

ALINE FERNANDES HELENO

**ANÁLISE INVERSA DA PROVA-DE-CARGA EM UMA SAPATA RÍGIDA
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada à
Universidade Federal de Viçosa, como
parte das exigências do Programa de
Pós-Graduação em Engenharia Civil,
para obtenção do título de *Magister
Scientiae*.

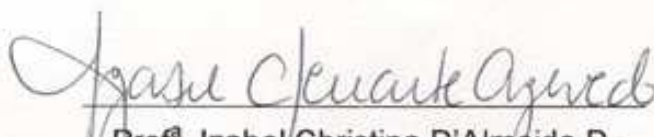
VIÇOSA
MINAS GERAIS - BRASIL
2011

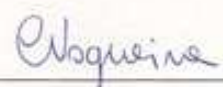
ALINE FERNANDES HELENO

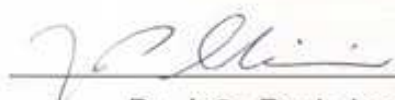
**ANÁLISE INVERSA DA PROVA-DE-CARGA EM UMA SAPATA RÍGIDA
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada
à Universidade Federal de Viçosa,
como parte das exigências do
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, para obtenção do
título de *Magister Scientiae*.

Aprovada: 28 de fevereiro de 2011.


Prof.^a Izabel Christina D'Almeida D.
de Azevedo
(Coorientadora)


Prof.^a Christianne de Lyra Nogueira
(Coorientadora)


Dr. João Paulo Laquini


Prof.^a Adinele Gomes Guimarães


Prof. Roberto F. Azevedo
(Orientador)

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Roberto, Christianne, Adinele, Izabel e João pelos inúmeros ensinamentos. Em especial ao Prof. Roberto pela paciência, motivação, amizade e preciosos conselhos.

Aos meus queridos pais, meus exemplos de vida. Agradeço pelo constante incentivo, companheirismo.

Ao Tiago agradeço pelo constante apoio, cumplicidade, compreensão e carinho.

Ao meu irmão, meu exemplo de dedicação. Agradeço pelos conselhos.

Aos meus amigos pelos momentos de descontração.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação, agradeço pelos ensinamentos.

Aos funcionários do departamento de Engenharia Civil, em especial Cristina e Izabela, que me auxiliaram em vários momentos.

À CAPES pela bolsa de estudo concedida.

A todos que, direta ou indiretamente, colaboraram durante o desenvolvimento deste trabalho.

ÍNDICE

LISTA DE FIGURAS	iv
LISTA DE TABELAS.....	vii
RESUMO.....	viii
ABSTRACT.....	ix
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 GENERALIDADES.....	1
1.2 OBJETIVO	3
1.3 ORGANIZAÇÃO	3
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
2.1 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	5
2.1.3 Forças Nodais.....	16
2.1.4 Forças de Superfície.....	18
2.1.5 Forças devidas ao peso próprio.....	20
2.2 MODELO CONSTITUTIVO.....	22
2.2.1 Modelo Hiperbólico.....	23
2.3 ANÁLISE INVERSA	26
2.4 OTIMIZAÇÃO	28
2.4.1 Algoritmo Genético.....	31
2.5 TRABALHOS CORRELATOS.....	38
3. MATERIAIS E MÉTODOS.....	43
3.1 PROVA DE CARGA.....	43
3.2 ENSAIOS DE LABORATÓRIO.....	47
3.3 PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DO PROGRAMA DESENVOLVIDO.....	50
3.4 ANÁLISE INVERSA	51
4. RESULTADOS	54
4.1 CALIBRAÇÃO DO MODELO HIPERBÓLICO	54
4.2 EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO DO PROGRAMA ANINVEC.....	58
4.2.1 Ensaio Triaxial.....	58
4.2.2 Tensões e deslocamentos devidos à sobrecarga circular.....	60
4.3 ANÁLISE DA PROVA DE CARGA	65
5. CONSIDERAÇÕES GERAIS, CONCLUSÕES E SUGESTÕES	77
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	81
ANEXO A - INTERFACE DO PROGRAMA ANINVEC.....	85

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplos de tensão plana (a) viga (b) placa.	7
Figura 2 – Exemplos de problemas de deformação plana.	7
Figura 3 – Exemplos de problemas axissimétricos (a) sapata circular, (b) estaca, (c) ensaio triaxial.	8
Figura 4 – Elemento (a) Estado plano de tensão e deformação (b) Estado axissimétrico.	9
Figura 5 – Coordenadas locais ou de área.	11
Figura 6 – Tensão e deformação no estado axissimétrico.	13
Figura 7 – Forças de Superfície.	18
Figura 8 – Elemento com uma das faces carregada.	19
Figura 9 – Fluxograma das etapas típicas de um programa de elementos finitos na análise de problemas de tensão-deformação.	22
Figura 10 – Modelo Hiperbólico: (a) Curva real; (b) Curva Transformada.	24
Figura 11 – Envoltória de ruptura (Mohr Coulomb).	25
Figura 12 – Resolução problema direto.	26
Figura 13 – Resolução problema inverso.	27
Figura 14 – Mínimo de $f(x)$ é o mesmo que o máximo de $-f(x)$	28
Figura 15 – Pontos extremos de uma função em um dado intervalo.	29
Figura 16 – Esboço, cromossomo.	33
Figura 17 – <i>Crossover</i> BLX- α	37
Figura 18 – Localização do campo experimental do DEC/UFV.	44
Figura 19 – Locação do poço para coleta de amostras e dos furos de sondagem.	44
Figura 20 – Resultados das sondagens.	45
Figura 21 – Curva tensão-recalque.	47
Figura 22 – Curva granulométrica do solo.	48
Figura 23 – Curva tensão desviadora em função da deformação axial.	49

Figura 24 – Curva deformação volumétrica em função da deformação axial.	49
Figura 25 – Malha: (a) super elementos (b) gerada automaticamente.	51
Figura 26 – Fluxograma análise inversa com MEF e algoritmo genético proposto.	53
Figura 27 – Gráfico normalizado do modelo hiperbólico.	54
Figura 28 – Determinação de c e ϕ	55
Figura 29 – Parâmetros K e n	56
Figura 30 – Parâmetros K_b e m	56
Figura 31 – Reconstituição das curvas tensão desviadora e deformação volumétrica em função da deformação axial.	57
Figura 32 – Malha de elementos finitos e parâmetros do solo – Triaxial.	59
Figura 33 – Curva tensão desviadora versus deformação axial – comparação ANINVEC e Calibração.	59
Figura 34 – Curva deformação volumétrica versus deformação axial – comparação ANINVEC e Calibração.	60
Figura 35 – Carga vertical distribuída em uma área circular aplicada em um semi- espaço infinito.	60
Figura 36 – Malha de elementos finitos gerada pelo ANINVEC e propriedades do solo – Sobrecarga circular.	62
Figura 37 – Malha de elementos finitos gerada pelo SIGMA – Sobrecarga circular.	62
Figura 38 – Tensão vertical em função da profundidade.	63
Figura 39 – Tensão horizontal em função da profundidade.	64
Figura 40 – Deslocamento em Y devido ao carregamento em função da profundidade.	64
Figura 41 – Malha de elementos finitos da prova de carga.	65
Figura 42 – Estado de Tensão Inicial – Valores em KPa.	66
Figura 43 – Convergência do algoritmo genético variando o tamanho da população inicial – análise 1, 2 e 3.	69

Figura 44 – Convergência do algoritmo genético variando o tamanho da população inicial – análise 4, 5 e 6.....	69
Figura 45 – Comparação entre as curvas de campo, de calibração e numérica do modelo hiperbólico com parâmetros otimizados – análise 1, 2 e 3.....	70
Figura 46 – Comparação entre as curvas de campo, de calibração e numérica do modelo hiperbólico com parâmetros otimizados – análise 4, 5 e 6.....	70
Figura 47 – Deslocamento Vertical, no final do carregamento – valores grafados em metros.	72
Figura 48 – Deslocamento Horizontal, no final do carregamento – valores grafados em metros.	73
Figura 49 – Tensão Vertical, no final do carregamento. (a) distribuição de tensão na superfície estudada (b) detalhe da distribuição de tensão próximo à sapata – valores grafados em metros.....	74
Figura 50 – Tensão Horizontal, no final do carregamento. (a) distribuição de tensão na superfície estudada (b) detalhe da distribuição de tensão próximo à sapata – valores grafados em metros.....	75
Figura 51 – Tela de apresentação.	87
Figura 52 – Tela inicial.....	87
Figura 53 – Barra de Ferramentas.....	88
Figura 54 – <i>Menu</i> : Arquivo.....	88
Figura 55 – <i>Menu</i> : Procedimento.....	88
Figura 56 – Caixa de Diálogo – Propriedades dos Elementos.	89
Figura 57 – Caixa de Diálogo – Dados da Malha.	89
Figura 58 – Caixa de Diálogo – Ações Atuentes.....	90
Figura 59 – Caixa de Diálogo – Dados de Ensaios.	90

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados dos ensaios de caracterização	48
Tabela 2 – Parâmetros a e b	55
Tabela 3 – Parâmetros calibrados do modelo hiperbólico.....	57
Tabela 4 – Parâmetros otimizados do modelo hiperbólico	67
Tabela 5 – Descrição das análises	67
Tabela 6 – Limites inferior e superior de cada parâmetro – análise 1,2 e 3.....	67
Tabela 7 – Limites inferior e superior de cada parâmetro – análise 4, 5 e 6.....	68

RESUMO

HELENO, Aline Fernandes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, fevereiro de 2011.
Análise inversa da prova-de-carga em uma sapata rígida utilizando o método dos elementos finitos. Orientador: Roberto Francisco Azevedo. Co-orientadores: Christianne de Lyra Nogueira e Izabel Christina D’Almeida Duarte de Azevedo.

A avaliação de parâmetros geotécnicos com base em dados de ensaios de campo é um procedimento promissor em geotecnia. A utilização de métodos numéricos e técnicas de otimização permitem que estas estimativas sejam feitas de uma forma menos subjetiva. Nesse sentido, a presente dissertação visa desenvolver um programa computacional, que utiliza o método dos elementos finitos (MEF) para solucionar problemas mecânicos de equilíbrio estático em condições de deformação bidimensionais e axissimétricos incorporando processos de otimização para realizar análises inversas de ensaios de campo. Inicialmente, faz-se uma revisão bibliográfica sobre assuntos pertinentes ao tema. Em seguida, apresenta-se a prova de carga a ser analisada, bem como a metodologia a ser usada. Por fim, apresentam-se resultados que validam o programa computacional desenvolvido e, em seguida, resultados da análise inversa de uma prova de carga. Conclui-se que a metodologia adotada teve bom êxito e sugerem-se aperfeiçoamentos a serem incorporados em trabalhos futuros.

ABSTRACT

HELENO, Aline Fernandes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, February, 2011.
Inverse analysis of a loading test on a rigid footing using the finite element method. Advisor: Roberto Francisco Azevedo. Co-Advisors: Christianne de Lyra Nogueira and Izabel Christina D'Almeida Duarte de Azevedo.

The evaluation of geotechnical parameters based on field test data is a promising procedure in geotechnical engineering. The use of numerical methods and optimization techniques allow these estimates to be made of a less subjective way. In that sense, this dissertation aims to develop a computer program which uses the finite element method (FEM) to solve mechanical problems of static equilibrium in two-dimension and axisymmetric conditions, incorporating optimization processes to make inverse analyses of field tests. The dissertation begins with a literature review on topics relevant to the subject studied. Following, the load test analyzed is presented as well as the methodology used. Finally, results that validate the computer program developed and results of the inverse analysis of the load test are presented. It is concluded that the method worked quite adequately and improvements are suggested to be made in future works.

1. INTRODUÇÃO

1.1 Generalidades

Na engenharia geotécnica, o método dos elementos finitos (MEF) permite analisar diversos problemas como, fluxo de água em estado líquido e/ou em forma de vapor, fluxo de calor por convecção e/ou advecção, fluxo de contaminantes, bem como problemas de tensão-deformação-resistência. Esses problemas podem ser resolvidos, isolada ou acopladamente, em diferentes estruturas geotécnicas como, fundações, barragens, escavações, etc. No entanto, algumas fontes de incerteza ainda existem, em relação aos resultados obtidos, uma vez que esses problemas são particularmente afetados pelo solo, cujo comportamento é normalmente avaliado por meio de ensaios de laboratório e/ou campo.

Em laboratório, se tem maior controle dos ensaios como, por exemplo, do carregamento que está sendo aplicado e as consequentes medições de grandezas que definem o que está ocorrendo com determinada amostra de solo. Ainda assim, alguns erros são inevitavelmente causados pela amostragem do solo no campo, entre eles a: variação da umidade, perturbações na estrutura do solo, além de eventual pequena representatividade da amostra em relação ao maciço de solo como um todo.

Nos ensaios de campo, ao contrário, as questões da amostragem e representatividade são quase que totalmente resolvidas. No entanto, estes ensaios impõem, inevitavelmente, mais dificuldade para controlar o carregamento e, principalmente, medir diretamente as grandezas que definem o comportamento do solo. Por isso, requerem teorias geralmente com hipóteses simplificadoras para serem interpretados e, com isso, os parâmetros do solo são determinados indiretamente (Zentar e outros, 2001; Levasseur, 2009). Estas dificuldades levaram a uma experiência bem sucedida, na qual se procura identificar os parâmetros que definem o

comportamento do solo por meio de análises inversas de ensaios de campo (Baroth e Malecot, 2010).

A análise inversa permite a identificação de parâmetros por meio da formulação de um problema matemático, geralmente de minimização de uma determinada função, cuja solução fornece o conjunto de parâmetros do modelo que representam a menor diferença entre os valores medidos no campo e os calculados, via de regra, numericamente (André e Furukawa, 2007). Portanto, a identificação do conjunto de parâmetros de um dado modelo constitutivo a partir de ensaios de campo, com base nas técnicas de análise inversa, requer a interação de duas ferramentas numéricas. A primeira compreende os *métodos numéricos*, geralmente o MEF, que utiliza modelos constitutivos próprios para geomateriais e, a segunda, as *técnicas de otimização*.

O MEF surgiu no final da década de 50 como uma evolução do Cálculo Matricial de Estruturas (Zienkiewicz, 1971). O MEF consiste na divisão do domínio do problema em elementos – cujo comportamento pode ser formulado em função das propriedades do material do elemento e da sua geometria – conectados apenas em alguns pontos (pontos nodais ou nós) através dos quais interagem entre si. Este método apresenta grande vantagem no tratamento de casos com geometria complexa e materiais diferentes e/ou heterogêneos, uma vez que cada elemento pode ter propriedades próprias. O MEF é hoje aplicado a inúmeros problemas, inclusive não lineares e dependentes do tempo (Hachich e outros, 1998).

Técnicas de otimização são processos utilizados para se determinar o mínimo ou o máximo de uma função (função objetivo) por meio da programação matemática ou de algoritmos evolutivos (Chong e Zak, 2001).

Certamente, utilizar os resultados das medições diretas possíveis de serem feitas nos ensaios de campo para, por meio de análises inversas, estimar parâmetros de modelos constitutivos de comportamento do solo é um caminho que tem se mostrado promissor (Ledesma e outros, 1996).

1.2 Objetivo

A presente dissertação tem como objetivo geral desenvolver um programa computacional capaz de determinar os parâmetros do modelo hiperbólico a partir da curva carga-recalque de uma prova de carga, *in situ* em uma sapata rígida.

Os objetivos específicos são:

- desenvolver um programa de elementos finitos que incorpora o modelo hiperbólico desenvolvido por Duncan e outros (1980);
- implementar no programa desenvolvido um algoritmo evolutivo de otimização (algoritmo genético);
- fazer a análise inversa da prova-de-carga e determinar os parâmetros do modelo hiperbólico.

1.3 Organização

A dissertação encontra-se dividida em mais quatro capítulos além deste de Introdução.

No Capítulo 2, Revisão Bibliográfica, são apresentados alguns aspectos referentes ao método dos elementos finitos; as principais características do modelo não-linear-elástico, modelo hiperbólico, desenvolvido por Duncan e outros (1980); uma breve introdução ao estudo da análise inversa e a alguns processos de otimização enfatizando o algoritmo genético; bem como alguns trabalhos correlacionados com o tema da dissertação.

No Capítulo 3, Materiais e Métodos, apresentam-se detalhes da prova de carga realizada por Lopes (1997) analisada nessa dissertação, bem como do programa computacional desenvolvido e utilizado para estimar os parâmetros geotécnicos do solo.

No Capítulo 4, inicialmente, apresentam-se resultados que validam o do programa computacional desenvolvido. Além disso, são apresentados e discutidos os resultados referentes à análise inversa da prova de carga e os parâmetros do modelo hiperbólico encontrados.

Por fim, no Capítulo 5, apresentam-se as principais conclusões do trabalho, bem como algumas sugestões para continuação da pesquisa.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo descrevem-se os principais aspectos da formulação do método dos elementos finitos usada no programa computacional desenvolvido; os fundamentos do modelo hiperbólico e, os conceitos básicos das técnicas de otimização, em particular, o algoritmo genético. Por fim, são apresentados alguns trabalhos correlacionados com tema desta dissertação.

2.1 Método dos Elementos Finitos

2.1.1 Introdução

O MEF é uma técnica numérica para determinar as funções incógnitas de sistemas de equações diferenciais parciais sujeitas a condições de contorno e, quando for o caso, condições iniciais, em uma determinada região do espaço. Inicialmente, a região é dividida espacialmente em pequenas sub-regiões de forma geométrica simples (triângulos, retângulos, etc.), denominadas elementos finitos. Nesses elementos, definem-se pontos específicos, os nós, geralmente situados nos seus contornos. Em seguida, com a utilização de algum método específico (método variacional, método dos resíduos ponderados, etc.), o sistema de equações diferenciais parciais é transformado em um sistema de equações algébricas cuja solução é definida pelos valores nos pontos nodais das funções incógnitas que se pretendia determinar. Naturalmente, quanto maior for o número de nós, mais próxima da solução exata será a solução numérica (Smith e Griffiths, 1988).

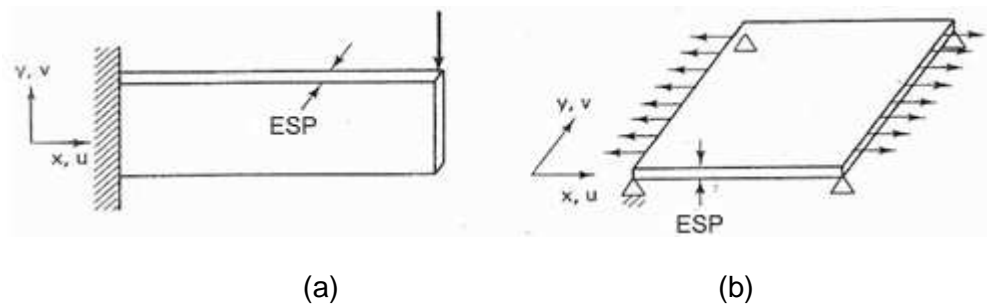
A formulação e a aplicação do MEF em um problema de tensão-deformação (força-deslocamento), estacionário (independente do tempo) podem ser sintetizadas em algumas etapas. A primeira consiste em subdividir a região do problema em elementos finitos e pontos nodais, bem como fornecer as condições de contorno (deslocamentos

nodais conhecidos, forças aplicadas nos nós e forças distribuídas). A segunda etapa consiste em informar as propriedades que caracterizam o comportamento tensão-deformação dos materiais dos elementos. Na terceira etapa, calculam-se as matrizes de rigidez dos elementos, efetua-se a montagem da matriz de rigidez global, e por fim, avalia-se o vetor de carregamento nodal, constituído pelo somatório dos vetores de forças: aquelas aplicadas diretamente nos nós; as nodais equivalentes às forças de superfície; e as originárias de peso próprio. A quarta etapa consiste na introdução das condições de contorno na matriz de rigidez global e, a quinta etapa envolve a resolução do sistema de equações e a determinação dos deslocamentos nodais. Conhecidos estes valores calculam-se, na etapa final, as deformações e as tensões em qualquer ponto no interior de todos os elementos (Zienkiewicz, 1971).

O método dos elementos finitos pode facilmente ser estendido para resolver problemas tridimensionais. Neste caso, os elementos passam a ter a forma de tetraedros, paralelepípedos, etc., e os procedimentos descritos anteriormente são exatamente os mesmos. No entanto, as dificuldades na discretização espacial, interpretação de resultados e nos tempos de processamento são bem maiores. Em vista disso, em situações práticas, sempre que a geometria e as condições de carregamento forem favoráveis, se procura simplificar os problemas tridimensionais em bidimensionais ou mesmo, unidimensionais.

Os problemas bidimensionais podem ser subdivididos em dois tipos: de deformação plana e de estado plano de tensão. Por outro lado, problemas tridimensionais axissimétricos podem, também, ser resolvidos bidimensionalmente (Desai, 1979).

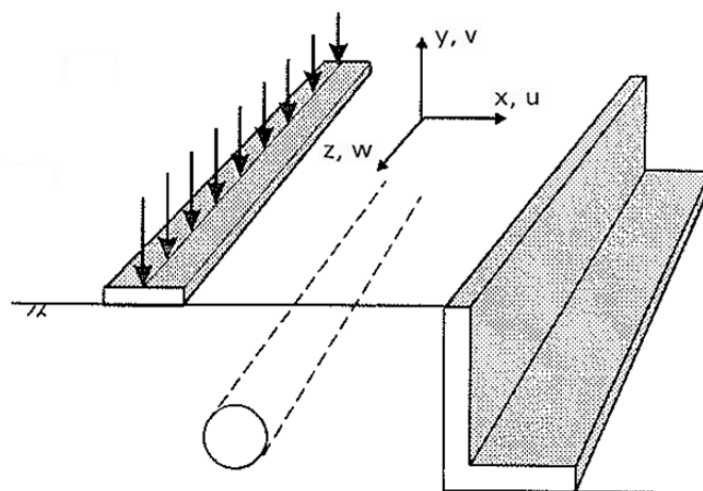
A condição de tensão plana é caracterizada por uma dimensão muito pequena em uma direção quando comparada às dimensões nas outras duas direções. Na Figura 1 encontram-se exemplos de situações tridimensionais que podem ser consideradas como estado de tensão plana (Desai, 1979; Azevedo, 2007).



Fonte: Desai, 1979

Figura 1 – Exemplos de tensão plana (a) viga (b) placa.

Problemas de deformação plana envolvem estruturas com geometria cujas dimensões no sentido longitudinal são bem maiores que nas direções transversais e cujo carregamento não varia significativamente na direção longitudinal. Estruturas como barragens, diques, muros de contenção, sapatas contínuas e túneis podem ter estas características. Na Figura 2 apresentam-se alguns exemplos em que a hipótese de deformação plana é razoável.

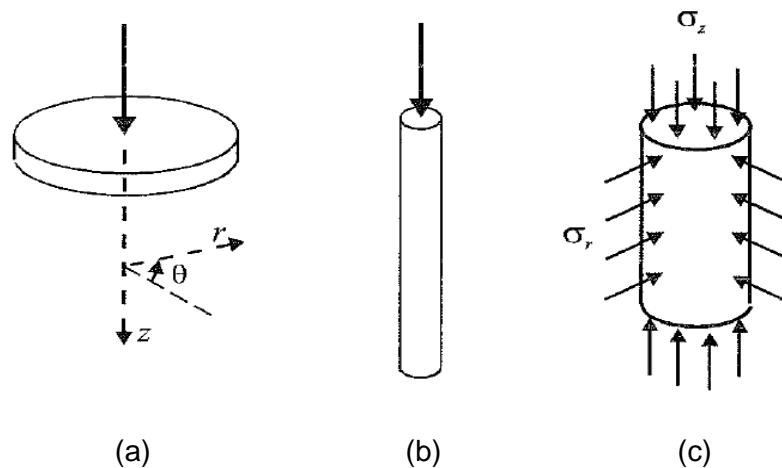


Fonte: Potts e Zdravkovic, 1999

Figura 2 – Exemplos de problemas de deformação plana.

Problemas axissimétricos apresentam geometrias, condições de carregamento e de contorno simétricas em relação a um eixo, denominado de eixo de axissimetria. Como

exemplo, podem-se citar sapatas circulares com carregamento uniforme e/ou concentrado no eixo de axissimetria; amostras cilíndricas carregadas em ensaios triaxiais convencionais e; estacas carregadas verticalmente, conforme ilustra a Figura 3 (Potts e Zdravkovic, 1999).

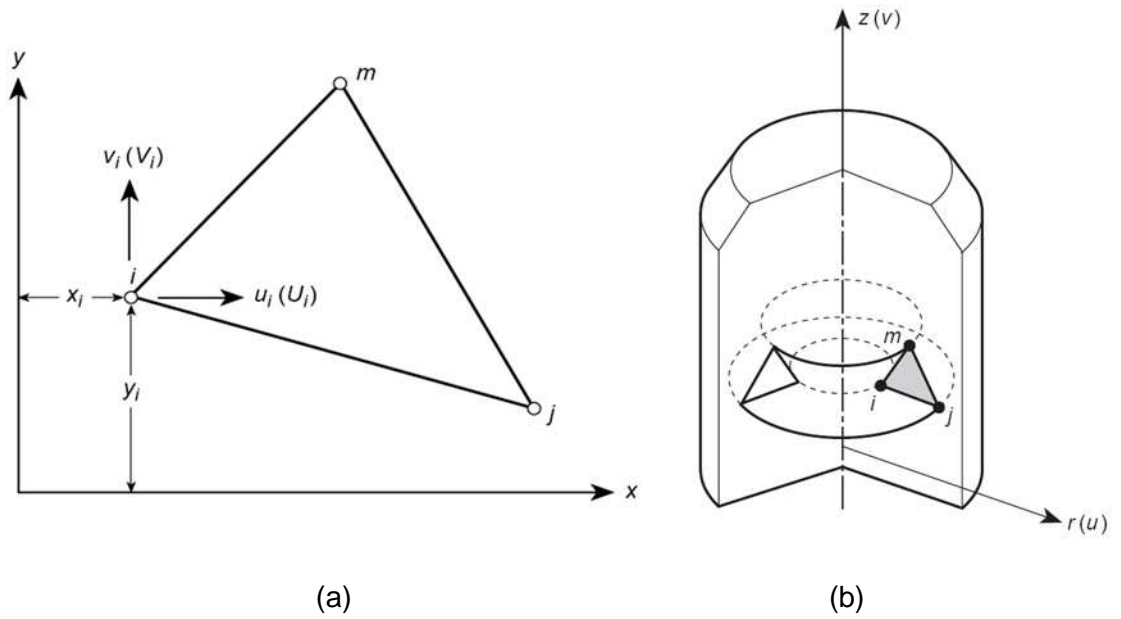


Fonte: Potts e Zdravkovic, 1999

Figura 3 – Exemplos de problemas axissimétricos (a)sapata circular, (b) estaca, (c) ensaio triaxial.

2.1.2 Formulação das equações

Na Figura 4(a) mostra-se um elemento finito triangular, usualmente utilizado na análise de problemas de equilíbrio estático sob condições de tensão e de deformação planas e, na Figura 4(b) encontra-se um elemento triangular no caso de equilíbrio axissimétrico. Nos dois elementos, os nós: i , j , m , são nomeados em sentido anti-horário.



Fonte: Zienkiewicz, 1971

Figura 4 – Elemento (a) Estado plano de tensão e deformação (b) Estado axissimétrico.

O vetor de deslocamento de cada nó do elemento finito, $\{\delta_i\}^e$,

$$\{\delta_i\}^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}^e \quad (1)$$

é definido por duas componentes, u_i e v_i que correspondem aos deslocamentos segundo as direções das coordenadas x e y , respectivamente.

Portanto, o vetor dos deslocamentos nodais do elemento triangular $\{\delta\}^e$ é descrito por seis componentes

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix}^e \quad (2)$$

De acordo com o MEF, as componentes do vetor de deslocamento, $u(x,y)$ e $v(x,y)$, em um ponto qualquer, de coordenadas x e y , no interior do elemento finito, podem ser aproximadas por dois polinômios lineares

$$\begin{aligned} u &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \\ v &= \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \end{aligned} \quad (3)$$

em que α_1 , α_2 e α_3 , são coordenadas generalizadas determinadas substituindo-se a Equação (3) em cada um dos três pontos nodais do elemento finito triangular. Feito isto, chega-se a seguinte aproximação para as componentes do deslocamento

$$u = \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i x + c_i y)u_i + (a_j + b_j x + c_j y)u_j + (a_m + b_m x + c_m y)u_m] \quad (4)$$

$$v = \frac{1}{2\Delta} [(a_i + b_i x + c_i y)v_i + (a_j + b_j x + c_j y)v_j + (a_m + b_m x + c_m y)v_m] \quad (5)$$

nas quais,

$$\begin{aligned} a_i &= x_j y_m - x_m y_j \\ b_i &= y_j - y_m \\ c_i &= x_m - x_j \end{aligned} \quad (6)$$

São coeficientes que dependem apenas das coordenadas dos pontos nodais.

Matricialmente, as Equações (4) e (5) podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\{\delta\}^e = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}^e = [N]^e \{\delta\}^e \quad (7)$$

em que

$$[N]^e = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix} \quad (8)$$

$[M]^e$, é a matriz das funções de interpolação, N_k definidas como:

$$N_k = \frac{1}{2\Delta} [(a_k + b_k x + c_k y)], \quad k=i, j, m \quad (9)$$

em que x e y , são as coordenadas locais; Δ é a área do elemento finito que pode ser determinada calculando-se o determinante formado pelas coordenadas dos nós do elemento, conforme a seguinte equação:

$$2\Delta = \det \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} \quad (10)$$

A função de deslocamento escolhida garante a continuidade do deslocamento entre elementos adjacentes, uma vez que os deslocamentos variam linearmente ao longo do lado comum aos dois elementos e os deslocamentos nodais são iguais para os dois elementos (Zienkiewicz, 1971).

Os elementos triangulares podem ser construídos diretamente, usando as coordenadas locais ou de área, definidas em termos de áreas A_i , A_j , A_m e A (área total do triângulo). Conforme a Figura 5, as coordenadas x e y do ponto P típico são definidas pelas coordenadas de área.

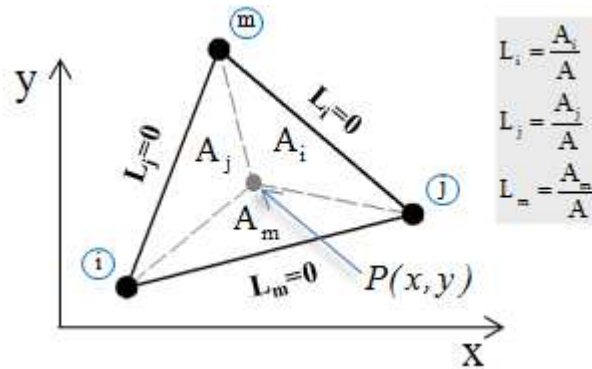


Figura 5 – Coordenadas locais ou de área.

Por meio do somatório das coordenadas na forma adimensional, tem-se:

$$L_i + L_j + L_m = \frac{A_i}{A} + \frac{A_j}{A} + \frac{A_m}{A} = \frac{A}{A} = 1 \quad (11)$$

A relação entre as coordenadas globais e as coordenadas locais é dada por:

$$\begin{aligned}x &= L_i x_i + L_j x_j + L_m x_m \\y &= L_i y_i + L_j y_j + L_m y_m\end{aligned}\tag{12}$$

Utilizando as Equações (11) e (12) obtém-se

$$\begin{bmatrix} 1 \\ x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_i & x_j & x_m \\ y_i & y_j & y_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_i \\ L_j \\ L_m \end{bmatrix}\tag{13}$$

A partir da relação expressa na Equação (13), determina-se o termo que compõe a matriz interpolação quanto à geometria:

$$L_k = \frac{1}{2\Delta} [(a_k + b_k x + c_k y)], \quad k = i, j, m\tag{14}$$

Como a função de interpolação da geometria do elemento finito, $[L]$, é idêntica à usada para a interpolação de deslocamentos $[N]$. Portanto, o elemento triangular de deformação constante (*CST- Constant Strain Triangle*), é isoparamétrico, ou seja, apresenta a mesma função de interpolação tanto para deslocamentos quanto para geometria.

Conhecidos os deslocamentos, o vetor de deformação para o caso da deformação plana é dada por

$$\{\epsilon\}^e = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^e = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix}^e\tag{15}$$

Usando a Equação (7) obtém-se:

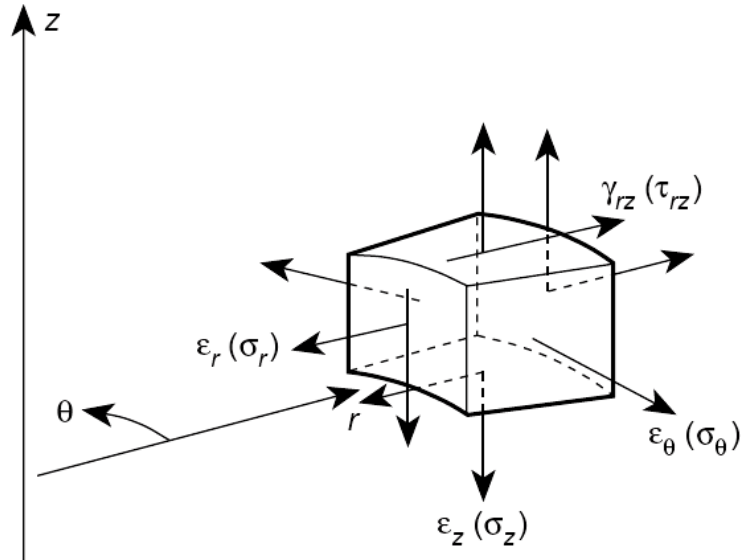
$$\{\epsilon\}^e = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^e = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_m \end{bmatrix}^e \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_m \\ v_m \end{Bmatrix}^e\tag{16}$$

Ou seja, a relação entre deformação e deslocamento é dada pela seguinte equação:

$$\{\varepsilon\}^e = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}^e \{\delta\}^e = [B]^e \{\delta\}^e \quad (17)$$

Como se vê, a matriz de transformação deformação-deslocamento, $[B]^e$, possui coeficientes constantes porque as funções de interpolação N são do primeiro grau e, conseqüentemente, suas derivadas em relação à x e y são constantes (b e c).

No estado axissimétrico, deslocamentos radiais induzem tensões na direção circunferencial. Portanto, esta quarta componente da tensão e sua correspondente deformação devem ser consideradas. Aqui reside a diferença essencial no tratamento do estado axissimétrico comparado aos estados planos de tensão e deformação (Zienkiewicz, 1971). Na Figura 6 ilustram-se e definem-se as deformações e as tensões associadas ao equilíbrio axissimétrico.



Fonte: Zienkiewicz, 1971

Figura 6 – Tensão e deformação no estado axissimétrico.

No estado axissimétrico, o vetor de deformação em qualquer ponto do elemento é definido por quatro componentes de acordo com a seguinte equação:

$$\{\varepsilon\}^e = \begin{Bmatrix} \varepsilon_z \\ \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{rz} \end{Bmatrix}^e = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial r} \\ \frac{u}{r} \\ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial r} \end{Bmatrix}^e \quad (18)$$

Nesse caso, nem todos os termos da matriz $[B]^e$ são constantes, como nos estados plano de tensão e deformação, conforme mostra a Equação (19) (Zienkiewicz, 1971):

$$\{\varepsilon\}^e = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} 0 & c_i & 0 & c_j & 0 & c_m \\ b_i & 0 & b_j & 0 & b_m & 0 \\ \frac{a_i}{r} + b_i + \frac{c_i z}{r} & 0 & \frac{a_j}{r} + b_j + \frac{c_j z}{r} & 0 & \frac{a_m}{r} + b_m + \frac{c_m z}{r} & 0 \\ c_i & b_i & c_j & b_j & c_m & b_m \end{bmatrix}^e \{\delta\}^e = [B]^e \{\delta\}^e \quad (19)$$

Conhecidas as deformações, as tensões no interior de um elemento triangular são calculadas por:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix}^e = [D]^e [B]^e \{\delta\}^e = [D]^e \{\varepsilon\}^e \quad (20)$$

em que, $[D]^e$ é a matriz constitutiva de um material elástico, a qual para o estado plano de tensão é dada por:

$$[D]^e = \frac{E}{(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

E é o módulo de elasticidade, ν é o coeficiente de Poisson

Para o estado plano de deformação a matriz constitutiva é dada por:

$$[D]^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (22)$$

No estado axissimétrico, a tensão em qualquer ponto do elemento pode ser definida por quatro componentes, calculadas de acordo com a seguinte equação:

$$\{\sigma\}^e = \begin{Bmatrix} \sigma_r \\ \sigma_z \\ \sigma_\theta \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^e = [D]^e [B]^e \{\delta\}^e = [D]^e \{\varepsilon\}^e \quad (23)$$

A matriz constitutiva do material elástico é calculada por:

$$[D]^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (24)$$

Usando o princípio dos trabalhos virtuais, um princípio variacional, ou um método dos resíduos ponderados, a matriz de rigidez do elemento finito $[k]^e$ pode ser definida como (Zienkiewicz, 1971):

$$[k]^e = \int [B]^e{}^T [D]^e [B]^e t \, dx dy \quad (25)$$

No caso de deformação plana, $t = 1$; para tensão plana $t = ESP$ (espessura do elemento), e no caso axissimétrico $t = 2\pi r$.

Nos estados planos a espessura do elemento, t , é constante e, se a matriz constitutiva for constante, a determinação da matriz de rigidez é calculada pela seguinte equação:

$$[k]^e = [B]^e{}^T [D]^e [B]^e t \Delta \quad (26)$$

No estado axissimétrico, o cálculo da matriz de rigidez não pode ser feito da mesma forma, porque a matriz $[B]^e$ depende das coordenadas, assim como t também depende da abscissa. Neste caso, existem três possibilidades de solução da integral.

A primeira consiste em fazer a multiplicação matricial, calcular cada termo da matriz de rigidez, resolver a integral e obter a expressão exata de cada termo. Esta opção é, certamente, a mais trabalhosa e pode ser evitada com a segunda opção que é calcular a integral numericamente. Em função da disponibilidade de métodos de integração numérica precisos, essa opção pode fornecer valores praticamente exatos.

A terceira opção, adotada no programa desenvolvido nesta dissertação, consiste em calcular a matriz de rigidez no ponto correspondente ao centróide do elemento, ou seja:

$$\bar{r} = \frac{r_i + r_j + r_m}{3} \quad \text{e} \quad \bar{z} = \frac{z_i + z_j + z_m}{3} \quad (27)$$

em que o par (\bar{r}, \bar{z}) define a posição do centróide em cada elemento finito.

Neste caso, a matriz $[B]^e$, mesmo no caso axissimétrico, permanece constante e continua podendo ser calculada pela Equação (25) com o valor apropriado de t . Esta aproximação é tanto mais correta quanto menor forem as dimensões do elemento finito. Como o elemento usado na dissertação é o triângulo de deformação constante e, para se modelar adequadamente a maior parte dos problemas é necessário se ter um grande número de elementos (e, consequentemente elementos menores), o uso desta aproximação pode ser considerado adequado (Zienkiewicz, 1971).

Calculada a matriz de rigidez de todos os elementos que compõem a malha de elementos finitos, a matriz de rigidez global da estrutura $[K]$ é obtida pelo método da rigidez direta somando-se no local apropriado, em função dos graus de liberdade dos nós do elemento finito, as matrizes de rigidez de todos os elementos (Bathe, 1996).

2.1.3 Forças Nodais

O vetor de forças nodais $\{F\}$ é constituído pela soma das forças diretamente aplicadas nos nós dos elementos e pelas forças nodais equivalentes às forças distribuídas nas superfícies e/ou nos volumes dos elementos finitos.

O vetor de forças diretamente aplicadas nos nós é dado por:

$$\{F_N\}^e = \begin{Bmatrix} F_{x_i} \\ F_{y_i} \\ F_{x_j} \\ F_{y_j} \\ F_{x_m} \\ F_{y_m} \end{Bmatrix}^e \quad (28)$$

em que F_x e F_y são as componentes das as forças nas direções x e y , aplicadas nos nós i, j e m do elemento.

No caso axissimétrico, a força aplicada diretamente no nó atua ao longo de toda a circunferência de raio r formada pelo nó do elemento no qual a força é aplicada. Assim, se \bar{R} representa a componente radial da força por unidade de comprimento da circunferência, a força externa será:

$$F_R = 2\pi r \bar{R} \quad (29)$$

Na direção axial, a força externa será:

$$F_Z = 2\pi r \bar{Z} \quad (30)$$

em que, \bar{Z} é a componente axial da força por unidade de comprimento da circunferência.

Nesse caso, o vetor de forças diretamente aplicadas nos nós é dado por:

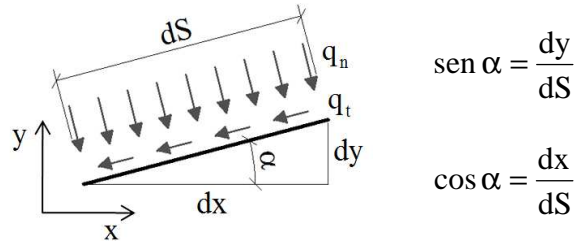
$$\{F_N\}^e = \begin{Bmatrix} F_{R_i} \\ F_{Z_i} \\ F_{R_j} \\ F_{Z_j} \\ F_{R_m} \\ F_{Z_m} \end{Bmatrix}^e \quad (31)$$

2.1.4 Forças de Superfície

O vetor de forças nodais equivalentes às forças distribuídas atuando em uma dada superfície é obtido através da seguinte integral:

$$\{F_s\}^e = \int_s [N]^e{}^T \begin{Bmatrix} q_n \\ q_t \end{Bmatrix}^e dS = \int_s [N]^e{}^T \{q\}^e dS \quad (32)$$

em que $\{q\}^e$ é o vetor de força distribuída por unidade de área e que possui duas componentes, uma normal (q_n) e outra tangencial (q_t), atuando num segmento de área dS . São consideradas positivas: a componente normal dirigida para dentro do elemento e a componente tangencial dirigida no sentido anti-horário (Figura 7). (Nogueira, 2010).



Fonte: Nogueira, 2010

Figura 7 – Forças de Superfície.

$$\begin{aligned} \{q\}^e dS &= \begin{Bmatrix} Q_x \\ Q_y \end{Bmatrix} dS = \begin{Bmatrix} Q_t \cos \alpha - Q_n \sin \alpha \\ Q_n \cos \alpha + Q_t \sin \alpha \end{Bmatrix} dS = \\ &= \begin{Bmatrix} q_t dS \cos \alpha - q_n dS \sin \alpha \\ q_n dS \cos \alpha + q_t dS \sin \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_t dx - q_n dy \\ q_n dx + q_t dy \end{Bmatrix}^t \end{aligned} \quad (33)$$

As coordenadas x e y são globais, para transferir para as coordenadas locais (ρ, ζ) definidas na face carregada do elemento, tem-se:

$$dx = \frac{dx}{d\rho} d\rho \quad (34)$$

$$dy = \frac{dy}{d\rho} d\rho \quad (35)$$

Substituindo (34) e (35) em (33) e colocando em forma matricial:

$$\{q\}^e dS = \begin{bmatrix} \frac{dx}{d\rho} & -\frac{dy}{d\rho} \\ \frac{dy}{d\rho} & \frac{dx}{d\rho} \end{bmatrix}^e \begin{Bmatrix} q_t \\ q_n \end{Bmatrix}^e t d\rho = [J]^e \begin{Bmatrix} q_t \\ q_n \end{Bmatrix}^e t d\rho = \{p\}^e t d\rho \quad (36)$$

em que $[J]$ é a matriz Jacobiana da transformação de coordenadas. Para determinar esta matriz é necessário determinar a função que relaciona o sistema de coordenadas local (ρ, ζ) como sistema de coordenadas global (x, y) (Figura 8).

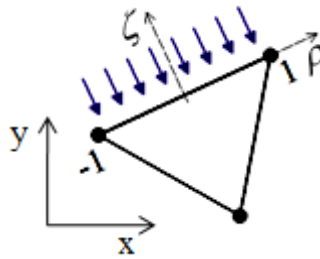


Figura 8 – Elemento com uma das faces carregada.

Supondo que (x_1, y_1) e (x_2, y_2) são as coordenadas dos nós nas extremidades do lado carregado, um ponto neste lado e entre estes nós tem suas coordenadas x e y definidas por:

$$x = N_1 x_1 + N_2 x_2 \quad (37)$$

$$y = N_1 y_1 + N_2 y_2 \quad (38)$$

em que N_1 e N_2 são funções interpoladoras dadas pelas equações:

$$N_1 = \frac{1}{2}(1 - \rho) \quad (39)$$

$$N_2 = \frac{1}{2}(1 + \rho) \quad (40)$$

A matriz Jacobiana pode então ser determinada por meio da derivada em relação a ρ das Equações (37) e (38)

$$\frac{dx}{d\rho} = \frac{dN_1}{d\rho} x_1 + \frac{dN_2}{d\rho} x_2 = (x_2 - x_1) \frac{1}{2} \quad (41)$$

$$\frac{dy}{d\rho} = \frac{dN_1}{d\rho} y_1 + \frac{dN_2}{d\rho} y_2 = (y_2 - y_1) \frac{1}{2} \quad (42)$$

Com isso, o vetor de carregamento nodal equivalente às forças distribuídas em um lado do elemento finito triangular é calculado como:

$$\begin{aligned} \{F_s\}^e &= \int_{-1}^{+1} [N]^e{}^T \begin{bmatrix} \frac{x_2 - x_1}{2} & -\frac{y_2 - y_1}{2} \\ \frac{y_2 - y_1}{2} & \frac{x_2 - x_1}{2} \end{bmatrix}^e \begin{Bmatrix} q_t \\ q_n \end{Bmatrix}^e t d\rho = \\ &= \int_{-1}^{+1} [N]^e{}^T [J]^e \{q\}^e t d\rho = \int_{-1}^{+1} [N]^e{}^T \{p\}^e t d\rho \end{aligned} \quad (43)$$

No caso axissimétrico $t = 2\pi\rho$, em que ρ deve ser calculado pela equação:

$$\rho = N_1 x_1 + N_2 x_2 \quad (44)$$

Normalmente a integral da Equação (43) é calculada numericamente, usando-se, por exemplo, a quadratura de gauss (Zienkiewicz, 1971).

2.1.5 Forças devidas ao peso próprio

O vetor de forças de peso próprio é constituído de forças por unidade de volume distribuídas na massa do elemento finito. Este vetor é obtido através da seguinte integral

$$\{F_b\}^e = \int [N]^e{}^T \begin{Bmatrix} \gamma_x \\ \gamma_y \end{Bmatrix}^e t dS = \int [N]^e{}^T \{b\}^e t dS \quad (45)$$

em que $\{b\}$ é o vetor com os valores dos pesos específicos γ_x e γ_y nas direções globais x e y .

A integral da Equação (45) pode ser determinada por processos de integração numérica própria para áreas triangulares (Cowper, 1973).

Calculados os vetores de forças diretamente aplicadas nos nós, o vetor de forças nodais equivalentes às forças distribuídas em superfícies e as forças nodais equivalentes às forças de peso próprio, o vetor de forças nodais é calculado como:

$$\{F\} = \sum_{n=1}^{Nelem} \{F_N\}^e + \{F_s\}^e + \{F_b\}^e \quad (46)$$

Calculada a matriz de rigidez global e o vetor das forças finais, Equação (46), obtém-se o sistema de equações algébricas:

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (47)$$

cuja incógnita é o vetor de deslocamentos $\{\delta\}$ que contém os deslocamentos de todos os pontos nodais.

Este sistema de equações é normalmente resolvido por meio de procedimentos que levam em conta o fato de a matriz de rigidez global ser, em muitos casos, simétrica, e sempre ter os seus coeficientes dispostos em uma faixa ao longo da sua diagonal principal.

No entanto, antes da resolução do sistema de equações é imprescindível que sejam introduzidas as condições de contorno em deslocamentos, ou seja, quais são os nós que têm deslocamentos conhecidos.

Resolvido o sistema de equações e determinado o vetor de deslocamentos nodais, os deslocamentos, as deformações e as tensões em qualquer ponto no interior de qualquer elemento finito podem ser obtidas por meio das Equações (7), (17) ou (19), e (20) ou (23) respectivamente.

As etapas descritas acima estão esquematizadas no fluxograma apresentado na Figura 9.

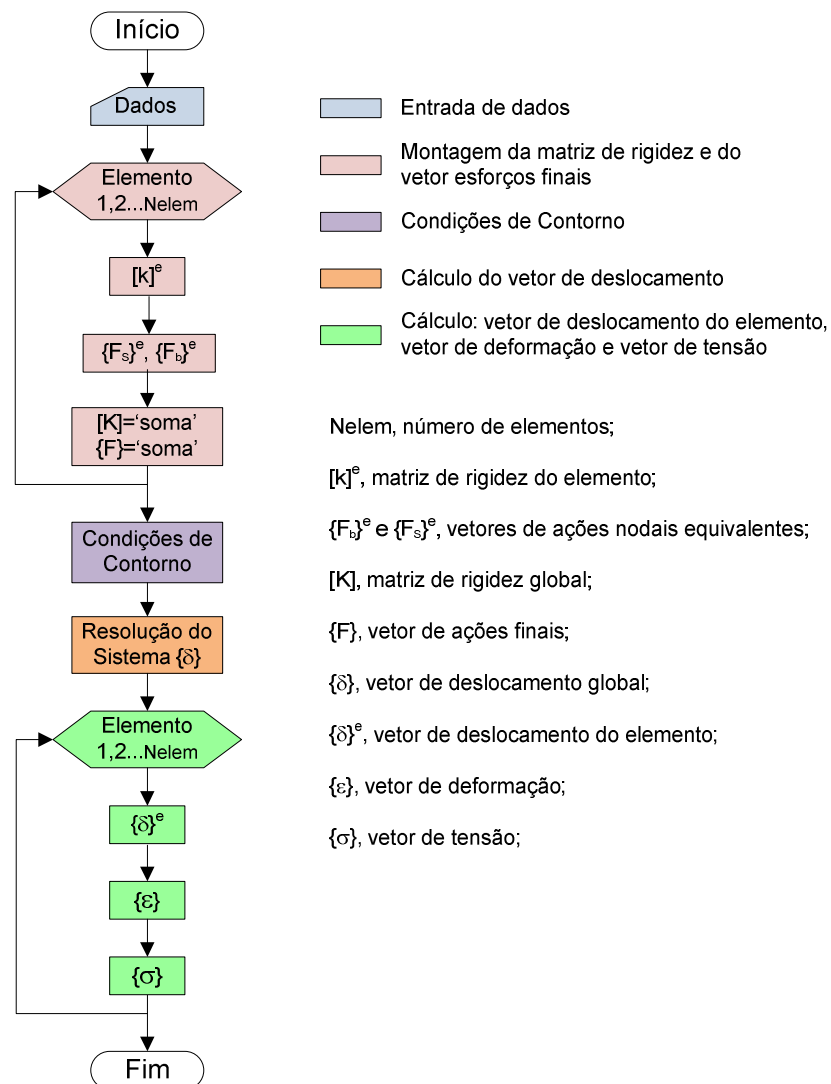


Figura 9 – Fluxograma das etapas típicas de um programa de elementos finitos na análise de problemas de tensão-deformação.

2.2 Modelo Constitutivo

Modelos constitutivos são formulações matemáticas que tentam representar o comportamento tensão-deformação de materiais quando submetidos a cargas aplicadas, incluindo o peso próprio (Desai e Siriwardane, 1984).

Descrevem-se, em seguida, as principais características do modelo elástico não-linear hiperbólico (Duncan e Chang, 1970), utilizado neste trabalho.

2.2.1 Modelo Hiperbólico

O modelo hiperbólico (Duncan e Chang, 1970) tem sido usado para representar o comportamento tensão-deformação-resistência tanto de argilas como de areias, em condições de carregamento drenado e não-drenado.

O modelo hiperbólico considera características do comportamento dos solos como não-linearidade e influência da tensão de confinamento. Por outro lado, desconsidera características como dilatância e influência da tensão principal. Essa última limitação faz com que o modelo apresente o mesmo comportamento em trajetórias de compressão, tração ou estado de deformação plana (Guimarães, 2008).

A idéia básica do modelo surgiu do trabalho de Kondner e Zelasko (1963) que sugeriram que as curvas de tensão deformação dos ensaios triaxiais poderiam ser aproximadas, tanto para argilas quanto para areias, por uma hipérbole representada pela seguinte equação:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad (48)$$

em que σ_1 é a maior tensão principal, σ_3 é a menor tensão principal, ε_1 é a deformação axial. As constantes a e b são determinadas experimentalmente, de acordo com resultados de ensaios de laboratório. Estas constantes possuem significado físico, conforme mostram as Figura 10 (a) e (b): a constante a é o inverso do módulo de elasticidade inicial tangente, E_i , $a = \frac{1}{E_i}$; e, a constante b é o inverso do valor assintótico de tensão desviadora, quando a deformação axial tende ao infinito,

$$b = \frac{1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}}.$$

Kondner e Zelasko (1963) mostraram que os valores dos coeficientes a e b podem ser obtidos a partir da transformação da Equação (48) em uma relação linear conforme a seguinte expressão

$$\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_3} = a + b\varepsilon_1 \quad (49)$$

Esta expressão representa uma reta no espaço $\frac{\varepsilon_1}{\sigma_1 - \sigma_3}$ versus ε_1 , convencionalmente chamada de gráfico transformado, Figura 10(b). Neste caso, o parâmetro b é a inclinação da reta de ajuste dos pontos de cada ensaio e o parâmetro a corresponde ao valor do intercepto da reta com o eixo das ordenadas.

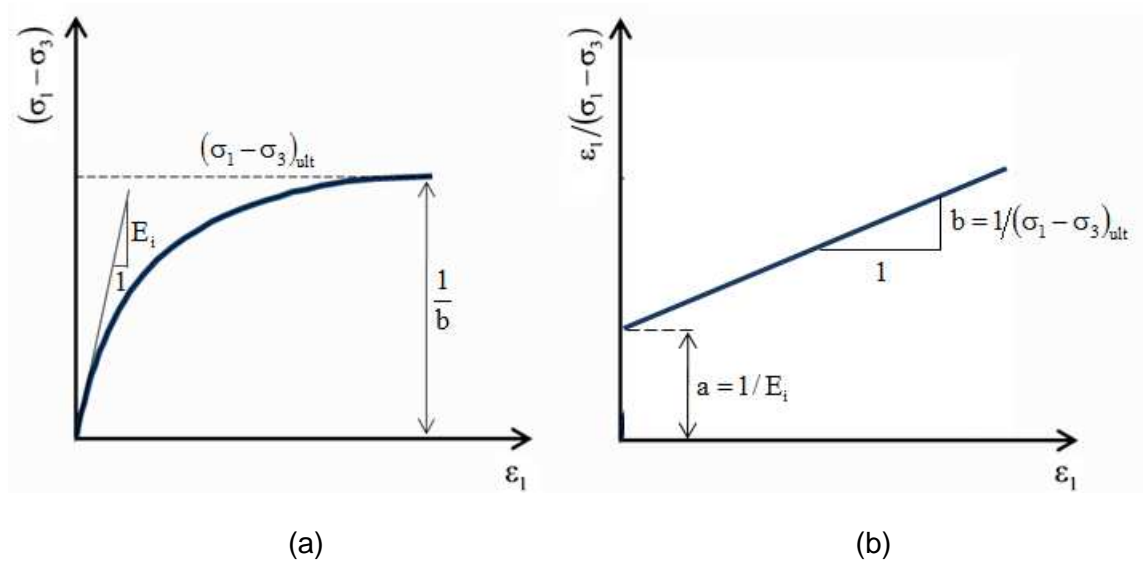


Figura 10 – Modelo Hiperbólico: (a) Curva real; (b) Curva Transformada.

A relação entre tensão e deformação varia com a tensão de confinamento à qual o solo está submetido. A variação do módulo de elasticidade (E_i) com a tensão confinante (σ_3) é representada pela seguinte equação:

$$E_i = K \cdot P_a \cdot \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (50)$$

em que K e n são parâmetros adimensionais do solo e P_a é a pressão atmosférica.

A variação de $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$ com a tensão confinante (σ_3) é considerada por meio da razão de ruptura (R_f), conforme mostra a expressão seguinte:

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_f}{(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}} \quad (51)$$

na qual $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$ é a tensão desviadora de ruptura dada pelo critério de Mohr-Coulomb (Figura 11).

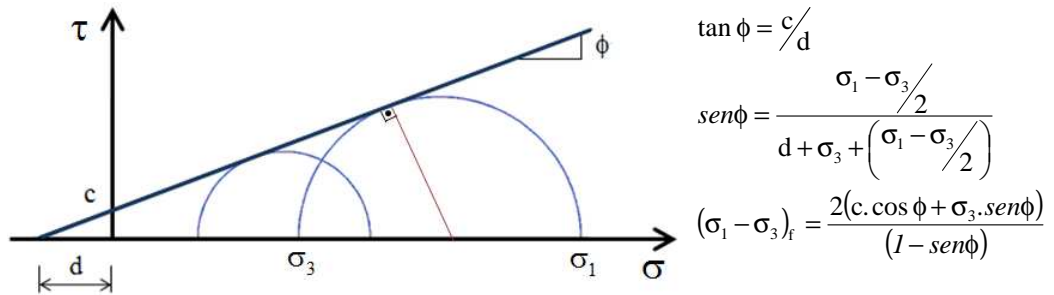


Figura 11 – Envoltória de ruptura (Mohr Coulomb).

Se a amostra é descarregada em algum instante do ensaio, os resultados indicam que o módulo de descarregamento é diferente do módulo de carregamento. Por este motivo, Duncan e Chang (1970) propuseram a seguinte equação para calcular o módulo de elasticidade durante trajetórias de descarregamento-recarregamento (E_{ur}):

$$E_{ur} = K_{ur} \cdot P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^n \quad (52)$$

em que K_{ur} é um parâmetro do solo. O valor de K_{ur} é sempre maior que o de K .

Como a maioria dos solos apresenta curvas de variação de volume não-lineares e dependentes do nível de tensão, Duncan (1980) propôs uma aproximação, em que a relação não-linear entre ε_v e ε_l é representada por um valor constante de módulo de expansão volumétrica, B , como mostra a equação

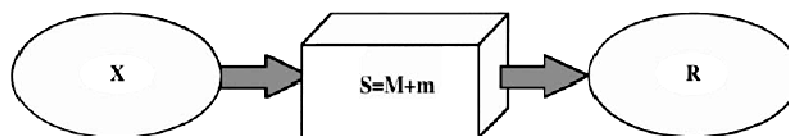
$$B = K_b \cdot P_a \left(\frac{\sigma_3}{P_a} \right)^m \quad (53)$$

na qual K_b e m são parâmetros do solo.

Em resumo, o modelo hiperbólico tem 8 parâmetros: K , K_{ur} , n , e R_f definem a variação do módulo de elasticidade com a tensão de confinamento, o nível de tensão e a trajetória de tensão (carregamento, descarregamento-recarregamento); c e ϕ para definir ruptura; e, K_b e m que definem a variação do módulo de expansão volumétrica com a tensão de confinamento. Para obtê-los são necessários, no mínimo, dois ensaios de compressão triaxial consolidados (CTC), drenados com medição de variação de volume e pelo menos um ciclo de descarregamento-recarregamento (Guimarães, 2008).

2.3 Análise Inversa

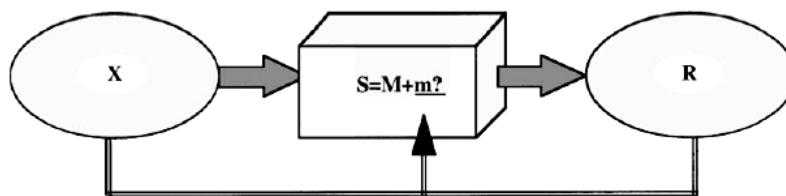
A solução de um problema é considerada direta quando se deseja calcular a resposta (R) conhecendo-se o modelo adotado (M), os seus parâmetros (m) e as ações (X), conforme apresenta-se a Figura 12 (Zentar e outros, 2001).



Fonte: Zentar e outros, 2001

Figura 12 – Resolução problema direto.

Entretanto, se parte do sistema (S) é desconhecida (os parâmetros m , por exemplo), tem-se que considerar o problema inverso sobre o qual é necessário dispor de algumas informações a respeito da resposta (R) para determinar a parte desconhecida do sistema (por exemplo, os parâmetros m) e, a partir daí, usar a solução direta, Figura 13 (Zentar e outros, 2001).



Fonte: Zentar e outros, 2001

Figura 13 – Resolução problema inverso.

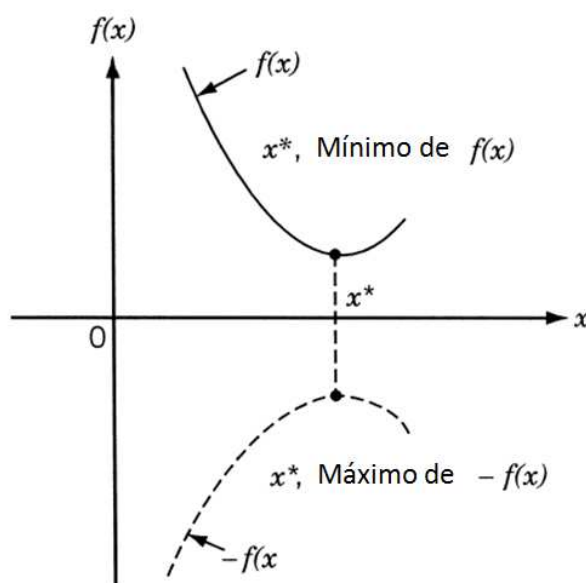
No caso da obtenção dos parâmetros m de um modelo constitutivo, uma primeira aproximação pode ser obtida no laboratório, mas os valores calculados podem não ser precisos em virtude das limitações nos próprios ensaios (amolgamento, heterogeneidades, etc.).

A determinação dos parâmetros de modelos constitutivos usando a solução de um problema inverso a partir de resultados de um, ou mais, ensaios de campo consiste em achar o conjunto de parâmetros (m) que minimize a diferença entre dados experimentais e os resultados numéricos fornecidos pela simulação do ensaio de campo. Esse problema é classicamente definido por uma função (função objetivo) que avalia, para um dado conjunto de parâmetros, a discrepância entre os resultados do modelo e os dados experimentais (Zentar e outros, 2001). A minimização da função objetivo corresponde à obtenção dos parâmetros ótimos (otimização dos parâmetros). Procedimentos de otimização para determinação dos parâmetros de modelos constitutivos têm sido bastante utilizados em análises de problemas geotécnicos (Gens e outros, 1996; Ledesma e outros, 1996; Velloso, 2000; Zentar e outros, 2001; Calvello, 2002; Furukawa e outros, 2002; Calvello e Finno, 2004; Guimarães, 2008; Levasseur e outros, 2008; Yin e Hicher, 2008; Baroth e Malecot, 2010;).

Vários algoritmos podem ser usados para resolver os problemas de otimização, entre eles: algoritmos de programação matemática, algoritmos genéticos, ou uma combinação desses (Zentar e outros, 2001).

2.4 Otimização

O termo otimização refere-se ao campo de investigação no qual se busca os extremos de uma função, ou seja, otimizar é encontrar o valor máximo, ou mínimo, de uma função. É interessante notar, conforme apresenta-se na Figura 14, que se um ponto x^* corresponde ao valor mínimo da função $f(x)$, o mesmo ponto também corresponde ao valor máximo do negativo da função, $-f(x)$. Assim, sem perda de generalidade, a otimização pode ser entendida no sentido de minimização, uma vez que o máximo de uma função pode ser encontrado buscando-se o mínimo da mesma função com sinal negativo (Rao, 2009).

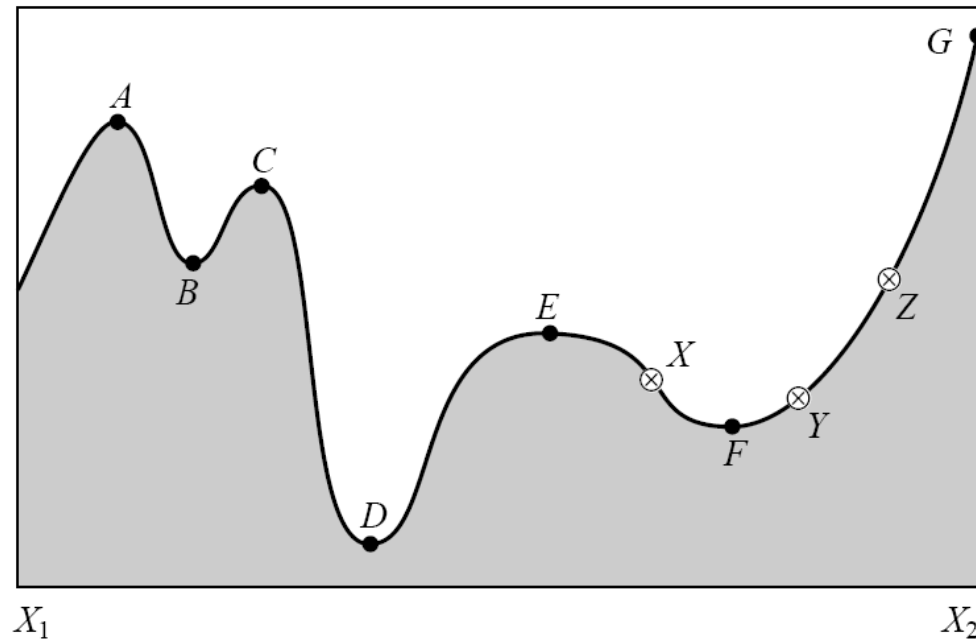


Fonte: Rao, 2009

Figura 14 – Mínimo de $f(x)$ é o mesmo que o máximo de $-f(x)$.

O extremo (ponto de máximo ou de mínimo) pode ser global (o maior ou menor valor verdadeiro da função dentro de um intervalo) ou local (o maior ou menor valor em um intervalo menor). De acordo com esta definição, pode-se dizer que os pontos A , C e E são máximos locais e os pontos B e F são mínimos locais da função,

conforme ilustra a Figura 15. O valor máximo global ocorre em G e o mínimo global ocorre em D . O ponto F é um ponto de mínimo em relação aos pontos X , Y e Z (Press e outros, 1992).



Fonte: Press, 1992

Figura 15 – Pontos extremos de uma função em um dado intervalo.

Problemas de otimização podem ser classificados de diferentes formas, tais como:

Classificação baseada na existência de restrições

Qualquer problema de otimização pode ser classificado como restrito ou irrestrito. Nos problemas com restrições, a solução está sujeita a certas condições como, por exemplo, ter valor menor que uma determinada quantidade, estar dentro de um intervalo de valores, etc..

Classificação baseada na natureza das equações envolvidas

Outra classificação importante de problemas de otimização baseia-se na natureza das expressões para a função objetivo e as restrições. De acordo com essa classificação, problemas de otimização podem ser classificados como problemas de

programação linear e não-linear. Esta classificação é extremamente útil do ponto de vista computacional, uma vez que existem muitos métodos especiais disponíveis para a solução eficiente de uma classe particular de problemas. Assim, a primeira tarefa é investigar a classe do problema encontrado. Em muitos casos, isto determina os tipos de procedimentos da solução adotada na resolução do problema. Quando a função objetivo e as restrições são funções lineares dos parâmetros, o problema de otimização é conhecido como de *programação linear*, que tenta diferentes conjuntos de possibilidades de uma forma sistemática. Este método faz mudanças sistemáticas nesses conjuntos após cada iteração, a fim de encontrar a opção que fornece a solução ideal (Fletcher, 1987).

Quando a função objetivo, ou pelo menos uma das restrições, é uma função não-linear dos parâmetros, o problema passa a ser de *programação não-linear*.

Classificação baseada na natureza determinística das variáveis

Com base na natureza determinista das variáveis envolvidas, os problemas de otimização podem ser classificados como problemas de programação determinísticos ou estocásticos.

Entre os métodos de otimização determinísticos unidimensionais (ou seja, busca o extremo em relação a apenas uma variável) destacam-se: o Método da Dicotomia, *Golden Section* e Brent, que requerem apenas o cálculo da função objetivo para executar o processo de otimização. Além disso, a função objetivo possui apenas um minimizador local, o que define esta função como unimodal (Chong e Zack, 2001).

Os métodos determinísticos multidimensionais, além do valor da função, requerem o cálculo de suas derivadas para executar o processo de otimização. Como exemplo citam-se os métodos Máximo Declive (método de primeira ordem) e *Quasi-Newton* (método de segunda ordem).

Os métodos estocásticos baseiam-se em princípios estatísticos em que alguns ou todos os parâmetros do problema de otimização são descritos por variáveis aleatórias

ou probabilísticas. Exemplos de métodos estocásticos são o Método do Recozimento Simulado e os Métodos Evolucionistas.

De acordo com os objetivos já apresentados, o presente trabalho se concentrará nos estudos relativos ao método de otimização evolucionista denominado Algoritmo Genético, detalhado no que se segue. Informações sobre outros processos de otimização, como os mencionados acima, podem ser encontrados em: Dennis e Schnabel, 1983; Fletcher, 1987; Press, 1992; Chong e Zack, 2001; Arora, 2004; Rao, 2009.

2.4.1 Algoritmo Genético

O algoritmo genético (AG) segue o princípio da seleção natural e sobrevivência dos mais aptos, declarado em 1859, pelo naturalista e fisiologista inglês Charles Darwin em seu livro *A Origem das Espécies* (Lacerda e Carvalho, 1999). De acordo com Charles Darwin:

“Quanto melhor um indivíduo se adaptar ao seu meio ambiente, maior será sua chance de sobreviver e gerar descendentes”.

O AG é uma técnica de otimização por busca que possui como base os princípios da genética e seleção natural. Permite que uma população composta de muitos indivíduos evolua segundo as regras de seleção definidos para um estado que maximiza a "aptidão" (ou seja, minimiza a função objetivo). O método foi desenvolvido por John Holland ao longo dos anos entre 1960 e 1970 e, finalmente, popularizado por um de seus alunos, David Goldberg (Haupt e Haupt, 2004).

O algoritmo desenvolvido por John Holland possui duas características importantes. Primeiro, é um algoritmo estocástico, uma vez que a aleatoriedade é essencial, tanto na seleção como na reprodução. Um segundo ponto importante é a consideração da solução em função da população, armazenando mais do que uma única solução a cada iteração. Isto oferece uma série de vantagens:

- O algoritmo pode recombinar diferentes soluções para obter melhores soluções utilizando, assim, princípios evolucionistas;

- O AG requer apenas o cálculo da função objetivo, de modo que pode ser aplicado para resolver diversos tipos de problemas, principalmente, aqueles em que a função objetivo depende de muitos parâmetros e o cálculo das suas derivadas tem que ser feito numericamente;

- Como os AGs baseiam-se em uma grande repetição de cálculos, são muito adequados para processamento numérico paralelo.

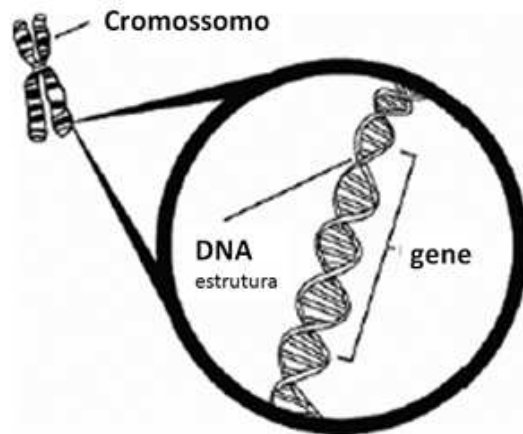
Todas essas características fazem dos AGs uma ferramenta de otimização eficiente (Sivnandam e Deepa, 2008).

2.4.1.1 Fundamentos Biológicos Associados ao AG

Todos os organismos vivos são constituídos de células. Em cada célula há um conjunto de cromossomos, que são cadeias de DNA, conforme ilustra a Figura 16. O cromossomo é constituído de genes, ou blocos de DNA, que têm sua própria posição dentro do cromossomo, denominada local. Além disso, o gene é responsável pela codificação de uma determinada proteína, ou seja, cada gene codifica uma determinada feição, por exemplo, cor dos olhos. O conjunto de genes relacionados com determinada feição são chamados alelos. Um conjunto completo de material genético (todos os cromossomos) é chamado genoma, e o conjunto particular de genes de um genoma é denominado genótipo. O genótipo, aliado ao desenvolvimento que ocorre após o nascimento, é a base para o fenótipo do organismo, que são suas características físicas e mentais (Obitko e Slavík, 1999).

Durante a reprodução, a recombinação (ou *crossover*) ocorre da seguinte forma: em cada um dos pais, os genes são trocados entre os pares de cromossomos para formar um único cromossomo. Os cromossomos de dois pais geram um conjunto completo de genes. Durante a reprodução pode ocorrer mutação, na qual os

nucleotídeos simples (bits elementar de DNA) são alterados de pais para filhos (as mudanças), muitas vezes resultantes de erros de cópia. A aptidão de um organismo é normalmente definida como sua probabilidade de viver para se reproduzir (viabilidade), ou como uma função do número de filhos que tem (fertilidade) (Mitchell, 1998).



Fonte: Sivanandam e Deepa, 2008

Figura 16 – Esboço, cromossomo.

Um AG processa populações de cromossomos. Em algoritmos genéticos, o termo cromossomo pode ser definido como uma estrutura de dados, geralmente vetor ou cadeia de bits (cadeia de bits é a estrutura mais tradicional, porém nem sempre é a melhor), que representa uma possível solução do problema a ser otimizado. Em geral, um cromossomo representa um conjunto de parâmetros da função objetivo cuja resposta será maximizada ou minimizada. O conjunto de todas as configurações que o cromossomo pode assumir forma o seu espaço de busca. Se o cromossomo representa n parâmetros de uma função, então o espaço de busca é um espaço com n dimensões. A cada cromossomo é atribuída uma aptidão (Lacerda e Carvalho, 1999). Aptidão é um valor atribuído à solução codificada de cada cromossomo, está relacionada com a função objetivo e avalia a qualidade da solução.

Em relação à reprodução, em algoritmos genéticos o termo *crossover* geralmente consiste em troca de material genético entre cromossomos de dois pais diferentes e *mutação* consiste em trocar o gene escolhido aleatoriamente (Mitchell, 1998).

2.4.1.2 População Inicial

A população inicial é composta por um grupo de indivíduos, que são gerados aleatoriamente dentro do espaço de busca especificado. A função objetivo é avaliada para cada indivíduo de uma população.

Após a geração da população inicial, iniciam-se os mecanismos de seleção, reprodução e mutação dos algoritmos genéticos que são utilizados para induzir a população a evoluir para os melhores indivíduos no espaço de busca.

2.4.1.3 Seleção Natural

O processo de seleção natural deve ocorrer a cada iteração do algoritmo para permitir que a população de cromossomos evolua ao longo das gerações para os membros mais aptos, tal como definido pela função objetivo. Nem todos os sobreviventes são considerados aptos o suficiente para produzir novos descendentes. Dos cromossomos de uma determinada geração, apenas os superiores são mantidos para produzir novos descendentes, os demais são eliminados para abrir espaço para novos indivíduos (Haupt e Haupt, 2004).

2.4.1.4 Reprodução

A reprodução é realizada mediante a escolha de dois pais. Por meio da combinação dos pais, são gerados os filhos. Muitas técnicas diferentes têm sido propostas para

essa combinação realizada por, como se costuma chamar, operadores genéticos (Adewuya, 1996; Michalewicz, 1996).

A eficácia dos algoritmos genéticos depende muito desses operadores para a formação de novos indivíduos, uma vez que eles são responsáveis por determinar como os indivíduos de uma geração atual se combinam para produzir descendentes melhores.

Os operadores genéticos podem ser divididos em dois grupos: operadores de recombinação (*crossover*) e de mutação. Os operadores *crossovers* são os principais responsáveis pelo processo de recombinação dos indivíduos, enquanto que os de mutação têm como função a introdução de nova informação no espaço de busca (Adewuya, 1996).

2.4.1.5 Operadores de recombinação (*Crossover*)

Os operadores convencionais (*crossover* de *n* pontos e uniforme) resultam de adaptações dos operadores utilizados na representação binária. Eles basicamente trocam valores dos genes e, portanto, não criam informações novas. Pode-se concluir que a utilização dos operadores aritméticos é mais interessante, pois realizam algum tipo de combinação linear entre os cromossomos pais (Lacerda e Carvalho, 1999). Apresentam-se, em seguida, alguns operadores aritméticos de *crossover*:

Crossover Média: Dados dois cromossomos pais, o cromossomo filho é obtido por meio da média aritmética dos genes dos cromossomos dos pais.

Crossover Linear (Wright, 1991): Dados dois cromossomos pais (p_1 e p_2), obtêm-se três cromossomos filhos (c_1 , c_2 e c_3) da seguinte forma:

$$\begin{aligned}c_1 &= 0,5p_1 + 0,5p_2 \\c_2 &= 1,5p_1 - 0,5p_2 \\c_3 &= -0,5p_1 + 1,5p_2\end{aligned}\tag{54}$$

As combinações lineares dos pais são realizadas em cada gene que compõem o cromossomo. Entre os três descendentes (c_1 , c_2 e c_3) os dois melhores são selecionados para serem os novos filhos.

Crossover Aritmético: Dados dois cromossomos pais (p_1 e p_2), obtêm-se dois cromossomos filhos (c_1 e c_2), da seguinte forma:

$$\begin{aligned} c_1 &= ap_2 + (1-a)p_1 \\ c_2 &= ap_1 + (1-a)p_2 \end{aligned} \quad (55)$$

em que, $a \in [0,1]$ é um número gerado aleatoriamente. Este procedimento não extrapola o intervalo entre os cromossomos pais.

Crossover BLX- α : Neste procedimento, um gene de um cromossomo filho (p'_i) é produzido de genes de dois cromossomos pais (p_{1i} e p_{2i}) por meio da expressão:

$$p'_i = p_{1i} + \beta(p_{2i} - p_{1i}) \quad (56)$$

em que $\beta \in U(-\alpha, 1 + \alpha)$ e $0 \leq \alpha \leq 1$.

Na realidade, para um dado valor de α , dois genes filhos são gerados. Assim, por exemplo, para α igual a 0,5 tem-se β igual a -0,5 e 1,5, então dois genes p'_i e p''_i são gerados:

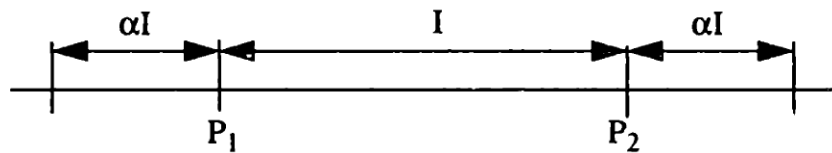
$$p'_i = 1,5p_{1i} - 0,5p_{2i} \quad (57)$$

e

$$p''_i = 1,5p_{2i} - 0,5p_{1i} \quad (58)$$

Assim, o cruzamento de cinco cromossomos pais gerará duas vezes dez, ou seja, vinte cromossomos filhos.

O parâmetro α evita a geração de filhos só no centro do intervalo e, com isso, garante maior diversidade (Figura 17).



Fonte: Adewuya, 1996

Figura 17 – Crossover BLX- α .

Se p'_i e/ou p''_i extrapolarem o intervalo de variação do parâmetro (gene), o valor limite do intervalo é usado.

Este procedimento com α igual a 0,5 foi implementado no programa desenvolvido na dissertação.

2.4.1.6 Operadores de Mutação

Após o cruzamento, os indivíduos estão sujeitos à mutação, que impede a estagnação do algoritmo em um ponto de superfície. Mutação é um operador de pesquisa simples usado para manter a diversidade genética da população. Introduz novas estruturas genéticas na população, modificando alguns dos seus genes. Em resumo, a mutação ajuda a escapar de mínimos locais e mantém a diversidade (Sivnandam e Deepa, 2008).

A mutação de um gene é decidida da seguinte forma: para cada gene, uma função dispara um número aleatório entre 0 e 100, se o número for menor ou igual à taxa de mutação estipulada para aquele gene, o gene muda seu valor, caso contrário, não (Guimarães, 2008).

Uma vez decidido que haverá mutação em um determinado gene, ela pode ser de diversos tipos: uniforme, não-uniforme, Gaussiana, etc. (Adewuya, 1996; Michalewicz, 1996; Lacerda e Carvalho, 1999). No programa computacional desenvolvido nesta dissertação, foi implementada a mutação uniforme na qual a taxa de mutação é a mesma para todos os genes que compõem um cromossomo. O gene que for

selecionado é substituído por um número real gerado aleatoriamente entre o limite inferior e superior pré-estabelecidos para aquele gene.

2.5 Trabalhos Correlatos

Ledesma e outros (1996) apresentaram uma formulação probabilística para o problema de retroanálise. Esta abordagem resultou em um problema matemático de minimização da função objetivo. Os algoritmos de otimização utilizados, Gauss-Newton e Levenberg-Marquardt, foram acoplados a um código de elementos finitos. Analisou-se uma escavação em solo supondo material linear e elástico, homogêneo e isotrópico, tendo-se identificado dois parâmetros: o módulo de elasticidade (E) e o coeficiente de empuxo no repouso (K_0). De acordo com os autores, a análise realizada mostrou que não existem muitas diferenças entre os dois algoritmos de otimização. Em geral, o método de Levenberg-Marquardt é mais lento, porém mais robusto quando comparado com o método de Gauss-Newton. Além da determinação dos parâmetros, os autores fazem referência ao efeito do número de pontos instrumentados na determinação dos deslocamentos vertical e horizontal e a influência da matriz de covariância na determinação dos parâmetros. Um caso real envolvendo a identificação dos parâmetros E e K_0 na escavação de um túnel (em Barcelona) é descrito por Gens e outros (1996) que utilizaram a formulação proposta por Ledesma e outros (1996). Foram estimados o parâmetro K_0 e o módulo de elasticidade de cada uma das três camadas do perfil geotécnico no qual se executou a escavação. As análises realizadas com os parâmetros estimados foram capazes de fornecer boas previsões dos deslocamentos para a seção do túnel estudada.

Velloso (2000) desenvolveu um programa de elementos finitos para retroanalisar ensaios de campo e determinar simultaneamente as curvas característica e de permeabilidade de solos parcialmente saturados a partir de dados de fluxo transiente. Além disso, o programa fornece informações sobre a qualidade da estimativa obtida. A

metodologia foi utilizada para fazer a análise inversa de um ensaio realizado no campo experimental II da PUC - Rio. Com base na análise dos resultados obtidos e na análise de sensibilidade realizada foi proposto um ensaio mais simples para determinar as propriedades hidráulicas de solos não saturados.

Zentar e outros (2001) apresentaram uma metodologia aplicada a vários problemas da geomecânica para identificar parâmetros do solo. O procedimento, desenvolvido para identificar os parâmetros do modelo constitutivo Cam-Clay, consiste em minimizar a função que representa a diferença entre os dados experimentais obtidos por meio do ensaio pressiométrico e os resultados da simulação numérica do ensaio *in situ*. O processo numérico é fundamentado no acoplamento de dois códigos computacionais. O primeiro deles, SiDolo (*Simulation and iDentification of constitutive models*), é um código de otimização de parâmetros, e o segundo, CESAR-LCPC, é um código de elementos finitos direcionado à geomecânica, que apresenta vários modelos constitutivos classificados como plásticos e viscoplásticos. O estudo paramétrico do ensaio pressiométrico utilizando o MEF mostrou a influência de cada parâmetro na resposta numérica. Este estudo revelou a dificuldade da análise inversa na identificação de parâmetros fortemente correlacionados. Observou-se que os parâmetros E (módulo de elasticidade) e ν (coeficiente de Poisson) não podem ser identificados simultaneamente. Além disso, constatou-se que a determinação do par de parâmetros M (inclinação da reta do estado crítico no plano p-q) e p'_{co} (tensão de pré adensamento) por meio da análise inversa apresentou valores diferentes daqueles de referência. Para superar essa dificuldade, foram introduzidos dados complementares de poro pressão no procedimento numérico de modo a permitir identificar o par de parâmetros M e p'_{co} . Concluiu-se que o método pode ser generalizado para diferentes testes *in situ* e também para outros modelos constitutivos, desde que os valores determinados dos parâmetros tenham influência significativa sobre os resultados do ensaio *in situ* calculados em elementos finitos.

Calvello e Finno (2004) apresentaram um estudo sobre os benefícios da utilização da análise inversa na determinação de parâmetros de modelos constitutivos. O procedimento adotado consistiu no acoplamento do programa UCODE ao software comercial Plaxis. UCODE é um código computacional capaz de realizar a modelagem inversa para determinação de parâmetros. Este código foi desenvolvido para modelos de água subterrânea, mas foi utilizado com eficácia na modelagem geotécnica. O software comercial Plaxis foi usado para simular o comportamento do solo com um modelo elasto-plástico. O procedimento descrito foi utilizado para análise de uma escavação, em terreno argiloso, situada em Chicago. Os modelos foram inicialmente calibrados com os resultados de ensaios de compressão triaxial realizados em amostras de quatro camadas da argila e, posteriormente, recalibrados usando dados de um inclinômetro que registrou os deslocamentos da escavação. Foi realizada uma análise de sensibilidade dos parâmetros do solo para identificar a correlação entre eles. Concluiu-se que a análise inversa pode ser efetivamente usada para calibrar um modelo numérico baseado em resultados experimentais do solo. Os autores mostraram que a otimização dos parâmetros relevantes e não correlacionados do modelo melhorou a análise da escavação.

Levasseur e outros (2008) empregaram técnicas de otimização na determinação de parâmetros geotécnicos do modelo constitutivo de Mohr-Coulomb considerando os seguintes resultados de campo: ensaio pressiométrico e deslocamentos horizontais de uma estrutura de estaca prancha em uma escavação. Dois procedimentos de otimização foram testados e comparados para minimizar a função objetivo. O primeiro utilizou o método do gradiente e o segundo tem por base um algoritmo genético. Os procedimentos de otimização foram acoplados ao software comercial Plaxis. Concluiu-se que o método do gradiente é eficiente apenas se o ponto inicial escolhido encontra-se muito próximo da solução. Além disso, é mais apropriado à identificação de um pequeno número de parâmetros para os quais a influência sobre a função de erro tem de ser importante. Os autores concluíram ainda que o método do gradiente pode vir a

ser um processo exaustivo na identificação de parâmetros sem a garantia de que se vá alcançar a uma boa descrição do conjunto solução, enquanto que o algoritmo genético é um método de otimização universal. Ainda, segundo os autores, a desvantagem do algoritmo genético é o custo computacional elevado. De acordo com a utilização da análise inversa em geotecnia, o método algoritmo genético parece ser mais interessante do que o método do gradiente. Seu uso é robusto e estável em uma maior variedade de aplicações e até mesmo com um número elevado de parâmetros para identificar.

Para caracterizar o conjunto de soluções fornecido pelo algoritmo genético, Levasseur e outros (2009) propuseram estender o processo com um método estatístico com base em análise de componentes principais (PCA). O PCA é um método de análise fatorial, que permite definir as direções principais e a dispersão de um conjunto de pontos. O procedimento foi aplicado a um problema de escavação e um teste pressiométrico, ambos idealizados, com objetivo de determinar parâmetros do modelo constitutivo Mohr-Coulomb. Para cada caso verificou-se o tamanho de população, que ofereceu uma estimativa precisa do conjunto de soluções com um custo computacional mínimo. Através do PCA as correlações entre os parâmetros puderam ser deduzidas. Levasseur e outros (2010) testaram o método descrito acima em casos reais e, identificaram os parâmetros do solo a partir de testes pressiométricos realizados em dois problemas de escavação real. Concluiu-se na análise dos casos reais que a associação entre o algoritmo genético e o PCA foi capaz de encontrar um conjunto representativo das soluções de um problema inverso, com uma boa precisão e um custo computacional razoável. No entanto, alguns parâmetros identificados podem ser fisicamente inaceitáveis. O uso de tal método de identificação de parâmetros para projetos reais ainda necessita de alguns conhecimentos especializados, para validar os resultados de otimização e talvez para classificar o conjunto de soluções, a fim de selecionar os parâmetros mais confiáveis fisicamente.

Baroth e Malecot (2010) combinaram uma técnica de análise inversa com base em algoritmo genético e no MEF, com o objetivo de determinar parâmetros do solo a partir de ensaios de campo. Após a determinação dos parâmetros a segunda análise realizada consistiu em determinar um intervalo de confiança para o comportamento de uma escavação escorada com uma cortina de estaca prancha. O código referente ao algoritmo genético foi desenvolvido por Levasseur e outros (2009). Couberam aos autores acoplar o código de AG ao código de elementos finitos estocástico (SFEM), programa desenvolvido por Baroth e outros (2007) para solucionar sistemas de equações diferenciais parciais.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

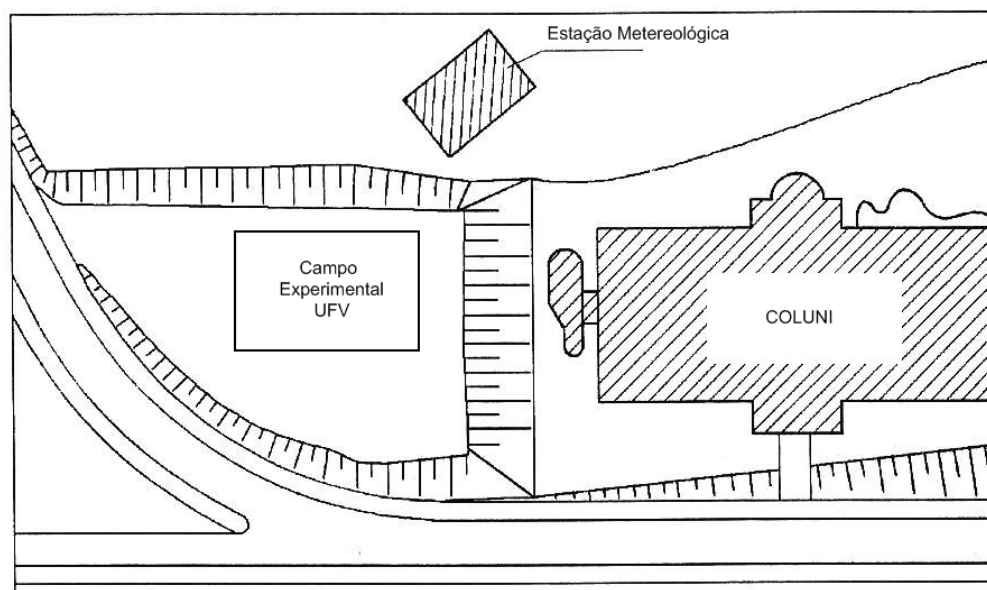
Neste capítulo, apresentam-se os detalhes da prova de carga, os ensaios de laboratório realizados, as características do programa computacional desenvolvido e detalhes da análise inversa que foi realizada.

3.1 Prova de Carga

O ensaio de prova de carga foi realizado por Lopes (1997), em uma sapata de concreto armado, rígida e quadrada, com dimensão lateral de 1,20 metros. O ensaio foi executado no campo experimental do Departamento de Engenharia Civil (DEC) da Universidade Federal de Viçosa (UFV), conforme ilustra-se na Figura 18.

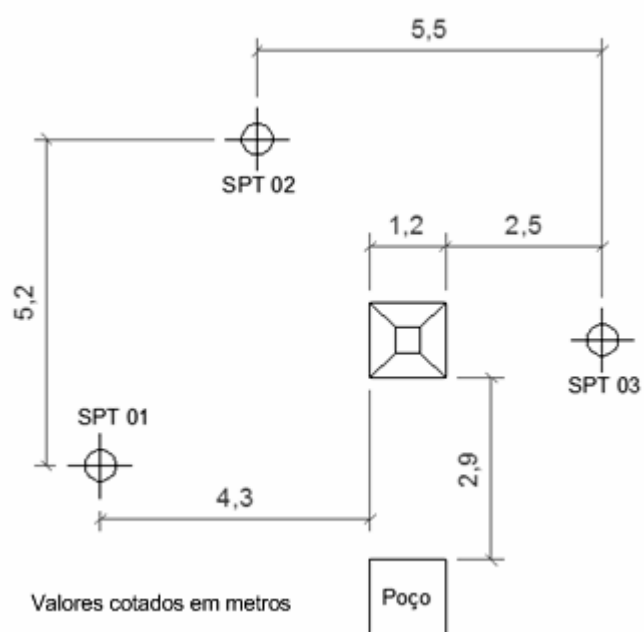
A localização do campo experimental, assim como o posicionamento dos furos de sondagem e do poço de inspeção (construído para a retirada de blocos de amostras indeformadas) podem ser visualizados na Figura 19.

O programa de sondagens inclui três furos verticais de reconhecimento, além de ensaios de penetração dinâmica do tipo SPT, cujos resultados encontram-se na Figura 20.



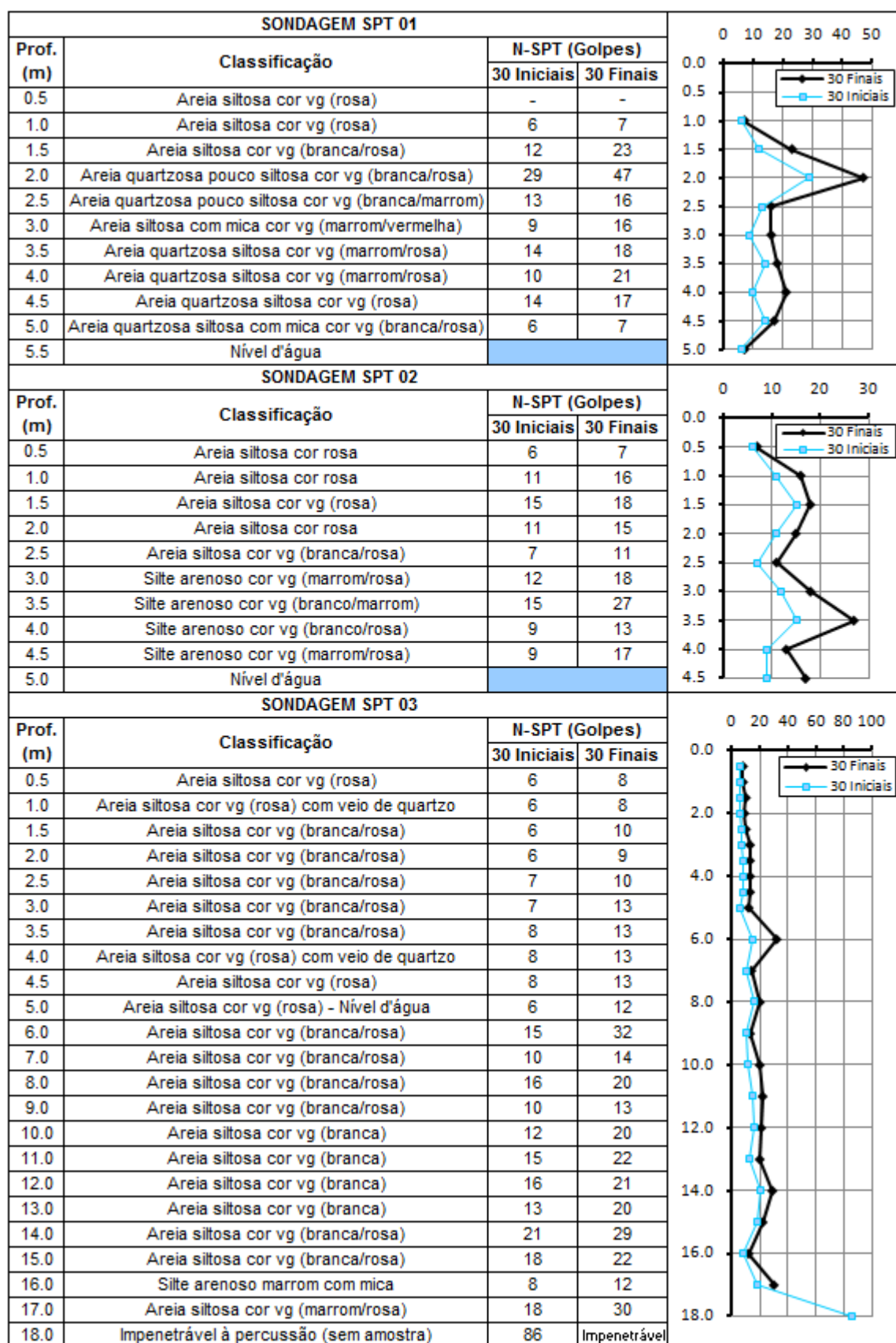
Fonte: Lopes, 1997.

Figura 18 – Localização do campo experimental do DEC/UFV.



Fonte: Lopes, 1997.

Figura 19 – Locação do poço para coleta de amostras e dos furos de sondagem.



Fonte: Lopes, 1997.

Figura 20 – Resultados das sondagens.

A prova de carga foi executada de acordo com a ABNT NBR 6489/1984, que fixa as condições gerais necessárias para execução de provas de carga em fundações com sapatas rasas.

Na primeira etapa, foram aplicados dez estágios de carregamento até uma carga máxima de 648kN, correspondendo a 450KPa de pressão aplicada diretamente sobre o solo. Em seguida, realizou-se um descarregamento total, também em dez estágios.

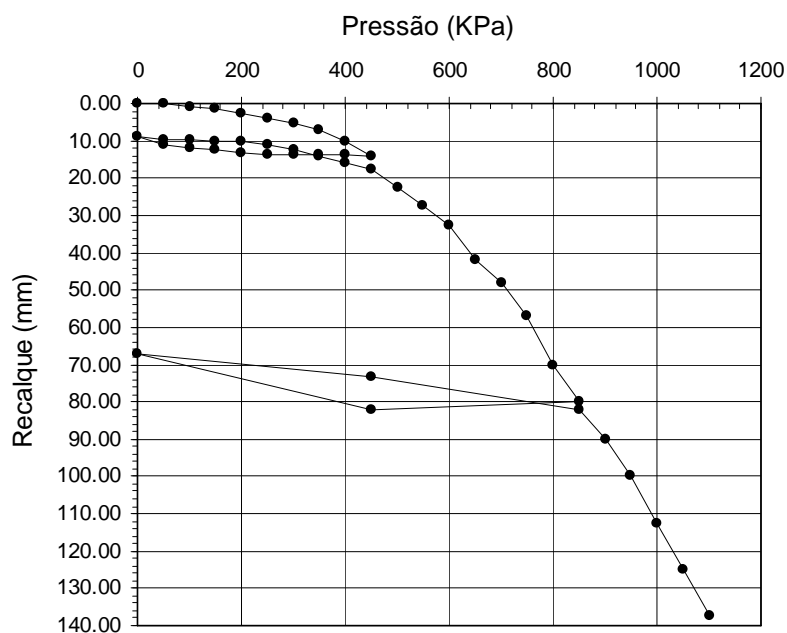
Durante a segunda etapa do ensaio, ao atingir o 28º estágio de carga, o curso do macaco de carregamento acabou. Foi necessário, então, descarregar a sapata, colocar calços rígidos entre a sapata e o macaco, recarregar a prova de carga e prosseguir com os estágios de aplicação de carga.

Os deslocamentos verticais da sapata foram lidos imediatamente após a aplicação da carga, em intervalos de tempo sucessivos e dobrados, como é usual fazer em ensaios de adensamento. A cada etapa de carregamento verificava-se a estabilização que, de acordo com a NBR 6489/1984, consistia em checar se a diferença máxima entre os recalques de duas leituras sucessivas era menor ou igual a 5%, quando, então, podia-se aplicar um novo acréscimo de carga.

Após oito dias ininterruptos de ensaio, alcançou-se a carga de 1440kN. A esta altura, o tempo de estabilização do estágio se estendeu demasiadamente (32 horas). Adotou-se, então, um tempo de estabilização limitado a oito horas.

A partir de 1580kN, os novos carregamentos passaram a ser definidos como rápidos, uma vez que se passou a admitir como tempo de estabilização das deformações intervalos de 30 a, no máximo, 60 minutos. Ao atingir 1750kN de carregamento, as deformações medidas foram muito elevadas quando comparadas àquelas correspondentes às cargas anteriores. Mesmo assim, prosseguiu-se o ensaio até que se atingisse 1900kN de carga aplicada, quando as deformações foram tão elevadas que não foi possível manter pressão suficiente na bomba de modo a transmitir carga constante ao solo. Encerrou-se, o ensaio e considerou-se que a ruptura global ocorreu entre 1750kN e 1900kN.

Na Figura 21 apresenta-se a curva pressão-recalque obtida no ensaio de prova de carga até o acréscimo de 1580kN. Os demais estágios de carregamento correspondem ao carregamento rápido e não serão apresentados neste trabalho, maiores detalhes podem ser encontrados em Lopes, (1997).



Fonte: Lopes, 1997.

Figura 21 – Curva tensão-recalque.

3.2 Ensaios de Laboratório

Foram coletadas, de acordo com a ABNT NBR 9604/1986, três amostras indeformadas (dimensões 40x40x40cm) no poço de inspeção, que foram armazenadas em câmara úmida no laboratório, até a moldagem dos corpos de prova. As amostras foram retiradas a 1,60m de profundidade, a partir da superfície do terreno, até o centro de gravidade da amostra.

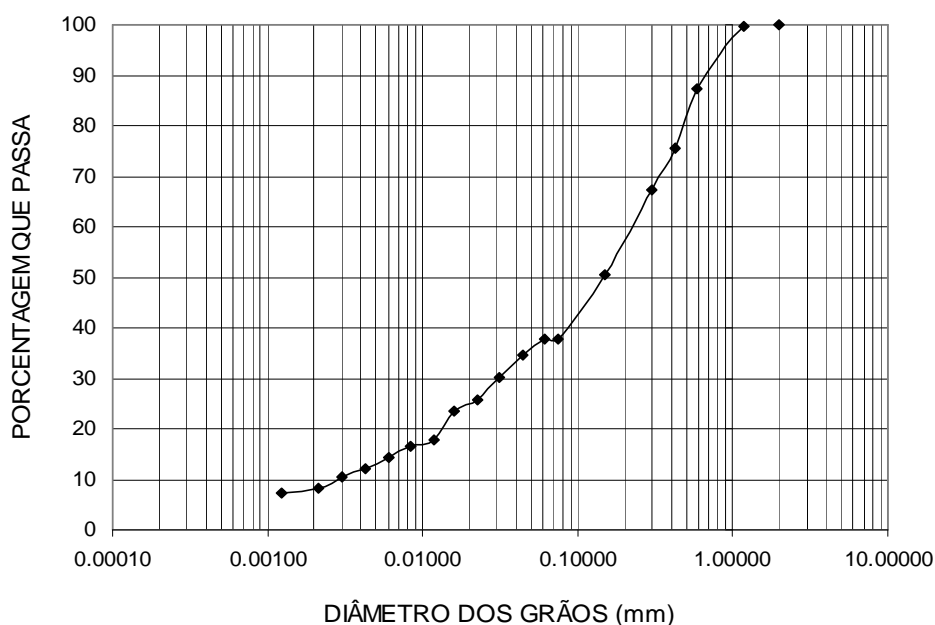
Almeida (2000) e Lopes (1997) realizaram ensaios de caracterização (teor de umidade do material, limites de Atterberg, peso específico do solo e granulometria conjunta) e resistência com tensão controlada utilizando as amostras indeformadas.

Na Tabela 1 apresentam-se os parâmetros determinados nos ensaios de caracterização, enquanto que na Figura 22 encontra-se a curva granulométrica do solo.

Tabela 1 – Resultados dos ensaios de caracterização

Fonte: Almeida, 2000

Granulometria			Limites de Atterberg			Índices físicos			
Argila (%)	Silte (%)	Areia (%)	LL (%)	LP (%)	IP (%)	γ_{nat} (kN/m ³)	ω (%)	γ_s (kN/m ³)	S_r (%)
8,50	37,00	54,50	36,80	18,33	18,47	13,75	17,98	26,08	37,88

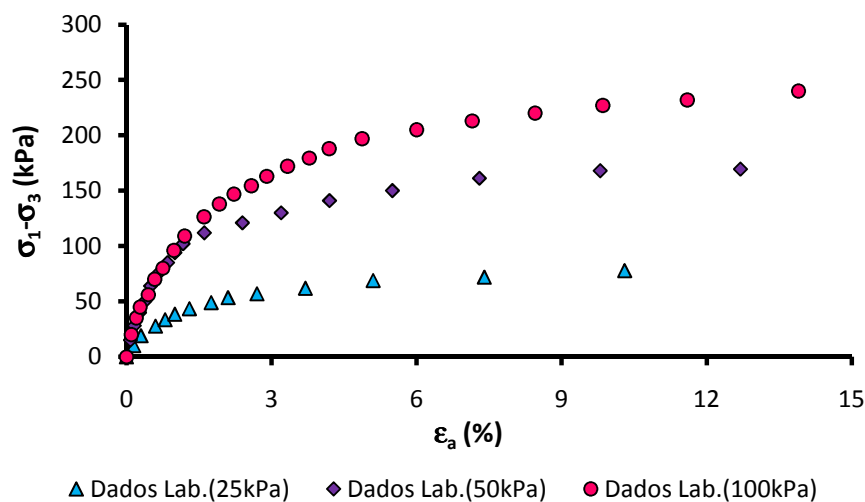


Fonte: Almeida, 2000.

Figura 22 – Curva granulométrica do solo.

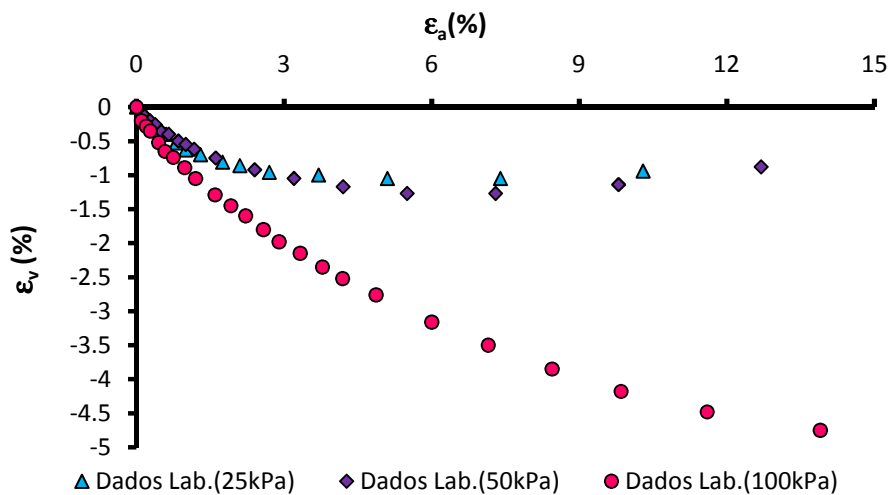
Almeida (2000) realizou ensaios de compressão triaxial (CID – Consolidado Isotropicamente Drenado) com carga controlada em três corpos de prova com dimensões aproximadas de 38 mm de diâmetro e 76 mm de altura. Os corpos de prova foram inicialmente saturados por contra-pressão, em seguida adensados com o valor da tensão de confinamento desejada e, finalmente, levados à ruptura com o

aumento da tensão vertical (trajetória convencional). Foram realizados ensaios com os seguintes valores de pressão de confinamento: 25KPa, 50KPa e 100KPa. Nas Figuras 23 e 24 apresentam-se os resultados.



Fonte: Almeida, 2000.

Figura 23 – Curva tensão desviadora em função da deformação axial.



Fonte: Almeida, 2000.

Figura 24 – Curva deformação volumétrica em função da deformação axial.

Como se sabe, a saturação dos corpos de prova anula o efeito das sucções existentes nas amostras extraídas no campo. A sucção eleva a rigidez e a resistência (principalmente a coesão) do solo em relação aos valores encontrados no laboratório.

3.3 Principais Características do Programa Desenvolvido

Para o desenvolvimento do programa em elementos finitos intitulado ANINVEC (ANálise INVersa de Ensaio de Campo) utilizou-se programação orientada a objetos, em Delphi. O programa resolve problemas mecânicos de equilíbrio estático sob condições de tensão e de deformação planas e, axissimétricas com base no MEF utilizando, elementos triangulares de deformação constante (Constant Strain Triangle, CST).

Dentre outras características, o programa ANINVEC possui geração automática de malhas. Esta geração é realizada a partir da definição de uma região de estudo denominada super elementos, formada por quatro nós. Na Figura 25(a) apresenta-se uma malha com quatro super elementos. Fornece-se ao programa as coordenadas dos nós que compõem os super elementos bem como, as propriedades dos materiais e o número de divisões em x e em y de cada super elemento, além da incidência nodal. Com estas informações gera-se a malha, conforme ilustrado na Figura 25(b).

A matriz constitutiva pode ser calculada a partir de um modelo linear e elástico, ou do modelo hiperbólico descrito no Capítulo de Revisão Bibliográfica. No caso do modelo hiperbólico, o sistema de equações algébricas, Equação (46), é não-linear e é resolvido de forma puramente incremental.

Ainda como dados de entrada do programa ANINVEC, caso se deseje realizar uma análise inversa, devem ser fornecidos os valores de tensão e deformação de ensaios triaxiais, ou valores de um ensaio de campo como, por exemplo, de uma prova de carga, para se obter os parâmetros do modelo hiperbólico.

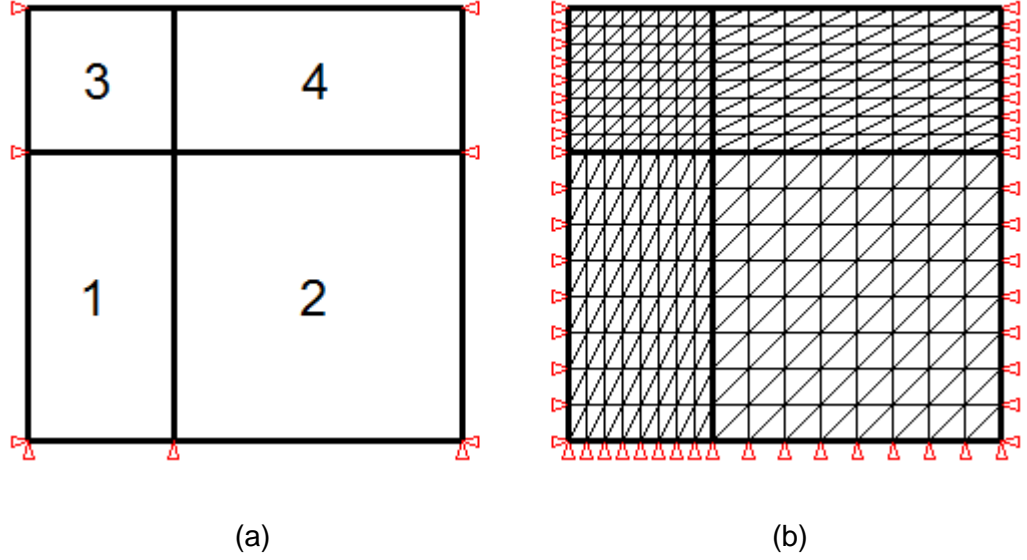


Figura 25 – Malha: (a) super elementos (b) gerada automaticamente.

3.4 Análise Inversa

A metodologia proposta para identificação de parâmetros do modelo constitutivo hiperbólico consiste basicamente de duas etapas principais:

A primeira é a definição de uma função objetivo, que mede a diferença entre os resultados experimentais e os calculados pelo MEF. As funções objetivos são expressas por meio das seguintes equações

$$\text{erro}_{\sigma} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma^{\text{MEF}} - \sigma^{\text{Campo}})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma^{\text{Campo}})^2}} \quad (59)$$

$$\text{erro}_{\delta} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\delta^{\text{MEF}} - \delta^{\text{Campo}})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\delta^{\text{Campo}})^2}} \quad (60)$$

em que, erro_{σ} é o erro relativo em relação à tensão desviadora (utilizado em análises inversas de ensaios triaxiais de laboratório); erro_{δ} é o erro relativo em relação ao deslocamento (utilizado em análises inversas de uma prova de carga no campo).

A segunda etapa é a procura por um mínimo global da função objetivo, possível de ser determinado por meio de um processo de otimização. Como já foi dito, no presente projeto optou-se pela utilização do AG por ser um procedimento eficiente quando se trabalha com um número grande de parâmetros e de fácil implementação computacional (Lacerda e Carvalho, 1999).

A variação dos parâmetros do modelo hiperbólico para gerar a população inicial pode ser estabelecida por meio de limites máximos e mínimos para cada parâmetro, ou por meio dos valores obtidos na calibração tradicional submetidos a uma porcentagem de variação.

A população inicial é constituída por dez indivíduos gerados aleatoriamente a partir dos limites inferior e superior estabelecidos inicialmente. Para cada indivíduo (cromossomo) avalia-se a função objetivo e ordenam-se conforme a aptidão. Os sete mais aptos são selecionados para gerar descendentes por meio da combinação dos cromossomos pais.

O operador genético utilizado para recombinação foi *Crossover* BLX- α , com α igual a 0,5. Verificam-se todos os genes gerados de modo a garantir que estejam entre os limites possíveis. Caso não estejam, adota-se o valor limite correspondente. Após a recombinação, a nova população (população de descendentes) passa a ter quarenta e dois indivíduos.

Segundo Sivnandam e Deepa (2008), a mutação ajuda a escapar de mínimos locais e mantém a diversidade da população. O processo de mutação adotado consiste em gerar um número aleatório (entre 0 a 100) que se for menor do que a taxa de mutação escolhida, no caso 10, o gene é alterado por um número aleatório entre os valores do limite estipulado que geraram a população inicial. Este procedimento é denominado mutação uniforme.

Os cromossomos pais e a nova população (descendentes), composta por quarenta e dois indivíduos, são avaliados e ordenados de acordo com a função objetivo. Os sete indivíduos mais aptos são selecionados para gerar novos descendentes. Este

procedimento é repetido até que se encontre o valor mínimo preestabelecido da função objetivo, ou até que se atinja o número máximo de gerações, conforme o fluxograma ilustrado na Figura 26.

Outras análises foram realizadas em que a população inicial era de vinte e de quarenta indivíduos. Foi possível verificar, a influência do número de indivíduos da população inicial na resposta dada pelo algoritmo.

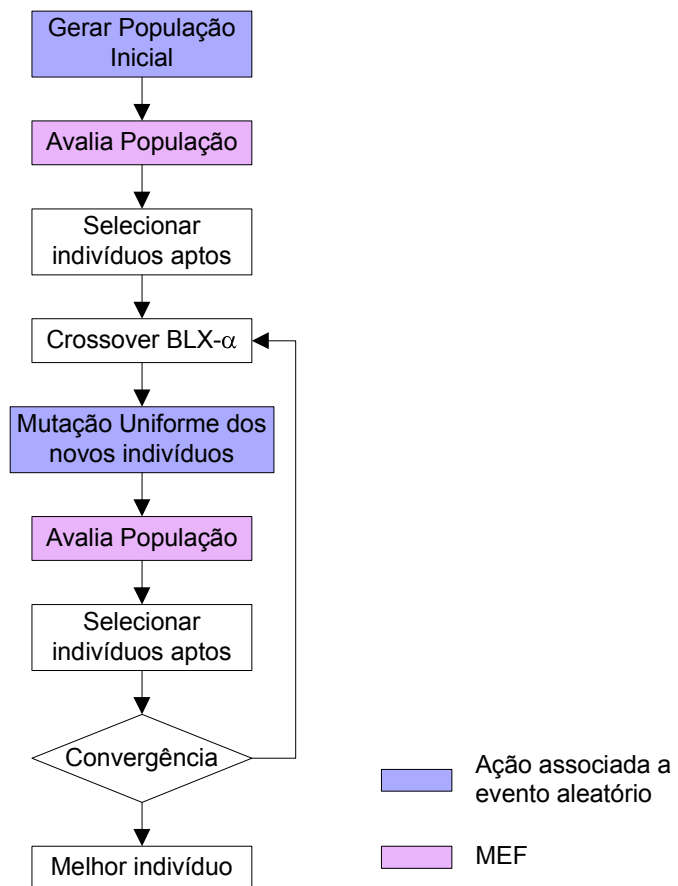


Figura 26 – Fluxograma análise inversa com MEF e algoritmo genético proposto.

4. RESULTADOS

Neste capítulo se apresenta, inicialmente, a calibração do modelo hiperbólico realizada com os resultados dos ensaios triaxiais. Em seguida, apresentam-se exemplos de validação do programa ANINVEC e os parâmetros do modelo constitutivo (modelo hiperbólico) obtidos por meio das análises inversas da prova de carga realizadas. Por fim, com os melhores valores dos parâmetros, a prova de carga é novamente analisada e o comportamento do maciço e da fundação discutido.

4.1 Calibração do Modelo Hiperbólico

Com base nos resultados de ensaios triaxiais convencionais, determinaram-se os parâmetros do modelo hiperbólico.

Conforme se ilustra na Figura 27, os parâmetros a e b são determinados utilizando a curva transformada, conforme descrito no Capítulo 2.

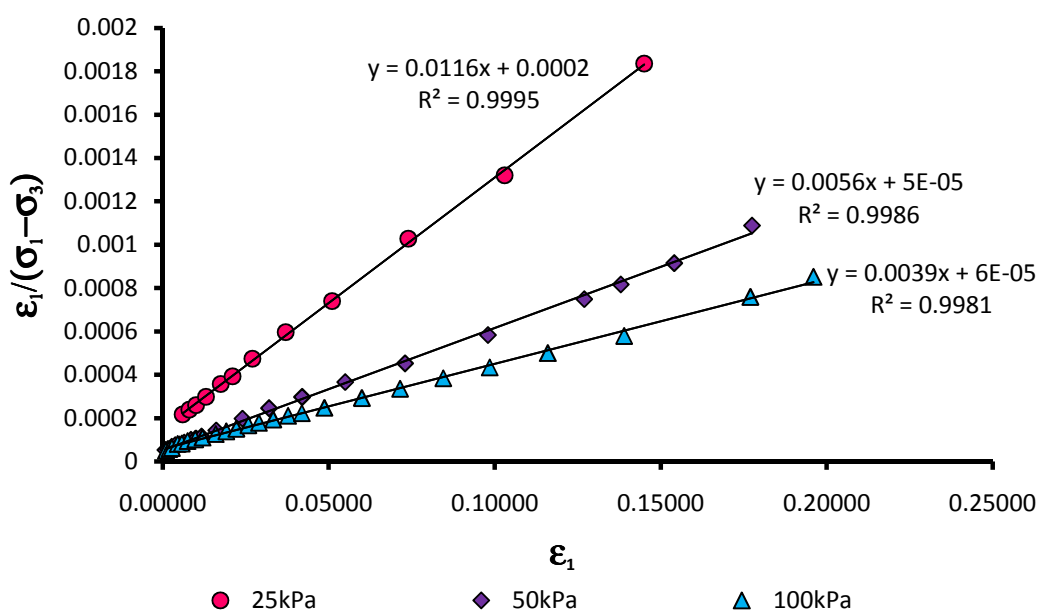


Figura 27 – Gráfico normalizado do modelo hiperbólico.

Na Tabela 2 apresentam-se os valores dos parâmetros a e b definidos para cada nível de pressão de confinamento, σ_3 .

Tabela 2 – Parâmetros a e b

σ_3	a	b
25KPa	0.0002	0.0116
50KPa	0.00005	0.0056
100KPa	0.00006	0.0039

Os parâmetros de resistência c (coesão) e ϕ (ângulo de atrito) são determinados por meio do gráfico p versus q , em que $p = (\sigma_1 + \sigma_3)/2$ e $q = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ conforme se ilustra na Figura 28.

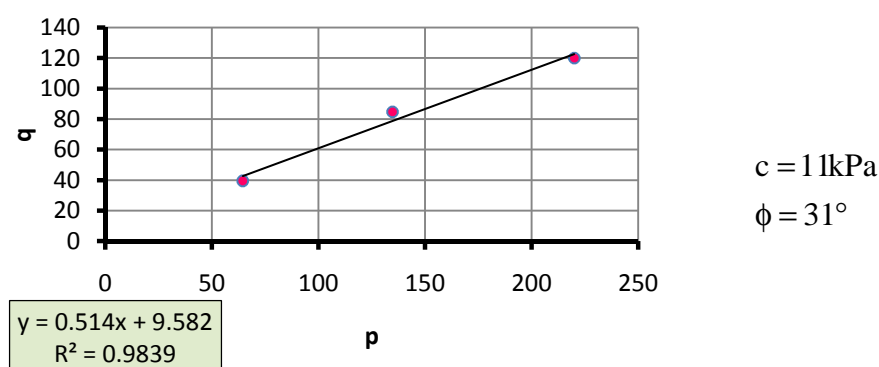


Figura 28 – Determinação de c e ϕ .

O parâmetro R_f , denominado razão de ruptura, relaciona $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult} = I/b$ com a resistência do solo, $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$, calculada utilizando o critério de ruptura de Mohr-Coulomb. O parâmetro é a média dos valores de R_f determinados para cada valor de σ_3 tendo sido o valor encontrado igual a 0,95.

Os parâmetros K e n relacionam o módulo de elasticidade inicial $(E_i = I/a)$ com a tensão de confinamento (σ_3) e são determinados com auxílio do gráfico ilustrado na

Figura 29, em que K é o intercepto no eixo das ordenadas e n é a inclinação da reta $\log(E_i/pa)$ versus $\log(\sigma_3/pa)$.

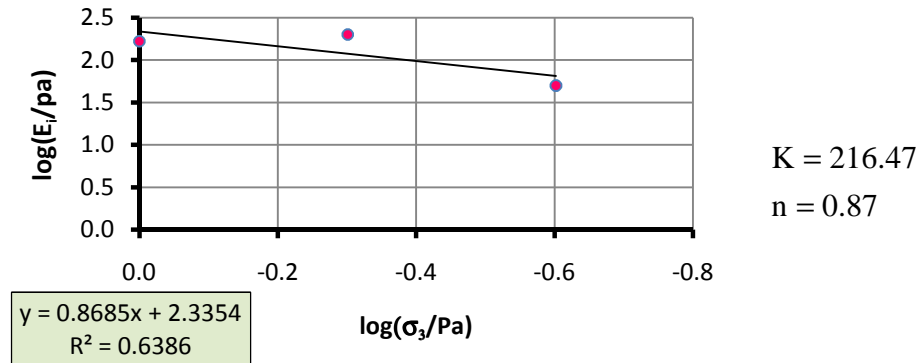


Figura 29 – Parâmetros K e n .

Os parâmetros K_b e m são definidos por meio do gráfico $\log(B/Pa)$ versus $\log(\sigma_3/Pa)$, conforme a Figura 30, em que m é a inclinação da reta de ajuste linear dos pontos plotados e K_b é o intercepto da reta com o eixo vertical. O módulo de expansão volumétrica, $B = \sigma_{oct}/\varepsilon_v$, em que $\sigma_{oct} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ é a tensão normal octaédrica, é determinado para cada valor de tensão confinante como sendo a média entre os valores calculados para cada ponto do ensaio de laboratório (Figuras 23 e 24).

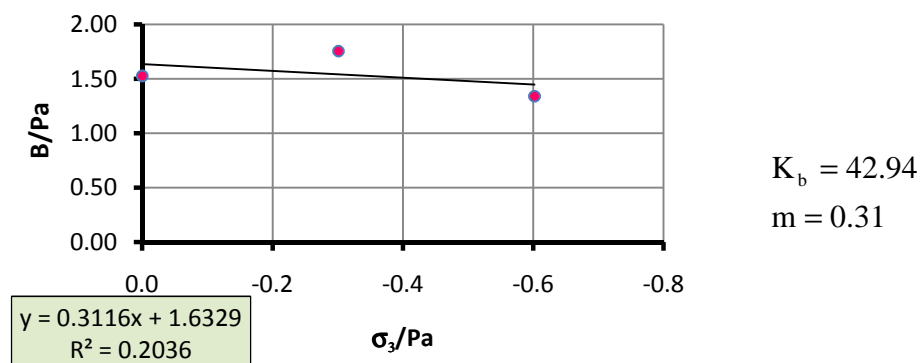


Figura 30 – Parâmetros K_b e m .

Na Tabela 3 encontram-se os valores dos parâmetros do modelo hiperbólico calibrados, a partir dos resultados de ensaios de laboratório.

Tabela 3 – Parâmetros calibrados do modelo hiperbólico

parâmetros	K	n	K_b	m	Rf	c(KPa)	$\phi(^{\circ})$
	216,47	0,87	42,94	0,31	0,95	11	31

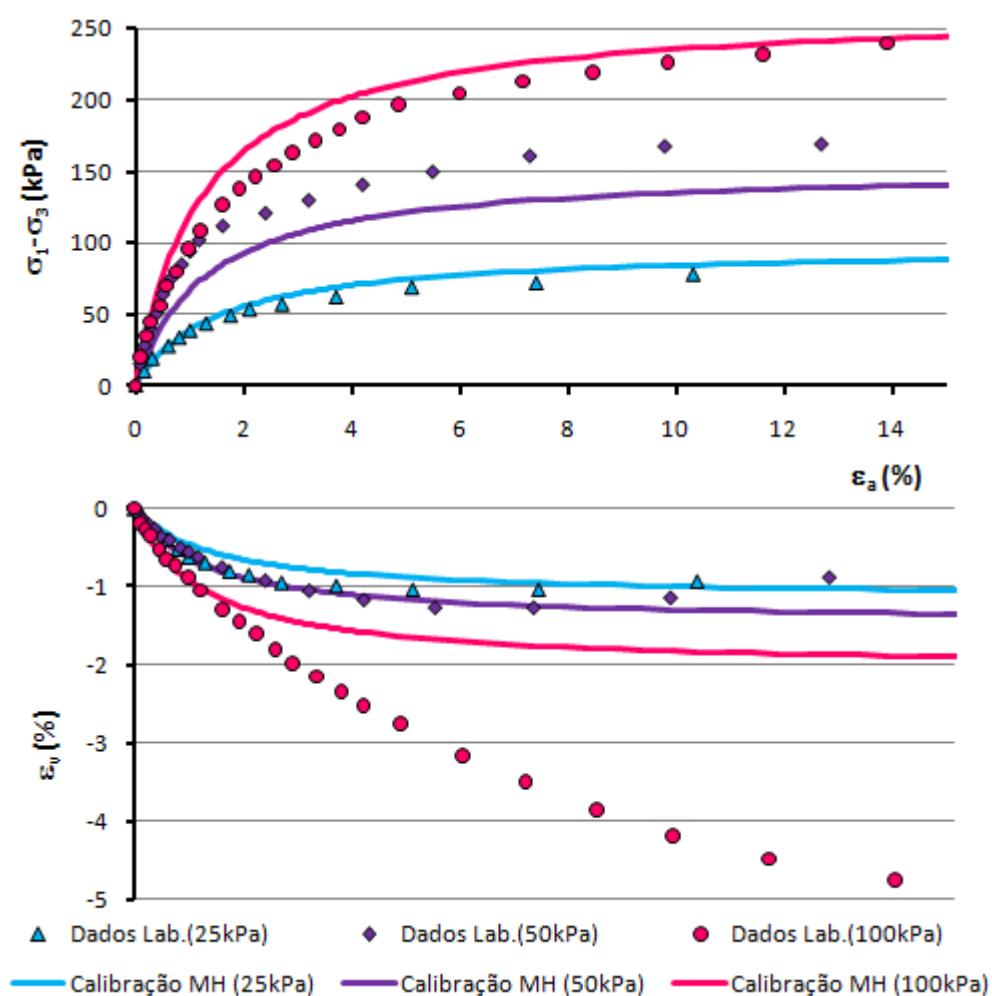


Figura 31 – Reconstituição das curvas tensão desviadora e deformação volumétrica em função da deformação axial.

Na Figura 31 encontram-se as curvas tensão desviadora e deformação volumétrica em função da deformação axial, reconstituídas com base nos parâmetros definidos na calibração. Verifica-se que as curvas que relacionam a deformação volumétrica com a

deformação axial não foram bem representadas, principalmente para a tensão confinante de 100KPa. A curva tensão desviadora e deformação axial correspondente à pressão de 50KPa também não foi bem representada pelo modelo.

4.2 Exemplos de Validação do programa ANINVEC

Neste item encontram-se modelagens numéricas utilizando o programa ANINVEC em duas situações: a primeira consiste na análise de um ensaio triaxial e, a segunda, a simulação de uma sobrecarga circular aplicada na superfície de um semi-espaço infinito. O objetivo é validar a implementação do MEF mediante comparações com alguns resultados numéricos e analíticos, encontrados na literatura.

4.2.1 Ensaio Triaxial

Para esta validação, utilizou-se um ensaio triaxial, com pressão confinante de 25KPa, realizado em uma amostra com 38 mm de diâmetro e 76 mm de altura. Na Figura 32 encontra-se a malha de elementos finitos gerada com o programa ANINVEC, as condições de carregamento e de contorno, além dos parâmetros do modelo constitutivo. Como o problema envolve um corpo em que a geometria e as condições de carregamento e de contorno são simétricas em relação ao eixo axial, realizou-se uma análise axissimétrica.

Considerou-se a pressão confinante σ_3 já aplicada na amostra e, em seguida, somou-se incrementos da tensão axial, $\Delta\sigma_1$, até alcançar a ruptura. Utilizaram-se os parâmetros do modelo hiperbólico determinados por meio dos ensaios triaxiais mostrados na Figura 32, e dividiu-se o carregamento axial em 100 estágios.

Os resultados foram comparados com curvas geradas em uma planilha de EXCEL, desenvolvida para simular as curvas, de tensão desviadora e deformação volumétrica

versus deformação axial, de acordo com o modelo hiperbólico. Nas Figuras 33 e 34, apresentam-se comparações entre as curvas geradas pelo programa ANINVEC e as traçadas na planilha. Observa-se uma concordância praticamente perfeita entre as curvas concluindo-se, portanto, que o procedimento correspondente ao modelo constitutivo abordado foi adequadamente implementado no programa.

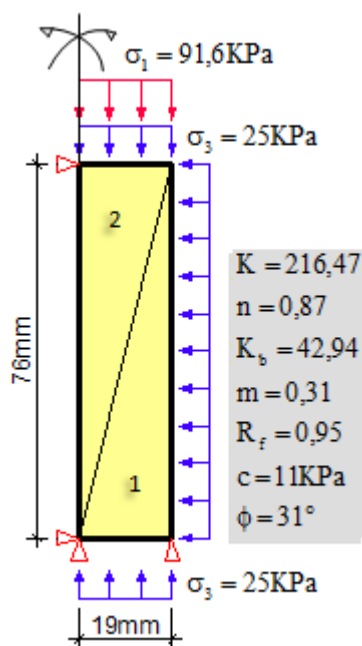


Figura 32 – Malha de elementos finitos e parâmetros do solo – Triaxial.

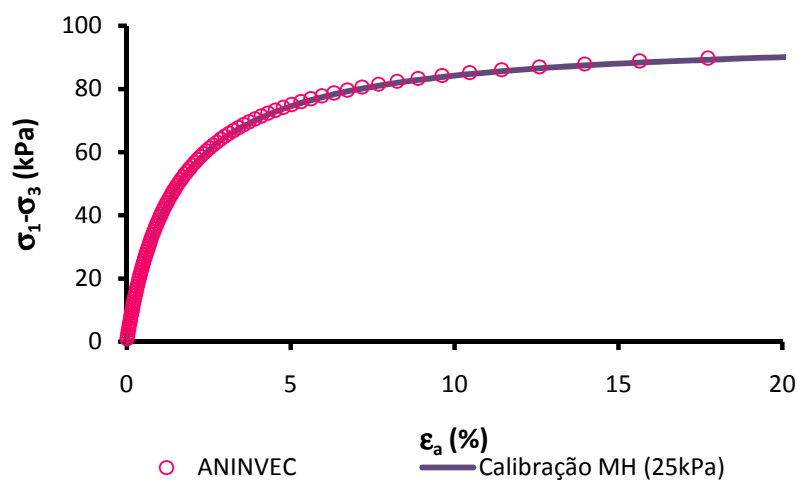


Figura 33 – Curva tensão desviadora versus deformação axial – comparação ANINVEC e Calibração.

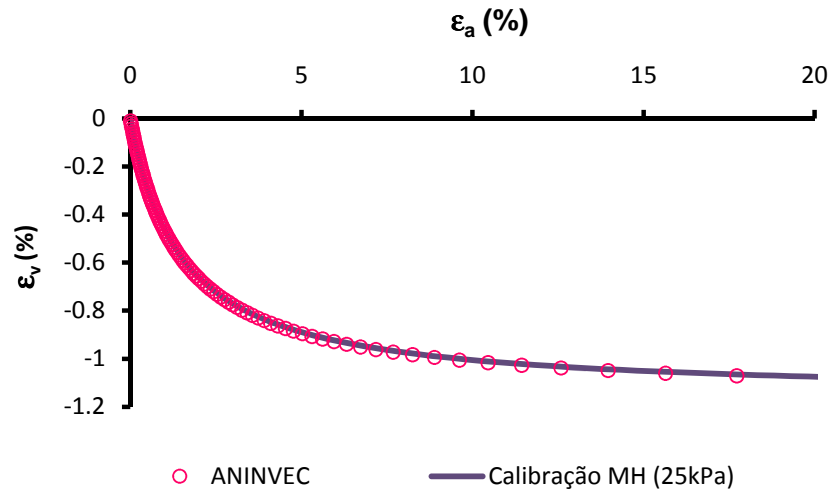


Figura 34 – Curva deformação volumétrica versus deformação axial – comparação ANINVEC e Calibração.

4.2.2 Tensões e deslocamentos devidos à sobrecarga circular

Neste exemplo, a análise numérica tem como objetivo determinar as distribuições de tensões e deslocamentos no solo provocadas por uma carga de área circular, uniformemente distribuída, aplicada na superfície de um terreno.

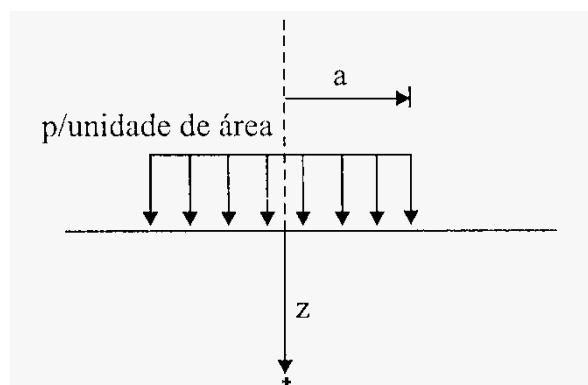


Figura 35 – Carga vertical distribuída em uma área circular aplicada em um semi-espaço infinito.

A carga aplicada corresponde a 1100KPa distribuída em uma área circular de 0,5m de raio. Os resultados obtidos com o programa ANINVEC foram comparados com os determinados pelo programa SIGMA/W, versão 5.11 (*student license*) e com as estimativas definidas com base na teoria da elasticidade.

Os acréscimos de tensão e deslocamento produzidos pela aplicação de uma carga vertical distribuída sobre uma área circular na superfície de um semi-espaco infinito podem ser calculados por meio da integração da equação de Boussinesq, em toda área circular. Os acréscimos de tensão e deslocamento vertical em pontos ao longo do eixo de axissimetria são dados por:

$$\Delta\sigma_z = p \cdot \left[1 - \left\{ \frac{1}{1 + (a/z)^2} \right\}^{3/2} \right] \quad (61)$$

$$\Delta\sigma_r = \Delta\sigma_\theta = \frac{p}{2} \cdot \left[(1 + 2 \cdot \nu) - \frac{2 \cdot (1 + \nu) \cdot z}{(a^2 + z^2)^{1/2}} + \frac{z^3}{(a^2 + z^2)^{3/2}} \right] \quad (62)$$

$$\delta_z = \frac{2 \cdot p \cdot a \cdot (1 - \nu^2)}{E} \cdot \left(\sqrt{1 + (z/a)^2} - z/a \right) \cdot \left[1 + \frac{z/a}{2 \cdot (1 - \nu) \cdot \sqrt{1 + (z/a)^2}} \right] \quad (63)$$

em que, p é a carga distribuída por unidade de área, z , r e θ são coordenadas cilíndricas e a é o raio (Figura 35).

Na análise numérica, considerou-se equilíbrio axissimétrico e material com comportamento elástico linear. Na Figura 36 está a malha de elementos finitos gerada pelo programa ANINVEC, com 289 nós e 512 elementos triangulares, além das condições de carregamento e de contorno, e os parâmetros adotados para o solo.

Na Figura 37 apresenta-se a malha de elementos finitos gerada no programa SIGMA/W, com 289 nós e 256 elementos quadriláteros.

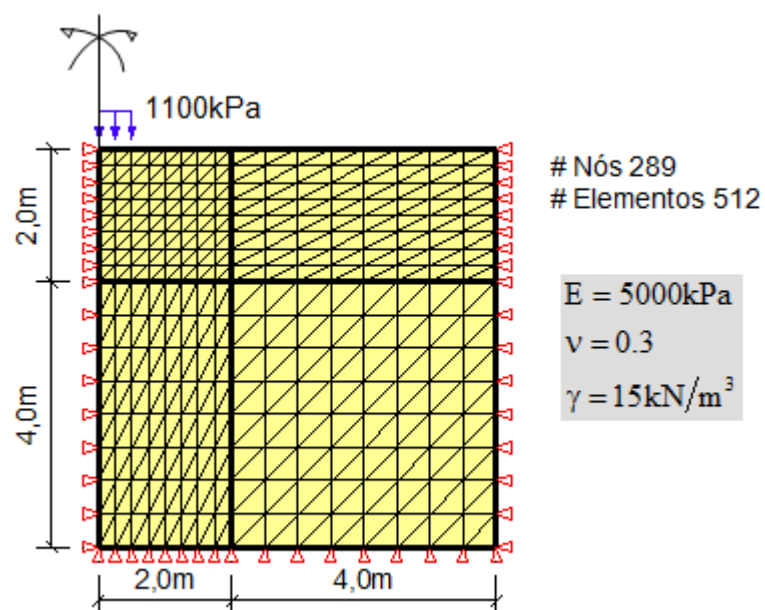


Figura 36 – Malha de elementos finitos gerada pelo ANINVEC e propriedades do solo
– Sobrecarga circular.

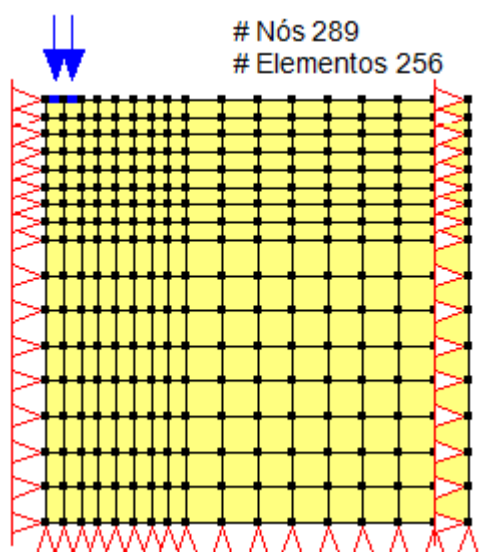


Figura 37 – Malha de elementos finitos gerada pelo SIGMA – Sobrecarga circular.

Nas Figuras 38, 39 e 40 apresentam-se os resultados encontrados nas análises numéricas utilizando os programas ANINVEC e SIGMA/W, e o resultado teórico.

Na Figura 38 ilustra-se a variação do acréscimo de tensão vertical (tensão em Y) com a profundidade, determinada por meio das análises numéricas e pela solução

teórica. Observa-se que as curvas estão praticamente sobrepostas. A diferença entre os resultados obtidos com os programas ANINVEC e SIGMA/W pode ser explicada pelo fato de o programa SIGMA/W determinar as tensões nos nós da malha de elementos finitos, enquanto que no programa ANINVEC as tensões são obtidas no centróide do elemento finito. Consequentemente, a curva determinada pelo programa ANINVEC não atinge a profundidade total (6m) e a superfície do terreno.

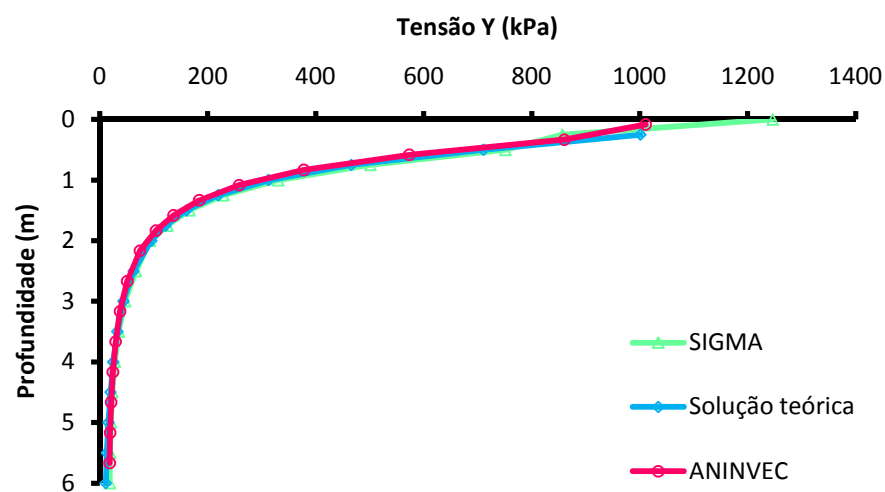


Figura 38 – Tensão vertical em função da profundidade.

Na Figura 39 verifica-se que as distribuições da tensão horizontal (tensão em X) com a profundidade, calculadas com os dois programas e com a solução teórica, são um pouco diferentes entre as profundidades 0,6 m a 1,4 m. A diferença entre o valor teórico e o valor numérico fornecido pelo programa SIGMA é menor que a obtida com o programa ANINVEC. Isso se explica pelo tipo de elemento utilizado no programa ANINVEC. As diferenças seriam menores se a malha de elementos finitos fosse mais refinada.

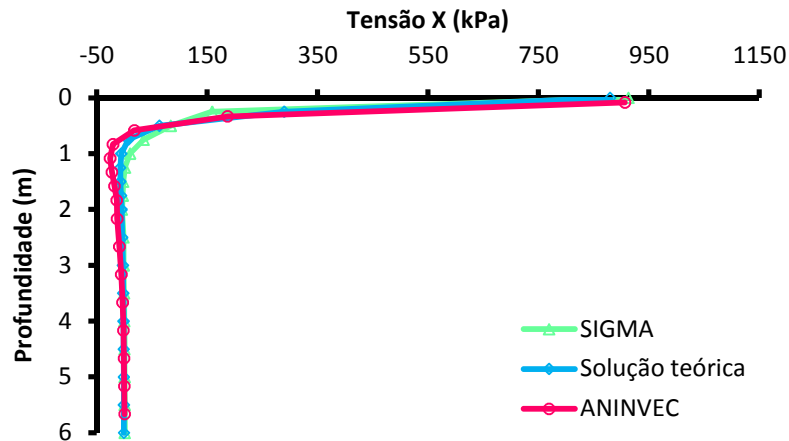


Figura 39 – Tensão horizontal em função da profundidade.

Na Figura 40 comparam-se os resultados de deslocamento em função da profundidade, para os três casos analisados. As curvas referentes às análises numéricas são muito próximas e diferentes da curva teórica, à medida que a profundidade aumenta. Esta diferença está relacionada ao efeito da condição de contorno imposta ao deslocamento na profundidade de 6m, considerada indeslocável nos modelos numéricos. As diferenças diminuiriam caso se aumentasse, substancialmente, a profundidade da malha de elementos finitos.

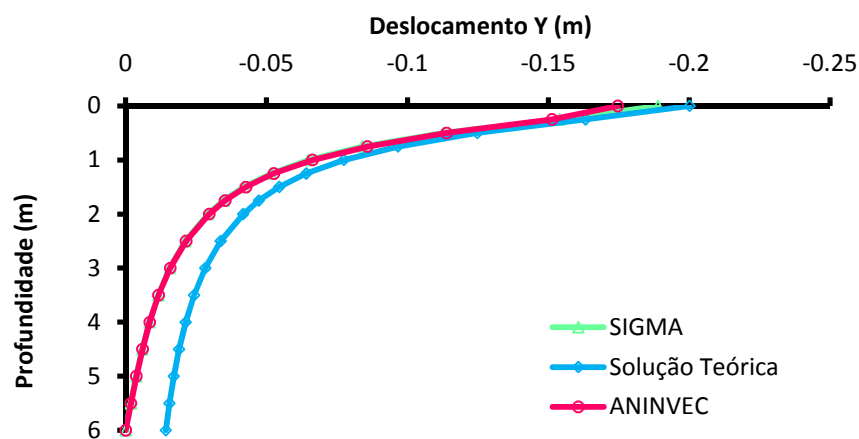


Figura 40 – Deslocamento em Y devido ao carregamento em função da profundidade.

Com base nas comparações realizadas, conclui-se que o programa desenvolvido está funcionando adequadamente.

4.3 Análise da Prova de Carga

Como já mencionado anteriormente, a prova de carga foi executada em uma sapata quadrada de lado igual a 1,20m. A análise numérica foi realizada supondo o problema axissimétrico e admitindo uma sapata circular de raio igual 0,675m, equivalente em área à sapata quadrada.

A malha de elementos, composta por 394 nós e 710 elementos triangulares, é ilustrada na Figura 41. Nesta figura também são apresentadas as condições de contorno e de carregamento. A análise foi feita puramente incremental com 100 etapas de carregamento.

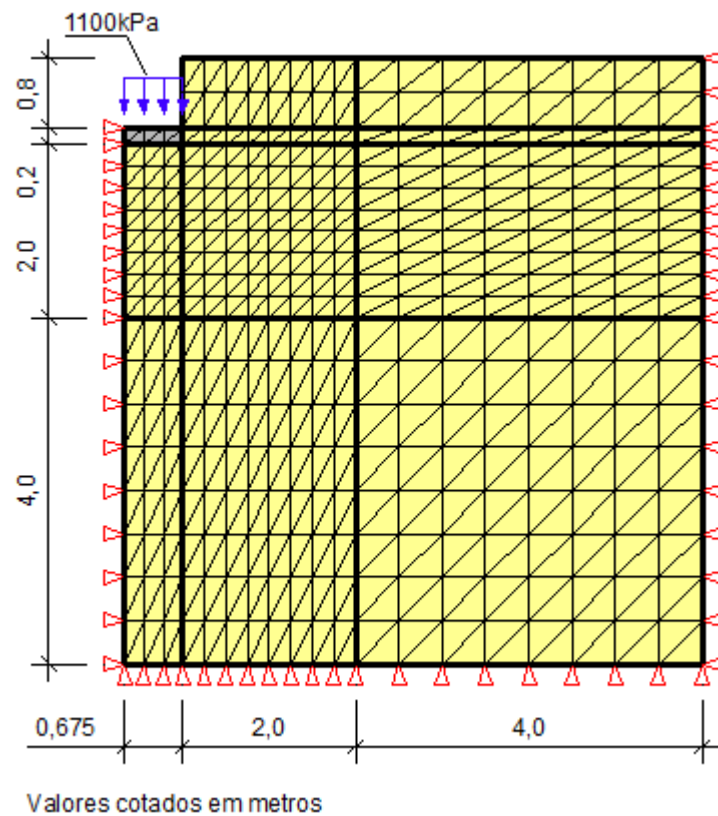


Figura 41 – Malha de elementos finitos da prova de carga.

A sapata foi considerada como uma placa rígida de 20 cm de espessura, em concreto, para o qual se admitiu comportamento linear elástico, módulo de elasticidade igual a 37,693 GPa e coeficiente de Poisson igual a 0,2.

A primeira etapa da análise consistiu na determinação do estado de tensão inicial. Admitiu-se comportamento linear e elástico para o solo, módulo de elasticidade igual a 7000 MPa, coeficiente de Poisson de 0,3 e peso específico natural de 13,75kN/m³.

As isocurvas de tensões iniciais, vertical e horizontal, traçadas pelo programa SURFER, a partir do arquivo de saída do programa ANINVEC, encontram-se na Figura 42.

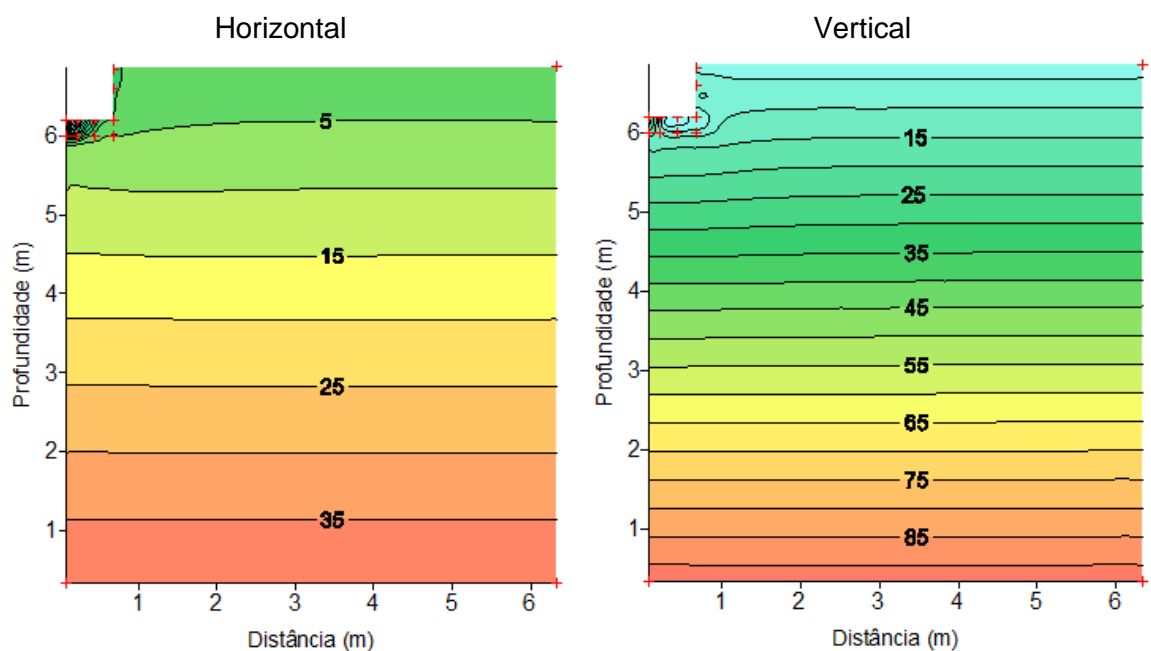


Figura 42 – Estado de Tensão Inicial – Valores em KPa.

Após esta primeira etapa, simulou-se o carregamento da sapata considerando que o solo se comportava de acordo com o modelo hiperbólico.

Com a incorporação do algoritmo genético no código de elementos finitos, se determinaram os parâmetros do modelo hiperbólico. O tempo de processamento foi de aproximadamente 12 horas.

Entre as análises realizadas selecionaram-se seis, para as quais se apresentam os parâmetros otimizados e o valor da função objetivo (FO), Equação (60), na Tabela 4.

A descrição de cada análise encontra-se na Tabela 5.

O primeiro (1, 2 e 3) e o segundo (4, 5 e 6) conjuntos de análises apresentam populações iniciais diferentes visando melhorar o espaço de busca.

Adotaram-se duas faixas de variação dos parâmetros, de acordo com as Tabelas 6 e 7. Na Tabela 7, encontram-se menores intervalos de variação dos parâmetros m e n e portanto, menor região de busca em relação àqueles encontrados na Tabela 6. O ângulo de atrito apresenta a menor variação entre os limites inferior e superior devido à confiabilidade na determinação do parâmetro.

Tabela 4 – Parâmetros otimizados do modelo hiperbólico

Otimização	K	n	Kb	m	Rf	c (kPa)	ϕ (°)	FO
1	123,500	0,000	111,710	0,160	1,030	44,500	25,000	0,1711
2	113,230	0,000	16,470	0,000	1,200	86,780	25,000	0,0914
3	183,2064	0,000	200,000	0,000	1,200	21,5508	25,000	0,1691
4	100,000	0,100	36,454	0,187	0,700	94,780	45,000	0,1410
5	531,578	0,100	57,469	0,100	1,200	43,939	25,441	0,1061
6	217,020	0,100	23,950	0,100	1,190	97,250	35,420	0,0380
Calibração	216,470	0,870	42,940	0,310	0,950	11,000	31,000	6,8067

Tabela 5 – Descrição das análises

Otimização	Descrição
1	Limites de acordo com a Tabela 6, população inicial com 10 indivíduos
2	Limites de acordo com a Tabela 6, população inicial com 20 indivíduos
3	Limites de acordo com a Tabela 6, população inicial com 40 indivíduos
4	Limites de acordo com a Tabela 7, população inicial com 10 indivíduos
5	Limites de acordo com a Tabela 7, população inicial com 20 indivíduos
6	Limites de acordo com a Tabela 7, população inicial com 40 indivíduos

Tabela 6 – Limites inferior e superior de cada parâmetro – análise 1,2 e 3

Limites	K	n	Kb	m	Rf	c (kPa)	ϕ (°)
Inferior	100,00	0,00	2,00	0,00	0,70	10,00	25,00
Superior	1000,00	2,00	200,00	2,00	1,20	100,00	45,00

Tabela 7 – Limites inferior e superior de cada parâmetro – análise 4, 5 e 6

Limites	K	n	Kb	m	Rf	c (kPa)	ϕ (°)
Inferior	100,00	0,10	2,00	0,10	0,70	10,00	25,00
Superior	1000,00	2,00	200,00	2,00	1,20	100,00	45,00

Observa-se que os melhores parâmetros foram obtidos com a análise 6, que apresentou um erro de 3,8% ($FO = 0,038$), apesar da região de busca ter sido ligeiramente menor do que na análise 3, que iniciou com o mesmo número de indivíduos. Observa-se, também, que nas análises 4, 5 e 6, o erro diminuiu à medida que a população inicial aumentava, o que era de se esperar porque a região de busca era maior. Curiosamente, esta expectativa não se confirmou nas análises 1, 2 e 3.

Entre os melhores parâmetros calculados (da análise 6) e aqueles obtidos com a calibração tradicional dos ensaios de laboratório, a coesão foi o que mais variou. Este resultado é bastante coerente, uma vez que no campo o solo se encontrava não-saturado, possivelmente com um valor de coesão elevado já que seu grau de saturação era de 38%, e os ensaios foram realizados com amostras saturadas, que praticamente eliminaram a coesão existente no campo.

Nas Figuras 43 e 44 apresenta-se a convergência do algoritmo genético em função do tamanho da população inicial. Observa-se, na Figura 43, que as gerações iniciais apresentam menor erro quanto maior for o tamanho da população, mas convergem com número pequeno de gerações (entre 5 e 10). No caso da Figura 44, nota-se que para a população inicial com 10 indivíduos, a função objetivo foi menor quando comparada com as populações de 20 e 40 indivíduos. Isso pode ser explicado pelo fato de a população inicial ser gerada aleatoriamente a partir dos limites impostos inicialmente.

Por outro lado, na Figura 44, também pode ser observado que a análise 6, que gerou o melhor conjunto de parâmetros, apresentou um padrão de convergência diferente de todos os outros.

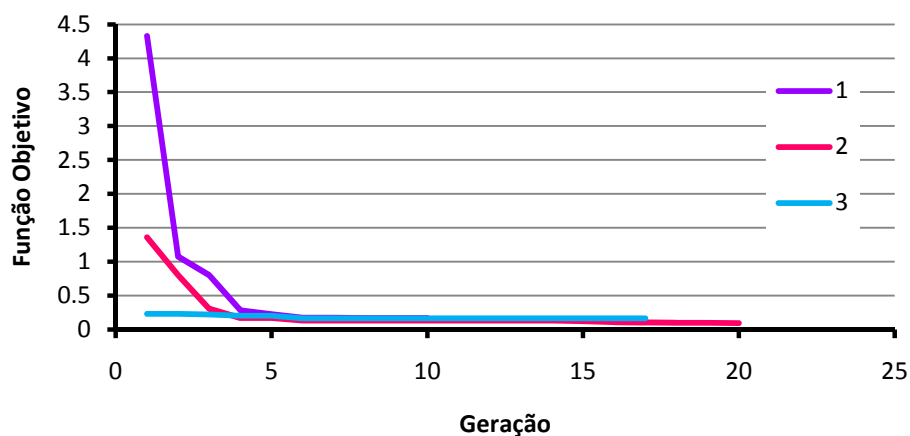


Figura 43 – Convergência do algoritmo genético variando o tamanho da população inicial – análise 1, 2 e 3.

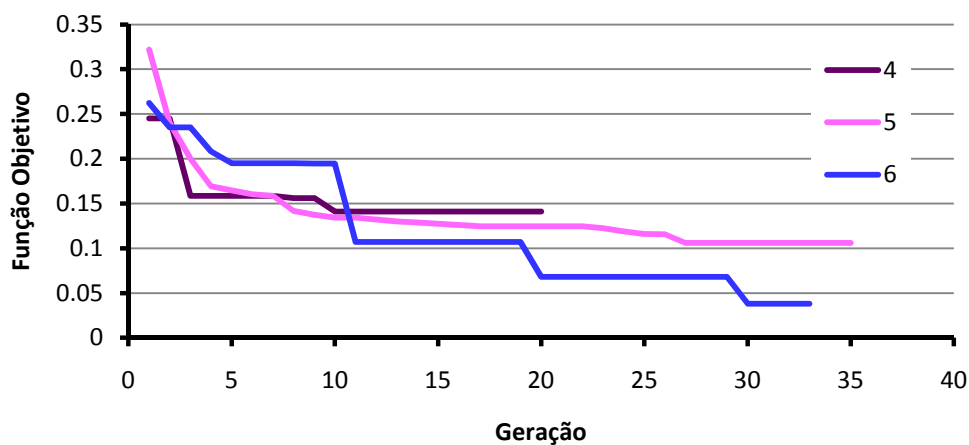


Figura 44 – Convergência do algoritmo genético variando o tamanho da população inicial – análise 4, 5 e 6.

Nas Figuras 45 e 46 comparam-se as curvas tensão-recalque obtidas com a prova de carga no campo e os resultados definidos pelas seis análises numéricas realizadas.

Na Figura 45 vê-se que para as análises 1 e 2, as curvas são suaves e, como era de se esperar, e a da análise 2 se aproxima mais do resultado do campo que a da

análise 1. Curiosamente, essa tendência não continua na análise 3 que, além disso, originou uma curva tensão-recalque com algumas pequenas oscilações.

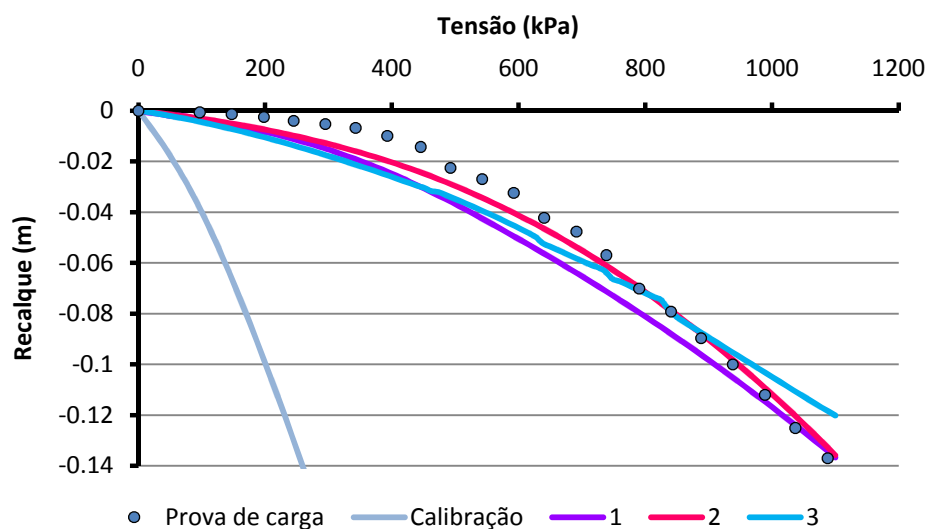


Figura 45 – Comparação entre as curvas de campo, de calibração e numérica do modelo hiperbólico com parâmetros otimizados – análise 1, 2 e 3.

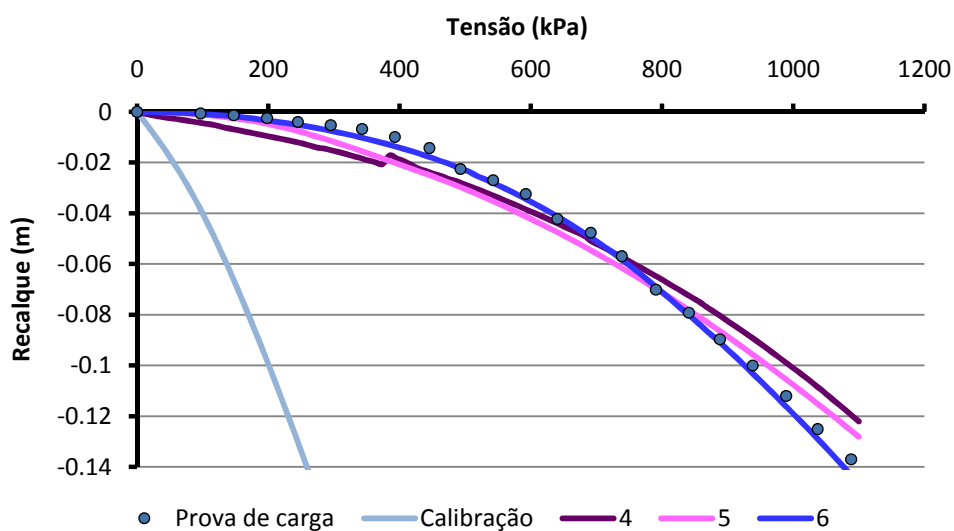


Figura 46 – Comparação entre as curvas de campo, de calibração e numérica do modelo hiperbólico com parâmetros otimizados – análise 4, 5 e 6.

Na Figura 46 se verifica que as curvas numéricas foram se aproximando do resultado de campo, à medida que a população inicial aumentava. No entanto, a curva fornecida pela análise 4 apresentou uma variação brusca no deslocamento quando a tensão aplicada estava próxima de 400 kPa, o que não foi observado nas demais análises.

Os comportamentos inesperados talvez possam ser explicados em função de imprecisões na solução numérica provenientes de uma malha pouco refinada, e/ou da resolução do sistema de equações não-linear puramente incremental que, sabidamente, origina imprecisões.

Utilizando os parâmetros do modelo hiperbólico determinados na análise 6 foi possível gerar no programa SURFER, a partir dos resultados fornecidos pelo programa ANINVEC, as isocurvas de deslocamento vertical e horizontal, conforme as Figuras 47 e 48, e as isóbaras de tensões verticais e horizontais, Figuras 49 e 50, correspondentes ao último estágio de carregamento da sapata (1100 kPa).

Nas isocurvas de deslocamento vertical, Figura 47, se verifica que os deslocamentos verticais abaixo da sapata são uniformes e praticamente iguais a 16 cm, e que a uma profundidade equivalente ao tamanho da fundação os deslocamentos verticais já são menores do que 10% do deslocamento da sapata. Da mesma forma, na superfície do terreno os deslocamentos são para baixo (recalques) e, a uma distância correspondente ao dobro da largura da sapata, já são, praticamente nulos.

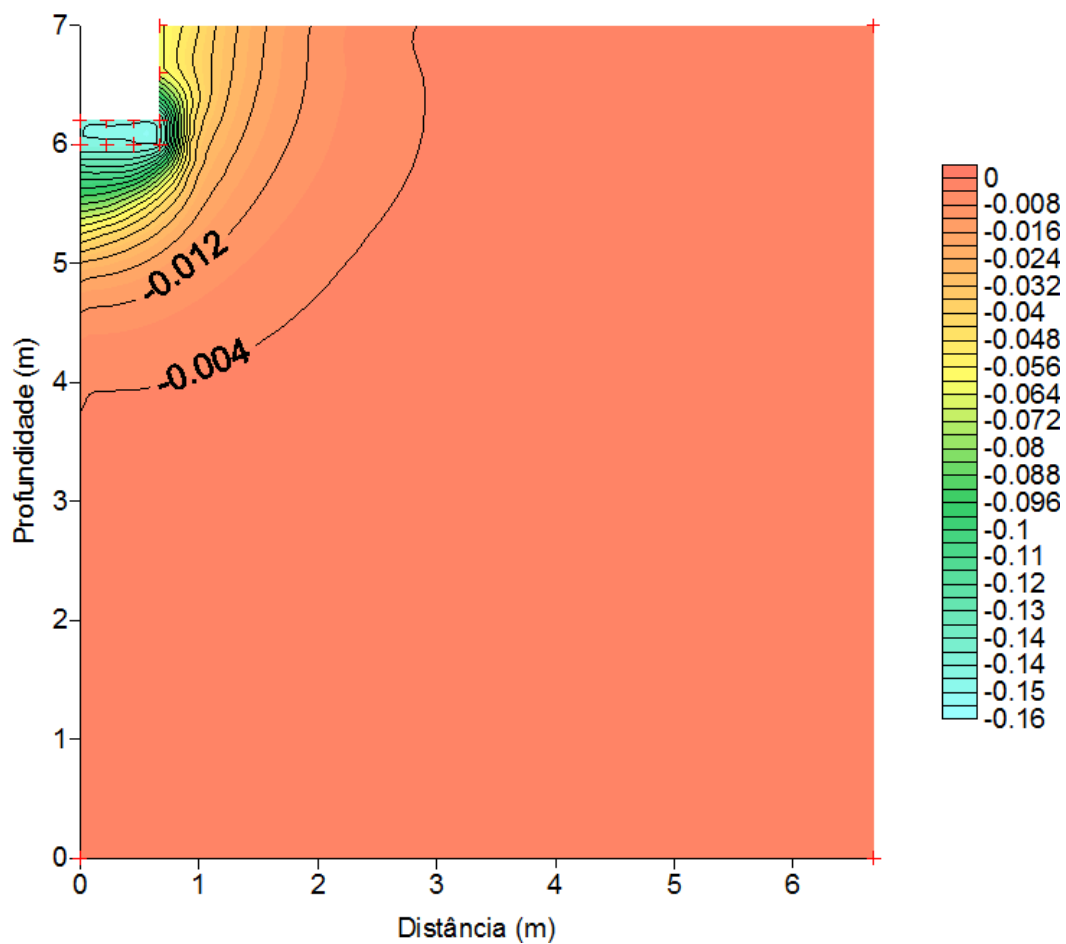


Figura 47 – Deslocamento Vertical, no final do carregamento – valores grafados em metros.

Na Figura 48 apresentam-se as isocurvas de deslocamento horizontal. Observa-se que estes deslocamentos concentram-se no canto da sapata, têm o sentido positivo (da esquerda para a direita) e estão associados a um movimento em sentido contrário na parede vertical do solo escavado.

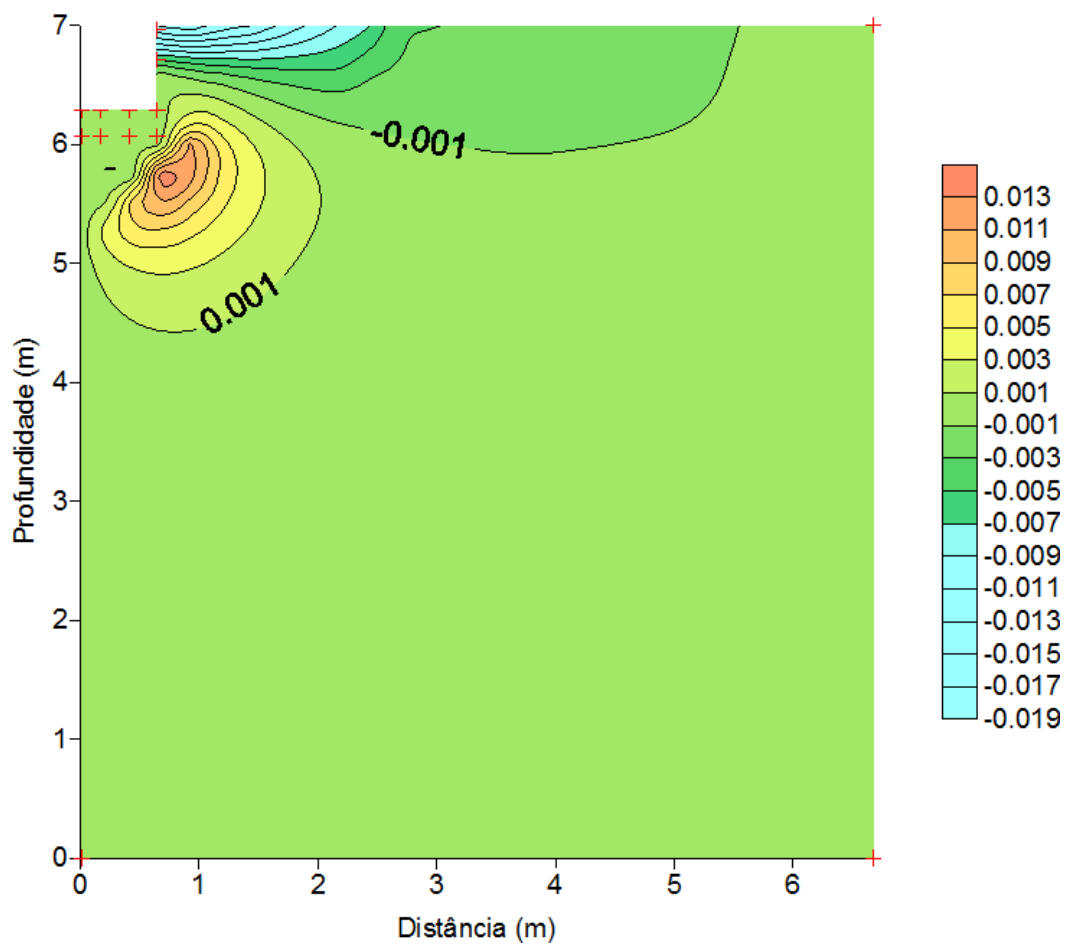


Figura 48 – Deslocamento Horizontal, no final do carregamento – valores grafados em metros.

Na Figura 49(a) nota-se que a tensão vertical na profundidade correspondente ao tamanho da sapata, descontada a tensão devido ao peso próprio, é cerca de 10% da tensão, aplicada. Nos bulbos de tensão, habitualmente encontrados na literatura (Poulos e Davis, 1974) e obtidos com elasticidade linear, isso só ocorre na profundidade correspondente a duas vezes a largura da sapata. Esta diferença pode ser atribuída ao fato de se ter utilizado um modelo não linear nesta dissertação.

Apresenta-se na Figura 49(b) um detalhe de distribuição de tensão próximo à sapata, para melhor visualizar as isóbaras nesta região.

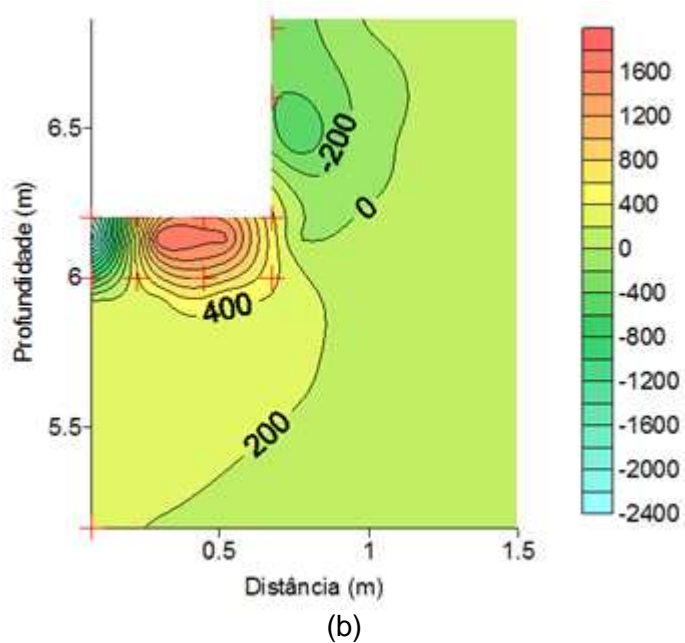
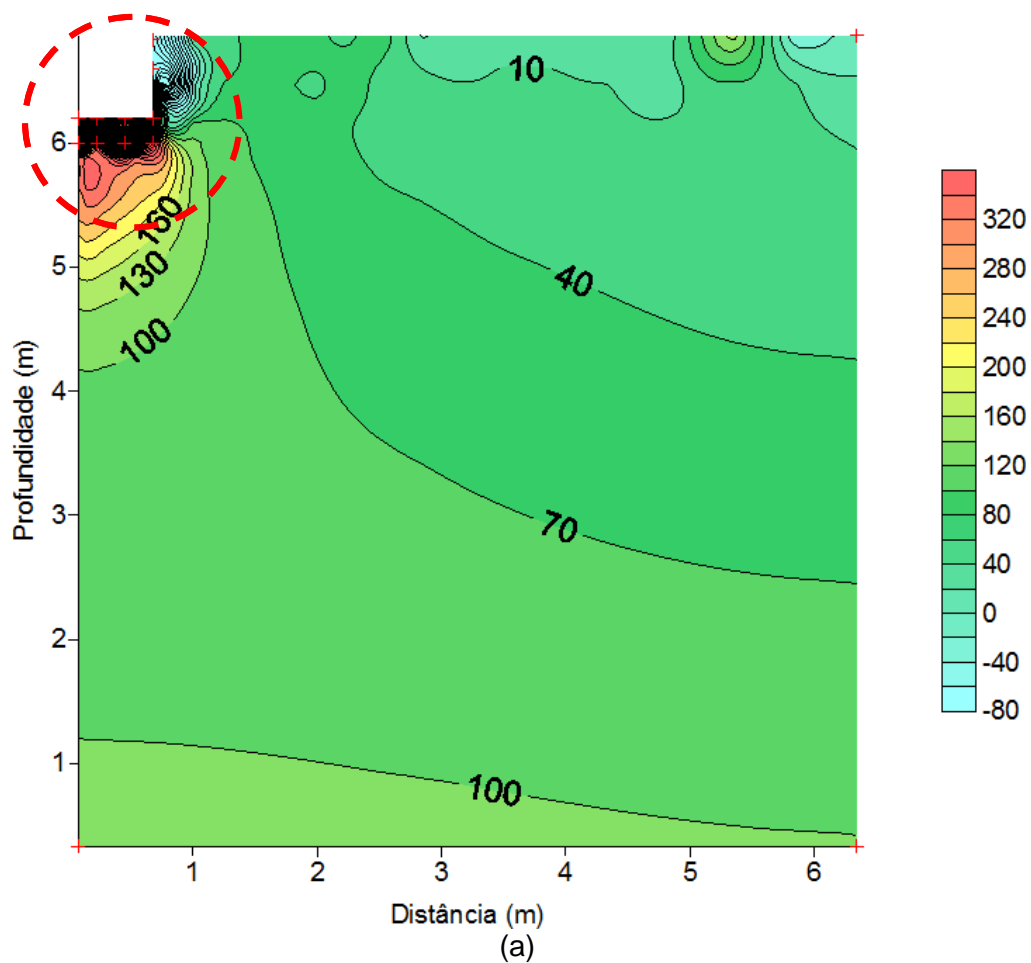
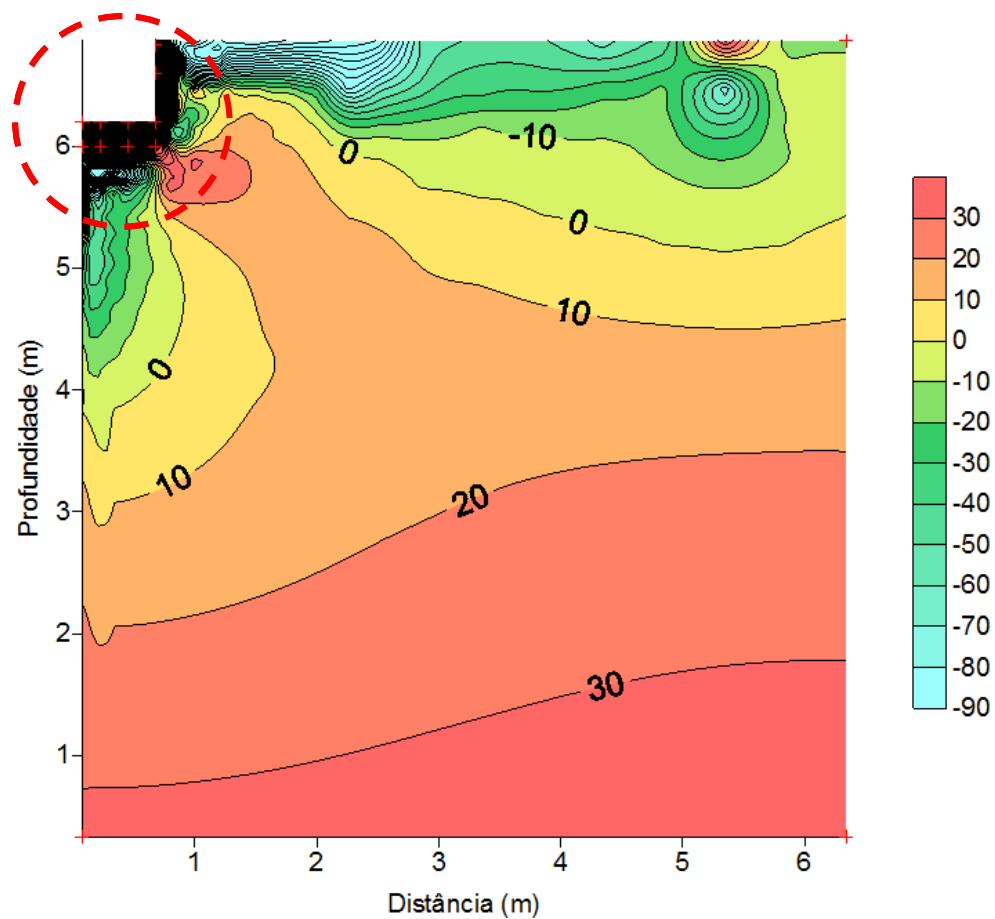
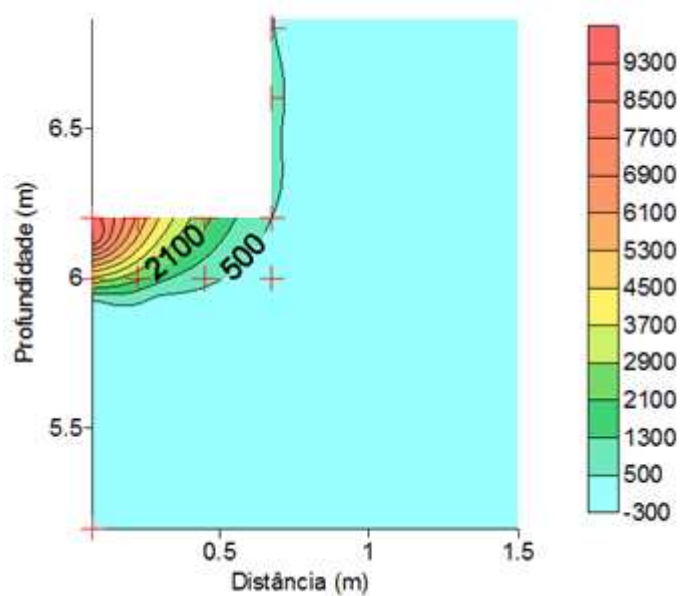


Figura 49 – Tensão Vertical, no final do carregamento. (a) distribuição de tensão na superfície estudada (b) detalhe da distribuição de tensão próximo à sapata – valores grafados em KPa.



(a)



(b)

Figura 50 – Tensão Horizontal, no final do carregamento. (a) distribuição de tensão na superfície estudada (b) detalhe da distribuição de tensão próximo à sapata – valores grafados em KPa.

Observa-se na Figura 50(a) a distribuição de tensões horizontais no maciço de solo. No ultimo estágio de carregamento. No canto superior direito da malha de elementos finitos aparecem concentrações de tensão positivas e negativas inexplicáveis, certamente causadas pela condição de contorno imposta na lateral direita da malha de elementos finitos. Coerentemente com os deslocamentos horizontais observados na parede vertical do solo escavado, na parte superior da malha próxima a esta parede as tensões horizontais são negativas (extensão).

Na Figura 50(b) verifica-se uma grande concentração de tensões horizontais na sapata causada pela rigidez da mesma e pelas condições de contorno no eixo de axissimetria.

Os deslocamentos verticais e horizontais observados indicam um modo de ruptura por puncionamento, uma vez que na superfície do terreno os deslocamentos verticais foram negativos (recalques), apesar de os movimentos horizontais no canto da sapata terem sido positivos (Figura 47 e Figura 48).

5. CONSIDERAÇÕES GERAIS, CONCLUSÕES E SUGESTÕES

Nesse trabalho, discutiu-se o emprego da análise inversa indireta para a determinação dos parâmetros do modelo hiperbólico, a partir dos resultados de um ensaio de prova de carga realizado no campo. Utilizou-se, para isso, o acoplamento de um algoritmo de otimização, no presente caso o algoritmo genético, ao código de elementos finitos desenvolvido ao qual se deu o nome de ANINVEC (ANálise INVersa de Ensaio de Campo).

O programa ANINVEC foi desenvolvido em programação orientada a objetos com linguagem de programação em Delphi, versão 5.0. Pode-se verificar no Anexo A, a interface gráfica do programa.

O ANINVEC pode ser utilizado para análise de problema mecânico de equilíbrio estático sob condições de tensão e deformação planas e axissimétricas, utilizando elementos triangulares de deformação constante (Constant Strain Triangle, CST).

O algoritmo genético utiliza processos aleatórios para compor a população inicial. A partir desta, avalia-se a aptidão de cada indivíduo para determinar a população de pais e gerar a população de descendentes, utilizando o *crossover* BLX- α . Por fim, são aplicados os processos de mutação e verificada novamente a aptidão da nova geração.

A validação do programa ANINVEC foi realizada por meio de dois exemplos, cujos resultados foram comparados com soluções teóricas, e numéricas obtidas a partir do programa SIGMA/W versão 5.11 (*student license*). Em vista dos resultados obtidos, conclui-se que o programa foi adequadamente implementado.

Em seguida, procedeu-se a calibração do modelo hiperbólico com base nos resultados de ensaios triaxiais (CID) realizados por Almeida (2000). Com os parâmetros calibrados, estabeleceram-se duas faixas de variação para cada parâmetro do modelo, de modo a estabelecer o espaço de busca. Adotaram-se diferentes faixas de variação para cada parâmetro. Devido à confiabilidade na

determinação do ângulo de atrito, a faixa de variação para este parâmetro foi menor. Para os demais parâmetros, foram determinadas faixas de variação maiores.

A etapa subsequente consistiu em determinar os parâmetros do modelo hiperbólico a partir da prova de carga realizada por Lopes (1997) usando o algoritmo genético.

Para cada espaço de busca, o tamanho da população inicial foi de 10, 20 e 40 indivíduos, totalizando seis análises.

Observou-se que na maioria dos casos analisados, as gerações iniciais apresentam menor erro inicial quanto maior o tamanho da população, mas convergem com um número pequeno de gerações.

A análise realizada com os parâmetros do modelo hiperbólico, obtidos a partir da calibração tradicional feita com base nos ensaios de laboratório, não apresentou bons resultados quando comparados com os resultados de campo (erro de 680%).

A otimização realizada com o algoritmo genético, que resultou no menor erro, 3.8%, teve as seguintes características:

- recombinação do tipo crossover BLX- α com α igual a 0,5;
- mutação do tipo uniforme;
- taxa de mutação igual a 10%;
- população inicial de 10, 20 ou 40 indivíduos;
- população de pais de 7 indivíduos;
- população de descendentes de 42 indivíduos;
- população intermediária de 49 indivíduos;
- parâmetros n e m do modelo hiperbólico variando entre 0,1 a 2.

Nesta análise, a coesão foi o parâmetro que mais variou entre os obtidos com a calibração tradicional, e aqueles definidos pela análise inversa. Este resultado é bastante coerente, uma vez que no campo o solo se encontrava não-saturado, grau de saturação de 38%, e certamente com um valor de coesão elevado. Por outro lado, os ensaios de laboratório foram realizados com amostras saturadas, que praticamente perderam a coesão que tinham no campo.

Conclui-se que a análise inversa forneceu parâmetros do modelo hiperbólico com os quais se conseguiu melhorar substancialmente a modelagem da curva carga recalque da fundação.

Na análise numérica da prova de carga, realizadas com os “melhores parâmetros” do modelo hiperbólico, observou-se que:

- as isóbaras de tensão vertical foram menos profundas do que o que normalmente se encontra na literatura, possivelmente porque a análise numérica foi realizada com um modelo não-linear de comportamento do solo;
- os deslocamentos verticais na base da sapata rígida foram praticamente uniformes e a distribuição de tensão vertical, ao contrário, não foi;
- como na superfície do terreno os deslocamentos verticais foram negativos (recalques) e os deslocamentos horizontais no canto da sapata foram positivos, o modo de ruptura deveria ter sido por puncionamento. Por isso, na prova de carga, não se conseguiu atingir um patamar de ruptura nítido.

Em relação à continuação do trabalho se sugere o seguinte:

- verificar a influência nos resultados da malha de elementos finitos e do tipo de elemento finito usado nesta dissertação;
- implementar no programa ANINVEC novos procedimentos de resolução do sistema de equações não-linear;
- implementar no programa outros métodos de recombinação e de mutação;
- implementar no programa ANINVEC outros modelos constitutivos como, por exemplo, Cam-Clay modificado, Lade-Kim, etc.;
- utilizar a metodologia proposta para análise inversa de outros ensaios de campo, como, por exemplo, o ensaio pressiométrico;
- implementar técnicas de paralelismo no programa para diminuir o elevado tempo de processamento nas análise de otimização;

- seria interessante implementar um gerador de malhas mais eficiente, bem como melhorar a visualização dos resultados por meio de ferramentas gráficas como o *Canvas*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADEWUYA, A. A. (1996) *New methods in genetic search with real-valued chromosomes*, Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- ALMEIDA, M.S.S. (2000) *Análise numérica de um prova de carga direta em solo residual de gnaiss*, Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais.
- ANDRÉ, J.C. e FURUKAWA, A.C. (2007) *Identification of parameters: their importance, attention to be paid, cares to be taken*, In Proceedings of Applications of Computational Mechanics in Geotechnical Engineering, p.115-124.
- ARORA, J.S. (2004) *Introduction to Optimum Design*, 2nd ed., Elsevier Academic Press, San Diego, California, USA.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6489**: Prova de carga direta sobre terreno de fundação: Procedimento. Rio de Janeiro, 1984.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 9604**: Abertura de poço e trincheira de inspeção em solo, com retirada de amostras deformadas e indeformadas: Procedimento. Rio de Janeiro, 1986.
- AZEVEDO, I.C.D. (2007) *Análise de Tensões e Deformações em Solos*, Ed. UFV, Viçosa.
- BAROTH, J., CHAUVIÈRE, C., Bressolette, P., Fogli, M. (2007) *An efficient SFE method using Lagrange polynomials: application to nonlinear mechanical problems with uncertain parameters*, Comput Meth Appl Mech, 196, pp. 4419–29.
- BAROTH, J., MALECOT, Y. (2010) *Probabilistic analysis of the inverse analysis of an excavation problem*, Computers and Geotechnics, Vol 37, pp. 391 – 398.
- BATHE, K.J. (1996) *Finite Element Procedures*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- CALVELLO, M. (2002) *Inverse Analysis of a Supported Excavation through Chicago Glacial Clays*, Dissertation of Doctor of Philosophy, Northwestern University, Evanston, Illinois.
- CALVELLO, M., FINNO, R. (2004) *Selecting Parameters to Optimize in Model Calibration by Inverse Analysis*, Computers and Geotechnics, Vol 31, pp.411–425.
- CHONG, E. K. P., ŽAK, S.H. (2001) *An introduction to optimization*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Canadá.
- COWPER, G.R. (1973) *Gaussian Quadrature formulas for Triangles*, Int. J. Num. Mech. Eng., Vol 7, pp. 405 – 8.
- DENNIS, J.E. e SCHNABEL, R.B. (1983) *Numerical Methods for Unconstrained Optimization and Nonlinear Equations*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

- DESAI, C. S. (1979) *Elementary Finite Element Method*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- DESAI, C. S. e SIRIWARDANE, H. J. (1984) *Constitutive Laws for Engineering Materials with Emphasis on Geologic Materials*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- DUNCAN, M.J. e CHANG, C.Y. (1970) *Nonlinear Analysis of Stress and Strain in Soils*, Journal of Soil Mechanics and Foundation Division, ASCE, SM5, pp. 1629-1653.
- FLETCHER, R. (1987) *Practical methods of optimization*, 2nd ed., John Wiley & Sons, Chichester, UK.
- FURUKAWA, T., SUGATA, T., YOSHIMURA, S., HOFFMAN, M. (2002) *An Automated System for Simulation and Parameter Identification of Inelastic Constitutive Models*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., Vol.191, pp. 2235–2260.
- GUIMARÃES, A.G. (2008) *Análise inversa para determinação de parâmetros de deformabilidade de solos*, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais.
- GENS, A., LEDESMA, A., & ALONSO, E.E. (1996) *Estimation of Parameters in Geotechnical Backanalysis – II. Application to a Tunnel Excavation Problem*, Computers and Geotechnics, Vol. 18, No.1, pp.29-46.
- HACHICH, W., FALCONI, F., SAES, J., FROTA, R., CARVALHO, C., & NIYAMA, S. (1998) *Fundações Teoria e Prática*, 2^a ed., PINI, São Paulo.
- HAUPT, R.L., HAUPT, S.E. (2004) *Practical Genetic Algorithms*, 2nd ed., John Wiley & Sons, New Jersey.
- KONDNER, R.L., ZELASKO, J.. (1963) *A hyperbolic stress-strain formulation for sands*, Proceedings of the Second Pan-American Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Vol. 1, pp.289-324.
- LACERDA, E.G.M e CARVALHO, A.C.P.L. (1999) *Introdução aos Algoritmos Genéticos, Sistemas Inteligentes: aplicações a recursos hídricos e bacias ambientais*, Coleção ABRH de Recursos Hídricos, Ed. Universidade/UFRGS e Associação Brasileira de Recursos Hídricos, Porto Alegre, Vol. 7,p. 99-150.
- Ledesma, A., Gens, A., & Alonso, E. (1996). Estimation of Parameters in Geotechnical Backanalysis - I Maximum Likelihood Approach.
- LEVASSEUR, S., MALÉCOT, Y., BOULON, M., FLAVIGNY E. (2008) *Soil Parameter Identification Using a Genetic Algorithm*, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Vol 32, pp. 189–213.
- LEVASSEUR, S., MALÉCOT, Y., BOULON, M., FLAVIGNY E. (2009) *Statical Inverse Analysis Based on Genetic Algorithm and Principal Component Analysis: Method and Developments Using Synthetic Data*, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Vol 33, pp. 1485–1511.
- LEVASSEUR, S., MALÉCOT, Y., BOULON, M., FLAVIGNY E. (2010) *Statical Inverse*

- Analysis Based on Genetic Algorithm and Principal Component Analysis: Application to excavation problems and pressuremeter tests*, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Vol 34, pp. 471–491.
- LOPES, G. S. (1997) *Execução e análise de uma prova de carga direta em verdadeira grandeza em solo residual de gnaiss*. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, Minas Gerais.
- MICHALEWICZ, Z. (1996) *Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs*, 3rd ed., Springer-Verlag, New York.
- MITCHELL, M. (1998) *An Introduction to Genetic Algorithms*, Cambridge, Massachusetts.
- NOGUEIRA, C. L. (2010) *ANLOG 2010 - Manual de Utilização (português)*, Programa de Pós Graduação em Engenharia de Minas, Departamento de Engenharia de Minas. Universidade Federal de Ouro Preto.
- OBITKO, M., SLAVÍK, P. (1999) *Visualization of Genetic Algorithms in a Learning Environment*, Spring Conference on Computer Graphics, pp. 101-106.
- POTTS, D.M., ZDRAVKOVIC, L. (1999) *Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering : Theory*, 1st ed., Thomas Telford Publishing.
- POULOS, H.G., DAVIS, E.H. (1974) *Elastic Solutions for Soil and Rock Mechanics*, 1st ed., John Wiley & Sons, Canada.
- PRESS, W.H., TEUKOLSKY, S.A., VETTERLING, W.T., FLANNERY, B.P. (1992) *Numerical Recipes in Fortran: the art of scientific computing*, 2nd ed., Cambridge University Press.
- RAO, S.S. (2009) *Engineering optimization - theory and practice*, 4th ed., John Wiley & Sons, New Jersey.
- SMITH, I.M., GRIFFITHS, D.V. (1988) *Programming the Finite Element Method*, 2nd ed., John Wiley & Sons Ltd, New Delhi.
- SIVANANDAM, S.N., DEEPA, S.N. (2008) *Introduction to Genetic Algorithms*, Springer, Heidelberg.
- VELLOSO, R. Q. (2000) *Estudo Numérico da Estimativa de Parâmetros Hidráulicos em Solos Parcialmente Saturados*, Tese de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.
- WRIGHT, A. (1991) *Genetic algorithms for real parameter optimization*. In G. J. E. Rawlins (ed.), *Foundations of Genetic Algorithms*, San Mateo, CA: Morgan Kaufmann, pp. 205–218.
- YIN, Z., HICHER, P. (2008) *Identifying Parameters Controlling Soil Delayed Behaviour from Laboratory and In Situ Pressuremeter Testing*, Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech., Vol 32, pp. 1515–1535.

- ZENTAR, R., HICHER, P., & MOULIN, G. (2001) *Identification of soil parameters by inverse analysis*, Computers and Geotechnics, Vol 28, pp. 129 - 144.
- ZIENKIEWICZ, O.C. (1971) *The Finite Element Method in Engineering Science*, 2nd ed., McGRAW-HILL, London.

ANEXO A - Interface do Programa ANINVEC

Em seguida, apresentam-se as caixas de diálogo e os recursos disponíveis no programa ANINVEC.

A tela de apresentação do programa, Figura 51, é uma janela com informações sobre a aplicação. Ela é exibida na inicialização do software, assim como pode ser chamada no *menu* Ajuda/Sobre ANINVEC.

A janela principal da aplicação (Figura 52), bem como os componentes colocados sobre ela, interagem com as outras janelas e seus componentes, constituindo assim a interface do programa.

A Barra de Ferramentas, mostrada na Figura 53, contém todos os comandos disponíveis no programa, que também podem ser acessados por meio dos *menus* Arquivo e Procedimento.

O *menu* Arquivo, Figura 54, contém os comandos para abrir e salvar arquivos. O *menu* Procedimento, Figura 55, possui os comandos relacionados com a entrada e processamento de dados, e visualização dos resultados.

A entrada de dados está dividida em quatro partes: Propriedades dos Elementos, Malha, Ações e Dados de Ensaio, que podem ser acessadas por meio da barra de ferramentas ou do *menu* Procedimento.

A caixa de diálogo Propriedades dos Elementos, Figura 56, corresponde à definição do problema analisado e das propriedades do solo como peso específico, tipo de análise (linear elástica ou não linear elástica, otimizada ou não), estado de tensão e dados relacionados ao algoritmo genético: número máximo de geração, erro mínimo, parâmetros relacionados ao *crossover* – BLX, taxa de mutação e o intervalo de variação de cada parâmetro otimizado.

A caixa de diálogo Dados Gerais e Nodais, Figura 57, é a entrada de dados relacionada às informações sobre a malha de elementos finitos. Existem duas opções, a primeira consiste em gerar a malha *automaticamente* e, nesse caso, devem ser

fornecidas as coordenadas e as incidências nodais do super elemento; a segunda opção consiste em gerar a malha *manualmente* e, nesse caso, devem ser fornecidas as coordenadas e as incidências nodais de cada elemento que compõem a malha.

A caixa de diálogo Ações Atuentes, Figura 58, corresponde à definição das condições de carregamento, que podem ser: ações aplicadas diretamente nos nós ou ações distribuídas. Devem ser fornecidos, também, o número de incrementos, além da tensão confinante no caso de simulações de ensaios triaxiais.

A última caixa de diálogo corresponde aos Dados de Ensaio, Figura 59, em que são fornecidos valores dos dados de ensaios de campo ou de laboratório, para a determinação do erro relativo conforme descrito na metodologia.



Para que os cálculos sejam efetuados, é necessário clicar sobre o ícone, , que ficará habilitado após a entrada de dados, ou selecionar a opção Procedimento/Processar Dados. Após o processamento dos dados, o programa apresenta um relatório com os resultados finais, exibe o resultado da função objetivo, a população inicial, a última população de pais, descendentes e a intermediária. Além disso, apresenta o número de indivíduos alterados por meio da mutação, e o menor valor da função objetivo em cada geração. Dados relacionados à malha, às tensões, aos deslocamentos e às deformações são acessados por meio do comando Relatório, . Estas informações são enviadas para um arquivo com extensão xls, que pode ser lido pelo SURFER, programa para modelagem de superfície e que possibilita traçar as isocurvas, conforme apresentado no capítulo de resultados.



Figura 51 – Tela de apresentação.

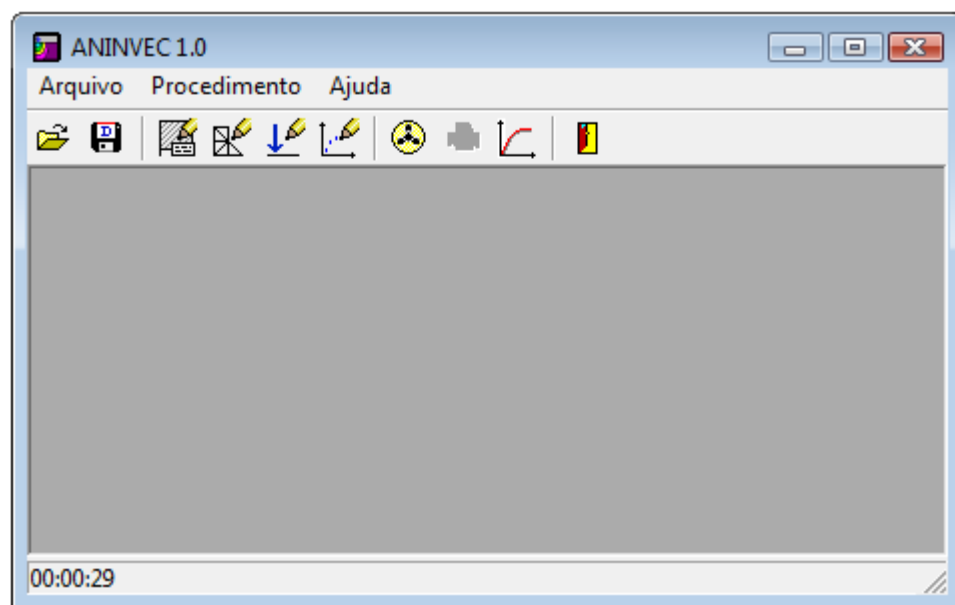


Figura 52 – Tela inicial.

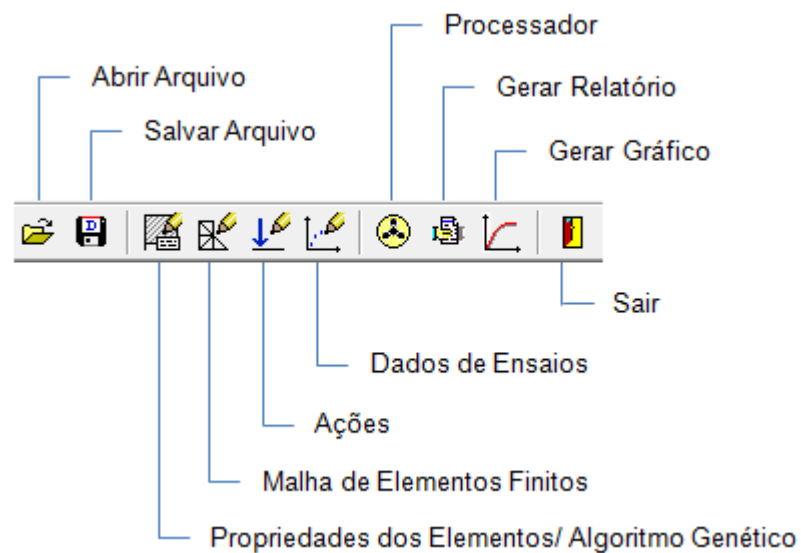


Figura 53 – Barra de Ferramentas.

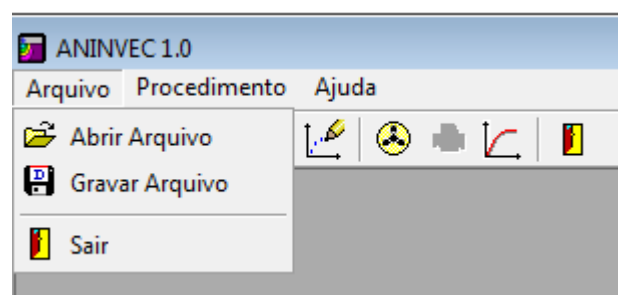


Figura 54 – Menu: Arquivo.

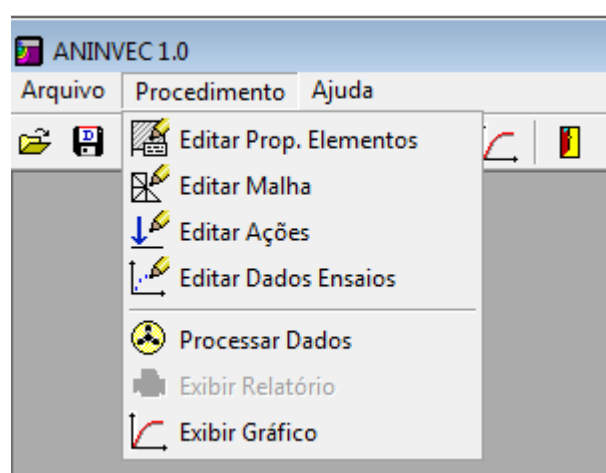


Figura 55 – Menu: Procedimento.

Propriedades dos Materiais

Estado de Tensão

☐ Tensão Plana

☐ Deformação Plana

☒ Axissimétrico

Pressão Atmosférica: 100.00

Algoritmo Genético

Máximo de Gerações: 20

Taxa de Mutação %: 10.00

α : 0.50 Erro mínimo: 0.00001

Propriedades dos elementos

Material (#)	Peso Esp. X	Peso Esp. Y
1	0	13.75
2	0	25

☒ Estado Inicial de Tensão - Peso Próprio

Limite inferior

k: 100.00 n: 0.10 kb: 2.00 m: 0.10 Rf: 0.70 c: 10.00 ϕ : 45.00

Limite superior

k: 1000.00 n: 2.00 kb: 200.00 m: 2.00 Rf: 1.20 c: 100.00 ϕ : 25.00

Materiais

Material (#)	k	n	Kb	m	Rf	c	ϕ	E	v	MDt
1	216.47	0.87	42.94	0.31	0.95	11	31	7000	0.3	nlo
2	0	0	0	0	0	0	0	37693000	0.2	l

Padrão Limpar Aplicar Fechar

Figura 56 – Caixa de Diálogo – Propriedades dos Elementos.

Dados Gerais e Nodais

Gerar Malha: Automático

Coordenadas nodais SUPER ELEMENTOS

Nó (#)	Coordenada X	Coordenada Y
394	6.675	7
370	0.675	7

Nós: 394

Elementos: 710

Restrições nodais

Nó (#)	Restrição X (#)	Restrição Y (#)
386	1	0
394	1	0

Incidência Nodal, Divisão dos SUPER ELEMENTOS

Elemento (#)	Nó i (#)	Nó j (#)	Nó k (#)	Nó m (#)	Div. X	Div. Y	Material (#)	Peso Próp. (#)
10	344	352	378	370	8	2	1	1
11	352	360	394	378	8	2	1	1

Diagrama de Malha: Um elemento quadrado com nós m, k, j, i e uma seta curva no interior.

Padrão Limpar Aplicar Fechar

Figura 57 – Caixa de Diálogo – Dados da Malha.

Ações Atuantes

Ações nodais

Nó (#)	Fx (kN)	Fy (kN)
0	0	0

Tensão Confinante, σ_3

Número de Incrementos (#)

Ação distribuída em faixa

Nó inicial (#)	Nó final (#)	Fx	Fy
342	343	0	1100
343	344	0	1100

Figura 58 – Caixa de Diálogo – Ações Atuantes

Dados Ensaio

Tipo de Análise

Impressão resultados

Nó Elemento

Tabela 7- Carga x Recalque

#	Carga	Recalque
21	1037.06	-0.125
22	1088.1	-0.137

Figura 59 – Caixa de Diálogo – Dados de Ensaio.