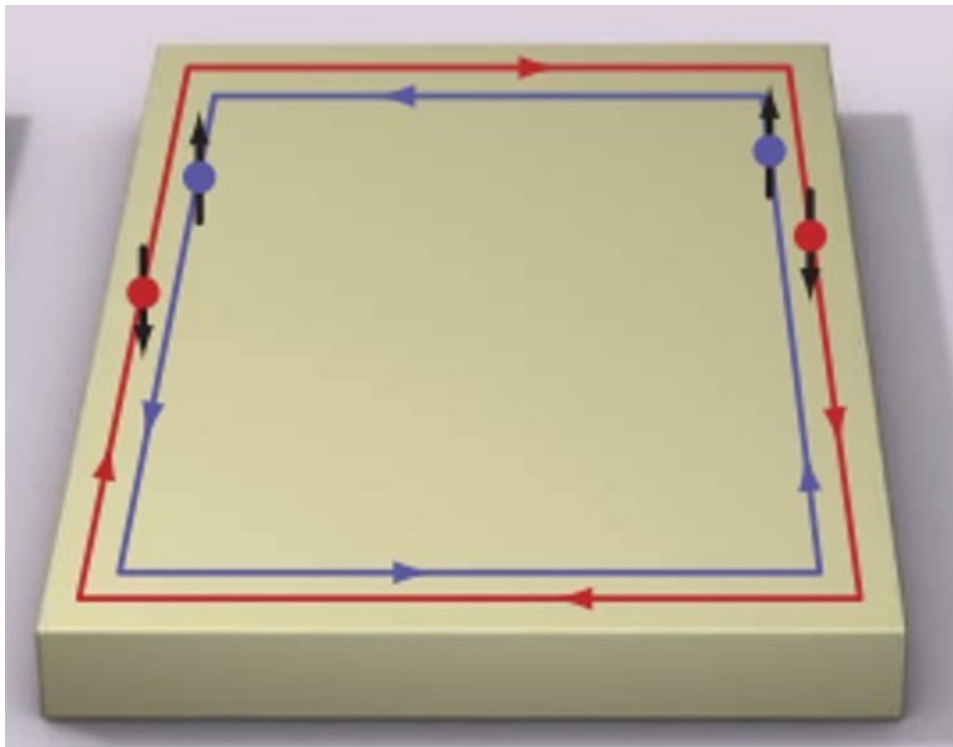


Figura 2.8: Efeito Spin Hall Quântico.
Elétrons com spin up fluem em uma direção enquanto elétrons com spin down estão indo na direção oposta. Retirado de [23].

Capítulo 3

Mecanismos de espalhamento

Um dos aspectos importantes para a produção desse trabalho é o processo de espalhamento sofrido pelas partículas ao interagirem com as impurezas do material ou com as imperfeições da superfície. Essas impurezas ou imperfeições geram um potencial que pode ser atrativo e/ou repulsivo. Para desenvolver nosso raciocínio vamos revisitar a teoria do espalhamento na mecânica quântica.

3.1 Choque Diferencial

O processo de espalhamento elástico estudado na mecânica clássica se dá devido ao desvio da trajetória de uma partícula incidente devido a sua interação com a partícula do alvo em que ela incide. No entanto, na mecânica quântica o conceito de trajetória não é aplicável. Como alguns fenômenos ópticos são observados no espalhamento descrito pela mecânica quântica é bom entendermos o processo de espalhamento na óptica [25, 7].

O ponto chave para conseguirmos desenvolver a teoria é utilizarmos a equação (3.1) e relacioná-la com a função de onda $\Psi(\vec{r}, t)$.

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{N_a}{F_a}. \quad (3.1)$$

O termo $d\sigma$ desta expressão representa uma área infinitesimal em unidade de m^2 e o termo $d\Omega$ representa o ângulo sólido tridimensional em unidade de sr (esferorradiano), F_a representa o fluxo de partículas incidentes e N_a é o número de partículas detectadas após o espalhamento [7].

A função seção de choque diferencial $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ depende em geral dos ângulos θ , ϕ . Ao realizar a integração sobre todos os ângulos possíveis que são: $0 \leq \theta \leq \pi$ e $0 \leq \phi \leq 2\pi$,

respectivamente, obtemos a seção de choque total σ_{total} :

$$\sigma_{total} = \int \int d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi d\theta \sin\theta \left(\frac{d\sigma}{d\Omega} \right). \quad (3.2)$$

A seção de choque total σ_{total} é uma espécie de medida da área sentida pela partícula incidente ao colidir com o alvo [7].

É necessário relacionar o fluxo F_a com a função de onda incidente e N_a com a função de onda espalhada. Vamos considerar o espalhamento associado a uma energia potencial independente do tempo t , ou seja, $V = V(\vec{r})$. A função de onda total pode ser escrita então da forma:

$$\Psi(\vec{r}, t) = \psi(\vec{r})e^{-\frac{iEt}{\hbar}}. \quad (3.3)$$

A função de onda $\psi(\vec{r})$ satisfaz a equação de Schrödinger independente do tempo:

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(\vec{r}) \right] \psi(\vec{r}) = E\psi(\vec{r}). \quad (3.4)$$

A energia E do processo de espalhamento é uma quantidade positiva e é determinada pela energia cinética das partículas incidentes, da seguinte forma:

$$E = \frac{\vec{p}^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} > 0 \quad (3.5)$$

Segundo [25], na teoria quântica do espalhamento, ao invés de considerarmos um fluxo de partículas, imaginamos uma onda plana incidente, dada pela expressão, $\psi(z) = Ae^{ikz}$, que representa uma onda se movendo na direção z e encontra um potencial de espalhamento produzindo uma onda esférica emergente. Para isso, precisamos encontrar soluções para a equação de Schrödinger na forma:

$$\psi(r, \theta) \approx A \left[e^{ikz} + f(\theta) \frac{e^{ikr}}{r} \right], \quad (3.6)$$

para valores grandes de r . O número de onda k está relacionado à energia das partículas incidentes do seguinte modo:

$$k \equiv \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}. \quad (3.7)$$

Supondo que o alvo seja azimutalmente esférico, no caso mais geral, a amplitude f da onda esférica emergente pode depender tanto de ϕ , quanto de θ . A maior dificuldade está em determinar a amplitude de espalhamento $f(\theta)$. É necessário fazer essa determi-

nação, pois ela estabelece a probabilidade de espalhamento em uma determinada direção θ , relacionando-a à seção de choque diferencial:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(\theta)|^2. \quad (3.8)$$

Ou seja, a seção de choque diferencial é igual ao quadrado absoluto da amplitude de espalhamento. Existem duas formas para o cálculo dessa amplitude de espalhamento, análise de ondas parciais e a aproximação de Born. Vamos nos ater a aproximação de Born, pois foi a forma utilizada nesse trabalho.

3.2 Aproximação de Born

Podemos reescrever a equação (3.4) da seguinte forma:

$$\frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + V\psi = E\psi \quad (3.9)$$

Fazendo algumas manipulações algébricas para considerar, $k \equiv \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$ e $Q \equiv \frac{2m}{\hbar^2}V\psi$, podemos escrever de forma reduzida a equação (3.10):

$$(\nabla^2 + k^2)\psi = Q. \quad (3.10)$$

Dessa forma ela assume a forma superficial da equação de Helmholtz. Vamos considerar que podemos encontrar uma função $G(r)$ que resolva a equação de Helmholtz com uma função delta, da seguinte forma:

$$(\nabla^2 + k^2)G(r) = \delta^3(r). \quad (3.11)$$

Expressando ψ como uma integral, temos:

$$\psi(r) = \int G(r - r_0)Q(r_0)d^3r_0 \psi(r) = \int \delta^3(r - r_0)Q(r_0)d^3r_0 = Q(r). \quad (3.12)$$

$G(r)$ é a função de Green para a equação de Helmholtz. Devemos resolver a equação (3.11) para encontrar $G(r)$. Utilizando a transformada de Fourier conseguimos converter a equação diferencial em uma equação algébrica:

$$G(r) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int e^{isr} g(s) d^3 s. \quad (3.13)$$

Portanto,

$$(\nabla^2 + k^2)G(r) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int [(\nabla^2 + k^2)e^{isr}]g(s)d^3(s). \quad (3.14)$$

Como

$$\nabla^2 e^{isr} = -s^2 e^{isr}, \quad (3.15)$$

e,

$$\delta^3(r) = \frac{1}{(2\pi^3)} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{isr} d^3 s, \quad (3.16)$$

a equação (3.11) fica então da seguinte forma:

$$\frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int (-s^2 + k^2)e^{isr} g(s)d^3 s = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{isr} d^3 s. \quad (3.17)$$

Temos então que

$$g(s) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}(k^2 - s^2)}. \quad (3.18)$$

Substituindo esse resultado na equação (3.13), obtemos:

$$G(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int e^{isr} \frac{1}{(k^2 - s^2)} d^3 s. \quad (3.19)$$

Como a integração está sendo realizada em s , r terá um valor fixo. Usando coordenadas esféricas (s, θ, ϕ) com o eixo polar ao longo de r de acordo com a figura (9) [25].

Da figura conseguimos obter a seguinte relação, $sr = sr \cos \theta$, a integral em ϕ é (2π) e a integral em θ será:

$$\int_0^\pi e^{isr \cos \theta} \text{sen}(\theta) d\theta = -\frac{e^{isr \cos \theta}}{isr} \Big|_0^\pi = \frac{2 \text{sen}(sr)}{sr}. \quad (3.20)$$

Dessa forma $G(r)$ assume o seguinte valor:

$$G(r) = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{2}{r} \int_0^\infty \frac{s \text{sen}(sr)}{k^2 - s^2} ds = \frac{1}{4\pi^2 r} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{s \text{sen}(sr)}{k^2 - s^2} ds. \quad (3.21)$$

Para resolver essa integral vamos escrever o seno na sua forma exponencial e fatorar o

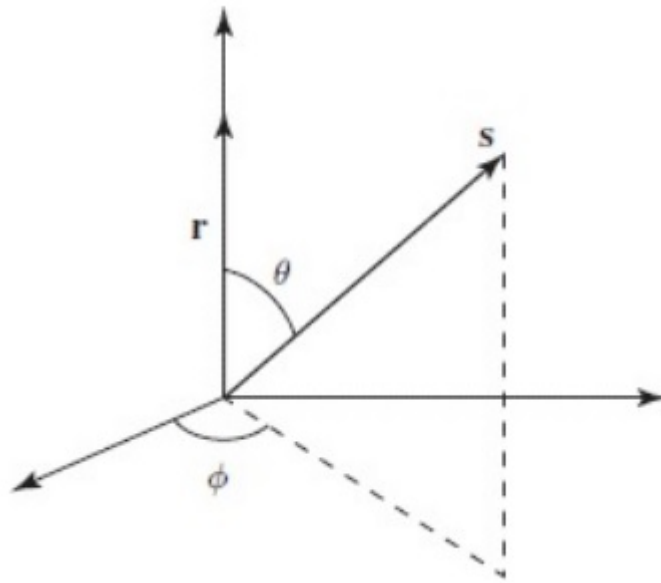


Figura 3.1: Coordenadas para integração.
Retirada de [25].

denominador:

$$G(r) = \frac{i}{8\pi^2 r} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{se^{isr}}{(s-k)(s+k)} ds - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{se^{-isr}}{(s-k)(s+k)} ds \right]. \quad (3.22)$$

Para fins didáticos vamos reescrever a expressão acima renomeando as integrais da forma

$$G(r) = \frac{i}{8\pi^2 r} (I_1 - I_2). \quad (3.23)$$

Essas integrais podem ser resolvidas usando a fórmula integral de Cauchy:

$$\oint \frac{f(z)}{z - z_0} dz = 2\pi i f(z_0), \quad (3.24)$$

se, z_0 , estiver dentro do contorno [25].

A fórmula de Cauchy diz que se uma função f for analítica nos pontos interiores e em cada ponto de um caminho fechado simples C , então os valores de f no interior de C são completamente determinados pelos valores de f em C [26].

A integração será feita no eixo real e passa sobre as singularidades dos pólos em $+k$ e $-k$. Podemos escolher qual caminho percorrer, ou seja, podemos passar por cima do ponto em $-k$ e por baixo do ponto em $+k$ ou o inverso. A figura 10 mostra essa situação.

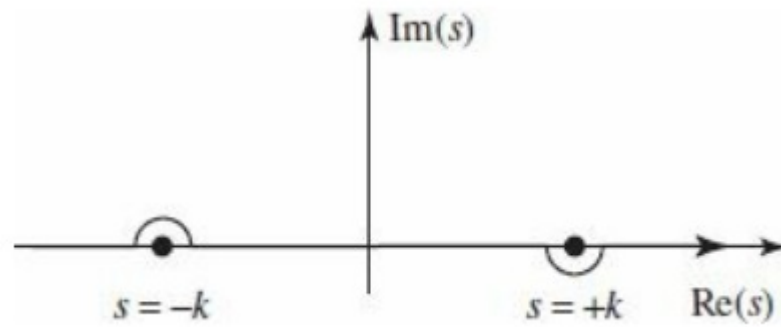


Figura 3.2: Contornos dos pólos na integral.
Retirada de [25].

Cada uma das integrais I_1 e I_2 deve ter o contorno fechado de maneira que o semicírculo no infinito não contribua em nada. Na primeira integral I_1 , o fator e^{isr} vai a zero quando s tem uma parte imaginária positiva grande, por tanto, vamos fechar o semicírculo acima como mostrado na figura (11a)). O contorno engloba somente a singularidade em

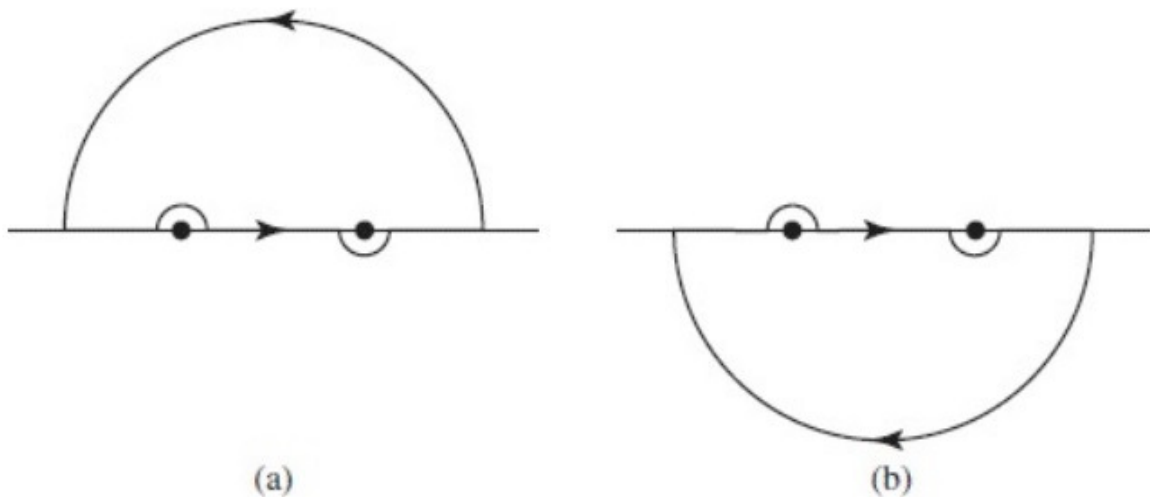


Figura 3.3: Contornos dos semicírculos.
Retirado de [25].

$s = +k$, portanto,

$$I_1 = \oint \frac{se^{isr}}{s+k} \frac{1}{s-k} ds = 2\pi i \frac{se^{isr}}{s+k} \Big|_{s=k} = i\pi e^{ikr}. \quad (3.25)$$

Para a integral I_2 , o fator e^{-isr} vai a zero quando s tem uma parte imaginária negativa grande, de modo que o semicírculo é fechado abaixo como mostrado na figura (11b)). Nesse caso, o contorno engloba a singularidade em $s = -k$ e como está no sentido horário é acrescentado um sinal de negativo.

$$I_2 = - \oint \left[\frac{se^{-isr}}{s-k} \frac{1}{s+k} ds = -2\pi i \frac{se^{-isr}}{s-k} \Big|_{s=-k} = -i\pi e^{ikr}. \right. \quad (3.26)$$

Juntando os dois resultados obtidos das integrais I_1 e I_2 e substituindo seus valores na equação (3.23) obtemos:

$$G(r) = \frac{-e^{ikr}}{4\pi r}, \quad (3.27)$$

que é a função de Green para a equação de Helmholtz, ou seja, a solução da equação (3.11). Dessa forma a solução geral para a equação de Schrödinger será:

$$\psi(r) = \psi_0(r) - \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik|r-r_0|}}{r=r_0} V(r_0)\psi(r_0)d^3r_0, \quad (3.28)$$

ψ_0 satisfaz a equação de Schrödinger da partícula livre,

$$(\nabla^2 + k^2)\psi_0 = 0. \quad (3.29)$$

3.2.1 A Primeira Aproximação de Born

Ao supor que $V(r_0)$ está localizado em torno de $r_0 = 0$, ou seja, o potencial vai a zero fora de uma região finita, que geralmente é o que acontece em problemas sobre espalhamento. Se queremos calcular $\psi(r)$ em pontos bem distantes do centro de espalhamento vamos considerar $|r| \gg |r_0|$. Dessa forma

$$|r - r_0|^2 = r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cong r^2 \left(1 - 2\frac{rr_0}{r^2}\right). \quad (3.30)$$

Portanto,

$$|r - r_0| \approx -\hat{r}r_0. \quad (3.31)$$

Definindo

$$k = k\hat{r}, \quad (3.32)$$

(direção do detector) então,

$$e^{ik|r-r_0|} \approx e^{-ikr_0}, \quad (3.33)$$

portanto,

$$\frac{e^{ik|r-r_0|}}{|r-r_0|} \cong \frac{e^{ikr}}{r} e^{-ikr_0}. \quad (3.34)$$

Fazendo uma expansão do termo no denominador em potências da quantidade $\frac{r_0}{r}$ e mantendo apenas a ordem mais baixa, podemos fazer a aproximação $|r-r_0| \cong r$.

Para o espalhamento devemos ter a função de onda incidente da seguinte forma

$$\psi_0(r) = Ae^{ikz}. \quad (3.35)$$

Quando r é grande, teremos então,

$$\psi(r) \cong Ae^{ikz} \frac{-m}{2\pi\hbar^2} \frac{e^{ikr}}{r} \int e^{-ikr_0} V(r_0) \psi(r_0) d^3r_0. \quad (3.36)$$

Podemos observar por comparação com a equação (3.6) o valor da amplitude de espalhamento, que será dado pela expressão:

$$f(\theta, \phi) = \frac{-m}{2\pi\hbar^2 A} \int e^{-ikr_0} V(r_0) \psi(r_0) d^3r_0. \quad (3.37)$$

Para usarmos a primeira aproximação de Born devemos considerar o potencial fraco em comparação à energia incidente, ou seja, a onda plana incidente não será muito alterada pelo potencial, o que nos permite fazer a seguinte consideração:

$$\psi(r_0) \approx \psi_0(r_0) = Ae^{ikz_0} = Ae^{ik' r_0}. \quad (3.38)$$

Nessa expressão, $k' = k\hat{z}$ (direção do feixe), se V fosse zero, essa seria a função de onda exata. Segue então que pela aproximação de Born a amplitude de espalhamento terá a forma:

$$f(\theta, \phi) \cong -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int e^{i(k'-k)r_0} V(r_0) d^3r_0, \quad (3.39)$$

$\hbar(k-k')$ é a transferência de momento no processo. Para a situação em que o espalhamento é de baixa energia, o fator exponencial é praticamente constante sobre a região do espalhamento, e podemos simplificar ainda mais a aproximação de Born e deixá-la da seguinte forma:

$$f(\theta, \phi) \cong -\frac{m}{2\pi\hbar^2} \int V(r_0) d^3r_0. \quad (3.40)$$

A figura 12 auxilia no entendimento sobre as diferenças entre os vetores de onda que

apontam na direção do feixe incidente e na direção espalhada:

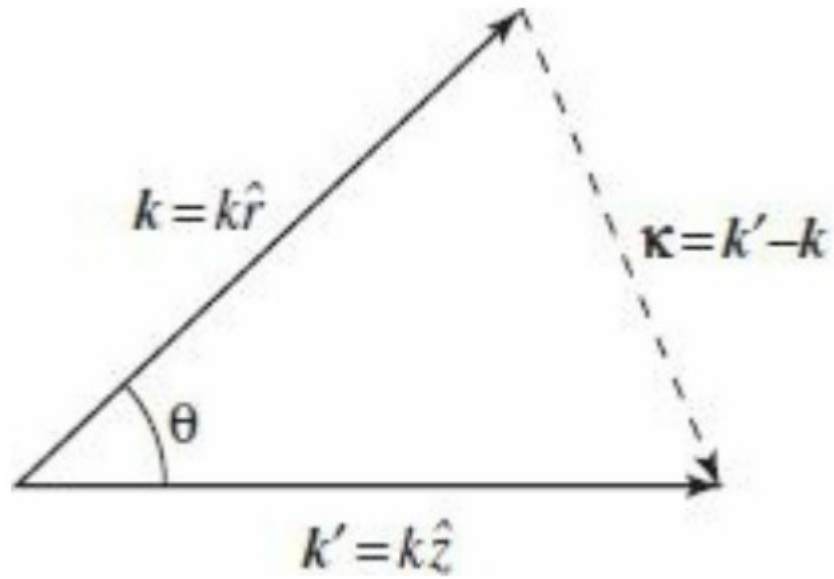


Figura 3.4: Representação dos dois vetores de onda. O vetor k' aponta na direção do feixe incidente e k aponta na direção do feixe espalhado. Retirada de [25].

Capítulo 4

Transporte de corrente e ondas de spin

Outro tópico extremamente importante para o desenvolvimento do trabalho são os fenômenos referentes ao transporte de corrente e ondas de spin. Iremos abordar esses dois assuntos de forma a proporcionar um melhor entendimento dos temas que virão posteriormente.

4.1 Ondas de Spin em Ferromagnetos

Ondas de spin são excitações elementares devido a magnetizações que variam no espaço de maneira não uniforme. Para ilustrar o fenômeno e possibilitar um entendimento mais claro vamos imaginar uma cadeia linear de spins. Como ilustrado na figura 4.1 [22].

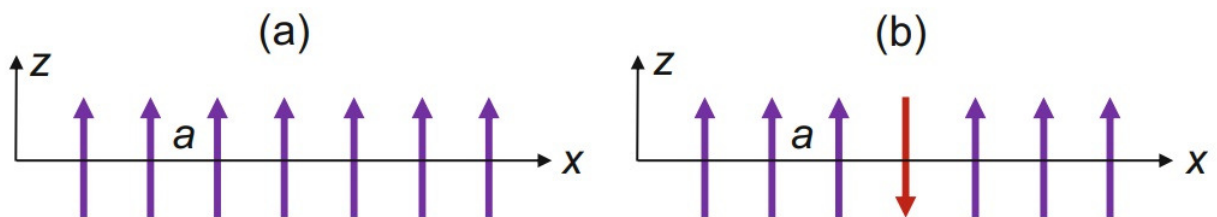


Figura 4.1: Cadeia de Spin.

a) cadeia de spin com todos os spins no estado fundamental. b) cadeia de spins com um spin em estado oposto. Retirado de [22].

Considerando que existam N spins com magnitude S acoplado pela interação de troca (exchange) com os seus vizinhos mais próximos todos separados pela mesma distância a . A princípio a energia é dada pela Hamiltoniana de interação de Heisenberg, que fornece uma energia:

$$U_{exc} = -2J \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{S}_{i+1}, \quad (4.1)$$

onde J é o parâmetro de troca com o vizinho mais próximo e \vec{S}_i denota a coordenada de spin clássica, quando os spins estão no estado fundamental todos apontam para a mesma direção (estão todos em paralelo), nesse caso a energia de troca do sistema será, $U_0 = -2JNS^2$. Considerando o spin com direção oposta da figura 13 b) como estando no primeiro estado excitado, a energia de troca da cadeia linear se torna, $U_1 = U_0 + 8JS^2$ [22].

Em 1930 no seu artigo, [27], Bloch mostrou que as excitações de baixa altitude do sistema de spins consistem de desvios não localizados coletivos dos spins. A essas excitações Bloch deu o nome de ondas de spin. Além disso, mostrou também que essas excitações dominam a termodinâmica magnética em baixas temperaturas.

As ondas de spin em uma cadeia linear têm seu movimento governado pela equação de torque da mecânica clássica. O torque que age no spin \vec{S}_i pode ser encontrado se considerarmos que ele possui um momento magnético, $\vec{\mu}_i = -g\mu_B\vec{S}_i$, e o torque que age sobre o momento é dado por, $\vec{\tau} = \vec{\mu}_i \times \vec{B}_T$, nessa expressão, B_T , é o campo magnético induzido efetivo que representa todas as interações no spin \vec{S}_i . Se analisarmos essas informações e compará-las com a Hamiltoniana de interação de Heisenberg, pode-se demonstrar que na cadeia linear de spin o campo efetivo surge a partir da interação de troca, e é dado por [22]:

$$\vec{H}_{exc}^{ef} = -\frac{2J}{g\mu_B\mu_0} \left(\vec{S}_{i-1} + \vec{S}_{i+1} \right). \quad (4.2)$$

4.2 Teoria Quântica das Ondas de Spin

Uma formulação quântica das ondas de spin mostra que as mesmas são quantizadas. Os quanta dessas ondas de spin são chamados de mágnons. Para a cadeia unidimensional estudada a energia de um mágnon é dada por:

$$\hbar\omega_k = \hbar\gamma\mu_0 H + 4JS(1 - \cos ka). \quad (4.3)$$

Esta equação mostra que em $k = 0$, a energia do mágnon é determinada apenas pela intensidade do campo magnético aplicado $\hbar\omega_k = \hbar\gamma\mu_0 H$. Isto se deve ao fato de que se todos os spins precessionam em fase não haverá nenhuma contribuição para a energia de

troca.

Para continuar com nosso estudo é importante lembrarmos algumas propriedades dos operadores de spin, suas relações de comutação e seus autoestados:

$$[S_i^\alpha, S_j^\beta] = i\epsilon_{\alpha\beta\gamma}\delta_{ij}S_i^\gamma. \quad (4.4)$$

Os termos α, β, γ , representam respectivamente as coordenadas cartesianas x, y, z , $\epsilon_{\alpha\beta\gamma} = \pm 1$ é o tensor antissimétrico de Levi-civita, que será $+1$ caso $\alpha \neq \beta \neq \gamma$ ou qualquer permutação cíclica entre as três variáveis, isso quer dizer, $\alpha\beta\gamma$, ou $\gamma\alpha\beta$, ou, $\beta\gamma\alpha$. Será -1 caso $\alpha \neq \beta \neq \gamma$ ou qualquer permutação acíclica dessas três variáveis, ou seja, qualquer permutação diferente dos casos citados na permutação cíclica. Se $\alpha = \beta = \gamma$ seu valor será 0. A componente z dos autoestados \vec{S}_i tem autoestados $|S_i^z\rangle$, sendo os valores possíveis para S_i^z variando de $-S$ a $+S$ de acordo com as equações de autovalores e assumindo $\hbar = 1$:

$$S_i^z|S_i^z\rangle = S_i^z|S_i^z\rangle, \quad (\vec{S}_i \cdot \vec{S}_I)|S_i^z\rangle = S(S+1)|S_i^z\rangle. \quad (4.5)$$

Introduzindo os operadores de spin de levantamento, (+), e de abaixamento, (-),

$$S_i^\pm = S_i^x \pm iS_i^y. \quad (4.6)$$

Esses operadores satisfazem as relações de comutação:

$$[S_i^\pm, S_j^z] = \pm S_i^z \delta_{ij}, \quad [S_i^+, S_j^-] = 2S_i^z \delta_{ij}. \quad (4.7)$$

Usando as relações de comutação e a definição dos operadores de levantamento e abaixamento podemos determinar que:

$$S_i^\pm|S_i^z\rangle = [S(S+1) - S_i^z(S_i^z \pm 1)]^{\frac{1}{2}}|S_i^z \pm 1\rangle, \quad (4.8)$$

essa expressão é fundamental para introduzirmos os operadores de mágnons. Se considerarmos um ferromagneto apenas com a energia de Zeeman e a energia de troca, assumindo que a interação de troca é isotrópica e diferente de zero apenas para os vizinhos mais próximos a Hamiltoniana do spin será:

$$H = -g\mu_B \sum_i H_z S_i^z - J \sum_{i,\delta} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_{i+\delta}, \quad (4.9)$$

\vec{S}_i é o operador de momento angular de spin no sítio i , H_z é o campo magnético estático interno na direção z e δ é o vetor que conecta o sítio i com os seus vizinhos mais próximos [22].

Usando a técnica da segunda quantização podemos tratar um sistema de muitas partículas de maneira mais fácil. Para facilitar nosso entendimento vamos fazer uma analogia com a teoria do oscilador harmônico e os operadores de criação e aniquilação associados ao problema. Vamos definir as relações de comutação entre esses operadores:

$$[b_i, b_j^\dagger] = \delta_{i,j}[b_i, b_j] = 0. \quad (4.10)$$

Vamos definir agora sua atuação em autoestados com ocupação bem definida:

$$b_i |n_i\rangle = \sqrt{n_i} |n_i - 1\rangle b_i^\dagger |n_i\rangle = \sqrt{n_i + 1} |n_i + 1\rangle. \quad (4.11)$$

A partir dessas definições podemos escrever:

$$b_i^\dagger b_i = n_i |n_i\rangle, \quad (4.12)$$

$b_i^\dagger b_i$, pode ser substituído pela letra N_i conhecida como operador número. Esse desenvolvimento caracteriza os operadores bosônicos [28]. Há também os operadores fermiônicos, porém não trataremos desses operadores nesse trabalho, pois estamos interessados em estudar o comportamento dos spins, que são regidos pelos operados bosônicos. Usando esses operadores de criação e aniquilação para formar a Hamiltoniana:

$$H = E_0 + \sum_k \hbar\omega_k b_k^\dagger b_k + H_{int}, \quad (4.13)$$

nessa equação temos um termo que é a energia do estado fundamental somado com várias excitações do tipo de um oscilador harmônico independente e um termo que representa a interação entre essas excitações [22].

Fazendo a expansão dos operadores de levantamento S_i^+ e de abaixamento S_i^- de spin obtemos as expressões:

$$S_i^+ = (2S)^{\frac{1}{2}} \left(a_i - \frac{1}{4S} a_i^\dagger a_i a_i + \dots \right) \quad (4.14)$$

$$S_i^- = (2S)^{\frac{1}{2}} \left(a_i^\dagger - \frac{1}{4S} a_i^\dagger a_i^\dagger a_i + \dots \right). \quad (4.15)$$

Usando apenas os termos de ordem mais baixa dessas expansões pode-se fazer uma aproximação, na qual teremos os termos:

$$S_i^+ = (2S)^{\frac{1}{2}} a_i S_i^- = (2S)^{\frac{1}{2}} a_i^\dagger S_i^z = S - a_i^\dagger a_i. \quad (4.16)$$

Substituindo essas equações na equação (4.9) obtemos a seguinte expressão para a parte quadrática da Hamiltoniana:

$$H^{(2)} = \sum_{i,j=i+\delta} A_{ij} a_i^\dagger a_j, \quad A_{ij} = (g\mu_B H_z + 2zJS)\delta_{ij} - 2JS, \quad (4.17)$$

essa Hamiltoniana não está na forma diagonal como a equação (4.13). Para diagonalizá-la é preciso usar uma transformação mais geral do que a transformação de Holstein-Primakoff, usando uma transformação dos operadores de campo local a_i^\dagger e a_i para operadores de criação a_k^\dagger e aniquilação a_k de modo normal coletivos:

$$a_i = \sum_k \phi_k^i a_k, \quad a_k^\dagger = \sum_k \phi_k^{i*} a_k^\dagger, \quad (4.18)$$

Substituindo esses valores na Hamiltoniana (4.17) ela ficará da seguinte forma:

$$H^{(2)} = \sum_{i,j} \sum_{k,k'} A_{i,j} \phi_k^{i*} \phi_{k'}^j a_k^\dagger a_{k'}, \quad (4.19)$$

dessa forma ela atinge a forma diagonal

$$H^{(2)} = \sum_k E_k a_k^\dagger a_k. \quad (4.20)$$

4.2.1 Correntes de Spin em Metais Não Magnéticos

Nos metais a corrente de spins é transportada pelos elétrons de condução, tendo a mesma quantidade de elétrons com spin up indo em uma direção, $+x$, e a mesma quantidade de elétrons com spin down indo na direção contrária, $-x$, dessa forma há apenas a formação de corrente de spins já que o fluxo líquido de carga elétrica é anulado figura 14 b). Nos isolantes magnéticos a corrente de spin é transportada por mágnons. A figura 14 ilustra as diferenças entre corrente de carga, corrente polarizada de spin e corrente pura de spin [22]:

A figura 14 a) mostra um fluxo de elétrons indo todos para a mesma direção, no entanto podemos observar que existem as mesmas quantidades de spin up e down, o que faz com

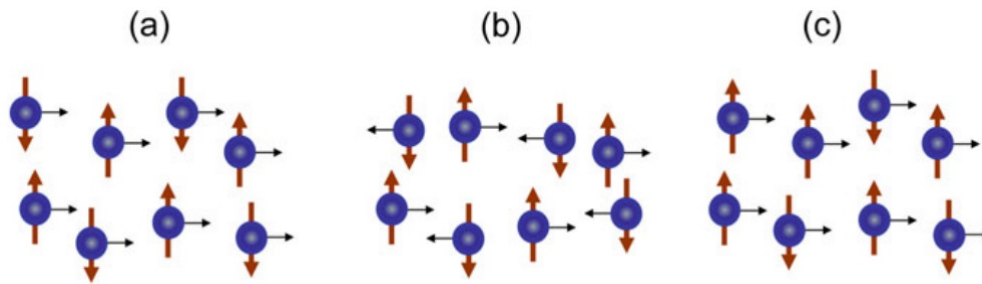


Figura 4.2: Diferença entre corrente de carga, pura de spin e polarizada de spin. a) Corrente de carga. b) Corrente pura de spin. c) Corrente polarizada de spin. Retirado de [22].

que a corrente seja somente de carga elétrica. Na figura 14 c) temos uma corrente de elétrons todos indo para a mesma direção, porém, quando observamos mais atentamente os spins desses elétrons vemos que há mais elétrons com spin up do que elétrons com spin down, gerando assim, uma corrente polarizada de spin.

Quando aplicamos uma diferença de potencial elétrico nos terminais do metal um campo elétrico \vec{E} é criado exercendo sobre os elétrons uma força dada pela expressão, $e\vec{E}$, e é a carga do elétron. Isto faz com que os elétrons se movimentem todos para uma mesma direção, formando uma corrente elétrica com densidade dada pela expressão:

$$\vec{J}_d = \sigma_e \vec{E}, \quad (4.21)$$

onde, $\sigma_e = \frac{ne\tau}{m^*}$, é a condutividade elétrica m^* é a massa efetiva e τ é o tempo de colisão. Os elétrons podem se movimentar também devido a variação de densidade do seu número, o movimento produzido por esse fenômeno é governado pela equação de difusão:

$$\frac{\partial n(\vec{r}, t)}{\partial t} = D \nabla^2 n(\vec{r}, t), \quad (4.22)$$

D é a constante de difusão e $n(\vec{r}, t)$ é a concentração de elétrons em uma posição \vec{r} em um tempo t . Esse movimento de difusão dos elétrons produz uma corrente com densidade, \vec{J}_{diff} , como a carga deve ser conservada, a equação da continuidade deve ser satisfeita:

$$\frac{\partial \rho(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\nabla \cdot \vec{J}_{diff}(\vec{r}, t), \quad (4.23)$$

sendo que, $\rho(\vec{r}, t) = en(\vec{r}, t)$, é a densidade de carga. Usando as equações (4.22) e (4.23) podemos escrever a densidade de corrente de difusão produzida por uma concentração não uniforme de elétrons como

$$\vec{J}_{diff}(\vec{r}, t) = -eD\nabla n(\vec{r}, t), \quad (4.24)$$

essa equação é conhecida como lei de Fick, e diz que as partículas fluem de regiões com alta concentração para regiões de baixa concentração. No entanto, para um gás de elétrons com concentração não uniforme sofrendo ação de um campo elétrico a corrente é a soma das componentes da deriva e da difusão

$$\vec{J}(r, t) = \sigma_e \vec{E} - eD\nabla n(\vec{r}, t). \quad (4.25)$$

Para mais detalhes ver [22].

Segundo white [29], usando as equações de difusão e de transporte de Boltzmann é possível mostrar que a densidade de corrente de spin, \vec{J}_S , pode ser gerada a partir da densidade de corrente de carga, \vec{J}_C , através do efeito spin Hall, como mostrado na equação:

$$\vec{J}_S = \theta_{SH} \vec{\sigma} \times \vec{J}_C, \quad (4.26)$$

onde, $\vec{\sigma}$, é o vetor unitário ao longo da direção de polarização de spin e θ_{SH} é um fator de proporcionalidade chamado ângulo spin Hall. Expressando \vec{J}_S em unidades da corrente de carga o ângulo spin Hall é um parâmetro adimensional.

Como visto anteriormente o processo inverso também pode ocorrer, ou seja, uma corrente de spin pode gerar uma corrente de carga. Nesse caso a expressão seria:

$$\vec{J}_C = \theta_{SH} \vec{J}_S \times \vec{\sigma} \quad (4.27)$$

é preciso deixar claro que apesar dos símbolos da corrente de carga e de corrente de spin serem iguais nas equações (4.26) e (4.27), seus significados são diferentes. Na equação (4.27), \vec{J}_S , representa a corrente de spin que chega, enquanto na equação (4.26) ela representa a corrente de spin que sai. Da mesma forma, \vec{J}_C , na equação (4.26) representa a corrente de carga que chega, e na equação (4.27) representa a corrente de carga que sai.

Além do efeito spin Hall e do efeito spin Hall inverso, existe um outro mecanismo que permite a conversão de corrente de carga em corrente de spin e o inverso em sistemas bidimensionais. Esses mecanismos são conhecidos como efeito Rashba-Edelstein (REE) e efeito Rashba-Edelstein inverso (IREE). O efeito Rashba-Edelstein, (REE), ou efeito galvânico spin inverso, (ISGE) [30], surge devido a um sistema de portadores livres com ocupação do estado de spin em desequilíbrio, mas com distribuição de energia equilibrada

em cada ramo do spin, a relaxação do spin pode gerar uma corrente elétrica [22]. O efeito Rashba-Edelstein inverso, (IREE), ou efeito galvânico de spin, (SGE), é o efeito inverso do ISGE, onde a polarização do spin do elétron é gerada por uma corrente de carga \vec{J}_C [30], a figura 15 mostra uma representação dos efeitos Rashba-Edelstein, figura 15a), e, Rashba-Edelstein inverso, figura 15b) em um gás de elétrons 2D.

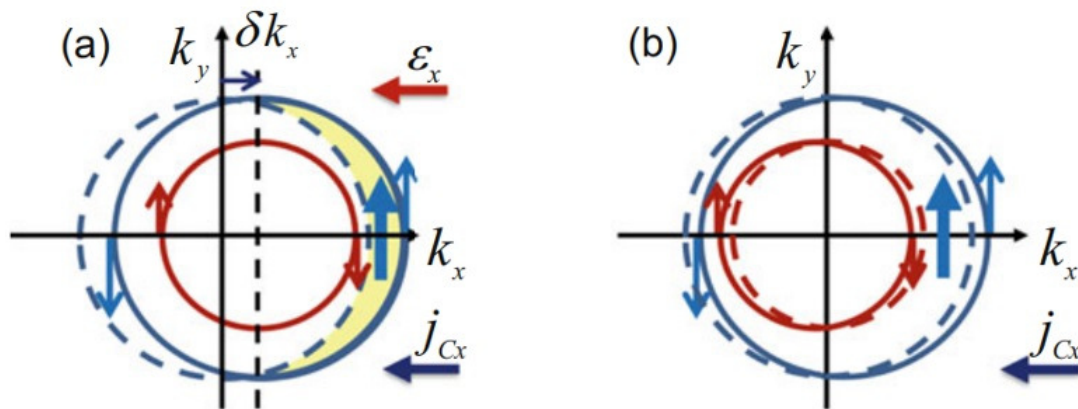


Figura 4.3: Efeitos Rashba-Edelstein em um gás de elétrons 2D.

Os contornos pontilhados são os círculos de Fermi no equilíbrio, enquanto os contornos sólidos correspondem ao não equilíbrio. (a) REE direto: Um campo elétrico na direção x exerce uma força nos elétrons resultando em um deslocamento do círculo de Fermi, produzindo uma corrente de carga na direção x e a acumulação de spin associada. (b) REE inverso: Uma corrente de spin com polarização injetada perpendicularmente ao plano cria uma acumulação de spin que induz um deslocamento do círculo de Fermi, resultando em uma corrente de carga na direção x . Retirado de [22].

Vemos pela descrição desses efeitos que eles podem tanto gerar uma corrente de spin devido a uma corrente de carga como gerar uma corrente de carga através de uma corrente de spin.

Conversões mais eficientes entre corrente de spin e carga são obtidas baseadas no fenômeno do acoplamento spin-órbita do elétron e devido ao forte acoplamento spin órbita existente em metais pesados. Correntes de carga podem ser convertidas em correntes de spin puro pelo efeito Hall spin (SHE), enquanto a conversão de corrente de carga em corrente de spin acontece pelo efeito Hall spin inverso (ISHE). Em sistemas de elétrons com duas dimensões, conversões similares podem ser obtidas devido ao efeito Rashba-Edelstein (REE) e seu inverso (IREE) [22].

Segundo White [29], a Hamiltoniana para um elétron com carga e , sujeito ao campo elétrico estático ($\vec{\varepsilon}$) e ao campo magnético (\vec{H}), fornece dois termos que dependem do spin do elétron. O primeiro deles é:

$$H_Z = -\frac{e\hbar}{2mc} \vec{\sigma} \cdot \vec{H}, \quad (4.28)$$

que corresponde a interação de Zeeman. E o outro:

$$-\frac{e\hbar}{4m^2c^2} \vec{\sigma} \cdot \vec{\varepsilon} \times \vec{p}, \quad (4.29)$$

\vec{p} é o momento linear do elétron. Considerando um potencial escalar simetricamente esférico $V(r)$, usando $\vec{\varepsilon} = -\hat{r} \frac{\partial V}{\partial r}$ e $\hbar \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ na equação (4.29), obtemos:

$$H_{SOC} = \frac{e\hbar^2}{4m^2c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \vec{\sigma} \cdot \vec{L}, \quad (4.30)$$

que representa a Hamiltoniana do acoplamento spin-órbita. Para os casos de filmes e multicamadas, a quebra de simetria do potencial cristalino V em superfícies e interfaces gera um campo elétrico $\vec{\varepsilon} = -\hat{z} \frac{\partial V}{\partial z}$, sendo \hat{z} , a coordenada normal à superfície. Se substituirmos essa expressão na equação (4.29), com $\vec{p} = \hbar \vec{k}$, obtemos a Hamiltoniana de Rashba:

$$H_R = \alpha_R (\hat{z} \times \vec{k} \cdot \vec{\sigma}), \quad (4.31)$$

o termo α_R é chamado de parâmetro de Rashba e é calculado pela expressão:

$$\alpha_R = \frac{e\hbar^2}{4m^2c^2} \frac{\partial V}{\partial z}. \quad (4.32)$$

Capítulo 5

Isolantes Topológicos

Como o tema do trabalho envolve materiais que são isolantes topológicos faz se necessário entender melhor o que é um isolante topológico. A topologia é um ramo da matemática que se refere diretamente à geometria. Ela estuda os tipos e propriedades de superfícies ou espaços por meio da análise de suas deformações, torções e alongamento de objetos. Como exemplo clássico desse estudo temos a figura 16 [31] de uma rosquinha e uma caneca como elementos da mesma classe topológica.

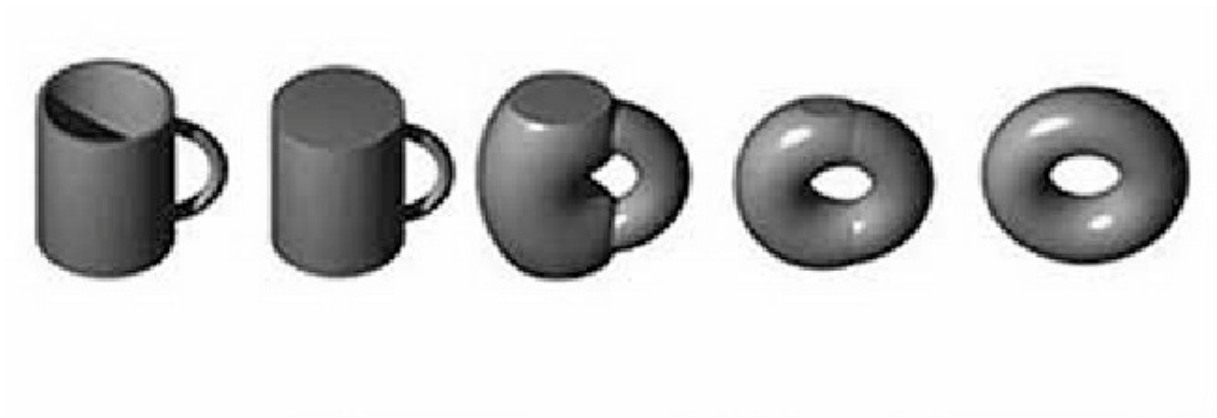


Figura 5.1: Caneca.

Caneca sendo suavemente deformada até atingir a forma de uma rosquinha. Retirada de [31].

A abordagem de Landau para caracterizar uma mudança de fase usando apenas a quebra de simetria foi suficientemente boa até meados da década de 70, pois, Von Klitzing, encontrou um novo estado da matéria que não se encaixava na abordagem de Landau [32].

O estado responsável pelo efeito Hall quântico não quebra nenhuma simetria, mas define uma fase topológica no sentido de que certas propriedades fundamentais, como o valor quantizado da condutância Hall e o número de modos de contorno sem gap são

insensíveis a mudanças suaves nos parâmetros do material e não podem ser mudados a menos que o sistema passe novamente por uma transição de fase quântica [32].

Um isolante topológico comum tem um gap de energia separando a banda eletrônica ocupada mais alta da banda vazia mais baixa. A superfície ou borda em duas dimensões de um isolante topológico, porém, deve possuir estados sem gap que são protegidos pela simetria de reversão temporal. O isolante topológico está intimamente relacionado com o estado Hall quântico inteiro bidimensional (2D). Os estados de superfície ou borda de um isolante topológico levam a um estado de condução com propriedades diferentes de qualquer outro dispositivo eletrônico unidimensional 1D ou 2D conhecido. Além de seu interesse fundamental, prevê-se que os estados tenham propriedades especiais que poderiam ser úteis para aplicações que variam de spintrônica a computação quântica [32].

Os isolantes topológicos são materiais eletrônicos que possuem um gap de banda no seu interior, mas possuem estados condutores na borda ou na superfície do material protegidos topologicamente. Esses estados são possíveis devido a combinação de interações spin-órbita e simetria de reversão temporal. Os isolantes topológicos 2D são um isolante Hall quântico de spin, que é próximo do já comentado estado Hall quântico inteiro. Os isolantes topológicos 3D suportam férmions de Dirac 2D em sua superfície [32].

Estamos particularmente interessados no isolante topológico Seleneto de Bismuto, Bi_2Se_3 , que é caracterizado como um isolante topológico 3D [32].

O Bi_2Se_3 oferece o potencial para um comportamento de isolante topológico sendo protegido em cristais comuns à temperatura ambiente e campo magnético nulo. Em 2008, sua estrutura de banda de superfície foi estudada por [33], através de cálculos de primeiros princípios e do ARPES (Angle-resolved photoemission spectroscopy) e foi possível observar a assinatura característica de um isolante topológico em forma de um único cone de Dirac. O grupo de [34] também fez um estudo usando o método de estrutura eletrônica e mostrou que o Bi_2Se_3 é mais um dos novos materiais que vêm surgindo que possuem um grande gap na banda.

Além desses dois grupos, outros trabalhos confirmaram a estrutura de banda topológica desse material, mostrando que o comportamento de isolante topológico está associado com uma inversão de banda em $k = 0$, levando à classe topológica (1;000).

O seleneto de Bismuto tem um grande gap na banda de $\sim 0,3eV(3600K)$, o que indica que em sua forma mais pura o Bi_2Se_3 pode apresentar um comportamento de isolante topológico em temperatura ambiente aumentando assim o seu potencial de aplicações tecnológicas. A figura 17 mostra alguns resultados dos estados da superfície usando as técnicas do ARPES figura 17 a), e da estrutura eletrônica figura 17 b).

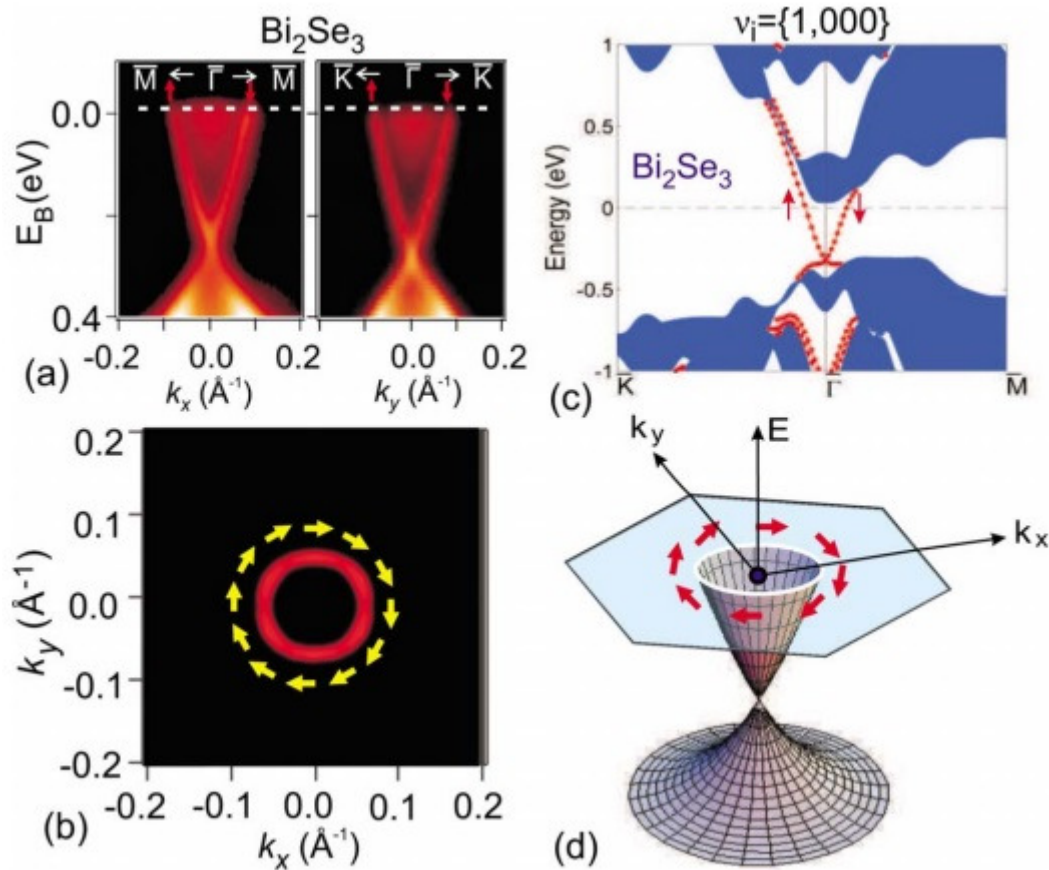


Figura 5.2: Isolante topológico Seleneto de Bismuto Bi_2Se_3 .

a) Estados eletrônicos de superfície do Bi_2Se_3 com um único cone de Dirac polarizado por spin, dados obtidos pelo ARPES. b) Superfície de Fermi exibe uma textura de rotação quiral para a esquerda. c) Estrutura da superfície eletrônica do Bi_2Se_3 computada pela aproximação de densidade local. A região sombreada descreve estados de bulk e as linhas são estados de superfície. d) Esquema da dispersão de estado de superfície polarizada por spin em isolantes topológicos Bi_2X_3 (1;000). Retirada de [32]

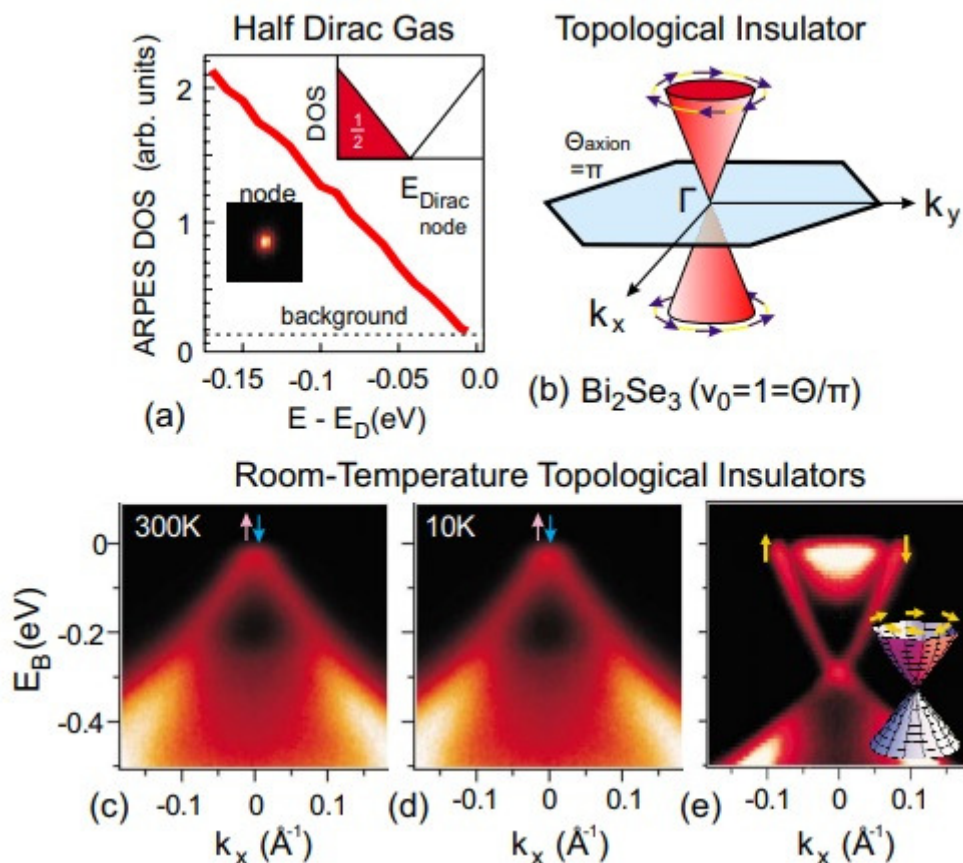


Figura 5.3: Resultado que caracteriza isolante topológico em temperatura ambiente. a) Momento de cristal integrado ARPES, dados próximos do nível de Fermi exibem queda linear da densidade dos estados, que combinados com a natureza de spin dos estados sugerem que um meio gás de Fermi é formado nas superfícies topológicas. b) O mapa de textura de spin baseado em dados de spin-ARPES sugere que a quiralidade do spin muda de sinal através do ponto de Dirac. c) O nó de Dirac permanece bem definido até uma temperatura de 300 K sugerindo a estabilidade dos efeitos topológicos até a temperatura ambiente. d) Cone de Dirac medido em uma temperatura de 10K. e) Cone de Dirac total [32].

Na figura 18 podemos ver os resultados que levam ao comportamento de isolante topológico em temperatura ambiente.

Capítulo 6

Efeitos da Rugosidade da Superfície e Impurezas

Já vimos até aqui os mecanismos por trás da conversão de corrente de carga em corrente de spin e a situação inversa. Sabemos portanto, que o efeito spin Hall, impulsionado pela interação spin órbita, converte uma corrente de carga em uma corrente de spin pura e o efeito spin Hall inverso transforma uma corrente de spin pura em uma corrente de carga. Estes dois efeitos tornam possíveis gerar e detectar eletricamente uma corrente de spin [4].

O efeito spin Hall é atribuído a dois mecanismos: um intrínseco que surge devido à fase de Berry e outro extrínseco que se divide em dois casos, side jump e skew scattering . A figura 19 [35], mostra o comportamento de cada um dos mecanismos.

Os mecanismos de espalhamento que dependem do spin contribuem para a velocidade anômala dos elétrons de condução. Esta anomalia resulta na conversão de corrente de carga em corrente de spin. O Skew scattering é um mecanismo extrínseco que surge devido à impurezas que existem na rede. Um elétron ao se aproximar de uma impureza carregada sente o campo elétrico dela, havendo a interação spin-órbita esse campo elétrico é transformado em um campo magnético e a direção desse campo é perpendicular tanto à velocidade do elétron quanto ao campo elétrico. O campo magnético que age no elétron não é homogêneo já que ele depende da velocidade dos elétrons e do potencial de espalhamento e ambos variam no espaço. Este gradiente de campo magnético gera o gradiente da energia de Zeeman que age no elétron. Esse gradiente aplica uma força no elétron e a direção dessa força depende do spin do elétron, isso ocorre porque o sinal da energia de Zeeman é diferente para spin up e spin down como mostrado na figura 19a).

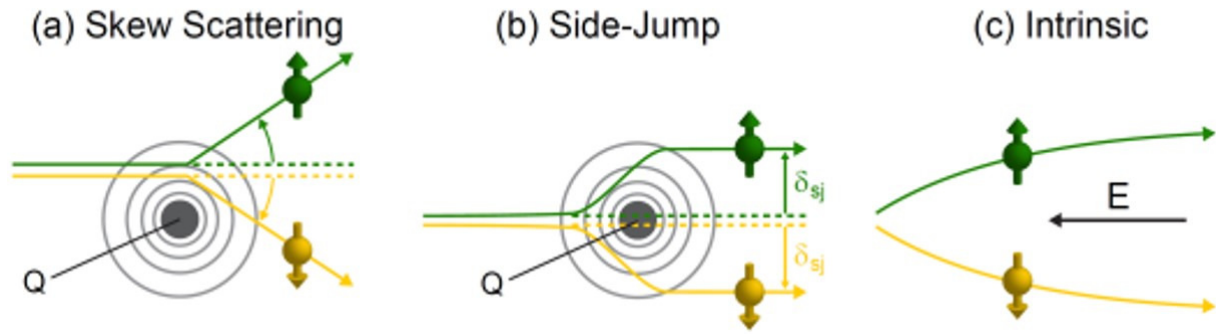


Figura 6.1: Fenômenos skew scattering, side-jump e íntinseco.

a) representação do skew scattering devido a interação com o campo de uma partícula. b) Representação do side jump e sua interação com impurezas do material. c) Representação do mecanismo intrínseco das partículas devido a fase de Berry. Retirada de [35].

Resumindo, o skew scattering é um espalhamento dependente do spin que separa elétrons de spin up dos elétrons de spin down dando origem a uma corrente de spin [35].

Já o side jump é um deslocamento lateral que depende do spin do pacote de onda dos elétrons e surge devido ao espalhamento a partir das impurezas. A perturbação na interação spin-órbita devido às impurezas distorcem o pacote de ondas e desloca o spin dos elétrons em direções opostas como mostrado na figura 19 b). Não iremos abordar o mecanismo intrínseco que surge devido à fase de Berry, figura 19 c) porque ele não possui interesse para nós no momento [35].

A proposta do trabalho é modelar o efeito spin Hall extrínseco usando o espalhamento a partir de uma superfície rugosa em filmes metálicos finos. A rugosidade da superfície é tratada por um operador de dilatação que transforma uma superfície rugosa em um potencial efetivo de impureza da superfície. Mesmo em uma superfície que tenha característica de ruído branco (mesma amplitude) pode levar a uma contribuição side jump para o efeito spin Hall como poderemos ver mais adiante. Veremos também que a contribuição do skew scattering é ausente. Além disso, a dependência da espessura do filme com o ângulo spin Hall induzido pela rugosidade da superfície é oposta àquela no bulk. Essa característica torna possível identificar experimentalmente a origem do efeito spin Hall devido a rugosidade da superfície [4].

A figura 20 mostra o modelo utilizado para realizarmos os cálculos.

Vamos considerar um filme de metal fino com superfície rugosa. o filme está confinado na direção z e se estende na direção $\rho(x, y)$. A espessura do filme depende da posição $d(\rho)$ com uma média igual a zero. A Hamiltoniana que descreve esse sistema é dada pela

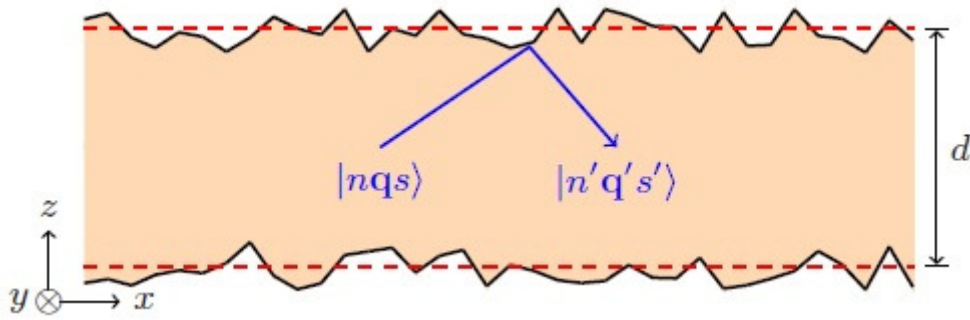


Figura 6.2: Filme fino de metal com superfície rugosa. [Retirado de [4]].

equação

$$H = \frac{p_{\parallel}^2}{2m^*} + \left[\frac{p_z^2}{2m^*} + V_{d(\rho)}(z) \right] = H_{\parallel} + H_{\perp}^{d(\rho)}, \quad (6.1)$$

p_{\parallel} é o operador de momento na direção ρ e p_z é o operador de momento na direção z , $H_{\perp}^{d(\rho)}$ descreve um estado de poço quântico confinado na direção z , m^* é a massa efetiva do elétron e $V_{d(\rho)}(z)$ é o potencial de confinamento com a escala de comprimento variável $d(\rho)$ [4].

Usando o operador de dilatação U dado pela expressão (6.2):

$$U = e^{\lambda_{\rho}} e^{\lambda_{\rho}(z\partial_z + \partial_z z)/2} \quad (6.2)$$

onde,

$$\lambda_{\rho} = \ln \left[\frac{d}{d(\rho)} \right]. \quad (6.3)$$

Esse operador dilata a Hamiltoniana perpendicular de um poço quântico H_{\perp}^d com espessura constante d , em uma Hamiltoniana de um poço quântico com espessura variável $H_{\perp}^{d(\rho)}$ [36, 37], de acordo com a equação (6.4):

$$H_{\perp}^{d(\rho)} = U H_{\perp}^d U^{\dagger} = H_{\perp}^d + V_R, \quad (6.4)$$

sendo que V_R é dado pela expressão:

$$V_R = \lambda_{\rho} \left(2H_{\perp}^d + \left[\frac{z\partial_z + \partial_z z}{2}, H_{\perp}^d \right] \right) = \lambda_{\rho}(2V_d + z\partial_z V_d). \quad (6.5)$$

A expressão do V_R descreve a rugosidade da superfície em um potencial de espalhamento efetivo que será tratado perturbativamente. Para isso, vamos considerar a superfície

como se ela tivesse um perfil de ruído branco, ou seja, uma superfície que tem mesma amplitude ou uma intensidade uniforme. A rugosidade da superfície é caracterizada pelo parâmetro adimensional $\Lambda \sim (\frac{\delta}{d})^2$ com a variância do desvio da espessura δ^2 , fornecendo a expressão:

$$\langle \lambda_\rho \lambda_{\rho'} \rangle = \Lambda a^2 \delta(\rho - \rho'), \quad (6.6)$$

sendo a a constante de rede $a \sim k_F^{-1}$. Como d é a espessura média, $\langle \lambda_\rho \rangle = 0$.

Serão introduzidos dois novos termos. O primeiro está relacionado ao potencial devido às impurezas do bulk, dado pela expressão:

$$V_I = \frac{V_{imp}}{k_F^3} \sum_i \delta(\rho - \rho_i) \delta(z - z_i), \quad (6.7)$$

(ρ_i, z_i) são as posições das impurezas e V_{imp} é a magnitude do potencial da impureza tipo δ .

O outro termo que será introduzido é a interação spin-órbita devido ao potencial de espalhamento da superfície V_R , dado pela expressão:

$$V_R^{SO} = -\eta \hat{\sigma} \cdot (\nabla V_R \times i \nabla). \quad (6.8)$$

Nessa expressão $\hat{\sigma}$ são as matrizes de Pauli e η é o parâmetro de acoplamento spin-órbita para a superfície de espalhamento. Para deixar claro o papel da rugosidade da superfície, o acoplamento spin-órbita devido às impurezas do bulk dado por V_I será negligenciado no momento, para isso serão usados metais que possuem fraco acoplamento spin-órbita do bulk, como cobre e alumínio. Dessa forma a Hamiltoniana completa será:

$$H = H_0 + U \quad (6.9)$$

$$U = V_R + V_I + V_R^{SO} \quad (6.10)$$

em que, $H_0 = \frac{p^2}{2m^*} + V_d(z)$ descreve um filme de espessura constante d e U é tratado perturbativamente.

Assumindo que $V_d(z)$ tem a forma do potencial de uma partícula na caixa os autoes-

tados de H_0 para um filme fino de espessura d são dados por:

$$E_{nq} = \frac{\hbar^2(q^2 + k_n^2)}{2m^*} \quad (6.11)$$

$$|nq^+\rangle = \sqrt{\frac{2}{Ad}} \sin(k_n z) e^{iq\rho}, \quad (6.12)$$

sendo que, $k_n = \frac{n\pi}{d}$, onde n rotula o modo transversal, q é o vetor de onda no plano, e A é a área na direção lateral. Devido ao potencial de espalhamento a partir das impurezas do bulk, V_I , e da rugosidade da superfície, V_R , os estados $|nq\rangle$ são misturados com outros estados $|n'q'\rangle$. Usando a aproximação de Born, os estados espalhados serão dados pela expressão:

$$|nq^+\rangle = |nq\rangle + \sum_{n'q'} |n'q'\rangle \frac{\langle n'q'|V_R + V_I|nq\rangle}{E_{nq} - E_{n'q'} + i\epsilon}. \quad (6.13)$$

A partir das considerações feitas até aqui, iremos agora realizar alguns cálculos que nos possibilitem interpretar as informações de maneira prática. O primeiro cálculo que iremos realizar será sobre o tempo de relaxação. Esse tempo pode ser calculado a partir da probabilidade de transição, dada pela equação:

$$P_{n'q's'}^{nqs} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle n'q's'|T|nqs\rangle|^2 \delta(E_{n'q's'} - E_{nqs}). \quad (6.14)$$

A taxa de espalhamento total que satisfaz a regra de Matthiessen, é a soma das razões devido aos espalhamentos da superfície e das impurezas que é dado por:

$$\frac{1}{\tau_n} = \sum_{n'q's'} P_{n'q's'}^{nqs} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{1}{\tau'_n} = \frac{1}{\tau_0} + \frac{n^2}{\tau'}. \quad (6.15)$$

Nessa expressão $\frac{1}{\tau_0}$ é a razão do espalhamento das impurezas do bulk e $\frac{1}{\tau'_n} = \frac{n^2}{\tau'}$, é a razão de espalhamento da superfície dependente do canal. Vamos escrever expressões mais explícitas para cada uma das taxas de espalhamento:

$$\frac{1}{\tau_0} = \left(1 + \frac{1}{2n_c}\right) \frac{n_i}{2\pi k_F^3} \frac{V_{imp}^2 E_F}{E_F^2 \hbar} \quad (6.16)$$

$$\frac{1}{\tau'} = \frac{\delta^2}{a^2} \frac{4S}{3n_c^3} \frac{E_F}{\hbar}, \quad (6.17)$$

nessa equação $n_c = \frac{k_F d}{\pi}$ é o número total de canais transversais e $S \sim 1$. A taxa

de espalhamento da superfície aumenta com n e isto ocorre porque os elétrons com n muito grande são mais energéticos na direção transversal, saltando para a superfície mais frequentemente e sendo espalhados mais vezes. Existem dois casos limites: i) $\tau' \ll \tau_0$, nesse caso as regras de espalhamento da superfície dominam a relaxação do elétron. ii) $\tau' \gg n_c^2 \tau_0$, nessa situação o espalhamento das impurezas do bulk dominam.

Vamos calcular agora a contribuição que o mecanismo do side jump fornece. Para isso vamos usar que o operador velocidade no plano é calculado a partir da Hamiltoniana completa do sistema, da seguinte forma:

$$\hat{v}_{\parallel} = -\frac{i}{\hbar}[\rho, H] = \frac{\hat{p}_{\parallel}}{m^*} + \frac{\eta}{\hbar} \hat{\sigma} \hat{z} \times \nabla_{\parallel} V_R, \quad (6.18)$$

o segundo termo nessa expressão é a velocidade anômala devido ao espalhamento da superfície e ∇_{\parallel} é o gradiente na direção ρ no plano. Vamos manter apenas o termo ∇V_R já que o gradiente na direção z desaparece depois do ensemble e das médias de estado, $\langle\langle \partial_z V_R \rangle\rangle = 0$

A corrente de carga transportada por $|nqs^+\rangle$, é calculada pelos elementos de matriz, $j_{nqs} = \langle\langle nqs^+ | e \hat{v}_{\parallel} | nqs^+ \rangle\rangle$, dessa forma a corrente de carga será:

$$j_{nqs} = e \frac{\hbar q}{m^*} + es \alpha_n^{sj} z \times \frac{\hbar q}{m^*} \quad (6.19)$$

sabendo que $\alpha_n^{sj} = \frac{m^* \eta}{\hbar \tau'_n}$, é o parâmetro de acoplamento sem dimensão dependente do canal referente ao side jump. Na equação da corrente de carga o primeiro termo é a corrente de carga normal e o segundo termo é devido à velocidade anômala que dá origem à corrente spin Hall. Podemos notar que α_n^{sj} depende somente de τ'_n isso ocorreu porque consideramos apenas a interação spin-órbita a partir do espalhamento da superfície [4].

Vamos analisar agora a contribuição do mecanismo skew scattering. Esse mecanismo também é originado a partir de uma probabilidade de transição assimétrica entre q e q' induzida pela interação spin-órbita. Para o caso do espalhamento devido a rugosidade da superfície essa probabilidade de transição assimétrica desaparece, então, não há nenhuma contribuição do skew scattering para a corrente spin Hall. A ausência do skew scattering é causada pela aleatoriedade do sinal do potencial da rugosidade da superfície, que é atrativo quando $\lambda_{\rho} < 0$; ($d(\rho) > d$) e repulsivo quando $\lambda_{\rho} > 0$; ($d(\rho) < d$). Esta situação é diferente no caso do espalhamento das impurezas, onde o sinal do potencial de espalhamento da impureza é fixado, ou seja, as impurezas são todas atrativas ou todas repulsivas [4].

Vamos calcular agora as condutividades. Quando um campo elétrico \vec{E} é aplicado no

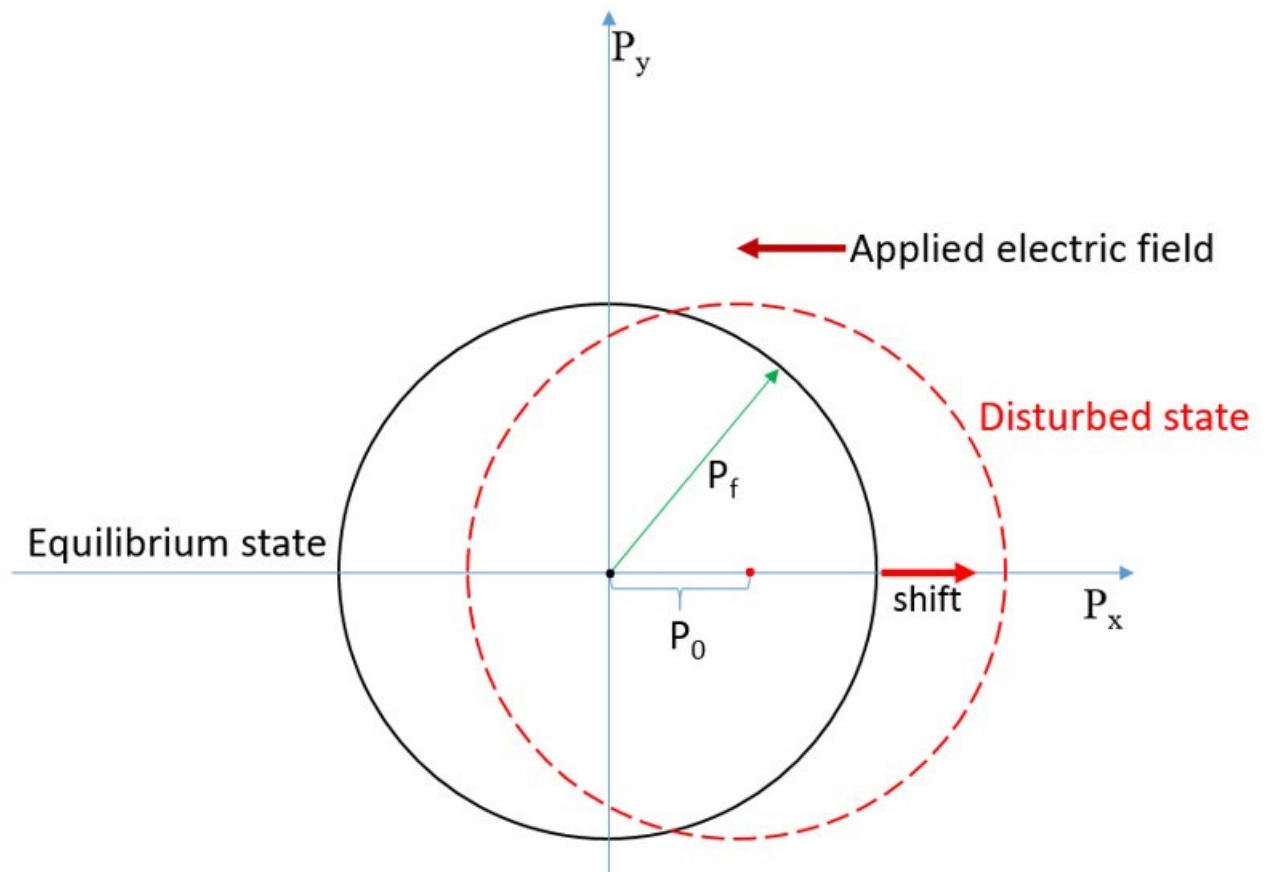


Figura 6.3: Deslocamento do círculo de Fermi devido ao campo elétrico \vec{E} aplicado. Adaptada de [38].

plano, o círculo de Fermi se desloca $\delta\vec{q}_n = \frac{e\vec{E}\tau_n}{\hbar}$ por canal n . A figura 21 adaptada de [38] ilustra essa situação.

A função distribuição do não equilíbrio é:

$$g_{nq} = f_n(q + \delta q_n) - f_n(q) = \frac{e\hbar\tau_n}{m^*} \delta(E_{nq} - E_F) \vec{q} \cdot \vec{E}, \quad (6.20)$$

$f_n(q) = \Theta(E_{nq} - E)$ é a função distribuição de Fermi-Dirac com Θ sendo a função de Heaviside. A velocidade normal contribui para a corrente de carga longitudinal no plano $j = \sum_{nqs} g_{nq} j_{nqs} = \sigma E$, σ é dado pela expressão:

$$\sigma = \frac{3\sigma_0}{2n_c} \sum_{n=1}^{n_c} \frac{\tau_n}{\tau_0} \left(1 - \frac{n^2}{n_c^2}\right), \quad (6.21)$$

$\sigma_0 = \frac{k_F^3}{3\pi^2} \frac{e^2\tau_0}{m^*}$ é a condutividade do bulk no modelo de Drude.

Temos nesse caso dois casos limites também:

i) $\sigma \simeq \frac{e^2 k_F}{2\hbar} \left(\frac{d^2}{\delta} \right)$, quando $\tau' \ll \tau_0$, caso em que o espalhamento da superfície domina.

ii) $\sigma \simeq \sigma_0 \left(1 - \frac{3}{4n_c} \right)$, quando $\tau' \gg n_c^2 \tau_0$, caso em que o espalhamento da impureza do bulk domina.

A figura 22 retirada de [4] ilustra a dependência da condutividade longitudinal em relação à espessura do filme ($n_c \simeq k_F d / \pi$) para um filme de *Cu*. Na figura mais a esquerda foram plotados três diferentes níveis de rugosidade, $\delta = 0, a, 10a$, podemos observar que a condutividade aumenta com o aumento da espessura, o que já era esperado. Para uma superfície plana ($\delta = 0$), o aumento da condutividade acontece simplesmente devido a efeitos quânticos quando o filme é fino. Quando há a presença de rugosidade ($\delta = a, 10a$), o aumento na condutividade é atribuído à diminuição da resistividade induzida pela superfície de espalhamento quando o filme vai se tornando cada vez mais espesso.

A figura 22 da direita mostra a dependência da condutividade em relação à rugosidade da superfície para três espessuras diferentes do filme, $n_c = 10, 100, 1000$. Em todos os casos a condutividade diminui com o aumento da rugosidade da superfície. Como o tratamento da rugosidade da superfície foi feito como uma perturbação, a equação da condutividade é válida somente quando a rugosidade é pequena quando comparada à espessura do filme, ou seja, $\delta \ll d$. Essa fato está ilustrado nas áreas sombreadas da figura 22, que são as regiões onde a aproximação não é boa o suficiente.

A próxima condutividade que iremos calcular é a condutividade spin Hall no plano. O Segundo termo anômalo da corrente de carga, não leva a nenhuma corrente de carga devido aos seus spins opostos. Entretanto, ele dá origem a uma corrente de spin pura no plano na direção transversal ou uma corrente spin Hall dada pela expressão, $j_s = \sum_{nqs} s g_{nq} j_{nqs} = \sigma^{sH} \hat{z} \times E$. Em unidades de corrente de carga, a condutividade spin Hall fica da seguinte forma:

$$\sigma^{sH} = \frac{e^2 k_F \bar{\eta}}{h \pi} \sum_{n=1}^{n_c} \frac{\tau_n}{\tau'_n} \left(\frac{1}{n_c} - \frac{n^2}{n_c^3} \right), \quad (6.22)$$

$\bar{\eta} = \eta k_F^2$ é o parâmetro de acoplamento spin-órbita sem dimensão. Temos duas situações limites, uma ocorre onde a superfície de espalhamento domina e a outra quando o espalhamento devido as impurezas do bulk dominam. As equações que regem cada um desses casos são:

i) $\tau' \ll \tau_0$, a superfície de espalhamento domina

$$\sigma^{sH} \simeq \frac{e^2 k_F \bar{\eta}}{h \pi} \frac{2}{3}, \quad (6.23)$$

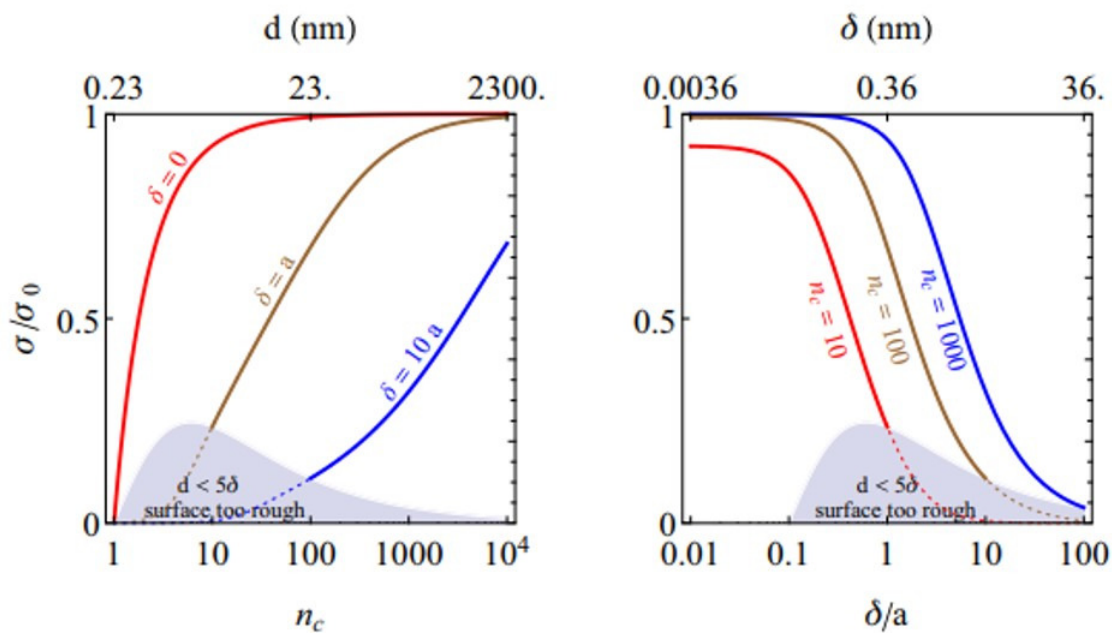


Figura 6.4: Condutividade longitudinal do filme de cobre.

Na esquerda mostra condutividade em função da espessura do filme n_c em três casos de rugosidade, $\delta = 0, a, 10a$. Na direita temos a condutividade como função da rugosidade da superfície $\frac{\delta}{a}$ em três casos de espessura do filme $n_c = 10, 100, 1000$. Retirada de [4].

ii) $\tau' \ll n_c^2 \tau_0$, o espalhamento devido as impurezas do bulk domina

$$\sigma^{sH} \simeq \frac{e^2 k_F \bar{\eta}}{h} \frac{2n_c^2 \tau_0}{\pi 15\tau'} \quad (6.24)$$

Analisando as equações podemos observar que quando a rugosidade da superfície domina, a condutividade spin Hall é independente da rugosidade da superfície δ , isso ocorre pela seguinte razão: σ^{sH} é proporcional tanto ao parâmetro de acoplamento do side jump, $\alpha_n^{sj} \propto \tau'^{-1} \propto \delta^2$, quanto ao deslocamento do círculo de Fermi, $\delta q_n \propto \tau_n \approx \tau' \propto \delta^{-2}$, o que faz com que as dependências se cancelem. É o mesmo comportamento da contribuição side jump para a condutividade spin Hall no bulk dos materiais.

A figura 23 retirada de [4] ilustra a condutividade spin Hall para o filme de cobre. O gráfico da esquerda foi plotado a condutividade spin Hall, σ^{sH} como função de δ , mostrando que a condutividade é maior para superfícies mais rugosas e filmes mais finos. No efeito spin Hall convencional do bulk, a relação entre a resistividade spin Hall, $\rho^{sH} = \sigma^{sH}/\sigma^2$, pode ser expressada em termos da resistividade longitudinal, $\rho = 1/\sigma$: $\rho^{sH} = a\rho + b\rho^2$, o termo linear é devido ao mecanismo de skew scattering e o termo quadrático é devido ao mecanismo do side jump. Já o gráfico da direita foi plotado o log-log da resistividade spin Hall, ρ^{sH} , como função da resistividade longitudinal, ρ , que inclui a resistividade do

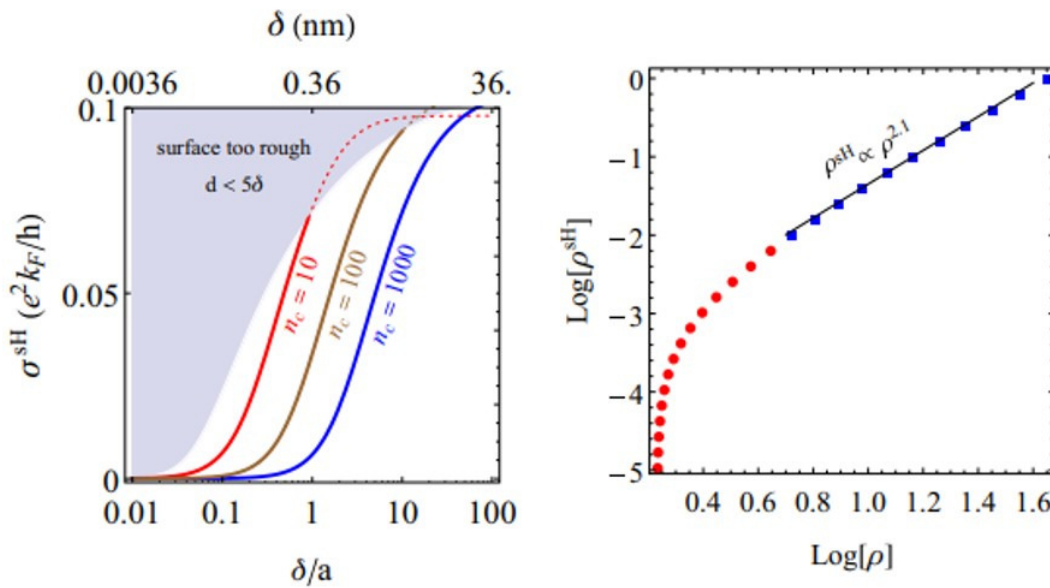


Figura 6.5: Condutividade spin Hall para filme de cobre. (Esquerda) σ^{sH} como função da rugosidade da superfície δ/a . (Direita) ρ^{sH} como função da resistividade. Retirada de [4].

bulk, $\rho_0 = 1/\sigma_0$, e a resistividade induzida pela superfície de espalhamento $\rho - \rho_0$.

Na região de domínio da superfície de espalhamento (quadrados azuis), a inclinação de um ajuste linear é 2,1, ou seja, $\rho^{sH} \propto (\rho - \rho_0)^{2,1} \approx \rho^{2,1}$, que é consistente com o mecanismo do side jump. O ligeiro desvio da inclinação é devido à mistura das relaxações do bulk, assim como, dos diferentes tempos de relaxação τ_n para diferentes canais transversais.

O último resultado que vamos calcular é um dos mais importantes, o ângulo spin Hall, θ^{sH} . Isso porque ele é um parâmetro de medida da eficiência de conversão entre corrente de carga em corrente de spin. Ele pode ser obtido a partir da equação:

$$\theta^{sH} = \frac{\sigma^{sH}}{\sigma} \quad (6.25)$$

fazendo uma aproximação onde domina o a superfície de espalhamento, $\tau'_n \ll \tau_0$, obtemos

$$\theta^{sH} \approx \bar{\eta} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \frac{1}{3\pi^2}. \quad (6.26)$$

Realizando agora a aproximação para o caso em que domina o espalhamento devido às impurezas, $\tau'_n \gg \tau_0$, temos o seguinte resultado

$$\theta^{sH} \approx \bar{\eta} \left(\frac{\delta}{d} \right)^2 \frac{n_c}{30} \left(\frac{2\pi}{k_F a} \right)^2. \quad (6.27)$$

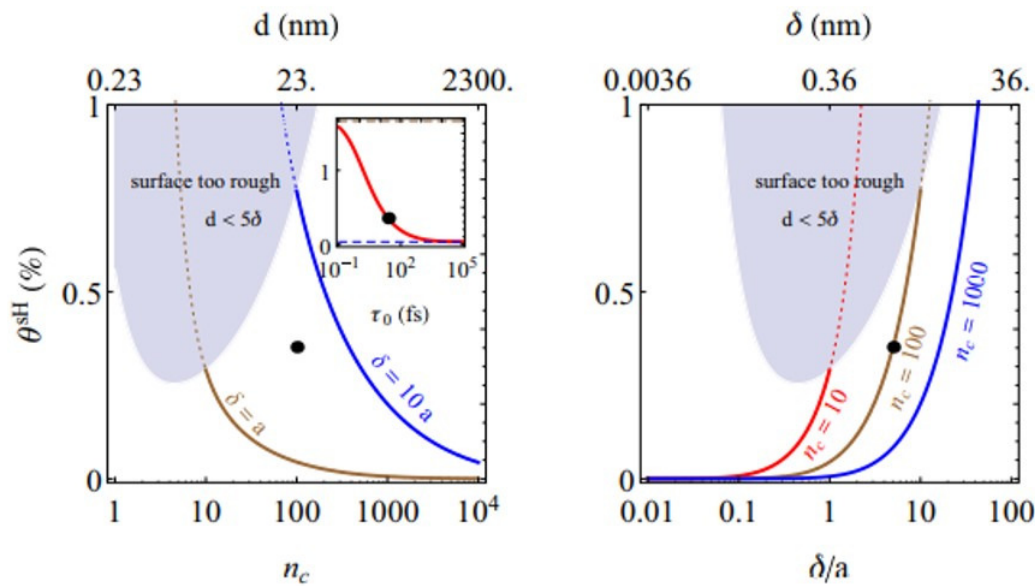


Figura 6.6: Ângulo spin Hall para o filme de cobre.

(Esquerda) mostra o ângulo spin Hall como função da espessura do filme, n_c . O gráfico inserido mostra a dependência do ângulo spin Hall com o tempo de relaxação do bulk τ_0 . (Direita) mostra o ângulo spin Hall como função da rugosidade da superfície δ/a . Retirada de [4].

A figura 24 retirada de [4] ilustra o ângulo spin Hall para um filme de cobre. A partir da figura podemos concluir que o ângulo spin Hall pode ser melhorado das seguintes formas: i) Diminuição da espessura do filme dada por n_c . ii) Aumento da rugosidade da superfície, dada por δ . iii) Diminuição do tempo de relaxação do bulk, dado por τ_0 , ou, pelo aumento da resistividade do bulk dado por, $\left(\frac{1}{\sigma_0}\right)$.

Se considerarmos agora que a interação spin-órbita vem apenas da impureza do bulk ao invés da superfície de espalhamento devemos trocar a nossa Hamiltoniana total pela Hamiltoniana a seguir:

$$H = H_0 + U' \quad (6.28)$$

$$U' = V_R + V_I + V_I^{SO} \quad (6.29)$$

substituímos V_R^{SO} por $V_I^{SO} = -\eta_I \hat{\sigma} \cdot (\nabla V_I \times i\nabla)$, nesse caso os parâmetros de acoplamento para os mecanismos de side jump e skew scattering são:

$$\alpha_I^{sj} = \frac{m^* \eta_I}{\hbar \tau_0} \quad (6.30)$$

$$\alpha_I^{ss} = \frac{\bar{\eta}_I}{12\pi} \frac{V_{imp} \sigma}{E_F \sigma_0} \quad (6.31)$$

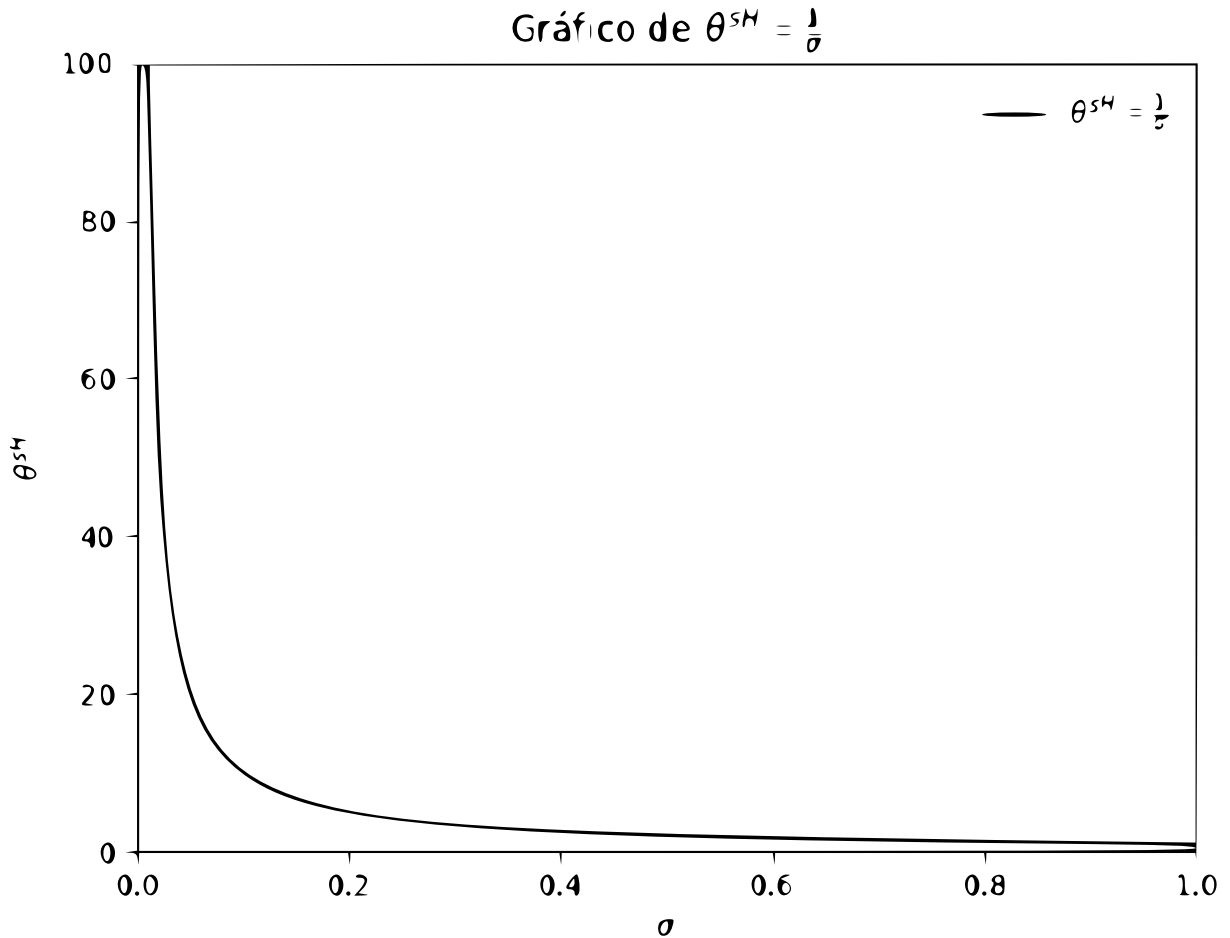


Figura 6.7: Ângulo Spin Hall do bulk.

O ângulo spin Hall formado pela espalhamento devido às impurezas tem um comportamento oposto ao observado anteriormente, à medida que a espessura do filme aumenta sua condutividade longitudinal diminui conseqüentemente o ângulo spin Hall aumenta.

a condutividade spin Hall será dada então por, $\sigma_I^{sH} = (\alpha_I^{sj} + \alpha_I^{ss})\sigma$. Ou seja, o ângulo spin Hall devido às impurezas do bulk induzido pelo efeito spin Hall em filmes metálicos finos é $\theta_I^{sH} = \alpha_I^{sj} + \alpha_I^{ss}$, como a contribuição do parâmetro side jump é constante, independente da espessura do filme e/ou da rugosidade da superfície, e a contribuição do parâmetro do skew scattering tem a mesma dependência com a condutividade longitudinal σ , isso quer dizer que o ângulo spin Hall devido ao espalhamento pelas impurezas em filmes metálicos finos diminui com a diminuição da espessura do filme e/ou aumenta com a rugosidade da superfície. Este comportamento é oposto aquele para o ângulo spin Hall pela superfície de espalhamento. Isso é importante porque através deste resultado podemos distinguir entre a origem do efeito spin Hall a partir da espessura e/ou rugosidade da superfície de acordo com a dependência do ângulo spin Hall [4].

Capítulo 7

Conclusões e perspectivas

Ao estudar o artigo [4] conseguimos obter uma metodologia para abordar situações em que temos duas camadas com materiais diferentes, pois podemos usar o operador de dilatação para simplificar o problema e conseguir obter equações que podem ser resolvidas e analisadas de forma qualitativa e quantitativa prevendo valores de diferentes tipos de condutividades (longitudinal e spin Hall) e do ângulo spin Hall que mede a quantidade de corrente de carga que é convertida em corrente de spin, e compará-los com os resultados obtidos experimentalmente.

Com esse estudo podemos concluir que:

i- A condutividade longitudinal, σ , aumenta com o aumento da espessura e diminui com a rugosidade da superfície, δ .

ii- A condutividade spin Hall, σ^{sH} , no plano independe da rugosidade da superfície, quando a rugosidade é maior do que a influência do bulk condutividade spin Hall, σ^{sH} , é maior para uma superfície mais rugosa e filme mais fino.

iii- O ângulo spin Hall, θ^{sH} , pode ser melhorado através da diminuição da espessura do filme que é dada por n_c , pelo aumento da rugosidade da superfície dado por δ , pela diminuição do tempo de relaxação do bulk dado por τ_0 , ou aumentando a resistividade do bulk dada por $\left(\frac{1}{\tau_0}\right)$.

Ao realizarmos os cálculos considerando que a interação spin-órbita vem apenas do bulk e não da rugosidade e/ou impurezas da superfície podemos observar que o ângulo spin Hall decresce com a diminuição da espessura do filme e/ou com o aumento da rugosidade da superfície. Um comportamento oposto ao ângulo spin Hall devido ao espalhamento da superfície. Esse fato é interessante pois, nos possibilita distinguir a origem do efeito spin Hall a partir da espessura e/ou da rugosidade da superfície.

O efeito spin Hall induzido pela rugosidade da superfície compreende apenas a contri-

buição do mecanismo side-jump.

Para dar continuidade aos nossos estudos iremos aplicar a metodologia abordada no artigo [5]. Nesse trabalho foi investigado a conversão de corrente de spin para carga em filmes depositados por pulverização catódica do isolante topológico Bi_2Se_3 em camadas cristalinas únicas de granada de ítrio e ferro (YIG, Yttrium Iron Garnet, $Y_3Fe_5O_{12}$) e filmes policristalinos de permalloy ($Py - Ni_{81}Fe_{19}$). E obteve-se como resultado uma inversão na polarização da voltagem quando usamos Ta e Pt , como podemos verificar pela figura 25 retirada de [5], a montagem do experimento assim como os principais resultados obtidos.

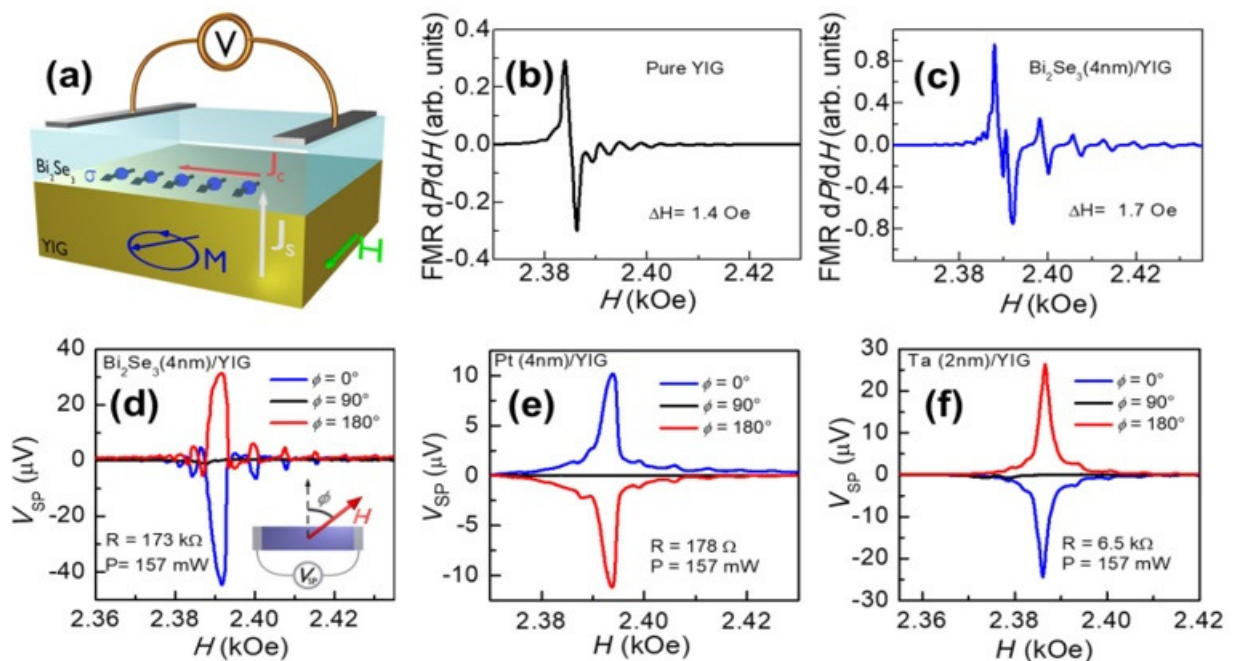


Figura 7.1: Ilustração esquemática do experimento.

a) Ilustração esquemática para medida da ressonância ferromagnética conduzida por spin pumping (FMR-SP) para o processo de conversão de corrente de carga para spin na interface. b), c) Sinal FMR de varredura de campo para um filme YIG simples com espessura de $6m$ e a bicamada de Bi_2Se_3 ($4nm$)/YIG ($6m$), respectivamente. d) Varredura de campo da voltagem do spin pumping medida em Bi_2Se_3 ($4nm$)/YIG ($6m$) em três ângulos diferentes no plano como ilustrado, com uma potência de micro ondas incidente de $157mW$. Varreduras de campo de VSP para as bicamadas de Pt ($4nm$)/YIG em e) e Ta ($2nm$)/YIG em f), obtidos com a mesma configuração experimental usada para medir a voltagem do spin pumping (VSP) em Bi_2Se_3 /YIG. Por comparação com a figura 2 d) concluímos que a polarização VSP do Bi_2Se_3 é a mesma do Ta [39].(Retirada de [5]).

O objetivo principal será entender o motivo da inversão da polarização da voltagem do spin pumping na Pt e o porquê de possuir a mesma polarização tanto para o Ta quanto para o Bi_2Se_3 .

Além de obter uma explicação teórica para o resultado da inversão da polarização da

voltagem, queremos investigar ainda quais são os fatores que influenciam esse resultado. Então vamos abordar a questão da geometria da amostra, do deslocamento de buracos ao invés de elétrons, acoplamento spin-órbita, o fato de ter sido usado um isolante topológico tridimensional, devido ao estado Hall quântico de spin.

Referências Bibliográficas

- [1] J. E. ABRÃO NETO, “Investigação de fenômenos spintrônicos: fabricação de estruturas micrométricas e submicrométricas utilizando litografia óptica,” Master’s thesis, Universidade Federal de Pernambuco, 2020.
- [2] A. Brataas, B. van Wees, O. Klein, G. de Loubens, and M. Viret, “Spin insulatronics,” *Physics Reports*, vol. 885, pp. 1–27, 2020.
- [3] S. Wolf, D. Awschalom, R. Buhrman, J. Daughton, v. S. von Molnár, M. Roukes, A. Y. Chtchelkanova, and D. Treger, “Spintronics: a spin-based electronics vision for the future,” *science*, vol. 294, no. 5546, pp. 1488–1495, 2001.
- [4] L. Zhou, V. L. Grigoryan, S. Maekawa, X. Wang, J. Xiao, *et al.*, “Spin hall effect by surface roughness,” *Physical Review B*, vol. 91, no. 4, p. 045407, 2015.
- [5] J. Mendes, M. Gamino, R. Cunha, J. Abrão, S. Rezende, and A. Azevedo, “Unveiling the spin-to-charge current conversion signal in the topological insulator bi_2se_3 by means of spin pumping experiments,” *Physical Review Materials*, vol. 5, no. 2, p. 024206, 2021.
- [6] E. Peixoto, “Teoria quântica,” 1988.
- [7] R. A. do Rego, *Mecânica Quântica*. Livraria da Física, 2021.
- [8] E. H. Hall, “On a new action of the magnet on electric currents,” *American Journal of Mathematics*, vol. 2, no. 3, pp. 287–292, 1879.
- [9] D. J. Griffiths, “Introduction to electrodynamics,” 2005.
- [10] A. A. d. LIMA, A. A. d. LIMA, *et al.*, “Influência da desclinação no efeito hall quântico inteiro.,” 2013.
- [11] C. Kittel, “Física do estado sólido,” *Ed. Rio de Janeiro*, 2006.

-
- [12] I. S. Oliveira, *Introdução à física do estado sólido*. Editora Livraria da Física, 2005.
- [13] D. Zhang, Z. Hou, and W. Mi, “Progress in magnetic alloys with kagome structure: materials, fabrications and physical properties,” *Journal of Materials Chemistry C*, vol. 10, no. 20, pp. 7748–7770, 2022.
- [14] N. Sinitsyn, “Semiclassical theories of the anomalous hall effect,” *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 20, no. 2, p. 023201, 2007.
- [15] H. Weng, X. Dai, and Z. Fang, “From anomalous hall effect to the quantum anomalous hall effect,” *arXiv preprint arXiv:1509.05507*, 2015.
- [16] T. Chakraborty and P. Pietiläinen, *The quantum Hall effects: integral and fractional*, vol. 85. Springer Science & Business Media, 2013.
- [17] J. Weis, “Quantum hall effect,” in *Encyclopedia of Condensed Matter Physics* (F. Bassani, G. L. Liedl, and P. Wyder, eds.), pp. 22–29, Oxford: Elsevier, 2005.
- [18] C.-X. Liu, S.-C. Zhang, and X.-L. Qi, “The quantum anomalous hall effect: theory and experiment,” *Annual Review of Condensed Matter Physics*, vol. 7, pp. 301–321, 2016.
- [19] C.-Z. Chang and M. Li, “Quantum anomalous hall effect in time-reversal-symmetry breaking topological insulators,” *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 28, no. 12, p. 123002, 2016.
- [20] M. I. D’Yakonov and V. Perel, “Possibility of orienting electron spins with current,” *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, vol. 13, p. 467, 1971.
- [21] J. Hirsch, “Spin hall effect,” *Physical review letters*, vol. 83, no. 9, p. 1834, 1999.
- [22] S. Rezende, *Fundamentals of Magnonics*. Lecture Notes in Physics, Springer International Publishing, 2020.
- [23] S. Oh, “The complete quantum hall trio,” *Science*, vol. 340, no. 6129, pp. 153–154, 2013.
- [24] B. A. Bernevig and S.-C. Zhang, “Quantum spin hall effect,” *Physical review letters*, vol. 96, no. 10, p. 106802, 2006.
- [25] D. Griffiths and D. Schroeter, *Introduction to Quantum Mechanics*. Cambridge University Press, 2019.

-
- [26] J. Brown and R. Churchill, *Variáveis Complexas e Aplicações - 9ed.* McGraw Hill Brasil, 2015.
- [27] F. Bloch, “Zur theorie des ferromagnetismus,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 61, no. 3-4, pp. 206–219, 1930.
- [28] A. H. C. Neto, *Introduction to Condensed Matter Physics*. Boston University, 2005.
- [29] R. M. White, R. M. White, and B. Bayne, *Quantum theory of magnetism*, vol. 1. Springer, 1983.
- [30] S. Maekawa, S. O. Valenzuela, E. Saitoh, and T. Kimura, *Spin current*, vol. 22. Oxford University Press, 2017.
- [31] A. Araújo, J. Pantoja, Félix, and L. Rodrigues, “Topologias e tipologias arquitetônicas,” *Paranoá: cadernos de arquitetura e urbanismo*, 12 2015.
- [32] M. Z. Hasan and C. L. Kane, “Colloquium: topological insulators,” *Reviews of modern physics*, vol. 82, no. 4, p. 3045, 2010.
- [33] Y. Xia, L. Wray, D. Qian, D. Hsieh, A. Pal, H. Lin, A. Bansil, D. Grauer, Y. S. Hor, R. J. Cava, and M. Z. Hasan, “Electrons on the surface of Bi_2Se_3 form a topologically-ordered two dimensional gas with a non-trivial berry’s phase,” 2008.
- [34] X.-L. Qi and S.-C. Zhang, “Topological insulators and superconductors,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 83, no. 4, p. 1057, 2011.
- [35] K. K. V. Sethu, *Spin orbit torques in magnetic materials*. PhD thesis, Master’s thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2017.
- [36] Z. Tešanović, M. V. Jarić, and S. Maekawa, “Quantum transport and surface scattering,” *Physical review letters*, vol. 57, no. 21, p. 2760, 1986.
- [37] N. Trivedi and N. Ashcroft, “Quantum size effects in transport properties of metallic films,” *Physical Review B*, vol. 38, no. 17, p. 12298, 1988.
- [38] L. Kish, G. Niklasson, and C. Granqvist, “Proof of zero johnson noise at zero temperature,” 06 2015.
- [39] J. R. Sánchez, L. Vila, G. Desfonds, S. Gambarelli, J. Attané, J. De Teresa, C. Magén, and A. Fert, “Spin-to-charge conversion using rashba coupling at the interface between non-magnetic materials,” *Nature communications*, vol. 4, no. 1, p. 2944, 2013.