

DULCÍDIA CARLOS GUEZIMANE ERNESTO

**TESTE MONTE CARLO PARA A TENDÊNCIA ESTOCÁSTICA EM  
MODELOS DE ESPAÇOS DE ESTADOS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS – BRASIL  
2016

**Ficha catalográfica preparada pela Biblioteca Central da Universidade  
Federal de Viçosa - Câmpus Viçosa**

T

E71t  
2016 Ernesto, Dulcidia Carlos Guezimane, 1987-  
Teste monte carlo para a tendência estocástica em modelos  
de espaços de estados / Dulcidia Carlos Guezimane Ernesto. –  
Viçosa, MG, 2016.  
xiii, 21f. : il. ; 29 cm.

Orientador: Fernando Luiz Pereira de Oliveira.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.  
Referências bibliográficas: f.20-21.

1. Estatística - Testes. 2. Modelos lineares (Estatística).  
3. Estatística - Métodos . I. Universidade Federal de Viçosa.  
Estatística. Programa de Pós-graduação em Estatística Aplicada  
e Biometria. II. Título.

CDD 22 ed. 519.5

DULCÍDIA CARLOS GUEZIMANE ERNESTO

**TESTE MONTE CARLO PARA A TENDÊNCIA ESTOCÁSTICA EM  
MODELOS DE ESPAÇOS DE ESTADOS**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

APROVADA: 20 de Outubro de 2016

---

Ivair Ramos Silva

---

João Marcos Louzada

---

Gerson Rodrigues dos Santos

---

Fernando Luiz Pereira de Oliveira  
(Orientador)

## **À Deus todo poderoso**

*“Tudo poço naquele que me fortalece”*

Às minhas filhas Kyanda e Shantel:

*“E eu entendi que saudade é como o amor, nunca para de crescer, porque aqueles que amamos fazem parte do que nós somos, mesmo estando longe”*

*Chico Xavier*

Ao meu esposo Christian:

*“Você é a minha escolha. E eu nunca acertei tanto como quando eu disse sim. E quero muito continuar dizendo sim todos dias para a mesma pessoa o resto da minha vida. E acho é pouco!”*

À minha mãe Maria Ilda à minha avó Leonor da Conceição, aos meus sogros Jetro e Helena Manuela, à avó Joana e aos demais familiares que fazem parte da minha vida.

*“Entrego a minha família nas mãos do Senhor meu Deus todo poderoso,*

*Pois sei que ele cuida com amor”*

***Eu dedico***

*“Aprendi que coragem não é ausência do medo, mas o triunfo sobre ele”*

*Nelson Mandela*

*“Nunca saberemos o quão forte somos, até que ser forte seja a única escolha”*

*Autor desconhecido*

*“Quando alguém lhe magoar ou ofender não retruque. Não responda na mesma forma. Apenas sinta compaixão daquele que precisa humilhar ofender ou magoar para sentir-se forte”*

*Chico Xavier*

*“Quando a alma está feliz, a prosperidade cresce, a saúde melhora, as amizades aumentam, enfim, o mundo fica de bem com você. O mundo exterior reflete o universo interior”*

*Mahatma Gandhi*

*“É melhor atirar-se à luta em busca de dias melhores, mesmo correndo o risco de perder tudo, do que permanecer estático, como os pobres de espírito, que não vencem, que não conhecem a dor da derrota, nem a glória de ressurgir dos escombros. Esses pobres de espírito, ao final de sua jornada na terra não agradecem a Deus por terem vivido, mas desculpam-se perante ele, por terem apenas passado pela vida”*

*Bob Marley*

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço a Deus todo poderoso por ter mantido a minha família sob sua proteção e cuidado durante todo este tempo, e por derramar a sua bênção sobre nós todos os dias de nossas vidas.

Ao meu orientador Professor Fernando Luiz Pereira de Oliveira por ter me aceite como sua orientanda, e ter tido muita paciência e disposição para entender as minhas dificuldades em me ambientar no Brasil, no Departamento, e mesmo assim ter depositado um voto de confiança nas minhas capacidades como estudante e ter acreditado que eu era capaz.

Ao meu coorientador Professor Ivair Ramos Silva, por ter dedicado muitas tardes de estudo, e pela disposição e disponibilidade em me ensinar tudo que aprendi até então sobre séries temporais, pelo apoio nos congressos e por ter sido tão importante para o meu bom desempenho no curso. Que Deus continue abençoando a sua carreira docente com muito sucesso, saúde e prosperidade.

Ao Instituto de Bolsas de Moçambique (IBE), por ter financiado os meus estudos, e por permitir a realização de um sonho.

Ao Departamento de Estatística por ter me recebido e contribuído para a minha boa formação.

Ao colegiado por ter aceite a minha formação no curso.

Ao Professor Doutor António Policarpo Sousa Carneiro por ter aceite a minha candidatura e também por me ter recebido no programa.

Aos demais funcionários do Departamento por mostrarem sempre muito boa disposição ao tratar de qualquer preocupação na secretaria.

Ao meu esposo por ser um companheiro sempre presente na minha vida mesmo estando distante, nunca me faltou em momento algum.

A minha mãe Maria Ilda, por palavras de conforto e por rezar por mim todos os dias para que os meus estudos pudessem prosperar e dar bons resultados.

Aos meus sogros Jetro e Helena Manuela por terem me apoiado muito para que eu pudesse embarcar nessa viagem de estudos rumo a um futuro melhor para mim e para minha família. Zelaram pelos cuidados da minha filha Shantel, e pela coesão do meu lar durante todo esse tempo. A eles, meu muito obrigada.

A avó Joana, eu agradeço infinitamente por ter cuidado da minha casa, do meu esposo e também da minha filha Kyanda durante a minha ausência. Que Deus lhe abençoe infinitamente. Muito obrigada

Aos tios Assane e Maria Augusta pelo apoio prestado.

A minha querida amiga Handina Langa, palavras me faltam para descrever o quanto você foi essencial para mim desde que cheguei aqui no Brasil. Irmã de todas horas, companheira de momentos bons e difíceis, Deus tinha um propósito maior quando te colocou no meu caminho, e a nossa amizade é a prova disso. Muitos foram os momentos de desespero nessa montanha russa que havia se tornado a minha vida de um dia para o outro, mas de você sempre ouvia uma palavra de encorajamento, de luz de ânimo e de conforto. Acho que sempre fomos ligadas desde a encarnação passada. Química perfeita, sem explicação humana possível.

A minha querida amiga Elizena. Pitú muitas foram as noites passadas em claro estudando, apavoradas com as provas e os inúmeros trabalhos, muitos foram os apertos e alegrias também do seu lado durante esses dois anos. Minha “tradutora” oficial, a sua amizade foi importante para que nesses dois anos os meus dias fossem mais alegres, e as ansiedades e angústias longe da minha família e familiares fossem passadas com um pouco de conforto e consolo possível. A minha adaptação aqui no Brasil só foi possível porque Deus colocou no meu caminho pessoas incríveis como você minha amiga. Obrigada pela amizade.

Aos meus amigos Danilo e Micherlânia. Nessa hora me faltam palavras para descrever como o nosso grupo (Danilo, Michele e Dulcídia) deixou marcas na minha memória. No início eu pensei que fosse voltar para Moçambique sem

levar nenhuma lembrança do Brasil, mas depois que a amizade bateu em nós, foi só alegria.

A minha amiga irmã Jamila Aboobacar, que durante todo este tempo nós apoiamos uma a outra para que conseguíssemos alcançar o nosso sonho, mesmo diante de todos obstáculos que passamos longe das nossas famílias. Só nós sabemos o quanto é difícil largar uma vida para correr atrás de um sonho, de uma realização acadêmica e profissional em terras distantes, bem longe de casa. Palavras me faltam para descrever o quão importante é a nossa amizade, e como fez toda diferença nesses dois anos. A todos que Deus vos abençoe, e

**MUITO OBRIGADA.**

## **BIOGRAFIA**

DULCIDIA CARLOS GUEZIMANE ERNESTO, filha de Carlos Raul Guezimane e Maria Ilda da Consceição, nasceu em Moçambique, Província de Maputo, em 28 de maio de 1987.

Em 2007, iniciou o curso de Matemática na Universidade Pedagógica de Moçambique, graduando-se em 2011.

Em março de 2015, iniciou no programa de Pós-Graduação (Mestrado) em Estatística Aplicada e Biometria na Universidade Federal de Viçosa, submetendo-se à defesa de dissertação em outubro de 2016.

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	ix
LISTA DE TABELAS .....	x
ABREVIATURAS.....	xi
RESUMO .....	xii
ABSTRACT .....	xiii
1. INTRODUÇÃO GERAL .....	1
Teste Monte Carlo para Tendência Estocástica em Modelos de Espaços de Estado....	3
RESUMO .....	3
1. INTRODUÇÃO.....	4
2. MATERIAL E MÉTODOS.....	6
2.1. Testes Monte Carlo (MC) .....	8
3. TESTES PARA AS VARIÂNCIAS DOS RUÍDOS DO TERMO DE NÍVEL E TENDÊNCIA - NOVA PROPOSTA.....	8
3.1. Teste MC para o Ruído do Termo de Nível .....	9
3.2. Teste MC para o Ruído do Termo de Tendência .....	10
4. PERFORMANCE DO MÉTODO PROPOSTO .....	12
4.1. Poder do teste NMT .....	14
5. ANÁLISE DE DADOS REAIS.....	17
6. CONCLUSÃO .....	19
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	20

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1:</b> Preço médio de Soja (Saca 60kg) em reais, pago ao produto no estado de Mato Grosso.....	18
--	----

## LISTA DE TABELAS

**Tabela 1:** Poder e Tamanho dos testes  $NM_{mc}$  e  $NM$  para  $\alpha = 0.05$  e  $m = 1000$  .....13

**Tabela 2:** Poder e Tamanho do Teste NMT para  $\alpha = 0,05$  e  $m = 1000$  .....15

**Tabela 3:** Poder e Tamanho dos Testes  $NM_{mc}$  e  $\hat{NM}$  para  $\alpha = 0,05$  e  $m = 1000$   
.....17

## **ABREVIATURAS**

**MNL** – Modelo de Nível Local

**MTL** – Modelo de Tendência Linear Local

**MEB** – Modelo Estrutural Básico

**NM** – Nyblom e Makelainen

**MC** – Monte Carlo

**IMEA** – Instituto Mato-grossense de Economia Agropecuária

## RESUMO

ERNESTO, Dulcidea Carlos Guezimane, M. Sc., Universidade Federal de Viçosa, Outubro de 2016. **Teste monte carlo para a tendência estocástica em modelos de espaços de estados.** Orientador: Fernando Luiz Pereira de Oliveira.

Nyblom e Makelainen propuseram uma estatística de teste que leva a um teste localmente mais poderoso para testar se a variância do ruído para o termo de nível num modelo estrutural linear é determinística ou estocástica. O teste de Nyblom e Makelainen é um teste formal que serve para que possamos decidir se uma série temporal deve ser modelada supondo componentes estocásticos ou se supondo componentes determinísticos. As previsões feitas por estas diferentes abordagens (estocástica versus determinística) resultam em valores muito distintos, ademais, a interpretação sobre o comportamento do fenômeno estudado muda muito entre os dois casos. Nyblom e Makelainen propuseram o uso de aproximação assintótica da estatística NM. Porém chegaram à conclusão de que esta prática não é muito amigável, pois além de sua difícil manipulação prática não oferece o controle na ocorrência do erro do tipo I., portanto, uma forma alternativa de aplicar o teste NM ao invés de aproximação assintótica, é usar a simulação Monte Carlo sob a hipótese nula. Neste trabalho apresenta-se um método de teste de hipóteses exato para testar se o termo de tendência em um determinado modelo estrutural linear é determinístico ou estocástico. Por exato, entende-se que a probabilidade de erro tipo I é analiticamente sob controle para qualquer tamanho de amostra utilizado. O teste proposto é válido para quaisquer séries temporais com distribuição na família locação – escala. O processo não requer estimar o modelo. Além disso, sob a hipótese alternativa de um termo de tendência aleatório tanto a expressão e o termo de tendência têm qualquer formato de distribuição. O problema bem conhecido dos testes na fronteira do espaço de parâmetro também foi resolvido. Investigações numéricas intensivas para vários membros da família de locação-escala têm evidenciado que o nosso método apresenta melhor desempenho estatístico mesmo para pequenas séries temporais.

**Palavras-chave:** Teste Monte Carlo, Tendência estocástica, modelo de nível local

## ABSTRACT

ERNESTO, Dulcidea Carlos Guezimane, M. Sc., Federal University of Viçosa, October, 2016. **Monte carlo test for stochastic trend in state space models.** Advisor: Fernando Luiz Pereira de Oliveira.

Nyblom and Makelainen proposed a test statistic that leads to a locally most powerful test to test if the variance of the noise level for a structural model is deterministic or stochastic linear. Nyblom testing and formal test Makelainen serving so we can decide whether a time series must be modeled assuming stochastic components or if assuming deterministic components. The predictions made by these different approaches (stochastic vs. deterministic) result in very different values, moreover, the interpretation about the behavior of the studied phenomenon changes a lot between the two cases. Nyblom and Makelainen proposed the use of asymptotic approximation of NM. However came to the conclusion that this practice is not very friendly, as well as its difficult handling practice does not control the occurrence of type I error, so an alternative way of applying the test NM instead of asymptotic approximation, is to use the Monte Carlo simulation under the null hypothesis. This paper presents a method of testing hypotheses for testing if the trend in a particular structural model is deterministic or stochastic linear. For accurate, means that the probability of type I error is analytically under control for any sample size used. The proposed test is valid for any time series with distribution in leasing family-scale. The process does not require estimating the model. In addition, under the alternative hypothesis of a random expression both trend and trend have any distribution format. The well-known problem of the tests at the border parameter space has also been resolved. Numerical intensive investigations for several family members of lease-scale have shown that our method offers better performance even for small statistical time series.

**Keywords:** test Monte Carlo, stochastic Trend, local-level model

## 1. INTRODUÇÃO GERAL

Uma das formas de se modelar uma série temporal é supor que a mesma possa ser escrita como uma função linear de seus valores passados, do tempo e de um ruído aleatório homocedástico ao longo do tempo. A técnica conhecida como “modelo de equações estruturais” é uma forma intuitiva e eficiente para analisar uma série temporal. Diz-se que, esta é uma abordagem intuitiva pelo fato de que o que se faz é decompô-la em componentes de fácil interpretação, como por exemplo, supor que ela possa ser descrita em termos de uma média, uma tendência linear e uma sazonalidade aditiva.

Uma característica peculiar da modelagem por espaços de estados é a suposição de que cada um dos termos da série possa ser individualmente descrito por uma estrutura linear que, por sua vez, também será uma função linear de seus valores passados e de um termo de ruído aleatório. Por exemplo, uma série temporal pode apresentar uma tendência linear que seja fruto de distúrbios aleatórios, ou seja, diferentemente do que costumeiramente supõe-se em um modelo de regressão, o componente de tendência não é dado por uma função determinística do tempo, mas sim, por uma composição entre um termo determinístico e um termo aleatório. Uma questão que emerge é a verificação da suposição de que uma série possui uma componente (nível, tendência ou sazonalidade) aleatória. Este trabalho propõe uma modificação do teste de Nyblom e Makelainen (1983) para testar, se os termos de nível e de tendência do modelo estrutural é determinístico ou estocástico.

Uma questão em aberto nas propostas atuais, assim como da proposta de Nyblom e Makelainen (1983), é a não garantia efetiva de um controle real da probabilidade de erro tipo I ao rejeitar-se a hipótese de que a variância do termo de tendência é igual a zero. Aproximações assintóticas geralmente são empregadas e, portanto, oferecem pouca garantia para boa parte das aplicações reais, em que os tamanhos amostrais são moderados ou pequenos. Neste sentido, o presente trabalho buscou fornecer uma solução em que a estimação do modelo permita um tratamento mais geral considerando também situações em que a variância do termo de tendência também seja aleatória sob a hipótese alternativa e, quando a hipótese nula é falsa, não impõe qualquer forma analítica

sobre a distribuição do ruído associado ao termo de tendência, que por sua vez pode ser até mesmo próximo de zero.

No entanto, teve-se por objetivo principal construir uma estatística de teste para a variância do termo de tendência que garanta a ocorrência do erro tipo I menor ou igual ao  $\alpha$ , e que não dependa da suposição de normalidade e também não exija a estimação dos parâmetros envolvidos no modelo estrutural.

# Teste Monte Carlo para Tendência Estocástica em Modelos de Espaços de Estado

## RESUMO

A abordagem de modelos de espaços de estado é muito utilizada na modelagem de séries temporais. Para séries não estacionárias, uma parte importante na construção do modelo é a definição sobre a existência de um termo de tendência determinístico ou estocástico. Neste sentido, o presente artigo oferece um critério de teste Monte Carlo válido. O teste proposto admite qualquer distribuição de probabilidade para o termo de tendência quando este é estocástico. Investigações numéricas intensivas evidenciaram que o método proposto apresenta uma performance satisfatória em termos de poder estatístico e isso se verifica mesmo para séries temporais de tamanho moderado. Uma aplicação a dados reais de uma série referente ao sistema do agronegócio no estado de Mato Grosso foi realizada.

**Palavras-chave:** Teste Monte Carlo, Tendência estocástica, modelo de nível local

## 1. INTRODUÇÃO

Segundo BAYER e SOUSA (2010), uma série temporal é um conjunto de observações de qualquer fenômeno aleatório ordenadas no tempo. Essas observações podem apresentar dependência serial e constituem um dos objetivos do estudo de séries temporais que é analisar e modelar essa dependência (SCHWARTZ et al., 2012).

Os modelos de espaços de estados vêm sendo cada vez mais utilizados para a modelagem e previsão em séries temporais (FRANCO et al, 2009). Ainda na perspectiva dos mesmos autores, este tipo de modelo supõe que os movimentos característicos de uma série temporal,  $Y_t$ , podem ser decompostos em termos de seus componentes não observáveis (tendência, sazonalidade e ciclicidade). Ademais, há dois tipos de tendência: determinística e estocástica (SCHWARTZ et al, 2012).

Existem séries que apresentam algum tipo de periodicidade recorrente, sendo que estas séries apresentam altas correlações em defasagem de tempo sazonais (PINHO, 2012). Este tipo de modelo, como um caso particular dos modelos de equações estruturais chamado Modelo estrutural básico (MEB) (HARVEY, 1989), é o modelo de tendência linear local acrescido do componente sazonal (MORETTIN e TOLOI, 2006). O MEB pode ser expresso da seguinte forma:

$$y_t = \mu_t + \gamma_t + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2)$$

$$\beta_t = \beta_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$$

$$\gamma_t = \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_{t-j} + \omega_t, \omega_t \sim N(0, \sigma_\omega^2),$$

e  $s$  o tempo em que a sazonalidade completa o ciclo, e um inteiro positivo.

Uma das vantagens deste modelo é a facilidade de interpretação dos termos não observáveis,  $\mu_t$ ,  $\beta_t$ , e  $\gamma_t$ . O termo  $\mu_t$  pode ser entendido como o nível da série temporal,  $\beta_t$  pode ser visto como o parâmetro de tendência, e  $\gamma_t$  o termo de sazonalidade (FRANCO et al, 2009). Quando  $\gamma_t$  é igual a zero, o modelo é

chamado de Modelo de Tendência Linear (MTL), e quando  $\gamma_t = \beta_t = 0$ , o modelo é chamado Modelo de nível local (MNL).

Geralmente, pode-se escrever estes modelos em termos de ruído não normais, denotando as densidades dos ruídos  $\epsilon_t$ ,  $\eta_t$ ,  $\xi_t$  e  $\omega_t$  por  $f_\epsilon$ ,  $f_\eta$ ,  $f_\xi$  e  $f_\omega$ , respectivamente. Uma área de estudo interessante é o desenvolvimento de testes de hipóteses relacionados à possibilidade de as variâncias dos ruídos serem iguais a zero ou diferentes de zero, o que equivaleria a testar se os termos  $\mu_t$  e  $\beta_t$  são determinísticos ou estocásticos.

Um teste localmente mais poderoso foi introduzido por Nyblom e Makelainen (1983), denotado aqui por teste (NM), para testar as hipóteses  $H_0: \sigma_\eta^2 = 0$  contra  $H_1: \sigma_\eta^2 > 0$ .

O teste NM é um teste formal que auxilia o pesquisador na tomada de decisão ao optar por um tipo de modelagem da média da série, se determinístico ou estocástico, pois, cada um dos dois casos conduz a métodos inferenciais completamente diferentes.

É importante frisar que o teste NM é aplicável apenas para a variância do componente de erro da média. No entanto, o teste NM apresenta limitações na medida em que: (i) foi desenvolvido apenas para o termo de nível; (ii) é necessário a suposição de normalidade aos erros; (iii) e a aproximação assintótica da estatística NM sob  $H_0$  é de manipulação não amigável. Além disso, pode levar a elevação da probabilidade do erro tipo I (FRANCO et al, 2009)

Considerando as limitações existentes nas propostas atuais, este trabalho vem com o objetivo de construir uma estatística de teste para a variância do termo de nível e de tendência que: (i) garanta o nível de significância nominal exato; (ii) não dependa da suposição de normalidade; (iii) não exija a estimação do modelo estrutural como um todo.

O presente trabalho está organizado da seguinte forma: A próxima seção 2 apresenta o Material e Métodos. A seção 3 a nova proposta metodológica a seção 4, o desempenho da proposta que se propõe comparativamente às proposta original de Nyblom e Makelainen. A seção 5, apresenta-se uma aplicação da metodologia proposta numa base de dados reais. A seção 6, apresenta-se as principais conclusões, e por fim, na seção 7 as referências bibliográficas.

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

Os testes de hipóteses envolvendo as variâncias dos componentes não observáveis  $\mu_t$  e  $\beta_t$  podem ser formulados como se segue:

### (a) Para o MNL

$$H_0: \sigma_\eta^2 = 0, \text{ (Nível } \mu_t \text{ é determinístico)}$$

$$H_1: \sigma_\eta^2 > 0, \text{ (Nível } \mu_t \text{ estocástico)}$$

### (b) Para o MTL

$$H_0: \sigma_\xi^2 = 0, \text{ (Tendência } \beta_t \text{ determinística)}$$

$$H_1: \sigma_\xi^2 > 0, \text{ (Tendência } \beta_t \text{ estocástica)}$$

Nyblom e Makelainen (1983) propuseram um teste localmente mais poderoso para testar se a variância do termo de nível  $\sigma_\eta^2$  no MNL é igual a zero:

$$NM = \frac{\sum_{t=1}^T [\sum_{s=t}^T (Y_s - \bar{Y})]^2}{(T-1) \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2} \quad (1)$$

A distribuição exata da estatística NM foi fornecida em (Nyblom e Makelainen, 1983):

$$NM \sim \frac{\sum_{k=1}^T \lambda_{kT} (1 + \rho \lambda_{kT}) Z_k^2}{\sum_{k=1}^{T-1} (1 + \rho \lambda_{kT}) Z_k^2} \quad (2)$$

onde  $Z_1, Z_2, \dots$ , são independentes e normalmente distribuídas, com média zero e variância um,  $\rho = \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_\epsilon^2}$  e  $\lambda_{kT}^{-1} = 2(1 - \cos(\pi k/T))$ ,  $k = 1, \dots, T$

Nyblom e Makelainen, (1983) usaram a técnica de Imhof (1961) da inversão da função característica na construção de uma tabela de valores críticos de NM para níveis de confiança 0,1, 0,05, 0,025 e 0,01 e para  $t=10, 20, \dots, 100$ . Eles salientaram que, para situações em que o poder excede 0.9, o número T de observações é importante na determinação do valor crítico, e como a técnica de Imhof (1961) da inversão da função característica não oferece uma manipulação amigável, propuseram o uso da distribuição assintótica da estatística NM. Sob

$H_0$ , tem-se que  $NM/T \xrightarrow{d} \sum_{k=1}^{\infty} (k^{-2} z_k^2)$  com  $Z_1, Z_2, \dots$ , normais, independentes, com média zero e variância um.

Para um nível de confiança de  $\alpha = 0,05$  o valor crítico pela distribuição assintótica de NM é 0,461 para  $n = 100$ .

Uma proposta eficiente para testar o termo de nível foi introduzida por FRANCO et al (2009). O método bootstrap foi utilizado para gerar uma distribuição empírica da estatística NM sob a hipótese nula. FRANCO et al (1999) realizaram um estudo empírico do poder da abordagem comparativamente à utilização de aproximação assintótica. Seus resultados mostram que a probabilidade do erro tipo I tende a ser diferente do  $\alpha$  pretendido quando o teste assintótico é utilizado, enquanto que com a abordagem bootstrap o nível de significância apresentou-se satisfatório. Não obstante a isso, verifica-se também que o teste bootstrap tende a ser superior que o poder do teste assintótico.

Deve-se destacar que o teste de FRANCO et al (2009) foi desenvolvido exclusivamente para testar o termo de nível e que, segundo seus próprios estudos, se tal proposta for aplicada para testar a variância do ruído do termo de tendência, então a probabilidade do erro tipo I tende a ser maior do que o nível de significância desejado, o que poderia implicar em uma metodologia na qual a estimativa da ocorrência do erro tipo I fosse extremamente elevada. Ademais, a execução do teste proposto por FRANCO et al (2009) demanda a estimação dos parâmetros do modelo.

Outros aspectos importantes, não abordados em FRANCO et al (1999), também deveriam ser considerados nos testes de estocasticidade dos termos de nível e de tendência, tais como: a formulação de estatísticas de teste, tanto para o termo de nível quanto para o de tendência, que não exijam a estimação dos parâmetros do modelo; o controle analítico da probabilidade do erro tipo I para os ruídos do termo de tendência; a formulação de testes para casos de ruídos dos termos não observáveis que não assumem distribuição normal e; a possibilidade das variâncias dos ruídos, sob  $H_1$ , serem estocásticas.

## 2.1. Testes Monte Carlo (MC)

De acordo com SILVA e ASSUNÇÃO (2013) o teste Monte Carlo (MC) é uma importante ferramenta para testar se hipóteses quando a distribuição da estatística de teste (denotado por  $P_{mc}$ ) sob a hipótese nula é desconhecida. Portanto, no teste Monte Carlo o valor-p é calculado com base na proporção de  $u_{i_s}$ , com  $i = 1, 2, \dots, m - 1$ , amostras simuladas que são maiores ou iguais ao valor observado  $U_0$ , dentre  $m$  valores simulados sob  $H_0$ . Ademais, podemos assumir o valor-p como uma estatística de teste com suporte no intervalo  $(0, 1)$ , e tal que valores pequenos indicam a rejeição de  $H_0$  (SILVA e ASSUNÇÃO, 2013). Assim,  $H_0$  é rejeitada se  $P_{mc} < \alpha$ . Portanto, rejeita-se  $H_0$  se  $\frac{1+G}{m} \leq \alpha$  onde

$G = \sum_{i=1}^{m-1} I(U_i \geq u_0)$ . Em que  $I(U_i \geq u_0)$  será igual a 1 se  $U_i \geq u_0$ , e zero caso contrário.

Reformulando,  $H_0$  é rejeitada se  $G \leq \alpha m - 1$ . Mas, é claro que se formos a observar,  $G \sim Bin(p, m - 1)$ , onde  $p = 1 - F_t(t_0|H_0)$ , isto é,  $p$  é o *valor-p* exato desconhecido. Considerando que as  $U_{i,s}$  são independentes e geradas sob  $H_0$ , a probabilidade do evento  $U_i \geq u_0$  é a cauda superior da distribuição de  $U$  sob  $H_0$  que é o *valor-p*. Conforme demonstrado por SILVA e ASSUNÇÃO (2013), o valor  $p$  de Monte Carlo é válido, ou seja, para  $\alpha \in [0,1]$  fixado,  $\Pr[P_{mc} \leq \alpha | H_0] \leq \alpha$ .

## 3. TESTES PARA AS VARIÂNCIAS DOS RUÍDOS DO TERMO DE NÍVEL E TENDÊNCIA - NOVA PROPOSTA

Como vimos na secção anterior, o teste Monte Carlo garante o real controle da probabilidade do erro tipo I. A presente proposta faz uso desta importante propriedade para adaptar o teste NM no sentido de produzir um critério de teste com validade analiticamente assegurada.

### 3.1. Teste MC para o Ruído do Termo de Nível

O modelo de nível local pode ser expresso por:

$$Y_t = \mu_t + \epsilon_t, \quad \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$

$$\mu_t = \mu_{t-1} + \eta_t, \quad \eta_t \sim f_\eta(0, \sigma_\eta^2) \quad (3)$$

Em que  $f_\eta(\cdot)$  é a densidade da variável aleatória  $\eta_t$  (não necessariamente normal) e  $\sigma_\eta^2$  a variância de  $\eta_t$ . Desse modo, o teste de hipótese padrão usual é como segue:

$$H_0: \sigma_\eta^2 = 0, \text{ (Nível } \mu_t \text{ é determinístico)}$$

$$H_1: \sigma_\eta^2 > 0, \text{ (Nível } \mu_t \text{ estocástico)} \quad (4)$$

Pela formulação (3), sob  $H_0$ ,  $E(Y_t) = \mu_0$  e  $V(Y_t) = \sigma_\epsilon^2$ , onde  $\mu_0$  é valor médio de  $Y_t$ . Assim para quaisquer valores de  $\mu_0$  e  $\sigma_\epsilon^2$  fixos, mostrar-se-á que o teste em questão pode ser aplicado via método de Monte Carlo.

**Teorema 1.** Considere o modelo conforme (3) e as hipóteses do sistema (4). Defina:

$$U = \frac{\sum_{t=1}^T [\sum_{s=t}^T (Z_s - \bar{Z})]^2}{(T-1) \sum_{t=1}^T (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (5)$$

Onde  $Z_t = \frac{(Y_t - \mu_0)}{\sigma_\eta}$ , e  $\mu_0$  é a média de  $Y_t$  sob  $H_0$ , as estatísticas NM e U possuem a mesma distribuição.

Demonstração

$$NM = \frac{\sum_{t=1}^T [\sum_{s=t}^T (Y_s - \bar{Y})]^2}{(T-1) \sum_{t=1}^T (Y_t - \bar{Y})^2}$$

$$= \frac{\sigma_\epsilon^{-2} \sum_{t=1}^T [\sum_{s=t}^T (Y_s - \mu_0 + \mu_0 - \bar{Y})]^2}{(T-1) \sigma_\epsilon^{-2} \sum_{t=1}^T (Y_t - \mu_0 + \mu_0 - \bar{Y})^2}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\sum_{t=1}^T \left[ \sum_{s=t}^T \left( \frac{Y_s - \mu_0}{\sigma_\epsilon} - \frac{\bar{Y} - \mu_0}{\sigma_\epsilon} \right) \right]^2}{(T-1) \sum_{t=1}^T \left[ \left( \frac{Y_t - \mu_0}{\sigma_\epsilon} - \frac{\bar{Y} - \mu_0}{\sigma_\epsilon} \right) \right]^2} \\
\text{sob } H_0 &= \frac{\sum_{t=1}^T [\sum_{s=t}^T (Z_s - \bar{Z})]^2}{(T-1) \sum_{t=1}^T (Z_t - \bar{Z})^2}. \tag{6}
\end{aligned}$$

Portanto, a estatística NM pode ser simulada sob  $H_0$  por uma simples geração de T normais padrão independentes.

### 3.2. Teste MC para o Ruído do Termo de Tendência

O modelo de tendência linear pode ser expresso por:

$$\begin{aligned}
Y_t &= \mu_t + \gamma_t + \epsilon_t, \epsilon_t \sim N(0, \sigma_\epsilon^2) \\
\mu_t &= \mu_{t-1} + \beta_{t-1} + \eta_t, \eta_t \sim N(0, \sigma_\eta^2) \\
\beta_t &= \beta_{t-1} + \xi_t, f_\xi \sim N(0, \sigma_\xi^2), \tag{7}
\end{aligned}$$

onde  $f_\xi$  é a função densidade de probabilidade da variável aleatória  $\xi$ . Então, pretende-se testar:

$$\begin{aligned}
H_0: \sigma_\xi^2 &= 0, (\text{Tendência } \beta_t \text{ determinística}) \\
H_1: \sigma_\xi^2 &> 0, (\text{Tendência } \beta_t \text{ estocástica}) \tag{8}
\end{aligned}$$

A proposta agora é aplicar o teste MC a uma modificação da estatística NM para testar as hipóteses em (8).

Defina-se  $w_t = y_t - y_{t-1}$ ,  $t = 1, 2, \dots, T-2$ . Reescrevendo o MTL em termos de  $w_t$ , temos:

$$\begin{aligned}
W_t &= \mu_t^* + \epsilon_t^*, \epsilon_t^* \sim N(0, \sigma_{\epsilon^*}^2) \\
\mu_t^* &= \mu_{t-1}^* + \eta_t^*, \eta_t^* \sim f_{\eta^*}(0, \sigma_{\eta^*}^2) \tag{9}
\end{aligned}$$

onde  $\mu_t^* = \beta_{t-1}$ ,  $\epsilon_t^* = \epsilon_t - \epsilon_{t-1} + \eta_t$  e  $\eta_t^* = \xi_t$ .

Portanto,  $W_t$  é a reparametrização de  $Y_t$ , sendo descrito por um modelo de nível local e, o mais importante, a variância do parâmetro de nível do modelo em  $\omega_t$  é igual à variância do termo de tendência do modelo em  $Y_t$ . Assim, aplicar a estatística  $NM$  em  $W_t$  testando se  $\sigma_{\eta^*}^2$  é zero, é equivalente a testar diretamente se a variância  $\sigma_{\xi}^2$  do termo de tendência é igual a zero. Seguindo este raciocínio, a estatística de teste que se propõe para testar a variância do termo de tendência é:

$$NMT = \frac{\sum_{t=1}^T \left[ \sum_{s=t}^{T-2} (W_s - \bar{W}) \right]^2}{(T-2) \sum_{t=1}^{T-2} (W_t - \bar{W})^2}. \quad (10)$$

### **Corolário 1**

Seja o modelo conforme o sistema (7), e a reparametrização conforme (8), então, a estatística  $NMT$ , sob  $H_0$ , possui a mesma distribuição que:

$$\frac{\sum_{t=1}^{T-2} \left[ \sum_{s=t}^{T-2} (Z_s - \bar{Z}) \right]^2}{(T-2) \sum_{t=1}^{T-2} (Z_t - \bar{Z})^2} \quad (11)$$

onde  $Z_i \sim N(0,1)$ ,  $i = 1, \dots, T-2$ ,  $\bar{Z} = \sum_{i=1}^{T-2} \frac{Z_i}{T-2}$  e  $\bar{W} = \sum_{i=1}^{T-2} \frac{W_i}{T-2}$ .

Esta proposta não exige a estimação de  $\sigma_{\xi}^2$ , e nos casos em que  $\sigma_{\xi}^2$  não é zero ( $H_0$  falsa), ela é válida para qualquer distribuição  $f_{\xi}$ . Assim, pode-se proceder com a simulação Monte Carlo sob  $H_0$  de forma extremamente simplista. É importante frisar as características gerais que a estatística  $NMT$  incorpora: é válida para quaisquer valores desconhecidos  $\mu_0$  e  $\sigma_{\eta}^2$ ; sob a hipótese alternativa

( $\sigma_\xi^2 > 0$ ), o teste é válido para quaisquer formas da densidade  $f_\xi(\cdot)$ , não estando restrita aos casos Gaussianos.

#### 4. PERFORMANCE DO MÉTODO PROPOSTO

Com o objetivo de comparar os poderes entre as abordagens Monte Carlo e assintótica aplicadas à estatística NM, foram geradas séries temporais oriundas de um MNL segundo a expressão (3). Aproveitamos para estimar também a probabilidade do erro tipo I da abordagem assintótica. O procedimento de teste baseado na estatística NM e realizado pelo *MC* será denotado por  $NM_{mc}$  enquanto que a utilização da distribuição assintótica para obtenção do valor-p será denotada por  $\hat{NM}$ . Adotou-se  $m=1000$  para o teste *MC* aplicado a cada uma de 10.000 séries geradas conforme o modelo (3) por cenário estipulado. Os cenários foram gerados pela definição de valores para  $\sigma_\eta^2$  variando entre 0 e 1. Em todos os cenários fixou-se  $\sigma_\epsilon^2 = 1$ . O nível de significância utilizado na estimação do poder foi de 0,05 em todos os cenários.

A Tabela 1 mostra os valores de  $\sigma_\eta^2$  variando nas colunas de zero a um, sendo que o valor zero representa o caso em que  $H_0$  é verdadeira, ou melhor, o termo de nível é determinístico. Nas linhas, os cenários se dividem em termos do número de observações na série temporal, de modo que, para cada tamanho de série, as estimativas para o poder do teste *MC* e do assintótico possam ser confrontados.

Como é de se esperar, quanto maior o valor de  $\sigma_\eta^2$ , maior a estimativa do poder. Outro resultado esperado é a estimativa da probabilidade do erro tipo I no caso *MC* ser sempre igual a  $\alpha = 0,05$ .

Um resultado também esperado, e que diz respeito aos objetivos desta seção, é o fato das estimativas da probabilidade do erro tipo I no teste  $\hat{NM}$  serem maiores que 0,05 para os tamanhos amostrais 30, 50. Apesar do fato de que esta diferença se traduz também em maiores poderes, não é desejável que a probabilidade do erro tipo I esteja fora de controle e dependente do tamanho

amostral. Observamos que, para  $T=100, 150$ , os testes  $NM_{mc}$  e  $\hat{NM}$  possuem praticamente o mesmo poder.

**Tabela 1:** Poder e Tamanho dos testes  $NM_{mc}$  e  $NM$  para  $\alpha = 0.05$  e  $m = 1000$

$\sigma_\eta^2$	$T = 30$		$T = 50$		$T = 100$		$T = 150$	
	$NM_{mc}$	$\hat{NM}$	$NM_{mc}$	$\hat{NM}$	$NM_{mc}$	$\hat{NM}$	$NM_{mc}$	$\hat{NM}$
<b>0,00</b>	<b>0,050</b>	<b>0,057</b>	<b>0,050</b>	<b>0,055</b>	<b>0,050</b>	<b>0,048</b>	<b>0,050</b>	<b>0,050</b>
0,10	0,516	0,533	0,729	0,737	0,922	0,925	0,976	0,976
0,20	0,635	0,643	0,825	0,826	0,957	0,962	0,989	0,989
0,30	0,693	0,704	0,853	0,866	0,971	0,972	0,994	0,994
0,40	0,726	0,742	0,883	0,887	0,975	0,980	0,994	0,994
0,50	0,745	0,760	0,895	0,905	0,982	0,982	0,996	0,996
0,60	0,772	0,786	0,904	0,906	0,985	0,986	0,996	0,996
0,70	0,785	0,799	0,916	0,915	0,986	0,986	0,997	0,997
0,80	0,792	0,813	0,917	0,922	0,987	0,987	0,997	0,997
0,90	0,799	0,819	0,922	0,927	0,989	0,990	0,997	0,997
1,00	0,810	0,828	0,930	0,929	0,987	0,988	0,997	0,997

#### 4.1. Poder do Teste NMT

Aqui, estimar-se-á o poder da adaptação da estatística NM, NMT, para testar a variância  $\sigma_\xi^2$  do ruído do termo de tendência.

Vimos na seção anterior que o teste assintótico  $\hat{NM}$  não controla a probabilidade do erro tipo I adequadamente para séries de tamanho moderado. De forma análoga, é de se esperar que a performance do teste NM convencional não seja satisfatória para a variância do termo de tendência. Para investigar este aspecto, a Tabela (2) apresenta estimativas para o poder da estatística NMT fazendo  $m=1000$ . Cada linha representa um diferente tamanho de série, e as colunas variam de acordo com o aumento de  $\sigma_\xi^2$ , de modo que, para  $\sigma_\xi^2 = 0$ , o termo de tendência é determinístico.

Cada cenário obtido pelo cruzamento das linhas e colunas desta Tabela contém a estimativa do poder do teste NMT com base em 10000 séries geradas. Em todos os casos o ruído  $\epsilon_t$  da equação de observações  $Y_t$  foram gerados segundo a distribuição *Normal*  $(0, \sigma_\epsilon^2)$ . Pode-se ver que o teste apresenta um poder satisfatório para tamanhos amostrais a partir de 50, atingindo valores maiores que 0,05 para toda relação  $\sigma_\xi^2 / \sigma_\epsilon^2$  de pelo menos 20%. Uma curiosidade é o fato de que esta estrutura de modelagem da série temporal, em que o termo de tendência pode ser estocástico, faz com que a estimativa do valor-p apresente uma alta variabilidade, efeito percebido pelas variações observadas nas estimativas do tamanho do teste dadas pela primeira linha de valores da Tabela 2.

**Tabela 2:** Poder e Tamanho do Teste NMT para  $\alpha = 0,05$  e  $m = 1000$ 

$\sigma_{\xi}^2$	$T = 30$	$T = 50$	$T = 100$	$T = 150$
<b>0,00</b>	<b>0,051</b>	<b>0,049</b>	<b>0,049</b>	<b>0,050</b>
0,10	0,206	0,407	0,692	0,836
0,20	0,309	0,528	0,802	0,901
0,30	0,364	0,585	0,842	0,927
0,40	0,420	0,633	0,866	0,945
0,50	0,454	0,663	0,880	0,951
0,60	0,482	0,677	0,892	0,958
0,70	0,500	0,701	0,904	0,963
0,80	0,519	0,715	0,904	0,965
0,90	0,531	0,732	0,913	0,969
1,00	0,550	0,743	0,915	0,970

O teste NMT garante aplicação em contextos um pouco mais gerais que aqueles em que a normalidade é requerida, pois a distribuição da estatística de teste sob a hipótese nula não depende da forma da distribuição de  $\xi_t$  sob a hipótese alternativa, da mesma forma que não depende de  $\sigma_{\xi}^2$  ser uma constante ou uma variável aleatória não degenerada, ou seja, a estatística NMT pode ser

usada para teste pela aplicação do procedimento *MC*, que dá garantia teórica de que a probabilidade do erro tipo I é igual a  $\alpha$ , mesmo quando  $\xi_t$  tem uma distribuição qualquer e quando sua variância  $\sigma_\xi^2$  também é gerada segundo um modelo probabilístico qualquer.

A Tabela 3 mostra as estimativas do poder da estatística NMT pela aplicação do teste *MC* e com  $m=1000$ . Cada linha representa um diferente tamanho de série.

A primeira coluna apresenta o caso em que o ruído  $\xi_t$  é normalmente distribuído com variância sendo gerada de uma distribuição *Beta*(2,2), e a segunda coluna atribui uma distribuição proporcional a uma *Gamma*( $\sigma_\xi^2, 1$ ) com  $\sigma_\xi^2 \sim \text{Beta}(2, 2)$ . Em todos os casos o ruído  $\xi_t$  da equação de observações  $Y_t$  foram gerados segundo a distribuição *Normal*(0,  $\sigma_\epsilon^2$ ). Cada cenário, obtido pelo cruzamento das linhas e colunas, contém a estimativa do poder com base em 10000 séries geradas.

Os poderes para tamanhos amostrais a partir de 50 são ainda mais satisfatórios do que nos casos em que as condições são mais simplistas, tais como as ilustradas na Tabela anterior.

Estes resultados, além de ratificarem a credibilidade que pretendemos atribuir aos testes *MC*, em particular, motivam estudos mais completos quanto sua potencial utilização na construção de testes para verificação de tendência estocástica nos modelos de equações estruturais.

**Tabela 3:** Poder e Tamanho dos Testes  $NM_{mc}$  e  $NM^{\wedge}$  para  $\alpha = 0,05$  e  $m = 1000$

$T$	$\sigma_{\xi}^2 = 0$	$\xi_t \sim N(0, \sigma_{\xi}^2)$ $\sigma_{\xi}^2 \sim \text{Beta}(2,2)$	$f_{\xi} \propto \text{Gamma}(\sigma_{\xi}^2, 1)$ $\sigma_{\xi}^2 \sim \text{Beta}(2,2)$
30	0,049	0,438	0,421
50	0,050	0,624	0,634
80	0,048	0,799	0,800
100	0,048	0,862	0,865
150	0,046	0,937	0,939

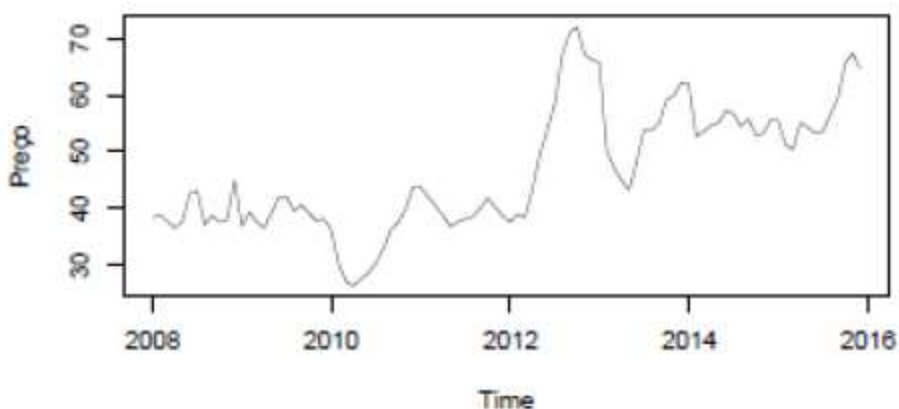
## 5. ANÁLISE DE DADOS REAIS

Mato Grosso é um estado de grande potencial econômico e social decorrente da riqueza que dispõe em recursos florestais e hídricos, aliado a biodiversidade, assim como, pela sua diversidade cultural e múltiplas manifestações culturais. O agronegócio é a base da economia mato-grossense, o agronegócio representa 50,46% do PIB estadual (IMEA, 2015). Essa representatividade da agropecuária no PIB estadual é uma das mais altas no Brasil, além disso o Estado é o maior produtor brasileiro, respondendo por um quarto dos grãos colhidos no país, sendo ainda líder na produção de soja, milho e algodão em pluma, correspondendo a 29,3; 22,6 e 57,4% da produção nacional (CONAB, 2015).

Estas séries são muito importantes para o sistema do agronegócio do estado de Mato Grosso, os agentes econômicos como investidores, empresas que atuam no mercado, produtores, governo entre outros necessitam informações para que possam planejar e viabilizar a produção.

O Instituto Mato-grossense de Economia Agropecuária (IMEA) por meio do Núcleo de Análise Conjuntural, concentra um grande volume de informações econômicas do Agronegócio do estado de Mato Grosso, desta forma realiza estudos e projetos socioeconômicos e ambientais em todo o território mato-grossense, através de um sistema de coleta, processamento e análise de dados produzindo informações estratégicas do agronegócio para as entidades mantenedoras.

Os dados referem-se ao preço médio de Soja (saca 60kg) pago ao produtor no estado de Mato Grosso, levantado pelo IMEA no período de janeiro de 2008 a novembro de 2015. A Figura 1 apresenta a série temporal do preço médio de Soja. O teste convencional de Cox-Stuart sugere a presença de uma componente de tendência (valor- $p < 0,0001$ ). Porém, deve-se salientar que, apesar de indicar a existência de tendência, este teste não nos diz se esta seria determinística ou estocástica. Caso de fato exista uma tendência, a existência ou não de um choque aleatório em sua estrutura pode ser testada pela aplicação do teste Monte Carlo proposto neste trabalho.



**Figura 1:** Preço médio de Soja (Saca 60kg) em reais, pago ao produtor no estado de Mato Grosso.

Portanto, aplicado o teste Monte Carlo para os dados reais de soja para  $m = 2000$ , teve-se um *valor - p* = 0,079, logo, não se rejeita  $H_0$ , ou seja, a série apresenta uma tendência determinística.

## 6. CONCLUSÃO

A aplicação do teste Monte Carlo sob  $H_0$  à estatística de teste proposta por Nyblom e Makelainen (1983), possibilitou a expansão do teste para o termo de tendência, garantindo um controle na ocorrência do erro tipo I (com o  $\alpha \leq 0,05$  em todos os senários), e um bom poder ao teste. Tendo em consideração que o teste Monte Carlo é aplicado sob  $H_0(\sigma_\xi^2 = 0)$ , o teste NMT é válido para quaisquer valores desconhecidos de  $\mu_0$  e  $\sigma_\eta^2$ . E nas condições em que a hipótese alternativa é verdadeira ( $\sigma_\xi^2 > 0 \Rightarrow f_{\sigma_\xi^2}(0) \neq 1$ ), o teste é válido para quaisquer formas de densidade  $f_\xi(\cdot)$  e  $f_{\sigma_\xi^2}$ , não estando restritas aos casos Gaussianos.

## 7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BAYER, F. M, SOUSA, A. M., Wavelets e modelos tradicionais de previsão. Um estudo comparativo, **Revista Brasileira de Biometria**, São Paulo, v. 28, n. 3, p 40-61, 2010.

DURBIN, J., KOOPMAN, S. J. A., Simple and efficient simulation smoother for state space time series analysis. **Biometrika**, v. 89, n. 3, p. 603-616, 2002.

DURBIN, J., KOOPMAN, S. J. **Time series analysis by state space methods**. Oxford University Press, 2012.

FISCHER, S., Séries univariantes de tempo-metodologia de Box & Jenkins. **Fundação de Economia e Estatística**, (1982).

FRANCO, G. C., GAMERMAN, D., SANTOS, T. R. Modelos de espaço de estados: abordagens clássica e bayesiana. São Paulo: **Associação Brasileira de Estatística**, (2009)

FRANCO, G., KOOPMAN, S., SOUZA, R., Bootstrap tests when parameters of nonstationary of the parameter space, **Brazilian Journal of probability and statistics**, v 13, p 41-54, 1999

HARVEY, A. C. (1989). Forecasting, structural time series models and the kalman filter. Cambridge. University Press, Cambridge.

IMHOF, J. Computing the distribution of quadratic forms in Normal variables, **Biometrika**, v 48, 419-426, 1961.

MORETTIN, A. P., TOLOI, C. M. C., **Análise de Séries Temporais.**, 2ª ed. São Paulo, Edgard Blucher, 2006.

NYBLOM, J., MAKELAINEN, T., Comparisons of tests for the presence of random walk coefficients in a simple linear model, **Journal of the American Statistical Association**, v 78, p 856-864, 1983.

PETRIS, G., & PETRONE, S., State space models in R. **Journal of Statistical Software**, v.41(4), 1-25, 2011.

PINHO, F. G., **Modelos de espaços de estado não Gaussianos-Distribuição de caudas pesadas**. 2012, 136p. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais.

SCHWARTZ, F. P. et al, Análise da estacionariedade do sinal de eletromiografia de superfície nas fases do exercício isocinético de extensão do joelho. **Revista Brasileira de Engenharia Biomédica**, v. 28, n. 1, p. 44-52, 2012.

SILVA, M. I., GUIMARÃES, E. C., e TAVARES, M. Previsão da temperatura média mensal de Uberlândia, MG, com modelos de séries temporais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, v. 12, p.480-485, 2008.

SILVA, I., ASSUNÇÃO, R., Optimal generalized truncated sequential Monte Carlo test. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 121, 33-49, 2013