

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

LUCAS HENRIQUE CAÇADOR

**REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DE MATEMÁTICA:
UMA ABORDAGEM INOVADORA INTERDISCIPLINAR COM GEOGEBRA**

VIÇOSA - MINAS GERAIS

2026

LUCAS HENRIQUE CAÇADOR

**REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DE MATEMÁTICA:
UMA ABORDAGEM INOVADORA INTERDISCIPLINAR COM GEOGEBRA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria

VIÇOSA - MINAS GERAIS

2026

LUCAS HENRIQUE CAÇADOR

**REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DE MATEMÁTICA:
UMA ABORDAGEM INOVADORA INTERDISCIPLINAR COM GEOGEBRA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

APROVADO:

ASSENTIMENTO:

Documento assinado digitalmente
 **LUCAS HENRIQUE CAÇADOR**
Data: 09/06/2026 18:14:13-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Lucas Henrique Caçador
Autor

Documento assinado digitalmente
 **REJANE WAIANDT SCHUWARTZ DE CARVALHO F**
Data: 09/06/2026 19:05:42-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria
Orientadora

LUCAS HENRIQUE CAÇADOR

**REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DE MATEMÁTICA:
UMA ABORDAGEM INOVADORA INTERDISCIPLINAR COM GEOGEBRA**

Monografia apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Viçosa como parte dos requisitos para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

BANCA AVALIADORA:

Documento assinado digitalmente
 **WALTER TEOFILO HUARACA VARGAS**
Data: 10/06/2026 12:12:02-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Prof. Dr. Walter Teofilo Huaraca Vargas
(UFV)**

Documento assinado digitalmente
 **MARLI DUFFLES DONATO MOREIRA**
Data: 09/06/2026 19:24:27-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Profa. Dra. Marli Duffles Donato Moreira
(UFV)**

Documento assinado digitalmente
 **REJANE WAIANDT SCHUWARTZ DE CARVALHO F**
Data: 09/06/2026 19:08:26-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria
(Orientadora)**

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por me conceder força, saúde e perseverança ao longo de toda essa trajetória, permitindo que eu chegasse até a conclusão deste curso.

Aos meus pais e familiares, expresso minha profunda gratidão pelo apoio incondicional, pela base sólida que me proporcionaram e por todo o sustento, incentivo e confiança depositados em mim ao longo dessa caminhada.

Agradeço, também, à minha orientadora, Rejane Faria, pela dedicação, paciência e valiosas contribuições durante o desenvolvimento deste trabalho, sempre conduzindo com compromisso e incentivo à pesquisa.

Aos professores da banca de avaliação deste trabalho, Walter Teofilo Huaraca Vargas e Marli Duffles Donato Moreira, pelas valiosas contribuições, disponibilidade e avaliação criteriosa.

A todos os professores que participaram da minha formação, pelo conhecimento, sabedoria e ensinamentos compartilhados na trajetória acadêmica.

Por fim, agradeço à Escola Estadual Raul de Leoni que acolheu e possibilitou a realização desta pesquisa, bem como aos alunos participantes, cuja colaboração foi essencial para a concretização deste estudo.

RESUMO

CAÇADOR, Lucas Henrique, Universidade Federal de Viçosa, 2026. **REALIDADE AUMENTADA NO ENSINO DE MATEMÁTICA: UMA ABORDAGEM INOVADORA INTERDISCIPLINAR COM GEOGEBRA**. Orientadora: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria.

Este trabalho de conclusão de curso objetiva analisar as contribuições da Realidade Aumentada do GeoGebra no ensino de geometria espacial na Educação Básica em uma perspectiva interdisciplinar. A pesquisa, de natureza qualitativa, foi fundamentada na valorização dos significados e contextos das práticas humanas e desenvolvida com alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Raul de Leoni, em Viçosa-MG. A intervenção pedagógica adotou uma perspectiva interdisciplinar, integrando conceitos de Matemática (esferas, circunferências e proporcionalidade) com temas de Física e Geografia (movimentos e escalas planetárias). A produção de dados ocorreu ao longo de três encontros, totalizando cinco horas-aula, e foram registrados por meio de fotografias, folhas das atividades respondidas pelos alunos e registros do pesquisador em um caderno de campo. A análise dos dados envolveu processos de categorização, interpretação e discussão dos elementos observados durante os encontros. Os resultados evidenciaram que o uso do GeoGebra 3D com Realidade Aumentada favoreceu a compreensão pelos participantes de conceitos de Geometria Espacial, contribuindo para a percepção espacial e para a relação entre representações algébricas e geométricas. A abordagem interdisciplinar entre Matemática, Física e Geografia tornou os conteúdos mais contextualizados e significativos. Além disso, o uso do celular promoveu maior engajamento, participação e colaboração entre os estudantes. Apesar de registrarmos limitações tecnológicas, como incompatibilidade de dispositivos com a função Realidade Aumentada e instabilidades do aplicativo, estratégias colaborativas possibilitaram a participação de todos os alunos nas atividades.

Palavras-chave: Ensino Médio. GeoGebra. Realidade Aumentada. Interdisciplinaridade. Educação Matemática.

ABSTRACT

CAÇADOR, Lucas Henrique, Federal University of Viçosa, 2026. **AUGMENTED REALITY IN MATHEMATICS EDUCATION: AN INNOVATIVE INTERDISCIPLINARY APPROACH WITH GEOGEBRA.** Advisor: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria.

This undergraduate thesis aims to analyze the contributions of GeoGebra's Augmented Reality feature to the teaching of Spatial Geometry in Basic Education from an interdisciplinary perspective. The qualitative research was grounded in the appreciation of the meanings and contexts of human practices and was conducted with 2nd-year high school students from Raul de Leoni State School, in Viçosa, Minas Gerais, Brazil. The pedagogical intervention adopted an interdisciplinary approach, integrating Mathematics concepts (spheres, circumferences, and proportionality) with themes from Physics and Geography (planetary movements and scales). Data production took place over three meetings, totaling five class hours, and was documented through photographs, students' activity sheets, and the researcher's field notes. Data analysis involved processes of categorization, interpretation, and discussion of the elements observed during the meetings. The results showed that the use of GeoGebra 3D with Augmented Reality facilitated the understanding of Spatial Geometry concepts, contributing to spatial perception and to the relationship between algebraic and geometric representations. The interdisciplinary approach involving Mathematics, Physics, and Geography made the content more contextualized and meaningful. Furthermore, the use of smartphones promoted greater engagement, participation, and collaboration among students. Despite technological limitations, such as device incompatibility with the Augmented Reality feature and application instabilities, collaborative strategies enabled all students to participate in the activities.

Keywords: High School Education. GeoGebra. Augmented Reality. Interdisciplinarity. Mathematics Education.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.....	8
O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS AULAS DE MATEMÁTICA.....	9
INTERDISCIPLINARIDADE.....	11
(i) O Sistema Solar como Tema Interdisciplinar.....	13
METODOLOGIA.....	14
ANÁLISE DE DADOS.....	17
(i) Percepção de Escala e Proporção.....	18
(ii) Formalização Algébrica de Entidades Geométricas.....	22
(iii) Integração Interdisciplinar e Engajamento Tecnológico.....	27
(iv) GeoGebra 3D e Realidade Aumentada: Compreensão dos Estudantes.....	29
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	32
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	35
APÊNDICE 1 - ATIVIDADES MATEMÁTICAS.....	37
APÊNDICE 2 - ROTEIRO: CONSTRUÇÃO DO PLANETA JÚPITER NO GEOGEBRA.....	38
APÊNDICE 3 - ATIVIDADES COMPLEMENTARES RELACIONADAS AOS CONCEITOS TRABALHADOS.....	39
APÊNDICE 4 - QUESTIONÁRIO FINAL.....	41
APÊNDICE 5 – PLANO DE AULA.....	42

INTRODUÇÃO

Sou natural de Muniz Freire, uma cidade do interior do Espírito Santo com cerca de 18 mil habitantes. Desde criança, sempre me encantei pelo ambiente da sala de aula e desenvolvi uma grande admiração pela profissão docente. Durante o Ensino Médio, um professor de Matemática foi uma grande inspiração e me motivou a seguir esse caminho, o que me levou a conquistar uma vaga na Universidade Federal de Viçosa (UFV).

Ao longo do curso de Licenciatura em Matemática na UFV, por meio das disciplinas de Práticas de Ensino de Matemática I, II, III e IV, Colóquios de Matemática, Estágios Supervisionados em Matemática na Educação Básica e Oficinas de Matemática tive a oportunidade de aprimorar e expandir meus conhecimentos sobre a Educação Matemática nos mais variados tópicos que tangem essa área. Um deles é o uso de Tecnologias Digitais (TD) na Educação Básica, especialmente no Ensino de Matemática. Ao longo das disciplinas mencionadas, tive a oportunidade de apresentar seminários, nos quais eu direcionava para a relação das TD com a sala de aula. Assim, ao longo dos anos na graduação percebi que o uso de softwares nas aulas de Matemática corrobora com a ideia de envolver o aluno ativamente com o tema de estudo proposto.

Nessas disciplinas, tínhamos contato direto com a Escola. Em diversas ocasiões, os alunos perguntavam onde poderiam utilizar a Matemática na vida real. Essa vivência me levou a ter o interesse de interligar diferentes áreas do conhecimento para contextualizar os conteúdos. Atribuí maior importância ainda à interdisciplinaridade quando, em 2023, iniciei minhas atividades como bolsista do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID)¹ - núcleo Matemática, em que tive a oportunidade de atuar no COLUNI - Colégio de Aplicação da UFV - atuando no projeto interdisciplinar “C³: Contas e contos combinam”. Além disso, em 2024 passei a integrar o Projeto de Extensão “Ludicidade no Ensino da Matemática”, que propõe ao público estudantil e visitantes de feiras e eventos, jogos e desafios matemáticos com caráter interdisciplinar.

Assim, ao longo do curso de Licenciatura em Matemática na UFV, decidi que o tema do meu trabalho final de curso envolveria TD e interdisciplinaridade, e de alguma maneira, mostraria o quanto isso pode ser proveitoso para o ensino e para a aprendizagem de Matemática, sem ocultar os principais desafios dessa interação. Deste modo, envolvendo as

¹ Outras informações na homepage do PIBID-UFV: [PIBID - Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência](#) e no Instagram do Núcleo de Matemática do PIBID-UFV: [instagram](#) Acesso em: 19 de maio de 2026.

temáticas expostas, essa pesquisa, de caráter qualitativo, tem por objetivo analisar as contribuições da Realidade Aumentada do GeoGebra no ensino de geometria espacial na Educação Básica em uma perspectiva interdisciplinar. Para alcançar tal objetivo a pesquisa foi norteada pela seguinte questão: *Quais são os benefícios e as limitações do uso das Tecnologias Digitais, especialmente o GeoGebra, nas aulas de Matemática?*

O USO DE TECNOLOGIAS DIGITAIS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

É notório que as TD estão em constante evolução e, cada vez mais, estão sendo inseridas no nosso cotidiano. Neste sentido, existe uma forte influência das TD no ambiente escolar e, de acordo com Machado e Faria (2025), este fato não deveria ser um problema, especialmente na disciplina de Matemática, mas sim “[...] um caminho de aprendizagens com descobertas e explorações” (Machado; Faria, 2025, p. 10).

A partir disso, consideramos necessário que práticas tradicionais de ensino que na Matemática tem as aulas caracterizadas pela sequência “definição, exemplo e exercício”, com posições estruturalmente definidas para a lousa, o professor e os alunos, deem lugar às práticas que valorizem o raciocínio, a investigação, a criatividade, a curiosidade e a participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento matemático (Faria; Maltempi, 2020). Logo, para contribuir com a inclusão das TD no nosso cotidiano escolar, a principal alternativa trazida pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é aliar sala de aula às TD, transformando-a em ferramenta pedagógica (Brasil, 2018). De acordo com Conceição *et al.* (2019), o uso de TD permite ao discente uma visualização do que está sendo estudado, facilitando a compreensão de conceitos matemáticos mais complexos, o que torna o aprendizado significativo e acessível.

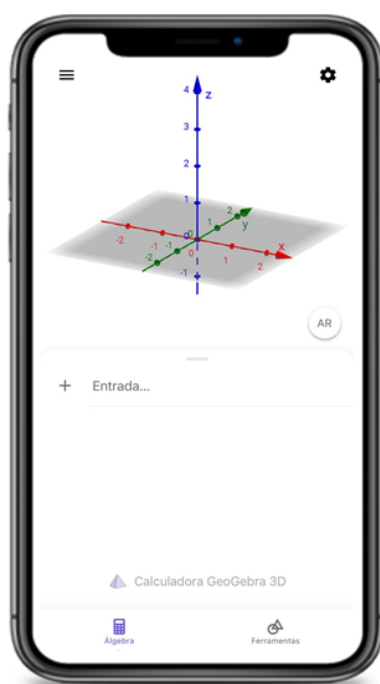
Na Matemática existem diversas plataformas que podem ser usadas em sala de aula. Uma delas é o GeoGebra, um software dinâmico de Matemática, cujos

[...] diferentes recursos e janelas permitem mostrar os objetos matemáticos nas representações algébrica, aritmética e geométrica, de modo que todas estão dinamicamente conectadas e respondem de forma simultânea e instantânea às alterações realizadas em qualquer uma delas (Faria; Maltempi, 2020, p.12).

O GeoGebra é uma excelente ferramenta para o ensino e aprendizagem de geometria espacial (Machado; Faria, 2025). Na sua versão 3D, chamada *Calculadora Gráfica GeoGebra*

3D, o software permite uma visualização espacial de sólidos e curvas tridimensionais, bem como as suas características, como apótema, raio, base, polígono da base, vértices, arestas, entre outros. Além disso, na referida versão existe a função de Realidade Aumentada (RA) que permite a visualização em uma superfície real daquilo que foi gerado no software (Figura 1). Nesse sentido, “a RA no GeoGebra permite que os alunos [...] tenham uma aprendizagem mais natural” (Machado; Faria, 2025, p. 11).

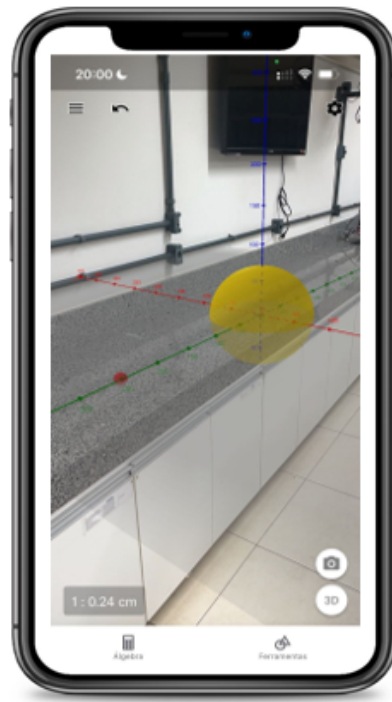
Figura 1: Interface do GeoGebra 3D com RA



Fonte: Elaborado pelo Autor

A função RA constitui um recurso tecnológico que integra objetos matemáticos tridimensionais ao ambiente real, permitindo a visualização e a manipulação de construções geométricas e algébricas em contextos concretos por meio da câmera de dispositivos móveis. Essa funcionalidade potencializa a aprendizagem Matemática ao possibilitar a exploração espacial e visual de conceitos, favorecendo a compreensão de relações entre formas, dimensões e proporções. Ao promover uma interação dinâmica entre o virtual e o real, a RA no GeoGebra contribui para uma abordagem mais significativa, investigativa e contextualizada do conhecimento matemático, alinhada às perspectivas contemporâneas de ensino mediadas por TD (Figura 2).

Figura 2: Projeção de duas esferas (amarela e vermelha) com RA



Fonte: Elaborado pelo Autor

Portanto, é possível argumentar que a integração de ferramentas como o GeoGebra, em especial com a funcionalidade RA, representa um avanço que conecta as diretrizes da BNCC de utilizar as TD como recurso pedagógico (Brasil, 2018; Brasil, 2022). A RA, ao mostrar elementos virtuais no mundo real, permite aos alunos não apenas visualizar os sólidos e curvas tridimensionais, como já mencionado, mas também interagir com eles de maneira concreta e imersiva. Essa interação ativa, onde o aluno pode manipular mentalmente e fisicamente os objetos matemáticos em seu próprio ambiente (como se o objeto estivesse "saltando" da folha ou da tela para a mesa), contribui diretamente para o desenvolvimento do pensamento espacial e da capacidade de abstração de conceitos matemáticos complexos. Consequentemente, o aprendizado se torna mais engajador, motivador e significativo.

INTERDISCIPLINARIDADE

Desde o século XVI com os jesuítas, as escolas no Brasil já eram organizadas por disciplinas. De acordo com Faria e Maltempi (2020, p. 349):

Certamente, a sociedade tem muito a ganhar com a especialização profissional em áreas, pois ao concentrar seus esforços em uma ramificação de um campo científico, é mais provável que se consiga

aprofundar em uma temática, o que favorece o desenvolvimento das mais diversas ciências.

Em contrapartida, os conhecimentos começam a se isolar quando não há uma ligação com as demais ciências. Isso traz um caráter segmentado à Educação e propõe uma formação profissional do indivíduo mais restrita (Faria; Maltempi, 2020). De acordo com Gallo (2000, p. 23),

[...] quando assiste a uma aula de história, cada aluno abre a gavetinha de seu arquivo mental onde guarda os conhecimentos históricos; ao final da aula, fecha essa gavetinha e abre aquela referente à matéria a ser estudada na próxima aula, e assim por diante... E como cada uma das "gavetinhas" é estanque, sem nenhuma relação com as demais, os alunos não conseguem perceber que todos os conhecimentos vivenciados na escola são perspectivas diferentes de uma mesma e única realidade, parecendo cada um deles autônomo e auto-suficiente, quando na verdade só pode ser compreendido em sua totalidade como parte de um conjunto, peça ímpar de um imenso puzzle que pacientemente montamos ao longo dos séculos e dos milênios.

Nesse sentido, a fragmentação dos saberes escolares evidencia a necessidade de compreender a educação para além dos limites disciplinares e institucionais, reconhecendo que a construção do conhecimento ocorre de forma integrada nas múltiplas relações e experiências vivenciadas pelos sujeitos em sociedade. Portanto, a educação não é promovida apenas nas instituições escolares, mas em todo e qualquer convívio com pessoas, seja no coletivo ou individual. Segundo Moran (2015, p. 16) “[...] família, escola, meios de comunicação, amigos, igrejas, empresas, internet, todos educam e, ao mesmo tempo, são educados, isto é, todos aprendem mutuamente, sofrem influências, adaptam-se a novas situações”.

Corroborando com esta ideia, concluímos que as práticas pedagógicas interdisciplinares são uma excelente alternativa para quebrar a desconexão entre as ciências. De acordo com Fassarella e Santos (2025, p. 4), as práticas pedagógicas interdisciplinares auxiliam no “[...] engajamento, protagonismo, autonomia e senso crítico – o que pode ser alcançado pela contextualização do saber matemático e sua vinculação com outras áreas do conhecimento.” Além disso, o Conselho Nacional de Educação (CNE) traz que a interdisciplinaridade fortalece as relações entre as diferentes áreas do conhecimento, ao estabelecer uma cooperação entre as ciências envolvidas (Brasil, 2013).

A Matemática pode se relacionar com as mais diversas áreas do conhecimento. Pensando nas disciplinas mais comuns presentes nas escolas, podemos trazer a Matemática

junto à sua história, até porque todo e qualquer conhecimento matemático surgiu de algum contexto, seja ele da necessidade de alguma comunidade em específico, ou mesmo da necessidade de resolver algum problema histórico em aberto com o auxílio dos métodos matemáticos. Na filosofia, pode ser relacionado com toda a teoria que permeia os artifícios matemáticos. O clássico teorema do matemático e filósofo Pitágoras, que constituiu a escola pitagórica, representa um exemplo significativo da relação entre pensamento filosófico e conhecimento matemático, uma vez que os pitagóricos compreendiam os números não apenas como instrumentos de cálculo, mas como elementos fundamentais para explicar a ordem, a harmonia e a organização do universo.

Por entendermos que a conexão da Matemática com as demais áreas do conhecimento a contextualiza historicamente, e também a torna mais rica e significativa para os alunos, reforçando o valor da interdisciplinaridade na formação, na pesquisa relatada neste trabalho de conclusão de curso, foram realizadas práticas pedagógicas interdisciplinares, com conexão entre Matemática, Física e Geografia, como trataremos a seguir.

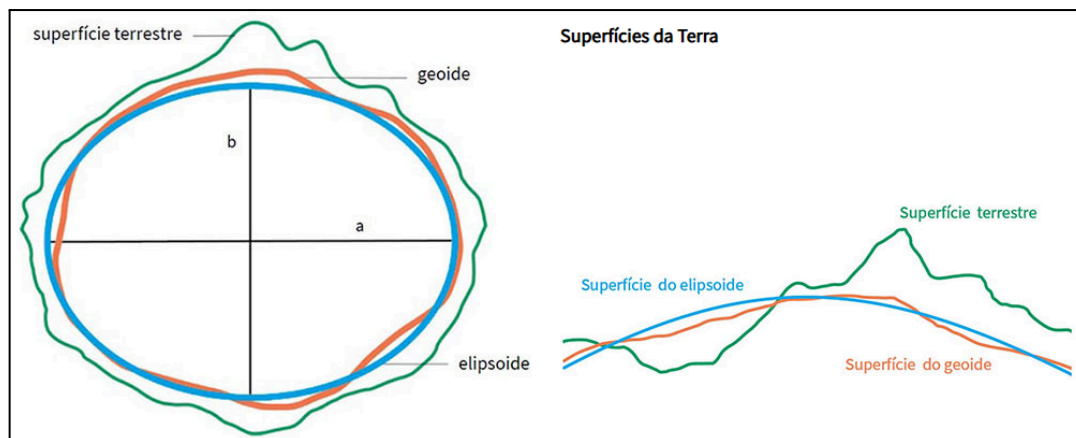
(i) O Sistema Solar como Tema Interdisciplinar

A escolha do Sistema Solar como temática para o desenvolvimento das atividades possibilitou a articulação de conhecimentos de diferentes áreas do saber, favorecendo uma abordagem interdisciplinar no processo de ensino e aprendizagem. A utilização da RA do GeoGebra permitiu que os estudantes visualizassem modelos tridimensionais dos corpos celestes, estabelecendo relações entre conceitos matemáticos, físicos e geográficos.

No âmbito da Física, os alunos tiveram a oportunidade de aprofundar seus conhecimentos sobre as características dos planetas Júpiter e Terra e do Sol, compreendendo aspectos relacionados às dimensões e fenômenos físicos associados aos movimentos dos corpos celestes. Na Geografia, foram explorados os movimentos de rotação e translação dos planetas, fundamentais para a compreensão da sucessão dos dias e das noites, da duração do ano e das estações. Também foi discutida a forma da Terra, destacando-se que, embora seja frequentemente representada como uma esfera, sua forma real se aproxima de um geoide (Figura 3). Conforme o IBGE (2016), o geoide corresponde a uma superfície irregular associada ao nível médio dos mares, sendo comumente aproximado por um elipsoide de revolução para fins cartográficos e científicos. Entretanto, considerando os objetivos

pedagógicos da atividade e a necessidade de simplificação do modelo, neste trabalho os planetas e o Sol foram considerados como uma esfera, permitindo aos estudantes explorar conceitos geométricos de forma mais acessível e adequada ao contexto da Educação Básica.

Figura 3: Formato da Terra



Fonte: <https://atlasescolar.ibge.gov.br/cartografia/21729-formas-da-terra.html>

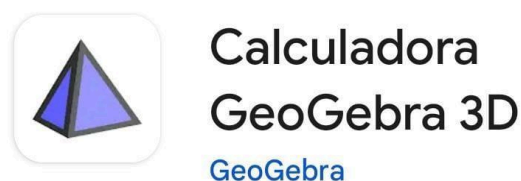
No campo da Matemática, o trabalho com os modelos tridimensionais favoreceu o estudo de conceitos geométricos relacionados às esferas e circunferências, presentes na representação dos planetas e de suas órbitas. Também foram exploradas relações de proporcionalidade, possibilitando a comparação entre os tamanhos dos planetas, suas distâncias em relação ao Sol e a construção de representações em escala. Dessa forma, o tema Sistema Solar constituiu-se como um elemento integrador entre diferentes áreas do conhecimento.

METODOLOGIA

Esta pesquisa é de cunho qualitativo, pois busca analisar as contribuições da Realidade Aumentada do GeoGebra no ensino de geometria espacial na Educação Básica em uma perspectiva interdisciplinar. Segundo D'Ambrosio (2006), a metodologia qualitativa valoriza a compreensão dos significados e contextos das práticas humanas, buscando interpretar os fenômenos educativos a partir das experiências, relações e saberes dos sujeitos envolvidos.

O GeoGebra é um software de Matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único aplicativo. Dentre as diversas versões disponíveis, foi utilizada a versão 3d para celulares (Figura 4).

Figura 4: Aplicativo GeoGebra 3d disponível em loja de aplicativos para celulares



Fonte: <https://www.geogebra.org/>

O público alvo desta pesquisa foram alunos do 2º ano do Ensino Médio da Escola Estadual Raul de Leoni, localizada em Viçosa - MG. A escolha dessa instituição se deve a proximidade da mesma com o Departamento de Matemática da UFV, por meio de diversas parcerias já estabelecidas, dentre as quais destacamos que a escola aloca um dos núcleos de Matemática do PIBID.

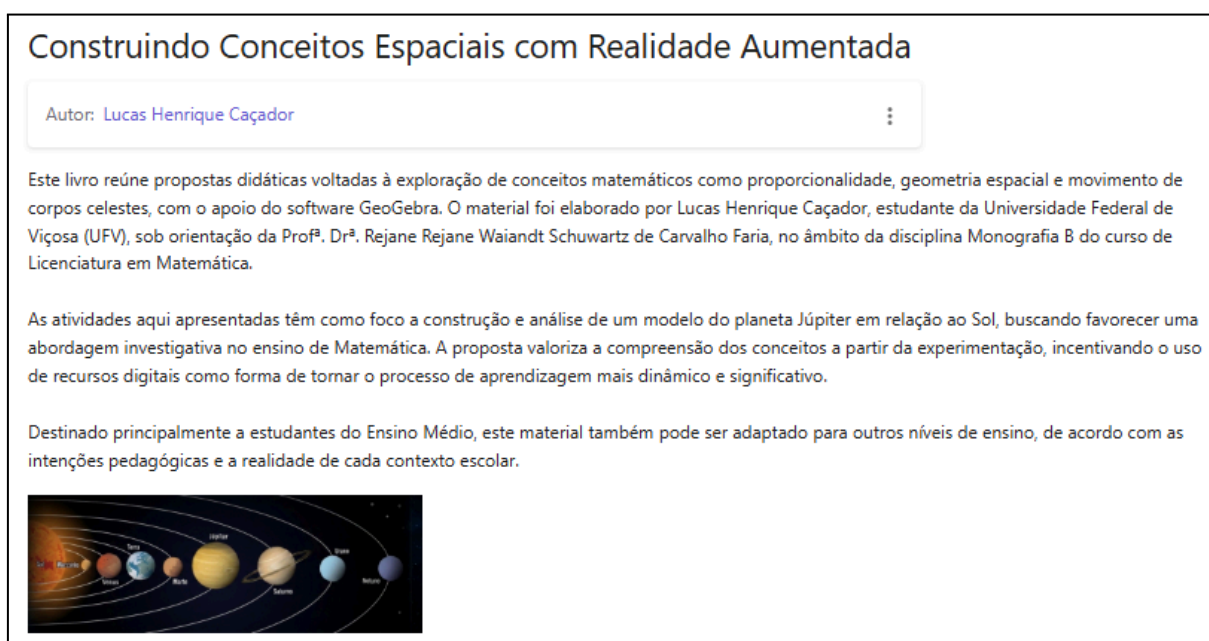
A pesquisa foi realizada em três encontros, sendo o primeiro utilizado como uma preparação para os seguintes. O primeiro encontro foi realizado no dia 23 de março de 2026, com duração de 2 horas-aula, contando com a participação de 21 alunos, todos menores de 18 anos. O segundo encontro foi realizado no dia 30 de março de 2026, com duração de 2 horas-aula. Já o terceiro encontro foi realizado no dia 31 de março de 2026, com duração de 1 hora-aula. Dessa forma, a pesquisa totalizou 5 horas-aula, distribuídas entre momentos de introdução teórica, construção prática no GeoGebra 3D, exploração da RA e realização das atividades complementares e do questionário final.

Para registro da produção de dados, utilizamos fotografias, folhas das atividades respondidas pelos alunos e registros do pesquisador em um caderno de campo. A análise dos dados envolveu processos de categorização, interpretação e discussão dos elementos observados durante os encontros.

Com o objetivo de ampliar o acesso às atividades desenvolvidas (Apêndices 1, 2 e 3) por professores, estudantes e demais interessados, os materiais produzidos foram organizados em um GeoGebra Book, um livro digital interativo organizado em capítulos e seções, onde

foram disponibilizados os diferentes recursos produzidos, como construções no GeoGebra, plano de aula, discussão de conceitos teóricos e atividades investigativas voltadas à exploração de conceitos de Geometria Espacial, permitindo que os usuários interajam diretamente com os objetos matemáticos construídos. Nesse livro online foram apresentadas orientações introdutórias sobre o GeoGebra, a RA e o funcionamento do aplicativo GeoGebra 3D, além de explicações relacionadas às ferramentas necessárias para a realização das construções propostas. Este livro virtual está disponível [aqui](#) (Figura 5).

Figura 5: Página inicial do GeoGebra Book



Fonte: Elaborada pelo autor.

Esclarecemos que, antes da produção dos dados, esta pesquisa foi submetida e aprovada pelo Comitê de Ética em Pesquisa com Seres Humanos da Universidade Federal de Viçosa (CAAE: 93863325.7.0000.5153). O Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) foi apresentado, lido e aceito por todos os participantes por serem menores de 18 anos. Da mesma forma, o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) foi entregue e devidamente assinado pelos responsáveis legais desses estudantes. Assim, todos os participantes e responsáveis foram devidamente informados acerca dos objetivos da pesquisa, autorizando a utilização e divulgação científica dos dados produzidos ao longo do estudo.

ANÁLISE DE DADOS

Para a coleta de dados desta pesquisa, foi aplicado um questionário estruturado composto por atividades de caráter prático e investigativo, que visavam integrar conceitos matemáticos, especificamente de Geometria Espacial, a conhecimentos de Física e Geografia, especialmente relacionados à Astronomia, por meio do uso do aplicativo GeoGebra 3D com RA. As respostas e resoluções dos alunos foram coletadas e organizadas de forma a permitir uma análise qualitativa. A fim de sistematizar as evidências encontradas, a análise foi dividida em quatro categorias principais de convergência: (i) Percepção de Escala e Proporção, (ii) Formalização Algébrica de Entidades Geométricas, (iii) Integração Interdisciplinar e Engajamento Tecnológico e (iv) GeoGebra 3D e Realidade Aumentada: Compreensão dos Estudantes. Essa categorização permitiu observar não apenas o erro ou acerto das questões, mas o processo de transposição do visual para o abstrato proporcionado pelas TD.

A turma participante da pesquisa era composta por estudantes com idade entre 16 e 17 anos. Eles demonstraram interesse e participação ativa nas atividades propostas, especialmente nos momentos em que puderam explorar recursos tecnológicos associados aos conteúdos interdisciplinares trabalhados ao longo dos encontros. A partir dos registros realizados no caderno de campo, constatou-se que, dos 21 estudantes participantes, 16 estavam com celular e com acesso ao GeoGebra 3D. Isso evidencia a forte presença das tecnologias móveis no cotidiano dos alunos e reforça a possibilidade de utilização desses dispositivos como ferramentas pedagógicas no ensino de Matemática.

Para a realização da atividade prática, os estudantes foram organizados em grupos, sendo solicitado que ao menos um integrante de cada grupo estivesse com o aplicativo GeoGebra 3D instalado no celular. Dentre os 16 alunos com celulares na sala, 7 dispositivos apresentavam a versão do GeoGebra com o recurso de RA. Conforme aponta Oliveira (2021, p. 104), “a incompatibilidade dos aparelhos com a RA está diretamente ligada com o aparato de hardware de cada dispositivo”, o que explica as limitações encontradas em aparelhos com menor capacidade de processamento.

Embora apenas um terço dos alunos possuísse a versão do aplicativo com RA, a realização da atividade não foi comprometida, visto que a maior parte das questões puderam ser desenvolvidas sem esse recurso, possibilitando a participação de mais de dois terços da turma (16 de 21 alunos). Além disso, nas etapas específicas que envolviam a utilização da

RA, os estudantes compartilharam com os demais membros dos seus trios os aparelhos compatíveis, garantindo que todos tivessem contato com as visualizações em RA.

(i) Percepção de Escala e Proporção

No primeiro encontro a condução da aula ocorreu de forma coletiva. Inicialmente, promoveu-se um momento de sensibilização por meio do questionamento “por que construir Júpiter e não a Terra?”, com o objetivo de instigar a curiosidade dos alunos e introduzir a discussão sobre escala e proporções no sistema solar.

Cabe esclarecer que a escolha por Júpiter ocorreu devido à grande diferença de proporção entre o planeta e o Sol, fator que possibilita uma discussão mais significativa acerca das relações de escala e volume. Além disso, por se tratar do maior planeta conhecido do Sistema Solar, Júpiter permite aos alunos perceberem, de forma mais evidente, como pequenas alterações no raio impactam diretamente nas dimensões dos corpos celestes. Em números, o raio de Júpiter é de aproximadamente 69.911 km, enquanto o da Terra corresponde a cerca de 6.371 km, evidenciando a significativa diferença de dimensões entre os dois planetas. Quando comparados ao Sol, cujo raio é de aproximadamente 696.340 km, essas medidas tornam ainda mais perceptível a grande diferença de medidas existente entre os corpos celestes do Sistema Solar. A partir dessas relações, foi possível explorar matematicamente conceitos como razão, proporção, área e volume, permitindo que os estudantes compreendessem a ideia de escalas astronômicas.

Em sequência, foi apresentado o software GeoGebra, destacando suas principais funcionalidades e enfatizando o uso da versão 3D em dispositivos móveis, recurso essencial para o desenvolvimento da atividade. Esse momento inicial foi fundamental para familiarizar os estudantes com a ferramenta que seria utilizada ao longo da pesquisa, possibilitando maior segurança durante a realização das construções propostas. Tal etapa mostrou-se relevante, uma vez que o GeoGebra possibilita a construção e manipulação dinâmica de objetos matemáticos, articulando simultaneamente representações geométricas e algébricas.

Conforme destacado por Leão (2016, p. 40), “quando criamos um objeto matemático no Geogebra [...] esses objetos são visualizados na janela de visualização e também na janela de álgebra na representação algébrica”. Essa característica do software favorece a compreensão dos conceitos matemáticos ao permitir que os estudantes relacionem diferentes formas de representação. Além disso, Leite (2020) destaca que os recursos de visualização

dinâmica presentes no GeoGebra contribuem para tornar os conceitos geométricos mais acessíveis e compreensíveis, especialmente em conteúdos que envolvem abstração.

Ao longo deste primeiro encontro, foram abordados conteúdos matemáticos e astronômicos de forma articulada, incluindo o conceito de proporcionalidade, com a adaptação dos valores reais dos raios do Sol e de Júpiter para uma escala viável, bem como noções de rotação e translação dos planetas. A abordagem desses conceitos permitiu estabelecer relações entre os conteúdos matemáticos e os fenômenos astronômicos observados, favorecendo uma compreensão contextualizada das ideias de escala e proporção (Figura 6). Leão (2016, p. 44) aponta que “ao fazer uso dessas ferramentas nas aulas de Matemática, o professor tornará mais significativo o aprendizado dos alunos”, evidenciando o potencial do aplicativo para favorecer a compreensão Matemática por meio da interação entre diferentes registros de representação.

Figura 6: Resolução de atividade por aluno participante

Atividades

Fique à vontade para utilizar calculadora. Nos resultados, você pode manter o π ou, se preferir, adotar $\pi = 3,14$.

Atividade 1 – Considere os raios:

- Terra: 6.371 km
- Júpiter: 69.911 km
- Sol: 696.340 km

a) Qual a razão entre os raios da Terra e do Sol?

$$\frac{\text{Raio}_T}{\text{Raio}_S} = \frac{6371 \text{ km}}{696340 \text{ km}} = 0,0091$$

b) Qual a razão entre os raios de Júpiter e do Sol?

$$\frac{\text{Raio}_J}{\text{Raio}_S} = \frac{69911 \text{ km}}{696340 \text{ km}} = 0,10039$$

Fonte: Acervo do autor.

A resolução apresentada pelo aluno evidencia a mobilização de conceitos de razão e proporcionalidade a partir de dados relacionados aos corpos celestes. Ao calcular as razões entre os raios da Terra, de Júpiter e do Sol, o estudante demonstrou compreender que os valores obtidos representam relações de escala entre as dimensões dos astros, e não apenas

operações numéricas isoladas. Nesse contexto, a atividade possibilitou associar conceitos matemáticos abstratos a uma situação concreta e contextualizada, favorecendo a compreensão das diferenças de magnitude existentes entre os corpos celestes.

A interpretação dessas proporções foi potencializada posteriormente pela visualização no GeoGebra 3D com RA, uma vez que os alunos puderam relacionar os valores numéricos obtidos às representações tridimensionais construídas durante a atividade. Esse resultado dialoga com Leão (2016), ao destacar que o uso de tecnologias digitais favorece a articulação entre diferentes registros de representação matemática, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e investigativa. Dessa forma, a atividade não se restringiu ao cálculo de razões, mas possibilitou aos estudantes compreenderem visualmente as relações de escala presentes no Sistema Solar.

No segundo encontro os estudantes estavam organizados em grupos e realizaram a atividade no GeoGebra. O encontro teve caráter predominantemente investigativo, sendo conduzida a partir de um roteiro orientador no qual os alunos foram guiados na construção do modelo do sistema Sol-Júpiter (Apêndice 2).

Como forma de complementar a descrição da atividade desenvolvida e ampliar as possibilidades de compreensão do leitor, foi produzido um vídeo demonstrativo das construções no GeoGebra. Esse material tem como objetivo apresentar, de maneira visual e dinâmica, as construções propostas, incluindo a exploração dos recursos do aplicativo. Para facilitar o acesso, o vídeo foi disponibilizado por meio de um QR Code, permitindo que o leitor, ao escaneá-lo com um dispositivo móvel, possa visualizar integralmente a experiência desenvolvida em sala de aula, estabelecendo uma conexão com a proposta apresentada (Figura 7).

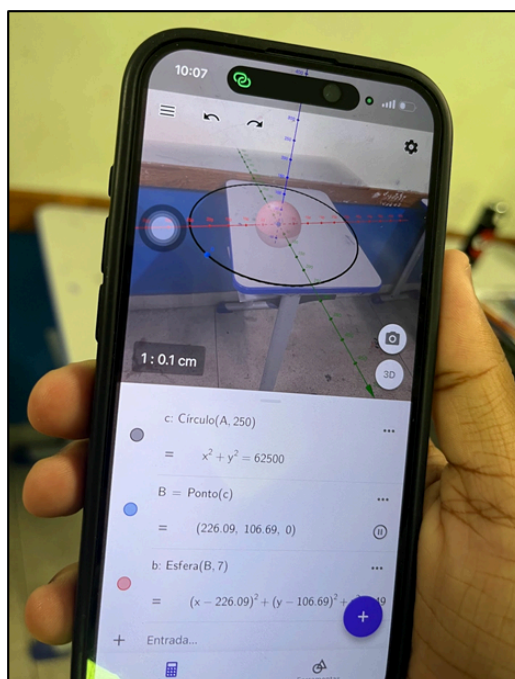
Figura 7: Código QR para acesso às construções realizadas no GeoGebra



Fonte: Acervo do autor.

No desenvolvimento da atividade, observou-se envolvimento significativo dos alunos (Figura 8), que interagiram entre si e com o pesquisador na resolução de dúvidas e na execução dos comandos, evidenciando um processo colaborativo de aprendizagem. Ao final dessa parte do encontro, os estudantes tiveram acesso ao recurso de RA do GeoGebra, acionando a funcionalidade disponível no aplicativo e podendo visualizar, no ambiente físico, as construções realizadas ao longo da atividade.

Figura 8: Utilizando a RA no GeoGebra



Fonte: Acervo do autor.

Essa experiência despertou interesse e entusiasmo na turma, uma vez que possibilitou a aproximação entre o modelo matemático construído e uma percepção concreta e interativa. A utilização da RA mostrou-se relevante, pois permitiu aos estudantes relacionarem os valores obtidos matematicamente com representações visuais próximas da realidade. Esse resultado dialoga com o que aponta Costa (2025), ao afirmar que a utilização da RA favorece o engajamento dos estudantes e potencializa a compreensão de conceitos geométricos tridimensionais, especialmente por meio da manipulação e visualização dos objetos em diferentes perspectivas. Nesse sentido, “A utilização da RA contribui para o engajamento dos alunos, facilita a compreensão de conceitos geométricos tridimensionais” (Costa, 2025, p. 26).

No que se refere à categoria “Percepção de Escala e Proporção”, observou-se que o uso da RA contribuiu para a abstração dos conceitos trabalhados. Durante a realização das

atividades propostas, especialmente aquelas relacionadas ao cálculo da razão entre os raios dos corpos celestes (Apêndice 3), observou-se que, embora os valores numéricos evidenciassem matematicamente as diferenças de magnitude entre os astros, muitos alunos apresentavam dificuldades em visualizar concretamente essas proporções apenas por meio dos cálculos. Nesse contexto, a representação geométrica proporcionada pelo GeoGebra 3D e pela RA contribuiu para tornar essas relações mais perceptíveis, favorecendo a compreensão espacial e a interpretação das escalas envolvidas. Nesse contexto, a visualização proporcionada pelas TD atuou como elemento mediador da compreensão matemática, permitindo que os estudantes atribuíssem maior significado aos cálculos realizados.

Além disso, ao projetarem, por meio da RA, as esferas correspondentes ao Sol e ao planeta Júpiter no ambiente físico da sala de aula, os alunos passaram a atribuir significado concreto aos valores obtidos matematicamente. A visualização tridimensional permitiu compreender, de maneira intuitiva, a discrepância entre os tamanhos dos corpos celestes, evidenciando que o Sol é significativamente maior que os demais planetas. Nesse sentido, as TD atuaram como mediadoras entre o cálculo matemático e a realidade percebida, funcionando como mecanismo de articulação entre o abstrato e o concreto.

Esses resultados indicam que a inserção de recursos visuais e interativos favorece o desenvolvimento do pensamento proporcional, uma vez que possibilita ao aluno validar seus cálculos por meio da observação direta, fortalecendo a construção de significados matemáticos.

(ii) Formalização Algébrica de Entidades Geométricas

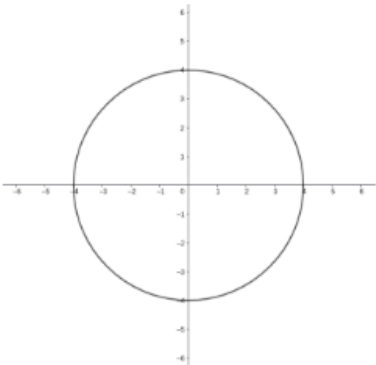
No primeiro encontro foram trabalhados conceitos geométricos fundamentais, como circunferência e esfera, com a apresentação de suas definições e equações. A introdução desses conceitos foi necessária para que os estudantes pudessem compreender as construções realizadas posteriormente no GeoGebra. Nesse contexto, a abordagem inicial das definições e representações algébricas mostrou-se importante para estabelecer relações entre os objetos geométricos e suas representações matemáticas, aspecto apontado por Leão (2016) ao destacar que o GeoGebra possibilita a articulação entre diferentes registros de representação, favorecendo a compreensão dos conceitos matemáticos por meio da relação entre visualização geométrica e linguagem algébrica.

Com a finalidade de compreender o conteúdo apresentado, foram propostas atividades, elaboradas com o objetivo de que os alunos pudessem compreender, de forma progressiva, os conceitos trabalhados ao longo da aula. A Atividade 1 consistiu na identificação do raio e da equação de uma circunferência, permitindo aos alunos reconhecerem os elementos fundamentais dessa representação (Quadro 1).

Quadro 1: Atividades propostas no primeiro encontro

1) Descreva o raio e a equação das circunferências:

a)



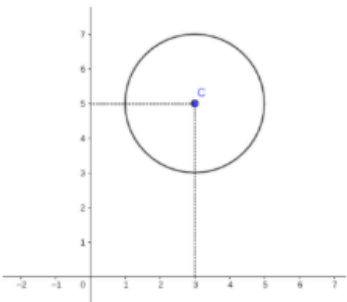
Gabarito a)

Raio: 4

Equação: $(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 4^2$

$\Rightarrow x^2 + y^2 = 16.$

b)



Gabarito b)

Raio: 2

Equação: $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 2^2$

$\Rightarrow (x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 4.$

$r = 2.$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Atividade 2, foi apresentada uma equação, a partir da qual os estudantes deveriam determinar o raio e o centro da circunferência, promovendo uma leitura analítica e interpretativa da expressão algébrica (Quadro 2).

Quadro 2: Atividades propostas no primeiro encontro

2) Descreva o centro e o raio da circunferência com equação:

a) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

Gabarito: Raio = 3 e C(1, 2).

b) $(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 144$.

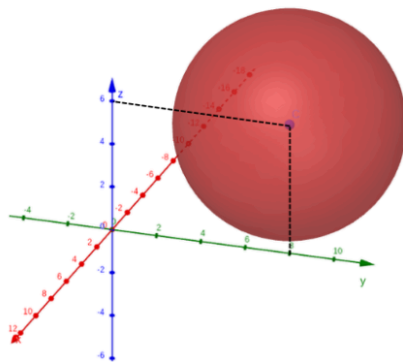
Gabarito: Raio = 12 e C(- 3, 8).

Fonte: Elaborado pelo autor.

Já a Atividade 3 envolveu o cálculo do volume e a escrita da equação de uma esfera a partir da imagem apresentada, articulando a visualização geométrica com a formalização matemática (Quadro 3).

Quadro 3: Atividades propostas no primeiro encontro

3) Dada a esfera abaixo, encontre a sua equação e o volume:



Gabarito:

Equação:

$$(x - 0)^2 + (y - 8)^2 + (z - 6)^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow x^2 + (y - 8)^2 + (z - 6)^2 = 25.$$

Volume:

$$V_E = \frac{4}{3}\pi 5^2 = \frac{100}{3}\pi.$$

$$r = 5.$$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Dessa forma, as atividades foram organizadas de modo a favorecer a construção de uma aprendizagem gradual, possibilitando que os alunos avançassem da identificação de elementos básicos para a aplicação de conceitos em situações complexas, fortalecendo a compreensão necessária para o uso posterior do GeoGebra. Essa organização progressiva das atividades dialoga com as discussões apresentadas por Leite (2020), ao evidenciar que o uso do GeoGebra no ensino de Geometria Espacial favorece a construção gradual do conhecimento matemático, especialmente pela possibilidade de manipulação dinâmica dos objetos geométricos e pela associação entre representações visuais e algébricas.

Durante o primeiro encontro (Figura 9), observou-se participação ativa dos alunos, que interagiram por meio de perguntas, comentários e reflexões, especialmente ao discutirem as diferenças entre representações reais e modelos matemáticos. Perguntas proferidas pelos alunos, como: “se tirar o ‘z’ da equação, o que acontece?”, e “o que acontece se eu tirar o quadrado da equação?” evidenciam um movimento importante de construção do conhecimento, no qual os estudantes investigam as relações entre a linguagem algébrica e suas representações geométricas, formulando hipóteses e antecipando possíveis resultados. Esse tipo de questionamento indica que os alunos não estão apenas reproduzindo procedimentos, mas buscando compreender os efeitos das alterações nas equações, o que contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático e da autonomia intelectual (Costa, 2025).

Figura 9: Imagem do primeiro encontro

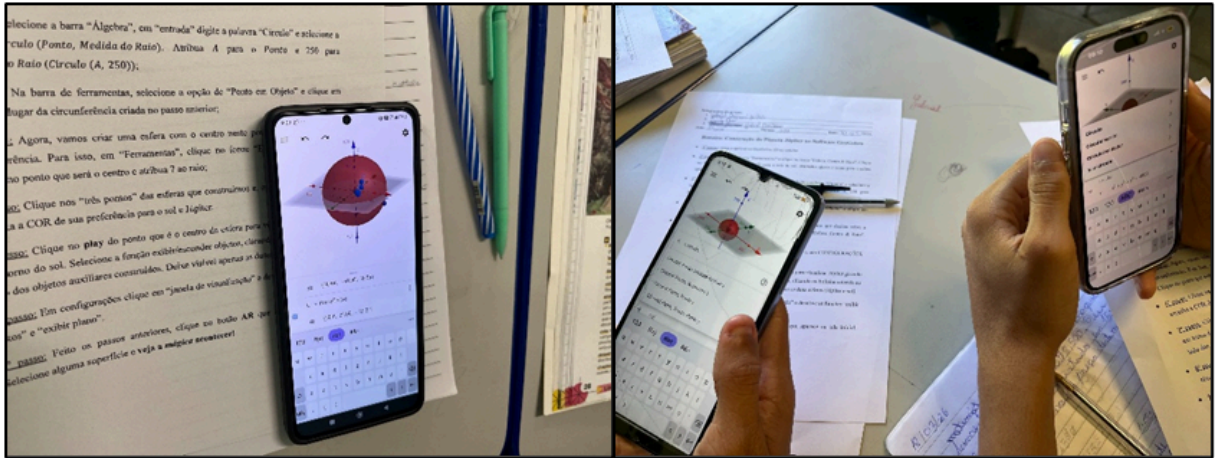


Fonte: Acervo do autor.

Por fim, foi solicitado que no próximo encontro, os estudantes se organizassem em grupos e que um integrante de cada grupo estivesse com o GeoGebra 3D instalado em seu celular, visando à continuidade das construções.

Já no segundo encontro, além da construção no aplicativo (Figura 10), os estudantes responderam as atividades complementares relacionadas aos conceitos trabalhados (Apêndice 3). A intenção dessas atividades corroboram com as ideias de Leão (2016) a partir do momento que teve como objetivo reforçar as articulações entre a representação geométrica e algébrica, e consolidar a compreensão dos conteúdos abordados no encontro anterior e aprofundados na prática com o uso das TD.

Figura 10: Alunos produzindo a atividade no GeoGebra



Fonte: Acervo do autor.

No terceiro encontro os estudantes deram continuidade e concluíram as atividades complementares iniciadas no encontro anterior. Em seguida, foi realizada a correção coletiva na lousa dos exercícios propostos, momento em que as resoluções foram discutidas, permitindo que os alunos confrontassem seus resultados, esclarecessem dúvidas e revisassem conceitos fundamentais trabalhados. Esse momento assumiu caráter formativo, favorecendo a reflexão sobre os procedimentos adotados e a consolidação dos conhecimentos.

Na categoria “Formalização Algébrica de Entidades Geométricas”, os dados evidenciam que o uso do GeoGebra 3D, aliado à visualização em RA, favoreceu a compreensão dos parâmetros presentes nas equações de circunferências e esferas. Conforme descrito nas atividades desenvolvidas, os alunos foram desafiados a identificar elementos como centro e raio, bem como a expressá-los por meio de linguagem algébrica (Figura 11).

Figura 11: Resolução de atividade por aluno participante

Atividade 2 – No GeoGebra, o ponto que representa o centro de Júpiter se movimenta sobre uma circunferência de raio 250 u e centro A(0, 0). Escreva a equação dessa circunferência no plano.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 250^2$$

$$x^2 + y^2 = 250^2$$

Atividade 3 – Considerando esferas de centro A(0, 0, 0), escreva a: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = r^2$

a) equação da esfera da Terra.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 6371^2$$

b) equação da esfera de Júpiter.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 69911^2$$

c) equação da esfera do Sol.

$$x^2 + y^2 + z^2 = 696340^2$$

Fonte: Acervo do autor.

Observou-se que estudantes conseguiram estabelecer relações entre a representação geométrica e sua correspondente equação. A manipulação dos objetos no ambiente digital permitiu que conceitos como centro e raio deixassem de ser apenas elementos simbólicos e passassem a ser compreendidos como propriedades visuais e espaciais dos sólidos construídos.

Além disso, questionamentos levantados durante a aula, como alterações nos termos da equação e seus efeitos na representação gráfica, indicam um movimento de investigação matemática por parte dos alunos, conforme registrado na descrição do primeiro encontro. Esse comportamento indica que o uso das TD não apenas facilitou a compreensão, mas também estimulou a autonomia intelectual e o pensamento exploratório (Costa, 2025).

Dessa forma, conclui-se que a integração entre visualização e formalização contribuiu para minimizar dificuldades tradicionalmente associadas à Geometria Espacial, especialmente no que se refere à interpretação de objetos tridimensionais em representações bidimensionais.

(iii) Integração Interdisciplinar e Engajamento Tecnológico

No que diz respeito à categoria “Integração Interdisciplinar e Engajamento Tecnológico”, os resultados apontam que a articulação entre Matemática, Física e Geografia desempenhou um papel fundamental na motivação dos alunos. Ao invés de trabalharem com objetos geométricos abstratos, os estudantes foram inseridos em um contexto significativo, no qual os conceitos matemáticos eram aplicados à compreensão de fenômenos do universo, como dimensões e movimentos dos planetas.

Além disso, a abordagem interdisciplinar permitiu que os alunos reconhecessem a Matemática como uma ferramenta essencial para a compreensão de outras áreas do conhecimento (Faria; Maltempi, 2020). Um exemplo disso pode ser observado nas atividades relacionadas ao cálculo de volume (Figura 12), nas quais os estudantes perceberam que pequenas variações no raio resultam em grandes alterações no volume, evidenciando a relação cúbica presente na fórmula. Essa compreensão reforça a ideia de que a Matemática não se limita a procedimentos mecânicos, mas possui aplicações diretas na interpretação de fenômenos diversos (Piovezan; Gama, 2019).

Figura 12: Resolução de atividade por aluno participante

Atividade 4 – Para trabalharmos com números menores, nessa questão considere:

- Raio da Terra: 0,63
- Raio de Júpiter: 6,99
- Raio do Sol: 69,63

$V = \frac{4}{3} \pi r^3$

a) Calcule o volume da Terra.

$$V_T = \frac{4}{3} \pi (0,63)^3 = \frac{4}{3} \pi 0,25004 = \frac{1,00018}{3} \pi = 0,33396 \pi = 1,04$$

b) Calcule o volume de Júpiter.

$$V_J = \frac{4}{3} \pi (6,99)^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 341,53279 = \frac{1366,12899}{3} = 455,37613 \pi = 1429,86$$

c) Calcule o volume do Sol.

$$V_S = \frac{4}{3} \pi (69,63)^3 = \frac{4}{3} \pi \cdot 341972,0286 = 45592,7048 \pi = 1431722,08$$

d) Quantas vezes a Terra é ^{menor} ~~maior~~ que o Sol, considerando seu volume?

$$\frac{V_S}{V_T} = \frac{1431722}{1} = 1431722$$

e) Quantas vezes Júpiter é ^{menor} ~~maior~~ que o Sol, considerando seu volume?

$$\frac{V_S}{V_J} = \frac{1431722}{1429} = 1001$$

A atividade apresentada evidenciou a integração entre Matemática, Física e Geografia ao propor o cálculo dos volumes da Terra, de Júpiter e do Sol a partir de valores proporcionais reduzidos. Mais do que aplicar mecanicamente a fórmula do volume da esfera, os estudantes foram levados a interpretar matematicamente fenômenos relacionados às dimensões dos corpos celestes, estabelecendo relações entre conceitos geométricos e conhecimentos astronômicos.

Ao compararem os volumes obtidos, os alunos puderam perceber que pequenas variações no raio provocam diferenças expressivas no volume das esferas, em razão da relação cúbica presente na fórmula. Esse aspecto favoreceu a compreensão de como a Matemática é utilizada para explicar grandezas observadas no universo, permitindo que os estudantes associassem cálculos geométricos a situações concretas e cientificamente contextualizadas.

Além disso, a atividade contribuiu para romper com a ideia de uma Matemática isolada e puramente abstrata, uma vez que os conteúdos trabalhados passaram a possuir significado dentro de um contexto interdisciplinar (Piovezan; Gama, 2019). Nesse sentido, os estudantes não estavam apenas calculando volumes de sólidos geométricos, mas analisando diferenças de dimensão entre corpos celestes do Sistema Solar, o que favoreceu maior engajamento e participação durante a realização das atividades.

Essa perspectiva aproxima-se das discussões de Piovezan e Gama (2019) sobre interdisciplinaridade presentes nas orientações educacionais contemporâneas, ao evidenciar que a articulação entre diferentes áreas do conhecimento contribui para uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e crítica. Portanto, conclui-se que a integração entre diferentes áreas do conhecimento, aliada ao uso de TD, contribui para a construção de uma aprendizagem significativa, crítica e contextualizada, em consonância com as propostas contemporâneas de ensino.

(iv) GeoGebra 3D e Realidade Aumentada: Compreensão dos Estudantes

No último encontro, os alunos responderam ao questionário final (Apêndice 4), elaborado com o objetivo de avaliar a compreensão dos conteúdos abordados, bem como captar percepções sobre a utilização das TD no processo de aprendizagem. A aplicação do

questionário ocorreu de forma individual, possibilitando identificar tanto os avanços conceituais quanto às dificuldades remanescentes, contribuindo para a análise dos resultados da intervenção pedagógica (Faria; Maltempi, 2020).

A análise das respostas obtidas permitiu identificar padrões relevantes em relação à percepção dos alunos sobre o uso do GeoGebra 3D com RA no processo de aprendizagem. Ao todo, foram coletadas 20 respostas, cujos dados evidenciam uma predominância de avaliações positivas quanto à utilização das TD.

De modo geral, observou-se que a maior parte dos estudantes afirmou que a visualização das construções geométricas no GeoGebra 3D contribuiu significativamente para a compreensão dos conteúdos. Treze alunos indicaram explicitamente que a ferramenta auxiliou no entendimento, destacando aspectos como a possibilidade de visualizar objetos em três dimensões e a facilitação na interpretação dos conceitos. Dentre as respostas obtidas, destacam-se afirmações como: “[O GeoGebra] transforma conceitos abstratos em modelos visuais manipuláveis” e “ajudou bastante”. “Visualizar as construções no GeoGebra 3D facilitou entender melhor as formas, algo que é mais difícil de perceber apenas imaginando ou no papel”. Essas respostas evidenciam que a visualização dinâmica proporcionada pelo aplicativo contribuiu para diminuir dificuldades frequentemente associadas à Geometria Espacial, especialmente no que se refere à interpretação de objetos tridimensionais em representações bidimensionais.

Além disso, percebe-se que os estudantes atribuíram significado aos conceitos matemáticos a partir da interação direta com as construções realizadas no aplicativo. A possibilidade de manipular os objetos geométricos, observar diferentes perspectivas e relacionar simultaneamente as representações algébricas e geométricas favoreceu uma compreensão mais intuitiva dos conteúdos trabalhados. Nesse contexto, o GeoGebra 3D atuou como um mediador do processo de aprendizagem, auxiliando os alunos na construção de relações entre o abstrato e o concreto.

Esses resultados dialogam com as discussões de Leão (2016), ao afirmar que o uso do GeoGebra favorece a articulação entre diferentes registros de representação matemática, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa. Do mesmo modo, Leite (2020) destaca que os recursos de visualização tridimensional permitem maior aproximação entre os estudantes e os objetos matemáticos, favorecendo o desenvolvimento da percepção espacial e

da compreensão geométrica. Assim, as respostas dos estudantes reforçam o potencial pedagógico das TD no ensino de Matemática, especialmente em conteúdos que demandam elevado nível de abstração espacial.

No que tange ao uso da RA, quinze alunos reconheceram que a projeção das construções para além da tela do celular contribuiu para a compreensão dos conteúdos. Os estudantes destacaram que a RA “melhora a noção espacial” e “permite entender melhor visualmente”, evidenciando que as TD ampliam a percepção dos objetos matemáticos ao inseri-los no ambiente real (Figura 13). Esse dado dialoga diretamente com a proposta da pesquisa, ao indicar que a RA atua como um recurso que aproxima o conteúdo matemático da experiência concreta do aluno (Faria; Maltempi, 2020).

Figura 13: Resolução de atividade por aluno participante

4. Como o uso do GeoGebra 3D com Realidade Aumentada contribuiu para a sua compreensão do conteúdo estudado? <i>de modo que podemos visualizar melhor.</i>
--

Fonte: Acervo do autor.

Outro ponto relevante refere-se à comparação com o ensino tradicional. Quando questionados se teriam compreendido o conteúdo da mesma forma caso a atividade fosse realizada apenas no papel, 13 alunos afirmaram que não. As justificativas apontam que o uso das TD torna o aprendizado “mais fácil”, “mais visual”, “mais interessante” e, como consta na figura 14, “Não, pois não conseguiria visualizar com mais facilidade”, sugerindo que a abordagem utilizada contribuiu para superar limitações do ensino exclusivamente expositivo.

Figura 14: Resolução de atividade por aluno participante

3. Se a atividade fosse apenas no papel, você acha que teria entendido da mesma forma? Justifique sua resposta. <i>não, pois não conseguiria visualizar com mais facilidade</i>

Fonte: Acervo do autor.

Ao analisarmos as respostas relacionadas à clareza dos conceitos, percebe-se uma tendência de melhoria na compreensão, com diversos alunos afirmando que os conteúdos ficaram “mais claros” com o uso do GeoGebra. Portanto, as percepções positivas reforçam o potencial da ferramenta como mediadora da aprendizagem (Costa, 2025).

Apesar do predomínio de percepções positivas acerca do uso do GeoGebra 3D com RA, algumas respostas evidenciaram dificuldades pontuais enfrentadas pelos estudantes durante a realização das atividades. Entre os relatos apresentados, destacam-se afirmações como: “Mais ou menos, porque ainda é meio complicado”, “Mais ou menos, é um pouco complicado pelos números” e “No final de tudo, mais confuso”. Essas respostas indicam que, para alguns alunos, o uso simultâneo da tecnologia, dos cálculos matemáticos e das representações tridimensionais exigiu um nível maior de atenção e interpretação, o que pode ter gerado insegurança ou dificuldades na compreensão dos conteúdos.

Além disso, percebe-se que parte das dificuldades relatadas não estava necessariamente relacionada aos conceitos matemáticos, mas também ao próprio processo de adaptação ao uso da ferramenta digital. A manipulação das construções no ambiente tridimensional, associada à interpretação das equações e dos valores numéricos envolvidos, demandou dos estudantes habilidades de visualização espacial e familiaridade com recursos tecnológicos que nem todos possuíam no mesmo nível.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo analisar as contribuições da Realidade Aumentada, por meio do uso do GeoGebra 3D, para o ensino de Geometria Espacial na Educação Básica em uma perspectiva interdisciplinar. A partir dos dados produzidos foi possível verificar que o objetivo proposto foi alcançado, uma vez que a utilização das TD favoreceu a compreensão dos conceitos matemáticos trabalhados, bem como promoveu maior engajamento dos alunos durante as atividades.

Os resultados evidenciaram que a visualização dinâmica proporcionada pelo GeoGebra 3D, especialmente com o uso da RA, contribuiu para a abstração dos conteúdos pelos alunos, permitindo que os estudantes estabelecessem relações claras entre representações algébricas e geométricas. Além disso, a possibilidade de projetar objetos tridimensionais no ambiente real favoreceu o desenvolvimento da percepção espacial e a compreensão de conceitos como escala, proporção e volume.

Outro aspecto relevante observado foi a contribuição da abordagem interdisciplinar adotada na pesquisa. Ao integrar conteúdos de Matemática, Geografia e Física, foi possível

contextualizar os conceitos trabalhados, tornando-os mais significativos para os alunos. Essa articulação favoreceu não apenas a aprendizagem dos conteúdos matemáticos, mas também a compreensão de sua aplicação em outros campos do conhecimento, reforçando o papel da Matemática como ferramenta para interpretar fenômenos do mundo real.

No que diz respeito ao engajamento, o celular atuou como ferramenta pedagógica e despertou o interesse dos estudantes, promovendo uma participação ativa e colaborativa durante as atividades. Esse resultado indica que a incorporação de TD no ensino pode contribuir para tornar o processo de aprendizagem dinâmico, interativo e próximo da realidade dos alunos.

Entretanto, é importante destacar algumas limitações da pesquisa relacionadas ao uso das TD. Observou-se que, embora apenas três alunos não possuíssem aparelho celular próprio, mais da metade dos estudantes não dispunha, em seus dispositivos, da funcionalidade de RA no aplicativo GeoGebra 3D. Essa limitação está associada, principalmente, à compatibilidade dos aparelhos celulares com os recursos mais avançados do aplicativo. Ainda assim, os estudantes buscaram estratégias para contornar essas dificuldades, como o compartilhamento de aparelhos e a colaboração entre colegas, possibilitando que todos tivessem acesso, ainda que em duplas, aos recursos da RA.

Além disso, durante a realização das atividades, foram identificadas instabilidades no próprio GeoGebra, como travamentos e dificuldades de execução de determinados comandos, o que, em alguns momentos, dificultou o andamento da atividade. Também foi possível observar que algumas funcionalidades não estavam disponíveis para todos os alunos, em função de diferenças nas versões do aplicativo, decorrentes da ausência de atualizações em determinados dispositivos. Esse cenário evidencia a necessidade de considerar as condições tecnológicas reais do contexto escolar no planejamento de práticas pedagógicas que envolvam o uso de TD.

Dessa forma, conclui-se que o uso da RA com o GeoGebra configura-se como uma estratégia pedagógica promissora para o ensino de Geometria Espacial, contribuindo para a construção de uma aprendizagem significativa, contextualizada e alinhada às demandas contemporâneas da Educação Matemática. Espera-se que este trabalho possa incentivar a adoção de práticas pedagógicas inovadoras que integrem TD e interdisciplinaridade, ampliando as possibilidades de ensino e aprendizagem na Educação Básica.

Como perspectivas para pesquisas futuras, sugere-se a ampliação dos estudos sobre o uso da RA no ensino de Matemática em diferentes conteúdos da Educação Básica, tais como Geometria Plana, Funções, Trigonometria e Cálculo de Áreas e Volumes. Também se mostram relevantes investigações que fortaleçam abordagens interdisciplinares e explorem o potencial da RA para a construção de aprendizagens contextualizadas. Além disso, pesquisas de maior duração poderão analisar os impactos dessa tecnologia na aprendizagem a longo prazo, no desenvolvimento do raciocínio espacial dos estudantes.

No campo da formação docente, destaca-se a necessidade de estudos voltados à formação inicial e continuada de professores para o uso pedagógico das TD e da RA, investigando estratégias que contribuam para sua efetiva integração às práticas escolares. Da mesma forma, torna-se importante analisar as condições de infraestrutura tecnológica das escolas e os desafios relacionados ao acesso e à compatibilidade dos dispositivos utilizados pelos estudantes.

Por fim, espera-se que o avanço das políticas públicas de inclusão digital, aliado a investimentos governamentais em infraestrutura tecnológica, conectividade e formação de professores, favoreça a ampliação do uso de recursos como a RA na Educação Básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. **Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais da Educação Básica**. Brasília: MEC; CNE, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: educação é a base**. Brasília, DF, 2018.

Disponível em:

https://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf.

Acesso em: 09 de outubro de 2025.

BRASIL. **Parecer CNE/CEB n. 2/2022**: normas sobre Computação na Educação Básica – Complemento à Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Brasília, DF: Ministério da Educação, 2022. Disponível em: [Parecer CNE/CEB nº 2/2022](#). Acesso em: 13 de maio de 2026.

CONCEIÇÃO, T. M. G.; MARTIN, E. M.; FERREIRA, W. M.; TORISU, E. M. Coletivo pensante seres-humanos-com-geogebra-e-smartphone: demonstrando a fórmula de Bhaskara. **Polyphonia**, v. 30, n. 2, jul.-dez. 2019.

COSTA, J. P. **Realidade aumentada e ensino de geometria espacial: contribuições para a visualização matemática**. 2025. Dissertação (Mestrado) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, Ceará-Mirim, 2025.

D'AMBROSIO, U. *Prefácio*. In: BORBA, Marcelo de Carvalho; ARAÚJO, Jussara Loiola (Orgs.). **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

FARIA, R. W. S. C; MALTEMPI, M. V. Intradisciplinaridade Matemática com GeoGebra na Matemática Escolar. **Bolema**. v. 33, n. 63, a17, 2018. DOI:

<http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v33n63a17>. Acesso em 10 de outubro de 2025.

FARIA, R. W. S. C; MALTEMPI, M. V. Raciocínio proporcional na Matemática escolar. **Revista Educação em Questão**, Natal, v.58, n. 57, 2020. Disponível em:

<http://periodicos.ufrn.br/educacaoemquestao/article/view/20024>. Acesso em: 6 de nov. de 2023.

FASSARELLA, L. S.; SANTOS, I. F. Chá matemático: contextualizando a Matemática para integrar o conhecimento. **Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos**, Brasília, v. 106, e6114, 2025. Disponível em: <https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.106.6114>. Acesso em: 07 out. 2025.

GALLO, S. Transversalidade e Educação: pensando uma educação não-disciplinar. In: O Sentido da Escola. In: ALVES, N.; GARCIA, R. L. (Org.). **O Sentido da Escola**. Rio de Janeiro: DP&A, 2000. p. 17-42.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Formas da Terra. Atlas Escolar. Disponível em: <https://atlasescolar.ibge.gov.br/cartografia/21729-formas-da-terra.html>. Acesso em: 9 jun. 2026.

LEÃO, R. S. **O uso do GeoGebra Books na aprendizagem de proporcionalidade**. 2016. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT) – Universidade Federal de Goiás, Jataí, 2016.

LEITE, E. S. **O uso do GeoGebra 3D no ensino de geometria espacial**. 2020. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2020.

MACHADO, L. P.; FARIA, R.W.S.C. Investigação de Prismas e Pirâmides por Estudantes do Ensino Médio com o GeoGebra no Celular. **Revista Kiri-Kerê - Pesquisa em Ensino**. Dossiê Temático. Vitória, n. XXIII, p. 9-38. Agosto, 2025. DOI: 10.47456/rbsmg304. Acesso em: 07 out. 2025.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologias. In: MORAN, J. M.; MASETTO, M. T.; BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. Campinas: Papirus, 2015. p. 11-65.

OLIVEIRA, O. G. **O uso do GeoGebra 3D com realidade aumentada no ensino de Geometria Espacial**. Dissertação. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2021. Disponível em: <https://tede2.uepg.br/jspui/bitstream/prefix/3581/1/Odailson%20Gon%C3%A7alves%20de%20Oliveira.pdf>. Acesso em: 16 mai. 2024.

PIOVEZAN, A. C. T.; GAMA, L. D. Astronomia e Matemática: uma proposta interdisciplinar para o Ensino Fundamental II. **Educação Por Escrito**, Porto Alegre, v. 10, n. 1, p. 1-12, jan./jun. 2019. Disponível em: https://revistaseletronicas.pucrs.br/index.php/porescrito/article/view/32716?utm_source=chatgpt.com . Acesso em: 19 maio 2026.

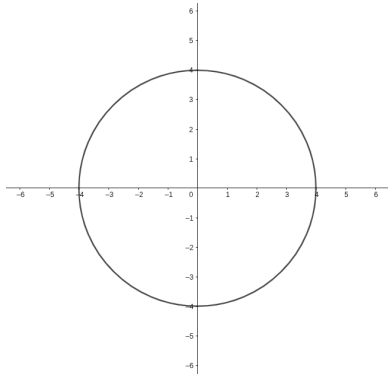
APÊNDICE 1 - ATIVIDADES MATEMÁTICAS

Nome: _____

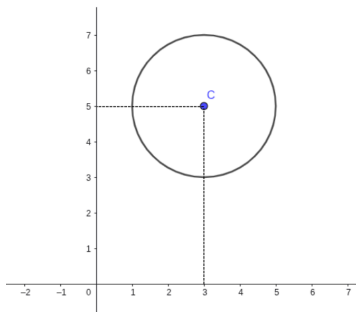
Ano: _____ Turma: _____ Data: ____/____/2026.

1) Descreva o raio e a equação das circunferências:

a)



b)

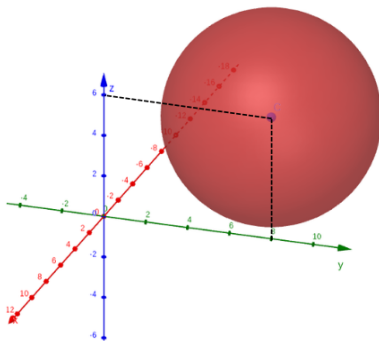


2) Descreva o centro e o raio da circunferência com equação:

a) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$.

b) $(x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 144$.

3) Dada a esfera abaixo, encontre a sua equação e o volume:



$r = 5$.

APÊNDICE 2 - ROTEIRO: CONSTRUÇÃO DO PLANETA JÚPITER NO GEOGEBRA

Nome: _____
 Ano: _____ Turma: _____ Data: ____/____/2026.

Roteiro: Construção do Planeta Júpiter no Software GeoGebra

- 1º passo: Abra o aplicativo GeoGebra 3D no celular.
- 2º passo: Selecione a barra “Ferramentas” e clique no ícone “Esfera: Centro & Raio”. Clique no Ponto $A(0, 0, 0)$ e atribua 70 para o raio do sol. **Atenção:** ajuste o zoom para a esfera aparecer;
- 3º passo: Selecione a barra “Álgebra”, em “entrada” digite a palavra “Círculo” e selecione a opção *Círculo (Ponto, Medida do Raio)*. Atribua A para o *Ponto* e 250 para *Medida do Raio* (*Círculo (A, 250)*);
- 4º passo: Na barra de ferramentas, selecione a opção de “Ponto em Objeto” e clique em qualquer lugar da circunferência criada no passo anterior;
- 5º passo: Agora, vamos criar uma esfera com o centro neste ponto que desliza sobre a circunferência. Para isso, em “Ferramentas”, clique no ícone “Esfera: Centro & Raio”. Clique no ponto que será o centro e atribua 7 ao raio;
- 6º passo: Clique nos “três pontos” das esferas que construímos e, em CONFIGURAÇÕES, escolha a COR de sua preferência para o sol e Júpiter.
- 7º passo: Clique no **play** do ponto que é o centro da esfera para visualizar Júpiter girando em torno do sol. Selecione a função exibir/esconder objetos, clicando na bolinha colorida ao lado dos objetos auxiliares construídos. Deixe visível apenas as duas esferas (Júpiter e sol).
- 8º passo: Em configurações clique em “janela de visualização” e desative as funções “exibir eixos” e “exibir plano”.
- 9º passo: Feito os passos anteriores, clique no botão **AR** que aparece na tela inicial. Selecione alguma superfície e **veja a *mágica* acontecer!**

APÊNDICE 3 - ATIVIDADES COMPLEMENTARES RELACIONADAS AOS CONCEITOS TRABALHADOS

Nome: _____
Ano: _____ Turma: _____ Data: ____/____/2026.

Atividades

Fique à vontade para utilizar calculadora. Nos resultados, você pode manter o π ou, se preferir, adotar $\pi = 3,14$.

Atividade 1 – Considere os raios:

- Terra: 6.371 km
- Júpiter: 69.911 km
- Sol: 696.340 km

a) Qual a razão entre os raios da Terra e do Sol?

b) Qual a razão entre os raios de Júpiter e do Sol?

Atividade 2 – No GeoGebra, o ponto que representa o centro de Júpiter se movimenta sobre uma circunferência de raio 250 u e centro $A(0, 0)$. Escreva a equação dessa circunferência no plano.

Atividade 3 – Considerando esferas de centro $A(0, 0, 0)$, escreva a:

a) equação da esfera da Terra.

b) equação da esfera de Júpiter.

c) equação da esfera do Sol.

Atividade 4 – Para trabalharmos com números menores, nessa questão considere:

- Raio da Terra: 0,63
- Raio de Júpiter: 6,99
- Raio do Sol: 69,63

a) Calcule o volume da Terra.

b) Calcule o volume de Júpiter.

c) Calcule o volume do Sol.

d) Quantas vezes a Terra é maior que o Sol, considerando seu volume?

e) Quantas vezes Júpiter é maior que o Sol, considerando seu volume?

Atividade 5 – Por que uma pequena diferença no raio gera uma enorme diferença no volume?

APÊNDICE 4 - QUESTIONÁRIO FINAL

Questionário

Este questionário é muito importante, pois por meio das respostas de vocês poderei compreender melhor como ocorreu a aprendizagem durante a atividade e identificar o que pode ser melhorado. Por isso, peço que responda com atenção, sinceridade e responsabilidade. Sua participação faz toda a diferença **e não precisa se identificar!**

1. Visualizar as construções geométricas no GeoGebra 3D ajudou você a entender melhor o conteúdo? Por quê?

2. E sobre a Realidade Aumentada, você considera que visualizar as construções geométricas projetadas para além da tela do celular contribuiu para compreensão do conteúdo? Explique sua resposta.

3. Se a atividade fosse apenas no papel, você acha que teria entendido da mesma forma? Justifique sua resposta.

4. Como o uso do GeoGebra 3D com Realidade Aumentada contribuiu para a sua compreensão do conteúdo estudado?

5. Os conceitos ficaram mais claros ou mais confusos utilizando o GeoGebra no celular?

6. A atividade permitiu que você percebesse a integração entre Matemática e Astronomia? Descreva quais conceitos de Matemática apareceram no estudo dos temas de Astronomia e explique como essa articulação contribuiu (ou não) para sua compreensão das construções realizadas.

7. Você já utilizou o smartphone como ferramenta para aprender Matemática em sala de aula? O que achou dessa experiência?

APÊNDICE 5 – PLANO DE AULA

Universidade Federal de Viçosa
Centro de Ciências Exatas e Tecnológicas
Departamento de Matemática

MAT492 - MONOGRAFIA B
Profa. Dra. Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria

Plano de Aula

I. Dados de Identificação:

Escola: Escola Estadual Raul de Leoni

Endereço: Rua Mário Dutra dos Santos, s/n - Bairro Santo Antônio, Viçosa - MG, 36570-000

Série: 2º ano

Disciplina: Matemática

Professor em Formação: Lucas Henrique Caçador

II. Tema:

Modelagem matemática e computacional do planeta Júpiter e do Sol.

III. Objetivo:

Objetivo Geral: Compreender proporção, volume de esfera, equação de esfera e circunferência, e os movimentos de rotação e translação, por meio do desenvolvimento de um modelo computacional dinâmico representando o Sol e o planeta Júpiter, utilizando geometria espacial e o aplicativo GeoGebra 3D com realidade aumentada no celular.

Objetivos Específicos:

- Aplicar conceitos de proporcionalidade para converter medidas reais astronômicas em escalas utilizadas em aplicativos de matemática dinâmica.
- Utilizar e interpretar as equações da circunferência e da esfera em um ambiente tridimensional.
- Calcular e comparar o volume de esferas, compreendendo como a variação do raio influencia a escala volumétrica.
- Compreender o funcionamento das ferramentas do GeoGebra 3D com RA no celular, incluindo a criação de objetos por parâmetros (centro e raio) e animação de pontos em objetos.
- Explorar a Realidade Aumentada como ferramenta de visualização.

- Incentivar o trabalho colaborativo promovendo a cooperação e o diálogo entre os alunos.
- Promover a integração interdisciplinar entre Matemática, Física e Geografia por meio da experimentação com o Sistema Solar, promovendo a compreensão de conceitos científicos.
- Estimular o uso de recursos tecnológicos no processo de aprendizagem interdisciplinar de Matemática.

IV. Conteúdo:

- Proporção;
- Volume e equação de esfera;
- Equação da circunferência;
- Movimento de rotação e translação dos planetas.

V. Desenvolvimento do tema:

A atividade será desenvolvida em dois encontros de 1h40min cada. No primeiro encontro, será realizada uma abordagem introdutória e conceitual acerca dos conteúdos matemáticos envolvidos na atividade. Inicialmente, será problematizada a escolha do planeta Júpiter em comparação à Terra, promovendo uma discussão sobre proporções astronômicas e grandezas envolvidas. Em seguida, serão apresentados os conceitos de proporcionalidade, circunferência, esfera, equação da circunferência, equação da esfera e volume da esfera, estabelecendo relações entre representação algébrica e interpretação geométrica.

Alguns exemplos foram utilizados com o objetivo de ilustrar o conteúdo teórico apresentado, permitindo a identificação do centro da circunferência e de seu raio. São elas:

$$1. (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$$

Resolução: De acordo com a equação, o centro é $C(1, 2)$ e o raio $r = 3u$.

$$2. (x + 3)^2 + (y - 8)^2 = 144$$

Resolução: De acordo com a equação, o centro é $C(-3, 8)$ e o raio $r = 12u$.

Nessa etapa, prioriza-se uma abordagem investigativa, incentivando os estudantes a refletirem sobre a diferença entre representações em escala e imagens frequentemente encontradas em livros e mídias digitais. Também serão discutidos os conceitos físicos e

geográficos de rotação e translação, promovendo a interdisciplinaridade entre Matemática e Astronomia. Ao final do primeiro encontro, será orientado que um integrante de cada grupo instale o aplicativo GeoGebra 3D no smartphone, preparando-se para a etapa prática.

No segundo encontro será a fase exploratória e experimental. Os estudantes, organizados em grupos, realizarão a construção do modelo do Sol e de Júpiter no GeoGebra 3D, seguindo o roteiro que será disponibilizado. A atividade envolverá a construção da esfera representando o Sol, construção da circunferência representando a órbita do planeta Júpiter, inserção de ponto deslizante sobre a circunferência, construção da esfera representando Júpiter, animação do movimento de translação, além da exploração do recurso de Realidade Aumentada.

Após a construção, os estudantes responderão às atividades propostas, que envolvem cálculo de razão, análise de proporcionalidade, escrita de equações e comparação de volumes, favorecendo a consolidação dos conceitos trabalhados.

Por fim, será aplicado um questionário reflexivo, com o objetivo de investigar a percepção dos estudantes acerca da contribuição do GeoGebra 3D e da Realidade Aumentada para a compreensão dos conteúdos matemáticos. Esse instrumento também permitirá analisar indícios de aprendizagem significativa e integração entre Matemática e Astronomia, além de ser o principal instrumento de coleta de dados da Monografia.

VI. Habilidades envolvidas:

A proposta pedagógica está alinhada às habilidades previstas na BNCC para o Ensino Médio, tanto na área de Matemática quanto na área de Computação. No campo da Matemática, mobiliza-se a habilidade EM13MAT103², ao possibilitar a interpretação e compreensão de unidades de medida de diferentes grandezas, especialmente ao trabalhar com distâncias astronômicas expressas em quilômetros e sua conversão para uma escala simplificada em unidades (u). Também contempla a habilidade EM13MAT203³, uma vez que os estudantes planejam e executam ações envolvendo o uso de um aplicativo como simulador para aplicação de conceitos geométricos espaciais. A habilidade EM13MAT309⁴ é

² EM13MAT103: Interpretar e compreender o emprego de unidades de medida de diferentes grandezas, inclusive de novas unidades, como as de armazenamento de dados e de distâncias astronômicas e microscópicas, ligadas aos avanços tecnológicos, amplamente divulgadas na sociedade.

³ EM13MAT203: Planejar e executar ações envolvendo a criação e a utilização de aplicativos, jogos (digitais ou não), planilhas para o controle de orçamento familiar, simuladores de cálculos de juros compostos, dentre outros, para aplicar conceitos matemáticos e tomar decisões.

⁴ EM13MAT309: Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos (cilindro e cone) em situações reais, como o cálculo do gasto de material para forrações ou pinturas de objetos cujos formatos sejam composições dos sólidos estudados.

desenvolvida por meio do cálculo do volume das esferas que representam o Sol e Júpiter em um contexto real de Astronomia. Já a habilidade EM13MAT314⁵ é mobilizada na análise de razões e proporcionalidade entre os raios no modelo e na realidade, explorando grandezas determinadas por relações proporcionais.

No âmbito da BNCC Computação, a atividade dialoga com a habilidade EM13CO11⁶, ao promover a criação e exploração de um modelo computacional que simula o movimento de translação; com a habilidade EM13CO15⁷, ao incentivar a reflexão sobre a interação entre estudante e artefato computacional, especialmente por meio da Realidade Aumentada; e com a habilidade EM13CO18⁸, ao estruturar a aula em trabalho colaborativo, exigindo planejamento coletivo, gestão de recursos e resolução conjunta de problemas. Dessa forma, a atividade integra conhecimentos matemáticos e computacionais, favorecendo o protagonismo dos alunos e a construção ativa do conhecimento por meio da tecnologia digital (Brasil, 2022).

VII. Recursos didáticos:

Smartphone, aplicativo GeoGebra 3D, formulário digital (Google Forms), material impresso, lousa, pincel, apagador e vídeo elaborado pela Inteligência Artificial NotebookLM.

VIII. Avaliação:

Ao articular Matemática, Astronomia e recursos computacionais, a proposta da atividade favorece a investigação, a formulação de hipóteses e a validação de resultados com base em dados científicos. Em consonância com a proposta, a avaliação será de caráter formativo, centrada na observação contínua do envolvimento dos alunos, de sua participação nas discussões, da capacidade de argumentação, da colaboração em grupo e do desenvolvimento progressivo das estratégias de modelagem ao longo do processo.

IX. Bibliografia

⁵ EM13MAT314: Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas compostas, determinadas pela razão ou pelo produto de duas outras, como velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.

⁶ EM13CO11: Criar e explorar modelos computacionais simples para simular e fazer previsões, identificando sua importância no desenvolvimento científico.

⁷ EM13CO15: Analisar a interação entre usuários e artefatos computacionais, abordando aspectos da experiência do usuário e promovendo reflexão sobre a qualidade do uso dos artefatos nas esferas do trabalho, do lazer e do estudo.

⁸ EM13CO18: Planejar e gerenciar projetos integrados às áreas de conhecimento de forma colaborativa, solucionando problemas, usando diversos artefatos computacionais.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/educacao-basica/bncc>. Acesso em: 1 mar. 2026.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular: Computação – Complemento à BNCC**. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/mec/pt-br/assuntos/noticias/aprovada-base-nacional-comum-curricular-para-computacao>. Acesso em: 1 mar. 2026.

CANALTECH. **Qual é o raio da Terra?**. Manual do Mundo, abr. 2023. Disponível em: <https://canaltech.com.br/ciencia/qual-e-o-raio-da-terra/>. Acesso em: 29 out. 2025.

GEOGEBRA. **About GeoGebra**. International GeoGebra Institute, [s.d.]. Disponível em: <https://www.geogebra.org/about>. Acesso em: 10 fev. 2026.

IEZZI, Gelson; DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. **Fundamentos de matemática elementar: geometria espacial**. 7. ed. São Paulo: Atual, 2019. v. 10. ISBN 9788535717587.