

UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA

KLINGER SENRA REZENDE

**ESTUDOS DE CASO: TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA E
COMPARAÇÕES ENTRE EQUILÍBRIO LIMITE E ANÁLISE DE
TENSÃO-DEFORMAÇÃO EM ESTABILIDADE DE TALUDES
APLICADA A MINAS A CÉU ABERTO**

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2020**

KLINGER SENRA REZENDE

**ESTUDOS DE CASO: TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA E
COMPARAÇÕES ENTRE EQUILÍBRIO LIMITE E ANÁLISE DE
TENSÃO-DEFORMAÇÃO EM ESTABILIDADE DE TALUDES
APLICADA A MINAS A CÉU ABERTO**

Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de Doctor Scientiae.

Orientador: Eduardo Antonio Gomes Marques

Coorientador: Roberto Lopes Ferraz

**VIÇOSA - MINAS GERAIS
2020**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Central da Universidade Federal de
Viçosa - Campus Viçosa

T

R467e
2020
Rezende, Klinger Senra, 1990-
Estudos de caso : teste de convergência de malha e comparações
entre equilíbrio limite e análise de tensão-deformação em estabilidade
de taludes aplicada a minas a céu aberto / Klinger Senra Rezende. -
Viçosa, MG, 2020.
168 f. : il. ; 29 cm.

Inclui apêndices.

Orientador: Eduardo Antonio Gomes Marques.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.97-102.

1. Taludes (Mecânica do solo) - Estabilidade. 2. Método dos
elementos finitos. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de
Engenharia Civil. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.
II. Título.

CDD 22 ed. 624.151363

KLINGER SENRA REZENDE

**ESTUDOS DE CASO: TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA E
COMPARAÇÕES ENTRE EQUILÍBRIO LIMITE E ANÁLISE DE
TENSÃO-DEFORMAÇÃO EM ESTABILIDADE DE TALUDES
APLICADA A MINAS A CÉU ABERTO**

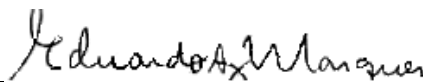
Tese apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, para obtenção do título de Doctor Scientiae.

APROVADA: 16 de março de 2020.

Assentimento:



Klinger Senra Rezende
Autor



Eduardo Antonio Gomes Marques
Orientador

AGRADECIMENTOS

A Deus, minha rocha e meu consolador de todos os momentos. A cada conquista e títulos na academia, mais convicto estou da Sua existência e infinita bondade.

Aos meus pais e irmã, por todo tipo de sustento nestes onze anos fora de casa. Impossível não liberar lágrimas ao lembrar de cada desafio e conquistas compartilhados.

À minha esposa Amanda, por todo amor e paciência ao longo destes anos. Por ter tomado a causa e compreendido o sacrifício realizado, principalmente nestes últimos meses.

À Universidade Federal de Viçosa, pelo ensino de qualidade e todas as portas abertas.

Ao professor e orientador Eduardo A. G. Marques, por toda orientação ao longo dos últimos oito anos, orientando minhas iniciações científicas, trabalho final de curso, mestrado e doutorado. Por todo aprendizado, confiança e por acreditar que nem só de ótimas notas e coeficientes se faz um bom orientado. Por me servir de espelho como profissional do magistério superior.

Ao estagiário Eduardo Ferreira, pelo grande apoio no desenvolver desta pesquisa.

À Rocscience Inc., em especial, à engenheira geotécnica de vendas, Clarissa Aguiar, por todas as informações e esclarecimentos fornecidos como resposta aos inúmeros e-mails enviados à equipe.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.

A todos os amigos que torceram por esta conquista.

Treine enquanto eles dormem, estude enquanto eles se divertem, persista enquanto eles descansam, e então, viva o que eles sonham.

Provérbio japonês

RESUMO

REZENDE, Klinger Senra, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, março de 2020. **Estudos de caso: teste de convergência de malha e comparações entre equilíbrio limite e análise de tensão-deformação em estabilidade de taludes aplicada a minas a céu aberto.** Orientador: Eduardo Antonio Gomes Marques. Coorientador: Roberto Lopes Ferraz.

Novas tecnologias têm sido aplicadas na engenharia geotécnica a partir do avanço computacional das últimas décadas. Neste âmbito, o presente trabalho buscou estudar a aplicação do método dos elementos finitos (MEF) em análises de estabilidade de taludes e comparar suas respostas com aquelas obtidas pelo consagrado método de equilíbrio limite (MEL). Além disso, estudou-se a possibilidade de aplicação de dois métodos estatísticos, Método da Máxima Curvatura e Modelo Linear Response Plateau na otimização de convergência em estudos de malhas de elementos finitos em análises de estabilidade. Selecionaram-se seções de três minas a céu aberto localizadas em Minas Gerais para se analisar sua estabilidade utilizando os softwares comerciais, RS2 e Slide. Nos estudos de convergência de malha, utilizaram-se malhas refinadas e não refinadas e elementos de estado plano lineares (T3 e Q4) e parabólicos (T6 e Q8), verificando-se que, para um mesmo número de elementos que compõem uma malha de elementos finitos, a utilização de elementos de maior precisão (parabólicos) tende a fornecer menores valores de fator de segurança. Das mais de 500 análises realizadas para o estudo de caso em convergência de malha, constatou-se erro de convergência de aproximadamente 5% ao se utilizarem elementos Q4, contraindicando-se sua utilização em análises de estabilidade em fase preliminar de projeto. Nas comparações entre respostas de MEL e MEF, observou-se que os fatores de segurança obtidos por MEF são geralmente inferiores aos obtidos por MEL. Esta diferença se acentua em análises de seções estratificadas, apresentando ou não lençol freático. Em relação à utilização dos dois métodos estatísticos aplicados a estudos de malha, constatou-se que o Método da Máxima Curvatura se adequou melhor ao estudo de caso desta pesquisa.

Palavras-chave: Estabilidade de taludes. Método dos elementos finitos. Estudo de convergência de malha.

ABSTRACT

REZENDE, Klinger Senra, D.Sc., Universidade Federal de Viçosa, March, 2020. **Case studies: mesh convergence tests and comparisons between limit equilibrium method and stress-strain analysis to slope stability applied to open pit mines.** Adviser: Eduardo Antonio Gomes Marques. Co-adviser: Roberto Lopes Ferraz.

New technologies have been applied in geotechnical engineering supported by the computational advance of the last decades. In this context, the present work sought to study the application of the finite element method (FEM) in slope stability analysis and to compare its results with those obtained by the renowned limit equilibrium method (LEM). In addition, the possibility of applying two statistical methods, the Maximum Curvature Method and the Linear Response Plateau Model, was studied in the optimization of convergence in finite element mesh studies used on stability analyzes. Sections of three open pit mines located in Minas Gerais were selected as case studies to analyze their stability using commercial softwares, RS2 and Slide. In the mesh convergence studies, refined and unrefined meshes and linear (T3 and Q4) and parabolic (T6 and Q8) elements were used, verifying that, for the same number of elements that make up a mesh of finite elements, the use of higher precision elements (parabolic elements) tends to provide lower values of safety factor. From more than 500 analyzes carried out for the mesh convergence case studies, a convergence error of approximately 5% was found when using Q4 elements, contraindicating its use in stability analyzes in the preliminary designs. In comparisons between LEM and FEM results, it was observed that the safety factors obtained from FEM analysis are generally lower than those obtained by LEM. This difference is accentuated in the analysis of stratified sections, with or without water table. Regarding the use of the two statistical methods applied to mesh studies, it was found that the Maximum Curvature Method has suited better to the case studies of this research.

Keywords: Slope stability. Finite element method. Mesh convergence study.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Exemplo de divisão em fatias de uma superfície.....	19
Figura 2 - Incógnitas das equações de equilíbrio	19
Figura 3 - Distribuição da tensão normal: equilíbrio-limite x análise de tensões	20
Figura 4 - Fatia genérica e esforços na fatia - método de Morgenstern-Price.....	21
Figura 5 - Função de distribuição da inclinação da resultante da força entre fatias sugeridas por Morgenstern e Price	23
Figura 6 - Diferentes tipos de elementos finitos.....	25
Figura 7 - Malha de Elementos Finitos para problema plano	25
Figura 8 - Convenção para medição das componentes do campo de deslocamento	28
Figura 9 - Triângulo de Pascal.....	29
Figura 10 - Chapa subdividida em elementos T3	30
Figura 11 - Deslocamento do ponto P no plano xy e seus componentes.....	31
Figura 12 - Obtenção de monômios para elemento triangular linear	31
Figura 13 - Elemento de estado plano retangular linear	33
Figura 14 - Obtenção de monômios para elemento quadrilateral linear.....	33
Figura 15 - Comparação entre os elementos T3 e Q4 em uma chapa discretizada	35
Figura 16 - Elemento de Estado Plano de Tensão Triangular Parabólico	36
Figura 17 - Representação do triângulo de Pascal para o elemento T6.....	36
Figura 18 - Representação do triângulo de Pascal para o elemento Q8	37
Figura 19 - Viga em balanço submetida à flexão	38
Figura 20 - Malhas adotadas para discretização da viga em balanço	39
Figura 21 - Malhas adotadas para discretização da viga em balanço	40
Figura 22 - Exemplo de estudo de malha: (a) com refinamento; (b) sem refinamento.....	46

Figura 23 - Fatores de segurança obtidos com diferentes números de elementos, com e sem refinamento.....	47
Figura 24 - Representação esquemática do ponto a ser estimado como tamanho ótimo de parcela pelo MMC.....	48
Figura 25 - Seção do talude do aterro.....	51
Figura 26 - Gráfico: SRF versus Deslocamento total máximo (m).....	52
Figura 27 - Exemplos de taludes rochosos	53
Figura 28 - Seção S01 utilizada no estudo de malha da Mina a Céu Aberto 1	56
Figura 29 - Seção S19 utilizada no estudo de malha da Mina a Céu Aberto 2	57
Figura 30 - Seção S74 utilizada no estudo de malha da Mina a Céu Aberto 3	57
Figura 31 - Seção S01: (a) sem refinamento; (b) com representação da região de ruptura; (c) com refinamento	59
Figura 32 - Seção S19: (a) sem refinamento; (b) com representação da região de ruptura; (c) com refinamento	60
Figura 33 - Seção S74: (a) sem refinamento; (b) com representação da região de ruptura; (c) com refinamento	61
Figura 34 - Exemplos de gradação de malha refinada.....	63
Figura 35 - Comparação de regiões e superfícies de ruptura de algumas seções.....	63
Figura 36 - Superposição de superfície e região de ruptura da seção S47 homogênea.....	66
Figura 37 - Estudo de malha da seção S01 da Mina a Céu Aberto 1, não refinada	67
Figura 38 - Estudo de malha da Mina a Céu Aberto 1 para as seções refinada e não refinada	68
Figura 39 - Variação do SRF para as seções refinada e não refinada - Mina a Céu Aberto 1	69
Figura 40 - Estudo de malha da seção S19 da Mina a Céu Aberto 2, não refinada	70
Figura 41 - Estudo de malha de Mina a Céu Aberto 2 para as seções refinada e não refinada	70

Figura 42 - Variação do SRF para as seções refinada e não refinada - Mina a Céu Aberto	271
Figura 43 - Estudo de malha da seção S74 da Mina a Céu Aberto 3, não refinada	72
Figura 44 - Estudo de malha de Mina a Céu Aberto 3 para as seções refinada e não refinada	72
Figura 45 - Variação do SRF para as seções refinada e não refinada - Mina a Céu Aberto	373
Figura 46 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 1 – Seção não refinada.....	80
Figura 47 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 1 - Seção refinada	81
Figura 48 - Superposição das correlações de SRF x Deslocamentos máximos para as seções refinada e não refinada – Mina a Céu Aberto 1.....	81
Figura 49 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 2 – Seção não refinada.....	82
Figura 50 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 2 - Seção refinada	82
Figura 51 - Superposição das correlações de SRF x Deslocamentos máximos para as seções refinada e não refinada – Mina a Céu Aberto 2.....	83
Figura 52 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 3 – Seção não refinada.....	84
Figura 53 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 3 - Seção refinada	84
Figura 54 - Superposição das correlações de SRF x Deslocamentos máximos para as seções refinada e não refinada – Mina a Céu Aberto 3.....	85
Figura 55 - Legenda para resultados comparativos MEL e MEF.....	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Resultados da comparação entre os modelos	39
Tabela 2 - Resultados da comparação entre os modelos de Nascimento (2012).....	41
Tabela 3 - Valores máximos e mínimos de constantes elásticas dos principais tipos de rocha	42
Tabela 4 - Fator de segurança (FS) do talude para triângulos de 6 nós.....	45
Tabela 5 - Fator de segurança do talude para elementos mistos	45
Tabela 6 - Sumário dos resultados de fator de segurança (FS) de todos os problemas analisados	50
Tabela 7 - Resultados das análises	52
Tabela 8 - Comparação de resultados de FS para o Exemplo 1	53
Tabela 9 - Comparação de resultados de FS para o Exemplo 2	53
Tabela 10 - Fatores de segurança obtidos por MEL e MEF.....	54
Tabela 11 - Estudo de otimização de análise para a seção S01 da Mina a Céu Aberto 1 - não refinada.....	76
Tabela 12 - Estudo de otimização de análise para a seção S01 da Mina a Céu Aberto 1 - refinada.....	77
Tabela 13 - Estudo de otimização de análise para a seção S19 da Mina a Céu Aberto 2 - não refinada.....	77
Tabela 14 - Estudo de otimização de análise para a seção S19 da Mina a Céu Aberto 2 - refinada.....	77
Tabela 15 - Estudo de otimização de análise para a seção S74 da Mina a Céu Aberto 3 - não refinada.....	78
Tabela 16 - Estudo de otimização de análise para a seção S74 da Mina a Céu Aberto 3 - refinada.....	78
Tabela 17 - Resultados das análises de estabilidade por MEL e MEF.....	86

Tabela 18 - Resultados das análises de estabilidade por MEL e MEF utilizando seções homogêneas e comparação com seções estratificadas.....	90
Tabela 19 - Influência de nível d'água no FS e SRF.....	91
Tabela 20 - Porte dos taludes mobilizados apresentando ruptura global	93
Tabela 21 - Diferenças numéricas em função do porte dos taludes mobilizados.....	93

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	14
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	18
2.1	Análise de estabilidade por método de equilíbrio limite.....	18
2.1.1	Método das fatias.....	20
2.2	Análise de estabilidade por método de análise tensão-deformação.....	23
2.2.1	Família de elementos.....	27
2.2.2	Formulação dos elementos finitos bidimensionais.....	27
2.2.3	Comparações de análises utilizando os diferentes elementos.....	38
2.2.4	Parâmetros geotécnicos utilizados.....	41
2.2.5	Método da Redução da Resistência ao Cisalhamento (SSR).....	43
2.2.6	Estudo de convergência de malha.....	44
2.3	Comparações entre MEL e MEF.....	49
3	MATERIAL E MÉTODOS.....	55
3.1	Coleta de dados.....	55
3.2	Realização do Estudo de Caso.....	55
3.2.1	Teste de convergência de malha.....	56
3.2.2	Aplicação dos métodos estatísticos.....	62
3.3	Comparações entre MEL e MEF.....	62
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	67
4.1	Estudo de convergência de malha.....	67
4.1.1	Mina a Céu Aberto 1.....	67
4.1.2	Mina a Céu Aberto 2.....	69
4.1.3	Mina a Céu Aberto 3.....	71
4.1.4	Considerações acerca de erros de compilação.....	75
4.2	Aplicação dos métodos estatísticos nos estudos de malha.....	75
4.2.1	Mina a Céu Aberto 1.....	76
4.2.2	Mina a Céu Aberto 2.....	77

4.2.3	Mina a Céu Aberto 3.....	78
4.3	Comportamento SRF versus Deslocamento máximo total.....	79
4.3.1	Mina a Céu Aberto 1.....	79
4.3.2	Mina a Céu Aberto 2.....	82
4.3.3	Mina a Céu Aberto 3.....	83
4.4	Comparações entre MEL e MEF	86
5	CONCLUSÕES	94
5.1	Estudo de caso em teste de convergência de malha	94
5.2	Aplicação dos métodos estatísticos nos estudos de malha	94
5.3	Comparações entre MEL e MEF	95
6	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	96
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	97
	APÊNDICES	103

1 INTRODUÇÃO

A Geotecnia pode ser entendida como uma área de interface entre Geologia e Engenharia Civil, por contemplar aspectos de Mecânica dos Solos, Mecânica das Rochas e Geologia de Engenharia, que permitem avaliar a influência de seus materiais objeto de estudo, como solos e rochas, em diversas intervenções de engenharia, dentre as quais: a instalação das mais diversas edificações executadas sobre um determinado terreno de fundação; a construção de barragens para contenção de água, rejeitos e demais resíduos industriais; a execução de rodovias pavimentadas sobre os diferentes solos ao longo de sua extensão rodoviária; a estabilização de encostas propensas à ruptura, principalmente, após períodos chuvosos; a instalação de dutos enterrados para obras de saneamento; a escavação de taludes de grande porte em mineração; ou mesmo a abertura de túneis subterrâneos para criação de uma nova malha viária.

Dentre essas obras de engenharia, o ramo da mineração merece relevância, por ser o principal produtor de matéria-prima para as diferentes atividades desenvolvidas pelo homem, como na produção de ferro para fabricação de aço ou no desenvolvimento dos mais variados produtos e utensílios domésticos e industriais que utilizam diferentes metais como matéria-prima. Em todos estes empreendimentos, o profissional geotécnico deve estudar as várias formas de execução, buscando sempre aquela que conjugue segurança e economia, ainda que nem sempre esta seja uma tarefa fácil.

Neste quesito de segurança, um dos aspectos analisados em todas as obras citadas acima é o de estabilidade de taludes, seja na escavação de um elemento de fundação, abertura de uma galeria pluvial, execução de uma estrutura de contenção, ou elaboração da geometria de uma cava a céu aberto que melhor permita a lavra do minério, entre outras aplicações.

Após o desenvolvimento da mecânica dos solos e das rochas como ciência, tendo como precursores Coulomb, Darcy, Rankine, Atterberg, Mohr, Boussinesq, entre outros, e, principalmente, Karl Terzaghi, considerado o pai da mecânica dos solos, estas análises de estabilidade passaram a ser essenciais em projetos de engenharia. Para tais análises há, hoje, dois tipos de métodos difundidos na prática da engenharia geotécnica: os métodos probabilísticos, que, segundo Apaza e Barros (2014), quantificam incertezas provenientes da variabilidade de parâmetros geotécnicos, buscando a determinação de um índice de confiabilidade e probabilidade de ruína, e os métodos determinísticos, que utilizam a teoria

de equilíbrio limite, ou análises de tensão-deformação, sendo exemplos deste último os Métodos dos Elementos Finitos, os Elementos Discretos e os Elementos de Contorno, entre outros.

O Método de Equilíbrio Limite (MEL) foi um dos primeiros a serem utilizados nas análises de estabilidade de taludes. Contudo, Silva (2011), ressalta que a aplicação deste método pode suscitar algumas dúvidas quanto à razoabilidade de seus resultados, dadas as simplificações teóricas que os caracterizam. Assim, procurou-se implementar outros tipos de análises, que permitissem incorporar relações tensão-deformação dos solos e rochas, como é o caso do Método dos Elementos Finitos (MEF). Adams (2015) menciona que uma ruptura de um talude é muito mais complexa do que se tem modelado pelo MEL. Na prática, a ruptura não ocorre simultaneamente ao longo de uma única superfície basal discreta, mas sim uma ruptura localizada progressivamente se desenvolve em uma região de ruptura maior. Com exceção da ruptura de talude puramente estrutural, como aquela controlada por uma descontinuidade em um maciço rochoso frágil, o processo de deformação interna também desempenha um papel importante no desenvolvimento destas rupturas.

O MEF foi introduzido na engenharia geotécnica por Clough e Woodward (1967) no estudo de uma barragem de terra, na qual utilizou-se uma lei constitutiva não linear, e as suas potencialidades tornaram-se desde então evidentes. No entanto, vários fatores impediram o uso mais amplo deste método como, por exemplo, o difícil acesso ao computador, o custo de processamento (sobretudo associado ao tempo de preparação e de cálculo), o pouco conhecimento sobre o método (vantagens e limitações) e a falta de estudos comparativos entre MEF e MEL. Hoje, muitos destes aspectos já não existem mais e a sua utilização generalizou-se, nomeadamente, pelo aparecimento de vários programas comerciais voltados para problemas geotécnicos, como Plaxis, CivilFEM, Ansys e RS2 (antigo Phase2).

Neste contexto, esta pesquisa enfoca uma comparação entre as respostas obtidas de análises de estabilidade pelos métodos de Equilíbrio Limite e Elementos Finitos (análises de tensão-deformação) para algumas seções de minas a céu aberto localizadas em Minas Gerais, em diferentes materiais geológicos, uma vez que estas análises de tensão-deformação têm sido utilizadas com maior frequência em obras geotécnicas. Também é foco deste trabalho realizar estudos de convergência de malha de elementos finitos em três seções das minas a céu aberto referidas, a fim de se compreender e avaliar melhor a dinâmica de compilação realizada em

análises tensão-deformação a partir de parâmetros de malhas inseridos nos métodos dos elementos finitos.

Desta forma, surgem as perguntas (hipóteses) que norteiam este trabalho:

- Os parâmetros de deformabilidade, desconsiderados nas análises de estabilidade de taludes por MEL, influenciam significativamente nos fatores de segurança destas análises?
- Estaria esta desconsideração a favor da segurança em projetos geotécnicos envolvendo taludes de grandes dimensões?

A hipótese inicial é de que as análises de tensão-deformação tendem a ser mais precisas, uma vez que não consideram apenas parâmetros de resistência, como o MEL faz, além do fato deste último apresentar simplificações particulares entre seus métodos, podendo ser citados os métodos de Bishop, Fellenius, Janbu, Corps of Engineers, Morgenstern-Price e outros.

Esta pesquisa constitui-se em dois objetivos gerais, sendo o primeiro realizar um estudo de caso envolvendo estudo de convergência de malha para seções de três cavas de minas a céu aberto do estado de Minas Gerais, a fim de se analisar a influência da utilização de diferentes tipos de elementos disponíveis em um software comercial de análise de estabilidade por meio de análises tensão-deformação. O segundo objetivo do trabalho consiste em analisar a estabilidade de demais seções destas cavas (aproximadamente 74 seções, apresentadas no Apêndice B), utilizando análises de tensão-deformação através de método de elementos finitos (MEF), e por fim, comparar as respostas obtidas destas análises com aquelas geradas a partir de MEL. Para tais objetivos, pretendeu-se, especificamente:

- Levantar seções de três minas a céu aberto localizadas em Minas Gerais, em diferentes materiais geológicos.
- Realizar estudo ou teste de convergência de malha em três seções das minas a céu aberto selecionadas e verificar a aplicabilidade de dois métodos estatísticos na otimização de análises de estabilidade por método de análise tensão-deformação.

O trabalho se justifica na ausência, de conhecimento do pesquisador, de literaturas técnicas que abordem em detalhe estudos de convergência de malha em análises de estabilidade de taludes de grande porte, assim como comparações entre respostas de análises por MEL e MEF utilizando ampla base de dados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Análise de estabilidade por método de equilíbrio limite

Um dos métodos mais comuns para se estudar a estabilidade de taludes é o método de equilíbrio-limite (FARSHIDFAR & NAYERI, 2015).

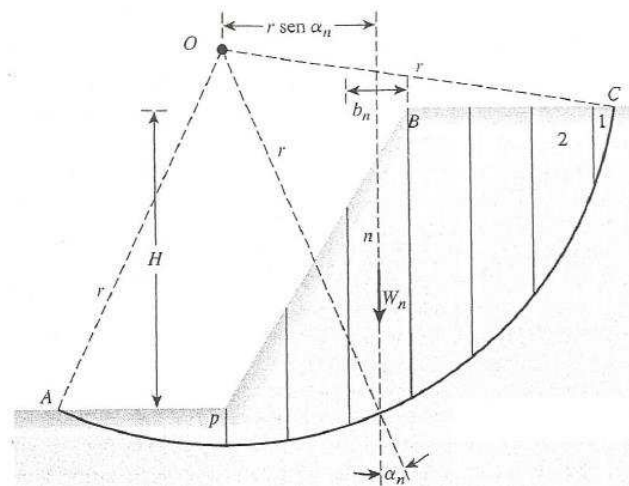
Segundo Massad (2010), este método baseia-se na hipótese de haver equilíbrio em uma massa de solo ou rocha, tomada como corpo rígido-plástico, na iminência de entrar em um processo de escorregamento. Daí, a denominação geral de métodos de equilíbrio-limite. Estes métodos partem dos seguintes pressupostos:

- O material se comporta como rígido-plástico, isto é, rompe-se bruscamente, sem se deformar;
- As equações de equilíbrio estático são válidas até a iminência da ruptura, quando, na realidade, o processo é dinâmico;
- O coeficiente de segurança (FS) é constante ao longo da linha de ruptura, isto é, ignoram-se eventuais fenômenos de ruptura progressiva.

O MEL pode ser descrito consistindo na determinação do equilíbrio de uma massa ativa de solo, a qual pode ser delimitada por uma superfície de ruptura circular, poligonal ou de outra geometria qualquer. O método assume que a ruptura se dá ao longo de uma superfície e que todos os elementos ao longo dessa superfície atingem simultaneamente a mesma condição de $FS = 1$. Assumem-se, ainda, as seguintes premissas:

- Postula-se um mecanismo de ruptura, isto é, arbitra-se uma determinada superfície potencial de ruptura (circular, planar etc.). O solo acima da superfície é considerado um corpo livre e é subdividido em fatias (Figura 1).

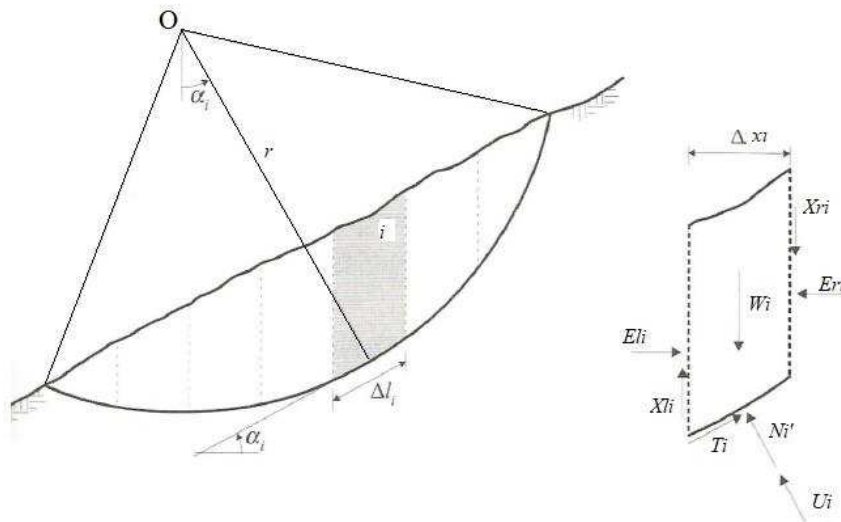
Figura 1 - Exemplo de divisão em fatias de uma superfície



Fonte: Das (2007).

- O equilíbrio é calculado pelas equações da estática (Figura 2). O equilíbrio de forças é feito por meio da análise do equilíbrio de cada fatia. O equilíbrio de momentos é feito comparando o somatório dos momentos estabilizantes e instabilizantes, e a tensão cisalhante mobilizada (τ_{mob}) é uma das incógnitas do problema.

Figura 2 - Incógnitas das equações de equilíbrio



Fonte: Fernandes (2014).

Em que:

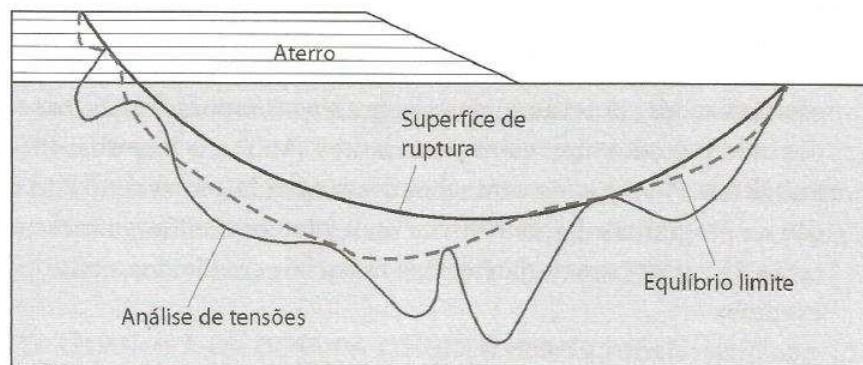
- E_i e E_{ri} – empuxos ;
- X_{li} e X_{ri} – forças interlamelares;
- W_i – peso da fatia;
- T_i – força cisalhante resistente;
- N_i – força normal à base;

– U_i – poropressão.

Gerscovich (2012) menciona que a vantagem do MEL está na sua simplicidade e precisão de resultados; entretanto, as premissas adotadas assumem um comportamento da massa do solo não compatível com a realidade, devido aos seguintes pontos principais:

- A hipótese de que todos os elementos ao longo da superfície de ruptura atingem, simultaneamente, a condição de $FS = 1$, implica na adoção de um modelo constitutivo rígido-plástico, incompatível com o modelo elastoplástico do solo. Adicionalmente, é inviável ter qualquer informação sobre as deformações, isto é, não há como verificar se as mesmas estão na faixa admissível para o projeto.
- As hipóteses simplificadoras adotadas pelos métodos de cálculo acarretam diferentes distribuições de tensão normal ao longo da superfície de ruptura e, conseqüentemente, resultam em valores de FS diferentes. A Figura 3 compara a distribuição de tensão normal ao longo da superfície de ruptura obtida por um dos métodos de equilíbrio-limite (método de Bishop), com a correspondente determinada por outro método que incorpora um modelo constitutivo elástico/não linear (método de elementos finitos). As diferenças nas distribuições de tensão efetiva ao longo da superfície de ruptura resultam em diferenças na resistência mobilizada e, conseqüentemente, na previsão do FS .

Figura 3 - Distribuição da tensão normal: equilíbrio-limite x análise de tensões



Fonte: Gerscovich (1983).

2.1.1 Método das fatias

Vários métodos de equilíbrio limite foram desenvolvidos para análises de estabilidade de taludes. Fellenius (1936) introduziu o primeiro método, referido como método ordinário

ou sueco, para uma superfície de deslizamento circular. Bishop (1955) propôs o primeiro método de introdução de uma nova relação para as forças normais à base. A equação de FS tornou-se, assim, não linear. Ao mesmo tempo, Janbu (1954) desenvolveu um método simplificado para superfícies de ruptura não circulares, dividindo uma massa deslizante potencial em várias fatias verticais. Mais tarde, Morgenstern e Price (1965), Spencer (1967), Sarma (1973) e vários outros fizeram outras contribuições com diferentes pressupostos para as forças interlamelares.

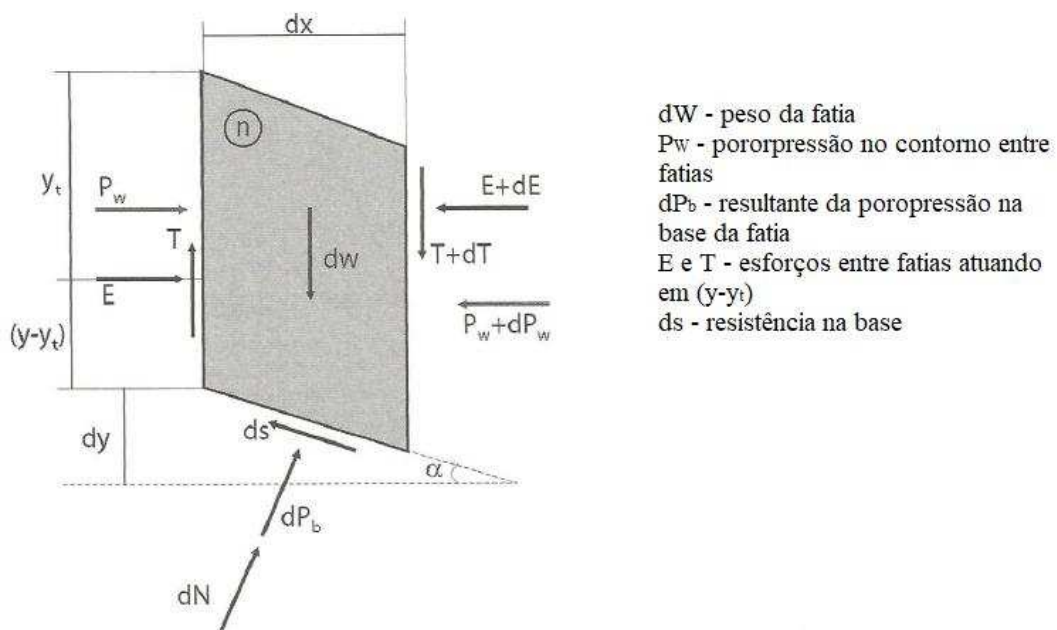
Posteriormente, um procedimento de equilíbrio-limite geral (GLE) foi desenvolvido por Chugh (1986) como uma extensão de Spencer e Morgenstern-Price, satisfazendo as condições de equilíbrio de momento e de força (ARYAL, 2006).

Para fins desta pesquisa, apenas o método de Morgenstern-Price será brevemente descrito a seguir.

Método de Morgenstern e Price

O método mais geral de equilíbrio limite para uma superfície qualquer foi desenvolvido por Morgenstern e Price (1965). Na Figura 4, apresentam-se os esforços infinitesimais atribuídos no método.

Figura 4 - Fatia genérica e esforços na fatia - método de Morgenstern-Price



Fonte: Adaptado de Morgenstern e Price (1965).

A fim de se tornar o problema estaticamente determinado, assume-se que a inclinação da resultante de forças varia, segundo uma função, ao longo da superfície de ruptura, ou seja (Eqs. 1 e 2):

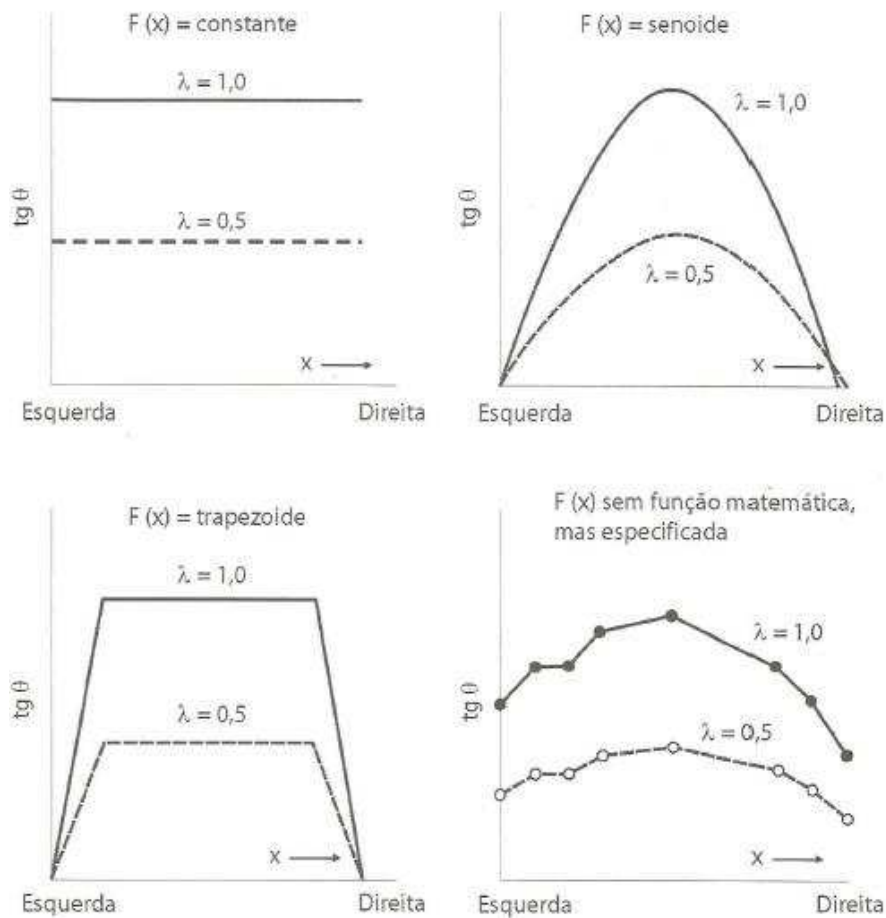
$$T = \lambda f(x)E \quad (1)$$

Ou mesmo:

$$tg\theta = \frac{T}{E} \lambda f(x) \quad (2)$$

Em que λ é um parâmetro escalar determinado a partir da solução de cálculo do fator de segurança, $f(x)$ é uma função arbitrária (Figura 5) e θ é a inclinação da resultante de forças. A escolha de $f(x)$ requer um julgamento prévio de como a inclinação das forças entre fatias varia no talude.

Figura 5 - Função de distribuição da inclinação da resultante da força entre fatias sugeridas por Morgenstern e Price



Fonte: Adaptado de Morgenstern e Price (1965).

O método é solucionado de forma iterativa, definindo-se previamente a função de distribuição de forças entre fatias, assumindo-se valores para FS e λ , e calculando-se os empuxos $E(x)$ e momentos $M(x)$ para cada fatia.

2.2 Análise de estabilidade por método de análise tensão-deformação

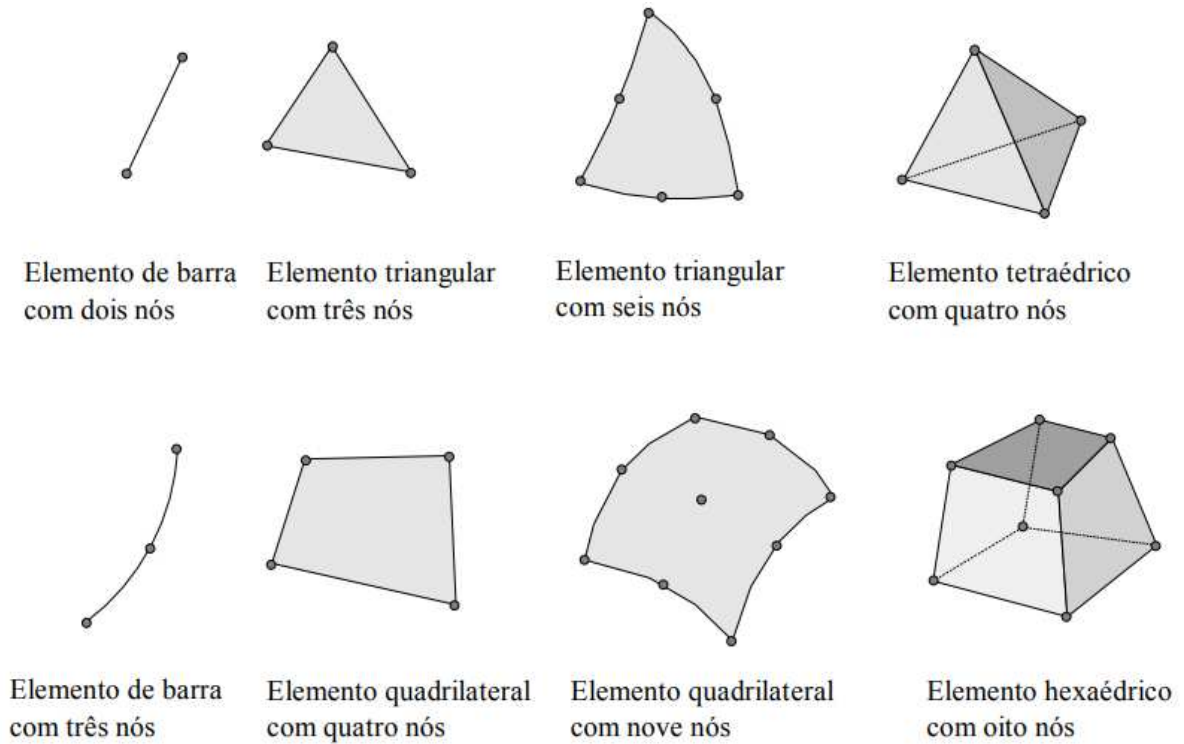
Métodos numéricos tais como o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método de Elementos Discretos (MED) têm sido satisfatoriamente aplicados a análises de estabilidade de taludes utilizando análises de tensão-deformação. Isto é alcançado através da abordagem de Redução da Resistência ao Cisalhamento (SSR) para cálculos de fator de segurança (HAMMAH; YACOUB; CURRAN, 2009).

De acordo com Potts e Zdravkovic (1999) e Berisavljevic et al. (2015), o MEF é uma técnica numérica para encontrar soluções aproximadas para problemas de valores-limite para

equações diferenciais parciais. Ele, teoricamente, satisfaz todos os requisitos que devem ser atendidos para uma solução completa para um problema de estabilidade de taludes.

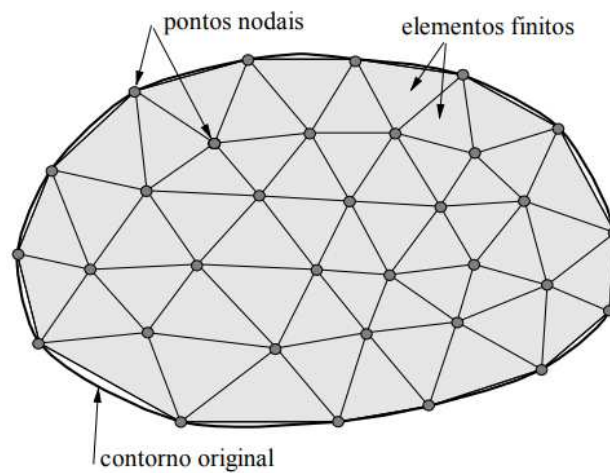
Segundo Desai e Christian (1977), o MEF envolve seis passos básicos, como discretização, seleção de funções aproximadas, derivação de equações, reunião de propriedades dos elementos para formar as equações globais e cálculo das quantidades primárias (por exemplo, deslocamentos) e secundárias (por exemplo, tensões). A discretização consiste em dividir um meio contínuo em um sistema equivalente de pequenos elementos discretos, denominados elementos finitos, em que cada elemento é analisado e tratado de forma individual. A cada elemento, atribuem-se propriedades físicas ou constitutivas e formulam-se matrizes de rigidez. Na sequência, reúnem-se os elementos e se obtém equações para uma estrutura como um todo, com a respectiva rigidez global. Em problemas unidimensionais são utilizados elementos de barra; em problemas bidimensionais, podem-se utilizar triângulos e quadriláteros e, em problemas tridimensionais, utilizam-se geralmente tetraedros e hexaedros (Figura 6). Estes elementos finitos são interconectados em junções específicas chamadas nós. Os nós, por sua vez, ao conectarem estes elementos, formarão a chamada malha, como apresentado na Figura 7.

Figura 6 - Diferentes tipos de elementos finitos



Fonte: Souza (2003).

Figura 7 - Malha de Elementos Finitos para problema plano



Fonte: Souza (2003).

A precisão do método depende da quantidade de nós e elementos, e do tamanho e tipo dos elementos presentes na malha. Um dos aspectos mais importantes do MEF diz respeito à sua convergência. Embora trate-se de um método aproximado, pode-se demonstrar que em uma malha consistente, à medida que o tamanho dos elementos finitos tende a zero, e

consequentemente, a quantidade de nós tende a infinito, a solução obtida converge para a solução exata do problema. Ou seja, quanto menor for o tamanho e maior for o número de elementos em uma determinada malha, mais precisos serão os resultados da análise (SOUZA, 2003).

No estudo das análises numéricas no método dos elementos finitos, pode-se assumir um padrão de solução para a variável primária escolhida (desconhecida) que pode ser, por exemplo, o deslocamento nodal. O padrão de solução é expresso na forma de polinômios, em termos dos deslocamentos dos nós do elemento. A adoção de polinômios de ordem mais elevada ajuda a aproximar o padrão de deslocamentos à solução exata. O uso de funções de interpolação ou funções de forma facilita o procedimento. As funções de interpolação são funções que assumem um valor unitário em um nó particular e zero nos demais nós do elemento (DESAI, CHRISTIAN, 1977).

Baseando-se na Teoria da Elasticidade podem-se relacionar as forças e deslocamentos que interagem em cada elemento de um sistema discreto e apresentá-los, de forma compacta, na forma matricial, como apresentado na Eq. 3.

$$\{q\} = [k].\{u\} \quad (3)$$

Em que:

[k] – matriz de rigidez local;

{u} – vetor de deslocamento nodal local;

{q} – vetor que contém forças nodais na formulação para os deslocamentos.

A Eq. 3 é obtida para cada elemento do modelo estrutural discreto. Segundo Desai e Christian (1977), superpondo-se as equações de cada elemento, obtém-se uma relação de rigidez para todo o sistema. Este procedimento, chamado de método da rigidez direta, deve satisfazer o princípio básico de que a estrutura permaneça contínua, ou seja, deve satisfazer a compatibilidade de deslocamentos dos pontos nodais em todos os elementos adjacentes. A relação de rigidez global fica então expressa pelo seguinte sistema de equações (Eq.4):

$$\{Q\} = [K].\{U\} \quad (4)$$

Em que:

- [K] – matriz de rigidez global;
{U} – vetor de deslocamentos globais;
{Q} – vetor que contém forças nodais globais.

Antes da resolução do sistema da Eq. 3, as condições geométricas prescritas no contorno são introduzidas. Na chamada formulação em deslocamentos (na qual os deslocamentos são a variável de aproximação escolhida), os deslocamentos nodais são calculados invertendo-se o sistema da Eq. 3. Assim, as deformações e tensões, correspondentes a quantidades secundárias, são calculadas a partir dos deslocamentos nodais utilizando-se as relações deformações-deslocamentos e, em seguida, as relações tensões-deformações ou constitutivas (DESAI, CHRISTIAN, 1977).

Segundo Navarra (1995), a matriz de rigidez da estrutura pode ser determinada a partir do Princípio dos Trabalhos Virtuais, postulando-se que, em uma estrutura em equilíbrio sujeita a um sistema de forças externas, ao se impor deslocamentos virtuais compatíveis, o trabalho realizado pelas forças reais externas sobre os deslocamentos virtuais é igual ao trabalho das tensões internas sobre as deformações produzidas pelos deslocamentos virtuais.

2.2.1 Família de elementos

Há na literatura técnica, como em Navarra (1995), Zienkiewicz (1980), Bathe (1982), Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2005), entre outros, a classificação dos diversos tipos de elementos finitos em duas famílias: a família Lagrange e a família Serendipity.

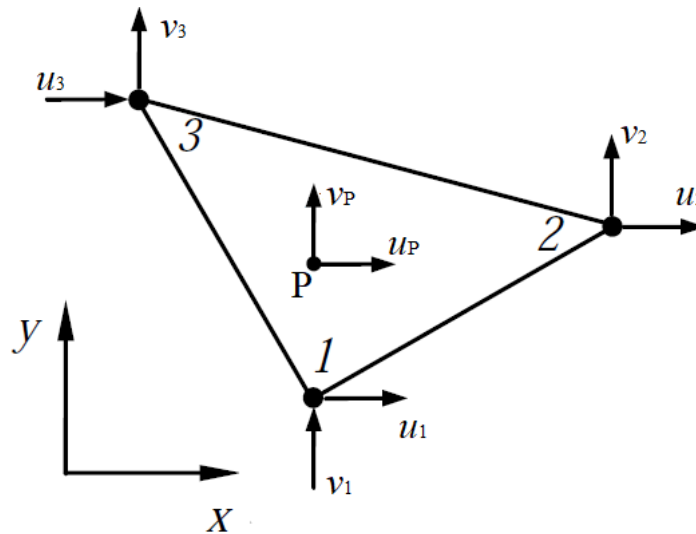
Na família Lagrange, as funções de interpolação de grau superior são obtidas multiplicando-se funções lineares entre si, inclusive em coordenadas distintas. Na família Serendipity, as funções de interpolação são obtidas com base nas funções lineares, de forma que, com o crescimento do grau da função, sejam introduzidos outros monômios para corresponder a uma determinada condição de contorno (NASCIMENTO, 2012).

2.2.2 Formulação dos elementos finitos bidimensionais

Assim como em elementos de barras, de treliças e de vigas, os elementos bidimensionais são analisados a partir de um número finito e predeterminado de variáveis ou graus de liberdade (valores conhecidos e incógnitos) que permitem a medição das

componentes do campo de deslocamento de cada elemento finito. Cada grau de liberdade representa o deslocamento que cada nó pode apresentar em cada direção considerada: no caso da análise bidimensional, o nó pode se deslocar nas direções x e y, sendo estes deslocamentos representados por u e v, respectivamente (Figura 8). A partir da definição de funções de interpolação dos deslocamentos nodais, pode-se determinar o deslocamento de um ponto P qualquer no interior do elemento finito.

Figura 8 - Convenção para medição das componentes do campo de deslocamento



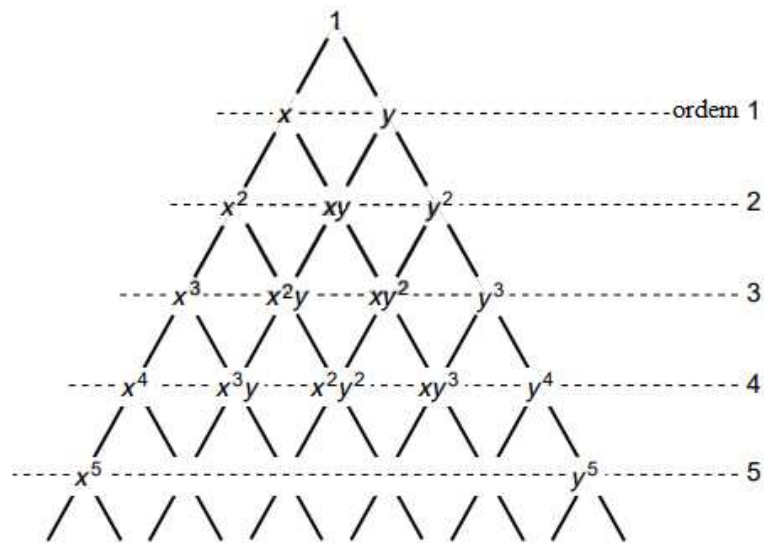
Fonte: O autor.

Na biblioteca do software RS2®, utilizado na presente pesquisa, estão disponíveis os seguintes tipos de elementos finitos:

- Triângulos de três nós (T3);
- Triângulos de seis nós (T6);
- Quadriláteros de quatro nós (Q4) e;
- Quadriláteros de oito nós (Q8).

Segundo Zienkiewicz (1980), os elementos triangulares de três e seis nós podem ser classificados tanto como da família Lagrange quanto da família Serendipity, assim como o quadrilátero de quatro nós. O quadrilátero de oito nós, por sua vez, é classificado como da família Serendipity. Aplicado ao método dos elementos finitos, pode-se fazer uso do triângulo de Pascal (Figura 9), que é uma apresentação geométrica do crescimento de binômios. Por meio dele, pode-se determinar o grau do polinômio a ser utilizado na formulação de determinado elemento.

Figura 9 - Triângulo de Pascal



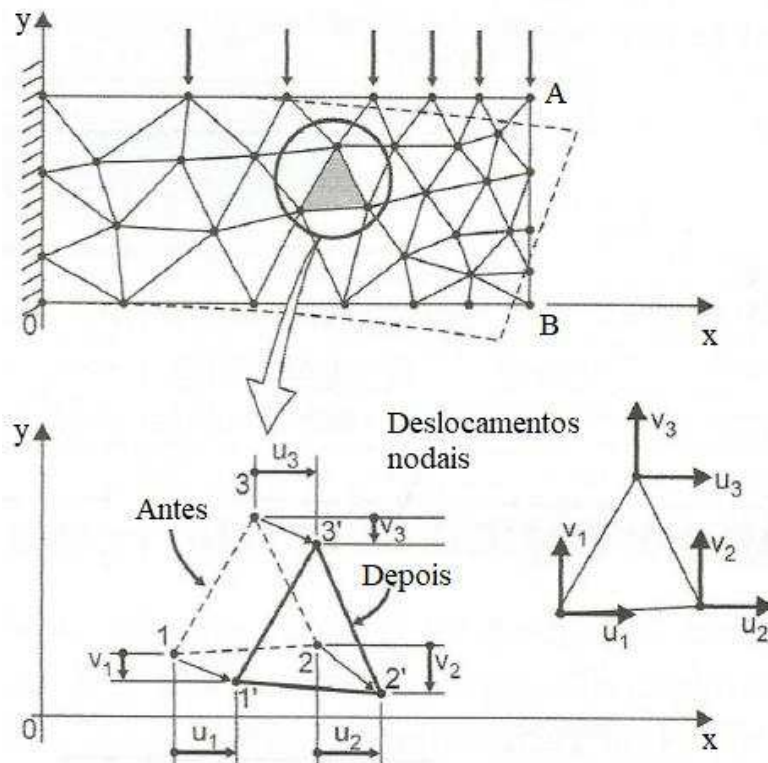
Fonte: Adaptado de Zienkiewicz, Taylor e Zhu (2005).

2.2.2.1. Elemento triangular linear (triângulo de 3 nós – T3)

Navarra (1995) relata que o elemento triangular de três nós foi considerado o primeiro elemento a ser estudado em problemas estruturais pelo método dos elementos finitos, devido à sua simplicidade. Para elucidar a formulação deste elemento, Alves Filho (2013) apresenta uma chapa plana sob ação de forças agindo apenas no seu plano, portanto, sob condições de Estado Plano de Tensões (Figura 10). A chapa contínua pode ser subdividida em um certo número finito de elementos T3, conectados apenas nos seus nós. O estudo do comportamento físico do elemento pode ser efetuado isolando-o do resto da estrutura.

Como o movimento dos nós pode ser descrito pelos componentes u e v , o elemento T3 de estado plano apresenta dois graus de liberdade por nó. Como este elemento tem três nós, possui, portanto, seis graus de liberdade. A partir da definição do número de graus de liberdade do elemento, define-se o grau do polinômio de interpolação do sistema, já que o número de coeficientes do polinômio escolhido deve ser igual ao número de graus de liberdade.

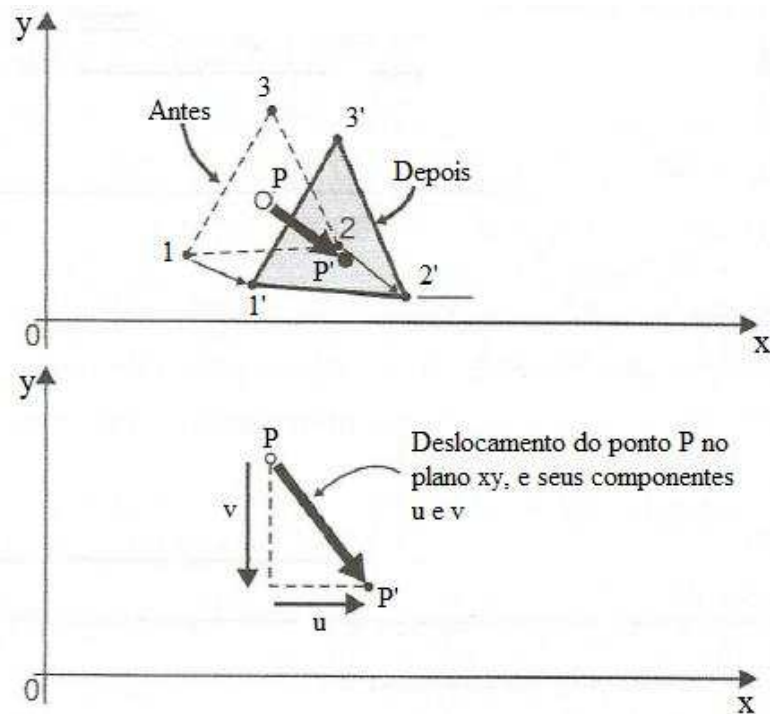
Figura 10 - Chapa subdividida em elementos T3



Fonte: Alves Filho (2013).

Em relação à Figura 10, deve-se notar que o deslocamento de um ponto depende da posição em que esse ponto se encontra na chapa; por exemplo, um ponto do engastamento tem deslocamento nulo, porém um ponto da extremidade da chapa, como o ponto A, deslocar-se, e de forma diferente do ponto B. Ou seja, em um problema bidimensional, o deslocamento depende da posição (x,y) em que se encontra. Tratando-se de dois componentes de deslocamento (u,v) , ter-se-á duas funções para representar o campo de deslocamentos. Essas funções, a partir dos deslocamentos nodais, permitem calcular os deslocamentos de qualquer ponto P dentro do elemento (Figura 11).

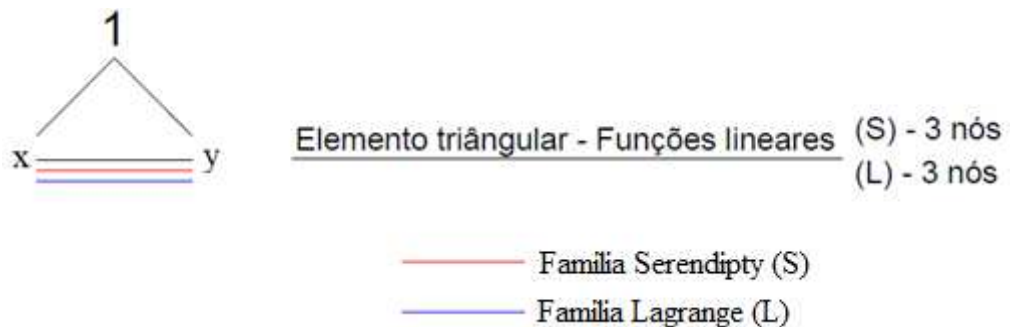
Figura 11 - Deslocamento do ponto P no plano xy e seus componentes



Fonte: Alves Filho (2013).

A representação do triângulo de Pascal para este elemento é apresentada na Figura 12.

Figura 12 - Obtenção de monômios para elemento triangular linear



Fonte: Adaptado de Nascimento (2012).

Haja vista que nenhuma preferência deve ser dada às direções x ou y, cada uma das funções utiliza três coeficientes, dos seis disponíveis. Como cada uma das funções depende de x e y, as funções serão, portanto, de duas variáveis (Eq. 5). Como este deslocamento varia linearmente com x e com y, o elemento T3 é chamado de elemento linear (ALVES FILHO, 2013).

$$\begin{aligned} u(x, y) &= C_1 + C_2x + C_3y \\ v(x, y) &= C_4 + C_5x + C_6y \end{aligned} \quad (5)$$

Baseando-se na Teoria da Elasticidade, podem-se calcular as deformações em qualquer ponto dentro do elemento finito, sendo estas deformações representadas por derivadas parciais:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}$$

Em que:

ε_x – Deformação na direção x;

ε_y – Deformação na direção y;

γ_{xy} - Distorção no plano xy.

Realizando-se as derivações das funções u e v que fornecem os deslocamentos em todos os pontos do elemento finito, tem-se, pela Eq. 6:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = C_2 = \text{constante} \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = C_6 = \text{constante} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = C_3 + C_5 = \text{constante} \end{aligned} \quad (6)$$

Estas deformações são funções e também se aplicam a todos os pontos do elemento. Como apresentado, o elemento triangular linear de Estado Plano de Tensões é um elemento de deformações constantes e, baseando-se na Teoria da Elasticidade, também é um elemento de tensões constantes (ALVES FILHO, 2013).

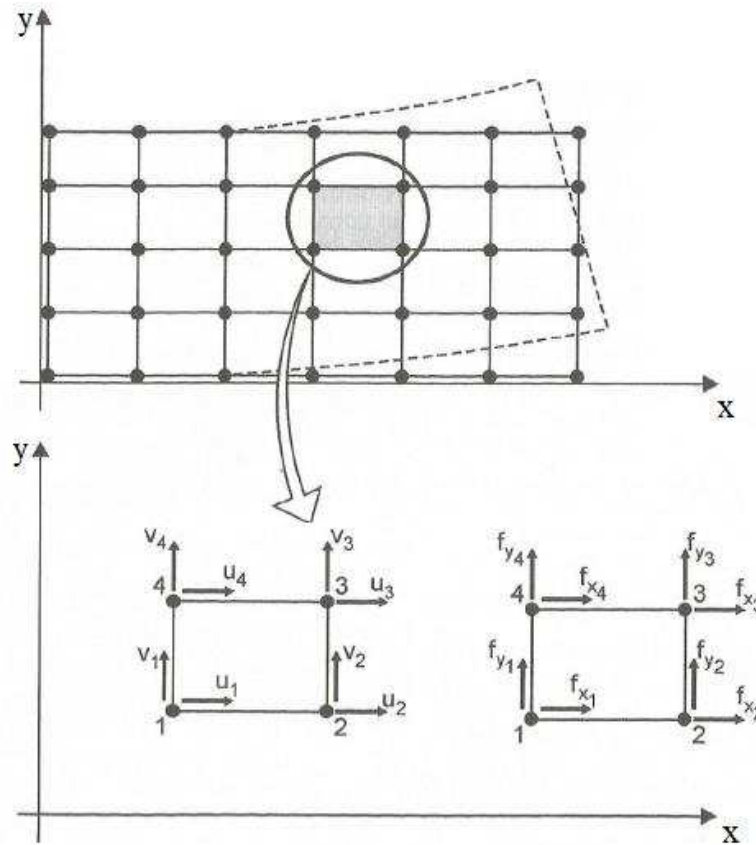
Trata-se de um elemento de precisão limitada, correspondendo a aproximações lineares, o que o obriga usualmente à utilização de malhas muito densas (NAVARRA, 1995).

2.2.2.2. Elemento quadrilateral linear (quadrilátero de 4 nós – Q4)

O elemento quadrilateral linear possui quatro nós e, sendo também um elemento de Estado Plano de Tensões, possui dois graus de liberdade por nós. Logo, possui oito graus de

liberdade por elemento. Alves Filho (2013) utiliza um caso particular de elementos quadrilaterais, o elemento retangular, para representar a discretização de uma chapa contínua e apresentação do diagrama de corpo livre deste elemento (Figura 13).

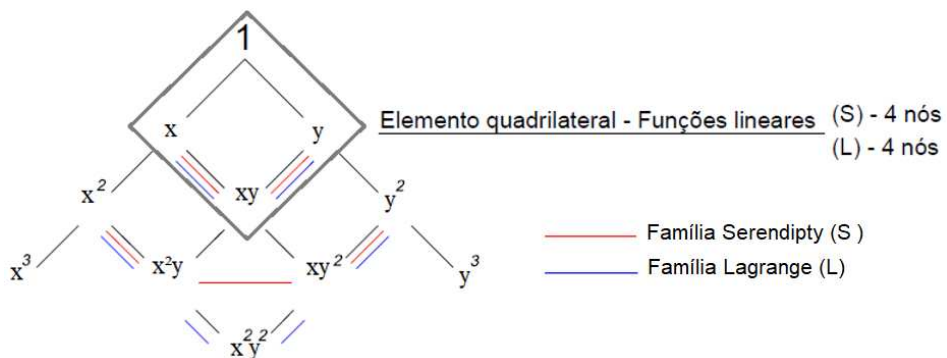
Figura 13 - Elemento de estado plano retangular linear



Fonte: Alves Filho (2013).

A representação do triângulo de Pascal para este elemento é apresentada na Figura 14.

Figura 14 - Obtenção de monômios para elemento quadrilateral linear



Fonte: Adaptado de Nascimento (2012).

Desenvolvimento análogo ao utilizado para o elemento T3 pode ser verificado para a formulação das funções de interpolação do elemento Q4. Tratando-se de Estado Plano de Tensão, o elemento possui duas funções de interpolação (u e v), possuindo agora oito graus de liberdade e, portanto, quatro coeficientes para cada função (Eq. 7). A escolha do produto $x.y$ se justifica, desde que nenhuma preferência deve ser dada para as direções x e y .

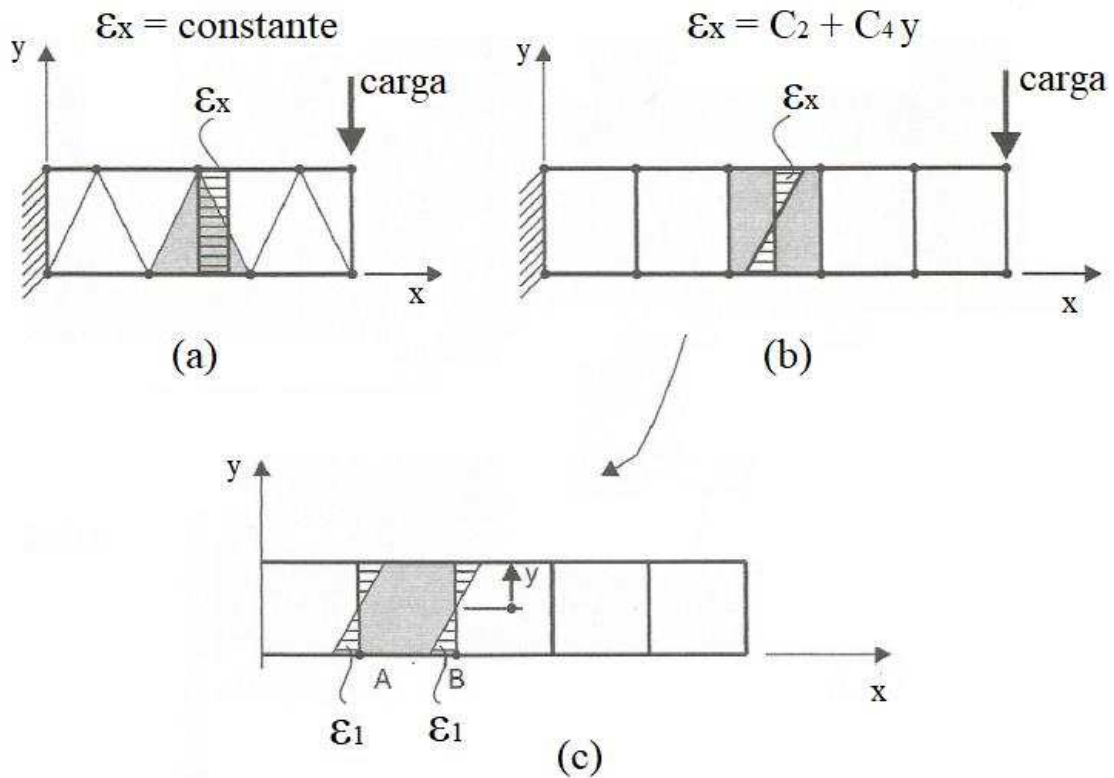
$$\begin{aligned} u(x, y) &= C_1 + C_2x + C_3y + C_4xy \\ v(x, y) &= C_5 + C_6x + C_7y + C_8xy \end{aligned} \quad (7)$$

Realizando-se as derivações das funções u e v que fornecem os deslocamentos em todos os pontos do elemento finito, tem-se, pela Eq. 8:

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = C_2 + C_4y \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = C_7 + C_8x \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = C_3 + C_4x + C_6 + C_8y \end{aligned} \quad (8)$$

Verifica-se, portanto, que as deformações calculadas são funções lineares, e não constantes como aquelas do elemento T3, possuindo um comportamento melhor. A Figura 15 compara as respostas obtidas para estes dois elementos ao discretizarem uma chapa contínua engastada e sujeita a flexão.

Figura 15 - Comparação entre os elementos T3 e Q4 em uma chapa discretizada



Fonte: Adaptado de Alves Filho (2013).

A Figura 15a representa a chapa discretizada em elementos T3 de altura igual à da chapa, apresentando a mesma deformação ϵ_x ao longo de toda a altura da seção, assim como a mesma tensão. Na Figura 15b, discretiza-se a chapa em elementos Q4, também de altura igual à da chapa, variando a deformação ϵ_x linearmente em y. Contudo, esta mesma chapa é apresentada na Figura 15c, demonstrando que, para um dado y, dentro do elemento, ϵ_x não varia com x. Assim, nos pontos A e B do elemento, $\epsilon_x = \epsilon_A = \epsilon_B = \epsilon_1$.

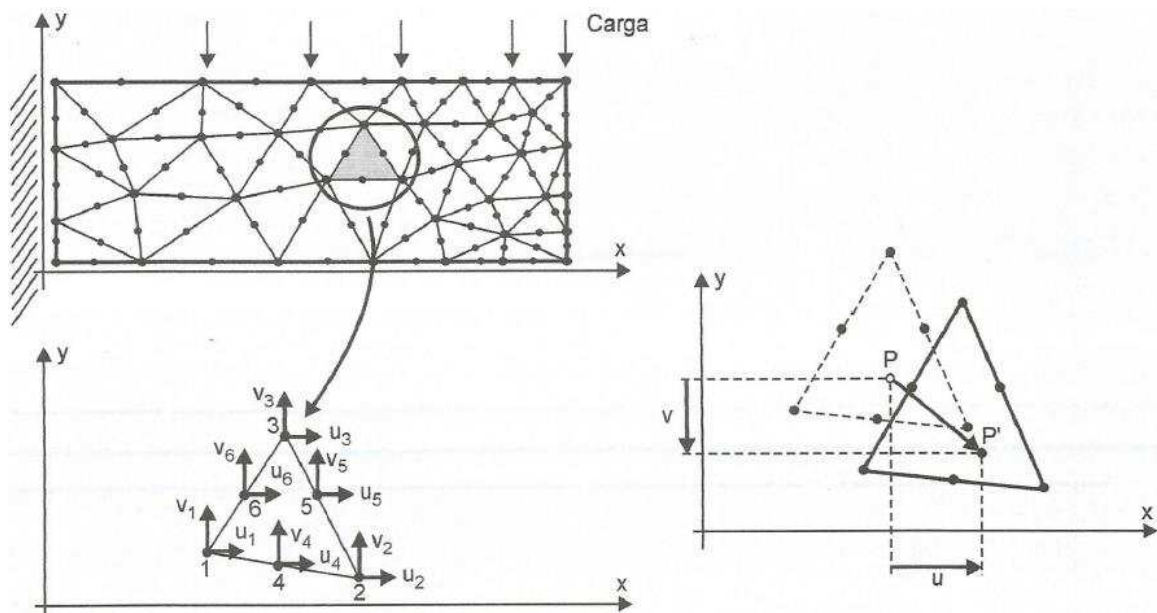
2.2.2.3. Elemento triangular parabólico (triângulo de 6 nós – T6)

Em comparação ao elemento triangular linear, uma melhor representação do campo de deformações dentro do elemento só seria possível se a função que exprime os deslocamentos tivesse um grau maior, ou produto das variáveis de forma que a sua derivada também melhor representasse o campo de deformações. Uma função polinomial de maior grau também requer maior número de coeficientes desconhecidos, e o número deles está intimamente relacionado ao número de graus de liberdade do elemento, isto é, aumentar o grau do polinômio significa necessariamente requerer um número maior de graus de liberdade. Em Estado Plano de

Tensões, isto só pode ser obtido aumentando-se o número de nós do elemento. Para um elemento triangular, como os vértices do triângulo já constituem nós, o número de graus de liberdade só pode ser aumentado admitindo-se nós intermediários entre os vértices. Desta forma, a função de interpolação será mais rica na representação do campo de deslocamentos, e suas derivadas, isto é, as deformações, também (ALVES FILHO, 2013).

A Figura 16 apresenta a discretização de uma chapa contínua em elementos T6 e apresentação do diagrama de corpo livre deste elemento.

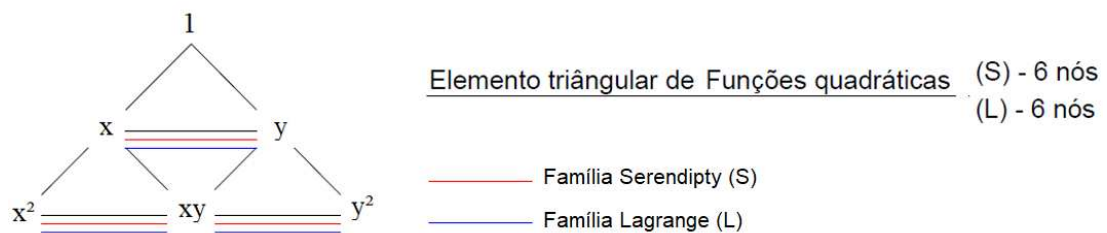
Figura 16 - Elemento de Estado Plano de Tensão Triangular Parabólico



Fonte: Alves Filho (2013).

A representação do triângulo de Pascal para este elemento é apresentada na Figura 17. O mesmo possui dois graus de liberdade por nó e seis nós, ou seja, doze graus de liberdade.

Figura 17 - Representação do triângulo de Pascal para o elemento T6



Fonte: Adaptado de Nascimento (2012).

Possuindo doze graus de liberdade e duas funções de deslocamento, podem-se expressar as funções de interpolação como apresentado na Eq. 9. O campo de deslocamentos u e v varia de acordo com uma função do segundo grau; por este motivo, o elemento é chamado elemento de estado plano de tensões parabólico.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= C_1 + C_2x + C_3y + C_4xy + C_5x^2 + C_6y^2 \\ v(x, y) &= C_7 + C_8x + C_9y + C_{10}xy + C_{11}x^2 + C_{12}y^2 \end{aligned} \quad (9)$$

Realizando-se as derivações das funções u e v que fornecem os deslocamentos em todos os pontos do elemento finito, tem-se, pela Eq. 10:

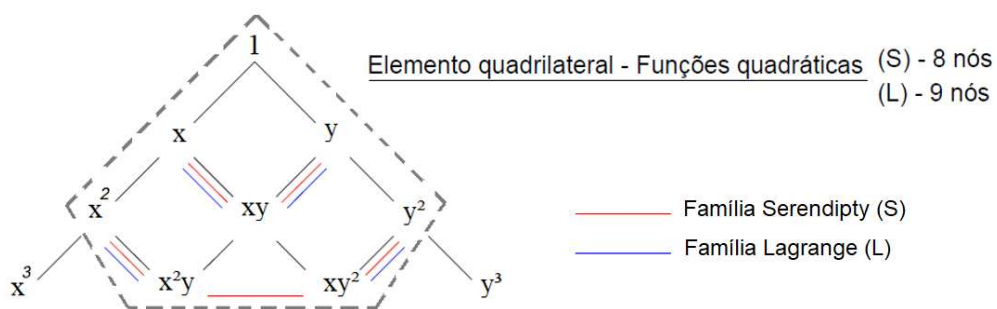
$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = C_2 + C_4y + 2C_5x \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = C_9 + C_{10}x + 2C_{12}y \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = C_3 + C_4x + 2C_6y + C_8 + C_{10}y + 2C_{11}x \end{aligned} \quad (10)$$

Observa-se, portanto, que, diferentemente dos elementos T3 e Q4, o elemento T6 apresenta deformações variando linearmente em x e y , ou seja, de ponto a ponto dentro do triângulo.

2.2.2.4. Elemento quadrilateral parabólico (quadrilátero de 8 nós – Q8)

O elemento quadrilateral parabólico possui oito nós e, sendo um elemento de Estado Plano de Tensões, possui dois graus de liberdade por nós. Logo, possui dezesseis graus de liberdade por elemento. A representação do triângulo de Pascal para este elemento é apresentada na Figura 18.

Figura 18 - Representação do triângulo de Pascal para o elemento Q8



Fonte: Adaptado de Nascimento (2012).

As funções de interpolação do elemento Q8 são apresentadas na Eq. 11.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= C_1 + C_2x + C_3y + C_4xy + C_5x^2 + C_6y^2 + C_7x^2y + C_8xy^2 \\ v(x, y) &= C_9 + C_{10}x + C_{11}y + C_{12}xy + C_{13}x^2 + C_{14}y^2 + C_{15}x^2y + C_{16}xy^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Realizando-se as derivações das funções u e v que fornecem os deslocamentos em todos os pontos do elemento finito, tem-se, pela Eq. 12:

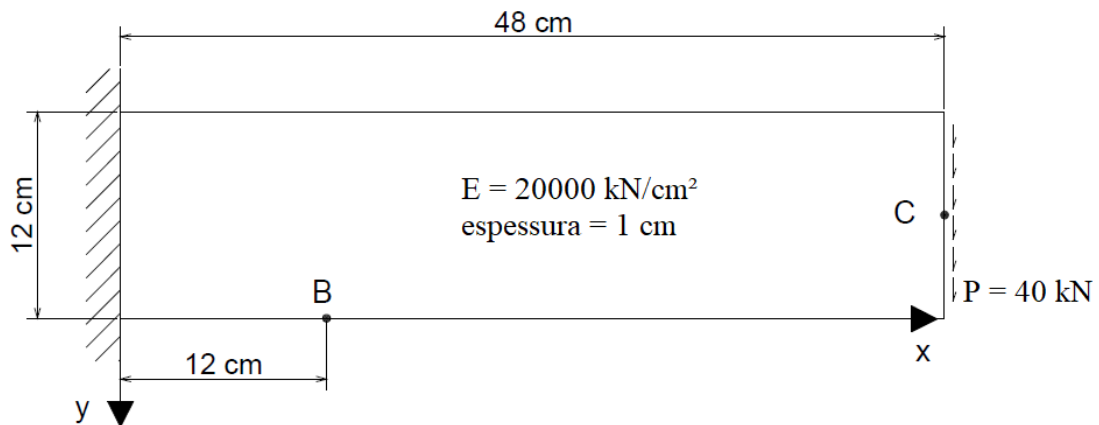
$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = C_2 + C_4y + 2C_5x + 2C_7xy + C_8y^2 \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = C_{11} + C_{12}x + 2C_{14}y + C_{15}x^2 + 2C_{16}xy \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = C_3 + C_4x + 2C_6y + C_7x^2 + 2C_8xy \\ &\quad + C_{10} + C_{12}y + 2C_{13}x + 2C_{15}xy + C_{16}y^2 \end{aligned} \quad (12)$$

Pelas derivadas da Eq. 12, observa-se que as deformações ao longo do elemento Q8 variam parabolicamente, ou seja, obedecendo uma função de segundo grau, apresentando assim maior precisão que os elementos T3, Q4 e T6.

2.2.3 Comparações de análises utilizando os diferentes elementos

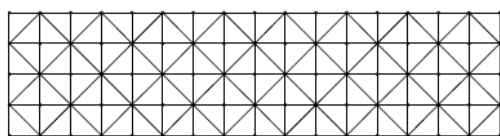
Savassi (1996) apresenta uma aplicação do método dos elementos finitos para uma viga em balanço, com 1 cm de espessura e módulo de elasticidade igual a 20.000 kN/cm², submetida a uma carga P igual a 40 kN (Figura 19). O autor utiliza cinco malhas diferentes, variando sua densidade e tipo de elementos, como apresentado na Figura 20.

Figura 19 - Viga em balanço submetida à flexão

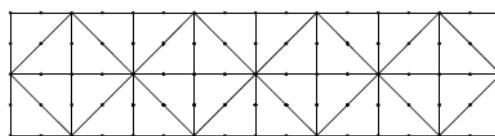


Fonte: Adaptado de Savassi (1996).

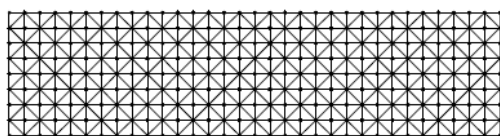
Figura 20 - Malhas adotadas para discretização da viga em balanço



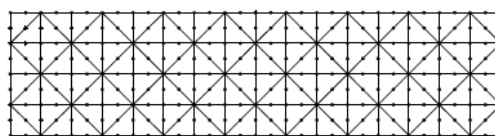
128 elementos T3 - modelo TL1



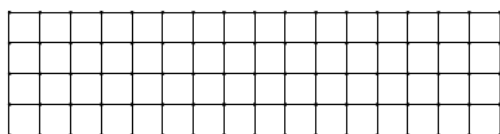
32 elementos T6 - modelo TQ1



512 elementos T3 - modelo TL2



128 elementos T6 - modelo TQ2



64 elementos Q4 - modelo QL1

Fonte: Adaptado de Savassi (1996).

A Tabela 1 apresenta os resultados das flechas obtidas no ponto C e tensão desenvolvida no ponto B da viga, calculadas analiticamente pela Teoria de Vigas e pelo MEF.

Tabela 1 - Resultados da comparação entre os modelos

Tipo de elemento	Número de elementos	Flecha em C (cm)	Diferença (%)	j_x em B (N/cm ²)	Diferença (%)
TL1	128	0,458369	14,1	51,2224	14,6
TL2	512	0,512811	3,9	57,3427	4,4
TQ1	32	0,53175	0,4	59,9892	0,02
TQ2	128	0,533393	0,1	60,0011	0,002
QL1	64	0,539693	1,1	60,7803	1,3
TEORIA DE VIGAS		0,53374		60,0000	

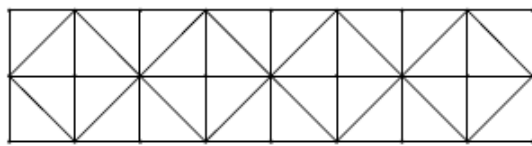
Fonte: Savassi (1996).

Pode-se perceber que as análises realizadas com malhas de elementos T3 (TL1 E TL2) apresentaram respostas mais distantes daquela obtida analiticamente (Teoria de Vigas), mesmo utilizando-se uma malha mais densa entre os quatro modelos, como a do modelo TL2. Observa-se uma melhora acentuada ao se utilizar o elemento Q4 (modelo QL1), reduzindo as

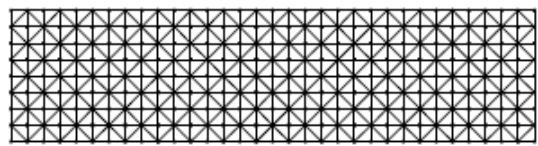
diferenças percentuais para aproximadamente 1%, porém, os melhores resultados foram obtidos para os modelos utilizando elementos T6 (modelos TQ1 e TQ2).

Nascimento (2012) também apresenta uma aplicação para uma viga em balanço semelhante à da Figura 19, submetida a uma carga P de 4.000 kN, calculando a tensão devida à flexão da viga no ponto B e a flecha no ponto C, e elaborando oito modelos de discretização (Figura 21) em MEF para fins de comparação. A Tabela 2 apresenta os resultados destas comparações.

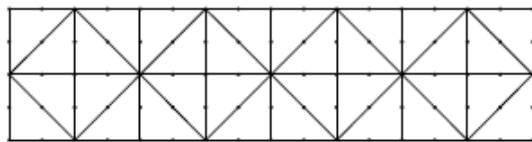
Figura 21 - Malhas adotadas para discretização da viga em balanço



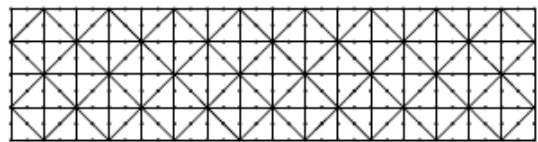
32 elementos T3 - modelo TL1



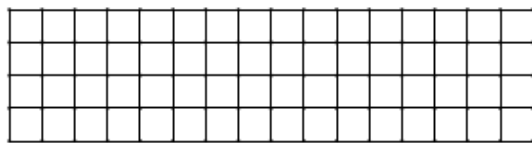
512 elementos T3 - modelo TL2



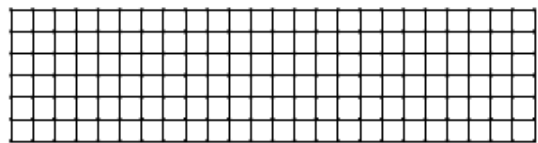
32 elementos T6 - TQ1



128 elementos T6 - modelo TQ2



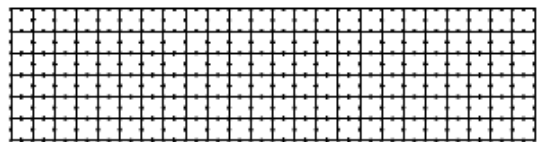
64 elementos Q4 - modelo QL1



144 elementos Q4 - modelo QL2



36 elementos Q8 - modelo QQ1



144 elementos Q8 - modelo QQ2

Fonte: Adaptado de Nascimento (2012).

Tabela 2 - Resultados da comparação entre os modelos de Nascimento (2012)

Tipo de elemento	Número de elementos	Flecha em C (cm)	Diferença (%)	j_x em B (kN/m ²)	Diferença (%)
TL1	32	0,3194	35,0	18.4934,5	69,2
TL2	512	0,4931	0,3	505.252,5	15,8
TQ1	32	0,5112	4,0	599.925,0	0,01
TQ2	128	0,5124	4,3	599.932,5	0,01
QL1	64	0,4964	1,0	437.240,0	27,1
QL2	144	0,5051	2,8	493.585,0	17,7
QQ1	36	0,5120	4,2	600.160,0	0,03
QQ2	144	0,5125	4,3	599.960,0	0,01
TEORIA DA ELASTICIDADE		0,4915		600.000,0	

Fonte: Nascimento (2012).

Nascimento (2012) observou diferenças percentuais semelhantes às observadas por Savassi (1996) em relação aos tipos de elementos e densidade de malha. Ou seja, maiores diferenças percentuais atreladas aos modelos de elementos lineares em relação aos quadráticos. Obtiveram-se diferenças próximas de zero referente às tensões calculadas nos modelos de elementos quadráticos (T6 e Q8), enquanto aqueles de elementos lineares (T3 e Q4) apresentaram diferenças superiores a 15%, chegando a 69,2% para o modelo de elemento linear T3 com menor discretização.

2.2.4 Parâmetros geotécnicos utilizados

O comportamento dos materiais geotécnicos em MEF é descrito por um modelo elasto-plástico, conforme o critério de ruptura de Mohr-Coulomb (BRINKGREVE; BAKKER, 1991). Este modelo trabalha em função dos parâmetros de resistência ao cisalhamento e de deformabilidade. Para Burman et al. (2015), no modelo de Mohr-Coulomb, são necessárias seis propriedades do material. Essas propriedades são o ângulo de atrito (ϕ), coesão (c), ângulo de dilatância (ψ), módulo de Young (E), coeficiente de Poisson (ν), e peso específico do solo (γ). O módulo de Young e o coeficiente de Poisson influenciam nas deformações computadas antes da ruptura do talude, mas têm pouca influência no fator de segurança previsto na análise de estabilidade de taludes. O ângulo de dilatância afeta diretamente a mudança de volume durante a movimentação do solo/rocha. Se $\psi = 0$, a regra de fluxo de plasticidade é conhecida como “regra de fluxo associada” e, se $\psi \neq 0$, a regra de fluxo de plasticidade é considerada como “regra de fluxo não associada”.

Vallejo et al. (2002) apresenta propostas de parâmetros de deformabilidade, módulo de elasticidade, E, e coeficiente de Poisson, ν , para alguns tipos de rochas, como apresentado na Tabela 3. Contudo, alguns autores, como Griffiths e Lane (1999), Cheng et al. (2007) e Aguiar (2008) afirmam que estes parâmetros de deformabilidade têm uma influência insignificante sobre o valor do fator de segurança nas análises de estabilidade.

Tabela 3 - Valores máximos e mínimos de constantes elásticas dos principais tipos de rocha

Rocha	Módulo de elasticidade estático, E kg/cm ³ (x10 ⁵)	Coeficiente de Poisson,
Andesito	3,0 - 4,0	0,23 - 0,32
Anfibolito	1,3 - 9,2	-
Anidrito	0,15 - 7,6	-
Arenito	0,3 - 6,1	0,1 - 0,4 (0,24 - 0,31)
Basalto	3,2 - 10	0,19 - 0,38 (0,25)
Calcário	1,5 - 9,0 (2,9 - 6,0)	0,12 - 0,33 (0,25 - 0,30)
Quartzito	2,2 - 10 (4,2 - 8,5)	0,08 - 0,24 (0,11 - 0,15)
Diabásio	6,9 - 9,6	0,28
Diorito	0,2 - 1,7	-
Dolomita	0,4 - 5,1	0,29 - 0,34
Gabro	1 - 6,5	0,12 - 0,15
Gnaisse	1,7 - 8,1 (5,3 - 5,5)	0,08 - 0,40 (0,20 - 0,30)
Xisto	0,6 - 3,9 (2,0)	0,01 - 0,31 (0,12)
Granito	1,7 - 7,7	0,1 - 0,4 (0,18 - 0,24)
Grauvaca	4,7 - 6,3	
Siltito	5,3 - 7,5	0,25
Folhelho	0,3 - 2,2	0,25 - 0,29
Marga	0,4 - 3,4	-
Mármore	2,8 - 7,2	0,1 - 0,4 (0,23)
Micaxisto	0,1 - 2,0	-
Filito	0,5 - 3,0	-
Turfa	0,3 - 7,6	0,24 - 0,29

*Valores médios encontram-se entre parênteses.

Fonte: Adaptado de Vallejo (2002).

2.2.5 Método da Redução da Resistência ao Cisalhamento (SSR)

Embora a ideia de modelar maciços rochosos com o método de elementos finitos e utilizando descontinuidades tenha existido desde a década de 1960, apenas recentemente que o método tem sido aplicado à análise rotineira de engenharia de rochas, mesmo assim, apenas muito recentemente de forma mais usual no Brasil. Além da disponibilidade generalizada de poderosos computadores, o desenvolvimento do Método de Redução da Resistência ao Cisalhamento por meio de elementos finitos contribuiu grandemente para a aplicação em análises de estabilidade desses maciços (HAMMAH et al., 2008).

Segundo Brinkgreve e Bakker (1991), esta abordagem de SSR permite a determinação de um fator de segurança, reduzindo-se progressivamente os parâmetros de resistência do material até se atingir o limite de ruptura do talude. O método está geralmente baseado no critério de ruptura de Mohr-Coulomb e permite atribuir fatores de segurança a partir de uma redução sistemática das propriedades de resistência do material até induzir a ruptura, sendo a redução da resistência ao cisalhamento expressa pela Eq. 13:

$$\frac{\tau}{SRF} = \frac{c}{SRF} + \sigma_n \frac{\tan\phi}{SRF} \quad (13)$$

Em que :

k – resistência ao cisalhamento do material (solo ou rocha);

c – coesão do material;

ϕ – ângulo de atrito do material;

σ_n – tensão normal efetiva no plano de ruptura;

SRF – fator de redução de resistência (Strength Reduction Factor).

Assim, é incrementado gradualmente o valor de fator de redução, até que se obtenha uma condição de ruptura do talude, quando, então, SRF é considerado o fator de segurança crítico (FS) para o modelo. Este autor ainda lista os passos para a determinação de SRF, que leva um talude anteriormente estável ($FS \geq 1$) à ruptura:

- Desenvolver um modelo de elementos finitos para um talude, usando as suas propriedades de resistência e deformabilidade. Na sequência, calcular os resultados do modelo e gravar a deformação máxima total;

- Aumentar o valor de SRF (ou o fator de redução) acima da unidade e calcular os parâmetros de resistência do material, reduzidos como descrito acima. Entrar com os novos valores dos parâmetros no modelo do talude e recalcular os resultados, gravando novamente a deformação total máxima;
- Repetir o passo anterior, usando valores progressivamente crescentes de SRF, até o modelo de elementos finitos não mais convergir para uma solução estática, isto é, continuar reduzindo os parâmetros de resistência do material até o talude se romper. Aí, o valor crítico de SRF, que leva o talude à ruptura, é interpretado como sendo o valor do fator de segurança do talude.

Segundo Burman et al. (2015), a não convergência dentro de um número de iteração especificado por usuário no programa de elementos finitos é tomada como um indicador adequado de ruptura do talude. Isto significa que nenhuma distribuição de tensões pode ser alcançada para satisfazer ao critério de Mohr Coulomb e o equilíbrio global. A ruptura do talude e a não convergência numérica ocorrem ao mesmo tempo e são unidas por um aumento nos deslocamentos.

Também há estudos baseados no critério generalizado de Hoek-Brown, como apresentado em You et al. (2018), no qual os autores analisaram a estabilidade de taludes de uma mina a céu aberto de Handlebar Hill, localizada ao norte de Queensland, na Austrália. Ao comparar os valores de fator de segurança obtidos por este critério e aqueles obtidos pelo critério de Mohr-Coulomb, verificaram-se valores sempre inferiores para o critério de Hoek-Brown. Este fato é explicado pelos autores como sendo resultante das estimativas de alguns parâmetros utilizados neste último critério, como GSI, módulo de elasticidade do maciço (E_{rm}) e fator de perturbação (D).

2.2.6 Estudo de convergência de malha

Com os avanços do poder computacional através de máquinas avançadas, a abordagem numérica, como a de métodos de elementos finitos, foi implementada em análises de estabilidade de taludes. A principal vantagem deste método é que o mesmo não requer alguma suposição. Além disso, formas complexas de taludes podem ser facilmente incorporadas (HE e ZHANG, 2012).

Segundo Sazzad, Rahman e Mamum (2015), a acurácia e sucesso na determinação do fator de segurança de um talude dependerá de como os parâmetros de MEF, como tamanho da malha, forma do elemento, número de elementos etc., são selecionados. Uma fina malha pode ser selecionada; contudo, é computacionalmente onerosa. Para respaldar a afirmativa, estes autores estudaram a influência da forma e número de elementos na análise de estabilidade de um talude de seis metros de altura, constituído de um único material (solo), considerando ora a presença de nível d'água, ora sua ausência. As malhas utilizadas foram as de forma triangular com 6 nós e malha mista, contendo triângulos e quadriláteros. A partir de seus resultados (Tabelas 4 e 5), concluíram que há pequena influência do nível d'água nas análises; o fator de segurança considerando baixo número de elementos triangulares de 6 nós é menor que o obtido para elementos mistos (triângulos e quadriláteros); e que há uma nítida queda do fator de segurança em função do aumento do número de elementos na análise (refinamento da malha).

Tabela 4 - Fator de segurança (FS) do talude para triângulos de 6 nós

Nº de elementos	FS sem N.A.	FS com N.A.
703	1,25	1,23
834	1,23	1,21
996	1,23	1,21
1256	1,23	1,2
1662	1,21	1,2
2291	1,20	1,17
3407	1,20	1,17

Fonte: Adaptado de Sazzad, Rahman e Mamum (2015)

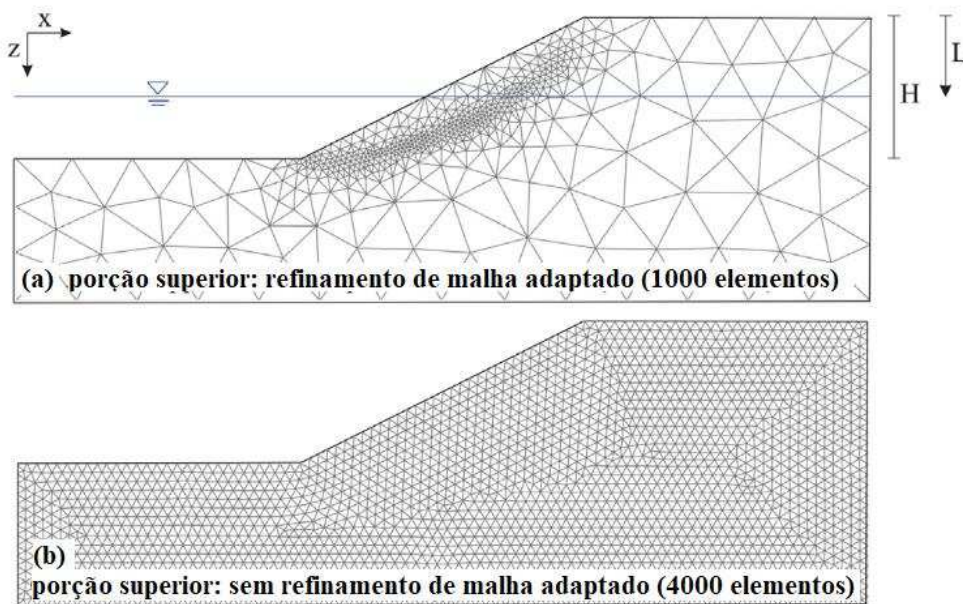
Tabela 5 - Fator de segurança do talude para elementos mistos

Nº de elementos	FS sem N.A.	FS com N.A.
503	1,30	1,27
570	1,28	1,25
671	1,27	1,23
822	1,27	1,23
1046	1,27	1,23
1409	1,23	1,21
2023	1,21	1,18
3378	1,20	1,18

Fonte: Adaptado de Sazzad, Rahman e Mamum (2015)

Outro trabalho abordando estudo de convergência de malha é apresentado por Oberhollenzer, Tschuchnigg e Schweiger (2018), no qual os autores estudaram a influência da utilização de dois tipos de elementos triangulares (com 6 e 15 nós) em um talude homogêneo de 5m de altura e inclinação 1:2, ou seja, $26,6^\circ$. Neste estudo, utilizaram ainda dois softwares (chamados por eles de códigos de elementos finitos), Plaxis 2D e Optum G2, analisando também a influência de um refinamento de malha, como apresentado na Figura 22. O método da redução da resistência ao cisalhamento foi utilizado.

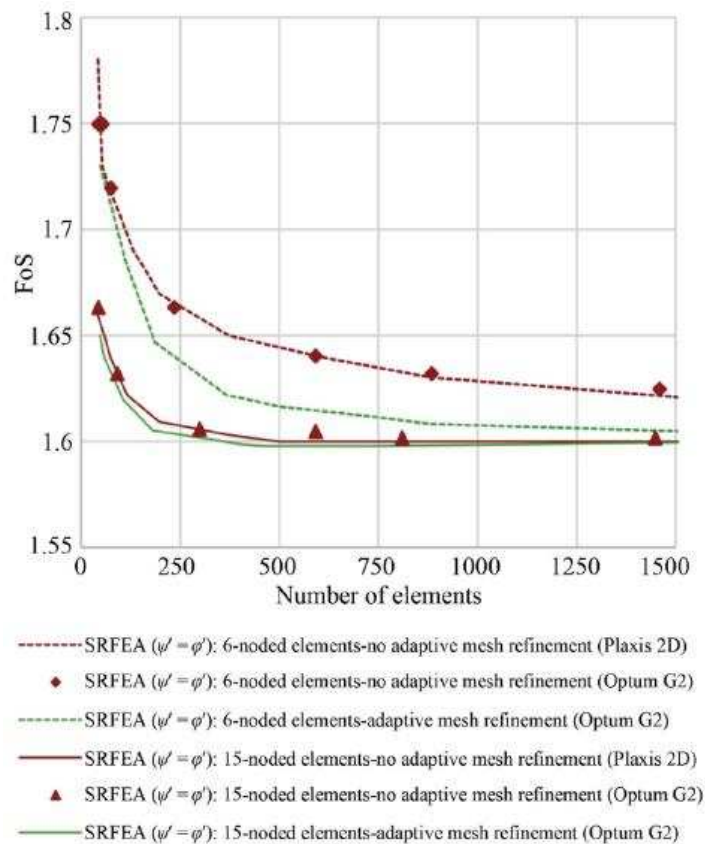
Figura 22 - Exemplo de estudo de malha: (a) com refinamento; (b) sem refinamento.



Fonte: Adaptado de Oberhollenzer, Tschuchnigg e Schweiger (2018).

Ao analisarem a variação do fator de segurança com o aumento do número de elementos, estes autores alcançaram resultados semelhantes para as análises com e sem refinamento de malha e também semelhantes entre os softwares utilizados (Figura 23). A maior variação nestas análises se deu pelo tipo de elementos: obtiveram-se gráficos semelhantes para análises com triângulos de 6 nós, ainda que variando o software e a presença ou não de refinamento. O mesmo foi observado nas análises com triângulos de 15 nós. Observou-se ainda maior variação do fator de segurança (FoS – Factor of Safety), à medida que se aumentava o número de elementos, nas análises com triângulos de 6 nós. Para triângulos de 15 nós, esta variação se apresentou menor.

Figura 23 - Fatores de segurança obtidos com diferentes números de elementos, com e sem refinamento



Fonte: Oberhollenzer, Tschuchnigg e Schweiger (2018).

2.2.3.1. Estimativa de critério de parada por métodos estatísticos

Segundo Alves Filho (2013), é preciso, a rigor, testar diversas malhas com diversos tamanhos de elementos, e testar suas taxas de convergência; isto é, à medida que o aumento do número de nós adotados no modelo não acarreta variação das tensões ou deslocamentos obtidos, não há necessidade de aumentar o número de elementos utilizados. Em Geotecnia, ainda não se estabeleceu um consenso acerca de critérios de parada em estudos de convergência de malha, nem mesmo abordagens estatísticas que respaldem a determinação destes critérios.

As Ciências Agrárias, por sua vez, são exemplo de destaque neste quesito de critério de parada, principalmente na determinação do tamanho ideal de parcelas para diferentes culturas agrícolas. Nesta linha de pesquisa, podem-se citar os trabalhos de Silva (2010), estudando cultivos de banana, Storck e Uitedwilligen (1980), em culturas de soja e milho, Silva et al. (2003) e Zanon e Storck (2000), em estudos com eucalipto, entre outros. Outro

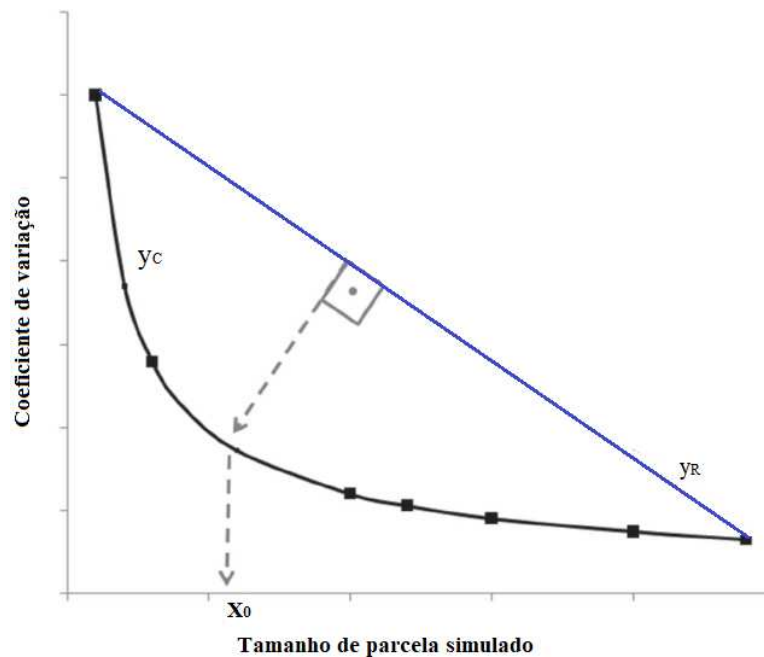
ramo de destaque é o de nutrição de animais, como apresentado por Rezende et al. (2007), Bonfá (2016) e Rostagno et al. (2007). Dentre os vários tratamentos estatísticos aplicados a estas finalidades, podem-se citar o Método da Máxima Curvatura e o Modelo Linear Response Plateau.

Método da Máxima Curvatura (MMC)

Lorentz, Erichsen e Lúcio (2012) descrevem o Método da Máxima Curvatura, ou Método da Máxima Distância, a partir da geometria formada por uma curva y_C e uma reta secante a esta curva, y_R , como mostrado na Figura 24. Procura-se o ponto da curva y_C que esteja à maior distância da reta y_R , desde que o segmento de reta ao longo dessa distância seja perpendicular à reta y_R . Este ponto é identificado, por inspeção visual e, segundo Silva (2010), de forma subjetiva, no eixo das abscissas como X_0 .

Segundo Chaves (1985), o valor da abscissa no ponto da curvatura máxima deve ser interpretado como o limite mínimo de tamanho de parcela e não o tamanho apropriado. Essa interpretação encontra apoio no trabalho original de Lessman e Atkins (1963), os quais propuseram a notação de ponto crítico, e não ponto ótimo (SILVA, 2010).

Figura 24 - Representação esquemática do ponto a ser estimado como tamanho ótimo de parcela pelo MMC



Fonte: Lorentz, Erichsen e Lúcio (2012).

Modelo Linear Response Plateau (MLRP)

Segundo Mameesh et al. (1956), este modelo foi desenvolvido com a finalidade de estimar, objetivamente, requerimentos nutricionais de animais. Possui duas partes: uma linha inclinada, ascendente ou descendente, seguida de uma linha horizontal, ou platô, no qual a interseção entre essas linhas determina o nível adequado do nutriente.

Peixoto (2008) aplicou o modelo em estimativas de tamanho de parcelas de maracujazeiro. Neste ramo, a interseção dessas linhas determina a ordenada correspondente ao coeficiente de variação onde a ampliação da parcela deixa de ter aumento significativo na precisão do ensaio, e, portanto, determina o tamanho ideal de parcela, no eixo horizontal (Eq. 14):

$$CV = \begin{cases} \beta_0 + \beta_1 + \varepsilon_i, & \text{se } X \leq X_0 \\ P + \varepsilon_i, & \text{se } X > X_0 \end{cases} \quad (14)$$

Em que:

- CV é o coeficiente de variação médio para cada tamanho de parcela;
- β_0 e β_1 são os parâmetros a serem estimados;
- P é o platô;
- X é cada tamanho de parcela;
- X_0 é o tamanho ideal de parcela;
- ε_i é o erro associado à cada observação CV correspondente, considerando independente e normalmente distribuído com médio zero e variância constante.

2.3 Comparações entre MEL e MEF

De acordo com Chen et al. (2014), as análises de estabilidade de taludes, convencionalmente, utilizavam o MEL; contudo, o Método de Elementos Finitos por Redução da Resistência ao Cisalhamento (Shear Strength Reduction Finite Element Method – SSRFEM) se tornou atraente recentemente, seguindo avanços nas tecnologias computacionais. O MEL possui as vantagens de simplicidade e eficácia, mas os métodos de análise de estabilidade de taludes baseados em elementos finitos podem fornecer mais

informações, como campos de tensão e deformação, além do fator de segurança. Além disso, o mais explícito benefício é que o SSRFEM fornece uma ferramenta de análise mais realista para taludes complexos, o que explica porque alguns pesquisadores acreditam que, ao se combinar a técnica de Redução da Resistência ao Cisalhamento com elementos finitos, tem-se uma poderosa ferramenta para análises de estabilidade de taludes.

Há, na literatura técnica, algumas comparações entre análises de estabilidade de taludes utilizando MEL e MEF, das quais pode-se citar Burman et al. (2015), em que os autores analisam quatro problemas diferentes:

- Problema 1: talude homogêneo (um único tipo de solo);
- Problema 2: talude composto por duas camadas de solo;
- Problema 3: talude homogêneo apresentando nível d'água;
- Problema 4: talude de barragem de terra homogênea sujeita a rebaixamento rápido de nível d'água.

Para tais problemas, a Tabela 6 apresenta os valores de fatores de segurança obtidos pelos diferentes métodos analisados. A partir desta tabela, os autores relatam que: o método de Fellenius fornece uma estimativa mais conservadora de FS entre todos os métodos de equilíbrio limite considerados no trabalho, e assim, a favor da segurança; os demais métodos de equilíbrio limite fornecem uma estimativa mais realista das forças interfatias que podem se desenvolver, mas levam a FSs mais altos e; os valores de FS obtidos por MEF se comparam bem com os obtidos por MEL. Há menção ao tipo de elemento utilizado na análise em MEF, quadriláteros de 8 nós, porém, sem menção ao número de elementos adotado.

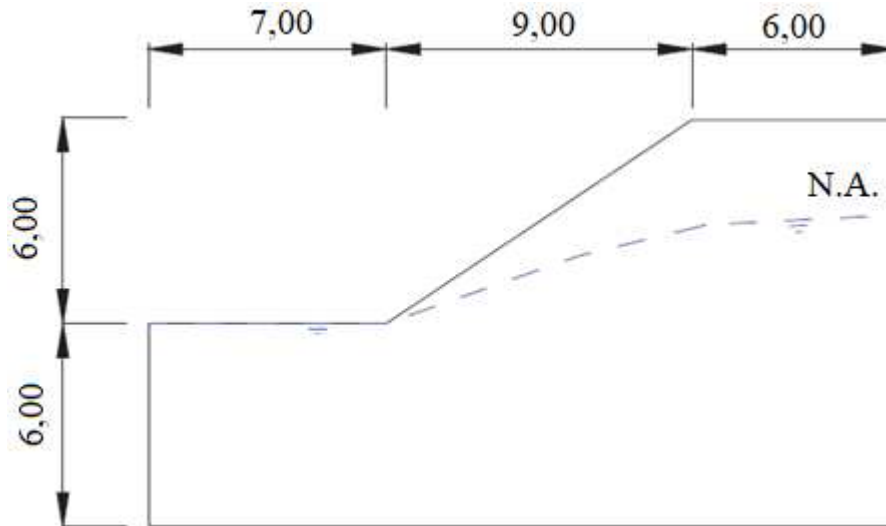
Tabela 6 - Sumário dos resultados de fator de segurança (FS) de todos os problemas analisados

Problemas	Métodos					
	Fellenius	Bishop	Spencer	Morgenstern e Price	MEF	
Problema 1	1,237	1,316	1,315	1,315	1,30	
Problema 2	1,128	1,293	1,275	1,275	1,23	
Problema 3	1,172	1,182	1,202	1,181	1,19	
Problema 4	Com rebaixamento rápido	1,597	1,956	1,961	1,960	1,55
	Sem rebaixamento rápido	2,365	2,519	2,517	2,517	2,42

Fonte: Adaptado de Burman et al. (2015).

Aguiar (2008), por sua vez, apresentou um caso hipotético proposto por Craig (1997), consistindo em um aterro homogêneo com presença de lençol freático e com características geométricas e parâmetros mostrados na Figura 25.

Figura 25 - Seção do talude do aterro

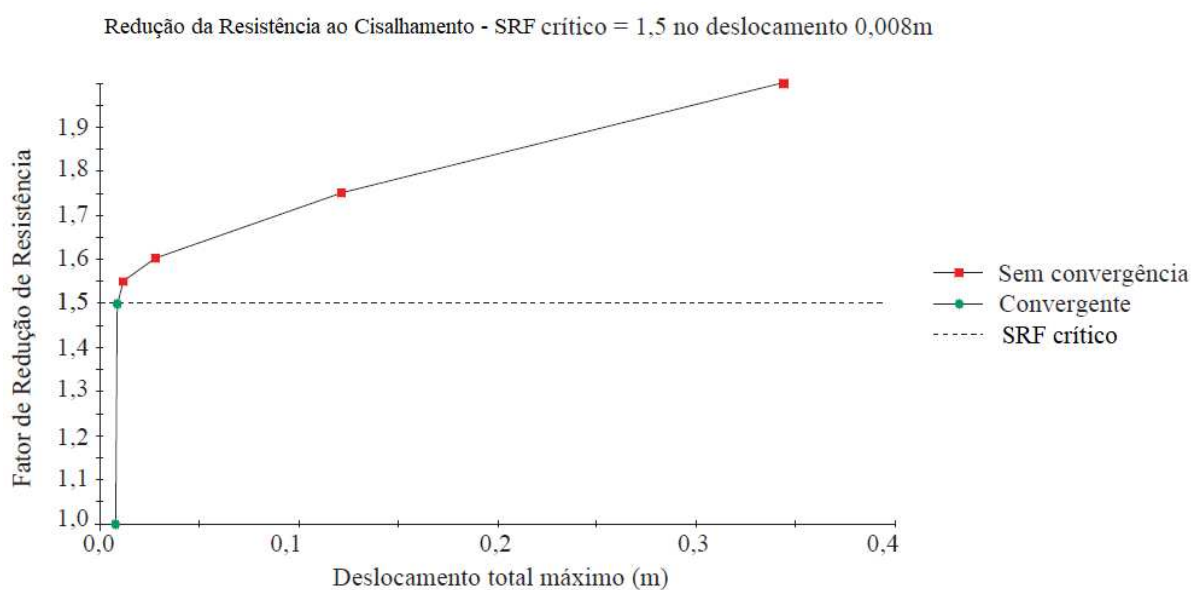


Fonte: Aguiar (2008) e Craig (1997).

Os dados de entrada do problema foram: $\phi' = 29^\circ$; $c' = 10 \text{ kPa}$; $\gamma = 0$; $E' = 10 \text{ kPa}$; $\nu' = 0,3$; $\gamma_s = 20 \text{ kN/m}^3$; $\gamma_w = 9,81 \text{ kN/m}^3$ e limite de interações = 500. Utilizou-se uma malha composta por triângulos de seis nós, porém, sem menção ao número de elementos utilizados na análise.

A Figura 26 mostra o gráfico com resultados da interação, onde são relacionados: Fator de Redução de Resistência (SRF) com Deslocamento Total Máximo. Identifica-se no comportamento da curva obtida, o ponto crítico, a partir do qual verifica-se: forte aumento dos deslocamentos e não convergência. De acordo com a técnica, neste ponto, a massa de solo está em iminente ruptura e o SRF, então, é equivalente ao Fator de Segurança procurado. Para o caso, $FS = 1,5$ (AGUIAR, 2008).

Figura 26 - Gráfico: SRF versus Deslocamento total máximo (m)



Fonte: Adaptado de Aguiar (2008).

A Tabela 7 apresenta os resultados encontrados por Aguiar (2008), que relata que o resultado obtido com a aplicação do MEF é compatível com os resultados encontrados com os Métodos de Equilíbrio Limite.

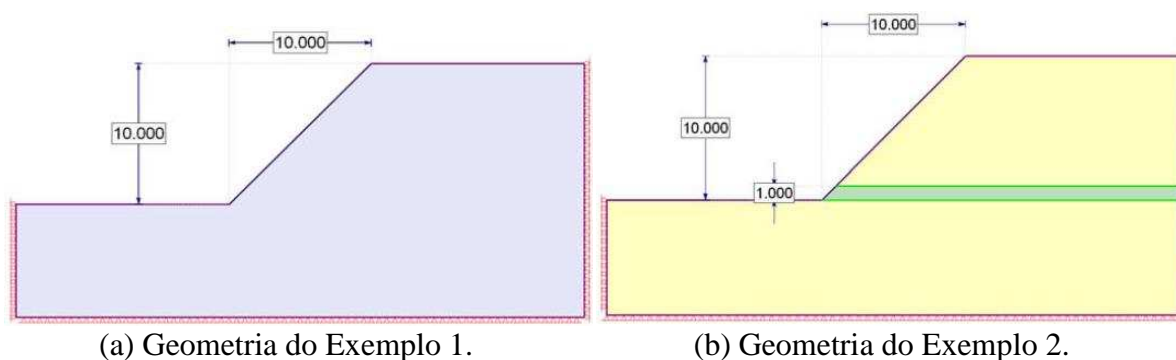
Tabela 7 - Resultados das análises

Método utilizado		FS
MEF	Técnica da Redução da Resistência	1,50
Fellenius		1,43
Bishop		1,57
Janbu		1,41
Morgenstern-Price		1,56
Spencer		1,56

Fonte: Adaptado de Aguiar (2008).

Hammah et al. (2005) também compararam os valores de FS e SRF a partir de dois exemplos fictícios de taludes rochosos, sendo o Exemplo 1 um talude rochoso homogêneo de 10 m de altura e inclinação de 45°, e o Exemplo 2, também um talude rochoso, agora com uma camada horizontal de 1 m de espessura de um solo com coesão igual a 0 e ângulo de atrito de 25° (Figura 27).

Figura 27 - Exemplos de taludes rochosos



Fonte: Adaptado de Hammah et al. (2005).

As tabelas-resumo destas comparações são apresentadas nas Tabelas 8 e 9 para os Exemplos 1 e 2, respectivamente.

Tabela 8 - Comparação de resultados de FS para o Exemplo 1

Método	Fator de segurança
Técnica de Redução da Resistência ao Cisalhamento:	
Critério de Hoek-Brown Generalizado	1,15
Critério de Mohr-Coulomb equivalente	1,15
Equilíbrio Limite:	
Bishop Simplificado	1,153
Spencer	1,152

Fonte: Adaptado de Hammah et al. (2005)

Tabela 9 - Comparação de resultados de FS para o Exemplo 2

Método	Fator de segurança
Técnica de Redução da Resistência ao Cisalhamento:	
Critério de Hoek-Brown Generalizado	0,95
Equilíbrio Limite:	
Bishop Simplificado	0,934
Spencer	0,963

Fonte: Adaptado de Hammah et al. (2005)

Nesse trabalho não foram mencionados tipo e número de elementos utilizados pelos autores para a análise de estabilidade em MEF.

Silva (2011) também realizou comparações de fatores de segurança em análises de estabilidade utilizando MEL e MEF para dois estudos de casos distintos, envolvendo análises de taludes de 4 m e 20 m de altura, ora homogêneos, ora estratificados, considerando ou não presença de nível d'água e de forças sísmicas. O autor observou baixos erros percentuais (Eq.

15) em análises de taludes homogêneos, alcançando valores de erros abaixo de 2,0%, considerando ou não presença de nível d'água e forças sísmicas. Já para as análises de maciços estratificados, estes erros variaram de 4,9% a 15,2%, correspondendo este último percentual a uma diferença numérica de 0,271 no FS, como apresentado na Tabela 10. Apesar de se mencionar a utilização de malhas compostas por menos de mil elementos triangulares de 6 ou 15 nós, não houve menção a qualquer tipo de estudo de convergência de malha.

$$Erro\ percentual = \frac{|FS_{MEL} - FS_{MEF}|}{FS_{MEF}} \quad (15)$$

Tabela 10 - Fatores de segurança obtidos por MEL e MEF

Método de análise de estabilidade	FS
MEL - Morgenstern-Price	1,787
MEF - Plaxis	1,516
Diferença no FS	0,271

Fonte: Adaptado de Silva (2011).

Destaca-se que os taludes estudados na presente pesquisa apresentam alturas muito maiores e geologia de maior complexidade em relação aos exemplos apresentados anteriormente, justificando, mais uma vez, a hipótese que explica a necessidade de estudos complementares em relação a este assunto, permitindo avançar no conhecimento existente.

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Coleta de dados

Para esta pesquisa, levantaram-se 74 seções de minas a céu aberto localizadas em Minas Gerais, apresentando taludes estratificados em diferentes litologias e graus de alteração, variando sua altura de 104 m a 288 m, aproximadamente.

As propriedades físicas e parâmetros de resistência e de deformabilidade necessários às análises de estabilidade foram levantados a partir de literatura técnica ou cedidas pelas empresas gestoras das três minas a céu aberto. Adotou-se o modelo de plasticidade não associada, ou regra de fluxo não associada, para os materiais dos quais não se obtiveram dados de ângulo de dilatância, adotando-os igual a zero. Devido ao relativo pequeno banco de dados de parâmetros de deformabilidade de rochas nos seus diferentes graus de alteração, seja em literatura técnica ou fornecidos por estas empresas, alguns destes parâmetros foram estimados a partir de extrapolações baseadas em literaturas como Silva (2015), Moreiras e Paraguassú (2012), Marques (1998) e Momeni et al. (2017). Todos estes parâmetros e propriedades são apresentados no Apêndice A. Para as seções das Minas a Céu Aberto 1 e 2, foi necessário classificarem-se os litotipos em função de seu grau de alteração, desde W1 (rocha sã) até W6 (solo residual).

3.2 Realização do Estudo de Caso

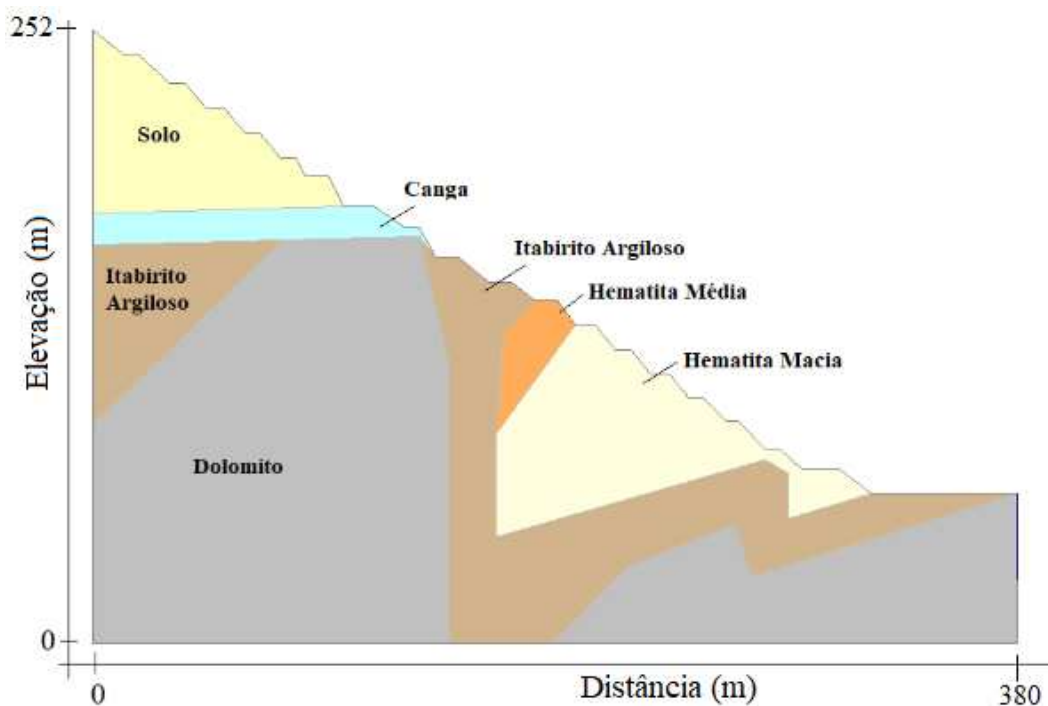
Das seções disponibilizadas pela empresa parceira a esta pesquisa, tomou-se uma de cada mina a céu aberto para se realizar estudo de convergência de malha, a fim de se estudar a variação do Fator de Redução da Resistência (SRF) em função da discretização de uma malha de elementos finitos. Para cada seção, adotou-se dois tipos de malha: uma não refinada e outra refinada. Realizaram-se os estudos de malha aumentando-se o número de elementos em cada seção estudada e registrando-se o respectivo SRF de cada análise. Verificou-se também a variação dos deslocamentos máximos na ruptura em função da discretização das malhas.

3.2.1 Teste de convergência de malha

Todas as análises foram realizadas em máquina de sistema Dell Inspiron 5458, processador Intel Core i5-5200U, 8GB – placa-mãe Dell 0R392V. Para tal, utilizaram-se malhas confeccionadas com os tipos de elementos disponíveis no software RS2®: T3, T6, Q4 e Q8.

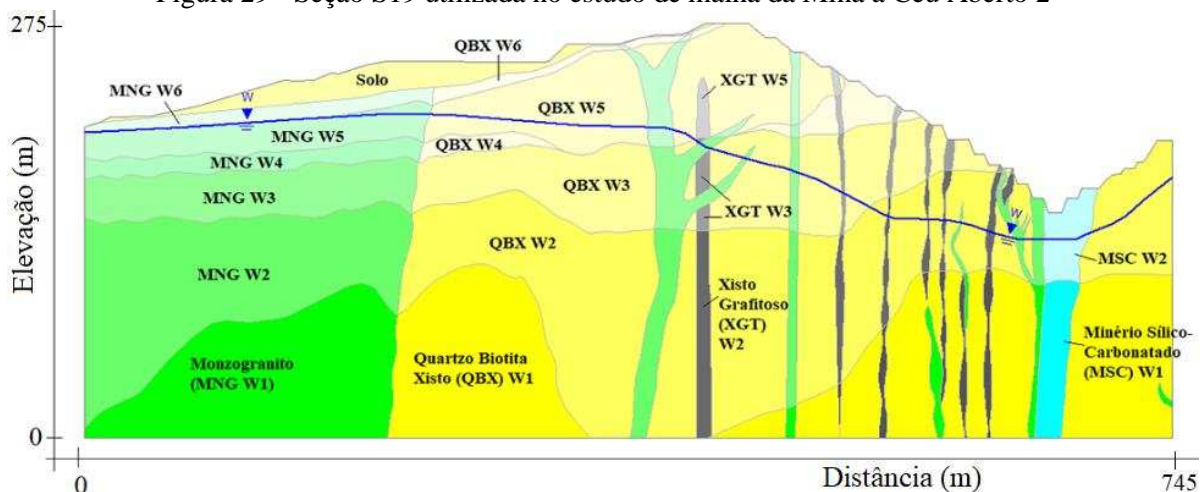
Uma seção de cada mina a céu aberto foi escolhida para compor o estudo de caso em teste (ou estudo) de malha. Destas, as seções S01 - seção com camada de solo no topo do talude analisada com a amostra 2, conforme apresentado em Pimenta Jr. (2005), e S19 foram escolhidas, aleatoriamente, para a realização do estudo de malha referente às Minas a Céu Aberto 1 e 2, respectivamente. Para a Mina a Céu Aberto 3, utilizou-se a seção única S74. Estas seções são apresentadas nas Figuras 28, 29 e 30. Todas as coordenadas apresentadas estão em metros (m).

Figura 28 - Seção S01 utilizada no estudo de malha da Mina a Céu Aberto 1



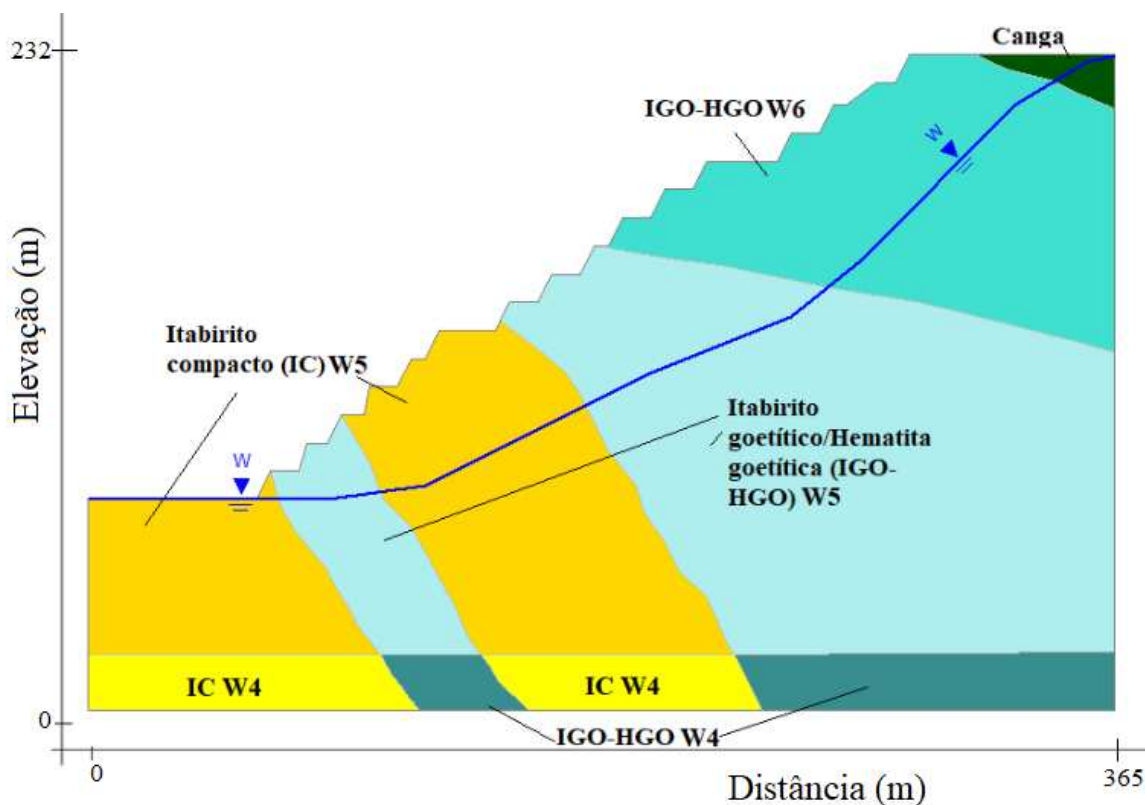
Fonte: O autor.

Figura 29 - Seção S19 utilizada no estudo de malha da Mina a Céu Aberto 2



Fonte: O autor.

Figura 30 - Seção S74 utilizada no estudo de malha da Mina a Céu Aberto 3



Fonte: O autor.

3.2.1.1. Seções não refinadas

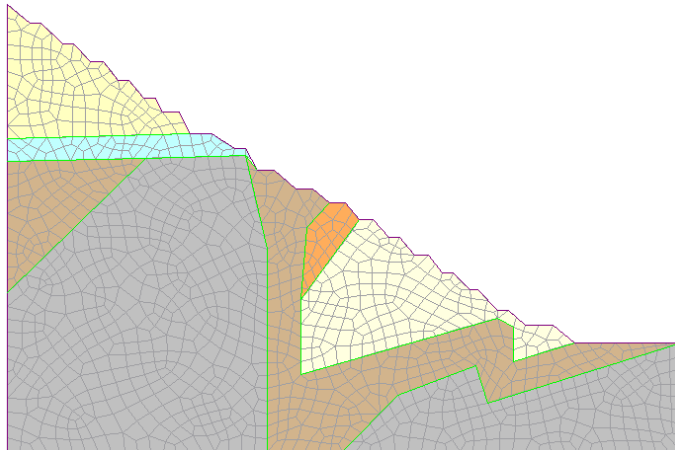
Nas seções não refinadas, utilizaram-se os seguintes números de elementos para cada diferente tipo de elemento: 3.000, 4.000, 5.000, 7.000, 8.000, 9.000, 10.000, 11.000, 12.000, 15.000, 20.000, 30.000, 40.000, 50.000, 60.000, 70.000, 80.000, 90.000, 100.000, 120.000,

140.000, 160.000, 180.000, 200.000, 250.000, 300.000, 350.000 e 400.000. Devido ao relativo baixo custo computacional das análises com número de elementos T3 e Q4 abaixo de 50.000 e também devido à alta variação nos valores de SRF, optou-se por variar-se o número de elementos na ordem de grandeza apresentada: basicamente, de 1000 em 1000 elementos nas primeiras análises, e na sequência, de 10.000 em 10.000, 20.000 em 20.000 e de 50.000 em 50.000. Alguns números de elementos utilizados e que fogem a estas escalas de variação foram adotados em função de uma melhor representação dos pontos plotados nos gráficos de número de elementos versus SRF.

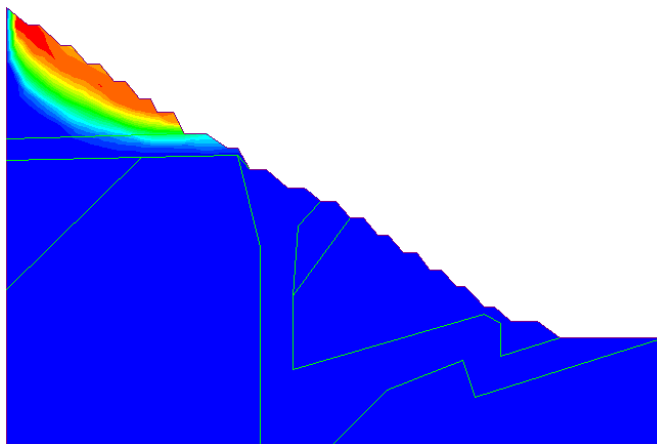
3.2.1.2. Seções refinadas

Após a verificação da região de ruptura apresentada em cada análise com malha não refinada, refinou-se a respectiva região, a fim de se aumentar o número de elementos nesta porção do maciço, buscando-se alcançar convergência de SRF. Estas seções discretizadas sem refinamento, regiões de ruptura e seções refinadas são apresentadas nas Figuras 31, 32 e 33 a seguir. Devido à existência de mais de um talude na seção S19 (Figura 32), foi necessário se delimitar um polígono de redução de resistência ao cisalhamento na área de interesse, correspondente ao talude de maior desnível.

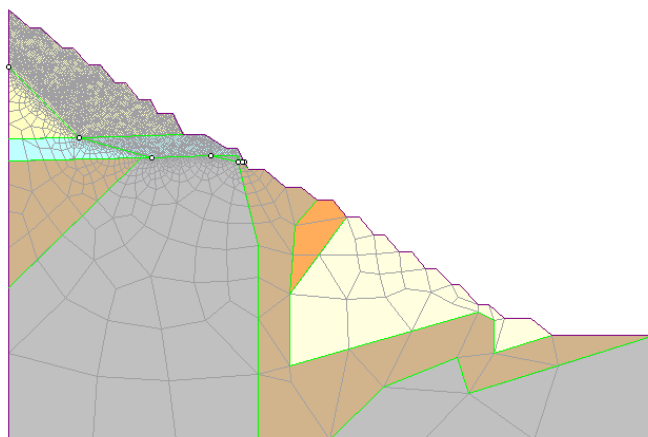
Figura 31 - Seção S01: (a) sem refinamento; (b) com representação da região de ruptura; (c) com refinamento



(a) Seção não refinada.



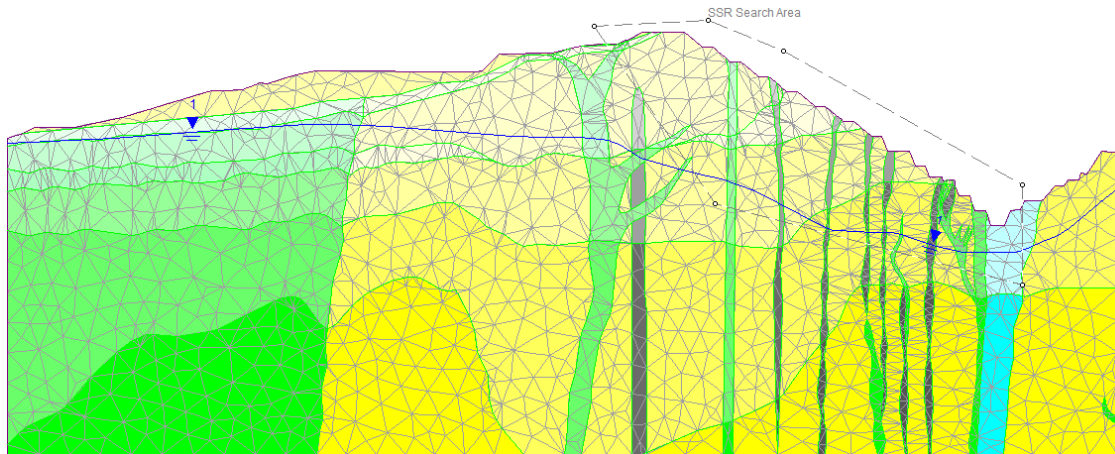
(b) Região de ruptura gerada.



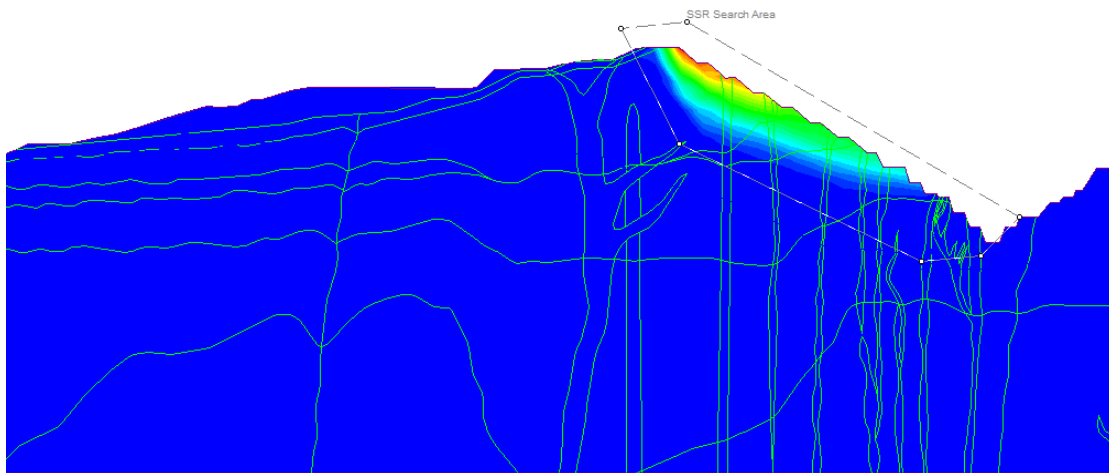
(c) Seção refinada na região de ruptura.

Fonte: O autor.

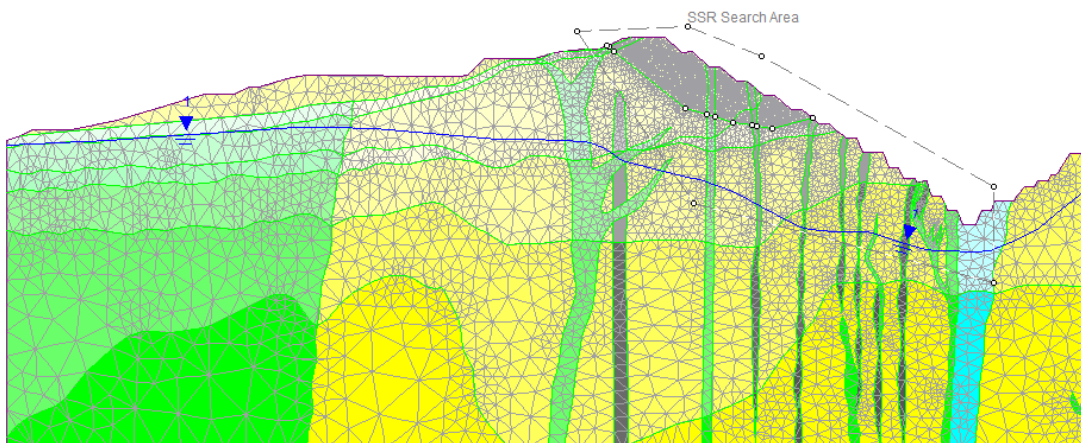
Figura 32 - Seção S19: (a) sem refinamento; (b) com representação da região de ruptura; (c) com refinamento



(a) Seção não refinada.



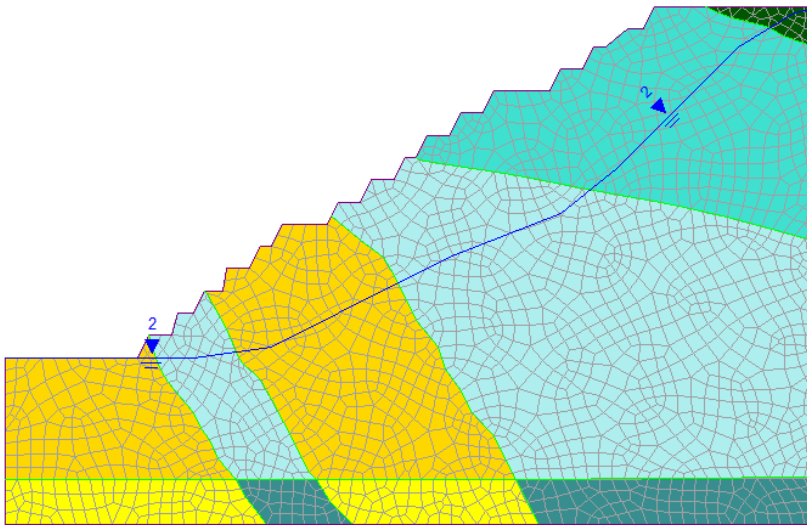
(b) Região de ruptura gerada.



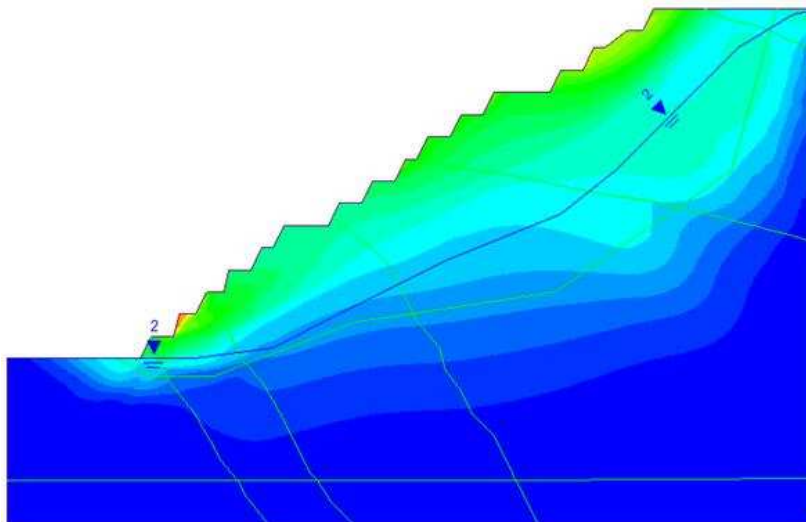
(c) Seção refinada na região de ruptura.

Fonte: O autor.

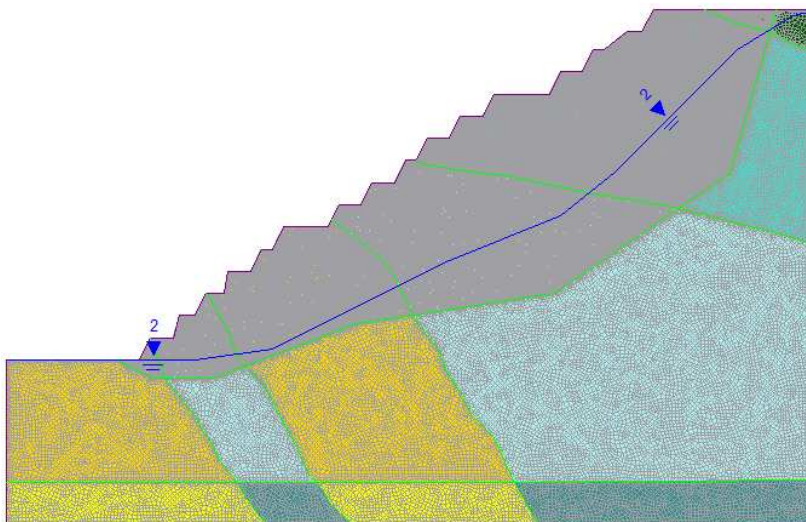
Figura 33 - Seção S74: (a) sem refinamento; (b) com representação da região de ruptura; (c) com refinamento



(a) Seção não refinada.



(b) Região de ruptura gerada.



(c) Seção refinada na região de ruptura.

Fonte: O autor.

Determinou-se o comprimento equivalente dos elementos utilizados, variando-os de 10 m a 0,2 m, para as seções das minas a Céu Aberto 1 e 2, e de 10 m a 0,4 m para a seção da mina a Céu Aberto 3. Estas determinações eram necessárias para que se conseguisse obter números de elementos aproximadamente compatíveis com aqueles utilizados nas seções não refinadas, para fins de comparação.

3.2.2 Aplicação dos métodos estatísticos

Nas três seções que compõem este estudo de caso, aplicaram-se o Método da Máxima Curvatura e Modelo Linear Response Plateau a cada curva de variação de SRF para cada tipo de elemento, tanto para as seções não refinadas quanto para aquelas refinadas, a fim de se identificar a densidade de malha a partir da qual não existe mais variabilidade no valor de SRF, ou seja, o valor mínimo do número de elementos a partir do qual a curva “SRF versus número de elementos” tende a se estabilizar.

3.3 Comparações entre MEL e MEF

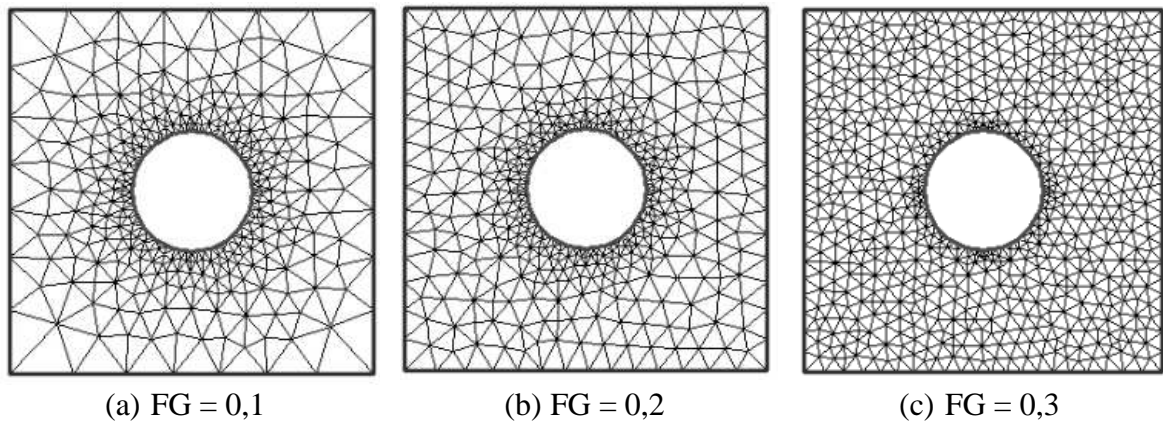
Para a comparação entre os fatores de segurança obtidos pelos métodos de equilíbrio limite (FS) e de elementos finitos (SRF), levantaram-se 74 seções de taludes estratificados das minas a céu aberto 1, 2 e 3, apresentando ou não nível freático. Estas seções são apresentadas no Apêndice B. Das 74 seções, 41 são referentes a taludes de médio porte e 33 referentes a taludes de grande porte.

Para as análises de estabilidade em MEL, utilizou-se o software Slide[®] 6.0. O método de equilíbrio limite utilizado foi o de Morgenstern-Price, analisando-se superfícies não circulares (Surface Type – Non-Circular) e método de busca do FS por autorrefinamento (Auto Refine Search).

As análises em MEF foram realizadas no software RS2[®], utilizando-se elementos T6 e Q8. Para cada seção estudada, realizou-se a busca pela região de ruptura a partir de uma compilação de uma malha uniforme de até 10.000 elementos, procedendo-se a um refinamento de malha nesta região. Este refinamento foi realizado utilizando-se elementos de comprimentos médios de 2 m a 0,3 m, e fatores de gradação de 0,01 e 0,001. Estes fatores representam uma escala aproximada de densificação de malha na região escolhida (no caso, região de ruptura) em relação à malha da seção, em função do comprimento dos elementos.

Por exemplo, um fator de gradação de 0,1 implica que o comprimento médio dos elementos do limite externo (fora da região a ser refinada) será, aproximadamente, 10 vezes o comprimento médio dos elementos no entorno da região. A Figura 34 ilustra esta gradação, utilizando-se um fator de 0,1, 0,2 e 0,3, respectivamente. Em ambos os softwares, utilizou-se o critério de ruptura de Mohr-Coulomb.

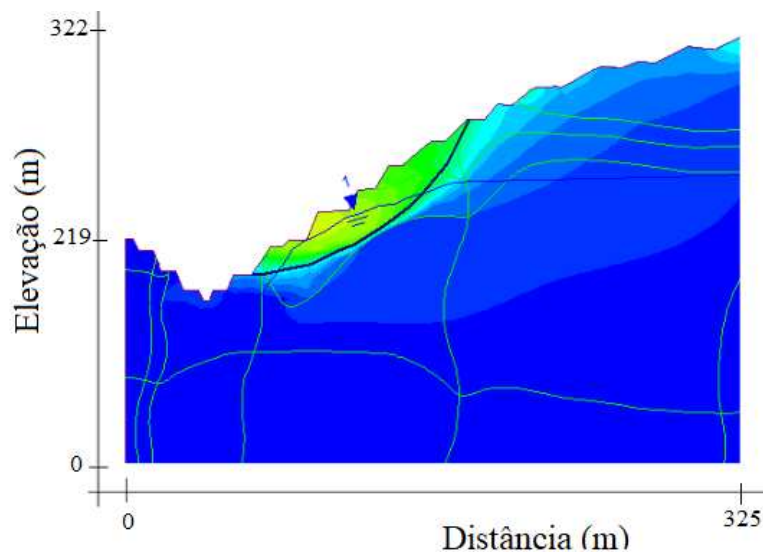
Figura 34 - Exemplos de gradação de malha refinada



Fonte: Rocscience (2020).

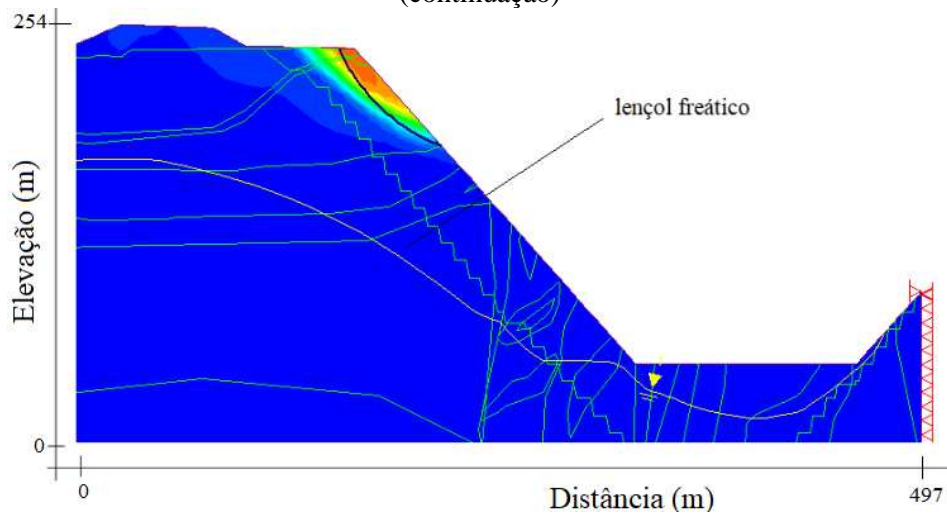
Para fins de comparação, realizava-se a superposição das regiões e superfícies de ruptura geradas pelos MEF (representado por paleta de cores) e MEL (representado por uma linha preta), respectivamente, tomando-se o cuidado de sempre se verificar coincidência entre estas duas representações. A Figura 35 apresenta alguns exemplos destas superposições.

Figura 35 - Comparação de regiões e superfícies de ruptura de algumas seções

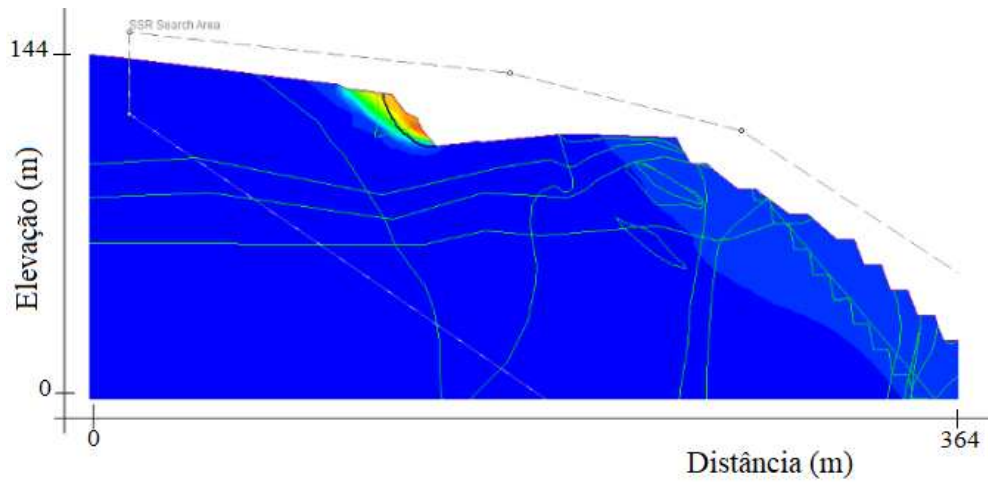


(a) S15 – região de ruptura interceptando o lençol freático.

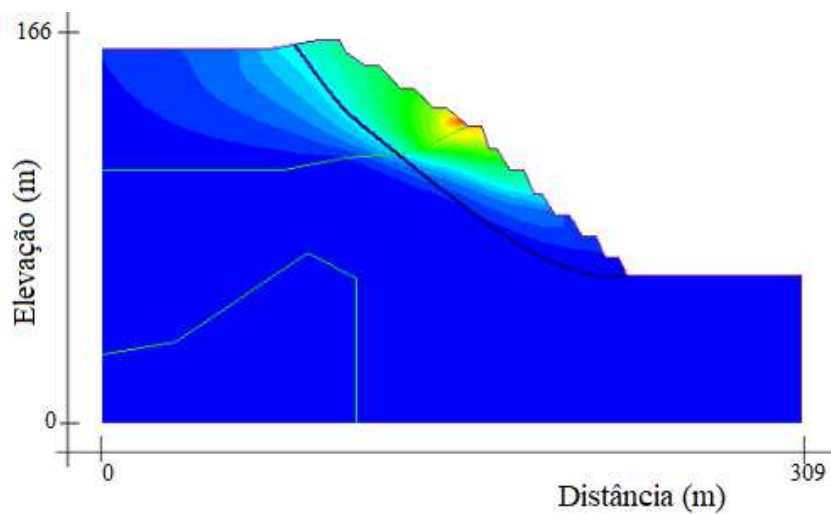
Figura 35 - Comparação de regiões e superfícies de ruptura de algumas seções (continuação)



(b) S24 – seção estratificada sem lençol freático.

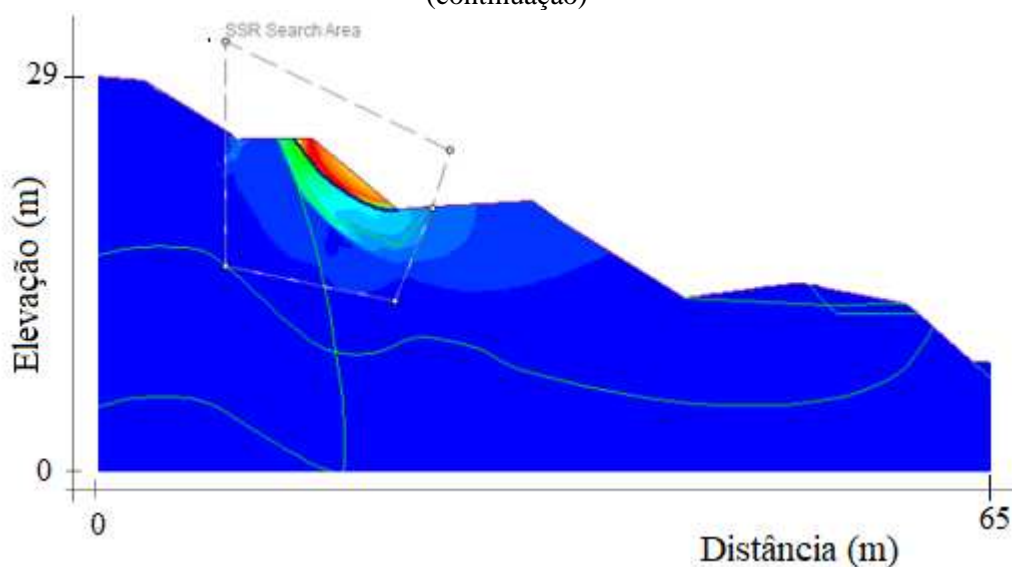


(c) S28 – região de ruptura interceptando duas porções diferentes: mesma rocha, mas em dois graus de alteração.

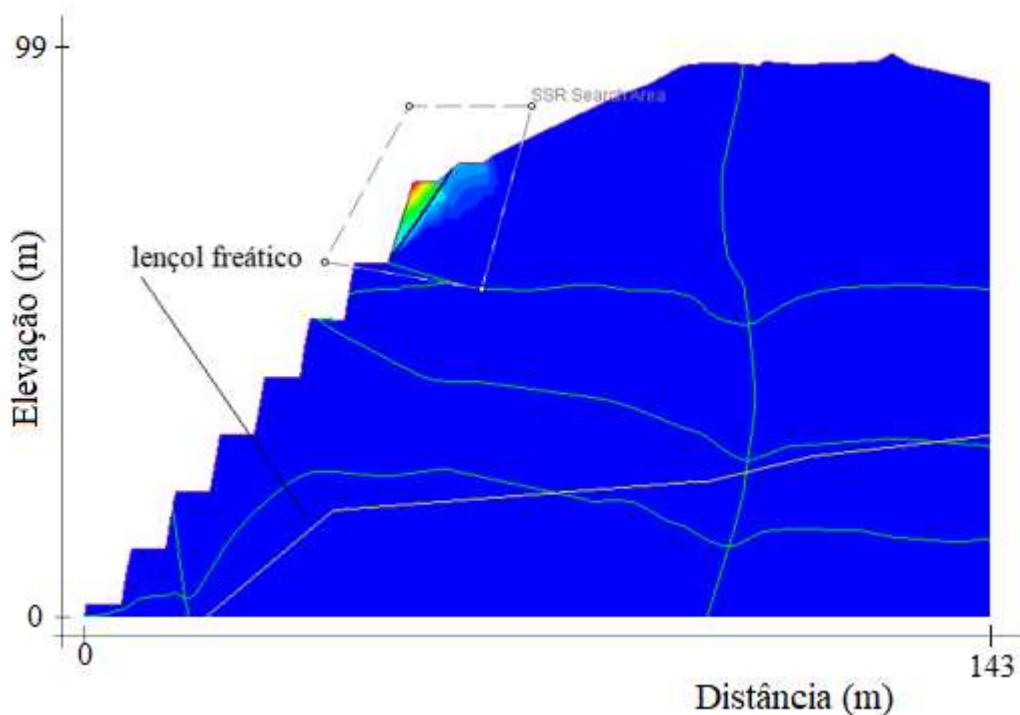


(d) S47 - região de ruptura interceptando dois estratos diferentes, não coincidindo com superfície de ruptura.

Figura 35 - Comparação de regiões e superfícies de ruptura de algumas seções (continuação)



(e) S56 – região de ruptura interceptando um único material.



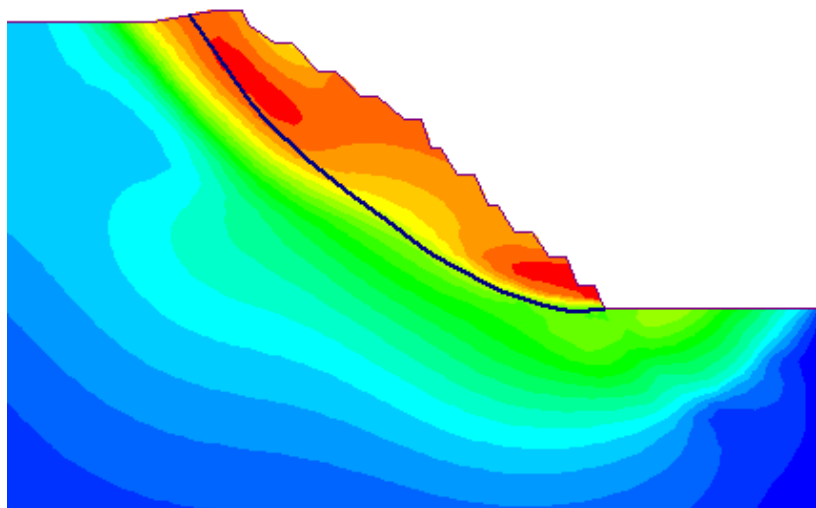
(f) S61 – região de ruptura interceptando um único material, acima do lençol freático.

Fonte: O autor.

Para superposições que não coincidiram ou seções que apresentaram elevadas diferenças entre FS e SRF, uma nova análise era realizada considerando-se o talude homogêneo (sem estratificações) a fim de se estudar a influência de estratificação nos valores

de SRF. Como exemplo, realizou-se este procedimento na seção S47 (Figura 35d), cujas superfície e região de ruptura não coincidiram. A superposição das análises com este talude homogêneo é apresentada na Figura 36. Este mesmo procedimento foi realizado para as seções S16, S18, S21, S23, S41, S45, S47, S49, S58 e S69, por apresentarem diferenças mais elevadas.

Figura 36 - Superposição de superfície e região de ruptura da seção S47 homogênea



Fonte: O autor.

Para as seções que apresentaram região e/ou superfície de ruptura interceptando o lençol freático, seções S15, S16, S29 e S74, realizaram-se comparações de análises de estabilidade considerando presença e ausência desta freática, buscando-se verificar sua influência nos fatores de segurança, FS e SRF, assim como na diferença numérica entre estes fatores.

Por fim, após analisarem-se as regiões de ruptura, realizou-se um levantamento das diferenças entre FS e SRF em função da classificação do porte dos taludes mobilizados através da verificação destas regiões, a fim de se analisar também a influência deste porte (altura H) nestas diferenças. Para tal, adotou-se a seguinte classificação:

- $H \leq 50$ m – talude de pequeno porte;
- $50 \text{ m} < H \leq 200$ m – talude de médio porte;
- $H > 200$ m - talude de grande porte.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

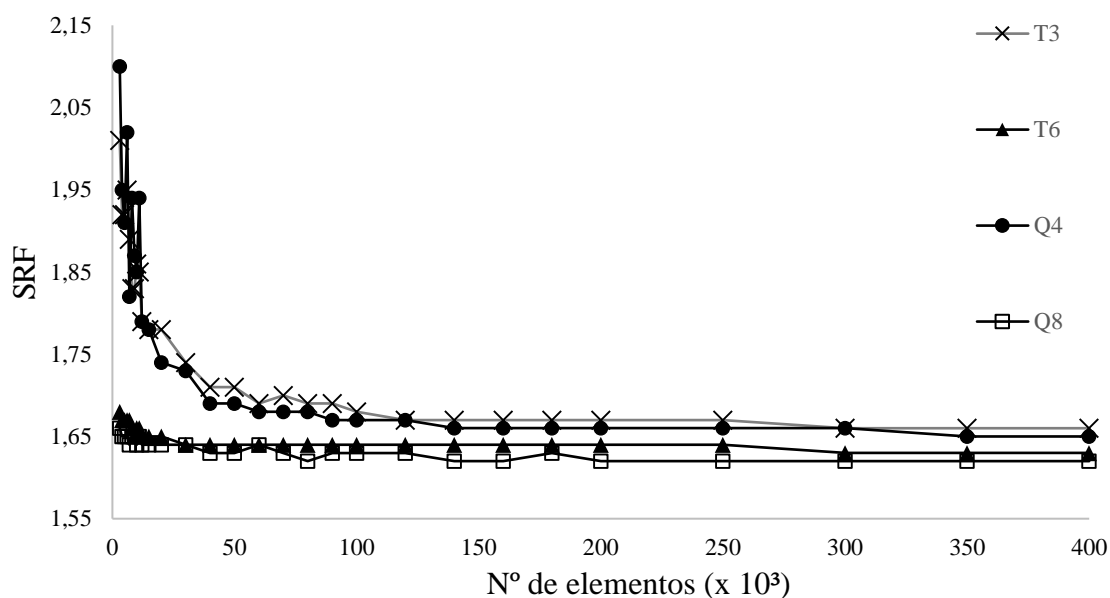
4.1 Estudo de convergência de malha

A seguir, são apresentados os gráficos gerados nos estudos de convergência de malha para as três seções escolhidas das minas a céu aberto em estudo, abordando-se a variação do SRF a partir do aumento do número de elementos para cada tipo de elemento utilizado nas análises: T3, T6, Q4 e Q8.

4.1.1 Mina a Céu Aberto 1

A Figura 37 apresenta o estudo de malha para a mina a Céu Aberto 1, no qual utilizou-se a seção S01, cujas propriedades físicas e mecânicas são apresentadas no Apêndice A. Para este primeiro estudo de malha não se utilizou refinamento.

Figura 37 - Estudo de malha da seção S01 da Mina a Céu Aberto 1, não refinada

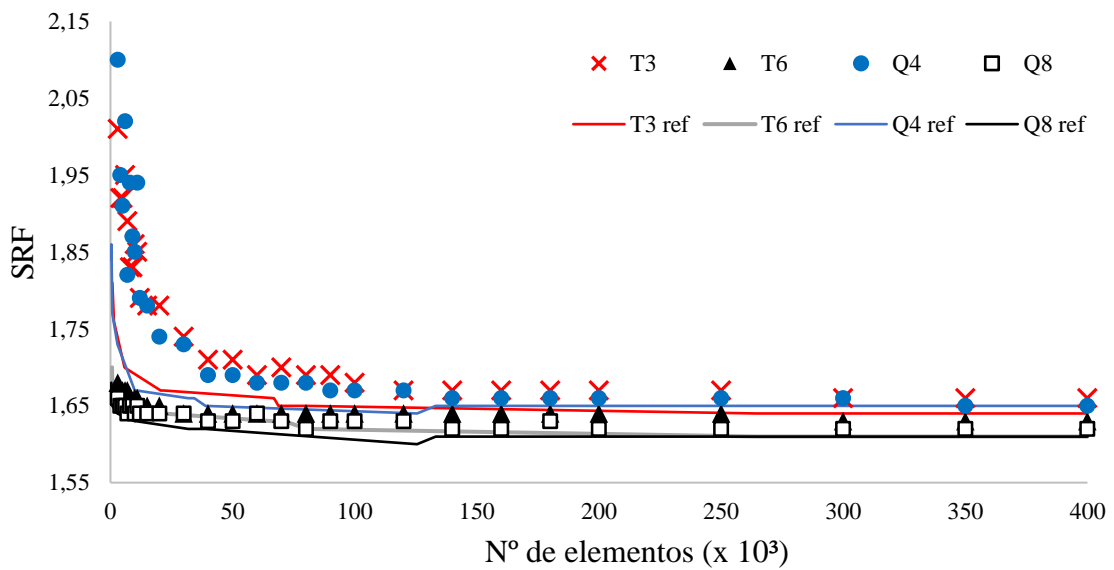


Fonte: O autor.

Deste gráfico, pode-se observar uma variação semelhante do SRF entre os dois tipos de elementos de menos nós, T3 e Q4, bem como acontece com os dois de maior número de nós por elemento, T6 e Q8. Observa-se ainda que esta variação para os dois primeiros tipos de elementos é nitidamente superior àquela ocorrida para os dois últimos, T6 e Q8.

Após a verificação da região de ruptura identificada na interpretação das análises de estabilidade, refinou-se esta região com um maior número de elementos em relação às demais porções da seção, como ilustrado na Figura 31. O gráfico da Figura 38 apresenta a superposição do estudo de malha das seções refinada e não refinada para fins de comparação dos SRFs. As linhas contínuas são referentes às variações de SRF para a seção refinada.

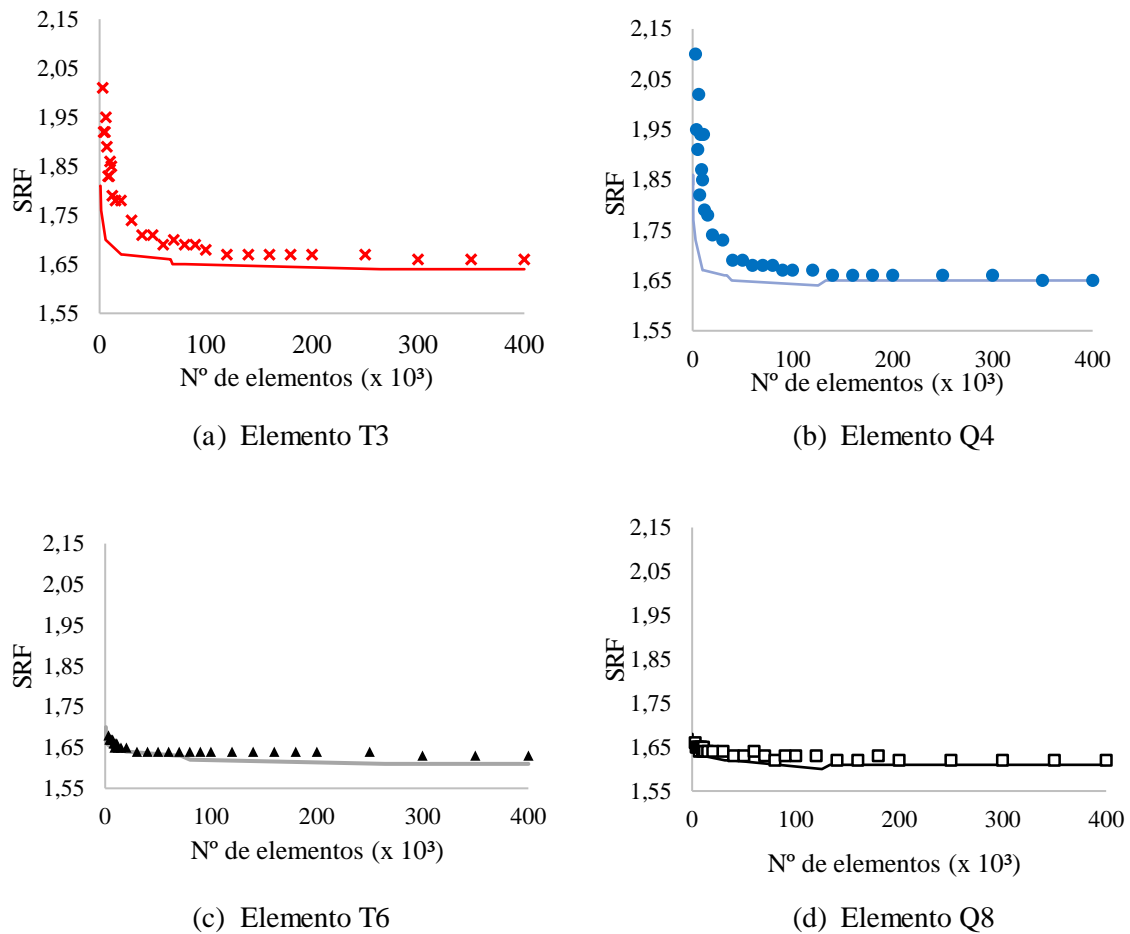
Figura 38 - Estudo de malha da Mina a Céu Aberto 1 para as seções refinada e não refinada



Fonte: O autor.

A fim de uma melhor comparação acerca da variação do SRF entre as seções refinada e não refinada, elaboraram-se os gráficos da Figura 39, apresentando estas comparações para os elementos utilizados.

Figura 39 - Variação do SRF para as seções refinada e não refinada - Mina a Céu Aberto 1



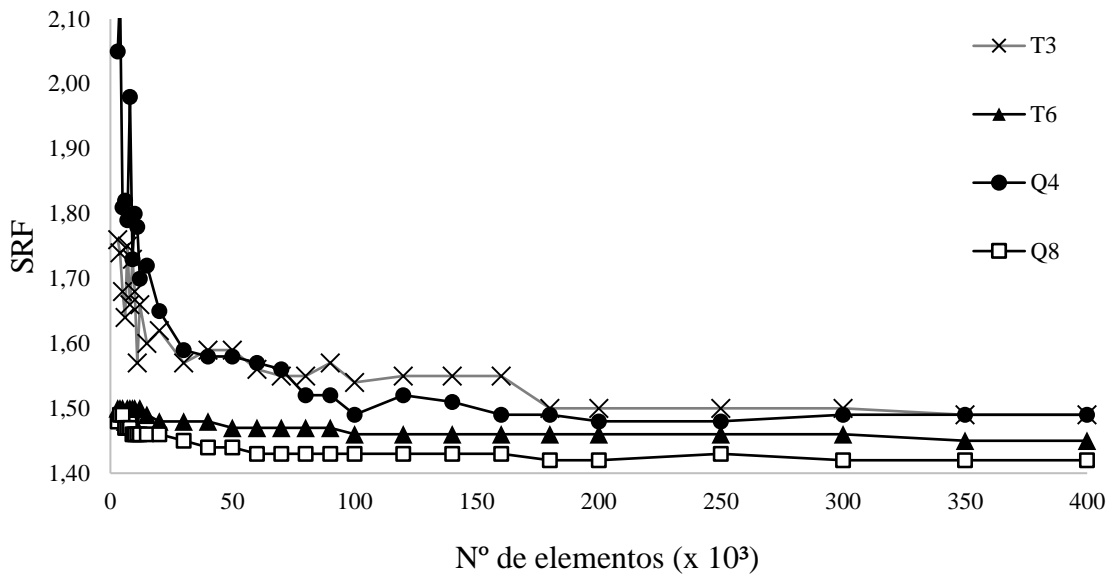
* Marcadores representam a curva da seção não refinada e linhas contínuas representam a curva da seção refinada.

Fonte: O autor.

4.1.2 Mina a Céu Aberto 2

A Figura 40 apresenta o estudo de malha para a Mina a Céu Aberto 2, no qual utilizou-se a seção S19. De forma análoga à Mina a Céu Aberto 1, este primeiro estudo de malha foi realizado para esta seção sem refinamento.

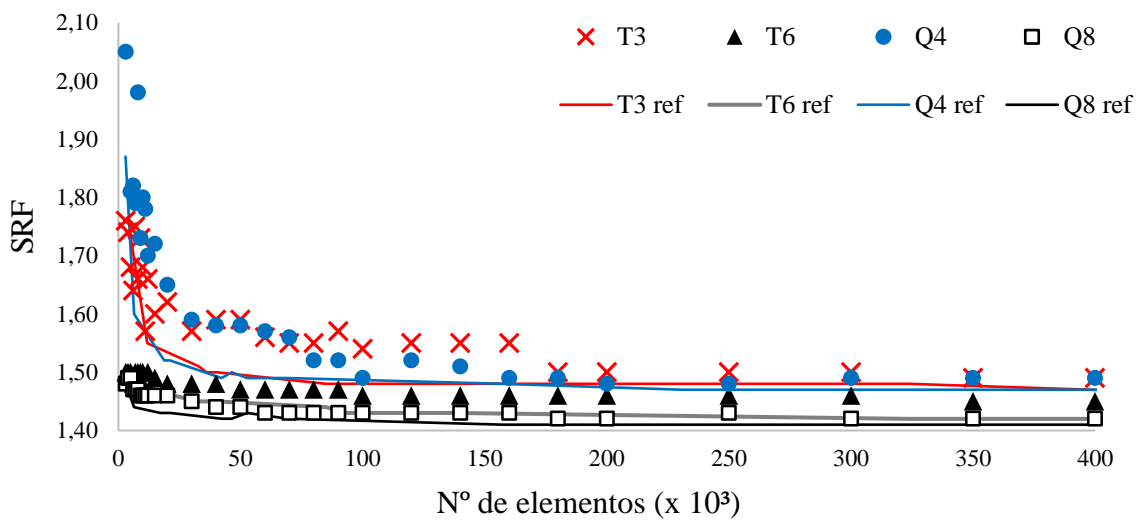
Figura 40 - Estudo de malha da seção S19 da Mina a Céu Aberto 2, não refinada



Fonte: O autor.

Analisada a região de ruptura gerada para esta seção, realizou-se o refinamento da malha nesta região. Os gráficos da seção refinada para cada tipo de elemento são apresentados superpostos àqueles da seção não refinada, na Figura 41.

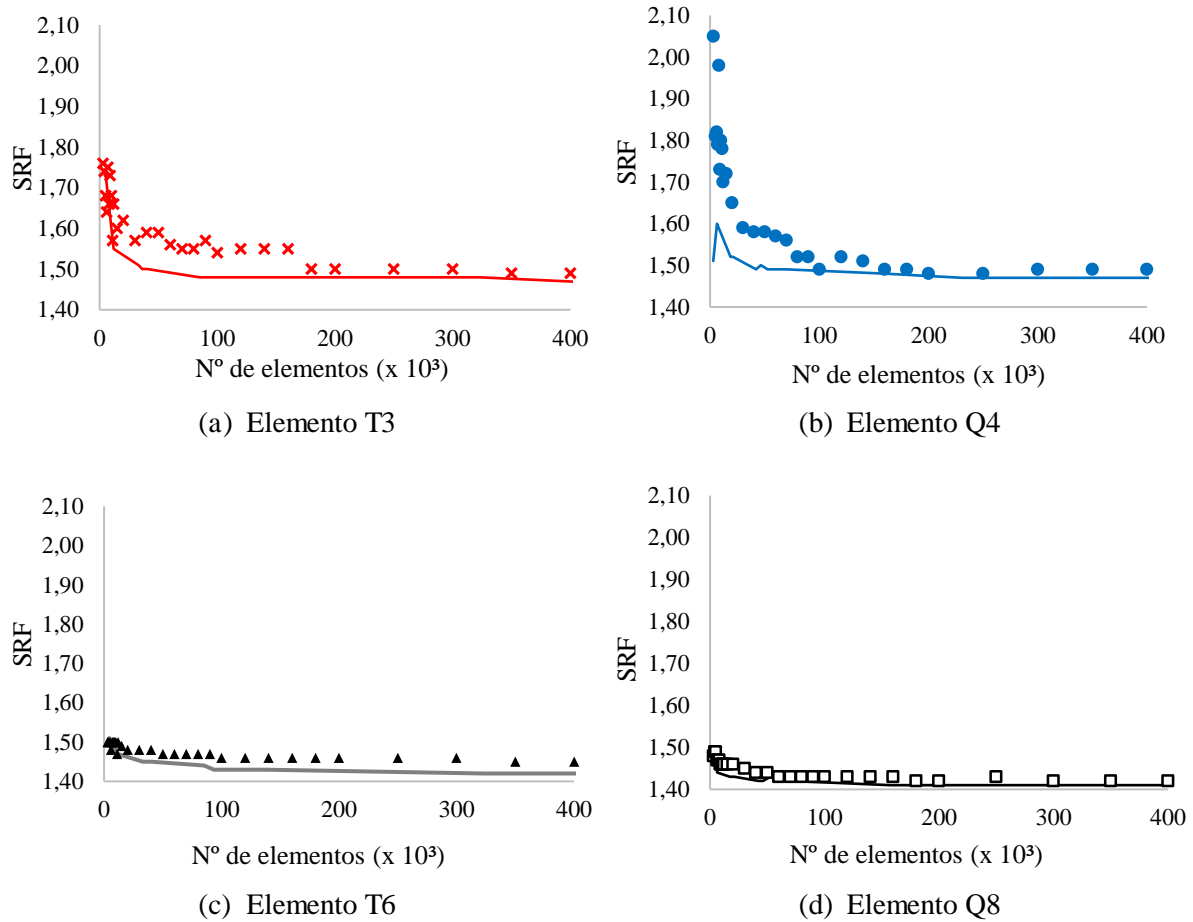
Figura 41 - Estudo de malha de Mina a Céu Aberto 2 para as seções refinada e não refinada



Fonte: O autor.

Os gráficos da Figura 42 apresentam as variações do SRF em função do número de elementos.

Figura 42 - Variação do SRF para as seções refinada e não refinada - Mina a Céu Aberto 2



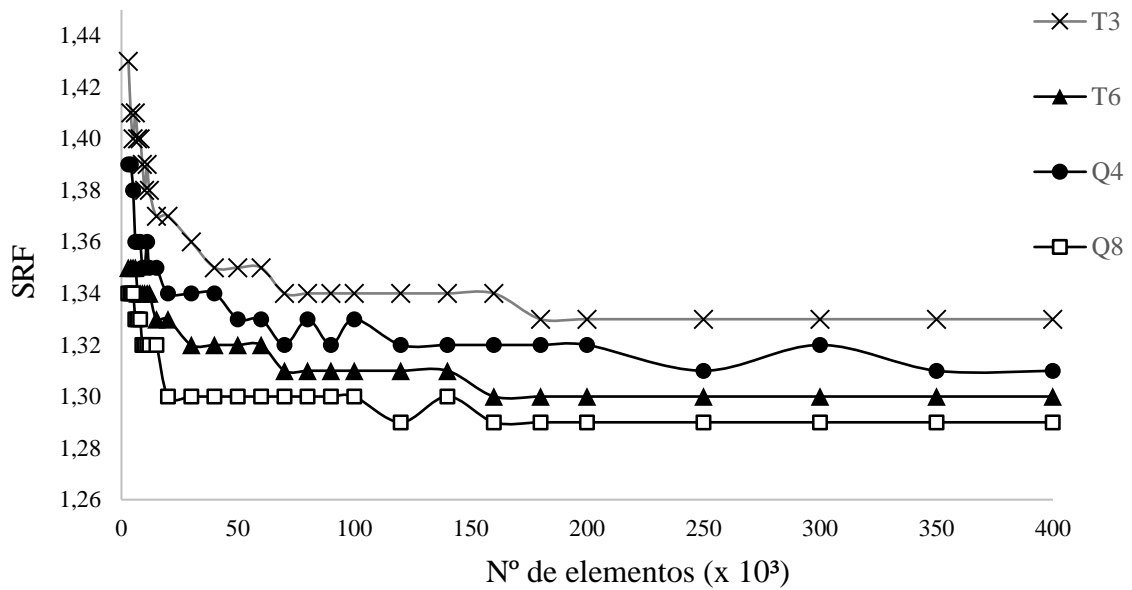
* Marcadores representam a curva da seção não refinada e linhas contínuas representam a curva da seção refinada.

Fonte: O autor.

4.1.3 Mina a Céu Aberto 3

Por fim, a Figura 43 apresenta o estudo de malha para a seção S74, representante da mina a Céu Aberto 3, não refinada.

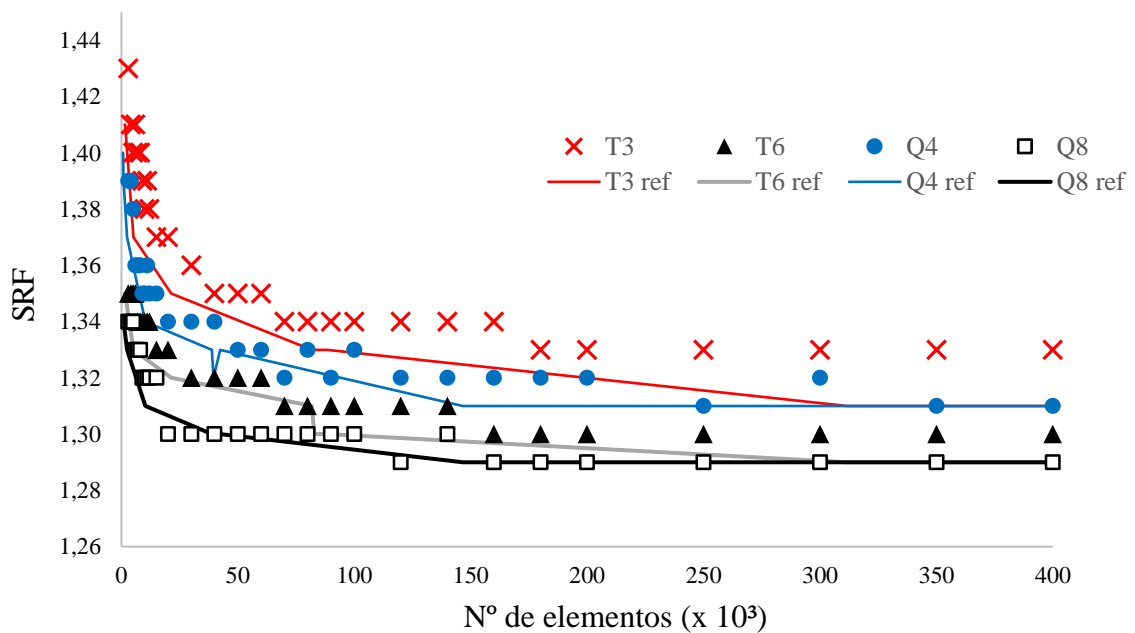
Figura 43 - Estudo de malha da seção S74 da Mina a Céu Aberto 3, não refinada



Fonte: O autor.

A Figura 44 apresenta a superposição dos gráficos das seções refinada e não refinada para cada tipo de elemento, sendo o refinamento realizado após análise da região de ruptura, seguindo o mesmo procedimento adotado para as minas a Céu Aberto 1 e 2.

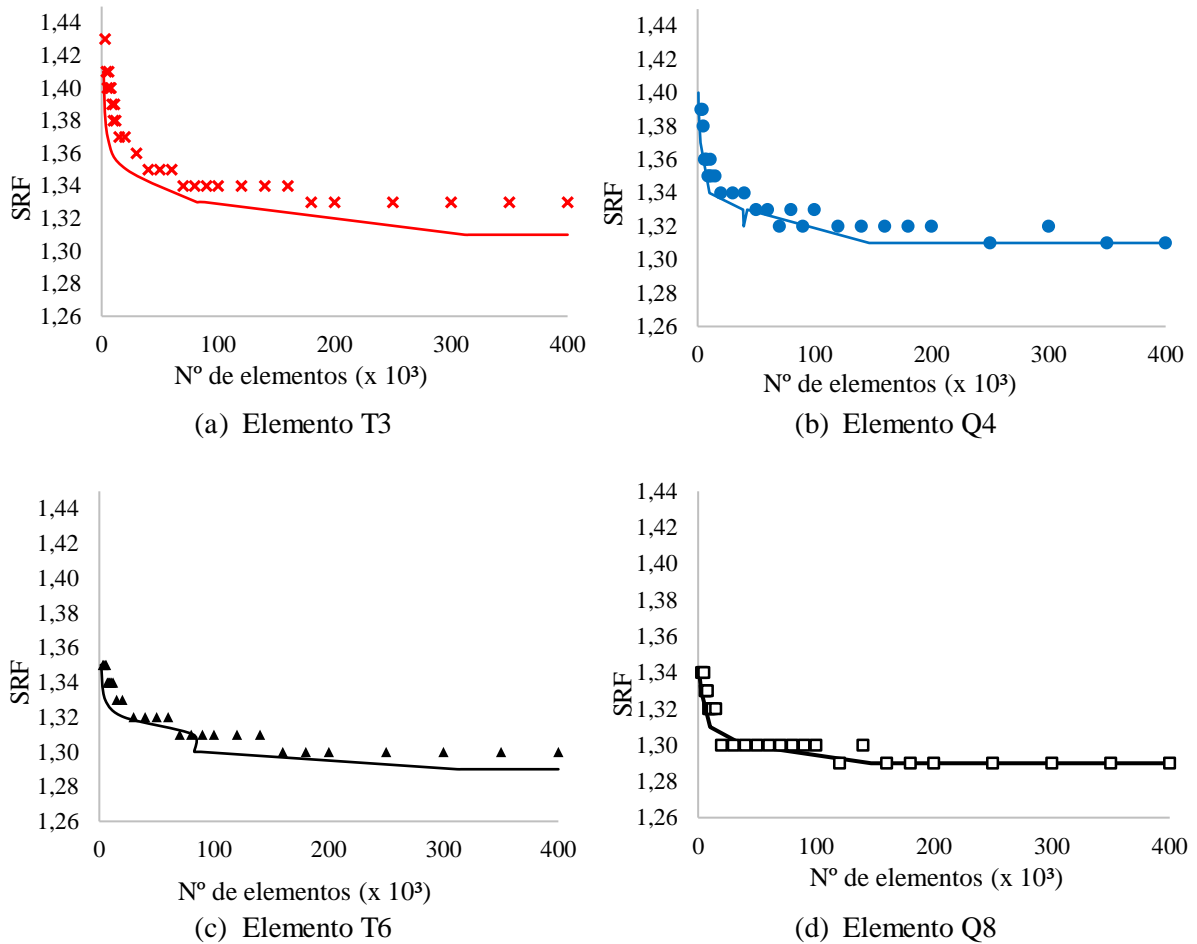
Figura 44 - Estudo de malha da Mina a Céu Aberto 3 para as seções refinada e não refinada



Fonte: O autor.

Os gráficos que comparam a variação do SRF em função do número de elementos para cada tipo de elemento a partir das seções refinada e não refinada são apresentados na Figura 45.

Figura 45 - Variação do SRF para as seções refinada e não refinada - Mina a Céu Aberto 3



* Marcadores representam a curva da seção não refinada e linhas contínuas representam a curva da seção refinada.

Fonte: O autor.

Analisando-se os gráficos superpostos das seções refinadas e não refinadas das três minas a céu aberto em estudo (Figuras 38, 41 e 44), pode-se perceber que as análises realizadas com elementos T3 e Q4 apresentam variações semelhantes entre si (formato similar das curvas), principalmente para as seções das minas a Céu Aberto 1 e 2, compostas por uma maior porção de maciço rochoso, seguidas de uma menor parcela de maciço terroso. Este comportamento também é verificado ao se comparar as curvas de elementos T6 e Q8. Para a seção S74, da Mina a Céu Aberto 3, composta por rochas intemperizadas em grau W4, W5 e

W6, esta variação se apresenta mais homogênea entre os diferentes tipos de elementos (Figura 44).

Em termos gerais, pode-se ainda constatar que os estudos de malha realizados com seções não refinadas mostram que as análises utilizando elementos T3 tendem a apresentar maiores valores de SRF, seguidas pelos elementos Q4, T6 e, por último, com valores menores, aquelas utilizando Q8. Este comportamento só não foi observado na seção da mina a Céu Aberto 2, para análises realizadas com número de elementos inferior a 70.000, cujas análises com Q4 apresentaram maiores valores que aquelas com T3. Nesta mesma mina, os valores de SRF tenderam a estabilizar em um mesmo valor ($SRF = 1,49$) a partir de 300.000 elementos para análises com estes mesmos tipos de elementos, T3 e Q4. Verificando-se as análises de T6 e Q8, ratificam-se valores inferiores de SRF para aquelas realizadas com Q8 em relação às de T6.

Analisando-se os estudos de malha para as seções refinadas, constata-se que as curvas tendem a apresentar uma amplitude de variação de SRF menor que aqueles realizados nas seções sem refinamento. Além disso, pode-se observar que estas curvas tendem a se encontrar (convergir) para elevados números de elementos, como é o caso da mina a Céu Aberto 1 com as análises utilizando T6 e Q8, da mina a Céu Aberto 2, utilizando T3 e Q4, e também da mina a Céu Aberto 3, tanto para T3 e Q4 quanto para T6 e Q8.

Neste contexto de estudo de malha, pode-se perceber que, para um mesmo tipo de elemento, as seções refinadas tendem a apresentar valores de SRF menores que aqueles observados nas seções não refinadas, como apresentado nas Figuras 39, 42 e 45. Portanto, o estudo das regiões de ruptura deve ser tomado como uma etapa que precede o refinamento da malha, a fim de que o usuário possa realizar refinamentos em regiões de maior interesse, como a própria região de ruptura.

Os dados aqui apresentados elucidam as diferenças da utilização dos diversos tipos de elementos finitos em análises de estabilidade de taludes, no caso, elementos de estado plano lineares (T3 e Q4) e parabólicos (T6 e Q8). Pode-se verificar que, existe possibilidade de convergência nos valores de SRF, independente do tipo de elemento utilizado. Porém, mesmo se utilizando uma alta densidade de malha de elementos lineares, não é possível se alcançarem os menores valores de SRF (a favor da segurança) apresentados em análises realizadas com elementos parabólicos.

4.1.4 Considerações acerca de erros de compilação

Em relação aos estudos de malha realizados para as três minas em estudo, ressalta-se que, das mais de 500 análises de estabilidades que compuseram os estudos de malhas das seções refinadas e não refinadas para cada tipo de elemento, aproximadamente 5% tiveram de ser reanalisadas (recompiladas) devido a erros de não convergência ao se utilizarem quadriláteros de 4 nós. Observou que, ora a análise fornecia valores de SRF discrepantes dos demais nos estudos de malha, ora o software simplesmente apresentava erro de convergência, não fornecendo valores de SRF e deslocamento máximo. Nos casos em que a análise apresentava SRF discrepante, geralmente, este valor era corrigido ao se recompilar a análise com o mesmo número de elementos. Para os demais tipos de elementos, este erro de convergência foi observado uma única vez em uma análise utilizando-se quadrilátero de 8 nós.

4.2 Aplicação dos métodos estatísticos nos estudos de malha

Comparando-se os gráficos de estudo de malha, principalmente, das Figuras 38, 41 e 44, percebe-se que existe uma tendência à estabilização do SRF ao se utilizar um número de elementos entre 100.000 e 200.000. Contudo, buscando-se estimar um número de elementos “ X_0 ”, a partir do qual a variação no SRF fosse mínima, aplicou-se, nesta tese, dois métodos estatísticos, sendo eles o Método da Máxima Curvatura e o Modelo Linear Response Plateau.

As Tabelas 11 a 16 apresentam os resultados obtidos para as seções não refinadas e refinadas correspondentes às S01, S19 e S75, das Minas a Céu Aberto 1, 2 e 3, respectivamente. O “SRF mínimo” apresentado nas tabelas corresponde ao obtido utilizando-se o maior número de elementos para cada tipo de elemento, ou seja, 400.000 elementos, julgado como SRF constante ao final do estudo de malha. “ X_0 ” é o valor da abscissa obtido pelos dois métodos estatísticos utilizados; “SRF no X_0 ” é o valor do SRF retirado dos gráficos de variação de SRF versus número de elementos para o número de elementos correspondente a este ponto ótimo e “Diferença no SRF” corresponde à diferença entre o SRF no X_0 e SRF mínimo para cada tipo de elemento. Também é apresentado o tempo aproximado de análise para as compilações de 400.000 elementos, bem como para aquelas referentes ao número de elementos “ X_0 ” determinado pelos dois métodos estatísticos. A determinação de X_0 para cada

curva de SRF versus número de elementos pelos métodos MMC e MLRP é apresentada nos Apêndices C e D, respectivamente.

4.2.1 Mina a Céu Aberto 1

Os resultados obtidos para a seção S01 são apresentados nas Tabelas 11 e 12. Para este estudo utilizando-se a seção não refinada, pode-se notar, pela Tabela 11, que o tempo de análise (custo computacional) varia consideravelmente em função do tipo de elemento utilizado e para um mesmo número de elementos, como apresentado na terceira coluna desta tabela, referente a 400.000 elementos. Ao analisarem-se os tempos de análise para X_0 por ambos os métodos, MMC e MLRP, nota-se elevada redução neste custo computacional. Em relação às diferenças no SRF, percebe-se que as análises utilizando T3 e Q4 fornecem maiores diferenças, comparadas àquelas apresentadas nas análises com T6 e Q8. Logo, apesar de as análises utilizando T3 e Q4 serem realizadas com menor tempo de análise, estas apresentam maior diferença no SRF. Já as análises com T6 e Q8 apresentaram baixa diferença, porém, atrelada a tempos de análises superiores.

Tabela 11 - Estudo de otimização de análise para a seção S01 da Mina a Céu Aberto 1 - não refinada

Tipo de elemento	SRF mínimo	Tempo de análise (h:m:s)	Método da Máxima Curvatura				Modelo Linear Response Plateau			
			X_0	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X_0	Diferença no SRF	X_0	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X_0	Diferença no SRF
T3	1,66	02:00:07	44.000	00:16:23	1,72	0,06	23.604	00:11:16	1,76	0,10
T6	1,63	11:19:51	65.000	01:25:50	1,64	0,01	22.399	00:28:59	1,65	0,02
Q4	1,65	07:34:42	40.000	00:35:48	1,69	0,04	22.016	00:43:33	1,74	0,09
Q8	1,62	25:56:23	63.000	03:13:18	1,64	0,02	85.786	04:51:39	1,63	0,01

Fonte: O autor.

Analisando-se os resultados para a seção refinada (Tabela 12) - e com exceção das análises com elementos T3, observa-se uma redução no tempo de análise para um mesmo tipo de elemento (e utilizando-se 400.000 elementos) comparado à seção não refinada, bem como uma redução na diferença de SRF para as análises utilizando T3 e Q4.

Tabela 12 - Estudo de otimização de análise para a seção S01 da Mina a Céu Aberto 1 - refinada

Tipo de elemento	SRF mínimo	Tempo de análise (h:m:s)	Método da Máxima Curvatura				Modelo Linear Response Plateau			
			X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF	X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF
T3	1,64	02:16:40	44.000	00:24:58	1,65	0,01	7.771	00:02:30	1,70	0,06
T6	1,61	10:58:28	54.000	02:15:37	1,63	0,02	32.138	00:36:34	1,64	0,03
Q4	1,65	03:36:27	46.000	00:45:02	1,66	0,01	4.382	00:10:53	1,72	0,07
Q8	1,61	10:39:02	68.500	02:14:53	1,62	0,01	14.950	00:34:07	1,63	0,02

Fonte: O autor.

4.2.2 Mina a Céu Aberto 2

Nas Tabelas 13 e 14, apresentam-se os resultados para a seção S19. De forma análoga à seção S01 da Mina a Céu Aberto 1, também observaram-se maiores diferenças no SRF para as análises utilizando T3 e Q4, apresentando diferenças na primeira casa decimal pelo MLRP, tanto para a seção não refinada quanto a refinada, exceto para a análise com T3 da seção refinada. Pode-se notar ainda que, tanto para a seção não refinada quanto para a refinada (Tabela 14), as diferenças no SRF são maiores pelo MLRP, comparados àqueles encontrados pelo MMC.

Tabela 13 - Estudo de otimização de análise para a seção S19 da Mina a Céu Aberto 2 - não refinada

Tipo de elemento	SRF mínimo	Tempo de análise (h:m:s)	Método da Máxima Curvatura				Modelo Linear Response Plateau			
			X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF	X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF
T3	1,49	00:51:29	60.000	00:15:48	1,52	0,03	25.420	00:10:30	1,59	0,10
T6	1,45	09:31:23	87.000	01:21:50	1,47	0,02	103.000	01:44:23	1,47	0,02
Q4	1,49	02:52:27	48.000	00:48:42	1,58	0,09	22.715	00:39:54	1,63	0,14
Q8	1,42	10:07:30	60.000	01:44:14	1,43	0,01	56.894	01:30:23	1,43	0,01

Fonte: O autor.

Tabela 14 - Estudo de otimização de análise para a seção S19 da Mina a Céu Aberto 2 - refinada

Tipo de elemento	SRF mínimo	Tempo de análise (h:m:s)	Método da Máxima Curvatura				Modelo Linear Response Plateau			
			X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF	X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF
T3	1,46	02:19:28	60.000	00:14:45	1,50	0,04	14.492	00:03:28	1,52	0,06
T6	1,42	09:47:57	80.000	01:28:43	1,44	0,02	50.255	00:43:28	1,45	0,03
Q4	1,47	03:40:58	61.000	00:41:28	1,49	0,02	2.202	00:03:43	1,87	0,40
Q8	1,41	10:22:01	65.000	01:33:56	1,42	0,01	8.242	00:15:55	1,44	0,03

Fonte: O autor.

4.2.3 Mina a Céu Aberto 3

Nas Tabelas 15 e 16, apresentam-se os resultados da seção S74, da Mina a Céu Aberto 3. Observam-se resultados similares aos obtidos para as seções S01 e S19, das Minas a Céu Aberto 1 e 2, como a apresentação de menores diferenças no SRF para as análises com T6 e Q8. Estas diferenças obtidas pelo MMC tendem a ser menores que aquelas obtidas pelo MLRP na maior parte das análises, chegando a ser iguais em alguns casos, como para as análises com T6, tanto para a seção não refinada quanto refinada.

Tabela 15 - Estudo de otimização de análise para a seção S74 da Mina a Céu Aberto 3 - não refinada

Tipo de elemento	SRF mínimo	Tempo de análise (h:m:s)	Método da Máxima Curvatura				Modelo Linear Response Plateau			
			X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF	X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF
T3	1,33	05:09:06	64.000	00:38:10	1,35	0,02	34113	00:14:53	1,36	0,03
T6	1,30	16:38:54	80.000	03:11:29	1,31	0,01	76232	02:45:11	1,31	0,01
Q4	1,31	18:08:16	50.000	01:53:36	1,33	0,02	22985	00:26:42	1,34	0,03
Q8	1,29	72:02:20	68.000	04:25:08	1,30	0,01	22672	01:17:07	1,31	0,02

Fonte: O autor.

Tabela 16 - Estudo de otimização de análise para a seção S74 da Mina a Céu Aberto 3 - refinada

Tipo de elemento	SRF mínimo	Tempo de análise (h:m:s)	Método da Máxima Curvatura				Modelo Linear Response Plateau			
			X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF	X ₀	Tempo de análise (h:m:s)	SRF no X ₀	Diferença no SRF
T3	1,31	05:02:39	67.000	00:54:48	1,34	0,03	32.234	00:14:47	1,35	0,04
T6	1,29	17:44:41	100.000	03:25:07	1,30	0,01	110.469	03:40:10	1,30	0,01
Q4	1,31	07:13:15	89.000	01:24:30	1,32	0,01	14.330	00:21:51	1,34	0,03
Q8	1,29	15:46:28	73.000	02:42:40	1,30	0,01	15.511	00:44:37	1,31	0,02

Fonte: O autor.

De uma forma geral, em relação ao custo computacional, pode-se notar considerável diferença entre os tempos de análises daquelas realizadas com números de elementos “X₀” em relação à análise de maior número de elementos (400000).

Verificou-se que o Método da Máxima Curvatura tende a apresentar menores diferenças no SRF em relação ao Modelo Linear Response Plateau, ao se comparar o SRF mínimo e aquele obtido a partir de “X₀”. Observou-se ainda que as seções analisadas com T6 e Q8 apresentaram baixas diferenças no SRF para ambos os métodos estatísticos, justamente

por se tratarem de elementos parabólicos. Por outro lado, esta diferença chegou à primeira casa decimal pelo MLRP em algumas análises utilizando-se T3 e Q4 (elementos finitos lineares).

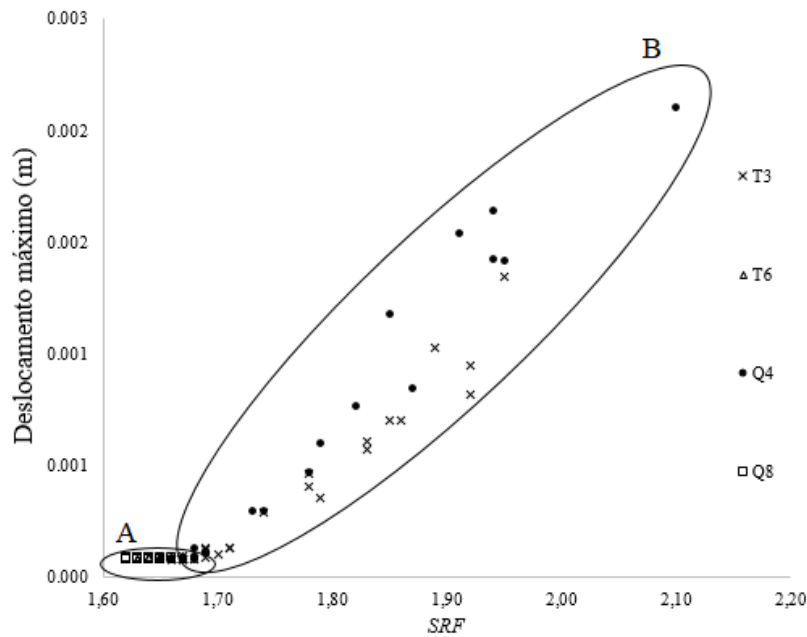
4.3 Comportamento SRF versus Deslocamento máximo total

Baseando-se na premissa de que, quanto mais discretizada estiver uma malha de elementos finitos, maior será a convergência para uma solução exata, buscou-se estudar também a variação do SRF em função dos deslocamentos máximos na ruptura dos taludes em estudo, a fim de se analisar esta variação em função dos diferentes tipos de elementos. A seguir, são apresentados, para cada mina a céu aberto, três gráficos consecutivos, referentes a este estudo para a seção não refinada, seção refinada e superposição dos dois gráficos anteriores, apresentando todos os tipos de elementos em estudo. Estas variações do SRF em função dos deslocamentos máximos para cada tipo de elemento isoladamente são apresentadas no Apêndice E.

4.3.1 Mina a Céu Aberto 1

A Figura 46 apresenta o gráfico de SRF versus Deslocamento máximo total na ruptura para a seção S01 discretizada sem refinamento. A elipse A apresenta a região dos pares de pontos dos elementos T6 e Q8, representando baixa variação no deslocamento máximo total. A elipse B representa a região dos pontos referentes aos elementos T3 e Q4, apresentando uma variação nitidamente superior à apresentada pela elipse A.

Figura 46 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 1 – Seção não refinada

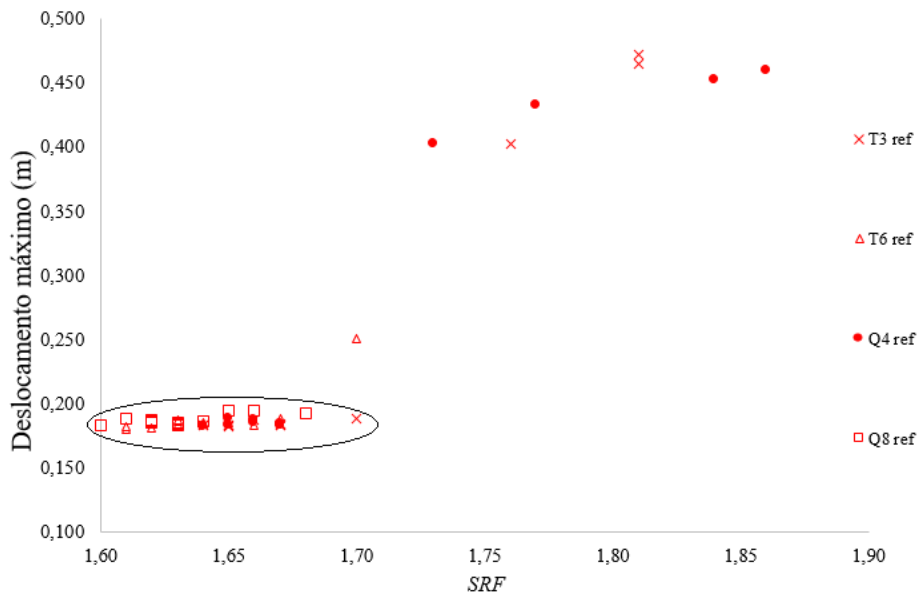


Fonte: O autor.

O gráfico da Figura 47 apresenta esta correlação para a seção refinada. A elipse do gráfico circunda a região de variação dos pontos referentes aos elementos T6 e Q8, representando, assim como visto para a seção não refinada, uma baixa variação nos deslocamentos totais, comparada à variação para os elementos T3 e Q4.

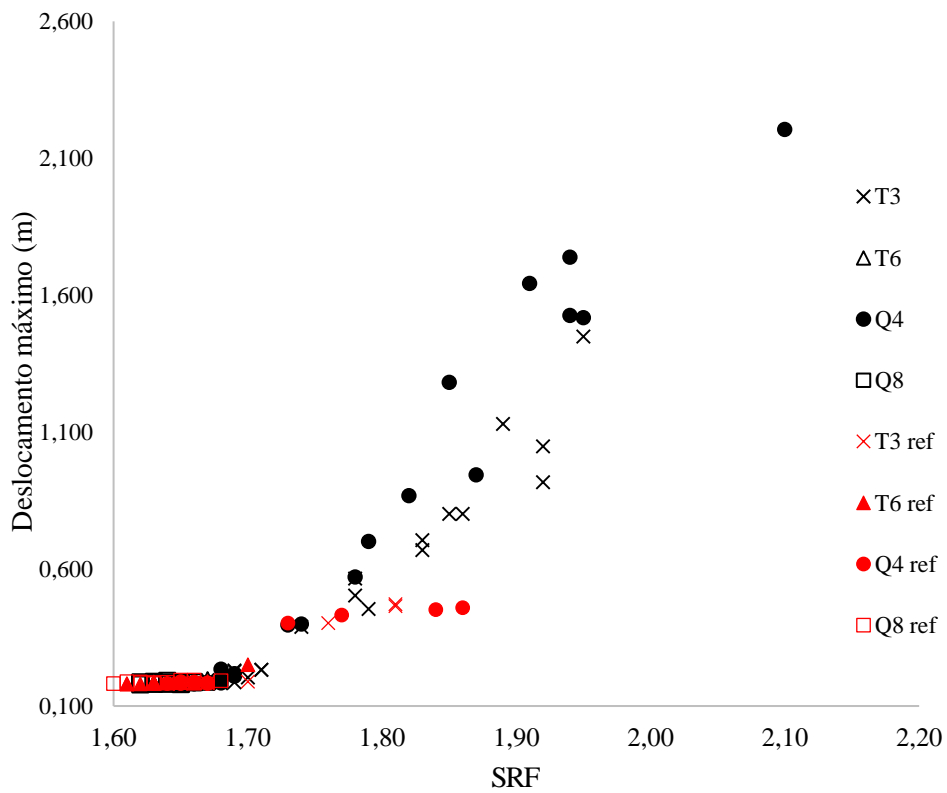
Na Figura 48, apresenta-se a superposição dos gráficos gerados para as seções refinada e sem refinamento. Pode-se perceber a influência do refinamento nestas variações dos deslocamentos máximos em função do SRF, uma vez que a seção refinada (pontos em vermelho) apresenta variações inferiores às encontradas para a seção não refinada. Contudo, observa-se ainda que estas variações são semelhantes utilizando-se os elementos T6 e Q8, ao se compararem seção refinada e não refinada.

Figura 47 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 1 - Seção refinada



Fonte: O autor

Figura 48 - Superposição das correlações de SRF x Deslocamentos máximos para as seções refinada e não refinada – Mina a Céu Aberto 1

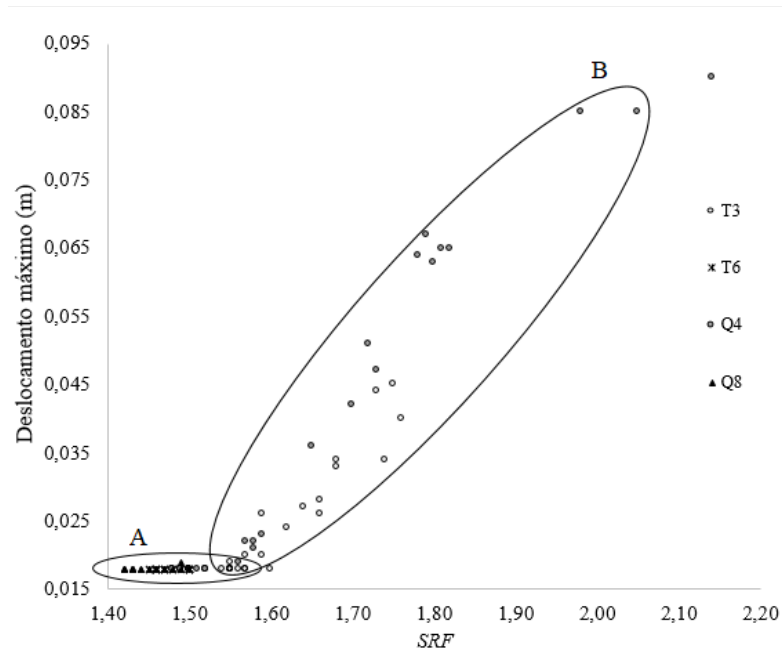


Fonte: O autor.

4.3.2 Mina a Céu Aberto 2

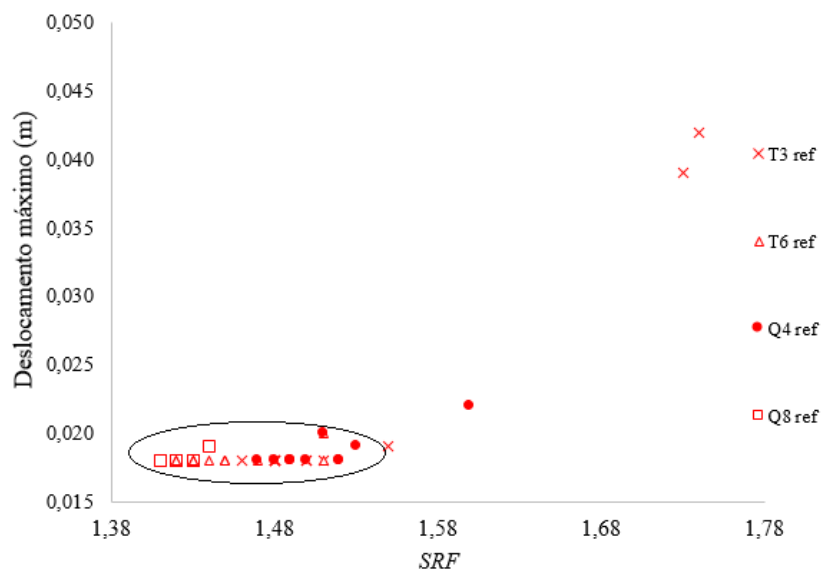
As Figuras 49, 50 e 51 apresentam estas correlações para as seções não refinada, refinada e superposição de ambas, respectivamente. Um comportamento semelhante às variações apresentadas para a Mina a Céu Aberto 1 pode ser observado.

Figura 49 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 2 – Seção não refinada



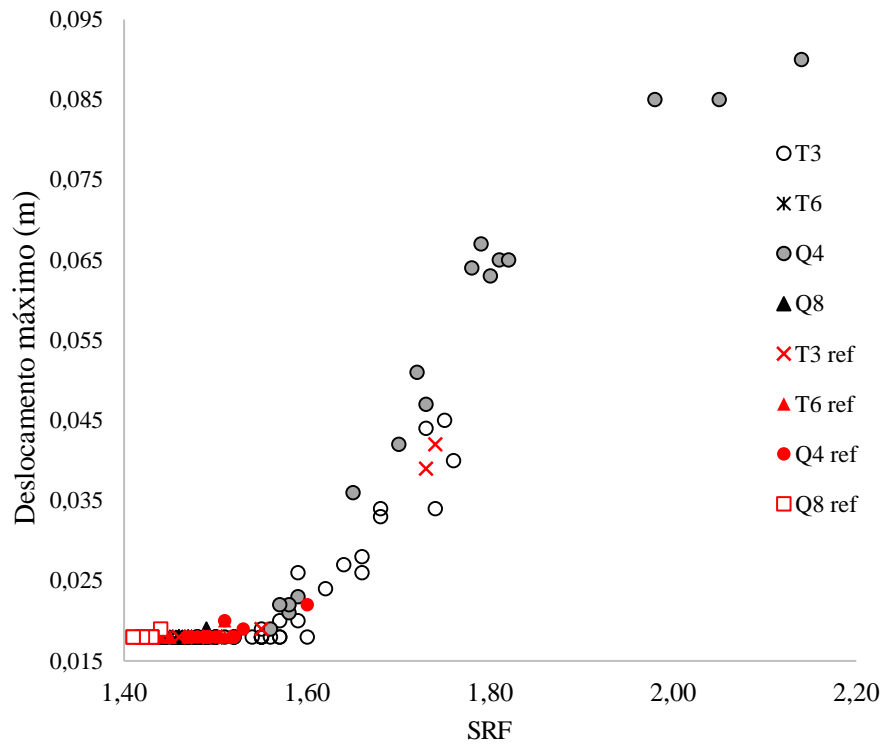
Fonte: O autor.

Figura 50 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 2 - Seção refinada



Fonte: O autor.

Figura 51 - Superposição das correlações de SRF x Deslocamentos máximos para as seções refinada e não refinada – Mina a Céu Aberto 2



Fonte: O autor.

4.3.3 Mina a Céu Aberto 3

Por fim, as Figuras 52, 53 e 54 apresentam os gráficos de correlação para a seção S74, da mina a Céu Aberto 3.

Figura 52 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 3 – Seção não refinada

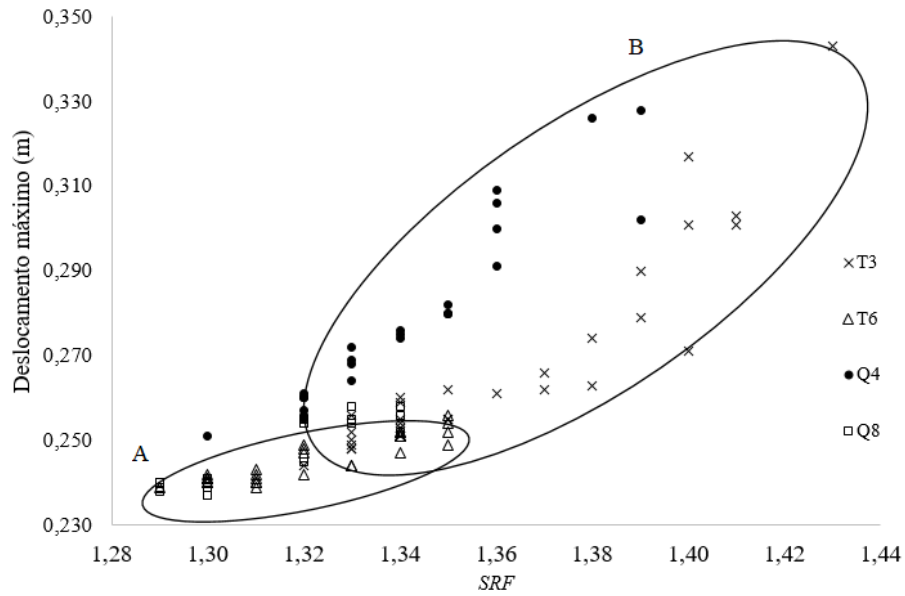


Figura 53 - Correlação entre SRF e Deslocamento máximo na ruptura – Mina a Céu Aberto 3 - Seção refinada

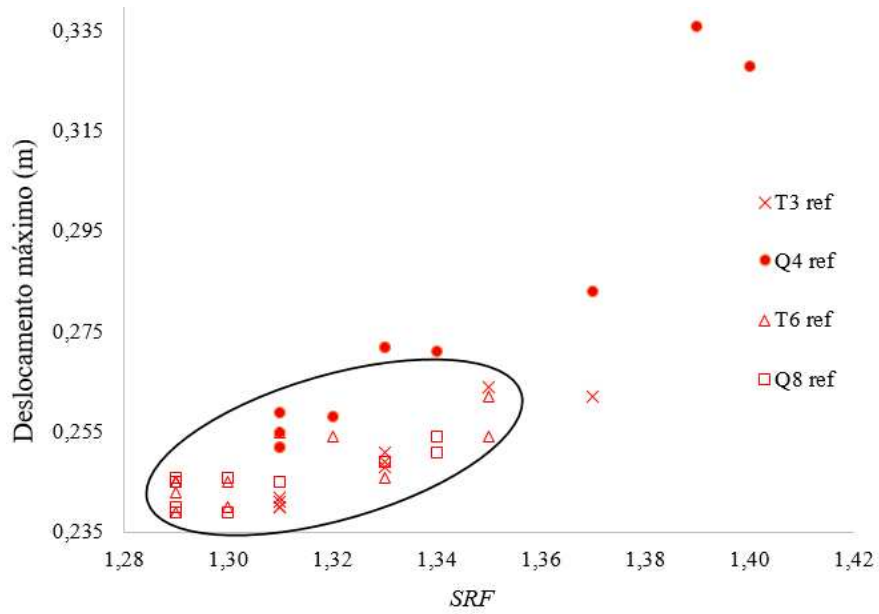
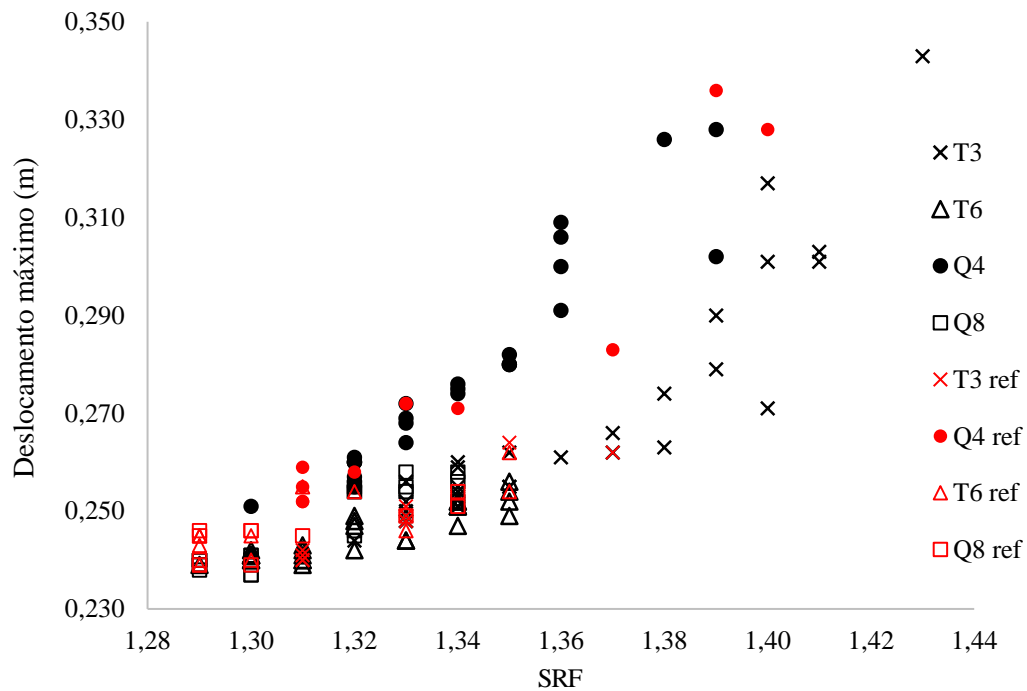


Figura 54 - Superposição das correlações de SRF x Deslocamentos máximos para as seções refinada e não refinada – mina a Céu Aberto 3



Fonte: O autor.

Observa-se uma variação nos deslocamentos máximos superior àquelas observadas para as minas a Céu Aberto 1 e 2, mesmo em relação aos elementos de menor variação, como T6 e Q8. Uma possível justificativa para isto é o fato de as seções das minas a Céu Aberto 1 e 2 serem compostas por uma maior porção de maciço rochoso (material de menores deslocamentos máximos), enquanto a seção S74, da mina a Céu Aberto 3 ser composta por pior qualidade mecânica (IV, V e VI).

Analisando-se estas relações de SRF e deslocamentos máximos para as três minas a céu aberto que compõem este estudo de caso, pode-se perceber uma menor variação destes deslocamentos para as análises com elementos T6 e Q8 (elipse A) quando comparada à variação correspondente aos elementos T3 e Q4 (elipse B). Percebe-se ainda que os valores de deslocamento máximo tendem a estabilizar, ou pelo menos, reduzir sua variação à medida que o SRF reduz, e à medida que se aumenta o número de elementos nas análises. Isto é verificado tanto para as análises com refinamento quanto sem esta técnica.

Assim como para os estudos de malha apresentados no item 4.1, este comportamento é devido ao tipo de elemento finito utilizado; ou seja, elementos de menor precisão nas

deformações, como os elementos triangular e quadrilateral lineares (T3 e Q4), necessitarão de malhas mais densas para se chegar a resultados similares àqueles obtidos por malhas de elementos parabólicos (T6 e Q8) menos densas.

4.4 Comparações entre MEL e MEF

A Tabela 17 apresenta os resultados obtidos das análises de estabilidade por MEL e MEF e a diferença numérica, em módulo, e também percentual entre estes valores, indicando ainda se a região de ruptura gerada em MEF interceptava, ou não, mais de um estrato de solo/rocha e lençol freático. Também se identifica na tabela o porte dos taludes mobilizados, sendo classificados em pequeno porte ($H \leq 50$ m), médio porte ($51 \text{ m} < H \leq 200$ m) e grande porte ($H > 200$ m). A legenda utilizada na tabela é mostrada na Figura 55.

Figura 55 - Legenda para resultados comparativos MEL e MEF

Legenda	
	Diferença $\leq 0,10$
	$0,10 < \text{Diferença} \leq 0,20$
	Diferença $> 0,20$

Fonte: O autor.

Tabela 17 - Resultados das análises de estabilidade por MEL e MEF

Seção	Porte do talude	Região de ruptura intercepta mais de um estrato	Região de ruptura intercepta N.A.	FS (MEL)	SRF (T6)	SRF (Q8)	Diferença em relação a SRF T6	Diferença em relação a SRF Q8	Diferença percentual T6 (%)	Diferença percentual Q8 (%)
S01	Médio	SIM	NÃO	1,660	1,61	1,61	0,05	0,05	3,1	3,1
S02	Médio	SIM	NÃO	0,940	0,88	0,90	0,06	0,04	6,8	4,4
S03	Médio	SIM	NÃO	1,653	1,59	1,60	0,06	0,05	4,0	3,3
S04	Médio	SIM	NÃO	1,608	1,54	1,55	0,07	0,06	4,4	3,7
S05	Grande	NÃO	NÃO	1,689	1,60	1,60	0,09	0,09	5,6	5,6
S06	Grande	NÃO	NÃO	1,047	0,96	0,96	0,09	0,09	9,1	9,1
S07	Grande	NÃO	NÃO	1,647	1,58	1,58	0,07	0,07	4,2	4,2
S08	Grande	NÃO	NÃO	1,625	1,55	1,55	0,08	0,08	4,8	4,8
S09	Grande	SIM	NÃO	1,138	1,02	0,95	0,12	0,19	11,6	19,8
S10	Grande	NÃO	NÃO	1,012	0,96	0,96	0,05	0,05	5,4	5,4
S11	Grande	SIM	NÃO	1,138	1,01	0,98	0,13	0,16	12,7	16,1
S12	Médio	NÃO	NÃO	1,030	1,07	1,06	0,04	0,03	3,7	2,8
S13	Médio	NÃO	NÃO	0,717	0,71	0,65	0,01	0,07	1,0	10,3

Tabela 17 - Resultados das análises de estabilidade por MEL e MEF (continuação)

Seção	Porte do talude	Região de ruptura intercepta mais de um estrato	Região de ruptura intercepta N.A.	FS (MEL)	SRF (T6)	SRF (Q8)	Diferença em relação a SRF T6	Diferença em relação a SRF Q8	Diferença percentual T6 (%)	Diferença percentual Q8 (%)
S14	Grande	NÃO	NÃO	0,717	0,69	0,69	0,03	0,03	3,9	3,9
S15	Médio	SIM	SIM	1,300	1,20	1,18	0,10	0,12	8,3	10,2
S16	Médio	SIM	SIM	0,542	0,27	0,26	0,27	0,28	100,7	108,5
S17	Médio	SIM	NÃO	0,841	0,77	0,77	0,07	0,07	9,2	9,2
S18	Grande	SIM	NÃO	0,667	0,33	0,30	0,34	0,37	102,1	122,3
S19	Médio	SIM	NÃO	1,387	1,42	1,41	0,03	0,02	2,3	1,6
S20	Médio	SIM	NÃO	0,988	0,97	0,92	0,02	0,07	1,9	7,4
S21	Grande	SIM	NÃO	0,860	0,60	0,59	0,26	0,27	43,3	45,8
S22	Médio	SIM	NÃO	2,537	2,55	2,52	0,01	0,02	0,5	0,7
S23	Médio	SIM	NÃO	1,378	0,97	1,06	0,41	0,32	42,1	30,0
S24	Médio	SIM	NÃO	0,760	0,68	0,68	0,08	0,08	11,8	11,8
S25	Médio	SIM	NÃO	1,217	1,11	1,11	0,11	0,11	9,6	9,6
S26	Grande	SIM	NÃO	0,931	0,87	0,86	0,06	0,07	7,0	8,3
S27	Grande	SIM	NÃO	0,830	0,74	0,58	0,09	0,13	12,2	43,1
S28	Médio	SIM	NÃO	1,165	1,14	1,14	0,03	0,03	2,2	2,2
S29	Médio	SIM	SIM	1,355	1,18	1,16	0,18	0,20	14,8	16,8
S30	Grande	SIM	NÃO	1,288	1,14	1,14	0,15	0,15	13,0	13,0
S31	Médio	NÃO	NÃO	0,856	0,79	0,78	0,07	0,08	8,4	9,7
S32	Médio	NÃO	NÃO	0,823	0,80	0,80	0,02	0,02	2,9	2,9
S33	Grande	NÃO	NÃO	0,824	0,85	0,84	0,03	0,02	3,1	1,9
S34	Médio	NÃO	NÃO	0,916	0,89	0,88	0,03	0,04	2,9	4,1
S35	Médio	NÃO	NÃO	0,987	0,98	0,97	0,01	0,02	0,7	1,8
S36	Grande	NÃO	NÃO	0,928	0,91	0,91	0,02	0,02	2,0	2,0
S37	Médio	SIM	NÃO	1,148	1,33	1,31	0,18	0,16	13,7	12,4
S38	Médio	SIM	NÃO	1,138	0,98	0,96	0,16	0,18	16,1	18,5
S39	Grande	SIM	NÃO	1,313	1,1	1,21	0,21	0,10	19,4	8,5
S40	Grande	NÃO	NÃO	0,798	0,71	0,73	0,09	0,07	12,4	9,3
S41	Grande	SIM	NÃO	1,064	0,8	0,84	0,26	0,22	33,0	26,7
S42	Grande	SIM	NÃO	1,071	0,83	0,83	0,24	0,24	29,0	29,0
S43	Médio	NÃO	NÃO	1,199	1,08	1,1	0,12	0,10	11,0	9,0
S44	Médio	NÃO	NÃO	0,825	0,74	0,74	0,09	0,09	11,5	11,5
S45	Médio	SIM	NÃO	1,246	1,00	1,00	0,25	0,25	24,6	24,6
S46	Médio	NÃO	NÃO	1,159	1,13	1,13	0,03	0,03	2,6	2,6
S47	Médio	SIM	NÃO	1,472	1,08	1,08	0,39	0,39	36,3	36,3
S48	Grande	SIM	NÃO	1,030	0,96	0,96	0,07	0,07	7,3	7,3
S49	Grande	SIM	NÃO	0,856	0,65	0,62	0,21	0,24	31,7	38,1
S50	Médio	NÃO	NÃO	1,435	1,45	1,45	0,07	0,01	1,0	1,0
S51	Grande	SIM	NÃO	0,929	0,88	0,88	0,05	0,05	5,6	5,6
S52	Grande	SIM	NÃO	0,890	0,79	0,79	0,10	0,10	12,7	12,7

Tabela 17 - Resultados das análises de estabilidade por MEL e MEF (continuação)

Seção	Porte do talude	Região de ruptura intercepta mais de um estrato	Região de ruptura intercepta N.A.	FS (MEL)	SRF (T6)	SRF (Q8)	Diferença em relação a SRF T6	Diferença em relação a SRF Q8	Diferença percentual T6 (%)	Diferença percentual Q8 (%)
S53	Médio	SIM	NÃO	1,338	1,47	*	0,13	-	9,0	-
S54	Grande	SIM	NÃO	1,383	1,24	1,24	0,14	0,14	11,5	11,5
S55	Grande	SIM	NÃO	1,258	1,17	1,17	0,09	0,09	7,5	7,5
S56	Médio	NÃO	NÃO	1,173	1,15	1,13	0,02	0,04	2,0	3,8
S57	Médio	SIM	NÃO	1,476	1,29	1,29	0,19	0,19	14,4	14,4
S58	Grande	SIM	NÃO	1,425	1,21	1,13	0,22	0,30	17,8	26,1
S59	Médio	NÃO	NÃO	0,917	0,86	0,86	0,06	0,06	6,6	6,6
S60	Médio	NÃO	NÃO	0,690	0,61	0,60	0,08	0,09	13,1	15,0
S61	Grande	NÃO	NÃO	0,412	0,33	0,34	0,08	0,07	24,8	21,2
S62	Médio	NÃO	NÃO	1,120	1,15	1,12	0,03	0,00	2,6	0,0
S63	Médio	SIM	NÃO	0,905	0,89	0,86	0,02	0,05	1,7	5,2
S64	Grande	SIM	NÃO	0,609	0,54	0,53	0,07	0,08	12,8	14,9
S65	Grande	SIM	NÃO	2,482	2,38	2,35	0,10	0,13	4,3	5,6
S66	Médio	NÃO	NÃO	1,157	1,13	1,12	0,03	0,04	2,4	3,3
S67	Médio	NÃO	NÃO	1,326	1,25	1,27	0,08	0,06	6,1	4,4
S68	Médio	NÃO	NÃO	0,798	0,79	0,78	0,01	0,02	1,0	2,3
S69	Grande	SIM	NÃO	1,925	1,62	1,57	0,31	0,36	18,8	22,6
S70	Médio	NÃO	NÃO	0,950	0,94	0,93	0,01	0,02	1,1	2,2
S71	Grande	SIM	NÃO	2,050	2,07	2,04	0,02	0,01	1,0	0,5
S72	Grande	SIM	NÃO	0,442	0,33	0,35	0,11	0,09	33,9	26,3
S73	Grande	SIM	NÃO	0,665	0,56	0,54	0,11	0,13	18,8	23,1
S74	Médio	SIM	SIM	1,326	1,29	1,29	0,04	0,04	2,8	2,8
Média							0,10	0,11	13,0	14,1
Desvio-padrão							0,092	0,094	17,9	20,1

* S53 – Não houve convergência nesta análise utilizando elemento Q8.

Fonte: O autor.

Dentre estas 74 seções, aproximadamente 50 delas apresentaram diferença inferior a 0,10, correspondendo a 68% das análises, 13 apresentaram diferença entre 0,10 e 0,20, equivalente a 18% e 11 apresentaram diferença superior a 0,20 utilizando pelo menos um dos tipos de elementos, equivalendo a aproximadamente 15%. Calcularam-se as médias e desvios-padrão das diferenças no fator de segurança por MEL e MEF para esta amostragem de 74 seções, obtendo-se resultados semelhantes em relação ao tipo de elemento utilizado, como uma média de 0,10 (13% em diferença percentual) e desvio-padrão de 0,092 (17,9%) para as

análises utilizando elementos T6 e, média de 0,11 (14,1% em diferença percentual) e desvio-padrão de 0,094 (20,1%) para análises com elementos Q8.

Observou-se ainda que todas as seções com diferença superior a 0,20 (12 seções) apresentaram região de ruptura interceptando mais de um estrato. Porém, aproximadamente 23 seções dentre 45 estratificadas apresentaram diferença igual ou inferior a 0,10. Com relação à presença de nível d'água interceptando a região de ruptura, apenas uma (S16) das quatro seções (S15, S16, S29 e S74) apresentou diferença superior a 0,20.

Como mencionado no item 3.3, a fim de se verificar a influência da estratificação no SRF, tomaram-se seções com diferença superior a 0,20 e analisou-se a estabilidade das mesmas como seções homogêneas, escolhendo-se aleatoriamente um material para compor a seção em análise. A Tabela 18 apresenta os resultados obtidos, comparando-os com as diferenças observadas nas seções naturais (estratificadas). Em todas as seções tomadas como homogêneas, pode-se observar redução na diferença entre FS e SRF, independente do tipo de elemento utilizado. Novamente, calcularam-se as médias e desvios-padrão para esta amostragem selecionada (ver Tabela 18), constatando-se média das diferenças inferior para seções homogêneas e desvios-padrão que pouco diferem entre si. Baseando-se nisto, pode-se atestar a possibilidade da influência da estratificação nos valores de SRF, uma vez que a maioria das análises que possuíram maiores diferenças foram realizadas em seções estratificadas.

Analisando-se também a influência de nível d'água nas análises de estabilidade das seções que o apresentaram interceptando a região de ruptura, obtiveram-se os resultados apresentados na Tabela 19.

Tabela 18 - Resultados das análises de estabilidade por MEL e MEF utilizando seções homogêneas e comparação com seções estratificadas

Seção	Seção estratificada							Seção homogênea						
	FS (MEL)	SRF (T6)	SRF (Q8)	Diferença em relação a SRF T6	Diferença em relação a SRF Q8	Diferença percentual T6	Diferença percentual Q8	FS (MEL)	SRF (T6)	SRF (Q8)	Diferença em relação a SRF T6	Diferença em relação a SRF Q8	Diferença percentual T6 (%)	Diferença percentual Q8 (%)
S16	0,542	0,27	0,26	0,27	0,28	100,7	108,5	1,576	1,46	1,44	0,12	0,14	7,9	9,4
S18	0,667	0,33	0,30	0,34	0,37	102,1	122,3	1,377	1,21	1,2	0,17	0,18	13,8	14,8
S18								1,346	1,17	1,16	0,18	0,19	15,0	16,0
S21	0,860	0,60	0,59	0,26	0,27	43,3	45,8	1,009	0,79	0,77	0,22	0,24	27,7	31,0
S23	1,378	0,97	1,06	0,41	0,32	42,1	30,0	1,381	1,24	1,19	0,14	0,19	11,4	16,1
S41	1,064	0,8	0,84	0,26	0,22	33,0	26,7	0,981	0,91	0,91	0,07	0,07	7,8	7,8
e S42	1,071	0,83	0,83	0,24	0,24	29,0	29,0							
S45	1,246	1,00	1,00	0,25	0,25	24,6	24,6	1,199	1,10	1,12	0,10	0,08	9,0	7,1
S47	1,472	1,08	1,08	0,39	0,39	36,3	36,3	1,213	1,21	1,21	0,003	0,003	0,2	0,2
S49	0,856	0,65	0,62	0,21	0,24	31,7	38,1	0,499	0,34	0,33	0,16	0,17	46,8	51,2
S58	1,425	1,21	1,13	0,22	0,30	17,8	26,1	0,479	0,38	0,37	0,10	0,11	26,1	29,5
S69	1,925	1,62	1,57	0,31	0,36	18,8	22,6	2,022	1,89	1,87	0,13	0,15	7,0	8,1
Média				0,29	0,29	43,6	46,4	Média			0,13	0,14	15,7	17,4
Desvio-padrão				0,068	0,058	29,8	34,9	Desvio-padrão			0,058	0,067	13,1	14,6

*S18 – analisada como seção homogênea, testando-se dois materiais diferentes.

Fonte: O autor.

Tabela 19 - Influência de nível d'água no FS e SRF

Seção	Seção com N.A.							Seção sem N.A.							
	FS (MEL)	SRF (T6)	SRF (Q8)	Diferença em relação a SRF T6	Diferença em relação a SRF Q8	Diferença percentual T6	Diferença percentual Q8	FS (MEL)	SRF (T6)	SRF (Q8)	Diferença em relação a SRF T6	Diferença em relação a SRF Q8	Diferença percentual T6 (%)	Diferença percentual Q8 (%)	
S15	1,300	1,20	1,18	0,10	0,12	8,3	10,2	1,482	1,24	1,23	0,24	0,25	19,5	20,5	
S16	0,542	0,27	0,27	0,27	0,28	100,7	100,7	0,679	0,64	0,63	0,04	0,05	6,1	7,8	
S29	1,355	1,18	1,16	0,18	0,20	14,8	16,8	1,368	1,21	1,19	0,16	0,18	13,1	15,0	
S74	1,326	1,29	1,29	0,04	0,04	2,8	2,8	1,35	1,32	1,31	0,03	0,04	2,3	3,1	
	Média			0,15	0,16	31,7	32,6		Média			0,12	0,13	10,2	11,6
	Desvio-padrão			0,102	0,105	46,3	45,8		Desvio-padrão			0,102	0,103	7,6	7,7

Fonte: O autor.

Das quatro seções que se encontravam nesta situação, apenas uma delas, seção S15, apresentou diferença superior ao se retirar o nível d'água. Para esta seção, observa-se um aumento no FS (obtido por MEL) de aproximadamente 0,18, enquanto pouco se influenciou esta retirada no SRF (0,04 a 0,05, na análise com elemento T6 e Q8, respectivamente). Uma seção, S16, apresentou redução expressiva na diferença (de uma diferença superior a 0,25 para uma inferior a 0,10) e outras duas seções, S29 e S74, apresentaram baixas influências desta retirada (redução de 0,01 a 0,02) ou mesmo nenhuma influência, como observado para a seção S74 utilizando-se elemento Q8. Para esta amostragem, observa-se média das diferenças ligeiramente inferior para seções sem N.A. e, em relação ao desvio-padrão, basicamente não houve alteração. Desta forma, percebe-se que, assim como em relação à estratificação do maciço, a presença de N.A. pode influenciar nas diferenças entre FS e SRF.

Diferenças elevadas entre FS e SRF (consideradas aqui superiores a 0,20) também são apresentadas em literatura técnica, como em Burman et al. (2015), apresentando uma diferença de 0,41 (Tabela 6) entre SRF e FS (método de Morgenstern e Price) para um talude de barragem homogênea sujeita a rebaixamento rápido; e em Silva (2011), apresentando uma diferença de 0,271 (Tabela 10) para um maciço estratificado. Para demais seções homogêneas, estas literaturas também apresentam baixas diferenças, geralmente inferiores a 0,10.

A fim de se verificar a influência do porte do talude mobilizado nas diferenças entre FS e SRF, levantaram-se as seções que apresentaram ruptura global nas análises de estabilidade, registrando-se a altura do talude mobilizado e o número de seções que apresentaram diferença numérica (DN) conforme os intervalos estipulados na Figura 55. Estes resultados são apresentados nas Tabelas 20 e 21. Desta tabela, verifica-se que apenas 6 seções, em um total de 37, apresentaram taludes mobilizados de pequeno porte, enquanto o restante das seções apresentou taludes mobilizados de médio porte, não tendo sido registradas rupturas globais em taludes de grande porte. Mediante esta amostragem de 37 seções e de acordo com a Tabela 21, não foi possível se relatar uma resposta conclusiva acerca da influência do porte de taludes mobilizados nas diferenças entre FS e SRF.

Tabela 20 - Porte dos taludes mobilizados apresentando ruptura global

Seção	Porte do talude mobilizado / Altura (m)		Seção	Porte do talude mobilizado / Altura (m)	
S20	Pequeno	49,0	S17	Médio	71,0
S22	Pequeno	41,0	S19	Médio	80,0
S37	Pequeno	44,0	S21	Médio	92,0
S46	Pequeno	38,0	S24	Médio	57,0
S49	Pequeno	50,0	S25	Médio	71,0
S55	Pequeno	45,0	S29	Médio	193,0
S01	Médio	81,0	S38	Médio	102,0
S02	Médio	81,0	S39	Médio	104,0
S03	Médio	80,0	S40	Médio	84,0
S04	Médio	73,0	S42	Médio	120,0
S05	Médio	108,0	S45	Médio	66,0
S06	Médio	108,0	S48	Médio	62,0
S07	Médio	108,0	S51	Médio	64,0
S08	Médio	108,0	S52	Médio	67,0
S09	Médio	102,0	S58	Médio	198,0
S10	Médio	51,0	S69	Médio	79,0
S11	Médio	51,0	S71	Médio	59,0
S15	Médio	77,0	S73	Médio	88,0
S17	Médio	71,0	S74	Médio	158,0

Fonte: O autor.

Tabela 21 - Diferenças numéricas em função do porte dos taludes mobilizados

Diferença numérica (DN)	Número de seções em função do porte do talude mobilizado		
	Pequeno porte	Médio porte	Total
$DN \leq 0,10$	4	18	22
$0,1 < DN \leq 0,20$	1	8	9
$DN > 0,20$	1	5	6

Fonte: O autor.

5 CONCLUSÕES

5.1 Estudo de caso em teste de convergência de malha

Os resultados obtidos nesta tese, tanto para as interações entre SRF e discretização de malha quanto para aquelas entre SRF e deslocamento máximo na ruptura, ratificaram as diferenças da utilização de elementos finitos de estado plano lineares e parabólicos, aplicada em análises de estabilidade de taludes. Desta forma, a utilização de elementos lineares deve estar atrelada à utilização de uma malha mais densa, enquanto a utilização de elementos parabólicos pode ser realizada com malhas menos discretizadas. Contudo, apesar da possibilidade de se alcançarem resultados semelhantes em função do tipo de elemento atrelado a uma maior ou menor discretização de malha, sugere-se a utilização de elementos parabólicos (T6 e Q8) em análise de estabilidade de taludes, por apresentarem valores de fator de segurança mais baixos, e assim, a favor da segurança em projetos geotécnicos.

Observou-se também a influência do refinamento de malha no custo computacional das análises de estabilidade. Afirma-se, a partir dos resultados, a necessidade de se estudar a região de ruptura gerada nas análises de tensão-deformação, a fim de se discretizar esta região de interesse, sem que se perca a qualidade da malha gerada. Esta técnica garantirá otimização do tempo de análises computacionais de estabilidade de taludes, assim como nas demais áreas que utilizam este tipo de modelagem numérica.

Por fim, das mais de 500 análises realizadas para o estudo de caso em convergência de malha, constatou-se erro de convergência de aproximadamente 5% ao se utilizarem elementos Q4, contraindicando-se sua utilização em análises de estabilidade em fase preliminar de projeto. Em relação aos demais elementos, apenas uma análise apresentou erro de convergência utilizando-se elementos Q8 e nenhuma análise utilizando elementos T3 e T6 foi observada.

5.2 Aplicação dos métodos estatísticos nos estudos de malha

A aplicação destes métodos ratificou as diferenças da utilização de elementos finitos lineares e parabólicos em análises de estabilidade de taludes, comprovando menores variações de SRF (em função do aumento no número de elementos da malha) ao se utilizarem elementos parabólicos.

Comparando-se os dois métodos, nota-se que, mesmo o MMC sendo um método aproximado na determinação de “ X_0 ”, ainda apresenta diferenças no SRF inferiores às aquelas observadas pelo MRLP, sendo, portanto, mais indicado na identificação de um ponto de estabilização de SRF nos estudos de convergência de malha.

Contudo, deve-se destacar que os valores de “ X_0 ” obtidos são específicos para as seções estudadas, que possuem diferentes geometrias e estratos. A aplicação de um valor “ X_0 ” obtido para uma seção não pode, portanto, ser utilizada, por exemplo, em uma outra seção de uma mesma mina a céu aberto que possua características físicas diferentes. Um exemplo de aplicação em que se poderia aplicar estes métodos seria, em projetos geotécnicos, na etapa de seleção de materiais de jazidas de empréstimos, onde já se possui uma geometria determinada e deseja-se analisar a estabilidade de uma seção que será composta por diferentes possíveis materiais.

5.3 Comparações entre MEL e MEF

Das comparações entre fatores de segurança obtidos pelos métodos MEL e MEF, observou-se que aquele obtido por MEF, ou seja, o fator de redução da resistência (SRF) é geralmente inferior ao obtido por MEL. Conclui-se, portanto, que os parâmetros de deformabilidade apresentam influência no SRF, respondendo à hipótese inicial desta pesquisa. Esta influência é notada principalmente em análises de seções estratificadas, como verificado ao se compararem fatores de segurança de seções estratificadas e homogêneas de mesma geometria. Além da estratificação, a presença de lençol freático também podem influenciar nos valores de SRF. Em relação ao porte dos taludes mobilizados, não se verificou influência nas diferenças dos fatores de segurança estudados pelos métodos em questão.

Desta forma e a favor da segurança, conclui-se que o MEF é uma metodologia satisfatória a ser utilizada em análises de estabilidade de taludes, permitindo ainda análises de tensão-deformação, que não são possíveis pelo MEL.

6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

São sugestões de novos trabalhos a partir dos resultados obtidos desta pesquisa:

- Estudar a influência, isoladamente, dos parâmetros de deformabilidade de solos e rochas em análises de estabilidade de taludes.
- Realizar novos estudos de malha utilizando o critério de ruptura de Hoek-Brown e compará-los aos apresentados nesta pesquisa (critério de Mohr-Coulomb).
- Em relação aos métodos estatísticos utilizados na pesquisa, realizar estudos de determinação de “ X_0 ” para novas seções, uma vez que se trata de uma aplicação nova em Geotecnia. Após obter-se um banco de dados consistente de valores de “ X_0 ” para diferentes seções, verificar se existe semelhança entre eles, a ponto de se poder estimar um intervalo de variação que possa ser extrapolado para uma seção qualquer.
- Realizar novas comparações entre FS e SRF para outras seções de mesma complexidade (estratificadas) e principalmente, apresentando lençol freático, uma vez que poucas seções que o apresentaram foram exploradas nesta pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ADAMS, B. M. **Slope stability acceptance criteria for opencast mine design**. New Zealand, 2015.

AGUIAR, M. F. P. de. **Estudo da estabilidade de um colúvio na Serra do Mar por elementos finitos**. Tese de doutorado. Departamento de Engenharia Civil, COPPE/UFRJ, 2008, 204p .

ALVES FILHO, A. **Elementos finitos – a base da tecnologia CAE**, 6. ed., São Paulo: Érica. 2013.

APAZA, M. A. F.; BARROS, J. M. de C. Análise probabilística de estabilidade de taludes pelo método Monte Carlo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE MECÂNICA DOS SOLOS E ENGENHARIA GEOTÉCNICA, 17., 2014, Goiânia. **Anais...** 8 p.

ARYAL, K. P. **Slope stability evaluations by limit equilibrium and finite element methods**, Doctoral Thesis in Norwegian University of Science and Technology. Faculty of Engineering Science and Technology. Department of Civil and Transport Engineering, 2006, 146p.

BATHE, K. J. **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. New Jersey: Prentice-Hall, 1982.

BERISAVLJEVIC, Z.; BERISAVLJEVIC, D.; CEBASEK, V.; RAKIC, D., Slope stability analysis using limit equilibrium and strength reduction methods. **Gradevinar**, 67, 2015, (10) pp 975 – 983.

BISHOP, A. W. The use of slip circles in stability analysis of slopes. **Geotechnique**, Vol. 5, No. 1, 1955, pp. 7 17.

BONFÁ, H. C. **Estudos sobre métodos estatísticos aplicados à experimentação animal**. Tese de doutorado. Programa de pós-graduação em Zootecnia. Universidade Federal de Viçosa, 2016.

BRINKGREVE, R. B. J.; BAKKER, H. L., **Non-linear finite element analysis of safety factors**. In. 7th IACMAG, Cairns, 1991, pp. 1117 – 1122.

BURMAN, A.; ACHARYA, S. P.; SAHAY, R. R.; MAITY, D. A comparative study of slope stability analysis using traditional limit equilibrium method and finite element, **Asian Journal of Civil Engineering (Building and Housing)**, Vol. 16, 4, 2015, pp. 467 – 492.

CHAVES, L. K. **Tamanho da parcela para seleção de progenies de milho (Zea mays L.)**. Tese de Doutorado em Genética e Melhoramento de Plantas. Escola Superior de Agricultura Luiz Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1985.

CHEN, X.; WU, Y.; YU, Y.; LIU, J.; XU, X. F.; REN, J. A two-grid search scheme for large-scale 3-D finite element analyses of slope stability, **Computers and Geotechnics**, 62, pp. 203 – 215, 2014.

CHENG, Y. M.; LANSIVAARA, T.; WEI, W. B., Two-dimensional slope stability analysis by limit equilibrium and strength reduction methods. **Computers and Geotechnics**, 43, 2007, pp. 137 – 150.

CHUGH, A. K. Variable interslice force inclination in slope stability analysis. **Soils and Foundation**, Japanese Society of SMFE, Vol 26, No. 1, 1986, pp. 115 – 21.

CLOUGH, R. W.; WOODWARD, R. J. Analysis of embankment stresses and deformations. **J. Soil Mech. e Found. Div.**, ASCE, 93(4), 1967, pp. 529-549.

CRAIG, R. F., **Soil mechanics**, 6ª Ed., E & FN Spon, London, 1997.

DAS, B. M. **Fundamentos de engenharia geotécnica**. São Paulo: Thomson Learning, 2007.

DESAI, C.S.; CHRISTIAN, J.T., **Numerical methods in geotechnical engineering**. Advanced Book Program, McGraw Hill Book Company, 1977.

FARSHIDFAR, N.; NAYERI, A. Slope stability analysis by shear strength reduction method. **Journal of Civil Engineering and Urbanism**, 2015, 5 (1): pp. 35 – 37.

FELLENIUS, W. **Calculations of the stability of earth dams**. Proceedings of the Second Congress of Large Dams. Vol. 4, Washington D. C, 1936, pp. 445 – 63.

FERNANDES, M. de M. **Mecânica dos solos - introdução à engenharia geotécnica** – vol.2, São Paulo: Oficina de Textos, 2014.

GERSCOVICH, D. M. S. **Estabilidade de taludes**. São Paulo: Oficina de Textos, 2012.

GERSCOVICH, D. M. S. **Propriedade da camada ressecada do depósito de Sarapuí**. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1983.

GRIFFITHS, D. V.; LANE, P. A., Slope stability analysis by finite elements, **Geotechnique**, 49, 1999, pp. 378 -403.

HAMMAH, R. E.; YACOUB, T.; CORKUM, B.; CURRAN, J. H. The practical modelling of discontinuous rock masses with finite element analysis. In. 42nd US Rock Mechanics Symposium, **Anais...**San Francisco, 2008.

HAMMAH, R. E.; YACOUB, T.; CORKUM, B.; CURRAN, J. H. The shear strength reduction method for the generalized Hoek-Brown criterion. In. 40th U. S. Symposium on Rock Mechanics (USRMS), **Anais...** Alaska, 2005.

HAMMAH, R. E.; YACOUB, T. E.; CURRAN, J. H. Numerical modelling of slope uncertainty due to rock mass jointing. In International Conference on Rock Joints and Jointed Rock Masses, **Anais...** Arizona, USA, 2009.

HE, B.; ZHANG, H. Stability analysis of slope based on finite element method. **International Journal of Engineering and Manufacturing**, 3, 70-74, 2012.

JANBU, N. **Stability analysis of slopes with dimensionless parameters**. Thesis for the Doctor of Science in the Field of Civil Engineering, Harvard University Soil Mechanics Series, No. 46, 1954.

LESSMAN, K. J.; ATKINS, R. E. Optimum plot size and relative efficiency of lattice designs for grain sorghum yield tests. **Crop Science**, v.3, n.5, p. 477-481, 1963.

LORENTZ, L. H.; ERICHSEN, R.; LÚCIO, A. D. Proposta de método para estimação de tamanho de parcela para culturas agrícolas. **Revista Ceres**, v.59, n.6, Viçosa, p. 772-780, 2012.

MAMEESH, M. S.; SCHENDEL, H. E.; NORTON, H.W.; JOHNSON, B. C. The effect of penicillin on the thiamine requirement of the rat. **Br. J. Nutr.**, v.10, p.23-27, 1956.

MARQUES, E. A. G. **Caracterização geomecânica de um perfil de intemperismo em kinzigito**. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1998.

MASSAD, F. **Obras de terra: curso básico de geotecnia**, 2 ed., São Paulo, Oficina de Textos, 2010.

MOMENI, A.; HASHEMI, S. S.; KHANLARI, G. R.; HEIDARI, M. The effect of weathering on durability and deformability properties of granitoid rocks. **Bulletin of Engineering Geology and the Environment**, 76, pp. 1037-1049, 2017.

MOREIRAS, S. T. F.; PARAGUASSÚ, A. B. Viabilidade do uso de placas de granito como lajes em edificações. **Ambiente Construído**, Porto Alegre, v. 12, n. 4, p. 25-36, 2012.

MORGENSTERN, N. R.; PRICE, V. E. The analysis of the stability of general slip surfaces. **Geotechnique**, Vol. 15, No. 1, 1965, pp. 77 93.

NASCIMENTO, A. L. **Análise de estabilidade de contenções, via MEF, considerando a interação solo-estrutura**. Dissertação de mestrado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2012.

NAVARRA, E. O. I. **Calculo de estructuras por el método de elementos finitos – Análisis estático lineal**. Centro Internacional de Métodos Numéricos em Ingeniería, Barcelona, 1995.

OBERHOLLENZER, S.; TSCHUCHNIGG, F.; SCHWEIGER, H. F. Finite element analyses of slope stability problems using non-associated plasticity. **Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering**, 10, pp. 1091 – 1101, 2018.

PEIXOTO, A. P. **Estimação do tamanho de parcelas para experimentos de conservação in vitro de maracujazeiro**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2008.

PIMENTA Jr, I. **Caracterização geotécnica e análise de estabilidade de taludes de mineração em solos da mina de Capão Xavier**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Centro de Ciências Exatas, Universidade Federal de Viçosa, 2005, 162 p.

POTTS, D. M.; ZDRAVKOVIC, L., **Finite element analysis in geotechnical engineering: theory**, Thomas Telford, London, 1999, p. 440.

REZENDE, D. M. L. C.; MUNIZ, J. A.; FERREIRA, D. F.; SILVA, F. F.; AQUINO, L. H. Ajuste de modelos de platô de resposta para a exigência de zinco em frangos de corte. **Ciênc. agrotec.**, Lavras, v. 31, n.2, p. 468-478, 2007.

ROCSCIENCE, **Graded mesh**. Disponível em:

https://www.rocscience.com/help/rs2/phase2_model/Graded_Mesh.htm. Acesso em 16 jan. 2020.

ROSTAGNO, H. S.; BUNZEN, S.; SAKOMURA, N. K.; ALBINO, L. F. T. Avanços metodológicos na avaliação de alimentos e de exigências nutricionais para aves e suínos. **Revista Bras. Zootec.**, v. 36, suplemento especial, p. 295-304, 2007.

SARMA, S. K. Stability analysis of embankment and slopes. **Geotechnique**, Vol. 23 (3), 1973, pp. 423-33.

SAVASSI, W. **Introdução ao método dos elementos finitos em análise de estruturas**. São Carlos: Serviço Gráfico EESC, 1996.

SAZZAD, M. M.; MAMUM, M. A. A.; RAHMAN, F. I. Mesh effect on the FEM based stability analysis of slope. In. International Conference on Recent Innovation in Civil Engineering for Sustainable Development (IICSD-2015), **Anais...** Bangladesh, pp. 387 – 391, 2015.

SILVA, C. C. **Análise de estabilidade de talude da cava de Alegria utilizando abordagem probabilística**. Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto, Escola de Minas, 2015.

SILVA, J. P. M., **Os métodos de equilíbrio-limite e dos elementos finitos na análise de estabilidade de taludes**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia, Universidade do Porto, 2011, 173p.

SILVA, R. L.; XAVIER, A.; LEITE, H. G.; PIRES, I. E. Determinação do tamanho ótimo da parcela experimental pelos métodos da máxima curvatura modificado, do coeficiente de correlação intraclasse e da análise visual em testes clonais de eucalipto. **Revista Árvore**, v. 27, n.5, Viçosa, 2003, p. 669-676.

SILVA, W. C. **Comparação de métodos para estimar o tamanho ótimo de parcela em bananeira**. Dissertação de mestrado. Programa de pós-graduação em Estatística Aplicada e Biometria. Universidade Federal de Viçosa, 2010.

SOUZA, R. M. D. **O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor**. Universidade Federal do Pará, Centro Tecnológico, Departamento De Engenharia Civil, Núcleo De Instrumentação E Computação Aplicada À Engenharia: 39 p. 2003.

SPENCER, E. A method of analysis of the stability of embankments, assuming parallel interslice forces. **Geotechnique**, Vol. 17, 1967, pp. 11 26.

STORCK, L.; UITDEWILLIGEN, W. P.M. Estimativa para tamanho e forma de parcela e número de repetições para experimentos com milho (*Zea mays L.*). **Agronomia Sulriograndense**, Porto Alegre, v.16, n.2, p. 269-282, 1980.

VALLEJO, L. I. G. **Ingeniería geológica**, Madrid: Pearson, 2002.

YOU, G.; MANDALAWI, M. A.; SOLIMAN, A.; DOWLING, K.; DAHLHAUS, P., Finite elements analysis of rock slope stability using shear strength reduction method, **Soil, Testing, Soil Stability and Ground Improvement, Sustainable Civil Structures**, 2018.

ZANON, M. L. B.; STORCK, L. Tamanho ótimo de parcelas experimentais para *Eucalyptus saligna* Smith em dois estádios de desenvolvimento. **Revista Cerne**, vol. 6, n.2, 2000, pp. 104-111.

ZIENKIEWICZ, O. C. **The Finite Element Method**. 3. ed. New York: McGraw-Hill, 1980.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L.; ZHU, J. Z. **The finite element method: its basis and fundamentals**. 6. ed. Elsevier, Barcelona, 2005.

APÊNDICE A – Parâmetros estimados de solos e rochas das minas a céu aberto

Parâmetros estimados para as seções da Mina a Céu Aberto 1

Parâmetros adotados - Adaptado de Pimenta Jr (2005) e Vallejo (2002)							
Material	c (kPa)	ϕ (°)	γ (kN/m³)	E (MPa)	ν	Res. Tração (kPa)	Dilatância (°)
Amostra 2 - Solo	137,0	23,0	17,8	95	0,40	0,0	0,0
Amostra 3 - Solo	17,2	25,6	17,6	77,5	0,40	0,0	0,0
Amostra 4 - Solo	110,7	25,4	17,9	75,6	0,40	0,0	0,0
Amostra 5 - Solo	96,0	26,7	17,9	97,1	0,40	0,0	0,0
Canga	50,0	30,0	30	1.780	0,30	0,0	0,0
Dolomito	1.070,0	55,0	40	50.000	0,30	0,0	0,0
Itabirito Macio	35,0	35,6	25	40.000	0,25	14,0	4,0
Itabirito Duro	405,5	43,0	36	80.000	0,25	186,0	15,0
Itabirito Limonítico	35,0	35,6	25	80.000	0,25	0,0	0,0
Itabirito Dolomítico	650,0	48,0	32	80.000	0,25	0,0	0,0
Itabirito Argiloso	152,5	31,0	22	80.000	0,25	0,0	0,0
Hematita Macia	69,0	36,8	37	61.000	0,27	0,0	5,0
Hematita Média	233,0	42,0	40	60.000	0,30	0,1	10,0
Hematita Manganésífera	69,0	36,8	37	60.000	0,30	0,0	0,0

Parâmetros estimados para as seções da Mina a Céu Aberto 2

Parâmetros cedidos por empresa parceira à pesquisa e adaptados de Moreiras e Paraguassu (2012)						
Material	Abreviação	c (kPa)	ϕ (°)	γ (kN/m ³)	E (MPa)	ν
Solo (Pilha de estéril)	PDE	5	28	20	1.000	0,35
Minério Sílico-carbonatado	MSC W1	200	43	33	59.566	0,20
	MSC W2	200	43	33	50.119	0,20
Xisto Grafítico	XGT W1	200	43	28	33.616	0,20
	XGT W2	200	43	28	18.825	0,25
	XGT W3	45	35	25	8.068	0,30
	XGT W4	45	35	25	4.034	0,35
	XGT W5	30	20	19	672	0,40
Quartzo Biotita Xisto	QBX W1	200	43	28	44.668	0,10
	QBX W2	200	43	28	25.014	0,15
	QBX W3	45	35	28	10.720	0,20
	QBX W4	45	35	25	5.360	0,25
	QBX W5	24	26	18	893	0,30
	QBX W6	6	24	17	447	0,35
Monzogranito	MNG W1	200	43	26	41.290	0,10
	MNG W2	200	43	26	23.122	0,15
	MNG W3	70	35	23	9.910	0,20
	MNG W4	70	35	23	4.955	0,25
	MNG W5	23	24	19	826	0,30
	MNG W6	19	23	19	413	0,35
Granodiorito	GRD W1	200	43	26	50.000	0,10
	GRD W2	200	43	26	28.000	0,10
	GRD W3	75	40	23	12.000	0,15
	GRD W4	75	40	23	6.000	0,20
	GRD W5	5	25	18	1.000	0,25

Parâmetros estimados para as seções da Mina a Céu Aberto 3

Parâmetros cedidos por empresa parceira à pesquisa e adaptados de Silva (2015)								
Material	Abreviação	c (kPa)	ϕ (°)	γ (kN/m ³)	E (MPa)	ν	Res. Tração (kPa)	Dilatância (°)
Canga	CG	80	34	28	1.780	0,30	0,000	0
Itabirito compacto	IC W4	200	40	32	9.600	0,30	0,186	15
	IC W5	100	38	30	1.600	0,35	0,000	15
Itabirito goetítico/Hematita goetítica	IGO-HGO W4	120	38	32	7.200	0,40	0,140	10
	IGO-HGO W5	60	34	30	1.200	0,45	0,000	10
	IGO-HGO W6	40	32	30	600	0,47	0,000	10

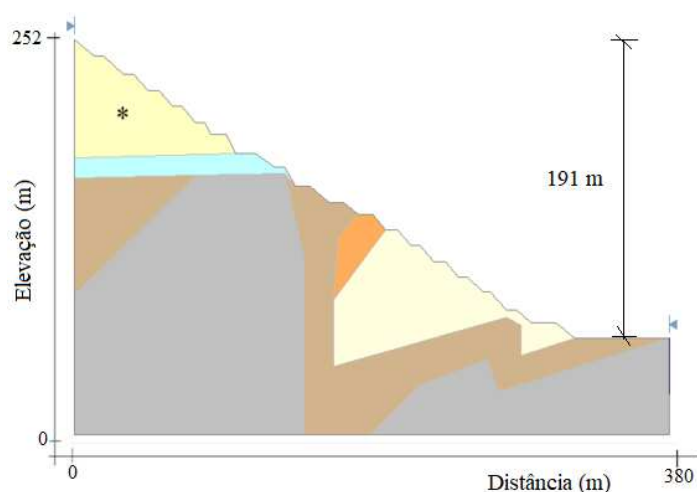
APÊNDICE B – Seções levantadas para análises de estabilidade

Seções levantadas da Mina a Céu Aberto 1 para comparações entre análises por MEL e MEF

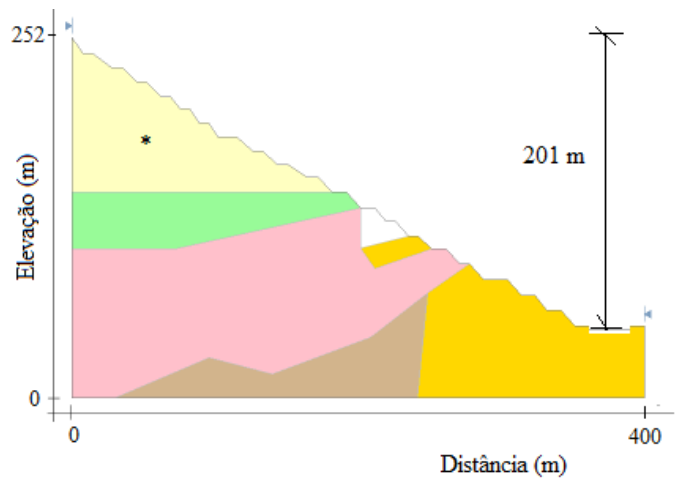
Nota: As seções da Mina a Céu Aberto 1 apresentam um asterisco (*) em sua camada mais superficial. São seções também estudadas em Pimenta Jr. (2005), em que o autor realiza várias análises de estabilidade, variando-se apenas os parâmetros de resistência e peso específico dos materiais desta camada, mantendo-se constantes os parâmetros das demais seções. Uma vez que este autor também realizou trabalhos nesta mina a céu aberto, aproveitaram-se estes perfis e parâmetros para se compor a amostragem de seções da presente pesquisa.

Nome do material	Cor
Solo	Amarelo
Canga	Ciano
Itabirito Argiloso	Marrom
Hematita Média	Laranja
Hematita Macia	Amarelo claro
Itabirito Macio	Rosa
Itabirito Duro	Azul claro
Dolomito	Cinza
Itabirito Limonítico	Verde

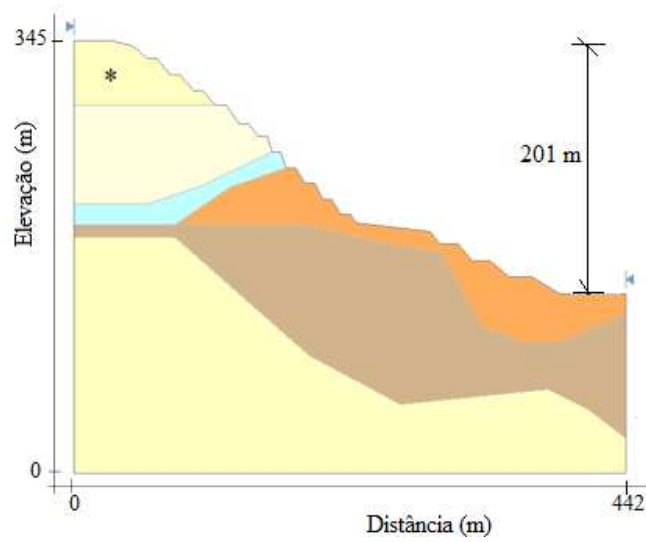
Legenda de materiais – Mina a Céu Aberto 1



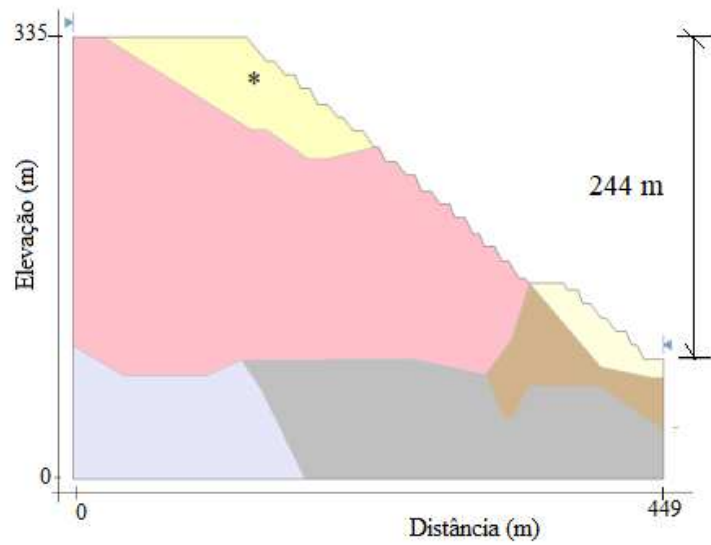
S01, S02, S03, S04



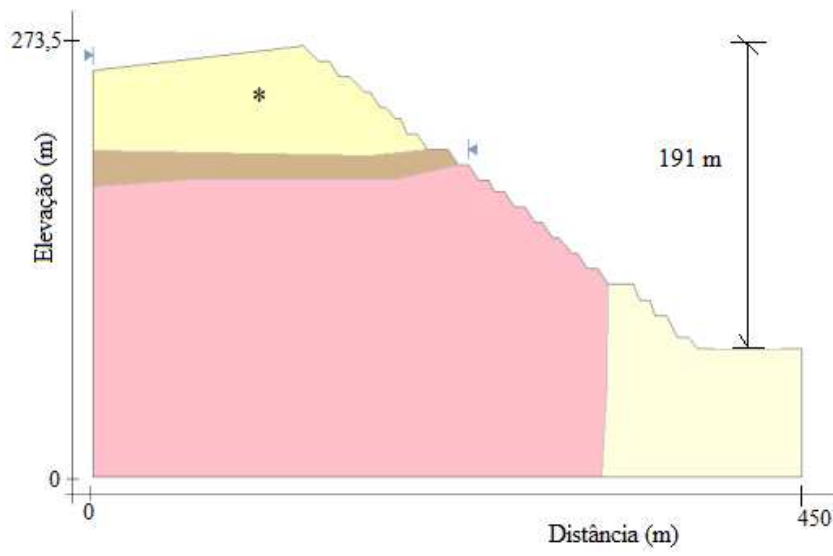
S05, S06, S07, S08



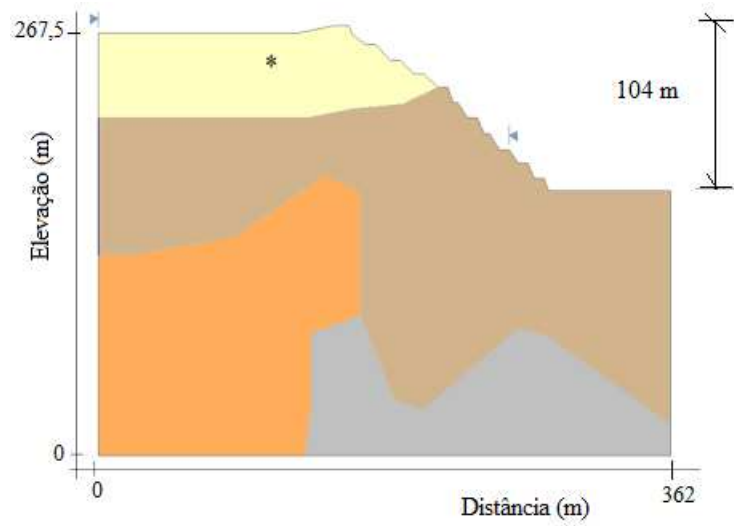
S09, S10, S11, S38



S39, S40, S41, S42



























S43, S44, S45

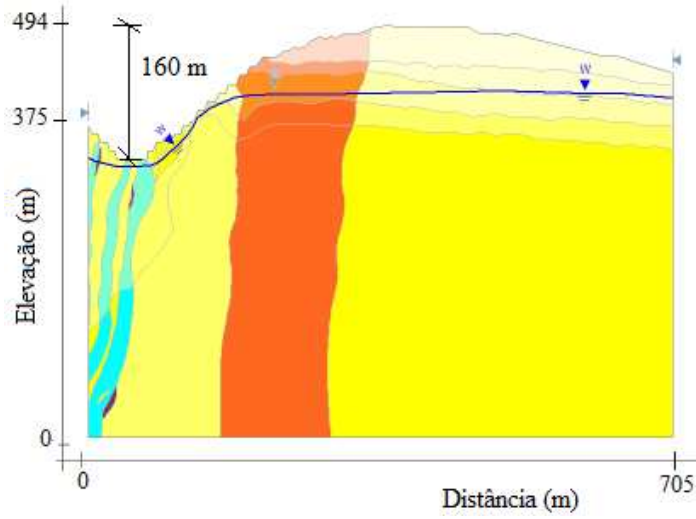


S46, S47

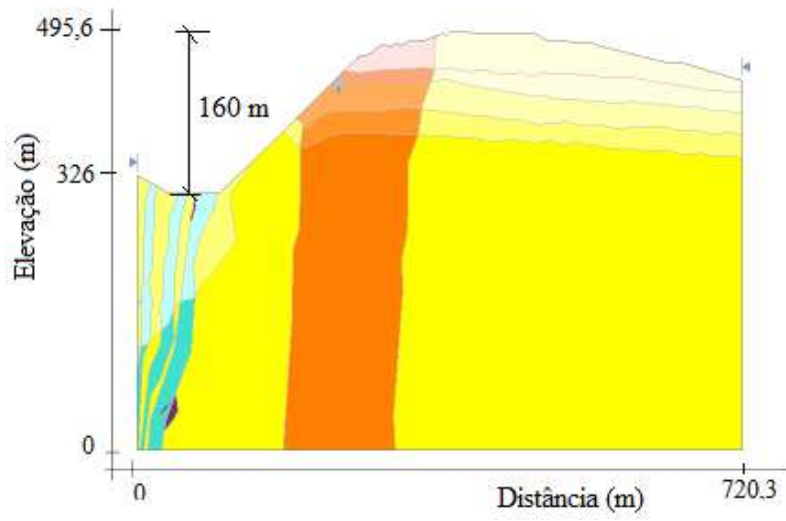
Seções levantadas da Mina a Céu Aberto 2 para comparações entre análises por MEL e MEF

Nome do material	Cor
MNG W6	
MNG W5	
MNG W4	
MNG W3	
MNG W2	
MNG W1	
QBX W5	
QBX W4	
QBX W3	
QBX W2	
QBX W1	
XGT W4	
XGT W3	
XGT W2	
MSC W2	
MSC W1	
GRD W5	
GRD W4	
GRD W3	
GRD W2	
GRD W1	
ANF W4	
ANF W3	
ANF W2	

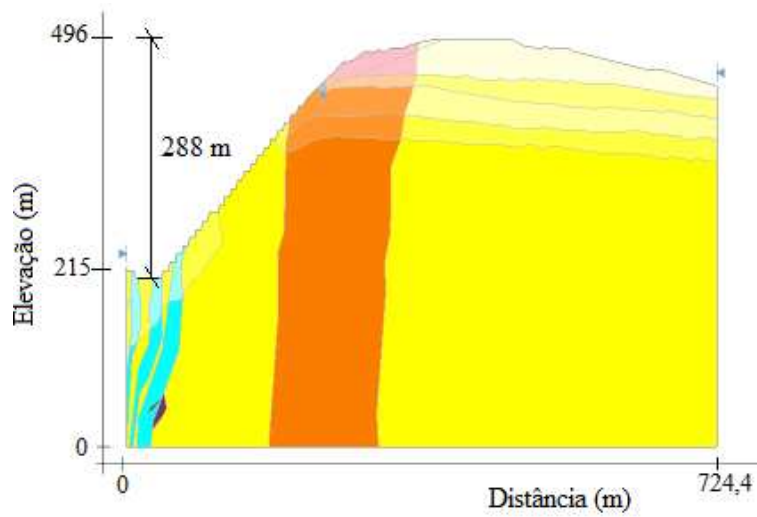
Legenda de materiais – Mina a Céu Aberto 2



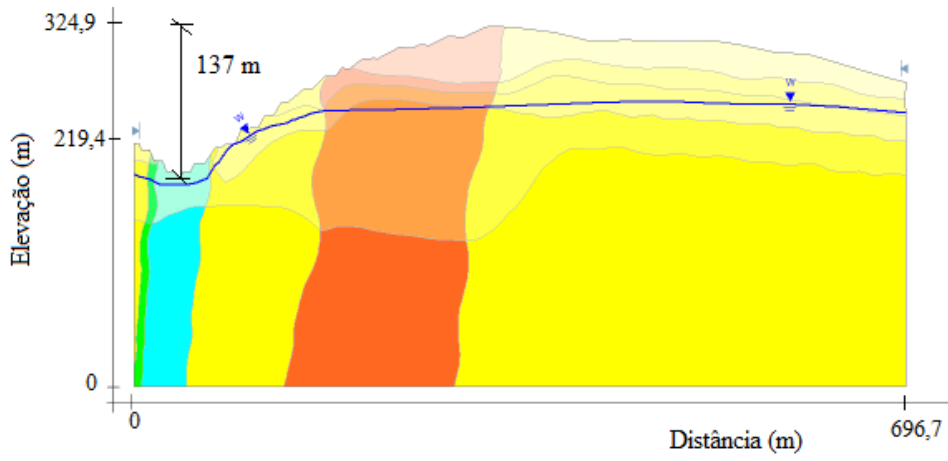
S12



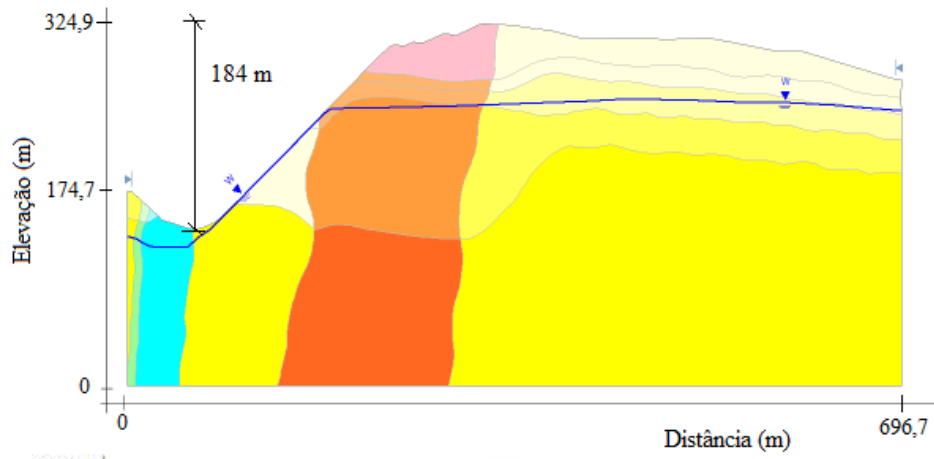
S13



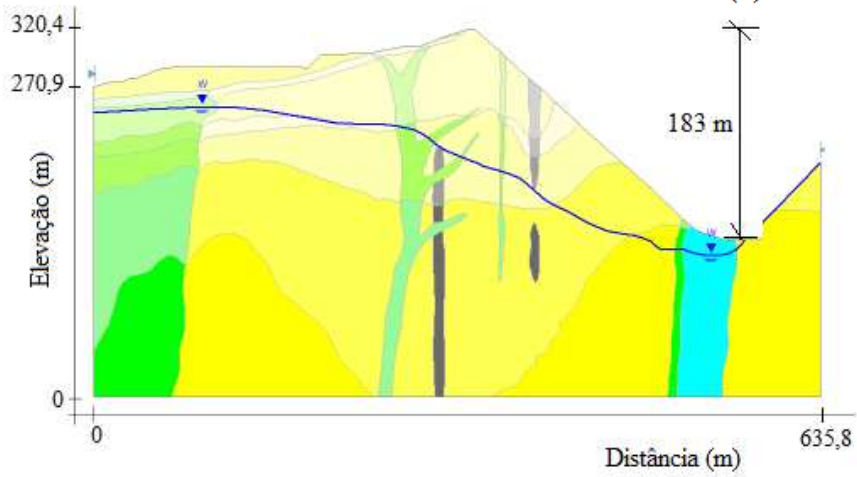
S14



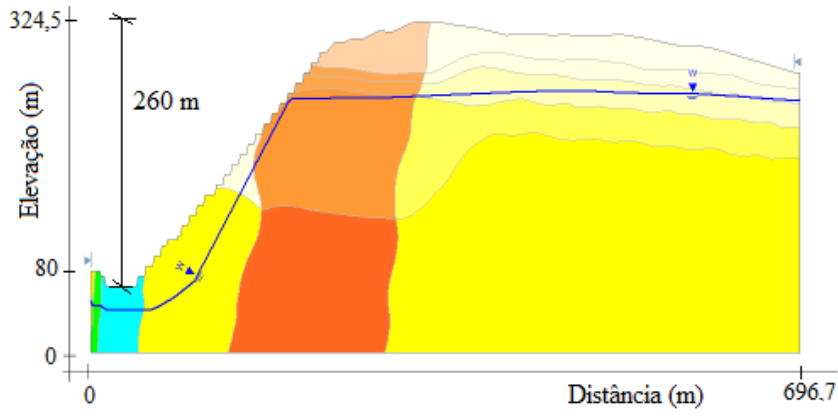
S15



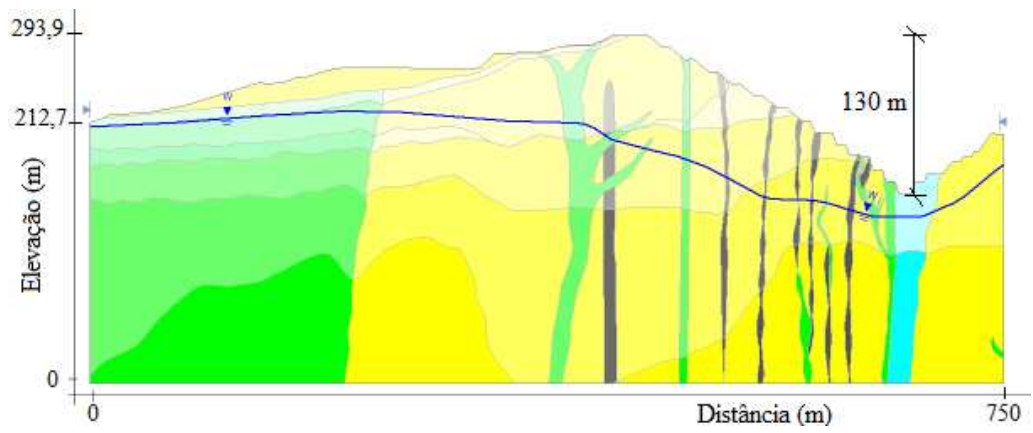
S16



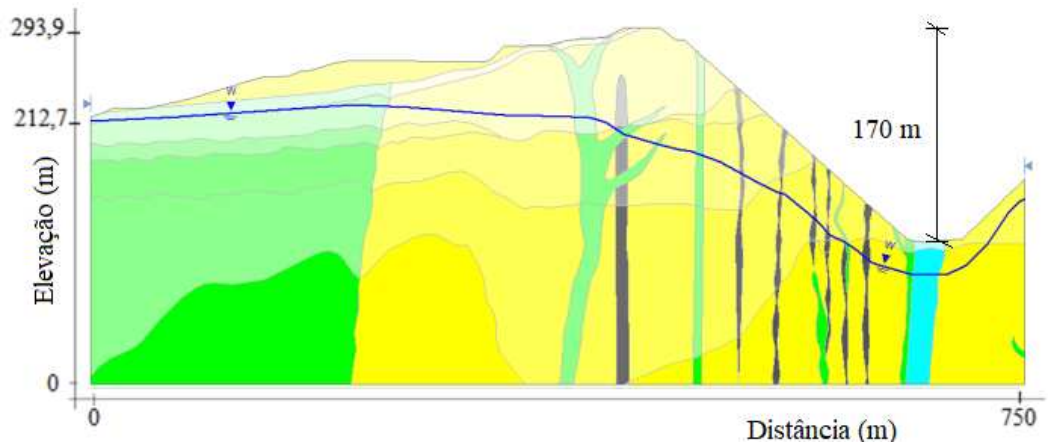
S17



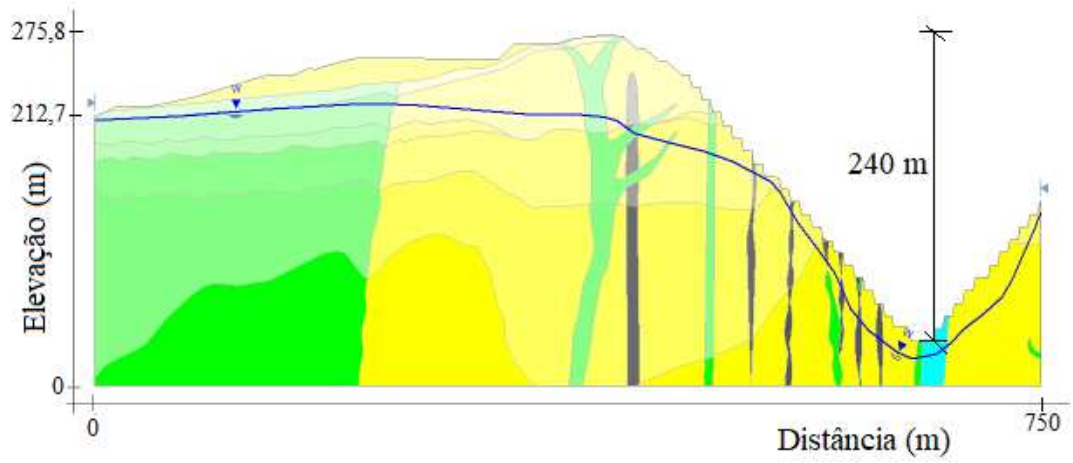
S18



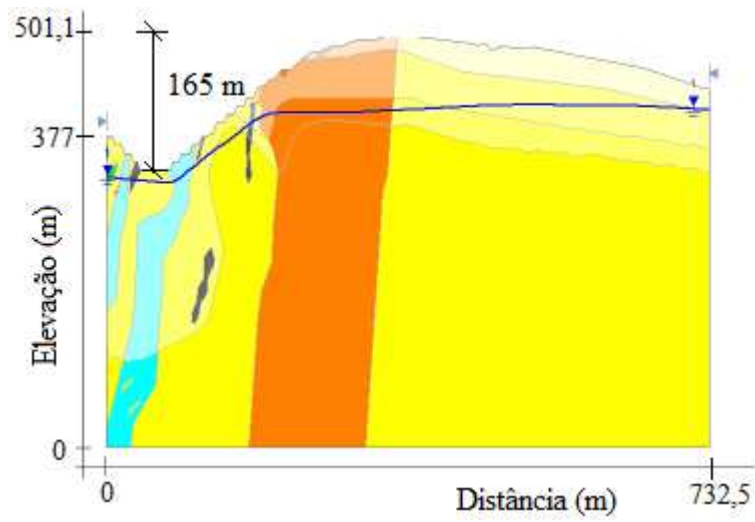
S19



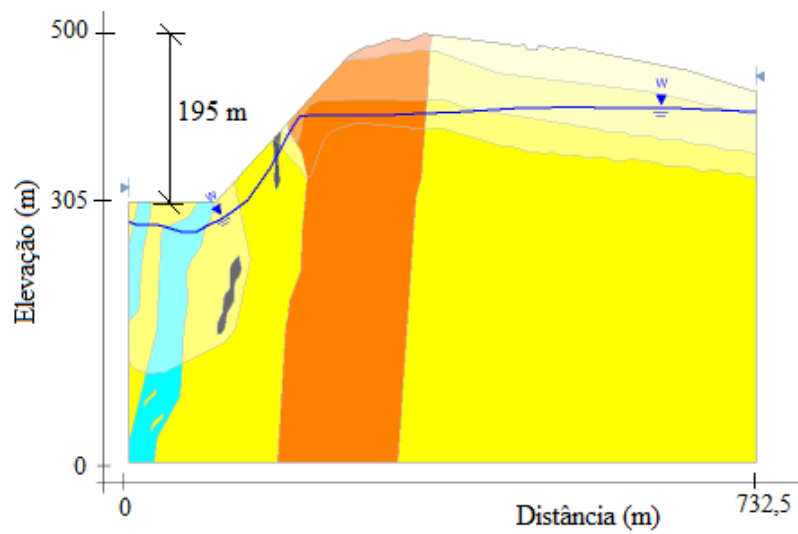
S20



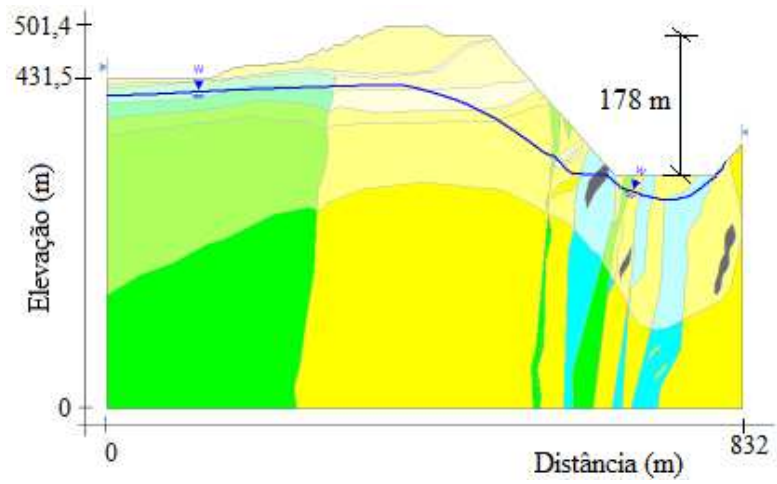
S21



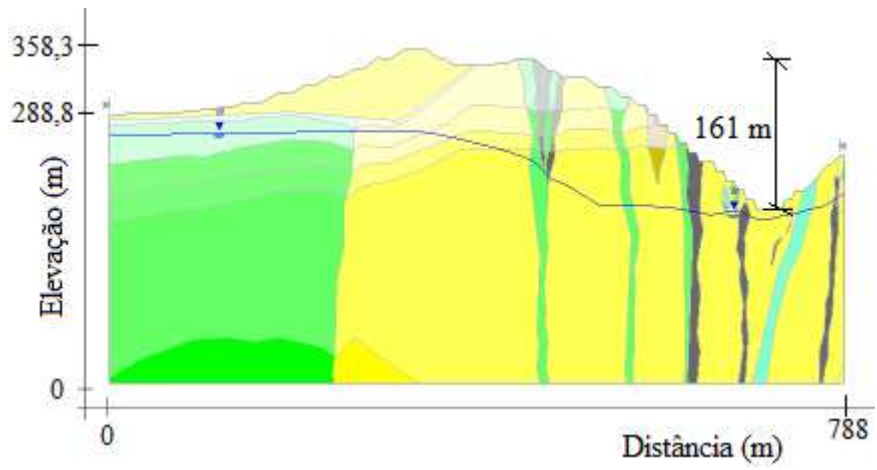
S22



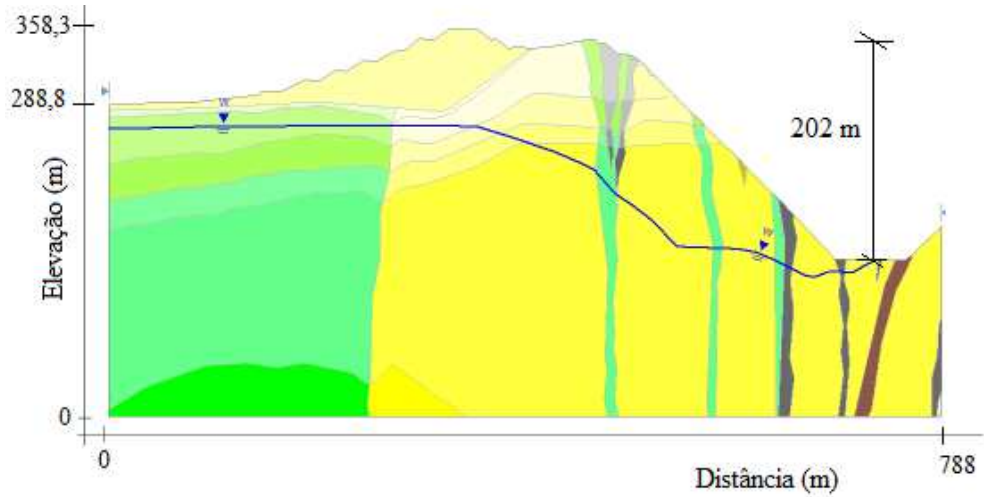
S23



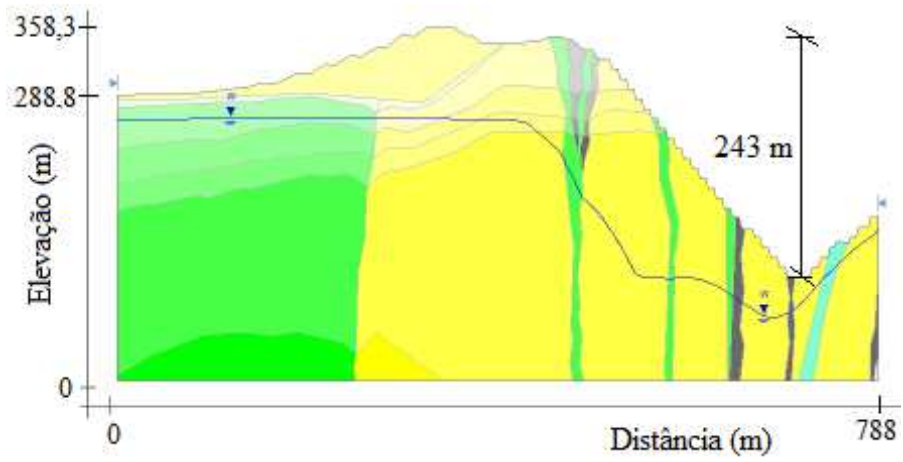
S24



S25



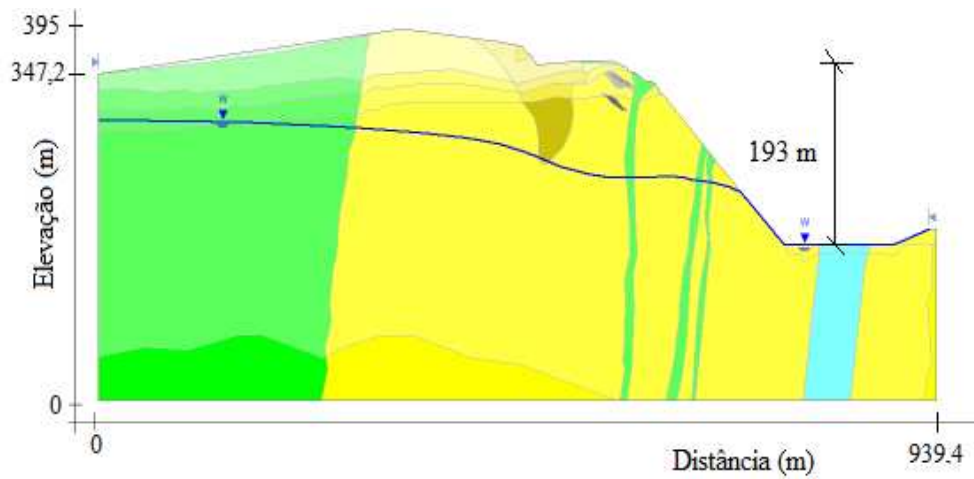
S26



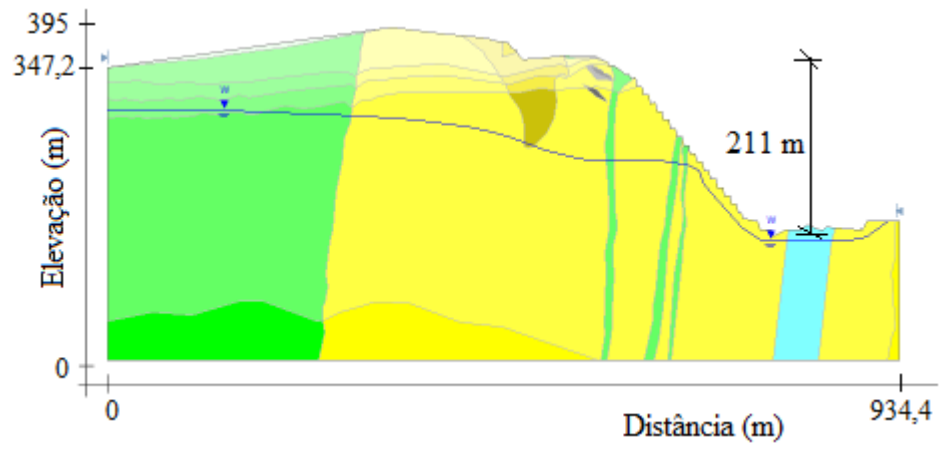
S27



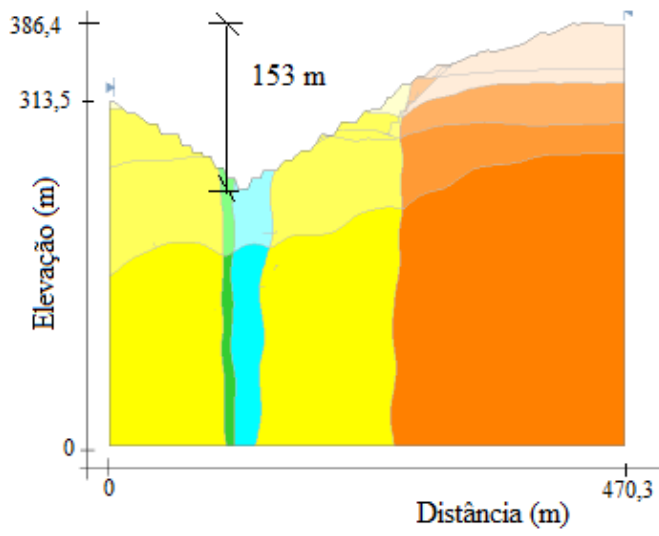
S28



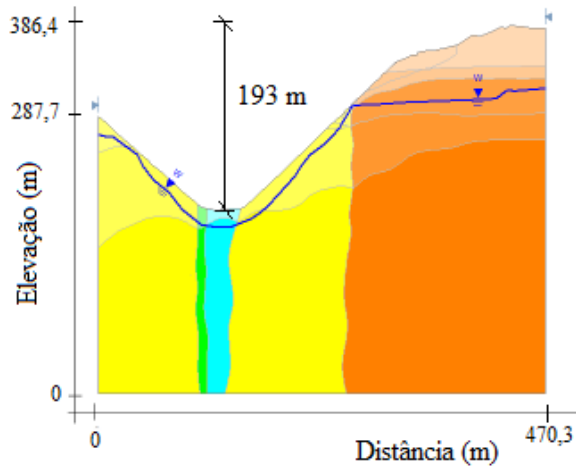
S29



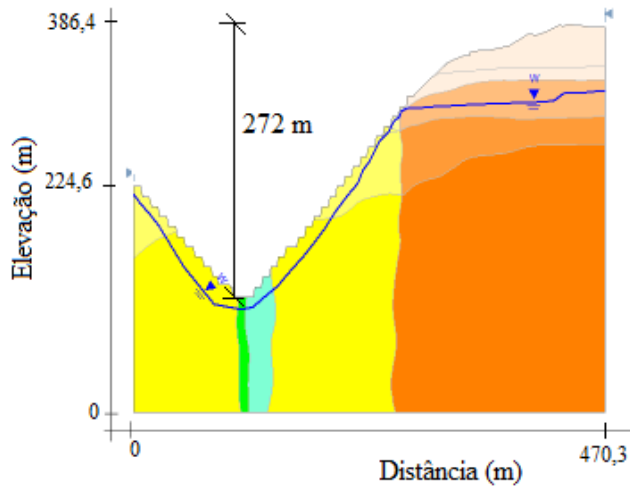
S30



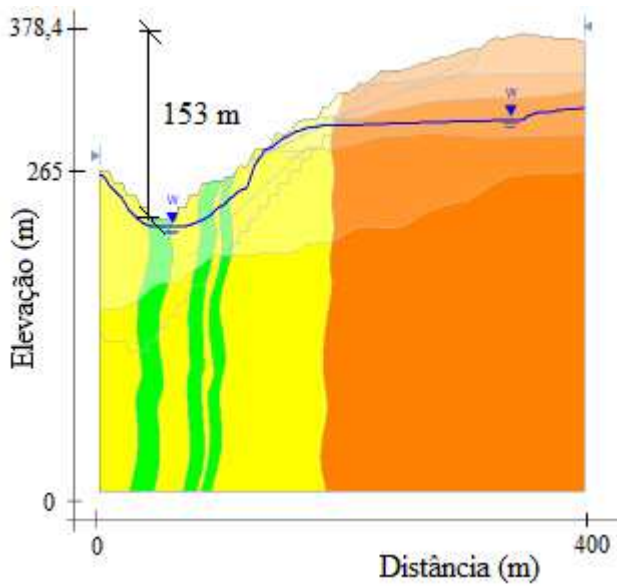
S31



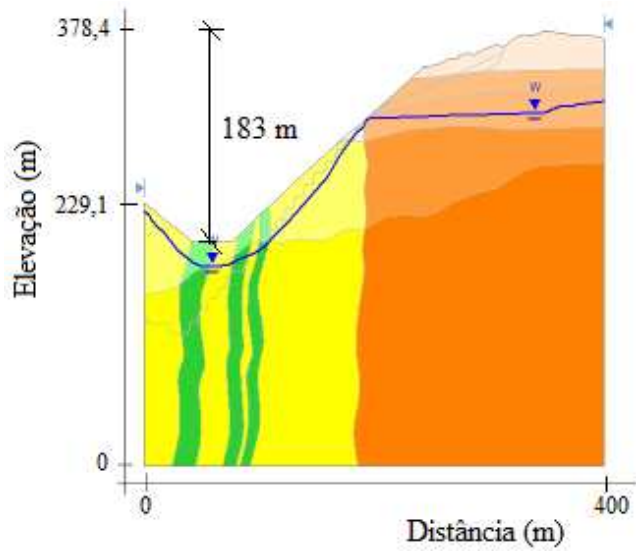
S32



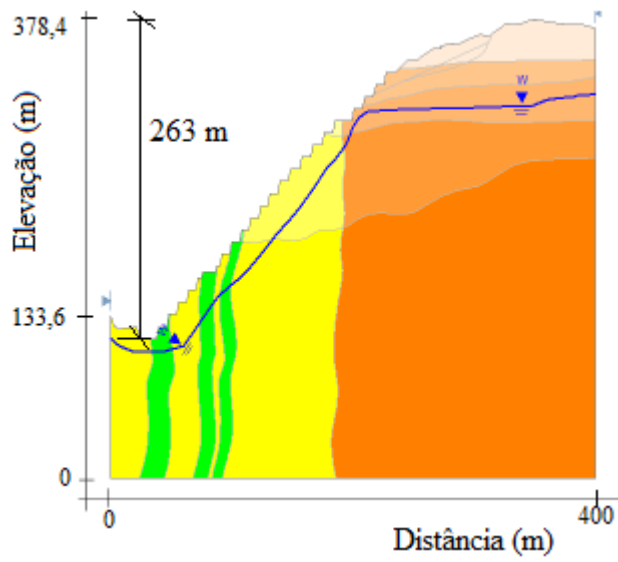
S33



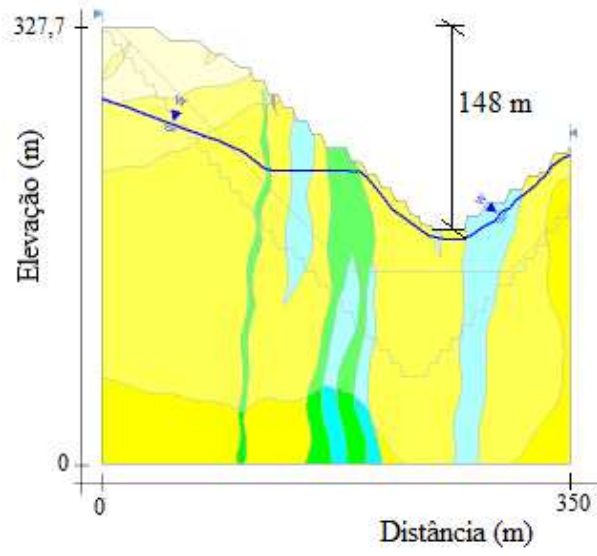
S34



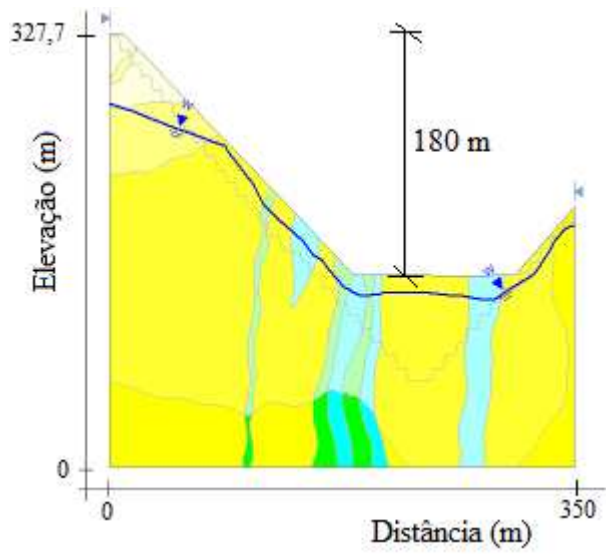
S35



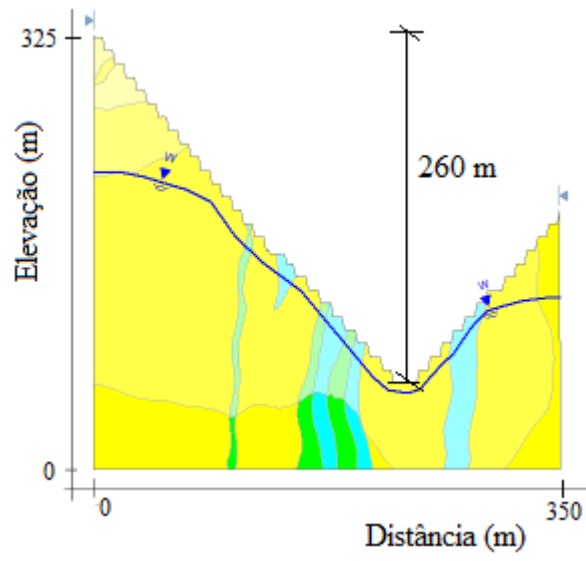
S36



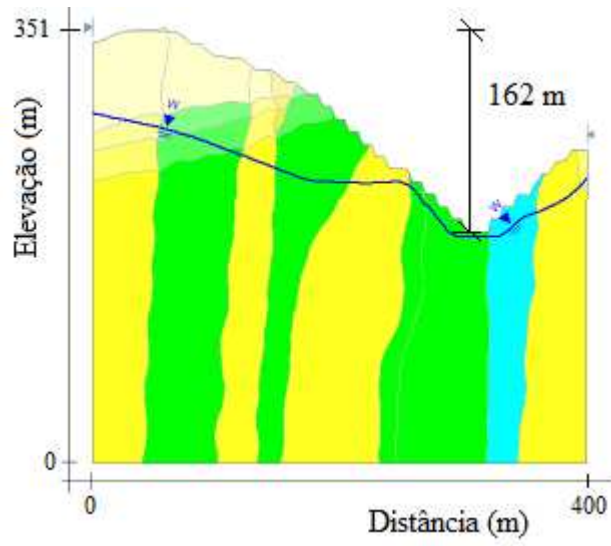
S37



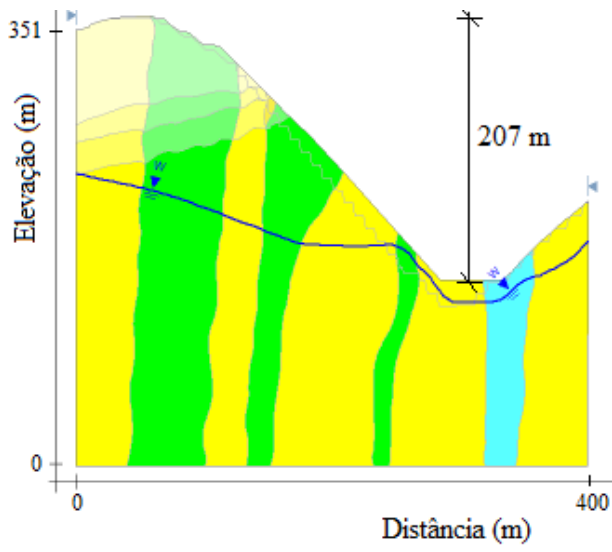
S38



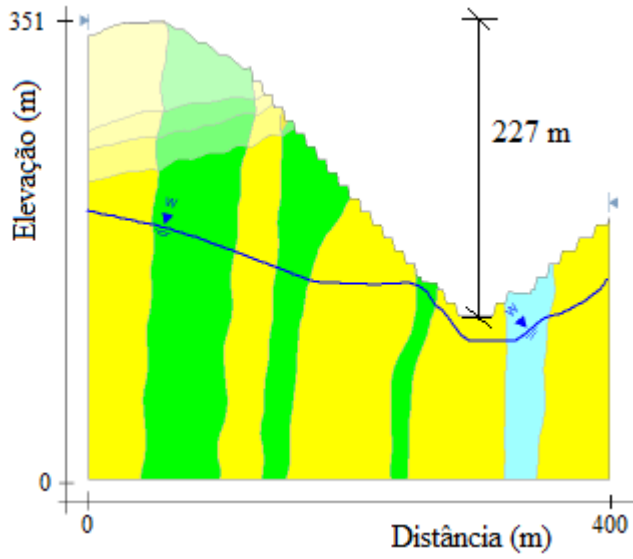
S39



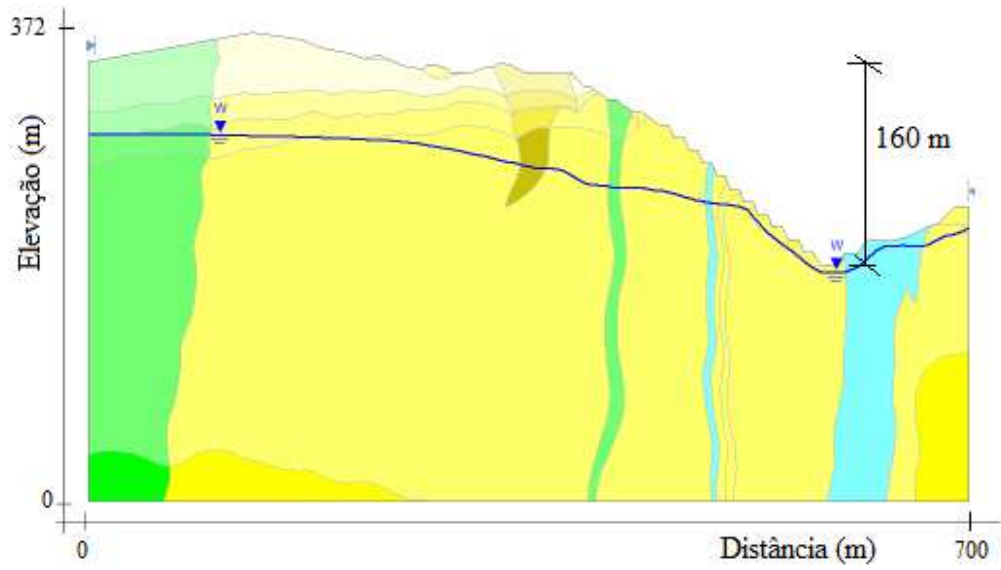
S50



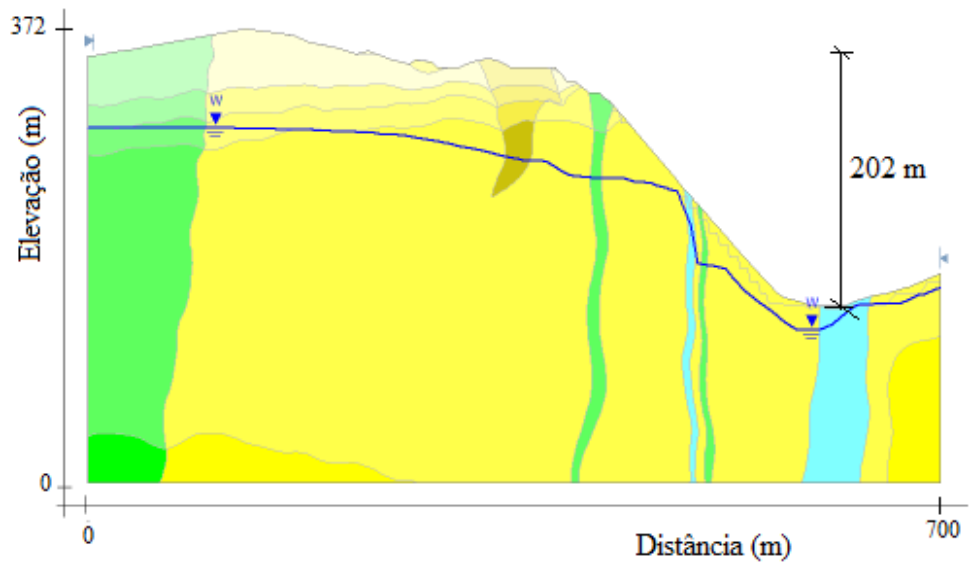
S51



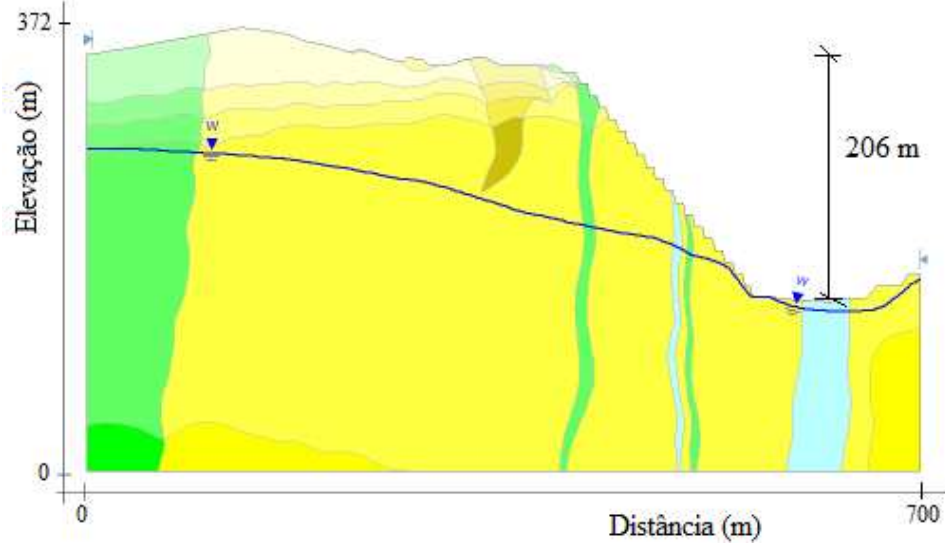
S52



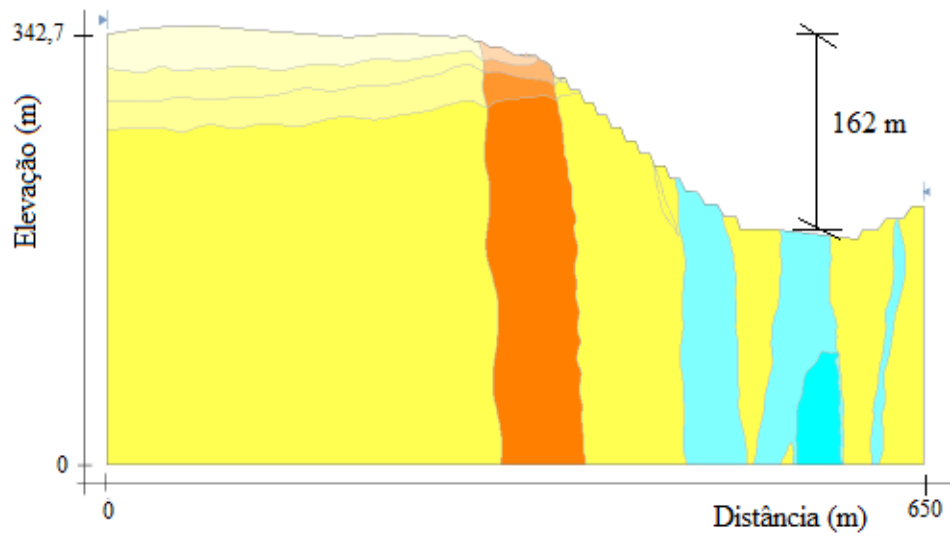
S53



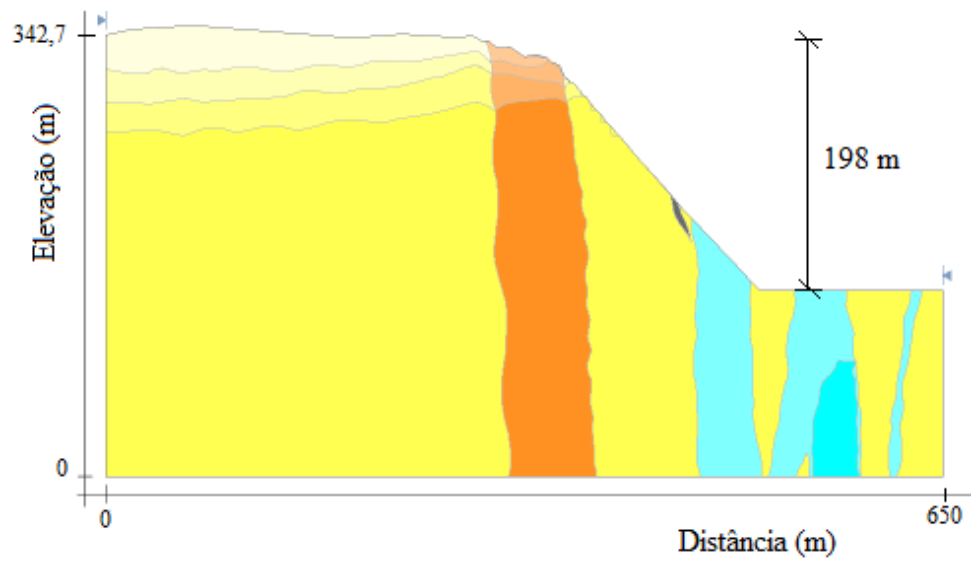
S54



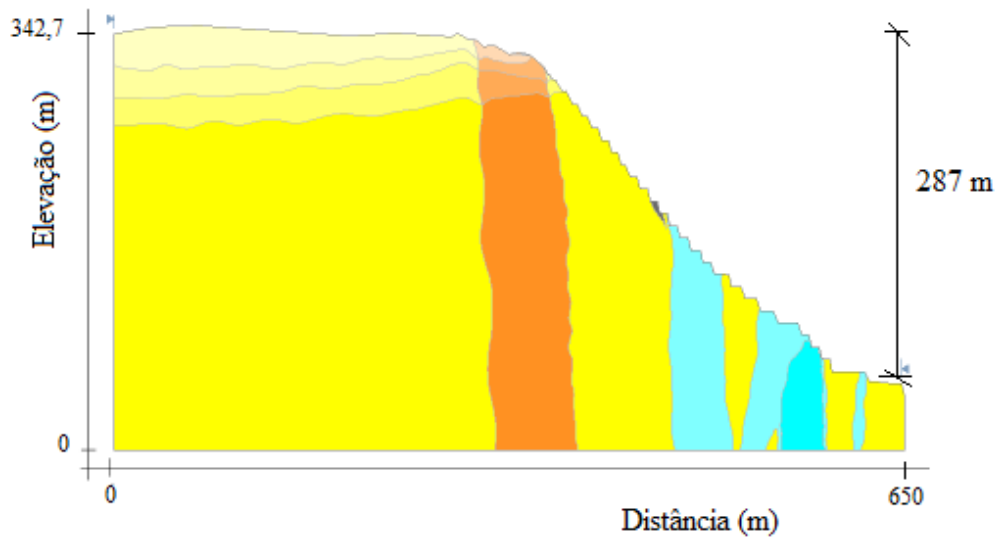
S55



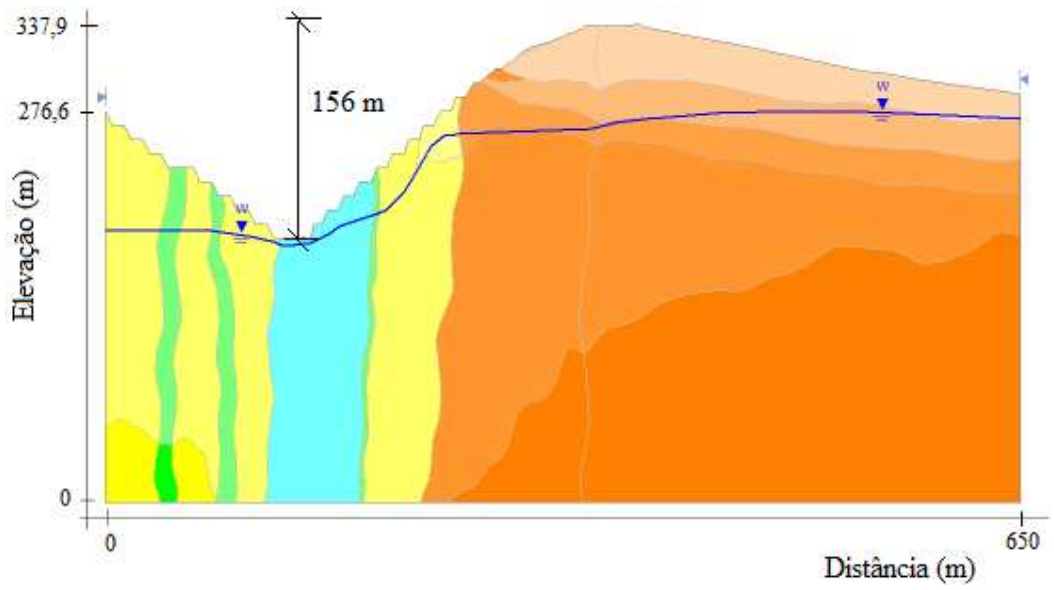
S56



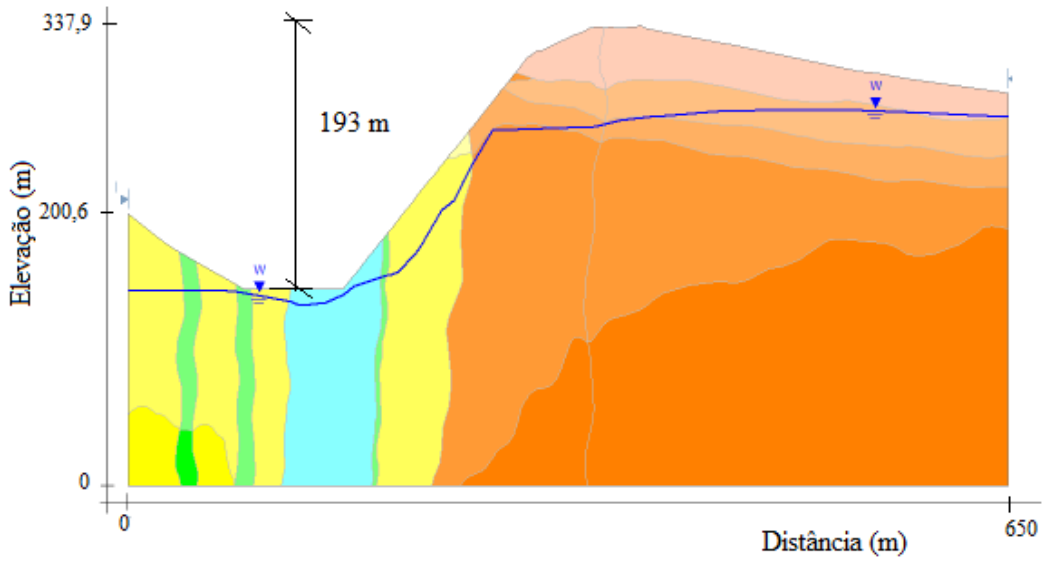
S57



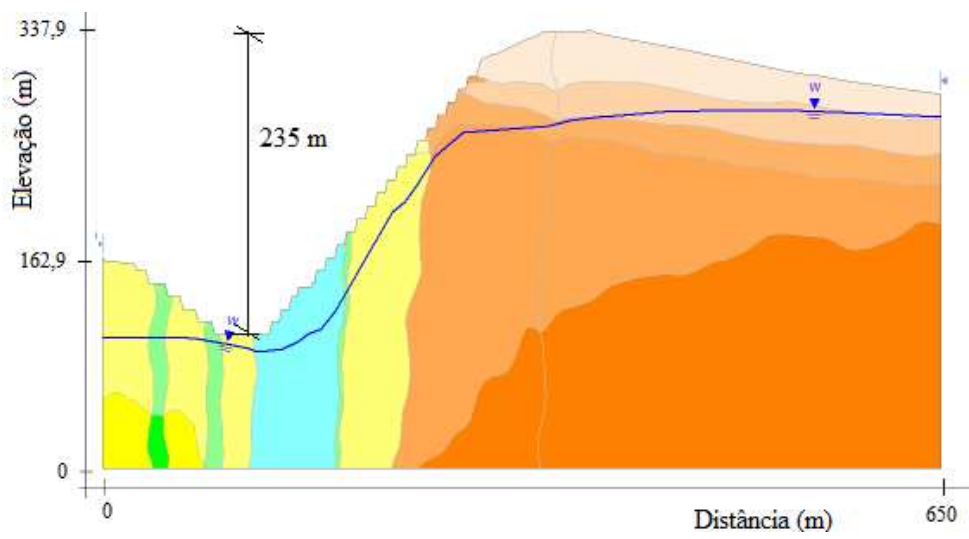
S58



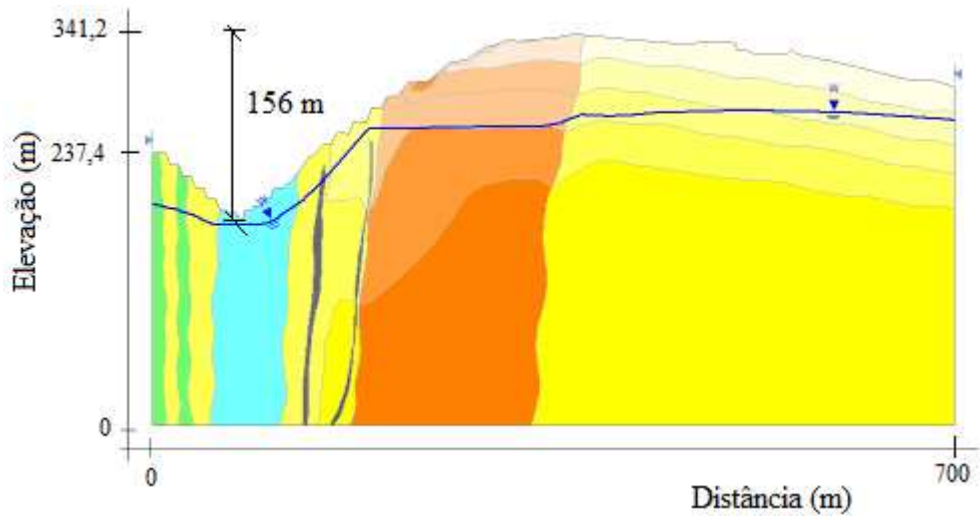
S59



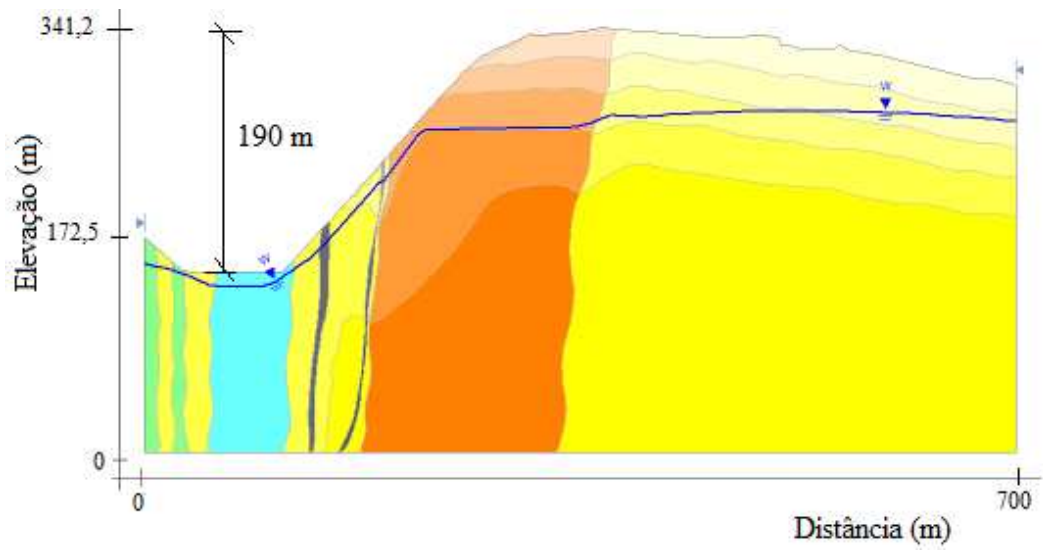
S60



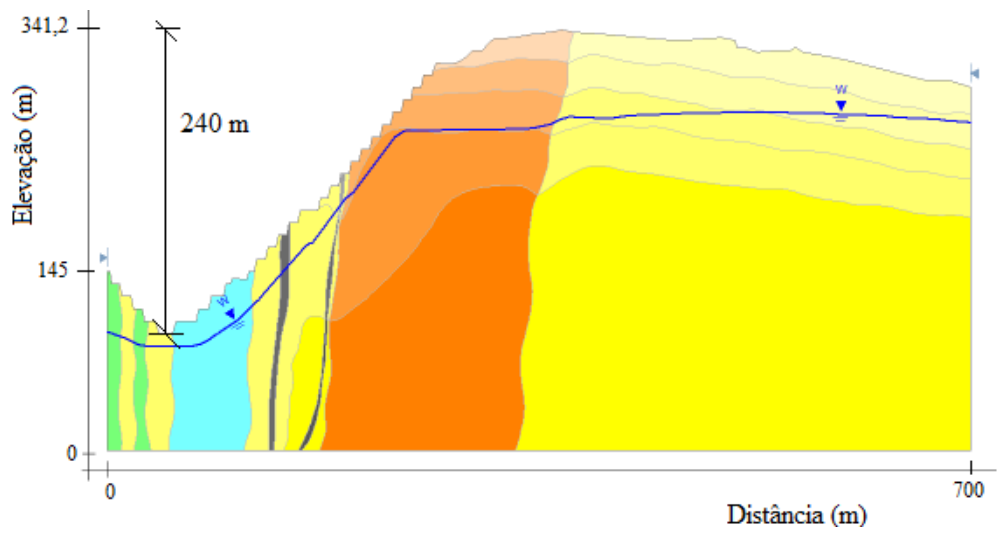
S61



S62

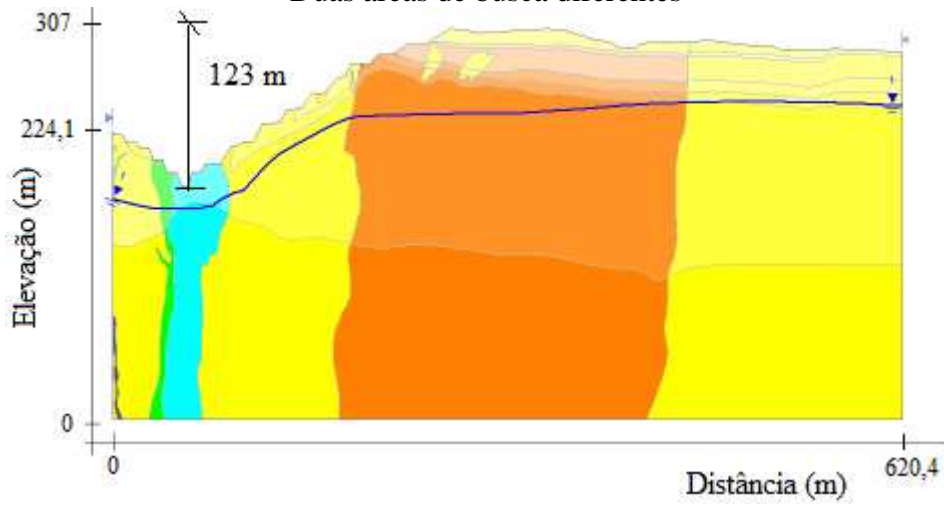


S63



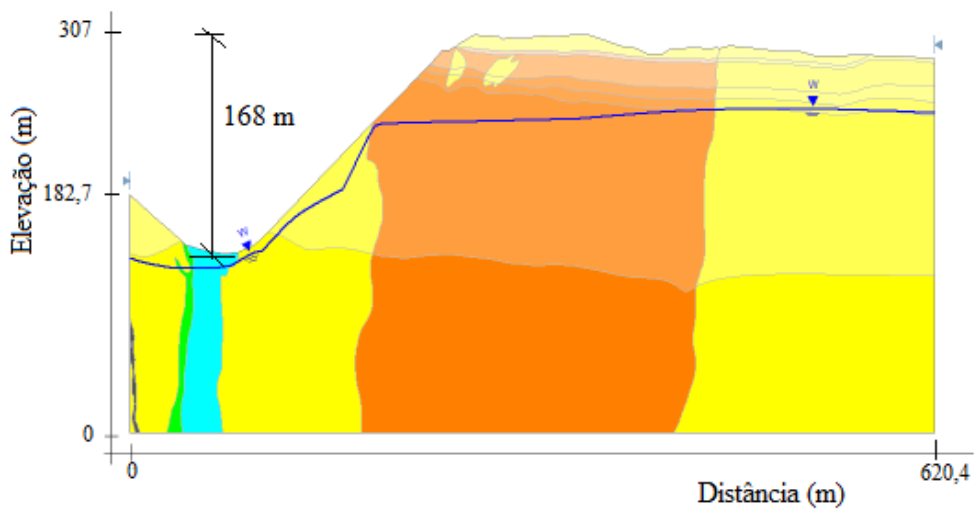
S64 e S65

*Duas áreas de busca diferentes

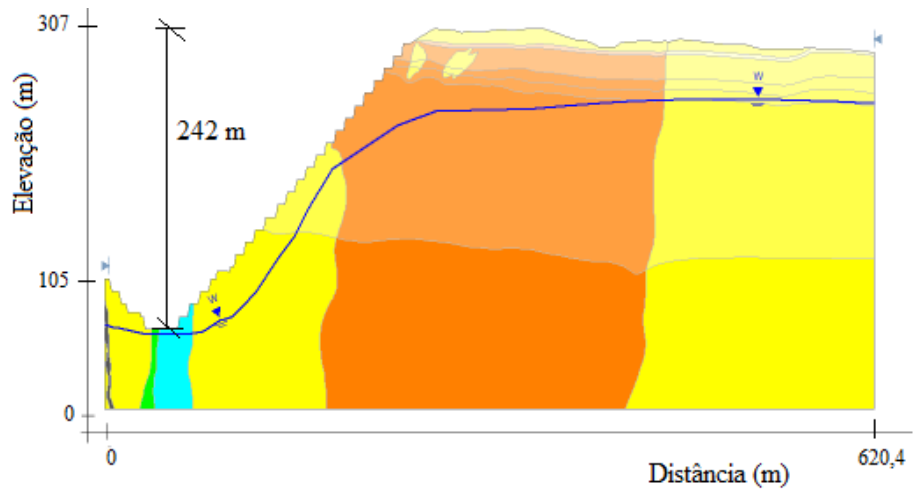


S66 E S67

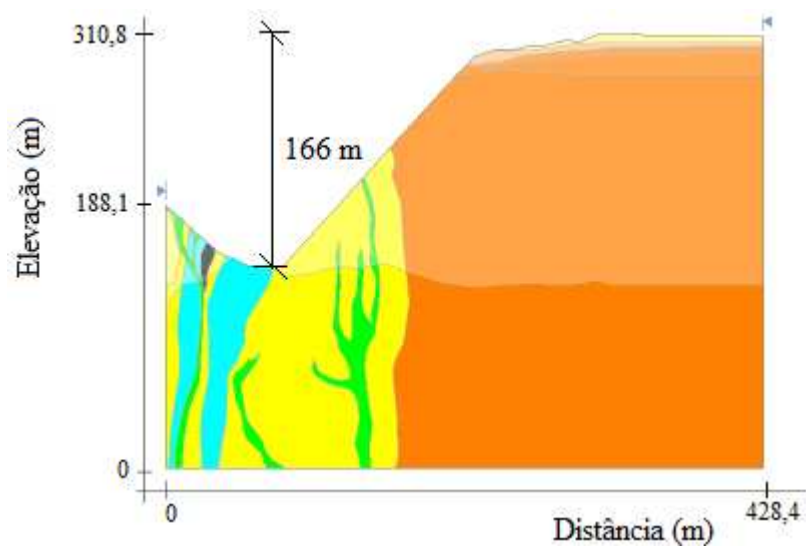
*Duas áreas de busca diferentes



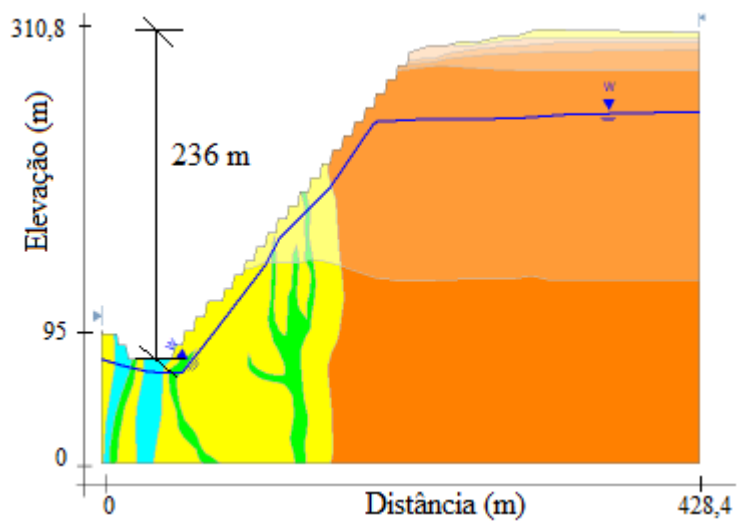
S68



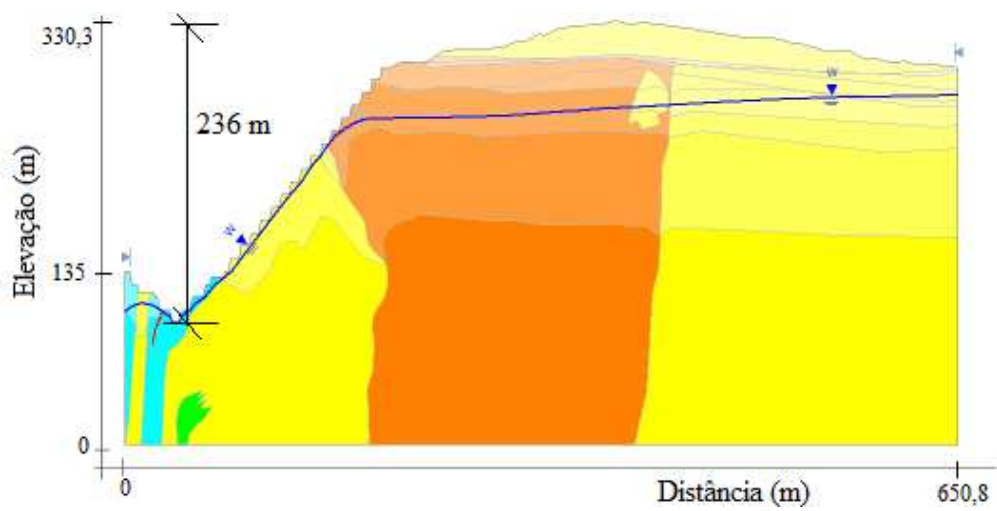
S69



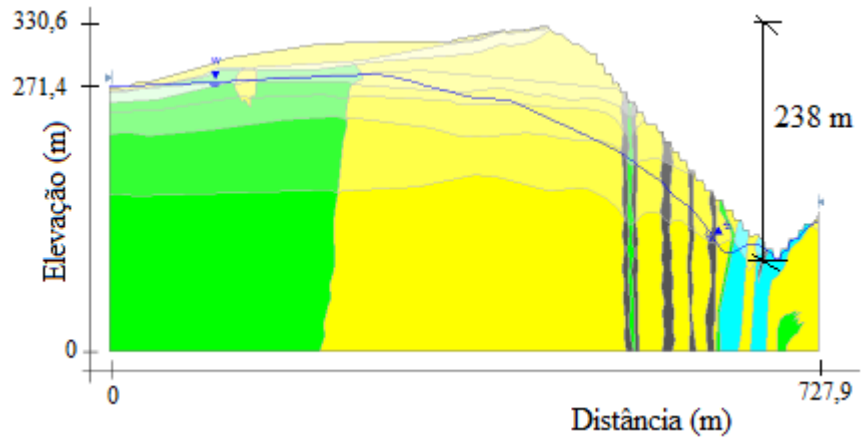
S70



S71



S72

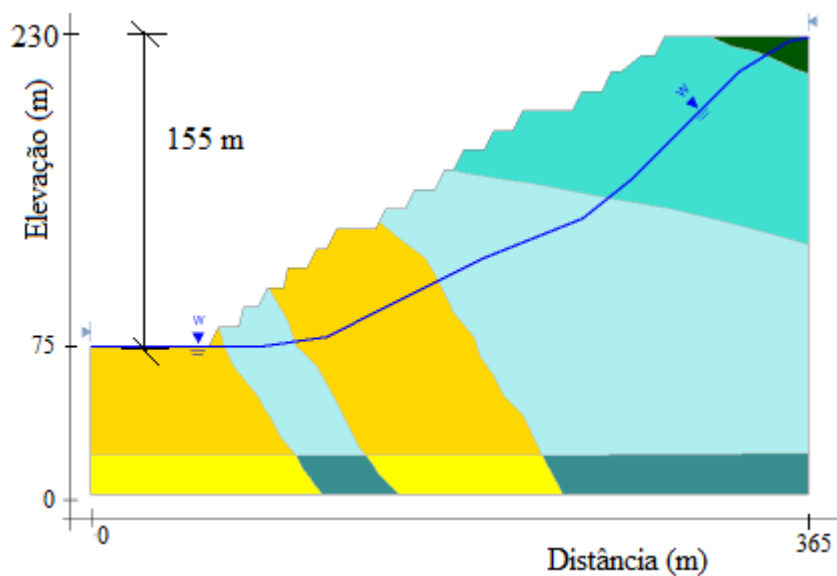


S73

Mina a Céu Aberto 3: Seção levantada para comparações entre análises por MEL e MEF

Nome do material	Cor
GC W6	■
IGO_HGO W6	■
IGO_HGO W5	■
IGO_HGO W4	■
IC V	■
IC_IV	■

Legenda de materiais – Mina a Céu Aberto 3

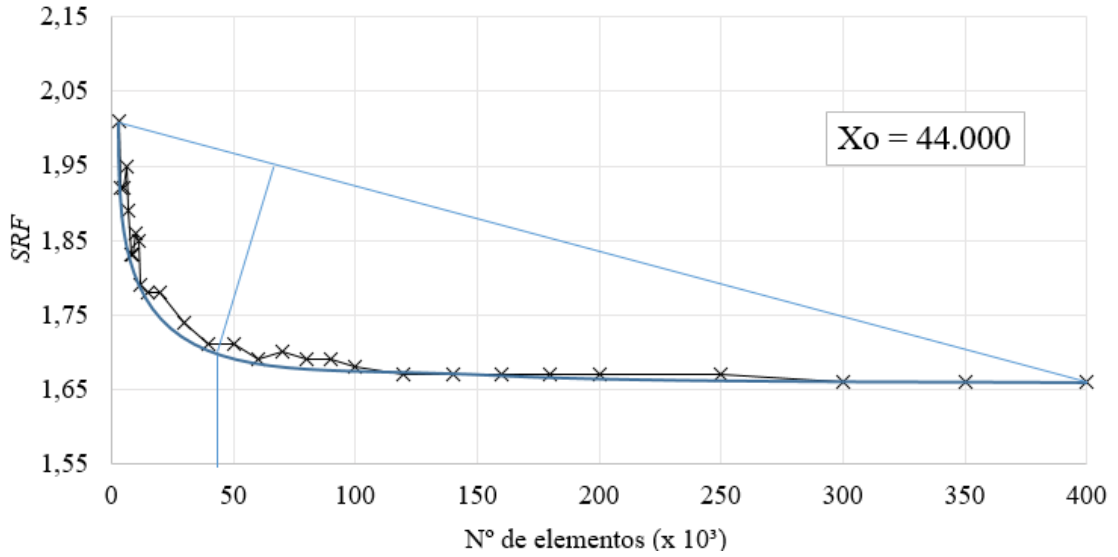


S74

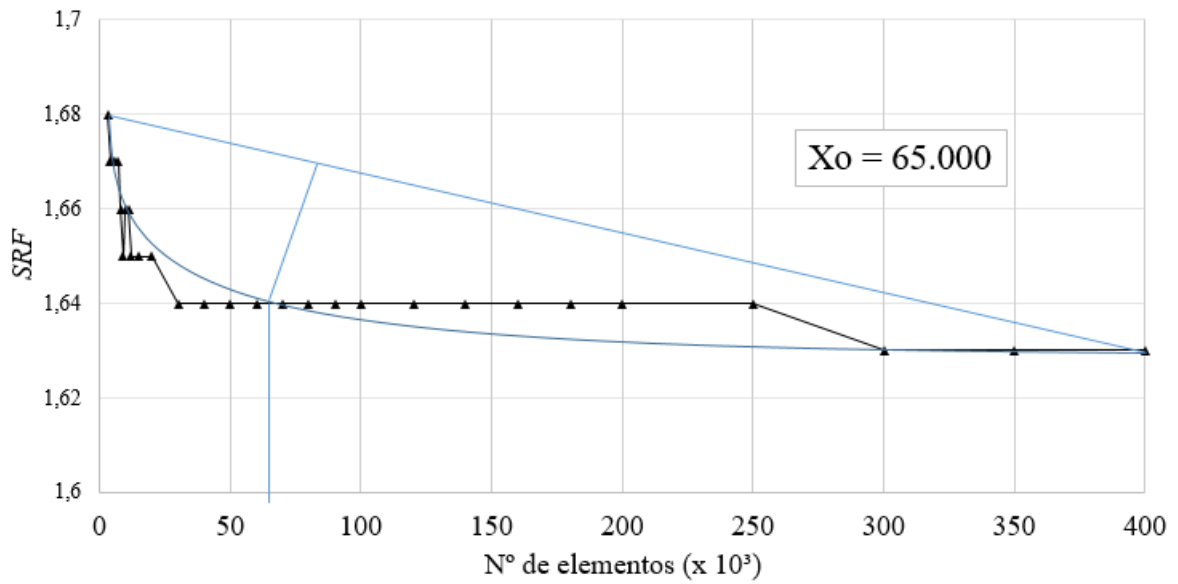
Nota: Várias seções aqui apresentadas constituem-se em propostas de seções de cavas de mina a céu aberto elaboradas em etapa de concepção de projeto, não sendo necessariamente executadas. Daí, a apresentação de alguns fatores de segurança inferiores a 1,0 na pesquisa.

APÊNDICE C – Método da Máxima Curvatura

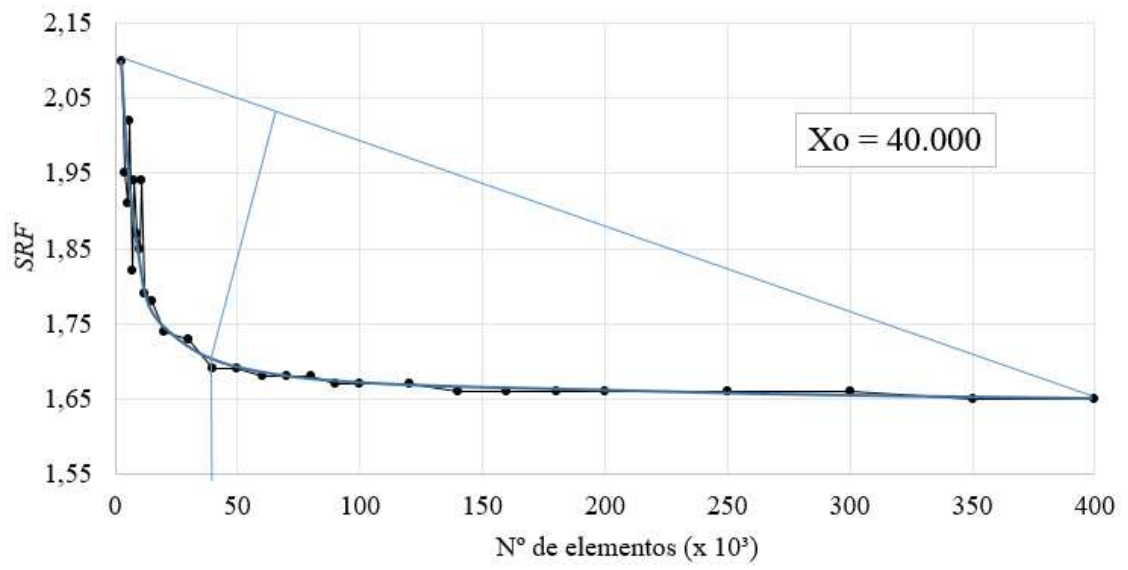
Mina a Céu Aberto 1 – Seção não refinada



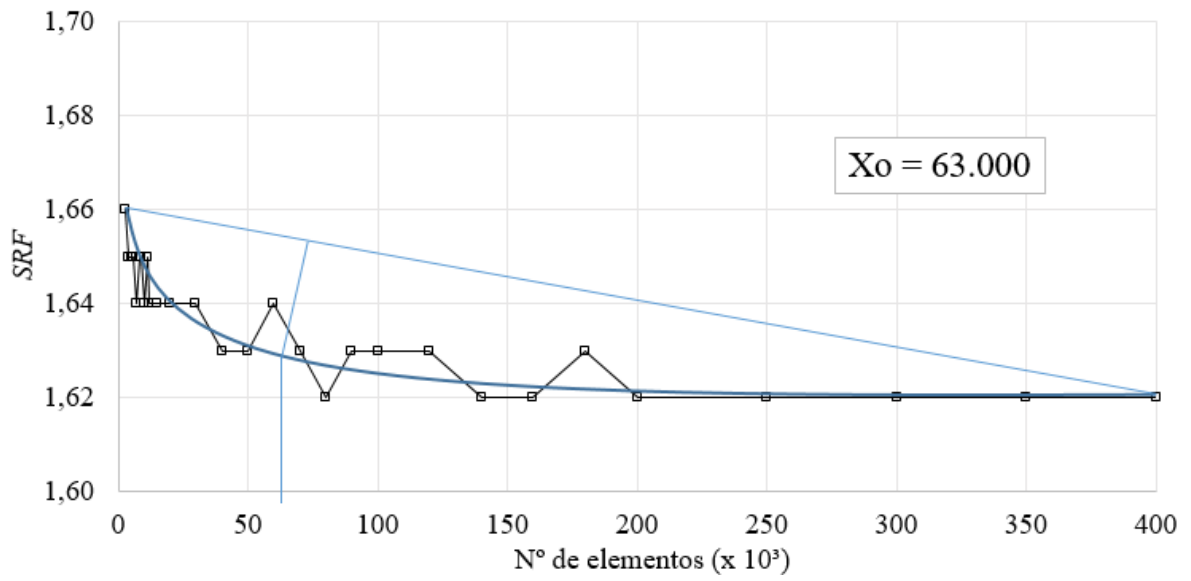
MMC – T3



MMC – T6

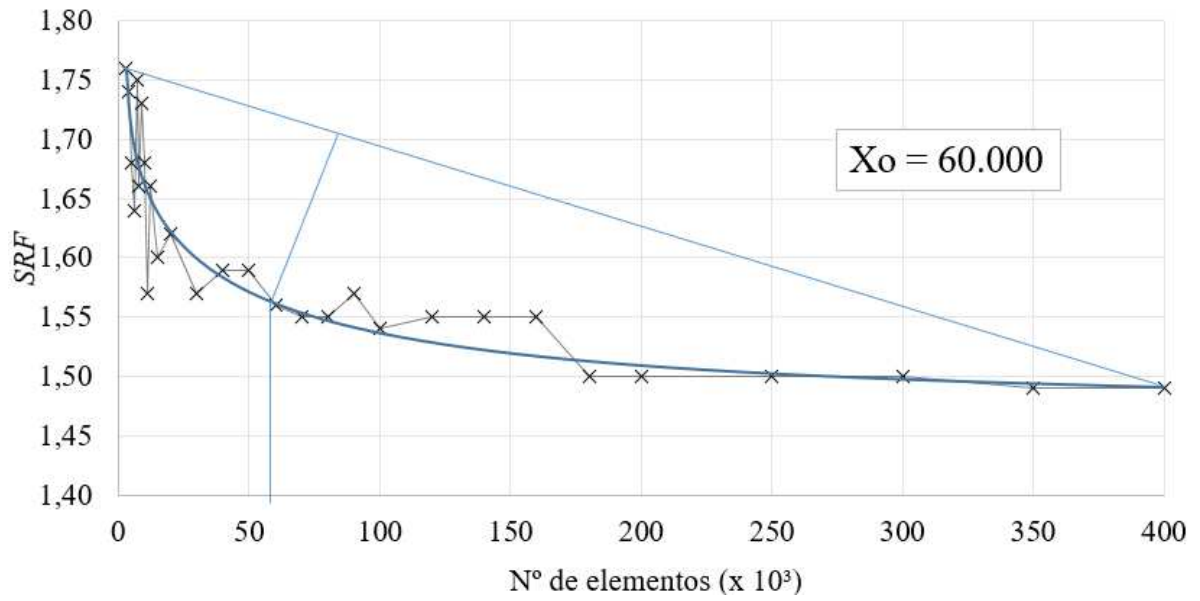


MMC - Q4

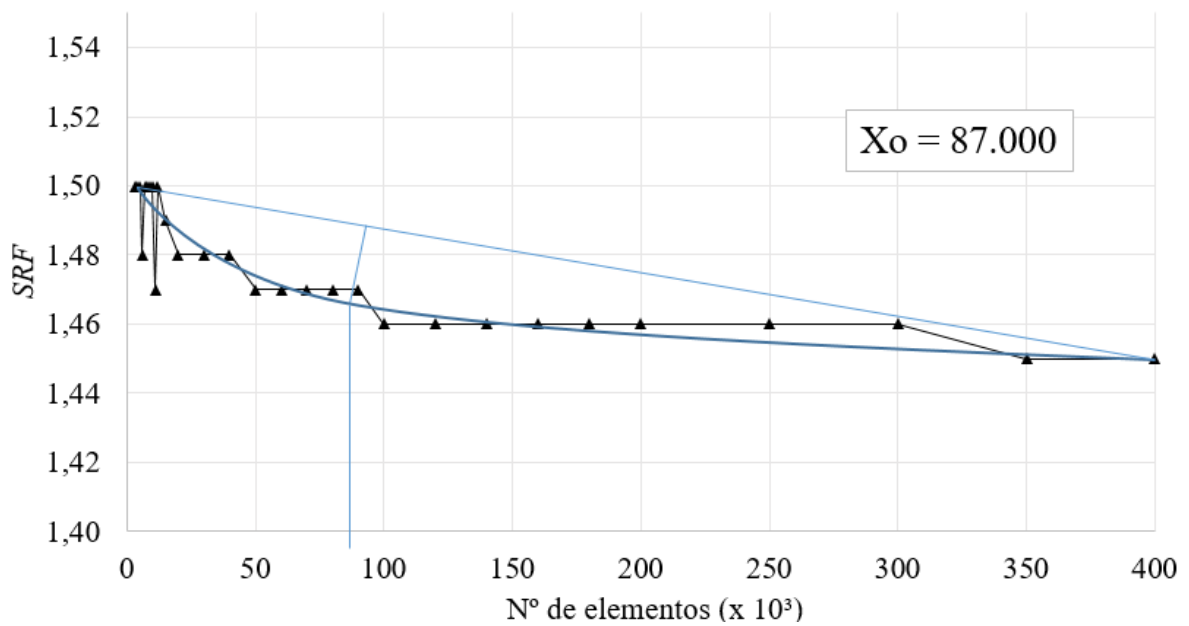


MMC - Q8

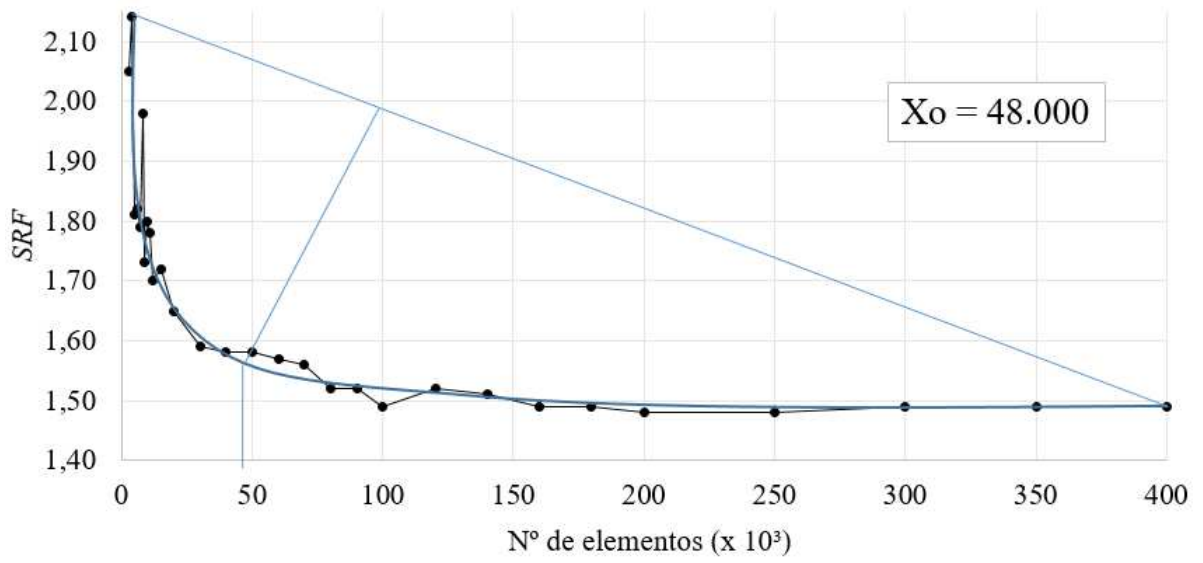
Mina a Céu Aberto 2 – Seção não refinada



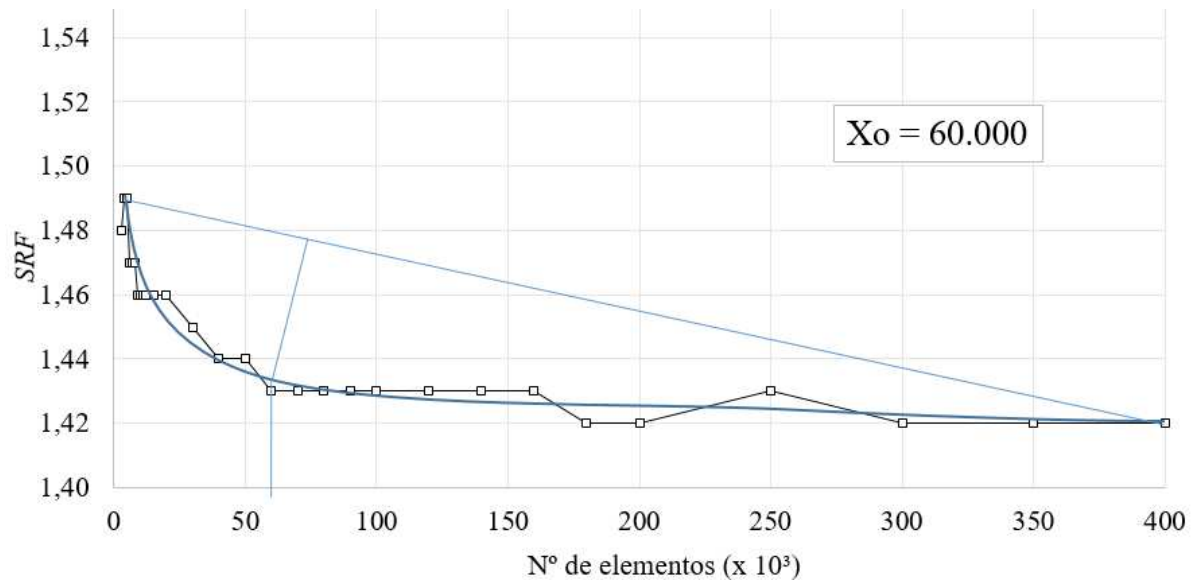
MMC - T3



MMC - T6

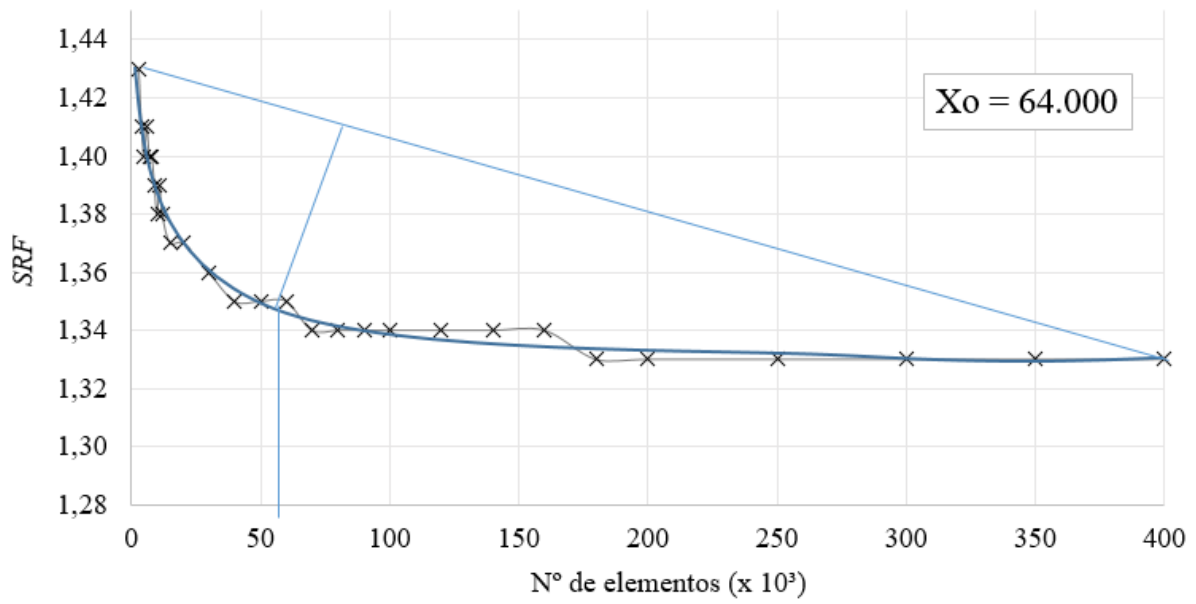


MMC – Q4

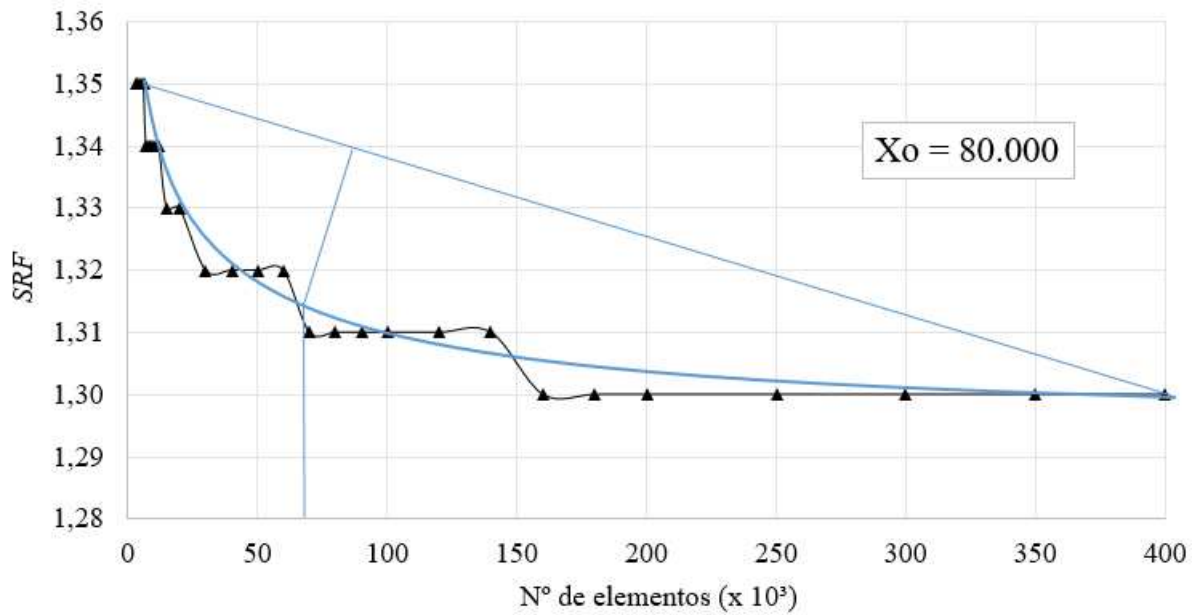


MMC – Q8

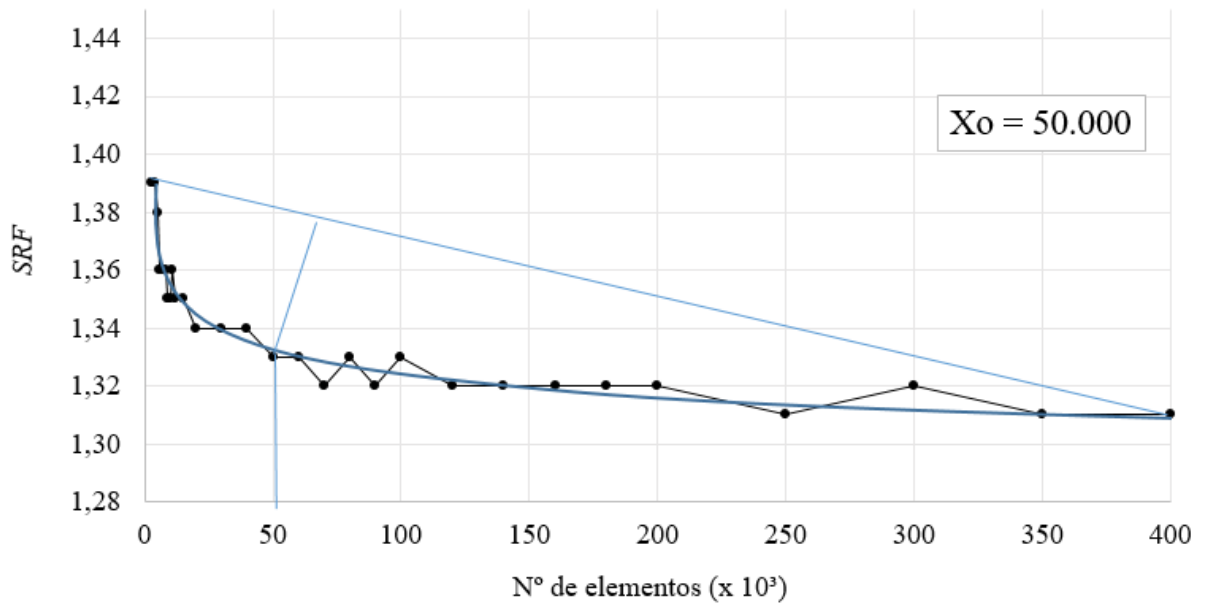
Mina a Céu Aberto 3 – Seção não refinada



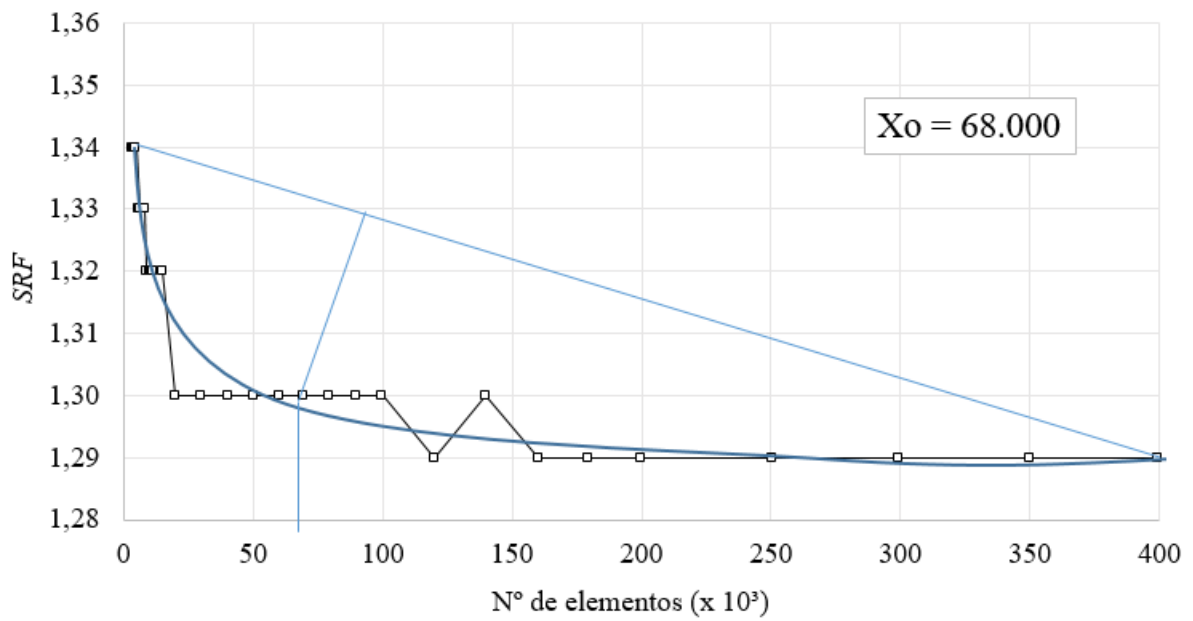
MMC – T3



MMC – T6

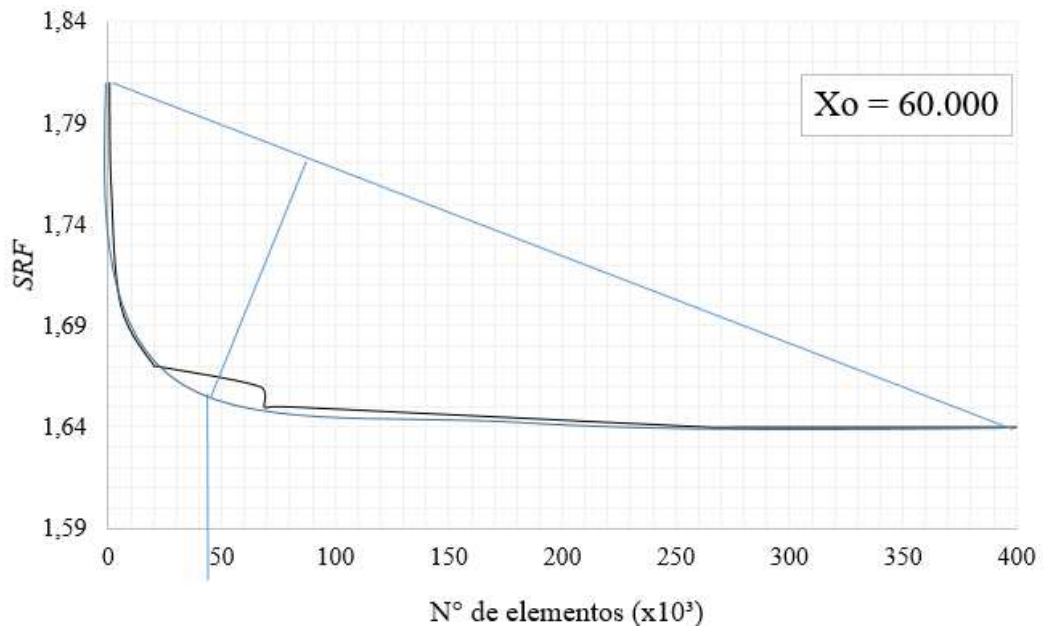


MMC - Q4

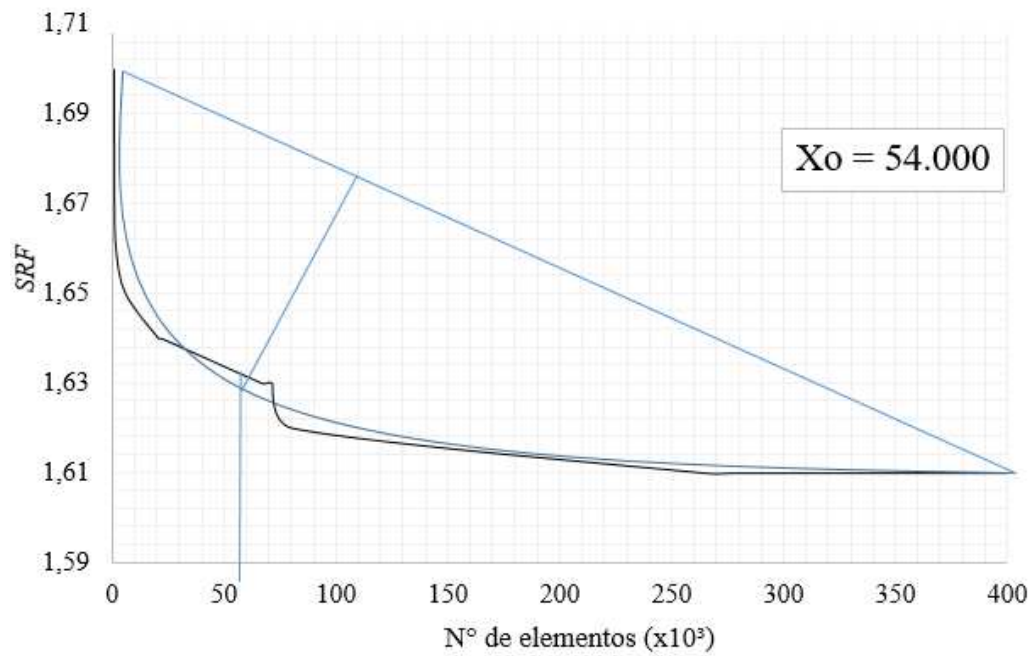


MMC - Q8

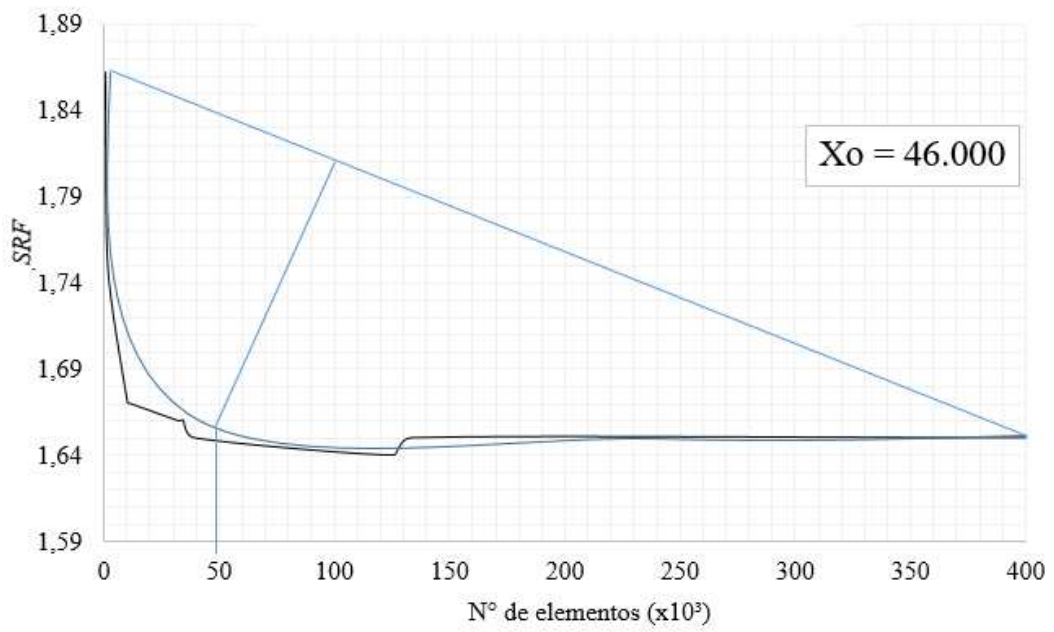
Mina a Céu Aberto 1 – Seção refinada



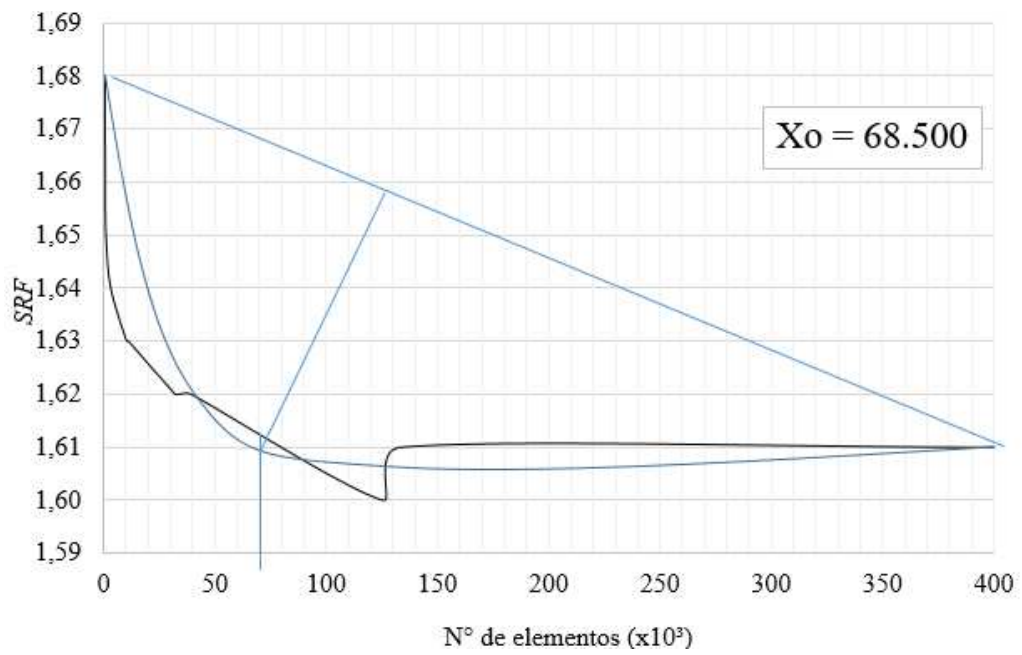
MMC – T3 ref



MMC – T6 ref

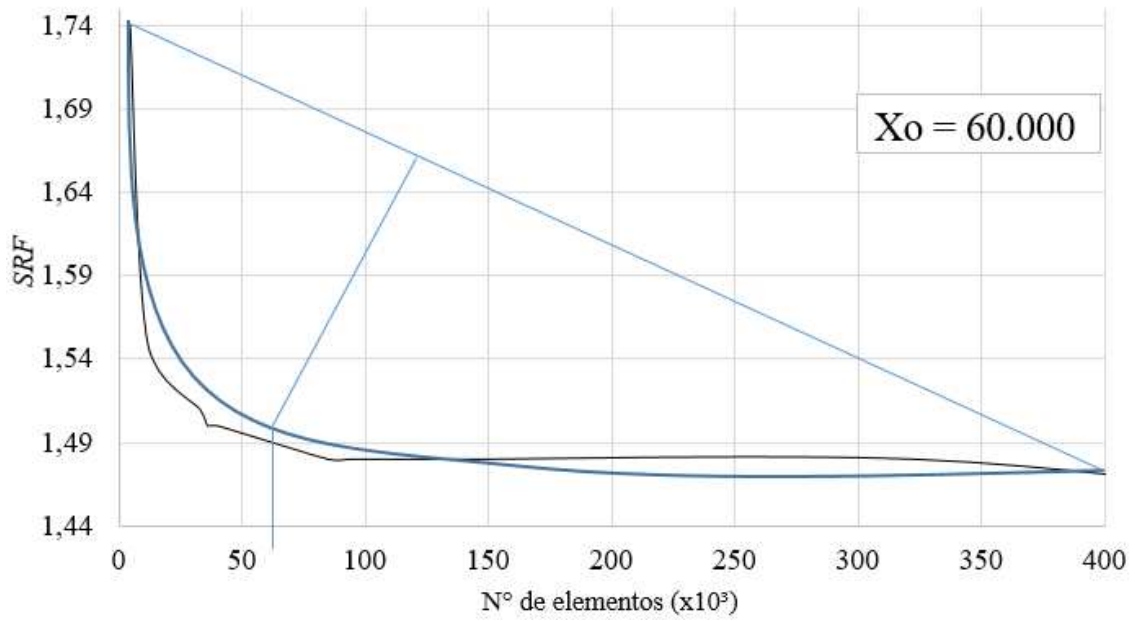


MMC - Q4 ref

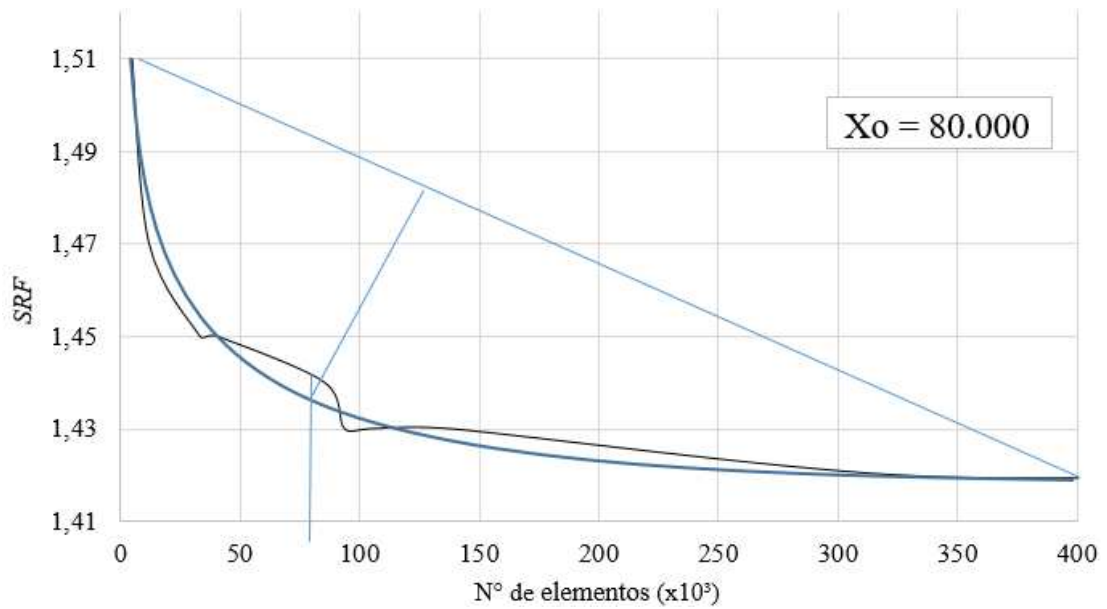


MMC - Q8 ref

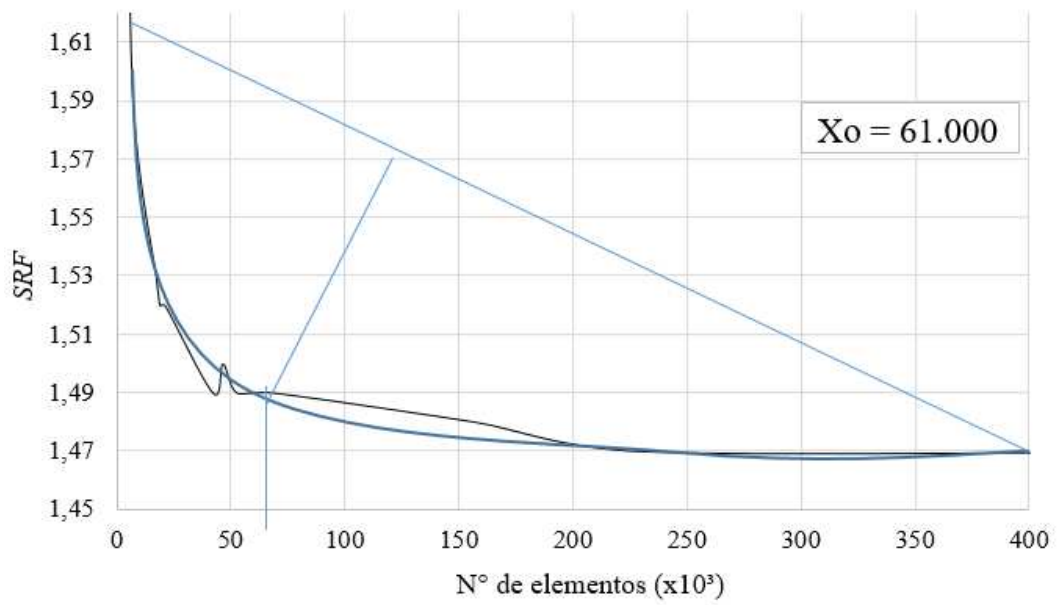
Mina a Céu Aberto 2 – Seção refinada



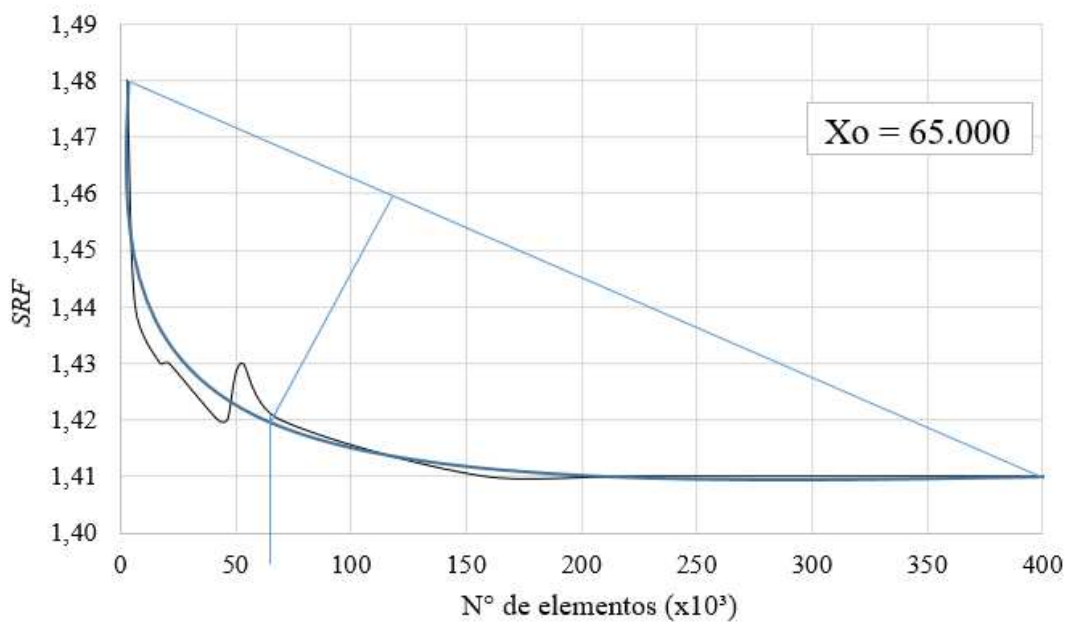
MMC – T3 ref



MMC – T6 ref

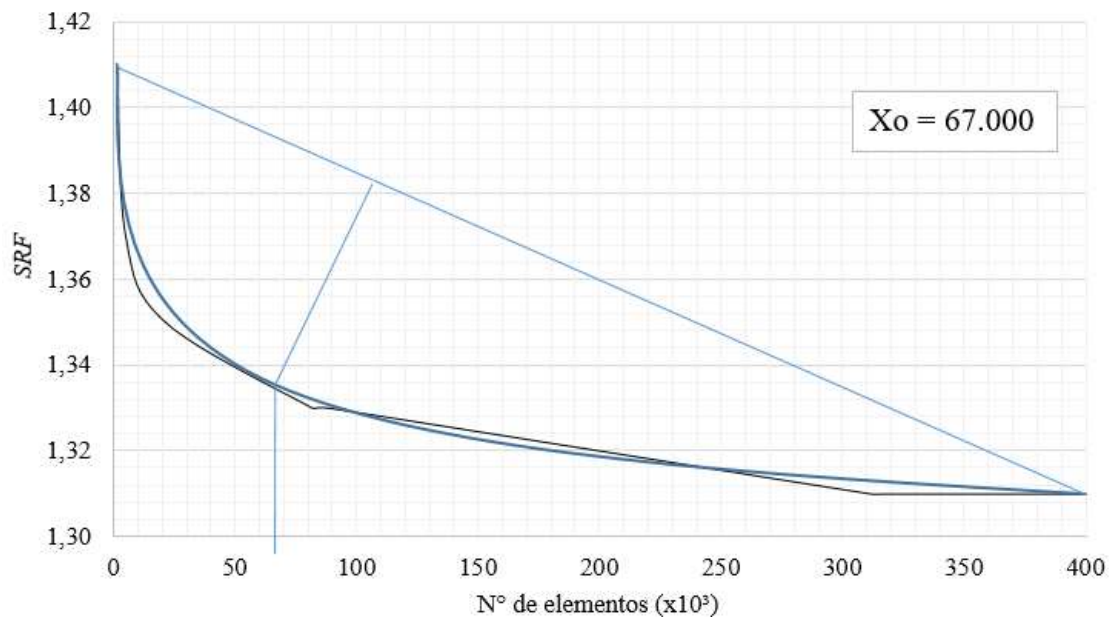


MMC – Q4 ref

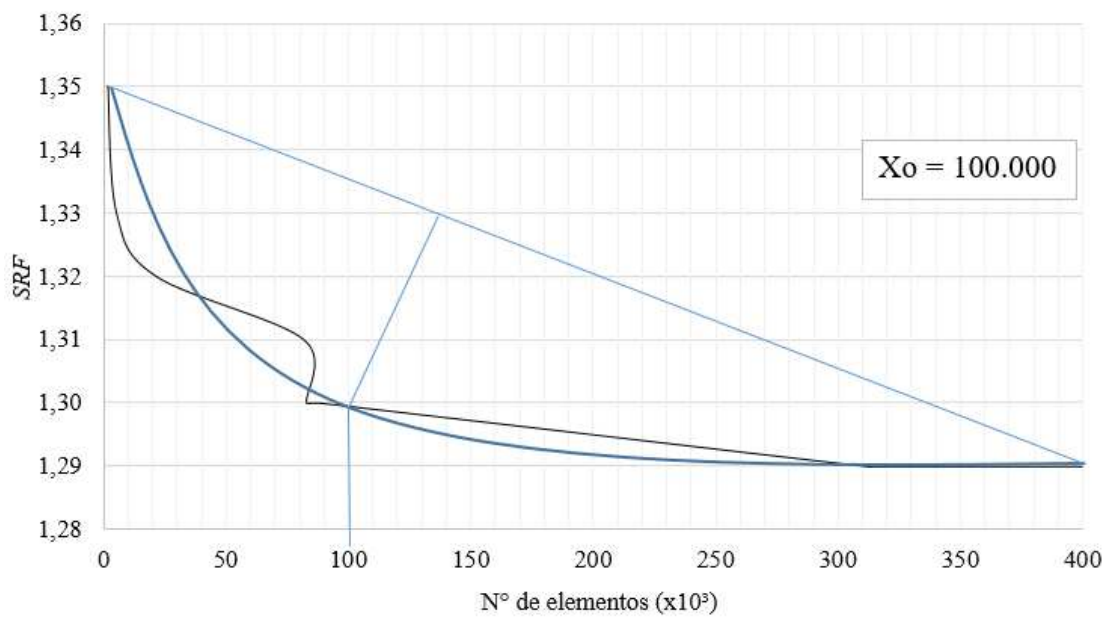


MMC – Q8 ref

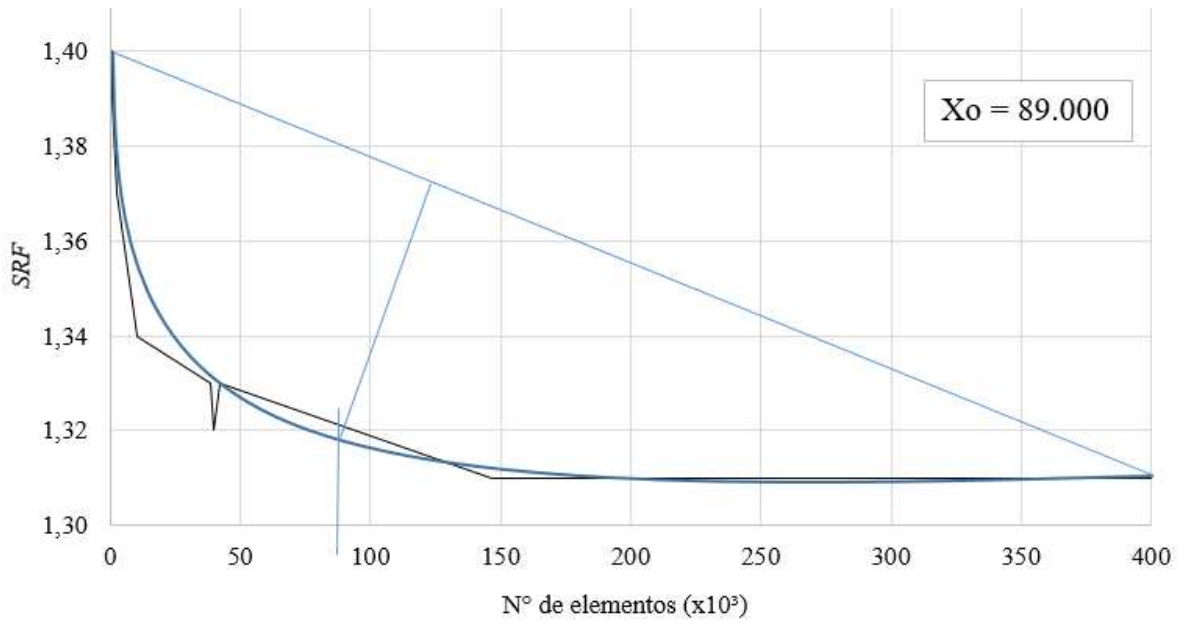
Mina a Céu Aberto 3 – Seção refinada



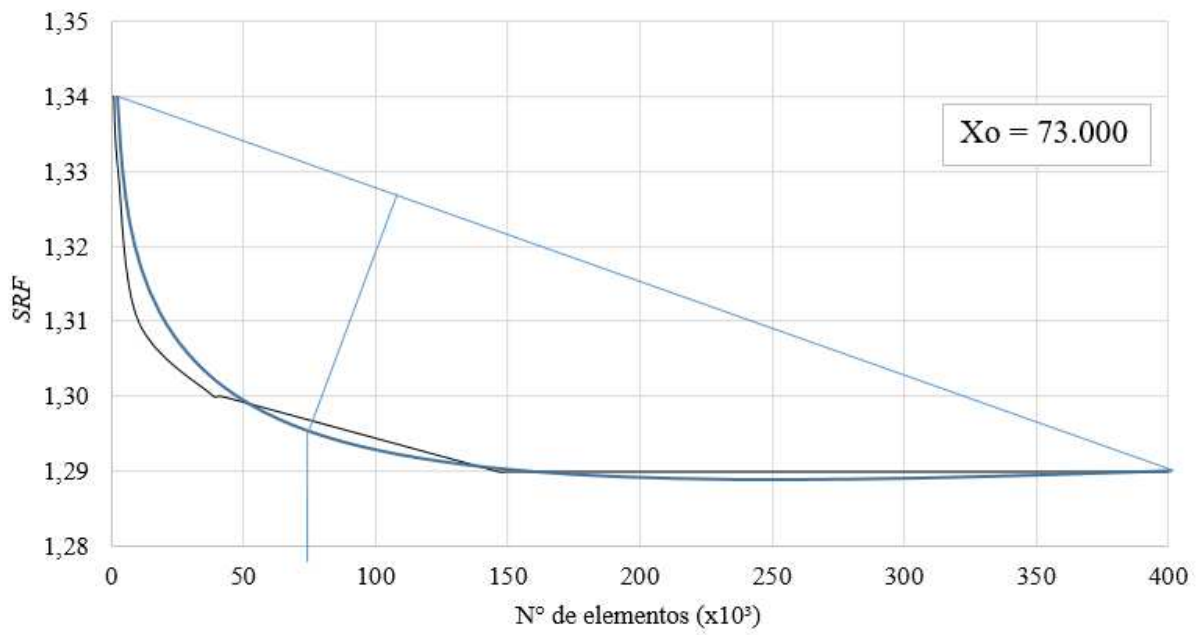
MMC – T3 ref



MMC – T6 ref



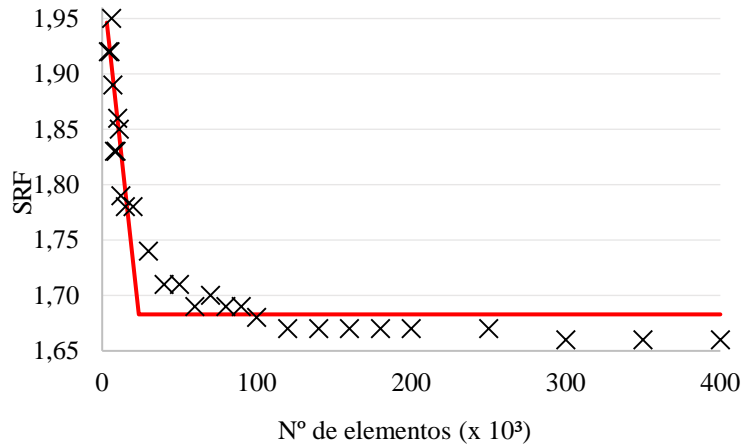
MMC – Q4 ref



MMC – Q8 ref

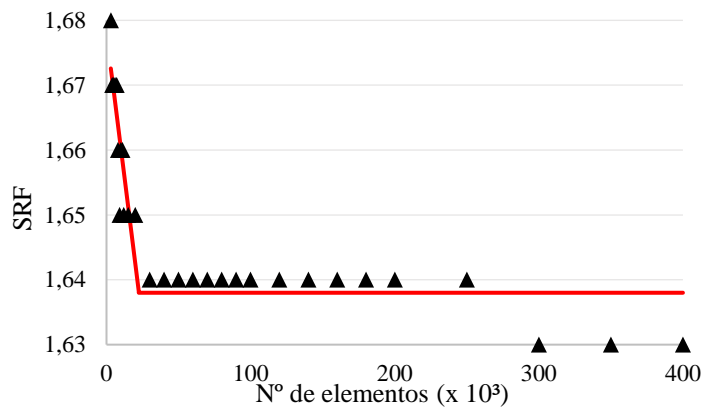
APÊNDICE D – Método Linear Response Plateau (MLRP)

Mina a Céu Aberto 1 – Seção não refinada



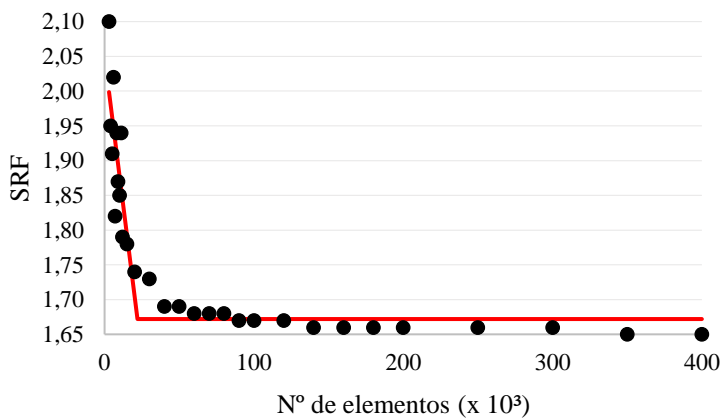
$$SRF = \begin{cases} 1,98468 - 0,0000128NE, & \text{se } 3000 \leq NE < 23604 \\ 1,683, & \text{se } 23.604 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T3



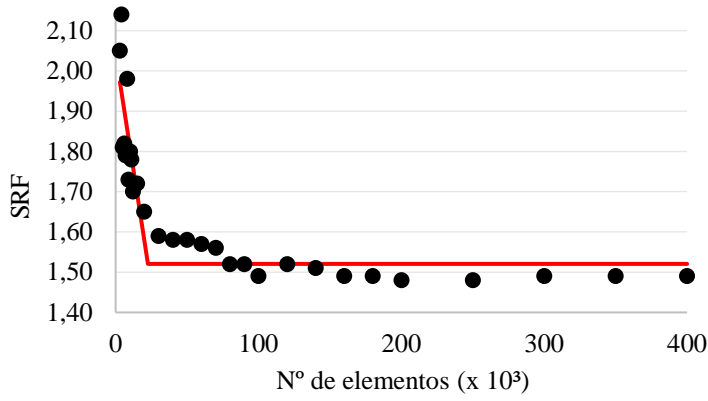
$$SRF = \begin{cases} 1,67790 - 0,00000177NE, & \text{se } 3000 \leq NE < 22399 \\ 1,638, & \text{se } 22.399 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T6



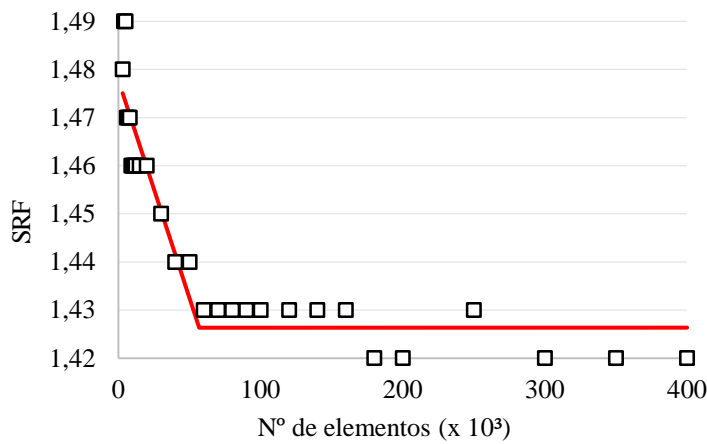
$$SRF = \begin{cases} 2,04997 - 0,00001711783NE, & \text{se } 3.000 \leq NE < 22.016 \\ 1,672, & \text{se } 22.016 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- Q4



$$SRF = \begin{cases} 2,04073 - 0,0000228981NE, & \text{se } 3.000 \leq NE < 22.715 \\ 1,52, & \text{se } 22.715 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

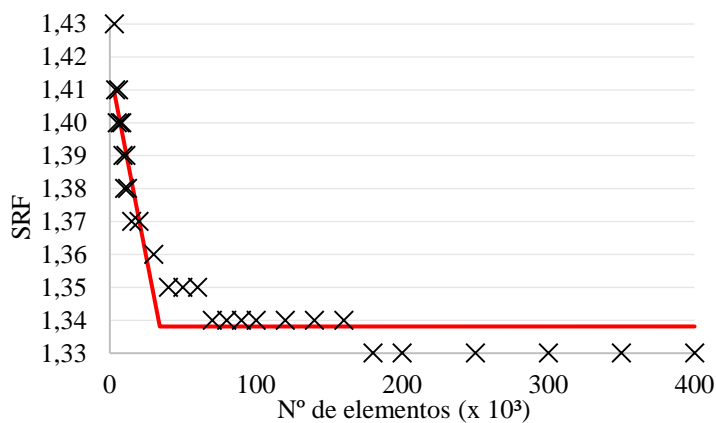
MLRP- Q4



$$SRF = \begin{cases} 1,477786 - 0,000000904009NE, & \text{se } 3.000 \leq NE < 56.894 \\ 1,426 \approx 1,43, & \text{se } 56.894 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

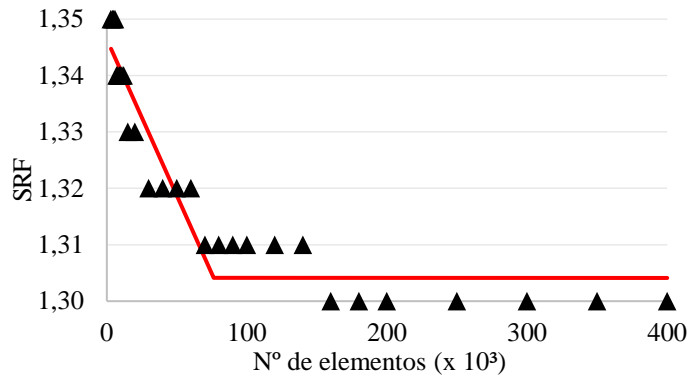
MLRP- Q8

Mina a Céu Aberto 3 – Seção não refinada



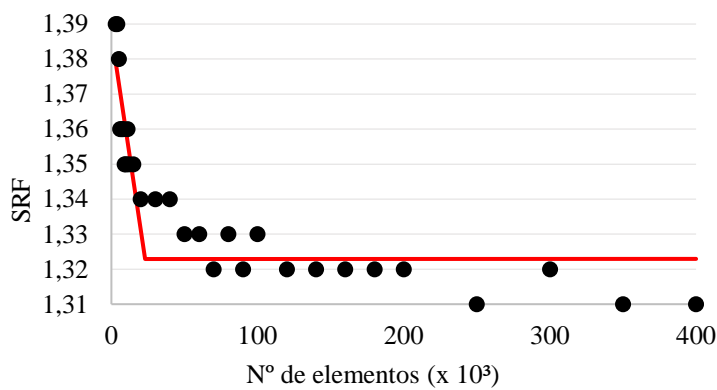
$$SRF = \begin{cases} 1,41618 - 0,000002288NE, & \text{se } 3.000 \leq NE < 34.113 \\ 1,338 \approx 1,34, & \text{se } 34.113 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T3



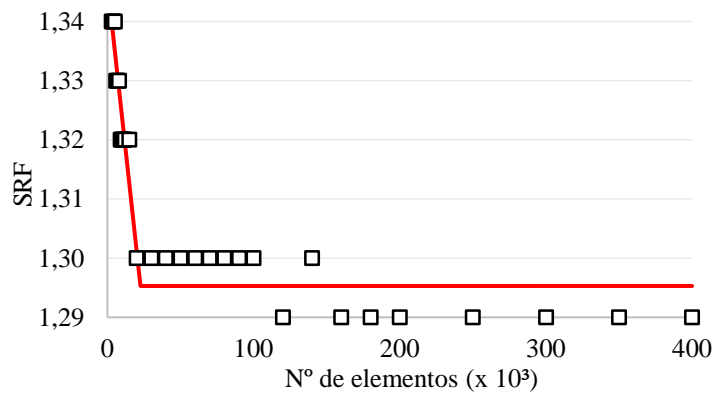
$$SRF = \begin{cases} 1,3464 - 0,000000554696NE, & se\ 3.000 \leq NE < 76.232 \\ 1,304 \approx 1,30, & se\ 76.232 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T6



$$SRF = \begin{cases} 1,38736 - 0,00000280255NE, & se\ 3.000 \leq NE < 22.985 \\ 1,323 \approx 1,32, & se\ 22.985 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

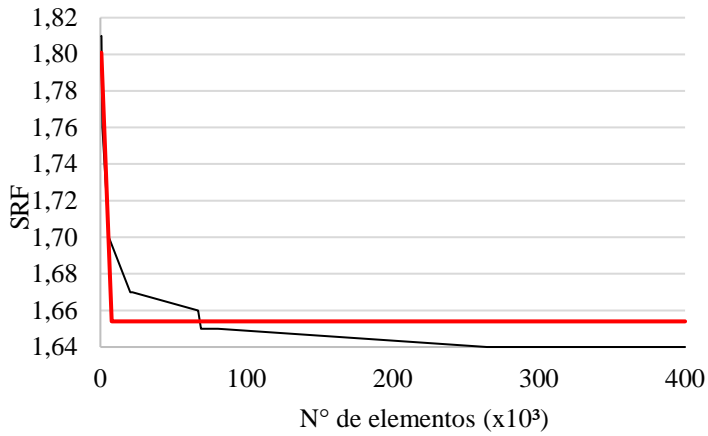
MLRP- Q4



$$SRF = \begin{cases} 1,34656 - 0,00000226115NE, & se\ 3.000 \leq NE < 22.672 \\ 1,295 \approx 1,30, & se\ 22.672 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

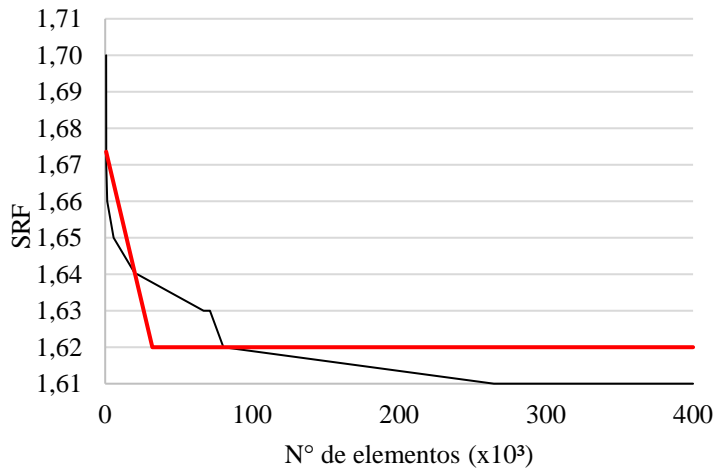
MLRP- Q8

Mina a Céu Aberto 1 – Seção refinada



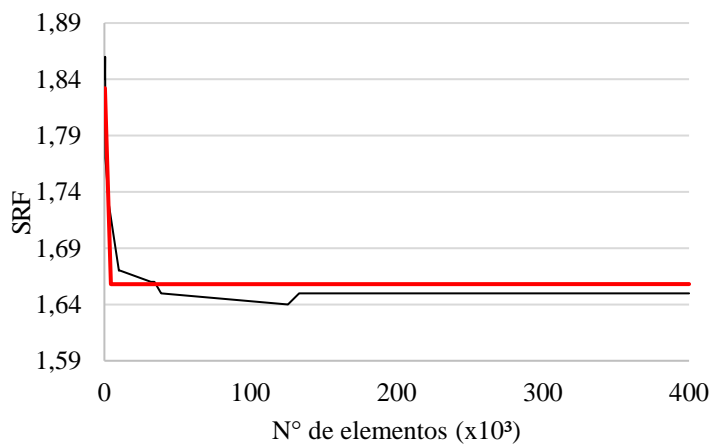
$$SRF = \begin{cases} 1,81445 - 0,0000206463NE, & \text{se } 658 \leq NE < 7.771 \\ 1,654 \approx 1,65, & \text{se } 7.771 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T3 ref



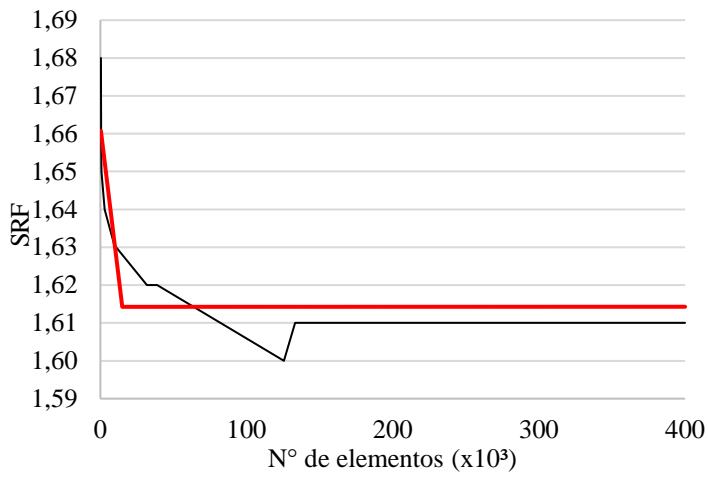
$$SRF = \begin{cases} 1,67469 - 0,00000170162NE, & \text{se } 658 \leq NE < 32.138 \\ 1,62, & \text{se } 32.138 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T6 ref



$$SRF = \begin{cases} 1,84757 - 0,0000432563NE, & \text{se } 357 \leq NE < 4.382 \\ 1,658 \approx 1,66, & \text{se } 4.382 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

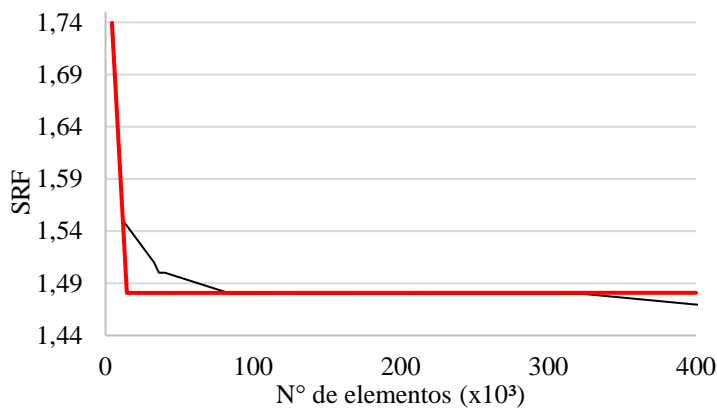
MLRP- Q4 ref



$$SRF = \begin{cases} 1,66186 - 0,00000318247NE, & \text{se } 357 \leq NE < 14.950 \\ 1,614 \approx 1,61, & \text{se } 14.950 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

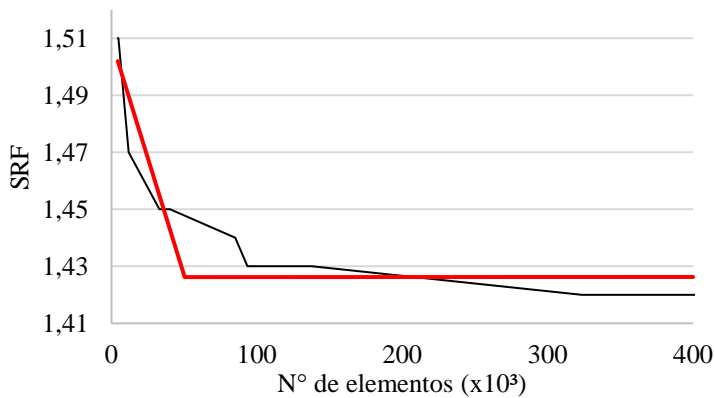
MLRP- Q8 ref

Mina a Céu Aberto 2 – Seção refinada



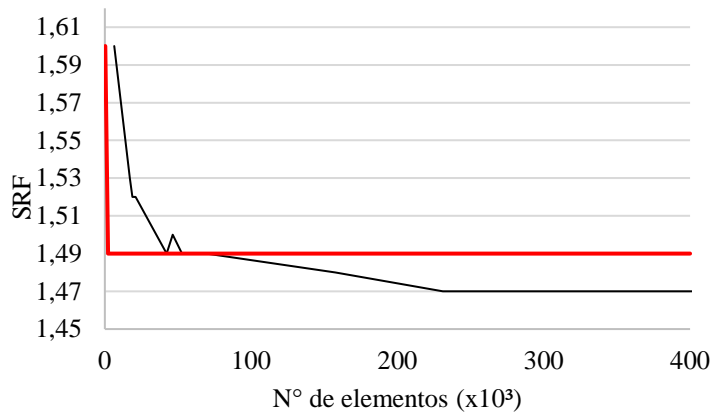
$$SRF = \begin{cases} 1,84990 - 0,0000254616NE, & \text{se } 4.343 \leq NE < 14.492 \\ 1,481 \approx 1,48, & \text{se } 14.492 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T3 ref



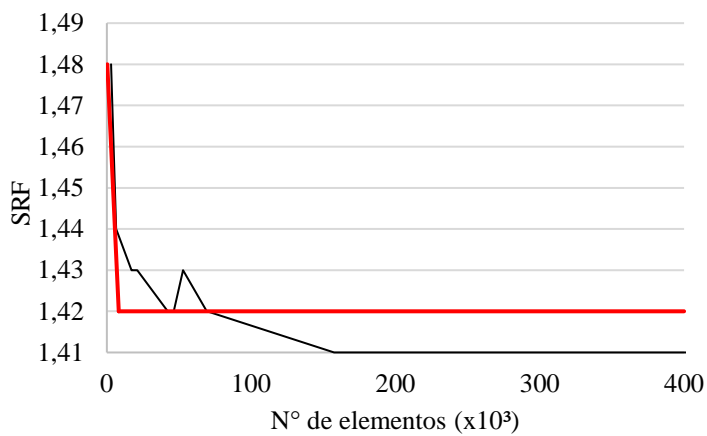
$$SRF = \begin{cases} 1,50913 - 0,00000164910NE, & \text{se } 4.343 \leq NE < 50.255 \\ 1,426 \approx 1,43, & \text{se } 50.255 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T6 ref



$$SRF = \begin{cases} 1,6174 - 0,00006NE, & \text{se } 300 \leq NE < 2.202 \\ 1,49, & \text{se } 2.202 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

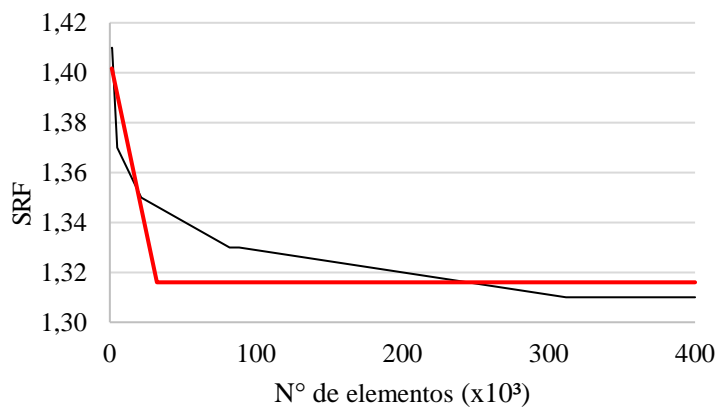
MLRP- Q4 ref



$$SRF = \begin{cases} 1,4823 - 0,000008NE, & \text{se } 2.780 \leq NE < 8.242 \\ 1,419 \approx 1,42, & \text{se } 8.242 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

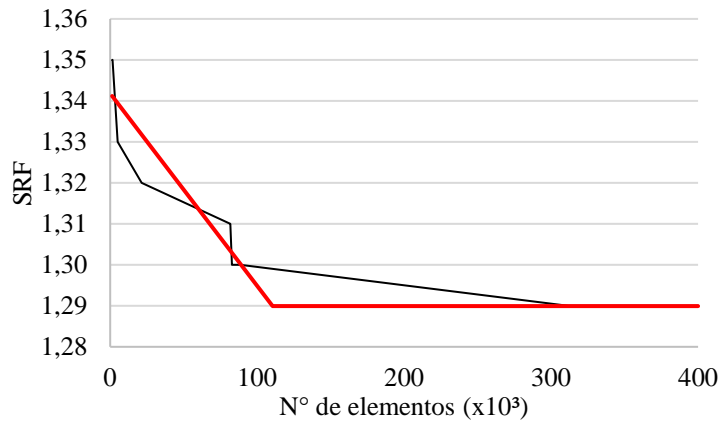
MLRP- Q8 ref

Mina a Céu Aberto 3 – Seção refinada



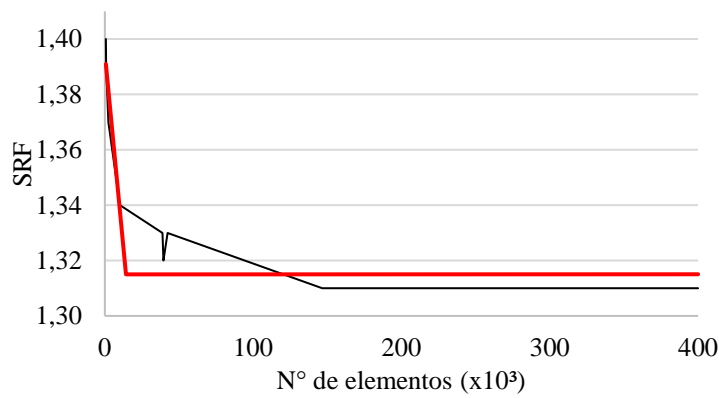
$$SRF = \begin{cases} 1,40544 - 0,00000277471NE, & \text{se } 1.341 \leq NE < 32.234 \\ 1,316 \approx 1,32, & \text{se } 32.234 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T3 ref



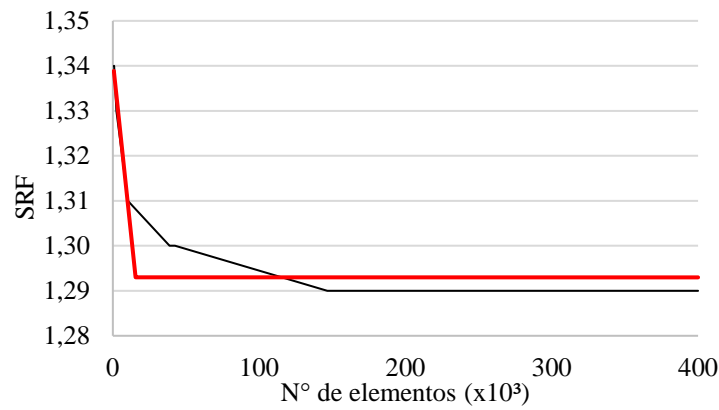
$$SRF = \begin{cases} 1,34181 - 0,000000469564NE, & \text{se } 1.341 \leq NE < 110.469 \\ 1,29, & \text{se } 110.469 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- T6 ref



$$SRF = \begin{cases} 1,39479 - 0,00000556800NE, & \text{se } 686 \leq NE < 14.330 \\ 1,315 \approx 1,32, & \text{se } 14.330 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

MLRP- Q4 ref

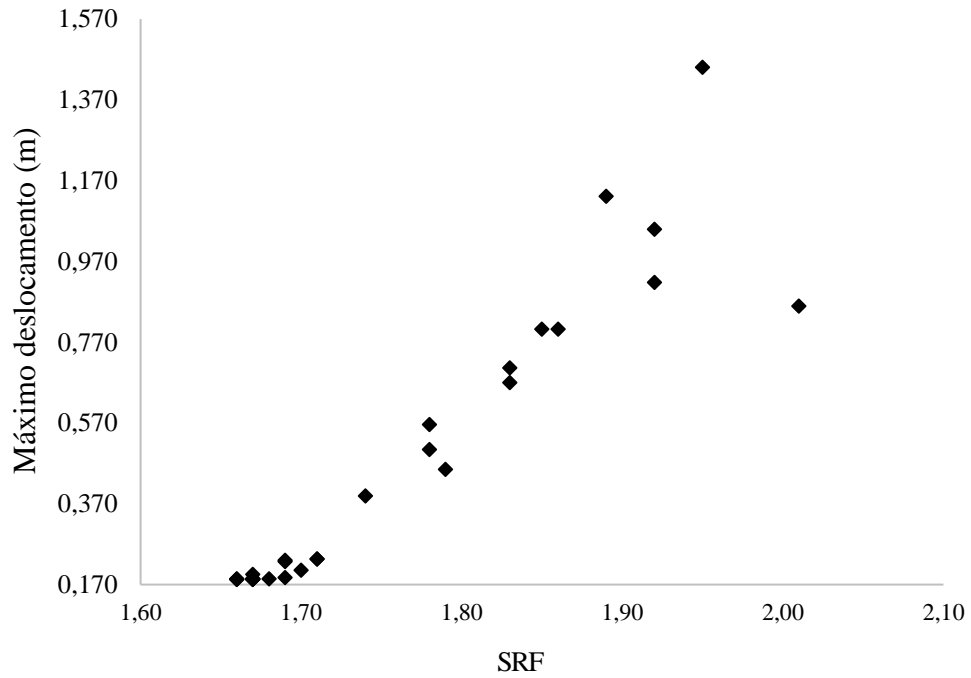


$$SRF = \begin{cases} 1,34100 - 0,00000309453NE, & \text{se } 686 \leq NE < 15.511 \\ 1,293 \approx 1,30, & \text{se } 15.511 \leq NE \leq 400.000 \end{cases}$$

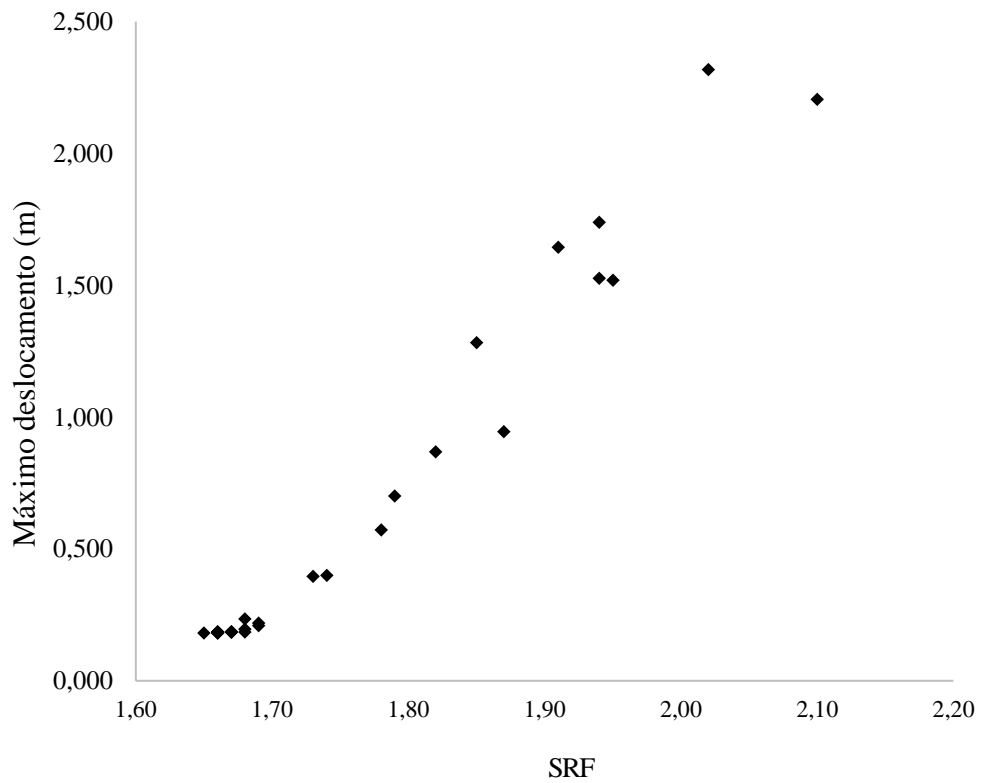
MLRP- Q8 ref

APÊNDICE E – Comportamento SRF versus Deslocamento máximo total para cada tipo de elemento

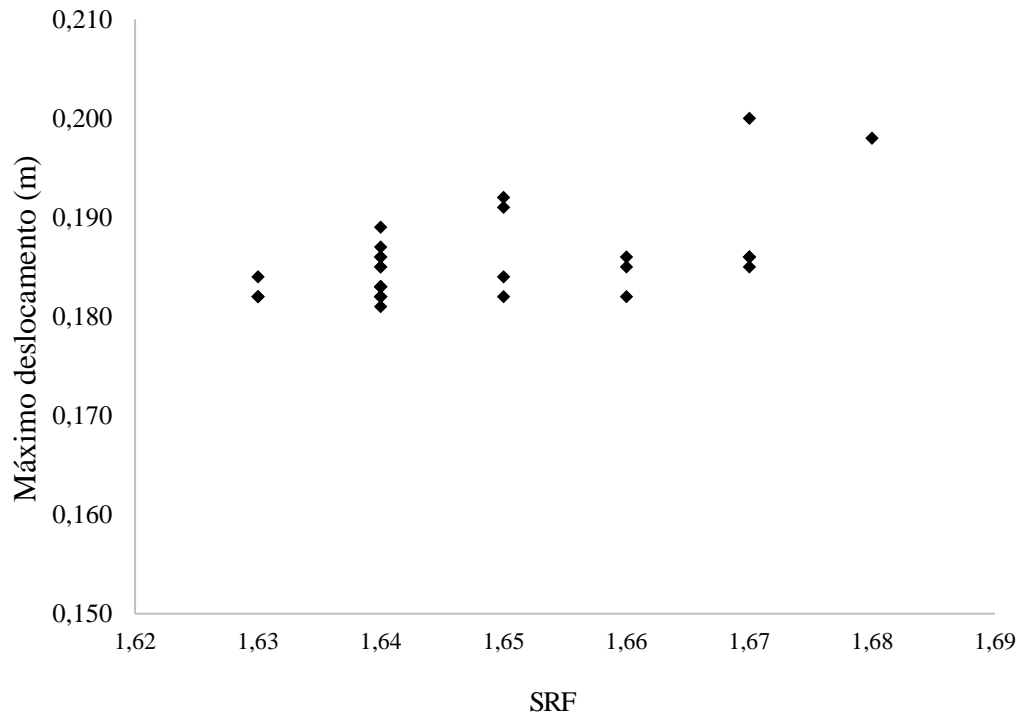
Mina a Céu Aberto 1 – Seção não refinada



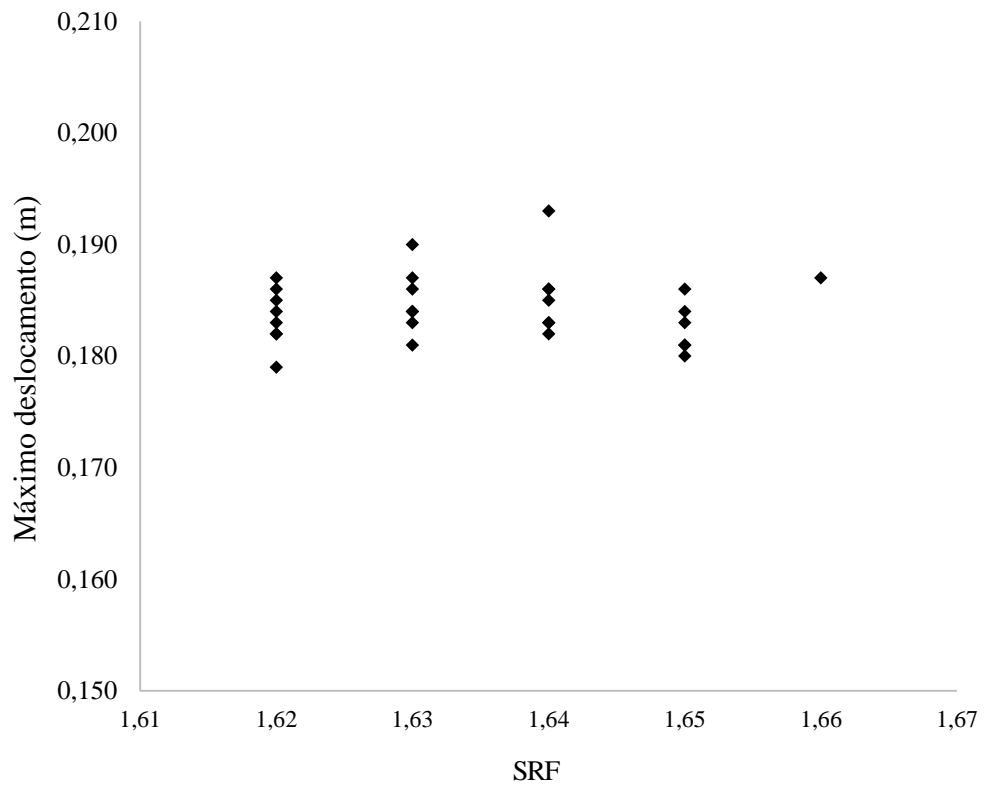
SRF versus Desloc. Máximo – T3



SRF versus Desloc. Máximo – Q4

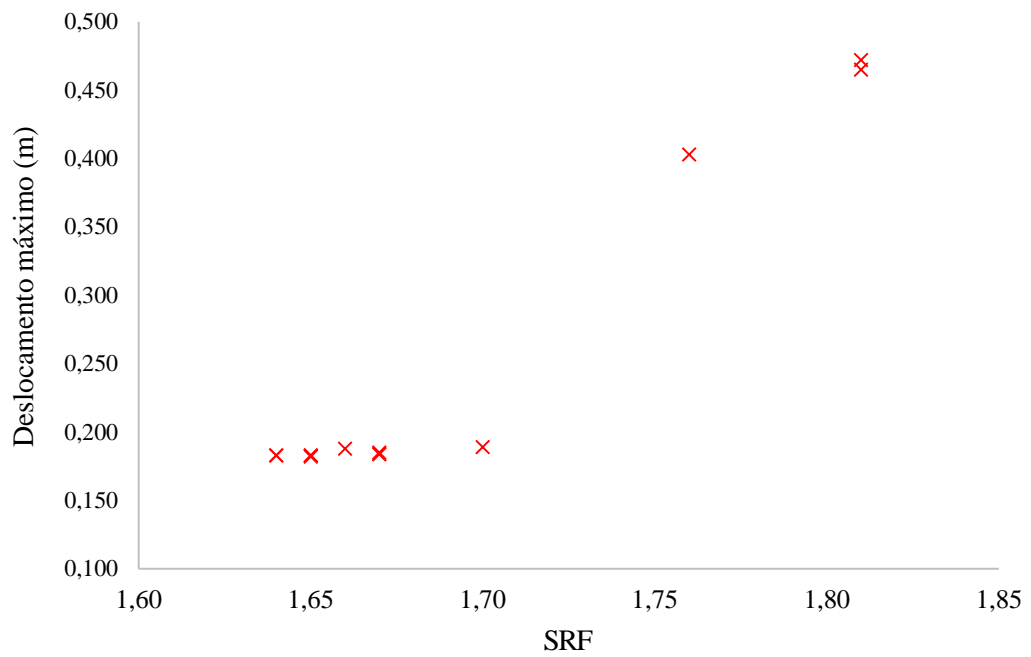


SRF versus Desloc. Máximo – T6

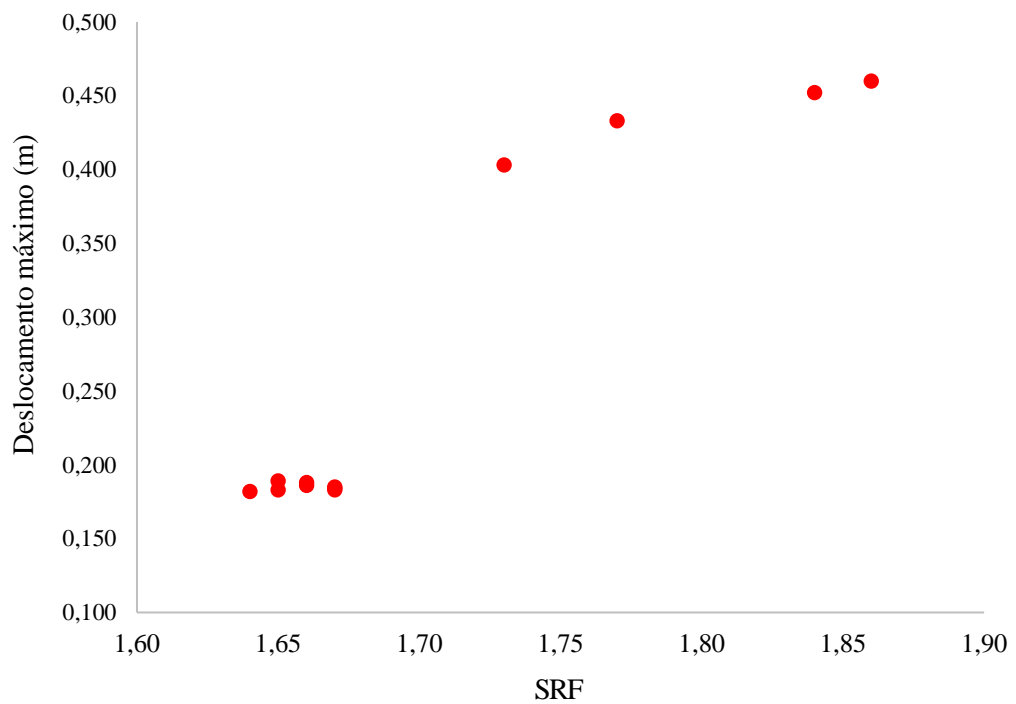


SRF versus Desloc. Máximo – Q8

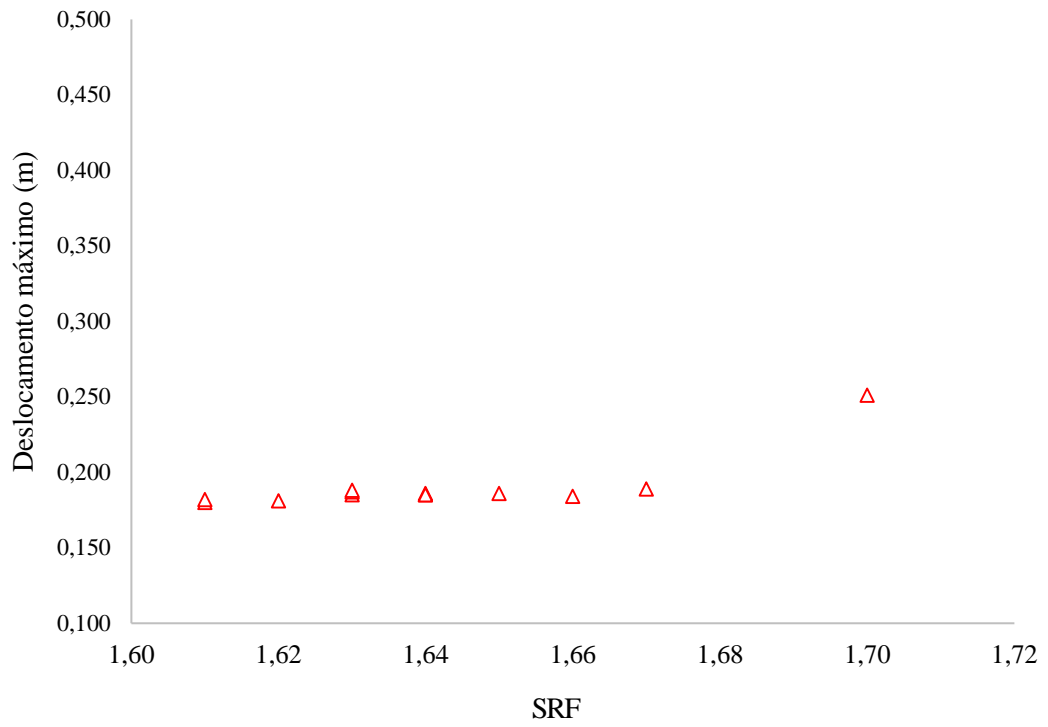
Mina a Céu Aberto 1 – Seção refinada



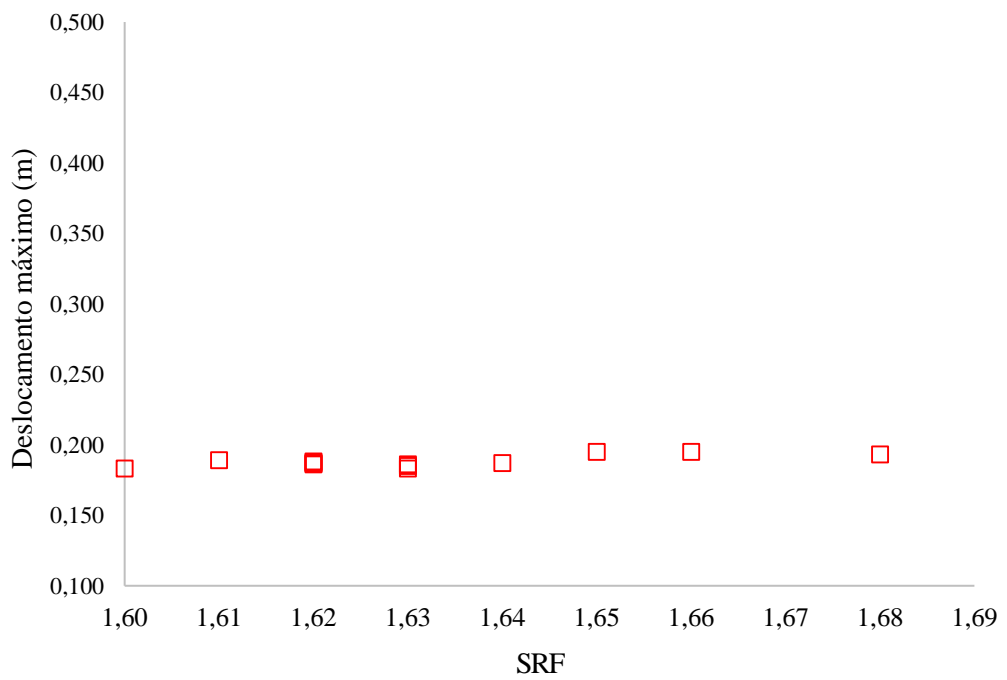
SRF versus Desloc. Máximo – T3 ref



SRF versus Desloc. Máximo – Q4 ref

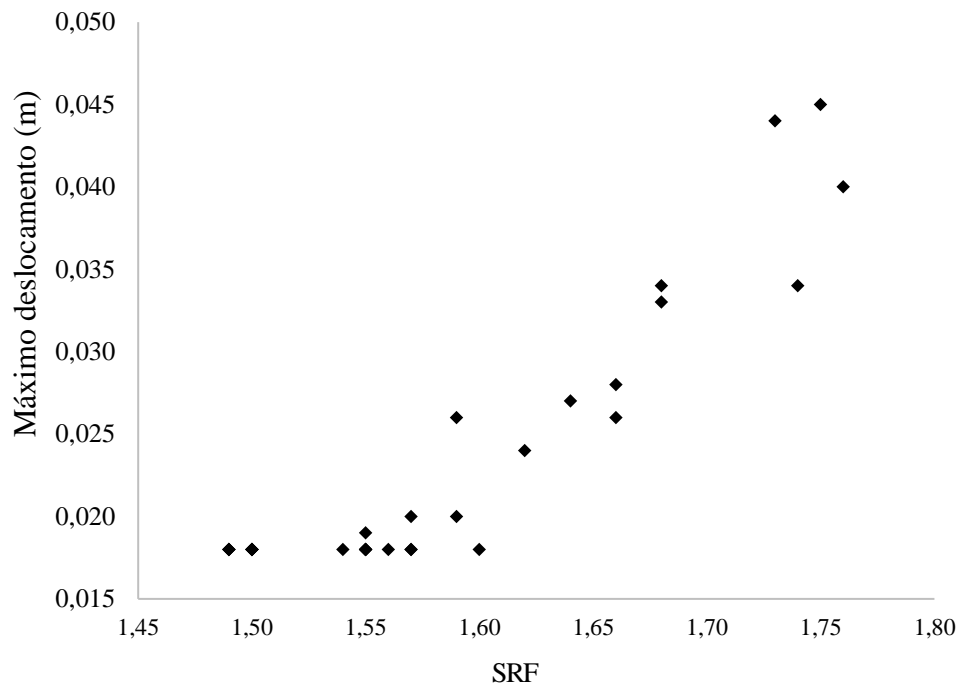


SRF versus Desloc. Máximo – T6 ref

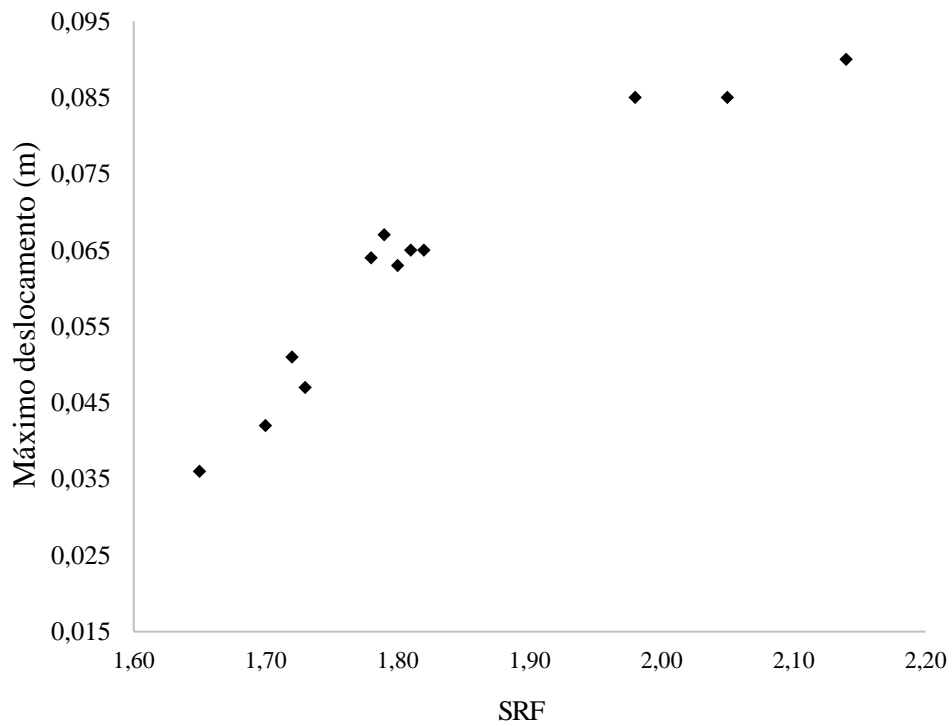


SRF versus Desloc. Máximo – Q8 ref

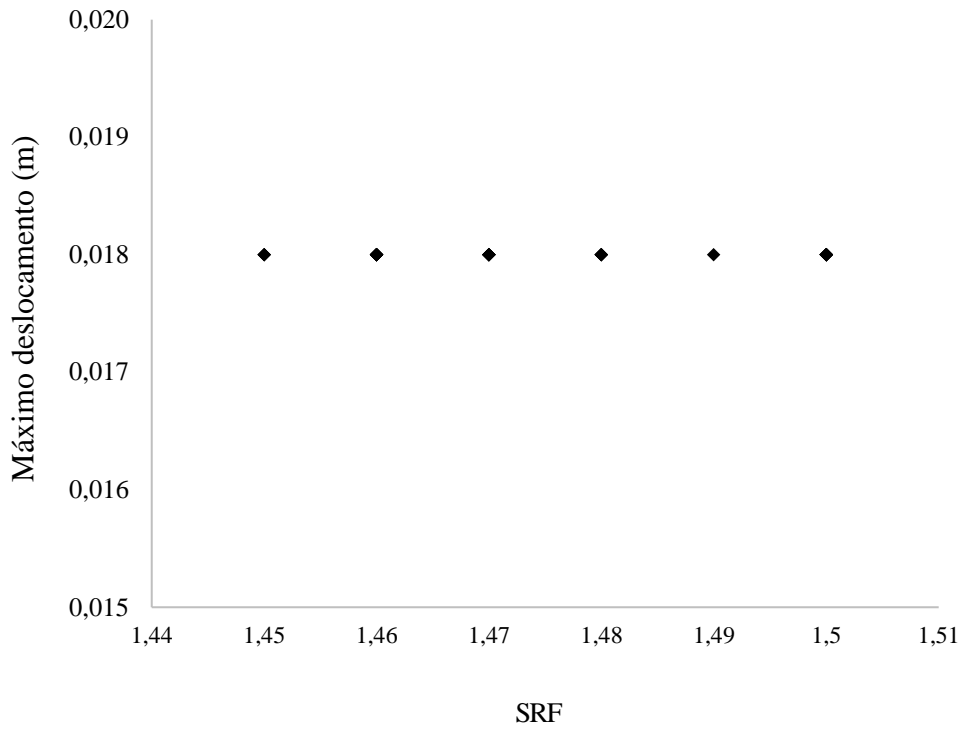
Mina a Céu Aberto 2 – Seção não refinada



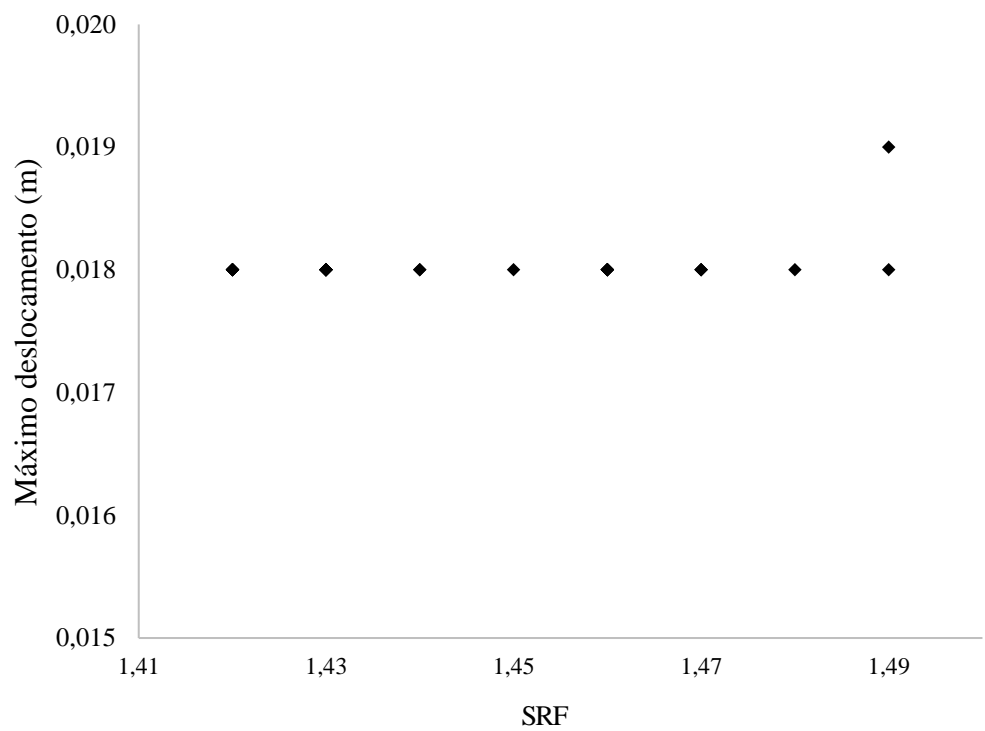
SRF versus Desloc. Máximo – T3



SRF versus Desloc. Máximo – Q4

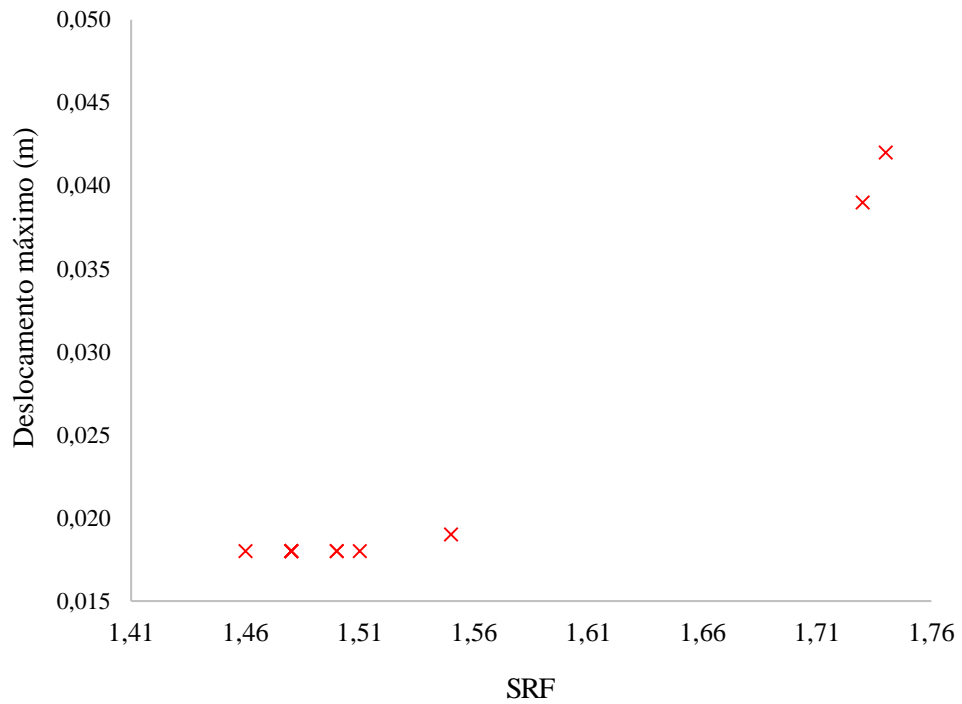


SRF versus Desloc. Máximo – T6

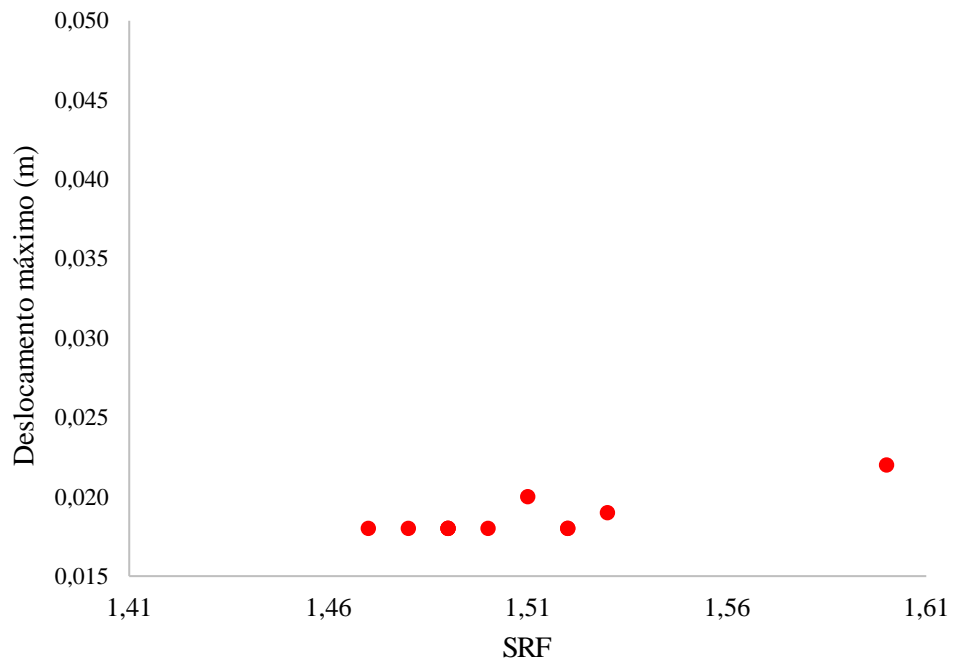


SRF versus Desloc. Máximo – Q8

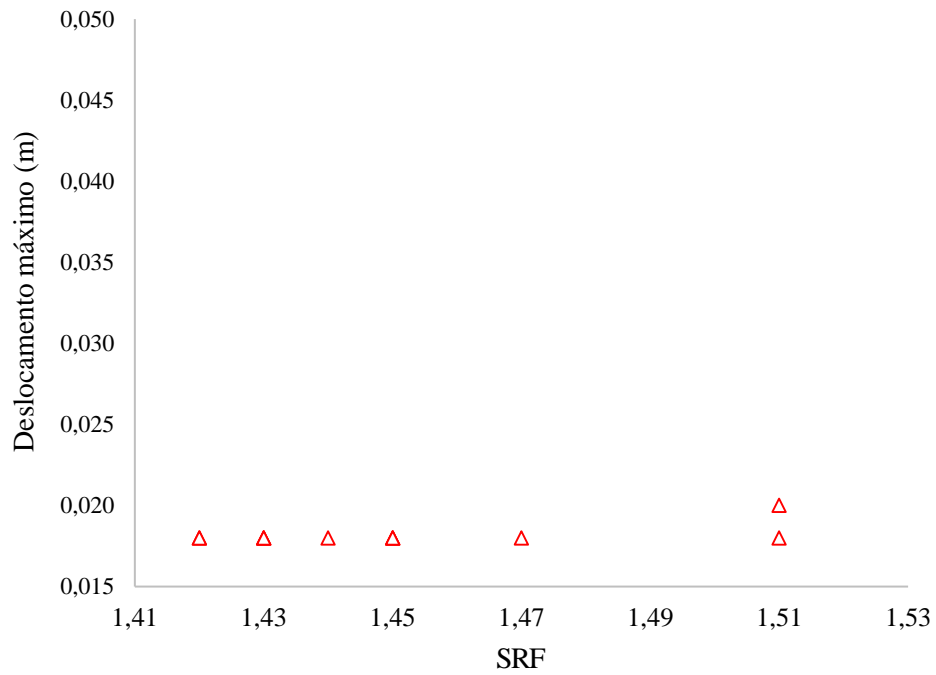
Mina a Céu Aberto 2 – Seção refinada



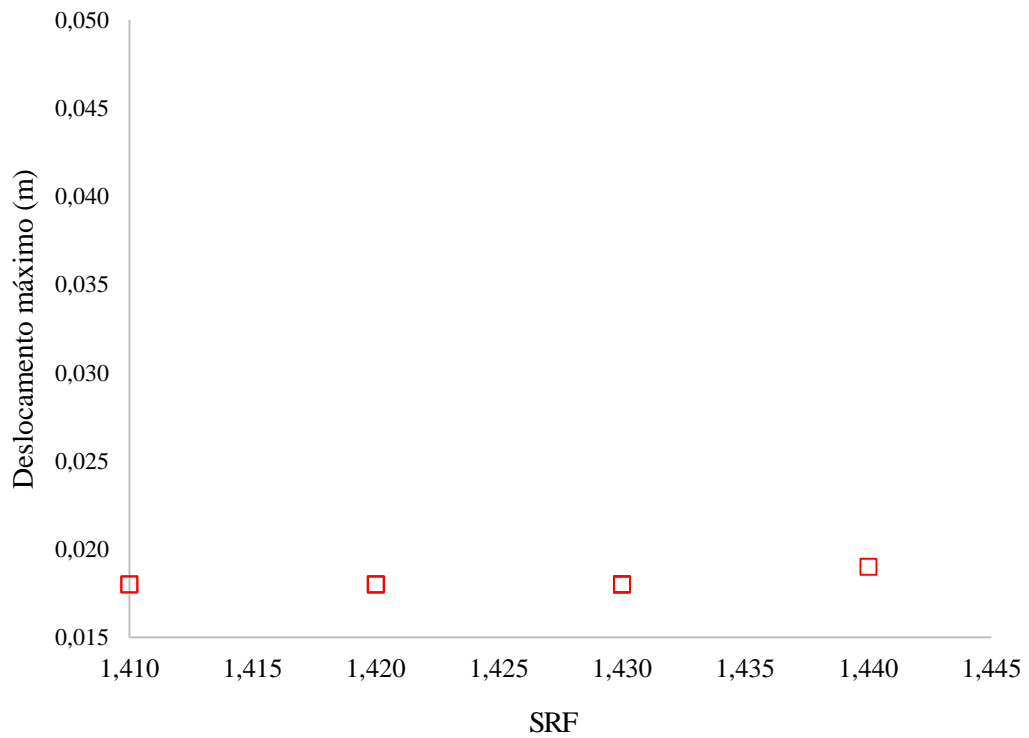
SRF versus Desloc. Máximo – T3 ref



SRF versus Desloc. Máximo – Q4 ref

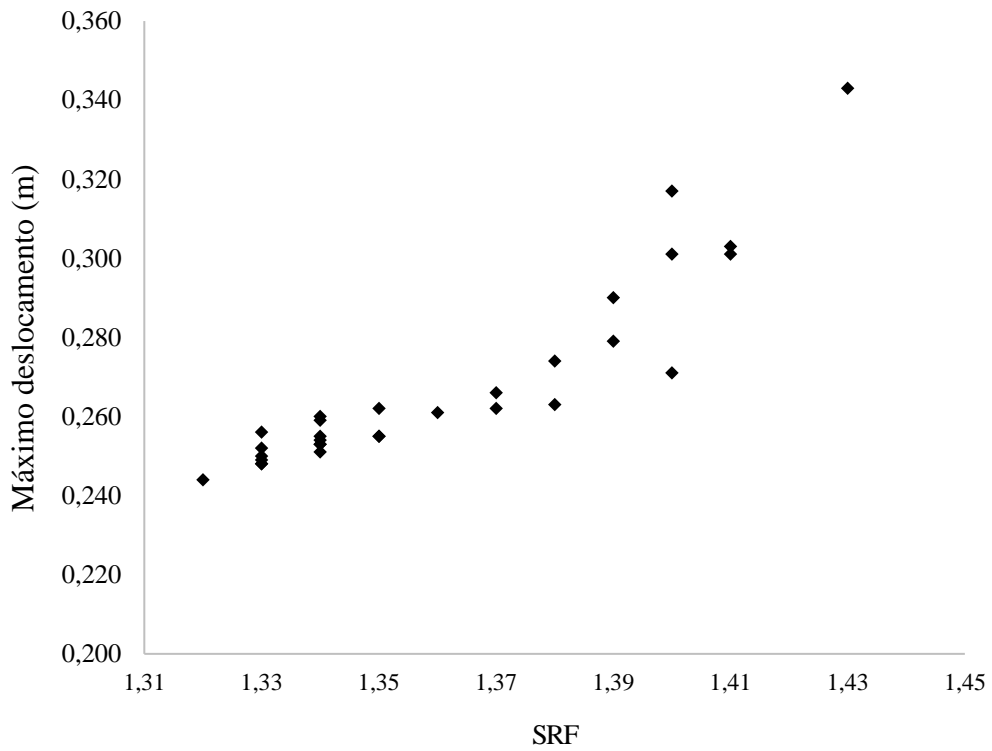


SRF versus Desloc. Máximo – T6 ref

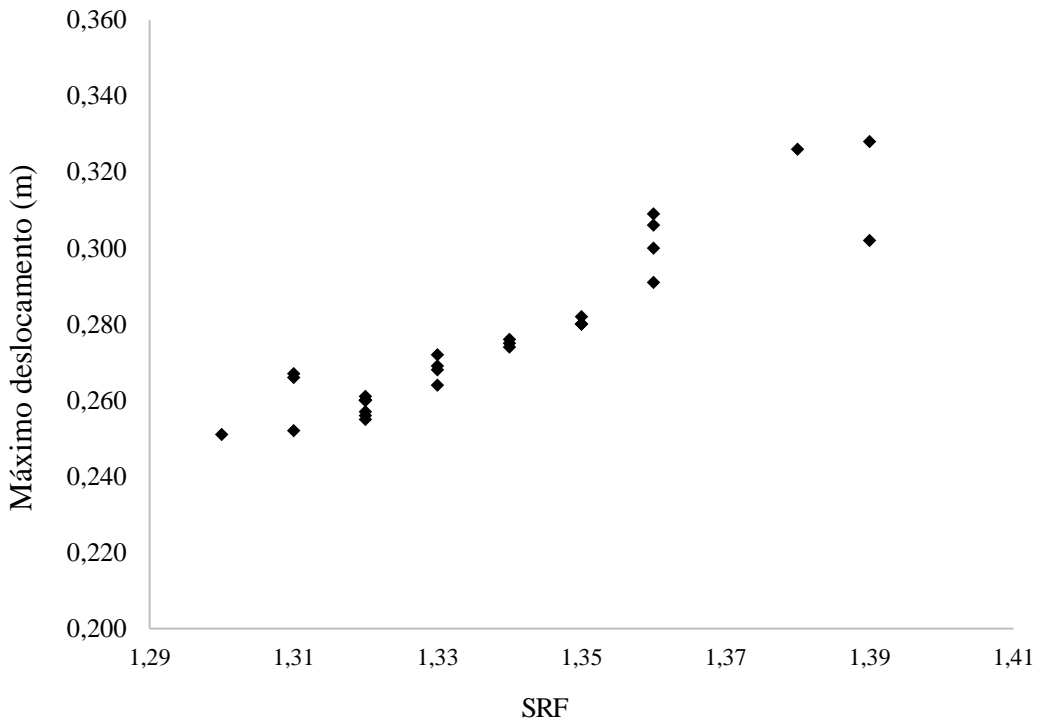


SRF versus Desloc. Máximo – Q8 ref

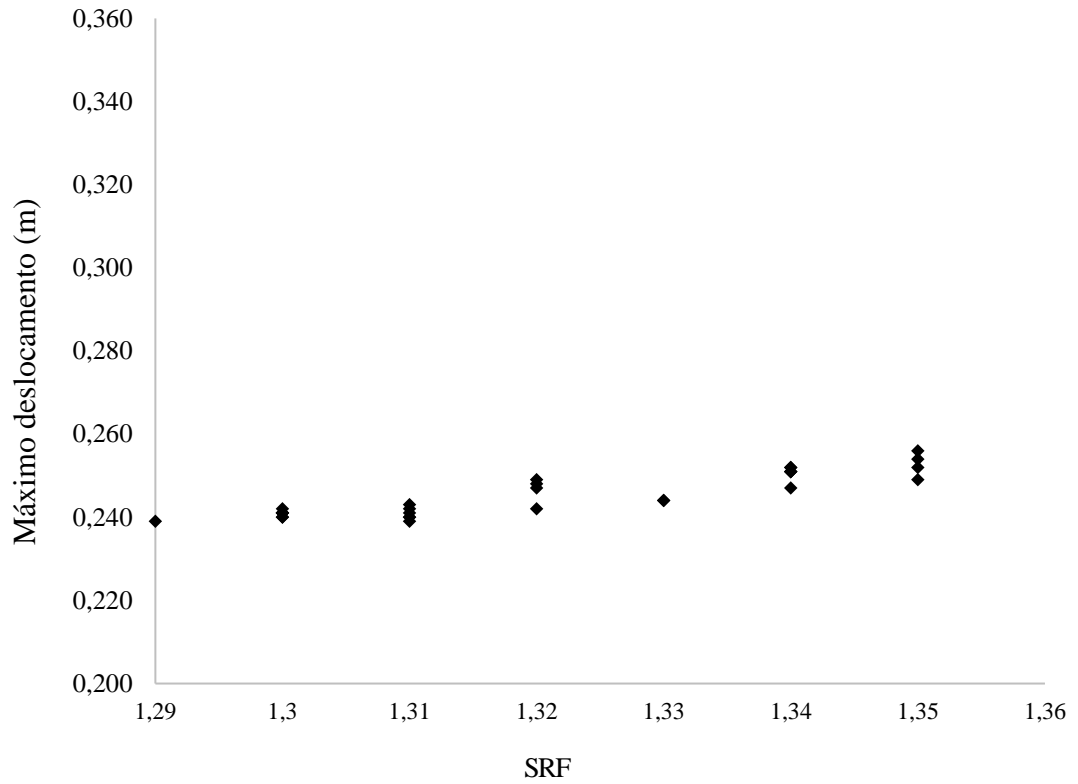
Mina a Céu Aberto 3 – Seção não refinada



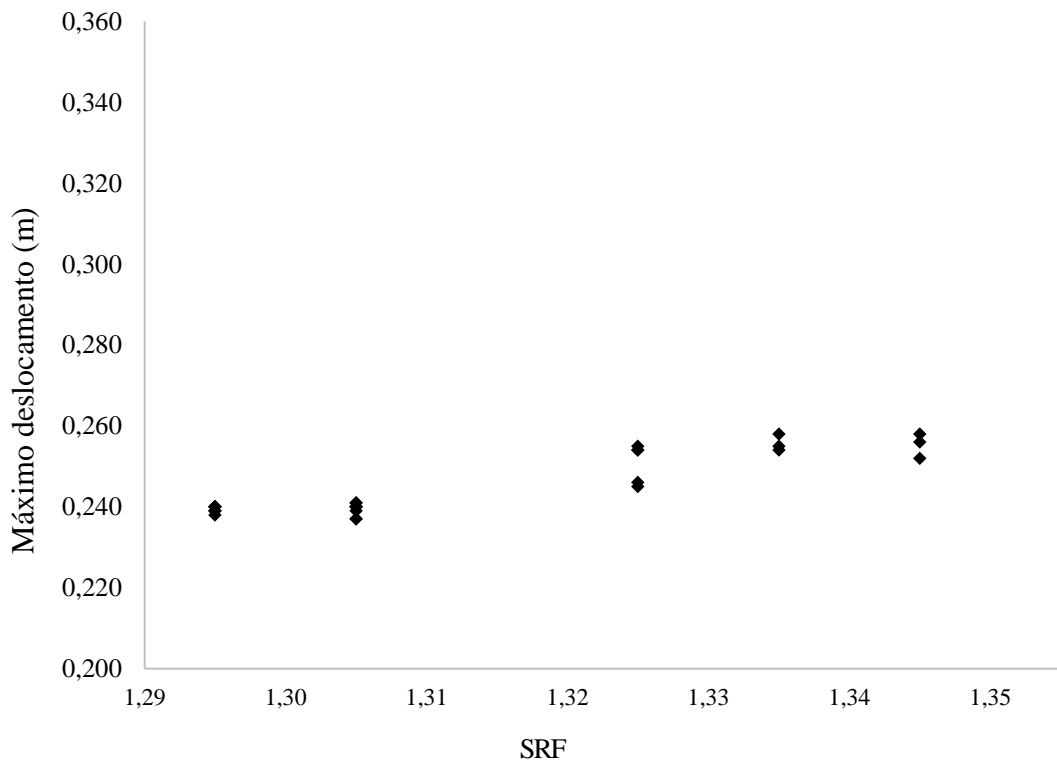
SRF versus Desloc. Máximo – T3



SRF versus Desloc. Máximo – Q4

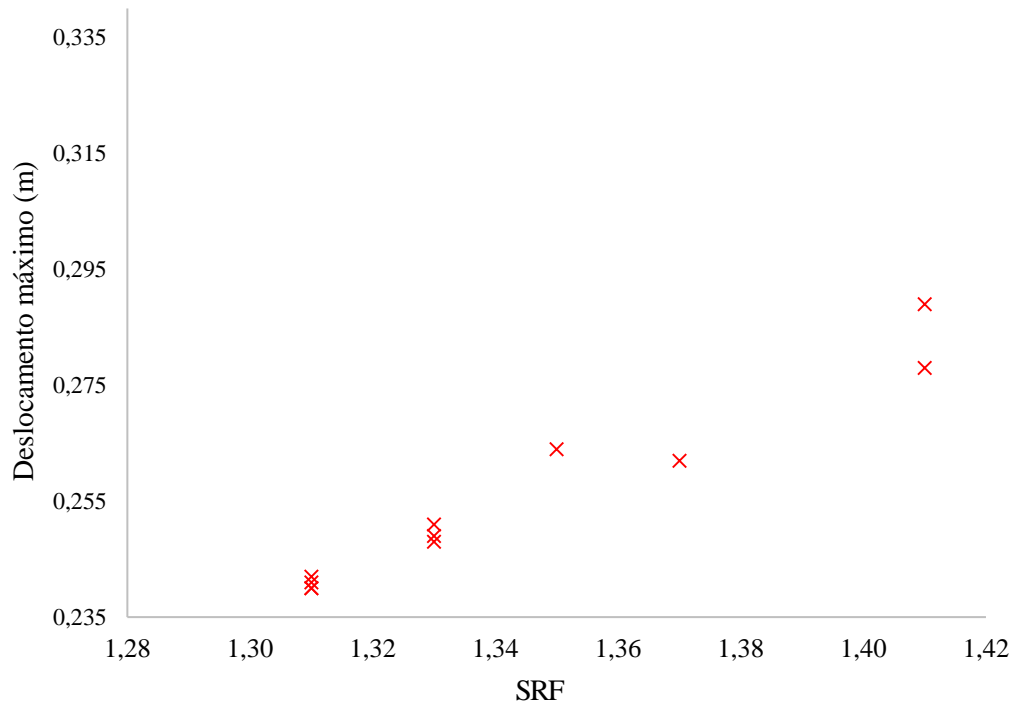


SRF versus Desloc. Máximo – T6

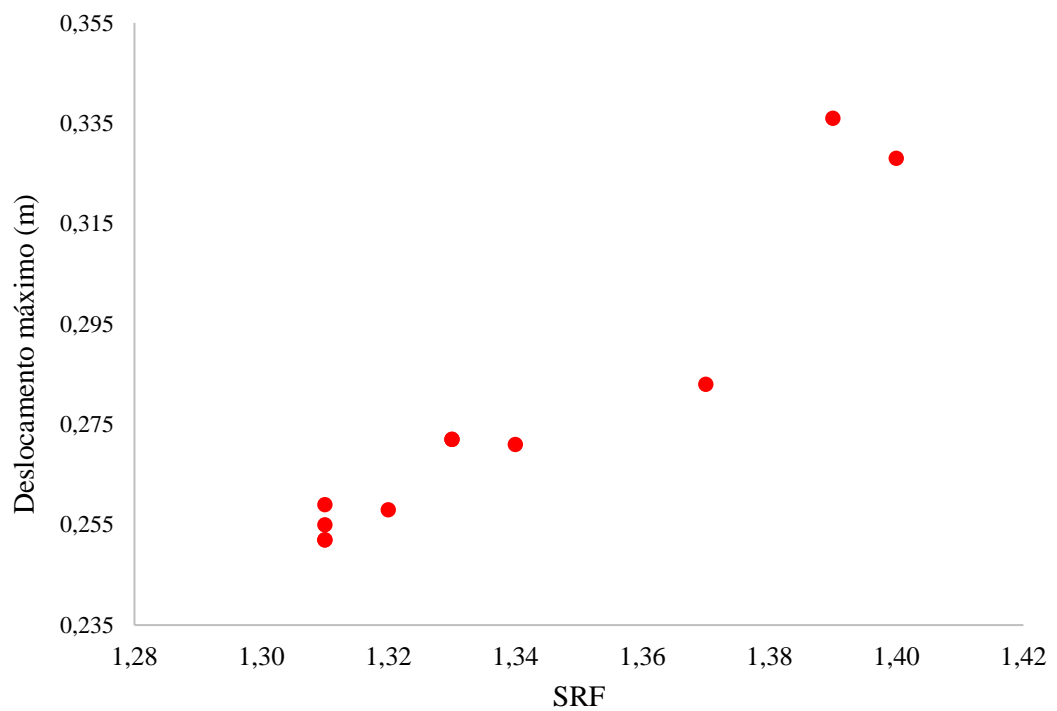


SRF versus Desloc. Máximo – Q8

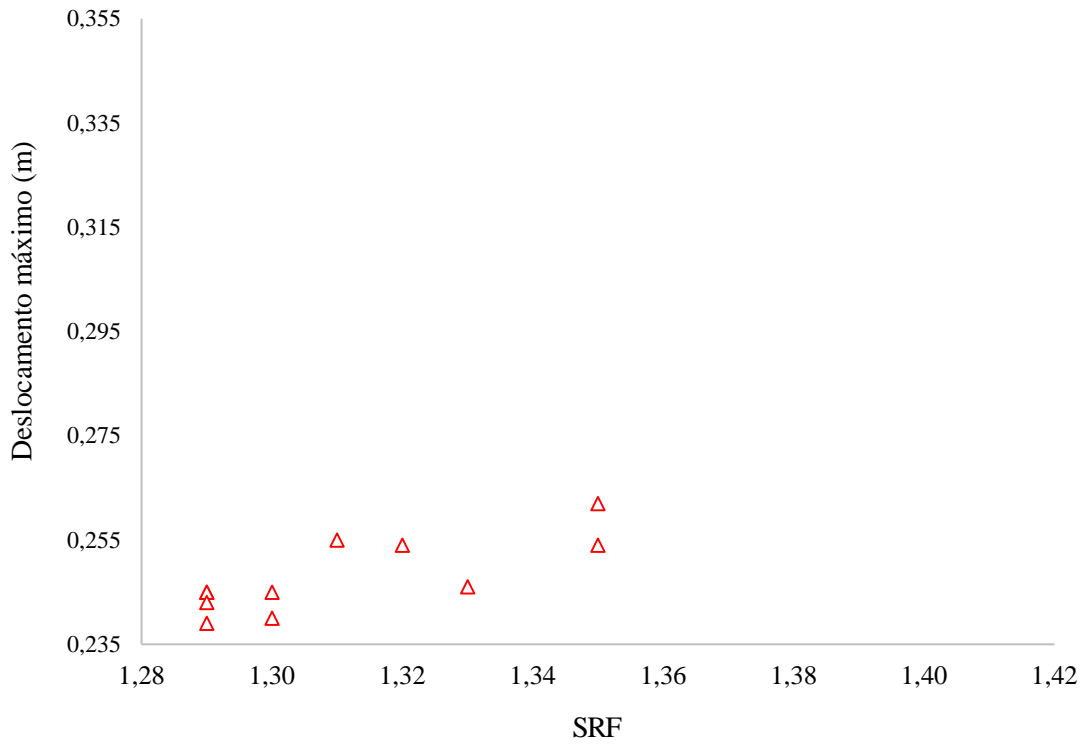
Mina a Céu Aberto 3 – Seção refinada



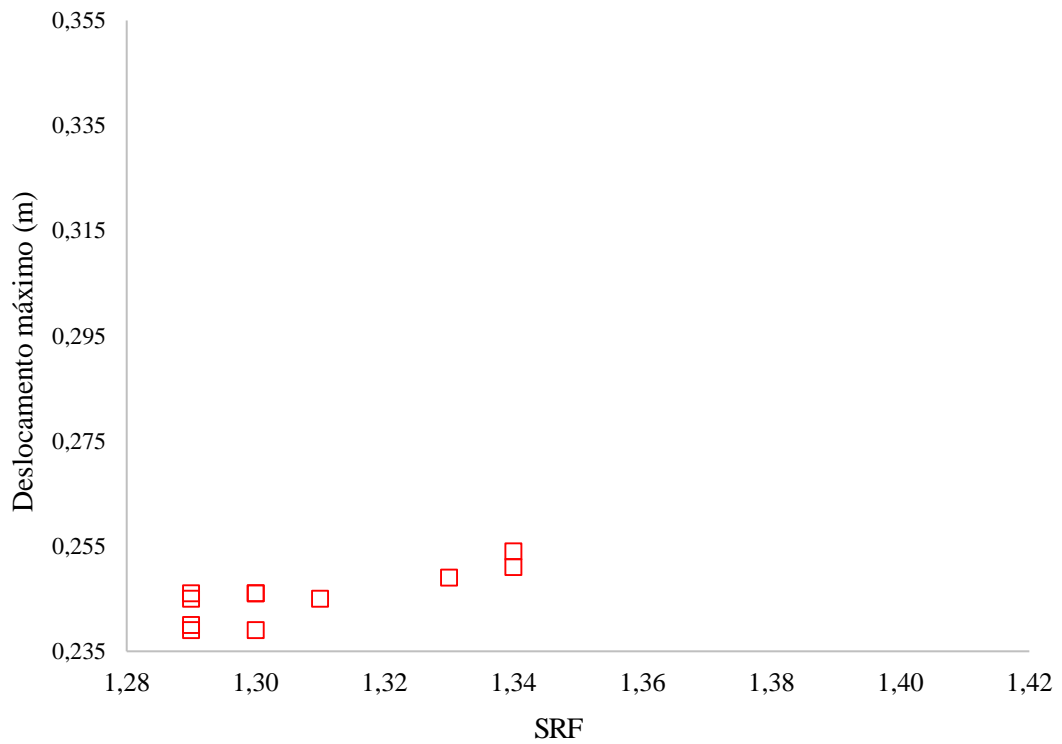
SRF versus Desloc. Máximo – T3 ref



SRF versus Desloc. Máximo – Q4 ref



SRF versus Desloc. Máximo – T6 ref



SRF versus Desloc. Máximo – Q8 ref

APÊNDICE F – Tabelas-resumo dos estudos de convergência de malha

Mina a Céu Aberto 1 – malha não refinada

Malha não refinada - Mina a Céu Aberto 1													
N° da análise	N° de elementos	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)
1	3000	2,01	00:02:11	0,859	1,68	00:02:31	0,198	2,10	00:02:05	2,206	1,66	00:02:34	0,187
2	4000	1,92	00:01:24	1,049	1,67	00:03:56	0,200	1,95	00:04:58	1,519	1,65	00:03:01	0,180
3	5000	1,92	00:01:36	0,918	1,67	00:04:51	0,186	1,91	00:07:14	1,644	1,65	00:09:37	0,184
4	6000	1,95	00:01:52	1,450	1,67	00:05:28	0,185	2,02	00:04:53	2,319	1,65	00:10:56	0,181
5	7000	1,89	00:02:09	1,131	1,67	00:05:43	0,186	1,82	00:09:20	0,869	1,64	00:17:46	0,182
6	8000	1,83	00:03:50	0,706	1,66	00:10:59	0,185	1,94	00:10:25	1,739	1,65	00:20:53	0,186
7	9000	1,83	00:03:33	0,670	1,65	00:09:10	0,182	1,87	00:11:30	0,945	1,65	00:22:53	0,183
8	10000	1,86	00:02:57	0,802	1,66	00:09:31	0,186	1,85	00:12:55	1,283	1,64	00:24:42	0,183
9	11000	1,85	00:03:02	0,802	1,66	00:11:09	0,182	1,94	00:14:59	1,527	1,65	00:26:07	0,181
10	12000	1,79	00:03:14	0,455	1,65	00:09:21	0,191	1,79	00:16:16	0,701	1,64	00:28:37	0,185
11	15000	1,78	00:06:49	0,566	1,65	00:15:59	0,184	1,78	00:17:18	0,572	1,64	00:36:25	0,183
12	20000	1,78	00:07:20	0,504	1,65	00:19:08	0,192	1,74	00:24:12	0,400	1,64	00:55:44	0,186
13	30000	1,74	00:11:09	0,389	1,64	00:37:43	0,182	1,73	00:37:03	0,396	1,64	01:18:09	0,186
14	40000	1,71	00:14:59	0,233	1,64	00:52:57	0,182	1,69	00:36:35	0,219	1,63	02:10:00	0,183
15	50000	1,71	00:13:58	0,233	1,64	01:05:35	0,183	1,69	00:42:00	0,210	1,63	02:28:32	0,181
16	60000	1,69	00:14:41	0,187	1,64	01:25:14	0,182	1,68	01:04:40	0,185	1,64	03:19:21	0,193
17	70000	1,70	00:21:54	0,205	1,64	01:26:19	0,181	1,68	01:07:45	0,196	1,63	03:40:35	0,184
18	80000	1,69	00:23:48	0,227	1,64	01:59:13	0,183	1,68	01:23:56	0,235	1,62	04:21:24	0,179
19	90000	1,69	00:26:18	0,23	1,64	02:12:44	0,183	1,67	01:22:49	0,184	1,63	05:05:13	0,184
20	100000	1,68	00:28:06	0,184	1,64	02:26:15	0,183	1,67	01:42:04	0,186	1,63	05:41:05	0,187
21	120000	1,67	00:36:15	0,183	1,64	03:28:58	0,185	1,67	01:57:08	0,187	1,63	07:01:23	0,186
22	140000	1,67	00:41:22	0,182	1,64	03:28:52	0,186	1,66	02:21:34	0,182	1,62	08:01:03	0,182
23	160000	1,67	00:52:14	0,183	1,64	03:54:35	0,186	1,66	02:41:39	0,183	1,62	08:57:46	0,182
24	180000	1,67	00:56:15	0,183	1,64	04:40:47	0,187	1,66	03:00:00	0,182	1,63	11:25:52	0,190
25	200000	1,67	00:57:46	0,185	1,64	05:20:37	0,185	1,66	04:03:00	0,185	1,62	12:19:13	0,184
26	250000	1,67	01:21:06	0,195	1,64	06:50:31	0,189	1,66	04:14:14	0,185	1,62	15:24:17	0,183
27	300000	1,66	01:30:03	0,183	1,63	08:20:35	0,182	1,66	05:11:24	0,186	1,62	19:28:41	0,186
28	350000	1,66	01:43:32	0,182	1,63	10:24:41	0,184	1,65	06:33:41	0,182	1,62	21:59:35	0,185
29	400000	1,66	02:00:07	0,184	1,63	11:19:51	0,182	1,65	07:34:42	0,181	1,62	25:56:23	0,187

Mina a Céu Aberto 1 – malha refinada

Malha refinada - Mina a Céu Aberto 1													
N° da análise	Comprim. do elemento (m)	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)
30	10,0	1,81	00:00:12	0,465	1,70	00:00:50	0,251	1,84	00:00:37	0,452	1,68	00:00:28	0,193
31	7,0	1,81	00:00:16	0,472	1,67	00:00:49	0,189	1,86	00:00:29	0,860	1,66	00:01:04	0,195
32	5,0	1,76	00:00:27	0,403	1,66	00:01:45	0,184	1,77	00:00:46	0,433	1,65	00:01:16	0,195
33	2,0	1,70	00:02:02	0,189	1,65	00:08:07	0,186	1,73	00:03:51	0,403	1,64	07:05:31	0,187
34	1,0	1,67	00:07:57	0,185	1,64	00:34:26	0,185	1,67	00:11:08	0,183	1,63	00:31:14	0,183
35	0,9	1,67	00:06:56	0,184	1,64	00:34:53	0,186	1,67	00:10:56	0,184	1,63	00:35:54	0,186
36	0,8	1,67	00:07:24	0,184	1,64	00:39:29	0,185	1,67	00:11:51	0,185	1,63	00:34:09	0,185
37	0,7	1,66	00:23:48	0,188	1,63	02:25:28	0,185	1,66	00:40:33	0,186	1,62	01:47:34	0,187
38	0,6	1,65	00:25:43	0,183	1,63	02:23:33	0,187	1,66	-	-	1,62	02:03:43	0,187
39	0,5	1,65	00:27:14	0,182	1,63	02:33:46	0,188	1,66	00:56:36	0,188	1,62	01:58:01	0,186
40	0,4	1,65	00:32:02	0,183	1,62	02:56:00	0,181	1,65	00:48:25	0,183	1,62	02:18:07	0,188
41	0,3	1,64	02:19:51	0,183	1,61	11:45:20	0,180	1,64	03:09:37	0,182	1,60	09:36:45	0,183
42	0,2	1,64	02:16:40	0,183	1,61	10:58:28	0,182	1,65	03:36:27	0,189	1,61	10:39:02	0,189

N° da análise	Comprim. do elemento (m)	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		N° element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	N° element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	N° element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	N° element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)
30	10,0	658	1,81	0,465	658	1,70	0,251	357	1,84	0,452	357	1,68	0,193
31	7,0	797	1,81	0,472	797	1,67	0,189	437	1,86	0,860	437	1,66	0,195
32	5,0	1444	1,76	0,403	1444	1,66	0,184	747	1,77	0,433	747	1,65	0,195
33	2,0	5713	1,70	0,189	5713	1,65	0,186	2858	1,73	0,403	2858	1,64	0,187
34	1,0	20502	1,67	0,185	20502	1,64	0,185	9977	1,67	0,183	9977	1,63	0,183
35	0,9	21158	1,67	0,184	21158	1,64	0,186	10373	1,67	0,184	10373	1,63	0,186
36	0,8	21901	1,67	0,184	21901	1,64	0,185	10775	1,67	0,185	10775	1,63	0,185
37	0,7	66915	1,66	0,188	66915	1,63	0,185	31840	1,66	0,186	31840	1,62	0,187
38	0,6	68762	1,65	0,183	68762	1,63	0,187	32873	1,66	-	32873	1,62	0,187
39	0,5	71303	1,65	0,182	71303	1,63	0,188	34278	1,66	0,188	34278	1,62	0,186
40	0,4	80398	1,65	0,183	80398	1,62	0,181	38927	1,65	0,183	38927	1,62	0,188
41	0,3	264483	1,64	0,183	264483	1,61	0,180	125576	1,64	0,182	125576	1,60	0,183
42	0,2	278019	1,64	0,183	278019	1,61	0,182	133140	1,65	0,189	133140	1,61	0,189

Mina a Céu Aberto 2 – malha não refinada

Malha não refinada - Mina a Céu Aberto 2

N° da análise	N° de elementos	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)
1	3000	1,76	00:02:08	0,040	1,50	00:05:24	0,018	2,05	-	0,085	1,48	-	0,018
2	4000	1,74	-	0,034	1,50	-	0,018	2,14	-	0,090	1,49	-	0,019
3	5000	1,68	00:02:56	0,034	1,50	00:07:38	0,018	1,81	-	0,065	1,49	-	0,018
4	6000	1,64	-	0,027	1,48	-	0,018	1,82	-	0,065	1,47	-	0,018
5	7000	1,75	-	0,045	1,50	-	0,018	1,79	-	0,067	1,47	-	0,018
6	8000	1,66	-	0,028	1,50	-	0,018	1,98	-	0,085	1,47	-	0,018
7	9000	1,73	-	0,044	1,50	-	0,018	1,73	-	0,047	1,46	-	0,018
8	10000	1,68	-	0,033	1,50	-	0,018	1,80	-	0,063	1,46	-	0,018
9	11000	1,57	-	0,018	1,47	-	0,018	1,78	-	0,064	1,46	-	0,018
10	12000	1,66	-	0,026	1,50	-	0,018	1,70	-	0,042	1,46	-	0,018
11	15000	1,60	-	0,018	1,49	-	0,018	1,72	-	0,051	1,46	-	0,018
12	20000	1,62	-	0,024	1,48	-	0,018	1,65	-	0,036	1,46	-	0,018
13	30000	1,57	-	0,018	1,48	-	0,018	1,59	-	0,023	1,45	-	0,018
14	40000	1,59	-	0,020	1,48	-	0,018	1,58	-	0,021	1,44	-	0,018
15	50000	1,59	-	0,026	1,47	-	0,018	1,58	-	0,022	1,44	-	0,018
16	60000	1,56	-	0,018	1,47	-	0,018	1,57	-	0,022	1,43	-	0,018
17	70000	1,55	-	0,018	1,47	-	0,018	1,56	-	0,019	1,43	-	0,018
18	80000	1,55	-	0,018	1,47	-	0,018	1,52	-	0,018	1,43	-	0,018
19	90000	1,57	-	0,020	1,47	-	0,018	1,52	-	0,018	1,43	-	0,018
20	100000	1,54	-	0,018	1,46	-	0,018	1,49	-	0,018	1,43	-	0,018
21	120000	1,55	-	0,018	1,46	-	0,018	1,52	-	0,018	1,43	-	0,018
22	140000	1,55	-	0,018	1,46	-	0,018	1,51	-	0,018	1,43	-	0,018
23	160000	1,55	-	0,019	1,46	-	0,018	1,49	-	0,018	1,43	-	0,018
24	180000	1,50	-	0,018	1,46	-	0,018	1,49	-	0,018	1,42	-	0,018
25	200000	1,50	-	0,018	1,46	-	0,018	1,48	-	0,018	1,42	-	0,018
26	250000	1,50	-	0,018	1,46	-	0,018	1,48	-	0,018	1,43	-	0,018
27	300000	1,50	-	0,018	1,46	-	0,018	1,49	-	0,018	1,42	-	0,018
28	350000	1,49	-	0,018	1,45	-	0,018	1,49	-	0,018	1,42	08:48:02	0,018
29	400000	1,49	-	0,018	1,45	-	0,018	1,49	-	0,018	1,42	10:07:30	0,018

Mina a Céu Aberto 2 – malha refinada

Malha refinada - Mina a Céu Aberto 2

Nº da análise	Comprim. do elemento (m)	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)
31	10,0	1,73	00:02:11	0,039	1,51	00:03:27	0,018	1	00:01:40	-	não convergiu	00:02:06	-
32	7,0	1,74	00:03:18	0,042	1,51	00:04:40	0,020	1,51	00:04:51	0,020	1,48	00:03:50	0,255
34	2,0	1,55	00:03:36	0,019	1,47	00:12:24	0,018	1,60	00:05:38	0,022	1,44	00:09:06	0,019
35	1,0	1,51	-	0,018	1,45	-	0,018	1,53	-	0,019	1,43	-	0,018
36	0,9	1,50	-	0,018	1,45	-	0,018	1,52	-	0,018	1,43	-	0,018
37	0,8	1,50	-	0,018	1,45	-	0,018	1,52	-	0,018	1,43	-	0,018
38	0,7	1,48	-	0,018	1,44	-	0,018	1,49	-	0,018	1,42	-	0,018
39	0,6	1,48	-	0,018	1,43	-	0,018	1,50	-	0,018	1,42	-	0,018
40	0,5	1,48	-	0,018	1,43	-	0,018	1,49	-	0,018	1,43	-	0,018
41	0,4	1,48	-	0,018	1,43	-	0,018	1,49	-	0,018	1,42	-	0,018
42	0,3	1,48	00:40:09	0,018	1,42	06:34:23	0,018	1,48	03:18:36	0,018	1,41	06:35:02	0,018
43	0,2	1,46	02:19:28	0,018	1,42	09:47:57	0,018	1,47	03:40:58	0,018	1,41	10:22:01	0,018

Nota: As análises de quadriláteros de 4 nós apresentavam, muitas vezes, SRFs discrepantes dos demais para este mesmo tipo de elemento.

Nº da análise	Comprim. do elemento (m)	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)
31	10,0	4343	1,73	0,039	4343	1,51	0,018	2780	-	-	2780	-	-
32	7,0	4701	1,74	0,042	4701	1,51	0,020	2916	1,51	0,020	2916	1,48	0,255
34	2,0	11760	1,55	0,019	11760	1,47	0,018	6418	1,60	0,022	6418	1,44	0,019
35	1,0	32990	1,51	0,018	32990	1,45	0,018	17131	1,53	0,019	17131	1,43	0,018
36	0,9	36107	1,50	0,018	36107	1,45	0,018	18782	1,52	0,018	18782	1,43	0,018
37	0,8	40323	1,50	0,018	40323	1,45	0,018	21070	1,52	0,018	21070	1,43	0,018
38	0,7	85124	1,48	0,018	85124	1,44	0,018	42163	1,49	0,018	42163	1,42	0,018
39	0,6	93394	1,48	0,018	93394	1,43	0,018	46436	1,50	0,018	46436	1,42	0,018
40	0,5	104667	1,48	0,018	104667	1,43	0,018	52689	1,49	0,018	52689	1,43	0,018
41	0,4	137429	1,48	0,018	137429	1,43	0,018	69316	1,49	0,018	69316	1,42	0,018
42	0,3	323470	1,48	0,018	323470	1,42	0,018	157592	1,48	0,018	157592	1,41	0,018
43	0,2	471395	1,46	0,018	471395	1,42	0,018	230981	1,47	0,018	230981	1,41	0,018

Mina a Céu Aberto 3 – malha não refinada

Malha não refinada - Mina a Céu Aberto 3													
N° da análise	N° de elementos	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocam. total (m)
1	3000	1,43	00:01:39	0,343	1,35	00:04:35	0,249	1,39	00:05:03	0,328	1,34	00:09:27	0,258
2	4000	1,41	00:02:07	0,301	1,35	00:08:06	0,252	1,39	00:03:09	0,302	1,34	00:05:58	0,252
3	5000	1,40	00:02:14	0,271	1,35	00:06:25	0,254	1,38	00:07:15	0,326	1,34	00:13:35	0,256
4	6000	1,41	00:02:31	0,303	1,35	00:07:28	0,256	1,36	00:10:03	0,300	1,33	00:23:46	0,254
5	7000	1,40	00:04:09	0,317	1,34	00:11:01	0,252	1,36	00:10:32	0,309	1,33	00:22:16	0,255
6	8000	1,40	00:04:37	0,301	1,34	00:14:58	0,247	1,36	00:11:06	0,291	1,33	00:22:15	0,258
7	9000	1,39	00:04:33	0,279	1,34	00:15:45	0,251	1,35	00:19:52	0,280	1,32	00:41:26	0,245
8	10000	1,38	00:04:33	0,274	1,34	00:15:45	0,251	1,35	00:20:02	0,280	1,32	00:41:34	0,246
9	11000	1,39	00:04:38	0,290	1,34	00:16:28	0,251	1,36	00:20:57	0,306	1,32	00:41:05	0,254
10	12000	1,38	00:04:32	0,263	1,34	00:16:23	0,252	1,35	-	0,282	1,32	-	0,255
11	15000	1,37	00:06:57	0,262	1,33	00:25:23	0,244	1,35	-	0,280	1,32	-	0,254
12	20000	1,37	00:07:19	0,266	1,33	00:25:07	0,244	1,34	-	0,275	1,30	-	0,237
13	30000	1,36	00:15:27	0,261	1,32	00:54:20	0,242	1,34	-	0,276	1,30	-	0,237
14	40000	1,35	00:23:23	0,255	1,32	01:26:23	0,247	1,34	-	0,274	1,30	-	0,240
15	50000	1,35	00:25:31	0,255	1,32	01:30:05	0,249	1,33	-	0,264	1,30	02:58:56	0,240
16	60000	1,35	00:33:45	0,262	1,32	02:19:43	0,248	1,33	-	0,268	1,30	04:18:24	0,240
17	70000	1,34	00:46:27	0,253	1,31	02:49:37	0,239	1,32	-	0,256	1,30	04:38:49	0,239
18	80000	1,34	00:45:42	0,253	1,31	03:11:29	0,240	1,33	-	0,272	1,30	06:12:31	0,240
19	90000	1,34	00:56:38	0,254	1,31	03:35:42	0,241	1,32	-	0,260	1,30	06:57:25	0,241
20	100000	1,34	00:56:19	0,251	1,31	03:58:19	0,240	1,33	03:48:35	0,269	1,30	06:26:48	0,241
21	120000	1,34	01:18:42	0,255	1,31	05:45:27	0,242	1,32	04:39:16	0,257	1,29	09:40:01	0,238
22	140000	1,34	01:29:14	0,259	1,31	06:07:05	0,243	1,32	05:34:20	0,260	1,30	10:04:35	0,240
23	160000	1,34	01:41:17	0,260	1,30	05:13:44	0,240	1,32	06:49:25	0,261	1,29	14:41:37	0,239
24	180000	1,33	02:06:29	0,248	1,30	06:42:14	0,240	1,32	07:31:30	0,260	1,29	16:21:59	0,240
25	200000	1,33	02:22:54	0,248	1,30	06:49:25	0,241	1,32	08:04:05	0,260	1,29	17:33:36	0,240
26	250000	1,33	03:07:50	0,250	1,30	08:41:34	0,241	1,31	10:46:13	0,252	1,29	29:02:56	0,239
27	300000	1,33	03:35:18	0,249	1,30	11:12:05	0,241	1,32	04:55:09	0,255	1,29	30:27:01	0,240
28	350000	1,33	04:10:18	0,252	1,30	13:18:25	0,241	1,31	16:51:15	0,267	1,29	49:32:03	0,240
29	400000	1,33	05:09:06	0,256	1,30	16:38:54	0,242	1,31	18:08:16	0,266	1,29	72:02:20	0,239

Mina a Céu Aberto 3 – malha refinada

Malha refinada - Mina a Céu Aberto 3

Nº da análise	Comprim. do elemento (m)	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocamento total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocamento total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocamento total (m)	SRF	duração (h:min:seg)	Máx. deslocamento total (m)
30	10,0	1,41	00:00:57	0,289	1,35	00:02:13	0,254	1,40	00:01:17	0,328	1,34	00:01:43	0,251
31	7,0	1,41	00:00:53	0,278	1,35	00:02:48	0,262	1,39	00:01:19	0,336	1,34	00:02:15	0,254
32	5,0	1,37	00:02:22	0,262	1,33	00:10:09	0,246	1,37	00:03:51	0,283	1,33	00:07:26	0,249
33	2,0	1,35	00:13:24	0,264	1,32	00:53:17	0,254	1,34	00:21:19	0,271	1,31	00:41:35	0,245
34	1,0	1,33	00:56:50	0,249	1,31	03:02:12	0,255	1,33	02:07:44	0,272	1,30	02:33:51	0,246
35	0,9	1,33	01:01:14	0,248	1,30	03:08:49	0,245	1,32	01:29:33	0,258	1,30	02:23:58	0,246
36	0,8	1,33	01:06:38	0,251	1,30	03:21:54	0,240	1,33	01:39:55	0,272	1,30	02:39:01	0,239
37	0,7	1,31	04:30:04	0,241	1,29	15:17:10	0,245	1,31	06:46:03	0,259	1,29	13:39:09	0,246
38	0,6	1,31	04:43:02	0,242	1,29	16:30:08	0,245	1,31	06:39:51	0,255	1,29	12:40:04	0,239
39	0,5	1,31	04:33:12	0,240	1,29	13:57:35	0,243	1,31	06:45:18	0,252	1,29	12:34:16	0,24
40	0,4	1,31	05:02:39	0,240	1,29	17:44:41	0,239	1,31	07:13:15	0,252	1,29	15:46:28	0,245

Nº da análise	Comprim. do elemento (m)	Triângulos de 3 nós			Triângulos de 6 nós			Quadrilátero de 4 nós			Quadrilátero de 8 nós		
		Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)	Nº element.	SRF	Máx. deslocam. total (m)
30	10,0	1341	1,41	0,289	1341	1,35	0,254	686	1,40	0,328	686	1,34	0,251
31	7,0	1640	1,41	0,278	1640	1,35	0,262	863	1,39	0,336	863	1,34	0,254
32	5,0	5111	1,37	0,262	5111	1,33	0,246	2459	1,37	0,283	2459	1,33	0,249
33	2,0	21373	1,35	0,264	21373	1,32	0,254	10212	1,34	0,271	10212	1,31	0,245
34	1,0	81766	1,33	0,249	81766	1,31	0,255	38771	1,33	0,272	38771	1,30	0,246
35	0,9	82795	1,33	0,248	82795	1,30	0,245	39487	1,32	0,258	39487	1,30	0,246
36	0,8	88493	1,33	0,251	88493	1,30	0,240	42348	1,33	0,272	42348	1,30	0,239
37	0,7	311713	1,31	0,241	311713	1,29	0,245	146660	1,31	0,259	146660	1,29	0,246
38	0,6	314901	1,31	0,242	314901	1,29	0,245	148777	1,31	0,255	148777	1,29	0,239
39	0,5	319065	1,31	0,240	319065	1,29	0,243	151058	1,31	0,252	151058	1,29	0,240
40	0,4	346929	1,31	0,240	346929	1,29	0,239	164506	1,31	0,252	164506	1,29	0,245