

CAIO AUGUSTO NUNES MARQUES

**MONITORAMENTO DE PROCESSO SEIS SIGMA POR GRÁFICOS DE
CONTROLE DE SHEWHART**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para obtenção do título de *Magister Scientiae*.

VIÇOSA
MINAS GERAIS – BRASIL
2013

**Ficha catalográfica preparada pela Seção de Catalogação e
Classificação da Biblioteca Central da UFV**

T

M357m
2013 Marques, Caio Augusto Nunes, 1989-
Monitoramento de processo seis sigma por gráficos de
controle de Shewhart / Caio Augusto Nunes Marques. – Viçosa,
MG, 2013.
xi, 67f. : il. ; 29 cm.

Inclui anexos.

Orientador: José Ivo Ribeiro Júnior.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Viçosa.

Referências bibliográficas: f.57-58.

1. Probabilidades. 2. Controle de qualidade. 3. Six sigma
(Padrão de controle de qualidade). 4. Administração da
produção. I. Universidade Federal de Viçosa. Departamento de
Estatística. Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada
e Biometria. II. Título.

CDD 22 ed. 519.86

CAIO AUGUSTO NUNES MARQUES

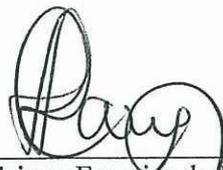
**MONITORAMENTO DE PROCESSO SEIS SIGMA POR GRÁFICOS DE
CONTROLE DE SHEWHART**

Dissertação apresentada à Universidade Federal de Viçosa, como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Estatística Aplicada e Biometria, para a obtenção do título de *Magister Scientiae*.

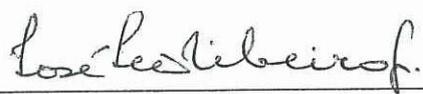
APROVADA: 02 de agosto de 2013.



Luciano José Minette



Adriana Ferreira de Faria
(Coorientadora)



José Ivo Ribeiro Júnior
(Orientador)

*A meus pais, meus irmãos, minha namorada,
meus familiares e meus amigos.*

"Deus nos conceda, a cada dia, uma página de vida nova no livro do tempo. Aquilo que colocarmos nela, corre por nossa conta."

Francisco Cândido Xavier

AGRADECIMENTOS

A Deus e à espiritualidade superior pela oportunidade de estar vivenciando toda a sorte de experiências e aprendizados em meio à grande escola chamada Terra;

Aos meus pais (Salvador e Iraci) e aos meus irmãos (Ana e João) pelo amor incondicional, por todos os ensinamentos vivenciados com base na compreensão e na perseverança e por manter nosso seio familiar sólido, a despeito da distância geográfica;

Aos amigos cajaraneiros Daniel, Davi e Harlem, pela convivência e pelas experiências vividas juntas diariamente ao longo dos sete anos de graduação e mestrado;

À Angelica, pela intensidade dos momentos vivenciados, pelo incentivo incessante e pela confiança inabalável;

Ao professor José Ivo Ribeiro Júnior, por todo o tempo que investiu em meu treinamento e pela convivência harmoniosa, excedendo quaisquer expectativas que eu poderia ter de um orientador;

Aos demais docentes, discentes e servidores do Departamento de Estatística pela contribuição com a minha formação;

À professora Adriana Ferreira de Faria, por aceitar os convites de ser coorientadora e de compor a banca, bem como por ter me concedido diversas oportunidades de crescimento profissional;

Aos Professores Luciano José Minette (titular), Nédson Antônio Campos e Moysés Nascimento (suplentes), por comporem a banca;

Aos amigos do Departamento de Engenharia de Produção e Mecânica e do Centro Tecnológico de Desenvolvimento Regional de Viçosa, pela convivência, ajuda e ensinamentos, em especial: Marcos, Jaqueline, Marcelo (*in memoriam*), Cristiano, Rodrigo e Idamar;

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior, pelo auxílio financeiro, indispensável para minha manutenção no curso;

Aos meus familiares, demais amigos, colegas no curso de Engenharia de Produção, professores, servidores e comunidade viçosense, pelo acolhimento que retirou muitas das pedras que poderiam haver nesta caminhada.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	VI
LISTA DE TABELAS.....	VII
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	IX
RESUMO	X
ABSTRACT	XI
1 INTRODUÇÃO	1
2 OBJETIVOS	3
2.1 GERAL	3
2.2 ESPECÍFICOS	3
3 REFERENCIAL TEÓRICO	4
3.1 GESTÃO DA QUALIDADE.....	4
3.2 GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART.....	6
3.3 GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART POR VARIÁVEIS	8
3.3.1 Exemplos de aplicação do par de gráficos de controle \bar{X} e R.....	9
3.4 DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART	10
3.4.1 Gráfico de Controle \bar{X}	11
3.4.2 Gráfico de controle R.....	13
3.4.3 Gráficos de Controle \bar{X} e R.....	15
3.5 PROCESSO SEIS SIGMA.....	17
4 MATERIAL E MÉTODOS	23
4.1 CARACTERÍSTICA DE QUALIDADE	23
4.2 GRÁFICOS DE CONTROLE \bar{X} E R	25
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO.....	29
5.1 DESLOCAMENTO DA MÉDIA	29
5.2 AUMENTO DA VARIAÇÃO.....	34
5.3 DESLOCAMENTO DA MÉDIA E AUMENTO DA VARIAÇÃO.....	42
5.4 PLANEJAMENTO SELECIONADO.....	54
6 CONCLUSÕES.....	56
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	57
ANEXO A – PROBABILIDADES DO ALARME VERDADEIRO CONJUNTO DOS GRÁFICOS X E R.....	59
ANEXO B – LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO	63

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de gráfico de controle para um processo sob controle estatístico.	7
Figura 2 – Probabilidade de produção de itens com valores entre alguns números de desvios-padrão em torno da média.	19
Figura 3 – Distribuição normal de probabilidades dos valores da CTQ de um processo Seis Sigma.	20
Figura 4 – Representação de um processo Seis Sigma, com a média deslocada em $1,5\sigma$ do valor-alvo (VN).	21
Figura 5 – Alguns métodos estatísticos e gerenciais úteis em cada etapa do ciclo DMAIC.	22
Figura 6 – Classificações de processos Seis Sigma.	23
Figura 7 – Curva ideal do poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do número de desvios-padrão de deslocamento da média do processo Seis Sigma.	29
Figura 8 – Curva de referência do poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do número de desvios-padrão de deslocamento da média de processo Seis Sigma.	30
Figura 9 – Valores de Pd_c para os gráficos \bar{X} e R associados a apenas deslocamentos da média de controle entre 0 e $3\sigma_0$ para $n = 2, 3, 4$ e 5 e $k = 2,5, 2,6, 2,7, 2,8, 2,9$ e $3,0$	31
Figura 10 – Comparações entre as curvas de Pd_c nas regiões A, B e C, para $n = 5$, $k = 2,8$ e $2,9$ com a curva de referência, na presença de apenas deslocamento de média.	33
Figura 11 – Curva ideal do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do aumento de variação do processo Seis Sigma.	35
Figura 12 – Curva de referência do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do aumento de variação do processo Seis Sigma.	36
Figura 13 – Valores de Pd_c para os gráficos de \bar{X} e R associados a aumentos de variação entre 1 e 2 , para $n = 2, 3, 4$ e 5 e $k = 2,5, 2,6, 2,7, 2,8, 2,9$ e $3,0$	37
Figura 14 – Comparação entre as curvas de Pd_c nas regiões A, B e C, para $n = 5$, $k = 2,9$ e $3,0$ com a curva de referência, na presença de apenas aumento da variação.	41
Figura 15 – Curvas de referência do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do deslocamento da média, com $\gamma = 1$ e $\gamma = 1,2$, e do aumento de variação, com $\delta = 0$ e $\delta = 1$, do processo Seis Sigma.	42
Figura 16 – Gráfico de contorno de referência do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função de, simultaneamente, deslocamento da média e aumento de variação do processo Seis Sigma.	43
Figura 17 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho dois e valores de k iguais a $2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9$ e $3,0$	44
Figura 18 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho três e valores de k iguais a $2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9$ e $3,0$	46
Figura 19 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho quatro e valores de k iguais a $2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9$ e $3,0$	48
Figura 20 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho cinco e valores de k iguais a $2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9$ e $3,0$	50
Figura 21 – Comparações entre as curvas de Pd_c nas regiões A, B, C e D, para $n = 5$, $k = 2,9$ e $3,0$ com os poderes de referência, na presença de deslocamento de média e aumento da variação.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Definições de Qualidade.....	4
Tabela 2 – Gráficos de controle de Shewhart por variáveis.	8
Tabela 3 – Decisões em um teste de hipóteses.....	10
Tabela 4 – Probabilidade do alarme falso conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0$ e $2 \leq n \leq 10$	16
Tabela 5 – Exemplos de processos Seis Sigma Práticos.	21
Tabela 6 – Freqüências esperadas dos defeitos por milhão de oportunidades (DPMO) para processos 2, 3, 4, 5 e 6σ , com a média da distribuição da CTQ centrada e deslocada de $1,5\sigma$ em relação ao valor-alvo.	22
Tabela 7 – Processos Seis Sigma Práticos estudados sob o efeito apenas do deslocamento da média.	26
Tabela 8 – Processos Seis Sigma Práticos estudados sob o efeito apenas do aumento da variação.	27
Tabela 9 – Combinações dos valores de μ e σ utilizados para determinar alguns dos 961 processos estudados.	28
Tabela 10 – Comparação das curvas de Pd_c estudadas para monitoramento de processos Seis Sigma com apenas deslocamento de média com os requisitos definidos para a curva ideal.	32
Tabela 11 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma com apenas deslocamento de média, correspondentes aos planejamentos para $n = 5$ em relação à curva de referência.	33
Tabela 12 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos com apenas aumento da variação em relação à curva de referência.	38
Tabela 13 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma com apenas aumento da variação, correspondentes aos planejamentos para $n = 5$ em relação à curva de referência.	39
Tabela 14 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho dois em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.	43
Tabela 15 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho três em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.	45
Tabela 16 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho quatro em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.	47
Tabela 17 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho cinco em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.	49
Tabela 18 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos com o deslocamento da média e o aumento da variação em relação à curva de referência.	51
Tabela 19 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para monitoramento de processos Seis Sigma Práticos com deslocamento da média e aumento da variação em relação à curva de referência, para as regiões A, B, C e total.	52
Tabela 20 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 0$	59

Tabela 21 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 0,5$	60
Tabela 22 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 1,0$	60
Tabela 23 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 1,5$	61
Tabela 24 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 2,0$	61
Tabela 25 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 2,5$	62
Tabela 26 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 3,0$	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEP: Controle Estatístico do Processo

CTQ: *Critical to quality*

DMAIC: Definir (*Define*), Medir (*Measure*), Analisar (*Analyze*), Melhorar (*Improve*) e Controlar (*Control*)

k: Número de desvios-padrão

LIC: Limite inferior de controle

LIE: Limite inferior de especificação

LIN: Limite inferior natural

LM: Linha central ou média

LSC: Limite superior de controle

LSE: Limite superior de especificação

LSN: Limite superior natural

n: Tamanho do subgrupo racional

Pd: Alarme verdadeiro (poder)

PDCA: Planejar (*Plan*), Fazer (*Do*), Verificar (*Check*) e Agir (*Act*)

ppb: Partes por bilhão

ppm: Partes por milhão

R: Amplitude amostral

VN: Valor-alvo ou valor nominal

W: Amplitude relativa

\bar{X} : Média amostral

α : Alarme falso

β : Falta de detecção

γ : Aumento da variação

δ : Deslocamento da média

$\hat{\theta}$: Estimador

μ : Média populacional

σ (Sigma): Desvio-padrão populacional

RESUMO

MARQUES, Caio Augusto Nunes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, agosto de 2013. **Monitoramento de processo seis sigma por gráficos de controle de Shewhart.** Orientador: José Ivo Ribeiro Júnior. Coorientadora: Adriana Ferreira de Faria.

Desenvolvida em 1987 na Motorola, a metodologia Seis Sigma busca, mediante redução na variabilidade dos processos-chave, obter características críticas para a qualidade (CTQs) com probabilidades de defeitos próximas de zero. Tem-se um processo Seis Sigma quando a distância entre o valor-alvo (VN) da CTQ e o limite de especificação mais próximo for igual ou superior a seis desvios-padrão (σ). Na prática, por maior que seja a atenção dispensada ao processo, a média da distribuição de probabilidades da CTQ pode deslocar em até $1,5\sigma$ do valor-alvo, que ainda assim o processo será considerado Seis Sigma. Então existe um intervalo de $4,5$ a 6σ , no qual o processo pode variar sem que perca o nível de qualidade considerado de “classe mundial”. Desta forma, neste trabalho, buscou-se estabelecer recomendações para o planejamento de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R para o monitoramento de processos Seis Sigma. Para tanto, estabeleceu-se um desempenho de referência no qual se admitiu a probabilidade do alarme falso conjunto igual ou inferior a 0,01; e a probabilidade do alarme verdadeiro conjunto crescendo de acordo com a redução do nível Sigma do processo, passando de 0 em processos 6σ para 0,10 naqueles 5σ , atingindo 0,90 em processos $4,5\sigma$ até atingir a unidade para processos 3σ e inferiores. Nesse sentido, investigou-se planejamentos com combinações entre $n = 2, 3, 4$ e 5 e $k = 2,5, 2,6, 2,7, 2,8, 2,9$ e $3,0$. Identificou-se que o par de gráficos em questão apresentou bom desempenho quando o processo esteve sob efeito somente do deslocamento da média e perdeu desempenho à medida que ocorreu o aumento da variação como única perturbação ou quando as duas anomalias estiveram atuando. Foi possível identificar que o deslocamento da média é o problema mais observado, a ocorrência simultânea das duas anomalias é menos frequente e a presença exclusiva do aumento da variação é rara. Logo, recomendou-se o planejamento com $n = 5$ e $k = 2,9$, para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos (isto é, com nível sigma entre $4,5$ e 6σ), que apresentou bom desempenho apenas quando o processo esteve principalmente sob efeito do deslocamento da média. Portanto, é provável que o nível de qualidade dos processos caia sem que os gráficos de controle em questão sinalizem a perda da qualidade em função do aumento da variação, com ou sem a presença do deslocamento da média.

ABSTRACT

MARQUES, Caio Augusto Nunes, M.Sc., Universidade Federal de Viçosa, August, 2013. **Monitoring of six sigma process by Shewhart control charts.** Adviser: José Ivo Ribeiro Júnior. Co-adviser: Adriana Ferreira de Faria.

Developed at Motorola in 1987 the Six Sigma methodology seeks, by reducing the variability of key-processes, obtain critical to quality characteristics (CTQs) with defect probabilities close to zero. It has a Six Sigma process when the distance between the CTQ's target value (VN) and its nearest specification limit, is equal or greater than six standards-deviations (σ). In practice, despite the big attention being paid to the process, the average of the CTQ's probabilities distribution is able to shift until $1,5\sigma$ from the target value which even so, the process will be considered Six Sigma. So there is an interval between $4,5$ and 6σ in which the process can vary without losing the quality level considered as "world class". Thus, in this study, aimed establishes recommendations for planning the Shewhart control charts \bar{X} and R for monitoring Six Sigma processes. To do so, it was established a reference performance in which it was assumed the joint probability of false alarm equal to or less than 0.01; and the joint probability of true alarm growing according the reduction of the process' Sigma level, from 0 in 6σ processes to 0.10 in those 5σ , reaching 0.90 at 4.5σ processes until reaches the unit for 3σ processes and inferior. Accordingly, it were investigated plannings with combinations between $n = 2, 3, 4$ and 5 and $k = 2.5, 2.6, 2.7, 2.8, 2.9$ and 3.0 . It was identified that the pair of graphs in question performed well when the process was only under the effect of average displacement and lost performance occurred the increase of the variation as the only disturbance present or when the two anomalies were acting. It was possibly identify that the average displacement is the most observed problem, the simultaneous occurrence of both anomalies is less frequent and exclusive presence of increased variation is rare. Therefore, it was recommended that planning with $n = 5$ and $k = 2.9$ for monitoring Six Sigma Practical processes (ie, with sigma level between 4.5 and 6σ), which performed well only when the process was mainly under the effect of the average displacement. However, it is expected a good performance of this planning when the process is mainly under the effect of the average displacement. Thus, it is likely that the processes' quality level falls without any signal from the control charts in question to indicate quality loss due to the increase of the variation, with or without the presence of the average displacement.

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos 20 anos, a competitividade nos mercados tem avançado a passos largos. Graças à redução do protecionismo econômico, ao avanço célere das telecomunicações, à maior eficiência nos transportes, dentre outros fatores, as empresas deixaram de competir localmente e migraram para uma competição em nível global. Este cenário elevou a exigência dos clientes e, conseqüentemente, produzir com alta qualidade passou a ser fator determinante para a sobrevivência de uma organização.

Ao contrário da maioria das metodologias para a melhoria e controle da qualidade, aquela denominada Seis Sigma é genuinamente quantitativa e focada em resultados mensuráveis. Com ela busca-se reduzir a variabilidade dos processos e, com isso, aumentar a qualidade dos produtos e serviços. Rotondaro *et al.* (2006) ressaltam que o termo sigma (σ) mede a capacidade do processo operar livre de falhas.

De acordo com Matos (2003), o Seis Sigma teve sua origem nos anos 1980 na Motorola, que para recuperar o mercado perdido para as empresas japonesas lançou um programa para melhoria em 10 vezes da qualidade de seus produtos e serviços. Em 1988, ela ganhou o prêmio Malcolm Baldrige (Prêmio Nacional da Qualidade dos EUA) com a metodologia e obteve ganhos bilionários desde então. Com o sucesso da Motorola, empresas como Asea Brown Boveri, Allied Signal, General Electric e Sony adotaram o Seis Sigma; no Brasil, há relatos de casos de sucesso em empresas como Belgo-Mineira, Ambev, Gerdau e Votorantim (MARSHALL JUNIOR *et al.*, 2010).

Com o Seis Sigma, pretende-se padronizar o processo de forma que a distribuição de probabilidades da característica de qualidade seja tal que caibam ao menos seis desvios-padrão entre a sua média e o limite de especificação mais próximo. Para Aguiar (2006), um processo com tais propriedades apresenta, no máximo, 3,4 itens defeituosos a cada 1 milhão produzidos, ainda que ocorra um deslocamento da média da distribuição em até 1,5 desvios-padrão em relação ao valor-alvo. Boarin Pinto *et al.* (2009) afirmam que esse desempenho permite à empresa ser classificada como uma organização de “classe mundial”.

Para atingir esse nível de qualidade, próximo ao “zero defeito”, faz-se uso do ciclo de melhoria DMAIC (*Define, Measure, Analyze, Improve, Control*). Definir, medir, analisar, interferir e controlar constituem um ciclo voltado à melhoria contínua dos processos-chave para a satisfação dos clientes. Trata-se de um ciclo análogo ao

PDCA (*Plan, Do, Check, Act*) idealizado por Walter A. Shewhart, criador dos gráficos de controle e tido como pai do controle estatístico do processo, e desenvolvido por W. Edwards Deming, um dos principais teóricos e divulgadores da gestão da qualidade (MARSHALL JUNIOR *et al.*, 2010). O DMAIC guia a organização, por meio do uso sistematizado de métodos estatísticos e gerenciais, na busca de elevar a qualidade de seus produtos e serviços.

Após a definição, medição, análise e melhoria dos problemas priorizados, migra-se para a etapa de Controle do ciclo. Tendo em vista que a variação da entropia de todo sistema é sempre positiva, é necessário empregar métodos que garantam a manutenção dos resultados obtidos. Montgomery e Woodall (2008) apontam os gráficos de controle como métodos estatísticos bastante aplicados nesta etapa do ciclo.

Tais gráficos são largamente empregados no controle estatístico dos processos e, particularmente, na última etapa do ciclo DMAIC (Controle). Originados em 1924, como fruto dos esforços de Shewhart por combinar conceitos estatísticos em uma ferramenta de fácil utilização no chão de fábrica, tais gráficos constituem as mais difundidas ferramentas do controle estatístico da qualidade (CARVALHO *et al.*, 2006). Em função de sua adaptabilidade a diferentes processos e à sua relevância no contexto do Seis Sigma, os gráficos de controle de Shewhart empregados ao monitoramento de processos Seis Sigma foram definidos como objetos desta pesquisa.

2 OBJETIVOS

2.1 Geral

Estabelecer recomendações para o planejamento dos gráficos de controle de Shewhart por variáveis, visando o monitoramento da média e da variabilidade em um processo Seis Sigma.

2.2 Específicos

- 1) Estabelecer um desempenho de referência para os gráficos de controle \bar{X} e R, de acordo com as probabilidades conjuntas dos alarmes falso e verdadeiro, para o monitoramento de um processo Seis Sigma;
- 2) Verificar a viabilidade de diferentes planejamentos dos gráficos de controle da média (\bar{X}) e da amplitude (R), de acordo com as probabilidades conjuntas dos alarmes falso e verdadeiro, calculadas em função do descontrole que se quer detectar, do número de desvios-padrão e do número de repetições por subgrupo racional.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

3.1 Gestão da Qualidade

Todos têm algum conceito intuitivo do que vem a ser qualidade e do que se trata um produto de qualidade. Em termos técnicos, na área de gestão da qualidade, muitos autores já apresentaram definições distintas em relação ao tema. Carvalho *et al.* (2006) citam Garvin (1987) ao relatar que qualidade possui diferentes abordagens: transcendental, baseada no produto, no usuário, na produção ou no valor.

Costa *et al.* (2005) asseveram a inexistência de uma definição universalmente aceita sobre qualidade e apresentam diferentes conceituações propostas por alguns teóricos da qualidade (Tabela 1).

Tabela 1 – Definições de Qualidade.

Autor	Conceito
Crosby (1995)	Atender às especificações.
Juran (1999)	Adequação ao uso.
Taguchi (1999)	Quanto menor o prejuízo à sociedade, maior a qualidade do produto.
Deming (2000)	Atender e, se possível, exceder às expectativas do consumidor.

Fonte: Costa *et al.* (2005).

Montgomery (2004) prefere uma definição moderna ao afirmar que qualidade é inversamente proporcional à variabilidade, isto é, quanto maior a diferença entre as unidades produzidas, menor a qualidade do processo produtivo. Esta é, de fato, uma definição mais próxima da estatística e mostra que ao passo que a variabilidade nas características críticas para a qualidade (CTQs – *Critical to quality*) de um produto decresce, seu nível de qualidade aumenta.

A gestão da qualidade é considerada estratégica no meio empresarial especialmente pela redução de custos e abertura de mercados que produtos de maior qualidade proporcionam à organização. Conforme apresenta Montgomery (2004), os primeiros esforços efetivos pela qualidade datam do início do século XX, nos Estados Unidos e na Europa. No entanto, foi no Japão pós-guerra, no princípio dos anos 1950, que a qualidade foi incorporada com êxito, o que permitiu a recuperação da economia daquele país e seu posicionamento entre as maiores do mundo devido, em parte, à sinergia observada entre a filosofia da qualidade e a disciplina nipônica.

Em todo esse período foram desenvolvidos inúmeros programas e metodologias, além de padrões, a exemplo da série ISO 9000, com o objetivo de gerenciar, controlar, documentar e melhorar a qualidade dos produtos e serviços das organizações. Em meio a essas iniciativas foi desenvolvido um conjunto de métricas e métodos de cunho estatístico com o objetivo de monitorar o comportamento dos processos de produção.

O Controle Estatístico do Processo (CEP), na visão de Carvalho *et al.* (2006), está de acordo com a moderna visão de qualidade apresentada por Montgomery (2004), segundo a qual melhores processos de produção, associados a menores variabilidades, proporcionam maiores níveis de qualidade nos resultados de produção. Reis (2001) recorre a Woodall e Montgomery (1999) ao afirmar que o CEP ao lado da Inspeção por Amostragem, do Planejamento de Experimentos (*Design of Experiments* – DOE) e do Estudo da Capacidade de Processos constituem o Controle Estatístico da Qualidade (CEQ).

No CEP, tem-se por objetivo monitorar o comportamento do processo de modo que este produza itens em conformidade com as especificações. Nesse sentido, Rotondaro *et al.* (2006) afirmam que a detecção de uma mudança no comportamento do processo, o mais célere possível, permite com que ações adequadas sejam tomadas para a correção em tempo de evitar surpresas.

Tal monitoramento é importante, afinal todo processo está sujeito a fontes de variação que fazem com que os valores obtidos nas variáveis-resposta destoem daqueles esperados. Montgomery (2004), Costa *et al.* (2005) e Rotondaro *et al.* (2006) discorrem sobre a existência de dois tipos de causas de variação, a saber:

- Aleatórias ou comuns – São aquelas inerentes a qualquer processo produtivo. Respondem ao efeito cumulativo de diversas causas pequenas e não passíveis de controle. Esse conjunto de efeitos corresponde à variabilidade natural do processo, que conduz às pequenas diferenças existentes nas suas saídas;
- Especiais ou atribuíveis – São fontes de variações esporádicas que afetam de maneira drástica o valor das CTQs, mudando sua distribuição de probabilidades mediante alterações em sua média e, ou, desvio-padrão. São causas identificáveis e passíveis de correção. Desajustamento de máquinas, erros de operador ou matéria-prima defeituosa são exemplos de causas dessa natureza.

3.2 Gráficos de Controle de Shewhart

Com o objetivo de monitorar o processo produtivo a fim de discernir a ocorrência de causas aleatórias das especiais, Walter A. Shewhart desenvolveu, em 1924, os gráficos de controle. A criação desses métodos estatísticos, no *Bell Telephone Laboratories*, é considerada o início formal do CEQ (GONÇALVES, 2008). No dizer de Montgomery (2004), o gráfico de controle é uma das principais técnicas do CEP, sendo muito útil para o monitoramento do processo.

No gráfico de controle são plotados pontos com as estimativas de um parâmetro de interesse em função do tempo, de uma linha central ou média (LM) e dos limites inferior (LIC) e superior de controle (LSC). Tais estimativas são obtidas em pequenas amostras retiradas em intervalos regulares de tempo, conhecidas como subgrupos racionais (CARVALHO *et al.*, 2006).

O conceito de subgrupo racional desenvolvido por Shewhart preconiza a formação de amostras com unidades produzidas praticamente no mesmo instante. Busca-se reduzir a variabilidade dentro de cada subgrupo racional e maximizá-la entre amostras subsequentes. Com isso, minimizam-se as probabilidades de ocorrência de uma causa especial durante a formação do subgrupo e de utilização de itens de diferentes populações na mesma amostra (COSTA, *et al.*, 2005).

Na construção dos gráficos de controle de Shewhart (Figura 1), a linha média e os limites de controle são obtidos mediante as equações aplicadas ao estimador ($\hat{\theta}$) em estudo:

$$LSC = \mu_{\hat{\theta}} + k\sigma_{\hat{\theta}};$$

$$LM = \mu_{\hat{\theta}};$$

$$LIC = \mu_{\hat{\theta}} - k\sigma_{\hat{\theta}}.$$

Onde k é o deslocamento em torno da linha média, em número de desvios-padrão do estimador, empregado para incluir a variabilidade aleatória inerente às suas possíveis estimativas.

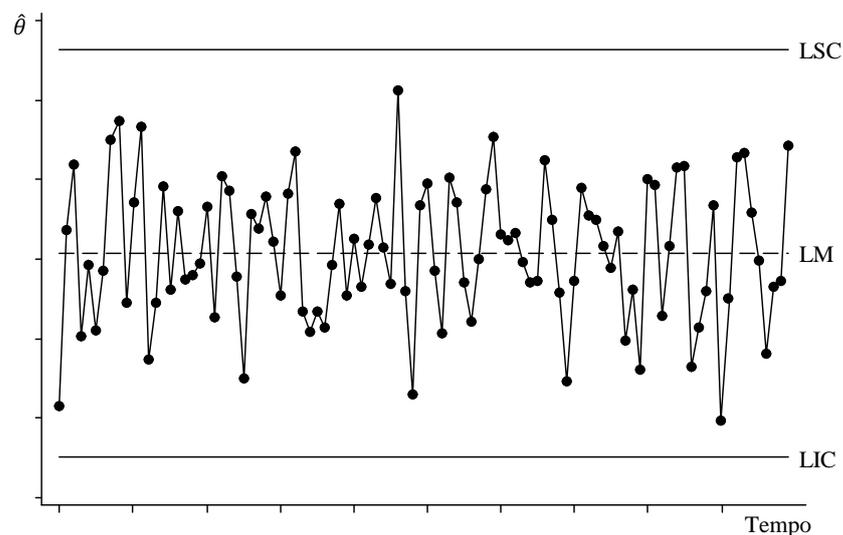


Figura 1 – Exemplo de gráfico de controle para um processo sob controle estatístico.

Reis (2001) esclarece que caso os pontos plotados estejam distribuídos de modo aleatório dentro dos limites de controle do gráfico, apenas causas comuns ou aleatórias estão interferindo no processo. Neste caso a distribuição de probabilidades que está gerando os dados assume valores fixos para seus momentos e diz-se que o processo está sob controle estatístico ou é estável. O referido autor explica que, caso contrário, se existir a ocorrência de pontos fora dos limites de controle ou de padrões não aleatórios, a variabilidade do processo poderá não ser devida apenas às causas comuns, mas também às especiais, havendo motivo para alarme. Costa *et al.* (2005) completam essa análise elucidando que, quando as causas especiais estão presentes, o processo em questão está fora de controle estatístico ou é instável. Em suma, quando o processo for considerado estável, apenas a variação inerente ao mesmo estará atuando, ao passo que, em um processo instável, fontes externas de variação estarão perturbando o seu funcionamento.

Vários fatores contribuíram para a difusão dos gráficos de controle nas práticas industriais. Dentre estes podem-se citar seu caráter visual que permite a observação de padrões indesejáveis no comportamento do processo, sua generalidade de aplicação e sua facilidade de implementação e operacionalização. Sua aplicação na academia também é vasta a exemplos dos seguintes trabalhos: Oliveira *et al.* (2009) em produtos frigoríficos; Christino *et al.* (2010) na fabricação de pisos; Oliveira *et al.* (2011) na fabricação de álcool; Vilaça e Oliveira (2011) no setor alimentício.

3.3 Gráficos de Controle de Shewhart por Variáveis

Existem inúmeras situações nas quais o nível de qualidade do processo é aferido por meio da mensuração de CTQs em uma escala contínua. Em tais situações, os gráficos de controle por variáveis são os indicados para o monitoramento tanto da média quanto da variabilidade (MONTGOMERY, 2004). Exemplos citados são: comprimento, área, peso, diâmetro, densidade, rendimento, volume, tempo de entrega, resistência elétrica e vida útil de lâmpadas.

Costa *et al.* (2005) explicam que, quando se trata de uma variável aleatória contínua, costumeiramente o monitoramento do processo é realizado pelo emprego de dois gráficos: um para monitorar a centralidade e outro para a dispersão. Existem gráficos que são aplicados quando se tem subgrupos racionais unitários e outros empregados quando os tamanhos dos subgrupos são maiores ou iguais a dois (Tabela 2).

Tabela 2 – Gráficos de controle de Shewhart por variáveis.

Categoria	Gráfico	Aplicação
$n = 1$	X	Monitoramento da média.
	AM	Monitoramento da dispersão.
$n \geq 2$	\bar{X}	Monitoramento da média.
	R	Monitoramento da dispersão.
	S	Monitoramento da dispersão.

Quando cada subgrupo racional é composto por mais de uma observação, o monitoramento da variabilidade pode ser realizado, dentre algumas opções, pelo gráfico de controle da amplitude (R) de Shewhart. Quando se conta com m subgrupos racionais, será possível aferir m estimativas, obtidas pela diferença entre o maior e o menor valores observados dentro de cada subgrupo racional (MONTGOMERY, 2004), sendo:

$$r_i = y_{i(\text{maior})} - y_{i(\text{menor})}, \text{ para } i = 1, 2, \dots, m;$$

$$y_{i(\text{maior})} = \text{maior valor observado para a CTQ dentro do subgrupo racional } i;$$

$$y_{i(\text{menor})} = \text{menor valor observado para a CTQ dentro do subgrupo racional } i.$$

A linha média e os limites de controle para o gráfico R podem ser calculados em função do parâmetro σ , para uma determinada CTQ, e das constantes d_2 e d_3 tabeladas em função de n .

$$LSC = d_2\sigma + kd_3\sigma;$$

$$LM = d_2\sigma;$$

$$LIC = d_2\sigma - kd_3\sigma.$$

Como os valores de R não podem ser negativos, caso obtenha-se $LIC < 0$ deve-se assumir $LIC = 0$. Neste gráfico, o desvio-padrão σ pode ser conhecido, substituído por uma especificação técnica (σ_0) ou pela seguinte estimativa:

$$s = \frac{\bar{r}}{d_2}, \text{ em que: } \bar{r} = \frac{\sum_{i=1}^m r_i}{m} \text{ (estimativa da média da amplitude);}$$

r_i = estimativa da amplitude do subgrupo racional i.

Após a constatação de que a variabilidade do processo está sob controle, deve-se partir para o monitoramento da sua centralidade. O gráfico de controle da média (\bar{X}) de Shewhart é empregado quando se tem repetições ($n \geq 2$) por subgrupo racional e a CTQ é contínua (COSTA *et al.*, 2005). Supondo que ela seja uma variável aleatória contínua, normal e independentemente distribuída e com os seus parâmetros μ e σ conhecidos, a distribuição das médias dos subgrupos racionais terão também distribuição normal, porém com os parâmetros μ e σ/\sqrt{n} (MONTGOMERY, 2004).

A linha média e os limites de controle para este gráfico são obtidos via as equações a seguir:

$$LSC = \mu + k \frac{\sigma}{\sqrt{n}};$$

$$LM = \mu;$$

$$LIC = \mu - k \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Novamente, os parâmetros (μ e, ou, σ) poderão ser substituídos por especificações técnicas (μ_0 e, ou, σ_0) ou pelas seguintes estimativas, respectivamente:

$$\bar{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^m \bar{x}_i}{m};$$

$$s = \frac{\bar{r}}{d_2}, \text{ em que:}$$

$$\bar{x}_i = \sum_{j=i}^n x_{ij} = \text{estimativa da média do subgrupo racional i;}$$

x_{ij} = valor observado da CTQ no subgrupo racional i e na repetição j.

3.3.1 Exemplos de aplicação do par de gráficos de controle \bar{X} e R

Oliveira *et al.* (2009) realizaram um estudo na linha de resfriados temperados de um frigorífico de aves. A característica de qualidade em questão foi o peso da embalagem do filezinho de peito. Dentre as várias ferramentas da qualidade

empregadas, fez-se uso dos gráficos de controle para a média e para a amplitude. Verificou-se que o processo de empacotamento deste produto estava sob controle estatístico.

Vilaça e Oliveira (2011) utilizaram o CEP para avaliar o processo de produção de massa de pastel. A avaliação foi de que o processo estava sob controle estatístico para a média e para a variabilidade. Sugeriu-se à empresa a implantação formal do CEP.

Oliveira *et al.* (2011) utilizaram os gráficos de controle de Shewhart da média e da amplitude com o objetivo de monitorar o processo de produção de álcool quanto à graduação alcoólica. Com a implantação dos gráficos foi possível identificar causas especiais de variação e realizar melhorias concretas no processo.

3.4 Desempenho dos Gráficos de Controle de Shewhart

O desempenho de um determinado gráfico de controle diz respeito à sua capacidade de retratar a realidade do processo, indicando decisões acertadas ao analista. Esse desempenho é medido em função da eficiência dos gráficos de controle, com foco nas probabilidades dos erros que podem apresentar, isto é, nas probabilidades de alarme falso (α) e da falta de detecção (β).

Para Costa *et al.* (2005), um gráfico de controle pode ser interpretado como uma sequência de testes de hipóteses, ou seja, de que em cada subgrupo racional seja verificado se o parâmetro de interesse difere ou não do valor de controle. Todo teste de hipóteses pode fornecer acertos ou erros como resultado, os quais estão descritos na Tabela 3.

Tabela 3 – Decisões em um teste de hipóteses

Hipótese H_0	Decisão			
	Aceitar H_0		Rejeitar H_0	
	Natureza	Probabilidade	Natureza	Probabilidade
Verdadeira	Decisão correta	$1 - \alpha$	Erro tipo I	α
Falsa	Erro tipo II	β	Decisão correta	$1 - \beta$

Fonte: Adaptado de Costa *et al.* (2005)

No contexto do CEP, o erro tipo I, ou alarme falso, consiste em considerar um processo fora de controle quando, na verdade, está sob controle. Montgomery (2004) denomina α como risco do fabricante, afinal corresponde à probabilidade de que um lote de qualidade seja considerado insatisfatório. Em termos matemáticos tem-se que:

$$\alpha = P[\text{erro tipo I}] = P[\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é verdadeira}].$$

Já o erro tipo II, ou a falta de detecção, diz respeito ao processo fora de controle ser considerado sob controle estatístico. Para Montgomery (2004), β é o risco do consumidor, pois denota a probabilidade de aceitar-se um lote de baixa qualidade, que deveria ser rejeitado. Matematicamente tem-se:

$$\beta = P[\text{erro tipo II}] = P[\text{aceitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}].$$

Na prática, a ocorrência do erro tipo I significa a intervenção no processo que se encontra sob controle, acarretando custos com a interrupção da produção, de mão de obra, além do risco de desajustá-lo; para o erro tipo II, perde-se a oportunidade de corrigir um processo sob efeito de causas especiais (COSTA *et al.*, 2005).

Outra questão importante na análise de desempenho de um gráfico de controle é a probabilidade de detecção de causas especiais atuando no processo, chamada de poder do gráfico de controle (Pd). Também conhecido como probabilidade do alarme verdadeiro, pode ser definido, em termos matemáticos, da seguinte maneira:

$$Pd = 1 - \beta = P[\text{rejeitar } H_0 | H_0 \text{ é falsa}].$$

Para um gráfico de controle ser considerado eficiente espera-se que a probabilidade de alarme falso seja baixa e que o poder seja elevado para o monitoramento tanto da média quanto da variação.

3.4.1 Gráfico de Controle \bar{X}

Assumindo-se que o processo em monitoramento encontra-se sob controle estatístico para a variabilidade ($\sigma = \sigma_0$), a análise de desempenho deste gráfico pode ser realizada em função das probabilidades dos alarmes falso e verdadeiro, de acordo com as seguintes hipóteses de nulidade e alternativa:

$$H_0: \mu = \mu_0, \text{ processo sob controle para a média;}$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0, \text{ processo fora de controle para a média.}$$

Pela definição, a probabilidade do alarme falso para o gráfico de controle \bar{X} ($n \geq 2$) pode ser calculada da seguinte maneira (COSTA *et al.*, 2005):

$$\alpha_{\bar{X}} = P(\bar{X} > LSC | \mu = \mu_0) + P(\bar{X} < LIC | \mu = \mu_0) =$$

$$= P\left(Z > \frac{LSC - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\right) + P\left(Z < \frac{LIC - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}\right).$$

Realizando as seguintes substituições: $LSC = \mu_0 + k \sigma_0/\sqrt{n}$, $LIC = \mu_0 - k \sigma_0/\sqrt{n}$, $\mu = \mu_0$, tem-se que:

$$\alpha_{\bar{X}} = P(Z > k) + P(Z < -k) = 2 \times P(Z > k) = P(|Z| > k).$$

Onde $Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma_0/\sqrt{n}}$ e $Z \sim N(0; 1)$.

De acordo com Costa, Carpinetti e Epprecht (2005), o alarme falso é função apenas do fator de abertura dos limites de controle. Na prática é comum adotar-se os limites de três desvios-padrão (MONTGOMERY, 2004; MONTGOMERY e RUNGER, 2009).

Segundo Costa *et al.* (2005), a distribuição do número de subgrupos racionais (L), até a ocorrência de um alarme falso (incluindo este subgrupo racional) é geométrica, com parâmetro p, sendo:

$$P(L = l) = p(1 - p)^{l-1}, \text{ para } l = 1, 2, \dots, m.$$

Sabe-se que a distribuição geométrica possui média $1/p$. Portanto o número médio de subgrupos racionais até a ocorrência de um alarme falso no gráfico de controle de Shewhart para o monitoramento da média será $1/\alpha_{\bar{X}}$. Desse modo, para $k = 3$ espera-se $1/0,0027 = 370,4$ subgrupos racionais até a ocorrência de um alarme falso (MONTGOMERY, 2004; COSTA *et al.*, 2005; MONTGOMERY e RUNGER, 2009).

Dado que existam causas especiais interferindo no processo, o ideal é que o gráfico de controle \bar{X} ($n \geq 2$) indique de imediato o desajuste. No entanto, isso pode não ocorrer, especialmente quando o deslocamento da média for pequeno. Esse deslocamento é expresso em função do número de desvios-padrão. Logo a nova média (μ_1), se deslocada para cima, pode ser descrita como $\mu_1 = \mu_0 + \delta \sigma_0$ (COSTA *et al.*, 2005), sendo:

$$\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_0}$$

A probabilidade do alarme verdadeiro do gráfico \bar{X} pode ser calculada da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} Pd_{\bar{X}} &= P(\bar{X} < LIC | \mu \neq \mu_0) + P(\bar{X} > LSC | \mu \neq \mu_0) = \\ &= P(Z < Z_{LIC}) + P(Z > Z_{LSC}), \text{ com} \end{aligned}$$

$$Z_{LIC} = (LIC - \mu_1)/(\sigma_0/\sqrt{n}) = [\mu_0 - k(\sigma_0/\sqrt{n}) - (\mu_0 + \delta\sigma_0)]/(\sigma_0/\sqrt{n}) = -k - \delta\sqrt{n}, \text{ e}$$

$$Z_{LSC} = (LSC - \mu_1)/(\sigma_0/\sqrt{n}) = [\mu_0 + k(\sigma_0/\sqrt{n}) - (\mu_0 + \delta\sigma_0)]/(\sigma_0/\sqrt{n}) = k - \delta\sqrt{n},$$

$$\text{logo: } Pd_{\bar{X}} = P(Z < -k - \delta\sqrt{n}) + P(Z > k - \delta\sqrt{n}) =$$

Como $P(Z > z) = P(Z < -z)$, tem-se:

$$Pd_{\bar{X}} = P(Z < -k - \delta\sqrt{n}) + P(Z < -k + \delta\sqrt{n}).$$

Isto é, ao contrário do alarme falso que depende apenas de k , o alarme verdadeiro do gráfico de controle \bar{X} é função também do deslocamento da média em número de desvios-padrão (δ) e do tamanho do subgrupo racional (n). Segundo Costa *et al.* (2005), a distribuição do número de subgrupos racionais (L) até a ocorrência de um alarme verdadeiro, incluindo o subgrupo racional no qual ocorre este alarme, é também geométrica, com o mesmo parâmetro p .

$$P(L = l) = p(1 - p)^{l-1}, \text{ para } l = 1, 2, \dots, m.$$

Desta forma, o número médio de subgrupos racionais até a detecção de um alarme verdadeiro no gráfico de controle de Shewhart para o monitoramento da média é igual a $1/Pd_{\bar{X}}$.

O gráfico \bar{X} é ágil na detecção de grandes desvios da média, a exemplo de $\delta \geq 1,5$; contudo lento para desvios moderados ou pequenos como para $\delta \leq 1,0$. Por outro lado, tais gráficos podem ser ágeis para detectar deslocamentos moderados da média, desde que sejam utilizados subgrupos racionais com maiores valores de n .

3.4.2 Gráfico de controle R

Considerando-se que o processo em monitoramento esteja sob controle estatístico para a média ($\mu = \mu_0$), a análise de desempenho pode ser realizada em função das probabilidades dos alarmes falso e verdadeiro do gráfico de controle R. Neste caso, as hipóteses de nulidade e alternativa são:

$H_0: \sigma = \sigma_0$, processo sob controle para a variabilidade;

$H_1: \sigma \neq \sigma_0$, processo fora de controle para a variabilidade.

De acordo com a definição, a probabilidade de alarme falso para o gráfico de controle R é calculada da seguinte maneira:

$$\alpha_R = 1 - P(LIC \leq R \leq LSC | \sigma = \sigma_0)$$

Assim como para o gráfico \bar{X} , são adotados os limites de controle de três desvios-padrão, para o gráfico R. Contudo, de acordo com Costa *et al.* (2005), a distribuição da amplitude não é normal (é assimétrica) e isto conduz a uma probabilidade de alarme falso superior a 0,0027 para os limites 3σ . Além disso, os autores ressaltam que o cálculo da probabilidade de $R > R_0$ (um valor de interesse da amplitude amostral) não é simples, afinal a distribuição amostral de R depende do desvio-padrão, logo seria necessário construir infinitas tabelas (associadas a cada valor de σ).

A fim de contornar essa dificuldade, é possível trabalhar com a variável aleatória amplitude relativa ($W = R/\sigma$), cujos parâmetros são funções apenas do tamanho do subgrupo racional (MONTGOMERY, 2004). De acordo com Costa *et al.* (2005), a probabilidade $P(W \leq w_0 | n = n_0)$ foi tabelada para diversos valores de w_0 e n_0 . Assim, podem-se obter as probabilidades de $R > R_0$, afinal $P(R \leq R_0) = P(W \leq R_0/\sigma)$. Com isso a probabilidade do alarme falso pode ser obtida da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} 1 - \alpha_R &= P(LIC \leq R \leq LSC | n = n_0; \sigma = \sigma_0) = \\ &= P\{\max[0, (d_2 - kd_3)\sigma_0] \leq R \leq (d_2 + kd_3)\sigma_0 | n = n_0; \sigma = \sigma_0\}. \end{aligned}$$

Dividindo todos os membros da equação por $\sigma = \sigma_0$, obtém-se:

$$\begin{aligned} 1 - \alpha_R &= P\{\max[0, (d_2 - kd_3)] \leq W \leq (d_2 + kd_3) | n = n_0\}; \\ \alpha_R &= 1 - P\{\max[0, (d_2 - kd_3)] \leq W \leq (d_2 + kd_3) | n = n_0\}. \end{aligned}$$

De acordo com a equação para o gráfico de controle R, a probabilidade do alarme falso é função de k e n.

Costa *et al.* (2005) também apresentam como pode ser calculada a probabilidade do alarme verdadeiro de um gráfico de controle para a amplitude, supondo uma situação na qual o desvio-padrão aumente em um múltiplo do desvio-padrão do processo sob controle, isto é, $\sigma = \gamma\sigma_0$:

$$\begin{aligned} Pd_R &= P(R > LSC = (d_2 + kd_3)\sigma_0 | n = n_0; \sigma \neq \sigma_0) = \\ &= P(W = \frac{R}{\sigma} > \frac{(d_2 + kd_3)\sigma_0}{\sigma} | n = n_0; \sigma = \gamma\sigma_0) = \end{aligned}$$

$$= P(W > \frac{d_2 + kd_3}{\gamma} | n = n_0).$$

Pode-se extrair da equação anterior a informação de que, a probabilidade do alarme verdadeiro para o gráfico de controle R, é função de k, n e γ .

3.4.3 Gráficos de Controle \bar{X} e R

Agora o objetivo consiste em calcular as probabilidades dos alarmes falso e verdadeiro que computem o deslocamento da média e, ou, o aumento da variabilidade, caso existam, separada ou conjuntamente. Portanto, as hipóteses testadas em cada subgrupo racional são dadas por:

H_0 : $\mu = \mu_0$ e $\sigma = \sigma_0$, processo sob controle para a média e para a variabilidade;

H_1 : $\mu \neq \mu_0$ e, ou, $\sigma \neq \sigma_0$, processo fora de controle para a média e, ou, para a variabilidade.

Caso o processo esteja sob controle para a média e para a variabilidade, H_0 verdadeira, existe o risco de que ao menos um dos gráficos de controle acuse erroneamente um ponto fora das limites de controle. Neste caso, a probabilidade do alarme falso conjunto pode ser obtida da seguinte maneira (COSTA *et al.*, 2005):

$$\alpha_c = \alpha_{\bar{X}} + \alpha_R - \alpha_{\bar{X}}\alpha_R,$$

Onde $\alpha_{\bar{X}}$ e α_R são, respectivamente, as probabilidades do alarme falso para os gráficos de controle \bar{X} e R.

Costa *et al.* (2005) apontam que a probabilidade de ocorrência de alarme falso, calculado conjuntamente é superior ao de cada uma proporcionada pelos gráficos de maneira isolada (Tabela 4).

Tabela 4 – Probabilidade do alarme falso conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0$ e $2 \leq n \leq 10$.

k	n	$\alpha_{\bar{X}}$	α_R	α_C
2,0	2	0,0455	0,0451	0,0886
	3	0,0455	0,0377	0,0815
	4	0,0455	0,0383	0,0821
	5	0,0455	0,0405	0,0841
	6	0,0455	0,0417	0,0853
	7	0,0455	0,0424	0,0860
	8	0,0455	0,0427	0,0863
	9	0,0455	0,0430	0,0865
	10	0,0455	0,0433	0,0868
	2,5	2	0,0124	0,0212
3		0,0124	0,0156	0,0278
4		0,0124	0,0138	0,0261
5		0,0124	0,0132	0,0254
6		0,0124	0,0130	0,0253
7		0,0124	0,0132	0,0254
8		0,0124	0,0133	0,0255
9		0,0124	0,0134	0,0257
10		0,0124	0,0135	0,0257
3,0		2	0,0027	0,0092
	3	0,0027	0,0058	0,0085
	4	0,0027	0,0049	0,0076
	5	0,0027	0,0046	0,0073
	6	0,0027	0,0045	0,0072
	7	0,0027	0,0044	0,0071
	8	0,0027	0,0043	0,0070
	9	0,0027	0,0044	0,0071
	10	0,0027	0,0044	0,0071

Avaliando-se a Tabela 4, é possível notar que o alarme falso do gráfico \bar{X} ($\alpha_{\bar{X}}$) é função apenas de k (inversamente proporcional), não sofrendo variação com o aumento do tamanho do subgrupo racional. No mesmo sentido, verifica-se que o alarme falso do gráfico R (α_R) também diminui com o aumento de k e sofre uma queda, seguida por um crescimento tendendo à estabilização, com o aumento de n. O alarme falso conjunto dos gráficos de controle \bar{X} e R (α_C) decresce rapidamente com o aumento de k e apresenta comportamento semelhante ao α_R em relação ao tamanho do subgrupo racional.

A probabilidade do alarme verdadeiro para o monitoramento conjunto da média e da variabilidade, pode ser obtido de acordo com a seguinte expressão, para os gráficos de controle de \bar{X} e R (COSTA *et al.*, 2005):

$$Pd_C = Pd_{\bar{X}} + Pd_R - Pd_{\bar{X}}Pd_R,$$

Onde $Pd_{\bar{X}}$ e Pd_R representam, respectivamente, as probabilidades de que um deslocamento na média e um aumento na variabilidade do processo sejam sinalizados. O cálculo do Pd_R mantém-se inalterado, contudo para o $Pd_{\bar{X}}$ é necessário fazer uma alteração, afinal o desvio-padrão influencia no cálculo. Dessa maneira, a nova equação

para o cálculo do $Pd_{\bar{X}}$, que considera a mudança na variabilidade fica da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} Pd_{\bar{X}} &= P(\bar{X} < LIC | \mu = \mu_1; \sigma = \sigma_1) + P(\bar{X} > LSC | \mu = \mu_1; \sigma = \sigma_1) = \\ &= P(\bar{X} < \mu_0 - k\sigma_0/\sqrt{n} | \mu = \mu_1; \sigma = \sigma_1) + P(\bar{X} > \mu_0 + k\sigma_0/\sqrt{n} | \mu = \mu_1; \sigma = \sigma_1). \end{aligned}$$

Utilizando as relações $Z = \frac{\bar{X} - \mu_1}{\sigma_1/\sqrt{n}}$, $\gamma = \frac{\sigma_1}{\sigma_0}$ e $\delta = \frac{\mu_1 - \mu_0}{\sigma_0}$, tem-se:

$$\begin{aligned} P\left(Z < \frac{\mu_0 - k\sigma_0/\sqrt{n} - \mu_1}{\sigma_1/\sqrt{n}}\right) + P\left(Z > \frac{\mu_0 + k\sigma_0/\sqrt{n} - \mu_1}{\sigma_1/\sqrt{n}}\right) &= \\ = P(Z < -[k + \delta\sqrt{n}]/\gamma) + P(Z > [k - \delta\sqrt{n}]/\gamma). \end{aligned}$$

Como $P(Z > z) = P(Z < -z)$, tem-se:

$$Pd_{\bar{X}} = P(Z < -[k + \delta\sqrt{n}]/\gamma) + P(Z < [-k + \delta\sqrt{n}]/\gamma).$$

Costa *et al.* (2005) explicam que, se a variância não se altera, o poder conjunto cai muito, quando comparado a uma situação na qual a média desloca e a variância aumenta. Por outro lado, se a média não se altera, o poder conjunto não sofre alteração drástica, pois um aumento na variabilidade afeta o $Pd_{\bar{X}}$, ao passo que o gráfico R não é sensível ao deslocamento da média. Como exemplos, são apresentadas algumas probabilidades dos alarmes verdadeiros dos gráficos \bar{X} e R para $k = 2,0, 2,5$ e $3,0$, $2 \leq n \leq 10$ e $1,0 \leq \gamma \leq 2,0$, para $0 \leq \delta \leq 3$ (Anexo A).

O poder conjunto é diretamente proporcional ao tamanho do subgrupo racional, (δ , k e γ constantes); por outro lado o Pd_c é inversamente proporcional ao número de desvios-padrão (δ , n e γ constantes); o poder conjunto aumenta à medida que cresce o desajuste do processo com relação à variabilidade (δ , k e n constantes) e; Pd_c e deslocamento da média são diretamente proporcionais (k , n e γ constantes).

3.5 Processo Seis Sigma

Seis Sigma é definido por diversos autores sob três diferentes óticas: filosófica, estratégica e metodológica. Enquanto metodologia, o Seis Sigma é orientado pela compreensão das necessidades dos clientes, pela utilização sistematizada de dados, fatos, análise estatística e pela atenção ao gerenciamento, melhoria e reinvenção dos processos de negócios (MARSHALL JUNIOR *et al.*, 2010). Para Carvalho (2008), com

o Seis Sigma pretende-se conhecer os processos da organização de modo a obter o maior nível de desempenho possível, graças à redução drástica na variabilidade desses.

A definição dos processos que deverão passar por melhorias está condicionada ao conhecimento das características críticas para a qualidade dos produtos ou serviços da organização. Tais características afetam diretamente a percepção do cliente quanto à qualidade do produto e, para Carvalho *et al.* (2006), podem ser externas (oriundas das demandas de mercado) e internas (provenientes dos processos críticos da empresa).

Costa *et al.* (2005) concordam com Shewhart e afirmam que, por melhor projetado e controlado que seja o processo, não é possível a produção de itens rigorosamente iguais. Isso significa que a variação é inerente ao processo produtivo, o que permite classificar as características de qualidade do processo como variáveis aleatórias que, como tal, seguem uma distribuição de probabilidades.

Com vistas a contemplar esse caráter aleatório, são fixados um valor-alvo ou nominal (VN) e limites de especificação, em geral inferior (LIE) e superior (LSE). Para caracterizar um processo Seis Sigma, a média da CTQ deve se situar pelo menos a seis desvios-padrão do limite de especificação mais próximo.

É importante distinguir os limites de especificação dos de controle. Como afirma Montgomery (2004), não há relação matemática ou estatística entre tais limites, sendo que os primeiros são valores externos ao processo, fixados pela gerência, clientes, projetistas, engenheiros enquanto os últimos dizem respeito à variabilidade natural do processo, isto é, estão associados aos limites naturais do processo, inferior (LIN) e superior (LSN). Em geral, os limites naturais são definidos, respectivamente, por valores situados há três desvios-padrão abaixo e acima da média da CTQ em estudo. Os limites de especificação e natural estão relacionados a observações individuais da CTQ, ao passo que os limites de controle aplicam-se aos estimadores, como por exemplo, a média amostral (COSTA *et al.*, 2005). Ao confrontar-se a variação natural do processo com a especificação imposta à característica de qualidade, será possível medir a capacidade do processo em produzir itens conformes, isto é, caso a variação natural esteja contida no intervalo determinado para as especificações, ter-se-á um processo capaz.

Nesse sentido, um alto valor de sigma significa que a probabilidade de itens com defeito (fora da especificação) é pequena (CARVALHO, 2008). Para atingir esse nível de qualidade é necessária uma redução acentuada na variabilidade do processo, de modo

que este opere praticamente isento de falhas. De acordo com Montgomery e Woodall (2008), sob a hipótese da média de uma distribuição normal centrada sobre o alvo, o nível de qualidade Seis Sigma resulta em aproximadamente 2 itens não-conformes a cada 1 bilhão de itens produzidos (ppb – partes por bilhão).

Considerando que a CTQ seja também uma variável aleatória normalmente distribuída, a probabilidade de que sejam produzidos itens com valores entre a média e certa quantidade de desvios-padrão aumenta à medida que aumenta o número de desvios-padrão (Figura 2).

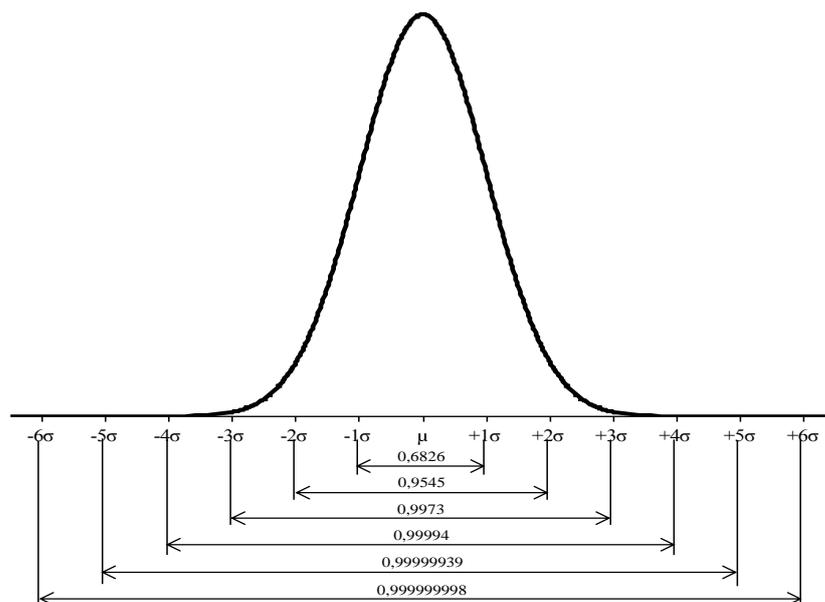


Figura 2 – Probabilidade de produção de itens com valores entre alguns números de desvios-padrão em torno da média.

Nota-se que, dado a média centrada no alvo, o nível três sigma já representa 99,73% de itens conformes, nível este que, segundo Mayor (2003, apud FERNANDES, 2006) era adequado à maior parte das organizações até o início dos anos 1980. Apesar do nível de qualidade atingido, a Motorola buscou reduzir a variação dos processos de modo que a média da distribuição de probabilidades se situasse a pelo menos seis desvios-padrão do limite de especificação mais próximo.

Um processo Seis Sigma é aquele capaz de produzir itens que apresentem uma distribuição de probabilidades para a CTQ de interesse de forma que a distância entre a média da distribuição e o limite de especificação mais próximo seja de, no mínimo, seis desvios-padrão (Figura 3). Um processo desta natureza será doravante denominado Processo Seis Sigma Teórico e, para ser classificado como tal, deverá respeitar a seguinte condição matemática:

$$\min \left[\left(\frac{LSE - \mu}{\sigma} \right), \left(\frac{\mu - LIE}{\sigma} \right) \right] \geq 6.$$

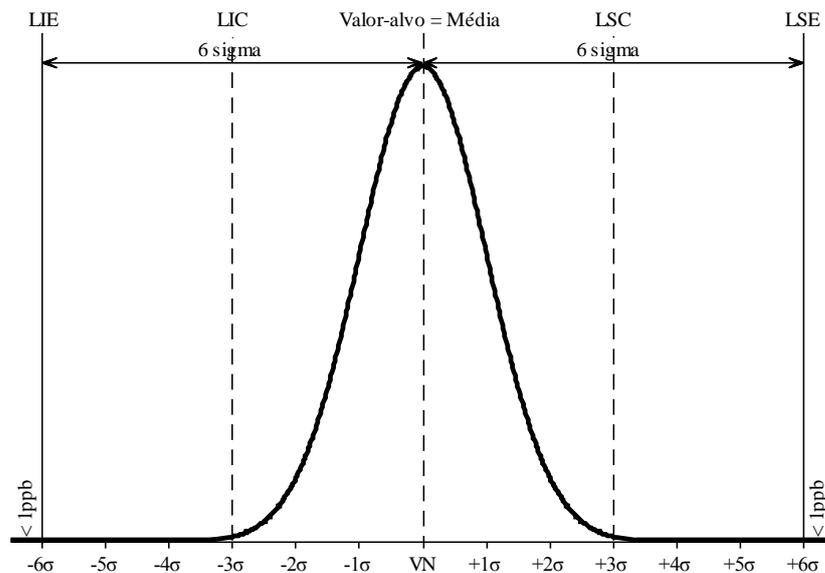


Figura 3 – Distribuição normal de probabilidades dos valores da CTQ de um processo Seis Sigma.

Na Figura 3, que representa um processo Seis Sigma, com média (μ) centrada no valor-alvo (VN), pode-se inferir que ele é quase que totalmente “livre de falhas”. No entanto, foi verificado na Motorola, e depois aceito pelas demais companhias que implementaram a metodologia, a impossibilidade de manter a todo o momento a distribuição de probabilidades da CTQ centrada sobre o alvo.

Com isso, é natural que um processo Seis Sigma sofra, na prática, um deslocamento da média de até 1,5 desvios-padrão para a esquerda ou para a direita sem a possibilidade técnica de ser corrigido (MATOS, 2003; MONTGOMERY, 2004; PINHO, 2005; CARVALHO *et al.*, 2006; FERNANDES, 2006; ROTONDARO *et al.*, 2006; CARVALHO, 2008; MARSHAL JUNIOR *et al.*, 2010). Os referidos autores concordam que tal deslocamento deixa a distribuição a, no mínimo, $4,5\sigma$ do limite de especificação mais próximo, o que conduz a uma probabilidade de falha de, no máximo, 3,4 partes por milhão (ppm). Este comportamento pode ser observado na Figura 4.

Logo, pode-se concluir que que qualquer processo que sofra desajustes de forma a torná-lo até 4,5 Sigma constitui um processo Seis Sigma Prático, que deve atender à seguinte condição:

$$\min \left[\left(\frac{LSE - \mu}{\sigma} \right), \left(\frac{\mu - LIE}{\sigma} \right) \right] \geq 4,5.$$

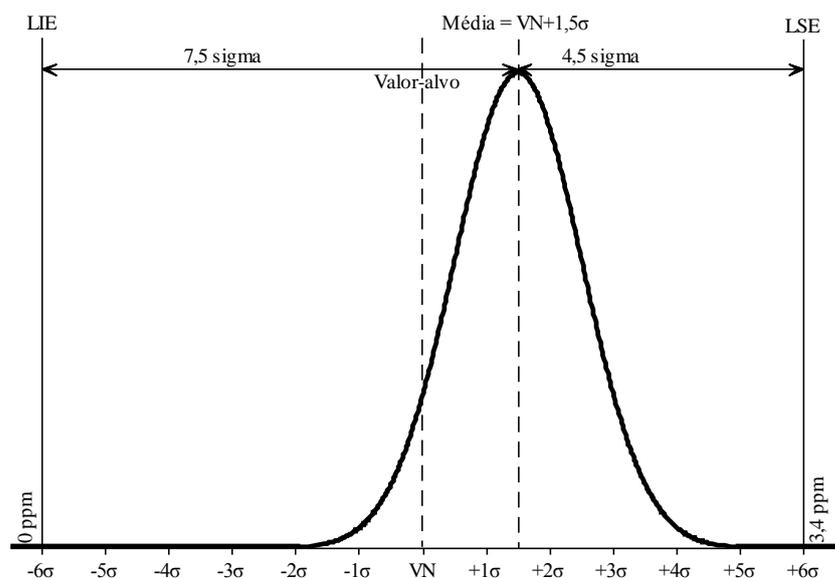


Figura 4 – Representação de um processo Seis Sigma, com a média deslocada em $1,5\sigma$ do valor-alvo (VN).

Dessa maneira, existe uma infinidade de combinações de valores para a média e o desvio-padrão, caso este também sofra um desajuste, de uma CTQ que podem configurar processos Seis Sigma do ponto de vista prático. Na Tabela 5, com base em uma CTQ com $VN = 0$ e desvio-padrão de controle igual a 1, são apresentadas algumas dessas combinações, considerando processos com deslocamento de média, aumento de variação e com as duas perturbações, considerando-se $LIE = -6$ e $LSE = 6$.

Tabela 5 – Exemplos de processos Seis Sigma Práticos.

Classe	μ	σ									
6,0	0	1	5,6	0	1,0714	5,2	0	1,1538	4,8	0	1,2500
	1,5	0,7500		0,4	1		0,8	1		1,2	1
	3	0,5000		3	0,5357		3	0,5769		3	0,6250
5,9	0	1,0169	5,5	0	1,0909	5,1	0	1,1765	4,7	0	1,2766
	0,1	1		0,5	1		0,9	1		1,3	1
	3	0,5085		3	0,5455		3	0,5882		3	0,6383
5,8	0	1,0345	5,4	0	1,1111	5,0	0	1,2000	4,6	0	1,3043
	0,2	1		0,6	1		1	1		1,4	1
	3	0,5172		3	0,5556		3	0,6000		3	0,6522
5,7	0	1,0526	5,3	0	1,1321	4,9	0	1,2245	4,5	0	1,3333
	0,3	1		0,7	1		1,1	1		1,5	1
	3	0,5263		3	0,5660		3	0,6122		3	0,6667

A magnitude da frequência esperada de defeitos na ordem de partes por milhão pode parecer irrelevante à primeira vista, entretanto o deslocamento de até $1,5\sigma$ pode ter efeitos bem mais prejudiciais na competitividade das companhias que operam processos com níveis inferiores ao Seis Sigma (Tabela 6). De acordo com Carvalho *et al.* (2006), apenas as empresas consideradas de “Classe Mundial” operam no patamar 6σ , ao passo que a média da indústria se situa no nível 4σ .

Tabela 6 – Frequências esperadas dos defeitos por milhão de oportunidades (DPMO) para processos 2, 3, 4, 5 e 6 σ , com a média da distribuição da CTQ centrada e deslocada de 1,5 σ em relação ao valor-alvo.

Nível sigma	$\mu = VN$	$\mu = VN+1,5\sigma$
Dois	45.500,3	308.770,2
Três	2.699,8	66.810,6
Quatro	63,3	6.209,7
Cinco	0,6	232,6
Seis	0,002	3,4

Para que um processo seja conduzido de um nível inferior à excelência do 6 σ , emprega-se a metodologia homônima por intermédio do ciclo DMAIC – *Define* (definir), *Measure* (medir), *Analyze* (analisar), *Improve* (interferir) e *Control* (controlar). Para Marshall Junior *et al.* (2010), as etapas do DMAIC constituem um ciclo análogo ao PDCA. Montgomery e Woodall (2008) consideram o ciclo DMAIC uma abordagem geral e muito útil para gerenciamento da mudança e melhoria. São diversos os métodos estatísticos e gerenciais empregados no ciclo, a exemplo daqueles que podem ser observados na Figura 5.

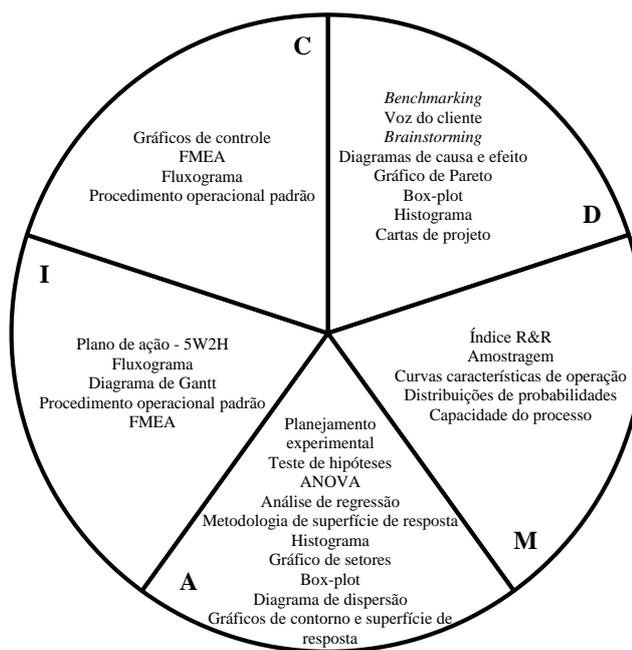


Figura 5 – Alguns métodos estatísticos e gerenciais úteis em cada etapa do ciclo DMAIC.

Após definir o problema, medir, analisar e melhorar o processo, faz-se necessário controlá-lo para garantir a perpetuação das melhorias implantadas. É nesta etapa que o Controle Estatístico do Processo é mais requerido, em especial por meio dos gráficos de controle (MATOS, 2003; CARVALHO, 2008). Carvalho *et al.* (2006) e Fernandes (2006) citam ainda o DFSS (*Design For Six Sigma*) indicado para o projeto de novos processos e que faz uso do DMADV – *Define* (definir), *Measure* (medir), *Analyze* (analisar), *Design* (projetar) e *Verify* (verificar).

4 MATERIAL E MÉTODOS

4.1 Característica de Qualidade

Com vistas a estabelecer o melhor planejamento dos gráficos de controle empregados no monitoramento da média e da variabilidade de processos Seis Sigma univariados, foram planejados e executados estudos teóricos.

Para a realização deste trabalho foram considerados processos nos quais apenas uma característica crítica para a qualidade (CTQ) deveria ser monitorada. Assumiu-se que a CTQ em questão segue uma distribuição normal ($\mu; \sigma^2$). As especificações foram definidas como: Limite Inferior de Especificação (LIE) = -6, Valor-alvo (VN) = 0 e Limite Superior de Especificação (LSE) = 6.

Os processos Seis Sigma de interesse se encaixam em uma das categorias apresentadas na Figura 6. Isto posto, buscou-se identificar qual o planejamento mais adequado ao monitoramento de diferentes processos Seis Sigma teórico e práticos.

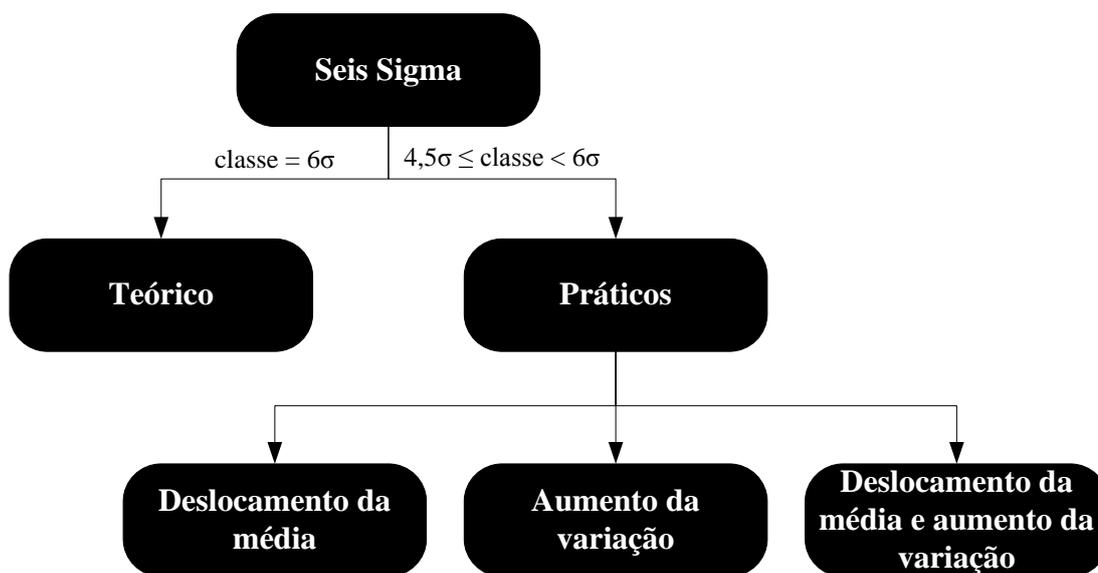


Figura 6 – Classificações de processos Seis Sigma.

Dado que a variação de entropia no universo é maior que zero, naturalmente os processos sofrerão desajustes, independentemente dos esforços empregados no monitoramento. Partindo-se desta premissa e da afirmação de que um processo até 4,5 Sigma, é considerado um processo Seis Sigma Prático, buscou-se selecionar planejamentos de gráficos de controle capazes de sinalizar apenas os desajustes relevantes.

Para esta pesquisa considerou-se como desajustes relevantes apenas aqueles cuja ocorrência conduzam o processo a uma classe Sigma inferior a 4,5, ou seja, que impliquem na deterioração do nível de qualidade Seis Sigma.

Como a identificação de um par de gráficos com desempenho que se aproxime daquele delimitado por tais condições ideais, para fins de seleção utilizou-se as condições a seguir, que caracterizam o desempenho definido como de referência quando houver apenas deslocamento da média:

- $Pd_{c_1} < 0,10$, para $0 < \delta < 1$;
- $0,10 \leq Pd_{c_2} < 0,90$, para $1 \leq \delta < 1,5$;
- $0,90 \leq Pd_{c_3} < 1$, para $1,5 \leq \delta < 3$;
- $Pd_{c_4} = 1$, para $\delta \geq 3$;
- $\alpha_c \leq 0,01$, para $\delta = 0$.

Foram também estudadas situações nas quais o único problema associado ao processo é o aumento da variação. Nestes casos, o desempenho ideal de um par de gráficos de controle de Shewhart foi o mesmo descrito pelas condições anteriores referentes às classes em termo de números de sigma. Assim, buscou-se traçar um desempenho tido como de referência, descrito pelas seguintes condições:

- $Pd_{c_1} < 0,10$, para $1 < \gamma < 1,2$;
- $0,10 \leq Pd_{c_2} < 0,90$, para $1,2 \leq \gamma < 1,33$;
- $0,90 \leq Pd_{c_3} < 1$, para $1,33 \leq \gamma < 2$;
- $Pd_{c_4} = 1$, para $\gamma \geq 2$;
- $\alpha_c \leq 0,01$, para $\gamma = 1$.

Para determinar qual par de gráficos de controle de Shewhart mais se aproximou das condições estabelecidas para o desempenho de referência em cada um dos casos, adotou-se o seguinte procedimento:

1. Cálculo das probabilidades de alarme verdadeiro conjunto para cada ponto de cada uma das combinações de n e k estudadas;
2. Cálculo das probabilidades de alarme verdadeiro conjunto para os mesmos pontos, de acordo com o desempenho de referência;
3. Obtenção do desvio absoluto entre cada par de pontos estudados;
4. Obtenção da média desses desvios absolutos para cada combinação de k e n;
5. Cálculo do alarme falso associado a cada combinação de k e n;

6. Escolha do planejamento mais indicado, com base nas comparações feitas com o desempenho de referência.

Quando houver apenas deslocamento da média, os desvios absolutos foram obtidos da seguinte maneira:

$$d_{nk\delta} = |Pd_{c_{nk\delta}} - Pd_{c_\delta}|, \text{ em que:}$$

- $Pd_{c_{nk\delta}}$ = poder conjunto dos gráficos de controle \bar{X} e R construídos com diferentes combinações entre n e k para cada valor de δ ;
- Pd_{c_δ} = poder conjunto de referência dos gráficos de controle \bar{X} e R, para cada valor de δ .

Portanto, para estudar e comparar toda a curva do poder, considerando-se todos os valores de δ pertencentes ao intervalo estudado, utilizou-se a média dos desvios absolutos, como segue:

$$\bar{d}_{nk} = \sum_{\delta} d_{nk\delta}/n, \text{ para } 0 < \delta \leq 3.$$

Quando o processo estiver sob efeito de somente aumento da variação, os desvios absolutos foram obtidos assim:

$$d_{nk\gamma} = |Pdc_{nk\gamma} - Pdc_{\gamma}|, \text{ em que:}$$

- $Pdc_{nk\gamma}$ = poder conjunto dos gráficos de controle \bar{X} e R construídos com diferentes combinações entre n e k para cada valor de γ ;
- Pdc_{γ} = poder conjunto de referência dos gráficos de controle \bar{X} e R, para cada valor de γ .

Portanto, para estudar e comparar toda a curva do poder, para o aumento da variação, utilizou-se a média dos desvios absolutos, como segue:

$$\bar{d}_{nk} = \sum_{\gamma} d_{nk\gamma}/n, \text{ para } 1 < \gamma \leq 2.$$

4.2 Gráficos de Controle \bar{X} e R

Com o objetivo de selecionar o planejamento mais adequado ao monitoramento de processos Seis Sigma, foram avaliados os gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R construídos de acordo com as 24 combinações entre o tamanho do subgrupo racional (n

= 2, 3, 4 e 5) e do número de desvios-padrão de afastamento da média ($k = 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9; 3,0$) para a obtenção dos limites de controle.

Para examinar o desempenho dos gráficos de controle em processos com a qualidade Seis Sigma, trabalhou-se com uma CTQ que segue uma distribuição normal padronizada com média e desvio-padrão de controle iguais a $\mu_0 = 0$ e $\sigma_0 = 1$, respectivamente. Tal definição se refere ao processo Seis Sigma Teórico. Já os processos Seis Sigma Práticos, apresentaram médias (μ) diferentes de μ_0 e, ou, desvio-padrão (σ) diferentes de σ_0 . Desse modo, no presente trabalho, o deslocamento da média μ_0 , em número de desvios-padrão (δ), e a taxa de aumento de σ_0 (γ), foram definidos por:

$$\delta = \frac{\mu - \mu_0}{\sigma_0} = \mu;$$

$$\gamma = \frac{\sigma}{\sigma_0} = \sigma.$$

A fim de estudar somente o efeito do deslocamento da média da distribuição da CTQ sobre o poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R foi desenvolvido o seguinte procedimento:

1. Determinação dos processos, além do Seis Sigma Teórico (Tabela 7);
2. Cálculo do poder para o gráfico \bar{X} para cada planejamento;
3. Cálculo do poder para o gráfico R para cada planejamento;
4. Cálculo do poder conjunto para os gráficos \bar{X} e R para cada planejamento;
5. Construção de gráficos de linha, por meio do software Minitab 16[®];
6. Análise e seleção do planejamento com características mais próximas às aquelas fixadas para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos.

Tabela 7 – Processos Seis Sigma Práticos estudados sob o efeito apenas do deslocamento da média.

Classe	δ	γ	Classe	δ	γ	Classe	δ	γ
5,9	0,1	1	4,9	1,1	1	3,9	2,1	1
5,8	0,2	1	4,8	1,2	1	3,8	2,2	1
5,7	0,3	1	4,7	1,3	1	3,7	2,3	1
5,6	0,4	1	4,6	1,4	1	3,6	2,4	1
5,5	0,5	1	4,5	1,5	1	3,5	2,5	1
5,4	0,6	1	4,4	1,6	1	3,4	2,6	1
5,3	0,7	1	4,3	1,7	1	3,3	2,7	1
5,2	0,8	1	4,2	1,8	1	3,2	2,8	1
5,1	0,9	1	4,1	1,9	1	3,1	2,9	1
5,0	1,0	1	4,0	2,0	1	3,0	3,0	1

Para estudar somente o efeito do aumento da variação da distribuição da CTQ sobre o poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R foi executado o seguinte procedimento:

1. Determinação de quais processos, além do Seis Sigma Teórico (Tabela 8);
2. Cálculo do poder para o gráfico \bar{X} para cada planejamento;
3. Cálculo do poder para o gráfico R para cada planejamento;
4. Cálculo do poder conjunto para os gráficos \bar{X} e R para cada planejamento;
5. Construção de gráficos de linha, por meio do software Minitab 16[®];
6. Análise e seleção do planejamento com características mais próximas às aquelas fixadas para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos;
7. Comparação do planejamento selecionado nesta situação com aquele selecionado quando ocorre apenas deslocamento de média.

Tabela 8 – Processos Seis Sigma Práticos estudados sob o efeito apenas do aumento da variação.

Classe	δ	γ	Classe	δ	γ	Classe	δ	γ
5,9	0	1,0169	4,9	0	1,2245	3,9	0	1,5385
5,8	0	1,0345	4,8	0	1,2500	3,8	0	1,5789
5,7	0	1,0526	4,7	0	1,2766	3,7	0	1,6216
5,6	0	1,0714	4,6	0	1,3043	3,6	0	1,6667
5,5	0	1,0909	4,5	0	1,3333	3,5	0	1,7143
5,4	0	1,1111	4,4	0	1,3636	3,4	0	1,7647
5,3	0	1,1321	4,3	0	1,3953	3,3	0	1,8182
5,2	0	1,1538	4,2	0	1,4286	3,2	0	1,8750
5,1	0	1,1765	4,1	0	1,4634	3,1	0	1,9355
5,0	0	1,2000	4,0	0	1,5000	3,0	0	2,0000

Para conhecer o efeito simultâneo do deslocamento de média e do aumento da variação da distribuição da CTQ sobre o poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R foi aplicado o seguinte procedimento:

1. Determinação de quais processos, além do Seis Sigma Teórico (exemplos na Tabela 9), totalizando 961 processos;
2. Cálculo do poder para o gráfico \bar{X} para cada planejamento;
3. Cálculo do poder para o gráfico R para cada planejamento;
4. Cálculo do poder conjunto para os gráficos \bar{X} e R para cada planejamento;
5. Aplicação da metodologia de superfície de resposta para cada planejamento, por meio do seguinte modelo:

$$y_{ij} = \beta_0 + \beta_1\delta_i + \beta_2\delta_i^2 + \beta_3\gamma_j + \beta_4\gamma_j^2 + \beta_5\delta_i\gamma_j + \varepsilon_{ij}, \text{ no qual:}$$

β_0 = constante da regressão;

β_1 = coeficiente do termo linear de δ da regressão;

β_2 = coeficiente do termo quadrático de δ da regressão;

β_3 = coeficiente do termo linear de γ da regressão;

β_4 = coeficiente do termo quadrático de γ da regressão;

β_5 = coeficiente do termo da interação linear entre δ e γ da regressão;

ε_{ij} = erro da regressão associado ao valor observado y_{ij} ;

A partir da escolha da equação correta, adotou-se também para os demais valores de n e k , mesmo com coeficientes não significativos

6. Construção de gráficos de contorno, por meio do software Minitab 16[®];
7. Análise e seleção do planejamento com características mais próximas àquelas fixadas para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos;
8. Comparação do planejamento selecionado nesta situação com aqueles selecionados quando da ocorrência solitária de deslocamento de média ou aumento da variação.

Tabela 9 – Combinações dos valores de μ e σ utilizados para determinar alguns dos 961 processos estudados.

Classe	δ	γ	Classe	δ	γ	Classe	δ	γ
6,0	0	1	4,9	0,1	1,2041	3,9	0,1	1,5128
	3	0,5		3	0,6122		3	0,7692
5,9	0,1	1	4,8	0,1	1,2292	3,8	0,1	1,5526
	3	0,5085		3	0,6250		3	0,7895
5,8	0,1	1,072	4,7	0,1	1,2553	3,7	0,1	1,5946
	3	0,5172		3	0,6383		3	0,8108
5,7	0,1	1,0351	4,6	0,1	1,2826	3,6	0,1	1,6389
	3	0,5263		3	0,6522		3	0,8333
5,6	0,1	1,0536	4,5	0,1	1,3111	3,5	0,1	1,6857
	3	0,5357		3	0,6667		3	0,8571
5,5	0,1	1,0727	4,4	0,1	1,3409	3,4	0,1	1,7353
	3	0,5455		3	0,6818		3	0,8824
5,4	0,1	1,0926	4,3	0,1	1,3721	3,3	0,1	1,7879
	3	0,5556		3	0,6977		3	0,9091
5,3	0,1	1,1132	4,2	0,1	1,4048	3,2	0,1	1,8437
	3	0,5660		3	0,7143		3	0,9375
5,2	0,1	1,1346	4,1	0,1	1,4390	3,1	0,1	1,9032
	3	0,5769		3	0,7317		3	0,9677
5,1	0,1	1,1569	4,0	0,1	1,4750	3,0	0,1	1,9667
	3	0,5882		3	0,7500		3	1
5,0	0,1	1,1800						
	3	0,6000						

Ao final, concluiu-se quanto ao planejamento de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R mais indicado ao monitoramento de processos Seis Sigma, nas condições estudadas nesta pesquisa.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 Deslocamento da Média

Para o monitoramento *on line* de um processo Seis Sigma na prática, é coerente o planejamento de um par de gráficos de controle para o monitoramento da média e da variação, que possuam baixa probabilidade de detectar deslocamentos que tornem o processo até 4,5 sigma. Por outro lado, espera-se que o mesmo planejamento apresente elevados valores de probabilidades de detecções de deslocamentos de média superiores a $1,5\sigma_0$ que, implicariam na perda do nível de qualidade Seis Sigma. Foi apresentado em termos probabilísticos, na seção 4.1, a relação ideal entre a probabilidade do alarme falso conjunto de um planejamento desta natureza e o deslocamento da média sofrido por um processo Seis Sigma em monitoramento, bem como da probabilidade do alarme falso conjunto.

Assim, a curva deveria se comportar como na Figura 7, na qual é apresentada a função ideal que relaciona o P_{dc} do gráfico de controle com apenas o deslocamento da média da distribuição em número de desvios-padrão ($\delta > 0$) e o $\alpha_c = 0$, para $\delta = 0$.

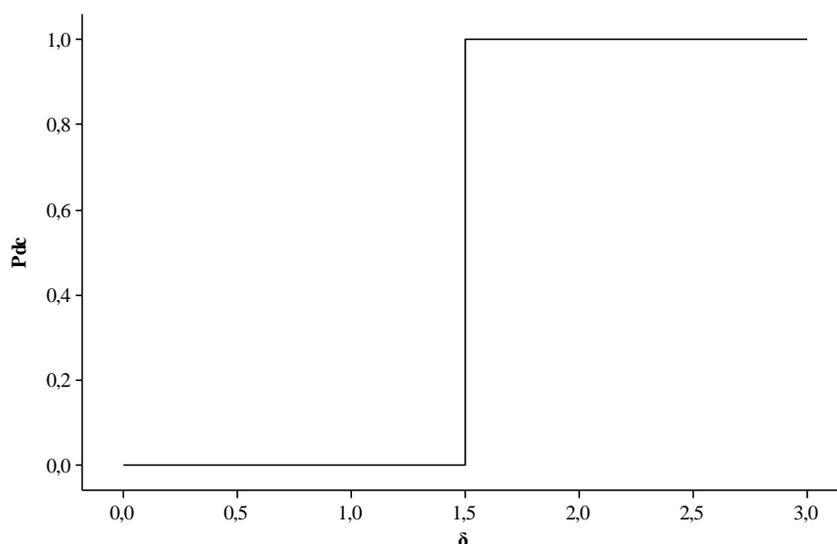


Figura 7 – Curva ideal do poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do número de desvios-padrão de deslocamento da média do processo Seis Sigma.

Contudo, uma relação como esta da Figura 7 não é factível para o planejamento de um par de gráficos de controle de Shewhart. Do mesmo modo, do ponto de vista

técnico, não seria interessante detectar apenas o desajuste quando a qualidade cair a níveis menores do que $4,5\sigma$, mas ser alertado quando o nível estiver entre 6σ e $4,5\sigma$.

Por outro lado, não é interessante interferir no processo enquanto o nível de qualidade está dentro das expectativas, em função do risco de desajustá-lo. Desta forma, faz sentido relaxar as condições em termos de Pd_c para definir uma curva para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos sob efeitos de apenas deslocamentos de média.

Assim, assume-se que para um deslocamento de média de até $1,0\sigma_0$ não será necessário interferir no processo, ou seja, pode-se aceitar valores elevados para a falta de detecção, com um crescimento do Pd_c a taxas lentas. Contudo, entre deslocamentos da média da ordem de $1,0\sigma_0$ a $1,5\sigma_0$, espera-se um crescimento mais rápido do Pd_c , pois representam o limiar do nível de qualidade Seis Sigma Prático. Por fim, após romper-se este valor, espera-se que o Pd_c continue crescendo até zerar a probabilidade da falta de detecção ao atingir o nível de três sigma (antigo padrão da indústria). Logo, buscou-se identificar planejamentos que se aproximassem das condições listadas na seção 4.1 para desempenho de referência e apresentadas na Figura 8.

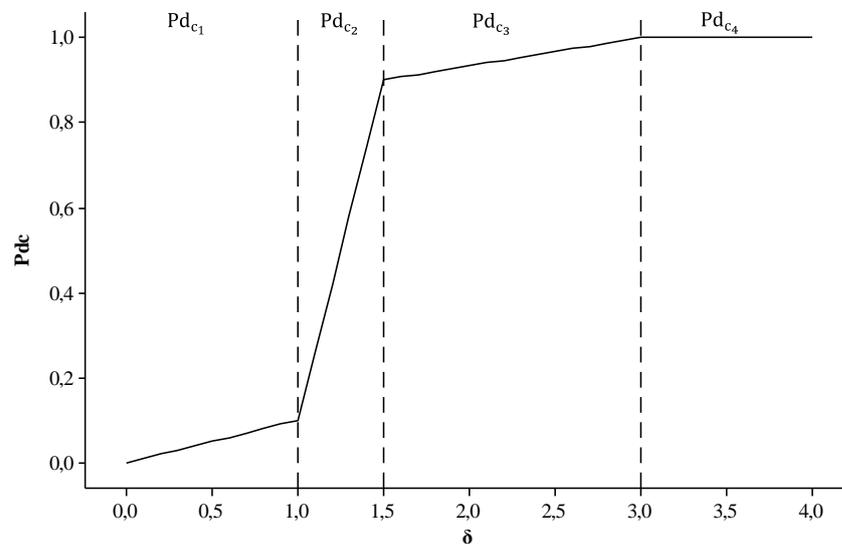


Figura 8 – Curva de referência do poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do número de desvios-padrão de deslocamento da média de processo Seis Sigma.

Para os gráficos de controle de Shewhart estudados, foram calculadas as probabilidades do alarme verdadeiro e apresentadas em função do número de desvios-padrão de deslocamento da média de controle (Figura 9), conforme a seguinte equação:

$$Pd_c = Pd_{\bar{X}} + Pd_R - Pd_{\bar{X}}Pd_R.$$

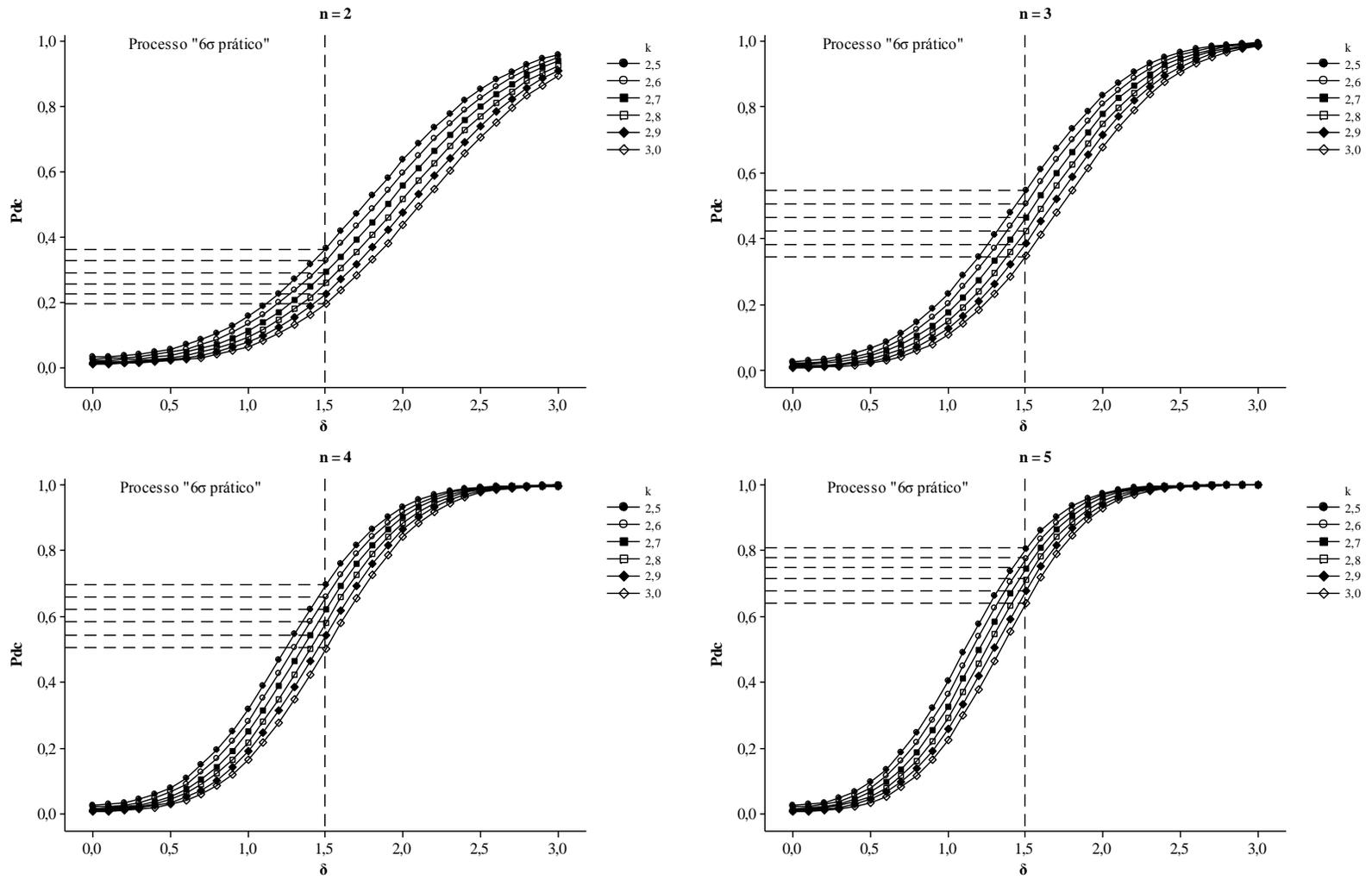


Figura 9 – Valores de Pd_c para os gráficos \bar{X} e R associados a apenas deslocamentos da média de controle entre 0 e $3\sigma_0$ para $n = 2, 3, 4$ e 5 e $k = 2,5, 2,6, 2,7, 2,8, 2,9$ e $3,0$.

Pode-se notar, mediante a avaliação do comportamento das curvas da Figura 9, que o poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R cresce em função do aumento do deslocamento da média da CTQ monitorada. A relação em questão mostra-se de forma sigmoideal, com crescimento mais acentuado para $1,0 \leq \delta \leq 2,0$. Também é possível observar que as curvas tornam-se mais inclinadas em função do aumento do tamanho do subgrupo racional, além de que, para um mesmo n, o Pd_c diminui em função do aumento de k.

Nenhuma das curvas apresentadas na Figura 9 atende aos requisitos listados. Por outro lado, as que mais se aproximaram da curva de referência foram aquelas relacionadas a $n = 5$. Esta seleção pode ser comprovada mediante a análise dos resultados expressos na Tabela 10, em que são apresentadas as probabilidades de alarme falso conjunto associadas a cada planejamento e as médias dos desvios absolutos (\bar{d}_{nk}) de valores de Pd_c relativos aos valores de δ situados no intervalo $[0, 3]$, com variação de 0,1 unidades. Tais desvios foram obtidos ao confrontar-se os valores obtidos para cada uma das curvas com aqueles fornecidos pela curva de referência.

Tabela 10 – Comparação das curvas de Pd_c estudadas para monitoramento de processos Seis Sigma com apenas deslocamento de média com os requisitos definidos para a curva ideal.

n	k	α_c	\bar{d}_{nk}	n	k	α_c	\bar{d}_{nk}
2	2,5	0,0333	0,1593	4	2,5	0,0261	0,0574
	2,6	0,0271	0,1744		2,6	0,0206	0,0553
	2,7	0,0221	0,1932		2,7	0,0162	0,0570
	2,8	0,0180	0,2142		2,8	0,0127	0,0617
	2,9	0,0146	0,2360		2,9	0,0099	0,0695
	3,0	0,0118	0,2575		3,0	0,0076	0,0802
3	2,5	0,0278	0,0791	5	2,5	0,0254	0,0654
	2,6	0,0222	0,0858		2,6	0,0200	0,0569
	2,7	0,0176	0,0973		2,7	0,0156	0,0499
	2,8	0,0139	0,1115		2,8	0,0122	0,0470
	2,9	0,0109	0,1272		2,9	0,0095	0,0470
	3,0	0,0093	0,1444		3,0	0,0073	0,0508

Nesta situação, quanto menor o valor do \bar{d}_{nk} , mais próxima será a curva do planejamento em questão da curva de referência. Logo, os melhores planejamentos dos gráficos \bar{X} e R para monitorar uma CTQ Seis Sigma que sofra apenas o deslocamento de média são aqueles obtidos para $n = 5$.

Dentre os planejamentos para $n = 5$, chamam atenção aqueles definidos por $k = 2,8$ e $k = 2,9$, por apresentarem os menores valores para a soma dos desvios absolutos ao longo dos diferentes deslocamentos. Com vistas a fornecer maiores subsídios para a decisão acerca do melhor planejamento, foram calculados os valores das médias dos

desvios absolutos para $0 \leq \delta < 1$ (A), $1 \leq \delta < 1,5$ (B), $1,5 \leq \delta \leq 3$ (C), bem como da média total (Tabela 11).

Tabela 11 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma com apenas deslocamento de média, correspondentes aos planejamentos para $n = 5$ em relação à curva de referência.

k	α_c	$\bar{d}_{5k}(A)$	$\bar{d}_{5k}(B)$	$\bar{d}_{5k}(C)$	\bar{d}_{5k}
2,5	0,0254	0,0739	0,1552	0,0320	0,0654
2,6	0,0200	0,0568	0,1305	0,0340	0,0569
2,7	0,0156	0,0415	0,1063	0,0375	0,0499
2,8	0,0122	0,0309	0,0964	0,0416	0,0470
2,9	0,0095	0,0238	0,0909	0,0477	0,0470
3,0	0,0073	0,0197	0,1012	0,0545	0,0508

De acordo com os resultados da Tabela 11, pode-se observar que $n = 5$ e $k = 3,0$ foi o planejamento que mais se aproximou da curva de referência na região A, ao passo que $n = 5$ e $k = 2,5$ foi o que mais se ajustou na Região C.

Porém, a região crítica ao monitoramento dos processos Seis Sigma práticos com presença de apenas o deslocamento da média é a região B, afinal é nela que o processo encontra-se sob a iminência de perda do nível de qualidade em questão. Dentre os planejamentos estudados, aquele que mais se adequou à curva de referência foi o planejamento $n = 5$ e $k = 2,9$. No comportamento geral, o planejamento $n = 5$ e $k = 2,8$ apresentou desempenho semelhante ao do planejamento $n = 5$ e $k = 2,9$.

Conseqüentemente, os comportamentos destes dos dois melhores planejamentos foram comparados com a curva de referência, conforme apresentado na Figura 10.

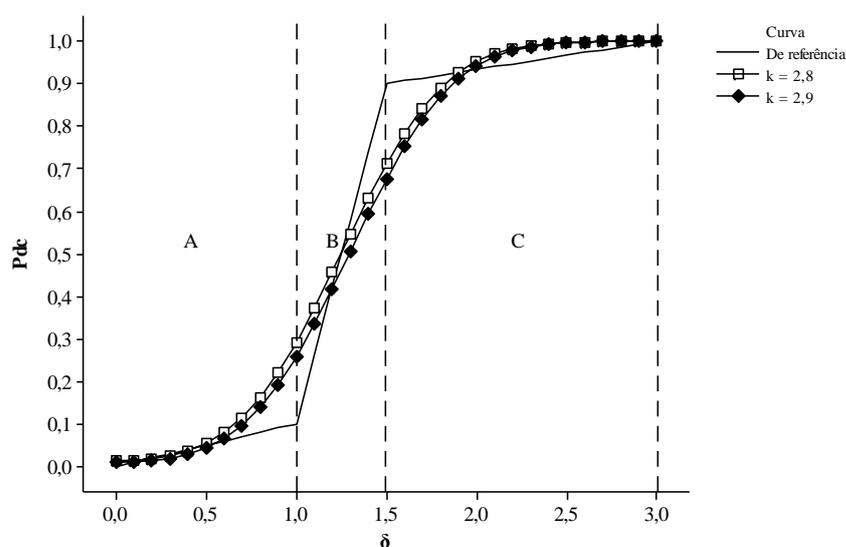


Figura 10 – Comparações entre as curvas de Pd_c nas regiões A, B e C, para $n = 5$, $k = 2,8$ e $2,9$ com a curva de referência, na presença de apenas deslocamento de média.

Após avaliar a Figura 10 fica difícil identificar qual dos dois planejamentos é mais apropriado, por apresentarem desempenhos semelhantes. No entanto, pesa em favor do planejamento $n = 5$ e $k = 2,9$, a menor probabilidade do alarme falso conjunto.

Para o planejamento $n = 5$ e $k = 2,8$, o alarme falso conjunto é de 0,0122 ao passo que para o planejamento $n = 5$ e $k = 2,9$ tem-se $\alpha_c = 0,0095$. Tais valores proporcionam a ocorrência de, em média, um alarme falso a cada 82 subgrupos racionais, no primeiro caso e; 105 subgrupos racionais, para o segundo. Em ambas as situações, têm-se ocorrências de alarmes falsos elevadas, de acordo com o que preconizava Shewhart. Contudo, ao contrário do observado nos demais critérios, o segundo planejamento superou consideravelmente o primeiro neste indicador. Do mesmo modo, o planejamento $n = 5$ e $k = 2,8$ não satisfaz a condição de $\alpha_c \leq 0,01$. Logo, dentre os planejamentos estudados, o par de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R mais indicado para o monitoramento de processos Seis Sigma sob efeito de apenas o deslocamento da média é definido por $n = 5$ e $k = 2,9$.

5.2 Aumento da variação

Provavelmente, devido ao fato do Seis Sigma ser uma metodologia focada na padronização e, conseqüentemente, na redução da variação dos processos, muitos autores (MATOS, 2003; PINHO, 2005; CARVALHO *et al.*, 2006; FERNANDES, 2006; ROTONDARO *et al.*, 2006; CARVALHO, 2008; MARSHAL JUNIOR *et al.*, 2010) não relatam a respeito do aumento de variabilidade em um processo Seis Sigma, isto é, ela considera o deslocamento da média como o único desajuste possível.

No entanto, é possível desenvolver um raciocínio análogo àquele que trata um processo com deslocamento $\delta \leq 1,5$ como de qualidade Seis Sigma. Neste caso, faz-se necessário assumir que um processo com a média centrada sobre o valor-alvo pode sofrer um aumento de variação da ordem de 33% que ainda poderá ser considerado, na prática, um processo Seis Sigma.

Assim sendo, um processo Seis Sigma com a média centrada sobre o valor-alvo que contar com uma taxa de aumento de variação de até 1,33 será um processo com pelo menos 4,5 sigma e, conseqüentemente, um processo Seis Sigma Prático. Logo, é natural buscar o planejamento de um par de gráficos de controle de Shewhart que apresente elevada falta de detecção para $\gamma < 1,33$. Afinal trata-se ainda de um processo

com nível de qualidade Seis Sigma. Portanto, sem necessidade de realizar intervenção. Do mesmo modo, a partir do momento em que o aumento da variação for igual ou exceder a 33% ($\gamma \geq 1,33$), espera-se que o par de gráficos designados para o monitoramento do processo seja ágil em detectar a anomalia, isto é, o poder conjunto deve ser elevado, dado que valores de γ desta magnitude implicam na deterioração do nível de qualidade Seis Sigma. Espera-se ainda que a probabilidade do alarme falso também seja reduzida, com vistas a evitar intervenções inoportunas que podem ser danosas ao processo.

Desta maneira, a curva que representa o modo como deveria ser o comportamento do poder conjunto (Pd_c) dos gráficos de controle \bar{X} e R em função de apenas o aumento da variação (γ) e $\alpha_c = 0$, para $\gamma = 1$, com base nos requisitos listados na seção 4.1, está ilustrada na Figura 11.

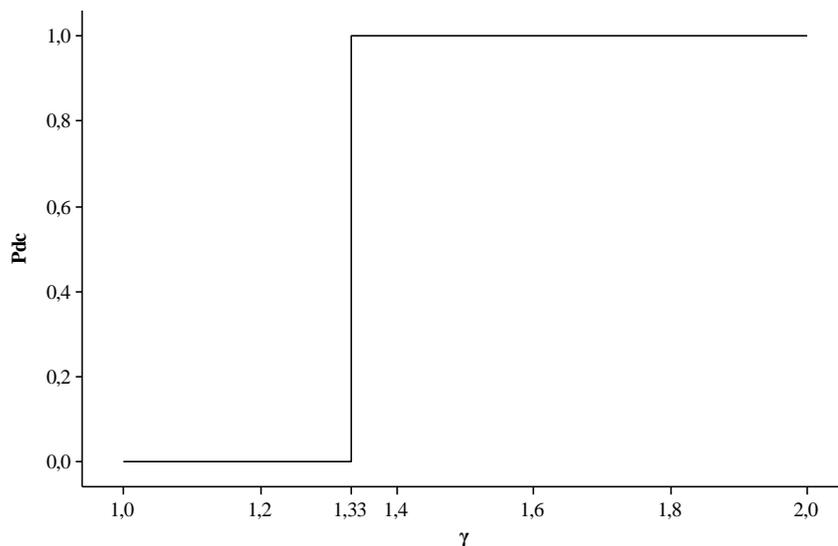


Figura 11 – Curva ideal do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do aumento de variação do processo Seis Sigma.

Analogamente ao que ocorre para a curva do Pd_c em função de δ (Figura 7), a relação apresentada na Figura 11 para o Pd_c e γ não é exequível para o planejamento de um par de gráficos de controle de Shewhart. Novamente, avaliando-se sob a ótica técnica, seria interessante que a probabilidade de detecção dos desajustes crescesse de modo diretamente proporcional à elevação do aumento da variação, isto é, não seria necessário aguardar que o processo deixasse de ser Seis Sigma para se detectar a anomalia, mas que ocorressem alertas ao passo que o nível de qualidade fosse caindo.

Assim sendo, pode-se relaxar as condições elencadas em termos de Pd_c anteriormente com vistas a definir uma curva de referência para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos sob efeito de apenas aumento da variação.

Deste modo, entende-se que a curva de referência do Pd_c versus γ para esta situação pode ser caracterizada por um crescimento lento do poder conjunto até caracterizar um processo cinco sigma ($\gamma = 1,2$), com posterior aumento a taxas mais elevadas até culminar em uma probabilidade alta de alarme verdadeiro para $\gamma = 1,33$, que representa o limiar que caracteriza um processo enquanto Seis Sigma Prático. A partir daí, o processo passa a ter um nível de qualidade inferior a 4,5 sigma. Assim, para valores superiores a $\gamma = 1,33$ o Pd_c pode crescer a taxas mais lentas, de forma a atingir a unidade para $\gamma = 2$, que implica no nível de qualidade 3 sigma, antigo padrão da indústria notadamente inviável para os dias atuais. Isto posto, buscou-se identificar planejamentos que se aproximassem às condições discutidas na seção 4.1 e representadas na Figura 12.

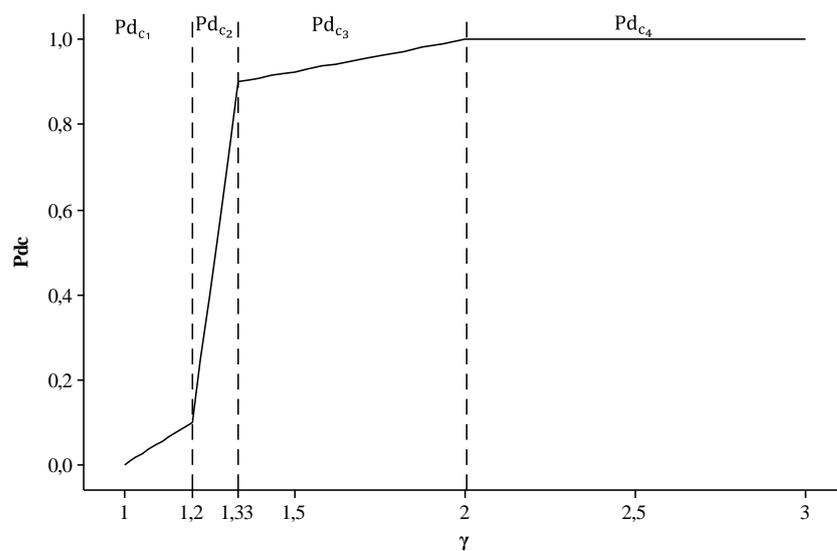


Figura 12 – Curva de referência do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do aumento de variação do processo Seis Sigma.

Para os gráficos de controle de Shewhart estudados, foram calculadas as probabilidades do alarme verdadeiro conjunto e apresentados em função do aumento da variação em relação ao desvio-padrão de controle (Figura 13), conforme a seguinte equação:

$$Pd_C = Pd_{\bar{X}} + Pd_R - Pd_{\bar{X}}Pd_R.$$

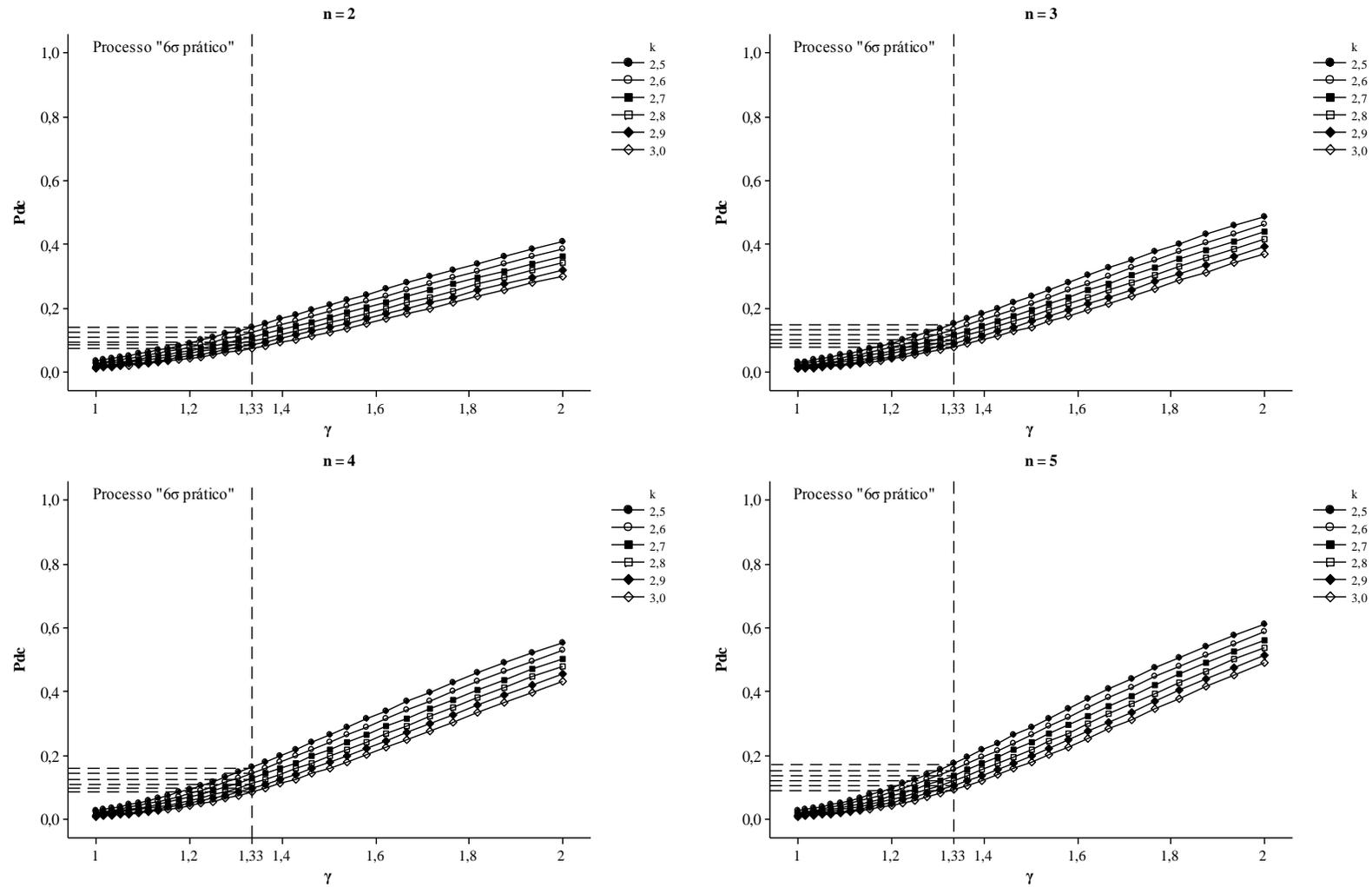


Figura 13 – Valores de Pd_c para os gráficos de \bar{X} e R associados a aumentos de variação entre 1 e 2, para $n = 2, 3, 4$ e 5 e $k = 2,5, 2,6, 2,7, 2,8, 2,9$ e $3,0$.

Avaliando-se as curvas apresentadas na Figura 13 é possível notar que, como esperado, o poder conjunto dos gráficos de controle estudados cresce à medida que o processo Seis Sigma em questão sofre aumento na variação em comparação ao desvio-padrão de controle. Os planejamentos estudados apresentaram curvas com características de funções exponenciais, com crescimento ínfimo no Pd_c até $\gamma = 1,33$ e taxas de crescimentos mais relevantes a partir deste valor. Ainda é possível notar que as taxas de elevações das curvas crescem à medida que são empregados subgrupos racionais maiores e, dado um mesmo n , tem-se que o Pd_c cresce mais rapidamente para menores números de desvios-padrão (k).

Nota-se que nenhuma das curvas da Figura 13 sequer se aproxima de atender aos requisitos elencados para a curva de referência. Na verdade, dentre as combinações de n e k estudadas, os planejamentos referentes ao subgrupo racional de tamanho cinco foram aqueles que apresentaram melhores desempenhos em termos de poder conjunto. Esta decisão tem como base os resultados organizados na Tabela 12, que apresenta a probabilidade do alarme falso conjunto associado a cada planejamento e; a média dos desvios absolutos dos 31 valores de γ situados no intervalo $[1, 2]$, obtidos mediante comparação dos valores do poder conjunto para os planejamentos estudados com aqueles definidos para a curva de referência.

Tabela 12 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos com apenas aumento da variação em relação à curva de referência.

n	k	α_c	\bar{d}_{nk}	n	k	α_c	\bar{d}_{nk}
2	2,5	0,0333	0,4597	4	2,5	0,0261	0,4097
	2,6	0,0271	0,4680		2,6	0,0206	0,4216
	2,7	0,0221	0,4759		2,7	0,0162	0,4329
	2,8	0,0180	0,4833		2,8	0,0127	0,4435
	2,9	0,0146	0,4901		2,9	0,0099	0,4534
	3,0	0,0118	0,4965		3,0	0,0076	0,4624
3	2,5	0,0278	0,4336	5	2,5	0,0254	0,3876
	2,6	0,0222	0,4442		2,6	0,0200	0,4004
	2,7	0,0176	0,4542		2,7	0,0156	0,4128
	2,8	0,0139	0,4634		2,8	0,0122	0,4244
	2,9	0,0109	0,4721		2,9	0,0095	0,4352
	3,0	0,0093	0,4800		3,0	0,0073	0,4451

Assim, quanto menor a média dos desvios absolutos, mais próxima será a curva correspondente a um determinado planejamento da curva de referência ao monitoramento dos processos Seis Sigma na prática. Assim, nota-se a discrepância entre o desempenho dos mesmos planejamentos em duas situações distintas: apenas deslocamento de média e apenas aumento da variação. Na primeira situação, as médias

dos desvios absolutos estão contidas no intervalo de 0,0470 e 0,2575; ao passo que o intervalo referente ao segundo caso é delimitado por 0,3876 e 0,4968.

Isso significa que, o desempenho dos planejamentos estudados é superior para o monitoramento dos processos Seis Sigma sob o efeito de apenas o deslocamento da média, que para aqueles sujeitos somente ao aumento de sua variação. Da mesma forma, os planejamentos em questão ofereceram mais opções para escolha no primeiro caso (diferentes níveis de desempenho); enquanto que na segunda situação, as performances foram notadamente ruins e semelhantes.

De toda forma, com base nos critérios listados e na Tabela 12, tem-se que os planejamentos dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R que mais se aproximaram do de referência foram aqueles definidos para os subgrupos racionais de tamanho cinco. Isto é, para um mesmo valor de k, os planejamentos associados a $n = 5$ apresentaram os melhores desempenhos se comparados com os planejamentos com subgrupos racionais menores.

No entanto, os planejamentos com $n = 5$ e $k \leq 2,8$ não são adequados, por apresentarem probabilidades para o alarme falso conjunto que não atendem aos critérios fixados ($\alpha_c \leq 0,01$), apesar de apresentarem os menores valores para as médias dos desvios absolutos.

Com vistas a fornecer maiores subsídios para a decisão acerca do melhor planejamento, foram calculados os valores das médias dos desvios absolutos, para $1 \leq \gamma < 1,2$ (A), $1,2 \leq \gamma < 1,33$ (B), $1,33 \leq \gamma \leq 2$ (C) e total (Tabela 13).

Tabela 13 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma com apenas aumento da variação, correspondentes aos planejamentos para $n = 5$ em relação à curva de referência.

k	α_c	$\bar{d}_{5k}(A)$	$\bar{d}_{5k}(B)$	$\bar{d}_{5k}(C)$	\bar{d}_{5k}
2,5	0,0254	0,0133	0,3115	0,6452	0,3876
2,6	0,0200	0,0156	0,3239	0,6649	0,4004
2,7	0,0156	0,0189	0,3348	0,6833	0,4128
2,8	0,0122	0,0221	0,3443	0,7008	0,4244
2,9	0,0095	0,0252	0,3527	0,7172	0,4352
3,0	0,0073	0,0277	0,3600	0,7326	0,4451

A análise das informações contidas na Tabela 13 reforça a tese sugerida pelos resultados da Tabela 12 de que os planejamentos $n = 5$ e $k = 2,5$ e $n = 5$ e $k = 2,6$, seriam os mais indicados ao monitoramento de uma CTQ Seis Sigma sob efeito unicamente de aumento da variação e quando se considera apenas a probabilidade do alarme verdadeiro conjunto.

O comportamento da curva ideal para este caso é similar àquele referente à situação em que existe apenas o deslocamento da média. Afinal, existem novamente três regiões de interesse. Contudo, há uma diferença crucial entre as curvas na região B. Na curva de referência, quando existe apenas aumento da variação, esta região é muito reduzida, implicando na necessidade de crescimento célere do Pd_c . Portanto, quando existe apenas aumento da variação, a região crítica ao monitoramento dos processos Seis Sigma Práticos é, mais uma vez, a região B, dado que é o seu limitante superior ($\gamma = 1,33$) que separa os processos que podem ser classificados enquanto Seis Sigma daqueles que não possuem este nível de qualidade. De toda forma, o planejamento $n = 5$ e $k = 2,5$ foi o que apresentou melhor desempenho nesta região crítica, seguido de perto pelo planejamento $n = 5$ e $k = 2,6$. Situação semelhante ocorreu também na região C.

Dessa maneira, uma decisão natural seria adotar o planejamento $n = 5$ e $k = 2,5$ como o mais adequado ao monitoramento de CTQs Seis Sigma sob efeito apenas do aumento da variação. Contudo, os planejamentos $n = 5$ e $k = 2,5$ e $n = 5$ e $k = 2,6$ respondem por alarmes falsos conjuntos notadamente elevados ($\alpha_c \geq 0,02$). O primeiro planejamento implica na ocorrência de um alarme falso a cada 39 subgrupos racionais, enquanto para o segundo, espera-se um registro a cada 50 subgrupos. Tais valores são consideravelmente elevados e colocariam a eficiência das ferramentas em cheque perante aos seus usuários e dos envolvidos diretamente na produção, em virtude das diversas interrupções inoportunas que poderiam ser registradas por conta da elevada probabilidade de alarme falso conjunto.

Assim sendo, os planejamentos $n = 5$ e $k = 2,9$ e $n = 5$ e $k = 3,0$, surgem como candidatos naturais à escolha, nem tanto pelos respectivos desempenhos sob a ótica do média dos desvios absolutos, mas por serem os únicos planejamentos dentre aqueles elencados para $n = 5$ que apresentaram $\alpha_c \leq 0,01$. Além disso, ambos superam seus pares para subgrupos racionais menores tanto nos critérios para poder conjunto como para alarme falso conjunto (Tabela 12).

Deste modo, pode-se restringir a análise aos dois planejamentos anteriores ($n = 5$ e $k = 2,9$ e $n = 5$ e $k = 3,0$). Os comportamentos de suas respectivas curvas podem ser comparados com a curva de referência na Figura 14.

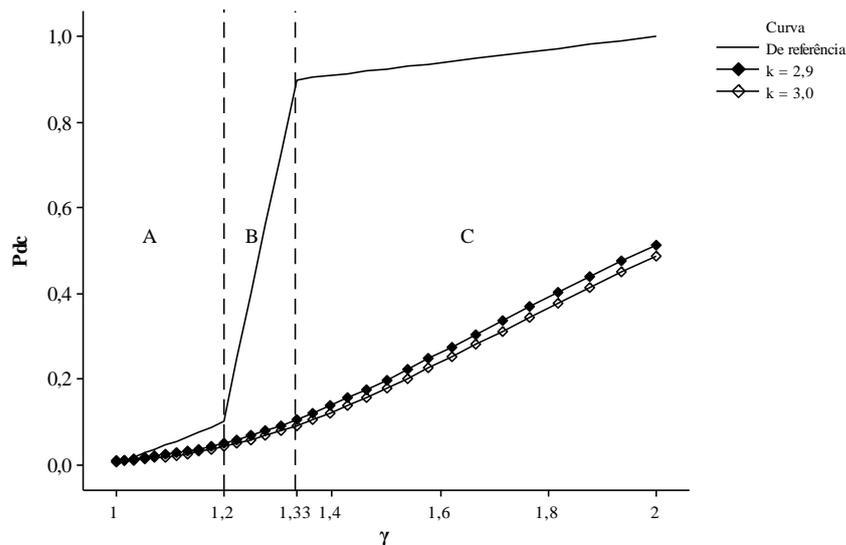


Figura 14 – Comparação entre as curvas de Pd_c nas regiões A, B e C, para $n = 5$, $k = 2,9$ e $3,0$ com a curva de referência, na presença de apenas aumento da variação.

Avaliando-se a Figura 14 é possível notar quão similares são os desempenhos dos planejamentos em comparação. O planejamento $n = 5$ e $k = 2,9$ apresenta valores mais elevados para o Pd_c que o planejamento $n = 5$ e $k = 3,0$, em todo o intervalo de investigação ($1 \leq \gamma \leq 2$). A diferença entre as curvas é mais pronunciada para $1,33 \leq \gamma \leq 2$, contudo é irrisória no intervalo mais importante ($1,2 \leq \gamma < 1,33$).

Por outro lado, o planejamento com $n = 5$ e $k = 3,0$ leva vantagem em relação ao planejamento com $n = 5$ e $k = 2,9$ no que diz respeito ao alarme falso conjunto. O primeiro planejamento conta com $\alpha_c = 0,0073$, ou um alarme falso a cada 137 subgrupos racionais. Já o segundo planejamento responde por um $\alpha_c = 0,0095$ incorrendo em um alarme falso a cada 105 subgrupos racionais avaliados.

5.3 Deslocamento da Média e Aumento da Variação

Para que um processo sujeito simultaneamente às duas perturbações ainda possa ser considerado Seis Sigma na prática, é necessário que a distribuição de probabilidades para a CTQ em questão seja determinada por novos valores para os parâmetros média e desvio-padrão que impliquem em uma taxa de defeitos por milhão de oportunidades (DPMO) que não exceda a 3,4 ppm – valor equivalente ao limite do Seis Sigma Prático. Assim sendo, entende-se que quanto maior o deslocamento da média, menor deverá ser o aumento de variação (e vice-versa), de forma que não ultrapasse o limite de 4,5 sigma.

Desta maneira, existem infinitas combinações do deslocamento da média ($0 \leq \delta \leq 3$) e do aumento da variação ($0,5 \leq \gamma \leq 2$) que configuram processos Seis Sigma Práticos.

Quando um processo está sujeito simultaneamente ao deslocamento da média e ao aumento da variação, à medida que γ aumenta, maior será a redução do nível sigma para um mesmo valor de δ e, conseqüentemente, maior deverá ser a magnitude em termos de probabilidade do alarme verdadeiro conjunto (Figura 15a). O raciocínio análogo vale para a Figura 15b, segundo a qual seria necessário reduzir a já pequena variação do processo, para manter um mesmo nível sigma quando ocorrer também o deslocamento da média.

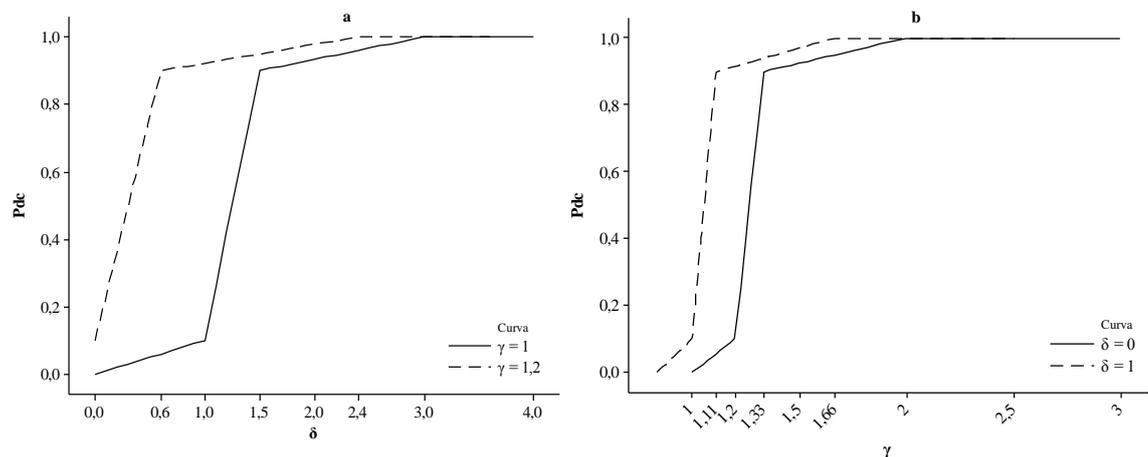


Figura 15 – Curvas de referência do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função do deslocamento da média, com $\gamma = 1$ e $\gamma = 1,2$, e do aumento de variação, com $\delta = 0$ e $\delta = 1$, do processo Seis Sigma.

Outra maneira de se visualizar o comportamento do poder conjunto em função de δ e γ é por meio de um gráfico de contorno. O desempenho de referência nesta situação é definido com base em requisitos que estão de acordo com os apresentados

para as situações nas quais apenas uma das anomalias ocorre. Significa que é interessante haver uma elevada falta de detecção para processos de até cinco sigma ($Pd_c \leq 0,10$), ao passo que busca-se um crescimento rápido do Pd_c entre 5 e 4,5 sigma ($0,10 < Pd_c \leq 0,90$), de forma a atingir uma baixa falta de detecção no limiar do Seis Sigma. A partir daí, o poder conjunto cresce mais lentamente até atingir a unidade quando o nível três sigma (não competitivo atualmente) for alcançado (Figura 16).

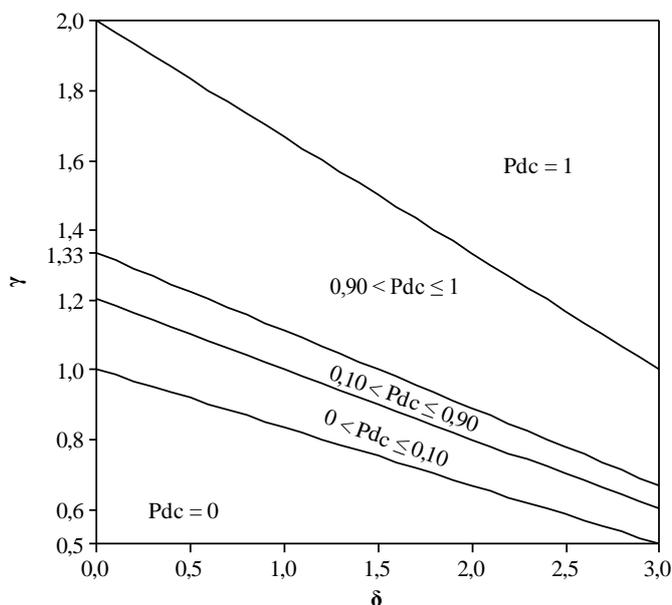


Figura 16 – Gráfico de contorno de referência do poder conjunto de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em função de, simultaneamente, deslocamento da média e aumento de variação do processo Seis Sigma.

Para identificar qual o melhor planejamento dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R para o monitoramento dos processos Seis Sigma Práticos sob efeito simultâneo do deslocamento da média e do aumento da variação, utilizou-se a metodologia de superfície de resposta.

As equações de regressão para subgrupos racionais de tamanho igual a dois, obtidas para cada valor de k, separadamente, são apresentadas na Tabela 14. Já os gráficos de contorno são mostrados, respectivamente, na Figura 17.

Tabela 14 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho dois em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

k	Constante	δ	δ^2	γ	γ^2	$\delta\gamma$	R ²
2,5	0,431870	0,482880	0,108550	0,092150	0,031370	-0,242520	0,97
2,6	0,395760	0,486800	0,112080	0,130830	0,038010	-0,223220	0,97
2,7	0,360290	0,488120	0,115330	0,168440	0,044200	-0,202920	0,98
2,8	0,325740	0,486810	0,118310	0,204240	0,049860	-0,181780	0,98
2,9	0,292400	0,482900	0,121080	0,237550	0,054920	-0,159960	0,98
3,0	0,260550	0,476440	0,123680	0,267710	0,059360	-0,137560	0,99

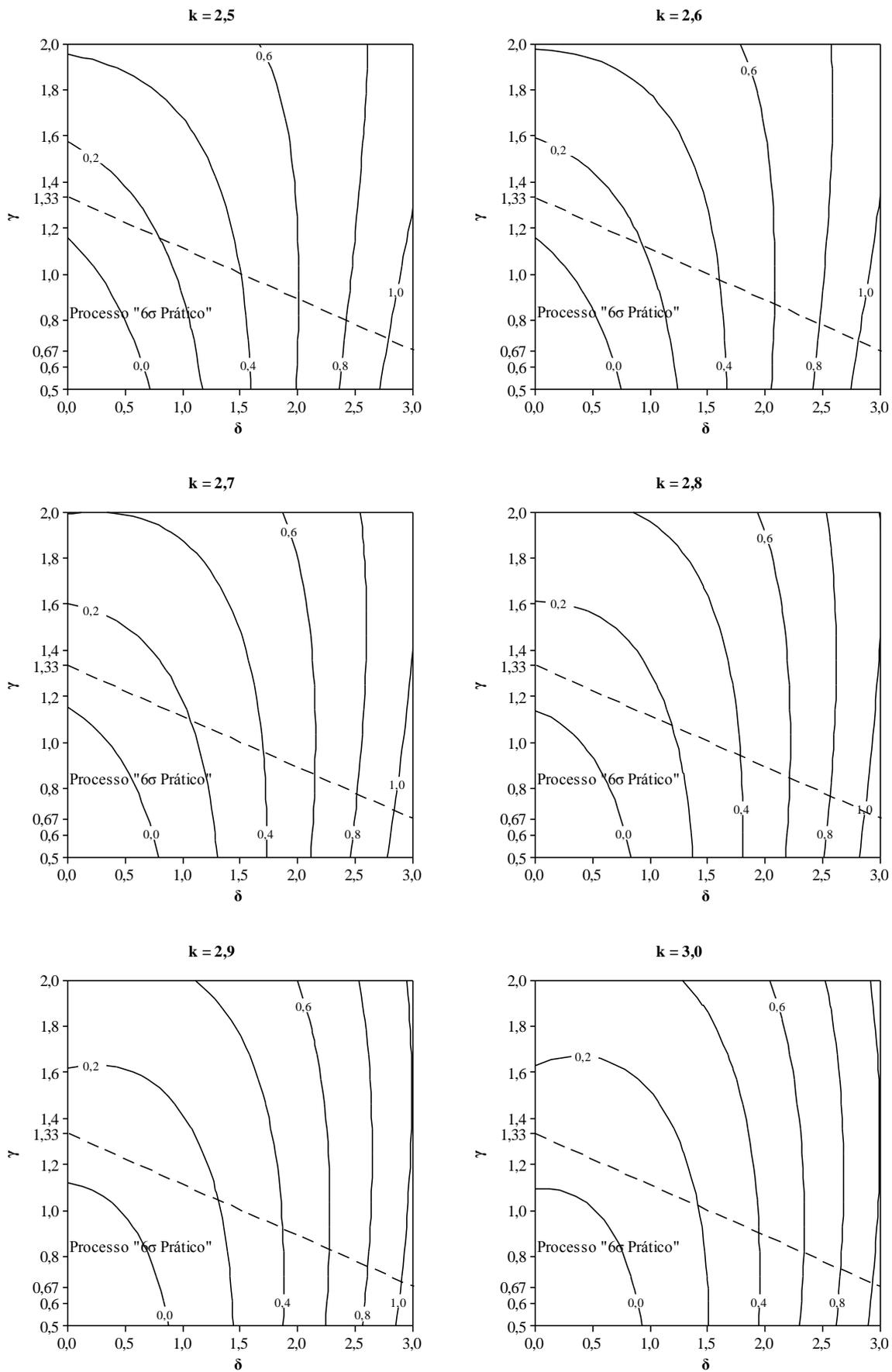


Figura 17 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho dois e valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

Os gráficos de contorno obtidos acusaram isolinhas de poder conjunto baixo em áreas nas quais a qualidade Seis Sigma já havia sido deteriorada, implicando na falta de detecção de desajustes que podem ser cruciais para a competitividade da organização. Também foi possível identificar que o deslocamento de média exerce maior influência sobre o poder conjunto que o aumento da variação no intervalo estudado ($0 < \delta \leq 3$ e $0,5 \leq \gamma \leq 2$). Esta afirmação está sustentada na comparação do número de isolinhas que cruzam o eixo δ com a quantidade que transpassa γ .

Estas características dos gráficos da Figura 17 desencadeiam em problemas sérios ao monitoramento dos processos, tendo em vista que isolinhas que representam $Pd_c \geq 0,90$ invadem a área dos processos Seis Sigma Práticos. Por outro lado, é ainda mais preocupante o fato das isolinhas que representam poder conjunto baixo ocorrerem para os processos que já romperam o limiar do Seis Sigma Prático ($Pd_c \leq 0,90$).

Ainda com base na Figura 17 percebe-se que, caso o aumento da variação cresce, é necessário que se tenha poder conjunto elevado para valores menores do deslocamento da média, o que os gráficos envolvidos no planejamento não mostraram ser capazes de atender.

As equações de regressão para subgrupos racionais de tamanho igual a três, obtidas para cada valor de k , separadamente, são apresentadas na Tabela 15. Já os gráficos de contorno são mostrados, respectivamente, na Figura 18.

Tabela 15 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho três em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

k	Constante	δ	δ^2	γ	γ^2	$\delta\gamma$	R²
2,5	0,911700	0,358200	0,723600	-0,131600	-0,923400	-0,813700	0,95
2,6	0,896200	0,392500	0,782900	-0,109000	-0,843100	-0,721800	0,95
2,7	0,876320	0,432510	0,848840	-0,078270	-0,736910	-0,605160	0,95
2,8	0,855050	0,472750	0,914650	-0,045930	-0,621350	-0,480030	0,95
2,9	0,832370	0,512840	0,979650	-0,012320	-0,497620	-0,347790	0,95
3,0	0,808320	0,552390	1,043150	0,022220	-0,367070	-0,209830	0,95

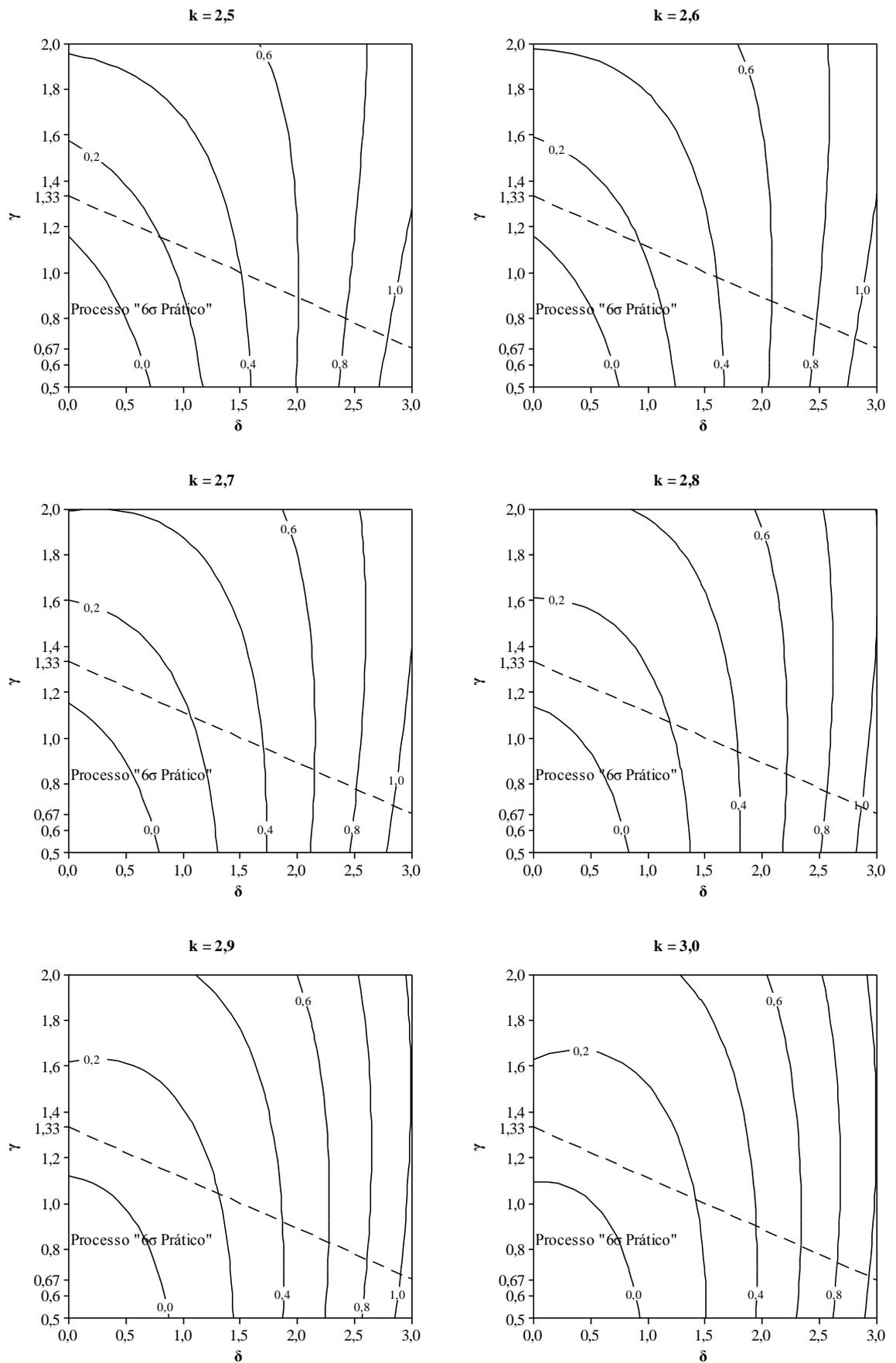


Figura 18 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho três e valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

Assim como relatado para $n = 2$, nenhum dos planejamentos avaliados para subgrupos racionais de tamanho três foram também considerados adequados ao monitoramento de um processo Seis Sigma. Mais uma vez, percebe-se a maior importância do deslocamento da média que do aumento da variação, para o aumento do poder conjunto dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R.

Discrepâncias similares foram também encontradas para $n = 3$, com valores considerados elevados de Pd_c invadindo a região denominada dos processos Seis Sigma Práticos, ao passo que valores ínfimos do poder conjunto foram encontrados na região de processos que não mais detêm o nível de qualidade considerado de classe mundial. Na verdade, os resultados foram menos satisfatórios dada as isolinhas com elevados valores de Pd_c cruzarem o eixo δ na Figura 18 para valores menores de deslocamento da média que aqueles da Figura 17. Além disso, inclusive a isolinha de $Pd_c = 0$ se fez presente na área de processos sem qualidade Seis Sigma.

As equações de regressão para subgrupos racionais de tamanho igual a quatro, obtidas para cada valor de k , separadamente, são apresentadas na Tabela 16. Já os gráficos de contorno são mostrados, respectivamente, na Figura 19.

Tabela 16 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho quatro em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

k	Constante	δ	δ^2	γ	γ^2	$\delta\gamma$	R²
2,5	0,698260	0,507920	0,132010	-0,238350	0,078960	-0,252240	0,93
2,6	0,669750	0,525660	0,133680	-0,206400	0,087400	-0,235250	0,93
2,7	0,640480	0,541750	0,134610	-0,172120	0,094810	-0,218210	0,93
2,8	0,610600	0,556100	0,134800	-0,135800	0,101200	-0,201300	0,93
2,9	0,577300	0,577450	0,145760	-0,096530	0,118560	-0,180930	0,86
3,0	0,549290	0,579610	0,133670	-0,058340	0,110720	-0,168220	0,93

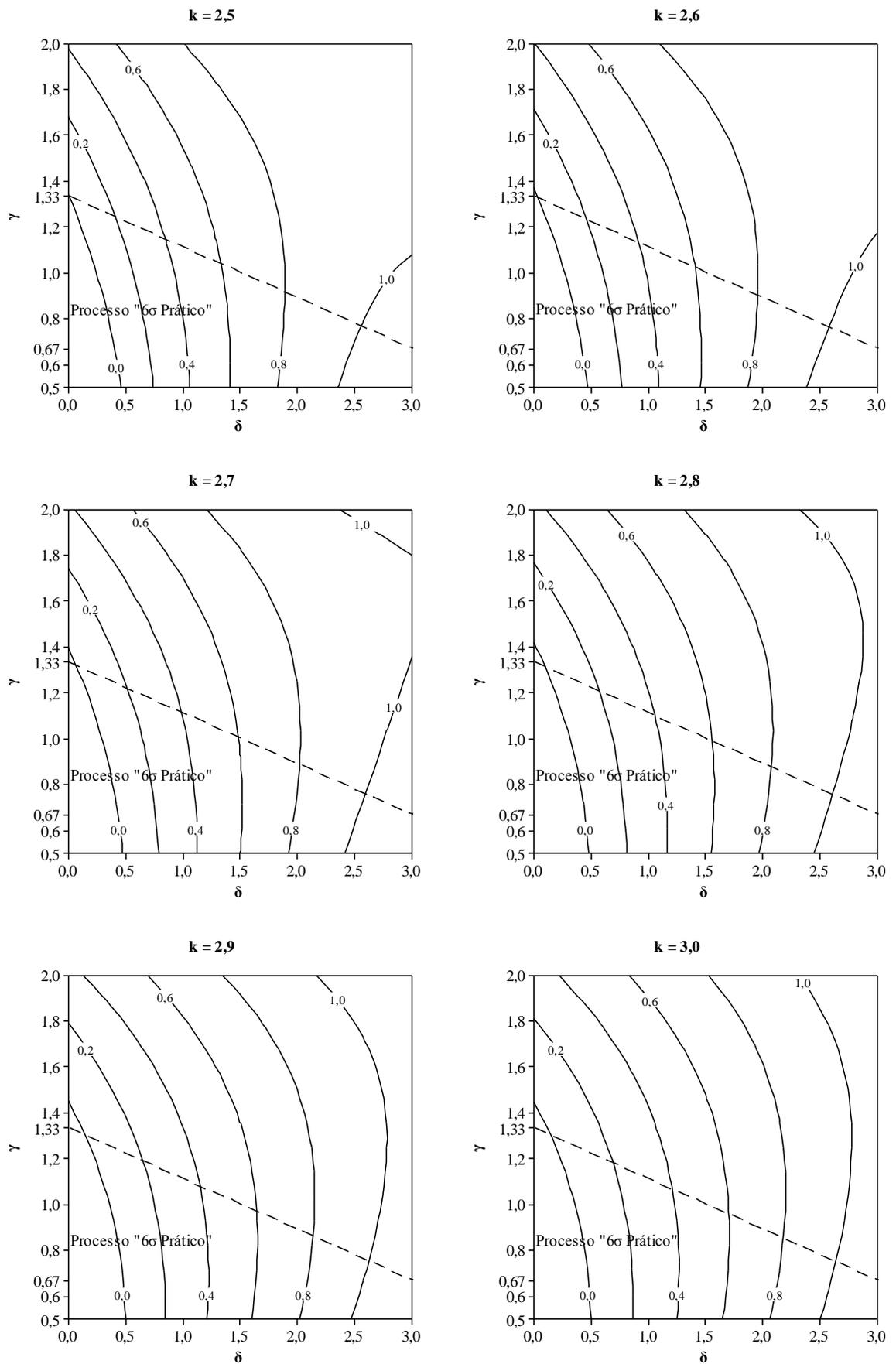


Figura 19 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho quatro e valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

Nesta situação, observaram-se valores de poder conjunto não condizentes com aqueles esperados para o monitoramento de processos Seis Sigma, com valores elevados de Pd_c na região de “Processo 6σ prático” e valores baixos de Pd_c em sua região complementar.

Aqui, mais uma vez, foi possível constatar a tendência de que as isolinhas se ajustam ainda menos àquelas do gráfico de contorno de referência (Figura 16) à medida que cresce o tamanho do subgrupo racional, haja visto que o eixo δ é cruzado em um valor ainda menor do que apresentado na Figura 17 e na Figura 18. Novamente, a isolinha que responde pelo poder conjunto nulo ultrapassou a área da região do Seis Sigma Prático.

As equações de regressão para subgrupos racionais de tamanho igual a cinco, obtidas para cada valor de k , separadamente, são apresentadas na Tabela 17. Já os gráficos de contorno são mostrados, respectivamente, na Figura 20.

Tabela 17 – Coeficientes das equações de regressão ajustadas para o Pd_c obtidos de subgrupos racionais com tamanho cinco em função de δ e γ , para valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

k	Constante	δ	δ^2	γ	γ^2	$\delta\gamma$	R²
2,5	0,773280	0,489590	0,142650	-0,334140	0,091520	-0,257340	0,93
2,6	0,748800	0,509800	0,144800	-0,308800	0,101300	-0,239700	0,93
2,7	0,723400	0,528600	0,146100	-0,280900	0,110000	-0,222100	0,93
2,8	0,697200	0,546000	0,146700	-0,250700	0,117400	-0,204600	0,92
2,9	0,670400	0,561800	0,146400	-0,218300	0,123600	-0,187600	0,92
3,0	0,643000	0,576100	0,145400	-0,184200	0,128600	-0,171200	0,92

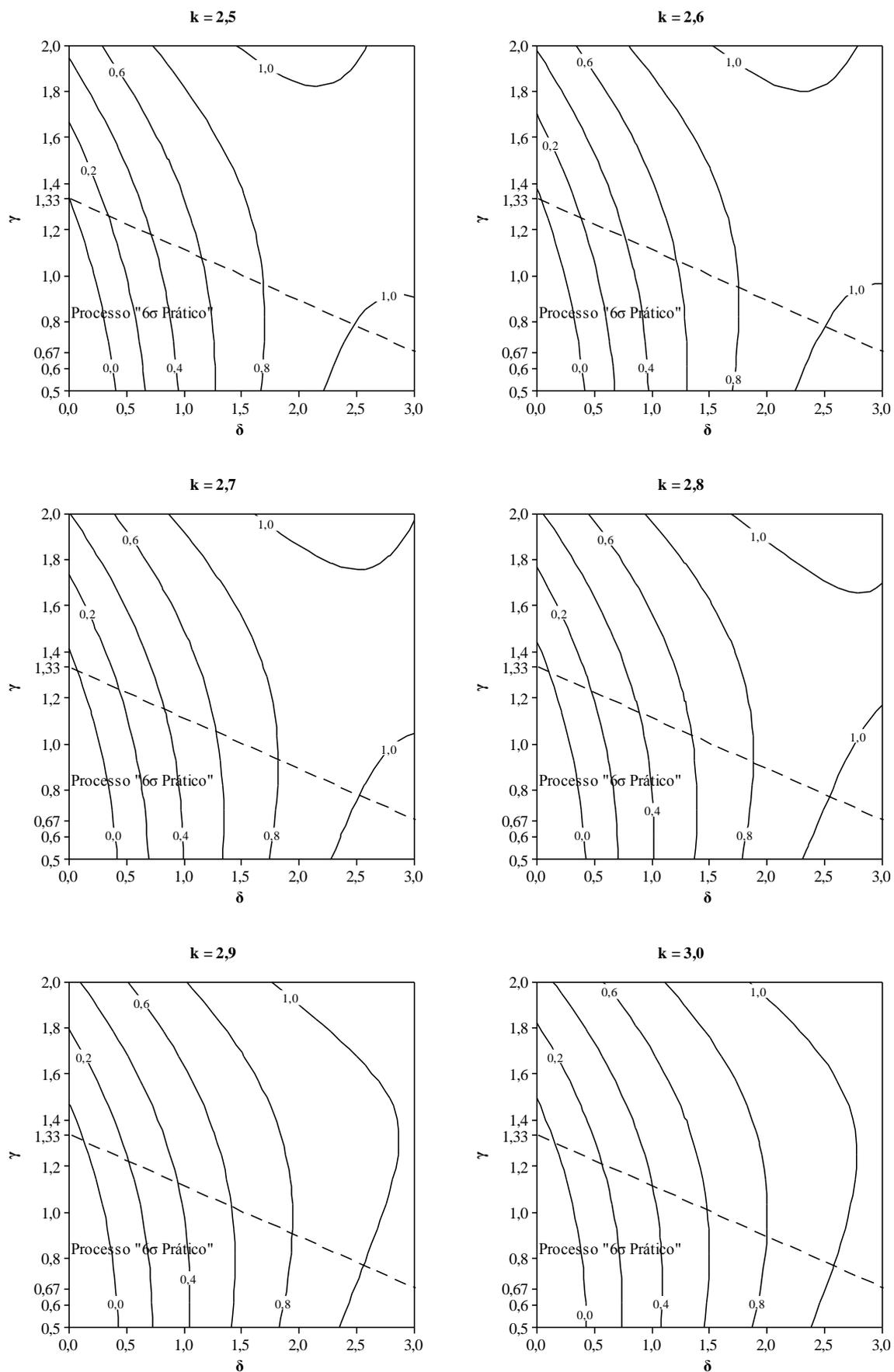


Figura 20 – Gráficos de contorno do Pd_c em função de δ e γ , para subgrupo racional de tamanho cinco e valores de k iguais a 2,5; 2,6; 2,7; 2,8; 2,9 e 3,0.

Para os planejamentos estudados em função dos subgrupos racionais de tamanho cinco, também pode-se dizer que nenhum deles está de acordo com os requisitos necessários ao monitoramento dos processos Seis Sigma representados graficamente na Figura 16, em função dos mesmos problemas observados para os planejamentos que consideram subgrupos racionais de tamanhos dois, três e quatro. Novamente, observaram-se as existências de isolinhas de Pd_c elevados dentro da área de Seis Sigma Prático e poder conjunto baixo na região de processos sem este nível de qualidade.

Com o intuito de obter maiores subsídios para a seleção de qual combinação entre n e k fornece o melhor planejamento dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R para o monitoramento de uma característica da qualidade obtida em um processo Seis Sigma sujeito, simultaneamente, ao deslocamento da média e ao aumento da variação, são mostradas as probabilidades dos alarmes falsos conjuntos para todos os planejamentos estudados, bem como as médias dos desvios absolutos (Tabela 18). Cada média da Tabela 18 foi obtida via comparação entre o Pd_c calculado e aquele oriundo do gráfico de contorno de referência, para 961 combinações entre δ e γ .

Nesta situação, os desvios absolutos foram obtidos da seguinte maneira:

$$d_{nk\delta\gamma} = |Pdc_{nk\delta\gamma} - Pdc_{\delta\gamma}|, \text{ em que:}$$

- $Pd_{c_{nk\delta\gamma}}$ = poder conjunto dos gráficos de controle \bar{X} e R construídos com diferentes combinações entre n e k para cada combinação de δ e γ ;
- $Pd_{c_{\delta\gamma}}$ = poder conjunto de referência dos gráficos de controle \bar{X} e R , para cada combinação de δ e γ .

Já a média dos desvios absolutos foi obtida como segue:

$$\bar{d}_{nk} = \sum_{\delta} \sum_{\gamma} d_{nk\delta\gamma} / n, \text{ para } 0 < \delta \leq 3 \text{ e } 0,5 \leq \gamma \leq 2.$$

Tabela 18 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para o monitoramento de processos Seis Sigma Práticos com o deslocamento da média e o aumento da variação em relação à curva de referência.

n	k	α_c	\bar{d}_{nk}	n	k	α_c	\bar{d}_{nk}
2	2,5	0,0333	0,4242	4	2,5	0,0261	0,4080
	2,6	0,0271	0,4298		2,6	0,0206	0,4123
	2,7	0,0221	0,4357		2,7	0,0162	0,4168
	2,8	0,0180	0,4417		2,8	0,0127	0,4213
	2,9	0,0146	0,4478		2,9	0,0099	0,4290
	3,0	0,0118	0,4541		3,0	0,0076	0,4299
3	2,5	0,0278	0,4141	5	2,5	0,0254	0,4031
	2,6	0,0222	0,4188		2,6	0,0200	0,4073
	2,7	0,0176	0,4236		2,7	0,0156	0,4114
	2,8	0,0139	0,4284		2,8	0,0122	0,4157
	2,9	0,0109	0,4333		2,9	0,0095	0,4199
	3,0	0,0093	0,4382		3,0	0,0073	0,4242

Os planejamentos com tamanho do subgrupo racional igual a cinco, superaram seus concorrentes para $n = 2, 3$ e 4 , tomando o mesmo número de desvios-padrão. Por outro lado, considerando-se apenas as médias dos desvios absolutos, outras combinações entrariam na comparação. No entanto, os planejamentos $(n = 3, k = 2,5)$, $(n = 3, k = 2,6)$, $(n = 4, k = 2,5)$, $(n = 4, k = 2,6)$, $(n = 4, k = 2,7)$ e $(n = 4, k = 2,8)$ não foram considerados, por apresentarem probabilidades para o alarme falso conjunto que não atenderem aos critérios fixados ($\alpha_c \leq 0,01$).

Com isso, novamente, restringiu-se a análise aos pares de gráficos de controle planejados para $n = 5$ e $2,5 \leq k \leq 3,0$. Na Tabela 19 são apresentados as probabilidades dos alarmes falsos conjuntos, bem como as médias dos desvios absolutos para as regiões de interesse A ($0 \leq \delta \leq 3$ e $1 \leq \gamma < 1,2$), B ($0 \leq \delta \leq 3$ e $1,2 \leq \gamma < 1,33$) e C ($0 \leq \delta \leq 3$ e $1,33 \leq \gamma < 2$), além da média total.

Tabela 19 – Comparações das curvas de Pd_c estudadas para monitoramento de processos Seis Sigma Práticos com deslocamento da média e aumento da variação em relação à curva de referência, para as regiões A, B, C e total.

k	α_c	\bar{d}_{5k} (A)	\bar{d}_{5k} (B)	\bar{d}_{5k} (C)	\bar{d}_{5k}
2,5	0,0254	0,5857	0,4128	0,2860	0,4031
2,6	0,0200	0,5720	0,4121	0,3028	0,4073
2,7	0,0156	0,5587	0,4108	0,3196	0,4114
2,8	0,0122	0,5455	0,4101	0,3364	0,4157
2,9	0,0095	0,5324	0,4086	0,3532	0,4199
3,0	0,0073	0,5193	0,4078	0,3699	0,4242

À primeira vista, os resultados expressos na Tabela 19 indicam a escolha dos planejamentos com $n = 5$ e $k = 2,5$ ou com $n = 5$ e $k = 2,6$, afinal apresentaram médias totais semelhantes. O com $n = 5$ e $k = 2,5$ teve melhor desempenho, no geral, e na região C, enquanto com $n = 5$ e $k = 2,6$ foi superior na região A. Contudo, a diferença entre os desempenho de ambos na região B (a mais importante) foi irrisória. De toda forma, nenhum destes planejamentos deve ser selecionado, em virtude das suas probabilidades dos alarmes falsos conjuntos. Os α_c em questão implicam em um alarme falso a cada 39 subgrupos racionais para o planejamento com $n = 5$ e $k = 2,5$ e um alarme desta natureza a cada 50 subgrupos racionais para o planejamento com $n = 5$ e $k = 2,6$, valores inviáveis na prática e superiores ao máximo definido ($\alpha_c = 0,01$).

Detendo a atenção sob as médias encontradas para a região B, foi possível constatar que a diferença entre os desempenhos dos planejamentos para $n = 5$ pequena, para um conjunto de 961 combinação de δ e γ investigadas. Além disso, apenas os planejamentos com $n = 5$ e $k = 2,9$ e com $n = 5$ e $k = 3,0$ apresentaram probabilidades do alarme falso conjunto inferior ao determinado nos requisitos do gráfico de contorno

de referência ($\alpha_c \leq 0,01$). Estes dois candidatos restantes estão apresentados na Figura 21 em comparação com as isolinhas do gráfico de contorno de referência.

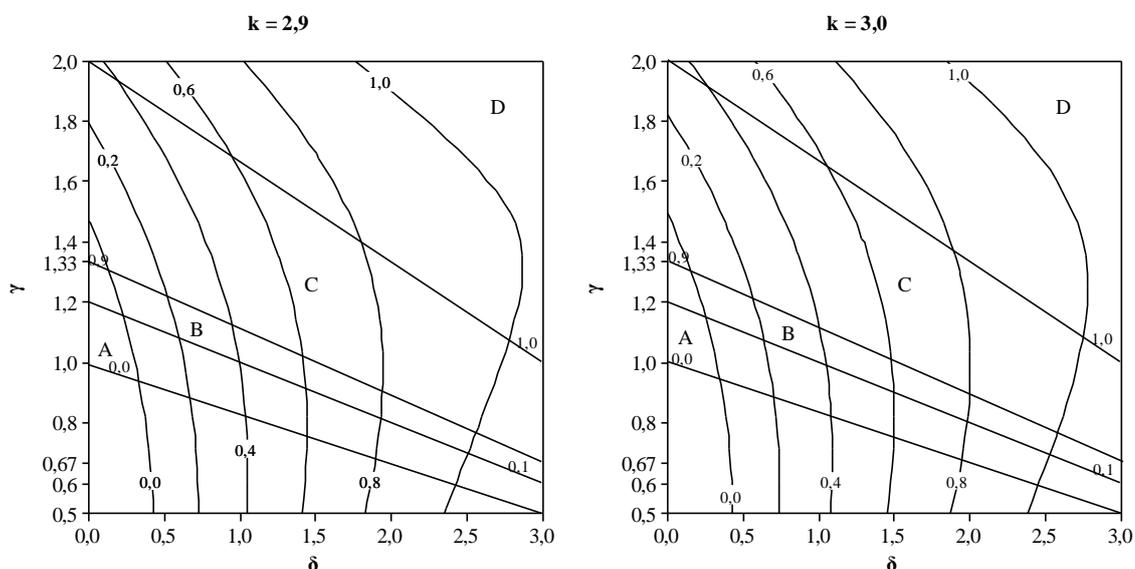


Figura 21 – Comparações entre as curvas de Pd_c nas regiões A, B, C e D, para $n = 5$, $k = 2,9$ e $3,0$ com os poderes de referência, na presença de deslocamento de média e aumento da variação.

Como visto na Figura 21, os planejamentos remanescentes apresentam performances bastante similares. O planejamento com $n = 5$ e $k = 2,9$ teve melhor desempenho na região C e na média total, enquanto o planejamento com $n = 5$ e $k = 3,0$ teve desempenho superior na região A. Do ponto de vista do alarme falso conjunto, o planejamento com $n = 5$ e $k = 3,0$ supera o com $n = 5$ e $k = 2,9$, por apresentar $\alpha_c = 0,0073$ contra $\alpha_c = 0,0095$. Tais valores proporcionam um alarme falso a cada 137 observações para a primeira combinação entre n e k , ao passo que para o segundo planejamento esta frequência é de uma ocorrência a cada 105 subgrupos racionais.

Além disso, é pouco provável que a equipe responsável por monitorar a CTQ de interesse seja capaz de determinar se o processo estará sujeito apenas a uma ou outra anomalia, ou a ambas. Sendo assim, deve-se optar pela utilização do planejamento $n = 5$ e $k = 2,9$ no monitoramento de processos Seis Sigma práticos, em virtude de ele ter sido considerado o mais adequado (dentre as combinações de k e n investigadas) também para as situações expressas em quando havia somente deslocamento da média ou apenas aumento da variação.

5.4 Planejamento selecionado

Tanto para as situações nas quais o processo Seis Sigma Prático estava sob efeito de apenas uma anomalia, seja ela deslocamento de média ou aumento de variação, como quando o processo estava suscetível a ambas, o planejamento definido pela combinação de $n = 5$ e $k = 2,9$ foi considerado o mais adequado ao monitoramento.

As características do monitoramento de processos Seis Sigma por meio dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R indicam que, na hipótese da ocorrência de apenas deslocamento da média, é possível que se detecte a anomalia no comportamento da CTQ a tempo de evitar que o processo perca o nível de qualidade Seis Sigma. Por outro lado, caso a característica de qualidade sofra o efeito solitário do aumento da variação, sem ou com um pequeno deslocamento da média, existem probabilidades elevadas de que os gráficos apenas sinalizem quando ocorrer grande redução na qualidade.

Neste último caso, quando o deslocamento da média e o aumento da variação estão presentes, os gráficos de contorno obtidos apresentaram isolinhas praticamente verticais, cruzando apenas o eixo δ . Contudo, o aumento do n provocou uma inclinação das isolinhas em direção ao eixo γ , implicando em aumentos das probabilidades de poder conjunto em função do aumento de δ . Assim, com o aumento da variação, o Pd_c ficará o mesmo para deslocamentos menores da média e, conseqüentemente, sofrerá o efeito do γ , principalmente para os maiores valores de n .

Com o objetivo de embasar a discussão dos resultados com situações práticas, foi realizado um levantamento bibliográfico com 41 produções científicas, publicadas entre 2002 e 2012, desde congressos regionais até periódicos de circulação internacional (Anexo B). Foram buscados artigos científicos que relatassem intervenções práticas com a utilização de gráficos de controle tanto em processos com (totalizando 12) quanto naqueles sem qualidade Seis Sigma (um total de 29), de modo a estimar as frequências de ocorrência dos problemas relacionados ao deslocamento da média e, ou, ao aumento de variação.

A maior parte dos estudos de caso relatava a ocorrência de apenas deslocamento da média (44%), 34% apontavam a existência dos dois problemas, 22% dos artigos não descreviam qualquer anomalia e nenhum dos artigos relatava uma situação na qual

existia apenas aumento da variação. Chama a atenção o fato de que em nenhum dos casos, foi descrito um processo unicamente sob o efeito do aumento da variação.

Restringindo a análise apenas aos trabalhos sobre processos Seis Sigma, as proporções passam a assumir, respectivamente, os seguintes valores: 50% para apenas o deslocamento da média; 25% para deslocamento da média e aumento da variação; 25% não relatava nenhuma anomalia e nenhum tratava de processo sob efeito somente do aumento da variação.

Com base nessas informações, o fraco desempenho do planejamento $n = 5$ e $k = 2,9$ para o monitoramento de processos sob o efeito de apenas o aumento da variação deixa de ser um problema, tendo em vista que tais situações parecem ser raras. Do mesmo modo, o desempenho ruim quando o deslocamento da média é menos importante do que o aumento da variação, apesar de ser mais possível de ocorrer, ainda assim, é menos frequente, dado que o maior problema do processo Seis Sigma está relacionado ao deslocamento da média.

As situações mais comuns são aquelas nas quais existe somente o efeito do deslocamento de média, com 56% do total dos estudos de casos levantados e com 67% dos trabalhos que relatam experiências com processos Seis Sigma. Apesar de denotar uma maioria, esta última proporção contraria o lugar-comum encontrado na literatura especializada em Seis Sigma, que, via de regra, faz menção exclusiva a problemas de deslocamento da média. À primeira vista, esta abordagem parece fazer todo o sentido, afinal para que se atinja o nível de excelência é prerrogativa que o processo seja altamente padronizado, deixando pouca margem para o aumento da variabilidade.

Confrontados os resultados apresentados com as informações colhidas no levantamento bibliográfico, entende-se que, se estudadas outras combinações entre n e k , poderá ser possível determinar um planejamento de gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R ainda mais ajustado à curva de referência que o aqui selecionado. No entanto, é importante estar atento para não definir subgrupos racionais demasiadamente grandes, sob pena de tornar o monitoramento oneroso.

6 CONCLUSÕES

Para o monitoramento de processos Seis Sigma, é recomendado que a probabilidade conjunta do alarme falso não seja superior a 0,01. Do mesmo modo, admite-se que a probabilidade conjunta do alarme verdadeiro deve ser inferior a 0,10, para processos de 5 a 6 sigma; estar entre 0,10 e não exceder a 0,90, para processos de 4,5 a 5 sigma; estar entre 0,90 e não superar a unidade, para processos de 3 a 4,5 sigma e; ser igual a um para processos com nível sigma igual ou inferior a 3.

Dentre os planejamentos dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R estudados, aquele que teve desempenho mais próximo do de referência foi o definido pela combinação entre $n = 5$ e $k = 2,9$, sendo o recomendado neste estudo.

A deterioração do nível de qualidade Seis Sigma devida somente ao deslocamento da média é detectada com maior probabilidade pelos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R que quando ocorre com a presença do aumento da variação.

O desempenho dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R em sinalizar a perda de qualidade do processo Seis Sigma, está mais relacionado à perda por deslocamento da média que por aumento da variação.

Para outros trabalhos, sugere-se uma investigação similar, para a determinação dos planejamentos mais adequados na utilização de outros gráficos, tais quais os gráficos de controle das Somas Acumuladas (CUSUM – “*Cumulative Sum*”) e da Média Móvel ponderada Exponencialmente (EWMA – “*Exponentially Weighted Moving Average*”).

Também seria interessante uma pesquisa com o objetivo de compreender a relação entre os ganhos com a redução da variabilidade dos processos e os custos relacionados associados.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, S. **Integração das ferramentas da qualidade ao PDCA e ao programa Seis Sigma**. Nova Lima: INDG Tecnologia e Serviços Ltda., 2006. 234p.

BOARIN PINTO, S.H.; CARVALHO, M.M.; HOO, L.L. Programa Seis Sigma: aspectos sinérgicos com outras abordagens de gerenciamento da qualidade. **Revista Produção Online**. Florianópolis, v.9, n.1, p. 170-193, mar. 2009. Disponível em: <<http://producaoonline.org.br/rpo/article/viewFile/203/317>>. Acesso em: 16 ago. 2012.

CARVALHO, C.E.V. **A melhoria da qualidade suportada na metodologia Seis Sigma: o caso da Tecnimaster**. 2008. 135 f. Dissertação (Mestrado em Gestão da Qualidade) – Universidade Fernando Pessoa. Porto, 2008.

CARVALHO, M.M. (Coo.) **Gestão da Qualidade: teoria e casos**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2006. 355 p.

CHRISTINO, E.M.; BONDUELLE, G.M.; IWAKIRI, S. Aplicação de cartas de controle no processo de fabricação de pisos sólidos de tauari (*Couratari oblongifolia*). **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 3, p. 299-304, jul./set. 2010. Disponível em: <http://www.dcf.ufra.br/cerne/artigos/25-10-20104048v16_n3_artigo%2006.pdf>. Acesso em: 06 set. 2012.

COSTA, A.F.B; EPPRECHT, E.K.; CARPINETTI, L.C.R. **Controle estatístico de qualidade**. 2 ed. São Paulo: Atlas, 2005. 334 p.

FERNANDES, M.M. **Análise do processo de seleção de projetos Seis Sigma em empresas de manufatura no Brasil**. 110 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Itajubá. Itajubá, 2006.

GONÇALVES, T. C. **Metodologias alternativas aos gráficos de controle na caracterização de processos univariados**. 69 f. Dissertação (Mestrado em Estatística Aplicada e Biometria) – Universidade Federal de Viçosa. Viçosa, 2008.

MARSHALL JUNIOR, I.; CIERCO, A.A.; ROCHA, A.V.; MOTA, E.B.; LEUSIN, S. **Gestão da Qualidade**. 10 ed. Rio de Janeiro: Editora FGV, 2010. 204 p.

MATOS, J.L. **Implementação de um projeto de melhorias em um processo de reação química em batelada utilizando o método DMAIC**. 2003. 126 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2003.

MIYATA, H.H.; BARRETO, A.; GOMES, A.C.S.; MORAIS, M.F.; ROCHA, R.P. Controle estatístico do processo na produção de circuitos eletrônicos. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 30., 2010. São Carlos. **Anais...** São Carlos, 2010.

MONTGOMERY, D.C. **Introdução ao controle estatístico da qualidade**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004. 513 p.

MONTGOMERY, D.C.; RUNGER, G.C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 4 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

MONTGOMERY, D.C.; WOODALL, W.H. An overview of Six Sigma. **International Statistical Review**. v.76, n.3, p. 329-346, 2008. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1751-5823.2008.00061.x/pdf>>. Acesso em: 17 ago. 2012.

OLIVEIRA, C.C.; CAMPANER, G.; TAKEDA, F.; XAVIER, A.A.P. Utilização do Controle Estatístico do Processo (CEP) para monitoramento da graduação alcoólica (°INPM) na produção de álcool. **Revista Brasileira de Tecnologia Agroindustrial**. Ponta Grossa, v.5, n.1, p. 293-305, 2011. Disponível em: <<http://revistas.utfpr.edu.br/pg/index.php/rbta/article/view/659/686>>. Acesso em: 06 set. 2012.

OLIVEIRA, C.C.; IAMAGAMIN, A.; ROCHA, R.P.; SCANDELARI, S. Aplicação de ferramentas da qualidade no acompanhamento e controle de perdas de embalagens da produção de resfriados temperados. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 29., 2009, Salvador. **Anais...** Salvador, 2009.

PINHO, C.T.A. **Seis Sigma**: uma proposta para implementação da metodologia em pequenas e médias empresas. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal, 2005.

REIS, D.A.F. **Seis Sigma**: um estudo aplicado ao setor eletrônico. 2003. 126 f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 2003.

REIS, M.R. **Um modelo para o ensino do controle estatístico da qualidade**. 2001. 379 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2001.

ROTONDARO, R.G. (Coo.) **Seis Sigma**: estratégia gerencial para a melhoria de processos, produtos e serviços. 1 ed. São Paulo: Atlas, 2006. 375 p.

TORII, A.E.S.; FERREIRA, A.R.; MATOS, R.R.S.; CORRÊA, V.G.A. Aplicação do MASP utilizando a etapa planejamento do ciclo PDCA em um problema encontrado no arquivo público do estado do Pará. In: SIMPÓSIO DE EXCELÊNCIA EM GESTÃO E TECNOLOGIA, 8., 2011, Resende. **Anais...** Resende, 2011.

VILAÇA, A.C.; OLIVEIRA, R. C. B. Utilização do Controle Estatístico de Processo para avaliação de pesos de massas para pastel. **FAZU em Revista**, Uberaba, n. 8, p. 137-146, 2011. Disponível em: <<http://www.fazu.br/ojs/index.php/fazuemrevista/article/view/352/273>>. Acesso em: 06 set. 2012.

**ANEXO A – PROBABILIDADES DO ALARME VERDADEIRO CONJUNTO
DOS GRÁFICOS \bar{X} E R**

Neste anexo são apresentadas tabelas com as probabilidades do alarme verdadeiro dos gráficos de controle de Shewhart \bar{X} e R, para valores de $k = 2,0; 2,5$ e $3,0$; $n = 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ e 10 ; $\gamma = 1,00; 1,25; 1,50; 1,75; 2,00$ e; $\delta = 0; 0,5; 1,0; 1,5; 2,0; 2,5$; e $3,0$.

Tabela 20 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0$; $2 \leq n \leq 10$; $1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 0$.

k	n	$\delta = 0$				
		$\gamma = 1,00$	$\gamma = 1,25$	$\gamma = 1,50$	$\gamma = 1,75$	$\gamma = 2,00$
2,0	2	-	0,2066	0,3309	0,4415	0,5333
	3	-	0,2180	0,3712	0,5071	0,6160
	4	-	0,2293	0,4058	0,5606	0,6797
	5	-	0,2405	0,4369	0,6063	0,7310
	6	-	0,2509	0,4651	0,6457	0,7728
	7	-	0,2605	0,4905	0,6799	0,8070
	8	-	0,2694	0,5135	0,7096	0,8353
	9	-	0,2778	0,5347	0,7358	0,8588
	10	-	0,2857	0,5544	0,7591	0,8787
	2,5	2	-	0,1077	0,2080	0,3121
3		-	0,1113	0,2360	0,3671	0,4870
4		-	0,1174	0,2630	0,4180	0,5536
5		-	0,1242	0,2889	0,4633	0,6106
6		-	0,1310	0,3130	0,5039	0,6594
7		-	0,1375	0,3358	0,5406	0,7013
8		-	0,1435	0,3568	0,5735	0,7370
9		-	0,1493	0,3767	0,6035	0,7681
10		-	0,1549	0,3955	0,6308	0,7950
3,0		2	-	0,0528	0,1240	0,2110
	3	-	0,0524	0,1406	0,2537	0,3671
	4	-	0,0551	0,1592	0,2953	0,4319
	5	-	0,0587	0,1782	0,3352	0,4889
	6	-	0,0625	0,1966	0,3724	0,5397
	7	-	0,0663	0,2144	0,4073	0,5851
	8	-	0,0699	0,2312	0,4393	0,6251
	9	-	0,0735	0,2474	0,4694	0,6611
	10	-	0,0770	0,2630	0,4975	0,6932

Tabela 21 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 0,5$.

k	n	$\delta = 0,5$				
		$\gamma = 1,00$	$\gamma = 1,25$	$\gamma = 1,50$	$\gamma = 1,75$	$\gamma = 2,00$
2,0	2	0,1420	0,2566	0,3698	0,4698	0,5536
	3	0,1633	0,2913	0,4253	0,5441	0,6407
	4	0,1894	0,3249	0,4732	0,6041	0,7069
	5	0,2171	0,3573	0,5159	0,6545	0,7593
	6	0,2456	0,3879	0,5541	0,6971	0,8011
	7	0,2743	0,4169	0,5882	0,7335	0,8348
	8	0,3028	0,4443	0,6188	0,7645	0,8621
	9	0,3312	0,4705	0,6468	0,7914	0,8845
	10	0,3593	0,4953	0,6722	0,8148	0,9029
	2,5	2	0,0576	0,1408	0,2401	0,3390
3		0,0663	0,1612	0,2823	0,4039	0,5142
4		0,0799	0,1841	0,3224	0,4629	0,5849
5		0,0957	0,2076	0,3603	0,5147	0,6446
6		0,1127	0,2309	0,3955	0,5605	0,6948
7		0,1308	0,2539	0,4284	0,6014	0,7371
8		0,1496	0,2762	0,4589	0,6374	0,7729
9		0,1692	0,2982	0,4875	0,6699	0,8034
10		0,1894	0,3197	0,5143	0,6991	0,8294
3,0		2	0,0201	0,0706	0,1464	0,2332
	3	0,0222	0,0798	0,1739	0,2851	0,3934
	4	0,0276	0,0926	0,2028	0,3348	0,4632
	5	0,0344	0,1068	0,2319	0,3817	0,5240
	6	0,0422	0,1213	0,2599	0,4251	0,5775
	7	0,0509	0,1363	0,2871	0,4652	0,6246
	8	0,0605	0,1513	0,3128	0,5018	0,6658
	9	0,0709	0,1666	0,3377	0,5358	0,7022
	10	0,0820	0,1820	0,3617	0,5671	0,7344

Tabela 22 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 1,0$.

k	n	$\delta = 1,0$				
		$\gamma = 1,00$	$\gamma = 1,25$	$\gamma = 1,50$	$\gamma = 1,75$	$\gamma = 2,00$
2,0	2	0,3118	0,3966	0,4758	0,5472	0,6095
	3	0,4173	0,4876	0,5658	0,6407	0,7062
	4	0,5175	0,5678	0,6394	0,7124	0,7761
	5	0,6070	0,6377	0,7003	0,7688	0,8282
	6	0,6843	0,6976	0,7509	0,8135	0,8675
	7	0,7493	0,7487	0,7928	0,8491	0,8973
	8	0,8029	0,7918	0,8276	0,8775	0,9200
	9	0,8465	0,8282	0,8566	0,9004	0,9375
	10	0,8814	0,8586	0,8807	0,9188	0,9510
	2,5	2	0,1571	0,2460	0,3337	0,4153
3		0,2334	0,3202	0,4143	0,5054	0,5887
4		0,3181	0,3941	0,4873	0,5826	0,6680
5		0,4039	0,4646	0,5526	0,6473	0,7317
6		0,4865	0,5302	0,6104	0,7018	0,7826
7		0,5635	0,5901	0,6614	0,7477	0,8235
8		0,6333	0,6443	0,7062	0,7862	0,8563
9		0,6953	0,6929	0,7455	0,8189	0,8829
10		0,7493	0,7360	0,7799	0,8466	0,9044
3,0		2	0,0650	0,1357	0,2170	0,2989
	3	0,1076	0,1862	0,2795	0,3773	0,4682
	4	0,1628	0,2429	0,3419	0,4492	0,5507
	5	0,2260	0,3020	0,4021	0,5143	0,6199
	6	0,2941	0,3612	0,4588	0,5723	0,6784
	7	0,3644	0,4195	0,5117	0,6240	0,7280
	8	0,4343	0,4756	0,5607	0,6694	0,7696
	9	0,5022	0,5290	0,6058	0,7098	0,8049
	10	0,5664	0,5793	0,6472	0,7454	0,8348

Tabela 23 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 1,5$.

k	n	$\delta = 1,5$				
		$\gamma = 1,00$	$\gamma = 1,25$	$\gamma = 1,50$	$\gamma = 1,75$	$\gamma = 2,00$
2,0	2	0,5687	0,5894	0,6196	0,6537	0,6882
	3	0,7355	0,7224	0,7354	0,7611	0,7909
	4	0,8469	0,8167	0,8168	0,8343	0,8582
	5	0,9151	0,8811	0,8739	0,8849	0,9033
	6	0,9545	0,9241	0,9136	0,9199	0,9338
	7	0,9763	0,9521	0,9410	0,9443	0,9545
	8	0,9879	0,9701	0,9599	0,9612	0,9686
	9	0,9940	0,9815	0,9728	0,9730	0,9783
	10	0,9971	0,9887	0,9816	0,9812	0,9849
	2,5	2	0,3662	0,4214	0,4758	0,5276
3		0,5462	0,5636	0,5999	0,6443	0,6910
4		0,6957	0,6814	0,6990	0,7342	0,7745
5		0,8061	0,7732	0,7763	0,8020	0,8356
6		0,8814	0,8418	0,8353	0,8530	0,8802
7		0,9299	0,8915	0,8797	0,8912	0,9126
8		0,9598	0,9267	0,9128	0,9196	0,9362
9		0,9775	0,9512	0,9371	0,9408	0,9534
10		0,9877	0,9678	0,9550	0,9564	0,9660
3,0		2	0,1972	0,2692	0,3386	0,4037
	3	0,3477	0,3968	0,4548	0,5179	0,5784
	4	0,5025	0,5197	0,5596	0,6145	0,6730
	5	0,6400	0,6282	0,6499	0,6946	0,7469
	6	0,7510	0,7190	0,7252	0,7596	0,8047
	7	0,8344	0,7919	0,7867	0,8119	0,8497
	8	0,8935	0,8486	0,8359	0,8534	0,8844
	9	0,9335	0,8916	0,8749	0,8863	0,9114
	10	0,9595	0,9235	0,9054	0,9122	0,9321

Tabela 24 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 2,0$.

k	n	$\delta = 2,0$				
		$\gamma = 1,00$	$\gamma = 1,25$	$\gamma = 1,50$	$\gamma = 1,75$	$\gamma = 2,00$
2,0	2	0,8055	0,7739	0,7629	0,7644	0,7734
	3	0,9311	0,8940	0,8736	0,8677	0,8712
	4	0,9780	0,9526	0,9337	0,9257	0,9262
	5	0,9935	0,9795	0,9658	0,9585	0,9576
	6	0,9982	0,9914	0,9826	0,9769	0,9756
	7	0,9995	0,9965	0,9912	0,9871	0,9859
	8	0,9999	0,9986	0,9956	0,9929	0,9919
	9	1,0000	0,9994	0,9978	0,9961	0,9953
	10	1,0000	0,9998	0,9989	0,9978	0,9973
	2,5	2	0,6366	0,6295	0,6382	0,6553
3		0,8351	0,7949	0,7802	0,7829	0,7961
4		0,9341	0,8936	0,8707	0,8656	0,8720
5		0,9760	0,9474	0,9259	0,9177	0,9201
6		0,9919	0,9750	0,9583	0,9501	0,9503
7		0,9974	0,9885	0,9770	0,9700	0,9692
8		0,9992	0,9948	0,9874	0,9821	0,9809
9		0,9998	0,9977	0,9932	0,9893	0,9882
10		0,9999	0,9990	0,9964	0,9937	0,9927
3,0		2	0,4371	0,4659	0,4994	0,5348
	3	0,6806	0,6578	0,6592	0,6771	0,7022
	4	0,8421	0,7965	0,7776	0,7811	0,7978
	5	0,9298	0,8857	0,8595	0,8544	0,8639
	6	0,9713	0,9387	0,9135	0,9046	0,9091
	7	0,9891	0,9683	0,9479	0,9382	0,9397
	8	0,9961	0,9841	0,9692	0,9604	0,9602
	9	0,9987	0,9923	0,9821	0,9749	0,9739
	10	0,9996	0,9963	0,9897	0,9842	0,9829

Tabela 25 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 2,5$.

k	n	$\delta = 2,5$				
		$\gamma = 1,00$	$\gamma = 1,25$	$\gamma = 1,50$	$\gamma = 1,75$	$\gamma = 2,00$
2,0	2	0,9405	0,9023	0,8749	0,8584	0,8506
	3	0,9905	0,9726	0,9537	0,9397	0,9318
	4	0,9987	0,9929	0,9835	0,9746	0,9688
	5	0,9998	0,9983	0,9943	0,9894	0,9857
	6	1,0000	0,9996	0,9980	0,9956	0,9935
	7	1,0000	0,9999	0,9993	0,9982	0,9970
	8	1,0000	1,0000	0,9998	0,9993	0,9986
	9	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997	0,9994
	10	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9997
	2,5	2	0,8530	0,8096	0,7855	0,7752
3		0,9669	0,9333	0,9060	0,8895	0,8831
4		0,9939	0,9790	0,9611	0,9474	0,9402
5		0,9990	0,9938	0,9845	0,9755	0,9698
6		0,9999	0,9983	0,9940	0,9888	0,9849
7		1,0000	0,9995	0,9978	0,9949	0,9925
8		1,0000	0,9999	0,9992	0,9977	0,9963
9		1,0000	1,0000	0,9997	0,9990	0,9982
10		1,0000	1,0000	0,9999	0,9996	0,9991
3,0		2	0,7066	0,6782	0,6691	0,6721
	3	0,9088	0,8616	0,8311	0,8173	0,8153
	4	0,9774	0,9474	0,9197	0,9024	0,8960
	5	0,9952	0,9817	0,9638	0,9495	0,9424
	6	0,9991	0,9941	0,9843	0,9745	0,9686
	7	0,9999	0,9982	0,9934	0,9874	0,9831
	8	1,0000	0,9995	0,9973	0,9939	0,9910
	9	1,0000	0,9999	0,9989	0,9971	0,9952
	10	1,0000	1,0000	0,9996	0,9986	0,9975

Tabela 26 – Probabilidade do alarme verdadeiro conjunto dos gráficos \bar{X} e R, para $k = 2,0; 2,5$ e $3,0; 2 \leq n \leq 10; 1,00 \leq \gamma \leq 2,00$ e $\delta = 3,0$.

k	n	$\delta = 3,0$				
		$\gamma = 1,00$	$\gamma = 1,25$	$\gamma = 1,50$	$\gamma = 1,75$	$\gamma = 2,00$
2,0	2	0,9881	0,9676	0,9448	0,9254	0,9110
	3	0,9993	0,9954	0,9873	0,9776	0,9691
	4	1,0000	0,9994	0,9972	0,9935	0,9893
	5	1,0000	0,9999	0,9994	0,9981	0,9963
	6	1,0000	1,0000	0,9999	0,9995	0,9988
	7	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9996
	8	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
	9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	10	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	2,5	2	0,9602	0,9237	0,8926	0,8703
3		0,9965	0,9856	0,9695	0,9539	0,9423
4		0,9998	0,9976	0,9920	0,9844	0,9773
5		1,0000	0,9997	0,9980	0,9949	0,9913
6		1,0000	1,0000	0,9995	0,9984	0,9967
7		1,0000	1,0000	0,9999	0,9995	0,9988
8		1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9995
9		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998
10		1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999
3,0		2	0,8940	0,8458	0,8130	0,7937
	3	0,9860	0,9620	0,9356	0,9144	0,9006
	4	0,9987	0,9921	0,9800	0,9666	0,9562
	5	0,9999	0,9986	0,9942	0,9876	0,9812
	6	1,0000	0,9998	0,9984	0,9955	0,9921
	7	1,0000	1,0000	0,9996	0,9984	0,9968
	8	1,0000	1,0000	0,9999	0,9995	0,9987
	9	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	0,9995
	10	1,0000	1,0000	1,0000	0,9999	0,9998

ANEXO B – LEVANTAMENTO BIBLIOGRÁFICO

ALBIERO, D.; MACIEL, A.J.S.; MILAN, M.; MONTEIRO, L.A.; MION, R.L. Avaliação da distribuição de sementes por uma semeadora de anel interno rotativo utilizando média móvel exponencial. **Revista Ciência Agronômica**, v. 43, n. 1, p. 86-95, jan./mar, 2012. Disponível em: <<http://www.ccarevista.ufc.br/seer/index.php/ccarevista/article/view/1496>>. Acesso em: 22 mai. 2013.

BERLITZ, F.A. Controle da qualidade no laboratório clínico: alinhando melhoria de processos, confiabilidade e segurança do paciente. **Jornal Brasileiro de Patologia e Medicina Laboratorial**, Rio de Janeiro, v. 46, n. 5, p. 353-363, out. 2010. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1676-24442010000500003&script=sci_art_text>. Acesso em: 22 mai. 2013.

CAMARGO, M.E.; SORTICA, G.S.B.; PRIESNITZ FILHO, W.; RUSSO, S.L. Análise do desempenho das cartas de controle aplicadas no serviço de logística. **Opinio: revista de ciências empresarias, políticas e sociais**, Ulbra, n.12, p. 13-18, jan./jun. 2004. Disponível em: <<http://www.ulbra.br/administracao/files/revista-opinio/opinio12.pdf>>. Acesso em: 07 mai. 2013.

CANOVA, R.; SILVA, R.P.; FURLANI, C.E.A.; CORTEZ, J.W. Distribuição de sementes por uma semeadora-adubadora em função de alterações no mecanismo dosador e de diferentes velocidades de deslocamento. **Engenharia na Agricultura**, Viçosa, v.15, n.3, p. 299-306, jul./set., 2007. Disponível em: <<http://www.ufv.br/dea/reveng/arquivos/Vol15/v15n3p299-306.pdf>>. Acesso em: 07 mai. 2013.

CASARIN, V.A.; LÍRIO, G.W.; SOUZA, A.M. Avaliação do processo de transformação da garrafa PET por meio do gráfico X-barra. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 22., 2002, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2002. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 07 mai. 2013.

CHABUKSWAR, A.R.; JAGDALE, S.C.; KUCHEKAR, B.S.; JOSHI, V.D.; DESHMUKH, G.R.; KOTHAWADE, H.S.; KUCHEKAR, A.B.; LOKHANDE, P.D. Six Sigma: Process of understanding the control and capability of ranitidine hydrochloride tablet. **Journal of Young Pharmacists**, v. 3, n. 1, p. 15-25, jan./mar. 2011. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0975148311310047>>. Acesso em: 08 mai. 2013.

CHRISTINO, E.M.; BONDUELLE, G.M.; IWAKIRI, S. Aplicação de cartas de controle no processo de fabricação de pisos sólidos de tauari (Couratari oblongifolia). **Cerne**, Lavras, v. 16, n. 3, p. 299-304, jul./set. 2010. Disponível em: <http://www.dcf.ufla.br/cerne/artigos/25-10-20104048v16_n3_artigo%2006.pdf>. Acesso em: 06 mai. 2013.

CORRÊA, J.M.; CHAVES NETO, A. Estudo do controle e análise da capacidade do processo de produção de água potável. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 41., 2009, Porto Seguro. **Anais...** Porto Seguro, 2009. Disponível em: <<http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2009/artigos/52511.pdf>>. Acesso em: 07 mai. 2013.

CORREIA, J.M.S.; RIBEIRO, C.P.; LOPES, L.M.; OLIVEIRA, L.T.; SILVA, R.F. Avaliação do processo de produção de medicamento manipulado sob a fórmula de cápsulas utilizando o controle estatístico de processo. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 19., 2012. Bauru. **Anais...** Bauru, 2012. Disponível em: <http://www.simpep.feb.unesp.br/anais_simpep.php?e=7>. Acesso em: 06 mai. 2013.

COSTA, A.H.; LIMA, J.F.G; LIMA, M.B.F. Utilização do controle estatístico de processo: proposta de alteração do miolo da bola de futebol de campo. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 30., 2010. São Carlos. **Anais...** São Carlos, 2010. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 06 mai. 2013.

COSTA, W.O.; QUEIROZ, F.C.B.P.; CIRINO, S.R.A. Controle estatístico do processo para melhoria da qualidade: estudo de caso em uma indústria alimentícia potiguar. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 19., 2012. Bauru. **Anais...** Bauru, 2012. Disponível em: <http://www.simpep.feb.unesp.br/anais_simpep.php?e=7>. Acesso em: 06 mai. 2013.

EHIE, I.; SHEU, C. Integrating Six Sigma and theory of constraints for continuous improvement: a case study. **Journal of Manufacturing Technology Management**, v. 16, n. 5, p. 542-553, 2005. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/1741-038X.htm>>. Acesso em: 08 mai. 2013.

FERNANDES, A.P.L.M; COSTA, C.E.S.; SOUZA, E.Z.O.; BARBOSA, M.A.C. O uso de controle estatístico de processo na gestão da qualidade. Estudo de caso: Grupo Coringa - AL. **Ingepro.**, v. 03, n. 06, p. 46-54, 2011. Disponível em: <http://www.ingepro.com.br/Publ_2011/Jun/447%20pg%2046-54.pdf>. Acesso em: 07 mai. 2013.

FERREIRA, P.O. **Utilização do controle estatístico do processo no monitoramento do peso médio de cápsulas de tuberculostáticos**: estudo de caso no NUPLAM-RN. 2008. 101 f. Dissertação (Mestrado em Ciências em Engenharia de Produção) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2008. Disponível em: <<ftp://ftp.ufrn.br/pub/biblioteca/ext/bdtd/PaulaOF.pdf>>. Acesso em: 15 abr. 2013.

FERREIRA, P.O.; MEDEIROS, P.G.; OLIVEIRA, L.M. Utilização do controle estatístico do processo para o monitoramento do peso médio de cápsulas de tuberculostáticos: um estudo de caso. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 28., 2008. Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 11 abr. 2013.

FLORES, J.H.F.; PEDRINI, D.C.; WERNER, L. Seis Sigma: Uma visão global de duas empresas brasileiras do setor mineiro-metalúrgico. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 29., 2009, Curitiba. **Anais...** Salvador, 2009. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 07 mai. 2013.

GUIMARÃES, I.F.G; RIBEIRO, P.G.; SILVA, N.F. Projeto lean seis sigma e a sua relevância na redução de perdas na produção de enzima em uma empresa de produção farmacêutica. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 13., 2006. Bauru. **Anais...** Bauru, 2006. Disponível em: <http://www.simpep.feb.unesp.br/anais_simpep_aux.php?e=13>. Acesso em: 11 abr. 2013.

JESUATTO, V.S.; GROFF, A.M.; CAMPOS, R.V.M.; ROCHA, R.P.; COELHO, T.M. Aplicação do controle estatístico do processo na produção de pizzas congeladas - Estudo de caso. In: ENCONTRO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO AGROINDUSTRIAL, 4., 2010. Campo Mourão. **Anais...** Campo Mourão, 2010. Disponível em: <http://www.fecilcam.br/anais_iveepa/arquivos/4/4-04.pdf>. Acesso em: 15 abr. 2013.

KNOWLES, G.; JOHNSON, M.; WARWOOD, S. Medicated sweets variability: a six sigma application at a UK food manufacturer. **The TQM magazine**, v. 16, n. 4, p. 284-292, 2004. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=842116&show=html>>. Acesso em: 15 abr. 2013.

KUMAR, M.; ANTONY, J.; ANTONY, F.J.; MADU, C.N. Wining customer loyalty in an automotive company throw Six Sigma: a case study. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 23, p. 849-866, 2007. Disponível em: <<http://onlinelibrary.wiley.com/>>. Acesso em: 08 mai. 2013.

KUMAR, M.; ANTONY, J.; SINGH, R.K.; TIWARI, M.K.; PERRY, D. Implementing the Lean Sigma framework in an indian SME: a case study. **Production Planning & Control**, v. 17, n. 4, p. 407-423, 2006. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1080/09537280500483350>>. Acesso em: 22 mai. 2013.

KUROKAWA, E.; BORNIA, A.C. **Uma proposta para a utilização do controle estatístico do processo (CEP) através da carta "X" como uma ferramenta gerencial para a avaliação da vazão mínima noturna de um setor.** Disponível em: <<http://www.lenhs.ct.ufpb.br/html/downloads/serea/trabalhos/TrabPZ.htm>>. Acesso em: 15 abr. 2013.

LAUREANI, A.; ANTONY J.; DOUGLAS, A. Lean six sigma in a call centre: a case study. **International Journal of Productivity and Performance Management**. V. 59, n. 8, p. 757-768, 2010. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?issn=1741-0401>>. Acesso em: 15 abr. 2013.

LIMA, A.A.N.; LIMA, J.R.; SILVA, J.L.; ALENCAR, J.R.B.; SOARES-SOBRINHO, J.L.; LIMA, L.G.; ROLIM-NETO, P.J. Aplicação do controle estatístico de processo na indústria farmacêutica. **Revista de Ciências Farmacêuticas Básica e Aplicada**, v. 27, n.3, p.177-187, 2006. Disponível em: <http://serv-bib.fcfar.unesp.br/seer/index.php/Cien_Farm/article/viewFile/380/364>. Acesso em: 22 mai. 2013.

LOPES, C.P.; AKABANE, C.K.; BARRETO, R.M.; SOARES, W.L.P. Aplicação do Lean Seis Sigma como método para redução de custos nos serviços logísticos da DHL Global Forwarding. eGesta: **Revista Eletrônica de Gestão de Negócios**, v. 6, n. 1, p. 21-45, jan./mar. 2010. Disponível em: <<http://www.unisantos.br/mestrado/gestao/egesta/artigos/206.pdf>>. Acesso em: 06 mai. 2013.

MALEYEFF, J.; KRAYENVENGER, D.E. Goal setting with Six Sigma mean shift determination. **Aircraft Engineering and Aerospace Technology**, v. 76, n. 6, p. 577-583, 2004. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?issn=0002-2667>>. Acesso em: 08 mai. 2013.

OLIVEIRA, C.C.; CAMPANER, G.; TAKEDA, F.; XAVIER, A.A.P. Utilização do Controle Estatístico do Processo (CEP) para monitoramento da graduação alcoólica (°INPM) na produção de álcool. **Revista Brasileira de Tecnologia Agroindustrial**. Ponta

Grossa, v.5, n.1, p. 293-305, 2011. Disponível em: <<http://revistas.utfpr.edu.br/pg/index.php/rbta/article/view/659/686>>. Acesso em: 06 mai. 2013.

OLIVEIRA, C.C.; IAMAGAMIN, A.; ROCHA, R.P.; SCANDELARI, S. Aplicação de ferramentas da qualidade no acompanhamento e controle de perdas de embalagens da produção de resfriados temperados. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 29., 2009, Salvador. **Anais...** Salvador, 2009. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 06 mai. 2013.

OLIVEIRA, F.B.; CARDOSO, A.A.; CHAVES, C.A.; CORREA, V.A.; CAMARGO, J.R. Aplicação da metodologia seis sigma na redução de defeitos na face de válvulas de admissão e escape. **Revista Ciências Exatas**, Taubaté, v. 16, n. 2, p. 24-30, 2010. Disponível em: <<http://periodicos.unitau.br/ojs-2.2/index.php/exatas>>. Acesso em: 22 mai. 2013.

OLIVEIRA, J.B.; SOUSA JUNIOR, ALMEIDA, A.D.; A.M; SILVA, T.M. Perspectiva de integração das ferramentas da qualidade com base em um framework metodológico: Análise da variabilidade de processos produtivos em uma agroindústria. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 30., 2010. São Carlos. **Anais...** São Carlos, 2010. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 06 mai. 2013.

O'NEILL, M.; DUVALL, C. A Six Sigma quality approach to workplace evaluation. **Journal of Facilities Management**, v. 3, n. 3, p. 240-253, 2005. Disponível em: <<http://www.emeraldinsight.com/journals.htm?articleid=1528582&show=html>>. Acesso em: 08 mai. 2013.

PEDRINI, D.C; TEN CATEN, C.S.; SOARES, A.B.; CAMPOS, M.S. Gráficos de controle para média e desvio-padrão com tamanho de amostra variável: uma aplicação em uma indústria do setor metalúrgico. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 27., 2007, Foz do Iguaçu. **Anais...** Foz do Iguaçu, 2007. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 07 mai. 2013.

SALVI, J.V.; MATOS, M.A.; MILAN, M. Avaliação do desempenho de dispositivo de corte de base de colhedora de cana-de-açúcar. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v.27, n.1, p.201-209, jan./abr. 2007. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0100-69162007000100014&script=sci_arttext>. Acesso em: 07 mai. 2013.

SANTOS, A.R.S.; BREIER, G.P.; TEN CATEN, C.S. Controle estatístico do processo: variação da característica espessura durante o processo de fabricação em uma máquina de papel. In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 19., 2012. Bauru. **Anais...** Bauru, 2012. Disponível em: <http://www.simpep.feb.unesp.br/anais_simpep.php?e=7>. Acesso em: 06 mai. 2013.

SILVA JÚNIOR, I.F.; OLIVEIRA, V.C. A aplicação do controle estatístico de processo numa indústria de beneficiamento de camarão marinho no estado do Rio Grande do Norte. **Revista Gestão Industrial**, Ponta Grossa, v. 01, n. 03, p. 059-069, 2005. Disponível em: <<http://revistas.utfpr.edu.br/pg/index.php/revistagi/article/view/154>>. Acesso em: 07 mai. 2013.

SOUSA, T.B.; MARCHIZELLI, C.L.; TAROCO, D. Aplicação da metodologia Seis

Sigma em uma indústria alimentícia: um estudo de caso. . In: SIMPÓSIO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 19., 2012. Bauru. **Anais...** Bauru, 2012. Disponível em: <http://www.simpep.feb.unesp.br/anais_simpep.php?e=7>. Acesso em: 06 mai. 2013.

STEFANI, R.Z.; NODARI, C. Aplicação da ferramenta de CEP num processo siderúrgico. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 28., 2008. Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro, 2008. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 11 abr. 2013.

TENNANT, R.; MOHAMMED, M.A.; COLEMAN, J.J.; MARTIN, U. Monitoring patients using control charts: a systematic review. **International Journal for Quality in Health Care**, v. 19, n. 4, p. 187–194, jun. 2007. Disponível em: <<http://intqhc.oxfordjournals.org/content/19/4/187.full.pdf>>. Acesso em: 08 mai. 2013.

TOLEDO, A.; TABILE, R.A.; SILVA R.P.; FURLANI, C.E.A.; MAGALHÃES, S.C.; COSTA, B.O. Caracterização das perdas e distribuição de cobertura vegetal em colheita mecanizada de soja. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v.28, n.4, p.710-719, out./dez. 2008. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0100-69162008000400011>. Acesso em: 07 mai. 2013.

VILAÇA, A.C.; OLIVEIRA, R. C. B. Utilização do Controle Estatístico de Processo para avaliação de pesos de massas para pastel. **FAZU em Revista**, Uberaba, n. 8, p. 137-146, 2011. Disponível em: <<http://www.fazu.br/ojs/index.php/fazuemrevista/article/view/352/273>>. Acesso em: 06 mai. 2013.

VILAÇA, L.L.; CARVALHO, P.F.; OLIVEIRA, G.C.; CORTES, J.M.R. Melhoria do controle de peso de leite em pó enlatado em uma fábrica de laticínios. In: ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, 30., 2010. São Carlos. **Anais...** São Carlos, 2010. Disponível em: <<http://www.abepro.org.br/publicacoes/>>. Acesso em: 22 mai. 2013.