

LILIANE LOPES CORDEIRO

NÚMERO MÍNIMO DE PESAGENS PARA ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS  
DE CURVAS DE CRESCIMENTO PARA OVINOS DE CORTE CRUZADOS

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação em  
Estatística Aplicada e Biometria, para  
obtenção do título de *Magister  
Scientiae*.

VIÇOSA  
MINAS GERAIS - BRASIL  
2011

Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e  
Classificação da Biblioteca Central da UFV

T

C794n  
2011

Cordeiro, Liliane Lopes, 1986-

Número mínimo de pesagens para estimação dos  
parâmetros de curvas de crescimento para ovinos de corte  
cruzados / Liliane Lopes Cordeiro. – Viçosa, MG, 2011.  
xi, 47f. : il (algumas col.) ; 29cm.

Orientador: Antonio Policarpo Souza Carneiro.  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.  
Referências bibliográficas: f. 47-49

1. Modelos não lineares. 2. Ovino - Melhoramento  
genético - Modelos estatísticos. 3. Ovino - Crescimento -  
Modelos estatísticos. 4. Ovino - Peso - Modelos  
estatísticos. 5. Análise de regressão. I. Universidade Federal  
de Viçosa. II. Título.

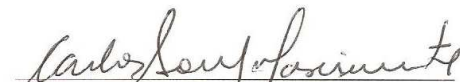
CDD 22. ed. 519.536


LILIANE LOPES CORDEIRO


NÚMERO MÍNIMO DE PESAGENS PARA ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS  
DE CURVAS DE CRESCIMENTO PARA OVINOS DE CORTE CRUZADOS

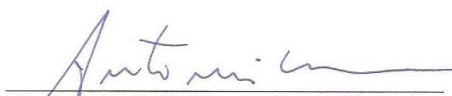
Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação em  
Estatística Aplicada e Biometria, para  
obtenção do título de *Magister  
Scientiae*.

APROVADA: 14 de fevereiro de 2011.

  
Pesq. Carlos Souza do Nascimento

  
Prof. Gerson Rodrigues dos Santos

  
Prof. Paulo Roberto Cecon  
(Coorientador)

  
Prof. Antonio Policarpo Souza Carneiro  
(Orientador)

LILIANE LOPES CORDEIRO

NÚMERO MÍNIMO DE PESAGENS PARA ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS  
DE CURVAS DE CRESCIMENTO PARA OVINOS DE CORTE CRUZADOS

Dissertação apresentada à  
Universidade Federal de Viçosa,  
como parte das exigências do  
Programa de Pós-Graduação em  
Estatística Aplicada e Biometria, para  
obtenção do título de *Magister  
Scientiae*.

APROVADA: 14 de fevereiro de 2011.

---

Pesq. Carlos Souza do Nascimento

---

Prof. Gérson Rodrigues dos Santos

---

Prof. Paulo Roberto Cecon  
(Coorientador)

---

Prof. Antonio Policarpo Souza Carneiro  
(Orientador)

Aos meus pais, Maria Aparecida e João

A minha Irmã, Lilian

que sempre acreditaram em mim,

**dedico.**

## AGRADECIMENTOS

Agradeço primordialmente a Deus por todas as minhas conquistas e por sempre me dar forças em todos os momentos da minha vida.

Aos meus pais João e Maria Aparecida, por todos esses anos de incentivo e companheirismo nas minhas caminhadas e por me compreenderem e me apoiarem nas minhas decisões por mais delicadas que fossem. A minha irmã Lilian, pela confiança em mim e por sempre está disposta a me ajudar.

Ao Heverton, pelo carinho, pela paciência e por estar sempre ao meu lado, dando-me apoio e incentivo.

Aos meus familiares que da forma de cada um me ajudaram e me incentivaram a continuar a lutar pelos meus ideais.

Aos meus avós por inúmeras preces feitas para o meu sucesso profissional e pessoal.

Ao professor e orientador Antonio Policarpo, pelas palavras de incentivo, por manter-se nessa jornada junto a mim, e por me ensinar muito com seus conhecimentos.

Aos professores do Mestrado Estatística Aplicada e Biometria por me transmitir os conhecimento necessários para o meu aprendizado.

A Empresa Baiana de Desenvolvimento Agrícola S.A., pela concessão dos dados utilizados na pesquisa.

A Universidade Federal de Viçosa por dar a oportunidade de ser concedido a mim mais esta capacitação.

Aos colegas de curso pela companhia nos estudos e no lazer e também por todo apoio.

A FAPEMIG pela concessão da bolsa de estudos.

A todos que, não tiveram seus nomes ou funções aqui citados, mas que de alguma forma, contribuíram para que mais esse trabalho fosse concluído.

## **BIOGRAFIA**

LILIANE LOPES CORDEIRO, filha de Maria da Aparecida Lopes Cordeiro e João Cordeiro Cupertino, nasceu em Viçosa, Minas Gerais, em 25 de Maio de 1986.

Em março de 2004, ingressou no curso de Matemática na Universidade Federal de Viçosa, graduando-se em Janeiro de 2009.

Em março de 2009, ingressou no Programa de Pós-graduação Estatística Aplicada e Biometria, a nível de Mestrado, na Universidade Federal de Viçosa, submetendo-se à defesa de dissertação em 14 de fevereiro de 2011.

## SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS .....	vii
LISTA DE FIGURAS .....	ix
RESUMO .....	x
ABSTRACT .....	xi
1 INTRODUÇÃO .....	1
2 REVISÃO DE LITERATURA.....	3
2.1 Curvas de crescimento .....	3
2.2 Modelos de Regressão não-Lineares.....	4
2.3 Aspectos teóricos dos modelos não-lineares para curvas de crescimento .....	5
2.3.1 Interpretação biológica dos parâmetros.....	6
2.4 Método dos quadrados mínimos ordinários .....	11
2.5 Processos iterativos e método dos quadrados mínimos .....	12
2.6 Avaliadores da qualidade de ajuste.....	13
2.7 Técnicas de diagnóstico .....	14
2.7.1 Pontos de alavanca .....	14
2.5.2 Pontos aberrantes.....	15
2.5.3 Medidas de influência .....	17
3 MATERIAL E MÉTODOS .....	19
3.1 Origem dos Dados.....	19
3.2 Estimação dos parâmetros dos modelos não-lineares .....	21
3.3 Avaliadores da qualidade de ajuste .....	21
3.3.1 Coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ) .....	22
3.3.2 Quadrado Médio do Resíduo (QMR).....	22
3.3.3 Erro de Predição Médio (EPM).....	22
3.4 Propriedades dos modelos não-lineares .....	23
3.5 Técnicas de Diagnóstico .....	24
3.5.1 Pontos de alavanca .....	24
3.5.2 Pontos aberrantes.....	24
3.5.3 Pontos influentes .....	24
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	26
4.1 Estimativas dos parâmetros dos modelos.....	26

4.1.1	Conjunto de dados médios .....	26
4.2	Avaliadores da qualidade de ajuste .....	30
4.2.1	Conjunto de Dados médios.....	30
4.2.2	Conjunto de dados individuais .....	32
4.3	Propriedades da curva de crescimento .....	34
4.4	Técnicas de Diagnóstico .....	37
5	CONCLUSÕES .....	46
6	REFERÊNCIAS.....	47

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> - Modelos não-lineares para descrever curvas de crescimento baseados na equação (2) de acordo com o ângulo $m$ .....	7
<b>Tabela 2</b> - Propriedades dos modelos não-lineares ( $y$ ): de Brody (1), de Gompertz (2), logístico (3), de von Bertalanffy (4) e de Richards (5). Taxa de crescimento instantânea (TCI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR) e ponto de inflexão PI.....	10
<b>Tabela 3</b> - Número de animais, idade, peso médio, desvio padrão, peso mínimo e peso máximo, em algumas idades em ovinos cruzados Texel x Santa Inês .....	20
<b>Tabela 4</b> - Estrutura de dados com restrição para número mínimo de pesagens por animal (NMPA), número de animais e número de observações (N) que foram utilizadas para estimação de parâmetros das curvas de crescimento .....	21
<b>Tabela 5</b> - Propriedades dos modelos não-lineares ( $y$ ): de Brody (1), de Gompertz (2), logístico (3), de von Bertalanffy (4). Taxa de crescimento instantânea TCI, taxa de crescimento instantânea relativa TCIR e ponto de inflexão PI [peso; idade] .....	23
<b>Tabela 6</b> - Estimativas dos parâmetros A, b e k e a correlação de Pearson entre A e k ( $r_{Ak}$ ) para os modelos de crescimento, von Bertalanffy, Brody, Gompertz, Logístico, considerando pesos médios por idades para restrições para número mínimo de pesagens por animal (NMPA).....	27
<b>Tabela 7</b> - Estimativas dos parâmetros A, b e k e a correlação de Pearson entre A e k ( $r_{Ak}$ ) para os modelos de crescimento von Bertalanffy, Brody, Gompertz e Logístico considerando peso individual.....	29
<b>Tabela 8</b> - Resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), quadrado médio do resíduo (QMR) e o erro de predição médio (EPM) para os modelos considerando ajuste para pesos médios .....	31
<b>Tabela 9</b> - Resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), quadrado médio do resíduo (QMR) e o erro de predição médio (EPM) para os modelos considerando ajuste idades individuais .....	33
<b>Tabela 10</b> - Estimativas da taxa de crescimento instantânea (TCI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR) e ponto de inflexão [peso; idade] para o modelo não-linear Gompertz.....	34

**Tabela 11** - Estimativa dos parâmetros e os avaliadores de ajuste para dados restrição de no mínimo 10 pesagens para ajuste da curva Brody sem as observações detectadas na análise de diagnóstico ..... 44

**Tabela 12** - Estimativa dos parâmetros e os avaliadores de ajuste para dados sem restrição para ajuste da curva Brody sem as observações detectadas na análise de diagnóstico ..... 44

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> - Frequência do número de pesagens por animal .....	19
<b>Figura 2</b> - Estimativa do peso em função das idades a partir do modelo Gompertz para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal considerando o peso médio de ovinos cruzados Texel x Santa Inês .....	35
<b>Figura 3</b> - Taxa de crescimento instantâneo em função da idade usando a curva Gompertz para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal considerando os pesos médios .....	36
<b>Figura 4</b> - Taxa de crescimento instantâneo relativo (TCIR) em função da idade, usando a curva de Gompertz para NMPA 10.....	37
<b>Figura 5</b> - Pesos médios observados e estimados em função da idade com o modelo Brody ajustado para dados com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal.....	38
<b>Figura 6</b> - Pesos médios observados e estimados em função da idade com o modelo Brody ajustado para estrutura sem restrição quanto ao número de pesagens .....	39
<b>Figura 7</b> - Avaliação de Pontos de Alavanca para dados com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal para modelo Brody, considerando valores de “ <i>Leverage</i> ” ..	40
<b>Figura 8</b> - Avaliação de Pontos de Alavanca para dados sem restrição no número de pesagens usando o modelo Brody, considerando valores de “ <i>Leverage</i> ” .....	41
<b>Figura 9</b> - Distância de Cook para avaliação de medidas influentes para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal para modelo Brody.....	42
<b>Figura 10</b> - Distância de Cook para avaliação de medidas influentes para dados sem restrição para modelo Brody .....	42
<b>Figura 11</b> - Avaliação para Pontos Aberrantes para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal usando o modelo Brody, através do resíduo Studentizado.....	43
<b>Figura 12</b> - Avaliação para Pontos Aberrantes para dados sem restrição quanto ao número de pesagens para modelo Brody .....	43

## RESUMO

CORDEIRO, Liliane Lopes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2011. **Número mínimo de pesagens para estimação dos parâmetros de curvas de crescimento para ovinos de corte cruzados.** Orientador: Antonio Policarpo Souza Carneiro. Coorientadores: Carlos Henrique Mendes Malhado, Carlos Henrique Osório Silva e Paulo Roberto Cecon.

O objetivo deste trabalho foi verificar o efeito de restrições no conjunto de dados quanto ao número mínimo de pesagens por animal sobre a estimação de parâmetros de modelos não-lineares de curvas de crescimento para ovinos cruzados. Utilizou-se dados de pesos médios por idade e pesos individuais por idade de 74 animais mestiços, do cruzamento Texel x Santa Inês criados na região nordeste para estimar os parâmetros das curvas de crescimento. Foram utilizadas 7 estruturas de dados com restrição de no mínimo 5, 6, 7, 8, 9 ou 10 pesagens por animal e sem restrição. Os modelos Brody, von Bertalanffy, Logístico e Gompertz foram ajustados aos dados de peso-idade. A qualidade de ajuste dos modelos em função da restrição nos dados foi avaliada pelo coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ), Erro de Predição Médio (EPM) e o Quadrado Médio do Resíduo (QMR). Técnicas usuais de diagnóstico, como pontos de alavanca, pontos aberrantes e medidas influentes foram utilizadas para a identificação de pontos atípicos. Todas as estruturas de dados apresentaram estimativas para o peso adulto, taxa de maturidade, taxa de crescimento instantâneo, taxa de crescimento instantâneo relativo e ponto de inflexão muito próximos e condizentes com a literatura. Como os valores de  $R^2_{aj}$ , EPM e QMR foram próximos, conclui-se que com ou sem restrição, a qualidade de ajuste foi muito similar. Portanto, a utilização de dados com grande variação no número de pesagens por animal (de 4 a 13 pesagens) não comprometeu a qualidade de ajuste dos modelos. Pode-se concluir, também, que é possível obter boa qualidade de ajuste mesmo para conjunto de dados com poucos animais, desde que estes apresentem maior frequência de pesagens.

## ABSTRACT

CORDEIRO, Liliane Lopes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2011.  
**Minimum number of weighings for the growth curves estimation for crossed sheep from Texel x Santa Inês breed** Adviser:: Antonio Policarpo Souza Carneiro.  
Co-advisers: Carlos Henrique Mendes Malhado, Carlos Henrique Osório Silva, and Paulo Roberto Cecon

This study aims to verify the effect of restrictions in the data set as the minimum number of weighings per animal on the nonlinear models parameters estimation of growth curves for sheep crossed. It was used data on average weight for age and individual weight for age of 74 crossbred, from the Texel and Santa Inês cross grown in the northeastern region in order to estimate the growth curves parameters. It was used seven data structures with restriction of at least 5, 6, 7, 8, 9 or 10 weights per animal and without restriction. Brody, von Bertalanffy, Logistic and Gompertz models were fitted to weight-age data. The quality of the models adjustment according to the restrictions on data was evaluated by the coefficient of determination ( $R^2_{aj}$ ), Mean prediction error (MPE) and Mean Square Residual (MSR). Usual diagnostic techniques, such as leverage points, aberrant points and influential measures were used to identify atypical points. All the structures presented estimates for mature weight, maturity index, instantaneous growth rate, relative instantaneous growth rate and inflection point very close and consistent to the ones presented by the literature. Once the values of  $R^2_{aj}$ , EPM and QMR were close, it can be concluded that with or without restriction, the quality of fit was very similar, then the use of data with large variation in the number of weighings per animal (4-13) did not compromise the quality of the models adjustments. It can be concluded also that it is possible to obtain good fit, even for data set with few animals, since they present with a greater frequency.

# 1 INTRODUÇÃO

Em sistemas de produção de ovinos de corte, as características relacionadas ao crescimento são medidas em intervalos de tempo pré-definidos e apresenta relação direta com a quantidade e qualidade da carne que é o produto final da exploração.

A qualidade da carne ovina é afetada por diferentes fatores como a alimentação, a idade e o peso de abate, o sexo e o genótipo. É comum a utilização de curvas de crescimento para descrever o peso em função da idade, auxiliando no estabelecimento de programas alimentares e na definição da idade ótima de abate. As curvas de crescimento por reunirem parâmetros com interpretações biológicas também são importantes como ferramenta adicional em programas de melhoramento genético.

Modelos estatístico não-lineares, desenvolvidos empiricamente para relacionar peso e idade, têm-se mostrado adequados para descrever a curva de crescimento de diferentes animais ou grupo de animais. Esses modelos permitem que conjuntos de informações em séries de peso e idade sejam condensados num pequeno número de parâmetros, para facilitar a interpretação e o entendimento do fenômeno.

Cada um destes modelos apresenta vantagens e desvantagens sob ponto de vista estatístico. Dessa forma, pode-se questionar qual desses modelos é o mais apropriado para descrever o crescimento corporal de uma população de ovinos. A resposta para tal questionamento pode ser dada mediante informações provenientes de avaliadores de qualidade de ajuste, os quais nos permitem indicar estatisticamente o melhor modelo.

Na literatura não há um consenso quanto ao número mínimo de pesagens por animal mais adequado para estimar os parâmetros dos modelos de crescimento. Frequentemente os ajustes de modelos não-lineares de crescimento têm sido realizados com conjuntos de dados que não contemplam o crescimento até a maturidade e as inferências sobre os parâmetros estimados podem estar sujeitas a erros. Além disso, os conjuntos de dados, geralmente são desbalanceados, neste trabalho os dados têm variações de 4 a 13 pesagens por animal em intervalos irregulares.

Malhado et al. (2008) utilizaram 24 pesagens (quinzenais) do nascimento aos 365 dias de idade de 75 ovinos cruzados Texel e Santa Inês. Sarmiento et al. (2006)

utilizaram 7 pesagens (em intervalos de 28 dias) do nascimento aos 196 dias de 952 cordeiros da raça Santa Inês. Guedes et al., (2005) utilizaram 12 pesagens (quinzenais) de 40 cordeiros do nascimentos até seis meses de idades.

O número reduzido de pesagens por animal geralmente acarreta a não convergência no ajuste de modelos individuais (uma curva de crescimento por animal). E também pode prejudicar a qualidade do ajuste dos modelos, principalmente, quando poucos animais foram pesados em períodos críticos de crescimento.

Por outro lado, exigir a utilização de um número elevado de medidas peso-idade para cada animal também pode inviabilizar a coleta de dados, em razão dos custos e do tempo necessários para obtenção dos dados e do estresse causado aos animais pelo excesso de pesagens. Quanto menor for o estresse sofrido pelo animal melhor será seu desempenho em ganho de peso, na qualidade de carne e resistência a doenças.

Espera-se que a utilização de dados com restrição para números mínimos de pesagens por animal melhore a qualidade de ajuste de modelos de curvas de crescimento.

O objetivo desse trabalho foi verificar o efeito de restrições no conjunto de dados quanto ao número mínimo de pesagens por animal sobre a estimação de parâmetros de modelos não-lineares de curvas de crescimento para ovinos cruzados.

Os objetivos específicos foram o ajuste dos modelos von Bertalanffy, Gompertz, Brody, Logístico; avaliação da qualidade de ajuste e aplicação de técnicas de diagnóstico.

## 2 REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 Curvas de crescimento

Quando se trabalha com animais destinados à produção de carne, tem-se a necessidade de determinação do peso ideal para abate. Essa determinação deve estar baseada nas exigências do mercado consumidor. De modo geral, o consumidor deseja uma carcaça com alta proporção de carne, adequada proporção de gordura e reduzida proporção de ossos (SANTOS, 1999).

As características de crescimento, quando coletadas em um mesmo animal desde o nascimento até a maturidade, permitem construir curvas de crescimento em geral com formato sigmóide, a qual pode ser ajustada ou descrita por meio de funções lineares ou não-lineares dos dados (CARTWRIGHT,1970; FITZHUGH Jr, 1976).

É possível sintetizar informações de todo o período da vida dos animais, ou seja, pode-se trabalhar com um conjunto de informações em série de peso por idade, em apenas alguns parâmetros interpretáveis biologicamente, facilitando assim, o entendimento do fenômeno de crescimento (FITZHUGH Jr., 1976). Segundo Tedeschi et al. (2000), nos modelos não-lineares utilizados para descrever curvas de crescimento, os parâmetros com interpretação biológica são representados principalmente pelo peso assintótico superior, que representa o peso à maturidade, e pela taxa de maturidade, que é um indicador de velocidade de crescimento. Os demais parâmetros são considerados constantes matemáticas que auxiliam na determinação da forma da curva.

Guedes et al. (2004) ajustaram os modelos von Bertalanffy, Gompertz, Brody, Logístico e Richards, a dados de peso-idade de cordeiros da raça Bergamácia e Santa Inês, e recomendaram os modelos von Bertalanffy e Gompertz como sendo aqueles que melhor descreveram as curvas de ambas as raças. Entretanto, Lobo et al. (2006) ajustaram estes mesmos modelos a dados de peso-idade de ovinos Santa Inês, e concluíram que o modelo Richards proporcionou o melhor ajuste.

Em seus estudos Topal et al. (2004) utilizaram curvas de crescimento de cordeiros das raças Morkaraman e Awassi, e concluíram que de forma geral os modelos Gompertz e von Bertalanffy foram os que melhor se ajustaram aos dados

dos animais de ambas as raças. De acordo com Malhado et al. (2008), estes dois modelos foram considerados os melhores para descrever a fase inicial do crescimento de ovinos mestiços Santa Inês x Texel, porém para modelar o crescimento dos animais a partir dos 120 dias de idade indicaram o Logístico como o mais adequado.

Com respeito ao estudo de curvas de crescimento de ovinos cruzados Dorper x Morada Novada, Dorper x Rabo Largo e Dorper x Santa Inês, Silveira (2010) concluiu que os modelos que melhor se ajustaram foram Richards e von Bertalanffy, respectivamente.

## 2.2 Modelos de Regressão não-Lineares

Modelos não-lineares permitem o ajuste de relações mais complexas que relações lineares ou linearizáveis entre quantidades de interesse. Em muitos casos tais modelos têm as suas formas funcionais específicas para o problema a ser tratado, relacionada a algum mecanismo biológico, físico, etc., inerente ao processo em questão.

Segundo Souza (1998), modelos de regressão não-linear com resposta univariada  $y_i$  são da forma

$$Y_i = f(x_i, \boldsymbol{\theta}) + \varepsilon_i, \quad i = 1, \dots, n$$

Em que: -  $Y_i$  representa a observação da variável dependente,  $f(x_i, \boldsymbol{\theta})$  é a função esperança ou função resposta conhecida;

-  $x_i$  representa a observação da variável independente;

-  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p]'$  é um vetor de parâmetros  $p$  dimensional desconhecido;

-  $\varepsilon_i$  representa o efeito do erro aleatório não observável suposto NIID com média zero e variância desconhecida  $\sigma^2$ .

Draper e Smith (1998) classificaram os modelos da seguinte forma:

- a) Modelos Lineares: São modelos em que as derivadas da função em relação aos parâmetros não dependem dos parâmetros,  $\frac{\partial f(X, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} = g_j(x)$ , para  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $j = 1, 2, \dots, p$ ; em que  $n$  é o número total de observações e  $p$  é o número de parâmetro do modelo;

b) Modelos linearizáveis: São aqueles que podem ser reescritos como modelos lineares por meio de uma transformação. Como exemplo é dado o modelo  $Y = a^x e$ , no qual o erro é multiplicativo e aplicando-se logaritmo a igualdade, tem-se:

$$\ln Y = \ln(a^x e)$$

$$\ln Y = \ln a^x + \ln e$$

$$\ln Y = x \ln a + \ln e$$

Fazendo  $Z = \ln Y$ ,  $b = \ln a$  e  $e^* = \ln e$  o modelo pode ser reescrito como  $Z = bx + e^*$  e assim verifica-se facilmente que este modelo é linear, pois  $\frac{\partial Z}{\partial b} = x = g(x)$ .

c) Modelos não-lineares: São os modelos que não satisfazem às classes a), nem a b). Como exemplo, o modelo  $Y = a^x + e$ , no qual o termo de erros  $e$  é aditivo, verifica-se que não existe transformação capaz de torná-lo linear e a derivada da função em relação ao parâmetro depende do parâmetro, pois  $\frac{\partial f}{\partial a} = xa^{x-1} = g(x, a)$ .

Em geral, um modelo é dito não-linear quando ele não é linear em relação aos parâmetros nem pode ser linearizado por meio de transformações.

### 2.3 Aspectos teóricos dos modelos não-lineares para curvas de crescimento

Segundo Richards (1959), o estudo de curvas de crescimento teve início com o modelo de Bertalanffy em experimentos metabólicos. Tal modelo é dado por:

$$y = \left\{ \frac{h}{K} - \left( \frac{h}{K} - y_0^{1-m} \right) e^{-(1-m)Kt} \right\}^{\frac{1}{1-m}} \quad (1)$$

Em que :

$y$  é o peso do animal;

$h$  e  $K$  são constantes de anabolismo e de catabolismo, respectivamente;

$y_0$  é o valor de  $y$  quando o tempo  $t$  é igual a zero;

$m$  é o ângulo de inclinação.

De acordo com Freitas (2005) quando  $t \rightarrow \infty$ , o modelo converge

assintoticamente para  $\left(\frac{h}{K}\right)^{\frac{1}{1-m}}$ , correspondendo ao peso adulto do animal ( $A$ ).

Quando  $m = 1$ , o consumo de oxigênio é proporcional ao peso do animal; quando

$m = \frac{2}{3}$ , o metabolismo do animal é proporcional à área da superfície corporal.

Segundo Freitas (2005), em situações nas quais  $m > 1$ , o modelo (1) proporciona resultados irreais de  $h$  e  $K$ , ocasionando sua reescrita da seguinte forma:

$$y^{1-m} = A^{1-m} - \beta e^{-kt}$$

em que:  $A^{1-m} = \left(\frac{h}{K}\right)$ ,  $\beta = \frac{h}{K} - y_0^{(1-m)} = A^{1-m} - y_0^{1-m}$  e  $k = (1-m)K$

.Posteriormente, o modelo (1) foi reparametrizado para:

$$y^{1-m} = A^{1-m} \left(1 \pm b e^{-kt}\right) \quad (2)$$

em que :  $b = \pm \beta / A^{1-m}$ ; o sinal é (-) quando  $m < 1$  e (+) quando  $m > 1$ .

### 2.3.1 Interpretação biológica dos parâmetros

Uma vantagem de utilização de modelos não-lineares para descrever curvas de crescimento é o fato de alguns parâmetros apresentarem interpretações biológicas.

Com base na equação (2) e de acordo com o ângulo  $m$  (RICHARDS, 1959), obtêm-se os modelos apresentados na Tabela 1.

**Tabela 1** - Modelos não-lineares para descrever curvas de crescimento baseados na equação (2) de acordo com o ângulo m

Modelo	Forma Geral	
<i>Brody</i>	$y = A(1 - be^{-kt}) + \varepsilon$	m=0
<i>von Bertalanffy</i>	$y = A(1 - be^{-kt})^3 + \varepsilon$	m =2/3
<i>Logístico</i>	$y = A(1 + be^{-kt})^{-1} + \varepsilon$	m =2
<i>Gompertz</i>	$y = Ae^{-be^{-kt}} + \varepsilon$	m $\rightarrow$ 1
<i>Richards</i>	$y = A(1 - be^{-kt})^{\frac{1}{1-m}} + \varepsilon$	m= variável

Na Tabela 1:

-y é peso corporal na idade t;

-Parâmetro A é definido como peso assintótico ou peso adulto, representa a estimativa do peso à maturidade;

-Parâmetro b é uma constante de integração, não possui interpretação biológica, porém é importante para modelar a curva sigmoideal desde o nascimento ( $t = 0$ ) até a idade adulta ( $t \rightarrow \infty$ ) do animal.

-Parâmetro k é corresponde ao índice de maturidade, determina a eficiência do crescimento do animal, indicador da velocidade com que o animal se aproxima da peso adulto;

-Parâmetro m é denominado parâmetro de inflexão e que dá forma à curva, determina o ponto de inflexão (peso e idade) em que o animal passa de uma fase de crescimento acelerado para inibitório, ou seja, m está associado com o limite entre as fases de ganho de peso crescente e decrescente.

Os modelos foram classificados da seguinte forma por Richards (1959):

-quando  $0 < m < 1$ , tem-se um modelo intermediário entre o de Brody e o de Gompertz;

-quando  $0 < m < 2$ , o formato se situa entre o modelo de Gompertz e o modelo Logístico;

-quando  $m > 2$ , o resultado é um modelo similar ao logístico, porém, assimétrico, em que o ponto de inflexão pode ser alterado para um valor maior do que  $y = \frac{A}{2}$ .

Além dos parâmetros implícitos nos modelos mencionados acima, as funções destes parâmetros também são de interesse zootécnico. Dentre estas, FREITAS (2005) destaca a taxa de crescimento absoluta instantânea (TCI) a taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR), o ponto de inflexão (PI), a taxa de maturidade absoluta (TMA) e a taxa de crescimento em um intervalo qualquer (TI).

As descrições a seguir, taxa de crescimento absoluta instantânea, taxa de crescimento relativa e absoluta, ponto de inflexão, taxa de maturidade absoluta e taxa de crescimento no intervalo  $t_i$  e  $t_j$  ( $i < j$ ) foram obtidas de Freitas (2005).

a) Taxa de crescimento instantânea

A taxa de crescimento absoluta instantânea (TCI) estima o incremento no peso em cada unidade de tempo  $t$ ; no modelo geral na Tabela 1, a TCI é dada por:

$$TCI = \frac{\partial y}{\partial t} = \pm k A b e^{-kt} (1 - m)^{-1} (1 \pm b e^{-kt})^{\frac{m}{1-m}} \quad (3)$$

b) Taxa de crescimento instantânea relativa e absoluta

A taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR) é a TCI em relação ao peso do indivíduo no particular tempo  $t$  e é obtida por:

$$y_t^{-1} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right) = \pm k b e^{-kt} [(1 - m)(1 \pm b e^{-kt})]^{-1} \text{ (“+” para } m > 1; \text{ “-” para } m < 1) \quad (4)$$

A taxa de crescimento instantânea absoluta (TCIA) é visualizada por meio do gráfico de  $\frac{\partial y}{\partial t}$ , na ordenada, e  $y$ , na abscissa, a qual se aproxima de  $A$  assintoticamente. Uma vez que  $b$  é aproximadamente igual a 1, a forma do gráfico depende dos parâmetros  $A$ ,  $m$  e  $K$ ; a área da curva é dada pela integral:

$$\int_0^A \left( \frac{ky}{(1-m) \left[ \left( \frac{A}{Y} \right)^{1-m} - 1 \right]} \right) dy \text{ que é igual a } \frac{A^2 k}{2m+2}, \text{ e a média da altura é dada por}$$

$\frac{Ak}{(2m+2)}$ , que representa a média da taxa de crescimento dos animais dentro da

população. A média da taxa de crescimento relativa da população no ponto de

inflexão é dada por  $\frac{1}{A} \int_0^A \left( \frac{1}{Y} \cdot \frac{\partial y}{\partial t} \right) \partial y = \frac{1}{A} \int_0^A \frac{K}{1-m} \left[ \left( \frac{A}{Y} \right)^{1-m} - 1 \right] \partial y = \frac{K}{m}$ .

c) Ponto de inflexão

É o ponto em que a TCI passa de crescente para decrescente. É dado pela equação  $y_t = A \cdot m^{1/(1-m)}$ . Observa-se que a constante  $m$  determina a proporção do peso adulto ( $A$ ) no qual o ponto de inflexão ocorre. No caso particular do modelo de Brody, que não possui ponto de inflexão (indefinido para  $m = 0$ ),

d) Taxa de maturidade absoluta

É a razão de TCI em relação ao peso assintótico ( $A$ ), ou seja,  $A^{-1} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)$ . O

gráfico  $A^{-1} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)$  versus  $y_t/A$  representa a taxa de troca em peso do tamanho

proporcional em relação ao tamanho global, que varia na escala de 0 a 1. A área

delimitada pela curva é igual a  $\frac{k}{2m+2}$  e possibilita aplicações importantes. Quando

se faz o ajuste de uma curva a um conjunto de animais, uma vez que  $m$  é constante, a

área é dependente apenas de  $k$ . Neste caso, por meio da associação de  $k$  e o peso

adulto do animal, é possível identificar na população os animais de maior peso em

menor idade. Da mesma forma, quando diferentes curvas são ajustadas ao conjunto

de animais, pode-se estabelecer a equivalência entre os  $K$ s e comparar estas curvas

variando apenas o valor de  $m$ .

e) Taxa de crescimento no intervalo  $t_i$  e  $t_j$  ( $i < j$ )

Para duas avaliações quaisquer  $i$  e  $j$ , a média da taxa de crescimento no intervalo  $t_i$  e  $t_j$  ( $i < j$ ) é dada por :  $\frac{1}{t_j - t_i} \int_{t_i}^{t_j} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right) \partial t = \frac{y_j - y_i}{t_j - t_i}$ , enquanto a média da taxa de maturidade absoluta é dada por:  $\frac{A^{-1}}{t_j - t_i} \int_{t_i}^{t_j} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right) \partial t = A^{-1} \left( \frac{y_j - y_i}{t_j - t_i} \right)$ .

A Tabela 2 apresenta os modelos não-lineares citados na Tabela 1, assim como algumas propriedades associadas a eles, tais como taxa de crescimento instantânea, taxa de crescimento instantânea relativa e ponto de inflexão.

Tabela 2 - Propriedades dos modelos não-lineares ( $y$ ): de Brody (1), de Gompertz (2), logístico (3), de von Bertalanffy (4) e de Richards (5). Taxa de crescimento instantânea (TCI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR) e ponto de inflexão PI

Modelo: $y =$	$TCI = \frac{\partial y}{\partial t}$	$TMA = A^{-1} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)$	$TCRI = \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right) / y$	PI = $[y_i; t_i]$
1. $A(1 - bC_1)$	$AbkC_1$	$bkC_1$	$\frac{AbkC_1}{y}$	não possui
2. $A \exp(-bC_1)$	$bkyC_1$	$\frac{bkyC_1}{A}$	$bkC_1$	$\left[ \frac{A}{e}; \frac{\ln b}{k} \right]$
3. $\frac{A}{(1 + bC_1)}$	$ybkC_1 / (1 + bC_1)$	$\frac{bkC_1}{(1 + bC_1)^2}$	$\frac{bkC_1}{(1 + bC_1)}$	$\left[ \frac{A}{2}; \frac{\ln b}{k} \right]$
4. $A(1 - bC_1)^3$	$3AbkC_1(1 - bC_1)^2$	$3bkC_1(1 - bC_1)^2$	$3bkC_1(1 - bC_1)^2$	$\left[ \frac{8A}{27}; \frac{\ln(3b)}{k} \right]$
5. $\frac{A}{(1 - bC_1)^m}$	$\frac{-ymbkC_1}{(1 - bC_1)}$	$\frac{-mbC_1}{(1 - bC_1)^{m+1}}$	$\frac{-mbkC_1}{(1 - bC_1)}$	$\left[ Am^{1/(1-m)}; \frac{\ln(b(1-m)^{-1})}{k} \right]$

$$C_1 = \exp(-kt)$$

Fonte : Freitas 2005 (Adaptado)

## 2.4 Método dos quadrados mínimos ordinários

Considerando a função  $f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta})$  como uma generalização para qualquer um dos modelos mencionados anteriormente e adotando a notação matricial, tem-se:

$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$ , em que:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_1) \\ f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_2) \\ \vdots \\ f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}_n) \end{bmatrix} = \mathbf{e} \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix}$$

A soma dos quadrados dos erros aleatórios (SQE) deverá ser minimizada por  $\boldsymbol{\theta}$ , portanto a função de mínimos quadrados para um modelo não-linear é dada por:

$SQE(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n [y_i - f(x_i, \boldsymbol{\theta})]^2$ , a qual pode ser representada matricialmente por:

$$SQE(\boldsymbol{\theta}) = [\mathbf{y} - f(\boldsymbol{\theta})]' [\mathbf{y} - f(\boldsymbol{\theta})].$$

Segundo Souza (1998), em modelos não-lineares não se pode fazer afirmações gerais sobre as propriedades dos estimadores de quadrados mínimos, tais como não tendenciosidade e variância mínima, exceto para grandes amostras, os chamados resultados assintóticos. Para melhor compreensão do processo de obtenção destes estimadores, utilizou-se a seguinte notação de diferenciação matricial:

$$f(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} f_1(\boldsymbol{\theta}) \\ f_2(\boldsymbol{\theta}) \\ \vdots \\ f_n(\boldsymbol{\theta}) \end{bmatrix} \text{ e } F(\boldsymbol{\theta}) = \frac{\partial f(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}'} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_1(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \\ \frac{\partial f_2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_1} & \frac{\partial f_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_p} \end{bmatrix}_p,$$

em que:

$f(\boldsymbol{\theta})$  é uma função vetor coluna  $n \times 1$  de um argumento  $p$  dimensional  $\boldsymbol{\theta}$ , e  $F(\boldsymbol{\theta})$  é a matriz Jacobiana de  $f(\boldsymbol{\theta})$ . Dessa forma, o estimador de mínimos quadrados,  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ ,

satisfaz a equação  $\left. \frac{\partial \text{SQE}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right|_{\boldsymbol{\theta}=\hat{\boldsymbol{\theta}}} = \mathbf{0}$ , a qual representa a minimização de interesse.

Sendo,  $\frac{\partial \text{SQE}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}'} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}'} [y-f(\boldsymbol{\theta})]' [y-f(\boldsymbol{\theta})] = -2[y-f(\boldsymbol{\theta})]' F(\boldsymbol{\theta})$ , tem-se:

$$F'(\hat{\boldsymbol{\theta}}) [y - f(\hat{\boldsymbol{\theta}})] = \mathbf{0}.$$

Portanto, o sistema de equações normais (SEN) para modelos não-lineares é dado por:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_1} & \frac{\partial f_1(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_2} & \dots & \frac{\partial f_1(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_p} \\ \frac{\partial f_2(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_1} & \frac{\partial f_2(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_2} & \dots & \frac{\partial f_2(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_p} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_1} & \frac{\partial f_n(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_2} & \dots & \frac{\partial f_n(\hat{\boldsymbol{\theta}})}{\partial \hat{\theta}_p} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \\ f_2(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \\ \vdots \\ f_n(\mathbf{x}, \hat{\boldsymbol{\theta}}) \end{bmatrix} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

## 2.5 Processos iterativos e método dos quadrados mínimos

Para o SEN não-linear apresentado no tópico anterior não existe uma solução explícita, sendo assim a solução para o sistema deve ser obtida por meio de processos iterativos. Um dos métodos iterativos é a linearização da função não-linear, chamado Método de Gauss-Newton, o qual se resume ao seguinte procedimento.

Seja o modelo não-linear  $\mathbf{y} = f(\mathbf{x}, \boldsymbol{\theta}) + \boldsymbol{\varepsilon}$ , e  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$  um vetor tal que  $F'(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0) [Y - f(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0)] \approx \mathbf{0}$ . Aproximando  $f(\hat{\boldsymbol{\theta}})$  pelo ponto  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_0$  por uma TSA (*Taylor Series Expansion*) de 1ª ordem, tem-se:

$$f(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \approx f(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0) + F(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0)(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_0) \quad (5)$$

$$F'(\hat{\boldsymbol{\theta}}) [Y - f(\hat{\boldsymbol{\theta}})] \approx \mathbf{0} \quad (6)$$

Aplicando (1) em (2):  $F'(\hat{\boldsymbol{\theta}}) [Y - f(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0) - F(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0)(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \hat{\boldsymbol{\theta}}_0)] \approx \mathbf{0}$ , e multiplicando à esquerda, ambos os lados da igualdade, por  $[F'(\hat{\boldsymbol{\theta}})]^{-1}$ , obtém-se:  
 $Y - f(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0) - F(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0)\hat{\boldsymbol{\theta}} + F(\hat{\boldsymbol{\theta}}_0)\hat{\boldsymbol{\theta}}_0 \approx \mathbf{0}$ .

Logo,  $F(\hat{\theta}_o)\hat{\theta} \approx F(\hat{\theta}_o)\hat{\theta}_o + [Y - f(\hat{\theta}_o)]$ . Multiplicando novamente à esquerda, ambos os lados da igualdade, por  $[F(\hat{\theta})]^{-1}$ , verifica-se que:  $\hat{\theta} \approx \hat{\theta}_o + [F(\hat{\theta}_o)]^{-1}[Y - f(\hat{\theta}_o)]$ .

Fazendo  $\hat{\theta} = \hat{\theta}_{k+1}$  e  $\hat{\theta}_o = \hat{\theta}_k$ , tem-se para a k-ésima iteração, a expressão (7), a qual representa o processo iterativo conhecido como Gauss-Newton:

$$\hat{\theta}_{k+1} = \hat{\theta}_k + [F(\hat{\theta}_k)]^{-1}[Y - f(\hat{\theta}_k)] \quad (7)$$

Este processo iterativo prossegue até que algum critério adotado para convergência seja atingido.

## 2.6 Avaliadores da qualidade de ajuste

Avaliar a qualidade do ajuste é parte importante de qualquer processo de seleção e construção de modelos. Na literatura, pode-se encontrar diferentes critérios para avaliar a qualidade do ajuste de modelos.

A maioria dos trabalhos envolvendo comparação de modelos de crescimento utiliza apenas o coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ ) e o desvio padrão residual como avaliadores da qualidade de ajuste. Tal procedimento pode ser explicado pelo fato destes avaliadores serem apresentados diretamente nos arquivos de saídas de softwares estatísticos como SAS<sup>®</sup> e R (SILVEIRA et al., 2009).

Segundo Silveira et al. (2009) se outros importantes avaliadores como o teste de Durbin-Watson, critério de informação de Akaike - AIC (AKAIKE, 1974), critério de informação bayesiano - BIC (SCHWARZ, 1978), erro de predição médio (EPM), coeficiente de determinação predito e percentual de convergência também forem considerados, a indicação do melhor modelo pode ser mais precisa, uma vez que estes avaliadores levam em consideração outros fatores como a análise da independência residual e o grau de parametrização dos modelos comparados.

Os avaliadores utilizados por Malhado et al. (2008), nos ajuste de curvas de crescimento em ovinos mestiços Santa Inês x Texel, foram o quadrado médio do resíduo (QMR), coeficiente de determinação ( $R^2$ ), o percentual de convergência (C%) e a análise gráfica dos modelos com o peso médio observado.

## 2.7 Técnicas de diagnóstico

As técnicas de diagnóstico tiveram início com a análise de resíduo para detectar a presença de pontos aberrantes e verificar se a distribuição proposta para variável resposta é adequada. Outro interesse é avaliar possíveis afastamentos das suposições iniciais, especialmente na parte aleatória e sistemática, bem como avaliar alguma influência desproporcional nos resultados do ajuste do modelo. Com esse objetivo foram desenvolvidas outras técnicas de diagnóstico, além da análise de resíduo.

Segundo Souza 1998, exceto com relação aos resíduos, as técnicas mais usuais de diagnóstico em regressão normal não-linear são simples adaptações da regressão linear. Algumas dessas técnicas serão descritas nesta seção.

### 2.7.1 Pontos de alavanca

O resíduo ordinário para a  $i$ -ésima observação pode ser definido por  $\hat{e}_i = y_i - \hat{y}_i$  em que  $\hat{e}_i$  procura medir a discrepância entre o valor observado e o valor ajustado da  $i$ -ésima observação. O vetor de resíduos ordinários é definido por  $\hat{\mathbf{e}} = (\hat{e}_1, \hat{e}_2, \dots, \hat{e}_n)^T$ . Observe que:

$$\hat{\mathbf{e}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = \mathbf{y} - \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{y} = (\mathbf{I}_n - \mathbf{H})\mathbf{y}$$

onde  $\mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T$  é a matriz de projeção ortogonal de vetores do  $\mathbb{R}^n$  no subespaço gerado pelas colunas da matriz  $\mathbf{X}$ . Os elementos da diagonal  $\mathbf{H}$  vão ser denotados por  $h_{ii}$  e são chamados de “Leverage”.

Como a matriz  $\mathbf{H}$  é simétrica, ou seja,  $\mathbf{H}^T = \mathbf{H}$  e também idempotente, isto é,  $\mathbf{H}^T\mathbf{H} = \mathbf{H}$  temos que:

$$\text{Posto}(\mathbf{H}) = \text{tr}(\mathbf{H}) = \text{tr}(\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T) = \text{tr}[\mathbf{X}^T\mathbf{X}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}] = \text{tr}(\mathbf{I}_p) = p$$

em que  $\text{tr}(\cdot)$  representa o operador traço de uma matriz. O elemento  $h_{ii} = \mathbf{X}_i^T(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}_i$  desempenha um papel importante na construção de técnicas de diagnóstico. Adicionalmente, tem-se que  $\frac{1}{n} \leq h_{ii} \leq \frac{1}{c}$  ( COOK e WEISBERG,

1982), em que  $c$  é o número de linhas de  $X$  idênticas a  $X^T$ . O  $i$ -ésimo valor ajustado é dado por:

$$\hat{y}_i = h_{ii}y_i + \sum_{i \neq j} h_{ji}y_j \quad (8)$$

e pelo fato da matriz  $H$  ser idempotente

$$\sum_{i \neq j} h_{ij}^2 = h_{ii}(1 - h_{ii})$$

Em particular  $h_{ii} = 1$  implica em  $\hat{y}_i = y_i$ , todavia a recíproca não é necessariamente verdadeira. Logo, para valores altos de  $h_{ii}$  predomina na expressão (1) a influência de  $y_i$  sobre o correspondente valor ajustado. Assim, é muito razoável utilizar  $h_{ii}$  como uma medida de influência da  $i$ -ésima observação sobre o próprio valor ajustado. Temos também que  $h_{ii} = \frac{\partial \hat{y}_i}{\partial y_i}$ , ou seja,  $h_{ii}$  corresponde à variação em  $\hat{y}_i$  quando  $y_i$  é acrescido de um infinitésimo, assim  $h_{ii}$  mede a influência de  $y_i$  sobre  $\hat{y}_i$ .

Supondo que todos os pontos exerçam a mesma influência sobre os valores ajustados, podemos esperar que  $h_{ii}$  esteja próximo de  $\frac{\text{tr}(H)}{n} = \frac{p}{n}$ . É conveniente examinar, aqueles pontos tais que  $h_{ii} \geq \frac{2p}{n}$ , que são conhecidos como pontos de alavanca ou de alto “*Leverage*” e geralmente estão localizados em regiões remotas no subespaço gerado pelas colunas da matriz  $X$ .

### 2.5.2 Pontos aberrantes

Anteriormente viu-se que  $e = (I_n - H)y$ , assim tem-se que  $E[(I_n - H)y] = (I_n - H)E(y) = (I_n - H)X\beta = 0$  e  $\text{Var}(e) = \sigma^2(I_n - H)$ . Conseqüentemente,  $e_i \sim N(0, \sigma^2(1 - h_{ii}))$ . Adicionalmente,  $\text{Cov}(e_i, e_j) = -\sigma^2 h_{ij}$ , com  $i \neq j$ . Observe que os  $e_i$ 's possuem variâncias distintas, dessa forma, é conveniente expressá-los de uma forma padronizada a fim de permitir uma comparabilidade entre os mesmos. Uma definição natural seria dividir  $e_i$  pelo seu respectivo desvio padrão, obtendo-se o resíduo studentizado.

$$t_i = \frac{e_i}{s(1-h_{ii})^{\frac{1}{2}}} = \frac{y_i - E(y_i)}{s(1-h_{ii})^{\frac{1}{2}}}$$

$$\text{Em que } s^2 = \frac{\sum_{i=1}^n e_i^2}{n-p}, i = 1, 2, \dots, n$$

Observe que  $s^2$  não é independente de  $e_i$ . Portanto,  $t_i$  não segue distribuição t de Student como se poderia esperar. Tal problema pode ser contornado substituindo  $s^2$  por  $s_i^2$ , em que  $s_i^2$  é a variância correspondente ao modelo sem a i-ésima observação. Tem-se que:

$$\hat{\beta}_i = \hat{\beta} - \frac{e_i (X^T X)^{-1} X_i}{(1-h_{ii})}$$

É possível mostrar que:

$$s_i^2 = s^2 \left( \frac{n-p-t_i^2}{n-p-1} \right). \quad (9)$$

Assim, o novo resíduo studentizado é dado por:

$$t_i^* = \frac{e_i}{s_i(1-h_{ii})^{1/2}} \quad (10)$$

em que  $t_i^*$  segue distribuição t-Student com  $n-p-1$  graus de liberdade. A expressão (10) pode ainda ser simplificada substituindo-se (9) em (10), ou seja,

$$t_i^* = t_i \left( \frac{n-p-1}{n-p-t_i^2} \right)^{1/2}$$

Observe que  $t_i^*$  é uma transformação monótona de  $t_i$ . Assim, podemos usar  $t_i^*$  para detectar pontos aberrantes no conjunto de dados, isto é, pontos que apresentam um resíduo muito elevado, indicando que o modelo não descreve satisfatoriamente tal observação. Em geral, considera-se uma observação marginalmente aberrante se  $|t_i^*| > 2$ .

### 2.5.3 Medidas de influência

De acordo com Paula (2004), a detecção de observações influentes, ou seja, pontos que exercem peso desproporcional nas estimativas do modelo ou até na significância dos parâmetros é um tópico de grande importância na análise de diagnóstico. A deleção de pontos, isto é, a comparação do ajuste do modelo escolhido, considerando-se todos os pontos, com ajuste do mesmo modelo sem os pontos atípicos, talvez seja a técnica mais conhecida para avaliar o impacto da retirada de uma observação particular nas estimativas de regressão. Durante a década de 70 surgiram várias propostas relacionadas com a influência de observações nas estimativas dos coeficientes do modelo normal linear. A distância de Cook (1977) é a mais tradicional medida para detectar pontos influentes e foi originalmente desenvolvida para modelos normais lineares e rapidamente assimiladas e estendidas para diversas classes de modelos.

Ainda, de acordo Paula (2004), um problema que pode ocorrer com a deleção individual de pontos é o que se denomina *masking effect*, ou seja, deixar de detectar pontos conjuntamente discrepantes. Contudo, uma das propostas mais inovadoras na área de diagnóstico em regressão foi apresentada por Cook (1986), que propõe avaliar a influência conjunta das observações sob pequenas mudanças (perturbações) no modelo, ao invés da avaliação pela retirada individual ou conjunta de pontos. Essa metodologia, denominada influência local, teve uma grande receptividade entre os usuários e pesquisadores de regressão, em que se aplica a metodologia em classes particulares de modelos ou se propõem extensões da técnica.

A medida de influência mais conhecida, denominada de distância de Cook (COOK, 1977), é da forma:

$$D_i = \left\{ \frac{e_i}{s(1-h_{ii})^{1/2}} \right\}^2 \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \frac{1}{p} = t_i^2 \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \frac{1}{p}, i = 1, 2, \dots, n \quad (11)$$

Note que  $D_i$  será grande quando o  $i$ -ésimo ponto for aberrante ( $t_i$  grande) e/ou quando  $h_{ii}$  for próximo de um. Adicionalmente,  $D_i$  poderá não ser adequado quando  $e_i$  for grande e  $h_{ii}$  for pequeno, nesse caso,  $s^2$  pode ficar inflacionado e não ocorrendo nenhuma compensação por parte de  $h_{ii}$ ,  $D_i$  pode ficar pequeno.

Segundo Cook e Weisberg (1982) as observações serão consideradas influentes quando  $D_i \geq F_{p,n-p}(0.5)$ . Sendo que  $F_{p,n-p}(\alpha)$  é o valor crítico da distribuição F de Snedecor ao nível  $\alpha$  de significância. Recomenda-se examinar as consequências da retirada dessas observações no ajustamento do modelo. Recomendam, ainda, examinar as consequências da retirada dessas observações no ajustamento do modelo.

Uma medida de influência proposta por Belsley et al. (1980) é dada por:

$$DFBETA_i = \hat{\beta} - \hat{\beta}_{(i)} = \frac{e_i (X^T X)^{-1} X_i}{1 - h_{ii}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

Esta medida reflete quanto à retirada do ponto (i) afasta  $\hat{\beta}_{(i)}$  de  $\hat{\beta}$ . Os autores sugerem prestar atenção naqueles pontos que apresentam  $|DFBETA_i|$  grandes. Outra medida supostamente mais apropriada que  $D_i$  foi também proposta em Belsley et al. (1980), definida da forma:

$$DFFITS_i = t_i * \left\{ \frac{h_{ii}}{(1 - h_{ii})} \right\}^{1/2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

Um ponto pode ser considerado influente se  $|DFFITS_i| \geq 2\{p/(n-p)\}^{1/2}$ . Atkinson (1985) propôs uma medida de influência que é um aperfeiçoamento de  $DFFITS_i$ . Esta medida é dada por

$$C_i = t_i * \left\{ \frac{(n-p)}{p} \frac{h_{ii}}{(1 - h_{ii})} \right\}^{1/2} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (14)$$

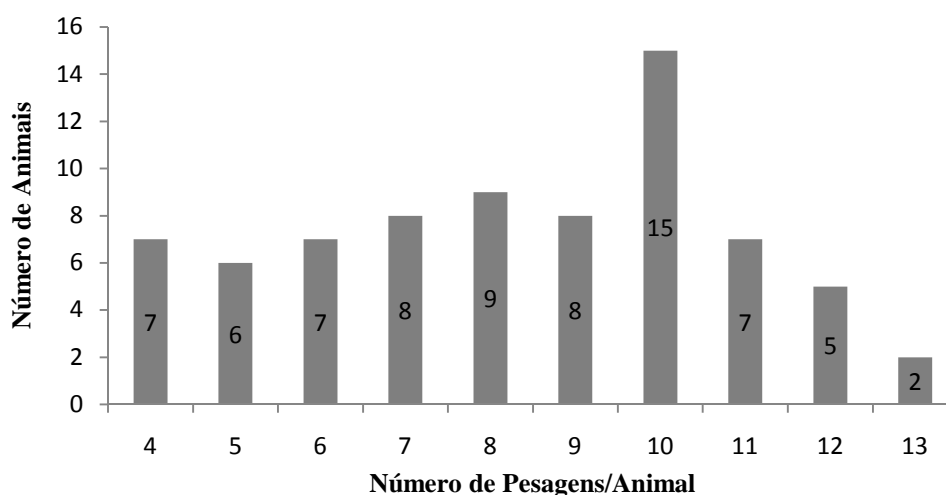
As medidas (11), (12), (13) e (14) apresentadas anteriormente são utilizadas, basicamente, para verificar o quanto a retirada do ponto (i) afasta  $\hat{\beta}_{(i)}$  de  $\hat{\beta}$ , ou seja, o quanto o ponto (i) influencia nas estimativas dos parâmetros. Entretanto, Belsley et al. (1980) propuseram uma medida para verificar o quanto muda a estatística-t (usada para testar se o j-ésimo parâmetro é significativo) após a retirada do i-ésimo ponto.

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 Origem dos Dados

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos a partir de um experimento conduzido na Estação Experimental de Jaguaquara, pertencente à Empresa Baiana de Desenvolvimento Agrícola S.A., localizada no Município de Jaguaquara, BA, microrregião administrativa de Jequié, BA, de 2003 a 2005. Foram utilizados dados de 74 ovinos do cruzamento Texel x Santa Inês, pesados do nascimento aos 444 dias.

Na Figura 1, pode-se observar que o maior número de animais (15 animais) do conjunto de dados contém 10 pesagens e o maior número de pesagens (13 pesagens) com apenas 2 animais.



**Figura 1** - Frequência do número de pesagens por animal

O conjunto de dados apresenta intervalos de pesagens irregulares como pode ser observado na Tabela 3 em que encontra-se algumas idades de pesagens com seus respectivos pesos médios, desvio padrão, peso mínimo e peso máximo.

**Tabela 3** - Número de animais, idade, peso médio, desvio padrão, peso mínimo e peso máximo, em algumas idades em ovinos cruzados Texel x Santa Inês

Número de Animais	Idade	Peso médio	Desvio Padrão	Peso Mínimo	Peso Máximo
74	0	3,44	0,63	2	5
7	15	6,24	0,89	4,5	7,2
2	30	7,75	0,35	7,5	8,0
3	45	11,10	0,85	10,3	12,0
4	60	11,25	1,19	10,0	12,5
5	75	13,16	2,89	9,5	17,0
2	90	13,25	1,06	12,5	14,0
3	105	13,00	1,73	12,0	15,0
8	122	18,31	2,96	15,0	24,5
4	134	16,68	3,35	13,0	20,0
3	152	22,83	3,17	21,0	26,5
4	164	19,38	1,38	18,0	21,0
1	180	15,00	-	15,0	15,0
3	195	22,5	6,06	15,5	26,0
1	210	17,00	-	17,0	17,0
3	225	22,83	3,62	20,5	27,0
1	241	25,50	-	22,5	22,5
1	254	28,50	-	28,5	28,5
2	270	23,75	7,42	18,5	29,0
1	285	25,50	-	25,5	25,5
3	302	22,33	1,15	21,0	23,0
1	314	22,70	-	22,7	22,7
2	331	28,00	0,71	25,5	28,5
1	345	39,00	-	39,0	39,0
1	365	23,80	-	23,8	23,8
1	386	27,50	-	27,5	27,5
1	444	25,50	-	25,5	25,5

Foram utilizadas para estimação dos parâmetros das curvas de crescimento as seguintes estruturas de dados relativas a restrições quanto ao número mínimo de pesagens por animal (NMPA):

-Estrutura 1 - sem restrição quanto ao número de pesagens por animal, ou seja, foi usado todo o conjunto de dados;

-Estrutura 2 - mínimo de cinco pesagens por animal (NMPA=5); Nesta estrutura, as informações relativas a sete animais com apenas quatro pesagens (Tabela 4) foram excluídas do conjunto de dados;

-Estrutura 3 - mínimo de seis pesagens por animal (NMPA=6); e assim sucessivamente para as demais estruturas até NMPA=10 (Tabela 4).

**Tabela 4** - Estrutura de dados com restrição para número mínimo de pesagens por animal (NMPA), número de animais e número de observações (N) que foram utilizadas para estimação de parâmetros das curvas de crescimento

NMPA	Número de Animais	N
Sem restrição (SR)	74	244
5	67	244
6	61	240
7	54	236
8	46	221
9	37	204
10	29	181

O conjunto de dados foi considerado de duas maneiras distintas. Uma considerando os pesos médios, ou seja, calculou-se a média dos pesos de todos os animais mensurados em cada idade. E outra considerando os pesos individuais, ou seja, todos os pares de peso-idade. Nos dois conjuntos de dados foi ajustado uma única curva para o grupo de ovinos.

### 3.2 Estimação dos parâmetros dos modelos não-lineares

Foram ajustados os modelos de regressão não-linear, von Bertalanffy:

$$y = A(1 - be^{-kt})^3 + \varepsilon, \text{ Brody: } y = A(1 - be^{-kt}) + \varepsilon, \text{ Gompertz: } y = Ae^{-be^{-kt}} + \varepsilon$$

e Logístico:  $y = A(1 + be^{-kt})^{-1} + \varepsilon$  para pesos médios por idades e para pesos individuais, utilizando-se o método dos quadrados mínimos ordinários cujas soluções foram obtidas por meio do processo iterativo de Gauss-Newton, sendo utilizado o procedimento NLIN (SAS<sup>®</sup>, 2003).

### 3.3 Avaliadores da qualidade de ajuste

Após obtidas as estimativas dos parâmetros dos modelos de regressão não-linear, apresentados anteriormente, comparou-se as estruturas. Quanto ao ajuste dos modelos essa comparação foi realizada por meio de avaliadores da qualidade de ajuste de modelos de regressão não-linear, apresentados a seguir.

Vale ressaltar que o critério de informação de Akaike (AIC) e o Bayesiano (BIC) não foram utilizados devido à diferença no número de observações em cada estrutura utilizada.

### 3.3.1 Coeficiente de determinação ajustado ( $R^2_{aj}$ )

É usado para comparar a qualidade do ajuste de modelos com diferentes números de parâmetros ( $p$ ) e diferentes números de observações:

$$R^2_{aj} = R^2 - \left( \frac{p-1}{N-p} \right) (1 - R^2), \text{ em que:}$$

$$R^2 = \text{corr}(y, \hat{y})$$

$N$  é o número de observações utilizadas para ajustar a curva e  $p$  é o número de parâmetros na função, incluindo o intercepto.

### 3.3.2 Quadrado Médio do Resíduo (QMR)

O quadrado médio do resíduo é calculado da seguinte forma:

$$QMR = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{N - p} \text{ em que:}$$

$y_i$  e  $\hat{y}_i$  são os valores observados e estimados respectivamente e  $N$  é o número de observações.

### 3.3.3 Erro de Predição Médio (EPM)

É obtido calculando-se a média de todos os erros de predição (EP), considerando-se cada observação como um desvio entre o peso observado ( $y_i$ ) e o peso estimado ( $\hat{y}_i$ ), dividido pelo peso observado e multiplicado por 100, ou seja,

$$EP = 100 \left( \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right).$$

Esse valor leva um sinal (+) ou (-), designando se a função subestimou ou superestimou, respectivamente, o peso observado (GOONEWARDENE et al., 1981).

### 3.4 Propriedades dos modelos não-lineares

Após selecionado o modelo, estima-se a taxa de crescimento absoluta instantânea (TCI), obtida a partir da primeira derivada do modelo ajustado, em relação ao tempo, a taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR), obtida pela razão da TCI e peso na idade  $t$ , e o Ponto de inflexão (PI) (Tabela 5).

**Tabela 5** - Propriedades dos modelos não-lineares ( $y$ ): de Brody (1), de Gompertz (2), logístico (3), de von Bertalanffy (4). Taxa de crescimento instantânea TCI, taxa de crescimento instantânea relativa TCIR e ponto de inflexão PI [peso; idade]

Modelo: $y =$	$TCI = \frac{\partial y}{\partial t}$	$TMA = A^{-1} \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right)$	$TCRI = \left( \frac{\partial y}{\partial t} \right) / y$
1. $A(1 - bC_1)$	$AbkC_1$	$\frac{AbkC_1}{y}$	não possui
2. $A \exp(-bC_1)$	$bkyC_1$	$bkC_1$	$\left[ \frac{A}{e}; \frac{\ln b}{k} \right]$
3. $\frac{A}{(1 + bC_1)}$	$ybkC_1 / (1 + bC_1)$	$\frac{bkC_1}{(1 + bC_1)}$	$\left[ \frac{A}{2}; \frac{\ln b}{k} \right]$
4. $A(1 - bC_1)^3$	$3AbkC_1(1 - bC_1)^2$	$3bkC_1(1 - bC_1)^2$	$\left[ \frac{8A}{27}; \frac{\ln(3b)}{k} \right]$

$$C_1 = \exp(-kt)$$

A TCI é, na realidade, o ganho de peso obtido por unidade de tempo. Como neste trabalho o tempo está em dias, representa o ganho de peso médio diário estimado ao longo da trajetória de crescimento, ou seja, a taxa média de crescimento dos animais dentro da população. O ponto em que a TCI passa de crescente para decrescente é chamado de Ponto de Inflexão.

### 3.5 Técnicas de Diagnóstico

Foram utilizadas para avaliar a qualidade de ajuste e verificação de pontos atípicos as seguintes estatísticas.

#### 3.5.1 Pontos de alavanca

Quando uma observação está distante das outras em termos das variáveis explanatórias ela pode ser, ou não, influente. Essa distância é medida pelos elementos da diagonal da matriz projeção  $H = X(X^T X)^{-1} X^T$  isto é,  $h_{ii} = X_i^T (X^T X)^{-1} X_i$ , Chamados “Leverage”

Para valores altos de  $h_{ii}$  há uma alta influência de  $y_i$  sobre o correspondente valor ajustado. Segundo Belsley et al. (1980), valores de  $h_{ii} \geq 2P/n$  indicam observações que são pontos de alavanca.

#### 3.5.2 Pontos aberrantes

Nessa classificação enquadram-se as observações mal ajustadas e com resíduo alto.

Para detectar pontos aberrantes foi utilizado o resíduo studentizado, que é expresso por:

$$t_i^* = t_i \left( \frac{n-p-1}{n-p-t_i^2} \right)^{1/2}$$

Sendo que  $t_i^*$  segue distribuição t-Student com  $n-p-1$  graus de liberdade.

Em geral, considera-se uma observação marginalmente aberrante se  $|t_i^*| > 2$

#### 3.5.3 Pontos influentes

Observações influentes são pontos que exercem peso desproporcional nas estimativas do modelo ou até na significância dos parâmetros. A deleção de pontos, talvez seja a técnica mais conhecida para avaliar o impacto da retirada de uma

observação particular nas estimativas de regressão. A distância de Cook (1977) é a mais tradicional medida para detectar pontos influentes e foi originalmente desenvolvida para modelos normais lineares e rapidamente assimiladas e estendidas para diversas classes de modelos. Podendo ser também uma medida de afastamento do vetor de estimativas provocado pela retirada da observação  $i$ .

A distância de Cook (1997) apresentada a seguir, é uma medida que usa como estimativa da variância residual aquela obtida com todas as  $n$  observações, ou ainda, usa o resíduo Studentizado internamente.

$$D_i = \left\{ \frac{e_i}{s(1-h_{ii})^{1/2}} \right\}^2 \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \frac{1}{p} = t_i^2 \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})} \frac{1}{p}, i = 1, 2, \dots, n$$

Para Cook e Weisberg (1982) as observações serão consideradas influentes quando  $D_i \geq F_{p, n-p}(0.5)$ .

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Estimativas dos parâmetros dos modelos

#### 4.1.1 Conjunto de dados médios

Na Tabela 6, são apresentadas, as estimativas dos parâmetros dos modelos de crescimento ajustados aos dados pesos médios por idades de ovinos do cruzamento Texel x Santa Inês para cada restrição quanto ao número mínimo de pesagens por animal (NMPA).

De acordo com as estimativas apresentadas na Tabela 6, verifica-se que, sem restrição e com restrições para NMPA, as estimativas do parâmetro A, foram condizentes com a realidade, pois segundo McManus et al. (2003) e Carneiro et al. (2007) o peso adulto de cordeiros varia entre 25 e 50 Kg. Neste trabalho, as estimativas para peso adulto variaram de 27,61 a 33,50. Sendo as maiores estimativas para restrição com mínimo de 10 pesagens e as menores estimativas para os dados sem restrição.

Outro parâmetro importante é o  $k$ , que representa a taxa de maturidade do animal, indicando a velocidade de crescimento para atingir o peso assintótico. Animais com altos valores de  $k$  apresentam maturidade precoce, em comparação àqueles com valores menores de  $k$  e de peso inicial similar. Devido à pequena variação do peso ao nascimento, a variação entre os valores de  $k$  representa, com boa precisão, as variações na velocidade relativa de crescimento. Para o parâmetro  $k$ , percebe-se que as estimativas a partir de dados com restrição de no mínimo dez pesagens foram as maiores, variando de  $k$  entre 0,0045 para o modelo Brody a 0,0126 para o modelo Logístico (Tabela 6).

**Tabela 6** - Estimativas dos parâmetros A, b e k e a correlação de Pearson entre A e k ( $r_{Ak}$ ) para os modelos de crescimento, von Bertalanffy, Brody, Gompertz, Logístico, considerando pesos médios por idades para restrições para número mínimo de pesagens por animal (NMPA)

<i>Modelos</i>	Restrição (NMPA)	Parâmetros			
		A	b	k	$r_{Ak}$
<i>Von Bertalanffy</i> $y = A(1 - be^{-kt})^3 + \varepsilon$	SR	29,74	0,4500	0,0078	-0.9170
	5	29,70	0,4473	0,0078	-0.9169
	6	29,72	0,4466	0,0077	-0.9176
	7	29,77	0,4459	0,0076	-0.9192
	8	29,84	0,4434	0,0075	-0.9233
	9	29,94	0,4433	0,0073	-0.9284
	10	30,39	0,4458	0,0072	-0.9245
<i>Brody</i> $y = A(1 - be^{-kt}) + \varepsilon$	SR	32,64	0,8776	0,0049	-0.9665
	5	32,52	0,8751	0,0049	-0.9660
	6	32,52	0,8744	0,0049	-0.9663
	7	32,56	0,8740	0,0048	-0.9668
	8	32,70	0,8716	0,0047	-0.9687
	9	32,96	0,8713	0,0046	-0.9714
	10	33,50	0,8728	0,0045	-0.9702
<i>Gompertz</i> $y = Ae^{-be^{-kt}} + \varepsilon$	SR	28,95	1,6961	0,0092	-0.8873
	5	28,93	1,6824	0,0092	-0.8876
	6	28,95	1,6792	0,0091	-0.8885
	7	29,01	1,6757	0,0090	-0.8906
	8	29,06	1,6633	0,0089	-0.8958
	9	29,12	1,6630	0,0086	-0.9022
	10	29,55	1,6776	0,0085	-0.8964
<i>Logístico</i> $y = A(1 + be^{-kt})^{-1} + \varepsilon$	SR	27,61	3,5030	0,0134	-0.7889
	5	27,61	3,4523	0,0133	-0.7905
	6	27,63	3,4439	0,0133	-0.7918
	7	27,69	3,4295	0,0132	-0.7954
	8	27,71	3,3842	0,0129	-0.8041
	9	27,70	3,3885	0,0127	-0.8131
	10	28,11	3,4607	0,0126	-0.8001

SR: Sem Restrição

Conforme McManus et al. (2003), a relação biológica mais importante para uma curva de crescimento está entre os parâmetros “A” e “k”. A correlação negativa existente entre estes parâmetros indica que animais que apresentam maiores taxas de crescimento têm menor probabilidade de atingir maiores pesos à maturidade que

aqueles que crescem mais lentamente no início da vida. Com o aumento do número de pesagens para a obtenção das estimativas (Tabela 6), observa-se que em geral as estimativas de  $A$  e  $k$  foram maiores e menores, respectivamente, resultando em correlação negativa.

#### **4.1.2 Conjunto de dados individuais**

Na Tabela 7, são apresentadas as estimativas dos parâmetros dos modelos de crescimento ajustados aos dados de pesos individuais de ovinos do cruzamento Texel x Santa Inês para cada restrição quanto ao número mínimo de pesagens por animal (NMPA).

Ao comparar as estimativas do peso adulto ( $A$ ) provenientes do ajuste para pesos médios (Tabela 6) com as provenientes do ajuste para pesos individuais (Tabela 7), nota-se que nesta última as estimativas do peso adulto foram um pouco menores.

Com relação às estimativas do peso adulto ( $A$ ) obtidas pelos quatro modelos, pode-se verificar que com exceção ao modelo Brody, no qual a restrição de no mínimo nove pesagens obteve a maior estimativa para este parâmetro (32,24kg), nos demais modelos foram obtidas maiores estimativas para  $A$  restrição de no mínimo 10 pesagens por animal, com variações entre 27,14kg e 29,14kg (Tabela 7).

Em relação às estimativas do parâmetro  $k$ , para o ajuste de pesos individuais, pode-se observar que foram obtidos os maiores valores para os dados sem restrição, com estimativas entre 0,0053 e 0,0167 (Tabela 8).

**Tabela 7** - Estimativas dos parâmetros A, b e k e a correlação de Pearson entre A e k ( $r_{Ak}$ ) para os modelos de crescimento von Bertalanffy, Brody, Gompertz e Logístico considerando peso individual

Modelo	Restrição (NMPA)	Parâmetros			
		A	b	k	$r_{Ak}$
<i>Von Bertalanffy</i> $y = A(1 - be^{-kt})^3 + \varepsilon$	SR	28,59	0,4717	0,0090	-0,8849
	5	28,57	0,4707	0,0090	-0,8850
	6	28,64	0,4689	0,0089	-0,8876
	7	28,61	0,4696	0,0089	-0,8888
	8	28,61	0,4671	0,0088	-0,8903
	9	28,99	0,4688	0,0084	-0,8978
	10	29,14	0,4665	0,0084	-0,8914
<i>Brody</i> $y = A(1 - be^{-kt}) + \varepsilon$	SR	31,91	0,8859	0,0053	-0,9595
	5	31,80	0,8851	0,0053	-0,9591
	6	31,84	0,8840	0,0053	-0,9590
	7	31,70	0,8850	0,0053	-0,9595
	8	31,65	0,8835	0,0053	-0,9597
	9	32,24	0,8863	0,0050	-0,9633
	10	32,16	0,8844	0,0051	-0,9596
<i>Gompertz</i> $y = Ae^{-be^{-kt}} + \varepsilon$	SR	27,75	1,8254	0,0109	-0,8393
	5	27,76	1,8194	0,0109	-0,8399
	6	27,84	1,8097	0,0108	-0,8437
	7	27,83	1,8111	0,0108	-0,8463
	8	27,84	1,7973	0,0106	-0,8485
	9	28,18	1,8031	0,0101	-0,8579
	10	28,38	1,7913	0,0101	-0,8505
<i>Logístico</i> $y = A(1 + be^{-kt})^{-1} + \varepsilon$	SR	26,39	4,1963	0,0167	-0,6956
	5	26,42	4,1628	0,0166	-0,6981
	6	26,49	4,1107	0,0164	-0,7046
	7	26,54	4,0945	0,0162	-0,7123
	8	26,56	4,0277	0,0159	-0,7162
	9	26,85	4,0355	0,0151	-0,7292
	10	27,14	3,9820	0,0150	-0,7193

SR: Sem Restrições

Assim como as estimativas para os dados de pesos médios, as estimativas de A e k, para os pesos individuais houve uma correlação negativa entre estes parâmetros indicando que animais que apresentam maiores taxas de crescimento têm menor probabilidade de atingir pesos elevados na idade adulta, que aqueles que crescem mais lentamente no início da vida. Observa-se também que com o aumento

do número de pesagens para a obtenção das estimativas de A e k foram maiores e menores, respectivamente, resultando em correlação negativa (Tabela 7). Malhado, 2008, em seus estudos com 75 ovinos cruzados Texel x Santa Inês, estimou a correlação entre os parâmetros A e k que também foi negativa e de magnitude 0,44.

Observa-se que as estimativas dos parâmetros A, k e a correlação entre estes parâmetros foram próximas as obtidas à partir de pesos médios. Nota-se, ainda que as correlações, tanto para pesos médios quanto para pesos individuais, não foram afetadas pelas restrições.

## **4.2 Avaliadores da qualidade de ajuste**

### **4.2.1 Conjunto de Dados médios**

Na Tabela 8, estão apresentados para cada estrutura de restrição quanto ao número mínimo de pesagens por animal, os resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste para cada modelo, considerando os ajustes de pesos médios por idade.

Com base nos coeficientes de determinação ( $R_{aj}^2$ ) apresentados na Tabela 8, observa-se que todos os modelos tiveram bom ajuste, com valores acima de 84,31%. Tendo se destacado a restrição para número mínimo de pesagens por animal igual a 10 com valores um pouco maior de  $R_{aj}^2$ . Oliveira et al. (2000) comentam que as diferenças entre os coeficientes de determinação de diferentes modelos usados no estudo de curvas de crescimento geralmente são irrisórias, sendo necessária a utilização de outros avaliadores para a indicação dos melhores modelos. A restrição (NMPA=10) apresentou, ainda, menores valores para o Quadrado Médio do Resíduo (QMR) variando de 6,94 a 8,85 e para o Erro de Predição Médio (EPM) variando de -2,15 a 4,65.

**Tabela 8** - Resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), quadrado médio do resíduo (QMR) e o erro de predição médio (EPM) para os modelos considerando ajuste para pesos médios

<i>Modelo</i>	Restrição (NMPA)	$R_{aj}^2$ (%)	QMR	EPM
<i>von Bertalanffy</i>	SR	86,16	7,44	-2,87
	5	85,94	7,52	-2,97
	6	86,14	7,45	-3,00
	7	86,08	7,47	-3,04
	8	84,97	8,11	-3,35
	9	84,34	8,53	-3,42
	10	<b>87,22</b>	<b>7,04</b>	<b>-2,81</b>
<i>Brody</i>	SR	86,40	7,31	-2,22
	5	86,20	7,38	-2,29
	6	86,42	7,30	-2,31
	7	86,37	7,32	-2,34
	8	85,28	7,95	-2,65
	9	84,61	8,38	-2,76
	10	<b>87,43</b>	<b>6,94</b>	<b>-2,15</b>
<i>Gompertz</i>	SR	85,99	7,54	-3,21
	5	85,76	7,62	-3,31
	6	85,96	7,55	-3,36
	7	85,89	7,57	-3,40
	8	84,78	8,22	-3,71
	9	84,17	8,62	-3,74
	10	<b>87,09</b>	<b>7,12</b>	<b>-3,13</b>
<i>Logístico</i>	SR	85,41	7,85	-4,15
	5	85,15	7,94	-4,25
	6	85,35	7,88	-4,32
	7	85,28	7,90	-4,37
	8	84,16	8,55	-4,65
	9	83,62	8,92	-4,61
	10	<b>86,64</b>	<b>7,37</b>	<b>-3,98</b>

SR: Sem Restrições

Observa-se que o modelo de Brody apresenta valores um pouco maiores de  $R_{aj}^2$ , valores entre 86,52 e 87,56% e os menores valores de QMR e EPM.

Assim, verifica-se que o ajuste dos modelos a partir de dados com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal foi superior ou pelo menos semelhante ao obtido para dados sem restrição.

#### 4.2.2 Conjunto de dados individuais

Para ajuste a partir de dados individuais (Tabela 9), observa-se que todos os modelos tiveram bom ajuste, com valores  $R_{aj}^2$  acima de 86,30%. Tendo se destacado a restrição de no mínimo 10 pesagens por animal com o maior  $R_{aj}^2$ .

Quando comparamos os ajustes de pesos médios e pesos individuais nota-se que os  $R_{aj}^2$  e QMR foram muito próximos, enquanto o EPM foi superior para ajustes a partir de pesos individuais.

De acordo com os resultados apresentados nas Tabelas 8 e 9, verifica-se que em média, a restrição de no mínimo 10 pesagens por animal tem-se destacado entre as demais restrições. Os ajustes dos modelos para esta estrutura providenciaram os menores valores para QMR e EMP e maiores  $R_{aj}^2$ .

Dessa forma, nota-se que os resultados obtidos para os ajustes de pesos médios (Tabela 8) foram muitos próximos àqueles verificados para os ajustes de idades individuais (Tabela 9).

O quadrado médio do resíduo e erro de predição médio, utilizados para avaliar a qualidade de ajuste, permite indicar que o modelo Brody é o que apresentou o melhor ajuste (Tabela 9).

Quando comparados os ajustes para pesos médios e para os pesos individuais, para este último observa-se que todas as estruturas obtiveram valores um pouco maiores de  $R_{aj}^2$  e menores de QMR e EPM.

**Tabela 9** - Resultados dos avaliadores da qualidade de ajuste coeficiente de determinação ajustado ( $R_{aj}^2$ ), quadrado médio do resíduo (QMR) e o erro de predição médio (EPM) para os modelos considerando ajuste idades individuais

<i>Modelo</i>	Restrição (NMPA)	$R_{aj}^2$	QMR	EPM
<i>von Bertalanffy</i>	SR	87,28	8,60	-5,29
	5	86,86	8,93	-4,38
	6	86,53	9,14	-5,42
	7	86,57	9,28	-5,49
	8	87,02	8,80	-5,45
	9	87,25	8,72	-5,58
	10	<b>88,08</b>	<b>8,14</b>	<b>-5,48</b>
<i>Brody</i>	SR	87,57	8,40	-3,69
	5	87,16	8,75	-3,82
	6	86,84	8,92	-3,83
	7	86,92	8,99	-3,80
	8	87,41	8,54	-3,76
	9	87,66	8,45	-3,79
	10	<b>88,48</b>	<b>7,87</b>	<b>-3,69</b>
<i>Gompertz</i>	SR	87,06	8,75	-6,17
	5	86,63	9,09	-6,29
	6	86,30	9,29	-6,28
	7	86,32	9,39	-6,38
	8	86,77	8,97	-6,34
	9	87,00	8,89	-6,48
	10	<b>87,83</b>	<b>8,32</b>	<b>-6,38</b>
<i>Logístico</i>	SR	86,30	9,26	-8,47
	5	85,87	9,61	-8,57
	6	85,54	9,81	-8,52
	7	85,52	9,95	-8,73
	8	85,94	9,54	-8,64
	9	86,19	9,45	-8,78
	10	<b>87,04</b>	<b>8,86</b>	<b>-8,51</b>

SR: Sem Restrição

Devido às pequenas diferenças quanto aos critérios  $R_{aj}^2$ , QMR, EPM entre as uma das estruturas sem e com restrições quanto ao número mínimo de pesagens por animal conclui-se que as restrições não afetaram a qualidade de ajuste. Contudo ao utilizar um conjunto de dados com poucos animais deve-se usar maior número de

pesagem por animal, uma vez que neste trabalho para dados sem restrição foram utilizados 74 animais e com restrição, de no mínimo 10 pesagens, foram utilizados 29 animais. Ressalta-se, também que animais com poucas pesagens (4, 5, etc.), presentes no conjunto de dados sem restrição não prejudicaram as estimativas dos parâmetros e a qualidade de ajuste.

### 4.3 Propriedades da curva de crescimento

Além dos parâmetros implícitos nos modelos, isto é, A, b e k, algumas funções destes parâmetros tais como taxa de crescimento absoluta instantânea (TCI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR) e ponto de inflexão (PI) também são de interesse zootécnico.

O modelo Brody, que melhor se ajustou aos dados, não possui ponto de inflexão, logo não proporciona definição de aceleração crescente e decrescente do crescimento, característica interessante nos estudos de curvas de crescimento. Como exemplo, utilizou-se o modelo de crescimento Gompertz para estimar a TCI, TCIR e PI (Tabela 10)

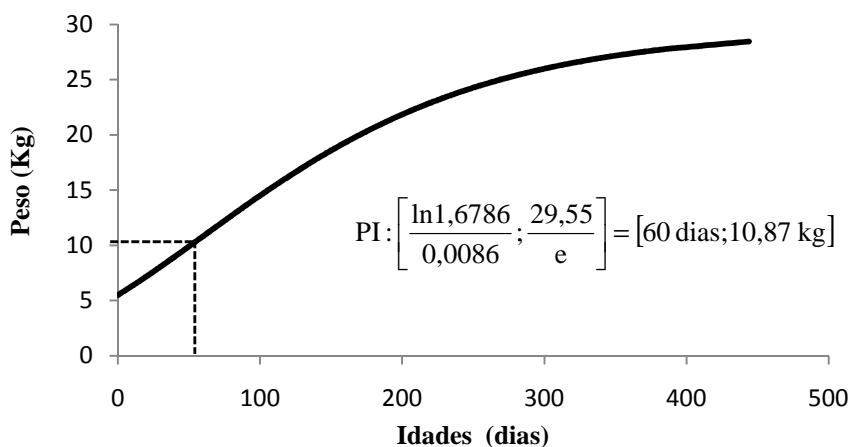
**Tabela 10** - Estimativas da taxa de crescimento instantânea (TCI), taxa de crescimento instantânea relativa (TCIR) e ponto de inflexão [peso; idade] para o modelo não-linear Gompertz

Restrições NMPA	$TCI = \frac{\partial y}{\partial t} = Abke^{[-be^{(-kt)} - kt]}$	$TCIR = \left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)/y = bke^{-kt}$	$\left[\frac{\ln b}{k}; \frac{A}{e}\right]$
SR	$0,4527e^{[-1,6961e^{(-0,0092t)} - 0,0092t]}$	$0,016e^{-0,0092t}$	[10,65; 57,43]
5	$0,4478e^{[-1,6824e^{(-0,0092t)} - 0,0092t]}$	$0,0155e^{-0,0092t}$	[10,64; 56,55]
6	$0,4424e^{[-1,6792e^{(-0,0091t)} - 0,0091t]}$	$0,0153e^{-0,0091t}$	[10,65; 56,96]
7	$0,4375e^{[-1,6757e^{(-0,0090t)} - 0,0090t]}$	$0,0151e^{-0,0090t}$	[10,67; 57,36]
8	$0,4302e^{[-1,6633e^{(-0,0089t)} - 0,0089t]}$	$0,0148e^{-0,0089t}$	[10,69; 57,17]
9	$0,4164e^{[-1,6630e^{(-0,0086t)} - 0,0086t]}$	$0,0143e^{-0,0086t}$	[10,71; 59,14]
10	$0,4213e^{[-1,6776e^{(-0,0085t)} - 0,0085t]}$	$0,0143e^{-0,0085t}$	[10,87; 60,86]

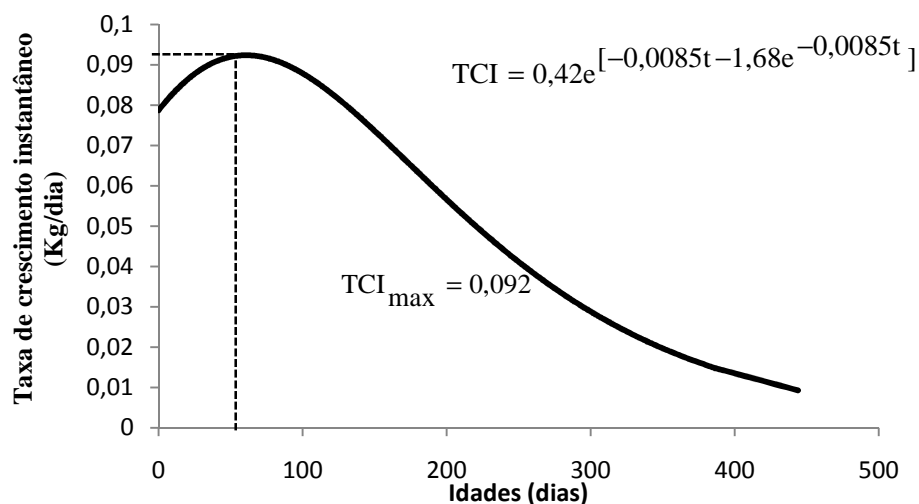
SR: Sem Restrições

As estimativas do peso em função da idade e a taxa de crescimento instantâneo ao longo do tempo estão representadas graficamente nas Figuras 2 e 3 respectivo. O parâmetro A (29,55 kg) representa a estimativa do peso assintótico (Figura 2), que é interpretado como o peso adulto. Esse peso não é o máximo que o animal atinge, e sim o peso médio à maturidade livre das variações sazonais (BROWN et al., 1976). Existem controvérsias sobre o tamanho adulto ótimo, que depende da espécie, raça, seleção praticada previamente, do sistema de manejo e das condições climáticas. De acordo com ZAPATA et al. (2001), os ovinos adultos do nordeste brasileiro apresentam peso vivo em torno de 30 kg, com média geralmente inferior à de animais de raças de clima temperado criados na região sul, com aptidão para produção de lã e carne.

As características da curva de Gompertz giram em torno do ponto de inflexão, em que a taxa de crescimento é máxima. A idade na qual ocorreu PI foi de aproximadamente 60 dias (Figura 3). Nesse ponto, a peso corporal é igual a aproximadamente 10,87 Kg.



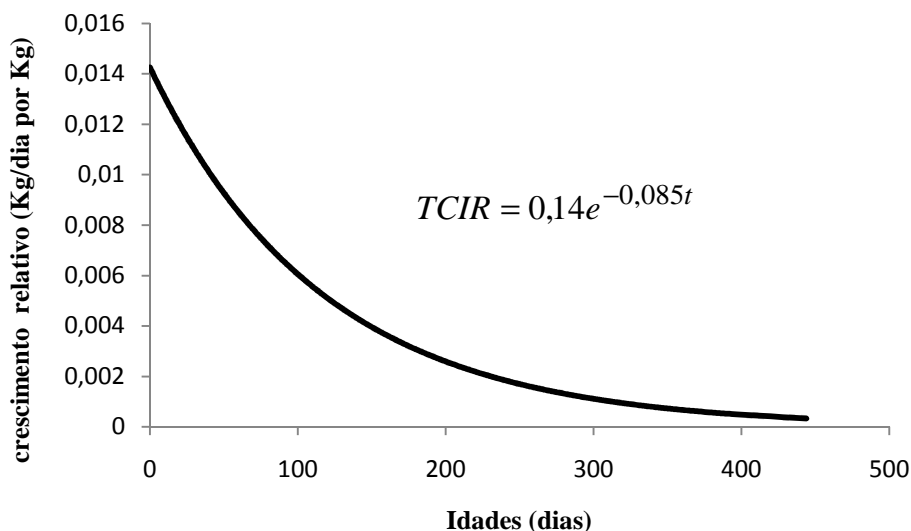
**Figura 2** - Estimativa do peso em função das idades a partir do modelo Gompertz para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal considerando o peso médio de ovinos cruzados Texel x Santa Inês



**Figura 3** - Taxa de crescimento instantâneo em função da idade usando a curva Gompertz para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal considerando os pesos médios

As maiores taxas de crescimento instantânea (TCI) foram verificadas no período pré-desmame até os 60,87 dias (Figuras 2 e 3), época que o cordeiro ainda é dependente do ambiente materno, principalmente, da produção de leite da mãe. As TCI foram crescentes até aproximadamente 0,092 Kg por dia e o ponto de inflexão em torno de 60 dias (Figura 3). A partir do ponto de inflexão a TCI teve acentuada queda, sendo os ganhos no final do período muito pequenos, notavelmente, após os 200 dias de idade (ganhos abaixo de 0,057). Essa informação, segundo Malhado et al. (2009), é importante para auxiliar os produtores em programas alimentares e na definição da melhor idade ao abate. Assim, estratégias nutricionais para a fase pós-desmama podem ser implementadas, de forma a minimizar os efeitos da mudança de dieta nesta fase, amenizando o acentuado decréscimo da TCI na pós-desmama e estabelecer a idade de abate com melhor custo-benefício.

Malhado et al. (2009), ao trabalhar com dados de ovinos cruzados Texel x Santa Inês, relataram que o ponto de inflexão ocorreu em torno dos 71 dias idade com peso de aproximadamente 10,7 kg. Enquanto Sarmento et al. (2006), em estudos com ovinos da raça Santa Inês, relataram que a TCI foi crescente até 0,170 kg por dia e o ponto de inflexão foi atingido com 52 dias de idade.



**Figura 4** - Taxa de crescimento instantâneo relativo (TCIR) em função da idade, usando a curva de Gompertz para NMPA 10

Observa-se que nos primeiros dias de vida, a taxa de o crescimento instantânea relativo foi maior decaindo ao longo do tempo, conforme mostrado na Figura 4. Observa-se que para idade  $t=10$  dias a  $TCIR=0,01$  kg/dia por kg e para  $t=100$  dias a  $TCIR=0,006$  kg/dia por kg. Assim, um animal com 5 kg apresentaria ganho de peso de 0,05/dia, enquanto para um animal com 7 kg o ganho de peso seria de 0,07/dia. Embora as TCI sejam diferentes, ambos têm a mesma taxa de crescimento relativo ao peso. A principal vantagem da TCIR seria a possibilidade de seleção para maiores taxas de crescimento sem a influência do peso do animal e, conseqüentemente, de animais mais precoces, sem o favorecimento de animais muito pesados à idade adulta.

O uso da TCIR como estratégia para alterar a forma da curva de crescimento dos animais foi descrito por Fitzhugh e Taylor (1971). Smith et al. (1976) sugeriram que a seleção para TCIR poderia aumentar efetivamente as taxas de crescimento.

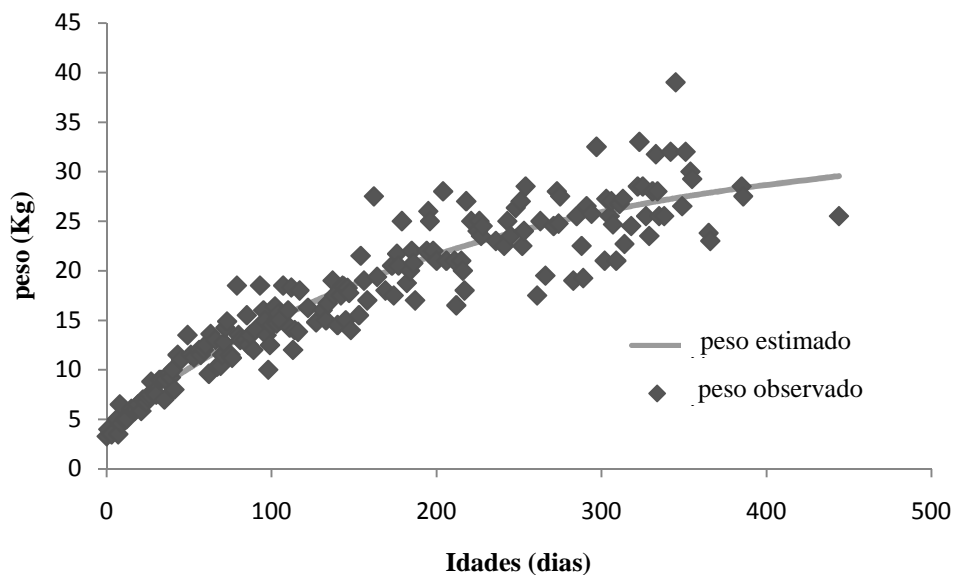
#### 4.4 Técnicas de Diagnóstico

A aplicação das técnicas de diagnóstico é de fundamental importância para verificar (validar) a adequação de ajuste de modelo de regressão, bem como identificar observações que podem influenciar consideravelmente tal ajuste. Ao

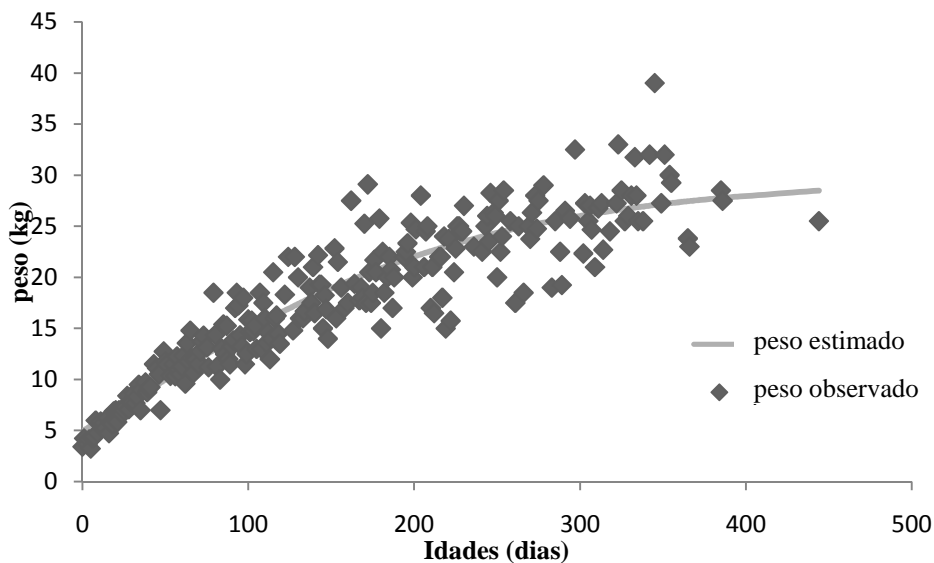
aplicar a análise de regressão a um conjunto de dados, deve-se estar ciente de que o ajuste razoável (satisfatório) de um modelo de regressão vem acompanhado de uma boa análise de diagnóstico.

Como os modelos apresentaram estimativas e qualidade de ajuste muito próximos, aplicou-se a análise de diagnóstico apenas para o ajuste do modelo Brody para os dados de pesos médios sem restrição e com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal.

Nas Figuras 5 e 6, apresenta-se a dispersão dos dados Pesos médios observados e estimados em função da idade com o modelo Brody ajustado para dados com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal sem restrição quanto ao número de pesagens, respectivamente para dados com e sem restrição.



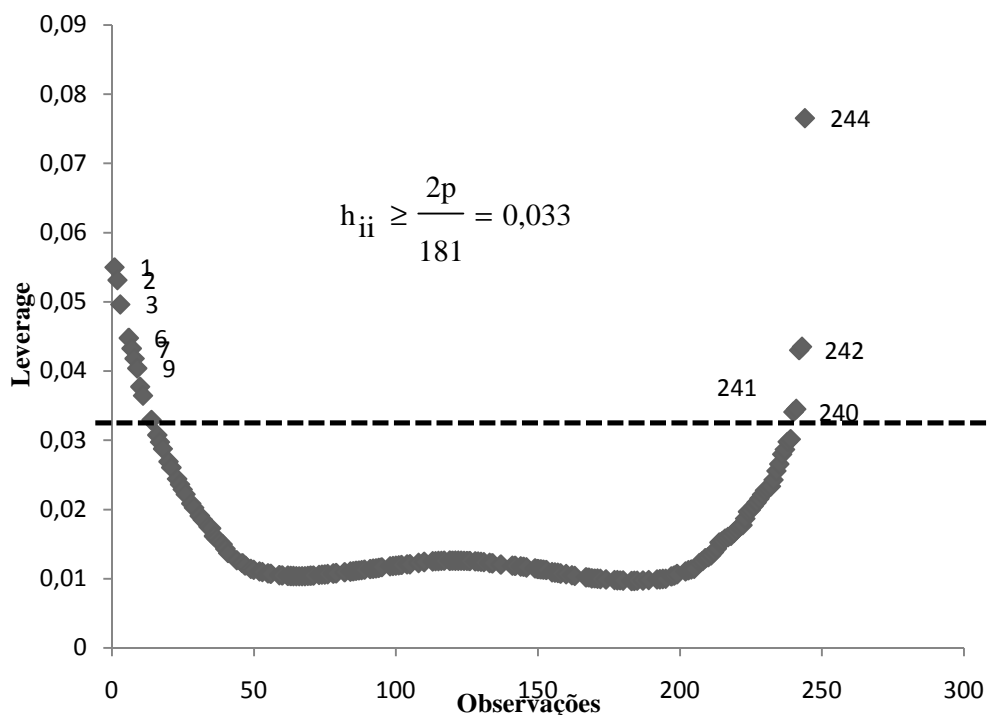
**Figura 5** - Pesos médios observados e estimados em função da idade com o modelo Brody ajustado para dados com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal



**Figura 6** - Pesos médios observados e estimados em função da idade com o modelo Brody ajustado para estrutura sem restrição quanto ao número de pesagens

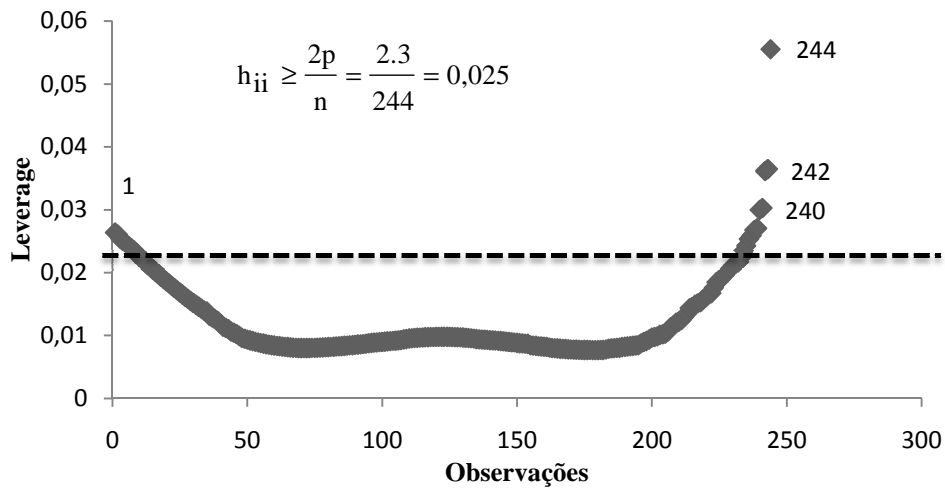
. Na Figura 5 pode-se observar que para dados com restrição os pesos observados estão mais dispersos após 150 dias. Enquanto, para dados sem restrição (Figura 6) ocorreu maior dispersão após os 100 dias. No entanto, pela análise dos gráficos de dispersão, verifica-se que o ajuste a partir de dados com e sem restrição foi muito próximo.

Pode-se observar na Figura 7 que os valores dos “*Leverage*” encontram-se entre 0,010 e 0,067 e que as observações (1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 240, 241, 242, 243 e 244) são pontos de alavanca, por apresentarem alto “*Leverage*”, com  $h_{ii} \geq 0,033$ . Eles apresentaram uma alta influência (medida através de  $\frac{\partial \hat{y}}{\partial y} = h_{ii}$ ) do peso observado sobre o peso predito.



**Figura 7** - Avaliação de Pontos de Alavanca para dados com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal para modelo Brody, considerando valores de “*Leverage*”

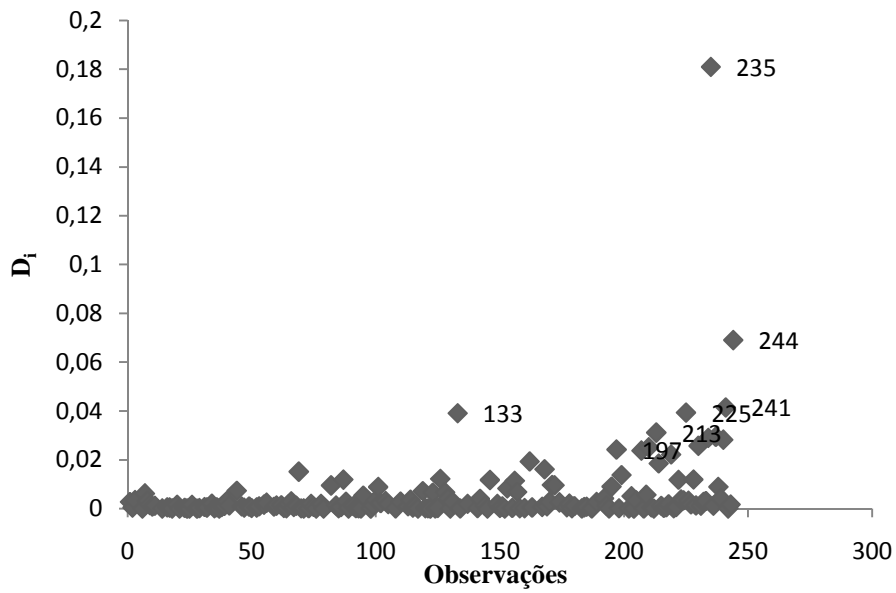
Para dados sem restrição, observa-se na Figura 8 que os valores dos “*Leverage*” tiveram uma variação de 0,077 à 0,056 e foram identificadas 14 observações com elevados valores dos “*Leverage*” ( $h_{ii} \geq 0,025$ ), tais observações foram 1, 2, 3, 4, 5, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244. Estes apresentaram alta influência do peso observado sobre o peso predito.



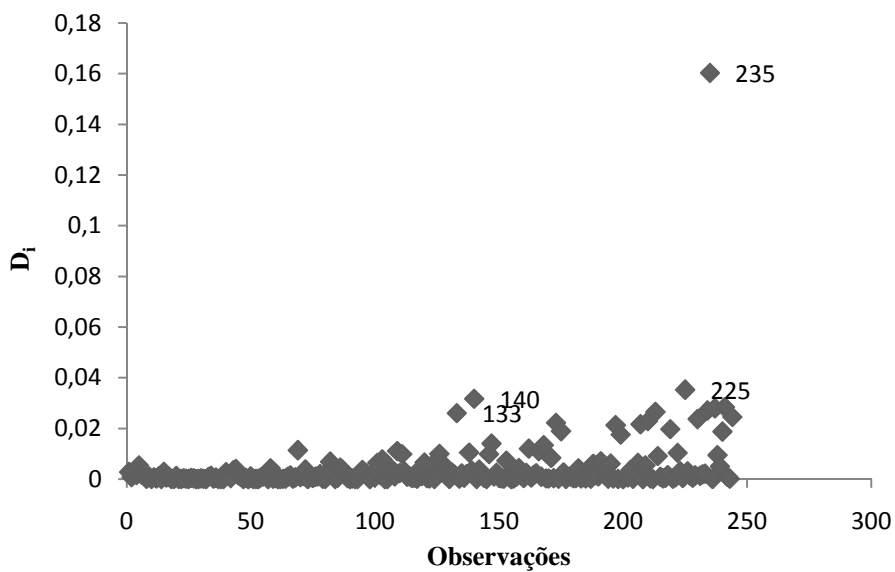
**Figura 8** - Avaliação de Pontos de Alavanca para dados sem restrição no número de pesagens usando o modelo Brody, considerando valores de “Leverage”

Tanto para os dados com restrição de no mínimo 10 pesagens quanto sem restrição observa-se que as primeiras observações (animais de mais novos) e as últimas (animais mais velhos) foram identificados como pontos de alavanca.

Nota-se pelas Figuras 9 e 10, para dados com restrição e sem restrição de no mínimo 10 pesagens, respectivamente, que os  $D_i$  foram baixos variando de 0,01 a 0,076 para com restrição e 0,01 a 0,06 para sem restrição indicando que não houve pontos que possivelmente terão um peso desproporcional nas estimativas dos parâmetros, ou seja, pontos influentes, pois não há observações tais que  $D_i \geq F_{p, n-p}(0.5) = 0,79$ .

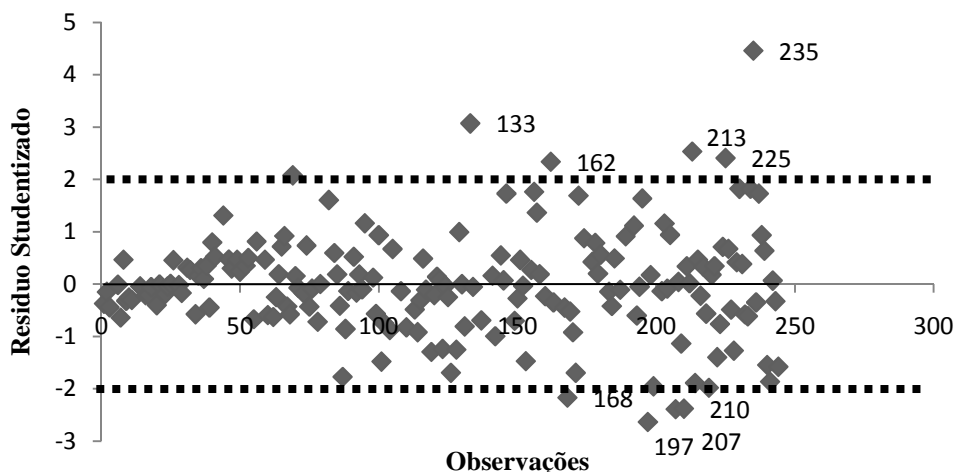


**Figura 9** - Distância de Cook para avaliação de medidas influentes para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal para modelo Brody



**Figura 10** - Distância de Cook para avaliação de medidas influentes para dados sem restrição para modelo Brody

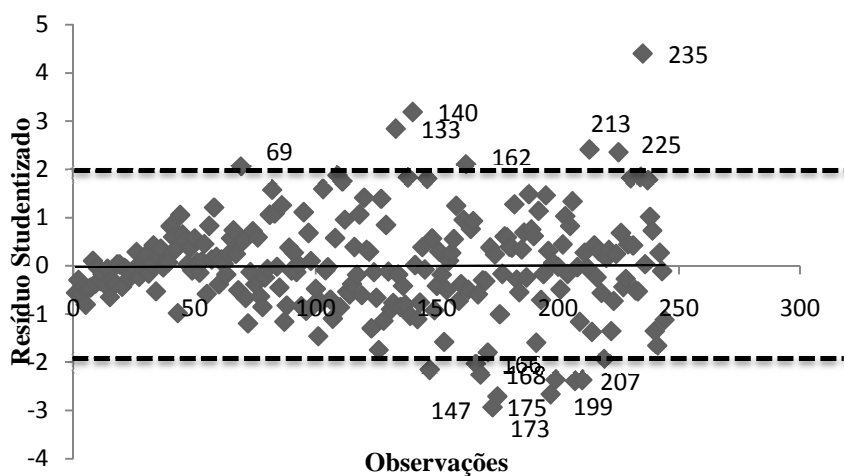
Na avaliação para Pontos Aberrantes (Figura 11), observou-se que houve observações com alto resíduo Studentizado, fora dos limites (-2; 2). Estes pontos são considerados marginalmente aberrantes, uma vez que o resíduo para estas observações foram significativamente diferente de zero, indicando que o modelo selecionado não descreve, completamente, estas observações.



**Figura 11** - Avaliação para Pontos Aberrantes para restrição de no mínimo 10 pesagens por animal usando o modelo Brody, através do resíduo Studentizado

Foram identificadas 10 observações com alto resíduo, indicando pontos aberrantes para ajuste a partir de dados com restrição. Tais observações foram 69, 133, 162, 168, 197, 207, 210, 213, 225, 235. Há relativamente poucos pontos aberrantes implicando um bom ajuste.

No gráfico para avaliação de Pontos Aberrantes (Figura 12), considerando dados sem restrição, observou-se 14 observações (133, 140, 147, 162, 168, 173, 175, 197, 199, 207, 210, 213, 225 e 235) com alto resíduo Studentizado, ficando fora do limite (-2; 2).



**Figura 12** - Avaliação para Pontos Aberrantes para dados sem restrição quanto ao número de pesagens para modelo Brody

Reajustou-se o modelo Brody para dados de peso médio para os dados com restrição de no mínimo dez pesagens por animal, eliminando conjuntamente as observações detectadas na análise de diagnóstico. A Tabela 11 apresenta as estimativas para os parâmetros da curva Brody e os avaliadores de ajuste  $R_{aj}^2$ , EPM e QMR, após a eliminação dos pontos detectados na análise de diagnóstico.

**Tabela 11** - Estimativa dos parâmetros e os avaliadores de ajuste para dados restrição de no mínimo 10 pesagens para ajuste da curva Brody sem as observações detectadas na análise de diagnóstico

Parâmetros			Avaliadores de Ajuste		
A	b	K	$R_{aj}^2$	QMR	EPM
36,76	0,8676	0,00366	90,54%	4,22	-1,47
33,50	0,8728	0,0045	87,43%	6,94	-2,15

Reajustou o modelo Brody para dados de peso médio para dados sem restrição eliminando conjuntamente as observações detectadas na análise de diagnóstico. . A Tabela 12 apresenta as estimativas para os parâmetros da curva Brody e os avaliadores de ajuste  $R_{aj}^2$ , EPM e QMR.

**Tabela 12** - Estimativa dos parâmetros e os avaliadores de ajuste para dados sem restrição para ajuste da curva Brody sem as observações detectadas na análise de diagnóstico

Parâmetros			Avaliadores de Ajuste		
A	b	K	$R_{aj}^2$	QMR	EPM
32,45	0,8778	0,00496	90,30%	4,44	-1,53
32,16	0,8844	0,0051	88,48%	7,87	-3,69

Observar-se que com a retirada das observações detectadas na análise de diagnóstico houve um aumento no  $R_{aj}^2$  de 87,43% para 90,54%, e uma redução para o QMR de 6,94 para 4,22 e do EMP de -2,15 para -0,0147, para dados com restrição (Figura 11). Também houve um aumento do  $R_{aj}^2$  de 86,40% para 90,30%, e uma

redução para o QMR de 7,31 para 4,44 e do EMP de -2,22 para -1,53 para os dados sem restrição (Figura 12).

Portanto, com a retirada das observações detectadas na técnica de diagnóstico houve uma melhora no ajuste da curva Brody tanto para os dados sem e com restrição de no mínimo 10 pesagens por animal. Indicando que a análise de diagnóstico pode contribuir muito para melhorar a qualidade de ajuste de modelos de curvas de crescimento.

## 5 CONCLUSÕES

As restrições para número mínimo de pesagens por animal não influenciaram as estimativas dos parâmetros e a qualidade do ajuste dos modelos von Bertalanffy, Brody, Gompertz e Logístico. Logo, conjuntos de dados com poucos animais, porém com maior frequência de pesagens por animal são adequados para ajuste de modelos de curvas de crescimento. Também a utilização de dados com grande variação no número de pesagens por animal (4 a 13 pesagens) não comprometeu a qualidade de ajuste dos modelos.

O estudo da curva de crescimento em ovinos cruzados Texel x Santa Inês permitiu identificar uma queda acentuada de ganho de peso, a partir dos 60 dias de idade, período em que os animais foram desmamados. A queda de ganho de peso foi intensificada a partir dos 200 dias, sugerindo um manejo nutricional adequado e específico nesta fase. A taxa de crescimento estimada indica que estratégias nutricionais devem ser implantadas, com o objetivo de incrementar o ganho de peso na fase pós-desmama.

A aplicação das técnicas de diagnóstico foi de fundamental importância para melhorar a qualidade de ajuste dos modelos, uma vez que foram identificados pontos de alavanca, pontos aberrantes e medidas influentes que afetaram consideravelmente o ajuste. Com relação às estruturas de dados sem e com restrição os resultados para análise de diagnóstico foram muito semelhantes. Portanto, para obter melhor ajuste, recomenda-se aplicar as técnicas de análise de diagnóstico.

O ajuste dos modelos a partir de pesos médios por idade apresentou maiores valores de coeficiente de determinação ajustado e menores valores de quadrado médio do resíduo e erro médio em comparação ao ajuste de pesos individuais.

## 6 REFERÊNCIAS

AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transaction on Automatic Control**, v.19, p.716-723, 1974.

BELSLEY , D. A.; KU H, E.; W ELSCH, R . E. **Residuals and influence in regression**. London: Chapman & Hall, 1980. 292p.

BROWN, J.E.; FITZHUGH Jr., H.A.; CARTWRIGHT, T.C. A comparison of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. **Journal of Animal Science**, Champaign, v.42, n.4, p.810-818, Apr. 1976.

CARNEIRO, P.L.S.; MALHADO, C.H.M.; SOUZA JÚNIOR, A.A.O.; SILVA, A.G.S.; SANTOS, F.N.; SANTOS, P.F.; PAIVA, S.R. Desenvolvimento ponderal e diversidade fenotípica entre cruzamentos de ovinos Dorper com raças locais. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, v.42, n.7, p.991-998, 2007.

CARTWRIGHT, T.C. Selection criteria for beef cattle for the future. **Journal of Animal Science**, v.30, p.706-711, 1970.

COOK, R . D. **Assessment of local influence (with discussion)**. J . R. S tat. S oc. S er. B, London, v.48, p.133-169, 1986.

COOK, R . D. **Detection of influential observations in linear regressions**. Tech nometrics, Alexandria, v.19, p.15-18, 1977.

COOK, R . D.; W EISBER G , S. **Residuals and influence in regression**. London: Chapman & Hall, 1982. 230p.

FITZHUGH Jr., H.A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shapes. **Journal of Animal Science**, Champaign, v.42, n.4, p.1036-1051, Apr.1976.

FITZHUGH Jr., H.A. TAYLOR, S.C.S. Genetic analysis of degree of maturity. **J. Anim. Sci.**, v.33, p.717-725, 1971.

FREITAS, A.R.de. Curvas de crescimento na produção animal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.34, n.3, p.786-795, 2005.

GOONEWARDENE, L.A.; BERG, R.T.; HARDIN, R.T. A growth study of beef cattle. **Canadian Journal of Animal Science**, v.61, p.1041-1048, 1981.

GUEDES, M. H.P.; MUNIZ, J.A.; SILVA, F.F.; AQUINO, L.H. Análise Bayesiana da curva de crescimento de cordeiros da raça Santa Inês. **Arq. Bras. Med. Vet. Zootec.**, v.57, n.3, p.415-417, 2005.

HOAGLIN, D. C.; WELSCH, R. E. (1978). **The hat matrix in regression and ANOVA.** The American Statistician 32, 17-22.

LOBO, R.N.B.; VILLELA, L.C.V.; LOBO, A.M.B.O.; PASSOS, J.R.de.S.; OLIVEIRA, A.A.de. Parâmetros genéticos de características estimadas da curva de crescimento de ovinos da raça Santa Inês. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.35, n.3, p.1012-1019, 2006 (supl.).

MALHADO, C.H.M.; CARNEIRO, P.L.S.; AFFONSO, P.R.A.M.; SOUZA Jr., A.A.O.; SARMENTO, J.L.R. Growth curves in Dorper sheep crossed with the local Brazilian breeds, Morada Nova, Rabo Largo, and Santa Inês. **Small Ruminant Research**, v.84, p.16-21, Jun 2009.

MALHADO, C.H.M.; CARNEIRO, P.L.S.; CRUZ, J.F.da.; OLIVEIRA, D.F.de.; AZEVEDO, D.M.M.R.; SARMENTO, J.L.R. Curvas de crescimento para caprinos da raça Anglo-Nubiana criados na caatinga: rebanho de elite e comercial. **Rev. Bras. Saúde Prod. An.**, v.9, n.4, p. 662-671, out/dez, 2008.

MALHADO, C.H.M.; CARNEIRO, P.L.S.; SANTOS, P.F.; AZEVEDO, D.M.M.R.; SOUZA, J.C.de; AFFONSO, P.R.M. Curva de crescimento em ovinos mestiços Santa Inês x Texel criados no Sudoeste do Estado da Bahia. **Rev. Bras. Saúde Prod. An.**, v.9, n.2, p. 210-218, abr/jun, 2008.

McMANUS, C.; EVANGELISTA, C.; FERNANDES, L.A.C.; MIRANDA, R.M.; MORENO-BERNAL, F.E.; SANTOS, N.R. Curvas de Crescimento de Ovinos Bergamácia Criados no Distrito Federal. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v.32, n.5, p.1207-1212, 2003.

PAULA, G.A. **Modelos de Regressão com apoio computacional**, São Paulo: IME/USP, Disponível em: <<http://www.ime.usp.br/giapaula/livro.pdf>> Acesso em: 12 dezembro. 2010.

RICHARDS, F.J. A flexible growth function for empirical use. **Journal of Experimental Botany**, Oxford, v.10, p.290-300, 1959.

- SANTOS, R. dos. Os cruzamentos na pecuária tropical. **Agropecuária Tropical**. 1999. 672p.
- SARMENTO, J. L. R. *et al.* Estudo da curva de crescimento de ovinos Santa Inês. **Revista Brasileira de Zootecnia**, v. 35, n. 02, p. 435-442, 2006.
- SAS Institute Inc. **Statistical Analysis System user's guide**. Version 9.1 ed. Cary: SAS Institute, USA, 2003.
- SCHWARZ, G. Estimating the dimension of a model. **Annals of Statistics**, v.6, p.461-464, 1978.
- SILVEIRA, F.G. Classificação multivariada de modelos de crescimento para grupos genéticos de ovinos de corte, 2010, 59f. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Viçosa– Departamento de Estatística, Viçosa – Minas Gerais
- SILVEIRA, F.G.; SILVA, F. F.; CARNEIRO, P.L.S.; MALHADO, C.H.M.; PETERNELLI, L.A.; SOUZA Jr, A.A.O. **Classificação multivariada de modelos de crescimento para grupos genéticos de ovinos de corte**. In: **54ª RBRAS** (Reunião Anual da Região Brasileira da Sociedade Internacional de Biometria) e **13º SEAGRO** (Simpósio de Estatística Aplicada à Experimentação Agrônômica), 2009, São Carlos-SP. Anais da 54ª RBRAS e 13º SEAGRO. São Carlos-SP: UFScar, 2009.
- SOUZA, G.S. **Introdução aos modelos de regressão linear e não linear**. Brasília: EMBRAPA-SPI, 1998. 505p.
- TEDESCHI, L.O. et al. Estudo da curva de crescimento de animais da raça Guzerá e seus cruzamentos alimentados a pasto, com e sem suplementação: análise e seleção das funções não-lineares. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 29, n. 2, p. 630-637, 2000.
- TOPAL, M.; OZDEMIR, M.; AKSAKAL, V.; YILDIZ, N.; DOGRU, U. Determination of the best nonlinear function in order to estimate growth in Morkaraman and Awassi lambs. **Small Ruminant Research**, v.55, p.229–232, 2004.
- VON BERTALANFFY, L. **Quantitative laws for metabolism and growth**. Q. Rev. Biol. 32:217–231, 1957.
- ZAPATA, J.F.F.; NOGUEIRA, C.M.; SEABRA, L.M.J *et al.* Composição centesimal e lipídica da carne de ovinos do nordeste brasileiro. **Ciência Rural** vol.31 no. 4 Santa Maria July/Aug. 2001.