

ALANE SILVA ARAÚJO

UMA CORRIDA DE SKYRMIONS EM NANOPISTAS FERROMAGNÉTICAS

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

Orientador: Afranio Rodrigues Pereira

**VIÇOSA – MINAS GERAIS
2021**

**Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade
Federal de Viçosa - Campus Viçosa**

T

A663c Araújo, Alane Silva, 1992-
2021 Uma corrida de skyrmions em nanopistas ferromagnéticas
[recurso eletrônico] / Alane Silva Araújo. – Viçosa, MG, 2021.
1 dissertação eletrônica (71 f.): il. (algumas color.).

Inclui apêndices.

Orientador: Afrânio Rodrigues Pereira.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Inclui bibliografia.

DOI: <https://doi.org/10.47328/ufvbbt.2021.004>

Modo de acesso: World Wide Web.

1. Skyrme, Modelo de. 2. Heisenberg, Modelo de.
3. Ferromagnetismo. I. Universidade Federal de Viçosa.
Departamento de Física. Programa de Pós-Graduação em Física.
II. Título.

CDD 22. ed. 539.7

Bibliotecário(a) responsável: Alice Regina Pinto Pires CRB6 2523

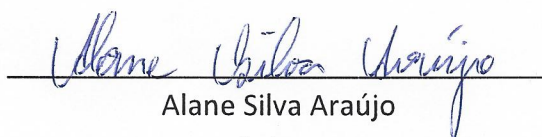
ALANE SILVA ARAÚJO

UMA CORRIDA DE SKYRMIONS EM NANOPISTAS FERROMAGNÉTICAS

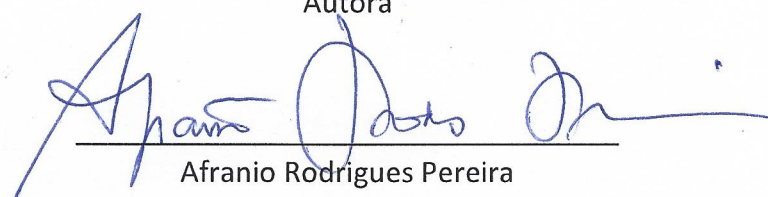
Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Física, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 21 de junho de 2021.

Assentimento:


Alane Silva Araújo

Autora


Afranio Rodrigues Pereira
Orientador

AGRADECIMENTOS

A Universidade Federal de Viçosa (UFV), pela oportunidade de fazer o curso, por todo apoio necessário e pela vivência oferecida.

Ao meu orientador, professor Afranio Rodrigues Pereira do Departamento de Física da UFV, por todo ensinamento e apoio recebido ao longo de minha carreira acadêmica.

Ao Ricardo Junior Campos Lopes, do departamento de física da UFV, por todos os ensinamentos desde a minha graduação até agora, e pela participação na realização deste trabalho.

Aos professores Rodrigo da Costa Silva e Ricardo Lopes da Silva, do Departamento de Ciências Naturais da Universidade Federal do Espírito Santo de São Mateus; ao professor Vagson Luis Carvalho – Santos do Departamento de Física da UFV e a professora Dora Altbir do CEDENNA na Universidade de Santiago do Chile, pela participação na realização deste trabalho.

A todos os professores da UFV que, em algum momento, participaram de minha formação.

Aos amigos queridos cultivados durante a minha permanência na UFV.

Sou grata.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

RESUMO

ARAÚJO, Alane Silva, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, junho de 2021. **Uma corrida de Skyrmions em nanopistas ferromagnéticas.** Orientador: Afranio Rodrigues Pereira.

O modelo de Heisenberg bidimensional apresenta soluções topológicas do tipo skyrmion. A forma destas estruturas é altamente afetada pelas condições de contorno. Os skyrmions usuais possuem um núcleo e carga topológica inteira Q . Porém, de acordo com uma condição de contorno específica, o skyrmion pode apresentar dois núcleos, sendo formado por duas estruturas chamadas meron e antimeron, cujas cargas individuais são dadas por $q = \frac{Q}{2}$. Quando colocadas para se moverem sob a ação de correntes spin-polarizadas, estas estruturas sofrem a ação da força de Magnus, que as impelem numa direção perpendicular à corrente de spin, fenômeno conhecido por efeito Hall de skyrmion. Ao se movem ao longo de uma nanofita magnética, os skyrmions serão destruídos ao atingirem a borda da nanopista. Neste trabalho, com o uso de simulações micromagnéticas, foi estudado o movimento de skyrmions estabilizadas em nanopistas ferromagnéticas. Analisamos diferentes tipos de estruturas de skyrmions, sendo elas, as estruturas residentes em materiais contendo a interação Dzyaloshinskii-Moriya (IDM-skyrmion), skyrmions contendo um núcleo (skyrmion do tipo I) e skyrmions contendo dois núcleos alinhados horizontalmente (h-bimeron) e verticalmente (v-bimeron). Foi comparado o movimento destes ao longo da pista de corrida, desconsiderando a interação skyrmion-borda, e feita uma análise em relação a sensibilidade de cada estrutura distinta à ação da força de Magnus. Foram utilizados modelos analíticos a fim de explicar os resultados obtidos através das simulações. Como resultado, pode-se concluir que pequenas deformações na forma da estrutura do tipo h-bimeron alteram consideravelmente a sua massa, desviando significativamente a sua trajetória em relação a trajetória das outras estruturas estudadas. Foi observado também que o IDM-skyrmion é a estrutura mais sensível ao efeito Hall de skyrmion comparada com as outras analisadas.

Palavras-chave: Modelo de Heisenberg. Skyrmions. Bimeron. Efeito Hall de Skyrmion.

ABSTRACT

ARAÚJO, Alane Silva, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, June, 2021. **A race of Skyrmions on ferromagnetic nanotracks.** Adviser: Afranio Rodrigues Pereira.

The two-dimensional Heisenberg model presents skyrmion-type topological solutions. The shape of these structures is highly affected by the boundary conditions. The usual skyrmions have a nucleus and entire topological charge Q . However, according to a specific boundary condition, the skyrmion can have two nuclei, being formed by two structures called meron and antimeron, whose individual charges are given by $q = \frac{Q}{2}$. When placed to move under the action of polarized spin currents, these structures suffer the action of the Magnus force, which propels them in a direction perpendicular to the spin current, a phenomenon known as the skyrmion Hall effect. As they move along a magnetic nanostrip, the skyrmions will be destroyed when they reach the edge of the nanostrip. In this work, using micromagnetic simulations, the movement of stabilized skyrmions in ferromagnetic nanotracks was studied. We analyzed different types of skyrmion structures, namely, structures residing in materials containing the Dzyaloshinskii-Moriya interaction (IDM-skyrmion), skyrmions containing one core (type I skyrmion) and skyrmions containing two horizontally aligned cores (h-bimeron) and vertically (v-bimeron). Their movement along the running track was compared, disregarding the skyrmion-edge interaction, and an analysis was made in relation to the sensitivity of each distinct structure to the action of Magnus force. Analytical models were used in order to explain the results obtained through the simulations. As a result, it can be concluded that small deformations in the shape of the h-bimeron type structure considerably alter its mass, significantly deviating its trajectory in relation to the trajectory of the other studied structures. It was also observed that the IDM-skyrmion is the most sensitive structure to the skyrmion Hall effect compared to the others analyzed.

Keywords: Heisenberg Model. Skyrmions. Bimeron. Skyrmion Hall Effect.

SUMÁRIO

1. Introdução.....	7
2. Revisão bibliográfica.....	12
2.1. Origem do magnetismo	12
2.2. Momento magnético orbital	14
2.3. Momento magnético de spin	17
2.4. Operadores de spin	18
2.5. Ferromagnetismo e interação de troca.....	19
2.6. Modelo de Heisenberg Bidimensional	26
2.7. Aproximação contínua para o modelo de Heisenberg.....	28
2.8. Sólitons Topológicos	32
2.9. Sólitons de Belavin-Polyakov	33
2.10. Equação de Landau-Lifshitz	41
2.11. Manipulação de estrutura de spins.....	43
2.12. Equação de Thiele e dinâmica de Skyrmions	43
2.13 Campo eletromagnético emergente	45
3. Material e Métodos	49
4. Resultados.....	53
5. Conclusão	61
REFERÊNCIAS.....	62
APÊNDICE A – Equação de Thiele	65
APÊNDICE B – Cálculo da velocidade do centro de massa do skyrmion	68
APÊNDICE C – Método Runge-Kutta de quarta ordem	70

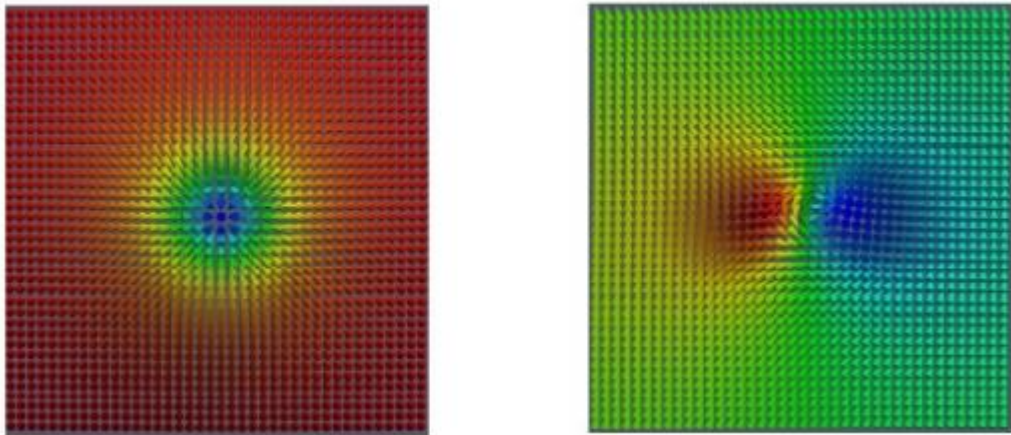
1. INTRODUÇÃO

No estudo de materiais ferromagnéticos (FM), é comum utilizar o modelo de Heisenberg. Neste modelo, consideramos uma rede discreta contendo momentos magnéticos de spin. Existem várias opções para o formato de rede, como por exemplo, as redes quadradas e triangulares. Também há opções relacionadas as dimensões no espaço físico e de spin, podendo ser elas, unidimensionais, bidimensionais ou tridimensionais. Toda essa variedade de escolhas resulta em inúmeros sistemas distintos englobados pelo modelo.

Considerando um modelo ferromagnético bidimensional com rede quadrada, sendo observadas certas exigências (tamanho de rede infinitesimal, configuração de campo suave), pode-se realizar uma aproximação contínua do modelo de Heisenberg, o que nos leva ao modelo sigma não linear. Este modelo suporta soluções topológicas conhecidas com sólitons de Belavin-Polyakov (1), muitas vezes chamadas skyrmions, nome emprestado devido a algumas semelhanças destas estruturas magnéticas com soluções solitônicas propostas nos trabalhos de Tony Skyrme (2) a fim de descrever a interação forte entre mésons e bárions. Neste trabalho, nos referiremos aos sólitons de Belavin-Polyakov como skyrmions. Tais estruturas topológicas correspondem ao mapeamento do espaço de spins, correspondente a uma esfera, no plano físico bidimensional. Por serem de natureza topológica, estas soluções são caracterizadas por um número inteiro invariante, o segundo número de Pontryagin, $Q = \pm 1, \pm 2, \dots$, e possuem energia finita $E = 4\pi JS^2|Q|$, que é independente da dimensão do skyrmion (S^2 é o módulo quadrado do vetor de spin). A estrutura topológica de tais partículas fornece a elas uma estabilidade dita topológica, dando a elas um tempo de vida útil muito grande. Este fator abre uma interessante possibilidade em aplicações tecnológicas. Um dos interesses nestas quasipartículas é a sua utilização em armazenamento e processamento de dados. É relevante citar o uso prático de memórias em pista de corrida proposto por pesquisadores da International Business Machines Corporation (IBM), no ano de 2008. Neste estudo foi utilizada estrutura do tipo parede de domínio localizada numa nanopista magnética. O uso de memórias baseadas em estruturas magnéticas localizadas em pista magnética possibilita um armazenamento de alta densidade, alta velocidade e não volatilidade. Como os skyrmions demandam uma corrente de spin polarizada muito menor do que a corrente necessária para movimentar paredes de domínio, surge uma ótima motivação no estudo de skyrmions magnéticos residentes em nanopistas de corrida.

Considerando o mapeamento da esfera do espaço de spins no espaço físico, os skyrmions podem apresentar diferentes formas, dependendo das condições de contorno consideradas. Considerando, por exemplo, a condição de contorno $\vec{S}(\vec{r}) \rightarrow (0,0,\pm S)$ em $\vec{r} \rightarrow \infty$ (onde $\vec{S}(\vec{r})$ é o campo de spins localizado no plano bidimensional), teremos um skyrmion contendo apenas um núcleo (skyrmion tipo I) (Figura 1.1). Por outro lado, considerando a condição de contorno $\vec{S}(\vec{r}) \rightarrow (\pm S, 0,0)$ em $\vec{r} \rightarrow \infty$, teremos uma configuração de skyrmion contendo dois núcleos conhecidos como bimerons (3) (skyrmion tipo II) (Figura 1.1). Dado o mesmo valor de carga topológica Q , os skyrmions terão a mesma energia, independentemente de sua forma física. O núcleo dos skyrmions ocupa uma pequena região do espaço físico na qual os spins apontam numa direção perpendicular ao plano.

Figura 1.1 – skyrmion do tipo I (à esquerda) e do tipo II (à direita)



Fonte: ARAÚJO, A. S. *et. Al.*, 2020.

Dependendo de parâmetros como anisotropias, campos magnéticos externos ou outros que podem favorecer um alinhamento dos spins ao longo do plano ou fora do plano, podem ser excitadas estruturas similares aos skyrmions do tipo I ou do tipo II em um sistema. Quando um pequeno campo magnético externo é aplicado ao longo do plano magnético, há uma tendência de alinhamento dos spins ao longo do plano, após o desligamento do campo, haverá a possibilidade do sistema em suportar skyrmions do tipo II. Por outro lado, se o campo for aplicado ao longo da direção z (considerada direção perpendicular ao plano), e desligado após algum tempo, o sistema deve suportar skyrmions do tipo I. Além disso, materiais magnéticos com pequenas anisotropias de plano-fácil devem

suportar excitações muito parecidas com os skyrmions do tipo II. Skyrmions descritos acima foram indiretamente detectados em materiais magnéticos isotrópicos quase bidimensionais por meio de medidas da capacidade térmica (4).

Neste presente trabalho, por serem energeticamente mais favoráveis, vamos considerar que os skyrmions possuem carga topológica $Q = \pm 1$. Uma pequena corrente elétrica spin polarizada aplicada é capaz de mover skyrmions ao longo do material. Por serem estruturas estáveis e demandarem pouca energia em sua manipulação, os skyrmions do tipo I possuem um grande potencial para serem usados em tecnologia de informação e processamento de dados, por isso, eles têm demandado enorme atenção no estudo de estruturas de spins (5,6). Entretanto, em sua aplicação, surgem algumas dificuldades no ato de sua manipulação ao longo de uma nanotira. Uma das principais dificuldades da aplicação dos skyrmions do tipo I em spintrônica é a incapacidade dessas estruturas, sob uma corrente aplicada, de se manterem em uma linha reta ao longo de sua trajetória. Essa dificuldade é devida a força de Magnus, responsável por uma componente de velocidade perpendicular a corrente elétrica aplicada, levando ao conhecido efeito Hall de skyrmion. Dentro deste contexto, surge uma boa motivação para o estudo dessas estruturas de spin: como suprimir ou amenizar o efeito Hall de skyrmion.

Modelos teóricos foram propostos a fim de suprimir o efeito Hall de skyrmion, dentre eles, podemos citar o trabalho de Xichao Zhang, Yan Zhou e Motohiko Ezawa (7). Eles propuseram um sistema de skyrmions existentes em uma bicamada ferromagnética acoplada por meio da interação antiferromagnética (AFM). Neste trabalho foi mostrado que, quando um skyrmion é excitado em uma camada, automaticamente será excitado outro antiskyrmion (carga topológica oposta) na outra camada ferromagnética. Se o acoplamento entre as duas camadas for forte o suficiente, o movimento de um skyrmion em uma camada afetará o movimento do skyrmion presente na camada adjacente. Quando colocados em movimento por meio de uma corrente spin-polarizada, cada skyrmion sofrerá a ação da força de Magnus, porém em sentidos contrários, o que resulta numa supressão do efeito Hall de skyrmion da estrutura como um todo.

Além do trabalho citado acima, vários outros foram propostos a fim de suprimir o efeito Hall de skyrmion (8,9). Em materiais antiferromagnéticos o efeito Hall de skyrmion não é um problema pois, os skyrmions em tais materiais são formados por duas estruturas

contendo cargas topológicas opostas que se cancelam, suprimindo completamente a força de Magnus (10).

Com base nessas discussões, é relevante observar a dinâmica de estruturas topológicas com diferentes formatos ao longo de uma tira, a fim de elucidar questões do tipo: a forma destas estruturas afeta, em primeira aproximação, a trajetória delas ao longo de uma tira? Há alguma estrutura menos sensível ao efeito Hall de skyrmion? Com base nesta questão, nós daremos atenção a texturas de skyrmion do tipo II. Os bimerons não possuem simetria cilíndrica (11), o que pode acarretar consequências para o magnetismo quântico. Considerando um antiferromagneto bidimensional com spin total S e carga topológica $Q = 1$, os merons formando um skyrmion de dois núcleos (12) são ditos “spin- S spinons” (13, 14) que surgem como objetos essenciais na procura por estados líquidos de spin bidimensionais quânticos (15) de spin $\frac{1}{2}$. Outros tipos de estruturas do tipo bimeron podem ser encontradas em filmes finos de magnetos quirais (16), induzidos por impurezas magnéticas (17) ou estabilizadas em geometrias confinadas (18).

O principal objetivo desse trabalho é analisar a trajetória dos skyrmions do tipo I e II em uma pista de corrida ferromagnética. Inicialmente mostramos que, se considerarmos um modelo sem massa para descrever a dinâmica do bimeron, sua trajetória e velocidade ao longo da pista de corrida será a mesma trajetória dada pelo skyrmion do tipo I. Porém, devido a sua simetria não cilíndrica, o deslocamento do centro de massa do bimeron induz uma massa efetiva que é diferente da massa efetiva do skyrmion do tipo I, devendo portando, se mover em trajetória distinta. Lançando mão de cálculos analíticos e simulações micromagnéticas, estudamos os skyrmions do tipo II mantendo o foco em sua sensibilidade à força de Magnus. Os resultados foram comparados com as trajetórias obtidas para os skyrmions do tipo I. Nós tivemos que distinguir duas categorias de skyrmions do tipo I, que depende do material específicos no qual eles podem existir: skyrmions do tipo I que residem em materiais ferromagnéticos com interação Dzyaloshinskii-Moriya (IDM), cuja constante de acoplamento D é adicionada a Hamiltoniana de Heisenberg, e skyrmions do tipo I que residem em materiais ferromagnéticos sem a presença da interação IDM. A distinção é necessária pois, apesar destas estruturas terem formatos similares, estruturas na presença da interação IDM são mais rígidas e o seu tamanho (controlado pela razão D/J) permanece praticamente constante durante o seu movimento. Para materiais com interação IDM, os

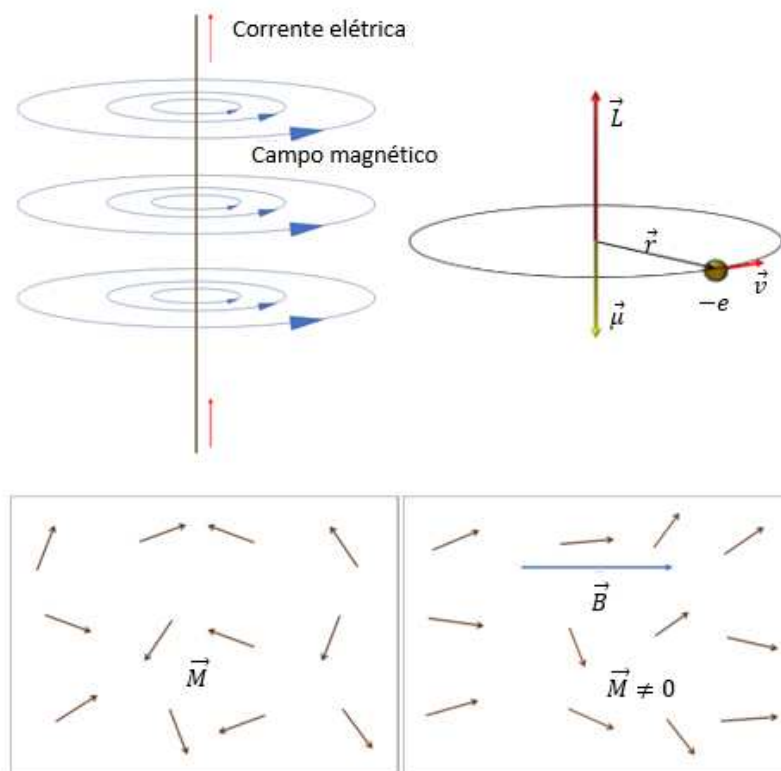
skyrmions serão chamados de IDM-skyrmions, enquanto para materiais sem interação IDM, as excitações serão simplesmente chamadas de skyrmions do tipo I.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. ORIGEM DO MAGNETISMO

Um dos primeiros contatos da humanidade com fenômenos magnéticos se deu com a descoberta de materiais magnetizados encontrados naturalmente, como por exemplo, a magnetita e o óxido de ferro Fe_3O_4 (19), magnetizados pelas correntes elétricas resultantes das quedas de raios (19). A manipulação destes materiais magnetizados trouxe a descoberta de novos fenômenos naturais, como por exemplo, a presença do campo magnético terrestre. Estas descobertas propiciaram as primeiras aplicações úteis, dentre elas, podemos citar a descoberta da bússola que auxiliou os navegadores o período das grandes navegações.

Figura 2.1 – Campo magnético



Acima à esquerda: linhas de campo magnético induzidas por uma corrente elétrica. Acima à direita: momento magnético orbital. Abaixo: ordenamento dos momentos magnéticos devido a presença de um campo externo. Fonte: A autora.

No ano de 1820, Hans-Christian Oesterd (físico e químico dinamarquês, 1777-1851), descobriu que fios conduzindo correntes elétricas afetavam a orientação das bússolas (19). No mesmo ano, os cientistas André-Marie Ampère (físico e matemático francês, 1775-1836) e Dominique-François Arago (físico e astrônomo francês, 1786-1853), observaram que uma bobina transportando corrente (Figura 2.1) se comportava como um ímã (19). Em 1821, Michael Faraday (físico e químico britânico, 1791-1867) descobriu o fenômeno da indução eletromagnética, que permite gerar correntes elétricas utilizando campos magnéticos variáveis. Nestes dois anos foram lançadas as primeiras sementes do eletromagnetismo (19).

No ano de 1864, James Clerk Maxwell (físico e matemático britânico, 1831-1879) formulou as conhecidas equações de Maxwell do eletromagnetismo clássico. Estas equações descrevem a indução de campos elétricos e magnéticos devido a presença de cargas e correntes elétricas e a variações temporais dos campos. As equações de Maxwell no vácuo são dadas por:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0, \quad (2.1)$$

$$\epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \rho, \quad (2.2)$$

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}, \quad (2.3)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (2.4)$$

onde \vec{E} e \vec{B} são os campos elétricos e de indução magnética, respectivamente, ρ e \vec{j} são as densidades de carga e corrente, ϵ_0 é a permissividade elétrica no vácuo e μ_0 é a permeabilidade magnética no vácuo. De acordo com estas equações, correntes elétricas são fontes de campos magnéticos, com isso, durante os primórdios do eletromagnetismo, descobriu-se que os fenômenos magnéticos apresentados pelos materiais poderiam ser explicados pela distribuição de minúsculos loops correntes elétricas ao longo do material, responsáveis por um momento de dipolo magnético orbital (Figura 2.1).

2.2. MOMENTO MAGNÉTICO ORBITAL

O momento magnético de um loop de corrente I que circula uma área circular $A = \pi r^2$ é dado por:

$$\mu = IA = I\pi r^2. \quad (2.5)$$

Para sabermos a relação entre o momento magnético e o momento angular orbital, vamos considerar uma órbita eletrônica clássica (Figura 2.1). O momento angular \vec{L} do elétron que circula o núcleo a uma distância \vec{r} e momento linear \vec{p} é dado por:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}. \quad (2.6)$$

O módulo do momento angular, dada a massa do elétron m_e e sua velocidade v , será:

$$L = rm_e v. \quad (2.7)$$

O módulo da velocidade é dado por $v = \frac{2\pi r}{\tau}$, onde τ é o período de rotação do elétron, sendo dado pela corrente $I = \frac{-e}{\tau}$, onde $-e$ é o valor da carga do elétron. Substituindo estes valores na equação 2.7, obteremos:

$$L = -\frac{2m_e}{e} \pi r^2 I. \quad (2.8)$$

Finalmente, lembrando que $\mu = \pi r^2 I$, chegaremos a seguinte relação para L e μ :

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{2m_e} \vec{L}. \quad (2.9)$$

A relação acima é válida para o caso quântico, sendo preciso levar em consideração a característica discreta do momento angular orbital. No caso quântico, chamamos \vec{L} de operador momento angular. Os operadores \vec{L}^2 e L_z comutam entre si, possuindo então os mesmos autovetores. Os autovalores de L^2 são dados por $l(l+1)\hbar^2$, onde $l = 0, 1, 2, \dots$ e

os autovalores de L_z são dados por $m_l \hbar$, onde $m_l = -l, -l + 1, \dots, l - 1, l$. \hbar é a constante reduzida de Planck.

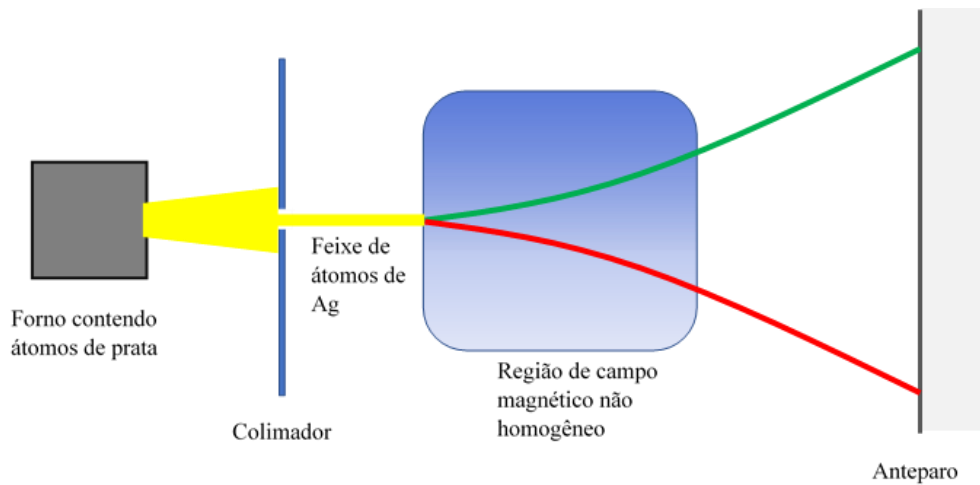
Os fenômenos magnéticos apresentados pelos materiais podem ser tranquilamente descritos pela distribuição de dipolos magnéticos pelo material. A grandeza macroscópica utilizada para medir o grau de ordenamento dos momentos magnéticos é chamada de magnetização, dada pela seguinte equação:

$$\vec{M} = \frac{\sum_i \vec{\mu}_i}{V}, \quad (2.10)$$

onde V é o volume do material. A unidade da magnetização é dada por $\frac{A}{m}$ (Ampère por metro).

Dentre os fenômenos magnéticos apresentados pelos materiais, podemos citar os mais conhecidos. Materiais paramagnéticos só apresentam magnetização na presença de campo magnético externo, esta magnetização aponta na mesma direção do campo aplicado. Classicamente, este fenômeno é devido ao torque exercido pelo campo magnético sobre os momentos de dipolos magnéticos presentes no material. Existem materiais que apresentam uma magnetização no sentido oposto ao campo aplicado, chamados diamagnéticos. Classicamente, a lei de Faraday-Lenz é a responsável pelo fenômeno do diamagnetismo. Tanto os diamagnetos quanto os paramagnetos não apresentam magnetização na ausência de campo externo. Os momentos de dipolo magnético orbital podem ser utilizados para descrever o fenômeno do ferromagnetismo, no qual o alinhamento espontâneo dos momentos magnéticos leva a uma magnetização não nula na ausência de campos externos. Porém, apesar das teorias considerando órbitas eletrônicas serem muito promissoras, o ferromagnetismo não é explicado por tais teorias. Para que os valores de magnetização fossem coerentes com a ideia de correntes superficiais, seriam necessários valores altos de correntes para manter o campo magnético produzido pelo ferromagnético (19).

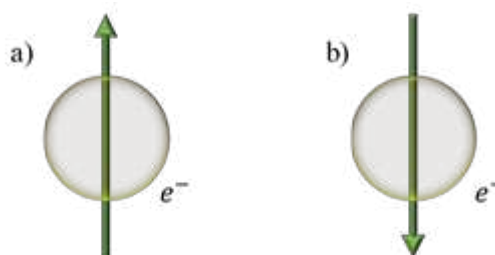
Figura 2.2_Experimento de Stern-Gerlach.



Fonte: SAKURAI, J. J.; NAPOLITANO, J., 2014.

No ano de 1922, Stern e Gerlach (20) realizaram um experimento utilizando átomos de prata. O experimento consiste em inserir um feixe de átomos de prata numa região de campo magnético, sendo este campo, não uniforme ao longo de uma direção perpendicular ao feixe (Figura 2.2). Os átomos de prata possuem um elétron desemparelhado na camada de valência e possuem momento magnético orbital total nulo. Mesmo assim, ao passar pela região de gradiente de campo magnético, o feixe é dividido em dois, sendo captado pelo anteparo (20).

Figura 2.3: Esquema do momento magnético de spin do elétron.



A figura representa apenas a projeção do spin ao longo da vertical. Fonte: A autora.

A explicação correta do experimento de Stern-Gerlach só foi possível com a descoberta do spin do elétron realizada por George Uhlenbeck e Samuel Goudsmit, no ano de 1925 (19). Descobriu-se que o elétron possui um momento angular intrínseco quantizado, sem análogo clássico, apresentando somente duas possíveis orientações ao longo de uma

direção arbitrária escolhida, comumente conhecidas por spin *up* cujo estado é representado pelo ket $|\uparrow\rangle$ e *down* representado pelo ket $|\downarrow\rangle$ (Figura 2.3). Assim como o momento angular orbital, o momento angular de spin é responsável pelo momento magnético intrínseco das partículas.

2.3. MOMENTO MAGNÉTICO DE SPIN

As relações para o momento de spin são análogas as relações para o momento magnético orbital. A diferença é que, para momentos angulares orbitais, os valores permitidos para l são apenas números inteiros, enquanto para momentos de spin, os valores permitidos podem ser inteiros ou semi-inteiros. Os autovalores para o módulo quadrado do momento angular de spin S^2 são $s(s + 1)\hbar^2$, onde $s = \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, \dots$ e os autovalores para a componente z do momento angular de spin S_z são dados por $m_s\hbar$, onde $m_s = -s, -s + 1, \dots, s - 1, s$.

Partículas elementares que possuem spin inteiro são chamadas bósons e, geralmente, são mediadoras de interação entre férmions, que possuem spin semi-inteiro. Exemplos de bósons são os fótons e os glúons. Os elétrons, prótons e nêutrons são férmions. Em física da matéria condensada, podem surgir partículas unicamente devidas as excitações coletivas. Estas partículas não são elementares, mas podem possuir propriedades de partículas elementares como massa, carga e spin. Podemos citar exemplos de bósons em matéria condensada, os pares de Cooper, responsáveis pelo estado supercondutor, de acordo com a teoria BCS.

O spin do elétron é dado por $s = \frac{1}{2}$, sendo possível apenas duas projeções ao longo do eixo z , $S_z = +\frac{1}{2}\hbar$ ou $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$. Devido às propriedades já citadas do átomo de prata, é possível notar que o experimento de Stern-Gerlach mede o momento angular do elétron (Figura 2.2). Pode-se observar, de acordo com os resultados obtidos com o experimento de Stern-Gerlach, que o momento angular de spin é quantizado.

A relação entre o momento de dipolo magnético e o momento angular de spin é dada por:

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{m_e}\vec{S}. \quad (2.11)$$

2.4. OPERADORES DE SPIN

Considerando uma partícula cujo número quântico de spin seja $s = \frac{1}{2}$, o momento angular de spin pode ser representado por um operador de spin \vec{S} , cujas componentes são S_x, S_y, S_z . Na linguagem matricial, os operadores são dados por $S_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{2}\hbar$, $S_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} \frac{1}{2}\hbar$ e $S_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{2}\hbar$. Os autovetores do operador S_z correspondentes aos estados de spin *up* $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ e *down* $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ formam a base desse sistema. Em termos matriciais, o operador $S^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{3\hbar^2}{4}$. Note que o operador S^2 sempre comuta com qualquer uma das componentes de \vec{S} , ou seja, é possível realizar medidas simultâneas de S^2 e de uma das componentes de \vec{S} , cuja escolha mais comum, sem perda de generalidade, é S_z . As relações de comutação para as componentes de \vec{S} são (20):

$$[S_\alpha, S_\beta] = i\hbar\epsilon_{\alpha\beta\gamma}S_\gamma, \quad (2.12)$$

onde $(\alpha, \beta, \gamma) = (x, y, z)$ e $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ é o símbolo de Levi-Civita.

É comum utilizar operadores não hermitianos muito úteis na manipulação das equações. Estes operadores são chamados de operadores escada e são escritos como $S^+ = S_x + iS_y$ e $S^- = S_x - iS_y$. Os operadores escada têm a capacidade de “subir” ou “descer” o número quântico m_s por valores unitários, mantendo s inalterado, ou seja, os operadores escadas transformam o estado $|\uparrow\rangle$ para o estado $|\downarrow\rangle$ e vice-versa (20). As relações de comutação para os operadores escada são:

$$[S^+, S^-] = 2\hbar S_z, \quad [S_z, S^\pm] = \pm\hbar S^\pm, \quad (2.13)$$

Em suma, o magnetismo se deve ao momento angular das partículas elementares, mais especificamente, se deve majoritariamente aos momentos angulares orbital e de spin dos elétrons presentes nos sólidos. Podemos negligenciar, em primeira aproximação, o

momento magnético apresentado pelos núcleos dos átomos devido ao grande valor de massa das partículas que compõem o núcleo, sendo essa, muito maior do que a massa dos elétrons.

Um elétron cujo momento angular orbital é \vec{l} e momento angular de spin é \vec{s} , terá momento angular total $\vec{j} = \vec{l} + \vec{s}$ e momento magnético total igual a $\vec{\mu} = -\frac{\mu_B}{\hbar}(\vec{l} + 2\vec{s})$, onde $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e}$ é o magneton de Bohr.

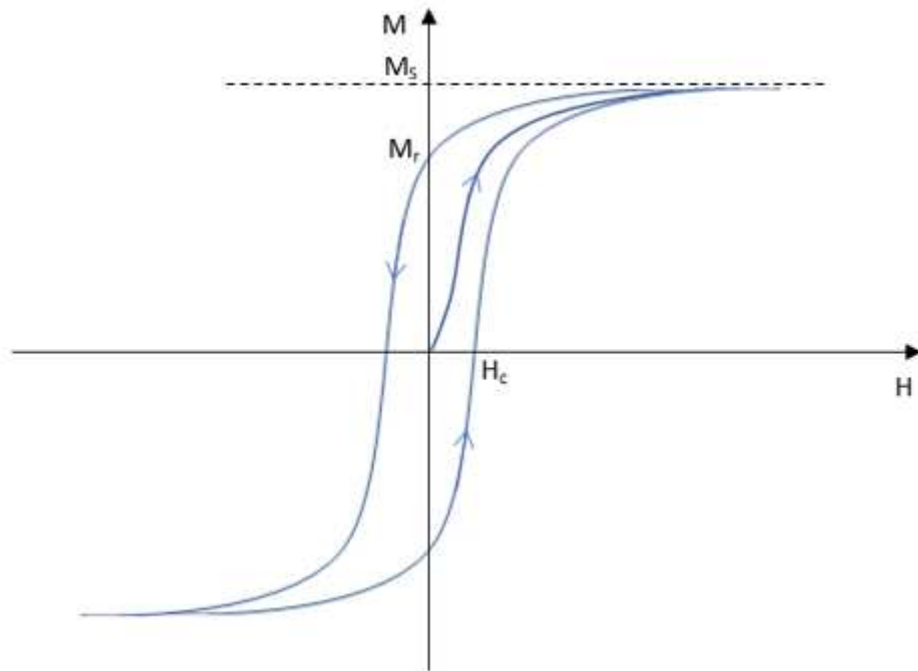
Sabendo-se a origem elementar do magnetismo, podemos formular um modelo para estudar os materiais magnéticos nessa perspectiva. Lembrando que, quando organizados numa estrutura cristalina, os átomos e moléculas não necessariamente apresentarão as mesmas propriedades nas quais exibem quando estão livres. É preciso levar em consideração todas as interações que estarão presentes no sólido. Nem sempre o momento magnético apresentado por um átomo livre será igual ao momento apresentado por átomos ligados organizados em rede.

2.5. FERROMAGNETISMO E INTERAÇÃO DE TROCA

A característica que diferencia um material ferromagnético dos outros materiais é a magnetização residual devido a aplicação de um campo magnético externo. Mesmo após o desligamento do campo externo, o ferromagneto possuirá uma magnetização não-nula (magnetização remanescente). Essa magnetização é devida ao alinhamento ordenado dos momentos magnéticos de spin resultantes das partículas que constituem o material. O ciclo de histerese magnética (Figura 2.4) fornece informações sobre a magnetização de saturação do material, o campo remanescente apresentado pelo ferromagneto a campo externo nulo, o campo necessário para destruir a ordem magnética (campo coercitivo) e a energia dissipada durante um ciclo (19). Outra característica marcante dos ferromagnetos é a existência de regiões de domínio magnético (Figura 2.5), nas quais, os momentos magnéticos estarão ordenados, e as paredes de domínio, que são as fronteiras entre diferentes regiões de domínio magnético. É comum encontrarmos materiais ferromagnéticos com magnetização total nula, isso se deve ao fato de que a magnetização resultante nas regiões de domínio magnéticos estarão distribuídas aleatoriamente no material. Um campo magnético externo aplicado no material ferromagnético fará com que

as regiões de domínio cujos momentos estão alinhados ao campo cresçam levando a uma magnetização resultante diferente de zero.

Figura 2.4 – Ciclo de histerese magnética.



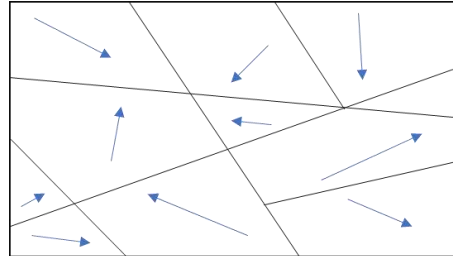
A figura apresenta a magnetização remanescente (M_r), o campo coercitivo (H_c), a magnetização de saturação (M_s). A energia dissipada é dada pela área interna do ciclo. Fonte: A autora.

Estes materiais possuem uma faixa de temperatura na qual o ferromagnetismo está presente. A temperatura de transição de fase ferromagnética-paramagnética é dita temperatura de Curie e, acima da temperatura de Curie, o material se comportará como paramagnético.

A interação responsável pelo alinhamento espontâneo dos momentos magnéticos dos materiais é conhecida por interação de troca, sendo esta, de curto alcance. A origem da interação de troca é devida ao princípio da indistinguibilidade das partículas quânticas e a interação coulombiana. Se dois elétrons possuem o mesmo valor de spin, eles não podem ocupar o mesmo espaço, logo eles estarão mais distantes entre si, diminuindo a energia de interação Coulombiana. Há uma diferença de energia entre elétrons com spins alinhados paralelamente e alinhados de forma antiparalela e, no estado fundamental, o sistema se

encontrará no estado de menor energia, podendo possuir spins paralelos (ordenamento ferromagnético) ou spins antiparalelos (ordenamento antiferromagnético).

Figura 2.5: Esquema representando os domínios magnéticos.



Fonte: A autora.

O exemplo mais simples da interação de troca é o da molécula de hidrogênio (H_2), ela é composta por dois átomos de hidrogênio através da ligação covalente. No estado fundamental dessa molécula, os elétrons se encontrarão na camada 1s de cada respectivo átomo, lembrando que há uma superposição das funções de onda. Nesta configuração, existem duas possibilidades para o alinhamento dos elétrons, um paralelo e outro antiparalelo. A questão é saber qual destes alinhamentos fornece o menor valor de energia. Para tal, vamos considerar a equação de Schroedinger do sistema, desconsideração a interação entre eles (19):

$$\left[\frac{-\hbar^2}{2m} \left(\frac{\partial^2}{\partial r_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial r_2^2} \right) - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \right] \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \epsilon \Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2), \quad (2.14)$$

onde r_i é a posição do elétron i , $i = 1, 2$. O elétron é uma partícula indistinguível e obedece ao princípio de exclusão de Pauli, portanto, a troca dos dois elétrons muda a fase da função de onda de tal forma que:

$$\Psi(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = -\Psi(\vec{r}_2, \vec{r}_1). \quad (2.15)$$

Funções de onda que mudam o sinal sob troca de partículas é dita função antissimétrica. No nosso exemplo, a função de onda total pode ser escrita como um produto de duas funções de onda individuais, uma referente às coordenadas espaciais (ϕ) e outra referente a orientação de spin (χ).

$$\phi_s = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 + \psi_2), \quad (2.16)$$

$$\phi_a = \frac{1}{\sqrt{2}}(\psi_1 - \psi_2), \quad (2.17)$$

Onde ϕ_s é simétrica sob troca e ϕ_a é antissimétrica sob troca, $\psi_1(\vec{r}_1)$ e $\psi_2(\vec{r}_2)$ são as soluções da equação de Schroedinger para os átomos individuais. As autofunções de spin serão dadas pelas autofunções para spins paralelos (simétricas sob troca):

$$\chi_s = |\downarrow_1, \downarrow_2\rangle; \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle + |\downarrow_1, \uparrow_2\rangle); |\uparrow_1, \uparrow_2\rangle, \quad (2.18)$$

Onde $S = 1$, $m_s = -1, 0, 1$, e pela autofunção para spins antiparalelos (antissimétrica sob troca):

$$\chi_a = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow_1, \downarrow_2\rangle - |\downarrow_1, \uparrow_2\rangle), \quad (2.19)$$

Onde $S = 0$, $m_s = 0$.

Dadas as autofunções espaciais e de spin, a função de onda total antissimétrica pode assumir duas formas, que se relacionam as duas possibilidades de alinhamento dos spins:

$$\Psi_I = \phi_s \chi_a. \quad (2.20)$$

$$\Psi_{II} = \phi_a \chi_s. \quad (2.21)$$

A energia dos dois estados Ψ_I e Ψ_{II} é dada por:

$$\varepsilon_{I(II)} = \int \phi_{s(a)}^*(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \mathcal{H}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \phi_{s(a)}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) dr_1^3 dr_2^3. \quad (2.22)$$

Para a molécula de hidrogênio, $\varepsilon_I < \varepsilon_{II}$, devido a restrição espacial imposta pela função de onda espacial antissimétrica (a superposição das funções de onda espaciais introduz um nó entre os dois núcleos) (19). A diferença de energia entre os dois estados (ε_I e ε_{II}) pode ser escrita como $J = (\varepsilon_I - \varepsilon_{II})/2$, portanto, a energia do estado fundamental (ε) em termos de J pode ser escrita como:

$$\varepsilon = -2(J/\hbar^2)\vec{S}_1 \cdot \vec{S}_2, \quad (2.23)$$

onde $J < 0$. Neste caso, o produto escalar dado na equação acima estabelece que o estado fundamental da molécula de H_2 deve possuir ordem AFM.

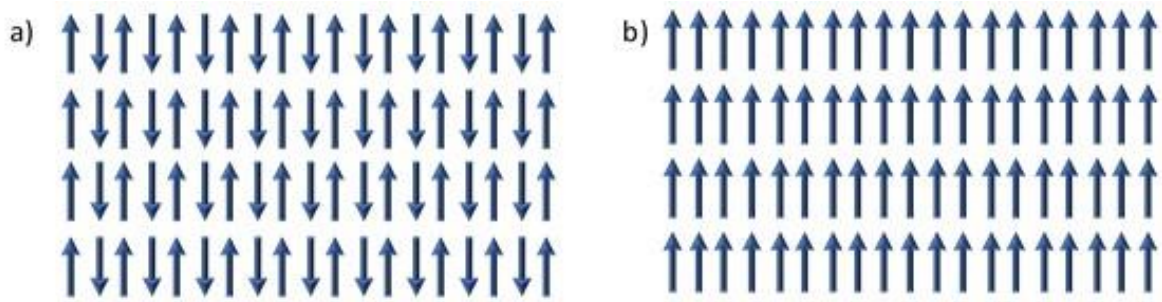
Como pode-se perceber, a interação de troca é um fenômeno essencialmente apresentado por spins e está presente em átomos multieletrônicos, responsável pelo alinhamento dos spins, no estado fundamental, dos átomos de ferro, níquel e cobalto. No nosso exemplo dado, a interação de troca leva a um alinhamento AFM, no estado fundamental, para a molécula de H_2 . No caso dos sólidos cristalinos, a situação é ainda mais complexa devido ao grande número de partículas interagentes entre si. Neste caso, podem ocorrer várias situações, sendo as mais faladas, o alinhamento FM e o AFM. Em todos os casos, onde há um alinhamento dos spins no regime de baixas energias, a interação de troca é a responsável, seja nos átomos, nas moléculas ou nos sólidos. Também há interação de troca entre spins dos elétrons de condução e spins fixos na rede, o que pode levar a uma magnetização espontânea no material (interação RKKY) (21).

O físico Werner Heisenberg (1901-1976) formulou um hamiltoniano que generaliza a interação de troca para spins organizados numa rede (19):

$$\mathcal{H} = -\sum_{\{i,j\}} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j, \quad (2.24)$$

onde J_{ij} é o parâmetro de acoplamento (ou parâmetro de troca). No geral, J_{ij} pode ser diferente para cada i e j considerado. Em casos especiais, a constante de troca pode depender da posição, ou seja: $J_{ij} = J$. Caso a escolha seja por um alinhamento ferromagnético (Figura 2.6), devemos fazer com que $J > 0$, já para um alinhamento antiferromagnético, é necessário que $J < 0$. \vec{S}_i é o operador de spin localizado no sítio i , sendo $\vec{S}_i = S_i \hat{x} + S_i \hat{y} + S_i \hat{z}$. Como já mencionado, a interação de troca é de curto alcance e, portanto, a soma dada na equação (2.24) é feita sob os primeiros vizinhos do spin localizado no sítio i . Neste modelo o campo de spins obedece a restrição $\vec{S}(\vec{x}) \cdot \vec{S}(\vec{x}) = S^2$, onde S^2 é constante.

Figura 2.6: Alinhamento de spins.



Esquema representando o alinhamento a) antiferromagnético e b) ferromagnético.

Fonte: A autora.

Um modelo magnético pode apresentar variações com relação a dimensão no espaço físico e a dimensão no espaço de spins. Veja abaixo alguns modelos e suas respectivas hamiltonianas.

Modelo de Ising unidimensional:

$$\mathcal{H} = -J \sum_i \vec{S}_i \cdot \vec{S}_{i+1}, \quad S = \pm 1. \quad (2.25)$$

Modelo XY (22):

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\{i,j\}} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y), \quad S^2 = (S^x)^2 + (S^y)^2 + (S^z)^2. \quad (2.26)$$

Rotor planar (22):

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\{i,j\}} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y), \quad S^2 = (S^x)^2 + (S^y)^2. \quad (2.27)$$

Modelo de Heisenberg:

$$\mathcal{H} = -J \sum_{\{i,j\}} (S_i^x S_j^x + S_i^y S_j^y + S_i^z S_j^z), \quad S^2 = (S^x)^2 + (S^y)^2 + (S^z)^2. \quad (2.28)$$

Outros fatores relevantes que podem ser levados em consideração na equação 2.24 são as anisotropias, que indicam um alinhamento preferencial dos spins ao longo de uma direção, representada pelo termo adicional $\lambda \sum_{i,j} S_i^z S_j^z$. Dependendo do valor de λ , podemos

obter a anisotropia de plano-fácil ($-1 < \lambda < 0$), que indica uma maior tendência dos spins se alinharem paralelamente ao plano, ou a anisotropia de eixo-fácil ($\lambda > 0$) que indica uma maior tendência dos spins se alinharem ao longo da direção perpendicular ao plano (22). Podemos citar exemplos de inúmeros outros termos adicionais, como por exemplo, termos que representam interações de longo alcance como a interação dipolar (21):

$$\mathcal{H}_{dip} = \frac{1}{2}(g\mu_B)^2 \sum_{i,j} \sum_{\alpha,\beta} D_{i,j}^{\alpha,\beta} S_i^\alpha S_j^\beta, \quad (2.29a)$$

$$D_{i,j}^{\alpha,\beta} = \frac{|\vec{r}_{i,j}|^2 \delta_{\alpha\beta} - 3r_{i,j}^\alpha r_{i,j}^\beta}{|\vec{r}_{i,j}|^5}, \quad (2.29b)$$

Onde g é o fator de Landé e μ_B é o magneton de Bohr, $\vec{r}_{i,j}$ é o vetor entre os sítios i e j , $\delta_{\alpha\beta}$ é o delta de Kronecker e α, β estão relacionadas as coordenadas cartesianas. Apesar desta interação ser de longo alcance, ela é muito mais fraca do que a interação de troca entre os sítios vizinhos, podendo ser ignorada em muitos casos (21).

Caso haja a presença de campo magnético externo aplicado \vec{H} , há um termo de energia que fornece a interação entre os momentos magnéticos e o campo, conhecida como energia Zeeman (21):

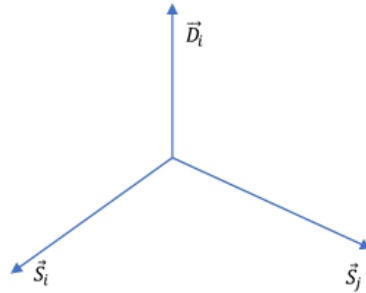
$$\mathcal{H}_{Zeeman} = -g\mu_B \vec{H} \cdot \sum_i \vec{S}_i. \quad (2.30)$$

Em 1960, Dzyaloshinskii, por meio de argumentos de simetria baseado na teoria de Landau (23), propôs um modelo que descreve a magnetização helicoidal apresentadas em materiais magnéticos que não possuem simetria de inversão, conhecidos como magnetos quirais (21). Mais tarde, por meio de um tratamento perturbativo do termo de acoplamento spin-órbita (22), Moriya propôs a mesma interação. Devido a contribuição de ambos, esta interação se tornou conhecida por interação Dzyaloshinskii-Moriya (IDM), também chamada de interação antissimétrica:

$$\mathcal{H}_{DM} = -\vec{D} \cdot \sum_{i,j} (\vec{S}_i \times \vec{S}_j), \quad (2.31)$$

Onde o vetor \vec{D} se alinha ao longo de um eixo de alta simetria, determinado pela estrutura cristalina do material.

Figura 2.7 - Alinhamento perpendicular dos spins devido à interação IDM.



Fonte: A autora.

A interação IDM favorece um alinhamento perpendicular dos spins ao longo de direções perpendiculares entre si (Figura 2.7). A interação IDM juntamente com a interação de troca introduz a quiralidade na configuração magnética (23).

2.6. MODELO DE HEISENBERG BIDIMENSIONAL

O modelo de Heisenberg bidimensional consiste em uma rede quadrada bidimensional, cujo espaço dos spins possui três dimensões espaciais. A hamiltoniana desse modelo é escrita como:

$$\mathcal{H} = - \sum_{\{i,j\}} J_{ij} \vec{S}_i \cdot \vec{S}_j, \quad (2.32)$$

onde $J > 0$. No formalismo quântico, \vec{S}_i é o operador de spin que obedece a seguinte relação de comutação:

$$[S_i^\alpha, S_i^\beta] = i\hbar \epsilon_{\alpha\beta\gamma} S_i^\gamma, \quad (2.33)$$

onde $\alpha, \beta, \gamma = x, y, z$ e $\epsilon_{\alpha\beta\gamma}$ é o símbolo de Levi-Civita. Os operadores levantamento (S_i^+) e o operador abaixamento (S_i^-), são:

$$S_i^\pm = S_i^x \pm iS_i^y, \quad (2.34)$$

cujas relações de comutação são:

$$[S_i^+, S_j^-] = 2\hbar S_i^z \delta_{ij}, \quad [S_i^z, S_j^\pm] = \pm \hbar S_i^\pm \delta_{ij}. \quad (2.35)$$

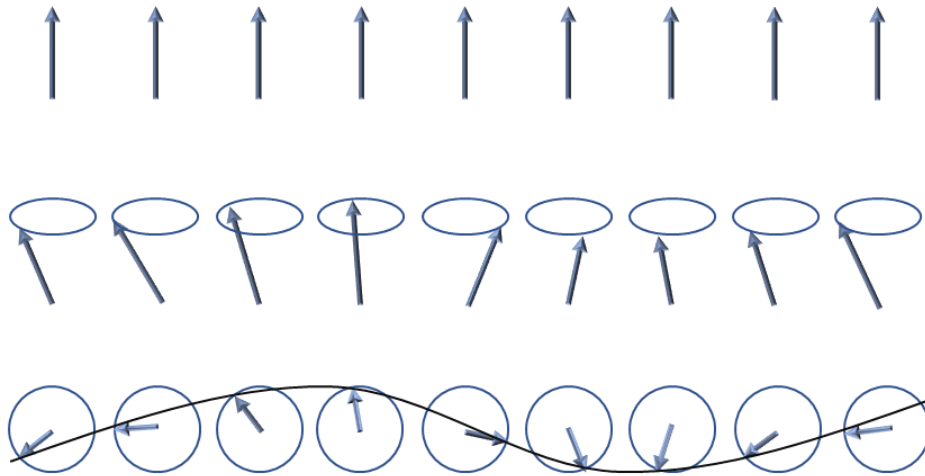
Reescrevendo a hamiltoniana 2.31 em função dos operadores levantamento e abaixamento, obteremos:

$$\mathcal{H} = -\sum_{\{i,j\}} J_{ij} \left[\frac{1}{2} (S_i^+ S_j^- + S_i^- S_j^+) + S_i^z S_j^z \right]. \quad (2.36)$$

Sabendo-se a hamiltoniana, o próximo passo é encontrar todos os autovalores e autovetores do operador hamiltoniano. Como estamos tratando de um sistema cujo número de partículas é muito grande, esta tarefa torna-se extremamente complicada, pois teríamos um número muito grande de autovetores. Para resolver este problema, podemos fazer algumas aproximações, como, por exemplo, considerar regimes de baixas energias e baixas temperaturas e encontrar apenas excitações próximas ao estado fundamental (24).

As excitações de mais baixa energia conhecidas para o modelo considerado, são as ondas de spin, consideradas excitações elementares do estado ordenado. Elas são tão relevantes para modelos magnéticos em baixas dimensões que impedem completamente o ordenamento ferromagnético em temperaturas finitas para o modelo de Heisenberg isotrópico bidimensional. De acordo com Mermin e Wagner, não há ordenamento FM e nem AFM para o modelo de Heisenberg isotrópico bidimensional com interações de curto alcance (25), e o ordenamento espontâneo para o modelo é alcançado apenas no regime de temperatura $T = 0$ (25). A detecção de ondas de spin pode ser feita utilizando ressonância magnética, espalhamento de luz ou espalhamento de nêutrons (21).

Figura 2.8 - Visão semi-clássica de ondas de spin.



Acima: esquema do estado fundamental. No centro: estado excitado correspondente a onda de spin. Abaixo: ondas de spin vistas de cima. Fonte: HAGSHENASFARD, Z., 2017.

Uma visão semi-clássica das ondas de spin em uma dimensão é representada na Figura 2.8. Nesta visão, os momentos magnéticos dos spins são representados como vetores que executam um movimento de precessão na presença de um campo magnético efetivo (contribuição das interações magnéticas dos spins com campos externos e internos) (21).

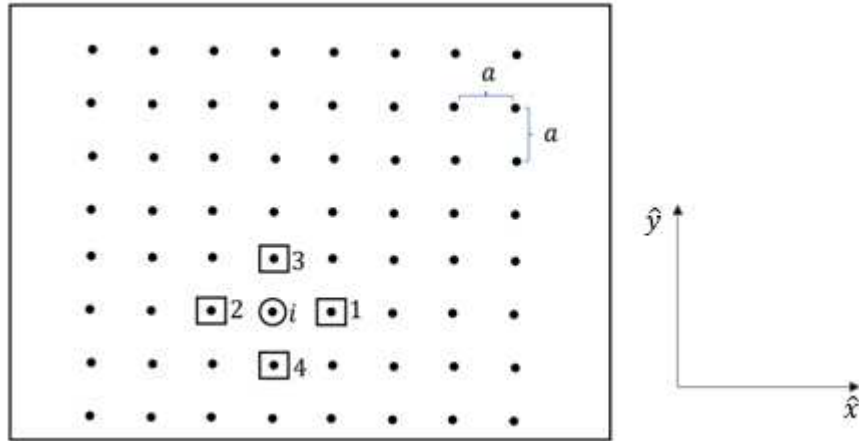
No formalismo quântico, tais excitações são partículas conhecidas como mágnons. Mágnons são bósons tais que, de acordo com o teorema de Goldstone, são excitados devido a alguma simetria contínua perdida no sistema (26). No caso do sistema de spins, a simetria perdida é a simetria de rotação. Outro exemplo muito comum são os fônons, que são excitados devido a perda de simetria translacional apresentada pelos sólidos.

2.7. APROXIMAÇÃO CONTÍNUA PARA O MODELO DE HEISENBERG

Além dos mágnons, existe outro tipo de excitação de baixa energia de natureza topológica, mas antes de comentarmos sobre, é conveniente abandonar a natureza discreta do modelo (evidenciada pela hamiltoniana) e partir para o contínuo. Mas antes de considerar a aproximação contínua do modelo, vamos considerar uma aproximação semi-clássica. A aproximação semi-clássica consiste em considerar valores de spins muito grandes, ou seja, $S \rightarrow \infty$. Nesta aproximação, os operadores de spins se assemelham a vetores clássicos, neste caso, podemos considerar que suas componentes assumem valores

contínuos. Feita a consideração semi-clássica, os spins na hamiltoniana de Heisenberg já não são mais os operadores de spin definidos na equação 2.12, mas vetores usuais.

Figura 2.9 - Esquema de uma rede quadrada bidimensional.



Os pontos na figura indicam a posição de cada spin. Note que as posições 1, 2, 3 e 4 são os primeiros vizinhos do sítio i . O parâmetro de rede dado é a . Fonte: A autora.

Na aproximação contínua, é necessário considerar que o espaçamento entre os spins (Figura 2.9) seja muito pequeno em relação a outras dimensões do material, também é preciso levar em conta que a configuração no campo de spins seja suave (22), ou seja, que não há uma variação brusca da direção entre spins vizinhos. Note que a consideração de configuração suave dos spins é consistente com o limite de baixas temperaturas, no qual estamos interessados.

Inicialmente, vamos reescrever a hamiltoniana da seguinte forma:

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2} \sum_i \vec{S}_i \cdot (\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \vec{S}_4), \quad (2.37)$$

onde foram evidenciados os primeiros vizinhos do spin localizado no sítio i (Figura 2.9). Note que o fator $\frac{1}{2}$ na equação 2.37 corrige as somas duplicadas (22). Utilizaremos um sistema de coordenadas ortogonal, cujos vetores unitários são \hat{x} e \hat{y} . De acordo com este sistema de coordenadas, os spins podem reescritos em função dos versores \hat{x} e \hat{y} da seguinte forma:

$$\vec{S}_i \mapsto \vec{S}(\vec{r}_i), \quad (2.38a)$$

$$\vec{S}_1 \mapsto \vec{S}(\vec{r}_i + a\hat{x}), \quad (2.38b)$$

$$\vec{S}_2 \mapsto \vec{S}(\vec{r}_i - a\hat{x}), \quad (2.38c)$$

$$\vec{S}_3 \mapsto \vec{S}(\vec{r}_i + a\hat{y}), \quad (2.38d)$$

$$\vec{S}_4 \mapsto \vec{S}(\vec{r}_i - a\hat{y}), \quad (2.38e)$$

onde \vec{r}_i é a posição do spin \vec{S}_i localizado no sítio i .

Como não há uma alteração abrupta no campo de spins, então a variação entre o spin na posição \vec{r}_i e o spin na posição \vec{r}_j é muito pequena, portanto, podemos fazer uma expansão em série de Taylor até a segunda ordem de $\vec{S}(\vec{r}_i \pm a\hat{x})$ e de $\vec{S}(\vec{r}_i \pm a\hat{y})$, centrada em \vec{r}_i . Os termos de ordem superior podem ser desprezados, já que também consideramos o espaçamento de rede $a \rightarrow 0$. A expansão resulta em:

$$\vec{S}(\vec{r}_i \pm a\hat{x}) = \vec{S}(\vec{r}_i) \pm a \partial_x \vec{S} \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i} + \frac{a^2}{2} \partial_x^2 \vec{S} \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.39a)$$

$$\vec{S}(\vec{r}_i \pm a\hat{y}) = \vec{S}(\vec{r}_i) \pm a \partial_y \vec{S} \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i} + \frac{a^2}{2} \partial_y^2 \vec{S} \Big|_{\vec{r}=\vec{r}_i}, \quad (2.39b)$$

onde $\partial_x = \frac{\partial}{\partial x}$ e $\partial_y = \frac{\partial}{\partial y}$. Substituindo as equações 2.39 na hamiltoniana dada em 2.37, obteremos:

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2} \sum_i \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot [4\vec{S}(\vec{r}_i) + a^2 \partial_x^2 \vec{S} + a^2 \partial_y^2 \vec{S}]. \quad (2.40)$$

Fazendo a soma dos termos entre colchetes da equação anterior, chegaremos a:

$$\mathcal{H} = -2J \sum_i \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot \vec{S}(\vec{r}_i) - \frac{Ja^2}{2} \sum_i \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot [\partial_x^2 \vec{S} + \partial_y^2 \vec{S}]. \quad (2.41)$$

Reescrevendo $\sum_i \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot \vec{S}(\vec{r}_i) = S^2 N$, sendo N o número total de spins, teremos:

$$\mathcal{H} = -2JS^2 N - \frac{Ja^2}{2} \sum_i \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot [\partial_x^2 \vec{S} + \partial_y^2 \vec{S}]. \quad (2.42)$$

O termo $-2JS^2N$ na equação 2.42 é a energia do estado fundamental e depende do número total de spins N . Vamos considerar uma nova hamiltoniana do tipo $\mathcal{H} = \mathcal{H} + 2jS^2N$, portanto:

$$\mathcal{H} = -\frac{Ja^2}{2} \sum_i \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot [\partial_x^2 \vec{S} + \partial_y^2 \vec{S}]. \quad (2.43)$$

A distância entre spins vizinhos é $\Delta x = a$ e $\Delta y = a$. Multiplicando a equação acima por $\frac{\Delta x \Delta y}{a^2}$:

$$\mathcal{H} = -\frac{Ja^2}{2} \sum_i \vec{S}(\vec{r}_i) \cdot [\partial_x^2 \vec{S} + \partial_y^2 \vec{S}] \frac{\Delta x \Delta y}{a^2}. \quad (2.44)$$

Note que a soma acima pode ser aproximada de uma integral, pois $(\Delta x, \Delta y) \rightarrow (0,0)$. Portanto, obteremos:

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2} \int d^2r \vec{S}(\vec{r}) \cdot [\partial_x^2 \vec{S} + \partial_y^2 \vec{S}], \quad (2.45)$$

onde $dxdy = d^2r$. Fazendo uma integração por partes da equação anterior, chegaremos ao seguinte resultado:

$$\mathcal{H} = \frac{J}{2} \int d^2r (\partial_\mu \vec{S}) \cdot (\partial^\mu \vec{S}), \quad \mu = 1,2, \quad (2.46)$$

onde $\partial_1 = \partial_x$ e $\partial_2 = \partial_y$.

O vínculo não linear $\vec{S}(\vec{x}) \cdot \vec{S}(\vec{x}) = S^2$ no campo de spins da equação 2.46 nos leva ao modelo sigma não linear. Note que a não linearidade advém do vínculo dado. Este modelo, apesar de ser bem presente na Física da Matéria Condensada, também é muito utilizado em teorias de campos. O modelo apresenta excitações coletivas do tipo ondas de spins, já comentadas, e soluções massivas conhecidas como sólitons de Belavin-Polyakov (1). Por um abuso de linguagem estas partículas também são comumente chamadas de skyrmions, esta nomenclatura se deve ao trabalho de Tony Skyrme (27) que propôs uma partícula possuindo algumas características semelhantes aos sólitons de Belavin-Polyakov.

2.8. SÓLITONS TOPOLÓGICOS

O estudo das equações clássicas não lineares em teorias de campo, dentre elas o modelo sigma não linear, fornece algumas soluções particulares estáveis e podem ser interpretadas como partículas (28). A densidade de energia destas partículas é suave e se concentra numa região finita do espaço (28), tais partículas são chamadas de sólitons. Exemplos de sólitons são os kinks, os lumps, os vórtices, os monopolos, os skyrmions e os stantons. Diferentemente dos mágnons, os sólitons possuem uma estrutura topológica, responsável pela sua estabilidade. Podemos dizer que partículas do tipo mágnons são topologicamente equivalentes ao estado fundamental, sendo possível transformar um estado com tais partículas no estado fundamental apenas aplicando deformações suaves no campo. Já em sistemas que possuem sólitons, não é possível atingir o estado fundamental aplicando deformações suaves no campo (28). Esta estabilidade demanda uma energia considerável para destruir partículas do tipo sóliton.

O que caracteriza a fase topológica de um determinado sistema é um número inteiro. Podemos fornecer uma visão simplificada da fase topológica utilizando como exemplo a xícara, o toro e o pires (22). Imaginando uma xícara feita de material maleável, podemos trabalhar em sua forma, amassando-a ou esticando-a continuamente, o que significa não fazer ou desfazer “buracos” no material. Desta forma, é possível transformar uma xícara num toro. Mas, se quisermos transformar uma xícara num pires apenas amassando-a ou puxando-a, não seria possível! Podemos dizer que a xícara e o pires pertencem a setores topológicos distintos, e o elemento que os diferencia é o número de buracos que eles possuem. Como há uma transformação contínua entre a xícara e o toro, é dito que eles são homotopicamente equivalentes.

Em sistemas que suportam sólitons topológicos, também há um inteiro N que caracteriza a fase topológica dos mesmos, comumente chamado de carga topológica (28). Às vezes é possível tratar o inteiro N como o número total de partículas existentes no sistema (28). Como o inteiro define a fase topológica no sistema, não é possível acrescentar e nem subtrair do inteiro fazendo modificações suaves no campo, o que garante a estabilidade das partículas existentes (23). Geralmente, quando há uma simetria de reflexão, é permitido ao sistema antisólitons com carga topológica $N = -1$, neste caso, é permitida a criação ou aniquilação de pares sóliton-antisóliton (28).

2.9. SÓLITONS DE BELAVIN-POLYAKOV

Em sistemas de Heisenberg bidimensionais, cuja equação 2.46 é válida, para t muito pequeno, as excitações de baixa energia estarão próximas do estado fundamental. Ou seja, são soluções do tipo $\vec{S}(\vec{r}) = \vec{S}_0(\vec{r}) + \vec{\varepsilon}(\vec{r})\vec{S}_0(\vec{r})$, sendo $\vec{S}_0(\vec{r})$ a solução para o estado fundamental e $\vec{\varepsilon}(\vec{r})$ infinitesimal. Estas soluções correspondem às ondas de spin usuais. O estado fundamental do sistema ($t = 0$) é degenerado, implicando o surgimento de bósons de Goldstone e a um comprimento de correlação infinito (1) em temperaturas próximas a criticalidade e, conseqüentemente, à um decaimento polinomial na função de correlação spin-spin. Porém, sabe-se que em tais sistemas, o comprimento de correlação é finito para qualquer temperatura finita (24). Portanto, deve haver outras soluções que não são do tipo ondas de spin. De fato, em um artigo publicado em 1975 (1), A.A Belavin e A.M. Polyakov argumentaram que, se há soluções estáticas com energia finita no sistema, do tipo $E = H$, elas devem ser levadas em consideração devido à invariância de escala do modelo (24). A invariância de escala permite que a energia de tais excitações independa de seu tamanho, podendo ocupar um espaço muito grande dentro do material. Estas estruturas possuem spins apontados em diversas direções, e é exatamente a presença destas excitações que torna o comprimento de correlação finito, levando a um decaimento exponencial da função de correlação. Devido ao seu trabalho, estas soluções são conhecidas como sólitons de Belavin-Polyakov, também comumente chamados de skyrmions, devido a semelhança com os skyrmions encontrados no modelo de Skyrme (7).

Em baixas temperaturas, as soluções estarão muito próximas ao estado fundamental (estado de mínima energia), e diferenciarão deste por quantidades infinitesimais (ondas de spin). Todas as soluções obedecerão a seguinte imposição sobre a hamiltoniana do sistema (1):

$$\delta\mathcal{H} = 0. \tag{2.47}$$

Que podem corresponder ao estado fundamental ($\mathcal{H} = \text{constante}$), às ondas de spin (desvios infinitesimais em torno do estado fundamental). Se há alguma outra solução com energia finita ($\mathcal{H} = E$), elas devem ser levadas em consideração pois, de acordo com A.A Belavin e A.M. Polyakov:

As soluções de $\delta\mathcal{H} = 0$ (pseudopartículas) com energia finita não dependem da escala no caso bidimensional. Portanto, embora a distância média entre tais partículas em T pequeno seja grande, $r_{av} \sim ae^{(E/T)}$ (a é o parâmetro de rede), seu raio, devido a invariância de escala, é da mesma ordem de magnitude. A existência de tais inhomogeneidades aleatórias faz com que a função de correlação de spin se anule a distâncias nas quais $r > r_{av}$. (2, tradução nossa).

Para a energia destas soluções, vamos utilizar a equação obtida pela aproximação contínua do modelo de Heisenberg bidimensional:

$$\mathcal{H} = -\frac{J}{2} \int d^2r [(\partial_x \vec{n})^2 + (\partial_y \vec{n})^2], \quad (2.48)$$

sendo \vec{n} dado pela normalização do campo \vec{S} , $\vec{n} = \frac{\vec{S}}{S}$. Note que a restrição $n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1$ fornece a equação de uma esfera unitária tridimensional $\vec{S}^2 = \{(n_x, n_y, n_z) \in \mathbb{R}^3; n_x^2 + n_y^2 + n_z^2 = 1\}$ no espaço interno (espaço de spins) (22).

As soluções com energia finita do modelo sigma não linear são obtidas escolhendo-se a condição de contorno particular $\lim_{|\vec{r}| \rightarrow \infty} \vec{n}(\vec{r}) = n_x$ (1). Esta condição é necessária, pois, no limite $\vec{r} \rightarrow \infty$, para que a solução da hamiltoniana (equação 2.48) não divirja, é necessário $\partial_x \vec{n} = \partial_y \vec{n} = 0$ (24).

Dada essa condição de contorno, é possível observar que o plano físico é topologicamente equivalente a superfície de uma outra esfera S^2 , dita esfera no espaço físico (22). De acordo com essa equivalência, é possível mapear todo o plano físico na superfície da esfera S^2 , sendo o polo norte da esfera correspondente ao infinito no plano, e o polo sul da esfera correspondente ao centro do plano (22).

O campo estático $\vec{n}(\vec{r})$ com energia finita é dado pelo mapeamento de S^2 em S^2 . Mapeamentos pertencentes à diferentes classes homotópicas ($\vec{n}_1(\vec{r})$ e $\vec{n}_2(\vec{r})$) não podem ser continuamente deformados um em outro (1). O mapeamento é representado por (29):

$$\pi_2(S_2) = \mathbb{Z}, \quad (2.49)$$

onde \mathbb{Z} é o conjunto dos números inteiros, conhecido por carga topológica ou número de skyrmion. Pode-se mostrar que o número de skyrmion conta quantas vezes a esfera no espaço físico é “coberta” pelo espaço interno (22).

Sabendo-se a configuração de campo $\vec{n}(\vec{r})$, é possível calcular a carga topológica por meio deste. A expressão para a carga topológica é dada por (1):

$$Q = \frac{1}{4\pi} \int \vec{n} \cdot (\partial_x \vec{n} \times \partial_y \vec{n}) d^2r = \frac{1}{8\pi} \int \epsilon_{ij} \epsilon_{\alpha\beta\gamma} n_\alpha \partial_i n_\beta \partial_j n_\gamma d^2r, \quad (2.50)$$

Onde $\alpha = 1,2,3; \beta = 1,2,3; \gamma = 1,2,3; i = 1,2; j = 1,2$ e ϵ_{ij} é o tensor antissimétrico (1).

O limite inferior para a energia dos sólitons pode ser calculado através da seguinte desigualdade (1):

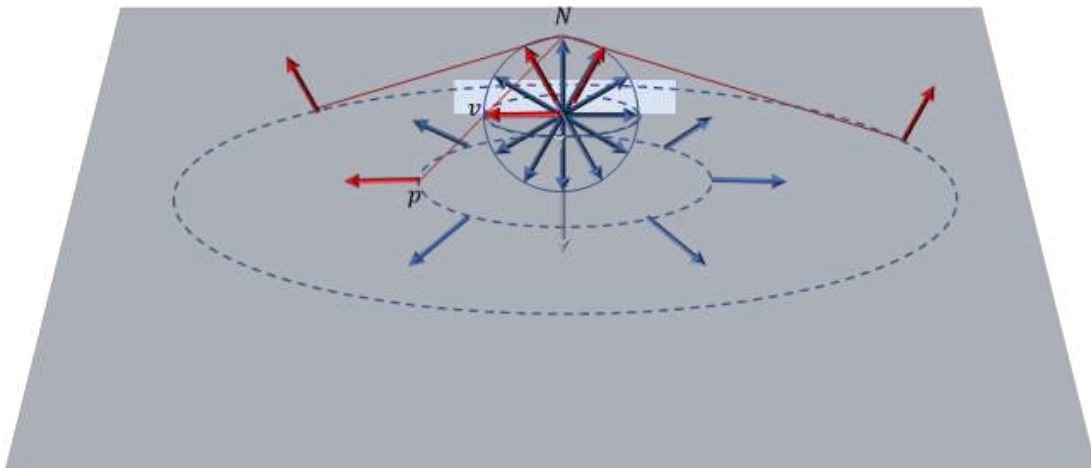
$$\left(\frac{\partial n^\alpha}{\partial x_\mu} - \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{\mu\nu} n^\beta \frac{\partial n^\gamma}{\partial n_\nu} \right)^2 \geq 0. \quad (2.51)$$

Utilizando a hamiltoniana dada em 2.48 e equação dada em 2.50 em, obtém-se um limite inferior para a energia (1):

$$E \geq 4\pi|Q|J. \quad (2.52)$$

A igualdade da expressão 2.51 nos permite calcular o valor exato da energia, $E = 4\pi|Q|J$. Note que, como esperávamos, a energia não depende das dimensões do skyrmions, mas apenas do módulo de sua carga topológica Q .

Figura 2.10 - Projeção estereográfica



Como veremos a seguir, a configuração estrutural dos skyrmions está intimamente ligada com as condições de contorno escolhidas, para tal, vamos lançar mão da projeção estereográfica (22). A esfera do espaço físico, na qual os spins estão localizados, é equivalente ao plano físico bidimensional, portanto, a projeção dos spins contidos na esfera ao longo do plano fornece a forma física dos skyrmions. Essa é a chamada projeção estereográfica (Figura 2.10).

Seja um plano complexo cujas coordenadas são (w_1, w_2) de tal forma que a origem do plano toque o polo sul da esfera (22). Logo, as coordenadas do plano em função das coordenadas da esfera (de spins), serão dadas por:

$$w_1 = \frac{2n_1}{1-n_3}, \quad w_2 = \frac{2n_2}{1-n_3}. \quad (2.53)$$

Assumindo uma reta que passe pelo polo norte da esfera, cujas coordenadas do espaço interno são $N = (0,0,1)$, e pelo ponto $p = (w_1, w_2)$ do plano. Note que esta reta intercepta a esfera no ponto v . O spin localizado no ponto v da esfera é projetado no ponto p do plano (Figura 2.10). Usando as coordenadas do plano, definiremos uma função complexa dada por:

$$\mathcal{W} = w_1 + iw_2 = \frac{2n_1}{1-n_3} + i \frac{2n_2}{1-n_3}, \quad (2.54)$$

podemos reescrever a hamiltoniana 2.48 em termos da função definida na equação acima:

$$\mathcal{H} = 8J \int \frac{(\partial_z^* \mathcal{W})(\partial_z \mathcal{W}^*)}{(1+|\mathcal{W}|^2)^2} d^2r + 4\pi|q|J, \quad (2.55)$$

onde $\partial_z = \partial_x - i\partial_y$, $\partial_z^* = \partial_x + i\partial_y$. A carga Q , em função de \mathcal{W} é dada por (24):

$$Q = \frac{1}{\pi} \int \frac{(\partial_z \mathcal{W})(\partial_z^* \mathcal{W}^*) - (\partial_z^* \mathcal{W})(\partial_z \mathcal{W}^*)}{(1+|\mathcal{W}|^2)^2} d^2r. \quad (2.56)$$

Observe que, se for imposta a condição $\partial_z^* \mathcal{W} = 0$ na equação 2.55, serão obtidas soluções com energia $4\pi|q|J$, que é exatamente o limite inferior para a energia do skyrmion

obtido pela equação 2.52 (2,24). Utilizando a imposição $\partial_z^* \mathcal{W} = 0$, percebe-se que \mathcal{W} obedece às condições de Cauchy-Riemann (22):

$$\frac{\partial w_1}{\partial x_1} = \frac{\partial w_2}{\partial x_2}, \quad \frac{\partial w_2}{\partial x_1} = -\frac{\partial w_1}{\partial x_2}. \quad (2.57)$$

Conclui-se, portanto, que as soluções com energia finita são funções analíticas de $z = x_1 + ix_2$. Uma solução geral para $\mathcal{W}(z)$ é dada por (22):

$$\mathcal{W}(z) = \prod_{i=1}^N \frac{(z-z_i)}{R}, \quad (2.58)$$

onde z_i e R se relacionam à forma física dos skyrmions (22).

Ao reescrever a equação 2.56 utilizando-se a solução 2.58, pode-se mostrar que $Q = N$, onde Q é a carga topológica da configuração. Considerando $N = 1$, então a solução será

$$\mathcal{W}(z) = \frac{(z-z_1)}{R}, \quad (2.59)$$

com carga topológica $Q = 1$. A grandeza R pode ser interpretada como a dimensão do skyrmion e z_1 como a posição do centro do skyrmion.

De acordo com a equação anterior, podemos observar que, $\mathcal{W}(z) \rightarrow \infty$ quando $z \rightarrow \infty$:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \mathcal{W}(z) = \infty \quad (2.60)$$

Como $\mathcal{W}(z)$ é escrito em função das coordenadas de spin (n_1, n_2 e n_3), dado por $\mathcal{W}(z) = \frac{n_1}{1-n_3} + i \frac{n_2}{1-n_3}$, então, para que o limite dado na equação 2.60 seja satisfeito, é necessário que $n_3 \rightarrow 1$ quando $z \rightarrow \infty$.

Note também que

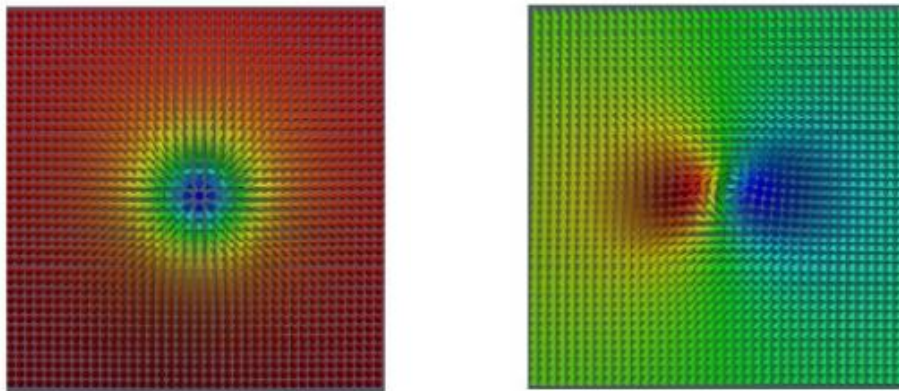
$$\lim_{z \rightarrow z_1} \mathcal{W}(z) = 0, \quad (2.61)$$

logo neste limite, é necessário que $n_1 \rightarrow 0, n_2 \rightarrow 0$ e $n_3 \rightarrow -1$ para que a equação 2.54 seja satisfeita.

De acordo com as considerações dadas, se os spins estiverem alinhados ao longo de uma direção perpendicular ao plano no infinito, o skyrmion terá um único núcleo contendo spins antiparalelos aos spins localizados no contorno (Figura 2.11).

Caso a condição de contorno seja $\lim_{\vec{r} \rightarrow \infty} \vec{n} = (0,0,1)$, o skyrmion terá dois núcleos (22) (Figura 2.11). Note que a condição de contorno altera a configuração da solução, porém não altera a sua carga topológica.

Figura 2.11 - Skyrmions magnéticos.

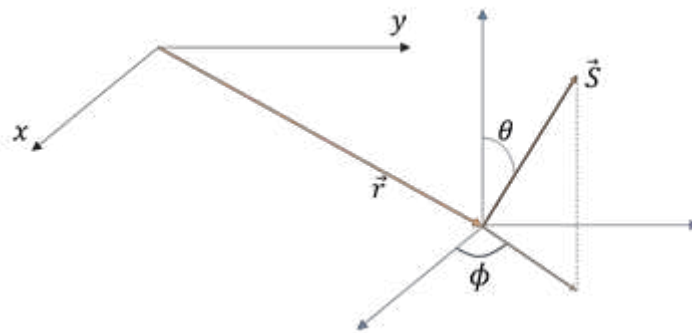


Skyrmions contendo um núcleo (esquerda) e dois núcleos (direita). A cor verde indica alinhamento paralelo dos spins ao longo do plano. Vermelho indica spins perpendiculares ao plano (saindo da página) e a cor azul indica spins perpendiculares ao plano (entrando na página). Fonte: Fonte: ARAÚJO, A. S. *et. Al.*, 2020.

Um skyrmions constituído por dois núcleos é composto por duas estruturas, chamadas merons (24). Cada meron possui um parâmetro η (winding number, em inglês) relacionado à rotação total dos spins no plano, sendo $\eta = +1$ para uma rotação anti-horária e $\eta = -1$ para uma rotação horária (30). No núcleo do meron, o campo aponta numa direção perpendicular ao plano e o parâmetro que indica o sentido no qual aponta o spin presente no núcleo do meron é a polarização $p = \pm 1$. A carga topológica do meron é dada por $q = \frac{\eta p}{2}$, note que o meron possui metade da carga topológica de um skyrmion (30). Um skyrmion constituído por um par meron-antimeron possui carga topológica total $Q = q_1 + q_2$, sendo q_1 a carga topológica do meron, e q_2 a carga topológica do antimeron. Para que

um skyrmion constituído por dois merons seja estável, é necessário que a carga topológica total seja não nula. Um skyrmion constituído por um par vórtice-antivórtice cuja polarização é paralela possui, por exemplo, carga topológica $Q = 0$ e é instável por pertencer ao mesmo setor topológico do estado fundamental (30). Já um skyrmion composto por um par meron-antimeron com polarizações antiparalelas é estável por possuir uma carga topológica não nula, pertencente a um setor topológico não trivial (30).

Figura 2.12 – Coordenadas de spin.



Fonte: A autora.

As soluções estáticas dos bimerons podem ser encontradas utilizando a parametrização do campo vetorial de spin \vec{S} (Figura 2.12). Utilizamos dois campos escalares dados pelos ângulos polar (θ) e azimutal (ϕ), ou seja, $\vec{S} = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$. A solução estática para um skyrmion de dois núcleos com carga topológica total $Q = 1$ (energia igual a $4\pi J$), cuja separação entre os núcleos seja R e centro de massa esteja localizado na origem, é dada por:

$$\theta_{2c}^{v(h)} = \cos^{-1} \left(\frac{Rc_i}{\rho^2 + \frac{R^2}{4}} \right), \quad (2.62)$$

$$\phi_{2c}^{v(h)} = \tan^{-1} \left(\frac{c_i - \frac{R}{2}}{c_j} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{c_i + \frac{R}{2}}{c_j} \right), \quad (2.63)$$

onde $\rho = \sqrt{\zeta x^2 + \xi y^2}$, $(c_i, c_j) = (x, y)$ para skyrmions do tipo II cujos centros estão alinhados horizontalmente (h -bimeron) e $(c_i, c_j) = (y, x)$ para skyrmions do tipo II cujos

centros estão alinhados verticalmente (ν -bimeron), respectivamente. Se $\zeta = \xi$, obteremos um bimeron rígido regular, cujos dois núcleos não estão deformados.

Utilizando a mesma parametrização, a solução estática para um skyrmion composto por um núcleo tendo carga topológica $Q = 1$, localizado na origem e tamanho R é dada por:

$$\theta_{1c} = \cos^{-1} \left(\frac{R^2 - \rho^2}{R^2 + \rho^2} \right), \quad (2.64)$$

$$\phi_{1c} = \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right). \quad (2.65)$$

Existem vários mecanismos que atuam para estabilizar skyrmions, podendo estes, atuarem sozinhos ou combinados (23). Dentre eles, podemos citar a combinação entre anisotropia de eixo-fácil e interação dipolar. Em filmes finos magnéticos, a interação dipolar favorece uma magnetização paralela ao plano, já a anisotropia favorece uma magnetização perpendicular ao plano. O resultado da competição entre estas forças resulta em linhas periódicas cuja magnetização gira periodicamente num plano perpendicular ao plano do filme fino (23). Dada essa configuração, conhecida como helicoidal, se um campo magnético for aplicado numa direção perpendicular ao filme magnético, será induzida a formação de uma rede de skyrmions (23). O tamanho característico de tais skyrmions é da ordem de 100 nm a $1 \mu\text{m}$, que é comparável a razão entre a interação dipolar e a interação de troca (23).

A interação Dzyaloshinskii–Moriya também pode induzir a presença de skyrmions. Ela está presente em magnetos não-centrossimétricos, onde presença de um campo magnético perpendicular a um filme fino formado por tais materiais induz a formação de uma rede triangular de skyrmions, cujo tamanho destes skyrmions é da ordem de 5 a 100 nm (23).

Para gerar skyrmions de dois núcleos (II-skyrmions), pode-se aplicar um pequeno campo magnético externo paralelo ao plano, resultando num alinhamento dos spins no plano, ao se desligar o campo magnético, a tendência do sistema é suportar a presença II-skyrmions (31). Sistemas magnéticos que possuem uma pequena anisotropia de plano-fácil também possui excitações muito similares a II-skyrmions (31). Nos casos citados acima, todos os skyrmions possuem tamanho maior do que a constante de rede e, então, a aproximação contínua pode ser tranquilamente aplicada.

2.10. EQUAÇÃO DE LANDAU-LIFSHITZ

Na abordagem micromagnética, focamos na evolução da magnetização em um elemento de volume, considerado grande para as dimensões atômicas, porém pequeno se consideradas às dimensões da amostra (32). Cada elemento de volume atinge o equilíbrio termodinâmico num tempo muito menor do que o requerido por toda amostra para atingir o equilíbrio (32).

Quando há a presença e campos externos e/ou magnetização resultante não nula, age em cada vetor de spin (\vec{S}_i), um campo magnético efetivo (\vec{H}_{eff}^i) não nulo. Vamos utilizar as leis da mecânica a fim de descrever a dinâmica de spin (33), na aproximação semi-clássica, a variação temporal do momento angular de spin ($\frac{d\vec{S}_i}{dt}$) é igual ao torque (\vec{T}_i) que age em cada spin (33):

$$\frac{d\vec{S}_i}{dt} = \vec{T}_i. \quad (2.66)$$

O torque é devido a interação do campo magnético efetivo e o momento magnético de spin (34), dado por:

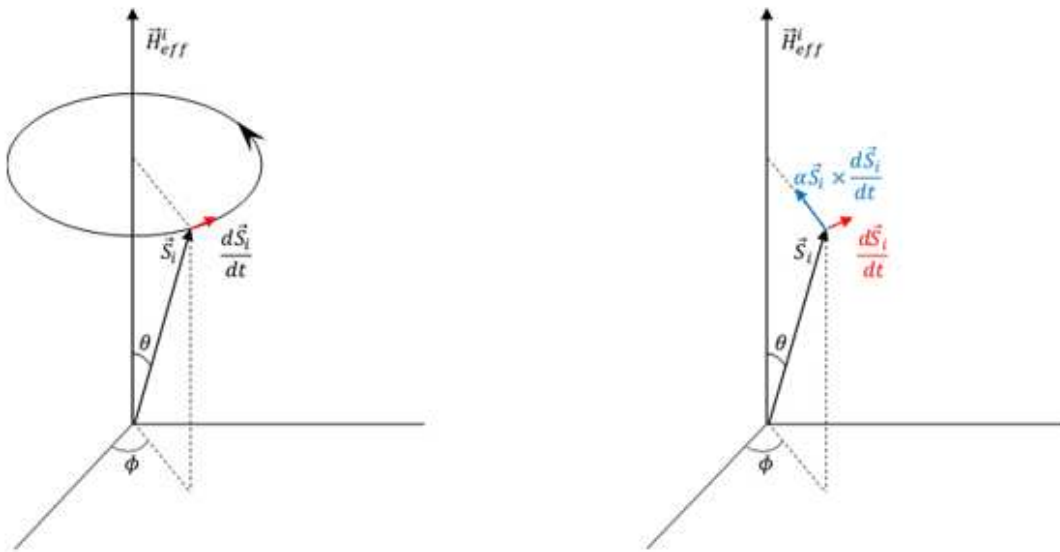
$$\vec{T}_i = \vec{\mu}_i \times \vec{H}_{eff}^i = -\gamma \vec{S}_i \times \vec{H}_{eff}^i, \quad (2.67)$$

onde $\vec{\mu}_i$ é o momento magnético de spin dado por $\vec{\mu}_i = -\frac{g\mu_B}{\hbar} \vec{S}_i = -\gamma \vec{S}_i$ no qual g é o fator de Landé, $g \approx 2$, μ_B é o magneton de Bohr e $\gamma = \frac{g\mu_B}{\hbar}$ é a razão giromagnética.

Portanto, substituindo o torque dado na equação 2.67 na equação 2.66, a equação de movimento de spin se torna:

$$\frac{d\vec{S}_i}{dt} = -\gamma \vec{S}_i \times \vec{H}_{eff}^i. \quad (2.68)$$

Figura 2.13 – Dinâmica de spin.



Precessão de Larmor (esquerda), dinâmica na presença de força dissipativa (direita).

Fonte: MALOZEMOFF, A. P.; SLONCZEWSKI, J. C., 2016.

A equação 2.68 é utilizada quando não há forças dissipativas. O termo dissipativo é dado por $\alpha \vec{S}_i \times \frac{d\vec{S}_i}{dt}$, onde α é o parâmetro de amortecimento ou parâmetro de Gilbert, e mede a intensidade do efeito dissipativo (33). Portanto, a equação 2.68 acrescida com o termo dissipativo, torna-se a conhecida equação de Landau-Lifshitz-Gilbert (LLG) (35, 36):

$$\frac{d\vec{S}_i}{dt} = -\gamma \vec{S}_i \times \vec{H}_{eff}^i + \alpha \vec{S}_i \times \frac{d\vec{S}_i}{dt}. \quad (2.69)$$

Os termos contendo $\frac{d\vec{S}_i}{dt}$ são termos dinâmicos devido a derivada temporal, enquanto o termo $\gamma \vec{S}_i \times \vec{H}_{eff}^i$ é o termo estático. Se o termo estático é zero, significa que o campo efetivo é paralelo a \vec{S}_i , neste caso, a solução será $\frac{d\vec{S}_i}{dt} = 0$. Caso o campo efetivo seja constante, formando um ângulo θ com o spin \vec{S}_i , e supondo que não há termo dissipativo ($\alpha = 0$), então o spin irá descrever um movimento de precessão em torno do campo efetivo, mantendo o ângulo θ constante (Figura 2.13). Este movimento é conhecido como precessão de Larmor (32), e é conservativo. Caso $\alpha \neq 0$, o termo $\vec{S}_i \times \frac{d\vec{S}_i}{dt}$ fará com que a direção do spin se aproxime do campo efetivo, causando uma perda de energia (Figura 2.13).

2.11. MANIPULAÇÃO DE ESTRUTURA DE SPINS

No ano de 1996, John Slonczewski demonstrou a possibilidade de controlar texturas magnéticas por meio de correntes elétricas spin-polarizadas (SP) (37). O mecanismo responsável por esse fenômeno é chamado de transferência spin-torque (STT, sigla em inglês), no qual os spins dos elétrons de condução exercem torque sobre os momentos magnéticos do material, mudando o estado dos mesmos (38). Para que este fenômeno ocorra, é necessário que os spins existentes no material variem espacialmente e/ou temporalmente (38).

Sabe-se que é possível mover paredes de domínio magnético através de uma força exercida por correntes elétricas SP (38). O uso tecnológico baseado na manipulação de paredes de domínio é possível e muito promissor, apesar da necessidade de altos valores de correntes para mover as paredes se comparado aos valores de correntes necessários para mover skyrmions magnéticos. O mecanismo responsável por mover paredes de domínio é o mesmo responsável por mover estruturas tipo skyrmion, como sua estrutura varia suavemente no espaço, pequenas correntes, da ordem de 10^6 A/m^2 (23), são capazes de movimentá-las, o que torna a possibilidade de uso tecnológico dos skyrmions mais atraente. A forma mais geral para a equação LLG juntamente com a contribuição STT é dada por (19):

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = -\gamma\vec{S} \times \vec{H}_{eff} + \alpha\vec{S} \times \frac{d\vec{S}}{dt} - p(\vec{j} \cdot \nabla)\vec{S} + p\beta\vec{S} \times (\vec{j} \cdot \nabla)\vec{S}, \quad (2.70)$$

onde p é a polarização de spin da densidade de corrente elétrica \vec{j} , e β caracteriza a intensidade do torque. O campo efetivo é definido como $\vec{H}_{eff} = -\frac{1}{\mu} \frac{\delta\mathcal{H}}{\delta\vec{S}}$. O penúltimo e último termo do lado esquerdo da equação são os termos adiabático e não adiabático, respectivamente.

2.12. EQUAÇÃO DE THIELE E DINÂMICA DE SKYRMIONS

A equação LLG se aplica a uma grande variedade de sistemas, tais como vórtices, paredes de domínio, ondas de spins e skyrmions. Porém, para excitações do tipo skyrmion, é útil fazer uma simplificação da equação. Se considerarmos que a estrutura do skyrmion é rígida, podemos simplificar equação LLG reescrevendo o campo de spins $\vec{S}(\vec{r}, t)$ como $\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{S}(\vec{r} - \vec{R}(t))$, onde $\vec{R}(t)$ é a coordenada coletiva e descreve a posição do centro de

massa da excitação. Este método é conhecido como método de Thiele, e permite calcular as forças que agem sobre o skyrmion, assim como estimar a velocidade de drift do skyrmion em função de uma corrente aplicada (38). Substituindo $\vec{S}(\vec{r} - \vec{R}(t))$ na equação LLG e fazendo em seguida uma multiplicação vetorial por $\vec{S} \times$, seguido por uma multiplicação escalar $\partial_j \vec{S}$ e, por fim, integrando o resultado sobre uma área do skyrmion, chegaremos à conhecida equação de Thiele (39): (Veja o desenvolvimento no APÊNDICE A)

$$\vec{F} = \vec{G} \times (\vec{v}^s - \dot{\vec{R}}) + \vec{\mathcal{D}}(\beta \vec{v}^s - \alpha \dot{\vec{R}}), \quad (2.71)$$

onde \vec{F} é a força externa que age sobre o skyrmion, \vec{v}^s é a velocidade da corrente de spin polarizada e é proporcional à densidade de corrente elétrica \vec{j} . $\dot{\vec{R}}$ é a velocidade do centro de massa do skyrmion. \vec{G} é conhecido como vetor giromagnético, e é responsável pelo aparecimento adicional de uma força perpendicular à corrente de spin, chamada força de Magnus (38). O vetor giromagnético é escrito como:

$$G_i = \epsilon_{ijk} \int d^2r (\vec{S}, \partial_j \vec{S}, \partial_k \vec{S}), \quad (2.72)$$

onde $(\vec{S}, \partial_j \vec{S}, \partial_k \vec{S}) = \vec{S} \cdot (\partial_j \vec{S} \times \partial_k \vec{S})$. O termo dissipativo $\vec{\mathcal{D}}$ descreve as forças de arrasto (38), e é escrito como:

$$\mathcal{D}_{ij} = \int d^2r (\partial_i \vec{S} \cdot \partial_j \vec{S}). \quad (2.73)$$

Seja a força $\vec{F} = 0$, um campo magnético externo paralelo a direção z e uma corrente de spin ao longo do plano no qual o skyrmion se situa. Neste caso, de acordo com as simetrias do sistema, o vetor giromagnético e o termo $\vec{\mathcal{D}}$ são simplificados. Podemos então utilizar a equação de Thiele, dadas estas simplificações, para calcular a velocidade do centro de massa do skyrmion em função da corrente de spin polarizada (veja o cálculo no APÊNDICE B) \vec{v}^s (38):

$$\dot{\vec{R}} = \frac{\beta}{\alpha} \vec{v}^s + \frac{(\alpha-\beta)}{\alpha^3 \left(\frac{\mathcal{D}}{4\pi}\right)^2 + \alpha} \left(Q^2 \vec{v}^s + \alpha \frac{Q\mathcal{D}}{4\pi} \hat{z} \times \vec{v}^s \right). \quad (2.74)$$

Observe que o último termo da equação acima é devido à força de Magnus. O produto vetorial resulta numa velocidade do skyrmion perpendicular à corrente aplicada.

A equação 2.71 pode ser generalizada para o caso em que o skyrmion não possui estrutura rígida. Com isso, um termo de massa é adicionado à equação:

$$\mathcal{M} \frac{d\vec{R}(t)}{dt} + 4\pi Q \hat{z} \times \left(\dot{\vec{R}}(t) - \vec{v}^s \right) + \mathcal{D} \left(\alpha \dot{\vec{R}}(t) - \beta \vec{v}^s \right) = \vec{F}, \quad (2.75)$$

Onde \mathcal{M} é a massa efetiva da excitação cujos termos da matriz de massa são dados por:

$$\mathcal{M}^{ij} = \frac{1}{\alpha\gamma^2} \int d^2r (\partial^i \vec{S} \cdot \partial^j \vec{S}). \quad (2.76)$$

Note que o termo de massa é proporcional ao termo dissipativo da seguinte forma:

$$\mathcal{M} = \alpha\gamma^2 \mathcal{D} \quad (2.77)$$

2.13 CAMPO ELETROMAGNÉTICO EMERGENTE

A estrutura do tipo skyrmion apresenta um campo eletromagnético emergente. Este campo é responsável por fenômenos topológicos, tais como a contribuição para o efeito Hall topológico, o efeito Hall de skyrmion e outros (38).

O campo eletromagnético emergente pode ser calculado considerando-se o movimento de um elétron através do skyrmion. Para tal, vamos considerar que o elétron que se move ao longo do skyrmion numa aproximação adiabática. Na aproximação adiabática, a constante de acoplamento spin-spin entre o spin do elétron de condução e o spin local da estrutura de skyrmion é muito maior do que a energia cinética do elétron. Isso faz com que o tempo necessário para o alinhamento entre o spin do elétron de condução e o spin local da estrutura de spin seja muito menor do que a escala de tempo de gasto em seu movimento. Com isso, na aproximação adiabática, a cada instante de tempo dado o spin do elétron de condução estará alinhado ao spin local da estrutura de skyrmion (38).

Seja $\Psi(x, t)$ a função de onda do elétron, $|\vec{n}\rangle$ o vetor que descreve a textura de spin do skyrmion e χ o spinor do elétron. Na aproximação adiabática, a função de onda $\Psi(x, t)$ pode ser escrita como $\Psi(x, t) = \chi|\vec{n}\rangle$. A equação de Schrodinger para o elétron se movendo ao longo do skyrmion será dada por (38):

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\chi|\vec{n}\rangle) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 - J(\vec{\sigma} \cdot \vec{n}) \right] \chi|\vec{n}\rangle, \quad (2.78)$$

onde J é a constante de acoplamento de troca, $\vec{\sigma}$ é o vetor formado pelas matrizes de Pauli e m é a massa do elétron. Multiplicando ambos os lados da equação acima por $\langle \vec{n} |$ e observando que, na aproximação adiabática, $J(\vec{\sigma} \cdot \vec{n})|\vec{n}\rangle = J|\vec{n}\rangle$ e realizando as derivadas, obteremos (38):

$$i\hbar \frac{\partial \chi}{\partial t} = \left[-i\hbar \langle \vec{n} | \partial_t | \vec{n} \rangle - J - \frac{\hbar^2}{2m} (\nabla^2 + \langle \vec{n} | \nabla^2 | \vec{n} \rangle + 2\langle \vec{n} | \nabla | \vec{n} \rangle \cdot \nabla) \right] \chi, \quad (2.79)$$

sendo $|\vec{n}\rangle$ dado pela representação de esfera de Bloch:

$$|\vec{n}\rangle = \cos \frac{\Theta}{2} |\uparrow\rangle + e^{i\Phi} \sin \frac{\Theta}{2} |\downarrow\rangle, \quad (2.80)$$

De acordo com $|\vec{n}\rangle$ dado pela equação acima, podemos mostrar que:

$$\langle \vec{n} | \partial_t | \vec{n} \rangle = \frac{i}{2} (1 - \cos \Theta) \dot{\Phi}, \quad (2.81a)$$

$$\langle \vec{n} | \nabla | \vec{n} \rangle = \frac{i}{2} (1 - \cos \Theta) \nabla \Phi, \quad (2.81b)$$

$$\langle \vec{n} | \nabla^2 | \vec{n} \rangle = (\langle \vec{n} | \nabla | \vec{n} \rangle)^2 - \frac{1}{4} \partial_i n_j \partial_i n_j. \quad (2.81c)$$

Substituindo as relações dadas em 2.81 na equação 2.79, chegamos ao seguinte resultado (38):

$$i\hbar \frac{\partial \chi}{\partial t} = \left[\frac{\hbar}{2} (1 - \cos \Theta) \dot{\Phi} + \frac{1}{2m} \left(\frac{\hbar}{i} \nabla + \frac{\hbar}{2} (1 - \cos \Theta) \nabla \Phi \right)^2 - J + \frac{\hbar^2}{8m} \partial_i n_j \partial_i n_j \right] \chi. \quad (2.82)$$

Comparando a equação 2.82 com a equação de Schroedinger para um elétron na presença de um campo eletromagnético, podemos definir os seguintes potenciais (38):

$$\varphi = -\frac{\hbar}{2e}(1 - \cos\Theta)\dot{\Phi}, \quad (2.83)$$

$$\vec{a} = \frac{\hbar}{2e}(1 - \cos\Theta)\nabla\Phi, \quad (2.84)$$

na qual e é a carga do elétron, φ é o potencial escalar e a é o potencial vetor do campo eletromagnético. Dados os potenciais, podemos encontrar o campo eletromagnético efetivo que age no elétron de condução (38):

$$\vec{h} = \nabla \times \vec{a}, \quad (2.85)$$

$$\vec{e} = -\dot{\vec{a}} - \nabla\varphi. \quad (2.86)$$

De acordo com as equações acima, é possível mostrar que o campo magnético emergente perpendicular ao plano no qual o skyrmion se situa é dado por (38):

$$h_z = \frac{\hbar}{2e} \vec{n} \cdot \partial_x \vec{n} \times \partial_y \vec{n} = \frac{\hbar}{e} \rho_Q. \quad (2.87)$$

Note que ρ_Q é a densidade de carga topológica do skyrmion cuja carga é Q . Integrando a equação acima sob a área do skyrmion obteremos a relação de fluxo do campo magnético emergente (38):

$$\phi = \frac{\hbar}{e} Q. \quad (2.88)$$

Note que $\phi_0 = \frac{\hbar}{e}$ é o fluxo quântico magnético, portanto, o fluxo do campo magnético devido ao skyrmion é quantizado, dado por números inteiros de $\frac{\hbar}{e}$, já que o número de skyrmion Q é sempre um inteiro. Se o skyrmion se move, um campo elétrico emergente induzido surge sendo também quantizado (38):

$$\vec{e} = -\dot{\vec{a}} - \nabla\varphi. \quad (2.89)$$

A presença do campo magnético emergente dos skyrmions contribui para a resistividade Hall em medidas de efeito Hall. Essa contribuição é dada por (38):

$$\Delta\rho_{xy} = \frac{pR_H^0}{2} h_z, \quad (2.90)$$

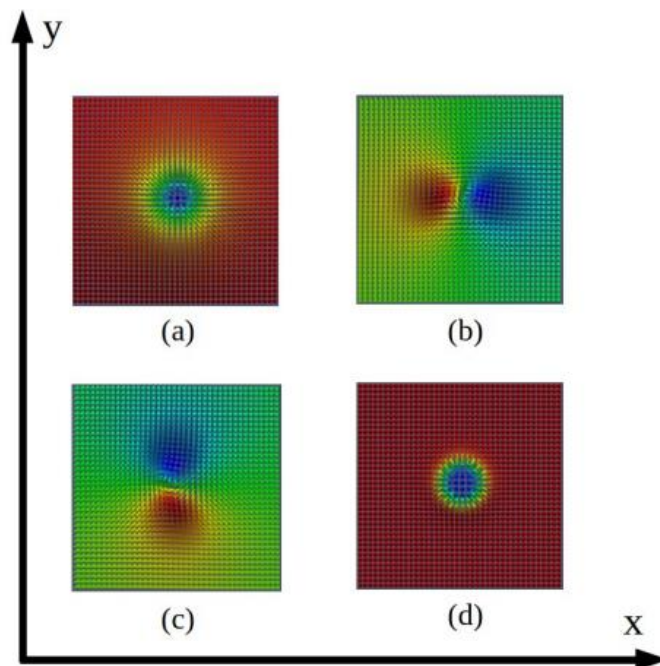
onde p é a polarização da corrente de spin e R_H^0 é o coeficiente Hall. Medidas experimentais da contribuição para o efeito Hall foi a primeira comprovação da existência dos skyrmions (38).

3. MATERIAL E MÉTODOS

Simulações micromagnéticas foram feitas a fim de estudar a estabilização e a dinâmica dos skyrmions. Primeiramente, nós estabilizamos por relaxação os bimerons na pista de corrida composta por um material ferromagnético de Heisenberg isotrópico (Figura 3.1) à temperatura zero, utilizando as soluções do modelo sigma não linear dadas pelas equações 2.62 e 2.63.

As dimensões da pista de corrida consideradas foram a altura (distância entre as bordas superior e inferior) $L_y = 80a$, e comprimento (distância entre as bordas esquerda e direita) $L_x = 300a$, onde a é o parâmetro de rede. Consideramos condições de contorno periódica ao longo da direção x (horizontal) e condição de contorno aberta ao longo da direção y (vertical). O bimeron foi estabilizado de acordo com os seguintes parâmetros: $J = 1$ e $R = 4a$, parâmetros similares foram usados para estabilizar os skyrmions do tipo I. As corridas foram organizadas em paralelo para simular uma corrida imaginária entre os skyrmions do tipo I e do tipo II.

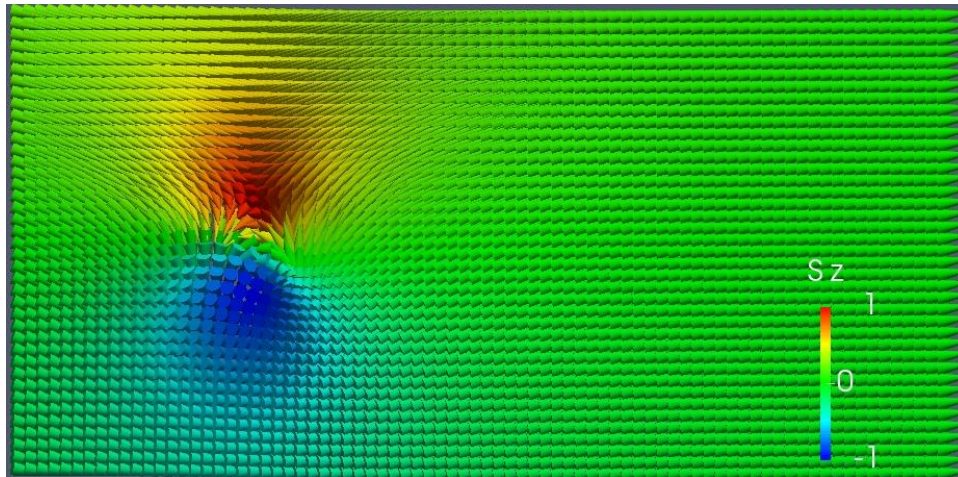
Figura 3.1 – Skyrmions.



Configuração de texturas de skyrmions do tipo a) I, b) h-bimeron, c) v-bimeron e d) IDM-skyrmion. Fonte: ARAÚJO, A. S. *et. Al.*, 2020.

Como estudamos quatro tipos diferentes de skyrmions, sendo eles, skyrmion do tipo I, IDM-skyrmion, h -bimeron e v -bimeron, nossa pista de corrida hipotética foi constituída por quatro raias, cada uma feita de material magnético com características capazes de suportar o respectivo skyrmion.

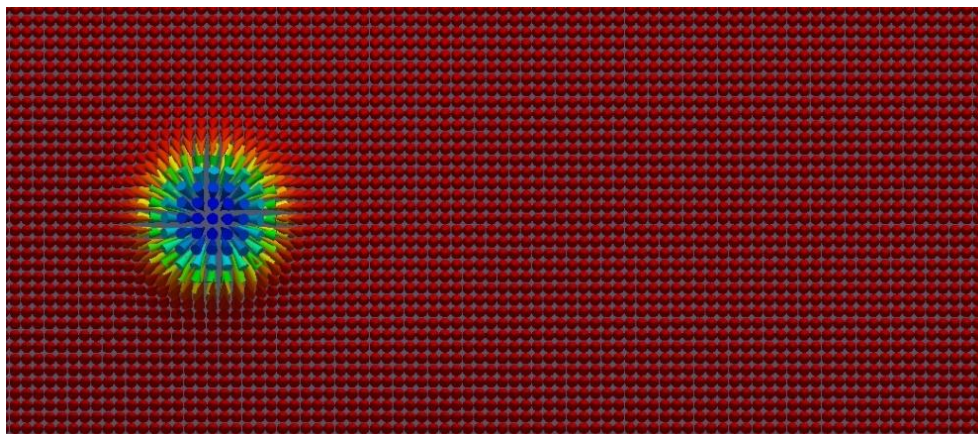
Figura 3.2_Skyrmion do tipo II alinhado horizontalmente.



Fonte: A autora.

Nas simulações, para estabilizar os skyrmions tipo II (Figura 3.2) no modelo de Heisenberg (esquema também válido para skyrmions do tipo I (Figura 3.3)), é suficiente introduzir sua configuração dada pelas equações 2.62 e 2.63 (equação 2.64 e 2.65 para os skyrmions do tipo I), assim, os skyrmions ajustam suas formas dentro das respectivas pistas de corrida.

Figura 3.3 - Skyrmion contendo um núcleo.



Fonte: A autora.

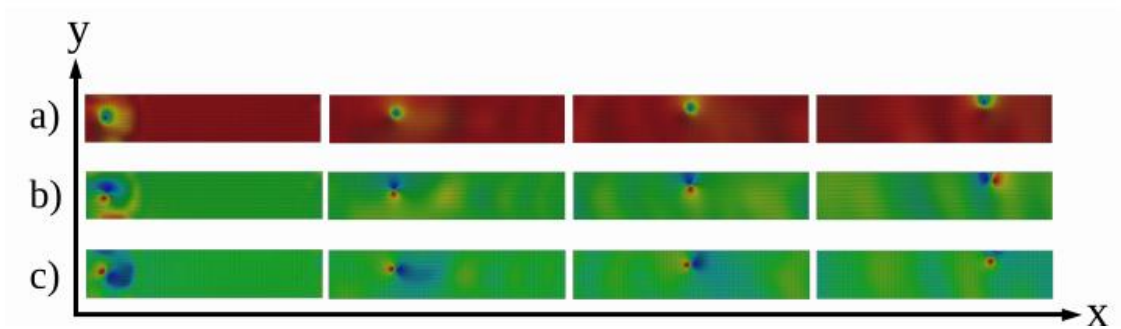
Lembrando que a possibilidade da existência de todas as estruturas de skyrmions em um único material não é uma tarefa simples. Cada um deles existe num sistema com diferentes mecanismos de produção de skyrmion.

Diferentemente dos skyrmions tipo I e II, os IDM-skyrmions necessitam de parâmetros e fatores extras para serem estabilizados num material magnético, sendo eles a constante de acoplamento D e a presença de um campo magnético externo ao longo da direção perpendicular ao plano magnético. Em vez de usarmos o campo, nós estabilizamos o IDM-skyrmion através de uma pequena anisotropia de eixo-fácil, $\frac{k_z}{J} = 0,11$, com $J = 1$. Também consideramos $\frac{D}{J} = 0,26$ para a constante de acoplamento Dzyaloshinskii-Moriya. Estes fatores fazem com que os IDM-skyrmions sejam uma estrutura rígida e muito mais inflexível do que as outras estruturas estudadas aqui. Além disso, IDM-skyrmions são mais pesados do que as outras estruturas consideradas neste trabalho, e o seu tamanho não varia significativamente durante todo o seu movimento. Essa rigidez não é esperada para os skyrmions do tipo I e II, já que são descritos apenas pela Hamiltoniana de Heisenberg, com isso, os tamanhos dos skyrmions citados (tipo I e II) pode sofrer algumas flutuações durante o movimento, principalmente quando a corrente de spin é inicialmente aplicada. Podemos perceber que este fato concorda com a Figura 3.4, nota-se que as dimensões dos skyrmions no início de seu movimento é ligeiramente maior do que em outros instantes.

O método Runge-Kutta de quarta ordem (APÊNDICE C) foi aplicado para computar a dinâmica do momento magnético através da resolução da equação LLG, acrescida dos termos de SST, cujo fluxo de corrente se deu ao longo da horizontal.

Após estabilizarmos os skyrmions, obtemos a posição do seu centro de massa em função do tempo através de simulações micromagnéticas para as quatro configurações: *i*) IDM-skyrmion; *ii*) I-skyrmion; *iii*) v-bimeron e *iv*) h-bimeron (Figura 3.4). O conceito de centro de massa considerado está diretamente relacionado ao centro geométrico do skyrmion, sendo mais útil para II-skyrmions, onde não há simetria cilíndrica.

Figura 3.4 – Capturas de tela em vários instantes de tempo dos skyrmions.

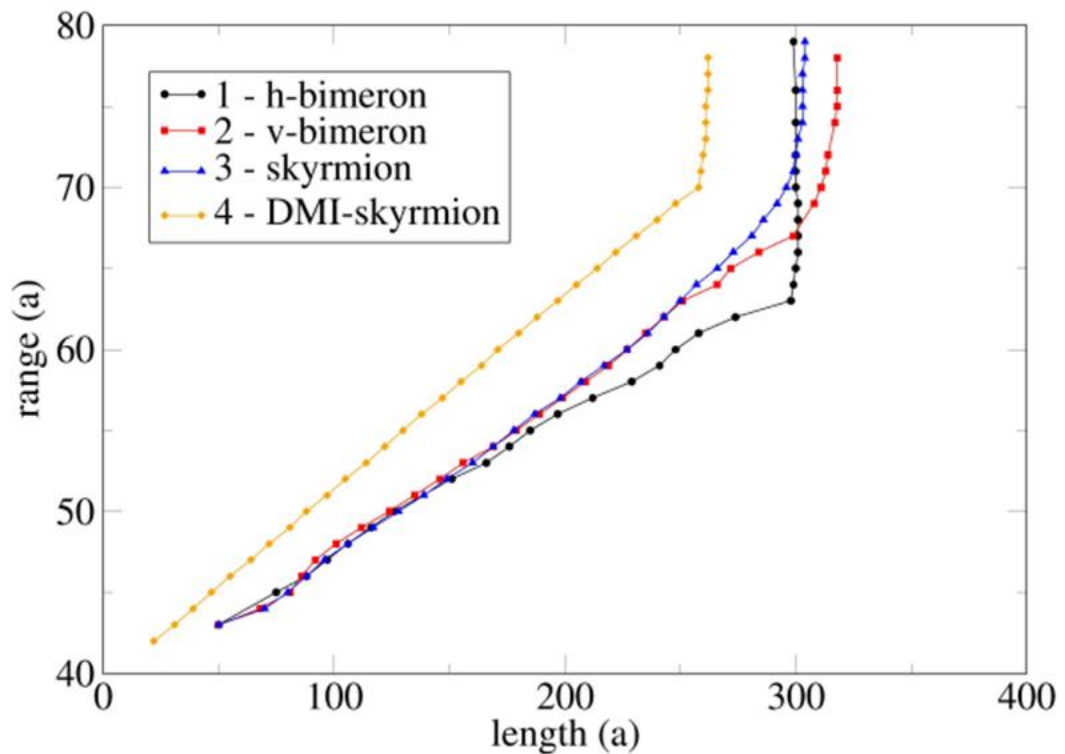


Os skyrmions se movem da esquerda para a direita. Na figura, são apresentados os a) skyrmion do tipo I, b) v-skyrmion e c) h-skyrmion. Podemos observar que, quando o v-skyrmion se aproxima de forma significativa na borda superior da fita, a forte atração skyrmion-borda faz com que o skyrmion sofra uma rotação na iminência de ser destruído pela borda. Esta rotação se deve a uma interação skyrmion-borda não considerada neste trabalho. Fonte: ARAÚJO, A. S. *et. Al.*, 2020.

4. RESULTADOS

Na Figura 4.1, apresentamos as trajetórias dos quatro tipos de skyrmions durante o seu movimento. Podemos notar que o desvio de uma trajetória em linha reta ao longo da direção horizontal para o centro de massa do IDM-skyrmion (linha amarela) é maior do que o desvio de todos os outros skyrmions. Se colocássemos o centro de massa do IDM-skyrmion, em sua posição inicial, na mesma posição inicial dada pelos outros skyrmions, observaríamos o IDM-skyrmion alcançar a borda superior a um menor deslocamento ao longo da horizontal se comparado às outras estruturas estudadas. Portanto, o IDM-skyrmion é o pior corredor comparado aos outros skyrmions analisados.

Figura 4.1 - Trajetórias descritas pelos skyrmions.



A linha amarela representa a trajetória do IDM-skyrmion, a linha azul a trajetória do skyrmion do tipo I, a linha vermelha a trajetória do v-bimeron e a linha preta a trajetória do h-bimeron. Fonte: ARAÚJO, A. S. *et. Al.*, 2020.

Podemos notar também que o v-bimeron é aniquilado a uma distância ao longo do eixo x ligeiramente maior do que todos os outros. Neste caso, o v-bimeron foi o melhor corredor comparado com as outras estruturas.

Note que, numa posição aproximada $x = 150a$, a trajetória do h-bimeron sofre um desvio em relação às trajetórias do skyrmion do tipo I e do v-bimeron. A sua trajetória permanece ocupando uma menor posição ao longo do eixo y até aproximadamente $x = 300a$. Neste ponto, o h-bimeron é fortemente atraído pela borda, sendo rapidamente destruído pela mesma (Figura 4.1).

Podemos observar que as trajetórias dos skyrmions tipo II são maiores do que a trajetória do skyrmion tipo I. Vale salientar que, como os skyrmions do tipo II possuem dois centros, seu movimento não necessariamente ocorre como uma estrutura rígida, como é mostrado na referência (40). O skyrmion pode rotacionar lentamente em torno do seu centro de massa (Figura 3.4) e pode haver pequenas vibrações ao longo do seu movimento (40). Isso faz com que os skyrmions tipo II se desloquem mais rapidamente em direção à borda quando estão perto da mesma, sendo aniquilados quase ao mesmo tempo que o skyrmion do tipo I, quando atingem a borda superior.

O impacto inicial da corrente de spin nos skyrmions do tipo I e II aumenta consideravelmente o seu tamanho, como pode ser observado nas simulações e nas capturas de tela instantâneas fornecidos na Figura 3.4.

Um fator que poderia ser levado em consideração seria a possível ação da força de Magnus sobre skyrmions do tipo II, devido ao fato da polarização ser antiparalela no núcleo de cada meron que constitui o skyrmion. Como a polarização dos núcleos é antiparalela, poderíamos esperar que a força de Magnus impele cada meron em sentidos opostos na pista de corrida. Um seria impelido, por exemplo, para a borda superior, enquanto o outro seria impelido para a borda inferior. As simulações feitas neste trabalho mostram que o bimeron é desviado para a borda da pista da mesma forma que o skyrmion do tipo I. Neste caso, deve ser levado em consideração que o skyrmion do tipo II, possui uma carga topológica total $Q = 1$, que é a mesma carga topológica do skyrmion do tipo I. De acordo com a equação 2.71, podemos perceber que a força de Magnus é diretamente proporcional a carga do skyrmion, e, como a carga topológica de cada meron constituindo o skyrmion deve possuir cargas iguais ($q = \frac{1}{2}Q$), então ambos os merons devem ser impelidos para a mesma direção. Ou

seja, a força total de Magnus que age na estrutura como um todo não é nula, logo, o centro de massa do bimeron se move na pista de corrida sob a ação do efeito Hall de skyrmion. Os resultados obtidos aqui confirmam essa afirmação (Figura 4.1).

Para entendermos os resultados acima descritos, vamos utilizar um modelo analítico, assumindo que os skyrmions são estruturas rígidas. Essa hipótese adequada para IDM-skyrmion é apenas aplicada em primeira aproximação para as outras estruturas de Belavin-Polyakov tratadas aqui. Como já visto, para um sistema infinito, onde apenas interações de troca são consideradas, a energia dos skyrmions tipo II não depende da separação entre o meron e o antimeron que o constitui, situação também válida para o skyrmion do tipo I, onde a energia independe da dimensão dessa estrutura. Nesse contexto, a descrição dinâmica do movimento dos merons pode ser dada por um modelo analítico negligenciando as deformações. Com isso, a equação LLG pode ser reduzida a equação de Thiele (equação 2.71).

O cálculo da massa efetiva para os skyrmions do tipo I e do tipo II é feito utilizando-se as soluções estáticas dadas nas equações 2.62, 2.63 (para skyrmion do tipo II) e 2.64, 2.65 (para skyrmion do tipo I). No caso em que os skyrmions não possuem deformação, consideramos $\zeta = \xi = 1$. Substituímos estas soluções na equação de massa (equação 2.76), na qual o campo de spins é parametrizado por θ e ϕ . Em seguida é feito o cálculo da integral. O resultado do cálculo da massa efetiva para os skyrmions do tipo I e do tipo II é dado por:

$$\mathcal{M}_s^{11} = \mathcal{M}_s^{22} \equiv \mathcal{M}_s = \frac{8\pi b}{\alpha\gamma^2\sqrt{R^2+4b^2}}, \quad (4.1)$$

$$\mathcal{M}_s^{12} = \mathcal{M}_s^{21} = 0, \quad (4.2)$$

onde $2b = L_y$ é a largura da pista na qual consideramos que $L_y \gg R$.

As coordenadas espaciais das estruturas de skyrmions, obtidas através da equação de Thiele (equação 2.71), resultam em:

$$x(t) = \frac{g^2 v_s}{g^2 + \alpha^2 \mathcal{D}_s^2} t, \quad (4.3)$$

$$y(t) = \frac{g \mathcal{D}_s v_s}{g^2 + \alpha^2 \mathcal{D}_s^2} \alpha t. \quad (4.4)$$

Depois de eliminarmos o parâmetro t (tempo) das equações acima, nós obteremos a equação da trajetória, dada por:

$$y(x) = \frac{D_s \alpha}{g} x. \quad (4.5)$$

Note que a função $y(x)$ possui uma dependência linear na variável x cuja inclinação é diretamente proporcional à massa do skyrmion:

$$\Delta = \frac{D_s \alpha}{g} \propto \mathcal{M}_s. \quad (4.6)$$

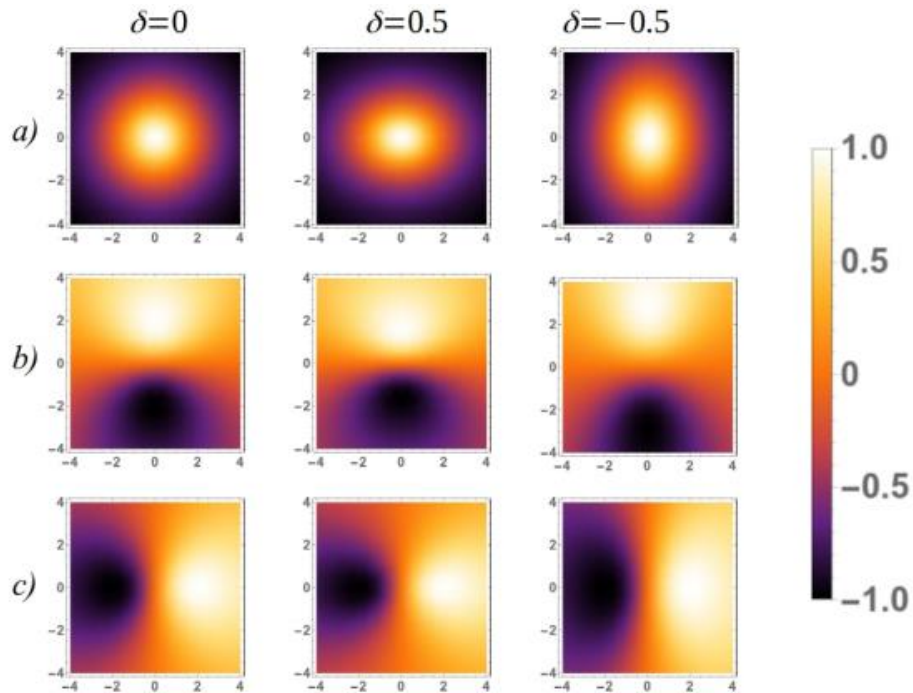
A equação da trajetória $y(x)$ pode ser diretamente comparada com os resultados das simulações da Figura 4.1. De fato, essa figura mostra que a trajetória de todos os skyrmions obedece a uma dependência aproximadamente linear $y_i(x) = k_i(x)$ (onde $i = 1,2,3,4$ referentes aos quatro distintos skyrmions estudados aqui). Entretanto, como pode ser observado na Figura 4.1, o comportamento linear observado nas simulações prevalece até um certo valor crítico para a coordenada x (vamos nomeá-lo $x_{i,c}$). Esta é uma posição crítica para o skyrmion na pista de corrida, na qual a interação skyrmion-borda se torna forte o suficiente para deformar a configuração do skyrmion, invalidando a aplicação de nossos resultados analíticos. A partir da posição crítica, forças extras de interação skyrmion-borda precisam ser levadas em consideração na equação de Thiele.

O ponto crítico $(y_{i,c}(x_{i,c}), x_{i,c})$ marca a posição na qual o skyrmion i se encontra em seus momentos finais, na iminência de ser destruído pela borda. Depois da posição crítica, as simulações mostram que a coordenada $y(t)$ cresce rapidamente, enquanto $x(t)$ se torna basicamente uma constante ($x(t) \sim x_{i,c}$) (Figura 4.1).

A equação analítica da trajetória obtida acima explica a considerável diferença das trajetórias entre os skyrmions com e sem a interação IDM, como é possível ser observado na Figura 4.1. Como a presença da interação IDM diminui o raio do skyrmion, a massa efetiva (equação 4.1) do IDM-skyrmion é maior do que a massa efetiva das outras estruturas consideradas. Portanto, lembrando que a inclinação da equação da trajetória é diretamente proporcional a massa do skyrmion (equação 4.6), o desvio da trajetória do IDM-skyrmion é maior do que o desvio dos skyrmions presentes em materiais sem a interação

IDM. Conseqüentemente, os IDM-skyrmions atingem a borda superior da pista em uma menor posição ao longo do eixo x , confirmando os resultados obtidos nas nossas simulações (Figura 4.1).

Figura 4.2 – Deformações nas estruturas de skyrmion.



Deformações nas estruturas de a) skyrmion do tipo I, b) v-bimeron, c) h-bimeron. Ao centro temos um achatamento ao longo da direção x , à esquerda temos as estruturas não deformadas e à direita temos um achatamento ao longo do eixo y . Fonte: ARAÚJO, A. S. *et. Al.*, 2020.

Nossos cálculos analíticos implicam que, qualquer outro skyrmion analisado aqui, residindo em material sem interação Dzyaloshinskii-Moriya, possuem massas iguais (equação 4.1), com isso, eles deveriam seguir trajetórias similares entre si. Porém, ao compararmos as trajetórias dadas na Figura 4.1, podemos ver que essa afirmação é verdadeira apenas até uma certa distância ($x \sim 150a$), após esta distância a trajetória do h-skyrmion se separa seguindo caminhos distintos. Também há uma separação da trajetória entre o skyrmion do tipo I e o v-bimeron em $x \sim 250a$. Como consequência, eles são aniquilados em posições ao longo de x ligeiramente diferentes.

A fim de explicar as pequenas diferenças ocorridas nas trajetórias dos skyrmions tipo I e os skyrmions tipo II (lembrando que até mesmo a posição inicial do bimeron afeta a sua

trajetória, causando diferenças nas trajetórias entre o v -skyrmion e o h -skyrmion), vamos assumir que há pequenas deformações nos skyrmions enquanto eles se movem sob a ação da densidade de corrente (41). Tal deformação pode ser representada por $\zeta - \xi \approx \delta$ (veja a Figura 4.2).

Dados novos valores para os termos ζ e ξ , e recalculando os novos termos da matriz de massa, obteremos $\mathcal{M}_d^{12} = \mathcal{M}_d^{21} = 0$ e $\mathcal{M}_d^{11} = \mathcal{M}_d^{22} \equiv \mathcal{M}_d$. Onde \mathcal{M}_d é o elemento de massa do skyrmion deformado e depende de δ . Vamos assumir que $|\delta| \ll 1$, assim, podemos expandir o termo de massa desprezando termos da ordem de δ^2 . De acordo com a expansão, o elemento de massa para o v -bimeron será:

$$\mathcal{M}_d^{(v)} = \mathcal{M}_s + \frac{4\pi\delta b}{R^2} \left[2\sqrt{\mathcal{A}} \left(\frac{1}{\mathcal{A}} - 2b^2 + 8\mathcal{A}b^4 \right) - \frac{1}{\sqrt{\mathcal{B}}} - \frac{1}{\sqrt{\mathcal{C}}} \right], \quad (4.7)$$

onde

$$\mathcal{A} = (R^2 + 4b^2)^{-1}, \quad (4.8)$$

$$\mathcal{B} = (R - 2b)^{-2}, \quad (4.9)$$

$$\mathcal{C} = (R + 2b)^{-2}. \quad (4.10)$$

As equações acima revelam que, se o v -bimeron for achatado ao longo da direção x , ($\zeta > \xi, \delta > 0$), o seu termo de massa cresce. Por outro lado, se o v -bimeron for achatado ao longo de y , ($\zeta < \xi, \delta < 0$), o seu elemento de massa decresce. Note que esta afirmação é válida se o termo entre colchetes da equação 4.7 for positivo. Pode-se mostrar que, para qualquer valor dado aos parâmetros R e b , este termo é positivo. Como r e b são parâmetros bem definidos, podemos reescrever a equação de massa da seguinte forma:

$$\mathcal{M}_d^{(v)} = \mathcal{M}_s + \delta K^{(v)}, \quad (4.11)$$

onde $K^{(v)}$ é uma constante positiva envolvendo os parâmetros R e b .

O mesmo procedimento acima foi feito para determinar o elemento de massa para o h -bimeron. A equação de massa para o h -bimeron possui a seguinte forma:

$$\mathcal{M}_d^{(h)} = \mathcal{M}_s - \delta K^{(h)}, \quad (4.12)$$

onde $K^{(h)}$ é uma constante positiva envolvendo os parâmetros R e b .

Na Figura 4.3 nós apresentamos o comportamento de \mathcal{D}_d (lembrando que $\mathcal{D}_d \propto \mathcal{M}_d$) em função de δ para o v-bimeron e o h-bimeron. Podemos observar que os elementos de massa para o h-bimeron se comportam de forma contrária aos elementos de massa do v-bimeron. Isto é, considerando o h-bimeron, para $\delta < 0$ a sua massa cresce quando comparada a \mathcal{M}_s . Para $\delta > 0$, a massa decresce. Note também que, o efeito da deformação na massa é mais proeminente para h-bimerons.

Figura 4.3 – Gráfico de \mathcal{D}_d em função de δ .

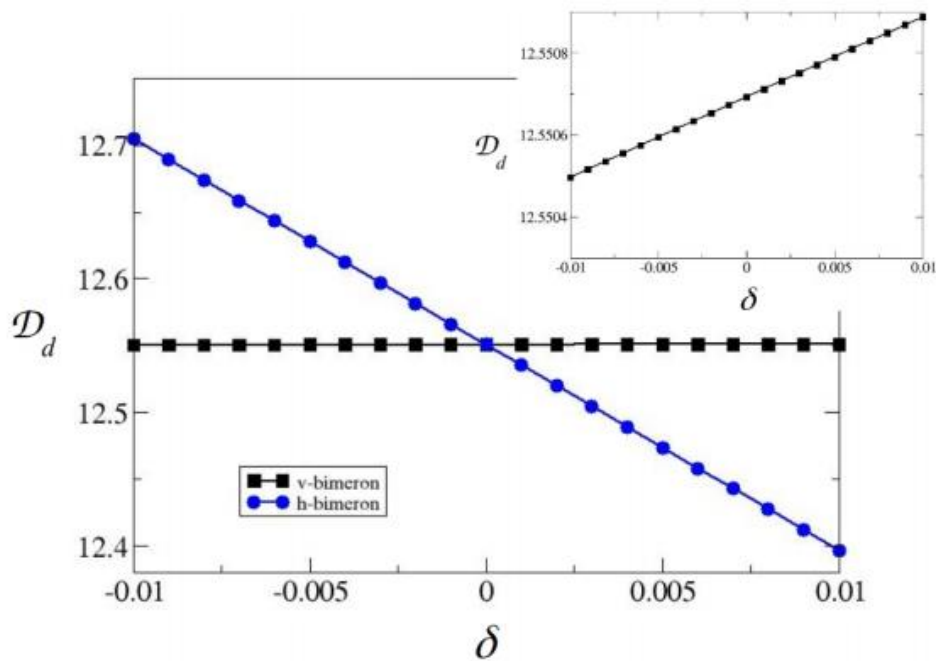


Gráfico de \mathcal{D}_d em função de δ para as estruturas v-bimeron (em preto) e h-bimeron (em azul). \mathcal{D}_d é proporcional á massa \mathcal{M}_d do skyrmion. Fonte: ARAÚJO, A. S. *et. Al.*, 2020.

Note que, de acordo com a figura acima, o termo de proporcionalidade entre a massa e o fator de deformação δ para o h-bimeron é bem maior do que o termo para o v-bimeron, ou seja, $K^{(h)} > K^{(v)}$.

De acordo com as discussões acima, podemos formular uma explicação para os resultados obtidos através de simulações. De acordo com a equação da trajetória para o centro de massa dos skyrmions $y(x) = \frac{D_s \alpha}{g} x \propto \mathcal{M}_s x$, podemos observar que a posição do skyrmion depende de sua massa de uma maneira tal que, quanto maior a massa, maior a inclinação da sua trajetória, ou seja, mais afetado o skyrmion será pela força de Magnus.

Podemos notar, na Figura 4.3, que a massa do v-bimeron quase não é afetada pela sua deformação, com isso, sua trajetória deve ser praticamente a mesma trajetória do skyrmion tipo I. De fato, podemos observar através da Figura 4.1 que a trajetória do skyrmion do tipo I e a trajetória do v-bimeron coincide em quase todo o trajeto.

Por outro lado, a massa do h-bimeron diminui quando ele é achatado ao longo da direção x ($\delta > 0$), porém, como a mudança em sua massa devido às deformações em sua estrutura é mais pronunciada do que a deformação do v-bimeron, a sua trajetória terá um desvio maior comparada a trajetória do skyrmion do tipo I. Tal resultado está de acordo com nossas simulações (Figura 4.1).

Note que, quando todas as estruturas estão próximas à borda superior ($x \sim x_{i,c}$), um achatamento ao longo da direção y resulta num aumento pronunciado da massa do h-bimeron, fazendo com que ele seja rapidamente destruído pela borda.

Como consideramos um modelo com δ muito pequeno, as trajetórias obtidas analiticamente são quase superpostas, com isso, um modelo mais completo deve considerar deformações maiores. Além disso, em $x \sim x_{i,c}$, a interação entre os skyrmions e a borda afeta drasticamente a forma do skyrmion, fato que deve ser levado em consideração na deformação do skyrmion. Esta interação faz com que a trajetória do skyrmion mude drasticamente, como pode ser visto pelas simulações.

5. CONCLUSÃO

Neste trabalho, investigamos como diferentes formas de skyrmions se deslocam ao longo de pistas de corridas ferromagnéticas. Como os skyrmions residem, em geral, em diferentes situações ou materiais, nós consideramos uma corrida hipotética entre estas estruturas, cada uma residindo em seus respectivos materiais apropriados. Como visto, todos os skyrmions analisados estão sujeitos o efeito Hall de skyrmion, com isso, eles inevitavelmente vão ser destruídos pela borda da pista de corrida.

Mostramos que as trajetórias dos skyrmions depende de sua massa de tal forma que, devido a pequenas modificações em sua forma, a sua massa é afetada, o que pode resultar em um tempo curto de vida adicional. Isso faz com que uma determinada estrutura prevaleça por um pouco mais de tempo sobre a pista de corrida em relação a outras estruturas.

Nossos resultados mostram que o bimeron cujos núcleos estão alinhados ao longo da vertical (v-bimeron) são os melhores corredores de longa distância, pois alcançam uma maior posição ao longo do eixo x antes se serem aniquilados pela borda. Mesmo que a interação skyrmion-borda não esteja incluída, a teoria apresentada fornece uma ferramenta útil para entender o comportamento destas estruturas magnéticas distintas.

Em estudos futuros, podemos adicionar impurezas na nanopista magnética e analisar possíveis interferências destas impurezas na trajetória das estruturas topológicas. Uma outra perspectiva interessante seria analisar uma possibilidade de fragmentação do skyrmion e estudar o comportamento das estruturas do tipo meron e antimeron isolados na pista de corrida.

REFERÊNCIAS

- (1) BELAVIN, A. A.; POLYAKOV, A. M. Metastable states of two-dimensional isotropic ferromagnets. **Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz**, Moscow, v. 22, n. 10, p. 503-506, nov. 1975.
- (2) SKYRME, T. H. R. Particle states of a quantized meson field. **Proc. R. Soc. Lond. A**, London, v. 262, n. 1309, p. 237-245, jul. 1961.
- (3) ZHANG, X.; XIA, J.; SHEN, L.; EZAWA, M.; TRETIAKOV, O. A.; ZHAO, G.; LIU, X.; ZHOU, Y. Static and dynamic properties of bimerons in a frustrated ferromagnetic monolayer. **Phys. Rev. B**, v. 101, n. 14, p. 144435, apr. 2020.
- (4) WALDNER, F. Comment on "Spin correlations of 2D quantum antiferromagnet at low temperatures and a direct comparison with neutron-scattering experiments". **Phys. Rev. Lett**, v. 65, n. 12, p. 1519, sep. 1990.
- (5) YU, X. Z.; ONOSE, Y.; KANAZAWA, N.; PARK, J. H.; HAN, J. H.; MATSUI, Y.; NAGAOSA, Y. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal. **Nature**, v. 465, n. 7300, p. 901-904, jun. 2010.
- (6) HEINZE, S.; VON BERGMANN, K.; MENZEL, M.; BREDE, J.; KUBETZKA, A.; WIESENDANGER, R.; BIHLMAYER, G.; BLUGEL, S. Spontaneous atomic-scale magnetic skyrmion lattice in two dimensions. **Nature Physics**, v. 7, p. 713-718, jul. 2011.
- (7) ZHANG, X.; ZHOU, Y.; EZAWA, M. Magnetic bilayer-skyrmions without skyrmion Hall effect. **Nature Communications**, v. 7, n. 1, p. 1-7, jan. 2016.
- (8) TOSCANO, D. *et al.* Suppression of the skyrmion Hall effect in planar nanomagnets by the magnetic properties engineering: Skyrmion transport on nanotracks with magnetic strips. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 504, p. 166655, jun. 2020.
- (9) GÖBEL, B. *et al.* Overcoming the speed limit in skyrmion racetrack devices by suppressing the skyrmion Hall effect. **Physical Review B**, v. 99, n. 2, p. 020405, jan. 2019.
- (10) Barker, J. & Tretiakov, O. A. Static and dynamical properties of antiferromagnetic skyrmions in the presence of applied current and temperature. **Phys. Rev. Lett.** 116, 147203 (2016).
- (11) AMARAL, M. A.; SILVA, R. L.; PEREIRA, A. R.; MOURA-MELO, W. A. Discrete double core skyrmions in magnetic thin films. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 321, n. 19, p. 3360-3363, oct. 2009.
- (12) FERNANDES, R. L.; LOPES, R. J. C.; PEREIRA, A. R. Skyrmions and merons in two-dimensional antiferromagnetic systems. **Solid State Communications**, v. 290, p. 55-59, mar. 2019.

- (13) BASKARAN, G. Spinon deconfinement above a finite energy gap in two-dimensional quantum Heisenberg antiferromagnets. **Physical Review B**, v. 68, n. 21, p. 212409, dec. 2003.
- (14) MOURA, A. R.; PEREIRA, A. R.; PIRES, A. S. T. Casimir-energy-induced confinement and deconfinement of spinons in a two-dimensional anisotropic nonlinear σ model. **Physical Review B**, v. 75, n. 1, p. 014431, jan. 2007.
- (15) ANDERSON, P. W. The resonating valence bond state in La_2CuO_4 and superconductivity. **Science**, v. 235, n. 4793, p. 1196-1198, mar. 1987.
- (16) EZAWA, M. Compact merons and skyrmions in thin chiral magnetic films. **Physical Review B**, v. 83, n. 10, p. 100408, mar002E 2011.
- (17) SILVA, R. L. *et al.* Emergence of skyrmion lattices and bimerons in chiral magnetic thin films with nonmagnetic impurities. **Physical Review B**, v. 89, n. 5, p. 054434, feb. 2014.
- (18) IAKOVLEV, I. A.; SOTNIKOV, O. M.; MAZURENKO, V. V. Bimeron nanoconfined design. **Physical Review B**, v. 97, n. 18, p. 184415, may. 2018.
- (19) COEY, J. M. D. **Magnetism and magnetic materials**. 1. ed. Cambridge: Cambridge university press, 2010.
- (20) SAKURAI, J. J.; NAPOLITANO, J. **Modern Quantum Mechanics**. 2. ed. San Francisco: Pearson, 2014.
- (21) HAGHSHENASFARD, Z. **Linear and Nonlinear Dynamics of Spin Waves in Ferromagnetic Nanowires**. 2017. 211 p. Thesis (Doctor of Philosophy) - The University of Western Ontario, Ontario, 2017.
- (22) MOURA, A. R. **Estudo analítico de sistemas de Heisenberg bidimensionais dopados e com acoplamentos anisotrópico e biquadrático**. 2011. 104 p. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2011.
- (23) NAGAOSA, N.; TOKURA, Y. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. **Nature Nanotechnology**, v. 8, n. 12, p. 899-911, dec. 2013.
- (24) PEREIRA, A. R.; PIRES, A. S. T. **Teoria quântica de campos em sistemas magnéticos de baixas dimensões**. Não publicado, 2011.
- (25) MERMIN, N. D.; WAGNER, H. Absence of ferromagnetism or antiferromagnetism in one- or two-dimensional isotropic Heisenberg models. **Physical Review Letters**, v. 17, n. 22, p. 1133-1135, nov. 1966.
- (26) BRAUNER, T. Spontaneous symmetry breaking and Nambu–Goldstone bosons in quantum many-body systems. **Symmetry**, v. 2, n. 2, p. 609-657, apr. 2010.

- (27) SKYRME, T. H. R. A unified field theory of mesons and baryons. **Nuclear Physics**, v. 31, p. 556-569, mar./apr. 1962.
- (28) MANTON, N.; SUTCLIFFE, P. **Topological sólitons**. 1. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- (29) FERRER, A. V. **Dinâmica das excitações topológicas em sistemas magnéticos de baixa dimensionalidade**. 1999. 143 p. Tese (Doutorado em Física) - Instituto de Física Gleb Wataghin, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.
- (30) TRETIAKOV, O. A.; TCHERNYSHYOV, O. Vortices in thin ferromagnetic films and the skyrmion number. **Physical Review B**, v. 75, n. 1, p. 012408, jan. 2007.
- (31) ARAÚJO, A. S.; LOPES, R. J. C.; CARVALHO-SANTOS, V. L.; PEREIRA, A. R.; SILVA, R. L.; SILVA, R. C.; Altbir, D. Typical skyrmions versus bimerons: A long-distance competition in ferromagnetic racetracks. **Physical Review B**, v. 102, n. 10, p. 104409, sep. 2020.
- (32) GUIMARÃES, A. P. **Principles of nanomagnetism**. 1. ed. Berlin: Springer, 2009.
- (33) MALOZEMOFF, A. P.; SLONCZEWSKI, J. C. **Magnetic domain walls in bubble materials: advances in materials and device research**. 1 ed. London: Academic press, 2016.
- (34) GRIFFITHS, D. J. **Eletrodinâmica**. Tradução: Heloisa C. de Souza. 3 ed. São Paulo: Pearson, 1962.
- (35) LANDAU, L.D., LIFSHITZ, E. M. On the Theory of the Dispersion of Magnetic Permeability in Ferromagnetic Bodies. **Phys. Z. Sowjetunion**, v. 8, p. 153-164, 1935.
- (36) GILBERT, T. L. A Lagrangian formulation of the gyromagnetic equation of the magnetization field. **Phys. Rev.**, v. 100, p. 1243, 1955.
- (37) SLONCZEWSKI, J. C. Current-driven excitation of magnetic multilayers. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 159, n. 1-2, p. L1-L7, jun. 1996.
- (38) POZZI, A. **Dynamics of spin textures, a study of current-induced motion of magnetic skyrmions**. 2014. 75 p. Dissertation (Top Master Programme in Nanoscience) - Theory of Condensed Matter group Zernike Institute for Advanced Materials Faculty of Mathematics and Natural Sciences, University of Groningen, Groningen, 2014.
- (39) THIELE, A. A. Steady-state motion of magnetic domains. **Physical Review Letters**, v. 30, n. 6, p. 230, feb. 1973.
- (40) AMARAL, M. A. *et al.* Discrete double core skyrmions in magnetic thin films. **Journal of Magnetism and Magnetic Materials**, v. 321, n. 19, p. 3360-3363, oct. 2009.
- (41) TRONCOSO, R. E.; NÚÑEZ, Á. S. Brownian motion of massive skyrmions in magnetic thin films. **Annals of Physics**, v. 351, p. 850-856, dec. 2014.

APÊNDICE A – EQUAÇÃO DE THIELE

Começaremos com a equação LLG escrita em termos da velocidade da corrente elétrica spin polarizada \vec{v}^s :

$$\left[\frac{d}{dt} + (\vec{v}^s \cdot \nabla) \right] \vec{S} = -\gamma \vec{S} \times \vec{H}_{eff} + \alpha \vec{S} \times \left[\frac{d}{dt} + \frac{\beta}{\alpha} (\vec{v}^s \cdot \nabla) \right] \vec{S}. \quad (\text{A.1})$$

De acordo com o ansatz de Thiele, $\vec{S}(\vec{r}, t) = \vec{S}(\vec{r} - \vec{R}(t))$. A derivada temporal de $\vec{S}(\vec{r} - \vec{R}(t))$ é dada por:

$$\dot{\vec{S}}(\vec{r} - \vec{R}(t)) = -(\dot{\vec{R}} \cdot \nabla) \vec{S}. \quad (\text{A.2})$$

Substituindo a equação acima na equação (A.1) e reagrupando os termos obteremos:

$$\left[(\vec{v}^s - \dot{\vec{R}}) \cdot \nabla \right] \vec{S} = -\gamma \vec{S} \times \vec{H}_{eff} + \alpha \vec{S} \times \left[\left(\frac{\beta}{\alpha} \vec{v}^s - \dot{\vec{R}} \right) \cdot \nabla \right] \vec{S}. \quad (\text{A.3})$$

Fazendo um produto da equação acima por $\vec{S} \times$, obteremos:

$$\vec{S} \times \left[(\vec{v}^s - \dot{\vec{R}}) \cdot \nabla \right] \vec{S} = -\gamma \vec{S} \times \vec{S} \times \vec{H}_{eff} + \alpha \vec{S} \times \vec{S} \times \left[\left(\frac{\beta}{\alpha} \vec{v}^s - \dot{\vec{R}} \right) \cdot \nabla \right] \vec{S}. \quad (\text{A.4})$$

Utilizando a identidade do produto vetorial triplo, e notando que $\vec{S} \cdot \partial_i \vec{S} = 0$ e $\vec{S} \cdot \vec{S} = 1$, a equação A.4 se torna:

$$(v^s_i - \dot{R}_i) \vec{S} \times \partial_i \vec{S} = -\left(S_i H_{eff_i} \right) \vec{S} + \vec{H}_{eff} - (\beta v^s_i - \alpha \dot{R}_i) \partial_i \vec{S}, \quad (\text{A.5})$$

onde $\partial_i \vec{S} = \frac{\partial \vec{S}}{\partial x_i}$. Multiplicando a equação acima por $\partial_j \vec{S}$ e utilizando a identidade $\partial_j \vec{S} \cdot (\vec{S} \times \partial_i \vec{S}) = \vec{S} \cdot (\partial_i \vec{S} \times \partial_j \vec{S})$, obteremos:

$$\vec{H}_{eff} \partial_j \vec{S} = (v^s_i - \dot{R}_i) \vec{S} \cdot (\partial_i \vec{S} \times \partial_j \vec{S}) + (\beta v^s_i - \alpha \dot{R}_i) \partial_i \vec{S} \partial_j \vec{S} \quad (\text{A.6})$$

De acordo com Thiele, o primeiro termo da equação acima fornece a densidade de força $f_i = -\frac{\delta\mathcal{H}}{\delta S_j} \frac{\partial S_j}{\partial x_i}$ na qual o skyrmion está sujeito. O segundo termo é a densidade de força giroscópica, definida como:

$$f_i^g = g_{ij}(v^s_j - \dot{R}_j), \quad (\text{A.7})$$

onde g_{ij} é o tensor antissimétrico definido por:

$$g_{ij} = \frac{1}{\gamma} \varepsilon_{kmn} S_k \frac{\partial S_m}{\partial x_i} \frac{\partial S_n}{\partial x_j}. \quad (\text{A.8})$$

O tensor antissimétrico f_i^g pode ser reescrito como:

$$f_i^g = \varepsilon_{ijk} g_j (v^s_k - \dot{R}_k), \quad (\text{A.9})$$

onde o vetor g_i é definido por:

$$g_i = -\frac{1}{2} \varepsilon_{ijk} g_{jk}. \quad (\text{A.10})$$

Já o terceiro termo é definido como o termo de densidade de força dissipativa, que pode ser escrito como:

$$f_i^\alpha = d_{ij} (\beta v^s_j - \alpha \dot{R}_j), \quad (\text{A.11})$$

onde $d_{ij} = \partial_i \vec{S} \partial_j \vec{S}$ é o tensor que descreve a densidade da força dissipativa. Integrando as densidades de força sob a área do skyrmion, considerando os vetores $(v^s_k - \dot{R}_k)$ e $(\beta v^s_j - \alpha \dot{R}_j)$ constantes sob a área de integração, chegaremos à equação de Thiele:

$$\vec{F} = \vec{G} \times (\vec{v}^s - \dot{\vec{R}}) + \vec{D}(\beta \vec{v}^s - \alpha \dot{\vec{R}}), \quad (\text{A.12})$$

onde o vetor giromagnético é dado por:

$$\vec{G} = \int \vec{g} d^2r, \quad (\text{A.13})$$

e o termo dissipativo é dado por:

$$\vec{D} = \int \vec{d} d^2r. \quad (\text{A.14})$$

APÊNDICE B – CÁLCULO DA VELOCIDADE DO CENTRO DE MASSA DO SKYRMION

Dada a equação de Thiele:

$$\vec{F} = \vec{G} \times (\vec{v}^s - \dot{\vec{R}}) + \vec{\mathcal{D}}(\beta\vec{v}^s - \alpha\dot{\vec{R}}), \quad (\text{B.1})$$

considerando $\vec{F} = 0$, campo magnético externo paralelo à direção perpendicular ao plano e a corrente spin polarizada no plano, o vetor giromagnético se torna $\vec{G} = 4\pi Q \hat{z}$ e o termo dissipativo $\vec{\mathcal{D}}$, de acordo com as simetrias do sistema, é simplificado para:

$$\vec{\mathcal{D}} = \mathcal{D} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.2})$$

Reescrevendo a equação de Thiele B.1 em termos de \vec{G} e $\vec{\mathcal{D}}$ simplificados, obteremos a seguinte equação:

$$4\pi Q \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\vec{v}^s - \dot{\vec{R}}) + \mathcal{D} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} (\beta\vec{v}^s - \alpha\dot{\vec{R}}) = 0. \quad (\text{B.3})$$

Simplificando a equação acima, chegaremos à equação de movimento para o centro de massa do skyrmion (37):

$$\begin{bmatrix} \alpha\mathcal{D} & -4\pi Q \\ 4\pi Q & \alpha\mathcal{D} \end{bmatrix} \dot{\vec{R}} = \begin{bmatrix} \beta\mathcal{D} & -4\pi Q \\ 4\pi Q & \beta\mathcal{D} \end{bmatrix} \vec{v}^s, \quad (\text{B.4})$$

onde Q é a carga topológica do skyrmion. Para calcular $\dot{\vec{R}}$, vamos utilizar a matriz inversa de $\begin{bmatrix} \alpha\mathcal{D} & -4\pi Q \\ 4\pi Q & \alpha\mathcal{D} \end{bmatrix}$, dada por:

$$\begin{bmatrix} \alpha\mathcal{D} & -4\pi Q \\ 4\pi Q & \alpha\mathcal{D} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{(\alpha\mathcal{D})^2 + (4\pi Q)^2} \begin{bmatrix} \alpha\mathcal{D} & 4\pi Q \\ -4\pi Q & \alpha\mathcal{D} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Multiplicando a equação B.4 pela matriz dada em B.5, obtemos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \dot{\vec{R}} = \frac{1}{(\alpha\mathcal{D})^2 + (4\pi Q)^2} \begin{bmatrix} \alpha\mathcal{D} & 4\pi Q \\ -4\pi Q & \alpha\mathcal{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta\mathcal{D} & -4\pi Q \\ 4\pi Q & \beta\mathcal{D} \end{bmatrix} \vec{v}^s. \quad (\text{B.6})$$

Fazendo a multiplicação matricial do segundo termo da equação acima, chegaremos

a:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{R}_x \\ \dot{R}_y \end{pmatrix} = \frac{1}{(\alpha\mathcal{D})^2 + (4\pi Q)^2} \begin{bmatrix} \beta\alpha\mathcal{D}^2 + (4\pi Q)^2 & \beta\mathcal{D}4\pi Q - \alpha\mathcal{D}4\pi Q \\ \alpha\mathcal{D}4\pi Q - \beta\mathcal{D}4\pi Q & \beta\alpha\mathcal{D}^2 + (4\pi Q)^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_x^s \\ v_y^s \end{pmatrix}. \quad (\text{B.7})$$

Cujo resultado da multiplicação entre as matrizes e os vetores é:

$$\dot{\vec{R}} = \frac{1}{(\alpha\mathcal{D})^2 + (4\pi Q)^2} [(\beta\alpha\mathcal{D}^2 + (4\pi Q)^2)\vec{v}^s + \mathcal{D}4\pi Q(\alpha - \beta)(v_x^s\hat{y} - v_y^s\hat{x})]. \quad (\text{B.8})$$

Multiplicando e dividindo o primeiro termo da equação acima pelo valor α e somando pelo termo $(\beta(4\pi Q)^2 - \beta(4\pi Q)^2)$, obteremos:

$$\dot{\vec{R}} = \frac{\beta(\alpha\mathcal{D})^2 + \alpha(4\pi Q)^2 + \beta(4\pi Q)^2 - \beta(4\pi Q)^2}{\alpha(\alpha\mathcal{D})^2 + \alpha(4\pi Q)^2} \vec{v}^s + \frac{\mathcal{D}4\pi Q}{(\alpha\mathcal{D})^2 + (4\pi Q)^2} (\alpha - \beta)(\hat{z} \times \vec{v}^s), \quad (\text{B.9})$$

portanto:

$$\dot{\vec{R}} = \frac{\beta}{\alpha} \vec{v}^s + \frac{(\alpha - \beta)(4\pi Q)^2}{\alpha(\alpha\mathcal{D})^2 + \alpha(4\pi Q)^2} \vec{v}^s + \frac{\mathcal{D}4\pi Q(\alpha - \beta)}{(\alpha\mathcal{D})^2 + (4\pi Q)^2} (\hat{z} \times \vec{v}^s). \quad (\text{B.10})$$

Ao simplificarmos a equação acima, chegaremos a expressão que fornece a velocidade do centro de massa do skyrmion em função da corrente de spin polarizada \vec{v}^s (37):

$$\dot{\vec{R}} = \frac{\beta}{\alpha} \vec{v}^s + \frac{(\alpha - \beta)}{\alpha^3 \left(\frac{\mathcal{D}}{4\pi Q}\right)^2 + \alpha} \left(\vec{v}^s + \alpha \frac{\mathcal{D}}{4\pi Q} \hat{z} \times \vec{v}^s \right). \quad (\text{B.11})$$

APÊNDICE C – MÉTODO RUNGE-KUTTA DE QUARTA ORDEM

Podemos utilizar métodos numéricos para solucionar problemas de valor inicial do tipo:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y), \quad (\text{C.1})$$

$$y(t_0) = y_0. \quad (\text{C.2})$$

A ideia geral do método consiste em discretizar o domínio da função a ser determinada ($y(t)$) num intervalo já estabelecido $[t_0, t_N]$. Dado este intervalo, utilizando algum método numérico de diferenças finitas, é possível determinar a solução dada por um conjunto discreto de pontos $(t_0, y_0), (t_1, y_1), \dots, (t_N, y_N)$. Para determinar tais pontos, por intermédio de um algoritmo, utiliza-se a condição inicial para calcular o valor de (t_1, y_1) , depois utiliza-se o valor de (t_1, y_1) para calcular o valor de (t_2, y_2) , e assim sucessivamente até a completa determinação de todos os pontos dados no domínio estabelecido.

O método de Runge-Kutta de quarta ordem, considerado como um método mais avançado e mais preciso comparado ao método de Euler, utiliza o seguinte algoritmo:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(k_{n1} + 2k_{n2} + 2k_{n3} + k_{n4}). \quad (\text{C.3})$$

Onde

$$k_{n1} = f(t_n, y_n), \quad (\text{C.4})$$

$$k_{n2} = f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{n1}\right), \quad (\text{C.5})$$

$$k_{n3} = f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hk_{n2}\right), \quad (\text{C.6})$$

$$k_{n4} = f(t_n + h, y_n + hk_{n3}), \quad (\text{C.7})$$

e

$$n = 0, N - 1, \quad (\text{C.8})$$

$$h = \frac{t_N - t_0}{N}. \quad (\text{C.9})$$

O erro de truncamento local do método de Runge-Kutta é da ordem de h^5 .