

SANDRO FARIAS PINTO

FORMAÇÃO DE PADRÕES EM MEIOS GRANULARES

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

**VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2006**

SANDRO FARIAS PINTO

FORMAÇÃO DE PADRÕES EM MEIOS GRANULARES

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física Aplicada para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 29 de março de 2006.

Prof. Sílvio da Costa Ferreira Júnior
(Conselheiro)

Prof. José Guilherme Moreira

Prof. Allbens Atman Picardi Faria

Prof. Álvaro José Magalhães Neves

Prof. Marcos da Silva Couto
(Orientador)

Aos meus pais,
João Soares Pinto
Cátia Farias Soares Pinto

AGRADECIMENTOS

- A Deus por tudo;
- Aos meus pais, pelo amor, amizade e incentivo;
- A Amanda, pela paciência, carinho, amor e dedicação, ajudando no amadurecimento pessoal, profissional e, sobretudo espiritual;
- Aos professores e funcionários do Departamento de Física da UFV;
- Ao meu orientador professor Marcos da Silva Couto, pela orientação, amizade, estímulo, apoio, confiança e incentivo para realização deste trabalho;
- Aos professores Ismael Lima Menezes Sobrinho e Silvio da Costa Ferreira Junior pelo apoio;
- Ao CAV - Clube de Astronomia de Viçosa, pelas maravilhosas horas de encanto ao observar o céu, e a todos os seus participantes, em especial a minha amiga Bia;
- A academia Jikan de Karatê-dô na pessoa do Sensei Francisco (preguinho), pelos ensinamentos que levarei por toda a vida;
- Aos meus amigos Felipe Apolônio (Pop's), Patrik Araujo e Cezar Augusto pela maravilhosa convivência;
- Aos amigos Paulo Henrique, Sr. Alisson e Flávia, pela paciência em compartilhar comigo o computador do laboratório;
- Ao Clube dos Teóricos;
- A Universidade Federal de Viçosa – UFV;
- A CAPES pelo suporte financeiro.

“Diante da vastidão do espaço e da imensidão do tempo, é uma alegria para mim poder partilhar um planeta e uma época com você”. Carl Sagan

ÍNDICE

RESUMO	v
ABSTRACT	vi
1- INTRODUÇÃO	1
2- FORMAÇÃO DE PADRÕES EM FLUIDOS E EM MEIOS GRANULARES	3
2.1- Padrões em Fluidos	3
2.2- Padrões em Meios Granulares	6
2.2.1- Dendritos granulares	6
2.2.2- Formação de padrões em camadas vibrantes	7
2.2.3- Fluxos granulares influenciados pela gravidade	8
2.2.4- Fluxos em cilindros giratórios	9
3- LEIS DE ESCALA E RUGOSIDADE	12
4- EXPERIMENTO	17
5- RESULTADOS E DISCUSSÕES	21
6- CONCLUSÕES	57
7- REFERÊNCIAS	58

RESUMO

PINTO, Sandro Farias, M.S., Universidade Federal de Viçosa, março de 2006.
Formação de Padrões em Meios Granulares. Orientador: Marcos da Silva Couto.
Conselheiros: Ismael Lima Menezes Sobrinho e Silvio da Costa Ferreira Junior.

Em nosso trabalho, estudamos a formação de padrões na interface entre dois tipos de materiais granulares em uma célula de Hele-Shaw. Diferentes tipos de padrões, variando de desde quase-circulares a até padrões com dedos, formaram-se variando a razão entre o tamanho dos grãos e o espaçamento da célula. A transição de padrões com dedos para padrões arredondados parece ser contínua. Foi obtida a transformada de Fourier para os padrões com e sem dedos, sendo que padrões com dedos apresentam seleção de modos, ao contrário do que ocorre para os padrões sem dedos. A dependência do raio de giração e do número de partículas na borda do padrão foi estudada em função do número de partículas dentro do padrão. Observamos que tanto o raio de giração quanto o número de partículas na borda do padrão obedecem a leis de potência. A análise da rugosidade da borda dos padrões mostrou que o expoente de Hurst decresce à medida que os padrões se tornam mais arredondados. A rugosidade não obedece a uma lei de potência com o tempo. Para padrões com dedos a rugosidade aumenta com o tempo e à medida que os padrões se tornam mais regulares ela parece tender a um valor de saturação. A formação dos dedos é explicada em termos da transmissão de forças através dos grãos.

ABSTRACT

PINTO, Sandro Farias. M.S., Universidade Federal de Viçosa, March, 2006. **Pattern Formation in Granular Systems**. Adviser: Marcos da Silva Couto. Committee members: Ismael Lima Menezes Sobrinho and Silvio da Costa Ferreira Junior.

In this work we study the pattern formation in the interface between two types of granular materials in a Hele-Shaw cell. Different types of patterns, ranging from almost circular to fingered ones were observed, varying the ratio between the size of the grains and the cell spacing. The transition from patterns with fingers to rounded patterns seems to be continuous. The Fourier transform was obtained for the patterns with and without fingers. Patterns that present fingers showed mode selection, contrary to what happens for the rounded patterns. The dependence of the gyration radius and the number of particles at the border of the pattern was studied as a function of the number of particles inside the pattern. We observed that the gyration radius as well as the number of particles at the border of the pattern follow power laws. Analyses of the pattern border roughness showed that the Hurst exponent decreases as the patterns become more rounded. The roughness does not obey a power law with time. For the patterns with fingers the roughness increases with time and as the patterns become more regular it seem to tend to a saturation value. Finger formation is explained in terms of force transmission through the grains.

1- INTRODUÇÃO

Materiais granulares são normalmente compostos de um grande número de grãos individuais não coesos cujas forças de contato podem ser de compressão, mas não de tração, constituindo um estado da matéria intermediário entre os fluidos e os sólidos [1-5].

A inelasticidade nas colisões entre os grãos é a principal diferença entre sistemas granulares e sistemas moleculares. Recentemente esses sistemas têm se tornado objeto de grande interesse de estudos teóricos e experimentais. O entendimento da dinâmica desses materiais é importante tanto na física teórica quanto do ponto de vista tecnológico, já que vários materiais, tais como cimento, produtos farmacêuticos, alimentos, cerâmicas, metais, vidros, etc., são manuseados na forma de grãos, pelo menos durante algum estágio de suas preparações. A importância econômica dos meios granulares é expressiva e reforça o grande interesse dos Físicos no estudo sistemático de tais materiais.

Ao longo da última década, foi realizado um grande número de estudos experimentais [6-10] e teóricos [11] em sistemas granulares. Estes experimentos se concentraram nos estudos quantitativos de compactação, mistura, segregação, avalanches, formato de dunas e padrões formados devido a vibrações. Foram propostos numerosos mecanismos (percolação, convecção, inércia, etc.) para a segregação de grãos diferentes; diversos tipos de padrões de ondas estacionárias (listras, hexágonos e defeitos, ondas desordenadas, agrupamento de excitações localizadas, etc.) em camadas de grãos colocadas para vibrar [5, 6, 11-13]. Em resumo, esses experimentos em meios granulares revelaram padrões complexos de escoamento similares aos observados em fluidos normais, mas também, aglomeração, congelamento, plasticidade e histerese. Na verdade, sistemas granulares fluem como fluidos quando eles são colocados para vibrar, mas aglomeram quando a amplitude de vibração diminui. Além disso, eles formam pilhas, indicando uma tensão de cisalhamento estática diferente de zero, característica dos sólidos. Em particular, ao invés de se deformarem uniformemente, como fluidos normais, materiais granulares reagem às tensões de cisalhamento desenvolvendo bandas estreitas nas quais as partículas exibem pronunciado movimento relativo e onde dissipações de energia são concentradas, adjacentes a regiões essencialmente rígidas. Ao contrário da formação de dedos viscosos em fluidos [14], o estudo do fenômeno de formação de padrões, pelo deslocamento grão-grão, é uma área pouco explorada na física de sistemas granulares.

Em nosso trabalho, estudamos a formação de padrões na interface entre dois tipos de materiais granulares, onde determinado tipo de grão é injetado em uma monocamada feita a partir de outro tipo de material granular. Não encontramos na literatura nenhum resultado para deslocamento grão-grão em célula de Hele-Shaw, o que torna este estudo original e desafiador. Este tipo de experimento é muito utilizado no estudo da interação fluido-fluido, mas esta é a primeira vez que experimentos feitos com o deslocamento grão-grão em uma célula de Hele-Shaw é realizado com materiais granulares. Nossos resultados sugerem analogias com formação de dedos viscosos e experimentos em “jamming transition” [15-18]. Esta transição ocorre quando, ao diminuir a tensão aplicada a um sistema granular, esta cai abaixo de um valor crítico, fazendo com que o sistema granular que inicialmente se comportava como um fluido passe para um estado amorfo rígido.

2- FORMAÇÃO DE PADRÕES EM FLUIDOS E EM MEIOS GRANULARES

2.1- Padrões em Fluidos

No final do século XIX o arquiteto naval Hele-Shaw (1898) introduziu um sistema simples para estudar o fluxo da água em torno de objetos. A célula que projetou consiste de duas placas transparentes de largura L separadas por uma pequena distância relativa b (valores típicos são $L \sim 30$ cm e $b \sim 1$ mm). Um fluido é colocado entre as duas placas e outro fluido é injetado através de uma das bordas (versão longitudinal) (figura 1(a)) ou através de um orifício no centro da placa superior da célula (versão radial) (figura 1(b)). O aparato é apropriado para a investigação de fluxos bidimensionais, e correspondentemente, a maioria dos resultados relativos a dedos viscosos foram obtidos em duas dimensões [19].

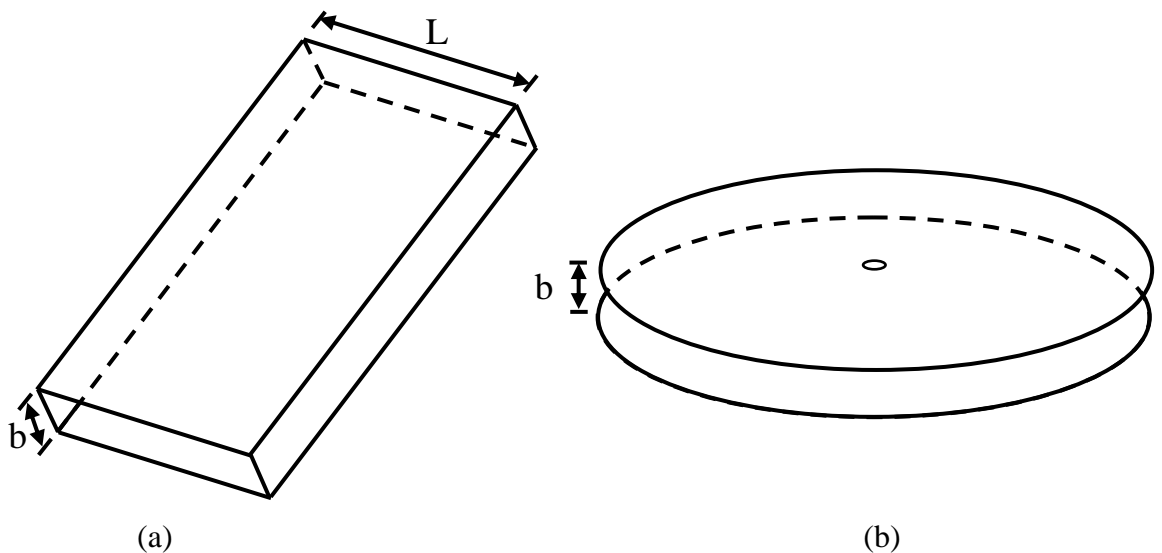


Figura 1: Esquema dos modelos de célula de Hele-Shaw usados em experimentos de fluidos. (a) Célula de Hele-Shaw longitudinal. (b) Célula de Hele-Shaw radial.

Uma experiência tradicional é realizada usando dois líquidos Newtonianos (para um líquido Newtoniano a viscosidade é constante, ou seja, a variação da taxa de cisalhamento versus tensão de cisalhamento é linear) imiscíveis, com uma razão de viscosidades elevada, por exemplo, ar e glicerina. Quando o fluido injetado possui viscosidade menor que a do fluido que já está na célula, a interface entre os dois permanece estável. Para a situação inversa a interface entre os fluidos é instável e

desenvolve dedos. Para taxas de injeção não muito grandes, estruturas relativamente simples podem ser obtidas com um expoente do raio de giração efetivo correspondendo a uma dimensão fractal perto de 1,8 [20]. Para taxas altas de injeção o crescimento da interface parece ramificar aleatoriamente e a estrutura pode ser considerada como homogênea (não-fractal) em uma escala do comprimento comparável a seu diâmetro. Um exemplo de um padrão formado em uma célula de Hele-Shaw é mostrado na figura 2.

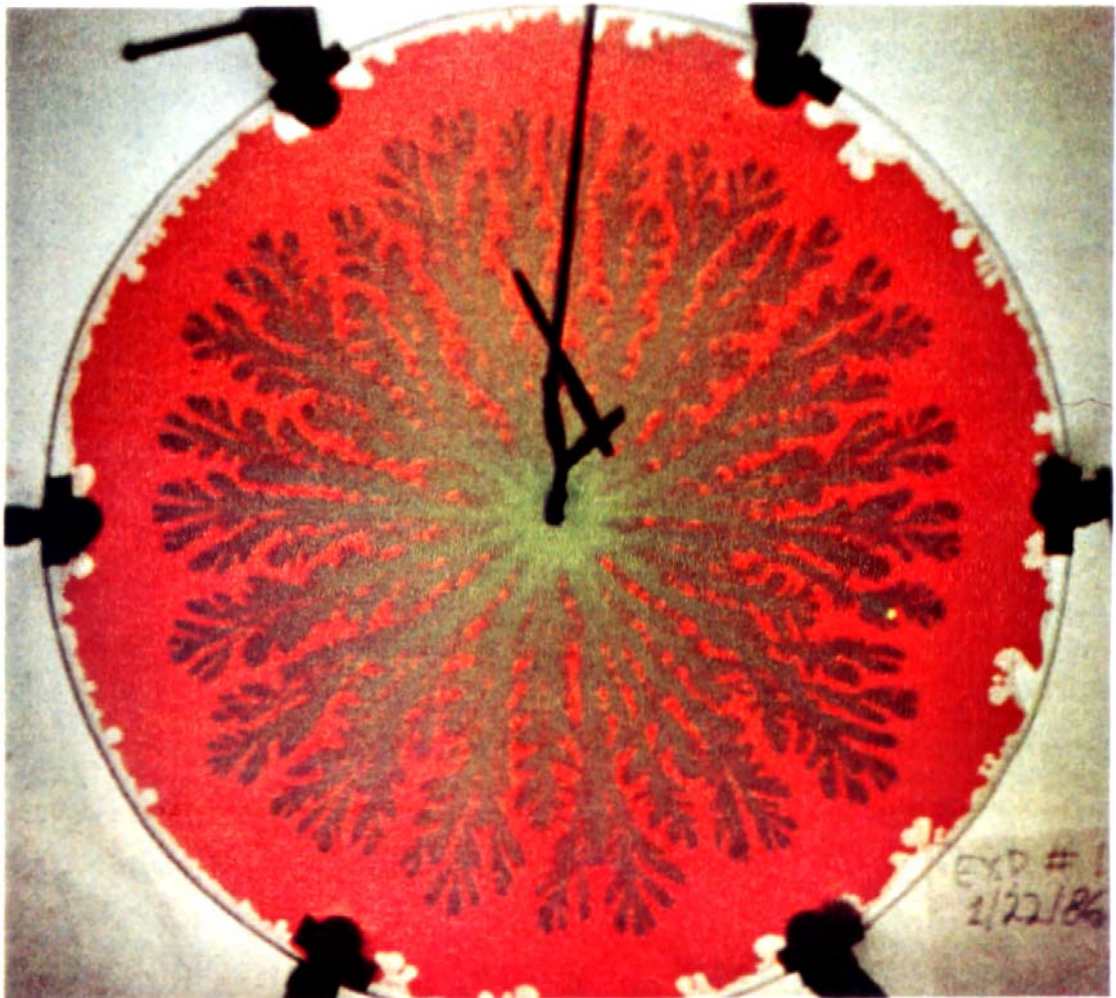


Figura 2: Dedos viscosos formados pela injeção de um fluido menos viscoso em um fluido mais viscoso [19].

O modelo teórico que descreve o fluxo em uma célula de Hele-Shaw pertence à classe dos problemas bidimensionais de Stefan: no limite quase estacionário, envolve resolver a equação de Laplace para algum campo Φ com os valores de contorno

especificados em uma interface em movimento Γ , a velocidade da qual é determinada pelo gradiente de Φ [21].

Experimentos com dedos viscosos em células de Hele-Shaw radiais devidamente modificadas, representam uma ferramenta valiosa para a investigação dos efeitos combinados de anisotropia e da força aplicada (diferença da pressão) em sistemas reais. Em particular, as condições que conduzem à estabilização ou desestabilização das pontas dos dedos são de interesse especial. A anisotropia pode ser introduzida em experimentos com dedos viscosos com líquidos isotrópicos fazendo-se ranhuras na superfície das placas de vidro da célula (figura 3) [22]. Outra maneira é usar um fluido anisotrópico, por exemplo, um cristal líquido nemático (figura 4).

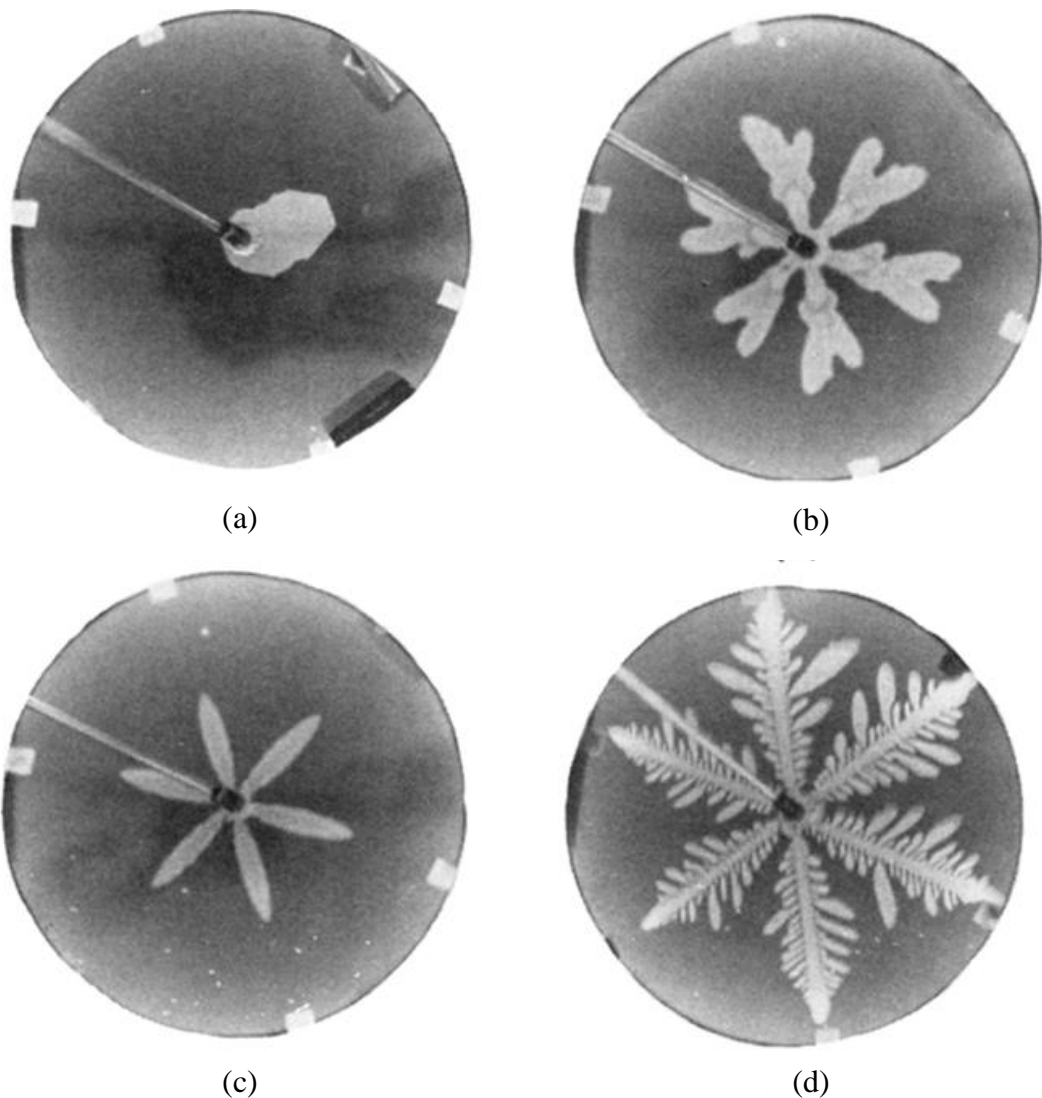


Figura 3: Padrões produzidos em uma célula de Hele-Shaw com anisotropia. (a) crescimento facetado. (b) tip splitting. (c) cristais em forma de agulha. (d) dendritos. A placa tem 25 cm de diâmetro [22].

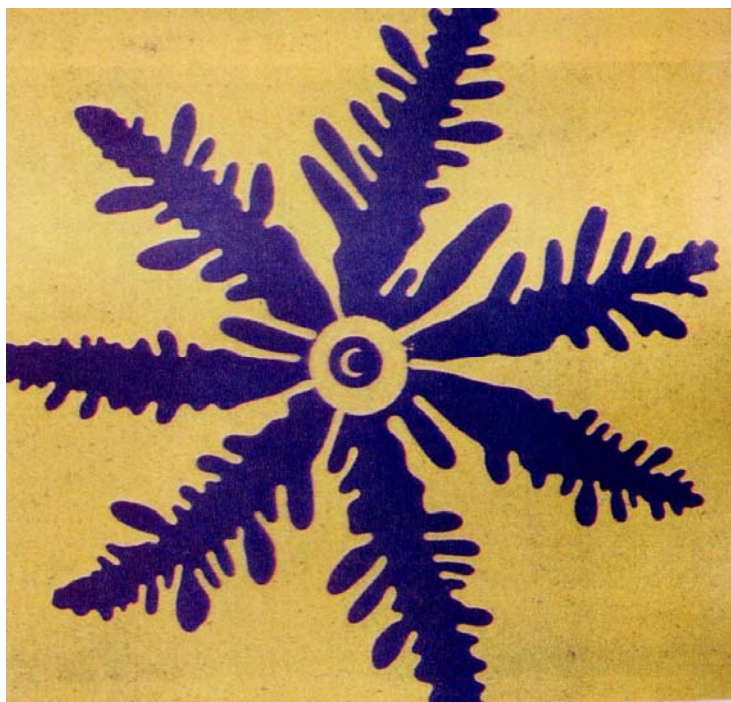


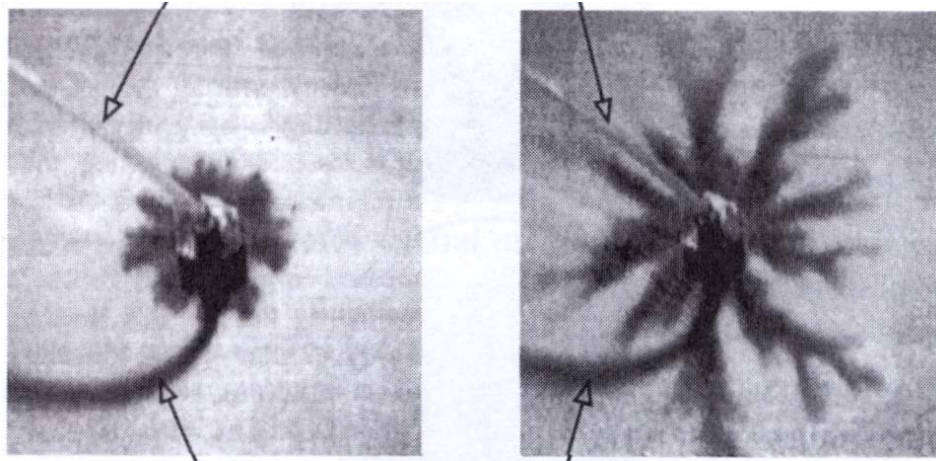
Figura 4: Padrão produzido em uma célula de Hele-Shaw injetando ar (azul) em uma camada de cristal líquido nemático (amarelo) [23].

2.2- Padrões em Meios Granulares

2.2.1. Dendritos granulares

Um fenômeno espetacular e pouco compreendido é a formação de dendritos granulares devido à interação entre ar e matéria granular. Envolve efeitos que são bem conhecidos e tem contrapartida na hidrodinâmica, quando um líquido é injetado em um outro mais viscoso. Até a mesma configuração experimental usada tradicionalmente com líquidos (célula Hele-Shaw radial) é duplicada neste experimento: uma camada de areia fina é colocada entre duas placas de vidro. A placa superior tem um furo em seu centro através do qual, uma mangueira é introduzida para injetar o ar pressurizado no material granular. Quando a pressão e o fluxo são baixos, nada acontece: a areia comporta-se como um meio poroso ordinário. Mas quando o fluxo é aumentado, os grãos da areia começam a se mover e um padrão dendrítico se desenvolve com uma estrutura fractal semelhante ao observado nos experimentos de líquidos (figura 5).

Tubo de injeção de ar comprimido



Sombra do tubo de injeção

Figura 5: Crescimento de um padrão dendrítico quando ar é injetado em uma camada de material granular em uma célula de Hele-Shaw. A figura da esquerda mostra um estágio inicial do experimento e a figura da direita mostra um estágio final do experimento [5].

2.2.2. Formação de padrões em camadas vibrantes

Multicamadas de materiais granulares sujeitas à vibração vertical exibem espetacular formação de padrões. Em um experimento típico uma camada de material granular, com aproximadamente 10-30 diâmetros de partículas, é energizada pela vibração vertical produzida por um agitador eletromagnético. Dependendo das condições experimentais, vários padrões podem ser observados, desde listras e quadrados a hexágonos e interfaces (figura 6).

Enquanto que as primeiras observações de padrões em camadas vibrantes foram feitas a mais de dois séculos atrás por Chladni (1787) e Faraday (1831), o interesse atual nesses problemas foi iniciado por Douady *et al.* [24] e Fauve *et al.* [25], junto com a descoberta por Umbanhowar *et al.* [6] de um objeto localizado (“oscillon”). Em outro tipo de experimento a formação de padrões foi estudada em sistemas vibrados horizontalmente [26-28]. Embora existam certas características comuns, tais como regimes sub-harmônicos e instabilidades, sistemas vibrados horizontalmente não apresentam a riqueza de comportamento de sistemas vibrados verticalmente. Quando um material granular é polidisperso, agitação vertical ou horizontal frequentemente conduz à segregação. A mais conhecida manifestação dessa segregação é chamada de efeito "castanha do Pará", onde uma partícula grande sobe para a superfície de uma

camada granular sob agitação vertical [29]. Agitação horizontal também produz bandas de segregação orientadas ortogonalmente à direção da agitação [12,30] (Figura 7).

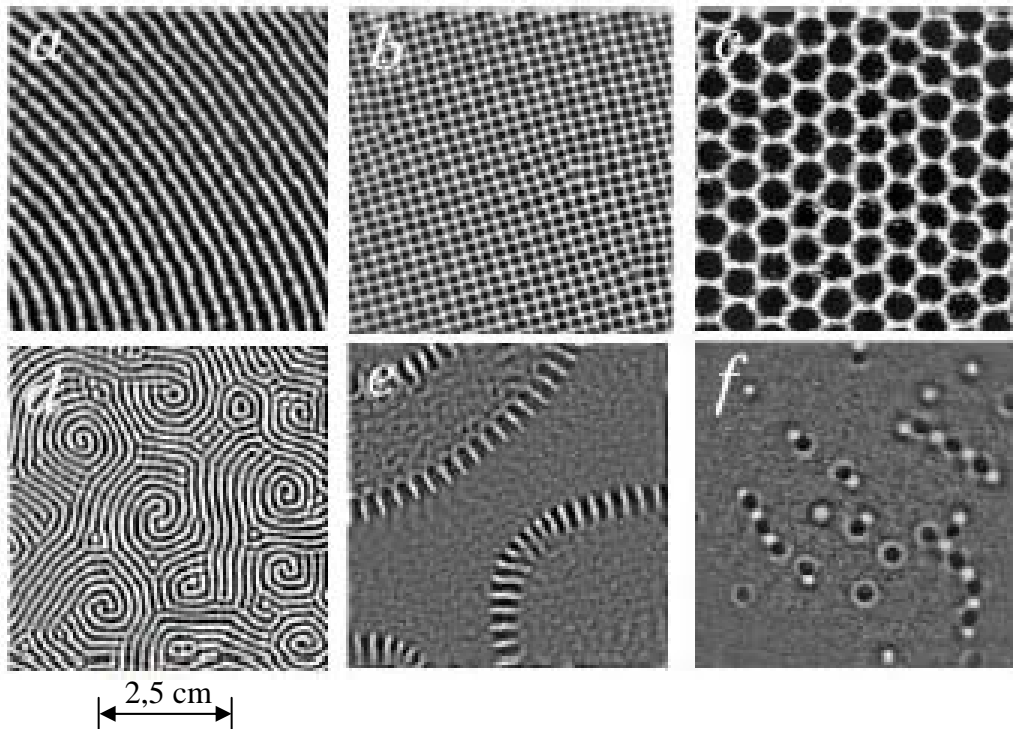


Figura 6: Exemplos de padrões formados em camadas vibradas na vertical para vários valores de frequência e amplitudes de oscilação, onde os pontos brancos representam grãos mais próximos da câmera fotográfica e os pontos escuros, os grãos mais distantes da mesma: (a) listras; (b) quadrados; (c) hexágonos; (d) espiral; (e) interfaces; (f) “oscillons” [6].

2.2.3. Fluxos granulares influenciados pela gravidade

Sistemas influenciados pela gravidade, tais como fluxos em rampa e as pilhas de areia, exibem frequentemente padrões não-triviais de estruturas espaços-temporais. Um exemplo bem conhecido é a avalanche observada em camadas de material granular quando a inclinação excede um determinado ângulo crítico (ângulo de repouso estático). O estudo de avalanches é objeto de contínuas pesquisas por décadas. Contudo, somente recentemente foi estabelecido que a forma da avalanche depende sensivelmente da espessura da camada e da inclinação angular: avalanches triangulares descendentes em camadas finas e avalanches em forma de balão nas camadas mais grossas que se expandem para cima e para baixo [13, 31] (Figura 8).

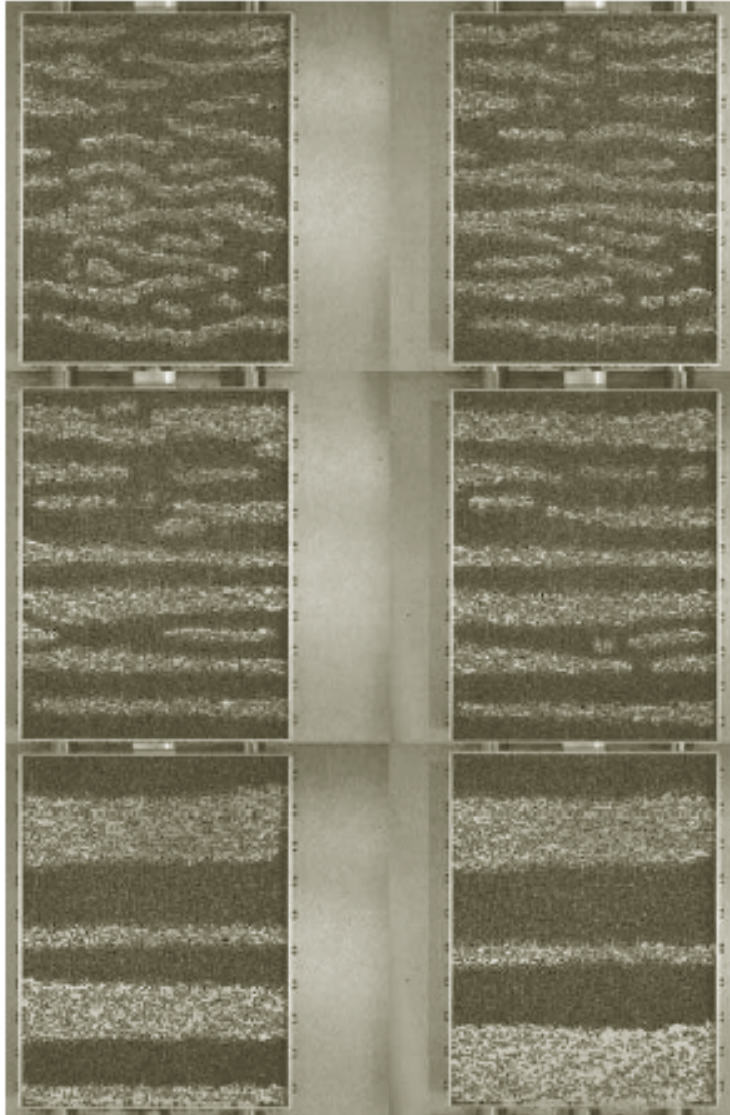


Figura 7: Seqüência de fotografias de uma camada de uma mistura de esferas de cobre/sementes de papoula em uma cavidade vibrada horizontalmente (frequência de 12,5 Hz e amplitude de 2 mm) nos instantes de tempo 5 min, 10 min, 15 min, 30 min, 1 h e 6 h [12].

2.2.4. Fluxos em cilindros giratórios

Uma das geometrias mais usadas nesta classe de sistemas é um tambor horizontal que gira ao redor do seu eixo, ou simplesmente tambor giratório. Tambores giratórios parcialmente preenchidos com matéria granular são freqüentemente usados na engenharia química para misturar e separar partículas. Fluxos em tambores giratórios recentemente tornou-se um assunto de ativa pesquisa para os Físicos. Para rotações não muito altas, o regime de fluxo no tambor é separado em uma rotação de um corpo sólido no volume do tambor e uma camada fluida localizada perto da superfície livre. Rotações lentas do tambor exibem oscilações relacionadas ao aumento gradual do ângulo da superfície livre até o ângulo de repouso estático e subsequente relaxação rápida até um ângulo de repouso dinâmico menor, através de uma avalanche [11].

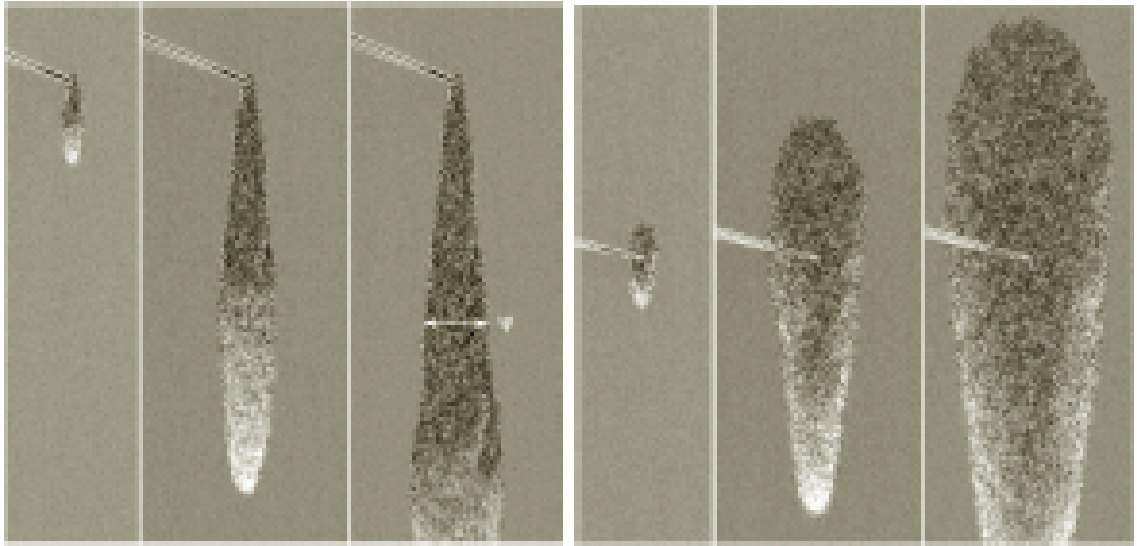
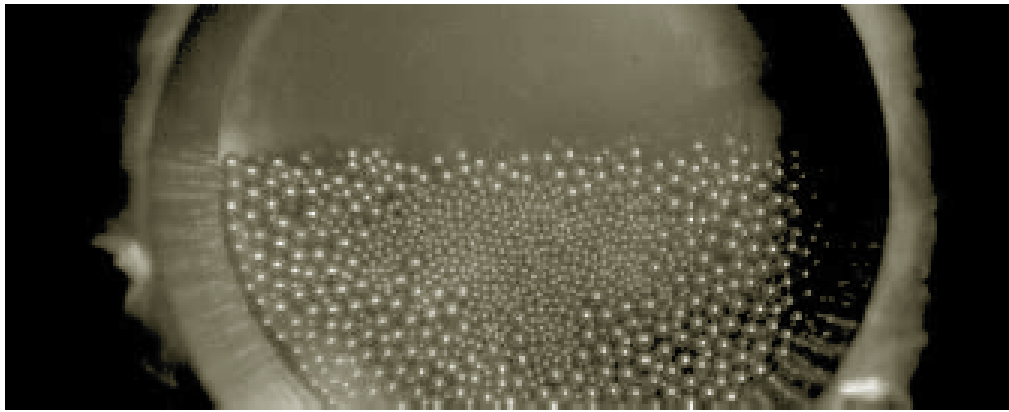
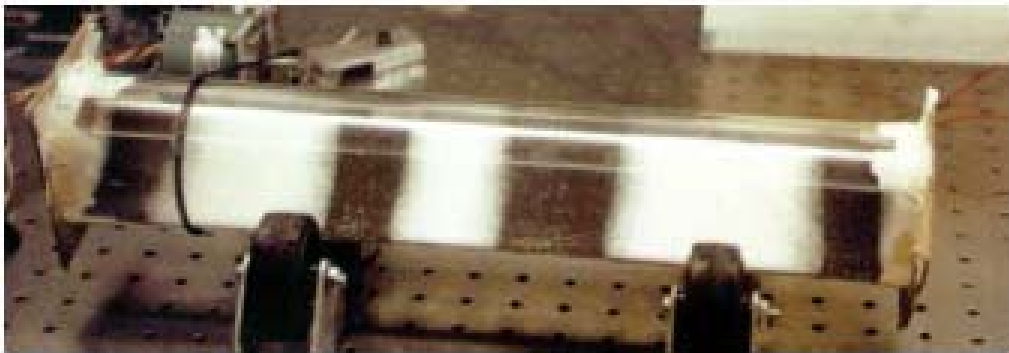


Figura 8: Seqüência de imagens ilustrando a evolução de avalanches em camadas de grãos em rampas inclinadas. As figuras mostram parte de uma camada de grãos construída em uma rampa inclinada (a rampa não aparece nas imagens). Depois de feita a camada de grãos, uma perturbação é produzida em determinado ponto da camada (haste mostrada nas figuras), a qual provoca uma avalanche. As três figuras da esquerda mostram uma avalanche triangular em uma camada fina, onde somente grãos abaixo do ponto perturbado é que se movem. O tempo entre duas imagens é de 3,04 segundos. As três imagens da direita mostram uma avalanche triangular em uma camada grossa, onde grãos tanto acima como abaixo do ponto perturbado se movem. O tempo entre duas imagens é de 1,52 segundos [13].

Tambores rotativos são tipicamente usados para estudar segregação em misturas binárias de materiais granulares de tamanhos diferentes. Dois tipos de segregação podem ser distinguidos: radial e axial. Segregação radial é um processo relativamente rápido e ocorre depois de poucas revoluções do cilindro. Como um resultado da segregação radial partículas grandes são expelidas para a periferia e um núcleo de partículas pequenas é formado no interior [32,33] (Figura 9(a)). Segregação axial, ocorrendo ao longo do cilindro, acontece em uma escala de tempo muito mais longa (centenas de revoluções). Como resultado da segregação axial, bandas de materiais segregados são formadas ao longo do eixo do cilindro [34-36] (Figura 9(b)).



(a)



(b)

Figura 9: (a) Segregação radial em um tambor rotativo que foi inicialmente preenchido com esferas de aço de dois tamanhos diferentes. (b) Cilindro rotativo longo preenchido com uma mistura de areia de dois tamanhos diferentes (cada tamanho é de uma cor) mostrando segregação de tamanho na direção axial [11].

3- LEIS DE ESCALA E RUGOSIDADE

Na análise da morfologia de uma superfície, torna-se essencial o conceito de escala. Este conceito vem sendo utilizado pela mecânica estatística moderna para demonstrar os chamados comportamentos universais de escala, ou seja, mostrar que sistemas aparentemente diferentes, apresentam um comportamento de escala em comum. Existem, portanto, certas “leis de escala” que são básicas e independentes de muitos detalhes desses sistemas.

Assim, se injetarmos um fluido em outro fluido de viscosidade diferente, usando uma célula Hele-Shaw [14] por exemplo, e analisarmos o perfil da interface, encontraremos certas leis de escala relacionadas à interface que são as mesmas encontradas quando variamos certos parâmetros da experiência, tais como viscosidade dos fluidos ou espaçamento da célula. Essas mudanças não interferem nas propriedades de escala do perfil. A caracterização de sistemas através de expoentes globais leva à definição de classes de universalidade: dois sistemas pertencem à mesma classe se podem ser descritos pelo mesmo conjunto de expoentes. Em outras palavras, este tipo de descrição é uma tentativa de evidenciar novas “simetrias” embutidas em sistemas aparentemente distintos. Espera-se que sistemas pertencentes à mesma classe de universalidade possam ser descritos por leis de formação semelhantes. No caso de superfícies, um conceito importante é a medida de sua rugosidade. Na figura 10 é mostrado um esquema simples que representa uma superfície.

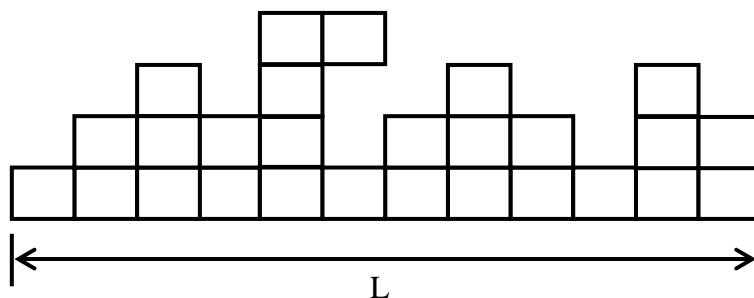


Figura 10: Esquema de uma superfície crescida através de um modelo de crescimento qualquer. O sistema é constituído por L colunas.

Definimos o perfil como sendo o conjunto de partículas que estão mais altas em cada coluna [37]. Uma vez que obtemos uma interface, uma separação entre dois meios,

seguinto um processo qualquer de crescimento, podemos definir seu perfil de alturas $h_i(t)$ e deste extrair algumas grandezas que o caracterizam. Uma delas é a altura média

$$\bar{h}(t) = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L h(i, t), \quad (6)$$

onde $h(i, t)$ é a altura da coluna i no tempo t . Da altura média podemos calcular a rugosidade $W(L, t)$, uma grandeza central que quantifica as flutuações espaciais e temporais da superfície e nada mais é do que o desvio quadrático médio das alturas, dada pela equação (7)

$$W(L, t) = \sqrt{\frac{1}{L} \sum_{i=1}^L [h(i, t) - \bar{h}(t)]^2}. \quad (7)$$

O crescimento de uma superfície apresenta em geral duas etapas: uma inicial, com forte variação de $W(L, t)$, seguida de uma saturação do valor da largura da interface, quando $W(L, t) \sim W_{\text{sat}}$. Um gráfico típico da evolução temporal de $W(L, t)$ possui, portanto, duas regiões distintas, separadas por um tempo de saturação t_x (“crossover time”), como mostrado esquematicamente na figura 11.

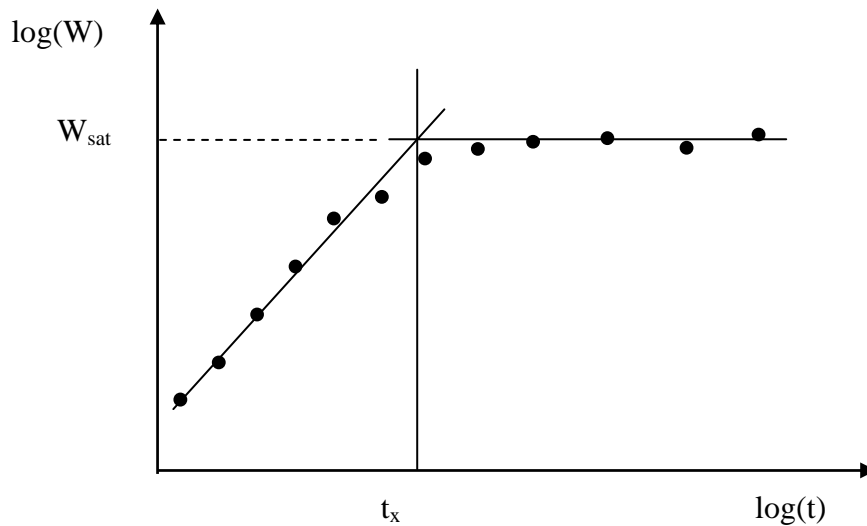


Figura 11: Crescimento da rugosidade em função do tempo de crescimento de uma superfície. W_{sat} é o valor da rugosidade saturada e t_x é o tempo de saturação.

Para tempos menores que t_x , $W(L, t)$ aumenta com uma potência do tempo:

$$W(L, t) \sim t^\beta \quad (t \ll t_x). \quad (8)$$

O expoente β é chamado de expoente de crescimento e descreve a dependência temporal do processo de formação da superfície. Para tempos maiores que t_x , o valor de W_{sat} varia com o tamanho do sistema (número de colunas L) seguindo uma lei de potência. A relação é expressa por:

$$W_{\text{sat}}(L) \sim L^\alpha \quad (t \gg t_x). \quad (9)$$

O expoente α , que caracteriza a rugosidade na interface saturada, é chamado de expoente da rugosidade. O tempo de transição entre as duas etapas também depende do tamanho do sistema e apresenta a seguinte relação de escala:

$$t_x \sim L^z, \quad (10)$$

sendo que z é chamado de expoente dinâmico.

Os expoentes α , β e z não são independentes. Family e Vicsek [38] mostraram que as várias curvas de um gráfico *log-log* de $W \times t$ para sistemas de tamanhos L diferentes, podem ser colapsadas em uma única curva, como esquematizado na figura 12.

Como as curvas colapsam, podemos dizer que W/L^α é uma função de t/L^z e, portanto

$$W(L, t) \sim L^\alpha f(t/L^z), \quad (11)$$

que é a relação de escala de Family e Vicsek, sendo que $f(x) = x^\beta$ para $x \ll 1$ e $f(x) =$ constante para $x \gg 1$.

Tomando as equações (8) e (9) para $t = t_x$, teremos:

$$W(t_x) \approx L^\alpha, \quad (12)$$

implicando em

$$t_x^\beta \approx L^\alpha, \quad (13)$$

resultando na lei de escala

$$\alpha = z\beta, \quad (14)$$

que é válida para qualquer processo de crescimento que obedeça à relação de escala de Family-Vicsek.

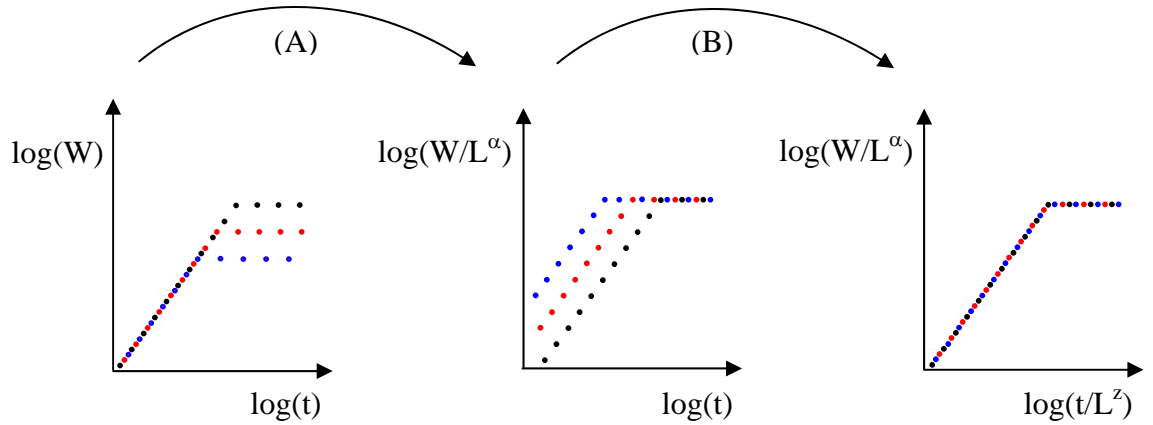


Figura 12: Esquema ilustrando os passos envolvidos na reescala do gráfico da rugosidade em função do tempo. Na figura da esquerda, mostramos a variação da rugosidade com o tempo para três tamanhos diferentes de L . No passo (A) nós dividimos a rugosidade por L^α , o que corresponde a um deslocamento vertical das curvas em uma escala *log-log*. As curvas agora saturam no mesmo valor da ordenada, W/L^α . No passo (B) nós reescalamos o tempo dividindo este por L^z , correspondendo a um deslocamento horizontal das curvas. As curvas agora saturam no mesmo valor da abscissa, t/L^z , todas elas colapsadas em uma única curva chamada de função de escala.

No modelo de deposição balística a rugosidade da interface satura com o tempo. O fato do tempo de saturação t_x e da rugosidade W_{sat} aumentarem com o tamanho do sistema sugere que isto é um efeito de tamanho finito [37]. Entretanto, não há uma explicação simples para isto. Um fator importante para a saturação do sistema parece ser a existência de correlações laterais entre os sítios do substrato, ou seja, a deposição em um sítio depende diretamente de seus vizinhos.

Calculando a rugosidade para janelas de tamanho $\varepsilon < L$ obtemos a lei de potência

$$W(\varepsilon) \sim \varepsilon^H \quad (t \gg t_x), \quad (17)$$

sendo H o expoente de Hurst.

O expoente de Hurst está diretamente relacionado com a dimensão fractal do perfil por $H = E + 1 - D$ [39], onde E é a dimensão euclidiana do perfil. Para o caso do perfil representado na figura 10, a dimensão euclidiana é $E = 1$. Como H deve assumir

valores compreendidos no intervalo (0,1), concluímos que a dimensão fractal D do perfil analisado está compreendida no intervalo (1,2). Para casos em que o perfil é bidimensional, que se aplica aos casos de perfis obtidos experimentalmente, a dimensão euclidiana $E = 2$ e a dimensão fractal D estará compreendida no intervalo (2,3). Os expoentes da rugosidade, α , e de Hurst, H , podem ser diferentes, porém não é comum encontrar situações nas quais isto ocorre. Em processos reais de crescimento de superfícies (amostras crescidas em laboratório), não é conhecido nenhum caso onde α e H são diferentes [14]. Por esse motivo, até metade da década de 90 esses expoentes eram indistinguíveis. Dessa forma, se considerarmos $\alpha = H$, podemos ter toda a informação da dinâmica de crescimento de uma superfície real, oferecida pela teoria de escala dinâmica, já que esses expoentes não são independentes.

4- EXPERIMENTO

A montagem experimental consiste de uma célula de Hele-Shaw feita de duas placas quadradas de vidro com 1 cm de espessura. A placa inferior e a placa superior possuem lados de 1,30 m e 1,00 m, respectivamente. A placa superior tem um furo central de 6 mm de diâmetro, através do qual os grãos são injetados. As duas placas são mantidas na horizontal e separadas por espaçadores localizados nas bordas da placa superior. A figura 13 mostra uma visão geral da montagem experimental. Uma monocamada circular de grãos com densidade uniforme é formada sobre a placa inferior (figura 14) e a placa superior é colocada sobre os espaçadores. Placas de granito são colocadas sobre a placa superior para evitar o movimento desta na direção vertical durante a realização do experimento. Um segundo tipo de grão é, então, injetado manualmente através do orifício na placa superior, deslocando os grãos da camada inicial. A camada inicial foi formada de duas maneiras diferentes: completamente ordenada, em um arranjo triangular (figura 15(a)) ou desordenada (figura 15(b)).



Figura 13: Laboratório de sistemas complexos, onde está montado a célula de Hele-Shaw utilizada em nossos experimentos.



Figura 14: Exemplo de preparação de uma monocamada inicial para a realização dos experimentos.

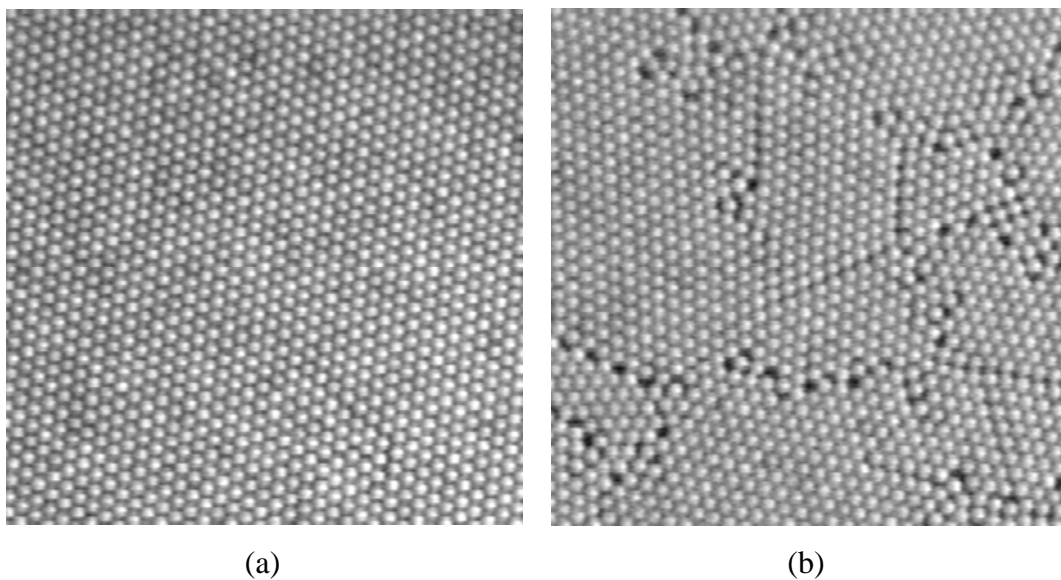


Figura 15: Exemplo de monocamada feita com esferas de plástico de diâmetro igual a $(5,9 \pm 0,1)$ mm. (a) Completamente ordenada em um arranjo triangular. (b) Formada desordenadamente.

Alguns dos nossos experimentos foram feitos visando o estudo da distribuição de tensões nos meios granulares. Para isto, antes da injeção do segundo tipo de grão, um líquido com o mesmo índice de refração do material do material que compõe a monocamada é injetado entre as duas placas de vidro. O grão da monocamada deve ser constituído de um material fotoelástico, o qual pode produzir uma mudança na direção de polarização da luz que o atravessa quando este é submetido a uma tensão. Todo o arranjo é iluminado por baixo com luz polarizada e monitorado por cima, através de um polarizador cuja direção de polarização é perpendicular à do primeiro polarizador. O líquido é necessário para que o espalhamento de luz nas superfícies dos grãos seja eliminado. O material fotoelástico usado foi esferas de vidro Pyrex e o líquido foi óleo de soja.

O processo de desenvolvimento dos padrões é filmado integralmente. Após cada etapa na evolução do padrão, correspondendo à quantidades iguais de grãos injetados, este é fotografado, a fim de podermos acompanhar a evolução na formação da interface entre os dois tipos de grãos. As filmagens foram feitas por baixo da célula, através de um espelho e as fotos foram feitas por cima da célula. Para podermos filmar com melhor resolução os experimentos em que usamos esferas de aço, utilizamos uma fonte de luz polarizada e colocamos um polarizador cruzado na câmera CCD usada para filmar os experimentos, com isso eliminamos os reflexos das esferas de aço e conseguimos uma boa qualidade nas imagens, observando com clareza a interface dos meios utilizados em cada experimento. Para as fotos, em formato slide, eliminamos todos os reflexos do ambiente, além de ajustar fontes de luz para podermos visualizar a segunda camada (discutida no final da próxima seção) formada em alguns experimentos. Diferentes experimentos foram feitos variando-se o espaçamento entre as placas de vidro para um dado par de sistemas granulares e variando-se os grãos usados para um determinado espaçamento das placas.

Após revelarmos o filme de slide (figura 16(a)), este é projetado em tamanho real, ou reduzido à metade, para que possamos desenhar manualmente o contorno da borda dos padrões obtidos nos experimentos. Para isso, projetamos a imagem do experimento em um anteparo e desenhamos o contorno da interface. Em seguida, os contornos são digitalizados em um scanner com 600 dpi de resolução gerando um arquivo do tipo bmp. Este procedimento provou ser mais eficiente do que tentar detectar automaticamente a borda dos padrões em um programa de processamento de imagens. Esta imagem é tratada a fim de remover qualquer “sujeira” introduzida durante o processo de digitalização, gerando uma figura que representa os grãos injetados (figura

16(b)). Depois, um software escrito em Fortran por Sidney G. Alves faz uma leitura dessa imagem, calcula o centro de massa da borda do padrão e encontra a distância de cada ponto da borda até o centro de massa anteriormente encontrado, retornando um arquivo de dados que descreve o perfil do padrão formado (figura 16(c)). O arquivo gerado por esse programa é que nos fornece os pontos necessários para fazermos os cálculos da rugosidade e da Transformada de Fourier (FFT) da borda do perfil. Para o cálculo da rugosidade foi utilizado um programa desenvolvido pelo Prof. Ismael Lima Menezes Sobrinho, o qual utiliza o método da altura média descrita na referência [40]. Para o cálculo da FFT, realizada pelo programa Origin, a borda do padrão é repetida várias vezes para que o número de pontos seja bem maior e assim diminuir a largura dos picos na transformada, tornando-os mais evidentes. O programa desenvolvido pelo Sidney, também calcula o raio de giração (R_G) [41] da borda dos padrões,

$$R_G = \left(\frac{1}{N_p} \sum_i r_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (18)$$

onde N_p é o número de pixels da borda e r_i é a distância de um ponto da borda até o centro de massa da figura digitalizada. Assim, construímos os gráficos de $R_G \times N_p$, $R_G \times N$ e $N_p \times N$, onde N é o número de pixels no interior do padrão, para alguns dos experimentos realizados.

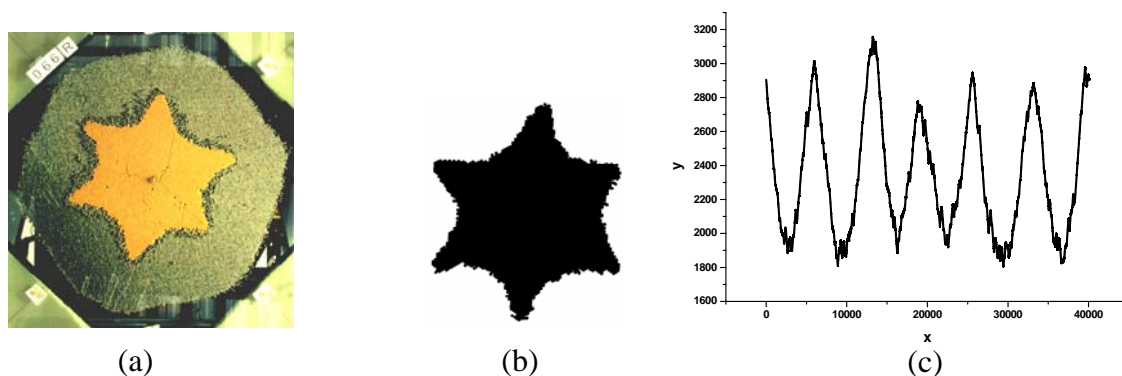


Figura 16: Exemplo dos passos para se adquirir o perfil da borda de um padrão. (a) Padrão formado pela injeção de esferas de plástico em uma monocamada de esferas de aço. (b) Desenho do padrão anterior após o tratamento de imagens. (c) Perfil obtido para a borda do padrão. y é a distância (em pixels) de um ponto na borda do padrão até o centro de massa do padrão e x é a posição do ponto na borda do padrão.

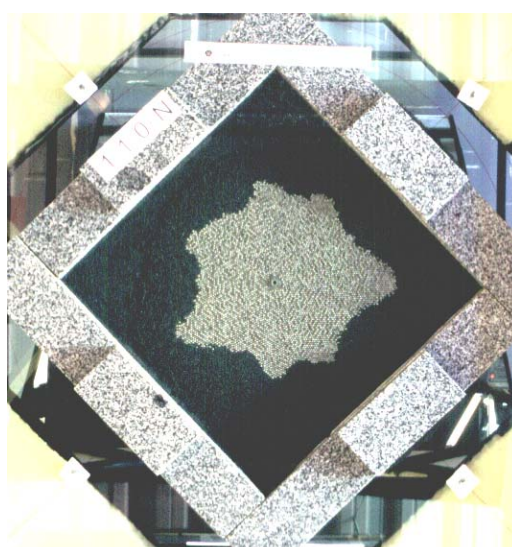
5- RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os experimentos realizados mostraram que uma grande variedade de padrões pode ser formada dependendo das condições experimentais. Foram observados padrões que variam desde arredondados até padrões com presença de dedos, podendo estes ser bem regulares ou altamente irregulares.

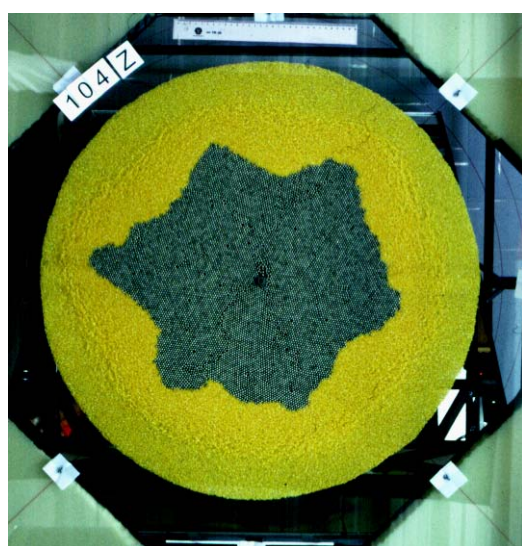
Os experimentos realizados mostraram que os padrões formados pela interface entre os dois tipos de grãos apresentam as mesmas características para várias combinações de grãos usados. Na figura 17 podemos ver vários exemplos de padrões formados para diferentes grãos injetados em diferentes monocamadas iniciais.



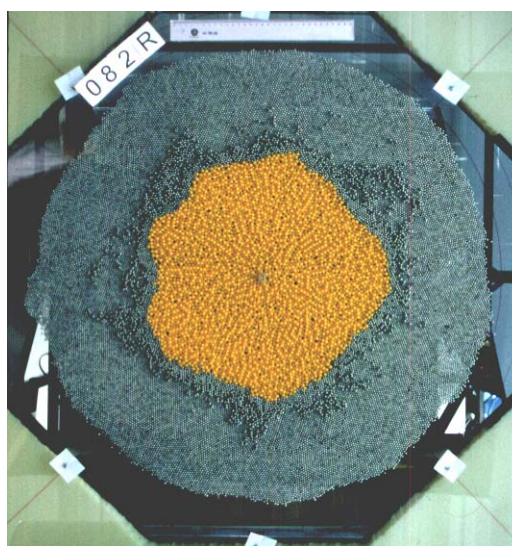
(a)



(b)



(c)

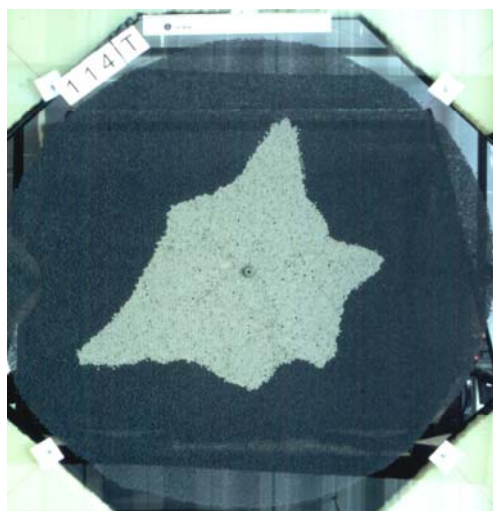


(d)

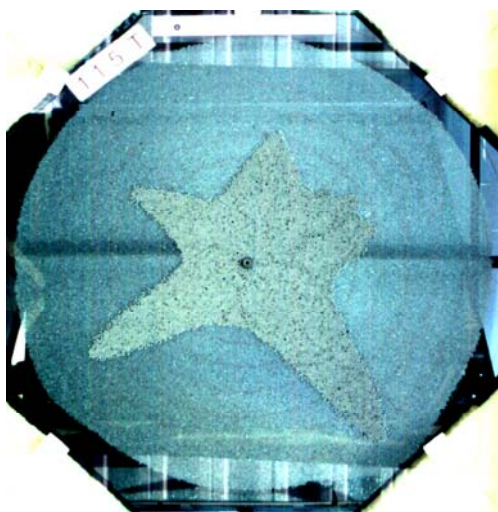
Figura 17: Legenda na próxima página.



(e)



(f)



(g)



(h)

Figura 17: Diferentes padrões formados usando-se diferentes combinações de grãos. Foram injetadas: (a) esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) em cilindros cerâmicos ($(4,0 \pm 0,2)$ mm de comprimento); (b) esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) em esferas de chumbo ($(2,7 \pm 0,1)$ mm); (c) esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) em canjiquinha (aproximadamente 1 mm); (d) esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) em esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm); (e) esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) em esferas de isopor ($(2,3 \pm 0,1)$ mm); (f) esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) em esferas de chumbo ($(2,7 \pm 0,1)$ mm); (g) esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) em esferas de vidro ($(1,80 \pm 0,01)$ mm); (h) esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) em esferas de vidro ($(1,80 \pm 0,01)$ mm) imersas em óleo de soja. A linha horizontal escura em (g) e (h) é devida à sombra de um suporte metálico para a placa inferior da célula. O espaçamento da célula não é o mesmo para todos os padrões.

Verificamos que os padrões formados mudam de acordo com o espaçamento utilizado para um mesmo par de grãos. À medida que o espaçamento entre as placas é aumentado os padrões sofrem uma transição de padrões com presença de dedos para arredondados. Esta transição parece ser contínua, como pode ser visto na figura 18. Todos os quatro padrões mostrados foram formados depois de injetadas, aproximadamente, 6700 esferas de aço em esferas de isopor.

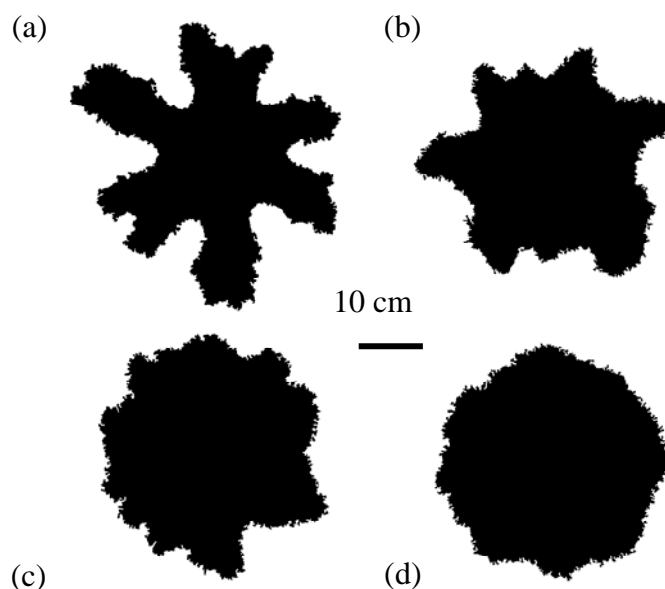
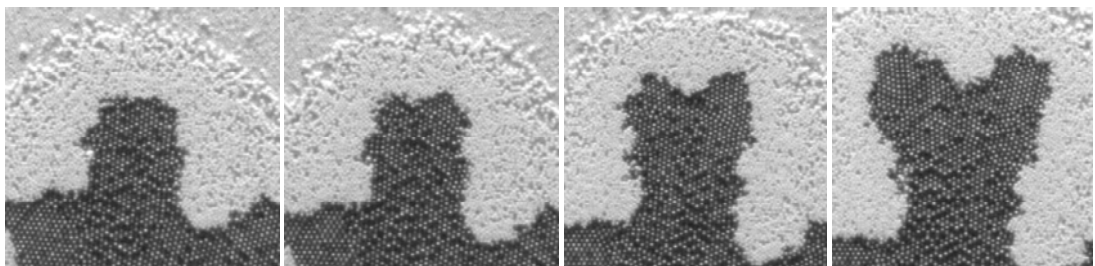
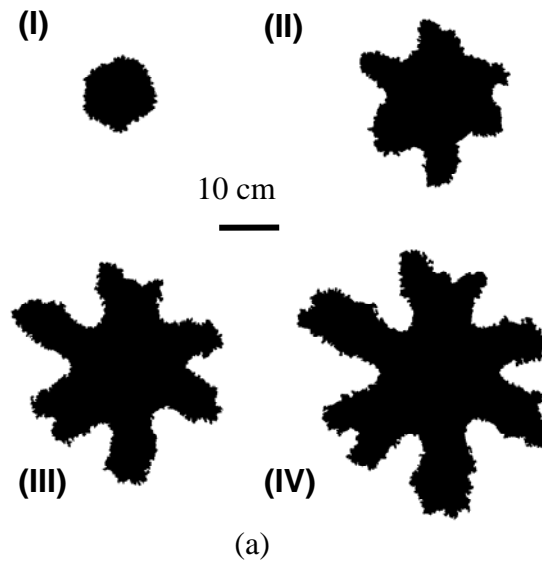


Figura 18: Mudança na morfologia dos padrões em função do espaçamento da célula. Os padrões foram formados pela injeção de esferas de aço de $(3,94 \pm 0,03)$ mm em uma monocamada inicial de esferas de isopor com diâmetros da ordem de 0,5 a 4,0 mm e diâmetro médio de $(2,9 \pm 0,6)$ mm. O espaçamento da célula é de: (a) 4,93 mm; (b) 5,17 mm; (c) 5,44 mm; (d) 5,73 mm.

Podemos observar na figura 18(a) que em quase todos os dedos há a presença de “tip-splitting”, ou seja, a divisão de um dedo em outros dois durante a evolução do padrão. A figura 19 mostra quatro estágios do desenvolvimento do padrão mostrado na figura 18(a). Na figura 19(b) vemos a formação de um dedo, em um experimento diferente do mostrado na figura 19(a), onde podemos observar a evolução do “tip-splitting” com mais detalhes. “Tip-splitting” só é observado quando a monocamada inicial é composta por esferas de isopor.

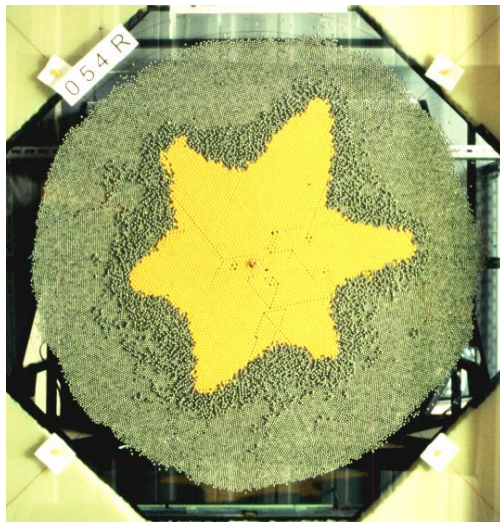
Foi observado, também, que os padrões com a presença de dedos são formados apenas quando o grão injetado é maior que o grão que compõe a camada inicial. Isto pode ser visto na figura 20. Na figura 20(a), o grão injetado (esferas de plástico) é maior

que o grão da camada inicial (esferas de aço). Neste caso o padrão formado apresenta dedos pronunciados. Na figura 20(b), os dois grãos (esferas de plástico) possuem o mesmo tamanho. Podemos ver que o padrão quase não apresenta dedos. Finalmente, na figura 20(c), onde o grão injetado (esferas de aço) é menor que o grão da camada inicial (esferas de plástico), o padrão é quase circular.



(b)

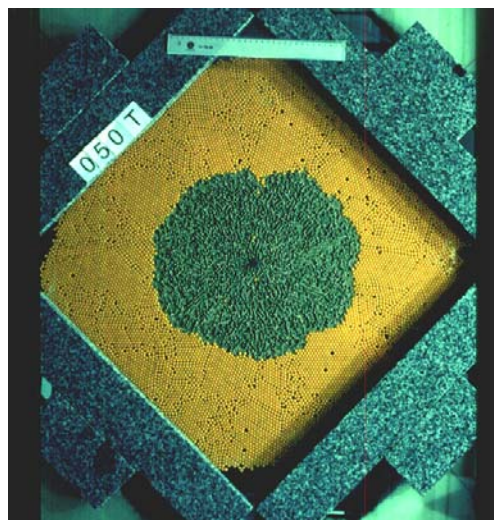
Figura 19: (a) Evolução do padrão mostrado na figura 14(a). O número de esferas injetadas corresponde a aproximadamente: (I) 790; (II) 2760; (III) 4730; (IV) 6700. (b) Detalhe da formação de um dedo onde aparece “tip-splitting” em um experimento onde esferas de aço são injetadas em uma monocamada inicial de esferas de isopor.



(a)



(b)



(c)

Figura 20: Mudança na morfologia dos padrões em função do tamanho relativo dos grãos. (a) O grão injetado (esferas de plástico ($5,9 \pm 0,1$) mm) é maior que o grão da camada inicial (esferas de aço ($3,94 \pm 0,03$) mm). (b) O grão injetado (esferas de plástico ($5,9 \pm 0,1$) mm) tem o mesmo tamanho do grão da camada inicial (esferas de plástico ($5,9 \pm 0,1$) mm). (c) O grão injetado (esferas de aço ($3,94 \pm 0,03$) mm) é menor que o grão da camada inicial (esferas de plástico ($5,9 \pm 0,1$) mm). O espaçamento da célula é ($6,3 \pm 0,1$) mm nos três casos.

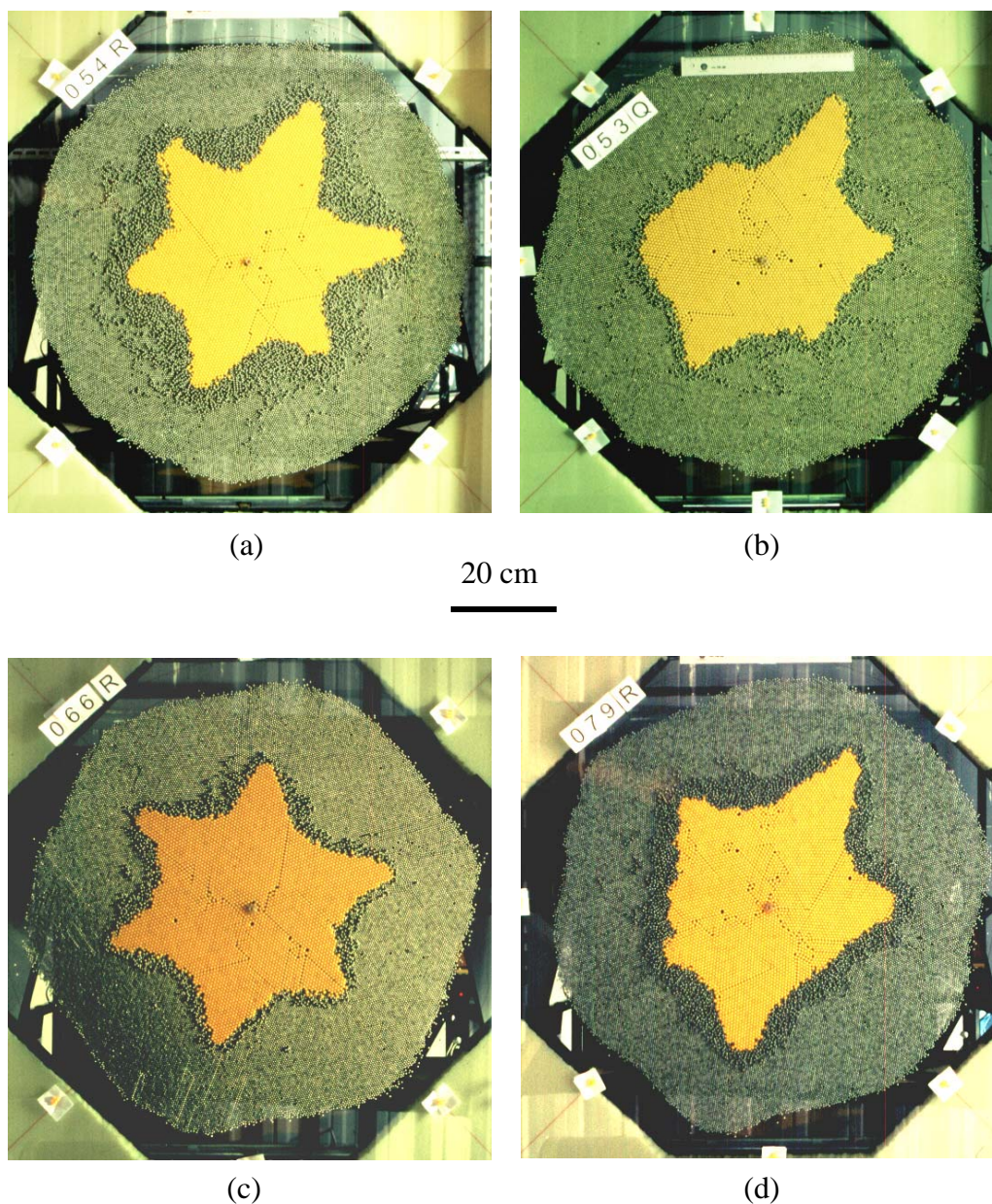


Figura 21: Comparação entre padrões formados usando-se uma monocamada inicial desordenada (a-b) e uma monocamada inicial ordenada (c-d). Todos os padrões foram formados através da injeção de esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) em esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) com um espaçamento da célula de $(6,3 \pm 0,1)$ mm.

A maneira como a monocamada inicial é preparada (ordenada ou desordenada) parece não ter influência significativa no padrão final. A figura 21 mostra alguns dos padrões produzidos pela injeção de esferas de plástico em esferas de aço. É possível ver que padrões muito regulares ou irregulares podem ser obtidos independentemente da maneira como a monocamada inicial foi formada. Quando iniciamos o experimento em uma camada ordenada, a borda externa da camada inicial, que no começo é circular,

adquire um formato hexagonal. Nos padrões em que "dedos" são formados, estes tendem a se orientarem na direção dos cantos ou dos centros das faces do hexágono formado pela camada inicial (figura 22(a)). No caso dos padrões sem a presença de "dedos", a forma final do padrão é aproximadamente hexagonal (figura 22(b)). Os padrões foram formados pela injeção de 550 gramas de esferas de plástico, correspondendo a 4867 esferas (figura 22(a)) e 1600 gramas de esferas de aço, correspondendo a 6400 esferas (figura 22(b)).

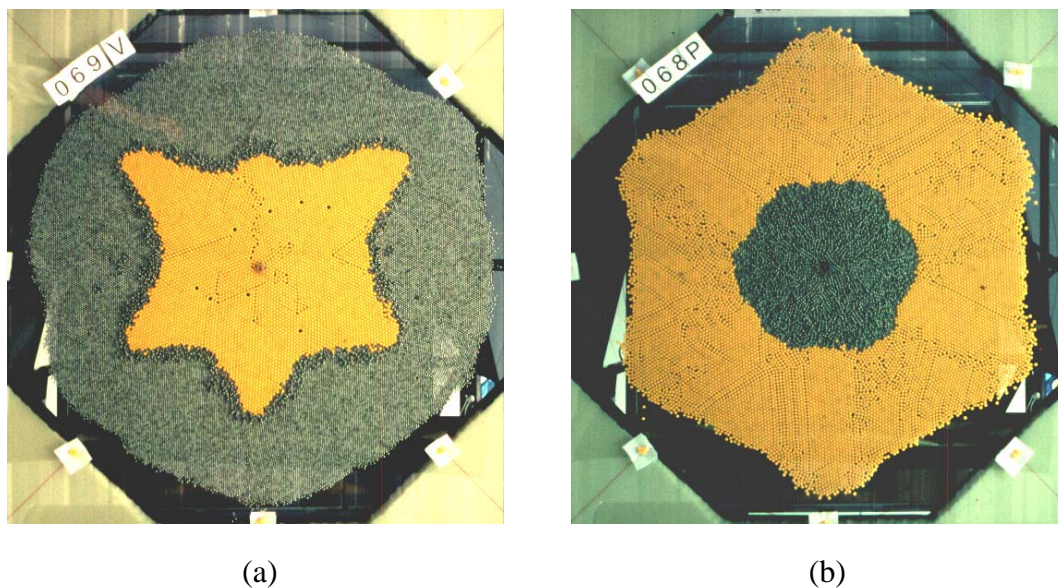


Figura 22: Padrões formados em uma camada inicial ordenada. (a) Esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) injetadas em esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm). Os "dedos" do padrão estão direcionados na direção dos cantos do hexágono formado pela camada inicial. (b) Esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) injetadas em esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm). O padrão formado é aproximadamente hexagonal. O espaçamento da célula é $(6,3 \pm 0,1)$ mm nos dois casos.

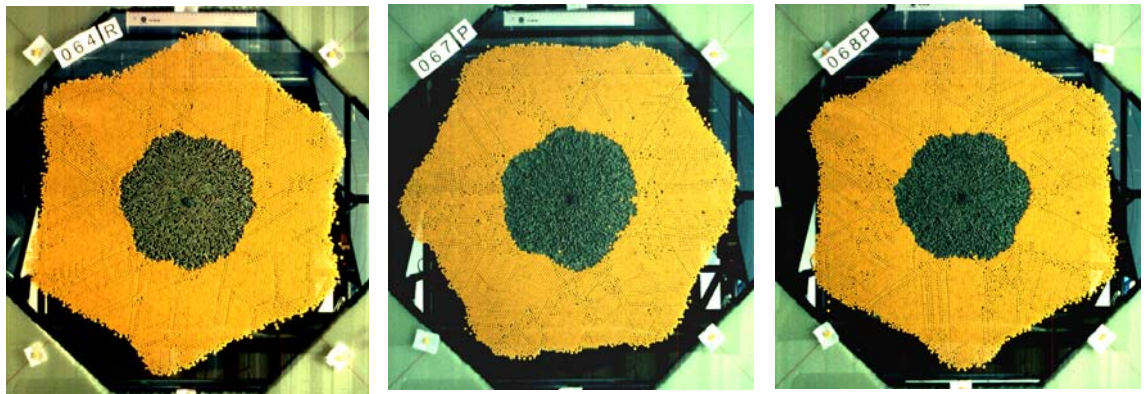
Nas figuras 23 e 24 podemos ver que o tipo de padrão formado para cada conjunto de parâmetros é reproduzível. Cada figura (exceto a figura 24(b)) mostra o resultado de três dos diferentes experimentos realizados em que todos os parâmetros foram mantidos constantes. O espaçamento usado em todos os experimentos foi de $(6,3 \pm 0,1)$ mm.

Nos experimentos onde injetamos óleo entre as placas de vidro para visualizar as linhas de tensão, os padrões obtidos foram basicamente os mesmo obtidos em experimentos semelhantes sem a presença do óleo. Isto mostra que a presença de

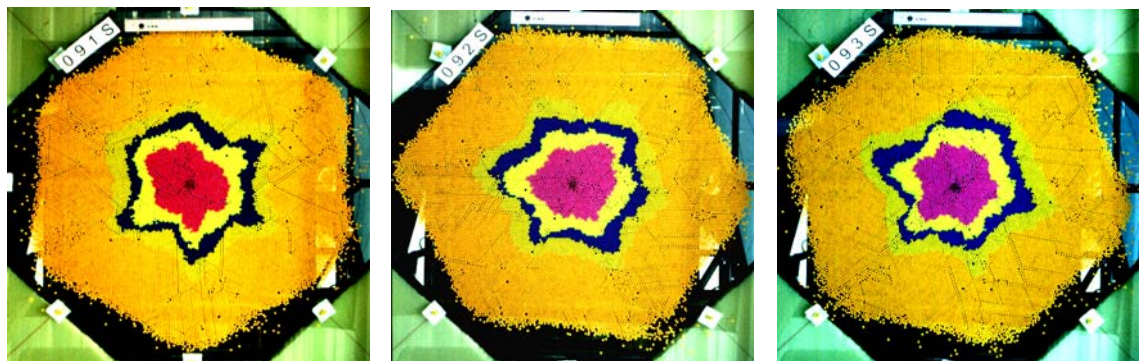
líquidos (por exemplo, umidade do ar) adsorvidos nos grãos não influencia na formação dos padrões (figuras 17(g) e 17(h)). Entretanto, não foi possível a visualização das cadeias de tensão nos meios granulares utilizando as esferas de vidro. Um dos fatores que contribuíram para isto foi o fato de não conseguirmos um líquido com exatamente o valor do índice de refração das esferas de vidro. O óleo utilizado tem um índice de refração ($n = 1,4725$) ligeiramente menor que o índice de refração das esferas de Pyrex ($n = 1,474$) fazendo com que o não casamento dos índices de refração deixasse espalhar luz nas superfícies das esferas de vidro. Mas o fator mais importante é, provavelmente, o fato da compressão das esferas de vidro não ser alta o suficiente para causar a mudança na direção de polarização da luz incidente.

Um outro experimento foi feito usando como camada inicial pequenos cilindros feitos de canudinhos de plástico para refrigerante, na qual foram injetadas esferas de aço. Os canudinhos foram cortados em pedaços de aproximadamente 3 mm de comprimento e arranjados todos de pé em uma camada inicial desordenada. A idéia era que as tensões produzidas durante a formação do padrão deformassem os canudinhos, deixando visíveis as cadeias de tensão. Este experimento também não obteve sucesso já que nenhum dos cilindros foi deformado, ocorrendo somente o deslocamento dos mesmos. Utilizando um dinamômetro, medimos a força necessária para deformar os canudinhos e encontramos um valor de $(0,158 \pm 0,002)$ N. Portanto, podemos concluir que, pelo menos com esta combinação de grãos, as forças entre os grãos devem ser menores que este valor.

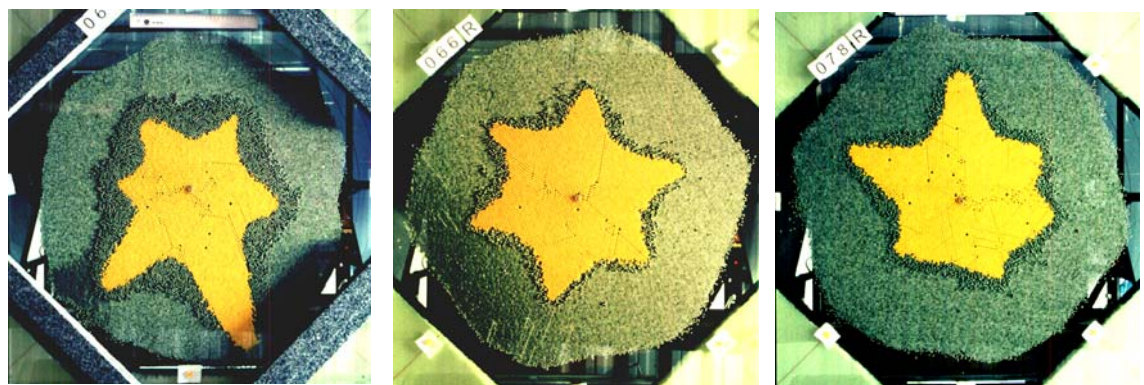
A figura 25 mostra a evolução da transformada de Fourier para um dos padrões que apresenta a formação de dedos e para outro que permanece arredondado. Podemos ver claramente que para o padrão que desenvolve dedos, a transformada de Fourier mostra a seleção de modos. À medida que o padrão cresce a amplitude de alguns números de onda aumenta. Ao mesmo tempo o valor do número de onda K ($K = 2\pi/\lambda$) de maior amplitude diminui como consequência do aumento do comprimento da borda do padrão. O mesmo comportamento foi observado por Rausero *et al.* [20] em seus experimentos de deslocamento fluido-fluido no regime de fluxo rápido. Para o padrão que permanece arredondado não há seleção de modos. Quanto mais simétrico é o padrão mais forte é a seleção de modos, com apenas um modo selecionado. Os comportamentos mostrados na figura 25 são reproduzidos para qualquer combinação de grãos usada.



(a)

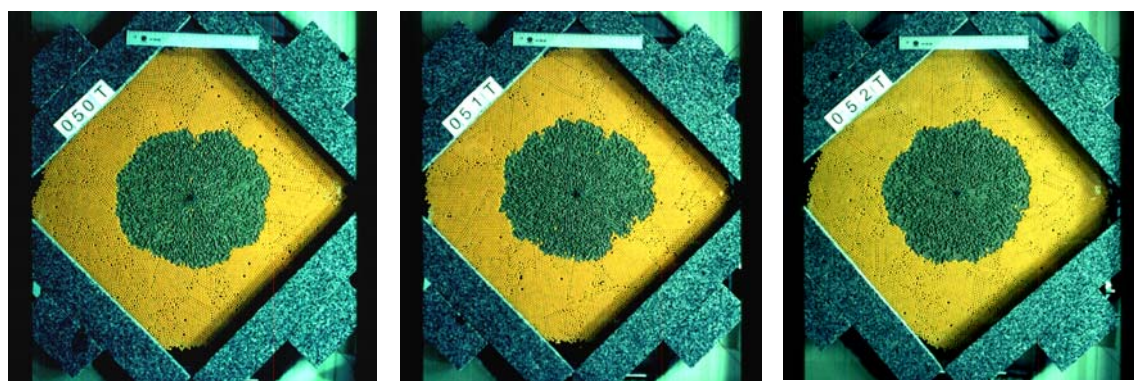


(b)

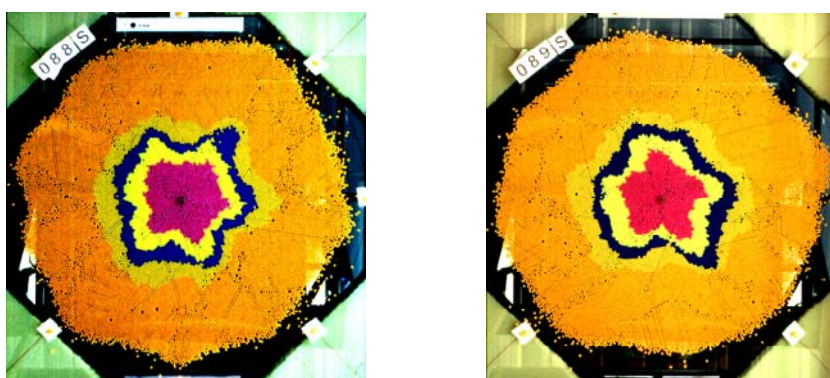


(c)

Figura 23: Reprodutibilidade dos padrões feitos em monocamadas inicialmente ordenadas. (a) Esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) injetadas em esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm). (b) Esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) injetadas em esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm). (c) Esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) injetadas em esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm). O espaçamento usado em todos os experimentos foi de $(6,3 \pm 0,1)$ mm.



(a)



(b)



(c)

Figura 24: Reprodutibilidade dos padrões feitos em monocamadas inicialmente desordenadas. (a) Esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) injetadas em esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm). (b) Esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) injetadas em esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm). (c) Esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) injetadas em esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm). O espaçamento usado em todos os experimentos foi de $(6,3 \pm 0,1)$ mm.

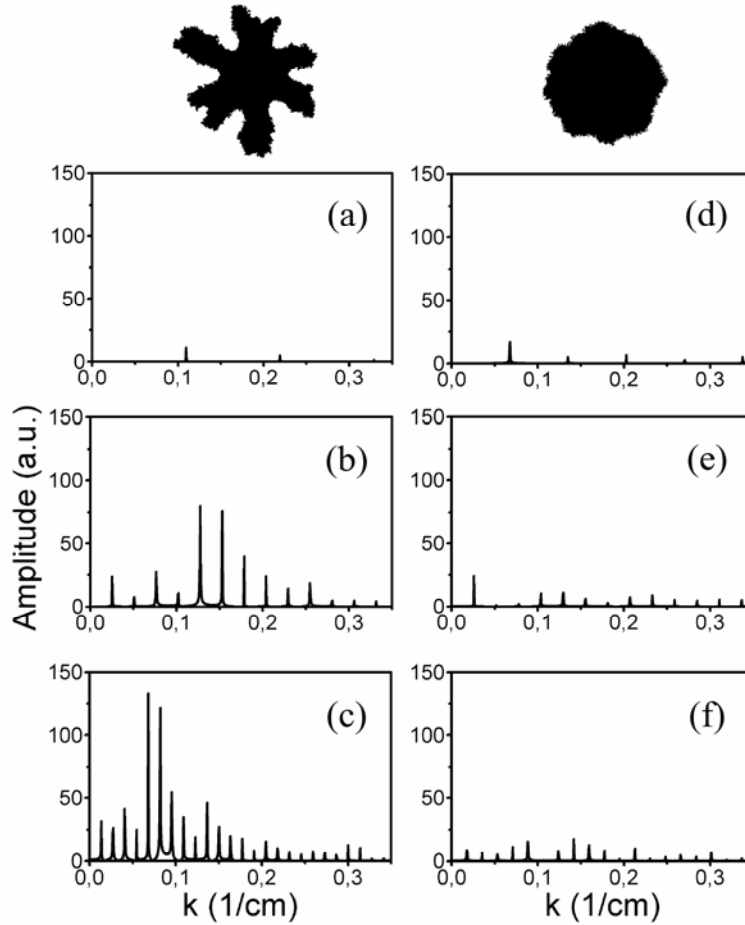


Figura 25: Evolução temporal da transformada de Fourier para um padrão que desenvolve dedos (a-c) e um padrão que permanece arredondado (d-f). É possível ver que o desenvolvimento de dedos induz a seleção de modos na transformada de Fourier.

As figuras 26, 27, 29 e 30 mostram a dependência do raio de giração (R_G) como função do número de partículas dentro (N) e na borda (N_p) do padrão. As figuras 28 e 31 mostram a dependência do número de partículas na borda do padrão (N_p) como função do número de partículas dentro do padrão (N). Cada ponto dos gráficos representa a média aritmética de 2 ou 3 repetições do mesmo experimento. N_p e N estão dados em números de pixels na figura digitalizada. Podemos ver que tanto R_G quanto N_p obedecem a leis de potência da forma:

$$R_G \propto N^a \quad R_G \propto N_p^c \quad N_p \propto N^b. \quad (19)$$

O expoente "a" está relacionado com a dimensão fractal D do padrão por $a = 1/D$. Apesar dos padrões formados não conterem um número muito grande de grãos, devido ao limitado tamanho da célula e dos grãos, os resultados obtidos indicam que os valores dos expoentes "a" e "b" são maiores à medida que os padrões vão ficando mais irregulares e a formação de dedos fica mais evidente, ao contrário do expoente "c".

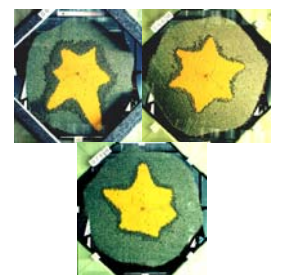
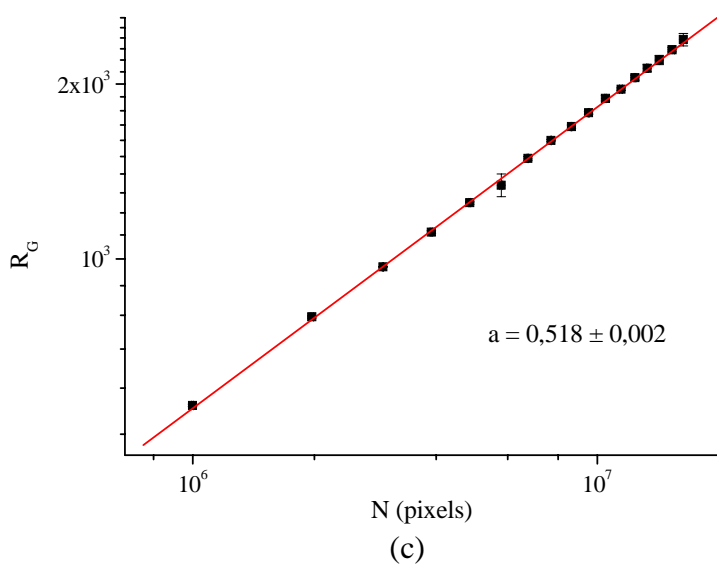
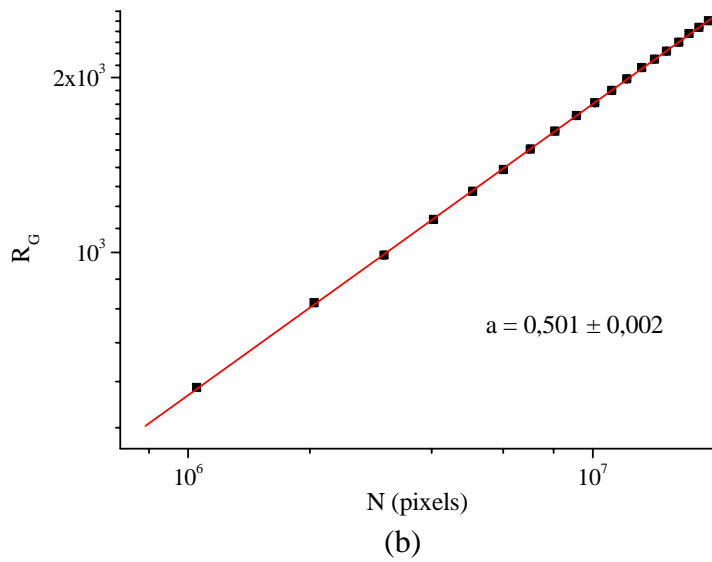
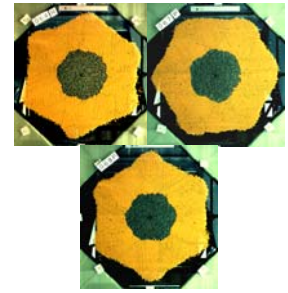
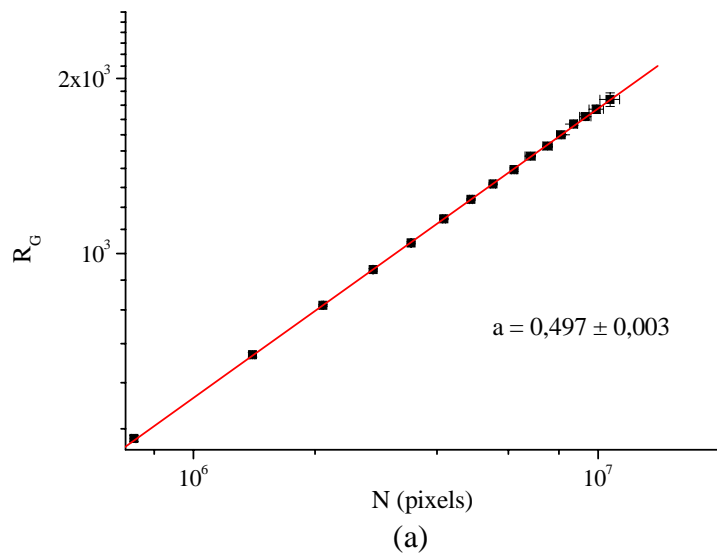


Figura 26: Evolução de R_G em função de N para padrões mostrados na figura 23 (monocamada inicial ordenada).

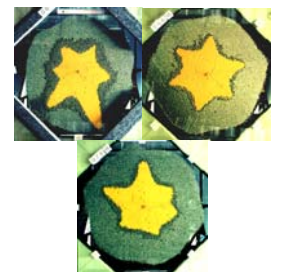
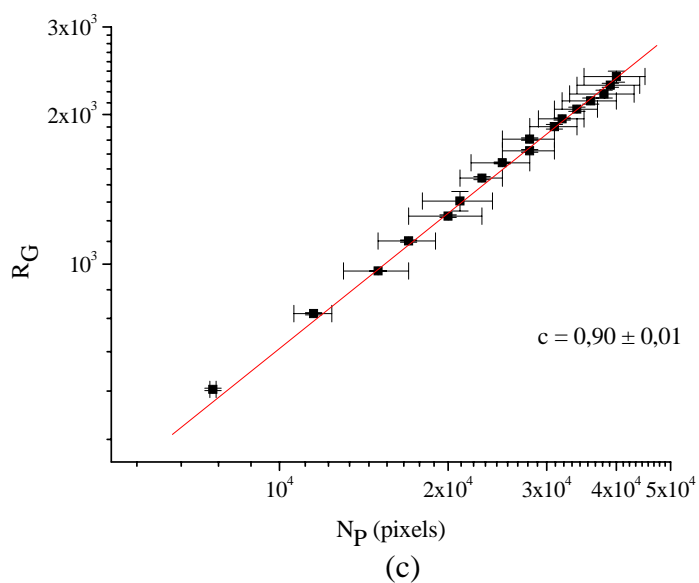
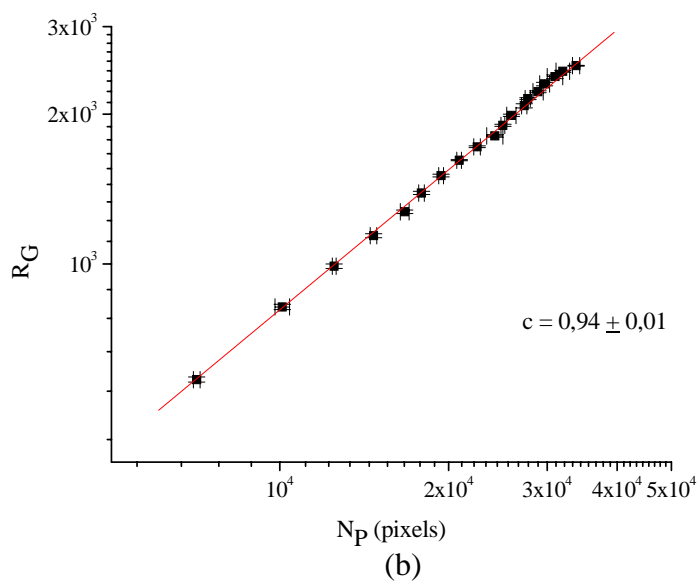
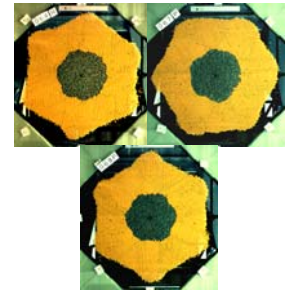
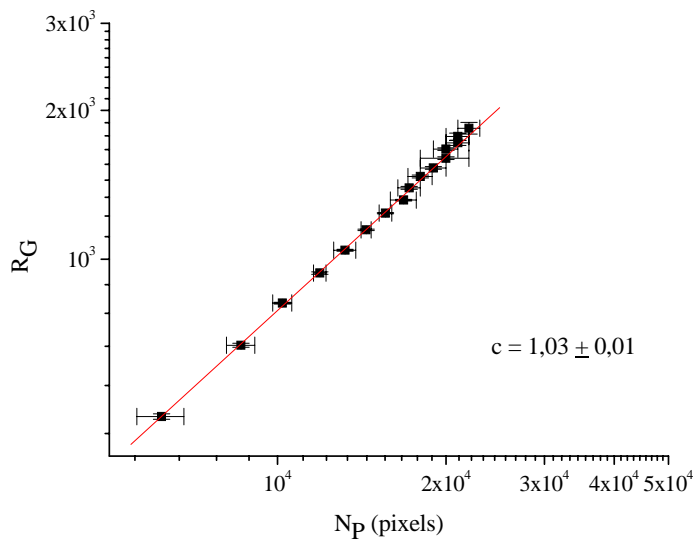


Figura 27: Evolução de R_G em função de N_P para padrões mostrados na figura 23 (monocamada inicial ordenada).

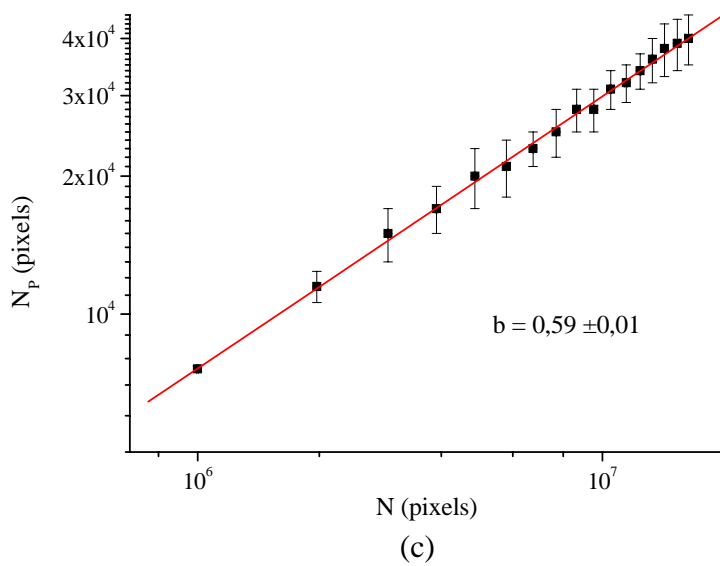
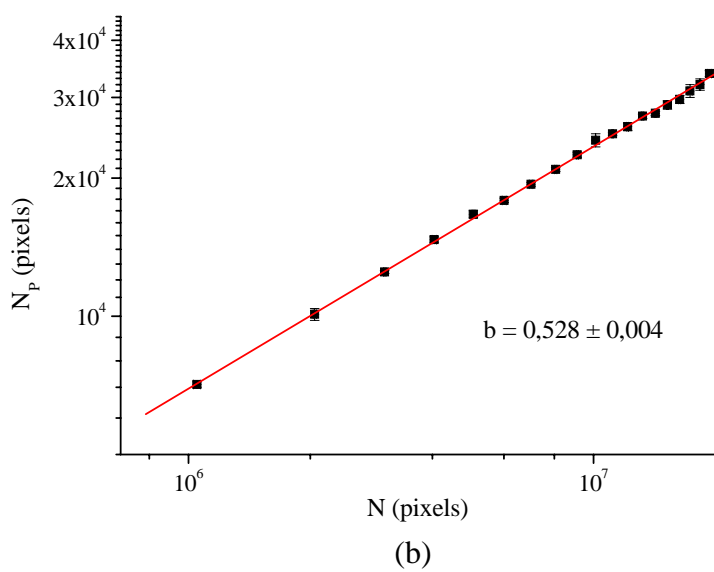
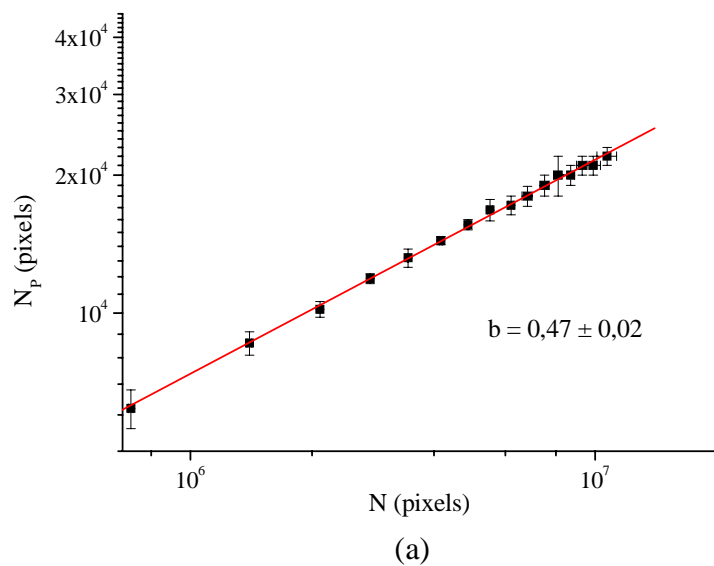


Figura 28 Evolução de N_p em função de N para padrões como os mostrados na figura 23 (monocamada inicial ordenada).

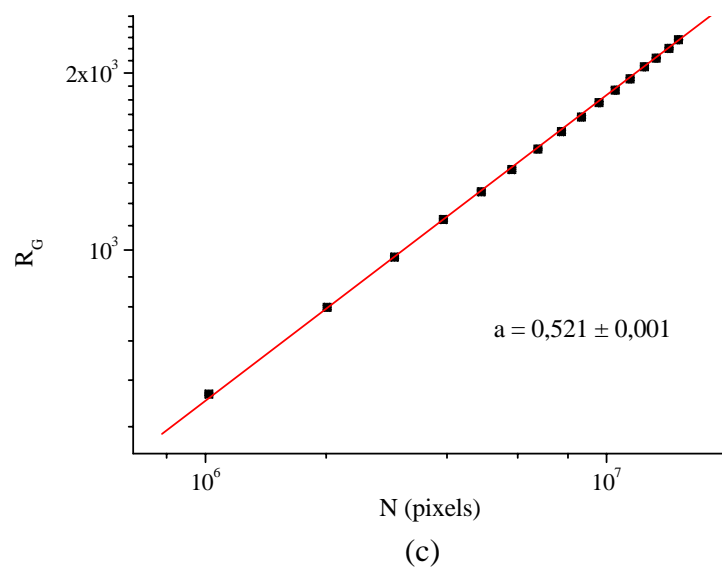
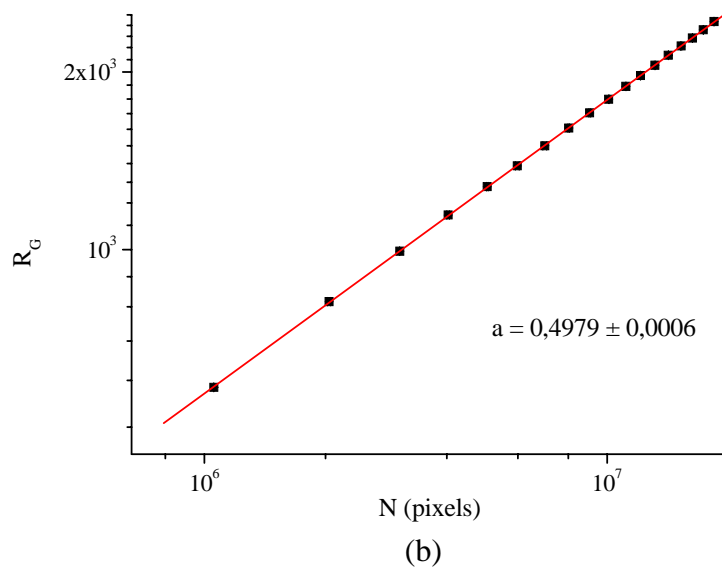
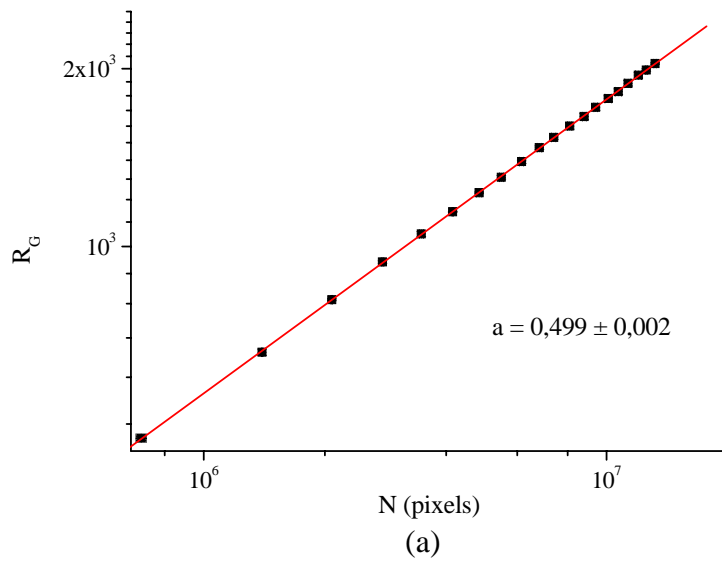
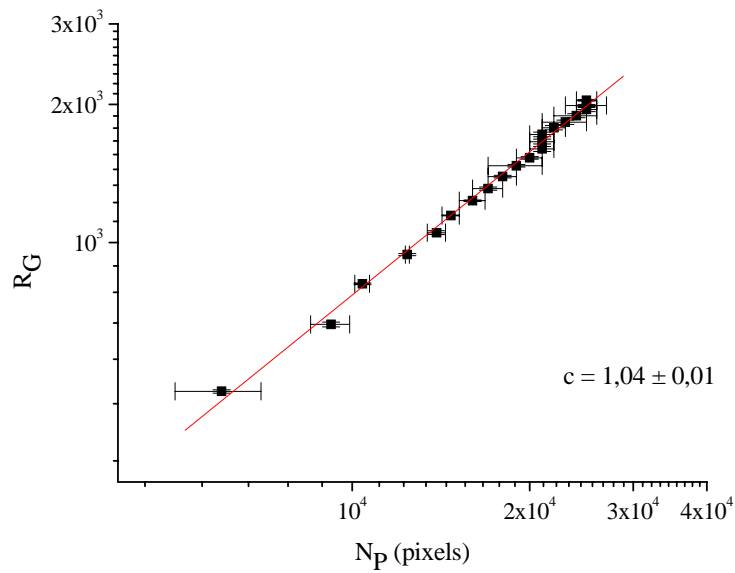
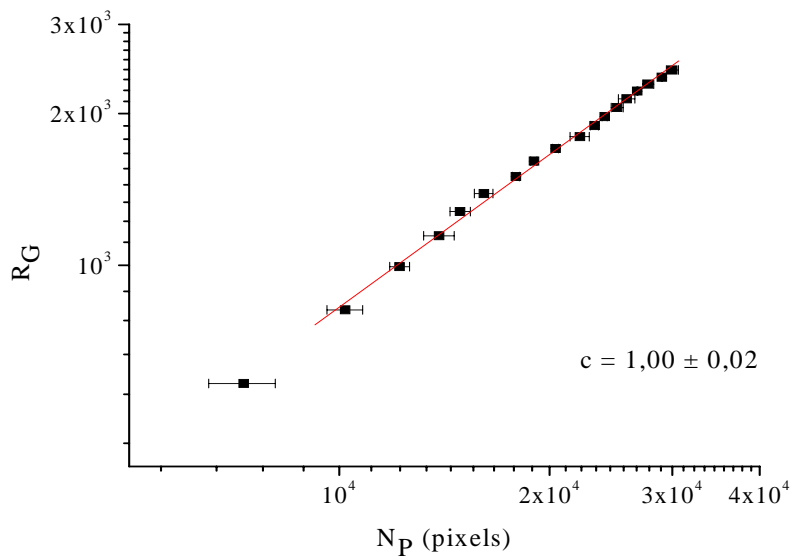


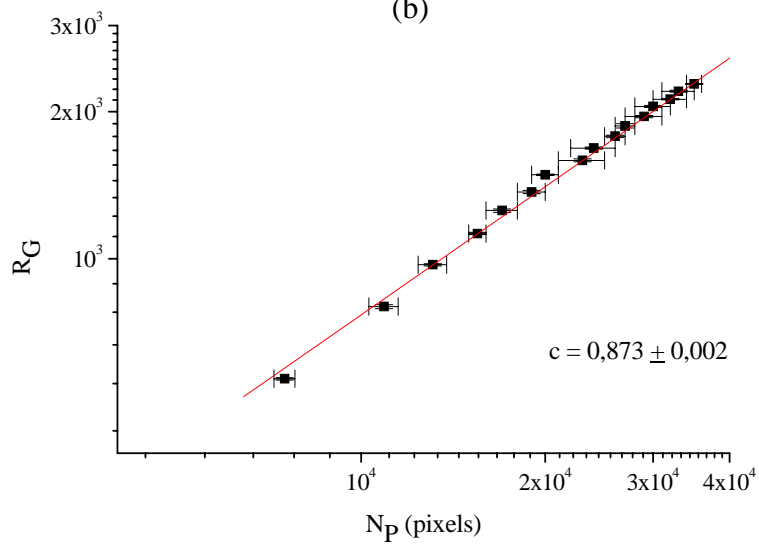
Figura 29: Evolução de R_G em função de N para padrões mostrados na figura 24 (monocamada inicial desordenada).



(a)

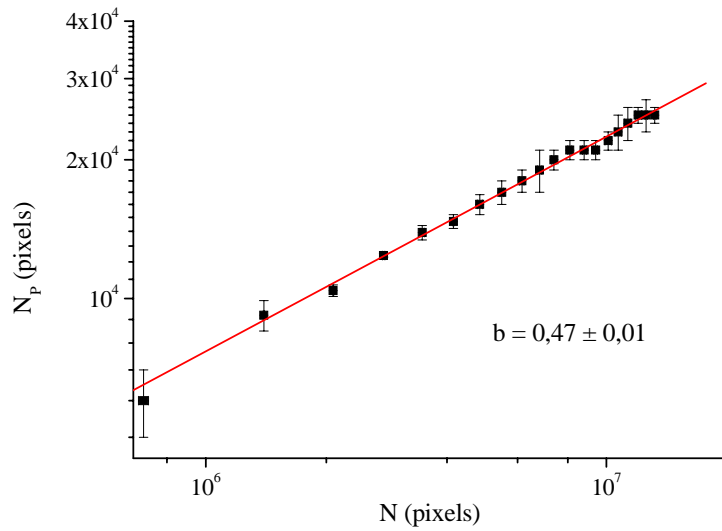


(b)

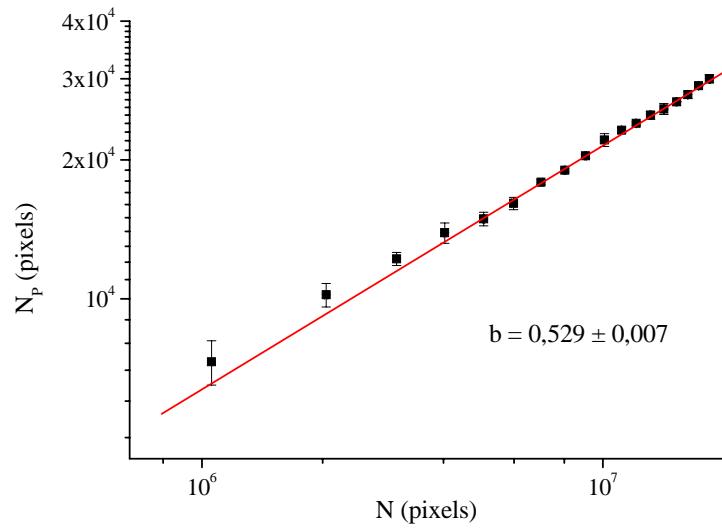


(c)

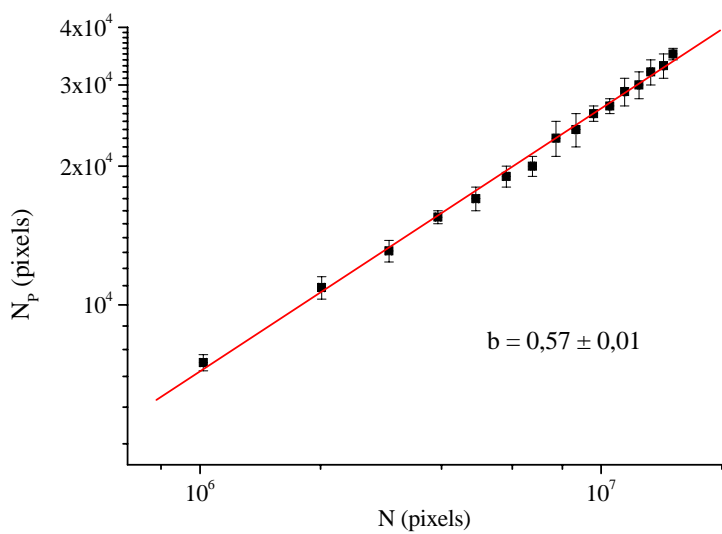
Figura 30: Evolução de R_G em função de N_P para padrões mostrados na figura 24 (monocamada inicial desordenada).



(a)



(b)



(c)

Figura 31: Evolução de N_p em função de N para padrões como os mostrados na figura 24 (monocamada inicial desordenada).

Para o modelo de Éden, ou qualquer estrutura redonda e compacta, $b = 0,5$. Para o crescimento Laplaciano, tipo DLA, $b = 1$. Os resultados obtidos sugerem um limite intermediário a estes dois regimes.

Podemos ver que o fato da camada inicial ser ordenada ou desordenada praticamente não afeta os valores dos expoentes "a", "b" e "c" encontrados para os experimentos onde se usa a mesma combinação de grãos.

Para a análise da rugosidade separamos os experimentos em três grupos distintos (tabelas 1 a 3) e cada grupo foi separado em outros três subgrupos, sendo que em cada um, podemos verificar a evolução dos padrões, desde padrões com presença de dedos até arredondados. Para cada um dos padrões mostrados nas tabelas foi calculada a rugosidade em função do tamanho ε da janela (equação (17)) para cada um dos instantes de tempo. O tempo em nossos experimentos representa a quantidade de grãos injetados na monocamada inicial: uma unidade de tempo representa a mesma quantidade de grãos injetados na célula. Nas figuras 32 a 34 estão mostrados alguns dos resultados obtidos.

Tabela 1: Grupo 1 dos padrões usados no cálculo da rugosidade.


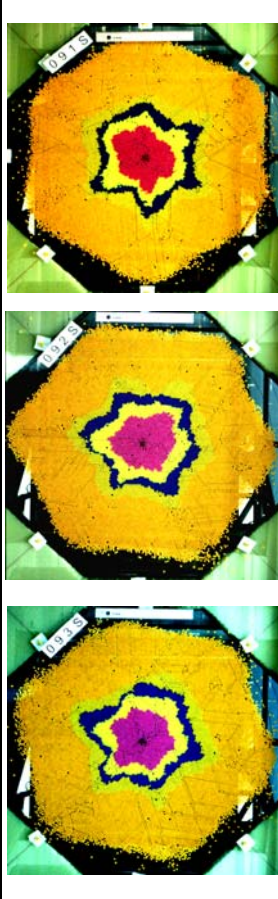
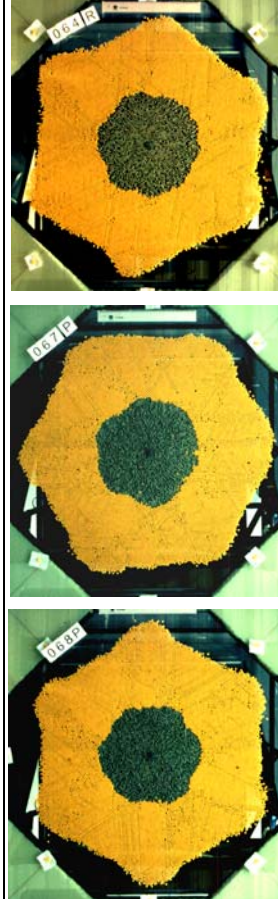
	1A	1B	1C
MONOCAMADA (sem defeitos)	Esferas de aço (3,94 ± 0,03) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm
ESPAÇAMENTO	(6,3 ± 0,1) mm	(6,3 ± 0,1) mm	(6,3 ± 0,1) mm
GRÃO INJETADO	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de aço (3,94 ± 0,03) mm
PADRÕES			

Tabela 2: Grupo 2 dos padrões usados no cálculo da rugosidade.

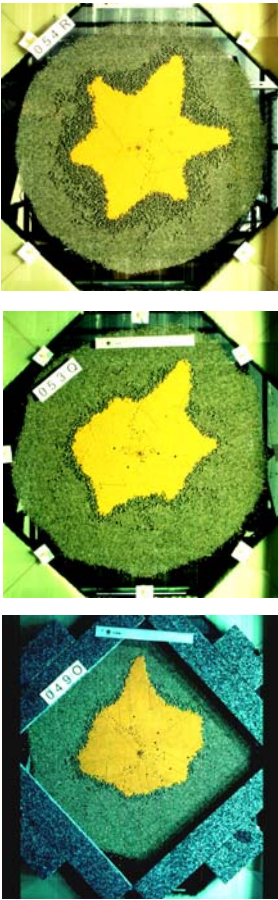
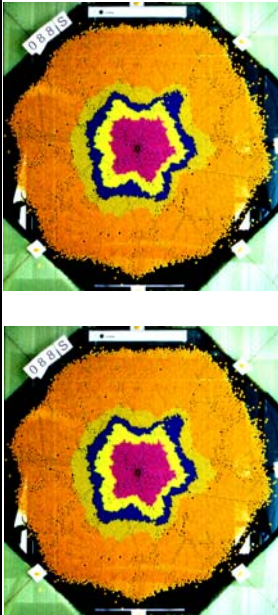
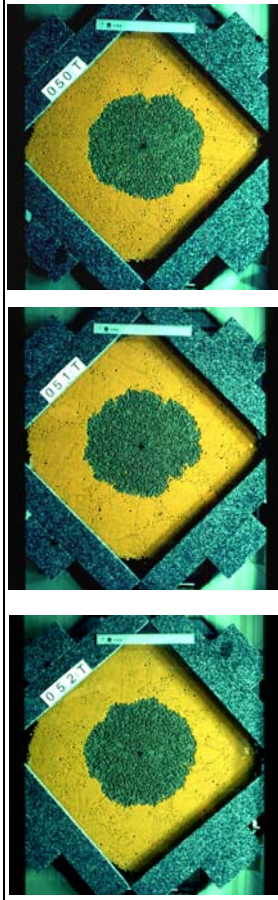
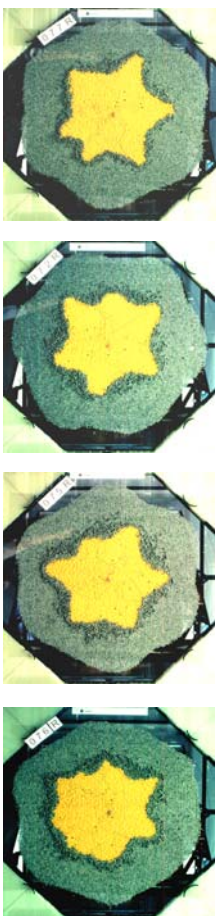
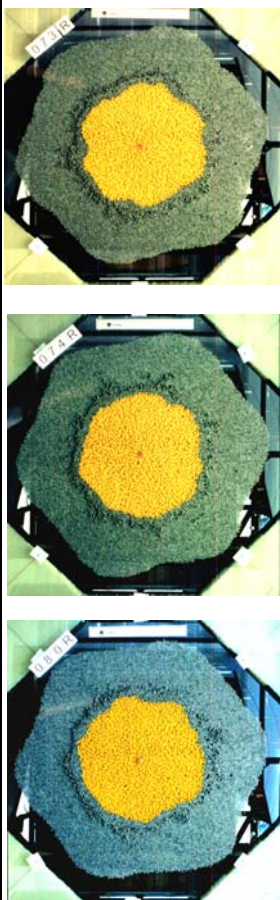
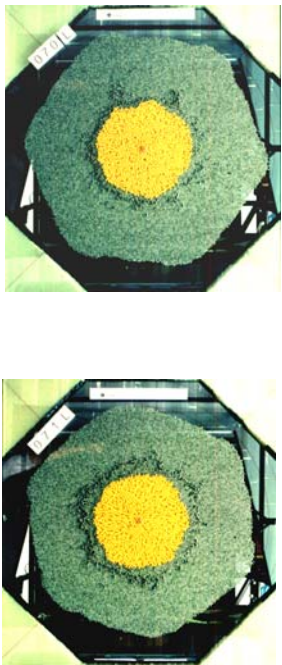
	2A	2B	2C
MONOCAMADA (aleatória)	Esferas de aço (3,94 ± 0,03) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm
ESPAÇAMENTO	(6,3 ± 0,1) mm	(6,3 ± 0,1) mm	(6,3 ± 0,1) mm
GRÃO INJETADO	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de aço (3,94 ± 0,03) mm
PADRÕES			

Tabela 3: Grupo 3 dos padrões usados no cálculo da rugosidade.

	3A	3B	3C
MONOCAMADA (sem defeitos)	Esferas de aço (3,94 ± 0,03) mm	Esferas de aço (3,94 ± 0,03) mm	Esferas de aço (3,94 ± 0,03) mm
ESPAÇAMENTO	(7,7 ± 0,1) mm	(8,15 ± 0,03) mm	(8,94 ± 0,03) mm
GRÃO INJETADO	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm	Esferas de plástico (5,9 ± 0,1) mm)
PADRÕES			

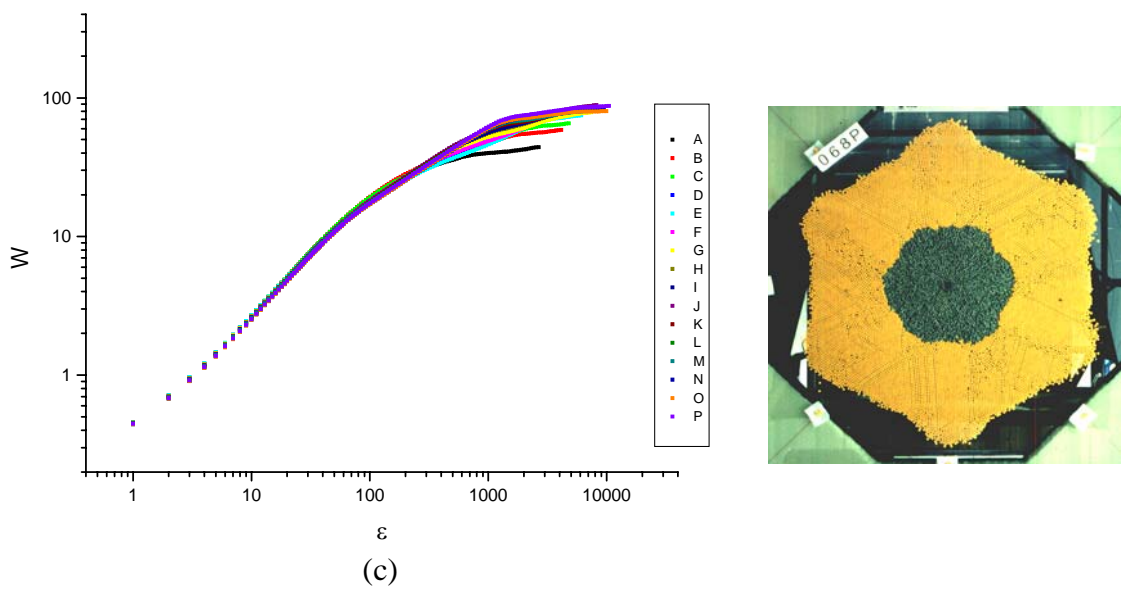
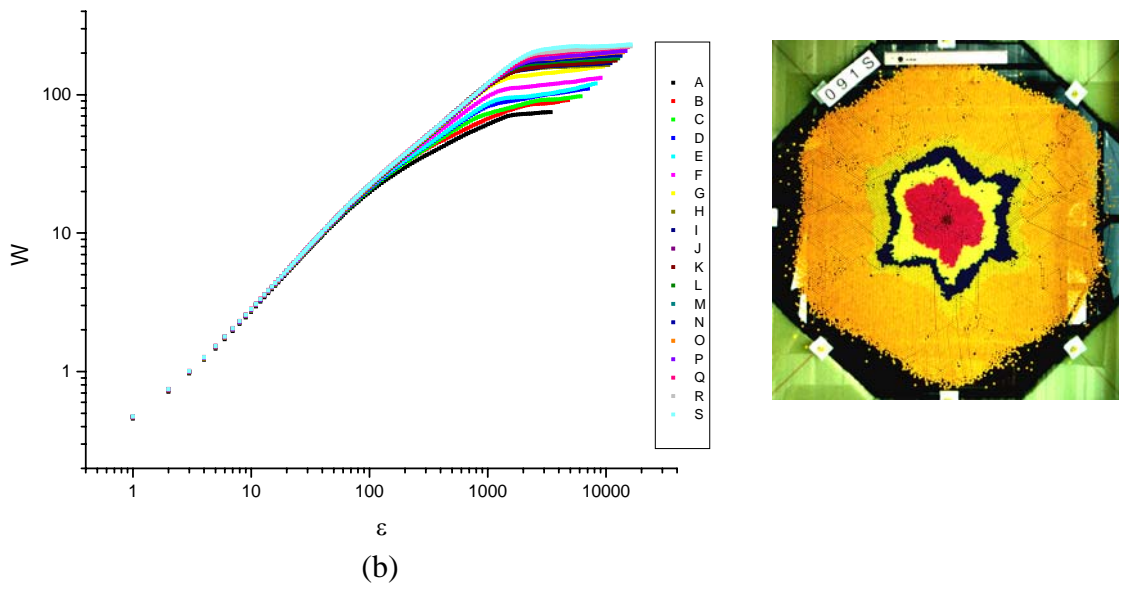
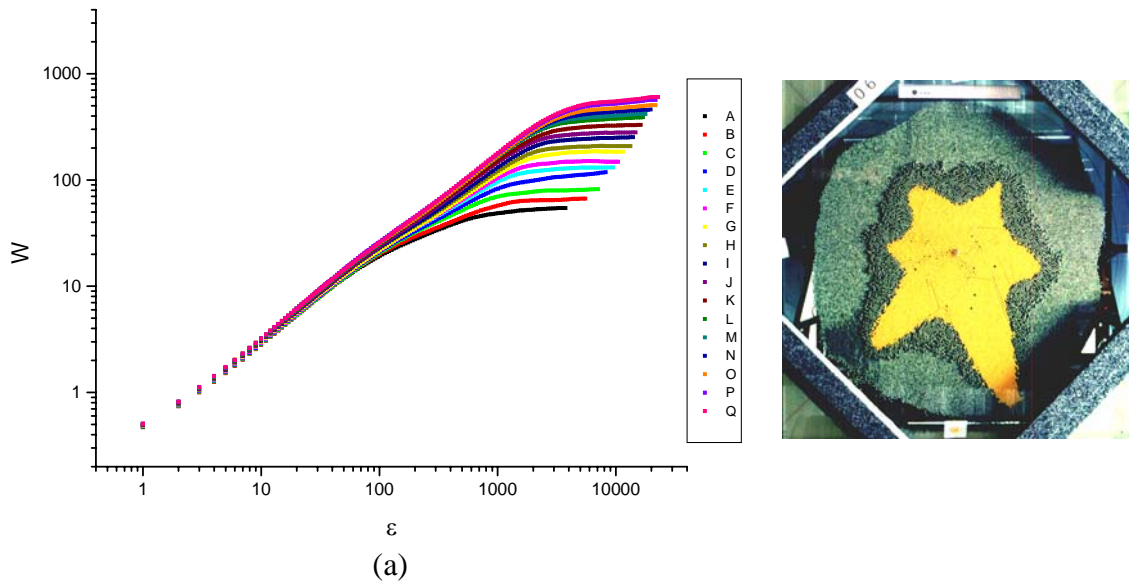


Figura 32: Gráficos da rugosidade em função de ε para alguns dos padrões obtidos nos experimentos do grupo 1. (a) Grupo 1A. (b) Grupo 1B. (c) Grupo 1C.

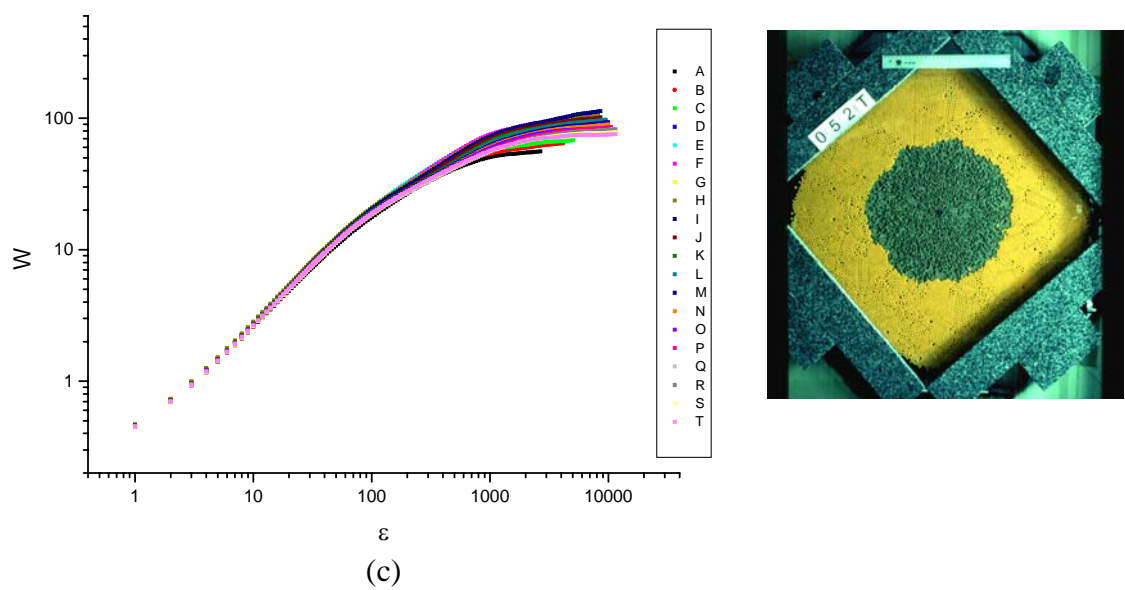
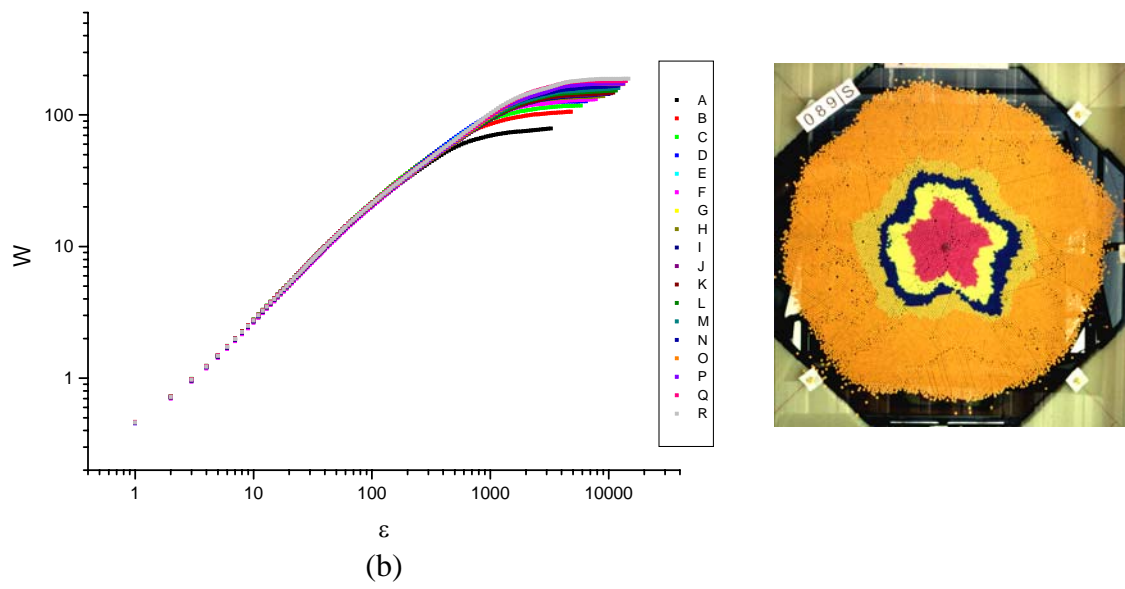
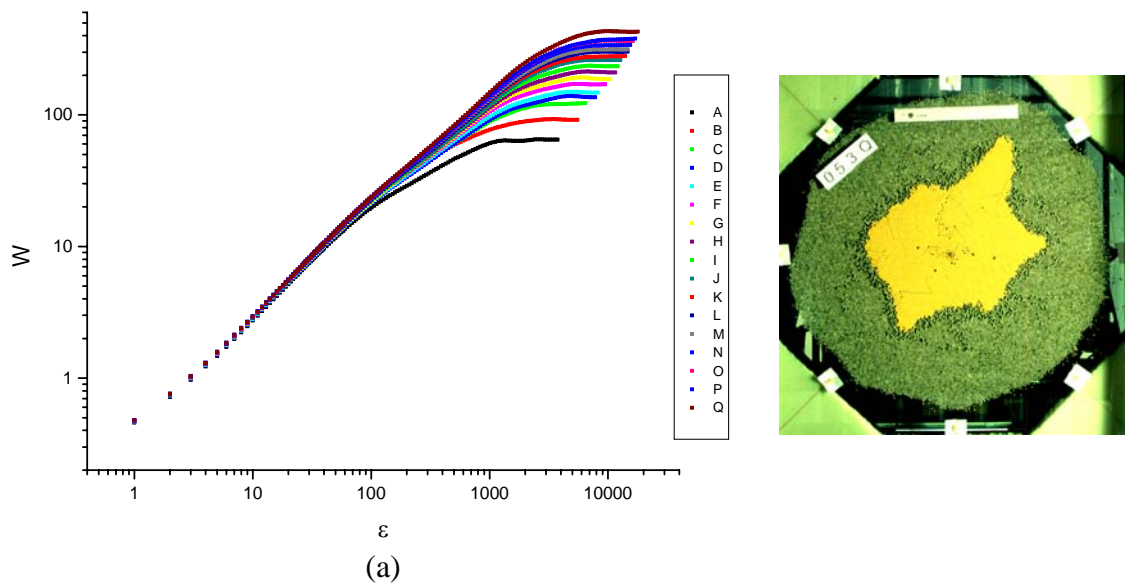


Figura 33: Gráficos da rugosidade em função de ϵ para alguns dos padrões obtidos nos experimentos do grupo 2. (a) Grupo 2A. (b) Grupo 2B. (c) Grupo 2C.

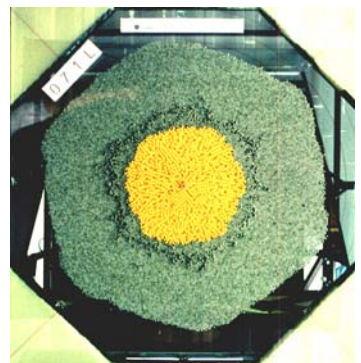
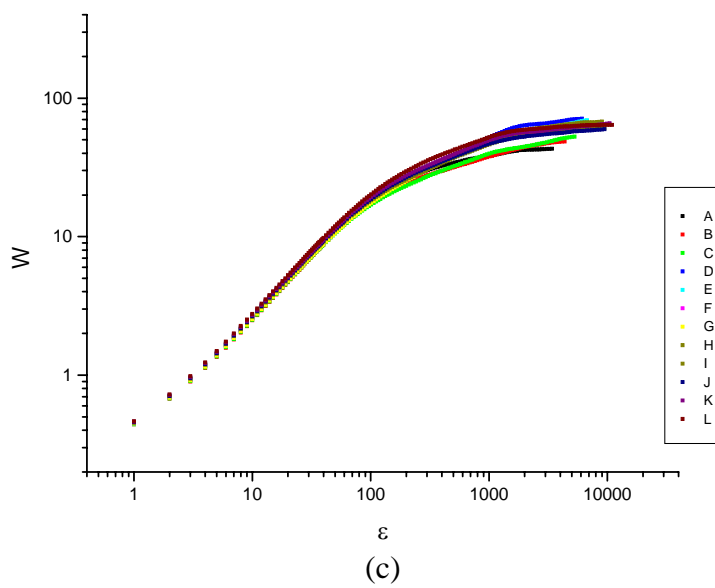
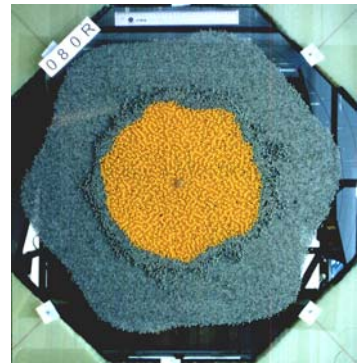
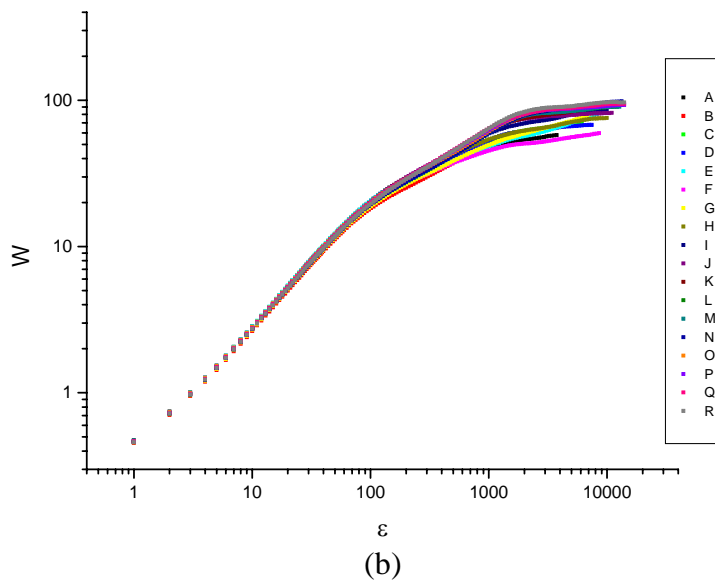
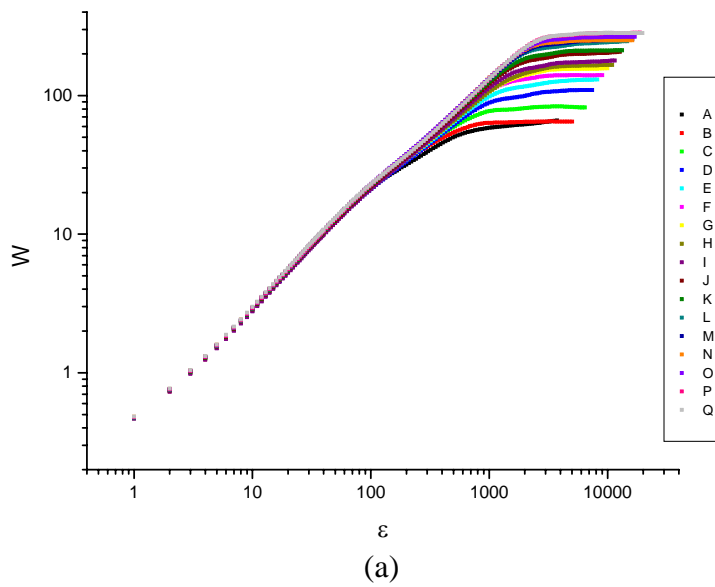
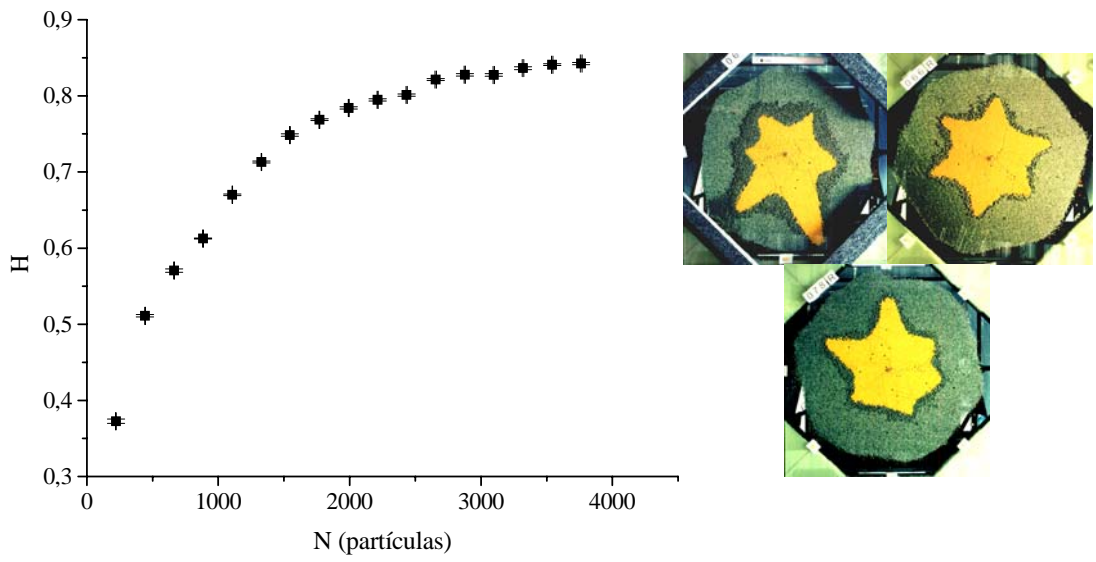


Figura 34: Gráficos da rugosidade em função de ε para alguns dos padrões obtidos nos experimentos do grupo 3. (a) Grupo 3A. (b) Grupo 3B. (c) Grupo 3C.

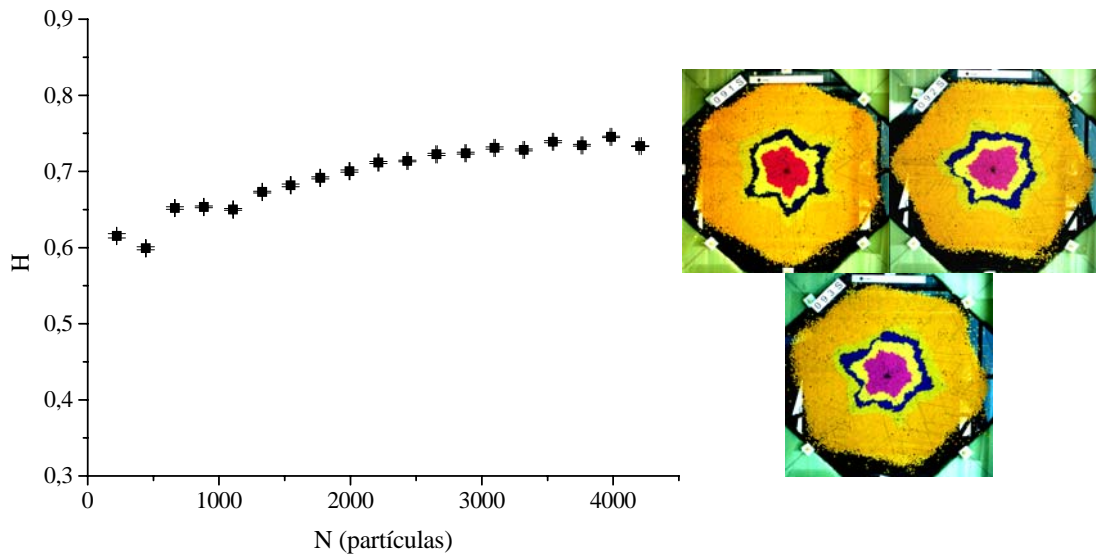
A seqüência de letras nas legendas dos gráficos acima, são referentes a cada estágio no desenvolvimento dos experimentos, sendo que cada letra está ligada à uma certa quantidade de grãos injetados no experimento.

Através destes gráficos, encontramos o expoente de Hurst (H), para cada grupo de padrões, calculando a inclinação da melhor reta antes da saturação, e com esses resultados fizemos os gráficos da evolução de H em função do número de partículas no interior do padrão (figuras 35 a 37). Cada ponto dos gráficos representa a média sobre os padrões mostrados ao lado de cada gráfico. Podemos ver que para todos os tipos de padrões o valor de H tende a um valor de saturação à medida que o número de partículas no interior do padrão aumenta. Para os padrões que apresentam formação de dedos este valor é de, aproximadamente, 0,8. À medida que os padrões se tornam mais regulares o valor de H na saturação diminui, ficando entre, aproximadamente, 0,35 e 0,55 para os padrões mais arredondados. Estes valores de H mostram que à medida que passamos de padrões com dedos a padrões arredondados o crescimento da interface passa de um comportamento do tipo persistente para aleatório.

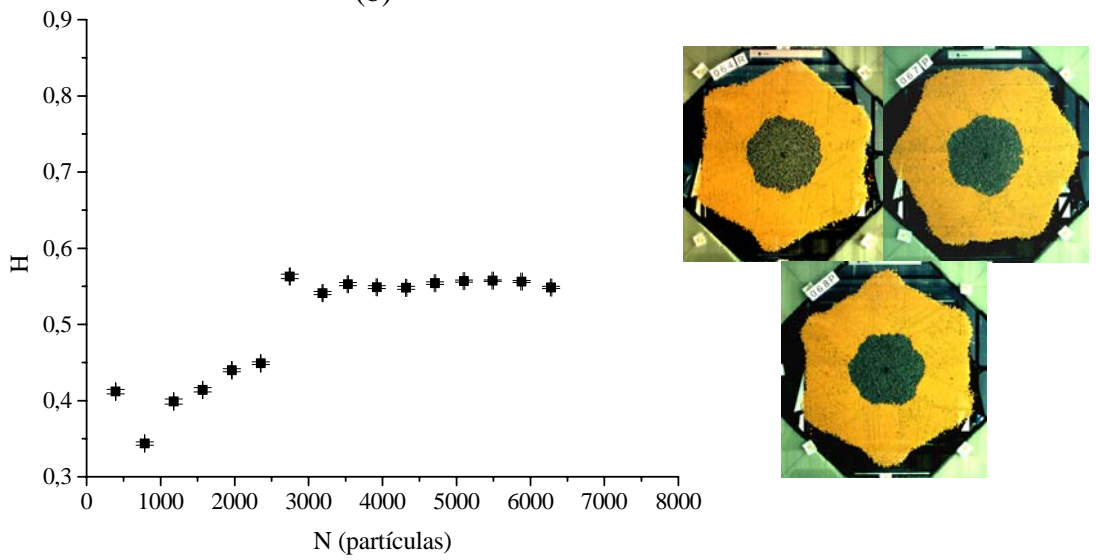
As figuras 38 a 40 mostram gráficos em escala *log-log* da rugosidade em função do número de partículas no interior do padrão. Para fazermos estes gráficos utilizamos o valor da rugosidade para o maior valor da janela ϵ em cada instante de tempo. Cada ponto dos gráficos representa a média sobre os padrões mostrados ao lado de cada gráfico. Fazendo-se uma analogia com modelos de crescimento de interfaces, estes gráficos deveriam ser retas com inclinação igual ao expoente de crescimento β definido na equação (8). Podemos ver que as curvas obtidas não são lineares e, portanto, a rugosidade não obedece a uma lei de potência com o número de partículas no interior do padrão (para algumas curvas uma tentativa de ajuste linear foi feita, mas os intervalos usados são extremamente pequenos). Isto era de se esperar já que os modelos de crescimento supõem uma separação clara entre evolução temporal e comprimento L da superfície. Em nosso caso isto não acontece. Como nossos padrões crescem radialmente a partir do ponto de injeção dos grãos, à medida que o tempo passa o tamanho da borda aumenta. O que os gráficos mostram é que há uma tendência clara de um aumento contínuo da rugosidade para os padrões que apresentam formação de dedos ao passo que para os padrões que permanecem arredondados a rugosidade parece tender a um valor de saturação.



(a)

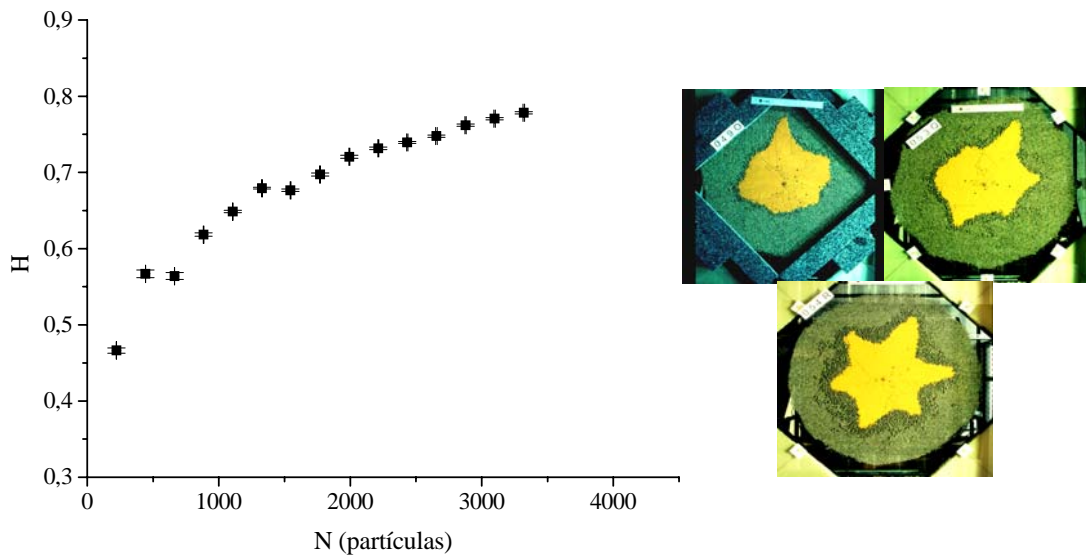


(b)

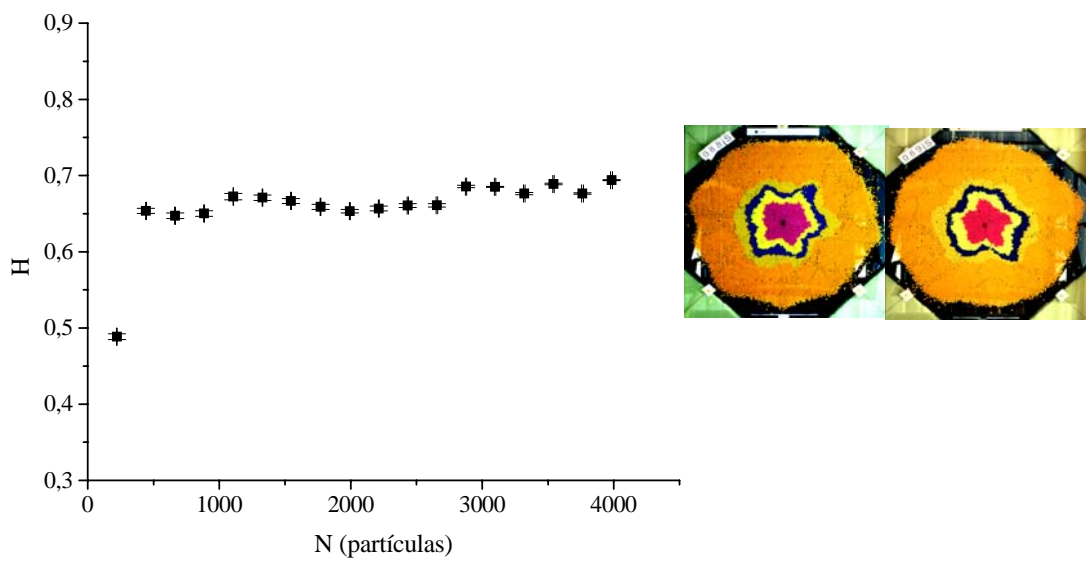


(c)

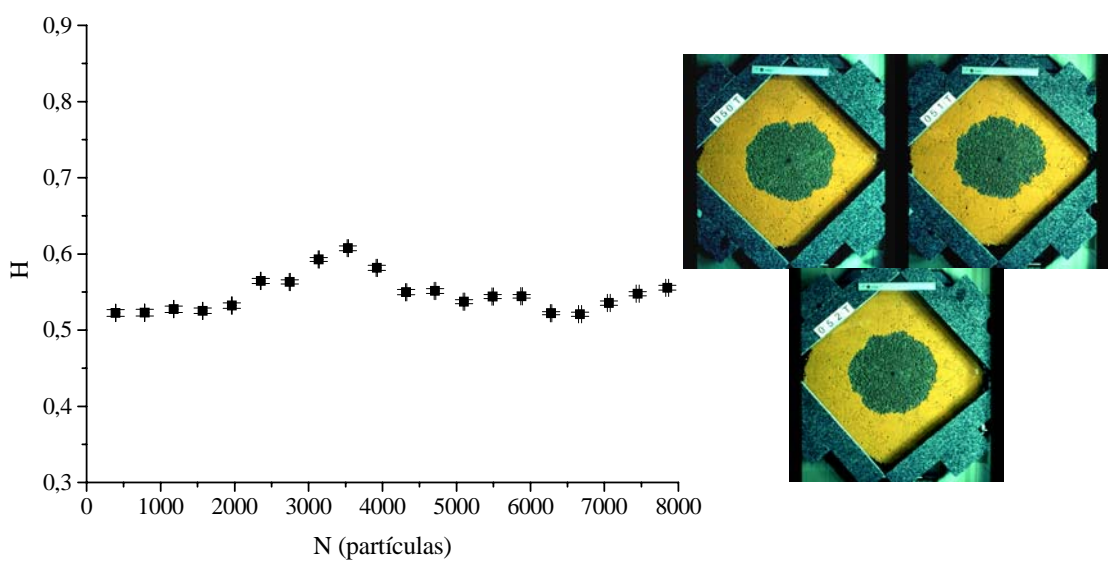
Figura 35: Gráficos de H em função do número de partículas no interior do padrão para os padrões do grupo 1.



(a)



(b)



(c)

Figura 36: Gráficos de H em função do número de partículas no interior do padrão para os padrões do grupo 2.

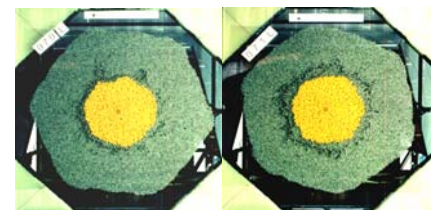
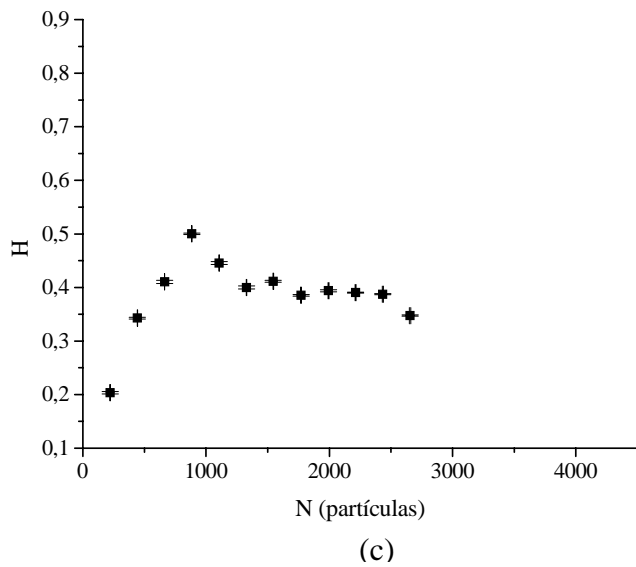
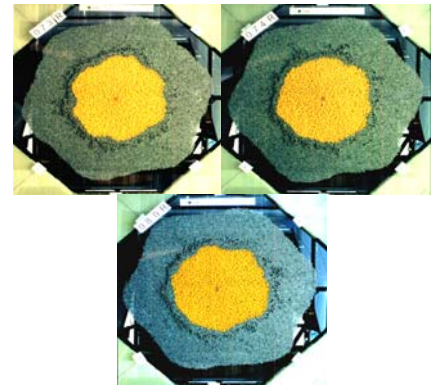
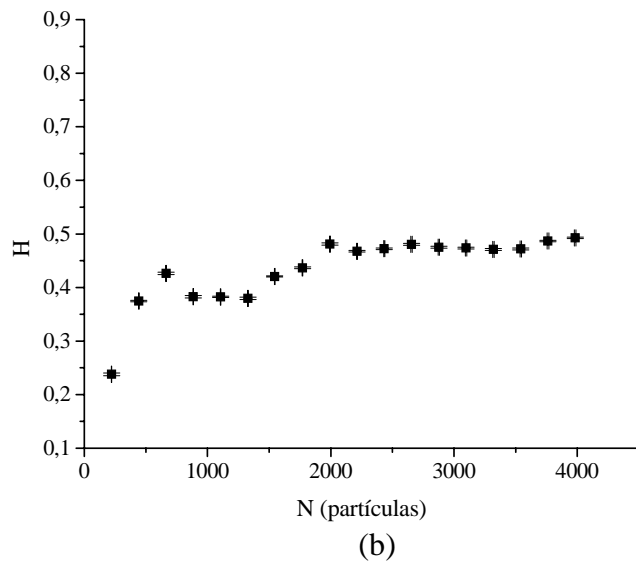
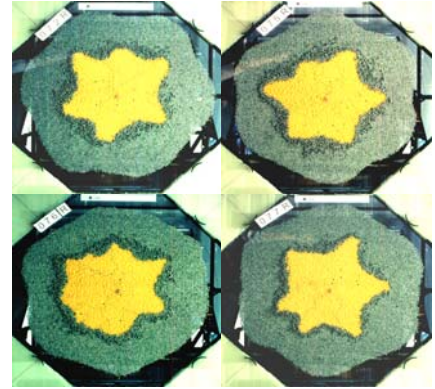
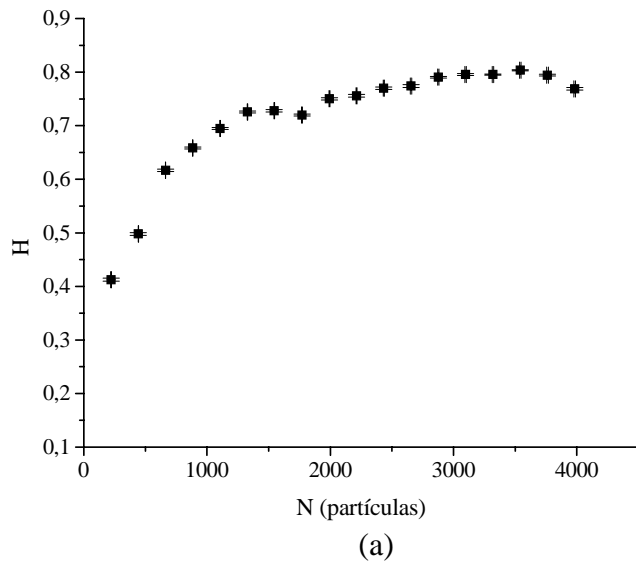


Figura 37: Gráficos de H em função do número de partículas no interior do padrão para os padrões do grupo 3.

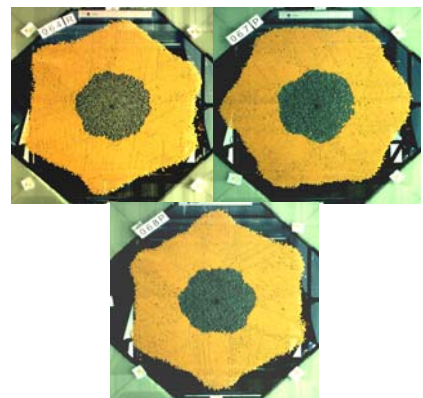
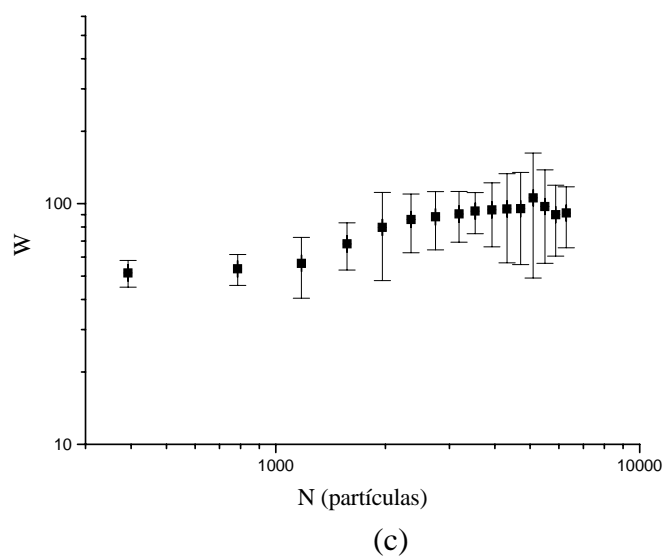
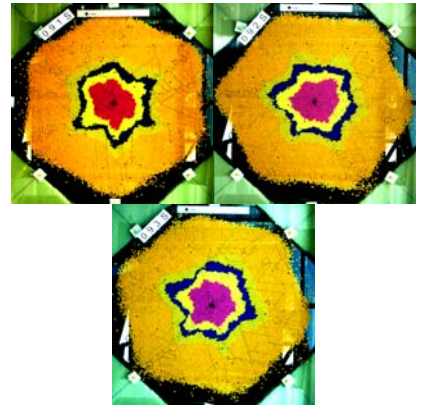
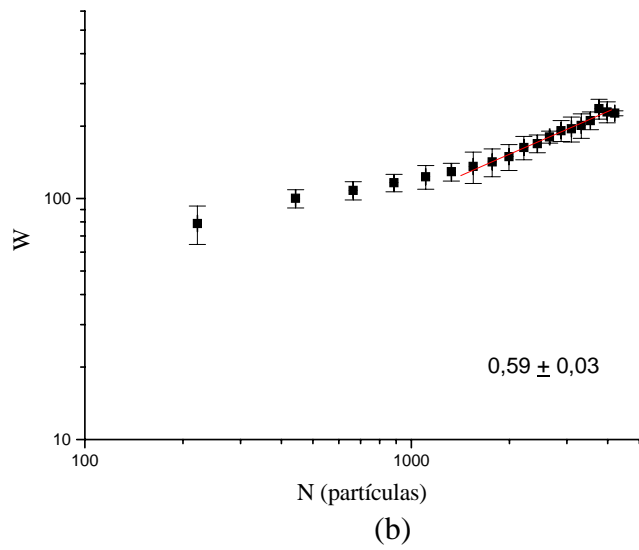
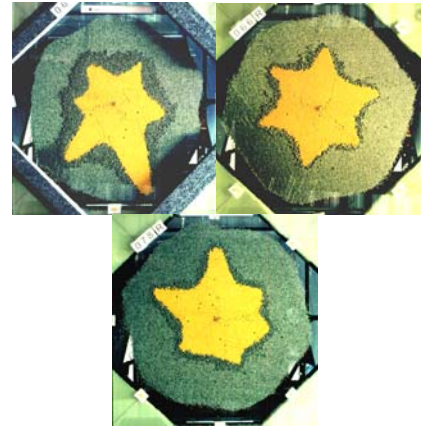
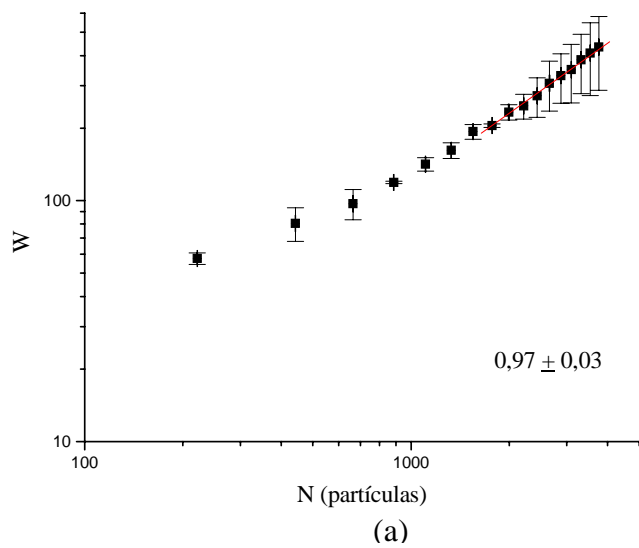


Figura 38: Gráficos da rugosidade em função do número de partículas no interior do padrão para os padrões do grupo 1.

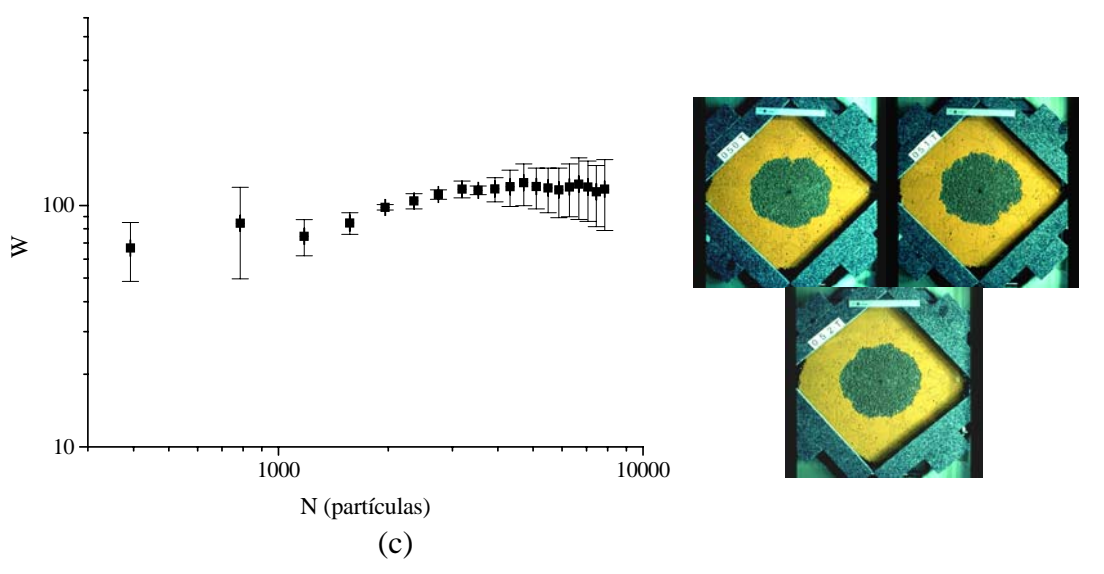
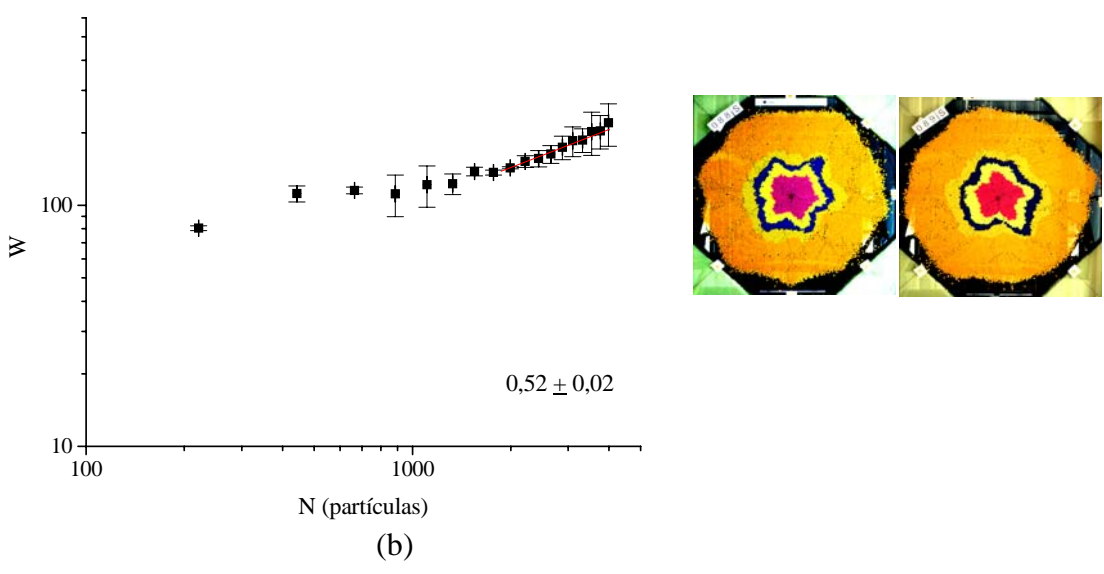
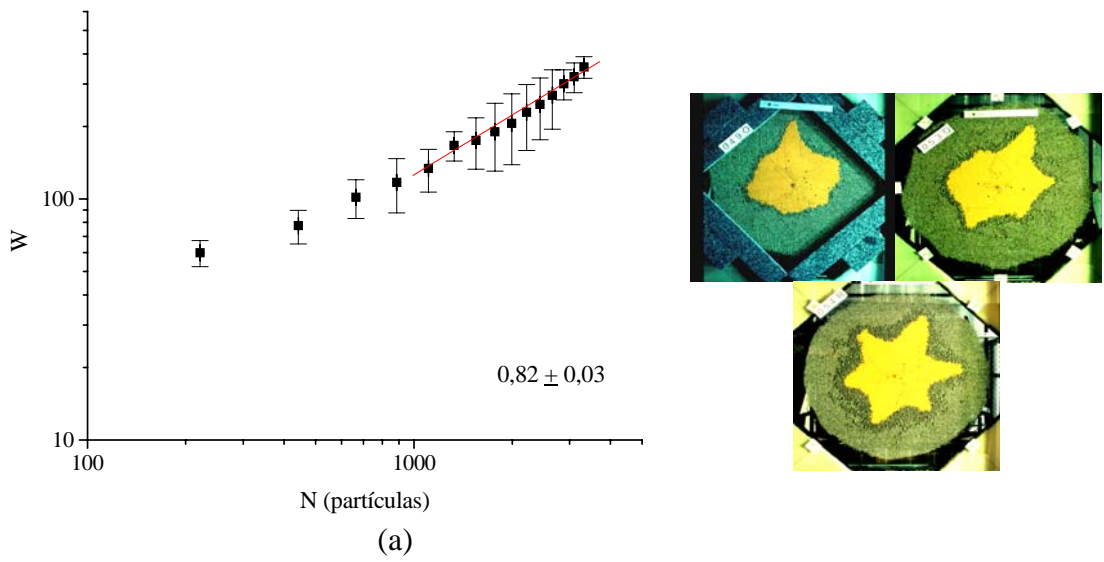


Figura 39: Gráficos da rugosidade em função do número de partículas no interior do padrão para os padrões do grupo 2.

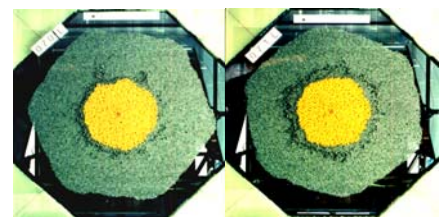
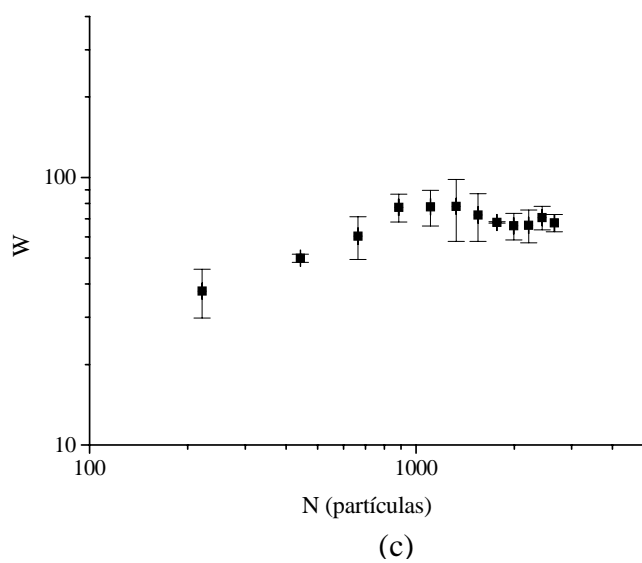
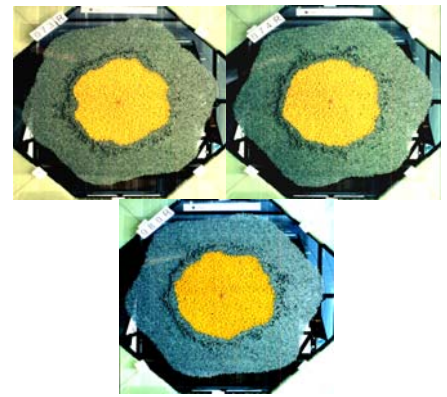
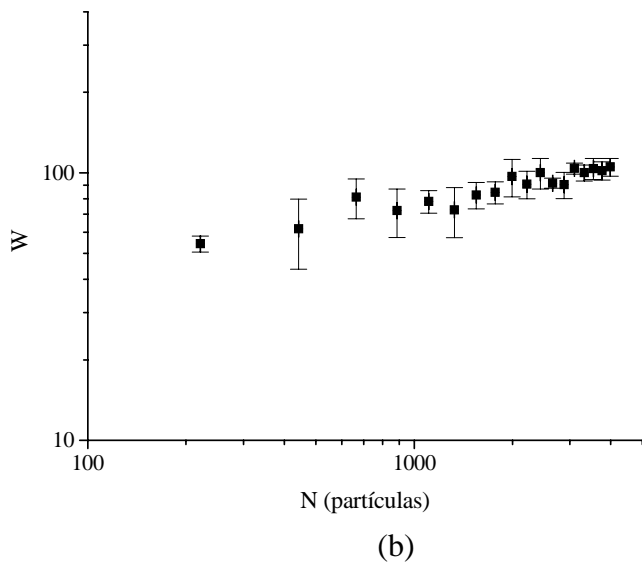
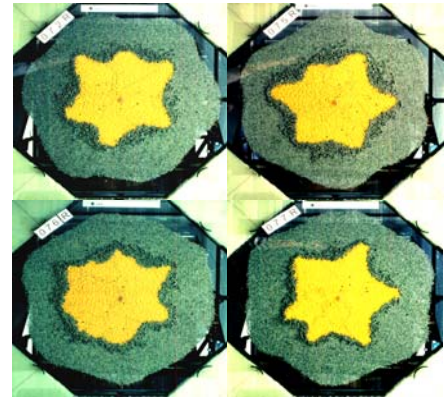
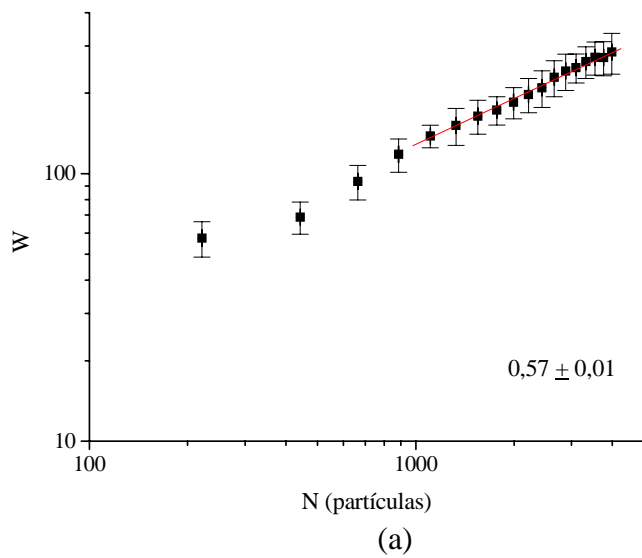
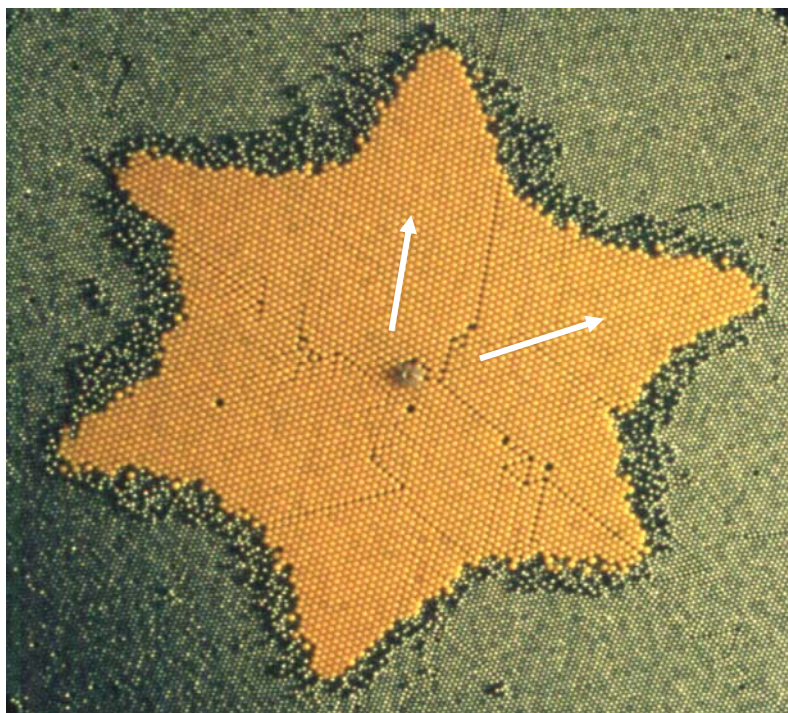


Figura 40: Gráficos da rugosidade em função do número de partículas no interior do padrão para os padrões do grupo 3.

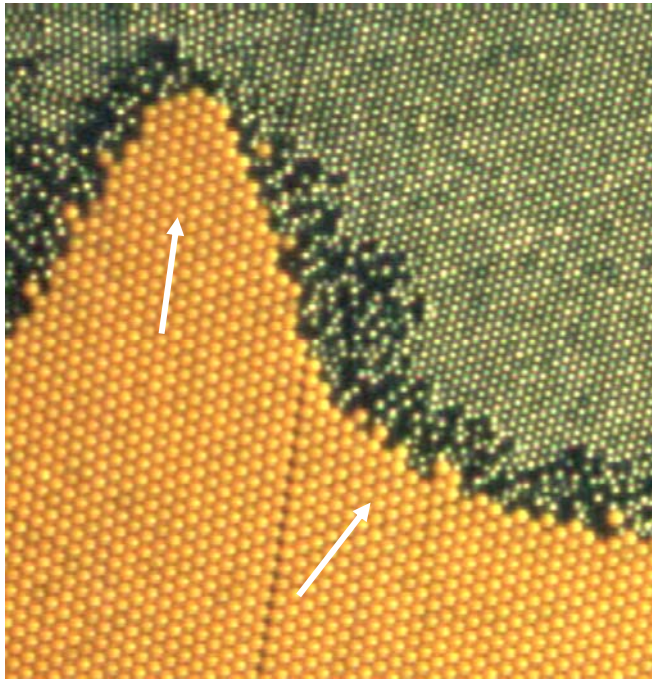
O aparecimento de dedos parece estar relacionado com um regime de alto gradiente de tensão imposto pela fricção entre os grãos e as placas da célula. Devido ao alto empacotamento dos grãos, o sistema se auto-organiza em um arranjo triangular dos grãos e o alto gradiente de tensão implica em uma propagação hiperbólica de tensão [42] ao longo das direções principais da rede triangular. Na figura 41(a) vemos um exemplo de um padrão que apresenta dedos, cuja formação se deu pela injeção de esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) em uma monocamada de esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) inicialmente sem defeitos. Podemos ver que existem várias regiões onde as esferas de plástico possuem um arranjo triangular compacto. O que diferencia estas regiões é somente a direção de alinhamento do arranjo triangular. Observando o padrão, vemos que todos os dedos estão orientados na direção mostrada na figura 41(b). Na figura 42(a) vemos uma ampliação de parte da figura 41(a). A orientação das esferas na região entre dois dedos está indicada na figura 42(b). Isto é observado, com poucas exceções, em todos os padrões que apresentam a formação de dedos.



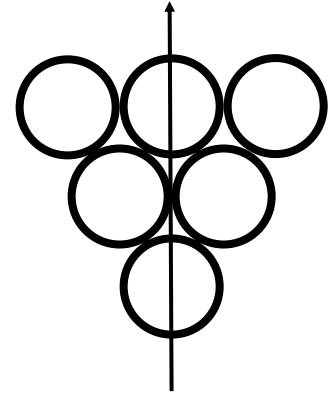
(a)

(b)

Figura 41: (a) Exemplo de padrão que apresenta regiões com arranjo triangular compacto. (b) Orientação das esferas na região dos dedos.

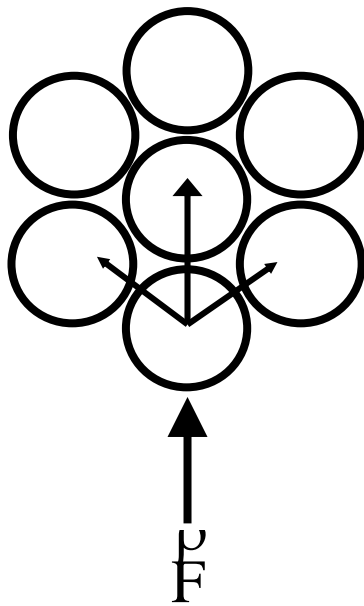


(a)

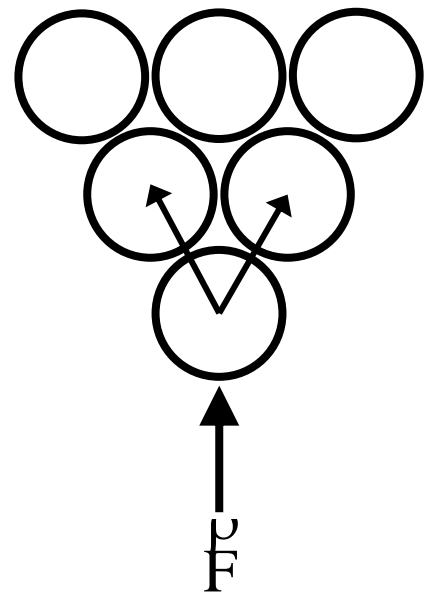


(b)

Figura 42: (a) Detalhe do padrão mostrado na figura 39. Podemos ver que o dedo está orientado ao longo de uma das direções de alinhamento do arranjo triangular compacto. (b) Orientação das esferas na região entre dois dedos.



(a)



(b)

Figura 43: (a) A força aplicada a uma esfera é transmitida diretamente à seguinte e assim por diante. A formação de dedos é favorecida. (b) A força aplicada a uma esfera é transferida para duas direções diferentes. Isto impede o surgimento dos dedos na direção inicial da força.

Na direção dos dedos as esferas estão arranjadas de maneira que a força aplicada a uma esfera é transmitida diretamente à seguinte e assim por diante, até o extremo do dedo (figura 43(a)). Isto produz o movimento das esferas nesta direção e promove o crescimento do dedo. Na direção entre os dedos as esferas estão arranjadas de maneira que a força aplicada a uma esfera é transferida para duas direções diferentes (figura 43(b)). Isto dificulta o movimento das esferas na direção original de aplicação da força e, portanto, a formação de um dedo nesta direção.

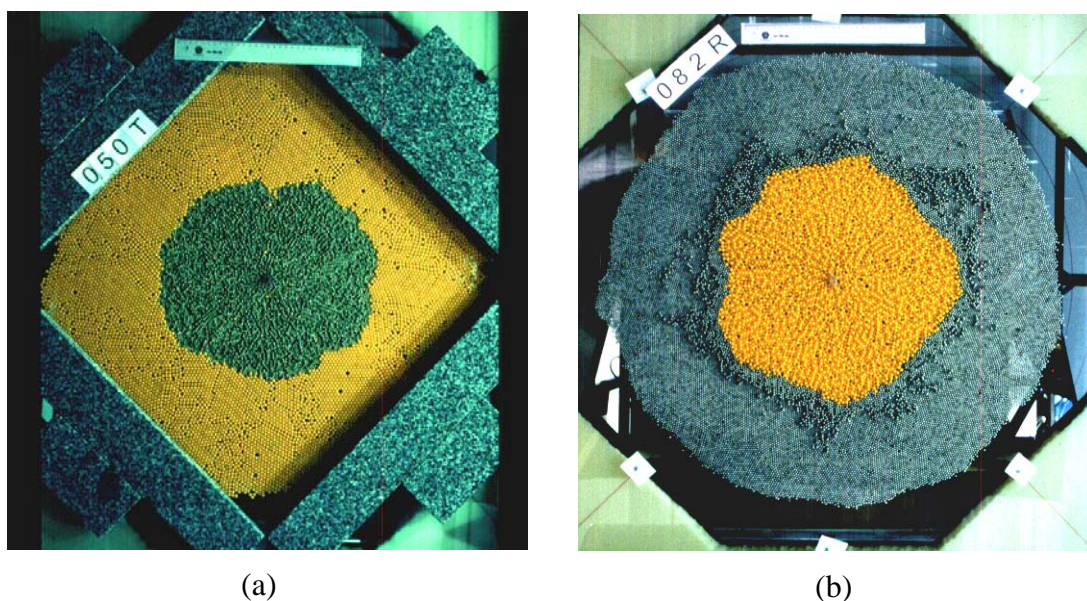


Figura 44: (a) Esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm) injetadas em esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm). O espaçamento da célula é $(6,3 \pm 0,1)$ mm. (b) Esferas de plástico ($(5,9 \pm 0,1)$ mm) injetadas em esferas de aço ($(3,94 \pm 0,03)$ mm). O espaçamento da célula é $(8,15 \pm 0,02)$ mm.

É possível ver na figura 41 que ao redor do padrão há uma região irregular formada por grãos da camada inicial. Isto acontece em todos os experimentos nos quais os grãos injetados são os maiores já que o espaçamento da célula é grande o suficiente para que os grãos da camada inicial movam-se para cima, formando uma camada espessa ao redor do padrão. A interface entre esta região e a monocamada inicial tem, aproximadamente, o mesmo formato que o padrão formado pelos grãos injetados. Como estes grãos estão em contato com ambas as placas da célula, a resistência ao movimento é maior que no resto da monocamada e na camada de grãos injetados. Esta região mais grossa, portanto, inibe o movimento dos grãos injetados. Fazendo uma analogia com o fenômeno de formação de padrões em deslocamento fluido-fluido, esta maior resistência na região em frente ao padrão corresponderia a um “fluido com alta

viscosidade”, levando à formação de padrões com dedos. Quando os grãos injetados são menores que aqueles na monocamada inicial a situação descrita acima é revertida e os grãos injetados são os que se movem para cima (Figura 44 (a)), inibindo a formação de uma rede triangular. Neste caso a “viscosidade” dos grãos injetados é maior que aquela da monocamada e a formação de dedos é inibida. Quando o espaçamento entre as placas da célula é aumentado todos os grãos podem se mover para cima (Figura 44 (b)), levando à formação de padrões arredondados. A razão pela qual tip-splitting foi observado apenas quando isopor é usado na monocamada inicial é, provavelmente, devido à deformação permanente das esferas de isopor a qual aumenta ainda mais a resistência ao deslocamento, fazendo com que a “viscosidade” da monocamada seja ainda maior que aquela dos grãos injetados.

Para que pudéssemos avaliar a real influência destes arranjos triangulares na formação dos dedos, realizamos experimentos em que a camada inicial era formada por isopor polidisperso e injetamos uma mistura de esferas de aço de dois tamanhos diferentes X e Y em diversas proporções, mantendo o espaçamento da célula constante. A razão entre os diâmetros das esferas maiores e menores é de $1,24 \pm 0,01$. A existência de esferas com 2 tamanhos diferentes deveria evitar, ou pelo menos dificultar, a formação de regiões com arranjo triangular. Se a orientação das esferas nestas regiões é a causa da formação dos dedos, estes deveriam diminuir, ou desaparecer por completo, nestes experimentos. Pudemos observar que isto realmente acontece. Se injetarmos apenas esferas de tamanho X ou Y os padrões formados são irregulares (apresentando dedos pronunciados quando as esferas maiores são injetadas). Quando misturamos os dois grãos os padrões se tornam menos irregulares. Os padrões mais arredondados ocorrem para uma proporção de 75% de esferas menores e 25% de esferas maiores (Figura 45).

Recentemente, uma colaboração com Américo Tristão Bernardes (UFOP) e Allbens P. F. Atman (UFMG) proporcionou o estudo do nosso sistema através de modelos computacionais. Na UFOP foi usado o modelo de Autômata Probabilístico de Gás de Rede e na UFMG foi usado o modelo de Dinâmica Molecular. Em todos os dois casos foi possível observar que, dependendo dos parâmetros usados para controlar as simulações, é possível obter padrões com todas as morfologias obtidas experimentalmente.

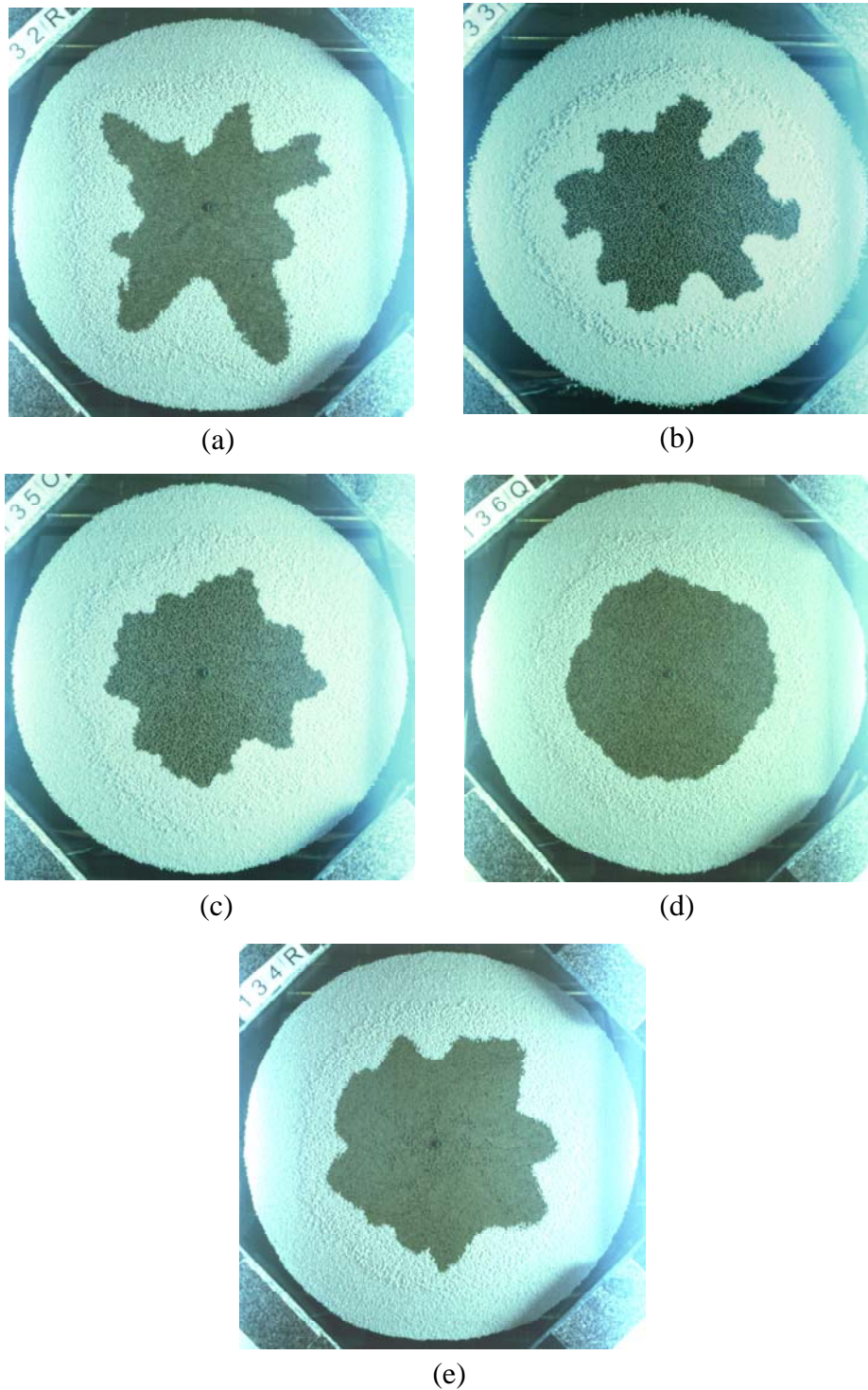


Figura 45: Experimentos onde foram injetados misturas de esferas de aço de dois tamanhos diferentes em diversas proporções, usando-se uma monocamada de isopor polidisperso. (a) 100 % de esferas de aço 2 ($3,94 \pm 0,03$) mm. (b) 75% de esferas de aço 2 ($3,94 \pm 0,03$) mm e 25% de esferas de aço 1 ($3,17 \pm 0,01$) mm. (c) 50% de esferas de aço 2 ($3,94 \pm 0,03$) mm e 50% de esferas de aço 1 ($3,17 \pm 0,01$) mm. (d) 25% de esferas de aço 2 ($3,94 \pm 0,03$) mm e 75% de esferas de aço 1 ($3,17 \pm 0,01$) mm. (e) 100% de esferas de aço 1 ($3,17 \pm 0,01$) mm. O espaçamento usado foi de ($4,30 \pm 0,02$) mm para todos os experimentos.

6- CONCLUSÕES

Através da análise dos experimentos realizados podemos concluir que o aparecimento de dedos está diretamente relacionado com a razão dos diâmetro dos grãos utilizados e o espaçamento das placas da célula. Um menor espaçamento da célula produz estruturas mais irregulares. Já um maior espaçamento produz padrões quase circulares. A injeção de grãos maiores em grãos menores tende a formar padrões mais irregulares que os produzidos quando a relação entre o tamanho dos grãos é invertida.

Análise de Fourier mostrou que, ao contrário dos padrões circulares, os padrões com formação de dedos apresentam seleção de modos.

Encontramos leis de potência tanto para o número de partículas na borda do padrão quanto para o raio de giração deste em função do número de partículas no interior do padrão. O expoente para o raio de giração se aproxima do expoente encontrado para o raio de giração no modelo de Éden.

A análise da rugosidade da borda dos padrões mostrou que o expoente de Hurst decresce à medida que os padrões se tornam mais arredondados. A rugosidade não obedece a uma lei de potência com o tempo. Para padrões com dedos ela aumenta com o tempo e à medida que os padrões se tornam mais regulares ela parece tender a um valor de saturação.

A formação dos dedos parece estar ligada à organização das esferas injetadas em regiões com arranjo triangular, determinando direções preferenciais de movimento das esferas, e à desordem dos grãos na monocamada inicial, levando a uma “viscosidade” maior dos grãos.

7- REFERÊNCIAS

- [1] H. M. Jager, S.R. Nagel e R. P. Behinger, *Rev. Mod. Phys.* **68**, 1259 (1996).
- [2] H. J. Herrmann, J. -P. Hovi e S. Luding (editores), *Physics of Dry Granular Media* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998).
- [3] S. B. Savage e M. Sayed, *J. Fluid Mech.* **142**, 391 (1984).
- [4] L. P. Kadanoff, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 435 (1999).
- [5] J. Duran, *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials* (Springer, New York, 2000).
- [6] P. B. Umbanhowar, F. Melo e H. L. Swinney, *Nature* **382**, 793 (1996).
- [7] T. H. Metcalf, J. B. Knight e H. M. Jaeger, *Physica A* **236**, 202 (1997).
- [8] O. Pouliquen, J. Delour e S. B. Savage, *Nature* **386**, 816 (1997).
- [9] F. Malloggi, J. Lanuza, B. Andreotti, B. e E. Clément, em *Powders and Grains 2005* (R. García-Rojo, H. J. Herrmann e S. McNamara, editores) 997-1000 (Taylor & Francis Group, London, 2005).
- [10] H. J. Herrmann e G. Sauermaun, *Physica A* **283**, 24 (2000).
- [11] I. S. Aranson e L. S. Tsimring, Preprint em <http://arXiv.org/cond-mat/0507419> (2005).
- [12] T. Mullin, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4741 (2000).
- [13] A. Daerr e S. Douady, *Nature* **399**, 241 (1999).
- [14] P. Meakin, *Fractals, scaling and growth far from equilibrium* (Cambridge University Press, Cambridge, 1998).
- [15] E. Kolb, J. Cviklinski, J. Lanuza, P. Claudin e E. Clément, *Phys. Rev. E* **69**, 031306 (2004).

- [16] E. Kolb, C. Goldenberg, S. Inagaki e E. Clément, Preprint at <http://arXiv.org/cond-mat/0512660> (2005).
- [17] G.D.R. Midi, *Eur. Phys. J. E* **14**, 367 (2004).
- [18] A. L. Liu e S. Nagel, *Nature* **396**, 21 (1998).
- [19] T. Vicsek, *Fractal Growth Phenomena* (World Scientific, Singapore, 1992)
- [20] S. N. Rauseo, P. D. Barnes Jr. e J. V. Maher, *Phys. Rev. A* **35**, 1245 (1987).
- [21] D. Bensimon, *Phys. Rev. A* **33**, 1302 (1986).
- [22] E. Ben-Jacob, Y. Godbey, N. D. Goldenfeld, J. Koplik, H. Levine, T. Mueller e L. M. Sander, *Phys. Rev. Lett.* **55**, 1315 (1985).
- [23] A. Buka, J. Kertész e T. Vicsek, *Nature* **323**, 424 (1986).
- [24] S. Douady, S. Fauve e C. Laroche, *Europhys. Lett.* **8**, 621 (1989).
- [25] S. Fauve, S. Douady e C. Laroche, *J. Phys. C3* **50**, 187 (2003).
- [26] K. Liffman, G. Metcalfe e P. Cleary, *Phys. Rev. Lett* **79**, 4574 (1997).
- [27] G. H. Ristow, *Phys Rev. Lett* **79**, 833 (1997).
- [28] S. G. H. Tennakoon, L. Kondic e R. P. Behringer, *Europhys. Lett.* **99**, 1 (1998).
- [29] A. D. Rosato, K. J. Strandburg, F. Prinz e R. H. Swendsen, *Phys. Rev. Lett* **58**, 1038 (1987).
- [30] T. Mullin, *Science* **2002**, 1851 (2002).
- [31] A. Daerr, *Phys. Fluids* **13**, 2115 (2001).
- [32] G. Metcalfe e M. Shattuck, *Physica A* **233**, 709 (1998).
- [33] J. M. Ottino e D. V. Khakhar, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **32**, 55 (2000).
- [34] K. M. Hill e J. Kakalios, *Phys. Rev. E.* **49**, 3610 (1994).
- [35] K. M. Hill e J. Kakalios, *Phys. Rev. E.* **52**, 4393 (1995).

- [36] O. Zik, D. Levine, S. G. Lipson, S. Shtrichman e J. Stavans, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 644 (1994).
- [37] A. L. Barabási e H. E. Stanley, *Fractal Concepts in Surface Growth* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1995).
- [38] F. Family e T. Vicsek, *Dynamics of Fractal Surfaces* (World Scientific, Singapore, 1991).
- [39] J. Sales, M. L. Martins e J. G. Moreira, *J. Phys. E*, **66**, 016113 (2002).
- [40] A. Garcimartin, A. Guarino, L. Bellon e S. Ciliberto, *Phys. Rev. Lett.*, **79**, 3202 (1997).
- [41] J. Feder, *Fractals* (Plenum Press, New York, 1989).
- [42] C. Goldenberg e I. Goldhirsch, *Nature* **435**, 188 (2005).