UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

GABRIELLE FREITAS INÁCIO REIS

REDESCOBRINDO ARQUIMEDES ATRAVÉS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Construção de um Geogebra Book sobre os Poliedros Arquimedianos

VIÇOSA - MINAS GERAIS

2025

GABRIELLE FREITAS INÁCIO REIS

REDESCOBRINDO ARQUIMEDES ATRAVÉS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Construção de um Geogebra Book sobre os Poliedros Arquimedianos

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa como parte dos requisitos para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Marli Duffles Donato Moreira

VIÇOSA - MINAS GERAIS
2025

GABRIELLE FREITAS INÁCIO REIS

REDESCOBRINDO ARQUIMEDES ATRAVÉS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Construção de um Geogebra Book sobre os Poliedros Arquimedianos

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa como parte dos requisitos para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

APROVADO: 21 de Janeiro de 2025

ASSENTIMENTO:

Documento assinado digitalmente
GABRIELLE FREITAS INACIO REIS
Data: 06/02/2025 17:09:21-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Gabrielle Freitas Inácio Reis
Autora

Documento assinado digitalmente
MARLI DUFFLES DONATO MOREIRA
Data: 06/02/2025 16:50:30-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Marli Duffles Donato Moreira
Orientadora

GABRIELLE FREITAS INÁCIO REIS

REDESCOBRINDO ARQUIMEDES ATRAVÉS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Construção de um Geogebra Book sobre os Poliedros Arquimedianos

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa como parte dos requisitos para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

APROVADO: 21 de Janeiro de 2025

BANCA AVALIADORA:

Documento assinado digitalmente
CRISTIANE BOTELHO VALADARES
Data: 06/02/2025 15:40:03-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Cristiane Botelho Valadares
(UFV)

Documento assinado digitalmente
EDSON JOSE TEIXEIRA
Data: 06/02/2025 15:50:03-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Edson José Teixeira
(UFV)

Documento assinado digitalmente
MARLI DUFFLES DONATO MOREIRA
Data: 06/02/2025 16:32:39-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Profa. Dra. Marli Duffles Donato Moreira
Orientadora

Aos meus pais e familiares, aos amigos e colegas de graduação, aos professores, à minha orientadora, à UFV e à Matemática.

AGRADECIMENTOS

Ao atravessar as quatro pilastras, reflito-me sobre as palavras grafadas em cada uma delas: Estudar, Saber, Agir e Vencer. Estudar é o ato inicial, o impulso que abre os horizontes do saber, e foi na UFV que encontrei a terra fértil onde a Matemática floresceu em forma de linguagem para compreensão do mundo. Saber, no entanto, não é suficiente sem agir, e foram os desafios e obstáculos encontrados no caminho que me ensinaram a aplicar os conhecimentos acumulados ao longo da graduação. O verbo agir, embora intransitivo, mostrou-me que, para vencer, é indispensável um "complemento" que se junte à vitória e a torne íntegra. Esse complemento reúne meus pais, familiares, professores e amigos, com quem compartilhei momentos desafiadores e celebrei conquistas, a estes, dedico este trabalho.

Há quem acredite que a matemática seja a linguagem com a qual Deus escreveu o universo. Renato Russo na música "*Monte Castelo*", de forma poética, canta a seguinte frase, em referência a 1° Coríntios 13, "*Ainda que eu falasse a língua dos homens e falasse a língua dos anjos, sem o amor eu nada seria*". Assim, celebro a educação que me revelou diversas linguagens, mas, acima de tudo, agradeço aos meus pais, Rosimeire Inacio Reis e André Luiz Reis, por me ensinarem o amor: pelo próximo, pela vida, pela arte e pela matemática. Agradeço aos meus colegas e amigos que cruzaram este caminho ao meu lado e que agora guardo em meu coração, em especial, às maiores mulheres matemáticas que tive o prazer de conhecer: Maria Joana, Ellen e Paula.

À Universidade Federal de Viçosa, sou grata pelas oportunidades que transformaram minha vida, pelos momentos inesquecíveis e pelo crescimento acadêmico e profissional. À professora Marli Duffles Donato Moreira, por sua orientação zelosa e seu constante incentivo, que moldaram não apenas este trabalho, mas minha compreensão sobre o poder transformador da educação. Aos professores Edson José Teixeira e Cristiane Botelho Valadares, pela honra de comporem a banca deste trabalho. E aos professores do Departamento de Matemática da UFV, em especial, ao maior botafoguense de todos, Rogério Carvalho Picanço.

Por fim, à Matemática, agradeço por me mostrar que o caminho do aprendizado é exigente, mas profundamente gratificante. Que este trabalho seja um reflexo do compromisso e do amor por essa ciência.

"A Geometria existe por toda a parte. É preciso, porém, olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la"

Johannes Kepler

RESUMO

REIS, Gabrielle Freitas Inácio, Universidade Federal de Viçosa, dezembro de 2024. **REDESCOBRINDO ARQUIMEDES ATRAVÉS DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Construção de um Geogebra Book sobre os Poliedros Arquimedianos.** Orientadora: Marli Duffles Donato Moreira.

Este projeto tem como objetivo a construção de um Geogebra Book que aborde os sólidos arquimedianos, visando promover o ensino da Geometria Espacial através da integração da história da matemática e da utilização de software educativo. A relevância desta pesquisa está na necessidade de transformar o ensino de geometria, utilizando o conhecimento histórico aliado com as tecnologias digitais para tornar o aprendizado mais significativo. Levando em consideração que, ao conhecer o passado, podemos construir um futuro melhor para o ensino de matemática. A aplicação da história da matemática no ensino, combinada com o uso do software Geogebra como ferramenta pedagógica, forma a base deste trabalho, que visa estimular o interesse e a compreensão dos estudantes sobre a geometria. A metodologia adotada será de caráter qualitativo e teórico, com uma abordagem investigativa. A pesquisa envolve uma revisão bibliográfica e a criação de um GeoGebra Book, que servirá como um recurso didático interativo para professores e estudantes. As conclusões destacam as contribuições deste projeto para o ensino da geometria espacial, sublinhando a importância de integrar a história da matemática e o uso de tecnologias digitais como ferramentas eficazes e inovadoras no ensino.
Palavras-chave: Arquimedes; Sólidos Arquimedianos; GeoGebra; Educação Matemática**.**

ABSTRACT

REIS, Gabrielle Freitas Inácio, Federal University of Viçosa, December 2024. **REDISCOVERING ARCHIMEDES THROUGH THE HISTORY OF MATHEMATICS: Construction of a GeoGebra Book on Archimedean Polyhedra.** Advisor: Marli Duffles Donato Moreira.

This project aims to build a Geogebra Book that addresses the Archimedean solids, aiming to promote the teaching of Spatial Geometry through the integration of the history of mathematics and the use of educational software. The relevance of this research lies in the need to transform the teaching of geometry, using historical knowledge combined with digital technologies to make learning more meaningful. Taking into account that, by knowing the past, we can build a better future for mathematics teaching. The application of the history of mathematics in teaching, combined with the use of the Geogebra software as a pedagogical tool, forms the basis of this work, which aims to stimulate the interest and understanding of students about geometry. The methodology adopted will be qualitative and theoretical, with an investigative approach. The research involves a literature review and the creation of a GeoGebra Book, which will serve as an interactive didactic resource for teachers and students. The conclusions highlight the contributions of this project to the teaching of spatial geometry, underlining the importance of integrating the history of mathematics and the use of digital technologies as effective and innovative tools in teaching.
Keywords: Archimedes; Archimedean Solids; GeoGebra; Mathematics Education.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

A motivação dessa pesquisa surge do interesse pelo estudo da Geometria e é ampliado durante a minha graduação, no curso de Licenciatura em Matemática, na disciplina “MAT 250 - Geometria Espacial”. Muito antes disso, a partir do dia que aprendi a contar, a matemática se tornou uma constante em minha vida, e a paixão por essa ciência crescia a cada descoberta, mas foi no segundo ano do Ensino Médio, durante as demonstrações do meu professor de matemática, que o interesse pela geometria tomou forma em minha mente, despertando o meu interesse. Os objetos matemáticos conquistaram minha atenção, revelando-se tão belos quanto complexos. Nesse processo de conhecimento e estudo da Geometria, comecei a compreender a matemática como uma forma de arte, expressa através de demonstrações e sólidos geométricos, e não algo, apenas, puramente "abstrato". Concomitantemente, a história sempre foi um objeto que despertou minha atenção, e a partir da compreensão de que o conhecimento é interligado por diversas áreas, surge a curiosidade de estudar a Geometria através da história da matemática.

Conforme D’Ambrósio (1996, p. 18) “Todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, naturalmente não-dicotômicos entre si”. Na história da matemática, não é diferente, essa dinâmica se manifesta de maneira evidente, com o desenvolvimento gradual de conceitos e técnicas que, ao longo do tempo, foram refinados e expandidos. A geometria espacial, em particular, ilustra bem esse processo. Ao longo da história da matemática, o ensino e a compreensão da geometria se transmutam. A palavra Geometria deriva do grego *“Geometrein”*, composta por *Geo* que significa *terra* e *metron que* significa *medir*. Originalmente, as primeiras ideias geométricas surgiram da busca por resolver problemas como construção de casas, delimitação de terrenos e plantações, sendo assim, essenciais para o cotidiano daquelas sociedades. Na Grécia Antiga, a geometria ganha um formalização e organização através da obra “Os Elementos” de Euclides. A obra em questão, cobre toda a aritmética, álgebra e geometria conhecidas até aquele momento. Para os gregos, a geometria era de suma importância, a ponto de o lema da Academia de Platão ser “*Que aqui não adentrem aqueles não versados em Geometria*”.

Como podemos observar, durante séculos, o estudo da geometria foi fundamento para a formação cidadã e os avanços de diversas civilizações. No entanto, nos dias atuais, a geometria muitas vezes é deixada de lado no contexto escolar. Embora minha experiência no estudo da geometria tenha sido satisfatória, a realidade para muitos estudantes é marcada por uma aversão à matéria. Existem várias razões para essa situação. Segundo Lorenzato (1995, p. 3), “a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para realização de suas práticas pedagógicas”, Outra razão, se justifica pela localização do conteúdo matemático nos livro didáticos, sendo que o último capítulo era destinado a geometria, além de ser trazida de forma desvinculada com a realidade. De acordo com Chaquiam (2017, p.14):

> Pesquisas atuais indicam que a inserção de fatos do passado pode ser uma dinâmica bastante interessante para introduzir um determinado conteúdo matemático em sala de aula, tendo em vista que o aluno pode reconhecer a Matemática como uma criação humana que surgiu a partir da busca de soluções para resolver problemas do cotidiano, conhecer as preocupações dos vários povos em diferentes momentos e estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

Essa metodologia tem um grande potencial de contribuir para a superação da percepção de que a matemática é uma disciplina abstrata e descontextualizada, fomentando uma aprendizagem mais significativa. Diante do cenário educacional, surge a necessidade de incentivar o estudo e a compreensão da geometria. Esse incentivo é proposto pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular). De acordo com a BNCC (Brasil, 2017), a primeira competência geral a ser desenvolvida pelos estudantes ao longo da escola básica é “Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos sobre o mundo físico, social, cultural e digital para entender e explicar a realidade, continuar aprendendo e colaborar para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva.”. A BNCC também destaca, entre suas habilidades e competências a necessidade de:

> (EM13MAT309) Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais (como o cálculo do gasto de material para revestimento ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Os objetos geométricos, em suma maioria, possuem uma natureza visual e, muitas vezes, de difícil compreensão. Como resposta a essa dificuldade, o desenvolvimento de tecnologias voltadas ao estudo da geometria tem proporcionado avanços significativos na visualização desses objetos. No contexto atual, vivemos em uma sociedade profundamente imersa em tecnologias digitais, onde cada indivíduo tem acesso, a qualquer momento, a um vasto conjunto de informações na palma da mão. Essas tecnologias não apenas trouxeram praticidade e comodidade para diversas atividades cotidianas, mas também provocaram transformações significativas na interação social e nos processos de produção econômica. Integrar o ensino com tecnologias digitais, contribuem para gerar interesse e curiosidade nos estudantes.

Dentre os diversos softwares voltados para o ensino de matemática, o que mais se destaca e será trabalhado nesta monografia, é o GeoGebra. Segundo o próprio site do Geogebra, ele "é um software dinâmico de matemática para todos os níveis de educação que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatísticas e cálculos em uma única plataforma". Trata-se de uma plataforma gratuita disponível para o ensino e difusão do conhecimento matemático. Criado em 2001 por Markus Hohenwarter, o GeoGebra possui disponibilidade de 55 idiomas e é utilizado em 190 países. Por ser um software livre, o GeoGebra atende às novas estratégias de ensino e aprendizagem de conteúdos de geometria, álgebra, cálculo e estatística, permitindo a professores e alunos a possibilidade de explorar, conjecturar, investigar tais conteúdos na construção do conhecimento matemático.

Diante disso, pela temática da geometria, a escolha de Arquimedes como ponto central deste projeto foi quase imediata. É quase impossível ignorar uma figura tão notável, cujo amor pela matemática era tão grande que, segundo relatos, preferiu a morte a abandonar seus cálculos. Arquimedes não é apenas um símbolo do espírito investigativo que se espera de um matemático, mas também uma ponte entre o passado, o presente e o futuro da geometria. Desta forma, este projeto de cunho qualitativo, busca integrar a história da matemática e o uso de software educativo, GeoGebra, para promover o ensino da geometria espacial, com foco nos poliedros arquimedianos, através da construção de um GeoGebra Book. É nosso objetivo instigar os estudantes a verem a matemática não apenas como um conjunto de fórmulas, mas como uma narrativa rica e repleta de descobertas. Assim, este trabalho está sendo norteado pela seguinte questão:

Como ensinar a geometria espacial, particularmente os poliedros arquimedianos, a partir de uma abordagem histórica integrando as tecnologias digitais?

Buscando possíveis respostas para o questionamento acima, foram traçados o seguinte objetivo geral, que se desenvolve nos seguintes objetivos específicos.

Objetivo Geral

- Construir um Geogebra Book que aborde os sólidos arquimedianos, visando promover o ensino da Geometria Espacial a partir de uma abordagem histórica e da utilização de software educativo.

Objetivos Específicos

- Fazer um levantamento histórico sobre a vida de Arquimedes e suas contribuições.

- Propor uma atividade matemática para o ensino da geometria dos poliedros arquimedianos que considere as potencialidades da história da matemática no ensino
- Desenvolver um GeoGebra Book com os poliedros de Arquimedes.

Este trabalho é de natureza teórica, a partir de uma abordagem histórica, e tem como objetivo a construção de um GeoGebra Book com o auxílio do software GeoGebra, para isso, será desenvolvida uma pesquisa de caráter qualitativo e teórico, com uma abordagem investigativa. A pesquisa se baseará em uma revisão bibliográfica detalhada sobre a história da matemática; a utilização de software educativo e; a criação de um GeoGebra Book.

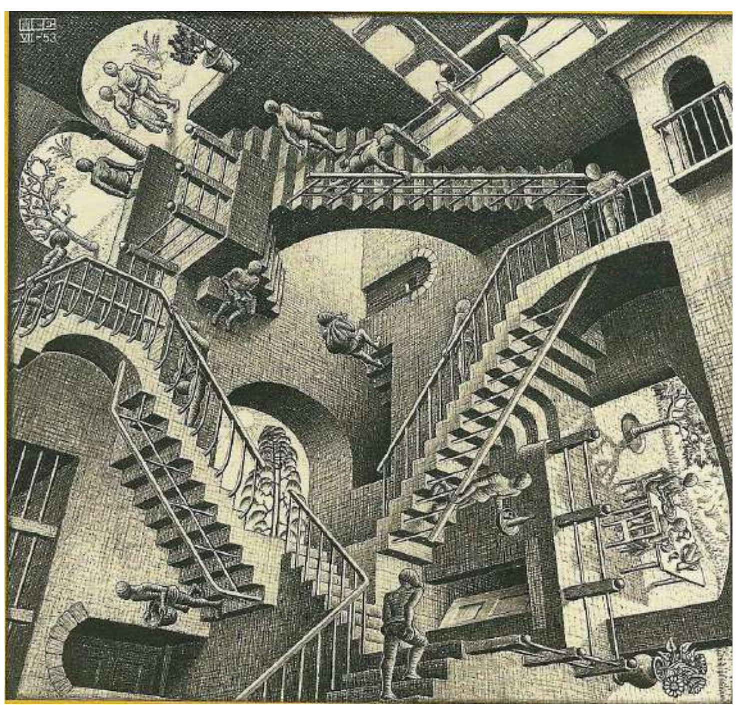
2. ENSINO DA MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA HISTÓRICA: A Coexistência entre Passado, Presente e Futuro

O ensino da matemática sob uma perspectiva histórica é essencial para a compreensão do desenvolvimento desta ciência como um processo cumulativo e contínuo, marcado pela contribuição de diversas civilizações ao longo dos séculos. Tal abordagem permite evidenciar que os avanços contemporâneos, como a criptografia, a inteligência artificial e a matemática computacional em geral, assim como toda a matemática, são frutos de uma longa trajetória de construção coletiva do conhecimento. Conforme as ideias de Bishop (1988), desde os primeiros registros da humanidade, a habilidade de contar, medir, localizar, explicar, desenhar e jogar, já se apresentavam como práticas fundamentais presentes em todas as culturas humanas e serviram, e ainda servem, como base para o desenvolvimento da matemática.

É importante ressaltar que essa abordagem histórica, não apenas resgata o contexto cultural e social em que as ideias matemáticas emergiram, mas também evidencia como o conhecimento matemático é permeado por avanços, revisões e até erros que contribuíram para a matemática como a conhecemos hoje em dia. De acordo com D'Ambrósio (2019), a história da matemática permite compreender a ciência em sua dimensão humana, destacando que os conceitos não surgem de forma isolada, mas em resposta às necessidades e desafios de cada época. Ao enfrentar situações inéditas, os indivíduos mobilizam experiências prévias, adaptando-as às novas circunstâncias e, dessa forma, incorporam à memória novos conhecimentos e práticas. Conforme D'Ambrósio (2019), esse processo de adaptação é potencializado por um elaborado sistemas de comunicação, que permite o compartilhamento, transmissão e disseminação de modos de agir e resolver problemas. Embora o conhecimento seja inicialmente gerado de forma individual, a interação com o outro promove o fenômeno da comunicação, uma das características que distingue a espécie humana das demais espécies.

A perspectiva histórica no ensino da matemática também contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico dos estudantes, pois os ajuda a compreender que o progresso científico não é linear e que erros são partes fundamentais no processo de construção do conhecimento. Por exemplo, as dificuldades enfrentadas pelos gregos antigos ao lidar com números irracionais, o lento reconhecimento do conceito de zero pelas civilizações ocidentais e as controvérsias em torno do cálculo infinitesimal nos séculos XVII e XVIII ilustram como o conhecimento evolui por meio de impasses e debates. Os conhecimentos matemáticos podem ser comparados a degraus que compõem uma escada, simbolizando o caráter progressivo e cumulativo. Considerando a pluralidade de caminhos e atemporalidade dos conteúdos matemáticos, essa escada, denominada matemática, pode ser analogamente representada pela obra "*Relatividade*" de Escher, cujas as composições exploram perspectivas infinitas e realidades interconectadas, refletindo a complexidade e a profundidade do raciocínio matemático.

Figura 1: Obra "Relatividade" de 1953 do artista M. C. Escher



Fonte: O Mundo Mágico de Escher

Olhar para o passado de forma reflexiva nos ajuda, não apenas a evitar a repetição de erros, mas também a compreender o presente e, a partir disso, construir novos degraus rumo ao futuro. O estudo da história da matemática contribui para formar cidadãos críticos, capazes de contextualizar o conhecimento científico e usá-lo para a resolução de problemas atuais e formulação de novos problemas futuros. Portanto, ensinar matemática por meio de sua historicidade é, como sugere D'Ambrósio (2019), uma maneira de humanizar o ensino de matemática, promovendo a aquisição de competências técnicas e uma visão ampla e reflexiva sobre o papel da matemática na sociedade. Sob essa ótica, este trabalho dedica-se ao estudo da história de Arquimedes, enfatizando suas contribuições para o avanço do conhecimento matemático.

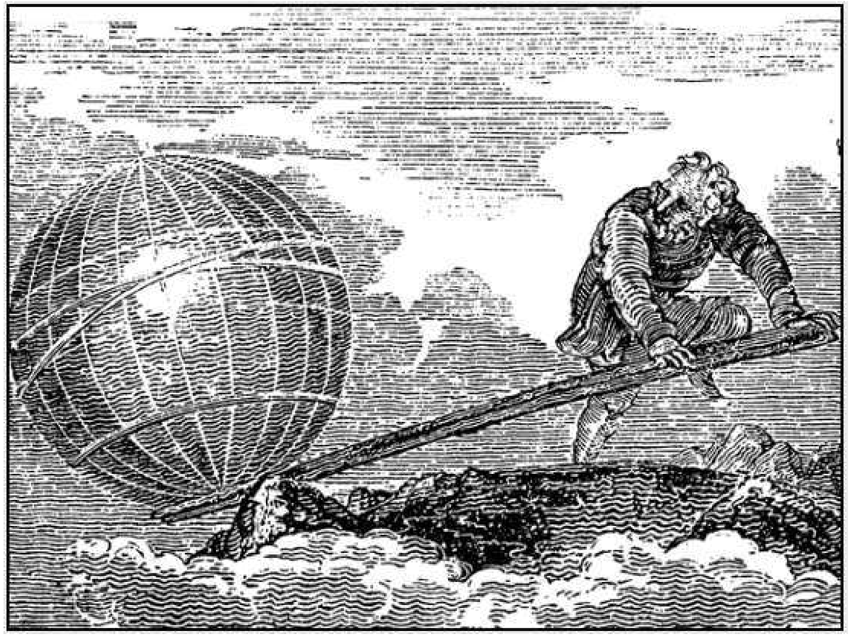
3. HISTÓRIA DE ARQUIMEDES E SUAS CONTRIBUIÇÕES

"Dêem-me um ponto de apoio e uma alavanca e moverei o mundo"

(Arquimedes)

A famosa frase atribuída a Arquimedes refere-se a sua obra sobre a lei da alavanca que faz parte de seu tratado, em dois volumes, *Sobre o equilíbrio dos planos*. Embora não tenha sido o primeiro a utilizar uma alavanca, Arquimedes foi o pioneiro em formular a lei geral que descreve seu funcionamento, estabelecendo um fundamento essencial para a mecânica. Em termos matemáticos, a lei da alavanca estabelece que um peso P_A, aplicado a uma distância d_A do plano vertical que passa pelo fulcro, pode equilibrar outro peso P_B, aplicado a uma distância d_B do mesmo plano, desde que a relação $\frac{P_A}{P_B} = \frac{d_B}{d_A}$ seja respeitada. As palavras de Arquimedes ecoam a essência de um dos maiores pensadores da Antiguidade, cuja as descobertas mudariam para sempre a nossa compreensão da física e da matemática.

Figura 2: Um artista desconhecido mostra como Arquimedes usa uma alavanca no globo.

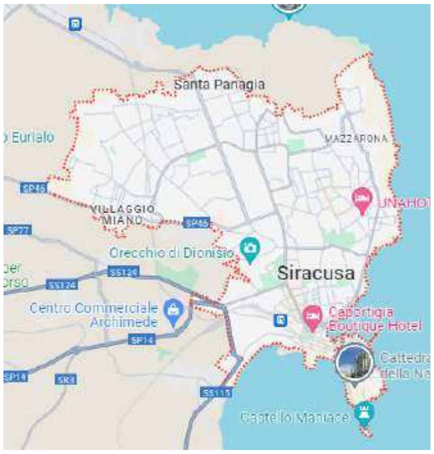


Fontes: A lei da alavanca | KNIPEX.

Nascido na cidade de Siracusa, na ilha de Sicília, na Itália, entre 287 e 212 a.C., Arquimedes foi um gênio, do qual as contribuições ultrapassaram os limites do tempo, ressoando até os dias atuais. Ainda que o tempo tenha apagado alguns detalhes sobre sua vida, as informações dispostas em seus tratados, são suficientes para que Arquimedes seja considerado um dos principais cientistas da Antiguidade. Além disso, nota-se que Arquimedes teve uma participação importante e decisiva para o surgimento da ciência moderna, gerando influências em Galileu Galilei e Isaac Newton.

De acordo com Assis (2008), o nome 'Arquimedes' é formado por duas raízes etimológicas: *arché*, que denota princípio, domínio ou causa original, e *mêdos*, que remete a mente, pensamento ou intelecto. Considerando que, na Grécia Antiga, era usual interpretar os nomes de trás para frente, a tradução literal de “Arquimedes" poderia ser compreendida como “a mente do princípio”.

Figura 3: Cidade de Siracusa.



Fonte: Recorte do Google Maps

Figura 4: Mapa da Itália como a marcação da cidade de Siracusa.

Fonte: Recorte do Google Maps

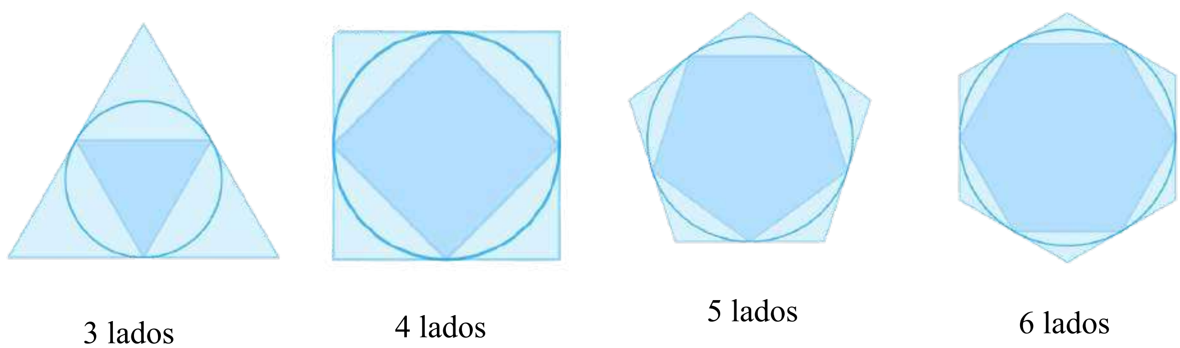
Uma das lendas famosas sobre a genialidade de Arquimedes é narrada por Vitrúvio (90 - 20 a.C) em seu livro sobre arquitetura. A história está relacionada ao princípio fundamental da hidrostática, popularmente conhecida como princípio de Arquimedes. Conforme Mach (1960, p. 107) e Assis (1996):

> Embora Arquimedes tenha descoberto muitas coisas curiosas que demonstram grande inteligência, aquela que vou mencionar é a mais extraordinária. Quando obteve o poder real em Siracusa, Hierão mandou, devido a uma afortunada mudança em sua situação, que uma coroa votiva de ouro fosse colocada em um certo templo para os deuses imortais, que fosse feita de grande valor, e designou para este fim um peso apropriado do metal para o fabricante. Este, em tempo devido, apresentou o trabalho ao rei, lindamente forjado; e o peso parecia corresponder com aquele do ouro que havia sido designado para isto. Mas ao circular um rumor de que parte do ouro havia sido retirada, e que a quantidade que faltava havia sido completada com prata, Hierão ficou indignado com a fraude e, sem saber o método pelo qual o roubo poderia ser detectado, solicitou que Arquimedes desse sua atenção ao problema. Encarregado deste assunto, ele foi por acaso a um banho, e ao entrar na banheira percebeu que na mesma proporção em que seu corpo afundava, saía água do recipiente. De onde, compreendendo o método a ser adotado para a solução da proposição, ele o perseguiu persistentemente no mesmo instante, saiu alegre do banho e, retornando nu para casa, gritou em voz alta que havia encontrado o que estava procurando, pois continuou exclamando, eureca, eureca (encontrei, encontrei)!”

Embora o princípio de Arquimedes tenha sido, originalmente, obtido a partir da observação experimental, sua validade pode ser confirmada por meio de análises teóricas: *Todo corpo mergulhado num fluido fica submetido a uma força (empuxo) de baixo para cima igual ao peso do volume de fluido deslocado pelo corpo e cuja direção passa pelo ponto onde se* *encontrava o centro de gravidade do fluido deslocado*. A verificação mais recorrente desse princípio baseia-se na diferença de pressão entre dois pontos de um fluido em equilíbrio.

Entre suas inúmeras realizações, outra descoberta que se destaca é a relação aproximada entre a circunferência e o diâmetro de um círculo, uma constante que revolucionaria a matemática e seria mais tarde designada pela letra grega π, introduzida pelo matemático galês William Jones em 1707. O método de exaustão utilizado por Arquimedes, é uma abordagem matemática que busca determinar o valor aproximado de π por meio da inscrição e circunscrição de polígonos regulares. À medida que o número de lado dos polígonos aumenta, os perímetros desses convergem para o comprimento da circunferência de raio 1, ou seja, 2π.

Figura 5: Método de Exaustão

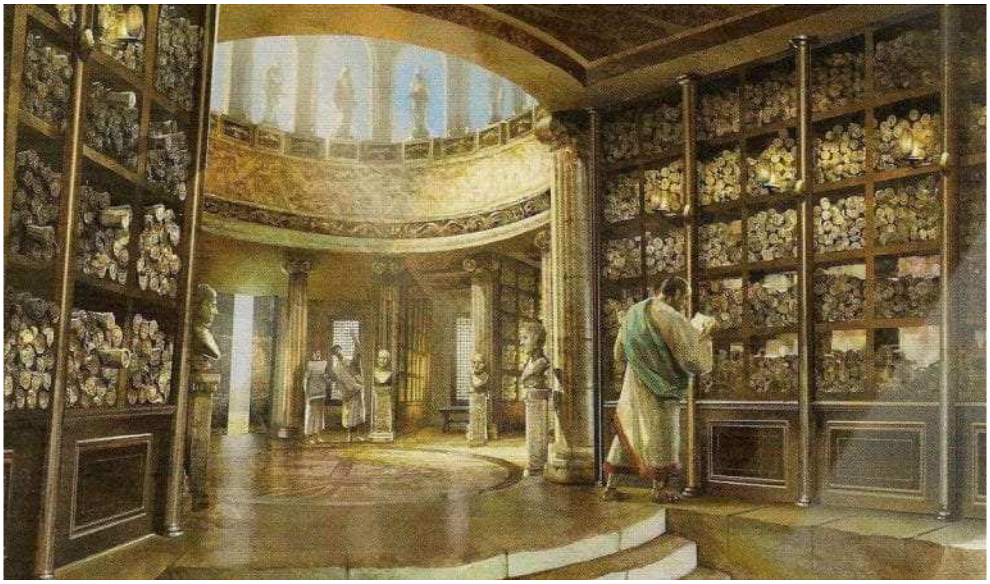


Fonte: Produzidas pela autora

De acordo com Boyer e Merzbach (2011), Arquimedes foi um dos primeiro estudiosos a utilizar métodos que, posteriormente, dariam origem ao cálculo integral, demonstrando uma habilidade excepcional em combinar a matemática teórica e abstrata com aplicações práticas e utilitária, muito antes das formalizações de Isaac Newton e Gottfried Leibniz. Os trabalhos de Arquimedes sobre quadraturas e sua abordagem metódica para medir áreas e volumes estabeleceram fundamentos que seriam essenciais para o desenvolvimento, futuramente, da matemática moderna.

Ao longo de sua vida, Arquimedes frequentou a Biblioteca de Alexandria, um dos maiores centros de conhecimento do mundo antigo, onde teve a oportunidade de interagir com os grandes matemáticos e filósofos de sua época. Fascinado pela beleza do conhecimento físico-matemático, desenvolveu tratados e invenções que contribuíram significativamente com o avanço científico. Foi na efervescência intelectual de Alexandria que Arquimedes entrou em contato com os trabalhos de Euclides, o autor de *Os Elementos*. A influência da obra de Euclides sobre Arquimedes é evidente em seus estudos sobre uma classe especial de poliedros que podem ser derivados dos poliedros de Platão, os quais foram estudados em *Os Elementos*.

Figura 6: Representação da antiga biblioteca de Alexandria.

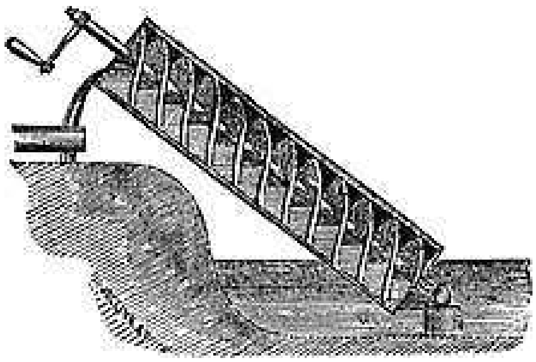


Fonte: [Conheça a biblioteca de Alexandria: uma das mais importantes do mundo]

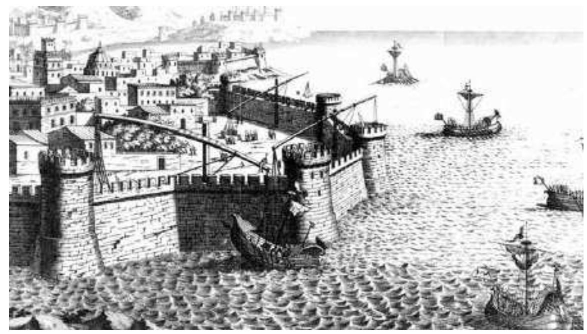
Arquimedes dedicou-se a explorar as propriedades desses sólidos, que posteriormente seriam conhecidos como Poliedros de Arquimedes. Esses poliedros, que somam treze no total, são caracterizados por processos geométricos específicos, como snubificação, truncamento e expansão. Os estudos de Arquimedes evidenciam, não apenas a sua genialidade, mas também, a matemática como uma construção histórica, se apoiando em uma matemática já existente para alcançar novos resultados. A matemática, portanto, não é apenas um conjunto de regras e fórmulas, mas uma narrativa em contínua expansão, construída pelas mãos de muitos ao longo da história. Assim como os que vieram antes de Arquimedes serviram de base para seus estudos, os que vieram posteriormente a ele, se apoiaram em suas descobertas para expandir o conhecimento matemático.

Durante sua vida, Arquimedes desempenhou um papel importante na defesa de Siracusa, utilizando suas invenções para ajudar a cidade a resistir aos ataques dos romanos. Entre suas invenções estão a roldana composta, que facilitava a elevação de grandes pesos; lentes convexas que serviam como canhões de luz e; um planetário que modelava os movimentos celestes. Além disso, ele projetou catapultas que foram fundamentais na defesa da cidade. Tornando-se inimigos declarado de Roma.

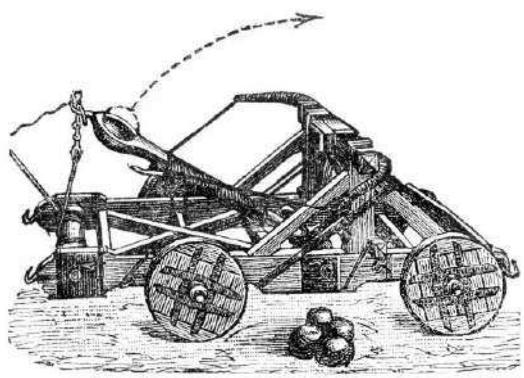
Figura 7: Invenções de Arquimedes



O parafuso de Arquimedes.



Roldanas e alavancas sendo usadas na defesa de Siracusa.



Catapultas de Arquimedes.

Ilustração de Arquimedes utilizando lentes convexas como "canhões de luz".

Fonte: Invenções de Arquimedes para crianças

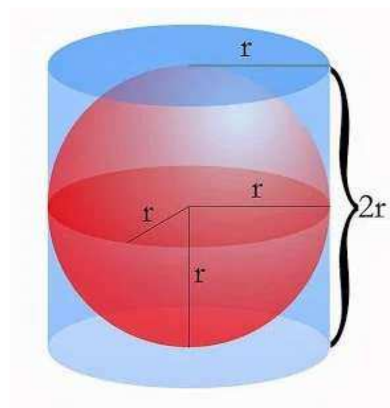
No auge do cerco de Siracusa, um homem se destacou não como guerreiro, mas como um gênio. Arquimedes se encontrará na praia, traçando sobre a areia seus cálculos, quando foi surpreendido por um soldado romano que violou as ordens, para que poupasse a vida de Arquimedes, de seu general Marcelo. Ao ser surpreendido pelo soldado, Arquimedes proferiu, o que seriam suas últimas palavras, "*Não perturbe meus círculos*". Em meio a guerra, era assassinado um dos maiores pensadores da Antiguidade.

Em seu túmulo, foi esculpido uma escultura ilustrando sua demonstração matemática favorita, consistindo em uma esfera e um cilindro de mesma altura e diâmetro. No cilindro equilátero circunscrito na esfera de raio r, a altura do cilindro é igual ao diâmetro do cilindro, que também será igual ao diâmetro da esfera, ou seja, $h = 2r$, dessa relação, Arquimedes demonstrou que o volume e a área da superfície da esfera são dois terços do volume e da área do cilindro, respectivamente.

Figura 8: Túmulo de Arquimedes, localizado próximo a ágora de Necrópole.

Fonte: Internet

Figura 9: Cilindro equilátero circunscrito à esfera.



Fonte: Internet

3.1. SÓLIDOS DE PLATÃO

Os Poliedros de Arquimedes são obtidos realizando transformações matemáticas específicas nos Poliedros de Platão, como truncamento, snubificação e expansão. Os sólidos platônicos são poliedros regulares que satisfazem a relação de Euler: $Vértices + Faces = 2 + Arestas$. Um poliedro regular é todo poliedro convexo que possui: em todas as suas faces polígonos regulares congruentes entre si; todos os seus ângulos poliédricos são regulares e congruentes entre si e; de cada um de seus vértices partem o mesmo número de arestas. De acordo com (Lima et alii, 2006, p. 232-233):

> Um poliedro é uma reunião de um número finito de polígonos planos chamados *faces* onde: a) Cada lado de um desses polígonos é também lado de um, e apenas um, outro polígono; b) A interseção de duas faces quaisquer ou é um lado comum, ou é um vértice ou é vazia - Cada lado de um polígono, comum a exatamente duas faces, é chamado uma *aresta* do poliedro e cada vértice de uma face é um *vértice* do poliedro - e; c) É sempre possível ir de um ponto de uma face a um ponto de qualquer outra, sem passar por nenhum vértice (ou seja, cruzando apenas arestas).

Além disso, um poliedro é convexo se qualquer reta não paralela a nenhuma de suas faces o corta em, no máximo, dois pontos.

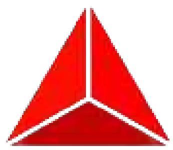
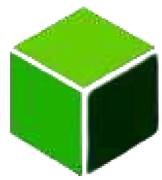
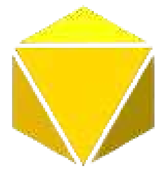
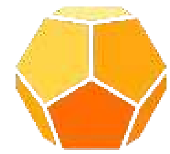
Os sólidos platônicos, conhecidos muito antes de Platão pelos pitagóricos e babilônios, ganharam uma nova perspectiva na filosofia de Platão. Esses cinco sólidos são chamados de "platônicos" porque Platão os apresentou em seu diálogo *Timeu*, onde esboça uma cosmologia usando a metáfora da geometria plana e dos sólidos. Platão associou cada um desses cinco poliedros a um dos elementos fundamentais da natureza: fogo, terra, ar, água e o cosmos. Ele acreditava que o universo tinha sido formado a partir dessas formas geométricas, criando uma simetria perfeita entre a matemática e o mundo natural.

Figura 10: Os poliedros de Platão associados aos elementos fundamentais da natureza, respectivamente, tetraedro (fogo), hexaedro (terra), octaedro (ar), icosaedro (água) e dodecaedro (cosmos).

Fonte: Produzido pela autora.

Um poliedro é chamado de Platão se satisfaz três condições: i) Todas as faces possuem o mesmo número de arestas; ii) Todos os vértices são pontos onde concorrem o mesmo número de arestas e; iii) O poliedro é euleriano, ou seja, satisfazem a relação de Euler. Os cinco poliedros acima atendem a essas condições, sendo assim, são platônicos. Além disso, é possível mostrar que existem apenas cinco poliedros platônicos, fato esse que foi demonstrado por Euclides no livro *Os Elementos*, para a demonstração é necessária a proposição, segundo a qual a soma dos ângulos que incidem num mesmo vértice é inferior a 360°.

Como os poliedros de Platão, constituem a base dos poliedros de Arquimedes, torna-se essencial, como ponto de partida, apresentar os chamados sólidos platônicos. Esses sólidos regulares são: o tetraedro, o hexaedro ou cubo, o octaedro, o icosaedro e o dodecaedro.

POLIEDROS DE PLATÃO					
POLIEDROS	 Tetraedro	 Hexaedro	 Octaedro	 Icosaedro	 Dodecaedro
VÉRTICES	4	8	6	12	20
FACES	4 triângulos equiláteros	6 quadrados	8 triângulos equiláteros	20 triângulos equiláteros	12 pentágonos regulares
ARESTAS	6	12	12	30	30

Teorema: *Existem cinco, e somente cinco, poliedros regulares convexos.*

Uma maneira intuitiva de verificar a validade do teorema é por meio da análise de sua construção. Os sólidos platônicos são definidos como aqueles formados exclusivamente por polígonos regulares congruentes.

Para triângulos equiláteros:

→ Dois triângulos equiláteros: não é viável formar um vértice, pois um ângulo sólido requer a interseção de três planos.

→ Três triângulos equiláteros: a soma dos ângulos internos dos triângulos adjacentes em torno do vértice é inferior a 360°, totalizando 180°, resultando no **tetraedro**.

→ Quatro triângulos equiláteros: a soma dos ângulos internos dos triângulos adjacentes em torno do vértice é inferior a 360°, totalizando 240°, resultando no **octaedro**.

→ Cinco triângulos equiláteros: a soma dos ângulos internos dos triângulos adjacentes em torno do vértice é inferior a 360°, totalizando 300°, resultando no **icosaedro**.

→ Seis triângulos equiláteros: a soma dos ângulos internos dos triângulos adjacentes em torno do vértice é igual a 360°, impossibilitando a formação de um ângulo sólido, pois os triângulos permaneceriam coplanares.

Para quadrados:

→ Dois quadrados: não é viável formar um vértice, pois um ângulo sólido requer a interseção de três planos.

→ Três quadrados: a soma dos ângulos internos dos quadrados adjacentes em torno do vértice é inferior a 360°, totalizando 270°, resultando no **hexaedro**.

→ Quatro quadrados: a soma dos ângulos internos dos quadrados adjacentes em torno do vértice é igual a 360°, impossibilitando a formação de um ângulo sólido, pois os quadrados permaneceriam coplanares.

Para pentágonos regulares:

→ Dois pentágonos regulares: não é viável formar um vértice, pois um ângulo sólido requer a interseção de três planos.

→ Três pentágonos regulares: a soma dos ângulos internos dos pentágonos regulares adjacentes em torno do vértice é inferior a 360°, totalizando 324°, resultando no **dodecaedro**.

→ Quatro pentágonos regulares: a soma dos ângulos internos dos pentágonos regulares adjacentes em torno do vértice é superior a 360°, impossibilitando a formação de um ângulo sólido.

Para hexágonos regulares: o uso de hexágonos regulares não permite a construção de sólidos platônicos. Isso ocorre porque três hexágonos adjacentes em torno de um ponto supostamente correspondente a um vértice preenchem completamente o plano, uma vez que a soma de seus ângulos internos é exatamente 360°, impedindo a formação de um ângulo sólido

3.2. SÓLIDOS DE ARQUIMEDES

Os sólidos arquimedianos são poliedros convexos cujas faces são polígonos semi-regulares de mais de um tipo. Todos os seus vértices são congruentes. Além disso, todo vértice pode ser transformado em outro vértice por uma simetria. Existem apenas treze poliedros arquimedianos e são todos obtidos por operações sobre os sólidos platônicos e também satisfazem a relação de Euler. A característica chave destes sólidos é que cada face é um polígono regular e, em volta de cada vértice, os mesmos polígonos aparecem na mesma sequência.

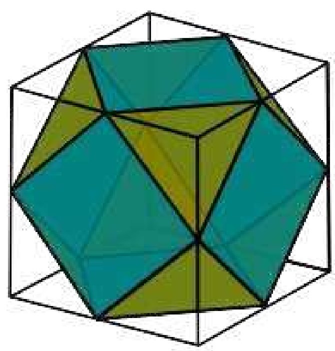
3.2.1 TRUNCAMENTO

O truncamento consiste em dividir as arestas do poliedro em partes iguais e construir nesses pontos novos vértices, temos o tipo-1 e tipo-2

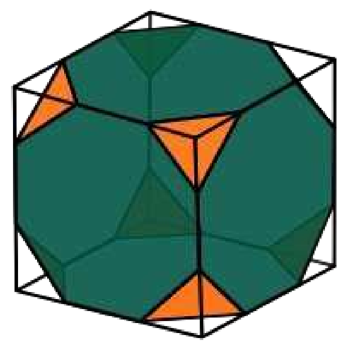
Tipo 1: O corte é feito pelos pontos médios das arestas que concorrem no mesmo vértice

Tipo 2: O corte é feito de tal forma que a face do novo poliedro seja um polígono regular que tenha o dobro do número de lados da face do poliedro primitivo, ou seja, antes do corte.

Figura 11: Exemplos de Truncamento nos poliedros de Platão.



Truncamento Tipo-1 realizado no Hexaedro para obter o Cuboctaedro



Truncamento Tipo-2 realizado no Hexaedro para obter o Cubo Truncado

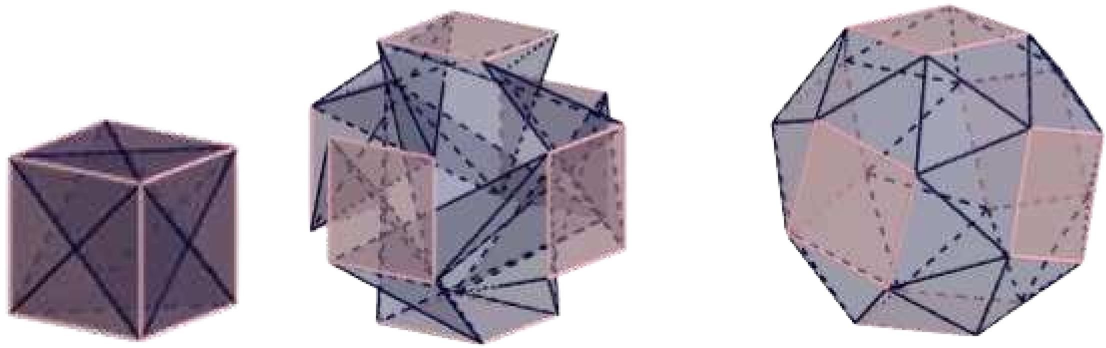
Fonte: José Ribamar Neves

O número de faces do sólido truncado é $f_t = f_\theta + v_\theta$, em que f_θ é o número de faces original e v_θ o número de vértices do original. Neste caso, o número de faces do novo poliedro é maior.

3.2.2 SNUBIFICAÇÃO

A snubificação de um poliedro regular é uma operação que consiste em afastar todas as faces desse poliedro, rotacionando-as ou não, e preenchendo os espaços vazios com polígonos regulares, não necessariamente congruentes. No caso de haver rotação, essa operação é chamada simplesmente de snubificação. Quando não houver rotação, a snubificação é conhecida como expansão.

Figura 12: Snubificação realizada no Hexaedro para obtenção do Cubo Snub.



Hexaedro

Afastando as faces do Hexaedro

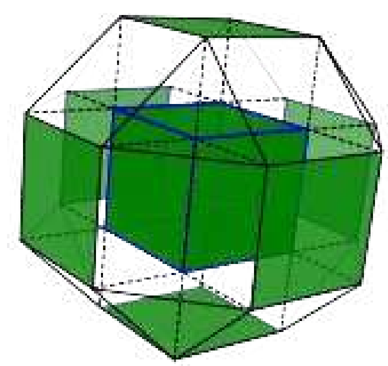
Após afastar as faces, rotacionamos as faces e preenchemos os espaços vazios com triângulos equiláteros

Fonte: Derivando a matemática, Geogebra

3.2.3 EXPANSÃO

A expansão é o processo pelo qual todas as faces de um poliedro são movidas para fora, mantendo-se paralelas às suas posições originais, e novas faces são inseridas nos lugares das arestas originais.

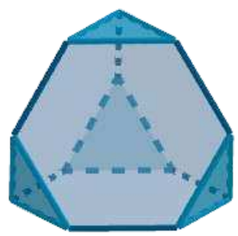
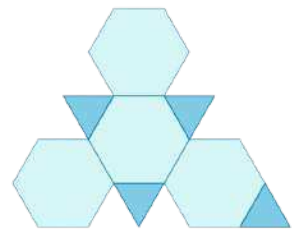
Figura 13: Exemplo de Expansão nos poliedros de Platão.

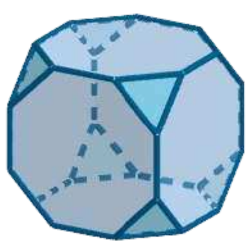
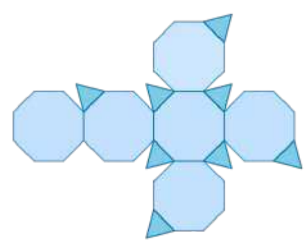


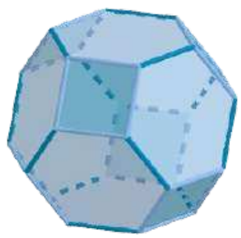
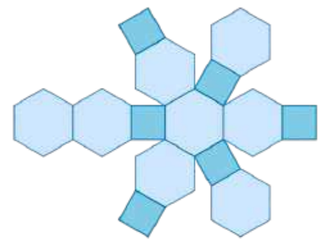
Expansão das faces do hexaedro realizado para obter o Rombicuboctaedro

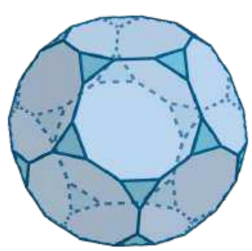
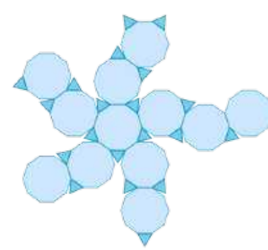
Fonte: José Ribamar Neves

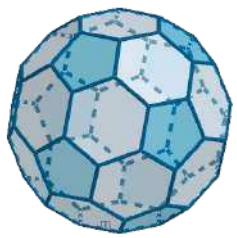
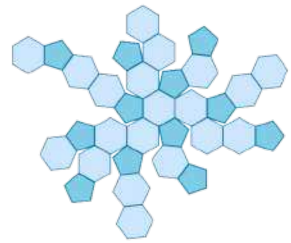
3.3. CARACTERÍSTICAS DOS SÓLIDOS

TETRAEDRO TRUNCADO	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	
Características **Vértices:** 12 **Faces:** 8 (4 triângulos equiláteros e 4 hexágonos regulares) **Arestas:** 18 É obtido através do truncamento tipo-2 feito no tetraedro regular. Em cada vértice há o encontro de 2 hexágonos e 1 triângulo.	

CUBO TRUNCADO	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	
Características **Vértices:** 24 **Faces:** 14 (8 triângulos equiláteros e 6 octógonos regulares) **Arestas:** 36 É obtido através do truncamento tipo-2 feito no cubo (hexaedro). Em cada vértice há o encontro de um triângulo e 2 octógonos.	

OCTAEDRO TRUNCADO	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	
Características **Vértices:** 24 **Faces:** 14 (6 quadrados e 8 hexágonos regulares) **Arestas:** 36 É obtido através do truncamento tipo-2 feito no octaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado e 2 hexágonos.	

DODECAEDRO TRUNCADO	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	
Características **Vértices:** 60 **Faces:** 32 (20 triângulos equiláteros e 12 decágonos regulares) **Arestas:** 90 É obtido através do truncamento tipo-2 feito no dodecaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 triângulo e 2 decágonos.	

ICOSAEDRO TRUNCADO	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	

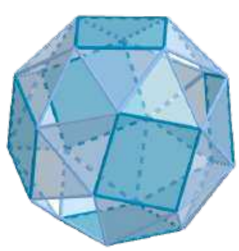
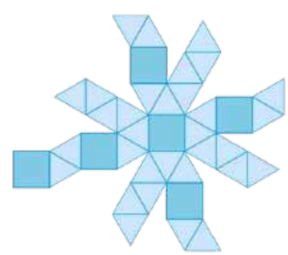
Características

Vértices: 60

Faces: 32 (12 pentágonos regulares e 20 hexágonos regulares)

Arestas: 90

O Icosaedro Truncado é obtido através do truncamento tipo-2 feito no icosaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 pentágono e 2 hexágonos.

CUBO SNUB	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	

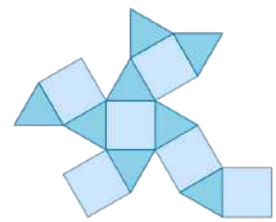
Características

Vértices: 24

Faces: 38 (32 triângulos equiláteros e 6 quadrados)

Arestas: 60

Fazendo a snubificação no cubo ou no octaedro regular, obtemos o cubo snub (ou cuboctaedro snub). Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado e 4 triângulos.

CUBOCTAEDRO	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	

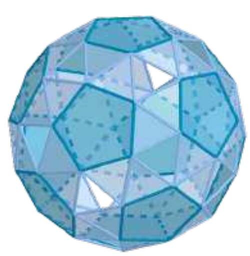
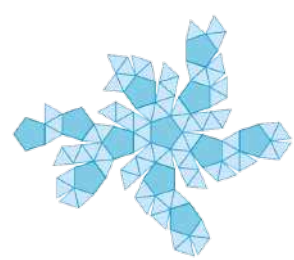
Características

Vértices: 12

Faces: 14 (8 triângulos equiláteros e 6 quadrados)

Arestas: 24

Fazendo o truncamento tipo-1 no cubo ou no octaedro regular, obtemos o cuboctaedro. Em cada vértice há o encontro de 2 quadrados e 2 triângulos.

DODECAEDRO SNUB	
Sólido Arquimediano	**Planificação**
	

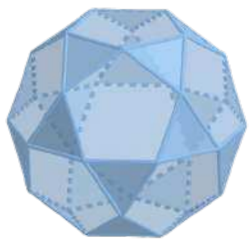
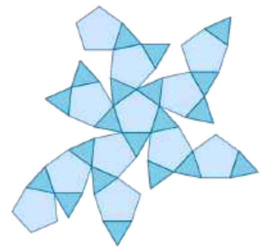
Características

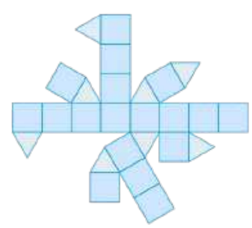
Vértices: 60

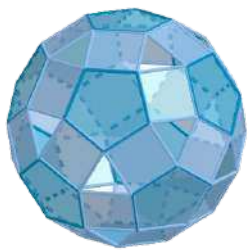
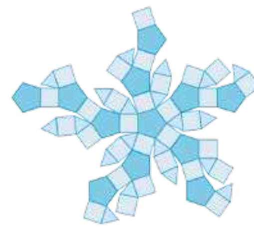
Faces: 92 (80 triângulos equiláteros 12 pentágonos regulares)

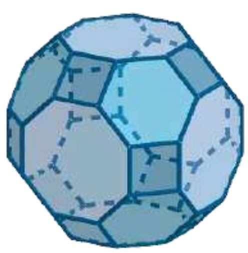
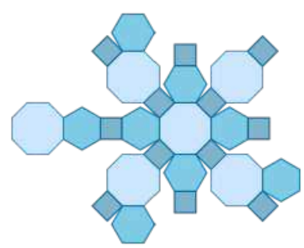
Arestas: 150

Fazendo a snubificação no dodecaedro regular ou no icosaedro regular, obtemos o dodecaedro snub (ou icosidodecaedro snub). Em cada vértice há o encontro de 1 pentágono e 4 triângulos.

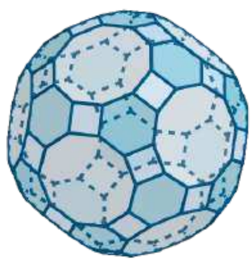
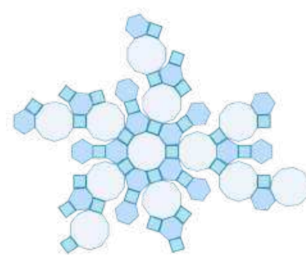
<table>
<tr><th colspan="2">ICOSIDODECAEDRO</th></tr>
<tr><th>Sólido Arquimediano</th><th>Planificação</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Características
Vértices: 30
Faces: 32 (20 triângulos equiláteros e 12 pentágonos regulares)
Arestas: 60
Fazendo o truncamento tipo-1 no dodecaedro regular ou no icosaedro regular, obtemos o Icosidodecaedro. Em cada vértice há o encontro de 2 triângulos e 2 pentágonos.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">ROMBICUBOCTAEDRO</th></tr>
<tr><th>Sólido Arquimediano</th><th>Planificação</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Características
Vértices: 24
Faces: 26 (8 triângulos equiláteros e 18 quadrados)
Arestas: 48
Fazendo a expansão no cubo ou no octaedro regular, obtemos o rombicuboctaedro. Em cada vértice há o encontro de 3 quadrados e 1 triângulo</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">ROMBICOSIDODECAEDRO</th></tr>
<tr><td>Sólido Arquimediano</td><td>Planificação</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Características
Vértices: 60
Faces: 62 (20 triângulos equiláteros, 30 quadrados e 12 pentágonos regulares)
Arestas: 120
Fazendo a expansão no dodecaedro regular ou no icosaedro regular, obtemos o rombicosidodecaedro (ou pequeno rombicosidodecaedro). Em cada vértice há o encontro de 1 triângulo, 1 pentágono e 2 quadrados.</td></tr>
</table>

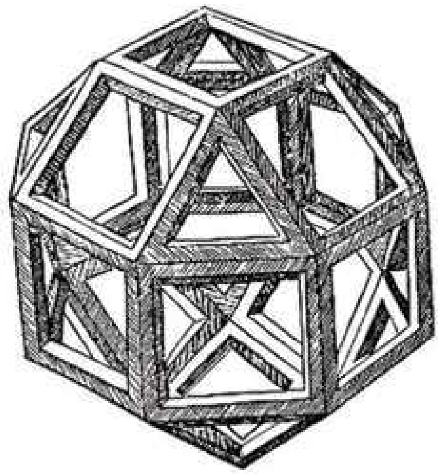
<table>
<tr><th colspan="2">CUBOCTAEDRO TRUNCADO</th></tr>
<tr><td>Sólido Arquimediano</td><td>Planificação</td></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Características
Vértices: 48
Faces: 26 (12 quadrados, 8 hexágonos regulares e 6 octógonos regulares)
Arestas: 72
É obtido através de um truncamento feito no cuboctaedro. Em cada vértice há o encontro de 1</td></tr>
</table>

quadrado, 1 hexágono e 1 octógono.

<table>
<tr><th colspan="2">ICOSIDODECAEDRO TRUNCADO</th></tr>
<tr><th>Sólido Arquimediano</th><th>Planificação</th></tr>
<tr><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">Características
Vértices: 120
Faces: 62 (30 quadrados, 20 hexágonos regulares e 12 decágonos regulares)
Arestas: 180
Fazendo o truncamento tipo-2 no Icosidodecaedro, vamos obter o icosidodecaedro truncado ou (grande rombicosidodecaedro). Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado, 1 hexágono e 1 decágono.</td></tr>
</table>

Os escritos originais de Arquimedes sobre estes poliedros foram perdidos ao longo do tempo, fazendo com que a descoberta destes poliedros ficasse “oculta” durante a história da matemática. Os poliedros de Arquimedes foram redescobertos durante o renascimento. Em 1619, na obra “Harmonices Mundi”, Johannes Kepler apresentou um estudo sistematizado sobre os sólidos arquimedianos. Em um dos livros de Luca Pacioli, *Divina Proportione*, aparecem desenhos de poliedros, em particular os arquimedianos, de autoria de Leonardo da Vinci.

Figura 14: Rombicuboctaedro desenhado por Leonardo da Vinci.



Fonte: Internet

Uma curiosidade sobre o uso destes poliedros é na confecção de bolas de futebol: na copa mundial de 1970 o mundo do futebol começou a utilizar uma bola confeccionada com pentágonos e hexágonos. Esta estrutura poliédrica chama-se icosaedro truncado, e é constituída de 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais.

Figura 15: Poliedro de Arquimedes, Icosaedro truncado, ao lado da bola de futebol usada na copa de 1970.

Fonte: Produzido pelo Autor

Teorema: *Existem treze poliedros arquimedianos convexos*

4. UTILIZAÇÃO DE SOFTWARE PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA: GEOGEBRA

Os debates sobre o uso de tecnologias digitais no ensino de matemática ganharam força na segunda metade do século XX, acompanhando os avanços computacionais. Nesse período, o surgimento de computadores pessoais e a ampliação do acesso à internet trouxeram novas possibilidades para a educação. Ferramentas como calculadoras gráficas e softwares educacionais começaram a ser utilizados para facilitar a visualização de conceitos matemáticos complexos, enquanto a comunicação digital permitiu a criação de comunidades de aprendizagem que transcendem as fronteiras físicas das escolas. Essas inovações marcaram o início de uma transformação profunda nos métodos de ensino, desafiando os modelos tradicionais. No entanto, mesmo após décadas de evolução tecnológica, a integração de softwares no ensino da matemática ainda enfrenta resistência em determinados contextos educacionais.

Essa resistência é especialmente evidente em escolas localizadas em regiões com infraestrutura limitada, onde o acesso a dispositivos eletrônicos e à internet é escasso. Além disso, em comunidades escolares mais tradicionais, há uma preocupação de que a adoção de tecnologias possa desvalorizar os métodos convencionais de ensino, que são vistos como essenciais para a formação de bases matemáticas sólidas. Outro fator relevante é a falta de capacitação adequada para professores, o que dificulta o uso efetivo dessas ferramentas em sala de aula. Segundo Borba e Penteado (2019), um dos discursos contrários à inserção das tecnologias digitais nas escolas é o de que isso poderia trazer riscos à aprendizagem dos alunos, tornando-os meros repetidores de tarefas. Por outro lado, um argumento utilizado a favor é a visão do "computador" como solução para todos os problemas educacionais. Obviamente, nenhum dos extremos é saudável; é necessário encontrar um equilíbrio, sem desprezar os métodos considerados "antigos", mas, sim, adaptando e integrando as tecnologias digitais à realidade contemporânea no ensino.

As tecnologias digitais surgem em resposta às necessidades de praticidade em diversos setores da sociedade, demandando mudanças na estruturação do ensino dos conteúdos escolares. Os estudantes estão imersos em um mundo repleto de tecnologias. Desde o uso de celulares para comunicação até plataformas de ensino online, a tecnologia influencia diretamente a forma como os indivíduos consomem informações e interagem com o conhecimento. Conforme Pischetola (2016, p. 5):

> Tendo crescido completamente imersas nas tecnologias da informação e da comunicação, as novas gerações não conseguem imaginar como seria aprender fora do mundo digital, onde as oportunidades de participação, criação e compartilhamento são inúmeras e cada vez mais sofisticadas.

Essa realidade exige que o sistema escolar incorpore tecnologias digitais que sejam capazes de preparar os estudantes para um futuro cada vez mais digital. Iniciativas como o Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo), criado em 1997 no Brasil, têm demonstrado o potencial de sucesso ao prover escolas com equipamentos e capacitação para professores, promovendo o uso pedagógico de recursos digitais. Além disso, a lei n° 14.533/2023, sancionada em 11 de janeiro de 2023, institui a Política Nacional de Educação Digital (PNED) e tem como objetivos: a inclusão digital; a educação digital escolar; a capacitação e especialização digital e; a pesquisa e desenvolvimento em Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs). Essas políticas destacam a importância de integração entre investimentos em infraestrutura, formação docente e adaptação curricular para maximizar os benefícios das tecnologias no ambiente escolar. Segundo Borba e Penteado (2019):

> O acesso à informática deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e particulares o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma "alfabetização tecnológica". [...] Desse modo, o acesso à informática na educação deve ser visto não apenas como um direito, mas como parte de um projeto coletivo que prevê a democratização de acesso à tecnologias desenvolvidas por essa sociedade. É dessas duas formas que a informática na educação deve ser justificada: alfabetização tecnológica e direito ao acesso.

Ao analisarmos o ensino da geometria ao longo das últimas décadas, percebemos que, quando abordada, a geometria tem sido tradicionalmente limitada ao uso de livros didáticos e do quadro negro. Montenegro (2015) ressalta que essa abordagem restrita contribui para uma visão limitada da geometria, levando muitos a considerarem a disciplina como "estéril e chata". Em uma perspectiva mais ampla, D'Ambrósio aponta que a matemática é, na verdade, uma resposta às necessidades de sobrevivência e transcendência, refletindo a busca existencial da espécie. Conforme D'Ambrósio (1996, p. 31):

> É muito difícil motivar com fatos e situações do mundo atual uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em virtude dos problemas de então, de uma realidade, de percepções, necessidades e urgências que nos são estranhas. Do ponto de vista de motivação contextualizada, a matemática que se ensina hoje nas escolas é morta. Poderia ser tratada como um fato histórico.

Para a geometria, a situação não é diferente. A etimologia da palavra já evidencia sua origem. Como discutido ao longo deste trabalho, a palavra “geometria” deriva do grego *geometrein*, que é a junção de *geo* (terra) e *metron* (medir), ou seja, “medida da terra”. A partir disso, surge o questionamento: a geometria poderia ser ensinada apenas de forma teórica? Ou ainda, esse seria o melhor método para compreendê-la? A resposta para ambas as perguntas é não. A matemática, de forma geral, precisa ser palpável; especialmente no caso da geometria, a necessidade de objetos concretos se torna essencial. Um dos grandes desafios para a maioria dos estudantes é a dificuldade de visualizar o plano tridimensional e, até mesmo, a confusão entre figuras planas e espaciais. Por exemplo, para alguns alunos, um quadrado é uma figura equivalente a um cubo.

A resistência ao ensino da geometria pode ser vista não apenas como um desafio didático, mas também como reflexo da desconexão entre as necessidades históricas que originaram essa área do conhecimento e a percepção dos alunos sobre sua aplicabilidade. Essa desconexão pode ser superada por meio de iniciativas que contextualizem a geometria no cotidiano dos estudantes, como projetos que utilizem softwares de modelagem tridimensional para criar maquetes ou atividades que explorem aplicações práticas da geometria. Estudos de caso que integram o GeoGebra com projetos de construção de modelos reais têm demonstrado um aumento significativo no interesse e na compreensão dos alunos, promovendo uma aprendizagem mais significativa e conectada à realidade. Diante disso, emerge a necessidade de repensar o ensino da geometria.

Conforme Ferreira (2004), os computadores são ferramentas que podem auxiliar os estudantes na aprendizagem por meio de simulações, tutoriais e auxílios para a resolução de problemas. Em particular, o uso de softwares como o GeoGebra vem revolucionando a forma como conceitos matemáticos são ensinados e aprendidos. Levando em consideração os aspectos citados acima e a necessidade de ressignificação do ensino da geometria, o presente trabalho tem como foco a utilização do software GeoGebra para a criação de um GeoGebra Book com o objetivo de divulgar e ampliar o conhecimento sobre os sólidos arquimedianos.

O GeoGebra é um software livre que combina geometria, álgebra, estatística e cálculo em uma única plataforma, permitindo uma abordagem visual e interativa para a matemática. A ferramenta GeoGebra Book, em particular, oferece a possibilidade de criar livros digitais com múltiplas páginas interativas, que podem incluir animações, explorações dinâmicas e recursos multimídia. Por meio dessas funcionalidades, é possível ilustrar conceitos matemáticos complexos de forma acessível, possibilitando que professores e alunos interajam diretamente com os conteúdos, promovendo um aprendizado significativo e contextualizado com o mundo “real”.

4.1. GEOGEBRA BOOK

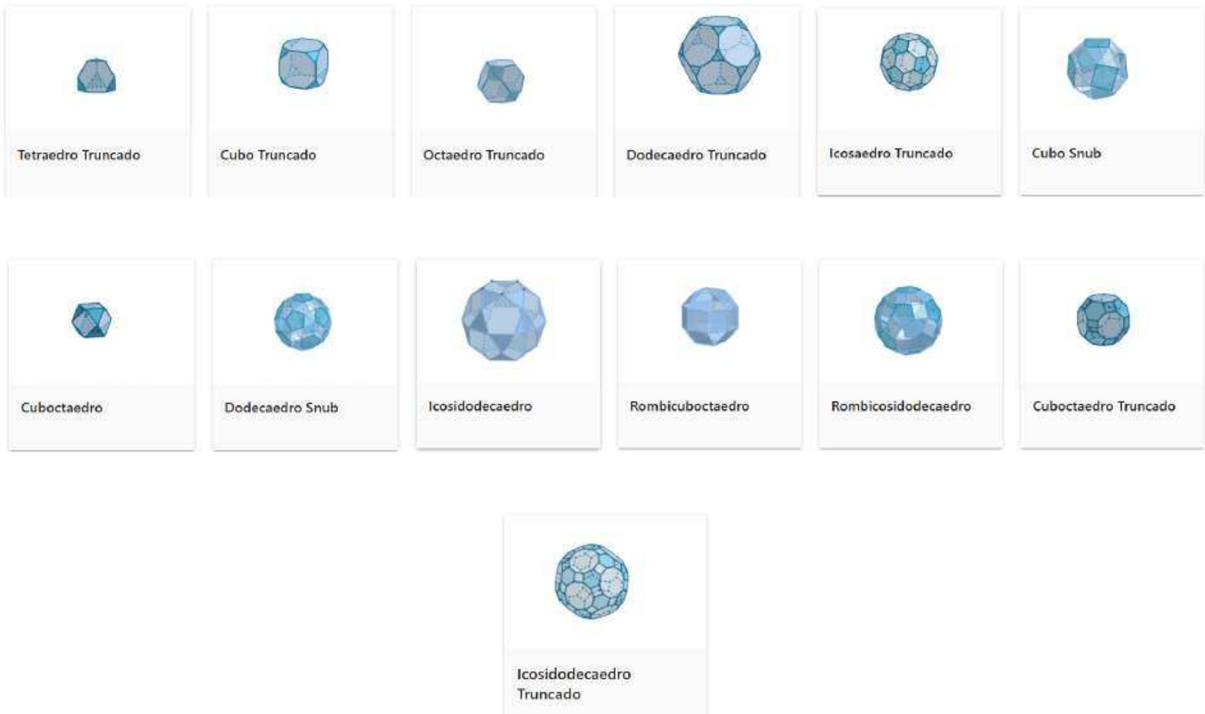
Figura 16: Capa do GeoGebra Book

Fonte: Produzido pela autora

O GeoGebra Book intitulado “Os Poliedros de Arquimedes” está organizado em quatro capítulos, que abordam de maneira progressiva os conceitos e conteúdos relacionados ao tema. No primeiro capítulo, apresenta-se uma introdução e a definição de poliedros, seguida de uma abordagem sobre os sólidos de Platão, com destaque para a relevância desses sólidos na compreensão e construção dos poliedros de Arquimedes. O segundo capítulo discorre sobre a trajetória histórica de Arquimedes, enfatizando suas contribuições para a física e a matemática. No terceiro capítulo, são apresentados, de forma detalhada, os treze poliedros de Arquimedes, com uma análise de suas características, processos de construção e planificação. Por fim, o quarto capítulo propõe atividades práticas que visam aprofundar os conhecimentos adquiridos ao longo do estudo. Essa organização busca proporcionar uma experiência de aprendizado gradativa e integrada, promovendo a compreensão teórica e prática dos poliedros arquimedianos, ao mesmo tempo que estimula a reflexão e a aplicação dos conceitos em contextos educacionais e práticos.

GeoGebra Book: Os Poliedros de Arquimedes

Figura 17: Poliedros de Arquimedes no GeoGebra Book



Fonte: Produzida pela autora

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho investigou as características dos poliedros de Arquimedes como recurso para o ensino de geometria espacial, evidenciando sua relevância histórica e pedagógica. Os poliedros arquimedianos representam sólidos semirregulares obtidos a partir de processos como truncamento, snubificação e expansão dos poliedros regulares, conhecidos como poliedros platônicos. Ensinar geometria espacial com foco nos poliedros arquimedianos, por meio de uma abordagem histórica integrada às tecnologias digitais, pode constituir uma estratégia eficaz.

Inicialmente, é essencial explorar a história de Arquimedes, destacando suas contribuições e a relevância dos poliedros arquimedianos no desenvolvimento da matemática. Essa contextualização histórica traz vida aos estudiosos que contribuíram para a construção dos degraus do conhecimento matemático, fornecendo aos estudantes uma compreensão mais significativa e conectando os conceitos geométricos ao seu papel histórico e cultural. Além disso, a contextualização histórica enriquece a compreensão dos conceitos, enquanto as tecnologias digitais tornam o aprendizado mais acessível, possibilitando o desenvolvimento da visão geométrica plana e espacial.

O uso de tecnologias digitais, como o software GeoGebra, tem se mostrado ser uma ferramenta eficaz para aprimorar a visualização e a compreensão dos conceitos geométricos. Esse software permite a criação de modelos tridimensionais interativos, nos quais os alunos podem manipular os poliedros e visualizar suas propriedades geométricas. A integração dessas tecnologias amplia as possibilidades pedagógicas, oferecendo aos alunos uma exploração dinâmica dos poliedros e permitindo estabelecer conexões com outros tópicos da matemática e de outras áreas do conhecimento.

Propor atividades colaborativas e interdisciplinares também é fundamental no processo de ensino-aprendizagem. Atividades relacionadas à exploração de simetrias, cálculos de áreas e volumes, e projetos que conectem arte e matemática incentivam um aprendizado contextualizado. Os alunos podem construir modelos dos poliedros com materiais simples, como papel ou cartolina, antes de explorar versões digitais, essa proposta ajuda a trazer materialidade para os objetos matemáticos, saindo um pouco do campo da abstração.

Esta monografia tem um caráter qualitativo, e os dados produzidos foram analisados à luz das perspectivas teóricas apresentadas sobre os poliedros (Lima et al., 2006, p. 232-233), história da matemática (D'Ambrosio...) e tecnologias digitais no ensino de geometria (Borba...). O estudo destaca a importância de estratégias didáticas que aliem conteúdos matemáticos, história e tecnologia, promovendo uma aprendizagem integrada no ensino da geometria espacial.

Por fim, a combinação desses elementos — história, tecnologia e atividades práticas — promove o desenvolvimento de habilidades múltiplas, como raciocínio lógico, domínio de ferramentas tecnológicas e capacidade de trabalhar de forma colaborativa. Dessa forma, o ensino da geometria espacial transforma-se em uma experiência enriquecedora conectando passado, presente e futuro.

REFERÊNCIAS

ASSIS, A. K. T. *Sobre os corpos flutuantes - tradução comentada de um texto de Arquimedes*. Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência, 16:69–80, 1996.

ASSIS, A. K. T. *Arquimedes, o Centro de Gravidade e a Lei da Alavanca*. Apeiron Montreal, 1° edição, 2008.

BISHOP, Alan J. *Enculturación Matemática: La Educación Matemática desde una Perspectiva Cultural*, 1988.

BORBA, Marcelo de Carvalho; PENTEADO, Miriam Godoy. *Informática e educação matemática*. 1. ed. São Paulo: Autêntica, 2019. E-book. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br. Acesso em: 20 dez. 2024.

BOYER, C. B., & MERZBACH, U. C. (2011). A History of Mathematics. Wiley.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2017.
BRASIL. Ministério da Educação (2023). Lei 14533 de 11 de janeiro de 2023. Política Nacional de Educação Digital (PNED), 2023.

BRASIL. Programa Nacional de Tecnologia Educacional (ProInfo). Brasília, MEC, 1997

CHAQUIAM, M. *Ensaios Temáticos - História e Matemática em Sala de Aula*. Belém, PA: SBEM/SBEM-PA, 2017. Disponível em HISTÓRIA MATEMÁTICA

D’AMBROSIO, Ubiratan. *Educação Matemática: da Teoria à Prática*. 17°edição. Campinas, SP: Papirus, 1996; Coleção Perspectivas em Educação Matemática.

D'AMBROSIO, Ubiratan. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. 6. ed. São Paulo: Autêntica, 2019. E-book. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br. Acesso em: 24 dez. 2024.

FERREIRA, Andréia de A. *Apropriação das novas tecnologias: concepções de professores de História acerca da Informática Educacional no processo de ensino-aprendizagem*. 2004. 130 p. (Dissertação, Mestrado em Educação Tecnológica) CEFET/MG. GIRAFFA, Lucia M. M. Abracadabra: Ambiente

FREITAS, P. B. O. *Sólidos Arquimedianos: Uma abordagem construtiva e investigativa em oficina presencial e uma exploração de classes de sólidos via software Poly em oficina remota com uma proposta de uso no Ensino Médio*. [manuscrito]: Sólidos Arquimedianos / Patrícia Barcelos de Oliveira Freitas. - 2020

IRMÃOS MARISTAS. Física. Coleção F.T.D. Ltda, 1965.

LIMA, EL et alii. *A Matemática do Ensino Médio*. Coleção do Professor de Matemática, Sociedade Brasileira de Matemática, 2006. Acesso em: 11 de agosto de 2024. Disponível em: A Matemática do Ensino Médio

LORENZATO, S. *Por que não ensinar geometria?* In: A Educação Matemática em Revista. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, p. 3-13, 1995.

MACH, E. *The Science of Mechanics* — A Critical and Historical Account of Its Development. Open Court, La Salle, 1960.

MONTENEGRO, Gildo A. *Geometria descritiva* – volume 1. Livro eletrônico. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2015.

NEVES, José Ribamar. *Poliedros Arquimedianos*, Universidade Federal Rural do Pernambuco, Recife, 2017.

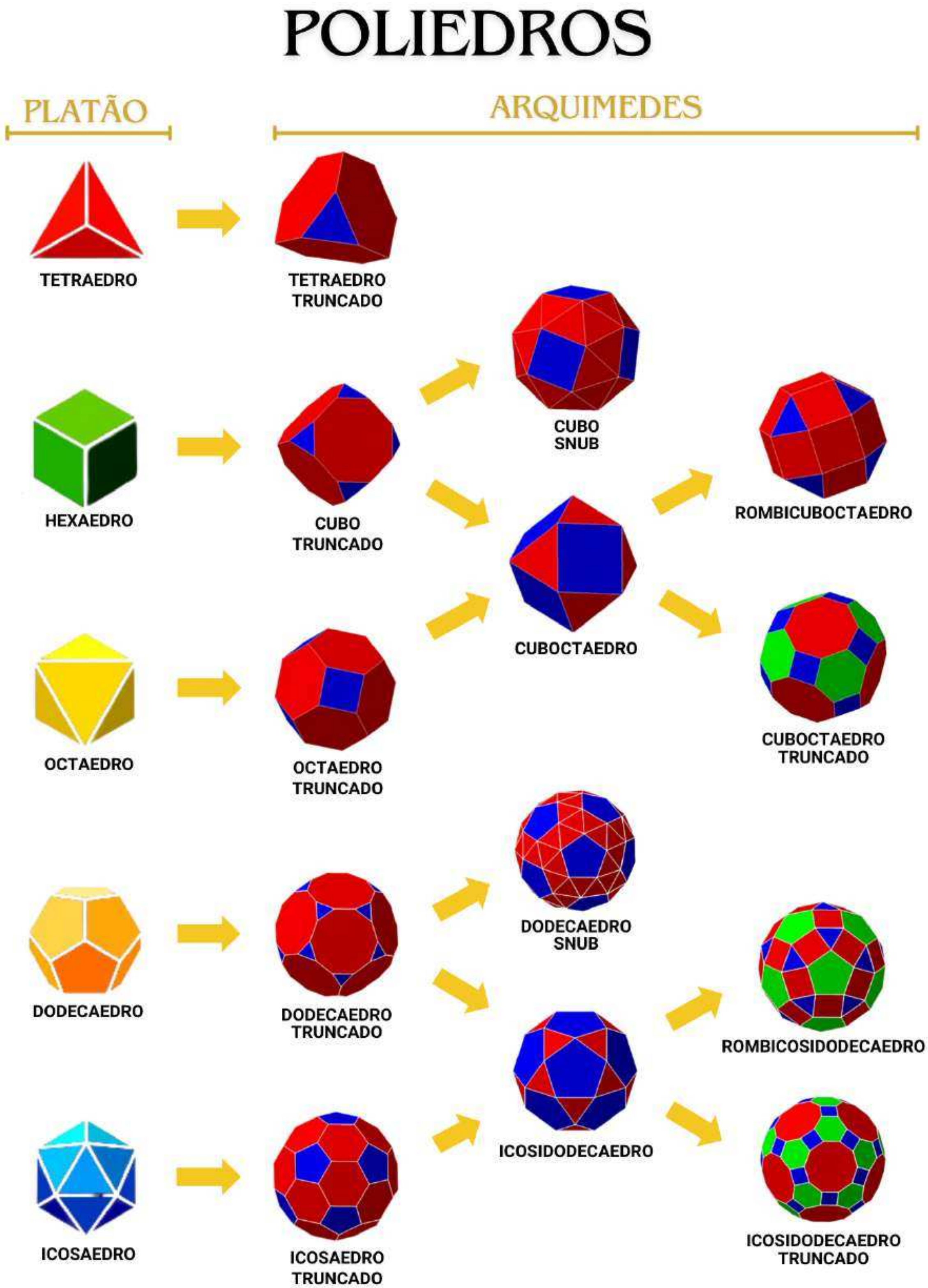
PISCHETOLA, Magda. *Inclusão digital e educação: a nova cultura da sala de aula*. 1. ed. São Paulo: Vozes, 2016. E-book. Disponível em: https://plataforma.bvirtual.com.br. Acesso em: 25 dez. 2024.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO. *GeoGebra*. Disponível em: https://www.pucsp.br/geogebrasp/geogebra.html#:~:text=GeoGebra%20foi%20criado%20em%202001,suporte%20para%20o%20seu%20uso.. Acesso em: 28 dez. 2024.

SILVA, L.; MACHADO, M. S. E. Poliedros Arquimedianos. Disponível em: <https://sagectu.com.br/poliedros_arquimedianos.html>. Acesso em: 30 de nov. 2024.

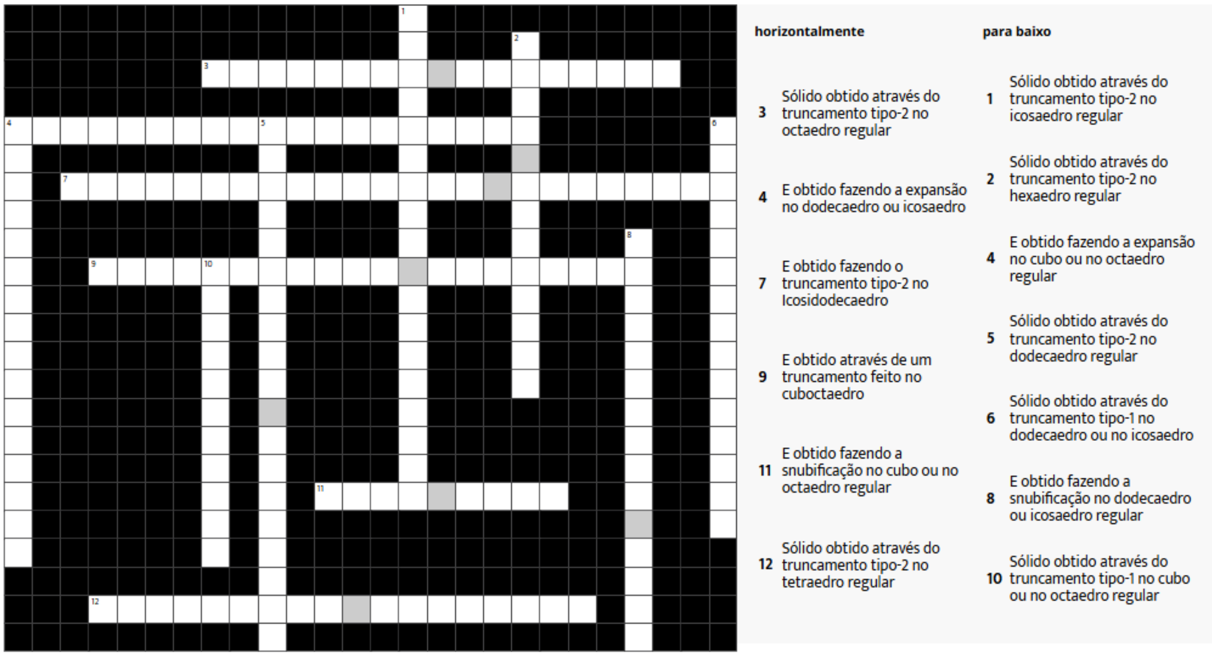
ANEXOS

Anexo 1: Resumo dos Poliedros Arquimedianos


POLIEDROS
PLATÃO
ARQUIMEDES
TETRAEDRO
TETRAEDRO TRUNCADO
HEXAEDRO
CUBO TRUNCADO
CUBO SNUB
CUBOCTAEDRO
ROMBICUBOCTAEDRO
CUBOCTAEDRO TRUNCADO
OCTAEDRO
OCTAEDRO TRUNCADO
DODECAEDRO
DODECAEDRO TRUNCADO
DODECAEDRO SNUB
ICOSIDODECAEDRO
ROMBICOSIDODECAEDRO
ICOSIDODECAEDRO TRUNCADO
ICOSAEDRO
ICOSAEDRO TRUNCADO

Anexo 2: Atividades sobre os Poliedros Arquimedianos

Figura 18: Cruzadinha sobre os Poliedros de Arquimedes

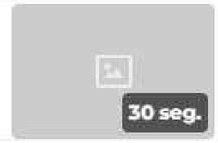


Fonte: Produzida pela autora. Link de acesso: [Cruzadinha]

Figura 19: Quiz sobre os Poliedros de Arquimedes na plataforma Kahoot

2 - Verdadeiro ou falso

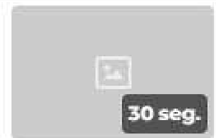
Fazendo a expansão no cubo ou no octaedro regular, obtemos o rombicuboctaedro?



- Verdadeiro
- Falso

3 - Quiz

Qual dos sólidos abaixo NÃO é obtido através de truncamentos?



- Icosidodecaedro
- Rombicuboctaedro
- Icosidodecaedro Truncado
- Tetraedro Truncado

4 - Verdadeiro ou falso

"Qualquer corpo mais denso que um fluido, ao ser mergulhado, perderá peso correspondente ao volume de fluido deslocado"

- Verdadeiro
- Falso

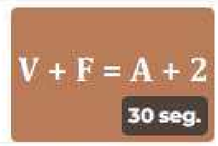
5 - Quiz

A bola de futebol da copa de 1970 foi inspirada em um sólido arquimediano, qual era o sólido?

- Icosidodecaedro Truncado ✓
- Dodecaedro truncado ✗
- Octaedro Truncado ✗
- Tetraedro Truncado ✗

6 - Verdadeiro ou falso

Para os sólidos arquimedianos NÃO é válida a relação de Euler (V + F = A + 2)?

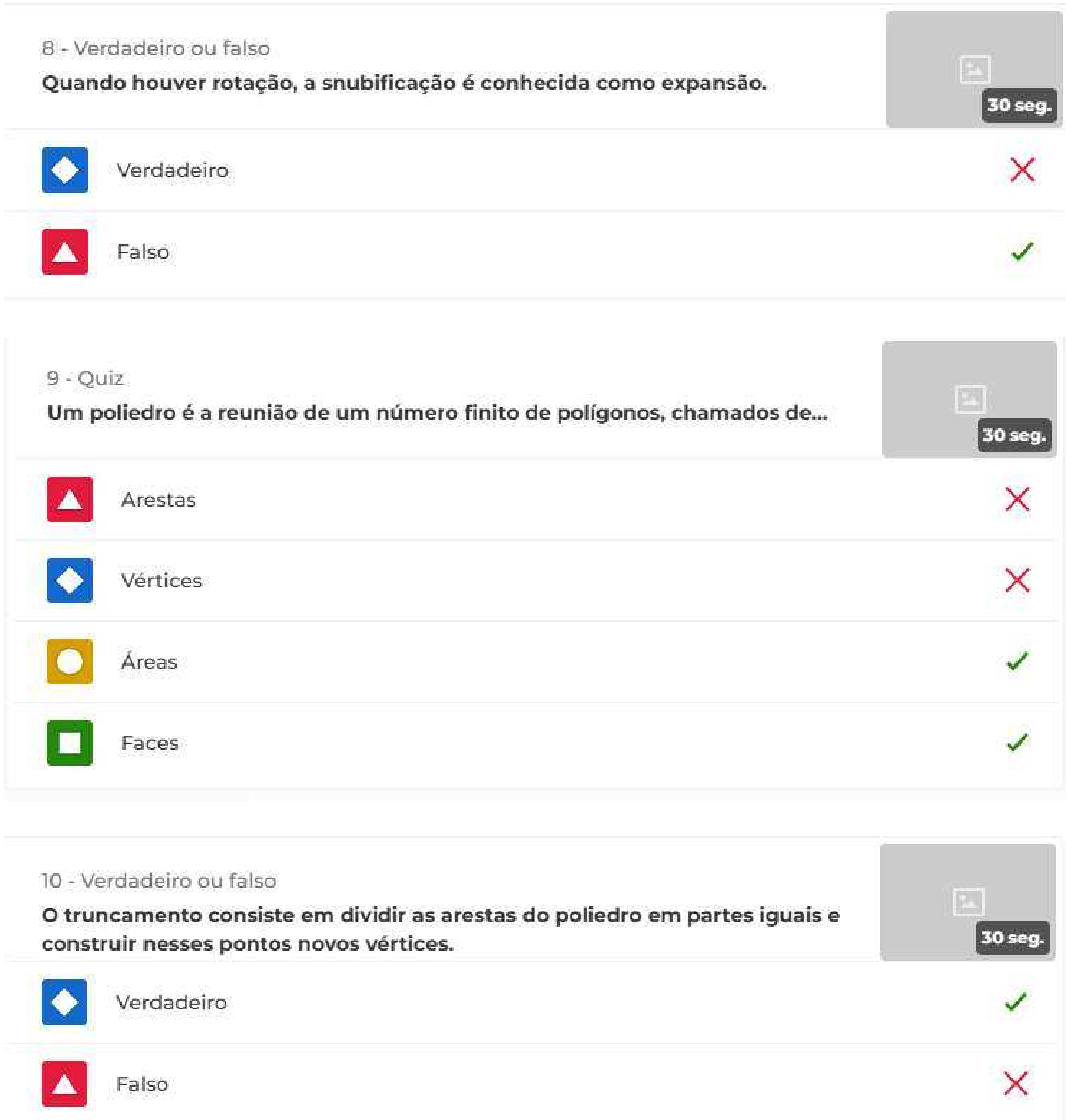


- Verdadeiro ✗
- Falso ✓

7 - Quiz

Quantos são os sólidos Arquimedianos?

- 11 ✗
- 12 ✗
- 13 ✓
- 14 ✗



Fonte: Criado pela autora. Link de acesso: [Kahoot]

Anexo 3: Vídeo “Os Poliedros de Arquimedes”.

Figura 20: Capa do vídeo sobre “Os Poliedros de Arquimedes”

Fonte: Produzido pela autora. Link de acesso: Os Poliedros de Arquimedes

Anexo 4: Apresentação em slides sobre os Poliedros Arquimedianos, utilizada para a elaboração de um vídeo sobre a temática.


OS POLIEDROS DE
ARQUIMEDES


Dêem-me um ponto de apoio e uma
alavanca e moverei o mundo


archè + mêdos
princípio, domínio ou causa original
mente, pensamento ou intelecto

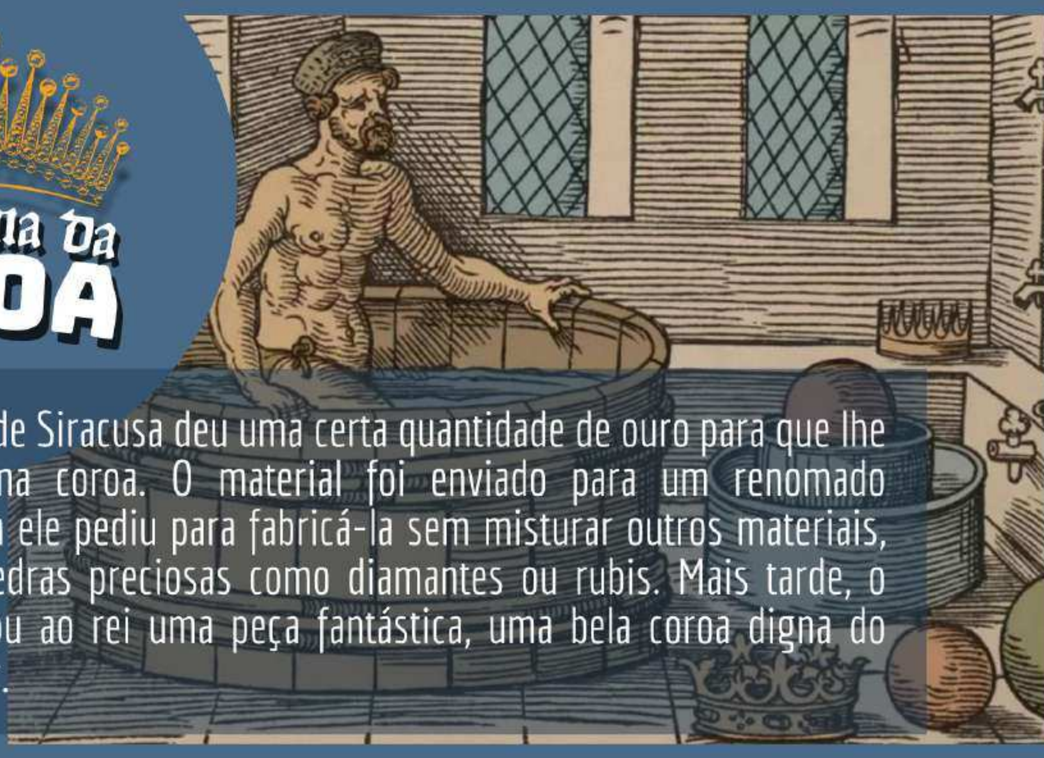

QUEM FOI ARQUIMEDES?
Suíça
Eslovênia
Bósnia e Herzegovina
Mônaco
Florença
Santa Panagia
Siracusa
Nascido na cidade de Siracusa, na ilha de Sicília, na Itália, entre 287 e 212 a.C., Arquimedes foi um gênio, do qual as contribuições ultrapassaram os limites do tempo, ressoando até os dias atuais.

QUEM FOI ARQUIMEDES?

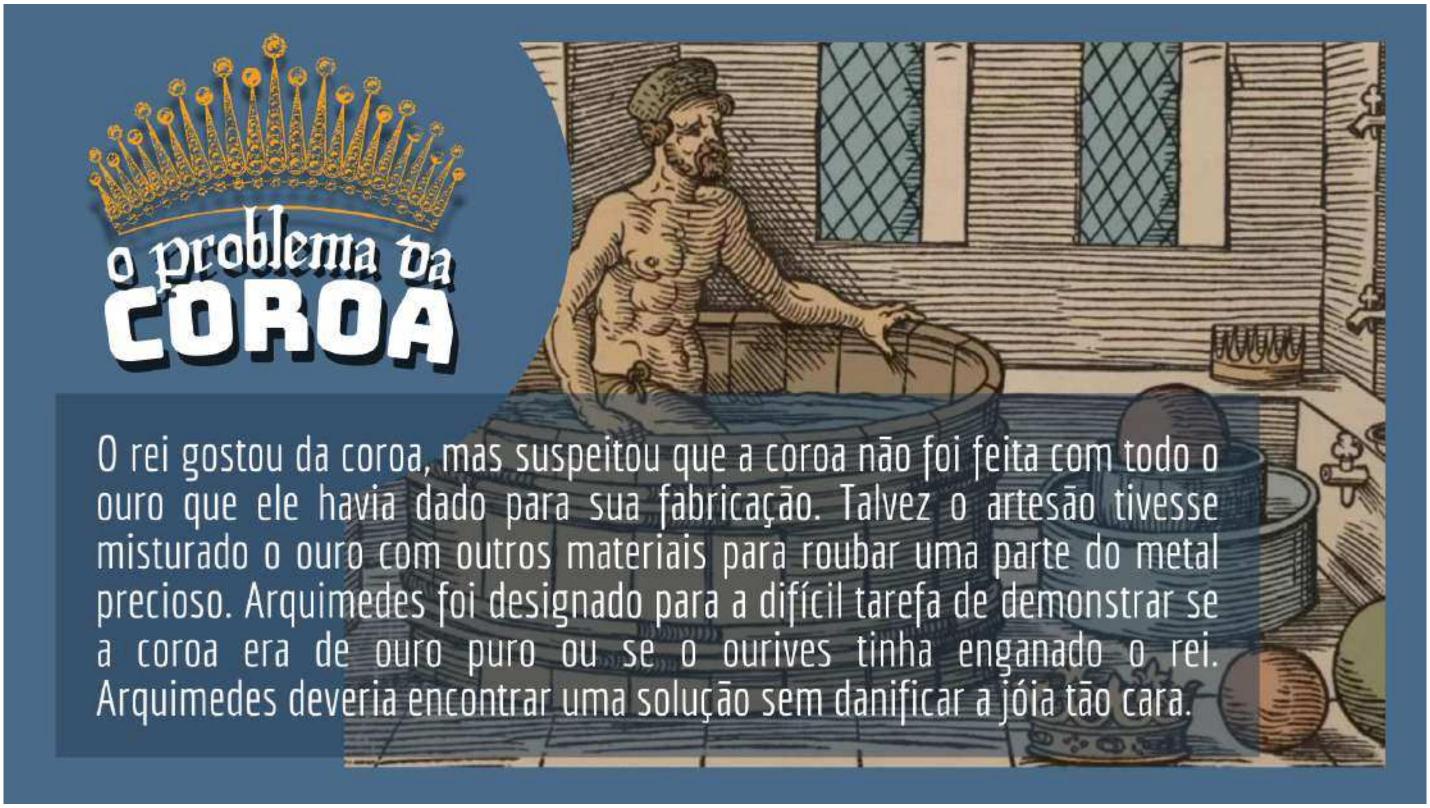
Ao longo de sua vida, Arquimedes frequentou a Biblioteca de Alexandria onde teve a oportunidade de interagir com os grandes matemáticos e filósofos de sua época.

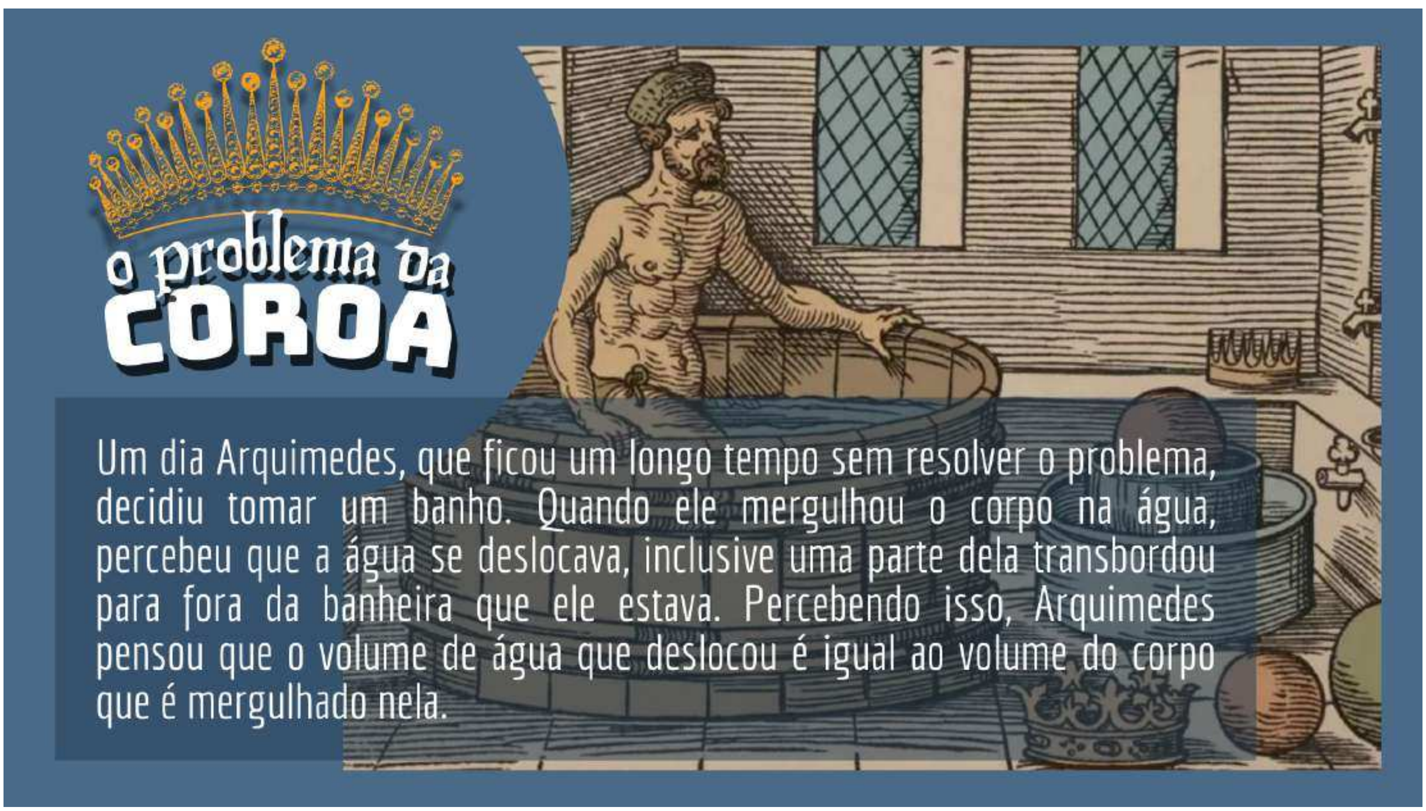
Fascinado pela beleza do conhecimento físico-matemático, desenvolveu tratados e invenções que contribuíram significativamente com o avanço científico.

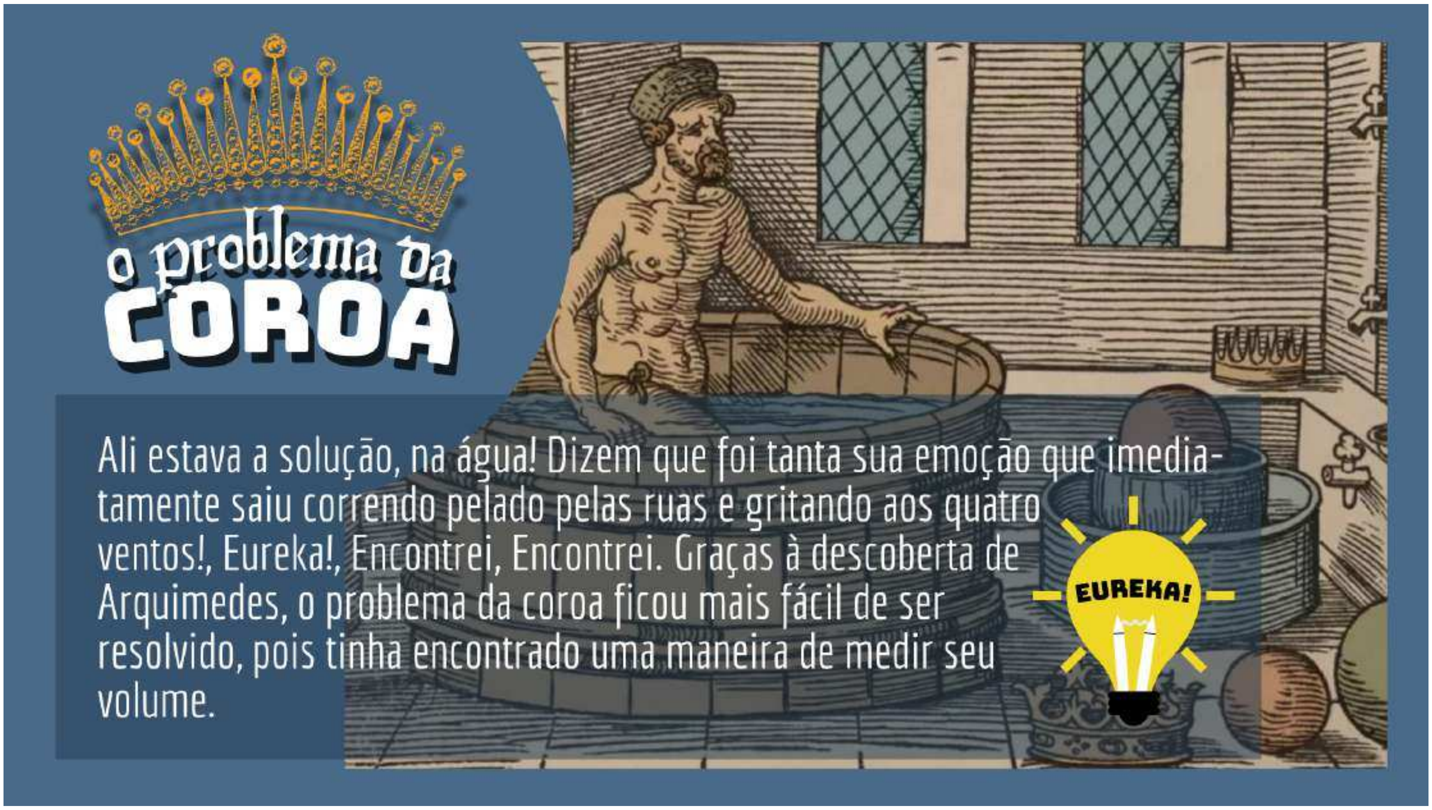
o problema da COROA



O Rei Hierão II de Siracusa deu uma certa quantidade de ouro para que lhe fabricassem uma coroa. O material foi enviado para um renomado ourives, a quem ele pediu para fabricá-la sem misturar outros materiais, nem mesmo pedras preciosas como diamantes ou rubis. Mais tarde, o artesão entregou ao rei uma peça fantástica, uma bela coroa digna do mais alto louvor.


o problema da
COROA
O rei gostou da coroa, mas suspeitou que a coroa não foi feita com todo o ouro que ele havia dado para sua fabricação. Talvez o artesão tivesse misturado o ouro com outros materiais para roubar uma parte do metal precioso. Arquimedes foi designado para a difícil tarefa de demonstrar se a coroa era de ouro puro ou se o ourives tinha enganado o rei. Arquimedes deveria encontrar uma solução sem danificar a jóia tão cara.


o problema da
COROA
Um dia Arquimedes, que ficou um longo tempo sem resolver o problema, decidiu tomar um banho. Quando ele mergulhou o corpo na água, percebeu que a água se deslocava, inclusive uma parte dela transbordou para fora da banheira que ele estava. Percebendo isso, Arquimedes pensou que o volume de água que deslocou é igual ao volume do corpo que é mergulhado nela.

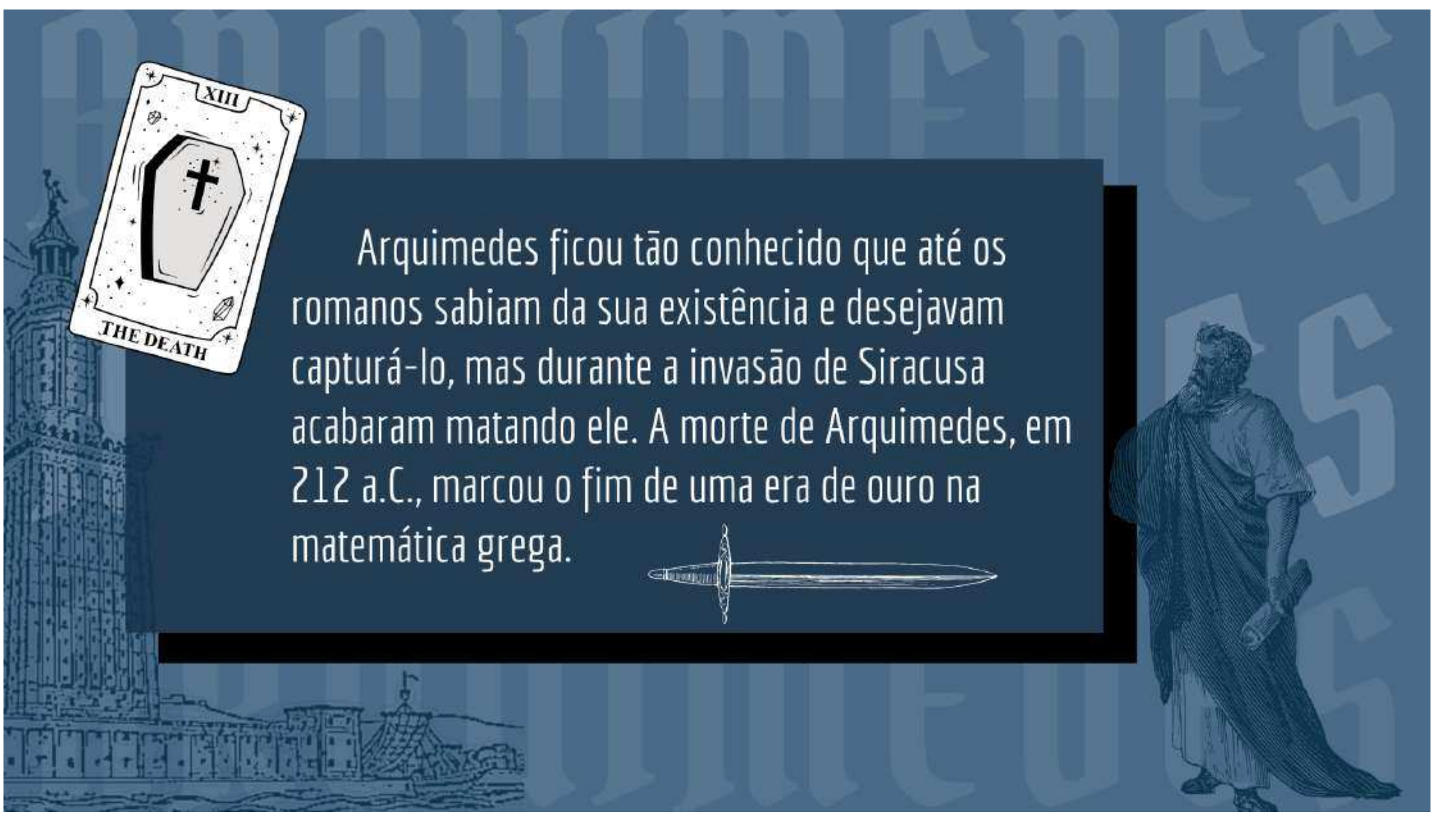

o problema da
COROA
Ali estava a solução, na água! Dizem que foi tanta sua emoção que imediatamente saiu correndo pelado pelas ruas e gritando aos quatro ventos!, Eureka!, Encontrei, Encontrei. Graças à descoberta de Arquimedes, o problema da coroa ficou mais fácil de ser resolvido, pois tinha encontrado uma maneira de medir seu volume.
EUREKA!


Descobertas de
ARQUIMEDES
PRINCÍPIO DE ARQUIMEDES
Todo corpo mergulhado num fluido fica submetido a uma força (empuxo) de baixo para cima igual ao peso do volume de fluido deslocado pelo corpo e cuja direção passa pelo ponto onde se encontrava o centro de gravidade do fluido deslocado

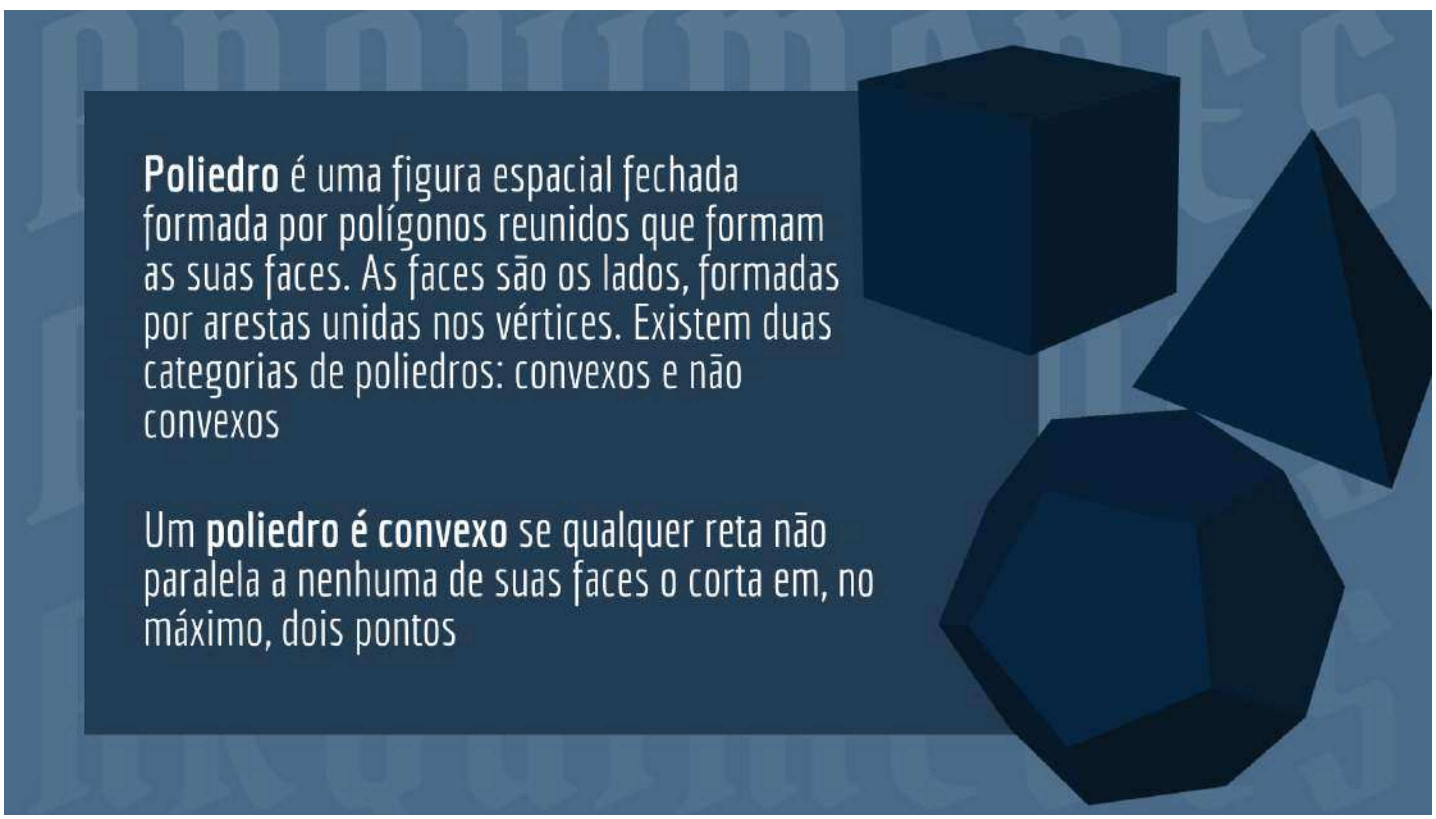

Descobertas de
ARQUIMEDES
LEI DE ALAVANCAS
Um peso PA, aplicado a uma distância dA do plano vertical que passa pelo fulcro, pode equilibrar outro peso PB, aplicado a uma distância dB do mesmo plano, desde que a relação PA/PB=dB/dA seja respeitada.


Invenções de
ARQUIMEDES
O PARAFUSO E CATAPULTA DE ARQUIMEDES

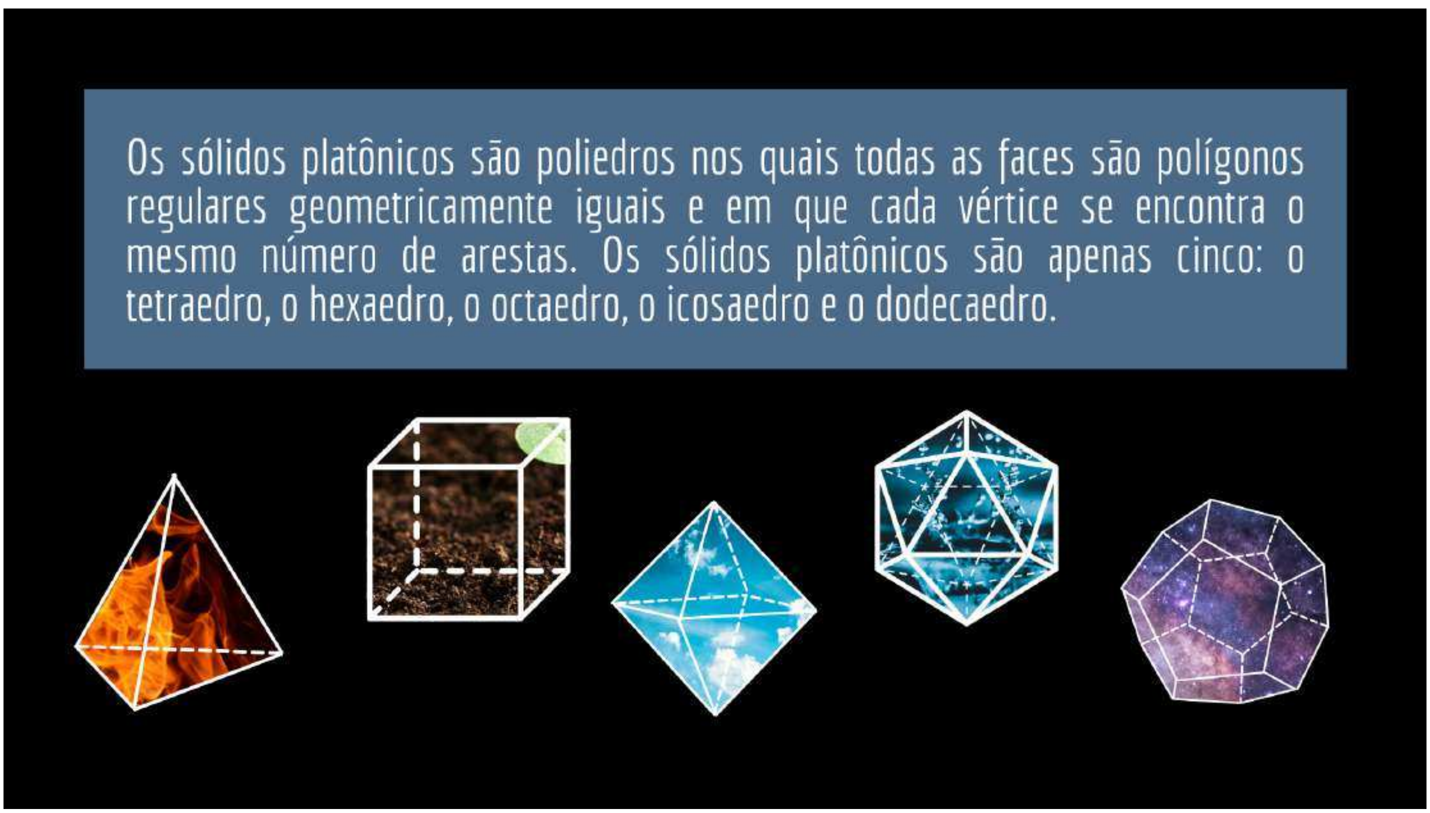

Invenções de
ARQUIMEDES
ROLDANAS E LENTES CONVEXAS


XIII
THE DEATH
Arquimedes ficou tão conhecido que até os romanos sabiam da sua existência e desejavam capturá-lo, mas durante a invasão de Siracusa acabaram matando ele. A morte de Arquimedes, em 212 a.C., marcou o fim de uma era de ouro na matemática grega.


OS 13 POLIEDROS
ARQUIMEDIANOS
MAS ANTES, VAMOS RELEMBRAR ALGUMAS COISAS...


Poliedro é uma figura espacial fechada formada por polígonos reunidos que formam as suas faces. As faces são os lados, formadas por arestas unidas nos vértices. Existem duas categorias de poliedros: convexos e não convexos
Um **poliedro é convexo** se qualquer reta não paralela a nenhuma de suas faces o corta em, no máximo, dois pontos

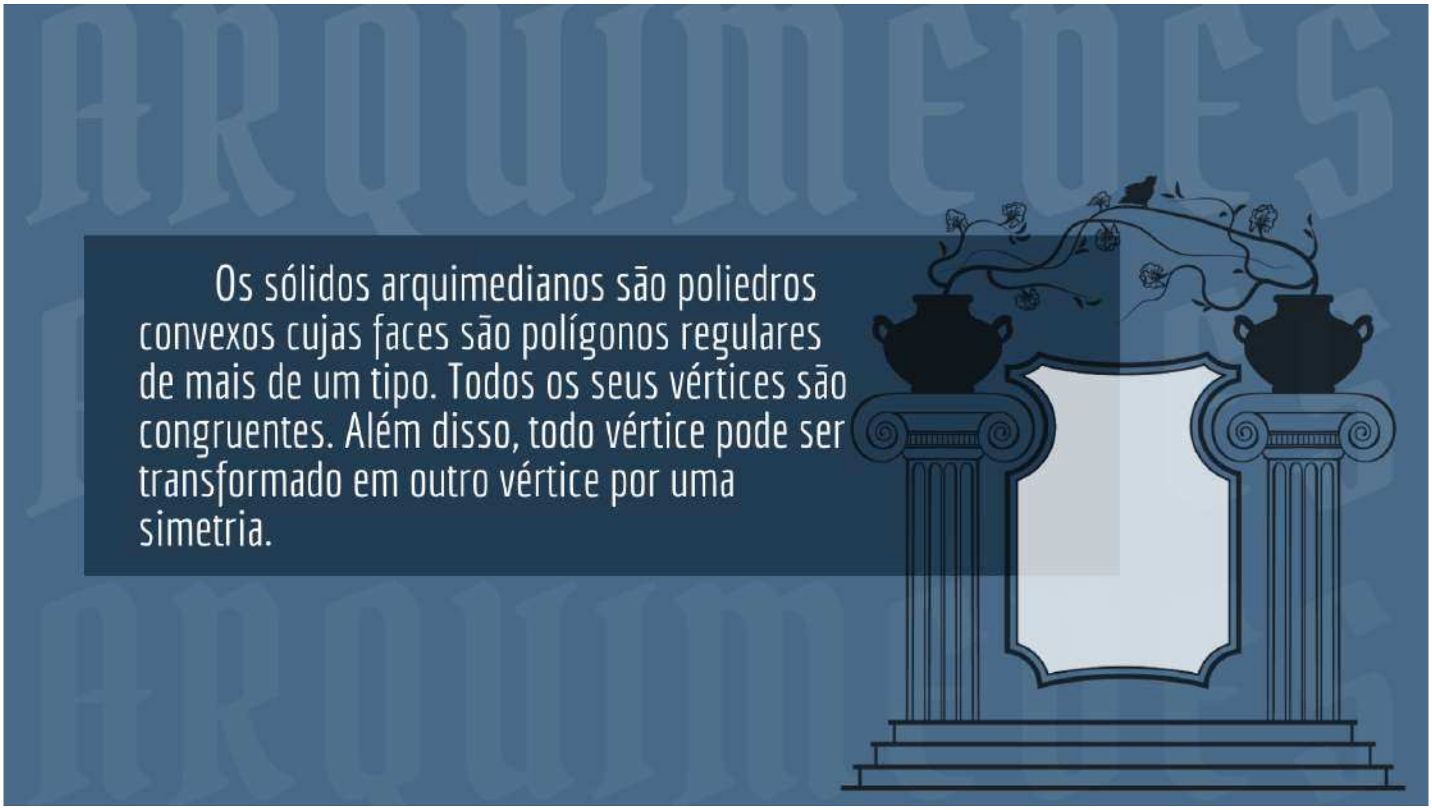

OS 5 SÓLIDOS DE
PLATÃO

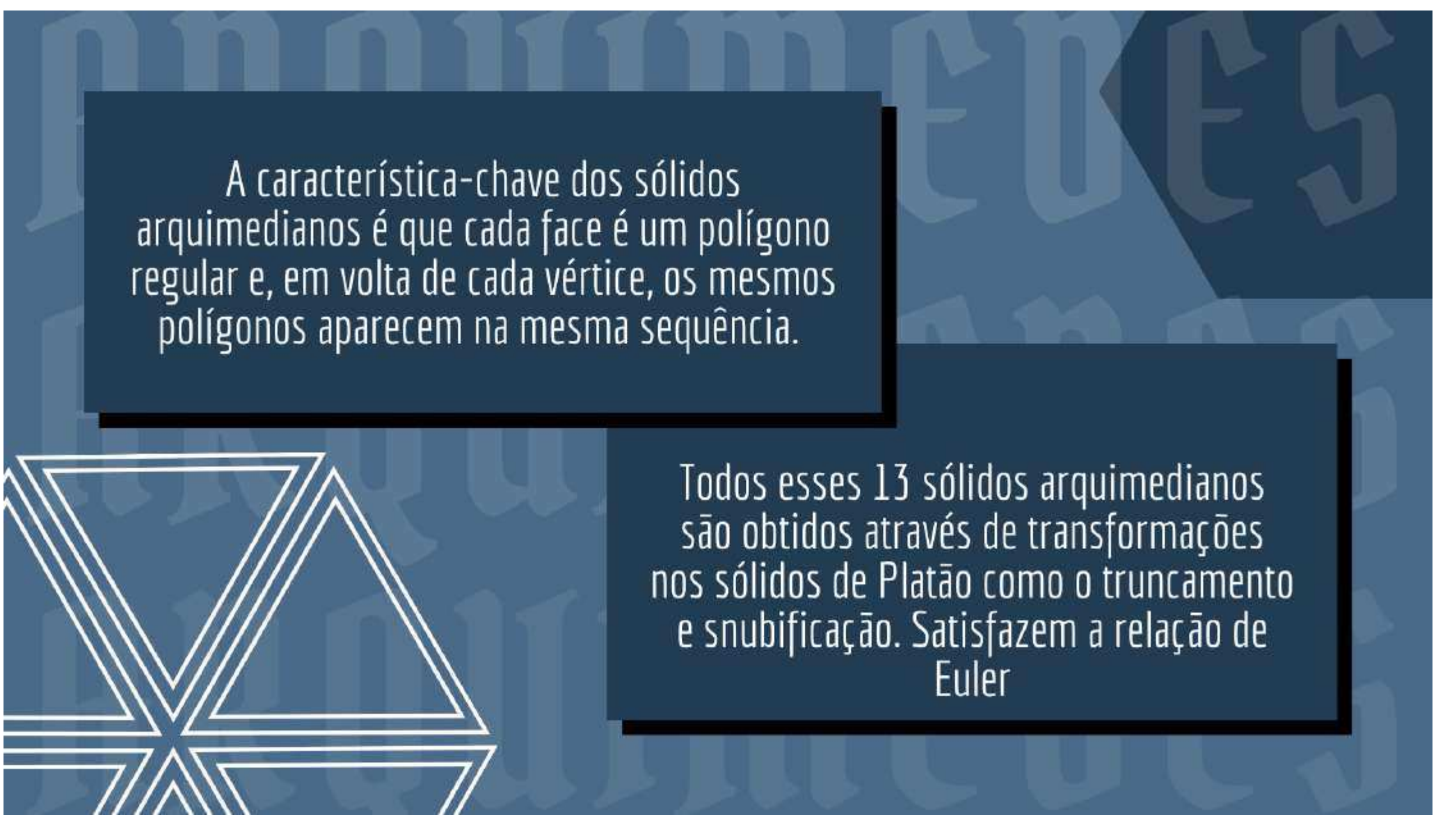

Os sólidos platônicos são poliedros nos quais todas as faces são polígonos regulares geometricamente iguais e em que cada vértice se encontra o mesmo número de arestas. Os sólidos platônicos são apenas cinco: o tetraedro, o hexaedro, o octaedro, o icosaedro e o dodecaedro.

	TETRAEDRO	HEXAEDRO	OCTAEDRO	ICOSAEDRO	DODECAEDRO
VÉRTICES	4	8	6	12	20
FACES	4	6	8	20	12
ARESTAS	6	12	12	30	30

Certos temas de matemática ficam esquecidos durante longos anos, ou mesmo séculos, para depois tornarem a despertar o interesse de alguns estudiosos, que retomam a sua exploração, descobrindo por vezes novos caminhos totalmente inesperados.

RETORNANDO...


Os sólidos arquimedianos são poliedros convexos cujas faces são polígonos regulares de mais de um tipo. Todos os seus vértices são congruentes. Além disso, todo vértice pode ser transformado em outro vértice por uma simetria.


A característica-chave dos sólidos arquimedianos é que cada face é um polígono regular e, em volta de cada vértice, os mesmos polígonos aparecem na mesma sequência.
Todos esses 13 sólidos arquimedianos são obtidos através de transformações nos sólidos de Platão como o truncamento e snubificação. Satisfazem a relação de Euler


TRUNCAMENTO
O truncamento consiste em dividir as arestas do poliedro em partes iguais e construir nesses pontos novos vértices, temos o tipo-1 e tipo-2
tipo-1: o corte é feito pelos pontos médios das arestas que concorrem no mesmo vértice

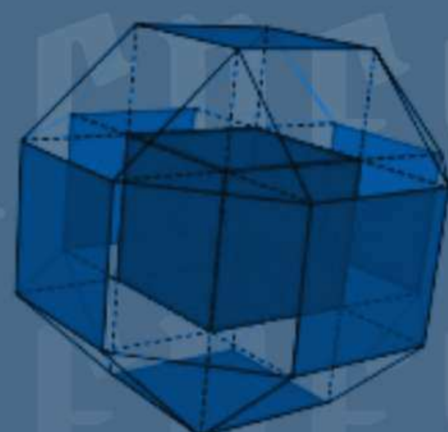

TRUNCAMENTO
O truncamento consiste em dividir as arestas do poliedro em partes iguais e construir nesses pontos novos vértices, temos o tipo-1 e tipo-2
tipo-2: o corte é feito de tal forma que a face do novo poliedro seja um polígono regular que tenha o dobro do número de lados da face do poliedro primitivo (antes do corte).

SNUBIFICAÇÃO

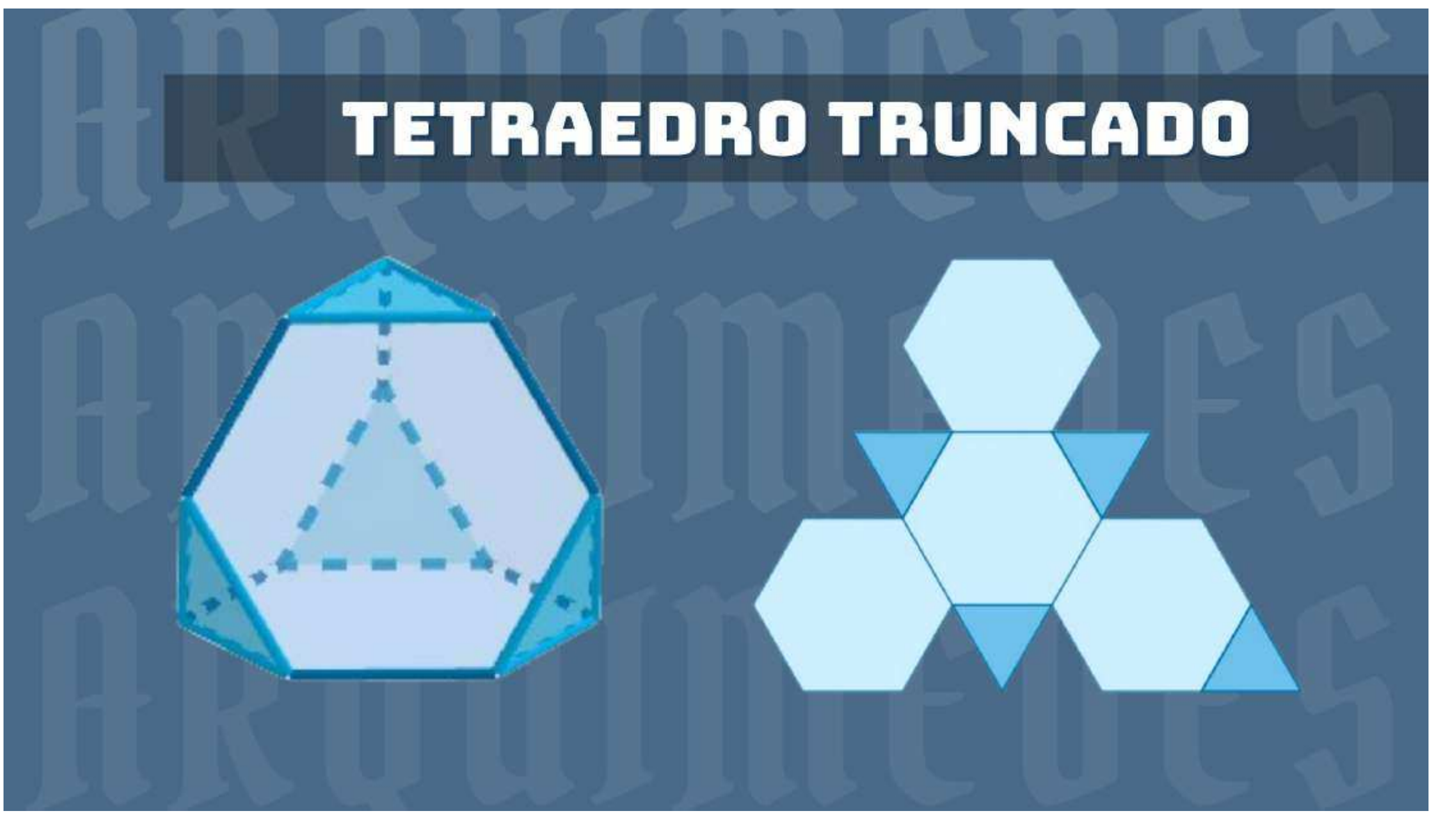
A snubificação de um poliedro regular é uma operação que consiste em afastar todas as faces desse poliedro, rotacionando-as ou não, e preenchendo os espaços vazios com polígonos regulares.

EXPANSÃO

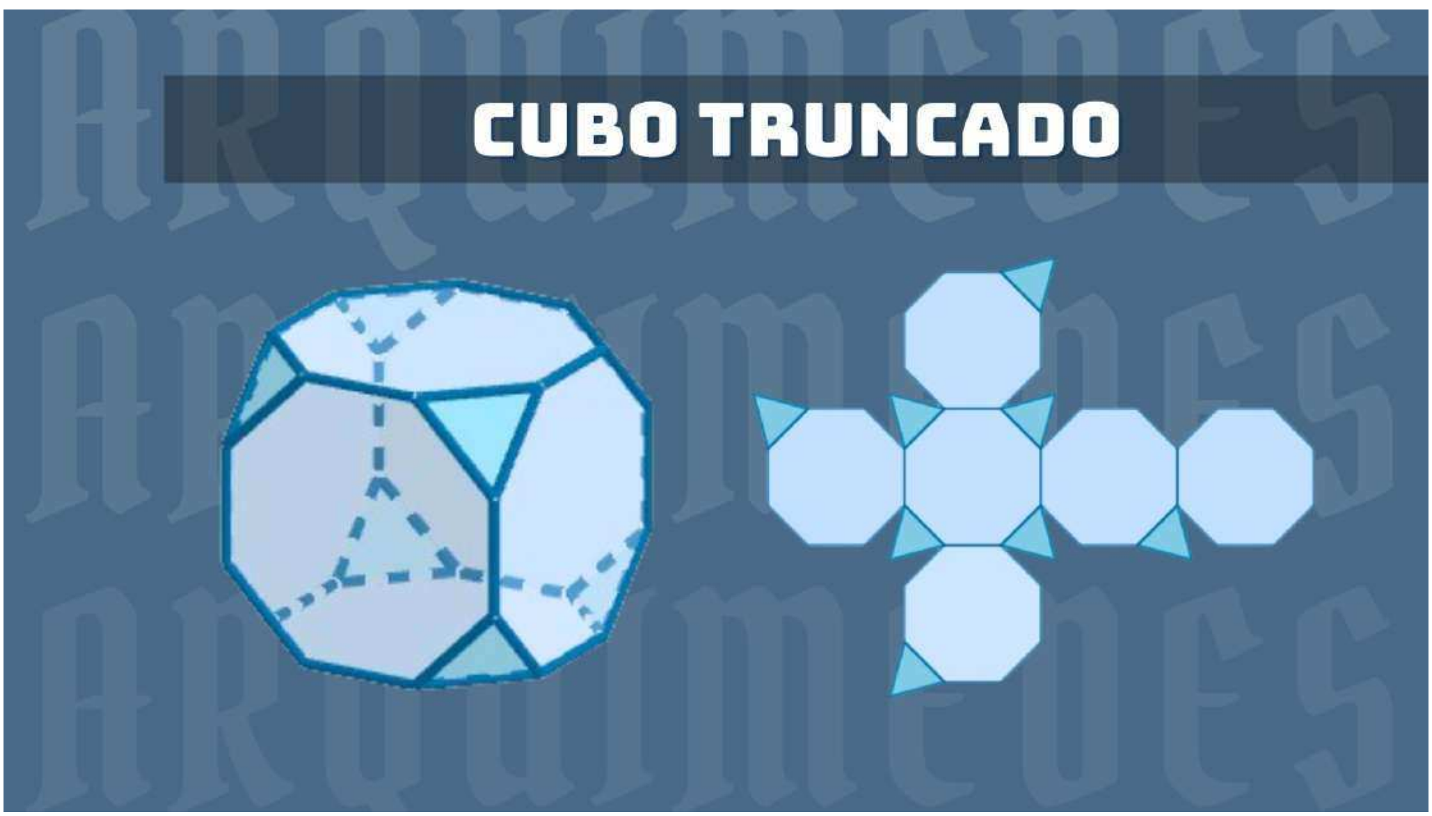
A expansão é o processo pelo qual todas as faces de um poliedro são movidas para fora, mantendo-se paralelas às suas posições originais, e novas faces são inseridas nos lugares das arestas originais. Esse processo cria poliedros com mais faces do que o original.




TETRAEDRO TRUNCADO
É obtido através do truncamento tipo-2 feito no tetraedro regular. Em cada vértice há o encontro de 2 hexágonos e 1 triângulo.
4 triângulos equiláteros e 4 hexágonos regulares
Vértices: 12
Faces: 8
Arestas: 18


TETRAEDRO TRUNCADO


CUBO TRUNCADO
É obtido através do truncamento tipo-2 feito no cubo (hexaedro). Em cada vértice há o encontro de um triângulo e 2 octógonos
8 triângulos equiláteros e 6 octógono regulares
Vértices: 24
Faces: 14
Arestas: 36


CUBO TRUNCADO

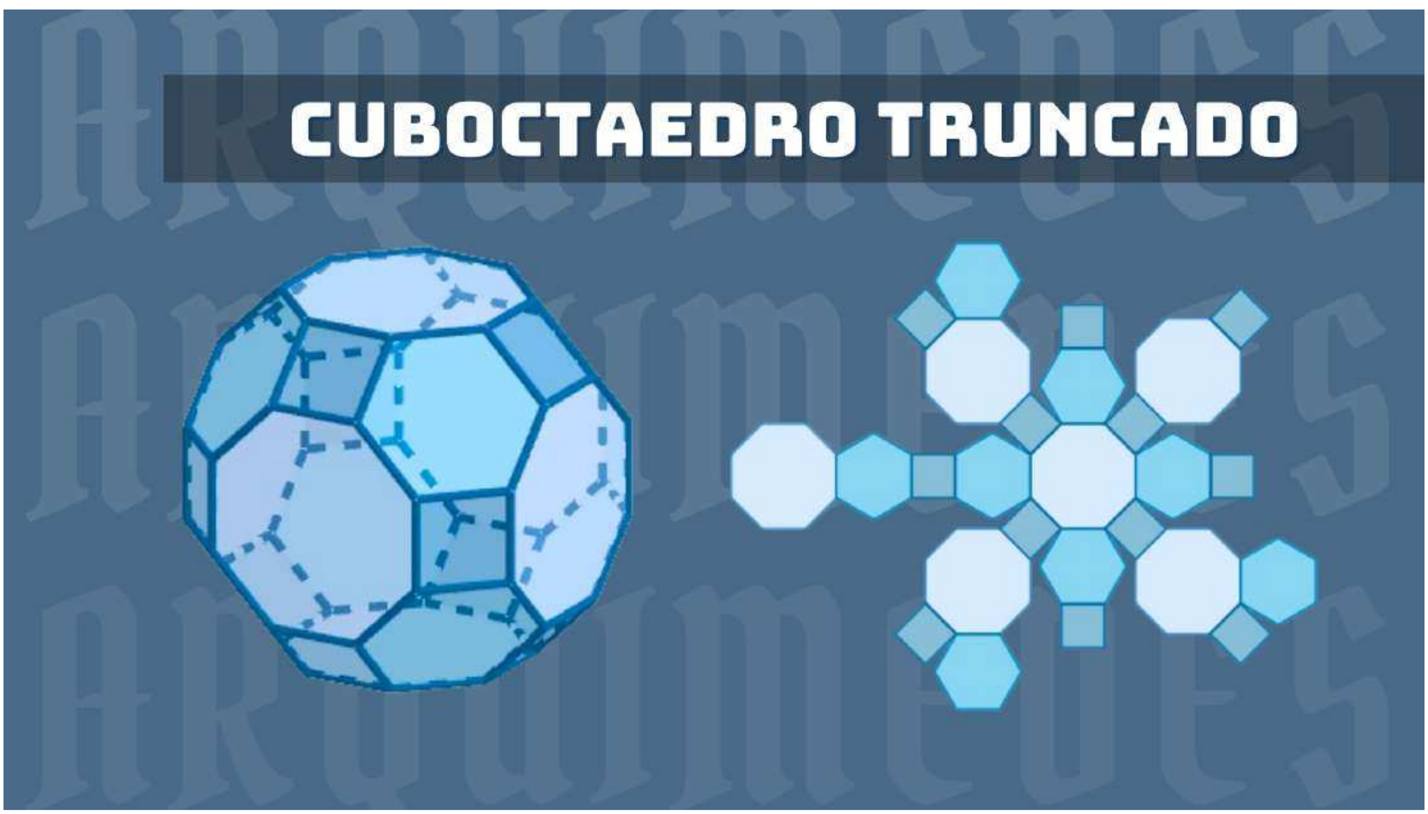

CUBOCTAEDRO
É obtido fazendo o truncamento tipo-1 no cubo ou no octaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 2 quadrados e 2 triângulos.
8 triângulos equiláteros e 6 quadrados
Vértices: 12
Faces: 14
Arestas: 24

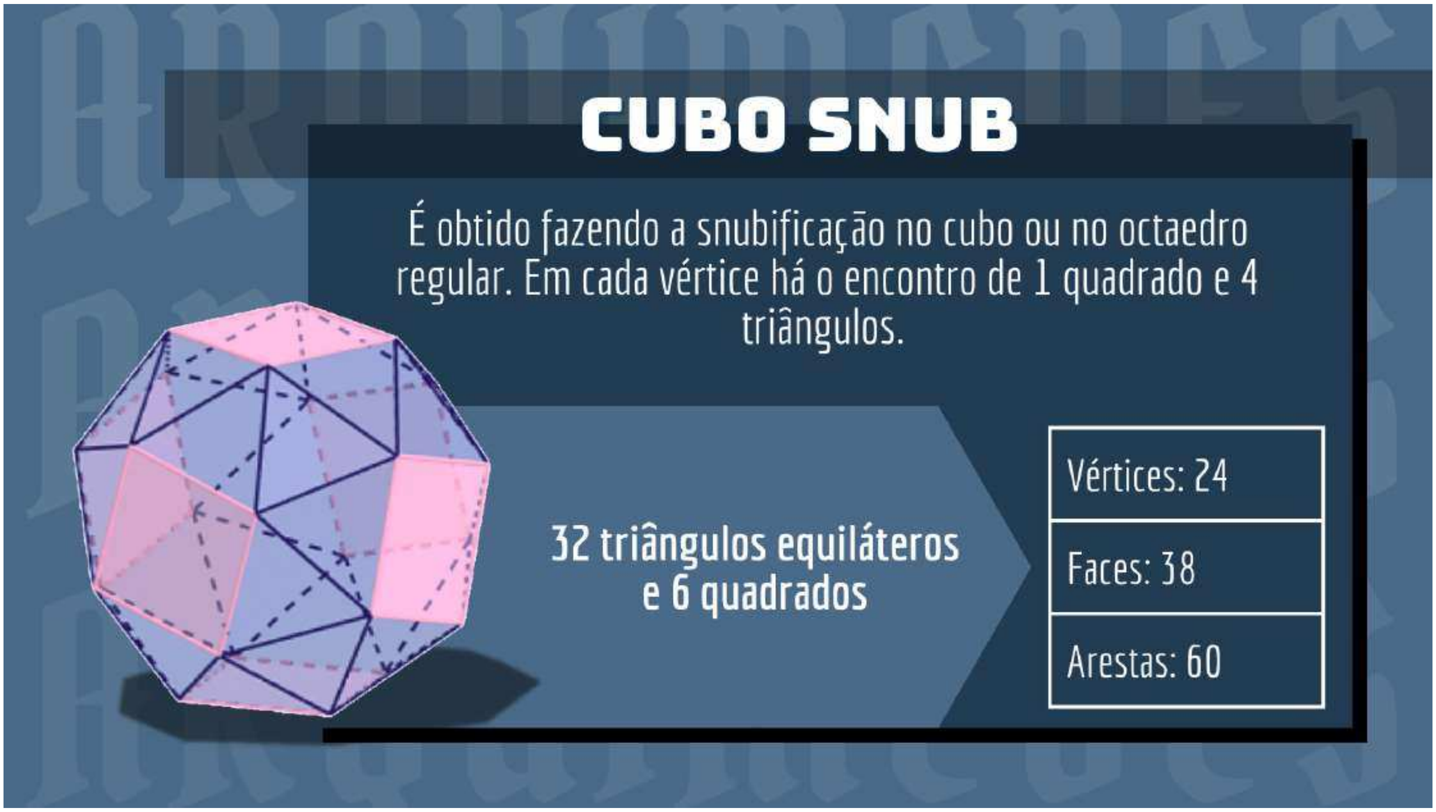

CUBOCTAEDRO

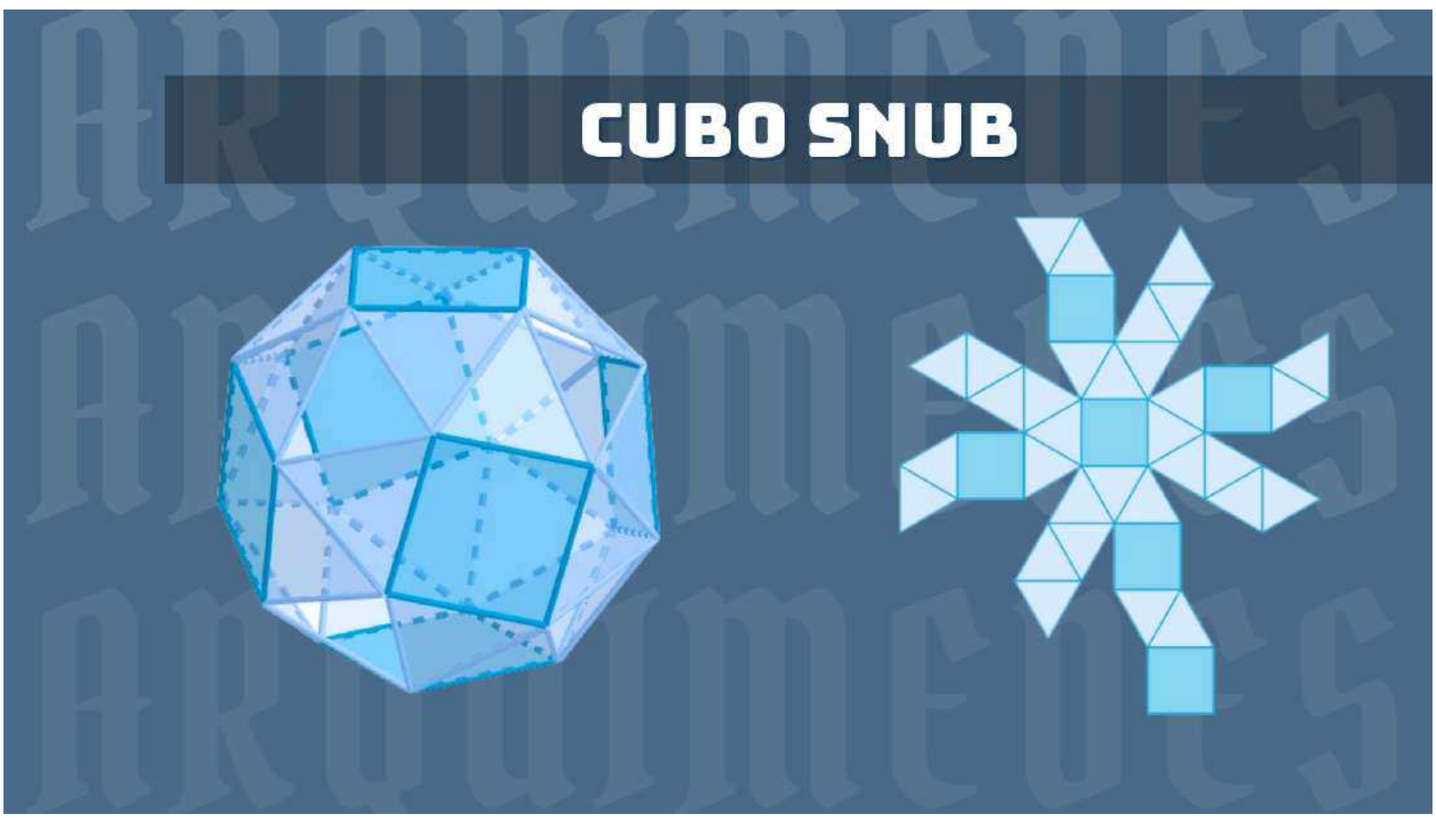

OCTAEDRO TRUNCADO
É obtido através do truncamento tipo-2 feito no octaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado e 2 hexágonos.
6 quadrados e
8 hexágonos regulares
Vértices: 24
Faces: 14
Arestas: 36


OCTAEDRO TRUNCADO

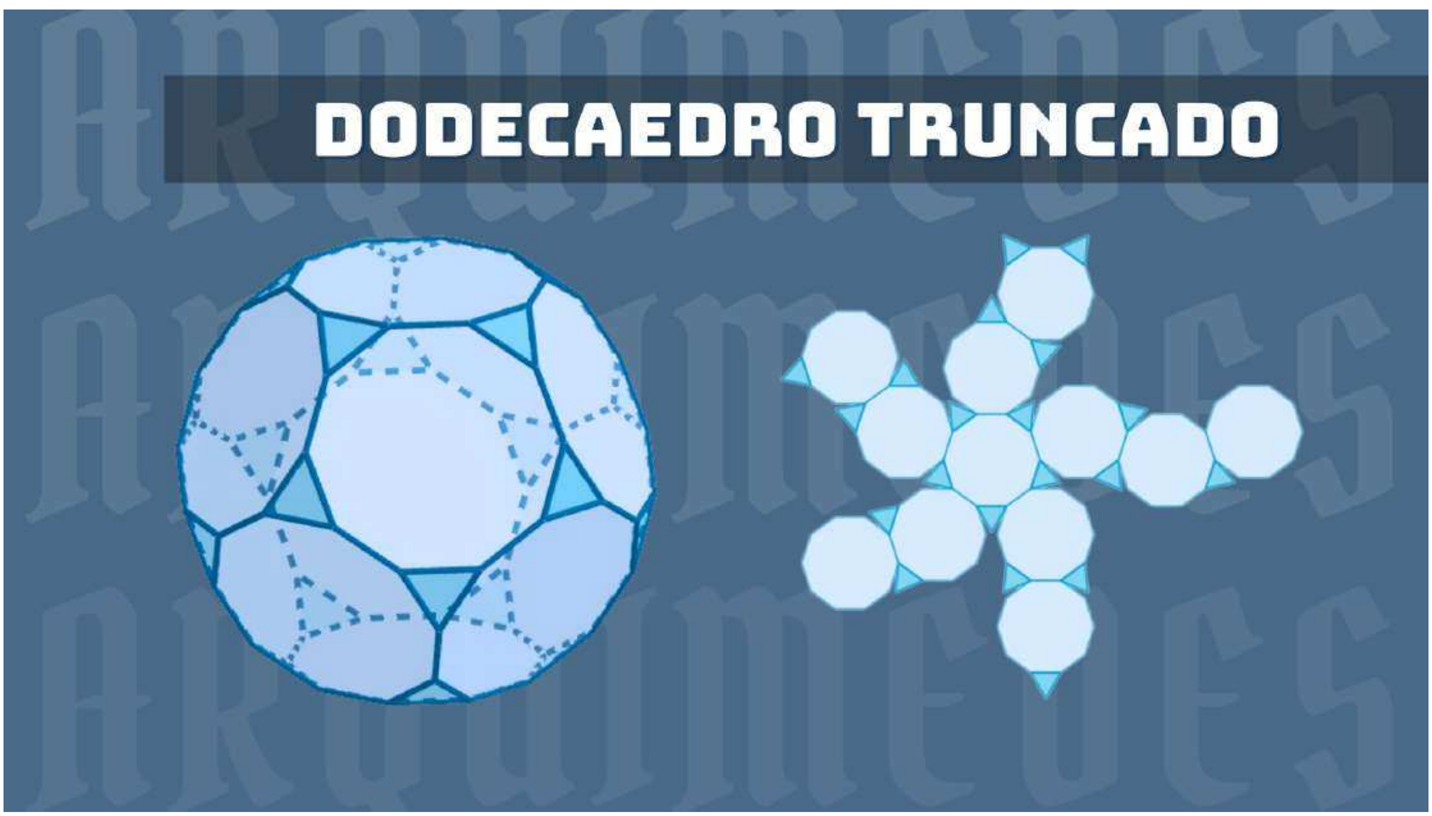

CUBOCTAEDRO TRUNCADO
É obtido através de um truncamento feito no cuboctaedro. Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado, 1 hexágono e 1 octógono.
12 quadrados,
8 hexágonos regulares e
6 octógonos regulares
Vértices: 48
Faces: 26
Arestas: 72


CUBOCTAEDRO TRUNCADO


CUBO SNUB
É obtido fazendo a snubificação no cubo ou no octaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 quadrado e 4 triângulos.
32 triângulos equiláteros e 6 quadrados
Vértices: 24
Faces: 38
Arestas: 60


CUBO SNUB


DODECAEDRO TRUNCADO
É obtido através do truncamento tipo-2 feito no dodecaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 triângulo e 2 decágonos.
20 triângulos equiláteros e 12 decágonos regulares
Vértices: 60
Faces: 32
Arestas: 90


DODECAEDRO TRUNCADO


ICOSAEDRO TRUNCADO
É obtido através do truncamento tipo-2 feito no icosaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 pentágono e 2 hexágonos.
12 pentágonos regulares e 20 hexágonos regulares
Vértices: 60
Faces: 32
Arestas: 90

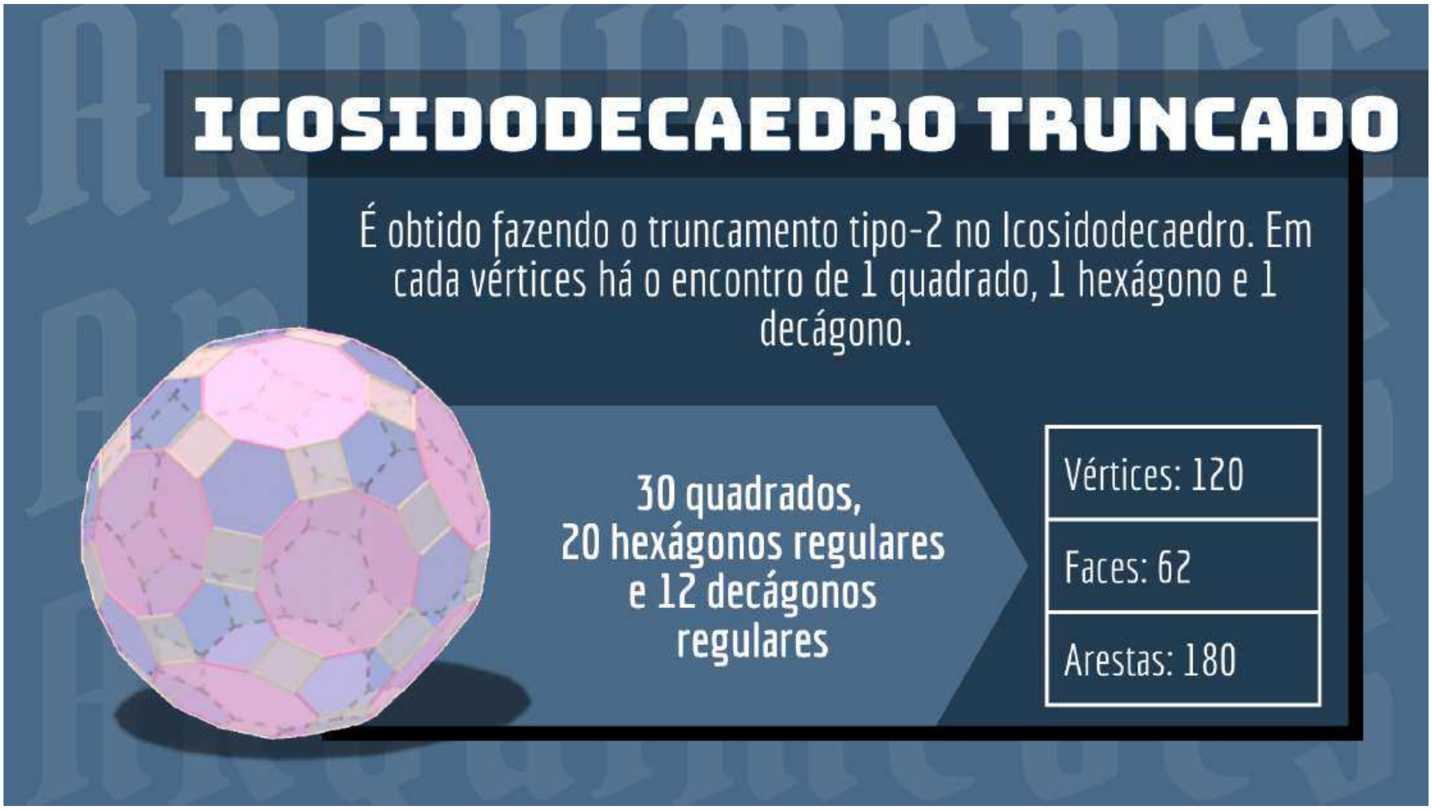

ICOSAEDRO TRUNCADO

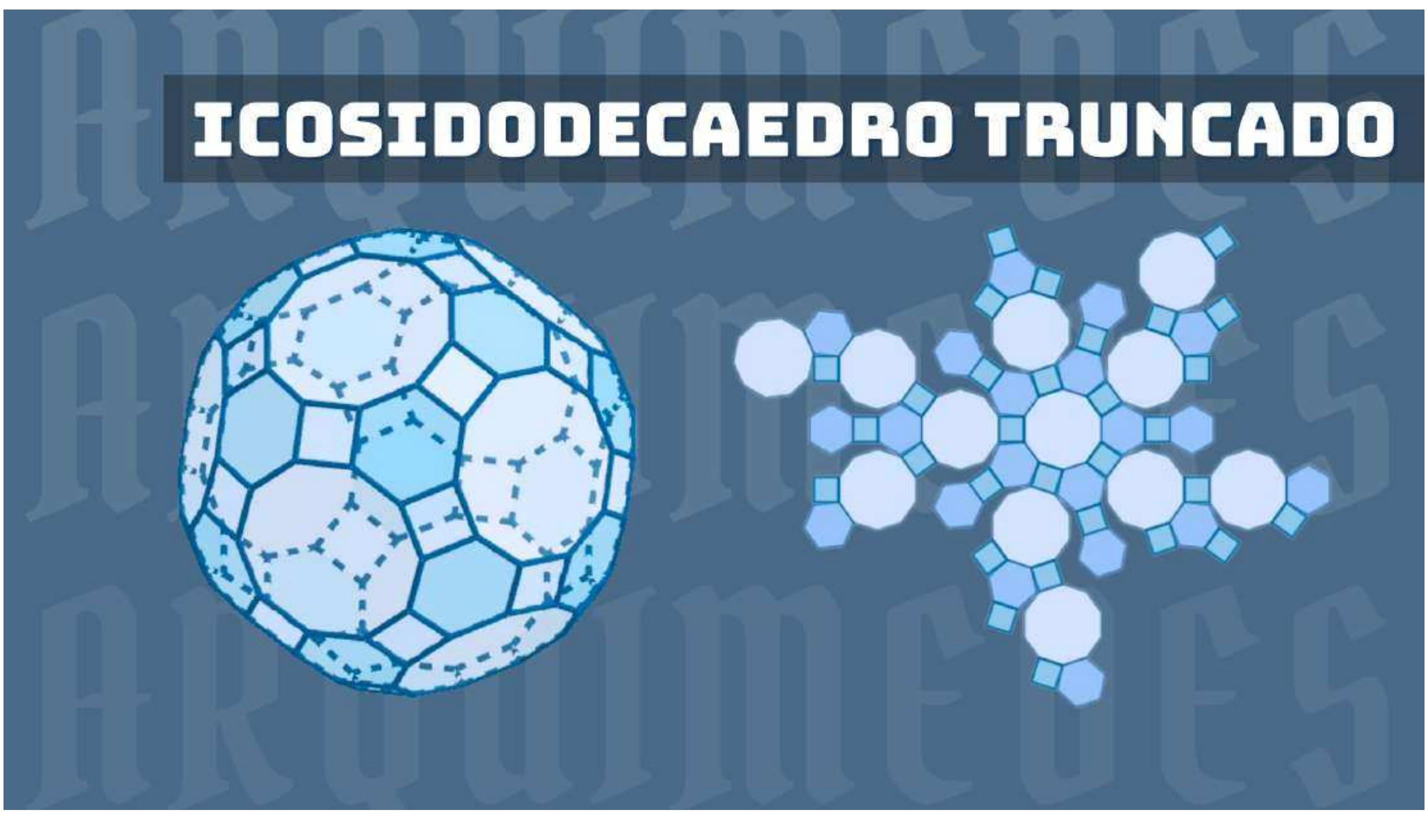

ICOSIDODECAEDRO
É obtido o truncamento tipo-1 no dodecaedro regular ou no icosaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 2 triângulos e 2 pentágonos.
20 triângulos equiláteros e 12 pentágonos regulares
Vértices: 30
Faces: 32
Arestas: 60


ICOSIDODECAEDRO


ROMBICOSIDODECAEDRO
É obtido fazendo a expansão no dodecaedro regular ou no icosaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 triângulo, 1 pentágono e 2 quadrados.
20 triângulos equiláteros, 30 quadrados e 12 pentágonos regulares
Vértices: 60
Faces: 62
Arestas: 120


ROMBICOSIDODECAEDRO


ICOSIDODECAEDRO TRUNCADO
É obtido fazendo o truncamento tipo-2 no Icosidodecaedro. Em cada vértices há o encontro de 1 quadrado, 1 hexágono e 1 decágono.
30 quadrados, 20 hexágonos regulares e 12 decágonos regulares
Vértices: 120
Faces: 62
Arestas: 180


ICOSIDODECAEDRO TRUNCADO


DODECAEDRO SNUB
É obtido fazendo a snubificação no dodecaedro regular ou no icosaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 1 pentágono e 4 triângulos.
80 triângulos equiláteros e 12 pentágonos regulares
Vértices: 60
Faces: 92
Arestas: 150


DODECAEDRO SNUB


ROMBICUBOCTAEDRO
É obtido fazendo a expansão no cubo ou no octaedro regular. Em cada vértice há o encontro de 3 quadrados e 1 triângulo
8 triângulos equiláteros e 18 quadrados
Vértices: 24
Faces: 26
Arestas: 42


ROMBICUBOCTAEDRO

REFERÊNCIAS:

ASSIS, A. K. T. *Arquimedes, o Centro de Gravidade e a Lei da Alavanca.* Apeiron Montreal, 1° edição, 2008.

Helerbrock, R. (2008, April 25). Empuxo. PrePara Enem. https://www.preparaenem.com/fisica/empuxo.htm

Leon Silva, M. S. e. R. M. (n.d.). Poliedros Arquimedianos. Com.br. Retrieved March 6, 2022, from https://sagectu.com.br/poliedros_arquimedianos.html

Ribamar, J., & Neves, S. (n.d.). UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DE PERNAMBUCO DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional. Ufrpe.Br:8080. Retrieved March 6, 2022, from http://www.tede2.ufrpe.br:8080/tede2/bitstream/tede2/7893/2/Jose%20Ribamar%20de%20Souza%20Neves.pdf

Sólidos Arquimedianos – Derivando a matemática. (n.d.). Unicamp.br. Retrieved March 6, 2022, from http://www.ime.unicamp.br/~apmat/solidos-arquimedianos-2/

(N.d.). Edu.Br. Retrieved March 6, 2022, from https://wp.ufpel.edu.br/oficinas/files/2020/04/Simetrias_Arquimedianos.pdf